Mathematische oeffeningen, begrepen in vijf boecken : waer by gevougt is een tractaet handelende van reeckening in speelen van geluck door Christianus Hugenius ; desen druck vermeerdert met een korte verhandeling van de fondamenten der perspective

FRANCISCI van SCHOOTEN

MATHEMATISCHE OEFFENINGEN,

Begrepen in vijf Boecken.

I. Verhandeling van vijftig Arithmetische en vijftig Geometrische Voorstellen.

II. Ontbinding der Simpele Meet-konstige Werck-stucken.

III. APOLLONII PERGÆI herstelde Vlacke Plaetsen.

IV. Tuych-werckelijcke beschrijving der Kegel-sneden op een vlack.

V. Dertich Af-deelingen van gemengde stoffe.

Waer by gevougt is een Tractaet/ handelende van Reeckening in Speelen van Geluck/

Door d'Heer

CHRISTIANUS HUGENIUS.

Desen Druck vermeerdert met een korte verhandeling van de Fondamenten der

PERSPECTIVE.

Eerste Bouck
der
MATHEMATISCHE OEFFENINGEN,

Begrijpende

Vijftigh Arithmetische, en Vijftigh Geometrische Voorstellen.

Door

FRANCISCUS van SCHOOTEN,
Professor Matheseos in de Universiteyt tot *Leyden*.

t'AMSTERDAM,

By GERRIT van GOEDESBERGH,
Boeck-verkooper op 't Water / in de Delfsche Bybel / tegen over de Nieuwe-Brugh.

ANNO 1659.

AEN

De Edele, Mogende Heeren,

MIIN HEEREN,

DEN

PRESIDENT ende RAADEN

Van 't Hof van

HOLLANDT, ZEELANDT,

en

WEST-VRIESLANDT.

Edele, Mogende Heeren,

N*Adien onder alle dingen, welcke van Godt den schepper der gantsche werelt, door syne onbegrypelijcke wijsheyt en goetheyt, op d'aerde zijn voortgebracht, niet treffelijckers bevonden werdt dan de Ziele ofte het redelijck vernuft des menschen: Soo isset met recht te beklagen, dat wy dit Goddelijck pandt, waer door wy het beeldt onses Scheppers dragen, soo dickwils en soo schandig misbruycken. Want, soo menichmael als wy door onse begheerlijckheyt en quade ghenegentheden te dienen, de reden, ons waerdtste deel,*

 ver-

verlaten, soo dickwils dwalen wy oock seer ellendiglijck van het rechte padt, niet denckende aen onsen oorspronck. Op dat wy dan niet als de beesten ons leven door en brengen, met welcke wy het lichaem en dessels bewegingen gemeen hebben, zijnde alleenlijck door de Ziel van haer onderscheyden: soo behooren wy dan ons uytterste best te doen, dat wy, verlatende de aenlocksclen der sinnen en des lichaems, dit Goddelijck deel, waer door wy boven haer uytsteecken, voornamentlijck te werck stellen, en 'tselve tot ondersoeckingh der waerheyt, aen welckers kennis alle desselfs volmaecktheyt hanght, geduerigh gewennen en oeffenen.

Onder alle oeffeningen nu des verstants, dewelcke hier toe konnen dienen, en werden gheene soo vorderlijck gevonden als de Mathematische ofte Wiskonstige Oeffeningen, alsoo genaemt, om dat deselve alle andere in klaere kennis en wisheyt te boven gaen en overtreffen, en dieshalven by alle verstandige en hoogh-verlichte persoonen t'allen tijden in grooter weerden ende achtinge zijn gehouden geweest. Want dewijle de uytterlijcke sinnen, die ons veeltijts bedriegen, in dese oeffeningen geen plaets en hebben, maer 'tverstandt alleen met die besigh is: soo ontstaet daer door in ons verstandt even 't selve, dat het lichaem verkrijght door de veelvoudige oeffeningh der leden: namentlijck, een veerdigheyt in't verhandelen der dingen, in de welcke het sich heeft geoeffent. Soo dat het verstandt hier door te recht bequaem gemaeckt werdt, om seecker en wis te oordeelen, en alles met seeckerheyt te doorgronden, niet alleen in Mathematische Oeffeningen; maer oock in Philosophische, en selfs mede in den Burgerlijcken ommeganck.

Hierom, aengesien onder alle de Wiskonstige Oeffeningen, die hier toe eygen en voornamentlijck diensth zijn, geene soo suyver ofte onvermengt en werden gevonden, als die de Tel en Meet-konst zijn onderworpen, en dieswegen Mathesis pura genoemt worden: soo werden mede met recht de Tel en Meet-konst voor alle de andere Wiskonsten, dewelcke verscheyden zijn, geleert, ende haer de eerste plaets onder de selve toe-geschreven. Ende gemerct op die beyde als op twee stijlen alle de andere steunen ofte gegrondtvest zijn, soo isset dat oock het menschelijck vernuft, daer mede begaeft zijnde, door deselve als met trappen werdt geleyt van d'aenmerckingh der geringste dingen tot de grooter, van het natuyrlijcke tot het Godtlijcke, ende van het verganckelijcke tot het eeuwige. Door desers behulp, soo werdt, naer Platoos getuygen, des menschen verstandt als van d'aerde opgeno-

men

men en met twee vleugelen gevoert tot in den Hemel; en derhalven van dese aerdtsche en verganckelijcke dingen af-getrocken om de Hemelsche te aenschouwen. Daer uyt leerende, gewonnende, ende aenleydingh gevende, om ons verstandt van d'aerde hooger op te heffen en de vvaerheyt geloof te geven, ende alsoo Godt den schepper aller dingen, uyt sijne groote en oneyndelijcke wercken, door dit middel recht te kennen, ende hem alleen (indien vvy daer het lesen en ondersoecken der Heylige Schrift by-vougen, in welcke alleen de vvegh der zaligheyt te vinden is,) alle lof, danckbaerheyt, en eerbiedigheyt toe te brengen.

Dese beyde konsten, dewijlse door haer selven bestaen, ende geen bewijs ofte hulp van andre en behoeven, als dewelcke in't tegendeel hare vastigheyt uyt die verkrijgen, soo werdense met recht van Philo *een koop-stadt aller konsten, ende van* Xenocrates *de eenige vatsels der Philosophie genaemt. Ja, om na waerde te spreeckẽ, te recht de deure van alle Wetenschappen en d'ontsluyting der geheymenissen geheeten: als dewelcke, hare schatten openende, ontdoen, openbaren, en te voorschijn brengen, 'tgeene voor het verstandt duyster scheen en verborgen. En dit is de oorsaeck geweest, waerom de Oude, om haer Studien wel aen te leggen, en de jonge verstanden vvel te leeren oordeelen, die voor alle dingen geleert ende voortgeplant hebben, en deselve Konsten om sulcx oock* Mathemata, *dat's Leeringen, zijn genaemt geworden. Daer uyt blijckende, dat* Plato, *in wiens tijdt een yder in die sich op 'thooghst bevlijtight ende met deselve sijne Studie aengevangen heeft, deselve een korte vvegh tot de geleertheyt, en het eenighste toepadt, om tot volkomen kennisse aller dingen te geraecken, heeft genoemt. Waerom hy oock de geene, vvelcke in de Tel-konst bedreven vvaren, tot het leeren ende ondergronden van alle Konsten, gaeuw ende scherpsinnich geoordeelt, en, die in de Meetkonst onbedreven vvaren, van sijn Schoole afgewesen heeft. Daer in de Geometrie soo grootlijcx verheerlijckende, dat hy oock selfs te seggen plagh, dat Godt altijt meet, ofte alles door de Meetkonst bestuert. Willende daer mede te verstaen geven, dat yder, die sich in dese Konsten van joncx op heeft geoeffent, dan Gode als gelijck vverdt gemaeckt, en sijn verstant bereydt en gevormt, om van alle dingen seecker en vvis te oordeelen. Het vvelcke dan in't leeren van andre Konsten sonderlinge dienstich is, om de waerheyt, die het wit van alle vvetenschappen is, van haer tegendeel te onderscheyden, ende alle twijffelingh, voor-oordeel, en losheyt te vermijden. Waer mede dan oock het gevoelen van* Athenæus *niet qualijck over-een komt, achtende*

dat

dat door dese Konsten alle de geene volmaeckt worden, die haer van kindts been aen tot deughden schicken willen. gemerckt deselve, dewijlse gantsch niet twistachtich zijn, oock bedaerde gemoederen baeren: die oock dit alleen boven andere Konsten hebben, datse haer door woorden niet laten op-proncken, waer door yemandt lichtelijck soude konnen worden misleydt of bedrogen; maer te vreden zijn, datse eenvoudich worden geleert, en voorts haer beviijtigers met een volkomene vergenougsaemheyt wech senden.

Doch behalven alle de voorgaende nuttigheden, soo isser noch iets, dat U. Ed. Mog. in het bysonder aengaet, als dewelcke doorgaens bemercken, wat gebruyck dese beyde Konsten hebben in't neerleggen der geschillen, in't wijsen der Processen, in't Recht te verweeren, in't handthaven der Wetten, en 't ongelijck te straffen. Die oock door ervarentheyt geleert hebt, dat de Tel-konst is die uyt-geeft en ontfangt, die koopt en verkoopt, en sonder dewelcke geene handelingen, onder de menschen voorvallende, souden konnen werden afgedaen, nochte d'een van d'ander geholpen. 'tSelve heeft oock plaets in de Meet-konst, waer door alle formen van Landen, Bosschen, Waters, Moerassen, Gronden en Erven werden gemeeten, gekaerteert, gedeelt, gewaerdeert, ende hare schade begroot: soo dat het dese is, waer door alle geschillen van meetingẽ en deelingen werden vereffent, de quade limiten aengewesen, de goede herstelt, het ongelijck gevveert, de verwarring gemijt, ende de vrede onder de menschen werdt behouden. Waer uyt dan blijckt, dewijl'er niets sonder d'Arithmetische *en* Geometrische *Proportie verricht wordt, en dese de belooningen en straffen naer uytwijsen der persoonen en waerdigheden uyt-deylt, maer die op de vergelding van het toe-behoorende siet, van wat groote nootsaeckelijckheyt de Tel en Meet-konst zijn in den dagelijcxschen ommeganck der menschen, ende bysonderlijck in Recht-saecken, en om wat reden de Rechtvaerdigheyt by de Rechtsgeleerde in* Justitiam commutativam *en* distributivam, *dat's in vergeldende en uytdeelende Rechtvaerdigheyt verdeylt zy. Hier by vought, dat sonder haer behulp verscheyde Roomsche Wetten, handelende van Erf-beuring, aenwas van Landen, verloop van Rivieren, deeling van Vruchten van andre gronden, en diergelijcke, van welcke in de Borgerlijcke VVetten dickwils gemelt werdt, niet recht en zijn te verstaen: maer datmen in't stellen der prijsen, in't bereeckenen der schulden, in't begrooten der schade, en 't vergelden van dien, in't overwegen der misdaden, en by na in alles, dat onder de menschen voorvalt, altijt letten moet op de tijdt en plaets,*

wanneer

wanneer en waer, als oock voor hoeveel iets is verkocht, verhuert, verſet, verhandelt, en beſteet; gelijck mede op wat manier deſelve koop, huer, verding oft beſpreck geſchiet is. bewijſende dan, dat deſe beyde Konſten in des gerichts en Rechters ſtoel ſelfs, als oordeelſters van't Recht geſeten zijn, en van Themis *verordent, om alles in de waegſchale onpartijdig t'overwegen, ende yder t'ſijne toe te wijſen.*

Hierom, naer dat, als verhaelt is, door deſe alle andre Wetenſchappen en Konſten lichter en beter geleert worden, en d'eenigen bandt zijn, vvaer door deſelve alle in ſtandt blijven; ende verders beyde in alle neeringen, trafijcken, en handtwercken wel te beſtieren, grooten dienſt bewijſen: ſoo werdt met recht gelooft, dat geen welgeſtelde regiering ſonder deſelve kan beſtaen; maer dat met die te handthaven te gelijck alle goede vvetenſchappen, konſten, en handt-wercken bloeyen, ende de gemeene ſaeck wel en geluckig wordt beſtuert. Gelijck dan ſulcx de wijſe en voorſienige regiering deſer Landen heeft beveſtigt, daer deſe wetenſchappen en konſten, naer 't exempel der wijt-vermaerde Griecken, ſelfs in haer moeders tael tot der Landen grooten dienſt zijn voort-geſet, ende alſnoch werdē geoeffent. Daer oock U Ed. Mog. op dat de voorſz. Konſten, te weeten, de Tel en Meetkonſt, in hare waerdigheyt ſouden werden onderhouden, ende in hare wiſheyt en onfeylbaerheyt daechlijcx ge-exerceert, ten eynde die in alle onderhandelingen en beſtieringen altijt zijn mochten een vaſte toeverlaet en ſeecker richtſnoer, niet ſonder reden den Landt-meeters op 'tſtuck van hare bequaemheyt in't reeckenen, meeten, deelen, en wat daer aen kleeft, eer deſelve haer tot dienſt van een yder vermogens zijn te laten gebruycken, van te vooren doen onderſoecken, ende niemant daer toe en admitteeren als die ſijner Konſt gewis zy, ende ſijn doen onwederſpreeckelijcken weet te bewijſen.

Gemerckt dan Uwer Ed. Mog. ſonderlinge ſorge en genegentheyt in't handthaven deſer beyde Wetenſchappen ofte Konſten: ſoo en hebbe ick niet geſchroomt deſe Tel-en-Meetkonſtige Oeffeningen aen U Ed. Mog. te dediceeren en toe-te-eygenen. In welcke verſcheyde, aengenaeme, en dagelijcx voorvallende Quæſtien ofte Voorſtellen werden verhandelt: leerende, hoemen verſcheyde reeckeningen, waer toe men tot noch byſondere regels, ſonder gewoonlijcke kennis haerder oorſpronck gebruyckt heeft, door gemeene en by yder by na bekende regels ſal verrichten; als oock hoemen verſcheyde metingen en deelingen, die voor deſen door lange en moeyelijcke calculatien geſchiet zijn, door ſeer lichte konſtelijck kan volbrengen; en *eyndelijck hoedanich verſcheyde onbekende ofte verborge linien kort en behendigh zijn te vinden. Alles ſtreckende ſoo tot der Leerlingen aenleyding en oeffening, als oock om deſelve ende deſer konſten Liefhebbers tot betrachting van hooger en dieper kennis te nodigen en op te vvecken.*

Het vvelcke alles vvel overwogen zijnde, ſoo vertrouw ick, Edele en Mogende Heeren, dat ghy deſen mijnen arbeyt, die ick aen V Ed. Mog. uyt eerbiedigheyt en toe-genegentheyt op-offere en toe-eygene, met een goetgunſtig hert ſult ontfangen en onder V E beſcherming aen-nemen. Inſonderheyt dewijl deſe oeffeningen ten beſten van ons lieve Vaderlandt in't licht gebracht vvorden, en derſelver vruchten in de Rechts-pleging tot V Ed. Mog. oock konnen overvloeyen. Sal voorts eyndigende den Alderhoochſten ootmoedelijck bidden, dat Hy alle uwe raetſlagen tot vvelſtandt van het gemeene beſte voorſpoedig maecke, en V Ed. Mog. in langduerige geſontheyt bewaere.

In Leyden den
12 September,
Anno 1656.

Edele, Mogende Heeren

Vwer Ed. Mog.

onderdanigen dienaer

FR. van SCHOOTEN.

MATHE-

MATHEMATISCHE OEFFENINGEN,

ENDE EERST

VAN DE ARITHMETISCHE VOORSTELLEN.

I.

VIer perſoonen hueren t'ſamen een wagen van Leyden op Amſterdam, voor 9 gulden, 10 ſtuyvers, met ſulcke conditie, dat, ſoder eenige onderwegen opkomē, 'tſelve zijn ſal tot haer profijt. Nu gekomen zijnde tot Aelſmeer, 3 mijlen van Amſterdam, ſo gebeurtet datter noch twee andere opkomen, met beloſte van naer advenant als zy-luyden te ſullen betalen. Vrage, hoe veel elck der eerſte en leſte betalen moet, als tuſſen Leyden en Amſterdam zijn 8 mijlen?

Werckt als volgt.

perſonen	mijlen					ſtuyvers
4	8	32	9 gul. 10 ſtuyv.	32	komt	160/ voor de 4 eerſte/ dit door 4/ komt voor yder 40 ſtuy.
2	3	6	20	6		30/ voor beyde andere/ dit door 2/ komt voor yder 15 ſtuyvers.
		38	190 ſtuyv.			

Ofte aldus:

Aengesien elck der vier eerste tegen elck van beyde andere betalen moet als 8 teghen 3 / (te weeten/ naer advenant de mijlen/ die sy gereyst hebben) ende d'eerste tweemael soo veel zijn als de tweede: soo volgt / dat de reden van 'tgeldt der vier eerste tot het geldt van beyde andre ghecomposeert is uyt de reden van 8 tot 3 / en uyt de reden van 2 tot 1. Waerom dan de gantsche somme 9 gul. 10 stuyv. ghedeelt moet worden in 2 deelen/ die tot malkander gepropotioneert zijn/ als 16 tot 3. ghelijck volgende te sien is.

8——3
2——1

16——3 9 gul. 10 stuyv.
3 20
19——190 stuyvers. { 16 / 3 } komt { stuyv. te betalen 160/ door de 4 eerste/ dit door 4/ komt voor yder 40 stuyv. 30/ voor beyde andere/ dit door 2/ komt voor yder 15 stuyvers.

Als boven.

II.

Soo 27 ellen tot Amsterdam doen 16 ellen tot Lions, en 3 ellen tot Lions zijn 5 ellen tot Antwerpen, en 4 ellen tot Antwerpen maecken 5 ellen te Ceulen: Te vinden hoe veel Amsterdamse ellen datter zijn in 200 Ceulsche ellen.

Besiet het volgende werck.

27——16
3—— 5 facit
4—— 5 64800 { 162 Amsterdamsche ellen zijnder in 200 Ceulsche ellen.
200 400

64800-400

III.

Indien 7 ℔ suycker soo veel waert zijn als 2 ℔ nagelen, en 3 ℔ nagelen soo duyr zijn als 13 ℔ peper, ende 1 ℔ peper kost 12 stuyvers. Te vinden hoeveel dan een kist suycker kosten sal, wegende 476 ℔.

Doet

Doet als volgt.

7——— 2
3———13
1———12
476
————
21--148512

facit
~~1~~ ~~4~~ (1
~~1~~~~4~~8~~5~~~~1~~~~2~~/ 707|2 stuyv.
21

dat is/ 353 guld. en 12 stuyvers.

IV.

Twee Studenten reysen naer Italien, van welcke den eenen 7 dagen eer vertreckt als den anderen, ende dagelijcx doet 9 mijlen. Vrage, soo den anderen s'daeghs doet 12 mijlen, in hoe veel tijts hy den eersten achterhalen sal?

Den eersten is voor uyt 7 dagen
doet dagelijcx 9 mijlen

dat zijn 63 mijlen/ die den eersten voor uyt is.

Mijlen
Subtr. { 12/ die den tweeden s'daechs doet/
9/ die den eersten s'daechs doet.

Resten 3 mijlen/ die den tweeden in een dach meer doet als den eersten.

Nu stelt

Mijlen dach mijlen
3 ——— 1 ——— 63/ facit in 21 dagen/ sal den tweeden den eersten achterhalen.

Dit proeft als volgt.

Mult. 21 dagen/ die den 2den gereyst heeft
Met 12 mijlen/ die hy s'daechs doet
42
21

Tot 21 dagẽ/ die den 2den gereyst heeft.
Add. 7 dagen / die den 1sten voor uyt is/
so komen 28 dagen / die den eersten gereyst heeft:
doet dagelijcx 9 mijlen.

So komen 252 mijlen/ die den 2den gedaen heeft/ gelijck 252 mijlen / die den eersten ghedaen heeft / wanneer den tweeden by hem ghekomen is. Gelijck 't behoort.

V.

Een eylandt is in ſijn ommeganck 36 mijlen, ſo nu op eene tijdt, en uyt een ſelfde plaets twee Boden uyt gaen, malkander volgende, van welcke den eenen s'daechs doet 9, en den anderen 7 mijlen: Te vinden in hoe veel tijts ſy wederom by malkander komen ſullen, ofte d'een een keer meerder als d'ander ſal gedaen hebben; als mede hoe veel mijlen en keeren elck gegaen heeft.

Mijlen

Subtr. $\begin{cases}9\\ \underline{7}\end{cases}$ dach mijlen

2 —— 1 —— 36 / facit in 18 dagen.

Mult. 18 dagen
met 9 mijlen
Komen 162 mijlen / heeft den 1ſten gegaen.

Mult. 18 dagen
met 7 mijlen
Komen 126 mijlen / heeft den tweeden gegaen.

(18
Divid. $\cancel{1}\cancel{6}\cancel{2}$
door 36 $\Big\{$ $4\frac{1}{2}$ keeren / heeft den eerſten gedaen.

(18
Divid. $\cancel{1}\cancel{2}\cancel{6}$
door 36 $\Big\{$ $3\frac{1}{2}$ keeren / heeft den tweeden gedaen.

VI.

Soo van Nurenberg tot Romen zijn 140 mijlen, ende op eene tijdt uyt elck der ſelve Steden een Bode gaet, daer van den eenen s'daechs doet 8 mijlen, en den anderen s'daechs 6 mijlen: ſoo wert gevraecht in hoeveel dagen ſy malkander ontmoeten ſullen, als mede hoeveel mijlen elck gegaen heeft?

Doet als volgt.

Add. $\begin{cases}\text{8 mijlen / die d'een in 1 dach doet}\\ \text{6 mijlen / die d'ander in 1 dach doet}\end{cases}$

Somme 14 mijlen / dieſe beyde in 1 dach doen.

mijlen dach mijlen
14 —— 1 —— 140 / facit in 10 dagen.

Mult.

Mult. 10 dagen
met 8 mijlen
Komen 80 mijlen/ heeft den 1sten gegaen.

Mult. 10 dagen
met 6 mijlen
Komen 60 mijlen / heeft den 2den gegaen.

VII.

Twee Steden leggen van malcander 100 mijlen. Nu gaet te gelijck uyt elck een Bode, van welcke den eenen dagelijcx $2\frac{1}{2}$ mijlen meer doet als den anderen. Vrage, soo sy ten eynde van 8 dagen malcander ontmoeten, hoeveel mijlen yder gedaen heeft?

dagh	mijlen	dagen
1	$2\frac{1}{2}$	8 /

Facit 20 mijlen/ heeft den eenen meer ghedaen als den anderen. Dit van 100/rest 80/waer van de helft is 40/ de menichte der mijlen die den eenen gegaen heeft. Waerom dan den anderen gegaen heeft 60 mijlen.

Voorts om te vinden hoeveel mijlen yder s'daechs gegaen heeft/ so stelt

dagen	mijlen	dagh
8	40	1 /

Facit 5 mijlen / heeft den eenen dagelijcx gegaen. Daerom dan den anderen s'daechs gegaen heeft $7\frac{1}{2}$ mijlen.

VIII.

Een koopt een stuck landts van 450 roeden, tegens 1000 gulden het morgen, mits conditie dat hy 'tselve betalen sal in 2 termijnen, en in d'eerste termijn 350 gulden meer als in den tweeden. Vrage hoeveel hy telckens betalen moet?

roeden	gulden	roeden	gulden
600	1000	450 /	Facit 750/ kost het landt

waer van de helft is 375
Hier by addeert 175/d'helft van 350
dan is 550 d'eerste termijn.
Item, van 375
getrocken 175
rest 200/voor de tweede termijn.

IX. Een

IX.

Een vleeshouwer koopt 50 Offen, vrage, foo hy ten eynde van yder weeck 2 Offen begeert te flachten, tot dat de felve alle ten eynde 25 weecken geflachtet zijn, hoeveel Offen hy dan voor defelve tijt om eene prijs houden mach?

Facit 26 Offen mach hy foo goet koop 25 weecken langh houden/ als 50 Offen/ om'er 2 alle weeck van te flachten.

Om 'twelck te vinden / Addeert 50 tot 2/ de fomme 52 halveert / komt 26. 'tbegeerde getal.

X.

Twee Studenten A en B vertrecken op eene tijdt van Leyden naer Vranckrijck, van welcke den eenen A dagelijcx doet 6 mijlen, en den anderen B den 1ften dach 1 mijl, den 2den dach 2, den 3den dach 3 mijlen, en foo voorts den volgenden dach altijt 1 mijl meer als den voorgaenden. Vrage in hoeveel tijts hy den 1ften achterhalen fal?

Facit in 11 dagen.

Om 'twelck te vinden / dobbleert 6/ komt 12. waer van ghetrocken 1/ reft 11. 'tbegeerde getal.

XI.

Een Koorn-kooper heeft tweederley kooren, als tarruw en rogge, daer van hy yder fack tarruw verkoopt voor 7 gulden, 10 ftuyv., en 8 penningen. Vrage, als hem 3 facken tarruw foo duyr ftaen als 4 facken rogge, om hoeveel hy dan yder fack rogge behoort te geven?

Merckt. *Dit voorftel kan door gecompofeerde reden, naer de vvijz van het tvveede voorftel, ontbonden vvorden, als volgt.*

4——3
1——2408 penn.
4——7224

gul. st. penn.
7... 10... 8
20
150 stuyvers
16
908
15
2408 penningen.

(1
3 244 (1
~~7224~~ { ~~1808~~ { 11 | 2
4 16

Facit 5 gulden/ 12 stuyvers/ en 14 penningen.

XII.

Als een ℔ specerie tot Amsterdam kost 12 sch. 6.gr., hoeveel salmen dan betalen voor een Antwerps ℔, als 19 Amsterdamsche ℔ gelijck zijn 20 Antwerpse ℔?

Facit 11 sch. 10. gr. 12 mijten.

Werckt door gecomposeerde reden, als volgt.

20——19
1——150
20——2850

sch. gr.
12... 6
12
24
126
150 gr.

(1
(1 20
~~2850~~ { ~~142~~ { 11
20 12

Anders, door verkeerde Regel van Drien, aldus:

℔ Amst. sch. gr. ℔ Antw.
19——12 .. 6——20
12
24
126
150 gr.
19
1350
15
2850

(1
(1 20
~~2850~~ { ~~142½~~ { 11
20 12

XIII.

Een Brouwer heeft een ketel bier van 45 vaten, daer van hem 'tvat komt te ſtaen op 4 gulden, 16 ſtuyvers. Vrage op hoeveel vaten hy 'tſelve verkoocken moet, op dat hem 'tvat kome op 6 gulden?

Facit op 36 vaten.

Werckt naer den verkeerden Regel van Drien, als volgt:

```
gul.  ſtuyv.        vaten          gul.
 4 ... 16 ————————— 45 ——————————— 6
20                                 20
96 ſt.                            120 ſt.
45
480                7
384             4320 { 36
4320             120 {
```

Om te weeten/ naer dat de getallen volgens gebruyck in den regel zijn geſtelt/ ofmen naer den rechten of verkeerden regel wercken moet/ ſo ſalmen in acht nemen/ of de quæſtie van die natuer is/ dat/ als het 3de getal grooter is alſſet 1ſte / of dan oock het 4de ofte 'tbegeerde getal grooter zijn moet dan het 2de; ofte ſo het 3de minder is dan 't 1ſte / of dan oock het 4de minder zijn moet dan het 2de: Want/ dit gebeurende/ gewrocht moet worden naer den rechten regel van drien/ mits daer toe multipliceerende het 2de met het 3de getal/ en 'tproduct deelende door het 1ſte; Maer het contrary bevindende/ ſalmen wercken naer den verkeerden regel/ ende om ſulcx het 1ſte mettet 2de getal multipliceeren/ en 't product door 't 3de divideeren.

XIV.

Als 1 ℔ caneel koſt 3 gul., 1 ℔ nagelen 4 gul. 10 ſtuyv., 1 ℔ note-muſcaten 3 gul. 15 ſtuyv., 1 ℔ peper 16 ſtuyv., en 1 ℔ gengber 15 ſtuyvers. Vrage, ſomen van elcks evenveel ℔ begeert, ende in als beſteden wil 1600 gul., hoeveel ℔ men dan van yder ſoort ontfangen ſal?

```
gul.   ſtuyv.
 3.....  0  Caneel
 4..... 10  Nagelen
 3..... 15  Noten
        16  Peper
        15  Gengber    van elcx      gul.
12.... 16 ————————————— 1 ℔ ——— 1600/ facit 125 ℔ van elcke ſoort.
```

Op

Op deſelve manier, ſomen, om 10 Rijders te wiſſelen in Ducatons, Rijcxdaelders, ſchellingen, en ſtuyvers, van d'eene ſpecie ſoveel ſtucken begeert als van d'ander, ſalmen van yder ontfangen 21 ſtucken.

XV.

Een Kruydenier van Leyden treckt naer Amſterdam om ſpecerie te koopen, als peper, nagelen, en gengber, alwaer hem 1 ℔ peper gelooft wert 16 ſtuyv., 1 ℔ nagelen 4 gul. 10 ſtuyv., en 1 ℔ gengber 15 ſtuyvers. Vrage, ſo hy in als beſteden wil 229 gul., ende tegen 13 ℔ peper begeert te neemen 2 ℔ nagelen, en tegen 3 ℔ nagelen 7 ℔ gengber, hoeveel ℔ hy dan van yder ſoort neemen moet?

13——2 3——7
3.....3 2.....2
39——6——14

℔ ſt.				
39-16	624			
6-90	540	229 gul.		ſtuy.
14-15	210	20		
	1374——4580 ſtuy.		624, 540, 210 } komt {	2080/ dit door 16/ komt 130 ℔ peper.
				1800/ dit door 90/ komt 20 ℔ nagelen.
	3 —— 10			700/ dit door 15/ komt $46\frac{2}{3}$ ℔ gengber.

Op gelijcke wijz wert gevonden, ſomen 189 Franſche kroonen laet wiſſelen in Spaenſche matten, gout-guldens, en ſchellingen, en men tweemael ſoveel Spaenſche matten begeert als gout-guldens, en driemael ſoveel gout-guldens als ſchellingen, datmen daer voor ontfangen ſal 264 Spaenſche matten, 132 gout-guldens, en 44 ſchellingen.

XVI.

Ses ingelanden A, B, C, D, E, en F begeeren haer landt tot een polder te laten maecken, zijnde in den omring 1270 voeten; met ſulcke conditie, dat de gheene, die, om de ka-dijck te maecken, eerſt ſijn ſloot te dammen heeft, 14 voeten minder ka-dijcks ſal te maecken hebben. Vrage, ſo daer A in heeft 30, B 20, C 45, D 40, E 36, en F 50 roeden, ende A, C, E, en F deſe dammen te beurt vallen, hoeveel voeten dan yder van den omtreck behoort toegemeten te worden?

Roeden
A. 30.
B. 20
C. 45.
D. 40
E. 36.
F. 50.
221 ——— 1326 voeten
1 ——— 6

Mult. 14 voeten
met 4
komen 56 voeten

voeten
Tot 1270 der omtreck
add. 56 voeten
1326 voeten

Roeden		voeten	voeten		Tot een proef addeert yders voeten.
A. 30.	komt	A. 180/ ſubt. 14	komt voor yder van d'omtreck		A. 166
B. 20		B. 120			B. 120
C. 45.		C. 270/ ſubt. 14			C. 256
D. 40		D. 240			D. 240
E. 36.		E. 216/ ſubt. 14			E. 202
F. 50.		F. 300/ ſubt. 14			F. 286

Komt ſomme 1270 voeten / circumferentie / als boven.

XVII.

Drie leggen t'ſamen in, te weeten, A en B t'ſamen 540 gul., B en C t'ſamen 360 gul., en A en C t'ſamen 450 gul. Na den handel bevinden gewonnen te hebben 150 gul., Vrage hoeveel elck ingeleyt en gewonnen heeft?

	gul.	
A en B.	540	
B en C.	360	
A en C.	450	
ſomme	1350	alle haer inlegh tweemael
helft	675	inlegh van A, B, en C,
ſubtr.	360	inlegh van B en C,
reſt	315	inlegh van A, 't welck getrocken van 540 gul. / inlegh van A en B, reſt 225 gul. / inlegh van B. Hierom/ dewijl B en C t'ſamen inleggen 360 gul. / dan C ingeleyt heeft 135 gul.

Iders winſt vindt als volgt.

Gantſen inlegh	Gantſe winſt	yders inlegh		yders winſt.
675 ———	150 ———	A. 315	komt	A. 70 gul.
		B. 225		B. 50 gul.
		C. 135		C. 30 gul.

XVIII.

XVIII.

Als 125 ℔ peper en 4 gulden ſoveel waert zijn als 60 gulden en 13 ℔, hoeveel ſalmen dan betalen voor een bale, wegende 512 ℔?

	℔	gul.		gul.	℔
Dan	125 +	4	gelijck	60 +	13
Treckt aen wederzijden	13 ℔		en ...	4 gul.	
	reſten 112 ℔		gelijck	56 gul.	

Dan ſtelt/

℔ 112 —— gul. 56 —— ℔ 512/ facit 256 gulden.

XIX.

Als 100 ℔ ſuycker min 3 gulden koſten 36 gulden en 5 ℔, hoeveel koſt dan een kiſt wegende 475 ℔?

		℔	gul.	gul.	℔.
	Tot	100 —	3 gelijck	36 +	5
Addeert wederzijds 3 gul. min 5 ℔		— 5 ℔		+	3 gul.
	ſo komt	95 ℔	gelijck	39 gul.	

Dan ſtelt/

℔ 95 —— gul. 39 —— ℔ 475/ facit 195 gulden.

XX.

Als 3 ellen laecken gekocht werden om 6 Franſche croonen en 12 ſtuyvers, ende in deſelve prijs voor een ſtuck van 25 ellen betaelt werden 51 Franſche croonen en 12 ſtuyvers: ſo wert gevraecht tot hoeveel ſtuyvers yder Franſche croon gereeckent zy?

3 ellen à 6 Fr. kr. + 12 ſtuyv.

dat's 1 elle à 2 Fr. kr. + 4 ſtuyv.

en 25 ellen à 50 Fr. kr. + 100 ſtuyv.

Daerom 51 Fr. kr. + 12 ſtuyv. zijn gelijck 50 Fr. kr. + 100 ſtuyv.
Subtr. aen wederzijdẽ 50 Fr. kr. en 12 ſtuyv. 50 Fr. kr. en 12 ſtuyv.

ende reſt 1 Fr. kr. .... gelijck .... 88 ſtuyv. dat's yder Franſche kroon tot 4 gul. 8 ſtuyvers.

XXI.

Als 12 appelen en 15 peeren gekocht werden om 3 stuyvers, en in deselve koop 10 appelen en 50 peeren om 5 stuyvers: hoeveel salmen'er dan van elck om 1 stuyver hebben?

stuyv. app. peer. stuyv. app. peer. app. peer.
3 — 12 .. 15 — 5 / facit 20 .... 25 / die zijn gelijck 10 50

1 — 4 .. 5
Subtr. aen wederzijden 10 app. en 25 peeren. 10 app. en 25 peeren.

ende resten 10 appelen so veel waerdigh als 25 peeren.
5 /
ofte 2 appelen so veel waerdigh als 5 peeren.
3 /
en 6 appelen so veel waerdigh als 15 peeren.

Voorts om te vinden hoeveel appelen en peeren dan in het bysonder om 1 stuyver gekocht worden, so stelt

stuyv. Add. $\left\{\begin{array}{l}\text{12 app.}\\ \text{6 app. ofte 15 peeren}\end{array}\right.$ stuyv.

3 —— 18 app. —— 1 / Facit 6 appelen om 1 stuyv. Hierom so 6 appelen so duyr zijn als 15 peeren, en 6 appelen gekocht werden om 1 stuyver: soo volcht, datmen dan 15 peeren om een stuyver hebben sal.

XXII.

Als 3 ℔ nagelen, 2 ℔ peper, en 1 ℔ gengber t'samen kosten 186 stuyvers; en 3 ℔ peper, 2 ℔ gengber, en 1 ℔ nagelen t'samen 116 stuyvers; item 3 ℔ gengber, 2 ℔ nagelen, en 1 ℔ peper t'samen 142 stuyvers: so wert gevraegt hoeveel 1 ℔ van yder gekocht wert?

Facit 1 ℔ nagelen 48 stuyv.
peper 16 stuyv.
gengber 10 stuyv.

'T selve

'Tselve vindt als volgt.

		Van 3 N. 3 P. 3 G. 222
Add.	3 N. 2 P. 1 G. 186	Subtr. 3 N. 2 P. 1 G. 186
	1 N. 3 P. 2 G. 116	rest 1 P. 2 G. 36
	2 N. 1 P. 3 G. 142	
Somme	6 N 6 P. 6 G. 444	
helft	3 N. 3 P. 3 G. 222	
$\frac{1}{3}$ part	2 N. 2 P. 2 G. 148	Van 2 N. 2 P. 2 G. 148
		Subtr. 1 P. 2 G. 36
		rest 2 N. 1 P. 112
		Van 2 N. 1 P. 3 G. 142
		Subtr. 2 N. 1 P. 112
		rest 3 G. 30

dat's 1 G. 10/ en 2 G. 20. Dit van 1 P. 2 G. 36/ rest 1 P. 16. 'Twelck getrocken van 2 N. 1 P. 112/ rest 2 N. 96/ dat's 1 N. 48.

XXIII.

Soo 24 soldaten s'daegs graven 16 schachten, en 18 andre s'daegs 15 schachten; in hoeveel tijts sullen sy dan t'samen een werck maecken van 4650 schachten?

Schachten
Add. { 16
15.
Somme 31 schachten.

Nu stelt/

31 schachten werden gegraben in 1 dagh/ (verstaet van alle de bovengemelde soldaten) in hoeveel dagen werden dan van deselve gegraben 4650 schachten? facit in 150 dagen.

XXIV.

Soo eenige beesten in 8 dagen afweiden 5 morgen, en ettelijcke andre in 7 dagen 3 morgen: in hoeveel tijts sullense dan t'samen een veldt afweiden van 126$\frac{3}{7}$ morgen?

dagen

dagen morgen dagen morgen
8 —— 5 —— 7 / facit $4\frac{3}{8}$
add. 3 morgen
——
dagen morgen
$7\frac{3}{8}$ morgen —— 7 —— $126\frac{3}{7}$ / facit in 120 dagen.

XXV.

Een eylandt is in ſijn ommeganck 134 mijlen. Nu gaen op eene tijt en uyt een ſelfde plaets tegens malcanderen om twee boden, van welcke den eenen in 2 dagen doet 11 mijlen, en den anderen in 3 dagen 17 mijlen. Vrage in hoeveel tijts ſy malcander ontmoeten ſullen, als mede hoeveel mijlen elck gegaen heeft?

dagen mijlen dagen mijlen
2 —— 11 —— 3 / $16\frac{1}{2}$
add. 17 mijlen
——
dagen mijlen
Somme $33\frac{1}{2}$ mijlen —— 3 —— 134 / facit in 12 dagen ſullen ſy malcander ontmoeten.

De mijlen, die yder gegaen heeft, vindt, als volgt.

dagen	mijlen	dagen	mijlen
2	11	12	66 / heeft den 1ſten gegaen
3	17	12	68 / heeft den 2den gegaen.

XXVI.

Als met 3 kooren-molens konnen gemalen worden, te weeten, met den eerſten 2 ſacken in 1 uyr, met den tweeden 5 ſacken in 2 uren, en met den derden 8 ſacken in 3 uren: Vrage in hoeveel tijts dan met deſelve t'ſamen 215 ſacken ſullen gemalen worden, als mede hoeveel ſacken men daer toe op yder molen doen moet?

Om

Om sonder gebroockens te wercken, so vindt, na 't 38 voorstel des 7 boecks Euclidis, *een getal, 'twelck door* 1, 2, *en* 3 *sonder overschot kan gedeelt worden, als* 6; *dan werckt, als volgt.*

upz	sacken	uren	sacken	
1	2	6 /	facit 12	
2	5	6 /	facit 15	
3	8	6 /	facit 16	

	uren	sacken	
somme 43	6	215 /	facit in 30 uren / werdẽ de 215 sacken met alle de molens t'samen gemalen.

De sacken, diemen op elcke molen doen moet, vindt aldus.

43 —— 215 { 12 facit 60 / sacken op den 1sten molen te doen.
{ 15 facit 75 / op den 2den molen te doen.
{ 16 facit 80 / op den 3den molen te doen.

XXVII.

Vier arbeyders konnen een werck maecken, te weeten,

A 2 mael in 3 weecken
B 3 mael in 4 weecken
C 5 mael in 6 weecken
en D 9 mael in 8 weecken. Vrage in hoe veel tijts sy dit werck t'samen sullen maecken?

weecken	mael	weecken	mael
3	2	24 /	facit 16
4	3	24 /	facit 18
6	5	24 /	facit 20
8	9	24 /	facit 27

somme 81 mael / maecken sy dit werck t'samen in 24 weecken.

Nu stelt

mael	weecken	mael	
81	24	1 /	facit in $\frac{8}{27}$ part van een weeck / dat's in 2 dagen en $1\frac{7}{9}$ uren / konnen sy dit werck t'samen afmaecken.

XXVIII.

Een fontein heeft 4 kranen A, B, C, D, waer onder is een back, die door A vol loopt in 8, door B in 9, door C in 12, en door D in 18 uren. Nu alſo deſen back heeft 4 gaten E, F, G, H, ende deſelve door E ledich loopen kan in 7, door F in 6, door G in 4, en door H in 3 uren: ſo wert gevraecht, als den back vol waters is, ende te gelijck alle de kranen en gaten open geſtelt worden, in hoeveel tijts dan deſen back ledich zijn ſal?

uren	mael	uren	mael
8 ——	1 ——	72 /	facit 9
9 ——	1 ——	72 /	facit 8
12 ——	1 ——	72 /	facit 6
18 ——	1 ——	72 /	facit 4

dat's t'ſamen 27 mael/ loopt den back vol in 72 uren.

mael	uren	mael
27 ——	72 ——	1 / facit in $\frac{8}{3}$ uren / loopt den back 1 mael vol door alle de kranen.

uren	mael	uren	mael
7 ——	1 ——	84 /	facit 12
6 ——	1 ——	84 /	facit 14
4 ——	1 ——	84 /	facit 21
3 ——	1 ——	84 /	facit 28

dat's t'ſamen 75 mael/ loopt den back ledich in 84 uren.

mael	uren	mael
75 ——	84 ——	1 / Facit in $\frac{28}{25}$ uren / loopt den back 1 mael ledich door alle de gaten. Waerom dewijl'er onderentusſchen door de kranen wederom den $\frac{21}{50}$ deel van 'twater der gantſe back ingekomen is (te weeten/ ſoveelder komt / alſmen $\frac{28}{25}$ deelt door $\frac{8}{3}$): ſo volgt datter in $\frac{28}{25}$ uren tijts maer de reſt/ als den $\frac{29}{50}$ deel van 't water der gantſche back/ door 't in en uyt loopen/ uytgeloopen is. Hierom ſomen ſtelt / den $\frac{29}{50}$ deel des backs raeckt uyt in $\frac{28}{25}$ uren/ in hoeveel tijts ſal dan 1/ dat's den gantſen back/ uytraecken? ende ſal komen in 1 $\frac{27}{29}$ uren.

XXIX.

XXIX.

Een burger tot Leyden koopt een Os voor 18 £, en een vaen bier van wijnkoop tot 8 ſtuyvers, en 12 ſtuyvers voor de knecht aen drinckgelt, betaelt van impoſt den 7den penning, dat's 15 gulden, 8 ſtuyvers, 9 penningen, en noch daerenboven den 40ſten penning aen Stadts excijns, dat's 2 gul., 14 ſt., verkoopt den huyt voor 10 gul., heeft 95 ℔ ſmeer, 't ℔ tot $4\frac{1}{2}$ ſtuyver, den uytval gereeckent zijnde tegens d'onkoſten van 't ſlaen, bevindt eyndelijck het bloote vleys te wegen 605 ℔. Vrage hoeveel hem yder ℔ komt te ſtaen?

18 £
6

Add.	108		gul. den Os gekocht
		4..	vaen bier van wijnkoop
		6..	drinck-gelt aen de knecht
	15	428	den 7den penn. aen impoſt
	2	7..	den 40ſten penninck aen Stadts-excijns
ſomme	127	128	in als uytgegeven
Subtr.	31	375	wederom ontfangen
reſt	95	753	het bloote vleys.

3 ~~3~~ ~~2~~ ~~6~~ (4
~~1~~ ~~0~~ ~~8~~ ~~0~~ ~~0~~ ~~0~~ ③ { 15428 ③
7

2
~~1~~ ~~0~~ ~~8~~ ~~0~~ ① { 27 ①
40

$4\frac{1}{2}$ ſtuyv. 't ℔ ſmeer
9000 ③ { 225 ③
40 { 95
1125
2025
21 | 375 ③ 't ſmeer
Add. 10 | den huyt.
31 | 375 ③

(1
~~0~~ 6
~~3~~ ~~2~~ ~~0~~
~~9~~ ~~5~~ ~~7~~ ~~5~~ 3 ③ { 158 ③ gul.
605 { 20

ſtuyv. 3 | 160
16
96
16
pen. 2 | 56

℔ — gul. — ℔
605 — 95753 ③ — 1
1
95753 ③

Facit 't ℔ op 3 ſtuyvers/ en 2 penningen/ weynich meer.

XXX.

Als iemandt alle weeck wint 5 gulden, 8 ſtuyvers, en dagelijcx daer van verteert 10 ſtuyvers, 8 penningen.

Vrage hoeveel hy in 't Jaer te boven leggen ſal, als 'tſelve gereeckent wort op 52 weecken?

weeck gulden weecken gulden
1 —— 54 ① —— 52 / facit 280 | 8 / wint hy in 't Jaer.
dagh gulden 7
1 —— 525 ③ -- dag. 364 / facit 191 | 1 / verteert hy in 't Jaer.
reſt 89 | 7 / dat is / 89 gul. 14 ſtuyv. ſal hy in 't Jaer te boven leggen.

XXXI.

Indien iemandt s'weecks wint 5 gulden, 8 ſtuyvers, te vinden hoeveel hy dan dagelijcx behoort te verteeren, om 89 gulden, 14 ſtuyvers in't Jaer te boven te leggen.

weeck gulden weecken gulden
1 —— 54 ① —— 52 / facit 280 | 8 / wint hy in 't Jaer.
ſubtr. 89 | 7
reſt 191 | 1 / om in 't Jaer te verteeren.
dagen gulden dagh
364 —— 1911 ① —— 1 / facit 525 ③ guldens / dat's 10 ſtuyv. 8 penn. behoort hy dagelijcx te verteeren.

$$\begin{array}{l} \cancel{1} \\ \cancel{8}8\cancel{2} \\ \cancel{1}\cancel{9}\cancel{1}\cancel{1}\cancel{0}\cancel{0}\ ③ \\ 364 \end{array} \left\{ \begin{array}{r} 525\ ③ \\ 20 \\ \hline 10|500\ ③ \end{array} \right.$$

XXXII.

So iemandt jaerlijcx op-leyt 89 gulden, 14 ſtuyvers, hoeveel ſal 'tſelve dan beloopen in 13 jaer, en 7 maenden?

Facit 1218 gul. / 8 ſtuyv. / en 8 penn.

	897 ①		winst in 12 maenden of 1 jaer.
	13		jaer
	269	1	
	897		
	44	85.	winst in 6 maenden
	7	475	winst in 1 maendt.
guld.	1218	425	
		2	
stuyv.	8	50	
		16	
	3	00	
	5	0	
penn.	8	00	

XXXIII.

Een huert een arbeyder voor een jaer, met ſulcke conditie, dat, als hy werckt, hy daeghs verdienen ſal 12 ſtuyvers; maer als hy niet en werckt, dat hy daeghs ſal betalen 8 ſtuyvers. Vrage hoeveel dagen hy wercken en vieren moet, op dat ſy malkander ten eynde der voorſz tijt mogen quijt-ſchelden, ofte met geſlote beurſen betalen?

ſtuyvers dagh ſtuyvers Add.

12 ——— 1 ——— 24 / facit 2 dagen / moet hy wercken / om 24 ſtuyv. te winnen.

8 ——— 1 ——— 24 / facit 3 dagen / mach hy vieren om de genome 24 ſtuyv. te verteeren.

5 ſomme der werck-dagen en vier-dagen / om ſo veel te gewinnen als te verteeren.

Dan ſtelt

$$5 \text{ — } 365 \text{ — } \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \right\} \text{facit} \left\{ \begin{matrix} 146 \text{ werck-dagen} \\ 219 \text{ vier-dagen.} \end{matrix} \right.$$

Anders.

Merckt: *Dewijl de dagen, die hy werckt, met* 12 *vermenichvuldicht, ſoveel uytbrengen moeten, als de reſterende gemultipliceert met* 8 : *ſo volgt,*

a Na 't 19 v. des 7 b. Eucl.

a dat 12 stuyv. tot 8 stuyvers sodanige reden hebben sullen, gelijck de vier-dagen tot de vverck-dagen. Maer, vier getallen even-reednigh zijnde, gelijck hem houdt de somme van 't 1ste *en* 2de *getal tottet* 2de, *also houdt hem mede de somme van 't* 3de *en* 4de *tottet* 4de b, *daerom*

b Siet Clavius aen 't 22 v. des 7 b. Eucl.

stuyvers

Add. { 12, 8 } stuyvers somme der vier-en-werck-dagen

somme 20 —— 8 —— 365 / facit 146 werck-dagen / dewelcke getrocken van 365 dagen / resten 219 vier-dagen.

XXXIV.

Twee hebben een werck te maecken, 'twelck A alleen aenneemt te doen in 30, en B alleen in 20 dagen: Vrage, so sy met malkander wercken, in hoeveel tijts sy 'tselve sullen afmaecken?

dagen	werck	dagen	wercken
30 ——	1 ——	60 /	facit 2
20 ——	1 ——	60 /	facit 3

somme 5 wercken / of 5 mael 'tselve werck / maecken A en B t'samen in 60 dagen.

Nu stelt

wercken	dagen	werck	
5 ——	60 ——	1 /	facit in 12 dagen / sullen A en B te samen 'tvoorsz werck afmaecken.

Anders:

Aengesien A *'tgeseyde vverck maecken kan in* 30, *en* B *in* 20 *dagen: soo volgt, vvanneer sy t'samen vvercken, en t'selve binnen eenigen tijt te gelijck af-maecken, dat de dagen van* A *tot de dagen van* B *deselve reden hebben sullen, alsset deel datter* B *van gemaeckt sal hebben tottet deel van* A: *en dienvolgens dat mede* a *de somme der dagen van* A *en* B *tot de dagen van* B *sulcken reden hebben sal, als de somme der deelen dieder* B *en* A *aen gewrocht hebben, dat is, 'tgantsche vverck, hem heeft tottet deel, datter* A *aen gewrocht heeft.*

a Als in 't voorgaende Voorstel.

Waerom de wercking komt te staen, als volgt,

dagen

dagen
A. 30
B. 20
— dagen van B 'tgantse werck
Somme der dagen van A en B. 50 —— 20 —— 1 / facit $\frac{2}{5}$ deel van 'twerck heefter A afgemaeckt. Daerom dan B de resterende $\frac{3}{5}$ deel daer van gemaeckt heeft.

Nu stelt,

A maeckt het geheele werck / da'ts / 1 / in 30 dagen / in hoeveel tijts maeckt hy dan den $\frac{2}{5}$ deel van 't werck? facit in 12 dagen. Daerom dan A en B dit werck te samen in 12 dagen / als voozen / afmaecken.

Noch anders.

A. 30
B. 20 B A
Somme 50 — 20 — 30 / facit in 12 dagen / als boven.

XXXV.

Als Mars sijn loop volbrengt in 2 Jaer, en Jupiter in 12 Jaer, ende sy beyde zijn in 't begin van *Aries*. Vrage in hoeveel tijts dan haer eerste conjunctie geschieden sal, als mede in wat graedt des Zodiacx?

De tijt haerder conjunctie vindt, als volgt.

Jaeren graden jaer graden
2 — 360 — 1 / facit 180
12 — 360 — 1 / facit 30 jaer graden
rest 150 — 1 — 360 / facit in $\frac{12}{5}$ jaeren.

Ofte korter, aldus:

Dewijl Jupiter sijn loop volbrengt in 12 *Iaer, en Mars in* 2 *Iaer: so volgt, als sy beyde zijn in't begin van* Aries, *ende t'eeniger tijt vvederom in Conjunctie komen, dat de Iaren van Jupiter tot die van Mars sodanige reden hebben sullen, gelijck de graden die Mars middeler-tijt sal gedaen hebben tot die van Jupiter: en dienvolgens dat mede* [a] *'tverschil der Iaren van Jupiter en Mars tot de Iaren van Mars sulcke reden hebben sal, gelijck* *tver-*

a Siet Clavius aen 't 22 v. des 7 b. Euclidis.

'tverschil der graden, die Mars binnen deselve tijt meerder gelopen heeft dan Jupiter, dat's 360 graden of 1 keer, tot de graden van Jupiter.

Waerom de wercking aldus te staen komt,

Iaeren
12 Jupiter
2 Mars Mars jaeren keer of 360 graden
verschil 10 ——— 2 ——— 1 / facit $\frac{1}{5}$ deel van een keer of 72 graden / doet Jupiter binnen de tijt der 1ste Conjunctie. Waerom deselfde dan geschieden sal in den 12den graed van Gemini.

Nu stelt.

Jupiter doet 1 keer in 12 jaer / in hoeveel tijts doet hy dan $\frac{1}{5}$ deel eens keers? facit in $\frac{12}{5}$ jaeren. Daerom dan Jupiter en Mars in $\frac{12}{5}$ jaeren / als vooren / in Conjunctie komen sullen.

Noch anders.

Jupiter 12
Mars 2 Mars Jupiter
verschil 10 ——— 2 ——— 12 / facit in $\frac{12}{5}$ of $2\frac{2}{5}$ jaeren. Als boven.

Op deselve manier wert mede gevonden: Als in een uyr-werck zijn 2 wijsers, en d'een 2 mael omgaet in 1 dagh, maer d'ander 1 mael in 30 dagen, en deselve op een punt staen en te gelijck beginnen om te gaen, dat die dan wederom op een punt komen sullen in $12\frac{12}{59}$ uren.

XXXVI.

Een Heer huert een knecht, den welcken hy in 't jaer belooft te geven 30 guld., en een kleet. Nu gebeurtet, dat ten einde van 7 maenden den dienaer sijn afscheyt begeert, ofte hem de huere opgeseyt wordt, ende hy voor sijn verdienden loon ontfangt 't voorsz kleet, en noch daerenboven 5 gulden. Vrage hoeveel hem dit kleet aengereeckent is?

maenden

maenden gulden
In 12 ... verdient .... 30 / mettet kleet
Subtr. in 7 ... verdient .... 5 / mettet kleet
rest in 5 maenden verdient 25 gul. / wat dan in 7 maenden? / facit 35 gulden
subtr. 5 gul. ontfange
rest 30 gul. / 't kleet waerdigh.

XXXVII.

Van de selfde slach.

Een Koopman heeft geladen 2 schepen met wijn, in 't eene zijn 150, en in 't ander 240 vaten. Nu komt hy voor een tol, alwaer hy voor het 1ste schip betaelt een vat wijn, maer ontfangt wederom 6 gulden; voor het ander betaelt hy mede een vat wijn, en noch daerenboven 18 gulden. Vrage hoeveel een vat waerdigh is?

Subtr. Subtr.
Voor 240 vaten betaelt 1 vat / en 18 gul.
voor 150 vaten betaelt 1 vat / min 6 gul.
rest voor 90 vaten ... betaelt ..... 24 guld. / hoeveel dan voor 150 vaten?
Facit 40 gul. / voor 't 1ste schip.
Add. 6 gul. / weder ontfangen.
Komt somme 46 gul. / 't vat waerdich.

Merckt: *Dese twee voorstellen konnen mede ontbonden worden na de wijs van het* 18 *en* 19ste *voorstel.*

XXXVIII.

Een is schuldig 787 gulden, wil deselve betalen met tarruw, rogge, en gerst, daervan hem de sack tarruw kost 7 guld., 15 stuyv., der rogge 5 gul., 5 stuyv., en van de gerst 3 gul., 10 stuyvers. Vrage, somen 3 sacken tarruw begeert tegens 2 sacken rogge, en 5 sacken rogge tegens 4 sacken gerst, hoeveel sacken men dan van elck ontfangen sal?

3 — 2
5 — 4
15 — 10 — 8
155 105 70
775 1050 560
155
2325
1050
560
3935 — 15740 stuyv.
1 — 4

7 gul. 15 st.	5 gul. 5 st.	3 gul. 10 st.
20	20	20
155 stuyv.	105 stuyv.	70 stuyv.

787 gul.
20
15740 stuyv.

		stuyv.		sacken
2325	komt	9300 / dit door 155	facit	60 tarwe
1050		4200 / dit door 105		40 rogge
560		2240 / dit door 70		32 gerst.

XXXIX.

Deelt 14830 in 4 deelen, sulcx dat den $\frac{2}{3}$ part van't 1ste deel soveel sy als den $\frac{3}{4}$ part van 't 2de, en den $\frac{5}{6}$ part van't 2de soveel als den $\frac{7}{8}$ part van 't 3de, en den $\frac{9}{10}$ part van't 3de soveel als den $\frac{11}{12}$ part van 't 4de.

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ — 9 — 8

$\frac{5}{6} \times \frac{7}{8}$ — 42 — 40; 2/ 21 — 20

$\frac{9}{10} \times \frac{11}{12}$ — 110 — 108; 2/ 55 — 54

9 — 8
21 — 20
189 — 168 — 160
55 — 54
10395 — 9240 — 8800 — 8640
5/ 2079 — 1848 — 1760 — 1728
1848
1760
1728
7415 — 14830
1 — 2

21	21	8	
9	8	20	
189	168	160	160
55	55	55	54
945	840	800	640
945	840	80	80
10395	9240	8800	8640

2079	facit	A. 4158
1848		B. 3696
1760		C. 3520
1728		D. 3456

XL.

170 gulden te deelen in 3 deelen, sulcx dat de $\frac{1}{2}$ van 't

1ste,

1ste, den $\frac{3}{4}$ part van 't 2de, en den $\frac{5}{6}$ part van 't 3de deel alle malkander gelijck zijn.

$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
			6	4	3
			5	5	6
30	20	18	30	20	18

2/ 15 — 10 — 9
10
9
34 ——— 170 gul.

$\left\{\begin{array}{l}15\\10\\9\end{array}\right\}$ komt $\left\{\begin{array}{l}75 \text{ gul. / 1ste deel}\\50 \text{ gul. / 2de deel}\\45 \text{ gul. / 3de deel}\end{array}\right.$ yder deel

XLI.

Vijf Osse-weyers hueren t'samen een stuck landts, waer op A doet 30 Ossen voor 4 maenden: Vrage hoe lang'er B 40, C 24, D 20, en E 15 Ossen op weyden mogen, om eindelijck even-veel huer te betalen?

A. 30 Ossen
met 4 maenden
Divid. 120 .. door .. $\left\{\begin{array}{l}\text{Ossen}\\ \text{B. } 40\\ \text{C. } 24\\ \text{D. } 20\\ \text{E. } 15\end{array}\right\}$ facit $\left\{\begin{array}{l}\text{maenden}\\ \text{B. } 3\\ \text{C. } 5\\ \text{D. } 6\\ \text{E. } 8\end{array}\right.$

Van de selve slach.

XLII.

Vijf koopluyden A, B, C, D, E bevrachten t'samen een voerman, aen welcke A te voeren geeft 600 ℔ voor 20 mijlen: Vrage hoeveel ℔ hem B voor 15, C voor 12, D voor 10, en E voor 8 mijlen weeghs te voeren geven sal, om hem alle gelijckeveel vracht te betalen?

A. 600 ℔
20 mijlen
Divid. 12000 door $\left\{\begin{array}{l}\text{mijlen}\\ \text{B. } 15\\ \text{C. } 12\\ \text{D. } 10\\ \text{E. } 8\end{array}\right\}$ facit $\left\{\begin{array}{l}℔\\ \text{B. } 800\\ \text{C. } 1000\\ \text{D. } 1200\\ \text{E. } 1500\end{array}\right.$

XLIII.

Een koopman accordeert met een voerman om 2000 ℔ te voeren 25 mijlen weegs, met dese conditie, dat hy van't 100 ℔ voor yder mijl betalen sal 2 stuyvers. Nu 10 mijlen gevaren hebbende, so gebeurt het, dat hy om den quaden wegh 800 ℔ ontladen moet, ende met de rest voortvaert tot de begeerde plaets. Vrage hoeveel den voerman verdient heeft?

℔ stuyv. ℔
100 —— 2 —— 2000 / facit 40 stuyv. van 2000 ℔ 1 mijl te voeren.
mijl stuyv. mijlen
1 —— 40 —— 10 / facit 400 stuyv. van 2000 ℔ te voeren 10 mijlen.

2000 ℔
℔ stuyv. subtr. 800 ℔

100 —— 2 —— 1200 ℔ / facit 24 stuyv. van 1200 ℔ te voeren 1 mijl.
25 mijlen
mijl stuyv. subtr. 10 mijlen

1 —— 24 —— 15 mijlen / facit 360 stuy. van 1200 ℔ te voerẽ 15 mijlẽ.
add. 400 stuy. van 2000 ℔ te voerẽ 10 mijlẽ.

Komt somme 760 stuyv. ofte 38 gulden/ die den voerman verdient heeft.

XLIV.

Een wijn-kooper heeft tweederley wijn, te weeten, van 8 stuyv., en van 14 stuyvers de stoop. Begeert deselve onder een te mengen, sulcx dat hy het ocxhooft mach geven om 35 gulden. Vrage hoeveel stoopen hy daer toe van yder nemen moet?

Mult. 35 gul.
Mult. 80 stoopen of 1 ocxhooft. met 20 stuyv.
met 8 stuyv. komen 700 stuyv. kost het ocxhooft / gevult met wijn van 8 stuyv. en van 14 stuyvers.
Komen 640 stuyv. .... Subtr. 640
kost het ocxhooft / gevult met wijn van 8 stuyvers. rest 60 stuyv. dattet ocxhooft meer kost / gevult met wijn van 8 stuyv. en van 14 stuyv. / als alleen met wijn van 8 stuyvers: ofte oock / dat de stoopen van 14 stuyvers / dieder in't vat

vat zijn / meer beloopen / als ſomen voor deſelve hadde wijn van 8 ſtuyvers genomen.

Stuyv.
Van 14
treckt 8 ſtoop
6 ſtuyv. ——— 1 ———— 60 ſtuyv. /
verſchil op 1 ſtoop verſchil op de ſtoopen in't vat

Subtr.
80 ſtoopen/ het ocxhooft.
facit 10 ſtoopen van 14 ſtuyv.
reſt 70 ſtoopen van 8 ſtuyv.

Op de ſelfde manier vvert gevonden: ſo een munt-meeſter heeft 2 derley *ſilver, als van* 10 *penningen, en van* 8 *penningen fijn in't marck, ende hy 'tſelve onder-een begeert te ſmelten, ſulcx dat* 2 *marcken inhouden* 19 *penningen fijn, dat hy daer toe nemen moet* $1\frac{1}{2}$ *marck van* 10 *penningen, en* $\frac{1}{2}$ *marck van* 8 *penningen.*

XLV.

Van de ſelfde ſlach.

22 Perſoonen, als mans en vrouwen, hebben t'ſamen in een gelagh verteert 16 gulden, en 16 ſtuyvers. Vrage, ſo yder man betaelt 18 ſtuyv., en yder vrouw 12 ſtuyv., hoeveel mans en vrou-perſoonen daer geweeſt zijn?

Facit 12 mans / en 10 vrouw-perſoonen.

Mult. 22 perſoonen
met 12 ſtuyv.
44
22
komen 264 ſtuyv. ....
van 22 vrouwen verteert.

Mult. 16 gul. 16 ſtuyv.
20
komen 336 ſtuyv. van de mans en vrouwen t'ſamen verteert.
264 Subtr.
reſten 72 ſtuyv./ die de mans en vrouwen t'ſamen meerder verteert hebben/ als of het alle vrouwen geweeſt waren: ofte oock/ die de mans meer verteert hebben/ als daer voornemende ſo veele vrou-perſoonen.

ſtuyv.
Van 18
Subtr. 12 man ſtuyv. verſchil
verſchil 6 ——— 1 ——— 72 /

Subtr.
22 perſoonen
facit 12 mans
reſten 10 vrouwen.

XLVI.

Een dienstmaecht gaet ter merckt met $9\frac{1}{2}$ stuyvers, om voor deselve appelen en peeren te koopen. Aldaer komende, werden haer 10 appelen gelooft 1 stuyv., en 25 peeren 2 stuyvers. Vrage, so sy 100 stucx van beyde t'samen begeert, hoeveel appelen en peeren sy dan in't besonder ontfangen moet?

appelen stuyv. appelen
10 —— 1 —— 25 / Facit $2\frac{1}{2}$ stuyv. kost het 25 appelen.
Subtr. 2 stuyv. so veel het 25 peeren kost.
rest $\frac{1}{2}$ stuyv. dattet 25 appelen duyrder is alsset 25 peeren.

Subtr.

peeren stuyv. peeren $9\frac{1}{2}$ stuyv. kost het 100 appelen en peeren van beyds.
25 —— 2 —— 100 / facit 8 stuyv. kost het 100 peeren.
rest $1\frac{1}{2}$ stuyv. dattet 100 stucks van beyds meer kost/ dan alleen peeren zijnde: ofte oock dat de appelen/ dieder in't 100 komen/ duyrder zijn als de peeren / diemen daer voor soude genomen hebben.

stuyv. verschil appelen stuyv. verschil 100
$\frac{1}{2}$ —— 25 —— $1\frac{1}{2}$ / facit 75 appelen
en 25 peeren.

XLVII.

Hoe ARCHIMEDES de quantiteyt silvers, dieder in de kroon vermengt was, gevonden heeft.

Vitruvius verhaelt in sijn 9ste boeck in't 3de hooftstuck / hoe / de Koninck HIERO beloofte hebbende sijne Goden een kroon op te offeren van louteren goude / den goudt-smit/ dien deselve aen-besteet was te maecken / een deel des goudts daer van onthouden/ ende in de plaets daer onder so veel silvers vermengt heeft. Welcke dieverye van HIERO uyt de grootte der kroon bemerckende/ aen ARCHIMEDES, sonder deselve te beschadigen (nademael die seer konstich gemaeckt was) op gegeven heeft te vinden. Het welcke hy dan/ naer veelerhande bepeynsingen/ eyndtlijck/ in't badt zijnde/ uyttet rijsen en dalen des waters/ gevonden heeft/ als volgt.

Genomen hebbende twee massen van deselve swaerte als de kroon/ d'eene van

van goudt / en d'ander van silver / heeft die elck / als mede de kroon / geleyt in een vat vol waters / ende waer in deselve t'eenemael van 't water waren bedeckt / in acht nemende telckens de quantiteyt van het uytgelopen water. Waerom / naer datter ydermael so veel water uytgeloopen is / als elcke masse groot was / dan minder water / met de goude masse daer in te leggen / uytgelopen is / als met de kroon. Gelijckerwijs dan mede / met de kroon daer in te leggen / weyniger water uytgelopen is / als met de silvere masse. Uyt welck verschil hy dan reden-cavelende d'oprechte quantiteyt silvers / dieder in de kroon vermengt was / uytgevonden heeft.

Maer aengesien Vitruvius van de swaerte der kroon gheen ghewach maeckt / nochte oock op wat manier hy reden-cavelende tot die quantiteyt te vinden gekomen is: so sullen wy / stellende dat de kroon weeght 10 marck / en 't uytgelopen water der goude masse 1 ℔ / en der silvere masse $1\frac{1}{2}$ ℔ / maer der kroon $1\frac{1}{9}$ ℔ / dit Voorstel ontbinden / als volgende te sien is.

℔
Van $1\frac{1}{2}$ / uytgelopen water der silvere masse.
Subtr. 1 / uytgelopen water der goude masse.

rest $\frac{1}{2}$ ℔ waters / datter van de silvere masse (wegende 10 marck) meer uytgelopen is / als van de goude masse (van 't selve gewicht).

℔
Item van $1\frac{1}{9}$ / uytgelopen water der kroon / ofte van een masse van 10 marck / van silver en goudt onder een gesmolten.
Subtr. 1 / uytgelopen water der goude masse van 't selve gewicht.

rest $\frac{1}{9}$ ℔ waters / datter meer uytgelopen is van de kroon / die van silver en goudt is t'samen gesmolten / dan so deselve alleen van goudt waer geweest: ofte oock / 't verschil des waters / datter van 't silver in de kroon meer uytgelopen is / dan oft den goudtsmit had goudt gelaten.

Nu stelt

℔ Waters, verschil op 10 / Marck silvers. ℔ Waters, verschil op $2\frac{2}{9}$ / Marck. (silvers in de kroon.

$\frac{1}{2}$ ——— 10 ——— $\frac{1}{9}$ / facit $2\frac{2}{9}$.

'twelck getrocken van 10 marck / rest $7\frac{7}{9}$ Marck goudt in de kroon.

Merckt: *Dat, alhoewel het genoech geweest hadt de swaerte des vvaters van* 1 ℔ *silver en goudt te vveeten, alsomen daer uyt lichtelijck het uytgeloopen vvater van meer* ℔ *had konnen vinden, nochtans* ARCHIMEDES 2 *massen van de selve swaerte als de kroon genomen heeft, om des te perfecter tottet begeerde te komen: gemerckt het vveynige verschil,* *datter*

datter in't gade slaen van't uytgelopen water van 1 ℔ *mocht zijn begaen, door de menichte der* ℔ *gemultipliceert, so veel mael grooter wort, sulcx dattet een merckelijck verschil soude t'achten zijn.*

Ander manier.

Aengesien 31 ℔ *silver, by ondervinding,* 3 ℔ *minder vveegen in't vvater als in de lucht, en* 19 ℔ *goudt minder in't vvater als in de lucht, so kan men, stellende dat de kroon, als vooren, in de lucht weecht* 10 *marck, maer in't water* $9\frac{1991}{3301}$ *marck, daer uyt mede de quantiteyt des silvers vinden, als volgt.*

℔ silver in de lucht, weegt 28/ ℔ in't water, wat 19/ ℔ silver in de lucht?
31 ———— 28 ———— 19 / komt $17\frac{5}{31}$ ℔ in't water, weegt 19 ℔ silver.

Subtr. 18 ℔ in't water, weegt 19 ℔ goudt.

rest $\frac{26}{31}$ ℔ / soveel 19 ℔ goudt in't water swaerder weegt als 19 ℔ silver.

℔ goudt in de lucht, weegt 18/ ℔ in't water, wat 10/ Marck, 't gewicht der kroon in de lucht?
19 ———— 18 ———— 10 / komt $9\frac{9}{19}$ marck, weegt de kroon/ gants van goudt zijnde/ in't water.

Subtr. $9\frac{1991}{3301}$ marck, weegt de kroon/ van goudt en silver zijnde/ in't water.

℔ / verschil dat 19 ℔ goudt in't water swaerder weegt als 19 ℔ silver
$\frac{26}{31}$ ———— 19 ———— $\frac{520}{3301}$ marck, weegt de kroon/ gants van goudt zijnde/ in't water swaerder als van goudt en silver onder een ghesmolten: ofte oock/ 't verschil/ dattet onttrockene goudt in't water swaerder weegt/ alsset by-ghedane silver.

Subtr.
10 marck, silver en goudt in de kroon.
Facit $2\frac{2}{9}$ marck, silver in de kroon.
en $7\frac{7}{9}$ marck, goudt in de kroon.

Als boven.

Dus verre van simpele Arithmetische voorstellen oft werckstucken, dat is, dewelcke sonder eenige uyttrecking van wortelen konnen ontbonden worden. Wat de 3 volgende belangt, so is te weeten, dattet eerste derselve een Vlack Telkonstigh Werckstuck is, dat is, waer in men om 'tbegeerde te verkrijgen, den √Q trecken moet; maer dat beyde andre lichamelick zijn, als tot wiens ontbinding den √C moet getrocken worden.

XLVIII.

Een is schuldig ten eynde 12 maenden 17579 gulden, 12 stuyvers, en 8 penningen, accordeert met sijn crediteur deselve schult te betalen ten eynde 6 maenden; mits rabatteerende gecomposeerden interest tegens den penning 20 in't jaer. Vrage hoeveel hy ten eynde deselve tijt betalen moet?

Merckt: *Dewijl* 17579625 (3) *over* 12 *maenden te betalen tot* 17155957 (3) *te betalen over* 6 *maenden deselve reden hebben moet, als* 17155957 (3) *over* 6 *maenden te betalen, tot* 16742500 (3) *gereet: so volgt, dat* 17155957 (3) *een middel-even-reednigh getal is tussen* 17579625 (3) *en* 16742500 (3). *Om 'twelck te vinden multipliceert* 17579625 (3) *met* 16742500 (3), *dan is den √Q uyttet product, het begeerde getal.*

Besiet de volgende vvercking.

20 stup. — 12 stuyv. 8 penn.
16 — 16
— gul. 72
320 penn. — 1 — $\frac{128}{200}$ penn. / facit $\frac{200}{320}$ of $\frac{5}{8}$ guld. / dat's in tiende 625 (3)
Over 12 maendé — gereet — over 12 maenden — 24
21 — — 20 — 17579625 (3) — te weeten: deelende 5000 (3) { 625 (3)
1 1 — over 12 maenden — 20 — door 8
145850 — 17579625 .. (3) 351592500 (3)
351592500 (3) { 16742500 (3) gereet — gul. 17155 | 957
21 — 20

8789812500 — stuyv. 19 | 14
35159250 — 16
70318500 — 84
123057375 — 1 | 4
105477750 — pen. 2 | 24
17579625

294321681711561 25100 (6)

facit 1| 7| 1| 5| 5| 9| 5| 7 (3) / over 6 maenden / dat is / 17155 guld. 19 stuyv. / 2. penn. wat meer.

XLIX.

Een is ſchuldig over een jaer te betalen 17579625 (3) guldens, deſelve overkomt met ſijn crediteur deſelve ſchult te betalen over 4 maenden: Vrage hoeveel hy ten eynde des tijts betalen moet, alſmen afkort gecompoſeerden intereſt tegens den penning 20 in't jaer?

Over 1 jaer Contant Over 1 jaer Contant
21 ——— 20 ——— 17579625 (3) / komt 16742500 (3)

16742500 (3)
8371250000
334850
669700
1171975
1004550
167425
280311306250000 (6)
17579625 (3)
140155653125 0000
56062261250
168186783750
252280175625
196217914375
140155653125
196217914375
280311130625
4|927|767|647|135|156|250|000 (9)
Facit 1| 7| 0| 1| 7| 0| 1| 6 (3) over 4 maenden / dat's 17017 gul. 0 ſtuy. 5 penn. wat meer.

gul. 17017|016
20
ſtuyv. 0|32
16
1|92
3|2
penn. 5|12

L.

Een is ſchuldig gereet 16742 gul. 10 ſtuyv., deſelve accordeert met ſijn crediteur dit gelt op intreſt te houden voor 8 maenden. Vrage hoeveel hy ten eynde des tijts betalen moet, alſmen reeckent intreſt tegens den penning 20 in't jaer, wins-gewin?

Merckt:

Merckt: *Dewijl* 17579625 ③ *over* 12 *maenden te betalen tot* 17296033 ③ *te betalen over* 8 *maenden deselve reden heeft, als* 17296033 ③ *over* 8 *maenden te betalen tot* 17017016 ③ *te betalen over* 4 *maenden, en als* 17017016 ③ *over* 4 *maenden te betalen tot* 16742500 ③ *gereet: so volgt, dat* 17017016 ③ *en* 17296033 ③ *zijn* 2 *middel-proportionael getallen tussen* 16742500 ③ *en* 17579625 ③. *Waerom, om deselve te vinden, men multipliceert 'tquadraet van* 16742500 ③ *met* 17579625 ③, *en 'tquadraet van* 17579625 ③ *met* 16742500 ③, *en uyt de producten getrocken den* √C, *so komen* 17017016 ③ *en* 17296033 ③, *de begeerde getallen.*

Contant — Over 1 jaer — Contant — Over 1 jaer
20 ——— 21 ——— 16742500 ③ / komt 17579625 ③

```
                 17579625 ③
                 17579625 ③
                 ----------
                 87898125
                35159250
              105477750
             158216625
            123057375
            87898125
          123057375
          17579625
          ---------------
          309043215140625 ⑥
                 16742500 ③
          ---------------
          1545216075703 12500
        618086430281250
      1236172860562500
     2163302505984375
    1854259290843750
    309043215140625
    ---------------------------
    5|174|156|029|491|914|062|500 ⑨
Facit 1| 7| 2| 9| 6| 0| 3| 3 ③
```

```
guld. 17296|033
            |  20
stuyv.     0|66
            |16
           3|96
           6|6
penn.     10|56
```

over 8 maenden te betalen / dat is / 17296 gul. / 0 stuyv. / 10 penn. wat meer.

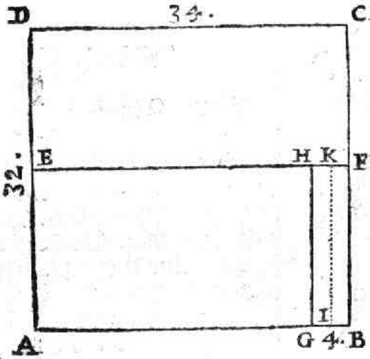
Hoedanich dese en andre diergelijcke Interest-quæstien seer kort en behendich door de Logarithmus Tafelen te solveeren zijn, siet 't 17ste Cap. van d' Arithmetica Logarithmica des hooch-geleerden Briggii.

VOLGEN
DE
GEOMETRISCHE
VOORSTELLEN.

I. Daer

I.

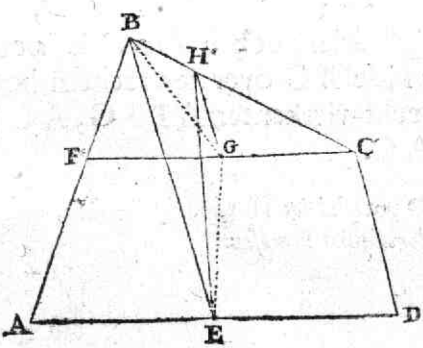
DAer is een vierkant erf, als hier A B C D, waer van de lengte A B of D C doet 34, en de breette A D of B C 32 voeten. T'selve begeertmen in tween gedeelt te hebben, met een gemeene ganck GBFH, die breet sy 4 voeten; sulcx dat de scheydliny E F evenwijdig loope met A B of DC. Vrage waer de selve op de sijde A D of B C vallen sal.



Om 'twelck te doen / sy I K getogen door 'tmidden van G B F H, evenwijdig met G H of B F, dan is G I of I B 2 / en A I 32. Nu vermenichvuldigt A B 34 met B C 32 / komt 1088/ voor d'inhoudt A B C D. Waer van de helft / als 544 / dan is de inhoudt des winckelhaecks EDCBIK of vierkants A I K E. d'Welck gedeelt door de lengte A I 32 / komt 17 / voor de breette I K of A E. aenwijsende hoeveele voeten men meeten moet van A tot E, of van B tot F.

II.

Dit vierkant A B C D te deelen in 2 gelijcke deelen, met een liny E H, komende uyt E, het midden der sijde A D.



't Werck.

Treckt C F even-wijdig met D A, dan E B, daer tegens uyt G, 'tmidden van F C, de evenwijdige, G H, voorts E H. De welcke dan is de begheerde scheydt liny.

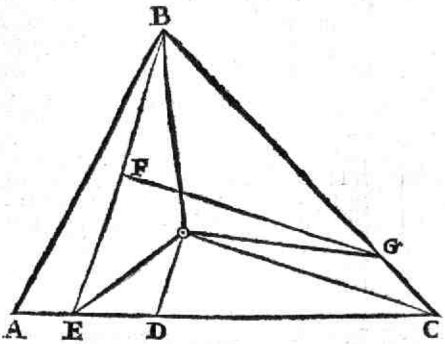
't Bewijs.

Getrocken zijnde E G, G B, so blijckt / dat deselve den vierhoeck AFCD en driehoeck FBC deelen in 2 gelijcke deelen / en dat oversulcx het stuck ABGE de helft is van den gantschen vier-

vierhoeck ABCD. Hierom/ dewijl ABGE vergaert is uyt beyde driehoecken ABE, EBG, ende EBG na 't 37 voorstel des 1 boecks Euclidis so groot is als EBH, so moet oock ABHE, (uyt ABE en EBH vergaert) de helft zijn van ABCD; en daerom de liny EH de begeerde scheydt-liny wesen. Welcke te vinden was.

III.

Den driehouck ABC te deelen in 3 gelijcke deelen, met linien komende uyt het punt O, binnen den driehouck; daer van de deelen beginnen sullen nevens de liny BO.



't Werck.

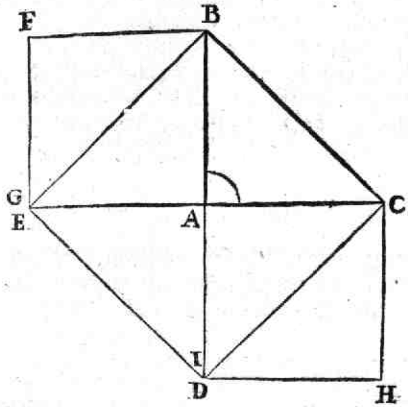
Sy uyt O tot D, het $\frac{1}{3}$ part van AC, getogen de liny OD, dan uyt B de evenwijdige BE voorts OE. Dewelcke afsnijt het stuck ABOE, zijnde een derde-part. Vorders om beyde andre derde-parten te onderscheyden/ so haelt OC, dan uyt F, 'tmidden van EB, de evenwijdige FG, voorts OG, dewelcke onderscheyt beyde andre derde-parten. Waer van 't Bewijs uyt het 37 v. des 1 boecks Eucl. openbaer is.

IV.

Van alle rechthoeckige driehoecken ABC is 'trecht-vierkant BCDE, der sijde BC over den rechten hoeck A, so groot als beyde recht-vierkanten ABFG, ACHI der andre sijden AB, AC.

Dit is het 47ste voorstel des 1sten boecks Euclidis, op een ander manier bewesen.

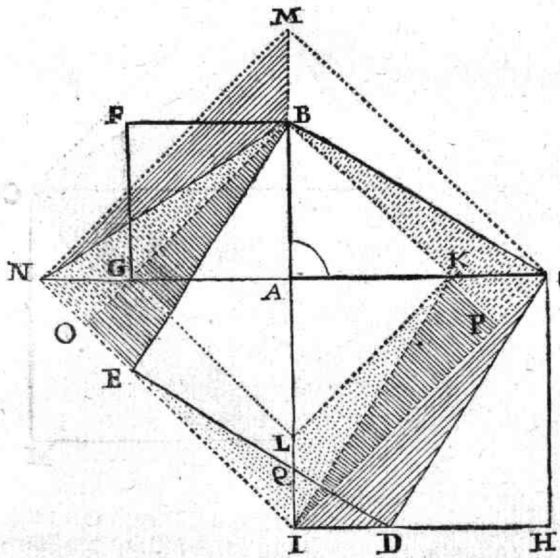
1ste *Voorval*; *alwaer* AB *en* AC *gelijck zijn.*



Eerſtelijck / ſo AB gelijck is AC, dewijl 't □ ABFG ſo groot is als den △ BED, en 't □ ACHI ſo groot als den △ BCD, ende deſe beyde driehoecken t'ſamen maecken 't □ BCDE: ſo volgt/ dattet □ BCDE ſo groot is als beyde □ten ABFG en ACHI.

Maer AB, AC ongelijck zijnde/ ſo laten genomen worden AK en AL yder gelijck aen AB, en getrocken worden BK, KL, LG, en GB. Insgelijcx genomen hebbende AM en AN yder gelijck AC, ſo treckt CM, MN, NI, en IC. Daer na haelt BN, IK, en verlengt BG, BK tot in O en P in de ghetrocke linien NI, IC; en laet ED van AI doorſneden worden in Q.

2de *Voorval*, *alwaer* AB *en* AC *ongelijck zijn.*



'Twelck aldus geſtelt zijnde/ ſo blijkt/ als vooren/ dattet □ ABFG ſo groot is als den △ BGL of BKL, en 't □ ACHI ſo groot als den △ MCI of MNI: en dat om ſulcx deſe beyde □ten t'ſamen ſoveel begrijpen alſſet vlack KBMNILK. Hierom/ als gheſeyt wort/ dat deſelve □ten t'ſamen ſoo groot zijn alſſet □ BCDE: ſo ſtaet te betoonen/ dat de ſtucken begrepe in't vlack KBMNILK mede begrepen zijn in 't □ BCDE. Het welcke dan aldus openbaer wort.

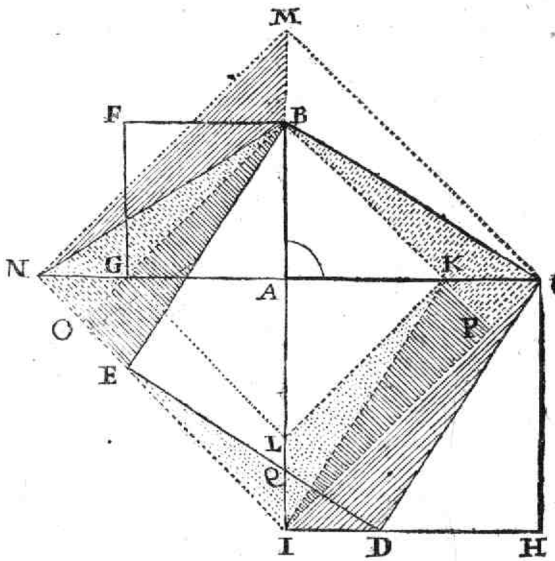
'Tſtuck

'Tstuck KBEQLK is gemeen/ ofte te gelijck in 't vlack KBMNILK en in't □ BCDE. Voorts so zijn beyde △ken BNO en OBE, begrepen in't vlack KBMNILK, gelijck beyde △ken BCP en PKI, begrepen in't □ BCDE. Gelijckerwijs dan mede beyde resteerende △ken NMB en EDI, begrepen in't vlack KBMNILK, gelijck zijn beyde resteerende △ken ICD en ILK, begrepen in't □ BCDE. Waerom / dewijl alle de geseyde stucken / begrepen in't vlack KBMNILK, mede begrepen zijn in't □ BCDE, ende van deselve in beyde gemeen overschiet den △ IQD, dan volgt / dattet vlack KBMNILK, dat's beyde □ten ABFG en ACHI, t'samen so groot zijn alsset □ BCDE.

Vervulling ofte naerder bewijs.

Gemerckt yemandt aen 'tgestelde en de gelijckheyt der geseyde driehoecken twijffelen mocht/ so is te weeten/ dat in't 1ste Voorval/ op AB en AC gemaeckt zijnde de □ten ABFG en ACHI, de linien GA en AC te samen/ als mede BA en AI t'samen [a] rechte linien zijn: item dat GA, AB, AC, en AI, alle d'een d'ander gelijck zijnde/ en d'hoecken in A recht/ en om sulcx gelijck/ dan oversulcx mede de hoecken AGB, ABG, ABC, ACB, ACI, AIC, AIG, en AGI alle d'een d'ander [b] gelijck/ ende deselve daerom [c] halve rechte hoecken zijn: als oock dat de linien GB, BC, CI, en IG alle malkander [d] gelijck zijn. Het welcke dan bewijst/ somen treckt GB, CI, en IG, dattet vierkant GBCI een □ is/ te weetē/ wiens hoecken alle recht/ en sijden d'een d'ander ghelijck betoont zijn: ofte oock/ dattet □ BCDE, gemaeckt op de sijde BC, 'tselve is / als dat begrepen wort van de 4 linien GB, BC, CI, en IG, 'twelcke wy dan een □ te wesen betoont hebben.

a na 't 14. v. des 1 b. Eucl.
b na 't 5 v. des 1 b. Eucl.
c na 't 32 v. des 1 b. Eucl.
d na 't 4 v. des 1 b. Eucl.



Op deselve manier sullen mede in't 2de voorval de vierkanten MCIN en BKLG rechte vierkanten of □ten wesen.

Belangende het 2de Voorval / alwaer de hoecken BCD en ACH recht zijnde/ en van deselve elcx getrocken den gemeenen hoeck ACD, den hoeck

BCA

BCA gelijck reſt den hoeck DCH: ſoo iſt/ dat/ dewijl alſo de hoecken tot A en C des △ ABC gelijck zijn de hoecken tot H en C des △ HDC, en de ſijde AC, wegens het □ ACHI, gelijck de ſijde CH, dan inſgelijcx oock [a] de ſijde BC aen CD, en de ſijde AB aen DH gelijck zijn ſal. Waer uyt blijckt / dat / CD rechthoeckig getrocken zijnde op CB, tot datſe IH komt te geraecken in D, deſelve dan oock ſo lang zijn ſal als CB, ende 't □ BCDE overſulcx met den hoeck D ſal komen te vallen in IH. Vorders / aengeſien der recht-hoeckige △ken NAB en BAC de ſijde NA gelijck is AC, en de ſijde AB beyde gemeen: ſo ſal mede [b] den hoeck ANB aen BCA, en den hoeck NBA aen ABC, en de ſijde NB aen BC of CD gelijck weſen. Op deſelve manier ſullen mede in de △ken AKI en ABC de ſijden IK en BC gelijck zijn. Aengeſien dan de hoecken NBA en ABC gelijck betoont zijn / ſo volgt / af-treckende van deſelve de gelijcke oft halve rechte hoecken GBA en ABK, dat mede de overige hoecken NBO en PBC gelijck ſullen weſen. S'gelijcx / de hoecken ANB en BCA gelijck weſende / ſomen tot deſelve doet de gelijcke oft halve rechte hoecken INA en ACI: ſo ſullen oock de komende hoecken ONB en BCP gelijck zijn. Hierom/ dewijl van de △ken ONB en BCP de hoecken tot N en B aen de hoecken tot C en B gelijck zijn/ en de zijde NB gelijck aen de ſijde BC, dan inſgelijcx [c] de ſijden NO en OB aen de ſijden CP en PB, en den hoeck NOB aen den hoeck BPC, en den △ NOB aen den △ BPC gelijck zijn ſullen. Waerom/ alſo den hoeck GNO als mede OGN, dat's [d] AGB, elck een halven rechten hoeck is/ en overſulcx [e] den hoeck NOG of NOB, en dienvolgens oock [f] BOE een rechten hoeck/ dan inſgelijcx den hoeck BPC een rechten hoeck zijn ſal. Hierom nademael de hoeckẽ OBP en EBC recht zijn/ en van deſelve elck afgetrocken den gemeenen hoeck EBP, de overige hoecken OBE en PBC gelijck zijn/ en dieſhalven beyde hoecken tot O en B des △ OBE gelijck zijn beyde hoecken tot P en B des △ PBC, en de ſijde OB gelijck de ſijde BP (als betoont is); ſo volgt dat mede [g] de ſijde OE aen PC, en de ſijde EB aen BC gelijck zijn ſal. Sulcx dan BE, komende rechthoeckig op BC tot in NI, deſelve oock ſo lang ſal weſen als BC, en overſulcx het □ BCDE met den hoeck E ſal komen te vallen in NI. Vorders/ aengeſien AM aen AC, [h] dat's IH gelijck is/ en AB gelijck aen DH, (als boven is betoont): ſo volgt dat mede de reſt MB aen de reſt ID gelijck is. Op de ſelve manier is mede LI gelijck ID. Hierom/ dewijl de 3 ſijden des △ NMB gelijck zijn aen de 3 ſijden des △ ICD, dan oock [i] den △ NMB aen den △ ICD gelijck is. Item dewijl NI gelijck is IC, en NO gelijck PC, ſo ſal mede de reſt OI, dat's [k] OB, aen de reſt IP gelijck weſen. Maer nu is oock OE gelijck beweſen aen PC, dat's [l] PK, en EB, dat's BC, gelijck aen IK. waerom dan inſgelijcx [m] den △ OBE aen den △ IKP gelijck is. Eyndelijck / dewijl NO, OE yder gelijck betoont zijn aen PC, en deſelve overſulcx aen malkander gelijck zijn; ende NO [n] aen OG gelijck is: ſo ſal mede OE aen OG gelijck zijn. dewelcke afgetrocken van de gelijcke OI, OB, ſo reſt mede EI gelijck GB, dat's LK. Hierom/ gemerckt EI aen LK, ED of BC aen KI, en ID aen IL gelijck is/ ſo ſal mede [o] den △ EID aen den △ ILK gelijck zijn.

BYVOUGSEL.

Uyt dit voorſtel blijckt, als 2 ſijden van een recht-hoeckigen driehoeck,

a na't 26 v. des 1 b. Eucl.
b na't 4. v. des 1 b. Eucl.
c na't 26 v. des 1 b. Eucl.
d na't 15 v. des 1 b. Eucl.
e na't 32 v. des 1 b. Eucl.
f na't 13 v. des 1 b. Eucl.
g na't 26 v. des 1 b. Eucl.
h door de bereyding.
i na't 8 v. des 1 b. Eucl.
k na't 6 v. des 1 b. Eucl.
l na't 6 v. des 1 b. Eucl.
m na't 8 v. des 1 b. Eucl.
n na't 6 v. des 1 b. Eucl.
o na't 8 v. des 1 b. Eucl.

hoe

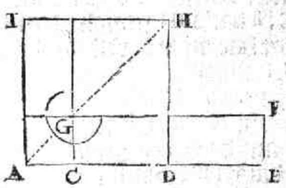
hoe 't valt, bekent zijn, hoemen daer uyt de derde onbekende sijde vinden sal. Want so, by voorbeelt, AB *doet* 3, *en* AC 4, *om* BC *te vinden: so addeert* 9, *'t* □ *op* AB, *tot* 16, *'t* □ *op* AC, *so komt* 25, *voor 't* □ *op* BC. *Waer uyt* √, *komt* 5, *voor* BC.

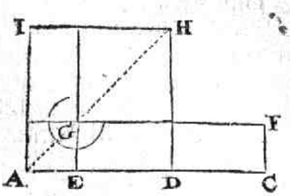
Maer AB *en* BC *bekent zijnde, om* AC *te vinden, so treckt* 9, *'t* □ *op* AB, *van* 25, *'t* □ *op* BC, *rest* 16, *voor 't* □ *op* AC. *vvaer uyt den wortel* 4, *dan is de sijde* AC. *Op deselve wijs* BC *en* AC *bekent zijnde, om* AB *te vinden, so salmen subtraheeren* 16, *'t* □ *op* AC, *van* 25, *'t* □ *op* BC, *ende sal resten* 9, *voor 't* □ *op* AB. *vvaer uyt de radix* 3, *dan is de lengte der sijde* AB.

Mede so blijckt, hoemen door 't selve een □ *maecken kan, als* BCDE, *dat so groot is als* 2 *andre voorgegeve* □ten ABFG *en* ACHI *te samen: te weeten, stellende alleen* AB, *de sijde van t'een, rechthoeckig op* AC, *de sijde van 't ander. Gelijckerwijs daer uyt oock openbaer is, hoedanich de sijden derselve* □ten *gestelt moeten worden, om het eene* □ *van het ander* □ *af te trecken, en het overige* □ *te vinden.*

V.

So op twee ongelijcke rechte linien AD, DC elck een rechtvierkant gemaeckt wordt, dan is 'trechtvierkant AH op de langste AD grooter als 'trechtvierkant GH op de kortste CD of DE om 't vierkant AF, begrepen van de somme en 't verschil der selve linien.



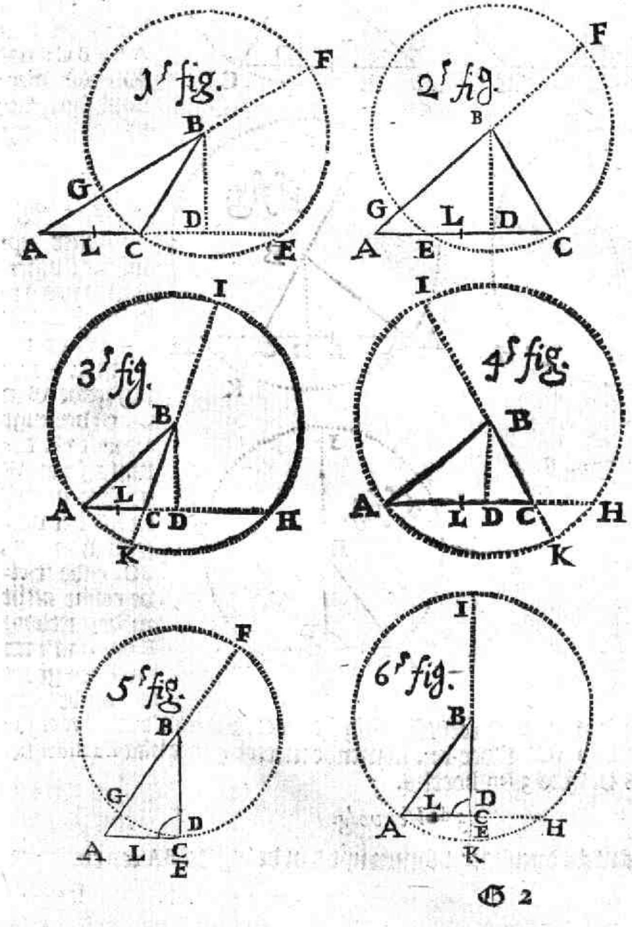


'tBewijs.

Want aengesien de 3 ▭ten IG, GD, en DF even-groot zijn / overmits deselve hebben gelijcke lengten ende gelijcke breetten: so volgt / somen van de winckelhaeck IGD aftreckt 't ▭ IG en daer by wederom in de plaets doet 't ▭ DF, dat dan 't ▭ AF so groot is als deselve winckelhaeck IGD. Hierom dewijl dese 'tverschil is dattet □ AH grooter is alsset □ GH: so blijckt dattet □ AH dan grooter is alsset □ GH om 't ▭ AF, begrepen van de somme en 'tverschil van AD, DC. Over-eenkomende mettet geene van Euclides bewesen is in't 6ste voorstel des 2den boecks / daer geleert wort / dat als CD en DE gelijck zijn dan 't ▭ CAE mettet □ op CD of DE so groot is alsset □ op AD.

VI.

So uyt den hoeck B eens driehoecks ABC, ſo 'tvalt, op de tegen-overſijde AC, als grondt, een hangende BD getrocken wordt, vallende buyten oft binnen den driehoeck ABC: dan is 'tverſchil der recht-vierkanten op d'hoeckſijden AB, BC ſo groot alſſet verſchil der recht-vierkanten op de ſtucken AD, DC, begrepen tuſſen de hangende BD, en des grondts eynden A en C.



't Bewijs.

Want nadien[a] 't □ op AB ſo groot is als beyde □ten op AD en DB, en 't □ op BC ſo groot als beyde □ten op CD en DB: ſo volgt dattet □ op AB ſo veel groter is alſſet □ op BC, als beyde □ten op AD en DB t'ſamen groter zijn als beyde □ten op CD en DB t'ſamen. Nu zijn beyde □ten op AD en DB t'ſamẽ ſoveel groter als beyde □ten op CD en DB t'ſamen/ als 't □ op AD alleen grooter is als dat op CD. Waerom dan mede 't □ op AB ſooveel grooter is als 't □ op BC, alſſet

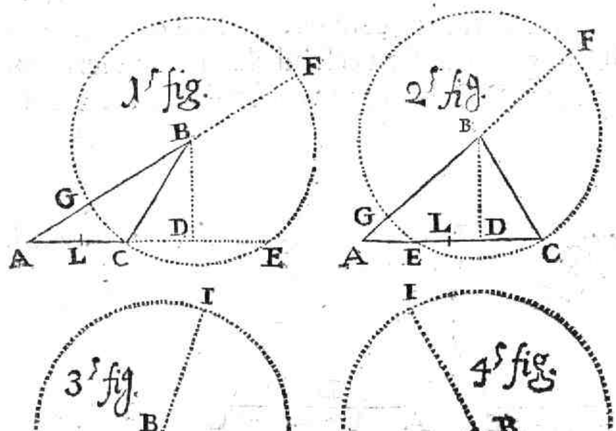
[a] Na 't 4 voorſtel deſes, ofte het 47 v. des 1 b. Eucl.

alſſet □ op AD grooter is als dat op CD. 't Welck was te bewijſen.

1ste *Vervolg.*

a na 't voorgaende voorſtel.

Hier uyt volght / ſoomen ED aen DC gelijck neemt / dewijl [a] 't □ op AD grooter is als dat op DC, om 't ▭ CAE, begrepen van de ſomme en 't verſchil van AD, DC; ende mede 't □ op AB grooter is als dat op BC, om 't vierkant begrepen van de ſomme en 't verſchil van AB, BC: dat dan dit vierkant ſoo groot is alſſet ▭ CAE.



2de *Vervolg.*

Waer uyt wijders blijckt / ſoomen uyt B in de wijtte BC een rondt beſchrijft / doorſnijdende AB in G, en verlengt zijnde in F, dewijl alſdan AF de ſomme is / en AG het verſchil van AB, BC, ende 'tſelve rondt altijt mede gaet door E dat dan 't ▭ FAG ſoo groot is alſſet ▭ CAE. Ende ſo den △ ABC rechthoeckig is in C, dat dan 't ▭ FAG ſoo groot is alſſet □ op AC. Over-een-komende mettet geene van Euclides betoont is in 't 36 v. ſijns 3den boecks.

3de *Vervolg.*

Insgelijcx is mede openbaer / ſoomen uyt B in de wijtte BA een rondt beſchrijft/

schrijft/ en AC, CB tot in den omtreck verlengt in H, I, en K dewijl wederom IC de somme/ en CK 'tverschil is van AB, BC, ende mede 't ▭ ACH, als vooren/ (wegens de gelijckheyt der linien AD, DH) begrepen is van de somme en 'tverschil van AD, DC: dat dan van gelijcken 't ▭ ICK so groot is alsset ▭ ACH. Ende so den △ ABC rechthoeckig is in C, dat dan 't ▭ ICK so groot is alsset □ op AC. Over een komende mettet geene van Euclides in't 14 v. des 2 boecks/ en 35 v. des 3 boecks is bewesen.

4de *Vervolg.*

Waer uyt eyndelijck volgt/ deelende AC in't midden L, dewijl also AC dobbel is met AL, en AE dobbel met LD, en om sulcx 't ▭ CAE 4mael so groot alsset ▭ ALD; dat dan 'tverschil der □ten op AB, BC, dat's ▭ FAG of ICK, viermael grooter is alsset ▭ ALD. Over een komende mettet geene van Pappus bewesen is in't 120 voorstel sijns 7den boecks.

BYVOUGSEL.

Uyt dit voorstel blijckt, hoemen door de 3 bekende sijden eens driehoecks ABC *vinden kan* AD, DC, *en d'hangende* BD. *Want indien* BD *komt te vallen buyten* ABC, *ende* AB, *by exempel, doet* 20, BC 13, *en* AC 11; *so salmen, om* AD *en* DC *te vinden,* AF 33 *multipliceeren met* AG 7, *ende 'tproduct* 231, *dat's 't* ▭ FAG *of* CAE, *door* AC 11 *divideeren, ende sal komen* 21 *voor* AE. *Hier van getogen* AC 11, *blijft* 10, *voor* CE, *dat's* 5, *voor* ED *of* DC. *Waer toe gedaen* AC 11, *so komt* AD 16. Besiet de eerste figuer.

Ofte oock aldus: *Vermenichvuldigende* IC 33 *met* CK 7, *so salmen* 231, *d'inhoudt des* ▭ts ICK *of* ACH *door* AC 11 *divideeren, 't komende* 21 *is voor* CH. *VVaer by doende* AC 11, *so komt* AH 32. *Daer af de helft* 16 *dan is de lengte* AD *of* DH. *Hier van getrocken* AC 11, *so rest* CD 5. Besiet de derde figuer.

Maer de hangende BD *vallende binnen* ABC, *so* AB, *by voorbeelt, doet* 15, BC 13, *en* AC 14: *Om* AD *en* DC *te vinden, so multipliceert* AF 28 *met* AG 2, *so komt* 56, *voor 't* ▭ FAG *of* CAE. *Het welck gedeelt door* AC 14, *so komt* AE 4. *Dit van* AC 14, *so rest* 10 *voor* EC, *dat's* 5 *voor* ED *of* DC. *Dewelcke getrocken van* AC 14, *so rest* AD 9. Besiet de tweede figuer.

Ofte oock aldus: *Vermenichvuldigt* IC 28 *met* CK 2, *so komt* 56, *voor 't* ▭ ICK *of* ACH. *Het welck gedeelt door* AC 14, *so komt* CH 4. *Dit by* AC 14, *komt* AH 18. *Daer af de helft* 9 *dan is de lengte* AD *of* DH. *Dewelcke getogen van* AC 14, *so rest* DC 3. Besiet de vierde figuer.

Hier uyt dan voorts licht de hangende BD *te vinden is, gelijckerwijs in't byvougsel des* 4den *Vertoogs geleert is, ofte korter aldus: VVant gemerckt 'tverschil der* □ten *op* CD *en* CB *na't voorgaende voorstel so groot is alsset* ▭ *begrepen van de somme en 'tverschil van* CD, CB; *ende mede alsmen* *'t □ op* CD *af-treckt van 't □ op* CB *na 't* 4^de^ *voorstel overblijft het □ op* BD : *so volgt dattet ▭ begrepen van de somme en 'tverschil van* CD, CB *so groot is alsset □ op* BD. *Hierom multipliceerende* 18, *de somme van* CD, CB *met* 8, *'tverschil van* CD, CB, *so is* 12, *de √ uyttet product* 144, *de lengte der hangende* BD.

Albier kan mede niet onbequamelijck betoont worden, als in een rechthoeckigen driehoeck ABC *bekent is d'een rechthoeck-sijde* AC, *mitsgaders de somme of 'tverschil van d'ander rechthoeck-sijde* BC *en de schuynse* AB, *hoemen die yder bysonder vinden sal.* (Besiet de derde en vierde figuer.)

Want so AC, *by exempel, doet* 8, *en de somme van* AB, BC, *dat's* AF *of* IC *sy* 32 : *so deelt* 64, *'t □ op* AC, *dat is*, [a] *'t ▭* FAG *of* ICK, *door* AF *of* IC 32, *so komt* 2, *voor* AG *of* CK *sijnde het verschil van* AB, BC. *Hierom van* AF 32 *getrocken* AG 2, *rest* GF 30. *Daer van de helft* 15 *is de lengte* GB, BF, *of* BC. *waer by gedaen* AG 2, *so komt* 17, *voor* AB. *Ofte oock tot* IC 32 *geaddeert* CK 2, *so komt* 34, *voor* IK, *diens helft* IB *of* BK 17 *dan is de lengte* AB. *waer van getogen* CK 2, *rest* CB 15.

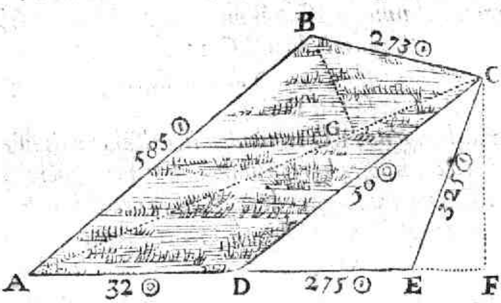
[a] Na het tweede en derde vervolgh.

Maer AC *doende* 8, *en* AG *of* CK 2, *om* AB *en* BC *te vinden : soo deelt wederom* 64, *'t □ op* AC, *dat's 't ▭* FAG *of* ICK, *door* AG *of* CK 2, *so komt* 32, *voor* AF *of* IC. *waer van getrocken* AG 2, *rest* 30, *voor* GF. *Diens helft* 15 *dan is de lengte* GB, BF, *of* BC. *Hier by gedaen* AG. 2, *so komt* AB 17.

Ofte oock tot IC 32, *geaddeert* CK 2, *so komt* 34, *voor* IK. *Daer van de helft* 17, *dan is de lengte* IB, BK, *of* AB. *waer af getogen* CK 2, *so rest* 15, *voor* BC.

VII.

Van een vierkant moeras oft water ABCD sijn bekent alle de sijden, doen AB 585 ①, BC 273 ①, CD 50 ⊙, en AD 32 ⊙. Nu is AD verlengt tot E, sulcx dat DE is 275 ①, en EC 325 ①. Vrage naer d'inhoudt ABCD?

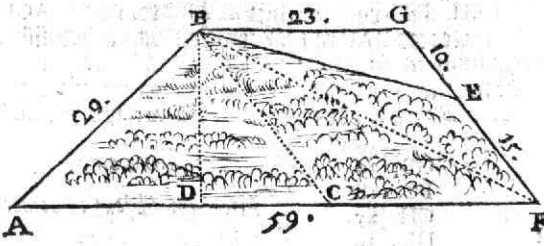


Vindt / als in 't voorgaende voorstel geleert is / door de 3 bekende sijden des △^ks^ DCE 'tverlengde stuck EF, en d'hangende CF. komt voor EF 125 ① / en voor FC 30 ⊙. Dan treckt AC, en vermenichvuldigt AD 32 ⊙ met 15 ⊙ / d'helft van FC; so so komt 480 ⓪ a/ voor d'inhoudt des △ks ACD. Voorts addeert AD 32 ⓪/ DE 275 ① / en EF 125 ① / so komt 72 ⓪ / voor de gantse AF. Tot wiens □ / als 5184 ⓪ geaddeert 900 ⓪ / 't □ op FC: so komt b 6084 ⓪ voor 't □ op AC. Waer uyt de √ / als 78 ⓪ / dan is de lengte AC. Nu vindt door de 3 sijden des △ks ABC c de hangende BG. komt voor BG 1638 ②. wiens helft / als 819 ② / gemultipliceert met AC 78 ⓪ / uytbrengt 63882 ② / voor d'inhoudt des △ks ABC. welcke geaddeert tot 480 ⓪ / d'inhoudt des △ks ACD, so is de somme 111882 ②. Hierom / dewijl 1 morgen doet 600 □ roeden / en 1 hond landts 100 □ roeden / dan d'inhoudt ABCD groot is 1 morgen / 5 hond / 18 □ roeden / en 82 □ voeten. Welcke te vinden was.

a Naer gemeene regel om d' inhoudt eens driehoecks te vinden.
b Naer 't 4 v. deses, ofte het 47 v. des 1 b. Eucl.
c Als in 't voorgaende voorstel geleert is.

VIII.

Daer is een onbeganckelick stuck veldt, van form alsset bygaende vierkant ABEF, waer van de sijde AB doet 29, AF 59, en FE 15 roeden. Voorts is FE verlengt tot in G, sulcx dat BG even-wijdig is met AF. De vrage is, so GE doet 10, en GB 23 roeden, hoeveel □ roeden dan den inhoudt ABEF zijn sal?



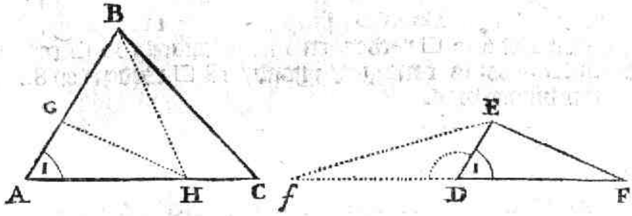
Trecht BC evenwijdig met GF, dan is BG d gelijck CF. Hierom somen BG 23 subtraheert van AF 59 / rest AC 36 / en dewijl BC gelijck is GF, en doet 25: soo volgt / soomen als in 't voorgaende Voorstel door de 3 bekende sijden des △ks ABC gaet soecken d'hangende BD, dat de selve zijn sal 20. waer van de helft 10 gemultipliceert met 82 / de somme der evenwijdige sijden BG, AF, soo komt e 820 / voor d'inhoudt des vierkants ABGF. Hier na trecht BF, en vermenichvuldigt CF 23 met 10 / de helft van BD, so komt f 230 / voor d'inhoudt des △ks CBF of FBG. Wijders / alsoo beyde △ken FBG en EBG van eene hooghte zijn / ofte tussen 2 even-wijdige linien staen / als CB en FG, ende deselve oversulcx g tot malkander staen / als haer gronden FG en EG: Hierom / somen stelt FG 25 geeft EG 10 / wat 230 / d'inhoudt des △ks FBG? so komt 92 / voor d'inhoudt des △ks EBG. welcke getrocken van den gantschen inhoudt ABGF 820 / so blijft 728 / voor d'inhoudt des vierhoecks ABEF. Welcke te vinden was.

Dit selve kan mede geschieden als in 't volgende 10ste Voorstel betoont is.

d Na 't 34 v. des 1 b. Eucl.
e Naer gemeene regel, om den inhoudt eens vierkants met 2 evenwijdige zijden te vinden.
f Naer gemeene regel, om den inhoudt eens driehoecks te vinden.
g Na 't 1 v. des 6 b. Eucl.

IX.

De driehoecken ABC, DEF met een gelijcken hoeck I zijn tot malkander, als de vierkanten BAC, EDF, besloten van de sijden BA, AC en ED, DF om de gelijcke hoecken.

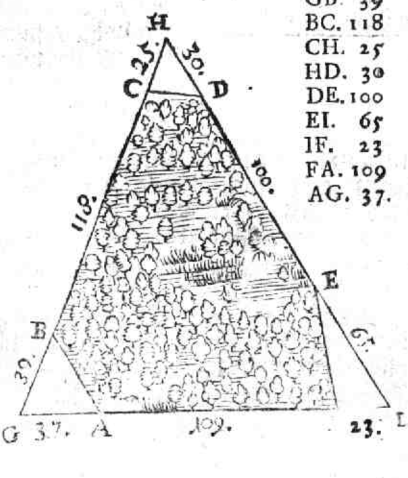


't Bewijs.

Want nemende AG, AH gelijck DE, DF so treckt GH, HB: dan is [a] den △AGH gelijck den △ DEF. Nu is de reden van ABC tot AGH gecomposeert uyt de reden van ABC tot ABH, en uyt de reden van ABH tot AGH [b]. Waerom/ dewijl [c] ABC tot ABH is/ als AC tot AH, en ABH tot AGH, als AB tot AG, dan de reden van den △ ABC tot den △ AGH gecomposeert is uyt de reden van AC tot AH, en uyt de reden van AB tot AG. Nu is mede [d] de reden van't ▭ BAC tottet ▭ GAH gecomposeert uyt de reden van BA tot AG, en uyt de reden van AC tot AH. Waerom dan den △ ABC tot den △ AGH dat's DEF is/alsset ▭BAC tottet ▭GAH of EDF.'twelck was te bewijsen.

't Selve blijckt mede van beyde △ken ABC en DE*f*, wiens hoecken tot A en D te samen doen 2 rechte hoecken; gemerckt FD gelijck gestelt zijnde aen D*f*, den △*f* DE aen den △ DEF [e], als oock het ▭ *f*DE aen het ▭ EDF gelijck is.

a *na't 4 v. des 1 b. Eucl.*
b *nademael de reden der uytterste gecomposeert is uyt de redens der middelste.*
c *na't 1 v. des 6 b. Eucl.*
d *na't 23. v. des 6 b. Eucl.*
ē *na't 38 v. des 1 b. Eucl.*



GB. 39
BC. 118
CH. 25
HD. 30
DE. 100
EI. 65
IF. 23
FA. 109
AG. 37.

BYVOUGSEL.

Hier uyt blijckt, hoemen den inhoudt van een bosch of water vinden kan, 'twelck in een driehoeck kan besloten worden. Als, by voorbeelt, om te vinden den inhoudt des 6 *hoecks* ABCDEF, *besloten in den* 3hoeck GHI, *waer van alle de linien, als hier nevens, bekent zijn: so vindt eerstelick door de* 3 *bekende sijden* [f] *den inhoudt des*

f *Als in't sevenste Voorstel deses.*

des △ks GHI. *so komt voor* GHI 14196. *Dan stelt, gelijck* 30758 *'t* ▭ HGI *tot* 1443 *'t* ▭ BGA, *also* 14196 *tot* 666, *d'inhoudt des* △ks GBA. *Wederom soo stelt, ghelijck* 35490 *'t* ▭ GHI *tot* 750 *'t* ▭ CHD, *also* 14196 *tot* 300, *d'inhoudt des* △ks CHD. *Eyndelijck, gelijck* 32955 *'t* ▭ GIH *tot* 1495 *'t* ▭ FIE, *also* 14196 *tot* 644, *d'inhoudt des* △ks FEI. *Hierom addeerende* 666, 300, *en* 644, *ende de somme* 1610 *getrocken van* 14196, *so rest* 12586, *voor den begeerden inhoudt* ABCDEF.

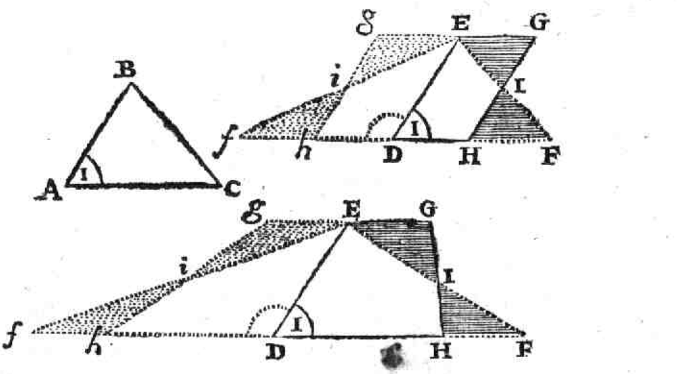
X.

Soo een driehoeck ABC en vierhoeck DEGH een gelijcken hoeck 1 hebben, ende beyde sijden DH, EG evenwijdig zijn: dan is den driehoeck ABC tot den vierhoeck DEGH, alsset vierkant van AC, AB tottet vierkant van DH, EG en DE.

't Bewijs.

Zijnde EG gestelt van H tot F in de verlengde DH, so treckt EF, doorsnijdende HG in I: dan is den △ DEF so groot als den vierhoeck DEGH. aengesien de gelijcke △ken EGI en HFI a. Hierom / dewijl DF de somme is van DH en EG, ende na 't voorgaende voorstel den △ ABC is totten △ DEF,

a *Die gelijck zijn na 't 29 en 26 v. des eersten b. Eucl.*

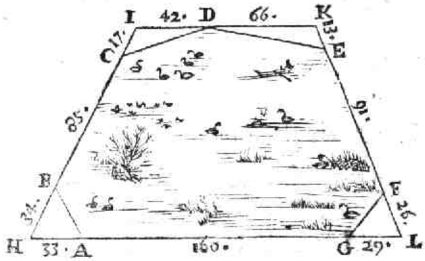


dat's den 4hoeck DEGH, alsset ▭ CAB tottet ▭ FDE: soo blijckt / dat den 3hoeck ABC is tot den 4hoeck DEGH, alsset ▭ van AC, AB tottet ▭ van DH, EG en DE. 't Welck was te bewijsen.

'i Selve blijckt op gelijcke wijs van den 3hoeck ABC en 4hoeck DE*g h*, welckers hoecken tot A en D te samen 2 rechte hoecken doen.

BYVOUGSEL.

Hier uyt is openbaer, hoemen den inhoudt van een boſch of water vinden kan, 'twelck in een vierhoeck kan beſloten worden, hebbende twee even-wijdige ſijden. Want ſo, by voorbeelt, den inhoudt te vinden waer des 7 hoecks ABCDEFG, *beſloten zijnde in den* 4hoeck HIKL, *waer van de ſijden* IK,HL *evenwijdig zijn, en alle de ſtucken rontom, als hier nevens, zijn bekent: ſo vindt eerſtelick, als in't* 8ſte *Voorſtel deſes geleert is, den inhout* HIKL, *komt voor* HIKL 19800. *Dan ſtelt* 44880, *'t* ▭ *van* HL, IK *en* HI, *geeft* 1122, *'t* ▭ *van* HA, HB, *wat* 19800? *ende ſal komen* 495, *voor d'inhoudt des* △ks HBA. *Wederom ſo ſtelt*, 44880 *'t* ▭ *van* HL, IK *en* HI *geeft my* 714, *'t* ▭ *van* CI, ID, *wat* 19800? *ende ſal komen* 315, *voor d'inhoudt des* △ CID. *Wijders ſo ſtelt*, 42900, *'t* ▭ *van* HL, IK *en* LK, *geeft* 858, *'t* ▭ *van* DK, KE, *wat* 19800? *ende komt* 396, *voor d'inhoudt des* △ DKE. *Eindelick ſo ſtelt*, 42900, *'t* ▭ *van* HL, IK *en* LK, *geeft my* 754, *'t* ▭ *van* GL, LF, *wat* 19800? *ende komt* 348, *voor d'inhoudt des* △ GFL. *Hierom addeerende* 495, 315, 396, *en* 348, *en de ſomme* 1554 *getrocken van* 19800, *ſo reſt* 18246, *voor den begeerden inhoudt* ABCDEFG.



HB.	34
BC.	85
CI.	17
ID.	42
DK	66
KE.	13
EF.	91
FL.	26
LG.	29
GA.	160
AH.	33

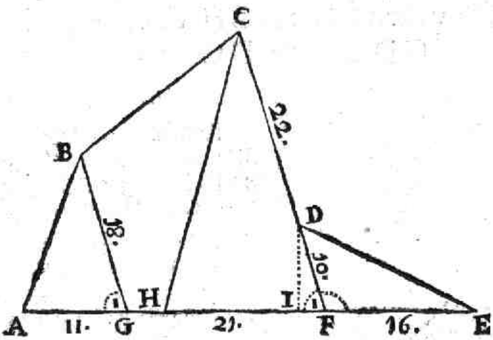
XI.

Dit ſtuck landts A B C D E begeertmen te deelen in 2 gelijcke deelen, met een liny C H, komende uyt den hoeck C. Vrage waer deſelve op de tegen-overſtaende ſijde A E vallen ſal? als C D verlengt is tot in F, en B G evenwijdig getogen met CF, doende AG 11, GB 18, GF 21, FD 10, DC 22, en FE 16 Roeden.

'tWerck.

't Werck.

Treckt 160 / 'tvierkant DFE, van 1248 / de somme van 't vierkant AGB, en van BG, CF en GF, rest 1088; waer van de helft / als 544 / gedeelt door CF 32 / so komt HF 17 roeden.



Bewijs.

Na 't voorgaende Voorstel zijn de 3 inhouden ABG, GBCF, FDE, als mede d'inhoudt HCF, tot malkander / als de vierkanten van AG, GB, van BG, CF en GF, van DF, FE, en van HF, FC tot malkander zijn. Hierom / soo CH gestelt wort d'inhoudt ABCDE in tween gelijck te deelen / so volgt dat beyde vierkanten van HF, FC en van DF, FE de helft zijn der voorsz 3 vierkanten van AG, GB, van BG, CF en GF, en van DF, FE. dat is / dat deselve gelijck zijn de helft des vierkants van AG, GB, de helft des vierkants van BG, CF en GF, en de helft des vierkants van DF, FE. Van welcke dan elcx genomen 'tvierkant van DF, FE, so blijft het vierkant van HF, FC gelijck de helft der beyde vierkanten van AG, GB, en van BG, CF en GF, weyniger de helft des vierkants van DF, FE. Waer uyt dan blijckt / dat beyde vierkanten van AG, GB en van BG, FC en GF geaddeert / en van de somme getrocken 'tvierkant van DF, FE, de helft der rest is 'tvierkant van HF, FC. 'twelck somen 't deelt door CF, d'eene sijde / so komt uyt d'ander HF. Als begeert was.

BYVOUGSEL.

Vorders indien begeert waer d'inhoudt ABCDE, *so salmen wijders meeten een der hangende uyt* B, C, *of* D, *als by exempel* DI. *Die dan oock door reeckening kan verkregen worden, naer leering van 't* 6 *Voorstel deses, mits daer toe meetende* DE. *Hierom so* DI, *by voorbeelt, sy* 9 *roeden, so salmen stellen* FD 10 *geeft* DI 9, *wat* 1408? *de somme der* 3 *vierkanten van* AG, GB, *van* BG, CF *en* GF, *en van* DF, FE. *Ende sal komen* 12672 (1). *waer van de helft, als* 6336 (1), *dan is d'inhoudt* ABCDE.

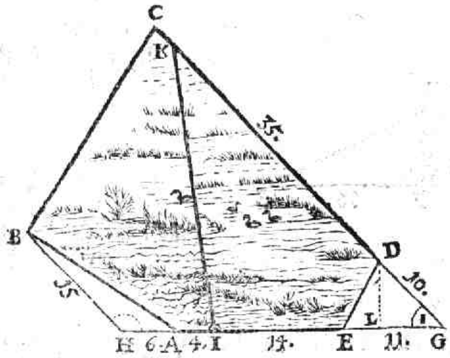
XII.

Daer is een onbeganclijck stuck veldts ABCDE beslooten in een vierkant HBCG, waer van HB evenwijdig is

met

met GC: Het welck men begeert gedeelt te hebben in 2 gelijcke deelen, met een liny IK, komende uyt een gegeve punt I in de sijde AE. Vrage, waer deselve op de tegenoverstaende sijde CD vallen sal? als BH doet 15, HA 6, AI 4, IE 14, EG 11, GD 10, en DC 35 roeden.

't Werck.



Trecht 90/ 't vierkant BHA, van 2210/ de somme van 't vierkant EGD en van BH, CG en HG, so rest 2120. waer van de helft 1060 door IG 25 gedeelt/ so komt $42\frac{2}{5}$ ofte 42.4(1) / voor GK. De welcke uyt de gantsche GC 45 (0) afgetrocken/ so blijft 2.6 (1) / soo veele roeden en voeten de scheydt-liny IK komt van den hoeck C op de sijde CD te vallen. Waer van 't bewijs/ als van 't voorgaende Voorstel/ ghedaen wort.

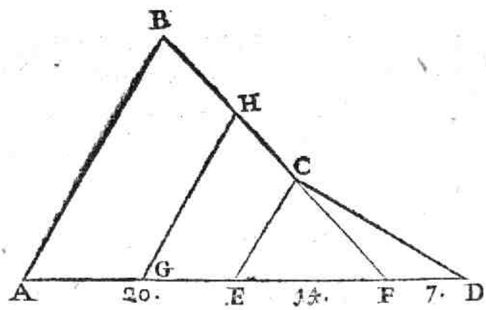
BYVOUGSEL.

Wijders om d'inhoudt ABCDE *te vinden, so salmen verder meeten een der hangende uyt* B *of* D, *als, by exempel,* DL. *Die anders oock door reeckening kan gevonden worden, gelijck in't* 6 *Voorstel geleert is; mits daer toe meetende* ED. *Hierom* DL *zijnde, by voorbeelt,* 6 *roeden: soo stelt,* GD 10 *geeft* DL 6, *wat* 1900, *'tverschil dattet vierkant van* BH, CG *en* HG *grooter is als beyde vierkanten* BHA, EGD? *ende sal komen* 1140. *waer van de helft, als* 570, *dan is d'inhoudt* ABCDE.

XIII.

Daer is een vierhoeckig stuck landts, als hier ABCD, waer van de sijde BC verlengt is tot in F, ende in 't selve is gehaelt de liny CE evenwijdig met AB: 'twelck men begeert in tween gelijck te deelen, met een liny GH evenwijdig tegens AB. Vrage waer deselve op de sijde AD vallen sal? als AE doet 20, EF 14, en FD 7 roeden.

't Werck.



't VVerck.

Dan 1156/'t □ op AF, ghetrocken 98/'t ▭ EFD, ſo is 23/de wortel uyt 529 / de helft der reſt/de lengte GF.

't Bewijs.

Nae 't 19 v. des 6 boecks Euclidis is den △ ABF tot dẽ △ ECF, alſſet □ op AF tottet □ op EF. Nu is [a] den △ ECF tot den △ FCD, als EF tot FD, dat is/ nemende EF voor gemeene hoochte / alſſet □ op EF tottet ▭ EFD. Waerom dan mede [b] den △ ABF tot den △ FCD is/ als 't □ op AF tottet ▭ EFD. Voorders is mede [c] den △ ABF tot den △ GHF, als 't □ op AF tottet □ op GF. Waer uyt dan volgt/ dat de △ken ABF, GHF, en FCD tot malkander ſtaen/ als de □ten op AF, GF, en 't ▭ EFD tot malkander zijn. Nu is door 't werck 't □ op GF de helft des verſchils/dattet □ op AF grooter is alſſet ▭ EFD. Waerom dan oock den △ GHF de helft is des verſchils / dat den △ ABF grooter is als den △ FCD. Hierom/ ſomen daer eens / en hier 2 mael addeert den △ FCD, dan beyde △ken GHF en FCD te ſamen/ dat's 'tſtuck GHCD, half ſo groot zijn als beyde △ken ABF en FCD t'ſamen/ dat's half ſoo groot als den vierhoeck ABCD; ende om ſulcx de liny GH den vierhoeck ABCD deelt in 2 gelijcke deelen. 't Welck te doen was.

a *Na 't 1 v. des 6 b. Eucl.*
b *na 't 22 v. des 5 b. Eucl.*
c *na 't 19 v. des 6 b. Eucl.*

Vervolg.

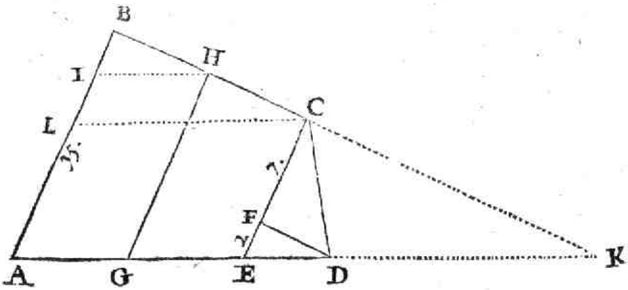
Uyt het geene betoont is blijckt/ dat den △ ABF is tot den △ FCD, alſſet □ op AF tottet ▭ EFD.

XIV.

In dit bygaende vierkant ABCD is getrocken de liny CE even-wijdig met AB, item DF even-wijdig met BC. Nu begeertmen 'tſelve in tween gelijck gedeelt te hebben met een liny GH, even-wijdig tegens AB. Vrage hoe ſulcx te doen ſy, als mede naer de lengte der liny GH, als AB doet 15, EF 2, en FC 7 roeden.

't VVerck.

Addeert 225 / 't □ op AB, tot 63 / 't ▭ ECF, dan is 12 / de √ uyt de helft der somme/ de lengte der scheydt-liny GH. Hierom/ somen van A tot I



meet 12 roe. / en treckt IH met AD even-wydig / totse BC ontmoet in H, en dan haelt HG met AB even-wijdig / so sal deselve 't vierkant ABCD in tween gelijck deelen.

't Bewijs.

a *na 't 19 v. des 6 b. Eucl.*
b *na 't 1 v. des 6 b. Eucl.*
c *na 't 22 v. des 5 b. Eucl.*
d *na 't 19 v. des 6 b. Eucl.*

Verlengende AD, BC totse versamen in K, soo is [a] den △ ABK tot den △ ECK, als 't □ op AB tottet □ op EC. Nu is [b] den △ ECK tot den △ DCK, als EK tot DK, of EC tot CF, dat is / nemende EC voor gemeene hoochte/ alsset □ op EC tottet ▭ ECF. Waerom dan [c] den △ ABK tot den △ DCK is / alsset □ op AB tottet ▭ ECF. Maer gelijck den △ ABK tot den △ GHK, also is mede [d] 't □ op AB tottet □ op GH. Waerom dan de △ken ABK, GHK, en DCK tot malkander staen/ als de □ten op AB, GH, en 't ▭ ECF tot malkander zijn. Nu is door 't werck 't □ op GH de helft van 't □ op AB en 't ▭ ECF. Waerom dan oock den △ GHK de helft is van beyde △ken ABK en DCK. Nu aengesien dese 2 t'samen begrijpen 2mael den △ DCK en eens den vierhoeck ABCD; maer GHK slechs eenmael den selven △ DCK mitsgaders het stuck GHCD: so volgt dat eenmael den △ DCK mettet stuck GHCD is half so groot als 2mael den selven △ DCK met den vierhoeck ABCD. En hierom / somen daer eens en hier 2mael aftreckt den △ DCK, soo is openbaer dattet ginder overblijvende stuck GHCD is half so groot als den hier overblijvenden vierhoeck ABCD, en dat om sulcx de liny GH deelt ABCD in 2 gelijcke deelen. 't Welck te doen was.

Vervolg.

Uyttet geene bewesen is blijckt/ dat den △ ABK is tot den △ DCK, alsset □ op AB tottet ▭ ECF.

BYVOUGSEL.

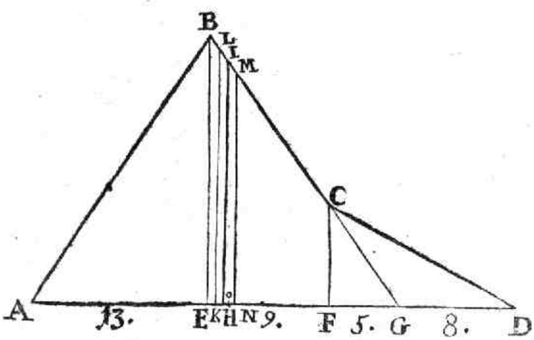
Vorders om te vinden, waer GH *op* AD *komt te vallen, so salmen wijders meeten* ED, *dewelcke doende, by voorbeelt,* 6 *r.* : *so sal, vermits de* △ken

△ken EFD, IBH *door de even-wijdigheyt der sijden gelijckformig zijn*, a FE 2 *zijn tot* ED 6, *als* BI 3 *tot* IH *of* AG 9. *Aenwijsende hoeveele roeden de scheydt-liny* GH *van den hoeck* A *komt te vallen naer den hoeck* D. a na 't 4 v. des 6 b. Eucl.

Eyndelijck AB *even-wijdig vvesende met* CD, *dat's* CD *deselve zijnde als* CE *om dat alsdan het* ▭ ECF *het selve is alsset* □ *op* EC, *so salmen om* ABCE *in tween gelijck te deelen, beyde* □ten *op* AB *en* EC *te samen addeeren, ende, als vooren, uyt de helft der somme den* √ *extraheeren, so komt de lengte der scheydt-liny* GH. *Gelijck so* AB *vvaer* 31, *en* EC 17 *r, so sal alsdan komen* 25 *r. voor* GH. *Voorts om te vinden, vvaer deselve op* AE *valt, naer dat gemeeten is* AE, *nemende die te doen* 21 *r, soo treckt* GH *dat's* AI 25 *van* AB 31, *so rest* IB 6, *item* EC *dat's* AL 17 *van* AB 31, *so rest* LB 14; *dan spreeck, nademael beyde* △ken BLC *en* BIH *van gelijcke form zijn*, BL 14 *geeft* LC *dat's* AE 21, *wat* BI 6? *ende sal komen* 9 *r. voor* IH *of* AG. *Op deselve wijz,* GH *deelende* ABCE, *als vooren, sal mede 't* □ *op* GK *de helft zijn van beyde* □ten *op* AK *en* EK.

XV.

Dit vierhoeckig stuck landts ABCD, waer in BE, CF rechthoeckig getrocken zijn op AD, en BC tot in deselve is verlengt in G, te deelen in 2 gelijcke deelen, met een liny HI rechthoeckig op AD. Vrage waer de selve op AD vallen sal? als AE doet 13, EF 9, FG 5, en GD 8 roeden.



't Werck.

Treckt 40/'t ▭ FGD, van 378/'t ▭ AGE, dan is 13/de √ uyt 169/ de helft der rest/ de lengte HG.

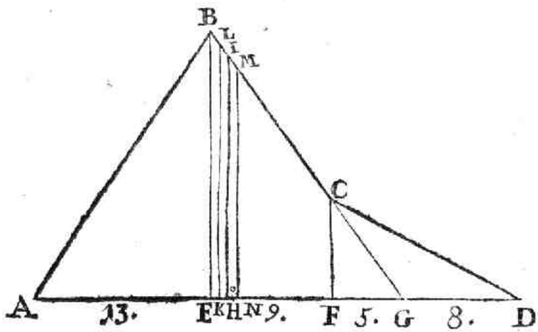
't Bewijs.

Na' 1ste Voorstel des 6 boecks Euclidis is den △ ABG tot den △ EBG, als AG tot EG, dat is/ nemende EG voor gemeene hooghte/ alsset ▭ AGE tottet □

op

a na't 19 v. des 6 b. Eucl. op EG. Nu is [a] den △ EBG tot den △ HIG, alsset □ op EG tottet □ op HG. Waerom dan [b] den △ ABG tot den △ HIG is/ alsset ▭ AGE tottet □ op HG. Maer gelijck den △ HIG tot den △ GCD, also is door 'tvervolg

b na't 22 v. des 5 b. Eucl. van 't 13 Voorstel 't □ op HG tottet ▭ FGD. Waer uyt dan volgt/ dat de △ken ABG, HIG, en GCD tot malkander staen/ als 't ▭ AGE, 't □ op HG, en 't ▭ FGD tot malkander zijn. Nu is door 'twerck 't □ op HG de helft des verschils/ dattet ▭ AGE grooter is alsset ▭ FGD. Waerom dan oock den △ HIG de helft is des verschils/ dat den △ ABG grooter is als den △ GCD. Hierom/ somen daer eens/en hier 2 mael addeert den △ GCD, dan beyde △ken HIG en GCD t'samen/ dat's 'tstuck HICD, half so groot zijn als beyde △ken ABG en GCD t'samen/ dat's dē vierhoeck ABCD: en oversulckx dan de liny HI den vierhoeck ABCD deelt in 2 gelijcke deelen. 't Welck te doen stondt.



Vervolg.

Uyttet geene bewesen is blijckt / dat den △ ABG is tot den △ HIG alsset ▭ AGE tottet □ op HG: item [c] ABG tot GCD, alsset ▭ AGE tottet ▭ FGD.

c na't 22 v. des 5 b. Eucl.

BYVOEGSEL.

Wanttet hier te Lande in't gemeen gebruyckelick is, de landen met slooten te onderscheyden: hierom somen, tot onderscheyding van de 2 voorsz gelijcke deelen, een gemeene scheyd-sloot begeert te laten schieten, als KLMN, *van een gegeve breette, als, by voorbeelt van* 1 *roede, sulcx dat beyde afgesnede stucken* ABLK *en* NMCD *even groot zijn: Soo is te weeten, dat, nadien dese gelijcke stucken afgetrocken van de 2 gelijcke deelen* ABIH *en* HICD, *also mede de resten* KLIH *en* HIMN *gelijck ofte even-groot zijn, dan oversulcx oock, als in't vervolg van 't voorgaende Voorstel, het* □ *op* HG *de helft zijn sal van beyde* □ten *op* KG *en* NG. *Waerom somen, om* KH *en* HN *te vinden,* KN *in* O *in tween gelijck deelt, en daer door alsdan mede* [d] *de* □ten *op* KO *en* OG *t'samen de helft zijn van beyde* □ten *op* KG *en* NG: *so volgt dat beyde* □ten *op* KO *en* OG *t'samen so groot zijn alsset* □ *op* HG, *en die daerom doen* 169. *Nu doet* KN I, *en* KO $\frac{1}{2}$, *en om sulcx 't* □ *op* KO $\frac{1}{4}$, *'tWelck afgetrocken van* 169, *blijft* 168 $\frac{3}{4}$,

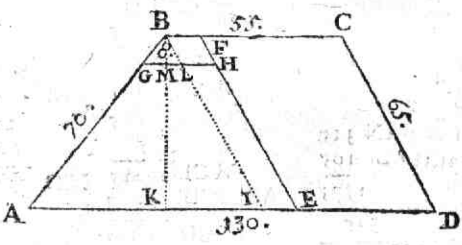
d na't 10 v. des 2 b. Eucl.

voor

voor 't □ op OG, *dat's* OG $\sqrt{168\frac{3}{4}}$, *zijnde weynich meerder als* 1299 ②. *VVaer-by geaddeert* KO $\frac{1}{2}$ *of* 5 ①, *so komt* KG 1349 ②. *Hier af-getogen* HG 13 ⓪, *so rest weynich meer als* 49 ②, *voor* KH. *Item van* OG 1299 ② *getrocken* ON 5 ①, *so rest* NG 1249 ②. *Dese van* HG 13 ⓪, *rest weynich minder als* 51 ②, *voor* HN. *VVaer uyt blijckt, dat, alsoo 't geen* 1 *duym verschil bedraegt, de linien* KL, NM *te trecken uyt haer rechte plaets, ofte in gelijcke breette aen weder-sijden de liny* HI, *het dan in de * Meetdaet op 't veldt gebruyckelick is, naer datmen* HI *gevonden heeft, deselve linien* KL, NM *tot elcke sijde van* HI *te trecken ter helft van de voorgestelde breette: overmits sodanigen kleynen verschil aldaer niet te achten is.* * *In Praxi Geodetica.*

XVI.

't Vierkant ABCD, waer van de sijde BC even-wijdig is met AD, te deelen in 2 gelijcke deelen AGHE, EFCD, met een gemeene ganck of laen GBFH, welcke breet sy 8 voeten: sulcx dat de scheydt-liny EF even-wijdig zy met CD. Vrage waer deselve op de sijde AD of BC vallen sal, als AB doet 70, BC 55, CD 65, en AD 130 voeten?

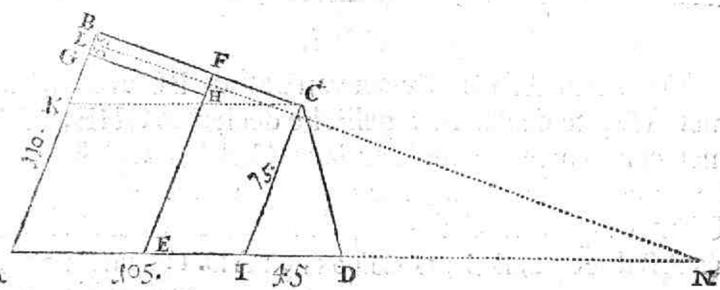


Getrocken hebbende BI even-wijdig met CD, soo vindt/ als in't 8ste Voorstel geleert is/ de breette BK, ende sal komen 56. Dan stelt BK 56 geeft my AI 75/ wat BM 8/ komt $10\frac{5}{7}$/ voor GL. Welcke geaddeert tot BC, AD 185/ komt $195\frac{5}{7}$/ voor GH, FC, AD. Hierom/ dewijl beyde stucken AGHE en EFCD gelijck gestelt worden/ en derhalven BK 56/ de breette des stucks EFCD, tot MK 48 de breette des stucks AGHE is/ gelijck de somme van GH, AE tot de somme van FC, ED: so volgt/ somen stelt 104/ de somme van BK en MK, geeft MK 48/ wat sal my geven $195\frac{5}{7}$/ so sal komen $90\frac{30}{91}$/ voor FC, ED, dat's $45\frac{15}{91}$ voeten voor FC of ED, aenwijsende de plaets/ daer de scheydt-liny EF op de sijde AD of BC komt te vallen. Als begeert was.

XVII.

Dit vierkant ABCD, waer in CI ghetrocken is even-wijdig met AB, begeertmen te deelen in twee even-groote deelen AGHE, EFCD, met een gemeene ganck of laen GBFH, die op de ſijde AB breet ſy 10 voeten; ſulcx dat de ſcheydt-liny EF even-wijdig loope met AB. Vrage waer deſelve op de ſijde AD vallen ſal? Als AB doet 110, AI 105, IC 75, en ID 45 voeten.

Om't welck te vinden, doet als volgt.



Add. { AB 110
IC. 75

ſomme 185 Mult. IC 75
met AI. 105 met ID 45

Subt. { AB. 110
IC of AK. 75 KC of AI Subt. { AB. 110
LB. 5

KB. 35 —— 105 —— AL. 105/AN. 315
met AL. 105

925 375
185 300

Mult. KC. 105 KC. 105 1575 ABCI. 19425 ICD. 3375
met KB. 35 105 315 Add. ICD. 3375

525 525 ALN. 33075 ABCD. 22800
315 105 Subt. ALME. 11400 helft ALME. 11400

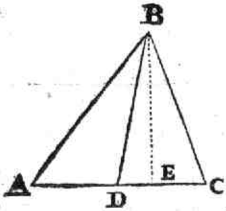
KBC. 3675 - □KC. 11025 —— EMN. 21675, □EN. 65025

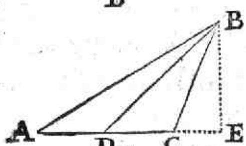
Hier uyt √ komt EN. 255, welcke getrocken van AN. 315 ſo reſt AE 60. So veele voeten de ſcheydt-liny EF, van den hoeck A naer den hoeck D, op de ſijde AD komt te vallen.

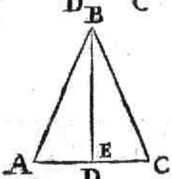
XVIII. Soo-

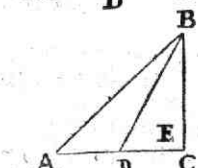
XVIII.

Soo uyt den hoeck B eens driehoecks ABC, ſoo 't valt, *122 prop. 7. Pappi Alexandrini.*
tot het midden D der overſtaende ſijde AC een rechte liny
BD getrocken wort: dan zijn de recht-vierkanten der ſijden AB, BC om den ſelven hoeck B t'ſamen dobbel met
beyde recht-vierkanten, daer van het eene op de getrocke
liny BD, en het ander op AD of DC de helft der overſtaende ſijde AC gemaeckt wort.









't Bewijs.

Sy uyt B op AC, ofte naer dat deſelve verlengt
is / ghetrocken de hangende BE: dan zijn beyde
□ten op AB en BC a gelijck beyde □ten op AE, *a na 't 47*
EC, en tweemael 't □ op EB. Nu zijn de □ten op *v. des 1 b. Eucl ofte*
AE, EC b dobbel met beyde □ten op AD, DE. *'t 4 v. deſes.*
Waerom dan de □ten op AB, BC dobbel zijn der *b na 't 9 of*
□ten op AD, DE, en EB. Hierom/ alſo die op DE *10 v. des 2 b. Eucl.*
en EB c t'ſamen ſo groot zijn alſſet □ op DB, en *c na 't 47 v.*
daerom 't dobbel derſelve gelijck tweemael 't □ *des 1. ofte*
op DB: ſo volgt dat de □ten op AB, BC gelijck zijn *na 't 4 v.*
tweemael de □ten op AD, DB. 't Welcke was het *deſes.*
voorgeſtelde.

T'ſelve verſtaet mede / als beyde ſijden AB,
BC gelijck zijn / ende de hangende BE in 't punt D
komt te vallen: aengeſien de □ten op AD, DC
alſdan gelijck zijn / ende deſelve / als geſeyt is/
met tweemael 't □ op DB ſoo groot zijn als de
□ten op AB, BC; ende daerom die op AB, BC t'ſamen dobbel met die op AD, DB.

Gelijck oock / ſo de hangende BE in 't punt A
of C komt te vallen. In welcken geval 't □ op
AB d gelijck is de twee □ten op AD, DB, met noch *d na 't 12*
tweemael 't ▭ ADC, dat is / tweemael 't □ op *v. des 2 b.*
DC. Tot welcke elcx gedaen 't □ op BC: ſo komen *Eucl.*
beyde □ten op AB, BC gelijck de 3 □ten op
AD, DB, en BC, met noch tweemael 't □ op DC.
Nu zijn beyde □ten op BC en DC e ſoo groot *e na 't 47*
alſſet □ op DB. Waerom dan beyde □ten op AB, BC gelijck zijn de 2 □ten *v. des 1 b.*
op AD, DC, dat's tweemael 't □ op AD of DC, met tweemael 't □ op *Eucl. ofte*
DB. Gelijckerwijs voorgeſtelt was. Hierom/ ſo uyt/ etc. 't Welcke was *'t 4 v. deſes.*
te bewijſen.

BYVOUGSEL.

Hier uyt is openbaer, als de 3 sijden eens driehoecks ABC *bekent zijn, hoemen de lengte der liny* BD *vinden kan. Want* AB *doende, by voorbeelt,* 19, BC 17, *en* AC 20: *somen addeert* 361, *'t* □ *op* AB, *tot* 289, *t'* □ *op* BC, *ende de somme* 650 *halveert, so komt* 325, *voor beyde* □ten *op* AD *en* DB. *vvaer van ghetrocken* 100, *'t* □ *op* AD *of* DC, *soo rest* 225, *voor 't* □ *op* BD. *vvaerom dan* BD *is* 15.

Op gelijcke wijz so AB, BD, *en* BC *bekent zijn, ende* AC *begeert wort; so addeert* 361 *en* 289, *de* □ten *op* AB, *en* BC, *en van* 325, *de helft der somme, treckt* 225, *'t* □ *op* BD: *soo rest* 100, *voor 't* □ *op* AD *of* DC. *vvaer uyt den* √, *komt* 10 *voor* AD *of* DC, *ende sal also* AC *doen* 20. *d'welck begeert was.*

XIX.

Sy ABC een driehoeck, soo't valt, wiens hoeck B door de liny BD in tween gelijck gedeelt zy. Vorders, so sy uyt C, een van beyde andre hoecken A of C, in de wijtte van't aengelege deel CD, een rondt beschreven, als DEF, doorsnijdende BD, ofte naer dat deselve verlengt is in E: segge dat dan BD tot BE is, gelijck AD tot DC, ofte AB tot BC.

Bewijs.

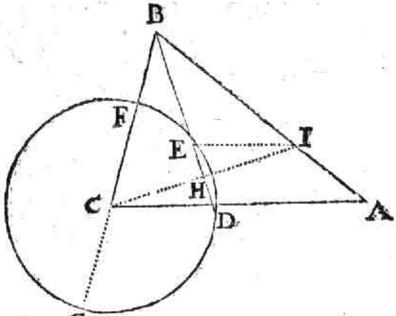
Soo AB, BC gelijck zijn, soo volgt dat BD de sijde AC recht hoeckig als mede in tween ghelijck deelt; item dattet rondt DEF alsdan de liny BD in D raeckt, ende deselve BD in sulcken geval voor 2 gelijcke linien mach gereeckent worden.

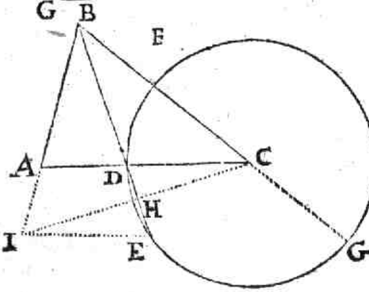
Maer AB, BC ongelijck zijnde, soo treckt uyt C op BD, ofte naer dat deselve verlengt is, de hangende CH, de welcke voort-getrocken AB ontmoete, ofte naer dat die verlengt is, in I. Voorts haelt IE

Aengesien dan door 't ghestelde de hoecken tot B der △ken CBH en IBH ghelijck zijn, en de hoecken tot H, door 'therentsel, recht, item de sijde BH beyde ghemeen: soo volgt dat mede d'andre sijden BC, CH aen d'andre sijden BI, IH [a] gelijck zijn. Hierom, alsoo beyde hoecken DHC en EHI der △ken DCH en IEH [b] ghelijck zijn, en CH gelijck HI, item DH gelijck HE [c], dan mede DC aen IE, en den hoeck DCH aen den hoeck EIH [d] gelijck zijn sal: en oversulcx IE [e] even wijdig met AC: en dienvolghens den △ BEI van de selfde form als den △ BDA. Waerom dan [f] BE tot EI, dat's CD, is, als

a na't 26 v. des 1 b. Eucl.
b na't 15 v. des 1 b. Eucl.
c na't 3 v. des 3 b. Eucl.
d na't 4 v. des 1 b. Eucl.
e na't 27 v. des 1 b. Eucl.
f na't 4 v. des 6 b. Eucl.

als BD tot DA: item BE tot BI, dat's CB, als BD tot BA. dat is / overandert [g] BE tot BD, als CD tot DA, gelijk oock CB tot BA. 't Welck was te bewijsen.





g na't 16 v. des 5 b. Eucl.

BYVOUGSEL.

Hier uyt blijckt, als CB, BD, *en* CD *bekent zijn, hoemen lichtelick* BA *en* AD *vinden kan.*

Laet, by voorbeeldt, CB *doen* 42, BD 45, *en* CD 39. *Addeert* CD *of* CG 39 *tot* CB 42, *so komt* GB 81: *item treckt* CD *of* CF 39 *van* CB 42, *soo rest* FB 3. *Dan multipliceert* GB 81 *met* FB 3, *so komt* 243, *voor 't* ▭ GBF *of* DBE [a]. *'twelck gedivideert door* DB 45, *komt voor* BE $5\frac{2}{5}$. *Hierom, gelijck* BE $5\frac{2}{5}$ *tot* BD 45, *also* CD 39 *tot* DA 325: *en* CB 42 *tot* BA 350.

a na'tvervolg van't 36 v. der 3 b. Eucl.

Merckt: *Dit een selfde wijz van doen te wesen, als ofmen door de 3 bekende sijden des* △ CBD [b] *de lengte* BE *ginck soecken, die de somme of 'tverschil is van beyde stucken* BH, HD *nevens de hangende* CH, *vallende op de liny* CD: *en datmen dan stelde, als* BE $5\frac{2}{5}$ *tot* EI *of* CD 39, *also* BD 45 *tot* DA 325; *en wederom als* BE $5\frac{2}{5}$ *tot* BI *of* BC 42, *also* BD 45 *tot* BA 350.

b na't 6 v. deses.

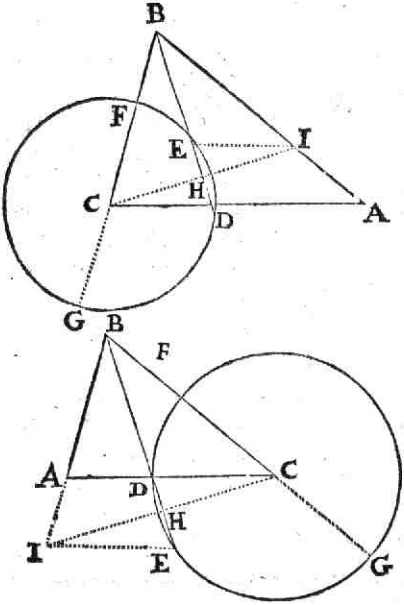
XX.

Soo uyt den hoeck B eens driehoecks ABC, soo't valt, een rechte liny BD tot de overstaende sijde AC getrocken wert, den hoeck B in tween gelijck deelende: dan is het vierkant van beyde sijden AB, BC om den selven hoeck B, so groot alsset vierkant van beyde stucken, AD, DC der geseyde sijde AC, met t'samen 'trecht vierkant op de getrocke liny BD.

't Bewijs.

Na 't voorgaende Voorstel is EB tot BD, als CD tot DA, ofte CB tot BA: Nu is mede a EB tot BD, nemende BD voor gemeene hooghte alsset ▭ EBD, dat is / 't ▭ GBF b / tottet □ op BD. Desgelijcx is oock CD tot DA, nemende CD voor ghemeene hoochte/alsset □ op CD tottet ▭ CDA. Waerom dan 't ▭ GBF tottet □ op BD is/ alsset 't □ op CD tottet ▭ CDA. Ende c 't ▭ GBF met t'samen 't □ op CD of CF, dat is / d 't □ op CB tottet □ op BD met t'samen 't ▭ CDA, ghelijck 't □ op CD tottet ▭ CDA, dat is / (als ghesept is) als CD tot DA, ofte CB tot BA. Maer gelijck CB tot BA, alſo is mede/ nemende CB voor gemeene hoochte/ e 't □ op CB tottet ▭ CBA. Waerom dan 't □ op CB tottet □ op BD met t'samen 't ▭ CDA is/ gelijck 't selve □ op CB tottet ▭ CBA. Waer uyt dan volgt f, dattet □ op BD met t'samen 't ▭ CDA so groot is alsset ▭ CBA. 't Welck was te bewijsen.

a *Na 't 1 v. des 6 b. Eucl.*
b *na 't vervolg des 36 v. des 3 b. Eucl.*
c *na 't 12 v. des 5 b. Eucl.*
d *na 't 6 v. des 2 b. Eucl.*
e *na 't 1 v. des 6 b. Eucl.*
f *na 't 9 v. des 5 b. Eucl.*



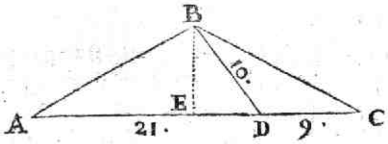
BYVOUGSEL.

Hier uyt is openbaer, als de 3 sijden eens driehoecks ABC *bekent zijn, hoemen de lengte der liny* BD *vinden kan. Want so* AB *doet* 45, BC 80, *en* AC 100; *ende* AC 100 *in de reden van* AB *tot* BC *gedeelt wort, dat's in de reden van* 9 *tot* 16; *so sal komen* 36, *voor* AD, *en* 64, *voor* DC: *ende dienvolgens* 2304, *voor 't* ▭ ADC. *'t Welck getrocken van* 3600, *'t* ▭ ABC, *so rest* 1296, *voor 't* □ *op* BD. *Waerom dan* BD *is* 36.

Alhier en kan niet onbequamelick bygevoegt werden: so de 2 sijden AB *en* BC *des driehoecks* ABC *gelijck zijn, ende uyt* B *totte overstaende sijde* AC *een liny* BD *naer gevallen getrocken wort: dattet* ▭ ABC, *begrepen van beyde gelijcke sijden* AB, BC, *so groot is alsset* ▭ ADC, *begre-*

pen

pen van beyde ſtucken der derde ſijde AC, *mitſgaders 't* □ *op de getrocke liny* BD.



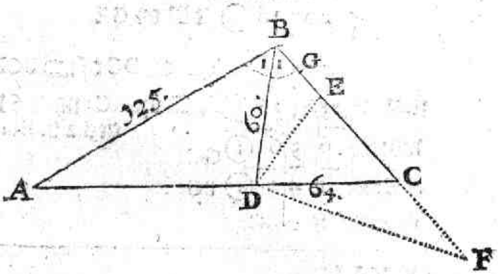
Want treckende BE *rechthoeckig op* AC, *ſo deelt deſelve den hoeck* ABC, *als mede de liny* AC, *in tween gelijck. Waerom dan* [a] *'t* ▭ ADC *met t'ſamen 't* □ *op* ED *ſoo groot is alſſet* □ *op* AE *of* EC, *dat is, 't* ▭ AEC. *Nu is 't* ▭ AEC *met t'ſamen 't* □ *op* EB, *door 't bovenbetoonde, ſo groot alſſet* ▭ ABC. *Waerom dan mede 't* ▭ ADC *met beyde* □ten *op* ED *en* EB, *dat's mettet* □ *op* BD *aen 't* ▭ ABC *gelijck is. Gelijck voorgeſtelt was.*

a na 't 5 v. des 2 b. Eucl.

Waer uyt blijckt, als AD, DB, *en* DC *bekent zijn, ende doen* 21, 10, *en* 9: *hoemen lichtelick* AB *of* BC *vinden kan: te weeten, addeerende ſlechs* 189, *'t* ▭ ADC, *tot* 100, *'t* □ *op* BD, *ſo komt* 289, *voor 't* ▭ ABC, *waer uyt den* √ *is* 17, *voor* AB *of* BC. *Item ſo* AD, DC *bekent zijn, mitſgaders* AB *of* BC, *hoe* BD *te vinden is: te weeten, treckende alleen* 189, *'t* ▭ ADC, *van* 289, *'t* ▭ ABC: *ſoo blijft* 100, *voor 't* □ *op* BD, *waer uyt den* √ *is* 10, *voor* BD.

XXI.

'tSelve geſtelt zijnde, als vooren, ſomen wijders ſtelt, als AB tot BD, alſo BD tot BE, en treckt DE: ſo ſeg ick, dattet vierkant BCE ſo groot is alſſet recht-vierkant op DC.



't Bewijs.

Want aengeſien/ na 'tvoorgaende voorſtel/ 't ▭ ABC ſo groot is alſſet ▭ ADC met t'ſamen 't □ op BD, dat is/ 't ▭ ABE: ſoo volgt/ dattet ▭ ABC min 't ▭ ABE, dat's 't ▭ van AB, EC, ſoo groot is alſſet ▭ ADC. Hierom [a] gelijck AB tot DC, alſo AD tot EC. Maer gelijck AB tot DC, alſo is [b] 't ▭ van AB, DC tottet □ op DC: Item gelijck AD tot EC, alſo is 't ▭ van AD, BC tottet ▭ BCE. Waerom dan

a na 't 16 v. des 6 b. Eucl.
b na 't 1 v. des 6 b. Eucl.

c 't ▭

c na 't 11 v. des 5 b. Eucl. d na 't 14 v. des 5 b. Eucl.

c 't ▭ van AB, DC tottet □ op DC is / gelijck 't ▭ van AD, BC tottet ▭ BCE. Nu is 't ▭ van AB, DC so groot alsset ▭ van AD, BC (nademael AB tot BC is/als AD tot DC): waerom dan oock d 't □ op DC so groot is alsset ▭ BCE. 't Welck was te bewijsen.

1ste *Vervolg.*

e na 't 6 v. des 6 b. Eucl. f na 't 17 v. des 6 b. Eucl.

Hier uyt volgt: somen BF ghelijck neemt aen BA, en treckt DF, dat den △ FBD van de selfde form is als den △ DBE, als oock DEC van deselve form als DBC. Gemerckt FBD gelijckformig is aen DBE e, overmits den gemeenen hoeck tot B, en dat FB, dat's AB, tot BD ghestelt wort / als DB tot BE; maer DEC gelijckformig aen DBC, uyt oorsaeck van den ghemeenen hoeck tot C, en dat BC tot CD is/ als DC tot CE, f door dien 't ▭ BCE so groot betoont is alsset □ op DC.

2de *Vervolg.*

g na 't 37 v. des 3 b. Eucl.

Oock soo is hier uyt te besluyten / somen om den △ DEF een rondt beschrijft / dattet selve van BD in D geraeckt wort g, gelijck oock somen om DBE een rondt beschrijft/ dattet selve van AC in D geraeckt wort.

BYVOEGSEL.

Hierom so AB, BD, *en* DC *bekent zijn, ende doen* AB 125, BD 60, *en* DC 64, *so is daer uyt licht te vinden, hoeveel dan* BC *zijn sal: gelijck blijckt uyt de hier-bygevoegde wercking.*

Deelt 't □ op BD, dat is/'t ▭ FBE. ~~3600~~ (1) door FB of BA. 125 — 288 (1) BE; 144 (1) helft/dat's BG of GE

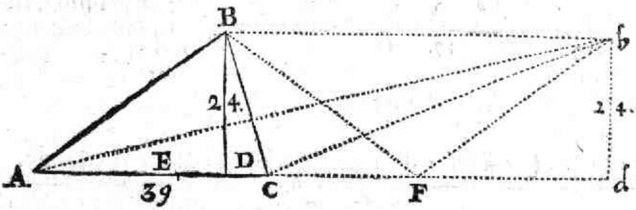
144 (1)
144 (1)
576
576
144
Addeert 20736 (2) 't □ op GE.
4096 't □ op DC of ▭ BCE.
somme 4303 36 (2) 't □ op GC: na 't 6 v. des 2 b. Eucl.
wortel 6 5 6 (1) GC
Addeert 1 4 4 (1) BG
somme 8 0 BC.

XXII.

In desen by-gestelden driehoeck ABC is bekent de hangende BD, doet 24, ende de grondt AC 39. Vrage, als

als AB tot BC ſtaet, als 8 tot 5, hoeveel dan AB en BC doen ſullen?

Deelt AC 39 in E in de reden van 8 tot 5 / ſo komt 24 / voor AE, en 15 / voor EC. Dan ſtelt / als 9 / 't verſchil dat AE langer is dan EG, tot AE 24 / alſo EC 15 / tot EF, die dan gelijck is FB, ende ſal komen voor FB 40. Voorders dewijl den △ DBF recht-hoeckig is / ende beyde ſijden DB en BF bekent



zijn / en doen 24 en 40: ſo volgt / dat / na 't 4 Voorſtel deſes / de derde ſijde DF dan zijn ſal 32. welcke getrocken van de gantſche AF 64 / als oock daer toe geaddeert / ſo reſt 32 voor AD, en komt 96 voor A *d*. Tot wiens □ten, als 1024 en 9216 / elcx gedaen 576 / 't □ op DB of *db*: ſo komen 1600 en 9792 / voor de □ten op AB en A *b*, en dienvolgens 40 en √ 9792 / voor AB en A *b*. Waerom dan BC is 25 / en *b*C √ 3825.

Waer van 't Bewijs openbaer is uyttet 2de werckſtuck der Voorſtellen van 't 2de Boeck onſes Tractaets De Locis Planis Apollonii. Daer uyt dan met eenen allhier te ſien is / als de hangende en grondt eens driehoecks bekent gegeven worden / mitſgaders de reden / die d'andre twee ſijden tot malkander hebben / dat deſelve elck van een dobbel beſluyt zijn konnen / te weeten / dat AB kan zijn of 40 of √ 9792 / en BC of 25 of √ 3825 / dat is / maeckende te ſamen of een ſcherp-hoeckigen of een wijt-hoeckigen driehoeck / ſonder datter iets van de gegeve dingen behoeft verandert te worden.

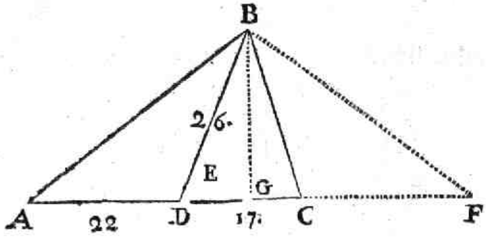
XXIII.

In deſen bygaenden driehoeck ABC is getrocken de liny BD, ſoo 't valt, doet 26, deelende AC in D, ſulcx dat AD is 22, en DC 17. Vrage, ſo AB tot BC ſtaet, als 8 tot 5, hoeveel dan AB en BC doen ſullen?

Deelt AC 39 (als vooren) in E, ſulcx dat AE tot EC zy / als 8 tot 5: ende ſal komen 24 / voor AE; en 15 / voor EC. Dan ſtelt / als 9 / 't verſchil van AE, EC, tot AE 24 / alſoo EC 15 / tot EF of FB, welcke daerom

K zijn

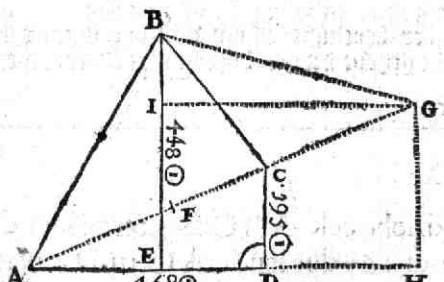
zijn sal 40. Wijders treckt AD 22 van AE 24/ so blijft 2/ voor DE: de-welcke ghedaen tot EF 40/ so komt 42/ voor DF. Ende zijn also be-kent de 3 sijden des △ks DBF. Hierom somen door deselve/ na 't 6ste voorstel deses/ gaet soec-ken het stuck DG, mits-gaders de hangende BG, soo salmen vinden voor DG 10, en 24 voor BG.



Eyndelick/ addeert AD 22 tot DG 10/ komt t'samen 32 voor AG, waer van't □ 1024 gedaen tot 576/ 't □ op BG: so komt 1600/ voor 't □ op AB, en daerom 40/ voor AB. Waer uyt volgt dat dan BC is 25.

XXIV.

Een heeft een vierhoeckig ſtuck landts, als hier ABCD, waer van bekent is, dat den hoeck D recht is, ende dat AD doet 468 ①, en DC 195 ①; item dat de liny BE, welcke uyt B rechthoeckig op AD komt te vallen, lanck is 448 ①. De vrage is, ſo AB tot BC ſtaet, als 8 tot 5, hoe-veel dan d'inhoudt ABCD, als mede d'onbekende ſijden AB en BC doen ſullen?



Ghevonden hebbende AC 507 ①/ als in't 4de Voorstel deses geleert is/ so deelt deselve in F, als vooren/ dat is/ dat AF tot FC zy/ als 8 tot 5/ sal komen 312 ①/ voor AF, en 195 ①/ voor FC. Dan stelt/ als 117 ①/ 'tverschil van AF, FC, tot AF 312 ①/ also FC 195 ①/ tot FG of GB; welcke daerom zijn sal 52 ⓪. Waer by gedaen AF 312 ①/ komt 832 ①/ voor AG. Voorts/ overmits de △ken ACD en AGH gelijckformig zijn/ so stelt/ AC 507 ① geeft AG 832 ①/ wat geeft AD 468 ①/ so komt AH 768 ①: item wat CD 195 ①/ so komt GH 32 ⓪. Nu treckt GH ofte IE 32 ⓪ van BE 448 ①/ rest IB 128 ①/ wiens □/ als 16384 ②/ getrocken van 2704 ⓪/ 't □ op BG, so blijft 254016 ②/ voor 't □ op IG, waerom dan IG of EH is 504 ①, welcke getrocken ghetrocken van AH 768 (1) / soo rest 264 (1) / voor AE. wiens □ / als 69696 (2) / gedaen tot 200704 (2) / 't □ op EB: so komt 2704 (0) / voor 't □ op AB, dat's 52 (0) / voor AB. waerom dan BC is 325 (1). Eyndelick om d'inhoudt ABCD te vinden / so vermenichvuldigt BE 448 (1) met 132 (1) / de $\frac{1}{2}$ van AE, komt 59136 (2) / voor d'inhoudt ABE: Item 643 (1) / de somme van BE, CD, met 102 (1) / de $\frac{1}{2}$ van ED, komt 65586 (2) / voor d'inhoudt EBCD. Welcke t'samen geaddeert / so komt 124722 (2) / dat's 1247 vierkante roeden / en 22 vierkante voeten / voor den gantscyen inhoudt ABCD. Welcke te vinden was.

XXV.

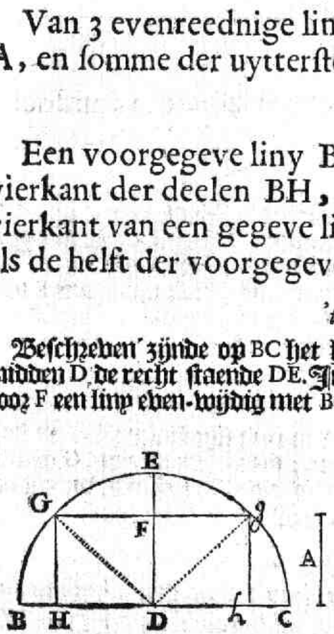
Van 3 evenreednige linien gegeven zijnde de middelste A, en somme der uytterste BC : te vinden de uytterste.

Ofte:

Een voorgegeve liny BC te deelen in H, sulcx dattet vierkant der deelen BH, HC soo groot zy als het rechtvierkant van een gegeve liny A. Sijnde deselve niet langer als de helft der voorgegeven liny.

't Werck.

Beschreven' zijnde op BC het half-rondt BEC, so treckt op deselve uyttet midden D, de recht staende DE. In welcke teyckenende DF gelijck A, so haelt door F een liny even-wijdig met BC, doorsnijdende den omtreck in de punten G, g. Uyt dewelcke somen treckt GH, gh rechthoeckig op BC, dat's even-wijdig met DE, alsdan BH en HC beyde de uytterste sullē zijn, ofte oock het ▭ begrepen van BH, HC so groot wesen alsset □ op HG of A. Waer van 't Bewijs blijckt uyttet vervolg van't 8ste Voorstel des 6 boecks Euclidis, daer geleert is / dat BH, HG, en HC zijn drie evenreednige linien.



Mede so blijckt / dat de liny A niet grooter mach gegeven worden als de helft der liny BC: nademael 't □ op BD of DC 't grootste vierkant is / datter van de deelen der liny BC kan gemaeckt worden.

Item / dattet Voorstel is van een dobbel besluyt / dat is / dat de liny BC te gelijck in beyde punten H en h gedeelt wort / sulcx dat de liny A de middelevenreednige is tussen beyde deelen BH, HC of Bh, hC; ofte dattet □ op A so groot is alsset ▭ BHC of BhC.

BYVOEGSEL.

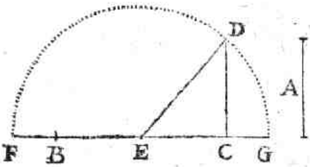
Hierom so A *en* BC *bekent zijn, en doen* 12 *en* 26, *om te vinden* BH, HC, *so treckt* 144 *'t* □ *op* HG *of* A, *van* 169 *'t* □ *op* GD *of* BD, *soo rest* 25, *voor 't* □ *op* HD. *Waer uyt de* √, *komt* 5, *voor* HD. *Die van* BD 13 *afgetrocken, overlaet* 8, *voor* BH; *en by* DC 13 *toegedaen, te samen maeckt* 18, *voor* HC. *Sulcx dan* BH, HC *doen* 8 *en* 18, *oft oock* 18 *en* 8.

Op deselve wijz, bekent zijnde d'inhoudt eens vierkants BHC 144, *en de somme der sijden* BH, HC, *dat's* BC 26, *so worden mede gevonden deselve elck in het bysonder.*

XXVI.

Van 3 even-reednige linien gegeven zijnde de middelste A, en 'tverschil der uytterste BC: te vinden de uytterste.

't Werck.



Getrocken hebbende uyt C op BC de recht-staende CD gelijck A, so sy uyt E, 'tmidden van BC, tot D gehaelt de linie ED. Dewelcke gestelt zijnde van E tot F en G: so seg ick dat FC, CG beyde uytterste zijn.

't Bewijs.

Want dewijl [a] FC, CD, en CG drie even-reednige linien zijn / en door 't werck FE aen EG, en BE aen EC gelijck is: so is mede FB aen CG gelijck/ en om sulcx BC het verschil / dat FC langer is als CG, tussen de welcke dan CD, dat's A, is de middel-even-reednige. 'tWelck te doen was.

a na 'tvervolg van 't 8 v. des 6 b. Eucl.

BYVOEGSEL.

Hierom soo A *en* BC *bekent zijn, en doen* 12 *en* 10, *so kanmen daer uyt lichtelick vinden* FC *en* CG. *Want addeerende* 25, *'t* □ *op* EC, *tot* 144, *'t* □ *op* CD, *soo komt* 169, *voor 't* □ *op* ED. *Waer uyt* √, *komt* 13, *voor* ED, EF, *of* EG. *Hierom tot* FE 13, *gedaen* EC 5, *so komt* FC 18; *en van* EG 13, *getrocken* EC 5, *so rest* CG 8.

Op deselve wijz, door dien [b] *'t* ▭ FCG *soo groot is alsset* □ *op* CD *of* A, *soo blijckt, hoemen uyt d'inhoudt eens vierkants* FCG 144, *en 'tverschil der sijden* FC, CG, *dat's* BC 10, *yder sijde* FC *en* CG *vinden sal.*

b na 't 14 v. des 2 b. ofte na 't 17 v. des 6 b. Eucl.

XXVII. Van

XXVII.

Van 3 even-reednige linien gegeven zijnde een der uyt-
terste AB, en de somme der middelste en ander uytterste
BC: te vinden elck bysonder.

't Werck.

Naer dat AB, BC in een liny ghestelt
zijn/ en AC verlengt tot D, tot dat CD
gelijck is aen CB: soo deelt AD na 't 25
Voorstel in E, sulcx dattet ▭ AED so groot zy alsset □ op CD, dat is/ dat
CD zy de middel-evenreednige tussen AE en ED, dan sal CE de middelste
zijn/ en ED d'ander uytterste.

't Bewijs.

Want aengesien door 't werck AE tot CD is / als CD tot ED: so sal mede a na 't 17
gedeelt a AB met CE tot CD zijn / als CE tot ED. Hierom dewijl de gantse v. des 5 b.
AB met CE is tot de gantse CD, als de afgetrocken CE tot de afgetrocken Eucl.
ED: so sal oock b de rest AB tot de rest CE zijn/ als de gantse tot de gantse/ of b na 't 19
de afgetrocke CE tot de afgetrocke ED. Waerom dan AB, CE, en ED de be- v. des 5 b.
geerde even-reednige zijn. Welcke te vinden waren. Eucl.

Anders,

Naer dat AB, BC, als vooren/ in een
liny gestelt zijn/ so vindt a tussen deselve a na 't 13
de middel-evenreednige BF. Dan treckt v. des 6 b.
van F tottet midden van AB de liny Eucl.
FG. Dewelcke gestelt zijnde van G tot
H, so seg ick dat BH de middelste / en
HC d'ander uytterste is.

Want overmits b 't ▭ AHB mettet b na 't 6
□ op GB soo groot is alsset □ op GH, v. des 2 b.
dat's GF: so sal mede/ aftreckende we- Eucl. c na 't 47
derzijds het □ op GB, het overblijvende ▭ AHB so groot zijn alsset over- v. des 1 b.
blijvende □ op BF c. Nu is d 't □ op BF mede so groot alsset ▭ ABC. Waer- Eucl. ofte
om dan de vierkanten AHB en ABC even groot zijn: en daerom e AH tot AB, 't 14 v. des ses.
als BC tot BH, dat's gedeelt en omgekeert f AB tot BH, als BH tot HC. d na 't 17
v. des 6 b.
Eucl.

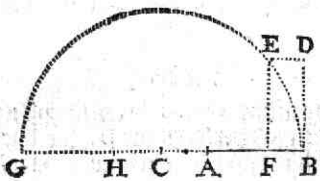
BYVOUGSEL.

e na 't 16

Hierom soo AB *en* BC *bekent zijn, en doen* 4 *en* 15: *Om te vinden* v. des 6 b.
BH, CH, *so vermenichvuldigt* 15 *met* 4, *so komt* 60, *voor 't* ▭ ABC Eucl.
of 't □ *op* BF. *Waer by gedaen* 4, *'t* □ *op* GB, *so komt* 64, *voor 't* □ f na 't 17 v.
op GF. *Waer uyt* √, *komt* 8, *voor* GF *of* GH. *Hier van getogen* GB 2, des 5. b. en
so rest BH 6. *Waerom dan* HC *is* 9. 't vervolg
van 't 4 v. des 5 b.
Eucl.

Al-

Alwaer vorders is te mercken, hoemen door hulp der 1[ste] *manier*, *Een voorgegeve liny* AB *in* F *snijden kan*, *anders als van* Euclides *betoont is in't* 11 *Voorstel des* 2[den] *boecks, ofte in't* 31 *Voorstel des* 6[sten] *boecks, dat is, dattet* ▭ ABF *so groot sy alsset* □ *op* AF; *ofte dat* AB *tot* AF *sy*, *als* AF *tot* FB.

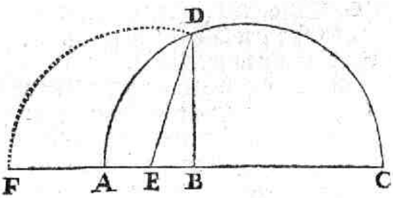


Want verlengende AB, *en in deselve nemende* AC *gelijck de helft van* AB, *soo beschrijft uyt* C *in de wijtte* CB *het half rondt* BEG. *Daer na treckende* BD *rechthoeckig op* AB, *en gelijck* AB, *soo haelt uyt* D *met dese de evenwijdige* DE, *doorsnijdende den omtreck in* E. *Dan uyt* E *op* AB *de hangende* EF.

Waer van 't Bewijs blijckt uyttet bewijs der 1[ste] *manier, alsmen* CH *gelijck neemt aen* CA.

XXVIII.

Van 3 evenreednige linien gegeven zijnde een der uytterste AB, en 't verschil der middelste en ander uytterste BC: te vinden de middelste en ander uytterste.

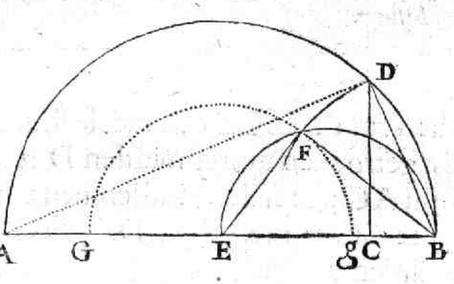


Eerstelijck dan / indien AB de kleynste is der uytterste / naer dat AB, BC in een liny gestelt zijn / soo vindt [a] tussen deselve de middel-evenreednighe BD. Dan treckt van D tottet midden van AB de liny DE. De welcke gestelt zijnde van E tot F: so seg ick dat dan BF de middelste is / en FC d'ander of grootste uytterste.

Want aengesien [b] 't ▭ BFA mettet □ op EB soo groot is alsset □ op EF, dat's ED: so sal mede / aftreckende weder-zijds het □ op EB, het overblijvende ▭ BFA soo groot zijn alsset overblijvende □ op BD [c]. Nu is [d] 't □ op BD mede so groot alsset ▭ ABC. Waerom dan de vierkanten BFA en ABC even groot zijn: en daerom [e] AB tot FA, als BF tot BC, dat is / door 2 averechtse versaming [f] / AB tot BF, als BF tot FC. 't Welck was het eerste.

a na 't 13 v. des 6 b. Eucl.
b na 't 6 v. des 2 b. Eucl.
c na 't 47 v. des 1 b. Eucl. ofte 't 4 v. deses.
d na 't 17 v. des 6 b. Eucl.
e na 't 16 v. des 6 b. Eucl.
f Siet Clavius op 't 18 v. des 5 b. Eucl.

Maer AB de grootste zijnde der uytterste / naer dat op de selve ghetepckent is BC, so vindt [a] tussen AC, CB de middel evenreedmige CD. Dan haelt BD. Daer na beschrijvende op EB het half rondt EFB, so zy [b] daer in gestelt BF gelijck BD, en getogen FE. Dewelcke geteyckent van E aen wederzijden tot G, so seg ick dat AB tot GB is / als GB tot GC: ofte oock AB tot *g*B, als *g*B tot *g*C.



a na't 13 v. des 6 b. Eucl.
b na't 1 v. des 4 b. Eucl.

Om 't welck te bewijsen / so treckt AD. Aengesien dan [c] FB het half rondt uyt E, dat door de punten G, F, *g* passeert / raeckt in F: so is [d] 't ▭ GB*g* so groot alsset □ op FB of BD. Nu is 't □ op BD [e] mede so groot alsset ▭ ABC. Nademael [f] AB tot BD is / als BD tot BC. Waerom dan de vierkanten GB*g* en ABC even groot zijn: en daerom [g] AB tot B*g*, als GB tot BC, dat is / door verkeering van reden [h] / AB tot A*g*, dat's GB, als GB tot GC: Ofte oock [i] / van AB en B*g* aftreckende GB en BC, gelijck de gantse AB tot de gantse B*g*, also de rest AG, dat's B*g*, tot de rest *g*C. 't Welck was het tweede.

Hierom van 3 evenreedmige linien / etc. 't Welck te doen was.

c na 't 16 v. des 3 b. en 31 v. des 3 b. Eucl.
d na 't 36 v. des 3 b. Eucl.
e na 't 17 v. des 6 b. Eucl.
f na 't vervolg van't 8 v. des 6 b. Eucl.
g na't 16 v. des 6 b. Eucl.
h na 't vervolg van 't 19 v. des 5 b. Eucl.
i na 't 19 v. des 5 b. Eucl.

BYVOUGSEL.

Hierom soo AB *en* BC *bekent zijn, en* AB, *de kleynste zijnde der uytterste, doet* 4, *maer* BC 3; *om te vinden* BF *en* FC: *so vermenichvuldigt* 4 *met* 3, *komt* 12, *voor 't* ▭ ABC *of 't* □ *op* BD. *Waer by gedaen* 4, *'t* □ *op* EB, *so komt* 16, *voor 't* □ *op* ED. *Waer uyt* √, *komt* 4, *voor* ED *of* EF. *Hier by gedaen* EB 2, *so komt* FB 6. *VVaerom dan* FC *is* 9.

Maer so AB *de grootste is der uytterste en doet* 9, *maer* BC 2; *Om te vinden* GB *en* GC; *oft oock g*B *en g*C: *soo vermenichvuldigt wederom* AB 9 *met* BC 2, *so komt* 18, *voor 't* ▭ ABC *of 't* □ *op* BD *of* BF. *'t welck getrocken van* 2025 ②, *'t* □ *op* EB, *so rest* 225 ②, *voor 't* □ *op* EF. *waer uyt* √, *komt* 15 ①, *voor* EF, EG, *of* E*g*. *Hier by* EB 45 ①, *so komt* GB 60 ① *of* 6. *VVaerom dan* GC *is* 4. *Ofte oock van* EB 45 ① *getrocken* E*g* 15 ①, *so rest g*B 30 ① *of* 3: *en daerom g*C 1.

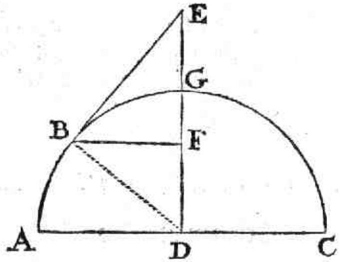
Alwaer vorder te letten is, dat CB *in het* 2 de *voorval niet grooter sijn kan als den* $\frac{1}{4}$ *deel van* AB, *wanttet voorstel andersins onmogelijck is, en* BD *dat's* BF *in het half rondt* EFB *niet gestelt kan worden. VVant* CB *den* $\frac{1}{4}$ *deel sijnde van* AB, *so komt* FB *dat's* DB *so lanck te sijn als desselfs middellijn* EB, *en oversulcx 't punt* F *in het punt* E *te vallen, sulcx dat* EB *de mid-*

delste

delste sy, en EC *d'ander uytterste. VVaer door dan het voorstel in 't selve geval alleen maer van een besluyt komt te wesen, daer in het anders (als blijckt) is van een tweederley besluyt.*

XXIX.

Zijnde ABGC een half rondt, en BE een raeck-lijn, t'samenkomende met DE, getrocken uyttet midden D recht-hoeckig op de middellijn AC: so sullen, indienmen uyttet raeck-punt B haelt BF met AC evenwijdig, DF, DG, en DE drie even-reednige linien wesen.

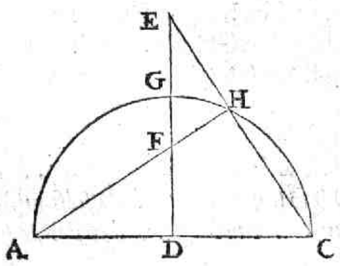


't Welck blijckt / treckende BD, die na 't 18 Voorstel des 3den boecks Eucl. op BE sal recht-hoeckig wesen. Waer door dan na 't vervolg van 't 8 Voorstel des 6sten boecks Eucl. FD tot DB, dat's DG is / als DB, dat's DG, tot DE. 't Welck was te bewijsen.

XXX.

So in een half-rondt AGHC uyt A tot in d'omtreck een rechte liny gehaelt wort AH, doorsnijdende DE, getrocken uyttet midden D recht-hoeckig op de middellijn AC: dan sullen, somen uyt C door H een rechte liny treckt, ontmoetende DE in E, DF, DG, en DE drie even-reednige linien zijn.

't Bewijs.



a na 't 32 v. des 1 b. Eucl.

Want / aengesien de △ken AHC en CDE rechthoeckig zijn / ende deselve den hoeck C gemeen hebben / soo sullen oock [a] de andre hoecken HAC en E gelijck wesen. Op gelijcke manier / dewijl ADF een rechthoeckigen △ is / diens hoeck DAF aen den hoeck E des rechthoeckigen △ CDE gelijck betoont is: soo moet mede den 3den aen

den

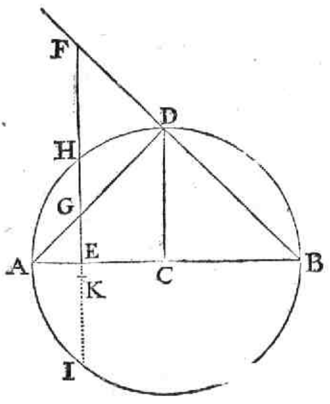
den 3den gelijck wesen: en oversulcx [b] FD tot DA, dat's DG, zijn/ gelijck DC, dat's DG, tot DE. 't Welck was te bewijsen. b na't 4 v. des 6 b. Eucl.

Vervolg.

Uyt dit en het voorgaende Voorstel is openbaer/ so de liny AH getrocken wort door 't punt F, daer de even-wijdige uyttet raeckpunt B de recht-staende DE komt t'ontmoeten/ dat dan de raeckende BE en de voort-getrockene CHE in een punt in de recht-staende DE sullen versamen.

XXXI.

So in een half rondt AHDB uyt beyde eynden der middel-liny AB tot de top D rechte linien gehaelt worden, daer van d'eene BD naer boven zy verlengt: dan sullen, somen uyt eenich punt tussen A en 't middel-punt C tot in dees verlengde een liny treckt, als EHF, rechthoeckig op AB, doorsnijdende AD in G, EG, EH, en EF drie even-reednige linien zijn.



't Bewijs.

Haelende CD, dewijl wegens de gelijckformichheyt der △ken ACD, AEG, AC tot CD is/ als AE tot EG; ende AC, CD gelijck zijn: so moeten oock AE, EG ghelijck wesen. Op deselve wijz sulle mede om de gelijckformige △ken BCD, BEF, BE en EF gelijck zijn. Hierom dan 't ▭ AEB aen 't ▭ GEF gelijck is. Nu is 't ▭ AEB [a] so groot alsset □ EH. Waerom dan oock 't ▭ GEF aen 't □ EH ghelijck is: en om sulcx [b] GE tot EH, als EH tot EF. 't Welck was te bewijsen. a na 't 14 v. des 2 b. ofte na 't 35 v. des 3 b. Eucl. b na 't 17 v. des 6 b. Eucl.

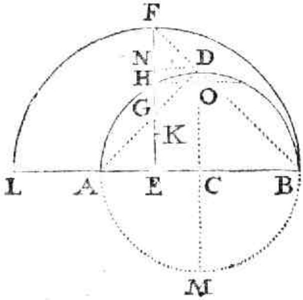
Vervolg.

Hier uyt volgt: somen HK aen HF gelijck neemt/ dat dan mede EF, FH, en GK drie even-reednige linien zijn.

Want EF tot EH zijnde/ als EH tot EG, so sal mede door verkeering van reden [c] EF tot FH wesen/ als EH tot HG. Hierom dewijl de gantsche EF is tot de gantsche FH, gelijck de afgetrocke EH tot de afgetrocke HG, so moet oock [d] de gantsche EF tot de gantsche FH zijn/ als de rest FH tot de rest GK. c na 't vervolg van 't 19 v. des 5 b. Eucl. d na 't 19 v. des 5 b. Eucl.

BYVOEGSEL.

Vyttet geene betoont is kanmen lichtelick dusdanich Voorstel ontbinden: *AHDB* en *LFB* zijnde twee halve ronden, beschreven op eene liny *LAB*, die malkander in *B* raecken, in welcke uyttet midden *E* op des grootsten middellijn *LB* is getrocken de rechtstaende *EHF*: so wert gevraecht hoeveel yders middellijn is, als *LA* en *HF* bekent zijn, en doen 6 en 4.



Want LE *gelijck zijnde aen* EF, *en* AE *aen* EG: *so is oock* LA *aen* GF *gelijck. Hierom van* GF 6 *aftreckende* HF 4, *so rest* 2, *voor* GH: *welcke getogen van* HK *of* HF 4, *so rest* GK 2. *Dan stelt,* GK 2 *geeft* HF 4, *wat* HF 4? *so komt* EF 8. *waerom dan* LB *doet* 16. *Hier van* LA 6, *so blijft* 10 *voor* AB. *Die dan oock aldus gevonden kan worden. Treckt* FN 3, *de helft van* FG *of* LA, *van* FH 4, *so rest* 1 *voor* NH *of* DO. *Nu deelt* 9, 't □ *van* HO, ND, *of* FN, *door* DO 1, *so komt* OM 9. *Hier by gedaen* OD 1, *so komt* 10 *voor* MD *of* AB, *als voor.*

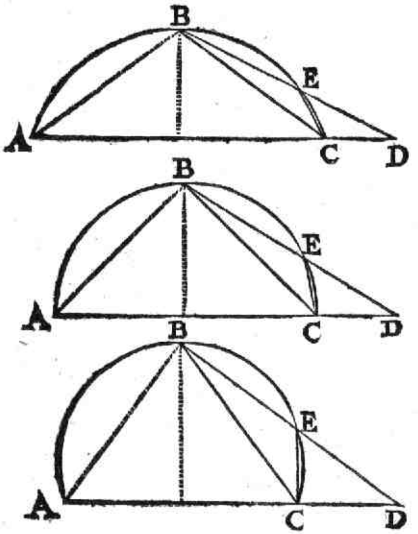
XXXII.

Sy ABC een rondtstuck, waer in uyt de top B tot in de verlengde grondtlijn AC is getrocken de liny BD, soo 't valt, doorsnijdende d'omtreck in E: dan sal, somen treckt AB, BC, CE, den driehoeck BCE van deselve form zijn als den driehoeck BDC, en ABD van deselve form als ECD.

't Bewijs.

a *na 't 22 v. des 3 b. Eucl.*
b *na 't 13 v. des 1 b. Eucl.*
c *na 't 32 v. des 1 b. Eucl.*

Want dewijl 't punt B de top des rondtstucks is, en derhalven de hoecken CAB en BCA even groot zijn, waer van dan den hoeck CAB met t'samen den overstaenden BEC a so veel doet als 2 rechte hoecken, gelijck mede b den hoeck BCA met den nevenstaenden BCD: so volgt dat insgelijcx de hoecken BEC en BCD even groot zijn. Hierom, dewijl voorts den hoeck CBD beyde eerst-geseyde driehoecken gemeen is, so moet oock c den 3den BCE aen



aen den 3den BDC ghelijck wesen: en oversulcx d den △ BCE gelijckformig zijn aen den △ BDC.

d na 't 14 v. des 6 b. en 1 def. des 6 b. Eucl.

Vorders / aengesien / als boven / den hoeck CAB met BEC 2 rechte hoecken doet / ende mede CED met den selven hoeck BEC so veel doet als 2 rechte: soo moet den hoeck CAB so groot zijn als den hoeck CED. Waerom / also hier beneffens den hoeck D beyde lest-ghesepde drie-hoecken gemeen is / dan insgelijcx oock den △ ABD aen den △ ECD gelijckformig is. 't Welck beyde was te bewijsen.

Vervolg.

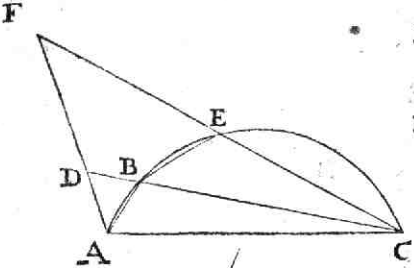
Uyt de gelijckformigheyt der driehoecken BCE, BDC is openbaer: Dat EB tot BC is / als BC tot BD.

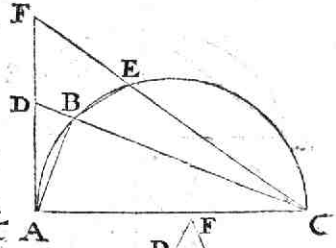
BYVOUGSEL.

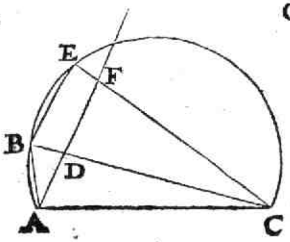
Hier uyt blijckt, als BC *en* BE *bekent zijn, hoemen daer uyt* ED *vinden sal. VVant so by exempel* BC *sy* 6, *en* BE 4: *so stelt* BE 4 *geeft* BC 6, *wat* BC 6? *en sal komen* 9, *voor* BD. *VVaer van getrocken* BE 4, *so sal resten* 5, *voor* ED.

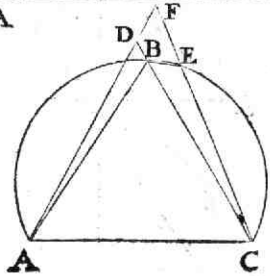
XXXIII.

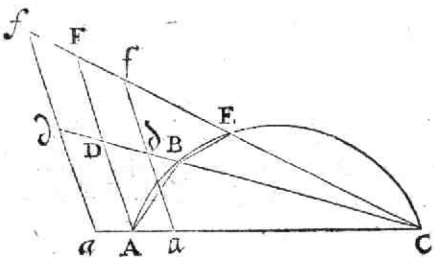
Zijnde ABEC een rondtstuck, en AF een liny maeckende met de grondt-lijn AC een hoeck FAC, die so groot is als den hoeck in't rondtstuck ABC: dan sal, somen uyt C tot AF naer gevallen treckt CD, CF, doorsnijdende d'omtreck in B en E, en haelt AB, BE, den driehoeck CAD van deselve form zijn als den driehoeck CAB, en CDF van deselve form als CBE.











't Bewijs.

a na 't 21 v. des 3 b. Eucl.

Want aengesien den hoeck DAC gelijck is aen den hoeck in't rondtstuck ABC, die dan alle [a] aen malkander gelijck zijn / en hier door de 2 △ken CAD, CAB beneffens den gemeenen hoeck tot C de hoecken DAC en ABC altijts gelijck hebben: so volgt [b] dat oock den 3den ADC aen den 3den CAB gelijck is: en om sulcx [c] den △ CAD gelijckformig aen den △ CAB.

b na 't 32 v. des 1 b. Eucl.

c na de 1 def. van 't 6 b. en 't 4 v. des 6 b. Eucl.

Vorders alsoo [d] beyde hoecken CAB, BEC t'samen so groot zijn als 2 rechte hoecken/ en mede [e] de beyde ADC, CDF t'samen so groot als 2 rechte/ daer van den hoeck ADC gelijck betoont is aen den hoeck CAB: so moet oock den hoeck BEC aen den hoeck CDF gelijck wesen. Waerom/ dewijl beneffens dese gelijcke hoecken den hoeck DCF aen beyde △ken CDF, CBE gemeen is/ dan insgelijcx deselve driehoecken gelijckformig zijn. 't Welck beyde te bewijsen was.

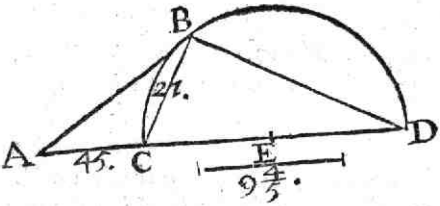
d na 't 22 v. des 3 b. Eucl.

e na 't 13 v. des 1 b. Eucl.

't Selve verstaet mede/ als de linie AF tot eenige andre plaets in de grondtlinie in den geseyden hoeck getrocken wordt.

XXXIV.

So CBD een half rondt is, en AB een liny 'tselve raeckende in B, t'samenkomende met de verlengde middellijn CD in A: dan sal, somen treckt CB, BD, den driehoeck ACB aen den driehoeck ABD gelijckformig zijn.



't Bewijs.

Want aengesien AB het half rondt raeckt in B, en van 't raeck-punt B tot C door 't selve getrocken is de liny BC: so sal [a] den hoeck ABC tot de raecking so groot zijn als den hoeck ADB in 't anderzijdsche rondtstuck. Hierom also in beyde △ken ACB, ABD de hoecken ABC en ADB gelijck zijn/ zijnde den hoeck tot A haer beyde gemeen: so sullen mede [b] de andre hoecken ACB en ABD gelijck wesen: en oversulcx [c] den △ ACB gelijckformig aen den △ ABD. 't Welck was te bewijsen.

[a] na 't 32 v. des 3 b. Eucl.

[b] na 't 32 v. des 1 b. Eucl.

[c] na de 1 def. des 6 b. en 4 v. des 6 b. Eucl.

1ste Vervolg.

Uyt de gelijckformicheyt der driehoecken ACB, ABD is openbaer/ dat AC tot AB is/ als AB tot AD: item AC tot AB, als CB tot BD.

2de Vervolg.

Hierom/ door dien AC, AB, AD drie even-reednige linien zijn/ en [d] de 1ste AC tot de 3de AD is/ alsset □ op d' 1ste AC tottet □ op de 2de AB, ofte [e] alsset □ op CB tottet □ op BD: so volgt/ dat AC tot AD is/ als 't □ op CB tottet □ op BD. 't Welck van Pappus mede bewesen is in 't 119 Voorstel sijns 7sten boecks.

[d] na 't vervolg van 't 20 v. des 6 b. Eucl.

[e] na 't 22 v des 6 b. Eucl.

XXXV.

't Selve gestelt zijnde als in 't voorgaende Voorstel, somen tot AC, CB vindt een 3de even-reednige E: dan sal [a] 'trecht-vierkant op CB de helft zijn van 't vierkant, begrepen van CD en 'tverschil, dat CD langer is als E.

't Bewijs.

Want dewijl [a] AC tot AD is/ als 't □ op CB tottet □ op BD, dat is/ 't □ op CD min 't □ op CB: so sal mede door averechtse versaming [b] AC tot AC, AD zijn/ als 't □ op CB tottet □ op CD. Maer gelijck AC tot AC, AD, also is [c] 't ▭ van AC en E tottet ▭ van AC, AD en E. Daerom ghelijck

[a] Na 't 2 vervolg van 't voorgaende Voorstel.

[b] Siet Clavius op 't 18 v. des 5 b. Eucl.

[c] na 't 1 v. des 6 b. Eucl.

lijck 't ▭ van AC en E tottet ▭ van AC, AD en E, also 't □ op CB tottet

d Door 'tgestelde. □ op CD. Nu is 't ▭ van AC en E gelijck 't □ op CB: door dien [d] AC tot CB is/ als CB tot E. Waerom dan oock [e] 't ▭ van AC, AD en E aen 't □

e na 't 14 v. des 5 b. Eucl. op CD gelijck is. Dan welcke wederzijds afgetrocken 't ▭ van CD en E, so rest 't ▭ van 2mael AC en E, dat's 2mael 't □ op CB, gelijck 't □ op CD min 't ▭ van CD en E, dat is/ gelijck 't ▭/ begrepen van CD en 't verschil van CD en E. 't Welck was te bewijsen.

BYVOUGSEL.

Alhier is lichtelijck te betoonen, als AC *en* CB *bekent zijn, hoemen daer uyt de middellijn* CD *vinden sal. Want so, by exempel,* AC *doet* 45, *en* CB 21: *so stelt* AC 45 *geeft* CB 21, *wat* CB 21? *so komt* $9\frac{4}{5}$, *voor* E. *Hierom dewijl 't* □ *op* CB *doet* 441, *en zijn dobbel* 882: *so is 't Voorstel hier toe gebracht, Datmen van een recht-hoeckig vierkant, diens inhoudt is* 882, *en 't verschil der sijden* $9\frac{4}{5}$, *gelijck in 't* 26 *Voorstel geleert is, de sijden sal soecken. Daer van de meeste sijde of lengte* 35 *dan is de middellijn* CD, *die begeert was.*

XXXVI.

Van een driehoeck ABC zijn bekent de 3 sijden, doen AB 13, BC 15, en AC 14. Vrage naer de halve middel-liny DE, DF, of DG, van 't ingeschreve rondt EFG?

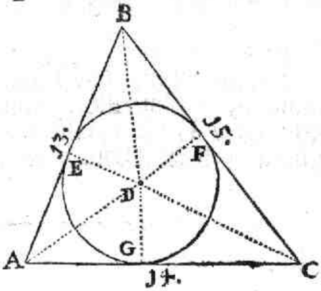
Besiet de volgende wercking.

AB.	13		
BC.	15		
AC.	14		
Somme der sijden.	42		
Helft der sijden.	21	21	21
Subtr. elcke sijde	13	15	14
3 Resten.	8	6	7
			6
			42
			8

Divid. product der 3 resten 336 / door helft der sijden 21 = 16. 't □ der half middel-lijn.

4. wortel/ of halve middel-liny DE, DF, of DG.

't Be-

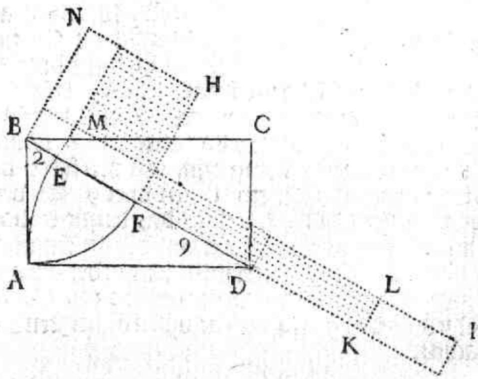


'tBewijs.

Dewijl 336 / 'tproduct der 3 resten/met 21/de helft der sijden/gemultipliceert / volgens gemeene regel/ soveel uytbrengt/ als 84/ d'inhoudt des △ks ABC in sich selfs gemultipliceert: so volgt / dat 21 / 84 / en 336 even reednig zijn. Item / dewijl 21/ de helft der sijden/met 4/ de half middel lijn/vermenichvuldigt/d'inhoudt 84 des △ks ABC uytbrengt / (aengesien deselve begrijpt de 3 △ken ABD, BCD, en ACD, welcke alle de half-middel-lijn voor gemeene hoochte hebben/ ende de sijden AB, BC, en AC voor gronden/ ende yders inhoudt uyt de vermenichvulding van de helft des gronts met de hoochte gevonden wort) : So is openbaer/ dat 21/ het 1ste getal/ is tot 84/ het 2de / als d'eenheyt tot de voorsz half middel-lijn 4 ; maer tot 336 / het 3de / als 1 tot 16/ 't □ van 4. Waer uyt dan blijckt / dat 336 / 'tproduct der 3 resten / door 21 / de helft der sijden / gedivideert/ uyt komt 16 / 't □ der halve-middel-liny 4. Welcke te vinden was.

XXXVII.

Van een recht-hoeckig vierkant ABCD bekent zijnde beyde verschillen BE, FD, die de middel-liny BD langer is dan elcke sijde AD, AB: te vinden deselve middel-liny en sijden.



Sy BE 2/en FD 9. Om nu AB en AD te vinden/ so neemt DG gelijck DE/ dan is a 't ▭ BI / beslo- ten van BG en GI of BE / soo groot alsset 't □ op AB of BF / dat is / het □ BH. Hierom / neemende wederom DK gelijck DF/ so wert daer uyt de winckelhaeck NMF so groot alsset □ BM met beyde gelijcke ▭ten MF/ KI: en dienvolgens 't □ MH so groot alsset ▭ FL/ dat's 36. waeruyt √ / komt 6 voor

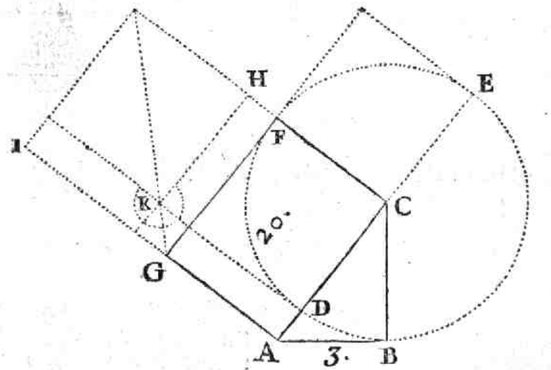
a na '136 v. des 3 b. Eucl.

door EF. In voegen dan AB doet 8 / AD 15 /en de overhoeckscẖe ofte middel liny BD 17. Welcke te vinden waren.

Op deselve manier kanmen uyttet verschil / dat de middel-liny van een recht-vierkant langer is als een der sijden / vinden deselve middel-liny en sijde. Want so dit verschil zy 2 / so salmen alleen 4 / 'tdobbel van 2 / multipliceeren met 2 / en de $\surd$ uyt het komende / als $\surd\, 8$ / tot 2 addeeren / soo komt $\surd\, 8 + 2$ / de sijde. Waer by dan gedaen 2 / so komt door de middel-liny $4 + \surd\, 8$.

XXXVIII.

Van een recht-hoeckigen driehoeck ABC bekent zijnde AB een der sijden AB, BC nevens den rechten hoeck B, mitsgaders 't product der andere twee AC, CB: te vinden elck derselve AC, CB.

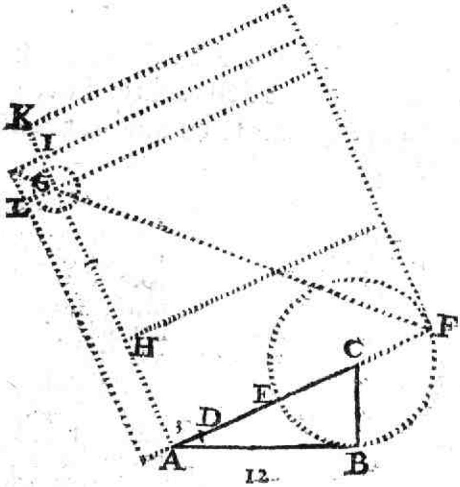


Laet AB doen 3 / en AC met CB vermenichvuldigt doen 20. Om nu AC en CB te vinden / so sy uyt C in de wijtte CB beschreven het rondt BDFE, snijende AC in D, en deselve voortgetogen in E; en beschrijft op CE het □ FE: so sal / voltreckende het ▭ CG, 'tselve doen 20. Dan maeckt op GF het □ FI, waer door AI so lang wort als AE, en dienvolgens 't ▭ ID gelijck dat van EA, AD, dat's / gelijck 9 't □ op AB [a]. Nu is [b] 't □ IF tottet ▭ FA, als IG tot GA, of AC tot CE. Maer gelijck AC tot CE, also is mede 't ▭ FA tottet □ FE. Waerom dan de 3 vierkanten IF, FA, en FE even-reedig zijn. En om sulcx / deswijl de winckelhaeck IKF, die so groot is alsset ▭ ID, en doet 9 / het verschil is / dattet □ IF grooter is alsset □ FE: so volgt / dat de questie daer toe gebracht is / datmen / achtervolgende de wercking van 't 26ste Voorstel / uyttet middelste 20 / en 'tverschil van beyde uytterste 9 / van 3 even-reedige getallen / moet soecken beyde uytterste. Daer van 't meeste 25 is 't □ IF, en 't minste 16 het □ FE. Diens sijden 5 en 4 dan bewijsen de lengten van AC en CB. Die te vinden waeren.

a *na 't 36 v. des 3 b. Eucl.*
b *na 't 1 v. des 6 b. Eucl.*

XXXIX.

Van een recht-hoeckigen driehoeck ABC bekent zijnde d'een recht-hoeck-sijde AB, mitsgaders de reden van DC tot CB, die de langste sijde AC, min een bekende lengte AD, heeft tot de ander recht-hoeck-sijde BC: te vinden beyde andre sijden AC, CB.



Sy AB 12 / AD 3 / en DC tot CB, als 2 tot 1. Om nu AC en CB te vinden / so beschrijft uyt C in de wijtte CB het rondt BEF, snijende AC in E, en deselve voort getogē zijnde in F. Dan maeckt op AF het recht-vierkant FG, so sal/nemende AH gelijck AE, a 't ▭ HF so groot zijn alsset □ op AB, en daerom doen 144. Wijders verlengt AG, en teyckent in deselve GI, IK elck gelijck AD so sal/nademael AG aen AF gelijck is / als mede AH aen AE, desgelijcx oock HG aen EF, dat's aen 2 mael DE gelijck zijn: en daerom HK dobbel zijn met AE of AH en dienvolgens AK drievoudig met AH Waer uyt volgt / dat dan mede b 't ▭ KF drievoudig is mettet ▭ HF, en doet 432. Nu is de winckelhaeck IFL mede so groot alsset ▭ KF. Waerom/ somen tot 432 doet 't □ LI 9/ so komt 441 / voor 't □ op IA. Waer uyt de √ / dat's 21 / dan is de lengte IA Waer van getrocken IG 3 / so blijft 18 / voor GA of AF. Daer af wederom getogen AD 3 / so rest DF 15. Diens $\frac{1}{3}$ deel 5 / dan is de sijde CB. Daer uyt dan AC woort 13. Welcke te vinden waren.

a na 't 36 v. des 3 b. Eucl.

b na 't 1 v. des 6 b. Eucl.

BYVOUGSEL.

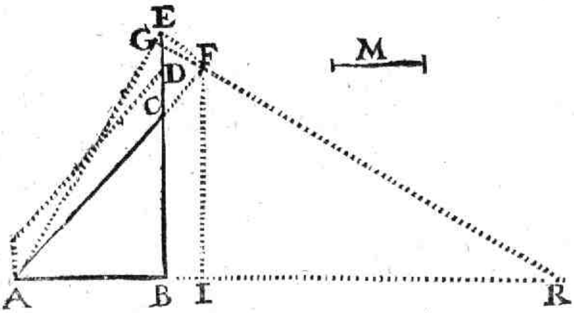
Albier staet te letten, dattet gebeuren kan, dat BC *maer eens begrepen sy in* AC, *met eenig overschot; of meermaelen, sonder overschot. In welck* 1ste *geval men wercken sal, gelijck in't* 6ste *Voorstel gedaen is, daer wy uyt d'een sijde* AB *nevens den rechten hoeck* B, *en 'tverschil* AE *van beyde andre* AC, CB *hebben leeren vinden* AC *en* CB. *Ende wat be-*

langt het 2 de geval, so is te weeten, dat de gantsche swaricheyt alleen daer in bestaet, datmen uyt den inhoudt van een recht-hoeckig vierkant, en de reden der sijden, vindt deselve sijden. Want so, by exempel, BC *in* AC *begrepen waer 2 mael sonder rest, so sal* AF *driemael so lang zijn als* AE.

c na 't 36 v. des 3 b. Eucl. *En hierom, dewijl 't* ▭ HF *doet* 144, *te weeten* c, *even so veel alsset* □ *op* AB 12, *so doet het* □ *op* BG 48, *en* BC $\surd$ 48; *en daerom* AC $\surd$ 192.

XL.

Van een recht-hoeckigen driehoeck ABC bekent zijnde AB, een der sijden AB, BC nevens den rechten hoeck B, mitsgaders de somme deses oversijde AC en inhoudt ABC: te vinden elck in't bysonder.



Sy AB 3 / en de somme van AC en d'inhoudt ABC 11. Om nu AC te vinden / so sy op deselve beschreven 't ▭ AD, hebbende de eenheyt voor breette / doende met t'samen den △ ABC 11. Waer aen somen mede gelijck stelt den △ ABE, en verlengt AC tot op deselve komt te vallen de hangende EF: so sal 't ▭ AD aen den △ ACE gelijck zijn / en EF doen 2. Hier na treckende uyt F op AE de hangende FG, so laet deselve met AB verlengt worden / totse versamen in R, en uyt F op AR gehaelt worden de hangende FI. 't Welck gedaen zijnde / somen 11 / d'inhoudt des △ ABE deelt door $\frac{3}{2}$, de helft van AB, so komt $\frac{22}{3}$, voor BE. Diens □ gedaen tot 9 / 't □ van AB, so komt $\frac{565}{9}$, voor 't □ op AE, en daerom $\surd \frac{565}{9}$ / dat's $\frac{1}{3} \surd$ 565 / of $\frac{1}{3} \sqrt{113,5}$, voor AE. Vorders van $\frac{565}{9}$ / 't □ op AE, getogen 4 / 't □ op EF, so rest $\frac{529}{9}$ / voor 't □ op AF. Waer uyt $\surd$ / komt $\frac{23}{3}$ / voor AF. Nu stelt wegens de gelijckformighent der △ken AEF, AFG, als AE $\frac{1}{3}\sqrt{113,5}$ tot AF $\frac{23}{3}$ / alsso AF $\frac{23}{3}$ tot AG $\frac{23 / 23}{3 \sqrt{113,5}}$ / en EF 2 tot FG $\frac{23 / 2}{\sqrt{113,5}}$. Wederom / wegens de gelijckformicheyt der △ken ABE

en

en AGR, als AB 3 tot AG $\frac{23/23}{3\sqrt{113,5}}$ / alsoo AE $\frac{1}{3}\sqrt{113,5}$ / tot AR $\frac{23/23}{3/3/3}$ / en BE $\frac{22}{3}$ of $\frac{11/2}{3}$ tot GR $\frac{23/23/11/2}{3/3/3\sqrt{113,5}}$. Waer van getogen FG $\frac{23/2}{\sqrt{113,5}}$ / so rest FR $\frac{226/23/2}{3/3/3\sqrt{113,5}}$ of $\frac{113/2/23/2}{3/3/3\sqrt{113,5}}$. Op gelijcke manier sal wegens de gelijckformighept der $\triangle$ken ABE, FIR, AE $\frac{1}{3}\sqrt{113,5}$ zijn tot FR $\frac{113/2/23/2}{3/3/3\sqrt{113,5}}$ / als BE $\frac{11/2}{3}$ tot IR $\frac{2/23/2/11/2}{3/3/3/5}$. Welcke getrocken van AR $\frac{23/23}{3/3/3}$ / so rest AI $\frac{27/23}{3/3/3/5}$ / of $\frac{3/3/3/23}{3/3/3/5}$ / dat's $\frac{23}{5}$. Eyndelijck / wegens de gelijckformige $\triangle$ken AIF en ABC, gelijck AI $\frac{23}{5}$ tot AF $\frac{23}{3}$ / alsoo AB 3 tot AC 5. Daerom dan d'inhoudt ABC is 6. Welcke te vinden waren.

Anders.

Sy gestelt / als AB 3 tot EF 2 / alsoo BE $\frac{22}{3}$ tot een 4de M: die daerom zijn sal $\frac{44}{9}$. Wederom so stelt / als 5 / 'tverschil dattet □ op AB grooter is als dat op EF, tottet □ op AB 9 / alsoo $\frac{25}{9}$ / 't verschil / dat AF grooter is als M, tot AC 5. 't Welck aldus betoont wort.

Want overmits door 't werck BE is tot M, als AB tot EF, ende mede / wegens de gelijckformighept der $\triangle$ken ABC, EFC, CB tot CF, als AB tot EF: so sal oock [a] / af-treckende CB, CF van BE, M, de rest CE tot de rest M min CF zijn / als AB tot EF. Maer gelijck AB tot EF, alsoo is mede AC tot CE. Waerom dan AC, CE, en M min CF drie even-reedmige zijn. Hierom [b] gelijck 't □ op d'1ste AC tottet □ op de 2de CE, dat is / [c] gelijck 't □ op AB tottet □ op EF, alsoo d'1ste AC tot de 3de M min CF. Dat is / door verkeering van reden en door omkeering [d] / gelijck 't □ op AB min 't □ op EF tottet □ op AB, alsoo AF min M tot AC. Welcke te vinden was.

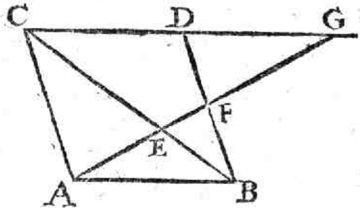
a Na 't 19 v. des 5 b. Eucl.
b na 't vervolg van 't 20 v. des 6 b. Eucl.
c na 't 22 v. des 6 b. Eucl.
d na 't vervolg van 't 19 v. des 5 b. en 't vervolg van 't 4 v. des 5 b. Eucl.

XLI.

Gegeven zijnde een ruyt of ghelijck-sijdig vierkant ABDC, waer van CB d'een middel-lijn zy: uyt A tot d'overstaende verlengde sijde CD een rechte liny te trecken, als AEFG, sulcx dattet stuck EF tot de gantsche AG een gegeven reden hebbe, als HI tot IK.

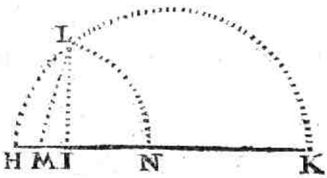
't Werck.

Zijnde op HK beschreven het half-rondt HLK, en uyt I op deselve tot in d'omtreck ghetogen de rechtstaende IL, so deelt HI in't midden in M, en haelt ML. Welcke geteyckent van M tot N, so stelt/als NI tot IH, alsoo AB tot BF: Dan sal / treckende uyt A door F een rechte liny / EF tot AG zijn / als HI tot IK.



't Bewijs.

Na 't Bewijs der 2de manier van 't 27ste Voorstel deses zijn HI, IN, en NK 3 even-reednige linien / en na 't 4de V. des 6sten boecks Euclidis zijn AFB en ACG twee gelijckformige driehoecken. Hierom gelijck FB tot BA, alsoo AC, dat's AB, tot CG: en om sulcx so zijn FB, BA, en CG mede 3 even-reednige linien. Nu is door 't Werck HI tot IN, gelijk FB tot BA. Waerom dan HI, IN, en NK 3 even-reednige zijn in deselve reden als



FB, BA, en CG: en oversulcx HI tot IN, NK, dat's IK, als FB tot AB, CG. Nu is de reden van FB tot AB, CG vergaert uyt de redens van FB tot BA, en van BA tot AB, CG. Waerom dan oock de reden van HI tot IK uyt deselve redens vergaert is. Wederom dewijl de reden van EF tot AG vergaert is uyt die van FE tot EA, dat's a van FB tot BA, en uyt die van EA tot AG, dat's van AC of AB tot AB, CG, uyt welcke redens dan mede vergaert was die van HI tot IK: so volgt/ dat de reden van EF tot AG deselve is/ als van HI tot IK. 't Welck te doen was.

a na 't 3 v. des 6 b. Eucl.

Alwaer te letten staet / dewijl de liny van A tot D getrocken de uytterste liny is / diemen in den sin des Voorstels trecken kan / werdende van CB doorgaens in tween gelijck gedeelt / dat de reden / diemen begeert dat EF tot AG hebben sal / altijts kleender zijn moet / als van 1 tot 2 / dat is / dat HI altijt kleender zy als de helft van IK.

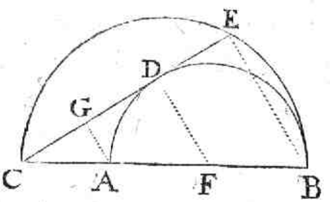
XLII.

Zijnde CEB en ADB twee halve ronden, beschreven op eene liny CAB, raeckende malkander in B, en CDE een rechte liny, getogen uyt C tot des grootsten omtreck, raeckende 't kleenste half-rondt in D: te vinden yders middel-lijn, als CD en DE bekent zijn, en doen 10 en 6.

a na 't 18 en 31 v. des 3 b. en 28 v. des 1 b. Eucl.

Zijnde F 't kleynste half-rondts middel-punt/ so treckt BE, FD, dewelcke dan a even-wijdig sullen wesen. Daer na haelt AG met FD of BE even-wijdig / so is GD gelijck aen DE; en CG tot CE, als CA tot CB. Hierom van

CD 10



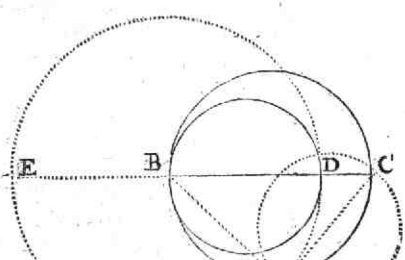
CD 10 ghetrocken DE of DG 6 / rest CG 4: item tot CD 10 gedaen DE 6 / komt CE 16. Waer upt dan bekent is de reden / die CA tot CB heeft / zijnde deselve als van 4 tot 16 / of van 1 tot 4. Vorders also 't □ CD doet 100 / en 't selve b so groot is alsset ▭ ACB: so is om sulcx het Voorstel daer toe gebracht: datmen van 't vierkant ACB bekent heeft den inhoudt / doende 100 / mitsgaders de reden der sijden CA, CB, zijnde als 1 tot 4. Waer upt dan licht de sijden te vinden zijn. Stellende / gelijck CA tot CB, dat 's / gelijck 1 tot 4 / also c 't ▭ ACB 100 tottet □ op CB 400. Waer upt √ / komt 20 / voor CB. Hierom / dewijl CB tot CA is / als 4 tot 1 / dan CA is 5 / en dienvolgens AB 15.

b na 't 36 v. des 3 b. Eucl.

c na 't 1 v. des 6 b. Eucl.

XLIII.

Bekent zijnde 't verschil twee-er ronden, en 't verschil DC haerder middel-lijnen BD, BC: te vinden yders middel-lijn.



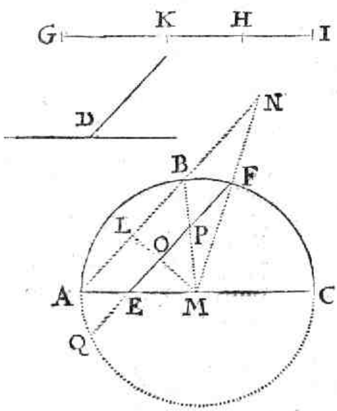
Sy DC 8 / en 't verschil haerder inhoudt / dat's / de grootte des maen-stucks BACBD 616. Om nu BD, BC te vinden / so beschrijft upt B in de wijtte BD het rondt EDA, doorsnijdende het rondt BCA in A, en haelt BA, AC. Dan sal / somen op AC een rondt beschrijft / 'tselve a so groot zijn alsset maen-stuck BACBD, en daerom mede 616 doen. Waer upt dan licht / stellende de middel-lijn eens rondts tot sijn omloop te wesen als 7 tot 22 / ghevonden wordt de middel-lijn AC: alsmen segt / gelijck $38\frac{1}{2}$ / d'inhoudt eens rondts / diens middel-lijn is 7 / tot d'inhoudt des rondts AC 616 / also 49 / 't □ sijner middel-lijn / tot 784 / 't □ der middel-lijn AC. waerom dan AC is 28. Ende is also 't Voorstel hier toe gebracht / datmen in den rechthoeckigen △ ABC bekent heeft de sijde AC 28 / nevens den rechten hoeck A, mitsgaders DC 8 / 't verschil van beyde andre sijden AB, BC: daer upt men dan lichtelijck / als in 't 6ste Voorstel betoont is / AB en BC vinden kan. Ende sal komen 45 voor AB of BD, en 53 voor BC. Welcke te vinden waren.

a na 't 2 v. des 12 b. en 't 47 v. des 1 b. Eucl.

XLIV.

Gegeven zijnde een half rondt ABFC, een punt te vinden in de middel-lijn A C of sijn verlengde, *als* E, waer uyt somen in een gegeven hoeck D tot den omtreck ABC een rechte liny haelt, *als* EF, dattet recht-vierkant op deselve beschreven tottet vierkant AEC, besloten van beyde linien EA, AC tussen 't punt E en yder eynde der middel-lijn AC, een gegeven reden hebbe, *als* GH *tot* HI.

Dit is 'tselve, 't geen van Eutocius *wort verhandelt in sijne uytleggingen op het* 53 *en* 54ste *Voorstel des* 1 *b. der Kegel-sneen van* Apollonius.



Eerstelijck dan/ indien den gegeven hoeck D recht is / so moet GH so lanck gegeven worden als HI: dewijl/ somen een liny recht-hoeckig treckt op AC tot in d'omtreck/ waer 't valt/ 't □ derselve [a] altijt so groot is alsset ▭ AEC.

Hierom D niet recht zijnde / so laet eerst GH so lang wesen als HI: dan sal/ somen uyttet middelpunt M treckt MF in den gegeven hoeck D, wegens de gelijckheyt der linien AM, MF, en MC, 't □ op MF gelijck zijn aen 't ▭ AMC, als begeert was.

Maer GH grooter zijnde als HI, om het deel GK, soo zy den hoeck CAB gelijck gemaeckt aen den hoeck D, indien die scherp is / oft aen sijn neven-staenden/ so die wijt is/ en uyt M tottet midden van AB getogen ML; die dan [b] op AB recht-hoeckig vallen sal. Daer na stelt / als GK tot GI, dat is/ gelijck 't verschil van GH, HI tot haer somme/ alsso LB tot LN, en haelt NM, doorsnijdende den omtreck in F: Dan sal / somen uyt F tot AC treckt FE, even-wijdig met AB, dat's in den gegeven hoeck D, 't □ op EF tottet ▭ AEC zijn/ als GH tot HI.

Om 't welck te bewijsen / so verlengt FE tot d'ander sijde des omtrecks in Q, en haelt BM doorsnijdende EF in P. Aengesien dan door 't werck GK tot GI is / als LB tot LN; dat's omgekeert GI tot GK, als LN tot LB: so sal mede [c] door verkeering van reden GI tot KI zijn/ als LN tot BN, of OF tot PF. En dobbleerende de voorgaende [d] / gelijck 't dobbel van GI tot KI, dat is [e]/ gelijck GI tot HI, alsso QF tot PF: en gedeelt [f] GH tot HI, gelijck QP, dat's EF, tot PF, dat's QE. Maer gelijck EF tot EQ, alsso is (nemende EF voor

a na 't 35 v. des 3 b. Eucl.

b na 't 3 v. des 3 b. Eucl.

c na 't vervolg van 't 19 v. des 5 b. Eucl.

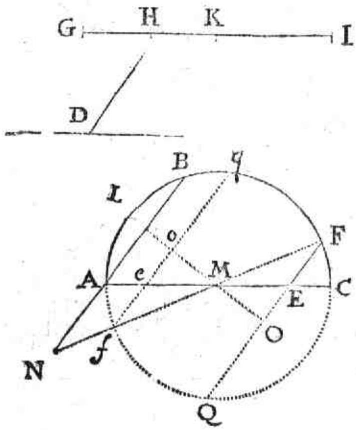
d Siet Clavius op 't 22 v. des 5 b. Eucl.

e na 't 15 v. des 5 b. Eucl.

f na 't 17 v. des 5 b. Eucl.

voor gemeene hoochte of breette) g 't □ op EF tottet ▭ QEF h ofte AEC. Waerom dan GH tot HI is/ als 't □ op EF tottet ▭ AEC.

g na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
h na 't 35 v. des 3 b. Eucl.

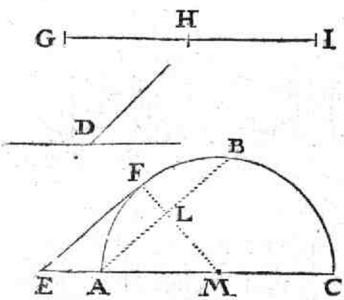


Zijnde nu GH kleynder als HI, om het deel KI: soo stelt wederom als KI tot GI (dat is/ gelijck 't verschil van GH, HI tot haer somme)/ also AL tot LN, en treckt NM, verlengende deselve tot d'ander sijde des omtrecks in F: Dan sal/ somen/ als vooren/ treckt FE, 't □ op FE tottet ▭ AEC zijn/ als GH tot HI.

Want voort-treckende FE, tot deselve van de verlengde LM ontmoet wort in O, en van den omtreck in Q. dewijl/ door 't werck/ KI tot GI is/ als AL tot LN, dat's omgekeert GI tot KI, als LN tot AL: so sal mede i door verkeering van reden GI tot GK zijn/ als LN tot NA, of OF tot FE. En dobbleerende de voorgaende k/ gelijck 't dobbel van GI tot GK, dat is/ l gelijck GI tot GH, also QF tot FE: en gedeelt m HI tot GH, gelijck EQ tot FE; dat's omgekeert GH tot HI, gelijck FE tot EQ, dat is/ (nemende FE voor gemeene hoochte) n alsset □ op FE tottet ▭ FEQ, ofte o AEC. Waer mede dan aen 't 1ste deel des Voorstels voldaen is.

i na 't tvervolg van 't 19 v. des 5 b. Eucl.
k Siet Clavius op 't 22 v des 5 b. Eucl.
l na 't 15 v. des 5 b. Eucl.
m na 't 17 v. des 5 b. Eucl.
n na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
o na 't 35 v. des 3 b. Eucl.

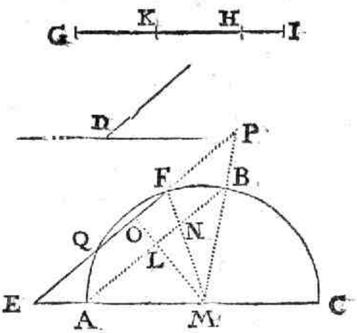
Vorders indien 't punt E in de verlengde AC begeert wort/ so staet te weeten/ dat den gegeven hoeck D in sulcken geval niet recht zijn kan: wanttet onmogelijck is/ uyt eenigh punt in de verlengde AC op deselve een liny recht-hoeckig te trecken/ die den omtreck komt te raecken of te snijden.



Hierom D niet recht zijnde/ so laet eerst GH so lang wesen als HI, en den hoeck CAB ghelijck gemaeckt worden aen den hoeck D, indien die scherp is/ oft aen sijn neven-staenden/ so die wijt is/ en uyt M door 'tmidden van AB tot in d'omtreck getogen worden de liny MLF: Dan sal/ somen FE even-wijdig haelt met AB, dat is/ in den gegeven hoeck D op de verlengde AC, 't □ op EF p so groot zijn alsset ▭ AEC, gelijck begeert wort.

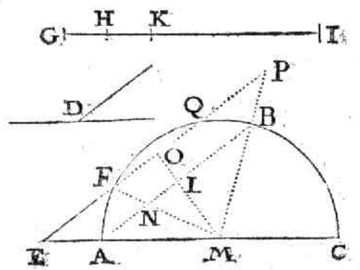
p na 't 16 en 36 v. des 3 b. Eucl.

Maer GH grooter zijnde als HI, om het deel GK, so stelt/ als GI tot GK, dat is/ gelijck de somme van GH, HI tot haer verschil/ also BL tot LN; en treckt



trecht uyt M door N tot in d'omtreck de liny MNF: Dan ſal/ hallende FE even-wijdig met AB, doorſnijdende d'omtreck in Q, 't □ op FE tottet ▭ AEC zijn/ als GH tot HI.

Om 't welck te bewijſen/ ſo verlengt ML tot EF in O, en MB tot deſſelfs verlengde in P. Aengeſien dan/ door 't Werck/ GI tot GK is/ als BL tot L, ſoo ſal mede door verkeering van reden q GI tot KI zijn/ als LB tot BN, of OP tot PF. En dobbleerende de voorgaende r/ gelijck 't dobbel van GI tot KI, dat is/ ſ gelijck GI tot HI, alſo EP tot PF: en gedeelt t GH tot HI, gelijck EF tot FP of EQ, dat is/ u (nemende EF voor gemeene hoochte) gelijck 't □ op EF tottet ▭ FEQ x ofte AEC.



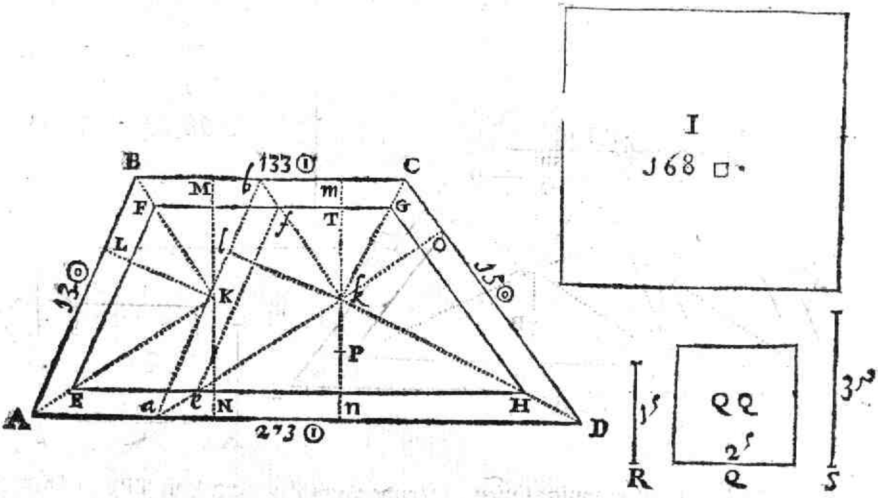
Eyndelijck/ indien GH kleynder is als HI, om het deel KI, ſo ſtelt wederom/ als GI tot KI (dat is/ gelijck de ſomme van GH, HI tot haer verſchil) / alſo AL tot LN; en treckt uyt M door N tot den omtreck de liny MNF: Dan ſal/ ſomen als voozen haelt FE, 't □ op FE tottet ▭ AEC zijn/ als GH tot HI.

Want verlengende EF tot deſelve van de linien / getogen uyt M door B en L, ontmoet wort in P en O, en van d'omtreck in Q: dewijl / door 't Werck/ GI tot KI is/ als AL tot LN: ſo ſal mede door verkeering van reden y GI tot GK zijn/ als AL tot AN, of EO tot EF. En dobbleerende de voorgaende z / gelijck 't dobbel van GI tot GK dat is a / gelijck GI tot GH, alſo EP tot EF: en gedeelt b IH tot HG, gelijck PF, dat's EQ, tot FE: en omgekeert GH tot HI, als FE tot EQ, dat is/ (nemende EF voor ghemeene hoochte) c alſſet □ op FE tottet ▭ FEQ d ofte AEC. Waer mede dan inſgelijcx aen 't 2de deel des Voorſtels voldaen is. Hierom gegeven zijnde een half rondt/ etc. 't Welck te doen was.

q na 't vervolg van 't 19 v. des 5 b. Eucl.
r Siet Clavius op 't 122 v. des 5 b. Eucl.
ſ na 't 15 v. des 5 b. Eucl.
t na 't 17 v. des 5 b. Eucl.
u na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
x na 't vervolg van 't 36 v. des 3 b. Eucl.
y na 't vervolg van 't 19 voorſtel des 5 b. Eucl.
z Siet Clavius op 't 122 voorſtel des 5 b. Eucl.
a na 't 15 v. des 5 b. Eucl.
b na 't 17 v. des 5 b. Eucl.
c na 't 1. v. des 6 b. Eucl.
d na 't vervolg van 't 36 v. des 3 b. Eucl.

XLV.

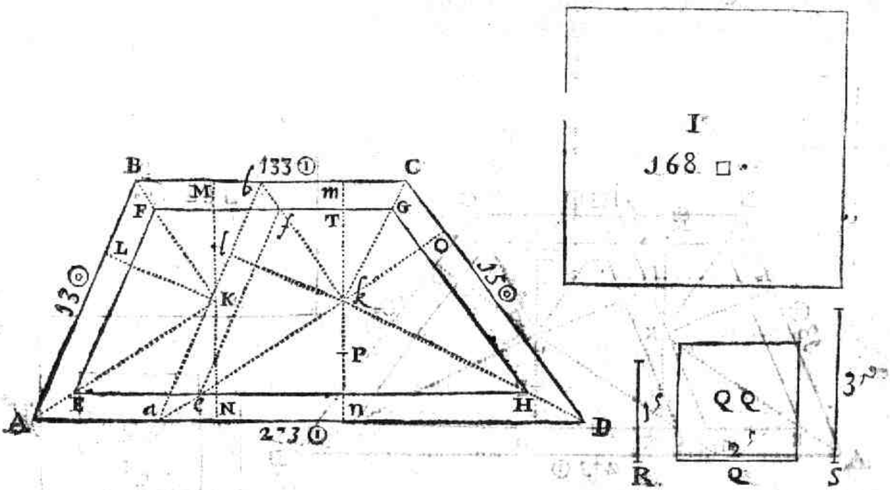
Van een vierkant ABCD, waer van BC even-wijdig is met AD, ſijn bekent alle de ſijden, doen, AB 13 ⓪, BC 13. 3 ①, CD 15 ⓪, en AD 27. 3 ①. Nu begeertmen in 't ſelve 'tselve een vyver te maecken, als EFGH, van een gegeve grootte I, sulcx dat deselve vyver rontom beslooten zy met een cingel, die over-al even breet zy. Vrage naer de breette deses cingels T*m*?



Genomen hebbende *bm* gelijck BM, en *an* gelijck AN, dewijl BM, AN t'samen so lang zijn als AB, item *m*C en *n*D t'samen so lang als CD: so volgt/ dat *b*C en *a*D t'samen so lang zijn als AB en CD, dat's 28 ⓪: ende somen deselve aftreckt van BC en AD 406 ①/ datter overblijven B*b* en A*a* 126 ①: item dat den vierhoeck *ab*CD gelijckformig is den vierhoeck *ef*GH. Nu vindt/ als in't 8ste Voorstel deses geleert is/ de breette *mn*, komt *mn* 12/ dat's 6/ de helft/ voor *mk*. Dan stelt/ als 28/ de somme van *b*C, *a*D, tot *mk* 6/ also de somme van B*b*, A*a* 126 ①/ tot *k*P 27 ①. Wijders stelt/ als 28/ de somme van *b*C, *a*D, tot *mk* 6/ also 168/ d'inhoudt des vyvers I, tot 36/ d'inhoudt van't □ QQ, waer uyt de √/ als 6/ dan is de sijde Q. Nemende nu dat Q 6 is de middelste van drie even reednige linien R, Q, en S, en *k*P 27 ①/ 't verschil van beyde uytterste R en S: so vindt/ als in 't 26ste Voorstel deses betoont is/ beyde uytterste R en S, waer van de minste R, als 48 ①/ dan zijn sal de helft der breette des vyvers/ ofte de lengte *k*T. De welcke getrocken van *mk* 6 ⓪/ so rest 12 ①/ voor de breette des cingels *m*T. in welcke breette somen treckt de linien EF, FG, GH, en HE even wijdig met AB, BC, CD, en DA, so sal den inhoudt des vyvers EFGH gelijck wesen aen den gegeven inhoudt I, dat's 168.

'tBewijs.

Door 't werck zijn R, Q, en S drie even-reednige linien. Nu is Tk gelijck R, en kP 'tverschil van beyde uytterste R en S. Waerom dan mede Tk, Q, en

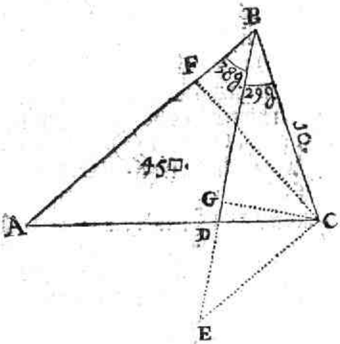


T P drie even-reednige linien zijn/ ende oversulcx 't ▭ van TP en Tk a ghelijck is 't □ QQ. Vorders/ alsoo door 'twerck de somme van bC en aD tot mk is/ gelijck de somme van Bb en Aa, of van Ff en Ee tot kP: so sal mede omgekeert b mk tot de somme van bC en aD zijn/ gelijck kP tot de somme van Ff en Ee, dat is c/ (nemende kT voor gemeene hooghte) alsset ▭ PkT tottet ▭ van Ff, Ee en kT, dat's 't even-wijdig vierkant EFfe. Insgelijcx/ dewijl om de gelijckformigheyt der vierhoecken abCD en efGH, mk is tot de somme van bC en aD, gelijck kT tot de somme van fG en eH, dat is/ d (nemende kT voor gemeene hoochte) alsset □ op kT tottet ▭ van fG, eH en kT, dat's den vierhoeck efGH; so sal mede na 't 12de Voorstel des 5 b. 't □ op kT met t'samen 't ▭ PkT, dat's 't ▭ van TP en Tk, tot den vierhoeck efGH met t'samen 't even-wijdig vierkant EFfe, dat's/ tot den vierhoeck EFGH zijn/ gelijck mk tot de somme van bC en aD. Maer gelijck de somme van bC, aD tot mk, also is door 't werck 168/ d'inhoudt des vyvers I, tot 36/ d'inhoudt van 't □ QQ, dat's omgekeert e, mk tot de somme van bC, aD, gelijck 36/ d'inhoudt van 't □ QQ, tot 168/ d'inhoudt des vyvers I. Waerom dan f 't ▭ van TP, Tk tot den vierhoeck EFGH is/ als 't □ QQ tot den inhoudt des vyvers I. Nu is 't ▭ van TP, Tk gelijck betoont aen 't □ QQ. Waerom dan mede den vierhoeck EFGH aen I 168/ de gegeven inhoudt des vyvers/ gelijck is g. 't Welck te doen was.

a na 't 17 v. des 6 b. Eucl.
b na 't vervolg van 't 4 v. des 5 b. Eucl.
c na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
d na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
e na 't vervolg van 't 4 v. des 5 b. Eucl.
f na 't 11 v des 5 b. Eucl.
g na 't 14 v. des 5 b. Eucl.

XLVI.

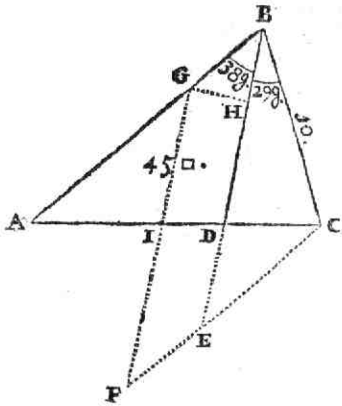
In den driehoeck ABC, waervan de sijde BC doet 10 r., is getrocken de liny BD, soo 't valt, deelende den hoeck ABC, sulcx dat den hoeck ABD doet 38, en den hoeck DBC 29 gr. De vrage is, als d'inhoudt des driehoecks ABD doet 45 □ r., wat dan AB en BD elck doen sullen?



Sy uyt C tot in de verlengde BD
getogen CE even-wydig met AB, dan
sal, wegens de gelijckformicheyt der
driehoecken ABD, DCE, a AD tot DC a na 't 4
zijn, als BD tot DE. Nu is mede AD v. des 6, en
tot DC b, gelijck den △ ABD tot den 16 v. des
△ DBC; en BD tot DE, gelijck den △ 5 b. Eucl.
DBC tot den △ DCE. Waerom dan b Na 't 1
de 3 △ken ABD, DBC, en DCE even- v. des 6 b.
reedig zijn. Wyders, also in den △ Eucl.
EBC bekent is de syde BC met beyde
hoecken CBE en E, dat's ABD: so wert
daer uyt, naer leering der recht-lini-
sche ofte platte driehoecken, mede ge-
vonden d'inhoudt EBC, doende onge-
vaer $36\frac{25}{100}$. Hierom, dewijl van de 3 voorsz △ken bekent is d' 1ste ABD,
en de somme van d'andere twee DBC, EDC, dat's EBC $36\frac{25}{100}$: so volgt, dat
door de manier van wercken in 't bijvoegsel van 't 27 Voorstel betoont, den
△ DBC zijn sal $23\frac{73}{100}$: en oversulcx den gantschen △ ABC $68\frac{73}{100}$, dat's c zijn c na 't 41
dobbel ofte het ▭ begrepen van AB en de hangende CF, $137\frac{46}{100}$. Waer v. des 1 b.
uyt dan voorts mede bekent wort 't ▭ besloten van AB en BC, alsmen stelt, Eucl.
gelijck FC tot CB, dat is, gelijck 92050, sinus des hoecks FBC, tot 100000,
sinus des rechten hoecks BFC, also $137\frac{46}{100}$ tot $149\frac{33}{100}$. 't Welck gedeelt
door BC 10, so komt voor AB $14\frac{93}{100}$, dat's 14 roeden, 9 voet, en ongevaer
3 duymen.

Vorders, om BD te vinden, so stelt, gelijck GC tot CB, dat is, ghelijck
48481, sinus des hoecks DBC, tot 100000, sinus des rechten hoecks CGB, d na 't 41
also $47\frac{46}{100}$, 't ▭ begrepen van DB en d'hangende GC, dat's d 't dobbel des v. des 1 b.
△ks DBC, tot $97\frac{89}{100}$, 't ▭ van DB en BC. Het welck gedeelt door BC 10, Eucl.
so komt ongevaer $9\frac{79}{100}$ voor DB, dat's 9 r., 7 v., en 9 d.

Anders.



Getrocken hebbende / als voozen / CE even-wijdig met AB / soo sy op BE ghemaeckt d'even-wijdige vierhoeck BEFG / van deselve grootte als den △ ABD / dat's van 45 □ r. Dan stelt / 61566 / sinus des hoecks BEC of ABE / geeft AB 10 ⓪ / wat geeft 92050 / sinus des hoecks ECB / so komt EB 1495 ②: item wat geeft 48481 / sinus des hoecks EBC / so komt EC 787 ②. Nu divideert 45 ⓪ / d'inhoudt des ▭ BEFG / door EB 1495 ② / de lengte: soo komt 301 ② / voor de breette GH. Waer uyt dan licht gevonden wert hoe lang GB is / alsmẽ stelt 61566 / sinus des hoecks GBH / geeft GH 301 ② / wat 100000 / sinus des rechten hoecks GHB? so komt GB of FE 489 ②. Welcke ghedaen tot EC 787 ② / so komt FC 1276 ②. Wyders / aengesien den △ ABD en ▭ BEFG even-groot gestelt worden / so sal / aftreckende van elck het gemeene stuck IGBD / mede den △ AGI so groot zijn als 't vierkant FIDE. Tot welcke elck gedaen den △ EDC / so komt den △ FIC alleen so groot te wesen als beyde △ken AGI en EDC te samen. Hierom / also deselve [a] gelijckformig zijn / en oversulcx [b] tot malkander in sodanige reden als de □ten op de lyckstandige syden / so volgt dattet □ op FC so groot is als beyde □ten op AG en EC te samen: en dien-volgens / somen van 1628176 ④ / 't □ op FC / aftreckt 619369 ④ / 't □ op EC / datter rest 1008807 ④ / 't □ op AG. Waer uyt √ / so komt 1004 ② / voor AG. Tot welcke dan gedaen GB 489 ② / soo komt / als boven / 1493 ② / voor A.

a na 't 29 v. des 1, en 4 v. des 6 b. Eucl.
b na 't 19 v. des 6 b. Eucl.

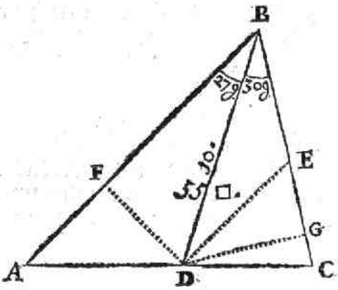
Hier uyt is mede licht te vinden BD / stellende / 2280 ② / de somme van AB en EC / geeft my EB 1495 ② / wat AB 1493 ②? so komt 979 ② / voor BD. Waer uyt dan wyders AD en DC naer leering der platte driehoecken gevonden worden.

XLVII.

In desen driehoeck ABC zijn bekent de hoecken ABD, DBC, doet ABD 27, en DBC 30 gr. Mede so is bekent de liny BD, en d'inhoudt des driehoecks ABC, doet BD 10 r, en △ ABC 55 □ r. Vrage naer AB en BC?

Zijnde uyt D ghetogen DE even-wijdig met AB / ontmoetende BC in E: so so is/ om de gelijckformige driehoecken ABC, DEC, [a] AC tot DC, gelijck BC tot EC. Maer ghelijck AC tot DC, alsoo is mede [b] den △ ABC tot den △ DBC: item BC tot EC, gelijck den △ DBC tot den △ DEC. Waerom dan de 3 △ken ABC, DBC, en DEC even-reednig zijn. Wijders/ aengesien in den △ DBE bekent is de sijde DB met beyde hoecken DBE en BDE, dat's ABD: so wert daer uyt/ naer leering der platte driehoecken/ mede gevonden den inhoudt DBE, doende ongevaer $13\frac{533}{1000}$. Hierom/ dewijl van de 3 voorsz driehoecken bekent is d'1ste en grootste ABC 55/ en 't verschil/ dat de 2de DBC grooter is als de 3de DEC, dat's DBE $13\frac{533}{1000}$: so volgt/ dat door de manier van wercken betoont in 't bywoegsel van 't 28ste Voorstel/ den △ DBC zijn sal/ of $30\frac{955}{1000}$/ of $24\frac{45}{1000}$. Waerom/ somen stelt dat DBC doet $30\frac{955}{1000}$/ so sal ABD zijn $24\frac{45}{1000}$; maer voor DBC gestelt zijnde $24\frac{45}{1000}$/ so sal ABD wesen $30\frac{955}{1000}$. Nemende dan dat ABD doet $24\frac{45}{1000}$/ so sal zijn dobbel/ dat's [c] 't ▭ begrepen van AB en de hangende FD zijn $48\frac{90}{1000}$: maer uyt dan voorts mede bekent woort 't ▭ besloten van AB en BD, alsmen stelt/ gelijck FD tot DB, dat is/ gelijck 45399/ sinus des hoecks ABD/ tot 100000/ sinus des rechten hoecks DFB/ also $48\frac{90}{1000}$/ tot $105\frac{927}{1000}$. 't Welck gedeelt door DB 10/ so komt ongevaer $10\frac{593}{1000}$/ dat's 10 r./ 5 v./ 9 d./ en 3 grepnen/ voor AB.

a na 't 4 v. des 6, en 't 16 v. des 5 b. Eucl.
b na 't 1 v. des 6 b. Eucl.



c na 't 41 v. des 1 b. Eucl.

Vorders/ om BC te vinden/ so stelt/ gelijck DG tot DB, dat is/ gelijck 50000/ sinus des hoecks DBC tot 100000/ sinus des rechten hoecks DGB/ also $61\frac{910}{1000}$, 't ▭ begrepen van BC en d'hangende DG, dat's [d] 't dobbel des △ DBC, tot $123\frac{820}{1000}$/ 't ▭ van DB, BC. Het welck gedeelt door DB 10/ so komt weynich min als $12\frac{382}{1000}$/ dat's 12 r./ 3 v./ 8 d./ en 2 gr. voor BC.

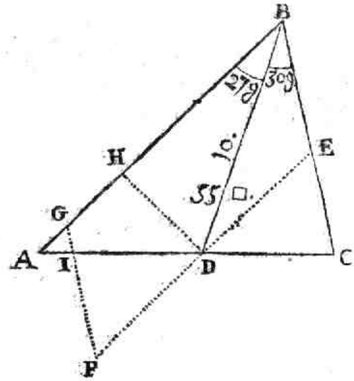
d na 't 41 v. des 1 b. Eucl.

Op deselve manier/ somen ABD laet zijn $30\frac{955}{1000}$/ salmen ongevaer voor AB vinden $13\frac{637}{1000}$/ en voor BC $9\frac{618}{1000}$; sulcx dat/ de sijden AB, BC elck zijnde van een dobbel besluyt/ diesshalven AB doet of $10\frac{593}{1000}$/ of $13\frac{637}{1000}$; en BC of $12\frac{382}{1000}$/ of $9\frac{618}{1000}$.

Anders.

Getrocken hebbende/ als vooren/ DE even-wydig met AB/ so sy op BE gemaeckt 't ▭ BEFG/ van deselve grootte als den △ ABC/ dat's van 55 □ r. Dan stelt/ 83867/ sinus des hoecks DEB/ dat's sinus van 57 gr. d'hoeck ABC of DEC/ geeft my DB 10 ⓪/ wat 45399/ sinus des hoecks BDE of ABD/ so komt BE 5413 ③: item wat geeft 50000/ sinus des hoecks DBE/ so komt DE 5962 ③. Wyders/ gelijck 100000/ sinus des rechten

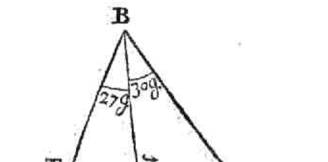
 hoecks



hoecks DHB / tot DB 10 (0) / alſo 45399/tot 4540(3)/d' hangende DH. Nu divideert 55 (0)/d' inhoudt van 't ▭ BEFG/door 4540(3)/de hangende of breette DH / ſo komt 12115 (3)/ de lengte GB of FE. Waer van getrocken DE 5962 (3)/ ſo reſt FD 6153 (3). Vorders/ aengeſien 't ▭ BEFG ſoo groot geſtelt wort als den △ ABC/ſo moet / aftreckende van beyde het gemeene ſtuck IGBED/dẽ △ FID ſo groot zijn als beyde △ken AGI en DEC te ſamen. Hierom / alſo deſelve [a] alle van eene form zijn / en die overſulcx [b] tot malkander ſtaen als de □ten op de lijckſtandige ſijden/ſo volgt dattet □ op FD ſo groot is als beyde □ten op AG en DE : en dienvolgens/ſomen van 't □ op FD 37859409 (6) aftreckt 't □ op DE 35545444 (6)/datter reſt 2313965 (6)/ 't □ op AG. Waer uyt √/ ſo komt 1521 (3)/voor AG. Tot welcke dan gedaen GB 12115 (3)/ſo komt 13636 (3) voor AB/ weynich min/ als boven.

a na 't 29 v. des 1 b. en 4 v. des 6 b. Eucl.
b na 't 19 v. des 6 b. Eucl.

Voorts om BC te vinden / ſo ſtelt / gelijck 7674 (3)/ 't verſchil van AB/ DE/ tot BE 5413 (3)/alſo AB 13636 (3)/ tot BC 9618 (3)/ gelijck vooren.

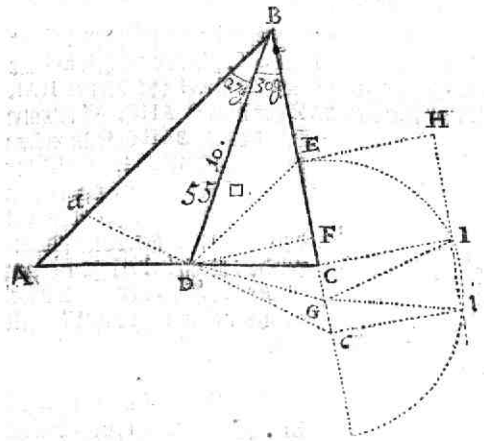


Op deſelve manier/ ſomen DE haelt even-wydig met BC / ontmoetende AB in E / en op EB maeckt als vooren 't ▭ BEFG van deſelve grootte als den △ ABC/ſalmẽ werckende vindẽ 10592 (3) voor AB/ zijnde weynig min als boven; en 12383 (3) voor BC/ zijnde wat meer/ als boven. Sulcx dat BA en BC elck als voorgaende zijn van een dobbel beſluyt/ te weeten AB/ of 13636 (3)/ of 10592 (3); en BC of 9618 (3)/ of 12383 (3). Waer uyt dan wyders AD en DC door gemeene reeckeningh der platte driehoecken licht te vinden zijn : die insgelijcks ooc van een dobbel beſluyt ſullen weſen.

Noch anders.

Zijnde / als boven / DE gehaelt evenwijdig met AB/ en uyt D op BC getrocken de hangende DF:ſo ſal als vooren BE zijn 5413 (3)/ en DE 5962 (3). Daer na/ ſtellende/ gelijck 100000 / ſinus des rechten hoecks DFB/ tot DB 10 (0) / alſo 50000 / ſinus des hoecks DBF, tot DF. welcke daerom is 5 (0).

Nemende



Nemende nu dat dē △ DBG so veel inhoudt als de ½ van ABC, dat's/275 (1)/so divideert 275 (1) door 25 (1)/de helft der hangende DF, ofte 55 door 5/ so komt 11 (0)/ voor de grondt-lijn BG. So nu BE 5413 (3) de helft waer van BG 11 (0)/so soude alsdā mede BC gevonden zijn/ en 11 (0) doen/ ende AB en BC elck maer van een beslupt zijn. Maer aenghesien die hier minder is/ so sullē derhalven AB en BC elck van een dobbel beslupt wesen. Om welcke te vinden/ salmen EH recht-hoeckig stellen op BC, en deselve aen EB gelijck nemende uyt G in de wijtte GE beschrijven dē rondt-treck EI i, die van HI i, welcke met BC even-wijdig is/ doorsneden werde in de punten I, i. Uyt welcke sonnen op BC trecke de hangenden IC, ic, deselve dan sullen bewijsen de lengten der sijde BC. Hierom aftreckende 29300569 (5)/ 't □ op BE, EH, of CI, van 't □ op GE of GI 31214569 (6)/ so rest 1914000 (5)/ voor 't □ op GC a. Waer uyt √/ komt 1383 (3)/ voor GC of Gc. Welcke ghetrocken van BG 11 (0)/ als oock daer toe geaddeert/ so komt 9617 (3)/ of 12383 (3)/ voor BC. Waer af 't bewijs uyt de voorgaende manier openbaer is.

a na 't 14 v. deses, ofte 't 47 v. des 1 b. Eucl.

Eyndelijck/ om AB te vinden/ so stelt b CE 4204 (3)/ of 6970 (3)/ geeft ED 5962 (3)/ wat CB 9617 (3)? of 12383 (3)? so komt 13638 (3)/ of 10592 (3)/ voor AB.

b na 't 4 v. des 6 b. Eucl.

XLVIII.

Gegeven sijnde den driehoeck ABC, wiens sijden AB, BC naer A en C oneyndlijck zijn verlengt: door D, een punt gegeven in AC, buyten 't midden, waer 't valt, een rechte liny te trecken, als IDH, sulcx datden driehoeck IHB, van deselve besloten, so groot sy als den driehoeck ACB.

't Werck.

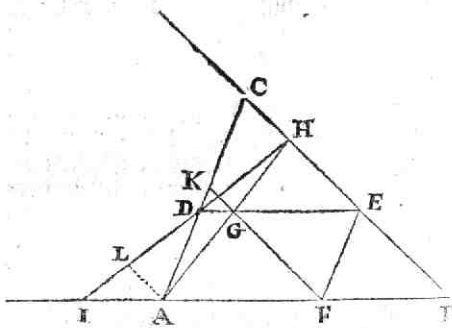
Om 't welck te doen/ treckt DE even-wydig met AB, dan EF met AC, voorts FG met CB. Daer na haelende uyt A door G de liny AGH, so treckt HDI, dewelcke dan is de begeerde.

't Be-

't Bewijs.

a na 't 129 des 1 b. en 4. v. des 6 b. Eucl.
b na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
c na 't 9 v. des 5 b. Eucl.

Want verlengt hebbende FG tot K, so is a / wegens de gelijckformicheyt der driehoecken FGE, KGD, EG tot GD, als FG tot GK. Maer gelijck EG tot GD, alsso is mede BA tot AI, en insgelijcks b den △ BAH tot den △ HAI. Item FG tot GK, als BH tot HC, en den △ BAH tot den △ AHC. Waerom dan den △ BAH deselve reden heeft tot den △ HAI als tot den △ AHC: ende oversulcx c den △ HAI soo groot is als den △ AHC. Hierom adderende tot elck den gemeenen △ BAH, so is den △ IHB soo groot als dē △ ACB. 't Welck te doen was.



Anders.

d na 't vervolg van 't 4 v. des 6. b. Eucl.
e na 't 17 v. des 5 b. Eucl.
f na 2 't v. des 6 b. Eucl.
g na 't 11 v. des 5 b. Eucl.
h na 't vervolg van 't 4 v. des 5 b. Eucl.

Sy CE tot EB, als EB tot EH. Want aengesien d om de ghelijckformige driehoecken AHB, AGF, AB tot AF is / als BH tot FG, dat's EB: soo sal mede ghedeelt e BF tot FA zijn / als HE tot EB. Maer gelijck BF tot FA, alsso is f, wegens de even-wijdige FE, AC, BE tot EC. Waerom dan g HE tot EB is / als EB tot EC, en omgekeert h CE tot EB, als EB tot EH. 't Welck was te bewijsen.

Noch anders.

i na 't vervolg van 't 19 v. des 5 b. Eucl.
k na 't vervolg van 't 4 v. des 5 b. Eucl.
l na 't vervolg van 't 4 v. des 6 b. Eucl.
m na 't 26 v. des 1 b. Eucl.

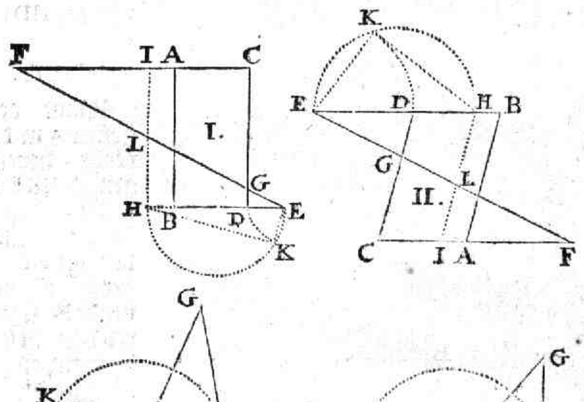
Sy gestelt / als FB tot BA, alsso AF tot BI. Want dewyl / als vooren / AB tot AF is / als BH tot EB, en door redens verandering i AB tot BF, als BH tot HE: so sal mede omgekeert k FB tot BA zijn / als EH tot HB, dat is l / wegens de ghelijckformicheyt der driehoecken HED, HBI, als DE, dat's AF, tot IB. 't Welck was te betoonen.

Wyders / dattet punt D moet ge-eyscht worden buyten 't midden van AC, geschiet daerom / om dat het punt D in 't midden gegeven sijnde / geene lijn als IH door 't selve getrocken kan worden / die een driehoeck maeckt / als IHB, die soo groot sy als den driehoeck ACB; maer die telckens grooter is dan ACB. Blijckende 't selve / alsmen treckt AL evenwydig met BC: want dewijl alsdan m komen de 2 gelijcke driehoecken ALD en DHC, tot yder van dewelcke somen doet het ghemeene stuck ADHB, so komt het onghesschickt vierkant ALHB so groot te wesen als den △ ACB, en daerom den △ IHB om 't stuck ILA grooter dan ACB. Sulcx dat in sodanigen gheval den △ ACB de kleynste van alle de driehoecken is / die van eenige lijn / door D ghetrocken / gemaeckt kan worden. Om welcke dan te vinden / men alleen sal trecken DE even-wydigh met AB: want somen alsdan EC gelijck neemt aen EB, en uyt C door D treckt CDA; so is den △ ACB de kleenste.

XLIX. Ge-

XLIX.

Gegeven zijnde een even-wijdige vierhoeck ABDC, uyt of door een gegeven punt E, in een der sijden, als BD, of desselfs verlengde, een rechte liny te trecken, als EF, t'samen-komende met beyde overstaende sijden AC, CD, ofte naer dat deselve zijn verlengt; sulcx dat den driehoeck FCG, van deselve besloten, tot den vierhoeck ABDC een gegeven reden hebbe, als HD tot DB.



Dit is het 164 *Voorstel van't* 7^de^ *boeck* Collectionum Mathematicarum Pappi Alexandrini *in't algemeen van ons voorghestelt en ontbondẽ, waer van by dan de wercking niet en betoôt, maer deselve schijnt te eyssehen uyt de boeckjens* Apollonii* *van de* Afdeeling des Vlacks, *die verlooren zijn, en naderhandt weder hervonden door wijlen dẽ hoochgeleerden en wijtvermaerdẽ* Willebrordus Snellius, *welcke oock*

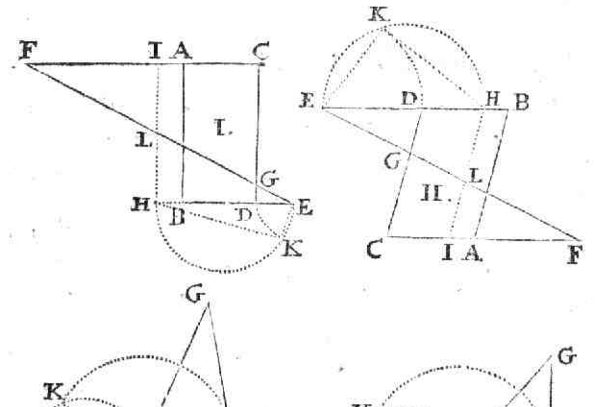
* *De spatii sectione.*

* De determinata sectione.
‡ De rationis sectione.

oock die van de * Bepaelde Snijding, *en van de* ‡ Snijding in Reden *weder in 't licht gebracht heeft.*

't Werck.

Getrocken hebbende HI even-wijdig met AB of CD, maeckende d'even-wijdige vierhoeck HDCI, so sy op HE beschreven het half rondt HKE; waer in stellende EK gelijck ED, so haelt HK: Dan sal / somen IF ghelijck neemt aen HK, en door F en E een rechte lijn treckt / den △ FCG tot den ▭ ABDC zijn / als HD tot DB.



't Bewijs.

a na 't 31 v. des 3, en 31 v. des 6 b. Eucl.

Want aengesien a in den recht-hoeckigen △ HKE de recht-linische figuer beschreven op HE soo groot is als beyde de figueren van een selfde form en gelijckstandig beschreven op EK, KH; door welcke somen neemt de 3 gelijckformige driehoecken HLE, DGE, en ILF, diens gelijckstandige sijden zijn HE, ED, dat's EK, en IF, dat's HK: so volgt dat den △HLE so groot is als beyde de △ken DGE en ILF te samen. Hierom / somen in d' 1ste en 2de fig. van d'een / eener-sijds / en van beyde andre / ander-zijds / wech-neemt den gemeenen △ DGE, so blijft aen d'een sijd den vierhoeck HLGD so groot als den △ ILF aen d'ander sijd. Tot welcke dan elcx gedaen het gemeene stuck LICG, soo komt

komt den ▭ HICD so groot als den △ FCG. Maer in de 3de en 4de fig. astreckende van de voorsz driehoecken den gemeenen △ ILE, so rest den vierhoeck IHEF so groot als den △ EGD. Tot welcke elck genomen het gemeene stuck FEDC, so komt den ▭ IHDC so groot als den △ FGC. En in de 5de en 6ste fig. tot de geseyde driehoecken doende het gemeene stuck ILEDC, soo komt den ▭ IHDC so groot als den △ FGC. Waerom/ dewijl in alle dese figueren den ▭ IHDC soo groot is als den △ FGC, ende b den ▭ IHDC tot den ▭ ABDC is/ als HD tot DB: so sal mede den △ FGC tot den ▭ ABDC zijn/ als HD tot DB. 't Welck te doen was. b na 't 1 v. des 6 b. Eucl.

Wat d' 1ste en 2de fig. belangt/ deselve zijn alleen van eene solutie/ ende geene bepaling onderworpen/ gelijck wel doen de 4 andre figueren. In welcke *HE* niet kleender zijn moet dan *ED*. Want gelijck zijnde/ so sal de liny uyt I door E getogen aen 't begeerde genoegh doen/ ende IEG alsdan den kleensten driehoeck van allen zijn/ dieder door eenige liny/ door E getogen/ konnen ghemaeckt worden. Dat is/ dat het Voorstel in sulcke 1 geval maer * van eene solutie sal wesen/ daer 'tselve andersins van twee solutien ofte een dobbel besluyt is. Want gevonden hebbende de liny FEG, als geleert is/ so salmen als in't voorgaende Voorstel door E een ander liny trecken/ die een driehoeck maeckt/ so groot als FGC, die dan d'ander solutie sal betoonen. Welcke liny dan alhier korter gevonden wort/ alsmen alleen HK, die wy in de 3de en 4de fig. van I tot F naer C toe gestelt hebben/ stelt in deselve liny aen d'ander syde/ gelijckerwijs in de 5de en 6ste figuer geschiet is; en die wy in de 5de en 6ste fig. van I tot F naer d'ander syde hebben geteyckent/ teyckent in deselve liny naer C toe/ sulcx als in de 4de en 5de fig. gedaen is/ haelende voorts uyt dit gevonde punt door E een rechte liny. * μοναχόν.

Alwaer wijders blijckt/ dat in de 3de en 6ste fig./ alwaer 't punt E in de verlengde syde BD genomen is/ de reden van HD tot DB altijt van * grooterheyt zijn moet/ dat is/ dat HD grooter zy als DB: dewijl in diergelijcke voorvallen den △ FGC altijts grooter is als den ▭ ABCD. * majoris inæqualitatis.

Eyndelijck/ wat d'ander Voorvallen aengaet/ somen in deselve met Pappus begeert/ dat den △ FGC so groot zy als den ▭ ABCD, in welcken geval HD en DB altijts gelijck zijn/ en IH deselve is als AB: so is te weeten/ dattet werck en bewijs onveranderd blijvende/ het punt B alleen genomen moet worden voor 't punt H, en 't punt A voor 't punt I.

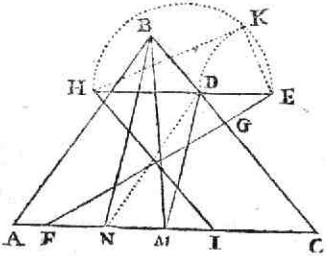
Op de selve wijz wert mede uyt of door E een rechte liny ghetrocken/ sulcx dat den △ FCG so groot zy als een gegeven vlack/ alsmen alleen c den ▭ HICD so groot maeckt alsset gegeven vlack: achtende hier mede aen alle de deelen van 't Voorstel voldaen te wesen. c na 't 44 of 45 v. des 1 b. Eucl.

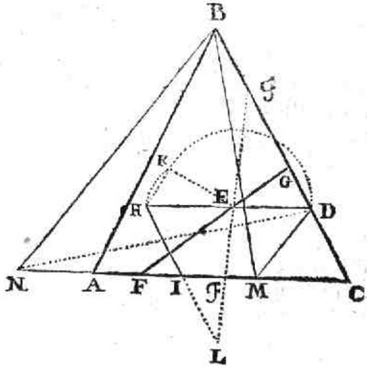
L.

Den driehoeck ABC te deelen in een gegeve reden, met een liny EFG, komende uyt of door een gegeven punt E, buyten of binnen ABC.

't Werck.

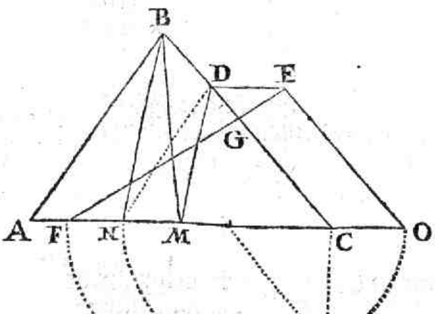
Gedeelt hebbende AC in M in de gegeve reden / so haelt BM. Dan treckt ED even-wijdig met AC, ontmoetende BC, ofte naer dat deselve verlengt is in D: en beschrijft op DC, na 't 44ste Voorstel des 1 boecks Eucl. d'even-wijdige vierhoeck IHDC gelijck den △ MBC: ofte korter / verandert alleen

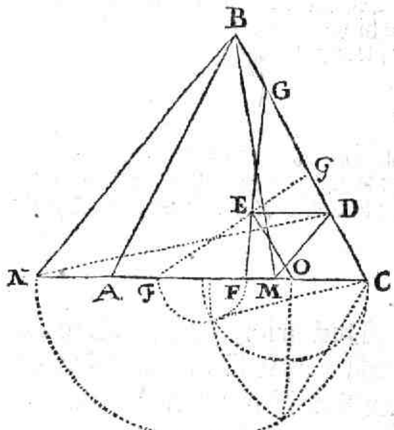




den △ MBC in den △ NDC (mits daer toe te trecken BN even-wijdig met DM), en dan NC in I in tweeen gelijck deelende. 't Welck gedaen zijnde / so salmen uyt of door E, als in 't voorgaende werck stuck / trecken EFG, sulcx dat den △ FCG so groot zy als den ▭ IHDC; dewelcke dan is de begeerde.

Op deselve wijz werdt mede uyt of door E een rechte liny getrocken / sulcx dat den △ FCG so groot zy als een gegeven vlack / alsmen alleen den ▭ IHDC so groot maeckt alsset selve vlack.



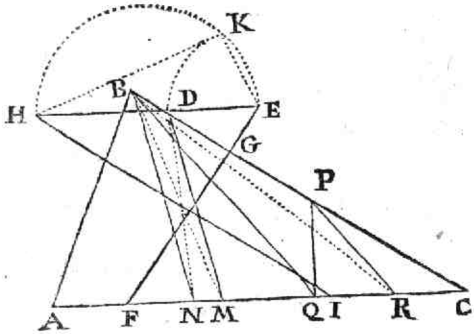


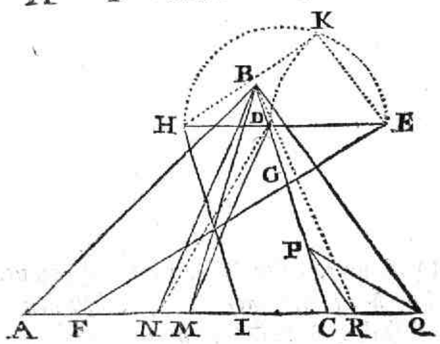
Anders.

Anders.

Zijnde / als vooren / den △ MBC verandert in den △ NDC, so haelt EO even-wijdig met BC, ontmoetende AC, ofte naer dat deselve verlengt is in O. Daer na nemende dat NC is d'een uytterste / en CO 'tverschil der middelste en ander uytterste van 3 even-reednige linien/ so vindt daer uyt naer 't 28ste Voorstel deses de middelste FC, ende komt alſo FO te zijn d'ander uytterste. Dan treckt FEG, dewelcke is de begeerde.

Insgelijcx werckt mede / indien den △ FCG so groot begeert wordt als een gegeven vlack/naer datmen alleen den △ NDC aen het selve heeft gelijckt gemaeckt.





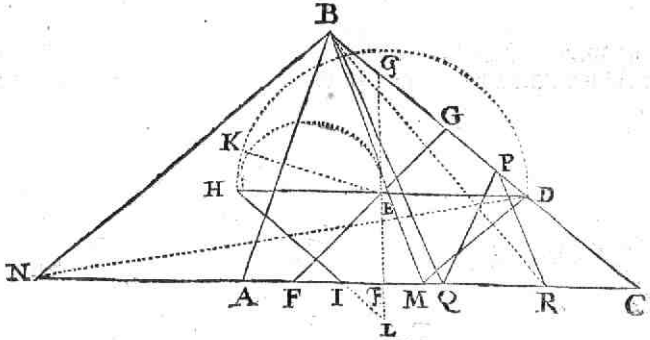
't Bewijs.

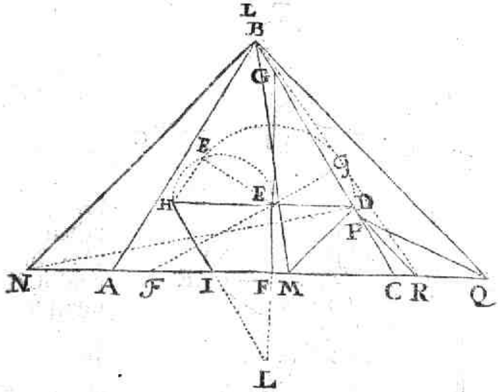
Aengesien FO, FC, en NC [a] 3 even-reednige linien zijn / ende op de 1ste en 2de gemaeckt zijn beyde gelijckformige △ken FEO en FGC: so sal [b] d' 1ste FO tot de 3de NC zijn / als den △ FEO op d' 1ste tot den △ FGC op de 2de. Maer gelijck FO tot NC, alſo is mede [c] den selven △ FEO tot den △ NDC, dat's MBC. Waerom / dewijl den △ FEO tot den △ FGC deselve reden heeft als tot den △ MBC, dan [d] beyde △ken FGC en MBC even groot zijn: ende oversulcx mede 't resterende stuck ABGF so groot is als den resterenden △ ABM. Nu is ABM tot MBC [e], als AM tot MC. Waerom dan oock ABGF tot FGC is / als AM tot MC. 't Welck te doen was.

a Door 't werck.
b na 't vervolg van 't 19 v. des 6 b. Eucl.
c na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
d na 't 9 v. des 5 b. Eucl.
e na 't 1 v. des 6 b. Eucl.

BYVOUGSEL.

Op gelijcke wijz werdt mede 't vierkant ABPQ *gedeelt in een gegeve reden, met een liny uyt of door een gegeve punt* E *buyten oft binnen* ABPQ, *somen alleen* ABPQ *verandert in den* △ ABR, *en dan* AR *in* M *deelt in de gegeve reden. Werckende wijders, naer dat* IHDC, (*als vooren*) *aen* NDC *dat's* MBC *gelijck gemaeckt is, als in d'* 1ste *manier geleert is. Ofte oock gelijck in de* 2de, *vindende tot* NC, *als d'een uytterste, en* CO, *dat's* DE, *'tverschil der middelste en d'ander uytterste van* 3 *even-reednige linien, de middelste* FC.





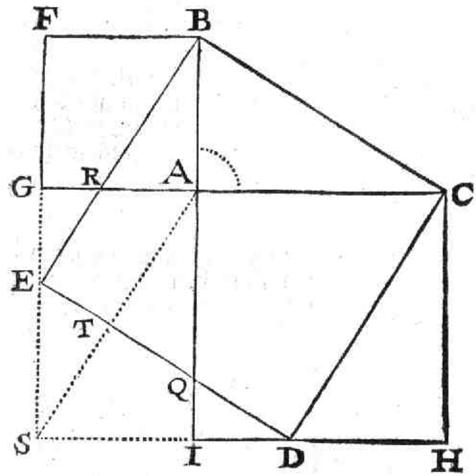
Insgelijcx om 't stuck F G P Q *so groot af te snijden als een gegeven vlack, so salmen tottet selve eerst by doen ofte daer van aftrecken den* △ CPQ, *sulcx dat de somme of rest sy den* △ NDC; *en dan wercken als vooren.*

Het welck alles van gelijcken mede also van alle andere recht-linische figuren te verstaen is.

F I N I S.

Aen-

AEnghesien het 47ste Voorstel des 1sten boecks Euclidis, *het welck wy in't 4de deser anders betoont hebben, van seer groot gebruyck is; so heeft my goet gedacht ten gevalle der geene, die, in de* Geometrie *noch weynig of niet ervaren zijnde, alleen in't overwegen der Voorstellen, welcke eenige wonderbare eygenschappen en klaer-blijckende nutticheden vertoonen, vermaeck scheppen, en van een lange aen-een-ketening van voorgaende Propositien een af-schrick hebben, alhier een korter bewijs desselven Voorstels aen te hechten.*



Dattet □ EBCD so groot is als beyde □ten GFBA en ACHI te samen genomen, wert aldus betoont. Verlengt FG, HI totse t'samen komen in S, en treckt SA. Aengesien nu de figuer SFBCH grooter is als 't □ EBCD om de 3 △ken EFB, CHD, en DSE, maer grooter dan de 2 □ten GFBA en ACHI om 't ▭ SGAI en den △ ABC: so staet alleen te betoonen, dat de △ken EFB, CHD, en DSE te samen genomen soo groot zijn alsset ▭ SGAI met t'samen den △ ABC. Het welck dan blijckt / indien men aenmerckt, dat de 3 △ken EFB, CHD, en DSE so onder malkander als aen de △ken SGA, AIS, en ABC, yder bysonder, dat is, aen 't ▭ SGAI met t'samen den △ ABC gelijck zijn. Gelijck voorgestelt was.

Ofte oock op dese wijz, gelijck den wel-geleerden Heer, Andries van Oudts-hoorn, *in de Wis-konsten en allerhande deugden uytsteeckende.*

Den △ RBA en vierhoeck ACDQ zijn beyde so in't □ EBCD als in beyde □ten GFBA en ACHI begrepen. Dat nu de twee resteerende stucken ABC en RAQE, begrepen in 't □ EBCD, soo groot zijn als de 3 resteerende stucken GFBR, CHD, en DIQ, begrepen in de □ten GFBA en ACHI, blijckt, om dat den △ ABC gelijck is aen den △ CHD, en den vierhoeck RAQE gelijck aen

den

den vierhoeck GFBR met t' samen den △ DIQ. te weeten / somen de somme des △ks EGR en vierhoecks SEQI aftreckt so van de somme der △ken SGA/ AIS/ dat is/ van 't ▭ SGAI/ als van de somme der △ken EFB en SED / die aen de voorgaende gelijck zijn. Hierom / nadien alle de stucken begrepen in 't □ EBCD mede begrepen zijn ofte so groot zijn als alle de stucken/ welcke t' samen de □ten GFBA en ACHI uytmaecken / so volgt dattet □ EBCD so groot is als beyde □ten GFBA en ACHI. Het welck te bewijsen was.

Vervulling des bewijs.

Op datter geen reden van twijffelen over en blijve/ so staet eerstelijck te
weeten/dat de linien GAC en BAI, naer 't 14ste Voorstel des 1 boeck Euclidis,
recht zijn. Daer na/ dat E den hoeck des □ts EBCD in de liny FS valt / als
oock dat den △ EFB soo groot is als den △ ABC, blijckt aldus. Want na-
diense behalven de rechte hoecken tot F en A mede de hoecken FBE en ABC,
alsmen den gemeenen hoeck EBA aftreckt van yder rechten hoeck FBA en
EBC,gelijck hebben; en daerenboven haer sijden FB, AB, wegens 't □ GFBA,
a na 't 26 v. des 1 b. Eucl. even lanck zijn : so sullen oock [a] de andre sijden FE, EB aen d'andre sijden AC,
CB, d'een d'ander gelijck wesen ; en [b] den △ EFB so groot zijn als den △
ABC. Hierom/ also EB, getrocken zijnde rechthoeckig op BC,tot dat die t'sa-
b na 't 4 v. des 1 b. Eucl. men kome met FG verlengt zijnde in E, aen BC gelijck betoont is:so is open-
baer/ dat E den hoeck des □ts EBCD in de linỳ FS valt. Insgelijcx wert be-
c Besiet het geen pag. 41 staet. toont [c]/ dat D den hoeck van 't selve □ EBCD in de syde IH valt/ gelijck-
oock dat den △ ABC so groot is als den △ CHD. Wijders dat den △ SGA
so groot is als den △ AIS, blijckt uyt het 34ste V. des 1 boecks Eucl. indien
alleen betoont wordt dattet ▭ SGAI een even-wijdig vierkant is / dat is/
d na 't 28 v. des 1 b. Eucl. wiens overstaende sijden even-wijdig zijn. Het welck openbaer is [d]/wegens
de gelijckheyt der rechte hoecken BAC, FGA, en AIH. Hier beneffens/ dat
den △ SGA aen den △ EFB, dat is/ als boven/ aen den △ ABC gelijck is/
e na 't 34 v. des 1 b. Eucl. kan hier uyt afgenomen wordẽ/om dat SG [e] aen IA,dat's AC gelijck is/en GA
aen AB; en om dat de hoecken AGS en BAC, van deselve begrepen/ recht/ en
dienvolgende gelijck zijn. Eyndelijck dat den △ AIS aen den △ SED gelijck
is / blijckt aldus. Want nadien/ als boven/ FE gelijck is aen AC/dat is/ AI,
f na 't 34 v. des 1 b. Eucl. en FS [f] gelijck aen BI : so sal oock ES aen BA gelijck wesen. Insgelijcx/om dat
DH gelijck is AB, dat is / GA, en SH gelijck GC : so sal mede SD aen AC ge-
lijck zijn. Hierom nadien in de △ken SED en ABC de syden om de gelijcke
g na 't 4 v. des 1 b. Eucl. rechte hoecken tot S en A. d'een aen d' ander/gelijck zijn : so sullen oock [g] de-
selve △ken even-groot wesen. Nu is den △ ABC, als boven betoont is / so
groot als den △ EFG of SGA, dat is / AIS. Waerom dan mede den △ SED
aen den △ AIS gelijck is.

Tweede Boeck der MATHEMATISCHE OEFFENINGEN,

Begrypende

d'Ontbinding der *Simpele Geometrische Werckstucken*,

Dat is,

Dewelcke ontbonden konnen worden / alleen door het trecken van rechte linien.

Door

FRANCISCUS van SCHOOTEN,
Professor Matheseos inde Universiteyt tot *Leyden*.

t'AMSTERDAM,

By GERRIT van GOEDESBERGH,
Boeck-verkooper op 't Water / in de Delffsche Bybel / tegen over de Nieuwe-Brugh.

ANNO 1660.

Aen de Edele, Achtbaere, Wijse, ende seer voorsienige Heeren,

MIJN HEEREN

DE CURATEURS

der Wijt-vermaerde Universiteyt tot LEYDEN.

d'Heer, AMELIS van den BOUCKHORST; Heer van Wimmenum, Dijckgraef van Rhijnlandt, eertijts Gedeputeerde uyt de Ridderschap der Ed. Groot-Mog. Heeren Staten van Hollant ter vergadering van d'Hooch-Mog. Heeren Staten Generael; en tegenwoordig Presideerende Raedt ter vergadering der Ed. Mog. Heeren de Gecommitteerde Raden van Hollandt.

d'Heer GERARD SCHAEP, Ridder, Heer van Corte-hoef, Burgemeester der Stadt Amsterdam, eertijts Ambassadeur by de Doorluchtichste en Grootmachtichste Koningen van Denemarcken en Sweden, als oock Gedeputeerde ter vergadering van de Hooch-Mog. Heeren Staten Generael, gelijck mede ter vergadering der Ed. Mog. Heeren de Gecommitteerde Raden van Hollandt.

d'Heer CORNELIS van BEVEREN, Ridder, Heer van Strevels-hoeck, West-Isselmonde, de Lindt, en Devel-steyn, eertijts by de Doorluchtichste en Groot machtichste Koningen van Engelandt en Denemarcken Ambassadeur, der Stadt Dordrecht Burgemeester, en meermaelen Gedeputeerde ter vergadering van de Hooch-Mog. Heeren Staten Generael; en Gedeputeerde ter vergadering der Ed. Mog. Heeren de Gecommitteerde Raden van Hollandt.

GELYCK OOCK,

d'Heer CORNELIS ANTHONISSEN van BUYTEVEST,
d'Heer Mr. WILLEM PAEDTS, Rechts-geleerde, en Heemraedt van Rhijnlandt,
d'Heer Mr. PAULUS van SWANENBURG, Rechts-geleerde,
d'Heer Mr. JOHAN MEERMAN, Rechts-geleerde.

Burgemeesters der florissante en wijtberoemde Stadt Leyden.

ALS MEDE,

Aen d'Achtbaeren, Wijsen, ende seer Voorsienigen Heere,

d'Heer, Mr. JOHAN van WEVELICHOVEN, Rechts-geleerde, Raedt en Pensionaris der Stadt Leyden, en Secretaris der boven-gemelte Heeren Curateurs.

Edele,

Edele, Achtbaere, Wijse, ende seer Voorsienige Heeren,

TErwijl ick overweeg hoe grootlijcx ick in uwe E. E en A. A ben gehouden, dattet deselve niet alleen en heeft belieft mijne studien in den aenvang van mijne Professie te begonstigen; maer self in die te vervorderen my alsnoch geenerhande hulp en ontsegt: so heb ick billijck geoordeelt, den voortganck, die ick in de loopbaen, van uwe E. E en A. A my voor-gestelt, achte gedaen te hebben, aen uwe E. E en A. A te vertoonen; en deselve met eenen te doen verstaen, dat ick sodanige bysondere vveldaet geensins en vergeete. Daerbeneffens overwegende uwer E. E en A. A uytsteeckende beleeftheyt, so en twijffel ick niet, of dese gifte, die ick aen uwe E. E en A. A met aller eerbiedigheyt op-offere, sal by deselve niet on-aengenaem maer behaechlijk wesen; te meer, dewijl uwe E. E en A. A de eerstelingen van onsen arbeyt hebt verwaerdicht in uwe beschuttinge te ontfangen; ende oock andersins van selfs gewoon zijt den geenen gonst te bewijsen, die de goede konsten tottet gemeene beste soecken te bevorderen. Hoe groot nu der Wiskonsten nutticheyt, ja self nootsaeckelijckheyt sy, en vvat behulp die in tbevorderen, in't uytleggen, versteercken, en verçieren der Steden bewijsen, en wat voor groote vvaerdigheyt haer daerenboven uyt de uytmuntende klaerheyt van hare seeckerheyt, waer in sy dan alle andre konsten overtreffen, toe-komt; is onnodig uwe E. E en A. A hier te verhalen, als aen dewelcke sulcx, so vvel uyt de veelerhande hooge bedieningen onser Republijcq, als uyt de verscheyde besendingen tot de grootste Monarchen, die met geen kleyne lof en geringe verwondering der uytheemsche door uwe E. E zijn verricht, genoegsaem bekent is. Mijns bedunckens so heeft hy de saeck seer wel getroffen, die seyde: Dat de Mathematische Wetenschappen en Konsten aen het menschelijck geslacht so nootsaeckelijck zijn, dat hy, diese uyt de Societeyt der menschen soude willen wegh-nemen, schijnen soud de werelt van haer Son te berooven. *Ende al-hoewel den vlijt der geener hierom seer te prijsen is, die deselve tot nut der Republijcq niet alleen trachten te bevorderen; maer self oock, naer datse die bevordert hebben, aen de nakomelingen mede deylen en bekent maecken; nochtans so achte ick die geene geen minder eere vvaerdig, die haere nootwendigheyt te recht hebbende doorsien, en van die Mecœnates zijnde en voorstanders, allen vlijt aenwenden om deselve met d'andre vvetenschappen en konsten voort te setten, ende gemeyn te maecken. Het vvelck, met vvat voor groote sorgvuldigheyt dan van uwe E. E en A. A geschiet, daer uyt blijcken kan, dat uwe E. E en A. A niet alleen de Mathematische Konsten in uwe Universiteyt (als op andre geschiet) hebt ingevoert; maer self oock die in de eygene spraecke deser Landen hebt doen onderwijsen, en daer door alle andre, aen welcke diergelijcke macht gedefereert is, met so een loffelijcke instelling en navolgelijck exempel zijt voorgegaen. Wat aenwas nu van eer en luyster dees' Universiteyt hier door verkregen heeft, getuycht de gestadige aenkomst van so veel Adelijcke, Vorstelijcke, en Princelijcke persoonen, die dese uwe Academie, gelijck de Sterren den Hemel, verçieren, en voornamentlijck om geen andre oorsaeck en besoecken, als om de Mathe-*

matische

matische Scientien met allen vlijt te leeren. Ick verswijgh alhier ontelbare mannen, die uyt dese seer vruchtbare School, als uyt het Troyaensche Paert, zijnde voort-gekomen, dese Landen grooten dienst gedaen hebben, en deselve tegens alle uytwendig geweldt des vyandts als onbeweeglijck en onwinbaer hebben gemaeckt. door vviens behulp dan tot verseeckering en gerustheyt der ingesetene so veele plaetsen zijn gefortificeert, so veele sterkten gebouwt, en eyndtlijck so veele vyandtlijcke aenslagen ontdekt ende te niet gemaeckt. Wat dan belangt de vruchten, die de bevordering der Wiskonsten in tijden van oorloge alhier gebaert heeft, wil die geern stil-swijgende voorbygaen: overmits aen yder allenthalven bekent is, dat de Militaire Disciplijn, en de manier van Krijgh te voeren, so offensijf, als defensijf, sulcx als die hier geoeffent en voort-geset is geweest, geen vveerga ter werelt gevonden heeft; gelijckse oock daer voor by alle Natien en Volckeren vermaert is. Ende aengaende de nuttigheyt, die dese Konsten in tijdt van vrede den Staet aenbrengen, soude die aen uwe E. E en A. A te vergeefs verhalen, als dewelcke niet alleen over lang doorsien hebt, maer selfs oock dagelijcx by ervaring leert, dat uyt de Wiskonsten alle vernuftheyt en gaeuwicheyt vloeyt, om allerhande hooge bedieningen geluckelijck uyt te voeren. Want nadien uwe E. E en A. A aen 't roer onser Republijcq geseten zijt, so heb ick altijt ge-oordeelt deselve aen uwe E. E en A. A veel schuldich te vvesen, nademael die my doorgaens hare vastigheyt uyt de Wiskonsten geschenen heeft t'ontfangen, en deselve uyt het voortsetten van die te behouden; door vvelckers voortsetting dan desen Staet, door de zegen Godes, benefsens uwer E. E en A. A sorg en neerstigheyt, tot sulcken hoogen trap, als men huydendaechs sien kan, geklommen is. Dewijl ick dan bevinde, dat uwe E. E en A. A. vvel overleggende de nutticheden van dese Konsten, deselve altijt gehandthaeft hebt, en de Liefhebbers van dien begonsticht, so vind ick my verplicht, dese mijnen arbeyt of nieuvve speculatie, vvaer op ick over lang gekomen ben, schoon het een gifte is vveynich met de hooge digniteyten van uwe E. E en A. A over-een-komende, aen derselve illustre namen, tot een onderpandt van eerbiedigheyt en danckbaerheyt te consacreren. Dewelcke, so ick versta, datse met deselve aengenaemheyt, vvaer mede uwe E. E en A. A my t' ontfangen pleegt, aengenomen vvort, so sal ick moet grijpen van grooter en meerder dingen te betrachten. Den goeden ende al-mogenden Godt vvil uwe E. E en A. A ten besten onser Republijcq, aller Geleerden, en die de Studien van herten beminnen, in langduerige gesontheyt en gelucksalige voorspoet bewaren.

Uyt Leyden, desen 15 December, Anno 1656.

Dit wenscht ende bidt van Godt

Uwer Edelheden en Achtbaerheden

onderdanigen en verplichten dienaer

FR. van SCHOOTEN.

TOT

TOT DEN
LESER.

B Eminde Leser, daer en is niemant (mijns bedunckens) so weynich in de Meet-konst ervaren, die niet de overgroote nutticheyt, die de gemeene Werckstucken *Euclidis* in 't verrichten van alle swaerder bewijsen, en heeft vermerckt. Want indien men acht neemt soo op 't gheene doorgaens in deselve Konst, als mede d'andre, die op de Meet-konst gebouwt zijn, te doen of maecken voorvalt: so salmen doorgaens in die niet anders als een geduerig gebruyck en gestadige oeffening der geseyde Werckstucken bevinden. Het welck overwogen hebbende, my heeft doen besluyten, dat, indiender in haer verrichting iets mocht vereyscht ofte begeert wesen; 'tgeen ick soeckende quaem te verkrijgen, ick dan met eenen also mede gelooven mocht, in al de rest voldaen te hebben. Waerom, nadien ick bevondt, dat de gemelde Werckstucken op 't veldt heel anders als op 't papier en by allerhande Konstenaers en Wercklůyden verhandelt wierden: so quam my te vooren, dat sulcx daer uyt ontstaen most, datmen alhier tot derselver verhandeling volgens *Euclides* doorgaens iets toe-liet oft begeerde, het welck dan op 't veldt niet eveneens en even-licht en konde geschieden. Hierom doen ick dit verder naerdenckende verstondt, datter maer 3 dingen waren, waer op den gantschen handel draeyde: als, *van een gegeven punt tot een ander gegeve punt een rechte liny te trecken; een gegeve bepaelde rechte liny in 't oneyndelijck recht uyt te verlengen; en uyt een gegeven punt, als middel-punt, in een gegeve wijtte een rondt te beschrijven:* soo heb ick, merckende hoe beswaerlijck de beschrijving eens rondts op 't veldt toe-ginck, bevonden, om wat reden men aldaer van *Euclides* wijz was geweecken, en tot een andere, die voor weynig Meetkonstig te houden is, is gekomen. Waer uyt ontstaen is, datmen, indiender, by voorbeelt, een gegeven recht-linischen hoeck in tween gelijck te deelen waer, om de beschrijving van ronden te vermijden, een instrument (*Astrolabium* genoemt) zijnde een rondt, verdeelt in 360 gelijcke deelen, graden genaemt, die dan elck wederom in 60 andre gelijcke kleender gedeelten, diemen minuten noemt, door 't gedacht verdeelt worden, gewoon is te gebruycken. Waer mede men dan de grootte des hoecks in deselve deelen af-gesien hebbende, naer datmen den wijser op de helft derselve deelen stelt, den hoeck also afdeelt in 2 gelijcke hoecken. Wie isser, die niet en sal bekennen, dat dese manier van doen in de Meet-konst on-

 eygen

eygen is, nademael daer so wel hoecken als linien gegeven worden, diens grootte men geensins door getallen deser deeling uytten kan, maer irrationael is of on-uytspreeckelijck. Ja selfs, schoon der geene sodanige hoecken gevonden wierden, so soude echter dese manier van doen niet mogen voor Meetkonstig gehouden worden: overmits men in't verhandelen van een Meetkonstig Werckstuck het selve dus werckende niet door de beginselen der Meetkonst maer door die der Tel-konst komt te verrichten. Desgelijcx mede voor geen Meetkonstige wijz te achten is, somen, om van 3 gegeve linien een driehoeck te maecken, een gegeve lengte, als gemeene maet, gebruyct (gelijckerwijs dan in't gemeen geschiet), en daer mee de lengte van yder liny af meet, om also daer uyt voorts de grootte van elck een der hoecken te gaen bereeckenen. Want behalven dat voor eerst de lengte van elck een deser 3 linien in de deelen der gestelde maet niet altijt uyt te drucken is, noch ten andren de grootte van yder hoeck in de voor-verhaelde deelen des rondts altijt uytspreeckelijck, so bestaet ten 3den den gantschen handel in d'uytwercking door getallen, het welck doch in't minste met geen Meetkonstige wercking geseyt mach worden over-een te komen. Daer beneffens dan ten 4den by komt, dat de Meetkonstige verdeeling des Instruments in de voorsz deelen self ongelijck swaerder is, en met recht achter 't voor-gestelde Werckstuck behoort gestelt te worden. Waer by somen aenmerct, hoedanig de volcomentheyt des wercks hangt so aen de nette en juyste verdeeling als maecking des Instruments (welcke in 'tgemeen self door de ervarentste Konstenaers noyt tot volcomentheyt geraect:) so is daer uyt te besluyten, dat sulcke wercking onvolkomen is en tegens den aert der Meet-konst.

Waerom na dat ick den handel op 'tveldt wel hadde doorsien, alwaer de Meet-konst my docht dat voordeel te hebben, datmense'r na haer aert alder-eygentlijckst en suyverst konde oeffenen, als daer men alle linien en figueren alleen verdenct beschreven te zijn, en simpelijck de punten door sichtbare teeckens af-baect: so heb ick het beschrijven van ronden, aldaer, als gants on-eygen, verworpen, en tot der voorseyder Werckstucken verrichting in de plaets, als gemeen bekent, ge-eyscht, dattet zy ge-oorloft: *Tot een gegeven punt in een gegeve onbepaelde rechte liny een liny te stellen, die aen een gegeve bepaelde rechte liny gelijck sy.* Het welck, schoon het als een Werckstuck van *Euclides* verhandelt wort, ick nochtans wegens sijn lichticheyt, en vermits het yder by sich selven te verrichten weet, maer voor een beginsel hebbe willen erkennen, en om sulcx als bekent gestelt. Zijnde dan niet alleen overal van bequaem gebruyck, maer self oock (mijns oordeels) van natueren ongelijck simpelder als de beschrijving eens rondts, tottet welcks alderkleenste gedeelte

selfs

ſelfs men uyt een gegeven punt niet alleen eene liny maer oneyndtlijcke linien aen een gegeve liny gelijck neemen of verdencken moet.

Vorders, overwegende datter in de Meet-konſt noyt eenigerhande Werckſtuck, hoe ſlecht het zy, Meetkonſtig verricht kan worden, waer toe men niet ten minſten de gelijckheyt of even-grootheyt van 2 rechte linien aen te mercken heeft, en datter ſelf tot noch toe niet een van al de Werckſtucken *Euclidis* ſonder de beſchrijving van een rond volbracht is: ſoo heb ick by mijn ſelven ge-oordeelt, dat, niet tegenſtaende ick tot meermalen in het ontbinden deſer gemeene Werckſtucken *Euclidis* tot eenigh punt een liny ſtel, die aen een ander gelijck is, echter daerom onſe Conſtructie niet voor meerder gecomposeert behoorde gehouden te worden, maer voor ongelijck ſimpelder, te weeten, om ſooveel, alſmen deſelve alleen eenige malen te ſtellen heeft, tegens die oneyndelijcke malen te nemen. Ick en ontken niet, datmen door hulp van Inſtrumenten dickmael iets lichter te weegh brengt, en volgens dien konnen toegelaten worden, alwaer haer ghebruyck ſodanigh voordeel bybrengt, nadienſe ten dien eynde zijn uyt-gevonden; gelijck dan de paſſer, ſo om de lengte van eenige liny te nemen, als mede om deſelve uyt een punt oneyndtlijcke malen te ſtellen, en alſo op een vlack een rondt te beſchrijven. Maer alſo dit en diergelijcke andre dingen meer tot de Mechanica hooren en niet tot de Geometrie, wiens eynde alleen beſtaet in d'aenmercking der Conſtructie en Demonſtratie, en niet des Wercktuychs, waer door die wort verricht: ſoo heb ick goet gedacht de voorſeyde Werckſtucken ſodanich te conſtrueeren, dat de contemplatie haerder Conſtructie over-al mochte vorderlijck weſen.

Hier-beneffens, aengeſien in de Geometrie door d'Oude drie geſlachten van Werckſtucken geſtelt zijn, als *Vlacke*, *Lichamelijcke*, *en Liniſche Werckſtucken*, daer in onderſcheyden, dat de *Vlacke* door het trecken van rechte linien en beſchrijven van ronden opgeloſt worden, en de *Lichamelijcke* daerenboven tot haer ontbinding ten minſten noch een Kegel-ſnee vereyſſchen, maer de *Liniſche*, in plaets van deſe, eenige andre kromme liny, die meerder is gecomposeert: ſoo heb ick, bemerckende datter oneyndige Werckſtucken ſo eenvoudig waren, datſe alleen door het trecken van rechte linien konden opgeloſt worden, onder het ghemelte geſlacht van vlacke Werckſtucken een onder-anderdt geſlacht van Simpele Werckſtucken geſtelt; welckers Conſtructie in dit Tractaet te betoonen mijn inſicht is. Waer toe ick dan te meer opgeweckt en aengeport ben, door dien den wel-Edelen en wijt-vermaerden Heer, *Renatus des Cartes*, in ſijn Geometrie, (die ick voor eenige jaren uyttet Franſch in het Latijn vertaelt hebbe, en nu wederom op nieuw

met

met meerder uytleggingen verclaert) een korte en generalen wech betoont heeft, om de voornoemde geslachten der hooger Werckstucken door kromme linien, by hem in seeckere geslachten afgedeelt, te ontbinden.

Waerom alsooder gheene linien simpelder dan de rechte te verdencken zijn, die dan op 't veldt alleen door verdachte sicht-stralen sonder eenigh werckruych gemaeckt worden: so heb ick oorboor geacht de Constructie deser gemeene Werckstucken *Euclidis*, waer toe men dan alle andere Simpele Werckstucken, door middel der Geometrie van de gemelde *Des Cartes*, brengen kan, in desen te betoonen; Gelijck mede op wat wijz de vlacke Werckstucken te verrichten zijn, sulcx dat het soo wel op 't velt als op 't papier mochte plaets vinden; met eenen betrachtende dat deselve door 't beschrijven der weynichste ronden mochte toe-gaen, volgens de gemeene regel, dat, het geene door weyniger geschieden kan, t'onrecht door meerder wordt volbracht.

Ende alsо ick acht hier mede mijn meyning genougsaem verclaert te hebben, so wil ick, den Leser niet langer ophoudende, mijn aenspraeck eyndigen, mits hem tottet werck self wijsende, en versoeckende, dat hy dese vonden, nadiense van nieuwe opmercking zijn, wil begunstigen, en tot sijn profijt duyden. Vaert wel.

VAN

VAN
D'ONTBINDING
Der
SIMPELE MEET-KONSTIGE
WERCK-STUCKEN.

BEGEERTEN.

I.

L*Aetter begeert worden, datmen magh:* Van een gegeven punt tot een ander gegeve punt een rechte liny trecken.

II.

Ende: Een rechte liny, tussen twee gegeve punten bepaelt, tot d'een en d'ander sijde in 't oneyndelijck recht uyt verlengen.

III.

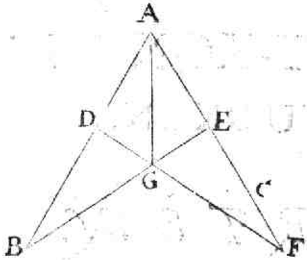
Item: Tot een gegeven punt, in een gegeve onbepaelde rechte liny, een rechte liny stellen, die aen een gegeve bepaelde rechte liny gelijck zy.

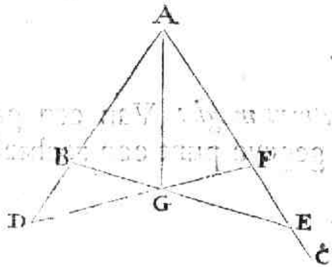
Volgen de Werckstucken.

I. *WERCKSTVCK.*

Het vierde Werckstuck des 1 boecks Euclidis.

Een voorgegeven recht-linischen hoeck BAC in twee gelijcke hoecken te deelen.





't Werck.

Genomen hebbende in d'een lini AB de punten B en D, soo 't valt / soo sy [a] tottet punt A in d'ander lini AC gestelt AE gelijck AD, en tottet punt E in de selve lini genomen EF gelijck DB: dan sal / treckende [b] beyde linien BE en DF, malkander doorsnijdende in G, somen uyt A tot G een rechte lini haelt / deselve den hoeck BAC in 2 gelijcke hoecken deelen.

a na de 3 begeerte.

b na de 1 begeerte.

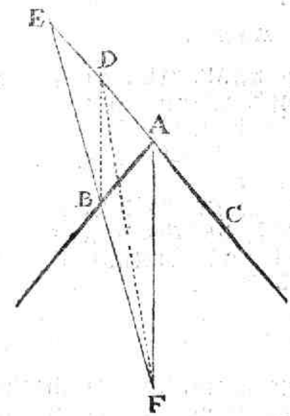
't Bewijs.

Aengesien door 'twerck AD, AE gelijck zijn / als oock DB, EF: so sullen mede AB, AF, na de 2de gem. bek. in d'eerste figuer / en naer de 3de in de tweede fig. malkander gelijck wesen. Hierom dewijl van de driehoecken ABE, AFD de sijden BA, AE en FA, AD d'een d'ander gelijck zijn / en den hoeck tot A beyde driehoecken gemeen is: so volgt [c] dat mede d'andre hoecken EBA, AEB aen d'andre DFA / ADF, elck in het bysonder / gelijck zijn. Nu zijn [d] de hoecken ADF, FDB als oock AEB, BEF in d'1ste figuer even gelijck aen twee rechte hoecken. Waerom / dewijl de hoecken ADF en AEB gelijck betoont zijn / dan oock [e] de hoecken BDF en FEB gelijck sullen wesen. Maer aengesien in de 2de figuer [f] de hoecken ABE, EBD als oock AFD, DFE even gelijck zijn aen twee rechte hoecken / soo volgt / dewijl de hoecken ABE en AFD gelijck betoont zijn / dat oversulcx [g] oock de hoecken DBE en EFD gelijck zijn sullen. Waerom / also in yder figuer de hoecken DBG, GDB aen EFG, GEF d'een aen d'ander gelijck zijn / en voorts de syde DB des driehoecks BDG gelijck aen de syde FE des driehoecks FEG, dan oock [h] de syde DG aen de syde GE gelijck zijn moet. Eyndelijck / also van de driehoecken DAG, GEA de syden DA, AG in 't bysonder gelijck zijn aen de syden EA, AG, ende mede de derde syde DG gelijck betoont is aen de derde syde GE: so volgt / dat [i] mede den hoeck DAG aen den hoeck GAE gelijck zijn sal / en daerom den hoeck BAC door de lini AG ghedeelt in de twee gelijcke hoecken BAG, FAG. 't Welck te doen was.

c na 't 4 v. des 1 b. Eucl.
d na 't 13 v. des 1 b. Eucl.
e na de 3 gem. bek.
f na 't 13 v. des 1 b. Eucl.
g na de 3 gem. bek.
h na 't 26 v. des 1 b. Eucl.
i na 't 8 v. des 1 b. Eucl.

An-

Anders.



Ghenomen hebbende in AB eenig punt / naer gevallen / als B, so salmen in de verlengde CA, AD en DE [k] elck gelijck nemen aen AB, ende [l] uyt E door B een rechte liny trecken. In welcke somen [m] stelt BF gelijk BE en haelt AF, so seg ick dat deselve den hoeck BAC in tween gelijck deelt.

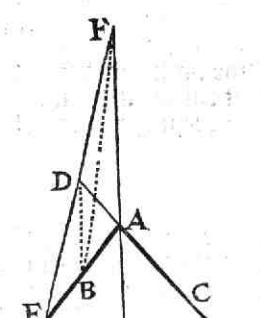
Want aenghesien / treckende DF, de driehoecken DBF [n] en BDA elck aen den driehoeck BED gelijck zijn / so sal mede den driehoeck BDF aen den driehoeck BDA gelijck wesen. Hierom / dewijl die staen op een selve grondt BD, deselve dan oock [o] staen tusschen twee even-wijdige DB, AF; en om sulcx [p] den hoeck BAF soo groot is als den hoeck ABD, en den hoeck FAC so groot als den hoeck BDA. Nu is [q] den hoeck ABD so groot als den hoeck BDA. Waerom dan oock den hoeck BAF so groot is als den hoeck FAC, en dienvolgens den hoeck BAC door de liny AF in tween gelijck gedeelt. 't Welck te doen was.

k na de 3 begeerte.
l na d'1 en 2 begeerte.
m na de 3 en 1 begeerte.
n na 't 38 v. des 1 b. Eucl. en 1 gem. bek.
o na 't 39 v. des 1 b. Eucl.
p na 't 29 v. des 1 b. Eucl.
q na 't 5 v. des 1 b. Eucl.

Vervolgh.

Hier uyt blijckt / so AD gelijck is AB, en getrocken wordt DB, dat deselve even-wydig is met AF, die den hoeck BAC in 't midden doorsnijdt.

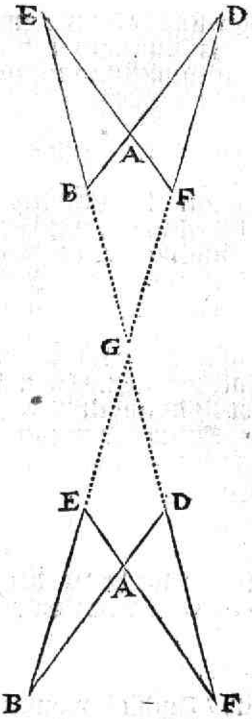
Anders.



Zijnde / als vooren / AD gelijck genomen aen AB, en getrocke DB, so salmen vorders BE gelijck nemen aen BA, en uyt E door D een rechte liny trecken. In welcke somen stelt DF gelijck DE, en uyt F door A een rechte liny haelt / als FA*f*: so seg ick dat deselve den hoeck BAC in tween gelijck deelt.

Want treckende BF, so blijckt / als boven / dat de 2 driehoecken BDF en BDA staen tusschen 2 even-wydige linien BD en AF. Nu is na 't voorgaende vervolgh BD even-wydig met de liny / die den hoeck BAC midden doorsnijt. Waerom dan de liny FA*f* den hoeck BAC in tween gelijck deelt. 't Welck te doen was.

*Lemma.



*VOOR-BEWYS *tot de volgende manier.*

BA gelijck zijnde aen AF, en EA ghelijck AD; maer EA grooter of kleender dan AB, zijnde BAD en FAE rechte linien, die malkander in A door-snyden: so seg ick dat EB, FD voort-getrocken t'samen sullen komen.

1 na 't 15 v. des 1 b. Eucl.
Want aengesien, door 't gestelde, beyde syden BA, AE des driehoecks BAE elck gelijck zijn aen beyde syden FA, AD des driehoecks FAD; ende mede 1 den hoeck BAE besloten van BA, AE gelijck den hoeck FAD, besloten van FA, AD: so sal insgelijcx ſ den hoeck BEA aen den hoeck FDA gelijck wesen.

ſ na 't 4 v. des 1 b. Eucl.
t na 't 18 v. des 1 b. Eucl.
u na 't 13 v. des 1 b. Eucl.
x na d' 11 gem. bekentenis.

So dan EA grooter is als AB, so sal mede t den hoeck EBA daer tegens over grooter zijn als den hoeck E, dat's D. Nu is u den hoeck EBA met t'samen den neven-staenden hoeck ABG so groot als twee rechte hoecken. Waerom dan beyde hoecken D en ABG t'samen minder zijn als twee rechte hoecken: en dienvolghens x de linien EB, FD naer beneden t'samen sullen komen, alwaer dese hoecken t'samen minder zijn als twee rechte hoecken.

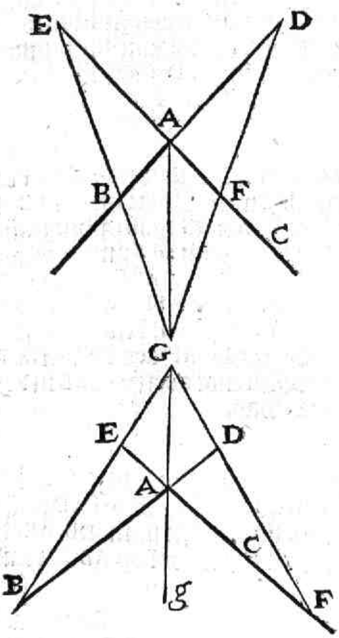
y na 't 18 v. des 1 b. Eucl.
z na 't 13 v. des 1 b. Eucl.
a na d' 11 gem. bekentenis.

Maer EA kleender zijnde als AB, dewijl alsdan y den hoeck daer tegens over B oock kleender is als den hoeck AEB, dat's FDA; en den hoeck FDA met t'samen den neven-staenden ADG z soo groot is als twee rechte hoecken: so volgt dat beyde hoecken B en ADG t'samen minder zijn dan twee rechte: en dat oversulcx a de linien EB, FD verlengt naer boven sullen t'samen komen.

Anders.

Genomen hebbende in AB 't punt B, soo 't valt, en tot A in AC gestelt hebbende AF gelijck AB, so verlengt CA tot E, sulcx dat EA zy of grooter of kleender als AB. Voorts verlengende BA, en in deselve tot A stellende AD gelijck AE, so laten door de punten E, B en D, F getogen worden de rechte linien F [illegible] 't Voor-bewijs te samen komen in G: dan sal, so men door de punten A, G een rechte lijn treckt, deselve den hoeck BAC in tween gelijck deelen.

b na 't 13 v. des 1 b. Eucl.
Want dewijl, als in 't Voor-bewijs, den hoeck BEA gelijck is den hoeck FDA, ende mede om deselve reden den hoeck ABE gelijck is den hoeck AFD; ende in d' 1ste figuer de hoecken ABE, ABG, als oock AFD, AFG b t'samen so groot zijn als 2 rechte hoecken: so volgt, door dien de hoecken ABE, AFD gelijck



gelijck betoont zijn / dat mede c de hoecken ABG, AFG ghelijck zijn. Op gelijcke manier / dewijl in de 2de figuer de hoecken BEA, AEG, als oock FDA, ADG d t'samen so groot zijn als 2 rechte hoecken / ende de hoecken BEA, FDA gelijck bewesen zijn: so sullen mede e AEG, ADG gelijck wesen. Vorders / alsoo in beyde figueren BA is gelijck AF, en AD ghelijck AE, en oversulcx f de gantsche BD gelijck de de gantsche EF; ende hier benefens beyde hoecken ABG, ADG des driehoecks BDG in 't bysonder gelijck zijn aen beyde hoecken AFG, AEG des driehoecks FEG: so sal mede g de syde BG aen de syde GF ghelijck wesen. Waerom / nademael alsoo de syden BA, BG des driehoecks BAG in 't bysonder gelijck zijn aen de syden AF, FG des driehoecks FAG; ende de 3de syde AG aen elck gemeen is: soo volgt h dat mede den hoeck BAG aen den hoeck FAG gelijck is: en daerom den hoeck BAC in d'1ste figuer door de liny AG in tween gelijck gedeelt. Welcke gelijcke hoecken dan elck in de 2de figuer van 2 rechte afgetrocken / so resten mede i de hoecken BA*g* en FA*g* malkanderen gelijck. 't Welck te doen was.

c *na de 3 gem. bek.*
d *na 't 13 v. des 1 b. Eucl.*
e *na de 3 gem. bekenteniss.*
f *na de 2 gem. bekenteniss.*
g *na 't 26 v. des 1 b. Eucl.*
h *na 't 8 v. des 1 b. Eucl.*
i *na 't 13 v. des 1 b. en 3 gem. bekenteniss.*

II. *WERCKSTVCK.*

Een voorgegeve bepaelde rechte liny AB in twee gelijcke deelen te deelen.

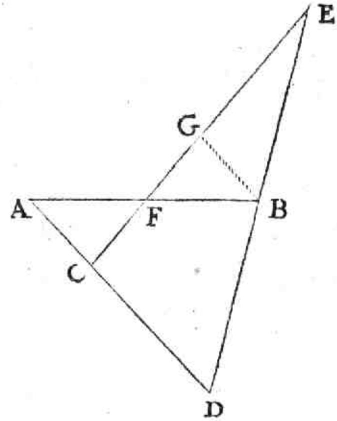
Het vijfde Werckstuck des 1 boecks Euclidis.

't Werck.

Genomen zijnde buyten AB eenigh punt naer ghevallen / als C, soo sy a uyt A door C een rechte liny getogen / als ACD / en in deselve b ghestelt CD gelijck tweemael AC, en uyt D door B een rechte liny getrocken: dan sal / so men c BE gelijck neemt aen BD / en haelt CE / deselve de liny AB in 't midden F doorsnijden.

a *na de 1 en 2 begeerte.*
b *na de 3 begeerte.*
c *na de 3 begeerte.*

't Bewijs.



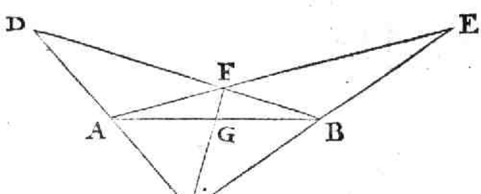
d na 't 4 v. des 6 b. Eucl.
e na 't 16 v. des 5 b. Eucl.
f na 't 4 v. des 6 b. Eucl.
g na 't 14 v. des 5 b. Eucl.

Sy uyt B verdacht de liny BG evenwydigh met AD/ ontmoetende CE in G: dan sal/ d wegens de gelijckformigheyt der driehoecken CED, GEB, ED tot DC zijn/ als EB tot BG, dat's verandert e ED tot EB, als DC tot BG. Nu is ED dobbel met EB. Waerom dan oock DC met BG dobbel is. Hierom/ also/ door 'twerck/ DC mede dobbel is met AC, so volgt/ dat AC en BG malkander gelijck zijn. Vorders/ dewijl f om de gelijckhoeckige driehoecken ACF en FBG, AC is tot AF, als GB tot BF, en d'eerste AC aen de derde GB gelijck betoont is/ so sal mede g de tweede AF aen de vierde FB gelijck wesen: ende oversulcx AB in F gedeelt zijn in 2 gelijcke deelen. 't Welck te doen was.

Anders.

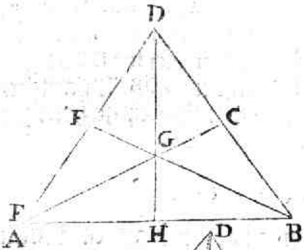
h na d'1 en 2 begeerte.
i na de 3 begeerte.
k na d'1 begeerte.

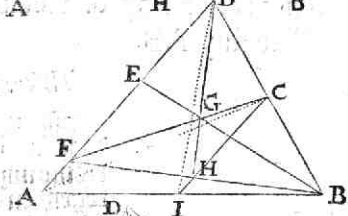
Genomen hebbende/ als voren/ buyten AB eenich punt/ als C, en uyt het selve h door A en B getrocken de rechte linien CAD, CBE; so sy i AD gelijck gestelt aen AC, en BE aen BC: dan sal/ somen k haelt beyde linien DB, AE/ die malkander doorsnijden in F, en voorts treckt FC, deselve de liny AB in't midden G doorsnijden.

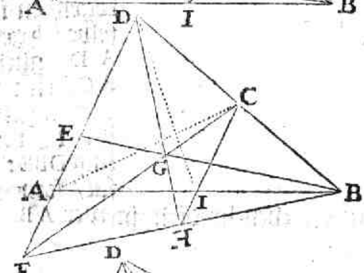


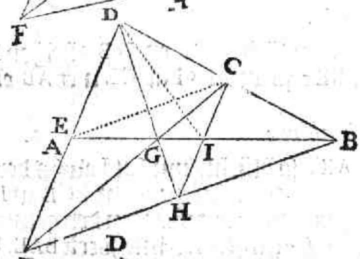
l na 't 15 v. des 5 b. Eucl.
m na 't 15 v. des 6 b. Eucl.
n na de 3 gem. bek.
o na 't 38 v. des 1 b. Eucl.
p na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
q na 't 11 v. des 5 b. Eucl.

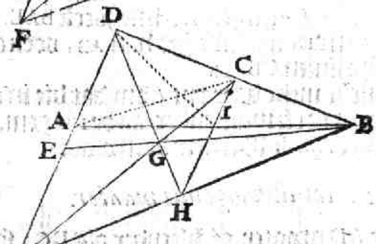
Want aengesien de driehoeckē BDC en CEA den hoeck in C ghemeen hebben/ ende de syden derselve om desen hoeck weder-keerich even-reednigh zijn/ dat is/ l AC tot CB, als DC tot CE: so volgt m dat den driehoeck BDC so groot is als den driehoeck CEA. Van welcke elcx afgetrocken den gemeenē vierhoek CAFB/ so rest n den driehoeck ADF gelijck den driehoeck FEB. Nu is o den driehoeck ADF gelijck den driehoeck FAC, en den driehoeck FEB gelijck den driehoeck BCF. Waerom dan oock den driehoeck FAC aen den driehoeck CBF gelijck is. Wijders/ also p den driehoeck CAF is tot den driehoeck FAG, gelijck CF tot FG; item den driehoeck CBF tot den driehoeck FBG, gelijck CF tot FG: so volgt q dat den driehoeck CAF tot den driehoeck FAG is/ gelijck den driehoeck CBF tot den











den driehoek FBG Nu is den driehoeck CAF ghelijck betoont den driehoek CBF Waerom dan oock r den driehoeck FAG aen den driehoeck FBG gelijck is; en oversulcx AG gelijck GB f. 't Welck te doen was.

r na 't 14 v. des 5 b. Eucl.
f na 't 1 v. des 6 b. Eucl.

Noch anders.

Genomen hebbende wederom/ als vooren / buyten AB eenich punt/ als C, en uyt B door C t getogen een rechte lijn/ so sy u in deselve gestelt CD gelijck CB, en ghaelt DA. Voorts genomen hebbende x in DA de lengte DE gelijck de lengte DC, item EF gelijck CB, soo treckt BE en FC, malkander doorsnijdende in G; voorts DGH, doorsnijdende FB in H.

t na d' 1 en 2 begeerte.
u na de 3 begeerte.
x na de 3 begeerte.

So dan 't punt F in 't punt A komt te vallē/ so sal mede de lijn FB op de lijn AB vallen/ en deselve alsoo in 't punt H gedeelt zijn in 2 gelijcke deelen: Gemerckt DH den hoeck FDB na 't 1ste werckstuck in 't midden doorsnijt/ en beyde syden FD, DH des driehoecks FDH aen beyde syden BD, DH des driehoecks BDH gelijck zijn: en daerom y de 3de syde FH gelijck aen de derde syde HB.

y na 't 4 v. des 1 b. Eucl.

Maer F boven of beneden A vallende/ so treckt CH, dewelcke/ ofte naer datse verlengt is naer H, doorsnyde AB in I: dan sal AI gelijck zijn IB.

Want treckende beyde linien AC, DI, dewijl FH, HB gelijck zijn/ so sullen mede z de driehoecke FCH en HCB gelijck wesen. Om deselve reden sal mede den driehoeck DCH gelijck zijn aen den driehoeck HCB: ende oversulcx a den driehoeck FCH gelijck den driehoeck HDC. Dewelcke dan staende op eene grondt HC, oock alsoo b sullen

z na 't 38 v. des 1 b. Eucl.
a na d' 1 gem. bekentenis.
b na 't 39 v. des 1 b. Eucl.

staen

c na 't 37 v. des 1 b. Eucl. d na 't 38 v. des 1 b. Eucl. e na 't 1 v. des 6 b. Eucl.

staen tussen twee even wydige linien AD, HC. Waer upt voorts c, volgt/ dat insgelijcx den driehoeck ADI aen den driehoeck ADC gelijck is. Nu is/ vermits de gelijcke driehoecken ADC, ACB, d den driehoeck ADC de helft des driehoecks ADB. Waerom dan oock den driehoeck ADI de helft des driehoecks ADB is: en oversulcx gelijck den driehoeck IDB. Dewelcke/ naer datse van een selfde hoochte zijn/ van gelijcken mede e op gelijcke gronden sullen staen AI, IB. 't Welck te doen was.

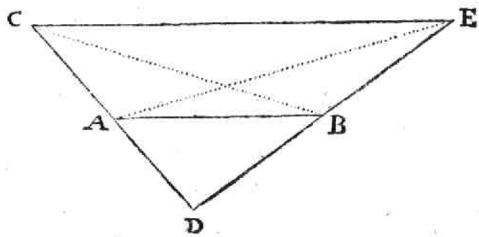
III. *WERCKSTVCK.*

Het 10ste Werckstuck des 1 boecks Euclidis.

Door een gegeve punt C een rechte liny te trecken, even-wydich met een gegeve rechte liny AB.

't Werck.

a na d'eerste en 2 begeerte. b na de 3 begeerte.



Sy upt C door A a een rechte liny getogen/ en in de selve/ b gestelt AD ghelijck AC, en upt D door B getrocken de rechte liny DBE: dan sal/ somen BE gelijck neemt aen BD, en haelt CE, deselve even-wydich zijn met AB.

't Bewijs.

c na 't 2 v. des 6 b. Eucl.

Want aengesien door 't werck DA is gelijck AC, en DB ghelijck BE; ende oversulcx DA tot AC, als DB tot BE: so volgt c dat CE met AB even-wydig is.

Ofte oock aldus:

d na de 3 gem. bek. e na 't 39 v. des 1 b. Eucl. f na 't 38 v. des 1 b. Eucl.

Gehaelt hebbende beyde linien CB, AE, so blijckt/ upt het bewijs der 2de manier van 't voorgaende Werckstuck/ dat de driehoecken BCD en DAE even-groot zijn. Van welcke dan in 't bysonder afgetrocken den gemeenen driehoeck DAB/ so rest d den driehoeck CAB gelijck den driehoeck BAE. Die dan staende op een selve grondt AB, en aen een selve sijd van AB, oock alsoo e staen sullen tussen twee even-wijdige linien CE, AB

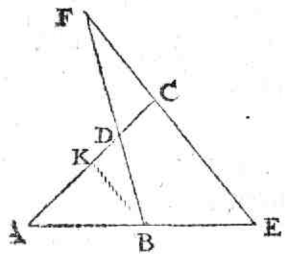
Dat CAB so groot is als BAE, blijckt mede daer upt / om dat die in 't bysonder f aen DAB gelijck zijn/ en daerom oock malkander/ na de 1ste gem. bek. Waerom dan CE even-wydigh is met AB. 't Welck te doen was.

*Lemma.

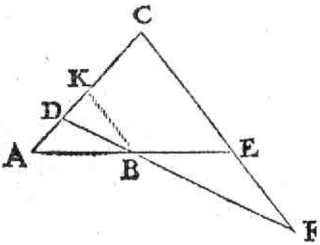
Iste * VOOR-BEWYS *tot de volgende manier.*

AB gelijck zijnde aen BE, maer AD grooter of kleender als DC: so seg ick dat dan CE, BD voort-getrocken t'samen sullen komen.

Sy



Sy AK gelijck KC, en getrocken KB, dewelcke dan na het voorgaende bewijs even-wydich zijn ſal met CE. Waer uyt dan blijckt / dat BD, CE niet even-wydich zijn/maer verlengt zijnde t'ſamen ſullen komen. Hierom op dat wyders blijcke tot wat ſyde/ ſo ſy eerſt AD grooter geſtelt als DC.



Aengeſien dan [g] de beyde hoecken DKB, BDK des driehoecks KDB t'ſamen minder zijn als twee rechte hoecken / en den hoeck DKB aen den overanderden hoeck DCF ghelijck is [h] / item den hoeck BDK [i] gelijck den overſtaenden CDF: ſo volgt dat mede de hoecken DCF en CDF t'ſamen minder zijn als twee rechte hoecken/ en dat dienvolgens [k] de linien EC, BD, naer boven verlengt/ t'ſamen ſullen komen.

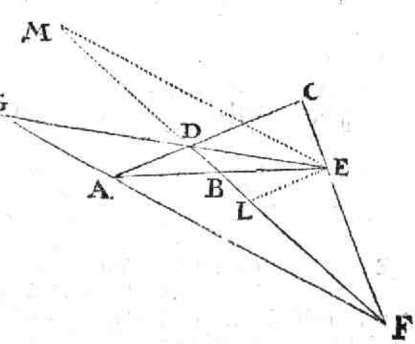
g na 't 17 v. des 1 b. Eucl.
h na 't 29 v. des 1 b. Eucl.
i na 't 15 v. des 1 b. Eucl.
k na d' 11 gem. bekenteniß.

Maer AD kleender zijnde dan DC, dewijl wederom [l] de hoecken DKB en BDK des driehoecks KDB t'ſamen minder zijn als 2 rechte hoecken/ en den uytwendigen hoeck DKB aen den overſtaenden inwendigen C aen deſelve ſijd [m] gelijck is: ſo ſal mede den hoeck BDK met t'ſamen den hoeck C weyniger zijn dan 2 rechte hoecken/en overſulcx CE, DB voortgetrocken [n] naer beneden t'ſamen komen/alwaer deſe hoecken t'ſamen minder zijn als 2 rechte.

l na 't 17 v. des 1 b. Eucl.
m na 't 29 v. des 1 b. Eucl.
n na de 11 gem. bekenteniß.

IIde * VOOR-BEWYS *tot de volgende manier.*

So AB wederom gelijck is aen BE, maer AD kleynder als DC, ſoo laten CE, DB voort-getrocken te ſamen komen in F: ſo ſeg ick dat dan oock DE en AF voort-getrocken zijnde t'ſamen ſullen komen.

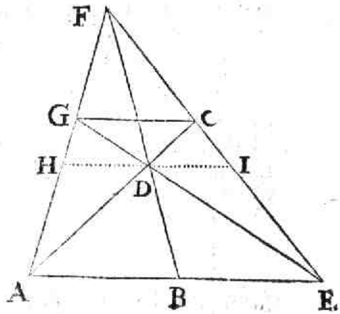


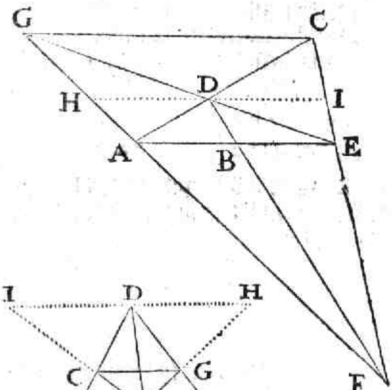
Want dewijl [o] den uytwendighen hoeck AEF des driehoecks ACE grooter is dan den inwendigen overſtaenden hoeck CAE, ſo ſy uyt deſelve afgeſneden den hoeck BEL gelijck CAE. Waer door dan gebeuren ſal / dat EL ſal doorſnyden BF in L; item dat [p] BL ghelijck ſal zijn aen BD. Nu neemt BM gelijck aen BF, en treckt ME: dan ſal/ overmits de ſyden MB, BE aen FB, BA der driehoecken MBE, ABF d'een d'ander ghelijck

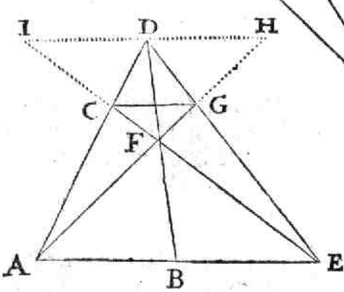
o na 't 16 v. des 1 b. Eucl.
p na 't 15 en 26 v. des 1 b. Eucl.

r na 't 15 v. des 1 b. Eucl. zijn / als mede r de hoecken EBM en ABF, s insgelijcx den hoeck BEM aen den hoeck BAF gelijck wesen. Nu is BL kleynder dan BF, dewijl 'tpunt L valt tussen B en F. Waerom dan oock DB kleender is dan BM: en derhal- s na 't 4 v. des 1 b. Eucl. ven mede den hoeck BED kleynder dan den hoeck BEM of BAF. Maer FAB en BAG zijn t'samen t gelijck twee rechte hoecken. Daerom dan BED en t na 't 13 v. des 1 b. Eucl. BAG t'samen kleynder zijn dan 2 rechte hoecken; en oversulcx u DE en FA naer boven verlengt t'samen sullen komen / alwaer dese beyde hoecken t'sa- men minder zijn dan twee rechte hoecken. 't Welck was het voorgestelde. u na de 11 gem. bek.

Volgt de ander manier.







Anders.

Sy in AC, ofte naer dat deselve verlengt is na C, genomen eenich punt naer gevallen / als D, ende AB verlengt tot E; sulcx dat BE gelijck zy aen BA: voorts door de punten C, E en D, B getogen de rechte linien CEF en DBF, die na het 1ste Voorbewijs malkander doorsnijden in F: Soo seg ick / so men treckt AF en DE, die na het 2de Voor-bewijs verlengt malkander ontmoeten in G en voorts haelt GC, dat deselve even-wydigh is met AB.

Om 't welck te bewijsen / so sy door 'tpunt D verdacht de liny HDI / even-wydich met ABE: ontmoetende AF, FE, ofte naer dat deselve verlengt zijn / in de punten H en I. Waer door / om de gelijck- hoeckige driehoecken ABF en HDF, x AB tot BF zijn sal / als HD tot DF: en wederom / om de gelijckhoeckige driehoecken BFE en DFI, BF tot BE, als DF tot DI: dat is y / gelijck-stemmig AB AB tot BE, als HD tot DI. Nu is door 't werck AB gelijck BE. Waerom dan oock HD aen DI gelijck is. Wijders / dewijl om de gelijckhoeckige driehoecken GHD en GAE z / HD tot DG is / als AE tot EG: en

x na 't 4 v. des 6 b. Eucl.

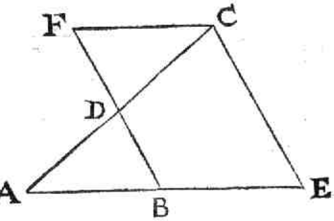
y na 't 22 v. des 5 b. Eucl.

z na 't 4 v. des 6 b. Eucl.

en overandert [a] HD tot AE, als DG tot GE: item om de gelijckhoeckige drie- hoecken CDI en CAE, ID tot DC, als EA tot AC, en overandert DI tot AE, als DC tot CA: Soo volgt/ dat/ HD aen DI gelijck zijnde/ [b] DG tot GE zijn sal/ als DC tot CA. Maer gelijck DG tot GE, alsoo is [c] den driehoeck CDG tot den driehoeck GCE: item DC tot CA, gelijck den selven driehoeck CDG tot den driehoeck GCA. Waerom dan [d] den driehoeck GCE gelijck is aen den driehoeck GCA. Dewelcke/ vermits sy staen op eene grondt GC, en aen een selfde sijd/ [e] oversulcx oock sullen staen tussen twee even-wydige linien. Waerom dan GC even-wydig is met AB. 't Welck te doen was.

a na 't 16 v. des 5 b. Eucl.
b na 't 11 v. des 5 b. Eucl.
c na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
d na 't 9 v. des 5 b. Eucl.
e na 't 39 v. des 1 b. Eucl.

Merckt.

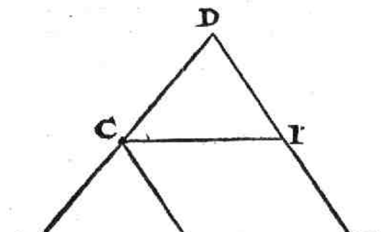


So het gebiel/ dat AD aen DC gelijck waer/ dewijl alsdan na 't bewijs der 1ste manier BD even-wydich is met EC, ende deselve voort-getrocken daerom niet te samen en komen: so zy alleen DF gelijck gemaeckt aen DB, en getrocken FC. So seg ick dat dan FC even-wijdigh is met AB.

Want dewijl [f] den hoeck ADB gelijck is den hoeck FDC, en beyde hoeck-syden AD, DB des driehoecks ADB in 't bysonder gelijck zijn aen beyde hoeck-syden CD, DF des driehoecks CDF: so sal mede [g] den hoeck A aen den hoeck ACF ghelijck wesen; en oversulcx [h] FC even-wydigh met AB. 't Welck te doen was.

f na 't 15 v. des 1 b. Eucl.
g na 't 4 v. des 1 b. Eucl.
h na 't 27 v. des 1 b. Eucl.

Anders.



Sy uyt A door C een rechte linie getogen/ en in deselve CD gelijck gestelt aen AC, ende AB verlengt tot E, sulcx dat BE ghelijck sy aen BA. Voorts/ treckende BC, ED, so sy in dese genomen EI gelijck BC, en gehaelt CI: so seg ick/ dat dan deselve even-wydig is met AB.

Want dewijl/ als voozen/ ED even-wydig is met BC, ende in deselve genomen is EI gelijck BC: so sal mede [i] CI met ABE even-wydich zijn. 't Welck te doen was.

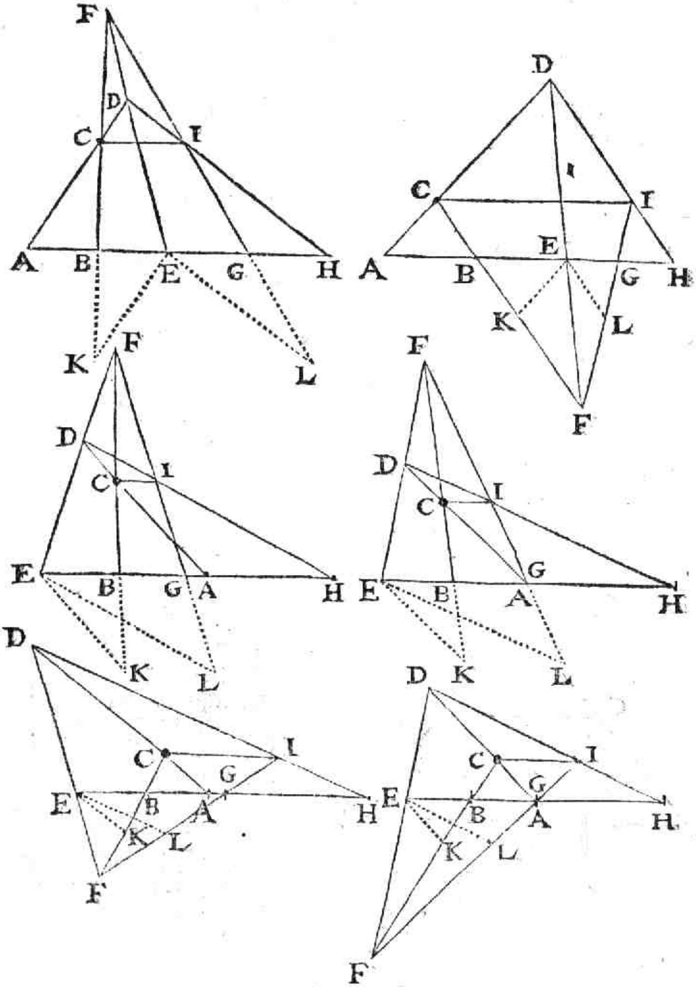
i na 't 33 v. des 1 b. Eucl.

Anders.

Sy nu AC grooter of kleender als CD, maer AB, als voozen/ gelijck BE: dan sullen BC en ED voort getrocken/ na het 1ste Voor-bewijs/ te samen komen. Latet zijn in F. Hierom nemende wyders EG gelijck GH, so sy door beyde punten F, G gehaelt de rechte FGI, doorsnijdende DH

 in

in I: Soo ſeg ick / dat / ſomen treckt CI, deſelve dan even-wydig is met ABH.



Om 'twelck te bewijſen/ ſo maeckt BK, GL gelijck BC, GI, en haelt EK, EL. Hierom / dewijl beyde driehoecken KBE, ABC k haer hoecken tot B gelijck hebben/ ende mede haer ſyden om deſelve hoecken door deſe bereyding d'een

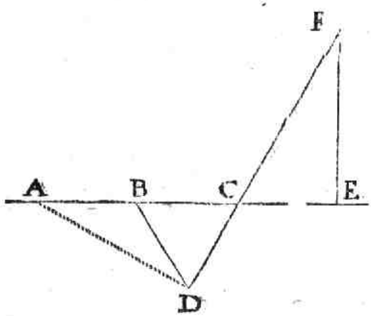
k na 't 15 v. des 1 b. Eucl.

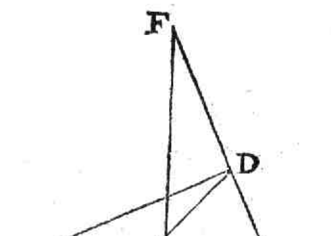
d'een d'ander gelijck zijn / so sal oock KE [l] gelijck zijn aen AC, en den hoeck BEK gelijck den hoeck A: en dien-volgens KE [m] even-wydig met ACD. Om deselve reden sal mede EL gelijck zijn IH, en even-wydig met DIH. Vorders/ also om de gelijckformigheyt der driehoecken FCD, FKE, [n] FD is tot FE, gelijck DC tot EK, dat's CA; ende mede/ wegens de gelijckformigheyt der driehoecken FDI, FEL, FD tot FE is / als DI tot EL, dat's IH: so sal [o] DC tot CA wesen / gelijck DI tot IH: en oversulcx [p] CI even-wydig zijn met ABH. 't Welck te doen was.

l na 't 4 v. des 1 b. Eucl.
m na 't 27 v. des 1 b. Eucl.
n na 't vervolg van 't 4 v. des 6 b. Eucl.
o na 't 11 v. des 5 b. Eucl.
p na 't 2 v. des 6 b. Eucl.

IV. *WERCKSTVCK.*

Op een voorgegeve onbepaelde rechte liny een rechtstaende liny te trecken.





't Werck.

Zy de voorgegeven liny verdacht te strecken door beyde punten A en B. Om nu op deselve een recht-staende liny te trecken / so sy BC gelijck gemaeckt aen BA, en uyt B naer gevallen getogen de liny BD, dat is / maeckende met AC sulcke hoecken / als 't valt. Voorts [a] in deselve genomen hebbende BD gelijck aen BA of BC, soo sy [b] door beyde punten C en D getrocken de liny DCF, en in de selve ghestelt CF gelijck aen CA: item in de liny ABC de lengte CE gelijck genomen aen CD, en getrocken EF: So seg ick dat dan EF rechthoeckigh is op AB.

a na de 3 begeerte.
b na de 1, 2, en 3 begeerte.

't Bewijs.

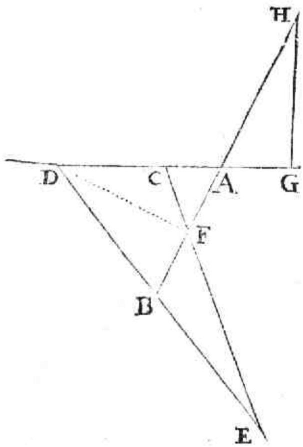
Getrocken hebbende AD, dewijl de linien AB, BC, en BD alle d'een d'ander gelijck zijn: so volgt dattet punt D valt in d'omtreck eens halfs rondts/ wiens middel-liny is AC: ende dat oversulcx [c] den hoeck ADC recht is. Vorders / alsoo van de driehoecken ADC en CFE [d] de hoecken ACD en ECF, als mede de hoeck-syden AC, CD en FC, CE door 't werck d'een d'ander gelijck zijn: so sullen mede [e] de hoecken ADC en E, van gelijcke syden ondertogen / malkander gelijck wesen. Nu is den hoeck ADC recht.

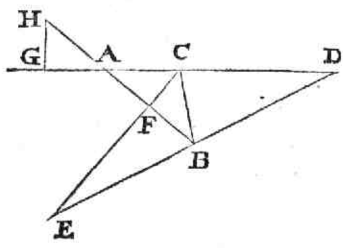
c na 't 31 v. des 3 b. Eucl.
d na 't 15 v. des 1 b. Eucl.
e na 't 4 v. des 1 b. Eucl.

Daerom dan oock den hoeck E recht is/ en oversulcx EF recht-standigh op AB. 't Welck te doen was.

Anders.

Sy de voorgegeven liny verdacht te strecken door beyde punten A en C. Hierom om op deselve een recht-staende liny te trecken/ so salmen CD dobbel nemen met CA, en uyt D naer gevallen trecken de liny DBE, en in deselve nemen DB gelijck DA: ofte/ als in de 2de figuer/ uyt C naer gevallen trecken de liny CB, en in deselve nemen CB gelijck CA, en halen de liny DBE. Daer na nemende EB gelijck BD, so treckt beyde linien EC en BAH, die malkander doorsnijden in F: dan sal/ somen in d'1ste figuer AH gelijck neemt aen AD; ofte/ als in de 2de figuer/ AH gelijck aen AC/ en voorts AG gelijck maeckt aen AF, en treckt GH, deselve rechtstandich zijn op AC.





Om 't welck te bewijsen/ soo sy in d'1ste fig. getrocken de liny DF.

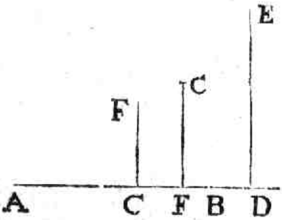
Aengesien dan de liny BA door de liny EC in yder figuer op de selve wijz als in d'1ste manier van't 2de Werckstuck in F gedeelt is in twee gelijcke deelen/ en door 't Werck BD in d'1ste fig. gelijck is aen DA, en voorts DF beyde driehoecken BDF en FDA ghemeen is: so sal mede [f] den hoeck BFD gelijck zijn den hoeck DFA, en oversulcx [g] yder een rechten hoeck wesen. Op de selve manier sullen mede de hoecken BFC en CFA in de 2de figuer elck een rechten hoeck zijn. Hierom/ dewijl in d'1ste fig. [h] den hoeck DAF des driehoecks DAF ghelijck is den hoeck HAG des driehoecks HAG, ende mede de hoeck-syden DA, AF aen de hoeck-syden HA, AG d'een d'ander gelijck zijn: so volgt [i] dat insgelijcx de hoecken DFA en G malkander sullen gelijck wesen. Nu is den hoeck DFA recht betoont. Waerom dan oock den den hoeck G recht is: en oversulcx GH rechtstandich op AC. Om de selve reden sal mede den hoeck G in de 2de figuer aen den rechten hoeck CFA gelijck wesen: en daerom GH rechtstandigh op AC. 't Welck te doen was.

f *na 't 8 v. des 1 b. Eucl.*
g *na d' 8 bep. des 1 b. Eucl.*
h *na 't 15 v. des 1 b. Eucl.*
i *na 't 4 v. des 1 b. Eucl.*

V. *WERCK-*

V. *WERCKSTVCK.*

Uyt een gegeve punt C in oft buyten een voorgegeve onbepaelde rechte liny AB een rechte liny te trecken, als CF, die op deselve zy recht-standich. Het seste en sevenste Werck-stuck des 1 boecks Euclidis.



't Werck.

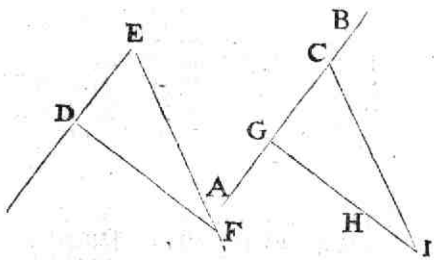
Sy na 'tvoorgaende Werckstuck op AB ghestelt de rechtstaende DE, waer 'tvalt, en uyt C na 't 3de Werckstuck getrocken de even-wydige CF: dewelcke dan is de begeerde.

Waer van 't Bewijs openbaer is door 't 29 Voorstel des 1sten boecks Euclidis.

VI. *WERCKSTVCK.*

Uyt een gegeve punt C, in een gegeve rechte liny AB, een rechte liny te trecken, als CI, die met deselve AB een hoeck maeckt, als ACI, die een gegeven recht-linischen hoeck E gelijck zy. Het negenste Werck-stuck des 1 boecks Euclidis.

't Werck.



Sy op DE naer 't 4de Werckstuck getrocken de recht-staende DF, ontmoetende EF in F; en tot C in de liny AB [a] gestelt CG gelijck ED, en uyt G op AB na 't voorgaende Werckstuck getrocken de rechtstaende GH: So seg ick, sommen in deselve [b] neemt GI gelijck DF, en haelt CI, dat den hoeck ACI soo groot zijn sal als den hoeck E.

a na de 3 begeerte.

b na de 3 begeerte.

't Bewijs.

Want dewijl de hoecken D en G recht zijn, en daerom [c] gelijck, en beyde syden ED, DF in 't bysonder gelijck zijn aen beyde syden CG, GI, welcke dese gelijcke hoecken begrijpen: so volgt dat [d] mede d'andre hoecken E en GCI der driehoecken DEF en GCI d'een d'ander gelijck zijn. 't Welck te doen was.

c na de 10 gem. bekenis.

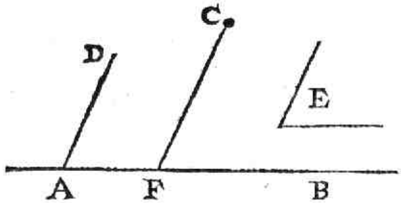
d na 't 4 v. des 1 b. Eucl.

VII. *WERCK-*

VII. *WERCKSTVCK.*

Uyt een gegeven punt C, buyten een voorgegeve onbepaelde rechte liny AB, een rechte liny te trecken, *als* CF, die tot deselve AB een hoeck maeckt, *als* CFB, die aen een gegeven recht-linischen hoeck E gelijck zy.

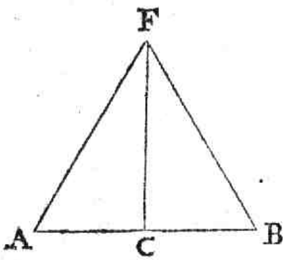
't Werck.



Zy tot eenigh punt in AB, waer 't valt / als A, nevens AB, na 't voorgaende Werckstuck / gemaeckt den hoeck BAD gelijck den hoeck E, en uyt C naer 't 3de Werckstuck getrocken CF evenwydigh met DA: dan sal den hoeck CFB gelijck zijn den hoeck E. Waer van 't Bewijs door 't werck en 29ste Voorstel des 1sten boecks Euclidis openbaer is. Wy hebben dan uyt een gegeven punt/etc. 't Welck te doen was.

*Lemma. * VOOR-BEWYS *tottet volgende Werck-stuck.*

Van alle gelijck-sydige driehoecken AFB is 't vierkant der hangende FC driemael grooter dan 't vierkant van yder grondt-stuck AC of CB.



Dat AC, CB gelijck zijn / blijckt daer uyt / dat / de vierkanten van AF, FB gelijck zijnde / 't vierkant van AF [a] so groot is als beyde vierkanten van AC en CF / en 't vierkant van FB soo groot als beyde vierkanten van BC en CF. Hierom so men van weder-syden wech neemt het gemeene vierkant van CF, so rest [b] 't vierkant van AC gelijck 't vierkant van CB, en daerom AC gelijck CB. Nu is 't vierkant van AB of AF gelijck 4mael 't vierkant van AC. Waerom / so 't vierkant van AC doet 1 / dan 't vierkant van AF doen sal 4 / en dien-volgens 't vierkant van CF doen 3 / dat's 3mael grooter zijn als 't vierkant van AC of CB. 't Welck was het voorgestelde. Waer by mede te verstaen is / dat / soo 't vierkant der recht-staende CF driemael grooter is als 't vierkant van AC of CB, ende getrocken worden AF, FB / dan den driehoeck AFB gelijck-sydigh is. Want dewijl so doende 't vierkant van AC doet 1 / en 't vierkant van CF doet 3 / so doet [c] het vierkant van AF 4.

a na 't 47 v. des 1 b. Eucl. ofte na 't 4 v. des eersten tractaets.

b na de 3 gem. bek.

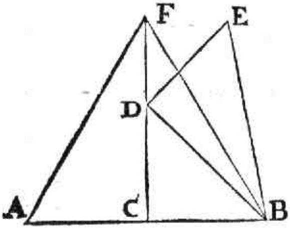
c na 't 47 v. des 1 b. Eucl. ofte na 't 4 v. des eersten tractaets.

Maer

Maer even so veel doet mede 't vierkant van AB. Waerom dan de vierkanten van AF en AB gelijck zijn/ en oversulcx mede AF gelijck is AB. Om deselve reden is oock FB gelijck AB, en daerom AFB een gelijck-sydigen driehoeck. Gelijck begeert was.

VIII. *WERCK-STVCK.*

Op een voorgegeve bepaelde rechte liny AB een gelijck-sydigen driehoeck te maecken. Het eerste Werck-stuck des 1 boecks Euclidis.



't Werck.

Deelt AB na het 2de Werckstuck in twee gelijcke deelen in C, en treckt upt C op AB naer 't 5de Werckstuck de recht-staende CF. Doorts nemende [a] CD gelijck AC of CB, so treckt DB, en stelt op deselve in D naer 't 5de Werckstuck de recht-staende DE gelijck DC, en haelt EB: Dan sal/ somen CF gelijck neemt aen BE/ en haelt AF, FB, den driehoeck AFB den begeerden driehoeck wesen.

a na de 3 *begeerte.*

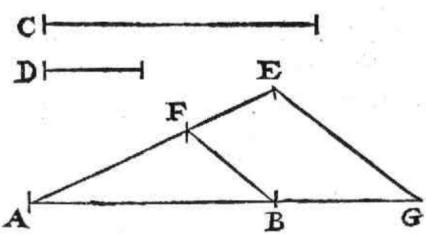
't Bewijs.

Nademael CD, CB door 't Werck gelijck zijn/ en CD recht-hoeckigh is op AB, so sal om sulcx [b] 't vierkant van DB dobbel zijn mettet vierkant van DC of CB. Op deselve wijs/ dewijl 't vierkant van BE gelijck is de beyde vierkanten van BD en DE, en 't vierkant van DB dobbel is mettet vierkant van CB, en dat van DE gelijck aen dat van DC of CB, sal 't vierkant van BE, dat is/ van CF, drievoudigh zijn mettet vierkant van AC of CB, en dienvolgens den driehoeck AFB ghelijck-sydigh/ naer 't voorgaende bewijs. 't Welck te doen was.

b na 't 47 *v. des 1 b. Eucl. ofte na 't 4 v. des eersten tractaets.*

IX. *WERCKSTVCK.*

Een voorgegeve bepaelde rechte liny AB te verlengen tot in G, sulcx dat de gantsche liny AG tot het verlengde stuck GB een gegeven reden hebbe, *als* C tot D.



't Werck.

Getrocken hebbende upt A de liny AE, maeckende met AB een hoeck/ soo 't valt/ so stelt [a] in deselve/ AE gelijck C, en EF gelijck D, en haelt FB: dan sal/ somen [b] treckt EG even-wydigh met FB, tot datse AB, verlengt zijnde/ ontmoet in G, AG tot GB zijn/ als AE tot EF/ dat is/ C tot D.

a na de 3 *begeerte.*

b na het 3 *Werckstuck.*

't Be-

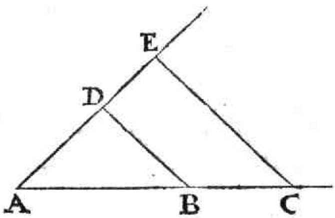
't Bewijs.

Na't 2de V. des 6sten B. Euclidis is AB tot BG, als AF tot FE: en daerom door verſaming na 't 18de V. des 5den B. Eucl. AG tot GB, gelijck AE tot EF dat is/ C tot D. 't Welck te doen was.

X. *WERCKSTVCK.*

Het vierde Werckſtuck des 6 boecks Euclidis.

Tot drie voorgegeve bepaelde rechte linien AB, BC, en AD een vierde even-reednige liny DE te vinden: *dat is, dat* AB *zy tot* BC, *als* AD *tot* DE.



Dit Werckſtuck kan volghens Euclidis manier verricht worden/ te weeten: ſtellende beyde eerſte AB, BC in een liny/ als AC, en de derde AD op eenighe ander/ als AE, die met AC een hoeck maeckt/ ſo 't valt. Want ſoomen treckt BD, voorts CE even-wydich met BD: dan ſal DE zijn de begeerde vierde.

Het derde Werckſtuck des 6 boecks Euclidis. Het eerſte Werckſtuck des 6 boecks Eucl. Het tweede Werckſtuck des 6 boecks Eucl.

Alwaer alleen te letten ſtaet/ om alles door rechte linien te verrichten/ dat CE even-wydigh met BD moet ghetrocken worden volghens ons derde Werckſtuck/ ende niet na het 10ſte Werckſtuck des 1ſten boecks Euclidis. Gelijckerwys wy mede niet anders van Eucl. en verſchillē in het 3de werckſtuck des 6ſten boecks/ daer hy leert: Tot twee voorgegeve bepaelde rechte linien een derde even-reednige liny te vinden, als oock in het 1ſte: Om van een voorgegeve bepaelde rechte liny een begeert of ſeeckere begeerde deelen te ſnijden, ghelijck mede in het 2de: Om een voorgegeve bepaelde rechte liny in deſelve reden te deelen, als een andre gedeelde liny.

Op gelijcke manier ſoo mogen mede alleen door rechte linien ontbonden worden het 11/ 12/ 13/ en 14ſte Werckſtuck des 1ſten boecks: het 1ſte des 2den boecks: het 1/ 4/ en 6ſte des 3den boecks: het 2/ 3/ 6/ 7/ en 15ſte des 4den boecks: ende het 6ſte en 10ſte des 6ſten boecks Euclidis. 't Welck blijckt/ ſoomen ſlechs acht neemt/ dat deſelve alle door een of meer van de voor-betoonde Werckſtucken worden afgeveerdight/ en datmen in plaets van d'uytwercking derſelve volgens Euclides alleen volgt de manier van wercken in deſen betoont.

Waerom/ dewijl alle Simpele Meetkonſtighe Werckſtucken altijt komen te zijn eenighe der voorgaende/ ofte dat deſelve altijt door hulp van een æquatie tot die komen worden gebracht/ wy het dan aengaende haerder op-loſſing hier mede genoech achten.

BYVOEGSEL

Der

SIMPELE MEET-KONSTIGE WERCK-STUCKEN,

Handelende van 't geene bekent vereyſcht wordt, om deſélve op't veldt te verrichten.

Beſtaende in de verklaring der ſeven volgende Voorſtellen.

I. *VOORSTEL.*

Een voorgegeve bepaelde rechte liny op 'tveldt tot d'een en d'ander ſyde in't oneyndig recht uyt te verlengen.

Een rechte liny wert in't gemeen op 't veldt ſlechs door ſijn eynden oft uytterſte punten bepaelt ghegeven / die in de * Meetdaet afgebeelt worden door rechte ſtocken of baecken / recht over-eynde in d'eerde geſteecken / tuſſen dewelcke dan de ſelve liny voorts alleen met het verſtant wort verdocht. Welcke linien anderſins / wanneerſe dienen moeten tot ſcheyding van erven of gronden / ofte tot aenwijſing van ſlooten / grachten / bolwercken / ſterckten of diergelijcke / afgebeelt worden door kleyne greppelen / in d'eerde gegraven / diemen in 't gemeen kielſpitten noemt. * Praxi Geodeſiæ.

C A B D
. . . .

Sy dan dat de voorgegeve liny AB op 't veldt zy afgebaeckt door twee rechte ſtocken in A en B recht over-eynde in d'eerde geſteecken. Om nu deſelve tot d'een en d'ander ſyde te verlengen / ſo ſalmen gaen buyten AB, als tot C en D; ſulcx / ſomen ſtaende in C ſiet naer beyde ſtocken A en B / datmen bevinde deſelve over malkander te komen / dat is / dat die in een ſelfde ſicht-ſtrael verſchijnen: en ſomen ſtaet in D en ſiet naer B en A, datmen bevinde B voor A te komen / dat is / datmen in een liny zy met AB. 'tWelck ſo geſtelt weſende / ſomen insgelijcx 2 rechte ſtocken recht over-eynde ſteeckt in C en D, ſo ſal alſo de liny AB tot d'een en d'ander ſyde recht-uyt verlengt zijn tot in C en D. Op welcke manier de liny AB, gaende altijt wyder en wyder uyt / tot yder ſyde in 't oneyndig op 'tveldt recht uyt verlengt kan worden.

Waer uyt mede openbaer is / dat een rechte liny op 't veldt in gelegentheyt of tot yder ſyde onbepaelt gegeven wordt / alſſer alleen twee punten gegeven worden/ so 't valt/ daer door deselve liny komt te strecken / nemende dat die voorts door 't gedacht zy wederszijds op de voorgaende manier in't oneyndigh recht uyt verlengt.

II. VOORSTEL.

Van een gegeven punt A tot een ander gegeve punt B een rechte liny op 't veldt te trecken.

C A D B

Dit Werckstuck wort door 't voorgaende te weegh ghebrocht. Want somen eerstelijck de liny AB, die tussen de gegeve punten A en B verdacht wort/ tot d'een en d'ander syde verlengt/ als hier tot in C, en dan met eenige rechte stock gaet van A naer B, houdende altijt de stocken in A en C recht over malkander/ tot datmen zy gekomen in B; so sal also daer door van A tot B een rechte liny zijn getrocken/ dat is / dat sodanige verbrenging des stocks D het trecken der begeerde liny sal bewijsen.

Het welcke dan noch op een andre wijs geschieden kan/ door vinding van verscheyde punten / met hulp van een tweede/ sonder de liny AB tot d'een of d'ander syde te verlengen/ aldus: Blijvende d'een tot een van beyde stocken A of B, als A, so gebiedt hy de ander ergens tussen A en B als in D een rechte stock over eynde te steecken; sulcx dat de stocken D en B in een selfde sichtstrael verschijnen in A, dat is / dat D kome voor B. Om dewelcke aldaer sodanich te verkrijgen/ die in A een teycken doet met sijn handt oft hoedt/ naer de rechter oft slincker sijd (naer datse na de rechter of slincker handt moet gestelt worden) / totter tijdt hy deselve in een sichtstrael met B kome te bevinden. Doende alsdan een teycken met sijn handt of hoedt neerwaerts/ so veel te seggen/ als dat de stock D alsdan moet vast in d'eerde gesteecken/ ende recht over eynde gestelt worden. Alle welcke teeckenen den desen te vooren verstaen moet.

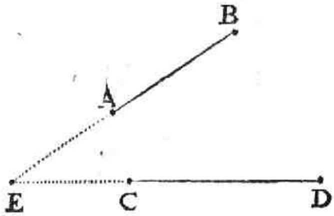
Op deselve wijs so mogen ontallicke punten tussen A en B op 't veldt gevonden worden. Volgens welcke manier men mede alsoo/ gaende met een rechten stock van A naer B, van het een gegeve punt A tot het ander gegeve punt B een rechte liny op 't veldt trecken kan.

III. VOORSTEL.

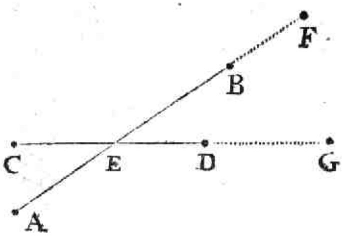
Voorgegeven zijnde op 't veldt twee on even-wydige bepaelde rechte linien, 't punt te vinden, alwaer deselve malkander ontmoeten of doorsnijden.

Zy tussen de punten A, B gegeven de liny AB, on-even-wydigh met de liny CD, gegeven tussen de punten C en D.

Eerstelijck dan so AB, CD tot malkander neygen naer A en C, ende 't punt E begeert wort / alwaer deselve verlengt malkander ontmoeten/ so salmen d'eene/



d'eene/als AB tot A, naer 't 1ste Voorstel van dese / verlengen / dat is / met een stock van A uytgaen naer E, over malkander houdende beyde stocken in A en B, tot datmen zy gekomen in E, in d'ander verlengde CD, dat is/in de roping van beyde stocken C en D. Alwaer een stock recht over-eynde in d'eerde gesteecken / deselve 'tbegeerde 'tpunt der t'samenkoming op 'tveldt bewijsen sal.



Maer AB doorsnijdende CD, so salmen eerstelijck AB, CD, volgens 't 1ste Voorstel van dese/ tot d'een of d'ander syde verlengen tot F en G ; en dan van BF en DG als geleert is/het punt der t'samen-koming E vinden : ende sal alsoo de stock in E insgelijcx het punt op 't veldt bewijsen / alwaer AB en CD malkander doorsnijden. Gelijck begeert was.

Nu gelijck yemandt met beyde linien AB en CD tot F en G te verlengen/ alsoo sonder een anders hulp het punt der doorsnijding E vinden kan ; soo kan men verlengende slechs d'eene / als AB tot F, 'tselve door hulp van een tweede oock aldus bekomen.

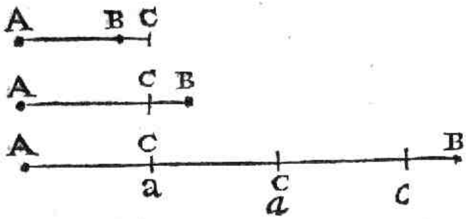
Want somen met eenige stock uytgaende van B naer A in de roping van beyde stocken B en F so verre gekomen is/ tot datmen uyt den anderen in D, op de manier als in 't 2de deser Voorstellen verklaert is/verstaet/te zijn gekomen in de liny CD, 'twelck/so ick neem/gevalt in E : so sal alsoo dees stock/ in E vast gestoocken zijnde / 'tbegeerde punt der doorsnijding/gelijck vooren/ bewijsen.

Het welck dan noch zijnder drie sonder eenige verlengingh te weegh gebrocht kan worden. Want so d'een zijnde in A den anderen met een stock van A naer B doet gaen in de liny AB, totter tijdt hy gekomen zy in de liny CD, 'twelck hy uyt den derden in D, als verhaelt is / vernemen kan/ ende aldaer deselve stock vast in d'eerde over-eyndt stelt/so sal alsoo 'tbegeerde punt der doorsnijding E op 't veldt gevonden zyn.

IV. *VOORSTEL.*

Van het ervaren der lengte van een voorgegeve bepaelde rechte liny op 't veldt.

Sy de ghegeve liny op 't veldt begrepen tussen beyde punten A en B. Om nu de lengte derselve te ervaren/ so salmen daer toe verkiesen een lange roede of rechte stock / als AC ; ofte in desers plaets een keten nemen van



yſer of koperdraet/lang naer goetduncken / om die in ſtee van een koorde of touw / die 'tuyttrecken onderworpen is/ te gebruyckẽ. Dewelcke dan ghelept zijnde nevens beyde punten A en B, ſulcx dattet een eynde derſelve over een kome mettet midden der eene ſtock/ als A : ſo ſal 'tmidden der andre ſtock B op die de lengte der voorgegeve liny AB bewijſen. Maer deſe roede of keten AC korter zijnde dan AB, ſo ſalmen die/mettet een eynde houdende in A en mettet ander uytgeſtreckt na B, ſo dickwils in de liny AB na B voortgaende verleggen / tot men eyndelick met dit ander eynde gekomen zy tot B of ter plaets C, daer de overſchietende lengte CB korter dan AC mocht zijn bevonden. Tot welcken eynde / ſo den voorganger telckens ter lengte deſer keten oft roede AC een pen oft ſtockjen in d'eerde ſteeckt/ ende deſelve dan door den navolger opgetrocken en verſamelt worden/ dan alſo AC, ſo veel-mael / alſſer opgetrocke pennen bevonden worden / genomen zijnde/ met t'ſamen d'overſchietende lengte CB de lengte der gantſche liny AB ſal bewijſen.

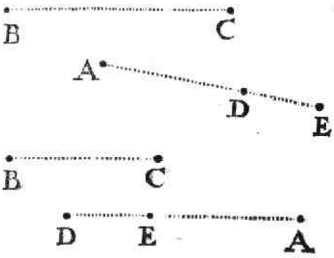
Alwaer te letten ſtaet/ datmen/ in 't verleggen van AC in de liny AB, acht nemen moet op 't geene in't 2de Voorſtel verklaert is; item/datmen door de roede de lengte van een voorgegeve liny op 't veldt alleen ervaren kan / daer men anders/ omſe met een keten te nemen / met ſijn tween zijn moet. Eyndelick / datmen / om de lengte van een voorgegeven liny op 't veldt te ervaren/ niet anders als op 't papier met een paſſer geſchiet/geen acht te nemen heeft op de menichte der roeden/ voeten/ oft andere ghedeelten / die deſelve/ oft de overſchietende lengte ſoude mogen begrypen / en daerom ons daer aengelegen laten zijn hoe veel roeden / voeten / oft andere gedeelten de gemelte roede ofte keten lanck zy ; maer dat wy ſimpelick door haer behulp de lengte van een voorgegeve liny bevatten / ſoodanich deſelve in der daet mocht zijn bevonden / ſonder die in getallen van deſe of die bekende maet te uytten.

V. *VOORSTEL.*

Tot een gegeve punt A, in een voorgegeve onbepaelde rechte liny AD, een rechte liny op 't veldt te ſtellen, *als* AE, die aen een gegeve bepaelde rechte liny BC gelyck ſy.

Ghenomen hebbende door hulp van een roede oft keten de lengte der liny BC, ſodanich als in 't voorgaende Voorſtel is geleert / ſo ſalmen deſelve van A naer D in de liny AD, achtervolgende 't geene in 't 1ſte en 2de deſer Voorſtellen verklaert is/ meeten tot E : ende ſal alſo AE gelijck zijn BC, als begeert was. Want gemerckt [a] de dingen / die aen een ſelfde dinck ghelijck

[a] *na de* 1 *gem. bekenteniß.*



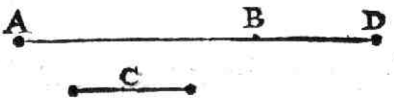
lijck zijn / oock malkander ghelijck zijn ; ende die gheene ghelijck ghesept worden / dewelcke b in alles met malkander over-een-komen : soo volgt / dewijl BC en AE elck aen de lengte / die met de roede oft keten bevat is / ghelijck zijn / dat insgelijcx oock AE aen BC gelijck is.

b *na de 8 gem. bek.*

Hier by voegt beyde volgende Voorstellen / zijnde van deselve aert alsset voorgaende.

VI. *VOORSTEL.*

Voorgegeven zijnde op 't veldt twee bepaelde rechte linien AB en C, aen d'eene AB een rechte liny te voeghen, *als* BD, die aen d'ander C gelijck sy, en met t'samen d'eerste AB een rechte linie maecke.

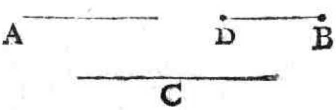


Aengesien dit geschiedē kan met AB naer A of B toe te verlengen / so sy gestelt / dattet selve geschieden moet tot B. Hierom verlengende AB tot D, naer 't 1ste Voorstel / sulcx dat BD na 't voorgaende Voorstel gelijck sy aen C : so sal also AD de somme zijn van AB en C, als begeert was.

VII. *VOORSTEL.*

Voorgegeven zijnde op 't veldt twee ongelijcke bepaelde rechte linien AB *en* C, van de langste AB een rechte liny te trecken, *als* AD, die aen de kortste C gelijck zy.

Derde Werckstuck des 1 boecks Euclidis.



Gemerckt dit insgelijcx geschieden kan tot A of B, soo neemt dattet geschieden moet tot A. Hierom ghestelt hebbende tot A na 't 5de Voorstel van dese in AB de liny AD gelijck C, soo sal also C van AB afgetrocken zijn en resten DB, als begeert was.

Ende dit sy wat aengaet de verhandelingh * der Simpele Werckstucken / waer by wy vervolgens in 't kort betoonen sullen d' ontbinding † der Vlacke Werckstucken / dat is / der geene tot wiens oplossingh wyders het beschrijven eens rondts vereyscht wort / daerby voegende / hoemen die van gelijcken op 't veldt verrichten mach.

* Problematum Simplicium.
† Planorum Problematum.

VAN

VAN
D'ONTBINDING
Der

* Problematum Geometricorum Planorum.

* VLACKE MEET-KONSTIGE WERCK-STUCKEN.

Dat is,

*Dewelcke op-geloſt konnen worden door't trecken van rechte linien, en 'tbeſchrijven van * ronden.*

* Circulorum.

BEGEERTE.

L*Aetter begeert worden, datmen magh:* Uyt een gegeven punt, als middelpunt, in een gegeve wijtte een rondt beſchrijven.

Verklaert zijnde hoedanich de Simpele Werckſtucken der Meetkonſt mogen opgeloſt worden / als mede hoe deſelve op 't veldt te verrichten zijn: ſo dunckt ons niet buyten reden te weſen / dat wy met eenen hier betoonen/ hoe inſgelijcks de vlacke Meetkonſtige Werckſtucken mogen opgeloſt/ ende op 't veldt afgeveerdicht worden. Hierom/ gelijck de Simpele Werckſtucken / als uyttet voorgaende blijckt / ſonder eenigh inſtrument moghen verhandelt worden / ten waer yemant de roede en ſtocken / die wy tot haer verrichtingh hebben gebruyckt/ daer voor nemen wilde: alſo en mogen in't tegendeel de Vlacke Werckſtucken / buyten 't geene tot de Simpele van nooden is/ niet ſonder eenich inſtrument/daer toe vereyſcht/op 't veldt verricht worden. Want ghelijck de Simpele Werckſtucken alleen door rechte linien / maer deſe Vlacke noch daerenboven door 't beſchrijven van ronden worden opgeloſt/ende de ontmoetingh of doorſnydingh van twee rechte linien op 't veldt alleen door verdachte ſicht-ſtralen ſonder eenich inſtrument kan gevonden worden / alſo en mach daerentegens de ontmoetingh of doorſnydingh van een rechte liny ende een rondts omtreck / ofte die van twee ronden/ op 't veldt niet ſonder het ſelve verkregen worden. Tot welcken eynde dan by de * Meters in't gebruyck is een rondt koper inſtrument/ Aſtrolabium Geometricum ghenaemt/ verdeelt zijnde in 360 ghelijcke deelen/ welcke graden geheten worden / daer van yder graedt door 't ghedacht wederom in 60 gelijcke andere kleynder gedeelten/ minuten genoemt/ verdeelt wordt. Maer nademael alle kennis uyt voorgaende bekende dingen hoort te beſtaen/ ende/ eermen tot de verrichting der Vlacke Werckſtucken komt/ geweeten

* Geodetas.

geweeten dient / hoemen een rondt sal [a] Meetkonstich in de geseyde graden en minuten verdeelé/het welck dan self swaerder als d'ontbinding van eenich Vlack Werckstuck te achten is/gemerckt om 'tselve [b] Wiskonstich te doen daer toe d' ontbindingh der [c] Lichamelicke en Linysche Werckstucken bekent vereyscht wort: Soo kan oversulcx sodanig instrument na dé aert der konst met recht tot de op-lossing der Vlacke Werckstucken op 't veldt niet toeghelaten worden; maer staet ons dienvolghens op een simpelder te dencken. Hierom alsso ick naer een simpelder soeckende bevondt/ dat daer toe geen eyghentlijcker en kon bedacht worden als een ghemeen [d] Meeters-kruys / sodanich alsset hier nevens gaet afghebeelt / bestaende uyt vier vaste en onbeweeglicke pinullen ost visieren/even-wyt van den anderen afgelegen / maeckende t'samen vier rechte hoecken: so heb ick/naer dat voorgaende betoont is/ op wat wijz een rechten hoeck gemaeckt kan worden/'tselve sonder eenige swaricheyt tot de verhandeling der Vlacke Werckstucken op 't veldt als het eenvoudichste en eyghentlijckste geoordeelt / ende oversulcx sijn gebruyck in de volgende Werckstucken goet gedacht te verklaren.

a Geometricè.
b Mathematicè.
c Solidorum & Linearium Problematum.
d Crux Metatoria.

I. *WERCKSTVCK.*

Het vijfde Werckstuck des sesten boecks Euclidis.

Tussen twee gegeve rechte linien een middel-evenreednige liny te vinden:

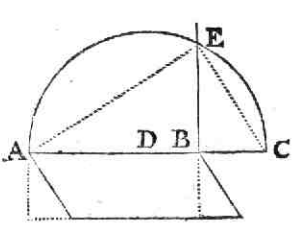
Ofte,

Een voorgegeven [a] even-wydig vierkant in een [b] recht-vierkant te veranderen.

Sy tusschen AB, BC te vinden een [c] middel-even-reednighe: ofte/sy AB de lenghte / en BC de breette van een even-wydigh vierkant/ het welck in een recht-vierkant moet verandert worden.

a Parallelogrammum.
b Quadratum.
c Mediam proportionalem.

't Werck.



Gestelt hebbende AB, BC in een rechte liny AC, so sy deselve [d] in D ghedeelt in 2 gelijcke deelen AD, DC, en uyt D in desers wijtte/na de voorgaende begeerte/op AC beschreven het half rondt AEC: dan sal/ somen uyt B op AC [e] treckt de rechtstaende BE, ontmoetende den omtreck in E, BE de middel-even-reednige zijn tussen AB, BC: ofte oock 't recht-vierkant / dat op BE gemaeckt wort / so groot wesen alsset evenwijd-sydigh vierkant / beslo-

d na 't 2 Werckstuck pag. 125.
e na 't 5 Werckstuck pag. 135.

ten van de lengte AB, en breette BC. Waer van 't Bewijs door Euclides gedaen is in 't 13ste V. des 6sten/ en 14ste V. des 2den Boecks.

Om nu door 't voorgaende kruys het punt E op 't veldt te vinden/ daer de recht-staende BE den omtreck AEC komt te ontmoeten of doorsnijden: so is te weeten/dat alfo den hoeck AEC, besloten van beyde linien AE, EC, f recht is/ datmen oversulcx mettet kruys gaende in BE onderwijlen versoecken sal/ oftmen/ siende naer A door d'eene twee overstaende visieren/ met eenen dan oock 't ander punt C door beyde andre overstaende visieren sien kan: dewijl 't punt E, waer sulcx gebeurt/ zijnde in BE als oock in d'omtreck AEC, het begeerde punt is. Hierom op datmen gaende in BE weete/ oftmen also soeckende wyder van B uytgaen / oft in 't tegendeel naer B komen moet: Soo staet te letten/ dat de linien/ die uyt eenich punt in BE, tussen B en E genomen/ tot A en C getrocken worden/ altijt * wyde of stompe hoecken maecken; maer dat die uyt eenich punt in de verlengde BE buyten E tot A en C gehaelt worden/ altijt * spitse of scherpe hoecken maecken. Waerom/ soo men siende naer A door d'eene twee overstaende visieren sijn ghesicht laet gaen naer C door beyde andre/ ende alsdan bevindt C buyten dese sicht-strael te komen na de slincker-handt/ het selve dan bewijst datmen in de liny BE van B wijder uytgaen moet naer E; maer C buyten dese sicht-strael verschijnende aen de rechter-handt/ datmen dan in't tegendeel naer B in deselve liny te rugge komen moet/ totter tijdt men te ghelijck het een en 't ander punt door de ghesende visieren sal hebben vermerckt. Het welck dan op deselve wijs in de volgende Werckstucken te verstaen is.

f na 't 31 v. des 3 b. Eucl.

* Obtusos angulos

* Acutos angulos

Merckt.

Op gelijcke manier kan men een voorgegeven recht-linisch af-beeltsel/ soo 't valt/ in een recht-vierkant veranderen. Want somen naer 't 13ste Werckstuck des 1sten boecks Euclidis een even-wydigh vierkant maeckt so groot alsset gegeven af beeltsel/ en dan 't selve/ als geleert is/ in een recht-vierkant verandert/ so heeftmen 't begeerde.

Het tweede Werckstuck des 2 boecks Euclidis.

II. *WERCKSTVCK.*

Van een recht-hoeckigen driehoeck gegeven zijnde de syde over den rechten hoeck, mitsgaders een der andre syden: te vinden de derde syde.

Ofte:

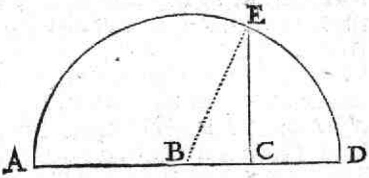
Gegeven zijnde twee ongelijcke * recht-vierkanten, een derde te vinden, gelijck zijnde het verschil dattet grootste vierkant grooter is dan het kleynste.

* *Quadraten.*

Sy AB de syde over den rechten hoeck / en BC een der andre syden eens recht-hoeckigen driehoecks/ wiens derde syde te vinden zy: ofte/ laten AB, BC de syden zijn van twee ongelijcke recht-vierkanten/ te weeten/ AB de syde van

van 'tgrootste/en BC de syde van 'tkleynste/ende de syde van een derde recht-vierkant begeert worden/ dat de rest is / om so veel 't recht-vierkant op AB grooter is als dat op BC.

't Werck.



Gestelt hebbende AB, BC in een rechte liny / so zy AC verlengt naer C, en upt B in de wijtte AB a beschreven het half-rondt AED: dan sal / somen b upt C op AD treckt de recht-staende CE, die den omtreck ontmoete in E, deselve de derde syde des driehoecks zijn: ofte oock/somen op CE een recht-vierkant maeckt / soo sal 't selve de begeerde rest wesen/ om so veel 't recht-vierkant op AB grooter is als dat op BC.

a na de voorgaende begeerte.
b na 'twijfde Werckstuck, pag. 135.

't Bewijs.

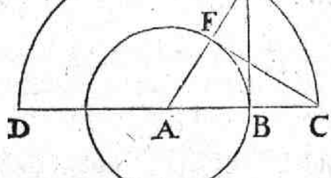
Treckende BE, dewijl c den driehoeck BEC recht-hoeckigh is/en de gegeven liny BC een der syden is nevens den rechten hoeck C, voorts de d tegen-over-syde BE * ghelijck de gegeven liny AB: soo blijckt dat CE de begeerde derde syde is.

Wijders / dewijl e 't vierkant van BE gelijck is de beyde vierkanten van BC en CE: so volgt/ somen 't vierkant van BC treckt van het vierkant van BE, datter rest 'tvierkant van CE. Hierom / soo van een recht-hoeckigen driehoeck / etc. 't Welck te doen was.

c Door 't werck.
d na de 15 bep. des 1 b. Eucl.
* Hypotenusa genaemt.
e na 't 47 v. des 1 b. Eucl. ofte na 't 4 v. van 't 2 deel des eersten tractaets.

Merckt.

Van een selve aert schijnt te wesen het 2de Werckstuck des 3den boecks Euclidis, te weeten: Uyt een gegeven punt C een rechte liny te trecken, als *CF*, die een gegeven rondt *FB* aenraecke.



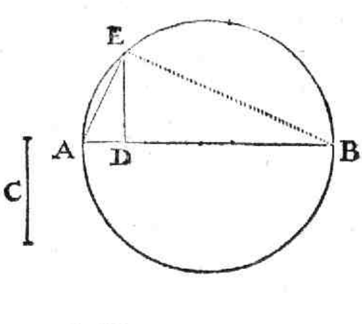
Om 't welck te doen/ soo treckt upt C door A een rechte liny/ en beschrijft op deselve upt A in de wijtte AC een half-rondt/ als CED. Daer na f getrocken hebbende upt B op DC de recht-staende BE, ontmoetende den omtreck in E, so haeltmen AE, doorsnijdende den omtreck des rondts FB in F, voorts CF; dewelcke dan 'trondt FB in F sal raecken. Waer af 't bewijs door Euclides gedaen is. Alhier schijnt mede te gehooren het 1ste Werckstuck des 4den boecks Euclidis, leerende: In een gegeven rondt, (wiens middel-liny zy *AB*) een rechte liny te stellen, *als AE*, die aen een gegeven liny C, niet grooter zijnde dan *AB*, gelijck zy. Het welcke dan niet anders is/ als upt een der syden nevens den rechten hoeck/ mitsgaders de tegen-over-syde eens recht-hoeckigen driehoecks / de derde syde te vinden.

f na 'twijfde Werckstuck, pag 135.

g na 't 13 Werckstuck des 6 b. Eucl.

h na 't 5 Werckstuck, pag. 135.

i na 't 31 v. des 3 b. en vervolg van 't 8 v. des 6 b. Eucl.



Want somen g als pag. 138 geseyt is/ tot AB en C vindt een derde evenreedenige liny AD, dat is/ dat AB zy tot C, gelijck C tot AD, en h uyt D op AB treckt de rechtstaende DE, ontmoetende den omtreck in E, en haelt AE: so seg ick dat dan AE gelijck is C. Om 'twelck te bewijsen/ so sy getrocken EB, dan sal i AB tot AE zijn/ als AE tot AD Waerom/ dewijl door 't werck AB mede tot C is/ gelijck C tot AD: so volgt dat AE aen C gelijck is. Als begeert was.

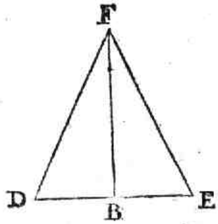
*Lemmata.

* VOOR-BEWYSEN *tottet volgende Werckstuck.*

I.

Zijnde DFE een driehoeck met twee ghelijcke syden DF, FE, in welcke uyt F op de derde syde DE ghetrocken zy de hangende FB: soo seg ick dat insgelijcx DB en BE gelijck zijn.

k na 't 47 v. des 1 b. Eucl ofte na 't 4 v. des 2 deels van't eerste tractaet.

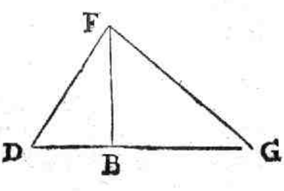


Aengesien DF gelijck gestelt wort aen FE, so sal mede 't vierkant van DF gelijck zijn 't vierkant van FE. Nu is 't vierkant van DF k soo groot als beyde vierkanten van DB en BF, en dat van FE so groot als die van EB, BF. Waerom dan beyde vierkanten van DB, BF t'samen ghelijck zijn de beyde vierkanten van EB, BF t'samen. Hierom / somen wedersijds wech neemt 'tgemeene vierkãt van BF, so rest 'tvierkant van DB ghelijck 't vierkant van BE; en dienvolgens DB gelijck BE. 't Welck was het voorgestelde.

II.

Zy DFG een driehoeck met twee ongelijcke syden DF, FG, daer van FG langer zy als DF, in welcken uyt F op de derde syde DG getrocken zy de hangende FB: so seg ick dat insgelijcx DB, BG ongelijck zijn / en BG langer is als DB.

l na 't 47 v. des 1 b. Eucl. ofte na 't 4 v. des 2 deels van't eerste tractaet.

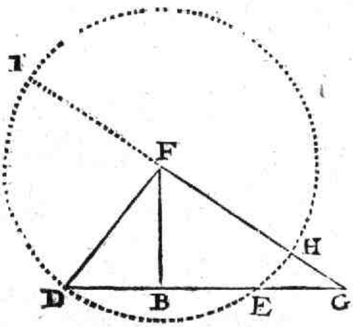


Want dewijl DF korter is als FG, so sal mede 't vierkant van DF kleynder zijn als 't vierkant van FG. Nu is l 't vierkant van DF soo groot als beyde vierkanten van DB en BF, en 't vierkant van FG soo groot als beyde vierkanten van BG en BF. waerom dan mede de vierkanten van DB en BF t'samen kleynder zijn dan beyde vierkanten van BG en BF. Hierom/ somen wederzijds wech

wech neemt het gemeene vierkant van BF, soo blijft het vierkant van DB kleender als dat van BG, en dienvolgens DB korter als BG. 't Welck was het voorgestelde.

III.

So in een ongelijck-sydigen driehoeck DFG de langste syde DG genomen wort voor * grondt/ ende op deselve uyt den tegen-over-hoeck F een hangende FB getrocken wort: dan sal de grondt-syde DG tot de somme der andre DF, FG soodanige reden hebben/ ghelijck 't verschil derselve DF, FG heeft tottet verschil/ dat de grondt-syde DG langer is dan tweemael 't kleynste stuck DB. * Basis.



Sy uyt F in de wijtte DF een rondt beschreven/als DEHI, doorsnijdende DG in E, en FG in H, die dan tot in d'omtreck verlengt zy in I/ waer door alsoo IG de somme wert/en HG 't verschil der syden DF, FG; maer EG, 't verschil/dat DG langer is dan tweemael DB, dat's DE m. 't Welck aldus gestelt zijnde/ soo seg ick dat dan DG tot IG is/ als HG tot EG.

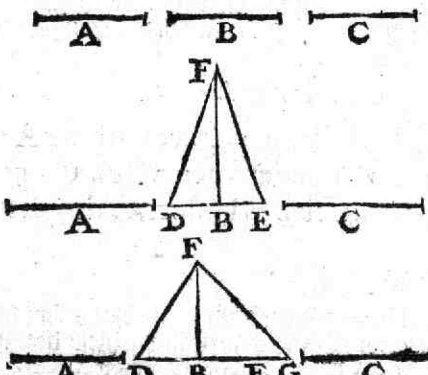
Want dewijl n 't vierkant DGE gelijck is 't vierkant IGH, so volgt o dat mede DG tot IG is/ gelijck HG tot EG. 't Welck was het voorgestelde.

m na 't 3 v. des 3 b. Eucl.
n na 't vervolg des 36 v. des 3 b. Eucl.
o na 't 16 v. des 6 b. Eucl.

III. *WERCKSTVCK*.

Van drie voorgegeve bepaelde rechte linien A, B, en C, waer van de twee, hoemense neemt, t'samen langer zijn dan de derde, een driehoeck te maecken.

Het achtste Werckstuck des 1 boecks Euclidis.



't Werck.

Eerstelijck dan soo dese drie linien A, B, en C alle malcander gelijck zijn/ soo volgt dat den driehoeck/ die uyt de selve moet gemaeckt worden/ een * ghelijck-sydigen driehoek zijn sal. Waerom dan 't maecken derselve/ als in 't 8 Werckstuck aen 't 137 bladt geleert is/ geschieden kan.

* Triangulum æquilaterum

Maer twee derselve alleen gelijck zijnde/ neemt A en C, so is openbaer/ dat den begheerden driehoeck een † gelijck-beenigen drie-

† Triangulum isosceles of æquicrure

driehoeck sal wesen. in welcken geval dan de hangende/ die uyt den boven-
*Lemma. sten hoeck op de derde syde getrocken wort/ mede die na 't 1ste * Door-bewijs
in twee gelijcke deelen deelen sal. In voegen somen de liny B of DE neemt
a na 't 2 Werckstuck pag. 125. voor grondt/ ende deselve a in tween gelijck deelt in 't punt B: so sal DB of
BE zijn een der syden nevens den rechten hoeck/ en de liny A of C de * tegen-
* Hypotenusa. over-syde eens recht-hoeckigen driehoecks. uyt welcke dan de derde syde of
hangende FB, en dienvolgens den driehoeck DFE/ na 't voorgaende Werck-
stuck/ kan gevonden worden.

Eyndelick de linien A, B, en C alle ongelijck zijnde/ alsoo den driehoeck/
* Scalenum. die uyt de selve moet gemaeckt worden/ alsdan * ongelijck-sydich is: So
volgt/ dat de hangende/ die op de langste syde uyt den tegen-over-hoeck ge-
trocken wort/ deselve insgelijcks naer 't 2de Door-bewijs in twee ongelijcke
stucken sal deelen. Hierom gestelt zijnde de liny B of DG de langste te wesen/
* Basis. somen die voor * grondt neemt/ en werckt naer 't 10de Werckstuk pag. 138/
stellende/ gelijck DG tot de somme van A en C, also 't verschil van A en C
tot een vierde: Soo sal deselve gemeeten zijnde van G tot E in de liny DG
na t' 3de Door-bewijs beteyckenen het verschil/ dat de grondtsyde DG lan-
b na 't 2 Werckstuck pag. 125. ger is dan twee-mael 't kleynste stuck DB. Waerom dan/ deelende DE b in
2 gelijcke deelen in 't punt B, DB also het kleenste/ en BG het grootste * grondt-
* Basis segmentum. stuck zijn sal/ gemaeckt door de hangende FB. Zijnde also 't Werckstuck hier
toe gebracht/ datmen slechs c uyt een der syden nevens den rechten hoeck/
mitsgaders de teghen over-syde eens recht-hoeckigen driehoecks/ (als uyt
c na 't voorgaende Werckstuck. DB en DF of A des driehoecks DBF, ofte uyt BG en GF of C des driehoecks
BFG) te vinden heeft de derde syde BF. Waer door dan oock also gemaeckt
sal zyn den begeerden driehoeck DFG. Hierom: voorgegeven zijnde drie be-
paelde rechte linien/ etc. 't Welck te doen was.

Merckt.

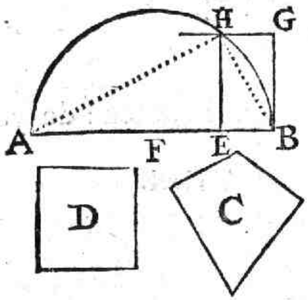
't Gheene wy in dit Werckstuck betracht hebben/ is/ dat wy 't begeerde
slechs door een rondts-omtreck en rechte linien hebben ghevonden; of selfs
t'eene-mael door rechte linien/ wanneer de gegeve linien alle malkander
gelijck zijn. 't Welck andersins door 't beschrijven van twee ronden plach te
geschieden. Diergelijck is mede in 't geen wy op 't eynde van 't voorgaende
Werckstuck betoont hebben te vermercken.

IV. WERCKSTVCK.

* Parallelogrammi rectanguli. Van * een recht-hoeckigh vierkant gegeven zijnde AB
de somme van beyde syden, mitsgaders een vlack C, ge-
lijck wesende 't vlack dat van deselve is besloten: de syden
te vinden.

't Werck.

a na 't 1 Werckstuck pag. 125. b na de voorgaende begeerte. Sy 't ghegeven vlack C, als in 1ste Werckstuck aen 't 145 blat gesept is/
verandert in een recht-vierkant D, ende AB a in F gedeelt in 2 gelijcke deelen/
voorts uyt F in de wytte AF of FB op AB b beschreven het half ront AHB: dan
sullen/



sullen / somen c in B recht-hoeckigh op AB stelt BG ghelijck de syde des vierkants D, en uyt G d treckt GH even-wydich met AB, doorsnydende oft raeckende den omtreck in H, voorts HE even-wydich met GB, (dat's BE gelijck neemt aen GH,) AE en EB de begeerde syden des vierkants zijn / dat is / dat het geene van AE en EB besloten wort/ so groot zijn sal alsset gegeve vlack C.

c na 't 5 Werckstuck, pag. 135.
d na 't 3 Werckstuck, pag. 128.

't Bewijs.

Want eerstelijck dat GH altijts den omtreck AHB snijdt of raeckt / is/ om dattet vierkant D door 't Werck ghelijck is aen 't Vlack C, en AB door 'tgegeven de somme van beyde syden eens vierkants / dat soo groot is alsset vlack D, zijnde e 't grootste vierkant / dat van beyde stucken van AB ghemaeckt kan worden 't vierkant van AF of FB. In voegen dat EH of BG, dat's/ de syde van 't vierkant D, nuyt grooter zijn kan als d' half middellijn AF of FB. Waer uyt dan volght/ dat GH den omtreck AHB in H altijdt snyden oft raecken moet. Vorders/ alsoo 't vierkant AEB, na 't bewys des 14 Voorstels des 2den Boecks Euclidis, gelijck is 't vierkant van EH of BG, dat is/ 't vierkant D, 't welck door 't Werck ghelijck is aen 't vlack C: soo blijckt/dat AE, EB beyde syden eens vierkants zijn / het welck soo groot is alsset ghegeven vlack C, waer van de somme derselve syden is AB. 't Welck doen was.

e Volgens 't 5 v. des 2 b. Eucl.

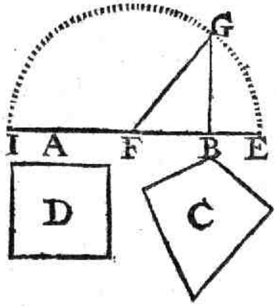
Om nu 't punt H op 't veldt te vinden/ alwaer GH den omtreck des rondts AHB komt te snijden oft raecke/ so salmen gaen mettet kruys in de liny GH/ ende onderwylen versoecken/ oft men/ siende naer 't punt A door d' eene twee overstaende visieren / met eenen dan ooch 't punt B door d' ander twee overstaende visieren sien kan: dewyl 't punt H, waer 't selve ghebeurt/ zijnde in de liny GH, als mede in d' omtreck AHB, het begeerde punt is. Hierom/ op datmen/ om 't selve te ervaren/ weete/ ofmen alsoo gaende in GH wyder van G uytgaen ofte in 't teghendeel naer G komen moet: so staet te letten/ dat de linien/ die uyt eenich punt in GH, tussen G en H genomen / tot A en B getrocken worden / altijt * spitse of scherpe hoecken maecken; maer dat die uyt eenich punt in de verlenghde GH, binnen 't rondt / buyten H, tot A en B gehaelt worden/ altijdt ‡ wyde oft stompe hoecken maecken. Waerom somen siende naer A door d'eene twee overstaende visieren/ en dan naer B door beyde andre / bevindt 't selve punt B buyten dese sicht-strael te komen naer de slincker-handt/ het selve dan bewijst/ datmen in de liny GH naer G toe gaen moet; maer so 't punt B buyten dese sicht-strael komt naer de rechter hand/ datmen dan in 't teghendeel in deselve liny wyder uytgaen moet naer H, totter tijt men het een en 't ander punt door de gheseyde visieren sal hebben bevonden.

* acutos angulos
‡ obtusos angulos

V. WERCKSTVCK.

Van een recht-hoeckigh vierkant gegeven zijnde A B, 'tverſchil van beyde ſyden, mitſgaders een vlack C, dat gelijck is aen 't vlack, dat van deſelve is beſloten: de ſyden te vinden.

't Werck.



a na 't 2 Werckſtuck, pag. 125.
b na 't 5 Werckſtuck pag. 135.
c na de voorgaende begeerte.

Sy 't gegeven vlack C, als vooren / veranderd in een recht-vierkant D, en AB in F a gedeelt in 2 ghelijcke deelen / voorts uyt B b ghetrocken BG recht-hoeckich op AB / en gelijck de ſyde des vierkants D: dan ſullen / ſomen haelt FG, en uyt F in deſers wijtte c een rondt beſchrijft / als IGE, dat van AB, tot d'een en d'ander ſyde verlengt / door-ſneden wort in I en E, IB en BE de begeerde ſyden des vierkants zijn / dat is / dattet geene van IB en BE beſloten wordt / ſo groot zijn ſal / alſſet gegeven vlack C.

't Bewijs.

Want aengeſien IF gelijck is FE, en AF gelijck FB, ſo ſal mede IA gelijck zijn BE. Tot welcke elck gedaen AB, ſo komt mede IB gelijck AE. Nu dewijl 't vierkant IBE, dat's AEB, na 't Bewijs des 14sten Voorſtels des 2den boecks Euclidis, gelijck is 't vierkant van BG, dat is / 't vierkant D, 't welck door 't Werck gelijck is aen 't vlack C: ſo is openbaer / dat AE, EB beyde ſyden eens vierkants zijn / dat gelijck is aen 't gegeve vlack C, waer van 't verſchil der ſelve ſyden is AB. 't Welck te doen was.

Alwaer te letten ſtaet / datmen / om 't Begeerde op 't veldt te verrichten / naer dattet gegeven vlack C in een recht-vierkant D, als aen 't bladt 145 geſeyt is / is verandert / ſlechs FE gelijck te nemen heeft aen FG, ſonder dat het noot ſaeckelijck zy het half-rondt IGE in der daedt te beſchrijven.

E Y N D E.

A EN-

AENHANG

Van

SIMPELE MEET-KONSTIGE WERCK-STUCKEN.

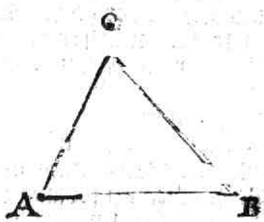
Voorgaende so hebben wy van Simpele Meet-konstige Werckstucken gehandelt / voor soo veel deselve op 't veldt als op een oneyndig plat vlack te practiseeren zijn / stellende / datmen daer op tot alle plaetsen komen kan / niet anders gelijckmen in 't gemeen verstaet / dat de Werckstucken van Euclides en andre ontbonden worden / te weeten / op 't welck men begeert: datmen van yder gegeve punt tot yder ander gegeve punt een rechte lyn trecken mach: ende deselve aen weder-zyden in 't oneyndig recht uyt verlengen: item tot yder plaets een rondt beschrijven / so groot als men begeert: In somma daer alles op kan verricht worden / watter in de Meet-konst gemeenlijck te doen voor-valt / sonder eenichsins aen eenige bepaelde of uyterste plaets gebonden te wesen. Maer aengesien het in de * Meet-daet dickwils gebeurt / datmen sonder onderschept niet allenthalven op sodanig een vlack komen kan / ghemerckt het selve alleen tot eenige plaetsen beganckelijck is / maer tot andre onbeganckelijck / te weeten / met waters / morassen / grachten / en slooten belemmert / waer door veel punten (andersins ghegeven) ongenaeckelijck zijn; en 't selve wederom tot eenige plaetsen met geboomte of bosschagie is beplant / tot andre met huysen / steden / en dorpen bebouwt / oft oock met landt-scheydingen / heuvelen / en diergelijcke uytstekentheden beset / waer door verscheyde punten alleen tot eenige plaetsen sichtbaer en tot andre onsichtbaer zijn / veroorsaeckende / datter verscheyde streckingen of royingen / die men anders voor gegeve linien nemen kan / hier door onseecker ende als niet gegeven zijn: Soo blijckt / datter / in de voorgaende en andre Simpele Werckstucken op 't veldt te verrichten / verscheyde dingen te betrachten voor komen / dewelcke wy / om datse niet als vooren geschieden konnen / dan goet gedacht hebben in desen Aenhang eeniger maten aen te wijsen en te leeren volbrengen. Waer toe ick dan te meer ben opgeweckt en genegen geweest / vermits my door eenigen tijt seecker tractaet in handen gekomen is / genaemt Geometria Peregrinans, zijnde een Dialogus of t'samen-spraeck tussen d'Arithmetica en Geometria, in dewelcke die als Gesusters ghespreck houden over haere verscheyde bejegeningen / en met malcander van de ghelegentheyt des tijts gheleerdelijck discoureren. Het welck dan zijnde gedruckt sonder naem des Auteurs en Druckers / als mede sonder aen te wijsen / waer en in wat Jaer het selve

* Praxi Geodeticâ

van den Auteur zy in 't licht gegeven / evenwel nochtans / ſoo uyt het geen daer in verhaelt wort af te nemen is/ niet lang en kan gedruckt weſen.

'Tſelve tractaet / my dan door een tweede handt geleent zijnde / (want het hier nergens bekent/ veel min te bekomen was / nochte ooch om de verhaelde redenen licht te beſchrijven/ alleen dat het vermoeden was / 't ſelve in Polen gedruckt te zijn/ en dat den Autheur een Poolſch Edelman was/ die ſich een ruymen tijt in Hollandt ſoude onthouden hebben/ aldaer verſcheyde Legers gheſien / en by ſyne Hoogheyt / Wilhelmus de tweede, lofl: memory/gemeenſaem hebben verkeert/) heb ick kortelijck door-leſen / en daer uyt ter memorie ſommige Voorſtellen op-geteyckent/ die hy/ ſoo 't ſchijnt/ in ſeecker tractaet verhandelt heeft / van welcke den ſin der woorden duſdanich is:

De Voorſtellen, die in 't laetſte boeckjen verhandelt worden, zijn deſe:



1. *Hoemen de lengte der liny* AB *vinden ſal, alſmen tot deſelve niet en kan komen?*

2. *Hoemen met een voor-geſtelde liny, bepaelt door de baeckens* A *en* B, *ſonder tot deſelve te komen, in een gegeve wijtte van deſelve, een even-wydige liny trecken ſal?*

3. *Hoemen met een gegeve liny* AB, *tot dewelcke men niet komen kan ('t zy deſelve geſien kan worden of niet,) een parallel-liny van ver trecken ſal?*

4. *Uyt het punt* C, *t' eeniger plaets buyten de liny* AB *gegeven (ſtaende tegen over deſelve tuſſen beyde punten* A *en* B*) op deſelve* AB, *ſonder die te genaecken, een perpendiculaer te laten vallen.*

5. *Hoemen de lengte der hangende, die van een gegeven punt* C *op een voorgeſtelde ongenaeckelijcke liny* AB *te vallen komt, vinden ſal?*

6. *Hoemen van een punt buyten een voorgeſtelde liny, 'twelck naer het eynde der liny gegeven zy, een perpendiculaer van ver op deſelve neerlaten ſal?*

7. *Tot het eynde van een voorgegeve ongenaeckelijcke liny een perpendiculaer op deſelve te laten vallen, ſoo lang als een begeerde.*

8. *Van een punt, wijt buyten een voorgeſtelde liny* AB *gegeven, op deſelve* AB *een perpendiculaer te laten vallen, welcke 3 of 4mael korter zy.*

9. *Op een gegeve liny* AB *('t zy deſelve geſien kan worden of niet) een gelijck-*

gelijck-ſydige en recht-hoeckige vierhoeck of yets anders dat begeert wort te maecken, als geſtelt wort, datmen tot AB *niet komen kan.*

10. *Gegeven zijnde in een voorgeſtelde liny of wal des vyandts eenige kenbare plaets, als mede een ſeeckere wijtte, vvaer uyt men een ſtuck geſchuts in een rechten hoeck tot de geſtelde plaets richten moet, de plaets te vinden, alwaer het ſtuck geſtelt moet vvorden.*

11. *Buyten een gegeve liny of deel eens muers, door de punten* A *en* B *bepaelt, in een aengeweſen wijtte van deſelve door eenich overſtaendt punt een plaets te vinden, even-ver van* A *en* B *af-gelegen.*

12. *Hoemen buyten de onghenaeckelijcke liny of muer* AB *een punt vinden ſal, het welck van de punten* A *en* B *in een gegeve ongelijcke wijtte volkomen af-gelegen zy?*

13. *Het ſelve in't boſch, alwaer de punten* A *en* B *van ver niet geſien konnen worden, konſtichlijck te verrichten.*

14. *Hoemen uyt het punt* C, *op d'overſtaende liny* AB, *vvanneermen deſelve van* C *door eenich perijckel of beletſel niet meerder dan den vierde of achtſte part der gantſe diſtantie naerderen kan, een perpendiculaer ſal laten vallen?*

15. *Het ſelve op een ander manier, ſonder meer als een gegeven getal van roeden van* C *naer* AB *toe te gaen, gevoechlijck te verrichten.*

16. *Hoemen, 't punt* C *op de kant van een meyr of boſch gegeven zijnde, ofte eenich Leger van achter te na by vveſende, ſonder van* C *te rugh te gaen, en de muer* AB *meer als een gegeven getal van roeden van* C *te naerderen, uyt* C *op deſelve* AB *een hangende bequamelijck trecken ſal?*

Tot hier toe heb ick verhaelt van de Werckſtucken, die ſonder eenich Mathematiſch inſtrument, oock ſonder een paſſer en liniael te ghebruycken, alſmen tot de liny AB *niet komen kan, op een open en ruym veldt alleen door ſtocken kunnen verricht worden, &c.*

Hierom aenghesien ick over veele jaren tot de aenmerckingh der Simpele Werckstucken gekomen was/ sonder opt gelesen of gehoort te hebben/ datter ymant iets van deselve had ghedacht / en ick soo die voorgaende zijn verhandelt nu over de 15 jaeren hebbe beschreven gehadt / en deselve naderhandt verscheyde van mijne vrienden gecommuniceert / als oock eenige van die aen mijn toehoorders/ dewelcke mijne publijcke lessen volghden/ op 't veldt in 't openbaer hebbe betoont ghehadt : soo ben ick ten hooghsten verwondert geweest/ de by-ghebrachte Voorstellen / die dan uyt de voorgaende Simpele Werckstucken vloeyen/ ende als een vlijtige oeffening en opmerckingh der selve/ in verscheyde voorvallen der * Meet-daedt/ te achten zijn/ in 't voornoemde tractaet te hebben aengetroffen. Onder welcke Voorstellen/ sie

* Geode-

alsoo-

alsooder eenige zijn/ dewelcke ick over eenige jaren mede in sodanigh een für my hebbe voorghestelt en ghevonden/ hoe die sonder eenich Instrument op 't veldt te verrichten zijn/ gelijck dan: Op 't veldt een liny te trecken even-wydich met AB, sonder deselve te genaecken: Item, om sulcx te verrichten, als de liny door een ghegeven punt C moet strecken, sonder AB te naerderen, &c. ick dan my/ aengaende de manier/ die daer van in 't ghebruyck is/ noyt en hebbe konnen voldoen: also deselve gheschiet door hulp van een Instrument/ en met veel tastens toegaet/ 't welck my noyt veel behaeght en heeft/ en ick daerom oock te meer verblijt ben geweest/ een besocht en geoeffent verstant in mijne meeningh gevonden te hebben/ daer uyt ick oordeelen kond/ mijn tijdt niet onnuttelijck te sullen besteden/ so ick een kleyn deel desselven in dese matery quam te kost te leggen.

Verhalven/ om 't gebruyck der Simpele Werckstucken in verscheyde voor-vallen der Meet-daet te betoonen/ en den Auteur tot het uytgeven van zijn Werck aen te porren/ wy benevens eenige onser Voorstellē mede die des voorsz tractaets in't kort in desen Aenhang sullen verhandelen; uytgesondert het 12 en 13 Voorstel/ de welcke wy voor ‡ Placke Werckstucken houden/ en daerom voor onmogelijck/ om sonder de beschrijving eens ronts op te lossen. Tot welckers ontbindingh dan/ wy/ als voorgaende in de oplossing der Placke Werckstucken betoont is/ een* Meeters kruys gebruycken. Hierom also deselve van den Auteur onder die geene gestelt worden/ die t'eenemael sonder eenich Mathematisch Instrument/ (waer voor ick nochtans dit Meeters Kruys achte/) en sonder passer of liniael/ (so hy seyt/) te ghebruycken/ verricht worden: so twijffel ick/ of den Auteur van deselve Voorstellen alleen door de drie begeerten/ by ons gestelt/ sal te weegh brenghen; maer sal lichtelijck de beschrijving eens rondts/ om dat hy misschien die op 't veldt met een touw als met een passer op 't papier acht te konnen gheschieden/ daer toe ghebruycken. Het welck soo het toegelaten word tot d'ontbindingh der Simpele Werckstucken/ die werckingh dan op het veldt voor weynich konstich soude zijn te achten/ en in sulcken gheval oock den Auteur niet nieuws aengaende desers verhandeling soude betoont hebben. Maer aengesien ick alleen mijn gevoelen hier verhael/ en my verborghen is/ op wat wijz den Auteur dese Voorstellen mach verhandelt hebben: soo sal ick onder-en-tussen haere ontbinding/ sodanich ick die op de gevoechlijckste en kortste wijz gesocht heb/ betoonen/ daer op verwachtende 't geen de voorverhaelde Auteur dies aengaende heeft beschreven.

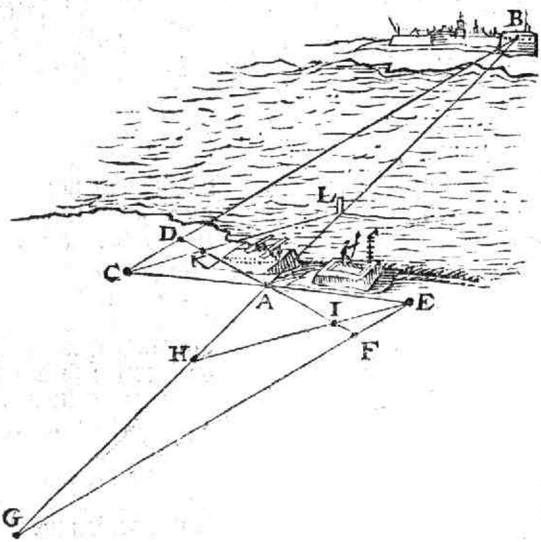
‡ Problemata Plana.

* Crux Metatoria

I. *VOORSTEL.*

Te vinden de lengte der liny AB, alſmen alleen tot A, het een eynde derſelve, komen kan.

Geſtoocken hebbende t'eeniger plaets C, waer 't valt/ een ſtock/ ſo ſalmen in de roying CB een andere ſtock na gevallen ſteecken/ als/ by voorbeelt/ in D. Dan verlengende CA en DA, en in deſelve genomen hebbende AE, AF ghelijck CA, DA, ſo laet over beyde ſtocken E en F ſo lang achterwaerts uyt-gegaen worden / totter tijt men zy gekomen in de liny AB, dat is/ totter tijt men beyde puntẽ A en B over malkander ſiet. 't Welck ſo men 't neemt te gebeuren in G, ſo ſal alſdan GA ſoo lanck zijn als AB.



Derhalven om te weeten / hoe veel roeden of voeten / etc. de liny AB lanck zy / ſoo ſalmen alleen met een keten of maet-ſtock ervaren/ hoe veel roeden of voeten/ etc. de liny GA begrijpt: want even ſoo veel roeden oft voeten/ etc. dan de liny AB oock doen ſal.

II. *VOORSTEL.*

Hoe men van A, in een ghegeve roying of ſtrecking AB, een liny af-baecken ſal, als AL, van een ghegeve lengte.

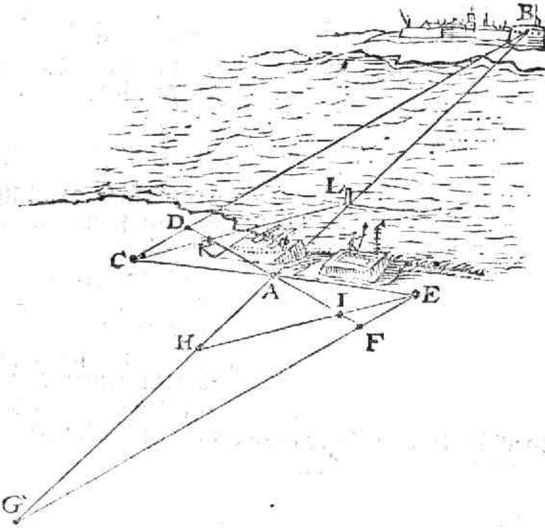
Dickwils gebeurt het / dat men in 't maecken van rijs-waerden / hoofden of diergelijcke / een liny af-baecken moet / dewelcke een gegeven getal van roeden oft voeten/ etc. komt te begrijpen. Om 't welck te doen/ ſo ſalmen / werckende als vooren / in de liny AG van A tot H ſoo veel roeden of voeten/ etc. meeten / als AL lanck zijn moet / en trecken HE, doorſnijdende

AF in I. Daer na/ genomen hebbende AK gelijck AI, so salmen met een sloup of boot van A naer B uytgaen in de roying AH, totter tijt men zy gekomen in de roying KC. 't Welck somen neemt dat gevalt in L, so sal AL soo lanck zijn als de gegeve liny AH.

III. *VOORSTEL.*

't Selve te doen tot het ander eynde der liny AB.

Want het somtijts geschieden kan/ dat eenige revier of passagie te water of te landt soo breedt zy/ dat deselve door 'tschieten van Canon en musquetten niet kan over-reyckt worden en verseeckert/ en in sulcken geval dan plegen block-huysen/ bateryen/ reduyten/ en diergelijcke wercken gemaeckt te werden/ om deselve passagie te verhinderen: soo zy/ by voorbeelt/ de wijtte tussen A en B meerder/ als datmen deselve met het grofgheschut of musquetten kan bereycken.

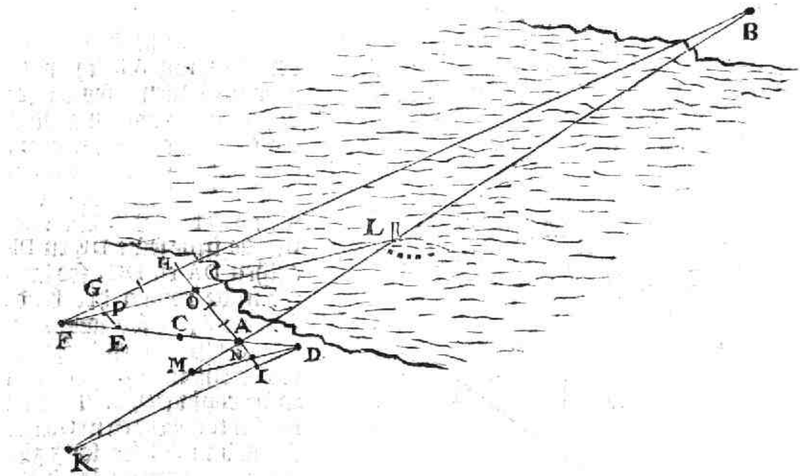


Derhalven/ om van B naer A in de liny AB een liny af te vaecken/ als BL, van een gegeve grootte: so salmen eerstelijck/ gelijck in 't 1ste Voorstel gheleert is/ een liny vinden/ als GA, die soo lanck zy als AB, en dan in deselve GH gelijck neemen aen de gegeven lengte. Want treckende wederom HE, doorsnijdende AF in I, somen voorts AK ghelijck neemt aen AI, en dan als vooren van A naer B uyt-gaet/ in de roying AH, totter tijt men zy gekomen in de roying CK, so sal LB gelijck zijn aen GH, als begeert wort.

Maer aengesien het meesten tijt gebeurt/ datmen in de liny AB niet soo wijt achterwaerts uyt-gaen kan/ tot dat GA gelijck zy aen AB; sulcx datmen/ om de voorgaende Voorstellen na de verhaelde manier te verrichten/ niet en kan tot sijn begeeren komen: soo kan het selve echter gheschieden/ mits daer toe maeckende/ dat GA zy sodanigen deel van AB, alsmen begeert: te weeten/ sich daer in ghedragende na de plaets/ die daer toe verleent wort.

Der-

Derhalven/ om/ by voorbeelt/ in de verlengde AB een liny te vinden / als AK, dewelcke sy $\frac{1}{3}$ deel van AB, so salmen / als boven / t' eeniger plaets gestocken hebbende de stock C, in de verlengde CA, aen d' een syde/ DA gelijck nemen aen AC, en aen d' ander syde AF gelijck 3 mael AC; en dan in de roping FB steeckende de stock G, waer 't valt / voorts FH neemen gelijck 3 mael

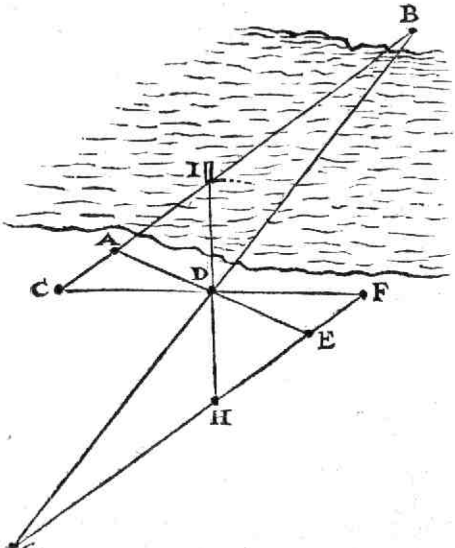


FG en dan in de verlengde HA neemende AI gelijck GE over beyde stocken D en I achterwaerts uytgaen/ totter tijt men sy gekomen in de liny AB. want alsdan AK een derdendeel zijn sal van AB. Hierom/ indien de lengte derselve op eenige rechte liny 3 mael genomen woort / dan also de gantse liny de lengte der liny AB sal bewijsen.

Insgelijcx / somen van A naer B in de liny AB een liny begeert af te baecken/ dewelcke sy 3 mael so lanck als de ghegeve liny AM, soo salmen/ werckende op gelijcke manier/ voorts trecken MD, door snijdende AI in N. Dan neemende AO gelijck 3 mael AN, so salmen van A naer B uytgaen/ blijvende doorgaens in de ropingh der punten M, A, totter tijdt men sy gekomen in de roping FO, 't welck ick stel te gheschieden in L, en sal also van gelijcken AL 3 mael so lang zijn als AM.

Op deselve wys werckt mede / indien LB driemael soo lang begeert wert als de gegeve KM. Allwaer mede licht is te betoonen/ so L en B twee toorens zijn/ of andere uytsteeckende plaetsen /hoemen/ sonder tot d' een of d' ander derselve te konnen komen / maer alleen tot A in de verlengde liny BL, de wijtte derselve torens B, L vinden sal. Want eerstelijck / vindende / als vooren / AK ghelijck den $\frac{1}{3}$ deel van AB, (wel- verstaende / dat de ghelegentgentheyt der plaets niet toe en laet / deselve even lanck te binden / dewijl dat selden gebeurt/) soo zy getrocken FL, doorsnijdende GE in P. Daer na maeckende AN gelijck PE, so sy uyt D door N getrocken de rechte DNM, ontmoetende KA in M, ende sal alsoo KM den $\frac{1}{3}$ deel zijn van LB. Waerom/ somen dese KM op eenige rechte liny 3 mael teyckent/ deselve dan alsoo de lengte der voorschreve liny LB sal bewijsen.

I. *VOORSTEL anders.*



Genomen hebbende in de verlengde liny AB 't punt C, naer gheballen/ soo laetter buyten die genomen worden eenich ander punt/ als D, ende uyt A en C door D getrocken worden de rechte linien ADE, CDF. Dan nemende in de selve DE en DF gelijck DA en DC, soo laetter in de roying der beyde stocken F, E soo lang achterwaerts gegaen worden/ totter tijt men zy gekomen in de roying D, B. 't Welck ick stel te gebeuren in G, ende sal alsdan GE soo lang zijn als AB. Hierom/ soo dickwils eenige gegeve maet begrepen is in GE, soo sal deselve mede even so veel maelen begrepen zijn in AB, ende oversulcx AB mede gegeven zijn.

II. *VOORSTEL anders.*

Van A in de roying AB een liny af te baecken, als AI, so lang zijnde als een gegeve liny.

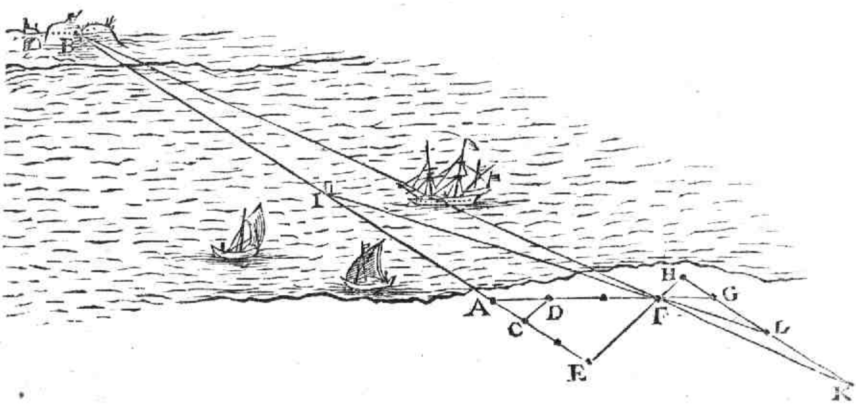
Genomen hebbende/ als vooren/ in de verlengde AB 't punt C, en daer buyten 't punt D, so treckt ADE en CDF, sulcx dat DE zy gelijck DA, en DF zy gelijck DC. Daer na verlengende FE tot H, sulcx dat HE gelijck zy aen de gegeven liny/ soo salmen/ als boven/ van A naer B soo lang uytgaen in de roying CA, tot men zy gekomen in de roying HD. Het welck soo men 't stelt te gebeuren in I, soo sal AI soo lanck zijn als HE, dat is / als de gegeve liny. Gelijck begeert was.

III. *VOOR-*

III. VOORSTEL *anders*.

Maer indien IB gelijck begeert waer aen een gegeve liny/ so sal men eerstelijck/ volgens 't 1ste Voorstel/ vinden GE gelijck AB. Daer na in deselve nemende GH, die ick stel de gegeve liny te wesen/ soo sal wederom / als men gaet over beyde stocken C, A/ so lang totter tijt men zy gekomen in de roping der stocken H, D, de liny IB so lanck zijn als de gegeven liny GH.

Maer soo het gebiel/ datmen in het achterwaerts gaen van FE door eenighe verhindering soo wijt niet komen konde / tot dat GE gelijck waer aen AB, en oversulcx de voorgaende Voorstellen/ als geleert is / verrichten : soo kan 't selve echter geschieden / mits daer toe maeckende dat GE, naer des plaets gelegentheyt / alleen zy een seecker gedeelte van AB, als/ by voorbeelt/ den $\frac{1}{3}$ deel.



Want stellende wederom in de verlengde AB t'eeniger plaets de stock C, ende in de selve liny nemende AE gelijck driemael AC, so salmen/ als voozen/ daer buyten steecken de stock D, waer 't valt ; en in de roping AD nemen AF gelijck 3 mael AD, voorts FG ghelijck AD. Daer-na in de roping EF stellende FH gelijck CD, soo salmen in de roping der beyde stocken H, G soo lang achterwaerts uytgaen / tot men zy gekomen in de roping BF. 'twelck ick stel te geschieden in K, ende sal alsdan GK zijn den $\frac{1}{3}$ deel van AB.

Van gelijcken/ soo men van B naer A in de liny AB een liny begeerde af te snijden/ welcke zy driemael soo lanck als een gegeve liny/ als/ by voorbeelt/ KL : soo salmen / gevonden hebbende GK, in deselve van K tot G teyckenen de gegeven lengte ; en dan van A naer B, als boven/ in de liny AB soo lang uytgaen/ blijvende ten dien eynde voorgaens in de roping der punten A, C, totter tijt men zy gekomen in de roping der punten F, L. 't Welck so 't gebalt in I, soo sal alsdan IB 3 mael so lanck zijn als KL. Het welck dan mede sijn bysonder gebruyck hebben kan / indien BA, de wijtte zijnde van een revier/

breeder

breeder waer/ als dat deselve mettet Canon des vyants uyt B over-reyckt kon worden/ om in deselve revier verscheyde baeckens te setten/ als 1, die het uytterste der schooten aenwijsen/ om deselve onverhindert te passeeren.

Op gelijcke manier vindtmen AI driemael soo lanck als GL.

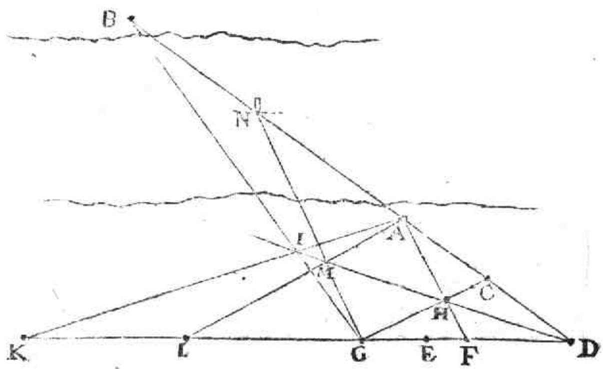
Alhier is mede licht te betoonen/ hoemen de lengte der liny BI, als men alleen tot A in desselfs verlengde komen kan/ op een ander manier/ als voorgaende geleert is/ vinden sal.

Want vindende eerst GK gelijck den $\frac{1}{3}$ deel van AB, als hier geleert is/ soo salmen alleen van F uytgaen in de roying der punten I, F, totter tijt men zy gekomen in de roying van beyde stocken in H en G. 'twelck soo 't gevalt in L, soo sal alsoo LK ghelijck zijn den $\frac{1}{3}$ deel van BI, en om sulcks BI ghegeven zijn.

Volgen de voorgaende 3 Voorstellen noch op een ander manier ontbonden.

I. *VOORSTEL noch anders.*

Ghenomen hebbende in de verlengde liny AB beyde punten C en D, waer 't valt/ soo salmen buyten deselve naer gevallen neemen 't punt E. Daer na in de liny DE nemende DF, FG gelijck DC, CA, soo salmen haelen GC, AF, door-snijdende malcander in't punt H. Wyders treckende door beyde punten D, H de liny DHI, soo haelt GB, deselve doorsnijdende in I: dan sal/ soinen door de punten A en I



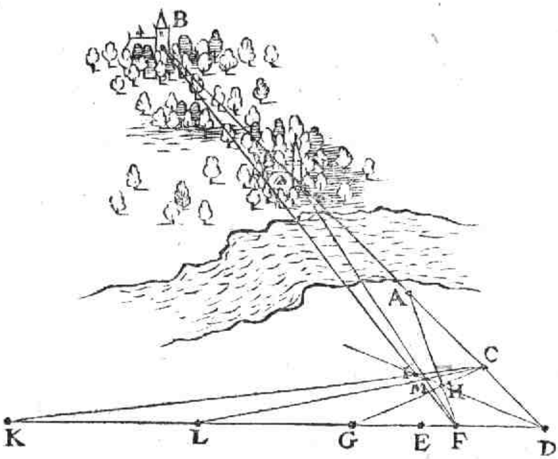
een rechte liny haelt/ als AIK, ontmoetende DE in K, de liny GK soo lanck zijn als de voor-gestelde AB. Hierom soo dickwils een voor-gestelde maet begrepen is in GK, so sal deselve mede soo dickwils begrepen wesen in AB/ en oversulcx de lengte AB gevonden zijn.

't Welck mede/ in plaets van GB en AIK te trecken/ geschieden kan/ met FB en CIK daer toe te halen/ blijvende de rest/ als voren.

II. *VOOR-*

II. *VOORSTEL noch anders.*

Indien nu van A naer B in de roping AB een liny af te vaecken waer/ soo lang als een gegeven linp/ soo laten/ als vooren/ in de verlengde linp BA genomen worden de punten C, D, waer 't valt. Dan genomen hebbende daer buyten eenich punt naer gevallen/ als E, ende in de linp DE gestelt hebbende DF, FG gelijck DC, CA, en getrocken GC, AF, door-snijdende malkander in H, so laet uyt D door H een rechte linp ghehaelt worden/ als DHI. Daer na nemende GL gelijck aen de gegeve linp/ soo haelt LA, door-snijdende DHI in M: dan sal/ somen van A naer B, als boven/ so lang uytgaet in de roping CA, totter tijt men zy gekomen in de roping GM, de linp AN soo lanck zijn als de gegeven linp GL. Het welck oock geschieden kan/ mits in plaets van LA en GMN te trecken LC en FMN, blijvende de rest onverandert.

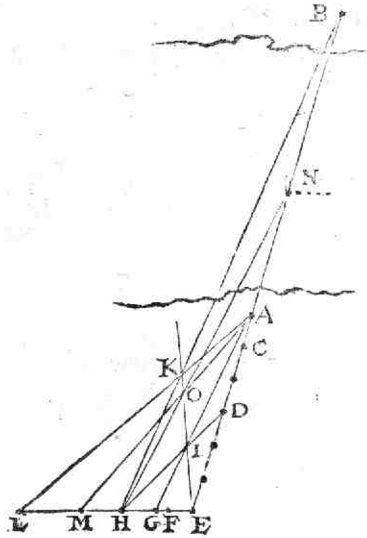


III. *VOORSTEL noch anders.*

Maer BN gelijck begeert zijnde aen een gegeve linp/ soo salmen/ als in 't 1ste Voorstel/ vinden GK gelijck AB; en in de selve genomen hebbende KL gelijck de gegeve linp/ trecken LA of LC door-snijdende DHI in M, en dan gaen van A naer B in de roping AC soo lang tot men zy gekomen in de roping GM of FM, want alsdan BN soo lanck zijn sal als KL. *Hier toe behooren beyde voorgaende figueren.*

Maer so het gebeurde/ datmen in de linp DE soo wijt niet uytgaen konde/ tot dat GK gelijck waer aen AB, om dienvolgens het 1ste en 2de Voorstel volgens dese wijs te verrichten: soo kan men maecken dat GK zy/ by exempel/ alleen den $\frac{1}{3}$ deel van AB.

Want nemende in de verlengde AB het punt C, soo 't valt/ en in deselve maeckende AD, DE elck gelijck 3 mael AC, soo neemt daer buyten 't punt F, na gevallen/ en in de linp EF stelt EG, GH elck gelijck AC, en haelt HD, GA, malkander doorsnijdende in I. Voorts gehaelt hebbende door beyde punten E, I de rechte EIK, soo salmen trecken HB, doorsnijdende deselve in K: dan sal/ soo men uyt A door K een rechte linp haelt/ ontmoetende



EF in L, de liny HL den $\frac{1}{3}$ deel zijn van AB.

't Welck mede geschieden kan/ treckende GB, doorsnijdende EIK in K, en dan uyt D door K halende DKL, in plaets van HB en AKL, latende de rest onverandert.

Vorders/ somen tot B uyt AB begeert af te snijden de liny BN, sulcx dat deselve zy 3 mael so lanck als een gegeve liny: so salmen/ gevonden hebbende HL, in deselve van L tot M de gegeve liny teyckenen/ en dan trecken MA, door-snijdende EIK in O, voorts HON, ontmoetende AB in N, ende sal alsdan BN zijn 3 mael so lanck als LM, gelijck begeert was.

Het welck mede geschieden kan/ alsmen treckt MD, door-snijdende EIK in O, en dan uyt G door O haelt GON, in plaets van MA en HON, latende de rest onverandert.

Op gelijcke manier werckt mede/ als AN driemael so lanck begeert wort als HM.

Alhier is mede licht te betoonen/ hoemen noch op een ander wyz de lengte BN vinden kan/ alsmen alleen tot A in de verlengde liny kan komen.

Want vindende eerstelijck HL gelijck den $\frac{1}{3}$ part van AB/ als hier geleert is/ so salmen alleen trecken HN of GN, doorsnijdende EIK in O, en dan van L uytgaen naer H inde liny EF, so lang tot datmen zy gekomen in de liny OA of OD. Het welck so 't gevalt in M, so sal alsdan ML zijn den $\frac{1}{3}$ deel van BN. Derhalven/ indien de lengte der liny LM door een bekende maet geuyttet zy en deselve in eenighe linie driemael aen een ghestelt wort/ dan mede de lengte der voorgestelde liny BN door deselve maet sal geuyttet wesen.

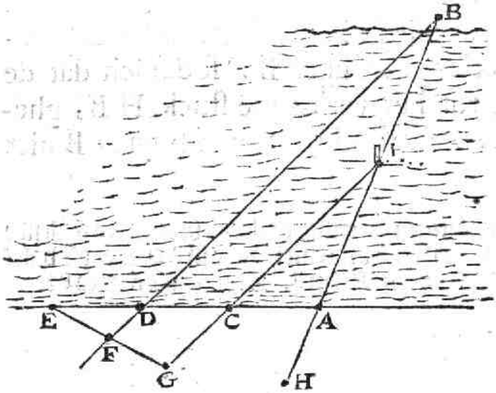
IV. *VOORSTEL.*

De liny AB te deelen in I, in deselve reden, als een ander gegeve liny AD in C gedeelt is: wanneermen alleen tot het een eynde A komen kan.

Verlengend AD tot E, sulcx dat ED ghelijck sy DC, soo sy in de roping DB gesteocken de stock F, waer 't valt/ en uyt E door F een rechte liny getrocken. In welcke somen stelt FG ghelijck FE, en in de verlengde AB naer ghevallen stelt de stock H: dan sal/ alsmen van A met een sloup of boot uytgaet naer B/

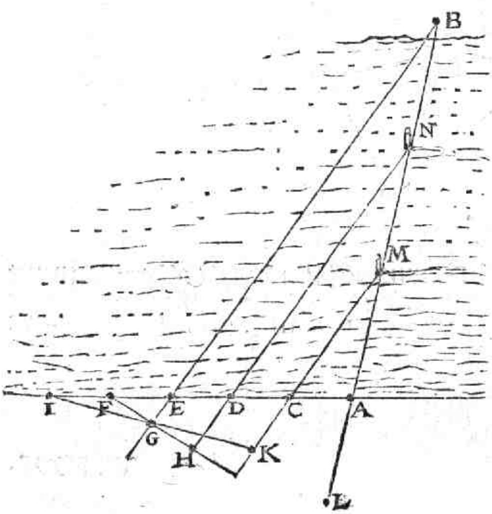
in de

in de roping der stocken H, A, soo lang tot men sy ghekomen in de roping der stocken G, C, ('t welck ick stel te gebeuren in I,) de liny AB in I in deselve reden gedeelt zijn / als de liny AD in C gedeelt is / dat is / dat AI tot IB sal wesen / als AC tot CD.



Op deselve manier / somen AC, CD, en DE alle d'een aen d'ander gelijck neemt / soo sal AB in I gedeelt zijn in 2 gelijcke deelen. Volgens welcke manier mede blijckt / hoedanich de liny AB in 3 ofte meer ghelijcke deelen te deelen zy: Of / hoemen van deselve tot A of B een begeert deel af-snijden sal. Het welck dan alles / soo in 't maecken van brugghen over revieren / als in 't af-steecken van verscheyden wercken in waterachtighe of morassige plaetsen / bysonderlijck te pas komen kan.

Vorders AE in meer als twee deelen ghedeelt zijnde / soo 't valt / als / by voorbeelt / in C en D: om AB in M en N in deselve reden te deelen / soo salmen / als vooren / AE verlengende tot F / sulcx dat EF sy ghelijck ED, in de ropingh EB stellen de stock G, waer 't valt. Dan uyt F door G treckende de rechte FGH, soo salmen in deselve nemen GH ghelijck GF. Insgelijcx verlengende AE tot I, sulcx dat EI sy gelijck EC, so salmen uyt I door G trecken de rechte IGK, en in deselve nemen GK gelijck GI. Daer na in de verlengde AB naer ghevallen steeckende de stock L, somen van A, als boven / uytgaet naer B, houdende doorgaens over malkander beyde stocken L, A, soo langh tot men komt in de roping der stocken K, C en H, D, 't welck ick neem te geschieden in M en N: so sal

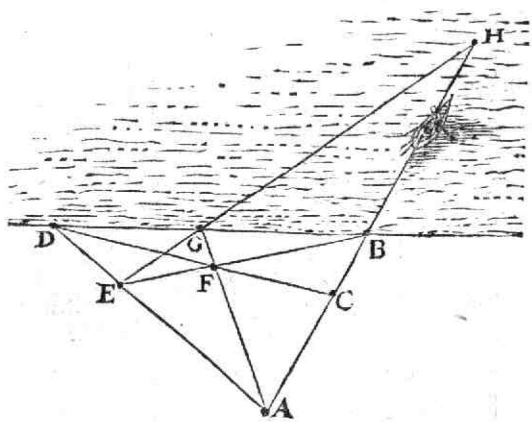


AB in M en N gedeelt zijn als AE in C en D. Op gelijcke manier werckt mede als AE in meer als 3 deelen gedeelt is.

V. *VOORSTÈL.*

De liny AB, gedeelt zijnde in C, ſulcx dat AC grooter zy als CB, te verlenghen naer B: ſodanich dat de gantſche liny AH zy tot het verlengde ſtuck HB, ghelijck AC tot CB. Geſtelt zijnde, datmen buyten B niet gaen kan.

Om 't welck te doen / ſoo ſalmen 't eeniger plaets buyten AB ſtellende een ſtock D haelen AD, DB, DC, en uyt B tot eenich punt in AD, waer 't valt / als E, trecken de liny BE, doorſnydende DC in F. Voorts uyt A door F trec-



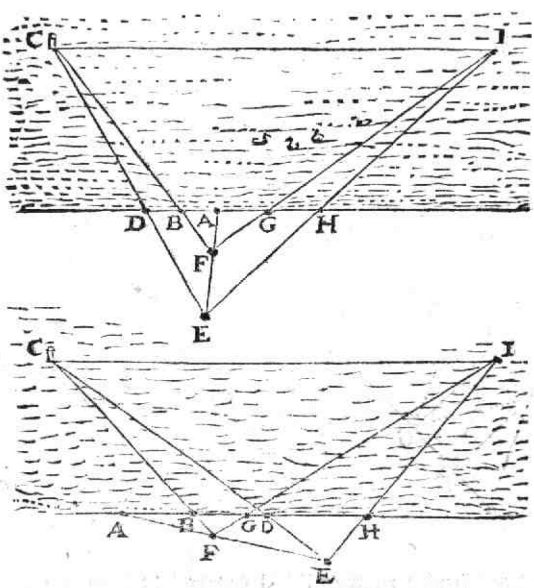
kende de rechte AFG tot datſe DB ontmoet in G: ſoo ſal / alſmen van B met een boot of ſloup uyt-gaet in de roying van AB, totter tijt men gekomen zy tot H, in de roying van beyde ſtocken E, G, AH tot HB zijn / ghelijck AC tot CB. als begeert was.

VI. *VOOR-*

VI. VOORSTEL.

Hoe men door 't punt C een liny trecken sal, als CI, even-wydich met een ander AB, alsmen tussen beyden niet gaen kan.

Genomen hebbende in AB naer gevallen beyde punten A en B, soo zy in deselve gestelt BD gelijck BA / en uyt C door D getrocken de liny CDE. In welcke genomen hebbende 't punt E / waer 't valt / en getrocken EA / soo zy uyt C door B getogen de rechte CBF / ontmoetende EA in F. Daer na



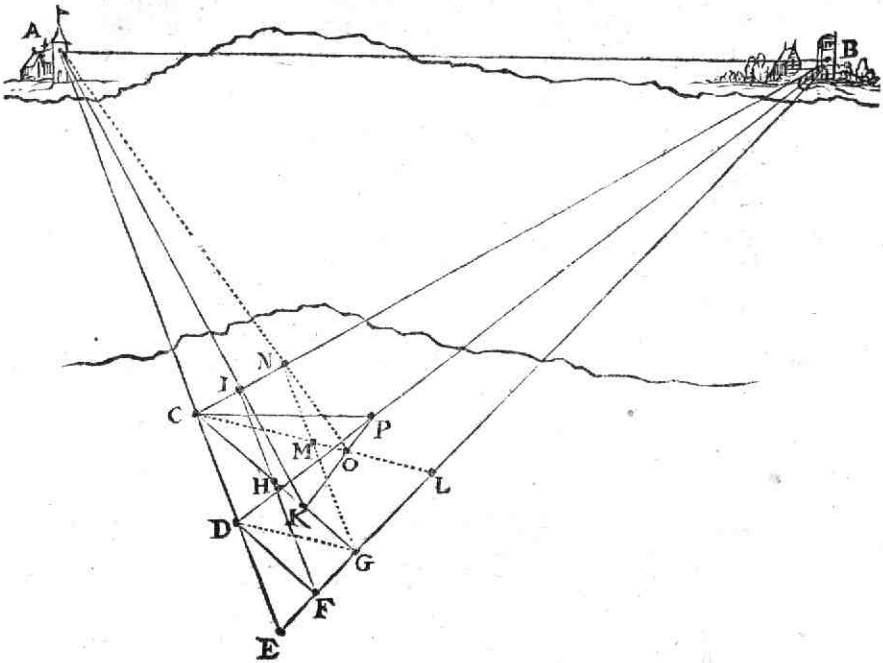
nemende in AB eenich ander punt G / waer 't valt / en in deselve stellende GH gelijck GA : soo sal / alsmen van G met een boot of sloup uyt-vaert in de roping FG / totter tijt men zy gekomen tot I in de roping EH / de liny / die tussen beyde punten C en I verdacht wort / even-wydich zijn met BA.

VII. VOORSTEL.

Hoe men door 't punt C een liny trecken sal, als CP, even-

even-wydich met een ander AB, tot welcke men niet komen kan.

Genomen hebbende in de verlengde AC 't punt D / waer 't valt / soo salmen in deselve stellen DE gelijck DC / en trecken EB / BC. Daer-na nemende in EB na gevallen 't punt F / soo salmen in deselve stellen FG gelijck FE / en halen FD / GC. Dit gedaen zijnde / salmen in CG teyckenen CH ge-

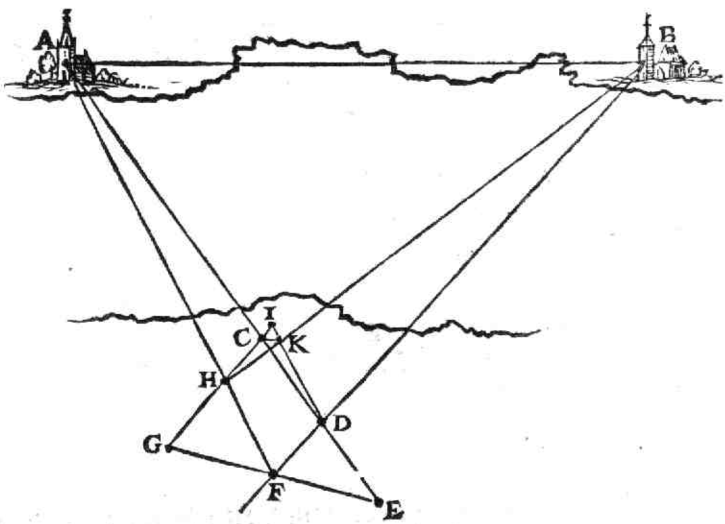


lijck DF / en door beyde punten F / H een rechte liny trecken / dewelcke CB ontmoete in I: en uyt A door I halen de rechte AIK / ontmoetende CG / ofte naer dat deselve verlengt is / in K. Vorders / maeckende GL gelijck GE / en treckende GD / LC / soo salmen / als vooren / in CL teyckenen CM ghelijck DG / en door beyde punten G, M een rechte liny halen / dewelcke CB ontmoete in N / en uyt A door N trecken de rechte ANO / ontmoetende CL / ofte na dat deselve verlengt is / in O. Dan sal / alsmen door de punten K en O een rechte liny treckt / ontmoetende DB in P, en haelt CP, deselve met AB even-wydich zijn. Als begeert was.

Anders

Anders en korter.

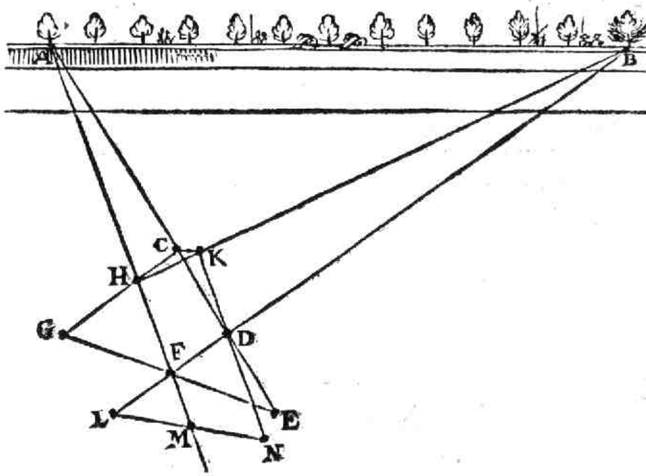
Ghenomen hebbende / als voozen / in de verlengde AC 't punt D / en in deselve ghestelt hebbende DE gelijck DC / soo salmen in de verlengde BD / naer gevallen / neemen 't punt F / en uyt E door F trecken de rechte EFG.



In welcke / na dat FG gelijck genomen is aen FE / soo salmen halen GC / wordende van FA doorsneden in H. En sal alsdan / so men in GC teyckent HI ghelijck FD en treckt ID / doorsnijdende HB in K / de liny CK met AB even-wydich zijn.

Anders, sonder AB *te naderen.*

Vorders indien het ghebiel / datmen om eenich perijckel te ontgaen / ofte door andere ongelegentheyt verhindert waer / buyten C uyt te gaen: soo kan men / om 'tselve te verrichten / naer dat / als voozen / gevonden is de liny GC / in plaets van in deselve te teyckenen HI ghelijck FD, etc. in de verlengde BDF nemen FL ghelijck FD; en naer dat AHF verlengt is/ en in deſelve genomen het punt M/ ſoo 't valt/ uyt L door M een rechte

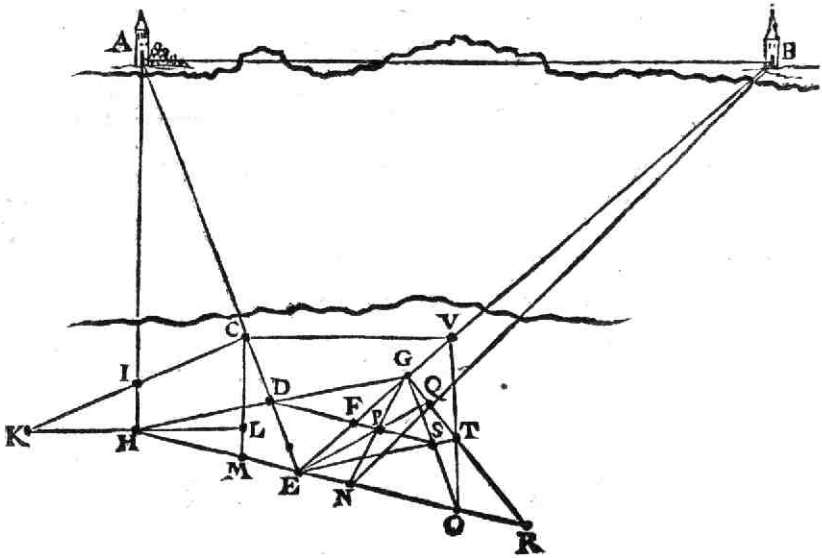


liny trecken/ in welcke ſtellende MN ghelijck ML: ſoo ſeg ick/ dat/ alſmen uyt N door D een rechte liny treckt/ door-ſnijdende HB in K/ en haelt CK/ dan deſe met AB even-wijdich is.

Noch anders, ſonder AB *te naderen.*

Genomen hebbende/ als vooren/ in de verlengde AC 't punt D/ en in deſelve gheſtelt DE gelijck DC/ ſoo treckt EB. In welcke nemende EF, FG gelijck ED, DC/ ſoo ſalmen uyt G door D een rechte liny haelen/ en in deſelve ſtellen DH ghelijck DG/ en trecken HA, HE. Daer na nemende in HA eenich punt naer gevallen I/ ſoo ſalmen uyt C door I een rechte liny trecken/ en in deſelve teyckenende IK ghelijck IC uyt K door H een rechte liny haelen. In welcke naer dat HL is gelijck gemaeckt aen HK/ ſoo laet door beyde punten C, L getogen worden de rechte CLM/ ontmoetende HE in M. 't Welck ghedaen zijnde/ ſoo ſalmen HE verlengen/ en in de ſelve nemen EN, NO gelijck EM, MH/ en trecken NG, GO/ die van DF/ naer dat deſelve ver-

verlengt is/ doorsneden worden in P en S. Hier na treckende uyt E door P de rechte EPQ/ ontmoetende NB in Q/ so salmen uyt G door Q haelen GQR/ vallende in de verlengde HE in R. Eyndelijck uyt E door S ghetogen heb-



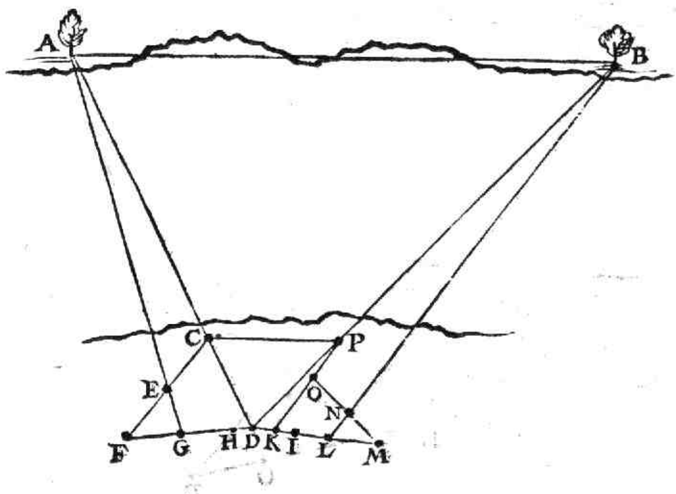
bende de rechte EST/ ontmoetende GQR in T/ soo salmen uyt O door T trecken OTV/ ontmoetende EB in V/ en halen CV/ dewelcke als dan evenwijdich is met AB.

't Selve noch anders en korter, sonder AB *te naerderen.*

Genomen hebbende in de verlengde AC het punt D/ waer 't valt/ soo salmen daer buyten naer gevallen neemen het punt E/ en uyt C door E haelen CEF. In welcke stellende EF gelijck EC/ soo treckt FD/ wordende van de rechte uyt A door E ghetogen doorsneden in G. Hier na maeckende GH gelijck GF/ soo salmen buyten DB/ of na dat deselve verlengt is/ een punt nemen als I/ waer 't valt/ en uyt D door I een rechte liny trecken; in welcke teyckenende DK, KL, LM ghelijck DH, HG, GF/ soo laet in LB eenigh

 punt

punt ghenomen worden / waer 't valt / als N / en uyt M door N een rechte liny gehaelt worden. 't Welck ghedaen zijnde / soo men NO gelijck neemt aen NM / en uyt K door O een rechte liny haelt / die DB doorsnijde in P / dan sal de rechte liny ghetogen tot beyde punten C, P even-wydich zijn met AB.



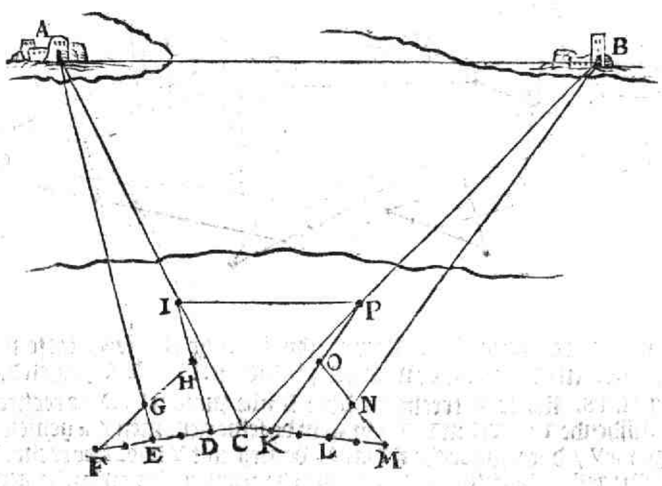
Alwaer blijckt / na dat de punten D, E soo naer aen 't punt C mogen ghenomen worden / alsmen begeert / hoe datmen door C een rechte liny trecken kan / die met AB even-wydich zy / sonder nochtans meer als een seecker ghedeelte der distanty of ghetal van roeden achterwaerts te gaen / nochte oock eenichsins aen de liny AB te naerderen.

VIII. *VOOR-*

VIII. *VOORSTEL.*

Te vinden de lengte der liny A B, alsmen tot geen van beyde eynden der selve komen kan.

Om dit te doen / soo salmen uyt eenich punt C / waer uyt men beyde punten A, B sien kan / tot deselve verdencken de rechte linien CA, CB. Uyt welcke soo men tot C / na de manier in't 4de Voorstel deses betoont / afsnijdt CI, CP / zijnde een seecker gedeelte van CA, CB / als / by exempel / den $\frac{1}{3}$ deel: so sal mede IP den $\frac{1}{3}$ deel van AB wesen. Hierom / indien de lengte van

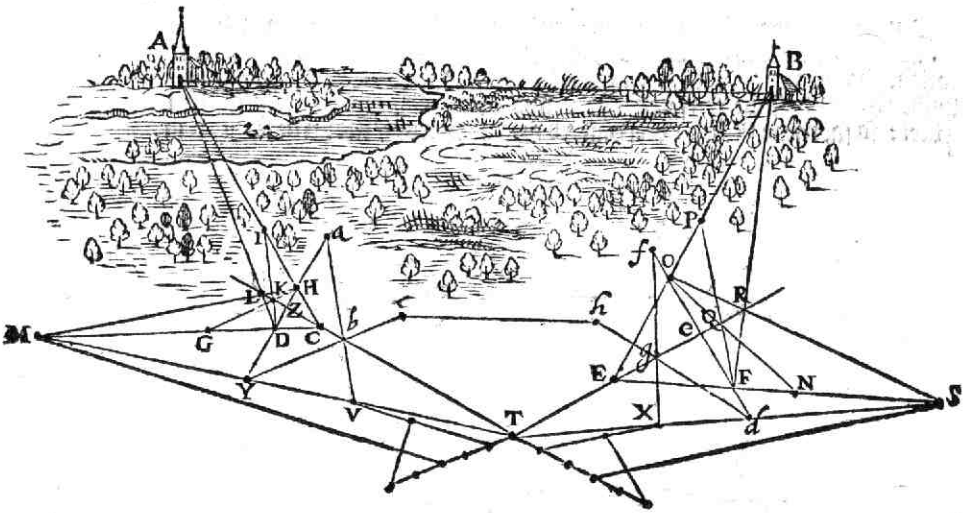


IP / met een roede oft keten genomen zijnde / tot 3 mael toe in een liny gestelt wort / dan alsoo de gantsche liny de lengte der liny AB sal bewijsen.

Alwaer te letten staet / dat de ghevonde liny IP mede even-wydich is met A B.

Vorders indien het ghebiel / dat beyde punten A, B nergens te gelijck op een self de plaets bequamelijck gesien konden worden / maer het punt A alleen / by exempel / tot beyde plaetsen C en D; en het punt B alleen tot

E en F: soo laet in de verlengde CD ghenomen worden 't punt G / waer 't valt / en in AC gheteyckent worden CH, HI ghelijck CD, DG. Daer na halende GH, DI / malkander door-snijdende in K / soo treckt CKL / door-snijdende DA in L / dan HLM / ontmoetende CDG in M. Op deselve wijs



doet mede aen d'ander zijde. Hier na soo verlengt KC, QE / totse malkander ontmoeten in T / en vindt naer het 4de Voorstel TV, TX gelijck den $\frac{1}{3}$ deel van TM, TS. Wyders treckende door beyde punten H, D de rechte HDY / door-snijdende TM, TK in Y, Z / so zy in de selve genomen Z *a* gelijck Z Y en getogen *a* V / door-snijdende KT in *b*, voorts uyt Y door *b* de rechte Y *bc*, en in deselve gestelt *bc* gelijck *b* V. Op welcke manier somen mede aen d'ander syde vindt het punt *h*, en treckt *ch*, soo sal deselve den $\frac{1}{3}$ deel zijn van AB / en oock daer mede even-wydig wesen. En blijckt alsoo / door dit Voorstel mitsgaders het voorgaende en eerste / volbracht te zijn / 't geene in de eerste 3 Voorstellen des Auteurs begeert wort.

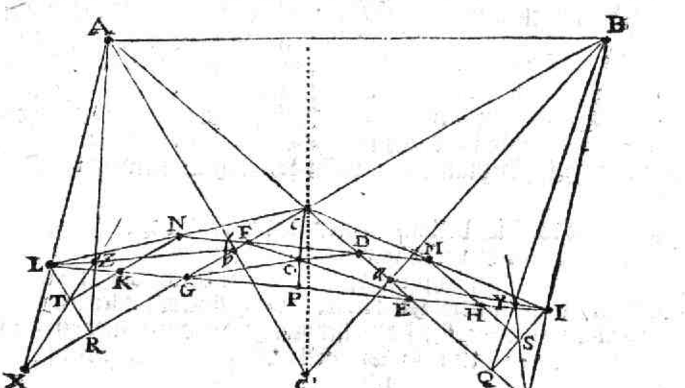
IX. *VOORSTEL.*

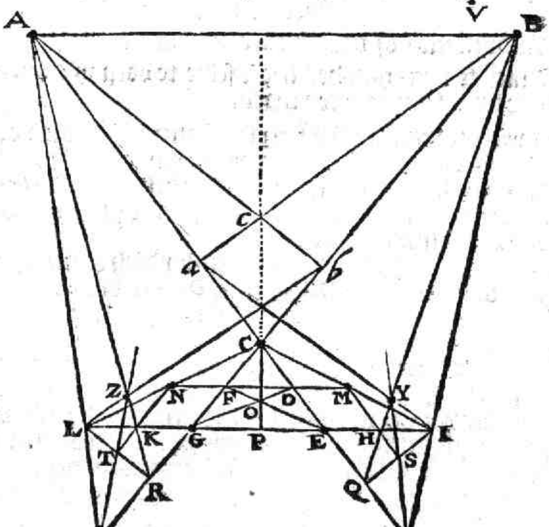
Hoe men uyt het punt C, gegeven tegen over de liny AB, waer 't valt, op deselve AB een * hanghende liny trecken

** perpendiculaer.*

trecken sal, ghestelt zijnde, datmen tot AB niet komen kan.

Genomen hebbende in de verlengde AC, BC de linien CD, DE, CF, FG/





alle d'een d'ander ghelijck; en aen dese/ naer dat door G en E een rechte linie ghetrocken is/ wederom gelijck EH, HI, GK, KL: so laten getogen worden de

de

de linien CI, CL / die van de liny / ghetrocken door F en D / doorſneden worden in M en N. Voorts halende DG, FE / malkander door-ſnijdende in O / ſoo zy uyt C door O een rechte liny ghetogen / dewelcke GE komt t'ontmoeten in P. Waer naer / nemende EQ, GR ghelijck EP, PG / ſoo treckt QI, RL / die van MH, NK / voort-getrocken zijnde / doorſneden worden in S en T. Wyders verlengende BI, AL tot in de verlengde AC, BC in V en X / ſoo laten uyt V en X door S en T rechte linien gehaelt worden / dewelcke van QB, RA doorſneden worden in Y en Z / en dan uyt I en L door Y en Z getrocken worden de linien IY *a* en LZ *b*, ontmoetende AC, BC / ofte naer dat deſelve verlengt zijn / in *a* en *b*. Eyndelijck treckende *a* B / *b* A / door-ſnijdende malkander / ofte naer dat deſelve verlengt zijn / in *c*: ſoo ſal de liny / getogen door beyde punten C, *c*, recht-hoeckig vallen op AB. Ghelijck begeert was.

Aengeſien wy hier voldaen achten aen 't 4de Voorſtel des Auteurs / geſtelt zijnde datmen om 't begeerde te verrichten aen geene plaets en is gebonden / maer datmen op een open en ruym veldt / volgens den eyſch van 't Voorſtel / allenthalven gaen mach / uytgeſondert alleen datmen tot de liny AB niet en kome: ſoo heeft het ons goet gedacht met eenen hier te betoonen het 14 / 15 / en 16de Voorſtel / dat is / hoe men het ſelve kan verrichten / als men / om eenich perijckel of ander belet te vermijden / bepaelt is / de liny AB niet te mogen naerderen / noch oock meerder als den $\frac{1}{4}$ de of $\frac{1}{8}$ ſte part der diſtantie / of oock ſeecker getal van roeden / van C te rugh te gaen; of / niet te rug-gaende / hoe 't ſelve te doen zy / als men wederom om ſo veel de liny AB naerderen mach.

Om 't welck te doen / ſo ſtaet eerſt te letten / hoe / door verſcheyde manieren / in 't 7de Voorſtel betoont / door C een rechte liny ghetrocken kan worden / die met AB even-wydich zy / ſonder deſelve te naerderen: item hoe ſulcx geſchieden kan / ſonder meer als een ſeecker ghedeelte der diſtantie of getal van roeden achterwaerts te gaen.

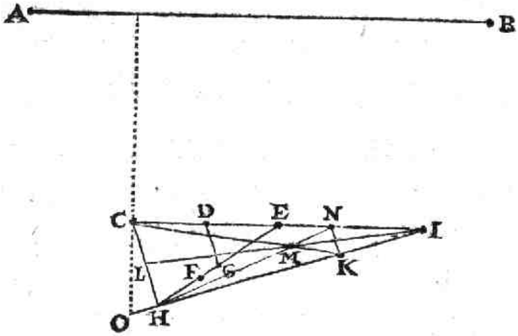
Hierom ghevonden hebbende CD even-wydich met AB / als geſeyt is / *Beſiet de naervolghende figuer.* ſoo zy in deſelve gheteyckent DE ghelijck DC / en uyt E door F / eenich punt naer ghevallen ghenomen buyten CD / een rechte liny getogen / maeckende met CE ſodanigen hoeck / als 't valt. In welcke nemende EG, GH ghelijck ED, DC / ſoo treckt GD, HC / en verlengt CD tot I / ſulcx dat EI zy gelijck EC / en haelt HI. Daer na in deſe gheteyckent hebbende IK ghelijck HC / en in deſe wederom CL ghelijck DG / ſoo treckt CK, LI / door-ſnijdende malkander in M / dan HMN ontmoetende CI in N. 't Welck gedaen zijnde / ſoo ſeg ick / dat / ſo men haelt KN / en deſelve teyckent in de verlengde IH van H tot O / dan de liny gaende door beyde punten O en C recht-hoeckich vallen ſal op AB.

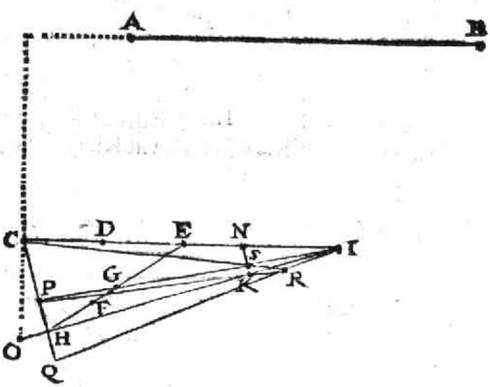
Ofte oock aldus.

Naer dat uyt I door G ghetogen is de rechte IGP / ontmoetende CH in P / ſoo ſalmen in de verlengde CH nemen HQ gelijck HP / en haelen QI /

voorts

voorts PKR ontmoetende QI in R. Want ſoo men treckt CR / door-ſnijden-de PI in S / en uyt K door S haelt KSN / ontmoetende CI in N : ſoo ſal / als





vooren/ als men HO ghelijck neemt aen KN / de liny die door beyde punten O en C komt te ſtrecken recht-hoeckich op AB vallen.

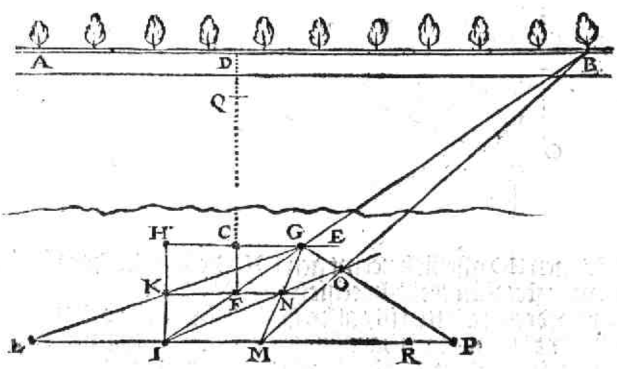
Alwaer vorders te letten is / alſoo het vry ſtaet in de gebonde liny CD te nemen het punt D / als oock daer buyten het punt F / datmen dan daer door maecken kan / datter van C in de liny CD ſoo weynig uytgegaen werde / als men begeert ; als oock dat den hoeck CEF ſoo eng zy / en daer door de punten C en H ſoo dicht by malkander vallende / als het te pas komt ; ſulcx datmen tot het vinden van 't punt O alleen een ſeecker gedeelte der diſtantie of ghetal van roeden behoeft te rug te gaen / ſonder eenichſins de liny AB te naerderen.

Eyndelijck / indien het ongelegen waer van C te rug te gaen / en alleen gheoorloft om ſoo veel als geſeyt is de liny AB te mogen naerderen: ſo kanmen / achtervolgens de leſte manier van 't 7ſte Voorſtel / 't punt C / alhier ghegeven / aldaer verdencken voor 't punt D / en ſo vinden CP even-wydich met AB / naer dat het punt C aldaer ghenomen zy in de liny AD ſoo dicht aen 't punt D als men begeert / werckende voorts op de liny CP niet anders als hier gheleert is op de liny CDE. Waer mede wy alhier met eenen voldaen achten aen 't 6ſte Voorſtel des Auteurs / want het hier even-veel is / of het gegeve punt C tegen over de liny AB ſtaet / of niet.

X. *VOORSTEL.*

Te vinden de lengte der hangende CD, vallende uyt het punt C op de liny AB, geſtelt zijnde, datmen tot AB niet komen kan.

Om 't welck te volbrenghen / ſoo ſalmen eerſt na 't 7ſte Voorſtel door C een liny trecken / als CE / die met AB even-wydich zy / en op deſelve / als even voorgaende gheleert is / uyt C oprechten de recht-ſtaende CF. Daer na haelende FB / door-ſnijdende CE in G / ſoo maeckt CH gelijck CG / en FI ghelijck FG / te weeten / ſtellende die in de verlengde EC, BF / en treckt HI. In welcke na datmen ghenomen heeft HK ghelijck CF / ſoo zy uyt G door K een rechte liny getogen / en in deſelve geteickent KL gelijck KG / en uyt L



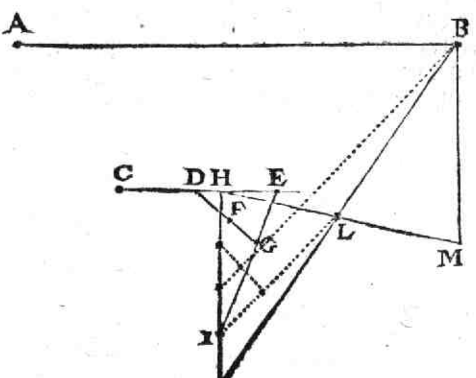
door I een rechte liny ghetrocken. In deſe dan geteyckent hebbende IM gelijck IH / ſo ſalmen haelen MG / wordende van KFN doorſneden in N / voorts MB / dei van INO doorſneden worde in O. 't Welck ghedaen zijnde / ſoo ſeg ick /

ick/ dat/soo men uyt G door O een rechte liny haelt tot in de verlengde L I in P / dan de af-gesnedene liny MP soo lanck zijn sal als de hangende CD. Hierom indien de lengte der selve MP door een bekende maet in getallen geuyttet wort/ dan alsoo mede de lengte der hangende CD bekent zijn sal. Ende is alsoo hier mede voldaen aen 't 5de Voorstel/sonder de liny AB daer beneffens eenichsins te naerderen; noch oock / om dat het punt F naer believen in de recht-staende CF ghenomen wort / meerder als de gelegentheyt toe-laet/ achterwaerts te gaen.

Alwaer vorders te letten staet / indien men uyt C op AB begeerde een perpendiculaer te laten vallen / als QD / zijnde alleen een seecker ghedeelte van CD / als / by exempel/ het $\frac{1}{4}$de deel van CD; of die soo lanck waer als een gegeven liny; of oock soo lanck als een seecker deel derselve / als / by voorbeelt/ het $\frac{1}{4}$de deel: datmen dan/af-snijdende van MP naer het 4de Voorstel het $\frac{1}{4}$de deel RP / ofte nemende RP ghelijck aen de gegeve liny / of aen dessels begeert $\frac{1}{4}$de deel / alleen van C naer D in de roying FC na het 2de Voorstel een liny af te baecken heeft / als CQ / die soo lanck zy als MR / waer door dan alsoo met eenen aen den eysch van het 8ste Voorstel des Autheurs voldaen sal wesen.

XI. *VOORSTEL.*

Hoe men tot een punt in de liny AB, waer 't valt, een liny trecken sal, soo lang als een gegeve liny, en die op deselve zy recht-hoeckich. Gestelt zijnde, datmen tot AB niet komen kan.



Want genomen/ datmen tot B / het eynde van AB / soodanigh een liny/ als geseyt is/ trecken moet: soo laet door C eenich punt/ genomen waer 't valt / nae 't 7de Voorstel/getrockē worden CD even-wydich met AB / en in deselve gestelt worden DE ghelijck DC. Daer na nemende daer buyten naer gevallen eenich punt F / soo zy uyt D door F een rechte liny getogen / en in deselve ghetéyckent

Z 2 DG ge-

DG ghelijck DE of DC / en uyt E door G een rechte liny gehaelt / in welcke soo men EI ghelijck neemt aen EC / maeckende vorders EH gelijck EG / soo sal HI recht-hoeckich zijn op CDE. Hierom in deselve genomen HK gelijck de gegeve liny / soo haelt KB / welcke naer het 4de Voorstel gedeelt zijnde in twee gelijcke deelen / soo zy uyt H door L een rechte liny getogen / in dewelcke soo men LM ghelijck neemt aen LH / en haelt MB / soo sal deselve ghelijck zijn aen de gegeve liny HK / en recht-hoeckich vallen op AB. Als begeert was.

Op deselve wijz doet mede / als de begeerde liny tot een ander punt in de liny AB moet getrocken worden / waer mede wy dan te gelijck voldaen achten aen het 7de en 10de Voorstel des Auteurs.

Vorders indien begeert waer / dat de liny BM een gegeve hoeck maeckte met AB / soo kan men / in plaets van HI recht-hoeckich te trecken op CDE / deselve tot eenig punt in CDE / als in 't 6de der Simpele Werckstucken geleert is / soodanig haelen / dat den hoeck CHI ghelijck zy aen den ghegeven hoeck / en dan voorts wercken / als vooren.

Daer benevens soo staet hier te letten / zijnde BM recht-hoeckich getrocken op AB, dat / soo men door M, als vooren / een liny treckt / die met A B even-wydich zy / of datmen op deselve wijz tot A werckt / als hier ghedaen is tot B, alsdan de liny / die dese beyde punten t'samen-voegt / een even-wydige zijn sal met AB, van deselve in een gegeve wijtte af-gelegen / en welcke te samen een even-wydich recht-hoeckich vierkant besluyten. In welcken sin dan buyten twijffel den Auteur sijn 2de Voorstel op-gegeven heeft / in ghevalhet van ons in ons 7de of 8ste Voorstel in den rechten sin niet en was ghetroffen.

Eyndelijck / gemerckt de even-wydige CDE door ons 8ste Voorstel soodanich gevonden wort / dat deselve met eenen zy een seecker ghedeelte van AB, schoon beyde punten A en B te ghelijck niet uyt een selfde plaets gesien konnen worden / soo blijckt daer uyt mede sijn 9de Voorstel: Hoe men in soodanigen sin op de liny A B, sonder tot deselve te komen / niet alleen een * recht-vierkant of eenich ander / dat recht-hoeckig is / beschrijven kan / hebbende soodanighe syden / als men begeert / maer selfs oock een ‡ scheefhoeckich.

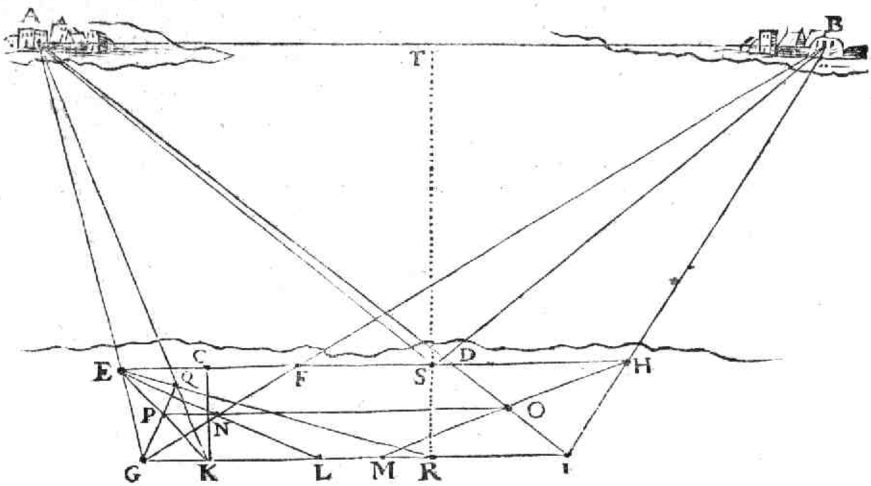
* *Quadratum.*
‡ *Parallelogrammum obliquangulum.*

XII. *VOOR-*

XII. VOORSTEL.

Hoe men in een gegeve wijtte van de liny AB, bepaelt door het punt C, een punt vinden sal, als S, zijnde evenver van beyde eynden A en B af-gelegen, als men tot AB niet komen kan.

Om 't selve te verrichten/ soo salmen/ na dat door C, na 't 7de Voorstel/ met AB ghetogen is de even-wydige CD, in deselve aen weder-syden CE en CF malkander gelijck nemen/ soodanich te weeten: dat/ als men uyt A en B door E en F rechte linien haelt/ deselve te samen komen in G. Het welck



dan altijt geschiet/ als EF kleynder is als AB. Daer na in CD nemende DH gelijck EF, soo salmen insgelijcx uyt A en B door D en H rechte linien halen/ t'samen-komende in I, en trecken GI. 't Welck gedaen zijnde/ soo salmen uyt C op D, als in 't 9de Simpele Werckstuck betoont is/ trecken de rechtstaende CK, ontmoetende GI in K, en haelen EK. Hier na in GI teyckenende GL, MI, yder gelijck EF, soo trecht EL, MH, door-snydende GFB, ADI, in N en O, en haelt uyt O door N de rechte ONP, ontmoetende EK in P. Eyndelijck getrocken hebbende uyt G door P de rechte GPQ, door-snijdende KA in Q, en uyt E door Q de rechte EQR, die GI, ofte na dat deselve verlengt is/

ontmoete in R: soo sullen / nemende CS ghelijck KR, de linien uyt S tot A en B ghetrocken d'een d'ander ghelijck zijn / ende om sulcx het punt S het begeerde punt wesen.

Insgelijcx sullen mede/alle punten/ genomen in de liny RST, waer 't valt/ even-ver van beyde punten A en B vallen.

Alwaer blijckt/ dat het begeerde aldus gevonden wort/ niet alleen sonder tot AB te komen (in welcken sin ick dan acht/dat het 11ste Voorstel des Auteurs verstaen moet worden); maer self oock sonder die eenichsins te naerderen/ als mede/ vermits men EC en CF naer wel-gevallen even-lanck neemt/ sonder meer als een seecker gedeelte der distantie of getal van roeden daer toe te rug te gaen.

Eyndelijck wat aengaet het 12 en 13ste Voorstel des Auteurs/also ick die onder de geene keur / die men niet als door de beschrijving van een of meer ronden verrichten kan/ en die oversulcx/als voorgaende verhaelt is/niet als door behulp van een Mathematisch instrument op 't veldt konnen verricht worden: soo sullen wy het hier mede voor dees' reys ghenoech zijn laten/afwachtende 't geen den Auteur tot vermeerdering der Meetkonst in desen verder mocht gevonden hebben.

Weshalven wy dan onderentussen / met het geene ons dies-aengaende bekent was/den Leser hebben willen dienen/die oversulcx onsen arbeyt/tot gemeene nut goetwillich aengenomen/ ten besten duyden wil.

EYNDE.

Derde

Derde Boeck
der
MATHEMATISCHE OEFFENINGEN,
Begrijpende
APOLLONII PERGÆI HERSTELDE VLACKE PLAETSEN:

Dat is,

Een verhandeling van verscheyde Geometrische Voorstellen/ welckers ontbinding bestaet in het vinden van oneyndige punten / vallende in een rechte liny/ ofte Circkels omtreck. Eertijts gevonden en beschreven door den wijt-beroemden Geometra APOLLONIUS PERGÆUS, maer / verlooren zijnde / nu wederom op nieuw gevonden en in 't licht gebracht.

Door

FRANCISCUS van SCHOOTEN,
Professor Matheseos in de Universiteyt tot *Leyden*.

t' AMSTERDAM,

By GERRIT van GOEDESBERGH,
Boeck-verkooper op 't Water / in de Delffsche Bybel / tegen over de Nieuwe-Brugh. ANNO 1660.

Aen den Voortreffelijcken Heer
MYN HEER
PETRUS CHANUT,

Raedt Ordinaris des Alder-Christelijckften Konings in sijne Raedt van Staet, en President der Tresorie van Vranckrijck tot Rion in Auvergne; voor desen Ambassadeur by de Croon Sweden, en de Staten van de Ver-eenichde Nederlanden.

Voortreffelijcke Heer,

G *Elijckerwijs in d'ondersoecking der waerheyt, welcke het eynde van alle weetenschap ende der zielen rechte voetsel is, geene weetenschappen de gemoederen der leerlingen, om die te verkrijgen, bequamer en geschicter maecken, dan die, dewelcke in het ondersoecken der waerheyt geduerich besigh zijnde, alle andre weetenschappen in openbare seeckerheyt overtreffen; also zijn oock de Wiskonsten, in welcke tot noch toe schier alleen volkomene bewijs-redenen zijn gevonden, behalven datse tot den welstant des levens seer nootwendig zijn, altijt hier toe ten hoochsten vorderlijck, en in grooter waerden by alle verresiende verstanden geoordeelt geweest. Want somen over-weegt, hoe datse van seer bekende dingen haer beginsel nemende ons in korten tot kennis van gantsch verborgene saecken komen te brengen, en also 'tverstant van d'aerde gelijck als in den Hemel voeren: so is lichtelijck te besluyten, om wat reden d'Oude die, om het verstant noch swack in't oordeelen zijnde leersaem te maecken, niet t'onrecht voor alle andre weetenschappen en konsten te oeffenen oorboir geacht hebbē. Welcke wegh dan van yder voorsichtichste en tot hogere dingen gebooren een-mael met ernst ingegaen zijnde, so heeftmen oock tot verwonderens toe, met wat voor groote vrucht die, so in andre Studien wel te leeren, als in de voortreffelijckste ampten geluckelijck te bedienen, voortgegaen zijn, t'allen tijden vermerckt. So ick, Voortreffelijckste Heer, op U sie, aen wien ick dese oeffeningen hebbe willen op-offeren, so en behoef ick alhier geen andre getuygen, aengesien U. E. meermaelen, hoe groote nuttigheden uyt dese weetenschappen spruyten, door u deftich oordeel en voorsichtigen raedt, bewesen hebt. Dit selve betuyght oock U. E. bysondre genegentheyt tot dese Konsten, door welcke U. E. niet alleen tottet diepste daer in over-lang gekomen is, en alsnoch in deselve, als het uwe wichtiger besigheden toelaten, U t'oeffenen, vermaeck schept; maer self oock een bestendiger geleertheyt sodanig begonstigt; dat U. E. de geene, die deselve met yver voort-setten, met uytnemende beleefstheyt bestraelt, ende met veele eeren-tijtels verheft. Waer van daen dan komt, dat U. E. in uwe andre hooger Studien tot noch toe uw' verstandt met sodanig een beleyt hebt weeten te bestueren, sulcx dat de verstandichste U. E. daer over eenpaerlijck toe juychen. Vorders hoe verre u voorsichticheyt in het uytvoeren der saecken te strecken komt, getuyght de vlugge Faem van uw' vermaerde Naem, dewelcke uwe deuchden over al verkondigende en die door het Hoff verspreydende met recht* *den Alder-Christelijckften Koninck V.E. met de hoochfte ampten heeft doen verfien. Weshalven V. E. uyt sijnen naem niet alleen voor desen voor ordinaris Ambassadeur by de Doorluchtichste en Hooch-geleerde Koninginne van Sweden, en naderhandt by de Hooch-Mogende Heeren Staten der Ver-eenichde Nederlanden zijt gesonden geweest; maer self oock, ten eynde uwe wijse ende voorsichtige raedt over al mochte vorderlijck wesen, om de geschillen tussen de Groot-Machtichste Koningen van Polen en Sweden tot* Lubeck *by te leggen, bent verordineert geweest. En op dat oock niet Vranckrijck self, verscheyde twee-spalten daer in geresen zijnde, van uwe heylsaeme raedt soude berooft zijn, wanneer uwe tegenwoordigheyt aldaer op't meest vereyscht was, so hebt Ghy, Voortreffelijcke Heer, te huys ontboden wesende, in de gevaerlijckste tijden de partyen, tot yders sonderling vernoegen, weeten te bevredigen. Hierom, nadien een yder dese bysondere wijsheyt en voorsichticheyt in V eert, en hier-beneffens dit openbaer bewijs van uwe genegentheyt tot alle waere geleerde aen de gantsche werelt bekent is, dat V. E. tot* Stockholm *ter eeuwiger gedachtenis van den uytmuntensten Heer* RENATUS DES CARTES, *van wien sich Vranckrijck altijt te roemen heeft, een uytsteeckendt graf door uwe voor-sorg hebt laten op-rechten; soo heeftet my onbehoorlijck gedacht, door dien ick door dees' soort van Studie aen V. E. naeuw ben verbonden, dat mijne genegentheyt t'uwaerts langer soude verholen blijven. Dien-volgens ick dan, 'tgeene van my tot vermeerdering en herstelling der Wiskonsten over lang bedacht was, onder V. E. heerlijck geley, hebbe vvillen laten in't licht komen: met een vast vertrouwen, dattet geene, 't welck ick verstaen hebbe, den Konst-beminders niet onaengenaem te sullen wesen, mede aen u voortreffelijck oordeel niet en sal mishagen. Ontfangt dan dit, uytmuntende Heer, tot een onderpandt van mijne eerbiedigheyt, en, gelijck V. E. my te vooren onder de sijne onthaelt heeft, soo laet toe, dat oock dese mijnen arbeyt, door uwe bescherming verdedigt zijnde, onder den luyster van uwen heldren naem, aen den dagh magh komen. Wat my aengaet, sal den Almogenden ende Algoeden Godt bidden, dat Hy V Ed^t tot welstant van alle Geleerde, en die de Studie met ernst behertigen, in langduerige gesontheyt voorspoedelijck wil bewaren.*

Mijn Heer,

In Leyden, den eersten van Januarius. Anno 1657.

V Ed^ts

onderdanige dienaer

FR. van SCHOOTEN.

VOOR-

VOOR-REDEN

Tot den

LESER.

BEminde Leser, dat de Meet-konst in voortijden by de Griecken tot den hoochsten trap geklommen was, kan eensdeels uyt haere schriften, die ons ter handt gekomen zijn, en andersdeels uyt het gheene hunne Nakomers van haer schrijven, afgenomen worden. Maer onder alle de dingen, waer in sy die op het diepste schijnen te hebben ondersocht, is, (ons bedunckens) voornamelijck dat geene te achten, het welcke sy de [a] Ontbondene Plaets hebben genoemt. Waer van geschreven hebben *Euclides*, *Apollonius*, en *Aristæus* de oude. Welcke plaets, naer *Pappus Alexandrinus* verhaelt in de Voor-reden sijns sevensten boecks [b] van de *Vergaring der Wiskonstige stoffen*, seeckere eygene stof is, den geenen toe-gepast, die, nu in de beginselen der Meet-konst zijnde bedreven, wijders trachten, om in 't ontbinden der Werckstucken, die haer in deselve worden voor-gestelt, afgericht te wesen. Om totter welck te komen sy gevolgt hebben den wech van [c] Ontleding of Ontbinding, en [d] Oplossing of t'Samen-stelling. Zijnde d'Ontleding (waer van *Plato* den eersten vinder geseyt wort) een wech, waer door men, 't Begeerde als gegeven of bekent nemende, by gevolg komt tot yet, 'twelck in der daet ghegeven of bekent is; maer d' Oplossing, waer door men uyttet ghegevene oft bekende geraeckt tottet besluyt en den eysch van het Begeerde. Welcke voorseyde stof dan also d'Ontbondene plaets is genaemt geworden, uyt oorsaeck deselve als in een werck was vervattende d'oplossing van alle de Werckstucken en Vertoogen, die tot d'ontbinding der swaerder eenichsins scheenen dienstich te wesen. Aengaende de boecken, die tot dese plaets gehoorden, die seyt *Pappus* te wesen de naervolgende: namelijck, *Euclidis* boeck van de [e] Gegevens, *Apollonii* twee boecken van [f] de Afdeeling der Reden, de twee van de [g] Deeling des Vlacks, de twee van de [h] Bepaelde snijding, gelijck oock de twee van de [i] Raecking, *Euclidis* drie boecken van de [k] Ondersoeckingen, *Apollonii* twee boecken van de [l] Vlacke Plaetsen, de twee van de [m] Neiging, de acht van de [n] Kegel of Ronde-spits-sneen: *Aristæi* vijf boecken van de [o] Lichaemelijcke Plaetsen, *Euclidis* twee boecken van de [p] Plaetsen tot een

a *Locus resolutus*
b *Collectionum Mathematicarum*
c *Analysis* of *Resolutio*
d *Synthesis* of *Compositio*
e *Datorum*
f *De Rationis dissectione*
g *De Spacii Sectione*
h *De Determinata Sectione*
i *Tactionum*
k *Torismatum*
l *Locorum Planorum*
m *Inclinationum*
n *Conicorum*
o *Solidorum Locorum*
p *Locorum ad superficiem*

Vlack,

q De Medietatibus

Vlack, en *Eratosthenis* twee boecken van de q Middel-even-reednige. Van welcke boecken ons alleen de Gegeven *Euclidis*, met de vier eerste boecken van de Ronde-spits-sneen van *Apollonius* ter handt gekomen zijn, ende al d'ander (dat te beklagen is) door de lanckheyt des tijts zijn omgekomen, ende wy'er self oock niet eens van weeten en souden, ten waer *Pappus* daer van hadde gewach gemaeckt. Hierom, dewijl hy in't kort verhaelt, wat voor Werckstucken oft Vertoogen in sommige deser boecken waren vervat, soo hebben eenige deser eeuw, het eynde der voorsz boecken bemerckt hebbende, haer tot de herstelling deser plaets bevlytigt, om die uyt dese overblijfselen van *Pappus* te her-vinden. Gelijckerwijs dan zedert eenige jaren herwaerts beyde boecken *Apollonii* van de Afdeeling der Reden, die van de Afdeeling des Vlacks, en die van de Bepaelde Snijding hervonden en wederom in 't licht gebracht zijn door *Willebrordus Snellius*, die van de Raecking door *Franciscus Vieta*, en die van de Neyging door *Marinus Getaldus* en *Alexander Andersonus*, die naderhant mede de beyde van de Bepaelde Snijding anders als *Snellius* heeft betoont. Om welcke reden dan wy ons mede beneerstigt hebben de boecken *Apollonii* van de Vlacke Plaetsen, achtervolgende 'tgeene *Pappus* op de geseyde plaets ons daer van naer-gelaten heeft, te herstellen. Daer hy, volgens *Commandini* Latijnsche oversetting, aldus spreeckt:

a ἐφεκτικοί, seu in se ipsis tantùm consistentes.
b διεξοδικοί, seu sese extra tendentes.
c Loci Plani
d Loci Solidi
e Loci Lineares.
f Loci ad Superficiem.

De Plaetsen *vvorden in 't algemeen gedeelt in* a Plaets-houdende *ende* b Plaets-veranderende plaetsen. Plaets-houdende plaetsen *zijn*, *gelijck* Apollonius *voor sijn eygene beginselen schrijft, de sulcke, daer de plaets van een punt een punt is, die van een liny een liny, die van een vlack een vlack, en die van een lichaem een lichaem. Maer* Plaets-veranderende, *als daer de plaets van een punt een liny is, de plaets van een liny een vlack, en de plaets van een vlack een lichaem. Aengaende die van de Ontbondene Plaets, soo is te weeten, dat de geene, die in gelegentheyt gegeven vvorden, Plaets-houdende zijn, en d'andre der Punt-plaetsen genoemt worden of* c *Vlacke, of* d *Lichamelicke, of* e *Linische Plaetsen. Waer toe dan mede behooren de geene,* f *die tot een Vlack vallen. Dewelcke dan, zijnde of van Punten of van Linien, onderscheyden worden in* veranderende Punt-plaetsen en veranderende Lijn-plaetsen. *Waer van dese haer bewijs hebben uyt de* Punt-plaetsen, *die tot een Vlack vallen.*

g Loci plani
h Loci Solidi

g Vlacke plaetsen *nu, werden genoemt soo de geene, van welcke hier wort gehandelt, als dan in't gemeen alle die, welcke zijn rechte linien, ofte omtrecken van ronden; maer* h Lichamelicke plaetsen, *welcke linien zijn*

van

van[i] *ronde-ſpits-ſneen, als die der*[k] *Even-wijdige-ſijd-ſnee, der*[l] *On-even-wijdige ſijd-ſnee, en der*[m] *On-even-wijdige grondt-ſnee; en eyndelijck*[n] Liniſche Plaetſen, *welcke niet en zijn noch rechte linien, noch rondts-omtrecken, nochte eenige der geſeyde ronde-ſpits-ſneen; maer andere kromme linien, ſodanig als daer zijn de*[o] *Schulp-treck, de*[p] *Klim-treck, de*[q] *Slang-treck, en diergelijcke.*

i Conicarum Sectionum
k Parabolæ
l Hyperbolæ
m Ellipſis
n Loci Lineares
o Conchoïdes
p Ciſſoïdes
q Spiralis

Nopende de Plaetſen, die Eratoſthenes *tot de Middel-even-reednige heeft verordent, zijn van 'tgeſlacht der geſeyde, achtervolgende d'eygenſchap van 't geene in deſelve wort geſtelt. Waerom de Oude, acht nemende op 't tvervolg deſer plaetſen, daer van beginſelen beſchreven hebben, welckers ordre van hunne nakomers zijnde verachteloost, die derhalven andre Plaetſen in de ſtee geſtelt hebben, als in geen oneyndtlicke menichte beſtaende. Gelijck ſoo yemant op-teyckenen wilde wat dingen malcanderen in die ordre volgden, ſonde dieſ-wegen de laetſte van 't voorgeſtelde moeten d'eerſte in d'ordre ſtellen, ende deſelve in een Voorſtel vervatten, aldus:*

Soo twee linien getrocken worden, 'tzy van een gegeven punt, 'tzy van twee punten, ofte oock in een rechte liny, ofte even-wijdig, ofte in een gegeven hoeck, ofte in een gegeve reden, ofte een gegeven vlack begrijpende, ende het eynde van d'eene een vlacke plaets geraeckt, die in gelegentheyt gegeven zy: ſo ſal mede het eynde van d'ander een vlacke plaets geraecken, die in gelegentheyt gegeven is, ſomtijts dan een van deſelve ſlach, ſomtijts een van een ander, en die by wijlen tot een rechte liny even-eens geſtelt is, en by wijlen op een contrary wijz. Het welcke dan geſchiet na de verſcheydentheyt der voor-werpen.

De dingen nu, die van Charmander *zijn voorgeſtelt in 't begin van 't derde boeck, komen hier mede over een:*

1. *So van een rechte liny, die in grootte ghegeven is, het een eynde gegeven zy: ſoo ſal 't ander eynde de hollicheyt eens omtrecks geraecken, welcke in gelegentheyt gegeven is.*

2. *So uyt twee gegeve punten twee linien tot een punt 'tſamen-getrocken worden, die een gegeven hoeck begrijpen: ſoo ſal 'tſelve de hollicheyt eens omtrecks geraecken, die in gelegentheyt gegeven is.*

3. *So van een drieboeck, die in grootte gegeven is, de gront in gelegentheyt en grootte gegeven zy: ſoo ſal de top deſſelven een rechte liny geraecken, die in gelegentheyt gegeven is.*

D'andre zijn duſdanich:

4. *So van een rechte liny in grootte gegeven, en met een andre in gelegentheyt gegeven even-wijdig, het een eynde een rechte liny geraeckt, die in*

gelegentheyt gegeven is: soo sal mede het ander eynde een rechte liny gheraecken, die in gelegentheyt gegeven is.

5. *Soo uyt een punt tot twee even-wijdige of t'samen-komende rechte linien, in gelegentheyt gegeven, twee andre in een gegeven hoeck ghetrocken worden; die tot malcander oft een gegeve reden hebben; oft sulcx dat de eene derselve met t'samen die, tot welcke de ander een gegeven reden heeft, gegeven zy: soo sal 'tselve punt een rechte liny geraecken, die in gelegentheyt gegeven is.*

6. *So uyt een punt tot so veel rechte linien, in gelegentheyt gegeven, als men wil, rechte linien in gegeve hoecken gehaelt worden, en 'tgeen van een gegeve liny en eene gehaelde begrepen wort, met t'samen 'tgeen van een andre gehaelde en een gegeve liny begrepen wort, soo groot zy als dat van een gegeven liny en al d'andre gehaelde begrepen wort: soo sal 't selve punt een rechte liny geraecken, die in gelegentheyt gegeven is.*

7. *So uyt een punt tot gegeve even-wijdige rechte linien andre in gegeve hoecken getrocken worden, die tot gegeve punten in deselve rechte linien af-snijden, welcke tot malcander oft een gegeve reden hebben, oft een ghegeve vlack begrijpen, oft sulcx dat de af-beeltsels, die op de ghetrocke linien gemaeckt worden, oft het verschil derselve soo groot zy als een gegeven vlack: so sal 'tselve punt rechte linien geraecken, die in gelegentheyt gegeven zijn.*

Het tweede boeck begrijpt dit volgende:

1. *So uyt gegeve punten tot een punt rechte linien t'samen ghetrocken worden, sulcx dat de af-beeltsels, op deselve gemaeckt, malcander om een ghegeven vlack over-treffen: so sal 't selve punt rechte linien geraecken, die in gelegentheyt gegeven zijn; maer rechte linien ofte rondts-omtrecken, so deselve tot malcander een gegeven reden hebben.*

2. *So een rechte liny in gelegentheyt gegeven zy, ende uyt een gegeven punt in deselve een bepaelde rechte liny gehaelt wort, die van het eynde derselve gestelt zy tot de gegeven liny, ende 't geene op de getrocken liny ghemaeckt wort soo groot zy als 't vierkant begrepen van een gegeven liny en d'afgesnedene, 'tzy tottet gegeve punt, 'tzy tot eenich ander in de gegeve liny: so sal 't eynde derselve liny een rondts-omtreck geraecken, die in gelegentheyt gegeven is.*

3. *So uyt twee gegeve punten tot een punt twee linien t'samen getrocken worden, ende 'tgeene op d'eene gemaeckt wort, min een gegeve grootheyt, tottet geene op d'ander gemaeckt wort een gegeven reden hebbe: so sal 'tselve punt een rondts omtreck geraecken, welcke in gelegentheyt gegeven is.*

4. So

4. So uyt so veel gegeve punten als men wil rechte linien tot een punt t'samen getrocken worden, sulcx dat de af-beeltsels die op deselve gemaeckt worden soo groot zijn als een gegeven vlack: so sal 't selve punt een rondts omtreck geraecken, welcke in gelegentheyt gegeven is.

5. So uyt twee gegeve punten rechte linien tot een punt t'samen getrocken worden, van waer een rechte liny tot die in gelegentheyt gegeven is gehaelt sy, uyt deselve tot een gegeven punt een rechte liny af-snijdende; sulcx dat de af-beeltsels, die op de t'samen-getrocke linien gemaeckt worden, soo groot zijn alsset geene van een gegeven liny en de af-gesnedene begrepen wort: soo sal 't voorsz punt der t'samen-koming een rondts-omtreck geraecken, welcke in gelegentheyt gegeven is.

6. So binnen een rondt, in gelegentheyt gegeven, een punt gegeven zy, ende door 't selve een rechte liny getogen wert, waer in dat buyten het rondt een punt genomen zy, sulcx dattet vierkant, besloten van de gantsche liny en 't buyten genomen stuck, 't zy dan alleen, ofte met t'samen 't vierkant van beyde stucken, binnen 't rondt begrepen, soo groot zy alsset recht-vierkant der liny tussen de geseyde punten: so sal het buyten genomen punt een rechte liny geraecken, die in gelegentheyt gegeven is.

En wederom, so dit punt een rechte liny geraeckt, die in gelegentheyt gegeven is, ende het rondt niet gestelt en wert: soo sullen mede beyde punten aen weder-sijden 't gegeve punt deselve gegeven omtreck geraecken.

In 't verhandelen deser [a] Voorstellen, die dan, als blijct, alle in form van [b] Vertogen van *Apollonius* zijn voorgestelt, hebben wy, om haer gebruyck en nutticheyt te beter aen te wijsen, den meestendeel derselve als [c] Werckstucken alhier afgeveerdigt: op dat niet also simpelijck de waerheyt van 't voor-gestelde en soude blijcken; maer self oock hoedanich sulck voor-gestelde dadelijck soude konnen worden in 't werck gestelt, en daer uyt het begeerde gevonden en betoont. In welcke te beschrijven, wy dan, om de lanckheyt te vermijden, de letteren en woorden, die in 't gemeen tot verklaring van [d] 't gegeven en [e] 't begeerde voorbeeltz wijze werdē by-gebracht, sodanich in het Voorstel hebben vervoegt, dat, schoon die in 't lesen mochten worden over-geslagen, nochtans den sin van 't Voorstel in sijn geheel is blijvende. Ten welcken eynde wy die, om van d'andre licht te konnen onderscheyden, over al met ander soort van letters hebbē uytgedruct. Hebbende het selve ons also best bevallen, uyt oorsaeck wy by bevinding geleert hebben, dat, de Voorstellen lang of duyster zijnde, yder, om tot de saeck te komen, stracx gewoon is die voor by te gaen,

a *Propositionum.*
b *Theorematum.*
c *Problemata*
d *dati*
e *quæsiti*

en

en flechs op de verklaring van 't gegeven en 'tbegeerde te letten. In welcke dan, alsoder den meesten tijt by-na weer deselve woorden verhaelt worden, dieder in 't Voorstel waren begrepen; soo hebben wy sulcke herhaling overtollig geacht, en die verklaring self in het Voorstel begrepen, die dan op yder voorbeelt sonder onderscheyt van elck een kan gepast worden. Vorders soo hebben wy mede, om meerder klaerheyt en duydelijckheyts halven, ons sodanig niet aen de Griecxsche of Latijnsche woorden gebonden, oft wy en hebben deselve, wanneerse ons de saeck bequaemer en eygentlijcker in 't Duyts als wel na de letter hebben willen beteyckenẽ, naer goet-duncken verduytst. Die dan, schoonse voor 't eerst door d'ongewoonte wat hardt vallen mochten, echter door dieper naerdencking en oeffening, die alle dingen licht maecken, (mijns achtens) de saeck veel eygentlijcker en grondiger sullen verklaren. Waer by wy dan oock goet gedacht hebben te verhaelen, dat wy in desen het een Werckstuck van het ander (so veel 'tmogelijck was) getracht hebben onderscheydelijck te maecken, sonder den Leser te verbinden, die alle achtervolgens van 't begin af tottet eynde toe te lesen; maer dattet selve soude staen in sijn eygen wel-gevallen ende vrye keur.

Eyndelijck, Beminde Leser, op datje weet, uyt wat insicht van 't gemeene beste wy desen arbeyt op ons genomen hebben: Soo ist, dat wy dese Werckstucken tot de Meet-konst van den wel-Edelen Heere, *Renatus des Cartes*, die soo in de Wiskonst, als in d' uytvinding der natuyr en natuyrlijcke Weetenschap geen weerga heeft, voornamentlijck dienstich hebben geoordeelt, en dieshalven totte uytleggingen, die daer over, eenigen tiidt geleden, by ons in 't licht gegeven zijn, en nu voor de 2demael met verscheyde vermeerderingen wederom gedruct worden, als nieuwe en geensins on-geachte voorbeelden gehoorende. Want steunende op de voetstappen, daer mede hy ons in deselve Meetkonst voorgegaen is, so hebben wy so tot meerder oeffening der geene, die sich in zijne Methode vermaecken, als oock om de Voorstellen Apollonij generaelder te maecken, tot de geseyde Werckstucken somtijts hier en daer noch eenige andere gevoeght, dieder weynich van verschillen, dewelcke wy door * Meetkonstige Reeckening hebben afgeveerdicht. Daer by wy dan oock in acht genomen hebben, om niemant met deselve, daer in noch gants onbedreven oft weynich ervaren sijnde, te veel quellen; gelijck dan wederom om d'ander, diessich in die bevlyticht hebben, niet alle stof t' ontneemen, maer om'se beyde, so veel 't in ons was, te voldoen: dat wy in 't herstellen van dese plaetsen, niet als alleen de swaerste Werckstucken, die yemand eenich werck geven mochten, op de wyz der geseyde Meetkonst hebben willen ontbinden, ende in de andre te verhandelen goet gedacht hebben te volgen de gemeene manier. Sulcx den Gunstigen Leser daer uyt ten vol- (soo wy vertrouwen) afmeten sal, waerom wy alleen de swaerder door de verhaelde reeckening hebben verricht: om, namelijck de al te groote wijtloopicheyt, ontstaende uyt de veelheyt der * Voor-bewijsen, die men anders beswaerlijck soude hebben konnen ontbeeren, te vermijden; schoon dese manier ons so gereet geweest had als d'ander. Duydt dan onsen arbeyt ten besten, en vaert wel.

* *Den Ed. Heere Des Cartes een overvlieger in alles.*

* Per Calculum Geometricum.

* Lemmata.

APOL-

APOLLONII PERGÆI Herstelde VLACKE PLAETSEN.

VERTOOGEN en *WERCKSTUCKEN* Over De Voorstellen van 't eerste Boeck.

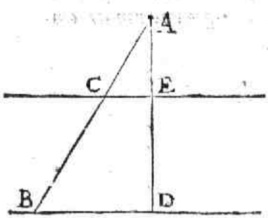
Op het eerste Voorstel

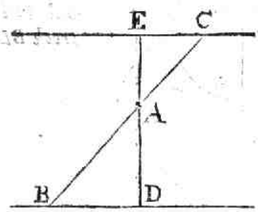
I. *VERTOOGH.*

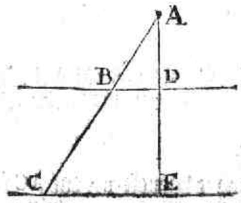
So van een gegeve punt A in eene liny of recht uyt twee rechte linien genomen worden, *als* AB, AC, hebbende tot malkander een gegeve reden; en B de uytterste pael van d'eene AB in een vlacke plaets BD komt te vallen, die in gelegentheyt gegeven is: dan sal oock C de uytterste pael van de ander AC in een vlacke plaets vallen, die in gelegentheyt gegeven is.

't Werck van 't eerste Voorval.

Eerstelijck gestelt zijnde / dat B in de rechte liny BD komt te vallen / soo zy uyt eenich ander punt in deselve liny / als D, tot of door A een rechte liny getogen; sulcx dat BA tot AC zy / als DA tot AE: dan sal 't punt C in een rechte liny vallen / die door E met BD even-wydig gehaelt wort.







1ste Voorval, waer in gestelt wort, dat B valt in de voorgegeve rechte liny BD.

't Be-

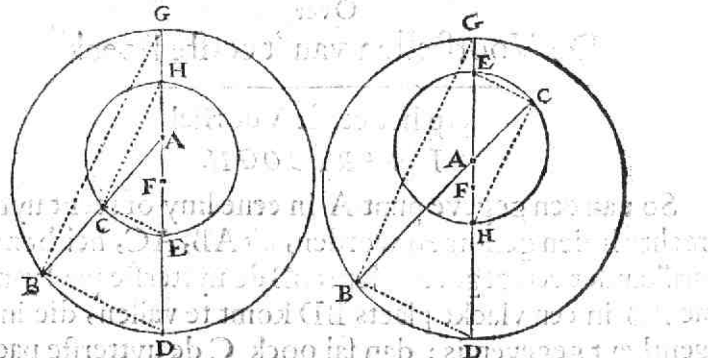
't Bewijs van 't eerste Voorval.

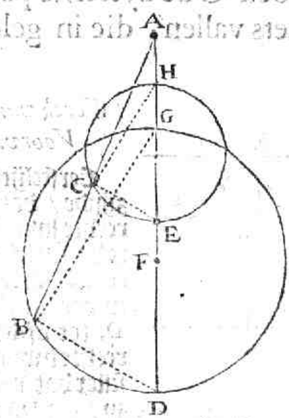
a 'na 't 2 v. des 6 b. Euclids.

Delwijl door 't werck BA tot AC is/ als DA tot AE: soo sal a CE met BD even-wydig zijn. Hierom/ nadien men door E maer eene rechte lijn trecken kan/ die met BD even-wydig is/ so volgt dattet punt C deselve nootwendig raecken moet. 't Welck voor-gestelt was.

't Werck van het tweede Voorval.

Ten anderen nemende dat B in de rondts omtreck BD komt te vallen/ wiens middel-punt zy F, so sy door de punten A en F een rechte lijn getogen/ eyndigende aen weder-syden in den omtreck in D en G; en gestelt zijnde dat





2de Voorval, alwaer 't punt B valt in de voor-gegeve rondts omtreck BD.

BA tot AC zy/ als DA tot AE; en wederom BA tot AC, als GA tot AH: dan sal/als men om EH, als middel-lijn/een rondt beschrijft/'t punt C in desselfs omtreck vallen.

't Bewijs des 2den Voorvals.

Treckende DB, BG, als ooch EC, CH, delwijl door 't werck BA tot AC is/ als DA tot AE; so sal b de rechte lijn BD met de rechte CE even-wydig zijn.

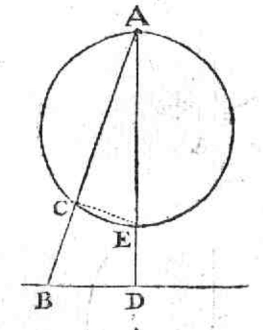
Op

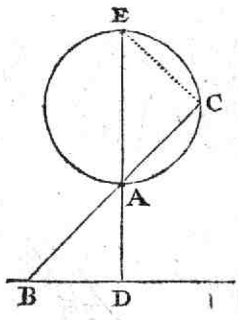
Op deselve manier/ dewijl BA tot AC is/ als GA tot AH, so sal oock de rechte b na 't 2
liny BG met de rechte CH even-wydig wesen. Hierom/ nadien de hoecken v. des 6 b.
DBA en ECA, wegens de even-wydige linien BD en CE, c even groot zijn; en Eucl.
oock de hoecken ABG en ACH, vermits de even-wydigheyt der linien BG en c na 't 29
CH, even-groot: so sal mede den hoeck DBG aen den hoeck ECH gelijck wesen. v. des 1 b.
Nu is d den hoeck DBG, staende in een half rondt/ recht. Waerom dan oock Eucl.
den hoeck ECH recht is/ en dien-volgende 't punt C in een rondt te vallen d na 't 31
komt/ wiens middel-lijn is EH. 't Welck voorgestelt was. Hierom: v. des 3 b. Eucl.

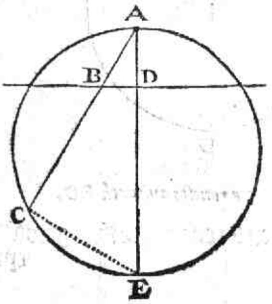
Soo van een gegeve punt A in eene liny of recht uyt twee rechte linien genomen worden/ als AB en AC, hebbende tot malkander een gegeve reden; en B de uytterste pael van de eene AB in een vlacke plaets te vallen komt/ die in gelegentheyt gegeven is: dan sal oock C, de uytterste pael van de ander AC, in een vlacke plaets vallen/ die in gelegentheyt gegeven is. 't Welck te bewijsen was.

II. *VERTOOGH.*

So van een gegeve punt A in eene liny of recht uyt twee rechte linien genomen worden, *als* AB, AC, begrijpende een gegeven vlack BAC; en B de uytterste pael van d'eene AB in een vlacke plaets BD komt te vallen, die in gelegentheyt gegeven is: dan sal oock C de uytterste pael van d'andre AC in een vlacke plaets vallen, die in gelegentheyt gegeven is.







1ste Voorval, waer in gestelt wort, dat B valt in de voorgegeve rechte liny BD.

't Werck van 't eerste Voorval.

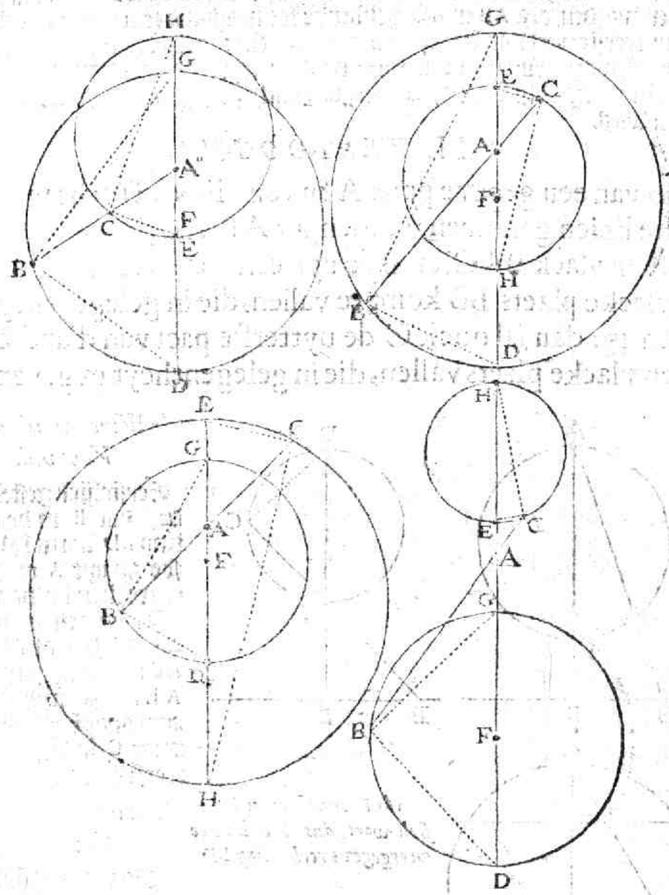
Eerstelijck gestelt zijnde/ dat B in de rechte liny BD komt te vallen/ soo zy uyt A op deselve getrocken de hangende AD, en gestelt dat DA tot AB zy/ als CA tot AE: dan sal/ somen om AE, als middel-lijn/ een rondt beschrijft/ het punt C in desselfs omtreck vallen.

't Bewijs van 't eerste Voorval.

Getrocken zijnde CE, nadien in de △ken BAD en EAC de syden om den ghemeenen of gelijcken hoeck a na 't 6. v. der 6 b. Eucl. hoeck tot A, door 't werck, even-redenig zijn, dat is, dat DA tot AB zy, als CA tot AE: so sullen oock a de hoecken tot D en C gelijck wesen. Nu is den hoeck D in den △ BAD, door 't werck, recht. Waerom dan oock den hoeck tot C in den △ EAC recht zijn sal; en dien volgens 't punt C in een rondts omtreck vallen moet, wiens middel-lijn is AE. 't Welck voorgestelt was.

't Werck van 't 2de Voorval.

Ten anderen, nemende dat B in de rondts omtreck BD komt te vallen,



2de Voorval, alwaer 't punt B valt in de voorgegeve rondts omtreck BD,

wiens middel-punt sy F, so zy door de punten A en F een rechte linie getogen, eyn-

eyndigende aen weder-syden in den omtreck in D en G; en gestelt zijnde dat DA tot AB zy, als CA tot AE; en wederom GA tot AB, als CA tot AH: dan sal, somen om EH, als middel-lijn, een rondt beschrijft, 't punt C in dessels omtreck vallen.

't Bewijs van 't 2^de Voorval.

Treckende BD, BG, als oock CE, CH, nadien in de △ken BAD en EAC de syden om den gemeenen of gelijcken hoeck tot A, door 't werck, even-reednig zijn, dat is, dat DA tot AB zy, als CA tot AE: soo sullen oock [b] de hoecken DBA en AEC gelijck wesen. Wederom, dewijl in de △ken BAG en HAC de syden om den gemeenen of ghelijcken hoeck tot A, door 't werck, even-reednich zijn, dat is, dat GA tot AB zy, als CA tot AH, soo sullen mede [c] de hoecken GBA en CHA ghelijck zijn. Vorders, nadien men [d] door 't vergaderen of aftrecken der hoecken DBA en GBA bekomt den rechten hoeck DBG, so sullen oock de hoecken AEC en CHA vergadert of afgetrocken aen een rechten hoeck gelijck wesen. Waer uyt, also mede den hoeck ECH [e] recht is, dan volgt, dattet punt C in een rondts omtreck vallen sal, wiens middel-lijn is EH. 't Welck voorgestelt was.

b na 't 6 v. des 6 b. Eucl.
c na 't 6 v. des 6 b. Eucl.
d na 't 31 v. des 3 b. Eucl.
e na 't 32 v. des 1 b. Eucl.

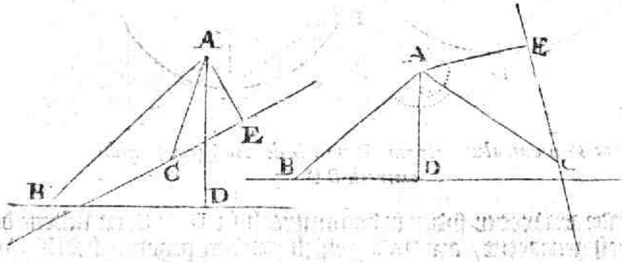
Hierom:

Soo men van een gegeve punt A in eene liny of recht uyt twee rechte linien neemt, als AB, AC, etc. 't Welck te bewijsen was.

III. VERTOOGH.

So van een gegeve punt A twee rechte linien getrocken worden, *als* AB, AC, begrijpende een gegeven hoeck BAC, en tot malkander een gegeven reden hebbende, en B d'uytterste pael van d'eene AB in een vlacke plaets komt te vallen, *als* BD, die in gelegentheyt gegeven is: dan sal oock C de uytterste pael van d'ander AC in een vlacke plaets vallen, die in gelegentheyt gegeven is.

't Werck des 1^sten Voorvals.



1ste Voorval, waer in gestelt wort, dat B valt in de voorgegeve rechte liny BD.

Eerstelijck gestelt zijnde, dat B in de rechte liny BD komt te vallen, so zy uyt A op deselve ghetrocken de hangende AD, en nevens dese tot A een hoeck gemaeckt, als DAE, gelijck aen

aen den gegeven hoeck BAC; en wyders gestelt dat BA tot AC zy / als DA tot AE: dan sal 't punt C in een rechte lijn vallen / die door E op AE recht-hoeckig getrocken is.

't Bewijs des 1sten Voorvals.

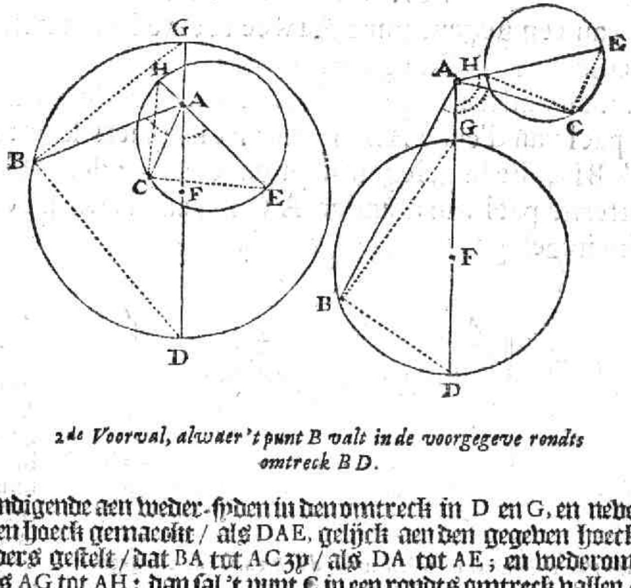
Dewijl BA door 't werck tot AC is / als DA tot AE; soo sal overandert [a] BA tot AD zijn / als CA tot AE. Vorders nadien de hoecken BAC en DAE gelijck zijn / en / tot de selve gedaen of afgetrocken zijnde den gemeenen hoeck DAC, den hoeck BAD oock alsoo aen den hoeck CAE gelijck is: so sal mede [b], treckende CE, den △ BAD aen den △ CAE gelijck-hoeckig wesen. Nu is den hoeck tot D in den △ BAD door 't werck een rechten hoeck. Waerom dan oock den hoeck tot E in den △ CAE recht is / dat is / treckende CE, dat deselve op AE recht-hoeckig vallen sal. Nu dewijl tot E niet meer als eene lijn getrocken kan worden / die op AE recht-hoeckig zy / so is daer uyt openbaer / dattet punt C dan in deselve vallen moet. 't Welck voorgestelt was.

a na 't 16 v. des 5 b. Eucl.

b na 't 6 v. des 6 b. Eucl.

't Werck van 't 2de Voorval.

Ten anderen nemende dat B in de rondts omtreck BD komt te vallen / wiens middel-punt zy F, soo zy door de punten A en F een rechte lijn getro-



2de Voorval, alwaer 't punt B valt in de voorgegeve rondts omtreck BD.

gen / eyndigende aen weder-syden in den omtreck in D en G, en nevens dese tot A een hoeck gemaeckt / als DAE, gelijck aen den gegeven hoeck BAC; en wyders gestelt / dat BA tot AC zy / als DA tot AE; en wederom BA tot AC, als AG tot AH: dan sal 't punt C in een rondts omtreck vallen / wiens middel-lijn is EH.

*'t Be-

't Bewijs van 't 2de Voorval.

Treckende BD, BG, als oock CE, CH, nadien door 't werck BA tot AC is/ als DA tot AE: soo sal oock overandert c BA tot AD zijn/ als CA tot AE. c na 't 16
Vorders/ dewijl de hoecken BAC en DAE door 't werck gelijck zijn/ en/ tot v. des 5 b.
deselve gedaen of afgetrocken zijnde den gemeenen hoeck DAC, alsoo oock den Eucl.
hoeck BAD aen den hoeck CAE gelijck is: soo sal mede d den hoeck DBA d na 't 6
in den $\triangle$BAD aen den hoeck ECA in den $\triangle$CAE gelijck wesen. Wederom/ v. des 6 b.
om dat BA door 't werck tot AC is/ als AG tot AH, so sal oock overandert Eucl.
e BA tot AG zijn/ als CA tot AH. Waerom/ nadien dese syden zijn/ staende e na 't 16
om de ghelijcke hoecken BAG en CAH in de $\triangle$ken BGA en CHA, so volgt v. des 5 b.
dat mede de hoecken ABG en ACH in deselve $\triangle$ken gelijck zijn sullen f. Nu Eucl.
dewijl de hoecken DBA en ABG vergadert of afgetrocken maecken den rech- f na 't 6
ten hoeck DBG; maer de hoecken ECA en ACH insgelijcks vergadert of af- v. des 6 b.
getrocken maecken den hoeck ECH: so sal van gelijcken den hoeck ECH een Eucl.
rechten hoeck zijn/ en derhalven 't punt C in een rondts omtreck vallen/ wiens middel-lijn is EH. 't Welck voorgestelt was. Hierom:

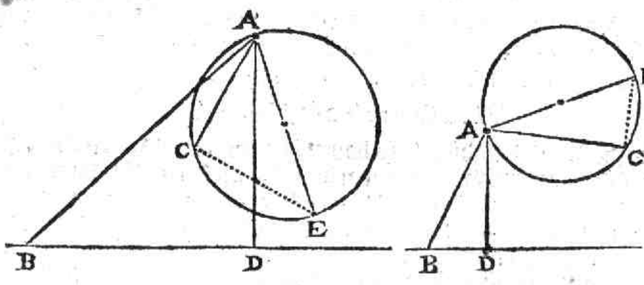
Soo van een gegeven punt A twee linien getrocken worden/ als/ AB en AC, etc. 't Welck te bewijsen was.

IV. *VERTOOGH.*

So van een gegeven punt A twee rechte linien getrocken worden, *als* AB, AC, begrijpende een gegeven hoeck BAC, en besluytende een gegeven vlack BAC; en B de uytterste pael van d'eene AB in een vlacke plaets komt te vallen, *als* BD, die in gelegentheyt gegeven is: dan sal oock C de uytterste pael van d'andre AC in een vlacke plaets vallen, die in gelegentheyt gegeven is.

't Werck van 't 1ste Voorval.

Eerstelijck gestelt zijnde dat B in de rechte liny BD komt te vallen/ soo zy



1ste Voorval, waer in gestelt wort, dat B in de voorgegeve rechte liny BD valt.

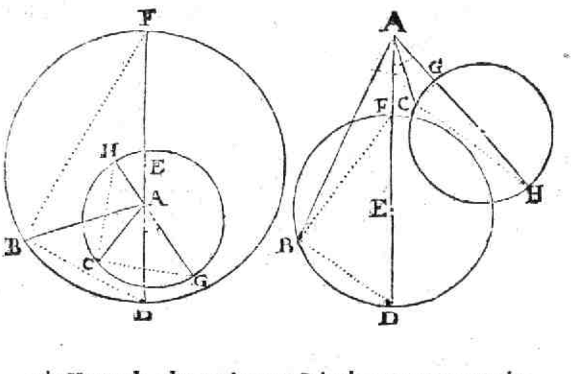
uyt A op deselve getrocken de hangende AD, en nevens dese tot A een hoeck gemaeckt/

gemaeckt/ als DAE, gelijck aen den gegeven hoeck BAC ; en wyders gestelt/ dat DA tot AB zy / als CA tot AE : dan sal 't punt C in een rondts omtreck vallen / wiens middel-lijn is AE.

't Bewijs van 't 1ste Voorval.

Dewijl den hoeck DAE door 't werck gelijck is aen den hoeck BAC, so volgt / somen tot deselve doet of van deselve aftreckt den gemeenen hoeck CAD, dat oock den hoeck CAE aen den hoeck BAD gelijck zijn sal. Hier na treckende CE, dewijl de syden der △ken BAD en EAC om dese gelijcke hoecken door 't werck even reednig zijn: te weeten / DA tot AB, als CA tot AE:
a na 't 6 v. des 6 b. Eucl.
So sullen oock a de hoecken tot D en C in deselve △ken gelijck wesen. Nu is den hoeck tot D in den △BAD recht. Waerom dan oock den hoeck tot C in den △EAC een rechten hoeck zijn sal; en derhalven 't punt C in een rondt vallen/ wiens middel-lijn is AE. 't Welck voorgestelt was.

't Werck van 't 2de Voorval.



2de Voorval; alwaer 't punt B in de voorgegeve rondts omtreck BD valt.

Ten anderen nemende dat B in de rondts omtreck BD komt te vallen / wiens middel-punt zy E, soo zy door de punten A en E een rechte liny getogen/eyndigende aen weder-syden in den omtreck in D en F, en nevens dese tot A een hoeck ghemaeckt / als DAG, gelijck aen den gegeven hoeck BAC ; en wyders gestelt dat DA tot AB zy/ als CA tot AG ; en wederom FA tot AB, als CA tot AH : dan sal 't punt C in een rondts omtreck vallen/ wiens middel-lijn is GH.

't Bewijs van 't 2de Voorval.

Treckende BD, CG, nadien / als boven / de hoecken BAD en CAG gelijck zijn/ en de syden om deselve hoecken in de △ken BAD en CAG door 't werck even-reednich/ te weeten/ DA tot AB, als CA tot AG : so sullen oock de hoecken DBA en AGC in deselve △ken na 't 6 Voorstel des 6sten boecks Euclidis gelijck wesen. Wederom nadien / treckende BF en CH, in de △ken BFA en CHA de syden om de gelijcke hoecken BAF en CAH door 't werck even-reednich zijn / te weeten / FA tot AB, gelijck CA tot AH : soo sullen insgelijcx de hoecken ABF en CHA in deselve △ken / na 't 6 Voorstel des 6sten boecks Euclidis, gelijck wesen. Hierom dewijl de hoecken DBA en ABF te samen vergadert

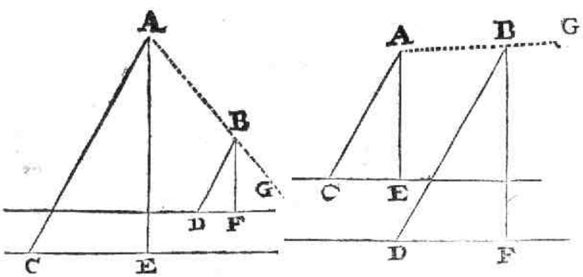
gadert of van den andren afgetrocken maecken den rechten hoeck DBF: soo sullen mede de hoecken AGC en CHA te samen vergadert of van den andren afgetrocken een rechten hoeck maecken. Waer uyt volgt/ nadien alsoo mede/ na 't 32 Voorstel des 1sten boecks Euclidis, den hoeck GCH recht is/ dat dan 't punt C in een rondt vallen sal/ wiens middel-lijn is GH. 't Welck voorgestelt was.

Hierom:

So men van een gegeven punt A twee rechte linien treckt/ als AB, BC, etc. 't Welck te bewijsen was.

V. *VERTOOGH.*

Soo van twee gegeve punten A en B twee rechte evenwydige linien getrocken worden, *als* AC, BD, tot malkander een gegeve reden hebbende, *als* AC tot BD; en C de uytterste pael van d'eene A C in een vlacke plaets komt te vallen, *als* CE, die in gelegentheyt gegeven is: dan sal oock D, de uytterste pael der andre BD in een vlacke plaets vallen, die in gelegentheyt gegeven is.



1ste Voorval, waer in gestelt wort, dat C valt in de voorgegeve rechte liny C E.

't Werck van 't 1ste Voorval.

Eerstelijck gestelt zijnde/ dat C in de rechte liny CE komt te vallen/ so zy uyt A op deselve getrocken de hanghende AE, en uyt B met dese de even-wydige BF; en wyders ghestelt/ dat CA tot DB zy/ als AE tot BF: dan sal 't punt D in een rechte liny vallen/ die door F op BF recht-hoeckig getrocken wort.

't Bewijs van 't 1ste Voorval.

Dewijl/ treckende door de punten A en B een rechte liny/ als ABG, de hoecken CAG en DBG, als oock EAG en FBG a gelijck zijn: so sullen oock de hoecken CAE en DBF gelijck wesen. Hier na/ dewijl CA door 't werck tot DB is/ als AE tot BF, soo sal oock b overandert CA tot AE zijn/ als DB tot BF. Hierom/ soo men treckt DF, nadien in de △ken CAE en DBF de hoecken tot A en B gelijck zijn/ en de syden om deselve even reednig/ soo

a *na 't 29 v. des 1 b. Eucl.*
b *na 't 16 v. des 5 b. Eucl.*

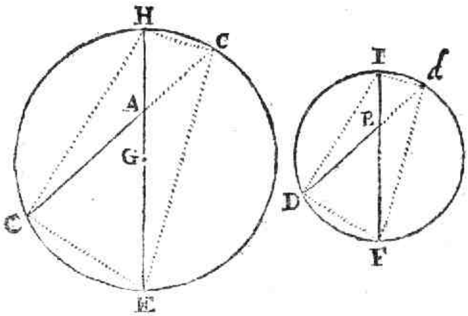
Cc sullen

c na 't 6 v. des 6 b. Eucl.

sullen mede [c] de hoecken tot E en F gelijck wesen. Nu is den hoeck tot E in den △ CAE recht. Waerom dan oock den hoeck tot F in den △ DBF een rechten hoeck zijn sal; en oversulcx DF op BF recht-hoeckig. Waer uyt wyders blijckt/ nadien men door F maer eene rechte liny op BF recht-hoeckig trecken kan: dat dan het punt D nootwendich in deselve vallen moet. 't Welck voorgestelt was.

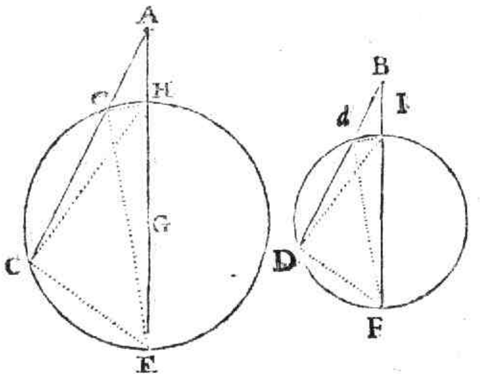
't Werck van 't 2de Voorval.

Ten anderen/ nemende dat C in de rondts omtreck CE komt te vallen/ wiens middel-punt zy G, soo zy door de punten A en G een rechte liny ghetrocken/ eyndigende aen weder-syden in den omtreck in E en H; en door B haelende BF even-wydig met AE, so zy wyders gestelt/ dat CA tot DB zy/ als AE tot BF; en wederom CA tot DB, als AH tot BI: dan sal/ als men om FI/ als middel-lijn/ een rondt beschrijft/ het punt D in desselfs omtreck vallen.



't Bewijs van 't 2de Voorval.

Want getrocken hebbende CE, cH, als oock DF, dI, nadien/ als vooren/ de hoecken CAE en DBF gelijck zijn/ en door 't werck CA tot DB is/ als AE tot BF, dat is/ overandert [d] CA tot AE, als DB tot BF: so sullen oock [e] de hoecken tot C en D in de △ken CAE en DBF gelijck wesen. Vorders/ nadien/ door 't werck/ CA tot DB is/ als AH tot BI, soo sal oock [f] overandert zijn CA tot AH, als DB tot BI. Waer uyt dan volgt/ dewijl dit de syden zijn der △ken CHA en DIB. die om de gelijcke hoecken CAH en DBI staen/ dat oock de hoecken tot C en D in deselve △ken [g] gelijck zijn. Nu dewijl de hoecken ECA en ACH vergadert of afgetrocken maecken den rechten hoeck ECH; en de



2de Voorval, alwaer 't punt C in de voorgegeve rondts omtreck C E valt.

d na 't 16 v. des 5 b. Eucl.

e na 't 6 v. des 6 b. Eucl.

f na 't 16 v. des 5 b. Eucl.

g na 't 6. v. des 6 b. Eucl.

de hoecken FDB en BDI insgelijcx vergadert of afgetrocken maecken den hoeck FDI: soo volgt dat oock den hoeck FDI een rechten hoeck zijn sal; en derhalven 't punt D in een rondt vallen / wiens middel-lijn is FI. 't Welck voorgestelt was.

Hierom:

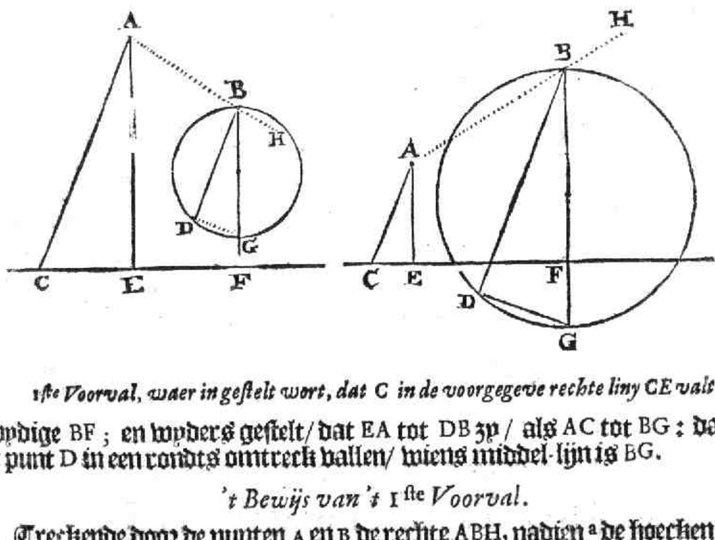
Soo men van 2 gegeve punten A en B, etc. 't Welck te bewijsen was.

VI. *VERTOOGH.*

Soo van twee gegeve punten A en B twee rechte evenwydige linien getrocken worden, *als* AC, BD, begrijpende een gegeven vlack, *als* 't ▭ AC, BD; en C de uytterste pael van d'eene AC in een vlacke plaets komt te vallen, *als* CE, die in gelegentheyt gegeven is: dan sal oock D, de uytterste pael van d'andre BD, in een vlacke plaets vallen, die in gelegentheyt gegeven is.

't VVerck van 't 1ste Voorval.

Eerstelijck gestelt zijnde / dat C in de rechte liny CE komt te vallen / soo zy uyt A op deselve ghetrocken de hangende AE, en uyt B met dese d'evenwydige BF; en wyders gestelt / dat EA tot DB zy / als AC tot BG: dan sal 't punt D in een rondts omtreck vallen / wiens middel-lijn is BG.



1ste Voorval, waer in gestelt wort, dat C in de voorgegeve rechte liny CE valt.

't Bewijs van 't 1ste Voorval.

Treckende door de punten A en B de rechte ABH, nadien [a] de hoecken CAH en DBH, als oock EAH en FBH gelijck zijn / so sullen oock de hoecken CAE en

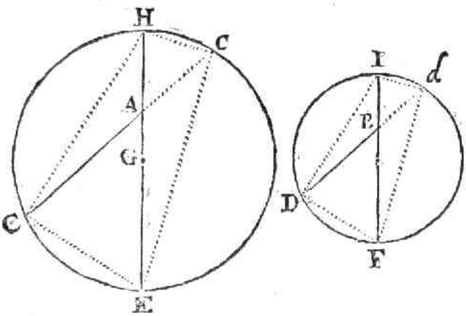
a 'na 't 29 v. des 1 b. Eucl.

en DBG gelijck wesen. Hier na / dewijl EA door 't werck tot DB is / als AC tot BG, soo sal mede overandert [b] EA tot AC zijn / als DB tot BG. Hierom / so men treckt DG, nadien in de △ ken CEA en DBG de hoecken tot A en B gelijck zijn / en de syden om deselve even-reednig: soo sullen insgelijcx de hoecken tot E en D [c] ghelijck wesen. Nu is den hoeck tot E in den △ CAE door 't werck recht. Waerom dan oock den hoeck tot D in den △ DBG een rechten hoeck zijn sal; en derhalven 't punt D in een rondt vallen / wiens middellijn is BG. 't Welck voorgestelt was.

b na 't 16 v. des 5 b. Eucl.
c na 't 6. v. des 6 b. Eucl.

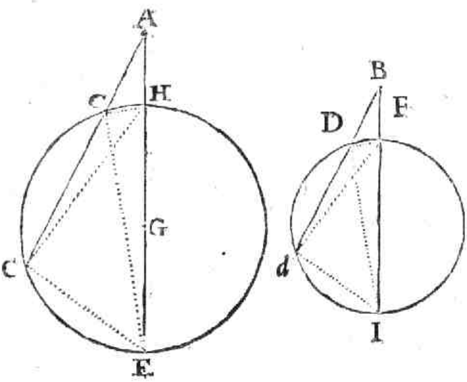
't VVerck van 't 2 de Voorval.

Ten anderen / nemende dat C in de rondts omtreck CE komt te vallen / wiens middel-punt zy G, soo zy door de punten A en G een rechte lijn getoghen / eyndigende aen weder-syden in den omtreck in E en H; en door B ghetrocken hebbende BF even-wydig met AE, soo zy wijders gestelt / dat EA tot DB zy / als AC tot BF; en wederom AH tot DB, als AC tot BI. Dan sal / soo men om FI, als middel-lijn / een rondt beschrijft / het punt D in desselfs omtreck vallen.



't Bewijs van 't 2 de Voorval.

Treckende CE en CH, als oock DF en DI, nadien / als boven / de hoecken CAE en DBF gelijck zijn / en EA tot DB is / als AC tot BF, dat is / overandert [d] EA tot AC, als DB tot BF: so sullen insgelijcx [e] de hoecken tot C en F in de △ ken CAE en DBF gelijck wesen. Wederom dewijl AH tot DB is / als AC tot BI, so sal oock overandert [f] AH tot AC zijn / als DB tot BI. Waer uyt dan volgt / nadien in de △ ken CAH en IBD de syden om de ghelijcke hoecken tot A en B even-reednig zijn / dat oock de hoecken tot C en I in deselve △ ken



2 de Voorval, alwaer 't punt C valt in de voorgegeve rondts omtreck CE.

d na 't 16 v. des 5 b. Eucl.
e na 't 6 v. des 6 b. Eucl.
f na 't 16 v. des 5 b. Eucl.

△ken [g] gelijck zijn ſullen. Voorders/ gemerckt de hoecken tot C, dat's/ ECA en ACH vergadert of afgetrocken/ [h] maecken den rechten hoeck ECH, ſoo ſullen van gelijcken de hoecken tot F en I, dat's/BFD en DIB vergadert of afgetrocken een rechten hoeck maecken. Waer uyt dan wyders volgt/ nadien 't openbaer is [i] dat alſo mede FDI een rechten hoeck is/ dattet punt D in een rondt vallen ſal/ wiens middel lijn is FI. 't Welck voorgeſtelt was.

g *na 't 16 v. des 6. b. Eucl.*
h *na 't 31 v. des 3 b. Eucl.*
i *na 't 32 v. des 1 b. Eucl.*

Hierom:

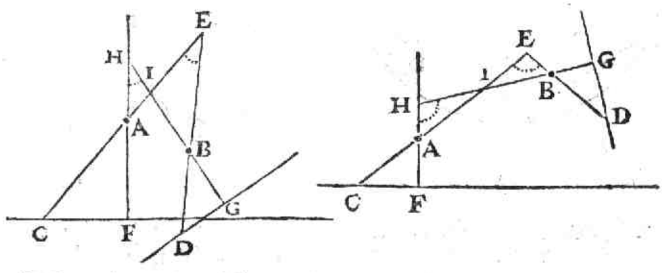
Soo van 2 gegeve punten A en B twee rechte even-wydige linien getrocken worden/ als AC, BD, etc. 't Welck te bewijſen was.

VII. *VERTOOGH.*

Soo van twee gegeve punten A en B twee rechte linien getrocken worden, *als* AC en BD, begrijpende een gegeven hoeck E, en tot malkander een gegeve reden hebbende, en C de uytterſte pael van d'eene AC in een vlacke plaets komt te vallen, *als* CF, die in gelegentheyt gegeven is: dan ſal oock D de uytterſte pael van de andre BD in een vlacke plaets vallen, die in gelegentheyt gegeven is.

't VVerck van't 1ste Voorval.

Eerſtelijck geſtelt zijnde dat C in de rechte liny CF komt te vallen/ ſoo zy uyt A op deſelve getrocken de hangende AF, en uyt B tot deſe gehaelt BH in



1ste *Voorval, waer in geſtelt wort dat C valt in de voorgegeve rechte liny CF.*

den gegeven hoeck E (ghelijck in 't 7de Werckſtuck van het 2de Tractaet betoont is); en wyders geſtelt dat CA tot BD zy/ als AF tot BG: dan ſal 't punt D in een rechte liny vallen/ die door G op BG recht-hoeckig ghetrocken wort.

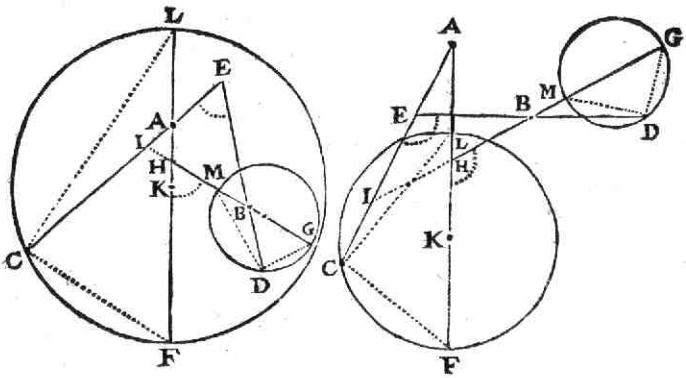
't Bewijs van 't 1ste Voorval.

Nadien de hoecken H en E in de △ken AHI en IEB, door 't werck/ gelijck zijn/ en mede de hoecken AIH en EIB, die schrier teghen over malkander staen/ a gelijck zijn: soo sullen oock de hoecken HAI en IBE b gelijck wesen. Nu is den hoeck HAI ghelijck aen den hoeck CAF, en den hoeck IBE ghelijck aen den hoeck DBG. Waerom dan insgelijcx de hoecken CAF en DBG gelijck zijn. Vorders/ dewijl CA door 't werck tot BD is/ als AF tot BG, soo sal oock verandert c CA tot AF zijn/ als DB tot BG. Hierom/ treckende DG, nadien in de △ken CAF en DBG de zyden om de gelijcke hoecken tot A en B even-reedig zijn/ soo sullen oock de hoecken tot F en G in deselve △ken d ghelijck wesen. Nu is den hoeck tot F in den △ CAF door 't werck recht. Waerom dan oock den hoeck tot G in den △ DBG een rechten hoeck is. En derhalven/ nademael men tot G op BG maer eene lijn trecken kan/ die op deselve zy recht-hoeckig/ soo blijckt/ dat dan D van dese aengeraeckt wort. 't Welck voorgestelt was.

a na 't 15 v. des 1 b. Eucl.
b na 't 32 v. des 1 b. Eucl.
c na 't 16 v. des 5 b. Eucl.
d na 't 6 v. des 6 b. Eucl.

't Werck van 't 2de Voorval.

Ten anderen nemende dat C in de rondts omtreck komt te vallen/ wiens middel-punt zy K, soo zy door de punten A en K een rechte lijn ghetogen/



2de Voorval, alwaer het punt C valt in de voorgegeve rondts omtreck CF.

eyndigende aen weder-zyden in den omtreck in F en L; en uyt B tot dese ghetrocken hebbende BH in den ghegeven hoeck E (gelijck in 't 7de Werckstuck van het 2de Tractaet betoont is)/ soo zy wyders ghestelt/ dat CA tot BD is/ als AF tot BG; en wederom CA tot BD, ghelijck als AL tot BM: dan sal 't punt D in een rondts omtreck vallen/ wiens middel-lijn is GM.

't Bewijs van 't 2de Voorval.

Verlengende GBH, tot dat die CAE ontmoete in I, nadien den hoeck FHB e gelijck is aen den tegen-overstaenden IHA, en de △ken IAH en IEB nevens den gemeenen hoeck tot I alsoo mede de hoecken IHA en IEB gelijck hebben: soo

e na 't 15 v. des 1 b. Eucl.

soo sal insgelijcx den 3den hoeck IAH aen den 3den IBE, dat is/ DBG [f] gelijck zijn. Vorders/ treckende CF en DG, nademael CA door 't werck tot BD is/ als AF tot BG, so sal oock overandert [g] CA tot AF zijn/ als DB tot BG. Waerom / nadien in de △ken CAF en DBG de hoecken tot A en B gelijck betoont zijn/ en de syden om deselve even-reednig / dan mede [h] de hoecken tot C en D in deselve △ken gelijck sullen wesen. Op gelijcke wijs/ getrocken zijnde CL en DM, nadien CA door 't werck tot BD is/ als AL tot BM/ so sal oock [i] overandert CA tot AL zijn / als DB tot BM. Hierom aengesien in de △ken CLA en DMB de hoecken tot A en B gelijck zijn/ en de syden om de selve even-reednig: so sullen oock [k] de hoecken tot C en D in deselve △ken ghelijck wesen. Nu dewijl de hoecken tot C, dat's / FCA en ACL vergadert of afgetrocken maecken den rechten hoeck FCL ; en mede de hoecken tot D, dat's / GDB en BDM insgelijcx vergadert of afgetrocken / maecken den hoeck GDM : soo sal van gelijcken GDM een rechten hoeck wesen/ en dien-volgens 't punt D in een rondt vallen/ wiens middel-lijn is GM. 't Welck voorgestelt was.

f na 't 32 en 15 v. des 1 b. Eucl.
g na 't 16 v. des 5 b. Eucl.
h na 't 6 v. des 6 b. Eucl.
i na 't 16 v. des 5 b. Eucl.
k na 't 6 v. des 6 b. Eucl.

Hierom:

Soo van 2 gegeve punten A en B twee rechte linien getrocken worden/ als AC en BD/ etc. 't Welck te bewijsen was.

Merckt.

Soo men de linien AC en BD op sodanigen wijs hadde moeten trecken/ gelijck men AE, BE getrocken heeft / te weeten / dat de 'tsamen getrocke linien een gegeven hoeck begrijpen als E, of tot malkander een gegeve reden hebben/ als AE tot BE : so sal insgelijcx het punt der 't samen-koming E in een vlacke plaets vallen / die in gelegentheyt gegeven is. Gelijcker-wijs hier na openbaer sal worden/ te weeten/ so uyttet 2de Werckstuck van dit/ als oock uyttet 2de Werckstuck van het volgende boeck.

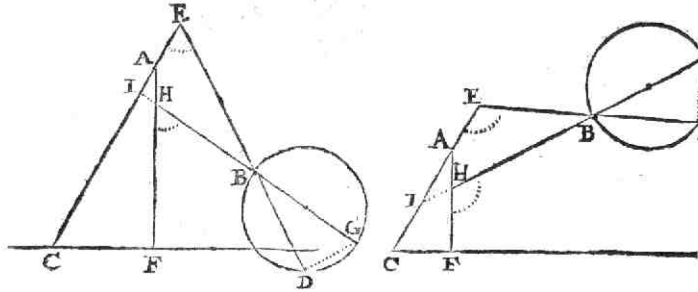
VIII. *VERTOOGH.*

Soo van twee gegeve punten A en B twee rechte linien getrocken worden, *als* AC, BD, begrijpende een gegeven hoeck E, en besluytende een gegeven vlack, *als* 't ▭ AC,BC; ende C de uytterste pael van de eene AC in een vlacke plaets komt te vallen, *als* CF, die in gelegentheyt gegeven is: dan sal oock D de uytterste pael van de andre BD in een vlacke plaets vallen, die in gelegentheyt gegeven is.

't Werck

't Werck van 't 1ste Voorval.

Eerstelijck gestelt zijnde dat C in de rechte liny CF komt te vallen / soo zy uyt A op deselve getrocken de hangende AF / en uyt B tot dese getrocken BH in den gegeven hoeck E (gelijck in 't 7de Werckstuck van het 2de Tractaet



1ste Voorval, waer in gestelt wort, dat C in de voorgegeve rechte liny CF valt.

betoont is); en wyders gestelt / dat AF tot BD zy / als AC tot BG: dan sal 't punt D in een rondts omtreck vallen / wiens middel-lijn is BG.

't Bewijs van 't 1ste Voorval.

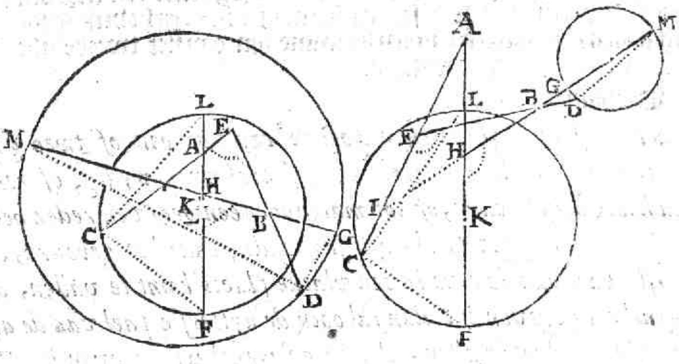
a na 't 15 v. des 1 b. Eucl. b na 't 32 en 15 v. des 1 b. Eucl. c na 't 16 v. des 5 b. Eucl. d na 't 6 v. des 6 b. Eucl.

Verlengende GBH, tot dat die CAE ontmoete in I, dewijl [a] den hoeck FHB gelijck is aen den overstaenden IHA, en de △ken IAH en IEB alsoo nevens den gemeenen hoeck tot I mede de hoecken IHA en IBE gelijck hebben: soo sal insgelijcx den 3den hoeck IAH aen den 3den IBE, dat is / DBG [b] gelijck wesen. Vorders treckende DG, nadien AF door 't twerck tot BD is / als AC tot BG: soo sal oock overandert [c] FA tot AC zijn / als DB tot BG. Hierom dewijl in de △ken CAF en DBG de hoecken tot A en B gelijck betoont zijn / en de zyden om deselve even-reednich; so sullen oock [d] de hoecken tot F en D in deselve △ken gelijck wesen. Nu is den hoeck tot F in den △ CAF door 't werck recht. Waerom dan oock den hoeck tot D in den △ DBG een rechten hoeck is: en derhalven 't punt D in een rondt valt / wiens middel-lijn is BG. 't Welck voorgestelt was.

't Werck van 't 2de Voorval.

Ten anderen / nemende dat C in de rondts omtreck CF komt te vallen / wiens middelpunt zy K, so zy door de punten A en K een rechte liny getrocken /

ken/ eyndigende aen weder-syden in den omtreck in F en L, en uyt B tot dese getrocken BH in den gegeven hoeck E (gelijck in 't 7de Werckstuck van het



2de Voorval, alwaer het punt C in de voorgegeve rondts omtreck CF valt.

2de Tractaet betoont is); en wyders gestelt dat AF tot BD zy/ als AC tot BG; en wederom AL tot BD, gelijck AC tot BM: dan sal het punt D in een rondts omtreck vallen/ wiens middel-punt is GM.

't Bewijs van 't 2de Voorval.

Verlengt hebbende GBH, sulcx dat die de rechte CAE in I doorsnijde/ en treckende CF en DG, nadien/ als boven/ de hoecken IAH en DBG gelijck zijn/ en de syden om deselve in de △ken CAF en DBG even-reednich: soo sullen insgelijcx [e] de hoecken FCA en DGB in deselve △ken ghelijck wesen. *e na 't 6 v. des 6 b. Eucl.* Vorders treckende CL, DM, nadien AL door 't werck tot BD is/ als AC tot BM, soo sal oock [f] overandert LA tot AC zijn/ als DB tot BM. Hierom/ *f na 't 16 v. des 5 b. Eucl.* dewijl in de △ken CLA en MDB de syden om de ghelijcke hoecken tot A en B even-reednich zijn/ soo sullen oock de hoecken ACL en DMB in deselve △ken [g] gelijck wesen. Waerom alsoo de hoecken FCA en ACL vergadert of afgetrocken maecken den rechten hoeck FCL [h]: soo sullen insgelijcx de hoecken DGB en DMB vergadert of afgetrocken/ een rechten hoeck maecken. *g na 't 6 v. des 6 b. Eucl.* Waer uyt/ nadien GDM alsoo mede [i] een rechten hoeck is/ dan volgt/ dattet punt D in een rondt vallen sal/ wiens middel-lijn is GM. 't Welck voorgestelt was. *h na 't 31 v. des 3 b. Eucl.* *i na 't 32 v. des 1 b. Eucl.*

Hierom:

Soo van twee gegeve punten A en B twee rechte linien getrocken worden/ als/ AC en BD, etc. 't Welck te bewijsen was.

Merckt.

Indien men in plaets van de linien AC, BD, die van de gegeve punten moeten getrocken worden / neemt AE, BE, begrijpende een gegeven vlack / als AEB: so sal het punt der t'samen-koming E in * een boven-lichamelijcke plaets vallen / te weeten / in een kromme lijn van het tweede gheslacht / welcke in gelegentheyt gegeven is.

* *in loco superſolido.*

Verhalven:

Besluyt van 't eerste Voorstel.

Soo twee linien ghetrocken worden 'tzy van een of twee gegeve punten, en in eene liny of recht uyt, of oock even-wydig, of een gegeven hoeck begrijpende, of tot malkander een gegeven reden hebbende, of oock een gegeven vlack besluytende; ende het gebeure, dat de uytterste pael van de eene in een vlacke plaets komt te vallen, die in gelegentheyt gegeven is: dan sal oock de uytterste pael van de andere in een vlacke plaets vallen, die in gelegentheyt gegeven is. Zijnde somtijts van 't selve geslacht, en somtijts van verscheyde, ende somtijts op gelijcke wijz in een rechte liny, en somtijts niet.

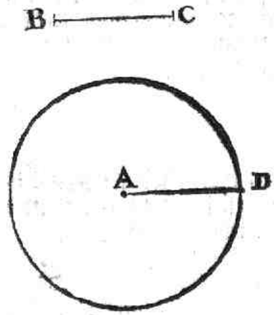
Te weeten / na de verscheyde aenmercking der gegevens ofte voorwerpsels. 't Welck te bewijsen was.

VOLGEN
de
WERCK-STUCKEN
Over de
VOORSTELLEN
des eersten Boecks.

Op het eerste Voorstel.

I. *WERCK-STVCK.*

Vyt een gegeven punt A een rechte liny te trecken, die aen een gegeve rechte liny BC gelijck zy.



't Werck.

Zy uyt A, als middel-punt/ in de wijtte BC een rondt beschreven/ ende uyt A tot eenich punt in den omtreck/ waer 't valt/ als D, gehaelt de liny AD: dan sal AD gelijck zijn aen BC. Waer af 't Bewijs door 't Werck openbaer is.

Soo dan van een rechte liny, die in grootte gegeven is, het een eynde is gegeven: dan sal het ander eynde de hollicheyt van een rondt-treck geraecken, die in gelegentheyt gegeven is. 't Welck te bewijsen was. 't Besluyt.

Merckt.

Dat wy in het 1ste Voorstel/ pag. 189. in plaets van: Soo van een rechte liny, die in gelegentheyt gegeven is, &c. (gelijck Commandini woorden luyden) gestelt hebben: die in grootte gegeven is, &c. 't Welck niet verstaen kan worden/ ten zy de liny met eenen in grootte gegeven is. Maer aengesien/ als van een rechte liny / in gelegentheyt en grootte gegeven / het een eynde gegeven wort / dan mede het ander eynde is gegeven/ naer 't 27ste Voorstel van Euclidis Gegevens ; doch soo voende het selve ander eynde deser liny niet onderscheydelijck tot alle plaetsen verstaen wort in een rondts omtreck te vallen/ in sulcken sin/ als dan alle de Voorstellen van Apollonius deses handels

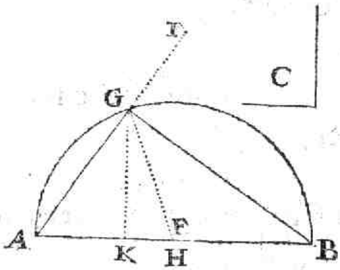
dels

dels te verstaen zijn; maer alleen tot een eenige bepaelde plaets / sonder datter / om die te vinden / de beschrijving van een rondt van noden zy: soo hebben wy sulcks / als van sich selfs genoegsaem openbaer zijnde / sonder schroom aldaer verandert. Diergelijcke vryheyt hebben wy mede / in de Besluyten van andre Voorstellen hier volgende / gebruyckt.

Op het 2de Voorstel.

II. *WERCKSTVCK.*

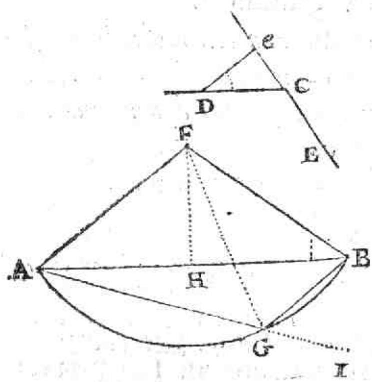
Vyt twee gegeve punten A, B twee rechte linien t'samen te trecken, *als* AG, BG, welcke een hoeck begrijpen, *als* AGB, die aen een gegeven hoeck C gelijck zy.



1ste Voorval, alwaer den gegeven hoeck C recht is.

't VVerck.

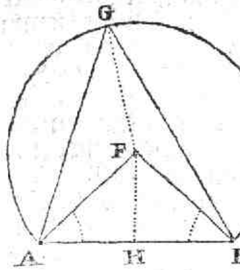
Eerstelijck / so den gegeven hoeck C recht is / gehaelt zijnde AB, soo deelt deselve in twee gelijcke deelen in F, en beschrijft op AB uyt F in de wijtte AF of FB het half rondt AGB: dan sal / soo men uyt beyde punten A en B tot eenich punt in den omtreck / waer 't valt / als G, haelt AG, BG, den hoeck AGB gelijck zijn aen den gegeven hoeck C.

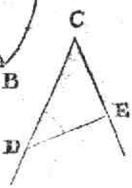


2de Voorval, alwaer den gegeven hoeck C stomp is.

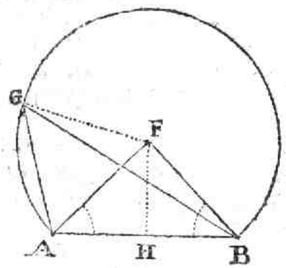
Maer den gegeven hoeck C stomp zijnde / so salmen uyt eenich punt *e* in een der verlengde hoeck-syden DC, CE, waer 't valt / op deselve trecken *e* D recht-hoeckig / tot datse met d'ander hoeck-syde DC t'samen komt in D, ende nevens AB de hoecken BAF en ABF elck gelijck maecken aen den hoeck CD*e*, ende uyt F, alwaer de linien / dese gelijcke hoecken maeckende / t'samen komen / in de wijtte van FA of FB op d'ander syde van AB beschrijven de rondt-treck AGB: dan sal / so men uyt beyde punten A, B tot eenig punt in deselve naer gevallen genomen / als G, treckt AG, BG, den hoeck AGB soo groot zijn als den ghegeven hoeck DCE.

Eynde-

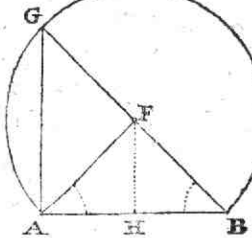




Form A alwaer den hoeck AG B ſcherp is, en valt boven den hoeck AFB.



Form B. alwaer den hoeck AGB ſcherp is, en komt beſyden den hoeck AFB te vallen.



Form C, alwaer den hoeck G ſcherp is, en 't punt G komt in een der verlengde linien AF, FB te vallen.

Eyndelijck/ ſoo den gegeven hoeck C een ſpitſen hoeck is/ ſoo laet uyt eenich punt E, in een der hoeck-ſyden DC, CE, waer 't valt/ op deſelve getrocken worden de recht-ſtaende ED, die met d'ander hoeck-ſyde DC t'ſamen kome in D, ende nevens AB de hoecken BAF en ABF, als vooren/ elck gelijck gemaect wordē aen den hoeck EDC, ende uyt F op AB in de wijtte AF of FB beſchreven worden de rondttreck AGB: waer in dan wederom/ ſo men een punt nae gevallen neemt/ als G, en uyt A en B tottet ſelfde haelt de linien AG, BG, den hoeck AGB ghelijck zijn ſal aen den gegeven hoeck C.

't Bereytſel tottet Bewijs. Sy getrocken de lijn FG, ende uyt F op AB de hangende FH; voorts ſoo laet in het 1ſte en 2de Voorbal AG uyt verlengt worden tot I.

't Bewijs.

Aengeſien de ſyden AF, FG des △ks AFG d'een d'ander gelijck zijn/ ſo ſullē mede [a] de hoecken AGF, FAG gelijck weſen. Op deſelve manier/ dewijl de ſydenBF, FG des △ks BFG gelijck zijn/ ſoo ſullen inſgelijcx de hoecken BGF, FBG gelijck weſen: en daerom in het 1ſte en 2de Voorbal/ als mede in de form A des 3den Voorbals/ den hoeck AGB ghelijck beyde hoecken FAG en GBF; maer in de form B gelijck den hoeck FAG min den hoeck FBG. *a na 't 5 v. des 1 b. Euclid.*

Nu alſoo in het 1ſte Voorbal [b] den uytwendigen hoeck BGI mede gelijck is beyde hoecken FAG en GBF: ſoo volgt dat den hoeck AGB gelijck is den hoeck BGI, ende dat denſelven overſulcx in 't 1ſte Voorbal recht is/ ende gelijck aen den gegeven hoeck C. *b na 't 32 v. des 1 b. Eucl.*

Vorders / dewijl in het 2de Voorbal beyde hoecken FAG, GBF, dat's den hoeck AGB, met beyde hoecken

c na 't 32 v. des 1 b. Eucl. AGB, BFA [c] t'samen maecken 4 rechte hoecken / en den hoeck AGB met t'samen de hoecken BAG, GBA twee rechte hoecken doet: so volgt / somen daer twee-mael en hier eens af treckt den hoeck AGB, dat den overblijvenden hoeck BFA twee-mael soo groot is als de twee overblijvende BAG
d na 't 32 v. des 1 b. Eucl. en GBA, dat is / [d] twee-mael soo groot als den hoeck BGI. Nu is mede den hoeck AFB twee-mael so groot als den hoeck AFH of DC*e* e. Waerom dan in het 2de Voorval den hoeck BGI gelijck is aen den hoeck DC*e*, ende dien-
e Door 't werck, en 32 v. des 1 b. Eucl. volgens den hoeck AGB [f] mede gelijck aen den gegeven hoeck DCE.

Op gelijcke manier / dewijl in de form A des 3den Voorvals de hoecken BAF, FBA met d'hoecken FAG, GBF, dat's / den hoeck AGB, met noch den
f na 't 13 v. des 1 b. Eucl. selven hoeck AGB [g] twee rechte hoecken maecken; ende deselve hoecken BAF, FBA met den hoeck AFB insgelijcx twee rechte hoecken doen: soo volgt dat
g na 't 32 v. des 1 b. Eucl. in deselve form den hoeck AFB dobbel is met den hoeck AGB. Insgelijcx / dewijl in de form B de hoecken BAF, FBA met den hoeck FAG min den hoeck FBG, dat's / den hoeck AGB, met noch den selven hoeck AGB [h] twee rechte
h na 't 32 v. des 1 b. Eucl. hoecken maecken; ende mede de selve hoecken BAF, FBA met den hoeck AFB twee rechte hoecken doen; soo volgt dat in de form B den hoeck AFB van gelijcken dobbel is met den hoeck AGB. Hierom / alsoo den hoeck AFB in dese beyde formen dobbel is met den hoeck AGB, dewelcke dan dobbel is met den hoeck AFH of C: soo blijckt dat den hoeck AGB in deselve formen ghelijck is aen den gegeven hoeck C.

i na 't 32 v. des 1 b. Eucl. Eyndelijck / aengesien in de form C [i] den uytwendigen hoeck AFB soo groot is als beyde tegen-overstaende inwendige ghelijcke hoecken AGF, FAG, ende deselve oversulcx dobbel is met den hoeck AGF of AGB, ende mede AFB dobbel is met AFH of C: soo is openbaer / dat den hoeck AGB in deselve form gelijck is aen den gegeven hoeck C. Ende zijn alsoo uyt beyde gegeve punten A, B twee linien t'samen getrocken / als AG, BG, die tot G een hoeck maecken / als AGB, welcke aen een gegeven hoeck C gelijck is. 't Welck te doen was.

Waer uyt blijckt / alsoo in 't generael betoont is / dat de linien AG, BG uyt A en B getrocken tot eenich punt G in de rondt-treck AGB, waer 't valt / een hoeck maecken / als AGB, die aen een gegeven hoeck C gelijck is:

Dat /

't Besluyt. *Soo uyt twee gegeve punten twee linien t'samen getrocken worden, die een gegeven hoeck begrijpen, dan het selve punt in een rondt-treck vallen sal, die in gelegentheyt gegeven is.*

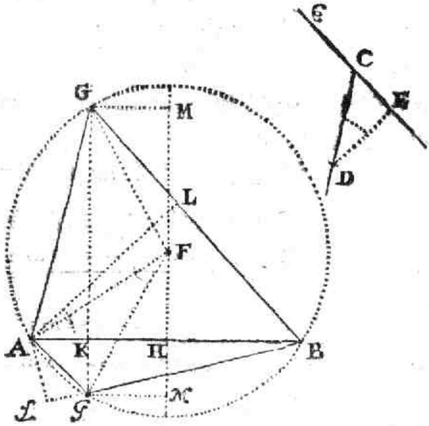
't Welck was te bewijsen.

BYVOEGSEL.

Dit Werck-stuck is mettet voorgaende van Euclides *op andre manieren betoont in sijne Beginselen der Meet-konst, als te sien is in 't 33ste Voorstel des 3den, en 2de Voorstel des 1sten boecks. Ende aengesien uyttet Bewijs desselven mede andre voorname Voorstellen* Euclidis *openbaer zijn,*

als

als het 20, 21, en 31 Voorsteldes 3den boecks: soo hebben wy niet ongerijmt gheacht de wercking daer van, tot meerder oeffening, hier by te voegen.



Zy AH ∞ HB ∞ a

CE ∞ b

ED ∞ c

KH ∞ x, so is dan KB ∞ $a + x$

KG ∞ y.

$$\begin{array}{r} a + x \\ a + x \\ \hline + ax + xx \\ aa + ax \\ \hline \end{array}$$

Addeert $\left\{ \begin{array}{ll} \square\ \text{KB.} & aa + 2ax + xx \\ \square\ \text{KG.} & yy \end{array} \right.$

somme ofte $\square$ GB. $aa + 2ax + xx + yy$

lengte GB. $\sqrt{aa + 2ax + xx + yy}$. Hier voor stelt om kortheyt z, en voor $aa + 2ax + xx + yy$ stelt zz.

Dan

Dan stelt/ wegens de gelijckformicheyt der △ken KGB en ABL;

$$\overset{GB}{z} \text{ geeft } \overset{BA}{2a}, \text{ wat } \left\{ \begin{array}{l} KG.\ y \\ KB.\ a + x \end{array} \right\} \text{ komt } \left\{ \begin{array}{l} AL.\ \frac{2ay}{z} \\ BL.\ \frac{2aa + 2ax}{z} \end{array} \right.$$

/welcke getrockē vā GB. z, so rest LG. $\frac{zz - 2aa - 2ax}{z}$.

Wederom/ dewijl om de gelijckformicheyt der △ken DCE en AGL, DE is tot EC, als AL tot LG

c —— b —— $\frac{2ay}{z}$ / $\frac{zz - 2aa - 2ax}{z}$: so sal 't product der uytterste DE, LG [a] gelijck zijn 't product der middelste EC, AL: dat's $\frac{czz - 2caa - 2cax}{z} \infty \frac{2bay}{z}$

[a] na 't 16 v des 6 b. Eucl.

ofte $czz - 2caa - 2cax \infty 2bay$

deelt aen weder-syden door C, so komt $zz - 2aa - 2ax \infty \frac{2bay}{c}$.

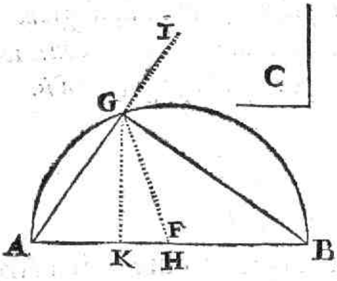
doet zz wech/ en sal komen $aa + 2ax + xx + yy, - 2aa - 2ax$, dat's/ $-aa + xx + yy \infty \frac{2ba}{c} y$, ofte in sijn behoorlicke form: $yy \infty \frac{2ba}{c} y + aa -- xx$.

Vorders tot wech-doening des gebroockens $\frac{2ba}{c}$/ soo stelt/ gelijck c tot b, dat is/ als DE tot EC, alsoo $2a$ tot $\frac{2ba}{c}$/ of a, dat's/ AH tot $\frac{ba}{c}$. dewelcke ick noem d, ende neem dat HF beteeckene. Maer door also komt: $y \infty d + \sqrt{dd + aa - xx}$. te weeten/ soo x minder genomen wort dan a, ende den gegeven hoeck C een spitsen hoeck is. Maer $y \infty - d + \sqrt{dd + aa - xx}$, soo die stomp is. En $y \infty d$ R $\sqrt{dd + aa - xx}$, soo x grooter genomen wort als a, en den gegeven hoeck spits is. Alwaer wyders blijckt/ soo den gegeven hoeck C stomp is/ dat x niet grooter en mach genomen worden als a.

R beteekent + of −.

Hier benessens soo blijckt/ dat xx niet grooter en mach genomen worden als dd en aa t'samen/ dat is/ KH niet grooter als AF of FG: also het punt G andersins niet en soude konnen gevonden worden. Het welcke dan/ als hier blijckt/ in een rondts omtreck valt/ wiens middel-punt is F, en half middel-lijn AF.

Eynde-

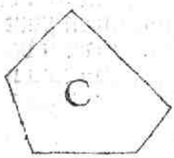


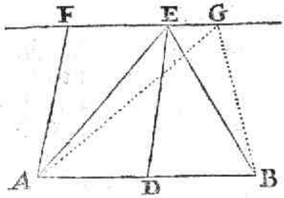
Eyndelijck den gegeven hoeck C recht zijnde / alsoo in dat gheval / CE $\infty\ b$, nul doet: so sal oversulcx de vergelijcking zijn $yy \infty aa - xx$, dat is / $y \infty \sqrt{aa - xx}$. betoonende dattet punt G alsdan in de halve omtreck van een rondt komt te vallen / diens halve middel-lijn is AB, en middel-punt H. In welcken gheval x altijt minder moet genomen worden dan a.

Op het 3^de Voorstel.

III. *WERCK-STVCK.*

Op een gegeve rechte liny AB een driehoeck te beschrijven, *als* AEB, soo groot zijnde als een gegeven rechtlynisch vlack C.





't Werck.

Deelt AB in 2 gelijcke deelen in D, en maeckt op AD in sulcken hoeck / als 't valt / naer 't 45ste Voorstel des 1sten boecks Euclidis, het even-wydig vierkant ADEF gelijck 't gegeven vlack C, en haelt AE, EB: dan seg ick dat den △ AEB soo groot is als het gegeven vlack C.

't Bewijs.

Na 't 34ste Voorstel des 1sten boecks Euclidis, is den △ AFE gelijck den △ AED, ende naer het 38ste Voorstel desselven boecks is den △ AED soo groot als den △ DEB: waer uyt dan volgt / dat beyde △ken AFE en AED t'samen / dat's / den vierhoeck ADEF, soo groot zijn als beyde △ken AED en DEB t'samen / dat's / den △ AEB. Nu is den vierhoeck ADEF door 't werck so groot als het vlack C. Waerom dan mede den △ AEB so groot is als het vlack C. Ende is alsoo op AB een △ beschreven / gelijck 't gegeven vlack C. 't Welck te doen was.

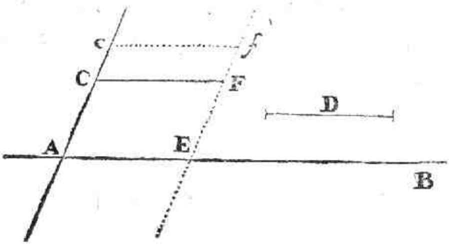
Vorders / dewijl / na het 37ste Voorstel des 1sten boecks Euclidis, alle driehoecken / als AEB, AGB, staende op eene liny AB, ende onder een selfde evenwydige / als FEG, even-groot zijn: soo blijckt / soo men uyt beyde eynden der liny AB tot eenig punt in de liny FEG, waer 't valt / als G, haelt beyde linien AG, GB: dat deselve een △ maecken sullen / als AGB, die soo groot is alsset gegaven vlack C.

'tBesluyt. *Soo dan van een drihoeck, die in grootheyt gegeven is, de grondt-liny in gelegentheyt en grootte gegeven is: soo sal de top desselven driehoecks een rechte liny geraecken, die in ghelegentheyt gegeven is.*
't Welck te bewijsen was.

Op het 4de Voorstel.

IV. *WERCK-STVCK.*

Gegeven zijnde in gelegentheyt twee rechte linien AB, AC, tot de eene AC een rechte liny te stellen, *als* CF, die gelijck zy aen een gegeve liny D, ende even-wydig met de ander AB.



't Werck.

Op tot A, alwaer beyde linien AB, AC malkander doorsnijden/ in AB geteyckent AE gelijck D, en door E getrocken EF even-wydig met AC: dan sal/ somen uyt eenich punt C in de liny AC, waer 't valt/ treckt CF even-wydich met AB, tot datse komt te geraecken EF, de liny CF zijn de begeerde liny. Waer af 't Bewijs door 't 34ste Voorstel des 1sten boecks Euclidis openbaer is.

'tBesluyt. *Soo dan van een rechte liny, in grootte gegeven, en met een andre in gelegentheyt gegeven even-wydig, het een eynde een rechte liny komt te geraecken, die in gelegentheyt gegeven is: soo sal mede het ander eynde een rechte liny geraecken, die in gelegentheyt gegeven is.*
't Welck te bewijsen was.

Op het 5de Voorstel.

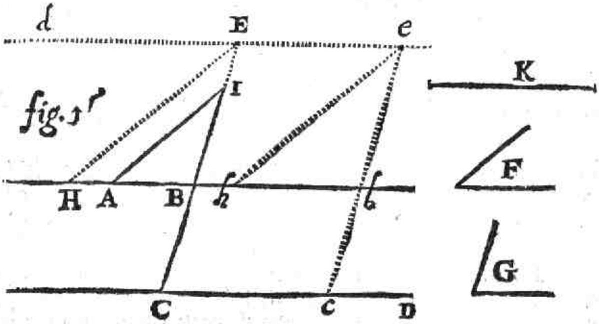
V. *WERCK-STVCK.*

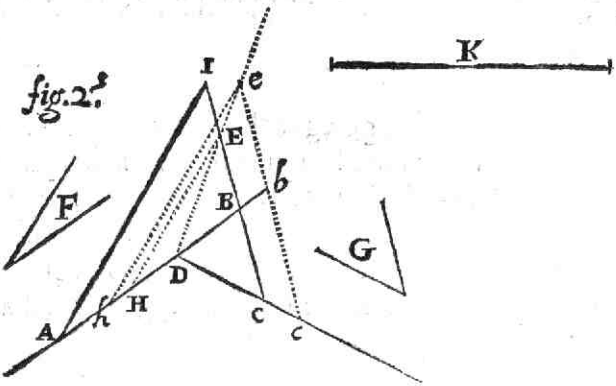
Gegeven zijnde in gelegentheyt twee even-wydige of t'samen-komende rechte linien AB, CD: een punt buyten deselve te vinden, *als* E, waer uyt somen in gegeve hoecken F, G tot de gegeve linien AB, CD twee rechte linien haelt,

als

als EH, EC, dat deſelve tot malkander een gegeven reden hebben, als *r* tot *ſ*.

Laet geſtelt worden/ dat de hoecken BAI, DCB gelijck zijn aen de gegeve hoecken F, G; ende dat de linien AI, CB (even-veel zijnde waer deſelve tot





AB, CD getrocken zijn) t' ſamen komen in I. Vorders ſoo zy AI tot K, als *r* tot *ſ*.

't Werck.

Zy geſtelt/ als 't verſchil/ dat K langer is als BI, tot BI, alſo BC tot BE. Daer na treckt E*d* even-wydig met AB of CD (als in d'1ſte figuer); ofte haelt uyt D door E een rechte lijn (gelijck in de 2de fig.): dan ſal/ ſomen uyt eenich punt in deſelve/ als *e*, waer 't valt/ tot AB, CD de rechte linien haelt *eb*, *ec* even-wydig met AI, IC, dat is/ in de gegeve hoecken F en G, *be* tot *ec* zijn/ als AI tot K, of *r* tot *ſ*.

't Bewijs.

Aengeſien door 't Werck 't verſchil dat K langer is als BI is tot BI, ge-

 lijck

a na 't 18 v. des 5 b. Eucl.

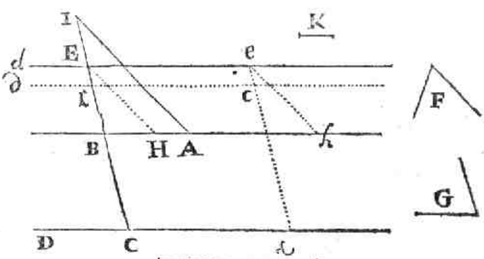
lijck BC tot BE: soo sal mede a versaemt K tot BI zijn/ als CE tot EB. Nu is de reden van CE tot EB vergaert uyt de reden van CE tot EH, en uyt de reden van HE tot EB, of AI tot IB. Waerom dan mede de reden van K tot BI uyt deselve redens vergaert sal wesen. Op deselve manier / dewijl de reden van K tot BI vergaert is uyt de reden van K tot AI, en uyt de reden van AI tot IB: soo volgt dat de reden / die vergaert is uyt de reden van CE tot EH, en van AI tot IB, deselve zijn sal als die vergaert is uyt de redens van K tot AI, en van AI tot IB. Waer van soo men weder-zijds wech neemt de gemeene reden van AI tot IB, dan de reden van CE tot EH deselve sal resten als die van K tot AI, of ſ tot *r*. 't Welck te doen was. 't Selve blijckt op gelijcke wijs van alle ander punt *e*, genomen in de liny DE, waer 't valt.

Merckt.

Alsoo uyt dit Werckstuck het volgende licht te verstaen is / en daer uyt het 1ste deel des Voorstels blijckt: soo sal 't niet ongevoechlick wesen / om het 2de deel desselven lichter te betoonen/ (wanneer d'eene van beyde linien/ die uyt het begeerde punt moeten getrocken worden/ met t'samen die/ tot welcke de ander een gegeven reden heeft/ gegeven is/ende 'tselve punt insgelijcx in een rechte linie valt / die in ghelegentheyt gegeven is) dat wy daer toe eerst het volgende 6ste en 7ste Werckstuck laten voor-gaen: dewijl deselve daer beneffens niet min aengenaem / als mede om 't Voorstel generaelder te maecken/ dienstich zijn.

VI. *WERCK-STVCK.*

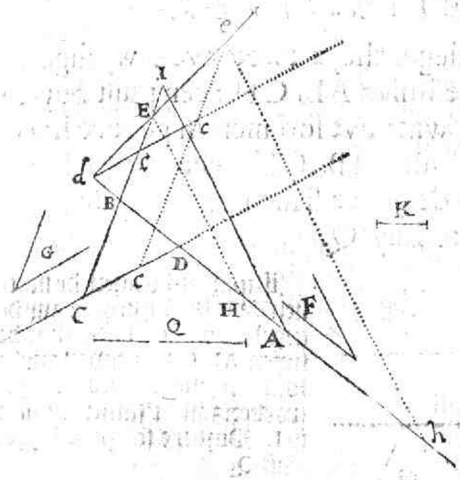
Gegeven zijnde in gelegentheyt twee even-wydige of t'samen-komende rechte linien AB, CD: een punt buyten deselve te vinden, *als* E, waer uyt soo men in gegeve hoecken F, G tot de gegeve linien AB, CD twee rechte linien haelt, *als* EC, EH, dat de eene derselve, *als* EC, min een gegeven liny Q tot de andre EH een gegeven reden hebbe, als *r* tot ſ.



1ste Voorval, alwaer de gegeve linien AB, CD even wydig zijn.

Laet / als vooren / den hoeck BAI gelijck zijn den hoeck F, en den hoeck DCB gelijck den hoeck G, ende AI, CB, evenveel zijnde waer deselve tot AB, CD ghetrocken zijn / t' samen komen in I. Vorders so zy Cc gelijck Q, ende K tot AI, als *r* tot ſ.

'tVVerck.



2de Voorval, alwaer de gegeve linien AB, CD t'samen komen in D.

't Werck.

Zy uyt ς ghehaelt ς *d* even-wydig met DC, tot datse A B ontmoet in *d*. Dan stelt/ als 't verschil/ dat B I langer is als K, tot BI, alsoo B ς tot BE: dan sal/ alsmen treckt E *d* even-wydig met A B of CD, als in't 1ste Voorval / ofte uyt *d* door E een rechte lini haelt/ gelijck in't 2de Voorval/ ende in deselve een punt neemt naer gevallen / als *e*, waer uyt tot CD en AB getrocken worden *e* C, *e h* even-wydig met CI, IA, dat is/ in de gegeve hoecken G en F, C *e* min Q tot *e h* zijn/ als K tot AI, ofte *r* tot *ſ*.

Op gelijcke manier wert mede gevonden 't punt *e*, als C *e* met t'samen Q tot *e h* gestelt wort een gegeve reden te hebben/ als K tot AI, of *r* tot *ſ*.

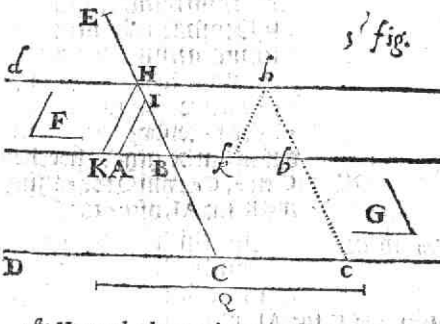
't Bewijs.

Nademael door 't werck 't verschil dat BI langer is als K tot BI is/ ghelijck B ς tot BE: soo sal mede de rest/ a aftreckende d'eerste van de tweede/ tot de tweede zijn/ gelijck de rest/ als men de 3de van de 4de aftreckt / tot de 4de / dat is/ K tot BI, als ς E tot EB. Nu is de reden van ς E tot EB vergadert uyt de reden van ς E tot EH, en uyt de reden van HE tot EB, of AI tot IB. Waerom dan oock de reden van K tot B I uyt deselve redens vergaert sal wesen. Op deselve manier/ dewijl de reden van K tot B I vergaert is uyt de reden van K tot AI, en uyt de reden van AI tot IB: soo volgt dat de reden/ die vergaert is uyt de reden van ς E tot EH, en van AI tot IB deselve zijn sal / als die vergaert wort uyt de redens van K tot AI, en van AI tot IB. Waer van soo men weder-zijds wech neemt de gemeene reden van A I tot I B, dan mede de reden van ς E tot EH, dat is / van CE min C ς of Q tot EH deselve resten sal/ als die van K tot AI, of *r* tot *ſ*. 't Welck te doen was. 't Selve is op ghelijcke manier te verstaen van yder punt *e*, genomen in de lini *d e*, waer 't valt.

a Door 't 17 v. des 5 b. Eucl.

VII. *WERCK-STVCK.*

Gegeven zijnde in gelegentheyt twee even-wydige of t'samen-komende rechte linien AB, CD : een punt buyten deselve te vinden, *als* H, waer uyt soo men in gegeve hoecken F, G tot de gegeve linien AB, CD twee rechte linien haelt, *als* HK, HC, dat deselve t'samen genomen so lanck zijn, als een gegeve rechte liny Q.



1ste Voorval, alwaer de gegeve linien AB, CD even-wydig zijn.

Laten/ als vooren/ de hoecken BAI, DCB ghelijck zijn de gegeve hoecken F, G, ende de linien AI, CB, evenveel zijnde waer deselve tot AB, CD getrocken zijn/ t'samen komen in I. Voorders soo zy CE ghelijck Q.

'tWerck des 1 ften *Voorvals.*

Zy gestelt/ als de somme van AI, IB tot IB, alsoo BE tot BH, en treckt *d*H even-wydig met AB of DC: dan sal/ so men uyt eenich punt in deselve/ waer 't valt/ als *h*, treckt *hk*, *hc* even-wydig met AI, IC, dat is/ in de gegeve hoecken F en G, *kh* met t'samen *hc* soo lanck zijn als CE of Q.

't Bewijs des 1 ften *Voorvals.*

a na 't 4 v. des 6 b. Eucl. Gemerckt de driehoecken KHB, AIB ghelijckformig zijn/ soo is a KH tot HB ghelijck AI tot IB, en versaemt b KH, HB tot HB, gelijck AI, IB tot IB. Maer gelijck AI, IB tot IB, alsoo is door 'twerck mede BE tot BH. Maer b na 't 18 v. des 5 b. Eucl. uyt dan volgt c dat KH, HB gelijck zijn BE; en soo men tot elck addeert BC, dat mede KH, HC gelijck zijn aen EC, dat's Q. 't Selve verstaet om ghelijcke reden van yder punt *h*, genomen in de liny *d*H, waer 't valt.

c na 't 9 v. des 5 b. Eucl.

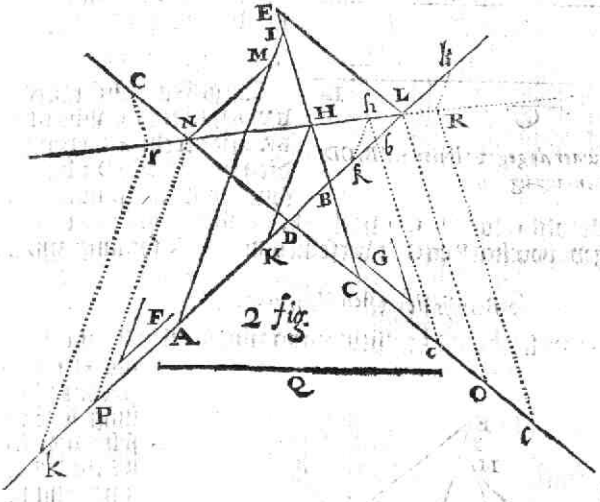
't Werck des 2 den *Voorvals.*

Zy uyt E gehaelt EL even-wydig met DC, tot datse AB ontmoete in L. Daer na zy AM gelijck gemaeckt aen CE, en uyt M getrocken MN even-wydig met AB, ontmoetende DC in N, voorts NL: soo sal/ als men uyt eenich punt in deselve / als *h*, waer 't valt / tot AB, CD haelt *hk*, *hc* even-wydig met AI, IC, dat is/ in de gegeve hoecken F G, de somme van *kh*, *hc* so lang zijn als de gegeve liny CE of Q.

'tBewijs

't Bewijs des 2den Voorvals.

Getrocken hebbende LO, NP even-wydig met CI, IA tot datſe ontmoeten de gegeve linien DC, AB in O en P: ſoo ſal alſoo LO [d] gelijck zijn aen CE, item NP aen AM, ofte CE. *d na 't 34 v. des 1 b. Eucl.* Wyders/ alſoo wegens de gelijkformigheyt der △ken NHC, NLO, NH is tot NL, als HC tot LO of EC; item om de gelijkformigheyt der △ken LHK, LNP, LH tot LN, als HK tot NP, dat's CE: ſoo volgt/ dat dewijl NH, als 1ſte/ is tot NL, als 2de/ gelijck HC, als 3de/ tot EC, als 4de; item HL, als 5de/ tot NL, de 2de/ gelijck HK, als 6ſte/ tot EC, de 4de/ dan mede [e] de ſomme van NH, HL van d' 1ſte en 5de tot de 2de NL zijn ſal/ gelijck de ſomme van HC, HK van de 3de en 6ſte tot de 4de EC. *e na 't 24 v. des 5 b. Eucl.* Waerom/ alſoo de ſomme van NH, HL gelijck is aen NL, dan mede de ſomme van HC, HK aen EC of Q gelijck zijn ſal. 't Selve is om gelijcke reden te verſtaen van yder punt *h*, naer gevallen genomen in de liny NL, tuſſen beyde punten N en L. Gegeven zijnde dan in gelegentheyt/ etc. 't Welck te doen was.

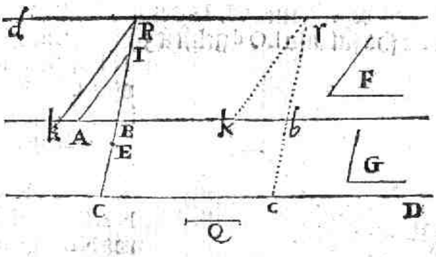


2de Voorval, alwaer de gegeve linien AB, CD t'ſamen komen in D.

VIII. *WERCK-STVCK.*

Gegeven zijnde in gelegentheyt twee even-wydige of t'ſamen-komende rechte linien AB, CD: een punt buyten deſelve te vinden, *als* R; waer uyt ſoo men in gegeve hoecken F, G tot de gegeve linien AB, CD twee rechte linien haelt, als Rk, RC, dat deſelve d'een van d'ander getrocken ſoo lang zijn als een gegeve rechte liny Q.

Laten



1ste Voorval, alwaer de gegeve linien AB, CD even-wydig zijn.

Laten wederom de hoecken BAI, DCB ghelijck zijn de hoecken F, G, ende de linien AI, CB, even-veel zijnde waer deselve tot AB, CD getrocken zijn / t' samen komen in I. Voorders so zy CE gelijck Q.

't Werck des 1sten Voorvals.

Zy gestelt / als 't verschil van AI, IB tot IB, alsoo BE tot BR, en treckt dR even-wydich met AB of CD: dan sal/ somen uyt eenich punt in deselve/ waer 't valt/ als r, tot AB, CD haelt rk, rc even-wydig met AI, IC, dat is/ in de gegeve hoecken F en G, 't verschil van cr, rk soo lang zijn als CE of Q.

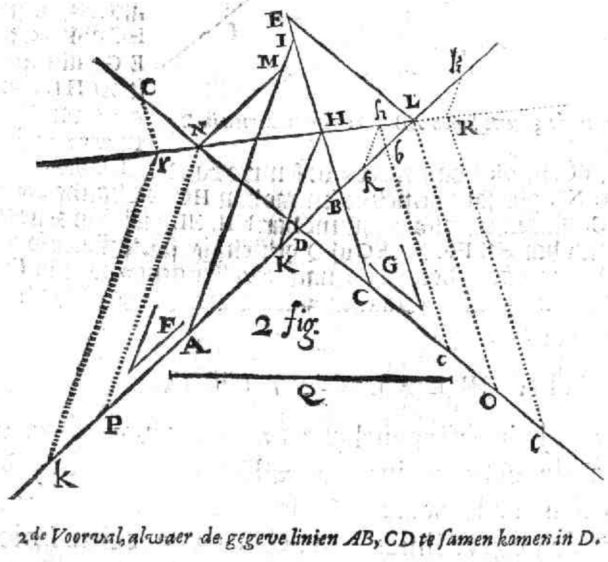
't Bewijs des 1sten Voorvals.

a na 't 4 v. des 6 b. Eucl.

b na 't 17 v. des 5 b. Eucl.

c na 't 9 v. des 5 b. Eucl.

Aengesien de △ken kRB, AIB a gelijckformig zijn/ so sal kR tot RB zijn/ als AI tot IB: en door aftrecking b 't verschil van kR, RB tot RB, als 't verschil van AI, IB tot IB. Maer gelijck 't verschil van AI, IB tot IB, alsoo is door 't Werck BE tot BR. Waerom dan c 't verschil van kR, RB aen BE gelijck is: en oversulcx kR gelijck RE: en daerom CE, dat's Q, 't verschil van RC, Rk. 't Selve verstaet om gelijcke reden van yder punt r, ghenomen in de lijn dR waer 't valt.



2de Voorval, alwaer de gegeve linien AB, CD te samen komen in D.

't VVerck

't Werck des 2den Voorvals.

Zy als voozen/ in het 2de Voorval van 't voorgaende Werckstuck/ ghevonden de liny NL: dan sal/ soo men uyt eenig punt in deselve / naer datse uytwaert tot beyde syden verlengt is/ waer 't valt / als R, tot AB, CD haelt R k / R c even-wydig met AI, IC, dat is / in de gegeve hoecken F, G, 't verschil van R c / R k gelijck zijn aen CE of Q. *Besiet de tweede figuer van 'tvoorgaende Werckstuck.*

't Bewijs des 2den Voorvals.

Dewijl d de △ken NR c/ NLO gelijckformich zijn/ soo is NR tot NL, als R c tot LO of CE. Wederom/ dewijl de △ken LR k/ LNP gelijckformig zijn/ soo is LR tot LN, als R k tot NP of EC. Waerom / also NR, als 1ste/ is tot NL, als 2de / gelijck R c / als 3de / tot EC, als 4de; item LR, als 5de / tot NL, de 2de / gelijck R k / als 6ste / tot EC, de 4de: dan oock * 'tverschil/ datter is tussen d'1ste NR en 5de LR tot de 2de NL zijn sal/ ghelijck 't verschil datter is tussen de 3de R c en 6ste R k tot de 4de EC. Nu is 'tverschil tussen NR, LR gelijck de 2de NL. Waerom dan oock 't verschil tussen R c en R k gelijck is de 4de EC, dat is/ gelijck aen de gegeven liny Q. 't Tselve is om gelijcke reden mede te verstaen van yder ander punt / als r, naer gevallen genomen in de verlengde liny NL, buyten N en L. Gegeven zijnde dan in gelegentheyt/ etc. 't Welck te doen was. *d na 't 4 v. des 6 b. Eucl.* ** Na'tgeene Clavius bewijst aen 24 v. des 5 b. Eucl.*

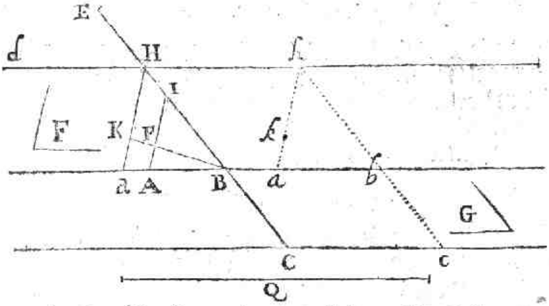
't Vervolg.

Hier uyt is openbaer: soo men uyt een punt *h*, naer ghevallen genomen in de liny NL tussen N en L, tot AB, CD treckt *hk*, *hc* even-wydig met AI, IC, dat de somme van *hk*, *hc* soo lang is als CE; maer genomen in de verlengde liny NL, waer 't valt / buyten N en L, gelijck 't punt r, dat dan verschil van r k, r c soo lanck is als CE. *Besiet de tweede figuer van 'tvoorgaende Werckstuck.*

IX. WERCKSTVCK.

Gegeven zijnde in gelegentheyt twee even-wydige of t'samen-komende rechte linien AB, CD: een punt buyten deselve te vinden, *als* H, waer uyt soo men in gegeve hoecken F, G tot de gegeve linien AB, CD twee rechte linien haelt, *als* Ha, HC, dat d'eene derselve, *als* HC, met t'samen HK, die, tot welcke de ander Ha een gegeven reden heeft, *als* *r* tot *s*, soo lanck zy als een gegeve rechte liny Q.

Laten wederom / als in de voorgaende/ de hoecken BAI, DCB gelijck zijn de gegeve hoecken F, G; ende de linien AI, CB, even-veel zijnde, waer deselve tot AB, CD getrocken zijn/ t'samen komen in I. Voorders so zy AI tot IF, als *r* tot *s*; en CE, als voozen/ gelijck Q.



1ste Voorval, alwaer de gegeve linien AB, DC evenwydig zijn.

'tWerck des 1sten Voorvals.

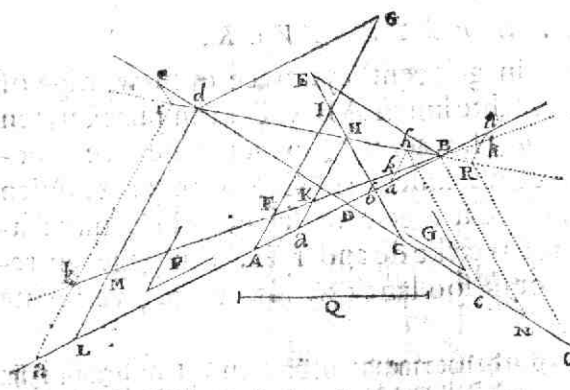
Zy gestelt/ als de somme van FI, IB tot IB, alsoo BE tot BH; en treckt dH even-wydig met AB of CD: dan sal/ soo men uyt H haelt Ha even-wydig met AI, en uyt B door F de liny BFK, tot datse aH ontmoete in k, aH tot HK zijn/ als AI tot IF, of r tot f; en HC met t'samen HK soo lanck wesen als CE of Q.

't Bewijs des 1sten Voorvals.

a na 't 4. v. des 1 b. Euclida.
b na 't 22. v. des 5 b. Eucl.
c na 't 18. v. des 5 b. Eucl.
d na 't 9. v. des 5. b. Eucl.

Aengesien a de △ken aHB, AIB, als mede KHB, FIB gelijckformig zijn: soo is aH tot HB, als AI tot IB; en HB tot HK, als IB tot IF: en daerom b aH tot HK, als AI tot IF. Vorders/ alsoo KH tot HB is/ als FI tot IB/ so sal mede versaemt c de somme van KH, HB tot HB zijn/ gelijck de somme van FI, IB tot IB. Nu is mede/ door 't werck/ BE tot BH, gelijck de somme van FI, IB tot IB. Waerom dan d de somme van KH, HB gelijck is aen BE. Tot welcke elck gedaen BC, so komt KH, HC gelijck EC, of Q. 't Selve is op ghelijcke wijs te verstaen van yder punt b, naer ghevallen genomen in de liny dH.

'tWerck des 2den Voorvals.



2de Voorval, alwaer de gegeve linien AB, CD t'samen komen in D.

Zy uyt E getrocken EB even-wydig met DC, ontmoetende AB in B, en stelt/ als FI tot IA, alsoo CE tot AG. Daer na soo treckt Gd even-wydig met AB, tot datse DC gheraecke in d; voorts dL even-wydig met AI, ontmoetende AB in L: dan sal/ soo men treckt dB, ende uyt eenig punt in deselve/ waer 't valt/ als h, tot

AB,

AB, CD haelt *ba*, *bc* even-wydig met AI, IC, dat is / in de ghegeve hoecken F, G, ende *d*M gelijck neemt aen CE, en haelt MB, *ah* tot *hk* zijn / als AI tot IF, dat's / *r* tot *ſ*; en *bc* met t'ſamen *hk* ſoo lanck weſen als CE of Q.

't Bewijs des 2den Voorvals.

Na 't 34ſte Voorſtel des 1ſten boecks Euclidis is L*d* gelijck AG, en door 't werck *d*M gelijck CE, item FI tot IA, als CE tot AG, dat's *d*M tot *d*L: en daerom omgekeert [e] L*d* tot *d*M, als AI tot IF. Nu aengeſien [f] de △ken L*d*B, aHB, als mede M*d*B, KHB ghelijckformig zijn / ende overſulcx L*d* tot *d*B is / als aH tot HB; en *d*B tot *d*M, als HB tot HK: ſoo ſal mede [g] L*d* tot *d*M zijn / als aH tot HK. Maer gelijck L*d* tot *d*M is / alſoo was oock AI tot IF, Waerom dan inſgelijcx aH tot HK zijn ſal / als AI tot IF, dat's *r* tot *ſ*.

[e] *na 't vervolg des 4 v. des 5 b. Eucl.*
[f] *na 't 4 v. des 6 b. Eucl.*
[g] *na 't 22 v. des 5 b. Eucl.*

Vorders / dat nu mede HC met t'ſamen HK, waer tegen aH, als beweſen is / ſulcke reden heeft / als AI tot IF, of *r* tot *ſ*, ſoo lanck is als CE of Q, blijckt uyt het Bewijs van 't 2de Voorval des 7ſten Werckſtucks / nademael alle linien / als HC, HK, die uyt eenig punt H naer gevallen ghenomen in de liny *d*B tuſſen beyde punten *d* en B, tot DC, KB getrocken worden met CI, IA even-wydig / t'ſamen genomen ſoo lang zijn als CE of Q. Hierom gegeven zijnde in gelegentheyt twee even-wydige of t'ſamen-komende linien / etc. 't Welck te doen was.

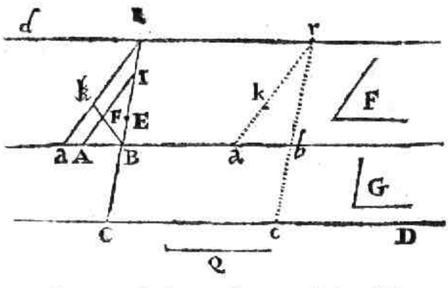
Merckt.

Alſoo het volgende Werckſtuck by-na van ghelijcken inhoudt is / en 't ſelve hier uyt lichtelijck kan betoont worden: ſoo heeft het ons goet ghedacht hier by te vervoegen / als volgt.

X. *WERCK-STVCK.*

Gegeven zijnde in gelegentheyt twee even-wydige of t'ſamen-komende rechte linien AB, CD: een punt buyten deſelve te vinden, *als* R, waer uyt ſoo men in gegeve hoecken F, G tot de gegeve linien AB, CD twee rechte linien haelt, *als* Ra / Rt / dattet verſchil, datter is tuſſen d'eene derſelve, *als* RC, en Rk / die, tot welcke de ander Ra een gegeven reden heeft, als *r* tot *ſ*, ſoo lanck zy als een gegeve rechte liny Q.

Laten wederom / als in de voorgaende / de hoecken BAI, DCB gelijck zijn de hoecken F, G; ende de linien AI, CB, even-veel zijnde / waer deſelve tot AB, CD getrocken zijn / verlengt t'ſamen komen in I. Vorders ſoo ſy AI tot IF, als *r* tot *ſ*; en CE, als vooren / gelijck Q.



1ste *Voorval, alwaer de gegeve linien AB, CD even-wydig zijn.*

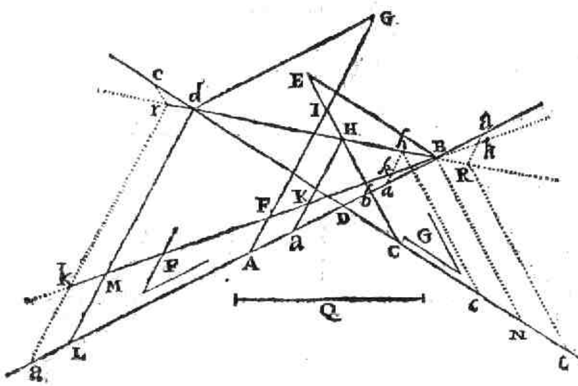
't Werck des 1sten Voorvals.

Zy ghestelt / als 't verschil van FI, IB tot IB, alsoo BE tot BR; en treckt dR even-wydig met AB of CD: dan sal / so men uyt R treckt Ra even-wydig met AI, en uyt B door F haelt BFk / tot datse aR ontmoet in k / aR tot Rk zijn / als AI tot IF, dat is / als r tot ſ; item RC min Rk soo lanck zijn als CE, of Q.

't Bewijs des 1sten Voorvals.

a na 't 4 v. des 6 b. Eucl. Gemerckt de △ken aRB, AIB, als mede kRB, FIB gelijckformig zijn a: so volgt / dat aR tot RB is / als AI tot IB; en RB tot Rk / als IB tot IF: ende dienvolgens b aR tot Rk / als AI tot IF.

b na 't 22 v. des 5 b. Eucl. Vorders / alsoo kR tot RB is / als FI tot IB: soo sal mede door aftrecking c 't verschil datter tussen kR, RB is / tot RB zijn / als 't verschil / datter c na 't 17 v. des 5 b. Eucl. tussen FI, IB is / tot IB. Nu is mede / door 't werck / BE tot BR, als 't verschil / datter tussen FI, IB is / tot IB. Waerom dan d 't verschil van kR, RB d na 't 9 v. des 5 b. Eucl. gelijck is aen BE; ende oversulcx kR gelijck RE, ende dien-volgens CE, of Q, 't verschil van RC, Rk. 't Selve is op gelijcke wijz te verstaen van alle ander punt / als r, genomen in de lijn dR.



2de *Voorval, alwaer de gegeve linien AB, CD t'samen komen in D.*

't Werck des 2den Voorvals.

Zy / als in 't tweede Voorval des voorgaenden Werck-stucks / gevonden de lijn dB: dan sal / soo men uyt eenich punt in deselve / naer datse uytwaert tot beyde sijdé verlengt is / waer 't valt / als R, tot AB, CD haelt Ra / Rc / even-wydig met AI, IC, dat is / in de gegeve hoecken F, G, aR tot Rk zijn / als AI tot IF, of r tot ſ; en Rk van Rc getrocken / soo veel resten als CE of Q.

't Bewijs des 2den Voorvals.

Dat aR tot Rk is/ als AI tot IF, of r tot f; blijckt upt deselve reden/ als wy in 't Bewijs van 't 2de Voorval des voorgaenden Werckstucks betoont hebben/ dat aH tot HK is/ als AI tot IF, of r tot f. Op gelijcke wijs is mede upt het Bewijs des 2den Voorvals van 't 8ste Werckstuck openbaer/ dattet verschil tussen Rc en Rk ghelijck is aen CE of Q. 't Welck mede alsoo te verstaen is van yder ander punt r, naer gevallen genomen in de verlengde liny dB, aen d'ander syde. Hierom in gelegentheyt gegeven zijnde/ etc. 't Welck te doen was.

Soo dan uyt een punt tot twee even-wydige of t'samen-komende rechte linien twee andre in gegeve hoecken gehaelt worden, die tot malkander een gegeve reden hebben; oft sulcx dat de eene met t'samen ofte min een gegeven liny tot de ander een gegeve reden heeft; ofte welcke te samen genomen oft van malkander getrocken soo lanck zijn als een gegeven liny; ofte oock dat de eene met t'samen ofte min die, tot welcke de ander een gegeve reden heeft, soo lang zy als een gegeven liny: soo sal 't geseyde punt telckens in een rechte liny vallen, die in gelegentheyt gegeven is. 't Welck te bewijsen was.

't Besluyt des vijfden Voorstels.

Op het 7ste Voorstel.

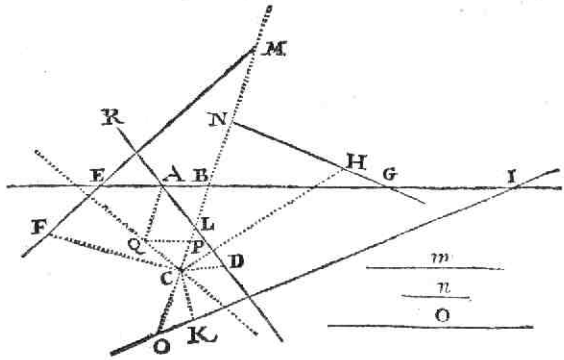
XI. *WERCK-STVCK.*

Gegeven zijnde in gelegentheyt soo veel rechte linien als men wil, *als* AB, AD, EF, GH, IK: een punt buyten deselve te vinden, *als* C, waer uyt so men in gegeve hoecken CBA, CDA, CFE, CHG, CKO tot de gegeve linien AB, AD, EF, GH, IK rechte linien haelt, *als* CB, CD, CF, CH, CK, dattet 'tgeene van een gegeven liny *m* en eene gehaelde, *als* CB, begrepen wort, met t'samen 'tgeen van een andre gehaelde, *als* CD, en een gegeven liny *n* wort begrepen, soo groot zy als dat van een gegeven liny *o* en al d'andre gehaelde CF, CH, en CK begrepen wort.

Aengesien/ wegens de menichte der gegeve linien en hoecken/ 't Werck hier van met woorden te verklaren licht langer vallen soude/ alst 't misschien yemant mocht behagen: soo hebben wy/ kortheyts halven/ genoech geacht 't selve Werck upt de Meet-konstige reeckening te betoonen/ als volgt:

Eerste-

Eerstelijck van de saeck / als gedaen / gestelt zijnde / om te geraecken uyt de verwerring van alle dese linien : soo aenmerck ick een der gegeve linien/ en een der begeerde/ als/ by voorbeelt/ AB en CB, als de voornaemste/ ende tot welcke ick alle d'andre soeck te brengen. Stelle oversulcx/ dat AB ghenoemt wort x, en dat BC ghenoemt wort y, en dat al d'andre gegeve linien verlengt zijn tot datse dese twee/ mede / soo 't nodich is / verlengt zijnde/ en die met deselve niet evenwydigh zijn / ontmoeté: als/ neem ick/ AB,



in de punten A, E, G, I ; en BC in de punten L, M, N, O. Daer na bemerckt zijnde/ hoe de hoecken des △ks ABL alle gegeven zijn / en oversulcx oock de reden van de syden / als van AB tot BL, die ick stel/ als van z tot a: Soo sal/ AB zijnde x, BL zijn $\frac{ax}{z}$ / ende CL wesen $y - \frac{ax}{z}$ / te weeten / so wanneer het punt L komt tussen B en C te vallen ; maer $y + \frac{ax}{z}$ / so B valt tussen C en L; en $-y + \frac{ax}{z}$ / soo C quaem te vallen tussen B en L. Alsoo mede/ nademael de hoeckē des △ks LCD gegeven zijn/ so sal mede de reden/ dieder tussen de syden CL, CD is / gegeven zijn ; dewelcke soo die gestelt wort/ als van z tot b, soo sal/ CL zijnde $y - \frac{ax}{z}$ / CD wesen $\frac{by}{z} - \frac{abx}{zz}$. Vorders / dewijl de linien AB, AD, en EF in gelegentheyt gegeven zijn/ soo sal mede de wijtte / dieder is tussen beyde punten A en E, gegeven zijn / dewelcke soo men die noemt i, soo sal EB zijn $i + x$; maer $i - x$, soo 't punt B komt tussen A en E te vallen ; en $-i + x$, soo E quaem tussen A en B te vallen. Insgelijcx / dewijl de hoecken des △ks EBM gegeven zijn/ so sal mede de reden van de syde EB tot de syde BM gegeven zijn / dewelcke so die gestelt wort als van z tot c, EB zijnde $i + x$, soo sal BM wesen $\frac{ci + cx}{z}$ / en CM zijn $\frac{zy + ci + cx}{z}$. Van gelijcken / alsoo de hoecken des △ks FCM alle gegeven zijn / soo volgt dat oock de reden van de syde CM tot de syde CF gegeven is / dewelcke soo mense stelt / als van z tot d, soo sal CF zijn $\frac{dzy + cdi + cdx}{zz}$. Op gelijcke

wijs/

wijs/ alsoo de linien AB, AD, en GH in gelegentheyt gegeven zijn/ so sal oversulcx oock de wijtte tussen beyde punten A en G gegeven zijn; in voegen soo die genoemt wort k, dan sal BG zijn $k-x$; maer $k+x$, soo A valt tussen B en G; en $-k+x$, soo G quaem tussen A en B te vallen. S' Gelijcx/ dewijl/ om de gegeve hoecken des △ks BNG, oock gegeven is de reden van de syde BG tot de syde BN: soo sal/ als men die stelt als van z tot e, BG zijnde $k-x$, BN wesen $\frac{ek-ex}{z}$/ en CN zijn $\frac{zy+ek-ex}{z}$. Wederom/ alsoo in den △ CNH alle de hoecken gegeven zijn/ so sal oversulcx mede de reden van de syde CN tot de syde CH gegeven zijn/ dewelcke gestelt zijnde als van z tot f: soo sal CH wesen $\frac{fzy+efk-efx}{zz}$. Eyndelijck dewijl om de linien AB, AD, en KI, die in gelegentheyt gegeven zijn/ oock gegeven is AI, tussen beyde punten A en I: soo sal/ als men die noemt l, BI zijn $l-x$; maer $l+x$, soo A valt tussen B en I; en $-l+x$, soo I quaem tussen A en B te vallen. Wyders/ dewijl/ wegens de gegeve hoecken des △ks OBI, oock gegeven is de reden van de syde BI tot BO: Soo sal/so men die stelt als van z tot g, BI zijnde $l-x$, BO wesen $\frac{gl-gx}{z}$/ en CO zijn $\frac{-zy+gl-gx}{z}$. Op deselve wijs/ alsoo de hoecken des △ks OCK gegeven zijn/ en dien-volgens oock de reden van de syde CO tot de syde CK: soo volgt/ soo men die stelt/ als van z tot h, dat CK wesen sal $\frac{-hzy+ghl-ghx}{zz}$. Ende soo voorts/ soo daer meer linien in gelegentheyt gegeven zijn.

Alwaer blijckt/ soder so veel linien in gelegentheyt gegeven zijn als men wil/ datmen altijt de grootte van yder liny/ die uyt het punt C tot elck een derselve in een gegeven hoeck getrocken wort/ in diergelijcke termen uytdrucken kan. Daer by te letten staet/ dat/ als de gegeve linien met AB evenwydig zijn/ dan geen derselve termen en komen/ die uyt x bestaen/ dat is/ in welcke x gevonden wort; en soo de gegeve linien met CB even-wydig zijn/ datter dan geen termen en komen/ bestaende uyt y. En eyndelijck/ wat de teyckens $+$ en $-$ belangt/ dat deselve op so menigerhande wijs/ als yemant de gelegentheyt der gegeve linien anders en anders verdencken kan/ konnen verandert voor-komen. Daer beneffens/ dewijl 't blijckt/ dat de lengte van yder der getrocke linien in soodanige termen wort uyt-gedruckt/ waer in alleen komt x of y; ende niet xx of yy: soo volgt/ dat/ niet tegenstaende de grootte van yder derselve linien vorder met de grootte van een ander gegeve liny wort vermenichvuldigt/ daer alsoo nochtans noyt gekommen en wort tot xx of yy. Het welcke dan bewijst/ dattet punt C in een rechte liny komt te vallen/die in gelegentheyt gegeven is. als volgende wort betoont.

Hierom-om te komen tot de bepaling van het punt C, dewijl CB, dat's/ y, vermenichvuldigt met m, komt my; en CD, dat's/ $\frac{by}{z}-\frac{abx}{zz}$ met n, komt $\frac{bny}{z}-\frac{abnx}{zz}$; ende voorts CF, CH, en CK vermenichvuldigt met o, maecken

$$\frac{dozy+cdio+cdox+fozy+efko-efox-hozy+ghlo-ghox}{zz}:$$

ſoo ſal overſulcx de vergelijckingh zijn

$$my+\frac{bny}{z}-\frac{abnx}{zz}\infty\frac{dozy+cdio+cdox+fozy+efko-efox-hozy+ghlo-ghox}{zz}.$$

Dat is / vermenichvuldigende aen weder-zyden met zz, en de vergelijc-king in ſijn behoorlicke form ſtellende: $y\infty\dfrac{\begin{array}{ll}+cdio & +abnx\\ +efko & +cdox\\ +ghlo & -efox\\ & -ghox\end{array}}{mzz+bnz-doz-foz+hoz.}$

Te weeten / ſoo men ſtelt / dat $mz+bn+ho$ grooter is dan $do+fo$; alſoo men anderſins / als $mz+bn+ho$ kleender waer dan $do+fo$, al de teeckens $+$ en $-$ ſoude moeten veranderen. Item / ſoo het gheviel / dat y nul waer / ofte minder als nul / naer datmen 't punt C genomen heeft bin-nen den hoeck DAE te vallen / ſo ſoumen 't mede nemen moeten binnen den hoeck DAG, GAR, of RAE te vallen / daer toe veranderende de teeckens $+$ en $-$ / naer vereyſch des ſaecks. Ende in ghevalle in die vier nemin-gen y bevonden wierde nul te doen / ſoo ſoude 't ſelve bewijſen / dattet Werck-ſtuck in ſoodanigen eyſch onmogelijck is te volbrengen. Maer genomen zijnde 't ſelve mogelijck te weſen / ſoo laet ons om kortheyt voor $\frac{cdio+efko+ghlo}{mzz+bnz-doz-foz+hoz}$ ſchrijven p, en voor $\frac{abn+cdo-efo-gho}{mzz+bnz-doz-foz+hoz}$ ſchrijven $\frac{q}{r}$: ende wy ſullen alſo hebben $y\infty p+$ of $-\frac{q}{r}x$. te weeten $y\infty p+\frac{q}{r}x$, als $abn+cdo$ meerder is dan $efo+gho$; maer $y\infty p-\frac{q}{r}x$, als $abn+cdo$ minder is dan $efo+gho$.

Aengeſien dan alle 't geene / wat in 't Werck-ſtuck was beſprooken / naer gekomen is; ende niets meer voorhanden en is / daer uyt men een ver-gelijcking / om x te bekomen / vinden kan: ſoo ſtaet het mede vry / d'onbe-kende grootheyt x ſoo groot of kleen te nemen / als men begeert. Sulcx dat men daer uyt ontallicke punten / als C, die 't begeerde voldoen / vin-den kan.

Waerom genomen hebbende AB naer believen / ſo ſalmen BP gelijck ne-men aen p, en die ſtellen van B naer C toe / alſoder ſtaet $+p$; die men an-derſins / ſoder $-p$ ſtont / naer N toe meeten moſt; ende geenſins en behoef-de te trecken / ſo p waer nul geweeſt. Daer na treckende uyt P de lini PQ even-wydig en gelijck met AB, ſoo hael ick QC, ſulcx dat QP tot PC zy / gelijck r tot q; dat is / als QP is x, dat dan PC zy $\frac{qx}{r}$ · maeckende / dattet

punt

punt C valt tussen B en P, sooder staet $-\frac{qx}{r}$; maer aen d'ander syde van P, sooder staet $+\frac{qx}{r}$/ gelijck wy hier ghenomen hebben. Alwaer te letten staet/ dat ick geensins de liny QC soude getrocken hebben/ indien $\frac{qx}{r}$ waer nul geweest. Het welcke dan bekomt soude hebben/ dattet ghesochte punt C soude gevallen hebben in de gevonde liny PQ, naer dat deselve tot beyde syden oneyndtlijck is verlengt.

Op deselve manier nemende t'elckens een andre en andre lengte voor AB, dat is/ treckende CB, in den gegeven hoeck CBA, uyt een ander en ander punt B, soo werden ontallijcke punten gevonden/ als C, die 't begeerde voldoen. Welcke dan alle vallen sullen in de rechte liny QC, naer datmen deselve weder-sijds oneyndtlijck heeft verlengt.

Waer by dan mede te aenmercken staet/ hoe dattet begeerde punt C niet alleen in een rechte liny vallen sal/ die in ghelegentheyt gegeven is/ alsset 't geen/ dat van de gegeven liny *m* en de getrockene CB, met t'samen 't geen van de gegeven liny *n* en de getrocke CD begrepen wort/ soo groot is als dat van de gegeven liny *o* en al d'andre CF, CH, en CK begrepen wort; maer ock/ wanneer het een product tottet ander een gegeve reden heeft; ghelijck dan mede/ al waer 't dat een yder der getrocke linien CF, CH, en CK met een bysondre gegeven liny waer vermenichvuldigt/ ende men dese uytkomsten met malkanderen vergeleeck/ hoe 't valt: Soo blijckt/

Soo uyt een punt tot soo veel rechte linien, in ghelegentheyt gegeven, als men begeert, rechte linien in gegeve hoecken getrocken werden, ende 'tgeen van d'een party der getrocke linien en gegeve linien wort begrepen, so groot zy, ofte een gegeven reden hebbe tottet geen van d'ander party der getrocke linien en gegeve linien wort begrepen: soo sal 't selve punt in een rechte liny vallen, die in gelegentheyt gegeven is. 't Welck te bewijsen was. 't Besluyt des sesten Voorstels.

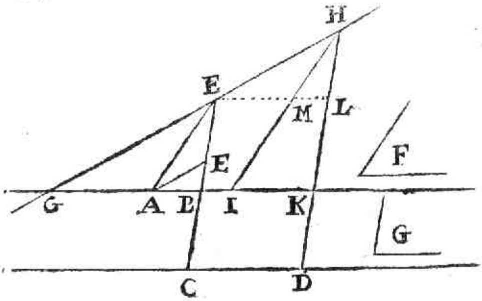
Op het 7de Voorstel.

XII. *WERCK-STVCK.*

Gegeven zijnde in ghelegentheyt twee even-wydige rechte linien AB, CD: een punt buyten deselve te vinden, *als* H, waer uyt soo men in gegeve hoecken F, G tot de gegeve linien AB, CD twee rechte linien haelt, *als* HI, HD, dat deselve tot gegeve punten A, C in de gegeve linien

AB, CD rechte linien af-snijden, *als* AI, CD, die tot malkander een gegeve reden hebben, *als* *c* tot *b*.

Laten de hoecken BAE, DCB gelijck zijn de gegeve hoecken F, G; ende de linien AE, CB verlengt/ t'samen komen in E. Voorders soo zy FE tot EB, als *c* tot *b*.



't Werck.

Treckt AF, voorts door E de even-wydige EH: soo seg ick/ dat/ soo men uyt eenich punt in deselve/ waer 't valt/ als H, tot AB, CD haelt HI, HD even-wydig met AE, EC, dat is/ in de gegeve hoecken F, G, dan AI tot CD zijn sal/ als FE tot EB, of *c* tot *b*.

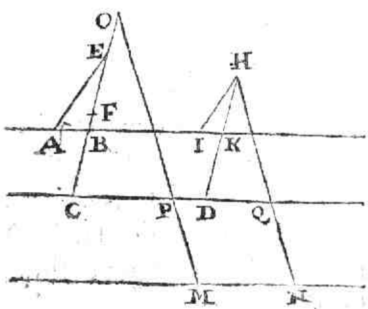
't Bewijs.

Getrocken hebbende HE tot datse AB ontmoet in G, en uyt E gehaelt EL even-wydig met AB, door-snijdende IH in M, tot datse DKH geraecke in L: Soo sal/ vermits daer door komen de gelijckformige △ken ELH, GBE, en EMH, GAE, a LE tot EH zijn/ als BG tot GE; en EH tot EM, als GE tot GA: en daerom b LE tot EM, dat is/ CD tot AI, als BG tot GA. Voorders/ alsoo c BA tot AG is/ als BF tot FE, dat is/ versaemt d BG tot GA, als BE tot EF; item BG tot GA is/ als CD tot AI: soo volgt e dat oock CD tot AI is/ als BE tot EF, dat is/ *b* tot *c*. 't Welck te doen was. 't Selve is op gelijcke wijz te verstaen van alle ander punt genomen in de liny EH.

a na 't 4 v. des 6 b. Eucl.
b na 't 22 v. des 5 b. Eucl.
c na 't 2 v. des 6 b. Eucl.
d na 't 18 v. des 5 b. Eucl.
e na 't 11 v. des 5 b. Eucl.

Merckt.

Aengesien dit Voorstel generael is/ ende in soo veel even-wydighe rechte linien plaets heeft/ als men begeert: soo heeft het ons goet ghedocht/ tot meerder voldoening/ de volgende wercking hier by te voegen.



In 3 linien.

Sy AB ∞ *a*
BE ∞ *b*
EF ∞ *c*
OC ∞ *d*
CP ∞ *e*
BC of DK ∞ *f*
CD tot MN, als *d* tot *g*.
AK ∞ *x*
KH ∞ *y*.

BE

$$\begin{array}{l} \text{BE} \quad \text{AB} \quad \text{KH.} \qquad \text{AK. } x \\ b \,—\, a \,—\, y \,/\, \text{IK. } \frac{ay}{b} \end{array} \Bigg\} \text{ subtr.}$$

$$\begin{array}{l} \text{FE} \quad \text{EB} \\ c \,—\, b \,—\, \text{AI. } \frac{\overline{bx - ay}}{b} \,/\, \text{CD. } \frac{bx - ay}{c} \\ \text{OC} \quad \text{CP} \qquad \text{DH} \\ d \,—\, e \,—\, y + f \,/\, \text{DQ. } \frac{ey + ef}{d} \end{array} \Bigg\} \text{ add.}$$

$$\text{CQ. } \frac{\overline{bdx - ady + cey + cef}}{cd}$$

$$\begin{array}{l} \quad \text{CD} \qquad\qquad \text{subtr. CP. } e \\ d \,—\, g \,—\, \frac{bx - ay}{c} \,/\, \quad \text{PQ of MN. } \frac{\overline{bdx - ady + cey + cef - cde}}{cd} \end{array}$$

$$\overline{bdx - ady + cey + cef - ced \infty bgx - agy}$$

$$\overline{agy - ady + cey \infty bgx - bdx + ced - cef}$$

komt $y \infty \frac{bgx - bdx + ced - cef}{ag - ad + ce}$. 't Welck bewijst / dattet punt H in een rechte linij valt / die in gelegentheyt gegeven is.

't Selve blijckt op gelijcke wijz van so veel even-wydige linien / als men begeert.

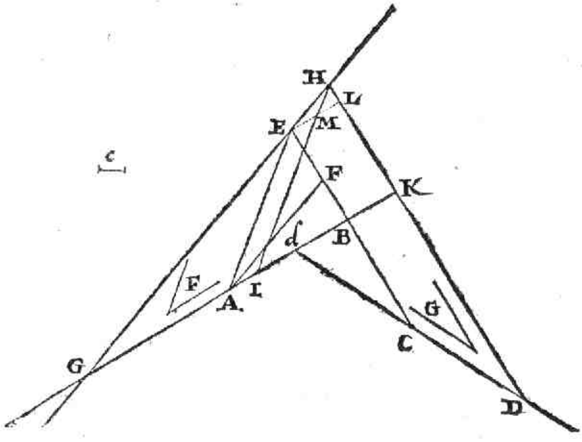
Merckt noch.

Dewijl 't begeerde niet alleen in even-wydighe / als van Apollonius hier gestelt wort / maer oock in t'samen-komende linien plaets heeft: so hebben wy hier by gevoecht het volgende

WERCK-STVCK.

Gegeven zijnde in gelegentheyt twee t'samen-komende rechte linien AB, CD: een punt buyten deselve te vinden, *als* H, waer uyt soo men in gegeve hoecken F, G tot de gegeve linien AB, CD twee rechte linien haelt, *als* HI, HD, dat deselve tot gegeve punten A, C, in de gegeve linien AB, CD, rechte linien af-snijden, *als* AI, CD, die tot malkander een gegeve reden hebben.

Laten/ als vooren/ tot A en C gemaeckt zijn de hoecken BAE, en dCB ghelijck de hoecken F, G; ende de linien AE, CB, die dese ghelijcke hoecken maecken/ t'samen komen in E. Vorders soo zy de gegeve reden/ als van c tot EB.



't Werck.

Zy gestelt/ als Bd tot dC, alsoo c tot EF, en treckt AF: dan sal/ als men door E haelt d' even-wydighe EH, eñ uyt eenich punt in deselve/ waer 't valt/ als H tot AB, CD haelt HI, HD even-wydich met AE, EC, dat is/ in de gegeve hoecken F en G. AI tot CD zijn/ als c tot EB.

't Bewijs.

a na 't 4 v. des 6 b. Eucl. Aengesien wegens de gelijckformige △ken ELH, GBE, en EMH, GAE, a LE is tot EH, als BG tot GE; en EH tot EM, als GE tot GA: soo sal mede b LE tot EM zijn/ dat is/ KB tot AI, als BG tot GA. Vorders/ alsoo c BA tot AG is/ als BF tot FE, dat is/ d versaemt BG tot GA, als BE tot EF; ende mede BG tot GA is/ als KB tot AI: soo sal e insgelijcx KB tot AI zijn/ als BE tot EF: en omgekeert f AI tot BK, als FE tot EB. Maer gelijck BK tot CD, alsoo is Bd tot dC, en ghelijck Bd tot dC, alsoo is door 't werck c tot EF. Waerom dan mede g BK tot CD is/ als c tot EF. Hierom/ dewijl AI, BK, en CD drie grootheden zijn eener-zijds/ en c, FE, en EB, drie andere ander-zijds/ welcke twee en twee genomen in on-ordentlijcke even-redenheyt zijn/ dan mede h d'eerste AI tot de derde CD, der eerste drie/ zijn sal/ ghelijck d'eerste c tot de derde EB, der andre drie. 't Welck te doen was.

b na 't 22 v. des 5 b. Eucl.

c na 't 2 v. des 6 b. Eucl.

d na 't 18 v. des 5 b. Eucl.

e na 't 11 v. des 5 b. Eucl.

f na 't vervolg der 4. des 5 b. Eucl.

g na 't 11 v. des 5 b. Eucl.

h na 't 23 v. des 5 b. Eucl.

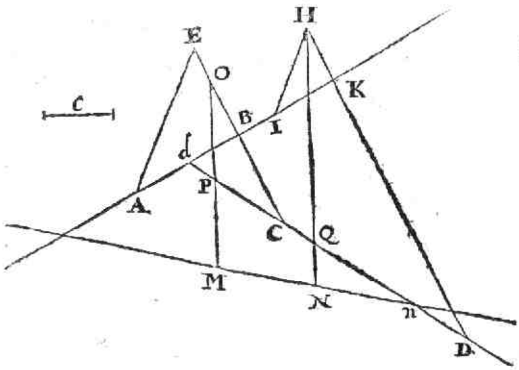
't Selve is op gelijcke wijz te verstaen van yder punt/ ghenomen in de liny EH.

Merckt.

Aengesien dit Voorstel in soo veel t'samen-komende rechte linien plaets heeft/ als men begeert: soo hebben wy tot meerder voldoening de volgende wercking hier by gevoecht.

In

In 3 linien.



Zy AB ∞ a
BE ∞ b
AI tot CD, als c tot b
Bd ∞ d
BC ∞ e
OC ∞ f
CP ∞ g
Pn ∞ h
nM ∞ i
CD tot MN, als h tot k
AK ∞ x
KH ∞ y.

BE AB HK — AK. x

b —— a —— y / IK. $\frac{ay}{b}$ } subtr.

BE

c —— b —— AI. $\frac{bx-ay}{b}$ / CD. $\frac{bx-ay}{c}$

add. CP. g

PD. $\frac{bx - ay + cg}{c}$

BK. $x - a$

dB BC add. dB. d

d —— e —— dK. $x-a+d$ / KD. $\frac{ex-ae+de}{d}$ } subtr.

add. HK. y

f —— g —— HD. $\frac{ex-ae+de+dy}{d}$ / DQ $\frac{egx-aeg+deg+dgy}{df}$

Pn nM

h —— i —— PQ. $\frac{bdfx - adfy + cdfg - cegx + aceg - cdeg - cdgy}{cdf}$ / MN.

$\frac{bdfix - adfiy + cdfgi - cegix + acegi - cdegi - cdgiy}{cdfh}$.

CD MN

h —— k —— $\frac{bx-ay}{c}$ / $+\frac{bdfix - adfiy + cdfgi - cegix + acegi - cdegi - cdgiy}{cdfh}$

$$bdfix - adfiy + cdfgi - cegix + acegi - cdegi - cdgiy \propto bdfkx - adfky$$

$$adfiy + cdgiy - adfky \propto bdfix - cegix - bdfkx + cdfgi + acegi - cdegi$$

komt $y \propto \dfrac{\begin{array}{ll} +\,bdfi & x \quad +\,cdfgi \\ -\,cegi & \quad\;\; +\,acegi \\ -\,bdfk & \quad\;\; -\,cdegi \end{array}}{adfi + cdgi - adfk.}$

't Welck betoont / dattet punt H in een rechte liny valt/ die in ghelegentheyt gegeven is.

't Selve blijckt op gelijcke wijz van soo veel 't samen-komende gegeve linien/ als men begeert.

Hierom:

'tBesluyt des eenen deels van 't sevenste Voorstel. *Soo uyt een punt tot soo veel gegeve even-wydighe of t'samen-komende rechte linien, als men begeert, rechte linien in gegeve hoecken getrocken worden, die tot gegeve punten in deselve rechte linien af-snijden, hebbende tot malkander een gegeve reden: dan sal 't selve punt in een rechte liny vallen, die in gelegentheyt ghegeven is.*

't Welck was te bewijsen.

Merckt.

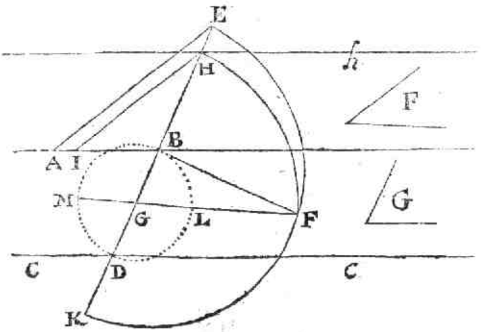
Alsoo in 't 7de Voorstel wyders staet/ dat/ wanneer de afgesnede linien een gegeve vlack begrijpen/ dan mede 't begeerde punt in een rechte liny valt/ die in gelegentheyt gegeven is; 't welck noch in even-wydige/ noch in t'samen-komende linien plaets heeft: dewijl 't selve punt alsdan niet in een rechte liny/ maer in een * on-evenwydige zijd-snee eens kegels ofte rondtspits komt te vallen: Soo hebben wy sulck geval/ als sonder kennis van yemandt daer in gevoeght/ verworpen en achter-gelaten/ ende in de plaets vervoegt het volgende 13de Werck-stuck/ den rechten sin desselven (soo ick acht) verklarende. Vorders/ alsoder eyndtlijck staet/ de gegeve linien even-wydig zijnde/ dat/ indien de somme of 't verschil der afbeeltsels/ die op de getrocke linien van gegeve form gemaeckt worden/ soo groot zy als een gegeven vlack/ dan insgelijcx 't gemelte punt t'elckens in een rechte liny komt te vallen/ die in gelegentheyt gegeven is: Soo hebben wy/ om 't selve te betoonen/ ende daer mede als 't ander deel des 7den Voorstels te besluyten/ daer op het volgende 14 en 15de Werck-stuck gepast.

* *Hyperbola.*

XIII. *WERCK-STVCK.*

Gegeven zijnde in ghelegentheyt twee even-wydige rechte linien AB, CD: een punt buyten deselve te vinden, *als* H, waer uyt soo men in gegeve hoecken F, G tot de de gegeve linien AB, CD twee rechte linien haelt, *als* HI, HD, dattet vierkant IHD, dat van deselve begrepen wort, soo groot zy als een gegeven vlack.

Laten/ als vooren / de hoecken BAE, *c* DE ghelijck zijn de hoecken F, G; ende de linien AE, DB. even-veel zijnde waer deselve tot AB, CD ghetrocken zijn/ verlengt t'samen komen in E. Vorders soo zy 't gegeve vlack/ dat van AE en BK.



't Werck.

Vindt tussen EB en BK de middel-evenreednighe BF, dan deelt BD in 2 ghelijcke deelen in G, en haelt GF. Voorts maeckt GH gelijck GF, dan sal / somen door H een liny treckt / even-wydig met AB of CD, als H *h*, en uyt eenig punt in deselve/ waer 't valt/ als H, tot AB, CD haelt HI, HD even-wydig met AE, ED, dat is/ in de gegeve hoecken F, G, 't geene begrepen wort van IH, HD, soo groot zijn als het gegeven vlack/ begrepen van AE, BK.

't Bewijs.

Beschreven hebbende uyt G in de wijtte DG of GF het rondt DMBL, soo laet FG den omtreck desselven door-snijden in L, ende die / voort-getrocken zijnde / ontmoeten in M: so sal [a] 't ▭ MFL, dat is/ DHB gelijck zijn 't □ op BF. Nu is [b] 't □ op BF gelijck 't ▭ KBE. Waerom dan mede 't vierkant DHB gelijck is 't ▭ KBE: ende oversulcx [c] DH tot KB, als BE tot BH. Maer gelijck BE tot BH, [d] alsoo is AE tot IH. Daerom dan DH tot KB is / als AE tot IH; ende dien-volgens [e] 't ▭ DHI gelijck 't ▭ van KB, AE, dat is/ 't gegeven vlack. 't Welck te doen was.

'tSelve is op gelijcke wijs te verstaen van yder punt *h*, ghenomen in de liny H *h*.

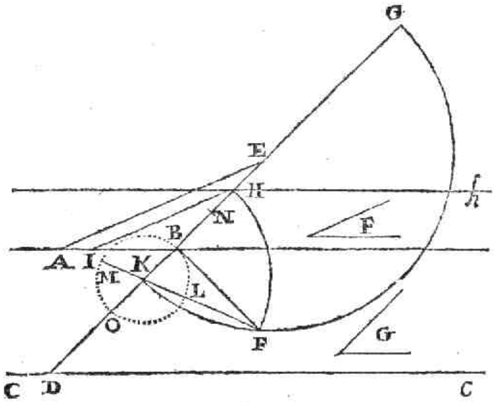
a *na 't 36 v. des 3 b. Eucl.*
b *na 't 14 v. des 2 b. ofte 't 17 v. des 6 b. Eucl.*
c *na 't 16 v. des 6 b. Eucl.*
d *na 't 4 v. des 6. b. Eucl.*
e *na 't 16 v. des 6 b. Eucl.*

XIV. *WERCK-STVCK.*

Gegeven zijnde in gelegentheyt twee even-wydighe rechte linien AB, CD: een punt buyten deselve te vinden, *als* H, waer uyt somen in gegeve hoecken F, G tot de gegeve linien AB, CD twee rechte linien haelt, *als* HI, HI, HD, dat de somme haerder vierkanten soo groot zy als een gegeven vlack.

Laten/ als vooren/ de hoecken BAE, CDE ghelijck zijn de hoecken F, G; ende de linien AE, DE, even veel zijnde waer deselve tot AB, CD getrocken zijn/ t'samen komen in E. Vorders/ soo zy 't gegeven vlack/ 't geen begrepen wort van BD, DG.

't Werck.



Vindt tot AE, EB een 3de even-reednige EN, dat is/ zy AE tot EB, als EB tot EN. Dan stelt/ als AEN tot EN, alsoo DB tot BK. Vorders/ ghevonden hebbende tussen KB, BG de middel-even-reednige BF, soo treckt KF. en maeckt KH gelijck KF: dan sal/ soo men door H een liny treckt/ even-wydig met AB of CD, ende uyt eenich punt in deselve/ waer 't valt/ als H, tot AB, CD haelt HI, HD even-wydich met AE, ED, dat is/ in de gegeve hoecken F en G, de somme der □ten van IH, HD soo groot zijn als het gegeven vlack BDG.

't Bewijs.

Beschreven hebbende uyt K in de wijtte KB het rondt OMBL, soo laet FK den omtreck desselven door-snijden in L, ende die/ voort-getrocken zijnde/ ontmoeten in M; dan sal/ [a] 't ▭ MFL, dat is/ OHB gelijck zijn 't □ op BF. Nu is 't □ op BF [b] gelijck 't ▭ KBG. Waerom dan mede 't ▭ OHB gelijck is 't ▭ KBG. Vorders/ dewijl/ door 't werck/ AE tot EB is/ als EB tot EN, dat is/ [c] AE tot EN, als 't □ op AE tottet □ op EB, ofte als 't □ op IH tottet □ op HB: soo sal mede door versaming [d] de somme van AE, EN tot EN zijn/ dat is/ door 't werck DB tot BK, als de somme van de □ten op IH, HB tottet □ op HB. Nu alsoo [e] DB tot BK is/ als 't ▭ DBH tottet ▭ HBK, ofte mede [f] als 't dubbelt van 't ▭ DBH tottet dubbelt van 't ▭ HBK, dat is/ 't ▭ HBO: Soo sal mede de somme der □ten op IH, HB tottet □ op HB zijn/ als 't dubbelt des ▭ DBH tottet ▭ HBO: ende dienvolgens oock [g] de somme der □ten op IH, HB mitsgaders 't dubbelt van 't ▭ DBH tot de somme van 't □ op HB en 't ▭ HBO, dat's/ [h] tottet ▭ OHB, gelijck de somme der □ten op IH, HB tottet □

op

a na 't vervolg van 't 36 v. des 3 b. Eucl.
b na 't 14 v. des 2 b. ofte na 't 17 v. des 6 b. Eucl.
c na 't vervolg van 't 20 v. des 6 b. Eucl.
d na 't 18 v. des 5 b. Eucl.
e na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
f na 't 15 v. des 5 b. Eucl.
g na 't 12 v. des 5 b. Eucl.
h na 't 3 v. des 2 b. Eucl.

op HB, ofte gelijck DB tot BK. Maer gelijck DB tot BK is/ also is [i] mede 't ▭ DBG tottet vierkant KBG. Daerom/ gelijck de somme der □ten op IH, HB mitsgaders 't dubbelt van 't ▭ DBH tottet ▭ OHB, also 't vierkant DBG tottet ▭ KBG; en omgekeert [k] gelijck 't ▭ OHB tot de somme der □ten op IH,HB mitsgaders 't dubbelt van 't ▭ DBH, also 't ▭ KBG tottet ▭ DBG. Waerom / dewijl 't ▭ OHB gelijck betoont is 't ▭ KBG, dan mede [l] de somme der □ten op IH, HB mitsgaders 't dubbelt van 't ▭ DBH aen 't ▭ DBG gelijck zijn sal: en so men derhalven aen weder-syden addeert 't □ op DB, dan oock [m] de somme der □ten op IH, HD aen 't gegeven vlack BDG gelijck wesen sal. 't Welck te doen was.

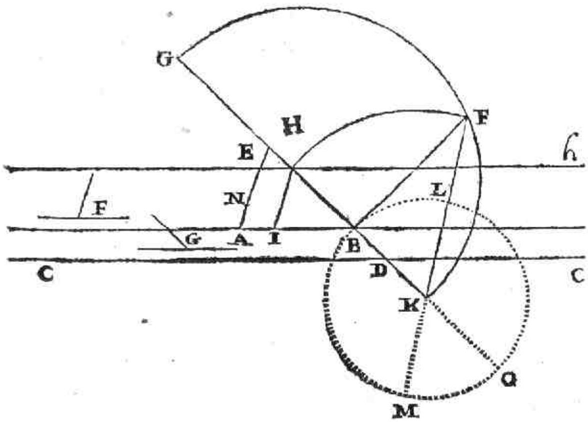
[i] na 't 1 v des 6 b. Eucl.
[k] na 't vervolg des 4 v. van 't 5 b. Eucl.
[l] na 't 14 v des 5 b. Eucl.
[m] na 't 4 en 3 v. des 2 b. Eucl.

't Selve is op gelijcke wijs te verstaen van yder punt *h* genomen in de liny H *h*, waer 't valt.

XV. *WERCK-STVCK.*

Gegeven zijnde in gelegentheyt twee even-wydige rechte linien AB, CD: een punt buyten deselve te vinden, *als* H, waer uyt so men in gegeve hoecken F, G tot de gegeve linien AB, CD twee rechte linien haelt, *als* HI, HD, dat het verschil haerder vierkanten so groot zy als een gegeven vlack.

Laten/ als vooren/ de hoecken BAE, CDE gelijck zijn de hoecken F, G; ende de linien AE, DE, even-veel zijnde/ waer deselve tot AB, CD getrocken zijn/ t'samen komen in E. Vorders so zy 't gegeven vlack/ dat van BD en DG.



't Werck.

Vindt tot BE, AE een 3de even-reednige EN, dat is/ sy BE tot EA, als AE tot EN. Dan stelt/ als BE min EN tot EB, also DB tot BK. Daer na ghevonden hebbēde tussen KB, BG de middel-even-reednige BF, soo treckt KF, en maeckt KH gelijck KF: dan sal/ so men door H een liny treckt even-wydig met AB of CD, ende uyt eenich punt in deselve/ waer 't valt/ als H, tot AB, CD haelt HI, HD even-wydig met AE, ED, dat is/ in de gegeve hoecken F en G, 't □ van DH min 't □ van HI soo groot zijn als 't gegeven vlack BDG.

't Bewijs.

Beschreven hebbende uyt K in de wijtte KB het rondt OMBL, so laet FK den omtreck desselven doorsnijden in L en die/voort-getrocken zijnde/ontmoeten in M: dan sal/ [a] 't ▭ MFL, dat is/ OHB gelijck zijn 't □ op BF. Nu is 't □ op BF [b] gelijck 't ▭ KBG. Waerom dan mede 't ▭ OHB aen 't ▭ KBG gelijck is. Vorders/ dewijl/ door 't werck/ BE tot EA is/ als AE tot EN, dat is/ [c] BE tot EN, als 't □ op BE tottet □ op EA, ofte als 't □ op BH tottet □ op HI: so sal mede/ door aftrecking en omgekeert [d] / BE min EN tot BE zijn/ dat is/ door 't werck/ DB tot BK, gelijck 't □ op BH min 't □ op HI tottet □ op BH. Nu dewijl [e] DB tot BK is/ als 't ▭ DBH tottet ▭ HBK, ofte [f] als 't dubbelt van 't ▭ DBH tottet dubbelt van 't ▭ HBK, dat is/ 't ▭ HBO: Soo sal mede 't □ op BH min 't □ op HI tottet □ op BH zijn/ als 't dubbelt des ▭ts DBH tottet ▭ HBO: ende dienvolgens oock [g] de somme van 't □ op BH en 't dubbelt van 't ▭ DBH min 't □ op HI tot de somme van 't □ op BH en 't ▭ HBO, dat is/ tottet ▭ OHB/ als 't □ op BH min 't □ op HI tottet □ op BH, ofte als DB tot BK. Maer gelijck DB tot BK, also is oock [h] DBG tottet ▭ KBG. Daerom gelijck de somme van 't □ op BH en 't dubbelt van 't ▭ DBH min 't □ op HI tot het ▭ OHB, alsoo 't ▭ DBG tottet ▭ KBG: En omgekeert [i] gelijck 't ▭ OHB tot de somme van 't □ op BH en 't dubbelt van 't ▭ DBH min 't □ op HI, also 't ▭ KBG tottet ▭ DBG. Waerom/ dewijl 't ▭ OHB gelijck betoont is 't ▭ KBG, dan mede [k] de somme van 't □ op BH en 't dubbelt van 't ▭ DBH min 't □ op HI aen 't ▭ DBG gelijck zijn sal: ende so men derhalven weder-zijds addeert 't □ op DB, dan oock [l] 't □ op DH min 't □ op HI gelijck sal wesen aen 't gegeven vlack of ▭ BDG. 't Welck te doen was.

'tSelve is op gelijcke wijz te verstaen van yder punt *b*, genomen in de liny H*b*, waer 't valt.

[a] na 't vervolg van 't 36 v. des 3 b. Eucl.
[b] na 't 14 v. des 2 b. ofte na 't 17 v. des 6 b. Eucl.
[c] na 't vervolg des 20 v. des 6 b. Eucl.
[d] na 't vervolg des 4 en 19 v. des 5 b. Eucl.
[e] na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
[f] na 't 15 v. des 5 b. Eucl.
[g] na 't 12 v. des 5 b. Eucl.
[h] na 't 1 v. des 6. b. Eucl.
[i] na 't vervolg des 4 v. des 5 b. Eucl.
[k] na 't 14 v. des 5 b. Eucl.
[l] na 't 4 en 5 v. des 2 b. Eucl.

Merckt.

Aengesien in 't 7ste Voorstel generalick staet/ soo de somme of 't verschil der afbeeltsels/ die op de getrocke linien van gegeve form gemaeckt worden/ soo groot is als een gegeven vlack/ dat dan het begeerde punt in een rechte liny vallen sal/ die in gelegentheyt gegeven is; het welck naer dien wy 't in beyde voorgaende Werck-stucken alleen van □ten betoont hebben: Soo is te weeten/ dewijl uyttet bewijs van 't 77ste Voorstel * der Gegeven Euclidis openbaer is: als twee recht-linische afbeeltsels van gegeve form tot malkander een gegeve reden hebben/ dat dan oock de reden gegeven is die 't □ op een der syden van 't eerste heeft tottet □ op een der syden van 't tweede; dat/ daerom/ soo de reden van die afbeeltsels gegeven is/ dan mede die deser □ten gegeven sal zijn. 't Welck op gelijcke manier/ in de volgende Werckstucken/ daer van afbeeltsels gesproocken wort/ te verstaen is. Waer mede wy dan de rest van 't 7ste Voorstel besluyten/ aldus: Hierom:

* Datorum Euclidis.

't Besluyt des anderen deels van 't 7ste Voorstel.

Soo uyt een punt tot twee gegeve even-wydige rechte linien twee andre in gegeve hoecken getrocken worden; sulcx dat deselve een gegeven vlack begrijpen; oft dat de somme, of 't verschil der afbeeltsels, die op deselve van gegeve form ghemaeckt worden, soo groot sy als een gegeven vlack: dan sal 'tselve punt telckens in een rechte liny vallen, die in gelegentheyt gegeven is. 't Welck te bewijsen was.

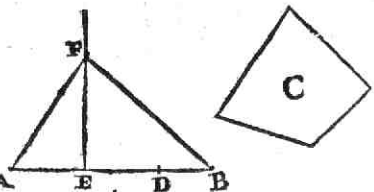
VOLGEN-

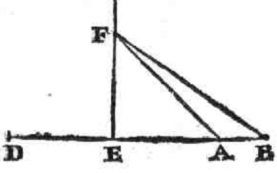
VOLGEN de WERCK-STUCKEN Op de VOORSTELLEN des tweeden Boecks.

Op het 1ste Voorstel.

I. *WERCK-STVCK.*

Uyt twee gegeve punten A, B twee rechte linien t'samen te trecken, *als* AF, BF, wiens vierkanten malkander om een gegeven vlack C over-treffen.





't Werck.

Treckt AB, dan maeckt [a] 't ▭ ABD ghelijck 't gegeven vlack C, en deelt AD in twee gelijcke deelen in E: dan sal/ so men uyt E treckt EF recht-hoeckig op AB, ende uyt A en B tot eenigh punt in deselve/ waer 't valt/ als F, treckt AF, BF, 't □ van BF min 't □ van AF soo groot zijn als het gegeven vlack C.

[a] *na 't 45 v. des 1 b. Eucl.*

't Bewijs.

Na 't 6ste Voorstel des 2den b. Euclidis is 't □ op EB grooter als dat op AE of ED, om 't ▭ ABD, dat is/ 't gegeven vlack C. Maer dewijl/ tot twee ongelijcke grootheden twee gelijcke ofte een selve grootheyt geaddeert/ de sommen van malkander soo veel verscheelen als de twee eerst-gestelde grootheden: so volgt/ so men tot beyde syden doet het □ op EF, dat de □ten op EB, EF t'samen soo veel grooter zijn sullen als de □ten op AE, EF, als 't □ op EB alleen grooter is als 't □ op AE. Nu zijn [b] beyde □ten op EB, EF gelijck 't □ op BF, en die op AE, EF gelijck 't □ op AF. Hierom/ also 't □ op EB grooter is als dat op AE, om 't gegeven vlack C, dan mede 't □ op BF grooter is als dat op AF, om 't gegeven vlack C. 't Welck te doen was. 't Selve is op gelijcke wijz

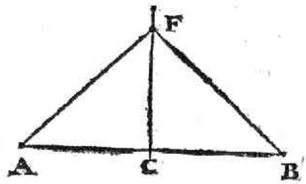
[b] *na 't 47 v. des 1 b. Eucl.*

te verstaen van yder punt ghenomen in de linie EF, waer 't valt / ende mede openbaer van alle andre afbeeltsels / die van gegeve form op AF, BF beschreven worden.

Op het 1ste Voorstel.

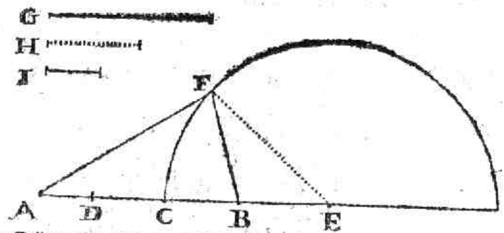
II. *WERCK-STVCK.*

Vyt twee gegeve punten A, B twee rechte linien t'samen te trecken, *als* AF, BF, die tot malkander een gegeve reden hebben, *als* AC *tot* CB.



't Werck des eersten Voorvals.

Eerstelijck zy AC gelijck CB, en treckt CF recht-hoeckig op AB: dan sal / so men uyt A en B tot eenich punt in CF, waer 't valt / als F, 2 rechte linien haelt / AF gelijck zijn BF. Waer van 't Bewijs door 't 4de Voorstel des 1sten b. Euclidis openbaer is.



't Werck des 2den Voorvals.

Zy nu AC grooter dan CB om het deel AD; en stelt / als AD tot DC, alsoo CB tot BE: dan sal / soo men uyt E in de wijtte CE een rondt beschrijft / ende uyt A en B tot eenich punt in d'omtreck / waer 't valt / als F, twee rechte linien treckt / AF tot FB zijn / als AC tot CB.

't Bewijs des 2den Voorvals.

Getrocken hebbende FE, dewijl door 't werck AD tot DC is / als CB tot BE, dat is / door versaming a AC tot CD of CB, als CE tot EB: soo sal mede b AE tot CE, dat's / EF, zijn / als CE of EF tot EB. Hierom / dewijl AEF, FEB twee △ken zijn met een gemeenen hoeck E, wiens zyden om deselve evenreednig zijn: soo volgt c dat mede d'andre zyden AF, FB tot malkander zijn / als AE en EF, of EF dat's CE en EB. Maer gelijck CE tot EB, alsoo is AC tot CB. Daerom gelijck AF tot FB, alsoo AC tot CB. 't Welck te doen was. 't Selve is op gelijcke wijs te verstaen van yder punt F, genomen in d'omtreck waer 't valt. Het welck oock van Eutocius op een andre manier betoont is op 't begin van syne * uytleggingen over de ‡ ronde-spits-sneen van Apollonius.

a na 't 18 v. des 5 b. Eucl.
b na 't 12 v. des 5 b. Eucl.
c na 't 6 v. des 6 b. Eucl.
* Commentaria.
‡ Conica.

Merckt.

Merckt.

Hier uyt is mede licht te betoonen het volgende Werck-stuck/zijnde van een selfde besluyt.

Noch op het 1ste Voorstel.

III. *WERCK-STVCK.*

Uyt twee gegeve punten A, B twee rechte linien t'samen te trecken, *als* AF, BF, wiens vierkanten tot malkander een gegeve reden hebben, *als* G *tot* I.

Eerstelijck / soo G gelijck zy I, soo treckt/ als vooren / uyt C, het midden van AB, op deselve de recht-staende CF: dan sullen AF, FB gelijck zijnde insgelijcx hare □ten gelijck wesen/ ende alsoo 't punt F, als in 't 1ste Voorval des voorgaenden Werck-stucks/ in de rechte liny CF vallen. *Besiet de voorgaende figuer.*

Maer G grooter zijnde dan I, soo vindt a tussen G en I de middel-evenreednige H; en deelt AB in C b/ sulcx dat AC tot CB zy/ als G tot H: soo sal/ werckende wyders als vooren / AF tot FB zijn / als AC tot CB; ende dienvolgens mede c 't □ op AF tottet □ op FB zijn/ als 't □ op AC tottet □ op CB, ofte als dat op G tot dat op H, dat is / d als G tot I. 't Welck te doen was. 't Selve blijckt op gelijcke wijs van alle ander punt F, ghenomen in den omtreck.

Op gelijcke manier blijckt/ soo uyt twee gegeve punten twee rechte linien t'samen getrocken worden / op welcke d'afbeeltsels van gegeve form beschreven tot malkander een gegeve reden hebben / dattet punt der t'samen-koming in een rechte liny ofte rondt-treck vallen sal / die in gelegentheyt gegeven is.

a na 't 13 v. des 6 b. Eucl.
b na 't 10 v. des 6 b. Eucl.
c na 't 22 v. des 6 b. Eucl.
d na 't ver-volg van 't 20 v. des 6 b. Eucl.

Hierom:

Soo uyt een punt tot 2 gegeve punten twee rechte linien getrocken worden, waer van de afbeeltsels, die van gegeve form op deselve gemaeckt worden, malkander om een gegeven vlack overtreffen: soo sal 't selve punt in een rechte liny vallen, die in gelegentheyt gegeven is; maer in een rechte liny ofte rondts-omtreck, soo deselve linien of de geseyde afbeeltsels tot malkander een gegeven reden hebben. 't Welck te bewijsen was. 'tBesluyt des eersten Voorstels.

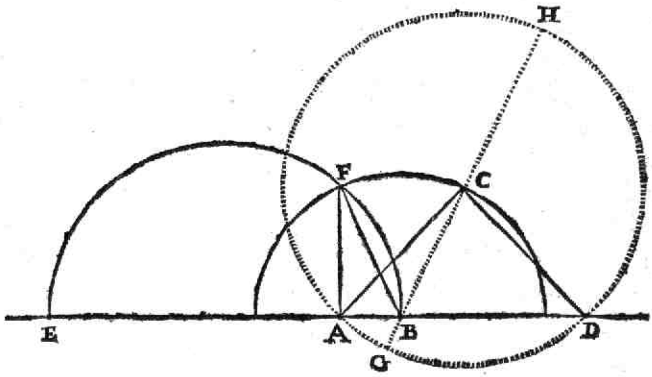
Op het 2de Voorstel.

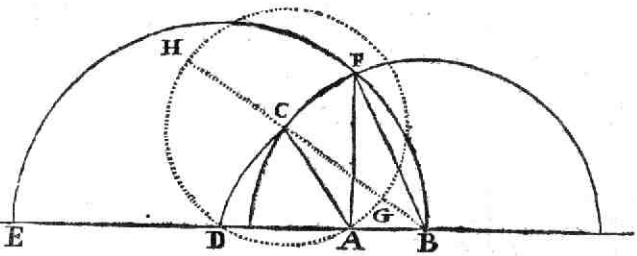
IV. *WERCK-STVCK.*

Uyt een gegeven punt A in een voorgegeve onbepaelde rechte liny AD een rechte liny te trecken, *als* AC, sulcx, soo men van sijn eynde C tot de voorgegeven liny AD een andre rechte liny haelt, *als* CD, die aen deselve AC gelijck zy : dattet 'tgeene op deselve gemaeckt wort, soo groot zy als een vierkant begrepen van een gegeve liny AB, ende een ander, *als* ED, die tot een gegeven punt E in de voorgegeven liny AD van de gehaelde CD wort af-gesneden.

't Werck.

Gebonden hebbende tussen EB en BA de middel-even-reednige BF, soo beschrijft uyt B in de wijtte BF het rondt CF: dan sal / soo men uyt A tot





eenig punt in d'omtreck / waer 't valt / als C, treckt AC; ende uyt C haelt CD gelijck CA, 'tgeene op CD gemaeckt wort / soo groot zijn alsset 't ▭ / begrepen van AB en ED.

't Bewijs.

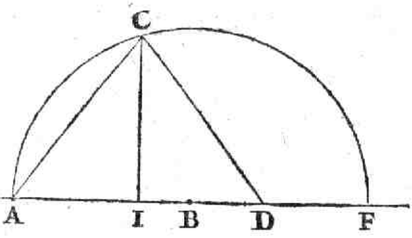
Beschreven hebbende uyt C in de wijtte CD of CA het rondt AGDH, soo laet CB voort-getrocken zijnde d'omtreck ontmoeten in G en H: soo sal in d'eerste fig. GH gedeelt zijnde in C in twee gelijcke deelen / en in B in twee onge-

ongelijcke deelen/ [a] 't ▭ GBH, der ongelijcke deelen/ mitsgaders 't □ op BC of BF, des middelsten deels/ soo groot zijn als 't □ op de halve liny GC, dat's CD. Nu is 't ▭ GBH [b] gelijck 't ▭ ABD, en [c] 't □ op BF gelijck 't ▭ ABE. Waerom dan 't □ op CD gelijck is beyde ▭ten ABD en ABE, dat is/ [d] gelijck 't ▭ begrepen van de gantse ED en de gegeven liny AB.

Maer 't punt C aen d'ander syde der recht-staende AF genomen zijnde/ als in de tweede fig. dewijl alsdan GH in C gedeelt wort in 2 gelijcke deelen/ en aen deselve in een liny gevoecht wort de liny GB: [e] soo sal 't ▭ HBG, der gantse HB en 't aengevoegde stuck BG, met t' samen 't □ op de halve liny CG, dat is/ CD, so groot zijn als 't □ op CB of BF, der halve en aengevoegde liny. Nu is [f] 't ▭ HBG gelijck 't ▭ DBA, en [g] 't □ op BF gelijck 't ▭ EBA. Waerom dan 't ▭ EBA ghelijck is 't ▭ DBA met t'samen 't □ op CD: en oversulcx 't ▭ EBA min 't ▭ DBA, dat is / 't ▭ van ED, AB, begrepen van de rest ED en de gegeven liny AB, gelijck 't □ op CD.

Vorders/ 't punt C vallende in 't punt F, dat is/ AC op AF, ofte AC en CD op malkander/ dewijl/ als voozen/ 't □ op BF gelijck is 't ▭ EBA; en 't □ op BF [h] soo groot is als beyde □ten op FA en AB; maer 't ▭ EBA [i] soo groot als 't ▭ EAB mettet □ op AB: soo volgt/ soo men wech neemt het gemeene □ op AB, dat mede 't □ op FA gelijck zijn sal 't ▭ EAB, begrepen van d'afgesnede liny EA en de gegeve AB. Wy hebben dan uyt A een liny ghetrocken/ als AC, sulcx soo men van syn eynde C, etc. 't Welck te doen was.

Op de selve manier soo uyt A een rechte liny te trecken waer / als AC, en uyt sijn eynde C een ander CD, die aen deselve gelijck zy/ wiens □ soo groot zy als 't ▭ besloten van de gegeven liny AB en de liny AD, welcke van de getrocke liny CD tottet punt A wort afgesneden: soo beschrijft alleen uyt B in de wijtte BA het rondt ACF, dan sal/ soo men uyt A tot eenig punt in d'omtreck/ waer 't valt / als C, trecht AC, voorts CD gelijck CA, 't □ dat op de selve ghemaeckt wort soo groot zijn als 't ▭ besloten van beyde linien DA, AB. 't Welck blijckt/ treckende slechs uyt C op AB de hangende CI, waer door [k] 't □ op AC of CD gelijck wort 't ▭ FAI ofte BAD, als begeert was / ende op deselve wijz van yder punt in d'omtreck te verstaen is.



[a] na 't 5 v. des 2 b. Eucl.
[b] na 't 35 v. des 3 b. Eucl.
[c] na 't vervolg van 't 8 v. des 6. en 't 17 v. des 6 b. Eucl.
[d] na 't 1 v. des 2 b. Eucl.
[e] na 't 6 v. des 2 b. Eucl.
[f] na 't vervolg des 36 v. des 3 b. Eucl.
[g] na 't vervolg van 't 8 v. des 6 b. en 't 17 v. des 6 b. Eucl.
[h] na 't 47 v. des 1 b. Eucl.
[i] na 't 3 v. des 2 b. Eucl.
[k] na 't vervolg van 't 8 v. des 6 b. en 17 v. des 6 b. Eucl.

Noch op 't 2[de] Voorstel.

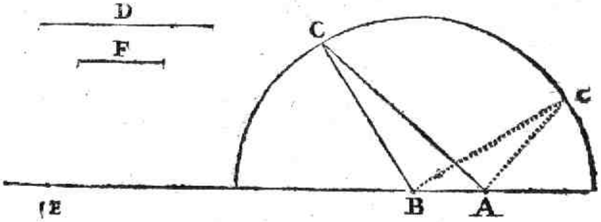
V. WERCK-STVCK.

Vyt een gegeve punt A in een voorgegeve onbepaelde rechte liny AB een rechte liny te trecken, *als* AC, sulcx, soo

ſoo men van 't eynde derſelve C tot de voorgegeve liny AD een ander rechte liny haelt, *als* CB, die een gegeven liny D gelijck zy: dattet 't geene op deſe getrocke liny CB gemaeckt wort ſoo groot zy als een vierkant, begrepen van een gegeve liny F, ende een ander, *als* EB, die tot een gegeven punt E in de voorgegeve liny AB van de gehaelde CB wort afgeſneden.

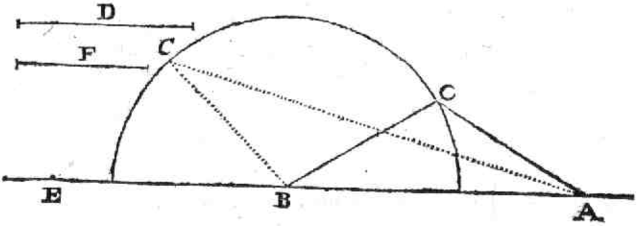
't Werck.

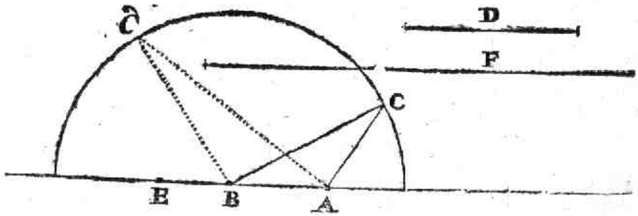
Zy geſtelt / als F tot D, alſoo D tot EB; en uyt B in de wijtte D een rondt beſchreven: dan ſal / ſo men uyt A tot eenig punt in d'omtreck / waer



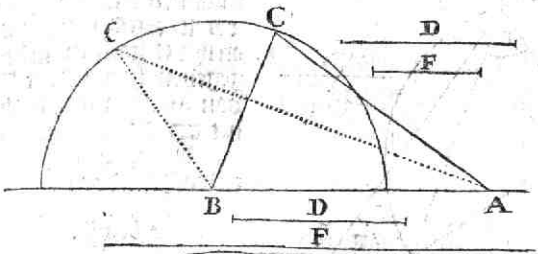
't valt / als C, treckt AC, en van C tot B haelt CB, 't □ dat op deſelve ghemaeckt wort ſo groot zijn als het ▭ begrepen van de gegeve liny F en d'afgeſnede EB. 't Welck te doen was.

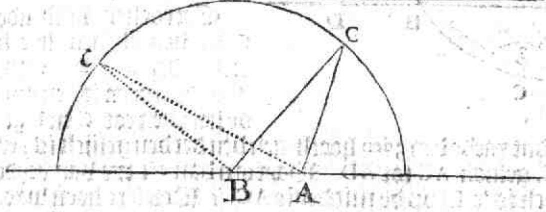
't Selve is inſgelijcx openbaer van alle ander punt C, genomen in d'omtreck.





Op ghelijcke wijz / soo uyt A een liny te trecken waer / als AC, ende uyt C een ander / als CB, gelijck de gegeve liny D, wiens □ soo groot zy alsset ▭ begrepen van de ghegeve liny F, en de liny AB, die tottet punt A van de getrocke liny CB wort af gesneden: so zy insgelijcx gestelt / als F tot D, alsso D tot AB; ende uyt B in de wijtte D, als vooren / een rondt beschreven: dan sal / soo men uyt A tot eenig punt in d'omtreck / waer 't valt / treckt AC, ende voorts haelt CB, deselve soo lang zijn als de gegeven liny D, ende 't □ / dat op deselve ghemaeckt wort / [a] soo groot wesen als 't ▭ begrepen van beyde linien F en AB, gelijck begeert was. 't Welck van ghelijcken van alle ander punt in den omtreck openbaer is.





a na 't 17 v. des 6 b. Eucl.

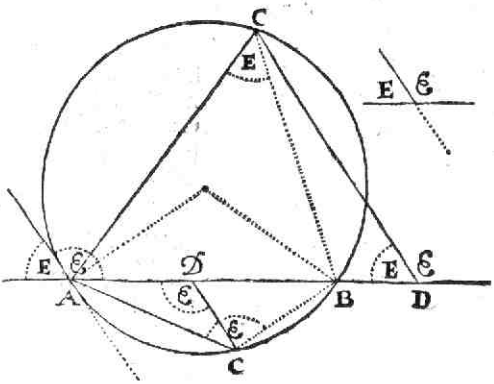
Noch op 't 2de Voorstel.

VI. *WERCK-STVCK.*

Uyt een gegeve punt A, in een voorgegeve onbepaelde rechte liny AD, een rechte liny te trecken, *als* AC, sulcx, soo men van 't eynde derselve C tot de voorgegeve liny AD een ander rechte liny treckt, *als* CD, in een gegeven hoeck E, dattet 't vierkant der eerst getrocke liny AC soo groot zy als een vierkant, begrepen van een gegeven liny AB, ende een ander, *als* AD, die tot het gegeve punt A in de voorgegeve liny AD van de lest getrockene CD wort af-gesneden.

't Werck.

Zy op AB, na 't 33ste Voorstel des 3den boecks Euclidis, ofte na het 2de Werck-stuck van 't 1ste boeck deses / een rondt-stuck beschreven / als ACB, in 't welck een hoeck gestelt kan werden / als ACB, gelijck den ghe-



geven hoeck E: dan sal/ soo men uyt A tot eenig punt in d'omtreck/ waer 't valt/ als C, treckt AC; en uyt C haelt CD in den gegeven hoeck E, 't □ van AC so groot zijn als het ▭ BAD, begrepen van de gegeve liny AB, en d'afgesnede AD.

't Bewijs.

Getrocken hebbende CB, dewijl den hoeck CAD beyde △ken ACB, ADC gemeen is/ en beyde hoecken tot C en D gelijck zijn: soo volgt [a] dat mede den 3den hoeck aen den derden gelijck is; en oversulcx [b] BA tot AC, gelijck AC tot AD. Waerom dan [c] 't ▭ van beyde uytterste BA, AD gelijck is 't □ op de middelste AC. 't Welck te doen was. 't Selve is op gelijcke wijz openbaer van yder punt C, genomen in d'omtreck ACBC, waer 't valt.

a na 't vervolg van 't 32 v. des 1 b. Eucl. b na 't 4 v. des 6 b. Eucl. c na 't 17 v. des 6 b. Eucl.

In gelijcker voegen wert mede ontrent ontbonden het volgende

VII. WERCK-STVCK.

Om,

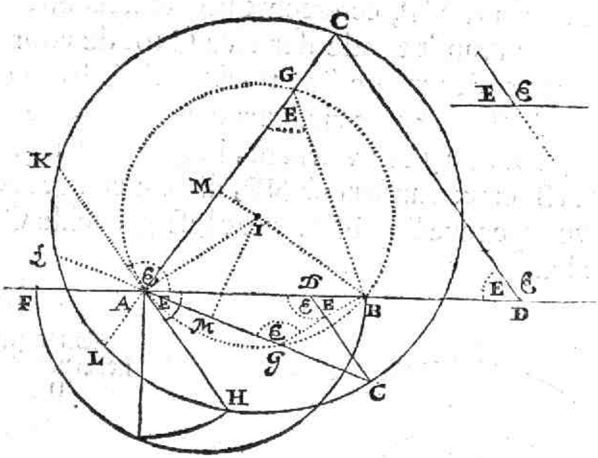
Uyt een gegeve punt A, in een voorgegeve onbepaelde rechte liny AD, een rechte liny te trecken, *als* AC, sulcx, soo men van 't eynde derselve C tot de voorgegeve liny AD een ander rechte liny treckt, *als* CD, in een gegeven hoeck E, dattet vierkant, der eerst-getrocke liny AC soo groot sy als een vierkant, begrepen van een gegeven liny AB, en een ander, *als* FD, die tot een gegeven punt F in de voorgegeve liny AD van de lest-getrockene CD wort af-gesneden.

't Werck.

a na 't 33 v. des 3 b. Eucl. ofte na 't tweede Werckstuck van 't 1 b. deses.

Zy op AB, als vooren/ [a] beschreven 't rondt-stuck AGB, begrijpende een hoeck gelijck den gegeven hoeck E; en vindt tussen FA, AB de middel-eveń-reedenige AH, deselve stellende datse in A geraecke het rondt AGB, dat's recht-hoeckigh op IA, die gehaelt wert van A tottet middel-punt I: dan sal/

sal/ soo men uyt I door H beschrijft het rondt HLKC, en uyt A tot eenig punt in d'omtreck/ waer 't valt/ als C, treckt AC, voorts CD in den ge-



geven hoeck E, 't □ van AC soo groot zijn als het ▭ begrepen van de gegeve liny AB en d'afgesnede FD.

't Bewijs.

Verlengt HA en CA tot in d'omtreck in K en L, en ghetrocken hebbende uyt I op AG de hangende IM, soo haelt GB. Aengesien dan den hoeck CAD beyde △ken AGB, ADC gemeen is/ en den hoeck tot G gelijck is den hoeck tot D, soo sal mede b den derden hoeck aen den 3den gelijck zijn/ en daerom c BA tot AG zijn/ als AC tot AD: en dienvolgens d 't ▭ der uyterste BA, AD gelijck 't ▭ der middelste CA, AG. Voorders/ aengesien IM recht-hoeckig is op AG, soo volgt dat e AM gelijck is MG, als mede LM gelijck MC, welcke van malkander getrocken/ rest LA gelijck GC. Op gelijcke wijz/ dewijl IA, door 't werck/ recht-hoeckig is op HK, sal mede HA gelijck zijn AK. Hierom/ alsoo f 't ▭ CAL, dat's ACG, gelijck is 't ▭ KAH, dat is/ 't □ op AH, en dit g gelijck aen 't ▭ FAB, dan oock 't ▭ ACG aen 't ▭ FAB gelijck zijn sal. Nu is mede 't ▭ CAG gelijck betoont aen 't ▭ BAD. Waerom/ dewijl beyde ▭ten CAG, ACG h t'samen maecken 't □ op AC; en i beyde ▭ten BAD, FAB t'samen maecken 't ▭ van AB, FD, dan volgt/ dattet □ op AC gelijck is 't ▭ besloten van AB en FD. 't Welck te doen was. 't Selve blijckt op gelijcke wijz van yder punt C, genomen in d'omtreck HLKC, waer 't valt.

b *na 't vervolg des 32 v. des 1 b. Eucl.*
c *na 't 4 v. des 6 b. Eucl.*
d *na 't 16 v. des 6 b. Eucl.*
e *na 't 3 v. des 3 b. Eucl.*
f *na 't 35 v. des 3 b. Eucl.*
g *Door 't werck en 17 v. des 6 b. Eucl.*
h *na 't 2 v. des 2 b. Eucl.*
i *na 't 1 v. des 2 b. Eucl.*

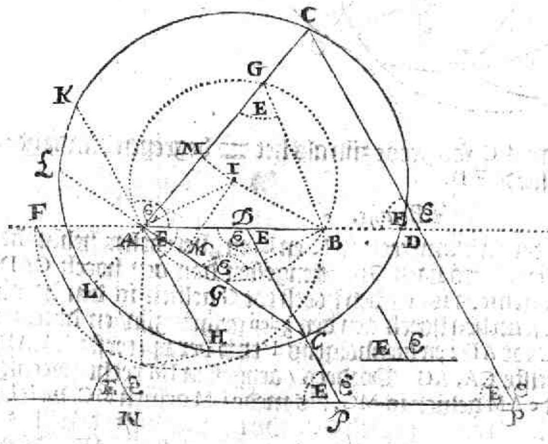
Hier by voegt mede dit volgende

VIII. *WERCK-STVCK.*

Om,

Uyt een gegeve punt A, buyten een voorgegeve onbepaelde rechte liny N P, een rechte liny te trecken, *als* AC, fulcx, foo men van 't eynde derfelve C tot de voorgegeve liny N P een ander rechte liny treckt, *als* C P, in een gegeven hoeck E, dattet 't vierkant der eerst-getrocke liny AC foo groot zy als een vierkant, begrepen van een gegeven liny AB, en een ander, *als* NP, die tot een gegeve punt N in de voorgegeve liny NP van de lest-gehaelde CP wort af-gefneden.

't Werck.



Want ghetrocken hebbende door A de liny FD even-wydig met N P, ende in deselve genomen A B gelijck de gegeven liny, soo zy uyt N getrocken de liny NF in den gegeven hoeck E, tot datse FD ontmoet in F: dan sal, wercken de als in 't voorgaende Werck-stuck, 't □ van AC soo groot wesen alsset ▭ besloten van A B en FD, dat's NP. Als begeert was. Waer van 't Bewijs door 't voorgaende openbaer is, ende op yder punt C gepast kan worden, genomen in den omtreck.

Hierom:

't Besluyt des tweeden Voorstels. *Soo een rechte liny in gelegentheyt gegeven zy, ende uyt een gegeven punt in deselve een rechte liny getrocken wort, van welckers eynde tot de gegeven liny een rechte liny wert gehaelt, die, oft aen deselve, oft aen een ander gegeven liny gelijck is, wiens vierkant soo groot sy als het vierkant, begrepen van een gegeven liny, ende een ander, die, oft tottet gegeve punt, oft tot eenich ander gegeve punt in de* *de voorgegeve liny van de lest-gehaelde wert af-gesneden: Soo sal 't eynde der eerst-getrocke liny in eens rondts omtreck vallen, die in gelegentheyt gegeven is.* 't Welck te bewijsen was.

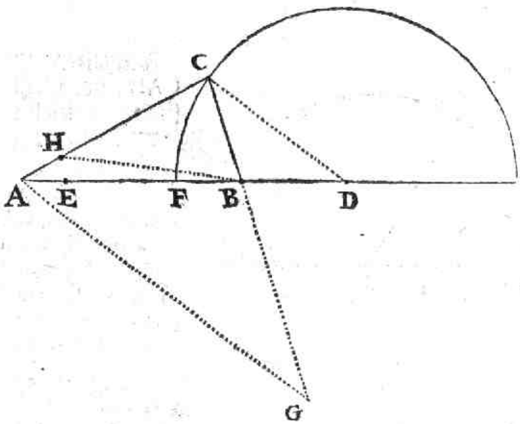
Opgelijcke wijz blijckt mede:

Soo een rechte liny in gelegentheyt gegeven zy, ende uyt een gegeven punt, in oft buyten deselve, een rechte liny getrocken wort, wiens vierkant soo groot zy alsset vierkant, begrepen van een gegeven liny ende een ander, die uyt de voorgegeve liny tottet gegeve punt, oft eenich ander gegeve punt in deselve van een liny af-gesneden wort, getrocken uyitet eynde der eerst-getrockene in een gegeven hoeck: so sal 't eynde derselve liny in een rondt-treck vallen, welcke in gelegentheyt gegeven is. Byvoegsel.

Op het 3de Voorstel.

IX. *WERCK-STVCK.*

Uyt twee gegeve punten A, B twee rechte linien t'samen te trecken, *als* AC, BC; sulcx, dattet 't vierkant van d'eene AC min een gegeven vlack BAE tottet 't vierkant op d'ander BC een gegeven reden hebbe, *als* AD tot DB.



't Werck.

Gevonden hebbende tussen ED, DB de middel-even-reednige FD, soo beschrijft uyt D in de wijtte FD het rondt FC: dan sal / soo men uyt A en B tot eenich punt in d'omtreck / waer 't valt / als C, treckt AC, BC, 't □ van AC min 't ▭ BAE tottet □ van BC zijn / als AD tot DB.

Bereyding tot het Bewijs.

Treckt CD, dan uyt A d'even wydige AG, tot datse t'samen kome met CB, verlengt zijnde/ in in G. Voorts soo zy 't ▭ CAH gelijck 't ▭ BAE, en haelt BH: soo seg ick/ dat/ so men 't ▭ CAH, dat's/ BAE, af treckt van 't □ op AC, dan het overblijvende ▭ ACH tottet □ op CB is/ als AD tot DB.

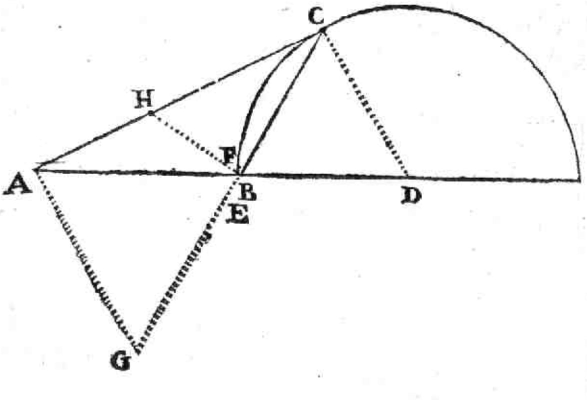
't Bewijs.

Aengesien 't ▭ CAH door 't gestelde aen 't ▭ BAE gelijck is: so sullen oversulcx [a] de punten H, E, B, C in een rondts omtreck vallen. Mede/ dewijl [b] 't □ op FD of DC gelijck is 't ▭ EDB, soo volgt/ dat DC [c] den omtreck des rondts/ gaende door de drie punten E, B, en C, raecken sal in C. Hierom/ Alsoo 't rondt dat door de 3 punten E, B, en C streckt/ mede betoont is te passeeren door 't 4de punt H, so volgt dat [d] den hoeck BCD, tot de raecking/ ghelijck zijn sal den hoeck BHC, in 't overanderde rondtstuck. Nu is den hoeck BCD [e] mede gelijck den hoeck G. Waerom dan oock de hoecken BHC en G d'een d'ander gelijck zijn. Vorders/ alsoo den hoeck BHC met t'samen den neben-staenden hoeck BHA [f] gelijck is aen twee rechte hoecken/ so sullen insgelijcx de hoecken AHB en G twee rechte hoecken doen: ende oversulcx [g] den vierhoeck AHBG in een rondt konnen beschreven worden: ende daerom [h] 't ▭ ACH gelijck zijn 't ▭ GCB. Eyndelick/ dewijl/ wegens de gelijckhoeckige △ken ABG, BCD, [i] AB tot BD is/ als GB tot BC; en door versetting [k] AD tot DB, als GC tot CB, dat is/ [l] nemende CB voor gemeene hoochte of breette/ als 't ▭ GCB tottet □ op CB: so sal mede 't ▭ ACH tottet □ op CB zijn/ als AD tot DB. 't Welck te doen was.

't Selve is op gelijcke wijs te verstaen van yder punt C, genomen in den omtreck/ waer 't valt.

Merckt.

Alsoo 't werck deses Werck-stucks generael is/ maer 't punt E in B vallende/ en dienvolgens mede F, 't Bewijs slechs op 't begin wat te veranderen valt/ om op sulck voorval te konnen passen/ so mach 't selve geschieden/ als volgt.



Aengesien 't ▭ CAH, door 't gestelde/ gelijck is 't ▭ BAE, dat is/ 't □ op AB; soo volgt [m] dat AB den omtreck des rondts/ 't welck door de 3 punten H, B, C streckt/ raeckt in B: en dat derhalven [n] den hoeck CBD, tot de raecking/ gelijck is den hoeck BHC, in 't over-anderzijdse rondtstuck. Nu

a na 't vervolg des 36 v. des 3 b. Eucl.
b Door 't werck en 17 v. des 6 b. Eucl.
c na 't 37 v. des 6 b. Eucl.
d na 't 32 v. des 3 b. Eucl.
e na 't 29 v. des 1 b. Eucl.
f na 't 13 v. des 1 b. Eucl.
g na 't vervolg des 22 v. des 3 b. Eucl.
h na 't vervolg des 36 v. des 3 b. Eucl.
i na 't 4 v. des 6 b. Eucl.
k na 't 18 v. des 5 b. Eucl.
l na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
m na 't 37 v. des 3 b. Eucl.
n na 't 32 v. des 3 b. Eucl.

Nu is º den hoeck CBD gelijck den hoeck DCB. Waerom dan oock de hoecken BHC en DCB malkander gelijck zijn. Nu is den hoeck BCD mede ghelijck / etc. — o na 't 5 v. des 1. b. Eucl.

't Geen hier beweseri is van de □ten van AC en CB, is mede te verstaen van andre formen van afbeeltsels.

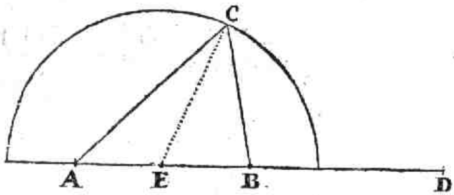
Hierom:

Soo uyt twee gegeve punten twee linien t'samen getrocken worden, sulcx, dattet 't geene op d'eene derselve gemaeckt wort min een gegeven vlack tottet 't geene op d'ander wert gemaeckt, een gegeven reden hebbe: soo sal 't punt der t'samen-koming in een rondts omtreck vallen, die in gelegentheyt gegeven is. 't Welck te bewijsen was. — 't Besluyt des derden Voorstels.

Op het 4de Voorstel.

X. *WERCK-STVCK.*

Vyt twee of meer gegeve punten A, B rechte linien t'samen te trecken, *als* AC, BC, wiens vierkanten t'samen soo groot zijn als een gegeven vlack DAB.



't VVerck.

Deelt AB in 2 gelijcke deelen in E, en vindt tussen AE, ED de middel-even-reednige EC: dan sal / soo men uyt E in de wijtte EC een rondt beschrijft / ende uyt beyde punten A en B tot eenig punt in d'omtreck / waer 't valt / als C, haelt AC, BC, 't □ van AC met t'samen 't □ CB soo groot zijn als het gegeven vlack DAB.

't Bewijs.

Aengesien uyt C tottet midden van AB gehaelt is de liny CE, soo volgt ª dat beyde □ten van AC, CB t'samen dubbel zijn met beyde □ten van AE, EC. Nu is ᵇ 't □ van EC gelijck 't ▭ AED; en 't □ van AE met t'samen 't ▭ AED ᶜ gelijck 't ▭ DAE. Waerom dan beyde □ten van AC, CB t'samen 't dubbelt zijn van 't ▭ DAE. Hierom / dewijl 't ▭ DAB mede dobbel is met het ▭ DAE, soo volgt dat beyde □ten van AC, CB gelijck zijn 't ▭ DAB. 't Welck te doen was.

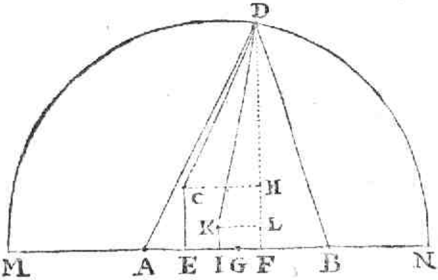
't Selve verstaet op gelijcke wijs van yder punt C, naer gevallen genomen in den omtreck.

a na 't 18 v. des tweeden deels van't eerste tractaet.
b Door 't werck, en 17 v. des 6 b. Eucl.
c na 't 3 v. des 2 b. Eucl.

Volgt

Volgt d'ontbinding en 't werck / om:

Vyt drie gegeve punten A, C, en B drie rechte linien t'samen te trecken, *als* AD, CD, en BD, wiens vierkanten t'samen genomen soo groot zijn als een gegeven vlack.



Treckt uyt C op AB de hangende CE, dan deelt AB in 2 gelijcke deelen in G, en stelt AG of GB ∞a, EG ∞b, en EC ∞c. Voorts om te geraecken aen 't punt D, soo zy GF ∞x, en de hangende DF ∞y: dan sal AF zijn $a + x$, tot wiens $\square$ / als $aa + 2ax + xx$, soo men addeert het $\square$ van DF: so komt * $aa + 2ax + xx + yy$, voor 't $\square$ van AD.

* na 't 47 v. des 1 b. Eucl.

Op gelijcke wijs / zijnde GB ∞a, en GF ∞x: soo sal FB zijn $a - x$. tot wiens $\square$ / als $aa - 2ax + xx$, gedaen 't $\square$ van DF, als yy: so komt $aa - 2ax + xx + yy$, voor 't $\square$ van DB.

Op deselve manier addeerende beyde $\square$ten van CH, HD, als $bb + 2bx + xx$ en $yy - 2cy + cc$: so sal de somme $bb + 2bx + xx + yy - 2cy + cc$ gelijck zijn aen 't vierkant van CD.

Hierom / soo men addeert de 3 $\square$ten van AD, CD, en BD, so sal de somme $2aa + bb + cc + 2bx - 2cy + 3xx + 3yy$ gelijck zijn aen 't gegeven vlack / daer voor wy stellen $2aa + 2bb + 2cc + \frac{4}{3}dd$. Welcke vergelijcking dan in sijn simpelste form is

$$yy \infty + \tfrac{2}{3}cy + \tfrac{1}{3}bb + \tfrac{1}{3}cc + \tfrac{4}{9}dd - \tfrac{2}{3}bx - xx.$$

Om welcke op te lossen / alsoo der geen stof meer in 't Werck-stuck en is / om noch een vergelijcking voor x te vinden; soo bewijst het selve dattet Werck-stuck niet geheel en is gebonden / maer datter oneyndtlijcke punten zijn / als D, die 't begeerde voldoen. Dewelcke dan alle gebonden worden / naer datmen t'elckens voor x neemt een andre en andre lengte / naer goetduncken. Hierom / y gelijck zijnde $\frac{1}{3}c + \sqrt{\frac{1}{3}bb + \frac{4}{9}cc + \frac{4}{9}dd - \frac{2}{3}bx - xx}$, dewijl voor $\frac{1}{3}bb$ gestelt kan worden $\frac{4}{9}bb - \frac{1}{9}bb$, so kan men voor $y \infty \frac{1}{3}c + \sqrt{\frac{1}{3}bb + \frac{4}{9}cc + \frac{4}{9}dd - \frac{2}{3}bx - xx}$ schrijven $y \infty \frac{1}{3}c + \sqrt{\frac{4}{9}bb + \frac{4}{9}cc + \frac{4}{9}dd - \frac{1}{9}bb - \frac{2}{3}bx - xx}$. betoonende de lengte der liny DF, naer datmen x onbepaelt laet / en oversulcx GF neemt naer goetduncken.

Volgens

Volgens welcke manier/ sooder soo veel punten in 't Werck-stuck gegeven wozden/ als men wil / men altijt dusdanige termen vinden kan ; behalven datter somtijts eenige van die nul zijn konnen / ende de teeckens $+$ en $-$ verscheydelijck verandert voor-komen.

Tot het Werck/ maeckt IG $\propto \frac{1}{3} b$, en treckt uyt I op AB de recht-staende IK $\propto \frac{1}{3} c$; dan sal/ beschrijvende uyt K, in de wijtte van $\sqrt{\frac{4}{9} bb + \frac{4}{9} cc + \frac{4}{9} dd}$ het rondt MDN, yder punt D, genomen in d'omtreck/ waer 't valt/ het begeerde voldoen. 't Welck blijckt / nemende KD $\propto \sqrt{\frac{4}{9} bb + \frac{4}{9} cc + \frac{4}{9} dd}$, en KL, dat is/ IF $\propto \frac{1}{3} b + x$, te weeten / ghelijck de wortel uyt $\frac{1}{9} bb + \frac{2}{3} bx + xx$. die oock $\frac{1}{3} b = x$ zijn kan / wanneer men de hangende DF neemt tussen G en I, oft buyten I te vallen / gelijck wy die hier tussen G en B genomen hebben. Waer uyt dan LD wort $\sqrt{\frac{4}{9} bb + \frac{4}{9} cc + \frac{4}{9} dd - \frac{1}{9} bb - \frac{2}{3} bx - xx}$, oft oock $\sqrt{\frac{4}{9} bb + \frac{4}{9} cc + \frac{4}{9} dd - \frac{1}{9} bb + \frac{2}{3} bx - xx}$, en DF $\propto \frac{1}{3} c + \sqrt{\frac{4}{9} bb + \frac{4}{9} cc + \frac{4}{9} dd - \frac{1}{9} bb - \frac{2}{3} bx - xx}$. soodanig als wy deselve gevonden hebben/ oft oock $\propto \frac{1}{3} c + \sqrt{\frac{4}{9} bb + \frac{4}{9} cc + \frac{4}{9} dd - \frac{1}{9} bb + \frac{2}{3} bx - xx}$. te weeten/ als $\frac{4}{9} bb + \frac{4}{9} dd + \frac{1}{3} cc$ grooter is dan $\frac{1}{9} bb + \frac{2}{3} bx + xx$, of $\frac{1}{9} bb - \frac{2}{3} bx + xx$. Die oock zijn kan $\frac{1}{3} c - \sqrt{\frac{4}{9} bb + \frac{4}{9} cc + \frac{4}{9} dd - \frac{1}{9} bb - \frac{2}{3} bx - xx}$, oft $\frac{1}{3} c - \sqrt{\frac{4}{9} bb + \frac{4}{9} cc + \frac{4}{9} dd - \frac{1}{9} bb + \frac{2}{3} bx - xx}$. te weeten/ als $\frac{4}{9} bb + \frac{4}{9} dd + \frac{1}{3} cc$ minder is dan $\frac{1}{9} bb + \frac{2}{3} bx + xx$, oft $\frac{1}{9} bb - \frac{2}{3} bx + xx$.

't Werck.

't Bewijs.

Dit $=$ beteeckent 't verschil tussen $\frac{1}{3} b$ en x, alsser niet uytgedruckt ofte bekent gestelt wort, welck van beyden 't grootst is.

Vorders / soo is oock te weeten/ datter voor 't gegeven vlack heeft konnen genomen worden $2 aa + 2 bb + 2 cc - \frac{4}{3} dd$, te weeten / weyniger dan beyde □ten van AC, CB : gelijckerwijs wy 't hier grooter genomen hebben/ sonder datter yets te veranderen valt.

Het welcke dan bewijst/ hoedanig uyt drie oft soo veel gegeve punten/ als men wil / tot een punt konnen rechte linien t' samen ghetrocken worden / wiens □ten / te samen genomen / soo groot zijn als een ghegeven vlack. 't Welck te doen was.

Eyndelijck / alsoder in 't 4de Voorstel in 't algemeyn gesproocken wort van afbeeltsels/ gemaeckt op de getrocke linien : soo sal/ 't geen wy alhier in 't bysonder alleen van □ten betoont hebben / mede op andre formen van afbeeltsels konnen gepast werden.

Want/ dewijl na 't 49ste Voorstel der Gegeven Euclidis : als op een liny twee recht-linise afbeeltsels van gegeve form gemaeckt worden / dan oock de reden/ die 't eene afbeeltsel tottet ander heeft/ gegeven is : Soo volgt/ so wy de reden/ van 't □ op AD tot de figuer van gegeve form gemaeckt op deselve AD, stellen als van e tot f; en die van 't □ op CD tot de figuer van gegeve form op CD, als van e tot g; en van 't □ op BD tot de figuer van gegeve form op BD, als van e tot h: dat dan de somme deser 3 figueren zijn sal $aaf + 2afx + fxx + fyy, + bbg + 2bgx + gxx + gyy - 2cgy + ccg, + aah - 2ahx + hxx + hyy.$

Hierom/ soo wy 't gegeven vlack stellen te zijn dd, soo komt de vergelijcking in sijn behoorlijcke form te wesen: $yy \propto + \frac{2cgy}{f+g+h} + \frac{dde - aaf - bbg - ccg - aah}{f+g+h} - \frac{2afx - 2bgx + 2ahx}{f+g+h} - xx.$

Ofte in simpelder termen: $yy \propto + 2iy + kk$, dat is/ schrij-
$\text{℞}\ 2lx$
$- xx.$

Dit ℞ beteeckent + of −.

vende $2i$ voor $\frac{2cg}{f+g+h}$/ en kk voor $\frac{dde - aaf - bbg - ccg - aah}{f+g+h}$/ en + of − $2l$ voor $\frac{-2af - 2bg + 2ah}{f+g+h}$. Want nademael alle dese grootheden gegeven zijn/ soo mogen die naer believen genoemt worden. Waerom/ dewijl dese vergelijcking niet anders van form is als de voorgaende/ soo volgt dat het punt D, als vooren/ in een rondt-treck vallen sal/ die in ghelegentheyt gegeven is. 't Selve blijckt op gelijcke manier van soo veel gegeve punten/ als men begeert. Hierom:

'tBesluyt des vierden Voorstels.

So uyt so veel gegeve punten als men wil tot een punt rechte linien getrocken worden, sulcx dat de afbeeltsels, die van gegeve form op deselve gemaeckt worden, t'samen genomen soo groot zijn als een gegeven vlack: soo sal 't selve punt in een rondts omtreck vallen, die in gelegentheyt gegeven is. 't Welck te bewijsen was.

Op het 5^{de} Voorstel.

XI. *WERCK-STVCK.*

Vyt twee gegeve punten M, N, in een voorgegeve onbepaelde rechte liny AD, twee rechte linien t'samen te trecken, *als* MC, NC, sulcx, somen van 't punt der t'samenkoming C een rechte liny treckt, *als* CD, in een gegeven hoeck E, tot de voor-gegeven liny AD, dat de vierkanten der t'samen-getrocke linien MC, NC t'samen soo groot zijn als een vierkant, begrepen van een gegeven liny 2 AB, ende een ander, *als* MD, die tot een der gegeve punten,

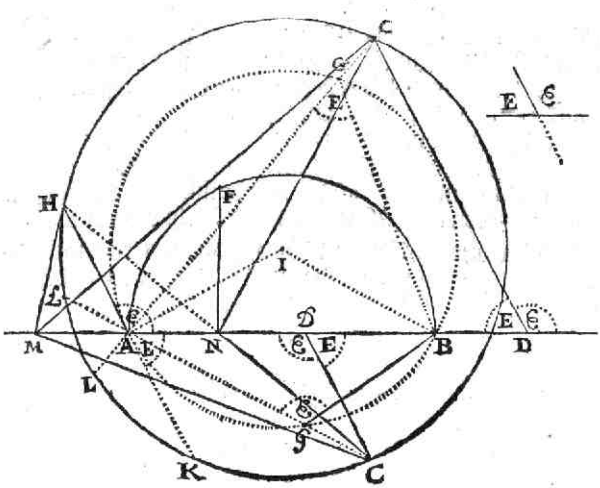
als

als M, oft eenig ander in de voorgegeve liny AD van de lest-gehaelde CD wort afgesneden.

't Werck.

Gedeelt hebbende MN in twee gelijcke deelen in A, soo zy op AB, de helft der gegeven liny [a] een rondt-stuck beschreven/ als AGB, begrijpende een hoeck die gelijck is aen den gegeven hoeck E. Dan vindt tussen AN, NB de middel-even-reednighe NF, dewelcke gestelt zijnde van A tot H, (dat is/ in de liny AH, maeckende met MA een hoeck gelijck den gegeven hoeck E), so beschrijft uyt I, 't middelpunt des rondts AGB, door 't punt H 't rondt HCKL: dan seg ick/ dat/ so men uyt beyde punten M en N tot eenich punt in den omtreck/ waer 't valt/ als C, treckt MC, NC; voorts CD even-wydig met AH, dat is/ in den gegeven hoeck E, de □ten van MC, NC t'samen genomen so groot zijn alsset ▭ begrepen van de gegeven liny 2 AB, en d'afgesneden liny MD.

a na 't 33 v. des 3 b. Eucl. ofte na 't tweede Werckstuck van 't 1 b. deses.



't Bewijs.

Getrocken zijnde AC, doorsnijdende 't rondt AGB in 't punt G, soo haelt GB: dan sal/ als in 't 7 Werckstuck deses/ ▭ CAG gelijck zijn 't ▭ DAB, en 't ▭ ACG gelijck 't □ van HA of NF, dat is/ 't ▭ ANB. Nu zijn [b] beyde ▭ten CAG en ACG 't samen gelijck 't □ op AC, item 't ▭ ANB [c] gelijck 't ▭ NAB, dat is/ MAB, min 't □ op AN. Waerom dan 't □ op AC gelijck is beyde ▭ten DAB en MBA min 't □ op AN, dat is/ [d] gelijck 't ▭ begrepen van MD en AB, min 't □ op AN. Waer uyt dan volgt/ dattet □ op AC kleynder is dan 't ▭ van MD, AB om 't □ op AN; ofte dattet selve met t' samen 't □ op AN so groot is als het ▭ van MD, AB. Hierom/ dewijl [e] beyde □ten op MC, CN 't samen dubbel zijn met beyde □ten van CA, AN, so blijckt/ dat de □ten van MC, CN 't samen so groot zijn als tweemael 't ▭ van MD, AB, dat is/ gelijck 't ▭ begrepen van MD en 2 AB, 't Welck te doen was. 't Selve is op gelijcke wijz te verstaen van yder punt C, genomen in den omtreck HCKL, waer 't valt.

b na 't 2 v. des 2 b. Eucl.
c na 't 3 v. des 2 b. Eucl.
d na 't 1 v des 2 b. Eucl.
e na 't 18 v. des tweeden deels van 't eerste tract. ues.

Op deselve manier vindt mede 't punt C, als beyde □ten van MC en NC gelijck begeert worden 't ▭/ begrepen van 2 AB, de gegeven liny/ en ND, die van de liny CD tottet ander gegevē punt N afgesneden wort. Waer van dan/ de figuer blijvende onverandert / 't punt C in het kleynste deel des ronts HCKL komt te vallen ; en / naer dat de letter M in N, en N in M verandert is / deselve slechs het onderste boven behoeft gekeert te worden / om 't begeerde te toonen.

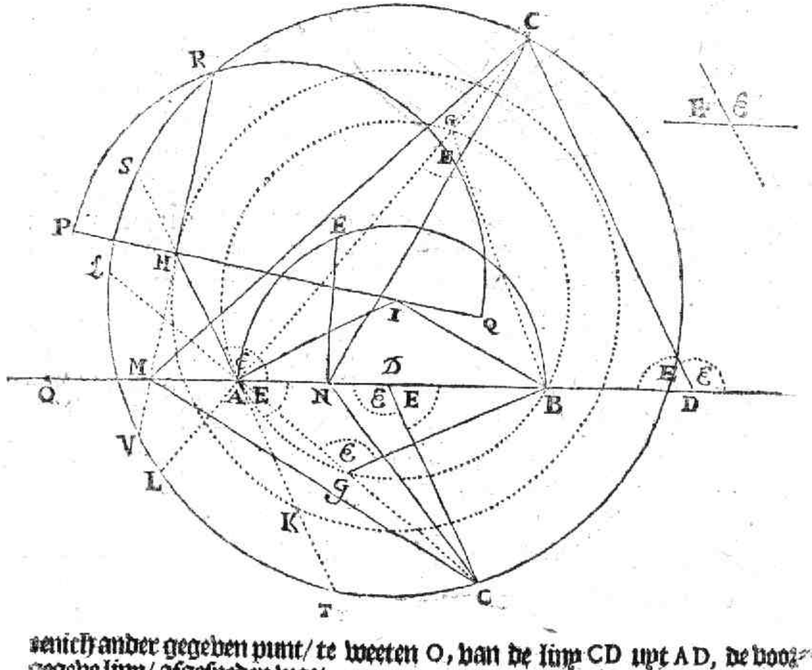
Merckt.

Wat aengaet 't Bewijs van 't punt H, 'tselve blijckt / aldus: Getrocken hebbende beyde linien MH, NH, dewijl 't □ op HA gelijck is [f] 't ▭ ANB: soo volgt/ so men tot elck doet 't □ op AN, dat beyde □ten van HA en AN t'samen soo groot zijn alsset ▭ BAN of BAM. Hierom/ alsoo [g] beyde □ten van MH, HN t'samen dubbel zijn met beyde □ten van HA en AN t'samen/ dan blijckt dat deselve gelijck zijn tweemael 't ▭ BAM, dat is/ gelijck 't ▭ begrepen van 2 BA, de gegeven liny/ en AM, die van de liny AH tottet gegevē punt M uyt AB, de voorgegeven liny/ afgesneden wort. Als begeert was.

f na '13 v. des 6 b. Eucl.

g na'11 v. des tweeden deels van't eerste tractaet.

Volgt het Werck en Bewijs/ als beyde □ten van MC en CN gelijck begeert worden een ▭/ begrepen van 2 AB, de gegeven liny/ en OD, die tot



eenigh ander gegeven punt/ te weeten O, van de liny CD uyt AD, de voorgegeve liny/ afgesneden wort.

't Werck.

't Werck.

Gevonden hebbende 't punt H, als voozen/ so stelt in de liny HI, PH gelijck OM, en HQ gelijck AB; en vindt tussen deselve de middel-eeven-reednige HR: dan sal / soo men uyt I door R een rondt beschrijft/ en uyt beyde punten M en N tot eenig punt C in den omtreck / waer 't valt / treckt MC, NC, 't □ op MC met t'samen 't □ op NC soo groot zijn alsset ▭ / begrepen van de gegeven liny 2 AB, en d' afgesnede OD.

't Bewijs.

Zy RH verlengt tot in den omtreck in V, als mede HA tot beyde syden in de punten S en T: dan sal/ als in 't 7de Werck-stuck betoont is/ 't ▭ CAG gelijck zijn 't ▭ DAB, en 't ▭ ACG gelijck 't □ op AS. Hierom/ dewijl beyde ▭ten CAG en ACG h gelijck zijn 't □ op AC, so volgt dattet □ op AC gelijck is 't ▭ DAB, mitsgaders 't □ op AS. Nu is i 't □ van AS gelijck 't ▭ SHT, mitsgaders 't □ op AH. Waerom dan 't □ van AC gelijck is beyde ▭ten DAB en SHT, met t'samen 't □ op AH. Wyders / alsoo k 't ▭ SHT gelijck is 't ▭ RHV, dat is/ 't □ op HR, het welck l gelijck is 't ▭ PHQ, dat's 't ▭ begrepen van OM en AB: item 't □ van AH, als voozen / gelijck 't ▭ MAB min 't □ op AN: soo volgt dattet □ op AC gelijck is de 3 ▭ten begrepen van DA, AB, van MA, AB, en van OM, AB, min 't □ op AN. Nu zijn m de 3 ▭ten begrepen van DA, AB, van MA, AB, en van OM, AB gelijck 't ▭ begrepen van OD en AB. Waerom dan 't □ op AC gelijck is 't ▭ begrepen van OD, AB, min 't □ op AN: ende dienvolgens 't □ van AC met dat van AN soo groot alsset ▭ / besloten van OD en AB. Hierom/ alsoo n beyde □ten van MC en NC t'samen dubbel zijn met die van CA en en AN, dan blijckt / dat deselve t' samen so groot zijn als tweemael 't ▭ begrepen van OD en AB, dat is / 't ▭ begrepen van OD en 2 AB. 't Welck te doen was. 't Selve verstaet op ghelijcke manier van yder punt C, naergevallen genomen in den omtreck RCT; als mede van alle andre formen van afbeeltsels.

h na 't 2 v. des 2 b. Eucl.
i na 't 5 v. des 2 b. Eucl.
k na 't 35 v. des 3 b. Eucl.
l Door 't werck, en 17 v. des 6 b. Eucl.
m na 't 1 v. des 2 b. Eucl.
n na 't 18 v. des 2den deels van 't eerste tractaet.

XII. *WERCK-STVCK.*

Vyt twee gegeve punten M, N, buyten een voorgegeve onbepaelde rechte liny OD, twee rechte linien t'samen te trecken, *als* MC, NC; sulcx, soo men van 't punt C, daer deselve t'samen komen, een rechte liny treckt, *als* CD, in een gegeven hoeck E, tot de voorgegeve liny OD, dat de vierkanten der t'samen-getrocke linien MC, NC t'samen so groot zijn als een vierkant, begrepen van een gegeven liny 2 AB, ende een ander, *als* OD, die tot een gegeven punt O in de voorgegeve liny OD van de lest-getrocke CD wort afgesneden.

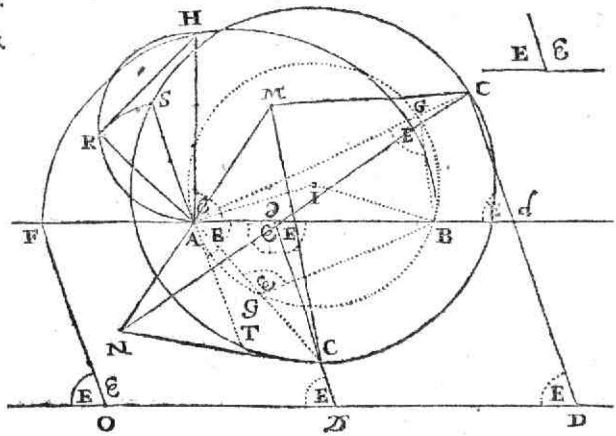
't Werck.

Treckt NM, delwelcke in A gedeelt zijnde in twee gelijcke deelen/ soo haelt FAB even-wijdig met OD; ende in deselve genomen hebbende AB, gelijck de helft der gegeve liny/ soo zy daer op [a] beschreven 't rondt-stuck AGB, begrijpende een hoeck/ die gelijck is den gegeven hoeck E. Voorts/ getrocken hebbende uyt O de liny OF, maeckende op OD een hoeck gelijck den geseyden hoeck E, so vindt [b] tussen FA, AB de middel-even-reedenige AH, en beschrijft op deselve het half-rondt ARH. in 'twelck [c] gestelt zijnde HR ghelijck NA of AM, soo haelt RA. Dan maekt AS gelijck AR, deselve stellẽde dat den hoeck SAF zy ghelijck aen den hoeck E, en beschrijft uyt I, 't middel-punt des rondts AGB, door S, 'trondt SCT: soo sal/ als men uyt beyde punten M, N tot eenig punt C, in den omtreck/ waer 't valt/ treckt MC, NC, en van C tot OD de liny CD in den gegeven hoeck E, 't □ op MC met t'samen 't □ op NC soo groot zijn alsset ▭/ begrepen van de gegeven liny 2 AB en d'afgesnedene OD.

[a] na 't 33 v. des 3 b. Eucl. ofte na het 2de Werckstuck van het eerste boeck deses.

[b] na 't 13 v. des 6 b. Eucl.

[c] na 't 1 v. des 4 b. Eucl.



't Bewijs.

Na 't geene in 't 7ste Werck-stuck betoont is/ is 't ▭ CAG gelijck 't ▭ dAB, en 't ▭ ACG ghelijck 't □ op AS of AR. Nu is [d] 't □ van AR met t'samen 't □ van RH, dat's/ AM, gelijck 't □ van AH, dat is / [e] 't ▭ FAB. Hierom/ dewijl [f] beyde ▭ten CAG en ACG t'samen maecken 't □ op AC, en beyde ▭ten dAB en FAB [g] t'samen gelijck aen 't ▭/ begrepen van Fd en AB, dat is/ van OD en AB, dan volgt/ dattet □ van AC met dat van AM soo groot is alsset ▭/ begrepen van OD en AB. Nu zijn [h] beyde □ten van AC en AM t'samen half so groot als beyde □ten van MC en NC. Waerom dan beyde □ten van MC en NC t'samen gelijck zijn 't ▭ begrepen van OD en 2 AB. 't Welck te doen was. 't Selve blijckt op gelijcke wijz van yder punt C, nder ghevallen ghenomen in den omtreck SCT; als mede van andere afbeeltseis/ die van een ghegeve form op MC, NC beschreven worden.

[d] na 't 31 v. des 3 b. en 47 v. des 1 b. Eucl.

[e] Door 't werck en 17 v. des 6 b. Eucl.

[f] na 't 2 v. des 2 b. Eucl.

[g] na 't 1 v. des 2 b. Eucl.

[h] na 't 18 v. des tweeden deels van 't eerste tractaet.

Hier

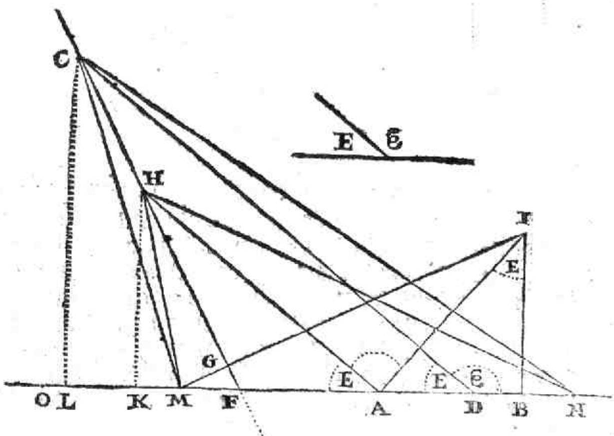
Hier by voegt beyde volgende Werck-stucken.

XIII. *WERCK-STVCK.*

Vyt twee gegeve punten M, N, in een voorgegeve onbepaelde rechte liny AD, twee rechte linien t'samen te trecken, *als* MC, NC; sulcx, soo men van 't punt C, daer deselve t'samen komen, een rechte liny treckt, *als* CD, in een gegeven hoeck E, tot de voorgegeve liny AD: dat het verschil der vierkanten van de t'samen-getrocke linien MC, NC soo groot sy als een vierkant, begrepen van een gegeven liny 4 AB, ende een ander, *als* OD, die tot een gegeven punt O in de voorgegeve liny AD van de lest-getrockene CD wort af-gesneden.

't Werck.

Gedeelt hebbende MN in twee gelijcke deelen in A, soe stelt AB gelijck het $\frac{1}{4}$ deel der gegeven liny/ en haelt AH in den gegeven hoeck E. Voorts treckt AI recht-hoeckig op AH, tot dat deselve ontmoet de recht-staende BI in I, en haelt MI. Dan vindt [a] tot MB, BA, en OA een 4de even-reednige liny AF, a na 't 12 v. des 6 b. Eucl.



(dat is/ dat MB zy tot BA, als OA tot AF) en treckt uyt F d'oneyndige FHC, door-snijdende MI recht-hoeckig in G: dan sal/ soo men in deselve een punt neemt/ waer 't valt/ als C, en treckt MC, NC, voorts CD even-

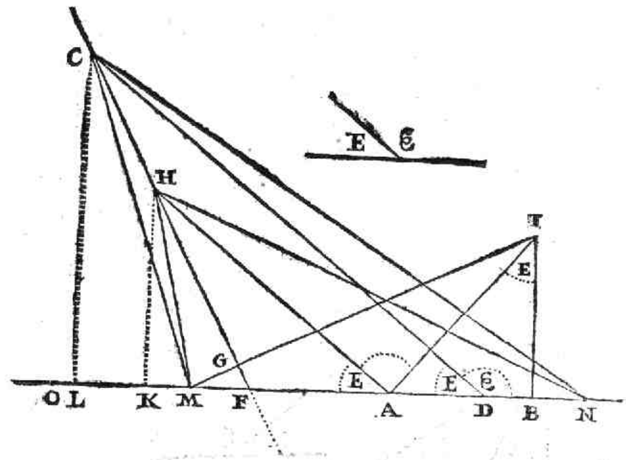
wydig

wydig met AH, dat is/ in den gegeven hoeck E, 't □ van NC min 't □ van MC soo groot zijn als 't ▭ begrepen van 4 AB en OD.

't Bewijs des punts H, *alwaer* FC *van* AH *ontmoet wort.*

b na 't vervolg van 't 32 v. des 1 b. Eucl.
c na 't 4 v. des 6 b. Eucl.
d na 't 32 v. des 1 b. Eucl.

Zy uyt H op AD getrocken de hangende HK. Aengesien dan den hoeck KFH beyde △ken KHF en MGF ghemeen is / en de hoecken derselve tot K en G recht zijn: soo volgt b dat mede den derden hoeck KHF aen den 3den hoeck GMF gelijck is. Op deselve manier sal mede den △ MBI gelijck-hoeckig zijn met den △ MGF: en oversulcx den △ KHF gelijck-hoeckig met den △ MBI. Waerom dan c MB tot BI is/ gelijck HK tot KF. Wederom/ dewijl d den uytwendigen hoeck KAI gelijck is beyde overstaende inwendige hoecken ABI, AIB; ende beyde hoecken HAI en ABI, door 't werck/ recht



e na 't 4 v. des 6 b. Eucl.
f na 't 23 v. des 5 b. Eucl.
g na 't vervolg des 19 v. van 't 5 b. Eucl.
h na 't 16 v. des 6 b. Eucl.
i na 't 16 v. des 6 b. Eucl.
k na 't 18 v. des 2den deels van 't eerste tractaet.

zijn: soo volgt dat den hoeck KAH aen den hoeck AIB gelijck is / ende dienvolgens mede den hoeck KHA aen den hoeck BAI: en daerom e BI tot AB, als KA tot HK. Hierom/ dewijl MB, BI, en AB drie grootheden zijn eener-zijds/ en KA, HK, en KF drie andre ander-zijds/ dewelcke 2 en 2 genomen in on-ordentlijcke even-redenheyt zijn / dan mede f gelijck-stemmig MB tot BA zijn sal/ als AK tot KF: en door verandering van reden g MB tot MA, gelijck AK tot AF. Waer uyt dan volgt h dattet ▭ begrepen van MB en AF gelijck is 't ▭ begrepen van MA en AK. Waerom/ alsoo door 't werck MB tot BA is/ als OA tot AF, en oversulcx i 't ▭/ begrepen van MB en AF mede gelijck is 't ▭/ begrepen van BA en AO, dan insgelijcx 't ▭ van MA en AK aen dat van BA en AO gelijck zijn sal. Nu is twee-mael 't ▭/ begrepen van MN en AK, dat is/ 4 mael 't ▭ van MA en AK k gelijck 't verschil dattet □ op NH grooter is als dat op MH. Waerom dan mede 4mael 't ▭ van BA en AO, dat is/ 't ▭ begrepen van 4 BA, de gegeven liny/ en en AO, d'afgesneden liny/ aen 't verschil der □ten van NH en MH gelijck is. Als begeert was.

Bewijs van 't punt C, *ghenomen in de liny* FGC, *waer 't valt.*

Getrocken zijnde uyt C op AD de hangende CL, dewijl l LK tot KF is/ gelijck CH tot HF; item DA tot AF, gelijck CH tot HF: soo sal mede m LK tot KF zijn/ gelijck DA tot AF; en oveTandert n LK tot AD, gelijck KF tot FA. Nu is MB tot MA, gelijck AK tot AF, dat is/ gedeelt o BA tot AM, gelijck KF tot FA. Waerom dan oock p LK tot AD is/ gelijck BA tot AM: en dienvolgens q 't ▭ van LK en MA gelijck 't ▭ van AD en AB. Nu is mede 't ▭ van KA en MA ghelijck 't ▭ van OA en AB. Waer uyt dan volgt/ dat beyde ▭ten van LK, MA en van KA, MA t'samen/ dat is/ 't ▭ van LA en MA, gelijck is beyde ▭ten van AD, AB en van OA, AB t'samen/ dat is/ 't ▭ van OD, AB. Hierom/ dewijl 4 mael 't ▭ van LA, MA, ofte twee-mael dat van LA, MN r gelijck is 't verschil dattet □ op NC grooter is als dat op MC, dan insgelijcx 4 mael 't ▭ begrepen van OD en AB, of dat van OD en 4 AB, aen 't selve verschil ghelijck zijn sal. 't Welck te doen was.

't Selve verstaet op gelijcke wijz van yder punt C, naer gevallen ghenomen in de liny FGC; als oock van andre formen van afbeeltsels.

Op deselve manier werckt mede/ als 't verschil der □ten op NC en MC gelijck begeert wort een ▭/ begrepen van de gegeven liny 4 AB, en de liny MD, die tot een van beyde gegeve punten/ als M/ van de liny CD afgesneden wort: te weeten/ verdenckende alleen 't punt O in 't punt M te vallen/ sonder yets in 't Werck of Bewijs te veranderen.

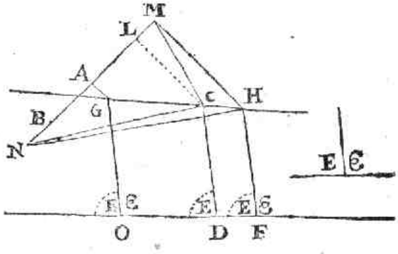
l na 't 12 v. des 6 b. Eucl.
m na 't 11 v des 5 b. Eucl.
n na 't 16 v. des 5 b. Eucl.
o na 't 17 v. des 5 b. Eucl.
p na 't 11 v. des 5 b. Eucl.
q na 't 16 v des 6 b. Eucl.
r na 't 13 v. des tweeden deels van 't eerste tractaet.

XIV. *WERCK-STVCK.*

Vyt twee gegeve punten M, N, buyten een voorgegeve bepaelde rechte liny OD, twee rechte linien t'samen te trecken, *als* MC, NC; sulcx, soo men van 't punt C, daer deselve t'samen komen, een rechte liny treckt, *als* CD, in een gegeven hoeck E, tot de voorgegeve liny OD, dat het verschil der vierkanten van de t'samen-getrocke linien MC, NC soo groot sy als een vierkant, begrepen van een gegeven liny 4 AB, en een ander, *als* OD, die tot een gegeven punt O in de voorgegeve liny OD van de lest-getrockene CD wort af-gesneden.

't Werck.

Treckt NM, delwelcke/ als voren/ in A gedeelt zijnde in 2 gelijcke deelen; ende genomen hebbende AB gelijck het $\frac{1}{4}$ part der gegeve liny/ so vindt tot BA, AM een derde even-reednige OF, en treckt OG en FH in den gegheven hoeck E, ontmoetende de recht-staende AG, MH in G en H: dan sal/ so men door beyde punten G en H een oneyndtlijcke rechte liny treckt/ en uyt N en M tot eenig punt in deselve buyten G, waer 't valt / als C, haelt NC, MC; voorts CD evenwydig met OG of FH, dat is/ in den gegeven hoeck E, 't □ op NC min 't □ op MC soo groot zijn alsset ▭/ begrepen van de gegeven liny 4 AB, en d'afgesneden liny OD.



Bewijs van 't punt H.

a na 't 47 v. des 1 b. Eucl. b na 't 17 v. des 6 b. Eucl.

Getrocken zijnde NH, nademael a 't □ van NH grooter is als dat van MH, om 't □ van NM, dat is/ 4mael 't □ van NA of AM: so volgt/ dewijl door 't Werck BA tot AM is/ als AM tot OF; en daerom b 't ▭ van BA en OF aen 't □ op AM gelijck is/ dat 4mael 't ▭ van BA en OF, dat is/ 't ▭ van 4 BA en OF, aen 4mael 't □ op AM, ofte 't verschil der □ten van NH en MH gelijck is. Als begeert was.

Bewijs van 't punt C.

c na 't 6 v. van 't tweede deel des eersten tractaets. d na 't 16 v. des 6 b. Eucl.

CL getrocken zijnde recht-hoeckig op NM, dewijl c 't □ van NC grooter is als dat van MC, om tweemael 't ▭/ begrepen van NM en AL, dat is/ 4mael 't ▭ van AM en AL; ende BA tot AM is/ als AM tot OF, ofte AL tot OD, en dat dienvolgens d 't ▭ van BA en OD gelijck is 't ▭ van AM en AL: So volgt/ dat 4mael 't ▭ van BA en OD, dat is/ 't ▭ van 4 BA en OD aen 4mael 't ▭ van AM en AL, ofte 't verschil der □ten op NC en MC, gelijck is. 't Welck te doen was. 't Selve verstaet op gelijcke wijs van yder punt C, nae ghevallen ghenomen in de liny GCH buyten G; als mede van andre formen van afbeeltsels.

Hierom:

't Besluyt des vijften Voorstels.

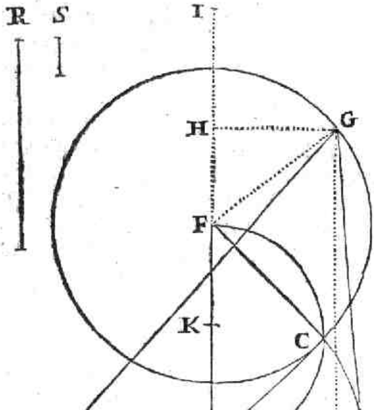
Soo een rechte liny in gelegentheyt gegeven zy, ende uyt twee gegeve punten in oft buyten deselve twee rechte linien t'samen getrocken worden, en voorts van 't punt der t'samen-koming een rechte liny in een gegeven hoeck tot de voorgegeve liny gehaelt wordt, die uyt deselve tot een der gegeve punten, oft eenig ander gegeve punt in deselve een rechte liny af-snijt, besluytende met een gegeven liny een vierkant, soo groot zijnde als de afbeeltsels, die van gegeve form op de *de t'samen-getrocke linien gemaeckt werden: dan sal 't punt der t'samen-koming in een rondts-omtreck vallen, welcke in gelegentheyt gegeven is; maer in een rechte liny, soo 't verschil derselve afbeeltsels aen 't geseyde vierkant gelijck is.* 't Welck te bewijsen was.

Hier by voegt beyde volgende Werck-stucken.

XV. *WERCK-STVCK.*

Uyt d'eynden A en B eener voorgegeve rechte liny AB twee rechte linien t'samen te trecken, *als* AG, BG, wiens vierkanten t'samen genomen, tot den driekoeck AGB, die van de gegeven liny AB en beyde ghetrocke linien AG, BG besloten wort, een gegeve reden hebben, *als* R tot S.

Sy AB in E gedeelt in twee gelijcke deelen/ en uyt E op AB getrocken de recht-staende EF; voorts soo zy R tot S, als 't viervout van EF tot EB.



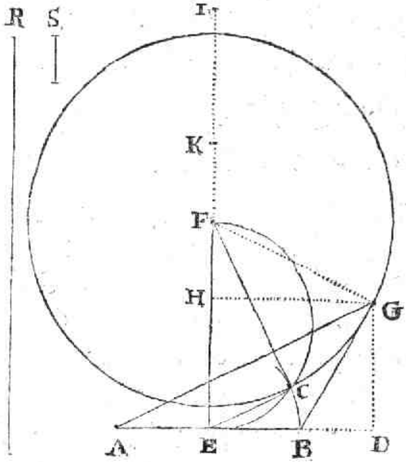
't Werck.

Beschreven hebbende op EF het halfrondt ECF, soo zy in 't selve gestelt EC gelijck EB, ende uyt F in de wijtte FC een rondt beschreven: dan sal/ somen uyt beyde punten A, B/ tot eenich punt in d' omtreck/ als G, waer 't valt/ haelt AG, GB, 't □ van AG met t'samen 't □ van BG tot den △ AGB sulcke reden hebben/ als 't viervout van EF tot EB, ofte als R tot S. Welcke reden dan alhier niet minder zijn moet/ als van 4 tot 1.

Bereytsel tot het Bewijs.

Sy uyt G op AB getrocken de hangende GD, en gehaelt hebbende FG, so trecht GH even-wydich met AB. Voorts zy FK gelijck gestelt aen FH, en FI gelijck aen FE.

't Bewijs.



a na 't 47 v. des 1 b. Eucl.

b na 't 31 v. des 3 b. en 47. v. des 1 b. Eucl.

c na 't 6 v. des 2 b. Eucl.

d na 't 3 v. des 2 b. Eucl.

Aengesien dan a 't □ van FH met het □ van HG so groot is als 't □ van FG of FC, en dit mettet □ van CE of EB b so groot als 't □ van EF: so volgt dat de □ten van FH, HG, en EB t' samen soo groot zijn als 't □ van EF. Nu is c 't □ van EF gelijck 't □ van FH en 't ▭ HEK. Waerom dan mede de □ten van FH, HG, en EB t'samen aen 't □ van FH mettet ▭ HEK gelijck zijn. Hierom/ somen weder-zijds wech-neemt 't gemeene □ van FH, so sullen insgelijcx de overblijvende □ten van HG, EB, of AE, ED, aen 't overblijvende ▭ HEK gelijck wesen. Nu is d 't ▭ HEK of IHE ghelijck 't ▭ IEH min 't □ van EH. Waerom dan oock de □ten van AE, ED gelijck zijn 't ▭ IEH min 't □ van EH. Hierom/ somen tot beyde syden addeert 't □ van EH of DG: so volgt dat de 3 □ten van AE, ED, en DG gelijck zijn 't ▭ IEH: en dat dienvolgens mede haer twee-vouden/ dats e de □ten van AD, DB met tweemael 't □ van DG gelijck zijn aen tweemael 't ▭ IEH, dat is/ 4mael 't ▭ begrepen van EF en DC. Nu zijn f de □ten van AD, DB met tweemael 't □ van DG so groot als beyde □ten van AG, GB. Waerom dan beyde □ten van AG, GB so groot zijn als 4 mael 't ▭ begrepen van EF en DG. Maer gelijck 4 mael 't ▭ van EF en DG is tottet ▭ begrepen van EB en DG, dat's den △ AGB, alsoo is g 't viervoudt van EF tot EB. Waerom dan mede beyde □ten van AG, GB tot den △ AGB zijn/ als 't viervoudt van EF tot EB, ofte R tot S. 't Welck te doen was. 't Selve is op ghelijcke wijz te verstaen van yder punt G, naer gevallen genomen in den omtreck/ ende mede openbaer van andere formen van af-beeltsels.

e na 't 9 of 10 v. des 2 b. Eucl.

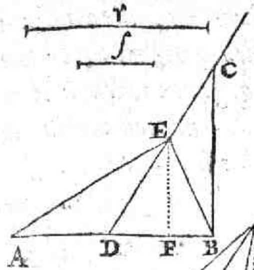
f na 't 47 v. des 1 b. Eucl.

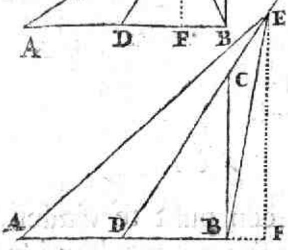
g na 't 1 v. des 6 b. Eucl.

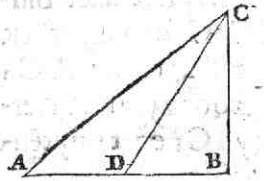
XVI. *WERCK-STVCK.*

Uyt d' eynden A en B eener voorgegeve rechte liny AB twee rechte linien t' samen te trecken, *als* AE, BE; wiens vierkanten van malkander ghetrocken tot den driehoeck AEB, die van de gegeven liny AB en beyde getrocke linien AE, BE besloten wort, een gegeven reden hebben, als *r* tot *s*.

't Werck.







't Werck.

Zy gestelt als *r* tot *ſ*, also het tweevoudt van AB tot de rechtstaende BC. Voorts gedeelt hebbende AB in 2 gelijcke deelen in D, so treckt uyt D door C een liny oneyndtlijck: dan sal/ somen uyt A en B tot eenich punt in deselve/ waer 't valt/ als E, haelt AE, BE, 't □ van AE min 't □ van EB tot den △ AEB zijn/ als het tweevoudt van AB tot BC, ofte *r* tot *ſ*.

Bewijs des punts C.

Getrocken hebbende AC, dewijl [a] 't □ van AC grooter is als dat van CB, om 't □ van AB, ofte 't ▭ begrepen van 't 't twee-voudt van AB en DB; ende [b] dit ▭ tottet ▭/ begrepen van DB en BC, dat is/ tot [c] den △ ACB zy/ als het twee-voudt van AB tot BC: so blijckt/ dattet □ van AC min 't □ van CB is tot den △ ACB, als het twee-voudt van AB tot BC, ofte als *r* tot *ſ*. Gelijck begeert was.

a *na 't 47 v. des 1 b. Eucl.*
b *na 't 1 v. des 6 b. Eucl.*
c *na 't 41 v. des 1 b. Eucl.*

Bewijs van 't punt E, *genomen in de liny* DCE, *waer 't valt.*

Aengesien AD gelijck is DB, en oversulcx AF gelijck BD en DF: soo volght [d] dat het □ van AF so groot is als 't □ van FB met 4mael 't ▭ BDF, ofte dattet □ van AF grooter is als dat van FB, om 4mael 't ▭ BDF, dat is/ 't ▭ begrepen van 't dobbel van AB en DF. Hierom/ soo men tot beyde syden addeert 't □ van FE, soo sullen mede beyde □ten van AF en FE t'samen/ dat is/ [e] 't □ van AE, grooter zijn dan beyde □ten van FB en FE t'samen/ dat is/ [f] 't □ van EB, om 't ▭ begrepen van 't dobbel van AB en DF. Nu gelijck DB tot BC, alsoo is [g] DF tot FE: en dienvolgens [h] 't ▭ begrepen van DB en FE, dat is/ den △ AEB, soo groot alsset ▭ begrepen van BC en DF. Mede soo is [i] 't ▭ begrepen van 't dobbel van AB en DF tot het ▭ begrepen van BC en DF, gelijck 't dobbel van AB tot BC. Waerom dan 't verschil/ dat het □ van AE grooter is als dat van EB tot den △ AEB is/ ghelijck 't dobbel van AB tot BC, ofte *r* tot *ſ*. 't Welck te doen was.

d *na 't 8 v. des 2 b. Eucl.*
e *na 't 47 v. des 1 b. Eucl.*
f *na 't 47 v. des 1 b. Eucl.*
g *na 't 4 v. des 6 b. Eucl.*
h *na 't 16 v. des 6 b. Eucl.*
i *na 't 1 v. des 6 b. Eucl.*

't Selve is op gelijcke wijz te verstaen van alle ander punt in de liny DE, ende mede openbaer van alle andre formen van afbeeltsels.

Uyt welcke beyde Werck-stucken dan blijckt dusdanich

VOORSTEL.

Soo uyt d'eynden eener gegeve rechte liny twee rechte linien *t'samen getrocken werden, sulcx, dat de afbeeltsels, die van gegeve form op deselve gemaeckt worden, tot den drieboeck, besloten van de gegeven liny en beyde gehaelde, een gegeven reden hebben: soo sal 't punt der t'samen-koming in een rondts-omtreck vallen, die in gelegentheyt gegeven is; maer in een rechte liny, soo 't verschil derselve afbeeltsels tot den geseyden drieboeck een gegeven reden heeft.*

't Welck te bewijsen was.

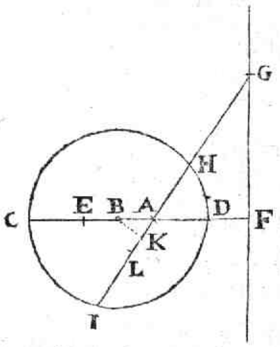
Op het 6^ste^ Voorstel.

XVII. *WERCK-STVCK.*

Buyten een gegeven rondt CHD een punt te vinden, *als* G, waer uyt soo men door een gegeven punt daer binnen, *als* A, een rechte liny treckt, *als* GHAI, den omtreck doorsnijdende in H en I; dattet vierkant der liny AG, tussen dese beyde punten begrepen, so groot zy alsset vierkant IGH, der gantse doorsnijdende liny IG, en 't buytenste deel GH.

't Werck.

Sy door 't middel-punt B en 't punt A getrocken een rechte liny, doorsnijdende den omtreck in C en D. Voorts nemende EB gelijck BA, soo zy gestelt als EA tot AD, alsoo AD tot DF; en door F getrocken FG recht-hoeckig op CAD: dan sal, soo men uyt eenig punt in de selve, als G, waer 't valt, door A treckt GHAI, doorsnijdende den omtreck in H en I, 't □ van AG soo groot zijn alsset ▭ IGH.



Bewijs van 't punt F.

Aengesien CB gelijck is BD, en EB gelijck BA; so sal alsoo mede CE ghelijck zijn AD, en dienvolgens oock CA ghelijck ED. Voorts, dewijl [a] EA tot AD is, als AD tot DF; dat is, door versaming [b] ED, dat's CA, tot AD, als AF tot FD: so sal mede [c] CF tot FA zijn, als AF tot FD: en daerom [d] 't □ van AF gelijck 't ▭ CFD. Als begeert was.

a *Door 't werck.*
b *na 't 18 v. des 5 b. Eucl.*
c *na 't 12 v. des 5 b. Eucl.*
d *na 't 17 v. des 6 b. Eucl.*

Bewijs

Bewijs van 't punt G.

Getrocken hebbende uyt B op IG de hangende BK, so sal deselve [e] de liny IH in K in 2 gelijcke deelen deelen. Waerom/ somen/ als boven/ LK gelijck neemt aen KA, dan mede IL aen HA gelijck sal wesen. Voorts/ dewijl om de gelijckhoeckigheyt der △ken ABK, AGF, [f] BA is tot AG, als KA tot AF, en oversulcx oock EA tot AG, als LA tot AF: soo volgt [g] dattet ▭ EAF gelijck is 't ▭ LAG. Nu is door 't Werck EA tot AD, als AD tot DF, dat is/ na 't 12 Voorstel des 5den boecks Eucl. EA tot AD, als ED, dat's CA, tot AF: en oversulcx [h] 't ▭ EAF gelijck 't ▭ CAD, dat is/ [i] 't ▭ IAH. Waerom/ dewijl 't ▭ EAF gelijck bevonden is 't ▭ LAG, ende 'tselve mede gelijck is 't ▭ IAH, dan insgelijcx de ▭ten LAG en IAH d'een d'ander gelijck zijn. Daerom [k] gelijck AG tot AH, alsoo IA tot AL; en gedeelt [l] GH tot HA, als IL, dat's HA, tot AL. Aengesien dan GH, HA, en AL drie even-reednige linien zijn/ gelijckerwijs als FD, DA, en AE, ende ginder IL gelijck is aen HA, gelijck hier CE aen DA: soo volgt/ dat op deselve wijz/ als vooren/ 't □ van AG gelijck is 't ▭ IGH. 't Welck te doen was. 't Selve verstaet op gelijcke manier van yder punt G, genomen in de liny FG, waer 't valt.

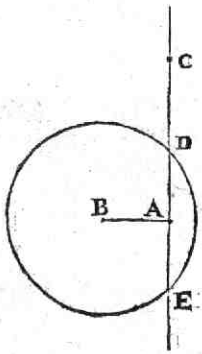
e na 't 3 v. des 3 b. Eucl.
f na 't 4 v. des 6 b. Eucl.
g na 't 16 v. des 6 b. Eucl.
h na 't 16 v. des 6 b. Eucl.
i na 't 35 v. des 3 b. Eucl.
k na 't 16 v. des 6 b. Eucl.
l na 't 17 v. des 5 b. Eucl.

Noch op het 6ste Voorstel.

XVIII. *WERCK-STVCK.*

Buyten een gegeven rondt DE een punt te vinden, *als* C, waer uyt soo men door een gegeven punt daer binnen, *als* A, een rechte liny treckt, *als* CDAE, den omtreck doorsnijdende in D en E, dattet vierkant der liny AC, tussen dese beyde punten begrepen, soo groot zy alsset vierkant ECD, der gantse doorsnijdende liny EC, en 't buytenste deel CD, mitsgaders 't vierkant EAD, van beyde binnenste deelen EA, AD.

't Werck.



Sy uyt het middelpunt B tottet punt A gehaelt de liny BA, en door A op deselve rechthoeckich getrocken de liny AC: dan sal/ somen in deselve buyten 't rondt een punt neemt/ waer 't valt/ als C, 't ▭ ECD met t' samen 't ▭ EAD so groot zijn alsset □ van AC. 't Welck te doen was. 't Selve verstaet op gelijcke wijz van yder punt C genomen in de liny AC, buyten het rondt/ waer 't valt.

Waer van 't Bewijs door 't 6ste Voorstel des 2 boecks / en 3de Voorstel des 3den boecks Euclidis openbaer is.

Hierom:

'tBesluyt des sesten Voorstels.

Soo een rondt in grootte en gelegentheyt gegeven is, ende door een punt binnen 't selve gegeven een rechte liny getrocken werdt, die den omtreck aen wedersyden doorsnijt, ende in deselve buyten 't rondt een punt genomen wort; sulcx, dattet vierkant der liny tussen dese beyde punten so groot sy alsset vierkant, begrepen van de gantse doorsnijdende liny en 't buytenste deel, 't sy dan in 't bysonder, oft met t' samen 't vierkant, besloten van beyde binnenste stucken: dan sal 't buyten genomen punt telckens in een rechte liny vallen, die in gelegentheyt gegeven is. En wederom:

So dit punt in een rechte liny valt, die in gelegentheyt gegeven is, ende 't rondt niet gestelt en wordt: so sullen mede beyde gegeve punten aen wedersyden 't gegeve punt in d' omtreck desselven gegeven rondts vallen. 't Welck te bewijsen was.

E Y N D E.

Vierde

Vierde Boeck
der
MATHEMATISCHE OEFFENINGEN,
Begrijpende
DE
TUYCH-WERCKELYCKE BESCHRYVING DER KEGEL-SNEDEN OP EEN VLACK.

Door

FRANCISCUS van SCHOOTEN,
Professor Matheseos in de Universiteyt tot *Leyden*.

t'AMSTERDAM,
By GERRIT van GOEDESBERGH,
Boeck-verkooper op 't Water / in de Delfsche Bybel / tegen
over de Nieuwe-Brugh. ANNO 1660.

Aen de Edele en Achtbaere Heeren

MYN HEEREN

DE

CURATEURS

der Universiteyt tot LEYDEN.

d'Heer, AMELIS van den BOUCKHORST, Heer van Wimmenum, Baliu en Dijckgraef van Rhijnlandt, en Gedeputeerde uyt de Ridderschap ter Vergadering van de Hooch-Mogende Heeren Staten Generael.

d'Heer, GERARD SCHAEP, voor desen Ambassadeur by den Doorluchtigen en Groot-machtigen Koning van Denemarcken van wegen de Hoogh-Mogende Heeren Staten Generael der Ver-eenigde Nederlanden; en nu Borgemeester der Stadt Amsterdam.

d'Heer, CORNELIS van BEVEREN, Ridder, Heere van Strevels-hoeck en West-Isselmonde, Raedt van Hollandt, en Ontfanger Generael van Zuydt-Hollandt, eertijts Ambassadeur by de Doorluchtige en Groot-machtige Koningen van Engelandt en Denemarcken, en nu Gedeputeerde van Hollandt ter Vergadering van de Hooch-Mogende Heeren Staten Generael.

Als mede, aen

d'Heer, CLEMENS van BAERSDORP, Rechts-geleerde,
d'Heer, ADRIAEN van STAVEREN,
d'Heer, NICLAES vander MEER,
d'Heer, FEUIT van ZYP,
Burgemeesters der Stadt Leyden.

Gelijck oock, aen

d'Achtbaere, en seer Voorsienige

Heer, JOHANNES van WEVELICHOVEN, Rechts-geleerde, Pensionaris der Stadt Leyden, en Secretaris der boven-gemelte Heeren Curateuren.

Edele

Edele en Achtbaere Heeren,

Elijckerwijs op de Geometrie of Meet-konſt by nae alle de andere Wiskonſten ſteunen en gegrondveſt zijn, alſoo hebben oock eertijts de Griecken al haer neerſtigheyt gedaen om deſelve te leeren. En gemerckt ſy die te gelijck met andere Wetenſchappen en Konſten met ſeer groot voordeel in haere eygene tael oeffenden, ſoo is daer uyt oock ontſtaen dat ſy haere nutticheyt terſtont bemerckt hebben; ſoo in de andere lichter te leeren en op te bouwen; als in alle Handtwercks-konſten wel te beſtieren, en verſcheyde inſtrumenten te practiſeeren, die tottet dagelijcx gebruyck behoorden. Tot dit deel nu, het welck van de Kegel-ſnede handelt, hebben ſy haer uytterſte vlijt gedaen; nadien ſy vernamen dattet gebruyck deſſelven ſich ſeer vvijt en breet uytſtreckte. Onder vvelcke dan, die hier af haer vverck gemaeckt hebben, geen ouder als Euclides gevonden vvort, die daer van vier boecken beſchreven heeft. Maer Apollonius deſe dingen daer na generaelder aenmerckende, heeft deſelve Sneden alle in yder Conus betoont, en de leering der Kegel-Sneden met veel vernuftige en treffelijcke Vertoogen verrijckt, en de vier boecken van Euclides tot acht boecken ghemaeckt. Waer door dan deſe vvetenſchap een ongelooflijcken aenwas gekregen, en hy een groote eer bekomen heeft; ſulcx hy in die als oock in de volgende eeuwen de naem van een groot Geometra verdient heeft. Maer aengeſien door ongeluckige tijden geen overblijfſelen, noch van haer, noch van andre, die haer gevolgt hebben, tot ons gekomen, of ten minſten (voor ſoo veel ick vveet) in 't licht gebracht zijn, vvaer in de manier, om deſelve Sneden met eene treck op een vlack te beſchrijven, betoont vvort; vvelckers beſchrijving nochtans in de dagelijckſche practijck het meeſt te paſſe komt: Dat ſelve heeft my dan ſtoffe gelevert, om bequaeme inſtrumenten uyt te vinden; en om in een byſonder tractaet te betoonen op wat wijz deſe Kegelſche Linien tuych-werckelijck in yder geval op een vlack te beſchrijven zijn. Welck tractaetjen ick my dan aen V. E. E. en A. A, als de eerſtelingen mijner Studie, niet geſchaemt en hebbe op te offeren. aen V. E. ſeg ick, die altijt voortreffelijcke Patroonen van alle Wetenſchappen en Vrye Konſten geweeſt zijt, en die oock als-noch om deſelve te bevorderen, alle ſorg en vlijt tot vvelſtant van uwe Academie aenwent. Welcke ghy vorders oock tot ſoo ver uytgeſtreckt hebt, dat die hier in ſonderling ſchijnt *en noyt genoeg gepresen kan worden, alsoo Ghy oock, na 't exempel der wijt-vermaerde Griecken, gewilt hebt, dat de Mathematische Konsten in u eyge tael op u Universiteyt souden geleert worden, en dat de Nederlanders en die in uytheemsche taelen on-ervaren zijn in deselve souden worden geoeffent. Seecker met geen kleyn voordeel van het gemeene beste, en toe-juychen van een yder; te weeten, op dat die tot gemeen gebruyck souden konnen dienen, ende Ghy de vruchten derselve in't bestieren der Republijcq, so in tijt van oorlogh als vrede, doorgaens soudet gevoelen. Eyndelijck, aengesien ick, mijn Vader overleden zijnde, door uwe goetgunsticheyt, in sijne plaets gestelt ben, om dese Disciplinen openbaer te profiteeren, soo heb ick geoordeelt mijn plicht te wesen, dat ick daer op met eenige betuyging van een danckbaer gemoet behoorde t'antwoorden, en 'tgeen ick tottet gemeen gebruyck bedacht hebbe, aen Uwe Edelheden en Achtbaerheden toe te eygenen. Neemt dan, seer Edele en Achtbaere Heeren, desen arbeyt, sodanig als die is, goetgunstelijck onder uwe bescherminge, als dewelcke van my aen U. E. E en A. A. met alle eerbiedigheyt op-geoffert wort, en gunt dat deselve tot danckbaerheyt van de begunsting onder U bestier in't licht mach komen. VVat de rest belangt, soo bid ick dat den* ALMACHTIGEN GODT *U E.E en A. A in langduerige gesontheyt voorspoedelijck bewaere.*

Uwer Edelheden en Achtbaerheden

In Leyden, den eersten November, Anno 1646.

ootmoedigen dienaer

FR. van SCHOOTEN.

VOOR-

VOOR-REDEN,
Tot den
LESER.

HOe grooten aenwas de Geometrie, beminde Leser, uyt de leering der Kegel-ſneden, na dat de Oude haer daer neerſtich in bevlijtigt hebben, verkregen heeft, en wat weerdigheyt ſy daer door heeft bekomen; wort eenſdeels door derſelver overblijffelen, en anderdeels door haer byſonder gebruyck betuycht. Onder welcke Oude nu, die ſulcx ter handt genomen hebben, dan geen ouder als *Euclides* gevonden wort: dewelcke de Kegel bepaelt heeft, door d'omdraeying van een recht-hoeckigen triangel, als de eene ſyde, nevens den rechten hoeck, onbeweechlijck blijft: ſtellende daer beneffens drie verſcheyde ſoorten van kegels, na de driederhande verſcheydenheyt der hoecken tot de top: en dat daer na een yder van deſe drie kegels geſneden wort door een vlack, recht-hoeckig op een van de kegels bovenſte ſyden, waer uyt hy dan die driederhande ſneden, als eenes recht-hoeckigen, wijt-hoeckigen, en ſcherp-hoeckigen kegels getrocken heeft. Maer *Apollonius* naderhandt een kegel generaelder bepalende, door het omdraeyen van een onbepaelde rechte liny, gaende door een Circkels omtreck en eenig punt daer buyten, tot datſe wederom keert tot de plaets, waer van daen ſy gekomen is, heeft in yder kegel ſo rechte als ſcheeve generaelijck aengemerct, dat elck van de drie voorgaende ſneden gevonden wort, met het vlack dat door de kegel gaet en deſe ſneden maect, verſcheydelijck aen te mercken. Dewelcke voorts de boven-gemelte ſneden, te weeten, die van een recht-hoeckige kegel *Parabola*, die van een wijt-hoeckige *Hyperbola*, en van een ſcherp-hoeckige *Ellipſis* genaemt heeft, een yder van deſe drie na ſijne eygenſchap ſodanige naem gevende. Gelijck dan een yder uyt ſijne boecken, die de Beginſelen der Kegel-ſneden genoemt wordē, leeren kan. Welckers voorſtellen wy, voor ſo veel die ons tot bewijs der dingen, in dit Tractaet verhandelt, dienen, geallegeert hebben. Wyders, hoe grootelijcx hy in deſen deele de Geometrie verrijct heeft, en hoe groote waerdicheyt deſe voortreffelijcke weetenſchap door ſijne uytvindingen bekomen heeft, kan nauwlijcx geſeyt worden. Want hy die vier boecken van *Euclides*, van de Kegel-ſnede handelende, tot acht gebracht heeft. En hoewel te beklagen is, dat alleen de vier eerste boecken tot noch toe tot ons gekomen zijn, en de andre door quade tijden verlooren schijnen, so vertrouwen wy echter, dat den Hooch-geleerden Heer *Jacobus Golius* die uyt de Arabische tael (so als hy deselve uyt Arabien mede gebracht heeft,) oversetten en in 't licht geven sal.

Op dat wy nu tot het gebruyck deser Kegel-sneden komen, en betoonen waer toe haer beschrijving op een vlack dienen kan: Soo is voor eerst te weeten, dat die in de Geometrie tot de ontbinding der Lichamelijcke Werck-stucken sodanig vereyscht wordt, dat, gelijckerwijs die niet ontbonden konnen worden, ten sy men tot de constructie gebruyckt een van de drie boven gemelte Kegel-sneden, men oock also derselver beschrijving aldaer geensins voorby kan gaen.

Wat nu de *Optica*, het vermaeckelijckste deel van de *Mathesis*, belangt, en dewelcke beneffens het Gesicht, het Licht, de Schaduwe, en Coleuren, oock de verscheyde gedaenten der voorwerpselen aenmerckt, en van deselve reden geeft: te weeten, met aen te mercken, dat die gesien worden door oneyndige straelen, die van de objecten voortkomen en in 't oogh versamen: Hoe gelegen het dan daer sy de Kegel en Kegel-sneden in acht te neemen, laet ick een yder, die de Circkel tot een voor-werp neemt, self oordeelen.

En so wy de *Optica* dieper insien, en deselve wyders, gelijck men doet, in de *Catoptrica*, *Dioptrica*, en *Perspectiva* afdeelen, so sal het menichvuldich gebruyck der Kegel-sneden noch so veel te meerder blijcken.

Want wat de *Catoptrica* aengaet, aengesien wy weeten dat sy besich is in de verschijningen, die in Spiegels door de weer-steut der straelen in ons oog geschieden, uyt te leggen; En wy daer-en-boven in deselve ons bevlijtigen om Spiegels te maecken, die wonderbaere werckingen betoonen; Gelijck door welckers behulp men iets in brant steeckt, als de Son schijnt, of door welcke het licht van een kaers wonderlijck verspreyt wort: sal niet een ygelijck hier toe de beschrijving van een *Parabola* en *Hyperbola* ten hoogsten noodich achten? nademael sodanige Spiegels dese gemelte Figuren t' eenemael vereyschen? Gelijck dan oock een *Hyperbola* vereyscht wort, om de straelen van verscheyde plaetsen komende in een punt te vergaderen; Maer een *Ellipsis*, om de stralen, die uyt een punt komen, wederom na een ander punt te doen keeren. Het welck dan niet alleen dienen

kan

kan tot een verscheyde eyndt, maer oock mettet grootste vermaeck gebruyct worden, om vreemde gedaenten van dingen te vertoonen.

Sal ick hier oock de *Dioptrica* voor-by gaen? de welcke niet alleen dit heeft, datmen sonder haer de reden van 't Gesicht, als oock van 't Licht en de Coleuren geensins uytleggen kan; maer oock dit haer selven toepast, datse ons leert brant-glasen en andre maecken, waer door de straelen verscheydelijck worden verbroocken; en die sowel tot verre-kijckers, als om op eenige wijs het gesicht te verklaren, dienstich zijn: En sal nu de beschrijving der Kegel-sneden hier toe niet vorderlijck geacht worden: dewijl de *Dioptrica* ons leert, dat sodanige glasen in form van een *Ellipsis* en *Hyperbole* geslepen moeten worden? Waer van men dan de *Dioptrica* van den Wel-Edelen en Wijt-vermaerdē Heer *Renatus des Cartes* insien kan; in welcke hy met een sonderlinge kortheyt, alle 't geene van de weersteut en verbreecking der straelen, en andre dingen, tot de volmaectheyt van 't gesicht behoorende, verstaen kan worden, seer subtijl verhandelt; en dat te vooren aen de wetten der *Refractie* ontbrack, heeft hy aldaer ten vollen volbracht.

By de *Optica* komt noch de *Perspectijf*, dewelcke niet alleen tot d'aenmercking des voorwerps dient, gelijck de *Optica*; maer selfs oock, om de schijnbaere form in 't plat te teyckenen. Waerom men dan niet te twijffelen heeft aen de korticheyt der tuych-werckelijcke beschrijving van de Kegel-sneden in d'afteyckening der Circulen: gemerct dese afteyckening doorgaens niet anders als een van dese Kegel-sneden is. Vorders hoe dickwils daer het beschrijven van een *Ellipsis* meer als van d'andre te pas komt, acht ick niemant onbekent te sullen wesen, die sich oyt mettet maecken van platte Sphæren bemoeyt heeft. Soo dat in dese eeuw, wegens den bysondren yver tot de Kegel-sneden, de *Optica* oock tot den hooghsten top toe schijnt geklommen te wesen.

'k En behoef hier niet veel te seggen van de *Gnomonica*, welckers gantsche werck by na in 't beschrijven van Kegel-sneden bestaet, aengesien de Son aldaer ons daeglijcx door sijn omdraeyen een kegel gestelt wort te beschrijven, die wy de Kegel des Lichts noemen, welckers *basis* de circkel is die hy beschrijft, en tot het opperste der stijl, en de Sonnewyser self het vlack dat door de kegel, die tegen over de voorgaende gestelt wort, gaet, en kegel der schaduwe genoemt wort. Soo dat de linien, die van het uytterste der schaduwe des stijls op

't vlack

't vlack van de Sonne-wyser dagelijcx beschreven worden, altijt een ander en ander Kegel-snede vertoonen; te weeten, na dat de Son alledaeg een andre en andre graedt van de *Ecliptica* doorloopt; gelijck oock na de verscheyde constitutie der *Sphæra*, als mede na de verscheyde gestaltenisse van 't vlack des Sonne-wysers. Waer door het dan komt te gebeuren dat de boogen van yder dagh, de teeckens der Zodiac, de Parallelen der Steden of Circkels der Breetten, als mede de Parallelen der Horizon of Circkels *Almucantarath* alle voor Kegel-sneden moeten aengemerckt worden, en het gantsche werck by na aen deselve te beschrijven komt te hangen.

Nu blijft hier noch over de *Mechanica*, de welcke als een uytwercking is der Mathematische konsten, aengesien sy de instrumenten leert maecken, door welckers behulp wy alle 'tgeene, 'twelck alle d'andere deelen deser wetenschap ons te doen beschicken, konnen uyt-voeren. Tot welcke wy dan de tuych-werckelijcke beschrijving der Kegel-sneden niet oneygentlijck heen wijsen. Weshalven ick in desen deele my oock voorgestelt hebbe yets te be-arbeyden, waer uyt de andre deelen eenich voordeel trecken mochten, en tot een gewenst eynde gebracht worden. Insonderheyt oock, dewijl ick aengemerckt hadde, dat de tuych-werckelijcke beschrijving deser linien in de dagelijcksche practijck een overvloedich gebruyck hadden, gelijck dan by de Architecten, Timmerluyden, Metselaers in 't maecken van mallen, om na deselve de steene verwulfsels van Kercken, Huysen, Bruggen, Gaelderien, Portaelen, en Kelders op te bouwen en te ondersteunen. Als mede by de Draeyers in 't draeyen van lijsten, en Hoveniers in 't ordonneeren en verçieren der bedden met palm of anders, in hoven, bloem-tuynen; en in andre dingen meer.

Waerom, nadien het beschrijven der Kegel-sneden op een vlack tot so veelderhande dingen te pas komt, wat wonder isset, dat in 't bevorderen van de leering der Kegel-sneden de treffelijckste *Mathematici* van oudts af haer so hebben bevlijticht, en datter doorgaens, en bysonder in dese eeuw, een nieuwen aenwas by gekomen is? Doch het geen my wonder geeft, is, dat niemant tot noch toe (dat ick weet) dese moeyten op hem genomen heeft, namentlijck, datter iemandt gevonden zy, die van de Tuych-werckelijcke beschrijving der Kegel-sneden heeft gehandelt, en deselve in yder voorval betoont. Het welck dan seer dienstich te sullen wesen, selfs daer uyt afgenomen kan worden, datter by geval eenige manieren gevonden zijn, die in de dagelijckſche practijck geen kleen gebruyck en hebben: dewelcke wy oock dieshalven by de onſe hebben willen voegen, op dat niemant, 't geene hier toe behoort, ergens anders en behoeft te gaen halen, en 't welck wy hem door dit ons werckjen niet en ſouden konnen mede-deylen. Ick beken geleſen te hebben, dat *Franciſcus Aguillonius* in de ſin gehat heeft, (gelijck hy ſelf ſchrijft) een byſonder tractaet hier van uyt te geven; doch door de doot verraſt zijnde, ſoo heeft hy het werck onvolkomen gelaten. Hierbeneven ſo weet ick oock dat den vernuftigen Heer *C. Otterus* veel dingen over deſe ſaeck uytgevonden heeft; doch hy en heeft oock daer van, ſo veel my bekent is, niet in 't licht gegeven. Wat nu de manier belangt, waer door men deſe linien op een vlack door punten beſchrijven kan, waer van den wytvermaerden Heer *Claudius Mydorgius* een gants boeck beſchreven heeft, deſelve, wanneer men die in 't groot, gelijck op mueren, op ſchoorſteenen, op vloeren, en in hoven, (ſulcx alſſe in de *Gnomonica* en *Mechanica* gemeenlijck te pas komen,) vertoonen moet, en valt dan ſoo bequaem niet als wel de Tuych-werckelijcke beſchrijving. Gelijck men dat terſtont vermercken kan in Sonnewyſers, op die wijz beſchreven zijnde, indien wy acht nemen, hoe qualijck die meeſten tijt gemaeckt zijn: aengeſien die manier het veelvoudig ſoecken van punten en de afgeveerdichtheyt van een geoeffende handt aldaer vereyſcht, gelijck mede, datmen daerenboven, tot een nette uytvoering van het werck, de natuer derſelve linien bekent hebbe. Het welck dan in de Tuych-werckelijcke manier geen plaets en heeft, alſo deſelve de voorſchreve linien, gelijck als van ſelfs, met eene treck terſtont voor oogen ſtelt.

Vorders ſo heeft ons die Tuych-werckelijcke manier boven andre behaegt, dewelcke uyt een aen-een-verknochte beweging zijn oorſpronck neemt, die verwerpende, waer door men deſe linien met een paſſer, tot dien eynde gemaeckt, beſchrijven kan. Nademael men aldaer deſelve linien eerſt beſchreven moet hebben, om, aen de paſſer vaſt gemaeckt zijnde, alleen te konnen dienen tot beſchrijving van diergelicke andre.

Hier beneffens alſo de manier om rechte linien te trecken, die deſe kromme in yder punt raecken, tottet vinden van de verſcheyde apparentie der objecten, in de *Catoptrica* en *Dioptrica* ſeer nootſaeckelijck is: ſoo heeftet ons oock goet gedacht achter derſelver beſchrijving in de Byvoegſelen daer van in 't kort te handelen, gelijck mede van de vlacken diese besluyten : aengesien die kennis tottet vinden der swaerheyts middel-punten van deselve vlacken seer vorderlijck is, en d' een aen 'd ander hangt.

Eyndelijck op datter niet en soud gebreecken, het welck tot dese materie schijnt te behooren, so heb ick'er oock by gevoeght de overeen-koming dieder is tussen rechte en scheeve vlacken, besloten van rechte en kegelsche linien. In welckers bewysen ick dan den Leser verwitticht wil hebben, dat ick, kortheyts halven * *de manier der Ondeelbaere*, die den scherpsinnigen en seer vernuftigen *Bonaventura Cavallerius* gevolgt heeft, bekent stelle, schoon ick dat oock anders had konnen doen blijcken.

* *Methodus indivisibilium.*

Wat nu belangt, de beschrijving van andre kromme linien van hooger geslacht te betoonen, 't selve en is ons voorneemen niet geweest, also wy die liever en met recht aen die voortreffelijcke Mannen, als d' Heer *Des Cartes*, d' Heer *Fermat*, Raetsheer in't Parlament te Thelouse, en d' Heer *Roberval*, des Conings Professor in de Wiskonsten tot Parijs, hebben willen overlaten. Dewelcke daerenboven desers raeck-lijnen, vierkantingen, en swaerheyts middelpuntten gevonden hebben, waer door sy de Geometrie wonderlijck souden konnen verrijcken; doch diese (mijns oordeels) niet lichtelijck aen den dach brengen sullen, ten zy haer die door 't aenraden en bidden van de Liefhebbers deser Konsten tot welstant der Studien af-geperst worden.

Weshalven dan, Beminde Leser, so wy bevinden dese eerstelingen van onsen arbeyt u aengenaem te sullen wesen, so sult ghy ons aenmoedigen om *Apollonii* Geometrie van de Vlacke Plaetsen, en andre Tractaten, eer lang, met Godes hulp, uyt te geven; en om 't geen wy aengaende de beste wijz van Sterckten-bouwing alreede bedacht hebben, te voltrecken. Gebruyckt dit ondertussen tot u profijt, en vaert wel.

TRAC-

TRACTAET
VAN DE
TUYCH-WERCKELYCKE
BESCHRYVING
DER KEGEL-SNEDEN OP EEN VLACK,
Door

FR. van SCHOOTEN.

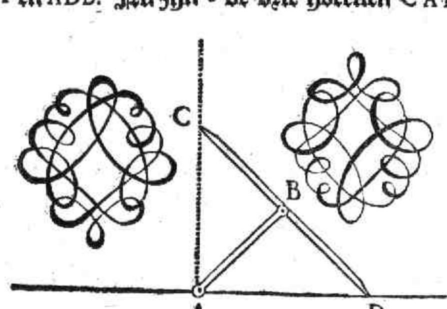
I. HOOFT-STUCK.
Van rechte linien, dewelcke op een vlack, door een aen-een-verknochte beweging, beschreven worden.

Sy in eenig vlack de liniael AB beweeglijck verdacht om het vaste punt A, en aen dese een andere liniael CBD vast gemaeckt in 't punt B, dewelcke daer om in 't selve vlack kan omgedraeyt worden; en laten de wijtten AB, CB, en BD d'een d'ander gelijck zijn.

Dan seg ick / indien men 't punt D beweecht in een rechte liny gaende door A, als AD, dat dan het ander punt C door die beweging in het selve vlack een rechte liny beschrijven sal / die op d'eerste AB recht-hoeckig is.

Want verdenckende datter van C tot A een rechte liny ghetrocken is / als AC, soo sullen / nadien de syden AB, BD des triangels ABD gelijck zijn / a mede de hoecken BAD en BDA gelijck wesen. Insgelijcx / dewijl de syden AB, BC in den triangel ABC gelijck zijn / so sullen b mede de hoecken ACB en BAC gelijck zijn. Soo is dan den hoeck CAD gelijck aen beyde hoecken BCA en ADB. Nu zijn c de drie hoecken CAD, BCA, en ADB te samen gelijck aen twee rechte. Waerom dan oock den hoeck CAD recht is. En alsoo 't blijckt / dat / veranderende de plaets van 't punt D in de liny AD, te gelijck oock de plaets van 't punt C verandert wort; ende 't selve bewijs in yder ander gestalt des instruments aengaende het punt C altijt komt plaets te grijpen: so volgt dat alle rechte linien / getrocken van dese ontallijcke punten C tottet

a na 't 5 v. des 1 b. Eucl.
b na 't 5 v. des 1 b. Eucl.
c na 't 32 v. des 1 b. Eucl.



 punt

punt A, met AD rechte hoecken maecké. Nu aengesien alle rechte hoeckē onder malkander gelijck zijn/ so en konnen sodanige rechte/ getrocken van dese punten C tottet punt A, niet anders als een en deselve hoeck maecken/ dat is/ alle de rechte getrocken uyt C tot A sullen een en deselve rechte liny beschrijven. Waer uyt dan blijckt/ dat/ soo men het punt C beweegt langs AD, het ander punt C door syn beweging op het vlack een rechte liny CA beschrijven sal/ die op AD in A recht-hoeckig is. Het welck te bewijsen was.

Wyders/ soo laet ghestelt worden/ dat de liniael AB, die om het punt A beweeglijck is/ niet meer in het punt B de liniael CBD aen sich vast heeft/ maer den triangel CBD, welckers beyde syden CB, BD elck aen AB gelijck zijn/ welcke triangel om sijn top B, naer dat desselfs hoeck on-verandert blijft/ beweecht kan worden.

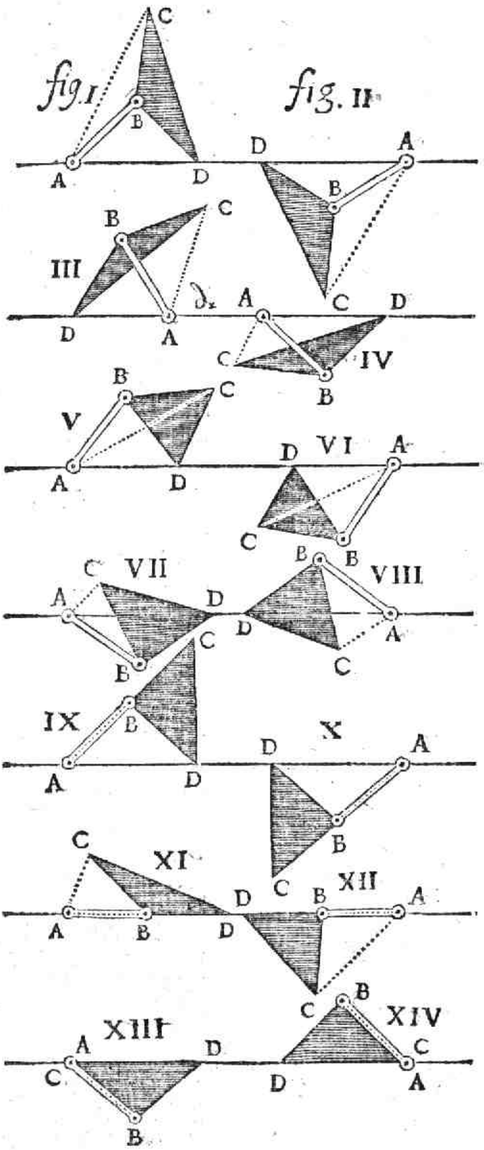
Soo seg ick wederom/ dat/ indien 't punt D langs de liny AD beweecht wort/ dan het ander punt C door die beweging op 't vlack een rechte liny beschrijven sal/ maeckende met AD, scheeve hoecken; waer van den scherpen hoeck altijt gelijck is aen de helft des hoecks DBC, die van de gelijcke syden des triangels DB, BC begrepen wort.

Nu aengesien men 't punt D in de liny AD verdenckt beweegt te worden aen weder-syden van A, en het punt C daer door oock te gelijck sijn plaets komt te veranderen: so ontstaen daer uyt verscheyde gestalten des instruments/ dewelcke elck nae haere gedaente aen te mercken zijn/ om daer uyt een generael bewijs te maecken.

Sy dan dit instrument verdacht in sulcken gestalt als men wil/ en van 't punt C tot A een rechte liny getrocken/ als AC.

Aengesien nu de syden AB, BD des driehoecks ABD ghelijck zijn/
d na 't 5 v. des 1 b. Eucl. so sullen mede [d] de hoecken DAB en BDA gelijck wesen. Op deselve wijs/ nadien de syden AB, BC des triangels ABC gelijck zijn/ so sullen oock [e] de
e na 't 5 v. des 1 b. Eucl. hoecken CAB en BCA gelijck wesen. Soo is dan den hoeck CAD ghelijck beyde hoecken BDA en ACB in de I, II, III, en IV figuer; maer in de V en VI figuer ghelijck den hoeck BDA weyniger den hoeck ACB; en in de
f na 't 32 v. des 1 b. Eucl. VII en VIII figuer gelijck den hoeck ACB min den hoeck BDA. Dewijl nu in de I en II figuer [f] de twee hoecken DCB en BDC met beyde hoecken BDA en ACB, dat is/ met den hoeck CAD, met t' samen den selven hoeck CAD aen twee rechte hoecken gelijck zijn; en oock dese twee voorseyde hoecken mitsgaders den hoeck DBC aen twee rechte ghelijck zijn: soo blijckt in de I en II figuer dat den hoeck DBC dobbel is met den hoeck CDA.

g na 't 32 v. des 1 b. Eucl. Maer nadien in de III en IV figuer [g] de hoecken BDA en ACB of den hoeck CAD met t' samen de hoecken CAD, DBC aen vier rechte gelijck zijn; en de hoecken DCA, ADC met t'samen den hoeck CAD aen twee rechte gelijck zijn: soo sal den hoeck DBC aen 't dobbel der hoecken DCA en ADC
h na 't 32 v. des 1 b. Eucl. gelijck wesen. Dewijl nu [h] den uytwendigen hoeck CAD des triangels DAC gelijck is aen beyde inwendige overstaende DCA en ADC: soo sal oock in de III en IV figuer den hoeck DBC dobbel zijn met den scherpen hoeck CAD.



Voorders/ alsoo in de V en VI figuer [i] de twee hoecken DCB, BDC met t'samen den hoeck BDA weynigher den hoeck ACB, dat is/ den hoeck CAD, met noch den hoeck CAD aen twee rechte hoecken ghelijck zijn; en deselve 2 hoecken met den hoeck DBC oock aen twee rechte gelijck zijn: soo blijckt insgelijcx in de V en VI figuer dat den hoeck DBC dobbel is met den hoeck CAD.

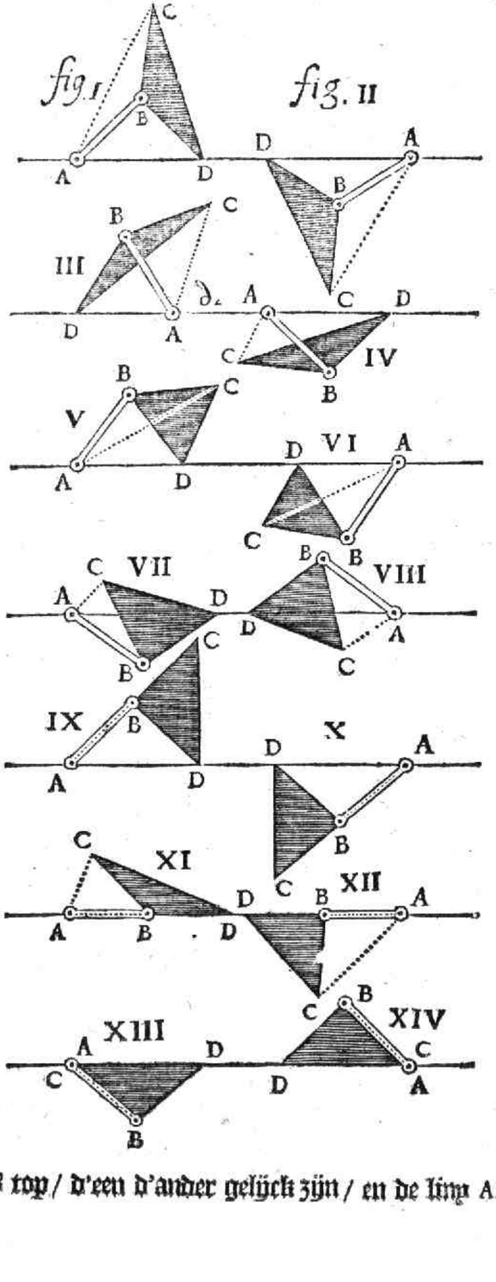
i na 't 32 v. des 1 b. Eucl.

Eyndelijck/ in de VII en VIII figuer; nadien [k] de twee hoecken DCB en BDC met den hoeck ACB min den hoeck BDA, dat is/ den hoeck CAD, met t'samen den hoeck CAD aen twee rechte gelijck zijn; en deselve 2 hoecken met den hoeck DBC oock aen twee rechte gelijck zijn: soo is van gelijcken openbaer in de VII en VIII figuer/ dat den hoeck DBC met den hoeck CAD dobbel is.

k na 't 32 v. des 1 b. Eucl.

Hier benevens so kan oock sodanige ghestalte des instruments bedacht worden/ in welcke AB, BC (als in de IX en X figuer)/ of oock AB, BD (als in de XI en XII figuer) in een rechte linie vallé. Want daer wederom ghebeuren sal/ dat den hoeck DBC dobbel is met den hoeck CAD. Want in de IX en X figuer [l] is den uytwendi-

l na 't 32 v. des 1 b. Eucl.



m na 't 32. v. des 1 b. Eucl.

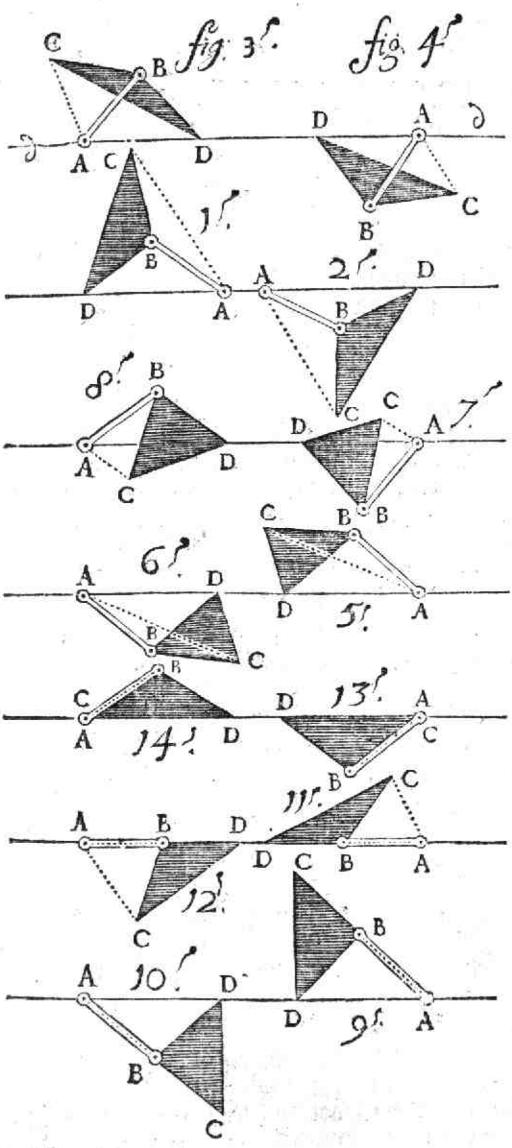
wendigen hoeck DBC des triangels ABC ghelijck aen beyde tegen-over-staende en gelijcke inwendige DAB en BDA, en daerom den hoeck DBC dobbel met den hoeck DAB of CAD.

Maer in de XI en XII figuer m is dē uytwendigen hoeck DBC des triangels ABC ghelijck aen beyde de ghelijcke en teghen-overstaende inwendige CAB en BCA, en derhalven den hoeck DBC dobbel met den hoeck CAB of CAD.

'Ic en spreeck niet van die ghestalte des Instruments/ alwaer AB, BC op malkander vallen/ also 't openbaer is/ dattet punt C dan in het punt A valt / gelijck in de XIII en XIV figuer blijckt.

Wes halven het punt C in yder gestalte des Instruments door de beweeging van 't punt D langs de rechte AD soodanighe plaets bekomt/ dat/ so men van C tot A een rechte linij treckt/ deselve met AD, 't zy boven of beneden/ altijt een hoeck maeckt/ die half soo groot is als den genomen hoeck CBD. Nu alsoo beyde dese hoecken/ die boven en beneden AD ghemaeckt worden / tot A, als top / d'een d'ander gelijck zijn / en de linij AD tot twee syden hebben:

soo



so sullen oock n de twee andere syden in eene linij vallen. En aengesien het punt C doorgaens in een van dese 2 hoecken gebonden wort: so volgt/ dat door dessels beweeging/ ontstaende uyt de beweeging van het punt D, een rechte linij op 't vlack beschreven wort. Ghelijck te bewijsen was.

n na 'tomgekeerde 15 v. des 1 b. Eucl.

Ten laetsten so is te weeten/ datter niet aen gelegen is/ aen wat syde van BC den triangel BDC verdacht wort/ op dat het voor-gestelde kome te ghebeuren. Want indien men aen d'ander syde van BC deselve triangel verdenct/ het welck gebeurt/ nemende dat die mettet punt C beweegt wort langs de rechte AD: so sal oock de rechte AC tottet punt A een ander gestalt bekomen. Doch op dat dit niet nodig zy op nieuw te bewijsen/ so achten wy het genoech te wesen/ dat wy na deselve stelling alle diergelijcke gestalten deses instruments alhier vertoonen/ en die met eenderley character uytbeelden/ door welcke het geene boven bewesen is in het ghemeen kan toegepast worden: aengesien alhier geen ander verschil en schijnt in acht genomen te moeten worden/ als dattet punt/ 't welck boven C genoemt

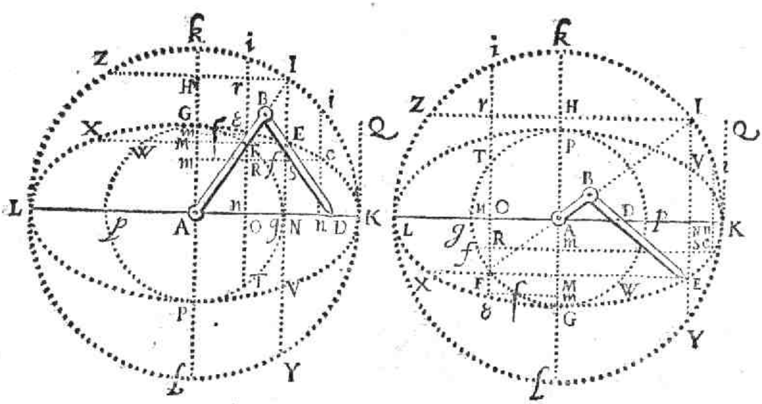
noemt is/ hier D genoemt wort; en 't geen aldaer D genoemt wiert / hier C genaemt moet worden; soo dattet overtollig zy over dese saeck yets meer te seggen.

II. Hooft-stvck.

Van Ellipses, dewelcke op een vlack door een aen-een-verknochte beweging om haer assen ofte uytterste diameters beschreven worden.

Ick kome weder tottet eerste Instrument/ hier boven beschreven/ dat is/ ick verdencke wederom/ dat in eenig vlack de liniael AB om het vaste punt A beweecht wort / en dat aen dese in B een ander liniael BED vast gemaeckt is / dewelcke om het selve in 't voorsz vlack even-eens beweegt kan worden. Hier na nemende wyders in BD eenig punt E, naer gevallen/ tussen B en D, of oock in deselve buyten D verlengt zijnde; soo zy/ als vooren/ BD ghelijck AB: Dan seg ick/ soo men 't punt D beweegt langs de rechte AD, dat het punt E door die beweeging op 't selve vlack den omtreck van een Ellipsis beschrijven sal/ wiens centrum is A, en dwerssche asse gelijck aen 't dobbel van AB, BE, en rechte asse gelijck aen 't dobbel van DE; Het welck dan te bewijsen is.

Want aengesien AB beweechlijck gestelt wort om A, soo is openbaer/ indien men eenig punt neemt in AB, of in deselve verlengt/ waer 't valt/



het welck men met AB om A te gelijck verdenckt beweegt te worden/ dat dan 'tselve een Circkels omtreck beschrijven sal. Hierom dan ghenomen hebbende het punt F, sulcx dat BF soo groot zy als BE, soo laettet selve beschrijven de Circkels omtreck FGP. Wyders soo zy de rechte GAP rechthoeckig op AD, snijdende den omtreck deses Circkels in G en P, welcke

alsdan

alsdan de rechte asse der Ellipsis is. Want door dien BF gelijck genomen is aen BE, en AB gelijck BD: soo sal oock de rest AF aen de rest DE gelijck zijn/ en alsoo GAP gelijck het dobbel van DE. Hier na soo zy AB verlengt tot I, tot dat BI zy gelijck BE, en beschrijft uyt A in de wijtte AI de Circkels omtreck LIK, snijdende AD in L en K: en sal alsoo LK de dwersse asse der Ellipsis wesen. Aengesien AI gelijck is aen AB, BE, en alsoo LAK gelijck aen 't dobbel van AB, BE. Dit dan soo zijnde/ soo staet te bewijsen/ dattet punt E is in d'omtreck eens Ellipsis, welckers assen zijn/ als geseyt is.

Want treckende of verlengende EF, tot datse AG snijt in M: soo sal deselve [a] even-wydig zijn met AD, en recht-hoeckig op AG. Insgelijcx treckende of verlengende IE, tot datse AD snijde in N: soo sal oock dese perpendiculaer zijn op AD. Eyndelijck treckende FO even-wydig met INE, snijdende AD in O, soo laet tot de assen LK, GP gevonden worden de derde even-reednige KQ.

Aengesien dan [b]/ wegens de gelijckformicheyt der driehoecken AFO en AIN, FO is tot FA, als NI tot IA; soo sal mede overandert [c] FO tot NI zijn/ als FA tot IA, ofte het [d] dobbel van FA, dat is/ GA, tot het dobbel van IA, dat is/ LK; en dienvolgende oock [e] het quadraet FO tottet quadraet NI, gelijck het quadraet GP tottet quadraet LK. En nadien/ wegens de proportionale KQ, GP, en LK, [f] 't quadraet GP is tottet quadraet LK, als KQ tot LK: so sal mede 'tquadraet FO, dat is/ 't quadraet NE, zijn tottet quadraet NI, als KQ tot LK. Nu is [g] 't quadraet NI gelijck 't vierkant LNK. Waerom dan oock het quadraet NE tottet vierkant LNK zijn sal/ als KQ de rechte syde des figuers/ tot LK, de dwersche syde. En blijckt alsoo [h] dattet punt E in den omtreck van een Ellipsis valt/ wiens uytterste diameters of assen zijn LK en PG; en welckers voornaemste rechte syde/ dat is/ die tot de asse LK behoort/ is KQ.

Nu aengesien dit alsoo in 't oneyndig plaets heeft ontrent alle andere rechte NE, die van de asse LK in tween gelijck gedeelt worden/ in yder ander gestalt des Instruments: soo volgt dattet punt E door die beweeging rontsom de uytterste diameters of assen KL, GP op 't vlack den omtreck van een Ellipsis beschrijven sal. Het welck te bewijsen was.

En gelijck dit gebeurt ontrent het punt E, als men 't selve neemt in BD tussen B en D, of in die verlengt zijnde buyten D: alsoo sal 't selve oock gebeuren/ als men E neemt in BD, buyten B verlengt zijnde/ indien alleen BE aen AB niet gelijck genomen en wort. Want soo wy gedencken aen 't geen wy in 't 1ste Hooft-stuck van 't punt C betoont hebben/ aengaende het eerste Instrument ofte de beweechlijcke linialen AB, DBC: te weeten/ dat/ terwijl het punt D beweegt wort langs de rechte AD, het punt C door die beweeging een rechte lijn beschrijft/ die recht-hoeckig valt op AB: soo sullen wy lichtelijck verstaen/ indien men insgelijcx soodanigen punt verdenckt in BD tussen B en C, of oock in deselve verlengt zijnde buyten C, dat het dan eveneens is als of wy verstonden dattet punt C beweegt wiert langs AC, en datter quaem te gebeuren/ het geene wy nu van het punt E betoont hebben. Want alsdan daer oock het selve bescheyt wesen sal/ en deselve gestaltenis der linialen AB, BEC, en des punts E/ genomen zijnde tussen B en C, of in deselve

[a] na 't 12 v. des 6 b. Eucl.
[b] na 't 4 v. des 6 b. Eucl.
[c] na 't 16 v. des 5 b. Eucl.
[d] na 't 15 v. des 5 b. Eucl.
[e] na 't 22 v. des 6 b. Eucl.
[f] na 'tverv. van 't 20 v. des 6 b. Eucl.
[g] na 't 35 v. des 3 b. Eucl.
[h] na 't omgekeerde 21 v. des 1 b. der Kegelsneden Apollonii.

selve verlengt buyten C, tot AC; dewelcke hier geweest is van de linialen AB, BED en van 't punt E, genomen zijnde tussen B en D, of in deselve verlengt buyten D, tot AD; sulcx dat wy hier geen ander bewijs behoeven. In voegen, soo 't punt E weder-zijds van B even-ver af-gelegen waer, dan daer oock gelijcke en gelijckformige Ellipses, doch dewelcke anders om gekeert staen, souden beschreven worden.

Eyndelijck soo is te weeten, datmen niet alleen door 't bewegen van 't punt D langs de lyn AD halve Ellipses beschrijft, maer oock geheele, indien men alleen de linialen AB, BED na d'ander syde van AD omkeert.

BYVOEGSEL.

Angesien boven betoont is dat FO, *dat's* NE, *is tot* NI, *als* GP, *dat is, de rechte asse, tot* LK, *dat is, de dwersche asse der Ellipsis; en dit alsoo in't oneyndig openbaer zy van alle andre rechte* ne, ni, *die soo in d' Ellipsis* LGKP *als in de Circkel* LkKl *van de asse* LK *in tween gelijck gedeelt worden: soo volgt* [i] *dat d' Ellipsis* LGKP *is tot de Circkel* LkKl, *als oock het stuck der Ellipsis* EeV *tot het stuck des Circkels* IiY, *gelijck de rechte asse* GP *tot de dwersse asse* LK.

i na de stelling der ondeelbaere van Cavallerius.

Insgelijcx dewijl de gantsche ns *tot de gantsche* ni *is, als de afgetrocke* nF *tot de afgetrocke* nr: *soo sal oock* [k] *de rest* Fs *tot de rest* ri *zijn, als de gantsche* ns *tot de gantsche* ni, *dat is, als de rechte asse* GP *tot de dwersche* LK. *En alsoo dit in't oneyndig openbaer is van alle andre rechte* Fs, ri *in het stuck der Ellipsis* EsX *en des Circkels* IiZ: *soo machmen op gelijcke wijz besluyten* [l] *dat het stuck der Ellipsis* EsX *is tot het Circkelstuck* IiZ, *als de rechte asse* GP *tot de dwersse* LK.

k na 't 19 v. des 5 b. Eucl.

l na de stelling der ondeelbaere van Cavallerius.

Mede soo volgt, [m] *wegens de gelijckformigheyt der triangulen* AFO, AIN, *dat* AO *is tot* AF, *als* AN *tot* AI; *en overandert* [n] AO *tot* AN, *dat is,* MF *tot* ME, *als* AF *tot* AI *of* GP *tot* LK: *en derhalven* MF *tot* ME, *als de rechte asse* GP *tot de dwersse* LK. *En aengesien dit nu in't oneyndig blijckt van alle andre rechte* mf, ms, *die soo in de Circkel* pGgP *als in d' Ellipsis* LGKP *van de asse* GP *in tween gedeelt worden: soo volgt* [o] *dat de Circkel* pGgP *is tot de Ellipsis* LGKP, *gelijck oock het Circkel-stuck* FfW *tot het stuck der Ellipsis* EsX, *als de rechte asse* GP *tot de dwersche* LK.

m na 't 4 v. des 6 b. Eucl.

n na 't 16 v. des 5 b. Eucl.

o na de stelling der ondeelbaere van Cavallerius.

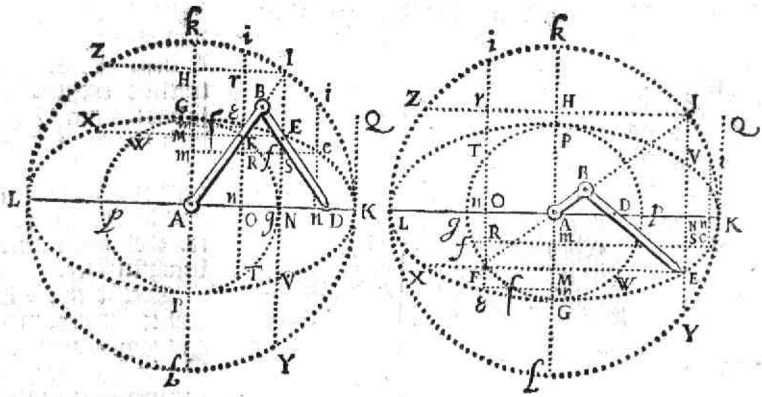
Vorders alsoo mf *tot* me, *de gantsche tot de gantsche, deselve reden heeft, als de af-getrockene* mR *tot de af-getrocke* mS: *soo sal oock* [p] *de rest* Rf *tot de rest* Se *deselve reden hebben, als de gantsche* mf *tot de gantsche* me, *dat is, als de rechte asse* GP *tot de dwersse* LK. *En aengesien dit mede in't oneyndig blijckt van alle andere rechte* Rf, Se *in't stuck des Circkels* FfT *en der Ellipsis* EeV: *soo staet insgelijcx te besluy-*

p na 't 19 v. des 5 b. Eucl.

besluyten q *dat het Circkel-stuck* F *f* T *is tot het stuck der Ellipsis* E *e* V, *als de rechte asse* GP *tot de dwersse* LK.

q na de stelling der ondeelbaere van Cavallerius.

Aengesien dan bewesen is, dat de Circkel p G *g* P *is tot de Ellipsis* LGKP, *en oock het Circkel-stuck* F f W *tot het stuck der Ellipsis* E e X, *als de rechte asse* GP *tot de dwersse* LK; *en dat mede in deselve reden de Ellipsis* LGKP *is tot de Circkel* L *k* K *l*, *als oock het stuck der Ellipsis* E e X *tot het Circkel-stuck* l i Z: *soo blijckt dat de Ellipsis* LGKP *is't middel-proportionael tussen de Circkel p* G *g* P *en de Circkel* L *k* K *l*; *gelijck mede dat desselfs stuck* E e X *het middel-proportionael is tussen de Circkel-stucken* F f W *en* l i Z.

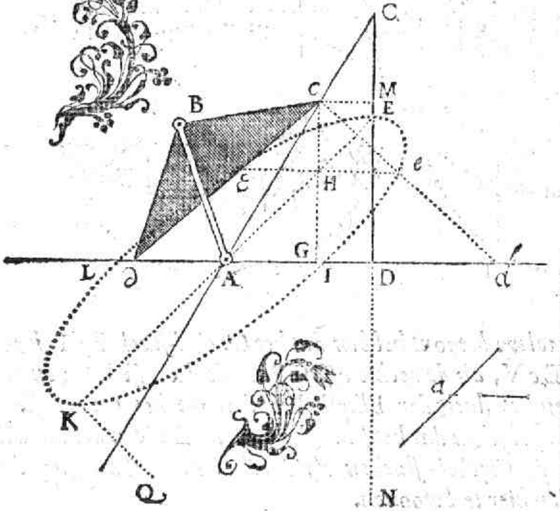


Insgelijcx, nademael wy betoont hebben, dat het Circkel-stuck F *f* T *is tot het stuck der Ellipsis* E *e* V, *als de rechte asse* GP *tot de dwersse* LK; *en dat mede in deselve reden het stuck der Ellipsis* E *e* V *is tot het Circkel-stuck* l *i* Y: *soo blijckt van gelijcken dat het stuck der Ellipsis* E *e* V *is het middel-proportionael tussen de Circkel-stucken* F *f* T *en* l *i* Y. *'t Welck wy dan voor-genomen hadden hier te betoonen.*

III. Hooft-stuck.

Van Ellipses, dewelcke op een vlack, door een aen-een-verknochte beweging, om twee t'samen-gaende diameters, beschreven worden.

Sy nu hier weder voort-gebracht het tweede Instrument, waer van wy te vooren gesprooken hebben, dat is, laet wederom de liniael AB op eenig vlack beweeglijck verdacht worden om 't vaste punt A, en dat aen deselve de triangel D B c vast zy in 't punt B, wiens syden D B, B c elck aen de liniael A B gelijck zijn; sulcx nochtans dat die om B op 't selve blad kan om-gedraept worden. Nu aengesien men uyt het voorgaende weet / dat/ terwijl het punt D langs de liny AD beweegt wort / het punt c door die beweging op dit blad een rechte liny beschrijft / als AC, dewelcke met AD scheeve hoecken maeckt/ waer van den scherpen hoeck CAD half soo groot is als den hoeck D B c, die in den triangel D B c van de gelijcke syden D B, B c wort begrepen: so aenmerck ick daer-en-boven eenig punt e in de syde D c. 't Welck ghestelt zijnde/ soo seg ick dat het selve door die beweging op het blad den omtreck van een Ellipsis beschrijven sal/ wiens centrum zy A; en d'eene diameter L I gelijck aen 't dobbel van c e; maer d'ander/ die met dese verknocht is/ zy EK. Welcke dan gebonden wort / als men c D de syde des triangels voegt tussen beyde linien AC, AD, sulcx dat die op AD perpendiculaer zy / gelijck hier blijckt door de liny CD. Want so men in dese gestalte van c D van het punt E door het punt A treckt de rechte EAK; so dat KA aen AE gelijck zy: soo sal dese de andere diameter zijn/ die met de voorgaende LI verknocht is. Het welck dan te bewijsen staet.



Treckt uyt c de rechte c G perpendiculaer op AD, en verdenckt dat de syde des triangels c D oock de gestalte heeft der rechte c d (want het blijckt uyt de 1ste figuer van pag. 285. dat die oock sodanig kan ghestelt wesen) / en haelt e e, snijdende c G in H. Wyders so verlengt CD sodanig dat N D zy ghelijck DC; en treckt DM, gelijck zijnde aen c G, van DC: en vindt eyndelijck tot EK, LI de 3de even-reednige KQ.

a na 't eerste Hooft-stuck deses.

b na 't 4. v. des 6 b. Eucl.

Aengesien dan a 't punt c altijt in de rechte AC valt / soo is openbaer dattet selve dan eerst in het punt C vallen sal/ soo wanneer het selve alderverst van A is af-gelegen; in welck geval dan ooch het punt E de top der Ellipsis vertoonen sal.

Hierom nadien c d, dat is/ CD, b tot c G is/ als c e, dat 's CE, tot c H; en

CD,

CD, *c*G even-wydig zijn: ſoo ſullen de punten E, H, A in een rechte liny vallen. En blijckt alſoo dattet punt H, alwaer de perpendiculaer *c*G en de liny *ie* malkander door-ſnijden/ oock het punt der doorſnijding is van EAK en *ie*. Nu alſoo de liny *ie* van *c*G in H altijt in tween gelijck gedeelt wort/ ſoo volgt dat inſgelijcx deſelve van KAE in H altijt in tween gelijck gedeelt ſal worden; en dat derhalven EAK den diameter of middel-lijn is; maer *ie* die van deſelve in tween ghelijck gedeelt wort. Weſhalven dan oock CE tot *c*H is/ als AE tot AH. Nu dewijl CE is tot *c*H, als CD tot *c*G: ſoo ſal oock [c] CD tot *c*G zijn/ als AE tot AH; en [d] CD tot CM, als AE tot HE.

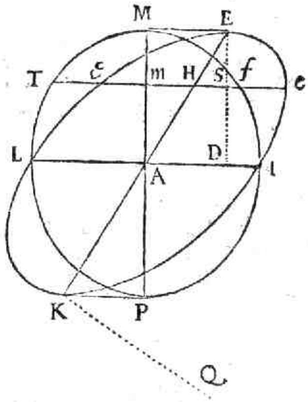
Op deſelve wijz/ alſoo CD tot *c*G is/ als AE tot AH; ſoo ſal mede [e] CD tot MN zijn/ als AE tot KH. Nu dewijl de redens/ die uyt ſelvige redens gecomposeert zijn/ oock deſelvige zijn: ſoo ſal oock de reden/ die uyt de reden van CD tot CM en uyt de reden van CD tot MN ghecomposeert is/ deſelve zijn als de reden/ die uyt de reden van AE tot HE, en uyt de reden van AE tot KH gecomposeert wort. Nu is de reden/ die uyt de reden van CD tot CM en van CD tot MN gecomposeert wort/ deſelve [f] als de reden van 't quadraet CD tot het vierkant CMN. Maer de reden/ die uyt de reden van AE tot HE en van AE tot KH gecomposeert wort/ [g] deſelve als die van 't quadraet AE tottet vierkant EHK. Waerom dan oock [h] het quadraet CD tottet vierkant CMN zijn ſal/ als het quadraet AE tot het vierkant EHK.

Wyders aengeſien CD tot *c*G of DM is/ als *ce* tot *c*H: ſo ſal mede [i] 'tquadraet CD tottet quadraet DM zijn/ alſſet quadraet *ce* tottet quadraet *c*H; [k] en 't quadraet CD tottet quadraet CD weyniger 't quadraet DM, het welck [l] het ſelve is als het vierkant CMN, gelijck het quadraet *ce* tottet quadraet *ce* weyniger 't quadraet *c*H, [m] dat is/ het quadraet H*e*. Hierom nademael 't quadraet AE tot het vierkant EHK is/ als 't quadraet CD tottet vierkant CMN; en oock 'tquadraet *ce* tottet quadraet H*e*, als 't quadraet CD tottet vierkant CMN: ſo ſal mede [n] 'tquadraet *ce* tottet quadraet H*e* weſen/ alſſet quadraet AE tottet vierkant EHK; en overandert [o] 'tquadraet *ce* of AI tottet quadraet AE, alſſet quadraet H*e* tottet vierkant EHK. Nu zijn KQ, LI, en KE, door 't werck/ even-reednig. waerom dan oock [p] KQ tot KE zijn ſal/ alſſet quadraet LI tottet quadraet KE, ofte het quadraet AI tottet quadraet AE. Aengeſien dan blijckt/ dattet quadraet H*e* tottet vierkant EHK is/ als KQ de rechte zyde des figuers tot KE de dwerſche zyde des figuers: ſoo blijckt [q] dattet punt *e* in den omtreck van een Ellipſis valt/ wiens t'ſamengaende diameters zijn KE en LI; en welckers rechte zyde/ die tot den diameter KE behoort/ is KQ. En alſoo dit dus in 't oneyndig komt te gebeuren ontrent alle andre linien H*e*, die van den diameter KE in tween gelijck gedeelt worden/ in ſulcken geſtalte des Inſtruments als men wil (ſonder dat die alhier eenig verſchil by-brengen/ maer door het bewijs op haer niet en ſoude paſſen): ſo volgt dattet punt *e* door die beweging rontſom de diameters KE en LI op 't vlack den omtreck van een Ellipſis beſchrijven ſal. 't Welck te bewijſen was.

[c] na 't 11 v. des 5 b. Eucl.
[d] na 't verv. des 19 v. des 5 b. Eucl.
[e] Siet Clavius aen het 18 v. des 5 b. Eucl.
[f] na 't 23 v. des 6 b. Eucl.
[g] na 't 23 v. des 6 b. Eucl.
[h] na 't 11 v. des 5 b. Eucl.
[i] na 't 22 v. des 6 b. Eucl.
[k] na 't verv. des 19 v. des 5 b. Eucl.
[l] na 't 5 v. des 2 b. Eucl.
[m] na 't 47 v. des 1 b. Eucl.
[n] na 't 11 v. des 5 b. Eucl.
[o] na 't 16 v. des 5 b. Eucl.
[p] na 't verv. van 't 20 v. des 6 b. Eucl.
[q] na 't omgekeerde 21 v. des 1 b. der Kegelſneden Apollonii.

BYVOEGSEL.

Angesien wy in't voorgaende Hooft-stuck yets aengeraeckt hebben van 't geene ontrent het vlack van een Ellipsis en desselfs stucken komt te gebeuren; soo is echter sulcx alleen geschiet ten opsicht van de assen, sonder verder als in rechte stucken plaets te hebben. Doch op dat die aenmercking oock ontrent alle andere diameters plaets hebbe, en insgelijcx van scheeve stucken blijcke; soo sullen wy vervolgens toonen met wat Ellipsis, die ten opsicht van de assen aengemerckt wort, een ander gelijck zy; gelijck mede met wat rechte stucken andere scheeve gelijck zijn.



Sy dan LEIK *een Ellipsis, wiens eene diameter zy* LI, *en d'ander, met dese t'samen-gaende, zy* KE, *van welcke de liny* εe *in tween gelijck gedeelt wort, en zy* εEe *het scheeve stuck. Soo men nu uyt de punten* E *en* K *over weder-syden treckt* EM *en* KP *even-wydig met den diameter* LI; *en dan door 't centrum* A *de liny* PAM *recht-hoeckig op* LI, *door-snijdende* EM, KP *in* M *en* P; *en eyndelijck* [a] *rontsom de t'samen-gaende assen* LI *en* PM *beschrijft d'Ellipsis* LMIP: *soo sal d'Ellipsis* LEIK *aen d'Ellipsis* LMIP *gelijck wesen. En indien men de liny* εe *verlengt, totse d'omtreck deser Ellipsis in* f *en* T *doorsnijt: soo sal insgelijcx het stuck* εEe *aen het stuck* TMf *gelijck zijn.*

Want in d'Ellipsis LEIK *soo is* [b] *de rechte syde* KQ *tot de dwersche* KE, *ofte 't quadraet* LI *tottet quadraet* KE, *ofte oock* [c] *'t quadraet* AI *tottet quadraet* AE, *gelijck 't quadraet* He *tottet vierkant* KHE. *Nu alsoo* ME, εe, *en* KP [d] *even-wydig zijn: soo is* [e] AE *tot* HE, *als* ED *of* AM *tot* ES *of* Mm. *Dat is, nemende het dobbel der voorgaende,* KE *tot* HE, *als* PM *tot* Mm; *en gedeelt* [f] KH *tot* HE, *als* Pm *tot* mM. *Nu is* [g] KH *tot* HE, *als 't vierkant* KHE *tottet quadraet* HE; *en* Pm *tot* mM, *alsset vierkant* PmM *tottet quadraet* mM. *Waerom dan oock* [h] *het vierkant* KHE *tottet quadraet* HE *is, als 't vierkant* PmM *tottet quadraet* mM; *en overandert* [i] *'t vierkant* KHE *tottet vierkant* PmM, *alsset quadraet* HE *tottet quadraet* mM, *ofte* [k] *als het quadraet* AE *tot het quadraet* AM. *Maer alsoo betoont is, dattet quadraet* He *is tottet vierkant* KHE,

als

a *na 't 4 de Hoofstuck deses.*
b *na 't 21 v. des 1 b. der Kegel-sneden* Apollonii.
c *na 't 15 v. des 5 b. Eucl.*
d *Door 't Werck.*
e *na 't 4 v. des 6 b. Eucl.*
f *na 't 17 v. des 5 b. Eucl.*
g *na 't 1 v. des 6 b. Eucl.*
h *na 't 11 v. des 5 b. Eucl.*
i *na 't 16 v. des 5 b. Eucl.*
k *na 't 4 en 22 v. des 6 b. Eucl.*

als 't quadraet AI *tottet quadraet* AE: *soo sal oock gelijckstemmig* [l] *het quadraet* He *tottet vierkant* PmM *zijn, als het quadraet* AI *tottet quadraet* AM. *En aengesien in de Ellipsis* LMIP, *als boven, 't quadraet* mf *is tottet vierkant* PmM, *als 't quadraet* AI *tottet quadraet* AM: *so sal mede* [m] *'t quadraet* He *tottet vierkant* PmM *zijn, alsset quadraet* mf *tottet vierkant* PmM. *Waer uyt dan volgt* [n] *dattet quadraet* He *aen 't quadraet* mf *gelijck is, en dien-volgende mede* He *gelijck* mf, *als oock haer dobbel* se *ghelijck aen* Tf. *'t Selve blijckt van alle andre in tween gedeelde door de diameters* KE *en* PM, *die in't oneyndelijck in yder figuer souden mogen verdacht vvorden. Waer uyt vvy dan besluyten* [o], *dat d'Ellipsis* LEIK *aen d' Ellipsis* LMIP *gelijck is, als oock het stuck* sEe *gelijck aen het stuck* TMf. *Het vvelcke insgelijcx van de resteerende stucken* sKe *en* TPf *te verstaen is. Waer uyt dan 't voor-gestelde openbaer is.*

[l] *na 't 22 v. des 5 b. Eucl.*
[m] *na 't 11 v. des 5 b. Eucl.*
[n] *na 't 9 v. des 5 b. Eucl.*
[o] *Na de stelling der ondeelbaere van* Cavallerius.

Hier uyt blijckt, soo wanneer der een stuck van een Ellipsis, soo 't valt, gegeven is, dat men kan een Circkel-stuck vertoonen, dat aen 't selve gelijck is. Want indien sulck stuck een scheef stuck was, gelijckerwijs sEe, *soo hebben wy hier een ander betoont, als* TMf, *het welck recht en aen 't selve gelijck is. Vorders wat reden datter is tussen dit stuck en een Circkel-stuck, is oock uyttet voorgaende openbaer. En blijckt alsoo hoe men een Circkel-stuck vinden kan, dat aen een voorgegeve stuck van een Ellipsis gelijck is.*

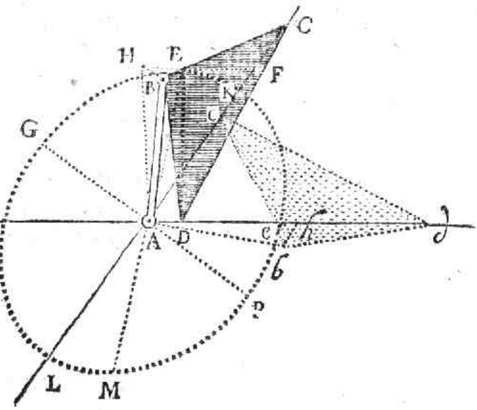
Volgen noch eenige andere dingen tot d' Ellipses behoorende, die door een aen-een-verknochte beweging, soo om de uytterste, als andre t'samen-gaende diameters, door behulp van 't selve Instrument, op een vlack beschreven worden.

Eer wy een eyndt maecken van het boven-gemelte Instrument aen te mercken / so laet ons eens overwegen / watter gebeurt ontrent het punt E, wanneer 't genomen wort in de syde BC des triangels BCD, of oock in deselve weder-zijds verlengt zijnde.

Hierom nemende eenig punt in BC, als E, tussen B en C, of oock in deselve tot d'een of d'ander syde in 't oneyndig verlengt zijnde / (lettende alleenlijck datmen BE niet gelijck en neeme aen AB, indien men 't selve nemen wil buyten B): soo seg ick dat wederom / als men 't punt D beweegt langs de linie AD, dan 't punt E door die beweging op 't vlack een Ellipsis omtreck beschrijven sal / wiens middel-punt is A, en dwerssche asse de linie AC; dewelcke beschreven wordende door 't punt C, sijn lengte LK soo

lang

lang bekomt als het dobbel van AB, BE; en wiens t'samen-gaende rechte asse is GP, soo lanck zijnde als het dobbel van CE.



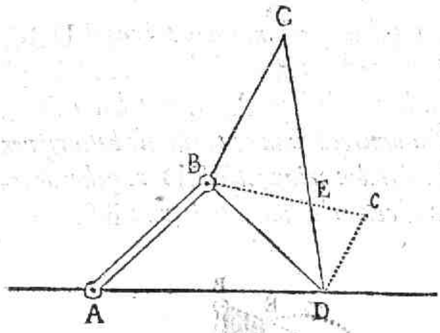
Want indien wy gedencken aen 't geen wy in 't 1ste Hooft-stuck bewesen hebbē van 't punt C belangende 't selve instrument: te weeten/ dat/ terwijl 't punt D beweecht wort langs de liny AD, het punt C dan door die beweging beschrijft een rechte liny/ als AC, maeckende op AD schceve hoeckē; waer van den scherpen hoeck CAD altijt half so groot is als den hoeck DBC, die van DB en BC, beyde de ghelijcke syden des triangels CBD, begrepen wort: Soo sullen wy lichtelijck verstaen/ soomen/ verlatende den triangel DBC, het punt E neemt in de liniael BC, of in deselve tot d'een of d'ander syde verlengt/ (gelijck wy te vooren gedaen hebben/) dattet al een dinck wesen sal/ als of wy 't punt C verdochten beweegt te worden langs AC, en datter die dingen geschieden/ die wy van het punt E in het 2de Hooft-stuck/ belangende de beweechlijcke linialen AB en DBC, bewesen hebben. Dat is/ dat het punt E door die beweging op het black om A, als middel-punt/ den omtreck van een Ellipsis beschrijven sal/ wiens dwerssche asse LK in AC valt/ en gelijck is aen 't dobbel van AB, BE; maer de rechte t'samen-gaende GP, die op dese recht-hoeckig is/ gelijck aen 't dobbel van CE.

Nu alsoo 't gevalt dat de liny AD, die eerst voor-gestelt was/ oock de diameter van de Ellipsis is: soo staet vorders te bepalen/ hoe lang de selve zijn sal/ als mede de diameter/ dewelcke met dese de t'samen-gaende genoemt wort.

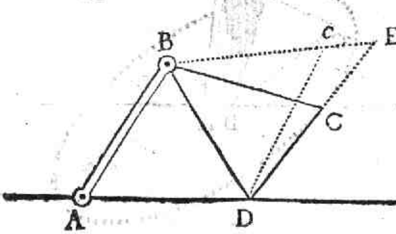
Weshalven getrocken hebbende in den triangel DBC de liny DE, so treckt uyt A op AD de perpendiculaer AH gelijck aen DE; en haelt door H de liny HF parallel met AD. Hier na so beschrijft op AH den triangel AHB, gelijck aen DEB, de triangel op 't instrument/ sulcx dat HB ghelijck zy aen BE, en AB gelijck BD: dan sal/ soo men uyt B in de wijtte BH een boog beschrijft/ door-snijdende HF in E, het punt E de top der Ellipsis zijn. Hierom/ indienmen van E tot A een liny treckt/ en deselve verlengt/ tot dat MA gelijck zy aen AE, so sal MAE den diameter der Ellipsis wesen. Eyndelijck om d'andere diameter/ die met dese t'samen gaet/ te bepalen/ soo neemt in AD de liny A b gelijck aen DE op 't instrument; en zy/ als vooren/ op dese ghemaeckt den triangel A b b gelijck den triangel DEB op 't instrument; en dan

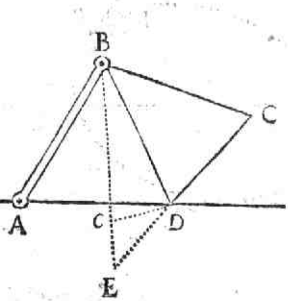
wyders

wyders uyt *b* in de wijtte *bb* een boog beſchreven/ ſnijdende of raeckende AD in *e*. Hier na maeckende IA gelijck A*e*: ſoo ſal I*e* d'andere diameter der Ellipſis weſen/ die met de voorgaende ME t'ſamen-gaet. Het welck dan uyt de toe-paſſing van 't inſtrument openbaer is.



Hier uyt nu/ dat yder punt E, 't zy dattet genomen wort in BC de ſyde des triangels BCD, of in deſelve tot d'een of d'ander ſyde verlengt/ door ſijn beweging den omtreck van een Ellipſis beſchrijft/ indien men 't punt D langs de liny AD beweegt/ kan men oock generalijck beſluyten/ dat yder punt E, genomen in de ſyde DC, of in deſelve tot d'een of d'ander



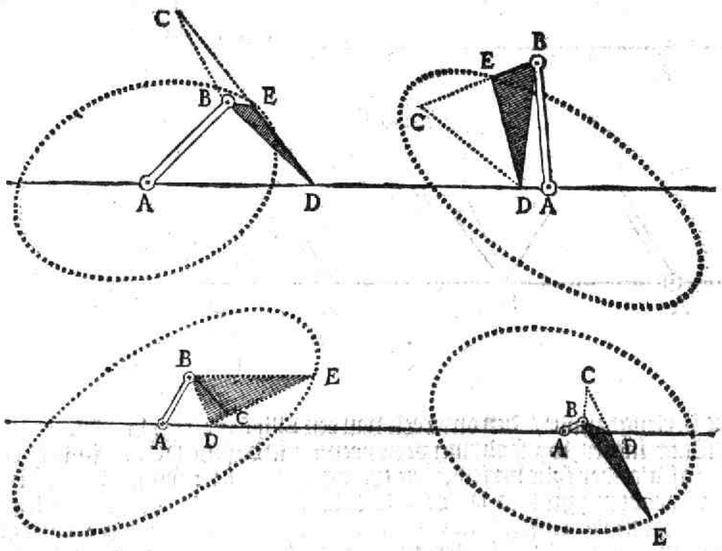


ſyde verlengt zijnde/ den omtreck van een Ellipſis beſchrijven ſal.

Want indien wy ſoodanig punt neemen in de ſyde DC, of in deſelve tot d'een of d'ander ſyde verlengt/ en trecken de liny BE: ſoo ſal deſe of kleender of grooter zijn dan DB of BC; te weeten minder/ alſſet punt E genomen wort in DC tuſſen D en C; maer grooter/ als E in de ſyde DC genomen wort buyten C of D. Waerom ſoo men haelt BE, en in deſelve neemt B*c* gelijck DB of BC, en haelt D*c*: ſoo kan men op deſe wijz het punt E oock verdencken in B*c*, de ſyde des triangels BD*c*, of in deſelve buyten *c* verlengt/ genomen te zijn.

Eyndelijck/ aengeſien men noch aenmercken kan 't punt E in BD de ſyde des triangels BCD, of in deſelve tot d'een of d'ander ſyde verlengt/ als maer BE aen AB niet gelijck genomen wort/ indien men 't ſelve buyten B nemen wilde: ſoo ſal wederom gebeuren/ dat/ ſoo men 't punt D beweegt langs de liny AD, het punt E dan door die beweging den omtreck van een Ellipſis beſchrijven ſal; welckers centrum zy A, en dwerſche aſſe de liny AD, ſo lanck zijnde als 't dobbel der somme van AB, BE; en wiens rechte asse zy perpendiculaer op AD, en soo lanck als het dobbel van DE. Het welck dan klaer blijckt / indien men den triangel DBC vaeren laet / en het punt E alleenlijck verdenckt in de liniael BD, of in deselve aen d'een of d'ander syde verlengt / gelijck in het 2de Hooft-stuck geschiet is.

Dit dan dus zijnde, soo is openbaer, als men den triangel DBC *grooter of kleender maeckt, sulcx datmen alleen behoudt den triangel* BED, *en het punt* D *beweegt langs de liny* AD, *dat het punt* E *door die beweging dan altijt den omtreck van een Ellipsis beschrijven sal. Wyders, alsoo openbaer is, dat den triangel* BED *verscheydentlijck kan gemaeckt zijn, en tot d'een of d'ander syde van* BC *gestelt*



wesen, toe-siende alleenlijck datmen desselfs syde BE *aen de syde* BD *of liniael* AB *niet gelijck en neeme: soo volgt dat* E, *de top van yder triangel* BED, *die op* BD *gemaeckt is (en wiens syde* BE *aen de syde* BD *of liniael* AD *niet gelijck en is) 't selve doen sal.*

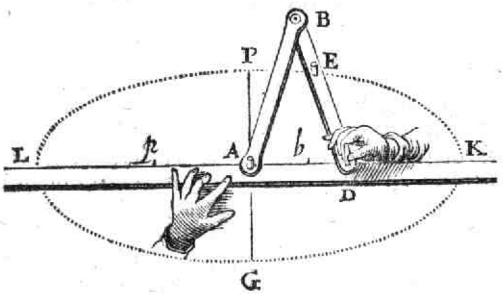
IV. HOOFT-STUCK.

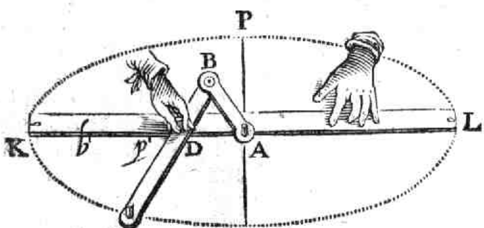
Van de manier om Ellipses op een vlack te beschrijven, rontsom gegeve assen ofte uytterste diameters.

NA dat wy in de voorgaende Hooft-stucken die dingen verhandelt hebben/ dewelcke als grondt dienen mogen/ waer op de tuych-werckelijcke beschrijving van een Ellipsis mach gebouwt worden/ soo is nu overich dat wy deselve voetstappen volgende ons tot het gebruyck bereyden/ betoonende op wat wijz men 't geene in desen deele gemeenlijck voor-gestelt wort sal mogen voltrecken.

Wy sullen dan voor eerst betoonen/ hoedanig men rontsom gegeve assen/ of uytterste diameters/ Ellipses op een vlack beschrijven kan.

Hierom gegeven zijnde op eenig vlack de dwersche asse LK, en GP de rechte t' samen gaende met LK, dewelcke malkander in 't centrum A rechthoeckig door-snijden: soo zy rontsom deselve op het vlack den omtreck van een Ellipsis te beschrijven.

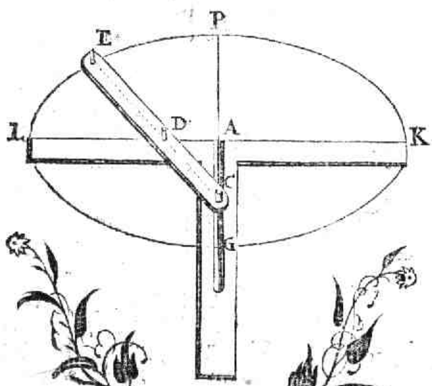




Hier toe nemende A p gelijck GA of AP, sulcx dat p K gelijck zy aen de somme of differêtie van KA en AP (wanttet even-veel is); soo zy p K in b gedeelt in 2 gelijcke deelen. Hier na so laten genomen worden 2 linialen van koper/ hout/ of eenige andre vaste stoffe/ als AB, BD, die yder so lanck zijn als $p b$ of bK; soo nochtans/ dat de liniael BD so lang zy/ datmen in deselve van B na D een punt teyckenen kan/ als E, sulcx dat BE ghelijck zy aen A b. Maer A b langer zijnde als de liniael BD, soo moet deselve buyten D verlengt worden/ tot dat die aen A b gelijck zy. Welcke linialen dan wyders soo moeten ghemaeckt worden/ dat AB, tot sijn een eynde doorboort zijnde in A, om eenig pennetjen/ 't welck in A vast gemaeckt is/ kan draeyen; en dat die tot sijn ander eynde B aen 't uytterste van de liniael BED in B kan vast ghemaeckt worden/ sodanich nochtans datmen BED om B kan bewegen. Borders soo moet de liniael BDE in D doorboort worden/ in voegen datmen daer eenige stijl in-laeten kan/ welcke met sijn spits langs AD beweegt zijnde de linialen AB en BDE met sich kan voeren. Eyndelijck so laet de liniael BDE doorboort worden in 't punt E, sodanich datmen daer eenige andere stijl in-laeten kan/ die op het vlack den omtreck van de Ellipsis beschrijve. Alwaer aen te mercken staet/ datmen/om het werck wel te volbrengen/de 3 punten B, E, en D in een selve liny nemen moet/en de behoorlijcke wijtten van het eene punt tottet ander van de centers deser door-booringen in acht moet neemen.

Het welck dus volbracht zijnde/somen tot LK een liniael voegt/en die met de slincker handt vast houdt/ terwijl men de stijl in D met de rechter handt beweegt langs de liniael LK aen weder-syden van 't centrum A, soo sal de stijl E op 't vlack de helft des omtrecks van de begeerde Ellipsis beschrijven. Weshalven so men de linialen AB en BDE omkeert na d'ander syde van LK, so sal men op deselve wijz de ander helft der Ellipsis beschrijven. Het welck dan uyttet geene wy in 't 2de Hooft-stuck betoont hebben openbaer is.

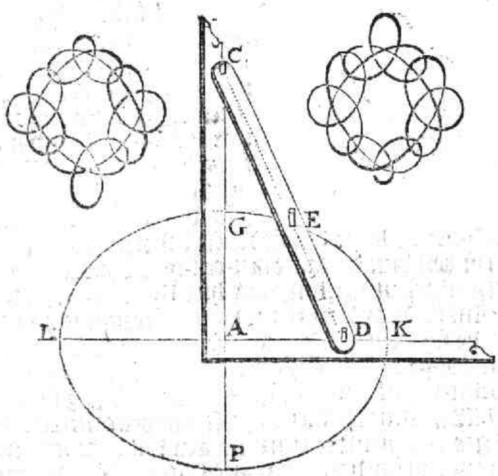
Nu aengesien het beschrijven der Kegel-sneden in 't gemeen tot de Gnomonica, Catoptrica, en Dioptrica seer dienstig is/ ende yder sijn bysonder gebruyck heeft: so komt echter te gebeuren dat het beschrijven van een Ellipsis somtijts sich wyders uytstreckt ende een grooter gebruyck heeft. Gelijck dan in 't maecken der platte Globen/ in 't teyckenen der verwulfselen/ in 't draeyen van lijsten/ en verscheyde andre dingen. Waer uyt dan oock ontstaet/ datter meer manieren gevonden worden om die te beschrijven/ als wel van d'andre Kegel-sneden: sulcx wy het oorbaer geacht hebben die alle/ welcke tuych-werckelijck zijn/ en door wiens behulp men een Ellipsis door eene treck beschrijven kan/ voor soo veel sy my bekent zijn/ alhier te verklaren. Van welcke alle my dese manier eerst voort-komt.



Sy dan wederom een Ellipsis te beschrijven om de uytterste diameters of assen LK en PG: Hier toe soo zy genomen een liniael/ als EC, van hout of koper/ so men wil/ van lengte als LA of AK, waer in geteyckent zy het punt D, sulcx dat ED gelijck zy aen PA of AG. En laet deselve doorboort worden in de punten E, D, en C, sulcx datmen stijlen in laten kan. Waer toe men dan oock weeten moet/ dat de liniael EC een weynich langer behoort genomen te worden als LA of AK, want die anders in E en C niet en souden konnen doorboort wordē. Hier na so zy geno-

genomen de kruck LCK, mede van hout / koper / of eenige andre vaste stoffe / welcke langs CK uytgeholt zy in form van een grouf of voor / wiens breette so groot zy als de dickte der stijl / die in C het punt van de liniael moet ingelaten worden. Dit nu dus bereyt zijnde / so zy de syde der kruck gevoegt nevens LK, sulcx dat de goot of voor kome te vallen op GA, en laet de liniael EC met de stijl D beweegt worden langs LR, terwijl de stijl C sijn vrye loop heeft in de grouf of voor CA: dan sal alsoo de stijl E op 't vlack de helft des omtrecks van de begeerde Ellipsis beschrijven. Waerom indien wy van gelijcken aen d'ander syde doen / soo sal alsoo de gantsche omtreck beschreven worden. Nu aengesien de kruck LGK een dobbele winckel-haeck vertoont / soo is openbaer / dat wy geen kruck hebbende / het selve oock sullen konnen bekomen / door middel van een winckelhaeck en liniael CE, beschrijvende telckens een vierdepart van den omtreck deser Ellipsis.

Waer van wy de demonstratie voor-by gaen / alsó die van andre betoont is / en deselve oock uyt het 2de Hooft-stuck van een yder lichtelijck kan gevonden worden. Want / wie dat Hooft-stuck recht in-siet / die sal met my daer uyt noch een andre manier trecken konnen / van de voorgaende weynich verschillende / welcke dusdanich is.

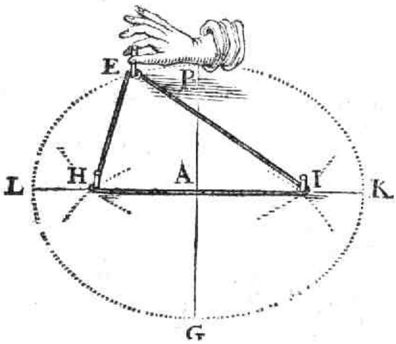


Sy van wederom 'tselve te doen / als boven / en laetter gemaeckt worden een liniael / als CD, die soo lanck zy / datmen in deselve drie punten / als C, E, en D, teyckenen kan / welcke haer dusdanigh hebben / dat de wijtte tussen C en E zy gelijck aen de halve asse LA of AK; en de wijtte tussen E en D gelijck aen de halve asse GA of AP. Het welck gedaen zijnde / soo laet de liniael in dese punten doorboort worden / sulcx datmer stijlen in laten kan / en dat deselve kan bewecht worden / sodanig dat die doorgaens tussen beyde binne-kanten der winckel-haeck begrepen zy / en de stijlen C en D gestadig deselve binne-kanten komen te geraecken. En sal alsoo door dese beweging de stijl E met eene treck een vierde-part van den omtreck der Ellipsis, als GEK, beschrijven. Alwaer wyders aen te mercken staet / om alles naer behooren te verrichten / dattet in de voorgaende beschrijving genoeg is / dat LA of AK de syde der kruck / en AG de goot of voor soo lang zijn als de wijtte tussen de punten

D en C op de liniael; maer in dese beschrijving moet yder been des winckelhaecks ten minsten soo lanck zijn als de liniael CD.

Nu alsoder van andre tot de beschrijving eener Ellipsis meer dingen worden by-gebracht / als onderscheyde manieren / welcke nochtans weynich van malkander verschillen / en van de voorgaende manier niet en zijn verscheyden / alsoose uyt een selve oorspronck voort-komen: soo heb ick die alwillens willen voor-by gaen.

Eyndelijck / dewijlder noch een ander manier in 't gebruyck is / om een Ellipsis op een vlack door behulp van een koorde of draet rontsom gegeve assen te beschrijven / soo heeft 't my goet gedacht die alhier oock by te voegen / op dattet niet noodig zy elders te gaen soecken / het gheene tot de volkome beschrijving deser lijn kan begeert worden.



Sy dan den omtreck eener Ellipsis te beschrijven door behulp van een draet om de gegeve assen LK en PG, waer van de grootste zy LK, en de kleenste PG. Hier toe so zy uyt P of G als centrum in de wijtte LA of AK, de helft der langste asse / beschreven een circkel-boog / door-snijdende LK in H en I; en in H en I gestoocken hebbende twee pennetjens / soo laten beyde eynden van de draet aen-een-geknoopt worden / en die om de voorsz pennetjens geleyt worden / als hier HEI: want indien men dese draet met eenige stijl in form van een triangel doorgaens eenparich uytstreckt / en die met de stijl rontsom de pennetjens leyt / so sal deselve stijl op 't vlack een kromme lijn beschrijven / als LEPKG, die den omtreck van een Ellipsis zijn sal. Gelijck blijckt uyt het 52ste Voorstel des 3 boecks der Kegel-sneden Apollonii. Weshalven so men begeert / dat den omtreck der Ellipsis door L, P, K, en G gaen sal / so moetmen maecken dat de draet / met de stijl uyt-gestreckt zijnde / net tot een van dese punten raeckt. Alwaer wijders te letten staet / dat de plaetsen der punten H en I, alwaer men dese pennetjens tot de beschrijving der Ellipsis in-gestoocken heeft / wegens 't geene in deselve komt te gebeuren / met de naem van * Brandt-punten genoemt worden; welcker punten aenmercking dan in de Catoptrica en Dioptrica van seer groot gewicht is: gelijck blijckt uyttet geene volcht na 't 7ste Hooftstuck van de Dioptrica der Wijt-vermaerde Heer Renatus des Cartes.

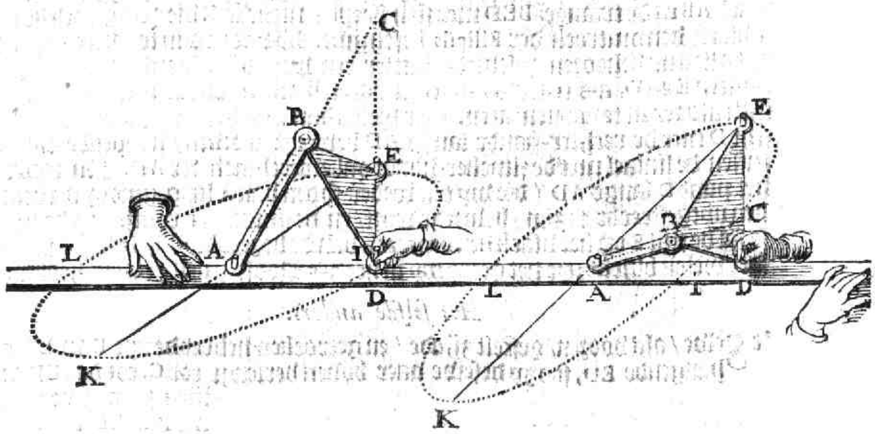
* Foci.

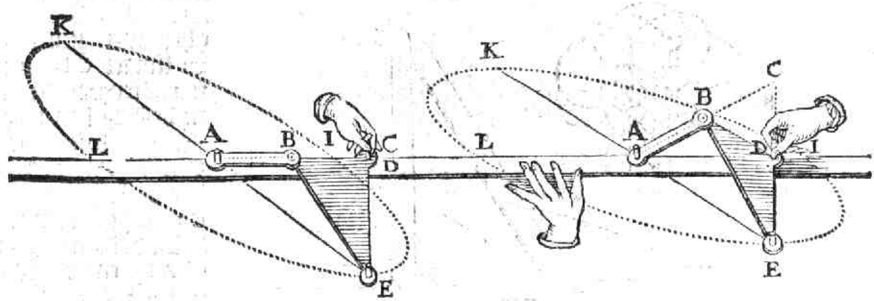
V. HOOFT-

V. Hooft-stuck.

Van de manier om Ellipses op een vlack te beschrijven, rontsom t'samen-gaende diameters, soo't valt, voorgegeven zijnde.

Betoont hebbende op wat wijz men een Ellipsis op een vlack rontsom gegeve assen of uytterste diameters beschrijven kan/ soo en sal 't niet ongevoeglijck zijn/ dat wy met eenen alhier door het voorgaende betoonen/





hoedanig deselve rontsom yder twee gegeve 'tsamen-gaende diameters op een vlack te beschrijven zy.

Hier toe so laten dan de gegeve 'tsamen-gaende diameters zijn LI en KE, malkander in 't centrum A kruyssende en in tween gelijck deelende. Nu moetmen rontsom deselve op het vlack den omtreck van een Ellipsis beschrijven.

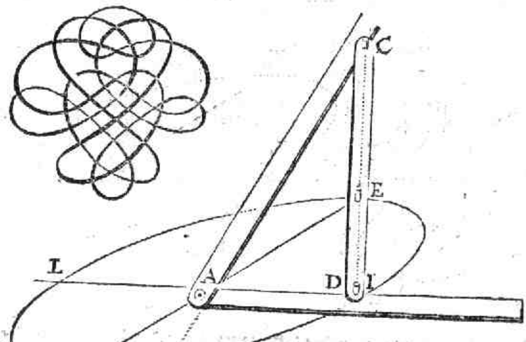
Tret-

Treckende uyt E op LI de hangende ED, soo neemt EC gelijck LA of AI, sulcx dat CD gelijck zy aen de somme of 't verschil van ED en AI, en treckt AC. Daer na deelende AB in tween gelijck in B, so haelt BE en BD; en maeckt van koper of andre harde stof een liniael/ als AB, aen welcke in B vast gemaeckt zy den triangel BED, mede van koper of andre harde stof/ dewelcke men rontsom B op het vlack bewegen kan.

Vorders soo zy de liniael AB aen sijn een eynde in A doorboort / sulcx dat men daer een pennetjen in laten kan / waer om AB kan draeyen: gelijckerwijs oock te doen staet ontrent de punten E en D des triangels / te weeten/ datmer van gelijcken stijltjens in laten kan/ alsoder in D een spitse stijl moet ingelaten worden/ dewelcke/ met sijn spits langs AD bewegt zijnde/ de liniael AB en de triangel BED met sich sleepe; maer in E die geene/ welcke op 't vlack den omtreck der *Ellipsis* beschrijve. Waerom dan te weeten is / op dat alles na behooren geschiede/ datter een weynich plaets om de geseyde punten E en D, als centers / moet ghelaten worden / om de stijlen bequamelijck aldaer in te konnen laten. Het welck dan dus bereyt zijnde/ soo laet de stijl D met de rechter-handt langs AD bewegt worden / houdende ondertussen de liniael met de slincker-handt onbeweechlijck tot AD. Nu terwijl het punt D langs AD (die wy ten weder-syden van A lang genoeg verdencken uytgestreckt te zijn) bewegt wort/ en de liniael AB rontsom A draeyt/ so sal de stijl E op het vlack den omtreck van de begeerde *Ellipsis* beschrijven. Het welck blijckt uyt het geene wy in het 3de Hooft-stuck betoont hebben.

Het selfde anders.

'T Selve / als vooren/ gestelt zijnde / en getrocken hebbende uyt E op LI de hangende ED, soo zy deselve naer boven verlengt tot C, tot dat CD gelijck zy aen de somme van ED en AI, en treckt AC. Daer na ghenomen hebbende de liniael CD, van sulcke lengte/datmen in deselve kan teyckenen de drie punten C, E, en D, soodanig dat de wijtte tussen C en E zy gelijck aen de halve diameter LA of AI; en de wijtte tussen E en D gelijck aen de hangende ED, soo laet dese liniael doorboort worden in de punten C, E, en D, sulcx datmer stijltjens in laten kan.

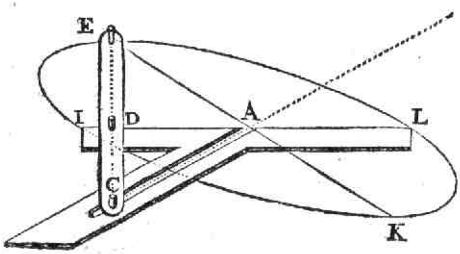


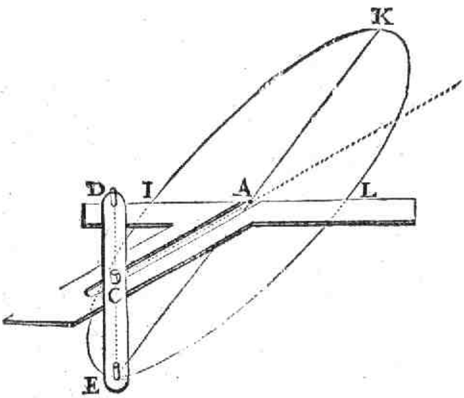
Het

Het welck gedaen zijnde/ soo zy genomen een leugenswee/ dewelcke gevoegt zijnde tot den hoeck CAI, soo laet de liniael CD tussen beyde binne-kanten derselve beweegt worden / sulcx dat de stijlen / die in C en D ingelaten zijn/ doorgaens dese binne-kanten komen te raecken: en sal gebeuren/ dat door dese beweging der stijl E met eene treck den vierde-part des omtrecks eener Ellipsis sal beschreven worden. En soo men de leugenswee CAD voegt tot den hoeck LAC, en de liniael CD, als vooren/ beweegt tussen beyde binne-kanten derselve/ soo sal men alsoo den halven omtreck der Ellipsis bekomen. Het welck insgelijcx aen d'ander syde van den diameter LI gedaen zijnde / so bekomt men den gantschen omtreck der begeerde Ellipsis.

Noch anders.

't Selve gestelt zijnde / soo AI en ED ongelijck zijn/ soo kan men noch op een andre wijz het begeerde bekomen.





Want nemende EC gelijck AI, sulcx dat de differentie zy CD, soo zy door C en A een rechte liny getogen. Hier na neemende wederom de liniael EDC, op dewelcke geteyckent zijn de 3 punten E, C, en D; sulcx dat de wijtte tussen E en D zy gelijck aen de hangende ED; en de wijtte tussen E en C ghelijck aen de halve diameter AI of AL, in voegen dat CD zy het verschil tussen AI en ED; so laet wyders ghenomen worden de kruck ICL, dewelcke langs CA zy uyt-geholt door de grouf of voor CA, maeckẽde met IL scheeve hoecken/ gelijck zijnde aen de hoecken IAC en CAL. Voegende nu dese kruck tot IL en CA, soo laet de liniael ECD in de voorseyde punten doorboort worden/ sulcx dat mer stijltjens in laten kan; in voegen dat de stijl/ die in C moet ingelaten worden/ soo dick zy als de wijtte der grouf CA: op dat/ terwijl de liniael ECD met de stijl D langs IL de syde der kruck beweegt wort/ en de stijl C sijn vrye loop heeft in de grouf/ de liniael CED niet en wanckele/ en de stijl E den juysten omtreck van een Ellipsis beschrijve. En op dese wijs sal men de helft des omtrecks beschrijven. Derhalven om die geheel te beschrijven/ soo heeft men maer de kruck na d'ander syde van LI te keeren/ en die te voegen/ als geseyt is. Waer van ick dan het bewijs door-by ga/ uyt oorsaeck 't selve uytter voorgaende genoegsaem openbaer is/ en van een yder lichtelijck kan gevonden worden.

VI. HOOFT-STUCK.

Van Hyperbolen, dewelcke uyt een aen-een-verknochte beweging op een vlack, so om de uytterste, als andere t'samen-gaende diameters, beschreven worden.

Laten de linien EK en LI malkander in 't punt A in tween gelijck deelen/ en door de punten L en I even-wydige linien getrocken worden met EK, tot datse met de linien/ getrocken door de punten E en K even-wydig met LI, t'samen komen in D, F, H, en M, en het even-wydige vierkant DFHM maecken/ waer van beyde diameters DF en FM weder-zijdts in 't oneyndig zijn verlengt. Hier na gedeelt hebbende AD in twee gelijcke deelen in B, sy getrocken BE, en maeckt den hoeck *dbe* gelijck aen den hoeck DBE in d'1ste en 2de figuer/ of aen den hoeck ABE in de 3de of 4de figuer; waer van d'een hoeck-syde *bd* [a] gelijck gemaeckt zy aen BD, en d'ander *be* naer *e* sonder bepaling [b] verlengt zy/ en aen welcken hoeck wyders in 't punt *d* een liniael vast gemaeckt zy/ als *d*E, die insgelijcx aen d'een en d'ander syde onbepaelt is/ en om *d* sonder beletsel op het vlack draeyen kan.

Het welck dus gestelt zijnde/ indien wy verdencken dat desen hoeck met d'een syde *db* beweegt wort op het vlack langs AD, en dat de liniael *d*E gedurigh passeert door 't punt E, en *be* in *e* doorsnijt: so sal het punt *e* door die beweging een Hyperbola beschrijven/ wiens centrum zy A, en dwersse diameter KE, maer die met dese t' samen gaet LI, en van welcke Hyperbolen de Asymptoti ofte nopt t' samen-komende zijn DAH en MAF.

Om 't welck te bewijsen/ soo laet door *e* ghetrocken worden *ce*G even-wydig met DM, door-snijdende DH en FM in *c* en G.

Aengesien dan [a] *bc* tot A*b* is/ als *ce* tot *e*G; soo sal oock vergadert [b] A*c* tot A*b* zijn/ als *c*G tot *e*G; en overandert [c] A*c* tot *c*G, als A*b* tot *e*G. Nu gelijck A*b* tot *e*G is/ alsoo is [d] (neemende *ce* voor gemeene hooghte) 't vierkant van A*b*, *ce* tottet vierkant van *ce*, *e*G; en gelijck A*c* tot *c*G, alsoo is [e] BD tot DE, of [f] (nemende DE voor gemeene hooghte) 't vierkant van BD, DE tottet quadraet DE. Waerom dan [g] het vierkant van A*b*, *ce* tottet vierkant van *ce*, *e*G zijn sal/ als het vierkant van BD, DE tottet quadraet DE. Nu is [h] het vierkant van A*b*, *ce* soo groot als het vierkant van BD, DE, dewijl [i] B*d*, dat 's/ A*b*, tot *bd*, dat 's/ DB, is/ als DE tot *ce*. Waerom

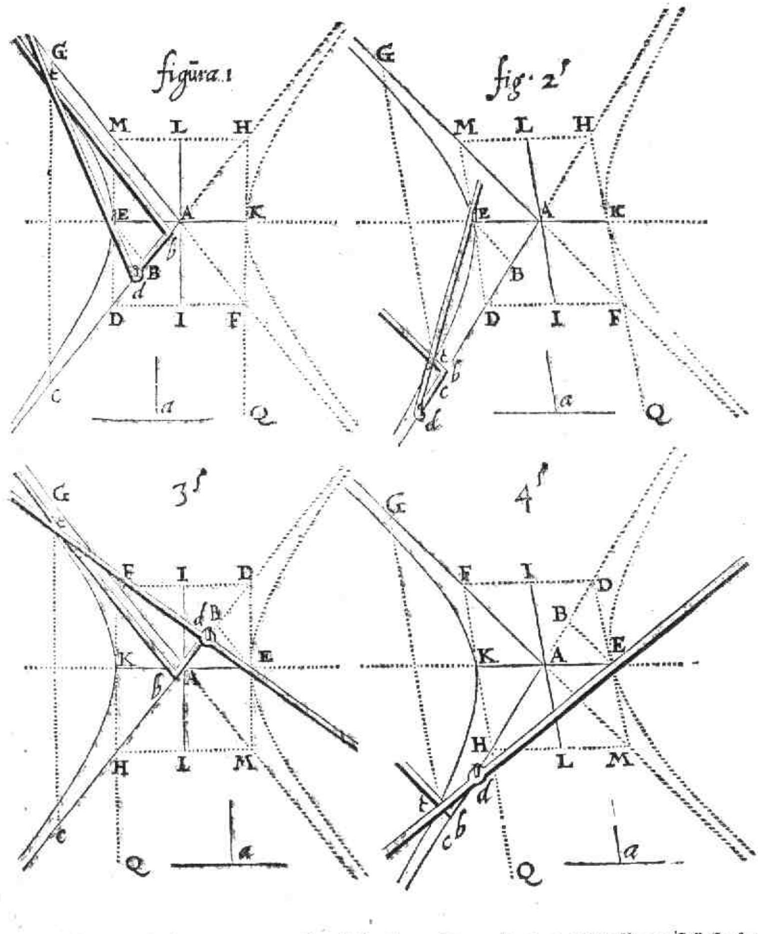
dan

a na 't 12 v. des 6 b. Eucl.
b na 't 18 v. des 5 b. Eucl.
c na 't 16 v. des 5 b. Eucl.
d na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
e na 't 4 v. des 6 b. Eucl.
f na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
g na 't 11 v. des 5 b. Eucl.
h na 't 16 v. des 6 b. Eucl.
i na 't 4 v. des 6 b. Eucl.

dan oock [k] 't vierkant van $c\varepsilon$, εG soo groot is alsset quadraet DE. En blijckt alsoo [l] dattet punt ε in een Hyperbola valt/ wiens Asymptoti ofte noyt t'samen-komende zijn DAH en MAF, en dwersse diameter EK, maer de rechte met dese t'samen-gaende LI, en 't centrum A. En alsoo dit in 't oneyndig komt te gebeuren ontrent het punt ε, volgens 't geen wy voor-gestelt hebben: soo volgt dat door de geduerige doorsnijding der linien $b\varepsilon$, εd het

k na 't 14 v. des 5 b. Eucl.

l na 't omgekeerde 10 v. des 2 b. der Kegelsneden Apollonii.



punt ε door die beweging op het vlack een Hyperbola beschrijven sal/ wiens diameters zijn EK en LI. Het welck te bewijsen was.

Vorders soo is openbaer/ dat/ indien wy de liniael dE verleggen/ sulcx dat

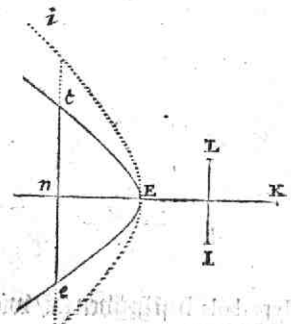
dat deselve geduerich streecke door het punt K, na datmen den hoeck *d b*, gekeert heeft na d'ander syde van AD, men alsoo een andre diergelijcke Hyperbola op het vlack/staende tegen over de voorgaende/ op de selve wijs beschrijven kan.

BYVOEGSEL.

Gelijckerwijs onder het geslacht der Ellipsen de Circkel mede begrepen, en voor een seeckere soort derselve aengenomen kan worden; te weeten, in welcke de dwersche sijde so groot is als de rechte syde: so kan het insgelijcx geschieden, datter onder het geslacht der Hyperbolen een seeckere soort bepaelt worde, die de simpelste van alle zy, en waer mede men alle de andre kan vergelijcken, dat is, in welcke de dwersche en rechte sijde, d' een d'ander gelijck zijn.

Hierom gelijck het dan in't Byvoegsel des 2 den *Hooft-stucks te pas gekomen is, dat wy aldaer aenmerckten wat bescheyt daer was tussen een Ellipsis en Circkel, belangende haer superficie: so sullen wy hier van gelijcken doen, vergelijckende eenige figuer besloten van een rechte liny en een gedeelte van een Hyperbola met een andre figuer, die mede van een rechte liny en een gedeelte van een Hyperbola besloten is, waer van de rechte en dwersche sijde even groot zijn: nademael het selve tot noch toe van niemant (mijns weetens) aengemerckt is.*

Sy dan e E e *een figuer besloten van een rechte liny als* e e *en een gedeelte van een Hyperbola, so't valt, welckers dwersche asse sy* EK, *en rechte* L l. *Mede so laet* i E y *een ander figuer wesen, besloten van een rechte liny, als* i y, *en een gedeelte van een Hyperbola, als* i E y, *wiens rechte en dwersche syde even groot zijn, en yder gelijck aen de dwersche sijde* EK *des figuers* e E e. *Dan sal insgelijcx, als in de Ellipsis, de figuer* e E e *tot de figuer* i E y *sodanige reden hebben, als de rechte asse* L l *heeft tot de dwersche* EK.



a *na 't 21 v. des 1 b. der Kegel-sneden* Apollonii.
b *na 't verv. van 't 20 v. des 6 b. Eucl.*
c *na 't 11 v. des 5 b. Eucl.*
d *na 't gedeelde.*

Want aengesien e e *en* i y *van de asse* EK *in* n *in tween gelijck gedeelt worden, so sal*[a] *in de figuer* e E e *de rechte syde zijn tot de dwersche, als 't quadraet* n e *tottet vierkant* K n E. *Nu om dat de tweede asse* L l *de middel-even-reednige is tussen de syden des figuers* e E e: *so sal*[b] *de rechte syde zijn tot de dwersche, als 't quadraet* L l *tottet 't quadraet* EK. *Weshalven dan*[c] *'t quadraet* n e *tottet vierkant* K n E *is, als het quadraet* L l *tottet quadraet* EK. [d] *En alsoo de syden des*

des figuers i E y *even-groot zijn, en yder derselve gelijck aen de dwersche syde* EK *des figuers* a E e: *soo volgt dattet quadraet* n i *aen het vierkant* K n E *gelijck is; en dat dienvolgende het quadraet* n a *tottet vierkant* K n E *dat is* [e] *tottet quadraet* n i *is, als het quadraet* L I *tottet quadraet* EK; *en dat derhalven oock* [f] n a *tot* n i *is, als* L I *tot* EK. *En also dit in't oneyndig blijckt van alle andere linien als* a e *en* y i, *die van de asse* E K *in yder figuer in tween gelijck gedeelt vvorden: soo volgt* [g] *dat de figuer* a E e *tot de figuer* i E y *is, als de rechte asse* L I *tot de dwersche* E K. *Gelijck voorgestelt was.*

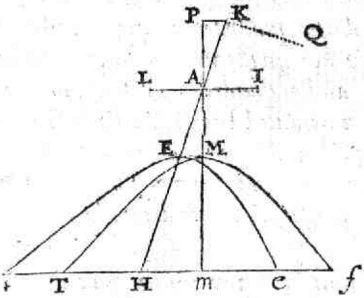
Wyders also dit niet alleen plaets en heeft ten opsicht van de assen, gelijckerwijs 't selve hier voor-gestelt is geweest; maer oock ten opsicht van alle andere diameters, gelijck uyt het Bewijs kan afgenomen worden: echter gemerckt wy hier in by na deselve ordre hebben soecken te volgen, als wy in de Ellipses gedaen hebben; en vvy aldaer ghetoont hebben met vvat rechte figuer, begrepen van een rechte liny en een gedeelte des omtrecks eener Ellipsis, yder scheeve figuer, insgelijcx van een rechte en een gedeelte des omtrecks eener Ellipsis besloten, over een quam: so hebben wy oock hier geacht wel te sullen doen, indien vvy van gelijcken toonden, met vvat rechte figuer, besloten van een rechte liny en een gedeelte eener Hyperbole, yder scheeve figuer, insgelijcx van een rechte liny en een gedeelte eener Hyperbole besloten, over een quam.

Sy dan a E e *een scheeve figuer, besloten van de rechte* a e *en een ghedeelte der Hyperbola* a E e, *vviens dwersche sijde zy* L I, *en rechte* K Q; *ofte vviens dwersche diameter zy* E K, *en rechte met dese t' samengaende* L I.

Ghetrocken hebbende uyt E *en* K *over-handts de linien* E M *en* K P *even-wijdig met den diameter* L I; *en hier na door 't centrum* A *de liny* PAM *recht-hoeckig op* a e, *snijdende* EM *en* K P *in* M *en* P, *maer* a e *in* m; * *soo men vvyders om* PM, *als dwersche asse, en* LI *als rechte, beschrijft de Hyperbole* T M f, *dewelcke van* a e *doorsneden wordt, of na dat deselve tot d'een of d'ander sijde is verlengt tot in* T *en* f: *dan sal de figuer* a E e *aen de figuer* T M f *gelijck zijn.*

Want aengesien a e *van den diameter* EK *in de figuer* a E e *in tween gelijck gedeelt vvort: soo sal* [h] *de rechte syde* K Q *zijn tot de dwersche* KE, *ofte* [i] *het quadraet* L I *tottet quadraet* KE, *ofte oock* [k] *'t quadraet* A I *tottet quadraet* AE *zijn, als het quadraet* H e *tottet vierkant* KHE.

[e] *na 't 7 v. des 5 b. Eucl.*
[f] *na 't 22 v. des 6 b. Eucl.*
[g] *Na de stelling der ondeelbaere van* Cavallerius.
* *na 't 7de Hooft-stuck deses.*
[h] *na 't 21 v. des 1 b. der Kegel-sneden* Apollonii.
[i] *na 't Iverv. van 't 20 v. des 6 b. Eucl.*
[k] *na 't 15 v. des 5 b. Eucl.*



l Door 't Werck.
m na 't 2 v. des 6 b. Eucl.

Mede alſo KP. ME, *en* mH[l] *evenwydig zijn, ſo ſal oock*[m] AE *tot* EH *zijn, als* AM *tot* Mm; *dat is, neemende het dobbel der voorgaende, ſo ſal* KE *tot* HE *zijn, als* PM *tot* Mm; *en vergadert*[n] KH *tot* HE, *als* Pm *tot* mM. *Nu is*[o] KH *tot* HE, *als het vierkant* KHE *tottet quadraet* HE; *en* Pm *tot* mM, *als 't vierkant* PmM *tottet quadraet* mM. *Waerom dan oock*[p] *het vierkant* KHE *tottet quadraet* HE *is, alſſet vierkant* PmM *tottet quadraet* mM; *en overandert*[q] *'tvierkant* KHE *tottet vierkant* PmM, *alſſet quadraet* HE *tottet quadraet* mM, *of als 't quadraet* AE *tottet quadraet* AM. *Maer aengeſien betoont is, dattet quadraet* He *is tottet vierkant* KHE, *alſſet quadraet* AI *tottet quadraet* AE: *ſo ſal mede gelijckſtemmig*[r] *het quadraet* He *zijn tottet vierkant* PmM, *als 'tquadraet* AI *tottet quadraet* AM. *Nu alſo in de figuer* TMf *inſgelijcx, als boven, het quadraet* mf *is tottet vierkant* PmM, *alſſet quadraet* AI *tottet quadraet* AM: *ſo ſal oock*[f] *'tquadraet* He *zijn tottet vierkant* PmM, *alſſet quadraet* mf *tottet vierkant* PmM. *Waer uyt dan volgt,*[t] *dattet quadraet* He *aen het quadraet* mf *gelijck is, en dat dienvolgens mede de linien* He *en* mf, *als oock haer dobbel* te *en* Tf *even lanck zijn. 't Selve blijckt mede in 't oneyndig van alle andre linien* te *en* Tf, *die van de diameter* KE *en* PM *in yder figuer in tween gelijck gedeelt vvorden. Weſhalven dan openbaer is*[u] *dat de ſcheeve figuer* tEe *aen de rechte* TMf *gelijck is. Gelijck voorgeſtelt vvas.*

n na 't 18 v. des 5 b. Eucl.
o na 't 1 v. des 5 b. Eucl.
p na 't 11 v. des 5 b. Eucl.
q na 't 16 v. des 5 b. Eucl.
r na 't 22 v. des 5 b. Eucl.
f na 't 11 v. des 5 b. Eucl.
t na 't 9 v. des 5 b. Eucl.
u na de ſtelling der ondeelbaere van Cavallerius.

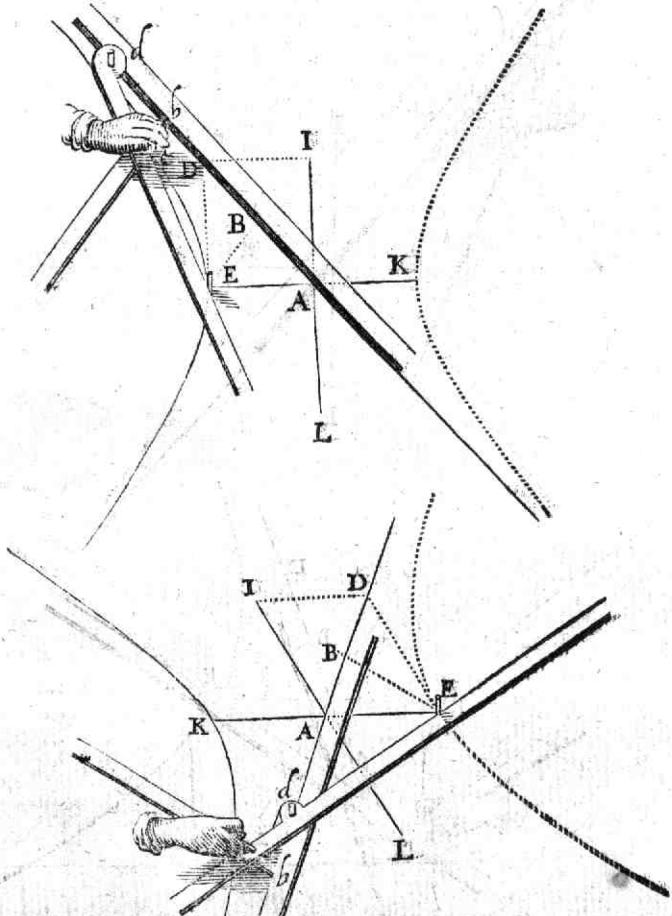
Uyt het geene nu betoont is blijckt, datmen, aen yder gegeve figuer, devvelcke van een rechte liny en een gedeelte eener Hyperbola beſloten is, een andre figuer gelijck maecken kan, die inſgelijcx van een rechte liny en een gedeelte eener Hyperbola wort beſlooten, waer van de dwerſche en rechte ſyde evengroot zijn. Want indien die figuer een ſcheeve figuer is, als tEe, *ſo hebben vvy hier betoont een andre, als* TMf *die even ſo groot ende een rechte is. Wyders vvat reden deſe heeft tot een figuer beſlooten van een rechte liny en een gedeelte eener Hyperbola, waer van de rechte en dwerſche ſyde even lanck zijn, blijckt mede uyt het voorgaende. Sulcx dan openbaer is, datmen, een figuer gegeven zijnde, dewelcke van een rechte liny en een gedeelte eener Hyperbola vvort beſlooten, een andre kan vertoonen van deſelve grootte, dewelcke inſgelijcx van een rechte liny en een gedeelte eener Hyperbola wort beſlooten, waer van de dwerſche en rechte ſyde even-lanck zijn.*

VII. HOOFT-

VII. HOOFT-STUCK.

Van de manier om Hyperbolen op een vlack te beschrijven, rontsom gegeve assen of andre t'samen-gaende diameters.

NAdien wy in 't voorgaende Hooft-stuck verklaert hebben/ op wat wijz het te verstaen zy / datmen door een aen-een-verknochte beweging op

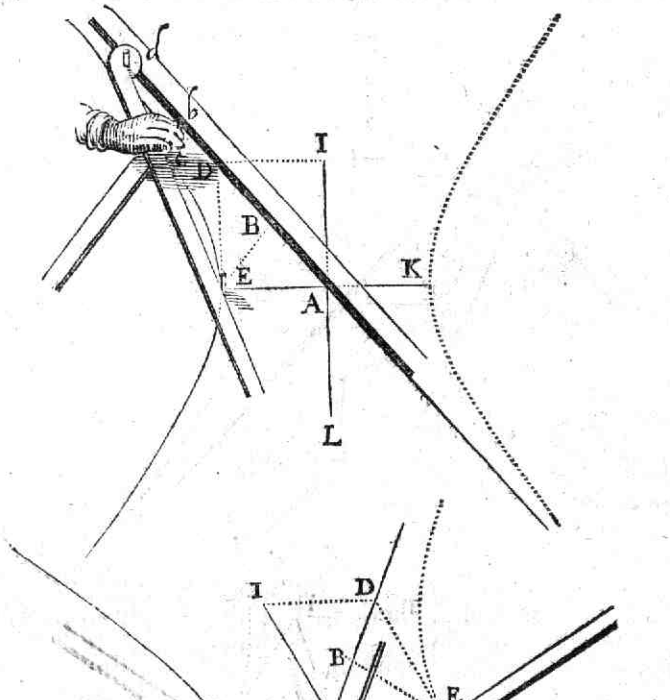


eenig vlack Hyperbolen beschrijven kan: soo rest nu noch te betoonen/ hoedanich die op een vlack rontsom gegeve assen of andre t'samen-gaende diameters te beschrijven zijn.

Hier

Hier toe so laten dan op eenig blacK gegeven zijn de dwersche asse of diameter EK, en de rechte asse of diameter IL, met de voorige EK t'samengaende/ en malkander in 't centrum A in tween gelijck deelende.

Nu moetmen op het selve black een Hyperbola beschrijven/ welckers assen of t'samen-gaende diameters zijn/ als geseyt is.



Hierom treckende uyt het punt I de liny ID even-wydig met KE, doorsnijdende de liny/ die uyt E met LI even-wydig getrocken is/ in D, soo haelt AD, en verlengt deselve weder-zijds in 't oneyndig. Vorders gedeelt hebbende hende AD in tweeen ghelijck in B, ſoo treckt BE. Nu maeckt van koper/ hout/ of andere ſtof een winckel-haeck ofte ſcheven recht-liniſchen hoeck *dbe* gelijck aen den hoeck DBE of ABE; waer van de een ſyde *bd* ſoo lang zy als BD; en d'ander *be* naer *e* in 't oneyndig verdacht werde uyt-geſtreckt te zijn/ welcke in 't punt *d* hier beneffens aen ſich vaſt houde de liniael *d*E, die weder-zijds mede in 't oneyndig uyt-gheſtreckt zy/ en dewelcke rontſom *d* kan beweegt worden. Dit nu dus gedaen zijnde/ ſo men den hoeck *dbe* beweegt langs AD, ſulcx dat de ſyde *bd* doorgaens gevoegt zy tegens de liniael gelegt op AD, terwijl de liniael *d*E draeyt om D, en die wy geduerich door 't punt E verdencken te ſtrecken: ſoo ſullen de ſyde *be* en de liniael *d*E door haer onderlinge door-ſnijding in *e* op het vlack een kromme liny beſchrijven/ dewelcke Hyperbola genaemt wort; wiens dwerſche aſſe of diameter is KE, en rechte met deſe t'ſamen-gaende LI. Alwaer te letten ſtaet/ ſoo wy alles bequamelijck en net willen uyt-voeren/ datmen dan de liniael *d*E in *d* moet door-booren/ ſulcx dattet punt *d* juyſt met de kant deſſelven over-een kome/ en die om een pennetjen/ waer om ſy draeyen mach/ ghemaeckt aen 't uytterſte der hoeck-ſyde *bd*, kan ghepaſt worden. Gelijck oock/ datmen in E, op het vlack een pennetjen ſteecken moet/ waer tegen de liniael *d*E (die doorgaens door E ſtrecken moet) met ſijn kant/ die mettet punt *d* een ſelve liny maeckt/ geduerich komt te leunen. Waer toe dan eyndelijck noch van nooden is een ſpits toe-loopend' ſtijltjen/ om de door-ſnijding van het punt *e* aen te wijſen.

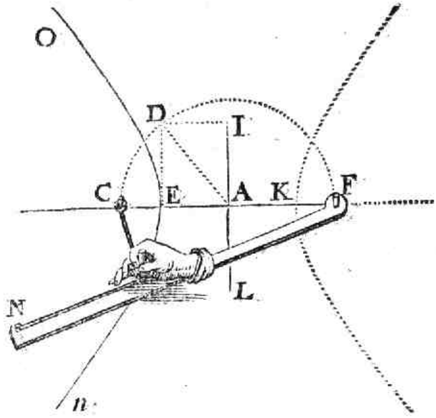
Nu gelijckerwijs door de by-gebrachte manier/ als de aſſen of t'ſamengaende diameters gegeven zijn/ een Hyperbola beſchreven wordt: alſoo ſal oock/ indien wy de liniael *d*E verleggen en deſelve doen gaen door het punt K, na dat den hoeck *dbe* mede naer d'ander ſyde van AD gekeert is/ een andere diergelijcke Hyperbola, tegen deſe over-ſtaende/ en deſelve aſſen of diameters hebbende/ beſchreven worden.

'Tſelve anders, als de aſſen gegeven zijn.

AEngeſien daer noch een andere manier voor-handen is om Hyperbolen op een vlack te beſchrijven rontſom gegeve aſſen/ door behulp van een koorde of draet/ welcke manier ſijn oorſpronck neemt uyt het 5de Voorſtel des 3den boecks der Kegel-ſneden Apollonii: ſoo heeft my goet gedacht die alhier te verklaren. Welcke dan dus danig is.

Sy dan wederom een Hyperbola te beſchrijven/ wiens dwerſche aſſe zy EK, en de rechte met deſe t'ſamen-gaende IL, dewelcke malkander in A in twee gelijcke deelen en recht-hoeckig door-ſnijden.

Getrocken hebbende/ als vooren/ uyt I de liny ID even-wydig met KE totſe van ED, die met LI even-wydig is/ wort doorſneden in D, ſoo haelt AD; en beſchrijft uyt A in de wijtte AD de halve Circkel CDF, doorſnijdende EK, na datſe weder-zijds verlengt is/ in C en F. Hier na geſtoocken hebbende in de punten C en F twee pennetjens/ en aen 't eynde N van eenige lange liniael NF vaſt gemaeckt hebbende het een eynde van eenige koorde of



draet N, C, die een weynig korter zy als NF, soo laet het ander eynde deser liniael doorboort worden/ sulcx dat die om het pennetjẽ F kan gepast worden; en laet de draet N, C met het ander eynde aen het pennetjen C vast gemaeckt worden. Dit dus gedaen zijnde/ soo men met eenich stijltjen de draet N, C leydt langs de liniael NF, beginnende in *n* het uytterste der draet / en deselve met het stijltjen naer E toe beweegt/ sulcx dattet deel der draet N, voorgaens ghelijck als vast kleeft aen de liniael NF: so sal daer door op het vlack beschreben worden de kromme linp *n*, E, zijnde een gedeelte eener Hyperbola. Waerom/ indien wy begeeren datmen op deselve wijz een Hyperbola op het vlack beschrijve/ wiens dwersche asse zy EK, en rechte LL als voor-gestelt is; so behoeftmen alleen te letten/ dat de liniael NF om de lengte der asse EK langer zy dan de draet N, C; ofte oock / dat/ terwijl men de stijl / die de kromme linp beschrijft / dus verbrengt / deselve alsdan het punt E kome te raecken. Eyndelijck soo men de liniael NF leyt op d'ander syde van CF naer O toe / soo salmen insgelijcx het ander gedeelte der Hyperbola OE beschrijven. Maer indien men de liniael van F tot C, en de draet van C tot F verbrengt/ soo sal men hier benevens een andre diergelijcke Hyperbole beschrijven/ dewelcke tegens over de voorgaende staet/ en deselve assen heeft.

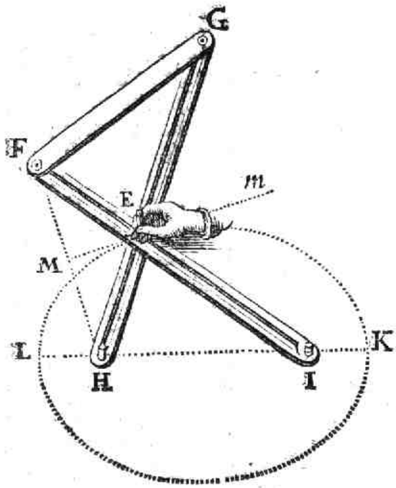
Ten laetsten soo staet te weeten/ dat de punten C en F, die tot het beschrijven der Hyperbola aengemerckt worden / met de naem van Brandt-punten van de Schrijvers genoemt worden/ wegens het effect der spiegels en glasen / die na dese figuer geslepen zijn. Siet hier van het geene den Edelen en Wijt-vermaerden Heer Renatus des Cartes geschreven heeft na 't 7de Hooftstuck van sijn boeck genaemt Dioptrica.

VIII. Hooft-stvck.

Van de manier om Ellipses op een vlack te beschrijven, als beyde brandt-punten en toppen gegeven zijn.

Onder de verscheyde manieren / waer door men een Ellipsis op een vlack beschrijven kan / en is die voor een van de geringste niet te achten / dewelcke ontstaet als beyde brandt-punten en toppen gegeven zijn: waerom ick

ick het dan oock gevoeglijck geacht hebbe/ dat ick na de voor-betoonde manieren/ om een Ellipsis rontſom de uytterſte of andre t'ſamen-gaende diameters te beſchrijven/nu mede aenwijſe hoedanig men deſelve op een vlack/ als beyde brandt-punten en toppen gegeven zijn / beſchrijven kan. Waer van de manier dan duſdanig is.



Laten dan op eenig vlack gegeven zijn de brant-punten H en I, en d'eene top L, maer d'ander K, ſoo dat de dwerſe aſſe zy LK: nu moet men op het ſelve vlack den omtreck eener Ellipsis beſchrijven / wiens brandt-punten en beyde toppen zijn / als geſeyt is.

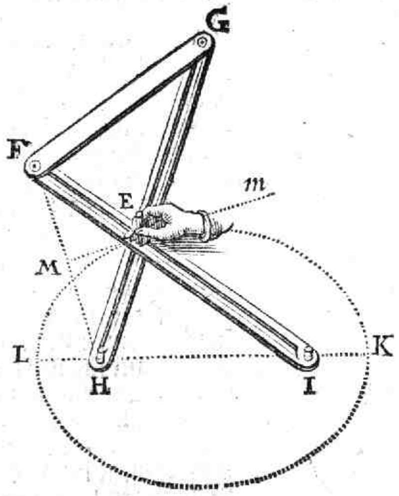
Hier toe ſoo maeckt van koper/ hout/ of andre vaſte ſtof de drie linialen HG, GF, en FI; waer van HG en FI yder ſoo lang zijn als de aſſe LK; maer FG ſo lang als de wijtte tuſſen beyde brandt-punten H en I. Vyders ſoo laten de linialen HG en FI elck overlangs door-boort zijn met een grouf/ wiens breette ghelijck zy aen de dickte der ſtijl / diemen / om den omtreck der Ellipsis te beſchrijven / daer in laten moet. Hier beneffens ſoo laten de linialen HG en FI tot haer eynden H en I door-boort worden/ſulcx datmen die om de pennetjens/die op 't vlack in H en I geſtoocken zijn/ kan bewegen; en deſelve tot haer andre eynden in G en F aen de eynden der liniael FG vaſt gemaeckt worden / en ſulck een geſtalte hebben / gelijck in de nevens-gaende figuer te ſien is. Dit nu dus gedaen zijnde / ſoo men met een ſtijl / gelaten zijnde in beyde grouven / (dat is / in E, de gemeene door-ſnijding der linialen HG en IF) deſe linialen / draeyende om de punten H en I, beweegt / en deſelve alſoo te ghelijck met ſich voert / ſoo ſal / na datmen de ſtijl van L na K beweegt / daer door den halven omtreck LEK der begeerde Ellipsis beſchreven worden. Op welcke wijz dan oock de andre helft kan voltrocken worden.

Dat nu hier door / de ſtijl E aldus vervoert zijnde / den omtreck eener Ellipsis beſchreven wort / wiens brandt-punten zijn H en I, en beyde toppen L en K, blijckt aldus:

Treckt FH. Aengeſien dan in de driehoecken FGH en FIH de twee ſyden FG, GH van d'een gelijck zijn aen HI, IF de twee ſyden van d'ander / en de

a na 't 18 v. des 1 b. Eucl.
b na 't 6 v. des 1 b. Eucl.
c Door 't werck.

derde syde FH beyde gemeen is: so sullen oock [a] de hoecken FHG en HFI, van gelijcke syden begrepen / gelijck zijn. Hierom nadien de hoecken H en F in den driehoeck FEH even groot zijn/ soo sullen oock [b] de syden FE en EH, deselve ondertogen / ghelijck wesen. Waerom dan FI so lang is als HE en EI t'samen. Nu is FI [c] so lang als d'asse LK. Derhalven dan mede HE en EI te samen aen de asse LK gelijck zijn. En blijckt also dattet punt E in den omtreck eener Ellipsis is/ wiens brande-punten zijn H en I, en beyde toppen L en K. Nu alsoo dit mede in't oneyndig blijckt van het punt E. in yder gestalte des instruments: soo volgt [d] dat de stijl E door dusdanighe beweging den omtreck der begeerde Ellipsis beschrijven sal.



d na 't omgekeerde 52 v. des 3 b. der Kegelsneden Apollonii.

Vorders so volgt mede/ indien men de liny FH in M in tween ghelijck deelt / en treckt ME, dat deselve dan de Ellipsis in E sal raecken.

e na 't 8 v. des 1 b. Eucl.
f na 't 15 v. des 1 b. Eucl.

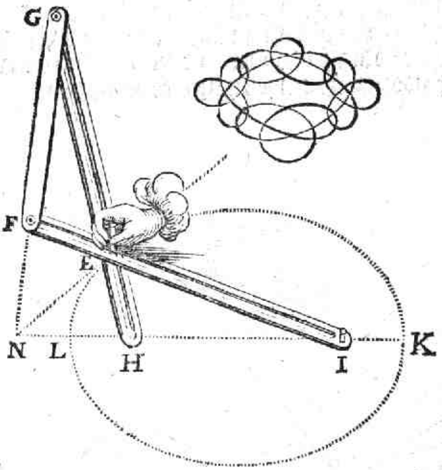
Want alsoo de syden MF en FE des triangels MEF aen de syden MH en HE des triangels MEH gelijck zijn/ en de basis ME aen beyde triangels gemeen is: soo sullen oock [e] de hoecken MEF en MEH gelijck wesen. Nu is [f] den hoeck MEF so groot als den hoeck *m*EI. Waerom dan oock den hoeck MEH soo groot is als den hoeck *m*EI, en om sulcx de liny ME*m* de Ellipsis raecken sal in E, na't omgekeerde 48ste Voorstel des 3den boecks der Kegelsneden Apollonii. 't Welck voor-gestelt was.

BYVOEGSEL.

Uyt dese by-gebrachte manier vloeyt een seer lichte wijz, om een rechte liny, die den omtreck eener Ellipsis in een gegeven punt aen-raeckt, te trecken.

Want indien men, tot voorbeelt, soodanige liny trecken moet, raeckende de Ellipsis in E, *soo haelt uyt een van beyde brandt-punten* H *of* I, *als* I, *door* E *de liny* IEF, *soo lang als de asse* LK, *en treckt een liny uyttet ander brandt-punt* H *tottet eynde deser liny* F. *Want indien nu dese liny* HF *in* M *in tween gelijck gedeelt wort, en een liny uyt* M *door* E *getrocken wort, soo sal dese de Ellipsis in* E *raecken.*

Ofte



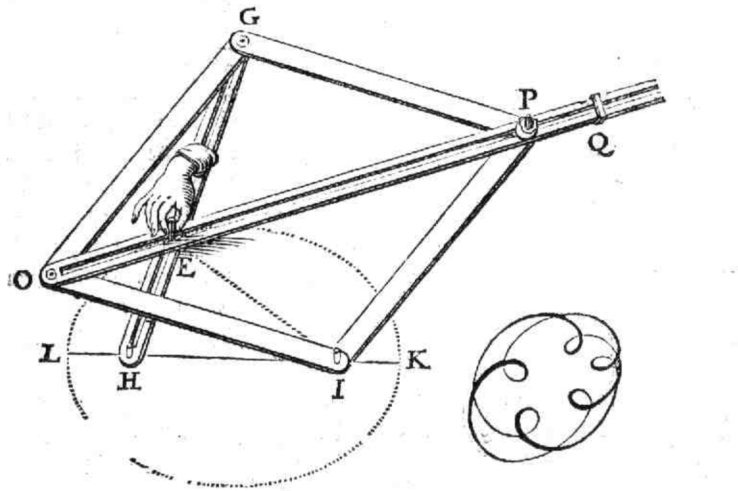
Ofte oock aldus.

TRecket uyt yder brandt-punt H *en* I *door* E *de linien* HEG *en* IEF, *waer van yder ghelijck zy aen de asse* LK, *en haelt* GF. *Soo nu* GF *even-wydig is met* HI, *het welck gebeurt, alsset punt* E *het uytterste der kleenste asse vertoont, so sal de liny door* E *ghetrocken even-wydig met* HI *de Ellipsis in* E *aenraecken. Maer soo* FG *met* HI *niet even-wydig is, soo laten die beyde verlengt worden, tot datse t'samen komen in* N, *vvant alsdan de liny, die uyt* N *door* E *getrocken vvort, de Ellipsis in E aenraecken sal. Gelijck voor-gestelt vvas.*

't Selve anders.

'T Selve gestelt zijnde/ als boven / soo laten beneffens de liniael HG noch vier gelijcke linialen/ als GP, PI, IO. en OG, van sulcke lengte/als men begeert/ genomen worden / doch soo nochtans dat die niet korter en zy als LI of HK; en laten deselve linialen met haer eynden sodanich aen malkander gehecht worden/ dat die een ruyt of recht-vierkant / als GPIO, vertoonen. Alwaer nu deselve in G aen een gehecht zijn / soo laten die oock aldaer aen G het uytterste der liniael HG vast gemaeckt worden; en alwaer deselve in I aen een gehecht zijn / soo laten die oock aldaer doorboort worden/ sulcx datmen in die een pennetjen/ dat in I op 't vlack vast gestoocken is/ laten kan / en dat deselve daer door in I aen een gehecht zijn. Wyders alwaer dese linialen in O aen een gehecht zijn/ soo laet aldaer oock een ander liniael/als OPQ, aen deselve vast gemaeckt worden / dewelcke naer P in't oneyndig uytgestreckt zy/ en overlangs zy doorboort met een lange door of grouf van deselve breette als die van de liniael HG. Aengesien nu de geseyde liniael/ OPQ met sijn midden ghedurig door P strecken moet / soo sal 't oirboor wesen / datmen de linialen GP en IP in P doorboore / sulcx datmer een pennetjen in laten kan/ waer door die in P te samen gehouden worden/ het welck even soo dicht zy als de breette der groeven / onder met een plaetjen/ en boven als een schroefsjen gemaeckt; in voegen / dat/ als men de linialen GP, IP, en OP daer om laet / en op dese een ander plaetjen/ met een gaetjen door-

doorboort zijnde/ legt/ dan deselve linialen tussen beyde plaetjens van het schroefsjen aen een gehouden worden. Eyndelijck soo sal 't noodig wesen/ datmen om de liniael OP buyten P een vierkant ringetjen doe / 't welck deselve vast besluytende oock soo 't nodig is wyder uyt verschoven kan worden/ maeckende dat de grouf doorgaens een selve breette komt te behouden.



Dit dan soo gedaen zijnde/op dat wy tot de beschrijving der Ellipsis komen/ soo neemt eenig stijltjen van de selve dickte als de breette van de grouf / en laet het selve in beyde groeven gelaten worden / als in E, daer de linialen HG en OP malkander door-snijden; het welck/ naer dattet van L naer K, soo alsset van de geseyde linialen besloten wort / op het vlack wort beweegt/ den halven omtreck der begeerde Ellipsis beschrijven sal. Op gelijcke wijz wert mede de ander helft beschreven. Waer van dan het Bewijs niet swaer is/ treckende alleenlijck de liny IE.

Want aengesien de twee syden OG en GP van den triangel GPO elck in het bysonder gelijck zijn aen de twee syden OI en IP des triangels OPI, en de basis OP aen beyde triangels gemeen is: so sullen mede [a] de hoecken GPO en OPI, van gelijcke linien besloten/ gelijck zijn. Wyders also de twee syden GP en PE des triangels GPE elck in 't bysonder gelijck zijn aen de twee syden IP en PE van den triangel EPI, alsoo EP aen beyde gemeen is / en van deselve verders de hoecken GPE en EPI, van gelijcke linien besloten / gelijck zijn (gelijck betoont is): soo sullen die oock [b] de basen GE en EI gelijck hebben / als mede den hoeck GEP gelijck aen den hoeck PEI, van gelijcke syden ondertogen. Soo is dan HG soo groot als HE en EI te samen. Nu is HG, door 't werck/ gelijck is aen de asse LK. Waerom dan oock HE en EI te

a na 't 8 v. des 1 b. Eucl.

b na 't 4 v. des 1 b. Eucl.

samen

ſamen aen de aſſe LK gelijck zijn/ en om ſulcx dan 't punt E in den omtreck eener Ellipſis vallen ſal / wiens brandt-punten zijn H en I, en de grootſte aſſe in LK, nae 't omgekeerde 52ſte Voorſtel des 3den boecks der Kegel-ſneden Apollonii. En alſoo dit van gelijcken blijckt van yder punt E in alle ander geſtalt des inſtruments/ ſoo volgt dat de ſtijl E hier door den omtreck der begeerde Ellipſis beſchrijven ſal. Het welck te doen ſtondt.

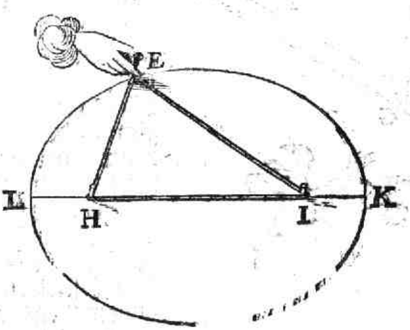
Nu heeft deſe manier dit eygen / dat de liniael OP onder het beſchrijven doorgaens oock een lijn beteyckent / dewelcke de Ellipſis in yder punt E des omtrecks aenraeckt. Het welck dus blijckt.

Want dewijl de hoecken GEP en PEI gelijck zijn (gelijck betoont is) / en den hoeck GEP c ſoo groot is als den hoeck OEH: ſoo ſal oock den hoeck PEI aen den hoeck OEH gelijck weſen / en derhalven ſoo ſal mede de lijn OP de Ellipſis LEK in E raecken / na 't omgekeerde 48ſte Voorſtel des 3den boecks der Kegel-ſneden Apollonii. Als voor-geſtelt was.

c na 't 15 v. des 1 b. Eucl.

Anders op gemeene wijz.

'T Selve geſtelt zijnde/ ſo ſtaet te betoonen hoedanig men het voor-geſtelde op gemeene wijz volbrengen kan.



Vaſt geſtoocken hebbende twee pennetjens in H en I, ſoo neemt een draet dewelcke met beyde ſijn eynden aen een geknoopt zijnde dan dus dobbel aen LI of HK gelijck zy / en legt die om de pennetjens: ſoo ſal/ als men met een ſtijl deſe draet eenparich uyt-ſtreckt in form van een triangel/ en die alſoo ronts-om de pennetjens voert / op 't vlack den omtreck der begeerde Ellipſis LEK beſchreven worden.

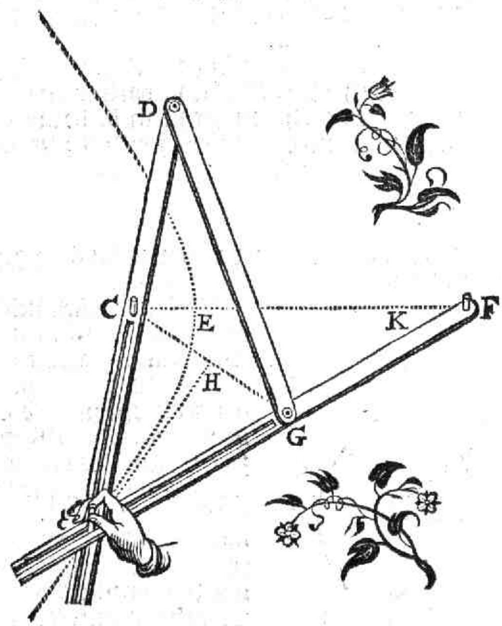
IX. Hooft-stuck.

Van de manier om Hyperbolen op een vlack te beſchrijven, als de brandt-punten en top gegeven zijn.

HOewel men oock Hyperbolen op verſcheyde manieren op een vlack ſeer licht beſchrijven kan / ſo en is nochtans die door geen van de minſte te achten / waer door men deſelve / als de brandt-punten en top gegeven zijn/ op een vlack beſchrijft. Hierom gelijck dan in de Ellipſis geſchiet is /alwaer wy / na het betoonen hoedanig die om de uytterſte of andre t' ſamengaende diameters op een vlack te beſchrijven zijn/ wyders oock geleert hebben op wat wijz men die beſchrijven kan / als beyde brandt-punten en

toppen

toppen gegeven zijn: so en sal't van gelijcken alhier niet t' onpas komen dat wy 't selve ontrent de Hyperbolen in 't werck stellen/ voornamentlijck also de tegenwoordige manieren met de voorgaende / die wy aengaende 't selve Voorstel van de Ellipsis by-gebracht hebben / over-een-stemmen. Gelijck uyt het volgende blijckt.



Laten dan op eenig vlack ghegeven zijn de brandt-punten C en F, en de top E. Nu moetmen op het selve vlack een Hyperbola beschrijven / wiens brandt-punten zijn C en F, en de top E.

Hier toe neemt KF gelijck CE, sulcx dat de dwersche asse zy EK, en maeckt van koper / hout / of andre harde stof de drie linialen CD, DG, en GF; waer van CD en GF yder soo lang zijn als de asse EK; maer de derde DG so lang als de wijtte tussen beyde brandt-punten C en F. Sodanig nochtans/dat de linialen CD en GF buyten C en G onbepaelt verdacht worden / en aldaer over-langs doorboort zijn met een grouf van die wijtte/ als de dickte der stijl / die men / om de Hyperbola te beschrijven / daer in laten moet. Wyders soo laten dese linialen in C en F doorboort worden / sulcx datm'er in C en F pennetjens in laten kan/ en laten deselve in D en G door de liniael DG aen een gehecht worden/ gelijck in de by-gestelde figuer te sien is. Het welck gedaen zijnde/ soo men in beyde groeven een stijltjen laet/ te weeten/ in ε, daer de linialen CD en GF verlengt malkander door-snijden / en 't selve vervoert van E naer ε, met sich sleypende beyde linialen CD en GF, draeyende om de punten C en F: soo sal daer door op 't vlack een kromme liny beschreven worden / als Eε, zijnde een ghedeelte eener Hyperbola. Het welcke op ghelijcke wijz te verstaen is aen d'ander syde van CF. Wyders soo men de voorseyde linialen CD en GF oock aen d'ander syde buyten D en F op gelijcke wijz in 't oneyndelijck verdenckt uyt-gestreckt te zijn/ soo sal daer

daer door een andre Hyperbola, teghen dese over-staende/ dewelcke deselve brandt-punten en asse heeft/ beschreven worden.

Waerom dan te bewijsen staet/ dat de stijl ε door de verhaelde manier een Hyperbola beschrijven sal/ wiens brandt-punten zijn C en F, en top E. Hier toe treckt CG.

Aengesien dan de twee syden CD, DG des driehoecks CDG elck in 't bysonder gelijck zijn aen de twee syden GF, FC des driehoecks CFG, en de derde syde CG aen beyde ghemeen is: soo sullen oock [a] de hoecken DCG en CGF, van gelijcke syden besloten/ gelijck zijn. Nu alsoo de hoecken DCG en GCε [b] aen twee rechte ghelijck zijn/ als mede de hoecken CGF en CGε; en wyders de hoecken DCG en CGF ghelijck betoont zijn: soo sullen oock de GCε en CGε ghelijck wesen. Hierom alsoo de hoecken GCε en CGε des driehoecks CGε d'een d'ander gelijck zijn/ soo sullen [c] oock de tegen-overstaende syden Gε en Cε gelijck wesen. En sal alsoo εF grooter zijn als εC om de lengte GF. Maer nu is door 't Werck GF ghelijck aen de asse EK. Waerom dan oock het punt ε in een kromme liny vallen sal/ die Hyperbola genoemt wort/ wiens brandt-punten zijn C en F, en top E, als blijckt uyt het omgekeerde 51ste Voorstel des 3den boecks der Kegel-sneden Apollonii. Nu alsoo de linien CD en GF malkander naer ε oneyndelijck ver doorsnijden komen/ en daer altijt dit selve blijckt van 't punt der door-snijding ε: soo is openbaer dat men door dusdanighe beweging een ghedeelte der begeerde Hyperbola op het vlack beschrijven kan. Het welck te doen was.

[a] na 't 8 v. des 1 b. Eucl.

[b] na 't 13 v. des 1 b. Eucl.

[c] na 't 6 v. des 1 b. Eucl.

't Selve kan men oock besluyten van d'ander Hyperbola, die hier tegen over staet/ welckers top is K.

Hier benevens soo kan men mede besluyten/ indien men de liny CG in H in tween gelijck deelt/ dat de liny getrocken van H tot ε de Hyperbola in ε aenraeckt.

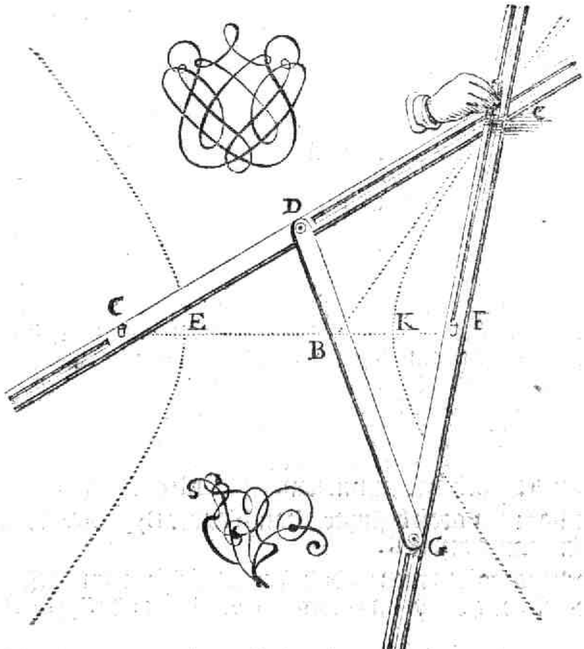
Want alsoo de syden HC en Cε des driehoecks HCε aen de syden HG en Gε des driehoecks HGε d'een d'ander gelijck zijn/ en Hε aen beyde triangulen gemeen is: soo sullen oock [d] de hoecken HεC en HεG, van ghelijcke syden besloten/ ghelijck wesen; en dienvolgende sal de liny Hε de Hyperbola in 't punt ε aen-raecken/ na 't omgekeerde 48ste Voorstel des 3den boecks der Kegel-sneden Apollonii. Als voorgestelt was.

[d] na 't 8 v. des 1 b. Eucl.

BYVOEGSEL.

Uyt dees by-ghebrachte manier is openbaer, dat men lichtelijck een rechte liny trecken kan, die de Hyperbola in een ghegeven punt aen-raeckt.

Want indien wy, by voorbeelt, in ε sodanighe liny trecken willen, raeckende de Hyperbola εE, soo haelt van ε tot C en F de linien εC en εF; en de kleenste εC van de grootste εF afghetrocken zijnde, *sulcx dattet verschil zy* GF, *soo treckt* CG. *Het welck gedaen zijnde, soo*



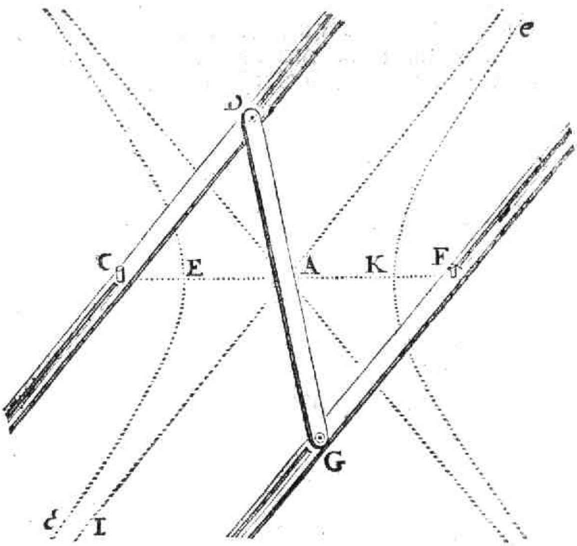
men CG *in* H *in tween gelijck deelt, en haelt* e H, *soo sal dese de Hyperbola* e E *in* e *raecken, gelijck begeert was.*

Het welck dan oock dus geschieden kan.

Treckt uyt e *tot* C *en* F *de linien* e C *en* e F; *en van* e C *genomen hebbende* CD *gelijck aen d'asse* EK, *soo zy* e F *verlengt tot* G, *sulcx dat* FG *insgelijcx aen de asse* EK *gelijck zy, en haelt* DG, *door-snijdende* CF *in* B: *dan sal, als vooren, de liny die uyt* B *door* e *getrocken wordt de Hyperbola* K e *in* e *raecken.*

Eyndelijck soo staet in dese manier noch dit te letten, dat, als de linialen CD *en* GF *even-wydig zijn ofte geen door-snijding en maecken, dan de liny* I A, *die door 't centrum* A *met* CD *of* GF *even-wydig getrocken*

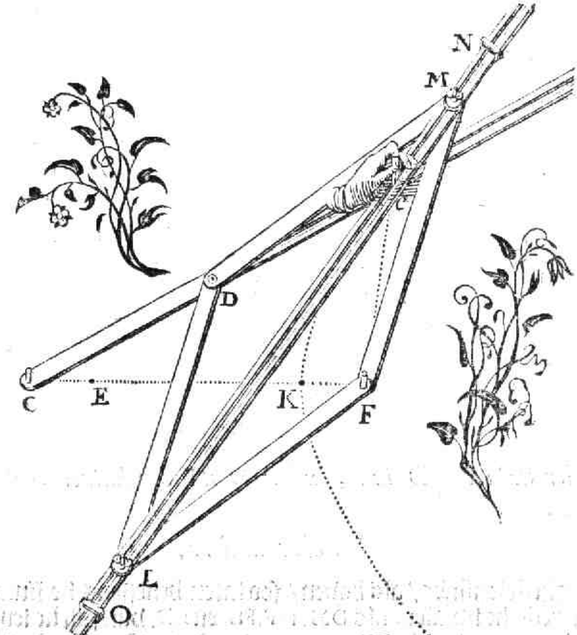
trocken wort, de eene der Asymptoti ofte noyt t'samen-komende is. Het vvelck oock alsoo van de andere Asymptotos te verslaen is, naer dattet



punt C *der liniael* CD *in* F, *en het punt* F *der liniael* GF *in* C *overgebracht is.*

't Selve anders.

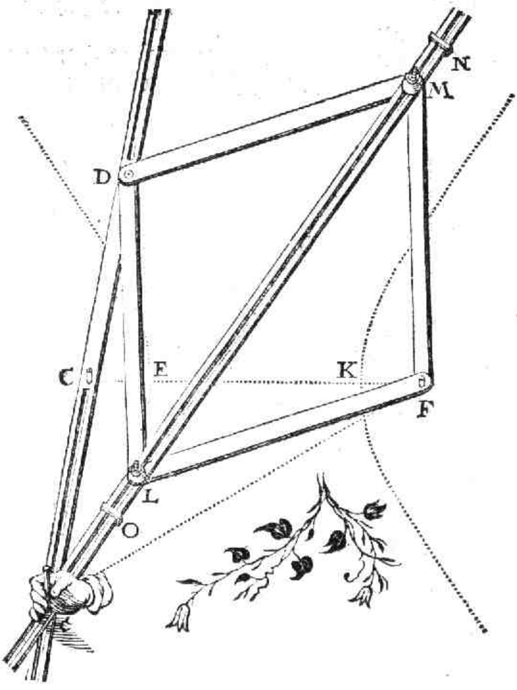
'T Selve ghestelt zijnde / als boven / soo laten beneffens de liniael CD noch vier gelijcke linialen / als DM, MF, FL, en LD, van sulcke lengte als men begeert / doch grooter als KF, genomen worden. Nu alsoo de Hyperbola een van die linien is / die in 't oneyndig wyder uytgaen en noyt en eyndigen / soo wort vereyst dat deselve niet kleender en zy als de helft der rechte asse / want men anders niet als alleen een ghedeelte der Hyperbola beschrijven soude. Vorders soo laten dese linialen met haer eynden soodanig aen een gehecht worden / datse een ruyt of recht-vierkant / als DMFL, vertoonen. Nu alwaer deselve in D aen malkander vast gemaeckt zijn / soo laten die oock aldaer in D aen de liniael CD vast gemaeckt worden ; en alwaer deselve in F aen een gehecht zijn / soo laten die oock aldaer doorboort worden / sulcx datmen in die een pennetjen / dat in F op het vlack vast gestoocken is / laten kan / en dat deselve daer door in F aen een gehecht zijn. Wyders / alsoo der door L en M een liniael met sijn midden geduerich strecken moet / die weder-zijds in 't oneyndig verlengt zy / soo neemt daer toe dan een dobbele liniael die tot yder syde oneyndig uyt-gestreckt is / en laten de voorseyde linialen tot haer eynden L en M doorboort worden / sulcx datm'er pennetjens in laten kan / van de dickte als de grouf der liniael CD. Nu sal 't oorbaer wesen dat men dese pennetjens onder met een plaetjen / en boven als een schroefjen maecke; sulcx datmen die niet alleen / om dese vier linialen by malkander te houden / gebruycken kan; maer oock om daer boven op de geseyde dobbele liniael / na datmen die alle om het voorsz schroefjen ghedaen heeft / door een



tweede plaetjen / met een gaetjen doorboort zijnde / vast te hechten. Het welck dan alles door vlijtige aenmercking der figueren klaerder verstaen wort / als datmen 'tselve met veele woorden nauw-keurig soude willen verklaren. Eyndelijck sal 't nodig wesen / datmen om dese dobbele liniael L M twee vierkante ringetjens doe / als O en N, dewelcke deselve vast besluytende / oock / soo 't nodig is / wyder uyt verschoven komen worden / maeckende dat de opening / dieder hier door tussen beyden gelaten wort / een grouf vertoone van deselve breette als die van de liniael CD. Want hier door altijt gebeuren sal / dat / soo men een rechte liny verdenckt / gaende door 't midden van dese grouf / dewelcke in 't oneyndig uyt-gestreckt zy / deselve geduerig oock

oock door de punten L en M strecken sal/ als begeert was. Het welck dan dus bereyt zijnde / so wert daer door de Hyperbola beschreven / als volgt.

Genomen hebbende eenige stijl van deselve dickte als de breette der geseyde groeven / dewelcke in beyde groeven ghelaten zijnde / te weeten / in *e*, 't punt der gemeene door-snijding der linialen CD en LM, soo laet die van K naer *e* verbracht worden / gelijck oock op d'ander syde van CF, terwijl de liniael CD draeyt om het pennetjen C: en sal alsoo de stijl *e* de voorsz linialen met sich sleepende op het vlack door die beweging de begeerde Hyperbola *e*K beschrijven.



Insgelijcx indien de linialen DM, MF, FL, en LD grooter genomen wordē als de helft van de rechte asse/ en de liniael CD buytē D in 't oneyndig verlengt zy: so sullen mede de linialen CD en LM door haer onderlinge doorsnijding naer C toe een andre Hyperbola, die tegens dese over staet/ en de selve assen en brantpuntē heeft/ beschrijven. Het welck dan dus betoont wert/ treckende F*e*.

Want aengesien de 2 syden LD en DM des driehoecks DLM elck in 't bysonder gelijck zijn aen de 2 syden FL en FM des driehoecks FLM, en de 3de syde LM aen beyde gemeen is: so sullen mede e de hoecken DLM en FLM, van gelijcke syden besloten / gelijck zijn. Wyders alsoo de 2 syden DL en L*e* des driehoecks DL*e* elck in't bysonder gelijck zijn aen de 2 syden FL en L*e* des driehoecks FL*e* (want L*e* aen beyde driehoecken gemeen is); en van deselve mede de hoecken DL*e* en FL*e* van gelijcke syden besloten gelijck zijn/ als betoont is: so sal oock f den basis D*e* aen den basis *e*F, en den hoeck D*e*L aen den hoeck L*e*F, die tegens over gelijcke syden staen/ gelijck wesen. Nu is C*e* grooter als *e*F om CD, en CD is door 't Werck gelijck aen d'asse EK. Waerom dan na 't 51ste Voorstel

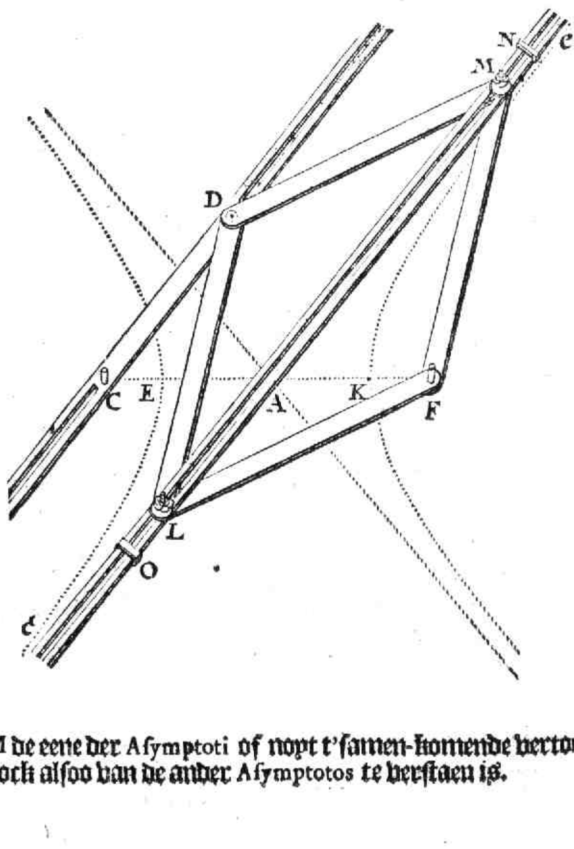
e *na 't 8 v. des 1 b. Eucl.*

f *na 't 4 v. des 1 b. Eucl.*

des 3den boecks der Kegel-sneden Apollonii volgt/dattet punt ɛ in een kromme liny valt/ dewelcke Hyperbola genoemt wort/ wiens brandt punten zijn C en F, en top K. En alsoo de linien CD en LM malkander in 't oneyndig door-snijden konnen/ en daer altijt deselve reden plaets heeft van het punt der door-snijding ɛ: soo is openbaer dat door die beweging op het black een gedeelte eener Hyperbola beschreven wordt. Als voor-gestelt was. 't Selve blijckt mede van d'ander Hyperbola, die hier tegen over staet/ wiens top is E.

In welcke manier dan dit eygen is / dat de liniael LM, terwijl de Hyperbola beschreven wort/ geduerig een liny beteeckent / die de Hyperbola in yder punt ɛ aenraeckt. Blijckende 't selve uyt 't omgekeerde 48ste Voorstel des 3den boecks der Kegel-sneden Apollonii, te weeten / wegens de gelijckheyt der hoecken CɛL en LɛF, die wy nu betoont hebben.

Eyndelijck soo staet in dese manier noch dit aen te mercken / dat / als de linialen CD en LM even-wydig zijn ofte geen door-snijding en maecken/ dan

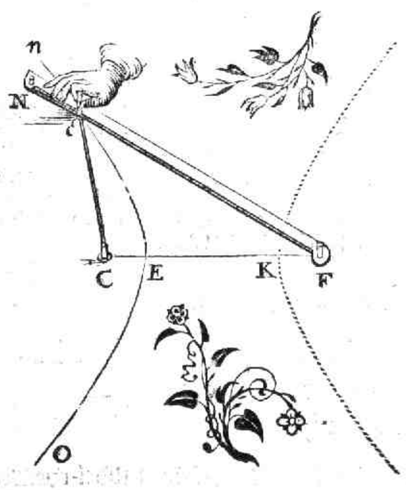


de liniael LM de eene der Asymptoti of noyt t'samen-komende vertoont. Het welck dan oock alsoo van de ander Asymptotos te verstaen is.

An-

Anders.

't GEene voorgestelt is kan men oock noch op een andre wijs / gelijck den Edelen en Wijt-vermaerden Heer Renatus des Cartes, volbrenghen. Want gestoocken hebbende op 't vlack in C en F twee pennetjens/ so neemt een draet als C c N, welcke met sijn een eynde vast ghemaeckt zijnde aen 't pennetjen C, dan met sijn ander eynde oock vast ghemaeckt zy aen N, het uytterste der liniael NF, langer zijnde als CF. Welcke liniael NF de voorseyde draet / na dat die in C en N vast gemaeckt is / om soo veel over-treffen moet / als de asse EK lanck is. Eyndelijck soo laet het ander eynde der liniael NF doorboort worden / sulcx dat die om het pennetjen F gelaten kan worden/ en om het selve draeyen kan. Want alsdan geschieden sal/ soo men dese draet met een stijltjen doorgaens eenparigh uytspant/ en het selve van *n* het uytterste der draet beweegt naer E, terwijl het deel der draet N c door dese stijl tegen de liniael NF die om F draeyt stijf aen gehouden wort/ dat daer door op het vlack een gedeelte eener Hyperbole beschreven sal worden / dat is/ wiens brandt-punten zijn C en F, en top E. Soo men nu dese liniael NF brengt aen d'ander syde van CF, soo sal daer door op gelijcke wijs het ander deel der Hyperbola EO beschreven worden. En soo men de liniael uyt F in C, en de draet uyt C tot F verbrengt / soo sal daer door een andre Hyperbola, tegens dese over-staende/beschreven worden/ hebbende deselve brandt-punten en top K. Het welck dan uyttet omgekeerde 51ste Voorstel des 3den boecks der Kegel-sneden Apollonii, als mede om datter tussen C c en c F altijt een selve verschil is/ als tussen C c + c N en F c + c N of FN, openbaer is.



Eyndelijck/ indien men dese lijn in 't oneyndelijck naer *n* en O begeerde te beschrijven/ soo behoeft men alleen de liniael FN langer te nemen/ gelijck dan oock de draet C c N om even soo veel te verlengen ; en sal alsoo hier door dese lijn soo veel te verder uyt-gestreckt worden / als men de draet of liniael verlengt heeft.

X. HOOFT.

X. HOOFT-STVCK.

Van de manier om Ellipses op een vlack te beschrijven, als de rechte en dwersche syde gegeven zijn.

NAdien in de Ellipsis de tweede diameter de middel-evenreednige is tussen de syden des figuers / soo laet dan in de figuer des 3den Hooft-stucks pag. 292. de rechte syde zijn KQ, en dwersche KE; ofte oock zy KE den diameter der Ellipsis, en KQ de Parameter. Vorders soo laet mede gegeven worden den hoeck *a*, die de ordinatim applicatæ of in tween gedeelde maecken moeten met KE. Het welck aldus gestelt zijnde / soo wert op 't vlack de Ellipsis beschreven / als volgt.

Gedeelt hebbende den diameter KE in tween gelijck in A, soo laet tussen KQ en KE gevonden worden de middel-evenreednige LI, en deselve van KE in tween gelijck gedeelt worden in A, maeckende met KE een hoeck gelijck aen den gegeven hoeck *a*, welcke LI dan de tweede diameter zijn sal / met de voorige KE t'samen-gaende. Hier na soo beschrijft om de diameters KE en LI een Ellipsis, gelijck wy in 't 5de Hooft-stuck geleert hebben / en sal alsoo het begeerde komen. Weshalven indien den hoeck / die d' in tween gedeelde met den diameter maecken moeten / recht is / soo sullen de linien LI en KE de assen of uytterste diameters vertoonen. In welck gheval men dan tot de beschrijving der Ellipsis het 4de Hooft-stuck volgen moet.

XI. HOOFT-STVCK.

Van de manier om Hyperbolen op een vlack te beschrijven, als de rechte en dwerse syde gegeven zijn.

NAdemael in de Hyperbola de tweede diameter oock de middel-evenreednige is tussen de syden des figuers / soo laet dan in de figuer des 6sten Hooft-stucks pag. 307. de rechte syde zijn KQ, en dwerse KE; ofte oock zy KE den diameter der Hyperbola, en KQ de Parameter. Vorders soo laet mede gegeven worden den hoeck *a*, die de ordinatim applicatæ of in tween gedeelde maecken moeten met KE. Het welck dan aldus gestelt zijnde / soo wert op 't vlack de Hyperbola beschreven als volgt.

Gedeelt hebbende den diameter KE in tween gelijck in A, soo laet tussen KQ en KE gevonden worden de middel-evenreednige LI, en deselve van KE in tween gelijck gedeelt worden in A, maeckende met KE een hoeck gelijck aen den gegeven hoeck *a*, welcke LI dan de tweede diameter zijn sal / met de voorige KE t'samen-gaende. Hier na beschrijvende de Hyperbola KE, wiens diameters zijn KE en LI, gelijck in 't 7de Hooft-stuck geleert is / soo komt het begeerde.

Op

Op ghelijcke wijz wert oock beschreven de Hyperbola E, staende tegens over de voorgaende K, gelijck uyt 't selve Hooft-stuck blijckt.

XII. HOOFT-STUCK.

Van de manier om Hyperbolen op een vlack te beschrijven door een gegeven punt, als de Asymptoti ofte noyt t' samen-komende gegeven zijn.

WYders alsoo het dickwils gebeurt datmen een Hyperbola op een vlack beschrijven moet/ gaende door een gegeven punt/ als de Asymptoti gegeven zijn: soo heeft 't my oock goet gedacht de manier aen te wijsen/ om 't selve tuych-werckelijck te volbrengen.

Hierom her-halende de figuer van het 6ste Hooft-stuck pag. 307/ en in deselve gegeven zijnde de linien AD en AM, en binnen dese het punt E: soo laetter door E op het vlack een Hyperbola te beschrijven zijn/ wiens Asymptoti zijn AD en AM.

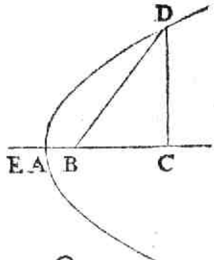
Zy uyt E met AD of AM, als AM, getrocken de even-wydige EB, snijdende d' ander AD in B. Hier na genomen hebbende BD ghelijck AB, soo treckt DE, en verlengt deselve totse AM door-snijt in M. Wyders getrocken hebbende EA, soo verlengt deselve tot K, sulcx dat AK zy ghelijck aen AE, en zy door A ghetrocken IL ghelijck en even-wydig met DM, wordende van KE in tween gelijck gedeelt in A. Dit gedaen zijnde/ soo men KE en IL aen neemt als assen of andre t' samen-gaende diameters/ en door E, als top/ een Hyperbola beschrijft/ gelijck wy in 't 7de Hooft-stuck gheleert hebben/ soo komt het begeerde.

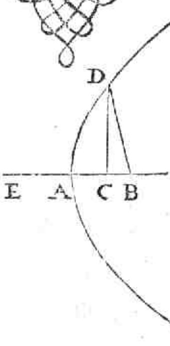
Maer nu sal 't oock tijt zijn/ dat wy yets van de Parabola voort-brengen/ leerende hoe men die op een vlack tuych-werckelijck beschrijven sal. Waerom wy dan tot bewijs van het volgende eerstelijck betoonen sullen dit

VOOR-BEWYS, *dienende tottet volgende Hooft-stuck.*

SY AD een Parabola, wiens asse is AC, en top A; en uyt D eenig punt in de Parabola ghetrocken hebbende tot AC de ordinatim applicata DC, soo neemt EA en AB elck ghelijck aen 't $\frac{1}{4}$ part van 't latus rectum of rechte syde der Parabola, en treckt BD. Dan sal BD gelijck zijn aen EC.

Want dewijl de quadraten op AC en AB t' samen genomen [a] soo groot zijn als tweemael het vierkant van CA en AB, met t' samen 't quadraet op BC: so sal het quadraet op BC so groot zijn als de quadraten op AC en AB, weyniger tweemael 't vierkant CAB. Nu also AB door 't gestelde is het $\frac{1}{4}$ part van 't latus rectum, soo sal oock [b] 't vierkant CAB aen 't $\frac{1}{4}$ part van 't vier- a *na* 't 7 *v. des* 2 *b. Eucl.* b *na* 't 1 *v. des* 6 *b. Eucl.*





c na 't 47 v. des 1 b. Eucl.
d na 't 11 v. des 1 b. der Kegelsneden Apollonii.
e na 't 4 v. des 2 b. Eucl.

kant / begrepen van CA en 't latus rectum, ghelijck wesen. Dat is / tweemael 't vierkant CAB sal ghelijck zijn aen de helft van 't vierkant / begrepen van CA en 't latus rectum. Waerom dan het quadraet BC soo groot is als beyde quadraten op AC en AB, min de helft van 't vierkant / begrepen van CA en 't latus rectum. Weshalven soo men weder-zijds addeert 't quadraet op CD, soo komt c het quadraet op BD so groot te wesen als beyde quadraten op AC en AB, min de helft van 't vierkant / begrepen van CA en 't latus rectum. Nu alsoo d 't quadraet op CD gelijck is aen 't vierkant / begrepen van CA en 't latus rectum; soo sullen de quadraten op AC, AB, en CD, weyniger de helft des vierkants / begrepen van AC en 't latus rectum, ghelijck zijn aen de quadraten op AC, AB, en helft des vierkants / begrepen van CA en 't latus rectum, dat is / ghelijck aen 't tweemael 't vierkant CAE. Waer uyt dan volgt / dattet quadraet op BD ghelijck is aen de quadraten op CA, AB of AE, met t'samen tweemael 't vierkant CAE. Nu is openbaer e / dat de quadraten op CA, AE, met t'samen tweemael het vierkant CAE soo groot zijn alsset quadraet op de gantse EC. Waerom dan oock de quadraten op BD en EC, en dien-volgens oock de linien BD en EC ghelijck zijn. Het welck voor-gestelt was.

XIII. HOOFT-STUCK.

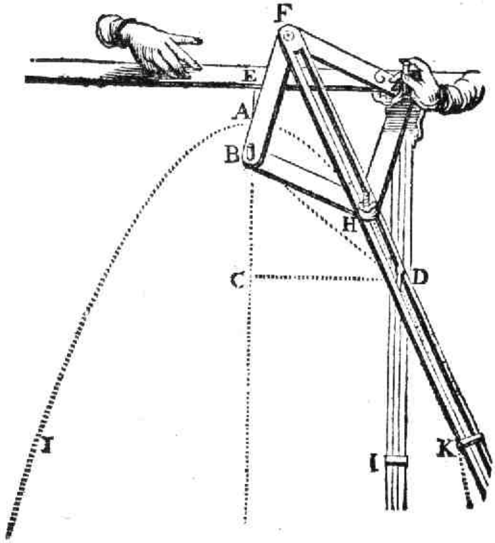
Van de manier om Parabolen op een vlack te beschrijven, als de asse, top, en rechte syde gegeven zijn.

Sy op eenig vlack gegeven de asse AC, en top A; voorders soo sy AB het ¼ part van 't latus rectum of rechte syde der Parabola. Nu moetmen op 't selve vlack een Parabola beschrijven / wiens asse zy AC, en top A, en wiens latus rectum zy het viervout van AB.

Hier toe verlengt AC naer A, tot dat AE gelijck is aen AB; en treckt uyt E op EC de perpendiculaer EG, en zy deselve weder-zijds in 't oneyndig verlengt. Daer na neemende 4 ghelijcke linialen / als BF, FG, GH, en HB, van sulcke lengte / als 't valt / doch soo nochtans dat die niet korter en zy als AB, so laeten deselve linialen met haer eynden soodanig aen malkander gehecht worden / dat die een ruyt of recht-hoeckig vierkant als BFGH vertoonen.

Al-

Alwaer nu deselve in G aen een gehecht zijn / soo laten die oock aen de winckel-haeck GDI aldaer vast ghemaeckt worden / welcke winckel-haeck dan/ als door de nevens-staende figuer betoont wort/ over-langs met een voor



of grouf/ eyndigende in G en na I in't oneyndig uyt-gestreckt zijnde/ in't midden door-boort zy. Nu alwaer dese linialen in B aen een te hechten zijn / soo laten die oock aldaer doorboort worden/sulcx datmen in die een pennetjen / dat in B op 't vlack vast gesteecken is/laten kan / en deselve daer door aen een gehecht worden. Wyders/dewijlder door F en H een liniael met sijn midden geduerig strecken moet/ so laet deselve in F met beyde linialen BF en FG vast gemaeckt worden / en overlangs met een grouf of voor doorboort worden / even als de winckel-haeck GI ; mede so laten de linialen BH en HG in H doorboort worden/ sulcx datm'er een pennetjen in laten kan/ het welck even soo dick zy als de breette der groeven/onder met een plaetjen en boven als een schroefjen gemaeckt; in voegen dat hier door de linialen BH en HG in H aen een gehouden worden/ en de liniael FH met sijn grouf het pennetjen ombattende geduerig met sijn midden door F en H strecken moet. Nu op dat de linialen BH, HG, en FH, dusdanig om het pennetjen gepast zijnde/ doorgaens in een selve stant blijven / soo laet op deselve een ander plaetjen ghelegt worden / met een gaetjen doorboort zijnde / het welck men met een moepertjen toe-schroeven kan. Eyndelijck soo sal 't nodig wesen / dat men om de liniael FH en winckel-haeck GD elck een vierkant ringetje doe / als I en K, dewelcke deselve vast besluytende oock soo 't nodig is wyder uyt verschoven konnen worden / maeckende dat de groeven doorgaens een selve breette komen te behouden. Het welck dus gedaen zijnde/ so wert de Parabola beschreven/ als volgt.

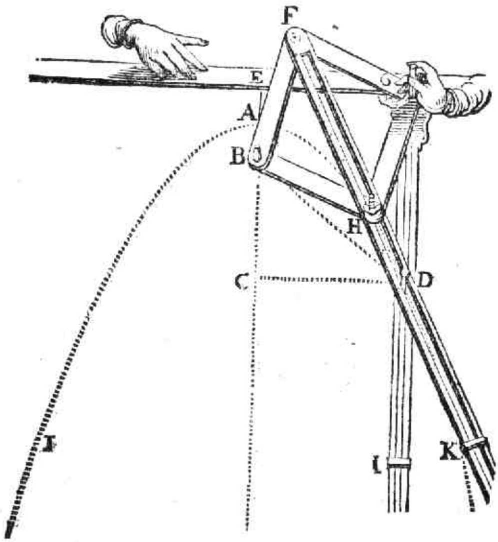
Want voegende een liniael tot EG, soo zy genomen eenige stijl van deselve dickte als de breette van yder grouf / en laet deselve in beyde groeven ingelaten worden/te weeten in D, alwaer de liniael FH en winckel-haeck GI malkander door-snijden. Nu terwijl de winckel-haeck IG met sijn bovenste syde tegens de liniael EG verschoven wort van E naer G, soo sal daer door het

gantsche

gantſche inſtrument beweegt worden / en ſal alſo de ſtijl D door die beweeging een kromme liny beſchrijven / als AD, welcke een gedeelte van de begeerde Parabola zijn ſal.

Wyders ſoo men dit inſtrument verleyt / ſulcx dat G kome in B, en B in G, ſoo ſal daer door op deſelve wijs aen d'ander ſyde der aſſe het deel der Parabola AL beſchreven worden.

Eyndelijck / ſoo men deſe liny in't oneyndig naer L en D begeerde te beſchrijven / ſoo behoeft men alleen 4 andre langer linialen / als BF, FG, GH, en BH te neemen : want men deſe liny in 't oneyndig meerder en meerder uyt-geſtreckt beſchrijven kan / naer datmen deſelve linialen telckens langer en langer neemt : alſoo deſe liny noyt ten vollen beſchreven kan worden / gemerckt die / als oock de Hyperbola, van deſe natuer is / dat / ſchoonſe gheduerich haer naer een ſelve oort / (te weeten de aſſe) komt te buygen / die echter in 't oneyndig uyt-geſtreckt zijnde met haer eynden noyt t'ſamen komen / maer altijt wyders van malkander vallen ſal.



Nu reſt alleenlijck te betoonen / dat deſe beſchreven liny een Parabola is / het welck dan door het voorgaende Voor-bewijs openbaer is / als men treckt BD, en uyt D op AC laet vallen de perpendiculaer DC. Want aengeſien de 2 ſyden HB en BF des triangels BFH, elck in 't byſonder / aen de twee ſyden HG en GF des triangels HFG gelijck zijn / en de baſis FH aen yder triangel gemeen is : ſo ſullen oock a de hoecken BFH en HFG, van gelijcke ſyden beſloten / gelijck weſen. Waerom alſo de twee ſyden BF en FD des triangels DBF, elck in 't byſonder / aen de twee ſyden GF en FD des triangels DFG gelijck zijn (want FD deſe beyde triangels ghemeen is) ; ende nu mede de hoecken BFD en DFG, van deſe gelijcke ſyden beſloten / gelijck betoont zijn : ſoo ſal oock b den baſis BD aen den baſis DG, en den hoeck BDF aen den hoeck FDG, die tegen over de gelijcke ſyden ſtaen / gelijck weſen. Nu dewijl CE gelijck is aen DG, ſo ſullen insgelijcx BD en CE gelijck zijn : en blijckt alſoo c dattet punt D in een kromme liny valt / die men Parabola noemt / wiens aſſe is AC, en top A, en rechte ſyde.

a na 't 8 v. des 1 b. Eucl.

b na 't 4 v. des 1 b. Eucl.

c na 't voorgaende Voorbewijs.

syde soo lang als 't hierbout van AB. En alsoo door de by-gebrachte manier FH en GD malkander in 't oneyndig komen door-snijden/ en daer altijt deselbe reden plaets heeft van het punt der door-snijding D: soo volgt dat door dusdanige beweging de beschreve kromme liny LAD de begeerde Parabola is.

Alwaer ick niet en kan voor-by gaen/ 't geene hier aenmerckens waert is/ te weeten/ dat de liniael FDK in 't beschrijven met sijn midden de Parabola in 't punt D doorgaens komt te raecken. Want daer is betoont/ dat de hoecken BDF en FDG even groot zijn/ waerom dan oock/ also [d] den hoeck FDG soo groot is als den hoeck IDK, den hoeck BDF soo groot zijn sal als den hoeck IDK, en derhalven de liny FDK de Parabola in D aenraecken. Als blijckt uyttet 41ste Voorstel des 9den boecks der Perspective van Vitellio.

[d] *na 't 15 v. des 1 b. Eucl.*

Eyndelijck soo staet oock te weeten/ dattet punt B van de Optici ofte Sicht-konstenaers Brandt-punt genoemt wort/ om dat/ soo men een holle spiegel maeckt/ die na dese form gepolijst is/ en deselve recht tegen over de Son stelt/ dan alle de stralen/ die met de asse even-wydig zijnde in dese spiegel vallen/ tot dit punt B wederom steuytten; en datmen derhalven door de weersteuyt der stralen/ dieder door de vlackte deser spiegels gemaeckt wort/ yets in B kan in brandt steecken.

BYVOEGSEL.

WYders so blijckt uyt het by-gebrachte, datmen met weynich moeyten een liny trecken kan, die een Parabola *in een gegeve punt aen-raeckt. Want soo men, by voorbeelt, in* D *sodanige raeckende liny begeerde te trecken, soo sy door* D *getogen* DG *even-wijdig met de asse* AC, *en haelt* BD: *dan sal, soo men den hoeck* BDG *door de liny* DF *in tween gelijck deelt, dese de* Parabola *in* D *aen-raecken. Als begeert was.*

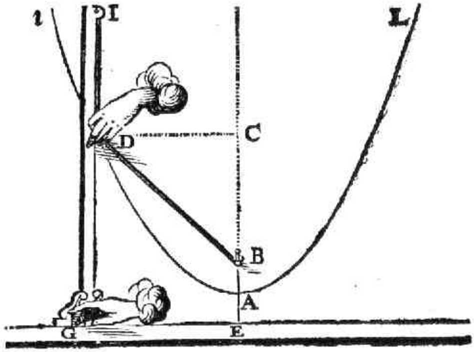
XIV. HOOFT-STUCK.

Van de manier om Parabolen op een vlack te beschrijven, als het brandt-punt en de top gegeven zijn.

'T EN sal niemant/ acht ick/ onbewust zijn/ dat de voorgaende manier/ waer door wy/ als de asse/ top/ en rechte syde gegeven zijn/ een Parabola op een vlack beschrijven/ oock alhier plaets grijpt/ als het brandt-punt en de top gegeven zijn: nadien men tottet Werck aldaer het brandt-punt vinden most/ het welck nu hier gegeven is. Waerom ick het niet ongerijmt achte/ indien ick alhier/ om 't selve te volbrengen/ een ander manier/ dewelcke door behulp van een koorde of draet geschiet/ by-brenge/ en dusdanig is.

Sy dan op eenig vlack gegeven 't brandt-punt B, en de top A. Nu moet men op het selve vlack een Parabola beschrijven/ als geseyt is.

Getrocken hebbende AB, en die verlengt hebbende buyten A tot E, sulcx dat AE gelijck zy aen AB, so treckt uyt E op deselve den perpendiculaer EG. Daer na in B op het vlack een pennetjen vast gestoocken hebbende/ so neemt een draet / als IDB ; en maeckt deselve met sijn een eynde vast aen 't pennetjen B, en met sijn ander eynde I aen 't uytterste der winckel-haeck IG, welcke winckel-haeck dan so lanck zy als de draet IDB, doch yder langer als EB Nu om 't begeerde te volbrengen/ so laet tot GE een liniael ghevoegt worden/ die weder-zijds verdocht wort in't oneyndig uytgestreckt te zijn / en laet de winckel-haeck IG tegens dese liniael van G naer E verschoben worden: dan sal / terwijl de winckel-haeck dusdanig beweegt wort / de stijl D. die de draet IDB



geduerig tegens de winckel-haeck GI eenparich uyt-ghestreckt houdt / en van *i* het uytterste der draet tot A verbracht wort/ op het vlack een gedeelte der begeerde Parabola, als *i*DA, beschrijven / dat is / wiens brandt-punt is B, en top A. Op gelijcke wijz wert mede aen d'ander syde van AB het deel der Parabola AL beschreven. Waer van dan 't Bewijs uyttet voorgaende Voor-bewijs openbaer is.

Want nadien de liniael IG en draet IDB even lanck zijn / soo sal / als men van elck af-treckt ID, oock GD aen DB gelijck wesen. Nu is GD gelijck EC. Waerom dan oock DB aen EC gelijck is/ en dien-volgende D een punt in de Parabola, wiens brandt-punt is B, en top A. Ghelijck uyt het tegendeel van 't voorgaende Voor-bewijs te besluyten is. En alsoo der ontrent dese betoonde manier altijt een selve reden is van het punt D: soo volgt dat door dese beweging de beschreven liny *i* D A L een Parabola is / ghelijck'er op het vlack beschreven most worden.

Eyndelijck/indien men dese liny wyder uyt begeerde te strecken naer *i* en L, soo behoeftmen alleen de winckel-haeck en draet om een selve deel te verlengen: alsoo men die in 't oneyndig wyder uyt-strecken kan / naer datmen dese draet en winckel-haeck telckens meer en meer vergroot.

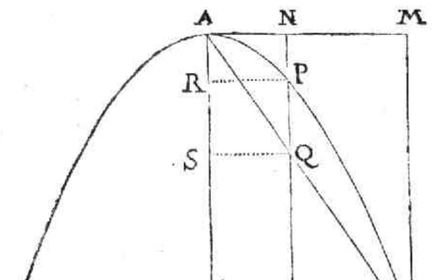
BYVOEGSEL.

NAdemael wy tot hier toe verscheyde manieren betoont hebben om de Kegel-sneden op een vlack Tuych-werckelijck te beschrijven; en met eenen

eenen oock aengewesen hebben op wat wijz men rechte linien trecken kan, die deselve in een gegeven punt aenraecken; en voorts oock betoont hebben wat bescheyt daer is tussen het vlack van een Ellipsis *of van eenich stuck derselve en het vlack van een Circkel of van eenich dessels stuck; als mede wat bescheydt daer is tussen een figuer, besloten van een rechte liny en een gedeelte eener* Hyperbola *so 't valt en een andre figuer insgelijcx besloten van een rechte liny en een ghedeelte eener* Hyperbola, *waer van de rechte een dwerse syde gelijck zijn, (het welck dan, mijns bedunckens, alle 't geene is, datmen, aengaende haer superfitie, weeten kan): Soo rest noch, dat wy tot een besluyt, hier vervolgens betoonen, wat bescheydt datter is tussen een rechtlinische figuer en een ander, die van een rechte liny en een gedeelte eener* Parabola, *soo 't valt, besloten wordt. Welcke dan alleen onder de Kegel-sneden die geene is, die men tot noch toe in een recht-vierkant heeft konnen veranderen, en eerst van* Archimedes *is betoont geweest. Waer op dan de manier, so 't selve bescheyt door ons gevonden is, in 't volgende verklaert wort.*

Ten welcken eynde wy dan dese volgende Vertoogen eerst bewijsen sullen, gemerckt wy die tot ons voornemen van nooden hebben.

I.



So van een figuer besloten van een rechte liny *LD*, en een gedeelte eener *Parabola LAD*, de diameter sy *AC*, en de basis *LCD* van de selve sy in *C* in tween gelijck gedeelt, en getrocken wort *AD* dan sal, maeckende 't evenwydich vierkant *CM*, waer in ghetrocken zijnde *NPQO* even-wydich met *AC* of *DM*, waer 't valt, *ON* tot *QN* zijn, *QN* tot *NP*.

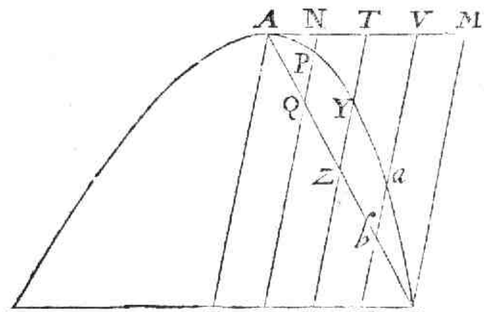
Het

Het welck dan openbaer wort, nadien AC *is tot* AS, *als* CD *tot* SQ *of* RP; *en* AC *tot* AR, *als het quadraet* CD *tottet quadraet* RP, *na 't 20ste Voorstel des 1sten b. der Kegel-sneden* Apollonii. *Waer uyt dan blijckt dat* AC, AS, *en* AR *even-reedenig zijn, dat is*, AC *of* NO *tot* AS *of* NQ, *als* AS *of* NQ *tot* AR *of* NP. *Gelijck voorgestelt was.*

I I.

't Selve gestelt zijnde, so men *AM* deelt in eenige gelijcke deelen, en uyt de punten der deeling als *N*, *T*, en *V* tot de overstaende syde *CD* getrocken worden de linien *NO*, *TW*, en *VX* even-wydig met *AC* of *DM*, door-snijdende *AD* in *Q*, *Z*, en *b*, en de Parabola in *P*, *Y*, en *a*: so sullen *NO*, *TW*, *VX*, en *MD* t'samen zijn tot *NP*, *TY*, *Va*, en *MD* t'samen, als de quadraten op deselve *NO*, *TW*, *VX*, en *MD* t'samen tot de quadraten op *NQ*, *TZ*, *Vb*, en *MD* t'samen; gelijck mede *NO*, *TW*, *VX*, en *MD* t'samen zijn tot *NP*, *TY*, en *Va* t'samen, als de quadraten op deselve *NO*, *TW*, *VX*, en *MD* t'samen tot de quadraten op *NQ*, *TZ*, en *Vb* t'samen.

Want na 't voorgaende Vertoog is ON *tot* NQ, *als* NQ *tot* NP; *en daerom* ON *tot* NP, *als 't quadraet* ON *tottet quadraet* NQ. *Op deselve wyz, also* WT *is tot* TZ, *als* TZ *tot* TY, *so sal mede* WT *zijn tot* TY, *als 't quadraet* WT *tottet quadraet* TZ. *Insgelijcx, om dat* XV *is tot* V b, *als* V b *tot* V a, *so sal oock* X V *zijn tot* V a, *alsset quadraet* XV *tottet quadraet* V b. *Waerom dan al de quadraten op* ON, WT, XV *zijn sullen tot al de quadraten op* NQ TZ, V b, *gelijck al de linien* ON, WT, XV *tot al de linien* NP, TY, V a. *Eyndelijck, also oock* D M *is tot* MD, *als* DM *tot* MD, *so sal mede* DM *zijn tot* MD, *als 't quadraet* DM *tottet quadraet* MD. *Weshalven dan alle de quadraten op* ON, WT, XV, *en* DM *zijn sullen tot alle de quadraten op* NQ, TZ, V b, *en* MD, *gelijck alle de linien* NP, TY, V a, *en* MD. *Gelijck in 't 1ste deel voor-gestelt was.*



Aen-

Aengesien dan betoont is, dat de quadraten op ON, WT, *en* XV *t'samen zijn tot de quadraten op* NQ, TZ, *en* V b *t'samen, als de linien* ON, WT, *en* XV *t'samen tot de linien* NP, TY, *en* V a *t'samen; ende nu de 3 linien* ON, TW, *en* XV *d'een d'ander gelijck zijn: Soo sal oock, nemende het* $\frac{1}{3}$ *part der voorgaende, het quadraet op een van dese linien zijn tot de quadraten op* NQ, TZ, *en* V b, *als een derselve linien tot* NP, TY, *en* V a: *en nemende het viervont der voorgaende, so sullen mede de quadraten op* ON, WT, XV, *en* DM *zijn (want oock* DM *aen yder der voorgaende 3 linien gelijck is) tot de quadraten op* NQ, TZ, *en* V b, *als de linien* ON, WT, XV, *en* DM *tot de linien* NP, TY, V a. *Het welck in 't 2de deel voor-gestelt was.*

I I I.

Het selve gestelt zijnde, so laten door *P*, *Y*, en *a* getrocken worden linien even-wydig met *AM* of *LD*, door-snijdende de linien die hier weder-zijds naest aen komen in *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, en *h*: dan sal 't even-wydig vierkant *CM* kleender zijn als driemael d'even-wydige vierkanten *cN*, *eT*, *gV*, en *X M*; maer grooter als driemael d'even-wydige vierkanten *PT*, *YV*, en *a M*.

VVant aengesien de linien MD, Vb, TZ, *en* NQ *d'een d'ander gelijckelijck overtreffen, en het verschil derselve soo groot sy als* NQ, *en beneffens dese daer even so veel andre zijn, als* MD, VX, TW, *en* NO, *die elck aen de grootste* MD *gelijck zijn: so sullen, na 't* 10. *Voorstel van de Spiraelen van* Archimedes, *de quadraten op dese gelijcke linien* MD, VX, TW, *en* NO *met t'samen 't quadraet der grootste* MD, *en noch 't vierkant begrepen van de kleenste* NQ *en somme der ongelijcke linien, driemael so groot zijn als de quadraten op deselve ongelijcke linien* MD, V b, TZ, *en* NQ. *Waer uyt dan volgt, dat de quadraten op* MD, VX, TW, *en* NO *t'samen minder zijn als driemael de quadraten op* MD, V b, TZ, *en* NQ. *Maer alsodoor 't naest-voor-gaende Vertooch de quadraten* MD, VX, TW, *en* NO *zijn tot de quadraten* MD, Vb, TZ, *en* NQ, *als de linien* MD, VX, TW, *en* NO *tot de linien* MD, V a, TY, *en* NP; *so volgt dat de linien* MD, VX, TW, *en* NO *minder zijn als 't drievont der linien* MD, V a, TY *en* NP. *Nu is openbaer, dat de linien* MD, VX, TW, *en* NO *zijn tot de linien* MD, V a, TY, *en* NP, *als*

 d'even-

d' even-wijdige vierkanten XM, W V, OT, CN, *dat is, als 't even-wijdig vierkant* CM, *tot d' even-wijdige vierkanten* XM, gV, eT, *en* cN. *Waerom dan blijckt dattet even-wijdige vierkant* CM *kleender is als driemael d' evenwijdige vierkanten* XM, gV, eT, *en* cN.

Nu seg ick oock dat het selfde even-wijdig vierkant CM *grooter is als driemael d' even-wijdige vierkanten* aM, YV, *en* PT.

Want nademael door 't Bewijs van 't gemelte Voorstel van Archimedes *mede openbaer is, dat de quadraten op* MD, VX, TW, *en* NO *t' samen grooter zijn als driemael de quadraten op* Vb, TZ, *en* NQ *t' samen; en door 't naest-voorgaende Vertoog de quadraten op* MD, VX, TW, *en* NO *tot de quadraten op* Vb, TZ, *en* NQ *zijn, als de linien* MD, VX, TW, *en* NO *tot de linien* Va, TY, *en* NP: *soo volgt oock dat de linien* MD, VX, TW, *en* NO *grooter zijn als het drie-vout der linien* Va, TY, *en* NP. *Nu is openbaer, dat de linien* MD, VX, TW, *en* NO *zijn tot de linien* Va, TY, *en* NP, *als d' even-wijdige vierkanten* XM, WV, OT, CN, *dat is, als 't even-wijdig vierkant* CM, *tot d' even-wijdige vierkanten* aM, YV, PT. *VVaerom dan blijckt, dattet even-wijdige vierkant* CM *grooter is als driemael d' even-wijdige vierkanten* aM, YV, *en* PT. *VVeshalven dan blijckt, het geene voor-gestelt was.*

IV.

'tSelve gestelt zijnde: soo zy het vlack *i* soo groot als het $\frac{1}{3}$ part van 't even-wydig vierkant *CM*. Dan sal 't vlack, besloten van *AM*, *MD*, en het deel der *Parabola AD*, aen 't vlack *i* ghelijck zijn.

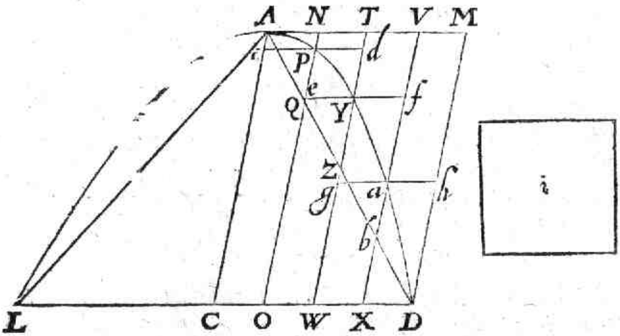
Want indien dit vlack aen 't vlack i *niet gelijck en is, soo sal het of grooter of kleender zijn.*

Laettet dan eerst, soo 't kan, grooter gestelt worden, en laet het verschil, om soo veel t' grooter is alsset vlack i, *soo dickwils te samen geaddeert worden, tot dat de som daer uyt ontstaende grooter werde als 't even-wijdig vierkant* CM. *Nu kan men oock een ander vlack neemen, dat kleender is als dit verschil, en te ghelijck een deel zy van 't even-wijdig vierkant* CM. *Sy dan 't even-wijdig vierkant* CN *kleender als 't geseyde verschil, en te gelijck een deel van 't even-wijdig vierkant* CM: *en*

sal

ſal daer door AN *oock een deel ʒijn van* AM. *Hierom ſoo laet* AM *gedeelt worden in deelen, die yder aen* AN *gelijck ʒijn, en laet de reſt volbracht worden, als boven.*

Aengeſien dan 't even-wijdig vierkant CN *kleender is als 't verſchil, om ſoo veel 't vlack* APYaDM *grooter is als 't vlack* i: *ſoo ſal mede*



't vlack i *en 't even-wijdig vierkant* CN, *t'ſamen genomen ʒijnde, kleender weſen als 't vlack* APYaDM; *en derhalven kleender als d' even-wijdige vierkanten* cN, eT, gV, *en* XM, *dewelcke grooter ʒijn alſſet vlack* APYaDM. *Nu ʒijn d' even-wijdige vierkanten* cN, ed, gf *en* Xh, *door welcke de* Parabola *paſſeert, even ſoo groot alſſet even-wijdig vierkant* CN. *Weſhalven ſoo men weder-ʒijds weg neemt d' even-wijdige vierkanten* cN, ed, gf, *en* Xh: *ſoo ſal oock het vlack* i *kleender blijven als d' over-blijvende even-wijdige vierkanten* PT, YV, *en* aM. *En aengeſien 't even-wijdig vierkant* CM *driemael ſoo groot is alſſet vlack* i, *ſoo ſal oock het even-wijdig vierkant* CM *kleender ʒijn als het drievout der even-wijdige vierkanten* PT, YV, *en* aM. *Nu is dit onmogelijck, nadien betoont is dattet ſelve grooter is als dat drievout. VVaerom dan 't vlack* APYaDM *niet grooter en is als 't vlack* i.

Nu ſeg ick, dattet mede niet kleender weſen kan.

VVant indien 't, ſoo 't mogelijck was, kleender waer, ſo ſy wederom het verſchil, om ſoo veel het vlack i *grooter is als het vlack* APYaDM, *ſo dickwils te ſamen geaddeert, tot dat de ſom daer uyt ontſtaende grooter worde als het even-wydig vierkant* C M. *Nu kan men oock een ander vlack neemen dat kleender is als dit verſchil, en dat te gelijck een deel ſy van 't even-wydich vierkant* C M, *de reſt geſtelt zijnde, als boven.*

Dewijl dan 't even-wydich vierkant C N *kleender is als 't verſchil, om ſo veel 't vlack* i *grooter is als 't vlack* A P Y a D M: *ſo ſullen oock 't vlack* A P Y a D M *en 't even-wydig vierkant* C N *te ſamen genomen zijnde kleender weſen als 't vlack* i. *Nu is 't ſelve vlack* i *kleender als d' even-wydige vierkanten* c N, e T, g V, *en* X M, *alſo 't even-wydig vierkant* C M *ſo groot is als driemael 't vlack* i, *en kleynder als driemael de voorſeyde even-wydige vierkanten, gelijck betoont is. Waerom dan oock het vlack* A P Y a D M *en het even-wydig vierkant* C N *te ſamen kleender zijn als d' even-wydige vierkanten* c N, e T, g V, *en* X M; *en ſomen wederzijds aftreckt het vlack* A P Y a D M, *dan inſgelijcx mede het overblyvende even-wydig vierkant* C N *kleender zijn ſal als d' overblijvende vlacken* A c P, P e Y, Y g a, *en* a Y D. *Het welck onmogelijck is, want het even-wydig vierkant* C N *ſoo groot is als d' even-wydige vierkanten* c N, e d, g f, *en* X h, *die t' ſamen grooter zijn als de voorſeyde vlacken. Waerom dan oock het vlack* APY a DM *niet kleender is als 't vlack* i. *Maer nu is mede betoont, dattet ſelve niet grooter zijn kan. VVeshalven dan het vlack* APY a DM *aen het vlack* i *gelijck is. Gelijck voorgeſtelt was.*

V.

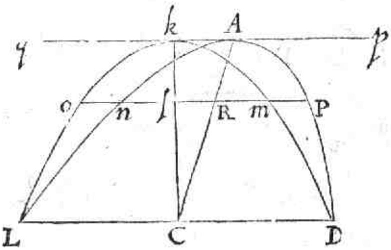
Het welck aldus beweſen zijnde, ſo volgt dat elck vlack, dat van een rechte liny en een gedeelte eener *Parabola* is beſloten, een en een derdemael ſo groot is als den triangel in deſelve beſchreven, op eene baſis en onder een ſelfde hoochte ſtaende.

Het welck dan openbaer wort, indien wy trecken de liny L A. *VVant daer blijckt dat den triangel* LAD *ſo groot is alſſet even-wydig vierkant* C M. *En daerom van welcke deelen den triangel* L A D *doet* 3, *van de ſelve deelen ſal dan het vlack* APYa DM *doen* 1, *en het vlack* APYaDC *doen* 2, *en het vlack* LA PYaD *doen* 4. *Sulcx dan het vlack* LAPYaD, *dat van de rechte liny* LD *en van het deel der* Parabola LAPYaD *beſloten wort, een en een derdemael ſo groot is als den triangel* LAD, *hebbende een ſelve baſis en hoochte. Het welck te betoonen was.*

Eynde-

Eyndelijck schoon dit altijt waer is en plaets heeft soo in dusdanighe scheeve als rechte figueren; nochtans dewijl wy dese vierkanting insgelijcx voor-genomen hebben te besluyten gelijck in de Ellipsis *en* Hyperbola *geschiet is: soo heeft 't ons wyders goet gedacht te betoonen, met wat voor rechte figueren, die van een rechte liny en een gedeelte van een* Parabola *besloten zijn, dusdanige scheeve figueren, die insgelijcx van een rechte liny en een gedeelte eener* Parabola *zijn besloten, konnen vergeleecken worden.*

Sy dan sodanige scheeve figuer L A D, *besloten van de rechte liny* L D *en 't gedeelte der* Parabola LAD, *wiens diameter sy* CA, *en rechte syde* Ap; *en sy uyt* A *getrocken* A k *even-wydig met* LD. *VVijders soo laet uyt* C *op* L D *getrocken worden de perpendiculaer* C K, *snijdende* Ak *in* k, *en laet om de punten* L, k, D *op 't vlack beschreven worden de* Parabola L o k m D: *dan sal de scheeve figuer* L A D *aen de rechte* L o k m D *gelijck zijn.*



Om nu door de punten L, k, D *op 't vlack een gedeelte eener* Parabola *te beschrijven, soo vindt tot* k C *en* L C *of* C D *een derde even-reednige liny* k q: *dewelcke dan na 't* 11ste *Voorstel des* 1sten *boecks der Kegel-sneden* Apollonii *de rechte syde der* Parabola *zijn sal, wiens asse is* k C, *en top* K, *en de in tween gedeelde* LD. *VVaer uyt het dan voorts licht is na 't laetste Hooft-stuck deses tractaets een gedeelte van dusdanige* Parabola *te beschrijven.*

Sy nu met L D *getrocken de even-wijdige* P R l o, *soo 't valt, doorsnijdende de* Parabola L A D *in* P *en* n, *en sijn diameter* CA *in* R; *maer de* Parabola L k D *in* m *en* o, *en sijn asse* C k *in* l.

Dit nu soo zijnde, soo seg ick dat de linien n P *en* o m *gelijck zijn.*

VVant aengesien de liny L D *in* C *in yder figuer in tween gelijck gedeelt is, en in de* Parabola L A D [a] *het vierkant van* C A *en 't* latus rectum A p *ghelijck is aen het quadraet op* C D; *en oock in de* Parabola L k D [b] *het vierkant van* Ck *en 't* latus rectum k q *soo groot is als 't selve quadraet op* C D: *soo volgt dattet vierkant van* C A *en* A p *soo groot is alsset vierkant van* Ck *en* kq. *VVaerom dan mede*

a na 't 11 v. des 1 b. der Kegel-sneden Apollonii.
b Door 't Werck.

c na 't 16 v. des 6 b. Eucl. [c] CA *tot* Ck *is*, *als* kq *tot* Ap. *Nu gelijck* CA *is tot* Ck, *alsoo is oock* [d] (*wegens d'even-wijdige* Rl *en* Ak) CR *tot* Cl, *en* [e] *de rest* RA *tot de rest* lk. *VVeshalven dan* [f] RA *tot* lk *is*, *als* kq *tot* Ap; *en dien-volgens* [g] *'t vierkant* RAp *gelijck aen't vierkant* lkq. *Nu is in de* Parabola LAD [h] *het vierkant* RAP *soo groot als 't quadraet op* Rp; *en in de* Parabola LkD *het vierkant* lkq *soo groot als 't quadraet op* lm. *VVaerom dan oock de quadraten op* RP *en* lm, *en dienvolgens oock de linien* RP *en* lm, *als mede haer dobbel* nP *en* om *gelijck zijn.*

d na 't 4 v. des 6 b. Eucl.

e na 't 19 v. des 5 b. Eucl.

f na 't 11 v. des 5 b. Eucl.

g na 't 16 v. des 6 b. Eucl.

h na 't 11 v. des 1 b. der Kegel-sneden Apollonii.

i na de stelling der ondeelbaere van Cavallerius.

't Selve blijckt op gelijcke wijz van alle andre-linien, die in 't oneyndig van de diameters CA *en* Ck *in yder figuer in tween gelijck gedeelt worden; welcke gelijckheyt deser in tween gedeelde dan aldus in 't oneyndig blijckende: so volgt daer uyt* [i] *dat deselve figueren* LAD *en* LkD *even groot zijn. Het welck voor-gestelt was.*

E Y N D E.

Dÿsche

Vijfde Boeck
der
MATHEMATISCHE OEFFENINGEN,
Begrijpende
Dertich Afdeelingen van gemengde stoffe.

Door

FRANCISCUS van SCHOOTEN,
Professor Matheseos in de Universiteyt tot *Leyden*.

t'AMSTERDAM,

By GERRIT van GOEDESBERGH,
Boeck-verkooper op 't Water / in de Delffsche Bybel / tegen over de Nieuwe-Brugh. ANNO 1660.

Den Hooch-geleerden ende Wel-wijsen Heere,

Mr. JOHAN WALBEECK,

Rechts-geleerde,

Wenscht FRANCISCUS van SCHOOTEN geluck en heyl.

NAdien ghy my t'allen tyden, seer geleerde Heer, met sonderlinge genegentheyt ende beleeftheyt hebt bejegent; en oock doorgaens de vriendtschap, dieder tussen ons beyde van kindts-been af geweest is, met verscheyde teeckenen van weldaden hebt soecken te versegelen: Soo hebbe ick noyt iets meerder gewenst, dan sodanige weldaet met een ongeveynst en oprecht getuygen van mijn danckbaer gemoet in 't openbaer te erkennen. Laet dan toe, dat ick dit Tractaet, het welck niet anders als een bondelken van eenige der fraeyste en uytgelesenste Voorstellen is, uwer waerde mach toe-schrijven, ende aen deselve tot een onderpandt van geduerige vriendtschap op-offeren en toe-eygenen. Ick vertrouw dattet V. E. niet onaengenaem en sal wesen, weetende in wat aensien de Mathematische konsten by V. E. zijn: dewijl ghy deselve noch tegenwoordig met geen minder vermaeck naerdenckt, als ghy te vooren die pleegt met lust en wackerheyt te oeffenen, en verscheyde ampten van dien met geen kleyne lof te bekleden. 'Ten is V. E. niet onbekent, wel-wijse Heer, hoe grootlijcx die het verstandt verçieren, en 't selve uytten bandt springende, in toom houden; op dattet niets buyten de waerheyt, hoe çierlijck nochtans opgetoyt, toe en stae: in voegen datse boven haere weerdigheyt, diese met de grootste nutticheyt vermengt hebben, oock veel hulp toe-brengen tottet leeren van andre Studien, die een overvloediger gewin en veel eeren-tytels beloven, ende om sulcx van 't gemeyne volck voor beter gekeurt worden. Hierom houd ick voor vast, dat ghy de subtijlheijt uw's verstandts en sonderlinge voorsienigheyt, die ick in V eere, en yder dagelijcx in het recht-plegen ondervindt, niet min uyttet oeffenen deser Konsten, als uyt uwe andre Studien wel te leeren, hebt verkregen. Derhalven, naer dat ick aen V meer als eens in 't verweeren der saecken gelijckerhandt heb grooten lof hooren toe-brengen, so heb ick dan mede telckens de Rechts-geleertheyt met der Wis-konsten onfeilbare kennis in V te gelijck niet ongeluckig geoordeelt plaets te *grijpen; en daer uyt oorsaeck genomen, om my so over uwe bescheydentheyt in't seggen, als over uwe geleertheyt in den rechten uytlegh der Wetten te verwonderen. Ende schoon yemandt dencken mocht, dat ick door de liefde en gonst, die ick U toe-draeg, alhier vervoert ben, so roep ick dan tot ghetuygen verscheyde Steden, die door d'uytmuntentheyt uw's verstants zijnde aengelockt, U deftig oordeel tot meermalen beproeft hebben, en U dieswegen tot haeren alder-wel-spreeckensten ende geleersten Voorspraeck haerder saecken met recht hebben verkoren. Hierom, soo ick versta, seer waerde Vriendt, dat dese oeffeningen, die ick als een toe-gift by de voorgaende doe, ende onder uwe achtbaerheyt in't licht geve, by U. E. voor goet worden opgenomen ende met sodanigen gemoet ontfangen, alsse van my aen U. E. werden opgedragen, soo sal ick mijnen arbeydt in desen deele wel besteet achten. Hier mede vaert wel, en laet niet af my te beminnen.*

AFDEE-

AFDEELINGEN VAN GEMENGDE STOFFE.

I. Afdeeling.

Manier om te vinden, hoe menigerhande verkiesingen men doen kan, de menichte der dingen gegeven zijnde.

HEt middel om alle de verkiesingen, dieder ontrent een gegeve menichte van dingen geschieden konnen, te vinden, verschilt weynig van de wijz, waer door men alle de * even-matige deelen en deelders van een gegeven getal of grootheyt, gelijck die elders van ons verklaert is, vinden kan.

* *Partes aliquotae*

Want / soder / by voorbeelt / vier verscheyde dingen waren / beteeckent door *a, b, c,* en *d,* om te vinden alle de verkiesingen die men doen kan / met deselve telckens anders en anders te neemen / soo multipliceert *a* met *b,* en komt *ab.* Dan *a, b,* en *ab* door *c,* en komen *ac, bc,* en *abc.* En daer na *a, b, ab, c, ac, bc,* en *abc* door *d,* en komen *ad, bd, abd, cd, acd, bcd,* en *abcd.* Niet anders / als hier nevens te sien is.

Ende men sal vinden / soo men de verkiesing van haer allen teffens mede voor eene reeckent / datter 15derhande verkiesingen in alles zijn konnen / gelijck blijckt

a
b. ab
c. ac. bc. abc
d. ad. bd. abd. cd. acd. bcd. abcd.

nemende eerstelijck.	*a*
ten 2den.	*b*
ten 3den.	*a* en *b* te samen
ten 4den.	*c*
ten 5den.	*a* en *c* te samen
ten 6sten.	*b* en *c* te samen
ten 7den.	*a, b,* en *c* te samen
ten 8sten.	*d*
ten 9den.	*a* en *d* te samen
ten 10den.	*b* en *d* te samen
ten 11den.	*a, b,* en *d* te samen
ten 12den.	*c* en *d* te samen
ten 13den.	*a, c,* en *d* te samen
ten 14den.	*b, c,* en *d* te samen
ten 15den.	*a, b, c,* en *d* alle te samen.

Hierom soo men door *a* verstaet een appel / door *b* een peer / door *c* een pruym/ en door *d* een kers/ en deselve / als boven / telckens anders en anders verkosen worden / soo sullen ontrent haer 15 verschepde verkiesingen vallen/ gelijck volgt /

Te weeten/ nemende	eerst	een	appel
ten	2den		peer
ten	3den		appel en peer
ten	4den		pruym
ten	5den		appel en pruym
ten	6sten		peer en pruym
ten	7den		appel/ peer/ en pruym
ten	8sten		kers
ten	9den		appel en kers
ten	10den		peer en kers
ten	11den		appel/ peer/ en kers
ten	12den		pruym en kers
ten	13den		appel/ pruym/ en kers
ten	14den		peer/ pruym / en kers
ten	15den		appel/ peer/ pruym/ en kers.

Alwaer voorts te mercken staet/dat/nadien van de voor-gevonde verkiesingen de volgende regel altijt tweemael soo veel verkiesingen begrijpt als de naest voorgaende/ het genoech zy/ om alleen de menichte derselve te vinden/ de 4 even-reedenige getallen 1/ 2/ 4/ en 8 te samen t' addeeren: alsoo 15/ haer som/ de begeerde menichte der verkiesingen bewijsen sal.

Alsoo / indiender 5 verschepde dingen zijn/ beteeckent door *a, b, c, d,* en *e,* ende men weeten wil op hoe veel verschepde manieren haerder verkiesing geschieden mach/ soo behoeftmen alleen de 5 even-reedenige getallen 1/ 2/ 4/ 8/ en 16 te samen te addeeren / dewijl de som 31 de begeerde menichte der verkiesingen aenwijst. Dewelcke / als boven gevonden zijnde/ haer aldus vertoonen.

a

b. ab.

c. ac. bc. abc.

d. ad. bd. abd. cd. acd. bcd. abcd.

e. ae. be. abe. ce. ace. bce. abce. de. ade. bde. abde. cde. acde. bcde. abcde.

Wyders staet hier te letten/ dat/ alle de dingen verschepde zijnde/ in yder volgende regel altijt eene verkiesing meer gevonden wordt als in alle de voorgaende te samen. Alsoo zijn *b* en *ab* te samen een meer als *a*. En *c, ac, bc*, en *abc* te samen een meer als *a, b*, en *ab* te samen. Item *d, ad, bd, abd, cd, acd, bcd,* en *abcd* te samen een meer als *a, b, ab, c, ac, bc,* en *abc* te samen. En soo voorts.

Het welck dan betoont/ dat / in een Geometrische Progressie van 1 beginnende in twee-voudige reden/ alle de voorgaende termen te samen geaddeert

deert altijt 1 minder zijn als de volgende term. En hierom soo men tot de laetste term alleen een getal addeert/ het welck om 1 minder zy als deselve/ soo salmen hebben de somme van alle de termen. Die men oock verkrijgen kan/ mettet getal 2 soo dickwils te stellen/ alsser termen of verscheyde dingen zijn/ en dan van 'tgeen uyt haer gedurige multiplicatie voort-komt alleenlijck 1 af te trecken.

Waer uyt men eyndelijck besluyten en vernemen kan/ dat / als men vervolgens een ander en ander menichte van verscheyde dingen neemt / zijnde de volgende telckens een meerder als de voorgaende / de verschillen/ om welcke de getallen haerder verkiesingen geduerig op-klimmen/ altijt getallen zijn van een twee-voudige Progressie/ beginnende met 1: Als oock/ dat het getal van de naest-volgende verkiesingen geduerig om 1 grooter is als dat van sijn voorgaende. Gelijck hier onder te sien is.

Gegeve dingen.	Menichte der verkiesingen.	verschillen der verkiesingen.
a.	1	
ab.	3	2
abc.	7	4
abcd.	15	8
abcde.	31	16
abcdef.	63	32
abcdefg.	127	64
abcdefgh.	255	128
abcdefghi.	511	256
abcdefghik.	1023	512

En soo voort in 't oneyndig.

Aengesien nu dese dingen / die wy van de verkiesingen en haer menichte geseyt hebben/ oock tot de * even-matige deelen en deelders van een gegeven getal of grootheyt konnen betrocken worden (dewijl de manier omse te vinden van de wijz om de verkiesingen te soecken / als boven verhaelt is/ weynich verschilt): soo laet / om 't selve te betoonen / voor-gestelt zijn te vinden alle de even-matighe deelen en deelders der grootheyt *abcd*, voortgebracht zijnde uyt de multiplicatie van de grootheden *a*, *b*, *c*, en *d*.

* partibus aliquotis

Hier toe gevonden hebbende / als boven / alle de verkiesingen van *a*, *b*, *c*, en *d*, te weeten/ *a*, *b*, *ab*, *c*, *ac*, *bc*, *abc*, *d*, *ad*, *bd*, *abd*, *cd*, *acd*, *bcd*, en *abcd*, soo men in de plaets der laetste *abcd*, dewelcke altijt de gantsche gegeve grootheyt is/ en niet een even-matig deel van deselve/ de eenheyt neemt: so sullen *a*, *b*, *ab*, *c*, *ac*, *bc*, *abc*, *d*, *ad*, *bd*, *abd*, *cd*, *acd*, *bcd*. en de eenheyt alle de even-matige deelen van *abcd* vertoonen; sulcx datter altijt soo veel deelen zijn als verkiesingen. Maer wat de deelders belangt / alsoo mede een yder grootheyt sich selfs eenmael begrijpt/ dat is/ door sich selfs gedeelt/ 1 voortbrengt/ so is openbaer dattet getal der deelders altijt om 1 meerder is alsset getal der verkiesingen ofte deelen; in voegen dat de deelders van *abcd* zijn 1, *a*, *b*, *ab*, *c*, *ac*, *bc*, *abc*, *d*, *ad*, *bd*, *abd*, *cd*, *acd*, *bcd*, en *abcd*.

Derhalven / indienmen alleen door heeft 't getal der deelders of deelen te vinden / en men deselve te vertoonen overtollich acht / soo hoeftmen alleen de termen der Progressie 1. 2. 4. 8 / gelijck boven / te addeeren / en komt voor de somme 15. Welcke nadiense so wel de menichte der verkiesingen als der deelen beteeckent / soo sal 16 het getal der deelders wesen.

Het selve is oock van getallen te verstaen. Gelijck om te vinden so de menichte der deelders als deelen des getals 210 / also 210 voortkomt uyt de vermenichvuldiging der vier * eerste ghetallen 2 / 3 / 5 / en 7 ; ofte oock 210 gedeelt door 2 / en dan 't komende door 3 / en 't geen hier uyt komt door 5 / en dit wederom door 7 gedeelt eyndtlijck 1 uyt-komt : soo blijckt / indien men dese 4 getallen / als 4 verschepde dingen aenmerckt / dat de menichte der verkiesingen / die men ontrent deselve telckens anders en anders doen kan / 15 zijn sal ; en dat dienvolgens 210 heeft 15 even-matige deelen en 16 deelders / diemen uyt de by-gevoegde wercking duydelijck bespeuren kan.

* primi numeri

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 210 & 105 & 35 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 7 & \end{array}$$

2

3. 6

5. 10. 15. 30

7. 14. 21. 42. 35. 70. 105. 210. En soo voorts van andre.

Vorders gemerckt in alle dese verkiesingen der dingen / de geene welcke door a, b, c, d, etc. beteeckent worden / gedurig maer eens so simpel voorkomen / en al de andre verkiesingen uyt die altijt zijn gecomposeert : Soo blijckt / indien men van het getal der verkiesingen af-treckt het getal der dingen / dat de rest aenwijst hoe dickwils deselve anders en anders konnen t' samen gevoegt worden.

Also kan men a, b, c, en d, op alle de manieren / dieder te bedencken zijn / op 11 verschepde manieren t' samen voegen. Gelijckerwijs men mede a, b, c, d, en e in alles 26mael verschepdelijck t' samen voegen kan. In gelijcker voegen vindtmen dat de 7 Planeten op 120 verschepde manieren konnen te samen gevoegt worden. En so voorts van andre.

Nu gelijckerwijs ontrent a, b, c, en d, als deselve 4 verschepde dingen beteeckenen / 15 verschepde verkiesingen geschieden konnen / also / indiense eenderhande dinghen beteeckenen / dat is / dat a, b, c, en d alle gelijck ofte van een selfde waerde zijn / soo sullense op 4derhande wijz konnen verkosen worden. Want somen alsdan / gelijck 't behoort / deselve met eene naem noemt / dat is / aldus beteeckent a, a, a, en a, so salmen dese 4 verkiesingen vinden a, aa, aaa, en $aaaa$.

Waer uyt blijckt / indiender van $aaaa$ ofte a^4 alle de even-matige deelen te vinden waeren / ende daer toe in plaets van de laetste verkiesing $aaaa$ de eenheyt genomen wiert / dat dan de even-matige deelen van a^4 zijn sullen a, aa, a^3, en 1 / ende de deelders 1 / a, aa, a^3, en a^4.

Alsoo mede indiender 5 gelijcke dingen waeren / yder beteeckent door a, soo

soo sullender oock 5 verkiesingen ontrent deselve sich toe-dragen / als a, aa, aaa, $aaaa$, en $aaaaa$. Sulcx men daer uyt besluyten magh / dat / alsoo a^5 ontstaet uyt a vijfmael gestelt en vervolgens gemultipliceert / dan insgelijcx a^5 vijf even-matige deelen heeft / als a, aa, a^3, a^4, en 1; en 6 deelders / als / 1, a, aa, a^3, a^4, en a^5. 't Selve verstaet van diergelijcke andre.

Hier beneffens / gegeven zijnde de menichte der dingen / waer van eenige alleen d'een d'ander gelijck zijn / gelijck / by voorbeelt / soo deselve 4 in't getal waren / waer van der 2 mallkander gelijck genomen wierden / beteeckent zijnde door a, a, b en c: om te vinden alle haere verscheyde verkiesingen / soo multipliceert / als boven / a door a, komt aa. Dan a en aa door b, en komen ab en aab. Daer na a, aa, b, ab, en aab door c, en komen ac, aac, bc, abc, en $aabc$. En is klaer dat de begeerde menichte der verkiesingen / waer onder altijt mede de som van haer allen begrepen zy / 11 wesen sal. Derhalven / soo men stelt dat a een hoen beteeckent / b een patrijs / en c een gans / soo salmen die verkiesen konnen / als volgt.

a

$a.\ aa$

$b.\ ab.\ aab$

$c.\ ac.\ aac.\ bc.\ abc.\ aabc.$

Te weeten / neemende eerst. 1 hoen
ten 2. 2 hoenders
ten 3. 1 patrijs
ten 4. 1 hoen en 1 patrijs
ten 5. 2 hoenders en 1 patrijs
ten 6. 1 gans
ten 7. 1 hoen en 1 gans
ten 8. 2 hoenders en 1 gans
ten 9. 1 patrijs en 1 gans.
ten 10. 1 hoen / patrijs / en gans
ten 11. 2 hoenders / 1 patrijs / en 1 gans.

Alwaer / gelijck boven / blijckt / datmen / na de 2 verkiesingen van aa, door dien b van haer verscheyden is / in de volgende regel altijt 1 verkiesing meer vindt / gelijck dan hier de drie b, ab, en aab. En wederom in de volgende / door dien c van de voorgaende verscheyden is / een meer als in de 2 voorgaende t'samen / te weeten de ses c, ac, aac, bc, abc, en $aabc$. Also datter in als 11 verkiesingen zijn / te weeten / addeerende de getallen 2, 3, en 6. Het welck men in diergelijcke andre verkiesingen te vinden in acht neemen kan.

't Selve is mede van de even-matige deelen te verstaen. Want soo men de deelen van a^2bc begeert te vinden / ende in de plaets van $aabc$ de eenheyt genomen wordt: soo sullender oock 11 even-matige deelen van a^2bc zijn / als a, aa, b, ab, aab, c, ac, aac, bc, abc, en 1; en 12 deelders / als / 1, a, aa, b, ab, aab, c, ac, aac, bc, abc, en $aabc$.

Desgelijcx soder 5 dingen zijn / beteeckent door a, a, a, b, en b, om te vinden alle de verkiesingen / in welcke die anders en anders konnen genomen worden / soo multipliceert / gelijck boven / a door a, komt aa. Dan wederom aa door a, komt aaa. Daer na a, aa, en aaa door b, en komen ab, aab, en $aaab$. En eyndelijck b, ab, aab, en $aaab$ door b, en komen bb, abb, $aabb$,

en

a
$a.\quad aa$
$a.\quad aaa$
$b.\quad ab.\quad aab.\quad aaab$
$b.\, bb.\, abb.\, aabb.\, aaabb.$

en *aaabb*. Even ghelijck hier ter syden te sien is. Ende sullen alle de begeerde verkiesingen dese zijn *a, aa, aaa, b, ab, aab, aaab, bb, abb, aabb,* en *aaabb*.

Alwaer wederom/ na de 3 verkiesingen van *aaa*, in de volgende regel/ overmits *b* van haer verscheyden is/ bevonden worden de 4 verkiesingen *b, ab, aab*, en *aaab*, dat's 1 meer als de 3 van *aaa* ofte der 3 voorgaende regels; maer door dien *b* met de voorgaende een is/ soo vindt men alhier oock het self de getal der verkiesingen als der naest-voorgaende/ te weeten de vier *bb, abb, aabb*, en *aaabb*. Sulcx dat de voorgaende letter van yder regel/ welcke van die der naest-voorgaende niet en verscheelt/ altijt oock een self de getal van verkiesingen als die regel uyt-levert; maer als die van deselve verscheyden is/ soo levert syder oock altijt 1 meer als die van de voorgaende regelen t'samen. Het welck dan soo om de menichte der verkiesingen als even-matige deelen en der deelders te vinden een seer kort middel is. Want t'zy dat wy de menichte der verkiesingen van *a, a, a, b,* en *b* ofte de even-matige deelen en deelders der grootheyt $a^3 b^2$/ uyt deselve ontstaende/ vinden willen; soo behoeftmen alleenlijck wegens de 3 van a^3 te stellen 3 verkiesingen of deelen; en daer na wegens *b*, tweemael gestelt zijnde / (die eenmael gestelt eene verkiesing tot de voorgaende toedoet en der 4 uytlevert) te stellen 8 verkiesingen of deelen. Sulcx datter in alles zijn 11 verkiesingen of deelen/ en 12 deelders.

Alsoo oock indiender 6 dingen zijn/ beteeckent door *a, a, a, b, b*, en *c*, en 't getal der verkiesingen/ die der ontrent haer geschieden konnen/ te vinden zy; ofte oock indiender so de menichte der deelen als deelders der grootheyt $a^3 b^2 c$ te vinden waer/ soo teeckent voor a^3, dat's *a* driemael gestelt/ 3 verkiesingen of deelen. Daer na voor b^2, of *b* tweemael gestelt/ (welcke eens gestelt zijnde een tot de 3 voorgaende doet ende 4 levert) soo teeckent 8 verkiesingen of deelen. En eyndelijck voor *c*, de welcke wederom 1 tot de voorgaende 3 en 8 te samen geaddeert toedoet/ soo stelt 12 verkiesingen of deelen. Waer uyt dan addeerende 3/8/ en 12 de somme 23 de menichte der verkiesingen of deelen bewijst/ en 24 de menichte der deelders.

Op gelijcke wijz/ indiender gegeven zijn *a, a, a, a, a, b, b, b, b, c, c, c, d,* en *d*, of andersins de grootheyt $a^5 b^4 c^3 d^2$, uyt deselve voort-gebracht/ om te vinden de menichte so der verkiesingen van die als der deelen van dese/ soo stelt voor a^5, of *a* vijfmael genomen/ 5 verkiesingen of deelen. Daer na voor b^4 of *b* viermael genomen (dewelcke eenmael gestelt 1 tot de voorgaende 5 toe-doet en der 6 uyt-maeckt) stelt 24 verkiesingen of deelen. Wyders voor c^3 of *c* driemael ghenomen (welcke eens ghestelt zijnde wederom 1 toe-doet tot de voorgaende 5 en 24 te samen geaddeert en der 30 uyt-levert) stelt 90 verkiesingen of deelen. En eyndelijck voor d^2 of *d* tweemael genomen (welcke eens gestelt zijnde wederom 1 toe-doet tot de voorgaende 5/ 24/ en 90 te samen geaddeert en 120 uyt-maeckt) stelt 240 verkiesingen

kiesingen of deelen. In voegen soo men addeert 5/24/90/ en 240/ soo sal de somme der verkiesingen of deelen zijn 359/ en der deelders 360.

Desgelijcx kan men mede vinden de menichte der deelen en deelders van een gegeven ghetal. Als/ om te vinden hoe veel deelen en deelders dat 15876000 heeft/ so soeckt eerstelijck uyt wat eerste getallen dat 15876000 voort-gebracht wort/ deelende ten dien eynde t'selve door d'eerste getallen 2/ 3/ 5/ etc. totter tijt men tot de eenheyt komt. Gelijck hier onder te sien is.

15876000	7938000	3969000	1984500	992250	496125	165375	55125	18375	6125	1225	245	49	7	1.
2	2	2	2	2	3	3	3	3	5	5	5	7	7	

Waerom/ alsoo men bevindt dat 15876000 uyt de multiplicatie voortgebracht wort der 14 eerste getallen 2. 2. 2. 2. 2. 3. 3. 3. 3. 5 5. 5. 7. en 7/ en dat derhalven 't selve aldus kan betecckent worden $2^5/ 3^4/ 5^3/ 7^2/$ sulcx dattet mettet voorgaende exempel $a^5\, b^4\, c^3\, d^2$ t'eenemael over-een-stemt en in beyde deselve reden gelt: so blijckt/ dat desselfs even-matige deelen oock 359 en deelders 360 zijn. En also van andre.

II. AFDEELING.

Manier om te vinden de menichte der dingen, en haer opsicht tot malkander, die men eenige gegeve maelen verkiesen kan.

OM de menichte der dingen te vinden, en haer opsicht tot malkander, ontrent welcke men een gegeve getal van verkiesingen doen kan, soo is te weeten, dat die niet altijt allenthalven bepaelt is, maer dickwils verscheyde gevonden kan worden, naer dattet getal der verkiesingen anders en anders voor-komt. In wat gevallen nu dit geschiet, en op wat wijz dese menichte te vinden zy, sullen de volgende exempelen aen-wijsen.

Want om te vinden/ hoe veel dingen men nemen moet/ en hoedanich die tot malkander staen/ de welcke men op 15 verscheyde manieren verkiesen kan: soo doet 1 tot 15/ en komt 16. Soo nu dit getal bevonden wort te zijn een van de geene/ die van de eenheyt in twee-voudige reden op-klimmen/ dat is/ dat het selve geduerig door 2 gedeelt kan worden/ tot dat men 1 Exempl.

16	8	4	2	1
2	2	2	2	

Yy tot

tot de eenheyt komt: soo sal 'tgetal der deelingen / ofte het welck bewijst de hoe-veelste term na de eenheyt het getal 16 der geseyde progressie zy / betoonen hoe veel verscheyde dingen men neemen moet / dewelcke op 15 derhande manieren anders en anders komen verkosen wordē. En hierom / aengesien 16 de 4de term na d'eenheyt deser Progressie is / ofte datter alhier 4 verscheyde divisien door 2 geschieden komen / dan oock 4 verscheyde dingen / als *a, b, c,* en *d* moeten genomen worden / om 15 onderscheyde verkiesinghen te doen. Ghelijck uyt de voorgaende afdeeling lichtelijck is af te meeten.

Wyders / op datmen weete / of'er niet meer of minder dingen genomen mogen worden / dewelcke men insgelijcx op 15 derhande manieren kan verkiesen: soo soeck ick of 16 oock door andre getallen gedeelt kan worden. En hierom / alsoo 'tselve behalven 2 oock door 4 en sich selfs deelbaer is / soo besluyt ick / datter beneffens de gevonde menichte oock noch andre menichten van dingen te vinden zijn / t'selve vermogende.

Om welcke te bekomen / als oock het opsicht datse tot malkander hebben / soo deelt 16 door 4 / en komt 4. Nu dewijl / gelijck boven / deelende 4 door 2 / uytkomt 2 / en wederom 2 door 2 / uytkomt 1 / so treckt 1 van de deelders 4 / 2 / en 2; en t'samen addeerende de resten 3 / 1 / en 1 soo sal de somme 5 aenwijsen datter oock 5 dingen / van welcke der 3 d'een d'ander gelijck zijn / mogen genomen worden / als *a, a, a, b,* en *c,* diemen wederom op 15 verscheyde manieren kan verkiesen.

Op gelijcke wijz / door dien 16 gedeelt door 4 / komt 4 / en daer na 4 door 4 / komt 1; en van 4 en 4 elck 1 getrocken / resten 3 en 3 / welcke te samen geaddeert 6 doen: soo salmen insgelijcx 6 dingen nemen konnen / waer van d'eene drie onder malcander gelijck zijn / gelijck oock d'andre drie / als *a, a, a, b, b,* en *b,* dewelcke men wederom op 15 verscheyde manieren verkiesen kan.

Alsoo oock / nademael 16 gedeelt door 8 / komt 2 / en 2 door 2 / komt 1 / somen van de deelders 8 en 2 de eenheyt aftreckt / en de resten 7 en 1 te samen addeert: soo sal 8 de somme uyt-wijsen / datter van gelijcken 8 dingen / waer vand'er 7 d'een d'ander gelijck zijn / mogen genomen worden / als *a, a, a, a, a, a, a,* en *b,* diemen wederom op 15 verscheyde manieren verkiesen kan.

Eyndelijck aengesien 16 door 16 gedeelt 1 uytkomt / en van 16 d'eenheyt aftreckende 15 blijft: soo blijckt oock dat men 15 gelijcke dingen nemen kan / ontrent welcke sich 15 derhande verkiesingen toe-dragen.

Hierom dewijl 16 op geen andre wijz / als dese 5 gedeelt kan worden / soo is hier uyt af te nemen / dat de begeerde menichte der dingen 5 derhande is; en is alsoo mede / wat opsicht die tot malkander hebben / uyttet betoonde openbaer. Welcke dingen dan alle / uyt de voorgaende afdeeling haer oorspronck nemende / aen de gheene diese met opmercking nadencken / klaerlijck blijcken sullen.

Tweede Exempel. Nu om te vinden de menichte der dingen / diemen / by voorbeelt / op 23 verscheyde manieren kan verkiesen / als oock om 't ervaren hoedanich die geno-

genomen moeten worden/ so addeert 1 tot 23/en komt 24. Maer aengesien 24 geen van die getallen is/ die van d'eenheyt in twee-voudige reden opklimmen/ of sodanich zijn datmense door 2 gheduerig tot de eenheyt toe deelen kan: soo is't een teecken/ dat de begeerde menichte niet uyt dinghen bestaen kan / de welcke alle verscheyde of ongelijck onder malkander zijn. Weshalven om haer opsicht tot malkander te vinden / en met een te weeten of die menichte veelerhande zy: soo soeckt of 24 door verscheyde getallē kan gedeelt worden/ eer men tot de eenheyt komt / dat is / of het van verscheyde getallen wert voort-gebracht. Waerom / also 24 bevonden wordt sevenderhande divisien toe te laten/ ofte 'tselve op 7 verscheyde manieren / alhier vertoont / uyt andre ontstaet: soo besluyt ick dat de begeerde menichte der dingen oock 7derhande kan gevonden worden. Om welcke te verkrijgen/ nadien/de eenheyt van yder deelder afgetrocken zijnde/de resten geaddeert dese 7 getallen maecken/ als 5/ 6/ 7/ 8/ 9/ 12/ en 23 / die yder de begeerde menichte der dingen vertoonen: soo blijckt dat de begeerde dingen (die men op 23 verscheyde manieren verkiesen kan) op de volgende 7 manieren mogen ghenomen worden / te weeten / naer datse beteeckent worden

I.

$$\begin{array}{c}24\\3\end{array}\Big\{\begin{array}{c}8\\2\end{array}\Big\{\begin{array}{c}4\\2\end{array}\Big\{\begin{array}{c}2\\2\end{array}\Big\{\,1$$

II.

$$\begin{array}{c}24\\4\end{array}\Big\{\begin{array}{c}6\\3\end{array}\Big\{\begin{array}{c}2\\2\end{array}\Big\{\,1$$

III.

$$\begin{array}{c}24\\6\end{array}\Big\{\begin{array}{c}4\\2\end{array}\Big\{\begin{array}{c}2\\2\end{array}\Big\{\,1$$

IV.

$$\begin{array}{c}24\\6\end{array}\Big\{\begin{array}{c}4\\4\end{array}\Big\{\,1$$

V.

$$\begin{array}{c}24\\8\end{array}\Big\{\begin{array}{c}3\\3\end{array}\Big\{\,1$$

VI.

$$\begin{array}{c}24\\12\end{array}\Big\{\begin{array}{c}2\\2\end{array}\Big\{\,1$$

VII.

$$\begin{array}{c}24\\24\end{array}\Big\{\,1$$

door *a, a, b, c, d*

of door *a, a, a, b, b, c*

of door *a, a, a, a, a, b, c*

of door *a, a, a, a, a, b, b, b*

of door *a, a, a, a, a, a, a, b, b*

of door *a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, b*

of door *a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a; a, a, a, a, a.*

Wyders om te vinden de menichte der dingen/ die op 42 verscheyde manieren komen verkosen worden/ en te gelijck te ervaren/ hoedanich men die nemen moet: soo addeert/ gelijck boven/ 1 tot 42/ en komt 43. Het welck getal alsoo 't een eerste getal is / ofte niet anders als door sich selfs en de eenheyt gedeelt kan worden/ soo besluyt ick/ dat de begeerde menichte maer eenderhande is: als/ nemende 42 dinghen (naer uyt-wijsen van het gegeven getal) / welcke alle d'een d'ander ghelijck zijn. En alsoo van andre. *Derde Exempel.*

III. Afdeeling.

Manier om grootheden te vinden, hebbende een gegeve menichte van even-matige deelen of deelders.

Om grootheden te vinden, die een gegeve menichte van even-matige deelen hebben: ſoo moet men door de voorgaende afdeeling ſoecken, hoe veel en hoedanighe grootheden of dingen daer moeten genomen worden, de welcke men ſoo dickwils verſcheydelijck kan verkieſen, als de gegeve menichte der deelen aen wijſt. Ende ſal de grootheyt, uyt de ſelve voort-gebracht, de begeerde zijn.

Weſhalven / om grootheden te vinden / een gegeve menichte van deelders hebbende / men niet anders te doen heeft / als van deſelve menichte 1 aftreckende een grootheyt te ſoecken / als geſeyt is / welcke ſoo veel deelen hebbe / als de reſt eenen begrijpt. Het welck dan door exempelen klaerder blijcken ſal.

Eerſte Exempel,

Gelijck om te vinden een grootheyt / dewelcke 15 even-matige deelen hebbe: ſoo ſoeckt door de voorgaende afdeeling hoe veel en hoedanighe grootheden men neemen moet / dewelcke men op 15 derhande manieren kan verkieſen. Nu aengeſien deſe haer menichte verſcheyde bevondẽ wort / en ſy op 5 derley wijz konnen genomen worden / te weeten / door ſoo veel ſy afgebeelt worden door $a, b, c, d,$ of door $a, a, a, b, c,$ of door $a, a, a, b, b, b,$ of door $a, a, a, a, a, a, a, b,$ of door $a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a$: Hierom / ſomen uyt haer t'ſamen voegt deſe grootheden $abcd$, a^3bc, a^3b^3, a^7b, en a^{15}, ſo ſal een yder derſelve een grootheyt beteeckenen / die 15 even-matige deelen heeft / gelijck begeert was.

Derhalven om te vinden een grootheyt / die 16 deelders heeft / nadien een grootheyt 15 deelen hebbende 16 deelders heeft (alſo het getal der deelders altijt om 1 meerder is als dat der deelen ofte verkieſingen): ſo komt te gebeuren dat elck der gevondene $abcd$, a^3bc, a^3b^3, a^7b, en a^{15} ſeſtien deelders toe-laet.

Tweede Exempel.

Op gelijcke wijz / ſomen een grootheyt vinden wil / 23 even-matige deelen hebbende / ſoo ſoeckt door de voorgaende afdeeling hoeveel en hoedanige grootheden of dingen men neemen moet / dewelcke op 23 verſcheyde manieren konnen verkoſen worden. Nu dewijl de menichte derſelve 7 derley bevonden wordt / en haer opſicht tot malkander beteeckent wort door $a, a, b, c, d,$ of door $a, a, a, b, b, c,$ of door $a, a, a, a, a, b, c,$ of door $a, a, a, a, a, b, b, b,$ of door $a, a, a, a, a, a, a, b, b,$ of door $a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, b,$ of door $a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a$: ſoo gebeurt / dat / als men uyt haer

haer t'samen voegt de grootheden a^2bcd, a^3b^2c, a^5bc, a^5b^3, a^7b^2, $a^{11}b$, en a^{23}, yder derselve 23 deelen / en 24 deelders heeft.

Also oock om een groothept te vinden / hebbende 42 even-matige deelen: soo soeckt door de voorgaende afdeeling hoe veel en hoedanige grootheden men nemen moet / dewelcke op 42 verschepde manieren konnen verkosen worden. Nu aengesien desers menichte niet als eenderley gevonden wordt/ en datmen daer toe 42 grootheden neemen moet / die alle onder malkander gelijck zijn: soo sal de groothept uyt deselve 't samen gestelt door a^{42} beteeckent worden. Waer uyt dan volgt / datmen / om een groothept te beteeckenen/ die 43 deelders heeft / schrijven moet a^{42}. En also van andre. Van 'twelcke alles de waerheyt uyt de eerste afdeeling openbaer is. *Derde Exempel.*

Tot oeffening en meerder klaerheyt van 'tgeene betoont is / so stellen wy hier onder de grootheden / welckers menichte der evenmatige deelen van 1 tot 100 opklimt / soodanich die op alle de manieren konnen beteeckent worden.

Grootheden van ghegeve menichte van even-matige deelen.		Gegeve menichte van even-matige deelen.	
a	heeft	1	
a^2	heeft	2	
ab, a^3	hebben elck	3	
a^4	etc.	4	
a^2b, a^5		5	
a^6		6	
a^3b, abc, a^7		7	
a^2b^2, a^8		8	
a^4b, a^9		9	
a^{10}		10	
a^2bc, a^3b^2, a^5b, a^{11}		11	
a^{12}		12	
a^6b, a^{13}		13	even-matige deelen.
a^4b^2, a^{14}		14	
a^3bc, $abcd$, a^3b^3, a^7b, a^{15}		15	
a^{16}		16	
a^2b^2c, a^5b^2, a^8b, a^{17}		17	
a^{18}		18	
a^4bc, a^4b^3, a^9b, a^{19}		19	
a^6b^2, a^{20}		20	
$a^{10}b$, a^{21}		21	
a^{22}		22	
a^3b^2c, a^2bcd, a^5bc, a^5b^3, a^7b^2, $a^{11}b$, a^{23}		23	
a^4b^4, a^{24}		24	
$a^{12}b$, a^{25}		25	
$a^2b^2c^2$, a^8b^2, a^{26}		26	
a^6bc, a^6b^3, $a^{13}b$, a^{27}		27	

Grootheden van gegeve menichte van eben-matige deelen.		Gegeve menichte van eben-matige deelen.
a^{28}	heeft . . .	28
$a^4b^2c,\ a^5b^4,\ a^9b^3,\ a^{14}b,\ a^{29}$	heeft	29
a^{30}	hebben elck	30
$a^3bcd, a^3b^3c, a^7bc, abcde, a^7b^3, a^{15}b, a^{31}$	etc.	31
$a^{10}b^2,\ a^{32}$		32
$a^{16}b,\ a^{33}$		33
$a^6b^4,\ a^{34}$		34
$a^2b^2cd,\ a^5b^2c,\ a^3b^2c^2,\ a^8bc,\ a^8b^3,\ a^5b^5,\ a^{11}b^2,\ a^{17}b,\ a^{35}$		35
a^{36}		36
$a^{18}b,\ a^{37}$		37
$a^{12}b^2,\ a^{38}$		38
$a^4bcd,\ a^4b^3c,\ a^9bc,\ a^7b^4,\ a^9b^3,\ a^{19}b,\ a^{39}$		39
a^{40}		40
$a^6b^2c,\ a^6b^5,\ a^{13}b^2,\ a^{20}b,\ a^{41}$		41
a^{42}		42
$a^{10}bc,\ a^{10}b^3,\ a^{21}b,\ a^{43}$		43
$a^4b^2c^2,\ a^8b^4,\ a^{14}b^2,\ a^{44}$		44
$a^{22}b,\ a^{45}$		45
a^{46}		46
$a^3b^2cd,\ a^5bcd,\ a^5b^3c,\ a^2bcde,\ a^3b^3c^2,\ a^7b^2c,\ a^{11}bc,\ a^7b^5,\ a^{11}b^3,\ a^{15}b^2,\ a^{23}b,\ a^{47}$		47 eben-matige deelen.
$a^6b^6,\ a^{48}$		48
$a^4b^4c,\ a^9b^4,\ a^{24}b,\ a^{49}$		49
$a^{16}b^2,\ a^{50}$		50
$a^{12}bc,\ a^{12}b^3,\ a^{25}b,\ a^{51}$		51
a^{52}		52
$a^2b^2c^2d,\ a^5b^2c^2,\ a^8b^2c,\ a^8b^5,\ a^{17}b^2,\ a^{26}b,\ a^{53}$		53
$a^{10}b^4,\ a^{54}$		54
$a^6bcd,\ a^6b^3c,\ a^7b^6,\ a^{13}bc,\ a^{13}b^3,\ a^{27}b,\ a^{55}$		55
$a^{18}b^2,\ a^{56}$		56
$a^{28}b,\ a^{57}$		57
a^{58}		58
$a^4b^2cd,\ a^4b^3c^2,\ a^5b^4c,\ a^9b^2c,\ a^9b^5,\ a^{11}b^4,\ a^{14}bc,\ a^{14}b^3,\ a^{19}b^2,\ a^{29}b,\ a^{59}$		59
a^{60}		60
$a^{30}b,\ a^{61}$		61
$a^6b^2c^2,\ a^8b^6;\ a^{20}b^2,\ a^{62}$		62
$a^3b^3cd,\ a^3bcde,\ a^7bcd,\ a^7b^3c,\ a^3b^3c^3,\ abcdef,\ a^7b^7,\ a^{15}bc,\ a^{15}b^3,\ a^{31}b,\ a^{63}$		63
$a^{12}b^4,\ a^{64}$		64
$a^{10}b^2c,\ a^{10}b^5,\ a^{21}b^2,\ a^{32}b,\ a^{65}$		65
a^{66}		66

Grootheden van gegeve menichte van eben-matige deelen.		Gegeve menichte van eben-matige deelen.	
$a^{16}bc, a^{14}b^{3}, a^{33}b, a^{67}$	. . . heeft	67	
$a^{22}b^{2}\ a^{68}$	heeft	68	
$a^{6}b^{4}c,\ a^{9}b^{6}, a^{13}b^{4}, a^{34}b, a^{69}$	hebben elck	69	
a^{70}	etc.	70	
$a^{5}b^{2}cd, a^{3}b^{2}c^{2}d, a^{2}b^{2}cde, a^{5}b^{3}c^{2}, a^{8}bcd, a^{7}b^{2}c^{2}, a^{8}b^{3}c, a^{5}b^{5}c, a^{11}b^{2}c, a^{11}b^{5}, a^{8}b^{7}, a^{17}bc, a^{17}b^{3}, a^{23}b^{2}, a^{35}b, a^{71}$		71	
a^{72}		72	
$a^{36}b, a^{73}$		73	
$a^{4}b^{4}c^{2}, a^{14}b^{4}, a^{24}b^{2}, a^{74}$		74	
$a^{18}bc, a^{18}b^{3}, a^{37}b,\ a^{75}$		75	
$a^{10}b^{6}, a^{76}$		76	
$a^{12}b^{2}c, a^{12}b^{5}, a^{25}b^{2}, a^{38}b, a^{77}$		77	
a^{78}		78	
$a^{4}b^{3}cd, a^{4}bcde, a^{9}bcd, a^{4}b^{3}c^{3}, a^{7}b^{4}c, a^{9}b^{3}c, a^{9}b^{7}, a^{15}b^{4}, a^{19}bc, a^{19}b^{3}, a^{39}b, a^{79}$		79	
$a^{2}b^{2}c^{2}d^{2}, a^{8}b^{2}c^{2}, a^{8}b^{8}, a^{26}b^{2}, a^{80}$		80	
$a^{40}b, a^{81}$		81	
a^{82}		82	
$a^{6}b^{2}cd, a^{6}b^{3}c^{2}, a^{6}b^{5}c, a^{13}b^{2}c, a^{11}b^{6}, a^{13}b^{5}, a^{20}bc, a^{20}b^{3}, a^{27}b^{2}, a^{41}b, a^{83}$		83	eben-matige deelen.
$a^{16}b^{4}, a^{84}$		84	
$a^{42}b, a^{85}$		85	
$a^{28}b^{2}, a^{86}$		86	
$a^{10}bcd, a^{10}b^{3}c, a^{10}b^{7}, a^{21}bc, a^{21}b^{3}, a^{43}b, a^{87}$		87	
a^{88}		88	
$a^{4}b^{2}c^{2}d, a^{5}b^{4}c^{2}, a^{8}b^{4}c, a^{9}b^{2}c^{2}, a^{14}b^{2}c, a^{9}b^{8}, a^{14}b^{5}, a^{17}b^{4}, a^{29}b^{2}, a^{44}b,\ a^{89}$		89	
$a^{12}b^{6}, a^{90}$		90	
$a^{22}bc, a^{22}b^{3}, a^{45}b, a^{91}$		91	
$a^{30}b^{2}, a^{92}$		92	
$a^{46}b, a^{93}$		93	
$a^{18}b^{4}, a^{94}$		94	
$a^{3}b^{2}cde, a^{5}b^{3}cd, a^{5}bcde, a^{3}b^{3}c^{2}d, a^{7}b^{2}cd, a^{2}bcdef, a^{7}b^{3}c^{2}, a^{5}b^{3}c, a^{7}b^{5}c, a^{11}bcd, a^{11}b^{3}c, a^{15}b^{2}c, a^{11}b^{7}, a^{15}b^{5}, a^{23}bc, a^{23}b^{3}, a^{31}b^{2}, a^{47}b, a^{95}$		95	
a^{96}		96	
$a^{6}b^{6}c, a^{13}b^{6}, a^{48}b, a^{97}$		97	
$a^{10}b^{2}c^{2}, a^{10}b^{8}, a^{32}b^{2}, a^{98}$		98	
$a^{4}b^{4}cd, a^{4}b^{4}c^{3}, a^{9}b^{4}c, a^{9}b^{9}, a^{24}bc, a^{19}b^{4}, a^{24}b^{3}, a^{49}b, a^{99}$		99	
a^{100}.		100.	

IV. AFDEELING.

Manier om de minſte getallen te vinden, hebbende een gegeven menichte van even-matige deelen of deelders.

GEvonden hebbende door de voorgaende afdeeling alle de grootheden, hebbende een gegeven menichte der deelen of deelders, ſoo moetmen, in plaets der grootheden, waer uytſe voort-gebracht worden, de kleenſte eerſte getallen nemende, uyt die de alderminſte voor die grootheden ſtellen, welcke op 't meeſt op-klimmen, en dan ſoecken, welcke van deſe alle, dus voort-gebracht zijnde, het kleenſte zy. Want dit, van alle, die men van de gegeve menichte vinden kan, het kleenſte getal is, dat begeert wort.

1. Voorbeelt. Gelijck om te vinden het kleenſte getal/ hebbende 15 even-matige deelen: nadien de grootheden $abcd$, a^3bc, a^3b^3, a^7b, en a^{15} yder hebben 15 deelen/ en voor a, b, c, en d nemende de kleenſte eerſte getallen 2/ 3/ 5/ 7 men alſoo uyt haerder vermenichvulding voor $abcd$ vindt 210; maer uyt de vermenichvulding van a, a, a, b, c voor a^3bc vindt 120; en uyt de vermenichvulding van a, a, a, b, b, b, voor a^3b^3 vindt 216; en uyt de vermenichvulding van $a,a,a,a,a,a,a\ b$ voor a^7b vindt 384; en eyndelijck uyt de vermenichvulding van $a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a, a\ a, a$ voor a^{15} vindt 32768: ſoo ſal 120 van al dieder gevonden konnen worden en 15 even-matige deelen hebben het minſte zijn.

Alſoo mede/ indien het minſte getal begeert wort/ hebbende 16 deelders/ nadien inſgelijcx de grootheden/ die 16 deelders hebben/ zijn $abcd$, a^3bc, a^3b^3, a^7b, en a^{15}, en voor a nemende 2/ voor b 3/ voor c 5/ en voor d 7/ men alſoo/ gelijck boven/ voor deſelve vindt de getallen 210/ 120/ 216/ 384/ en 32768/ van welcke 120 het kleenſte is: ſoo ſal van gelijcken 120 van alle die 16 deelders hebben het kleenſte weſen.

2. Voorbeelt. Op deſelfde wijz/ om te vinden het kleenſte getal/ hebbende 23 even-matige deelen en 24 deelders/ nadien yder van deſe a^2bcd, a^3b^2c, a^5bc, a^5b^3 a^7b^2, $a^{11}b$, en a^{23} heeft 23 deelen en 24 deelders/ en voor a, b, c, d genomen zijnde de kleenſte eerſte getallen 2/ 3/ 5/ 7 voor a^2bcd gevonden wort 420/ voor a^3b^2c 360/ voor a^5bc 480/ voor a^5b^3 864/ voor a^7b^2 1152/ voor $a^{11}b$ 6144/ en voor a^{23} 8388608: ſoo ſal 360 van al die 23 deelen en 24 deelders hebben het minſte zijn.

Doch in dit en het voorgaende voorbeelt ſtaet te letten/ alſoder verſcheyde grootheden gevonden worden/ die een ſelfde menichte van deelen oft deelders hebbẽ/ datmen yder van die als verſcheyde manieren gebruycken

ken

ken kan / om oneyndtlijcke getallen te vinden / die die gegeve menichte van deelen of deelders heeft. Alsoo indien wy oneyndelijcke getallen vinden willen / die yder hebben 15 deelen en 16 deelders / soo kan men daer toe gebruycken yder der grootheden $abcd$, a^3bc, a^3b^3, a^7b, en a^{15}, nemende alleen voor de grootheden a, b, c, en d, waer uytse voortgebracht worden / eerste getallen/soo 't valt/ en die dan anders en anders nemende / ofte oock in de plaets derselve andre en andre getallen gebruyckende. Want alsoo nemende voor a 2 voor b 3 / en voor c 5 / soo salmen voor a^3bc vinden 120. Maer voor a nemende 3 / voor b 2 / en voor c 5 / soosalmen voor a^3bc vinden 270. En voor a nemende 5 / voor b 2 / en voor c 3 / soo salmen voor a^3bc vinden 750. Ofte oock voor a nemende 7 / voor b 11 / voor c 13 / soo salmen voor a^3bc vinden 49049. Of voor a nemende 17 / voor b 19 / en voor c 23 / soo salmen voor a^3bc vinden 2146981. En alsoo voorts in 't oneyndig. Het selve verstaet van yder der overige grootheden $abcd$, a^3b^3, a^7b, a^{15}; als oock van yder deser a^2bcd, a^3b^2c, a^5bc, a^5b^3, a^7b^2, $a^{11}b$, en a^{23}, om oneyndige getallen te vinden/ die elck 23 deelen en 24 deelders hebben.

Hierenboven so is aenmerckens waerdig/dat/schoon men door yder van dese grootheden / die elck even-veel deelen of deelders hebben / sonder onderscheyt oneyndelijcke getallen van de selve menichte vinden kan / echter niet altijt door yder van die het alderminste getal gevonden kan worden/ hebbende even soo veel deelen of deelders. Want schoon men / gelijck vooren / gebruycken kan yder de grootheden $abcd$, a^3bc, a^3b^3, a^7b, en a^{15}, en door die elck/ gelijck als door verscheyde manieren/ vinden oneyndtlijcke getallen/ hebbende 15 deelen en 16 deelders; nochtans / door dien men om de kleenste te verkrijgen (mits voor a, b, c, d de kleenste eerste getallen 2 / 3 / 5 / 7 nemende) door hulp van haer geen kleender vindt als 210 / 120 / 216 / 384 / en 32768 ; soo blijckt dat de grootheyt a^3bc alleen die geene is/ waer door men 120 / het minste van allen/ vinden kan.

Alsoo oock / dewijl men door a^3b^2c vindt 360 / en dit getal kleender is als alle die door a^2bcd, a^5bc, a^5b^3, a^7b^2, $a^{11}b$, en a^{23} konnen gevonden worden ; soo sal de grootheyt a^3b^2c de geene zijn / welcke om het minste getal / dat 23 deelen en 24 deelders heeft / te vinden / alleen dienstig is.

Sulcx dat hier uyt openbaer zy / datmen dan eerst het kleenste getal van een gegeve menichte van deelen of deelders bekomen heeft / na datmen op alle de mogelijcke manieren de kleenste gevonden hebbende vernomen heeft dit het kleenste van deselve alle te zijn.

Wyders op dat in de voorgaende tafel de grootheden/ die om de minste getallen van een gegeve menichte van deelen of deelders te vinden dienen/ van d'andre licht 't onderkennen zijn mochten: soo hebben wy die in d' 1ste plaets van yder regel vervoegt/en telckens vervolgens d'andre gestelt/ na datse grooter en grooter minste getallen geven/ en diesshalven van minder waerden als d'andre schijnen te achten zijn.

Eyndelijck om te vinden het minste getal/ hebbende 42 deelen en 43 deelders/ nademael de grootheyt hebbende dese menichte van deelen en deelders alleen op eene wijz kan beteeckent worden / als door a^{42}: soo gebeurt / dat / alsmen voor a het kleenste eerste getal 2 neemt / en 'tselve 42 mael stelt en 3 Voorbeelt.

 vervol-

vervolgens multipliceert / het voort-gebrachte getal 4398046511104 het minste begeerde getal zy / alsoder beneffens dit geen ander kleenste te vinden is. En alsoo van andre. Waerbeneffens het ons goet gedacht heeft de volgende Tafel der 100 kleenste getallen / van een gegeve menichte van evenmatige deelen en deelders van 1 tot 100 / te stellen.

Tafel der 100 kleenste getallen, van een gegeve menichte van even-matige deelen en deelders van 1 tot 100.

Minste getallen van gegeve menichte van even-matighe deelen en deelders.		Gegeve menichten der even-matige deelen.		Gegeve menichten der deelders.	
2	..... heeft	1	even-matige deelen/en	2	
4		2		3	
6		3		4	
16		4		5	
12		5		6	
64		6		7	
24		7		8	
36		8		9	
48		9		10	
1024		10		11	
60		11		12	
4096		12		13	
192		13		14	
144		14		15	
120		15		16	
65536		16		17	deelders.
180		17		18	
262144		18		19	
240		19		20	
576		20		21	
3072		21		22	
4194304		22		23	
360		23		24	
1296		24		25	
12288		25		26	
900		26		27	
960		27		28	
268435456		28		29	
720		29		30	
1073741824		30		31	
840		31		32	

Minste getallen van gegeve menichte van eben-matige deelen en deelders.		Gegebe menichten der eben-matige deelen.		Gegebe menichten der deelders.	
9216	...... heeft	32	eben-matige deelen/en	33	
196608		33		34	
5184		34		35	
1260		35		36	
68719476736		36		37	
786432		37		38	
36864		38		39	
1680		39		40	
1099511627776		40		41	
2880		41		42	
4398046511104		42		43	
15360		43		44	
3600		44		45	
12582912		45		46	
70368744177664		46		47	
2520		47		48	
46656		48		49	
6480		49		50	
589824		50		51	
61440		51		52	
4503599627370496		52		53	deelders.
6300		53		54	
82944		54		55	
6720		55		56	
2359296		56		57	
805306368		57		58	
288230376151711744		58		59	
5040		59		60	
1152921504606846976		60		61	
3221225472		61		62	
14400		62		63	
7560		63		64	
331776		64		65	
46080		65		66	
73786976294838206464		66		67	
983040		67		68	
37748736		68		69	
25920		69		70	
1180591620717411303424		70		71	
10080		71		72	
4722366482869645213696		72		73	

Minste getallen van gegeve menichte van even-matighe deelen en deelders.		Gegeve menichten der even-matige deelen.		Gegeve menichten der deelders.	
206158430208	..... heeft	73	even-matige deelen/en	74	
32400		74		75	
3932160		75		76	
746496		76		77	
184320		77		78	
30223145490365729367654 4		78		79	
15120		79		80	
44100		80		81	
3298534883328		81		82	
4835703278458516698824704		82		83	
20160		83		84	
5308416		84		85	
13194139533312		85		86	
2415919104		86		87	
107520		87		88	deelders.
309485009821345068724781056		88		89	
25200		89		90	
2985984		90		91	
62914560		91		92	
9663676416		92		93	
211106232532992		93		94	
21233664		94		95	
27720		95		96	
79228162514264337593543950336		96		97	
233280		97		98	
230400		98		99	
45360		99		100	
126765060022822940149670320-5376		100		101.	

V. Al-

V. AFDEELING.

Tafel der eerste getallen, begrepen in de voorste tien duysendt.

ALsoo tot de op-lossing der Vraeg-stucken van de evenmatige deelen en deelders het seer vorderlijck is de eerste getallen ter handt te hebben, en door dese de oeffening derselve Vraeg-stucken licht valt: soo hebben wy niet onbequaem geacht, deselve getallē, so alsse tussen 1 en 10.000 begrepen zijn, in dese Afdeeling als in een Tafel te vertoonen. De moeyte om welcke te vinden wy des te liever op ons genomen hebben, als wy haer gebruyck in dese wetenschappen grooter bevonden hebben. Want nademael yder wercking, welcke in getallen voor-valt, door d'eerste getallen als de kleenste en d'eenvoudichste van allen volbracht wordt, en deselve vorders tot de Vraeg-stucken, die in getallen t'ontbinden zijn, op te lossen voornamentlijck dienen: soo salder (soo ick vertrouw) niemant zijn, die haer gebruyck in desen niet en sal erkennen. Wyders so blijckt, indien om eenigh Vraeg-stuck door getallen te verklaren, die tottet selve sonder onderscheyt genomen worden, dat het Vraeg-stuck, hoewel in sich selven licht, daer door nochtans somwijlen tot sodanige groote en verdrietige getallen komt op te klimmen, sulcx dat de leerlingen stracx van het Vraeg-stuck verder na te sien worden af-geschrickt. Hier by komt, dat dese getallen mede niet weynig tottet minderen der gebroocke getallen, in 't deelen der *Æquatien* of Vergelijckingen, en in hare wortelen te soecken, gelijck oock in het vinden der *Logarithmi* of Reden-tallen, en eyndelijck by-na in alle reeckeningen behulpsaem zijn.

Eerste ghetallen van't 1ste duysent.

2
3
5
7
11
13
17
19
23
29
31
37
41
43
25. 47
53
59
61
67
71
73
79
83
89
97
—
101
103
107
109
113
127
131
137
139
149

151
157
163
21. 167
173
179
181
191
193
197
199
—
211
223
227
229
233
239
241
251
16. 257
263
269
271
277
281
283
293
—
307
311
313
317
331
337
347
349

353
16. 359
367
373
379
383
389
397
—
401
409
419
421
431
433
439
443
449
457
17. 461
463
467
479
487
491
499
—
503
509
521
523
541
547
14. 557
563
569
571

577
587
593
599
—
601
607
613
617
619
631
641
643
16. 647
653
659
661
673
677
683
691
—
701
709
719
727
733
739
743
14. 751
757
761
769
773
787
797
—

809
811
821
823
827
829
839
853
15. 857
859
863
877
881
883
887
—
907
911
919
929
937
941
947
14. 953
967
971
977
983
991
997
—

Eerste

Eerste ghetallen van 't 2de duysent.

	1009		1213		1433	15.	1619	12.	1867
	1013		1217		1439		1621		1871
	1019		1223		1447		1627		1873
	1021		1229		1451		1637		1877
	1031		1231	17.	1453		1657		1879
	1033	15.	1237		1459		1663		1889
	1039		1249		1471		1667		—
16.	1049		1259		1481		1669		1901
	1051		1277		1483		1693		1907
	1061		1279		1487		1697		1913
	1063		1283		1489		1699		1931
	1069		1289		1493		—		1933
	1087		1291		1499		1709	13.	1949
	1091		1297		—		1721		1951
	1093		—		1511		1723		1973
	1097		1301		1523		1733		1979
	—		1303		1531		1741		1987
	1103		1307		1543	12.	1747		1993
	1109		1319		1549		1753		1997
	1117		1321	12.	1553		1759		1999
	1123	11.	1327		1559		1777		—
	1129		1361		1567		1783		
	1151		1367		1571		1787		
12.	1153		1373		1579		1789		
	1163		1381		1583		—		
	1171		1399		1597		1801		
	1181		—		—		1811		
	1187		1409		1601		1823		
	1193		1423		1607		1831		
	—		1427		1609		1847		
	1201		1429		1613		1861		

Eerste

Eerste ghetal-
len van't 3de
duysent.

2003
2011
2017
2027
2029
2039
2053
14. 2063
2069
2081
2083
2087
2089
2099

2111
2113
2129
2131
2137
10. 2141
2143
2153
2161
2179

2203
2207
2213
2221
2237
2239
2243
2251
15. 2267
2269
2273
2281
2287
2293
2297

2309
2311
2333
2339
2341
2347
15. 2351
2357
2371
2377
2381
2383
2389
2393
2399

2411
2417
2423
2437
10. 2441
2447
2459
2467
2473
2477

2503
2521
2531
2539
2543
2549
11. 2551
2557
2579
2591
2593

2609
2617
2621
2633
2647
2657
2659
2663
2671
15. 2677
2683
2687
2689
2693
2699

2707
2711
2713
2719
2729
2731
14. 2741
2749
2753
2767
2777
2789
2791
2797

2801
2803
2819
2833
2837
2843
12. 2851
2857
2861
2879
2887
2897

2903
2909
2917
2927
2939
2953
11. 2957
2963
2969
2971
2999

Eerste

Eerste ghetallen van't 4de duysent.

3001
3011
3019
3023
3037
3041
12. 3049
3061
3067
3079
3083
3089

3109
3119
3121
3137
10. 3163
3167
3169
3181
3187
3191

3203
3209
3217
3221
3229
11. 3251
3253
3257
3259
3271
3299

3301
3307
3313
3319
3323
3329
3331
3343
15. 3347
3359
3361
3371
3373
3389
3391

3407
3413
3433
3449
3457
3461
11. 3463
3467
3469
3491
3499

3511
3517
3527
3529
3533
3539
14. 3541
3547
3557
3559
3571
3581
3583
3593

3607
3613
3617
3623
3631
3637
13. 3643
3659
3671
3673
3677
3691
3697

3701
3709
3719
3727
3733
3739
12. 3761
3767
3769
3779
3793
3797

3803
3821
3823
3833
3847
3851
11. 3853
3863
3877
3881
3889

3907
3911
3917
3919
3923
3929
11. 3931
3943
3947
3967
3989

Eerste ghetallen van 't 5de duysent.

4001
4003
4007
4013
4019
4021
4027
15. 4049
4051
4057
4073
4079
4091
4093
4099

4111
4127
4129
4133
4139
9. 4153
4157
4159
4177

4201
4211
4217
4219
4229
16. 4231
4241
4243
4253
4259
4261
4271
4273
4283
4289
4297

4327
4337
9. 4339
4349
4357
4363
4373
4391
4397

4409
4421
4423
11. 4441
4447
4451
4457
4463
4481
4483
4493

4507
4513
4517
4519
4523
12. 4547
4549
4561
4567
4583
4591
4597

4603
4621
4637
4639
4643
4649
12. 4651
4657
4663
4673
4679
4691

4703
4721
4723
4729
4733
4751
12. 4759
4783
4787
4789
4793
4799

4801
4813
4817
4831
8. 4861
4871
4877
4889

4903
4909
4919
4931
4933
4937
15. 4943
4951
4957
4967
4969
4973
4987
4993
4999

Eerste

Eerste ghetallen van't 6ste duysent.

	5003	10.	5233		5449		5659		5861
	5009		5237		5471		5669		5867
	5011		5261		5477		5683		5869
	5021		5273		5479		5689		5879
	5023		5279		5483		5693		5881
12.	5039		5281		———		———		5897
	5051		5297		5501		5701		———
	5059		———		5503		5711		5903
	5077		5303		5507		5717		5923
	5081		5309		5519		5737		5927
	5087		5323		5521		5741	7.	5939
	5099		5333	13.	5527	10.	5743		5953
	———	10.	5347		5531		5749		5981
	5101		5351		5557		5779		5987
	5107		5381		5563		5783		———
	5113		5387		5569		5791		
	5119		5393		5573		———		
	5147		5399		5581		5801		
11.	5153		———		5591		5807		
	5167		5407		———		5813		
	5171		5413		5623		5821		
	5179		5417		5639		5827		
	5189		5419		5641		5839		
	5197		5431		5647		5843		
	———	13.	5437		5651	16.	5849		
	5209		5441	12.	5653		5851		
	5227		5443		5657		5857		
	5231								

Eerste ghetal-
len van't 7ste
duysent.

	6007		6217		6397		6653	12.	6841
	6011		6221				6659		6857
	6029		6229		6421	10.	6661		6863
	6037		6247		6427		6673		6869
	6043		6257		6449		6679		6871
	6047	13.	6263	8.	6451		6689		6883
12.	6053		6269		6469		6691		6899
	6067		6271		6473				
	6073		6277		6481		6701		6907
	6079		6287		6491		6703		6911
	6089		6299				6709		6917
	6091				6521		6719		6947
			6301		6529		6733		6949
	6101		6311		6547	12.	6737		6959
	6113		6317		6551		6761	13.	6961
	6121		6323	11.	6553		6763		6967
	6131		6329		6563		6779		6971
	6133		6337		6569		6781		6977
11.	6143		6343		6571		6791		6983
	6151		6353		6577		6793		6991
	6163	15.	6359		6581				6997
	6173		6361		6599		6803		
	6197		6367				6823		
	6199		6373		6607		6827		
			6379		6619		6829		
	6203		6389		6637		6833		
	6211								

Eerste

Eerste ghetallen van 't 8ste duysent.

9.	7001, 7013, 7019, 7027, 7039, 7043, 7057, 7069, 7079
10.	7103, 7109, 7121, 7127, 7129, 7151, 7159, 7177, 7187, 7193
11.	7207, 7211, 7213, 7219, 7229, 7237, 7243, 7247, 7253, 7283, 7297
9.	7307, 7309, 7321, 7331, 7333, 7349, 7351, 7369, 7393
11.	7411, 7417, 7433, 7451, 7457, 7459, 7477, 7481, 7487, 7489, 7499
15.	7507, 7517, 7523, 7529, 7537, 7541, 7547, 7549, 7559, 7561, 7573, 7577, 7583, 7589, 7591
12.	7603, 7607, 7621, 7639, 7643, 7649, 7669, 7673, 7681, 7687, 7691, 7699
10.	7703, 7717, 7723, 7727, 7741, 7753, 7757, 7759, 7789, 7793
10.	7817, 7823, 7829, 7841, 7853, 7867, 7873, 7877, 7879, 7883
10.	7901, 7907, 7919, 7927, 7933, 7937, 7949, 7951, 7963, 7993

Eerste ghetallen van't 9ste duysent.

8009
8011
8017
8039
8053
11. 8059
8069
8081
8087
8089
8093

——

8101
8111
8117
8123
8147
10. 8161
8167
8171
8179
8191

——

8209
8219
8221
8231
8233
8237
8243
14. 8263
8269
8273
8287
8291
8293
8297

——

8311
8317
8329
8353
9. 8363
8369
8377
8387
8389

——

8419
8423
8429
8431
8. 8443
8447
8461
8467

——

8501
8513
8521
8527
8537
8539
12. 8543
8563
8573
8581
8597
8599

——

8609
8623
8627
8629
8641
8647
13. 8663
8669
8677
8681
8689
8693
8699

——

8707
8713
8719
8731
8737
11. 8741
8747
8753
8761
8779
8783

——

8803
8807
8819
8821
8831
8837
13. 8839
8849
8861
8863
8867
8887
8893

——

8923
8929
8933
8941
9. 8951
8963
8969
8971
8999

——

Eerste

Eerste getallen van 't 10ste duysent.

	9001		9203		9413		9619		9811
	9007		9209		9419		9623		9871
	9011		9221		9421		9629		9829
	9013		9227		9431		9631		9833
	9029		9239		9433	13.	9643	12.	9839
11.	9041		9241		9437		9649		9851
	9043	11.	9257	15.	9439		9661		9857
	9049		9277		9461		9677		9859
	9059		9281		9463		9679		9871
	9067		9283		9467		9689		9883
	9091		9293		9473		9697		9887
	—		—		9479		—		—
	9103		9311		9491		9719		9901
	9109		9319		9497		9721		9907
	9127		9323		—		9733		9923
	9133		9337		9511		9739	9.	9929
	9137		9341		9521		9743		9931
12.	9151	11.	9343		9533	11.	9749		9941
	9157		9349	7.	9539		9767		9949
	9161		9371		9547		9769		9967
	9173		9377		9551		9781		9973
	9181		9391		9587		9787		—
	9187		9397		—		9791		
	9199		—		9601		—		
	—		9403		9613		9803		

Eerste

VI. AFDEELING.

Van Progressien, die recht-hoeckige triangels maecken, waer van de sijden rationael zijn.

HOedanig men recht-hoeckige triangels maecken kan, wiens syden rationael zijn, wert hier na in de 25ste Afdeeling geleert. Nu alsoo dit in 't dichten van verscheyde Quæstien en Geometrische Werck-stucken, om d'irrationale getallen te vermijden, ofte om deselve in ghetallen voor te stellen, waer door sy lichtelijck konnen verklaert ende opgelost worden, seer dienstig is: soo sal 't niet onaengenaem wesen, soo ick hier uyt *Stifelius* twee Progressien voort-breng, die hy ten dien eynde in sijne uytleggingen op het 1ste Hooft-stuck der *Algebra* of *Coss* van *Christoffel Rudolf*, in 't Hooch-duytsch uyt-gegeven, beschrijft. Dewelcke dusdanig zijn:

$$1\tfrac{1}{3}.\ 2\tfrac{2}{5}.\ 3\tfrac{3}{7}.\ 4\tfrac{4}{9}.\ 5\tfrac{5}{11}.\ 6\tfrac{6}{13}.\ 7\tfrac{7}{15}.\ 8\tfrac{8}{17},\ \&c.$$

$$1\tfrac{7}{8}.\ 2\tfrac{11}{12}.\ 3\tfrac{15}{16}.\ 4\tfrac{19}{20}.\ 5\tfrac{23}{24}.\ 6\tfrac{27}{28}.\ 7\tfrac{31}{32}.\ 8\tfrac{35}{36},\ \&c.$$

In yder van welcke men 3 onderscheydene Arithmetische Progressien bespeuren kan / te weeten / der voor-staende heele getallen / ten andren der tellers / en ten 3^{den} der noemers. Welcke alle quotienten van twee getallen zijn / wiens quadraten te samen geaddeert oock een quadraet maecken.

Hierom / om de selve te vinden / so men het heele getal vermenichvuldicht met den noemer / en by het uytkomende addeert den teller / soo komt het grootste getal. zijnde de noemer altijt het kleenste.

Alsoo / neemende 'tquotiens $2\frac{11}{12}$, nadien 2 met 12 vermenichvuldigt ende by 'tkomende getal 24 geaddeert 11 / voort-komt 35: soo kan men 35 en 12 voor beyde syden nemen om den rechten hoeck van een rechthoeckigen triangel / wiens 3de syde oock rationael zy. Want addeerende haere quadraten 1225 en 144 / nadien daer uyt volgens het 47ste Voorstel des 1sten boecks Euclidis voor 't quadraet der 3de syde gevonden wort het quadraet getal 1369 / waer van de wortel is 37: soo blijckt dat van dees' 3de syde 37 zijn sal. En alsoo van d'andre.

Wyders aengesien Simon Jacobs van Coburg in syne groote Arithmetica, in 't Hoochduytsch beschreven / aen 't 240 bladt tot dese 2 Progressien van Stifelius noch ses andre voegt / en duysendt diergelijcke Progressien te konnen toonen seyt / maer echter de wijz / hoemense vinden sal / niet en leert: soo

heeft

heeft 't ons goet ghedacht een manier te toonen om 'er oneyndtlijcke te komen vinden/ ghelijckerwijs ick die eertijts van den Voortreffelijcken Arithmeticus, Niclaes Huberts van Persijn, geleert hebbe. Wiens manier dusdanich is.

Genomen hebbende de 2 termen van eenige reden/ op dat uyt deselve gevonden worde den teller/ so moet men/ naer dat d'een term door d'ander gemultipliceert is/ in acht neemen of het komende getal even of oneven zy. Want oneven zijnde sal het den teller beteeckenen; maer even wesende indien men dan van het selve uytkomende getal het dubbelt neemt.

Hier na om den noemer te vinden/ soo addeert de geseyde termen der reden/ en/ de somme oneven zijnde/ soo multipliceert deselve met de differentie der termen/ en sal het komende de noemer wesen; maer even zijnde/ indien men van het selfde product de helft neemt.

Vorders om de 2de teller te hebben/ soo multipliceert het verschil der termen met 2/ soo 't selve even zy; of met 4/ indien oneven/ en het komende vermenichvuldigt hebbende met de grootste term/ soo addeert het product tot de eerst gevonde teller/ en sal komen de 2de teller.

Eyndelijck om de 2de noemer te vinden/ so addeert het quadraet van de differentie der termen/ indien 't even is/ of anders zijn dubbel/ indien oneven/ tot de eerst gevonde noemer/ en sal komen de 2de noemer. Waer uyt lichtelijck door 'tgeene boven verhaelt is alle de volgende termen der Progressie in 't oneyndelijck te vinden zijn.

Gelijck/ soo de termen der reden zijn 1 en 2/ alsoo deselve met malkander vermenichvuldigt 2 maecken/ een even getal/ soo sal 4/ zijn dubbel/ de teller wesen.

Daer na/ aengesien 1 en 2 geaddeert/ de somme 3 oneven is/ soo sal 3 met 1/ 't verschil der termen gemultipliceert zijnde/ 3 voor de noemer komen.

Wyders/ nademael 1/ 't verschil der termen oneven is/ soo sal 1 gemultipliceert met 4/ en wederom 4 met 2/ de grootste term/ het product 8 gevoegt tot d' 1ste teller 4/ de somme 12 de 2de teller wesen.

Eyndelijck overmits 1/ 't quadraet van het verschil der termen/ on-even is/ soo sal zijn dobbel 2 gevoegt zijnde tot de gevonden noemer 3/ de somme 5 de tweede noemer zijn. Sulcx dat $\frac{4}{3}$ en $\frac{12}{5}$ elck de 2 syden om den rechten hoeck verbeelden van een recht-hoeckigen triangel/ wiens derde syde oock rationael is.

Het welck alsoo zijnde/ nadien de tellers door de noemers gedeelt zijnde uytkomen $1\frac{1}{3}$ en $2\frac{2}{5}$/ welcke de 2 eerste termen zijn der 1ste van de twee Progressien van Stifelius by-gebracht: soo blijckt/ dat deselve uyt 1 en 2/ de termen van een twee-voudige reden haer oorspronck neemt/ en dat al de volgende termen derselve Progressie uyt die sonder eenige moeyte gevonden worden/ by aldien men alleen sich inbeelt dat de geheele getallen/ als oock de tellers/ gelijck mede de noemers elck in 't bysonder een Arithmetische Progressie maecken.

Alwaer te mercken is/ dat/ gelijck men uyt 1 en 2/ de termen der dobbele reden/ door hulp van 't 1ste deel deser regel vindt den teller en noemer van 't 1ste gebroocken $\frac{4}{3}$ / en daer na door middel van 't laetste deel den teller en noemer van 't 2de gebroocken $\frac{12}{5}$/en eyndelijck uyt dese twee alle de andre/gelijck geseyt is / men oock alsoo door hulp van 't 1ste deel alleen de teller en noemer vinden kan van het 2de gebroocken / mits daer toe gebruyckende de termen der reden van 2 tot 3 ; en van alle de volgende/ mits daer toe gebruyckende de termen der redens van 3 tot 4/ 4 tot 5/ 5 tot 6 / etc.

'Tselve verstaet van de volgende.

Alsoo / indien de termen der reden zijn 1 en 3 / soo salmen daer uyt door 't eerste deel der regel vinden 't gebroocken $\frac{3}{4}$; en nemende de termen der reden van 3 tot 5 / soo salmen daer uyt vinden 't gebroocken $\frac{15}{8}$; ende alsoo voort alle de volgende $\frac{35}{12}$, $\frac{63}{16}$, $\frac{99}{20}$, $\frac{143}{24}$, $\frac{195}{28}$, $\frac{255}{32}$, $\frac{323}{36}$, te weeten/ ghebruyckende de termen der redens van 5 tot 7 / 7 tot 9 / 9 tot 11 / 11 tot 13 / 13 tot 15 / 15 tot 17 / 17 tot 19. Waer uyt dan de tweede Progressie van Stifelius $\frac{3}{4}$, $1\frac{7}{8}$, $2\frac{11}{12}$, $3\frac{15}{16}$, $4\frac{19}{20}$, $5\frac{23}{24}$, $6\frac{27}{28}$, $7\frac{31}{32}$, $8\frac{35}{36}$, &c. ontstaet.

Op de selve manier salmen vinden/dat de termen der Progressie $\frac{8}{15}$, $1\frac{23}{33}$, $2\frac{38}{51}$, $3\frac{53}{69}$, $4\frac{68}{87}$, $5\frac{83}{105}$ &c. voort-komen van de termen deser redens 1 — 4, 4 — 7, 7 — 10, 10 — 13, 13 — 16, 16 — 19, &c.

En die der Progressie $\frac{5}{12}$, $1\frac{17}{28}$, $2\frac{29}{44}$, $3\frac{41}{60}$, $4\frac{53}{76}$, $5\frac{65}{92}$, &c.

uyt dese 1—5, 5—9, 9—13, 13—17, 17—21, 21—25, &c.

En die der Progressie $\frac{12}{35}$, $1\frac{47}{85}$, $2\frac{82}{135}$, $3\frac{117}{185}$, $4\frac{152}{235}$, $5\frac{187}{285}$, &c.

uyt dese 1—6, 6—11, 11—16, 16—21, 21—26, 26—31, &c.

En die der Progressie $\frac{7}{24}$, $1\frac{31}{60}$, $2\frac{55}{96}$, $3\frac{79}{132}$, $4\frac{103}{168}$, $5\frac{127}{204}$, &c.

uyt dese 1—7, 7—13, 13—19, 19—25, 25—31, 31—37, &c.

En alsoo van andre.

Insgelijcx soo spruyten de termen der Progressie $\frac{20}{21}$, $2\frac{2}{39}$, $3\frac{5}{57}$, $4\frac{8}{75}$, $5\frac{11}{93}$, $6\frac{14}{111}$, &c.

uyt dese 2—5, 5—8, 8—11, 11—14, 14—17, 17—20, &c.

En die der Progressie $1\frac{1}{20}$, $2\frac{5}{36}$, $3\frac{9}{52}$, $4\frac{13}{68}$, $5\frac{17}{84}$, $6\frac{21}{100}$, &c.

uyt dese 3—7, 7—11, 11—15, 15—19, 19—23, 23—27, &c.

En die der Progressie $1\frac{7}{65}$, $2\frac{22}{115}$, $3\frac{37}{165}$, $4\frac{52}{215}$, $5\frac{67}{265}$, $6\frac{82}{315}$, &c.

uyt dese 4—9, 9—14, 14—19, 19—24, 24—29, 29—34, &c.

Voorts is te weeten / dat door elck een deser gebroockens telckens een driehoeck vertoont wordt in de minste getallen / die met deselve een selvige reden hebben/ en dienvolgens soo men alle dese driehoecken neemt gelijckformig gestelt te zijn / dat deselve dan geduerich van een ander en ander gedaente sullen wesen. Sulcx dat yemandt hier door met weynich moeyten hondert en meer driehoecken / die van den anderen verscheyden zijn / in een uyr vinden kan.

VII. AFDEELING.

Manier om getallen te vinden, die door gegeve getallen gedeelt zijnde seeckere getallen na haere divisie over laten.

TEn eynde dese Afdeeling wel verstaen mach worden, soo sullen wy die door de volgende Vraeg-stucken verklaren.

1ste *Vraeg-stuck.*

Een getal te vinden, het welck gedeelt door 2, 3, en 5 telckens 1 in de divisie over laet; maer door 7 gedeelt zijnde even op ga.

Hier toe stellende $2 \propto a$, $3 \propto b$, $5 \propto c$, en $7 \propto d$, nadien men alhier geen acht te nemen heeft op de quotienten / soo blijckt datmen aen de begeerde conditien sal voldaen hebben / indien men door het begeerde ghetal stelt dz, of $av + 1$, of $bx + 1$, of $cy + 1$; sulcx datmen hebbe dese vergelijcking $dz \propto av + 1 \propto bx + 1 \propto cy + 1$, of dese $dz - 1 \propto av \propto bx \propto cy$.

Waer uyt blijckt / om het begeerde getal te vinden / dat men alleen van nooden heeft een getal te soecken / 't welck deelbaer zy door 2 / 3 / en 5 / en soo men daer 1 toedoet dat 'tselve gedeelt kan worden door 7.

Aengesien nu hier toe voor eerst neemende 30 / 't minste getal datmen door 2 / 3 / en 5 deelen kan / en daer by doende 1 de somme 31 door 7 gedeelt niet effen op gaet / soo salmen 't voort besoecken met het dobbel / drie-vout / vier-vout / of ander meer-vout van 30. Nu alsoo nemende 30 driemael / en by 't product doende 1 de somme 91 door 7 effen op gaet: soo sal 91 het begeerde getal wesen.

Vorders op dat ymandt in dese veel-vouden te neemen de divisie niet tot veelmaelen en hoeft te besoecken / als het selve moeyelijck achtende / soo kan men het begeerde getal uyt de 1ste divisie lichtelijck vermercken. Want nademael 7 in 30 begrepen is 4mael / en 2 overblijft: soo sal 7 in 90 / het drie-vout van 30 / begrepen zijn 12mael en 6 over-blijven; en dienvolgens 91 door 7 effen op gaen / en 13 voor 'tquotient komen.

Wyders alsoo der oneyndtlijcke sodanige getallen zijn / soo kan men / het eerste of kleenste 90 van alle dus gevonden hebbende daer uyt lichtelijck alle de volgende vinden.

Want gevonden hebbende 210 het kleenste getal / dat door 2 / 3 / 5 / en 7 sonder overschot ghedeelt kan werden / nadien 't selve tot 91 geaddeert maeckt 301 / het welck t'selve opsicht als 91 tot de voorgaende deelders heeft: soo sal 301 een ander soodanig begeert getal wesen. Tot welck somen wederom 210 addeert / soo sal komen 511 / een derde soodanich getal. En alsoo voort sonder eyndt / doende telckens 210 tottet lest gevonde getal.

Doch is te mercken/ op datmen het voor gheſtelde Vraeg-ſtuck ontbinden kan/ dat een yder der gegeve getallen 2/ 3/ en 5 met 7 een eerſte getal moet weſen. Want het anderſins onmogelijck is een menichvuldig getal van 7 te vinden/ het welck het veel-vout van een ander/ dat met 7 geen eerſte getal is/ om 1 overtreft.

2de *Vraeg-ſtuck.*

Een getal te vinden, het welck door 7 gedeelt zijnde 2 over laet, door 11 gedeelt zijnde 1 over laet, en door 13 gedeelt zijnde 9 over laet.

Gemerckt dit Vraeg-ſtuck/ als voorgaende/ tot een vergelijcking gebracht zijnde/ komt $7x + 2 \propto 11y + 1 \propto 13z + 9$, of $7x + 1 \propto 11y \propto 13z + 8$, en deſe/ om 't begeerde getal te vinden/ ons leert/ datmen neemen moet 11/ of een ander deſſelfs veel-voudt/ het welck ſodanig zy/ dat/ ſo men daer van 1 en 8 aftreckt/ de reſten door 7 en 13 effen op gaen: ſo is openbaer/ indien men daer toe neemt 99/ 't 9-vout van 11/ en van 't ſelve aftreckt 1 en 8/ dat d'eene reſt 98 door 7/ en d'ander reſt 91 door 13 effen op gaet. En dat derhalven het begeerde getal/ het welck door $7x + 2$ of $11y + 1$, of $13z + 9$ beteeckent wort/ is 100. Want 'tſelve door 7 gedeelt ſo blijft over 2/ door 11 gedeelt blijft over 1/ en door 13 gedeelt blijft over 9/ gelijck begeert was.

Wyders om oneyndige ſoodanige ghetallen te vinden/ ſoo behoeftmen alleen tottet getal 100 toe te doen 1001/ zijnde 't kleenſte getal/ dat door 7/ 11/ en 13 effen op gaet/ en komt 1101/ een ander diergelijck begeert getal. En alſoo addeerende geduerich 1001 tot het leſt gevonde getal/ ſoo ſalmen altijt andre en andre in 't oneyndtlijck vinden.

Eyndelijck aengeſien de voor-gemelde Niclaes Huberts van Perſijn een ſeer aerdige manier uytghevonden heeft/ om dusdanige Vraeg-ſtucken te ontbinden/ ſo heeftet ons goet gedacht deſelve/ ghelijck hy die my mede heeft gedeylt gehadt/ in 't kort hier onder te verhoegen.

Gelijck om 't ontbinden het 1ſte Vraeg-ſtuck/ naer datmen eerſtelijck gevonden heeft 210/ het minſte getal/ dat door 2/ 3/ 5/ en 7 even opgaet/ en 'tſelve door yder deſer deelders twee-mael gedeelt heeft/ ſoo neemt acht watter in yder 2de diviſie overblijft/ handelende daer mede/ als volgt.

$$\begin{array}{c} \phantom{\cancel{2}\cancel{1}\cancel{0}\,\{}\;1 \\ \cancel{2}\cancel{1}\cancel{0}\,\{\,\cancel{1}\cancel{0}\cancel{5}\,\{\,52. \\ \;2\qquad 2 \end{array}$$

Alſoder in deſe diviſie 1 overblijft/ ſoo moet 105/ als hier onder/ voor multiplicator genomen worden.

$$\begin{array}{c} \phantom{\cancel{2}\cancel{1}\cancel{0}\,\{}\;\cancel{1}1 \\ \cancel{2}\cancel{1}\cancel{0}\,\{\,\cancel{7}\cancel{0}\,\{\,23. \\ \;3\qquad 3 \end{array}$$

Insgelijcx/ door dien in deſe diviſie 1 overſchiet/ ſo moet 70 op gelijcke wijz voor multiplicator genomen worden.

$$\begin{array}{c} \cancel{2}\cancel{1}\cancel{0}\,\{\,\cancel{4}2\,\{\,8. \\ \;5\qquad 5 \end{array}$$

Indien in deſe diviſie 1 overgeſchoten hadt/ ſoo moſt in gelijcker voegen 42 voor multiplicator genomen worden.

Maer

Maer nu moet 42 soo dickwils genomen worden/ sulcx soo men 't door 5 deelt / datter 1 over-blijve / dat is / driemael. Om 't welck lichtelijck te ervaren / soo behoeftmen alleen te soecken/ hoe dickmaels men de rest 2 neemen moet / sulcx dat die door 5 gedeelt zijnde 1 overblijve. En komt/ gelijck voor / driemael. Op deselve manier gaet in de volgende te werck. Hierom nemende 42 driemael/so komt 126 / voor multiplicator.

2
~~210~~ { ~~30~~ { 4.
7 7

Alsoo mede indien in dese divisie 1 overgeschoten hadt / soo hadmen insgelijcks 30 voor multiplicator nemen moeten.

Maer nu nemende 2 de rest soo veel mael / sulcx dat die door 7 gedeelt / 1 overlaet / dat's 4 mael / soo multipliceert 30 met 4 / en komt 120 / voor multiplicator.

Nu op wat wijs men uyt dese gevonde multiplicators het begeerde getal vinden kan/ sal de volgende wercking uyt-wijsen.

Deelders.	Resten.	Multiplicators.	Producten.
2.	1	105	105
3.	1	70	70
5.	1	126	126
7.	0	120	0
			somme 301

Divid. door 't kleenste deelbaere getal

9
~~30~~1 { 1. De rest 91 wijst aen het begeerde getal.
210

In gelijcker voegen om het tweede Vraeg-stuck te ontbinden/ gevonden hebbende 1001 / 't kleenste deelbare getal door 7 / 11 / 13 / en 't selve door yder deser deelders tweemael gedeelt hebbende / soo hebt wyders acht op de rest van yder divisie/ als volgt.

~~3~~2
~~1001~~ { ~~14~~(3 { 20.
7 7

Indien in dese divisie 1 over-gebleven hadt / soo most 143 voor multiplicator zijn genomen geworden.

Maer nu neemende de rest 3 soo veel mael / sulcx dat die door 7 ghedeelt zijnde 1 over-blijve/ dat is / 5 mael: soo multipliceert 143 met 5 / en komt 715 / voor multiplicator.

~~1~~ 3
~~1001~~ { ~~91~~ { 8.
11 11

Indien in dese divisie de rest 1 geweest was / so most 91 voor multiplicator zijn genomen gheworden.

Maer nu neemende de rest 3 so veel-mael/ sulcx dat die door 11 gedeelt zijnde 1 over late / dat is / 4mael: so multipliceert 91 met 4/ en komt 364/ voor multiplicator.

```
 9   12
1001 { 77 { 5.
 13   13
```

Indien in dese divisie de rest 1 hadde geweest/ soo hadt 77 voor multiplicator moeten genomen worden.

Maer nu nemende de rest 12 soo dickwils / sulcx dat die door 13 gedeelt 1 overlate / dat's / 12 mael: soo multipliceert 77 door 12/ en komt 924 voor multiplicator.

Uyt welcke gevonde multiplicators men 'tbegeerde getal dus vinden sal.

Deelders.	Resten.	Multiplicators.	Producten.
7.	2	715	1430
11.	1	364	364
13.	9	924	8316
		somme	10110

```
                             0
Deelt                  10110 { 10. De rest 100 wijst
door 'tkleenste               {     aen het begeer-
deelbaere getal         1001  {     de getal.
```

En alsoo van andre.

Hier van schrijft oock de vermaerde Arithmeticus Symon Jacobs van Coburg in sijne groote Arithmetica, maer en leert de multiplicators niet vinden.

VIII. AFDEELING.

Practijck van't Wegen.

AEngesien d'aenmercking op de Practijck van't Wegen nut en te gelijck vermaeckelijck te achten is, als, leerende met weynich gewichten veel ponden wegen: soo heeft ons goet gedacht de tegenwoordige Afdeeling daer in te besteden.

Nu gemerckt men bevindt het selve tweesins te komen geschieden / te weeten / of door toedoen alleen/ of door toedoen en aftrecken te gelijck: soo sal ick / 't geene tot yder manier gehoort / vervolgens verklaren.

Tot de eerste manier soo wert vereyscht de volgende op-mercking der twee-voudige Progressie.

te weeten/

Indiender/ van de eenheyt in twee-voudige reden genomen hebbende soo veel getallen men wil/ gewichten gekosen worden van soo veel ponden / als de termen deser Progressie aenwijsen: soo salmen door haer behulp alle de ponden/ die yemandt te wegen voor geven mocht alleen door additie wegen konnen.

Want genomen hebbende de twee eerste 1 en 2 / soomen 1 ℔ in de schael leyt/

leyt/sal het 1 ℔ op-wegen; en indien men 2 ℔ daer in leyt / soo sal het 2 ℔ op wegen; en daer na soo men 1 en 2 ℔ t'samen in de schael leyt / soo sullen sy 3 ℔ op-wegen. Nu soo tot dese twee gewichten van 1 en 2 ℔ een 3de by komt van 4 ℔ / ende dit gewicht van 4 ℔ in de schael geleyt wort / so heeftmen 4 ℔; tot welcke so men 1 ℔ by doet so komt 5 ℔; maer in plaets van dit 1 ℔ neemende 2 ℔ so verkrijgtmen met de voorgaende 4 ℔ te samen 6 ℔; tot dewelcke soo men nu wederom 1 ℔ doet soo bekomt men 7 ℔. En alsoo kan men met de gewichten van 1 / 2 / en 4 ℔ wegen alle de ponden van 1 ℔ tot 7 ℔.

In gelijcker voegen kan men met de gewichten van 1 / 2 / 4/en 8 ponden wegen alle de ponden van 1 tot 15 / ingesloten; en met hulp der gewichten van 1/ 2/ 4/ 8/ en 16 ponden alle die van 1 ℔ tot 31 ℔ / ingesloten. Also kanmen mede met de gewichten van 1/ 2/ 4/ 8 / 16/ en 32 ponden alle de ponden wegen van 1 tot 63; ende met die van 1 / 2 / 4 / 8 / 16 / 32/ en 64 ponden alle die van 1 tot 127. En alsoo voorts sonder eyndt.

Voorders om te weeten/ hoedanich men/ eenige van dese gewichten genomen hebbende / deselve te samen nemen sal / om vervolgens alle de ponden door haer behulp op te weegen/ soo salmen 1/ 2/ 4/ 8 / etc. door *a, b, c, d,* etc. beteeckent hebbende soecken alle desers verscheyde verkiesingen / gelijck in d'1ste Afdeeling geleert is/ en men sal vinden de volgende.

1							
a							
2	3						
b.	*ab.*						
4	5	6	7				
c.	*ac.*	*bc.*	*abc*				
8	9	10	11	12	13	14	15
d.	*ad.*	*bd.*	*abd.*	*cd.*	*acd.*	*bcd.*	*abcd.*

Welcke op de ry alle de ponden aenwijsen / die men met de 4 gegeve gewichten van 1/ 2/ 4/ en 8 ponden kan op-wegen / als oock hoedanich men de voorsz gewichten te samen nemen moet.

'Tselve verstaet van meer andre in 't oneyndelijck.

Tot verklaring van d'ander manier so sullen wy hier / het geene van Stifelius in syne uytleggingen op het 1ste Hooft-stuck der Coss van Christoffel Rudolf nopende de drievoudighe Progressie by-gebracht wert/ voor oogen stellen.

De Progressie 1. 3. 9. 27. 81. 243. 729, *&c. heeft oock sijne bysondre eygenschappen. Want soo men gewichten neemt van soo veel ponden, als de termen deser Progressien uytwijsen: soo sal men met de eerste twee van* 1 *en* 3 *ponden wegen konnen* 1, 2, 3, *en* 4 *ponden. Want indien men* 1 ℔ *in d'een schael leyt soo sal het* 1 ℔ *opwegen, en so men* 3 ℔ *leyt in*

d'ander

d'ander schael, soo sullen deselve wegens het 1 ℔ *in d'eerste schael niet dan* 2 ℔ *wegen : welck* 1 ℔ *nu wegh nemende soo bekomt men* 3 ℔; *maer 'tselve tot de* 3 ℔ *gedaen, soo krijgt men* 4 ℔.

Op deselve wijz konnen door hulp der 3 *eerste gewichten van* 1, 3, *en* 9 *ponden gewogen worden de volgende* 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, *en* 13 *ponden. Gelijck mede met de gewichten van* 1, 3, 9, *en* 27 *ponden, t'samen* 40 *ponden uyt-maeckende, dienen konnen om alle de ponden van* 1 ℔ *tot* 40 ℔ *te wegen. Niet anders, soo men* 5 *gewichten heeft, te weeten, van* 1, 3, 9, 27, *en* 81 *ponden, soo sal men met deselve konnen wegen alle de ponden van* 1 ℔ *tot* 121 ℔. *Ende door hulp van de ses van* 1, 3, 9, 27, 81, *en* 243 *alle de ponden van* 1 ℔ *tot* 364 ℔. *En alsoo voorts in oneyndig.*

Aengesien dan hier uyt blijckt / hoe datmen gebruyckende de getallen van een drie-voudige Progressie door hulp van weyniger gewichten meer ponden wegen kan / als soo men ten selven eynde gewichten neemt van een twee-voudige Progressie: soo achten wy het niet ongevoechlijck te sullen wesen / indien wy alhier vervolgens / gelijck voor / aenwijsen / hoedanich deselve gewichten in yder schael / om alle de ponden op de ry te wegen / moeten geleyt worden: om 'twelcke te vinden en alhier te betoonen my dan eertijts den seer Geleerden en Voortreffelijcken Jongman D. Theodorus Cranen, Medicinæ Doctor ende Lib. Art. Mag., en tegenwoordig in de Universiteyt tot *Duisborg* Medicinæ en Matheseos Professor / aengepordt heeft.

Vorders op dat verstaen werde / wat reden-kaveling ons tot de vinding van de termen deser Progressie geleyt heeft / soo stellen wy alhier het volgende Vraeg-stuck voor.

Te vinden twee, drie, of meer getallen, dewelcke alleen genomen als oock op alle de manieren te samen gevoegt ende van malkander af-getrocken zijnde, getallen uyt-leveren die van de eenheyt af vervolgende met 1 op-klimmen.

Eerstelijck om twee dusdanige getallen te vinden / soo stellen wy voor het eene 1 / en voor het ander z. En blijft overich / dat deselve alleen genomen als oock te samen gevoegt en van malkander af-getrocken getallen uytwijsen die van de eenheyt af vervolgens met 1 opklimmen. Waerom / alsoo hier uyt ontstaen 1 / $z-1$ / z, en $z+1$ / so rest / dat door deselve beteeckent worden dese getallen 1 / 2 / 3 / en 4. Waer uyt besloten wordt / alsmen 1 voor 't 1ste neemt / om 1 ℔ te wegen / dat men dan voor het 2de z moet 3 neemen / en datmen alsoo met dese twee kan 4 ponden en niet meer weegen.

Daer na om 'er drie te vinden / so stellen wy voor het 1ste 1 / voor het 2de z, en voor het 3de y. En is openbaer / so men van het 3de of grootste y de twee eerste 1 en z aftreckt / dat de rest $y - z - 1$ de weynichste ponden dat's 5 ℔ aenwijsen moet / diemen met 3 gewichten weegen kan. Waerom / soomen

tot

tot $y - z - 1$ doet 1/ soo sal $y - z$ ses ℔ beteeckenen. Waer by wederom 1 gedaen/ soo komt $y - z + 1$ voor 7 ℔. En hier by andermael 1 geaddeert/ so vindt men $y - z + 2$ voor 8 ℔. Doch alsoo wy geen gewicht van 2 ℔ en hebben/ maer daer vooren neemen moeten $z - 1$/ soo ist dat $y - z$ gedaen tot $z - 1$ de somme $y - 1$ beteeckent 8 ℔. Waer toe wederom 1 gedaen/ soo krijghtmen y om 9 ℔ te beteeckenen.

Ende is openbaer/ indien wy voor het 1ste begeerde getal nemen 1/ en voor het 2de z 3/ datmen dan voor het 3de y nemen moet 9. Waer by so men wyders doet 1/ $z - 1$/ z/ en $z + 1$: soo bekomt men $y + 1$/ $y + z - 1$/ $y + z$/ en $y + z + 1$/ om de naest-volgende ponden 10/ 11/ 12/ en 13/ en geen meer/ met de 3 gevonde gewichten op te wegen.

Wyders om 4 getallen te vinden/ soo stellen wy voor het 1ste 1/ voor het 2de z/ voor het 3de y/ en voor het 4de x. Ende is openbaer/ soo wy van dit 4de of grootste x aftrecken de 3 voorgaende 1/ z/ en y/ dat de rest $x - y - z - 1$ het weynichste getal der ponden dat's 14 ℔ aenwijsen sal/ die men met 4 gewichten wegen kan. Waer uyt dan lichtelijck het 4de getal x bekent wort. Want nadien $y + z + 1$ en $x - y - z - 1$/ te kennen gevende 13 en 14 ℔/ te samen geaddeert de somme x is/ soo sal x beteeckenen 27 ℔. Met welcke 4 gewichten men dan tot 40 ℔ toe klimmen kan.

In gelijcker voegen/ indiender 5 getallen te vinden zijn/ en voor het 5de gestelt wort v, soo sal $v - x - y - z - 1$ beteeckenen 41 ℔. Waer toe gedaen $x + y + z + 1 \propto 40$/ soo heeft men $v \propto 81$. En also voorts in 't oneyndig.

Dit nu soo zijnde/ soo resteert te verklaren/ op wat wijz men 't selve in de Practijck te pas brengen kan.

Wat dan de 1ste manier belangt/ waer door men so veel ponden men wil met behulp der gewichten van een tweevoudige Progressie op de ry wegen kan/ gelijck dan door de letteren *a, b, ab, c, ac, bc, abc, d, ad, bd, abd, cd, acd, bcd, abcd, &c.* te kennen gegeven wort: soo behoeft men alleen in de plaets van *a, b, c, d,* etc. die wy om de gewichten van 1/ 2/ 4/ 8/ etc. ponden te beteeckenen gebruyckt hebben/ te stellen de getallen 1/ 2/ 4/ 8/ etc. en deselve met dese teeckens (1)/ (2)/ (4)/ (8)/ etc. te verbeelden. Dewelcke wyders/ na datse/ aldus gemerckt/ alleen ofte te samen gevoegt/ gelijck de voorgaende letteren uyt wijsen/ in de schael A geleyt worden/ alsoo oock ordentlijck de gewichten sullen betoonen/ om yder getal van ponden te wegen.

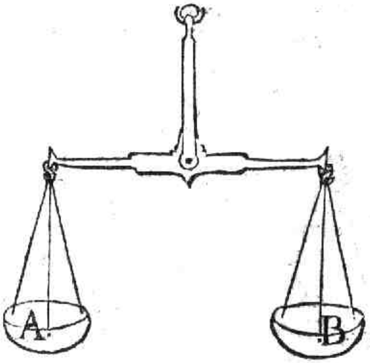
Nu aengaende de 2de manier/ door welcke men soo veel ponden men wil met behulp der gewichten van een drie-voudige Progressie op de ry wegen kan/ even als door de letteren 1/ $z - 1$/ z/ $z + 1$/ $y - z - 1$/ $y - z$/ $y - z + 1$/ $y - 1$/ y/ $y + 1$/ $y + z - 1$/ $y + z$/ $y + z + 1$/ etc. aengewesen wort: so sal 't alleen nodig wesen in de plaets van 1/ $z, y, x, v,$ etc./ die men gevonden heeft gewichten van 1/ 3/ 9/ 27/ 81/ etc. ponden te beteyckenen/ te stellen de getallen 1/ 3/ 9/ 27/ 81/ etc. mits deselve met de volgende teeckenen (1)/ (3)/ (9)/ (27), (81), etc. af te beelden.

Doch alsoo het in het mercken van dese gewichten gebeurt/ datter voor d'eene het teecken + / en voor d'andre het teecken — komt te staen: soo

dient

dient geweeten / datmen in dit geval gewichten in beyde ſchalen leggen moet / te weeten die / welcke ſonder teecken of met + gemerckt zijn / in de ſchael A; maer die met — in de ſchael B. Want door dien deſe altijt minder als die in de ſchael A leggen te wegen komen / ſoo maeckenſe datter / om vervolgens alle de ponden te weegen / het vereyſchte tegen-wicht doorgaens gevonden wort.

Eyndelijck / aengeſien 'tgebruyck des gewichts by-na in alle onderhandeling te paſſe komt / ſoo heeftet ons goet gedacht / tot meerder klaerheyt van 'tgeene betoont is / alhier twee Tafels te vervoegen / daer van d'eene op de ry alle de ponden aenwijſt van 1 ℔ tot 127 ℔ / die men door hulp der 7 gewichten van 1 / 2 / 4 / 8 / 16 / 32 / en 64 ℔ / achtervolgens de 1ſte manier / wegen kan ; en d'ander / alle de ponden van 1 ℔ tot 121 ℔ / welcke door hulp der 5 gewichten van 1 / 3 / 9 / 27 / en 81 ℔ / volgens de 2de manier / konnen gewogen worden. Waer beneffens dan oock te letten ſtaet / dat yder van deſe Tafels mede op deſelve wijz van de deelen eens ponds te verſtaen is / en dat derhalven haer gebruyck in 't leveren en ontfangen van packen en waeren ſeer groot is : ſulcx men die niet ongevoeglijck op marckten / in hallen / en winckels / alwaer 't gewicht te paſſe komt / ſoude konnen in 't werck ſtellen.



A. } is de ſchael / waer in men leggen moet de { Gewichten.
B. } is de ſchael / waer in men leggen moet de { Waeren.

C. Zijn de ponden der Waeren / die men te wegen heeft.
D. Zijn de Gewichten / die men in de ſchael A leggen moet.
E. Zijn de Gewichten / die men met t'ſamen de Waeren in de ſchael B leggen moet.

Eerſte Tafel.

C.	D.
1.	1

Tweede Tafel.

C.	D.	E.
1.	1	
		2. 2

Eerste Tafel.

C.	D
2.	2
3.	1 2
4.	4
5.	1 4
6.	2 4
7.	1 2 4
8.	8
9.	1 8
10.	2 8
11.	1 2 8
12.	4 8
13.	1 4 8
14.	2 4 8
15.	1 2 4 8
16.	16
17.	1 16
18.	2 16
19.	1 2 16
20.	4 16
21.	1 4 16
22.	2 4 16
23.	1 2 4 16
24.	8 16
25.	1 8 16
26.	2 8 16
27.	1 2 8 16
28.	4 8 16
29.	1 4 8 16
30.	2 4 8 16
31.	1 2 4 8 16
32.	32
33.	1 32
34.	2 32
35.	1 2 32
36.	4 32
37.	1 4 32

Tweede Tafel.

C.	D	E
2.	3	1
3.	3	
4.	3 1	
5.	9	3 1
6.	9	3
7.	9 1	3
8.	9	1
9.	9	
10.	9 1	
11.	9 3	1
12.	9 3	
13.	9 3 1	
14.	27	9 3 1
15.	27	9 3
16.	27 1	9 3
17.	27	9 1
18.	27	9
19.	27 1	9
20.	27 3	9 1
21.	27 3	9
22.	27 3 1	9
23.	27	3 1
24.	27	3
25.	27 1	3
26.	27	1
27.	27	
28.	27 1	
29.	27 3	1
30.	27 3	
31.	27 3 1	
32.	27 9	3 1
33.	27 9	3
34.	27 9 1	3
35.	27 9	1
36.	27 9	
37.	27 9 1	

Eerste Tafel.		Tweede Tafel.		
C.	D	C.	D	E
38.	2 4 32	38.	27 9 3	1
39.	1 2 4 32	39.	27 9 3	
40.	8 32	40.	27 9 3 1	
41.	1 8 32	41.	81	27 9 3 1
42.	2 8 32	42.	81	27 9 3
43.	1 2 8 32	43.	81 1	27 9 3
44.	4 8 32	44.	81	27 9 1
45.	1 4 8 32	45.	81	27 9
46.	2 4 8 32	46.	81 1	27 9
47.	1 2 4 8 32	47.	81 3	27 9 1
48.	16 32	48.	81 3	27 9
49.	1 16 32	49.	81 3 1	27 9
50.	2 16 32	50.	81	27 3 1
51.	1 2 16 32	51.	81	27 3
52.	4 16 32	52.	81 1	27 3
53.	1 4 16 32	53.	81	27 1
54.	2 4 16 32	54.	81	27
55.	1 2 4 16 32	55.	81 1	27
56.	8 16 32	56.	81 3	27 1
57.	1 8 16 32	57.	81 3	27
58.	2 8 16 32	58.	81 3 1	27
59.	1 2 8 16 32	59.	81 9	27 3 1
60.	4 8 16 32	60.	81 9	27 3
61.	1 4 8 16 32	61.	81 9 1	27 3
62.	2 4 8 16 32	62.	81 9	27 1
63.	1 2 4 8 16 32	63.	81 9	27
64.	64	64.	81 9 1	27
65.	1 64	65.	81 9 3	27 1
66.	2 64	66.	81 9 3	27
67.	1 2 64	67.	81 9 3 1	27
68.	4 64	68.	81	9 3 1
69.	1 4 64	69.	81	9 3
70.	2 4 64	70.	81 1	9 3
71.	1 2 4 64	71.	81	9 1
72.	8 64	72.	81	9
73.	1 8 64	73.	81 1	9

Eerste Tafel.

C.	D
74.	2 8 64
75.	1 2 8 64
76.	4 8 64
77.	1 4 8 64
78.	2 4 8 64
79.	1 2 4 8 64
80.	16 64
81.	1 16 64
82.	2 16 64
83.	1 2 16 64
84.	4 16 64
85.	1 4 16 64
86.	2 4 16 64
87.	1 2 4 16 64
88.	8 16 64
89.	1 8 16 64
90.	2 8 16 64
91.	1 2 8 16 64
92.	4 8 16 64
93.	1 4 8 16 64
94.	2 4 8 16 64
95.	1 2 4 8 16 64
96.	32 64
97.	1 32 64
98.	2 32 64
99.	1 2 32 64
100.	4 32 64
101.	1 4 32 64
102.	2 4 32 64
103.	1 2 4 32 64
104.	8 32 64
105.	1 8 32 64
106.	2 8 32 64
107.	1 2 8 32 64
108.	4 8 32 64
109.	1 4 8 32 64

Tweede Tafel.

C.	D	E
74.	81 3	9 1
75.	81 3	9
76.	81 3 1	9
77.	81	3 1
78.	81	3
79.	81 1	3
80.	81	1
81.	81	
82.	81 1	
83.	81 3	1
84.	81 3	
85.	81 3 1	
86.	81 9	3 1
87.	81 9	3
88.	81 9 1	3
89.	81 9	1
90.	81 9	
91.	81 9 1	
92.	81 9 3	1
93.	81 9 3	
94.	81 9 3 1	
95.	81 27	9 3 1
96.	81 27	9 3
97.	81 27 1	9 3
98.	81 27	9 1
99.	81 27	9
100.	81 27 1	9
101.	81 27 3	9 1
102.	81 27 3	9
103.	81 27 3 1	9
104.	81 27	3 1
105.	81 27	3
106.	81 27 1	3
107.	81 27	1
108.	81 27	
109	81 27 1	

Eerste Tafel.

C.	D
110.	2 4 8 32 64
111.	1 2 4 8 32 64
112.	16 32 64
113.	1 16 32 64
114.	2 16 32 64
115.	1 2 16 32 64
116.	4 16 32 64
117.	1 4 16 32 64
118.	2 4 16 32 64
119.	1 2 4 16 32 64
120.	8 16 32 64
121.	1 8 16 32 64
122.	2 8 16 32 64
123.	1 2 8 16 32 64
124.	4 8 16 32 64
125.	1 4 8 16 32 64
126.	2 4 8 16 32 64
127.	1 2 4 8 16 32 64

Tweede Tafel.

C.	D	E
110.	81 27 3	1
111.	81 27 3	
112.	81 27 3 1	
113.	81 27 9	3 1
114.	81 27 9	3
115.	81 27 9 1	3
116.	81 27 9	1
117.	81 27 9	
118.	81 27 9 1	
119.	81 27 9 3	1
120.	81 27 9 3	
121.	81 27 9 3 1	

IX. AFDEELING.

Manier om te vinden twee getallen, Amicabiles *genaemt, dat is, wiens even-matige deelen te samen geaddeert deselve getallen wederkeerich uyt-maecken.*

ETtelijcke meynen, datter verscheyde Arithmetische Werck-stucken gevonden worden, diemen door de *Algebra* of Stel-regel niet op-lossen kan, onder dewelcke dan oock is geene van de minste Arithmetici *Michaël Stifelius*, die in sijne uytleggingen op de *Coß* van *Christof Rudolf*, achter d'ontbinding der Vraeg-Stucken, tot een Cubische Æquatie op-klimmende, aldus schrijft:

„ *Wie wol aber ein jede Coſs einen unauſs ſprechlichen begriff hat in ſich*
„ *allerley kunſtlicher rechnung, dennoch findet man viel feiner rechnung*
„ *welche der Coſs nicht ſind underworffen, ſondern neben der Coſz flieſſen*

„ *auſs*

„ *auss der* Theorica, *welchs ich wol wolte mit vielen feynen Exempeln* „ *beweyssen, wil es aber hie bey einem oder zweyen Exempeln beruhen* „ *lassen.*

Dat is:

Hoe wel yder een der ontbindingen van Simpele, Quadraet, &c. *Æquatien* een onuytspreeckelijck gebruyck heeft in allerley konstige reeckeningen, soo werden nochtans verscheyde aerdige reeckeningen gevonden, dewelcke de Stel-regel niet en zijn onderworpen, maer nevens die uyt de *Theorica* vloeyen, het welck ick dan met veel fraeye exempelen soude konnen bewysen, doch wil het alhier by een of twee exempelen berusten laten.

Maer van het 1ste/ 't welck hy ten desen eynde by brengt/ dusdanigh is.

Vindt twee getallen/ soodanig/ dat alle de even-matige deelen van het kleenste te samen geaddeert het grootste maecken/ ende alle de even-matige deelen van dit grootste te samen geaddeert dat kleenste maecken.

Weshalven ick dan/ heel anders van meyning zijnde/ betoonen sal/ op wat wijz men door de Stel-regel niet alleen dese 2 getallen vinden kan; maer self oock hoedanich sulcke twee in 't oneyndig te vinden zijn/ zijnde dit het geene dese tegenwoordige Af-deeling te leeren voor-stelt.

Om welcke te vinden/ soo stel ick $4x$ voor 't eene/ en $4yz$ voor 't ander/ dat is/ a^2x en a^2yz.

Hierom nadien door d' 1ste Afdeeling de even-matige deelen van $4x$ zijn $1/2/4/x$, en $2x$, soo komt $7 + 3x \infty 4yz$

$$\text{dat is}/\ x \infty \frac{4yz - 7}{3}$$

$$\text{en } 4x \infty \frac{16yz - 28}{3}.$$

Op deselve wijz/ nadien de even-matige deelen van $4yz$ zijn $1/2/4/y, 2y, 4y, z, 2z, 4z, yz$, en $2yz$.

$$\text{soo komt } 4x,\ \text{dat is}/\ \frac{16yz-28}{3} \infty 7 + 7y + 7z + 3yz$$

waer uyt men/ na de Æquatie

$$\text{gereduceert te hebben/ vindt } y \infty \frac{3z+7}{z-3} \ / \text{ of } 3 + \frac{16}{z-3},$$

$$\text{ofte oock } z \infty \frac{3y+7}{y-3} \ / \text{ of } 3 + \frac{16}{y-3}.$$

Hierom/ nadien/ voor y genomen zijnde het eerste getal 5/ men voor z vindt het eerste getal 11/ en voor x het eerste getal 71/ waer uyt dan voor $4x$ komt 284/ en voor $4yz$ komt 220: soo blijckt/ dat de begeerde getallen zijn 284 en 220.

Nu / op datmen weete / of 'er oock 2 kleender getallen als 284 en 220 konnen gevonden worden / die 't selve doen / soo stelt voor het eene getal $2x$ en voor het ander $2yz$ / dat is / ax en ayz.

Hierom / alsoo men / werckende / als boven / vindt $x \infty 2yz - 3$,

en $y \infty 1 + \frac{4}{z-1}$,

of $z \infty 1 + \frac{4}{y-1}$: so blijckt / indien men voor y neemt het eerste getal 5 / dat dan voor z komt het eerste getal 2 / en voor x het eerste getal 17. Maer aengesien dus doende voor z komt 2 / het getal der stellingen $2x$ en $2yz$, en 'tselve die om ver stoot / als in plaets van ax en ayz leverende ax en aay: soo is openbaer / dat door dese gevonde getallen aen 't Vraegh-stuck niet voldaen wort. Waerom / nademael voor y genomen zijnde een ander eerst getal / als 3 / men alsoo dan voor z mede 3 vindt / het welck insgelijcx de stellingen om ver werpt / behalven dat in dit geval x oock geen eerst getal en komt te wesen; en men buyten dese genomene geene andre nemen kan (gemerckt voor y, waer uyt men z en x vinden moet / soodanich eerst getal genomen moet worden / sulcx / dat van 'tselve de eenheyt afgetrocken zijnde dan 4 door de rest kan gedeelt worden): so besluytmen / dat men na de voorgaende manier geen 2 kleender getallen als de boven gevondene 284 en 220 vinden kan.

Maer yemandt mocht seggen / dat die veel licht op eenighe andre manier souden mogen gevonden worden / te weeten / mits voor deselve stellende $2x$ en yz / dat is / ax en yz; of oock xy en xyz. Doch overmits men alsdan volgens de 1ste stelling vindt $z \infty \frac{y+7}{2y-1}$ / en volgens de 2de / $1 + x + y + z + xy + xz + yz \infty xy$; en men in d' 1ste voor y geen eerste getal nemen kan / sulcx dat z en x daer uyt gevonden worden / als vereyscht wordt; en in de 2de de Æquatie onmogelijck zy / en oock dit selve in yder andre stelling komt te gebeuren: soo besluyt ick dat 284 en 220 de kleenste getallen zijn / van alle dieder konnen gevonden worden.

Vorders om 'er 2 grooter te vinden / soo stelt voor het eene getal $8x$, en voor het ander $8yz$, dat is / a^3x en a^3yz: ende men sal vinden / werckende / als boven / $x \infty \frac{8yz-15}{7}$,

en $y \infty 7 + \frac{64}{z-7}$,

of $z \infty 7 + \frac{64}{y-7}$. Waerom / nemende $y \infty 11$ / so sal z zijn 23 / en $x \infty 287$. welck getal geen eerste getal is. Derhalven / nemende $y \infty 23$ / door dien alsdan voor z gevonden wort 11 / en voor x het

selve

selve ghetal / als voozen / en men voor y geen ander eerst getal nemen kan / sulcx dat z en x daer uyt gevonden worden / als vereyscht worde: soo blijckt dat men volgens dese stelling de begeerde getallen niet vinden kan.

Hierom voort-gaende / soo stel ick voor het eene getal $16x$, en voor het ander $16yz$, dat is / a^4x en a^4yz. Waer uyt men / na de voorgaende wijs / vindt $x \propto \dfrac{16yz - 31}{15}$,

$$\text{en } y \propto 15 + \frac{256}{z - 15},$$

$$\text{of } x \propto 15 + \frac{256}{y - 15}.$$

Derhalven / nadien het altijt een selfde manier is om y te vinden door x, als om z te vinden door y, en men alsoo voor y nemende het eerste getal 47 dan voor z vindt het eerste getal 23 / en voor x het eerste getal 1151: soo sal mede het selve gebeuren / indien men voor z neemt 47 / dewijl alsdan voor y komt 23 / en voor x / als voor / 1151. Waer uyt men dan voor het eene begeerde getal $16x$ bekomt 18416 / en voor het ander $16yz$ bekomt 17296. Zijnde twee andre Amicabiles Numeri benessens de voor-gevonde 284 en 220.

Nu op dat de eerste getallen / die men voor y of z, welcke hier toe dienstig zijn / neemen moet / sonder eenige moeyte gevonden worden / soo ist niet ongevoeglijck dat men hier toe te voozen ga soecken alle de deelders des getals 256 / en uyt de sommen / na dat by yder van deselve 't getal 15 geaddeert is / alle de eerste getallen ga uyt-kiesen. Ten welcken eynde dan het de eerste getallen der 5de Af-deeling in te sien niet t' onpas komen sal.

T'eenemael gelijck men hier uyt de by-gevoegde wercking af-neemen kan.

$$\begin{array}{l} \cancel{1} \qquad\qquad\quad \cancel{1} \\ \cancel{256} \left\{ \cancel{128} \left\{ \cancel{64} \left\{ \cancel{32} \left\{ \cancel{16} \left\{ \cancel{8} \left\{ \cancel{4} \left\{ \cancel{2} \left\{ 1. \right.\right.\right.\right.\right.\right.\right.\right. \\ \ \ 2 \qquad\ 2 \qquad 2 \qquad 2 \qquad 2 \quad\ 2 \quad\ 2 \quad\ 2 \end{array}$$

Tot	1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256 /	deelders des getals 256.
addeert	15.	15.	15.	15.	15.	15.	15.	15.	15	
En komt voor y	16.	17.	19.	23.	31.	47.	79.	143.	271.	Welcke getallen alle behalven 16 en 143 eerste zijn.

Insgelijcx / om 'er wederom twee andere te vinden / soo stelt voor 't eene getal $32x$ en voor 't ander $32yz$, dat is / a^5x en a^5yz: en sult vinden / gelijck boven geschiet is / $x \propto \dfrac{32yz - 63}{31}$

$$\text{en } z \propto 31 + \frac{1024}{y - 31}.$$

Maer nademael alhier geen eerste getal voor y genomen kan worden /

 waer

waer uyt men voor z en x / gelijck begeert wort / eerste getallen vindt / soo gaen wy voorts voor het eene stellen 64 x en voor het ander 64 $y z$ / dat is / $a^6 x$ en $a^6 y z$. Doch alsoo men hier niet meer als na de voorgaende stelling eerste getallen komt te krijgen / soo stellen wy wyders voor het eene getal 128 x / en voor het ander 128 $y z$, dat is / $a^6 x$ en $a^6 y z$.

Overmits nu / werckende als boven / men alhier vindt $x \infty \frac{128yz - 255}{127}$,

en $z \infty + 127 \frac{16384:}{y - 127}$ so salmen / voor y nemende het eerste getal 191 / voor z vinden het eerste getal 383 / en voor x het eerste getal 73727. Waer uyt dan voor het eene begeerde getal 128 x gevonden wort 9437056 / en voor het ander 128 yz het getal 9363584. Welcke op nieuw twee getallen zijn / Amicabiles genaemt / beneffens de voor-gevondene 284 en 220 / en 18416 en 17296. Op deselve wijz kan men voortgaen in 't oneyndelijck / om 'er altijt andre en andre twee te vinden. De manier nu om d'eerste getallen / die men voor y nemen moet / te verkiesen / kan men uyt de by-gevoegde werking / gelijck boven / afneemen.

16384	8192	4096	2048	1024	512	256	128	64	32
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

16	8	4	2	1.
2	2	2	2	

Tot des getals 16384 deelders

	1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.	819.	16384
addeert	127.	127.	127.	127.	127.	127.	127.	127.	127.	127.	127.	127.	127.	127.	127
en komt voor y.	128.	129.	131.	135.	143.	159.	191.	255.	383.	639.	1151.	2175.	4223.	8319.	16511.

Welcke getallen alle, behalven 131, 191, 383, en 1151, gecomposeerde getallen zijn.

Vorders / op dat oock den geenen / die in de Stel-regel onervaren zijn / blijcke / hoedanig men de getallen / Amicabiles genaemt / vinden kan / so sullen wy alhier een regel stellen / die wy eertijts van den Voor-treffelijcken Heer RENATUS DES CARTES geleert hebben / dewelcke wegens syne ervarentheyt in de Algebra met toe-stemming van de aldergeleerdsten niet alleen de grootste swaricheden in dese weetenschappen te boven heeft weeten te komen / en door behulp derselve Regulen en Vertogen / tot haerder ontbinding dienende / te vinden; maer self oock alle het geene dies aengaende van des menschen vernuft heeft konnen geweten worden bepalen. Door welcke op te bouwen hy eyndelijck sich sodanig een Methode verkregen heeft / waer door hy al 't geen hem voor-quam / ja 't welck oock de verre-ienste verstanden (dat ick meer-malen ervaren hebbende bevestigen derf) quaem op te houden / gelijck als met een insicht heeft konnen door-gronden; jen voorts / watter seeckers in d'andre wetenschappen door 't licht der natuer heeft konnen geweten worden / uyt ontwijffelbaere beginselen te doen vloeyen machtigh geweest is.

Dese

Dese syne geseyde regel nu is dusdanig:

Genomen hebbende 2 of eenich ander getal, voort-komende uyt 2 eenige maelen in sich gemultipliceert, soodanich zijnde, dat, als men van zijn drie-vout de eenheyt af-treckt, de rest een eerste getal zy: Gelijck mede, soo men de eenheyt van zijn ses-vout aftreckt, dat de rest een eerste getal zy: En eyndelijck, so men van het 18 vout sijns quadraets de eenheyt af-treckt, dat insgelijcx de rest een eerste getal zy: dan sal dit leste eerste getal, vermenichvuldigt zijnde door het dobbel van 'tgenomen getal, een getal voortbrengen, wiens even-matige deelen te samen geaddeert een getal maecken sullen, van 'twelck de even-matige deelen te samen geaddeert wederom het voorgaende uyt-maecken sullen.

1ste *Exempel.*

Alsoo nemende 2

Multipl. 2	2	2
door 3	6	2
komt 6 sijn drie-vout	12 sijn ses-vout	4 sijn quadraet
subtr. 1 de eenheyt	subtr. 1 de eenheyt	met 18
rest 5 een eerste getal.	11 een eerste getal.	72 zijn 18-vout
		subtr. 1 de eenheyt
		71 een eerste getal
		door 4 'tdobbel van 't genomen getal 2
		komt 284 het eene begeerde getal.

Nu om het ander begeerde ghetal te vinden / soo multipliceert de twee voorste eerste getallen door malkander / en daer na 't product door het dobbel van 't genomen getal.

Gelijck hier nevens

Mult. 5 het 1ste eerste getal
door 11 het ander eerste getal

55 product
door 4 't dobbel van 't genomen getal 2

En komt 220 het ander begeerde getal.

2de *Exempel.*

Sy nu genomen 8	8	8
door 3	door 6	8
24 zijn drievout	48 zijn ſesvout	64 ſijn quadraet
ſubtr. 1 de eenheyt	ſubtr. 1 de eenheyt	door 18
23 het 1ſte eerſte getal.	47 het 2de eerſte getal.	512
	23	64
	141	1152 zijn 18vout
	94	ſubtr. 1 de eenheyt
	1081 product	1151 het 3de eerſte getal.
	door 16 't dobbel van 't genomen getal 8	door 16 't dobbel van 't genome getal 8.
	6486	6906
	1081	1151
	17296 het ander begeerde getal.	18416 het eene begeerde getal.

3de *Exempel.*

Wyders ſoo men neemt 64 / door dien 191 / 383 / en 73727 eerſte getallen zijn / ſoo vindt men 9437056 en 9363584. En alſoo van andre.

Beſiet de volgende wercking.

64 genomen getal	64	64
door 3	door 6	64
192 zijn drievout	384 zijn ſesvout	256
ſubtr. 1 de eenheyt	ſubtr. 1 de eenheyt	384
191 het 1ſte eerſte getal.	383 het ander eerſte getal.	4096 zijn quadraet
	191	door 18
	383	32768
	3447	4096
	383	73728 zijn 18vout
		ſubtr. 1 de eenheyt
	73153 product	73727 het 3de eerſte getal.
	door 128 't dobbel van 64	door 128 't dobbel van 64
	585224	589816
	146306	147454
	73153	73727
	9363584 het ander begeerde getal.	9437056 het eene begeerde getal.

Na-

Nadien wy allhier meer andre Vraegstucken der even-matige deelen door d'Algebra op te lossen / en door hulp desselven de natuer der * Volmaeckte getallen te verklaren voor hadden : soo heeftet ons echter / om den arbeyt van andre in desen / gelijck wy naderhandt bevonden hebben / aengewent / niet vruchteloos te maecken / goet ghedacht 't selve achter weegh te laten. Want alsoo / gelijck Merçennus schrijft / in Reflexionibus Physico-Mathematicis, den seer geleerden Heer Frenicllius van de eerste / gecomposeerde / gefigureerde / en andre getallen drie boecken beschreven heeft / die noch niet (mijns weetens) in 't licht gekomen zijn: soo hebben wy raetsaem geoordeelt die liever af te wachten / als hier meer van schrijvende het myne boven t'syne te schijnen t'achten. Waer by komt / datter onder de naer-gelate schriften van de boven gemelte Des Cartes oock een tractaet gevonden wort / van de even-matige deelen handelende / het welck mitsgaders syne resteerende schriften wy door de liberaelheyt van de Voor-treffelijcken Heer / Petrus Chanut, in dese weetenschappen bysonder ervaren / by wien deselve sorghuldig bewaert worden / verhoopen in 't licht te sullen komen / soo ras het syne hooch-wichtige ampten sullen komen toe te laten. Weshalven op dat wy niet geacht worden soo groote mannen haere vonden te benyden / mits onse eyge eer betrachtende / maer liever dat wy in deselve voort te setten ons best doen : wy dan oock dit weynige / 'tgeene wy van de even-matige deelen en deelders verhandelt hebben / als een aenleyding tot haere schriften hebben willen voor uyt-senden / totter tijt wy eyndelijck haere schriften in handen krijgen.

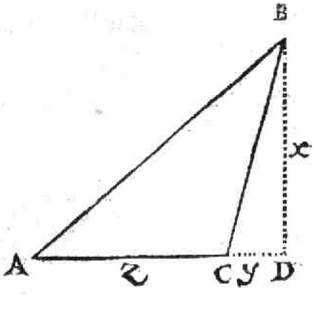
* Perfectorum numerorum.

X AFDEELING.

Manier om driehoecken te vinden, welckers syden, en gront-stucken, als mede de hangende yder door rationale geheele getallen uyt-gedruckt worden.

DOor dien de hangende valt buyten of binnen den driehoeck, soo heeft dit Werck-stuck 2 Voorvallen.

1ste *Voorval, alwaer de hangende buyten valt.*



Hierom om het 1ste Voorval te ontbinden / soo stelt z voor de grondt AC, x voor de hangende BD, en y voor het buyte-stuck CD: Waer door dan voor AD komt $z + y$.

Het welck dus gestelt zijnde / nadien 't □ CB soo groot is als beyde □ ten CD en DB: soo komt $xx + yy$ gelijck te zijn aen een quadraet. Latet zijn aen 't □ der syde $y + b$, en sal komen $xx + yy \propto yy + 2by + bb$. Dat is / wegh-nemende weder-zijds yy, en de vergelijcking schickende / sulcx dat y alleen gevonden wort: soo komt $y \infty \frac{xx - bb}{2b}$.

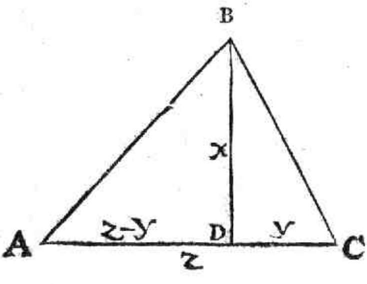
Insgelijcx / door dien 't □ AB gelijck is de beyde □ten AD, DB, soo sal mede $xx + zz + 2zy + yy$ gelijck zijn aen een quadraet. Sy nu voor de syde van 'tselve gestelt $z + y + a$, en sal komen $xx + zz + 2zy + yy \infty zz + 2zy + yy + 2az + 2ay + aa$. Dat is / weg-werpende aen weder-syden $zz + 2zy + yy$ / en over-brengende $2az + aa$ aen d'ander syde / soo komt $xx - 2az - aa \infty 2ay$. Nu stelt voor y dessels gevonde waerde / en komt $xx - 2az - aa \infty \frac{axx - abb}{b}$. Daer na multipliceerende weder-zijds met b, en over-brengende de termen / sulcx dat z aen d'een syde van de vergelijcking te staen komt: soo krijgt men $z \infty \frac{bxx - axx + abb - aab}{2ab}$.

Alwaer blijckt / hoe datmen / neemende x, b, en a naer wel-gevallen / vinden kan y en z. Waer uyt dan wyders AB en BC licht te vinden zijn. Want nademael voor de syde des quadraets / waer aen 't □ CB gelijck gestelt is / genomen is $y + b$: so sal CB zijn $\infty \frac{xx + bb}{2b}$; en AB, wiens quadraet aen 't □ van $z + y + a$ gelijck gestelt is / zijn $\infty \frac{xx + aa}{2a}$. Welcke alle tot de gemeene noemer $2ab$ gebracht zijnde / dan / met deselve achter weegh te laten / voor BD komen sal $2abx$, voor CD $axx - abb$, voor AD $bxx - baa$, voor CB $axx + abb$, voor AB $bxx + baa$, en voor AC $bxx - axx + abb - aab$.

Hierom nemende voor x, b, en a grootheden naer welgevallen / soodanigh nochtans dat b en a elck kleender zijn als x, soo blijckt / op wat wijs yemandt soo veel driehoecken hy wil / maecken kan / wiens zyden / buyten vallende perpendiculaer / en stucken der basis yder door rationale geheele getallen mogen uytgedruckt worden.

Want soo men voor x neemt 3 / voor b 2 / en voor a 1: soo wort de perpendiculaer BD $\infty 2abx \infty 12$ / het stuck CD $\infty axx - abb \infty 5$ / het stuck AD $\infty bxx - baa \infty 16$ / en dien-volgende AC $\infty 11$; maer de syde CB $\infty axx + abb \infty 13$ / en de syde AB $\infty bxx + baa \infty 20$. En alsoo van andre.

2de *Voorval, alwaer de hangende binnen valt.*



Wat het 2de Voorval belangt / 'tselve wert op gelijcke manier ontbonden als het 1ste. Want so men / als boven / de grondt AC stelt ∞z / de hangende BD ∞x, en het grondtstuck DC y: dan sal het grondtstuck AD wesen $\infty z - y$.

Het welck dus gestelt zijnde / nadien 't □ CB soo groot is als beyde □ten CD, DB: soo sal $xx + yy$ ge-lijck

lijck zijn aen een quadraet. Hierom soo men voor de syde van 't selve stelt $y+b$, soo komt $xx+yy \propto yy+2by+bb$. Ende men krijght / als boven / $y \propto \frac{xx-bb}{2b}$.

Op deselve manier / door dien 't □ AB gelijck is de beyde □ten van AD en DB / soo sal mede $xx+zz-2zy+yy$ gelijck zijn aen een quadraet. Hierom stellende voor de syde van 't selve $z-y+a$, so komt $xx+zz-2zy+yy \propto zz-2zy+yy+2az-2ay+aa$. Ende men vindt $2ay \propto aa+2az-xx$. Sulcx soo men in plaets van y stelt dessels gevonde waerde / soo bekomt men $z \propto \frac{bxx+axx-abb-aab}{2ab}$.

Alwaer / gelijck boven / blijckt / nemende x, b, en a naer welgevallen / hoedanich men y en z vinden kan. Waer uyt dan wyders lichtelijck AB en BC komen gevonden worden. Want nadien men voor de syde van 't quadraet / waer aen 't □ van CB gelijck gestelt is / genomen heeft $y+b$ / soo vindt men CB $\propto \frac{xx+bb}{2b}$; en AB, wiens quadraet aen 't □ van $z-y+a$ gelijck gestelt is / $\propto \frac{xx+aa}{2a}$. Welcke alle onder een selve noemer $2ab$ gebracht zijnde / soo sal / met deselve naer te laten / voor BD komen $2abx$, voor CD $axx-abb$, voor AD $bxx-baa$, voor CB $axx+abb$, voor AB $bxx+baa$, en voor AC $bxx+aax-abb-baa$.

Waerom / nemende voor x, b, en a grootheden naer wel-gevallen / sulcx nochtans dat b en a elck kleender zijn als x, soo blijckt / op wat manier men uyt deselve triangels maecken kan / wiens syden / binnen vallende perpendiculaer / en stucken der basis yder door rationale geheele getallen komen uytgedruckt worden.

Want indien wy voor x neemen 3 / voor b 2 / en voor a 1 : soo wort de perpendiculaer BD $\propto 2abx \propto 12$ / het stuck CD $\propto axx-abb \propto 5$ / het stuck AD $\propto bxx-baa \propto 16$ / en dienvolgens de basis AC 21; maer de syde CB $\propto axx+abb \propto 13$ / en de syde AB $\propto bxx+baa \propto 26$. En alsoo van andre.

'Tselve anders door 't scheyden en t'samen voegen van 2 recht-hoeckige driehoecken.

Eerstelijck dan om een driehoeck te vinden / waer in de hangende buyten valt / soo blijckt uyt het geene voor betoont is / hoedanich men / nemende de 2 grootheden x en b naer welgevallen / uyt deselve een recht-hoeckige driehoeck vinden kan / als boven den △ CBD / wiens syden rationael zijn. Te weeten / neemende d'eene syde nevens den rechten hoeck of perpendiculaer BD $\propto x$, en d'ander syde of basis DC $\propto \frac{xx-bb}{2b}$, en derde BC $\propto \frac{xx-bb}{2b}$.

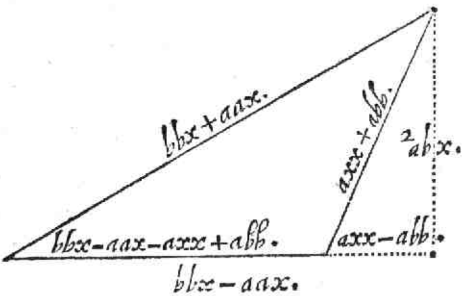
Dat is / in geheele getallen / alsmen allenthalven multipliceert met den

noemer

noemer $2b$, of deſelve overal wegh werpt / ſoo ſal komen voor de perpendiculaer $2bx$, voor de baſis $xx - bb$ / en voor de hypotenuſa $xx + bb$.

Alſoo mede neemende de twee grootheden b en a naer welgevallen / ſoo ſal men uyt deſelve een ander triangel vinden / waer van de perpendiculaer zy $\infty\ 2ab$, de baſis $\infty\ bb - aa$, en hypotenuſa $\infty\ bb + aa$.

Om nu uyt deſe twee gevonde driehoecken een derde te vinden / wiens hangende buyten valt / dewelcke mitſgaders de ſyden en grond-ſtucken yder door rationale heele getallen uytgedruckt worden / ſoo brengen wy deſelve onder eene hooghte. Het welck dan geſchiet / ſoeckende tot de grootheden $2bx$ en $2ab$, die men voor de hangende genomen heeft / een 3[de] grootheyt als $2abx$, zijnde de kleenſte / die door deſelve ſonder reſt kan gedeelt worden. Want deſelve gevonden hebbende / indien men $2abx$ door $2bx$ en $2ab$ deelt / en de komende grootheden a en x door haere baſen en hypotenuſen multipliceert: ſoo ſal men vinden $axx - abb$ voor de baſis / en $axx + abb$ voor de hypotenuſa van de eene triangel; maer $bbx - aax$ voor de baſis / en $bbx + aax$ voor de hypotenuſa van de ander triangel / wiens gemeene hoochte of hangende dan is $2abx$. Welcke 2 triangels ſoo men wyders verſtaet aen een ſelve ſyde der hangende geſtelt te weſen / ſoo ſullen ſy door haere onderlinge ſcheyding een triangel vertoonen / ſoodanich als begeert was / en gelijckerwijs hier geſien kan worden.

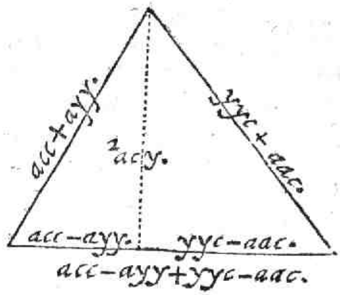


Hier na om een driehoeck te vinden / in welcke de perpendiculaer binnen valt / door dien / als men de twee grootheden c en y naer wel-gevallen neemt / door haer behulp een recht-hoeckigen driehoeck verkregen wordt / wiens hangende is $2cy$, de grondt $cc - yy$, en de 3[de] ſyde $cc + yy$; en inſgelijcx / als men y en a naer wel-gevallen neemt / men door deſelve een andren driehoeck vindt / daer van de hangende is $2ay$ / de grondt $yy - aa$, en de 3[de] ſyde $yy + aa$: ſoo komt te gebeuren / dat / ſoo men deſe daer na wyders onder eene hoochte brengt / de begeerde driehoeck uyt deſelve gevonden wordt.

Derhalven nadien de kleenſte grootheyt / die door $2cy$ en $2ay$ gedeelt kan worden is $2acy$; en $2acy$ gedeelt zijnde door $2cy$ uyt komt a; maer $2acy$ gedeelt door $2ay$, uytkomt c: ſoo ſal / multipliceerende $cc - yy$ en $cc + yy$ door a, komen $acc - ayy$ voor de baſis / en $acc + ayy$ voor de hypotenuſa van d'een triangel; maer $yy - aa$ en $yy + aa$ door c, komen $yyc - aac$ voor de baſis / en $yyc + aac$ voor de hypotenuſa van de ander triangel. Welckers gemeene hoochte of perpendiculaer is $2acy$.

Hier-

Hierom soo dese 2 triangels t'samen gebracht verstaen worden / dat is / dat de een aen d'een syde / en d'ander aen d'ander syde van de perpendiculaer gestelt zy / soo sullen deselve dus t'samen gevoegt een triangel maecke / waer in de perpendiculaer binnen te vallen komt / en welcke mitsgaders desselfs syden en stucken der basis yder door rationale heele getallen uyt-ghedruckt worden. Dese driehoeck nu is dusdanich.



XI. AFDEELING.

Manier om twee triangels te vinden van eene basis en hoochte, waer van de syden, stucken der basis, en perpendicularen yder door rationale heele getallen uytgedruckt worden.

DIt Werck-stuck wert door het voorgaende op-gelost, mits hier toe gebruyckende beyde voorgaende triangulen met de bygevoegde quantiteyten.

Eerstelijck dan / aengesien dese twee triangulen van een selve hoochte begeert werden / soo stelt $2abx$ gelijck $2acy$. Waer uyt dan voor x gevonden wort $\frac{cy}{b}$ / n $\frac{ccyy}{bb}$ voor xx.

Hier na / alsoo deselve mede van eene basis vereyscht worden / soo sal insgelijcx $bbx - aax - axx + abb$ gelijck zijn $acc - ayy + yyc - aac$.

Hierom stellende in plaets van x en xx haere gevonde waerdens / soo komt $\frac{bbcy - aacy}{b} - \frac{accyy}{bb} + abb \propto acc - ayy + yyc - aac$. Dat is / multiplicerende over al met bb, ende de vergelijcking naer behooren schickende / soo komt

$$yy \propto \frac{\begin{array}{l} \pm b^3c \; y \mp aabbc \\ -aabc \quad \mp ab^4 \\ \qquad\qquad -abbcc \end{array}}{bbc + acc - abb.}$$

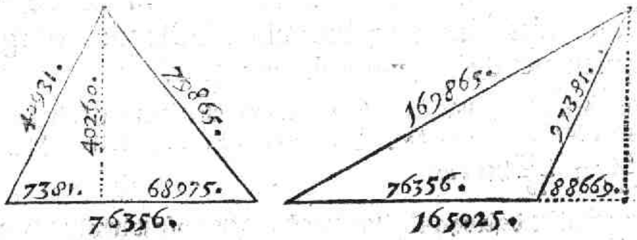
Om nu in dese Æquatie het uyt-trecken der wortel te mijden / soo stelt $aabbc + ab^4 \propto abbcc$: en men sal vinden $a \propto c - \frac{bb}{c}$. Maer aengesien c en b,

 naer

naer welgevallen genomen zijnde / men door die vindt de andre grootheden a, y, en x, te weeten/neemende c grooter als b: soo salmen / neemende $c \infty 3$/ en $b \infty 2$/ a vinden $\infty \frac{5}{3}$/ $y \infty \frac{22}{61}$/ en $x \infty \frac{33}{61}$. Waer uyt het wyders licht is yder van beyde triangulen te vinden / als oock de stucken der basis en perpendiculaer. Want in de eerste triangel soo komt $2abx \infty \frac{660}{61.3}$/ $axx - abb \infty - \frac{68975}{61.61.3}$/ $axx + abb \infty \frac{79865}{61.61.3}$/ $bbx - aax \infty \frac{121}{61.3}$/ en $bbx + aax \infty \frac{671}{61.3}$. En in d'ander soo komt $2acy$, als vooren/ $\infty \frac{660}{61.3}$/ $acc - ayy \infty \frac{165025}{61.61.3}$/ $acc + ayy \infty \frac{169865}{61.61.3}$/ $yyc - aac \infty - \frac{88669}{61.61.3}$/ en $yyc + aac \infty \frac{97381}{61.61.3}$.

Wyders op dat sich niemandt daer aen stoote / dat alhier linien gevonden worden/ die minder zijn als niet/ niet anders als of de oplossing onwettelijck of ongerijmt was/ soo staet te mercken / datmen deselve in dit geval alleen in + te veranderen heeft/ en die aen de ander syde der perpendiculaer neemen moet; sulcx dat in d'1ste triangel de perpendiculaer binnen/ en in de 2de buyten valle / dat is / veranderende alleen de eene triangel in de ander : nademael dese triangulen / dus gevonden / soodanigh zijn / als begeert wordt.

Eyndelijck / indien men wil/ dat alle dese gevonde linien in heele getallen uytgedruckt worden : soo behoeft men deselve alleenlijck onder eene noemer te brengen / welcke is 61.61.3 of 11163 / en die dan daer na over-al slechs wech te werpen. Waer uyt dan dese 2 triangulen voort-komen.



Waer by dan oock aenmerckens waerdig is / datmen door het geene betoont is lichtelijck een vierkant met 2 even-wydige syden vinden kan/ waer in yder dwers-linij en de perpendiculaeren / die men uyt de hoecken op de over-staende syden vallen laet / soo wel als de syden met haere stucken en oock die der dwers-linien/ yder rationael zijn.

XII. Af-

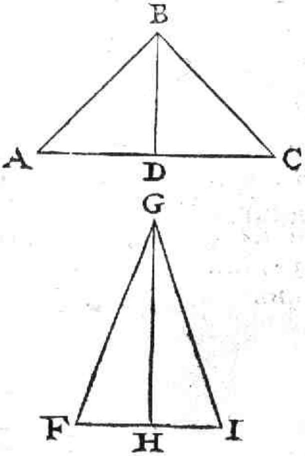
XII. AFDEELING.

Ontbinding des Werckstucks, het welck tot Parijs in 't jaer 1634 is openbaer aen-geslagen geweest, sodanich als deselve door den Voor-treffelijcken Heer RENATUS DES CARTES *gevonden is.*

'Tselve nu is dusdanigh.

Twee gelijck-beenige triangels te vinden van gelijcke inhoudt en omtreck, wiens syden en perpendicularen tot malkander zijn, als een getal tot een getal.

Volgt d'ontbinding.



Eerstelijck / nadien de syden in heele getallen moeten uytgedruckt worden / soo stelt $aa + bb$ voor AB, en $2ab$ voor AD. Waer door dan voor DB komt $aa - bb$, en voor d'inhoudt $2aa + 2bb + 4ab$.

Insgelijcx stellende in de 2de triangel $kk + dd$ voor FG, $2kd$ voor FH, en $kk - dd$ voor HG: so sal voor d'inhoudt FGI komen $2kk + 2dd + 4kd$.

Waer uyt dan blijckt / dat $k + d$ en $a + b$, de wortels van $kk + dd + 2kd$ en $aa + bb + 2ab$, gelijck zijn.

En hierom door dien in de 2de triangel k onbekent is/ gelijck oock d, soo stelt $a + x$ voor k, en $b - x$ voor d: en komt alsoo FH $\infty\ 2ab - 2ax + 2bx - 2xx$, en HG $\infty\ aa - bb + 2ax + 2bx$. Welcke met malkander gemultipliceert voortbrengen $2a^3b - 2a^3x + 6aabx - 6aaxx - 2ab^3 + 6abbx - 2b^3x + 6bbxx - 4ax^3 - 4bx^3$, d'inhoudt des triangels FGI. Die dan aen $2a^3b - 2ab^3$, d'inhoudt des triangels ABC gelijck is.

Derhalven wech-neemende aen weder-syden $2a^3b$, en tot yder syde doende $-2ab^3$, mits de overige voorts met een contrary teycken beteyckenende: so komt $4ax^3 + 4bx^3 + 6aaxx - 6bbxx + 2a^3x + 2b^3x - 6aabx - 6abbx\ \infty\ 0$.

Welcke som gedeelt kan worden door $4ax + 4bx$, en komt $xx + \frac{3a}{2}x -$

$-\frac{3b}{2}x + \frac{1}{2}aa - 2ab + \frac{1}{2}bb \infty 0$, ofte $xx \infty -\frac{3a}{2}x + \frac{3b}{2}x - \frac{1}{2}aa + 2ab - \frac{1}{2}bb$.

Waer uyt men dan vindt $x \infty \frac{-3a+3b}{4} + \sqrt{\frac{aa+14ab+bb}{16}}$.

Nu aengesien x een rationael getal zijn moet / soo rest / dat $aa + 14ab + bb$, de noemer wegh geworpen zijnde / een quadraet zy. Ten welcken eynde wy dan voor de syde van 't selve stellen $a + b + c$. Alwaer c en b als bekent gestelt worden / maer a onbekent.

En komt $aa + 2ab + 2ac + bb + 2bc + cc \infty aa + 14ab + bb$.

dat is $a \infty \frac{2bc + cc}{12b - 2c}$.

Weshalven dan voor b en c yder getal genomen magh worden / mits alleen a grooter gevonden worde als b: gemerckt hier boven gestelt is $aa - bb$.

En hierom / soo men by voorbeelt neemt $b \infty 1$ / en $c \infty 3$; soo vindt men $a \infty \frac{5}{2}$.

Nu om x te vinden / soo zy acht genomen op de gevonde Æquatie.

$x \infty \frac{-3a+3b}{4} + \sqrt{\frac{aa+14ab+bb}{16}}$.

En sal komen $x \infty \frac{1}{2}$

$a \infty \frac{5}{2}$. dat is / $aa \infty \frac{25}{4}$

$b \infty 1$. dat is / $bb \infty 1$

en $ab \infty \frac{5}{2}$. dat is / $2ab \infty \frac{10}{2}$ of 5.

Welcke noemers onder eene noemer gebracht zijnde / soo sal men voor $AB \infty aa + bb$, in d'eerste triangel / vinden $\frac{25}{4} + \frac{4}{4}$, dat is / verwerpende de noemer / 29; en $AD \infty 2ab \infty 20$; maer $DB \infty aa - bb \infty 21$. Waer uyt dan AC wort 40 / d'omtreck 98 / en d'inhoudt 420.

En in de tweede triangel

$k \infty a + x \infty 3$
$d \infty b - x \infty \frac{1}{2}$

$kk \infty 9$
$dd \infty \frac{1}{4}$. dat is / $kk + dd \infty \frac{37}{4}$
$kk - dd \infty \frac{35}{4}$
en $2kd \infty \frac{12}{4}$.

Dat is / verwerpende de noemers /

soo komt $FG \infty kk + dd \infty 37$
$HG \infty kk - dd \infty 35$
en $FH \infty 2kd \infty 12$. Waer uyt FI wort 24 / d'omtreck 98 / en d'inhoudt 420. Als boven.

XIII. A F-

XIII. AFDEELING.

XIX *Vraeg-stuck van het* 5de *boeck van* Diophantus.

DRie getallen te vinden, sodanig dat de Cubus haerder som min elck derselve getallen een cubiq getal zy.

Nadien d'ontbinding deses Vraeg-stucks / van Diophantus niet ten vollen betoont zijnde / van de seer scherpsinnige Arithmeticus, Ludolf van Ceulen, eertijts in dese Universiteyt Matheseos Professor / mijn en mijns Vaders zal. voorzaet / op een andre wijz is gevonden: so heb ick niet on-aengenaem en onbequaem geoordeelt / indien ick die / soodanig ick deselve uyt zijn brief / my door de liberaelheyt van de meer ghemelde Niclaes Hubertz van Persijn mede-gedeylt / (welcke met hem seer gemeensaem verkeert heeft) alhier met weynig woorden quaem te verklaren.

Sy voor de somme der getallen gestelt 4 N, dan sal de Cubus haerder somme zijn 64 C. Nu neemende dat het 1ste getal zy 56 C, het 2de 37 C, en het 3de 63 C: soo sal / alsmen die elck van 64 C aftreckt / voor d' 1ste rest komen 8 C, voor de 2de rest 27 C, en voor de 3de rest 1 C. Welcke alle Cuben zijn.

Hier na addeerende 56 C, 37 C, en 63 C, soo sal haer somme 156 C gelijck zijn 4 N. Dat is / deelende aen weder-zyden door 4 N, soo komt 39 Q gelijck 1.

Indien nu dit getal 39 een quadraet geweest was / soo soude de questie ontbonden geweest zijn. Maer aengesien 'tselve geen quadraet is / soo stel ick voor de syden der Cuben, die der overblijven moeten / 1 N − 1 voor de syde der 1ste 4 − 1 N voor de syde der 2de / en 2 voor de syde der 3de. Welckers Cuben 1 C − 3 Q + 3 N − 1, 64 − 48 N + 12 Q − 1 C, en 8 / yder van 64 afgetrocken / soo resten de getallen 65 + 3 Q − 1 C − 3 N, 48 N + 1 C − 12 Q, en 56.

Nu aengesien de somme deser 3 getallen is 121 + 45 N — 9 Q: soo sal 121 + 45 N — 9 Q gelijck zijn 4. En komt alsoo $\frac{121 + 45\,N - 9\,Q}{4}$ gelijck 1. En is overigh dat $\frac{121 + 45\,N - 9\,Q}{4}$ een quadraet zy. Voor desers syde nu stelt $\frac{11 + 1\,N}{2}$. En sal alsoo $\frac{121 + 22\,N + 1\,Q}{4}$ gelijck zijn $\frac{121 + 45\,N - 9\,Q}{4}$. En komt 1 N. $\frac{23}{10}$. Nu was 1 N — 1 gestelt voor de syde der 1ste Cubus / 4 — 1 N voor de syde der 2de / en 2 voor de syde der 3de. Weshalven dan deselve syden zijn $\frac{13}{10}$, $\frac{17}{10}$, en 2. En desers Cuben $\frac{2197}{1000}$, $\frac{4913}{1000}$, en 8. Welcke yder van 64 af-getrocken / overlaten $\frac{61803}{1000}$, $\frac{59087}{1000}$, en 56.

Wy hebben dan 3 getallen gebonden / dewelcke soose yder van 64 afgetrocken worden/ Cuben maecken/ en in een som geaddeert een Quadraet geven.

Hierom / als boven / voor de som der getallen gestelt zijnde 4 N, en voor dessels Cubus 64 C, soo men voor het 1ste getal neemt $\frac{61803}{1000}$ C, voor het 2de $\frac{59087}{1000}$ C, en voor het 3de 56 C, so sal haer som $\frac{176890}{1000}$ C gelijck zijn 4N. Dat is / $\frac{17689}{400}$ Q gelijck 1. Waer uyt dan 1N wort $\frac{20}{133}$, en 1 C $\frac{8000}{2352637}$. Het welck gemultipliceert met $\frac{61803}{1000}$ geeft $\frac{494424}{2352637}$ voor het 1ste getal/ en gemultipliceert met $\frac{59087}{1000}$ geeft $\frac{472696}{2352637}$ voor het 2de getal / maer gemultipliceert met 56 geeft $\frac{448000}{2352637}$ voor het 3de getal. En is openbaer / soo men deselve addeert/ dat de som $\frac{1415120}{2352637}$ of $\frac{80}{133}$ is gelijck 4N. Van wiens Cubus $\frac{512000}{2352637}$ af-ghetrocken zijnde $\frac{494424}{2352637}$, $\frac{472696}{2352637}$, en $\frac{448000}{2352637}$, dan resten de Cuben $\frac{17576}{2352637}$, $\frac{39304}{2352637}$, en $\frac{64000}{2352637}$. Welckers syden zijn $\frac{26}{133}$, $\frac{34}{133}$, en $\frac{40}{133}$. En blijckt / dat de getallen naer behooren gebonden zijn / waer van Godt alleen de eer toe-komt.

Eyndelijck soo is te weeten / dat dese Questie over-een komt met de 68ste der hondert / die de boven-genoemde Arithmeticus Ludolf van Ceulen om t'onbinden voorgestelt heeft in zijn boeck van de Circkel / in t'Nederduytsch uyt-gegeven / waer van de volgende 69ste van deselve inhoudt is/ als:

Vier getallen te vinden, sodanich, dat, als men van de Cubus haerder somme yder getal aftreckt, de resten Cuben zijn.

Alsoo d'oplossing deses Vraeg-stucks als die van het voorgaende toegaet / soo sal 't genoegh zijn/ dat wy alleen de getallen / sodanig die door de verhaelde Niclaes Huberts gebonden zijn/ alhier by-brengen.

Deselve zijn dusdanig: $\frac{867160}{4657463}$, $\frac{787400}{4657463}$, $\frac{13527640}{125751501}$, en $\frac{14087528}{125751501}$; ofte $\frac{12172736}{64481201}$, $\frac{11296152}{64481201}$, $\frac{9112168}{64481201}$, en $\frac{4724776}{64481201}$. Nu wat 3 getallen belangt/ die hy beneffens die van Ludolf gebonden heeft / zijn dese $\frac{15817815000}{86526834967}$, $\frac{9568152000}{86526834967}$, en $\frac{8925120000}{86526834967}$. Welcke mede / de questie alleen in 2 getallen voor-gestelt zijnde/ dese getallen gebonden heeft $\frac{37}{125}$ en $\frac{63}{125}$; of $\frac{175608}{493039}$ en $\frac{173888}{493039}$; of oock $\frac{105045092893}{692214679736}$ en $\frac{148548597 47}{692214679736}$. En alsoo van andre.

XIV. AFDEELING.

Van Arithmetische Progressien.

AEngesien de termen in dese Progressien malkander doorgaens in een selfde verschil volgen, so komender in deselve voornamentlick vijf dingen aen te mercké: te weeten, de de kleynder term, de grooter term, 'tverschil der Progressie, de menichte der termen, en de som der termen. Waerom, op dat haerder verhandeling naer behooren toe-gae, wy goet gedacht hebben, die uyt haer oorspronck op te halen, en alles in't kort voor oogen te stellen.

Ten welcken eynde dan in acht ghenomen zy de volgende Progressie

1.	2.	3.	4.	5.
a.	$a+b$.	$a+2b$.	$a+3b$.	$a+4b$,

in welcke 5 termen gevonden worden/ daer van de kleenste beteeckent wort door a, en de grootste door $a+4b$, en waer in b 'tverschil der Progressie is.

Dit nu dus gestelt zijnde/ soo blijckt/ dat de grootste term $a+4b$ gecomposeert wort uyt de kleenste a. en uyt $4b$, 'tverschil der Progressie/ soo veel-mael genomen/ alsser termen zijn min 1. 'Twelck oock alsoo van soo veel termen als men wil te verstaen is.

Hierom/ gegeven zijnde de kleender term/ 'tverschil der Progressie/ en menichte der termen/ soo wert de grooter term gevonden/ multipliceerende de menichte der termen min 1 mettet verschil der Progressie/ en het product addeerende tot de kleender term.

Maer de grooter term/ 't verschil der Progressie/ en menichte der termen gegeven zijnde/ soo sal men de kleender term hebben/ soo men dit selve Product van de grooter term aftreckt.

Hier na gegeven zijnde beyde uytterste/ en menichte der termen/ om te vinden het verschil der Progressie/ soo deelt het verschil der uytterste door de menichte der termen min 1.

Maer beyde de uytterste/ en 'tverschil der Progressie gegeven wesende/ soo wert de menichte der termen gevonden/ indien men 't verschil deser uytterste door 't verschil der Progressie deelt/ en tot het quotiens 1 addeert. Het welcke dan alles uyt vlytige opmercking der Progressie openbaer wort.

Wyders/ aengesien in alle de termen derselvige Progressie a gevonden wordt/ en b in yder volgende telckens een-mael meer gevonden wordt als in de naest-voorgaende/ soo gebeurt/ dat/ soo men d'uytterste a en $a+4b$ te samen addeert/ de somme gelijck zy aen de somme van $a+b$ en $a+3b$, die even-ver van d'uytterste genomen worden; oft oock gelijck aen de middelste $a+2b$ tweemael genomen/ in geval de menichte der termen (als hier) on-even is. Het welck men insgelijcx van so veel andre termen als men wil verstaen moet. Waer uyt dan blijckt/ dat/ de uytterste/ en de menichte der termen gegeven zijnde/ de somme van haer allen gevonden wordt/ mits alleen de som der uytterste te multipliceeren met de helft van de menichte der termen.

Derhalven soo de uytterste zijn a en e, en menichte der termen i, en men de somme der termen y begeert te vinden: so komt $y \infty \frac{ai+ei}{2}$.

Maer

Maer d'uytterste a, e, en somme der termen y gegeven zijnde / om de menichte der termen i te vinden; nadien y gelijck is $\frac{ai + ei}{2}$ / dat is / multipliceerende aen weder-zijden met 2 / $2y$ gelijck $ai + ei$: soo komt te gebeuren / so men wederzijds deelt door $a + e$, dat i gelijck is $\frac{2y}{a + e}$.

Insgelijcx/gegeven zijnde een der uytterste a, de menichte der termen i, en de som derselve y, om d'ander uytterste e te vinden; nadien $2y$ gelijck is $ai + ei$, soo komt / over-brengende ai aen d'ander zijde / $2y - ai \infty ei$. Waer uyt dan/ deelende aen weder-zijden door i, gevonden wordt $e \infty \frac{2y}{i} - a$. Van gelijcken/ e, i, en y gegeven zijnde/ soo komt $a \infty \frac{2y}{i} - e$.

'Tselve gestelt zijnde / indien 't verschil der Progressie zy u, en daer uyt mitsgaders beyde uytterste a, e, waer van a de kleenste en e de grootste zy/ de som der termen y moet gevonden worden: so behoeft men alleenlick/ naer dat y gevonden is gelijck $\frac{ai + ei}{2}$ / in plaets van i, door het voorgaende / te stellen $\frac{e - a}{u} + 1$/ en sal komen $y \infty \frac{ee - aa}{2u} + \frac{a + e}{2}$.

Op deselve wijs / gegeven zijnde d'een uytterste a, 't verschil der Progressie u, en menichte der termen i, om te vinden de som der termen y; nadien y gelijck is $\frac{ee - aa}{2u} + \frac{a + e}{2}$ / soo behoeftmen alleen in plaets van e te stellen dessels gevonden waerde $\frac{2y}{i} - a$, en in plaets van ee desers quadraet $\frac{4yy}{ii} - \frac{4ay}{i} + aa$, en komt $y \infty \frac{2yy}{uii} - \frac{2ay}{ui} + \frac{y}{i}$. Waer uyt / de Æquatie naer behooren geschickt zijnde / gevonden wort $y \infty \frac{1}{2}uii + ai - \frac{1}{2}ui$. Alsoo sal mede/ gegeven wesende e, u, en i, y gelijck zijn $- \frac{1}{2}uii + ei + \frac{1}{2}ui$.

Wederom/ gegeven zijnde beyde uytterste a, e, en som der termen y, om 't verschil der Progressie u te vinden; nadien y gelijck is $\frac{ee - aa}{2u} + \frac{a + e}{2}$ / dat is/ multiplicerende overal met $2u$, $2uy \infty ee - aa + au + eu$, soo sal/ au en eu aen d'ander syde gebracht zijnde/ komen $2uy - au - eu \infty ee - aa$. Waer uyt men dan / divideerende wederzijds door $2y - a - e$, vindt $u \infty \frac{ee - aa}{2y - a - e}$.

Alsoo mede/ gegeven zijnde d'een uyterste a, 't verschil der Progressie u, en de som der termen y, om d'ander uytterste e te vinden; nadien $2uy$ gelijck is $ee - aa + au + eu$, soo sal / $- aa + au + eu$ aen d'ander syde over-gebracht wesende / komen $ee \infty - ue + 2uy + aa - au$: waer uyt men/

men/ de radix treckende/ vindt $e \infty - \frac{1}{2}u + \sqrt{\frac{1}{4}uu + 2uy + aa - au}$. Maer e, u, en y gegeven zijnde/ om a te vinden: soo komt $a \infty + \frac{1}{2}u\ 8\ \sqrt{\frac{1}{4}uu - 2uy + ee + eu}$.

Van gelijcken/ gegeven zijnde 't verschil der Progressie u, de menichte der termen i, en de som derselve y, om d'uytterste a en e te vinden; nadien wederom $2uy$ is gelijck $ee - aa + au + eu$, so behoeft men alleen in plaets van e en a haere gevonde waerdens $\frac{2y}{i} - a$ en $\frac{2y}{i} - e$ te stellen/ en in de plaets van ee en aa desers quadraten/ en sal komen $2uy \infty \frac{4yy}{ii} - \frac{4ay}{i} + \frac{2uy}{i}$/ en $2uy \infty - \frac{4yy}{ii} + \frac{4ey}{i} + \frac{2uy}{i}$. Waer uyt dan/ d'Æquatie geschickt zijnde/ komt $a \infty \frac{y}{i} + \frac{1}{2}u - \frac{1}{2}ui$, en $e \infty \frac{y}{i} - \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}ui$.

Eyndelijck/ gegeven zijnde d'een uytterste a, 't verschil der Progressie u, en de som der termen y, om haere menichte i te vinden; nadien a gelijck is $\frac{y}{i} + \frac{1}{2}u - \frac{1}{2}ui$, soo sal/ multipliceerende doorgaens met $2i$, komen $2ai \infty 2y + ui - uii$. Waer uyt dan/ naer dat de Æquatie naer behooren geschickt is/ gevonden wort $ii \infty \frac{\overset{u}{-2a}\,i + 2y}{u}$. En komt/ de radix ge-extraheert zijnde/ $i \infty \frac{1}{2} - \frac{a}{u} + \frac{1}{u}\sqrt{\frac{1}{4}uu - au + aa + 2uy}$. In gelijcker voegen/ e, u, en y gegeven zijnde/ soo komt $i \infty \frac{1}{2} + \frac{e}{u}\ 8\ \frac{1}{u}\sqrt{\frac{1}{4}uu + eu + ee - 2uy}$.

Tot verklaring en gebruyck van 't welck, de volgende quæstien, hier op, soo men wil, konnen naer-gesien worden.

1. *Een heeft te betalen, d'1ste weeck 1 gul., de 2de weeck 4 gul., de 3de weeck 7 gul. en so voorts tot 28 weecken toe, te weeten, yder volgende weeck 3 gul. meer als in de naest voorgaende. Nu wert gevraegt, hoe veel hy ten eynde deses tijts te betalen heeft?* Facit 82 gul.

Om welck Vraeg-stuck op te lossen, soo zy verdacht een Arithmetische Progressie van 28 termen, waer van de eerste term zy 1, 't verschil der Progressie 3, en welckers laetste term te vinden zy. Die dan op dese wijz gevonden kan worden. Van 28, de menichte der termen, afgetrocken zijnde 1, soo multipliceert de rest 27 met 3, 't verschil der Progressie, en tottet product 81 addeert d'1ste term 1,

 en

en komt 82 de laetste term, beteeckenende hoe veel guldens men ten eynde van 28 weecken betalen moet.

2. *Indien yemandt ten eynde van* 28 *weecken betalen moet* 82 *gul.*, *en yder weeck te rugh* 3 *gul. minder als in de naest-volgende: soo wert gevraegt hoe veel hy dan ten eynde van d'* 1ste *weeck betalen moet?*

Van 82 gul. subtraheert 81 gul, en rest 1 gul. soo veel hy ten eynde van d' 1ste weeck te betalen heeft.

3. *Indien yemandt* 28 *weecken lanck ten eynde van yder weeck een ongelijck getal van guldens te betalen heeft, doorgaens in gelijck verschil opklimmende, ende hy ten eynde van d'* 1ste *gehouden is* 1 *gul. te betalen, maer ten eynde der laetste weeck* 82 *gul. Soo wert gevraegt, hoe veel hy dan yder volgende weeck meer te betalen heeft als in de naest voorgaende?*

Aftreckende 1 gul. van 82 gul., soo deelt de rest 81 gul. door 27, en komt 3, de menichte der guldens, die hy yder volgende weeck meer betalen moet.

4. *Yemandt moet betalen d'* 1ste *weeck* 1 *gul.*, *de* 2de *weeck* 4 *gul.*, *de* 3de 7 *gul.*, *en so voorts, yder volgende weeck* 3 *gul. meer als in de naestvoorgaende. Vrage, soo hy de laetste weeck betalen moet* 82 *gul.*, *in hoeveele weecken tijts hy dan dese schult af-doen kan?*

Afgetrocken hebbende 1 gul. van 82 gul., so deelt de rest 81 gul. door 3 gul., en komt 27. Waer by so men 1 addeert, so sal komen 28, 't begeerde getal der weecken?

5. *Van een Arithmetische Progressie van* 28 *termen is d'* 1ste *term* 1, *en de laetste* 82. *Vrage naer de som der termen?* Facit 1162.

a is 1, e is 82, en i is 28. Vrage naer y. Hierom, nadien y is gelijck $\frac{ai + ei}{2}$, soo sal y zijn ∞ 1162.

6. *Ymandt is schuldig* 1162 *gul.*, *de welcke hy betalen moet op verscheyde tijden, uytkeerende yder weeck een seeckere som. Nu is de Vraegh, indien hy d'* 1ste *weeck betalen moet* 1 *gul.*, *en de ander volgende weecken telckens de som om even-veel vermeerderen moet, sulcx dat hy de laetste weeck uyt te reycken heeft* 82 *gul.*, *in hoeveel weecken tijts hy dese som dan af-doen kan?* Facit i ∞ $\frac{2y}{a + e}$ ∞ 28 *vveecken.*

7. Soo

7. *Soo* 1162 *gul. te betalen zijn binnen* 28 *vveecken, en men d'* 1*ste vveeck betalen moet* 1 *gul.* 1, *maer yder volgende vveeck telckens een gelijcke som meerder als in de naest-voorgaende: soo vvort gevraecht hoeveel men dan de leste vveeck te betalen heeft?* Facit $e \propto \frac{2y}{i} - a \propto 82$ gul. *Op deselve manier, indien* 1162 *gul. betaelt moeten vvorden binnen* 28 *vveecken, uyt-keerende de laeste vveeck* 82 *gul., en men yder vveeck te rugh de som om gelijck veel verminderen moet, soo salmen vinden, dat ten eynde der* 1*ste weeck betaelt moet vvorden* $a \propto \frac{2y}{i} - e \propto 1$ *gul.*

8. *Van een Arithmetische Progressie is d'* 1*ste term* 1, *en de laetste* 82. *Vrage naer de som der termen, indien 't verschil der Progressie* u *zy* $\propto 3$. Facit $y \propto \frac{ee - aa}{2u} + \frac{a + e}{2} \propto 1162$.

9. *Indien yemandt d'* 1*ste vveeck te betalen heeft* 1 *gul., en yder volgende vveeck telckens* 3 *gul. meer als in de naest-voorgaende, en dat* 28 *vveecken lang: soo vvert gevraegt hoe veel hy dan in alles betalen moet?* Facit $y \propto \frac{1}{2}uii + ai - \frac{1}{2}ui \propto 1162$ gul. *Op deselve vvijz, soo ten eynde van* 28 *vveecken te betalen vvaeren* 82 *gul., en yder van de voorgaende vveecken* 3 *gul. minder als in de naest-volgende, totter tijt men ten eynde der* 1*ste gekomen is, soo vvert gevonden, dat de gantsche uytgeef is* $y \propto -\frac{1}{2}uii + ei + \frac{1}{2}ui \propto 1162$ gul.

10. *So ymandt* 1162 *gul. by de vveeck betalen moet, sulcx dat hy in d'* 1*ste vveeck geeve* 1 *gul., en in de laetste vveeck* 82 *gul., en van d'* 1*ste vveeck tot de laetste de som om gelijck veel vermeerderende: Te vinden hoe veel hy yder volgende vveeck meer betalen moet als in de naest-voorgaende.* Facit $u \propto \frac{ee - aa}{2y - a - e} \propto 3$.

11. *Een is schuldig* 1162 *gul., soodanig, dat hy ten eynde der* 1*ste vveeck daer van te betalen heeft* 1 *gul., en ten eynde van yder der volgende telckens* 3 *gul. meer als van de naest-voorgaende, totter tijt de gantsche schult afgelost zy. Vrage hoe veel dan de laetste paey zijn sal?* Facit $e \propto -\frac{1}{2}u + \sqrt{\frac{1}{4}uu + 2uy + aa - au} \propto 82$ gul. *Op deselve vvijz, indien* 1162 *gul. alsoo te betalen zijn, sulcx dat de laetste paey zy van* 82 *gul., en men deselve doorgaens te rug om* 3 *gul. verminderen moet, totter tijt*

de gantsche somme afgelost zy, wert gevonden, dat dan d' 1ste *betaling zijn sal* $a \propto +\frac{1}{2}u - \sqrt{\frac{1}{4}uu - 2uy + ee + eu} \propto 1$ gul.

12. *Soo men* 1162 *gul. betalen moet binnen* 28 *weecken, yder volgende weeck altijt* 3 *gul. meer uyt-keerende als in de naest-voorgaende: Te vinden, hoe veel gulden men in d'* 1ste *en laetste weeck betalen moet.* Facit $a \propto \frac{y}{i} + \frac{1}{2}u - \frac{1}{2}ui \propto 1$ gul. in d'1ste weeck, en $e \propto \frac{y}{i} - \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}ui \propto 82$ gul., in de laetste weeck.

13. *Van een Arithmetische Progressie is d'* 1ste *term* 1, *'t verschil der Progressie* 3, *en de som der termen* 1162. *Vrage naer de menichte der termen.* Facit $i \propto \frac{1}{2} - \frac{a}{u} + \frac{1}{u}\sqrt{\frac{1}{4}uu - au + aa + 2uy} \propto 28$. *Alsoo sal mede, gegeven zijnde* 82 *de laetste term,* 3 *'t verschil der Progressie, en* 1162 *de som der termen, gevonden worden* $i \propto \frac{1}{2} + \frac{e}{u} + \frac{1}{u}\sqrt{\frac{1}{4}uu + eu + ee - 2uy} \propto 28$.

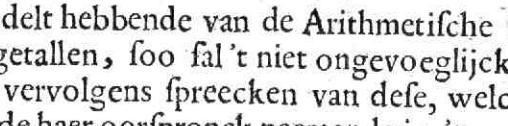
XV. AFDEELING.

Van de Veel-hoeckige of Polygonale *getallen.*

GEhandelt hebbende van de Arithmetische Proportionale getallen, soo sal 't niet ongevoeglijck zijn, dat wy alhier vervolgens spreecken van dese, welcke uyt de voorgaende haer oorspronck neemende in 't gemeen Veelhoeckige of *Polygonale* getallen genaemt worden.

Dese nu zijn altemael sommen van Arithmetische Progressionale getallen van de eenheyt beginnende/ waer van 't getal der hoecken altijt om twee 't verschil der Progressie overtreft/ en de syde de menichte der termen uytwijst.

Gelijck als/ soder waer een Progressie van getallen/ van de eenheyt beginnende en met een op-klimmende/ als: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. etc. welckers termen van vooren af aen geduerich geaddeert/ maecken de drie-hoeckige getallen 1. 3. 6. 10. 15. 21. 28. 36. etc. als dewelcke na hare eenheden in form van een driehoeck gestelt konnen worden/ op dese wijs:


etc.

Alsoo

Also mede indien de Progressie waer van getallen van de eenheyt beginnende en geduerich met 2 op-klimmende/ dat is / onder welcke alle on-eve getallen begrepen zijn / te weeten: 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. etc. en de termen deser Progressie van vooren af aen geduerich geaddeert worden / soo sullen daer uyt ontstaen de vierkante getallen 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. etc. als welckers eenheden in form van een quadraet gestelt konnen worden/ aldus:

etc. Waer uyt men kan besluyten/ dat yder vierkant getal tweederley oorspronck heeft / te weeten / of dattet voort-komt van eenig getal in sich selfs gemultipliceert/ of oock dattet ontstaet uyt de vergaring van soo veel on-eve getallen van de eenheyt beginnende/ alsser eenheden in zijn syde of wortel begrepen zijn.

Insgelijcx indien de getallen van de eenheyt beginnende geduerich met 3 op-klimmen/ dat is/ dat de Progressie is 1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. etc/ en de termen deselve van vooren af aen doorgaens geaddeert worden/ soo sullen daer uyt voort-komen de vijf-hoeckige getallen 1. 5. 12. 22. 35. 51. 70. 92. etc.

In gelijcker voegen de Progressie van de eenheyt af geduerich met 4 op-klimmende/ gelijck 1. 5. 9. 13. 17. 21. 25. 29/ etc. so sullen de termen derselve/ van vooren af aen in een som doorgaens vergaert zijnde/ dese volgende ses-hoeckige getallen uyt-brengen/ als 1. 6. 15. 28. 45. 66. 91. 120. etc. En soo voorts in 't oneyndig.

Hierom gegeven zijnde 't getal der hoecken / soo men daer van twee aftreckt / soo rest het verschil der Progressie / waer uyt soodanig een veel-hoeck t'samen gestelt wort.

Vorders / nadien 't geene tot de verhandeling deser getallen dient tot twee voorname Hooft-stucken kan gebracht worden / te weeten / dat men uyt de gegeve syde de veel-hoeck vindt/ en in tegendeel dat men uyt de gegeve veel-hoeck sijn syde vindt / soo wort alhier vereyscht / dat wy generalijck hier van sullende handelen/ en 't selve alle veel-hoecken toe-passen/ alles uyt de grondt op-halen en volgens haer oorspronck verklaren.

Derhalven om uyt de gegeven syde de veel-hoeck te vinden/ na dat de syde gestelt is $\propto i$, en de veelhoeck $\propto y$, soo laet ons verdencken een Arithmetische Progressie / waer van d' 1ste term zy 1 / 't verschil der Progressie u, en de menichte der termen i, wiens somme y te vinden zy.

Hier toe/ nadien/ de eerste term zijnde a, door de voorgaende Afdeeling y gelijck is $\frac{1}{2}uii + ai - \frac{1}{2}ui$, so sal/ stellende 1 in plaets van a, y gelijck zijn $\frac{1}{2}uii + i - \frac{1}{2}ui$. Betoonende in 't generael / op wat wijs yder veel-hoeck uyt sijn gegeven syde gevonden wordt.

Alwaer aen te mercken staet / dat de grootheyt u verstaen moet worden gegeven te zijn / nademael die (gelijck geseyt is) door het af-trecken van twee uyt het getal der hoecken des veel-hoecks / welck getal uyt sijn benaming altijt bekent is / openbaer wordt.

Doch indien men op 't verschil der Progressie u geen acht slaen wilde/ maer alleen uyt de syde i, en 't getal der hoecken/ dat wy n noemen/ deselve veel-hoeck y vinden wilde: so hoeftmen in de plaets van u alleen maer $\overline{n-2}$ te stellen/en men sal hebben $y \infty \frac{1}{2}nii - \frac{1}{2}ni - ii + 2i$ of $\overline{\frac{1}{2}ni - \frac{1}{2}n - i + 2}$ in i.

Dit dan soo zijnde/ op dat blijcke/ op wat wijz men hier uyt besondre regels trecken kan / door welcke uyt yder gegeven syde de veel-hoeck van een seecker getal van hoecken kan gevonden worden: soo heeft men maer in de plaets van u of n in de driehoecken 1 of 3 te stellen / in de vierhoecken 2 of 4/ in de vijfhoecken 3 of 5 / in de seshoecken 4 of 6 / in de sevenhoecken 5 of 7/etc. latende i onbepaelt. Waer uyt dan de volgende regulen ontstaen:

$$y \infty \frac{1ii + 1i}{2}, \text{ voor de driehoecken}$$

$$y \infty \frac{2ii\ 8\ 0i}{2}, \text{ voor de vierhoecken}$$

$$y \infty \frac{3ii - 1i}{2}, \text{ voor de vijfhoecken}$$

$$y \infty \frac{4ii - 2i}{2}, \text{ voor de seshoecken}$$

$$y \infty \frac{5ii - 3i}{2}, \text{ voor de sevenhoecken.}$$ En so voorts in 't oneyndig.

Waer mede dan over-een stemt het geene van Bachetus by-gebracht wort in sijne uytleggingen op Diophantus, alwaer hy tot een selve eynde dese regulen voor-schrijft.

Genomen hebbende 't quadraet der gegeven sijde, soo multipliceert het selve mettet getal dat om twee minder is als het getal der hoecken, en van 't product af-getrocken hebbende 't getal, voort-komende uyt de gegeven sijde te multipliceeren mettet getal der hoecken min vier, soo sal de helft van het overschot de begeerde veel-hoeck zijn.

Ofte,

Multipliceerende de gegeven sijde mettet getal, dat om twee minder is alsset getal der hoecken, en van 't product afgetrocken zijnde 't getal dat om vier minder is als het getal der hoecken, so sal het overschot gemultipliceert met de gegeven sijde het dobbel des veel-hoecks voort-brengen.

Ofte oock;

Gemultipliceert hebbende 't getal dat om de eenheyt minder is als de gegeven sijde mettet getal dat om twee minder is alsset getal der hoecken, soo sal het getal dat om twee meerder is als dit product, met de gegeven sijde gemultipliceert

pliceert zijnde, het dobbel des veel-hoecks maecken. En noch meer andre regels / welcke alle te verhalen / hier te lang sou vallen.

Hierom indien i of de gegeven zyde zy 12 / en men desselfs driehoeck vinden wil / soo komt $y \infty \frac{1ii + 1i}{2} \infty 78$. En derhalven/ nadien 't getal der punten/ waer in meer als 2 onbepaelde rechte linien / van welcke geend'er evenwydig zijn / malkander komen te doorsnijden / altijt drie-hoeckig is: soo blijckt / dat 13 linien in 78 punten op 't meest d'een d'ander doorsnijden sullen.

Alsoo mede / indien de syde 12 gestelt wort / soo sal 't vijf-hoeckig getal zijn 210 / 't ses-hoeckig 276 / 't seven-hoeckig 342. En soo voorts van andre.

Eyndelijck de veel-hoeck gegeven zijnde / om de syde te vinden / soo moetmen / gevonden hebbende $y \infty \frac{1}{2}uii + i - \frac{1}{2}ui$, de vergelijcking tegen i na de konst soecken / stellende dat i de onbekende grootheyt is / maer dat u en y bekent zijn. En sal komen $ii \infty \frac{+ ui + 2y - 2i}{u}$. Waer uyt men den radix treckende vindt $i \infty \frac{1}{2} - \frac{1}{u} + \sqrt{\frac{uu - 4u + 4 + 8uy}{4uu}}$, of $i \infty \frac{u - 2 + \sqrt{uu - 4u + 4 + 8uy}}{2u}$. Beteeckenende in 't generael op wat manier men uyt yder gegeven veel-hoeck de syde vinden kan.

Het welck mede geschieden kan / indien men / gelijck in de voorgaende Afdeeling der Arithmetische Progressie / waer van de 1ste term is a, 't verschil der progressie u, en de som der termen y, soeckt de menichte der termen i. Want nadien dese is $\infty \frac{1}{2} - \frac{a}{u} + \frac{1}{u}\sqrt{\frac{1}{4}uu - au + aa + 2uy}$, so sal / stellende 1 in plaets van a, komen $i \infty \frac{1}{2} - \frac{1}{u} + \frac{1}{u}\sqrt{\frac{1}{4}uu - u + 1 + 2uy}$, of $\frac{u - 2 + \sqrt{uu - 4u + 4 + 8uy}}{2u}$, gelijck boven. Ofte oock stellende $n - 2$ voor u, soo komt $i \infty \frac{n - 4}{2n - 4} + \frac{1}{2n - 4}\sqrt{nn - 8n + 16 + 8ny - 16y}$ of $\frac{n - 4 + \sqrt{nn - 8n + 16 + 8ny - 16y}}{2n - 4}$.

Waer uyt het nu licht is bysondre regulen voor yder veel-hoeck te maecken.

Want / indien men / gelijck vooren / y onbepaelt latende / voor u of n in de driehoecken 1 of 3 stelt / in de vierhoecken 2 of 4 / in de vijfhoecken 3 of 5 / en soo voorts / soo sullen daer uyt ontstaen de volgende regulen / te weeten:

$i \infty$

$i \infty \frac{-1+\sqrt{1+8y}}{2}$, voor de driehoecken

$i \infty \frac{0+\sqrt{0+16y}}{4}$, voor de vierhoecken

$i \infty \frac{+1+\sqrt{1+24y}}{6}$, voor de vijfhoecken

$i \infty \frac{+2+\sqrt{4+32y}}{8}$, voor de seshoecken

$i \infty \frac{+3+\sqrt{9+40y}}{10}$, voor de sevenhoecken. En so voorts in 't oneyndig.

Waer mede dan over-een komt / het geene van Bachetus by-gebracht wordt om de syde te vinden / als de veel-hoeck gegeven is / als hy aldus schrijft:

Multipliceerende de gegeve veel-hoeck mettet achtvout van 't getal, dat om twee minder is als de menichte der hoecken, soo addeert tot het product 't quadraet van 't getal, dat om vier minder is als de menichte der hoecken, en tot de wortel deser somme geaddeert hebbende 't getal, dat om vier minder is als de menichte der hoecken, soo deelt de som door het dobbel van 't getal dat om twee minder is als de menichte der hoecken, en sal komen de begeerde sijde.

Hierom indien de gegeve veel-hoeck y zy de driehoeck 21 / en desselfs syde i begeert wort / soo heeft men maer te stellen $\frac{1ii+1i}{2} \infty 21$ / dat is / $ii \infty -1i+42$. En sal komen / uyt-treckende de radix / $i \infty 6$. Ofte oock / om dat i gelijck is $\frac{-1+\sqrt{1+8y}}{2}$, en y doet 21; so sal i zijn gelijck 6. Als vooren.

Insgelijcx / indien 21 een achthoeck gestelt wort / soo sal men sijn syde bevinden te wesen 3. Maer 21 een getal zijnde van 21 hoecken / soo sal sijn syde 2 zijn.

In gelijcker voegen / gegeven zijnde 't getal 1225 en 'tselve een driehoeck / vierhoeck / seshoeck / en 1225 hoeck wesende / soo sullen de syden zijn 49 / 35 / 25 / en 2. En alsoo van andre.

Doch eer dat wy van de handeling deser getallen een eynde maecken / soo laet ons noch in 't kort aenwijsen / op hoe veelderhande manieren eenig gegeve getal een veel-hoeck kan geseyt worden. Gelijck als / soo 't gegeve getal waer 36.

Eerste-

Eerstelijck dan/ nadien yder getal/ van 3 af te reeckenen / een veel-hoeck is/ hebbende soo veel hoecken/ als het selve getal eenheden begrijpt/ en waer van de syde 2 is / namentlijck 't getal dat naest aen de eenheyt volgt: soo blijckt / dat 36 een veel-hoeck is van 36 hoecken. Om welcke reden dan men het een ses-en-dertig-hoeck noemen kan.

Daer na / overmits uyt 36 de quadraet-wortel kan getrocken worden/ welcke 6 is/ soo is openbaer/ dat 36 mede een vierkant is.

Eyndelijck/ nademael 36 achtmael genomen en daer na om 1 vermeerdert het quadraet 289 komt te maecken / wiens syde 17 om d'eenheyt verminderd zijnde en daer na door 2 gedeelt / 8 uyt-brengt / zijnde een geheel getal: soo blijckt dat 36 oock een driehoeck is / wiens syde is 8.

Maer aengesien multiplicerende 36 met 24 en tottet product 1 doende/ of met 32 en tottet product 4 doende/ of met 40 en tottet product 9 doende/ en soo voorts/ noyt een quadraet komt: soo besluytmen dat 36 alleen op de drie geseyde manieren een veelhoeck is. En alsoo van andre.

XVI. AFDEELING.

Van Geometrische Progressien.

NAdien de geduerige aen-een-ketening der termen volgens een selve reden de natuer deser Progressien bepaelt, so sal 't genoech zijn, dat wy, op dit fondament steunende, die dingen, waer uyt de rest, tot hare leering behoorende, lichtelijck getrocken wort, alhier in 't kort ontwerpen.

Hierom / indien de Progressie van 3 termen voorgegeven wort / als van a, b, en c, dewijl om deselve reden / die de 1ste term heeft tot de 2de / en de 2d tot de 3de / $\frac{a}{b}$ is ∞ $\frac{b}{c}$ / of oock $\frac{b}{a}$ ∞ $\frac{c}{b}$: so sal/ als men kruys-wijs multipliceert / ac gelijck sijn bb. Het welck betoont / indiender 3 grootheden proportionael zijn / dat dan het product der uytterste a en c gheijck is het product / voort-komende uyt de middelste b in sich selfs gemultipliceert. En derhalven gegeven zijnde de twee eerste termen a en b, om daer uyt de derde c te vinden/ soo hoeftmen alleen beyde producten ac en bb elck door a te deelen / en soo sal komen de 3de c ∞ $\frac{bb}{a}$.

Desgelijcx/ de eerste term zijnde a, en de tweede b, so men de Progressie wyders in 4 termen uyt-strecken wilde / nadien de 3de term nu is $\frac{bb}{a}$, en desers quadraet soo groot is als 't product der 2de en 4de term/ soo sal / nemende dat de 4de term d zy/ $\frac{b4}{aa}$ gelijck zijn bd. Waerom dan / deelende aen weder-ſyden door b, voor d gevonden wort $\frac{b3}{aa}$. Sulcx dat $a, b, \frac{bb}{a}$, en $\frac{b3}{aa}$ vier geduerige proportionale grootheden zijn.

Alſoo oock / indien men in deſelve reden vijf geduerige proportionale grootheden vinden wil / en de 5de term e genoemt wort / ſoo ſal $\frac{bbe}{a}$ gelijck zijn $\frac{b^6}{a^4}$. Waerom dan / multipliceerende wederzijds door a, en divideerende door bb, gevonden wort $e \infty \frac{b4}{a^3}$. Ende ſullen alſoo $a, b, \frac{bb}{a}$ / $\frac{b3}{aa}$ / en $\frac{b4}{a3}$ vijf geduerige proportionale grootheden zijn / in de reden van a tot b. En ſoo voorts in 't oneyndig.

Nu aengeſien d'eerſte twee termen a en b gegeven zijnde alle de volgende gebroockens zijn / hierom om deſelve tot geheele te maecken / ſulcx datſe met eenen tot ſoo veel geduerige proportionale men wil in een gegeve reden te vinden dienen mogen / ſoo heeft men alleen die alle met den noemer der laetſte term te multipliceeren.

Gelijck / door dien a, b, en $\frac{bb}{a}$ drie proportionale beteeckenen / waer van de twee eerſte termen a en b gegeven zijn / ſoo ſullen / indien menſe alle drie door a multipliceert / in der ſelver plaets komen aa, ab, en bb, dewelcke in deſelve reden de drie begeerde proportionale in geheele getallen vertoonen.

Alſoo mede / indien men vier geduerige even-reednige in de reden van a tot b begeerde / dewijl wy voor die gevonden hebben $a, b, \frac{bb}{a}$ / en $\frac{b^3}{aa}$ / ſoo ſullen / ſoo men die alle met aa vermenichvuldigt / in derſelver plaets gevonden worden de geheele getallen a^3, aab, abb, en b^3.

Op gelijcke wijz ſullen a^4, a^3b, $aabb$, ab^3, en b^4 in geheele getallen vijf gheduerige proportionale vertoonen in de reden van a tot b; en a^5, a^4b, a^3bb, aab^3, ab^4, en b^5 ſes proportionale; en a^6, a^5b, a^4bb, a^3b^3, aab^4, ab^5, en b^6 ſeven proportionale. En ſoo voorts in 't oneyndig.

Hierom ſo a zy ∞ 3 / en $b \infty 2$ / ſo ſullen de ſes geduerige proportionale in de reden van 3 tot 2 zijn 243 / 162 / 108 / 72 / 48 / en 32. Maer a zijnde ∞ 2 / en $b \infty 3$ / ſoo ſullen de ſeven geduerige even-reednige in de reden van 2 tot 3 in geheele getallen zijn 64 / 96 / 144 / 216 / 324 / 486 / en 729. En ſoo van andre.

Alwaer aen te mercken ſtaet / dat / gelijck in d'Arithmetiſche proportionale de uytterſte termen te ſamen geaddeert even ſo veel uyt-maecken als die even-wijt van de uytterſte afgelegen zijn / of oock als de middelſte tweemael genomen / indien de menichte der termen on-even is / alſoo in deſe Geometriſche proportionale de uytterſte a en $\frac{b4}{a3}$ met malkander gemultipliceert even ſoo veel uytbrengen / als b en $\frac{b3}{aa}$ / van de uytterſte even-ver afſtaende / of of oock als de middelste $\frac{bb}{a}$ in sich self gemultipliceert. nademael over al komt $\frac{b^4}{aa}$. 'Twelck op deselve wijz van so veel termen als men wil te verstaen is.

Daer na soo blijckt/ de eerste term a zijnde 1/ dat dan de Progressie wesen sal 1. b. bb. b^3. b^4. etc. Sulcx men om yder van de volgende termen te vinden alleenlijck behoeft de tweede term b soo dickwils te stellen en multipliceeren/ als elck derselve de menichste is na de eerste.

Gelijck om de hondertste term te vinden / na dat b negen en 'tnegentich mael gestelt is en vermenichvuldigt/ soo sal de hondertste zijn b^{99}. Maer d'1ste term a zijnde/ soo sal de hondertste wesen $\frac{b^{99}}{a^{98}}$ / te weeten / deelende b^{99}, het voorgaende product van de 2de term / door a^{98}, 'tproduct van de 1ste a, een-mael minder gestelt zijnde en gemultipliceert. En so van andre.

Wyders de Progressie zijnde 1, b, bb, b^3, b^4, etc./ dewijl de som der termen / die voor de laetste gaen / is $1 + b + bb + b^3$, en de som der termen die na de 1ste volgen is $b + bb + b^3 + b^4$, van welcke de eene som tot de ander deselve reden heeft/ als d' 1ste term 1 tot de 2de b, en 'tselve oock in de even-reednige a, b, $\frac{bb}{a}$ / $\frac{b^3}{aa}$ / $\frac{b^4}{a^3}$ / etc. / of mede in de proportionale a^4, a^3b, $aabb$, ab^3, b^4, etc. plaets heeft / en der oock niet aen ghelegen is van hoe veel proportionale dit verstaen wordt: soo blijckt dat van yder Geometrische Progressie de 1ste term is tot de 2de / gelijck de som der termen behalven de laetste tot de som der termen behalven de eerste.

Hierom gegeven zijnde de eerste/ tweede/ en laetste term/ soo is het licht de som der termen te vinden.

Want indien de 1ste term gestelt wort $\infty\, a$, de tweede $\infty\, b$, en de laetste $\infty\, c$, en gebraecht wort na de som der termen $\infty\, z$: soo sal a tot b wesen/ gelijck $z - c$ tot $z - a$. Weshalven multipliceerende so de uytterste als middelste termen met malkander/ soo sal komen $az - aa \infty bz - bc$. Dat is/ de vergelijcking gereduceert zijnde/ $z \infty \frac{aa =\!= bc}{a =\!= b}$.

Dit $=\!=$ beteeckent de differentie tussen 2 of meer quantiteyten alsser niet geweten of te kennen gegeven wort, by welcke de overtreffing zy.

Derhalven soo a zy $\infty\, 243$ / $b \infty 162$ / en $c \infty 32$: so sal z zijn $\infty \frac{aa - bc}{a - b} \infty$ 665. Maer a zijnde $\infty\, 64$ / $b \infty 96$ / en $c \infty 729$; soo sal z wesen $\infty \frac{bc - aa}{b - a}$ ∞ 2059.

Eyndelijck a grooter zijnde dan b, en de proportionale in't oneyndelijck af-klimmende/ soo sal c gelijck zijn 0. En derhalven wegh nemende bc, so komt $z \infty \frac{aa}{a - b}$.

Hierom indien a zy 1 / $b \infty \frac{1}{2}$ / en voorts al de volgende proportionale in't oneyndig in dese tweevoudige reden af-klimmen / soo sal z, de som van alle de termen deser oneyndige Progressie / zijn $\infty\ \frac{aa}{a-b} \infty\ 2$ / dat is / dobbel met de grootste term a.

Op gelijcke wijs / indien de grootste term a zy 2 / en al de volgende termen van dese grootste a af doorgaens in een drievoudige reden tot o toe afklimmen / so sal z, de somme van alle de termen deser oneyndige Progressie / zijn $\infty\ \frac{aa}{a-b} \infty\ 3$ / dat is / gelijck anderhalf-mael de grootste term a.

Insgelijcx a zijnde 3 / indien yder der volgende termen van sijn voorgaende den vierendeel genomen wort / en 't selve also in 't oneyndig geschiet: so sal z, de somme van haer allen / zijn $\infty\ \frac{aa}{a-b} \infty\ 4$ / dat is / gelijck $1\frac{1}{3}$ mael de grootste term a. En alsoo van andre.

'Tgeene hier wyders toehoort / kan men / op sulcke wijs als wy in de Arithmetische Progressien gedaen hebben / uyt 'tgeene nu hier geleert is / lichtelijck besluyten.

XVII. AFDEELING.

Van de vierkanting der Parabole.

OM een Parabola in een vierkant te veranderen, soo zy gesocht de reden der linien N O, N Q, en N P, te weeten, treckende N O tussen A C en M D met een van haer beyden even-wydig. Stellende daer toe

De rechte sijde $\infty\ r$

AC *of* NO $\infty\ x$

NQ $\infty\ y$

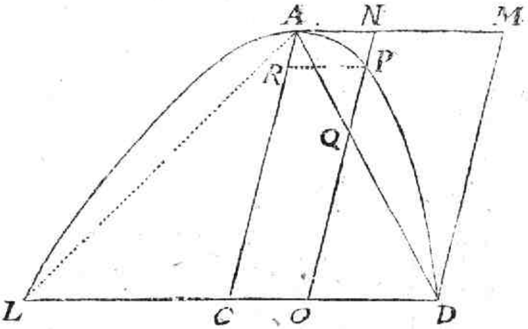
en AR *of* NP $\infty\ z$.

Waerom / nadien / uyt de eygenschap van een Parabola, het vierkant / begrepen van de rechte syde r, en het stuck der middel-lijn AC, na 't 11 Voorstel van 't 1ste boeck der Kegel-sneden van Apollonius, gelijck is aen 'trecht-vierkant beschreven op CD: soo sal 't □ CD of AM zijn $\infty\ rx$, en derhalven AM $\infty\ \sqrt{rx}$. Om deselve reden sal RP of AN zijn $\infty\ \sqrt{rz}$. Hierom / dewijl / wegens de gelijckformichept der drie-hoecken AMD, ANQ, AM $\infty\ \sqrt{rx}$ is tot MD of AC $\infty\ x$, gelijck AN $\infty\ \sqrt{rz}$ tot NQ $\infty\ y$: soo sal $y\sqrt{rx}$, het vierkant der uytterste / na 't 16 Voorstel des 6sten boecks Euclidis, gelijck zijn $x\sqrt{rz}$, 't vierkant der middelste. Dat is / multipliceerende yder deel in sich selfs / so komt $yy, rx \infty\ xx, rz$. En deelende weder-zijds door rx, soo komt $yy \infty\ xz$. Dat is / dattet quadraet van N Q is gelijck het vierkant van

van NO en NP; of/ 't geen het selve is/ dat ON is tot NQ, gelijck QN tot NP. 'T selve verstaet van yder rechte NO, getrocken tussen AC en MD, waer 't valt/ zijnde met een van haer beyden even-wydig.

Derhalven verdenckende een Conus en Cylinder, van een selfde basis en hooghte/ te weeten/ welckers beyder basis zy de Circkel der halve middel-lijn MD, en gemeene asse de rechte AM, nadien/ wegens de even-reednige

I. II. III.
NO, NQ, en NP, de 1ste NO is tot de 3de NP, gelijck het quadraet op d'1ste NO tottet quadraet op de 2de NQ, en dit alsoo in 't on-eyndig te verstaen is van alle rechte NO, NP, en van alle quadraten NO, NQ: soo sullen/ nemende DM voor scheer-draet of grondt-lijn/ alle de draden of lijnen des



even-wydigen vierkants ACDM zijn tot alle de draden of lijnen des drie-sydigen figuers APDM, gelijck alle de quadraten des Cylinders tot alle de quadraten van de Conus; of/ 't geen het selfde is/ na 't 2de Voorstel des 12 b. Eucl., gelijck alle de Circkels des Cylinders tot alle de Circkels van de Conus. Nu/ gelijck alle de draden van 't even-wydige vierkant ACDM zijn tot alle de draden van de drie-sydige figuer APDM, alsoo is na de stelling der ondeelbare van Cavallerius het even-wydige vierkant tot de drie-sydige figuer. En wederom gelijck alle de quadraten des Cylinders zijn tot alle de quadraten van de Conus, soo is oock de Cylinder tot de Conus. Waerom dan het even-wydig vierkant ACDM tot de drie sydige fyguer APDM zijn sal/ gelijck de Cylinder tot de Conus. Weshalven/ nademael/ na 't 10 Voorstel des 12 b. Eucl., de Cylinder driemael grooter is als de Conus, dan oock het even-wydig vierkant ACDM driemael grooter zijn sal als de drie-sydige figuer APDM. Hierom dan van sulcke deelen alsser even-wydig vierkant ACDM of den △LAD drie begrijpt/ van deselve deelé sal de drie-sydige figuer APDM 1 begrijpen/ en de halve Parabola CAPD 2/ en oversulcx de gantsche LAPD 4. En blijckt alsoo/ dat de Parabola LAPD is ghelijck $1\frac{1}{3}$ mael de grootste triangel LAD, die in deselve kan beschreven worden. 'T welcke was het voorgestelde.

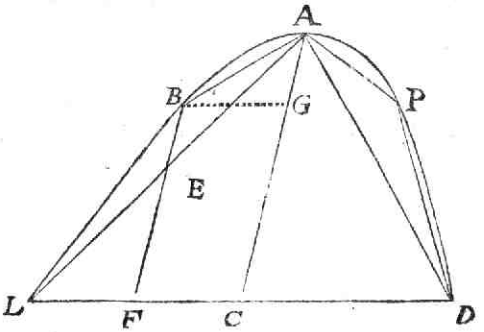
 Anders,

Anders, *soeckende de reden van de linien* AC, BE.

Hier toe zy LC ∞ a, dan sal LF ∞ FC zijn ∞ $\frac{1}{2}a$

CA ∞ b

en EB ∞ z.



Het welck soo gestelt zijnde/ nadien FB, evenwydig wesende met de middel-lijn CA, oock self middel-lijn is; en wegens de gelijckformicheyt der drie-hoecken LCA, LFE, LC is tot CA, dat is/ a tot b, als LF, dat is/ $\frac{1}{2}a$ tot FE: soo sal FE zijn ∞ $\frac{1}{2}b$. Waer by geaddeert zijnde EB ∞ z, soo sal/ als men de gantsche FB of CG ∞ $\frac{1}{2}b + z$ aftreckt van CA ∞ b, overblijven GA ∞ $\frac{1}{2}b - z$.

Hier na/ gemerckt/ uyt de natuer van de Parabole, CA is tot GA/ dat is/ b tot $\frac{1}{2}b - z$, gelijck 't $\square$ LC tottet $\square$ BG of FC, dat is/ aa tot $\frac{1}{4}aa$, of 4 tot 1: soo sal b zijn ∞ $2b - 4z$. Waer uyt men/ de Æquatie ontbonden zijnde/ vindt $z \infty \frac{1}{4}b$. Het welck dan betoont/ dat CA het viervout is van EB.

Waer uyt het vorders licht is de reden te vinden van den $\triangle$ EBA tot den $\triangle$ LAC.

Want nadien wegens de even-wydige EB, AC de hoecken der selve driehoecken tot E en A gelijck zijn/ en daerom die tot malkander staen als 't $\square$ BEA tottet $\square$ LAC: soo sal/ nemende LE of EA ∞ c, d'een tot d'ander zijn/ gelijck $\frac{1}{4}bc$ tot $2bc$, dat is/ gelijck 1 tot 8; en derhalven den $\triangle$ LBA tot den $\triangle$ LAC, gelijck 1 tot 4.

Op gelijcke wijz/ de $\triangle$ APD den $\frac{1}{4}$ part zijnde van den $\triangle$ CAD, soo sullen oock beyde $\triangle$ken LBA en APD te samen genomen het $\frac{1}{4}$ deel wesen van beyde $\triangle$ken LAC en CAD 't samen genomen/ dat is/ van de gantsche $\triangle$ LAD. Het welck men om deselve reden oock alsoo van al de driehoecken/ die vorders in de overblijvende stucken in 't on-eyndig beschreven worden/ verstaen kan.

Hierom nadien het openbaer is/ dat de grootste driehoeck in de Parabola beschreven tot de grootste driehoecken in d'over-blijvende stucken beschreven is als 4 tot 1; en dese wederom tot de grootste die in de volgende over-blijvende stucken beschreven worden als 4 tot 1/ en dit alsoo in 't oneyndig komt te gebeuren: soo blijckt/ indien men voor de grootste △ LAD stelt 3/ dat dan de som van haer allen/ dat is/ de Parabola LBAPD, na de 16de Afdeeling/ 4 doen sal/ en derhalven $1\frac{1}{3}$ mael so groot zijn als den △ LAD. Gelijck boven. En is alsoo dit deselve manier/ op welcke Archimedes de Parabola in een quadraet gebracht heeft.

In gelijcker voegen kan men oock andre krom-linische figueren/ die van hooger geslacht zijn/ in een quadraet veranderen.

XVIII. AFDEELING.

Manier om de reden te vinden, dieder is tussen de Sphæra, Cylinder, *en* Conus.

WAt reden daer is tussen de *Sphæra*, *Cylinder*, en *Conus*, heeft *Archimedes* betoont in't 32ste Voorstel van sijn 1ste boeck van de *Sphæra* en *Cylinder*; doch op wat manier men die vinden kan, is uyt dese Afdeeling genoegsaem af te neemen.

Zy ABCD een Sphæra, en ABC een Conus in deselve/ wiens basis gelijck zy aen de grootste Circkel in de Sphæra, en hoochte BE gelijck aen den halven diameter der Sphæra. Daer na zy om de halve Sphæra △ ABC beschreven de Cylinder AFGC, wiens basis insgelijcx gelijck zy aen de grootste Circkel in de Sphæra, en hoochte BE gelijck aen den halven diameter der Sphæra.

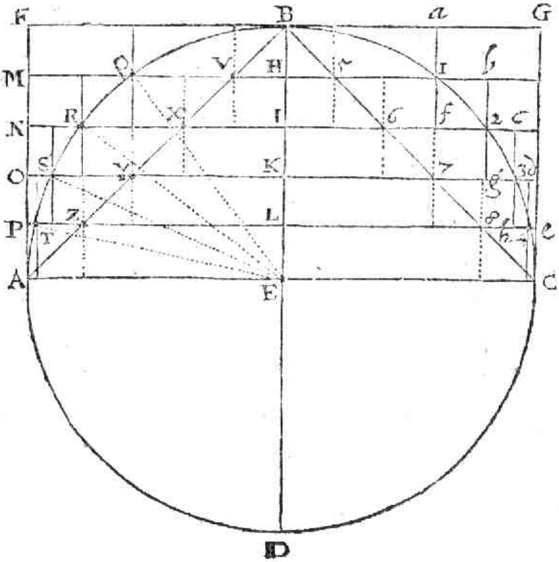
Het welck dus gestelt zijnde/ soo zy te vinden de reden/ dieder is tussen dese Sphæra, Cylinder, en Conus.

Hier toe soo zy BE gedeelt in ettelijcke gelijcke deelen/ en laten door de punten der deeling H, I, K, L vlacken verdacht worden/ even-wydig met de basis des Conus of Cylinders.

Hierom/ nademael/ door 't 35ste Voorstel des 3den boecks Euclidis, de ▭ten DHB, DIB, DKB, DLB, DEB gelijck zijn aen de □ten QH, RI, SK, TL, AE, en dese □ten, na 't 2de Voorstel des 12den boecks Euclidis, tot de □ten MH, NI, OK, PL, AE sulcke reden hebben/ als de Circkels deser halve diameters/ of oock als de Cylinders van gelijcke hoochte staende op dese Circkels; soo blijckt/ dat de ▭ten DHB, DIB, DKB, DLB, DEB of de □ten QH, RI, SK, TL, AE zijn tot de □ten MH, NI, OK, PL, AE, gelijck de figuer om de halve Sphæra ABC beschreven tot de Cylinder AFGC.

Om

Om 't welck wyders te verklaren / soo laet elck deel / waer in EB ghedeelt is / 1 doen: en sal alsoo / EB in 5 gelijcke deelen gedeelt zijnde / de re-



den / die de figuer om de halve Sphæra ABC beschreven heeft tot de Cylinder AFGC, zijn /

DH 9 — HB 1	▭ DHB of □ QH 9	MH 5 — MH 5	□ MH 25
DI 8 — IB 2	▭ DIB of □ RI 16	NI 5 — NI 5	□ NI 25
DK 7 — KB 3	▭ DKB of □ SK 21	OK 5 — OK 5	□ OK 25
DL 6 — LB 4	▭ DLB of □ TL 24	PL 5 — PL 5	□ PL 25
DE 5 — EB 5	▭ DEB of □ AE 25	AE 5 — AE 5	□ AE 25

gelijck 95 ...... tot .... 125.

Maer nadien men in plaets van de □ten QH, RI, SK, TL, AE, door het 47ste Voorstel des 1sten boecks Euclidis, stellen kan de verschillen / om welcke de □ten EQ, ER, ES, ET, EA grooter zijn als de □ten EH, EI, EK, EL, en o: soo sal de reden van de figuer / om de halve Sphæra ABC beschreven / zijn tot de Cylinder AFGC,

□ EQ 25 — □ EH	16	□ MH 25
□ ER 25 — □ EI	9	□ NI 25
□ ES 25 — □ EK	4	□ OK 25
□ ET 25 — □ EL	1	□ PL 25
□ EA 25 —	0	□ AE 25

gelijck 125 minus 30 .... tot .... 125.

Dat

Dat is/ dat de figuer om de halve Sphæra ABC beschreven/ bestaende upt ongelijcke Cylinders van een selfde hooghte/is tot de Cylinder AFGC, bestaende upt even soo veel Cylinders van de selfde hooghte/ en die yder aen de grootste der voorgaende ghelijck zijn; gelijck 't quadraet van de halve diameter der Sphæra AE, so veelmael genomen alsser Cylinders of deelen der liny EB zijn / min even soo veel quadraten der linien / die van een punt of o haer begin nemen/ en volgens de getallen o. 1. 2. 3. etc. in natuerlijcke voortganck tot den radius geduerig op-klimmen/ tot even soo veel quadraten van de radius.

Om 't welck generael te begrijpen/zijnde de liny EB in so veel gelijcke deelen gedeelt als men wil/ so laet ons met d'hooch-geleerde en wijt-vermaerde Heer / Iohannes Wallifius *, voor 't getal der termen of menichte der deelen/ waer in EB gedeelt mocht zijn/ a stellen: en sal alsoo / soeckende de som der quadraten van dese Progressie na de regulen van Bachetus of andre / de reden / die de figuer / om de halve Sphæra ABC beschreven/ heeft tot de Cylinder AFGC, zijn gelijck $\frac{4a^3 + 3aa - a}{6}$ tot a^3, of $4a^3 + 3aa - a$ tot $6a^3$, dat is/ deelende over al door a, gelijck $4aa + 3a - 1$ tot $6aa$. En is openbaer / indien de reden gevonden waer geweest gelijck $4aa$ tot $6aa$, dat dan de figuer om de halve Sphæra ABC beschreven tot de Cylinder AFGC sou geweest zijn/ als 2 tot 3. Maer nadien tot $4aa$ noch $3a - 1$ by komt / waer van $3a$ altijt grooter is als 1 / soo blijckt dat de reden / die de figuer/ om de halve Sphæra ABC beschreven/ heeft tot de Cylinder AFGC, grooter is/ als van 2 tot 3.

* Siet sijn Arithmetica Infinitorum.

Hierom / nemende dat EB in 2 gelijcke deelen mocht gedeelt zijn/ soo sal de reden zijn/ gelijck 21 tot 24 of $\frac{21}{24}$/ dat is/ $\frac{2}{3} + \frac{5}{24}$; en in 3 / gelyck 44 tot 54 of $\frac{44}{54}$ / dat is / $\frac{2}{3} + \frac{8}{54}$; en in 4/gelijck 75 tot 96 of $\frac{75}{96}$/ dat is/ $\frac{2}{3} + \frac{11}{96}$; en in 5 / gelijck 114 tot 150 of $\frac{114}{150}$ / dat is/ $\frac{2}{3} + \frac{14}{150}$; en in 6/ gelijck 161 tot 216 of $\frac{161}{216}$ / dat is/ $\frac{2}{3} + \frac{17}{216}$. En soo voorts. Dat is / dat de voortkomende reden telckens grooter is als $\frac{2}{3}$ / en het overschot vervolgens minder wordt/ gelijck blijckt door $\frac{5}{24}$ / $\frac{8}{54}$ / $\frac{11}{96}$ / $\frac{14}{150}$ / $\frac{161}{216}$ / etc. te weetẽ/na dat men EB geduerig in meer deelen stelt gedeelt te worden. Namentlijck 'teenemael gelijck door $\frac{4aa + 3a - 1}{6aa}$ of $\frac{2}{3} + \frac{3a - 1}{6aa}$ te kennen gegeven wort.

En dit zy dan/ so veel aengaet de vergelijcking van de figuer/ om de halve Sphæra ABC beschreven / met de Cylinder AFGC. Volgt nu wyders de vergelijcking van de figuer in deselve halve Sphæra ABC beschreven met de Cylinder AFGC.

Om welcke te vinden/ so laet alleen gesocht worden de reden/die de □ten DHB, DIB, DKB, DLB of de □ten QH, RI, SK, TL of oock de verschillen om welcke de □ten EQ, ER, ES, ET grooter zijn als de □ten EH, EI, EK, EL, hebben tot de □ten MH, NI, OK, PL, AE,

		□MH 25
□EQ 25 − □EH	16	□NI 25
□ER 25 − □EI	9	□OK 25
□ES 25 − □EK	4	□PL 25
□ET 25 − □EL	1	□AE 25

En men sal vindē/ dat de begeerde redē is/ gelijck 100 min 30..tot..125.

Om 't welck generalijck van yder figuer / in de halve Sphæra ABC beschreven/ te verstaen/ de liny EB in so veel gelijcke deelen als men wil gedeelt zijnde/ soo stellen wy dattet getal deser deelen zy a: en sal alsoo de reden van de figuer in de halve Sphæra ABC beschreven zijn tot de Cylinder AFGC, gelijck $\frac{4a^3 - 3aa - a}{6}$ tot a^3/ of $4aa - 3a - 1$ tot $6aa$. En is openbaer/ indien dese reden geweest waer / gelijck $4aa$ tot $6aa$, dat dan de figuer in de halve Sphæra ABC beschreven tot de Cylinder AFGC sou geweest zijn/ gelijck 2 tot 3. Maer nadien nu van $4aa$ af-getrocken wort $3a + 1$ / soo blijckt/ dat de reden van de figuer in de halve Sphæra ABC beschreven tot de Cylinder AFGC minder is als van 2 tot 3.

Hierom / indien EB in 2 ghelijcke deelen ghedeelt is / soo sal de reden zijn / als 9 tot 24 of $\frac{9}{24}$ / dat is/ $\frac{2}{3} - \frac{7}{24}$; indien in 3 / gelijck 26 tot 54 of $\frac{26}{54}$ / dat is / $\frac{2}{3} - \frac{10}{54}$; indien in 4 / gelijck 51 tot 96 of $\frac{51}{96}$; dat is / $\frac{2}{3} - \frac{13}{96}$; indien in 5 / gelijck 84 tot 150 of $\frac{84}{150}$ / dat is / $\frac{2}{3} - \frac{16}{150}$; indien in 6 / gelijck 125 tot 216 of $\frac{125}{216}$ / dat is/ $\frac{2}{3} - \frac{19}{216}$. En soo voorts. Dat is/ dat de voortkomende reden telckens kleender is als $\frac{2}{3}$ / en 't verschil geduerig af-klimt/ gelijck blijckt door $\frac{7}{24}$ / $\frac{10}{54}$ / $\frac{13}{96}$ / $\frac{16}{150}$ / $\frac{19}{216}$ / etc. Te weeten / na dat EB geduerig in meer deelen ghedeelt wort. Namentlijck t'eenemael ghelijck door $\frac{4aa - 3a - 1}{6aa}$ of $\frac{2}{3} - \frac{3a - 1}{6aa}$ te kennen gegeven wort.

Wyders / nadien / de Cylinder AFGC zijnde ∞ $6aa$, de om-geschreven figuer is ∞ $4aa + 3a - 1$, en de in-geschreven ∞ $4aa - 3a - 1$, en deser verschil ∞ $6a$: soo sal de reden van dit verschil tot de Cylinder AFGC zijn/ gelijck $6a$ tot $6aa$ of gelijck 1 tot a, dat is/ gelijck d'eenheyt tot de menichte der deelen van EB. Maer gelijck de eenheyt is tot de menichte der deelen van EB, alsoo is oock de Cylinder APeC tot de Cylinder AFGC. Waerom dan de om-geschreve figuer om het verschil APeC grooter is als d'in-geschreve. Het welck mede blijckt / indien men op yder der Circkels Q 1/ R 2 / S 3 / T 4 twee Cylinders verdenckt/ waer van d'eene naer B, en d'ander naer E gekeert zy / en van welcke die alle/ die naer E gekeert zijn / 't samen gelijck zijn aen die alle 't samen / welcke naer B gekeert zijn; sulcx dat / indien men tot alle / die naer B gekeert zijn / de Cylinder Ae addeert / dan de gantsche figuer / om de halve Sphæra ABC beschreven/ grooter zy dan die in deselve beschreven is om de Cylinder Ae.

Alwaer eyndelijck blijckt / nadien men EB geduerig in gelijcke deelen

deelen

deelen kan / soodanig dat hier door de Cylinder A *e* ten laetsten kleender wort dan eenig gegeven lichaem / dat men om sulcks oock om en in de halve Sphæra ABC een figuer beschrijven kan / die yder uyt Cylinders van gelijcke hoochte bestaen / welckers verschil minder zy dan eenig gegeven lichaem. En hierom / indien 't getal der deelen van EB on-eyndig groot gestelt wort / dat is / dat de halve Sphæra ABC en Cylinder AFGC uyt even-veel en gelijck als oneyndige Circkels verdacht worden gemaeckt te zijn of oock uyt Cylinders van eene hoochte / die in't on-eyndig kleen is: so sal het verschil tussen de om-geschreven en in-geschrevē figuer zijn ∞ o / en derhalven de reden van de Cylinder AFGC tot de halve Sphæra ABC, gelijck 3 tot 2. Hierom / door dien dit op deselve wijs van haer dobbel te verstaen is / soo besluyten wy dat de Cylinder, wiens basis gelijck is aen de grootste Circkel in de Sphæra en hoochte gelijck aen de diameter der Sphæra, is anderhalf mael soo groot als de Sphæra. Het welck voorgestelt was.

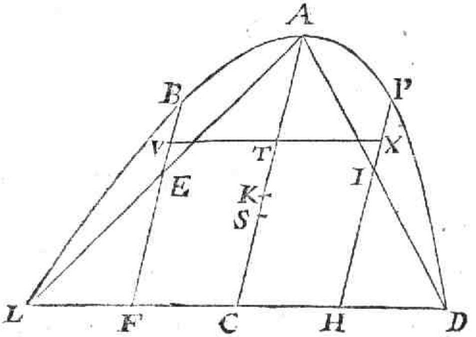
Op gelijcke wijs / soeckende de reden / dieder is tussen de □ten VH, XI, YK, ZL, AE en de □ten MH, NI, OK, PL, AE, soo wert gevonden / stellende *a* door de menichte der deelen van EB, dat de figuer / om de Conus ABC beschreven / is tot de Cylinder AFGC, gelijck $2aa + 3a + 1$ tot $6aa$, dat is / dat de reden is $\frac{1}{3} + \frac{3a + 1}{6aa}$. Maer soeckende de reden / dieder is tussen de □ten VH, XI, YK, ZL, en de □ten MH, NI, OK, PL, AE, so wordt gevonden / dat de figuer in de Conus ABC beschreven is tot de Cylinder AFGC, gelijck $2aa - 3a + 1$ tot $6aa$, dat is / dat de reden is $\frac{1}{3} - \frac{3a + 1}{6aa}$. Weshalven nadien de eene deser figueren / die om de Conus ABC beschreven wort / telckens meerder is als een $\frac{1}{3}$ deel des Cylinders AFGC; maer de andere / die in deselve Conus ABC beschreven wort / telckens minder is als een $\frac{1}{3}$ deel des Cylinders AFGC; en hier-benevens $\frac{3a + 1}{6aa}$ het overschot van geene / en $\frac{-3a + -1}{6aa}$ het mangel van dese / naer dat EB geduerig in meer en meer deelen gedeelt wort / eyndelijck tot o toe af-klimt: so volgt / dat de Conus ABC het $\frac{1}{3}$ deel is des Cylinders AFGC. Het welck voorgestelt was.

Hierom / van sulcke deelen dan als de Conus ABC 1 gestelt wort / soo sal de Cylinder AFGC van deselve 3 doen / en de gantsche Cylinder, namentlijck / die om de heele Sphæra ABCD beschreven wort / 6 wesen. Welcke nu anderhalf mael soo groot betoont zijnde als de Sphæra ABCD, dat is / indien dese Cylinder 6 doet / dat dan de Sphæra ABCD is 4: so blijckt dat de Sphæra ABCD het viervout is der Conus ABC, in dese Sphæra beschreven. Het welck voorgestelt was.

XIX. AFDEELING.

Manier om 't ſwaerheyts middel-punt van een Parabola *te vinden.*

SUllende verklaeren op wat wijz 't ſwaerheyts middel-punt eens figuers gevonden kan worden, ſoo ſullen wy 't ſelve met *Archimedes* en andre Autheuren in yder figuer maer een eenigh punt ſtellen te weſen, het welck ten aenſien van die figuer altijt een ſelve plaets behout; als oock dat twee of meer ſwaerten volgens even-wydige linien, door deſe middel-punten ſtreckende, naer beneden dalen.



Waerom / ſtellende dat K het ſwaerheyts middel-punt is der Parabole LBAPD, en S het ſwaerheyts middel-punt des triangels LAD; maer de punten V en X die van de deelen LBA en APD: ſoo ſal / treckende VX, het punt T het ſwaerheyts middel-punt zijn der grootheyt / die uyt deſe beyde t'ſamen geſtelt wort.

Derhalven ſoo men ſtelt CA $\propto a$, ſoo ſal EB of IP door de voorgaende Afdeeling zijn $\propto \frac{1}{4}a$, en AS $\propto \frac{2}{3}a$. Daer na ſtellende AK $\propto z$, ſoo ſal CK zijn $\propto a - z$. Het welck dus geſtelt zijnde / dewijl CA is tot AK, dat is / a tot z, gelijck EB of IP, dat is / $\frac{1}{4}a$ tot BV of PX: ſoo ſal BV of PX zijn $\propto \frac{1}{4}z$. Welcke afgetrocken zijnde van EB of IP, ſoo reſt EV of IX $\propto \frac{a-z}{4}$. Waer by geaddeert FE of HI $\propto \frac{1}{2}a$, ſo komt FV of HX, of CT $\propto \frac{3a-z}{4}$.

Vorders / dewijl af-treckende CK $\propto a - z$ van CT $\propto \frac{3a-z}{4}$, reſt KT $\propto \frac{3z-a}{4}$, maer AK $\propto z$ van AS $\propto \frac{2}{3}a$, reſt KS $\propto \frac{2}{3}a - z$; en KT tot KS is / gelijck

gelijck den △ LAD tot beyde deelen LBA en APD, van welcke de reden van d'een tot d'ander / door de voorgaende Afdeeling / is gelijck 3 tot 1: ſoo ſal $\frac{3z-a}{4}$ tot $\frac{2}{3}a - z$ zijn/ als 3 tot 1. En ſal/ multipliceerende beyde uytterſte en beyde middelſte / komen $\frac{3z-a}{4} \infty 2a - 3z$. Waer uyt men dan / de vergelijcking ontbindende / vindt $z \infty \frac{3}{5}a$. Betoonende/dat men om het begeerde middel-punt K te vinden/ AC in 5 gelijcke deelen deelen moet/ en van deſelve voor AK neemen 3 deelen; over-een komende mettet geene van Archimedes bewesen is in 't 8ſte Voorſtel van ſijn 2de boeck der Even-wichtſtaltige: te weeten / dat den diameter CA van 't ſwaerheyts middel-punt K altijt ſoodanig gedeelt wort/ dat het deel KA, aen het top punt / is tot het deel KC, aen den baſis/ gelijck 3 tot 2.

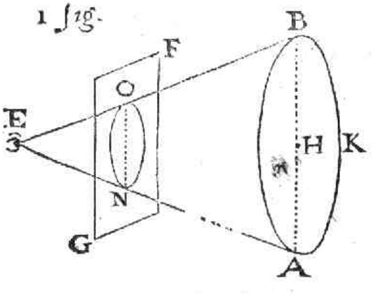
Op deſelve wijs kan men ooch de ſwaerheyts middel-punten van andre figueren vinden / die van kromme linien van hooger gheſlacht begrepen worden.

XX. AFDEELING.

Van d'afteyckening eens Circkels op 't glas, die oock een Circkel is.

HOedanich men, een Circkel en 't glas gegeven zijnde, een plaets vinden kan, tot welcke het ooch gevoegt zijnde, deſelve Circkel ſich op 't glas in een Circkel vertoont, heeft my, nu weynich jaeren verleden, den ſeer vernuftigen en Wiskonſtigen Heer, *Claudius Mylon*, Rechtsgeleerde tot Parijs, die hier op dit volgende uyt-gevonden heeft, ſchriftelijck mede-gedeylt.

1 *fig.*

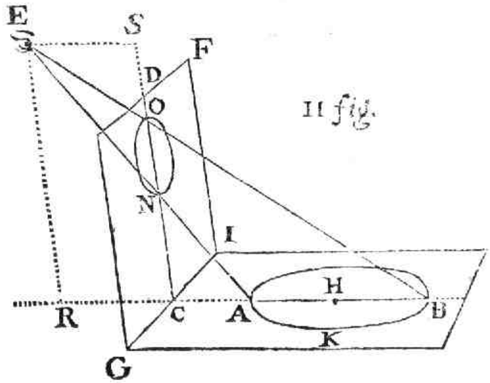


Stellende GF 't glas / en AKB de gegeven Circkel/ ſoo laetter een punt te vinden zijn / als E; ſulcx dat NO, de af-teyckening van AKB op 't gegeve glas GF, oock een Circkel zy.

Eerſtelijck / indien 't glas GF en de Circkel AKB even-wydig geſtelt worden/ ſo is openbaer [a]/ dat het ooch E, genomen zijnde waer 't valt/ in de onbepaelde lichamelijcke wytte buyten 't glas/ de af-teyckening NO des Circkels AKB op 't glas GF altyt oock een Circkel zijn ſal.

a na 't 4de Voorſtel des 1 boecks der Coniſche Sectien van Apollonius.

Ten anderen / indien 't glas GF en de Circkel AKB niet even-wydig gestelt worden / soo segh ick dattet punt van t'oogh E over-al in een Hyperbola vallen kan / welcke in gelegentheyt gegeven is.



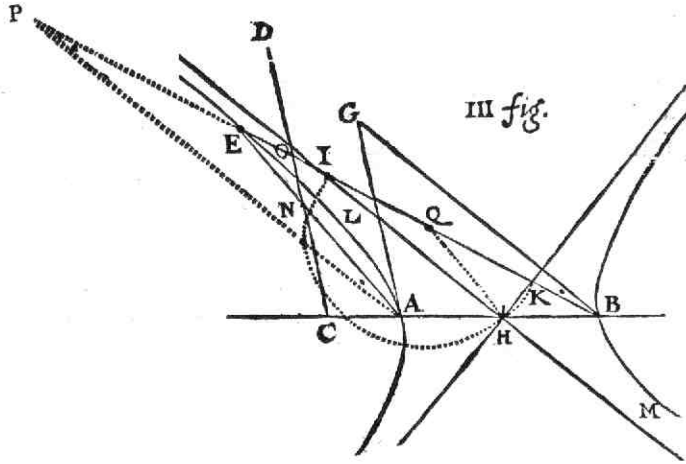
Want GI de glas-grondt zijnde / en CAHB op deselve in 't vlack des Circkels AKB door 't middel-punt H recht-hoeckig komende / soo sal / als men upt C op GI in 't glas GF treckt de recht-staende CD, den hoeck BCD of zijn neven-staenden DCR [b] de nepging zijn deser 2 vlacken / en 't vlack / 't welck door dese twee linien CB, CD streckt / [c] recht-hoeckig op yder deser 2 vlacken wesen.

b na de 6ste bep. des II b. Euclidis.

c na 't 18 v. des II b. Eucl.

Daer na 't punt E zijnde in 't vlack BCD, op dat NO, de door-snyding van de scheeve Conus EAKB en 't glas GF, een Circkel zy / soo wordt vereyscht / dat [d] den △ENO, af-gesneden tot de top E, gelijck-formig zy en half verkeert gestelt met EBA, de triangel langs d'as / dat is / dat EO zy tot EN, gelijck EA tot EB.

d na 't 5de v. des 1sten boecks der Conische Sectien van Apollonius.



Hierom in de 3de figuer / de linien CB, CD, mitsgaders de punten A, H, B, en E deselve zijnde als in de 2de figuer / soo men / getrocken hebbende AG

gelijck

gelijck AB en even-wydig met CD, haelt BG, en uyt H met dese treckt de parallele HI, waer op HK recht-hoeckig zy; en HI, HK genomen zijnde voor noyt t'samen-komende/ door de punten A en B e beschreven worden de tegen-overstaende Hyperbolæ AL, BL: dan sal E, het punt des oochs/ in de Hyperbola AL of BM genomen konnen worden/ waer 't valt/ dat is/ soo men uyt eenig punt in deselve/ na believen/ treckt EA, EB, snydende CD in N en O, dan sullen de △ken ENO en EBA gelijckformig zijn en half verkeert gestelt wesen.

e na 't 4de v. des 2den boecks der Conische Sectien van Apollonius.

Om 't welck te bewijsen/ soo zy AP even-wydig getogen met HI. Hierom/ nadien BE met BG t'samen komt/ soo sal oock BE met HI, AP, die met BG even-wydig zijn/ t'samen komen. Zy dan gestelt/ dat BE en AP t'samen komen in P. En aengesien BE de over-staende Hyperbolen AL, BM, doorsnijt/ soo volgt dat die mede haere noyt t'samen-komende HI, HK sal door-snyden. 't welck dan zy in I en K. Vorders/ gedeelt zijnde IK in tween gelijck in Q, soo laet uyt Q in de wytte IQ of QK beschreven worden het half rondt IHK, het welck dan passeeren sal door H, overmits den hoeck IHK recht is/ en zy getrocken QH.

Dit dan soo gestelt zijnde/ dewijl IQ gelijck is QK, als oock IE gelijck KB f: soo sal oock de gantsche EQ aen de gantsche QB gelijck zijn. Nu is mede AH gelijck HB. Waerom dan AE g even-wydig is met HQ. Maer door 't werck is oock AP even-wydig met HI. Weshalven dan mede den △ AEP, gelijckformig zijnde aen den gelijck-beenigen △ HQI, gelijckbeenig zijn sal/ en desselfs hoeck tot A gelijck den hoeck tot P of desers overanderden EBG. Nu is in den gelijck-beenigen △ ABG den gantschen hoeck ABG gelijck den hoeck G, dat is/ den gantschen overanderden hoeck GAP: Van welcke gelijcke hoecken ABG en GAP soo men af-treckt de gelijcke EBG en EAP, so blijven over de gelijcke ABE en EAG of ENO. Hierom/ nadien in de △ken EBA en ENO de hoeckẽ ABE en ENO gelijck zijn/ en den hoeck tot E aen beyde driehoecken gemeen is/ soo sal oock h den 3den hoeck EAB aen den 3den EON gelijck zijn/ en om sulcx i den △ ENO gelijck formig met den △ EBA. Welcke driehoecken/ dewijlse half verkeert gestelt zijn/ soo blijckt dat de snede NO k een Circkel is. 'Twelck te doen was. 'Tselve is oock te verstaen van yder ander punt/ in de Hyperbola AL genomen/ of oock in d'overstaende BM, alleenlijck veranderende de letteren A en B, d'een in d'ander.

f na 't 8ste v. des 2den b. der Conische Sectien van Apollonius.
g na 't 2 v. des 6 b. Eucl.
h na 't 32 v. des 1. b. Eucl.
i na 't 4 v. en 1ste bep. des 6. b. Eucl.
k na 't 5 v. des 1sten boecks der Conische Sectien van Apollonius.

Wyders soo staet te letten/ dat het bygebrachte bewijs op driederhande gestalt van het gegeven past: te weeten/ 't zy dattet glas CD komt tussen 't ooch E en 't object AB, of dattet ooch E komt tussen 't glas CD en 't object AB, of oock dattet object AB komt tussen het ooch E en 't glas CD; en dattet insgelijcx licht is door * ont-kennende bewijs-reden te toonen/ dattet punt van 't ooch E niet en kan genomen worden buyten de Hyperbolæ AL, BM; en derhalven 'tselve niet vallen kan * in de verknochte Hyperbolen.

* demonstrationẽ negativam.
* In Hyperbolis conjugatis.

Doch nademael/ dese dingen verstaen zijnde/ het vermaeckelijck is te sien op wat wijs ymandt in dese gedachten vallen kan/ dat hy 't punt des oochs E in een van beyde Hyperbolen AL of BM naer gevallen nemen mach:

soo

soo dunckt my niet ongevoechlijck te sullen wesen / indien ick alhier de Algebraïsche of Stel-regelsche werckinge / waer uyt dit alles openbaer wordt / in 't kort by-voeg.

Stellende dattet begeerde volbracht is / so zy

$CA \infty a$

$AB \infty b$

$AN \infty c$

$AR \infty x$

$RE \infty y$

en $EB \infty z$:

Wegens de gelijckformige △ken RBE en CBO, soo is:

$$\begin{array}{ccc} RB & BE & CB \\ x+b & -- \; z \; -- & a+b \end{array} \text{ / tot BO. } \frac{az+bz}{x+b}$$

Welcke af-getrocken van $BE \infty z$, soo rest $\frac{xz-az}{x+b}$, voor EO.

Wegens de gelijckformige △ken CAN en RAE, soo is:

Siet fig. II.

$$\begin{array}{ccccc} CA & & AN & & RA \\ a & — & c & — & x \end{array} \text{ / tot AE. } \frac{cx}{a}$$

Uyt de stelling van 't begeerde / als volbracht wesende.

subtr. AN. c

$$\begin{array}{ccccc} EO & & & EA & EB \\ \frac{xz-az}{x+b} & \ldots\ldots\ldots\ldots & EN.\ \frac{cx-ca}{a} & \ldots \frac{cx}{a} & / \ z \end{array}$$

$$\frac{xzz-azz}{x+b} \infty \frac{ccxx-ccax}{aa}$$

$$\frac{zz}{x+b} \infty \frac{ccx}{aa}$$

$$zz \infty \frac{ccxx+ccbx}{aa}.$$

Wegens de gelijckformige △ken REB en SEN, soo is:

$$\begin{array}{ccccccc} EB & & ER & & EN & & ES \text{ of } RC \\ z & — & y & — & \frac{cx-ca}{a} & / & x-a \end{array}$$

$$xz-az \infty \frac{cxy-cay}{a}$$

$$z \infty \frac{cy}{a}$$

$$\text{en } zz \infty \frac{ccyy}{aa} \infty \frac{ccxx+ccbx}{aa} \infty zz$$

$$\text{komt } yy \infty bx+xx$$

$$\text{en } y \infty \sqrt{bx+xx}.$$

Alwaer

Alwaer blijckt/nadien in de gebonde vergelijcking $yy \propto bx + xx$ elck van beyde de onbekende grootheden x of y tot twee dimensien op-klimt/ en xx in deselve mettet teecken $+$ beteeckent wort/dattet begeerde punt E in een Hyperbola vallen sal.

Om welckers rechte en dwersche syde te vinden/aengesien/de groothept mm nul zijnde/door 't geene pag. 31. in de Geometrie des onvergelijckelijcken Wiskonstenaers Renati des Cartes betoont is/de rechte syde doet $\frac{oz}{a}$/en de groothept ox hier voor deselve genomen moet worden als bx, dat is/ o voor deselve als b, en men alhier niet en heeft z en a: soo sal de rechte syde zijn $\propto b$.

Besiet de nieuwe editie der Geometrie.

Daer na/dewijl de reden van de rechte syde tot de dwersche is/als pz tot aam en p gelijck is aen m, door dien alhier by xx geen gebroocken komt/ en z en a (als geseyt is) in de gebonde vergelijcking niet vermerckt worden ofte aen malkander gelijck zijn/ soo sal oock de dwersche syde AB aen b gelijck wesen.

Vorders/om het middel-punt te vinden/nademael de term/die t'selve te kennen geeft/is $\frac{aom}{2pz}$, soo moet AH gelijck gemaect worden aen $\frac{o}{2}$ of $\frac{1}{2}b$: en sal alsoo H, het midden van AB, het middel-punt der Sectien wesen.

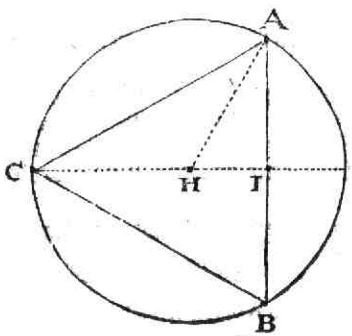
Eyndelijck sal ER $\propto y \propto \sqrt{bx + xx}$ een der linien wesen/die voort-getrocken zijnde van de middel-lijn AR in tween gelijck gedeelt worden. Welcke/indien men RC noemt x, zijn sal $\propto \sqrt{aa + ab + 2ax + bx + xx}$. Waer uyt voorts de rest/hier toe gehoorende/licht is.

XXI. AFDEELING.

Van geschickte figueren, die in een Circkel beschreven zijn; en van de deeling der hoecken of boogen in gelijcke deelen.

NAdien de beschrijving der geschickte of regulare figueren in een Circkel niet sonder onderscheyt op een en deselve wijz toe-gaet, maer na de menichte der hoecken d'eene heel anders als d'andre in die beschreven wort, en de verscheydenheyt van die beschrijving hangt aen de verscheyde reden haerder syden tot de halve middel-lijn: soo sal 't niet onnut wesen, dat ick, voor de halve middel-lijn de eenheyt nemende, alhier in 't kort aenwijse, op wat wijz men in de eenvoudigste termen de vergelijckingen vinden kan, welckers wortels dese gesëyde reden der sijden tot de halve middel-lijn bewijsen, en haer grootte volkomentlijck bepalen. Het welck dan met een of twee exempelen te betoonen genoeg zijn sal.

In een driehoeck.



Zy CH of HA ∞ 1
en AB ∞ x, dan sal AI of IB zijn ∞ $\frac{1}{2}x$.

van't □ HI. 1
subtr. □ AI. $\frac{1}{4}xx$

$*$ □HI. $1-\frac{1}{4}xx$

HI. $\sqrt{1-\frac{1}{4}xx}$
add. CH. 1

CI. $1+\sqrt{1-\frac{1}{4}xx}$

add. $\begin{cases} \square\ \text{CI.}\ 2-\frac{1}{4}xx+\sqrt{4-xx} \\ \square\ \text{AI.}\ \frac{1}{4}xx \end{cases}$ □ CA of AB

komt □ CA. $2+\sqrt{4-xx} \infty xx$

$\sqrt{4-xx} \infty xx-2$

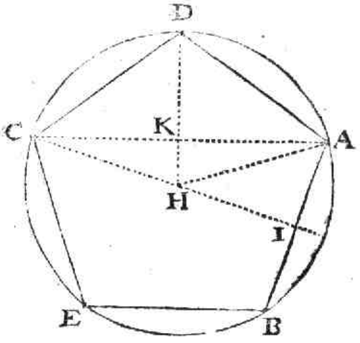
$4-xx \infty x^4-4xx+4$

$3xx \infty x^4$

$3 \infty xx$, of $xx-3 \infty 0$. De vergelijcking een driehoecks.

In

In een vijfhoeck.

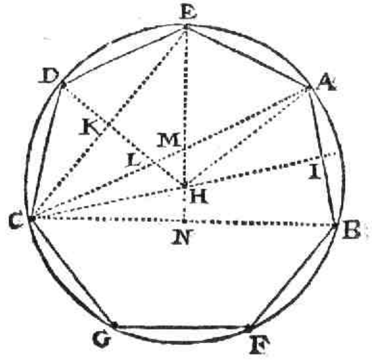


Wegens de gelijckformichept der $\triangle$ken HAI en CDK, soo is:

$$\begin{array}{cccc} \square HA & {*}\square HI & \square CD & \square CK \\ 1 & 1 - \tfrac{1}{4}xx & xx / \text{ tot} & xx - \tfrac{1}{4}x^4 \end{array}$$

	met $\quad 4 \quad \dagger\,\square CA$
	‡ komt $\square CA.$ $4xx - x^4 \propto 2 + \sqrt{4 - xx}$
	$-2 + 4xx - x^4 \propto \sqrt{4 - xx}$
	$\cancel{4} - 16xx + 20x^4 - 8x^6 + x^8 \propto \cancel{4} - xx$
	$x^6 - 8x^4 + 20xx - 15 \propto 0$
deelt door $xx - 3 \propto 0$	$x^4 - 5xx + 5 \propto 0.$ De vergelijcking eens vijfhoecks.

In een ſevenhoeck.



Wegens de gelijckformicheyt der △ken HAI en CDK, ſoo is:

$$\begin{array}{ccccc} HA & AI & CD & DH. & 1 \\ 1 \text{ —— } & \frac{1}{2}x \text{ —— } & x \,/\, \text{tot} & DK. & \frac{1}{2}xx \end{array} \Big\}\ \text{ſubtr.}$$

Wegens de gelijckformicheyt der △ken CKH en ENC, ſoo is:

$$\begin{array}{ccccc} & \overline{KH.\ 1 - \frac{1}{2}xx} & ‡\ \square CE & & \square CN \\ \square CH & & & & \\ 1 \text{ ——— } & \square KH.\ 1 - xx + \frac{1}{4}x^4 \text{ ——— } & 4xx - x^4 \,/\, \text{tot} & & 4xx - 5x^4 + 2x^6 - \frac{1}{4}x^8 \\ & & † \square CA & \square CB \text{ of } CA & \text{met } 4 \end{array}$$

$$\text{komt } 2 + \sqrt{4 - xx} \;\infty\; 16xx - 20x^4 + 8x^6 - x^8$$

$$\sqrt{4 - xx} \;\infty\; -2 + 16xx - 20x^4 + 8x^6 - x^8$$

$$\cancel{4} - xx \;\infty\; \cancel{4} - 64xx + 336x^4 - 672x^5 + 660x^8 - 352x^{10} + 104x^{12} + 16x^{14} + x^{16}$$

$x^{14} - 16x^{12} + 104x^{10} - 352x^8 + 660x^6 - 672x^4 + 336xx - 63 \infty 0$. Deſe vergelijcking kan gedeelt worden door $xx - 3 \infty 0$/ en komt $x^{12} - 13x^{10} + 65x^8 - 157x^6 + 189x^4 - 105xx + 21 \infty 0$. Nu kan deſe vergelijcking vorders niet gedeelt worden door een twee-namich getal / beſtaende uyt de onbekende grootheyt xx, + of — eenigh getal / deelende de laetſte term 21 ſonder overſchot ; maer wel door een andre ſom/ gelijck hier na ſal blijcken.

Alwaer te letten is/ dat ſo wel de gevonde vergelijcking van de vijfhoeck als deſe eerſte van de ſevenhoeck door een ſelfde twee-namich getal/ als $xx - 3 \infty 0$/ 't welck de vergelijcking des driehoecks is/ en niet door eenich ander twee-namigh getal/ gedeelt kan worden.

Anders,

Anders, na de manier van een hoeck in drien te deelen.

Wegens de gelijckformigheyt der $\triangle$ken HCD en DCL, soo is:

$$\begin{array}{llll} HC & CD & CD & \text{van DH.} \\ 1 \text{ --- } & x \text{ --- } & x / & \text{tot DL.} \end{array} \quad \left.\begin{array}{l} 1 \\ xx \end{array}\right\} \text{Subtr.}$$

Wegens de gelijckformige $\triangle$ken HDE en HLM, soo is:

$$\begin{array}{lll} HD & DE & \\ 1 \text{ --- } & x \text{ --- } & \text{LH. } \overline{1 -- xx} \text{ / tot LM. } x -- x^3 \end{array}$$

Add.

$$\begin{array}{rl} \text{CL of CD.} & x \\ \text{MA of AE.} & xx \\ \hline \text{CA.} & 3x -- x^3 \\ & 3x - x^3 \\ \hline & -- 3x^4 + x^6 \\ & 9xx -- 3x^4 \end{array} \qquad \dagger \ \square CA$$

komt $\square CA.\ \overline{9xx -- 6x^4 + x^6} \infty 2 + \sqrt{4 - xx}$

$$-- 2 + 9xx -- 6x^4 + x^6 \infty \sqrt{4 -- xx}$$

$$x^{12} -- 12x^{10} + 54x^8 -- 112x^6 + 105x^4 - 36xx + \cancel{4} \infty \cancel{4} -- xx$$

$$x^{10} -- 12x^8 + 54x^6 -- 112x^4 + 105xx -- 34 \infty 0.$$

Dese vergelijcking kan door geen twee-namich getal gedeelt worden. Maer soo men die deelt door de gevonde vergelijcking des vijf hoecks $x^4 - 5xx + 5 \infty 0$ / soo komt $x^6 - 7x^4 + 14xx - 7 \infty 0$ / de vergelijcking des sevenhoecks / in d'eenvoudigste termen. Welcke mede gevonden wort / alsmen de voor-gevonde vergelijcking $x^{12} - 13x^{10} + 65x^8 - 157x^6 + 189x^4 - 105xx + 21 \infty 0$ deelt door dese som $x^6 - 6x^4 + 9xx - 3 \infty 0$. Want daer wederom komt $x^6 - 7x^4 + 14xx - 7 \infty 0$. Die men oock op dese wijs vinden kan: te weeten / vergelijckende t' $\square$ op CA, gesocht na de manier van een hoeck in tweeen te deelen / mettet selfde $\square$ CA, gesocht na de manier van een hoeck in drien te deelen / niet acht gevende op de waerde van 't selve quadraet $\infty\ \dagger\ 2 + \sqrt{4 - xx}$.

Dat is / stellende $16xx - 20x^4 + 8x^6 - x^8 \infty 9xx - 6x^4 + x^6$

en komt $x^8 - 7x^6 + 14x^4 - 7xx \infty 0$

of $x^6 - 7x^4 + 14xx - 7 \infty 0$. De vergelijcking des seven-hoecks / als boven.

Hier by voegt de manier van reduceeren / door de meer-gemelde Heer J. Hudde gevonden / waer door men uyt de twee gevonde vergelijckingen $x^{12} - 13x^{10} + 65x^8 - 157x^6 + 189x^4 - 105xx + 21 \infty 0$ en $x^{10} - 12x^8 + 54x^6 - 112x^4 + 105xx - 35 \infty 0$ de simpelste vergelijcking aldus

Iii 3 vindt.

vindt. te weeten / met de laeghste te verhoogen / tot dat die met de hooghste tot even-veel dimensien op-klimt / en daer na te wercken / als volgt.

$$
\begin{array}{r}
x^{12} - 12x^{10} + 54x^8 - 112x^6 + 105x^4 - 35xx \quad \infty\ 0 \\
x^{12} - 13x^{10} + 65x^8 - 157x^6 + 189x^4 - 105xx + 21 \ \infty\ 0 \\
\hline
x^{10} - 11x^8 + 45x^6 - 84x^4 + 70xx - 21 \ \infty\ 0 \\
x^{10} - 12x^8 + 54x^6 - 112x^4 + 105xx - 35 \ \infty\ 0 \\
\hline
x^8 - 9x^6 + 28x^4 - 35xx + 14 \ \infty\ 0 \\
\hline
\end{array}
$$

deelt door $xx - 2$. soo komt $x^6 - 7x^4 - 14xx - 7 \infty 0$. Als boven.

Wyders / nadien men / in een Circkel beschreven zijnde een ses-hoeck / tien-hoeck / en veertien-hoeck / de radius, als boven / zijnde $\infty 1$ / en de syde des veel-hoecks ∞x, vindt de vergelijckingen $x - 1 \infty 0$ / $xx + x - 1 \infty 0$ / en $x^3 - xx - 2x + 1 \infty 0$ / welcke simpelder zijn dan de voorgaende van een drie-hoeck / vijf-hoeck / en seven-hoeck ('t welck insgelijcx van de volgende veel-hoecken / daer van 't getal der hoecken dobbel is / verstaen moet worden): soo sal 't raetsamer wesen / dat wy / om deselve te beschrijven / de vergelijckingen soecken / over-eenstemmende met de veel-hoecken / welckers getal der hoecken dobbel is.

Nu aengesien / om dese vergelijckingen als oock de voorgaende kort te vinden / de vergelijckingen / waer door een ghegeven hoeck of boogh in ettelijcke gelijcke deelen gedeelt kan worden / seer dienstig zijn: soo sal ick hier by-voegen die / welcke door de voorsz J. Hudde ten desen eynde gevonden zijn / en welcke hy d'een uyt d'ander met soodanigen lichticheyt heeft weeten te doen volgen / dat hy ongevaer in een quartier uyrs dese onderstaende uyt-gereeckent heeft.

Vergelijckingen, om een hoeck of boogh in gelijcke deelen te deelen, van een on-even menichte.

$$
\left.\begin{array}{l}
x^3 - 3x + q \infty 0 \ \ldots \\
x^5 - 5x^3 + 5x - q \infty 0 \ \ldots \\
x^7 - 7x^5 + 14x^3 - 7x + q \infty 0 \ \ldots \\
x^9 - 9x^7 + 27x^5 - 30x^3 + 9x - q \infty 0 \ \ldots \\
x^{11} - 11x^9 + 44x^7 - 77x^5 + 55x^3 - 11x + q \infty 0 \ \ldots \\
x^{13} - 13x^{11} + 65x^9 - 156x^7 + 182x^5 - 91x^3 + 13x - q \infty 0
\end{array}\right\}
\begin{array}{l}
\text{Vergelijckin-} \\ \text{ghen om een} \\ \text{hoeck of boog} \\ \text{te deelen in}
\end{array}
\left\{\begin{array}{c} 3 \\ 5 \\ 7 \\ 9 \\ 11 \\ 13 \end{array}\right\}
\text{gelijcke deelen.}
$$

De manier nu / waer door hy die gevonden heeft / is dusdanich:

De halve middel-lijn des Circkels gestelt zijnde $\infty 1$ / en de koorde van de gegeve boogh ∞q, soo zy de koorde van het begeerde deel ∞x.

Daer

Daer na werckt/om den hoeck in drien te deelen/ aldus: x . I

Mult. met x . 2

subtr. xx . 3
van d'eenheyt of 1 . 4

$1 -- xx$. V
Mult. met x . 2

$x -- x3$. 6
add. x . I

$2x -- x3$. VII
add. x . I

soo komt $q \infty 3x -- x3$. 8. De vergelijcking van den hoeck in drien te deelen.

Maer om den hoeck in vijven en voorts in alle hoogere on-even deelingen te deelen/ soo werckt men by na op deselve wijz/ alleenlijck nu voor de 1ste term nemende die/ welcke boven met VII beteeckent is/ en de 3de term nu niet van de eenheyt treckende/ maer van die/ welcke in de even-voorgaende wercking door V beteyckent is/ en 't welck soo voorts in al de volgende on-eve deelingen plaets heeft.

Gelijckerwijz hier te sien is.

(VII) $2x -- x^3$. I
Mult. met x . 2

subtr. $2xx -- x^4$. 3
van (V) $1 - xx$. 4

$1 -- 3xx + x^4$. V
Mult. met x . 2

$x -- 3x^3 + x^5$. 6
add. $2x -- x^3$. I

$3x -- 4x^3 + x^5$. VII
add. $2x -- x^3$. I

en komt $q \infty 5x -- 5x^3 + x^5$. 8. De vergelijcking van een hoeck in vijven te deelen.

De

De werching nu van een hoeck in 7 deelen te deelen is dese:

$$\begin{array}{rrl}
 & (\text{VII})\ 3x - 4x^3 + x^5 & .\ 1 \\
\text{Mult. met} & x & .\ 2 \\
\hline
\text{subtr.} & 3xx - 4x^4 + x^6 & .\ 3 \\
\text{van } (\text{V}) & 1 - 3xx + x^4 & .\ 4 \\
\hline
 & 1 - 6xx + 5x^4 - x^6 & .\ \text{V} \\
\text{Mult. met} & x & .\ 2 \\
\hline
 & x - 6x^3 + 5x^5 - x^7 & .\ 6 \\
\text{add.} & 3x - 4x^3 + x^5 & .\ 1 \\
\hline
 & 4x - 10x^3 + 6x^5 - x^7 & .\ \text{VII} \\
\text{add.} & 3x - 4x^3 + x^5 & .\ 1 \\
\hline
\end{array}$$

En sal komen $q \propto 7x - 14x^3 + 7x^5 - x^7$. 8. De vergelijcking van een hoeck in seven te deelen.

En soo voorts in 't oneyndig.

Hier na op dat blijcke / op wat wijz de vergelijckingen / door welcke een gegeven hoeck of boogh in gelijcke deelen van een eeve menichte gedeelt kan worden / te vinden zijn / soo heeft men maer in de vergelijcking / waer door de gegeven hoeck of boogh in gelijcke deelen gedeelt wort / voor d'onbekende grootheyt x over al te stellen $\sqrt{4xx - x^4}$, en voor xx desers quadraet / dat's $4xx - x^4$, en soo voorts: en men sal hebben een andere vergelijcking / door welcke de selve hoeck of boog in tweemael so veel deelen gedeelt sal worden.

Alsoo / dewijl / by voorbeelt / de vergelijcking / door welcke een hoeck in 2 gelijcke deelen gedeelt wort / is $x^4 - 4xx + qq \propto 0$ / nemende $4xx - x^4$ voor xx.

$$\begin{array}{rlll}
\text{So schrijf ick} & 16x^4 - 8x^6 + x^8 & \text{voor} & x^4 \\
\text{en} & -16xx + 4x^4 & \text{voor} & -4xx \\
\text{als oock} & +qq & \text{voor} & +qq. \\
\hline
\end{array}$$

En komt $x^8 - 8x^6 + 20x^4 - 16xx + qq \propto 0$. De vergelijcking van een hoeck of boogh in vieren te deelen.

Alsoo mede / de vergelijcking / waer door een hoeck in 3 gelijcke deelen gedeelt wordt / zijnde $x^3 - 3x + q \propto 0$

$$\begin{array}{rlll}
\text{So schrijf ick} & \overline{4xx - x^4}\sqrt{4xx - x^4} & \text{voor} & x^3 \\
\text{en} & -3\sqrt{4xx - x^4} & \text{voor} & -3x \\
\text{als oock} & +q & \text{voor} & +q \\
\end{array}$$

en krijg $q + \overline{4xx - x^4} - 3\sqrt{4xx - x^4} \propto 0$

dat is / $-4xx + x^4 + 3\sqrt{4xx - x^4} \propto q$. En komt / multipliceerende yder deel in sich selfs / en de vergelijcking reduceerende:

$x^{12} - 12x^{10} + 54x^8 - 112x^6 + 105x^4 - 36xx + qq \propto 0$. De vergelijcking van een hoeck of boog in sessen te deelen.

In

In gelijcker voegen / dewijl $8^8 - 8x^6 + 20x^4 - 16xx + qq \infty 0$ de vergelijcking is waer door een hoeck in 4 gelijcke deelen gedeelt wordt / soo vindtmen / werckende als vooren / $x^{16} - 16x^{14} + 104x^{12} - 352x^{10} + 660x^8 - 672x^6 + 336x^4 - 64xx + qq \infty 0$: zijnde de vergelijcking van een hoeck of boogh in achten te deelen. En soo voorts van d'andre in 't on-eyndig.

Alwaer te letten staet / dat dese gevonde vergelijckingen / door welcke een hoeck of boogh in gelijcke deelen van een eve of on-eve menichte gedeelt wort / niet altijt de eenvoudigste en zijn / ten waer dan dat et getal haerder deelen een eerste getal waer. Maer wat de rest belangt / schoonse tot de voorgaende gebracht konnen worden / soo ist nochtans datse aldus best tot de vergelijckingen der veel-hoecken / soodanig wy die vinden willen / behooren. Het welck wy dan nu voornemens zijn te betoonen.

Hier toe soo laten gevonden worden twee verschepde vergelijckingen / een en deselve onbekende groothept hebbende. Om welcke te bekomen / stellende de halve middel-lijn des Circkels $\infty 1$ / en de syde des veelhoecks / wiens getal der hoecken dobbel zy met het gegeven / ∞x, soo neem ick twee uyt de nu gevondene vergelijckingen / waer van de eene dient tot de deeling van een hoeck of boogh in soo veel gelijcke deelen / als de minste helft van 't gegeve getal der hoecken te kennen geeft ; en de andere om deselve te deelen in soo veel deelen / als desselven getals grootste helft uytwijst. Welcke twee soose daer na tot een selve groothept qq gebracht worden / en in de 1ste voor qq gestelt wort $2 - x$, en in de 2de voor qq gestelt wordt $2 + x$: soo sal men twee verschepde vergelijckingen bekomen / hebbende een en deselve onbekende groothept / die / op de voorgaende wijz gereduceert zijnde / geven sullen de begeerde eenvoudigste vergelijcking / waer in de onbekende groothept de syde eens veel-hoecks uyt-wijst / van welcke 't getal der hoecken dobbel is.

Gelijck als / om een vijfhoeck in een Circkel te beschrijven / nadien / de halve middel-lijn zijnde $\infty 1$ / en de syde des tien-hoecks ∞x, de kleenste helft van 't getal der hoecken 5 is 2 / en de grootste helft 3 : hierom soo neem ick twee uyt de boven-gevonde vergelijckingen / te weeten / $qq \infty 4xx - x^4$, en $q \infty 3x - x^3$, van welcke de eene dient om een hoeck of boogh in 2 / en de andere om deselve in 3 gelijcke deelen te deelen. Welcke twee vergelijckingen so mense tot een selfde groothept qq brengt / en in de hier uyt ontstaende vergelijckingen: $qq \infty 4xx - x^4$ en $qq \infty 9xx - 6x^4 + x^6$ voor qq in de 1ste stelt $2 - x$ en voor qq in de 2de stelt $2 + x$: soo sal men twee verschepde vergelijckingen van een selve wortel krijgen / namentlijck $x^4 - 4xx - x + 2 \infty 0$ en $x^6 - 6x^4 + 9xx - x - 2 \infty 0$ / de welcke / na de voor-betoonde manier gereduceert zijnde / voort-brengen sullen $xx + x - 1 \infty 0$ / de eenvoudigste vergelijcking van een tien-hoeck.

Alsoo mede om een seven-hoeck in een Circkel te beschrijven / dewijl van 7 / 't getal der hoecken / de minste helft is 3 / en de meeste helft 4: hierom / nemende de twee vergelijckingen $q \infty 3x - x^3$ en $qq \infty - x^8 + 8x^6 - 20x^4 + 16xx$, waer van d'1ste dient om een hoeck of boogh in 3 en de 2de om deselve in 4 gelijcke deelen te deelen / soo sal men / na datse tot een selfde groothept qq gebracht zijn / en in d'1ste voor qq gestelt is $2 - x$, en in de 2de

voor

voor qq gestelt is $2 + x$, bekomen twee verscheyde vergelijckingen van een selve wortel / als $x^6 - 6x^4 + 9xx + x - 2 \propto 0$ en $-x^8 + 8x^6 - 20x^4 + 16xx - x - 2 \propto 0$. Welcke/ indiense wyders / als vooren / gereduceert worden/ geven sullen $x^3 - xx - 2x + 1 \propto 0$ / de eenvoudigste vergelijcking van een veertien-hoeck.

Insgelijcx / om een elf-hoeck in een Circkel te beschrijven / soo sullen uyt beyde voorgaende vergelijckingen $q \propto 5x - 5x^3 + x^5$ en $qq \propto -x^{12} + 12x^{10} - 54x^8 + 112x^6 - 105x^4 + 36xx$ (waer van de eene dient om een hoeck of boogh in 5 en de ander om deselve in 6 gelijcke deelen te deelen) gevonden worden twee verscheyde vergelijckingen van een selfde wortel / als $x^{10} - 10x^8 + 35x^6 - 50x^4 + 25xx + x - 2 \propto 0$ en $-x^{12} + 12x^{10} - 54x^8 + 112x^6 - 105x^4 + 36xx - x - 2 \propto 0$. Dewelcke/ als vooren/ gereduceert zijnde/geven sullen $x^5 - x^4 - 4x^3 + 3xx + 3x - 1 \propto 0$ / de eenvoudigste vergelijcking van een twee-en-twintig-hoeck.

In gelijcker voegen / indien in een Circkel een dertien-hoeck te beschrijven is/ so sal men door hulp der vergelijckingen $qq \propto -x^{12} + 12x^{10} - 54x^8 + 112x^6 - 105x^4 + 36xx$ en $q \propto 7x - 14x^3 + 7x^5 - x^7$, waer door een gegeven hoeck of boogh in 6 en 7 gelijcke deelen gedeelt wort/ vinden twee verscheyde vergelijckingen van een selfde wortel/als $-x^{12} + 12x^{10} - 54x^8 + 112x^6 - 105x^4 + 36xx + x - 2 \propto 0$ en $x^{14} - 14x^{12} + 77x^{10} - 210x^8 + 294x^6 - 196x^4 + 49xx - x - 2 \propto 0$. Waer uyt men daer na door de voor betoonde reductie vindt $x^6 + x^5 - 5x^4 - 4x^3 + 6xx + 3x - 1 \propto 0$/ de eenvoudigste vergelijcking van een ses-en-twintig-hoeck. En soo voorts van d'andre in't on-eyndigh.

Alwaer te letten staet/dat men beneffens de gevonde vergelijckingen oock andre vinden kan/ door welckers reductie men als boven lichter tot de eenvoudigste vergelijckingen der veel-hoecken komen kan: te weeten/ nemende de vergelijcking van de deeling des hoecks of boogs in soo veel gelijcke deelen als de veel-hoeck hoecken heeft/en daer na voor q stellende 2: en men sal hebben een vergelijcking/ wiens onbekende grootheyt de syde van een ander veel-hoeck van tweemael soo veel hoecken betoont. Welcke vergelijcking wyders met een van de twee voorgaende / die door multiplicatie niet tot qq gebracht is/ vergeleecken zijnde/ soo sal men uyt de reductie deser twee de begeerde eenvoudigste vergelijcking/ korter als boven / vinden.

Gelijck om een vijf-hoeck in een Circkel te beschrijven / nadien de vergelijcking/ om een hoeck of boogh in 5 gelijcke deelen te deelen / is $x^5 - 5x^3 + 5x - q \propto 0$: soo sal / veranderende q in 2 / komen $x^5 - 5x^3 + 5x - 2 \propto 0$. Zijnde de vergelijcking van een tien-hoeck. Welcke sose met $x^4 - 4xx - x + 2 \propto 0$ / die eene is van de boven-gevonde / welcke door multiplicatie tot qq niet gebracht is / vergeleecken wordt: soo sal men daer uyt door de voorbetoonde reductie de eenvoudigste vergelijcking van een tien-hoeck korter vinden/ als boven. En soo van andre in 't on-eyndig.

Hier by soo dient aengemerckt / nadien der oock andre vergelijckingen zijn / dienende om een selfde veel-hoeck in een Circkel te beschrijven / door welckers reductie / 't zy deselve onder malcander / of met andre van de voorgaende vergeleecken worden / de eenvoudigste vergelijcking des veelhoecks

hoecks kan gevonden worden: soo sal het genoeg wesen/ dat wy 't selve met een of twee exempelen verklaren. Want in een tien-hoeck/ beneffens de 3 boven gevondene/ als $x^4 - 4xx - x + 2 \propto 0$/ $x^6 - 6x^4 + 9xx - x - 2 \propto 0$/ en $x^5 - 5x^3 + 5x - 2 \propto 0$/ soo werden oock gevonden $x^6 - 4x^4 + 4xx - 1 \propto 0$ en $x^5 - 4x^3 + 3x - 1 \propto 0$.

Alsoo werden mede in een veertien-hoeck beneffens dese drie $x^6 - 6x^4 + 9xx + x - 2 \propto 0$/ $x^8 - 8x^6 + 20x^4 - 16xx + x + 2 \propto 0$/ en $x^7 - 7x^5 + 14x^3 - 7x + 2 \propto 0$ gevonden $x^5 - 4x^3 + 3x - 1 \propto 0$/ en $x^6 - 5x^4 + 6xx - 1 \propto 0$.

Desgelijcx werdt in een twee-en-twintigh-hoeck beneffens dese drie $x^{10} - 10x^8 + 35x^6 - 50x^4 + 25xx + x - 2 \propto 0$/ $x^{12} - 12x^{10} + 54x^8 - 112x^6 + 105x^4 - 36xx + x + 2 \propto 0$/ en $x^{11} - 11x^9 + 44x^7 - 77x^5 + 55x^3 - 11x + 2 \propto 0$ gevonden $x^9 - 8x^7 + 21x^5 - 20x^3 + 5x - 1 \propto 0$.

Hierenboven is noch aenmerckens waerdig/ dat/ gelijckerwijs boven de vergelijcking $x^{10} - 12x^8 + 54x^6 - 112x^4 + 105xx - 35 \propto 0$/ zijnde een van de twee door de seven-hoeck gevonden/ gedeelt door $x^4 - 5xx + 5 \propto 0$/ de vergelijcking des vijf-hoecks/ geeft $x^6 - 7x^4 + 14xx - 7 \propto 0$/ de eenvoudigste vergelijcking eens seven-hoecks/ alsoo oock hier de vergelijcking $x^5 - 4x^3 + 3x - 1 \propto 0$/ zijnde een van die door de 14-hoeck gevonden zijn/ gedeelt door $xx + x - 1 \propto 0$/ de vergelijcking eens tien-hoecks/ voortbrengt $x^3 - xx - 2x + 1 \propto 0$/ de eenvoudigste vergelijcking eens veertien-hoecks.

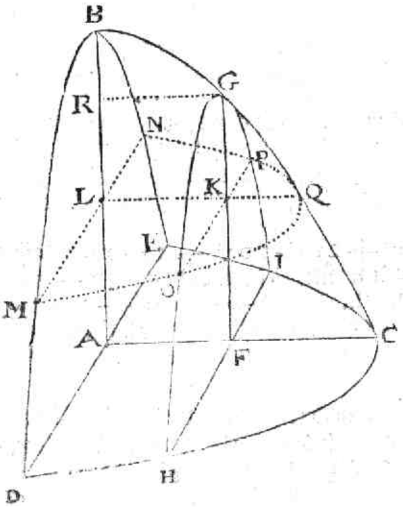
In gelijcker voegen/ dat $x^9 - 8x^7 + 21x^5 - 20x^3 + 5x - 1 \propto 0$/ zijnde een van die door een 22-hoeck gevonden zijn/ gedeelt door $x^3 - 3x + 1 \propto 0$/ de vergelijcking eens 18-hoecks/ maeckt $x^6 - 5x^4 - x^3 + 6xx + 2x - 1 \propto 0$. Welcke vergelijcking/ sose door $x + 1 \propto 0$ afgedeelt wort/ dan betoont $x^5 - x^4 - 4x^3 + 3xx + 3x - 1 \propto 0$/ de eenvoudigste vergelijcking van een twee-en-twintig-hoeck.

Alsoo hebben wy dan alhier betoont generale regulen/ door welcke men de alder-eenvoudigste vergelijckingen/ soo om een hoeck of boogh naer wel-gevallen in gelijcke deelen te deelen/ als om yder geschickte figuer in een Circkel te beschrijven/ vinden kan. Alwaer eyndelijck te letten staet/ dat dese wijs/ waer door men twee of meer verscheyde vergelijckingen/ die een en deselve onbekende grootheyt hebben/ door onderlinge reductie tot de aldereenvoudigste vergelijcking brengt/ mede tottet vinden der eenvoudigste vergelijckingen van andre swaerder Werck-stucken gebruyckt kan worden.

XXII. AFDEELING.

Van kromme linien van hooger geslacht, uyt de snijding van een lichaem voort-komende.

AEngesien d'aenmercking der kromme linien in sich selven vermaeckelijck als oock nut is, en die, welcke van hooger geſlacht ofte boven de Kegel ſneden gecompoſeert zijn, van niemant (mijns weetens) tot noch toe uyt de ſnijding van een lichaem voort te komen betoont zijn: ſoo heb ick goet gedacht, 't geene nu ontrent vijf jaren geleden hier over van den ſeer vernuftigen ende mijnen byſonderen vriendt *Joh. Hudde* uyt-gevonden is en mede tot kenniſſe derſelve inſonderheyt dienſtig is, aen een yder alhier vry-willigh mede te deelen.



Sy DHCIE een Parabola van het 1ſte geſlacht / (dat is / ſoodanig die voort-komt uyt de ſnijding eens Kegels / welcke met d'eene ſyde des drie-hoeckts door de aſſe even-wydig is) / wiens aſſe ſy A C, en DAE een der linien die van deſelve AC in tween gelijck gedeelt worden. Treckende nu uyt A op het vlack deſer Parabole de recht-ſtaende AB, ſoo laten uyt B door yder punt in de Parabola DHCIE andre Parabolæ verdacht worden beſchreven te zijn/ hebbende AB door gemeene aſſe; ſulcx dat DMBNE een geheele Parabola, en ABGQC een halve Parabola zy. Het welck ſoo geſtelt zijnde/ nadiender op deſe wijz een lichaem kan verdacht worden/in 't welck yder ſnede door AB gaende/als oock die met de grondt DHCIE even-wydig geſchiet/een Parabola is; en in 't ſelve daer na een ſnede gedaen kan worden / als HOGPI / die met de Parabola DMBNE even-wydig zy: ſoo ſeg ick dat deſe ſnede HOGPI een kromme lijn van het 2de geſlacht zijn ſal.

Om 't welck te bewijſen/ ſo laet verdacht worden een vlack even wydig met de grondt DHCIE, ſnijdende het vlack der kromme lijn HOGPI volgens de rechte OKP, en het vlack der Parabola DMBNE volgens de rechte MLN, maer het vlack van de halve Parabola ABGQC volgens de rechte LKQ, en het welck gaende door het lichaem maecke de kromme lijn MOQPN.

Deſe dingen dan dus geſtelt weſende / alſoo GF de as der kromme lijn HOGPI even-wydig is met BA, de as van de Parabola DMBNE, als mede de rechte MLN en OKP even-wydig met de in tween gelijck gedeelde DAE en HFI:

HFI: soo sullen oock deselve MLN en OKP onder malkander even-wydig zijn/ en van de assen BA en GF in tween gelijck gedeelt worden. Hier na treckende uyt G de rechte GR even-wydig met QKL of CFA, tot die ARB ont-moete in R, en stellende GK $\infty\, x$, OK of KP $\infty\, y$, AB $\infty\, a$, AC $\infty\, b$, DA of AE $\infty\, g$, en GR of KL $\infty\, c$, soo werckt men wyders/ als volgt.

Uyt de natuer van de Parabole.

□AC — □RG — AB

bb —— cc —— a / tot RB. $\frac{acc}{bb}$

Uyt de natuer van de Parabole. AB a ——— LB. $\frac{acc}{bb}$

add. LR of KG. x

$\frac{acc}{bb} + x$ { □DA of AE gg ; □AC bb } tot { □ML of LN $\frac{ggcc}{bb} + \frac{ggx}{a}$ / daerom ML of LN $\sqrt{\frac{ggcc}{bb} + \frac{ggx}{a}}$. ; □LQ $cc + \frac{bbx}{a}$ }

Waerom LQ $\sqrt{cc + \frac{bbx}{a}}$

subtr. RG of LK. c

rest KQ. $\sqrt{cc + \frac{bbx}{a}}$ / $- c$.

Nu aengesien de snede MOQPN, die even-wydig is met de grondt DHCIE, zijnde een Parabola, oock een Parabola is/ soo sal wederom

Uyt de natuer van de Parabole.

LQ ... KQ ... □ML of LN ... □OK of KP

$\sqrt{cc + \frac{bbx}{a}} \ldots \sqrt{cc + \frac{bbx}{a}}, - \ldots \frac{ggcc}{bb} + \frac{ggx}{a}$ / tot $\frac{ggcc}{bb} + \frac{ggx}{a} - \frac{\frac{ggc^3}{bb} + \frac{cggx}{a}}{\sqrt{cc + \frac{bbx}{a}}} \infty\, yy$.

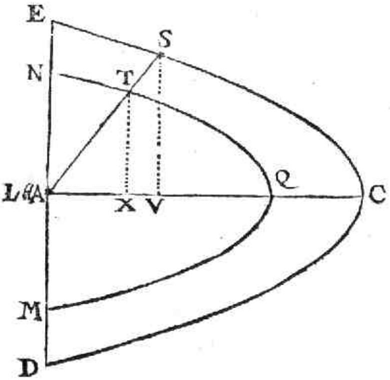
Dat is/ $yy \infty \frac{ggcc}{bb} + \frac{ggx}{a} - \sqrt{\frac{ac^4g^4 + g^4ccbbx}{ab^4}}$, of $\sqrt{\frac{ac^4g^4 + g^4ccbbx}{ab^4}} \infty \frac{ggcc}{bb} + \frac{ggx}{a} - yy$.

Waer uyt men/ neemende de quadraten der deelen/ en weder zijds gelijcke aftreckende / vindt

$$\frac{g^4ccx}{abb} + \frac{g^4xx}{aa} - \frac{2ggcc}{bb}yy - \frac{2ggx}{a}yy + y^4 \infty 0$$

$$\text{Ofte } y^4 \infty \frac{2ggx}{a}yy + \frac{2ggcc}{bb}yy - \frac{g^4}{aa}xx - \frac{g^4cc}{abb}x.$$

Aengesien dan in dese vergelijcking de onbekende grootheyt y tot 4 dimensien op-klimt/ en men deselve vergelijcking tot geen andre brengen kan/ in in welcke y weyniger dimensien heeft / en waer in te gelijck het teecken ∫ niet en staet voor een of meer termen / in welcke x gebonden wordt: so volgt / dat de snede HOGPI een kromme linie is van het 2de geslacht.



Doch op dat blijcke dat de kromme lijn MOQPN een Parabola is / gelijck tot noch toe gestelt is / soo staet te letten dat het quadraet van yder linie getrocken uyt L tot eenig punt in deselve / maeckende met LM of LN een hoeck / soo 't valt / tot het quadraet der linie getrocken uyt A tot de Parabola DHCIE, maeckende met AD of AE een selfde hoeck / sulcke reden heeft / als BL tot BA. Weshalven / stellende dat in dese neven-staende figuer gelijcke letteren ghelijcke linien uyt-wijsen / so sal het quadraet van LM of LN zijn tot het quadraet van AD of AE, gelijck het quadraet van LQ tot het quadraet van AC, en gelijck het quadraet van LT tot het quadraet van AS; genomen zijnde dat de linien LT en AS naer wel-gevallen getrocken zijn / als geseyt is.

Wyders tot ondersoecking der waerheyt / getrocken hebbende uyt T en S op LQ en AC de hangende TX en SV, soo noem ick AD of AE, a, LM of LN. b, AC. c, en AV. x, en ga daer na dus voort.

□ AD of AE   □ LM of LN   □ AC

aa —————— bb —————— cc / tot □ LQ. $\frac{bbcc}{aa}$. waerom LQ is $\frac{bc}{a}$.

Uyt de natuer van de Parabola.

AC   VC   □ AD of AE

c —— $c-x$ —— aa / tot □ VS. $\frac{aac-aax}{c}$

add. □ AV. xx

□ AD of AE. □ LM of LN

aa . . . . bb . . . □ AS. $\frac{aac-aax}{c}+xx$ / tot □ LT. $\frac{bbc-bbx}{c}+\frac{bb}{aa}xx$

□ AS   □ VS   □ LT

$\frac{aac-aax}{c}+xx$ .. $\frac{aac-aax}{c}$ .. $\frac{bbc-bbx}{c}+\frac{bb}{a}xx$ / tot □ XT. $\frac{bbc-bbx}{c}$ subtr.

rest □ LX. $\frac{bb}{aa}xx$

daerom LX. $\frac{bx}{a}$ / welcke af-getrocken van LQ ∞ $\frac{bc}{a}$ / so blijft $\frac{bc-bx}{a}$ / voor XQ.

Nu

Nu indien de kromme lijn MOQPN een Parabola is/ soo sal uyt de natuer van de Parabola LQ $\infty \frac{bc}{a}$ zijn tot XQ $\infty \frac{bc-bx}{a}$, als 't $\square$ LN $\infty\, bb$ tot 't $\square$ XT $\infty \frac{bbc-bbx}{c}$; en derhalven/ so men multipliceert $\frac{bc}{a}$ met $\frac{bbc-bbx}{c}$/ so moet het product gelijck zijn aen 't product van $\frac{bc-bx}{a}$ met bb. Hierom/dewijl men weder-zijds vindt $\frac{b^3c-b^3x}{a}$, so is openbaer/ dat de kromme lijn MOQPN een Parabola is. Gelijck voor-gestelt was.

Eyndelijck/ indien dese snede HOGPI recht-hoeckig geschiet door dusdanige gebonde kromme linien van het 2de geslacht/ gelijckerwijs deselve nu door de Parabolen van het 1ste geslacht gestelt is te gaen/ soo sal daer uyt wederom een andere kromme lijn van hooger geslacht voort-komen. Door welcke so men in gelijcker voegen op nieuws een snede verdenckt/ so sal men wederom een andere kromme lijn van hooger geslacht bekomen. En soo voorts in't oneyndig/ gelijck door de boven betoonde manier openbaer wort.

Doch op dat blijcke/ dat oock op een andre wijs dusdanige kromme lijnen door een lichaem-snede konnen voort-gebracht worden/ soo laet ingesien worden de 1ste figuer/ in welcke/ als vooren/ de kromme lijn DHCIE zijnde een Parabola, wiens asse is AC, en de in tween gelijck gedeelde DAE, de lijn AB recht-hoeckig zy op het vlack deser Parabola DHCIE, en de kromme lijn ABGQC een halve Parabola, wiens asse zy BA, en de in tween ghelijck gedeelde AC, LQ, RG. Daer na soo zy verdacht/ dat dese Parabola DHCIE naer boven beweegt wort/ sulcx dat/ terwijl desselfs vlack geduerig met het vlack der grondt even-wydig is/ de top C altijt gebonden worde in de kromme lijn CQGB, en de asse AC in de rechte lijn ALRB. Het welck dus gestelt zijnde/ soo sal op dese wijs beschreven worden een halve Conoïs, als DMBNEC, nevens welcke indien men een andre gelijcke en gelijckformige Conoïs stelt/ so sullen dese twee de gedaente van een Conoïs vertoonen/ wiens helft derhalven is DMBNEC. In welcke Conoïs so men voorts/ als boven/ een snede verdenckt/ als HOGPI, soo sal deselve een kromme lijn van het 2de geslacht vertoonen.

Want maeckende het selve bereytsel/ als boven/ soo sal KQ, als vooren/ zijn $\infty \sqrt{cc + \frac{bbx}{a}} - c$; en derhalven 't $\square$ OK of KP (van wegen de Parabola DHCIE) zijn $\infty \frac{gg}{b}\sqrt{cc+\frac{bbx}{a}} - c \infty yy$. Welcke vergelijcking/ van het teecken $\sqrt{}$ ontlost zijnde/ voort-brengt $y^4 + \frac{2ggc}{b}yy - \frac{g^4}{a}x \infty 0$. Nu aengesien in dese vergelijcking de onbekende grootheyt y tot 4 dimensien opklimt/ en deselve/ gelijck boven/ niet en kan gereduceert worden: so volgt/ dat de kromme lijn HOGPI van het 2de geslacht is.

Soo men nu/ in plaets van de halve Conoïs DMBNEC door de Parabola

DHCIE.

DHCIE te beschrijven / deselve beschrijft door dese ghebonde kromme lijn HOGPI, so sal daer uyt een andre kromme lijn van hooger geslacht ontstaen. Gelijck blijckt / indien men in de vergelijcking $y^4 + \frac{2ggc}{b}yy - \frac{g^4}{a}x \propto 0$ voor x stelt $\sqrt{cc + \frac{bbx}{a}}, -c$, en men deselve daer na van het teecken $\sqrt{}$ ontlost / want daer komen sal $y^8 + \frac{4ggc}{b}y^6 \begin{matrix} + \frac{2g^4c}{a} \\ + \frac{4g^4cc}{bb} \end{matrix} y^4 + \frac{4g^6cc}{ab}yy - \frac{g^8bbx}{a^3} \propto 0.$

In welcke nadien de onbekende grootheyt y tot 8 dimensien op-klimt / en deselve / als boven / niet en kan gereduceert worden: so volgt / dat dese kromme lijn HOGPI van het 4de geslacht is.

Op deselve wijs / indien-men / om dese halve Conoïs DMBNEC te beschrijven / in plaets van de voorgaende kromme lijn nu neemt dese laetste gebondene kromme lijn / so sal de snede HOGPI wederom een andre kromme lijn van hooger / te weeten / van het 8ste geslacht vertoonen / en dese wederom een ander hooger van het 16de geslacht. En soo voorts in 't oneyndig in een Geometrische Progressie.

Vorders / indien men / in plaets van dese halve Conoïs door een Parabola te beschrijven / deselve beschrijft door de beweging van een halve Circkel / of halve Ellipsis, ofte oock van een Hyperbola, wiens asse zy AC, en de in tween gelijck gedeelde DAE: soo sal insgelijcx de snede HOGPI een kromme lijn van het 2de geslacht wesen. Welcke yder wederom in plaets van een halve Circkel / halve Ellipsis, of Hyperbola genomen zijnde van gelijcken andre kromme van het 4de geslacht sullen voort-brengen; en dese wederom andre van het 8ste geslacht / en soo voorts in 't oneyndig / als boven.

In gelijcker voegen / indien men in plaets van de halve Parabola ABGQC neemt een halve Hyperbola ofte het $\frac{1}{4}$ deel eens Ellipsis ofte Circkels / soo sal de snede HOGPI insgelijcx een kromme lijn van hooger gheslacht betoonen / en dese wederom een andre hooger / en soo voorts in 't oneyndig.

XXIII. AFDEELING.

Bewijs op de 1ste manier van 't Werck des 7sten Werck-stucks van d'Aenhang der Simpele VVerck-stucken.

AEngesien de waerheyt deser wercking duysterder soude mogen schijnen te wesen, als datse van een yder, gelijck wel die van de andere werckingen in deselve Aenhang betoont, kan gevonden worden, en dewelcke wy daerom,

om

om een ander geen ſtof van oeffening te benemẽ, alwillens nagelaten hebben: ſo ſal't niet ongevoeglick weſen, dat wy tot bewijs der gemelde wercking het volgende alhier by brengen. Sy AC $\propto a$

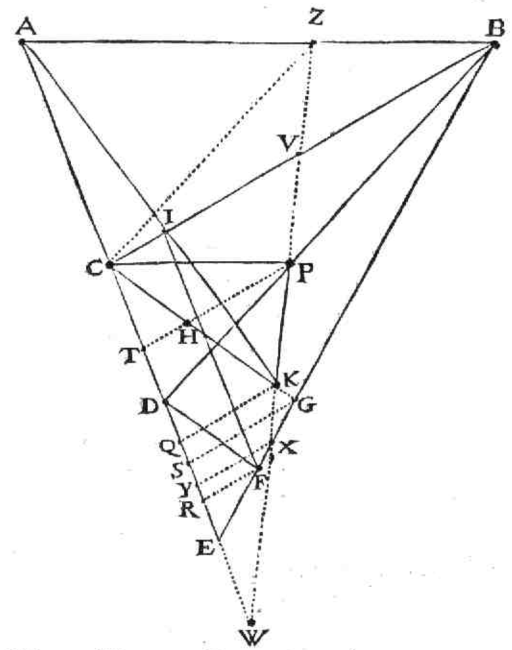
CD of DE $\propto b$, dan ſal CE zijn $\propto 2b$

CB $\propto c$

CQ $\propto x$, dan ſal AQ zijn $\propto a + x$

en QK $\propto y$.

$\overset{AQ}{a+x}$ —— $\overset{QK}{y}$ —— $\overset{AC}{a}$ / tot CI of RF $\frac{ay}{a+x}$. Waerom dan SG is $\frac{2ay}{a+x}$.



$\overset{CB}{c}$ —— $\overset{CE}{2b}$ —— $\overset{SG}{\frac{2ay}{a+x}}$ / tot SE. $\overset{CE.\ 2b}{\frac{4aby}{ca+cx}}$ } ſubtr.

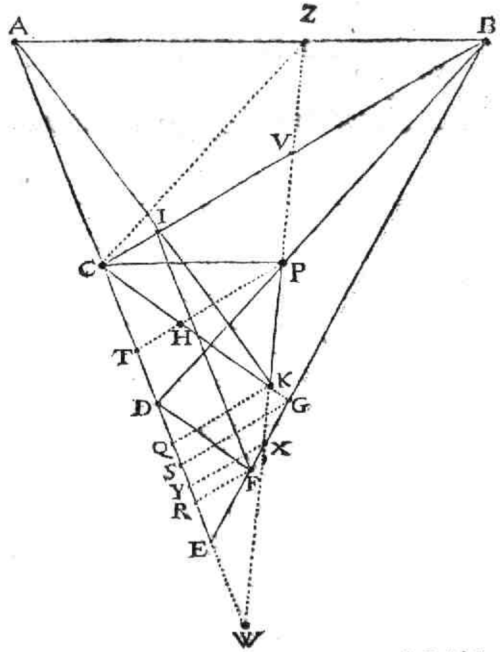
$\overset{QK}{y}$ —— $\overset{CQ}{x}$ —— $\overset{SG}{\frac{2ay}{a+x}}$ / tot CS. $\frac{2ax}{a+x}$ $\propto$ CS. $\frac{2abc+2bcx-4aby}{ca+cx}$

$acx \propto abc + bcx - 2aby$

$2aby \propto abc + bcx - acx$

komt $y \propto \frac{abc + bcx - acx}{2ab}$.

Nu gemerckt dese vergelijckingh alles/ wat de bepaling van het punt K of O belangt/ sodanig het hier gevonden is/ in-sluyt/ en deselve insgelijcx tot de bepaling van oneyndige andre (van wegen x of y, die men na welgevallen nemen magh) sich uytstreckt/ noch die doch tot xy of xx of yy en komt op te klimmen: so volgt/ dat de liny/ waer in dusdanige oneyndige punten vallen/ recht is.



Hierom/ om te vinden/ waer dese de liny DB doorsnijt/ so werckt aldus:

CB CD TP TD

c — b — y / tot TD. $\frac{by}{c} \infty b - x$

$$by \infty bc - cx$$

$$y \infty \frac{bc - cx}{b} \infty \frac{abc + bcx - acx}{2ab} \infty y$$

$$2ab - 2ax \infty ab + bx - ax$$

$$ab \infty ax + bx$$

En komt $x \infty \frac{ab}{a+b}$ / de lengte der liny CT. waerom dan TD zijn sal $\infty \frac{bb}{a+b}$. Waer uyt men besluyt / dewijl CT tot TD is/ of of BP tot PD, als $\frac{ab}{a+b}$ tot $\frac{bb}{a+b}$, of als a tot b, dat is/ als AC tot CD, dat de liny CP met AB even-wydig is. 't Welck te bewijsen was.

Betoont zijnde op wat wijz de liny DB van de liny waer in de gevonde punten K en O vallen gedeelt wordt/ soo sal 't mede niet swaer zijn daer uyt te vinden/ hoedanig de linien CB, AB, EB, als oock de liny AE, of/ na dat deselve verlengt is/ van dese geseyde gedeelt worden. Het welck ons hier als een vervolg goet gedacht heeft by te voegen.

Derhalven/ op dat openbaer worde tot wat plaets de liny CB van dese gemelde lijn doorsneden wordt/ so zy $x \propto 0$,

En komt $2aby \propto abc$

dat is/ $y \propto \frac{1}{2}c$. Het welck betoont/ dat de liny CB, van de liny/ waer in de punten K en O vallen/ in tween gelijck gedeelt wordt.

Daer na om te vinden/ waer de liny AE, ofte/ naer dat deselve verlengt is/ van dese geseyde rechte wort doorsneden/ soo stelt $y \propto 0$/

En komt $0 \propto abc + bcx - acx$

of $acx - bcx \propto abc$

dat is/ CW $\propto x \propto \frac{ab}{a-b}$. Dat is/ dat $a-b$ is tot a, als b tot x.

Hierom nemende CY gelijck CA, so men tot DY, YC, en DC soeckt een 4de even-reednige CW: dan sal W het begeerde punt der doorsnyding wesen.

Wyders op dat blijcke/ op wat wijz de liny AB van de liny/ in welcke de gevonde punten K en O te vallen komen/ gedeelt wort: soo heeft men alleen aen te mercken/ na dat CP met AB even-wydig betoont is/ en CB in V in tween gelijck gedeelt/ dat den △ CVP aen den △ BVZ, na 't 26ste Voorstel des 1sten boecks Euclidis gelijck is. dat is/ dat benevens de gelijcke syden CV, VB, en de 2 hoecken VCP en PVC, die aen de 2 hoecken VBZ en ZVB gelijck zijn/ oock de syden PV en VZ, als mede CP en ZB gelijck zijn. Want dese gelijck zijnde/ so sullen oock in de △ken PVB en ZVC, wegens de gelijckheyt der syden/ die de over-staende hoecken begrijpen/ de hoecken BPV en VZC tot den basis/ na 't 4de Voorstel des 1sten boecks Euclidis gelijck wesen; en om sulcx CZ met DPB na 't 27ste Voorstel des 1sten boecks Euclidis even-wydig. En hierom/ na 't 2de Voorstel des 6sten boecks Euclidis, AZ tot ZB, als AC tot CD. Waer uyt men dan oock besluyten kan/ dat AC is tot CD, als AW tot CW: aengesien soo wel AC tot CD, als AW tot CW deselve reden heeft/ als AZ tot ZB of CP.

Eyndelijck wat belangt de doorsnyding van EB en de liny/ waer in de gevonde punten K en O vallen/ deselve wert op gelijcke manier gevonden/ als de doorsnyding van DB en dese liny boven gevonden is/ gelijckerwijs hier te sien is.

CB CE YX YE

c — $2b$ — y / tot YE. $\frac{2by}{c} \propto 2b - x$

$$2by \propto 2bc - cx$$

$$y \propto \frac{2bc - cx}{2b} \propto \frac{abc + bcx - acx}{2ab} \propto y$$

$$2ab - ax \propto ab + bx - ax$$

$$ab \propto bx$$

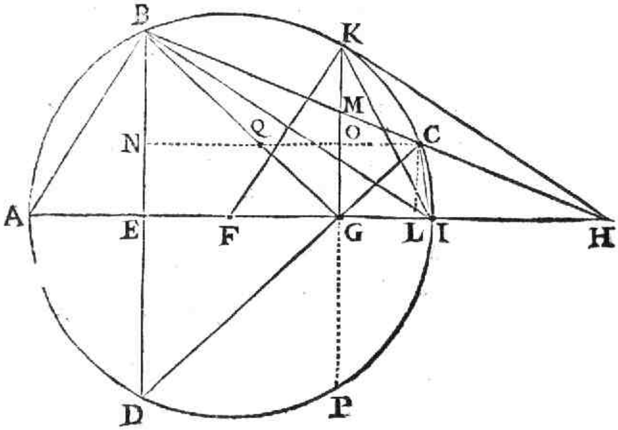
komt CY $\propto x \propto a$. Het welck betoont/ nemende CY, als vooren/ gelijck CA, so men uyt Y treckt YX even-wydig met CB, dat is/ dat EB gedeelt wort in X, sulcx dat EX zy tot XB, als EY tot YC, dat dan het gevonde punt X het begeerde punt zijn sal.

XXIV. AFDEELING.

Manier om eygenschappen ontrent Mathematische Voorwerpselen uyt te vinden.

AEngesien het tot d'ondersoecking van de natuer der dingen, die in dese wetenschappen voor-gestelt konnen worden, niet alleen vermaeckelijck maer oock nut is te verstaen, op wat wijz verscheyde eygenschappen mogen ontdeckt worden: soo heeft 't my goet gedacht hier ter plaets te betoonen de manier, waer door ick die in een Circkel (om tot een Exempel van andre voorwerpselen te konnen dienen) gesocht en gevonden hebbe, gelijck te sien is in het volgende

PORISMA.



Zy AE ∞ *a*
EG ∞ *b*
GI ∞ *c*
DE ∞ EB ∞ *d*
DG ∞ GB ∞ *e*
GC ∞ *f*
BM ∞ *g*
MC ∞ *h*
BH ∞ *i*
CH ∞ *k*
AH ∞ *l*
IH ∞ *m*
FG ∞ *n*
GM ∞ *p*
PG ∞ GK ∞ *q*
KH ∞ *r*

ABKCIPD *is een Circkel*
AH *is een rechte liny, getrocken door het centrum* F
BH *is een perpendiculaer op* AH
DC *is een liny getrocken naer welgevallen, doorsnijdende den diameter* AI *in* G
BCH *is een rechte liny, getrocken uyt* B *door* C, *tot datse t'samen komt met* AH *in* H
GK *is een liny getrocken uyt* G *recht-hoeckig op* AH
AB, BG, BI, IC, IK, *en* KH *zijn rechte linien.*

Te vinden welcke dingen hier ontrent gebeuren.

Mult. AE. a — Mult. DE. d
met EI. $b + c$ — met EB. d

$\square$ AEI. $ab + ac \infty \square$ DEB. dd — *na 't 35 v. des 3 b. Eucl.*

$$ac \infty dd - ab$$

Mult. AG $a + b$ — Mult. DG. e
met GI. c — met GC. f

na 't 35 v. des 3 b. Eucl. $\square$ AGI. $ac + bc \infty \square$ DGC. ef, komt $\frac{ac+bc}{f} \infty e$, en $\frac{ackk + bckk}{f} \infty ekk$.

$$ac \infty ef - bc \infty dd - ab \infty ac$$

$$ef + ab \infty dd + bc$$

Dat is: $\square$ DGC + $\square$ AEG is ∞ $\square$ DEB + EGI.

 Ver-

Vervolg.

Hierom soo men stelt AE ∞ GI dat is / $a \infty c$, so komt $ef + be \infty dd + bc$; en derhalven $ef \infty dd$. Dat is / ▭ DGC ∞ ▭ DEB.

Sy wegens de gelijckformicheyt der △ken EBH en LCH gestelt

als BH tot BE, alsō CH tot CL

i —— d —— k / $\frac{dk}{i}$.

Wederom/ aengesien den △ DEG, of desselfs gelijcke BEG, gelijckformig is met den △ CLG: soo sal

DG of GB zijn tot DE of EB, als GC tot CL

e —— d —— f / $\frac{dk}{i}$.

En daerom/ na 't 16 v. des 6 b. Eucl., $\frac{ek}{i} \infty f$. Dat is/dat $\overset{BH}{i}$ is tot $\overset{HC}{k}$, als $\overset{DG of GB}{e}$ tot $\overset{GC}{f}$.

Ofte $\frac{if}{e} \infty k$. Dat is/ dat $\overset{GB}{e}$ is tot $\overset{BH}{i}$, als $\overset{GC}{f}$ tot $\overset{CH}{k}$.

Hier uyt ontstaet / alsoo BG tot GC mede is/ als EG tot GL, dat is / als NO tot OC, ofte als BM tot MC, dat insgelijcx BH tot HC zijn sal / als BM tot MC; ofte oock MB tot BH, als MC tot CH. Waer uyt met eenen blijckt het 3de Voorstel des 6sten boecks Euclidis, te weeten/ dat BG tot GC is/ als BM tot MC, wanneer den hoeck BGC door de linij GK in tween gelijck gedeelt wort: gelijck dan 't selve hier openbaer is / als men van de rechte hoecken AGK en IGK aftreckt de gelijcke hoecken EGB in LGC.

Van BH. i Tot BM g
subtr. CH. k add. MC h

BC. $\overline{i - k} \infty$ BC. $\overline{g + h}$

doet k wech $i - \frac{if}{e} \infty g + h$

$ei - if \infty eg + eh$. Dat is/dat $\overset{GB}{e}$ is tot $\overset{BH}{i}$, als $\overset{BG-GC}{e-f}$ tot $\overset{BC}{g+h}$; ofte oock/

$i \infty \frac{eg + eh}{e - f}$ dewijl e tot i is/als $\overset{GC}{f}$ tot $\overset{CH}{k}$: dat mede f tot k is/als $\overset{BG-GC}{e-f}$ tot $\overset{BC}{g+h}$.

Insgelijcx / om dat wegens de gelijckformigheyt der △ken GOC en DNC

GC is tot GO of CL, als DC tot DN

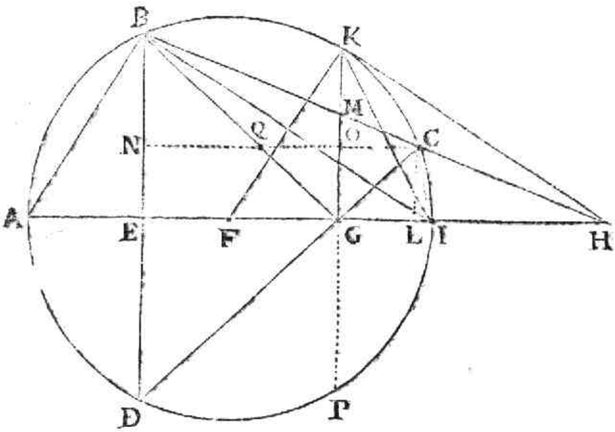
f —— $\frac{dk}{i}$ —— $e+f$ / $d + \frac{dk}{i}$.

So sal mede GC tot CH zijn/ als BG + GC tot BH + HC

f —— k —— $e + f$ / $i + k$.

Waer

Waer upt dan blijckt/ dat de redens van GB tot BH, van GC tot CH, van BG – GC tot BC, en van BG + GC tot BH + HC alle een en deselve onder malkander zijn.



Mult. BI. i Mult. AH. l
met HC. k met HI. m

▭ BHC. $\overline{ik} \infty$ ▭ AHI. $\overline{lm}$. *na 't 36 v. des 3 b. Eucl.*

$$i \infty \frac{lm}{k}$$

$$f \quad f$$

$$fi \infty \frac{flm}{k} \infty ek \infty fi$$

$$ekk \infty \frac{ackk + bckk}{f} \infty flm \infty ekk$$

□GC □CH ▭AGI ▭AHI ▭BHC

$ackk + bckk \infty fflm$. Dat is/dat ff is tot kk, als $ac + bc$ tot lm of ik;

□GC ▭AGI of □GK CH HB

Ofte ff tot $ac + bc$ of qq, als k tot i.

Hier upt is openbaer/ nadien boven mede gevonden is/ dat GB is tot BH, als GC tot CH: dat dan insgelijcx 't □ GB is tottet □ BH, als 't ▭ AGI tottet ▭ AHI.

$$ac + bc \infty ef$$

$$\frac{ac + bc}{e} \infty f$$

$$i \quad\quad i$$

$$fi \infty ek \infty \frac{aci + bci}{e} \infty fi$$

▭AGI of □GK □GB CH HB

$eek \infty aci + bci$. Dat is/ dat $ac + bc$ of qq is tot ee, als k tot i.

Waer uyt ontstaet / dewijl 't □ GC tottet □ GK is / als CH tot HB ; en mede 't □ GK tottet □ GB, als CH tot HB: dat de drie quadraten op GC, GK, en GB proportionael zijn ; en dienvolgens mede de drie linien GC, GK, en GB.

▭BGC □GK

Waer uyt dan wyders te volgen komt / dat ef is ∞ qq, ofte oock ∞
▭AGI AG GB GC GI
$ac + bc$, dat is/ dat $a + b$ is tot e, als f tot c. Uyt het welck met eenen/ na 't 6ste Voorstel des 6sten boecks Euclidis, besloten wort / dat den △ ABG is gelijckformig met den △GCI.

Insgelijcx soo blijckt / nadien BM tot MC gebonden is / als BH tot HC, dat mede BM tot MC zijn sal / als 't □ BG tottet □ GK, ofte alsset □ GK tottet □ GC.

Mult PM. $q + p$ Mult. BM. g
met MK. $q - p$ met MC. h
▭PMK. $qq - pp \infty$ ▭BMC. gh. *na 't 35 v. des 3 b. Eucl.*

$qq \infty pp + gh$. Dat is / dattet □GK is ∞ □ GM + ▭ BMC.

doet wech qq. $ef \infty pp + gh$. Dat is/dattet ▭BGC is ∞ □GM + ▭ BMC.

Sy k gelijck gestelt aen m, en komt $f \infty c$.

$$ackk + bckk \infty fflm$$

$$acmm + bcmm \infty fflm$$

$$acm + bcm \infty ffl$$

$$acm + bcm \infty ccl$$

AH HI AG GI
$am + bm \infty cl$. Dat is/dat l is tot m, als $a + b$ tot c; ofte oock
GA AH GI IH
$a + b$ tot l, als c tot m.

Add.

Add. { □GK. *qq*
□GH. *cc*+2*cm*+*mm* □KH

qq+*cc*+2*cm*+*mm* ∞ *rr*. na 't 47 v. des 1 b. Eucl.

doet wech *qq*. *ac*+*bc*, +*cc*+2*cm*+*mm* ∞ *rr*

doet wech *ac*+*bc*+*cc*+*cm*. *cl*, +*cm*+*mm* ∞ *rr*

doet wech *cl*. *am*+*bm*, +*cm*+*mm* ∞ *rr*

Ofte *ml* ∞ *rr*

AE+EG+GI+IH AH
a+*b*+*c*+*m* ∞ *l*
c *c*

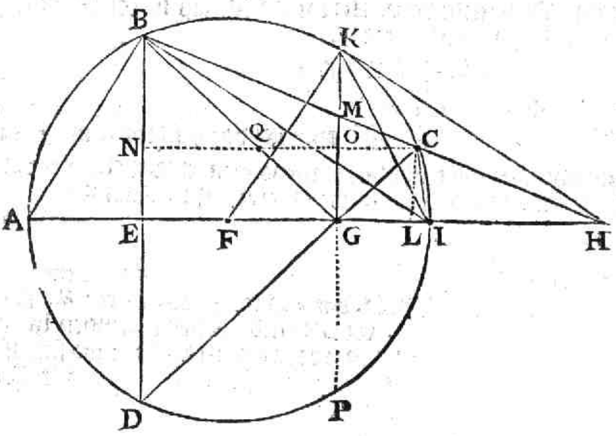
ac+*bc*+*cc*+*cm* ∞ *cl*

a+*b*+*c*+*m* ∞ *l*
m *m*

am+*bm*+*cm*+*mm* ∞ *ml*

Dat is: 't ▭ AHI is ∞ 't □ KH. Waer uyt volgt dat de liny KH, na 't 37ste Voorstel des 3den boecks Euclidis, den Circkel raeckt in K; dat is/ dat den hoeck FKH recht is.

Alwaer te letten staet/ dat/ gelijckerwijs de vierkanten AGI en BGC even-groot zijn en elck soo groot is alsset quadraet op GK, waer mede sy haer eyndt nemen/ also mede de vierkanten AHI en BHC even-groot zijn/ en yder so groot is alsset quadraet op KH, daerse van gelijcken met eyndigen.



FG GK GK
Na 'tverv. van 't 8 v. des 6 b. Eucl. zijn *n*...*q*...*c*+*m* drie proportionale

En komt/ na 't 16 v. des 6 b. Eucl. *nc*+*nm* ∞ *qq*

doet *qq* wech. *nc*+*nm* ∞ *ac*+*bc*. Dat is/ dat *c*+*m* (HG) is tot *a*+*b* (GA),

nc ∞ *ac*+*bc*−*nm* als *c* (IG) tot *n* (GF).

2*nc* ∞ 2*ac*+2*bc*−2*nm*.

$$i \infty \frac{em}{k} \infty \frac{eg + eh}{e-f} \infty i$$

Dat is:

GB−GC of QB CH ▭ GBC ▭ AHI ▭ BHC □ KH

dat $e - f$ is tot k, als $eg + eh$ tot lm of ik of rr.

Add. { □ FG. nn / □ GK. qq } □ FK of FI

$$nn + qq \infty mm + {}^{2}nc + cc$$

doet wech qq en $2nn$.

$$ac + bc \infty {}^{2}ac + {}^{2}bc - {}^{2}mm, + cc$$

$$ac + bc \infty {}^{2}mm - cc$$

$$\frac{ac + bc + cc}{2} \infty mn.$$ Dat is/dat c (GI) is tot m (IH), als n (GF) tot $\frac{a+b+c}{2}$ (FI).

Ofte m (HI) tot $\frac{a+b+c}{2}$ (IF), als c (IG) tot n (GF).

Hierom nadien mede boven HG tot GA is / als IG tot GF: soo sal insgelijcx HG tot GA zijn/ als HI tot IF.

$$ackk + bckk \infty fflm$$

doet wech $ac + bc$. en lm.

$$qqkk \infty ffrr$$

$qk \infty fr.$ Dat is/ dat q (GK) is tot r (KH), als f (GC) tot k (CH).

Weshalven/ dewijl mede vooren gevonden is / dat GB is tot BH, als GC tot CH, soo sal van gelijcken GB tot BH zijn/ als GK tot KH.

$$qqkk \infty ffrr$$

doet wech qq. $efkk \infty ffrr$

$ekk \infty frr.$ Dat is/ dat e (BG) is tot f (GC), als rr (□ KH) tot kk (□ CH). Nu aengesien BG tot GC mede boven gevonden is / als BM tot MC, ofte oock als BH tot CH: soo sal insgelijcx BM tot MC zijn/ of BH tot HC, als 't □ KH tottet □ CH.

$$ackk + bckk \infty fflm$$

doet wech $a + b$.

$$\frac{el, ckk}{m} \infty fflm$$

$$cckk \infty ffmm$$

$ck \infty fm.$ Dat is / dat c (GI) is tot m (IH), als f (GC) tot k (CH).

Hierom dewijl boven mede gevonden is / dat GB tot BH, en GK tot KH is/ als GC tot CH; ende GC tot CH, als mede GF tot FI zy / als GI tot IH: soo sullen de redens van GF tot FI, van GC tot CH, van GB tot BH, van GK tot

tot KH, en van GI tot IH alle een en deselve onder malkander wesen. Waer upt dan wyders na 't 3de Voorstel des 6sten boecks Euclidis volgt / dat de linien IB, IK, en IC de hoecken GBH, GKH, en GCH in tween gelijck deelen.

Ende alsoo vorders de quantiteyten onder malkander vergelijckende/ sulcx dat daer telckens andre en andre Æquatien upt voort-komen / soo machmen aengaende 't geene voor-gestelt is ontallijcke eygenschappen vinden.

XXV. AFDEELING.

Eenige staeltjens van de voortreffelijckheyt der Algebra.

NAdien men in de *Algebra*, om de manier van d'ontbinding eens Werck-stucks te vinden, met de grootheden, die so gegeven als begeert zijn, namen te geven, de gantsche swaricheyt hier toe te brengen heeft, dat men een Vergelijcking vindt, en men 't selve om sulcks als nu gedaen stelt: soo blijckt hier lichtelijck uyt, dat, dewijl dese alle de bepalingen of conditien insluyt, al 't geen men ontrent de wercking of ontbinding der Vergelijcking aen te mercken heeft, oock tot de manier, waer door het Werckstuck ontbonden wort, behoort. Weshalven, aengesien der ontallijcke Werck-stucken zijn, dewelcke men, schoonse van een heel ander geslacht schijnen, nochtans tot een selfde vergelijcking brengen kan, en hierom voor een selfde Werck-stuck mogen gehouden worden: alsoo kan 't mede gebeuren, dat een en deselve manier van wercken oft ontbinden op alle die te gelijck komt te passen. Het welcke wy door de volgende Werck-stucken, als exempelen, goet gedacht hebben te doen blijcken.

Van een recht-hoeckigen triangel gegeven zijnde den basis ∞a, en de som van de Hypotenusa en perpendiculaer ∞b: te vinden de Hypotenusa ∞x. *1ste Werck-stuck.*

Van een recht-hoeckigen triangel gegeven zijnde den basis ∞a, en de differentie tussen de Hypotenusa en de perpendiculaer ∞b: te vinden de Hypotenusa ∞x. *2de Werck-stuck.*

Upt het een eynde eener gegeve linie ∞a getrocken hebbende op deselve een perpendiculaer welcke onbepaelt zy/ te vinden de lengte der linie x, die men *3de Werck-stuck.*

uyttet ander eynde tot dese trecken moet/ gelijck zijnde aen de afgesnede perpendiculaer / met t'samen een aen-palend stuck b, afgesneden uyt de voorgegeve a.

4de Werck-stuck. Een gegeve rechte lijn ∞b te verlengen/ sulcx dattet quadraet van het verlengde stuck x met t'samen 't quadraet der gegeve lijn a soo groot zy alsset quadraet van de gantsche lijn $b + x$.

5de Werck-stuck. Een gegeve rechte lijn ∞b in 2 deelen te deelen / sulcx dat het quadraet van 't kleynste deel x met t'samen het quadraet van een gegeve lijn a soo groot zy als 't quadraet van 't grootste deel $b - x$.

6ste Werck-stuck. Een gegeve rechte lijn ∞b in 2 deelen te deelen/ als/ in x en $b - x$, sulcx dat het verschil van de quadraten der deelen soo groot zy als een gegeven vlack aa. Vrage naer 't grootste deel ∞x.

7de Werck-stuck. Een getal te vinden ∞x, van welckers quadraet xx soo men aftreckt een gegeven quadraet aa, dat de rest gelijck zy aen 't quadraet $xx - 2bx + bb$. komt $x \infty \frac{bb + aa}{2b}$.

Hierom, nemende, naer goetduncken, voor b telckens een ander en ander getal, soo konnen hier uyt gevonden worden oneyndige recht-hoeckige triangulen, die een selfde en gegeve hoochte hebben, welckers syden men door rationale getallen uytdrucken kan. Want, indien dese hoochte ofte gegeve Perpendiculaer zy a, so sal de Hypotenusa *wesen* $\frac{bb + aa}{2b}$. *Waerom dan voor den Basis komen sal* $\frac{bb - aa}{2b}$.

Alwaer wyders blijckt, indien iemandt soo veel recht-hoeckige triangulen vinden wilde, als hy begeerde, wiens syden elck door rationale heele getallen konnen uytgedruckt worden, dat hy maer behoefde over al met den gemeenen noemer 2 b te multipliceeren; en sal komen 2 ab voor de Perpendiculaer, bb + aa voor de Hypotenusa, *en bb − aa voor den Basis.*

Derhalven so a zy 1, *en b zy* 2, *so sal de Perpendiculaer zijn* 4, *de* Hypotenusa 5, *en Basis* 3. *Maer so men voor a neemt* 3, *en voor b neemt* 2, *soo sal de Perpendiculaer zijn* 12, *de* Hypotenusa 13, *en Basis* 5. *En soo van andre in 't oneyndig.*

'Tselve kan mede geschieden door behulp van het 1ste, 2de, 3de, 4de, *of* 5de *Werck-stuck, als oock door behulp van het* 6ste, *indien het gegeven vlack een quadraet zy.*

1ste Werck-stuck. Gegeven zijnde 2 getallen b en a, een derde x te vinden/ minder zijnde dan 't grootste b, maer meerder dan het kleenste a; sulcx/ so men tottet selve het kleenste addeert en oock daer van subtraheert / dat de som met de rest ver-

menich-

menichvuldigt soo veel uytbrenge als het verschil/ om soo veel het grootste
meerder is dan 't begeerde/ in sich gemultipliceert.

In een gelagh zijn geweest x kinderen/ $b \propto 8$ vrouwen/ en $a \propto 12$ man- 9ste Werck-
nen. Waer van yder man soo veel stuyvers verteert heeft/ alsser mannen stuck.
zijn; en insgelijcx yder vrouw soo veel stuyvers alsser vrouwen zijn. Nu
wert bevonden/ soo yder kindt soo veel stuyvers betaelt hadde alsser vrou-
wen zijn/ dat het getal der stuyvers/ die de kinderen souden betaelt hebben/
soo veel meerder soude geweest zijn als de stuyvers der vrouwen/ als het
selve getal minder is als het ghetal der stuyvers/ by de mannen verteert.
Vrage hoe veel kinderen daer geweest zijn?

Van een gegeve rechte lijn $b + a$, die in 2 ongelijcke deelen a en b ge- 10 Werck-
deelt is/ het grootste deel b in 2 andre deelen x en $b - x$ te deelen; sulcx stuck.
dattet vierkant begrepen van $x + a$, de somme van 't kleynste deel a en
't middelste x, en $x - a$, 't verschil om soo veel 't selve middelste deel x
grooter is als 't minste a, soo groot zy als 't quadraet van het overblijven-
de deel $b - x$.

Een gegeve rechte lijn $a + b$, die in 2 deelen a en b gedeelt is/ tot d'een 11 Werck-
of d'ander zyde te verlengen/ om de lengte x; sulcx dat de somme der qua- stuck.
draten van de drie deelen der gantsche lijn soo groot sy alsset vierkant/ be-
grepen van de verlengde x, en de som van de selve en het dobbel des aen-pa-
senden deels.

Gegeven zijnde een rechte lijn $\propto b$, die in 3 even-reednige deelen gedeelt 12 Werck-
is/ sulcx dat de somme der quadraten van deselve deelen soo groot zy als stuck.
een gegeven vlack aa: te vinden de somme der uytterste deelen $\propto x$.

Van een recht-hoeckig vierkant gegeven zijnde het verschil der zyden 13 Werck-
$\propto b$, en 't verschil haerder quadraten $\propto aa$: te vinden de langste zyde $\propto x$. stuck.

In een wijt-hoeckige even-beenige triangel/ waer van yder derselve is 14 Werck-
$\propto b$, en 3de zyde $\propto a$, getrocken hebbende op een der verlengde gelijcke zyden stuck.
uyt de tegen-overhoeck een perpendiculaer: te vinden x, de somme van 't
grootste deel en halven basis.

Insgelijcx/ in een scherp-hoeckige even-beenigen triangel/ waer van 15 Werck-
yder derselve is $\propto b$, en 3de zyde $\propto a$, getrocken hebbende op een der gelijcke stuck.
zyden uyt de tegen-overhoeck een perpendiculaer: te vinden x, de somme
van 't kleenste deel en halven basis.

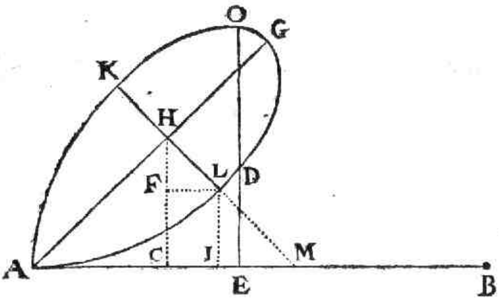
Aengesien nu in alle dese Werck-stucken x gelijck komt aen $\frac{bb + aa}{2b}$,
en 't selve mede in oneyndige andre gebeurt: soo is openbaer/ dat/ om die
alle te gelijck t' ontbinden en de grootheyt x te vinden/ men niet anders te
doen heeft/ als de quadraten der gegeve grootheden b en a te addeeren/ en
haer somme $bb + aa$ door $2b$ het dobbel van b te divideeren. Sulcx dat
hier uyt blijckt/ dat de Algebra, nadiense door hulp eener vergelijcking
oneyndige Werck-stucken voor een aen-neemt en deselve te gelijck ontbint/
ende uyt de gegeve of bekende grootheden de begeerde of onbekende/ van
wat slach die souden mogen wesen/ leert vinden/ niet t'onrecht de waere
Logica ofte konst van yet te vinden/ waer door 't verstant tot kennisse van
Wiskonstige en daer uyt volgende dingen gebracht wort/ te achten is: en

 die

die derhalven niet sonder reden Ars Magna, dat's Groote Konst en Goddelijcke Weetenschap van andre is genaemt geworden.

Soo blijckt dan / uyt 't geene by-gebracht is / de voortreffelijckheyt en nutticheyt der Algebra. Doch op dat dit beyde van een yder noch klaerder soude mogen verstaen worden / soo sal den Leser alleen gelieven in te sien / het geene in dit Tractaet verhandelt is / als oock de verscheyde Werck-stucken / die hier en daer door 't gantsche boeck ontbonden zijn / en welckers solutien / weynige uytgesondert / door de Algebra zijn gebonden; gelijck mede die / welcke van Vieta en insonderheyt van Des Cartes in sijn Geometrie, en oock van andre uytsteeckende Wiskonstenaers door behulp der selve gebonden en betoont zijn. Want ick niet vertrouwe dat yemandt / steunende op de onfeylbare seeckerheyt deser uyt-muntende wetenschap / indien hy dese dingen met my in ernst overweecht / aen de waerheyt mijner besluyt-redenen in dese Afdeeling eenichsins sal konnen twijffelen. Doch evenwel / om yemandt hier in ten vollen vergenoeging te geven / soo sal ick alhier by-doen het volgende Werck-stuck / met desselfs constructie / gelijck die van den scherp-sinnigen en wel-geleerden Heer Johannes Hudde, Amsterdammer / ende mijn bysondre vriendt / over eenigen tijt uyt gebonden is.

Werck-stuck.



Daer is een kromme liny / hebbende dese eygenschap / als men uyt eenig punt E in de rechte AB op deselve tot aen de kromme een liny, als EO of ED, recht-hoeckig treckt / en AE noemt x, en EO of ED noemt y, en wyders de gegeve AB noemt n: soo is $xxx + yyy \infty xyn$. Nu moet men KL trecken / beteeckenende de grootste breette deser kromme.

Constructie.

Treckt AG, sulcx dat den hoeck GAB zy ∞ 45 gr. / dan neemt AH $\infty \sqrt{\frac{1}{6} nn}$: soo sal KHL, snydende AG recht-hoeckig in H, de begeerde grootste breette wesen.

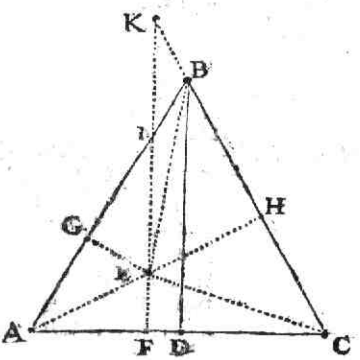
Hoe men nu het werck van dit Werck-stuck sonder Algebra vinden kan / sie ick niet. Want nadien dese kromme liny uyt geen voor-betoonde Vertoog / deselve betreffende / alhier verstaen wordt bepaelt ofte beschreven te worden / dewijl die alle / hier toe dienende / noch onbekendt zijn; maer die alleen uyt de vergelijcking $x^3 + y^3 \infty xyn$ bepaelt wort en uyt dese komt te volgen: soo is openbaer / dat / het geene ontrent dese kromme liny te doen

of

of te kennen valt/ uyt dese vergelijcking self moet gehaelt worden / en dat dienvolgende dese als den bron van haer allen ofte voor het eerste Vertoog te houden is.

Maer op dat blijcke / hoedanig men uyt eenig voor-gestelt Vertoog / of oock alleen uyt de bepaling van eenig subject / oneyndige andre Vertoogen door de Algebra vinden kan ; soo heeft my wyders goet gedacht / 't geen my deses aengaende den seer vernuftigen Johannes Hudde eertijts mede gedeelt heeft/ een yder alhier gemeen te maecken.

Nu aengesien dit sich tot yder questie/ 't zy gedetermineerde of ongedetermineerde/ uytstreckt/ ende het in deselve even-veel is of'er een / of twee/ of meer conditien gebreecken: soo sal 't genoeg zijn dit door een exempel te verklaren/ hier toe gebruyckende den gelijckszydigen triangel ABC, waer in/ tot de bepaling van het punt E, om uyt het selve 3 perpendicularen / als EF, EG, en EH , op de tegen-overstaende syden te trecken / dewelcke t'samen genomen aen BD , de perpendiculaer des triangels / gelijck zijn / twee conditien gebreecken. Gelijck ick te vooren in de uytleggingen op de Geometrie van Des Cartes verklaert hebbe.



Hierom / op dat ick oneyndige Vertoogen / tot een gelijck-sydigen triangel behoorende/ vinde/ soo neem ick/ dattet geene voorgestelt wort een Werck-stuck is: stellende dat de saeck / om de solutie te bekomen / nu al gedaen zy. en derhalven/ verlengt hebbende FE tot dat die AB snyde in I, en met CB, voort-getrocken zijnde/ t'samen kome in K, en treckende AE, EB, en EC, soo neem ick AD of DC $\propto a$, (en komt AB , BC , of AC $\propto 2a$) DB $\propto b$, AF $\propto x$, (en komt FC $\propto 2a - x$) FE $\propto y$, EG $\propto v$, en EH $\propto z$.

'Twelck aldus gestelt zijnde/ en nemende datmen/ om het begeerde te vinden/ een van dese linien soecken moet/ als/ by exempel/ DB, die ick b genoemt heb : soo soeck ick op hoeveel-derhande manieren men deselve uytspreecken kan / dat is / hoeveel onderscheyde vergelijckingen / die yder zijn waerde beteeckenen/ gebonden komen worden; nademael yder derselve een bysonder Vertoog vertoont.

Weshalven om de 1ste vergelijcking te vinden/ dewijl de drie triangulen AEC , AEB , en BEC gelijcken basis hebben / en 't samen genomen aen de gantsche triangel ABC gelijck zijn/ so is $ay + av + az \propto ab$

en $y + v + z \propto b$. 't Welck het 1ste Vertoog is.

d'Andre Vertoogen geeft dese volgende uyt-reeckening te kennen.

AD

AD DB AF

$a - b - x$ / tot FI. $\frac{bx}{a}$

subtr. FE. y

AB AD EG EG

$2a - a -$ EI. $\frac{bx}{a} - y$ / tot $\frac{bx}{2a} - \frac{1}{2}y \infty v$

$bx - ay \infty 2av$

$bx \infty ay + 2av$

$b \infty \frac{ay + 2av}{x}$. 2de Vertoog.

DC DB FC

$2a - b - 2a - x$ / tot FK. $\frac{2ab - bx}{a}$

subtr. FE. y

BC CD EH EH

$2a - a -$ EK. $\frac{2ab - bx}{a} - y$ / tot $\frac{2ab - bx}{2a} - \frac{1}{2}y \infty z$

$2ab - bx - ay \infty 2az$

$2ab - bx \infty ay + 2az$

3de Vertoog. $b \infty \frac{ay + 2az}{2a - x}$.

Nota. Dit Vertoog verschilt alleen van het 2de daer in / dat de grootheyt b alhier gevonden wordt uyt a, x, y, en z; maer in het 2de uyt a, x, v, en y Andersins so is de wijz om b te soecken in beyde de selve.

Van FK. $\frac{2a - bx}{a}$ van EK. $2z$

subtr. FI. $\frac{bx}{a}$ subtr. EI. $2v$

rest IK. $\frac{2ab - 2bx}{a} \infty$ IK $2z - 2v$

$2ab - 2bx \infty 2az - 2av$

$ab - bx \infty az - av$

$b \infty \frac{az - av}{a - x}$. 4de Vertoog.

EI EG EK EH EH

$\frac{bx}{a} - y - v - \frac{2ab - bx}{a} - y$ / tot $\frac{2abv - bvx - avy}{bx - ay} \infty z$

$2abv - bvx - avy \infty bxz - ayz$

$2abv - bvx - bxz \infty avy - ayz$

$b \infty \frac{avy - ayz}{2av - vx - xz}$. 5de Vertoog.

1. Soo blijckt dan/ dat DB, die wy b genoemt hebben/ op 5derley wijz uyt-gesprooken kan worden. Want beneffens de ongelijckheyt der termen en haer verscheyde t'samen-voeging so ontbreeckender in de 1ste manier de termen a en x, in de 2de z, in de 3de v, in de 4de y, en in de 5de ontbreeckter geen. En dienvolgende soo hebben wy hier vijf onderscheyde Vertoogen/ waer van het 2de, 3de, en 4de van deselve aert zijn als 't 1ste, dat is/ van de * Plaets tot een Vlack; maer het 5de van de * Plaets tot een Lichaem. * Loci ad superficiem. * Loci ad solidum.

2. Dese 5 Vertoogen nu gevonden hebbende/ soo konnen daer uyt op verscheyde manieren oneyndige andre gevonden worden. 1lijck door additie en divisie/ te weeten/ deelende de somme van 't 1ste en 2de/ 1ste en 3de/ 1ste en 4de/ 1ste en 5de/ 2de en 3de/ 2de en 4de/ etc. door 2. En sal komen het quotiens $\infty\ b$. Insgelijcx addeerende 3/4/ of 5/ etc. sommen/ en de gantsche som deelende door 3/4/ of 5. etc. Ten 2den/ gelijck wy nu alsoo oneyndige Vertoogen vinden door middel van additie en divisie/ alsoo konnen daer oock oneyndige gevonden worden door behulp van multiplicatie en extractie. Want so men 2/ 3/ of 4/etc. van die verscheyde sommen met malkander multipliceert/ en uyt het product treckt $\surd$Q, $\surd$C, of $\surd$QQ, etc: soo sal van gelijcken de gevonde radix aen b gelijck zijn. Ten 3den door multiplicatie en divisie/ te weeten/ multipliceerende 2/ 3/ 4/ etc. verscheyde sommen/ en haer product deelende door 1/2/ of 3/ etc. andre; 't zy men alleen eene som daer toe neemt/ en die quadratè, of cubicè, etc. multipliceert; of oock datmen daer 2/ of 3/ etc. verscheyde sommen toe neemt/ en door haer product divideert: want het quotiens altijt aen b gelijck is. Ten 4den door additie en subtractie/ gelijck van selfs blijckt. Ten 5den. Uyt welcke oneyndige sommen men dan noch door middel van additie/ subtractie/ multiplicatie/ divisie/ en extractie oneyndige andre voor b vinden kan.

3. Hierom gelijck wy oneyndige manieren om de waerde van de liny DB of b uyt te drucken gevonden hebben/ alsoo machmen'er oock oneyndige andre vinden van de linien AD of DC, AF, FE, EG, EH, die wy genoemt hebben a, x, y, v, z: te weeten/ neemende yder somme voor b gevonden/ in welcke a, x, y, v, of z, wiens waerden men begeert te vinden/ gevonden wort; en daer na uyt die soeckende de waerden van a, (x, y, v, en z.) Gelijck hier te sien is.

1.

$$\frac{ay + 2av}{x} \infty\ b$$

$$ay + 2av \infty\ bx$$

komt $a \infty \dfrac{bx}{y + 2v}$.

2.

$$b \infty \frac{ay + 2az}{2a - x}$$

$$2ab - bx \infty\ ay + 2az$$

$$2ab - 2az - ay \infty\ bx$$

komt $a \infty \dfrac{bx}{2b - 2z - y}$.

3.

$$b \infty \frac{az - av}{a - x}$$

$$ab - bx \infty\ az - av$$

$$ab + av - az \infty\ bx$$

komt $a \infty \dfrac{bx}{b + v - z}$.

En soo van andre.

4. Nu gelijck wy alle dese Vertoogen gevonden hebben/ na dat wy die linien aengemerckt hebben/ dewelcke hier in de triangel zijn getrocken; al-

soo kan men oock het selfde bekomen ten opsicht van andre; sulcx dattet alleen van nooden zy telckens een andre gestaltenis van linien te verdencken/ om/ op oneyndige manieren/ als boven / andre oneyndige Vertoogen / van malkander verschillende/ en alle een gelijck-sydigen triangel aengaende / te vinden. Het welck van dese op gelijcke wijz ontrent andre so recht-linische als krom-linische figueren te verstaen is/en sich oock om de eygenschappen van een Circkel/ Parabola, Hyperbola, Ellipsis, en van andre kromme linien te vinden van hooger geslacht / als mede van lichamen / die uyt deselve ghemaeckt worden/uyt-streckt; ende niet alleen aen dese gelijck-sydige triangel bepaelt blijft.

Soo blijckt dan/ hoedanig men op oneyndige manieren uyt eenigh voorgestelt Vertoog/ of oock alleen uyt de bepaling des figuers of voor-werps/ waer door desselfs natuer t'eenemael in-gesloten wort/ oneyndige Vertoogen vinden kan/ welcke alle/ met datmense in-siet/ uyt die bepaling/ of d'een uyt d'ander / ten sy misschien eenige weynige uytgesondert / niet voort en komen ; even soo weynich / of immers minder/ als uyt de natuer van een Circkel al de Vertoogen/ die in 't 3de en 4de boeck der beginselen Euclidis begrepen staen/ te trecken zijn. Dat nu dese in der daet alle Vertogen zijn/ daer aen en kan men selfs niet twijffelen : nadien een Vertoog niet anders dan een Voorstel/ het welck eenige eygenschap eens voor-werps begrijpt en verklaert/ te achten is.

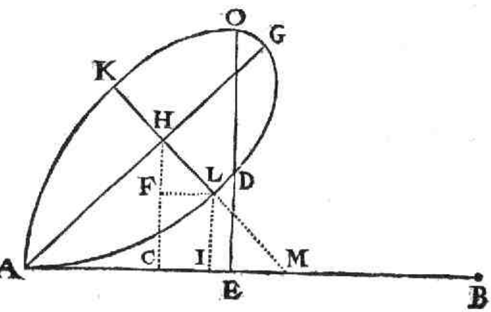
Waer by komt/ indien men overweegt / dat de voortreffelijckheyt der Geometrie in 't bewijsen van veel uytgelese en verwonderens waerdige Vertoogen/ (dat is/ dewelcke (mijns oordeels) ten eersten aensien uyt des voorwerps natuer niet lichtelijck te trecken zijn / maer die men door veel gevolgen/ na regulen van de Konst daer uyt doen blijcken moet/) van een yder tot noch toe geoordeelt is te bestaen : soo sal daer uyt de voortreffelijckheyt en nuttichheyt der Algebra een yder genoegsaem te voorén komen / als dewelcke ons door kleyne moeyten een groote menichte van boecken met verwonderens waerdige Vertoogen ter handt kan stellen. Waer uyt men dan lichtelijck oordeelen kan/ hoe grooten lof dien Voortreffelijcken Heer Renato des Cartes met recht toe-komt / uyt welckers Methode dese dingen/ als van selfs/ voort vloeyen; en waer uyt noch veele grooter / en die ten hoochsten nut zijn/ ons komen t'over-stroomen.

XXVI. AFDEELING.

Van de vinding der Constructie, in de voorgaende Afdeeling verhandelt.

DEwijl de Constructie van 't Werck-stuck, in de voorgaende Afdeeling verklaert, een van de eenvoudigste is, diemen aengaende 't selve vinden kan: soo heb ick het niet

niet on-aengenaem geacht te ſullen weſen, indien ick de manier om die te vinden, gelijckſe van den ſeer vernuftigen Heer, *Johannes Hudde*, alder-konſtichſt uytgevonden is, door de volgende wercking betoone.



Dat den hoeck GAB van 45 gr. is/ kan afgenomen worden uyt de vergelijcking $y^3 - nyx + x^3 \infty 0$/ waer in y en x op eene wijz gebonden worden. Waer uyt men voorts besluyt/ stellende AI ∞ x, IL ∞ y, en AM ∞ z, dat IM is ∞ y, en AM ∞ $z \infty x + y$, dat is/ $z - x \infty y$. het welck de 2de vergelijcking is; en daer na dat AC of CH is $\infty \frac{1}{2} z$, en daerom FH $\infty \frac{1}{2} z - y \infty s$, verstaet de grootste van alle dusdanige linien. Het welck de 3de vergelijcking is.

Dit nu dus zijnde/ soo men in de 1ste en 3de, te weeten/ $y^3 \infty nyx - x^3$ en $\frac{1}{2} z - y \infty s$, in plaets van y stelt $z - x$, soo krijcht men $z^3 - 3zzx + 3zxx - x^3 \infty nzx - nxx - x^3$/ of $z^3 - 3zzx + 3zxx \infty nzx - nxx$, en $x \infty s + \frac{1}{2} z$. De reſt wort door de wercking openbaer.

$$z^3 - 3zzx + 3zxx \infty nzx - nxx$$

neemt x wech.

$$\frac{1}{4} z^3 + 3zss \infty \frac{1}{4} nzz - nss$$

Mult. door $3 \quad 1 \quad 2$ na de Methode van de Grootste en Kleenste/ gebonden door de gemelde Hudde.

$$\frac{3}{4} zz + 3ss \infty \frac{1}{2} nz$$

neemt s wech. $3zz + 12ss \infty 2nz$

$$6zz + 12xx - 12zx \infty 2nz$$

$$12xx \infty 12zx + 2nz - 6zz$$

$$xx \infty zx + \frac{1}{6} nz - \frac{1}{2} zz.$$

$$z^3 - 3zzx + 3zxx \infty nzx - nxx$$

$$3zxx + nxx \infty nzx + 3zzx - z^3$$

$$xx \infty zx - \frac{z^3}{3z + n}.$$

$$zx - \frac{z^3}{3z+n} \infty zx + \tfrac{1}{6}nz - \tfrac{1}{2}zz$$

$$\tfrac{1}{2}zz \infty \frac{z^3}{3z+n} + \tfrac{1}{6}nz$$

$$3zz \infty \frac{6z^3}{3z+n} + nz$$

$$9z^3 + 3nzz \infty 6z^3 + 3nzz + nnz$$

$$3zz \infty nn$$

komt $z \infty \sqrt{\tfrac{1}{3}nn}$

En daerom $AH \infty \sqrt{\tfrac{1}{6}nn}$.

XXVII. AFDEELING.

Van 't vinden der hoecken eens recht-linischen triangels, welckers syden bekent zijn, sonder perpendiculaer te trecken.

OP datter, om een recht-linische triangel vaerdig uyt te reeckenen, niet en gebreecke, soo heeft my goet gedacht alhier vier Vertoogen of Regulen ter baen te brengen, waer door men uyt de bekende syden eens recht-linischen triangels, sonder die in 2 recht-hoeckige te verdeelen, yder hoeck op vierderley wijz vinden kan: gelijck ick die eertijts van den Auteur der selve, *Willem Purser*, een seer ervaren Wiskonstenaer, te *Dublin* gheleert hebbe. Welcke dan alle 't gebruyck der *Logarithmi* of Reden-tallen toegepast zijn, om de gantsche wercking door additie, subtractie, en halveering in plaets van multiplicatie, divisie, en extractie te volbrengen.

I. VERTOOCH.

Gelijck 't vierkant der twee syden, den begeerden hoeck begrijpende, tot het vierkant, begrepen van de helft van al de syden en halve diffe-

differentie, tussen de som der selve twee en basis; alsoo 't quadraet der Radius *tottet quadraet der* Sinus *des halven neven-staenden boecks.*

II. VERTOOCH.

Gelijck 't vierkant der twee syden, den begeerden hoeck begrypende, tottet vierkant begrepen van de halve differentie, om welcke d'eene syde met den basis grooter is dan d'ander syde, en halve differentie, om welcke die ander syde met den basis grooter is dan d'eerste; alsoo 't quadraet der Radius *tottet quadraet der* Sinus *van de helft des begeerden hoecks.*

III. VERTOOCH.

Gelijck 't vierkant van de halve differentie, om welcke d'eene syde met den basis grooter is dan d'ander syde, en halve differentie, om welcke die ander syde met den basis grooter is dan d'eerste, tot het vierkant, begrepen van de helft van al de syden, en halve differentie, om welcke die twee syden grooter zijn dan den basis; alsoo 't quadraet der Radius *tottet quadraet der* Tangens *des halven neven-staenden boecks.*

IV. VERTOOCH.

Gelijck 't vierkant, begrepen van de helft van al de syden en halve differentie, om welcke de twee syden grooter zijn als den basis, tottet vierkant van de halve differentie, om welcke d'eene syde met den basis grooter is dan d'ander syde, en halve differentie, om welcke die ander syde met den basis grooter is dan d'eerste; alsoo 't quadraet der Radius *tottet quadraet der* Tangens *van de helft des begeerden boecks.*

Neven-staenden hoeck noem ick die/welcke met den begeerden t'samen een halven Circkel of 180 graden maeckt: maer basis/ die syde/ welcke staet over den begeerden hoeck. Eyndelijck soo wert hier verstaen een recht-hoeckigen/ scherp-hoeckigen/ of wijt-hoeckigen triangel/naer dat den begeerden hoeck is recht/ scherp/ of wijdt.

Sy ABC een triangel/ waer in men uyt de bekende syden vinden moet den hoeck A.

Treckende upt B op AC, ofte na dat deselve tot d'een of d'ander syde verlengt is / de perpendiculaer BD; en beschryvende upt A in de wytte AB de halve Circkel EBF, snydende AC in E en F, soo laet upt C in de wytte FC beschreven worden den booge FC, snydende BC in C; en BC in tween gelijck gedeelt worden in H. Wederom upt C in de wytte CB beschreven hebbende een andre boog / als BI, snydende AC in I, soo laet EI in tween gelijck gedeelt worden in K. Vorders upt A beschreven zynde eenige ander halve Circkel / als SMLN, snydende AC in S en N; maer AB, ofte na dat deselve verlengt is / in M, soo laten de boogen NM en MS in L en T in tween gelijck gedeelt worden / en getrocken worden AL, AT, en NM, MS, malkander door-snydende in P en X. Eyndelijck getrocken hebbende LO, TV, raeckende de halve Circkel SMLN in L en T, en snydende AC, AB in O en V, soo laten upt P en M op AC gehaelt worden de hangende PQ, MR.

Dit nu dus gestelt zynde / soo blijckt / dat KI de halve differentie is / om welcke de 2 syden AB, AC grooter zyn dan den basis BC; en dat KC is de helft van al de syden. Daer na soo blijckt mede / nemende AM voor Radius, dat SX of XM is Sinus des halven hoecks / staende nevens den begeerden hoeck BAC.

Soo seg ick voor eerst / dattet vierkant BAC is tottet vierkant CKI, gelijck 't quadraet AM tottet quadraet SX of XM.

Want dewijl [a] 't □ EC — 't □ EA of AB — 't □ AC gelijck is 2 ▭ EA, AC; en in den scherp-hoeckigen triangel [b] 't □ AC + □ AB — □ BC gelijck is 2 ▭ AD, AC; en in den recht-hoeckigen [c] 't □ AC + □ AB — □ BC gelijck 0; maer in den wijt-hoeckigen [d] 't □ BC — □ AB — □ AC gelijck 2 ▭ AD, AC: soo sal 't gebeuren / soo men in den scherp-hoeckigen en recht-hoeckigen tot gelijcke gelijcke addeert / dat is / tot 't □ EC — □ AB — □ AC addeert 't □ AC + □ AB — □ BC; en in den wijt-hoeckigen van gelijcke gelijcke subtraheert / dat is / van 't □ EC — □ AB — □ AC subtraheert 't □ BC — □ AB — □ AC, dat in den scherp-hoeckigen de somme dat's 't □ EC — □ BC of IC gelijck is aen de somme 2 ▭ EA, AC + 2 ▭ AD, AC, dat is / [e] gelijck 2 ▭ ED, AC; en in den recht-hoeckigen de somme dat's 't □ EC — □ BC of IC gelijck 2 ▭ EA, AC of 2 ▭ ED, AC; maer in den wijt-hoeckigen de rest dat's 't □ EC — □ BC of IC gelijck de rest 2 ▭ EA, AC — 2 ▭ AD, AC, dat is / [f] gelijck 2 ▭ ED, AC.

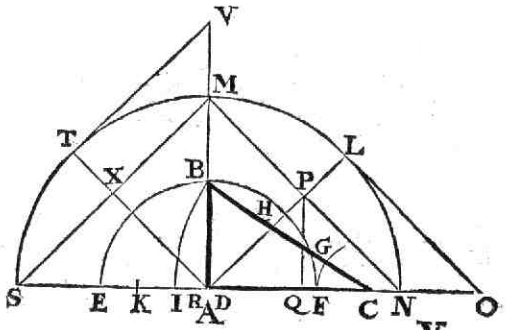
Soo is dan in dese 3 Voorvallen 't □ EC — □ IC gelijck 2 ▭ ED, AC. Nu is 't □ EC — □ IC [g] gelijck 4 ▭ KC, KI. Waerom dan oock 2 ▭ ED, AC aen 4 ▭ KC, KI gelijck is / en oversulcx de helft gelijck de helft / dat is / 't ▭ ED, AC gelijck aen 2 ▭ KC, KI. Wyders / alsoo AB tot ED is / als AM tot SR; en AB tot ED, nemende AC voor gemeene hoochte / [h] als 't ▭ AB, AC tottet ▭ ED, AC of 2 ▭ KC, KI; maer AM tot SR, nemende AM voor gemeene hoochte / als 't □ AM tottet ▭ AM, SR: soo sal 't ▭ AB, AC zyn tot 2 ▭ KC, KI, als 't □ AM tottet ▭ AM, SR. En / nemende de helften der volgende / 't ▭ AB, AC tottet ▭ KC, KI, als 't □ AM tottet $\frac{1}{2}$ ▭ AM, SR. Nu is $\frac{1}{2}$ ▭ AM, SR, dat is / $\frac{1}{2}$ ▭ AS, SR gelijck 't □ SX of XM: nadien [i] / wegens de gelijckformichept der triangulen ASX, MSR, AS tot SX is / als MS tot SR, of $\frac{1}{2}$ MS, dat is / SX of XM, tot $\frac{1}{2}$ SR.

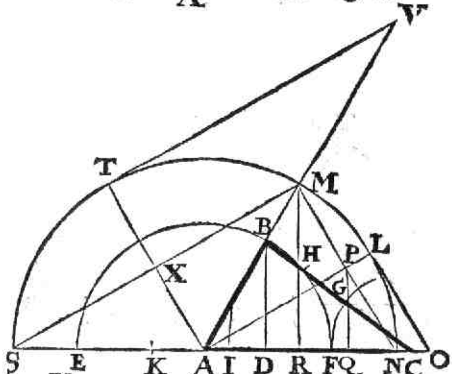
a na 't 4 v. des 2 b. Eucl.
b na 't 13 v. des 2 b. Eucl.
c na 't 47 v. des 1 b. Eucl.
d na 't 12 v. des 2 b. Eucl.
e na 't 1 v. des 2 b. Eucl.
f na 't 1 v. des 2. b. Eucl.
g na 't 8 v. des 2 b. Eucl.
h na 't 1 v. des 6 b. Eucl.
i na 't 4 en 16 v. des 6 b. Eucl.

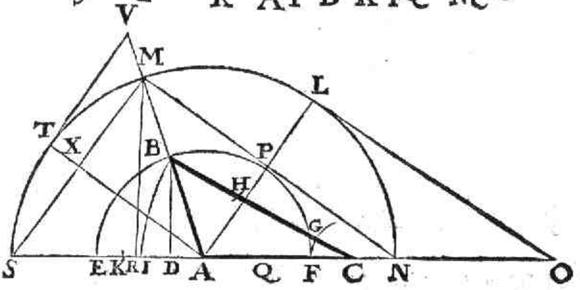
Waer-

Waerom dan 't ▭ AB, AC is tottet ▭ KC, KI, als 't □ AM tottet □ SX of XM. 'T welck eerstelijck te betoonen was.

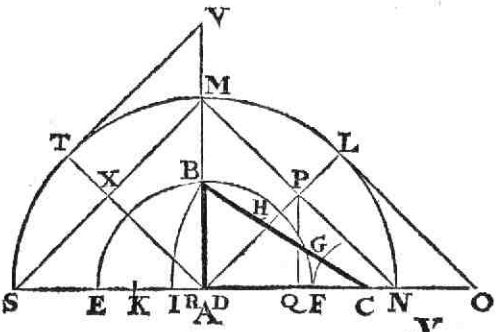
Vorders soo blijckt / dat de halve differentie/ om welcke de eene syde AC

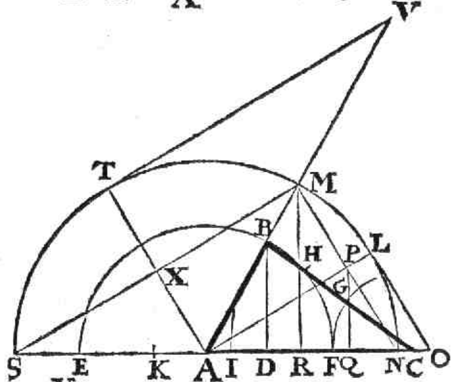


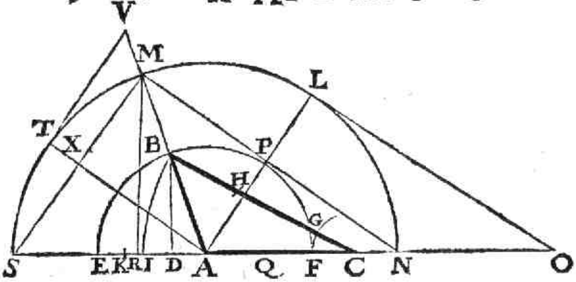




met den basis CB grooter is dan d'ander syde AB, is HC; en dat de halve differentie/ om welcke de ander syde AB met den basis CB grooter is als d'eerste d'eerste syde AC, is BH. Daer na soo blijckt mede / nemende AM voor Radius, dat de Sinus van de helft des begeerden hoecks BAC is MP of PN.







k na 't 7 v. des 2 b. Eucl. Soo seg ick dan ten 2den / dattet vierkant BAC is tottet vierkant BHC, gelijck 't quadraet AM tottet quadraet MP of PN.

l na 't 13 v. des 2 b. Eucl. Want dewijl k 't □ AC + 't □ AF of AB — 't □ FC gelijck is 2 ▭ AF, AC; en in den scherp-hoeckigen triangel l 't □ AC + □ AB — □ BC gelijck

lijck is 2 ▭ AD, AC; en in den recht-hoeckigen [m] 't □ AC + □ AB — □ BC *m na 't 47*
gelijck o; maer in den wijt-hoeckigen [n] 't □ B-C □ AB — □ AC gelijck 2 ▭ *v. des 1 b. Eucl.*
AD, AC: so sal 't gebeuren/ so men in den scherp-hoeckigen en recht-hoec- *n na 't 12*
kigen van gelijcke gelijcke aftreckt / dat is / van 't □ AC + □ AB — □ *v des 2 b.*
FC aftreckt 't □ AC + □ AB — □ BC; en in den wijt-hoeckigen tot ge- *Eucl.*
lijcke gelijcke addeert/ dat is / tottet □ AC + □ AB — □ FC addeert
't □ BC — □ AB — □ AC, dat in den scherp-hoeckigen de rest dat's 't □ BC
— □ FC of CG gelijck is aen de rest 2 ▭ AF, AC — 2 ▭ AD, AC, dat
is/[o] gelijck 2 ▭ DF, AC; en in den recht-hoeckigen de rest dat's 't □ BC — □ *o na 't 1*
FC of CG gelijck de rest 2 ▭ AF, AC of 2 ▭ DF, AC; maer in den wijt- *v. des 2 b.*
hoeckigē de somme dat's 't □ BC — □ FC of CG gelijck de somme 2 ▭ AF, *Eucl.*
AC + 2 ▭ AD, AC, dat is / [p] gelijck 2 ▭ DF, AC. Soo is dan in dese 3 *p na 't 1*
Voorvallen 't □ BC — □ CG gelijck 2 ▭ DF, AC. Nu is 't □ BC — *v. des 2 b.*
□ CG [q] gelijck 4 ▭ BH, HC. Waerom dan oock 2 ▭ DF, AC aen 4 ▭ *Eucl.*
BH, HC gelijck is/en om sulcks de helft gelijck aen de helft/dat is/'t ▭ DF, *q na 't 8*
AC gelijck aen 2 ▭ BH, HC. Wyders / nadien AB is tot DF, als AM tot *v. des 2 b. Eucl.*
RN; maer AB tot DF, [r] nemende AC voor gemeene hooghte/ als 't ▭ AB, *r na 't 1*
AC tot 't ▭ DF, AC of 2 ▭ BH, HC; en AM tot RN, nemende AM voor ge- *des 6 b.*
meene hooghte/als 't □ AM tot 't ▭ AM, RN: soo sal 't ▭ AB, AC zijn tot *Eucl.*
2 ▭ BH, HC, gelijck 't □ AM tot 't ▭ AM, RN. En nemende de helft der
volgende/'t ▭ AB, AC tottet ▭ BH, HC, gelijck 't □ AM tottet $\frac{1}{2}$ ▭ AM,
RN. Nu is $\frac{1}{2}$ ▭ AM, RN, dat is/ $\frac{1}{2}$ ▭ AN, RN gelijck 't □ MP of PN:
aengesien [s]/wegens de gelijckformigheyt der triangulen ANP, MNR, AN is *s na 't 4 en*
tot PN, als MC tot RN, ofte als $\frac{1}{2}$ MC, dat is/ MP of PN tot $\frac{1}{2}$ RN. Waerom *16 v. des*
dan mede 't ▭ AB, AC tottet ▭ BH, HC zijn sal als 't □ AM tottet □ MP *6 b. Eucl.*
of PN. Het welck ten 2den te bewijsen was.

Hier benessens soo blijckt / nemende AT voor Radius, dat de tangens des halven neven-staenden hoecks BAC is TV. Waerom ick dan ten 3den segge/ dattet vierkant BHC is tottet vierkant IKC, gelijck 't □ AT tottet □ TV.

Want dewijl / uyt 't geene even bewesen is / 't ▭ AB, AC is tottet ▭
BH, HC, als 't □ AM tottet □ MP of PN: soo sal overandert [t] 't ▭ AB, *t na 't 16*
AC zijn tottet □ AM, als 't ▭ BH, HC tottet □ MP of PN, of AX. Wede- *v. des 5 b.*
rom nadien even te vooren betoont is/ dattet ▭ AB, AC is tottet ▭ KC, *Eucl.*
KI, als 't □ AM tottet □ SX of XM: soo sal insgelijcx overandert 't ▭ AB,
AC zijn tottet □ AM, als 't ▭ KC, KI tottet □ SX of XM. Waerom dan
[u] 't ▭ BH, HC tottet □ AX is, als 't ▭ KC, KI tottet □ XM: en wede- *u na 't 11*
rom overandert 't ▭ BH, HC tottet ▭ KC, KI, als 't □ AX tottet □ XM, *v. des 5 b.*
of 't □ AT tottet □ TV. 't Welck ten 3den te bewijsen was. *Eucl.*

Eyndelijck soo blijckt / nemende AL voor Radius, dat de tangens van de helft des begeerden hoecks BAC is LO. Waerom ick dan ten 4den segge/ dattet vierkant IKC is tottet vierkant BHC, gelijck 't □ AL tottet □ LO.

Want dewijl betoont is/ dattet ▭ BH, HC is tottet ▭ KC, KI, als 't □
AX tottet □ XM: soo sal oock omgekeert [x] 't ▭ KC, KI zijn tottet ▭ BH, *x na 't ver-*
HC, als 't □ XM tottet □ AX, ofte 't □ AP tottet □ PN, of 't □ AL tottet *volg des 4*
□ LO. Het welck ten 4den en laetsten te betoonen was. *v. des 5 b. Eucl.*

Verklaring door getallen.

Van den triangel ABC is de syde AB 5915 ②, en syde AC 91 ⓪, maer den basis BC 9555 ②. Vrage naer den hoeck BAC.

Aengesien nu desen hoeck door de voorgaende regulen op vierderhande manieren kan gevonden worden, soo sal't genoeg zijn dat wy die door d' 1ste regel soecken: nademael de verklaring der andre regulen hier van weynig verschilt. Doch op dat de gantsche wercking door additie, subtractie, en halveering alleen volbracht werde: soo kan men in plaets van de getallen, dewelcke te multipliceeren en divideeren zijn, haer Logarithmos *gebruycken, soodanich men die in de tafel van* Briggius *soecken kan, dewelcke naderhandt door* Adriaen Vlack *zijn voltrocken, vervullende de* Logarithmos *der getallen van* 20.000 *tot* 90.000, *die te vooren in de natuerlijcke op-klimming van* 1 *tot* 100.000 *in deselve ontbraecken. Beneffens welcke tafel dan noch een andre behoort, dienende tottet vinden des begeerden hoecks, begrijpende de* Logarithmos *der* Sinusen, *welcke deselve* Briggius *in honderste gedeelten van graden gevonden heeft, stellende voor den* Radius 1000000000000000 *deelen, sulcx als die in dat volkomen werck,* Trigonometria Brittannica *genaemt, begrepen is; ofte anders die, dewelcke door de voorseyde* Adr. Vlack, *volgens de gemeene deeling der graden in* 60 *deelen, voor de* Sinusen *en* Tangenten, *telckens tot op* 10 *secunden uyt-gereeckent is, nemende voor den* Radius 10000000000 *deelen, gelijckerwijs men die in't werck, 't welck hy* Trigonometria Artificialis *genoemt heeft, sien kan. Door hulp van welcke tafelen, al 't geene tot lichte en volkomene meeting van allerhande triangulen behoorende is door seer lichte uyt-reeckening gevonden wort.*

Hierom addeerende AB 5915 ②, *en* AC 91 ⓪, *so men van de somme* EC 15015 ② *treckt* CB 9555 ②, *so sal* KI *de helft der rest zijn* 273 ①. *Waer toe geaddeert* IC *of* CB 9555 ②, *soo komt* KC 12285 ②.

Hier na, dewijl 't ▭ AB, AC *is tottet* ▭ KC, KI, *als 't* □ AM *tottet* □ SX *of* XM, *en de* Logarithmi *de Multiplicatie en Divisie veranderen in Additie en Subtractie, maer de Extractie in halveering: soo sal't gebeuren, indien wy, in plaets van 't* ▭ KC, KI *te multipliceeren mettet* □ AM, *tot de* Logarithmi *van* KC, KI *addeeren het dobbel der* Logarithmus *van de* Radius AM, *en, in plaets van 't product te deelen door 't* ▭ AB, AC, *van dese som aftrecken de som der* Logarithmi *van deselve* AB, AC,

dat

dat de rest 197945417 *is de* Logarithmus *van't* □SX *of* XM. *Waer van soo men neemt de helft, in plaets van de quadraet-wortel te trecken uyttet* □ SX *of* XM, *so bekomt men* 98972708, *voor de* Logarithmus *van* SX *of* XM. *Waerom, nadien elck van dese is* Sinus *des halven hoecks, staende nevens den begeerden* BAC, *soo wert, als men in de tafel soeckt met welcke* Logarithmus Sinus *dit ghevonde getal* 98972708 *naest over-een komt, bevonden dat* SX *of* XM Sinus *is van* 5213 ② *of*

$52\frac{13}{100}$ *graden, ofte oock van* 52 *gr.* 7', *en* 48''. *Welckers dobbel dan, als*

$104\frac{26}{}$, *of* 104 *gr.* 15', *en* 36'', *de grootheyt is der neven-staenden hoecks. Welcke getrocken zijnde van* 180 *graden, soo rest den begeerden*

hoeck BAC $75\frac{74}{}$, *of* 75°. 44'. 24''.

Alwaer eyndelijck te letten staet, soo men in plaets der Logarithmi, *die te subtraheeren zijn, addeert haer complementen tot den* Radius, *dat men alsdan geen andre subtractie behoeven sal. Als hier onder blijckt, met d'een en d'ander wercking met malkander te vergelijcken.*

			Logarithmi		Logarithmi
Add. { AB.	59	15	1.7719.547	Compl.	8.2280.453
Add. { AC.	91		1.9590.414	Compl.	8.0409.586
somme EC.	150	15	somme 3.7309.961		
subtr. IC of CB.	95	55			
rest EI.	54	6			
helft EK of KI.	27	3	1.4361.626		1.4361.626
add IC.	95	55			
somme KC.	122	85	2.0893.752		2.0893.752
			20.0000.000		
			somme 23.5255.378		
			differentie der sommen 19.7945.417	somme	19.7945.417
			helft 9.8972.708	helft	9.8972.708. Log. Sin.

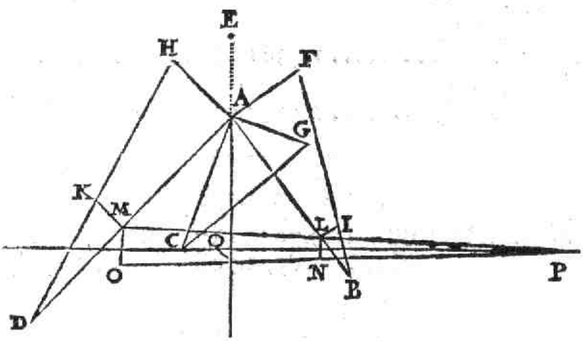
	graden		
Log. Sin. van	52	13/ of	52°. 7'. 48''.
dobbel	104	26/ of	104°. 15'. 36''. Nevenstaenden hoeck.
rest tot 180 gr.	75	74/ of	75°. 44'. 24''. Begeerden hoeck BAC.

XXVIII. AFDEELING.

Manier om de Middag-liny Geometricè *te vinden.*

HOedanig men uyt drie observatien van de schaduwe der Son, die op een dagh in een Horizontael vlack gedaen zijn, de middag-liny Meet-konstig vinden sal: heeft my over eenige jaren te *Parijs* betoont de seer vernuftige ende in de Wiskonsten wel ervarene Heer, *Claudius Mylon*, Rechts-geleerde, met wien ick doen ter tijt gemeensaem verkeert hebbe, ende als noch seer nauwe vriendtschap houde. Welcke manier hy dan seyde uyt een Italiaensch boeck, genaemt: *Gli Horologi Solari nelle superficie piane: Trattato di Mutio Oddi da Vrbino*, geleert te hebben. Doch alsoo deselve sonder demonstratie bygebracht is, soo heeft my goet gedacht, 't geen ick tot bewijs daer van gevonden hebbe, met des Auteurs manier, hier vervolgens te betoonen.

Laten dan AB, AC, en AD de drie schaduwen zijn, gemaeckt op eenen dag in eenig vlack door de stijl AE, staende recht-hoeckig op 't selve vlack in A. Van welcke schaduwen, soo der twee gelijck gevonden worden, soo



blijckt dat de liny, die uyt A recht-hoeckig getrocken wort op de liny, die de uytterste punten deser 't samen voegt, de middag-liny is.

Maer soo se alle drie ongelijck zijn, gelijck soo AC de kleenste gestelt wort, soo laten in A op AB, AC, en AD getrocken worden de perpendicularen AF, AG, en

AG, en AH, ofte gelijck aen de stijl AE, en gehaelt worden FB, GC en HD. Hierom / nadien AC kleender is als AB, soo sal oock GC kleender zijn als FB. Om deselve reden sal mede GC kleender zijn dan HD. Waerom men dan van FB en HD af-snijden sal FI en HK elck gelijck aen GC, en uyt de punten I en K op AB, AD trecken de hangende IL, KM; en wyders uyt de punten L en M op de liny / die dese punten 't samen voegt / trecken twee andre perpendicularen als LN en MO, gelijck aen LI en MK. Nu aengesien de twee schaduwen AB, AD ongelijck zijn / soo sullen insgelijcx FB, HD ongelijck wesen. En alsoo FI en HK, door 't werck / gelijck zijn / so volgt dat LI en KM of LN en MO ongelijck zijn sullen; en derhalven / nadiense parallel zijn / dat de liny / die de punten O en N t'samen voegt / met de liny door M en L getrocken t'samen komen sal. Laten dan deselve t'samen komen in P. Uyt 't welck na dat door C een rechte liny gehaelt is / soo laet uyt A op deselve getrocken worden den perpendiculaer AQ, dewelcke dan zijn sal de begeerde Middag-liny.

En dit is ontrent de sin des Auteurs, volgt nu de Demonstratie.

Aengesien dan AC kleender is als AB, en dienvolgende 't □ AC kleynder dan 't □ AB: soo sullen oock / indien men wederzijds addeert de gelijcke quadraten AG en AF, de quadraten CA en AG t'samen kleender zijn dan de quadraten BA en AF t'samen. Nu zijn na 't 47 Voorstel des 1 boecks Euclidis beyde quadraten CA en AG gelijck 't □ CG; en beyde quadraten BA en AF gelijck 't □ FB. Waerom dan mede 't □ GC kleender is als 't □ FB, en derhalvē GC kleender dan FB. Op deselve manier wert mede betoont / dat GC kleender is dan HD; als mede / soo men AB en AD ongelijck neemt / dat FB en HD ongelijck zijn: sulcx / indien AD grooter is dan AB, soo sal oock HD grooter zijn dan FB. Van welcke / soo men wyders aftreckt de gelijcke HK en FI, soo volgt dat mede KD grooter zijn sal dan IB.

Hierom nadien KD grooter is als IB, soo sal na 't 8 Voorstel des 5 boecks Euclidis HK tot KD minder reden hebben / als FI tot IB. Waerom dan oock, vergadert / na 't 28 Voorstel des 5 boecks Euclidis, HD tot DK minder reden hebben sal / als FB tot BI. Nu is HD tot DK, na 't 4 Voorstel des 6 boecks Euclidis, gelijck HA tot KM; en FB tot BI, gelijck FA of HA tot IL. Waerom dan oock HA tot KM minder reden heeft / als HA tot IL: en oversulcx na 't 10 Voorstel des 5 boecks Euclidis KM grooter zijn sal dan IL, ofte MO grooter dan LN, en dienvolgende ML en ON verlengt zijnde te samen sullen komen in D.

Laten nu verdacht worden de drie △ken ABF, ACG, en ADH op het vlack recht hoeckig gestelt te wesen boven de linien AB, AC, en AD. Waer door dan gebeuren sal / dat de 3 punten F, G, en H t'samen sullen komen in een punt / als E, te weeten / in de top des stijls AE; en dat de linien FB, GC, en HD in de Conische superfitie der schaduwe vallen sullen / welcke de Son op dien dach door sijn beweging beschrijft / wiens top E zy. Weshalven / soo men in deselve linien de linien FI, GC, en HK d'een aen d'ander gelijck neemt / soo sullen de punten I, C, en K in een Circkels omtreck vallen / diens vlack mettet vlack des Æquinoctiaels even-wydig is. En derhalven soo men door de punten K en I in sodanigen gestalt een rechte linij verdenckt / het Horizontale

zontale vlack ontmoetende / soo sal deselve de verlengde ML in 't punt P ontmoeten / te weeten / alwaer de verlengde ON met die t'samen komt. Soo dat / het punt P zijnde in 't vlack desselven Cirkels als oock in 't voor-gestelt vlack / en 't punt C insgelijcx in beyde vlacken / de rechte liny door beyde punten P en C getrocken de gemeene door-snijding deser vlacken is. Nu dewijl dese 2 vlacken op het vlack van de Meridiaen recht-hoeckig zijn / soo sal oock haer gemeene doorsnijding PC op het selve vlack des Meridiaens / na 't 19 Voorstel des 11 boecks Euclidis, recht-hoeckig wesen / en derhalven oock recht-hoeckig op de Meridiaen-liny / na de 3de bepaling des 11sten boecks Euclidis. Weshalven dan AQ, getrocken zijnde uyt A recht-hoeckig op PC, de Meridiaen-liny is. Het welck te bewijsen was.

Vorders soo staet te letten / dat dese manier / om de Meridiaen-liny te vinden / niet alleen plaets heeft in Horizontale vlacken / maer oock in Verticale, en in voor of achter over hellende. Gelijck uyt de demonstratie af te neemen is.

Eyndelijck indien het boven-geseyde vlack / mettet vlack des Æquinoctiaels evenwydig zijnde / voor het vlack des Æquinoctiaels genomen wordt / soo sal de liny PC in yder ander vlack de Æquinoctiael-liny vertoonen; en de perpendiculaer AQ sal de Substilaer-liny beteeckenen. Het welcke ick noch de pijne waert geacht hebbe hier aen te teeckenen.

XXIX. AFDEELING.

Van 't maecken van Sonne-wijsers, door een gelijck-beenigen triangel.

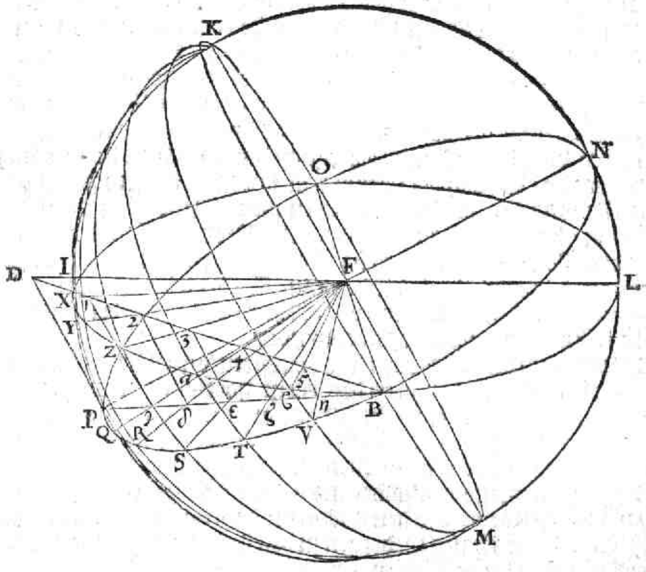
AEngesien de hooch-geleerde *Samuel Forster*, Professor der Astronomie in 't Collegie van *Gresham* tot *Londen*, over eenige jaeren een seer aerdige manier bedacht heeft, om, door hulp van een gelijck-beenigen triangel, een Sonne-wijser te beschrijven: soo heeft my goet gedacht, die, soo als ick deselve eerst tot *Dublin* by *Willem Purser* gesien hebbe, mettet maecken der Schalen, die hy tot desen eynde gebruyckt, alhier in 't kort te verklaren; latende tot desselfs bewijs voor gaen, dit, namaels van my gevonde

VERTOOG.

Sy de Circkel IKLM *de Meridiaen, wiens* centrum F *mettet* centrum *der werelt gemeen zy: en sy de Circkel* IBLO *den Horizon, maer de liny* IL *de gemeene snee van 't vlack des Horizons en Meridiaens ofte de middag-liny: en de punten* K *en* M *de Polen der werelt,* KM *de asse; maer de Circkel* BNOP *de Æquinoctiael, welckers mitsgaders des Meridiaens gemeene*

meene door-snyding sy PN,*maer die des Æquinoctiaels en Horizons zy* BO. *Wyders soo laten de Circkels* KQM, KRM, KSM, KTM, KVM, *en* KBM *de uren van de middach te kennen geven, welcke d'Æquinoctiael snijden in de punten* Q, R, S, T, V, *en* B, *maer den Horizon in* X, Y, Z, α, β, *en* B, *en getrocken worden* FQ, FR, FS, FT, FV, *en* FB, *als mede* FX, FY, FZ, F α, F β, *en* FB. *Eyndelijck gehaelt hebbende* BP, *en uyt* P *de liny* PD *even-wydich met* FK, *dewelcke met* LI *voort-getrocken zijnde t'samen kome in* D, *so sal, treckende* BD, *dese van de vlacken der uyr-Circkels doorsneden worden in deselve reden, waer in de liny* BP *van die doorsneden is.*

Want nemende dat de linien FQ, FR, FS, FT, en FV de liny BP in de punten γ, δ, ε, ζ, en η doorsnijden/ soo sullen dese deselve zijn/ in welcke de vlacken der uyr-Circkels de liny BP doorsnijden. Insgelijcx/ de linien FX, FY, FZ, F α, en FB doorsnijdende de liny BD in de punten 1/ 2/ 3/ 4/ en 5/ soo sullen



len dese selve de punten zijn der intersectien/ waer in de liny BD van de vlacken derselve Circulen doorsneden wort. Hierom soo seg ick dan dat de liny BD in de punten 1/ 2/ 3/ 4/ en 5 in deselve reden gedeelt is/ als de liny BP in de punten γ, δ, ε, ζ, en η.

Want aengesien PD even-wydig is met FK, en FK op 't vlack des Circkels BNOP recht-hoeckig/ soo sal oock PD op 't selve vlack na 't 8ste Voorstel des 11sten boecks Euclidis recht-hoeckig zijn. Soo men nu door dese en de liny PB of BD een vlack verdenckt/ als 't vlack des triangels BPD, soo

sal

sal mede dit op het vlack des Circkels BNOP, na 't 18ste Voorstel des 11sten boecks Euclidis, recht-hoeckig wesen. Vorders/ dewijl yder vlack/ gaende door FK, op het vlack des Circkels BNOP recht-hoeckig is / soo laetter door FK een vlack verdacht worden/ het welck mettet vlack des triangels BPD even-wydig zy. Nu aengesien dese 2 vlacken van de vlacken der uyr-Circkels KPM, KQM, KRM, KSM, KTM, en KVM doorsneden worden/ sulcx dat de linien van haere gemeene doorsnyding zijn PD, γ 1/ δ 2/ ε 3/ ζ 4/ en η 5: soo volgt dat dese doorsnijdingen met de asse FK als oock onder malkander / na 't 16ste en 9de Voorstel des 11sten boecks Euclidis, even-wydig zijn. Waerom dan na 't 2de Voorstel des 6sten boecks Euclidis ofte door 't geene in 't 10de Voorstel desselfden boecks bewesen wort / de lini BD in deselve reden gedeelt wort in de punten 1 / 2 / 3 / 4 / en 5 / in dewelcke de lini BP van de punten γ, δ, ε, ζ, en η gedeelt is. Het welck voorgestelt was.

Hier uyt blijckt/ soo men een recht-hoeckigen triangel maeckt/ als BFD, waer van de eene syde BF genomen wort als Radius, en d'ander syde FD als Secans Complement des Pools elevatie; en welckers basis BD in de punten 1/ 2/ 3/ 4/ en 5 even-eens gedeelt zy als de lini PB in de punten γ, δ, ε, ζ, en η; en in welcken triangel wyders uyt den rechten hoeck F tot de overstaende punten zijn gehaelt de linien F1 / F2 / F3 / F4 / en F5 / dat dan dese selve linien de uyr-linien van een Horizontael Sonne-wijser van een voorgestelde Polus hoochte wesen sullen. Van welcke nu de lini FD de Meridiaen of lini van 12 uren beteeckenen sal/ F1 de lini van 1 uyr na de Middag of van 11 uren voor de Middag / F2 de lini van 2 uren na de Middag of van 10 uren voor de Middag/ F3 de lini van 3 uren na de Middag of van 9 uren voor de Middag / F4 de lini van 4 uren na de Middag of van 8 uren voor de Middag / F5 de lini van 5 uren na de Middag of van 7 uren voor de Middag/ en F6 de lini van 6 uren so voor als na de Middag. Waer uyt de resterende uyr-linien licht te vinden zijn. In welcke triangel eyndelijck E het centrum des Sonne-wijsers is / alwaer de Stijl boven FD na de Polus hoochte schuyns op-gerecht moet worden.

Waer uyt men dan wederom kan besluyten 't geen wy nu geseyt hebben/ te weeten: in dien men in plaets des recht-hoeckigen triangels / in welcke d'eene syde nevens den rechten hoeck genomen is als Radius, en d'ander als Secans complement des Pools hoochte/ een andre recht-hoeckige triangel verdenckt/ waer van de eene syde nevens den rechten hoeck genomen wort als Sinus des Pools hoochte en d'ander als Radius (aengesien de Sinus van eenige boogh is tot den Radius, als den Radius tot de Secans complement des selven boogs)/ en welckers basis wederom in deselve redē sy gedeelt als de lini PB.

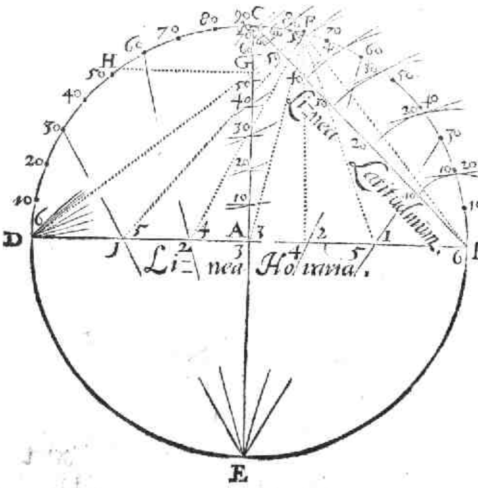
Welcke dingen dus gestelt en verstaen zijnde / soo komen wy nu tot het maecken der schalen/ het welck dusdanig is.

Sy uyt A als centrum in eenige wijtte beschreven een Circkel/ de welcke door de diameters BD, CE, die malkander in 't centrum recht-hoeckig doorsnijden/ zy gedeelt in 4 quadranten. Hier van soo deelt BC en CD elck in 90 graden / en treckt uyt E telckens tot 30 graden rechte linien / die de lini BD doorsnijden; en sal alsoo dese doorsnede DB de lini zijn / welcke Linea Horaria of Uyr-lini genaemt wort. Hier na soo deelt de Radius AC, van A beginnende na

de na

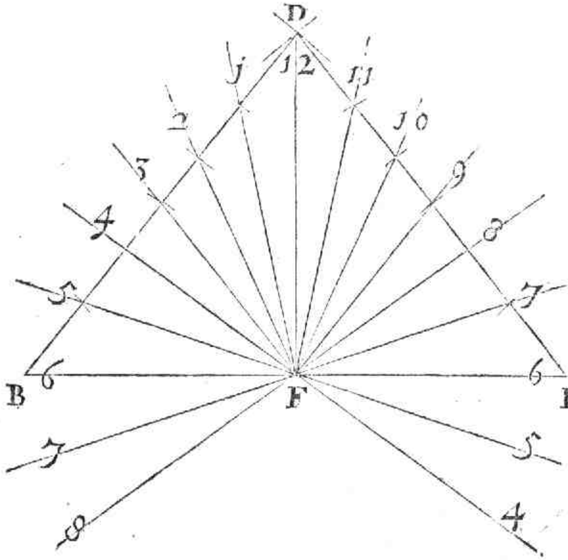
de na C, na d'ordre ofte het vervolg der Sinusen, en de liniael geleyt hebbende tottet punt D en yder punt van AC, sulcx dat die reycke tot den omtreck/ soo deelt hier door 't quadrant BC in andre 90 deelen/ die haer telling van B naer C neemen. Het welck gedaen zijnde / soo men van 't punt B tot yder punt van dese intersectien rechte linien verdenckt en deselve van B na C op de liny BC te yckent: soo sal BC, dus beteeckent / zijn de liny / welcke Linea Latitudinum of liny der Breetten genaemt wort.

Dese twee Schalen nu dus bereyt zijnde/ soo sullen wy voort-gaen en betoonen/ op wat wijz men door behulp derselve een Sonne-wijser tot eenige gegeve Polus hoochte beschrijven kan.



Het welck dan geschiedē kan/ met daer toe een gelijck beenigē triangel te beschrijven.

Gelijck als/ so der voor-gestelt wiert een Horizontael Sonne-wijser te beschrijven op de Polus hoochte van 52 gr. 10 min. sodanig die hier tot Leyden bevonden wort: so neemt met den passer op de liny der breetten de wijtte tussen 't punt B en 't eynde van 52 gr. 10 min. (ofte/ om dat de gradē om hare naeuwheyt in minuten niet wel af te deelen zijn / soo sal 't genoeg zijn dat wy de minuten by de gis neemen/ ter oorsaecke van 't kleen verschil daer uyt ontstaende)/ welcke wijtte dan geteyckent zijnde op eenige rechte onbepaelde liny uyt F aen weder-zyden tottet punt B, soo neemt voorts BD, de liny der uren/ en in desers wijtte beschrijft uyt yder punt B een boog/ malkander doorsnijdende in D, sulcx datse maecken den gelijckbeenigen triangel BDB. In welcke soo men eyndelijck op de gelijcke syden alle de punten teeckent / dieder op de liny der uren bevonden worden/ en dan uyttet punt door deselve rechte linien haelt / so sal het begeerde Sonne-wijser beschreven zijn. Want om de uyr-linien te bekomen / die de uren s'morgens voor sessen of s'avonts na sessen aen-wijsen / soo behoeftmen maer de nu gevonde uyr-linien door 't punt F te verlengen. Van welcke beschrijving dan 't bewijs uyttet voorgaende Vertoog openbaer is. Want door 't werck so blijckt/ indien de recht-hoeckige triangel BDF beschreven waer in de Circkel BCDE, sulcx dat dessels syde DF den Radius AC doorsneedt in G, so soud AG alsdan Sinus zijn van 52 gr. 10 min. te weeten / van de gegeve Polus elevatie. In welcke triangel wyders de eene syde BF is tot de ander syde FD, als GA tot AD, dat is/ gelijck de Sinus van de Polus hooghte tot den Radius; en in welcke oock de basis BD in deselve reden gedeelt is in de punten 1/2/3/4/en 5/ als hier vooren de liny BP in de punten γ, δ, ε, ζ, en η van de vlacken der uyr-Circkels/ etc.



Ick soud hier wel de pijne waert geacht hebben het beschrijven der andre soorten van Sonne-wijsers te toonen/ maer aengesien ick daer na in Engelandt weder ghekomen zijnde te Londen een Tractaet daer van van Forster self in 't Engelsch beschreven gevonden hebbe/ en in 't jaer 1638 in 't licht gegeven met dese tijtel: The Art of Dialling by à new, easie and most speedy way, het welck men hier op nasien kan: soo ben ick van voornemen verandert/ het genoech achtende dat ick hier al 't geene/ waer op de rest gegrondt is/ betoont hebbe.

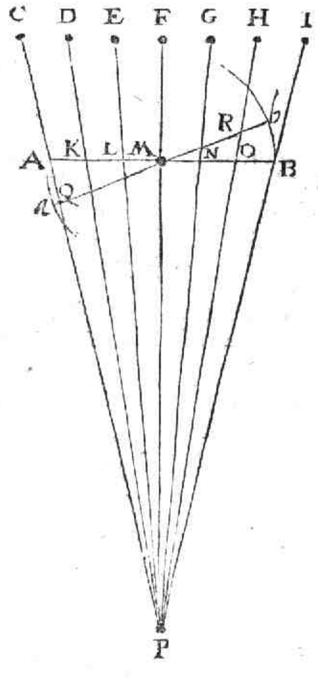
XXX. AFDEELING.

Hoedanig het swaerheyts middel-punt in de grootheden beweeglijck te verstaen sy.

DAttet swaerheyts middel-punt in yder lichaem niet onbeweeglijck is, heeft den wijt-vermaerden Heer *Renatus des Cartes* uyt een *principium*, door hem uyt-gevonden, over ettelijcke jaeren betoont in een tractaet van de

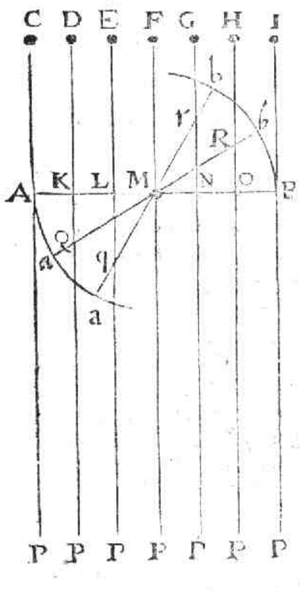
Mecha-

Mechanica, alwaer hy de natuer van de Hevel verklaert. Doch aengeſien 'tſelve tractaet tot noch toe niet in 't licht gekomen is, en dienvolgende een yder de natuer van dit middel-punt daer uyt niet ſien en kan, ſo heeft 't my goet gedacht alhier een andre uytlegging over 't ſelve middel-punt, waer door zijn natuer ſeer lichtelijck van een yder kan verſtaen worden, ter baen te brengen; ſodanig als die door den ſeer ſcherp-ſinnigen en lof-weerdigen Heer, *Johannes Hudde*, bedacht, en my door hem mede gedeylt is, ſtellende met den gemelden *Des Cartes*, dat de ſwaerheyt in een lichaem, 't welck ſwaer genoemt wort, niet anders is als een trachting, om naer 't *centrum* der aerde te daelen, welcke door de beweging van andre lichaemen veroorſaeckt wort. Hierom, om de beweeglijckheyt van dit ſwaerheyts middel-punt op 't lichſt te begrijpen, ſoo ſal 't genoech zijn, dat wy het ſelve in een rechte liny betoonen, als volgt:



Zy die rechte liny geſtelt te zijn AB, welcke gedeelt zy in ettelijcke gelijcke deelen / als by exempel in ſes deelen / te weeten / AK, KL, LM, MN, NO, en OB: voorders ſoo laten C, D, E, F, G, H, en I zijn ſeven gelijcke klootjens / gaende recht toe naer 't centrum der aerde P met gelijcke kracht / dewelcke op een ſelve tijt de liny AB komen t'ontmoeten in A, K, L, M, N, O, en B. Het welck geſtelt zijnde / ſoo is openbaer / dat / de liny AB onbeweeglijck zijnde / en op MP met zijn midden M ruſtende / ſulcx dat de hoecken AMP en PMB recht zijn / door deſe beweeging der klootjens niet gemaeckt kan worden / dattet een eynde van AB eer neder daelt dan 't ander: aengeſien de kracht / die 't ſelve te weech ſoud brengen / alhier aen weder-zyden gelijck is. Soo dat AB in dit geval genootſaeckt wort in balance te blijven / en het punt M voor zijn ſwaerheyts middel-punt te houden is.

Maer indien men AB een andre gestalte geeft/gelijck hier *a* M *b*, soo moet nootsaeckelijck het eene deel *a* M, 't welck aen 't centrum der aerde P 'tnaest is/altijt meer wegen als'et andere deel M *b*, dat van 't selve middel-punt P verder af-gelegen is: nademael de voorseyde kracht op dese wijz ongelijck gemaeckt wort/ en die hier door op 't onderste deel *a* M toeneemt/ terwijl op 't selve niet alleen meer klootjens aen-dringen/ maer die oock in rechter hoecken daer op vallen/ en dienvolgende daer op meer geweldt doen. Sulcx dat de liny *a* M *b* genootsaeckt wort een ander gestalt aen te neemen/en het deel M *b* grooter genomen moet worden als het deel *a* M, om in een selve stant of even-stalt-wichtig te mogen blijven; en dat derhalven dessels swaerheyts middel-punt niet vast/ maer beweegijck is. Waer van de toe-passing op lichaemen uyt sich selfs openbaer is.



Vorders so is te weeten/ dat dit verschil/ wegens de groote verheyt deser lichaemen van 't centrum der aerde/ vergeleecken met der selver grootte/ gants onvermerckelijck is; en dat derhalven d'aenmercking van de veranderlijckheyt deses middelpunts in de practijck van geen gebruyck is. Dewijl/ soo men de linien CP, DP, EP, FP, GP, HP, en IP, wegens de groote verheyt deser liny AB van 't centrum der aerde P, en wegens dessels kleenheyt tot desers grootheyt/ voor even-wydig neemt/ (gelijck dan sulcx/ sonder iets aen de bevinding/ die hier geen verschil en erkent/ te kort te doen/ kan gestelt worden) daer altijt even-veel klootjens op yder syde van AB, wat gestalt die dan oock hebben mach/ aendringen; en deselve oock om de wederzydsche gelijckheyt van hoecken/ op die aen weder-syden met gelijcke kracht aenkomen. Soo dattet punt M, het swaerheyts middel-punt zijnde van AB, met eenen oock dessels swaerheyts middel-punt in alle andre gestalte is/ en AB alle gestalt/ die men hem geeft/ komt te behouden. Uytwijsende in wat sin men het swaerheyts middel-punt in de grootheden onbeweeghlijck of vast verdencken moet/ niet anders gelijck wy dat in de 19ste Afdeeling met andre genomen hebben.

TOT DEN
L E S E R.

NA dat ick besloten hadt een eynde van dese oeffeningen te maecken, soo heb ick bevonden, dat my, Beminde Leser, noch verscheyde andre dingen van vermaeckelijcke en treffelijcke stoffe overich waren, welcke, soo ickse, na haer waerde verhandelt hebbende, by dese Afdeelingen gevoegt hadde, niet weynich cieraet aen desen mijnen arbeyt en mogelijck oock hulp en profijt aen uwe Studien souden toe-gebracht hebben; doch de moeyte van die te beschrijven als oock het werck souden my te verdrietig gevallen zijn. Weshalven alsoo ick onder andere dingen, die in de voorgaende Afdeelingen verhandelt zijn, betoont hebbe, op wat wijz sommige der fraeyste en subtijlste Voorstellen, die ten deele van de Oude, en ten deele van de Voortreffelickste Wiskonstenaers deser eeuwe seer aerdig zijn uyt-gevonden, souden mogen zijn gesocht, ofte door behulp der *Algebra* konnen gevonden worden: soo en heb ick 't niet ongerijmt geacht, indien ick, tot overvloediger gebruyck van dese Konst, 't geen onlangs door den Wel-Edelen en Wijt-beroemden Heer CHRISTIANUS HUGENIUS aengaende 't reeckenen in Spelen van Geluck uytgevonden ende my in ſchrift van hem mede gedeelt is, alhier met deſſelfs brief, in plaets van 'tgeene my overig was, by-voegde. Welck ſijn Tractaet ick dan UE. des te aengenamer acht te ſullen weſen, als 'tgeen daer in verhandelt wordt te ſubtijlder en ongemeender ſal bevonden worden; inſonderheyt door dien hy tot deſſelfs vinding deſelve *Analyſis*, welckers fondamenten hy eertijts van my geleert heeft, als ick, gebruyckt; en alſoo de bevlytigers van die de weg baent om diergelijcke Voorſtellen te ontbinden. Waer in, ſoo ick nevens mijnen andren arbeyt aen U, Beminde Leſer, in deſe ſoort van Studie genoegſame ſtof van oeffening gegeven hebbe; ſoo ſult ghy daer uyt (gelijck ick hoop) mijne bereytwilligheyt t'uwaerts konnen afnemen, en dienvolgende oock mijnen arbeyt, t'uwen en der Studien beſten aengenomen, ten goeden duyden. Vaert wel.

Aen

Aen mijn Heer

FRANCISCUS van SCHOOTEN.

Mijn Heer,

NAer dien ick weet dat V E., de loffelijcke vruchten van ſijn vernuft ende arbeyt in 't licht gevende, onder anderen dit ooghmerck heeft: namentlijck, om door de verſcheydenheyt der verhandelde ſtoffen te betoonen hoe wijt onſe uytnemende Konſt van Algebra *ſich uytſtreckt; ſoo en twijffele ick oock niet, of het geene ick van de Rekeningh in Spelen van geluck beſchreven heb, ſal tot V E. opſet niet ondienſtig zijn. Want ſoo veel te ſwaerder als het ſcheen, door reden te konnen bepalen het geene onſeker is ende het geval onderworpen, ſoo veel te meer verwonderinghs waerdigh ſal die weetenſchap ſchijnen, waer door ſulcx kan werden te weege gebracht. Dewijl ick dan op V E. verſoeck ende aen-maeninghe, deſe Rekening eerſt heb beginnen by geſchrift te ſtellen, ende V E. deſelve waerdigh acht om te gelijck met ſyne diepſinnige vonden in 't licht te komen; ſoo en ſal ick niet alleen hetſelve geerne toeſtaen, maer oock tot mijn voordeel duyden, dat die op deſe maniere te voorſchijn werde gebracht. Want of ſommige mochten dencken dat ick ontrent geringhe dingen en van weynigh gewichte mijn moeyte beſteedt hadde, ſoo en ſullen ſy nochtans niet t'eenemael voor onnut ende onpryſelijck houden, het geene V E. in dier voegen als voor het ſyne is aen-nemende, en niet ſonder arbeyt uyt onſe ſpraeck in de Latijnſche heeft overgeſet. Alhoewel ick wil gelooven, ſo iemandt deſe dinghen wat naerder begint in te ſien, dat hy haeſt ſal bevinden, geen enckel ſpel te zijn het geene hier wert verhandelt, maer datter de beginſelen en gronden geleyt werden van een ſeer aerdige en diepe ſpeculatie. Soo ſullen oock, meyne ick, de Voorſtellen die in deſe Materie voorvallen, geenſins lichter als die van* Diophantus *geacht werden, doch wel vermaeckelijcker miſſchien, door dienſe iets meer inhouden als bloote eygenſchappen der getallen. Voorts is te weeten,*

dat

dat al over eenighen tijdt, ſommige van de Vermaertſte Wiskonſtenaers van geheel Vranckrijck met deſe ſoorte van Rekeningh zijn beſigh geweeſt, op dat niemandt hier in, de eer van de eerſte Inventie die de myne niet en is, my toe en ſchrijve. Doch ſy luyden, offe wel ſich onder malkanderen met veele ſwaere queſtien ter proeve ſtelden, ſoo hebbenſe nochtans elck ſijn maniere van uytvinding bedeckt gehouden. Soo dat ick van noode gehad heb, alles van vooren aen ſelfs te onderſoecken en te doorgronden: ende daerom oock noch niet verſeeckert en ben, of wy hier in een ſelfde eerſte beginſel getroffen hebben. Maer de uytkomſte belangende, heb ick in veele queſtien ondervonden dat de myne van de haere geenſins en verſcheelt. V E. ſal vinden dat ick in't eynde van dit Tractaet, noch eenige van die queſtien bygevoegt hebbe, achterlaetende nochtans de werckingh; eensdeels om dat ick te veel moeyte te gemoet ſagh, indien ick alles nae behooren wilde afdoen; ten anderen om dat my raetſaem dacht, iets overigh te laeten, 'twelck onſe Leſers (ſoo der eenige zijn ſullen) mochte dienen tot oeffening en tijdt-verdrijf.

In s'Graven-Hage den 27 Apr. 1657.

V E. dienſtwilligen dienaer

CHR. HUYGENS van ZUYLICHEM.

VAN

VAN REKENINGH IN SPELEN VAN GELUCK.

AL-hoewel in de ſpelen/ daer alleen het geval placts heeft/ de uytkomſten onſeecker zijn/ ſoo heeft nochtans de kanſſe/ die yemandt heeft om te winnen of te verlieſen/ haere ſeeckere bepaling. Als by exempel. Die met een dobbel-ſteẽ ten eerſtẽ een ſes neemt te werpen/ het is onſeecker of hy het winnen ſal of niet; maer hoe veel minder kans hy heeft om te winnen als om te verlieſen/ dat is in ſich ſelven ſeecker/ en werdt door reeckeningh uyt-gevonden. So mede/ als ick tegen een ander in drie ſpelen uyt ſpeel/ ende een ſpel daer van gewonnen hebbe/ het is noch onſeecker wie eerſt ſal uyt weſen. Doch hoe dat mijn kanſſe ſtaet tegẽ de ſyne/ kan ſeeckerlijck bereeckent werden/ en daer door oock bekent/ ingevalle wy het ſpel wilden laten blijven/ hoe veel my meerder toe-komen ſoude van 't geen ingeſet is als hem. Ofte oock indien yemandt anders mijn ſpel begeerde over te nemen/ waer voor ick hem dat ſoude behooren te laten. Hier komen verſcheyde queſtien uyt ontſtaen tuſſchen 2/3 of meerder getal van ſpeelders/ en dewijl diergelijcke reeckeningh geenſins gemeen en is ende dickmaels kan te paſſe komen/ ſoo ſal ick hier in 't kort de wegh daer toe aenwijſen/ ende daer na oock eenige verklaringe doen aengaende de dobbel-ſteenen.

Ick neeme tot beyder fondament/ dat in het ſpeelen de kanſſe/ die yemant ergens toe heeft/ even ſoo veel weerdt is als het geen/ het welck hebbende hy weder tot de ſelfde kanſſe kan geraecken met rechtmatigh ſpel/ dat is/ daer in niemandt verlies geboden werdt. By exempel. So yemandt ſonder mijn weeten in d'eene handt 3 ſchellingen verbergt/ en in d'ander 7 ſchellingen/ ende my te kieſen geeft welck van beyde ick begeere te hebben/ ick ſegge dit my even ſoo veel weerdt te zijn/ als of ick 5 ſchellingen ſeecker hadde. Om dat/ als ick 5 ſchellingen hebbe/ ick wederom daer toe kan geraecken/

dat ick gelijcke kans sal hebben/ om 3 of 7 schellingen te krijgen/ en dat met rechtmatigh spel: gelijck hier naer sal betoont werden.

I. *VOORSTEL.*

Als ick gelijcke kans hebbe om a of b te hebben, dit is my so veel weerdt als $\frac{a+b}{2}$.

Om desen regel niet alleen te bewijsen maer oock eerst uyt te vinden/ soo zy gestelt x voor het geene dat mijn kansse weerdt is. Soo moet ick dan x hebbende weder tot de selfde kans komen geraecken met rechtmatig spel. Laet dit het spel zijn: dat ick tegen een ander speele om x, en dat den anderen daer tegen mede x in-sette: ende dat bedongen zy/ dat de geene die wint aen die verliest sal geven a. Dit spel is rechtmaetigh/ ende het blijckt dat ick hier door gelijcke kans heb om a te hebben/ te weeten/ als ick 't spel verlies; of $2x - a$, als ick 't win: want alsdan soo treck ick $2x$ die in-geset zijn/ daer van ick den anderen moet geven a. Indien nu $2x - a$ soo veel waer als b, soo soude ick ghelijcke kans hebben tot a of b. Ick stelle dan $2x - a \infty b$, so komt $x \infty \frac{a+b}{2}$/ voor de waerde van mijn kans. En het bewijs hier van is licht. Want $\frac{a+b}{2}$ hebbende/ soo kan ick dat tegen een ander waegen die mede $\frac{a+b}{2}$ sal in-setten/ ende bedingen dat die het spel wint/ den anderen sal a geven. Waer door ick gelijcke kans sal bekomen om a te hebben/ te weeten/ als ick verlies/ of b als ick win; want alsdan soo treck ick $a + b$ dat in-geset is/ ende geef hem daer van a.

In getaelen. Indien ick gelijcke kans heb om 3 te hebben of 7/ soo is door dit Voorstel mijn kansse 5 weerdt; ende het is seecker dat ick 5 hebbende weder tot de selfde kansse kan geraecken. Want speelende om de selve tegen een ander die daer 5 tegen set/ met beding dat de geene die wint den anderen 3 sal geven; soo is dit rechtmaetig spel/ ende het blijckt dat ick gelijcke kans hebbe om 3 te hebben/ te weeten/ als ick verlies/ of 7 indien ick win; want alsdan treck ick 10/ daer van ick hem 3 geef.

II. *VOORSTEL.*

Als ick gelijcke kans hebbe tot a of b of c, het is my soo veel weerdt als of ick $\frac{a+b+c}{3}$ hadde.

Om dit wederom te vinden/ soo zy als vooren gestelt x voor de waerde van mijn kans. Soo moet ick dan x hebbende weder tot de selfde kansse komen geraecken door rechtmaetig spel. Laet dit het spel zijn/ dat ick tegen

tegen 2 andere ſpeele/ inſettende ieder van ons drien x, ende laet ick met den eenen deſe voorwaerde maecken / dat ſoo hy het ſpel wint hy my ſal geven b, ende ick b aen hem/ ſoo ick het kome te winnen. Met den anderen laet ick deſe voorwaerde maecken/ dat hy het ſpel winnende my ſal geven c, of ick aen hem c als ick het win. Het blijckt dat dit ſpel rechtmaetig is. Ende ick ſal daer door gelijcke kans hebben/ om b te hebben/ te weeten/ als het den eerſten wint/ of c. als het den tweeden wint/ of $3x - b - c$ als ick het win; want dan treck ick $3x$ die ingeſet zijn/ en geve daer van aen den eenen b, aen den anderen c. Indien nu $3x - b - c$ gelijck waer aen a, ſo ſoude ick gelijcke kans hebbē tot a of b of c. So ſtel ick dan $3x - b - c \infty a$, en komt $x \infty \frac{a+b+c}{3}$/ voor de waerde van mijn kans. Op gelijcke manier werdt gevonden/ dat als ick gelijcke kans hebbe tot a of b of c of d, dit ſoo veel weerdt is als $\frac{a+b+c+d}{4}$, ende ſoo voorts.

III. *VOORSTEL.*

Als het getal der kanſſen die ick hebbe tot a is p, ende het getal der kanſſen die ick tot b heb is q; nemende altijdt dat ieder kans even licht kan gebeuren: Het is my weerdt $\frac{pa+qb}{p+q}$.

Om deſen regel uyt te vinden/ ſo zy wederom x geſtelt voor het geene mijn kans weerdt is. So moet ick x hebbende wederom in ſtaet als vooren konnen geraecken door rechtmaetig ſpel. Laet ick hier toe ſoo veel ſpeelders nemen/ datſe met my te ſaemen het getal van $p+q$ uytmaecken/ inſettende elck x, ſoo datter in ſal ſtaen $px+qx$, ende elck voor ſijn hooft ſpeelende met even goede kans om te winnen. Voorts laet ick met ſoo veel deſer ſpeelders/ als het getal q is/ ieder in't byſonder dit verding maecken/ dat als hy het ſpel komt te winnen hy my ſal b geven / of ick daer entegens het ſelfde aen hem als ick het win. Laet ick oock met de reſt van de ſpeelders / zijnde $p-1$, dit verding maecken met elck in 't byſonder / dat hy het ſpel winnende my ſal a geven/ ende ick hem van gelijcken a indien ick het kome te winnen. Het blijckt dat dit ſpel met deſe voorwaerden rechtmaetig is/ niemandt hier door verongelijckt weſende. Het blijckt mede dat ick alſnu q kanſſen hebbe tot b, ende $p-1$ kanſſen tot a, en 1 kanſſe/ (te weeten/ als ick het win/) tot $px+qx-bq-ap+a$, want alſdan ſoo treck ick $px+qx$ dat ingeſet is/ waer van ick aen yder van q ſpeelders moet geven b, en aen yder van $p-1$ ſpeelders a, maeckende te ſaemen $qb+pa-a$. Indien nu $qx+bx-bq-ap+a$ gelijck waer aen a, ſoo ſoude ick p kanſſen hebben tot a, (want ick alreede $p-1$ kanſſen daer toe hadde) ende q kanſſen tot b, ende ſoude alſo tot mijn voorige kanſſe wederom geraeckt zijn. Soo ſtel ick dan te zijn $px + qx - bq - ap + a \infty a$; en komt $x \infty \frac{ap + bq}{p + q}$ voor het geene dat mijn kanſſe weerdt was/ gelijck in 't begin is geſtelt.

In getaelen. Indien ick 3 kanſſen hebbe tot 13/ en 2 kanſſen tot 8/ ſoo heb ick door deſen regel ſoo veel als 11. En is licht te thoonen/ dat ick 11 hebbende wederom tot de ſelfde kanſſe kan geraecken. Want ſpeelende tegen 4 andere/ en ſettende elck van ons vyven 11 in/ ſoo ſal ick met 2 van haer verdraegen elck in 't byſonder/ dat ſoo hy het ſpel wint hy my 8 ſal geven/ of ick aen hem 8/ indien ick het winne. Met de ander 2 van gelijcken/ dat die van haer het ſpel wint my ſal 13 geven/ of ick aen hem 13 als ick het kom te winnen. Welck ſpeelen rechtmaetig is. Ende het blijckt/ dat ick daer door 2 kanſſen hebbe tot 8, naementlijck als een van de twee die my 8 belooft hebben wint/ en 3 kanſſen tot 13/ te weeten als een van de twee andere die my 13 gheven moeten wint/ of als ick ſelver het ſpel win. Want ick het winnende ſoo treck ick 't geen ingeſet is dat's 55/ daer van ick aen elck van 2 moet geven 13/ en aen elck van de 2 andere 8/ ſoo dat voor my dan oock 13 overblijft.

IV. *VOORSTEL.*

Genomen dan dat ick tegens een ander ſpeele ten dryen uyt, en dat ick alreede 2 ſpelen hebbe en hy maer een. Ick wil weeten, ingevalle wy het ſpel niet en wilden voortſpeelen, maer het geen ingeſet is gerechtelijck wilden deelen, hoeveel my daer van komen ſoude.

Om nu tot de eerſt voor-geſtelde queſtien te komen/ aengaende de verdeelingh onder verſcheyde ſpeelders te maecken/ als haere kanſſen ongelijck zijn/ ſoo is 't noodigh van de lichtſte te beginnen.

Voor eerſt moet acht genomen werden alleen op de ſpelen/ die weder-zijds noch ontbreecken. Want het is ſeecker/ dat/ of wy ten 20gen uyt ſpeelden/ en dat ick 19 hadde/ en die tegens my ſpeelt 18/ dat ick even het ſelfde voordeel ſoude hebben als nu/ hebbende van drie ſpelen 2 gewonnen en hy een: door dien in beyde gevallen my noch maer een ſpel ontbreeckt en hem twee ſpelen.

Voorts om te vinden/ wat deel ons elck toekomt/ ſoo moet aengemerckt werden watter ſoude gebeuren indien wy voort ſpeelden. Het is ſeecker indien ick het eerſte ſpel quam te winnen/ dan ſoude ick uyt weſen en hebben al dat ingeſet is/ het welck zy genoemt a. Maer indien den anderen het eerſte ſpel won/ dan ſouden wy gelijcke kans hebben/ elck noch een ſpel ontbreeckende/ en daerom elck gerechtigt zijn tot $\frac{1}{2}a$. Het is nu ſeecker dat ick gelijcke kans heb om dat eerſte ſpel te winnen of te verlieſen. Soo heb

ick

ick dan gelijcke kans om a te hebben, of $\frac{1}{2}a$/ het welck door het 1ste Voorstel soo veel is als of ick van beyde de helft hadde dat is $\frac{3}{4}a$, en blijft voor die tegens my speelt $\frac{1}{4}a$. Wiens rekening oock van eersten aen op de selve manier hadde konnen gemaeckt werden. Hier uyt blijckt/ dat die mijn spel soude willen overnemen my $\frac{3}{4}a$ daer voor kan geven; en dat men dienvolgens altijdt kan 3 tegen 1 setten/als men neemt 1 spel te winnen/eer dat een ander 2 spelen wint.

V. *VOORSTEL.*

Zy gestelt dat my 1 spel ontbreeckt, en die tegens my speelt 3 spelen. Nu moet men de verdeeling maecken.

Laet ons wederom acht nemen/ in wat staet wy souden zijn/ indien ick of hy het eerste spel quam te winnen. Als ick het won soo had ick het geen in-geset is dat is a, maer als hy het eerste spel won/ dan souden hem noch 2 spelen ontbreecken tegen mijn 1/ en wy souden daerom in staet zijn gelijck in't voorgaende voorstel gestelt wierdt/ en my toekomen $\frac{3}{4}a$, gelijck aldaer bethoont is. Soo heb ick dan een kans tegen een om a te hebben of $\frac{3}{4}a$, het welck so veel is door het 1ste Voorstel als $\frac{7}{8}a$. En blijft $\frac{1}{8}a$ voor den anderen. Soo dat mijn kans is tot de syne als 7 tot 1.

Gelijck nu tot dese reeckeningh vereyscht is geweest de voorgaende/ so is wederom dese nodigh tot de volgende/ te weeten/ als men stelt dat my 1 spel ontbreeckt/ ende mijn party 4 spelen. En werdt op gelijcke manier bevonden/dat my komt $\frac{15}{16}$ van't geen ingeset is/ en hem $\frac{1}{16}$.

VI. *VOORSTEL.*

Zy gestelt dat my twee spelen ontbreecken, en hem die tegen my speelt drie spelen.

Nu sal gebeuren door het eerste spel/ of dat my noch 1 spel sal ontbreecken en hem 3 (toekomende my daerom door het voorgaende $\frac{7}{8}a$)/ of dat ons elck noch twee spelen sullen ontbreecken/ waer door my komt $\frac{1}{2}a$, om dat dan elck even goede kans heeft. Maer ick heb een kans tegen een/ om het eerste spel te winnen of te verliesen; soo heb ick dan ghelijcke kans tot $\frac{7}{8}a$ of $\frac{1}{2}a$, het welck my weerdt is $\frac{11}{16}a$ door het eerste Voorstel. Soo dat my komen elf deelen van't geen ingestelt is/ en die tegens my speelt vijf deelen.

VII. *VOORSTEL.*

Zy gestelt dat aen my noch twee spelen ontbreecken, en hem 4 spelen.

Soo sal ick het eerste spel winnende noch 1 spel tegen 4 te winnen hebben; of/ het selve verliesende/ noch 2 tegen 3. Soo dat ick gelijcke kans heb tot $\frac{15}{16}a$ of $\frac{11}{16}a$, dat ſoo veel is als $\frac{13}{16}a$, door het 1ſte Voorſtel. Waer uyt blijckt dat het beter kans is 2 ſpelen te moeten winnen tegen 4 / als een ſpel tegen twee. Want in dit laetſte geval/ te weeten/ van 1 tegen 2/ ſo is mijn deel $\frac{3}{4}a$, door het 4de Voorſtel/ zijnde minder als $\frac{13}{16}a$.

VIII. *VOORSTEL.*

Laet ons nu ſtellen dat drie perſoonen t'ſamen ſpeelen, daer van den eerſten 1 ſpel ontbreeckt, den tweeden mede 1 ſpel, maer den derden 2 ſpelen.

Om het deel van den eerſten te vinden / ſo moet weder aengemerckt werden wat hem ſoude komen/ indien hy of een van de twee anderen het eerſte ſpel quam te winnen. Als hy het won ſoo had hy het geen dat ingeſet is/ 't welck zy a. Als het den tweeden won ſoo hadde den eerſten niets/ want den tweeden ſoude daer mede uyt zijn. Als het den derden won ſoo ſoude aen elck van drien noch 1 ſpel ontbreecken/ en daerom den eerſten ſo wel als elck van d'andere $\frac{1}{3}a$ toekomen. Soo iſſer dan voor den eerſten 1 kans tot a, 1 kans tot o, en een kans tot $\frac{1}{3}a$, (want het even licht kan gebeuren aen yeder van drien het eerſte ſpel te winnen/) het welck hem weerdt is $\frac{4}{9}a$ door het 2de Voorſtel. Soo komt dan oock voor den tweeden $\frac{4}{9}a$, en voor den derden blijft over $\frac{1}{9}a$. Wiens deel in't byſonder oock hadde konnen gevonden worden/ en daer door de andere haer deelen bepaelt.

IX. *VOORSTEL.*

Om tuſſchen ſoo veel ſpeelders als voor-geſtelt zijn, waer van d'eene meer en d'ander minder ſpeelen ontbreecken een ieder haer deel te vinden, ſoo moet ingeſien worden, wat hem, wiens deel men begeert te weeten, ſoude toekomen, indien of hy, of elck van d'andere in't beſonder het eerſte volgende ſpel quam te winnen. Dit dan alles te ſaemen geaddeert en door het getal der ſpeelders gedeelt, ſoo komt het geſochte gedeelte van den eenen.

Zy genomen dat 3 perſoonen A, B, en C te ſaemen ſpeelen / en dat aen A een ſpel ontbreeckt/ aen B 2 ſpelen/ en aen C van gelijcken 2 ſpelen. Men begeert te weeten wat deel aen B toekomt van het geene ingeſet is / het welck zy genoemt q.

Voor eerſt moeten wy onderſoecken wat B ſoude komen/ als hy ſelfs / of A, of C het eerſte volgende ſpel quam te winnen. Als het A won/ ſo ſoude hy uyt zijn / en dienvolgens ſoude B toekomen o. Als B ſelfs het won / ſo ontbrack hem noch 1 spel/ en aen A mede 1 spel/ maer aen C 2 spelen. Daerom soude B in dit geval toekomen $\frac{4}{9}q$ door het 8ste Voorstel.

Eyndelijck als C het eerste volgende spel quam te winnen/ soo soude A en C elck 1 spel ontbreecken/ maer aen B 2 spelen; en dienvolgens soude B komen $\frac{1}{9}q$, door het selfde 8ste Voorstel. Nu moet geaddeert werden het geen in dese 3 voorvallen aen B soude toekomen/ te weeten/ o/ $\frac{4}{9}q$, $\frac{1}{9}q$ en komt $\frac{5}{9}q$. Dit door 3/ het getal des speelders/ gedeelt/ komt $\frac{5}{27}q$. 'Twelck B zijn gerechte deel is. Het bewijs nu hier van blijckt door het 2de Voorstel. Want naer dien B gelijcke kans heeft tot o/ $\frac{4}{9}q$, of $\frac{1}{9}q$, soo heeft hy door het 2de Voorstel soo veel als $\frac{0 + \frac{4}{9}q + \frac{1}{9}q}{3}$ dat is $\frac{5}{27}q$. Ende het is seecker dat desen divisor 3 het getal van de speelders is.

Doch om te weeten/ wat iemandt komt in elck geval/ te weeten/ als hy selfs of een van d'andere het eerste volgende spel wint: soo moeten de simpelste voorvallen eerst uytgevonden werden/ en door haer behulp de volgende. Want gelijck dit laetste voorval niet konde afgedaen werden sonder dat eerst dat van het 8ste Voorstel uytgereeckent was/ in 't welck de resterende spelen waeren 1/ 1/ 2/ soo kan insgelijcks ieders deel niet gevonden werden in so een geval/ als de resterende spelen zijn 1/ 2/ 3/ of men moet eerst uytgereeckent hebben het voorval van 1/ 2/ 2/ gelijck wy terstont gedaen hebben/ ende noch dat van 1/ 1/ 3/ het welck door behulp van het 8ste Voorstel mede konde bereeckent werden. Op dese manier dan werden vervolgens al de voorvallen uytgevonden/ die in de volgende tafel zijn vervat/ en oneyndelijcke andere.

Tafel voor drie Speelders.

Spelen die haer ontbreecken.	1 . 1 . 2	1 . 2 . 2	1 . 1 . 3	1 . 2 . 3
Haer deelen.	4 . 4 . 1	17 . 5 . 5	13 . 13 . 1	19 . 6 . 2
	9	27	27	27

Spelen die haer ontbreecken.	1 . 1 . 4	1 . 1 . 5	1 . 2 . 4	1 . 2 . 5
Haer deelen.	40 . 40 . 1	121 . 121 . 1	178 . 58 . 7	542 . 179 . 8
	81	243	243	729

Spelen die haer ontbreecken.	1 . 3 . 3	1 . 3 . 4	1 . 3 . 5
Haer deelen.	65 . 8 . 8	616 . 82 . 31	629 . 87 . 13
	81	729	729

Spelen die haer ontbreecken.	2 . 2 . 3	2 . 2 . 4	2 . 2 . 5	2 . 3 . 3	2 . 3 . 4	2 . 3 . 5
Haer deelen.	34 . 34 . 13	338 . 338 . 53	353 . 353 . 23	133 . 55 . 55	451 . 195 . 83	1433 . 635 . 119
	81	729	729	243	729	2187

De

De dobbel-steenen aengaende konnen dese questien werden voorgestelt/ te weeten / van hoeveel reysen men kan nemen met eene steen een 6 te werpen of een van d'ander ooghen. Oock van hoeveel reysen 2 sessen met 2 steenen/ of 3 sessen met 3 steenen. Ende noch veel andere. Om welcke te solveeren / so moet hier op werden acht genomen.

Eerstelijck dat op 1 steen zijn 6 verscheyde werpen/ die even licht konnen gebeuren. Want ick neeme dat een dobbel-steen de perfecte figure van een Cubus heeft.

Voorts / dat op 2 steenen sijn 36 verscheyde werpen / die insgelijcx even licht konnen voorkomen. Want tegen elcke werp van de eene steen kan een van de 6 werpen van d'andere steen te gelijck boven leggen. En 6 mael 6 maeckt 36.

Oock dat op 3 steenen zijn 216 werpen. Want tegen elck van de 36 werpen der 2 steenen kan een van de 6 werpen komen/ die op de derde zijn. En 6mael 36 maeckt 216.

Van gelijcken blijckt / dat op 4 steenen zijn 6mael 216 werpen/ dat is/ 1296 ; en datmen soo voort de werpen van soo veel steenen als men wil kan bereeckenen / altijdt door het toe-doen van eene steen 6mael de werpen der voorgaende nemende.

Vorders moet men weeten/ dat op twee steenen maer eene werp en is van 2 of 12 oogen/ en 2 werpen van 3 of 11 oogen. Want gevende aen de steenen de naemen van A en B, soo blijckt dat om 3 oogen te werpen op A een aes kan zijn / en op B een 2 ; of op B een aes / en op A een 2. Van gelijcken om 11 oogen te hebben/ so kan op A 5 zijn/ en op B 6; of op A 6 en op B 5. Van 4 oogen zijnder 3 werpen / te weeten/ A 1 / B 3 ; of A 3 / B 1 ; of A 2 / B 2. Van 10 oogen insgelijcks 3 werpen. Van 5 of 9 oogen 4 werpen. Van 6 of 8 oogen 5 werpen. Van 7 oogen 6 werpen.

Op 3 steenen vindt men van	oogen	werpen.
	3 of 18	1
	4 of 17	3
	5 of 16	6
	6 of 15	10
	7 of 14	15
	8 of 13	21
	9 of 12	25
	10 of 11	27

X. *VOORSTEL.*

Te vinden van hoeveel reysen men kan neemen een *6* te werpen met eene steen.

Die het ten eersten neemt/ het is seecker dat hy 1 kans heeft om te winnen/ ende te hebben het geen ingeset is/ tegen 5 kanssen om te verliesen. Want daer sijn 5 werpen tegen hem/ en maer een voor hem. Het geen ingeset is zy genoemt a. Soo heeft hy dan 1 kans om te hebben a, en 5 kanssen om o te hebben/ het welck door het 2de Voorstel so veel is als $\frac{1}{6}a$. En blijft voor die

het

het hem geeft te werpen $\frac{5}{6}$ *a*. Soo dat hy maer 1 tegen 5 kan ſetten/ die het ten eerſten neemt.

Die van tweeen eens een 6 neemt te werpen/werdt ſijn deel aldus bereec- kent. Indien hy de eerſte reys een 6 raeckt/ ſoo heeft hy *a*. Indien hy miſt/ ſoo heeft hy noch eene werp / dewelcke door het voorgaende ſoo veel is als $\frac{1}{6}$ *a*. Maer hy heeft maer een kans om in de eerſte reys een 6 te werpen / en 5 kanſſen om die te miſſen. So heeft hy dan van eerſten aen 1 kans om *a* te hebben/ en 5 kanſſen tot $\frac{1}{6}$ *a*, het welck door het 2de Voorſtel ſoo veel is als $\frac{11}{36}$ *a*. Ende blijft voor die het hem geeft $\frac{25}{36}$ *a*. Soo dat die het van tweeen neemt 11 tegen 25 kan ſtellen/dat is/ min als 1 tegen 2.

Hier uyt nu werdt op deſelve manier bereeckent / dat die van dryen eens neemt een 6 te werpen / zijn deel is $\frac{91}{216}$ *a*. Soo dat hy kan 91 tegen 125 ſet- ten/dat is/weynigh min als 3 tegen 4.

Die het van vieren neemt/ ſijn deel is $\frac{671}{1296}$ *a*. Soo dat hy 671 tegen 625 kan ſetten/dat is/ meer als 1 tegen 1.

Die het van vyven neemt / ſyn deel is $\frac{4651}{7776}$ *a*, ende kan 4651 tegen 3125 ſetten / dat is/weynig min als 3 tegen 2.

Die het van ſeſſen neemt/ ſijn deel is $\frac{31031}{46656}$/ ende kan 31031 tegen 15625 ſetten/ dat is/ weynigh min als 2 tegen 1.

Aldus kan men vervolgens yder getal van werpen vinden. Maer men kan oock met grooter ſprongen voort gaen/ gelijck wy in't volgende Voor- ſtel aenwyſen ſullen/ ſonder 't welck de Reeckening anders ſeer lang ſoude vallen.

XI. *VOORSTEL.*

Te vinden van hoe veel reyſen men kan neemen 2 ſeſſen te werpen met 2 ſteenen.

Die het ten eerſten neemt/heeft 1 kans om te winnen/dat is/om *a* te heb- ben / tegen 35 kanſſen om te verlieſen ofte o te hebben; om datter 36 wer- pen zijn. Sulcx dat hy door het 2de Voorſtel heeft $\frac{1}{36}$ *a*.

Die het van tweeen neemt/ indien hy de eerſte reys 2 ſeſſen werpt/ ſoo heeft hy *a*. Indien hy d'eerſte reys miſt/ſoo heeft hy noch eene werp overig/ dat is/ door 't geen geſeyt is/ſoo veel als $\frac{1}{36}$ *a*. Maer hy heeft maer 1 kans om in de eerſte reys 2 ſeſſen te werpen / tegen 35 kanſſen om die te miſſen. Soo heeft hy dan van eerſten aen 1 kanſſe tot *a*, en 35 kanſſen tot $\frac{1}{36}$ *a*, het welck door het 2de Voorſtel ſoo veel is als $\frac{71}{1296}$ *a*. En blijft voor die het hem geeft te werpen $\frac{1225}{1296}$ *a*. Hier uyt nu kan gevonden worden/ wat kans ofte deel hy heeft die het neemt van 4 werpen / overſlaende de kanſſe van die het neemt van dryen.

Want die het van vieren neemt / indien hy het doet in een van de 2 eerſte reyſen/ſoo heeft hy *a*; indien niet/ſoo heeft hy noch 2 werpen overig/dat is/

 door

door 't geen te vooren geseyt is/soo veel als $\frac{71}{1296}$ a. Maer hy heeft oock door het selve 71 kanssen om van de 2 eerste werpen eens 2 sessen te werpen/ tegen 1225 kanssen om die te missen. Soo heeft hy dan van eersten aen 71 kanssen tot a, en 1225 kanssen tot $\frac{71}{1295}$ a; het welck door het 2de Voorstel so veel weerdt is als $\frac{178991}{1679616}$ a. Ende blijft voor die het hem geeft $\frac{1500625}{1679616}$ a. Staende haere kanssen tegen een/ als 178991 tegen 1500625.

Hier uyt werdt vorders op deselve manier gevonden de kans/ van die van 8 reysen eens 2 sessen neemt te werpen. En daer uyt dan wederom de kans/ van die het neemt van 16 reysen. En uyt dese sijn kans/ ende uyt de kans van die het neemt van 8 werpen/ werdt gevonden de kans van die het neemt van 24gen. In welcke werckingh/ alsoo voornamentlijck maer gesocht werdt in wat getal van werpen de gelijcke kansse begint tusschen die het neemt en geeft/ soo magh men van de getalen/ die anders seer groot souden werden/ een deel van de achterste Cijfers af-snijden. Ick vinde dat die het neemt van 24gen/ noch yets te kort komt; en dat het eerst van 25gen genomen kan werden met voordeel.

XII. *VOORSTEL*,

Te vinden met hoe veel steenen men kan nemen ten eersten 2 sessen te werpen.

Dit is soo veel dan of men wilde weeten/ in hoe menige werp met eene steen men kan nemen tweemael een 6 te raecken. Het welck die het in 2 werpen nam/soude/door het geen hier te vooren is bewesen/ $\frac{1}{36}$ a toekomen.

Die het in dryen nam/ indien zijn eerste werp geen 6 en waer/ soo had hy noch 2 werpen/die beyde een 6 souden moeten zijn; het welck geseyt is soo veel weerdt te zijn als $\frac{1}{36}$ a. Maer zijn eerste werp een 6 wesende/soo behoeft hy van tweeen noch maer eens een 6 te werpen/ het welck soo veel is door het 10de Voorstel als of hy $\frac{11}{36}$ a hadde. Nu is seecker dat hy 1 kans heeft om ten eersten een 6 te werpen/ tegen 5 kanssen om die te missen. Soo heeft hy dan van eersten aen 1 kans tot $\frac{11}{36}$ a, en 5 kanssen tot $\frac{1}{36}$ a, het welck door het 2de Voorstel soo veel is als $\frac{16}{216}$ a of $\frac{2}{27}$ a. Op dese manier t'elckens een werp meer nemende soo werdt bevonden/dat in 10 werpen met eene steen/ of met 10 steenen ten eersten/kan genomen werden 2 sessen te werpen/ en dat met voordeel.

XIII. *VOORSTEL*.

Als ick tegen een ander speel met 2 steenen alleen eene werp, op conditie, dat, indien der 7 oogen komen, ick winnen sal; maer hy, indiender 10 oogen komen; en ingevalle iets anders, dat wy dan gelijckelijck deelen sullen het

geen

geen ingeſet is: Te vinden wat deel daer van ons elck toekomt.

Dewijl van de 36 werpen/ die op 2 ſteenen zijn / 6 werpen zijn van 7 oogen/en 3 werpen van 10 oogen/ ſoo reſteren noch 27 werpen/ die het ſpel konnen kamp maecken. Het welck gebeurende ſo komt ons ieder $\frac{1}{2}a$. Maer als het geen kamp is/ ſoo heb ick 6 kanſſen om te winnen dat is om a te hebben/ en 3 kanſſen om te verlieſen ofte o te hebben; het welck door het 2de ſoo veel is / als of ick in ſulcken geval $\frac{2}{3}a$ hadde. Soo heb ick dan van eerſten aen 27 kanſſen tot $\frac{1}{2}a$, en 9 kanſſen tot $\frac{2}{3}a$; het welck door het 2de ſoo veel is als $\frac{13}{24}a$. En blijft voor den anderen $\frac{11}{24}a$.

XIV. *VOORSTEL.*

Als ick en noch een ander met beurten werpen met 2 ſteenen, ende beſpreecken dat ick ſal winnen, ſoo haeſt ick 7 ooghen werp, ende hy, ſoo haeſt als hy 6 ooghen werpt, mits dat ick hem de voorwerp geve: Te vinden in wat reden mijn kans tegen de ſijne ſtaet.

Laet mijn kans weert ſijn x, ende het geen ingeſet is ſy genoemt a; ſoo is dan de kans van den anderen weerdt $a - x$. Het blijckt oock dat elcke mael/ als ſijn beurt van werpen weder komt / mijn kans dan weder moet x weerdt zijn. Maer ſoo dickmaels als het mijn beurt is te werpen/ſoo moet mijn kans meerder weerdt zijn. Laet ons y ſtellen voor het geene datſe dan weerdt is. Overmits nu datter 5 werpen zijn van de 36 werpen op 2 ſteenen/ die mijn tegen ſpeelder 6 ooghen komen geven/ ende het ſpel doen winnen / en 31 werpen die hem doen miſſen / dat is / die mijn beurt van werpen doen komen: ſoo heb ick dan / als hy begint te werpen/ 5 kanſſen om o te hebben / en 31 kanſſen om te hebben y; het welck door het 3de Voorſtel weerdt is $\frac{31y}{36}$. Maer daer is geſtelt / dat mijn kans van eerſten aen x weerdt is. Soo is dan $\frac{31y}{36} \infty x$, en daerom $y \infty \frac{36x}{31}$. Voorts ſoo is geſtelt/ dat/mijn beurt van werpen gekomen zijnde/ mijn kans dan y weerdt is. Maer ick ſullende werpen / ſoo heb ick 6 kanſſen tot a, om datter 6 werpen zijn van 7 ooghen/ dewelcke my doen winnen; en ick heb 30 kanſſen om de beurt van mijn tegen-ſpeelder te doen wederkeeren / dat is / om voor my x te hebben. Soo is dan y ſoo veel weerdt als 6 kanſſen tot a en 30 kanſſen tot x; 't welck door het 3de Voorſtel ſoo veel is als $\frac{6a + 30x}{36}$. Dit dan zijnde gelijck aen y, ende te voren gevonden zijnde $\frac{36x}{31} \infty y$, ſoo maet $\frac{30x + 6a}{36}$

 gelijck

gelijck zijn aen $\frac{36x}{31}$; waer uyt gevonden werdt $x \infty \frac{31a}{62}$, het welck de weerde is van mijn kans. En dienvolgens sal de kans van die tegens my speelt weerdt zijn $\frac{30a}{61}$. Soo dat onse kanssen tegen malkanderen staen/ als 31 tot 30.

Volgen tot een besluyt noch eenige Voorstellen.

I. A en B speelen teghen malkander met 2 steenen / op dese conditie: dat A sal winnen als hy 6 oogen werpt/ maer B sal winnẽ als hy 7 oogen werpt. A sal eerst eene werp doen; daernae B twee werpen achtervolgens; dan weder A 2 werpen; en soo voorts/ tot dat d'een of d'ander sal winnen. De vrage is in wat reden de kans van A staet tegen die van B? antw. als 10355 tot 12276.

II. Drie speelders A, B, en C nemende 12 schijvẽ/ van de welcke 4 wit zijn en 8 swart/ speelen op conditie/ dat die van haer blindeling eerst een witte schyve sal gekosen hebben winnen sal/ en dat A de eerste sal nemen/ B de tweede/ en dan C, en dan wederom A, en soo vervolgens met beurten. De vraghe is in wat reden haere kanssen staen tegens malkander?

III. A wed tegens B/ dat hy uyt 40 kaerten/ dat is/ 10 van ieder soort/ 4 kaerten uyttrecken sal/ soo dat hy van elcke soorte een sal hebbẽ. Hier wordt de kans van A tegen die van B gevonden/ als 1000 tegen 8139.

IV. Genomen hebbende ghelijck hier te vooren 12 schyven/ 4 witte en 8 swarte; soo wed A tegen B dat hy blindeling 7 schyven sal daer uyt nemen/ onder welcke 3 witte sullen zijn. Men vraegt in wat reden de kans van A staet tegen die van B.

V. A en B genomen hebbende elck 12 penningen spelen met 3 dobbelsteenen op dese conditie: dat/ als'er 11 oogen geworpen worden/ A een penning aen B moet geven; maer als'er 14 geworpẽ werden/ dat dan B een penning aen A moet geven; en dat hy het spel winnen sal/ die eerst al de penningen sal hebben. Hier werdt ghevonden de kans van A tegen die van B te zijn/ als 244140625 tot 282429536481.

E Y N D E.

TRACTAET

der

PERSPECTIVE,

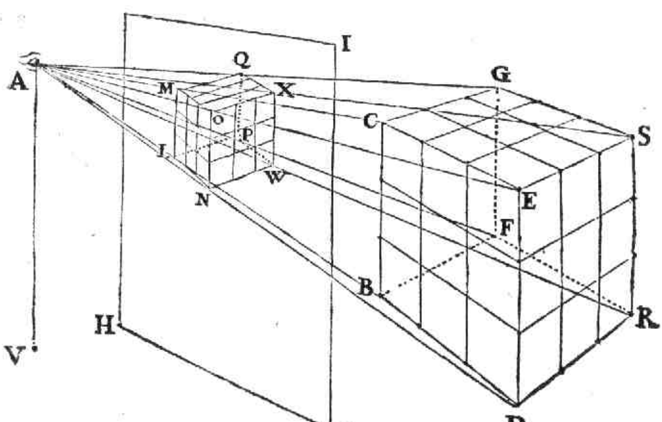
ofte

SCHYNBAERE TEYCKEN-KONST.

Waer in de Fondamenten derselve Konst op het kortste verhandelt en betoont worden.

Beschreven door

FRANCISCUS van SCHOOTEN,
Professor Matheseos in de Universiteyt tot *Leyden*.



t'AMSTERDAM,

By GERRIT van GOEDESBERGH,
Boeck-verkooper op 't Water / in de Delffsche Bybel / tegen over de Nieuwe-Brugh. ANNO, 1660.

Aen den Edelen, Wel-geleerden, ende ſeer Diſcreten HEERE,

Mijn Heer ANDREAS van OUTSHOORN.

MYN HEER,

Alſo V Ed^{ts} deugden en qualiteyten my wegens gemeenſame ommeganck van overlang bekent zijn, ende ick, ſo door ontfangene beleeftheden, als genoten vriendtſchap, om deſelve na hare waerde te æſtimeeren, dickmaels ben aengeport ende als genootſaeckt geworden: ſo hebbe ick niet konnen naerlaten, mijn ſelven in V E. dieſwegen verplicht vindende, daer op met eenich teycken van danckbaerheyt te antwoorden. Weshalven, nadien ick weet V E. in de Mathematiſche en andre Weetenſchappen grootelycx ervaren te weſen, en met wat genegentheyt die van V E. omhelſt worden: ſoo heeft het my niet onraetſaem gedacht, dit tegenwoordig Tractaet der Perſpective of Teycken-konſt, tot erkenteniſſe over de ontfangene weldaden, V E. toe te ſchrijven. te meer ick geoordeelt hebbe 't ſelve V E. met recht toe te komen, als het welck by u eertyts ſijn begin verkregen hebbende, dan oock voltrocken weſende onder uwe beſcherminge behoorde in 't licht te gaen. Doch alhoewel 'er van wegen ſyne geringheyt met uwe deugden geenderhande over-een-ſtemming is, ſo wil ick echter vertrouwen dat myne genegentheyt tot bevordering van 't gemeene beſte, weetende hoe weynig deſe konſt uyt den rechten grondt gemeenlijck geleert wordt, van V E. ten beſten ſal geduyt worden; immers ſeg ick ten minſten, gelijck my uwe diſcretie verſeeckert, voor ſoo veel ick die V E. hier mede tot verſegeling van geduerige vriendtſchap hebbe willen getuygen en yder bekent maecken. Verhoope 't ſelve ten aenſien van ſyne nutticheyt V E. niet on-aengenaem en ſal weſen, als dewelcke bekent is dat de Perſpective alleen voor de wiſſe en waere Teycken-konſt is te houden, en buyten deſe en de Meetkonſt alle andre teyckeningen onſeecker ſyn en by de giſſe toegaen, en dan noch haere *onseeckere gewisheyt niet als door langduerige oeffening te verkrygen sy. Sulcx dat die derhalven den Schilders, Glaes-schryvers, Timmerlieden, Metselaers, Fabrijcken, Architecten, en Ingenieurs ten hoochsten nodig is; gemerckt door deselve alle gebouwen, fortressen, en andre dingen, self noch niet in wesen zijnde, sodanig afgebeelt worden, niet anders gelijck of men die albereyts tegenwoordig en uyt den grondt sach opgetrocken. Hierom, nadien tot de gemeenschap des levens niets meerder en is vereyscht, als datter onder de menschen t'allen tyden bequaeme middelen gevonden worden, waer door d'een d'ander zijn mening kan doen verstaen en syne gedachten openbaren: soo is daer uyt genoegsaem af te neemen, van wat gevolg de Perspective sy, alsoo men't geene door woorden of geschrift niet volkomentlijck uytten of beschrijven kan dan door haer behulp, schoon stom sijnde, ten vollen kan bekent maecken en op het simpelste te verstaen geven. Dienende alsoo hierbeneffens niet alleen tot vermyding van verscheyde vergeefsche kosten, die men in het toe-stellen en vol-trecken van eenig werck andersins lichtelijck begaen kan, maer oock tot een richtsnoer om van alle teyckeningen, hoedanig die gemaeckt zijn mochten, seecker en wel te oordeelen: nadien selfs door de bloote kennis van haere fondamenten dadelijck by het ooch kan vast gestelt worden, waer door deselve teyckeningen haere gewisheyt bekomen. In het welck Tractaet te beschryven ick dan alleenlijck my bevlytigt hebbe, om, 't geen tot het gemeen gebruyck nodichst vereyst wordt, op het kortste en duydelickste te verhandelen; op dat door het eenvoudig verklaren deser Fondamenten den lusthebbenden leerling, die deselve hier uyt grondig soude mogen verstaen hebben, daer na van selfs tot hooger kennis in dese konst geraecken mocht. Ontfangt dan dit, goet-gunstige Heer, tot af-lossing der schult, waer in ick door genoten vriendtschap en beleeftheyt ben vervallen, en vaert voort met my te beminnen, terwylen ick sal verblyven*

Datum in Leyden
den 23 December
cIↃ.IↃC LIX.

MYN HEER

UEdt.

toegedanen en bereytwilligen
dienaer en vriendt

FR. van SCHOOTEN.

VAN DE FONDAMENTEN der PERSPECTIVE, ofte Schijnbaere Teycken-Konst.

* *BEPALINGEN.*

* Definitiones.

I.

Perſpectiva, *Ars Scenographica*, ofte Schijnbaere Teycken-konſt, is een konſt, welcke door gewiſſe regulen alle dingen in 't plat leert teyckenen, gelijckerwys deſelve haer op een geſtelde plaets in 't ooch vertoonen.

AEngeſien ons voornemen is in dit Tractaet te handelen van de Fondamenten der Perſpective, dewelcke wy Schijnbaere Teycken-konſt noemen: ſo dient eerſtelijck aengeroert/ datter drierhande teyckeningen zijn/ als Gront-teyckening of *Ichnographia*, Stant-teyckening of *Orthographia*, en Schynbaere teyckening of *Scenographia*. Wat de Gront-teyckening en Stant-teyckening belangt/ door welcke eenige ſaeck in zijn waere gelegentheyt op en boven de grondt gelijckformig afgebeelt wort/ deſelve werden tot het vinden der Schijnbaere Teyckening als bekent vereyſcht/ gemerckt in de * Geometrie ende niet in de Perſpective geleert wort/ hoe men de gelegentheyt van eenig erf/ ſtuck landts/ of landtſchaps/ etc. item de ſtandt van een gevel/ wal/ of eenig ander opſtaende gebouw in 't plat Wiskonſtelijck ſal afbeelden en in zijn waere gedaente vertoonen/ ſonder dat daer toe het ooch op een ſeeckere geſtelde plaets/ om deſelve teyckeningen te aenſchouwen/ behoeft aengemerckt te worden.

* Meet-konſt.

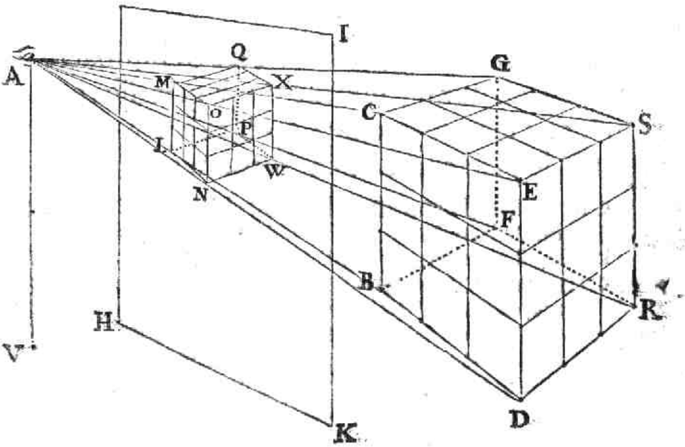
Maer alſoo meeſt alle dingen op de eene plaets geſien haer anders in ons ooch vertoonen/ als wanneer men die op een andre plaets komt te beſichtigen/ ſoo is het wit der Perſpective deſelve Wiskonſtelijck in 't plat ſodanig te teyckenen/ gelijckerwijs die haer op een voorgeſtelde plaets in ons ooch gelaten. Sulcx dat de Perſpective, ſich niet alleen te vreden houdende (gelijck de * Optica doet) met de verſcheyde gedaenten der dingen aen te mercken/ ons dadelijck de dingen ſelf in die ſchijn/ alſſe haer op een geſtelde plaets in 't ooch vertoonen/ in 't plat leert teyckenen en afbeelden/ en overſulcx doorgaens met het vinden deſer afteyckening beſich is.

* Sicht-konſt ofte Sicht-ſtraelkonſt.

II.

Het plat, waer op ſodanige teyckening geſchiet, of verdacht wordt te geſchieden, wert *Sectio*, *Tabula*, of Glas genaemt.

Alſo de Perſpective, gelijck verhaelt is / ons de dingen in die ſchijn / alſſe haer op een geſtelde plaets vertoonen / in 't plat leert teyckenen; ſoo iſſet van nooden / dat wy / om deſe teyckening wel te verſtaen / een plat verdencken / tuſſen het ooch en de ſienlijcke ſaeck / ofte oock daer achter / ſulcx dat alle de ſtralen / gaende van yder punt der voorgeſtelde ſaeck tot het ooch / van dit plat doorſneden worden / ofte oock dat die uyt het ooch door elck een van deſe punten verdacht worden dit plat komen t'ontmoeten / dewijl de fi-



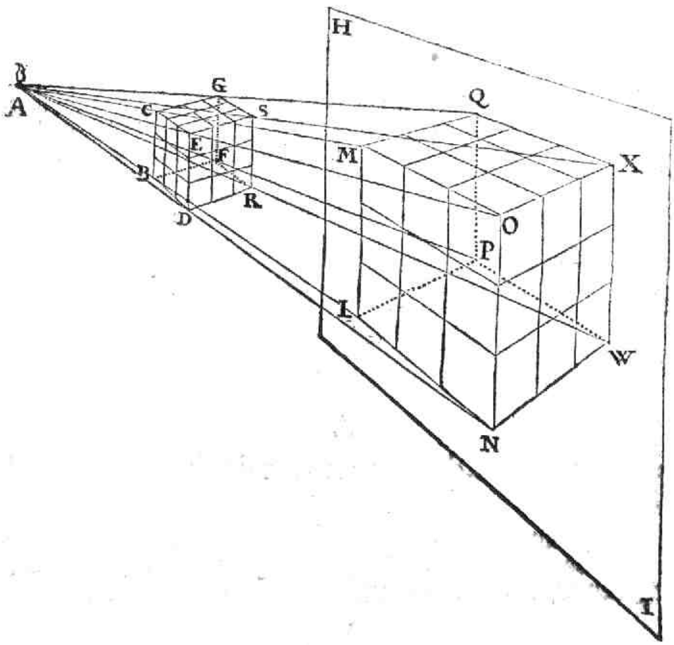
guer / dewelcke door de doorſnijding of ontmoeting deſer ſtralen op 't ſelve plat wort geformeert / de afteyckening des ſaecks genoemt wort. Alwaer blijckt / dat / indien wy dit plat tuſſen het ooch en de voorgeſtelde ſaeck (gelijck dan meeſten tijt geſchiet) doorſichtig als glas verdencken / hoedanig men die alsdan daer op in de ſelve ſchijn alſſe ſich in 't ooch vertoont aftreckKen en verbeelden kan; ofte mede / ſo wy 't ſelve plat neemen achter de voorgeſtelde ſaeck als een paneel geſtelt te weſen / waer op deſelve / als van draden gemaeckt zijnde / met het ooch als een kaers te verdencken / zijn ſchaduw' komme te werpen / hoedanig die alsdan volgens dit ontwerpſel daer op kan afgetrocken en geteyckent worden. Doch ſchoon ſulcke wyz van teyckenen niet overal plaets en grijpt / gelijck in 't teyckenen van Fortreſſen / gebouwen / &c. dewelcke noch niet in weſen zijn; aengeſien 't genoech is / dat deſelve daer alleenlijck verdacht worden; en oock het wit der Per-

ſpective

ſpective zy/om uyt haere bekende gront-teyckening en ſtant-teyckening deſe haere ſchijnbaere teyckening op eenich plat door ſeeckere regulen te vinden/niet anders gelijck of men die daer op als verhaelt is ſelfs hadde afgetrocken: ſoo wert echter wegens deſe over-eenkoming 't ſelve plat/waer op ſodanige teyckening geſchiet of verdacht wort te geſchieden/ het Glas als mede Paneel van ons genoemt.

III.

De afteyckening nu der dingen op ſodanich plat noemt men *Projectio, Scenographia*, en *Figura apparens*, dat is, Schijnbaere form of teyckening.

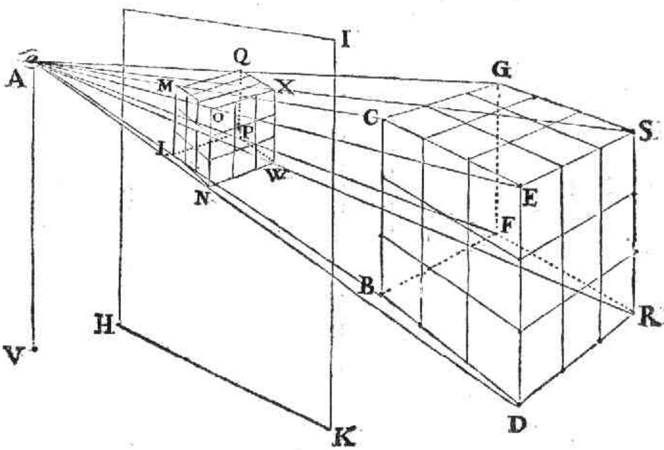


Zijnde deſe de Figuer / tot wiens vinding de Perſpective doorgaens ſijne Regulen richtet ; ſulcx dat een Figuer in de Perſpective te brengen niet anders is/als door de Regulen deſer Konſt een Figuer te vinden/delwelcke ſodanig ſy/datſe kan betoont worden in alle deelen met de boven verhaelde afgetrockene Figuer over-een te komen.

IV.

't Teyckenlijcke noemen wy 't geene, daer van de afteyckening moet gevonden worden.

Verstaet hier door het object ofte 't geene voorgestelt wort om afgeteyckent te worden / als punten / linien / en vlacke of lichaemelicke Figueren. Gelijck hier / alwaer den teerling B C G S R D E het teyckenlicke genoemt wort / en L M Q X W N O zijn afteyckening op 't glas.



V.

Ooch is een punt, dat wy neemen dat het oochs sienlijck werck doet.

Als hier 't punt A, bewysende de plaets / alwaer het sienlijck ooch ghevoeght zijnde de Figuer B C G S R D E in de Figuer L M Q X W N O komt te verschijnen / ofte deselve een en deselve Figuer schijnen te wesen.

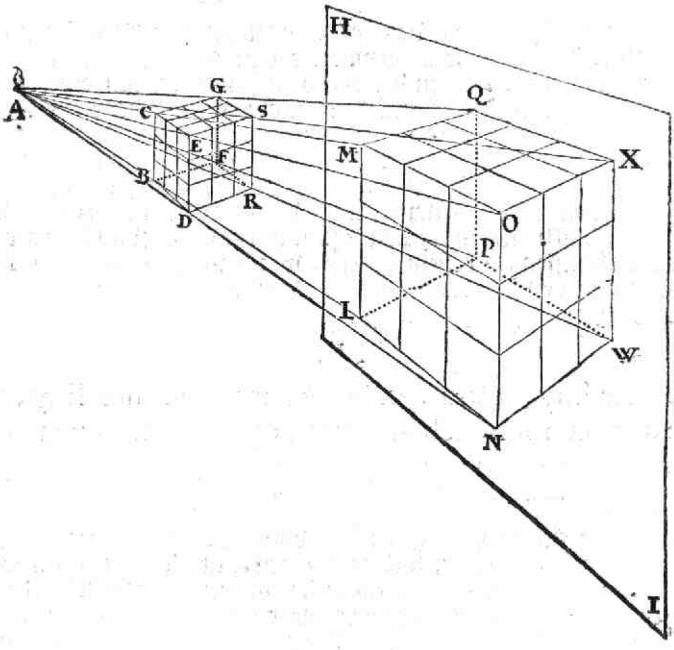
VI.

Strael, *Radius*, is een rechte linij, getrocken uyt het ooch tot of door yder teyckenlick punt.

Alsoo werden de linien / getrocken uyt A tot of door de punten B, C, G, S, R, D, E yder Straelen genoemt. Zijnde dese de geene / door welckers behulp de siening van het teyckenlicke op het eenvoudigste verklaert wort. Want soder geen rechte liny uyt het ooch tot eenig teyckenlick punt kan getogen

togen worden / sonder dat deselve door eenich lichaem heen gaet / soo wert dan mede daer onder verstaen / dat sulck teyckenlijck punt van het ooch niet en kan gesien ofte ontdeckt worden. Alwaer te letten is / dat / schoon de siening van het teyckenlicke mede door gebroocke stralen geschieden kan / als door de * Weersteuyt van een spiegel oft gepolijst lichaem / ghelijck oock door * Verbreecking / wanneer wy tussen ons ooch en het teijckenlicke een glas of ander deursichtig lichaem verdencken (van welcke beyde sieningen dan in

* Reflexionem.
* Refractionem.



* Spiegel-konst ofte weersteuit Sichtkonst
* Verbroocke Sicht-strael-konst
* Rechte Sicht-strael-konst

de * Catoptrica en * Dioptrica eygentlijck gehandelt wordt /) wy echter neemen / dat de siening allhier (gelijck in de * Optica) niet als door rechte stralen geschiet: dewijl de aenmercking van dese andre siening in de gemeene Perspective van weynich gebruyck is / en meer tot curieusheyt / als om door de gebonde afteyckening de saeck dadelijck te vertoonen / dienstig is te oordeelen.

VII.

Vloer, *Subjectum Planum*, is een oneyndig plat, waer op wy neemen het teyckenlicke te staen of rusten.

Zijnde dit plat het geene/ ten welckers opsicht de gantsche gestalte van alles dat men daer op/ boven/ of beneden verdenckt/ en afteyckenen moet/ door middel van de gegeve Gront-teyckening en Stant-teyckening aengewesen en te kennen gegeven wordt.

VIII.

Glas-grondt, *Linea Sectionis* of *Tabulæ*, is de gemeene doorsnijding van 't glas of paneel en de vloer.

Aengesien de afteyckening van het teyckenlicke op 't glas of paneel een andre en andre figuer vertoont/ wanneer 't selve glas of paneel anders en anders gekeert staet ofte in een verscheyde gestalt wort aengemerckt/ niet tegenstaende het ooch en teyckenlicke haer plaets behouden: soo wert om sulcks vereyst/ dat men tottet vinden der afteyckening mede bekent geeft/ hoedanig het glas of paneel op de vloer komt te staen/ wanneer men een gewisse teyckening wil bereycken. Waer toe dan de liny van de gemeene doorsnijding van 't glas of paneel en de vloer/ dewelcke Glas-grondt genoemt wort/ ons de strecking van 't selve glas of paneel op de vloer aenwijst. Waer beneffens so bekent gegeven wort/ in wat gestalt 't selve boven dese liny op de vloer moet verdacht worden/ so is daer uyt dan met eenen mede sijn gantsche gestalte op de vloer gegeven.

IX.

Siender-liny, *Linea Spectatoris*, is een rechte liny, vallende uyt het ooch recht-hoeckig op de vloer, wiens eynde in de vloer genaemt wort Voet, *Pes Spectatoris*, als oock Af-stantspunt of *Punctum Distantiæ*.

Indien uyt het ooch A, getrocken wort de liny A V, recht-hoeckig vallende op de vloer/ so wert deselve A V genaemt Siender-lyn, soo veel geseyt als lengte des sienders/ beteeckenende hoe veel het ooch boven de vloer is verheven/ wiens eynde V in de vloer genoemt wort Voet, als oock Af-stants-punt, overmits het selve op de vloer aenwijst hoe verre men van de glas-grondt of het teyckenlicke af-staet. Alwaer te weeten is/ dat/ aenaengesien het teyckenlicke sich anders en anders op-doet/ wanneer men het ooch telckens op een andre plaets verdenckt/ blyvende het glas en teyckenlicke onverandert/ het dan mede van nooden is/ om een gewisse teyckening te bekomen/ sodanig als de teyckenlicke saeck sich op een voorgestelde plaets in 't ooch vertoont/ dat men de plaets der voet V bekent geve/ gelijck oock de siender-lijn A V: dewijl door 't bekent geven van dese twee/ als mede hoedanig het glas of paneel en het teyckenlicke boven de vloer staen/ 't begeerde dan gewis kan verkregen worden.

BEGEERTEN.

I.

Daer wort begeert: Dat het ooch voor een punt genomen werde.

Also het ooch alhier genaemt wort 't geen wy neemen dat het sienlijcks oochs werck doet / als hier A, 't welck ten opsicht van het sienlijck ooch nooyt sodanig op 't papier kan afgebeelt worden / of 't selve is alleenlijck maer door een punt te houden: soo wert dieshalven mede / wanneer men 't selve bekent wil geven / daer door simpelijck een punt gestelt. Gemerckt het eerder de Dioptrica toe te schryven is / het rechte maecksel van 't ooch te verklaren / en hoe de siening door sijn behulp komt te geschieden / als wel de Perspective / dewelcke sich alleen met het vinden der afteyckening besig houdt / waer toe sodanige naeuw-keurige opmercking des oochs niet eens vereyst en wort.

II.

Dat een teyckenlick punt, sijn afteyckening, en het ooch altijt in een rechte liny sijn.

Dewijl de siening volgens rechte linien geschiet / dewelcke wy straelen noemen / getrocken uyt het ooch tot / of door yder teyckenlick punt / en d' intersectie of ontmoeting deser stralen en het glas of paneel ons op 't selve de afteyckening van het teyckenlicke verbeelden: soo wert begeert / dat men / om tot de vereyste teyckening te komen / stelle / dat yder teyckenlick punt / sijn afteyckening / en het ooch altijt in een rechte linij sijn. Waer uyt dan volgt:

Dat een teyckenlick punt, in het glas gegeven, aldaer oock voor zijn afteyckening verstreckt.

Want aengesien een teyckenlick punt / sijn afteyckening / en het ooch altijt in een rechte linij sijn: so is openbaer / wanneer het teyckenlijck punt in het glas of paneel is gegeven / en derhalven de linij uyttet ooch tot of door 't selve getrocken / aldaer mede 't glas of paneel ontmoet of doorboort / dat het selve punt alsdan daer oock voor sijn afteyckening moet verstrecken / en desselfs afteyckening om sulcks daer van niet en behouft gesocht te worden.

III.

Dat een teyckenlick lichaem deursichtig verdacht werde.

Alsoo Perspective soveel als Deursichtige beteyckent / en dese naem (mijns oordeels) hier uyt gesproten schijnt / dat men door haere Regulen yder lichaem / waer van de Gront-teyckening en Stant-teyckening gegeven

ven sijn/ sodanig teyckent/ even gelijck of het selve lichaem deursichtig waer/ dat is/ niet anders/ gelijck of men uyt het oogh tot yder teyckenlick punt/ schoon daer van niet konnende ontdeckt ofte gesien worden/ rechte linien trecken kon: soo wert/ nadien sulcks aen 't vinden der vereyschste afteyckening geen belet en geeft/ dieshalven begeert/ dat yder teyckenlick lichaem deursichtig verdacht werde. Alwaer tot de volmaecktheyt der Perspective dit mede kan bygebracht worden/ dat/ gelijck door het aftrecken van het teyckenlicke op 't glas (waer van in de 2de Bepaling gemelt is) alleen het uytterlijck gelaet ofte sienlijck deel eens lichaems wort afgebeelt/ men daer beneffens door hare Regulen mede het onsienlicke kan vertoonen/ waer door het selve lichaem ons gelijck zijn gantsche gestalte bewyst/ en als uyt den grondt schijnt opgetrocken en volbouwt te wesen.

IV.

Dat het glas en de vloer voor twee oneyndighe platten genomen worden.

Dat de vloer voor een oneyndig plat moet genomen worden/ is uyt de 7de Bepaling openbaer: want men andersins niet verstaē kan/ hoe tot het vindē van yder begeerde afteyckening alles daer op/ boven/ of beneden/ sonder onderscheyt kan gegeven worden. Maer dat men het glas insgelijcx voor een oneyndig plat neemen moet/ is/ om dat niet alle stralen/ die uyt het oogh tot of door yder teyckenlick punt verdacht worden/ gelijck vereyst wordt/ het glas en souden doorboren of ontmoeten/ ten waer het selve tot alle kanten in 't oneyndig uytgestreckt verdacht wierde.

En dus verre wat aengaet de Beginselen der Perspective. Volgen de Voorstellen/ waer in de Fondamenten der voornaemste regulen of manieren/ die men tottet vinden der vereyste afteyckening gebruyckt/ in 't kort vertoont en in 't werck gestelt worden.

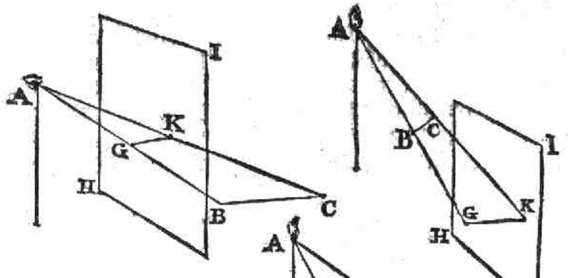
I. VOOR-

I. *VOORSTEL.* 1^{ste} *VERTOOCH.*

Op 't glas getrocken zijnde een rechte liny tot twee punten, die de afteyckening zijn van twee teyckenlicke punten, deſelve ſal oock zijn de afteyckening der getrocke rechte liny tot beyde teyckenlicke punten.

't Gegeven. Laetē B en C twee teyckenlicke punten weſen/en G en K haere afteyckeningen op 't glas H I, dat is/ ſy G de afteyckening van B, en K de afteyckening van C. Voorders ſy 't punt A het ooch.

't Begeerde. Wy moeten bewyſen/ dat de rechte liny G K, getrocken op 't glas H I tot beyde punten G en K, ooch de afteyckening is der rechte B C, gehaelt tot beyde teyckenlicke punten B en C.



't Bewys.

Aengeſien na de 2de Begeerte de 3 punten C,K, en A in een rechte liny ſijn/ als mede B, G, en A, dewelcke malkander in A ontmoeten ofte verlengt zijnde door-ſnijden: ſoo ſullen deſelve overſulcx na het 2de Voorſtel des 11ſten B. Eucl. in een plat weſen. Nu alſo dit plat het glas H I doorſnijdt/ ſijnde G K, haer gemeene ſnee na het 3de Voorſtel des 11ſten boecx Euclid. een rechte liny; en alle ſtralen/ die uyt het ooch A tot of door eenig punt in de teyckenlicke liny tuſſen B en C verdacht wordē/ deſe liny GK doorſnijden

snijden: soo volgt dat de rechte GK, getrocken tot G en K, de afteyckening is der rechte BC, getrocken tot B en C. 't Selve verstaet mede/wanneer een der teyckenlicke punten/ als B, in 't glas gegeven is/ en het ander C daer buyten/ te weeten/ neemende dattet punt B het selve is als het punt G: dewijl het teyckenlicke punt B in 't glas gegeven dan aldaer oock door sijn afteyckening G verstreckt/ na 't vervolg van de 2de Begeerte.

't Besluyt. Waerom dan de rechte liny op 't glas/ getrocken tot 2 punten/ die de afteyckening sijn van 2 teyckenlicke punten/ oock de afteyckening is der rechte liny/ getrocken tot beyde teyckenlicke punten. 't Welck te bewijsen was.

Merckt.

Dit Vertooch leert/ hoe men/ om in de Perspective de afteyckening van een rechte liny te vinden/ in sulcken gestalte van 't glas of paneel (het welck wy om kortheyt hier vervolgens door een neemen) als men begeert/ niet meer als de afteyckening van beyde dessel fs eynden behoeft te soecken: dewijl de rechte liny tot dese twee gevonde punten getrocken dan oock de afteyckening der teyckenlicke rechte liny is. Sulcx indien men de afteyckening van eenige figuer/ 't sy vlacke of lichamelijcke/ vinden moet/ dewelcke alleen uyt rechte linien bestaet/ (tot wiens vinding de Perspective aldereygenst gebruyckt wort/): soo blijckt/ hoe men daer toe niet anders als de afteyckening van punten te soecken heeft/ om die daer na op 't glas met rechte linien 't samen te trecken/ tot voltoying der begeerde afteyckening.

II. VOORSTEL. 2de VERTOOCH.

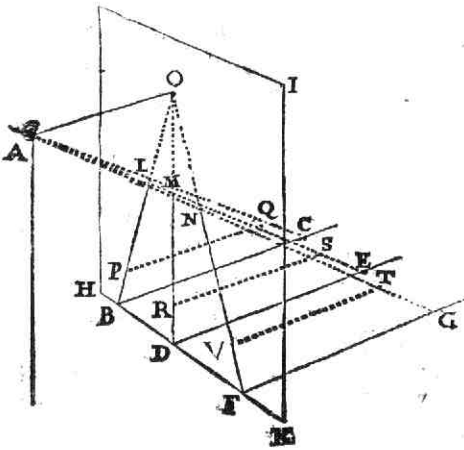
Soo het ooch even-wydige teyckenlicke rechte linien siet, die met de glasgrondt on-evenwydig sijn, dan sullen haere afteyckeningen op 't glas on-evenwydige rechte linien wesen, dewelcke voortgetrocken sijnde in een punt sullen versamen, daer 't glas van de liny, die uyt het ooch met de teyckenlicke linien even-wydig gehaelt wort, wert doorboort.

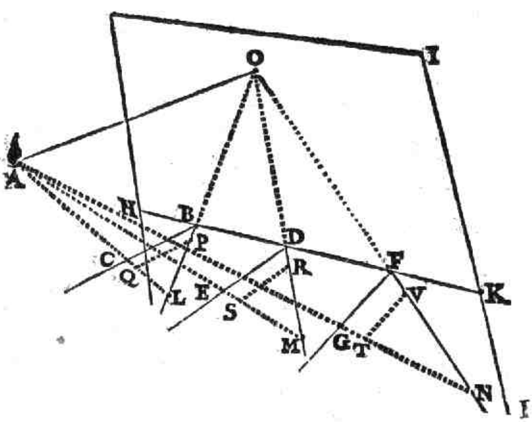
't Gegeven. Sy A het ooch/ HI 't glas/ HK de glas-grondt/ en BC, DE, FG verscheyde even-wydige teyckenlicke rechte linien/ on-evenwydig met de glas-grondt/ deselve geraeckende in de punten B, D, en F. Vorders gestelt zijnde/ dat de punten L, M, en N de afteyckening sijn der punten C, E, en G, soo laten op 't glas getrocken worden de rechte linien BL, DM, en FN. dewelcke dan na het voorgaende Vertooch de afteyckening zijn sullen der even-wydige teyckenlicke rechte linien BC, DE, en FG. Eyndelijck/ uyt A gehaelt sijnde een rechte liny/ als AO, even-wydig met BC, DE, FG, so laet deselve 't glas doorbooren in 't punt O.

't Begeerde-

'tBegeerde. Wy moeten bewijsen/ dat BL, DM, en FN on-evenwydig zijn/ en dat deselve voortgetrocken sijnde versamen *sullen* in O.

't Bewijs.

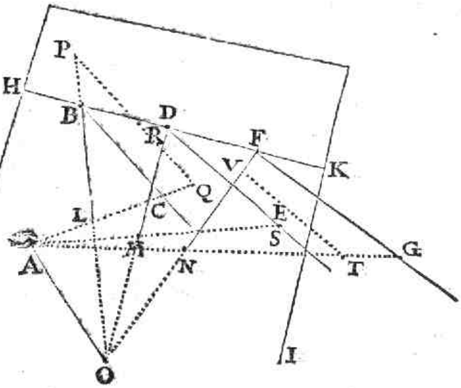




Aenghesien de linien BC, AO even-wydig gestelt worden/en tot beyde gehaelt is de liny AC: so volght dat deselve a alle drie in een plat zijn. a na 't 7 v. des 11.b. Eucl.
Nu is mede BL b in 't plat daer BC en de liny uyt A door C gaende in is. Waerom deselve BL dan insgelijcx in 't plat van BC, AO sijn sal/en om sulcks voortgetrocken zijnde de liny AO sal ontmoetẽ. Het welck in gelijcker vougen van de linien DM en FN te verstaen is. Hierom/dewyl BL, DM, en FN voort getrocken zijnde alle in de liny AO vallen/en deselve mede in 't glas sijn die dan oversulcx oock in een punt sullen versamen/ daer 't glas van de liny A O wert doorboort. Waer uyt met eenen openbaer is / dat deselve BL, DM, en FN on-evenwydig sijn/ en dat het punt O niet onbequaemlijck Saempunt mach geheten worden. b na 't 2. v. des 11. b. Eucl.

't Selve verstaet mede van PL, RM, en VN, zijnde de afteyckening der even-wydighe teyckenlicke rechte linien PQ, RS, en VT, buyten de vloer gegeven/on-evenwydig met de glas-grondt HK.

't Besluyt. Waerom dan de afteyckeningen van even-wydige rechte linien / die met de glasgrondt on-evenwydig zijn / op 't glas on-evenwydig sullen



sullen wesen/ en daer op voortgetrocken in een punt versamen/ daer 't glas van de liny/ die uyt het ooch even-wydig met de teyckenlicke linien getrocken wordt/ wert doorboort. 't Welcke te bewysen was.

Merckt.

Dat / hoe lanck de teyckenlicke even-wydige linien BC, DE, en FG ghegeven worden/ nochtans haere afteyckeningen BL, DM, en FN op 't glas noyt in O en komen versamen: dewijl de stralen/ uyt A tot of door C, E, en G haer uytterste eynden getogen/ doorgaens de linien BO, DO, en FO in de punten L, M, en N doorsnijden; en daerom hoe de punten C, E, en G verder in de teyckenlicke linien van de glasgrondt af genomen sijn ofte deselve langer gegeven worden/ hoe van gelijcken de punten L, M, en N hooger in de linien BO, DO, en FO op 't glas sullen verschynen/ dat is/ nader aen malkander en dichter aen 't punt O vallen; sulcx dat hoe langer de teyckenlicke linien gegeven sijn/ hoe deselve mede op 't glas malcander meerder schynen te naerderen; dewelcke/ wanneerse on-eyndtlyck verdacht worden/ dan 't eenemael op 't glas in O oock 't samen-komende verschynen sullen.

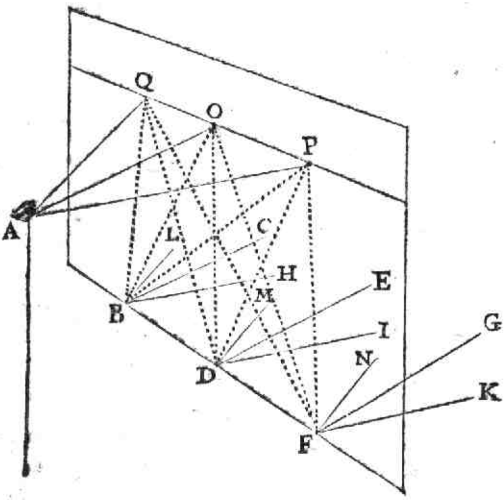
Alwaer vorders te letten staet/ dattet punt O, het welck wy vervolgens Saempunt noemen sullen/ van verscheyde schryvers der Perspective het ooch geheten wort/ doch on eygentlijck en sonder fondament: dewyl het ooch tottet vinden der afteyckening noyt in 't glas verdacht kan worden / en ooch het punt O alleen de plaets verbeelt / alwaer de teyckenlicke linien BC, DE, en FG schynen t' saem te komen.

III. *VOORSTEL.* 3de *VERTOOCH.*

Soo het ooch verscheyde partijen van even-wydige teyckenlicke rechte linien siet, die in de vloer syn of met deselve even-wydig, maer met de glasgrondt on-evenwydig, daer van de eene party on-evenwydig is met 'd ander: dan sullen haere verscheyde saem-punten op 't glas in een rechte liny vallen, die met de glas-grondt even-wydig is.

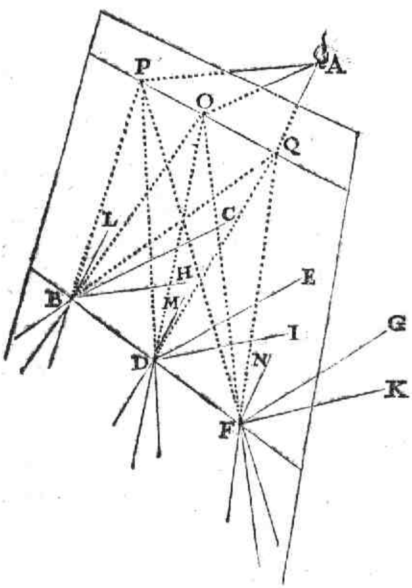
't Gegeven. Sy A het ooch / BF de glasgrondt/ en BC, DE, FG een party / BH, DI, FK een ander party / en BL, DM, FN een derde party van even-wydige

dige



dige teyckenlicke rechte linien in de vloer/dewelcke elck met de glasgrondt on-evenwydig sijn. Vorders/aengesien de afteyckeningen deser linien op 'tglas na het voorgaende Vertoog alle on-evenwydige linien sijn/die voortgetrocke in een punt versame/so laet O het saem-punt wesen van B C, DE, FG, en P het saem-punt van BH, DI, FK, maer Q het saem-punt van B L, DM, FN.

'tBegeerde. Wy moeten bewysen/ dat O, P, en Q in een rechte liny vallen/ die met de glasgront BF evenwydig is.



't Bewijs.

Getrocke sijnde AO, AP, en AQ, dewyl[a] AO even-wydig is met BC, DE, FG, en AP even-wydig met BH, DI, FK, maer AQ even-wydig met BL, DM, FN; en BC, DE, FG; BH, DI, FK; BL, DM, FN alle in een plat sijn / te weeten / in 't plat der vloer: soo sullen insgelyckx AO, AP, AQ in een plat wesen / dat met de vloer even-wydig is[b]. Waerom dan de punte O, P, en Q in een rechte liny vallen sullen / te weeten / in de gemene doorsnijding van't glas en 't plat / dat door deselve AO, AP, en AQ streckt / dat is / in de rechte liny QOP[c]. Vorders/ also dit plat even-wydig is met de vloer / en sy beyde van 't glas doorsnede worde in de linien QP en BF, so volgt/dat mede QP en BF[d] even-wydig zijn.

[a] na 't voorgaende vertoog.
[b] na 't 15 v. des 11 b. Eucl.
[c] na 't 3 v. des 11. b. Eucl.
[d] na 't 16 v. des 11 b. Eucl.

'tSelve wert op gelijcke wyz betoont van verschepde partyen van even-wydige teyckenlicke rechte linien/die met de vloer sijn even-wydig; ofte

 waer-

waer van een of meer partijen in de vloer / en d' andre daer buyten even-wydig met deselve gegeven worden.

Hierom / nadien bewesen is / dat dese Saem-punten O, P, en Q telckens in een rechte liny vallen / die met de glas-gront BF even-wydig is / wy dan vervolgens de liny QP Saem-liny sullen heeten.

't Besluijt. Derhalven dan de Saem-punten van verscheyde partijen van even-wydige teyckenlicke rechte linien in de vloer of met deselve even-wydig / maer met de glas-gront on-evenwydig / daer van d' eene party on-evenwydig is met d' ander / alle op 't glas in een rechte liny sullen vallen / die met de glas-gront even-wydig is. 't Welck te bewysen was.

Merckt;

Hoe ongerijmt het sijn soud een der Saem-punten O, P, of Q het ooch te noemen / kan daer uyt blycken / datmen met het selve recht dan elck een van die het ooch soude mogen heeten / en dat dienvolgens ymandt 3 of meer oogen hebben most / om in de Perspective de gedaente der dingen te verklaren ofte deselve in die schijn alsse gesien worden te vertoonen.

Vorders so is hier te weeten / dat de liny door de Saem-punten O, P, en Q streckende / dewelcke wy om sulcks Saem-liny noemen / van verscheyde schrijvers der Perspective Horizon geheten wort. Het welck niet min als het voorgaende ongerijmt is / gemerckt datter door dese on-eyge benaming sodanig van het rechte spoor sijn af-gedwaelt / dewelcke / denckende dat Horizon een circkel of rondt is / dat by ons den Sicht-eynder genoemt wort / hebben leeren willen / hoemen de voorsz Saem-liny niet recht maer krom behoort te teyckenen / schoonse van haer in de Practyck evenwel doorgaens voor recht wort genomen.

IV. *VOORSTEL.* 4^de^ *VERTOOCH.*

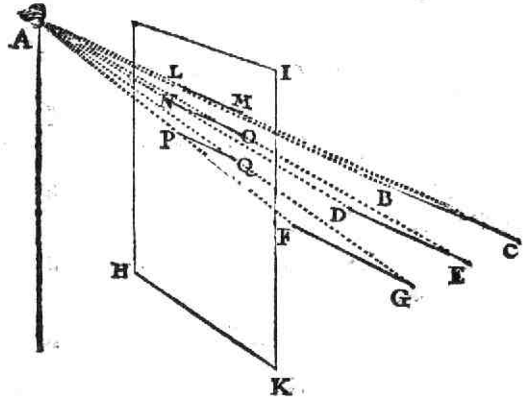
Soo het ooch even-wydige teyckenlicke rechte linien siet, die even-wydig sijn met de glas-grondt: dan sullen haere afteyckeningen op 't glas even-wydige rechte linien wesen, dewelcke mede even-wydig sijn met de glas-grondt.

't Gegeven. Sy A het ooch / H I 't glas / H K de glas-gront / en BC, DE, F G verscheyde even-wydige teyckenlicke rechte linien / die even-wydig sijn met de glas-gront. Vorders / gestelt sijnde dat de punten L, M ; N, O ; en P, Q de afteyckening sijn der punten B, C; D, E ; en F, G, so laten op 't glas getrocken worden de rechte linien LM, NO, en PQ. dewelcke dan na het 1ste Vertoog de afteyckening sijn sullen der evenwydige teyckenlicke rechte linien BC, DE, en FG.

't Begeerde. Wy moeten bewysen / dat LM, NO, en P Q mede even-wydige sijn / en even-wydig met HK.

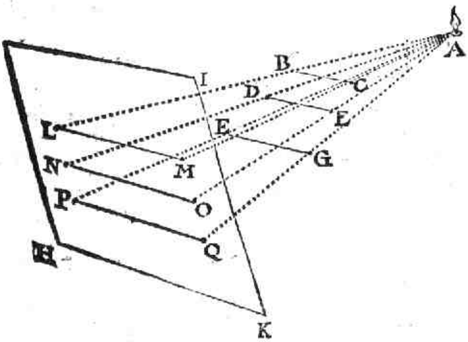
't Bewys.

Sy door B C een plat verdacht even-wydig mettet glas H I, welcke naer datse



datse beyde van 't plat dat door A en BC streckt doorsneden worden: soo sullen mede B C en LM, de linien van de gemeene doorsnijding / a even-wydig met malkander wesen. Op de selve manier / so wy door D E een plat verdencken even-wydig mettet glas H I, en dat dese beyde van 't plat dat door A en D E streckt doorsneden worden/ so sullen mede D E en N O, de linien van de gemeene door-snijding/ evē-wydig met malkander zijn. 't Welck mede op gelijcke wyz van de linien F G en P Q te verstaen is. Waerom / dewyl D E en L M met B C even-wydig zijn / deselve dan oock b met malkander even-wydig zijn sullen. Voorders / dewyl N O met D E even-wydig betoont is / soo volgt dat oock L M met N O even-wydig zijn sal. Op gelijcke wyz blijckt / dat P Q met N O even-wydig is / en dat dienvolgens LM, NO, en PQ c even-wydig met malkander zijn. Eyndelick/ aengesien B C even-wydig gestelt wort met H K, en oock B C met L M even-wydig betoont is/ so sal mede L M met HK even-wydig wesen. In gelijcker vougen wert mede betoont / dat N O en P Q met H K even-wydig zijn.

a na't 16. v. des 11. b Eucl.



b na't 9. v. des 11. b. Eucl.

c na't 30. v. des 1. b. Eucl.

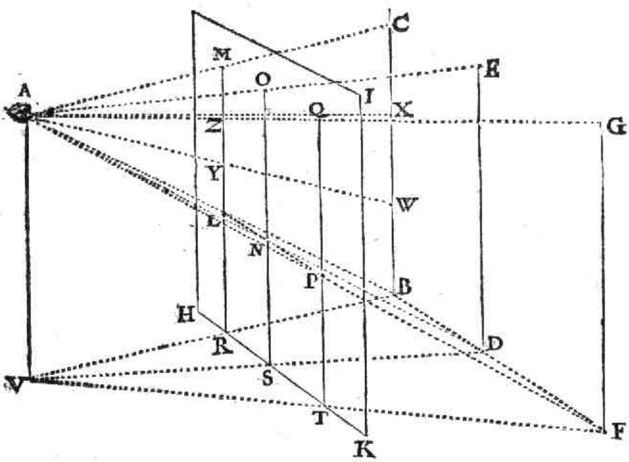
't Besluyt. Waerom dan de afteyckeningen op 't glas van even-wydige teyckenlicke rechte linien/ die met de glasgrondt even-wydig zijn/ oock met malkander en met de glasgront even-wydig zijn. 't Welck te bewysen was.

Merckt.

Dattet in dit Vertoog mitsgaders de 2 voorgaende even veel is het glas op de vloer recht-hoeckig of scheef-hoeckig te verdencken/ dewyl de demonstratien in elck van dese beyde gestalten aengemerckt van gelijcke cracht zijn. Maer wat belangt het volgende Vertoog/ waer in van teyckenlicke rechte linien gesprooken wordt / die op de vloer rechthoeckig zijn / so is te weeten/ dat van haere afteyckening op 't glas alleenlyck gehandelt wordt/ door so veel men 't selve op de vloer recht-hoeckig stelt.

V. *VOORSTEL.* 5de *VERTOOG.*

Soo het ooch even-wydige teyckenlicke rechte linië siet, die recht-hoeckig zijn op de vloer: dan sullen mede haere afteyckeningen op 't glas, dat recht-hoeckig op de vloer is, even-wydige rechte linien wesen, dewelcke de glas-grondt recht-hoeckig doorsnijden ofte voortgetrocken zijnde op deselve recht-hoeckig vallen.

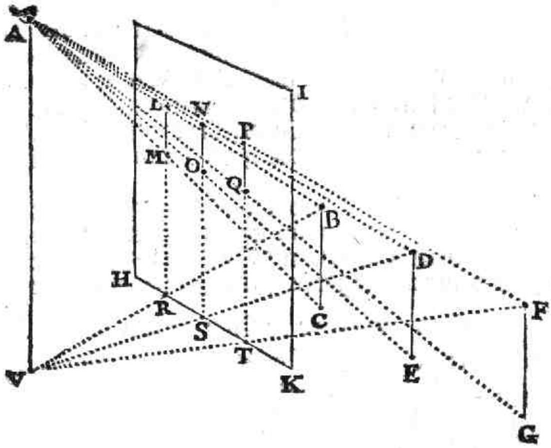


't Gegeven. Sy A het ooch HI 't glas/ HK de glasgrondt/ waer op wy neemen 't glas over-eynde te staen / recht-hoeckig op de vloer. voorders gestelt zijnde dat B C, D E, FG verscheide even-wydige teyckenlycke rechte linien zijn / recht-hoeckig komende op de vloer in de punten B, D, en F, so laten de punten L, M; N, O; en P, Q de afteyckening zijn der punten B, C; D, E; en F, G, en op 't glas getrocken worden de rechte linien L M, N O, en P Q. dewelcke dan na het 1ste Vertoog de afteyckening zyn sullen der even-wydige teyckenliche rechte linien B C, D E, en F G.

't Begeerde. Wy moeten bewysen / dat L M, N O en PQ mede even-wydig zijn/ en H K recht-hoeckig doorsnijden ofte voortgetrocken zijnde op deselve recht-hoeckig vallen.

't Bewys.

Aengesien BC recht-hoeckigh is op de vloer door 't gestelde/ soo sal mede
a na't 18. 'tplat / dat door A en B C strecht a recht-hoeckig op de vloer wesen.
v. des 11. b Nu also 't selve plat van het glas /dat mede op de vloer recht-hoeckig is/
Eucl.
door

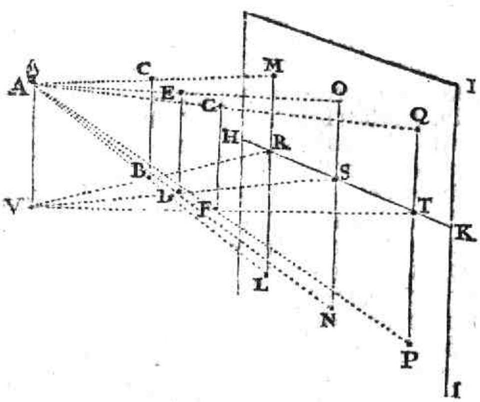


doorsneden wort: so volgt dat insgelijcx MLR, de liny van de gemeene doorsnijding,[b] recht-hoeckig op de vloer zijn sal. Op deselve wijs sal mede 't plat door A en DE streckende recht-hoeckig op de vloer zijn / het welck na dattet van 't glas / dat mede rechthoeckig op de vloer is / doorsneden wort / soo sal van gelijcken ONS, de liny van de gemeene door-snijding / recht-hoeckig op de vloer wesen. In gelijcker vougen wert mede betoont / dat QPT recht-hoeckig op de vloer is. Hierom / dewijl MLR, ONS, en QPT elck recht-hoeckig op de vloer betoont zijn / en dieshalven[c] oock recht-hoeckig op HK, soo volgt dat deselve mede[d] even-wydig met malkander sijn sullen.

b na 't 19. v. des 11 b. Eucl.

c na de 3 bep. des 11 b. Eucl.

d na 't 6 v. des 11 b. Eucl.



't Besluyt. Waerom dan de afteyckeningen van even-wydige teyckenlicke rechte linien / recht-hoeckig sijnde op de vloer / op 't glas / dat insgelijcx op de vloer recht-hoeckig gestelt wort / even-wydige rechte linien sulle wesen / dewelcke de glasgrondt recht-hoeckig doorsnijden ofte voort-getrocken zijnde op deselve recht-hoeckig vallen. 't Welck te bewysen was.

Byvougsel.

Alhier is mede licht te betoonen; dat de linien RB, SD, en TF voort-getrocken zijnde in de voet V vergaren.

Want nadien AV en BC elck recht-hoeckig op de vloer gestelt worden / en die om sulcks[e] even-wydig met malkander zijn / en tot dese beyde getroc-

e na 't 6 v. des 11 b. Eucl.

f na 't 7 v. des 11 b. Eucl. ken zijn de linien A B, A C: soo volgt dat deselve mede f in 't plat van A V, B C zijn. Nu also in 't selve plat / daer A B, A C in zijn / g mede de liny M L R als ooch den driehoeck R L B in is: so sal van gelijcken de liny M L R als ooch den g na 't 2 v. des 11 b. Eucl. driehoeck R L B in 't plat van A V, B C wesen. weshalven dan de liny B R voortgetrocken zijnde de Siender-lyn A V in de voet V ontmoeten sal/ te weeten / daer deselve de vloer komt te geraecken. Op deselve wyz blyckt mede/ dat S D en T F voortgetrocken zijnde de Siender-lyn A V in de voet V ontmoeten sullen.

Hierom / nadien de linien R L, S N, en T P op 't glas betoont zijn recht-hoeckig op de glas-grondt H K te vallen/ en deselve na het 1ste Vertoog de afteyckening zijn der linien in de vloer R B, S D, en T F, dewelcke voortgetrocken/ als eben beweesen is/ in de voet V vergaren/ so is daer uyt openbaer:

Dat, so het ooch on-even-wydige rechte linien siet in de vloer, dewelcke voortgetrocken zijnde in de voet vergaren, dan haere afteyckeningen op 't glas, dat recht-hoeckig is op de vloer, even-wydige rechte linien sullen wesen, recht-hoeckig komende op de glas-grondt.

Het welck ons beneffens dit 5de Vertoog bewyst/ dat/ als het glas recht-hoeckig op de vloer gestelt wort / so wel on-evenwydige als even-wydige teyckenlicke rechte linien in even-wydige rechte linien verschynen konnen/ en hare afteyckeningen op 't glas beyde recht-hoeckig komen op de glas-gront / te weeten / wanneer deselve teyckenlicke linien in de vloer sodanig gegeven sijn / datse voortgetrocken sijnde in de voet vergaren ; ofte wanneer die op de vloer recht-hoeckig verdacht worden.

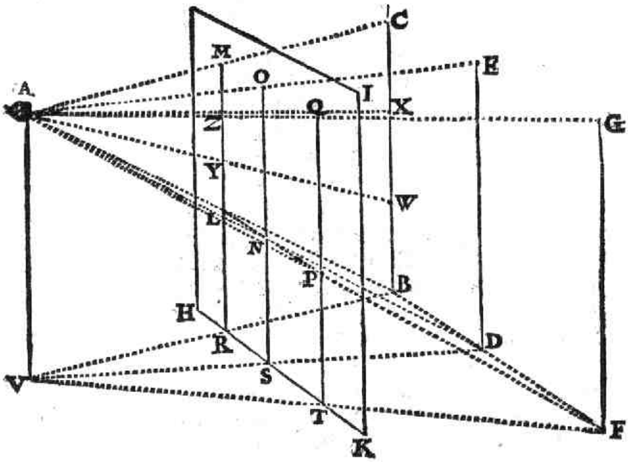
Vorders so is te weeten / dat dit 5de Vertoog tottet vinden der afteyckening van al dat boven ofte beneden de vloer gegeven wort van seer groot gebruyck is: te weeten / wanneer het glas op de vloer recht-hoeckig gestelt wort / gelijck dan in 't gemeen geschiet: also het op of neer-heven van alle punten boven of beneden de vloer daer door te weeg gebracht wort / dat is/ hoedanig men wyders uyt de gevonde afteyckening der gront de afteyckening van alles dat daer boven of beneden verdacht wort vinden sal / gelyckerwijs 't selve tot de voorgestelde plaets sich op 't glas in 't ooch vertoont.

Wyders indien een der linien BC, DE, FG, neemt BC, in W en X in eenige gelycke deelen gedeelt waer, ofte op deselve eenige gelycke deelen, als BW, WX, en XC, geteyckent waren: soo is mede licht te verstaen, dat LY, YZ, en ZM, haere afteyckeningen op 't glas, gelycke deelen sullen wesen.

h door 't verv. van 't 4. v. des 6 b. Eucl.

Want nadien h wegens de gelyckformicheyt der driehoucken A B W en A L Y, B W tot A W is / als L Y tot A Y; item/ wegens de gelyckformicheyt der

der.



der driehoucken A W X en A Y Z, A W tot W X, als A Y tot Y Z: so sal mede i na't 22.
gelijck-stemmig i B W tot W X sijn/ als L Y tot Y Z. Nu is B W k gelyck WX. v.des 5.b
Waerom dan oock L Y aen Y Z gelijck is. Insgelycx/dewyl/ wegens de 2/ Eucl.
gelyckformige driehoucken A WX en A Y Z, WX tot A X is/als Y Z tot A Z; k door't
item/ wegens de 2 gelyckformige driehoucken AXC en AZM, AX tot XC, als gestelde
A Z tot Z M: soo sal mede gelyck-stemmig l W X tot X C sijn/ als Y Z tot l na't 22
Z M. Nu is W X m gelyck X C. Waerom dan oock Y Z aen Z M gelyck is/ v. des 5 b.
en derhalven/ nadien mede Y Z aen L Y gelyck betoont is/ so volgt dat van Eucl.
gelycken L Y aen Z M gelyck sal wesen. m door 't gestelde

Op deselve manier/ indien B C in meer gelycke deelen gedeelt was/ ofte op deselve meer gelycke deelen waren geteyckent/ so blyckt/ dat insgelycx L M in even soveel gelycke deelen sal gedeelt wesen.

In gelycker vougen, so BC, DE, F G op de vloer in een rechte liny B D F gestelt waren, dewelcke met de glas-gront H K even-wydig was, dewyl alsdan L N P de afteyckening van B D F, na het 4de vertoog, mede met H K even-wydig is, so wert betoont, dat, B D aen D F gelyck synde, dan oock alsso L N aen N P gelyck is. Het welck op deselve wyz te verstaen is, indien op de liny B D F meer linien in gelycke wijtte rechthoeckig op de vloer van den anderen gestelt waren.

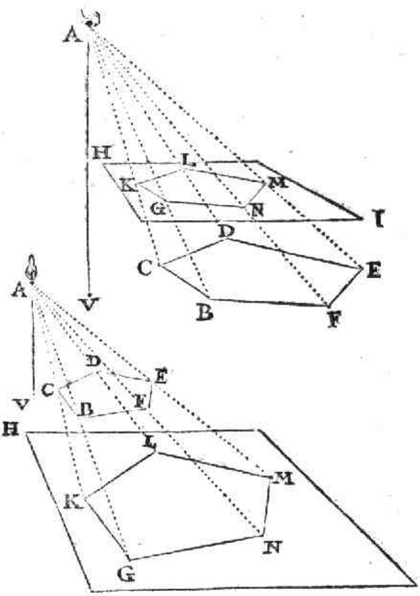
Waer uyt dan alles af te neemen is/ hoe grootelijcx in haere meyning die geene bedrogen sijn/ welcke willen dat LM, NO, en PQ, de afteyckeningen der recht-der recht-staende linien BC, DE, en FG, die naer boven en beneden verlengt sijnde altijt in een selfde wytte van malkander blyven / doch in het ooch A wegens haer verder afgelegentheyt doorgaens naeuwer schynen toe te loopen / dieshalven mede in sodanigen schyn behoorden geteyckent te worden; voor-gevende / dat de Perspective ons yder teyckenlicke saeck sodanig behoort te leeren afbeelden / gelyckerwys deselve sich op een gestelde plaets in 't ooch vertoont. Sijnde dit mede de reden waerom sy willen / dat van recht-staende linien op de vloer / die in gelycke wytte op een liny / als B D F, van den andren gestelt sijn / doch waer van de uytterste / die van het ooch alder-verst sijn af-gelegen / altijt malkander nader schynen / de uytterste om sulcx oock behoorden in minder wytte van malkander geteyckent te worden. Gelyck mede / dat / vermits de bovenste ofte verst afgelegene der gelycke linien BW, WX, XC, etc. sich altyt in 't ooch kleender als d' ander vertoonen / men om sulcks die oock alsso in denselven schyn behoorde kleender te teyckenen.

Op 't welck alles wy dan antwoorden / in de Perspective dese afteyckening in denselven sin te moeten aengemerckt worden / als van ons in de 2de en 3de Bepaling verklaert is / te weeten / niet anders gelyck als of de teyckenlicke saeck op een gestelde plaets in deselve schyn op 't glas was afgetrocken alsse sich aldaer in 't ooch vertoont / en gelyckerwijs hier boven geschiet is. Want indien wy ons ooch ter plaets bougen van A, daer de linien LM, NO, en PQ even deselve schynen als BC, DE, en FG, : so sal daer mede gebeuren dat LM, NO, en PQ naer boven en beneden verlengt naeuwer sullen schynen toe te loopen / even als BC, DE, en FG in A schynen te doen. Item / so op de liny B D F meer recht-staende linien op de vloer in gelycke wytte van malkander gestelt waren / daer van de uytterste malkander nader schenen : soo sullen van gelycken het ooch in A gebougt sijnde de uytterste der afgeteeckende op de liny L N P d' een d' ander nader schynen / en aldaer even deselve schyn bekomen / als die op B D F staende in het ooch A veroorsaecken. Gelyckerwijs mede / so in A de linien BW, WX, en XC, etc. naer boven telckens kleender en kleender schynen / so sal 't selve oock even in deselve schyn ontrent LY, YZ, en ZM, etc. gebeuren / niet tegen-staende die alle even groot geteyckent sijn / so wanneer men om deselve te aen-schouwen het ooch van gelycken ter plaets A verbougt. Waer uyt dan klaerlyck blyckt / hoe grootelijcx die verdwaelt sijn / dewelcke / wegens de gemelte voor-werpselen / in de Perspective getracht hebben / het glas recht-houckig op de vloer verdacht sijnde / de bovenste deser gelycke linien telckens kleender en kleender te teeckenen / en 't selve in het teyckenen van wentel-trappen en andre diergelycke gelegentheden te practiseeren ; item pijlaren die even ver van malkander staen in ongelijcke wytte en naer boven vernaeuwende te verbeelden. Weshalven wy besluyten / dat van gelycke grootheden / die / welcke verder van ons sijnde kleender schynen / om sulcx op 't glas niet moeten kleender geteyckent worden : nademael het gantsch een ander saeck is het teyckenlicke voor sich selfs alleen te aenschouwen en de gedaente daer van te verklaren / als t' aenmercken hoe 't selve daerbeneffens in die schyn alsset gesien wort / op 't glas afgetrocken wesende / sich dan komt te vertoonen. Gemerckt het ooch en het teyckenlicke on-verandert blijvende / mettet glas telckens in een-in een ander gestalt te verdencken / het afgeteyckende mede telckens van een ander en andre form op 't glas bespeurt wort ; niet tegen-staende het teyckenlijcke / alleen sijnde aengemerckt / al een en deselve schijn behoudt / en daer door geenderhande verandering en komt te lyden.

Eyndelijck so is te weeten / dat men door 't geene in dese 5 eerste Vertoogen alhier betoont is generalijck begrijpen kan / watter tot bewijs der wercking vereyst wort / die men tot het vinden der afteyckening van al wat teyckenlick is van noden heeft / so wanneer het glas rechthouckig of scheefhouckig op de vloer gegeven is / sonder meer Vertoogen daer toe te behouven.

VI. *VOORSTEL.* 6ste *VERTOOG.*

Soo het ooch een teyckenlicke recht-linische figuer siet in de vloer, dan sal de afteyckening der selve op 't glas, dat even-wydig met de vloer is, * een figuer van de selve form wesen, dewelcke even-eens gestelt is. * figura similis & similiter posita



't Gegeven. Sy A het ooch / BCDEF een teyckenlicke recht-linische figuer in de vloer / en HI 't glas even-wydig met de vloer. Vorders so laté de punten G, K, L, M, en N de afteyckening sijn der punten B, C, D, E, en F; en op 't glas getrocken worden de rechte linien GK, KL, LM, MN, en NG. dewelcke dan / na het 1ste Vertoog / de afteyckening sijn sullen der rechte linien BC, CD, DE, EF, en FB, maeckende te samen de recht-linische figuer GKLMN.

Begeerde. Wy moeten bewijsen / dat GKLMN * gelyck-formig is met BCDEF en even-eens gestelt. * similis & similiter posita

't Bewijs.

Want aengesien het glas even-wydig gestelt wort met de vloer / en deselve beyde doorsneden worden van 't plat dat door A en BC streckt: so volgt dat de linien BC en GK van de gemeene doorsnijding [a] evenwydig sijn / en dat derhalven [b] den driehouck ABC met dẽ driehouck AGK gelyckformig is. Op deselve manier / de wyl 't glas en de vloer / die even-wydig sijn / van 't plat dat door A en CD streckt doorsnedẽ worden / so sullen mede CD en KL, de linien van de gemeene doorsnijding /

a na 't 16 v. des 11 b. Eucl.
b na 't vervolg des 4 v. des 6 b. Eucl.

even-wydig wesen: en om sulcks den driehouck ACD gelyckformig met den driehoeck AKL. In gelycker vougen wert mede betoont / dat DE met LM, EF met MN, en FB met NG even-wydig is; item dat ADE met ALM, AEF met AMN, en AFB met ANG gelyck-formig is. Hierom / nadien beyde linien BC, CD met beyde linien GK, KL, even-wydig betoont sijn / en deselve sijn in verscheyde platten / so sal mede c den houck BCD aen den hoeck GKL
c na't 10 v. des 11. b. Eucl. gelyck wesen. Op deselve wyz / dewyl CD en DE met KL en LM even-wydig sijn / sal mede den houck CDE aen den houck KLM gelyck wesen. Het welck in gelycker vougen oock van de houcken DEF en LMN, EFB en MNG, en van FBC en NGK te verstaen is. Waer uyt dan blyckt / dat de figuer GKLMN gelyck-houckig is met de figuer BCDEF. Vorders dat de sijden / die om dese gelycke hoecken staen / oock even-reednig sijn / wert aldus bewesen.

Aengesien den driehouck ABC aen den drie-houck AGK gelyckformig betoont is / so volgt dat BC tot CA is / als GK tot KA. Item dewyl van gelycken den driehoeck ACD aen den driehouck AKL gelyck-formig is / so sal
d na't 22 v. des 5 b. Eucl. insgelyex AC tot CD sijn / als AK tot KL; en daerom gelyck-stemmig d BC tot CD, als GK tot KL. Op deselve wyz / dewyl / wegens de gelyckformige driehoucken ACD en AKL, CD tot DA is / als KL tot LA; en / wegens de gelyckformige driehoucken ADE en ALM, DA tot DE, als LA tot LM, so sal mede gelyck-stemmig CD tot DE sijn / als KL tot LM. In gelycker vougen blyckt / dat DE tot EF is / als LM tot MN; EF tot FB, als MN tot NG; en FB tot BC, als NG tot GK. Waer uyt dan wyders openbaer is / dat de fi-
e na de 1 Bep. des 6 b. Eucl. guer GKLMN met de figuer BCDEF e gelyckformig is / dewelcke na datse op 't glas mede even-eens gestelt is: soo volgt daer uyt 't Besluyt. Dat 'd afteyckening eens recht-linischen figuers in de vloer / op 't glas / dat met de vloer even-wydig is / een figuer van deselve form is / dewelcke even-eens is gestelt. 't Welck te bewysen was.

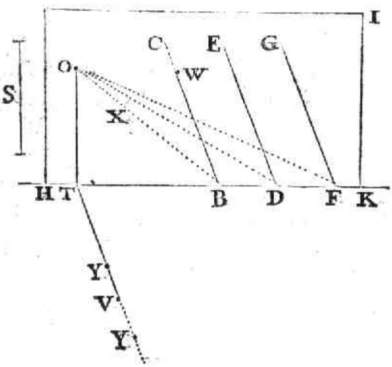
Merckt.

Gelyckerwijs de voorgaende Vertoogen verscheyde eygenschappen bewysen van de verschyningen op 't glas / dienstig tottet vinden der dadelycke teyckening / wanneer 't selve recht-houckig of scheef-houckig op de vloer verdacht wort: also hebben wy mede goet gedacht alhier te verklaren / wat verschyning een teyckenlijcke recht-linische figuer op 't glas heeft / dat met de vloer wordt even-wydig gestelt / so wanneer men de geseyde figuer in de vloer verdenckt / of in een plat daer mede even-wydig / gelyck uyt het betoonde Bewys is af te nemen; op dat in yder gestalte van 't glas de hoedanicheyt der afteyckening daer door mochte bekent worden. Weshalven wy dan oock hier mede verklaert achten / 't geene tot grondige kennis van de fondamenten der Perspective van ymandt nodig soude mogen geoordeelt worden. Volgt haer gebruyck in 't vinden der afteyckening / verklaert in de seven volgende Werck-stucken.

VII. *VOOR-*

VII. *VOORSTEL.* 1ste *WERCK-STVCK.*

Gegeven zijnde on-eyndige even-wydige teyckenlicke rechte linien in de vloer, on-evenwydig met de glas-grondt, waer op het glas recht-hoeckig verdacht wort op de vloer, de voet, en sienders lengte: haer afteyckening te vinden.



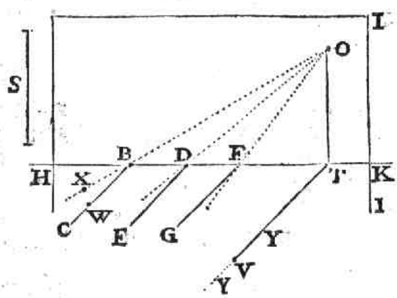
Eerste Voorval, alwaer het glas tussen de teyckenlicke linien en de voet gegeven wort.

'T Gegeven. Laeten BC, DE, en FG on-eyndige even-wydige teyckenlicke rechte linien in de vloer wesen/ on-evenwydig zijnde met de glas-grondt HK, dewelcke deselve ontmoeten in de punten B, D, en F. Voorders soo sy V de voet/ alwaer recht-hoeckig op de vloer/ dat's op't plat van 't bladt/ een lijn sy verdacht/ de sienderlyn genaemt/ die even soo lang sy als de gegeven lijn S, beteeckenende de lengte des sienders.

'T Begeerde. Wy moeten op 't glas HI, dat op HK recht-hoeckig op de vloer verdacht wort/ de afteyckening van BC, DE, en FG vinden.

't Werck.

Getrocken hebbende uyt V de lijn VT, even-wydig met BC, DE, FG, ontmoetende HK in T, so haelt uyt T op HK dorecht-staende TO, soo lang als de sienders lengte S: dan sullen de linien getrocken uyt het punt O tot of door de punten B, D, en F de begeerde afteyckening der gegeve linien BC, DE, en FG wesen.



Tweede Voorval, waer in de teyckenlicke linien tussen het glas en de voet gegeven worden.

't Bewys.

Want bedenckende dat op HK als as het glas HI kan gedraeyt worde/ en dat op het selve neder-gelegt wesende de linien OT, OB, OD, en OF, die wy op de vloer of 't plat van 't bladt (even als al d'ander) gehaelt hebben/ sijn afgetrocken: soo is openbaer/ dat/ so wy hier na het glas met dese afgetrocke linien recht-hoeckig op de vloer verdencken/ gelijck oock dat de Siender-lijn in V recht-houckig op de vloer gestelt is/ dan mede sal gebeuren/ dat de lijn getrocken uyttet ooch (ofte het bovenste eynde des Sienders-lijns) tottet punt O in 't selve gestalt even-wydig sijn sal met de lijn VT of BC, DE, FG; en dat om sulcks het punt O na het 2de Vertoog het Saempunt.

punt is der even-wydige teyckenlicke rechte linien BC, DE, FG, en derhalven OB, OD, OF haere afteyckeningen op 't glas/niet anders gelijck als of men deselve tot de gegeven plaets/so alsse haer daer op vertoonen / hadde afgetrocken.

'T Besluyt. Hierom / gegeven sijnde on-eyndige even-wydige teyckenlicke rechte linien in de vloer/on-evenwydig met de glas-gront/waer op het glas recht hoeckig op de vloer verdacht wort/de voet / en siende rs lengte/so hebben wy haer afteyckening gevonden. 't Welck te doen was.

Merckt.

Indien alleen een liny / als BC , in de vloer gegeven waer / datmen alsdan om desselfs afteyckening OB te vinden even op deselve wys moet wercken/ als hier boven de afteyckening van meer linien is gevonden : aengesien men tottet vinden van BO niet anders als het punt O te soecken heeft / waer toe men al het selfde werck doen moet / datter om OB, OD, en OF te vinden vereyst wort/ het welck insgelijcx alleen in het vinden van het punt O bestaet.

Vorders dewyl in d' 1ste figuer de linien B O, D O, en FO de afteyckening zijn der linien BC, DE, FG, naer dat deselve naer C, E, en G in 't oneyndig zijn uytgestreckt : so is daer uyt te besluyten/ dat/hoe verre men eenig punt/als W, in een derselve/ als BC, komt te verdencken / echter desselfs afteyckening X altijt tussen beyde punten B en O in de liny BO moet gevonden worden/nadien 't punt O de afteyckening van een punt vertoont / dat in de liny BC oneyndigh ver verdacht wordt/en om sulcx in het waere wesen nieuwers en is te vinden.

Nu wat belangt de 2de figuer / waer in de teyckenlicke linien BC, DE, en FG tussen het glas en de voet gegeven zijn/ so is te weeten / dewyl deselve om sulcx in dit geval niet on-eyndig verstaen worden/maer ten uytterste n alleen so lang/ dat die met haere eynden C, E, en G in een rechte liny vallen/ die door V met HK even-wydig verdacht wordt/ dat derhalven eenig punt als W, in CB, een van deselve/waer 't valt/genomen/in de liny OB, naer dat deselve uyt B beneden de glas-grondt in 't oneyndig uyt gestreckt is/op eenige plaets als in X nootwendig moet verschijnen : en wanneer 't punt W tot C op het alderverst in CB, als geseyt is / genomen wort / dat alsdan 't punt X desselfs afteyckening in de verlengde OB on-eyndig ver vallende oock om sulcks nopt en kan gevonden worden.

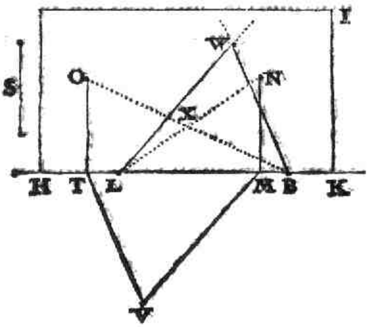
Hierbenevens soo staet in de 1ste figuer aen te mercken / wanneer tottet vinden der afteyckening van BC, DE, FG, of alleen van een derselve/als BC, de liny V T , die uyt de voet V daer mede even-wydig tot in de glas-grondt H K getrocken wort/ komt in 't punt B te vallen / daer de liny CB de glas-grondt raeckt/ dat alsdan/ na 't geene van ons in 't Byvougsel van 't 5de Vertooch betoont is / de liny BC in de liny TO op 't glas moet verschijnen ; gemerckt het punt T in het punt B alsdan te vallen komt / en de liny TO dan deselve komt te wesen als die van B tot O moet getrocken worden. Maer indien in de 2de figuer de liny VT op de liny CB quaem te vallen / dat is / T in B , dat alsdan mede CB op 't glas beneden de glas-grondt in de verlengde OT sal verschijnen.

Alwaer

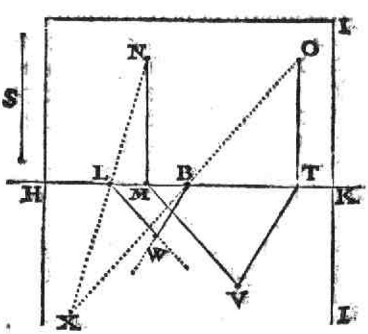
Alwaer eyndelijck komt te gebeuren / wanneer 't glas met de linien OB, OD, OF, daer op als voozen afgetrocken/recht-hoeckig op de vloer verdacht wozt / en de siender-lijn van deselve lengte tot Y, eenigh punt in de liny VT, waer 't valt / ofte naer dat men die tot V verlengt heeft / recht-hoeckig op de vloer gestelt wozt / dat de teyckenlicke linien BC, DE, en FG haer tot dese geseyde plaetsen doozgaens in deselve schijn als OB, OD, en OF op 't glas vertoonen sullen: gemerckt de liny/die telckens uyt dit verandert ooch ofte het bovenste deser siender-lijn met VT of BC, DE, FG even-wydig getrocken wozt/ het glas geduerig in een en 't selve punt O doozboozt.

VIII. *VOORSTEL.* 2^de^ *WERCK-STVCK.*

Gegeven sijnde een teyckenlick punt in de vloer, de glas-grondt, waer op het glas recht-houckig verdacht wort op de vloer, de voet, en sienders lengte: sijn afteyckening te vinden.



1ste *Voorval, alwaer het glas tussen het teyckenlick punt en de voet gegeven wort.*



2de *Voorval, waer in het teyckenlick punt tussen het glas en de voet gegeven wort.*

't Gegeven. Sy W een teyckenlick punt in de vloer / HK de glas-grondt/ waer op wy neemen 't glas HI recht-hoeckig te staen op de vloer; en V de voet / alwaer recht-hoeckig op de vloer / dat's / op 't plat van 't bladt / een liny sy verdacht / wiens bovenste eynde het ooch aenwyse / komende soo hooch boven de vloer als de gegeven liny S.

't Begeerde. Wy moeten op HI de afteyckening van 't punt W vinden.

't Werck.

Getrocken hebbende uyt W de liny WB tot in de glas-grondt / soo 't valt / soo haelt uyt V tot in deselve de even-wydige VT, en treckt TO recht-hoeckig op HK, en even-groot als de sienders lengte S: dan sal de liny getrocken uyt O tot of door het punt B na het voorgaende Werckstuck de afteyckening sijn der rechte BW, naer W in 't oneyndig voortgetrocken zijnde.

Op deselve wijs / soo men uyt W treckt WL tot in de glas-grondt / en uyt V tot in deselve daer mede even-wydig VM, en voorts MN op HK stelt recht-hoeckig en gelijck de sienders lengte S: soo sal de liny getrocken uyt N tot of door het punt L de afteycke-

 ning

ning sijn der rechte LW, naer W in 't on-eyndig voortgetrocken. Het welck gedaen sijnde / soo seg ick dat het punt X, alwaer dese 2 gevonde linien malkander doorsnijden ofte samen komen / de begeerde afteyckening is van het teyckenlick punt W.

't Bewijs.

Want verdenckende (als in 't voorgaende Werck-stuck) dat op HK als as het glas HI kan gedraeyt worden / en dat op het selve neder-gelegt wesende de linien OT, OB en NM, NL, die wy op de vloer of 't vlack van 't bladt (even als al de ander) gehaelt hebben / sijn afgetrocken: Soo is openbaer / dat / so wy hier na het glas met dese afgetrocke linien recht-houckig op de vloer verdencken / gelijck oock dat ons ooch tottet bovenste der siender-lijn / in V recht-houckigh op de vloer verdacht / gevougt sy / dan mede moet gebeuren / dat beyde on-eyndige linien BW en LW op 't glas in OB en NL moeten verschynen / niet anders ghelijck of men deselve tot dese geseyde plaets daer op hadde afgetrocken. Hierom also 't punt W, so alsset in de lini BW aen-gemerckt is / door 't geene van ons op 't voorgaende Werckstuck aengeteyckent is / altyt op 't glas in de lini OB, ofte naer dat deselve tot B beneden de glas-grondt in 't on-eyndig uytgestreckt is / nootwendig moet verschynen; en 't selve punt W in de lini LW van gelijcken aengemerckt mede nootwendig altyt op 't glas in de lini NL, ofte naer dat deselve tot L beneden de glas-grondt on-eyndelick verlengt is / verschynẽ moet: soo volgt dat derhalven het punt W op het glas in 't punt X moet verschynen / daer dese 2 geseyde linien malkanderen doorsnijden ofte ontmoeten / also het tot geene andre plaets te gelijck in dese beyde linien kan verdacht worden. Weshalven dan oock het punt X de begeerde afteyckening van het punt W is. 't Besluyt. Gegeven sijnde dan een teyckenlick punt in de vloer / de glas-gront / waer op het glas recht-houckig op de vloer verdacht wort / de voet / en sienders lengte: so hebben wy sijn afteyckening gevonden. Het welck te doen was.

Merckt.

Wanneer het teyckenlick punt W tussen het glas en de voet gegeven wort / soo is / gelijck in 't voorgaende Werck-stuck aengewesen is / in acht te nemen / dattet selve alsdan tussen de glas-grondt en de lini / die door de voet met de glas-grondt even-wydig gehaelt wort / moet te vallen komen: also de afteyckening daer van andersins niet en kan gevondẽ worden. Het welck mede op deselve wijs in het volgende Werck-stuck te verstaen is.

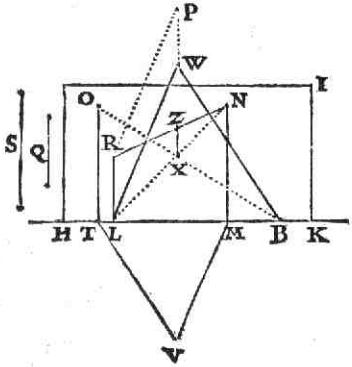
Vorders so is mede aen te mercken / dat / wanneer men het glas met het punt X, daer op als voren afgeteyckent / mitsgaders de siender-lijn recht-houckig op de vloer verdenckt / dan het ooch tot verscheyde plaetsen in de lini door W en X gaende kan genomẽ worden / sulcx dattet punt X voorgaens de afteyckening blyve van het teyckenlick punt W, niet tegen-staende de voet en sienders lengte hier door telckens komen te veranderen.

't Selve verstaet insgelijcx in het volgende 3de, 4de, 5de, en 7ste Werckstuck.

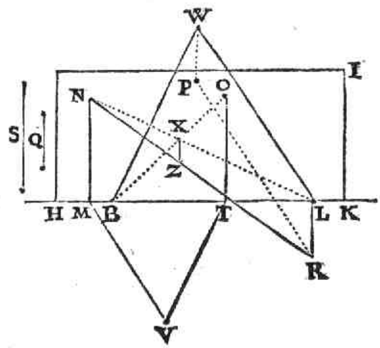
IX. *VOOR-*

IX. VOORSTEL. 3de WERCK-STUCK.

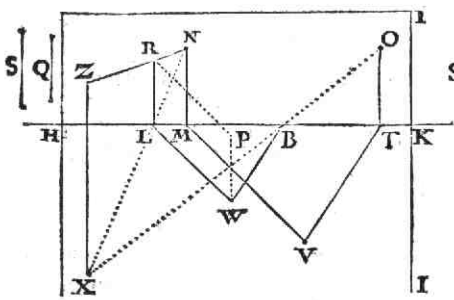
Gegeven ſijnde een teyckenlick punt boven of beneden de vloer, de glaſ-grondt, waer op het glas recht-hoeckig op de vloer verdacht wort, de voet, en ſienders lengte: ſijn af-teyckening te vinden.



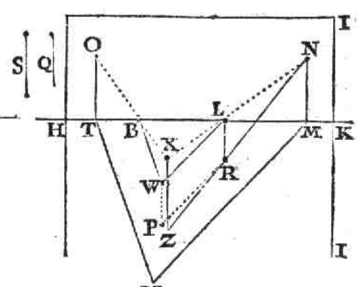
1ste *Voorval, alwaer het teyckenlick punt boven de vloer gegeven wort, en het glas tuſſen 't ſelve en de voet.*



2de *Voorval, waer in het teyckenlick punt beneden de vloer gegeven wort, en 't glas tuſſen 't ſelve en de voet.*



3de *Voorval, in 't welck het teyckenlick punt boven de vloer gegeven wort, tuſſen 't glas en de voet.*



4de *Voorval, alwaer het teyckenlick punt beneden de vloer gegeven wort, tuſſen het glas en de voet.*

't Gegeven. Sy 't punt W de grondt-teyckening van het teyckenlicke punt boven of beneden de vloer / en Q ſijn ſtandt-teyckening / dat is / ſy W een gegeven punt in de vloer of 't plat van 't bladt / waer boven of beneden een recht-ſtaende liny ſy verdacht / als WP, die ſoo lang ſy als de gegeven liny Q, dewelcke met ſijn eynde P het gegeven teyckenlicke punt in de lucht aenwyſe. Vorders ſoo ſy HK de glaſ-grondt / waer op het glas HI recht-hoeckig op de vloer verdacht wort / en V de voet / alwaer recht-hoeckig op de vloer een siender lijn sy gestelt / so lang als de gegeven liny S, wiens bovenste eynde de plaets van 't ooch beteeckene.

't Begeerde. Wy moeten op HI de afteyckening van het teyckenlicke punt P vinden.

't Werck.

Gevonden hebbende na het voorgaende Werck-stuck het punt X, de afteyckening van het punt W, soo sy tot L getrocken LR recht-hoeckig op HK en gelijck Q; stellende deselve boven HK, wanneer het teyckenlick punt P boven de vloer gegeven wordt; maer daer beneden/ wanneer het beneden de vloer gegeven is. Daer na treckende uyt N tot of door R een rechte liny/ soo haelt XZ even-wydig met LR, ontmoetende de geseyde liny in Z: dan sal het punt Z de begeerde afteyckening van het teyckenlick punt boven of beneden W wesen.

't Bewys.

Want verdenckende (als in beyde voorgaende Werck-stucken) dat op HK als as het glas HI kan gedraeyt worden / en dat op het selve nedergelegt wesende de linien NLX, NRZ, LR, en XZ, die wy op de vloer of 't plat van 't bladt (even als al de andere) gehaelt hebben / zijn afgetrocken: soo is openbaer / dat / soo wy hier na het glas met dese afgetrocke linien recht-hoeckig op de vloer verdencken / gelijck ooch dat de liny Q, om het gegeve teyckenlick punt P boven of beneden de vloer aen te wysen/ tot W rechthoeckig boven of beneden de vloer gestelt sy/ als mede dattet ooch aen het bovenste der siender-lijn / die tot V van de lengte S recht-hoeckig op de vloer verdacht wort / gevougt sy / dan mede moet gebeuren / dat de liny LW op de vloer in de liny LX op 't glas sich na het 1ste Vertoog vertoonen moet; en dat de verdachte liny RP in de lucht / die met LW even-wydig is / op 't glas met de liny LX na het 2de Vertoog moet schijnen te sullen 't samen komen in N. Waer uyt dan blijckt / dattet teyckenlick punt P in de liny NR, ofte naer dat deselve tot R verlengt is/op 't glas verschijnen moet. Maer aengesien het selve punt P mede aengemerckt sijnde in de recht-staende oft hangende WP na het 5de Vertoog op 't glas in een liny verschijnen moet / die door X passeerende de glas-grondt HK recht-hoeckig doorsnijdt / dat is/ de welcke met LR even-wydig is: soo komt daer uyt te volgen/ nadien het punt P op 't glas in de liny NR, ofte naer dat deselve tot R verlengt is/verschijnen moet / als mede in de liny XZ, dattet selve dan in het punt Z verschijnen moet/ alwaer dese 2 geseyde linien malkander ontmoeten of doorsnijden / en dat om sulcks het gevonde punt Z de begeerde afteyckening is van het gegeven teyckenlick punt P.

't Besluyt. Gegeven sijnde dan een teyckenlick punt boven of beneden de vloer/ de glas-grondt/ waer op het glas recht-hoeckig verdacht wort op de vloer / de voet / en sienders lengte: soo hebben wy sijn afteyckening gevonden. Het welck te doen was.

Merckt.

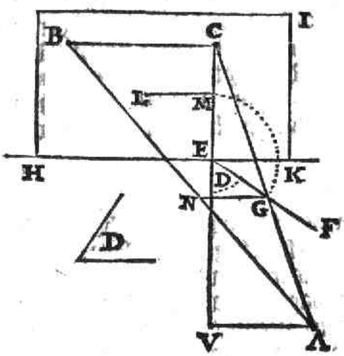
Merckt,

Dat men in plaets van Q uyt L op HK recht-houckig te stellen en te trecken NRZ etc. mede deselve tot B hadde konnen stellen en voorts wercken op deselve manier/ als verhaelt is: dewyl de demonstratie eenderley is/ en daer door een en 't selve punt Z verkregen wort.

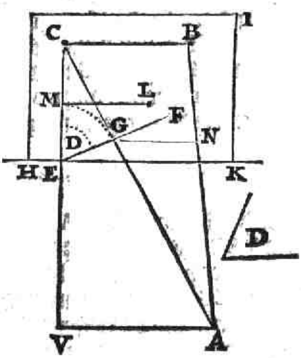
Vorders gelijck door het voorgaende Werck-stuck de afteyckening van alle vlacke figueren in de vloer gegeven kan gevonden worden/ alsoo is insgelijcx door dit 3 de Werck-stuck openbaer/ hoedanig men alle lichamelijcke en vlacke figueren/ die boven of beneden de vloer gegeven sijn/ in de Perspective brengen kan; so wanneer het glas recht-hoeckig op de vloer/ gelijck meesten tyt geschiet/ gestelt wort. Weshalven wy dan alhier wyders/ om in alle gelegentheyt het vinden der begeerde afteyckening aen te wysen/ van gelijcken mede sullen betoonen/ op wat wyz 't selve/ als het glas op de vloer scheef-hoeckig of daer mede eben-wydig gegeven wort/ te verrichten sy.

X. VOORSTEL. 4de WERCK-STVCK.

Gegeven synde een teyckenlick punt in de vloer, de glas-grondt, waer op het glas in een gegeven hoeck scheef-hoeckig op de vloer verdacht wort, de voet, en sienders lengte: syn afteyckening te vinden.



1. *Voorval, alwaer het glas tussen het teyckenlick punt en de voet gegeven wort, en 't selve naer de voet helt.*



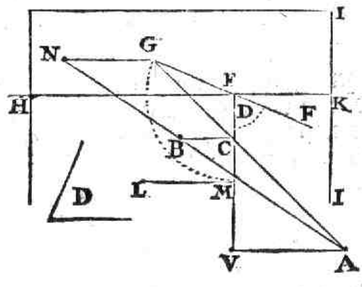
2. *Voorval, waer in het glas tussen het teyckenlick punt en de voet gegeven wort, en 't selve naer het teyckenlick punt helt.*

't Gegeven. Sy B een teyckenlick punt in de vloer/ HK de glas-grondt/ V de voet/ alwaer recht-hoeckig op de vloer/ dat's op 't plat van 't bladt/ een siender-lijn sy verdacht/ so lang synde als de gegeven lyn VA, dewelcke wy alhier eben-wydig stellen met HK. Vorders soo sy HI het glas/ hellende op de vloer in den gegeven hoeck D.

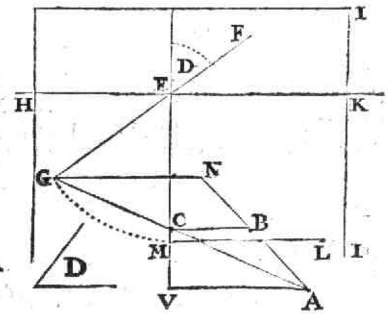
't Begeerde. Wy moeten op HI de afteyckening vinden van het teyckenlick punt B.

't Werck.

Getrocken hebbende uyt V de lijn VE recht-hoeckig op HK, en uyt B met HK de even-wydige BC, ontmoetende VE, ofte naer dat deselve verlengt is/ in C, soo treckt AC. Daer na uyt E nevens VE of desselfs verlengde trec-



3 Voorval, in't welck het teyckenlick punt tussen het glas en de voet gegeven wort, en het glas naer de voet helt.



4 Voorval, alwaer het teyckenlick punt tussen het glas en de voet of daer achter gegeven wort, en het glas naer d'ander syde der glasgrondt helt.

kende EF, maeckende te samen een houck/ welcke soo groot sy als den gegeven hoeck D; sulcx dat EF uyt E sy getrocken naer de syde van de helling van 't glas en aen deselve syde van VEC als het punt A, soo haelt AC, doorsnijdende EF ofte met deselve/ naer dat die elck verlengt sijn/ te samen komende in G. Het welck gedaen sijnde/ soo men uyt G haelt GN even-wydig met HK, ontmoetende AB of desselfs verlengde in N, en in VE, of na datmen die verlengt heeft/ neemt EM gelijck EG: dan sal/ indien uyt M naer de syde van het teyckenlick punt B getrocken wort ML even-wydig met HK en gelijck GN, het punt L de begeerde afteyckening van het teyckenlick punt B wesen.

't Bewys.

Want neemende dat de linien VA, ACG, en FEG in een plat sijn/ het welck met dese linien om VEC als as sy gedraeyt recht-hoeckig op de vloer: Soo is openbaer/ dat dan het punt A in de lucht de plaets van 't ooch sal vertoonen/ en dat de linien FEG en VEC te samen de waere gestalte van 't glas met de vloer sullen aenwysen. Hierbeneffens soo men neemt/ dattet glas HI om HK als as kan gedraeyt worden/ en dat op het selve nedergelegt wesende de linien EM en ML sijn af-getrocken: soo sal mede gebeuren/ dat/ soo men 't hier na met dese af-getrocke linien in sijn waere gestalt hellende op de vloer verdenckt/ sulcx dattet op de lijn FEG, als vooren aengemerckt/ komt te leunen/ dan beyde punten M en G als oock de linien EM en EG op malkander sullen vallen. Het welck dan te kennen geeft/ dat/ indien C een gegeven teyckenlick punt waer in de lijn VE of desselfs verlengde/ dan het punt M de begeerde afteyckening daer van op het glas soude vertoonen/ als het selfde sijnde als G, waer in C op FEG in sijn waere gestalt komt te verschijnen; gelijcker wijs lijckerwijs dat oock EM of EG de afteyckening sijn sal van EC.

Vorders nadien BC met de glas-grondt HK even-wydig gehaelt is/ en die na 't 4de Vertoog op 't glas in een liny verschijnt / die mede met HK even-wydig is: soo volgt dattet punt B op 't glas in een liny verschijnen moet als ML of GN, die uyt M of G met HK of BC even-wydig getrocken wordt. Weshalven soo men/ om desselfs plaets in die te bepalen/ aenmerckt/ dat de stralen / die uyt het ooch A, in sijn waere gestalt aengemerckt / tot of door de punten B en C getrocken worden/ het glas doorboorende of ontmoetende/ met de liny BC en die uyt G met deselve op 't glas even-wydig getrocken wort / a twee gelijck-formige driehoucken maecken; van welcke BC tot dese even-wydige deselve reden heeft / als AC tot AG: soo volgt / dewijl door het trecken der rechte van A tot of door 't punt B mede b BC tot NG is / als AC tot AG, dat derhalven de liny die uyt M of G op 't glas met HK of BC even-wydig te trecken is c soo lang als NG moet genomen worden. a na 't vervolg van 't 4. v. des 6. b. Eucl. b na 't vervolg van 't 4. v. des 6. b. Eucl. c na 't 9. v. des 5 b. Eucl.

Sulcx dat blijckt/ soo men uyt M naer de syde van B treckt ML even-wydig met HK, en deselve gelijck neemt aen GN, en voorts het glas met EM en ML in desselfs waere gestalt / als boven geseyt is / aenmerckt / dat dan het punt B in L op 't glas nootsaeckelijck moet verschijnen / en dat oversulcx L de begeerde afteyckening van B is.

't Besluyt. Gegeven sijnde dan een teyckenlick punt in de vloer / de glas-grondt / waer op het glas in een gegeven hoeck scheef-hoeckig op de vloer verdacht wort/ de voet/ en sienders lengte: soo hebben wy sijn afteyckening gevonden. Het welck te doen was.

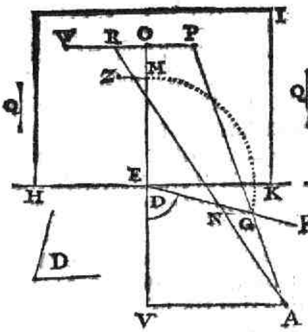
Merckt.

Indien het geviel / dat de liny uyt A door C getrocken in het 3de voorval met de verlengde FE noyt te samen en quam; so soude 't selve een bewijs wesen / dattet alsdan onmogelijck is de afteyckening van elck een der punten B en C te vinden. Het welck op deselve wijs mede in het 4de voorval te verstaen is / so wanneer men 't punt B achter de voet so ver verdenckt / dat de liny/ die uyt A door C getogen wort / met FE evenwydig sy.

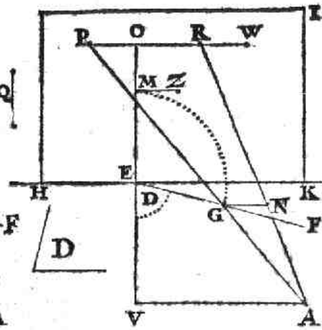
XI. *VOORSTEL.* 5de *WERCK-STVCK.*

Gegeven sijnde een teyckenlick punt boven of beneden de vloer, de glas-grondt, waer op het glas in een gegeven hoeck scheef-hoeckig op de vloer verdacht wort, de voet, en sienders lengte: sijn afteyckening te vinden.

't Gege-



1. *Voorval, alwaer het teyckenlick punt boven de vloer gegeven sijnde het glas tussen 't selve en de voet staet, hellende naer de voet.*

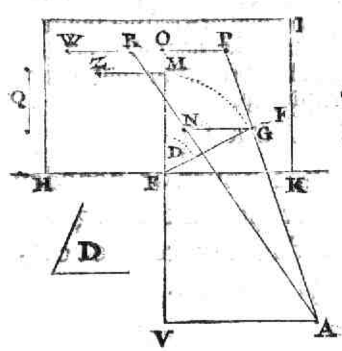


2. *Voorval, alwaer het teyckenlick punt beneden de vloer gegeven sijnde het glas tussen 't selve en de voet staet, en na de voet helt.*

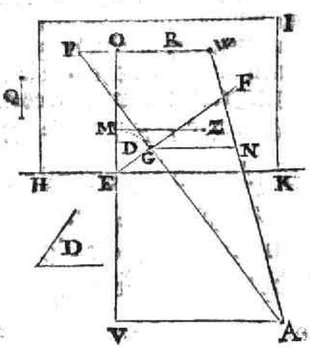
'*t Gegeven.* Sy 't punt W de gront teyckening en de linij Q de standt-teyckening vã het teyckenlicke punt boven of beneden de vloer / dat is / sy W een gegeven punt in de vloer of 't plat van 't bladt / waer boven of beneden een recht-staende liny sy verdacht / dewelcke so lang sy als de gegeven liny Q aenwysende met sijn bovenste of benedenste eynde het gegeven teyckenlick punt in de lucht. Voorders so sy HK de glas-grondt / V de voet / alwaer recht-hoeckig op de vloer / dat's op 't plat van 't bladt / een stender-lijn sy verdacht / so lang sijnde als de gegeven linij VA / dewelcke wy alhier even-wydig stellen met HK. Eyndelijck so sy HI 't glas / hellende op de vloer in den gegeven hoeck D.

'*t Begeerde.* Wy moeten op HI de afteyckening vinden van het teyckenlicke punt boven of beneden W.

't Werck.



3. *Voorval, alwaer het teyckenlick punt boven de vloer gegeven sijnde het glas tussen het selve en de voet staet, en naer het teyckenlick punt helt.*

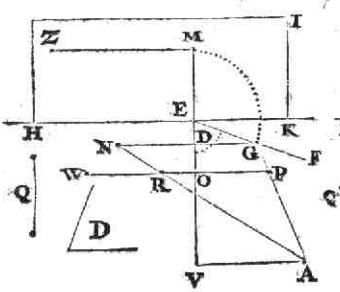


4. *Voorval, alwaer het teyckenlick punt beneden de vloer gegeven sijnde het glas tussen het selve en de voet staet, en naer het teyckenlick punt helt.*

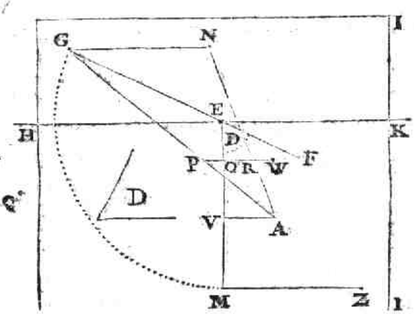
Getrocken hebbende uyt V de linij VD recht hoeckig op HK / en uyt W met HK de even-wydige WO, ontmoetende VE ofte naer dat deselve verlengt is in O, soo neemt OP gelijck Q, stellende deselve van O op WO of dessels verlengde naer de sijde van VA, so wanneer het teyckenlick punt boven de vloer gegeven wort; maer naer d' ander sijde / wanneer het teyckenlick punt beneden de vloer is gegeis gegeven. Hier na treckende AP, so sy uyt E nevens VE of desselfs verlengde aen de sijde van VA getogen de liny EF, sulcx dat deselve met VE of sijn verlengde een houck maecke / dewelcke so groot sy als den gegeven hoeck D, en die naer de voet V of na d'ander syde der glas-grondt gekeert sta / in gelijcker vougen als het glas op de vloer gegeven wort. Het welck gedaen sijnde / soo men stelt dat AP en EF malkander doorsnijden of verlengt sijnde d'een d'ander ontmoeten in G, en uyt P naer W teyckent PR gelijck OW, en voorts haelt AR, dewelcke of na datse verlengt is van GN getrocken uyt G met HK even-wydig ontmoet wort in N: dan sal / indien men EM gelijck neemt aen EG, teyckenende deselve in VE of zijn verlengde / en uyt M naer de syde van W treckt MZ even-wydig met HK en gelijck GN, het punt Z de begeerde afteyckening van het teyckenlicke punt boven of beneden W wesen.

't Bewys.

Want neemende dat de linien VA, OP, APG, en FEG alle in een vlack sijn / het welck met dese linien om VEO als as recht-houckig op de vloer sy ge-



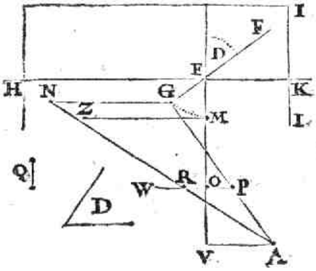
5 *Voorval, alwaer het teyckenlick punt boven de vloer tussen het glas en de voet gegeven wort, en het glas naer de voet helt.*



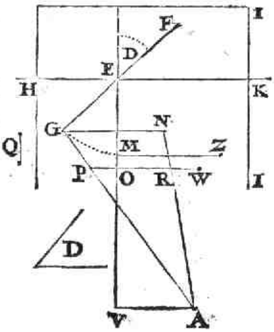
6 *Voorval, alwaer het teyckenlick punt beneden de vloer tußen het glas en de voet gegeven wort, en het glas naer de voet toe helt.*

draeyt: soo is openbaer / dat het punt A in de lucht de plaets van 't oogh sal vertoonen / en P een punt in de lucht soo veel boven of beneden de vloer tot O komende als het teyckenlicke punt boven of beneden W verdacht wort / gelijck oock dat FEG met VEO te samen de waere gestalte van 't glas met de vloer sullen aenwysen. Hierbeneffens soo men neemt dattet glas HI om HK als as kan gedraeyt worden / en dat op het selfde neder-gelegt wesende beyde linien EM en MZ sijn afgetrocken / en het welck daer na met deselve linien op de vloer hellende gestelt sy / sulcx dattet op de liny FEG, als vooren aengemerckt / komt te leunen: soo sal mede gebeuren / dat alsdan beyde punten M en G als oock de linien EM en EG op malkander sullen vallen. Gevende 't selve te kennen / dat / in gevalle P een teyckenlick punt waer boven of beneden O gegeven ter lengte van de liny Q, dan 't punt M desselfs afteyckening op 't glas soude vertoonen / als het selfde sijnde als G, waer in P in sijn waere gestalt op FEG verschijnt. Vorders nadien de liny WO met de glas-grondt HK even-wydig gehaelt is/en oock de liny/die van het teyckenlick punt boven of beneden W tottet punt P verdacht wort / met WO, en dienvolgens mede met HK [a] evenwydig is / en dese verdachte liny na het 4de

[a] na 't 9.v. des 11. b. Eucl.



7 *Voorval, alwaer het teyckenlick punt boven de vloer tußen het glas en de voet gegeven wort, en het glas naer d'ander syde der glas-grondt helt.*



8 *Voorval, alwaer het teyckenlick punt beneden de vloer tußen het glas en de voet gegeven wort, en het glas naer d'ander syde der glas-grondt helt.*

Vertoog in een liny op 't glas komt te verschijnen/dewelcke met HK even-wydig is: soo volgt dattet teyckenlick punt boven of beneden W gegeven op het glas in een liny verschijnē moet/ als MZ of GN, die uyt M of G met HK of de voorsz verdachte liny even-wydig getrocken wort.

Hierom/ indien wy/ om in die dessels plaets te bepalen/ aenmercken dat de stralen / die uyttet ooch A, in sijn waere gestalt aengemerckt / tot of door de punten boven of beneden W en O getrocken worden/ het glas doorboorende of ontmoetende / met de liny boven of beneden WO en die uyt G met deselve op 't glas even-wydig getrocken wordt [b] twee gelijck-formige driehoucken maecken/ van welcke die boven of beneden WO tot dese even-wydige deselve reden heeft/ als AP tot AG: soo volgt/ dewijl door het trecken der rechte van A tot of door het punt R mede [c] RP dat's WO, of de verdachte liny daer boven of beneden / tot NG is/ als AP tot AG, dat derhalven de liny/ die uyt M of G op 't glas met HK of de meer-gemelte verdachte liny even-wydig te trecken is / [d] soo lang als NG moet genomen worden. Sulcx dat blijckt/ soo men uyt M naer de syde van W treckt MZ even-wydig met HK, en deselve gelijck neemt aen GN, en voorts het glas met EM en MZ in dessels waere gestalt / als boven geseyt is / aenmerckt / dan het teyckenlick punt boven of beneden W op 't glas in Z nootsaeckelick verschijnen moet/ en dat oversulcx het punt Z de begeerde afteyckening van het gegeve teyckenlick punt boven of beneden W is.

[b] na't vervolg van 't 4.v. des 6. b. Eucl.
[c] na't vervolg van 't 4.v. des 6. b. Eucl.
[d] na't 9.v. des 5 b. Eucl.

't Besluyt. Gegeven sijnde dan een teyckenlick punt boven of beneden de vloer/ de glas-grondt / waer op het glas in een gegeven hoeck scheef-hoeckig op de vloer verdacht wort / de voet / en sienders lengte: soo hebben wy sijn afteyckening gevonden. 't Welck te doen was.

Merckt.

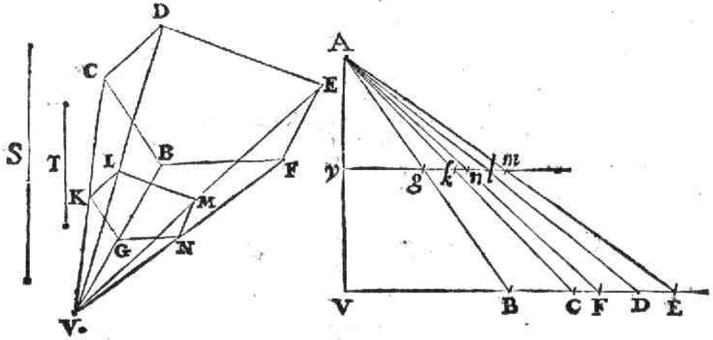
Also 't geschieden kan / dat in het 2de/ 4de/ en 5de Voorval de liny APG de liny FE beneden E of in 't selve punt kan doorsnijden/ als oock dat APG in het

7ste Voor-

7ste Voorval de lijn EF in E of daer boven kan ontmoeten: soo is te weeten, wanneer 't selve gevalt in E, dewyl alsdan G en E een selfde punt sijn/ dadan mede oversulcx GN in de glas-grondt vallen sal en met sijn eynde N de begeerde afteyckening van het teyckenlicke punt op 't glas aenwysen. Voorders aengesien APG in de geseyde Voorvallen de lijn FE beneden of boven E ontmoetende de figueren sich daer door een weynich anders vertoonen: so hebben wy echter/ om den Leser met al te groote sorgvuldighept in het aenmercken van die niet te bekommeren en het werck door haere veelheyt te verswaren/ deselve alhier achter weeg gelaten; vertrouwende dat wie alleen op 't werck alhier betoont wel gade slaet/ niets in desen ontmoeten sal/ het welck hem eenigsins soude konnen ophouden. Sullen derhalven alleenlijck met een woort hier by vougen/ dat/ wanneer APG met FEG nopt te samen komt of d' een d' ander komt te doorsnyden/ dan mede de afteyckening van elck een der punten boven of beneden W en O gegeven niet en kan gevonden worden.

XII. *VOORSTEL.* 6ste *WERCK-STVCK.*

Gegeven sijnde een teyckenlicke recht-linische figuer in de vloer, het glas met de vloer even-wydig, de voet, en sienders lengte: sijn afteyckening te vinden.



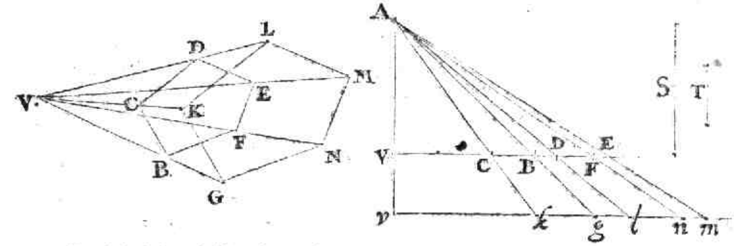
1. *Voorval, alwaer het glas in de gegeven wytte* T *boven de vloer verdacht wort.*

't Gegeven. Sy BCDEF een teyckenlicke recht-linische figuer in de vloer/ V. de voet/ alwaer recht-houckig op de vloer dat's op 't plat van 't bladt een siender-lijn sy verdacht/ die so lang sy als de gegeven lijn S, dewelcke met sijn bovenste eynde het ooch aenwyse. Voorders so sy 't glas even-wydig met de vloer verdacht/ so hooch daer boven of beneden komende/ als door de gegeven lijn T wort aengewesen.

't Begeerde. Wy moeten de afteyckening van B C D E F vinden.

't Werck

Getrocken hebbende uyt V. tot B, C, D, E, en F rechte linien/ en deselve op eeniop eenige rechte liny geteyckent hebbende van V tot B, C, D, E en F, so hier wyders uyt V daer op getrocken worden de recht-staende VA so lang als



2. Voorval, in 't welck het glas in de gegeven wytte T *beneden de vloer verdacht wort.*

de sienders lengte S. Hier na neemende V*v* gelijck T, en deselve teyckenende van V naer A, indien het glas boven de vloer gegeven wort/maer van V naer beneden in de verlengde AV, wanneer het beneden de vloer wort gegeven: so treckt vorders *vm* even-wydig met VE, en haelt AB, AC, AD, AE, en AF, dewelcke of naer datse verlengt sijn de liny *vm* doorsnijden of ontmoeten in *g, k, l, m,* en *n*. Het welck gedaen sijnde / so teyckent *vg, vk, vl, vm,* en *vn* op de eerst-gehaelde van V. tot G, K, L, M, en N, en treckt GK, KL, LM, MN, en GN: dan sal GKLMN de begeerde afteyckening sijn van BCDEF.

't Bewys

Verdenckende VA tot de voet V. recht-hoeckig op de vloer gestelt te wesen / en dat om deselve al as den driehouck VAE kan gedraeyt worden: soo is openbaer / dewyl alsdan A het ooch vertoont en VA de siender-lijn / item *vm* de gestalte van 't glas boven of beneden de vloer / dat dan wyders / den geseyden drie-houck VAE met de onderste syde op elck een der linien V. B, V. C, V. D, V. E, en V. F in de vloer gevougt sijnde / de punten in de vloer B, C, D, E, en F in de punten *g, k, l, m,* en *n* op 't glas in A verschijnen sullen. Hierom aengesien hier door het punt *v* recht boven of beneden de voet V. te vallen komt en de punten *g, k, l, m,* en *n* op 't glas recht boven of beneden de linien V. B, V. C, V. D, V. E. en V. F in de vloer / te weeten / even als 't selve door de gevonde linien *vg, vk, vl, vm,* en *vn* op 't glas of door desers gelijcke V. G, V. K, V. L, V. M, en V. N op de vloer wort aengewesen: soo volgt / dat / indien wy 't glas op de vloer plat neer-gelept verdencken / en daerna dattet selve met de punten V., G, K, L, M, en N, daer op afgeteyckent / sy boven of beneden de vloer verheven / sulcx dattet door *v* daer mede even-wydig strecke / en dat elck deser afgeteyckende punten op 't glas komen recht tegen over die op de vloer / dan mede de punten B, C, D, E, en F in de vloer op 't glas in dese punten ter plaets A verschijnen moeten. Weshalven soo men dese punten G, K, L, M, en N met rechte linien te samen treckt / dan van gelijcken dese gevonde figuer GKLMN na het 1ste Vertoog de begeerde afteyckening der teyckenlicke figuer BCDEF sijn sal.

't Besluyt. Gegeven sijnde dan een teyckenlicke recht-linische figuer in de vloer / het glas met de vloer even-wydig / de voet / en sienders lengte: soo hebben wy ven wy ſijn afteyckening gevonden. Het welck te doen was.

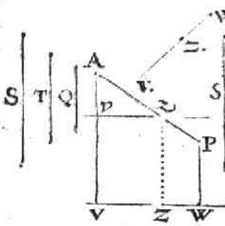
Merckt.

Dewijl GKLMN de afteyckening van BCDEF na het 6ſte Vertooch een figuer van deſelve form is als BCDEF en even-eens geſtelt/ en kleynder of grooter dan BCDEF, naer dattet glas boven of beneden de vloer is gegeven: ſoo blijckt/ hoedanig men door deſe wijz mede een recht-liniſche figuer beſchrijven kan/ kleender of grooter dan een voor-gegeve/ dewelcke met deſelve ſy gelijck-formig en even-eens geſtelt.

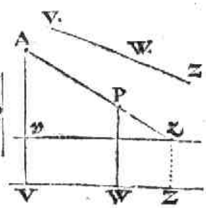
Vorders gelyckerwys alhier betoont is het vinden der afteyckening/ wanneer de teyckenlicke figuer uyt rechte linien beſtaet/ te weeten/ ſoeckende daer toe alleenlijck de afteyckening der punten B, C, D, E, en F: alſo konnen mede van gelijcken gevonden worden alle afteyckeningen van krom-liniſche figueren/ wanneer men in deſelve verſcheyde punten naer goet-duncken neemt/ ſulcx dat de tuſſen-komende linien niet dan voor rechte linien te houden ſijn: nadien men door haere gevonde afteyckening alleenlijck door een vrye handt-treck een liny te haelen heeft/ om de begeerde afteyckening des gegeven krom-liniſchen figuers te vertoonen. Het welck mede in d' ander geſtalten des glas te verſtaen is/ gemerckt men generalijck (als in 't 1ſte Vertoog verhaelt is) tottet vinden der afteyckening van yder teyckenlicke figuer 't ſy vlacke of lichamelicke noyt anders als de afteyckening van punten te ſoecken heeft.

XIII. *VOORSTEL.* 7ſte *WERCK-STVCK.*

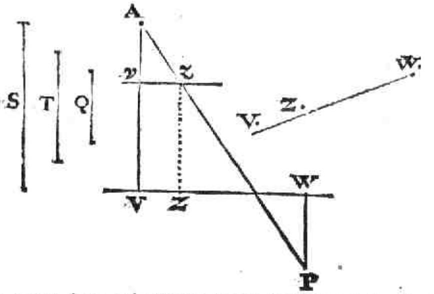
Gegeven ſijnde een teyckenlick punt boven of beneden de vloer, het glas met de vloer even-wydig, de voet, en ſienders lengte: ſijn afteyckening te vinden.



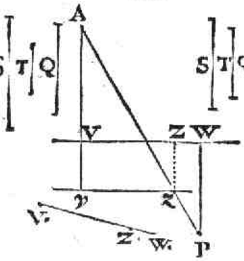
1. *Voorval, almaer het glas en teyckenlick punt elck boven de vloer gegeven ſijn.*

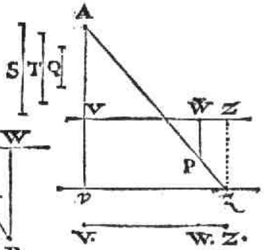


't Gegeven. Sy 't punt W. de grondt-teyckening en Q de ſtandt-teyckening van het teyckenlick punt boven of beneden de vloer/ dat is/ ſy W een gegeven punt in de vloer of 't plat van 't bladt/ waer boven of beneden een recht-ſtaende liny ſy verdacht/ dewelcke ſo lang ſy als de gegeven liny Q, aenwijſende met ſijn bovenſte of



2 *Voorval, waer in het glas boven de vloer en het teyckenlick punt daer beneden is gegeven.*





3 *Voorval, in 't welck het glas en teyckenlick punt elck beneden de vloer gegeven sijn.*

benedenste eynde het gegeve teyckēlick punt in de lucht. Vorders so sy V. de voet/ alwaer recht-hoeckig op de vloer/ dat's op 't plat van 't bladt/ een siender-lyn sy verdacht/ die so lang sy als de gegeven liny S, dewelcke met sijn bovenste eynde het ooch aenwyse. Eyndelijck so sy 't glas evenwydig met de vloer verdacht/ so hooch daer boven of beneden komende/ als door de gegeven liny T wert aengewesen.

't Begeerde. Wy moeten op 't glas de afteyckening vinden van het teyckenlick punt boven of beneden W gegeven.

't Werck.

Treckt V. W./ en deselve op eenige rechte liny geteyckent hebbende van V tot W/ soo laten uyt V en W op dese wyders getogen worden de recht-staende VA en WP; waer van V A, die uyt V boven V W gestelt moet worden/ soo lang sy als S; maer WP, die men uyt W boven of beneden V W stellen moet/ naer dattet teyckenlick punt boven of beneden de vloer gegeven wort/ soo lang als Q. Daer na neemende V v gelijck T, en deselve teyckenende van V naer A, indien het glas boven de vloer gegeven wort/ maer van V naer beneden in de verlengde AV, wanneer het glas beneden de vloer wort gegeven/ soo treckt vorders vz even-wydig met VW en haelt AP, doorsnijdende vz of deselve naer datse verlengt is ontmoetende in z. Het welck gedaen sijnde/ soo men teyckent vz van V. tot Z. op de liny V.W.: dan sal het punt Z. de begeerde afteyckening van het gegeven teyckenlick punt wesen.

't Bewijs.

Om 't welck te bewysen/ so sy getogen zZ even-wydig met VA, en VA uyt de voet V. recht-hoeckig op de vloer verdacht/ item genomen dat men om deselve als as het vlack/ waer op de linien VA, WP, AP, vz, en zZ getrocken sijn/ kan draeyen. Het welck dus gestelt sijnde/ soo blijckt dat alsdan A het ooch sal vertoonen en VA de siender-lijn/ item vz de gestalte van 't glas boven of beneden de vloer. Vorders/ indien men 't selve vlack met de liny V W op V.W. vougt/ dat alsdan mede 't punt Z op het punt Z. sal vallen/ en het punt P het teyckenlicke punt in de lucht sal aenwysen boven of beneden W./

in A op

in A op 't glas verschijnende in het punt z. Weshalven also hier door het punt v recht boven of beneden de voet V. te vallen komt/ en het punt Z recht boven of beneden de liny V.W./te weeten/recht boven of beneden Z./ even als het selve door de gevonde linj zZ te kennen wort gegeven: soo is openbaer/ dat/ indien wy 't glas op de vloer plat neergeleyt verdencken/en daer na dattet selve met de punten V. en Z./daer op afgeteyckent/sy boven of beneden de vloer verheven/sulcx dattet door v daer mede even-wydig strecke/en dat elck deser 2 afgeteyckende puntē op 't glas kome recht tegen over die op de vloer/ dan mede het gevonde punt Z. de begeerde afteyckening van het gegeve teyckenlick punt moet vertoonen.

't Besluyt. Gegeven sijnde dan een teyckenlick punt boven of beneden de vloer/het glas met de vloer even-wydig/de voet/en siender lengte: so hebben wy sijn afteyckening gevonden. Het welck te doen was.

Merckt.

Op deselve manier werdt mede gevonden de afteyckening van een gegeven teyckenlick lichaem en vlacke figuer/boven of beneden de vloer verdacht / wanneer men alleen uyt de voet V. tot yder ander gegeve punt in de vloer rechte linien treckt / als in 't voorgaende Werck-stuck; en dan voorts op de linj VW merckt met d' ander punten / gelijck wy hier met W. en P gedaen hebben.

Hierom nadien wy tot hier toe geleert hebben / hoedanig men in yder gestalte van 't glas de afteyckening van een teyckenlick punt kan vinden / het welck in / boven / of beneden de vloer is gegeven / waer in dan als verhaelt is het vinden der afteyckening van yder teyckenlicke figuer 't sy vlacke of lichamelicke bestaet: so sullen wy alhier van dese verhandeling der Perspective een eynde maecken / gemerckt wy vertrouwen de Fondamenten daer van in desen so kort en duydelijck vervat en betoont te hebben/ als ons voorneemen geweest is deselve uyt den grondt op het alderklaerste aen yder te doen verstaen.

Vorders wat aen-belangt de Practyck der Perspective / dewelcke wy beneffens de voorsz Fondamenten met andre dingen daer toe gehoorig in onse Publijcque Lessen tot meer malen wyt-loopig verhandelt hebben/en door verscheyde/als insonderheyt door mijn Broeder PETRUS van SCHOOTEN, die van jonck in de Wis-konsten nevens andre studien is geoeffent/seer vlytich en accuraet sijn geamoteert/ en tegenwoordig mettet vertalen der 15 boecken Euclidis in 't Neer-duytsch en d' uytleggingen daer over te beschryven/ sodanig deselve noch noyt in 't licht gegaen sijn/ besich is / sullen die by gebreck van tijt/die wy in die te beschryven souden nodig hebben/alhier voorby gaen/genoug achtende dat wy alleenlijck seggen deselve hier in te bestaen: namentlijck/hoedanig de by-gebrachte manieren in het teyckenen van allerhande vloeren/trappen/gebouwen/fortressen/ sonne-wysers en andre voorvallende saecken in het werck te stellen sijn/ sulcx dat men met de weynichste linien de afteyckening van veele punten 't seffens vinden en daer door de begeerde afteyckening op het alderkortste kan bekomen.

FINIS.

Faulten te verbeteren.

Pag. 16. onder aen / voor 3—4 ſtelt 4—3. Pag. 104. moet de letter B in de figuer te recht gemaeckt worden. Pag. 229. lin. 19. voor 7ſte leeſt 6ſte Voorſtel. Pag. 473. l. 2. voor 't □ B—C □ AB leeſt 't □ BC—□ AB. Pag. 506. ſijn de linien van het bovenſte plat MOXQ des teerlincks LNWXQMO niet accuraet uytgedruckt / noch oock de dwerſ-linien gelijck 't behoorde in 't ſelve door den figuer-ſnijder aengewesen.

TOT LEYDEN

Gedruckt by SEVERIN MATTHYSZ.

By de St. Pieters Kerck, in de Wereldt vol Drucks, 1660.