Utrecht University Library
Partner in Science
Universiteit Utrecht

Élémens de physique démontrez mathematiquement, et confirmez par des experiences, ou introduction à la philosophie newtoniene

https://hdl.handle.net/1874/211470

ELEMENS
DE
PHYSIQUE;
OU
INTRODUCTION A LA PHILOSOPHIE
NEWTONIENE.

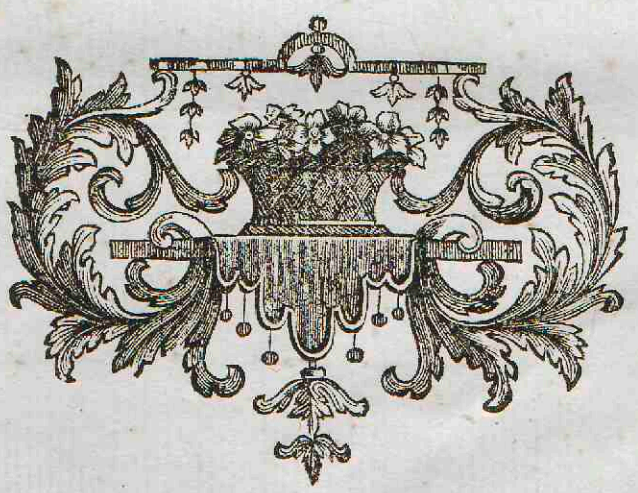
B. Mogge Sons f.

ELEMENS
DE
PHYSIQUE
DEMONTREZ
MATHEMATIQUEMENT,
ET CONFIRMEZ PAR DES EXPERIENCES;
OU
INTRODUCTION A LA PHILOSOPHIE
NEWTONIENNE:

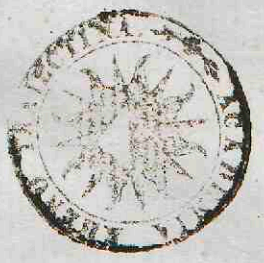
Ouvrage traduit du Latin de

GUILLAUME JACOB 'S GRAVESANDE,
Par ELIE DE JONCOURT,
Docteur en Philosophie, Professeur en Philosophie & en Mathématiques, & Ministre du St. Evangile à Bois-le-Duc.

TOME PREMIER.



A LEIDE,
Chez { JEAN ARN. LANGERAK, / JEAN ET HERMAN VERBEEK, } Libraires.
M. DCC. XLVI.



A

MONSIEUR
LE COMTE DE BENTINCK.

MONSIEUR,

Diverſes raiſons m'engagent à Vous offrir la Traduction de ces ELEMENS DE PHYSIQUE; *Vos liaiſons avec leur Auteur, qui de Votre Maître dans les Sciences les plus ſublimes eſt devenu Votre intime Ami: La bonté que Vous avez euë de*

me

me fournir des lumières toutes les fois que j'ai pris la liberté de Vous consulter sur plusieurs endroits difficiles de cet Ouvrage; & le desir de Vous en témoigner ma reconnoissance. J'ai l'Honneur d'être avec le plus profond Respect,

MONSIEUR,

Votre très humble & très obeissant Serviteur,

E. DE JONCOURT.

PRE-

PREFACE

De la premiére Edition en 1719.

TOut Homme, qui voudra comparer entr'eux les Ecrits des Philoſophes ſur la *Phyſique*, ſera tenté de croire que ce mot déſigne des Sciences totalement différentes; & cependant, malgré la diverſité qui regne entr'eux, tous prétendent donner la véritable cauſe des mêmes Phénomènes. Il n'y a rien là d'étonnant, puiſque les Mathématiques mêmes, dont le propre eſt l'Evidence, ne ſont pas toujours à l'abri de la Diſpute.

Mais cette variété de ſentimens ne doit pas nous détourner de la recherche de la vérité: on la trouve à force d'étude, quelque cachée qu'elle ſoit; & celui, qui entreprendra cette recherche avec application & avec ardeur, pourra ſe flatter, ſi non d'être entiérement exempt d'erreur, ce qui ſeroit au-deſſus de l'humanité, du moins de ne pas ſe tromper ſi aiſément.

Il faut raiſonner en Phyſique avec beaucoup de précaution. Cette Science roule ſur les ouvrages de l'Intelligence ſuprême. Elle ſe propoſe de découvrir les Loix immuables que le Créateur a établies en formant l'Univers, & qu'il ſuit dans le Gouvernement du Monde matériel *; Loix, d'où dépend auſſi l'ordre merveilleux qui y regne de toutes parts.

Il faut prendre garde de ne pas adopter, comme vérité, quelque Fiction de notre Eſprit; ce ſeroit le moyen de fermer la porte à tout examen. D'ailleurs, un faux principe ne ſçauroit nous mener à l'explication d'aucun Phénomène; & il y a une différence infinie entre l'Etude de nos Chimères, & celle des Productions de la ſageſſe divine. Or comme le but de tout Phyſicien doit être de connoître cette admirable ſageſſe, il eſt évident que pour parvenir à ce but, ſes raiſonnemens ne doivent pas être fondez ſur de ſimples Hypothèſes.

C'eſt

* *quas, dum primordia rerum*
Pangeret omniparens, Leges violare Creator
Noluit, æternique operis fundamina fixit: Hal.

C'eſt donc la Nature même qu'il faut examiner avec un travail aſſidu & toute l'attention poſſible. Il eſt vrai, que nous avancerons à pas lents, mais ce que nous trouverons, ſera certain; & quelquefois même nous pourrons marquer les limites, au-delà deſquelles nos connoiſſances ne ſçauroient s'étendre. L'ardeur immodérée de faire des progrès en Phyſique, & la mauvaiſe honte d'avoüer ſon ignorance, ont été de tout tems des ſources fécondes d'erreur. Cependant c'eſt ſouvent à force d'étudier qu'on acquiert le ſentiment de ſon ignorance; ce qui eſt certainement un avantage.

La Phyſique doit être miſe au nombre des Sciences Mathématiques, qui ont la grandeur en général pour objet. On diviſe les Mathématiques en Mathématiques pures & en Mathématiques mixtes. Les premiéres conſidérent les propriétez générales des Figures, & des autres quantitez, & ne roulent proprement que ſur des idées abſtraites. Les ſecondes ſe propoſent l'examen des choſes mêmes, & demandent que non ſeulement les conſéquences ſoient légitimes, mais auſſi que les idées, ſur leſquelles nous raiſonnons, s'accordent avec les choſes.

La Phyſique appartient aux Mathématiques mixtes; les propriétez des Corps, & les Loix de la Nature doivent donc inconteſtablement ſervir de baſe à nos raiſonnemens dans cette Science. Mais comme les Philoſophes ne ſont nullement d'accord ſur ce que nous devons regarder comme une Loi de la Nature, & ſur la Méthode qu'il faut employer pour parvenir à la connoiſſance de ces Loix, j'ai cru devoir indiquer dans cette Préface les raiſons que j'ai eües de ſuivre dans cet Ouvrage la Méthode de *Newton*, telle que je l'ai expoſée en peu de mots dans le premier Chapitre.

Il n'eſt pas queſtion en Phyſique de remonter à la premiére origine des Choſes; rien ne s'accorde mieux avec une ſaine Raiſon, que ce que l'Ecriture nous enſeigne touchant la formation du Monde, qu'elle aſſûre être l'Ouvrage de DIEU. Pour peu qu'on examine la Nature avec attention, on y verra des traces ſi marquées d'une Intelligence ſouveraine, qu'on ne ſçauroit révoquer en doute que Dieu n'en ſoit l'Auteur. Affirmer que le Monde a pû être formé en conſéquence de certaines Loix générales de mouvement, & *qu'il n'importe guères quel ſentiment on adopte touchant* la Diviſion primitive de la Matiére; *qu'il ſeroit difficile de faire une ſuppoſition, dont on ne puiſſe déduire le même effet par les mêmes Loix de la Nature*: & cela, à cauſe que *la Matiére peut, à l'aide de ces Loix, prendre ſucceſſivement toutes les Formes, dont elle eſt ſuſceptible; & que ſi on conſidére ces Formes rangées en tel ordre qu'on*

voudra, on pourra arriver enfin à celle de notre Monde: de ſorte qu'il n'y a pas lieu de craindre dans ce cas qu'une fauſſe ſuppoſition nous jette dans l'erreur.

Affirmer, dis-je, de pareilles propoſitions, c'eſt combattre les Notions les plus évidentes, comme pluſieurs Philoſophes l'ont ſuffiſamment démontré, & il n'eſt pas néceſſaire de rapporter ici leurs argumens, qui paroîtroient fort inutiles à quiconque ignoreroit qu'un ſentiment auſſi peu raiſonnable, & auſſi injurieux à la Divinité, a été avancé par des Philoſophes, anciens & modernes, qui avoient de la réputation, & qu'on auroit eu tort de ſoupçonner d'Athéïſme.

Il s'agit donc, en ſuppoſant un DIEU Créateur, d'expliquer ſuivant quelles Loix il gouverne l'Univers; & pour me borner à un ſeul exemple relatif à la Lune, il s'agit de ſçavoir: *pourquoi rebelle au calcul, elle a échappé juſqu'à préſent à tout l'Art des Aſtronômes; d'où vient l'irrégularité des Mouvemens de cet Aſtre; ce qui fait retourner ſes Nœuds au même endroit; pourquoi ſes Apſides avancent, & quel pouvoir il exerce ſur le flux & le reflux de la Mer.*

Pour traiter de la recherche des Loix de la Nature, il faut reprendre les choſes de plus haut.

Nous ignorons ce que c'eſt que Subſtance. Quelques-unes des propriétez de la Matiére, par Ex. nous ſont connuës; mais nous ne ſçavons pas en quel ſujet elles réſident. Qui ôſera aſſûrer que le Corps n'a pas un grand nombre d'autres propriétez, dont nous n'avons pas la moindre idée? D'ailleurs, qui ſçait ſi, outre les propriétez du Corps, qui découlent de l'Eſſence de la Matiére, il n'y en a point d'autres qui dépendent uniquement de la Volonté de DIEU, & ſans leſquelles la Subſtance étendue & ſolide (qui eſt ce que nous appellons Corps) pourroit ſubſiſter? Il ne faut rien affirmer, ni nier touchant ce qu'on ignore.

Cette règle eſt manifeſtement violée par ceux, qui raiſonnent en Phyſique, comme ſi tout ce qui concerne le Corps, leur étoit parfaitement connu, & affirment hardiment, que le peu de propriétez qu'ils connoiſſent au Corps, en conſtituent l'Eſſence.

Mais

* *Quâ cauſâ argentea Phœbe*
Paſſibus haud æquis graditur, cur ſubdita nulli
Hactenus Aſtronomo, numerorum fræna recuſet;
Cur remeant nodi, curque auges progrediuntur.
quantis refluum vaga Cynthia Pontum
Viribus impellit, dum fractis fluctibus ulvam
Deſerit, ac nautis ſuſpectas nudat arenas;
Alternis vicibus ſuprema ad littora pulſans. Hal.

Mais que ſignifie cette propoſition, les propriétez de la Subſtance conſtituent la Subſtance même? Des propriétez, qui ne ſçauroient ſubſiſter ſéparément, ſubſiſteront-elles mieux jointes enſemble? Peut-on concevoir que les propriétez d'être étendu, impénetrable, mobile, &c. exiſtent, ſans réſider dans quelque ſujet? Et ce ſujet, en avons-nous la moindre idée?

Il faut laiſſer au nombre des choſes douteuſes ce qui n'eſt pas certain, & ne pas rougir d'avoüer ſon ignorance; d'un autre côté, nous ne devons pas craindre qu'il y ait une eſpèce de témérité à dire, qu'un ſujet, qui nous eſt entiérement inconnu, peut avoir des propriétez, que nous ignorons. Le riſque de ſe tromper n'a lieu en cette occaſion, que pour ceux, qui, en nous oppoſant l'axiôme, qu'on ne ſçauroit raiſonner ſur ce qu'on ignore, s'imaginent connoître tout ce qui a rapport au Corps.

Les propriétez des Corps ne ſçauroient nous être connuës *à priori*. Ainſi il faut examiner les Corps mêmes, & leurs propriétez avec toute l'attention poſſible, afin de pouvoir déterminer ce qui dans les Phénomènes eſt une ſuite de ces propriétez.

En examinant les Corps avec ſoin, nous voyons que leur mouvement eſt ſoumis à certaines Loix générales. Perſonne n'ignore qu'*un Corps en mouvement continue à ſe mouvoir*: qu'*un Corps en repos réſiſte au mouvement, dans le tems qu'il acquiert du mouvement*. On découvre pluſieurs autres Loix pareilles, qui ne ſçauroient être déduites des propriétez, qu'on prétend conſtituer la nature du Corps; & comme ces Loix ont lieu toujours, c'eſt-à-dire, dans toutes les occaſions, & par-tout, & que tous les Corps y ſont ſujets, on doit les conſidérer comme Loix générales de la Nature. Au reſte, on ignore ſi ces Loix découlent de l'Eſſence de la Matiére; ou s'il faut les déduire des propriétez, que DIEU a données aux Corps, dont il a compoſé le Monde, mais qui ne ſont nullement eſſentielles à ces Corps; ou enfin, ſi les effets, que nous enviſageons comme Loix de la Nature, ne dépendent pas de certaines cauſes externes, dont il n'eſt pas même poſſible que nous puiſſions nous former quelque idée.

Qui ôſeroit prononcer déciſivement ſur toutes ces queſtions, ſans courir riſque de porter un jugement téméraire? De plus, l'examen des Phénomènes conduit néceſſairement à cette concluſion, Que pluſieurs Loix de la Nature n'ont pas encore été découvertes, & que d'autres ont plus d'un côté obſcur.

Cependant on auroit tort de mépriſer l'étude de la Philoſophie natu-

naturelle, comme appuyée ſur un Fondement inconnu. L'intelligence humaine eſt renfermée dans d'étroites bornes; & celui, qui ne voudra rien admettre que de parfaitement évident, ſe trouvera dans une incertitude preſque continuelle, & regardera comme inconnues bien des choſes, dont la plûpart des Hommes ne ſongent pas même à révoquer la vérité en doute. Le Talent de diſtinguer parfaitement ce qu'on ſçait d'avec ce qu'on ignore, eſt trop relevé pour nous; ce qui n'empêche pas que nous ne devions faire de continuels efforts pour y atteindre. Si nous ignorons bien des choſes en Phyſique, cette Science ne laiſſe pas de renfermer un grand nombre de véritez. A l'aide de quelques principes généraux, elle rend raiſon d'une infinité de Phénomènes, qu'elle déduit mathématiquement de ces principes. Il s'agit par-tout de comparer entr'eux des mouvemens, c'eſt-à-dire des quantitez; par où il paroît, que tout Homme, qui voudra raiſonner ſur un pareil ſujet, ſans s'aſſûrer de la vérité de ce qu'il admet, par des démonſtrations Mathématiques, tombera, ſi non dans l'erreur, du moins dans des concluſions fort douteuſes.

Ainſi, quoiqu'il y ait dans la Phyſique bien des choſes inconnuës, cette Science eſt néanmoins certaine, fort étenduë, & d'une grande utilité. Elle corrige pluſieurs faux jugemens ſur les ouvrages de DIEU, dont elle fait connoître & admirer la ſageſſe. Car il ne ſuffit pas que nous ſoyions convaincus, par un Argument Métaphyſique, de la ſageſſe & de la puiſſance de l'Etre ſuprême: il faut auſſi que nous contemplions ces Attributs dans leurs Effets, afin de nourrir de plus en plus au-dedans de nous ces ſentimens de véneration, qui appartiennent à DIEU.

Ce que nous venons de dire, ſuffit pour faire voir quel eſt le but de la Phyſique, & de quelles Loix de la Nature les Phénomènes doivent être déduits; & pourquoi, quand nous ſommes parvenus aux Loix générales, il nous eſt impoſſible d'aller plus loin. Il nous reſte à dire quelque choſe de la maniére de découvrir ces Loix, & à prouver la certitude des trois Règles *Newtoniennes*, que nous avons rapportées dans le premier Chapitre de cet Ouvrage.

La premiére eſt, qu'*on ne doit point admettre en Phyſique d'autres Cauſes que celles qui ſont vrayes, & qui ſuffiſent pour en expliquer les Phénomènes.* La premiére partie de cette propoſition ſuit évidemment ce que nous venons de dire. La ſeconde ne ſçauroit être révoquée en doute par tout Homme, qui admet un Créateur

infi-

infiniment ſage. Si une Cauſe ne ſuffit pas, il eſt clair qu'elle n'eſt pas la vraye Cauſe; & ſi elle ſuffit, il ſeroit inutile d'en ajouter quelque autre. Outre cela, comme un Effet, produit par deux Cauſes réunies, ne ſçauroit jamais être exactement le même, que s'il avoit été produit par une ſeule de ces Cauſes, il eſt clair que s'il falloit deux Cauſes pour rendre raiſon de l'Effet, une ſeule n'auroit pas ſuffi.

La démonſtration des deux Règles ſuivantes exige quelques Obſervations préliminaires.

Nous avons déjà dit, que les démonſtrations Mathémathiques ne rouloient que ſur des idées; & que quand il eſt queſtion des Choſes, il faut, avant tout, que les idées s'accordent avec elles: accord, qui n'eſt point ſuſceptible d'une démonſtration Mathématique. Comme cependant nous ſommes obligez à chaque inſtant de raiſonner ſur les choſes mêmes, & que ce n'eſt que ſur les idées que notre Ame a des choſes, que peuvent rouler nos raiſonnemens, il faut néceſſairement que DIEU ait établi certaines Règles, par le moyen deſquelles nous puiſſions juger de la conformité de nos idées avec leurs objets.

Tout raiſonnement Mathématique ne roule que ſur une comparaiſon d'idées, dont le réſultat eſt tel, que le contraire implique contradiction. Un Triangle rectiligne, dont les trois Angles ne ſeroient pas égaux à deux droits, eſt impoſſible; à cauſe que l'idée des trois Angles d'un Triangle eſt l'idée même de deux Angles droits. Quand il s'agit des choſes, la propoſition contraire n'eſt pas toujours impoſſible. Il eſt ſûr, par Ex. que *Pierre vit aujourd'hui*, quoiqu'il ſoit très certain qu'il eût pu mourir hier. Or, comme dans un nombre infini d'occaſions pareilles nous ſommes obligez d'affirmer ou de nier poſitivement, & que cette obligation eſt manifeſtement une ſuite de la conſtitution des choſes, nous en inférons, que le Créateur du Monde a voulu que dans des occaſions de ce genre, il y ait des raiſonnemens certains, quoique différens des raiſonnemens Mathématiques. Car ſi les Hommes ſont obligez de prononcer ſur la vérité ou ſur la fauſſeté d'une propoſition, il faut auſſi qu'ils acquieſcent aux Argumens, ſur leſquels ils fondent leur déciſion; & celui, qui penſe autrement, ſe forme des idées peu honorables de DIEU.

Pour revenir à la Phyſique, on y juge, par le moyen des ſens, de la conformité des choſes avec nos idées. Par Ex. l'étendüe de la Matiére & ſa ſolidité, que nous connoiſſons par ce moyen, ne

ſçau-

ſçauroient être révoquées en doute. Il n'eſt pas queſtion ici, ſi les ſens nous trompent en quelques occaſions, & comment il faut s'y prendre pour éviter l'erreur. Nous ne conſidérons ici la choſe qu'en général.

Nous ne ſçaurions en Phyſique juger de tout immédiatement par nos ſens; il y a une autre Méthode de raiſonner, très légitime, quoiqu'elle ne ſoit pas Mathématique; elle eſt fondée ſur cet axiôme: *Il faut tenir pour vrai tout ce, dont la négation emporteroit la deſtruction de la Société, & ôteroit aux Hommes les moyens de vivre ſur la Terre.* Cette propoſition, qui porte ſa preuve avec elle, ſert de fondement à la ſeconde & à la troiſiéme Règle de *Newton.*

Qui pourroit, par Ex. être dans une ſituation tranquille pendant un ſeul inſtant, ſi l'on ne pouvoit pas regarder comme vrai par tout ce qu'on a trouvé avoir lieu dans tous les endroits où l'on a été à même d'en faire l'Expérience; & ſi l'on n'étoit pas en droit de ſuppoſer, que de ſemblables Effets viennent d'une Cauſe ſemblable?

Sans avoir jamais fait toutes ces réflexions, il n'eſt perſonne qui ne voye qu'il lui eſt impoſſible de vivre, ſans faire uſage des raiſonnemens ſuivans, & qui ne les admette comme indubitables. *Un Bâtiment, dont toutes les parties tiennent bien enſemble aujourd'hui, ne tombera pas demain de lui-même:* c'eſt-à-dire, la cohéſion des parties des Corps & leur peſanteur, qui, de ma connoiſſance, n'ont jamais été changées ſans l'action de quelque cauſe externe, reſteront les mêmes cette nuit, parce que la cauſe de cette peſanteur & de cette cohéſion ſera la même demain qu'elle eſt aujourd'hui: Raiſonnement, qui tire uniquement ſa force du principe que nous venons d'indiquer.

Le bois & les pierres, qui ſont propres en tout autre païs à ſervir de matériaux à une Maiſon, pourront, en faiſant abſtraction de tout changement produit par une Cauſe étrangère, être employez à en bâtir une ici, que j'habiterai auſſi tranquillement qu'auroient pû faire ceux du païs même, d'où ces matériaux ont été tranſportez, s'ils en avoient conſtruit une Maiſon; c'eſt-à-dire, la force, qui fait tenir enſemble les parties, & celle, qui cauſe la peſanteur des Corps, ſont les mêmes en tout païs.

Je me ſuis nourri de ce mêts pendant tant d'années, & j'en prendrai encore aujourd'hui ſans la moindre crainte.

Quand

Quand je vois de la Ciguë, je dis que c'eſt du Poiſon, quoique les effets de celle, qui ſe trouve devant moi, ne me ſoient pas connus par Expérience.

Tous ces raiſonnemens ſont fondez ſur l'Analogie, & il eſt inconteſtable que l'Auteur de la Nature nous a mis dans la néceſſité de raiſonner par Analogie, laquelle par conſequent peut ſervir de fondement légitime à nos raiſonnemens. Quant à l'Analogie même, elle a pour Fondement, *Que l'Univers eſt gouverné ſuivant des Loix fixes.*

Ceci poſé, nous pourrons faire uſage de cette maniére de raiſonner, même dans des occaſions, où aucune néceſſité ne nous y oblige. Après avoir adopté un Argument comme bon dans un cas, nous ne devons pas le rejetter comme mauvais dans un autre cas tout pareil. *Ce qui ſe prouve de même, n'eſt-il pas également certain?* Que ſi la néceſſité, où nous ſommes de raiſonner par Analogie, prouve que cette maniére de raiſonner eſt légitime, il ne ſuit pourtant point de là que nos raiſonnemens particuliers ne ſont juſtes que lorſque cette néceſſité a lieu. Je juge par Analogie qu'un certain mêts n'eſt pas un poiſon; cet argument n'eſt-il bon que quand j'ai faim? La néceſſité de raiſonner par Analogie prouve que le Monde eſt gouverné par le Créateur ſuivant des Loix fixes; d'où nous inférons, que cette maniére de raiſonner n'eſt pas moins certaine dans des cas où cette néceſſité n'a point lieu.

Nous devons donc découvrir en Phyſique les Loix de la Nature par le moyen des Phénomènes; tenir ces Loix pour générales, quand une induction ſuffiſante nous y autoriſe; au reſte raiſonner Mathématiquement. Celui, qui ſe donnera la peine d'examiner avec attention cette Méthode de traiter la Phyſique, s'appercevra aiſément, qu'elle eſt ſeule légitime, & qu'il faut rejetter toutes les hypothèſes.

En voilà aſſez pour la Méthode que j'ai ſuivie. Il ne me reſte plus qu'un mot à ajouter touchant l'Ouvrage même.

Cet Ouvrage eſt partagé en quatre Livres. Le premier traite du Corps en général, & du Mouvement des Corps ſolides. Le ſecond traite des Fluides. Tout ce qui a rapport à la Lumiére, forme le ſujet du troiſiéme Livre. Enfin, nous expliquons dans le quatriéme les Mouvemens des Corps céleſtes, & les Effets qu'ils produiſent ſur notre Terre. Les deux premiers Livres ſont contenus dans ce Tome.

Pour

Pour rendre l'étude de la Phyſique plus agréable & plus facile, j'ai cru devoir éclaircir toutes les propoſitions par des Expériences, & mettre ainſi ſous les yeux les concluſions des Démonſtrations Mathématiques que j'ai données.

Lorſqu'on n'annonce que les Elemens d'une Science, on ne s'engage pas à donner rien de nouveau quant à la Matiére; ainſi je me ſuis cru diſpenſé d'indiquer les ſources, où ce qui ſe trouve ici, a été puiſé. Je me ſuis approprié ce qui convenoit à mon deſſein, & il m'a paru qu'il ſuffiſoit d'en avertir, pour qu'on ne pût pas me taxer d'être plagiaire. J'aime mieux renoncer à la gloire qui pourroit me revenir d'un petit nombre de choſes nouvelles, répandües çà & là dans cet Ouvrage, que de ravir à quelque autre celle qui lui appartient. Ainſi chacun n'a qu'à prendre ce qui eſt à lui; je ne réclame rien.

Par rapport aux Machines, qui doivent ſervir à faire les Expériences, les unes ſont telles que quelques Auteurs les ont décrites; j'en ai changé un grand nombre, & les ai rendües plus parfaites; enfin j'en ai ajouté pluſieurs nouvelles. On ne ſera guères ſurpris que je me ſois trouvé dans une eſpéce de néceſſité à ce dernier égard, ſi l'on conſidére que je ſuis le premier qui me ſuis aviſé de confirmer par des Expériences certaines propoſitions. Un Mathématicien eſt fort porté à croire que des Démonſtrations Mathématiques n'ont nullement beſoin d'être confirmées par des Expériences: pour moi, il m'a paru que ces ſortes de Démonſtrations, toujours abſtraites, devenoient plus faciles, ſi les concluſions étoient rendües ſenſibles par des Expériences. La Méthode, que ſuivent les *Anglois*, en enſeignant la Philoſophie naturelle m'a fait venir l'idée de celle que j'ai ſuivie dans cet Ouvrage. Je me ferai toujours un honneur d'imiter ceux, qui, marchant ſur les traces du plus grand des Philoſophes, ſont entrez les premiers dans la route qu'il faut ſuivre en Phyſique pour parvenir à la connoiſſance de la vérité, & qui ont banni de cette Science cet Eſprit d'Hypothèſe, ſi propre à jetter dans l'Erreur.

La plûpart des Machines, dont je me ſers, ont été faites par *Jean van Muſſchenbroek*, qui joint à la qualité d'excellent Artiſan des connoiſſances peu communes en Mathématiques & en Phyſique, & qui eſt parfaitement au fait de toutes ces Machines. J'ai cru faire plaiſir à ceux, qui pourroient en avoir beſoin, de leur indiquer un Ouvrier, auſſi habile & auſſi rare dans ſon eſpèce.

AVERTISSEMENT,

Qui ſe trouve à la tête de la ſeconde Edition.

LE but que je me ſuis propoſé, en commençant à travailler à ces Elemens, étoit de fournir à mes Diſciples un moyen facile de ſe rappeller ce qui leur avoit été expliqué & démontré. Je voulois auſſi donner aux Lecteurs, qui n'en ſont encore qu'à la Géometrie élementaire, une idée de la Philoſophie naturelle, traitée Mathématiquement. Et afin que cet Ouvrage fût plus utile aux commençans, à qui il étoit principalement deſtiné, j'ai paſſé ſur tout ce qu'il y avoit de difficile, & je me ſuis contenté d'indiquer telle ou telle propoſition, & d'avertir qu'elles étoient démontrées.

Pour que cette ſeconde Edition fût auſſi d'uſage à des Lecteurs plus verſez dans la connoiſſance des Mathématiques, j'ai mis toutes ces propoſitions difficiles, avec leurs Démonſtrations, dans des Scholies ajoutez aux Chapitres, dans leſquels elles avoient été énoncées. Je les ai fait imprimer en petit Caractère, pour qu'on pût les diſtinguer, & ceux, qui voudront les ſauter, trouveront que ce qui eſt en gros Caractère, fait un Ouvrage ſuivi.

J'ai auſſi inſeré dans les Scholies quelques Articles, qui n'auroient guères commodément pû trouver place dans l'Ouvrage même, quoiqu'ils y ayent rapport, & qu'ils puiſſent ſervir à éclaircir quelques-unes des Matiéres qui y ſont traitées.

Cette ſeconde Edition eſt d'ailleurs plus ample & plus correcte que la premiére.

Les Planches, qui s'y trouvent, repréſentent pluſieurs Machines nouvelles, & quelques anciennes Machines corrigées; & pour ce qui eſt des Expériences, auſſi-bien que de la maniére dont elles ont réuſſi, elles y ſont décrites avec une bien plus grande exactitude.

On y verra auſſi une nouvelle THÉORIE DE LA PERCUSSION, *qui eſt fondée ſur la Doctrine de* LEIBNITZ, *ou ſi l'on veut, de* HUIGENS, *touchant les Forces inhérentes, éclaircie & fortifiée par de nouvelles Expériences.*

Mon deſſein n'a jamais été, & n'eſt pas encore, d'entrer en lice avec qui que ce ſoit. Je fais de mon mieux pour défendre ce qui me paroît vrai, lorſque l'occaſion s'en préſente; & pour ce qui regarde les

Théo-

Théories en queſtion, afin d'éviter tout air de diſpute, j'ai tâché de propoſer les Argumens, ſur leſquels elles ſont appuyées, de telle maniére, qu'on puiſſe en déduire ſans peine les réponſes aux difficultez, dont je n'ai entrepris de réſoudre directement qu'un très petit nombre. Je laiſſe au Lecteur à juger, ſi les Théories des Forces, des Percuſſions, *comme auſſi* des Réſiſtances & des Rétardations *des Corps mûs dans des Fluides, ne s'accordent pas exactement avec les Phénomènes, & entr'elles.*

Chacun fera de cet Ouvrage l'uſage qu'il trouvera à propos, mais afin qu'on ne s'imagine pas que je ſois obligé de répondre aux Objections, je déclare, que je crois être en droit de garder le ſilence, auſſi long-tems que je regarderai comme vrai ce que j'aurai avancé.

Quoiqu'en pluſieurs choſes, qui concernent les Théories, dont il s'agit, je me ſois éloigné du ſentiment de NEWTON, je n'ai point changé pour cela le titre d'Introduction à la Philoſophie Newtonienne: *mon Ouvrage étant deſtiné en grande partie à faciliter l'intelligence de divers endroits des Ecrits Philoſophiques de NEWTON, qui ſeront à jamais l'objet des loüanges & de l'admiration des plus grands Philoſophes.*

Quiconque, en rejettant toute Hypothèſe, ne raiſonne en Phyſique que d'après les Phénomènes, & qui, autant que cela dépend de lui, obſerve ſoigneuſement cette Méthode, marche ſur les traces de NEWTON. C'eſt en cela que conſiſte la véritable Philoſophie NEWTONIENE, & non pas dans une aveugle déference pour les ſentimens de ce grand Homme. J'ai eu ſoin de faire imprimer à part, en faveur de ceux qui ont la premiére Edition, un Supplément. Ce Supplément contient les Deſcriptions de toutes les Machines nouvelles, toutes les Additions, & toutes les Propoſitions, qui ont été changées. Mais je n'y ai point mis les corrections faites aux Machines, non plus que divers éclairciſſemens, rélatifs à des endroits de la premiére Edition. Un Supplément trop complet auroit ſouvent obligé le Lecteur à un détail embarraſſant, & d'ailleurs auroit couté trop cher.

PREFACE

De cette Edition.

MOn but, en compoſant cet Ouvrage, a été de donner *des Elemens de Phyſique, démontrez Mathématiquement.* Dans cette vüe, je n'ai traité que des ſujets, qui me paroiſſoient ſuſceptibles de démonſtration: croyant devoir laiſſer là tout ce qui n'eſt fondé que ſur de ſimples Hypothèſes.

Je ne nie pas que des Hypothèſes ne puiſſent quelquefois mener à la vérité; mais dès que ce qui étoit hypothétique auparavant, ſe trouve vrai, il n'y a plus d'Hypothèſe.

C'eſt un Argument fort à la mode à préſent: *Ce Phénomène n'auroit point de cauſe du tout, ſi celle, que nous lui aſſignons, n'étoit pas la véritable.*

Mais c'eſt cela même qu'il faudroit prouver; car de ce que nous ne ſçaurions découvrir d'autre cauſe, il ne ſuit nullement qu'il n'y en ait pas. Tout Homme, qui fera attention aux bornes étroites, dans leſquelles nos connoiſſances ſont renfermées, par rapport à la Phyſique, ſera perſuadé qu'une cauſe, qui emporte l'excluſion de toute autre cauſe poſſible, n'eſt rien moins que facile à trouver.

D'autres tâchent de défendre les Hypothèſes par un argument, totalement différent de celui que nous venons d'indiquer. Ils diſent, que nous n'avons que des connoiſſances imparfaites en Phyſique; & que nos raiſonnemens ſur le peu que nous connoiſſons, ſont hypothétiques: l'Analogie même, ſans laquelle on ne peut rien découvrir en Phyſique, devant être miſe au nombre des Hypothèſes.

J'ai déjà répondu à cette Objection dans la Préface de l'Edition de 1719. Quelques années après, étant obligé de faire un Diſcours à l'occaſion d'une ſolemnité Académique, j'ai traité plus à fond cette Matiére, qui eſt la même que celle de l'Evidence en Matiére de Phyſique. Quoique ce Diſcours ait déjà été rendu public, je ne laiſſerai pas de l'ajouter à cette Préface, pour ſervir de réponſe à l'Objection propoſée.

Les partiſans des Hypothèſes ont ſouvent recours auſſi à des Argumens *ad hominem*, mais qui ne me regardent point; car quand mê-

même on pourroit me prouver, que j'ai admis telle ou telle Hypothèſe, on ne pourroit pas en inferer que les Hypothèſes doivent être admiſes; moi-même, bien loin de reconnoître cette conſéquence pour légitime, je dirois que j'ai eu tort d'admettre ces Hypothèſes, & que je les abandonne.

Outre le but général, que je viens de marquer, j'en ai eu encore un autre particulier, que voici. J'ai voulu réunir enſemble les Démonſtrations Mathématiques & les Expériences, de telle ſorte que le tout formât un Syſtême & une Introduction à ce qu'il y a de plus relevé en Phyſique.

Divers Auteurs pouvoient me fournir des Expériences, mais dont la plûpart ne convenoient pas à mon deſſein.

La plûpart de ceux, qui ont traité Mathématiquement quelque partie de la Phyſique, ne ſe ſont guères mis en peine d'éclaircir par des Expériences ce qu'ils avoient démontré. Et ceux, qui ſe ſont appliquez à faire des Expériences, n'ont cherché à éclaircir, par leur moyen, que des ſujets ſur leſquels les Mathématiques ne pouvoient pas leur fournir des lumiéres.

Les Cours d'Expériences, qu'ont faits à Londres *J. Theoph. Deſaguliers*, & *J. Hauksbee*, dont le fameux *Guill. Whiſton* expliquoit les Expériences, répondoient plus directement à mon deſſein.

Tout y étoit traité dans un Ordre naturel, & formoit une eſpèce de Corps complet; mais outre que ces Expériences n'avoient rapport qu'aux principes les plus ſimples & les plus faciles, le premier Cours ne contenoit que trente-&-deux leçons, & le ſecond ſeulement vingt-&-ſix.

Je m'étois fait un Plan plus étendu, ayant réſolu de mettre ſous les yeux du Lecteur bien des choſes, qu'on n'avoit point encore cherché à éclaircir par des Expériences. Mais c'eſt de quoi j'ai déjà parlé dans la Préface de la premiére Edition.

A l'égard de la ſeconde Edition, on peut voir ce qu'elle a de particulier dans un Avertiſſement que j'ai mis à la tête de cette même Edition, & qui ſe trouve ici immédiatement avant cette Préface.

J'aurois volontiers donné les Additions & les Changemens, que j'ai faits dans cette Edition, en forme de Supplément, pour l'uſage de ceux, qui ont la ſeconde Edition, ou la premiére avec le Supplément; mais la choſe n'étoit guères praticable, les Changemens & les Additions étant en ſi grand nombre, que cet Ou-

vrage

vrage peut être conſidéré comme un Ouvrage entiérement nouveau.

J'ai pourtant gardé le même Ordre, à cette différence près, qu'au-lieu que dans les Editions précédentes il n'y avoit que quatre Livres, il y en a ſix dans celle-ci: cette derniére diviſion m'ayant paru plus convenable.

La matiére, quoique traitée avec plus d'étenduë, eſt auſſi la même; & quoiqu'il y ait dans ces Elemens quelques ſujets, qui n'ont pas été traitez par d'autres Auteurs, mon deſſein cependant n'eſt pas d'empêcher mes Lecteurs de les conſulter. Chaque Auteur a ſa Méthode, & chaque Lecteur ſon goût particulier.

D'ailleurs, pour entendre une Science à fond, il eſt abſolument néceſſaire de comparer entr'eux les différens Ouvrages qui en traitent; c'eſt-à-dire, que chacun doit ſe choiſir un Auteur particulier, pour ſe former d'abord une idée générale de la Science qu'il veut étudier. Enſuite, pour en acquérir une connoiſſance plus détaillée, il doit lire avec ſoin quelques autres Auteurs, de telle ſorte pourtant, qu'il ſuive pas à pas tout le Syſtême de ſon premier guide, en n'ômettant que ce qu'il a déjà vû. Enfin, il faut qu'il paſſe à la lecture des Traitez particuliers.

Je n'ai rien oublié pour pouvoir être utile à ceux, qui dirigent leurs Etudes de cette façon, ayant tâché d'éclaircir, au moins par de nouvelles démonſtrations, ce qui ſe trouve chez d'autres, ou ayant ômis ce qui s'y trouve, quand cela a pû ſe faire commodément, afin qu'on conſultât les Auteurs mêmes: car mon but a été de donner une Introduction, qui facilitât l'intelligence de ce que la Phyſique a de plus relevé; & cette entrepriſe étoit ſur-tout néceſſaire dans un tems, où des Mathématiciens & des Philoſophes du premier Ordre enrichiſſent de jour en jour cette Science des plus ſublimes découvertes. Les Mémoires de tant d'Academies, érigées pour l'avancement des Sciences dans divers païs de l'Europe, peuvent ſervir de preuve à cet égard.

Mais outre ces Mémoires, les Ecrits de Mrs. *Poleni*, *Deſaguliers*, *Bernouillis*, *Wolf*, *Muſſchenbroek*, & de tant d'autres Hommes célèbres, ne fourniſſent-ils pas des preuves ſuffiſantes de l'utilité des Mathématiques, jointes aux Expériences? Il faut ajouter à leurs Ecrits Phyſico-Mathématiques, les Ouvrages que *Galilée*, *Torricelli*, *Gulielmini*, *Mariotte*, *Huigens*, & pluſieurs autres ont compoſez ſur quelques parties des Mathématiques, qui ont rapport

port avec la Phyſique, & dont j'en indiquerai quelques-uns dans la ſuite.

Mais parmi tous ceux, qui ont éclairci la Phyſique par des démonſtrations Mathématiques & par des Expériences, la premiére place eſt duë inconteſtablement à *Iſaac Newton*, qui, dans ſes principes de la Philoſophie naturelle, a fait voir ce que les Mathématiques peuvent en Phyſique; perſonne, avant lui, n'ayant enrichi cette Science de découvertes auſſi ſublimes que celles dont ſon Ouvrage eſt parſemé.

Son ſyſtême d'optique eſt nouveau, & quelque admiration que ce ſyſtême mérite en lui-même, on peut dire que la force de génie de l'Auteur éclate principalement dans l'Art, avec lequel il s'eſt ouvert une route, qu'il a conſtamment ſuivie, juſqu'à ce qu'il ſoit enfin arrivé à ſon but.

Les Expériences y ſont liées entr'elles; & c'eſt une choſe étonnante que la ſubtilité avec laquelle l'Auteur a déduit d'une Expérience celle qu'il devoit faire pour parvenir à ſon but.

Il eſt clair qu'il faut entendre avec quelque reſtriction ce que j'ai dit des choſes que j'avois ômiſes, parce qu'elles ſe trouvent autre part; car la plûpart des ſujets, que je traite, ont été expliquez par d'autres. Mais j'en ai donné une nouvelle démonſtration, quand quelque raiſon pouvoit l'exiger; car ſi la démonſtration d'un autre Auteur étoit plus claire, il ſeroit juſte de l'employer, & même ridicule d'en agir autrement. Il faut pourtant dans ce dernier cas ſe conduire avec diſcrétion; car la plûpart des Lecteurs s'ennuyeroient de retrouver trop ſouvent ce qu'ils ont vu ailleurs.

Le nombre des Machines eſt bien plus grand dans cette Edition que dans les précédentes. Quelques-unes d'elles ont été corrigées au point de pouvoir paſſer pour nouvelles. Comme pluſieurs Machines, ſemblables à celles dont je me ſers, ont été faites pour des particuliers, j'ai cru devoir à eux, & à ceux qui voudront s'en ſervir à l'avenir, une explication exacte de la conſtruction de ces Machines & de leur uſage.

Je n'ai point indiqué dans les Editions précédentes, quelles étoient les ſources où j'avois puiſé, & j'ai remarqué que bien des gens m'en ont blâmé. Pour les ſatisfaire, je vais parcourir mon Ouvrage, en tâchant de me rappeller, où ſe trouve ce qui ne m'appartient pas; je ferai connoître auſſi les Inventeurs des Machines, quoiqu'il y en ait peu néanmoins dans cette Edition, que

d'autres puiſſent réclamer; que ſi j'oublie à cet égard quelque choſe, je puis aſſûrer que c'eſt contre mon intention.

Le premier Livre eſt diviſé en trois parties, dont la premiére traite des Propriétez générales & connües des Corps.

Dans le Scholie I. du Chap. IV. j'ai éclairci la divifibilité de la Matière par la conſidération de la Logarithmique Spirale: Courbe, dont *Wallis* (1), *Barrow* (2), & *Jaq. Bernoulli* (3), ont démontré les premiers les différentes propriétez.

J'indique, en paſſant, l'Angle, que la Tangente fait avec le rayon, dans un cas particulier. Il y avoit à cet égard dans la premiére Edition une Erreur, qui eſt corrigée dans celle-ci.

La détermination de cet Angle dépend de la ſolution du problême ſuivant. *Le centre, & deux points à diſcrétion, étant donnez, dans une ſpirale Logarithmique, avec le nombre des révolutions entre ces points*, ſoit que ce nombre ſoit entier, ou rompu, *trouver l'Angle, que la Tangente fait avec le rayon.*

La ſolution eſt très facile, quoiqu'elle ne paroiſſe pas telle à la premiére vüe. Car ſi en gardant un des points donnez, la Tangente à ce point, & les Ordonnées, nous concevons cette Courbe changée en Logiſtique ordinaire, dont l'Aſymptote paſſe par le centre, & ſoit perpendiculaire au rayon, qui paſſe par le point gardé, on aura, ſans calcul, la Tangente de l'Angle cherché, par une ſimple règle de proportion, en ſe ſervant des Tables de Logar. & de Tang.

C'eſt à *Newton* que nous devons ce qui eſt dit dans le 3. Schol. du même Chapitre, touchant les différentes Claſſes d'infinis (4); mais dans l'Edition de 1725, j'y ai ajouté une démonſtration, qui eſt repetée ici.

Les Expériences 5, 6 & 7. du Chap. V. ſont de *Hauksbee* (5), & les 11, 12 & 13 de *Mariotte* (6); toutes les autres ſont fort connues. Pluſieurs Auteurs ont recherché les cauſes de ces Phénomènes, dont j'ai tâché de rendre raiſon, dans les Scholies, par des principes entiérement différens des leurs.

Les

(1) Tractatus de Cycloide; operum Tom. I. p. 560.
(2) Lect. 12. Geom. Prob. 4.
(3) Acta Lipſ. 1691. p. 282: mais ſur-tout 1692; p. 210.
(4) Schol. Lemm. 10. Libri 1. Princ.
(5) Philoſoph. Tranſact. N. 305. p. 2223. N. 336. p. 539. N. 332. p. 395.
(6) Mouvement des Eaux; part. 2. Diſc. 1.

Les matiéres, traitées dans le Chap. VI. ſont connües de tout le monde.

Dans la ſeconde partie du Liv. I. il eſt parlé des Actions des puiſſances, que d'autres puiſſances détruiſent par des Actions contraires; ou, ce qui revient au même, de l'Equilibre.

Le fondement de l'Equilibre a été démontré de pluſieurs maniéres différentes par les Mathématiciens; mais j'ôſe aſſûrer, qu'en examinant avec attention la plûpart de leurs démonſtrations, on verra qu'elles ſuppoſent implicitement ce qui étoit en queſtion. *Wallis* (7), & un petit nombre d'autres, ont touché au but.

Je traite cette matiére dans le Chap. VII. & j'enviſage la choſe d'une maniére abſtraite.

Le Chap. VIII. contient quelques propoſitions générales, rélatives à la peſanteur, & dont la principale eſt, que la Gravité fait deſcendre tous les Corps, quand ils ne ſont point arrêtez, avec une égale Viteſſe. Le reſte n'a rien que de commun.

Cette égalité de Viteſſe, ſur laquelle les Philoſophes n'étoient point d'accord, a été prouvée par *Galilée*, qui s'eſt aviſé le premier de faire à cet égard des Expériences avec du plomb & du liége (8). *Newton* a mis la même vérité dans un plus grand jour, par des Expériences faites avec de l'or, de l'argent, du plomb, du verre, du ſable, du ſel commun, du bois, de l'eau, & du froment (9). Enſuite la choſe a été encore confirmée, en faiſant tomber dans des Récipiens, vuides d'air, une piéce d'or & quelque Corps très leger. C'eſt ſur une Expérience ſemblable que nous avons fondé l'aſſertion dont il s'agit.

La plûpart des Expériences, au ſujet de la balance & du centre de Gravité, décrites dans le Chap. X. ſe trouvent dans les Cours de *Hauksbee* & de *Deſaguliers*, dont il a été fait mention ci-deſſus. L'Expérience 11. eſt du P. *Caſati* (10).

Wallis eſt le premier qui ait obſervé, touchant le centre de Gravité, qu'il ne faut pas admettre ſans démonſtration cette propoſition: que dans chaque Corps il y a un point déterminé, autour duquel le Corps eſt en équilibre, dans quelque ſituation qu'on le

(7) Mechan. Cap. 2. prop. 7.
(8) Mechan. Dialog. 1.
(9) Princip. Lib. 3. Prop. 6.
(10) Mechan. Lib. 1. Cap. 7.

le place; ainſi il a démontré, que chaque Corps avoit un tel point (11). Ma démonſtration de la même propoſition ſe trouve dans le Scholie I. Je détermine dans ce Scholie le centre de Gravité de la même maniére que *Wallis* (12). Le ſecond Scholie du même Chapitre contient l'Arithmétique Méchanique, dont *Caſſini* a fourni l'idée, en démontrant qu'on pouvoit faire certaines Opérations Arithmétiques avec une Balance, dont les Bras ſeroient diviſez en parties égales (13).

Je n'ai rien à dire ici au ſujet des Machines, tant ſimples que compoſées, ſi l'on en excepte le Coin.

Il y a ſur cette Machine une étrange diverſité de ſentimens. *De la Hire* (14) & *Varignon* (15), ſont ceux qui l'ont examinée avec le plus de ſoin. Cependant la ſolution de ce dernier Auteur, qui a négligé la conſidération de l'angle du Coin, n'eſt applicable qu'aux cas dans leſquels le Coin remplit cet angle, que forment les parties du bois, qui ont été ſéparées. Ma ſolution ſe trouve déjà dans l'Edition de 1725.

Dans la premiére Edition, qui eſt de l'Année 1719. j'avois propoſé, pour démontrer la force du Coin, une Machine, inventée par un autre, & à laquelle j'avois fait ſeulement quelques legers changemens; mais je l'ai rejettée dans la ſuite, à cauſe du trop grand frottement, & principalement parce qu'elle n'étoit pas propre à démontrer l'Action du Coin. C'eſt ce qui m'a obligé à décrire dans l'Edition ſuivante une nouvelle Machine, dont la Deſcription eſt encore plus diſtincte dans celle-ci.

Après les Machines, ſuivent les puiſſances obliques. Dans les Editions précédentes, j'avois conſidéré un point en repos, tiré par trois puiſſances, & donné la démonſtration de *Varignon* (16); j'avois déduit, enſuite de cette démonſtration, la réduction de la puiſſance oblique à une puiſſance directe. A préſent j'ai changé cet ordre, cette derniére propoſition étant très ſimple, & pouvant ſe prouver ſans peine, en ſuppoſant deux puiſſances directes, dont l'u-

(11) Mechan. Cap. 4. Prop. 15.
(12) Ibid. Prop. 24.
(13) Journal des Sçavans 27 Décemb. 1676.
(14) Mechan. Chap. *du Coin.*
(15) Mechan. ſect. 8.
(16) Projet d'une Nouvelle Mechan. Lemme 3. & prob. p. 23.

l'une eſt toujours oblique à l'égard de l'autre, appliquées au Levier angulaire. Il eſt facile après d'inférer de cette réduction tout ce qui a rapport à un point tiré par trois puiſſances, & la propoſition ſe réduit au triangle de *Varignon*.

Je ne me ſouviens pas de qui eſt la démonſtration par le Levier angulaire ; j'avoüe qu'elle n'eſt pas de moi, & je la trouve très belle, à cauſe de ſon extrême ſimplicité.

Merſenne a auſſi prouvé, que la proportion entre trois puiſſances, qui tirent un point, peut être repréſentée par celle qui a lieu entre les trois côtez d'un Triangle, dont il démontre la conſtruction (17). Ce Triangle eſt ſemblable à celui de *Varignon*, qui eſt le même dont je me ſers, parce que la conſtruction en eſt plus facile.

J'ai donné, dans les Editions précédentes, la deſcription d'une Machine, propre à mettre ſous les yeux l'Action des puiſſances, quand il y en a pluſieurs qui tirent un même point. Cette même Machine ſe retrouve ici, à cauſe qu'elle eſt très ſimple. Cependant j'en ai ajouté une nouvelle plus compoſée, mais d'un uſage fort étendu, quoique je n'aye pas deſſein de parler dans ces Elemens d'aucun des cas compliquez rélatifs aux Forces obliques, & à l'éclairciſſement deſquels cette Machine pourroit être employée avec ſuccès.

La troiſiéme partie du I. Livre traite des Actions que les puiſſances déploient ſur des Corps qui ne ſont point retenus.

La Doctrine de *Galilée*, touchant la deſcente des Corps peſans, eſt expliquée dans les Chap. XVIII & XIX.

Le Chap. XX. traite des pendules. La plûpart des propoſitions, & entr'autres les principales, qui ſe trouvent dans ce Chapitre & dans ſes Scholies, ſont tirées de *Huigens* (18), mais autrement démontrées. J'y parle de la Cycloïde, dont *Huigens* n'eſt pas l'Inventeur. Cette Courbe étoit déjà connue de *Galilée*, & il y a eu bien des diſputes touchant ceux, qui en ont découvert les principales propriétez (19). Ce qu'il y a de certain, c'eſt que *Huigens* a trouvé le premier cette propriété, qu'un Corps, qui deſcendoit par une Cycloïde, parvenoit toujours au point le plus bas dans le même tems. Il eſt auſſi le premier qui ait donné la développée de cette Courbe, & qui, par le moyen de cette développ-

(17) Phænom. baliſtica, Prop. 6.
(18) Vid. Horol. Oſcill.
(19) Groningii Hiſt. Cycloeid.

loppée, ait dirigé le chemin du pendule. Avant lui, cette eſpèce de Courbes étoit ignorée des Mathématiciens. *Huigens* a auſſi traité le premier la matiére du centre d'Oſcillation. Dans l'Edition précédente, auſſi-bien que dans celle-ci, j'ai fondé ma démonſtration, touchant ce centre, ſur la Théorie générale des preſſions; & cette démonſtration ſuffiſoit, parce que je ne conſidérois que des Corps appliquez à une même ligne. Mais à préſent ayant fait dans le Texte & dans les Scholies un grand nombre d'additions, néceſſaires pour ce qui doit ſuivre, j'ai été obligé de déterminer le centre d'Oſcillation pour d'autres cas; & comme la démonſtration, fondée ſur la Théorie des preſſions, auroit été fort compliquée, je me ſuis ſervi dans l'Art. 476. du principe dont *Huigens* a déduit toutes ſes démonſtrations au ſujet du centre d'Oſcillation.

Je prouve dans le dernier Scholie, que la Cycloïde eſt la ligne de la plus promte deſcente: propriété qu'a découverte le premier, il y a environ cinquante ans, M. *Jean Bernoulli* (20), qui continue encore à s'appliquer aux Mathématiques avec cette même ardeur, qui a valu à cette Science tant de belles découvertes.

Le Chapitre XXI. eſt entiérement nouveau, & traite d'une Matiére utile, quoique négligée juſqu'à préſent par ceux, qui ont écrit ſur les Méchaniques.

Dans le Chap. XXII., qui roule ſur le Jet des Corps, nous démontrons, après *Galilée*, que le chemin, que ſuit le Corps jetté, eſt une parabole conique; & nous donnons la ſolution des deux problêmes ſuivans. *La viteſſe donnée, jetter un Corps, d'un point donné, à un autre point donné.* Et, *jetter un Corps, d'un point donné, par un point donné, à un autre point donné.*

Le premier de ces problêmes eſt commun, & l'on en trouve dans *Blondel* (21) pluſieurs ſolutions de différens Mathématiciens. Celle, que nous donnons, eſt de *Cotes* (22). J'ai marqué, dans mes Elemens de Mathématique Univerſelle, avec quelle facilité j'étois parvenu à cette ſolution, avant que d'avoir vû celle du célèbre Auteur, que je viens de nommer.

Les Forces centrales forment le ſujet du dernier Chapitre du I. Livre. J'y démontre les principaux Théorêmes (23) que *Huigens* a

(20) Acta Lipſ. An. 1697. pag. 206.
(21) Art de jetter les Bombes. part. 3. Liv. 5. chap. 5. 6. 7.
(22) Opera Miſcellanea pag. 87.
(23) Opera varia. p. 188. Opera reliqua Vol. II. Tom. 2. p. 107.

a ajoutez en 1673 à la fin de ſon Livre ſur le Mouvement d'Oſcillation des pendules. J'ai auſſi tâché d'y éclaircir ce que *Newton* dit du Mouvement produit par des Forces centrales, & pluſieurs de mes démonſtrations ſont fondées ſur le même principe que celles de cet illuſtre Philoſophe.

Dans la premiére Edition j'avois propoſé une Machine, pour comparer entr'elles les Forces centrales; mais comme ce n'étoit proprement qu'un premier Eſſai, la Machine en queſtion n'étoit rien moins que parfaite; j'y ai fait pluſieurs corrections, & je l'ai enfin rejettée. Dans cette Edition, j'ai décrit une Machine nouvelle, avec laquelle on peut faire très exactement les Expériences dont il s'agit. A la vérité, *Deſaguliers*, & quelques autres, ont fait, au ſujet de ces Forces, pluſieurs Expériences; mais aucun d'eux, que je ſache, n'a eſſayé, avant la premiére Machine que j'ai propoſée, de comparer les Forces des Corps, mûs ſéparément.

Il s'agit dans le Livre II. des Forces inhérentes & du Choc des Corps.

Le I. Chapitre traite de la nature des Forces. La premiére choſe, que je démontre à leur égard, eſt, que toute preſſion eſt infiniment petite en comparaiſon d'une Force inhérente. Cette Opinion n'eſt pas nouvelle, quoique pluſieurs Auteurs, qui ont écrit des Méchaniques, parlent de ces quantitez, comme s'il y avoit moyen de les comparer entre elles.

Ariſtote a indiqué le premier la différence en queſtion, en demandant pourquoi une hache coupe, quand elle frappe, & ne coupe point, quand elle ne fait que preſſer (24).

Cette queſtion ſuppoſe que l'effet de la preſſion eſt nul, ou du moins infiniment petit en comparaiſon de l'effet de la percuſſion. La choſe même eſt exprimée dans la réponſe, qui revient à ceci en d'autres termes, que dans l'un des cas il n'y a ſimplement que preſſion, au-lieu, qu'outre la preſſion, il y a encore percuſſion, dans l'autre cas. *Galilée* a déduit la même concluſion de quelques Expériences (25). Mais *Borelli* eſt le premier, qui ait démontré, que ces quantitez ſont incommenſurables, & que toute percuſſion eſt infiniment grande, en comparaiſon d'une preſſion quelconque (26). Dans

(24) Mechanica. Quæſt. 20.
(25) Mechan. Dial. 4. in fine. Merſennus Cogit. Phyſ. Math. Tom. III. Reflex. c. 23.
(26) De vi percuſſionis. Prop. 90.

Dans les Chap. II. & III. j'examine la meſure des Forces. Pluſieurs Auteurs ont traité ce ſujet, qui partage aujourd'hui les Philoſophes. Tous conviennent que la Force eſt proportionelle à la Maſſe; mais il eſt queſtion de ſçavoir ſi, quand les Viteſſes différent, la Force ſuit la raiſon doublée de la Viteſſe.

La premiére diſpute, au moins indirecte, ſur cette matiére, a été entre *Huigens* & l'Abbé *de Catelan*, à l'occaſion de la maniére de déterminer le centre d'Oſcillation.

Quiconque examinera les démonſtrations de *Huigens* dans la quatriême partie de ſon Livre ſur *le Mouvement d'Oſcillation du pendule*, & qui les comparera avec les objections de *Catelan*, verra clairement, qu'il s'agit dans cette diſpute de la meſure des Forces.

Ces deux Auteurs examinent le cas, dans lequel pluſieurs Corps joints enſemble, deſcendant par la ſeule Force de la Gravité, & détachez enſuite les uns des autres, montent avec les Viteſſes qu'ils ont acquiſes; ou qui deſcendent, détachez les uns des autres, & montent enſuite joints enſemble. *Huigens*, en examinant ce cas, ſe fonde ſur l'axiôme, *que l'Action de la Gravité ne ſçauroit faire monter des Corps*, & prouve, que la ſomme des produits des poids, multipliez chacun par les hauteurs, dont ils deſcendent, ou juſqu'auxquelles ils s'élevent, eſt la même avant & aprés qu'ils ſe ſont ſéparez; c'eſt-à-dire, que quand les poids ſont ſéparez, il cherche la ſomme des produits des quarrez des Viteſſes par les Maſſes (27).

Voici au contraire le raiſonnement de l'Abbé de *Catelan*:

„ Soient deux poids égaux, ſuſpendus ſéparément à un même
„ point (à d'inégales diſtances), & élevez dans un même Plan ho-
„ rizontal, qui paſſe par le point de ſuſpenſion; ſi on laiſſe tom-
„ ber ces poids d'eux-mêmes, de ſorte qu'ils décrivent des arcs
„ ſemblables, ils acquerront des Viteſſes, qui auront un tel rap-
„ port, que leurs quarrez ſeront entr'eux comme les hauteurs,
„ d'où ces poids deſcendront perpendiculairement à l'Horizon.

„ Que ſi enſuite on attache ces deux poids enſemble par une
„ Verge inflexible, qu'on doit ſuppoſer ſans peſanteur, & qu'a-
„ près les avoir ſuſpendus au même point dans les mêmes diſtan-
„ ces, on les laiſſe deſcendre de la même hauteur qu'auparavant,
„ le pendule, qu'ils compoſeront, acquerra autant de Viteſſe que
„ les

(27) Horol. Oſcill. part. IV. Prop. 3 & 4.

» les deux pendules ſimples, la ſéparation des poids ne changeant » point la quantité de Mouvement (28) «.

Huigens n'eut aucune peine à démontrer que ces principes menoient à des conſéquences abſurdes (29). Il ſuppoſoit à la vérité, avec les autres Philoſophes de ce tems-là, que la quantité de Mouvement étoit proportionelle au produit de la Viteſſe par la Maſſe (proportion, que ſuit la tranſlation du Corps); mais il prouvoit cependant ſans peine, que *Catelan* ſe trompoit, en affirmant que cette quantité n'éprouvoit aucun changement. Il avoit déjà avancé ſur ce ſujet une propoſition (30), qu'il a démontrée dans la ſuite (31); ſçavoir, que dans le Choc des Corps parfaitement élaſtiques, (qu'il mettoit dans la Claſſe des Corps parfaitement durs) la même quantité de Mouvement ne ſe conſervoit pas; mais que la ſomme des produits des quarrez des Viteſſes par les Maſſes n'étoit pas changée par le Choc, & ſe trouvoit la même avant & après la rencontre des Corps. Dans la ſuite il s'eſt exprimé d'une maniére plus générale, en diſant, dans ſa derniére réponſe à l'Abbé de *Catelan*, *que ce n'eſt pas une néceſſité que la même quantité de Mouvement ſe conſerve toujours, à moins qu'elle ne ſe conſume à quelque choſe; mais que c'eſt une Loi conſtante que les Corps doivent garder leur Force aſcenſionelle & que pour cela la ſomme des quarrez de leurs Viteſſes doit demeurer la même* (32). Il eſt bon d'obſerver, qu'il s'agiſſoit de Maſſes égales; car c'étoit à ce cas, comme nous l'avons vû, que *Catelan* avoit réduit la queſtion.

Avant que cette diſpute fût terminée, il s'en éleva une autre entre *Leibnitz* & le même Abbé de *Catelan*. Le penultiéme Ecrit de *Huigens* a paru en 1684, & le dernier, dont ſont tirées les paroles, que nous venons de citer, eſt de l'année 1690. En 1686. *Leibnitz* avoit inſeré dans le Journal de *Leipſich*, du mois de Mars, une Piéce, dans laquelle il ajoute à une démonſtration, de ſa façon, touchant les hauteurs dont les Corps deſcendent, ou auxquelles ils montent, ces mots: » Il paroît par-là » comment la Force doit être eſtimée ſuivant la grandeur de l'Ef- » fet qu'elle peut produire, par ex. ſuivant la hauteur, à laquel-

» le

(28) Journal des Sçavans 1682. au commencement. Opera varia p. 217.
(29) Journal des Sçavans, 29 Juin 1682. Opera varia p. 222.
(30) Journal des Sçavans, 18 Mars 1669; 5 & 6 règle du Mouv.
(31) Opera poſthuma de Motu. Prop. 6 & 11.
(32) Hiſtoire des Ouvrages des Sçavans, Juin 1690. & Opera var p. 148.

*** *

„ le elle peut élever un Corps donné, & non pas ſuivant la Viteſ-
„ ſe, qu'elle peut imprimer à ce Corps..... Il faut donc dire
„ que les Forces ſont en raiſon compoſée des Corps & des Hau-
„ teurs, dont ces Corps auroient dû tomber pour acquérir leurs
„ Viteſſes..... Pour avoir voulu aſſigner une autre meſure aux
„ Forces, on eſt tombé dans pluſieurs erreurs..... Je ſuis même
„ fort trompé, ſi ce n'eſt pas, à cauſe de cela, que la Régle de *Hui-*
„ *gens* touchant le centre d'Oſcillation des pendules, laquelle eſt
„ très vraye, a été depuis peu révoquée en doute par quelques
„ Sçavans ".

Ce paſſage s'accorde aſſez bien avec celui que nous avons cité de *Huigens*, & qui, quoique poſtérieur au paſſage de *Leibnitz*, ne ſert cependant que d'explication à ce qui ſe trouvoit déjà dans quelques Ecrits antérieurs du même *Huigens*. C'eſt ce qui arrive très ſouvent. Ceux qui précédent, s'énoncent ſouvent de telle façon qu'il ne reſte à faire à l'Auteur d'une nouvelle invention, qu'à exprimer clairement ce qui a été indiqué d'une maniére enveloppée. Je ne nie pas que *Leibnitz* ne doive être reconnu pour l'Auteur de cette meſure des Forces, qu'il exprime dans les paroles que nous venons de rapporter, mais j'ôſe affirmer cependant, que c'eſt *Huigens* qui l'a mis ſur les voyes.

Catelan (33), & enſuite *Papin* (34), ont répondu à *Leibnitz*, dont la replique a donné lieu à divers Ecrits (35). Pluſieurs autres ont traité enſuite la même queſtion.

C'eſt de cette queſtion qu'il s'agit dans les Chap. II. & III. du ſecond Livre de ces Elemens; j'ai ajouté, outre cela, pluſieurs Expériences nouvelles à celles qui ſont décrites dans l'Edition précédente. En laiſſant là toute diſpute de mots, je me ſuis propoſé de prouver & de confirmer par des Expériences directes ces deux choſes; *Que pour communiquer à un Corps en repos tel ou tel dégré de viteſſe, il faut néceſſairement une Action, qui ſoit comme le produit de la Maſſe par le quarré de la Viteſſe.* Et *qu'un Corps, qui ſe meut, ne perd jamais toute ſa Viteſſe, à moins qu'il ne ſurmonte une réſiſtance, c'eſt-à-dire, qu'il ne produiſe un effet, qui ſuive la raiſon que je viens d'indiquer.* Il s'agit de l'Action entiére, & de

(33) Nouvelles de la République des Lettres, Sept. 1686.
(34) Act. Lipſ. 1689. p. 186.
(35) Nouvelles de la Rép. Juin & Sept. 1687. Act. Lipſ. 1690. pag. 228. 1691. p. 6. & 439. 1695. p. 145.

de cette Action ſeule, qui eſt employée à mouvoir le Corps; & de l'Effet entier, & ſeul, que le Corps produit, pendant qu'il perd ſon mouvement. Je ne crois pas qu'après les Expériences faites pour confirmer ces propoſitions, on puiſſe les révoquer en doute. Que ſi quelqu'un les admet, & dit qu'elles ſont fondées ſur l'ancienne manière de meſurer les Forces, je me contenterai de répondre, ſans entrer davantage en diſpute, que j'appelle Force dans un Corps la capacité d'agir, qui doit être meſurée par l'Effet entier. Je voudrois pourtant que ceux, qui employent une autre meſure, examinaſſent s'ils ſont en état de rendre raiſon, non pas ſeulement de quelques-unes de mes Expériences, mais de toutes celles que j'ai faites pour confirmer ce qui regarde les Forces & le Choc des Corps. Je ſouhaiterois auſſi qu'ils fiſſent attention aux Tems, durant leſquels les Effets ſont produits, afin qu'il ne leur arrivât pas de prendre pour les véritables meſures de ces Tems, des meſures qui ne ſont qu'imaginaires. J'ai traité ce ſujet aſſez au long dans les Scholies.

Je dois avertir, touchant les Expériences, qui regardent la maniére de meſurer les Forces, que le Marquis *Poleni*, auſſi diſtingué par ſes lumières que par ſa naiſſance, eſt le premier qui ait démontré immédiatement par une Expérience, que les Forces ſont conſumées par des Effets égaux, ſi les Maſſes ſont en raiſon inverſe des quarrez des Viteſſes (36). J'ai fait faire une Machine, pour réiterer cette Expérience, qu'on trouvera décrite dans l'Art. 834.

Dans la ſeconde partie du Livre II. je traite de la Percuſſion des Corps, touchant laquelle les Philoſophes ont été long-tems dans l'erreur. Enfin en 1669. *Wallis* a donné les véritables Règles, qui ont lieu à l'égard des Corps mous, quoiqu'il les applique aux Corps parfaitement durs. Vers le même tems, *Huigens* & *Wren* ont fait la même choſe pour les Corps élaſtiques (37), quoiqu'ils ne faſſent aucune mention d'élaſticité.

On trouve, au ſujet de ces deux derniers Auteurs, dans les Tranſactions Philoſophiques, le paſſage ſuivant. *Il eſt certain, qu'aucun d'eux n'a rien ſçu de la Théorie de l'autre, avant qu'ils euſſent confronté leurs Ecrits; & que l'honneur de l'invention appartient également à l'un & à l'autre.* Car Huigens, *étant à* Londres, *il*

(36) De Caſtellis §. 118.
(37) Philoſ. Tranſactions. N. 43. & 46.

il y a quelques années, donna la ſolution des cas qui lui furent propoſez au ſujet du Mouvement; ce qui prouve que les règles en queſtion devoient lui être connues dès lors. Cependant cet Auteur ne dira jamais, qu'il a communiqué la moindre choſe de ſa Théorie à aucun Anglois (38).

Je démontre, concernant cette Théorie, dans le Chap. V. du Liv. II. qu'elle ne différe de celle de *Wallis*, qui eſt expliquée dans le Chap. IV., qu'en ceci; que lorſque les Corps ſont élaſtiques, le changement de Viteſſe, produit par le Choc, eſt double de celui qui a lieu quand les Corps ne ſont point élaſtiques, & parlà j'ai réduit cette Théorie à une très grande ſimplicité. Au reſte, j'ai ſuivi ma propre Théorie, en démontrant les règles de *Wallis*.

Par rapport aux Expériences, on en avoit déjà fait pluſieurs touchant le Choc, avant que les véritables règles en fuſſent connües. Mais ces Expériences, qu'on faiſoit avec des Corps ſuſpendus, ne menoient qu'à des concluſions trop générales.

Wren & *Rook* ont été les premiers qui ayent confirmé les règles du Choc, en préſence de la Société Royale, par des Expériences plus préciſes (39). *Mariotte* a publié dans la ſuite, ſur la Matiére du Choc, un Traité entier, enrichi d'Expériences.

Je me ſers auſſi de Corps ſuſpendus; mais la Machine, quoiqu'aſſez bonne, dans ma premiére Edition, & qui a beaucoup de rapport avec celle de *Mariotte*, a été corrigée dans la ſeconde Edition, & rendüe beaucoup plus parfaite dans celle-ci, qui contient pluſieurs nouvelles Expériences ſur la matiére dont il s'agit.

Après que les règles de la Percuſſion directe eurent été découvertes par les Sçavans, que nous venons de nommer, l'explication de tout ce qui regarde la Percuſſion oblique de deux Corps, n'eut plus aucune difficulté. Pluſieurs Auteurs donnerent cette explication, en appliquant aux cas en queſtion, la décompoſition du Mouvement donnée par *Kepler*; c'eſt-à-dire, en conſidérant ſeparément le Mouvement direct changé, & le Mouvement latéral qui reſte le même (40).

Le

(38) Ibid. N. 46. pag. 927.

(39) Ibid. N. 46. & Newtonus Princip. Schol. Corr. 6. Legis Motûs 3iæ.

(40) Paralipom. in Vitellionem Cap. 1. Prop. 19. *Quand un Corps ſe meut obliquement vers une ſuperficie, ce mouvement eſt compoſé d'un mouvement perpendiculaire, & d'un mouvement parallèle à cette ſuperficie. Mais la ſuperficie n'eſt oppoſée qu'à cette partie du mouvement qui lui eſt perpendiculaire, & nullement à celle qui lui eſt parallèle. Ainſi elle n'em-*

Le Choc composé, tant direct qu'oblique, de trois Corps qui se rencontrent, a été peu approfondi jusqu'à présent; & ce qu'on trouve dans quelques Auteurs sur ce sujet, ne regarde que les cas les plus simples. C'est ce qui m'a engagé à ajouter dans cette Edition bien des choses sur une matiére, qui m'a paru en valoir la peine.

La derniére partie du Livre II. traite des Loix de l'Elasticité. Je dois au P. *Mersenne* ce qui y est dit des mouvemens des fibres. *Huigens* a trouvé, que les vibrations d'une Lame élastique sont Isochrones. La 1re. Expérience du Chap. XIV. n'est pas nouvelle non plus; mais j'ai ajouté ici quelques nouvelles démonstrations, & j'ai éclairci par des Expériences la véritable Loi de l'Elasticité.

Dans le Livre III. il est parlé des Fluides, dont la Pression fait le sujet de la 1re. partie. Plusieurs des propositions, que j'explique dans cette partie, sont tirées d'*Archimède* (41); & à peu près tout le reste de différens Auteurs, dont *Simon Stevin* (42), *Pascal* (43) & *Boyle* (44), sont les principaux. Il n'y a proprement de moi que la Méthode que j'ai suivie en traitant ce sujet, & plusieurs choses rélatives aux Expériences, dans lesquelles cependant j'ai eu pour guides ces mêmes Auteurs, & principalement *Boyle*.

Mr. *J. G. Leutman* a donné, dans les Mémoires de l'Académie de *Petersbourg*, une Méthode pour déterminer exactement, par le moyen d'une balance à bras inégaux, les plus petites différences des poids (45). A l'occasion de cette invention, je me suis attaché à examiner cette matiére, & j'ai trouvé que ces différences pouvoient être déterminées avec plus d'exactitude encore hydrostatiquement. La maniére, dont il faut s'y prendre pour cela, est décrite dans le Chap. IV. du Livre III.

Dans la seconde partie de ce même Livre, je traite du Mouvement des Fluides, & de leur écoulement par des ouvertures pratiquées

n'empêche point cette partie parallèle du mouvement, mais elle permet au Corps mû de s'en retourner, après le choc, du côté contraire à celui dont il étoit venu, en gardant la même direction par rapport à la superficie.

(41) De insidentibus Humido.
(42) De la Statique liv. 4 & 5.
(43) De l'Equilibre des Liqueurs.
(44) Paradoxa Hydrostatica.
(45) Tom. III. p. 138.

tiquées aux Vaiſſeaux qui les contiennent. Pluſieurs des choſes, qu'on y trouve, ſont tirées de *Newton*, & pluſieurs autres de *Mariotte* & du Marquis *Poleni*. A l'égard du reſte, en laiſſant là les diſputes des Sçavans ſur cette matiére, j'ai propoſé ce qui me paroiſſoit vrai, en ajoutant les raiſons qui m'engageoient à penſer ainſi.

On doit à *Mariotte* (46) la ſeconde Expérience du Chap. IX. J'ai déjà donné la quatriéme & la cinquiéme dans l'Edition de 1725, & crois devoir avertir ici, qu'un des Membres de l'Académie Royale des Sciences a fait de la cinquiéme Expérience le ſujet d'un Mémoire, à cette ſeule circonſtance près, qu'il ſe ſert de tuyaux fermez d'un côté par une glace (47): pratique, que nous recommandons à ceux qui voudront faire la même Expérience. A tout autre égard, on pourroit prouver ſans peine que la Méthode dont je me ſers, mérite la préference.

Le Chapitre X. traite du Mouvement des Fleuves. Ce qu'on y trouve ſur la maniére de déterminer la Viteſſe de l'Eau, eſt de *Gulielmini* (48), de qui j'ai encore emprunté quelques autres Articles (49).

C'eſt à *Newton* que je dois ce qui eſt démontré, dans le Chapitre ſuivant, du Mouvement d'un Pendule, comparé avec celui d'une Onde (50).

Dans la troiſiéme partie du Livre III. je parle des Actions des Fluides en mouvement, & j'examine ces trois choſes: l'Effort des Fluides en mouvement; la Preſſion latérale des Fluides ſur les Tuyaux par où ils paſſent; & enfin la Réſiſtance, qui doit être ſurmontée, pour élever un Fluide par le moyen d'une Machine. A l'égard du premier Article, j'avoüe, que l'Expérience que j'ai rapportée, ne s'accorde point avec celles de pluſieurs fameux Phyſiciens; mais je ſuis perſuadé néanmoins, que le ſuccès de l'Expérience ſera tel que je l'ai dit, pourvu qu'on obſerve toutes les précautions, que j'ai indiquées.

Je dois avertir, touchant la Preſſion latérale dans des Tuyaux, qu'après avoir déjà conſtruit, depuis quelque tems, la Machine, dont

(46) Mouvement des Eaux, 3. part. 2. Diſcours, ſur la fin.
(47) Mémoires pag. 191.
(48) Menſura Aquarum fluentium.
(49) De Fluminum Natura.
(50) Princip. Lib. 2. Prop. 44.

dont je me ſuis ſervi pour faire les Expériences du Chapitre XIII, j'en ai trouvé une autre, entiérement ſemblable, & qui a peut-être été conſtruite avant la mienne, décrite dans les Mémoires de l'Académie de *Petersbourg*, par le célébre Mathématicien, Mr. *Daniel Bernoulli* (51), qui a inſeré la même deſcription dans ſon excellent Ouvrage d'Hydrodynamique.

Je démontre dans le Chapitre ſuivant, au ſujet des Machines Hydrauliques, pluſieurs choſes, négligées juſqu'à préſent, mais qui peuvent être de très grand uſage; & j'enviſage le tout d'une maniére générale, mon but n'ayant point été d'appliquer mes démonſtrations aux Machines particuliéres.

Dans la derniére partie du Livre III. je traite des Corps mûs dans des Fluides; & ſans avoir rien ajouté de nouveau dans cette Edition, je ne laiſſe pas d'avoir éclairci quelques Articles. Pluſieurs des propoſitions, démontrées dans les Scholies du Chap. XVI, ſont de *Newton*. Voici la différence qu'il y a entre les démonſtrations de cet illuſtre Auteur & les miennes. Il s'eſt ſervi de la quadrature de l'Hyperbole, & j'ai fait uſage de la Logiſtique; ce qui eſt facile, & rend les démonſtrations moins abſtraites. *Newton* n'a pas voulu s'écarter, dans ce cas particulier, de ſa Méthode générale, qui lui a ſi heureuſement réuſſi en tant d'occaſions, de déterminer des grandeurs par la quadrature de certaines Courbes.

Huigens a indiqué le premier, à la fin de ſon Traité de la Gravité, les propriétez de cette Logiſtique, qui ont été démontrées dans la ſuite par *Guido Grandi* (52), dans un Livre que ce fameux Mathématicien a compoſé exprès ſur ce ſujet.

Le quatriéme Livre traite de l'Air & du Feu. Dans la premiére partie j'examine la peſanteur & l'élaſticité de l'Air, & j'explique les différens Phénomènes qui en dépendent.

La peſanteur de l'Air, connüe & prouvée par des Expériences chez les Anciens (53), n'étoit preſque d'aucun uſage dans l'explication des Phénomènes. *Galilée* même, quoiqu'il eût, en ſuivant la route qui lui avoit été frayée par *Ariſtote*, peſé l'Air condenſé dans une bouteille (54), n'a jamais ſoupçonné que la peſanteur de l'Air ſoutint l'Eau dans les pompes, quoiqu'il n'ignorât pas que

(51) Tom. 4. p. 194.
(52) Hugenii Opera reliqua Tom. I.
(53) Ariſtoteles de Cœlo Lib. IV. c. 4.
(54) Dialog. 1. Mechan.

que l'Eau n'atteint qu'à une certaine hauteur dans des pompes aſpirantes (55).

Torricelli, après avoir trouvé en 1643. un effet tout pareil avec du Mercure, & avoir vû que dans un Tube, vuide d'Air, le Mercure n'étoit pas ſoutenu au-delà d'une certaine hauteur, ſoupçonna que cet effet devoit être attribué à la Preſſion de l'Air, cauſée par ſa peſanteur. La vérité de cette conjecture fut confirmée en 1648. par une Expérience, faite à la réquiſition de *Paſcal*. On meſura la hauteur du Mercure dans le Tube de *Torricelli*, ſur la cime du *Puy-dome*, qui eſt une montagne d'*Auvergne*; on marqua auſſi la hauteur du Mercure, au pied de cette montagne, & l'on trouva que la derniére de ces hauteurs ſurpaſſoit l'autre de plus de trois pouces. Ce qui faiſoit voir clairement, que la Preſſion étoit moindre quand la quantité d'air, qui preſſoit vers en bas, étoit plus petite (56).

Peu de tems après cette découverte, on fit, au ſujet de l'Air, pluſieurs Expériences nouvelles, dont les principales furent celles d'*Othon* de *Guericke*, de *Boyle*, & de l'Académie *del Cimento* (57). Ces derniéres Expériences, quoique curieuſes, n'ont cependant rien de fort remarquable rélativement à l'Air. Dans ces Expériences on ne tiroit l'Air que de petites boules, adaptées à la partie ſupérieure des Tubes de *Torricelli*. *Guericke* & *Boyle* ont employé de plus grands Vaiſſeaux, & ſe ſont ſervi de pompes pour en tirer l'Air. Auſſi la Machine, deſtinée à cet uſage, porte encore aujourd'hui le nom de *Pompe pneumatique*.

Boyle nous apprend que *Guericke* a non ſeulement tiré le premier l'air d'un Vaiſſeau, mais que c'eſt lui-même qui a fait conſtruire une Machine commode pour cela (58). *Papin* a joint le premier enſemble deux pompes, dont les piſtons, mûs en ſens contraire, font ſortir l'Air avec moins de peine & en moins de tems (59).

Pluſieurs Machines pneumatiques ont été conſtruites, après que *Boyle* eut communiqué la ſienne au Public; mais elles étoient toutes

(55) Ibid.
(56) Paſcal, Récit de la grande Expérience de l'Equilibre des Liqueurs.
(57) Mr. P. van Muſſchenbroek, ſi connu dans la République des Lettres, a donné en 1731 une Edition Latine de ces Expériences, qu'il a enrichie d'un beau Commentaire & de pluſieurs Expériences nouvelles.
(58) Prooem. Experim. Phyſico-Mechan.
(59) Boilei Exp. Phyſ. Mechan. continuatio ſecunda in Præfat.

tes fondées ſur le même principe que celle de *Boyle*, & l'on en tiroit l'Air par la Méthode de *Guericke*.

J'ai fait uſage de différentes Méthodes propoſées par d'autres, & j'ai tâché de remédier aux inconvéniens qui en réſultoient. Enfin, à force d'eſſais & de corrections, je ſuis parvenu à la conſtruction de la double Pompe pneumatique, décrite dans le 4me. Chap. du Liv. IV: conſtruction, que j'ai appliquée dans la ſuite à une Machine pneumatique ſimple, comme on peut le voir dans le même Chapitre. La Pompe double me paroit préférable à toutes celles que je connois; non que je prétende qu'elle ne puiſſe être rendüe plus parfaite; mais je crois cependant devoir avertir ceux, qui voudront faire quelques tentatives à cet égard, qu'il arrive très ſouvent, qu'en voulant remédier à un inconvénient, on tombe dans un autre plus grand, & qu'on n'avoit point prévû. Cette même obſervation doit être appliquée aux autres Machines, qu'il eſt très facile de gâter en voulant les rendre meilleures.

Comme le fondement de la conſtruction de toute Machine pneumatique eſt l'Elaſticité de l'Air, cette propriété n'a guères pû être ignorée de *Guericke*. *Galilée*, qui, comme je l'ai dit, a peſé l'Air comprimé dans une bouteille, doit s'être apperçu de la même Elaſticité. *Ariſtote* même, quand il a découvert qu'une Outre peſoit davantage, étant enflée qu'étant vuide (60), doit s'être ſervi d'Air comprimé; ſans quoi, il n'y auroit point eu d'augmentation de peſanteur. Cependant perſonne, avant *Boyle*, n'a traité cette matiére, & ce grand Homme eſt le premier, qui ait mis la propriété en queſtion dans tout ſon jour, & qui l'ait éclaircie par des Expériences (61).

Les Chap. V. & VI. contiennent pluſieurs Expériences, qui prouvent la peſanteur & l'Elaſticité de l'Air. Ces Expériences, ſi l'on en excepte la ſeptiéme & la huitiéme du Chap. V. & quelques autres, ſont aſſez connües. Je marque, à l'égard de toutes, de quelle maniére il faut s'y prendre, & dans pluſieurs je ſuis la route ordinaire. J'ai pourtant donné dans ces Chapitres la deſcriptiòn de deux nouvelles Machines, l'une pour condenſer l'Air, & l'autre pour repeter pluſieurs fois l'Expérience des Corps tombant dans le vuide.

(60) Dans l'endroit indiqué ci-deſſus.
(61) Exp. Phyſ. Mechan. & ailleurs.

*** **

A l'occaſion de l'Air, je fais quelques obſervations générales touchant les autres Fluides élaſtiques. *Boyle* parle aſſez au long de ces Fluides, & les déſigne par les termes généraux d'*Air factice* (62). L'ingénieux & ſçavant Mr. *Hales* range ces Fluides dans la Claſſe de l'Air, & entre à leur égard dans un détail très curieux (63).

Comme l'Air eſt le véhicule du ſon, je traite auſſi de ce dernier dans cette même partie du Livre IV. J'y explique la Théorie de *Newton*, dont je donne la démonſtration, touchant l'agitation des particules d'Air, dans le Scholie I. du Chap. VII., quoique d'une maniére moins abſtraite. Quelques Mathématiciens célèbres ont obſervé qu'il y avoit un défaut dans cette démonſtration de *Newton*; cependant la vérité de la propoſition même a été prouvée par Mr. *Cramer*, très ſçavant Profeſſeur en Philoſophie & en Mathématiques à *Geneve* (64).

On a déjà eſſayé pluſieurs fois de déterminer la Viteſſe du ſon par des Expériences, dont les principales ſont celles de Mr. *Derham* (65), ſi connu dans la République des Lettres.

La 2de partie du Livre IV. traite du Feu. J'ai déduit d'un certain nombre d'Obſervations & d'Expériences aſſez connües quelques propriétez du Feu, qui m'ont fourni l'explication de divers Phénomènes.

Quand il n'y a pas moyen de fonder les raiſonnemens, qu'on fait en Phyſique, ſur quelque Loi de la Nature, il faut laiſſer là ce qu'on ignore. C'eſt ainſi que j'en ai agi, non ſeulement à l'égard de pluſieurs choſes qui regardent le Feu; mais auſſi par rapport à divers autres Phénomènes que quelques Phyſiciens prétendent expliquer. Je n'ai abſolument voulu admettre aucune Hypothèſe.

Dans le Chap. IX. j'ai parlé de quelques pierres lumineuſes: ce que j'en ai dit, ſe trouve dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences (66).

En traitant dans le Chap. X. de la dilatation des Corps par la chaleur, je prouve par une ſimple Expérience, que cette dilatation ſe fait de tous côtez. Cette propriété des Corps a été exami-

(62) Exp. Phyſ. Mech. contin. 2da.
(63) Vegetable Staticks. Vol. I. Chap. VI.
(64) Newt. Princip. Editio Genev. Tom. II. p. 364.
(65) Philoſ. Tranſact. N°. 313. p. 2.
(66) Mémoir. de l'An 1730. p. 524. & 1735. p. 347.

minée avec plus de ſoin par d'autres, & particuliérement par l'illuſtre *Herman Boerhave* (67) qui a été un des plus grands Ornemens de notre Univerſité. Mr. *van Muſſchenbroek*, mon Collegue, eſt le premier qui ait trouvé moyen de meſurer exactement cette dilatation, & cette obligation doit être ajoutée à tant d'autres que lui a la Phyſique Expérimentale (68). Mr. *Ellicott* a inventé dans le même but une autre machine très ingénieuſe, & qui ſe trouve décrite dans les Tranſactions Philoſophiques (69).

Le but de cette derniére Machine eſt de pouvoir comparer enſemble les dilatations de différens Corps, le même dégré de chaleur étant donné. Mais quoique j'aye pluſieurs fois eſſayé de faire cette Expérience, avec une Machine, parfaitement bien travaillée, qui avoit été faite en *Angleterre*, il ne m'a pas été poſſible d'en venir à bout; ces différens eſſais n'ayant ſervi qu'à me convaincre, que la comparaiſon, dont il s'agit, ne pouvoit ſe faire, à moins que les Corps, dont on veut comparer les dilatations, ne ſoient plongez dans un Fluide qui leur communique de la chaleur.

En traitant la matiére du Feu, j'ai dit quelque choſe de l'Electricité, afin de faire voir la liaiſon qu'il y a entre l'Electricité & certains Phénoménes du Feu. Les Expériences, que je rapporte, ſont de *Hauksbee*, auſſi-bien que celles, qui regardent le frottement dans le Vuide; mais la Machine, dont je me ſers pour ces derniéres Expériences, eſt différente de celle que cet habile Homme a employée. Ceux, qui ſouhaiteront de ſe mettre au fait de tout ce qui concerne l'Electricité, pourront conſulter les endroits que j'indique (70). Le Chap. XI. contient pluſieurs Expériences touchant le Mercure rendu lumineux. *Picard* a trouvé le premier que le Barométre avoit cette propriété (71). Mr. *J. Bernoulli*, dont le nom ſeul fait l'Eloge, a fait voir dans la ſuite, que la même propriété avoit lieu dans de plus grands Vaiſſeaux, & a découvert, outre cela, que le Mercure étoit auſſi lumineux dans le plein (72).

Le

(67) Elementa Chemiæ. Tom. I. p. 138.
(68) Tentamina Exper. Acad. del Cim. Part. 2. p. 12.
(69) Philoſ. Tranſactions. N°. 443.
(70) Philoſ. Tranſact. N°. 417. 423. 426. 431. Mém. de l'Acad. des Sciences. Années 1733. p. 23. 73. 233. 457 —— 1734. p. 341. 503 —— 1737. p. 86. 507.
(71) Acad. des Sciences. Tom. X. An. 1675. p. 566.
(72) Acad. des Sciences. M. 1701. p. 1. & 147.

Le Livre V. traite de la Lumiére. Dans l'Edition précédente, j'ai conſulté les Leçons d'Optique de *Barrow*, la Dioptrique de *Huigens*, & l'Optique de *Newton*, & j'ai joint à ce dernier Ouvrage, pour cette Edition-ci, les Leçons d'Optique de ce grand Homme, qui n'avoient point encore paru alors. Avant que cet Ouvrage fût donné à l'Imprimeur, j'ai reçu l'excellent Traité d'Optique de Mr. *Rob. Smith*, Profeſſeur à *Cambridge*. Le Plan de ce ſçavant Mathématicien embraſſe toute l'Optique, dont je n'ai voulu donner que les Elemens; ainſi il n'y a pas lieu de s'étonner ſi la plûpart des choſes, qui ſont dans ces Elemens, ſe trouvent auſſi dans ſon Ouvrage. Cependant la Méthode que je ſuis, & mes démonſtrations différent aſſez des belles démonſtrations de cet Auteur, pour qu'on ne puiſſe pas me ſoupçonner d'avoir voulu m'approprier ſes inventions. Je lui dois néanmoins ce que j'ai dit concernant la cauſe pourquoi nous ne voyons pas double un Objet, que nous regardons des deux yeux. Il eſt clair que cette cauſe répond parfaitement aux principes, dont j'ai déduit, en d'autres endroits, plus d'une concluſion. Ces mêmes principes ont été expliquez dans ma Logique, & reviennent à ceci, c'eſt que les ſens ne nous enſeignent rien par eux-mêmes, & que tout l'uſage que nous en faiſons, eſt du à l'Expérience.

J'avois expliqué dans la premiére Edition toutes les Machines requiſes pour faire des Expériences ſur la Lumiére. La même explication ſe retrouve ici, mais augmentée & corrigée, pour qu'on puiſſe refaire les mêmes Expériences avec plus de facilité & d'exactitude, & même en entreprendre de nouvelles.

La principale de toutes ces Machines ſert à retenir un Rayon ſolaire dans une même Ligne. *Farenheit* eſt le premier qui ſe ſoit aviſé de cette invention, en faiſant tourner un Miroir, par le moyen d'une Manivelle, de telle façon, que le Rayon ſe retrouvoit dans ſa premiére ſituation; il auroit pu ſe ſervir d'un ouvrage d'horlogerie pour diriger le mouvement du Miroir. Rien n'étoit plus ſimple que le fondement ſur lequel cette Machine de *Farenheit* étoit conſtruite; il employoit deux Miroirs, dont le premier, qu'il tournoit continuellement avec une Manivelle, refléchiſſoit les Rayons ſolaires parallélement à l'Axe de la Terre, & dont l'autre dirigeoit ces Rayons à volonté. Mais cette double réflexion affoiblit trop les Rayons.

Je ne me ſers que d'un ſeul Miroir, dirigé par une Horloge; la conſtruction de la Machine ſeroit infiniment plus ſimple, ſi l'on vouloit la faire aller à la main, & en changer tant ſoit peu la ſituation tous les quarts d'heure.

Je n'ai preſque rien ajouté au ſixiéme Livre. Dans la premiére partie j'explique ce qui a rapport aux Mouvemens des Corps céleſtes, & à leurs Apparences; la ſeconde contient les cauſes Phyſiques de ces Mouvemens, telles qu'elles ont été démontrées par *Newton*. Ce que je dis de la figure de la Terre, eſt fondé ſur les meſures priſes en dernier lieu, comme j'en avertis dans l'endroit même.

AVER-

AVERTISSEMENT DES LIBRAIRES.

L'Auteur avoit deſſein de changer ce qui ſe trouve, en petit caractère, à la fin de cette Préface; mais la maladie, dont il eſt mort, l'en a empêché. Nous nous ferions ſcrupule de rien ajouter aux Ouvrages d'un ſi grand Homme, ou d'en rien retrancher; ainſi nous donnons ce morceau, tel qu'il a été trouvé dans ſes papiers. On peut conjecturer qu'elles ſont les corrections & les additions, qu'il avoit deſſein de faire, par les deux Fragmens ſuivans, que nous avons cru devoir ajouter ici, tout imparfaits qu'ils ſont.

JE traite dans le cinquiéme Livre des Phénomènes de la Lumiére; & la Doctrine, qu'on y trouvera, eſt dûe entiérement aux Philoſophes Modernes: car en parcourant ce que les Anciens nous ont laiſſé ſur ce ſujet, on verra d'abord qu'ils ont ignoré les véritables cauſes des Phénomènes, & qu'ils y ont ſuppléé par bien des inutilitez. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à parcourir ce qu'*Euclide*, *Héliodore*, *Alhazen*, & *Vitellion*, ont fait ſur l'Optique. Je pourrois ajouter aux Auteurs, que je viens de nommer, le fameux *Roger Bacon*, Moine, qui a vécu dans le treiziéme Siécle, & qui a écrit ſur la même matiére, de même que *J. Bapt. Porta*, dont le Traité ſur les Réfractions a été publié en 1598.

Ce cinquiéme Livre eſt diviſé en quatre parties, dont la premiére traite du Mouvement & de l'Inflexion de la Lumiére. J'y explique ce qui a rapport à ſon Mouvement direct & à ſa Viteſſe, & j'ai eu ſoin d'indiquer les Auteurs à qui l'on doit ce qu'il y a de meilleur ſur ce ſujet. J'ai déduit l'Inflexion de la Lumiére, dont il eſt parlé enſuite, des Obſervations de *Grimaldi* (73), mais principalement des découvertes de *Newton* (74).

J'examine dans la partie, qui traite de la Réfraction, les Loix auxquelles cette Réfraction eſt ſoumiſe, & j'y traite des Lentilles de verre & de leur uſage, comme auſſi des Microſcopes & des Téleſcopes.

Snellius eſt le premier, à ce que *Huigens* nous apprend (75), qui ait découvert la véritable Loi de la Réfraction. Les Lentilles de verre ont été trouvées vers la fin du treiziéme Siécle. On peut conſulter, touchant cette invention, *Guill. Molyneux* (76), père de celui dont il eſt parlé dans le Chapitre I. de ce Livre V..... A mon avis, on ne ſçauroit dire avec certitude qui eſt l'inventeur des Lentilles, &, quoi qu'en diſe l'Auteur, que je viens de citer, je ſuis perſuadé que l'invention n'en doit être attribuée à *Roger Bacon* qu'avec reſtriction. A la vérité les endroits de *Bacon*, que *Molyneux* cite pour confirmer ſon ſentiment, ſemblent démonſtratifs, étant pris à part; mais ces

(73) Acad. des Sciences. Hiſt. Ann. 1715. p. 52.
(74) Optic. Lib. III.
(75) Hugenii Opera reliqua. Vol. II. pag. 2.
(76) A Treatiſe of Dioptricks. p. 257.

ces mêmes endroits, pris de cette maniére, ont un ſens différent de celui qu'on leur donnera, ſi l'on examine les termes, dont l'Auteur ſe ſert, dans leur connexion, & ſi l'on fait attention en même tems à quelques autres endroits. Quand *Bacon* parle d'Objets vûs *à travers un Milieu* (77), il n'entend point par-là des Objets placez au-delà du milieu, mais dans le milieu même, & ſuppoſe l'œil dans un autre milieu. Il concevoit auſſi le Soleil, la Lune, & les Etoiles, comme étant dans les Vapeurs qui s'élévent de la Terre, mais le ſpectateur, comme placé dans un milieu plus rare, & contemplant de-là ces Corps céleſtes (78).

Ce que *Bacon* dit au ſujet des verres, auroit pu néanmoins le mener aſſez naturellement à la conſtruction des Lentilles. Suivant ſes principes (de la vérité ou de la fauſſeté deſquels il n'eſt pas queſtion ici), il affirmoit qu'un Objet, placé dans un verre terminé par une ſuperficie convexe, en ſuppoſant l'œil placé dans l'Air, paroiſſoit aggrandi en-deçà du centre de la Sphère; d'où il inféroit, que des lettres paroiſſoient plus grandes, quand on les voyoit à travers un verre, qui étoit un ſegment moindre qu'une demi-Sphère.

Je n'ai rien à dire touchant les Microſcopes ſimples, qui ne ſont que des Lentilles convexes. *Drebbelius* eſt l'inventeur des Microſcopes compoſez (79).

J. Bapt. Porta eſt le premier qui ait fait mention des Téleſcopes, dans l'endroit où il affirme que des Objets éloignez paroiſſent ——— ——— ———

(77) De Perſpectiva. Part. III. Diſtinct. 2. cap. 3.
(78) Ibid. cap. 4.
(79) . . . . . .

L'Auteur avoit deſſein d'étendre davantage l'endroit, que nous avons ſéparé du reſte par des points dans le fragment précédent, & de peſer les termes que Bacon *employe, comme il paroit par ce ſecond Fragment.*

A mon avis, on ne ſçauroit dire avec certitude qui eſt l'inventeur des Lentilles, &, quoi qu'en diſe l'Auteur, que je viens de citer, je ſuis perſuadé qu'à proprement parler, l'invention n'en doit point être attribuée à *Roger Bacon*; cependant on ne ſçauroit douter qu'il n'en ait fourni l'idée.

C'eſt ce qui paroitra par l'examen de quelques paſſages de cet Auteur: *que ſi les Corps, à travers leſquels on apperçoit les Objets, ne ſont pas terminez par des ſurfaces planes, mais ſphériques, &c.* (77). Il n'eſt pas queſtion dans ces paroles de Lentilles, ni d'Objets apperçus au-delà de quelque milieu. L'Auteur, après avoir examiné les différens Phénomènes des milieux terminez par des ſurfaces planes, paſſe à l'examen de ceux qui réſultent de la figure convexe ou concave des milieux, & conſidére les Objets, comme plongez dans un milieu, pendant que l'œil eſt dans un autre; mais il ne conſidére en aucun endroit la double réfraction, qui a lieu lorſque l'Objet eſt placé au-delà du milieu.

Cependant *Bacon* a plus qu'entrevu la choſe, & pour peu qu'il eût joint l'Ex-

(77) De Perſpectiva. Part. III. Diſtinct. 2. cap. 3.

l'Expérience à la Théorie, la Doctrine des Lentilles de verre lui auroit été parfaitement connüe, & il ne seroit pas tombé dans plusieurs erreurs au sujet de la réfraction.

Après avoir affirmé qu'un Objet paroit aggrandi, *si l'œil est dans un milieu plus rare, & si le côté convexe du milieu, où l'Objet se trouve, est tourné vers l'œil* (78), il applique au verre cette Observation, & afin de considérer l'Objet comme étant dans le verre, il conçoit ce milieu comme terminé par une surface plane du côté éloigné de l'œil, & comme appliqué immédiatement à l'Objet; & quoique cet Auteur fasse mention d'une Lentille, plane d'un côté & convexe de l'autre, il ne s'est formé néanmoins aucune idée d'un verre, au-delà duquel les Objets paroissent aggrandis après une double réfraction. Le passage est remarquable, *si un Homme regarde des Lettres ou d'autres petits Objets à travers un milieu diaphane, comme le cristal, le verre, ou autre milieu pareil, qui soit terminé par une portion de Sphère, dont le côté convexe soit tourné du côté de l'œil placé dans l'Air, il verra les Lettres plus distinctement & aggrandies &c.* Il ajoute un peu plus bas: *Un pareil instrument peut donc être d'usage aux vieillards, & à ceux qui ont la vüe foible.* —— —— —— ——

(78) Ibid.

DIS-

DISCOURS*

SUR

L'ÉVIDENCE.

IL n'eſt pas néceſſaire d'avoir fait de grands progrès dans l'étude des Mathématiques, pour ſçavoir qu'elles employent une Méthode particuliére dans leurs Démonſtrations, qui d'ailleurs ont l'avantage d'être accompagnées de la plus lumineuſe Evidence: privilége trop beau, pour qu'on n'ait pas tâché de le communiquer à des Sciences d'un tout autre genre, en imitant la Méthode des Mathématiciens.

Les peines, que ſe ſont données à cet égard pluſieurs Sçavans, ont eu aſſez de ſuccès pour faire ſentir toute l'excellence des Démonſtrations Mathématiques. Mais qu'y a-t-il de ſi bon, dont on ne puiſſe abuſer? Et ſous prétexte de ne vouloir rien admettre qui ne ſoit démontré Mathématiquement, n'a-t-on pas rejetté des propoſitions, quoiqu'appuyées ſur les raiſons les plus ſolides? En affectant de ne rien admettre qui ne fût marqué au coin de la vérité, n'a-t-on pas ſouvent rendu la vérité même méconnoiſſable?

Il ſeroit facile de prouver que ceux, qui tombent dans ce défaut, ſont peu d'accord avec eux-mêmes, en leur demandant ſimplement, ſi pour vivre ſur la Terre, ils peuvent ſe paſſer du ſecours des autres Hommes? s'ils ne croyent pas que le Soleil, qu'ils ont vu le ſoir ſe coucher vers l'Occident, ſe levera du côté de l'Orient le lendemain? s'ils doutent qu'il y ait eu autrefois des *Romains*, & que *Rome* ait été la Capitale de leur Empire? Cependant aucune de ces propoſitions n'eſt fondée ſur une Démonſtration Mathématique.

Ainſi il y a une Evidence différente de l'Evidence Mathématique, & à laquelle nous ſommes obligez d'acquieſcer, à moins que de vouloir convenir que ce n'eſt pas le ſeul amour de la vérité qui nous

* Prononcé à Leide en 1724, quand l'Auteur quitta la Charge de Recteur magnifique.

nous retient dans le doute. Quelques Philoſophes modernes ont déſigné cette Evidence par le nom d'Evidence morale, & ont appellé *Certitude* morale la perſuaſion que produit l'Évidence dont il s'agit.

J'ai cru, Meſſieurs, qu'à l'occaſion de cette ſolemnité, je répondrois à ce que vous attendez de moi, ſi je vous entretenois de la nature, tant de l'Evidence Mathématique que de l'Evidence morale, & de la perſuaſion qui en réſulte: & ce ſujet m'a paru avoir d'autant plus beſoin d'être traité, que bien des Auteurs prodiguent le nom d'Evidence morale à des Argumens, qui manquent même de probabilité.

Je me propoſe d'exprimer ce que j'ai à dire, d'une maniére ſimple & claire, & je ne rechercherai pas une Eloquence, que *Ciceron* avoüe *ne devoir pas être exigée d'un Philoſophe*, quoiqu'il fût lui-même le plus éloquent de tous les Philoſophes de ſon Tems.

Avant que d'examiner la nature de l'Evidence Mathématique, & les raiſons qui nous obligent à y acquieſcer, il eſt néceſſaire de conſidérer attentivement notre propre Ame.

Notre Ame eſt ſuſceptible d'idées, qu'elle peut comparer entr'elles: faculté, qui conſtitue proprement ce que nous appellons intelligence.

Notre Ame apperçoit des idées, elle a le ſentiment de cette perception, & ne ſçauroit révoquer en doute qu'elle apperçoive l'idée qu'elle apperçoit.

Il ne s'agit pas ici de la conformité entre les idées & les choſes qui ſont hors de nous, mais uniquement de la perception qu'a notre Ame. Pendant que l'idée de quelque Bâtiment s'offre à mon Ame, je pourrai révoquer en doute qu'il y ait dans l'Univers quelque Bâtiment, qui réponde exactement à mon idée; mais je ne ſçaurois douter que mon Ame n'ait cette idée de Bâtiment. Car il eſt de la nature de notre Ame d'avoir le ſentiment de ſa perception. Il s'offre quelquefois plus d'une idée à notre Ame dans le même tems, & à proportion que le nombre en eſt plus grand, notre intelligence a auſſi plus d'étendüe.

Quand pluſieurs idées s'offrent en même tems à notre Ame, elle apperçoit néceſſairement le rapport qu'elles ont entr'elles, & ſe forme l'idée de ce rapport. Nier, lorſque deux idées ſont préſentes à mon Ame, que j'apperçois ſi ces idées différent entr'elles, & à quel égard elles différent, c'eſt dire en d'autres ter-

mes

mes que les idées qui s'offrent à mon Ame, ne s'y offrent pas. Car encore une fois, il ne s'agit ici que des idées, ou ce qui revient au même, de ce qui s'offre à notre Ame.

Il implique donc contradiction, que l'Ame apperçoive des idées, & n'apperçoive pas le véritable rapport qu'il y a entr'elles; mais par cela même elle aura le ſentiment de cette perception, & il ne pourra lui reſter aucun doute au ſujet du rapport en queſtion, c'eſt-à-dire, elle acquieſcera à cette propoſition, que le rapport, qu'elle a apperçu entre les idées, s'y trouve réellement. Si je compare enſemble l'idée du nombre de ſept avec celle de la ſomme des nombres quatre & trois, j'apperçois d'abord que ces idées ne différent point entr'elles, & je ſuis convaincu que trois & quatre, pris enſemble, valent ſept.

Tel eſt, Meſſieurs, le fondement de l'Evidence Mathématique, vous voyez que ſa nature même nous oblige à y acquieſcer, & par cela même rien n'eſt plus facile que de diſſiper les nuages dont les Sceptiques ont tâché d'envelopper la vérité. Il faut, diſent-ils, un caractère diſtinctif pour diſcerner la vérité. Or il eſt néceſſaire de pouvoir diſtinguer le caractère vrai d'un caractère faux. Pour cet effet, il faut encore un nouveau caractère diſtinctif. Ce dernier a de même beſoin du ſien, & ainſi à l'infini. D'où ils concluent, qu'il implique contradiction, qu'il puiſſe y avoir aucun caractère diſtinctif de la vérité. Nous répondons, que le caractère, qu'on exige, n'eſt autre choſe que l'Evidence même; c'eſt-à-dire, la perception du rapport de deux idées; que le caractère diſtinctif de l'Evidence eſt le ſentiment même que nous en avons: ſentiment, qui porte ſon caractère diſtinctif avec ſoi. Car je n'ai beſoin d'aucun caractère diſtinctif pour être certain que j'ai le ſentiment qu'une idée, qui eſt préſente à mon Ame, y eſt préſente réellement. Puis-je ne point appercevoir une idée que j'apperçois? Lorſque j'ai le ſentiment de la préſence d'une idée, puis-je ne point avoir la perception de ce ſentiment? On ne ſçauroit, ſans tomber dans une contradiction manifeſte, demander un autre caractère diſtinctif de ce ſentiment, que nous avons prouvé être l'unique fondement de l'Evidence Mathématique.

D'autres prétendent que la peine qu'on ſe donne en recherchant les fondemens de l'Evidence, eſt très inutile, puiſque l'on ne ſçauroit rien connoître avec certitude. Car, diſent-ils, pour connoître une choſe, il faudroit ſçavoir en quoi elle différe d'avec une au-

autre; or cette différence nous eſt inconnüe, à moins que nous ne connoiſſions les choſes mêmes: ainſi notre ignorance, tant à l'égard des choſes mêmes, que de leurs différences, eſt abſolument inſurmontable.

Pour éclaircir leur penſée par un Exemple, je ne puis connoître la nature d'un Triangle, à moins que je ne ſache en quoi il différe d'avec un Quarré: différence, que j'ignorerai auſſi long-tems que le Triangle & le Quarré me ſeront inconnus. Mais qui ne voit qu'on ſépare ici l'une de l'autre des choſes abſolument inſéparables, & qui a jamais révoqué en doute que l'idée que mon Ame a du Triangle, emporte celle de la différence de cette idée d'avec toute autre idée, quelle qu'elle ſoit? En voilà aſſez ſur les Sceptiques.

Après avoir expoſé les fondemens de l'Evidence Mathématique, il ne nous ſera pas difficile de faire voir en vertu de quoi les Mathématiques joüiſſent de l'ineſtimable privilège d'être *exemtes d'erreur*. Pour cet effet, nous commencerons par dire un mot touchant l'Objet des Mathématiques, & de la Méthode qu'employent les Mathématiciens.

Premiérement. Les Mathématiques ont pour objet des idées, & des idées uniquement; & il n'importe guères au Mathématicien, entant que Mathématicien, ſi les idées, ſur leſquelles il raiſonne, s'accordent, ou non avec quelque Objet exiſtant.

Lorſqu'il prouve, par Ex. que dans un Triangle rectiligne rectangle le Quarré de l'Hypotenuſe eſt égal aux Quarrez des deux autres côtez pris enſemble, il ne s'embarraſſe ni du Triangle, ni de la formation des Quarrez: c'eſt des ſeules idées des Quarrez qu'il eſt queſtion chez lui, & il ne parle que de ce qui auroit lieu, ſi ces Quarrez venoient à exiſter. Un Mathématicien raiſonne toujours dans l'Hypothéſe, *Si telle choſe étoit*; & c'eſt ce qui l'empêche de tomber dans l'Erreur. Il n'en eſt pas ainſi du Phyſicien, qui ſe trompe très ſouvent, parce qu'il raiſonne dans l'Hypothéſe, *Telle choſe eſt.*

Et même lorſque les Mathématiciens viennent à traiter des Matiéres Phyſiques, leurs Démonſtrations ſont auſſi appuyées ſur le fondement hypothétique, *Si telles choſes étoient.* Nous déſignons en ce cas les Mathématiques par l'épithéte de mixtes, pour les diſtinguer d'avec les Mathématiques pures, c'eſt-à-dire, idéales.

L'Aſtronôme, qui obſerve les Corps céleſtes & qui meſure leur cours, ne le fait pas comme Mathématicien, la fonction d'un

Mathématicien étant ſimplement de déduire des conſéquences des Obſervations déjà faites, & de raiſonner ſur les idées mêmes de ces Obſervations : il n'affirme rien touchant le Mouvement des Aſtres, qu'avec cette reſtriction hypothétique, *Si les Obſervations ſont exemtes d'erreur.*

Il arrive ſouvent auſſi que les Aſtronômes, à l'aide de leurs Obſervations, forment une Hypothèſe au ſujet du Mouvement des Corps céleſtes; en ce cas les concluſions Mathématiques, quoique très vrayes, ne pourront pas être appliquées aux choſes mêmes, à moins qu'il n'y ait aucune erreur dans l'Hypothèſe du Mouvement en queſtion, & dans les Obſervations, qui ſervent de fondement à cette Hypothèſe, ou à moins qu'il n'y ait par hazard une compenſation d'erreurs.

Mais tout ceci ne regarde pas le Mathématicien, conſidéré comme tel: c'eſt aux idées ſeules qu'il fait attention; & par cela même la Science, à laquelle il s'attache, a pour compagne cette Evidence, que nous avons appellée Mathématique, & dont la nature eſt telle, que nous ſommes obligez d'y acquieſcer.

Secondement. La Quantité, conſidérée en général, eſt l'Objet des Mathématiques. Les différentes parties de cette Science traitent des Quantitez particuliéres. La Géometrie meſure l'Etendüe. Les Méchaniques comparent les Forces entr'elles. Et plus d'une partie des Mathématiques examine les Mouvemens.

On ne peut comparer enſemble que des Quantitez de même genre. Si les idées de ces Quantitez ſont ſimples, elles ſont aſſez diſtinctes pour que la comparaiſon puiſſe s'en faire, ſans courir riſque de ſe tromper; ſi elles ſont trop compoſées, il faut les diviſer en idées plus ſimples, dont la comparaiſon n'a plus alors de difficulté.

Enfin. En comparant même entr'elles des idées compoſées, les Mathématiciens ſe ſervent d'une Méthode, qui peut facilement les exemter d'erreur. Ils paſſent du ſimple au compoſé; & diviſent, comme nous l'avons dit, ce dernier en ſes parties, pour pouvoir les comparer entr'elles. Quand cette comparaiſon ne ſçauroit avoir lieu, ils appellent à leur ſecours des idées moyennes, afin de ne comparer enſemble que des idées, dont une ſeule perception faſſe appercevoir la conformité ou la différence.

Ce ne ſont pas les Mathématiques ſeules qui ſe bornent à la conſidération des idées; d'autres Sciences ont auſſi droit à l'Evi-

den-

dence Mathématique. Celles, par Ex. qui traitent des choſes mêmes, ne fondent leurs raiſonnemens que ſur des idées, & l'Evidence Mathématique y a lieu hypothétiquement, ſçavoir, ſi les idées s'accordent avec les choſes, comme nous l'avons dit au ſujet des Mathématiques mixtes.

La Méthode, dont les Mathématiciens font uſage, peut s'appliquer à toutes les Sciences, & ils ne ſe réſervent rien de particulier que leur Objet, c'eſt-à-dire, la Quantité; ainſi, quoiqu'en Mathématiques on puiſſe plus facilement éviter l'erreur, on peut cependant l'éviter auſſi dans d'autres Sciences, pourvu qu'à l'exemple des Mathématiciens, on ne compare enſemble que des idées, ce qui cependant, comme je le marquerai dans la ſuite, eſt ſouvent très difficile.

La Logique traite de la Méthode de raiſonner, ou ce qui revient au même, des Règles qu'il faut ſuivre en comparant des idées enſemble; ainſi les idées des comparaiſons d'autres idées forment proprement l'Objet de la Logique, qui ne roule toute entiére que ſur des idées, & différe des Mathématiques uniquement par ſon Objet. Mais cette différence n'empêche pas que la même Evidence ne puiſſe avoir lieu dans la Logique. Les Règles, pour ne me borner qu'à cet Article, qu'on donne ordinairement au ſujet des Syllogiſmes, ſont auſſi certaines qu'aucun Théorème Mathématique.

L'Ontologie, Science deſtinée à examiner les propriétez communes de tout ce qui eſt, roule auſſi entiérement ſur des idées. Cette Science a pour Objet l'idée générale d'*Etre*, & quelque ſimple que paroiſſe cette idée, l'Ontologie n'eſt pas renfermée dans des bornes auſſi étroites qu'on pourroit ſe l'imaginer. Elle eſt même propre à répandre un grand jour ſur d'autres Sciences, pourvû qu'on diſſipe les tenêbres dont quelques Philoſophes ſemblent avoir pris à tâche de l'envelopper.

Rien n'y eſt conſidéré en particulier. Toutes les choſes qui exiſtent, y ſont rapportées à certaines Claſſes, pour déterminer leurs différences les plus générales. On y examine juſqu'aux poſſibles, enviſagez d'une maniére générale, & ce n'eſt pas-là un des moindres uſages de l'Ontologie. Celui qui fera attention, par Ex. à ce qu'on y démontre touchant la Cauſe & l'Effet, en remarquera aiſément l'utilité dans la ſolution des Queſtions les plus difficiles.

La Pneumatologie traite des propriétez de toutes les Intelligences. Comme toute connoiſſance ſuppoſe la penſée, la premiére

idée, qui ſe trouve dans notre Ame, doit être celle de notre Intelligence, & nous acquerons les idées des propriétez de l'Intelligence, indépendamment de tout ſecours étranger. Or par cela même que la Science en queſtion ne conſidére que les Notions que nous pouvons nous former des propriétez de l'Intelligence, ce qu'on y démontre eſt Mathématiquement vrai, & fondé ſur une Evidence Mathématique.

Si nous jettons les yeux ſur cette partie de la Pneumatologie, dont Dieu eſt l'Objet, nous verrons qu'elle roule auſſi uniquement ſur des idées, & qu'elle eſt déduite de Notions, dont la vérité ne ſçauroit être révoquée en doute. Ainſi ce qu'on y enſeigne, au ſujet de l'Intelligence ſuprême & infinie, a pareillement l'Evidence Mathématique pour fondement.

Il y a quelque choſe à préſent; donc il y a eu quelque choſe de toute Eternité. Je penſe, c'eſt-à-dire, il y a quelque choſe d'intelligent; donc le premier Auteur de mon Intelligence doit être Eternel, & ſurpaſſer infiniment en Intelligence cette Intelligence qu'il a produite; mais par cela même je ſuis obligé auſſi de lui attribuer une puiſſance capable de former mon Ame, c'eſt-à-dire, infiniment ſupérieure à toute puiſſance dont je puis avoir l'idée.

Tout ceci eſt ſimple & évident; & il ne faut que tant ſoit peu plus d'attention pour comprendre, qu'il y a dans l'Univers une Intelligence ſans commencement, & dont l'Exiſtence ne ſçauroit être attribuée à quelque Cauſe étrangére; d'où il ſuit que cette Intelligence exiſte par elle-même, que rien ne peut limiter ſes perfections, & qu'elle eſt unique. Par conſéquent, il n'y a qu'un Dieu, éternel, tout-puiſſant, & doüé d'une Science ſans bornes. Ces propriétez étant une fois démontrées, on en découvre aiſément d'autres, qui ne ſont pas moins eſſentielles à Dieu: comme, par Ex. la Bonté, qu'il doit poſſeder dans le dégré le plus éminent, par cela même que ſon Intelligence eſt infinie. Car rien n'eſt plus facile que de prouver que tout manque de Bonté vient d'un manque d'Intelligence, & ne peut avoir lieu qu'à l'égard d'une Intelligence limitée.

Je vais plus loin, & j'ôſe même affirmer que l'Argument, tiré de la contemplation de l'Univers, & par lequel on prouve l'Exiſtence & la Sageſſe de Dieu, eſt accompagné d'une Evidence Mathématique. J'avoüe bien, qu'il n'eſt pas Mathématiquement certain, que les Aſtres ſe meuvent, que le Soleil communique la vie

aux

aux Plantes par ſa chaleur, & que les Corps des Animaux ſoient faits avec un Art admirable; toutes ces véritez n'ont qu'une Evidence morale; mais voici comme je crois pouvoir raiſonner, en ne me bornant qu'aux ſeules idées. Il y a hors de moi quelque choſe, n'importe quoi, qui excite dans mon Ame l'idée d'un vaſte Aſſemblage de Corps, diſpoſez dans l'Ordre le plus ſage, & mûs ſuivant des Loix admirables. Je n'examine pas d'où me viennent les idées que j'ai acquiſes en contemplant l'Univers, & je n'affirme rien touchant leur origine, ſinon, que ce n'eſt ſûrement pas moi qui en ſuis l'Auteur. Ainſi il doit y avoir hors de moi une Intelligence, qui les excite dans mon Ame, de maniére ou d'autre: que ſi je juge de la Sageſſe de cette Intelligence par les idées dont il s'agit, je n'aurai aucun lieu de douter qu'elle ne ſurpaſſe infiniment toute Sageſſe dont je puis me former l'idée. Nous n'entrerons pas plus avant dans cette diſcuſſion, qui nous écarteroit trop de notre but.

Je range auſſi dans la Claſſe des Sciences, qui ont pour fondement l'Evidence Mathématique, c'eſt-à-dire, dont la certitude dépend du ſeul examen des idées, les premiers principes de la Morale, c'eſt-à-dire, tout ce qui a un rapport général aux Devoirs d'une Intelligence envers une autre Intelligence, & principalement envers l'Intelligence ſuprême, à qui elle doit ſon Origine, & dont elle eſpère tout ſon Bonheur.

Vous êtes ſurpris ſans doute, Meſſieurs, de me voir attribuer cette Evidence Mathématique, qui ne laiſſe aucun lieu à l'Erreur, ni à la Diſpute, à tant de parties différentes de la Philoſophie, pendant qu'en Métaphyſique, par Ex. il y a tous les jours un nombre infini de Diſputes, qui prouvent qu'il doit y avoir de l'erreur, au moins d'un côté. J'avoüe que les Philoſophes ſe ſont fréquemment trompez, & je donnerai même un nouveau dégré de force à l'Objection, en avoüant, qu'on ne ſçauroit rien imaginer de ſi abſurde, qui puiſſe être comparé aux rêves Métaphyſiques de quelques Philoſophes; au-lieu que dans les Mathématiques pures on s'eſt rarement trompé, & quand cela eſt arrivé, l'erreur a été facilement corrigée par d'autres: cependant la même Evidence & la même Méthode de raiſonner ont lieu dans la Métaphyſique & dans les Mathématiques. Pourquoi donc les Philoſophes ſont-ils plus ſujets à ſe tromper que les Mathématiciens? Avant que de répondre à cette queſtion, je dois avertir, que je laiſſerai-là ceux, qui, igno-

ignorant les premiéres régles du raiſonnement, & ne connoiſſant qu'à peine les principes de la Science, dont ils ſe mêlent, s'érigent en Juges & prononcent hardiment ſur les Queſtions les plus difficiles, & le plus au-deſſus de leur portée: témerité commune en Métaphyſique, & dont il eſt rare qu'on trouve des Exemples parmi les Mathématiciens. Je ne parlerai pas non plus des paſſions, qui affectent davantage les Métaphyſiciens que ceux qui s'appliquent aux Mathématiques. Mon but eſt ſimplement de faire voir que quoiqu'en faiſant abſtraction des paſſions, & en ſuppoſant le plus ſincère deſir de trouver la vérité, il ne ſoit pas poſſible à des Intelligences, limitées comme les nôtres, de ſe préſerver de toute Erreur, il n'eſt pas ſi facile d'éviter l'Erreur dans les autres Sciences que dans les Mathématiques.

Je penſe avoir aſſez clairement marqué d'où leur vient ce privilège: il ſera bon néanmoins d'ajouter encore à ce qui a été dit, les éclairciſſemens ſuivans.

Les Mathématiciens ne ſe ſervent d'aucun terme, qu'après en avoir donné une définition exacte, qui comprenne toutes les idées particuliéres contenues dans l'idée compoſée. Ils déſignent conſtamment la même choſe par le même mot; & expriment les vérités démontrées par les termes les plus clairs, afin de pouvoir s'en ſervir comme d'autant d'Axiômes. Auſſi long-tems qu'il n'eſt queſtion que de Quantitez, ces précautions ſont faciles à obſerver: on peut appliquer les mêmes règles aux autres parties de la Philoſophie, dont nous avons parlé; mais n'eſt-il preſque pas au-deſſus de l'humanité d'avoir continuellement le dégré d'attention néceſſaire pour cela?

En raiſonnant ſur les Actions & ſur les propriétez de notre Ame, nous nous formons des idées de ces propriétez & de ces Actions: mais pluſieurs choſes nous ſont inconnües touchant la nature de l'Ame, & il eſt ſouvent très difficile de tirer une conſéquence, telle que nous ſoyions ſûrs qu'elle ne puiſſe pas être invalidée par quelque choſe que nous ne ſçavons pas. Il arrive ſouvent auſſi que dans l'idée, que nous examinons, ſe trouvent contenues d'autres idées plus ſimples, que nous ne conſidérons pas toutes; d'où il arrive, que, quoique telle ou telle conſéquence que nous tirons, ſoit certaine, cette certitude n'a pas lieu cependant, ſi nous appliquons la conſéquence à la même idée enviſagée ſous une autre face. Qu'on juge par cette ſeule conſidération, combien

on

on court riſque de ſe tromper dans des Sciences, où l'on exprime, non ſeulement par le même mot la même idée compoſée, enviſagée ſous différentes faces; mais ſouvent auſſi des idées totalement différentes.

On s'épargneroit ces ſortes d'erreurs, ſi, en faiſant uſage d'une propoſition déjà démontrée, on avoit la démonſtration préſente à l'Eſprit. Par-là, on n'appliqueroit pas à une idée ce qui a été prouvé touchant une autre. Mais où eſt l'Homme, dont la vüe ſoit aſſez bonne pour appercevoir d'un ſeul coup d'œil la liaiſon qu'a une propoſition avec le premier principe, dont elle a été déduite à l'aide de pluſieurs propoſitions moyennes? Il ſuit donc de l'imperfection même de notre Ame, qu'il eſt plus difficile d'éviter l'erreur en Ontologie & en Pneumatologie qu'en Mathématiques; quoique cependant, en y faiſant attention, on puiſſe toujours diſcerner les cas où l'on eſt ſûr de ne ſe point tromper, d'avec les autres.

Je n'ignore pas, Meſſieurs, que dans un Diſcours, tel que celui-ci, des conſidérations auſſi abſtraites devroient être éclaircies par des Exemples: mais comme ces Exemples pourroient déplaire, permettez-moi de les ſupprimer.

Après avoir indiqué les Sciences dans leſquelles l'Evidence Mathématique a lieu, je me contente d'obſerver à l'égard de toutes les autres, qu'elles peuvent être comparées avec les Mathématiques mixtes, dans leſquelles il s'agit des idées des choſes qui ſont hors de nous. Que ces idées s'accordent, ou ne s'accordent pas avec les choſes, l'Evidence Mathématique n'en eſt pas moins la même, puiſqu'elle n'a rapport qu'à des perceptions & à des raiſonnemens, c'eſt-à-dire, à des idées. Ainſi la Théologie, la Morale, la Phyſique & l'Hiſtoire ne ſont pas ſuſceptibles d'Evidence Mathématique. Nous rapportons en général à la Phyſique toutes les Sciences qui regardent la connoiſſance des choſes naturelles. Pour l'Hiſtoire, elle comprend en général toute Expoſition des Faits. Les fondemens & la certitude de toutes ces Sciences ne dépendent en aucune façon de nos idées.

Il faut commencer en Théologie par décider, ſi la ſuprême Intelligence a manifeſté ſa volonté aux Hommes par une Révelation particuliére, & où ſe trouve cette Révelation; c'eſt ce qu'on ne connoîtra jamais par la ſeule comparaiſon des idées: mais la vérité de la Révelation étant une fois démontrée, les conſéquences, qu'on déduira de ce que Dieu a révelé, appartiendront aux idées;

& la certitude des raiſonnemens ne ſera Mathématique qu'hypothétiquement, c'eſt-à-dire, en cas que Dieu ait manifeſté telle ou telle choſe. Pour ce qui eſt du fait, Dieu a révelé telle ou telle choſe, il n'eſt ſuſceptible que de cette ſorte d'Evidence que j'ai appellée Morale.

J'ai déjà dit, que dans les fondemens de la Morale, entant qu'ils regardent en général les Devoirs des Intelligences, il n'entre que des idées; mais dès qu'il eſt queſtion d'Hommes, il faut, outre cela, que nous ſçachions quels ſont les ſecours mutuels dont des Hommes, qui vivent en ſociété, ont beſoin; c'eſt-à-dire, il eſt néceſſaire, que nous acquérions l'idée de ſociété entre des Hommes ſujets aux mêmes Paſſions & aux mêmes Affections, auxquelles l'Expérience nous apprend qu'ils ſont réellement ſujets. Si nous joignons à ces conſidérations celle de la Société Civile, comme cela ſe doit quand il s'agit des Devoirs mutuels des Hommes; il faudra, pour chaque Société particuliére, dont il ſera queſtion, ſçavoir où réſide la puiſſance, dont doivent émaner les Loix, & quelles Loix en ſont émanées.

La connoiſſance de ce que nous venons de marquer, c'eſt-à-dire, la perſuaſion qu'il y a de la convenance entre les idées que mon Ame ſe forme à cet égard, & les choſes mêmes, ne ſçauroit être puiſée dans la ſeule conſidération des idées. Mais cette convenance, qui n'eſt ſuſceptible que d'une Evidence Morale, étant ſuppoſée, nos raiſonnemens, s'ils ſont juſtes, ſeront Mathématiquement vrais.

Nous n'avons auſſi en Phyſique qu'une Evidence Morale au ſujet des Mouvemens des Corps, dont l'aſſemblage forme cet Univers, & des Loix, auxquelles ces Corps ſont ſoumis. Si l'on demande de quelle Evidence eſt ſuſceptible la déciſion de la queſtion qu'on propoſe quelquefois, *Y a-t-il des Corps?* je répondrai, que ceux-là mêmes, qui nient l'exiſtence des Corps, conviennent, qu'il y a hors de nous, pour chaque Corps, quelque choſe de déterminé qui excite en nous l'idée de ce Corps, & qui excite l'idée de ce même Corps dans tous les Hommes; de ſorte que la cauſe, quelle qu'elle ſoit, qui excite cette idée, agit ſur tous les Hommes préciſément comme pourroit faire le Corps même, & qu'il n'importe aucunement qu'il y ait hors de nous un vrai Corps, ou quelque autre choſe qui à notre égard ne différe en rien du véritable Corps. Ainſi rien au monde n'eſt plus frivole, ni plus inutile que toutes les diſcuſſions où ſont entrez ceux qui nient l'Exiſtence des Corps.

Dès

Dès qu'en Phyſique les Phénomènes ſont bien connus à l'aide d'une Evidence Morale, c'eſt-à-dire, dès qu'il eſt certain que nous avons de ces Phénomènes des idées, qui s'accordent avec les choſes mêmes, nos raiſonnemens, touchant ces idées, auront une certitude Mathématique, & toutes les conſéquences, que nous en déduirons, pourront être appliquées aux choſes mêmes.

De même en matiére d'Hiſtoire (& je comprends ſous ce terme les faits, plus ou moins importans, qui arrivent tous les jours dans le commerce ordinaire de la Vie,) nous n'avons qu'une Evidence Morale. Comment pourrions-nous découvrir, par la ſeule comparaiſon de nos idées, que tel Homme ait fait une telle Action? Mais quand nous avons les idées de ce qui eſt arrivé, nous pouvons, en les comparant enſemble, tirer des conſéquences d'une Evidence Mathématique.

Il paroit, Meſſieurs, par ce que je viens de dire, que l'Evidence Morale, & la perſuaſion qu'elle fait naître, roulent ſur l'exacte convenance entre les idées de notre Ame & les choſes hors de nous; au-lieu que l'Evidence Mathématique ne roule que ſur la convenance qu'il y a entre la comparaiſon de nos idées, & l'idée même que nous avons de cette comparaiſon. Or j'ai démontré qu'il implique contradiction que nous nous trompions, lorſque nous avons la perception de cette comparaiſon. Que s'il nous arrive de nous tromper en ce qui concerne l'Evidence Mathématique, cela n'a lieu, que lorſqu'après avoir comparé deux idées, nous appliquons à d'autres idées cette même comparaiſon.

Quand il eſt queſtion de choſes hors de nous, ce n'eſt point par la perception de ces choſes, que nous en acquerons l'idée, aucun Objet hors de nous ne pouvant agir immédiatement ſur notre Ame. Ainſi les fondemens de l'Evidence Morale ne ſçauroient ſe déduire du ſimple Examen de ce qui ſe paſſe dans notre Ame, non plus que de celui des Objets hors de nous, conſidérez en eux-mêmes. Il nous faut donc, pour acquérir l'idée de ces Objets, des ſecours différens des Objets mêmes. Ces ſecours, qui nous ont été fournis par le Créateur, ſont les Sens, le Témoignage & l'Analogie, trois Fondemens de l'Evidence Morale, pendant que l'Evidence Mathématique n'en a qu'un ſeul, ſçavoir la perception des idées. Les raiſonnemens Mathématiques ſont fondez ſur une Evidence, qui par ſa nature nous oblige à y acquieſcer; au-lieu que l'Evidence Morale eſt un fondement de perſuaſion, non par ſa propre nature, mais en conſéquence de la volonté de Dieu.

Il n'implique nullement contradiction, à conſidérer la choſe en elle-même, que nos Sens, le Témoignage, & l'Analogie ne nous trompent, quand même nous prendrions toutes les précautions poſſibles, pour nous en empêcher; mais il eſt contradictoire que Dieu ait voulu que ces trois choſes ſerviſſent de fondemens à notre perſuaſion, & nous jettaſſent cependant dans l'erreur, malgré toutes les précautions que nous pourrions prendre. Au reſte il ne me ſera pas difficile de prouver par des Démonſtrations d'une Evidence Mathématique, que Dieu a voulu, & n'a pas voulu en vain, que les Sens, le Temoignage, & l'Analogie fuſſent à notre égard des fondemens ſolides de perſuaſion. Il eſt certain qu'il y a des Démonſtrations de ce genre, qui prouvent qu'il y a un Dieu, qui eſt non ſeulement bon, mais qui l'eſt infiniment. De-là j'infère que cet Etre ſuprême a voulu que les Hommes profitaſſent des moyens qu'il leur a accordez pour vivre ſur la Terre où il les a placez; or je prouverai qu'il ne leur ſeroit pas poſſible de profiter de ces moyens, ſi les fondemens de l'Evidence Morale n'étoient pas ſolides. La ſuprême Sageſſe ſeroit contraire à elle-même, ſi le Don, qu'elle fait de certaines choſes, n'étoit pas accompagné du Talent de les diſcerner. Ce qui n'empêche pas néanmoins qu'on ne doive faire uſage des précautions néceſſaires dans l'exercice de nos Facultez.

Qui peut révoquer en doute que les Hommes n'ayent beſoin à chaque inſtant de pluſieurs choſes, qu'ils ne ſçauroient connoître que par le ſecours des Sens? Cependant Dieu leur a accordé l'uſage de ces choſes; ainſi il a voulu qu'ils en joüiſſent; c'eſt-à-dire, il a voulu tout ce qui eſt requis pour qu'ils puſſent en joüir, &, par une conſéquence certaine, qu'ils en jugeaſſent à l'aide de leurs Sens, que la Providence divine a accordez aux Hommes manifeſtement pour cette fin.

Il n'y a point d'Homme qui puiſſe vivre ſeul & ſe paſſer entiérement du ſecours des autres Hommes; mais pour qu'ils profitent tous de l'avantage que procurent les ſecours mutuels, il faut qu'ils puiſſent s'entre-communiquer leurs idées: privilège, dont la Bonté divine les a favoriſez, en leur accordant le talent de la parole.

Par le moyen de ce talent, à l'égard de bien des choſes qu'il nous importe abſolument de connoître, & qui ſe trouvent hors de la portée de nos Sens, nous profitons des Sens d'autrui. C'eſt ce qui fonde la néceſſité du Témoignage: d'où il ſuit que la validité du Témoignage étant néceſſaire pour que nous puiſſions vi-

vre

vre ſur la Terre, Dieu a voulu que nous y ajoutaſſions foi, en obſervant les précautions requiſes.

Il y a un grand nombre de choſes dont nous ne ſçaurions nous paſſer, & que la Liberalité divine nous a accordées. Or il nous eſt impoſſible d'examiner par nos Sens chaque choſe en particulier, pour ſçavoir ſi elle eſt propre à tel ou tel uſage: le Témoignage n'eſt pas ſuffiſant non plus, parce qu'il ne ſçauroit s'étendre à tous les Objets particuliers; d'ailleurs la plûpart de ces choſes ſeroient rendues inutiles par l'Examen même. Auſſi ſerions-nous fort à plaindre, ſi nous n'étions pas en droit d'appliquer aux choſes, que nous n'avons pas examinées encore, les propriétez que nous avons trouvées aux choſes du même genre, & de juger de l'avenir par le paſſé.

Sans cela, quel Laboureur enſemenceroit ſa terre, ou recueilliroit ſa Moiſſon? Qui voudroit, ſi tout Evénement étoit incertain, ſe donner la peine de prendre des arrangemens pour l'avenir? Pauvres Humains, que votre ſort ſeroit déplorable, ſi, à chaque aliment que vous prenez, vous n'aviez aucune certitude que cet aliment n'eſt pas un poiſon! Si, en voyant le Soleil ſe coucher, vous deviez craindre une éternelle nuit; & ſi, dans le tems que vous joüiriez de ſa clarté, vous étiez dans la continuelle frayeur qu'il ne s'éteignit à chaque inſtant!

Il ſeroit inutile de multiplier ces Exemples, la Bonté divine nous ayant exemptez de ces ſortes de frayeurs, & de toutes les autres du même genre, en nous autoriſant à juger par Analogie; ce qui nous met en état non ſeulement de diſtinguer les choſes qui nous ſeroient nuiſibles, de celles qui ſont néceſſaires à la conſervation de notre vie, mais auſſi de prévoir une partie de l'Avenir.

J'eſpère avec raiſon de recueillir, peut-être au centuple, la ſemence que j'ai confiée à la Terre. J'ai lieu d'être perſuadé que le Soleil, que j'ai vû ſe coucher dans l'Occident, reparoîtra après une abſence de quelques heures. Et je n'ai pas la moindre crainte qu'une Maiſon, ſolidement bâtie, croulera ſur ſes fondemens.

Nous devons donc raiſonner au ſujet des choſes naturelles par Analogie; & l'on ne ſçauroit douter que ce n'ait été là l'intention du Créateur, ſi l'on conſidére, d'un côté, la bonté ſouveraine de l'Auteur de la Nature, & de l'autre, la conſtitution de l'Univers. Mais ſi telle a été la volonté du Créateur, il doit avoir voulu auſſi tout ce qui eſt néceſſairement requis pour que des raiſonnemens, tels que ceux que nous venons d'indiquer, ſoient juſtes & fondez;

c'eſt-à-dire, qu'il doit gouverner l'Univers par des Loix fixes & conſtantes. Car la certitude de l'Analogie eſt fondée ſur l'invariabilité de ces Loix, qui ne ſçauroient être ſujettes au changement, ſans que le genre humain s'en reſſente, & périſſe en peu de tems.

Vous voyez, Meſſieurs, quelle différence il y a entre les Fondemens de perſuaſion, qui ont lieu à notre égard dans différentes circonſtances. Quelque grande cependant que ſoit cette différence, & quoique l'Evidence Mathématique ſoit d'un tout autre genre que l'Evidence Morale, la perſuaſion, qui réſulte de l'une & de l'autre, eſt parfaitement la même. Je ne ſuis pas moins obligé, après avoir pris les précautions requiſes, de me rendre à des Argumens, qui tirent leur Force d'une Evidence Morale, qu'à ceux qui ſont fondez ſur une Démonſtration Mathématique; & je doute auſſi peu qu'il y ait une Ville de *Londres*, que de la vérité de cette propoſition, les trois Angles d'un Triangle rectiligne, pris enſemble, ſont égaux à deux droits.

L'Argument, par lequel nous prouvons que tout ce qui ébranle les fondemens de l'Evidence Morale, porte atteinte à la Bonté de Dieu, eſt une Démonſtration Mathématique. Or cette Bonté eſt elle-même démontrée mathématiquement, comme nous l'avons déjà fait voir. Et ce n'eſt pas ici le lieu de répondre aux Objections, qu'on a tirées de la conſtitution des choſes, ſi peu connüe, contre un Attribut, ſi clairement prouvé.

Je ne m'arrêterai pas non plus à combattre les Sceptiques, dont les difficultez peuvent facilement être levées par les Argumens, qui viennent d'être indiquez. Il ſera néceſſaire néanmoins de dire un mot de leurs Opinions, entant qu'elles ſont rélatives aux réponſes que ces Philoſophes oppoſoient aux Argumens des Dogmatiques.

Socrate eſt le premier qui ait donné lieu au Scepticiſme; *c'eſt lui*, dit Ciceron, *qui, renonçant aux vaines recherches ſur les choſes cachées, & dont la Nature nous a dérobé la connoiſſance, a ramené la Philoſophie à la Vie commune, & l'a employée à chercher la nature du Bien & du Mal moral, de la Vertu & du Vice.* A l'égard de toutes les autres Queſtions, agitées par les Philoſophes, il ſe contentoit de dire, qu'il ne ſçavoit rien, & qu'il ne l'emportoit ſur les autres, qu'en ce qu'eux croyoient ſçavoir ce qu'ils ne ſçavoient pas, au-lieu que lui ſçavoit ſeulement qu'il ne ſçavoit rien. En un mot, au-lieu de s'appliquer à des recherches environnées de tenébres, il employoit tous ſes efforts à rendre la vertu aimable,

&

& à exhorter les Hommes à en pratiquer les Loix. Ce fut lui, ou plûtôt ſon Diſciple *Platon*, qui fonda l'ancienne Académie.

Arcéſilas, Fondateur de la moyenne Académie, portoit le Scepticiſme au point de douter de ſon doute même, & affirmoit qu'on ne pouvoit rien comprendre, ni même ſçavoir qu'on ne ſçût rien.

Mais les Académiciens ne furent pas les ſeuls Partiſans du doute univerſel. *Pyrrhon* ſe fit chef d'une Secte, qui trouvoit auſſi de l'incertitude par-tout. *Aulu-Gelle* indique néanmoins entre les Diſciples de *Pyrrhon* & les Académiciens cette différence, que ces derniers diſcernoient en quelque façon l'impoſſibilité de diſtinguer le vrai du faux; au-lieu que les autres nioient même qu'il parût vrai, que tout parût incertain.

Sextus Empyricus, dont l'Ouvrage ſur le Scepticiſme eſt parvenu tout entier juſqu'à nous, marque une différence à peu près ſemblable, qu'il exprime en ces termes. *Arcéſilas* prétendoit que ſuivant la Nature on fait bien de ſuſpendre ſon acquieſcement à quelque propoſition, & que c'eſt mal fait d'y acquieſcer. *Pyrrhon* diſoit de même qu'on fait bien de ſuſpendre ſon acquieſcement, non ſuivant la Nature, mais ſuivant ce qui paroit. J'avoüe, au reſte, ne pas bien comprendre comment ces paroles s'accordent avec ce paſſage de *Ciceron*. Arcéſilas *nioit qu'il y eût quelque choſe qu'on pût ſçavoir, il nioit même qu'on pût ſçavoir qu'on ne ſçait rien.*

Ces prétendus Philoſophes diſputoient ſur tout, & ſoutenoient qu'on ne pouvoit rien affirmer, dont on ne pût démontrer le contraire par des Argumens auſſi concluans; & ils oppoſoient aux raiſons les plus ſolides les plus puériles réponſes, en trouvant très mauvais cependant que dans l'uſage de la vie commune on rétorquât leurs Sophiſmes contr'eux.

Le Sophiſte *Diodore*, s'étant démis l'épaule, s'adreſſa au Médecin *Hérophile*, qui lui ſoutint, que l'os n'étoit point ſorti de ſa place, en ſe ſervant des mêmes Argumens dont les Sophiſtes, tels que *Diodore*, ſe ſervoient pour prouver l'impoſſibilité du Mouvement. Celui-ci, preſſé par la douleur, pria le Médecin de laiſſer là ces ſubtilitez, & d'employer en ſa faveur les règles de ſon Art.

Lacyde, Diſciple d'*Arcéſilas*, déclara plus ouvertement encore, que toutes ces ſubtilitez n'étoient bonnes que pour l'Ecole. Il pouſſoit l'Economie un peu loin, & avoit ſoin de ſerrer lui-même ſes proviſions. Pour plus grande ſûreté, il cachetoit la porte du cellier, & après cela il jettoit l'anneau, dont il s'étoit ſervi, dans le cellier, par un trou. Ses Domeſtiques, s'en étant apperçus, pro-

fi-

ſitoient de ſon abſence pour entrer dans le cellier & y prendre ce qui leur convenoit: après quoi, refermant & cachetant la porte comme auparavant, ils rejettoient l'anneau par le même trou. *Lacyde*, remarquant que ſes proviſions diminuoient, crut pouvoir tirer de là une nouvelle preuve du ſentiment d'*Arcéſilas*: *Que nos Sens ni notre Raiſon ne ſçauroient rien comprendre.* J'ai fermé & cacheté moi-même la porte de mon cellier, diſoit-il, j'ai jetté l'anneau dans le cellier avant de ſortir; de retour, je trouve tout en ordre, à mes proviſions près, qui ſont diminuées: cela ne m'autoriſe-t-il pas à ne rien croire? A la fin cependant s'étant apperçu qu'on le voloit, il prit le parti d'avoir toujours ſon anneau ſur ſoi. Cette précaution ne rebuta point ſes Domeſtiques; ils n'en ouvroient pas moins le cellier; & après y avoir pris ce qui leur plaiſoit, ils le refermoient, en mettant quelquefois un autre cachet, & d'autres fois en n'en mettant point du tout. *Lacyde* ſe fâchoit-il, ils le combattoient avec ſes propres armes, & lui ſoutenoient hardiment, tantôt que le ſceau étoit le même que celui qu'il y avoit mis, & tantôt qu'il n'y en avoit mis aucun. Enfin le Philoſophe, laiſſant tomber le maſque, Amis, leur dit-il, autre eſt le langage que nous tenons dans l'Ecole, & autre celui qu'il faut tenir dans la conduite de la vie.

Tous les Sceptiques en ont été réduits enfin à demeurer d'accord, que l'Art de douter ne devoit pas être appliqué à l'uſage ordinaire de la vie. Et quand même ils n'en ſeroient pas convenus, leur conduite auroit ſuffi pour trahir leurs ſentimens à cet égard. *Carnéade* avoit une Maitreſſe, & un Ami nommé *Mentor*: les ayant un jour ſurpris enſemble, il rompit tout commerce avec ſon Ami, ne ſoupçonnant nullement que ſes Sens l'euſſent trompé en cette occaſion.

„ Il eſt permis, dit *Sextus Empyricus*, de ſe régler ſur l'Expé-
„ rience, & de ſe conformer aux préjugez reçus dans la conduite
„ ordinaire de la vie, ſans qu'il ſoit néceſſaire pour cela d'admettre
„ les ſpéculations des Dogmatiques, dont il ne revient aucune
„ utilité pour le commerce de la vie “.

Quelle contradiction manifeſte! Si l'on ne peut rien comprendre, ſi les Sens nous trompent, & ſi la Raiſon nous induit en erreur, pourquoi y avoir recours dans l'uſage ordinaire de la vie? Comment pourrons-nous être certains, tant de notre propre Expérience, que de celle des autres? A quelle marque reconnoîtrons-nous les préjugez reçus? Et quelle preuve aurons-nous, qu'il peut

nous

nous en revenir quelque avantage? Je n'alléguerai qu'un ſeul exemple des fauſſes ſubtilitez que les Sceptiques employent pour défendre leur opinion.

Il n'y a rien, diſent-ils, qui ſoit certain, & cette Règle eſt ſi générale, que la propoſition même, qui l'exprime, n'en eſt point exceptée. Mais, répondent les Dogmatiques, votre Règle eſt vraye ou fauſſe; ſi elle eſt vraye, il y a au moins une propoſition certaine; & ſi elle eſt fauſſe, tout n'eſt pas incertain. Vous croyez peut-être les Sceptiques réduits au ſilence par ce Dilemme: mais il leur reſte encore une exception à alléguer, qui eſt que leur Règle n'eſt ni vraye ni fauſſe. Laiſſons-les dans cette eſpéce de milieu, & revenons à l'Evidence Morale.

J'ai prouvé que les Fondemens de cette Evidence étoient nos Sens, le Témoignage & l'Analogie, en avertiſſant qu'à chacun de ces égards il y avoit des précautions à obſerver. Car je ne prétends en aucune maniére ſoutenir que les Sens ne nous trompent jamais, qu'il faille ajouter foi à tout Témoignage, quel qu'il puiſſe être, & que toutes ſortes de faits puiſſent ſervir de fondement à un raiſonnement analogique.

Il faut rechercher avec ſoin les précautions propres à nous empêcher de tomber dans l'erreur, & faire uſage à leur égard des fondemens de l'Evidence Morale. Au reſte, nous n'aurons aucun ſujet de douter que les précautions, que nous aurons trouvées, ne ſoient celles qu'il faut, ſi dans leur recherche nous avons employé ces précautions mêmes.

Les Règles, qui regardent nos Sens, doivent être puiſées dans ce que la Phyſique nous enſeigne ſur leur ſujet; celles, qui ont lieu par rapport aux Témoignages des Hommes, ſont fondées ſur ce qu'on voit arriver journellement parmi eux; & pour ce qui concerne l'Analogie, elle eſt appuyée ſur cette propoſition, dont j'ai déjà démontré la vérité, *Que l'Univers eſt gouverné par des Loix conſtantes.*

Il ne ſeroit peut-être pas inutile d'entrer ſur chacun de ces Articles dans un plus grand détail, mais comme cela nous meneroit trop loin, je me contenterai d'avertir, que le principal uſage des Règles, rélatives aux fondemens de l'Evidence Morale, eſt de nous faire éviter l'Erreur; mais qu'il n'eſt pas toujours poſſible de parvenir par leur moyen à la connoiſſance de la vérité.

Il ſeroit à ſouhaiter qu'elles nous procuraſſent ce dernier avanta-

*** *** **

ge,

ge, qui eſt le grand but de nos Etudes; cependant ce n'eſt pas peu de choſe que d'être exempt du malheur de ſe tromper. Le Pilote, dont le Vaiſſeau ne ſçauroit ſurgir au Port, auſſi-tôt qu'il le voudroit, aime mieux reſter encore quelque tems en Mer, que d'aller donner contre des Ecueils. Il vaut mieux demeurer dans le doute, que de courir riſque de ſe tromper.

Il n'y a aucune diſpoſition de l'Ame, ſi l'on en excepte le *Pyrrhoniſme*, qui ſoit plus oppoſée à la recherche de la vérité, que celle qui porte les Hommes à prononcer ſur tout, ſans leur permettre de reſter en ſuſpens entre deux Opinions contraires. Cette diſpoſition eſt néanmoins très commune.

Combien d'Hommes ne voit-on pas épouſer un ſentiment, & le défendre avec toute l'ardeur imaginable? Ils ſe donnent mille peines pour combattre ceux qui ſont dans d'autres idées; ils cherchent de tous côtez des Argumens, pour défendre leur opinion & répondre aux autres. Il n'y a que la vérité ſeule, dont ils ne s'inquiétent pas.

De là ce nombre infini d'Erreurs qui aveuglent le Genre Humain, & l'extrême difficulté de faire rentrer dans le chemin de la vérité ceux qui s'en écartent. Il eſt rare qu'on ſache tenir un juſte milieu: on doute de tout, ou bien l'on admet, comme ſolides, des Argumens qui ne ſont rien moins que tels. Diſtinguer le certain du douteux, eſt un Art preſque ignoré dans le Monde.

Quels progrès les Hommes ne feroient-ils pas dans la Recherche de la vérité, s'ils étoient bien perſuadez, que rien n'eſt plus facile que de ſe tromper, & qu'il s'en faut beaucoup qu'ils ayent examiné avec l'attention requiſe tout ce qu'ils ont admis comme vrai?

Mais en voilà aſſez. J'ai paſſé ſous ſilence les Règles qu'il faut obſerver pour ne ſe pas tromper au ſujet de l'Evidence Morale: j'en ferai de même à l'égard des ſources ordinaires de nos Erreurs, rélativement à cette Evidence, dont je n'ai voulu indiquer que les Fondemens généraux.

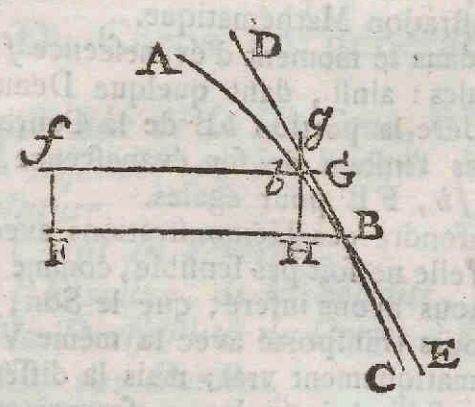
La Matiére de la *Probabilité* a beaucoup de rapport avec celle que je viens de traiter; & comme elle s'étend fort loin, & que bien des gens la confondent avec l'Evidence Morale, je ſerois tenté d'en dire quelque choſe, ſi le tems, deſtiné à ce Diſcours, me le permettoit; mais comme il eſt plus qu'écoulé, je finis.

AVIS

AVIS,

Touchant les Démonſtrations qui ſuppoſent des quantitez infiniment petites.

PLuſieurs Démonſtrations, données dans les Scholies, ſuppoſent des quantitez conſidérées comme infiniment petites; & j'ai eu ſoin de propoſer ce que j'en ai dit, de façon à être entendu de ceux qui ignorent ce qui a été prouvé, touchant ces quantitez, par les Géomètres. Cependant, pour qu'il ne leur reſte aucun ſcrupule au ſujet de ces Démonſtrations, & de peur qu'ils ne s'en faſſent quelque idée qui ne ſoit pas exacte, j'ai cru devoir faire précéder cet Avis.



Soit une Courbe quelconque ABC, que la ligne DE touche en B; ſoient de plus les deux lignes droites & parallèles FB, fG, jointes par la ligne Ff; que fG coupe la Courbe en b; enfin, que Hb, parallèle à Ff, coupe en g la Tangente DE. Concevons préſentement que la ligne Ff devienne plus petite, c'eſt-à-dire, que la ligne fG ſoit tranſportée d'un Mouvement parallèle, pendant que gbH ſe meut parallèlement à elle-même par les points où la ligne fG coupe la Courbe, il eſt clair que les raiſons entre gB, gH, HB, reſtent les mêmes, juſqu'à ce que fG coïncidant avec FB, ces trois petites lignes s'évanoüiſſent en même tems.

Dans le même Mouvement de la ligne fG, les raiſons entre les lignes bB, bH, HB, changent continuellement, juſqu'à ce que ces quantitez étant évanoüies, il n'y ait plus lieu à aucunes raiſons; mais dans le moment même d'évaneſcence, il y a entr'elles des raiſons différentes de toutes celles qui ont eu lieu dans les momens précédens.

C'eſt ainſi qu'un Corps, qui tombe, & qui, en tombant librement, ſe meut d'un Mouvement continuellement accéleré lorſqu'il parvient à un point quelconque, a une Viteſſe plus grande que toutes celles qu'il a eues avant que de parvenir à ce point, mais plus petite que toutes celles qu'il aura après l'avoir paſſé; & cette Viteſſe particuliére, avec laquelle il arrive à un point, eſt différente de toutes les autres avec leſquelles il arrive à quelqu'autre point que ce ſoit. De même, il ne s'agit point ici des raiſons que les quantitez ont avant

ou

ou après leur évaneſcence, mais de celles qu'elles ont dans l'inſtant même qu'elles s'évanoüiſſent.

Or comme dans ce moment d'évaneſcence, la Courbe coïncide au point de contact avec la Tangente, les points G, *g*, *b*, ſe confondent, & les raiſons entre *b*B, *b*H, HB, ne différent point de celles qu'il y a, dans cet inſtant, entre *g*B, *g*H, HB.

Quand dans quelque Démonſtration nous ſuppoſons B*b* infiniment petite, nous la conſidérons comme une Ligne droite, & ſuppoſons que l'égalité de raiſons, dont nous venons de parler, a auſſi lieu: cependant ces ſuppoſitions ne ſont Mathématiquement vrayes que dans le moment d'évaneſcence; ainſi lorſque je parle de quantitez infiniment petites, je déſigne par ces termes des quantitez évaneſcentes, & les Démonſtrations alors ne le cédent en certitude à aucune autre Démonſtration Mathématique.

Il eſt clair auſſi que dans le moment d'évaneſcence *f b* & FB ſe confondent, & ſont réellement égales: ainſi, dans quelque Démonſtration, que ce ſoit, dans laquelle je conſidére la portion *b*B de la Courbe comme infiniment petite, c'eſt-à-dire, dans l'inſtant de ſon évaneſcence, je puis, ſans me tromper, tenir les Lignes *f b*, FB pour égales.

Il ne faut point confondre ces Démonſtrations avec celles, qui renferment quelque erreur, quoiqu'elle ne ſoit pas ſenſible, comme par Ex. la Démonſtration de l'Art. 2384, dont nous avons inferé, que le Son, ſoit qu'il ſoit plus grand ou plus petit, eſt toujours tranſporté avec la même Viteſſe dans le même Air, ce qui n'eſt pas Mathématiquement vrai; mais la différence des Viteſſes, dans les cas où elle a lieu, eſt ſi petite qu'on ne ſçauroit abſolument l'appercevoir, & par cela même peut-être négligée en Phyſique, préciſément comme on néglige en Géometrie pratique la conſidération d'un grain de ſable, quand il s'agit de déterminer la hauteur d'une montagne. Dans des Démonſtrations de ce genre, il n'eſt pas queſtion de quantitez infiniment petites, mais de quantitez finies: car on peut exprimer par un nombre fini, non ſeulement la raiſon qu'il y a entre le Diamètre d'un grain de ſable & la hauteur d'une montagne, mais même entre ce Diamètre & celui de la Terre, ou, ſi l'on veut, entre le Diamètre d'un grain de ſable, & la diſtance de notre Globe à quelqu'une des Etoiles fixes.

Dans ces Démonſtrations, où je prends pour égales des quantitez, dont la différence n'eſt aucunement ſenſible, l'erreur ne ſçauroit pas être ſenſible non plus, & par cela même, quand il s'agit des choſes mêmes, que nous diſcernons par les Sens, ces ſortes de Démonſtrations ſont admiſes à juſte titre par les Mathématiciens, mais on ne doit pas les employer dans les Mathématiques pures, qui admettent cependant, comme je viens de le prouver, les Démonſtrations fondées ſur la Doctrine des quantitez infiniment petites, ou évaneſcentes.

TABLE
DES
CHAPITRES,
CONTENUS DANS CE I. TOME.

LIVRE I.

PARTIE I.

Du Corps en général.

CHAPIT. I. *DU But de la Physique, & des Règles qu'il faut observer en expliquant les Phénomènes de la Nature.* Pag. 1.

II. *Du Corps en général.* 3.

III. *De l'Etendue, de la Solidité, & du Vuide.* 5.

IV. *De la Divisibilité du Corps à l'infini, & de la Subtilité des Parties.* 7.

SCHOLIE 1. *Que l'Infini est contenu dans le Fini.* 9.

2. *De l'Inégalité des Infinis.* 12.

3. *Des différentes Classes d'Infinis.* ibid.

4. *De la Subtilité des Parties.* 15.

CHAP. V. *De la Cohésion des Parties, où l'on traite de la Dureté, de la Mollesse, de la Fluidité, & de l'Elasticité.* 16.

SCHOLIE 1. *Remarques générales sur la Force avec laquelle le Verre attire l'Eau.* 24.

2. *Des Tuyaux Capillaires.* 25.

3. *De l'Eau qui monte entre des Glaces.* ibid.

4. *Du Mouvement d'une Goutte entre deux Plans de verre.* 27.

CHAP. VI. *Du Mouvement en général, où l'on traite du Lieu & du Tems.* ibid.

LIVRE I. PARTIE II.

Des Actions des Puissances.

CHAP. VII. *De la maniére de comparer entr'elles les Actions des Puissances.* 29.

CHAP. VIII. *Conſidérations générales touchant la Gravité.* 33.
IX. *De quelques Machines qui ſervent à pluſieurs Expériences.* 35.
X. *De la Balance & du Centre de Gravité.* 39.
SCHOLIE 1. *Du Centre de Gravité.* 45.
2. *Arithmétique Méchanique.* 47.
CHAP. XI. *Du Levier, qui eſt la premiére des Machines ſimples.* 48.
XII. *De la Roüe avec ſon Aiſſieu, la ſeconde des Machines ſimples.* 54.
XIII. *De la Poulie, la troiſiéme des Machines ſimples.* 55.
XIV. *Du Coin & de la Vis, la quatriéme & la cinquiéme des Machines ſimples.* 59.
SCHOLIE 1. *Des Forces requiſes pour fendre le Bois.* 63.
2. *Examen d'une Machine.* 64.
CHAP. XV. *Des Machines compoſées.* 65.
XVI. *Des Puiſſances obliques.* 70.

LIVRE I. PARTIE III.

Des Mouvemens, changez par les Actions des Puiſſances.

CHAP. XVII. *Des Loix de la Nature, ſuivant Newton.* 86.
XVIII. *De l'Accéleration & de la Rétardation des Corps peſans.* 90.
XIX. *De la Deſcente des Corps peſans ſur un Plan incliné.* 93.
XX. *De la Vibration des Pendules.* 99.
SCHOLIE 1. *Dans lequel on démontre quelques propriétez de la Cycloïde, mentionnées dans ce Chapitre.* 110.
2. *De la maniére de tracer la Cycloïde.* 112.
3. *Du Mouvement d'un Corps qui parcourt une Cycloïde.* 113.
4. *De la maniére de déterminer le Centre d'Oſcillation.* 115.
5. *De la Ligne de plus prompte Deſcente.* 119.
CHAP. XXI. *De l'Uſage des Machines.* 122.
SCHOLIE 1. *Dans lequel on éclaircit ce qui a été dit touchant le Levier, au commencement de ce Chapitre.* 128.
2. *Des Expoſans des Machines.* 129.
3. *De la maniére de déterminer la plus petite Action totale.* 133.
CHAP. XXII. *Du Jet des Corps.* 135.
XXIII. *Des Forces Centrales.* 142.

SCHO-

SCHOLIE 1. *Considérations générales sur les Forces Centrales.* 167.
2. *Du Mouvement dans le Cercle.* 170.
3. *Du Mouvement dans l'Ellipse.* 171.
4. *Du Mouvement dans une Orbite mobile.* 174.
5. *Du Mouvement dans une Ellipse mobile.* 178.
6. *Du Calcul des Mouvemens des Apsides dans des Courbes peu différentes du Cercle.* 181.

LIVRE II. PARTIE I.

Des Forces Inhérentes.

CHAP. I. *De la Nature, de la Génération & de la Destruction des Forces en général ; comme aussi des Différences qu'il y a entre ces Forces & les Pressions.* 185.
II. *De la Mesure des Forces, tirée de leur Génération.* 191.
SCHOLIE 1. *Des Forces des Pendules.* 210.
2. *Calcul des Mouvemens du Pendule composé, dont il est fait mention dans la 1re, la 3me. & la 4me. Expérience de ce Chapitre.* 211.
CHAP. III. *Des Actions des Forces, & de leur Destruction.* 216.
SCHOLIE 1. *Comparaison des Segmens d'une Sphère.* 230.
2. *Des Tems pendant lesquels se forment les Cavitez, considérez d'une manière générale.* 232.
3. *Des mêmes Tems, considérez dans quelques cas particuliers.* 233.
4. *De la Comparaison des Tems dans lesquels les Cavitez se font dans quelques Figures particulières données.* 236.

LIVRE II. PARTIE II.

Du Choc simple des Corps, tant direct, qu'oblique.

CHAP. IV. *Du Choc des Corps simple & direct.* 240.
SCHOLIE 1. *Démonstrations de ce qui a été dit des Corps qui restent en repos après le Choc.* 259.
2. *Démonstrations Algébraïques des Règles, par lesquelles on détermine les Vitesses des Corps après le Choc.* 260.
3. *Démonstration Géometrique des Changemens qui arrivent aux Forces des Corps pendant la Percussion.* 261.
4. *Des Tems, dans lesquels les Percussions s'achèvent ; & de la manière de comparer entr'eux les changemens de Forces & de Vitesses qui arrivent dans de certains Tems.* 263.
CHAP. V. *Du Choc des Corps, composez d'autres Corps joints ensemble : où l'on traite du Centre de Percussion.* 266.

SCHO-

SCHOLIE 1. *Démonſtrations de ce qui a été avancé au ſujet de ces ſortes de Corps.* 270
2. *Examen de l'Expérience, dans laquelle on laiſſe tomber un Corps dans un des Baſſins, ou ſur un des Bras d'une Balance.* 274.
3. *Du Centre d'Oſcillation & de Percuſſion.* 278.
CHAP. VI. *Du Choc des Corps Elaſtiques.* 280.
SCHOLIE 1. *Dans lequel on étend aux Corps Elaſtiques ce qui a été démontré dans le Scholie 3. du Chap. IV. de ce Livre.* 294
2. *Démonſtration plus ample de l'égalité des Forces dans des Corps Elaſtiques avant & après le Choc.* 295.
3. *Eclairciſſement au ſujet de l'Action mutuelle des Corps Elaſtiques.* 296.
4. *Explication d'un Paradoxe.* 299.
CHAP. VII. *Du Mouvement compoſé.* 300.
VIII. *De la Percuſſion oblique.* 305.

LIVRE II. PARTIE III.

De la Percuſſion compoſée.

CHAP. IX. *De la Percuſſion double.* 311.
SCHOLIE. 1. *Démonſtrations de ce qui a été dit du Choc de trois Corps mûs dans une même Ligne.* 324.
2. *Examen des Viteſſes dans ce même cas, en ſuppoſant les trois Corps Elaſtiques.* 326
3. *Des Corps qui viennent frapper en même tems un autre Corps, ſuivant la même direction, mais dont les Percuſſions durent inégalement.* 328.
4. *Démonſtration de ce qui a été dit du Choc de deux Corps qui viennent frapper un troiſiéme Corps ſuivant des directions différentes.* 329.
5. *Des Percuſſions qui, dans le cas du Scholie précédent, durent également.* ibid.
CHAP. X. *Du Mouvement du Centre de Gravité.* 330.
SCHOLIE 1. *Des Forces des Corps mûs ſéparément; mais qu'on conſidére tous enſemble.* 336.
2. *Du Mouvement du Centre de Gravité dans quelques cas particuliers.* 338.
3. *Recherche des Mouvemens que des Corps reçoivent par la rencontre d'un autre Corps, ſans Percuſſion.* 340.
CHAP. XI. *De la Percuſſion triple de trois Corps.* 341.
SCHOLIE. *Démonſtration de la Conſtruction, par laquelle les Viteſſes des Corps ont été déterminées dans ce cas après le Choc.* 344.

LIVRE II. PARTIE IV.

Des Loix de l'Elaſticité.

CHAP. XII. *Des Fibres Elaſtiques.* 346.
XIII. *De l'Elaſticité des Lames.* 357.
SCHOLIE. *De la maniére de déterminer ce qui manque à l'Elaſticité pour être parfaite, & le Tems dans lequel un Reſſort ſe débande.* 366.
CHAP. XIV. *Des Solides Elaſtiques.* 368.
SCHOLIE. *Des Tems qu'il faut pour plier les Corps Elaſtiques.* 374.

LIVRE III. PARTIE I.

De la Peſanteur & de la Preſſion des Fluides.

CHAP. I. *De la Peſanteur des Parties dont les Fluides ſont compoſez, & de l'Effet de cette Peſanteur dans les Fluides mémes.* 377.
II. *De l'Action des Fluides ſur les Fonds, & contre les Parois & les Couvercles des Vaiſſeaux où ils ſont contenus.* 382.
III. *Des Solides plongez dans des Fluides.* 391.
IV. *De la maniére de déterminer le Poids des Corps.* 404.
V. *De la maniére de comparer enſemble les Denſitez des Fluides.* 408.
VI. *Maniére de comparer hydroſtatiquement les Denſitez des Solides.* 413.

LIVRE III. PARTIE II.

Du Mouvement des Fluides.

CHAP. VII. *De la Viteſſe communiquée à un Fluide par la Preſſion d'un Fluide ſupérieur.* 418.
VIII. *Des Fluides Jailliſſans.* 423.
IX. *De la maniére de déterminer la quantité de Fluide qui s'écoule d'un Vaiſſeau par une Ouverture, & des irrégularitez qui ont lieu en cette occaſion.* 433.

*** *** ***

SCHO-

SCHOLIE. *Manière de déterminer le Tems dans lequel une certaine quantité d'Eau s'écoule d'un Vaisseau.* 444.
CHAP. X. *Du Cours des Riviéres.* 446.
CHAP. XI. *Du Mouvement des Ondes.* 458.

LIVRE III. PARTIE III.

Des Actions & des Réſiſtances des Fluides en Mouvement.

CHAP. XII. *Du Choc des Fluides en Mouvement.* 464.
SCHOLIE. *Démonſtration touchant la plus grande Action d'un Effort ſur un Obſtacle en Mouvement.* 468.
CHAP. XIII. *De l'Action latérale des Fluides en Mouvement.* 469.
XIV. *Des Machines Hydrauliques.* 474.
SCHOLIE 1. *Démonſtration touchant l'Eau qui ſort.* 485.
2. *Démonſtration de ce qui a été dit touchant les plus grandes Actions dans les Art.* 1859 & 1863. 486.
3. *Démonſtration de la plus grande Action, mentionée dans les Art.* 1865. 1866. 487.

LIVRE III. PARTIE IV.

Des Corps mûs dans des Fluides.

CHAP. XV. *De la Réſiſtance qu'éprouvent les Corps mûs dans des Fluides.* 489.
SCHOLIE. *Démonſtrations touchant la Réſiſtance qu'éprouvent le Cone & la Boule.* 506.
CHAP. XVI. *De la Rétardation des Corps mûs dans des Fluides.* 508.
SCHOLIE 1. *De la Logarithmique.* 517.
2. *De la Rétardation en général.* 519.
3. *De la Rétardation produite par la premiére Cauſe.* 520.
4. *De la Rétardation produite par la ſeconde Cauſe.* 521.
5. *Des deux Rétardations enſemble.* 523.
6. *Des Corps jettez en haut.* 527.
7. *Des Corps qui deſcendent dans des Fluides.* 528.
8. *Eclairciſſemens ſur la Matiére des Rétardations.* 530.

TABLE
DES
PLANCHES.

La premiére Colomne indique les Planches & les Figures qui s'y trouvent.

La ſeconde marque quelle partie de leur véritable grandeur les Machines ont dans les Figures. Par Ex. les nombres 2, 3, 4, &c. font connoître que les dimenſions des Machines ont été réduites à la moitié, au tiers, au quart, &c. Pour les Lettres *v. g.* elles ſignifient que la Machine eſt repréſentée dans ſa véritable grandeur.

La troiſiéme Colomne contient les pages auxquelles les Planches doivent être rapportées, & les Nombres dans leſquels il eſt fait mention de chaque Figure: *p* déſigne la page, & *n* les Nombres.

Pl.	I.		p.	24.
Fig.	1.		n.	33.
	2.			54. 77.
	3.			78.
	4.	3.		85.
	5.			88. 91. 92.
	6.	*v. g.*		88. 91.
	7.			91. 93.
Pl.	II.		p.	28.
Fig.	1.		n.	46.
	2.			47.
	3.			51.
	4.			55.
	5.			99.
	6.			100.
	7.			102.
	8.			106. 107.
	9.			108.
	10.			ibid.
	11.			110.
Pl.	III.		p.	36.
Fig.	1.		n.	81.
	2.			82.
	3.			83.
	4.			84. 106.
	5.	4.		90.
	6.			158.
Pl.	IV.		p.	38.
Fig.	1.		n.	159. 160.
	2.			160.
	3.	2.		159. 161.
	4.			161.
	5.	6.		162.
	6.			165.
	7.			167.
	8.	2.		170.
	9.			173.
Pl.	V.		p.	44.
Fig.	1.		n.	198.
	2.	6.		200.
	3.			186. 207.
	4.	2.		208.
	5.	4.		211.
	6.	6.		213.
Pl.	VI.		p.	46.

Fig. 1.

Fig. 1. 6. n. 184.
2. } 6. 185.
3. } 6. 186.
4. } 194.
5. 196.
6. 3. 205.
7. 214.
8. 216.

Pl. VII. p. 50.
Fig. 1. 6. n. 210.
2. } 6. 232. 233. 234. 236.
3. } 6. ibid.
4. } ibid.

Pl. VIII. p. 56.
Fig. 1. } n. 238.
2. } 6. 239.
3. } 243.
4. } 247.
5. 254.
6. 5. 256.

Pl. IX. p. 58.
Fig. 1. } n. 250.
2. } ibid.
3. } 6. 260.
4. } 264.
5. } 266.
6. } 269.
7. } 4. 270.
8. } 267. 271.

Pl. X. p. 68.
Fig. 1. n. 272.
2. 3. 279.
3. ibi.
4. 6. 281.
5. 286.
6. 5. 301.

Pl. XI. p. 72.
Fig. 1. } 5. n. 293.
2. } 5. 295.
3. 2. 299.
4. 4. 268. 303.

5. 2. 304. 305.
6. 310.

Pl. XII. p. 78.
Fig. 1. 6. n. 312.
2. 315.
3. 6. 322. 326. 327.
4. } 3. 323.
5. } 3. 324.
6. 332.

Pl. XIII. p. 84.
Fig. 1. n. 325. 326.
2. 328.
3. 6. 335.
4. 338.
5. } 6. 342.
6. } 6. 346.

Pl. XIV. p. 90.
Fig. 1. 4. n. 330.
2. 6. 352. 354.
3. 3. 353.
4. 6. ibid.
5. 366.

Pl. XV. p. 100.
Fig. 1. n. 359.
2. 373. 379.
3. 385.
4. 393.
5. 394.
6. 10. 400.
7. 5. 402.

Pl. XVI. p. 116.
Fig. 1. n. 405. 441.
2. 408.
3. 409. 470.
4. 419.
5. 11. 428.
6. 439. 446.
7. 467.

Pl. XVII. p. 122.
Fig. 1. n. 424. 471.

	2.		431.
	3.	5.	454.
	4.		456. 465.
	5.		458. 488.
	6.		483.
	7.		ibid.
	8.		485.
Pl. XVIII.		p.	136.
Fig.	1.	n.	461.
	2.		477.
	3.		481.
	4.		495.
	5.		519. 522.
	6.		526.
	7.		534.
	8.		537.
Pl. XIX.		p.	142.
Fig.	1.	n.	540.
	2.		542.
	3.	5.	543.
	4.		545.
	5.		545. 553. 1614. 1615.
	6.		557.
Pl. XX.	8.	p.	168. n. 567. 571. 577. 580. 606. 608. 610. 612. 614. 617. 622.
Pl. XXI.		p.	168.
Fig.	1. 2. 3.	8. n.	568. 594. 573. 576.
	4.	6.	590.
Pl. XXII.		p.	168.
Fig.	1. 2. 3.	8. n.	580. 583. 614. 583.
	4.		585. 641.
	5.	4.	606.
	6.	8.	614.
	7.	4.	615.
Pl. XXIII.		p.	168.
Fig.	1.	n.	569.
	2.		571. 594. 595.
	3. 4. 5.	4.	594. 595. 600. 597.
	6.	*v. g.*	599.
Pl. XXIV.		p.	184.
Fig.	1.	n.	625.
	2.		639. 642.
	3.		648.
	4.		641. 650.
	5.		654.
	6.		656.
	7.		657.
	8.		658.
	9.		660.
	10.		ibid.
	11.		662.
	12.		664.
	13.		671.
Pl. XXV.		p.	202.
Fig.	1.	n.	728. 769.
	2.	12*.	739. 743. 837.
	3.	14.	760.
	4.	6.	761.
Pl. XXVI.		p.	202.
Fig.	1. 2.	4. n.	738. 740. 741. 1346.
	3. 4.	*v. g.*	740. 1346. 740.
	5.	4.	744.
	6.	2.	1090.
	7.	4.	1102. 1104.
Pl. XXVII.		p.	206.
		Fig.	1.

* Les Dimenſions des Figures *p o l* & G ne ſont réduites qu'à la ſixiéme partie de leur grandeur.

Fig.	1.	14.	n.	760. 768. 775. 778. 828. 938. 951. 952. 1103. 1191.
	2.			760.
Pl. XXVIII.			p.	206.
Fig.	1.	4.	n.	739. 778.
	2.	3.		763.
	3.			767.
	4.	4.		769. 770. 778.
	5.			774.
	6.	6.		777.
	7.	4.		771. 852.
	8.			827.
	9.			771. 857.
	10.			771.
	11.			1191.
Pl. XXIX.			p.	206.
Fig.	1.	10.	n.	745.
	2.			ibid.
	3.			ibid.
	4.	4.		779.
	5.			780.
	6.			781.
Pl. XXX.			p.	224.
Fig.	1.	10.	n.	820.
	2.			837.
	3.			ibid.
	4.			ibid.
	5.			838.
	6.			ibid.
Pl. XXXI.			p.	230.
Fig.	1.	10.	n.	785.
	2.			786.
	3.			787.
	4.			ibid.
	5.	4.		831.
	6.			ibid.
	7.			843.
	8.			ibid.
	9.			846. 848.
	10.			846.
	11.			852.
	12.			857.
	13.			ibid.
Pl. XXXII.			p.	240.
Fig.	1.		n.	750. 1039.
	2.	10.		833. 834.
	3.	4.		833.
	4.	2.		834. 855.
	5.			870.
	6.			882.
	7.			891.
	8.			899. 907.
Pl. XXXIII.			p.	252.
Fig.	1.	4.	n.	944.
	2.			945.
	3.			947.
	4.			950. 957.
	5.			952. 957.
	6.			ibid.
	7.			969.
	8.			971.
	9.			972.
	10.			976.
	11.			ibid.
	12.			978.
	13.			979.
Pl. XXXIV.			p.	258.
Fig.	1.	4.	n.	981.
	2.			982.
	3.			983.
	4.			986.
	5.			ibid.
	6.			989.
	7.			991.
	8.			993.
	9.			996.
	10.			997.
Pl. XXXV.			p.	280.
Fig.	1.		n.	1004. 1256.
	2.			1005.
	3.			1043. 1056.
	4.	5.		1072.
	5.			1074.
	6.			ibid.
	7.			ibid.
	8.			1079.

Pl. XXXVI.			p.	290.
Fig.	1.	} 4.	n.	1096.
	2.			1097.
	3.			1098.
	4.			1105.
	5.			1113.
	6.			1114.
	7.			1115.
	8.			1116.
	9.			1117.
	10.			1118.

Pl. XXXVII.			p.	296.
Fig.	1.		n.	987. 1108. 1135.
	2.			987. 990. 1108. 1135. 1136.
	3.			1016. 1134.
	4.			ibid.
	5.			1121.
	6.			1123.
	7.			1129. 1130.
	8.			ibid.
	9.			1129.
	10.			ibid.
	11.			ibid.
	12.	4.		1132.
	13.			1135.
	14.			1136.

Pl. XXXVIII.			p.	310.
Fig.	1.		n.	1148.
	2.			1149. 1153. 1159.
	3.			1149. 1156. 1160.
	4.			1149. 1157. 1160.
	5.			1163.
	6.			1164.
	7.			ibid.
	8.			1171.
	9.			ibid.
	10.			ibid.
	11.			ibid.
	12.			ibid.
	13.			ibid.

Pl. XXXIX.			p.	324.
Fig.	1.	10.	n.	1168.
	2.	2.		ibid.
	3.	} 10.		1169.
	4.			1208.
	5.			ibid.

Pl. XL.			p.	338.
Fig.	1.		n.	1173.
	2.	} 4.		1191.
	3.			ibid.
	4.			1193.
	5.			1238.
	6.			1251.

Pl. XLI.			p.	340.
Fig.	1.		n.	1177.
	2.			ibid.
	3.			1178.
	4.			1182. 1189. 1194. 1216.
	5.			1182. 1216.
	6.			1199. 1210. 1221. 1254.
	7.			1199. 1210. 1254.
	8.			1223.
	9.			1226.
	10.			1250.

Pl. XLII.			p.	346.
Fig.	1.		n.	1196. 1220. 1246.
	2.			1197. 1220. 1246.
	3.			1198.
	4.			1259. 1271.

Pl. XLIII.			p.	362.
Fig.	1.		n.	1282. 1294. 1307.
	2.			1286. 1292.
	3.			1294.
	4.	8 *.		1297. 1309. 1324.
	5.			1336.
	6.			1339.
	7.			1340.

Pl. XLIV.

* Les dimenſions des Figures GIG, ONV, S, ſont réduites à la moitié de leur grandeur.

Pl. XLIV.			p. 376.		
Fig. 1.			n. 1346.		
2.			1354.		
3.			ibid.		
4.	4.		1355.		
5.			1356.		
6.			1358.		
7.			ibid.		
8.	6.		1337.		
9.			1373.		
10.			1375.		
11.			1385.		
12.			1389.	1397.	
Pl. XLV.			p. 386.		
Fig. 1.			n. 1412.		
2.			1417.	1420.	
3.	4.		1427.		
4.			1429.		
5.			1433.		
Pl. XLVI.			p. 388.		
Fig. 1.	14.		n. 1441.		
2.			1443.		
Pl. XLVII.			p. 390.		
Fig. 1.	10.		n. 1423.		
2.			1424.		
3.	12.		1446.		
4.	10.		1449.		
5.			1451.		
Pl. XLVIII.			p. 396.		
Fig. 1.	7.		n. 1444.		
2.	6.		1469.		
3.			1472.		
4.			ibid.		
5.			1473.		
6.	2.		1488.		
Pl. XLIX.			p. 398.		
Fig. 1.	6.		n. 1480.	1490.	1527.
2.			1497.		
Pl. L.			p. 402.		
Fig. 1.	5.		n. 1502.		
2.	7.		1504.		
3.	10.		1510.		
4.	5.		1513.		
Pl. LI.			p. 416.		
Fig. 1.	4.		n. 1508.		
2.	5.		1517.		
3.	4.		1519.		
4.	8.		1543.		
5.	3.		1554.		
6.			1567.		
Pl. LII.			p. 418.		
Fig. 1.	6.		1524.	1546.	1559.
2.			1559.	1560.	
3.	2.		1526.		
4.			1570.		
Pl. LIII.			p. 432.		
Fig. 1.	10.		n. 1614.	1615.	
2.	$\frac{2}{5}$.		1614.		
3.			ibid.		
4.			ibid.		
5.			ibid.		
6.			ibid.		
7.			ibid.		
Pl. LIV.			p. 440.		
Fig. 1.			n. 1577.	1628.	
2.	12.		1584.	1587.	1595.
			1600.	1602.	1622.
			1624.		
3.	2.		1598.	1600.	
4.			1619.	1623.	
5.			1643.		
6.			1643.	1646.	
Pl. LV.			p. 444.		
Fig. 1.			n. 1644.		
2.			ibid.		
3.	10.		1652.		
4.			1657.		
5.			1660.		
6.	4.		1661.		
7.			1662.		

Pl. LVI.		p.	458.
Fig.	1.	n.	1672.
	2.		1698.
	3.		1713.
	4.		1716.
	5.		1735.

Pl. LVII.		p.	470.
Fig.	1.	n.	1737.
	2.		1741.
	3.		1748. 1751. 1752.
	4.		1751.
	5.		1753.
	6. 10.		1761.
	7.		1779.
	8.		1784.

Pl. LVIII.		p.	486.
Fig.	1. 10.	n.	1787. 1792. 1798. 1800. 1802.
	2. 6.		1788. 1803. 1804.
	3. 10.		1808. 1809.
	4.		1813. 1822. 1836. 1858.
	5.		1820. 1823.
	6.		ibid.
	7.		1830.
	8.		1831.

Pl. LIX.		p.	502.
Fig.	1. 15.	n.	1897. 1905. 1908. 1921. 1929.
	2. }		1908. 1913.
	3. } *v. g.*		1921.
	4. }		1929.

Pl. LX.		p.	508.
Fig.	1.	n.	1871. 1913.
	2.		1876. 1913.
	3.		1878.
	4.		1896.
	5.		1936.
	6.		1949.

Pl. LXI.		p.	520.
Fig.	1.	n.	1950.
	2.		1981.
	3. 12.		1990.
	4. 4.		ibid.
	5.		2008.

Pl. LXII.		p.	534.
Fig.	1.	n.	1992. 1999. 2012.
	2.		1996. 1999. 2018.
	3.		2014.
	4.		2027. 2049.
	5.		2052.
	6.		2065.

*** *** ***

BERICHT AAN DEN BOEKBINDER.

De Platen moeten, volgens deze Tafel, op de aangewezen paginaas ingezet worden, en het wit moet 'er aanblyven om buyten het Boek uitteſlaan.

AVIS AU RELIEUR.

Il faut placer les Planches ſuivant cette Table, de façon qu'en les dépliant, elles ſortent hors du livre.

Pl.		Pag.
	I.	24.
	II.	28.
	III.	36.
	IV.	38.
	V.	44.
	VI.	46.
	VII.	50.
	VIII.	56.
	IX.	58.
	X.	68.
	XI.	72.
	XII.	78.
	XIII.	84.
	XIV.	90.
	XV.	100.
	XVI.	116.
	XVII.	122.
	XVIII.	136.
	XIX.	142.
	XX. XXI. XXII. XXIII.	168.
	XXIV.	184.
	XXV. XXVI.	202.
	XXVII. XXVIII. XXIX.	206.
	XXX.	224.
	XXXI.	230.
	XXXII.	240.
	XXXIII.	252.
	XXXIV.	258.
	XXXV.	280.
	XXXVI.	290.
	XXXVII.	296.
	XXXVIII.	310.
	XXXIX.	324.
	XL.	338.
	XLI.	340.
	XLII.	346.
	XLIII.	362.
	XLIV.	376.
	XLV.	386.
	XLVI.	388.
	XLVII.	390.
	XLVIII.	396.
	XLIX.	398.
	L.	402.
	LI.	416.
	LII.	418.
	LIII.	432.
	LIV.	440.
	LV.	444.
	LVI.	458.
	LVII.	470.
	LVIII.	486.
	LIX.	502.
	LX.	508.
	LXI.	520.
	LXII.	534.

ELEMENS
DE
PHYSIQUE
DEMONTREZ
MATHEMATIQUEMENT,
ET CONFIRMEZ PAR DES
EXPERIENCES.

LIVRE I.
Partie I. Du Corps en général.

CHAPITRE I.
Du But de la Physique, & des Règles qu'il faut observer en expliquant les Phénomènes de la Nature.

LA Physique a pour objets les *Phénomènes de la Nature.* 1.

I. DEFINITION.

Nous appellons Phénomènes de la Nature tout ce qui tombe sous les sens : l'arrangement des Corps entr'eux & leurs mouvemens, pourvu que ces mouvemens & cet arrangement ne dépendent pas immédiatement de l'Action de quelque Être intelligent. 2.

Nous n'excluons cependant pas du nombre des Phénomè- 3.

nes de la Nature les mouvemens qui se font en nos Corps au gré de notre volonté: mais en ce cas, il faut distinguer ce qui dépend de la volonté, d'avec ce qui doit être rapporté à une autre cause. C'est la volonté qui détermine la direction de ces sortes de mouvemens, aussi bien que le tems dans lequel ils se font; & ceci ne regarde point la Physique. Pour ce qui concerne le mouvement même, il est une suite de l'action des muscles, qui sont eux-mêmes mis en mouvement par une autre cause. Ce sont-là des Phénomènes de la Nature; mais on ne sçauroit donner ce nom aux mouvemens qui sont des suites immédiates de l'action de l'Ame; ces derniers nous étant entiérement inconnus.

Tous ces mouvemens sont soumis à des Règles invariables.

Le Soleil se lève & se couche chaque jour, & le tems où il se lève & où il se couche est toujours determiné pour chaque saison de l'année & pour chaque lieu de la Terre; les Plantes de même espèce, en supposant les mêmes circonstances, sont produites & croissent de la même manière; & ainsi du reste. Quand on y fait attention, on s'apperçoit même que tout ce qui paroit fortuit & incertain, dépend de quelques Loix fixes.

C'est surquoi il ne peut rester aucun doute à quiconque examine les objets qui l'environnent. Cet examen le conduira à cet Axiome, qui sert de base à tous nos raisonnemens en fait de Physique, sçavoir

4. *Que le Créateur de toutes choses gouverne l'Univers par des Loix que sa sagesse lui a dictées, ou qui découlent de la Nature même des choses.*

5. *La Physique explique les Phénomènes de la Nature*, c'est-à-dire, *en assigne les Causes.*

En recherchant ces Causes, il faut d'abord examiner le Corps en général, & puis tâcher de découvrir les Règles suivant lesquelles le Créateur a voulu que se fissent tous les mouvemens. On nomme ces *Règles* les *Loix de la Nature.*

* 4.

2. DEFINITION.

6. *Une Loi de la Nature est donc une Règle, suivant laquelle Dieu a voulu que certains mouvemens se fissent toujours, c'est-à-dire, dans toutes les occasions semblables.*

7. Ainsi, par rapport à nous, tout effet simple, qui est le même

me dans toutes les occaſions ſemblables, dont la Cauſe nous eſt inconnue, & que nous ne ſçaurions déduire d'aucune des Loix que nous connoiſſons, quoiqu'il ſoit peut-être produit par quelque Loi plus ſimple, que nous ignorons, doit être mis au nombre des Loix de la Nature: Car, à notre égard, il eſt très indifferent qu'une choſe dépende immédiatement de la volonté de Dieu, ou ſoit l'effet de quelque Cauſe dont nous n'avons aucune idée.

Ce n'eſt qu'en examinant les Phénomènes qu'on découvre 8.
les Loix de la Nature; & c'eſt par elles que les Phénomènes doivent être expliquez.

Pour découvrir ces Loix, il importe d'obſerver les Règles ſuivantes, que Newton a propoſées le premier, & qui ſont fondées ſur l'Axiome que nous avons indiqué *. *4.

I. REGLE.

On ne doit admettre en Phyſique d'autres Cauſes que celles 9.
qui ſont vrayes, & qui ſuffiſent pour en expliquer les Phénomènes.

II. REGLE.

Les Effets naturels de même genre ſont produits par les mê- 10.
mes Cauſes.

III. REGLE.

Les Qualitez des Corps qui ne ſçauroient être augmentées ni 11.
diminuées, & qui conviennent ſans exception aux Corps ſur leſquels on a pu faire des Expériences, doivent être regardées comme inhérentes à tous les Corps.

CHAPITRE II.

Du Corps en général.

LA prémière choſe qui s'offre à conſiderer dans le Corps, 12.
c'eſt ſon *Etendue.*

L'idée de l'Etendue eſt preſque toujours préſente à notre ame, & ne ſçauroit être expliquée à cauſe de ſon extrême ſimplicité.

13. Tout Corps eſt étendu : Otez l'Etendue, vous detruiſez le Corps.

14. Cependant tout ce qui eſt étendu n'eſt point Corps. Pour ce qui concerne la difference qu'il y a entre le Corps & l'Eſpace, on ne peut la déterminer qu'après avoir examiné les autres proprietez du Corps.

15. La ſeconde proprieté du Corps c'eſt la *Solidité*. Un Corps exclut du lieu qu'il occupe, tout autre Corps, & cette proprieté n'appartient pas moins aux Corps fluides qu'aux Corps les plus durs.

16. La troiſiéme proprieté du Corps eſt la *Diviſibilité*, qui eſt une ſuite de ſon Etendue. Car on peut toujours concevoir une Etendue moindre qu'une autre, ce qui montre que toute Etendue a des parties, leſquelles peuvent dans le Corps être ſépa-
17. rées l'une de l'autre; à cauſe que, par une quatriéme proprieté, le Corps peut être transferé d'un lieu en un autre, ou, pour exprimer la choſe en un mot, eſt *Mobile*.

18. C'eſt par une Force inhérente que le Corps continue à ſe mouvoir. Quand il ne ſe preſente aucun obſtacle, le Corps céde au moindre coup: cependant il faut un effort plus grand ſi l'on veut tranſporter un Corps en moins de tems à une même diſtance, ou à une diſtance plus grande, en un tems égal: l'effort par lequel un Corps plus grand eſt mû, eſt auſſi plus grand que celui qui meut un Corps moindre, ſi les mouvemens
19. ſont parfaitement ſemblables. Ainſi *tout Corps qui eſt en repos, reſiſte au mouvement, non dans le tems qu'il eſt en repos, mais lorſqu'il commence à ſe mouvoir*. De là vient qu'on attribue au Corps ce qu'on appelle de *l'Inertie*; laquelle, convenant également à chacune des particules dont les Corps ſont compoſez, *eſt dans tous les Corps proportionelle à la quantité de leur Matiére*.

20. Tout Corps, par cela même qu'il eſt terminé, *a une Figure*, & cette Figure peut être changée, à cauſe que le Corps eſt diviſible en parties, & que ces parties, qui ſont mobiles, peuvent être diverſement diſpoſées entr'elles.

CHA-

CHAPITRE III.

De l'Etendue, de la Solidité, & du Vuide.

21. LA prémiére Queſtion qui s'offre à examiner ici, regarde le Vuide. On demande à cet égard, s'il y a quelque portion d'Etendue qui ne contienne aucune matiére ; car c'eſt une pareille Etendue qu'on nomme *Vuide* ou *Eſpace*. Les Phénomènes demontrent qu'il y a réellement du Vuide dans la Nature, comme nous aurons occaſion de le prouver dans le Chapitre XII. du Livre VI. Il s'agit ſeulement à preſent de ſçavoir ſi le Vuide eſt poſſible, ou non.

22. La poſſibilité du Vuide peut ſe déduire du ſeul examen de nos idées. Tout ce que nous concevons clairement pouvoir exiſter, eſt par cela même poſſible ; car s'il y avoit dans un Objet quelque choſe qui en empêchât l'exiſtence, l'idée de cet empêchement ſeroit contenue dans l'idée de l'Objet, & empêcheroit que nous n'en puſſions concevoir la poſſibilité.

Ainſi toute la queſtion ſe reduit à ſçavoir, ſi nous avons l'idée d'une Etendue qui ne contienne aucune matiére.

23. L'idée de Solidité nous vient par l'attouchement ; nous ſentons qu'il y a des Corps qui nous reſiſtent, & nous éprouvons même cette reſiſtance à chaque moment de la part des Corps, qui, en nous ſoutenant, nous empêchent de deſcendre plus bas que nous ne ſommes. Nous inferons de cette reſiſtance, qu'un Corps exclut du lieu qu'il occupe, tout autre Corps ; c'eſt-à-dire, qu'il a de la Solidité. Et cette idée de Solidité nous l'appliquons aux Corps les plus ſubtils, & dont les parties, à cauſe de leur petiteſſe, ne tombent pas ſous nos ſens : l'expérience ayant verifié que ces ſortes de Corps ne reſiſtent pas moins que les Corps les plus durs.

I. Experience.

24. L'Air dans lequel nous vivons échappe preſque toujours à la vue & à l'attouchement ; & néanmoins dans une Seringue exactement fermée il reſiſte aſſez au piſton, pour qu'aucune force ne puiſſe pouſſer ce piſton juſqu'au fond de la Seringue.

25. Dans l'idée d'Etendue n'eſt pas contenue celle de Solidité, cette

cette derniére n'étant déduite que de l'idée de reſiſtance, & ne nous venant que par l'attouchement. C'eſt pourquoi celui qui n'auroit jamais touché de Corps, auroit une idée claire de l'Etendue, ſans pouvoir ſe former la moindre notion de la Solidité.

2. EXPERIENCE.

26. Quand un Corps ſe trouve à une certaine diſtance d'un Miroir concave, le ſpectateur voit en l'air l'image de ce Corps devant le Miroir: Phénomène dont nous rendrons raiſon dans le Livre V. L'image en queſtion repreſente un vrai Corps, avec ſes couleurs, & cependant ne reſiſte en aucune maniére.

Si quelqu'un n'avoit jamais vu autre choſe que de pareilles images, & qu'une de ces images lui ſervit de corps, auroit-il la moindre idée de Solidité? Il paroit que non: & cependant il auroit l'idée d'Etendue.

Il ne s'agit pas de ce que c'eſt qu'une telle image: car il n'eſt queſtion ici que de nos idées.

Ce n'eſt pas le ſeul défaut de Solidité qui conſtitue la difference entre l'Eſpace & le Corps.

27. *L'Eſpace eſt infini*, & pour peu qu'on y faſſe attention, on s'appercevra qu'il ne ſçauroit avoir de bornes: car il n'y a pas moyen de concevoir un Eſpace terminé, ſans concevoir un autre Eſpace qui l'environne. Ainſi il implique contradiction que l'Eſpace, conſideré dans ſa totalité, ait des bornes. A l'égard des Corps, il eſt certain qu'il y en a de finis.

28. Nous voyons clairement que *l'Eſpace a des parties*, mais *qui* ne ſçauroient être ſeparées l'une de l'autre. Ces parties *ſont immobiles, auſſi bien que* tout *l'Eſpace*; mais les parties du Corps peuvent changer de place, & par cela même être ſéparées.

L'idée de l'Eſpace eſt très ſimple; celle du Corps eſt plus compoſée.

29. La Solidité eſt appellée Impénétrabilité par quelques Philoſophes, qui prétendent la déduire de la Nature de l'Etendue; car, diſent-ils, ſi à un pied cubique d'Etendue on ajoute un autre pied cubique d'Etendue, on aura deux pieds, puiſque chaque pied a tout ce qui eſt neceſſaire pour conſtituer la grandeur dont il s'agit: ainſi chaque partie de l'Eſpace en exclut toute autre partie.

30. *Rep.* Il implique contradiction qu'une partie de l'Eſpace ſoit tranſ-

transportée dans un autre lieu; par où il paroit que c'eſt l'Immobilité des parties de l'Eſpace, & non leur Impénétrabilité, ou leur Solidité, qui empêche que deux parties de l'Eſpace ne puiſſent ſe confondre.

CHAPITRE IV.

De la Diviſibilité du Corps à l'infini, & de la Subtilité des Parties.

PAr cela même que le Corps eſt étendu, il eſt auſſi diviſible, c'eſt-à-dire, qu'on peut y concevoir des Parties. 31.

Cependant la Diviſibilité du Corps eſt differente de celle de l'Etendue, en ce que les Parties du Corps peuvent être ſéparées l'une de l'autre (28). Comme c'eſt de l'Etendue que la Diviſibilité dépend, c'eſt dans l'Etendue qu'il faut l'examiner.

Le Corps eſt diviſible à l'infini; c'eſt-à-dire, qu'on ne peut concevoir dans ſon Etendue aucune partie ſi petite qu'il n'y en ait une plus petite encore. 32.

Que les lignes AE & FG, peu éloignées l'une de l'autre, ſoient toutes deux perpendiculaires à la ligne BD; que des centres C, C, C, &c. à la diſtance A, on décrive des cercles qui coupent la ligne FG aux points *i*, *i*, &c.; plus le rayon AC ſera grand, plus la Partie *i*F deviendra petite; or ce rayon peut être augmenté à l'infini, & la Partie *i*F diminuée de même, ſans que pourtant cette Partie puiſſe devenir égale à rien; à cauſe que le Cercle ne peut jamais ſe confondre avec la ligne droite BF. 33. TAB. I. Fig. 1.

Ainſi des Parties de grandeur quelconque peuvent être diminuées à l'infini, ſans qu'il y ait jamais aucune fin à la diviſion.

Mais cette Démonſtration donne lieu à un paradoxe plus etonnant encore. Elle prouve que l'angle mixtiligne que le cercle fait avec la tangente peut être diminué à l'infini. Or cet angle, quoique diviſible à l'infini, eſt plus petit qu'un angle rectiligne quelconque *; cependant tout angle rectiligne, entant que quantité, eſt lui même diviſible à l'infini, & quelque petit qu'on le conçoive, il eſt plus grand que tous les angles mixtilignes. 34. *16. El. III.

Ainſi

35. Ainſi *une Partie infiniment petite d'une quantité* diviſée en un nombre infini de Parties, *eſt* à ſon tour *diviſible à l'infini.* Nous établirons la même vérité dans les Scholies ſuivans ſur des Dé-
36. monſtrations Mathematiques, par leſquelles il paroîtra, que *la diviſion à l'infini a un nombre infini de claſſes.*

37. Nous déduiſons de la Diviſibilité du Corps, que *ſi on donne une Particule de Matiére auſſi petite qu'on voudra, & un Eſpace quelconque fini, quelque grand qu'il puiſſe être, il eſt poſſible que cette Particule de Matiére ſoit répandue par tout cet Eſpace, & le rempliſſe tellement qu'il ne ſe trouve aucun pore dont le diamètre ſurpaſſe la moindre petite ligne donnée.* Pour le démontrer, il faut concevoir l'Eſpace qu'il eſt queſtion de remplir, diviſé en cellules cubiques, dont les côtez ſoient égaux à la petite ligne qui doit ſervir de diamètre aux pores, ou moindres que cette ligne: le nombre des cellules ſera fini, & la Particule pourra être diviſée en autant de petites Parties qu'il y a de cellules, de maniére que chacune aît la ſienne: il faut concevoir outre cela, que de chacune de ces Parties aît été formé un globe creux. A cauſe de la Diviſibilité de la Matiére, tout globe creux peut toujours s'étendre, en diminuant l'épaiſſeur de la Matiére dont il eſt formé; or comme dans chaque cellule il y a un pareil globe, ils pourront tous s'étendre, juſqu'à ce qu'ils ſe touchent, & qu'ils rempliſſent ainſi tous enſemble l'Eſpace donné.

38. Les principales Objections, contre la Diviſibilité de la Matiére à l'infini, ſont. Que l'Infini ne ſçauroit être contenu dans le Fini; qu'il s'enſuit de la Diviſibilité à l'infini, que tous les Corps ſont égaux, ou qu'il y a des Infinis de differente grandeur.

Mais rien n'eſt plus facile que de répondre à ces difficultez; Il ne faut pas attribuer à l'Infini, conſideré en général, les proprietez d'une quantité déterminée. Et d'ailleurs, qui a jamais pu prouver, que dans une quantité finie, il n'y a pas un nombre infini de Parties infiniment petites, ou que tous les Infinis ſont égaux? Nous démontrerons le contraire dans les Scholies ſuivans.

39. Si, après avoir examiné la Diviſibilité, dont la Matiére eſt ſuſceptible, nous conſiderons la petiteſſe des Parties dans quelques Corps; nous aurons peine à comprendre leur prodigieuſe ſubtilité, que Boyle a démontrée par divers exemples.

Il

Il parle d'un Fil de ſoye, long de trois cens aunes d'Angle- 40.
terre, & dont le poids n'étoit que de deux grains & demi.

Le même Auteur a meſuré & peſé des Feuilles d'or, & a 41.
trouvé que cinquante pouces quarrez ne peſoient qu'un ſeul grain. Si la longueur d'un pouce eſt partagée en deux cens Parties égales, on pourra les diſtinguer toutes à l'œil; donc il y a dans un pouce quarré, quarante mille Parties viſibles, & dans un grain d'or le nombre des mêmes Parties eſt de deux millions, & de quatre millions ſi l'on tourne les feuilles: cependant perſonne ne niera que chacune de ces Parties viſibles ne puiſſe encore être diviſée.

Huit grains d'Or ſuffiſent pour dorer un lingot d'Argent d'u- 42.
ne once, dont on fait enſuite un Fil d'or de la longueur de treize mille pieds.

Les Corps odoriferans nous fourniſſent l'exemple d'une plus 43.
grande ſubtilité de Parties, actuellement ſeparées les unes des autres. Pluſieurs de ces Corps ne perdent, dans un tems aſſez conſiderable, preſque rien de leur poids, & rempliſſent continuellement un aſſez grand eſpace de Particules odorantes. Celui qui entreprendra de faire le calcul de la petiteſſe de ces Particules, les trouvera d'une ſubtilité, qui tient du prodige.

A l'aide du Microſcope, des Objets, qui échappoient à notre 44.
vue, paroiſſent grands. Il y a des Animaux qu'on n'apperçoit qu'à peine avec les meilleurs Microſcopes: cependant ces Animaux ont toutes les Parties néceſſaires pour vivre; ils ont du Sang, & d'autres Fluides. De quelle étonnante petiteſſe ne doivent pas être les Particules qui compoſent ces Fluides?

SCHOLIE I.

Que l'Infini eſt contenu dans le Fini.

IL y a des Philoſophes qui appellent Infini, toute quantité qui ne ſçauroit être ſurpaſſée par une quantité du même genre, & qui nient que la Matiére ſoit diviſible à l'Infini, en quoi ils ont raiſon, eu égard à leur definition. Quant à nous, nous nommons Infini, ce qui ſurpaſſe le Fini (c'eſt-à-dire, tout ce dont la Grandeur, quelle qu'elle ſoit, peut être déterminée) & ce que nous ſoutenons c'eſt que le Corps ne peut être diviſé en un Nombre de Parties qui ſoit le plus grand de tous, & que la Diviſion n'a point de bornes. Or que 45.

dans une Quantité finie, il y a un Nombre de Parties plus grand que tout Nombre fini, c'eſt une choſedémontrée par la ſimple conſideration de la Progreſſion Géometrique qui va en décroiſſant.

Qui ne voit, par exemple, que cette Progreſſion, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ &c. peut être continuée à l'Infini, ou, ce qui revient au même, qu'il n'y a point de terme aſſignable qui puiſſe la borner? Cependant nous allons prouver que la ſomme de tous les termes n'excéde point l'Unité, & y eſt même exactement égale, ſi la Progreſſion eſt réellement continuée à l'Infini.

46. TAB. II. Fig. 1. Que la ligne AE repréſente l'Unité, ſa moitié AB eſt le premier terme $\frac{1}{2}$; BC moitié du reſte eſt le ſecond terme $\frac{1}{4}$; CD $\frac{1}{8}$ le troiſiéme; en partageant DE en deux Parties égales, on a le terme ſuivant; & de cette manière la Suite peut ſe continuer à l'Infini, & la difference qu'il y aura entre la ſomme de tous les termes AB, BC, CD, &c. & la ligne entiére AE, ſera toujours égale au dernier terme de la Suite, quelque loin qu'elle ſoit pouſſée.

Auſſi long-tems que le Nombre des termes eſt fini, le dénominateur de la fraction, qui exprime le dernier terme, eſt un Nombre fini, & le dernier terme eſt une Partie finie, égale à la difference qu'il y a entre la ſomme de la Suite & l'Unité: mais dès que le Nombre des termes ſurpaſſe tout Nombre fini, le dénominateur du dernier terme ſurpaſſera auſſi tout Nombre fini, & exprimera une Partie infiniment petite de la ligne AE, ce qui fera évanouir la difference entre la ligne AE & la ſomme de la Suite, ou, ce qui revient au même, ces quantitez ſeront égales. C. Q. F. D.

Nous n'avons point d'idée de l'Infini, & c'eſt pour cette raiſon que nous ne ſçaurions concevoir les véritez qu'on démontre à cet égard. Cependant nous aurions tort de revoquer en doute des conſequences déduites immédiatement de principes certains, & de refuſer à ces conſequences le droit de ſervir de principes à leur tour.

On démontre, au ſujet de la Diviſibilité de la Matiére, un grand nombre de choſes qui paſſent la portée de notre eſprit, & dont celles qui ont rapport à la Courbe, connue ſous le nom de *Spirale Logarithmique*, ſont des plus remarquables.

De la Spirale Logarithmique & de ſa Meſure.

47. Une des proprietez de cette Courbe eſt, que tous les angles qu'elle forme avec les lignes tirées de ſon centre à quelqu'un de ſes points, ſont égaux entr'eux.

TAB. II. Fig. 2. Que le centre ſoit C: l'angle de la Courbe en A, c'eſt-à-dire, de la Tangente à la Courbe avec le rayon AC, ſçavoir BAC, eſt égal à l'angle EDC, que la Tangente fait dans un autre point quelconque D, avec la ligne DC.

Si cet angle eſt droit, la Spirale devient un cercle, mais s'il eſt aigu, la Courbe s'approche continuellement du centre, & n'y parvient cependant qu'après un nombre infini de circonvolutions.

Suppoſons que la premiére circonvolution, l'origine de la Courbe étant en A, ſe termine en F, & la ſeconde en G; comme ces circonvolutions ſe

deur;

ſont de la même manière, elles ſont ſemblables & ne different qu'en grandeur ; laquelle diminue en même raiſon que la diſtance du centre ; ainſi AC eſt à FC, comme FC à GC, & toutes les diſtances du centre, déterminées par des circonvolutions ſucceſſives, forment une Progreſſion Géometrique décroiſſante. Si le point F ſe trouve également éloigné de l'origine A & du centre C (auquel cas l'angle BAC eſt tant ſoit peu plus grand que 83. degrez 42') la ſeconde circonvolution finira au point G, qui eſt à la même diſtance de F & de C, & de même à l'égard des circonvolutions ſuivantes ; & le rayon ſera à la Tangente de l'angle dont il s'agit, en raiſon compoſée du rayon à la circonference du cercle, & du Logarithme de la raiſon de AC à FC à la Sous-Tangente de la Logarithmique, & enfin en raiſon de CF à FA, & en celle de FA à CF, qui s'entre-détruiſent. Il s'enſuit de ce que nous venons de dire, que *le point, qui par ſon mouvement décrit la Courbe, ſe trouve à la fin de chaque revolution* de la moitié *plus près du centre* qu'il n'étoit en la commençant ; *& quelque petite que ſoit cette diſtance*, une ſeule circonvolution ne ſçauroit l'y faire parvenir. Qu'on augmente *le Nombre des circonvolutions* tant qu'on voudra, on n'en ſera pas à la derniére ; ce qui prouve que leur Nombre *ſurpaſſera tout Nombre fini.* 48.

Il eſt cependant indubitable que *la Courbe arrive au centre & y eſt terminée* ; puiſque les Parties de cette Courbe, décrites par les revolutions ſucceſſives, ſont une Progreſſion Géometrique. Car toutes les circonvolutions ſe forment de la même manière ; & ſont entr'elles comme les diſtances du centre, leſquelles nous avons vû être en Progreſſion Géometrique. Or la ſomme de tous les termes d'une pareille Progreſſion décroiſſante & continuée à l'Infini, eſt finie, comme nous l'avons prouvé dans un cas particulier *, dont la Démonſtration eſt applicable à tous les autres cas du même genre. De là il s'enſuit, que la Somme de toutes les Parties que le point, qui trace la Courbe, doit parcourir pour arriver au centre, eſt finie : & que *ce point, avec une viteſſe finie, en un tems fini, parvient au centre, après avoir fait une infinité de tours.* Voici comment nous déterminons la longueur du chemin qu'il parcourt. 49. * 46. 50.

Soit ABEG une Partie de la Courbe. Que de C, qui en eſt le centre, à la diſtance CG, ſoit décrite la portion de cercle GL, coupant la ligne CA en L. Concevons à préſent LA diviſée en Parties égales, mais très petites, AD, DI, IL, & que par les points de diviſion paſſent des portions de cercles, dont le centre commun eſt C, & qui coupent la Courbe en B & en E &c. Si l'on tire les rayons BC, EC, &c. on aura les triangles rectangles ADB, BFE, EAG, dans leſquels, à cauſe de l'extrême petiteſſe de AD, DI, IL, les hypotenuſes, quoique Portions de la Courbe, peuvent être conſiderées comme étant des lignes droites ; car le nombre des Parties en AL peut être conçu augmenté à l'Infini, ſans rien changer à ce que nous venons de dire, ni à ce que nous allons ajouter. 51. TAB. II. Fig. 3.

Les triangles, dont il s'agit, ſont tous ſemblables entr'eux, puiſqu'ils ſont rectangles, & que l'égalité des angles BAD, EBF, GEH, ſe déduit de la nature même de la Courbe. Ils ſont auſſi égaux *, à cauſe de * 26. EL. I.

l'égalité des cotez homologues AD, BF, EH, laquelle eſt une ſuite de l'égalité des Parties AD, DI, IL.

Du point A ſoit menée la ligne A*c*, qui faſſe avec CA l'angle CA*c*, égal à l'angle CAB. Au centre C, & aux points L, I, D, ſoient élevées ſur la ligne AC les perpendiculaires C*c*, L*g*, I*e*, D*b*, qui coupent A*c* aux points *c*, *g*, *e*, *b*; ſi on mène enſuite *bf* & *eh* parallèles à AC, on aura les triangles AD*b*, *bfe*, *ehg*, ſemblables & égaux entr'eux, comme auſſi aux triangles ABD, BFE, EHG; ce qui eſt évident par la conſtruction.

Ainſi les hypotenuſes *Ab*, *be*, *eg*, ſont égales aux hypotenuſes correſpondantes AB, BE, EG, c'eſt-à-dire, que la ligne Ag eſt égale à ABEG Partie de la Courbe.

52. Il paroit par là comment on peut meſurer une portion quelconque de cette Courbe, laquelle, continuée juſqu'au centre, eſt égale à la ligne A*c*.

SCHOLIE II.

De l'Inégalité des Infinis.

53. IL paroit évidemment, que *tous les Infinis ne ſont pas égaux*, dès qu'on fait attention qu'une ligne qui part d'un point peut être prolongée à l'Infini, & qu'une telle ligne eſt réellement Infinie: cependant elle eſt moindre qu'une ligne qui s'étend à l'Infini de deux cotez oppoſez; & cette derniére eſt ſurpaſſée par la ſomme des deux.

Une ligne infinie contient un nombre infini de pieds, & un nombre de pouces douze fois plus grand.

Nous découvrons auſſi l'Inégalité des Infinis, en comparant enſemble, quelques unes des Spirales Logarithmiques, indiquées dans le Scholie I.

54. TAB. II. Fig. 2. Outre la Courbe, que nous avons tracée en partie, concevons une autre Spirale Logarithmique, qui parte du point A, & n'atteigne le point F qu'après deux circonvolutions: il en faudra autant pour parvenir en G, à cauſe que ce nombre eſt neceſſaire pour n'être plus qu'à la moitié de la diſtance du centre. Le nombre des revolutions de cette derniére Spirale eſt double de celui des revolutions de la premiére, quand l'une & l'autre approchent également du centre: cependant elles n'y arrivent toutes deux qu'après un nombre infini de circonvolutions.

SCHOLIE III.

Des differentes Claſſes d'Infinis.

CE qu'on démontre de plus paradoxe au ſujet de l'Infini, & qui eſt au deſſus de notre portée, c'eſt ce qui regarde les differentes Claſſes d'Infinis.

55. TAB. II. Fig. 4. Soit la Parabole ABC, dont l'abſciſſe quelconque AD ait pour ordonnée correſpondante DC.

Dans cette Courbe l'ordonnée eſt moyenne proportionelle entre l'abſciſſe

&

& une ligne déterminée, qu'on nomme paramètre: ſi l'on appelle une abſciſſe quelconque x, l'ordonnée correſpondante y, le paramètre a, on aura pour tous les points de la parabole $\div x, y, a$; d'où il s'enſuit que la nature de cette Courbe eſt exprimée par l'équation $ax=yy$ *. Quand x vient à s'évanouir, y s'évanouit auſſi, & la Parabole coincide dans le point d'évaneſcence A, avec la ligne AF, parallèle à l'ordonnée, & toute la courbe tombe au deſſous de la ligne qui la touche, & avec laquelle elle fait l'angle mixtiligne FAC.

* *La Hire Sect. Con.* lib. 3. prop. 2.

Si, x reſtant la même, on augmente a, y croit auſſi, & la Parabole s'étend, ou plutôt il s'en forme une nouvelle, dans laquelle toutes les ordonnées ſurpaſſent les ordonnées correſpondantes dans l'autre; tellement que la première courbe eſt intérieure à la ſeconde, laquelle paſſe entre la premiére & la tangente AF, & fait avec cette tangente un angle mixtiligne plus petit que n'avoit fait l'autre Parabole. Or le paramètre peut être augmenté à l'infini, ce qui diminueroit à l'infini l'angle que la tangente feroit avec la Courbe; comme nous l'avons démontré à l'égard du cercle *. * 33.

56. L'Axe AD & le ſommet A reſtant les mêmes, qu'il y ait une autre Courbe AEG, dont les ordonnées étant nommées z, leur relation avec les abſciſſes correſpondantes x, ſoit exprimée par l'équation $bbx=z^3$: b déſigne une ligne conſtante.

En augmentant b tous les z croiſſent, & la Courbe ſe change en une autre plus ouverte; ce qui diminue l'angle de contact, lequel, ſi l'on augmente toujours b, peut être diminué à l'infini.

57. *Nous avons* donc *deux Claſſes d'angles décroiſſans à l'infini: & la ſeconde toute entière eſt infiniment petite à l'égard de chaque angle de la première.* Car nous allons démontrer qu'un angle quelconque dans la ſeconde eſt moindre qu'un angle quelconque, c'eſt-à-dire, quelque petit qu'on puiſſe l'aſſigner, dans la première.

Que a & b, priſes de la grandeur qu'on voudra, ayent pour troiſiéme proportionelle c; donc $ac=bb$. En multipliant par c l'équation $ax=yy$, nous aurons $acx=yyc$, c'eſt-à-dire, $bbx=yyc$. Dans la ſeconde Courbe bbx vaut z^3; donc $z^3=yyc$, ſi l'abſciſſe x eſt la même dans l'une & l'autre Courbe.

De cette équation ſe déduit l'analogie $z, c :: yy, z^2$: par où il paroit que yy eſt moindre que zz, c'eſt-à-dire y moindre que z, auſſi long-tems que cette derniére quantité eſt ſurpaſſée par c; d'où il ſuit que la ſeconde Courbe, en partant de A, reſte entre la premiére Courbe & la tangente, juſqu'à ce qu'on ait $z=c$, ce qui, la Démonſtration étant générale, doit toujours avoir lieu.

58. Suppoſons à préſent qu'il y ait une troiſiéme Courbe AI, dont l'Axe ſoit auſſi AD, & dont l'équation, les abſciſſes x reſtant les mêmes, ſoit $d^3x=u^4$: u eſt une ordonnée quelconque, & d une ligne déterminée: ſi l'on augmente cette ligne, la Courbe change, & l'angle qu'elle fait avec la tangente devient plus petit; ce qui produit une troiſiéme Claſſe d'angles qui peuvent être diminuez à l'infini, & dans laquelle il n'y a point d'angle qui ne ſoit ſurpaſſé par un angle quelconque de la ſeconde Claſſe.

Soient b & d de la longueur qu'on voudra, & bb à dd, comme d à une quatriéme que nous nommons e; donc $bbe=d^3$, & l'équation $bbx=z^3$, multipli-

tipliée par e, ſera $bbsx = d^3\ x = z^3\ e$, par conſequent $z^3\ e = u^4$, ſi l'on prend les mêmes abſciſſes pour l'une & l'autre Courbe; & u, e:: z^3, u^3; donc u ſurpaſſe z auſſi long-tems que e ſurpaſſe u, & la Courbe, dont les ordonnées ſont u, en partant de A, paſſe entre la ſeconde Courbe & la tangente AF. C. Q. F. D.

Les Courbes, dont l'équation eſt $f^4\ x = t^5$ en ſuppoſant que f eſt une quantité déterminée dans chaque Courbe, & t une ordonnée quelconque, formeront une nouvelle Claſſe d'angles plus petits que tous ceux dont il vient d'être fait mention, & de cette manière *on peut faire des Claſſes à l'in-*

59. *fini, dont les angles dans une Claſſe quelconque, ſont ſurpaſſez par tous les angles de la Claſſe précedente, & ſurpaſſent à leur tour tous les angles de la Claſſe ſuivante.*

60. *Entre deux Claſſes quelconques il y a une ſuite infinie de Claſſes, qui ont toutes la même proprieté, c'eſt, qu'un angle quelconque de l'une eſt infiniment petit par rapport aux angles de la Claſſe précedente, & infiniment grand à l'égard de ceux de la Claſſe ſuivante.*

61. Les Courbes $ax = yy$ & $bbx = z^3$ forment des Claſſes differentes; à cauſe que z^3, dimenſion de l'ordonnée dans la ſeconde Courbe, ſurpaſſe d'une unité y^2, dimenſion de la premiére; car nous prouverons que les Claſſes ſont differentes, quelque petite difference qu'il y ait entre les dimenſions: ce qui démontrera la propoſition que nous venons d'avancer, puiſqu'entre les nombres 2 & 3, & autres quelconques, il peut y en avoir une infinité qui différent entr'eux, & dont ceux qui différent le moins, en admettent auſſi entr'eux un nombre infini, tous differens les uns des autres.

Soit $ax = yy$ & $g^{1\frac{1}{10}}\ x = s^{2\frac{1}{10}}$ c'eſt-à-dire $g^{\frac{11}{10}}\ x = s^{\frac{21}{10}}$; s marque les ordonnées; & g une ligne conſtante, auſſi long-tems que la Courbe ne change point. Que a ſoit à g, comme $g^{\frac{1}{10}}$ à une quatriéme quantité, qui ſoit nommée $h^{\frac{1}{10}}$, donc $g^{\frac{11}{10}} = ah^{\frac{1}{10}}$; en multipliant par $h^{\frac{1}{10}}$ l'équation $ax = yy$, on a $ah^{\frac{1}{10}}\ x = g^{\frac{11}{10}}\ x = y^2\ h^{\frac{1}{10}}s = {}^{\frac{11}{10}}$; d'où l'on peut déduire $s^{\frac{1}{10}}$, $h^{\frac{1}{10}}$:: yy, ss; par conſequent dans le voiſinage du point A, où s eſt neceſſairement plus petit que l'ordonnée h, y ſera auſſi moindre que s; ce qui établit la vérité de ce que nous avons dit au ſujet des angles.

62. On prouve auſſi par la conſideration des moyennes proportionelles, qu'entre deux Claſſes quelconques de quantitez, qui différent infiniment, il y a une infinité de Claſſes intermédiaires qui différent auſſi à l'infini.

Si nous ſuppoſons la quantité a infiniment grande par rapport à c, b moyenne proportionelle quelconque entre ces quantitez, ſera plus petite que a & plus grande que c, & cependant n'aura point de raiſon finie avec a ni avec c; car a eſt à c en raiſon compoſée de a à b ou de b à c, & une raiſon compoſée de deux raiſons finies, eſt finie auſſi; c'eſt pourquoi, comme a & c different infiniment, la raiſon de a à b, & de b à c, ſurpaſſe toute raiſon finie, c'eſt-à-dire eſt infiniment grande. On peut trouver à l'infini des moyennes proportionelles entre deux quantitez.

SCHO-

SCHOLIE IV.

De la Subtilité des Parties.

LE poids de l'Or, dont nous avons parlé Art. 42. étoit $\frac{1}{60}$ du poids de l'Argent qu'il ſervoit à dorer. Le volume de l'Or eſt au volume de l'Argent, quand les poids ſont égaux, comme 10 à 19; donc le volume de l'Or dont on ſe ſert pour couvrir l'Argent, eſt au volume de l'Argent qui en eſt couvert, comme 1 à 114. car 10. 19 :: 60, 114. 63.

Un pied cubique d'Eau pèſe $63\frac{1}{2}$ livres & l'Argent eſt dix fois plus peſant; ainſi le poids d'un pied cubique d'Argent eſt de 635 livres.

Le Cube eſt au Cylindre, de même hauteur & de même diamètre, environ comme 14 à 11; donc le poids d'un pied cylindrique d'Argent eſt de 499 livres, ou de 7984 onces.

D'une once on fait un Fil de 14000 pied, & par conſquent en multipliant 14000 par 7984, un pied cylindrique d'Argent contient un Fil de 111776000 pieds.

Les ſuperficies des Cercles ſont comme les quarrez de leurs diamètres, & par cela même le quarré du diamètre du Fil eſt au quarré d'un pied, comme 1 à 111776000; or comme les racines de ces nombres ſont 1 & 10572, les diamètres, dont il s'agit, ont auſſi entr'eux la même raiſon: ainſi le diamètre du Fil eſt $\frac{1}{10572}$ de pied, ou $\frac{1}{881}$ de pouce. L'Or dont on couvre l'Argent, en augmente le volume de $\frac{1}{114}$, c'eſt-à-dire, que la ſection circulaire du Fil eſt augmentée de cette quantité, ce qui ſe fera, ſi l'on entoure le Fil d'une lame, dont l'épaiſſeur ſoit la quatriéme partie de $\frac{1}{114}$ du diamètre; la circonference multipliée par le quart du diamètre donnant l'aire du cercle.

L'épaiſſeur de l'Or eſt donc $\frac{1}{456}$ du diamètre du Fil, lequel diamètre eſt $\frac{1}{881}$ de pouce: d'où il ſuit que l'épaiſſeur de l'Or n'eſt que $\frac{1}{401736}$ de pouce.

Pour que ces Fils ſi minces puiſſent envelopper des Fils de ſoye, on les applatit, ce qui rend leur ſuperficie au moins trois fois plus grande, & diminue en même raiſon l'épaiſſeur de l'Or, laquelle ainſi n'eſt plus que de $\frac{1}{1205208}$.

Le Fil n'eſt pas également doré dans tous ſes points, & l'Or n'a peut-être dans quelques endroits que la moitié de l'épaiſſeur que nous venons de déterminer; c'eſt pourquoi nous pourrions, ſans courir riſque de nous tromper, fixer la moindre épaiſſeur à $\frac{1}{2000000}$ de pouce, c'eſt-à-dire à la milliéme partie d'un pouce, diviſée en deux mille parties.

Une pareille diviſion de l'Or exiſte actuellement; & par conſéquent des Particules, ſeparées par le ſecours de l'art, n'ont pas un plus grand diamètre, & ſont dans une ſphére d'Or d'un pouce de diamètre au nombre de 8. 000. 000. 000. 000. 000. 000; & dans un petit grain de ſable, dont le

le diamètre égale la centiéme partie d'un pouce, au nombre de 8. 000. 000. 000. 000. Ainſi une Particule eſt au grain de ſable, comme ce grain eſt à un globe dont le diamètre auroit plus de 16. pieds, & ce globe ne contiendroit pas une plus grande quantité de ces petits grains de ſable, que chacun de ces grains ne contient de Particules. Or le globe en queſtion contient 4096 globes d'un pied.

CHAPITRE V.

De la Cohéſion des Parties, où l'on traite de la Dureté, de la Molleſſe, de la Fluidité, & de l'Elaſticité.

64. TOut Corps, qui tombe ſous nos ſens, eſt compoſé de Particules très petites. Aucune de ces Particules n'eſt indiviſible en elle même, quoiqu'elles le ſoient toutes à notre égard; car la diviſion que nous pouvons faire, n'eſt autre choſe que la ſéparation de ces Particules. Si cette ſéparation demande quelque effort, ou qu'elle ſoit l'effet du moindre mouvement des Parties, de manière qu'un Corps ſoit rompu par une très petite inflexion, un pareil Corps s'appelle *Dur*.

Quand les Parties cédent avec facilité, & peuvent être dérangées ſans ſe ſéparer, on nomme le Corps *Mou*.

Ce que nous venons de dire ne regarde que la ſignification vulgaire de ces termes; les mots de grand & de petit effort n'exprimant rien de déterminé, & tel Corps, qui eſt Dur à l'égard d'un Homme, étant Mou par rapport à un autre.

1. DEFINITION.

65. *Un Corps, dans un ſens philoſophique, s'appelle Dur, lorſque ſes Parties tiennent enſemble, & ne ſçauroient ſe déranger tant ſoit peu ſans que le Corps ſe rompe.*

66. Nous ne connoiſſons aucun Corps auquel cette Définition convienne exactement; mais on regarde les Corps comme plus durs, à meſure qu'ils approchent davantage de cette parfaite Dureté.

2. DEFINITION.

67. *Philoſophiquement parlant un Corps s'appelle Mou, lorſque ſes Parties cédent & ſe dérangent ſans ſe ſéparer*, quand même on ne pourroit les faire ceder qu'à coups de marteau.

3. DE-

3. Definition.

Un Corps, dont les Parties cédent à une Impreſſion quelconque, & en cédant ſe meuvent entr'elles avec une grande facilité, ſe nomme Fluide. 68.

Tout cela dépend de la Cohéſion des Parties; plus cette Cohéſion eſt forte, plus le Corps approche de la parfaite Dureté. 69.

La Dureté des moindres Particules ne différe pas de leur Solidité, & eſt une proprieté qui découle de la Nature même du Corps, & qu'on n'eſt pas plus tenu d'expliquer, qu'on ne l'eſt de rendre raiſon pourquoi le Corps eſt étendu, ou pourquoi l'Ame penſe. 70.

Il n'y a guères moyen de ſçavoir ſi tous les Corps ſont compoſés de Particules égales & ſemblables, & il y a encore bien des choſes obſcures, au ſujet de la Cohéſion de ces Particules. 71.

Les Loix de la Nature, qui ont lieu ici, ſe déduiſent des Phénomènes.

La Loi particuliére de la Cohéſion, eſt que toutes les Particules ont une vertu attractive, c'eſt-à-dire, lorſqu'elles ſont très-voiſines elles vont ſe joindre d'elles mêmes. Nous ignorons la cauſe de ce mouvement; mais comme l'expérience démontre qu'il a généralement lieu, & qu'aucune Particule n'en eſt exempte, nous le mettons au nombre des Loix de la Nature *. 72. * 7.

4. Definition.

Nous appellons Attraction toute Force, de quelque Nature qu'elle puiſſe être, qui fait que deux Corps tendent l'un vers l'autre; quoique ce ſoit peut-être par Impulſion. Nous déſignons par ce mot un Phénomène, & non une Cauſe. 73.

Nous ne changeons pas en cette occaſion la ſignification ordinaire du terme d'Attraction; car c'eſt un uſage établi de dire, qu'un Corps ſe meut par Attraction, toutes les fois qu'il tend vers un autre Corps, ſi la préſence de ce dernier eſt néceſſaire pour produire ce mouvement. C'eſt en ce ſens que nous diſons, que l'Aiman attire à ſoi le Fer, qu'un Homme attire à lui un Corps, lequel, attaché à une corde, ne tend vers cet Homme qu'en conſéquence de ſon Action. Nous rapportons par la même raiſon, en pluſieurs cas, à l'Attraction des Mouvemens, dans leſquels l'Impulſion eſt manifeſte. En un mot, nous n'exprimons par le terme d'Attrac-

tion qu'un Effet, ſans faire aucune attention à la Cauſe
74. qui le produit; & *c'eſt cette Attraction ſeule, que nous remarquons avoir lieu entre les petites Particules dont les Corps ſont compoſez, que nous rangeons dans la Claſſe des Loix de la Nature.*

75. *L'Attraction des Particules obſerve conſtamment les Loix ſuivantes, d'être très-grande quand les Particules ſe touchent; de diminuer très-vîte, de manière qu'à la plus petite diſtance qui puiſſe tomber ſous les ſens, elle ceſſe d'agir; juſques là qu'à une plus grande diſtance elle ſe change en force repulſive, qui fait que les Particules s'entre-fuient.*

Par le moyen de cette Loi on explique facilement pluſieurs Phénomènes. Au reſte cette Attraction & cette Repulſion ſont pleinement démontrées par un grand nombre d'Expériences & ſur-tout par des Expériences Chymiques. Celles qui ſuivent ſuffiront pour prouver l'Attraction dont il s'agit.

1. EXPERIENCE.

76. Nous concluons de la figure ſphérique que les Gouttes ont toujours, que dans tous les Corps fluides les Parties s'attirent mutuellement. La même conſéquence peut ſe déduire de ce qu'il n'y a point de Fluide dont les Parties ne ſoient comme collées enſemble, ce qui eſt très viſible dans le Mercure.

2. EXPERIENCE.

77. Mais cette Attraction mutuelle des Particules ſe déduit encore beaucoup mieux, de ce que dans tous les Fluides, deux Gouttes, comme A&B, dès qu'elles ſe touchent tant ſoit peu, s'uniſſent de façon qu'elles ne forment plus qu'une ſeule Goutte F. Or comme ce que nous venons de dire a lieu par rapport aux Métaux en fuſion, il s'enſuit que les Particules dont ces Métaux ſont compoſez, s'attirent mutuellement, même dans le tems que l'action du feu tend à les déſunir.

TAB. I. Fig. 2.

78. Cette Attraction doit être attribuée à une Cauſe qui agit, ou ſur la ſuperficie extérieure de la Goutte, ou ſur chacune des petites Particules dont la Goutte eſt compoſée.

Il eſt clair que nous ne ſçaurions l'attribuer à quelque action ſur la ſuperficie, à moins que nous ne ſuppoſions une Preſſion égale de tous cotez; or nous prouverons dans le Chap. 3. du Liv. III. par les Loix de la Preſſion des Fluides,

des, qu'une Preſſion égale de tous cotez ne peut aucunement changer la figure de la Goutte.

Il paroit auſſi à la premiére vuë, que dans la Goutte ovale *abcd* les Preſſions ſur les ſuperficies *ab* & *cd* ſont plus grandes que les Preſſions ſur les ſuperficies *ac*, *bd*, ſi la Goutte eſt également preſſée de tous cotez. Cependant la Goutte ne ſçauroit devenir ronde, à moins que les Preſſions moindres ne ſurmontent les plus grandes, ce qui eſt abſurde. TAB. I. Fig. 3.

Ainſi il y a une action qui ſe déploye ſur chacune des petites Particules. Par cette action les Particules voiſines ſont pouſſées l'une vers l'autre, ou écartées l'une de l'autre; elles ne ſont pas écartées; donc leur mouvement ne peut être attribué qu'à une action, qui oblige chaque Particule à ſe joindre à celles qui lui ſont les plus voiſines, & c'eſt ce mouvement que nous appellons Attraction *. * 73.

79. Cette Attraction étant admiſe, plus le nombre des Particules qui s'attirent entre deux autres Particules eſt grand, plus auſſi eſt grande la Force avec laquelle ces deux Particules tendent l'une vers l'autre, & le mouvement dans la Goutte continue juſqu'à ce que les diſtances entre les points oppoſez dans la ſuperficie ſoient de tous cotez égales, ce qui ne convient qu'à la ſeule figure ſphérique.

Celui qui découvriroit la Cauſe de cette Attraction, rendroit un grand ſervice à la Phyſique. Nous affirmons ſimplement qu'il y a une telle Attraction, & qu'elle eſt la Cauſe immédiate de la Cohéſion. De ce qui a été dit * nous inferons auſſi qu'elle eſt univerſelle. * 10, 11.

80. Pluſieurs Corps agiſſent par cette Attraction ſur d'autres Corps, quand un aſſez grand nombre de leurs Parties ſe touchent immédiatement.

Je vais rapporter quelques Exemples remarquables des Effets de cette Attraction.

3. EXPERIENCE.

81. Si l'on emporte de deux Balles de plomb ce qu'il faut pour avoir deux petites ſuperficies unies & bien nettes, & qu'en les preſſant l'une contre l'autre (comme le métal dont les Balles ſont formées eſt mou) il y ait une application immédiate de quelques Parties, cette application produi- TAB. III. Fig. 1.

duira entre les Balles une Cohéſion, qui ſera plus ou moins grande, à proportion du nombre des Parties qui ſe touchent mutuellement, & qui, quelque petite qu'elle ſoit, ſurpaſſera toujours la Cohéſion qu'on pourroit attribuer à la Preſſion de l'Air.

4. EXPERIENCE.

82. TAB. III. Fig. 2. Les petits Tuyaux de verre *tt*, *tt*, *tt*, ouverts des deux cotez, étant enfoncez dans l'Eau, comme cela eſt repréſenté dans la Figure, l'Eau y monte d'elle même, & cela à une plus grande hauteur quand les diamètres des Tuyaux ſont plus petits. Lorſque ces Tuyaux ſont fort étroits, on les nomme Tuyaux capillaires; cependant, quoique ces Tuyaux ſoient plus grands, & que leurs diamètres égalent, par exemple, la ſixiéme partie d'un pouce, l'Expérience ne laiſſe pas de réuſſir. L'Article ſuivant prouve que cet effet ne doit point être attribué à la Preſſion de l'Air.

5. EXPERIENCE.

83. TAB. III. Fig. 3. Les Tuyaux *tt*, *tt*, &c. ſont joints au morceau de Liège B, qu'on attache à la Verge de cuivre AE, qui paſſe dans le Recipient R à travers du Couvercle O; enſuite, par le moyen de la Machine du Vuide, on tire l'Air du Recipient, & en abaiſſant la Verge AE, on fait deſcendre les Tuyaux dans l'Eau que contient le Verre CD. L'Eau, en ce cas, monte de la même manière que dans l'Expérience précedente. Nous dirons dans la ſuite, comment la Verge peut ſe mouvoir ſans donner entrée à l'Air.

6. EXPERIENCE.

84. TAB. III. Fig. 4. Deux Glaces ABCD ſont jointes en AB, mais tant ſoit peu ſeparées en CD par l'interpoſition de quelque Corps fort mince: on enfonce les bords CB dans de l'Eau, teinte de quelque couleur, de manière que les cotez AB & CD ſoient perpendiculaires à l'horizon, après avoir eu ſoin de mouiller les ſuperficies intérieures des Glaces de la même liqueur.

L'Attraction fait monter l'Eau entre ces deux plans, & la fait monter plus haut à proportion que la diſtance entre les plans eſt moindre; or comme depuis CD vers AB cette diſtance diminue continuellement, l'Eau montera par tout à differentes hauteurs, & ſera exactement terminée par la ligne courbe *efg*.

7. Ex-

7. EXPERIENCE.

ABCD ſont encore deux Glaces, jointes en AB, & tant ſoit peu ſéparées en CD par l'interpoſition de quelque Corps mince. Elles ſont ſoutenues ſur un pied de bois, & on les incline à l'horiſon en élevant cette partie où les Glaces ſe joignent, ſçavoir AB. C'eſt ce qui ſe fait par le moyen de la vis HI, dont l'écrou L, tient au pied de la Machine. En tournant cette vis on peut varier l'inclinaiſon des Glaces. 85. TAB. I. Fig. 4.

On met une Goutte G, d'Eau ou d'Huile, entre les deux Glaces, de manière que la Goutte touche l'une & l'autre Glace, qu'on a eu ſoin de mouiller auparavant de celle de ces liqueurs dont on veut ſe ſervir. Cela étant, la Goutte eſt attirée par les deux Glaces, & l'effet de l'Attraction eſt plus grand du coté où la diſtance entre les Glaces eſt plus petite, c'eſt-à-dire, plus grand en *e* qu'en *f*; voilà pourquoi la Goutte ſe meut vers *e*, c'eſt-à-dire monte, & monte avec une viteſſe, qui va en augmentant, les ſurfaces par leſquelles la Goutte touche les Glaces croiſſant quand la diſtance entr'elles diminue. L'Angle d'inclinaiſon peut tellement être augmenté, que la peſanteur de la Goutte égale l'effet de l'Attraction, & en ce cas la Goutte reſte en repos; que ſi l'on élevoit davantage la partie AB des Glaces, la Goutte deſcendroit, à cauſe que la force de la Peſanteur l'emporteroit ſur celle de l'Attraction.

8. EXPERIENCE.

Le Mercure s'unit à l'Or & à l'Etaim; pareillement l'Eau & l'Huile s'attachent au Bois & au Verre, pourvu qu'il ſoit bien net. 86.

Nous avons des exemples de Repulſion entre l'Eau & l'Huile, & en général entre l'Eau & tous les Corps gras, entre le Mercure & le Fer, comme auſſi entre les Particules de toutes ſortes de pouſſières. 87.

9. EXPERIENCE.

Si l'on plonge un morceau de Fer dans du Mercure, la ſuperficie du Mercure s'abaiſſe autour du Fer, comme cela ſe voit en A & en B (*Fig.* 6.); & de même que, dans les cas où la force attractive a lieu, le Fluide, malgré ſon poids, eſt, autour des Corps qui y nagent, au deſſus du niveau (*Fig.* 5.); de même auſſi, dans les occaſions où la force repulſive a lieu, les Fluides 88. TAB. I. Fig. 5, 6.

ne rempliſſent point par leur poids les cavitez qui ſe ſont formées autour des Corps qui nagent dans ces Fluides.

89. Au reſte, il ne faut point attribuer les cavitez en queſtion à l'Attraction des Particules du Mercure. J'avoüe bien, que de telles cavitez pourroient ſe former, quand même le Mercure ſeroit attiré par le Fer, ſi cette Attraction étoit moindre que celle par laquelle les Particules de Mercure s'attirent mutuellement. Mais l'Expérience ſuivante démontre que la choſe n'eſt point ainſi.

10. EXPERIENCE.

90. TAB. III. Fig. 5. On verſe du Mercure dans un Entonnoir de Verre recourbé BAE, dont l'ouverture n'ait pas plus d'une ligne de diamètre à l'extremité E. Quand le Mercure eſt en repos, on s'apperçoit qu'il eſt moins élevé dans la branche étroite que dans l'autre.

Il eſt clair que ce n'eſt point par la Peſanteur qu'on peut rendre raiſon pourquoi le Mercure eſt plus bas dans le tuyau étroit. L'Attraction des Parties n'explique pas mieux le même Phénomène, puiſque cette Attraction ne change rien au poids. Ainſi il ne reſte que l'Action du Verre, dont l'Attraction, quand il s'agit de l'Eau, éleve ce Liquide, & dont la Repulſion abaiſſe le Mercure.

91. TAB. I. Fig. 5, 6. C'eſt à l'Attraction & à la Repulſion qu'il faut attribuer ce qui arrive aux petites Boules qui nagent dans des Fluides; quand elles attirent le Fluide, il monte tout autour à une petite hauteur, comme en *f*, *g*, *h*, *i*, (*Fig.* 5.) & forme des cavitez, comme en *f*, *g*, *h*, *i*, (*Fig.* 6.) quand elles le repouſſent *. * 88.

Si le Fluide eſt attiré par les parois du Vaſe, il ſera plus élevé tout autour contre ces parois qu'au milieu, comme en *e*, *l*, (*Fig.* 5.): quand le Vaſe eſt tellement rempli que le Fluide paſſe de tous cotez par deſſus les bords, l'Attraction mutuelle des parties rend ce Fluide plus élevé vers le milieu que vers les bords, & eſt cauſe qu'il acquiert dans le Vaſe A une ſuperficie convexe CBD. TAB. I. Fig. 7.

Ce que nous venons de dire, ſuffit pour expliquer les Phénomènes ſuivans.

11. EXPERIENCE.

92. TAB. I. Fig. 5. Quand dans un Verre, qui n'eſt pas tout-à-fait rempli d'Eau, on place une petite Boule de Verre, à une médiocre diſtance d'un

d'un des cotez, la Boule ira vers ce coté & s'y joindra. La Boule eſt preſſée par l'Eau également de toutes parts; mais quand elle s'approche aſſez de la paroi du Verre, pour que les deux élevations *e*, *f*, ſe confondent en partie, la force avec laquelle l'Eau eſt élevée en cet endroit diminüe la Preſſion, & fait prévaloir la Preſſion du coté oppoſé; au reſte les élevations s'étendent plus loin qu'on ne les voit ici. Par la même cauſe deux Boules peu éloignées l'une de l'autre, iront ſe joindre.

12. Experience.

Quand le Verre eſt tellement rempli que l'Eau déborde, la Boule quitte le bord & tend vers le milieu; la Force par laquelle l'Eau eſt plus élevée au milieu, diminuant la Preſſion de ce coté là. 93. TAB. I. Fig. 7.

13. Experience.

Si dans un Verre, où il y a du Mercure, on met deux petites Boules de Fer, ces Boules iront ſe joindre, ou s'attacheront aux bords du Verre. La raiſon de ces deux Phénomènes eſt, qu'il y a des cavitez autour des Boules, & contre les parois du Verre *; lorſque ces cavitez ſe joignent, la Preſſion diminue, & les Boules vont vers le coté où eſt la moindre Preſſion. 94. * 91.

Les Criſtaliſations nous fourniſſent auſſi des Exemples remarquables d'Attraction. 95.

5. Definition.

On nomme Elaſticité la proprieté des Corps, par laquelle, lorſque leur figure a été changée par quelque effort, ils reprennent cette figure dès que l'effort vient à ceſſer. 96.

Si les Parties d'un Corps ſont ſerrées, & qu'il puiſſe être plié ſans que ſes Parties ſoient dérangées entr'elles, le Corps reprendra ſa premiére figure par la Force attractive, qui fait retourner chaque Partie à ſa premiére place.

Pour ce qui regarde cette proprieté de l'Air qu'on nomme ſon Elaſticité, nous aurons occaſion de prouver en ſon lieu, qu'elle vient de la Force par laquelle les Parties de l'Air ſe repouſſent mutuellement. 97.

Que ſi, ſous prétexte que nous n'aſſignons pas la cauſe de cette Attraction & de cette Repulſion, on dit qu'il faut les mettre au nombre des Qualitez occultes, nous répondrons avec Newton, » que nous conſiderons ces principes, non comme » des *Qualitez occultes*, qui naiſſent des *Formes ſpécifiques* des » cho- 98.

„ choſes; mais comme des *Loix univerſelles* de la Nature, par
„ leſquelles les choſes mêmes ont été formées; les Phénomè-
„ nes de la Nature ne nous permettant pas de douter qu'il n'y
„ ait de tels principes, quoique les cauſes n'en ayent pas enco-
„ re été aſſignées. Affirmer que les differentes eſpèces de cho-
„ ſes ſont douées de *Qualitez ſpécifiques* & *occultes*, qui leur
„ donnent une certaine force pour agir, ce n'eſt rien dire.
„ Mais déduire des Phénomènes de la Nature deux ou trois
„ principes généraux de Mouvement, & enſuite expliquer
„ comment les proprietez & les actions de toutes choſes décou-
„ lent de ces principes; ce ſeroit un grand pas de fait dans la
„ Philoſophie, quand même les cauſes de ces principes ne ſe-
„ roient pas connuës.

SCHOLIE I.

Remarques générales ſur la Force avec laquelle le Verre attire l'Eau.

99. TOutes les Particules d'Eau, ſi elles ſe trouvent à une petite diſtance du Verre, en ſont attirées, c'eſt-à dire, tendent par des lignes droites vers chacune des Particules du Verre, dont la diſtance ne ſurpaſſe
TAB. II. Fig. 5. pas celle, à laquelle le Verre & l'Eau agiſſent l'un ſur l'autre. Soit A B ſuperficie du Verre: la Particule d'Eau C tend vers cette ſuperficie par la ligne C D, qui y eſt perpendiculaire; elle tend auſſi vers le point *e*, mais en même tems, elle tend avec une pareille force vers tous les points de la ſuperficie qui ſont dans le même éloignement de D que l'eſt le point *e*, c'eſt-à-dire, dans la circonference du cercle dont *e f* eſt le diamètre: à cauſe de l'égalité de toutes ces Forces, la Particule ne pourra pas s'approcher d'un point plutôt que d'un autre; c'eſt pourquoi toutes les Forces concourent à attirer la Particule ſuivant la direction C D. En appliquant une pareille Démonſtration à l'action des autres Particules du Verre ſur *la Particule d'Eau*,
100. il s'enſuivra qu'elle *tend vers la ſuperficie du Verre, par une ligne perpendiculaire à cette ſuperficie.*

TAB. II. Fig. 6. Qu'il y ait ſur le plan de Verre A B une Goutte de liqueur G. Chacune des Particules qui ſont peu éloignées du Verre, s'en approchent par un mouvement perpendiculaire, & entrainent avec elles les Particules qui leur ſont adhérentes; ce qui produit dans la Goutte un mouvement ſemblable à celui qui auroit lieu, ſi la Goutte étoit preſſée par le plan C D parallèle au plan A B: l'effet de cette Preſſion s'accordant parfaitement avec celui de l'Attraction.
101. Or comme par une telle Preſſion la Goutte s'étendroit de tous cotez, *l'extenſion, qui ſe fait dans la Goutte quand elle ſe meut entre les plans, eſt* auſſi *l'effet de l'Attraction.*

La

La ligne AB marque la ſuperficie de l'Eau, dans laquelle on a enfoncé une partie de la Lame de Verre FD, dont on ne voit que l'épaiſſeur dans la Figure. L'Eau eſt attirée par cette Lame *, & fait effort pour s'y répandre de tous cotez, comme ſi elle étoit preſſée ſuivant la direction BD *. Ce mouvement n'agite que les Particules qui ſont en D, les mouvemens contraires au deſſous de la ſuperficie ſe détruiſant mutuellement; ainſi quelques Particules d'Eau monteront, & entraineront avec elles les Particules qui leur ſont jointes, ce qui ne ceſſera que lorſque le poids de l'Eau élevée égalera la force qui l'élève, & l'Eau reſtera à cette hauteur. 102. TAB. II. Fig. 7. * 100. * 101.

Que cette hauteur, que nous repréſentons plus grande qu'elle n'eſt, ſoit DC. L'Eau en CDG n'eſt ſoutenuë que par la ſeule force qui élève les Particules en C: car quand l'Eau ceſſe de ſe mouvoir, les forces avec leſquelles elle tache de ſe répandre de tous cotez entre C & D* s'entre-détruiſent: la Particule *e*, par exemple, étant pouſſée en haut & en bas avec des forces égales. Ainſi *la force qui ſoutient l'Eau, ſuit la proportion de la largeur de la ſuperficie le long de laquelle l'Eau monte, meſurée, à la hauteur qu'elle atteint, ſur une ligne parallèle à ſa ſurface: & le poids de l'Eau ſoutenuë ſuit cette même proportion.* * 101. 103.

SCHOLIE II.

Des Tuyaux Capillaires.

NOus avons vu * que l'Eau monte d'elle même dans les petits Tuyaux de Verre: La Cauſe de ce Phénomène eſt évidente par ce qui vient d'être dit. *La quantité d'Eau qui eſt ſoutenuë*, eſt proportionnée à la circonference de la ſuperficie de l'Eau élevée *; & cette circonference, *quand il s'agit de Tuyaux cylindriques, plongez perpendiculairement, augmente ou diminue en même raiſon que les diamètres reſpectifs de ces Tuyaux.* * 82. 104. * 103. 105.

Qu'il y ait deux Tuyaux, dont les diamètres ſoient D, *d*, & les hauteurs *dans les Tuyaux* H, *h*; les quantitez d'Eau élevée ſeront entr'elles comme $D^q \times H$ à $d^q \times h$ *; c'eſt pourquoi $D^q \times H, d^q \times h :: D, d$ *; en diviſant les antecedens par D^q & les conſequens par d^q, nous aurons $H, h :: \frac{1}{D}, \frac{1}{d}$, c'eſt-à-dire, que les *hauteurs ſont en raiſon inverſe des diamètres.* *2, 11, 14. EL. XII. * 104.

SCHOLIE III.

De l'Eau qui monte entre les Glaces de l'Art. 84.

SOient les lignes AC, BC, qui repréſentent la ſection horizontale des Glaces à la ſuperficie de l'Eau; & que l'eſpace que contient l'angle ACB, ſoit partagé par les lignes *de*, *fg*, *hi*, *lm*, &c. très peu, mais également, éloignées l'une de l'autre; il eſt clair que les quantitez d'Eau élevées dans les eſpaces *dfeg*, *himl* ſont égales *; & par conſequent qu'il s'y trouve des priſmes égaux, dont les hauteurs ſont en raiſon inverſe des ba- 106. TAB. II. Fig. 8. * 103.

* 34. EL. XI. * 1. EL. VI. TAB. III. Fig. 4. * *La Hire* S. C. l. IV. p. 2. * *Ibid.* l. V. p. 13.

baſes *; or ces baſes pouvant paſſer pour des parallèlogrammes, & ayant les largeurs $d f$, $h l$, égales, elles ſont entr'elles comme de à hi *, c'eſt-à-dire, comme dC à hC.

Il s'enſuit de ce que nous venons de dire, que la Courbe $e f g$ eſt une hyperbole, dont les aſymptotes ſont la ligne AB, où les deux Glaces ſe touchent, & BC, ſuperficie de l'Eau *. A cauſe de l'angle droit ABC l'hyperbole eſt équilatère *; car nous avons examiné le cas dans lequel la ligne commune aux deux Plans eſt perpendiculaire à la ſuperficie de l'Eau.

On peut auſſi facilement comparer la hauteur de l'Eau dans un Tuyau avec ſa hauteur entre les Glaces.

107. TAB. II. Fig. 8. * 103.

Si M repréſente la ſection horizontale d'un Tuyau cylindrique, & *ſi le demi-diamètre du Tuyau eſt égal à la ligne ed, qui marque la diſtance entre les Glaces*: il eſt manifeſte que la force qui ſoutient * le parallèlepipède, dont la baſe eſt $d f e g$, eſt proportionelle aux deux lignes $d f$ & $e g$.

Dans le Tuyau, la force qui ſoutient le priſme, dont la baſe eſt nop, eſt proportionelle à l'arc np; parce que la circonference entière eſt proportionelle à l'effort qui ſoutient tout le cylindre contenu dans le Tuyau. Quand np & df ſont égales, la même égalité a lieu par rapport aux forces qui ſoutiennent les priſmes, & par cela même ces priſmes ſont égaux; en ce cas les baſes nop, def, ſont auſſi égales, & les priſmes par conſequent ont la même hauteur. Ainſi *l'Eau montera à la même hauteur dans le Tuyau & entre les Glaces.* L'Expérience touchant l'Eau qui monte entre des Glaces, peut être variée de pluſieurs manières differentes.

108. TAB. II. Fig. 9, 10.

Il faudroit entrer dans un détail long, & aſſez inutile, ſi nous voulions faire mention de tout ce qui a rapport à cette Expérience. Il ſuffit d'avoir examiné le cas principal. A l'égard des deux autres cas, dans leſquels l'angle ABC, que la ligne commune aux deux Plans fait avec la ſuperficie de l'Eau, eſt aigu ou obtus, les Plans demeurant perpendiculaires à la ſuperficie de l'Eau, je me contenterai de remarquer, que l'Eau qui monte eſt auſſi terminée par une hyperbole, dont la ſuperficie de l'Eau eſt une aſymptote: l'autre ſe trouve en érigant à CB, au point B, la perpendiculaire BF; l'aſymptote qu'on demande, ſera BE, qui diviſe en deux parties égales FD, perpendiculaire à un point quelconque de FB, & terminée par la ligne BA.

Si DF paſſe par le point D de l'hyperbole, BF ſera le demi-diamètre conjugué du demi-diamètre BD.

Dans la *Fig.* 10. l'hyperbole finit au point F; cependant l'Eau monte plus haut, mais eſt terminée par une autre Courbe.

Dans la *Fig.* 9. quoique l'hyperbole coupe en D la ligne commune aux deux Plans, l'Eau continue néanmoins à monter le long de BA, mais la Courbe qu'elle fait, s'écarte de l'hyperbole à une certaine diſtance de AB, laquelle eſt differente, ſuivant la difference de l'angle que les Glaces forment enſemble. Car, *lorſque la diſtance entre les Glaces eſt très petite, les Attractions oppoſées s'aident mutuellement*, ce qui augmente la hauteur de l'Eau. Le Scholie ſuivant nous fournit l'exemple d'une pareille augmentation,

109.

tion, qui a lieu auſſi à l'égard de la lumiere que les Corps attirent, comme on le verra dans le 3. Chap. du Liv. V.

SCHOLIE IV.

Du Mouvement de la Goutte dont il eſt parlé dans l'Art. 85.

COncevons un Plan qui coupe perpendiculairement les Plans entre leſquels la Goutte ſe meut, & la ligne qui leur eſt commune: la Figure repréſente cette ſection; mais comme le Mouvement dépend de l'inclinaiſon de l'un de ces Plans par rapport à l'autre, nous la faiſons plus grande qu'elle n'eſt, comme auſſi l'éloignement entre les Plans, & la diſtance à laquelle le Verre agit ſur l'Huile. 110. TAB. II. Fig. 11.

Soient les Plans AB, CD; la Goutte *eeff*; *gh* la diſtance à laquelle le Verre attire l'Huile: ainſi toute l'Huile entre *e i h f* eſt attirée vers le Plan, & tâche de s'y étendre de tous cotez *; or c'eſt ce qui ne ſe peut point, à cauſe de la Cohérence des Parties de la Goutte, & des forces oppoſées en *e* & *f*, qui s'entre-détruiſent. La Goutte reſteroit en repos, ſi les Plans étoient parallèles; mais comme l'Attraction dirige ſon action perpendiculairement au Verre, l'Huile qui eſt dans l'eſpace *f l h*, eſt attirée par la ſuperficie *f g*; & céde à la force qui l'attire, à cauſe que cette force n'eſt détruite par aucune force oppoſée; ce qui met en Mouvement la Goutte entière, dont les Parties tiennent l'une à l'autre. Ainſi la Goutte tend vers l'endroit où les Verres ſe joignent, auſſi long-tems que l'inclinaiſon des Plans à l'horizon eſt telle, que la force avec laquelle la peſanteur de la Goutte la fait deſcendre, eſt moindre que celle de l'Attraction qui la fait monter. * 101.

Quand la diſtance entre les Verres eſt très petite, les Attractions oppoſées s'entr'aident, & la force augmente plus qu'en raiſon du diamètre de la Goutte. Car il eſt facile de démontrer par ce qui precéde, que cette augmentation eſt en raiſon du diamètre.

CHAPITRE VI.

Du Mouvement en général, où l'on traite du Lieu & du Tems.

LE *Mouvement eſt le tranſport d'un Corps d'un Lieu dans un autre, ou bien le changement continuel de Lieu.* L'idée du Mouvement eſt commune à tous les hommes, & d'ailleurs ſi ſimple qu'il n'y a pas moyen de la définir. 111.

L'Eſpace occupé par le Corps s'appelle Lieu, & l'idée n'en eſt pas moins ſimple que celle du Mouvement. 112.

On diviſe le Lieu en vrai ou abſolu, & en relatif.

1. DEFINITION.

113. *Le Lieu vrai eſt cette partie de l'Eſpace immobile, que le Corps occupe.*

2. DEFINITION.

114. *Le Lieu relatif*, qui ſeul peut être apperçu par les ſens, *eſt la ſituation d'un Corps par rapport aux autres Corps.*

Souvent le vrai Lieu change, ſans que le Lieu relatif aît éprouvé le moindre changement, & réciproquement.

115. C'eſt ce qui fait qu'*il y a un Mouvement vrai ou abſolu, & un autre relatif.*

Pendant que le Corps ſe meut, le Tems s'écoule.

116. *On partage* auſſi *le Tems, en vrai ou abſolu, & en relatif.*

117. *Le Tems vrai* n'a aucune relation avec le Mouvement des Corps, ni avec la ſucceſſion des idées dans un Etre intelligent, mais *coule toujours également par ſa Nature.*

3. DEFINITION.

118. *Le Tems relatif eſt une partie du Tems vrai, meſurée par le Mouvement des Corps*; c'eſt par la ſucceſſion de nos idées que nous appercevons le Tems relatif.

Tout Mouvement peut être accéleré, & auſſi retardé; la ſucceſſion de nos idées eſt ſujette à la même augmentation & à la même diminution de viteſſe; d'où il s'enſuit que le Tems relatif eſt different du vrai, ce dernier ne coulant jamais, ni plus vîte, ni plus lentement.

4. DEFINITION.

119. *Cette proprieté du Mouvement, qui fait qu'un Corps qui ſe meut, parcourt un certain Eſpace, dans un certain Tems, s'appelle Viteſſe, laquelle*, par conſequent, eſt plus grande ou moindre, ſuivant la grandeur de l'Eſpace parcouru, & *eſt toujours proportionelle à cet Eſpace.*

120. *L'Eſpace parcouru augmente* auſſi *à proportion du Tems, la Viteſſe reſtant la même.*

121. *Donc, généralement l'Eſpace parcouru eſt en raiſon compoſée du Tems & de la Viteſſe.*

Differens Corps étant donnez, ſi pour chacun on multiplie la Viteſſe par le Tems, les produits ſeront entr'eux comme les Eſpaces parcourus.

5. DE-

5. Definition.

La direction du Mouvement eſt marquée par une ligne droite, 122.
qu'on conçoit tirée vers l'endroit où tend le Corps mu.

6. Definition.

Ce qu'on appelle Puiſſance ou Preſſion, eſt une force continuée 123.
qui agit ſur un Corps pour le faire changer de place, & qui peut déployer ſon action ſur ce Corps, ſans le mouvoir, ou ſans changer le Mouvement déja imprimé; ſçavoir quand l'action de la Preſſion eſt détruite par une Preſſion contraire.

La Preſſion peut agir dans un Lieu, ce qui la diſtingue de l'Action d'un Corps qui agit par ſa force inhérente, une pareille Action ſe faiſant toujours d'un Lieu dans un autre.

LIVRE I.

Partie II. Des Actions des Puiſſances.

CHAPITRE VII.

De la manière de comparer entr'elles les Actions des Puiſſances.

Il eſt de la dernière évidence, que *que Preſſions*, c'eſt-à-dire 124.
les Actions des Puiſſances, *ſont égales, ſi, dans des tems égaux, elles produiſent des Effets égaux.*

Il n'eſt pas moins clair, qu'une Preſſion peut en ſurmonter une autre contraire, & que *des Preſſions égales, agiſſant dans* 125.
un ſens oppoſé, ſe détruiſent mutuellement, & que *celles qui ſe détruiſent mutuellement ſont égales.* Si cette Propoſition n'eſt pas regardée comme Axiome, on pourra la démontrer par celle qui précède.

D'où il s'enſuit, que *les Preſſions ſont entr'elles comme les Ef-* 126.
fets produits en tems égaux.

Quand on preſſe un obſtacle, & que cet obſtacle ne cède point, 127.
il faut que la Preſſion ſoit détruite par une Preſſion contraire; ſans quoi celle là ne produiroit aucun effet. Si donc la *Preſſion n'eſt pas détruite* par une Preſſion contraire, *l'obſtacle cède.* Il

n'eſt pas queſtion ici de la force qui, en certaines occaſions, eſt
128. communiquée à l'Obſtacle, & par laquelle il reſte en mouvement.
* 18. Car *il ne s'agit dans toute cette ſeconde Partie, que du Tranſport, qui eſt l'effet immédiat de la Preſſion*, & qui n'a jamais lieu que dans le premier moment infiniment petit, quand l'Obſtacle cède à l'Action de la Puiſſance.

Le Tranſport de l'Obſtacle étant l'effet d'une Preſſion qui n'eſt point détruite par une Preſſion contraire, il s'enſuit que
129. *les Actions de diverſes Puiſſances*, qui ne ſont pas détruites par des Preſſions contraires, *ne peuvent differer que par rapport aux Obſtacles ſur leſquels les Puiſſances agiſſent, & par rapport aux Eſpaces parcourus par les Obſtacles dans un certain tems.*

DEFINITION.

130. *J'appelle Intenſité de la Puiſſance la grandeur de la Preſſion, conſiderée relativement à l'Action ſur un Obſtacle en repos, mais que rien n'arrête*, c'eſt-à-dire la capacité d'agir, quand la Preſſion n'eſt pas détruite par une Preſſion contraire.

131. Par conſequent, *les Intenſitez des Puiſſances ſont comme les Actions ſur les Obſtacles, qui ſont tranſportez par les Preſſions.*

132. *Si en tems égaux, les Obſtacles ſont tranſportez par des eſpaces*
* 126. *égaux, les Intenſitez des Puiſſances ſont comme les Obſtacles* *.
129. 131. *Si les Puiſſances agiſſent ſur des Obſtacles égaux, les Intenſitez*
133. *des Puiſſances ſont comme les Eſpaces par leſquels, en tems égaux,*
* 126. *les Obſtacles ont été tranſportez* *.
129. 131. Mais *s'il y a de la difference, & entre les Obſtacles, & entre*
134. *les Eſpaces parcourus par ces obſtacles en tems égaux, les Intenſitez des Puiſſances ſont comme les Obſtacles, & comme les Eſpa-*
* 132. *ces parcourus* *, c'eſt-à-dire, en raiſon compoſée de ces deux
133. raiſons.

Par exemple : ſi l'Action d'une Puiſſance ſe déploye ſur un Obſtacle double d'un autre, & qu'elle le tranſporte par un Eſpace triple, l'Action, & par cela même l'Intenſité de la Puiſſance, ſera deux fois triple, ou trois fois double, c'eſt-à-dire ſextuple. Cette raiſon compoſée ſe trouve, ſi les nombres, qui expriment les raiſons qu'ont entr'eux, tant les Obſtacles que les Eſpaces parcourus, étant donnez, on multiplie, pour chaque Puiſſance, l'Obſtacle par l'Eſpace qu'il a parcouru : les produits ayant alors entr'eux la raiſon compoſée dont il s'agit.

Si

Si donc on exprime par des nombres *les Intenſitez de differentes Puiſſances*, ces nombres ſeront comme les produits des Obſtacles par les Eſpaces; & par conſequent, ſi tous ces nombres, pris chacun ſéparément, *ſe diviſent par l'Eſpace que l'Obſtacle a parcouru, les Quotiens ſeront entr'eux comme les Obſtacles.* 135.

D'où il s'enſuit, que les Obſtacles ſont plus grands à meſure que les Intenſitez ſont plus grandes, & les Eſpaces parcourus plus petits; c'eſt à-dire, que *les Obſtacles ſont en raiſon compoſée de la raiſon directe des Intenſitez, & de la raiſon inverſe des Eſpaces parcourus.* 136.

Si les nombres qui expriment les produits des Obſtacles par les Eſpaces, c'eſt-à-dire, qui marquent les Intenſitez des Puiſſances, ſont diviſez chacun par le nombre qui exprime l'Obſtacle, les Quotiens ſeront comme *les Eſpaces*; leſquels *ſont* par conſequent *en raiſon directe des Intenſitez, & en raiſon inverſe des Obſtacles.* 137.

Les Intenſitez des Puiſſances ſont égales, ſi les Eſpaces parcourus ſont en raiſon inverſe des Obſtacles. Car autant qu'une Puiſſance en ſurpaſſe une autre à l'égard de l'Obſtacle, autant en eſt-elle ſurpaſſée à ſon tour à l'égard de l'Eſpace parcouru. Par exemple, ſi les Obſtacles ſont comme huit à ſix, & les Eſpaces parcourus comme trois à quatre, chaque Intenſité ſera exprimée par le nombre de vingt & quatre*. 138. * 134.

Tout ce que nous venons de dire ne regarde que les Actions des Puiſſances ſur des Obſtacles que rien n'arrête, & qui ne reſiſtent que par leur ſeule inertie. Il nous reſte à parler des Preſſions qui ſe détruiſent mutuellement; c'eſt ce qui n'arrive que dans les Preſſions contraires; & elles ſont contraires, quand l'une reſiſte à l'autre, & forme un Obſtacle à ſon égard.

En ce cas *des Preſſions égales* s'entre-détruiſent *: or cette égalité a lieu lorſque des Preſſions *oppoſées reſiſtent également.* Car par ſa Reſiſtance chacune agit ſur la Preſſion contraire. Pour déterminer ces Reſiſtances, il faut, 1° faire attention aux Intenſitez; car les Reſiſtances ſont comme les Intenſitez, quand il s'agit des mêmes circonſtances: puiſqu'*en changeant l'Intenſité de la Puiſſance*, ſi le reſte ne ſouffre aucun changement, *la force avec laquelle la Puiſſance reſiſte, changera en même raiſon.* 139. * 125. 140.

Mais 2° dans le tems que la Preſſion eſt ſurmontée, & que le point auquel cette Preſſion eſt appliquée, s'éloigne à une certaine

taine diſtance, il faut une Action déterminée, pour que cela ſe faſſe en un certain tems; l'Action dont il s'agit, devra être double, pour que, dans le même tems, la choſe ſe faſſe deux fois, c'eſt-à-dire, pour que, dans le même tems, le point ſoit reculé à une double diſtance. La Preſſion, qui eſt alors ſurmontée, eſt ſurmontée deux fois de la même manière, & elle reſiſte deux fois, c'eſt-à-dire, que ſa Reſiſtance eſt double;

141. ainſi *la Reſiſtance d'une Puiſſance, dont l'Intenſité ne change point, croit en même raiſon que l'Eſpace parcouru, dans un certain tems; par le point auquel la Puiſſance eſt appliquée.*

142. *Et les Actions, par leſquelles diverſes Puiſſances reſiſtent à des Preſſions contraires, ſont entr'elles en raiſon compoſée des Intenſitez des Puiſſances, & des Eſpaces qui pourroient, dans le même tems, être parcourus par les points auxquels ces Puiſſances ſont appli-*

* 140. *quées* *.

141. D'où il s'enſuit que *les Preſſions, dont les Intenſitez ſont égales,*

143. *& qui agiſſent dans un ſens oppoſé, ſe détruiſent mutuellement dans le ſeul cas où les points auxquels elle ſont appliquées, étant*

* 141. *conçus en mouvement, parcourent des Eſpaces égaux* *.

144. Et *en ſuppoſant ces Eſpaces égaux, elles ne ſe détruiront pas,*

* 140. *ſi les Intenſitez ſont differentes* *.

Ainſi des Puiſſances qui différent en Intenſité, pourront faire des Preſſions égales, ſi on les applique à des points, leſquels, mis en mouvement, parcourent, dans le même tems, des Eſpaces inégaux, de manière que ce qu'une Reſiſtance gagne ſur l'autre en Intenſité, elle le perde par rapport à l'Eſpace à par-

* 143. courir *, auquel cas les inégalitez ſont compenſées.

145. *Les Preſſions oppoſées* ſont donc égales, & *ſe détruiſent mutuellement, ſi les Intenſitez des Puiſſances ſont en raiſon inverſe des Eſpaces que doivent parcourir, dans le même tems, les points auxquels ces Puiſſances ſont appliquées, en ſuppoſant le Mouvement de ces points.*

146. En général nous déterminons auſſi par ce qui vient d'être dit, ce qu'il faut *pour que pluſieurs Puiſſances d'un coté, agiſſant dans un ſens contraire avec une ou pluſieurs autres Puiſſances, détruiſent ces dernières.*

Il faut multiplier l'Intenſité de chaque Puiſſance par l'Eſpace que doit parcourir, dans un certain tems, le point auquel elle eſt appliquée, & les produits ſeront entr'eux, comme les Actions par leſ-

lesquelles les Puissances respectives resistent aux Pressions contraires. Cela étant, *si la somme des produits d'un coté est égale à la somme des produits de l'autre, les Resistances opposées seront égales, & les Actions opposées se détruiront mutuellement.*

CHAPITRE VIII.

Considerations générales touchant la Gravité.

1. Phenomene.

TOus les Corps qui sont dans le voisinage de la Terre, sont portez vers la Terre, si aucun Obstacle ne les arrête. 147.

1. Definition.

La force qui pousse les Corps vers la Terre, se nomme Gravité, ou Pesanteur. 148.

2. Definition.

Cette force, considerée relativement au Corps qu'elle pousse, s'appelle le Poids du Corps. 149.

2. Phenomene.

La force de la Gravité agit également, à chaque instant, & dans tous les lieux qui sont dans le voisinage de la Terre. 150.

Cependant il y a (& nous aurons occasion d'en parler plus au long dans le Chap. 17. du Liv. VI.) en divers Païs quelque petite difference dans la Gravité. Mais cette difference est trop peu considerable, pour qu'elle entre ici en ligne de compte; sur-tout à cause qu'elle est imperceptible dans les Païs voisins l'un de l'autre.

Quand la descente d'un Corps est arrêtée par un Obstacle, ce Corps presse toujours également l'Obstacle par son Poids, & tend vers le centre de la Terre; ainsi *on peut le considerer comme une Puissance qui agit sur un Obstacle*, & tout ce qui a été démontré des Puissances dans le Chapitre précedent, a lieu à son égard. 151.

3. Phenomene.

Les Corps qui descendent par la force de la Gravité, descendent avec la même vitesse, toute resistance étant ôtée. 152.

Ce Phénomène a lieu dans l'Expérience suivante.

EXPERIENCE.

153. On applique divers Cylindres de verre à la Machine pneumatique, de façon qu'ils ne forment enſemble qu'un ſeul Cylindre, dont la hauteur eſt de ſix ou ſept pieds, & le diamètre de quatre ou cinq pouces. L'Air en étant tiré, on laiſſe tomber du haut de ce Cylindre, dans le même inſtant, une pièce d'Or, & une Plume très légère, & on les voit arriver en bas préciſement dans le même moment.

154. En admettant un peu d'Air dans le Cylindre, & en répetant enſuite l'Expérience, on s'apperçoit que la Plume deſcend plus lentement que l'Or, ce qui vient de la reſiſtance de l'Air qu'on a admis.

Je dirai dans la *I. Partie* du *Livre IV*, où il ſera queſtion de la Machine du Vuide, & de tout ce qui y a rapport, comment cette Expérience doit ſe faire, & de quelle manière il faut s'y prendre pour la répeter commodément pluſieurs fois.

Le même Phénomène peut ſe déduire auſſi d'une autre Expérience, dont nous parlerons dans la ſuite.

155. De tout cela il s'enſuit, que par l'Action immédiate de la Gravité, des Obſtacles quelconques ſont tranſportez, en tems égaux, par des eſpaces égaux; car il eſt clair que dans le premier moment les Corps ſe meuvent de la même manière, & que leur Mouvement eſt également accelèré dans chaque moment ſuivant: ainſi les Actions de la Gravité ſur les Corps ſont
* 132. en même raiſon que les Corps *, c'eſt-à-dire, que *les Poids*
156. *ſont entr'eux comme les Quantitez de Matiére*, & que toutes les Particules de Matiére, pourvu qu'elles ſoient égales, péſent également, à quelque Corps qu'elles appartiennent.

157. Quand on conſidère un Poids comme une Puiſſance, l'Intenſité de cette Puiſſance eſt proportionelle à la Quantité de Matiére qu'il y a dans le Corps dont le Poids eſt enviſagé comme une Puiſſance, & la direction de cette Puiſſance eſt vers le centre de la Terre.

Ces Obſervations générales touchant la Gravité étoient neceſſaires, parce que dans nos Expériences ſur les Preſſions nous nous ſervons de Poids.

CHA-

CHAPITRE IX.

De quelques Machines, qui ſervent à pluſieurs Expériences.

I. Definition.

158. *LA Poulie ſimple eſt une Roulette qui tourne autour d'un Aiſſieu, & par deſſus laquelle paſſe une Corde.* La Poulie ſe voit en T, & la Corde en *a b c d.* TAB. III. Fig. 6.

Cette Machine, étant fixée en quelque endroit, ne ſert qu'à changer la direction de la Puiſſance; car en ce cas, 159. *la Force, ou la Puiſſance* M, *appliquée à la Corde, & égale en Intenſité à l'Obſtacle* P, *eſt auſſi égale à l'Effet de cet Obſtacle* *: l'Obſtacle étant une Puiſſance contraire, laquelle ne ſçauroit ſe mouvoir ſans parcourir un eſpace égal à celui que parcourt, dans le même tems, la Puiſſance oppoſée. * 144.

Dans les Expériences deſtinées à éclaircir ce qui a rapport aux Actions des Puiſſances, nous nous ſervons ſouvent de Poulies, à cauſe que ces Expériences ſe font avec des Poids, dont les directions tendent vers en bas, & doivent très ſouvent être changées.

Pluſieurs Poulies tiennent aux Machines mêmes, d'autres en ſont ſéparées, & peuvent y être appliquées au beſoin. Ces Poulies ſont repréſentées en T. & T. Il ſuffit d'en avoir cinq ou ſix de chaque ſorte. TAB. IV. Fig. 1. 3.

Poulie
Dont la Chape tourne ſur un Aiſſieu.

160. La Roulette *m* de cette Poulie tourne à la manière ordinaire; mais, outre cela, quand la Poulie eſt affermie en quelque endroit, la Chape en eſt mobile, & la Queüe étant placée verticalement, le plan de la Roulette *m*, peut recevoir toutes les poſitions verticales poſſibles. TAB. IV. Fig. 1. 2.

Les parties dont cette Poulie eſt compoſée, ſe voyent ſéparées les unes des autres dans la *Fig.* 2., & ſont 1°. La Queüe R, à laquelle appartient auſſi l'Écrou D. 2°. La Chape S, dont la Lame *g* fait partie. 3°. Enfin la Roulette *m*.

La Poulie ſe joint & s'attache à des Machines par le moyen de la Queüe, dont la partie *c* paſſe par une ouverture *quar-*

rée, qu'elle remplit exactement, & la Lame *b* s'applique fortement à la ſurface de quelque Corps, à l'aide de l'Écrou D.

La Roulette *m* eſt renfermée dans ſa Chape, & y eſt ſuſpendue entre les Lames *g* & *f*, les extrêmitez de l'Aiſſieu de la Roulette pénétrant dans les ouvertures *i*, *i*, où elles tournent. La Lame *g*, en ce cas, s'applique au Solide *e*, & y eſt attachée par les Vis *l*, *l*.

Le même Solide *e* eſt percé en *n*; la cavité eſt cylindrique & bien polie en dedans. Par cette cavité paſſe un Clou d'acier *q*, cylindrique & poli, & qui la remplit exactement. A ſon extrêmité *n* elle eſt tant ſoit peu plus large, pour recevoir la tête du Clou.

Ce Clou pénétre dans le Tuyau *a* de la Queüe R; alors l'orifice du Tuyau ſe trouve appliqué au Solide *e*, qui tient à la Queüe par la Goupille *p*, laquelle pénétre au travers du Tuyau *a*, & du Clou qui y eſt.

Toutes les parties étant ainſi jointes enſemble, la Chape, qui contient la Roulette, peut ſe mouvoir autour du Clou *q*.

POULIE
A Queüe platte.

161. La conſtruction de cette Poulie paroit aſſez par la ſeule inſpection de la Figure. On en voit les parties ſéparées dans
TAB. IV. Fig. 3 4. la *Fig.* 4. La Queüe *l* s'introduit dans une rainure quand il faut affermir la Poulie en quelque endroit.

Dans les *Fig.* 1, 2, 3, 4. *TAB. IV.* toutes les dimenſions ſont réduites à la moitié de leur véritable grandeur.

COLOMNE,
Qui ſert à pluſieurs Expériences.

162. La Colomne de bois C ſe dreſſe ſur une Table, & y eſt affer-
TAB. IV. Fig. 5. mie par l'Ecrou B, qui s'applique à la Queüe A, au deſſous de la Table, dans laquelle eſt pratiqué un trou rond que cette Queüe traverſe.

Cette Colomne eſt percée depuis *a* juſqu'à *b*, & eſt applatie par devant & par derriere, tout du long de l'ouverture, qui eſt par tout de la même largeur.

163. On joint ſouvent à cette Colomne une autre moindre G, ce qui ſe fait ordinairement en mettant entre deux l'Anneau de bois E, à travers duquel paſſe la Vis D, qui pénétre auſſi dans la cavité *d* de la petite Colomne, où il y

a un Ecrou ; ainſi elle peut facilement être affermie.

De même, on place quelquefois au deſſus de la petite Colomne G, lorſqu'elle eſt jointe avec C, le Chapiteau H, lequel eſt affermi enſuite à l'aide de la Vis I, qui pénétre dans le Chapiteau. 164.

L'Ecrou F, dont nous allons voir l'uſage, convient aux Vis D & I.

Les dimenſions de cette 5me, Figure ſont réduites à la ſixiéme partie de leur grandeur.

On joint à la Colomne divers Bras, repréſentez dans les *Fig.* 6, 7, 8, 9. & dont les dimenſions ne ſont réduites qu'à la moitié.

I. Le premier de ces Bras ſe voit en Q. Pour le joindre à la Colomne, on paſſe par le trou *f* le Cylindre D (*Fig.* 5.), qui remplit ce trou, & autour duquel le Bras peut tourner. On affermit ce Bras dans la ſituation qu'on veut, par le moyen de l'Ecrou F, ou de la petite Colomne G. 165. TAB. IV. Fig. 6.

A l'extrêmité du Bras il y a en *e* un trou rond que traverſe la queüe du Crochet V, laquelle peut tourner dans le trou même, & s'affermit par l'Ecrou R. Pour conſerver le bois, on met entre le Bras & l'Ecrou la Plaque de cuivre *l*. 166.

II. La figure du ſecond Bras eſt marquée en M; la Queüe N de ce Bras s'introduit dans l'ouverture *a b* (*Fig.* 5.), dont elle remplit exactement la largeur. Elle eſt mobile dans cette ouverture, & peut être fixée où on le juge à propos, par le moyen de l'Ecrou P. 167. TAB. IV. Fig. 7.

L'extrêmité applatie L du Bras, eſt percée de deux trous *d* & *c*, l'un rond & l'autre quarré.

On peut affermir dans le premier le Crochet V du premier Bras, comme nous l'avons dit * à l'égard du trou *e* (*Fig.* 6.). 168. * 166.

Le ſecond trou *c* eſt d'uſage, quand la Poulie T (*Fig.* 1.) doit être appliquée au Bras *; la queüe de la Poulie s'ajuſtant exactement dans ce trou. 169. * 160.

III. Le troiſiéme Bras A, de même que le ſuivant, s'attache à la Colomne, quand on y a ajouté la petite Colomne G (*Fig.* 5.) *, dont la Vis I, paſſe par le trou *f*, & eſt affermie comme nous l'avons dit du premier Bras *. 170. TAB. IV. Fig. 8. * 163. * 165.

Le Bras A, dont il eſt ici queſtion, a le plus de largeur à ſa partie antérieure BC. Cette partie eſt garnie d'une La- 171.

me de Cuivre ECBD, dont les extrêmitez ſont repliées aux cotez du Bras, pour ſoutenir les Roulettes O, O, mobiles autour de leurs Aiſſieux, dont l'un eſt repréſenté en D, & ſuſpenduës entre le Bras & la Lame.

172. Cette Lame s'élève dans ſon milieu au deſſus du bois, & a dans ſa partie éminente trois trous, l'un au milieu *g*, & un à chaque coté *e*, *e*, à une égale diſtance de *g*. Le Crochet V tient auſſi à ce Bras; j'en marquerai la ſituation, quand il s'agira d'en indiquer l'uſage.

173. IV. Le quatriéme Bras A eſt joint à la Colomne de la même façon que le troiſiéme *.

TAB. IV. Fig. 9. Ce Bras a dans ſa partie antérieure une avance E, dans laquelle on peut affermir la Poulie T (*Fig.* 1.) *. La queüe de cette Poulie traverſe alors le trou quarré *c*, dans lequel s'ajuſte la partie quarrée de la queüe.

* 170.

* 160.

174. A ce même Bras eſt appliquée la Lame de cuivre DB, à laquelle ſont attachez cinq Crochets V, V, V, V, V, dont je marquerai la diſtance & la ſituation, quand je ſerai parvenu à l'endroit deſtiné à expliquer leur uſage.

175. Au même Bras eſt encore jointe une autre Lame de cuivre F. G. H. I. La partie GH de cette Lame eſt éloignée du bois d'un peu plus d'un demi pouce, & a trois petits trous, dont les deux extrêmes paroiſſent en *t*, *t*; la Lame ML couvrant celui du milieu.

176. Au coté du Bras ſont appliquées deux Lames QR, LM. La premiére eſt fixe, & a dans ſon extrêmité, qui eſt pliée de maniére qu'elle fait avec la Lame un angle droit, un petit trou *s*.

177. La Lame LM eſt retenue par un Clou à tête applatie O, autour duquel elle peut tourner; cependant elle n'eſt ſuſceptible que de peu de mouvement à cauſe de la Vis *n*, qui paſſe par le trou L, ſans le remplir entiérement. On arrête cette Lame par le moyen de la même Vis, en y appliquant l'Ecrou N.

178. Dans ce Bras il y a quatre trous, dont l'un paroit en P, & dont les trois autres ſont de l'autre coté. Ces trous ſervent à recevoir des Chevilles, dont on en voit une en X, & auxquelles ſont attachez des fils, qui paſſent par les trous *t*, *t*, *t*, *s*.

CHA-

CHAPITRE X

De la Balance, & du Centre de Gravité.

ON détermine les Poids, ou ce qui revient au même, on compare les Quantitez de Matiére qu'il y a en differens Corps *, par le moyen de la Balance, Inſtrument très connu. 179. * 156.

1. Definition.

On appelle Axe de la Balance, la Ligne autour de laquelle la Balance tourne. 180.

2. Definition.

Quand on ne fait attention qu'à la longueur des Bras, on conſidère l'Axe comme un Point, & on le nomme *Centre de la Balance.* 181.

3. Definition.

Les Points de Suſpenſion ſont ceux où ſont actuellement, ou bien auxquels pendent librement, des Poids, ou des Baſſins. 182.

Il faut remarquer au ſujet de cette Machine, *que le Poids charge le Point auquel il eſt librement ſuſpendu, à quelque hauteur que ce ſoit, préciſément comme s'il étoit tout entier dans ce Point*, car le Poids du Corps tire avec une égale force la corde à laquelle le Corps eſt attaché, à quelque hauteur qu'il ſoit ſuſpendu *. 183. * 149, 150.

1. Experience.

Le Poids P eſt appliqué par la corde BD à la Balance AB, &, peut y être ſuſpendu à differentes hauteurs, ſans qu'il arrive le moindre changement à la Balance. 184. TAB. VI. Fig. 1.

L'Action du Poids pour faire mouvoir la Balance eſt d'autant plus grande, que le Point chargé du Poids eſt plus éloigné du Centre de la Balance, & cette Action ſuit la proportion de la Diſtance de ce Point au Centre. 185.

Quand la Balance tourne, ce mouvement fait parcourir au Point B l'arc B*b*, & au Point A l'arc A*a*, qui eſt plus grand que l'autre; ainſi dans ce mouvement de la Balance l'Action du même Poids eſt differente, ſuivant le Point auquel TAB. VI. Fig. 2.

quel il eſt appliqué, & ſuit la proportion de l'Eſpace par-
*151, 141. couru par ce point *; par conſequent il eſt en A, comme A*a*, en B, comme B*b*; or ces arcs ſont entr'eux comme CA eſt à CB.

2. EXPERIENCE.

186. Chaque Bras de la Balance AB, dont le Fléau a deux
TAB. VI. Fig. 3. pieds de longueur, eſt diviſé en cent parties égales, l'origine des diviſions étant au Centre de la Balance.

L'Action d'une Once appliquée à la 60me diviſion eſt égale à l'Action de trois Onces ſuſpenduës à la 20me diviſion.

187. Pour faire commodément cette Expérience, & quelques unes des ſuivantes, on a pluſieurs Poids de cuivre d'une once, comme P, qui peuvent être appliquez aux diviſions du Fléau, & qui ont chacun en deſſous un crochet. On a auſſi pluſieurs petits Baſſins, comme L, dont chacun, en y comprenant les fils & le crochet par lequel on le ſuſpend, pèſe auſſi exactement une Once.

188. Il eſt clair que les Actions des Poids ſur la Balance, toutes choſes d'ailleurs égales, différent entr'elles comme les Poids: or ces Actions ne ſçauroient differer que par rapport aux Poids, ou par rapport aux Diſtances de ces Poids
189. au Centre; d'où nous concluons, Que *l'Action d'un Poids pour mouvoir une Balance eſt en raiſon compoſée du Poids même, &*
*185. *de la Diſtance où ce Poids eſt du Centre de la Balance* *. En multipliant le Poids par la Diſtance du Centre, le produit exprimera l'Action.

4. DEFINITION.

190. *On dit qu'une Balance eſt en Equilibre, quand les Actions des Poids ſur chaque Bras, ſont tellement égales, qu'elles ſe détruiſent l'une l'autre*, comme dans l'Expérience précedente.

191. *Des Poids inégaux peuvent être en Equilibre*, & cet Equilibre a lieu, lorſque les Diſtances du Centre ſont en rai-
*189, 190. ſon réciproque des Poids *. Car en ce cas, ſi chaque Poids
*16. EL. VI. eſt multiplié par ſa Diſtance, les produits ſeront égaux *. Cette propoſition eſt démontrée par l'Expérience précedente.

192. La même Propoſition ſert de fondement à la Balance qu'on appelle Romaine, & qu'on employe à péſer les Corps par le moyen d'un ſeul Poids.

Ex-

3. EXPERIENCE.

La Balance Romaine A B a deux bras fort inégaux; au plus court eſt attaché un Baſſin: l'autre eſt diviſé en parties égales, en comptant l'origine des diviſions depuis le Centre du Mouvement; les plus grandes diviſions ſont marquées par des nombres, & chacune eſt ſubdiviſée en huit parties égales. On applique à cette Balance un Poids, qui, ſuſpendu à la premiére des grandes diviſions, ſoit en Equilibre avec une demi-livre miſe dans le Baſſin: alors on met dans le même Baſſin le Corps dont on veut connoitre la Peſanteur, & on fait gliſſer le Poids dont il a été parlé, le long du plus grand coté juſqu'à ce qu'il y ait Equilibre; les plus grandes diviſions interceptées entre le Poids & le Centre de la Balance, indiquent le nombre des demi-livres que le Corps pèſe; les ſubdiviſions marquent les onces. On peut auſſi ſe ſervir d'un Poids moindre quelconque, ſi l'on veut déterminer de moindres differences entre les Poids des Corps. 193. TAB. VI. Fig. 4.

C'eſt ſur le même principe qu'eſt conſtruite la Balance fauſſe dont les bras ſont inégaux. 194.

4. EXPERIENCE.

On attache à la Balance de l'Article 186. deux Baſſins, l'un à la centiéme, & l'autre à la quatre-vingt-ſeiziéme diviſion, & pour qu'il y ait Equilibre, on les fait de Peſanteur inégale. Si l'on prend enſuite deux Poids quelconques, qui ſoient entr'eux comme 24. à 25., par Ex. que le premier ſoit de douze onces, & le ſecond de douze onces & demie, & qu'on mette celui-ci dans le premier Baſſin, & celui-là dans l'autre, ils péſeront également. 195. TAB. VI. Fig. 5.

Pluſieurs Poids appliquez à differentes diviſions du même Bras de la Balance, peuvent être en Equilibre avec un ſeul Poids attaché à l'autre Bras. Il faut pour cela, que le produit de ce Poids multiplié par ſa Diſtance du Centre, ſoit égal à la ſomme des produits de tous les autres Poids, multipliez chacun en particulier par ſa Diſtance du même Centre. 196.

5. EXPERIENCE.

On applique à la diviſion vingtiéme d'un des Bras, un Poids de deux onces, un Poids d'une once à la trentiéme, & enfin un Poids de trois onces à la ſoixantiéme diviſion, & il y 197. TAB. V. Fig. 1.

a Equilibre, ſi un ſeul Poids de cinq onces eſt ſuſpendu à la cinquantiéme diviſion de l'autre Bras.

198. En multipliant 50. par 5, nous avons pour produit 250. L'autre bras donne trois produits, 20×2, c'eſt-à-dire 40, 30×1, c'eſt-à-dire 30, & 60×3, ſçavoir 180. En ajoutant en une ſomme 40, 30, 180. nous trouvons auſſi 250.

199. *Pluſieurs Poids, en nombre inégal, appliquez aux deux cotez de la Balance, peuvent être en Equilibre.* En ce cas, ſi l'on multiplie chaque Poids par ſa Diſtance du Centre, les ſommes des produits de chaque coté ſeront égales: &, ſi ces ſommes ſont égales, il y aura Equilibre.

6. EXPERIENCE.

200. TAB. V. Fig. 2. Pour comprendre cette Expérience, il ſuffit de jetter les yeux ſur la Figure. Chaque Poids étant multiplié par ſa Diſtance du Centre, on a d'un coté les produits 15, 40, 110, 80, 90, 500, & de l'autre 70, 105, 300, 360: ce qui, pour chaque ſomme en particulier, fait 835.

201. Pour la plus grande perfection de la Balance il faut 1°. Que les Points de Suſpenſion des Baſſins, ou des Poids, ſoient exactement dans la même ligne avec le Centre de la Balance. 2°. Qu'ils ſoient également éloignez de ce Centre de part & d'autre. 3°. Que les Bras de la Balance ſoient auſſi longs qu'il ſe pourra. 4°. Que dans le mouvement du Fléau & des Baſſins, il y ait le moins de frottement qu'il ſoit poſſible. 5°. Que les parties de l'Axe qui ſont ſeparées par le Fléau, ſoient exactement dans la même ligne droite. 6°. Enfin que le Centre de Gravité du Fléau ſoit un peu au deſſous du Centre du Mouvement.

5. DEFINITION.

202. *On appelle Centre de Gravité dans un Corps, le Point autour duquel toutes les parties de ce Corps ſont en Equilibre entr'elles, dans quelque ſituation qu'on les mette.*

203. Nous démontrerons dans le premier des Scholies ſuivans, que chaque Corps a ſon Centre de Gravité, & que divers Corps joints enſemble, contigus ou ſéparez, ont un Centre de Gravité commun.

204. *Quand le Centre de Gravité eſt ſoutenu, le Corps peut reſter en repos*; à cauſe que les parties oppoſées ſe trouvent en Equilibre.

7. Ex-

7. Experience.

Le Corps A eſt ſoutenu & eſt en repos, parce que ſon Centre de Gravité eſt ſoutenu par l'Appui F. 205. TAB. VI. Fig. 6.

Quand rien ne ſoutient le Centre de Gravité, le Corps ſe meut juſqu'à ce que ce Centre ſoit ſoutenu. Car ce n'eſt qu'autour de ce Point que les parties oppoſées ſont en Equilibre. 206.

8. Experience.

Le Corps A mis ſur le bord d'une Table, tombera, & le Corps B ne reſtera pas dans la ſituation où il eſt repréſenté, à cauſe que leurs Centres de Gravité ne ſont point ſoutenus. 207. TAB. V. Fig. 3.

C'eſt par le même Principe qu'on rend raiſon pourquoi certains Corps, poſez ſur des Plans inclinez, roulent; & pourquoi d'autres ne font ſimplement que gliſſer.

9. Experience.

Le Corps A gliſſe, parce que ſon Centre de Gravité eſt ſoutenu par le Plan, c'eſt-à-dire, que la ligne verticale qui paſſe par ce Centre, coupe le Plan incliné dans la baſe du Corps. Pour le Corps B, il roule, parce que la ligne verticale qui paſſe par le Centre de Gravité, coupe le Plan incliné hors du Corps. 208. TAB. V. Fig. 4.

De ce qui vient d'être dit il s'enſuit encore, que le Corps doit deſcendre, quand le Centre de Gravité deſcend, c'eſt-à-dire, ſe meut vers le Centre de la Terre. En ce cas le Corps paroit quelquefois monter: ſouvent même le Corps monte réellement, à ne faire attention qu'à ſon volume: ſçavoir, quand le Centre de la figure du Corps ne coincide pas avec le Centre de Gravité. 209.

10. Experience.

Deux Plans verticaux IHLM & FDE, ſont diſpoſez de façon à former un angle; ainſi la diſtance entre EL eſt moindre que celle entre DH; mais les points D, H, ſont plus élevez que E, L. 210. TAB. VII. Fig. 1.

On met entre ces Plans une Roüe A, dont l'Axe B eſt formé par deux Cones, appliquez par leur baſe à la Roüe. La Roüe eſt ſoutenue par les côtez DE, HL, des Plans, & eſt portée d'elle même vers DH, où eſt la plus grande élevation.

Parce que la diſtance entre les Plans eſt la plus grande en DH, la Roüe A, dont l'Aiſſieu eſt conique de chaque coté, deſcend davantage entre ces Plans, quand elle ſe meut vers ce

coté; ainſi elle eſt portée de ce coté là par ſa Péſanteur, pourvû que la deſcente entre les Plans ſurpaſſe l'élevation produite par l'inclinaiſon de l'angle HCD à l'horizon.

II. EXPERIENCE.

211. TAB. V. Fig. 5. La Boëte Cylindrique A contient le Cylindre de plomb P, retenu contre l'un des cotés de la Boëte par l'étui *b d*, Le Centre de Gravité eſt dans une ſection parallèle à la baſe, qui partage le Cylindre en deux parties égales, & dans un Point qui répond au Point de la baſe C.

Ce Cylindre, quelle que ſoit ſa poſition, ſe meut juſqu'à ce que le Centre de Gravité en queſtion ſoit dans le lieu le plus bas où il puiſſe parvenir.

Si l'on met le même Cylindre ſur un Plan incliné, dans la poſition où il eſt repréſenté ici; le Centre de Gravité deſcendra, pendant que le Corps montera le long du Plan, moyennant que ce Plan ne ſoit pas trop incliné.

Le Corps monte lorſqu'il roule vers la partie ſupérieure du Plan; mais pendant qu'il roule ainſi, il faut prendre garde qu'il ne gliſſe le long du Plan; ce qu'on peut empêcher par le moyen d'une Ficelle, dont le Cylindre eſt en partie entouré, & dont l'extrêmité eſt attachée à ce Cylindre en F, l'autre extrêmité reſtant attachée au Plan en E.

212. Nous inférons outre cela de ce qui vient d'être dit du Centre de Gravité; Que *le Point, dans un Corps quelconque, ou dans une Machine, qui ſoutient le Centre de Gravité d'un Corps, ſoutient tout le Poids de ce Corps:* & que *toute la force avec laquelle le Corps dont il s'agit tend vers la Terre, eſt comme réunie en ce Centre.*

12. EXPERIENCE.

213. TAB. V. Fig. 6. Si l'on ſuſpend la Règle AB au bras d'une Balance, & qu'elle ſoit en Equilibre avec le Poids P, elle gardera cet Equilibre, quelque poſition qu'on lui donne; parce que le Centre de Gravité C eſt ſoutenu de même, & répond toujours au même Point de Suſpenſion.

SCHO-

SCHOLIE I.

Du Centre de Gravité.

NOus avons dit que le Centre de Gravité d'un Corps étoit un Point, autour duquel toutes les Parties de ce Corps, en quelque ſituation qu'on le mette, ſont en Equilibre *: nous avons ſuppoſé avec la plupart des Auteurs qui ont écrit ſur les Méchaniques, qu'il y avoit un tel Point dans chaque Corps, & c'eſt ce que nous allons démontrer à préſent. * 202.

Soient deux Points péſans A & B, mais inégaux en Gravité; qu'on conçoive ces Points joints enſemble par une ligne droite, infléxible, & ſans péſanteur; qu'il y ait dans cette ligne un Point C, tel, que CA ſoit à CB, comme le Poids du Point B au Poids du Point A. Ces Poids ſeront en Equilibre autour de C, & cela dans quelque ſituation qu'on les mette, comme il paroit par ce qui a été démontré *; par conſequent ſi le Point C eſt ſoutenu, les Points A & B ſeront ſoutenus auſſi, & leur Action ſera comme réunie dans le Point C. 214. TAB. VI. Fig. 7. * 185.

Qu'il y ait un troiſiéme Point péſant D, n'importe de quel poids; qu'on joigne D & C par une autre ligne droite, infléxible & ſans péſanteur; & dans cette ligne ſoit E, déterminé de façon, que EC ſoit à ED, comme le Poids du Point D à la ſomme des Poids de A & de B.

Si A & B étoient réunis en C, il y auroit Equilibre autour de E, quelque ſituation qu'on donnât à la ligne CD *: mais A & B, comme nous l'avons démontré, quelle que ſoit la poſition de la ligne AB, agiſſent comme s'ils étoient réunis en C; donc les trois Poids A, B, D, joints par des lignes infléxibles, ſont en Equilibre autour du Point E, dans quelque ſituation qu'on les mette. Le Point E eſt donc le Centre de Gravité des trois Points. La même Démonſtration prouve, qu'il n'y a aucun autre Point que E, qui puiſſe être leur Centre de Gravité. * 185.

S'il y avoit un quatriéme Point péſant, il faudroit le joindre avec E par une ligne droite & infléxible, & en appliquant la Démonſtration précedente à ce nouveau cas, il ſera évident, que les quatre Points ont un Centre de Gravité commun, & que ce Point eſt unique.

Mais comme cette Démonſtration eſt applicable à un nombre quelconque de Points, on pourra l'appliquer auſſi à tous les Points péſans dont un Corps quelconque eſt compoſé: ainſi *tout Corps a un Centre de Gravité, & ce Centre eſt unique pour chaque Corps.* 215.

Méthode pour trouver le Centre de Gravité.

Qu'il y ait des Corps, en nombre quelconque, dont le Centre de Gravité commun ſoit C. Concevons qu'un Plan horizontal, qui eſt ici le Plan de la Figure, paſſe par ce Point. Soient les Centres de Gravité des Corps mêmes A, B, D, E, F; ſi ces Centres ne ſont point dans le Plan dont il s'agit, il faut les y rapporter par des lignes verticales, & les Corps chargeront 216. TAB. VI. Fig. 8.

geront le Plan de même que ſi leurs Centres de Gravité étoient dans les
* 183. Points où ces lignes verticales coupent le Plan *.

Que le Plan ſoit ſoutenu par la ligne G H ; on détermine les Actions des
217. Poids pour mouvoir le Plan autour de la ligne G H, *en multipliant chaque*
* 189. *Poids par ſa Diſtance de cette ligne* G H *, & la ſomme des produits marque l'Action entiére, avec laquelle tous les Poids enſemble preſſent le Plan, pour le faire tourner autour de G H.

* 212. Or tous les Poids agiſſent comme s'ils étoient en C *; ainſi on trouve leur Action en multipliant la ſomme des Poids par la Diſtance où eſt le Point C de la ligne G H: *ſi* donc *la ſomme des produits*, laquelle, comme il paroit, eſt égale à ce dernier produit, *eſt diviſée par la ſomme des Poids, le Quotient donne la Diſtance qu'il y a entre le Centre de Gravité & la ligne* G H.

Quand il eſt queſtion de Poids qu'on rapporte au Plan horizontal par des lignes verticales, les Diſtances entre les Points auxquels les Poids ſont rapportez, & la ligne G H, ſont égales aux Diſtances qu'il y a entre les Centres de Gravité des Corps mêmes & le Plan vertical qui paſſe par G H.

Cette Démonſtration ayant lieu, quelle que ſoit la ſituation des Corps, ſi ces Corps tiennent l'un à l'autre par des lignes infléxibles, & ſans péſanteur, on ne ſçauroit concevoir aucun Plan qui ne puiſſe devenir vertical, en gardant la même ſituation par rapport aux Corps; d'où il s'enſuit, qu'un
218. Plan quelconque, & autant de Corps qu'on voudra, étant donnez, *la Diſtance entre le Plan & le Centre de Gravité des Corps ſe trouve, en multipliant le Poids de chaque Corps par la Diſtance où ſon Centre de Gravité eſt du Plan, & en diviſant la ſomme des produits par la ſomme des Poids de tous les Corps.*

219. En appliquant une ſemblable Démonſtration à un Plan qui paſſeroit entre les Corps, la difference entre les ſommes des produits de chaque part, devra être diviſée par la ſomme des Poids, pour trouver la Diſtance qu'il y a entre le Plan & le Centre de Gravité.

De tout ce qui vient d'être dit, nous déduiſons une Méthode, par la-
220. quelle *on détermine le Centre de Gravité, en cherchant ſéparément les Diſtances*
221. *qu'il y a entre ce Centre & trois Plans differens* *. *La même Méthode peut ſervir*
* 218. *pour chaque Corps en particulier, en appliquant à ſes diverſes Parties ce qui a été démontré au ſujet de differens Corps.*

222. *Si les Corps*, dont on cherche le Centre commun de Gravité, *ont leurs Centres de Gravité particuliers dans le même Plan, on détermine le Centre propoſé,*
* 217. *en découvrant ſa Diſtance de deux lignes* *, *menées comme on voudra dans le même Plan.*

223. *Quand les Centres particuliers de Gravité ſont dans la même ligne, on trouve le Centre commun de Gravité par une ſeule Operation, qui détermine la Diſtance où ce Centre eſt d'un point quelconque, pris ſur cette ligne.* Car en multipliant chaque Poids par ſa Diſtance du point qu'on aura pris, & en diviſant la ſomme des produits par la ſomme des Poids, le Quotient donnera la Diſtance où le Centre eſt du point qui a été pris, ſi tous les Poids ſont d'un même coté. Mais ſi ce point eſt entre les Poids, il faudra ſouſtraire les produits d'un coté de ce point, de la ſomme des produits de l'autre coté,

&

& cette difference, divisée par la somme des Poids, donnera ce qu'il étoit question de trouver.

SCHOLIE II.

Arithmétique Méchanique.

LEs quatre Règles d'Arithmétique, sçavoir l'Addition, la Soustraction, la Multiplication & la Division, se font avec facilité, par le moyen de la Balance dont j'ai parlé *, & la Démonstration de ces Operations peut se déduire sans peine de ce qui a été dit; ainsi il suffira d'éclaircir les Règles mêmes par des Exemples. 224. * 186.

Qu'un Poids quelconque représente l'Unité; une once, par Ex; la dixiéme partie d'une once auroit pû être employée également.

Que le nombre 364. doive être appliqué à la Balance; j'applique trois onces à la centiéme division, & une once à la 64me. 225.

Qu'on charge un des bras de la Balance d'un ou de plusieurs Poids, comme on voudra; pour sçavoir ce que vaut l'Action de ces Poids, il faut suspendre à la centiéme division du bras opposé un Poids, qu'on augmente successivement d'une once, jusqu'à ce que l'Action de ces Poids prévaille sur l'autre: supposons que neuf onces ne donnent pas encore l'Equilibre, mais qu'avec dix onces je sois au delà; en laissant les neuf, je fais courir une once le long du bras, & je cherche l'Equilibre; si cet Equilibre se trouve lorsque le Poids est parvenu à la 47me division, l'Action qu'il s'agit de déterminer, vaudra 947. 226.

ADDITION. S'il faut ajouter 34, 54, 268, 407, 45, 65. j'applique séparément ces nombres au même bras de la Balance *; ensuite je cherche la valeur de cette Action *, & je trouve que la somme des nombres proposez est 873. 227. * 225. * 226.

SOUSTRACTION. De la somme des nombres 567, 258, il faut soustraire les nombres 489, & 56.; j'applique les premiers nombres à un des bras *, & à l'autre ceux qu'il est question de soustraire *; ensuite je détermine la valeur de l'Action qui rétabliroit l'Equilibre *, & je trouve que la difference cherchée est 280. 228. * 225. * 225. * 226.

MULTIPLICATION. Soit le nombre 67. à multiplier par 15.; je suspens le Poids 15. à la division 67, & ayant déterminé la valeur *, je trouve que 1005 est le produit que je cherchois. 229. * 226.

DIVISION. Soit le nombre 1005 à diviser par 15.; j'applique le Dividende à la Balance *, & en faisant courir le Poids 15 le long du bras, je cherche l'Equilibre, qui se trouve lorsque le Poids est parvenu à la 67me division, laquelle marque le Quotient. Dans ces deux derniéres Operations, aussi bien que dans la suivante, il vaut mieux employer un plus petit Poids pour l'Unité; par Ex. la dixiéme partie d'une once. 230. * 225.

REGLE DE PROPORTION. Cette Règle se fait par la Multiplication & par la Division; mais avec la Balance, une seule Operation suffit. Les nombres 77, 132 :: 63, étant donnez, on demande le quatriéme terme de la 231.

la proportion. Après avoir appliqué treize onces & deux dixiémes, c'eſt-à-dire le Poids que vaut le nombre 132, à la 63me diviſion, j'applique à la diviſion 77me de l'autre bras un Poids, qu'il faut changer juſqu'à ce que l'Equilibre ſoit trouvé; & je découvre ainſi en tâtonnant, qu'un Poids de dix onces & de huit dixiémes eſt réquis pour cela, & par cela même, que le nombre cherché eſt 108.

CHAPITRE XI.

Du Lévier, qui eſt la premiére des Machines ſimples.

I. DEFINITION.

232. TAB. VII. Fig. 2. 3. 4. LEs *Mathématiciens définiſſent le Lévier, une Ligne droite, inflexible, propre à ſoutenir ou à élever des Poids, qui n'ait aucune péſanteur, ou une péſanteur uniforme, comme* AB.

Quand il s'agit d'élever des Poids, on applique cette Ligne ſur un Appui, afin qu'elle puiſſe tourner ſur un point.

Entre les Machines, qu'on nomme ſimples, le Lévier occupe le premier rang, étant la plus ſimple de toutes, & on s'en ſert pour élever des Poids à une petite hauteur.

Il y a quatre autres Machines ſimples, dont il ſera parlé dans les trois Chapitres ſuivans.

233. TAB. VII. Fig. 2. 3. 4. Trois choſes s'offrent à conſiderer au ſujet du Lévier. 1°. Le Poids à ſoutenir ou à élever P. 2°. La Puiſſance qui le ſoutient ou qui l'élève, laquelle eſt déſignée ici par le Poids Q, & eſt ordinairement l'Action d'un Homme. 3°. L'Appui F, qui ſoutient le Lévier, & qui, en le ſoutenant, reſte immobile.

234. On diviſe le Lévier en trois genres.

TAB. VII. Fig. 2. I. Le Lévier du premier genre eſt celui dont l'Appui eſt placé entre le Poids & la Puiſſance.

TAB. VII. Fig. 3. II. Le Lévier du ſecond genre eſt celui où le Poids eſt entre la Puiſſance & l'Appui.

TAB. VII. Fig. 4. III. Enfin le Lévier du troiſiéme genre eſt celui où la Puiſſance eſt entre l'Appui & le Poids.

Dans tous ces cas, les mêmes Règles ont lieu. Ces Règles ſont des conſequences de ce qui a été dit de la Balance *, & montrent l'analogie qu'il y a entre cette derniére Machine & le Lévier. Le Lévier du premier genre eſt une eſpèce de Romaine propre à élever des Poids.

* 185.

L'Ac-

L'Action de la Puiſſance, & la Reſiſtance du Poids, croiſſent en raiſon de la diſtance du Point d'Appui *; & par conſequent, *pour que la Puiſſance ſoit capable de ſoutenir le Poids, il faut que la diſtance du Point dans le Levier auquel la Puiſſance eſt appliquée, ſoit à la diſtance du Poids, comme le Poids à l'Intenſité de la Puiſſance* *, *laquelle, pour peu qu'on l'augmente, ou qu'on l'éloigne davantage du Point d'Appui, éléve le Poids.* 235. * 185. * 192.

1. 2 & 3. EXPERIENCES.

Cette règle eſt confirmée par des Expériences faites avec les trois Leviers dont nous venons de parler, comme cela paroit par les *Fig.* 2, 3 & 4. de la *Planche* VII; y ayant toujours Equilibre, quand le Poids P, & le Poids Q, qui repréſente la Puiſſance, ont l'un à l'égard de l'autre la proportion & ſont à la diſtance du Point d'Appui F, marquées dans les Figures. 236. TAB. VII. Fig. 2. 3. 4.

On ſe ſert d'une Règle de bois dur, qu'on met en équilibre, en y appliquant un Poids comme D, qui doit être plus grand, ſuivant que l'extrêmité de la Règle eſt moins éloignée du Point d'Appui; voila pourquoi il y a en A une vis, par le moyen de laquelle on attache au Lévier un petit Cylindre de cuivre D, qu'on peut changer. 237.

Pour que la largeur de la Règle de bois n'empêche pas l'Expérience de réuſſir, il y a au milieu de cette largeur des trous, de maniére que les Puiſſances & les Poids ſoient appliquez à la Ligne qui paſſe par ce milieu. On a ſoin auſſi de faire en *a* & en *b* des entailles dans leſquelles l'Appui pénétre de façon, que la Ligne ſoit ſoutenuë immédiatement.

Le reſte n'a pas beſoin d'explication; C eſt la Colomne * qui a déja été plus d'une fois emploiée. * 162.

Ce que nous avons dit * au ſujet de la Puiſſance qu'on veut comparer avec le Poids qu'il s'agit d'élever, peut être appliqué au Levier angulaire. Soit un tel Levier ACB, fait de deux Règles AC, CB, qui forment un Angle en C. Le Point C. s'applique à un Appui, ſur lequel le Levier tourne: il eſt clair que, quand par le mouvement du Levier la ſituation ACB ſe change en *a*C*b*, les Angles AC*a*, BC*b*, ſont égaux, & que les eſpaces parcourus A*a* & B*b*, par les points A & B ſont entr'eux comme les diſtances AC, BC. Ainſi, pour que la Puiſſance, appliquée perpendiculairement ſur BC en B, ſoutienne le Poids A, il faut que la raiſon entre ce Poids & l'In- 238. TAB. VIII. Fig. 1. * 35.

tenſité de la Puiſſance ſoit celle là même, mais inverſe, qui ſe
* 145. trouve entre AC & BC *.

4. EXPERIENCE.

239. TAB. VIII. Fig. 2. Le Levier angulaire AB, mis ſur l'Appui, reſte en repos, lorſque la ligne *ca* eſt horizontale, ce qu'on peut faire par le moyen du Poids D, joint au Levier à l'extrêmité A. Le Poids P, qui eſt de trois livres, ſuſpendu en *a*, eſt ſoutenu par la Puiſſance Q, qui vaut une livre; à cauſe que *ac* eſt à *cb*, comme 1 à 3.

Le fil, auquel Q eſt attaché, fait un angle droit avec le coté *cb* du Lévier. La Figure démontre de quelle maniére il faut s'y prendre pour rendre cet angle droit. On ſe ſert pour cet
* 161. effet de la poulie T, qui a une queüe *, qu'on affermit, en l'introduiſant dans une ouverture faïte à un des bords de la table.

240. Les Ouvriers ſe ſervent auſſi du Levier pour tranſporter des Poids, & par rapport à cet uſage du Levier il y a pluſieurs cas remarquables, & dont la démonſtration peut ſe déduire facilement de ce qui vient d'être dit.

241. En général, il faut obſerver par rapport à tous les cas, que *l'Intenſité de la Puiſſance, ou les Intenſitez des Puiſſances jointes enſemble, s'il y en a pluſieurs, doivent valoir la Gravité des Poids à élever ou à ſoutenir*: car dans tous les cas, les Puiſſances & les Obſtacles parcourent des eſpaces égaux.

242. *Si un Poids doit être tranſporté ou ſoutenu par deux Puiſſances, il faut le placer entre les deux Puiſſances, de manière que les diſtances des Puiſſances de chaque coté du Poids, ſoient en raiſon inverſe des Intenſitez des Puiſſances.*

Car les Actions des Puiſſances ſe troubleront mutuellement, à moins qu'il n'y ait entr'elles Equilibre autour du Point auquel le Poids eſt ſuſpendu; or cet Equilibre étant poſé, les Actions des Puiſſances ſont réunies en ce Point, & agiſſent dans un ſens contraire avec le Poids; ce qui fait qu'elles le ſoutiennent, à cauſe de l'égalité qu'il y a entre le Poids & les Puiſſances.

MACHINE

Pour faire les Expériences du Levier dont on ſe ſert pour tranſporter des Poids.

243. TAB. VIII. Fig. 3. La Règle de Bois DE, dont l'épaiſſeur eſt à peu près d'un pouce, & la largeur de deux pouces, a une rainure profonde depuis *m* juſqu'à *n*, & eſt diviſée outre cela en parties égales.

Au

Au milieu de cette Règle eſt attachée une piéce de bois F, afin de la pouvoir & appliquer à la Colomne C, & affermir à differentes hauteurs, comme nous l'avons dit * du Bras M (*planche IV. Fig. 7.*) * 167.

Les Poulies à queüe * peuvent être affermies dans la rainure, de maniére qu'elles répondent à chaque diviſion qu'on veut. * 161.

On employe une ſeconde Règle de bois AB, laquelle repréſente un Levier, & eſt plus mince que l'autre. Il eſt néceſſaire d'en déterminer le poids. La nôtre péſe une once & demie.

Cette ſeconde Règle eſt auſſi diviſée, & ſes diviſions répondent à celles de la Règle DE. La Règle AB eſt percée aux points *i*, *i*, qui ne ſont guères éloignez des extrêmitez, mais qui en ſont à des diſtances égales, & qui répondent à deux diviſions priſes à diſcretion. On attache à la Règle, dans les deux endroits où elle eſt percée, deux fils ou deux cordons minces, qu'on fait paſſer par deſſus les Poulies T, T. Ces Poulies ſont placées dans des points de la Règle ſupérieure qui répondent exactement aux points *i*, *i*, de celle d'en bas. Pour que le poids des Baſſins L, L, ſoutienne la Règle AB, chacun de ces Baſſins dans notre Machine péſe $\frac{3}{4}$ d'une once; à l'égard du Levier, il eſt conſideré comme s'il n'avoit aucun poids, & on ne fait point d'attention dans les Expériences à la peſanteur des Baſſins dont il s'agit. Par rapport aux autres Baſſins qui ſervent aux Expériences, chacun péſe une once: Poids qu'il faut avoir ſoin de ne point oublier dans les calculs.

5. EXPERIENCE.

On met un Poids de huit onces dans un des Baſſins L, L, & un Poids de quatre onces dans l'autre. Ces Poids, leſquels repréſentent des Puiſſances qui tirent le Levier en haut aux points *i* & *i*, ſont entr'eux comme un à deux; & joints enſemble valent douze onces. Ainſi ils peuvent ſoutenir un Poids de douze onces *. Il faut donc mettre un Poids de onze onces dans un Baſſin qui péſe une once, & appliquer ce Baſſin au Lévier en O, pour qu'il y ait Equilibre entre les Actions des Puiſſances. Dans cette Figure la diſtance entre les points *i*, *i*, eſt de 30. diviſions, & le point O partage cette diſtance en deux parties, qui ſont entr'elles comme deux à un, c'eſt-à-dire, en raiſon inverſe des Puiſſances. 244. * 241.

6. EXPERIENCE.

245. *Quand deux Poids doivent être ſoutenus par une Puiſſance, il faut que la Puiſſance ſoit placée entre les Poids, & alors on n'a qu'à appliquer aux Poids, ce que nous venons de dire* * 242. *au ſujet des deux Puiſſances.* Car les Poids ne ſçauroient être ſoutenus, à moins que leur Centre commun de Gravité ne le ſoit * 206. *.

Pluſieurs Poids ſont ſouvent ſoutenus, ou élevez par une ou pluſieurs Puiſſances. Sur quoi il eſt néceſſaire d'obſerver,

246. que *tous les Poids ont un Centre commun de Gravité*; qui eſt tel, que ſi chaque Poids, tant d'un coté que de l'autre, eſt multiplié par ſa diſtance de ce Centre, la ſomme des produits de chaque coté eſt toujours la même * 199. 202. *.

Les Puiſſances, diſpoſées comme on voudra, ont auſſi un Centre commun d'Action; car elles peuvent être repréſentées par des Poids * 151. *, & en ce cas l'Intenſité de chaque Puiſſance étant multipliée par ſa diſtance du Centre, les ſommes des produits de part & d'autre ſeront égales.

Pour que les Puiſſances ſoutiennent des Poids, il faut que le Centre d'Action des Puiſſances convienne avec le Centre de Gravité des Poids. Alors les Actions de tous les Poids & de toutes les Puiſſances ſont réunies dans un ſeul point, que des forces égales tirent en haut & en bas, & qui par cela même eſt ſoutenu.

7. EXPERIENCE.

247. Ce que nous venons de dire ſuffit pour expliquer la Figure, TAB. VIII. Fig. 4. dans laquelle O marque le Centre de Gravité des Poids, & le Centre des Actions des Puiſſances.

248. Les mêmes choſes ont lieu, ſi le Levier eſt tiré de chaque coté par des Puiſſances; leſquelles doivent être diſpoſées de manière, que le Centre des Actions qui agiſſent d'un coté, coincide avec le Centre pareil des Actions oppoſées, & nous aurons alors un Levier qui pourra être en repos, ſi la ſomme des Intenſitez des Puiſſances d'une part, vaut la ſomme des Intenſitez des Puiſſances oppoſées.

249. Il eſt aiſé de confirmer cette Propoſition par une Expérience. Pour cet effet on ſe ſert d'une petite planche de la longueur d'environ un pied, & de la largeur de deux pouces & demi. Cette planche eſt ſoutenue dans une poſition horizontale par un pied,

pied, & a une rainure dans toute ſa longueur des deux cotez, aſſez profonde pour qu'on puiſſe y inſerer des Poulies à queüe *, ſur leſquelles on paſſe des cordes, qui tirent horizontalement, des deux cotez oppoſez, une Règle de bois. Par cette Méthode on peut varier l'Expérience. Nous nous ſommes ſouvent ſervis d'une ſemblable Machine; mais quoiqu'elle ſoit très ſimple, nous avons ceſſé d'en faire uſage, parce qu'il y a moyen d'employer, dans le cas dont il s'agit, une autre Machine, qui ſert à démontrer l'Action des Forces obliques par des Expériences dont nous ferons mention dans la ſuite. * 161.

MACHINE

Pour démontrer par des Expériences l'Action des Forces obliques & du Levier tiré horizontalement.

La planche G, quarrée, ou tant ſoit peu oblongue, eſt ſoutenue ſur des pieds. On place ſur cette planche un quadre de bois MNPQ, qu'on peut voir à part, & déſigné par les mêmes lettres dans la *Fig.* 2. Ce quadre eſt de la grandeur qu'il faut pour renfermer exactement la planche; c'eſt pourquoi, afin de l'y appliquer, on ajoute à ce quadre les ſoutiens E, E, E, E, qui dans la *Fig.* 1. ſont déſignés par les lettres *e*, *e*, *e*, *e*. A l'aide de ces ſoutiens le quadre, quand on l'applique à la planche, ſe trouve élevé au deſſus de cette planche environ la hauteur d'un pouce. 250. TAB. IX. Fig. 1.

Dans les Expériences dont il s'agit à préſent, il doit être encore plus élevé, ce qui ſe fait par quatre petits ſoutiens *f*, *f*, *f*, *f*. Un d'eux eſt repréſenté à part en F (*Fig.* 2.). A ce petit ſoutien eſt attachée une cheville *b*, qui entre dans un trou fait au coin de la planche G.

Aux deux petits cotez du quadre il y a des fentes I*i*, I*i*, qui traverſent le bois de part en part, les deux autres cotez ſont percez de trous quarrez *c*, *c*, & de quelques fentes moindres que I*i*, ſçavoir *d*D, *d*D &c. On peut dans toutes ces fentes affermir des Poulies dont la chape tourne ſur l'aiſſieu *. Les fentes D*d*, D*d*, & la petite ouverture *c* dans chaque coté, ſont déterminées de manière, qu'en affermiſſant les Poulies en *c*, & aux extrêmitez des fentes ſuivantes *d*D, *d*D, &c. les diſtances entre les Poulies ſoient égales. 251. * 160.

8. EXPERIENCE.

252. On ſe ſert pour cette Expérience d'une Règle de bois, diviſée en parties égales, de telle façon, que les diviſions répondent aux Poulies, affermies comme nous venons de
* 251. dire *.

Cette Règle eſt tirée horizontalement par deux Puiſſances d'un coté, & par trois du coté oppoſé : la ſomme des deux Puiſſances eſt de vingt onces, & celle des trois vaut préciſement autant. Le point où les Centres des Actions oppoſées ſe réuniſſent eſt O, autour duquel il y a Equilibre de part & d'autre, comme on peut le déduire ſans peine des nombres marqués dans la Figure.

La Règle AB, qui eſt toute en l'air, peut facilement être pouſſée vers l'un ou vers l'autre coté, c'eſt-à-dire vers NP ou MQ.

CHAPITRE XII.

De la Roüe avec ſon Aiſſieu, la ſeconde des Machines ſimples.

LE Levier, comme il a été dit au commencement du Chapitre précedent, eſt d'uſage quand il s'agit d'élever des Poids à une petite hauteur; quand la hauteur eſt plus conſiderable, on ſe ſert de l'Aiſſieu dans la Roüe.

253. *L'Aiſſieu eſt* alors *attaché à la Roüe, de maniére qu'il tourne avec elle.*

La Puiſſance s'applique dans cette Machine à la périphérie de la Roüe. Le Poids eſt attaché à une corde, qui, par le mouvement de la Roüe, s'entortille autour de l'Aiſſieu; ce qui fait monter ce Poids.

254. TAB. VIII. *Fig.* 5. Que BD ſoit la Roüe; AE l'Aiſſieu; P le Poids qu'il faut élever; Q la Puiſſance: ſi par l'Action de cette Puiſſance la Roüe tourne, les points B & A décriront des arcs ſemblables. Ces arcs ſont les eſpaces parcourus par la Puiſſance & par le Poids, & ſont entr'eux comme BC à AC, c'eſt-à-dire, comme le diamètre de la Roüe au diamètre de l'Aiſſieu, d'où l'on déduit la Règle ſuivante.

La

La Puiſſance fait plus d'effet à meſure que la Roüe eſt plus grande, & ſon Action croit en même raiſon que le diamètre de la Roüe. Le Poids reſiſte moins, à meſure que le diamètre de l'Aiſſieu eſt plus petit, & ſa reſiſtance diminue en même raiſon que le diamètre de l'Aiſſieu. Et pour qu'il y ait Equilibre entre la Puiſſance & le Poids, il faut que le diamètre de la Roüe ſoit au diamètre de l'Aiſſieu, en raiſon inverſe de la Puiſſance & du Poids *. 255. * 145.

Il eſt bon de ſe ſouvenir que le diamètre de la corde doit être ajouté à celui de l'Aiſſieu.

EXPERIENCE.

Cette Règle eſt confirmée en pluſieurs maniéres par le moyen de la Machine qui eſt repréſentée *Fig.* 6, & dans laquelle il y a trois Roües de cuivre *a*, *b*, *c*, qu'on fait tourner à l'aide d'un Poids, attaché à un fil, & qui ſert de Puiſſance. Ces Roües tiennent enſemble, & on y joint la Roüe de bois A, pour qu'on voye de quelle maniére la Puiſſance peut être appliquée à des Bras *d*, *d*. L'Aiſſieu en B eſt une fois plus gros qu'en D, afin que les Expériences puiſſent auſſi être variées à cet égard. 256. TAB. VIII. Fig. 6.

Les extrêmitez de l'Aiſſieu ſont d'acier, & minces, pour que le frottement ſoit plus petit.

La Roüe eſt appuyée ſur des montans de bois E, E, affermis ſur un pied.

Si le diamètre de l'Aiſſieu eſt la ſeiziéme partie du diamètre de la Roüe, une once Q ſoutient ſeize onces P, & ainſi du reſte.

Quand la Puiſſance eſt appliquée à un Bras, comme en *d*, la diſtance qu'il y a entre le Point auquel on l'applique, & le Centre, doit être conſiderée comme demi-diamètre de la Roüe. 257.

CHAPITRE XIII.

De la Poulie, la troiſiéme des Machines ſimples.

IL y a pluſieurs occaſions où la Roüe avec ſon Aiſſieu ne ſçauroit être employée à élever des Poids. Dans ces ſortes 258.

tes de cas on ſe ſert de Poulies, & la Machine qu'on en fait eſt très ſimple, & ſe tranſporte facilement.

* 158. Nous avons dit * dans un autre endroit ce que c'étoit qu'une Poulie.

Si un Poids eſt attaché à une Poulie, de façon que la Poulie puiſſe tourner, & être élevée avec le Poids, chaque extrêmité de la corde ſoutient la moitié du Poids. *Quand* donc *une extrêmité d'une corde eſt attachée à un crochet, ou fixée d'une autre maniére, la Force mouvante, appliquée à l'autre extrêmité, & ne valant que la moitié du Poids, ſoutient le Poids tout entier.*

259.

I. EXPERIENCE.

260. Le Poids P, de deux livres, eſt attaché à la Poulie O, de maniére que le mouvement de la Roulette ſur ſon Axe n'en ſoit pas empêché; on attache enſuite l'extrêmité *f* de la corde au crochet V, & on paſſe la même corde par deſſus la Poulie fixe T, afin de changer la direction *, après quoi le Poids Q, d'une livre, appliqué à l'autre extrêmité, ſoutient le Poids P.

TAB. IX. Fig. 3.

* 159.

Le Crochet D ſoutient par ſon Poids la Roulette mobile O, dont le Poids ſans cela feroit manquer l'Expérience.

261. On peut joindre enſemble pluſieurs Roulettes, & y attacher un Poids. Cela étant, ſi une des extrêmitez de la corde eſt arrêtée, & que cette corde paſſe par deſſus toutes ces Roulettes, & par deſſus un nombre égal de Roulettes fixes, une petite Puiſſance pourra élever un grand Poids; en ce cas, à meſure que le nombre des Roulettes attachées au Poids ſera plus grand (l'Action de la Puiſſance n'étant pas changée par celles qui ſont fixes *) il faudra une moindre Puiſſance pour ſoutenir le Poids; & *la Puiſſance, qui eſt au Poids comme l'Unité au double du nombre des Roulettes qui ſe meuvent avec le Poids, ſera Equilibre avec ce Poids.* Car c'eſt là préciſément le nombre des cordes qui ſoutiennent le Poids, & la Puiſſance eſt appliquée à une ſeule corde, comme on le verra dans les Expériences ſuivantes.

* 159.

262.

263. La Poulie conſiſte alors en deux parties; dont l'une eſt ſuſpenduë & contient les Roulettes fixes; & dont l'autre eſt mobile avec le Poids. Conſiderées enſemble elles forment *une Poulie;* mais en les diſtinguant l'une de l'autre, on appelle l'une

la

la *Poulie ſupérieure*, & l'autre la *Poulie inférieure*. Chacune en particulier s'appelle *Mouſle*.

2. Experience.

Le Poids P, de ſix livres, étant attaché à la Règle DE, dans laquelle les trois Roulettes O, O, O, tournent librement, on lie au crochet V le bout *f* d'une corde, qui va autour des trois Roulettes, & par deſſus trois autres Roulettes fixes. On pend à l'autre bout le Poids Q, d'une livre, & il y a Equilibre. 264. TAB. IX. Fig. 4.

On pourroit ſe paſſer de la derniére des Poulies fixes, ſi la partie *ih* de la corde devoit être tirée en haut par la Puiſſance; & alors il ſuffiroit que l'Action de cette Puiſſance valût la ſixiéme partie du Poids P, à cauſe que ce Poids eſt ſoutenu par ſix cordes également tenduës. 265.

Dans cette Expérience, auſſi bien que dans la précedente, & dans les Expériences ſuivantes de ce Chapitre, on joint au crochet D un Poids pour ſoutenir les Roulettes mobiles.

3. Experience.

Il n'importe pas comment les Roulettes ſont jointes enſemble. Quand il s'agit d'élever des Poids, la diſpoſition précedente a quelque choſe d'embarraſſant. Voila pourquoi les Ouvriers ſe ſervent de Roulettes inégales, comme dans la *Fig.* 5. la grandeur des Roulettes ne changeant rien à la Démonſtration. 266. TAB. IX. Fig. 5.

En ce cas toutes les cordes ne ſont pas verticales, à moins que les diamètres des Roulettes ne ſoient en progreſſion Arithmétique des nombres naturels, 1. 2. 3. 4. &c. Les nombres impairs 1. 3. 5., marquent les diamètres des Roulettes mobiles avec le Poids; les nombres pairs 2. 4. 6. indiquent les diamètres des Roulettes fixes: mais parce que, en ſuivant cette Méthode, il faudroit employer ſouvent des Roulettes extrêmement grandes, *on n'a point égard dans la pratique au parallèliſme des cordes*; l'erreur qui peut naitre de leur obliquité n'étant d'aucune importance: cependant il faut remarquer en ce cas, que les Roulettes, qu'on joint enſemble, doivent être inégales, pour que les cordes ſoient ſéparées; *Fig.* 8. Nous verrons dans le Chapitre ſeiziéme de ce Livre, quel effet l'obliquité des cordes peut produire. 267. TAB. IX. Fig. 8.

Quand les diamètres des Roulettes ſont comme les nombres 268.

* 266. naturels *, elles achevent toutes une révolution en même tems; c'eſt pourquoi on peut joindre enſemble, d'un coté, toutes les Roulettes ſupérieures, & de l'autre, toutes les Roulettes inférieures, de maniére qu'il n'y ait que deux Aiſſieux mobiles; car nous ſuppoſons toujours qu'on employe des Aiſſieux d'acier qui ſoient attachez aux Roulettes, & qui tournent dans des chapes de cuivre, comme nous l'avons déja marqué dans un autre endroit *.

TAB. XI. Fig. 4.

* 160.

4. EXPERIENCE.

269. On ſe ſert auſſi ſouvent de Roulettes égales, parallèles entr'elles; & cette Méthode eſt très commode.

TAB. IX. Fig. 6.

Le bout fixe de la corde étant attaché au crochet V, on la fait paſſer par deſſous la premiére Roulette inférieure, puis par deſſus la premiére Roulette d'enhaut, & ainſi toujours de ſuite juſqu'à la derniére des Roulettes ſupérieures.

270. Pour que dans ces ſortes de cas toutes les cordes ſoient verticales & parallèles, il faut prendre garde, après avoir placé les Axes des Roulettes ſupérieures dans une même ligne, de ne pas diſpoſer de même les Axes inférieurs, ou réciproquement. La diſpoſition des Axes des Roulettes doit être telle qu'elle eſt repréſentée ici. On voit en T & en O les Axes, tels qu'ils ſont dans les plans horizontaux, qu'on peut concevoir comme paſſant en T par les Axes d'enhaut, & en O par les Axes inférieurs.

TAB. IX. Fig. 7.

Si l'on néglige le parallèliſme des cordes, il faut avoir ſoin que la Poulie inférieure ne s'approche pas trop de celle d'enhaut, c'eſt-à-dire, que le Poids ne pourra pas être élevé à la même hauteur, à laquelle il pourroit atteindre ſi les cordes étoient parallèles.

5. EXPERIENCE.

271. Quand on attache le bout de la corde qui dans les Expériences précedentes eſt fixe, au Poids qu'on veut élever, ou aux Roulettes mobiles avec ce Poids, la raiſon de la Puiſſance au Poids n'eſt pas comme un au double du nombre des Roulettes jointes au Poids; mais ce nombre double doit être augmenté de l'Unité; & dans l'Exemple en queſtion, où deux Roulettes ſont attachées au Poids, la raiſon eſt comme 1 à 5, à cauſe que cinq cordes ſont employées à ſoutenir le Poids.

TAB. IX. Fig. 8.

CHA-

CHAPITRE XIV.

Du Coin & de la Vis, la quatriéme & la cinquiéme des Machines ſimples.

ON voit par ce qui vient d'être dit, comment un grand Poids peut être ſoutenu ou élévé par le moyen d'une petite Puiſſance. Mais les Méchaniques ne ſe bornent pas là, des Puiſſances dont les Intenſitez ſont très petites, peuvent être employées à ſurmonter des Reſiſtances quelconques. C'eſt de quoi nous trouvons un Exemple remarquable dans le *Coin*, Inſtrument qui ſert à fendre du bois, & à pluſieurs autres uſages.

1. DEFINITION.

Le Coin eſt un Priſme qui a peu de hauteur, & dont les Baſes ſont des Triangles iſoſcèles. Un de ces Triangles ſe voit en BCD. 272. TAB. X. Fig. 1.

2. DEFINITION.

La hauteur du Triangle eſt ce qu'on appelle hauteur du Coin; comme CE. 273.

3. DEFINITION.

La Baſe du Triangle s'appelle auſſi la Baſe du Coin; comme BD. 274.

4. DEFINITION.

Le Taillant du Coin eſt la ligne droite qui joint les ſommets des Triangles; comme C*c*. 275.

On applique le taillant du Coin au Bois qu'on veut fendre, ou aux Corps qu'il s'agit de ſéparer, & à force de coups de marteau, qu'on employe au lieu de Preſſion, on fait avancer le Coin entre les Corps, ou dans le Bois. 276.

Quand tout le Coin eſt enfoncé, l'eſpace parcouru par la baſe, à laquelle la Puiſſance eſt appliquée, eſt la hauteur EC, qui par cela même peut être conſiderée comme l'eſpace parcouru par la Puiſſance. L'eſpace que les Corps laiſſent entr'eux en ſe ſéparant eſt BD, baſe du Coin. D'où il s'enſuit;

Que *la Puiſſance eſt à la Reſiſtance des Corps qu'il eſt queſtion* 277.

de ſéparer, dans le cas de l'Equilibre, *comme la baſe du Coin*
* 145. *eſt à ſa hauteur* *.

278. Quand il faut fendre du Bois, cette Règle n'a point lieu; à cauſe que les parties du Bois, en cedant, ne parcourent pas des eſpaces égaux. Nous expliquerons ce qui a rapport à ce ſujet, dans le premier des deux Scholies ajoutez à ce Chapitre.

MACHINE

Par laquelle on démontre les proprietez du Coin.

279. La Planchette A doit être affermie environ à la hauteur de
TAB. X. trois pieds & demi au deſſus de la Table M.
Fig. 2.
* 162. Pour cet effet on attache au haut de la Colomne C *, à laquelle une autre Colomne plus petite eſt jointe, le Chapiteau
* 164. H *. Il n'y a pas eu moyen de repréſenter dans cette Figure toute la Colomne C. La partie du milieu, tant de cette Colomne que des Cordons dont il va être fait mention, a été retranchée.

A la partie ſupérieure du Chapiteau H il y a un trou quarré (*planche IV. Fig.* 5.), pour recevoir la queüe du Cylindre de bois B, laquelle remplit exactement ce trou, de ſorte que le Cylindre peut être affermi par le moyen de l'Ecrou F. La Planchette A, qui ſe trouve affermie en même tems, parce qu'elle eſt attachée au Cylindre B, doit être miſe dans une ſituation horizontale. Cette Planchette a 6. pouces de long & $4\frac{1}{2}$. de large.

Aux quatre angles de cette Planchette il y a les trous *a*, *a*, *b*, *b*, par leſquels paſſent des Cordons attachez dans les trous mêmes.

Ces Cordons ſont égaux entr'eux, de la longueur d'environ trente deux pouces, & ſoutiennent quatre Lames de cuivre, comme *d*, *d*; dont il n'y en a que deux qui ſoient viſibles.

A l'aide de ces Lames on ſuſpend les Cylindres de bois GI, GI, dont la longueur eſt égale à la diſtance *a b*, afin que les deux Cordons qui ſervent à ſoutenir un des Cylindres ſoient parallèles. Les Aiſſieux des Cylindres ſont d'acier, & minces, comme *e*, *e*. Ces Aiſſieux paſſent par des trous faits dans les Lames *d*, *d*, les rempliſſent, & y tournent cependant librement.

Pour diminuer le frottement, les baſes des Cylindres ſont tant ſoit peu élévées vers le milieu, ce qui fait que la longueur des Cylindres, ſi on la meſure entre les circonférences des baſes,

baſes, eſt moindre de quelque choſe que la diſtance *a b* qu'il y a entre les Cordons.

Les diamètres des Cylindres en I & G, ſont de deux pouces & demi. Au milieu il y a une partie plus mince O, ayant trois pouces de longueur & un pouce & demi de diamètre. Cette partie plus mince eſt entourée de deux Anneaux faits du bois même, de maniére que la Planchette D E, qu'on applique à la dite partie, ne faſſe ſimplement que toucher ces Anneaux.

Il y a dans la Planchette A encore deux autres petits trous entre *a*, *a*, & *b*, *b*, ſçavoir, *c*, *c*, à travers deſquels paſſent des Cordons, qui tiennent dans la partie ſupérieure de la Planchette à des Chevilles, comme *s*; & qui ſervent à ſoutenir deux Poulies de cuivre, dont une eſt repréſentée en T, & qui toutes deux peuvent tourner librement autour de leurs Aiſſieux d'acier.

Chacune de ces Poulies, comme T, eſt jointe à un Cylindre, étant attachée à la Lame *d* par les Cordons *m*, *m*. A la Lame oppoſée *d* tient le Cordon *n*, *n*, qui paſſe par deſſus la Poulie T, & eſt tiré par le Poids P. Un Poids pareil eſt ſuſpendu de la même maniére de l'autre coté des Cylindres, qui ſont tirez l'un vers l'autre par ces deux Poids.

En tournant les Chevilles *s*, dont une ſeule eſt repréſentée dans la Figure, l'on éléve ou l'on abaiſſe les Poulies juſqu'à ce que les Cordons *m* & *n* ſoient dans une poſition horizontale.

Le Coin eſt formé de deux Planchettes D E, D E, qui peuvent faire enſemble un angle quelconque, & qui tiennent l'une à l'autre par une charniére.

Par ces Planchettes paſſe la Vis L L, courbée en arc de cercle, ſur laquelle ſe meuvent deux Ecrous comme *i*. Ces Ecrous ſeparent les Plans D E, D E, & empêchent que l'angle qu'ils forment ne devienne plus petit.

A l'aide d'un Baſſin chargé du Poids Q, ce Coin eſt tiré entre les Cylindres; & c'eſt au Cordon *f*, qui eſt attaché en *g*, au milieu du taillant du Coin, que le Baſſin eſt ſuſpendu.

Pour déterminer la raiſon qu'il y a entre la baſe & la hauteur du Coin, on forme de petits Triangles iſoſcèles de bois, dont les ſommets ſoient tant ſoit peu arrondis, comme A B C: enſuite on marque ſur ces Triangles, & leur hauteur, & la lon- TAB. X. Fig. 3.

gueur de leur baſe, en ſe ſervant de quelque meſure qu'on voudra. Cependant il eſt commode d'exprimer la hauteur par le nombre de 16, ſi les Cylindres ſont tirez l'un vers l'autre par des
TAB. X. Fig. 2. livres entiéres. Un de ces Triangles ſe met entre les Plans qui forment le Coin, afin de déterminer les endroits où les Ecrous *i* doivent être affermis.

EXPERIENCE.

280. Les choſes étant diſpoſées comme il a été dit dans la deſcription de la Machine, ſi le Poids par lequel le Coin eſt tiré entre les Cylindres (c'eſt-à-dire, le Poids du Coin même, de la Vis L L, & du Baſſin chargé du Poids Q) eſt à la ſomme des Poids P, P, comme la baſe du Coin eſt à ſa hauteur, il y aura Equilibre entre la Force qui ſepare les Cylindres, & celle par laquelle ils ſont tirez l'un vers l'autre; puiſque le plus petit effort ſuffira pour éléver ou pour abaiſſer le Coin.

Il y a beaucoup de rapport entre le Coin & la Vis: Celle ci eſt compoſée de deux parties.

5. DEFINITION.

281. *La* premiére, qu'on appelle *Vis intérieure*, ou ſimplement
TAB. X. Fig. 4. Vis, *eſt un Cylindre dont la ſurface eſt creuſée par une cannelure en forme de Spirale*, comme AB.

282. *La* ſeconde, DE, qu'on nomme *Vis extérieure*, ou Ecrou, *eſt un ſolide*, dont la figure différe ſuivant l'uſage auquel cette partie eſt employée, & *qui a un trou cylindrique, dont la ſurface intérieure eſt ſemblablement creuſée par une cannelure dont les eminences s'ajuſtent dans les cavitez de l'autre Vis.*

Quand on veut ſe ſervir de cette Machine, il eſt néceſſaire que l'une des deux parties qui la compoſent, puiſſe ſe mouvoir dans l'autre. On l'employe principalement à preſſer des Corps qu'on veut bien joindre enſemble; & la plus petite Puiſſance ſuffit pour cela. On peut l'employer auſſi à éléver des Poids.

A chaque revolution de cette Machine, pendant qu'une des parties eſt en repos, l'autre fait un pas, & parcourt une diſtance
283. égale à l'intervalle qu'il y a entre les filets de la Vis; *la Puiſſance qui meut la Vis*, s'applique à une manivelle ou à un bras; & cette Puiſſance *eſt à la Compreſſion qu'elle produit, comme l'intervalle qu'il y a entre les filets de la Vis à la périphérie du Cercle parcouru par le point de la manivelle ou du bras auquel la*

la Puiſſance eſt appliquée; car le chemin parcouru par le Point, ou par le Plan, qui ſurmonte la Reſiſtance, a cette même raiſon au chemin que parcourt la Puiſſance. Ce chemin ſeroit un peu plus grand, ſi la Puiſſance étoit appliquée ſuivant une direction parallèle à la Spirale; mais c'eſt ce qui ſeroit ſouvent difficile; voila pourquoi, dans la pratique, la Puiſſance agit preſque toujours dans un Plan perpendiculaire à l'Aiſſieu du Cylindre qui forme la Vis; & c'eſt là le cas que nous venons de conſiderer.

Il faut obſerver ici, que la Puiſſance, quand elle eſt en Equilibre avec un Poids, ou en général avec une Reſiſtance, dans quelque Machine que ce ſoit, ſurmonte, pour peu qu'on l'augmente, cette Reſiſtance, pourvû qu'il n'y ait point de frottement; car, lorſqu'il y a du frottement, il faut qu'il ſoit auſſi ſurmonté par la Puiſſance; mais on ne ſçauroit déterminer par un raiſonnement Mathématique, ce qu'il faudroit préciſément pour cela. 284.

Dans les Vis le frottement eſt très ſenſible, & même de très grand uſage; puiſqu'il fait que la Machine, quand l'Action de la Puiſſance vient à ceſſer, reſte dans la ſituation où on l'a miſe, malgré l'Action des Corps comprimez, ou la peſanteur des Poids qu'on éléve. 285.

SCHOLIE I.

Des Forces requiſes pour fendre le Bois.

SOit donné un morceau de Bois, dont les parties déja ſeparées faſſent l'angle EFL; que ce Bois doive être fendu encore davantage par le moyen du Coin ACB, dont la baſe eſt AB, & la hauteur CD. 286. TAB. X. Fig. 5.

Quand les parties ſe ſeparent, quelque petite que ſoit cette ſeparation, toute Reſiſtance ceſſe; mais avant que les parties en F ſe ſeparent, les points E L doivent ſe mouvoir, du moins tant ſoit peu, ou, ce qui revient au même, l'angle EFL doit être augmenté. Il s'agit donc ſeulement de déterminer la Force qui eſt néceſſaire pour aggrandir cet Angle.

Suppoſons cet angle aggrandi, de maniére qu'il ſoit devenu *eFl*. Le Coin eſt entré, & ſe trouve en *acb*; les parties E L du Bois ont été tranſportées par E*e*, L*l*; mais celles qui ſont moins éloignées de F, ont eu de moindres eſpaces à parcourir, & par leurs mouvemens les lignes EF, LF, ont décrit les aires des Triangles égaux *e*FE, *l*FL.

Si

Si en menant *ef* & *f*F, parallèles à EF & *e*E, on forme le parallèlogramme *e*E F*f*, on aura les Triangles *e*FE, *fe*F, égaux entr'eux *; & le parallèlogramme vaudra les deux Triangles *e*FE, *f*FL, pris enſemble: ainſi, en ajoutant l'eſpace par lequel a été tranſportée la ligne EF à celui par lequel a été tranſportée la ligne LF, leur ſomme ſera égale à l'eſpace par lequel aura été tranſportée la ſeule ligne EF en parcourant E*e* ou F*f*: d'où il ſuit, qu'une de ces petites lignes E*e* ou F*f*, repréſente la diſtance à laquelle les parties du Bois s'éloignent l'une de l'autre; or comme c'eſt de cet éloignement qu'il s'agit ici, cette petite ligne même eſt l'eſpace parcouru par l'obſtacle qu'il eſt queſtion de ſurmonter, pendant que l'eſpace parcouru par la Puiſſance eſt C*c*, qui eſt l'eſpace par lequel le Coin a été tranſporté.

* 34. EL. I.

Ainſi la Force qui oblige le Coin à entrer, eſt à la Reſiſtance du Bois, quand ces deux choſes ſont égales, comme E*e* à C*c* *.

* 145.

Si l'on mène C*g* parallèle à E*e*, ces Lignes ſeront égales *, parce que le coté AC du Coin a été tranſporté d'un mouvement parallèle; ainſi la raiſon en queſtion eſt celle qu'il y a entre C*g* & C*c*.

* 34. EL. I.

La petite ligne E*e*, & par conſequent auſſi C*g*, eſt perpendiculaire à FE; car E*e* eſt un arc de cercle dont le rayon eſt FE, & ſi petit qu'on peut le conſiderer comme une ligne droite.

287. *Une ligne* DH étant *menée du point* D, *qui partage la baſe en deux parties égales, de maniére qu'elle faſſe un angle droit avec* FE, *le coté prolongé du Bois ſeparé, & qu'elle vienne aboutir au coté du Coin* en H, cette ligne eſt parallèle à C*g*.

Les cotez *c*C, CD, étant dans la même ligne, & les autres cotez étant parallèles, les Triangles C*gc*, DHC, ſont ſemblables; ainſi DH *eſt* à DC, c'eſt-à-dire, *à la hauteur du Coin*, comme *g*C à C*c*, c'eſt-à-dire, *comme la Force qui fait entrer le Coin, à la Reſiſtance du Bois, quand aucune des deux ne ſçauroit ſurmonter l'autre.* Pour peu qu'on augmente la Puiſſance, les parties du Bois ſe ſéparent.

288. *Quand les parties du Bois ne ſe ſéparent que juſqu'à l'endroit où le Coin pénètre*, les lignes AC & EF coincident; & comme l'angle DHC eſt droit, les Triangles CHD, CDA, ſont ſemblables *; & DH eſt à DC, comme AD à AC. Ainſi, en ce cas *la Force qui fait entrer le Coin, eſt à la Reſiſtance du Bois, s'il y a Equilibre, comme la demi-baſe du Coin eſt au coté du Coin.*

* 8. EL. VI.

SCHOLIE II.

Examen d'une Machine.

289. D'Autres, pour démontrer les proprietez du Coin, ont employé une Machine, differente de celle que nous venons de décrire *, & j'en ai moi-même fait faire autrefois une, qui, nonobſtant certains changemens, étoit fondée ſur le même principe que celle dont il eſt ici queſtion. Je marqeurai en peu de mots en quoi cette Machine jette dans l'erreur.

* 279.

Un

Un Coin, ſemblable à celui avec lequel nous faiſons les Expériences à l'aide de notre Machine, y étoit tiré, de même que dans la nôtre, par un Poids entre des Cylindres, comme I G, I G, qui ſe mouvoient le long de deux Règles de cuivre ſur leſquelles étoient poſez les aiſſieux d'acier de ces Cylindres. Ces mêmes Cylindres étoient tirez par des Poids, attachez à des cordons qui paſſoient par deſſus des Poulies fixes, & ſeulement mobiles autour de leurs aiſſieux.

Dans cette Machine l'Equilibre a lieu, lorſque la Force qui fait entrer le Coin eſt à la ſomme des Poids P, P, comme la demi-baſe du Coin eſt à ſa hauteur: proportion qui n'a pas lieu dans le Coin *. * 277.

Cette Machine ne repréſente point l'Action du Coin par laquelle les Corps ſont ſéparez; à cauſe que les Poids qui tirent les Cylindres ne repréſentent pas la Force qui joint entr'eux les Cylindres: mais chaque Cylindre eſt tiré vers les Poulies fixes par la moitié de ces Poids; au lieu que dans notre Machine les Cylindres ſont joints par les Poids entiers P, P.

CHAPITRE XV.

Des Machines compoſées.

TOute Machine compoſée peut être réduite en pluſieurs Machines ſimples, puiſqu'elle n'eſt formée que de pluſieurs Machines ſimples réunies. Quand deux de ces Machines ſont jointes, on applique la Puiſſance à l'une, & l'Action de cette Machine agit ſur l'autre comme une Puiſſance; c'eſt pourquoi cette même Action, dans le calcul de l'effet de la ſeconde Machine, eſt conſiderée comme l'Intenſité de la Puiſſance qui meut cette ſeconde Machine. 290.

Si l'Action, par le moyen de la premiére Machine, eſt quadruple, & eſt ſeulement triplée à l'aide de la ſeconde Machine ſeule, il eſt manifeſte que l'Action quadruple eſt triplée, c'eſt-à-dire, que l'Action eſt multipliée par douze: raiſonnement qu'on peut appliquer à tel nombre de Machines qu'on voudra, & qui ſert de fondement à cette Règle générale, *Dans une Machine compoſée quelconque, la raiſon de l'Intenſité de la Puiſſance à la Reſiſtance avec laquelle elle eſt en Equilibre, eſt compoſée de toutes les raiſons qui auroient ſeparément lieu dans chacune des Machines ſimples.* 291.

On trouve cette même raiſon en comparant les chemins par- 292.

parcourus par la Puiſſance & par le Poids, dans le même tems, par le même mouvement de la Machine; car ces chemins ſont entr'eux en raiſon inverſe de la Puiſſance au Poids *.

* 145.

Nous éclaircirons ces Règles par des Exemples.

1. EXPERIENCE.

293. TAB. XI. Fig. 1. Les trois Leviers A, B, C, ſont diſpoſez de maniére, que la Puiſſance Q, qui agit ſur le Levier C, ſoutienne le Poids P, appliqué au Levier A.

On place le point d'Appui F, du Levier A, ſur la Traverſe LL, qui eſt ſoutenue par deux montans, pour qu'on puiſſe y appliquer un plus grand Poids P.

Les autres Leviers B & C ſont ſoutenus chacun par un ſeul montant; & chacun d'eux eſt, auſſi bien que A, en Equilibre par le moyen des Poids D, D, D, &c. attachez aux extrêmitez les plus voiſines des points d'Appui. Si l'on ne conſidère que le ſeul Levier A, la raiſon de la Puiſſance au Poids ſera comme 1 à 5. Dans le Levier B, la raiſon ſera comme 1 à 4; & dans le Levier C, comme 1 à 6.

La raiſon compoſée de ces trois raiſons eſt celle de 1 à 120. c'eſt-à-dire, qu'une ſeule once Q ſoutiendra un Poids P de ſept livres & demie, ou de cent & vingt onces; ce qu'on auroit trouvé auſſi, en comparant les chemins parcourus, dans le même tems, par les differens Poids.

294. En joignant enſemble des Leviers, on fait une Romaine compoſée, à l'aide de laquelle un petit Poids peut ſervir à péſer des Corps d'aſſez grand Poids.

2. EXPERIENCE.

295. TAB. XI. Fig. 2. AB eſt un Levier du premier genre, qui tourne ſur un point fixe C. Ce Levier fait mouvoir le Levier du ſecond genre HF, qui tourne ſur le point H: on ſuſpend en G le Baſſin L; & par le moyen du Poids D tout reſte en Equilibre.

Le bras CB du premier Levier eſt diviſé en parties égales, qui ſont diviſées à leur tour en d'autres parties, mais nous ne marquons ici que les diviſions principales. Il eſt manifeſte à préſent que le petit Poids Q, en coulant le long de ce bras, ſert à marquer combien péſe le Corps P.

Comme on joint enſemble pluſieurs Leviers, on peut joindre de même differentes Roües.

Un

Un Poids étant ſuſpendu à l'Aiſſieu d'une Roüe, on paſſe ſur la circonference de cette Roüe une corde, qu'on attache à l'Aiſſieu de la Roüe ſuivante, & la Puiſſance eſt appliquée à la périphérie de cette derniére Roüe. 296.

On pourroit employer de cette maniére pluſieurs Roües, & le calcul de leur Action devroit ſe faire par la Règle générale *; mais il eſt plus commode de faire que le mouvement ſe communique de Roüe en Roüe, par des Dents. * 291.

Si l'Aiſſieu de la premiére Roüe eſt denté, le mouvement ſe communiquera à la ſeconde Roüe, dont la périphérie a des dents qui s'engrainent avec celles de l'Aiſſieu de la premiére. Par cette Méthode le mouvement peut encore être communiqué à une troiſiéme Roüe, & ainſi de ſuite; mais comme ces Roües ne ſçauroient être employées ſéparément, la Règle de l'Art. 291. n'a point lieu ici; mais une autre Règle, dont la Démonſtration peut facilement ſe déduire de la comparaiſon des eſpaces parcourus. 297.

La raiſon de la Puiſſance au Poids, quand les Actions ſont égales, eſt compoſée de la raiſon du diamètre de l'Aiſſieu de la derniére Roüe, à laquelle le Poids eſt attaché, au diamètre de la premiére Roüe, à la circonference de laquelle eſt appliqué le Poids; & en raiſon du nombre des circonvolutions de la derniére Roüe à celui des circonvolutions de la premiére, dans le même tems. 298.

3. Experience.

On applique à la Roüe A, une Puiſſance qui ſoutient un Poids attaché à une corde, laquelle s'entortille autour de l'Aiſſieu de la Roüe B, dont la circonference a des dents qui s'engrainent avec celles de l'Aiſſieu de la Roüe A: car cet Aiſſieu CD eſt denté en D. 299. TAB. XI. Fig. 3.

Le diamètre de l'Aiſſieu de la ſeconde Roüe eſt la huitiéme partie du diamètre de la premiére, & la circonference de B contient trente & cinq dents, pendant qu'il n'y en a que ſept en D; ſi bien que A tourne cinq fois, dans le tems que B ne fait qu'une ſeule révolution. Ainſi la raiſon de la Puiſſance au Poids eſt compoſée des raiſons de 1 à 8. & de 1 à 5. & eſt par conſequent de 1 à 40. Ainſi une demi-livre ſoutiendra vingt livres entiéres.

En examinant l'uſage des Poulies, nous avons vû comment *pluſieurs Roulettes*, jointes enſemble, forment une Machine ſimple; 300.

ple; *quand chacune en particulier eſt mobile*, elles *appartiennent à la claſſe des Machines compoſées.*

4. EXPERIENCE.

301. TAB. X. Fig. 6. * 173, 174. Cinq Roulettes O, O, O, O, O, ſont ſéparément mobiles, & chacune d'elles a ſon cordon particulier, dont une extrêmité eſt attachée à un crochet du Bras A * de la Colomne CG. L'autre extrêmité eſt attachée au crochet de la Roulette ſuivante; & ainſi de ſuite, à l'exception du dernier, qui paſſe par deſſus la Roulette fixe T, afin d'y appliquer la Puiſſance Q. Cette Puiſſance ſoutient un Poids plus grand, à proportion que le nombre des Roulettes augmente: l'Action étant doublée par chaque Roulette qu'on ajoute. Ainſi, dans le cas préſent, une once en ſoutient trente deux, & un quart de livre peut ſoutenir huit livres entiéres.

Les crochets attachez au Bras A doivent être diſpoſez de façon, que tous les cordons ſoient parallèles.

302. * 263. Si, au lieu de ſimples Roulettes, on ſe ſert de * Moufles, dont chacune contienne pluſieurs Roulettes, l'augmentation ſera encore plus conſiderable; mais en ce cas, il faut pour chaque Moufle pluſieurs Roulettes fixes.

Dans les deux Expériences ſuivantes nous employons des Machines de different genre jointes enſemble.

5. EXPERIENCE.

303. TAB. XI. Fig. 4. On attache à un Aiſſieu dans la Roüe, une corde qui paſſe par deſſus une Poulie, & l'on applique enſuite une Puiſſance à la Roüe. Cela étant, lorſque par la Poulie la Force eſt augmentée ſix fois, & lorſque le diamètre de l'Aiſſieu eſt la ſeiziéme partie du diamètre de la Roüe, la raiſon de la Puiſſance au Poids eſt compoſée des raiſons de 1 à 6 *, & de 1 à 16 *; ainſi elle eſt de 1 à 96; & par conſequent une ſeule once L ſoutiendra le Poids P de ſix livres. * 261. * 254.

304. TAB. XI. Fig. 5. On peut faire mouvoir l'Aiſſieu dans la Roue par le moyen d'une Vis. En ce cas il faut une Roüe dentée, dont les dents ſoient inclinées, pour s'engrainer dans la cannelure de la Vis. Telle eſt la Roüe A, que la Vis DC fait aller. En cette occaſion on l'appelle une *Vis ſans fin*, & c'eſt quelque choſe de prodigieux que l'effet que produit, par le moyen de cette Vis, la plus petite Puiſſance; car pour chaque révolution de la Roüe, il faut qu'il y ait autant de révolutions de la Vis, c'eſt-

à-

à-dire, de la manivelle qui donne à la Vis ſon mouvement, que la Roüe a de dents; ſi on ajoute à cette Roüe une autre Roüe dentée, la même Puiſſance pourra ſurmonter un Obſtacle plus grand encore.

6. Experience.

La Machine dont nous nous ſervons ici, eſt compoſée de deux Roües & d'une Vis ſans fin, qui tourne par le moyen de la manivelle DE. Dans cette Machine, la raiſon de la Puiſſance au Poids, dans le cas de l'Equilibre, eſt compoſée de la raiſon du demi-diamètre de l'Aiſſieu de la derniére Roüe B, à la longueur de la manivelle DE, & de la raiſon du nombre des révolutions de cette Roüe à celui des révolutions de la manivelle ou de la Vis, dans le même tems. La premiére raiſon eſt ici de 1 à 30; pour la ſeconde, elle ſe déduit du nombre des dents. La derniére Roüe B a dans ſa périphérie 35 dents, & l'Aiſſieu de la premiére Roüe A en contient 7. Ainſi la premiére Roüe tourne cinq fois, pendant que la ſeconde ne fait qu'une ſeule révolution; mais la premiére Roüe a 36 dents; donc la Vis fait 36 révolutions, pendant que cette Roüe tourne une fois *: la raiſon compoſée de ces deux raiſons eſt de 1 à 180, qui eſt la ſeconde raiſon qu'il étoit queſtion de déterminer; & la raiſon compoſée de cette ſeconde raiſon & de la premiére, ſçavoir 1 à 30, eſt de 1 à 5400, qui exprime la raiſon de la Puiſſance au Poids dans le cas de l'Equilibre, & quelque peu que la Puiſſance fut augmentée, le Poids ſeroit élévé, s'il n'y avoit point de frottement; mais comme dans toutes ces Machines le frottement eſt aſſez conſiderable, il faut augmenter la Puiſſance aſſez ſenſiblement avant qu'elle puiſſe ſurmonter le Poids; cependant un très grand Poids peut être élévé par une fort petite Puiſſance. La longueur de la manivelle ED peut être doublée ou triplée &c. ce qui double, ou triple &c. l'Action de la Puiſſance; en ce cas, avec un cheveu on pourroit facilement élever un Poids qui péſeroit cent livres, & même davantage. 305. TAB. XI. Fig. 5. * 304.

Les Actions de toutes les Machines compoſées, qu'on peut varier tant qu'on voudra, ſeront déterminées de même par le calcul, en ſuivant la Règle indiquée au commencement de ce Chapitre *; ou bien en comparant le chemin parcouru par la Puiſſance avec celui qui a été parcouru par le Poids, ou par un 306. * 291.

autre Obſtacle quelconque; car ces chemins ſont en raiſon inverſe de la Puiſſance au Poids, ou à l'Obſtacle, quand l'Action de la Puiſſance eſt égale à la Réſiſtance de l'Obſtacle ou du
* 145. Poids *.

307. Les Preſſions, qui, en agiſſant dans des ſens oppoſez, ſe détruiſent mutuellement, ſont toujours égales; ſi donc la Puiſſance eſt moindre en Intenſité que l'Obſtacle, il faut qu'elle le ſurpaſſe par rapport au chemin parcouru, & cela autant de fois qu'elle en eſt ſurpaſſée en Intenſité; car les effets des Preſ-
* 142. ſions ne peuvent différer à aucun autre égard *, & par conſequent aucune autre compenſation ne ſçauroit avoir lieu.

CHAPITRE XVI.

Des Puiſſances Obliques.

1. DEFINITION.

308. NOus *appellons Puiſſance directe, celle qui preſſe ou tire le Point auquel elle eſt appliquée, ſuivant la direction de la Ligne, le long de laquelle ce Point peut ceder.* De maniére que le Point ſuive la direction de la Puiſſance qui le fait mouvoir.

C'eſt de cette ſorte d'application de Puiſſances que nous avons parlé juſqu'à préſent.

2. DEFINITION.

309. *Dans tout autre cas la Puiſſance s'appelle oblique.* Et le Point ſuit, dans le mouvement qui lui eſt imprimé, un chemin different de celui de la direction de la Puiſſance.

310. TAB. XI. Fig. 6. Soit le Point A, mobile uniquement ſur la Ligne AD, & tiré vers D; qu'il faille retenir ce Point par une Action dirigée par AE. Il eſt de la derniére évidence, que ſi la Puiſſance en queſtion étoit appliquée par AB, il ſuffiroit que ſon Intenſité fût égale à l'Action qui tire par AD; mais la Puiſſance eſt appliquée dans la direction AE, & c'eſt l'Intenſité de cette derniére Puiſſance qu'on cherche.

Qu'on éléve ſur AD la perpendiculaire AC, & que d'un point quelconque C on méne la Ligne CF, perpendiculaire ſur EA, prolongée s'il le faut. Suppoſons que AC, CF, faſ-

ſent

ſent un Levier oblique, mobile autour de C; & que le point A ſoit attaché à l'extrêmité du bras CA.

Si le Levier tourne autour de C, le Point A ſe meut le long de la Ligne DAB dans le premier moment; car c'eſt de ce premier inſtant ſeul dont il s'agit quand il eſt queſtion de déterminer l'Equilibre. Or ce mouvement peut être communiqué au Levier par une Puiſſance directe, appliquée par FE; ou par une Puiſſance ſemblable agiſſant par AB: & ces Puiſſances ſont entr'elles, quand elles produiſent le même effet, comme CA à CF *. * 238.

La premiére de ces Puiſſances coincide avec la Puiſſance oblique appliquée en A par AE, qui eſt la Puiſſance que nous cherchons; & la ſeconde coincide avec la Puiſſance qui détruit directement l'Action qui tire le Point A par AB, laquelle Action nous ſuppoſons connüe.

Sur un Point de AB, pris à diſcretion, ſoit élévée une perpendiculaire, coupant en E la direction oblique AE, & faiſant avec AE l'angle AEB égal à l'angle FAC; alors, à cauſe des angles droits ABE, AFC, les Triangles CFA, ABE ſeront * équiangles, & CA ſera à CF, comme AE à AB *: *ſi* donc *AB repréſente l'Action qui peut retenir directement le Point A, AE repréſentera la Puiſſance oblique qui peut produire le même effet par AE*: & il ſera facile de ſçavoir combien, à cauſe de l'Obliquité, la Puiſſance appliquée à la Machine doit être augmentée, comme il paroîtra par l'Exemple ſuivant. 311. * 28. EL. I. * 4. EL. I.

I. Experience.

On applique le Poids P, de deux livres, en A au Levier AB, poſé horizontalement, & dont les bras BC, AC, ſont comme 3 à 1; & en B la Puiſſance agiſſant obliquement par *eh*, & qui eſt repréſentée par le Poids Q. Qu'on conçoive la ligne *ei* perpendiculaire au Levier, & marquant la direction du mouvement du Point B ou *e*; ſi, après avoir fait le Triangle rectangle *eih*, le coté *ei* eſt à *eh*, comme deux à trois, & que le Poids Q péſe une livre, il y aura Equilibre. 312. TAB. XII. Fig. 1.

La Puiſſance agiſſant obliquement par *eh*, laquelle vaut 3, produit par *ei* un effet égal à deux *; mais l'Action par *ei*, qui vaut deux, ſoutient dans ce Levier un Poids qui vaut ſix *: * 311.

*235. ſix *: donc la Puiſſance oblique eſt au Poids, comme trois à ſix, c'eſt-à-dire, comme 1 à 2.

313. Pour faire cette Expérience, on employe le Levier dont
*237. il a été parlé ci deſſus *, & on paſſe la corde *eb* par deſ-
*161. ſus la Poulie T, affermie dans le bord de la Table *. Le Triangle de bois LMN, auquel eſt attaché le plomb EG, détermine l'Obliquité de la Puiſſance; on donne au fil, qui tire le Levier, cette obliquité, en reculant plus ou moins le pied du Levier du bord de la Table. Pour aſſujettir le Levier, on met des poids ſur ce pied; car la Puiſſance oblique, dont il s'agit, tire le Levier ſuivant la direction CB, & il doit être retenu de façon, qu'il ſoit pourtant mobile autour de C; pour ce qui regarde la Force qui retient le Levier, laquelle vaut l'Action de la Puiſſance ſuivant CB, nous la déterminons par le Triangle rectangle EHI, & elle eſt à la Puiſſance oblique comme IH à HE *.

*311.

314. Nous devons raiſonner préciſement de même, lorſqu'il s'agit d'une Puiſſance oblique, appliquée à une Machine quelconque.

Nous allons enviſager à préſent les Puiſſances obliques d'une maniére plus générale.

315. TAB. XII. Fig. 2. Suppoſons que trois Puiſſances tirent le Point A, & qu'il reſte en repos. Que les directions de ces Puiſſances ſoient AB, AD, AE, & que ces lignes ſoient entr'elles comme les Puiſſances mêmes, quand ces derniéres retiennent le Point, c'eſt-à-dire, quand deux quelconques détruiſent la troiſiéme. En ce cas, par Exemple, les Puiſſances AD, AE, tirent le Point A, ſuivant la direction A*b*, avec la même Force qu'il eſt tiré ſuivant la direction AB, par une ſeule Puiſſance.

Les lignes D*d*, E*e*, perpendiculaires à A*b*, étant menées, la Force avec laquelle le Point A eſt tiré vers *b*, par la Puiſ-
*311. ſance AD, vaudra A*d* *; & l'Action de la Puiſſance AE, ſuivant la direction de la même ligne A*b*, vaudra A*e*. Donc la ligne AB, exprimant la troiſiéme Puiſſance, qui détruit les deux autres, eſt égale à la ſomme des lignes A*d*, A*e*.

Mais cette égalité ne ſuffit pas, pour que l'Equilibre que nous avons ſuppoſé entre les trois Puiſſances aît lieu. Si l'on mène D*f* & E*g* parallèles à AB, & *f*A*g* perpendiculaire à la même ligne; il ſera manifeſte que le Point A eſt tiré par les Puiſ-

Puiſſances AD, AE, ſuivant les directions A*f*, A*g*, avec des Forces proportionelles à ces Lignes *, & que ce Point ne reſtera pas en repos, à moins que ces Forces ne ſe détruiſent mutuellement, c'eſt-à-dire, à moins qu'elles ne ſoient égales. * 311.

316. Ainſi les conditions de l'Equilibre, ſans leſquelles il ne ſçauroit être, & avec leſquelles il ſe trouve toujours, ſont, que les Lignes A*f*, A*g*, ou D*d*, E*e*, ſoient égales, & que AB vaille la ſomme des Lignes A*e*, A*d*. Or tout cela a lieu, pourvû, qu'après avoir achevé le Parallélogramme, dont les cotez ſont AD, AE, la ligne AB qui marque la direction, ne faſſe qu'une même ligne avec la Diagonale A*b* prolongée, & ſoit égale à cette Diagonale: ce qui paroitra clairement, ſi l'on conſidere les Triangles A*e*E, D*db*, qui ſont égaux à tous égards *. * 29. 34. 26. EL. I.

317. Si on ne fait attention qu'au ſeul Triangle AD*b*, comme le coté D*b* eſt parallèle & égal à la Ligne AE *, il s'enſuit, Qu'*un Point tiré par trois Puiſſances, reſte en repos, & cela dans ce ſeul & unique cas, ſi les Puiſſances ſont entr'elles, comme les cotez d'un Triangle formé par des Lignes, poſées ſuivant les directions des Puiſſances.* *34. EL. I.

318. Cette Propoſition démontre de quelle maniére *les Actions de deux Puiſſances ſe réduiſent à une ſeule.* Les Puiſſances AD, AE, valent la ſeule Puiſſance qui agiroit ſuivant la direction A*b*, & qui ſeroit proportionelle à cette Ligne.

319. Il paroit auſſi par ce qui vient d'être dit, que *l'Action d'une Puiſſance peut ſe réſoudre en deux Actions*, & cela d'une infinité de façons, à cauſe du nombre infini de Triangles qu'on peut faire, en gardant le même coté.

Il eſt indifferent qu'un Corps ſoit tiré ſuivant la direction A*b* par une Puiſſance dont l'Intenſité eſt exprimée par cette Ligne, ou par deux Puiſſances ſuivant les directions AD, & AE, *dont* les Intenſitez ſoient reſpectivement proportionelles à ces Lignes, & cette maniére de réſoudre une Puiſſance en deux, quoiqu'arbitraire, ne l'eſt cependant qu'à l'égard d'une des deux, parce que, *une étant donnée, la ſeconde eſt déterminée par cela même.* Car un Triangle eſt toujours déterminé, dès que deux cotez, & l'angle que ces cotez renferment, ſont donnez.

Nous obſervons outre cela, au ſujet de la Propoſition de

l'Article 317., que les cotez étant entr'eux, comme les ſinus des angles oppoſez, il s'enſuit, par une proprieté connue
320. des Triangles, que *trois Puiſſances, qui ſont entr'elles comme les ſinus des angles formez par les directions des Puiſſances oppoſées, ſont par cela même en Equilibre*, c'eſt-à-dire, que la Puiſſance qui agit ſuivant la direction AE, eſt comme le ſinus de l'angle BAD, & ainſi des autres.

321. Nous avons fait dans un autre endroit * la deſcription de
* 250. la Machine qui ſert à démontrer par des Expériences l'Action des Forces obliques. Nous nous ſervons ici de cette Machine, en ôtant les petits ſoutiens *f*, *f*, *f*, *f*, (*Planche IX. Fig.* 1. & F. *Fig.* 2.); alors les fils, poſez horizontalement, tirez par leurs Poids, & paſſant ſur les Poulies, ſont à peine élévez à la hauteur d'un quart de pouce au deſſus de la Table.

2. Experience.

322. On joint à la Machine les trois Poulies T, T, T, dans
TAB. XII. Fig. 3. des endroits pris à diſcretion; enſuite on paſſe ſur ces Poulies trois Fils, unis par un Nœud dans un même point, & auxquels ſont attachez des Poids de ſix, de neuf & de douze onces.

Ces Poids ſe mettent en Equilibre, & y retournent, ſi on fait changer le Nœud de place. Il faut prendre garde de diſpoſer chaque Poulie de maniére que la cannelure ſuive la direction de ſon Fil.

On trace ſur une petite Planche mince, ou ſur un morceau de gros Carton, de la longueur & de la largeur de cinq ou ſix pouces, une Figure, que nous avons repréſentée ſur la Table même de la Machine.

Cette Figure eſt formée en partie par le Triangle AD*b*, dont les cotez ſont entr'eux comme les Poids, c'eſt-à-dire, ſix, neuf & douze, ou ce qui revient au même, comme deux, trois & quatre. Pour achever la Figure, on prolonge le coté *b*A juſqu'en B, & on méne D*b* parallèle à AE; après quoi les trois lignes AB, AD, AE, détermineront la poſition des Fils, comme on pourra s'en convaincre, ſi, ſans rien changer à la ſituation des Fils, on fait gliſſer cette Figure entre les Fils & la Table de la Machine.

3. Experience.

323. Le Triangle de cuivre LMN, équilatéral, eſt tiré par trois
TAB. XII. Fig. 4. Fils, dont chacun eſt attaché à un des angles. Si on fait l'Expé-

périence avec ces Fils de la même maniére que l'Expérience précedente a été faite avec les Fils joints enſemble par un Nœud, les Fils ſe diſpoſeront auſſi de même, & coincideront avec les lignes de la Figure.

4. Experience.

Cette Expérience ne différe de la précedente que dans une ſeule circonſtance, & réuſſit de même. Les Fils, dans le cas dont il s'agit ici, tiennent à une Lame de cuivre, aux Points L, N, M. 324. TAB. XII. Fig. 5.

Les Propoſitions énoncées dans les Art. 317, 318, 319. ſont d'un uſage fort étendu. Que le Point A ſoit tiré ſuivant la direction des quatre Fils, AD, AE, AF, & AG, par des Puiſſances reſpectivement proportionelles aux Lignes AD, AE, AF, & AG. Si l'on fait le Triangle AFB, ou le Parallélogramme AFBG, les Puiſſances qui agiſſent par AF & par AG, ſe réduiſent à une ſeule, agiſſant par AB, & qui eſt proportionelle à cette Ligne *, & il y a Equilibre, ſi les Puiſſances qui agiſſent par AD, AE, & AB, ont entr'elles le rapport déterminé pour trois Puiſſances *; auquel cas, ſi les Puiſſances qui dans leurs Actions ſuivent les directions AD & AE, ſont auſſi réduites à la ſeule Puiſſance A*b*, AB & A*b* ſeront égales, & agiront dans une même ligne droite. 325. TAB. XIII. Fig. 1. * 318. * 317.

5. Experience.

Cette Expérience ſe fait comme les trois Expériences précedentes, & on y employe quatre Poulies, & quatre Fils joints par un Nœud. 326. TAB. XII. Fig. 3.

On attache à ces Fils des Poids de ſix, de quinze, de douze, & de neuf onces, c'eſt-à-dire, qui ayent entr'eux la même raiſon que deux, cinq, quatre, & trois. Lorſque le Nœud eſt en repos, on trace ſur un papier poſé ſur la Table G, des Lignes ſuivant les directions des Fils.

Que ces Lignes ſoient AD, AE, AF, AG, qui doivent être déterminées de maniére que des mêmes parties, dont il y en a deux en AD, il y en ait cinq en AE, quatre en AF, & trois en AG; après quoi les Parallélogrammes DE, GF, étant achevez, les Diagonales AB, A*b*, ſeront dans la même ligne, & égales entr'elles. TAB. XIII. Fig. 1.

Nous ne traçons pas ici la Figure à part, & ſans faire attention 327.

tion aux Fils, comme dans les Expériences précedentes; quand il y a trois Puiſſances, dont les Poids, & l'ordre dans leſquels ils ſont rangez, ont été donnez, l'Equilibre n'a lieu que d'une ſeule manière; mais les mêmes choſes étant données par rapport à quatre Puiſſances, les angles formez par les Fils, pourront être variez d'une infinité de façons, ſans que pour cela l'Equilibre ſoit détruit.

TAB. XIII. Fig. 3. Que ſi l'on veut ſe ſervir de la Figure tracée d'avance, il faudra la poſer ſur la Table G de la Machine, & déterminer les endroits des Poulies, en plaçant les Fils ſuivant les directions des Lignes.

328. Ce que nous venons de dire de quatre Puiſſances, peut s'appliquer à cinq, ou davantage; car ſi de cinq Puiſſances deux ſont réduites à une, nous retombons dans l'Exemple précedent.

TAB. XIII. Fig. 2. Le Point A eſt tiré par cinq Puiſſances, ſuivant les directions AB, AD, AE, AF & AG, & dont les Intenſitez ſont proportionelles à ces Lignes. Les Puiſſances qui agiſſent par AD & AE peuvent ſe réduire à la ſeule A*c*; celles qui agiſſent par AF & AG, à la ſeule A*b*; & enfin les deux nouvelles, qui agiſſent par A*c* & A*b*, à une ſeule A*b*; ſi cette derniére eſt égale à la cinquiéme AB, & agit ſuivant la direction de cette Ligne, mais dans un ſens oppoſé, il y aura Equilibre, & ſans cela il n'y en aura pas *. *317.

6. EXPERIENCE.

329. On ſe ſert, pour faire cette Expérience, de cinq Poulies, & de cinq Fils joints par un Nœud. A l'égard du reſte, elle ne différe en rien de la cinquiéme Expérience *. *326, 327.

AUTRE MACHINE,

Pour démontrer ce qui a rapport à un Point tiré par des Fils de differens cotez.

330. La Machine en queſtion eſt compoſée d'une Planche ronde, d'environ huit pouces de diamètre.

TAB. XIV. Fig. 1. Cette Planche eſt horizontale, & ſoutenue par un pied; il y a tout autour, au milieu de ſon épaiſſeur, une rainure, pour attacher des Poulies dans les endroits de la circonférence qu'on jugera à propos *; ce qui ſe fait en enfonçant les queües des Poulies dans les rainures. * 161.

La Planche dont il s'agit eſt un peu creuſée dans ſa partie

tie ſupérieure, afin de recevoir une plus petite Planche EFB, de l'épaiſſeur d'un quart de pouce, & qui s'éleve tant ſoit peu au deſſus de la premiére Planche ; tellement qu'un Fil qui paſſe par deſſus la Poulie, qu'on a jointe à la Machine comme il a été dit, étant tendu horizontalement, raſe la ſuperficie DBE.

Il faut avoir, pour varier les Expériences, pluſieurs de ces petites Planches, differentes les unes des autres. On les couvre de papier des deux cotez, pour pouvoir y tracer commodément les lignes dont il eſt parlé dans les Expériences précedentes.

Je me ſuis ſervi autrefois de cette Machine, qui eſt très ſimple; & qui par cela même m'a paru mériter qu'on en fit mention, quoique j'en aye indiqué une plus parfaite. Dans la Machine dont il s'agit, quoiqu'il n'y ſoit queſtion que de trois Puiſſances, les Poulies ne peuvent pas être diſpoſées arbitrairement, mais dans toutes les Expériences la ſituation des Poulies ſe détermine, en tendant les Fils, depuis le centre de la Planche, le long des Lignes déja tracées ſur le papier *. * 327.

On peut propoſer, au ſujet de differentes Forces agiſſant diverſement, un nombre infini de Problèmes très compoſez, dont les Solutions peuvent ſe déduire de ce qui vient d'être dit, & être éclaircies par des Expériences, à l'aide de notre premiére Machine *, en augmentant le nombre des Poulies; mais comme ces cas compoſez ſont rarement d'uſage, revenons aux plus ſimples. 331. * 250.

Le Poids P, attaché à une Poulie, eſt ſoutenu par des Puiſſances appliquées aux deux bouts de la Corde, mais tirant obliquement par CA & CB; ces Puiſſances ſont égales entr'elles, à cauſe que toute la Corde qui paſſe autour d'une Poulie, ne reſte en repos que quand elle eſt tirée avec une égale force des deux cotez *; le Poids P eſt la troiſiéme Puiſſance, & c'eſt par ces trois Puiſſances que le Point C eſt tiré. Qu'on s'imagine la Ligne CE perpendiculaire à l'Horizon, & la Ligne EF parallèle à la Ligne CA: & on aura CE à FE, ou FC, (ces deux Lignes étant égales, à cauſe de l'égalité des Puiſſances qui tirent par CB, CA,) comme le Poids P à l'une des deux Puiſſances appliquées à la 332. TAB. XII. Fig. 6. * 159.

* 317. Corde *; ſi un des bouts de la Corde eſt attaché à un clou; une ſeule de ces Puiſſances ſoutiendra le Poids P.

333. Si le Poids P n'eſt point attaché à une Poulie, mais que les Cordes CA & CB ſoient liées à ce Poids, il pourra être ſoutenu par deux Puiſſances inégales; auquel cas les cotez CF, FE, du Triangle CFE, ſeront inégaux, & en même raiſon que les Puiſſances.

334. Il eſt bon d'obſerver ici, que les inclinaiſons des Cordes CA & CB à l'Horizon étant données, la proportion des Puiſſances au Poids P, peut être déterminée par les Tables de Trigonométrie. Si l'on conçoit dans le Triangle FCE la Ligne FG, qui paſſe par le Point F, & qui ſoit paralèlle à l'Horizon, GC
* 311. repréſentera la partie du Poids que ſoutient la Puiſſance CF*, & GE ſera la partie que ſoutient l'autre Puiſſance. Quand on ſe ſert d'une Poulie, comme dans cette Figure, GC & GE ſont égales.

Si F eſt le centre d'un Cercle décrit ſur le rayon GF, FE ſera la Sécante, & EG la Tangente de l'angle que fait FE ou CA avec l'Horizon; & CF ſera la Sécante, & CG la Tangente de l'angle d'inclinaiſon du Fil CB à l'Horizon: ce qui fait voir que les Puiſſances ſont proportionelles aux dites Sécantes, & que le Poids P ſuit la proportion de la ſomme des Tangentes dont nous venons de parler.

MACHINE
Pour faire les Expériences qui ont rapport aux Poids ſoutenus par des Puiſſances obliques.

335. TAB. XIII. Fig. 3. Soit la Planche FAIBE, de l'épaiſſeur d'un demi-pouce, & telle qu'elle eſt repréſentée dans la Figure que nous indiquons. Aux cotez ſont attachées les deux Poulies T, T, verticales, & parallèles à la ſuperficie de la Machine, dont elles ſont très peu éloignées. Les parties AF, BE, qui ont plus de largeur que le reſte, ſont couvertes de papier blanc. On trace ſur ce papier des lignes, de maniére qu'un Fil qui ſuivroit leurs directions, paſſeroit autour de la Poulie.

Cette Machine a en D, mais par derriére, une queüe, qu'on voit en *g h*, par le moyen de laquelle on l'applique à la Co-
* 162. lomne C *, à la hauteur qu'on juge à propos; la queüe traverſe l'ouverture de la Colomne, & eſt taillée en vis, afin que par l'Ecrou *i* la Machine puiſſe être affermie. Au reſte, comme

me la queüe eſt ronde, elle peut tourner dans l'ouverture de la Colomne, & il eſt facile, à l'aide du plomb IL, de diſpoſer la Machine de façon, que la Ligne AB ſoit horizontale.

Aux extrêmitez des lignes tracées ſur la ſuperficie de la Machine en BE, & AF, ſont écrits les nombres qui expriment les Tangentes des angles, que les lignes mêmes font avec l'Horizon, quand la Machine eſt diſpoſée comme nous avons dit. Les Sécantes des mêmes angles ſont marquées au milieu des mêmes lignes; & dans chaque ligne, le nombre du milieu eſt à celui de l'extrêmité, comme la Puiſſance placée ſuivant la direction de la ligne, à la partie du Poids que cette Puiſſance peut ſoutenir *. * 334.

7. Experience.

Le Poids P eſt ſoutenu par deux Fils joints en *s*, qui paſſent ſur les Poulies de la Machine, & ſont tirez par les Puiſſances O & Q, enſorte qu'ils conviennent avec les lignes T*n* & T*r*. 336.

Or les Puiſſances O & Q ſont entr'elles, comme, $11\frac{1}{2}$, & $13\frac{3}{4}$, c'eſt-à-dire, comme les nombres marquez au milieu des lignes T*n* & T*r*, & P eſt exprimé par la ſomme des nombres marquez aux extrêmitez, c'eſt-à-dire par $15\frac{1}{4}$.

Si O vaut onze onces & demie, Q treize onces & trois quarts; & P quinze onces & un quart, les Fils ne ſeront jamais en repos, que quand ils auront les inclinaiſons qui ſont repréſentées ici.

8. Experience.

Si l'on ſe ſert d'une Poulie, les Puiſſances O & Q doivent être égales: à l'égard du reſte, cette Expérience ſe fait comme la précedente. En déterminant le Poids P, il faut prendre garde à la péſanteur de la Poulie: pour que cela puiſſe ſe faire plus commodément, nous employons dans cette occaſion une Poulie, qui avec ſa chape & ſon crochet péſe exactement une demi-once. 337.

La Force avec laquelle un Corps tâche de deſcendre ſur un Plan incliné, eſt déterminée par ce qui vient d'être dit * d'une Puiſſance oblique. * 311.

1. Definition.

On appelle Plan incliné, tout Plan qui fait un angle oblique avec l'Horizon. 338.

CB repréſente un Ligne parallèle à l'Horizon, AB fait avec elle l'angle oblique ABC, & repréſente un Plan incliné. De l'ex- TAB. XIII. Fig. 4.

l'extrêmité supérieure du Plan, on abaisse la Ligne AC perpendiculaire à l'Horizon.

2. DEFINITION.

339. *La longueur* AB *s'appelle la Longueur du Plan.*

3. DEFINITION.

340. *La Ligne* AC *s'appelle la Hauteur du Plan.*

Le Corps P placé sur le Plan AB, tâche de descendre le long de ce Plan suivant la direction AB; supposons que le Corps en question soit retenu par le Fil *e*D, parallèlle à ce même Plan. Soit *ef* la continuation du Fil; le Point *e* est mobile dans la Ligne D*ef*, & est tiré en bas par le Poids du Corps suivant la direction *ei*. Si cette Ligne représente ce Poids, l'Action dans la Ligne D*f*, par laquelle le Corps est tiré par son Poids suivant la direction de cette Ligne, se détermine, en menant *if* perpendiculaire à D*f*; & c'est *ef* qui exprime la Force de l'Action *.

* 311.

Si *eg* est perpendiculaire à la superficie du Plan, & que *ig* soit perpendiculaire à *eg*, l'Action du Poids sur le Plan sera exprimée par *eg* *, ou *if* *.

* 311.

* 34. EL. I.

L'angle *ief* est égal à l'angle BAC, chacun en particulier étant égal à l'angle *io*B *; donc les Triangles *ief*, BAC, sont équiangles, & *ef* est à *ei*, comme AC à AB *; & *la Force avec laquelle un Corps tâche de descendre sur un Plan incliné, est au Poids du Corps, comme la hauteur du Plan est à sa longueur.*

* 29. EL. I.

* 4. EL. VI.

341.

MACHINE

Pour démontrer les proprietez du Plan incliné.

342. TAB. XIII. Fig. 5.

La Colomne de bois EF soutient une Règle de fer bien polie, & exactement travaillée BC, dont l'épaisseur surpasse tant soit peu un quart de pouce, & dont les autres dimensions peuvent facilement être déterminées par la Figure même, où elles sont réduites à la sixiéme partie de leur grandeur.

Cette Règle, qui en cet endroit s'élargit vers le bas, est mobile autour d'un point comme centre, dans la tête F de la Colomne dont on vient de parler & peut être arrêtée à toutes sortes d'inclinaisons, par le moyen de la Vis DC, qui est recourbée, & qui traverse la Colomne, à laquelle s'appliquent fortement, de part & d'autre, les deux Ecrous *m* & *n*.

Au

Au bas de la Colomne il y a une Vis, qui paſſe par un trou fait dans la Table. La Vis peut tourner dans ce trou, & ſert à affermir la Colomne à l'aide d'un Ecrou.

La Règle de fer en queſtion traverſe un Cylindre de cuivre G, dont le poids eſt de douze onces, mais qu'on peut rendre plus péſant en y mettant un Anneau ; dans les Expériences qui vont être décrites, nous nous ſervons d'un Anneau de quatre onces, pour que le poids entier vaille une livre. On joint à la Règle, vers ſon extrêmité, le Cylindre de bois A, dans lequel la Règle penétre environ juſqu'à la profondeur d'un pouce. Dans le dernier de ces Cylindres on introduit la queüe de la Poulie T *, par deſſus laquelle paſſe une corde attachée au Cylindre G, & parallèlle à la Règle de fer, de maniére que le Poids P, appliqué à la corde, ſoutienne la force avec laquelle le Cylindre G tâche de deſcendre le long de la Règle. * 161.

Le Cylindre G eſt employé auſſi en d'autres Expériences, & ſon principal uſage a rapport aux Forces Centrales, dont je parlerai dans la Partie ſuivante de ce Livre ; où l'on trouvera auſſi une deſcription exacte de ce Cylindre.

La Planchette L ſert à déterminer l'inclinaiſon de la Règle BC. Sur la ſuperficie de cette Planchette ſont tracez divers Triangles rectangles, qui ont une Hypotenuſe commune, à l'une des extrêmitez de laquelle eſt ſuſpendu le plomb Q. Cette hypotenuſe contient ſeize parties, qui ſervent de meſure aux cotez des Triangles ; mais on n'a marqué que les longueurs des cotez qui vont aboutir à la ſuſdite extrêmité de l'Hypotenuſe commune, comme cela paroit par la Figure. 343.

9. Experience.

Par le moyen de cette Planchette L, on diſpoſe la Règle BC enſorte, que la longueur du Plan ſoit à ſa hauteur comme 16 à 6. En ce cas le Poids P, de ſix onces, ſoutiendra le Poids G, d'une livre, lequel Poids reſtera en repos en quelque endroit de la Règle qu'on le place, & cedera au moindre effort, ſoit pour monter, ſoit pour deſcendre. 344.

Quand un Corps, mis ſur un Plan incliné, eſt tiré ſuivant une direction differente de l'inclinaiſon du Plan, on peut auſſi déterminer, par ce qui a été démontré *, la Force qui le ſoutient. 345. * 317.

10. EXPERIENCE.

346. Sur la Planchette L, dont l'angle *f* eſt droit, eſt tracé le Triangle rectangle *abc*, dont les cotez ſont parallèles à ceux de la Planchette.

TAB. XIII. Fig. 6.

*343.344. On diſpoſe la Règle BC de maniére *, que la longueur du Plan ſoit à ſa hauteur, comme le coté *cb* au coté qui eſt parallèle à la Règle, ſçavoir au coté *ac* du Triangle *acb*, c'eſt-à-dire dans le cas préſent, comme 16. à 8.

On fait paſſer par deſſus la Poulie T, qui tient à la Colomne *162.169. C *, la corde qui eſt attachée au Cylindre G. On attache à l'autre bout de cette corde un Poids de neuf onces; cela étant, le Cylindre ne reſtera en repos que dans un ſeul endroit de la Règle. Dans cet endroit, la direction de la corde conviendra avec la ligne *ce* qui a été tracée ſur la Planchette, & dont la longueur contient neuf des mêmes parties, dont *ca* en contient huit, & *cb* ſeize.

347. Le Triangle *abc* eſt ſemblable au Triangle *aoc*, dans lequel *ao* eſt verticale, & *co* horizontale, ce qui ſuit de l'inclinaiſon de la Règle. Donc l'angle *bca* eſt égal à l'angle *oac*, & *bc* *27.EL.I. eſt parallèle à la ligne *ao* *, & eſt verticale.

Le Cylindre G eſt tiré par trois Puiſſances. 1°. Par ſon Poids verticalement, ſuivant une direction parallèle à la ligne *bc*. 2°. Il eſt ſoutenu par la Règle BC, c'eſt-à-dire, il eſt preſſé ſuivant une direction perpendiculaire à cette Règle, & parallèle à la ligne *ab*. 3°. Enfin il eſt tiré avec une corde par *ce*. Ces trois Puiſſances ſont entr'elles comme les trois cotez du Trian- * 317. gle *ecb* *; c'eſt pourquoi le Poids P ſera 9. quand celui du Cylindre vaudra 16.

348. La Force avec laquelle le Cylindre preſſe la Règle BC, eſt comme *eb*. Si la corde étoit parallèle à la Règle, cette Force ſeroit comme *ab*; mais elle eſt moindre dans le cas préſent, parce que le Cylindre y eſt plus tiré en haut.

Dans notre maniére de faire cette Expérience, le Cylindre eſt ſoutenu par deux Roulettes, & la corde qui paſſe par un trou dans la ſuperficie antérieure, & dont la direction va en montant, diminue ſeulement la Preſſion de la Roulette de devant, qu'elle doit tant ſoit peu ſoulever, avant qu'elle puiſſe changer la Preſſion de la Roulette poſtérieure.

En

En diviſant donc *ab* en deux parties égales au point *r*, la partie *ar* marquera la Preſſion de la Roulette de devant, & *rb* de celle qui eſt à l'autre bout, quand ces Preſſions ne ſouffrent aucune diminution; mais dans la derniére Expérience *er* marque la Preſſion de la Roulette antérieure. 349.

II. Experience.

Les mêmes choſes qui ont été indiquées dans l'Expérience précedente, étant poſées, que le Poids P ſoit changé, en y ajoutant deux onces: la Force avec laquelle la corde eſt tirée, ſera alors d'onze onces. Le Cylindre changera de ſituation, & la ligne *cd*, qui vaut onze, en marquera l'inclinaiſon. En ce cas, il n'y aura aucune Preſſion de la Roulette antérieure ſur la Règle, & cette Roulette ſera un peu ſoulevée; ce qui s'accorde auſſi avec ce qui vient d'être expliqué *. 350. * 349.

Il ne me reſte plus qu'une ſeule choſe à ajouter pour finir la matiére des Forces obliques.

Mariotte, dans la ſeconde Partie de ſon Traité du Mouvement des Eaux, démontre un Paradoxe Méchanique, dont l'explication peut facilement ſe déduire de la proportion que nous avons dit * avoir lieu à l'égard d'un Point tiré par trois Puiſſances. 351. * 317.

Nous faiſons voir à l'œil ce Paradoxe à l'aide d'une Machine particuliére.

12. Experience.

Le Levier ACB eſt conſtruit enſorte, que de lui même il prenne la ſituation où AC eſt horizontale. AC & CB ſont égales; qu'on prolonge AC, & qu'à cette ligne prolongée ſoit perpendiculaire B*f*. Les bras du Levier forment l'angle requis pour que AC ſoit double de C*f*. 352. TAB. XIV. Fig. 2.

On applique en B le Poids P d'une livre, & en A le Poids d'une demi livre GQ, & il y a Equilibre *; s'il y avoit une autre raiſon entre AC & C*f*, il faudroit employer d'autres Poids. Le Paradoxe conſiſte en ceci, que ſi l'on tranſpoſe les Poids, l'Equilibre ſera conſervé; pour que l'Expérience réuſſiſſe, le Poids GQ doit être conſtruit de la maniére ſuivante. * 235.

La partie principale en eſt la Chape G, qui contient trois Roulettes de cuivre. Les aiſſieux qui ſont fixez dans ces Roulettes, ſont d'acier & fort minces; ces aiſſieux ſont diſpoſez dans une ligne droite, & les Roulettes tournent chacune à part: les deux Roulettes extérieures ſont de la même gran- 353. TAB. XIV. Fig. 3.

deur, & celle du milieu un peu plus petite. A la Chape tient le Crochet V, & le tout enſemble péſe trois onces: on y ajoute le Baſſin L d'une once, dans lequel on met le Poids Q de quatre onces; & l'on a la demi-livre en queſtion.

TAB. XIV. Fig. 4. * 162. On applique à la Colomne *, dont nous avons déja plus d'une fois fait uſage, la Planchette T verticalement, & on l'affermit; dans cette Planchette il y a une fente *mn*, dans laquelle le bras CB peut ſe mouvoir librement, quand le Levier vient à tourner; par le moyen des Poids O, O, le ſoutien du Levier eſt rendu ſtable. Le Poids GQ s'applique enſuite de façon, que pendant qu'il eſt ſoutenu obliquement par le Levier, il eſt auſſi retenu par la Planchette T; les deux Roulettes extérieures ſont appliquées à la Planchette aux bords de la fente *mn*, pendant que celle du milieu appuye ſur le Levier. La Colomne E doit être éloignée de la Planchette T, de maniére que le bras AC étant horizontal, & G ayant été appliqué comme il a été dit, la Roulette qui appuye ſur le Levier, le touche au point *b*, qui répond à B, B*b* ayant été menée perpendiculaire à BC.

Dans cette ſituation GQ ſoutiendra le Poids P (*Fig.* 2.) pendu à préſent en A. La moindre choſe détruit cet Equilibre; ſi l'on abaiſſe un peu G, afin que la Roulette ne touche plus le Levier en *b*, le Poids P ſera élevé; & au contraire, le même Poids prévaudra, quelque peu qu'on éleve G.

354. TAB. XIV. Fig. 2. En voici la Démonſtration. Dans le Triangle rectangle C*f*B, ſoit menée de l'angle droit la ligne *fd*, perpendiculaire à CB; les Triangles *fd*C, C*f*B, ſeront ſemblables *; de même, ſi l'on tire *dh* perpendiculaire à C*f*, on aura les Triangles ſemblables *dhf*, C*df*; donc les Triangles *dhf*, C*f*B, ſont auſſi ſemblables *.

8. EL. VI. 21. EL. VI. Le Poids P eſt à GQ, comme AC, ou CB, à C*f*, c'eſt-à-dire, comme *df* à *dh*.

Dans la *Figure* 4. la Chape G eſt tirée par trois Puiſſances; 1°. Verticalement en bas, par ſon Poids; & c'eſt à cette direction qu'eſt parallèle *dh* (*Fig.* 2.); 2°. Horizontalement, par l'Action de la Planchette T; & cette direction eſt exprimée par *hf*; 3°. Enfin le Levier agit ſuivant une direction perpendiculaire au Levier même, & cette direction eſt *df*: par conſequent ces Puiſſances ſont entr'elles comme les co-

tez

tez du Triangle *dbf* *. Donc le Poids GQ eſt à la Force qui preſſe le Levier en B, comme *bd* à *df*, c'eſt-à-dire, (*Fig.* 2.) comme GQ à P: ainſi le Poids P eſt équivalent à la Preſſion avec laquelle le point B, ou *b*, eſt preſſé par l'application de la Roulette; & c'eſt par cette Preſſion que le Poids P eſt ſoutenu en A, à cauſe de l'égalité des lignes AC, BC *. Les Poids étant tranſpoſez de cette maniére, l'Equilibre ſera conſervé, quelle que ſoit la raiſon entre *Cf* & CA, c'eſt-à-dire entre *db* & *df*, ſi la même raiſon a lieu entre les Poids GQ & P. * 317. * 143.

LIVRE I.

Partie III. Des Mouvemens changez par les Actions des Puiſſances.

CHAPITRE XVII.

Des Loix de la Nature ſuivant Newton.

NOus avons conſideré juſqu'ici des Preſſions, détruites par des Preſſions contraires. A préſent nous allons examiner les Preſſions qui agiſſent ſur des Corps qui ne ſont point retenus, & qui continuent à ſe mouvoir. Sur cet Article, comme ſur tous les autres qui regardent la Phyſique, il faut que nos raiſonnemens ſoient fondez ſur les Phénomènes, & c'eſt de ces Phénomènes que nous devons déduire les Loix de la Nature. Newton en indique trois, par le moyen deſquelles nous croyons pouvoir expliquer tout ce que nous ſçavons du Mouvement.

I. Loi.

Un Corps perſevére toujours dans ſon état de Repos, ou de Mouvement uniforme en ligne droite, à moins que des Forces imprimées à ce Corps ne l'obligent à changer d'état. 355.

Nous voyons que le Corps eſt incapable par ſa Nature de ſe mouvoir lui-même; d'où il s'enſuit, qu'il reſtera toujours en repos,

à moins que quelque Cauſe extérieure ne le mette en Mouvement.

L'Expérience journaliére démontre auſſi, qu'un Corps, une fois mis en Mouvement, continue à ſe mouvoir dans une même ligne droite, avec la même viteſſe; car nous ne voyons arriver aucun changement dans le Mouvement, à moins que ce ne ſoit par quelque Cauſe.

356. Le Corps eſt tranſporté par *une Force inhérente* *; &
* 18. cette Force, par une conſequence néceſſaire de la Loi en queſtion, *ne ſçauroit être changée que par l'Action d'une Cauſe externe.*

II. Loi.

357. *Le changement, qui arrive au Mouvement, eſt toujours proportionel à la Force motrice imprimée au Corps, & ſe fait toujours ſuivant la Ligne droite, dans la direction de laquelle la Force dont il s'agit eſt imprimée.*

Nous déduiſons auſſi cette Loi des Phénomènes; car un Corps mû dans un Bateau, ſe meut de la même maniére, ſoit que le Bateau reſte en repos, ſoit qu'il avance uniformément avec une viteſſe quelconque, par où il paroit que
358. *deux Mouvemens ne ſe troublent pas mutuellement*; ce qui a lieu auſſi par rapport à un plus grand nombre de Mouvemens.

Quand, à un Corps qui ſe meut, eſt ajoutée une nouvelle Force, dans la même direction, le Mouvement en eſt accéleré.

Quand la nouvelle Impreſſion eſt contraire au Mouvement du Corps, le Mouvement en eſt retardé.

Si la nouvelle Force agit obliquement, le Corps change de direction.

359. Soit le Corps A, mû par AE, avec la viteſſe que nous
TAB. XV. Fig. 1. déſignons par cette ligne; qu'outre cela ce Corps ſoit encore pouſſé ſuivant la direction AD, avec une Force qui communique à ce Corps une viteſſe proportionelle à la même ligne AD, pendant qu'il a déja celle qu'il faut pour parcourir AE, comme nous l'avons dit. Cela étant, le Corps ſera agité de deux Mouvemens, par leſquels les lignes AE & AD ſeront parcourues en même tems; ces deux Mouvemens
* 358. ne ſe troublent pas *, & celui du Corps ſera compoſé de ces deux.

Pour

Pour déterminer ce Mouvement compoſé, il faut concevoir la ligne AD, pendant que le Corps la parcourt, comme tranſportée par un Mouvement parallèle, avec la viteſſe avec laquelle le Corps ſe meut ſuivant la direction de la ligne AE, que parcourt le point A par ce même Mouvement. C'eſt-à-dire, il faut concevoir tous les points de la ligne AD, comme parcourant des lignes parallèles à AE, avec la viteſſe exprimée par cette derniére ligne; ainſi le Corps, dans quelque point de la ligne AD qu'il ſe trouve, aura le même Mouvement que ce point. Nous ſuppoſons outre cela, que par ſon Mouvement propre, le Corps doit parcourir la même ligne, ce qui l'aſſujettit à un double Mouvement, comme cela a lieu dans un Bateau mû uniformément.

Si l'on conçoit à préſent que la ligne ſoit parvenüe en *a d*, le Corps ſera en *b*, & AE ſera à AD, comme A*a* eſt à *ab*; parce que les deux Mouvemens ſont uniformes. Si on acheve le Parallélogramme ADBE, & qu'on méne la Diagonale AB, il eſt évident que le point *b* eſt dans cette Diagonale, & que le Corps ſe trouve en B quand la ligne AD eſt parvenue en EB. Ainſi, *par un Mouvement compoſé un Corps parcourt la Diagonale d'un Parallélogramme, formé par des lignes, qui par leur poſition marquent les directions, & par leurs longueurs les viteſſes des Mouvemens: pour la Diagonale, elle exprime la viteſſe du Mouvement compoſé.* 360.

Nous verrons dans la ſuite, que cette Loi a auſſi lieu à l'égard de la Force inhérente; c'eſt-à-dire, que la Force inhérente au Corps, mû par la Diagonale AB, eſt égale à la ſomme des Forces imprimées ſuivant les deux directions AE & AD: pourvû que la ſeconde de ces Forces ne ſoit pas en partie contraire à l'autre; ce qui arrive lorſque l'angle EAD eſt obtus: auquel cas la ſeconde Impreſſion eſt en partie conſumée à diminuer la premiére de ces Forces.

III. Loi.

La Réaction eſt toujours contraire & égale à l'Action; c'eſt-à-dire, qu'aucune Action ne ſçauroit ſe déployer ſur un Corps, ſans éprouver une Reſiſtance qui lui ſoit égale, & que les Actions de deux Corps l'un ſur l'autre ſont toujours égales, & oppoſées dans leurs directions. 361.

Toute Action ſuppoſe de la Reſiſtance; ôtez celle ci, & l'autre 362.

tre s'évanouira; car on ne ſçauroit concevoir une Action ſans Obſtacle.

Si l'Action étoit plus grande que la Reſiſtance, elle agiroit en partie ſans Obſtacle, ce qui eſt impoſſible.

Si nous ſuppoſons la Reſiſtance plus grande que l'Action, nous tomberons dans la même Concluſion, à cauſe que Reſiſtance & Action contraire ſont une ſeule & même choſe: ce qui montre clairement que les Actions contraires ſont égales: voici quelques conſiderations qui pourront mettre cette vérité dans un plus grand jour.

363. Suppoſons un Effort qui agiſſe ſur quelque Obſtacle; ſi l'Obſtacle ne céde pas, il eſt retenu par quelqu'autre Effort, & il faut qu'il y ait une Preſſion contraire à la premiére, qu'elle
* 125. détruit, & à laquelle, par cela même, elle eſt égale *. Si je preſſe avec mon Doigt une Pierre qui ne ſçauroit céder, mon Doigt eſt également preſſé par la Pierre.

364. Si l'Obſtacle céde, il reſiſte par ſon Inertie *. Qu'un Corps
* 19. ſoit tiré par une Corde. Cette Corde, quoique rien ne retienne ce Corps, ne laiſſera pas d'être tendüe, & elle le ſera également des deux cotez, ce qui fait connoitre l'égalité des deux Actions oppoſées: cependant le Corps céde, quoiqu'il reſiſte avec une Force égale à celle avec laquelle il eſt tiré, parce qu'il ne reſiſte point auſſi long tems qu'il eſt en Repos, mais pendant
* 19. qu'il acquiert du Mouvement *.

Un Chariot, qui eſt tiré, reſiſte au commencement de ſon Mouvement par ſon Inertie, enſuite par le frottement des Roües, & à cauſe des Obſtacles, peu conſiderables à la vérité, mais pourtant continuels, qui ſe trouvent ſur ſa route; & cette Reſiſtance eſt ſurmontée par le Cheval, tandis que le Chariot a-
* 355. vance par ſon propre Mouvement *. Dans ce Mouvement les Traits ſont également tendus des deux cotez, ce qui démontre que l'Action & la Réaction ſont égales; le Chariot ſuit pourtant le Cheval, à cauſe que le premier reſiſte ſeulement pendant qu'il ſuit l'autre; & il reſiſte, parce qu'il ſuit.

Le Mouvement d'un Corps agité eſt détruit, de la même maniére qu'il eſt communiqué à un Corps qui eſt en Repos; c'eſt pourquoi l'égalité entre l'Action & la Réaction, que nous avons prouvé avoir lieu à l'égard du ſecond de ces cas, n'a pas moins lieu à l'égard du premier.

En-

Enfin nous voyons que la Loi, dont il s'agit, s'obſerve auſſi dans les Mouvemens qui ont rapport à l'Attraction *. 365.
* 73.

L'Aiman attire le Fer, & en eſt attiré avec la même Force.

EXPERIENCE.

On attache l'Aiman M à un crochet, qui tient au Baſſin d'une Balance, & le Poids P fait Equilibre. L'Aiman peut facilement être mis en Mouvement: car dès qu'on met à une certaine diſtance de l'Aiman un morceau de Fer, l'Aiman s'approche du Fer. Si l'on retire le Fer avant que l'Aiman l'ait joint, l'Aiman ſuivra le Fer. Et la choſe arrivera préciſément de même ſi on attache au Baſſin le morceau de Fer, & qu'on en approche l'Aiman. Quand, à la place de l'Aiman, on attache le morceau de Fer F, il faut garder le Poids P, & faire qu'il y ait Equilibre, en mettant un autre Poids dans le Baſſin L, afin que la Balance ſoit également chargée dans les deux cas, & que la même quantité de Matiére ſoit miſe en Mouvement. 366. TAB. XIV. Fig. 5.

Qu'un Homme, aſſis dans une Nacelle, tire avec une corde une autre Nacelle égale à la premiére & également chargée, les deux Nacelles s'approcheront l'une de l'autre avec la même Viteſſe, & ſe joindront au milieu de leur premiére diſtance: ſi une des Nacelles eſt plus grande, ou plus chargée que l'autre, les Viteſſes ſeront differentes, ſelon les differentes quantitez de Matiére dans chaque Nacelle.

Le Repos des Corps, lorſqu'ils viennent à ſe toucher l'un l'autre, démontre la parfaite Egalité des Actions oppoſées; car quoiqu'ils ſe preſſent mutuellement, & que le moindre effort ſuffiſe pour les mouvoir, aucun d'eux cependant ne fait changer l'autre de place. 367.

Si avant que les Corps ſe joignent, on interpoſe quelque Obſtacle qui empêche leur Jonction, mais point leur Action mutuelle, cet Obſtacle reſtera en Repos avec les Corps, quoiqu'aucune Force ne le retienne; & il eſt clair que cet Obſtacle ſera preſſé également des deux cotez, puiſque les deux Corps tendent l'un vers l'autre.

CHAPITRE XVIII.

De l'Accéleration & de la Retardation des Corps péſans.

1. DEFINITION.

368. LE *Mouvement accéleré eſt celui dont la Viteſſe augmente à chaque inſtant.*

2. DEFINITION.

369. *Le Mouvement retardé eſt celui dont la Viteſſe diminue à chaque Inſtant.*

* 156. La Péſanteur agit continuellement ſur tous les Corps * à proportion de la quantité de leur Matiére; & quels que ſoient ces Corps, ils ſont mûs par la Péſanteur de la même maniére. Quand un Corps tombe librement, l'Impreſſion du premier Moment n'eſt point détruite dans le Moment ſuivant, donc il reçoit encore l'Impreſſion de ce ſecond Moment, &
370. ainſi des autres; *le Mouvement d'un Corps qui tombe librement* eſt par conſéquent accéleré; & les Phénomènes démontrent que le Mouvement *eſt également accéleré en Tems égaux.* Car les Conſéquences que nous déduirons du Principe, que l'Accéleration eſt uniforme, ne ſeroient pas véritables, ſi le Principe même n'étoit pas vrai. Nous verrons dans les Chapitres ſuivans que ces Conſéquences ſont confirmées par pluſieurs Expériences.

371. Nous concluons du même Principe, que *la Péſanteur agit de la même maniére ſur un Corps en Mouvement que ſur un Corps en Repos*; puiſqu'elle communique au Corps des Viteſſes égales, dans des Momens égaux.

372. Ainſi *la Viteſſe acquiſe durant la Chute, eſt comme le Tems pendant lequel le Corps a tombé.* Par Exemple, la Viteſſe acquiſe pendant un certain Tems ſera double, ſi le Tems eſt double; triple, ſi le Tems eſt triple, &c. . . .

373. TAB. XV. Fig. 2. Que la ligne AB déſigne le Tems, & que le commencement du Tems ſoit A. Les lignes 1*f*, 2*g*, 3*b*, qui dans le Triangle ABE, ſont menées parallèles à la baſe, par les points 1, 2, 3, ſont entr'elles comme leurs diſtances de A, A1, A2, A3; c'eſt-à-dire, comme les Tems, qui ſont dé-

déſignez par ces diſtances ; & elles marquent les Viteſſes reſpectives qu'a, au bout de ces differens Tems, un Corps qui tombe librement *. En ſubſtituant à des lignes Mathématiques d'autres lignes dont la largeur ſoit infiniment petite, & égale dans toutes, leur proportion ne ſera point changée par là *, & ces petites ſuperficies pourront marquer de même les Viteſſes dont il eſt queſtion. La Viteſſe peut être conſiderée comme uniforme durant un Tems infiniment petit, & pour cette raiſon l'Eſpace, parcouru pendant ce Tems, eſt proportionel à la Viteſſe *, & les mêmes petites ſuperficies pourront déſigner les Eſpaces parcourus dans des Tems infiniment petits, mais égaux: Ainſi à l'égard de chacune des petites ſuperficies en queſtion, en prenant la largeur de la ſuperficie pour le Tems, la ſuperficie elle même déſignera l'Eſpace parcouru. Tout le Tems AB eſt compoſé de pareils Tems infiniment petits ; & l'aire du Triangle ABE eſt formée par la ſomme de toutes les petites ſuperficies, qui répondent à tous ces Tems infiniment petits: d'où il ſuit, que cette aire déſigne l'Eſpace parcouru dans le Tems AB. De même, l'aire du Triangle A 1 *f*, repréſente l'Eſpace parcouru dans le Tems A 1 ; ces Triangles ſont ſemblables, & leurs aires ſont entr'elles comme les quarrez des cotez AB, A 1 *; c'eſt-à-dire, que *les Eſpaces parcourus depuis le commencement de la Chute, ſont entr'eux comme les quarrez des Tems durant leſquels le Corps a tombé, ou comme les quarrez des Viteſſes acquiſes pendant la Chute.*

* 372.

1. EL. VI.

* 119.

* 19. EL. VI. 374.

Si l'on partage le Tems AB en parties égales A 1, 1. 2, 2. 3, 3 B; & qu'on méne par les points de diviſion des lignes parallèles à la baſe; *les Eſpaces parcourus* durant ces parties de Tems, c'eſt-à-dire, *durant le Moment premier, ſecond, troiſiéme*, &c. *en ſuppoſant les Momens égaux*, ſeront entr'eux comme les aires A 1 *f*, 1 *f g* 2, 2 *g h* 3, 3 *h* E B; leſquelles, comme cela paroit par l'inſpection de la Figure, *ſont* entr'elles *en même raiſon que les nombres impairs* 1, 3, 5, 7, 9, &c.

375.

Si le Corps, après qu'il a tombé durant le Tems AB, ceſſe d'avoir un Mouvement accéleré, mais continue à ſe mouvoir uniformement avec la Viteſſe BE, qu'il a acquiſe par ſa Chute, & cela durant le Tems BC, égal au Tems de ſa Chu-

te, l'Eſpace parcouru par ce Mouvement ſera déſigné par
*41.EL.I. l'aire BEDC, double de l'aire du Triangle ABE *: ainſi,
376. *Un Corps qui tombe librement d'une Hauteur quelconque, acquiert une Viteſſe avec laquelle il pourra parcourir, d'un Mouvement uniforme, dans un Tems égal au Tems de ſa Chute, un eſpace double de la dite Hauteur.*

Le Mouvement d'un Corps qu'on jette en haut, eſt, par une
* 357. conſéquence néceſſaire de la ſeconde Loi *, retardé de la même maniére, que le Mouvement d'un Corps qui tombe eſt accéleré; en ce dernier cas, la Péſanteur augmente le Mouvement acquis, au lieu que dans le premier cas elle tend à le détruire; or comme la Péſanteur communique au Corps des Viteſſes
* 370. égales dans tous les Momens égaux *, *la Viteſſe d'un Corps*
377. *jetté en haut, eſt également diminuée, ou retardée, en Tems égaux.*

La même Péſanteur produit le Mouvement dans le Corps qui tombe, & le détruit dans le Corps qui monte, & agit toujours ſur un Corps en Mouvement préciſément de même que ſur un
* 371. Corps en Repos *; ainſi les mêmes Viteſſes ſont produites &
378. détruites dans des Tems égaux. *Le Corps qu'on jette en haut*, monte juſqu'à ce qu'il ait perdu tout ſon Mouvement; il *monte* donc *pendant le Tems, durant lequel un Corps peut acquerir en tombant une Viteſſe égale à celle avec laquelle il a été jetté en haut.*

379. Si BA repréſente le Tems pendant lequel le Corps mon-
TAB.XV. Fig.2. te, & BE la Viteſſe avec laquelle il eſt jetté en haut; ce Corps ceſſera de monter quand ſa Viteſſe ſera égale à rien; les lignes parallèles à la baſe dans le Triangle ABE repréſentent les Vi-
* 377. teſſes durant les Momens auxquels elles répondent *; l'aire du Triangle ABE déſignant l'Eſpace parcouru en montant,
* 373. comme on peut le déduire de la Démonſtration donnée* au ſujet des Corps qui tombent. Or comme BE eſt la Viteſſe que
* 378. le Corps acquiert en tombant durant le Tems AB *, le Triangle ABE eſt le même que celui qui repréſente l'Eſpace parcouru en tombant, puiſque le Corps acquiert, durant ſa Chute,
* 373. la même Viteſſe BE *. D'où il ſuit, qu'*un Corps jetté en haut*
380. *monte à la même Hauteur, dont il devroit tomber pour acquerir la Viteſſe avec laquelle il eſt jetté.*

381. Et que *les Hauteurs, auxquelles des Corps jettez avec des Viteſ-*

Viteſſes differentes peuvent monter, ſont entr'elles comme les quarrez de ces Viteſſes *. * 374.

CHAPITRE XIX.

De la Deſcente des Corps péſans ſur un Plan incliné.

LA Force avec laquelle un Corps tend à deſcendre ſur un Plan incliné vient de la Péſanteur, & eſt de même Nature que la Péſanteur, ou plutôt c'eſt la Péſanteur même diminuée, à cauſe que le Corps eſt en partie ſoutenu par le Plan: ainſi cette Force eſt la même dans tous les Inſtans, & dans toutes les parties du Plan *, & agit ſur le Corps en Mouvement de la même maniére que ſur le Corps en Repos *: c'eſt pourquoi *le Mouvement d'un Corps qui deſcend librement ſur un Plan*, eſt de la même Nature que le Mouvement de ce Corps tombant librement; & ce que nous avons dit de ce dernier, peut s'appliquer parfaitement à l'autre; par conſéquent ce Mouvement *eſt également acceleré en Tems égaux* *. Les Propoſitions des Articles 372. 374. 375. 376. 377. 378. 380 & 381. ont auſſi lieu ici, ſi, à la place du Mouvement vertical, ſoit en montant, ſoit en deſcendant, on ſubſtitüe le Mouvement ſur un Plan incliné. * 150. * 371. 382. * 370. 383

Les Viteſſes avec leſquelles deſcendent *deux Corps, dont l'un tombe librement, & dont l'autre deſcend ſur un Plan incliné, ſi leur Chute commence dans le même Inſtant*, ont entr'elles, dans chacun des Inſtans pendant leſquels ils tombent, la même raiſon qu'au commencement de leur Chute *; d'où il s'enſuit, qu'ils *parcourent dans le même Tems, des Eſpaces qui ſont entr'eux comme la longueur du Plan à ſa hauteur* *. *Et cette même raiſon a lieu entre les Viteſſes acquiſes en parcourant ces Eſpaces.* 384. * 370. 382. * 341. 133.

En ménant CG perpendiculaire au Plan AB, on détermine l'Eſpace parcouru par un Corps ſur ce Plan, pendant qu'un autre Corps tombe librement par AC, hauteur du même Plan: car en ce cas, *la longueur du Plan AB ſera à ſa hauteur AC, comme AC à AG* *. 385. TAB. XV. Fig. 3. * 8. 4. El. VI.

386. Si l'on décrit un Cercle dont A C ſoit le diamètre, le point G ſera dans la circonference, à cauſe que l'angle dans le Demi-cercle, comme A G C, eſt toujours droit *; ainſi le point G, quelle que ſoit l'inclinaiſon du Plan, doit toujours ſe trouver dans la même circonference: & par une conſéquence néceſſaire, toutes les cordes comme A G, doivent être entr'elles en même raiſon que les Forces avec leſquelles les Corps tendent à deſcendre ſur ces Plans *: & ces cordes ſont parcourues par ces Corps, dans le même Tems dont un Corps, qui tomberoit librement, auroit beſoin pour parcourir le diamètre A C*; donc les Tems des Deſcentes le long de ces cordes ſont égaux. Les Viteſſes ſont, outre cela, à la fin de la Deſcente, entr'elles comme les cordes.

* 31. EL. III.

*341.385.

* 384.

On peut méner à chaque corde, comme A G, qui paſſe par A, une parallèle, qui paſſera par C, & qui ſera égale à A G, & également inclinée; donc *dans un Demi-cercle*, comme A H C, *les Efforts avec leſquels des Corps tendent à deſcendre le long des cordes terminées au point le plus bas, comme auſſi les Viteſſes acquiſes en deſcendant, ſont comme ces cordes*; &

387.

388. *tout Corps qui n'eſt point retenu, parviendra dans le même Tems au point le plus bas du Demi-cercle, ſoit qu'il tombe librement par le diamètre, ſoit qu'il deſcende le long d'une corde quelconque* H C.

389. *On peut comparer le Tems qu'il faut au Corps pour deſcendre le long de tout le Plan A B, avec celui dans lequel il tomberoit par la Hauteur A C de ce Plan*; car ce tems eſt égal au Tems de la Deſcente par A G; & les quarrez de *ces Tems* ſont entr'eux comme A B à A G *; mais A B eſt à A C, comme A C à A G *: donc les quarrez des lignes A B & A C *ſont* auſſi *entr'eux* comme A B à A G *; & par cela même ces lignes A B & A C ſont entr'elles comme les Tems de la Deſcente par A B & par A G ou A C, c'eſt-à-dire, que les Tems ſont, en ce cas, *comme les Eſpaces parcourus*.

*374. 383.

* 385.

* 20. EL. VI.

390. *Dans le même cas les Viteſſes à la fin de la Deſcente ſont égales*; car après des Tems égaux, quand les Corps ſont en G & C, les Viteſſes ont entr'elles la même raiſon qu'au commencement de la Chute; c'eſt-à-dire, la raiſon de A C à A B *. Quand le Corps deſcend depuis G juſqu'en B, la Viteſſe croit comme

*384.385.

le

le Tems *; & la Viteſſe en G eſt à la Viteſſe en B, comme AC à AB *; ainſi les Viteſſes en B & en C, ayant la même raiſon à la Viteſſe en G, ſont égales *. * 382. * 389. *9. EL.V.

391. Si divers Corps deſcendent par des lignes droites, menées du point A, & terminées à la ligne horizontale CB, les Viteſſes de tous ces Corps, à la fin de la Deſcente, ſeront égales *; & les Tems de la Deſcente auront entr'eux la même raiſon que les Eſpaces parcourus *: que ſi les lignes étoient terminées dans la circonference du Cercle AGC, les Tems ſeroient égaux, & les Viteſſes ſeroient comme les Eſpaces parcourus *. * 390. * 389. *387.388.

392. *Soient* derechef *donnez divers Corps qui* deſcendent par differens Plans, & qui *parcourent des Eſpaces égaux*, comme AC, AF: on demande les Viteſſes en C & F. Le quarré de la Viteſſe en F, eſt au quarré de la Viteſſe en B ou en C *, comme AF ou AC à AB; ſçavoir, comme la hauteur du Plan à ſa longueur; c'eſt-à-dire, que *les quarrez des Viteſſes ſeront comme les Efforts avec leſquels les Corps ſont pouſſez* *. * 390. * 341.

393. Nous avons vû qu'*un Corps acquiert la même Viteſſe, en tombant d'une certaine Hauteur, ſoit qu'il tombe directement, ſoit qu'il deſcende ſur un Plan incliné* *. *Mais un Corps peut auſſi deſcendre par des Plans diverſement inclinez, & même par une Ligne courbe*, (qu'on peut conſiderer comme compoſée d'un nombre infini de Plans differemment inclinez) *& la Viteſſe ſera toujours la même, pourvû que la Hauteur ſoit égale*: Car il eſt indifferent que le Corps deſcende par AB ou par EB, la Viteſſe étant, dans les deux cas, la même en B *, & le Corps ſera tranſporté de la même maniére par la ligne BC; d'où il ſuit, qu'il aura en C la Viteſſe qu'il auroit pû acquerir en deſcendant par EC, & en D celle qu'il auroit eüe en deſcendant par FD, ou en tombant par GD. * 390. TAB. XV. Fig. 4. * 390.

394. Il eſt bon de remarquer ici, que le paſſage du Corps d'un Plan ſur un autre doit ſe faire ſans choc, à cauſe que le choc diminüe la Viteſſe du Corps, comme on le verra dans la ſuite; c'eſt pourquoi les differens Plans doivent être joints par des Courbes. TAB. XV. Fig. 5.

MACHINE

Pour comparer le Mouvement des Corps qui montent avec celui des Corps qui deſcendent.

395. La premiére partie de cette Machine eſt la Colomne C, expliquée ci devant *; au deſſus de cette Colomne on place la petite Colomne G*, à laquelle eſt joint le quatriéme Bras A*. On paſſe par un des trous *t* (*Planche IV. Fig.* 9.) dont il a été parlé dans la deſcription du Bras dont il s'agit* (& ce trou doit être celui qui eſt le plus éloigné de la Colomne;) on paſſe, dis-je, un Fil, auquel eſt attachée la Boule de plomb O. L'autre bout du Fil tient à la Cheville *x*, & y eſt attaché * de maniére, qu'en tournant la Cheville l'on hauſſe ou l'on baiſſe la Boule.

TAB. XV. Fig. 6. * 162. * 163. * 173. * 175. * 178.

On applique à la Colomne C la Règle de bois DE, de la façon que nous avons indiquée *.

* 243.

L'autre partie de la Machine eſt la Planche FH, qui eſt ſoutenue, d'un coté ſur un pied, dont on voit une partie en L, & de l'autre ſur la Vis I. Le coté BB de cette Planche eſt mis dans une ſituation horizontale, par le moyen du Fil à plomb, & de la Vis I.

Les Lames de cuivre *m*, *n*, ſont horizontales, & mobiles le long du coté BB, de maniére qu'elles reſtent dans le même plan horizontal. On les affermit à l'aide des Vis *s*, *s*, après avoir mis entre deux des Plaques de cuivre. Les Chevilles de cuivre *p* & *q* ſont fichées dans les trous de la Colomne, & comme il y a pluſieurs de ces trous, on peut affermir ces Chevilles à differentes hauteurs. Il faut de plus deux petits Cylindres *l* & *r*, auſſi de cuivre, auxquels ſont attachées des Lames pareilles à celles qui ſervent de queüe aux Poulies *; on introduit ces Lames dans la rainure de la Règle DE, afin d'affermir les Cylindres dans l'endroit de la rainure qu'on voudra, comme il a été dit au ſujet des Poulies *.

* 161.

* 243.

I. EXPERIENCE.

396. On ôte les Chevilles *p*, *q*, & les Cylindres *l*, *r*. On éleve enſuite la Boule O en tendant le Fil; la longueur du Fil eſt déterminée de maniére, & la Lame *m* placée en tel endroit, que la Boule puiſſe s'appliquer à la ſuperficie inférieure de cette Lame. L'autre Lame *n* eſt diſpoſée préciſément de même.

On

On applique la Boule à une des Lames, & on la lâche. Elle descend alors par sa Pésanteur, & remonte ensuite jusqu'à l'autre Lame, par le Mouvement qu'elle a acquis par sa Chute.

Pour peu qu'on tire le Fil, la Boule frappera la Lame opposée.

Si l'on place la Cheville *p* & le Cylindre *l*, par le moyen desquels le chemin que le Corps parcourt est varié selon les differentes inflexions du Fil, & qu'après avoir affermi la Lame *m*, ensorte que la Boule puisse y parvenir, on lâche cette Boule comme la premiére fois, elle montera de la même maniére, & parviendra en *n* par la même Courbe qu'elle avoit décrite la premiére fois, ce qui fait voir que dans les deux cas la Boule a acquis en descendant la même Viteſſe. 397.

L'Expérience dont nous venons de parler confirme aussi les deux Propositions suivantes, qui sont une suite de ce qui a été démontré ci-devant, sçavoir; qu'*un Corps, par la Viteſſe qu'il a acquise en tombant le long d'une ſuperficie quelconque, plane ou courbe, peut remonter à la même Hauteur par une autre ſuperficie ſemblable* *. Outre cela il est manifeste, que *le Tems de la Deſcente eſt égal à celui qu'il faut pour remonter* *. 398. * 380. 383. 393. * 378.

La Viteſſe qu'un Corps a acquiſe en tombant d'une certaine Hauteur, peut le faire remonter à la même Hauteur par une Courbe quelconque; mais en ce cas les Tems ne ſont pas égaux. 399.

2. EXPERIENCE.

Cette Expérience différe de la précedente * uniquement en ceci: c'est qu'on ajoute encore à la Machine la Cheville *q* & le Cylindre *r*, afin de varier aussi le chemin que le Corps suit en montant. Cela étant, on fait l'Expérience en y employant les deux Chevilles, les deux Cylindres & les deux Lames *m* & *n*, comme on le voit dans la Figure, & elle réussit de même. *396. 397. 400. TAB. XV. Fig. 6.

Voici une maniére de confirmer par des Expériences ce qui a été prouvé ci-dessus au sujet de la Viteſſe que les Corps acquierent en tombant *. Elle est fondée sur ce qui a été démontré dans ce Chapitre *. 401. * 374. * 393.

MACHINE

Pour comparer entr'elles les Viteſſes des Corps qui tombent.

Cette Machine est faite d'un bois dont l'épaisseur AB est de deux pouces, & la hauteur AD environ de neuf pouces; on taille ce bois de façon que la courbure qu'on y donne soit celle 402. TAB. XV. Fig. 7.

d'une portion de Cycloïde, depuis la partie ſupérieure du bois juſqu'en F, où la Courbe eſt terminée à ſon ſommet. Le bois eſt continué depuis F juſqu'à G, ſuivant la Tangente à la Courbe au ſommet F, lequel eſt à la diſtance d'un pied de G. Il faut que le bois ait exactement la figure que nous venons de dire, & que la ſuperficie en ſoit très polie, & bien frottée de mine de plomb. Dans le 2. Scholie du Chapitre ſuivant nous expliquerons la maniére de décrire une Cycloïde.

Ce bois eſt environné d'un rebord HH II, & l'eſpace qu'il renferme eſt partagé en deux canaux par la Règle *mm*, dont la hauteur eſt d'un quart de pouce.

On fait rouler dans chacun de ces canaux une Boule de cuivre, d'un demi-pouce de diamètre, & dans chacun d'eux il y a auſſi un Arrêt O. Ces Arrêts ont chacun à un de leurs cotez une Vis, pour les affermir où on le juge à propos, & on empêche par le moyen d'une petite Lame de cuivre qui tient à la Vis, que le bois ne ſoit endommagé.

La Machine eſt ſoutenüe par trois Vis de cuivre, dont deux ſe voyent en C, C; par le moyen de ces Vis on met la ſuperficie FG dans une ſituation horizontale, à l'aide du Fil à plomb P.

La Règle *mm* eſt diviſée depuis F juſqu'à G en parties égales, & en parties inégales depuis F juſqu'au haut du bois. Ces derniéres partagent la Hauteur en parties égales.

Voici quelle eſt la proprieté de cette Machine. Si on laiſſe rouler de differentes Hauteurs deux Boules, elles parviennent dans des Tems égaux en F, quelque inégalité qu'il y ait entre ces Hauteurs. Pour s'en convaincre, il n'y a qu'à affermir en F les Arrêts O, O, & qu'à lâcher les deux Boules dans le même Inſtant & de Hauteurs differentes.

Ceux qui ſouhaitent d'avoir une Démonſtration Géométrique de cette propriété, peuvent conſulter le Chapitre ſuivant. Ici il ſuffit d'avoir vû l'Effet même.

3. EXPERIENCE.

403. La Machine étant dreſſée, comme il a été dit, il faut affermir les Arrêts, en appliquant l'un à la quatriéme diviſion depuis F, & l'autre à la ſixiéme. Si on lâche enſuite les deux Boules dans le même Moment, de Hauteurs qui ſoient entr'elles comme quatre à neuf, en donnant la moindre de ces Hauteurs

à

à la Boule qui doit rencontrer l'Arrêt le moins éloigné de F; on verra les Boules parvenir aux Arrêts préciſément dans le même Inſtant.

Ces Boules ſe trouvent dans le même Moment en F; donc elles parcourent, dans des Tems égaux, des lignes qui ſont entr'elles comme quatre à ſix, c'eſt-à-dire comme deux à trois, & qui expriment la raiſon qu'il y a entre les Viteſſes des Boules *; les quarrez de ces nombres ſont quatre & neuf, qui marquent la raiſon qu'il y a entre les Hauteurs dont les Corps ſont tombez pour acquerir leurs Viteſſes; ce qu'il falloit confirmer par Expérience. * 119.

Les Arrêts doivent être placez de maniére, que les centres des Boules, lorſqu'elles les touchent, répondent aux diviſions de la ligne FG: & en lâchant les Boules, c'eſt à leurs centres qu'il faut rapporter les Hauteurs.

CHAPITRE XX.

De la Vibration des Pendules.

I. Definition.

404. *ON nomme Pendule, un Corps ſuſpendu à un Fil très délié, avec lequel il eſt mobile autour d'un point fixe de ce même Fil.*

Le Mouvement du Pendule eſt un Mouvement de Vibration, ou d'Oſcillation.

Quand on éleve le Poids, le Fil reſtant tendu, ce Poids deſcend par ſa Péſanteur, & par la Viteſſe acquiſe remonte du coté oppoſé, à la même Hauteur dont il étoit deſcendu *; enſuite il retombe par ſa Péſanteur, & continue ainſi ſes Vibrations. * 398.

Nous ſuppoſons ici, que le Mouvement du Corps autour du point fixe ne ſouffre aucune ſorte d'empêchement. Il faut faire abſtraction auſſi de la reſiſtance de l'Air, qui d'ailleurs eſt très petite, quand les Pendules ſont grands.

Soit le Pendule CP, ſuſpendu en C; par ſon Mouvement le Corps P décrit la portion de Cercle PB*p*; *ſi*, au lieu de ce Mouvement, *un Corps* deſcend le long de la corde PB; s'il remonte enſuite par la corde B*p*, & qu'il *continue ſes Vibrations* TAB. XVI. Fig. 1. 405.

en parcourant des cordes; la Deſcente ſe fera dans le Tems qu'il faudroit au Corps pour parcourir en tombant le diamètre
* 388. AB *, c'eſt-à-dire, une longueur double de celle du Pendule:
* 398. dans un Tems égal il montera par la corde B*p* *; donc *dans le Tems d'une Vibration entiére*, c'eſt-à-dire, dans un Tems double de celui qu'il faut au Corps pour deſcendre, *ce Corps pourra,*
* 374. *en tombant*, *parcourir* quatre diamètres *; ou, ce qui revient au même, *huit fois la longueur du Pendule.*

Or comme un Corps deſcend & monte par une corde quel-
* 388. conque dans le même tems *; toutes les Vibrations, par des cordes, grandes ou petites, ſe font en tems égaux.

406. *La Durée des petites Vibrations, quand le Corps parcourt un arc de Cercle, a* une raiſon conſtante *avec la Durée des Vibrations qui ſe font par des cordes*, ſçavoir *la raiſon qu'il y a entre le quart de la circonference du Cercle & le diamètre*, c'eſt-à-di-
407. re, à peu près celle de 11. à 14. c'eſt pourquoi *les petites Vibrations d'un même Pendule, quoique inégales, ſont ſenſiblement de même Durée.*

I. EXPERIENCE.

* 173. Le Bras A * étant appliqué à la Colomne C, on ſuſpend les
408. deux Pendules PE, *pe*, dont les Fils traverſent deux des trois
TAB. XVI. Fig. 2. trous qu'il y a (*Planch. IV. Fig.* 9.) dans la Lame GH *, & tiennent à des Chevilles *; c'eſt en tournant ces Chevilles
* 175. qu'on donne la même longueur aux deux Pendules.
* 178. Si on laiſſe partir ces deux Pendules dans le même Inſtant des points P & *p*, ils arriveront dans le même Moment en F & *f*, & continueront ainſi leur Mouvement par les arcs PBF & *pbf*, toujours dans le même Tems. Mais d'où vient cette égalité par rapport au Tems, & pourquoi les Vibrations en arcs de Cercle ont-elles aux Vibrations par des cordes la raiſon
* 406. qui a été indiquée *? C'eſt ce qui a beſoin d'explication.

409. Que le Cercle FEB roule ſur la ligne AD, juſqu'à ce que
TAB. XVI. Fig. 3. le point B parvienne dans cette ligne au point A; par ce Mouvement le point B décrit la portion de Courbe BPA: & par un Mouvement pareil de l'autre coté eſt décrite la portion de Courbe ſemblable BD. La Courbe entiére ABD s'appelle *Cycloïde*, & on donne au Cercle FEB le nom de Cercle *Générateur.*

410. La Courbe étant partagée en deux parties égales en B, ſoient les

por-

portions BA & BD disposées ensorte, que les points A & D se trouvent réunis en C, & que le point B coincide avec les points A & D de la Ligne AD. On plie deux Lames de métal suivant ces deux portions de Courbe, de façon que le Fil du Pendule suspendu en C, s'applique des deux cotez à ces Lames dans son Mouvement d'Oscillation, & prenne ainsi la même courbure qu'elles. Cela étant, si la longueur du Pendule est CB, le Corps P décrira dans ses Vibrations la Cycloïde ABD, comme nous le démontrerons dans le premier des Scholies suivans; d'où il suit, qu'un Fil de la longueur BC est égal à la Courbe CA; & que *toute la Courbe* ABD *est* double de la ligne CB, & *quadruple de l'axe* FB. 411.

Nous prouverons dans le méme Scholie, Que *la Tangente à la Courbe en un point, comme P, est parallèle à la corde EB menée dans le Cercle FBE du point B, qui est le point le plus bas du Cercle, au point E, où le Cercle est coupé par la ligne PE, parallèle à la base AD, & qui passe par P*: comme aussi que *la portion PB de la Courbe, est double de la corde EB.* 412. 413.

Or comme dans chaque point de la Courbe, le Corps qui la parcourt, descend en suivant la direction de la Tangente à cette Courbe, il s'ensuit qu'*un Corps, dans un point quelconque de la Courbe, comme P, tend à descendre avec un Effort qui suit la raison de* la corde correspondante dans le Cercle, comme EB *, laquelle étant la moitié *de l'arc de la Courbe, intercepté entre le point P, & le point le plus bas de la Courbe* *, est proportionelle à cet arc *. 414. *412.387. * 413. * 15. El. V.

De là il s'ensuit, que si, dans le même Moment, on lâche, de Hauteurs differentes, deux Pendules comme CP, les Vitesses avec lesquelles ils commenceront à tomber, seront entr'elles comme les Espaces qui devront etre parcourus avant qu'ils parviennent en B: par conséquent, s'ils n'avoient eu que ces Viteſſes, sans aucune accelération de Mouvement, ils seroient arrivez en B dans le même Instant *; de même, par les Viteſſes acquises pendant le second Moment, ils atteignent aussi B dans le même Instant; & le même raisonnement a lieu à l'égard des Momens suivans: donc les demi-Vibrations, quelque inégalité qu'il y ait entr'elles, comme aussi les Vibrations entiéres, se font en Tems égaux. * 119.

Nous démontrons outre cela dans le troisiéme Scholie, que

415 *le Tems de chaque Vibration eſt au Tems de la Chute verticale par la demi-longueur du Pendule, comme la circonference du Cercle au diamètre.*

416. La partie inférieure de la Cycloïde ne différe pas ſenſiblement d'un petit arc du Cercle dont C ſeroit le centre; & c'eſt là préciſément la raiſon, pourquoi dans un Cercle les Tems des petites Vibrations, quelque inégalité qu'il y ait entr'elles, ſont égaux. Par la même raiſon, ſi, dans un Cercle, la Vibration eſt petite, la Durée de cette Vibration aura au Tems qu'il faut au Corps pour parcourir dans ſa Chute la demi-longueur du Pendule, la raiſon indiquée de la circonference du Cercle au diamètre *. Mais le tems de cette Chute eſt le quart de celui qui eſt néceſſaire pour parcourir, en tombant, huit fois la longueur du Pendule *; lequel Tems eſt égal à la Durée d'une Vibration faite en parcourant des cordes *. Ainſi la Durée d'une Vibration par un arc, eſt à la Durée d'une Vibration par des cordes, comme la circonference du Cercle à quatre diamètres, ou comme le quart de la circonference du Cercle au diamètre *, c'eſt-à-dire, à peu près comme 11. à 14., & *le Pendule fait ſes Vibrations plus vite par un arc qu'en parcourant des cordes.*

* 415. * 374. * 405. * 406.

417.

418. Voici comme l'on compare les Durées des Vibrations des Pendules inégaux. Quand les arcs ſont ſemblables, les chemins que font les Pendules par rapport aux cordes ſont auſſi ſemblables, & les Tems des Vibrations par les arcs ſont entr'eux comme les Tems des Vibrations par les cordes. Mais les Tems des Vibrations par les cordes ſont entr'eux, comme les Tems de la Deſcente par des longueurs octuples des longueurs des Pendules *. Et les quarrez des tems de la Deſcente par ces longueurs octuples, ſont entr'eux comme ces longueurs octuples *; ou comme les longueurs mêmes des Pendules *. *Les quarrez des Durées des Vibrations des Pendules inégaux, ſont donc entr'eux comme les longueurs des Pendules.*

* 405. * 375. * 15. EL. V.

2. EXPERIENCE.

419. On lâche en même Tems des points P, *p*, deux Pendules EP, *ep*, dont les longueurs ſont comme 9. à 4.; enſorte que dans leurs Vibrations ils décrivent des arcs ſemblables, le plus grand Pendule acheve deux Vibrations, pendant que le

TAB. XVI. Fig. 4.

le petit en fait trois, comme il paroit par leur rencontre. Les quarrez des Durées des Vibrations ſont comme 9. à 4., c'eſt-à-dire, comme les longueurs des Pendules.

Quand les Vibrations ſont petites, cette même raiſon ſe trouve avoir lieu, quoique les arcs décrits par les Pendules ne ſoient pas ſemblables *. 420. * 407.

Il eſt bon d'obſerver ſur tout ce qui a été dit juſqu'ici par rapport aux Pendules, qu'*il n'importe pas quel ſoit le Poids du Corps qui fait les Vibrations, ou que les Corps appartenans à divers Pendules ſoient de Poids inégaux, & de differente matiére.* Car la Péſanteur étant proportionelle à la quantité de matiére dans tous les Corps *, ces Corps, dans les mêmes circonſtances, ſont mûs avec la même Viteſſe par la Péſanteur: ce qui eſt confirmé par l'Expérience ſuivante. 421. * 156.

3. Experience.

Soient données deux Boules égales, ou inégales, l'une de plomb & l'autre d'yvoire; que ces Boules étant ſuſpendües à des Fils, les Pendules ſoient de même longueur: les Vibrations égales, & les petites Vibrations, quelque inégalité qu'il y ait entr'elles, feront de même Durée. 422.

On ſe ſert ſouvent, au lieu de Fil, d'une Verge de fer, mince, mais roide; & quelquefois on attache à cette Verge deux Poids, ou même un plus grand nombre. 423.

2. Definition.

Une telle Verge ſuſpendüe, & mobile autour d'un point, s'appelle un Pendule compoſé; comme CQP. 424. Tab. XVII. Fig. 1.

En ce cas, les Règles que nous venons d'indiquer n'ont point lieu; mais de tels Pendules peuvent être réduits au cas des Pendules ſimples, en déterminant le point auquel, ſi les Poids étoient réunis, les Vibrations ſeroient de même Durée que celles du Pendule compoſé.

3. Definition.

On nomme ce point le Centre d'Oſcillation; comme O. 425.

La Méthode de déterminer ce Centre ſera enſeignée dans le quatriéme Scholie.

Un Corps, de figure quelconque peut être ſuſpendu, & recevoir un Mouvement de Vibration autour d'un point, ou plutôt d'un axe: on peut auſſi déterminer dans ce Corps le Centre d'Oſcillation. 426.

Quand

427. *Quand une ligne droite, telle qu'eſt un Fil de fer, reçoit un Mouvement de Vibration autour d'un de ſes bouts, le Centre d'Oſcillation eſt éloigné du point de ſuſpenſion des deux tiers de la longueur du Fil*; comme il ſera démontré dans le même Scholie.

4. EXPERIENCE.

428. TAB. XVI. Fig. 5. On ſuſpend le Cylindre de cuivre AB, de la longueur de deux pieds & demi, de maniére qu'il puiſſe avoir un Mouvement d'Oſcillation autour de l'extrêmité A. Ce Cylindre tourne ſur un aiſſieu, qui y eſt attaché en A, & qui eſt pareil à l'aiſſieu d'une Balance, afin qu'il y ait moins de frottement. On le ſuſpend à l'aide de la Lame ML (*Planche IV. Fig.* 9). Pour ce qui regarde la maniére dont cette ſuſpenſion ſe fait, elle eſt ſuffiſamment indiquée par les trous des Lames paralléles, qui ſont attachées en M à la grande Lame ML. Cette Lame, au reſte, ne doit être affermie * qu'après que le Cylindre eſt ſuſpendu, afin que le poids du Cylindre puiſſe rendre la Lame verticale, avant qu'on affermiſſe cette derniére. Le Pendule ſimple *ep*, dont la longueur eſt $\frac{2}{3}$ de celle de AB, étant lâché dans le même Moment que le Cylindre, les Vibrations du Pendule & du Cylindre ſe font exactement dans le même Tems.

* 177.

429. * 407. Les Vibrations des Pendules, comme nous l'avons dit, quoiqu'inégales, ſont de même Durée *, & cette propriété des Pendules eſt d'un grand uſage dans la conſtruction des Horloges, auxquelles on communique un Mouvement uniforme par le moyen d'un Pendule.

430. Les Horloges qu'on a tranſportées en divers lieux ont ſervi à prouver, que la Péſanteur n'étoit pas la même dans tous les endroits de la Terre, la Durée des Vibrations d'un même Pendule ayant été trouvée inégale en differens Païs, & cette difference en fait de Péſanteur ſe meſure à l'aide des Pendules.

431. TAB. XVII. Fig. 2. *Qu'il y ait deux Pendules* CP, *cp*, *dont les longueurs ſoient entr'elles comme les Forces de la Péſanteur qui les font mouvoir*; s'ils décrivent des arcs ſemblables, les Péſanteurs auront toujours, dans les points qui ſe correſpondent, la même raiſon entr'elles, à cauſe des inclinaiſons égales; & cette même raiſon ſubſiſtera entre les arcs qui doivent être parcou-

courus, (les arcs ſemblables étant comme les Longueurs des Pendules, & devant par cela même être parcourus en Tems égaux *,) c'eſt-à-dire que *les Vibrations ſeront de même Durée.* * 119.

Si les deux Pendules ſont réduits à la même longueur, en donnant au Pendule *cp*, la longueur *cq*, égale à CP, le quarré de la Durée de la Vibration du Pendule *cq*, ſera au quarré de la Durée de la Vibration du Pendule *cp*, ou CP, comme la Longueur *cq* ou CP, à *cp* *; c'eſt-à-dire, comme * 418.
la Peſanteur qui agit ſur le Pendule CP, eſt à la Peſanteur qui fait mouvoir le Pendule *cq*. Cela étant, *les Durées des Vi-* 432.
brations des Pendules égaux ſont en raiſon ſous-doublée, inverſe, des Péſanteurs qui agiſſent ſur les Pendules.

Et en général, *les quarrez des Durées des Vibrations que font* 433.
les Pendules, ſont en raiſon directe des Longueurs de ces Pendules *, *& en raiſon inverſe des Peſanteurs qui les font mou-* * 418.
voir *. * 432.

Les Peſanteurs elles mêmes ſont en raiſon directe des Lon- 434.
gueurs des Pendules *, *& en raiſon inverſe des quarrez des Du-* * 431.
rées des Vibrations *. * 432.

Il y a pluſieurs Phénomènes de la Nature qui dépendent de 435.
certains Mouvemens analogues à ceux des Pendules. C'eſt à expliquer ces Phénomènes que ſervent auſſi les Propoſitions que nous avons démontrées au ſujet des Pendules, & c'eſt là le but principal des derniéres Propoſitions qu'on vient de lire.

Les Pendules ſont d'un grand uſage dans les Expériences 436.
qui ſe font ſur des Corps en Mouvement, & qui agiſſent par leurs Forces inhérentes; dans ces ſortes de cas, on doit comparer enſemble les Viteſſes des Pendules, leſquelles peuvent être conſiderées de deux maniéres.

4. DEFINITION.

Nous appellons Viteſſe du Pendule, la Viteſſe avec laquelle le 437.
Corps ſuſpendu eſt mû, dans le Tems qu'il eſt parvenu à l'endroit le plus bas de l'arc qu'il parcourt.

Lorſqu'il eſt queſtion d'un Pendule compoſé, au lieu du Corps ſuſpendu, il faut conſiderer le Centre d'Oſcillation.

5. DEFINITION.

La Viteſſe angulaire du Pendule eſt cette Viteſſe avec laquelle 438.
il tourne autour du Point de Suſpenſion, dans le tems qu'il eſt parvenu à une ſituation verticale.

Nous allons traiter de l'une & de l'autre de ces Viteſſes.

439. Soient deux Pendules CP, *cp*, qui faſſent leurs Vibrations par les arcs PF, *pf*; que des Centres C, *c*, ſoient décrits, de même Intervalle, les arcs LO, *lo*; & qu'il y ait aux endroits les plus bas des arcs PF, *pf*, des arcs infiniment petits BD, *bd*, qui ſoient parcourus dans le même Tems: les Viteſſes des Pendules ſeront comme BD, *bd*, & leurs Viteſſes angulaires comme MN, *mn*; c'eſt-à-dire, comme les Angles BCD, *bcd*.

TAB. XVI. Fig. 6.

6. DEFINITION.

440. *Nous nommons Angle du Pendule, l'Angle que le Pendule décrit, en deſcendant ou en montant.*

441. *Les Viteſſes du Pendule, dans les Vibrations inégales, ſont entr'elles comme les cordes des arcs que le Corps décrit en deſcendant.*

TAB. XVI. Fig. 1. * 387.393. La Viteſſe avec laquelle un Corps deſcend par l'arc DB, eſt à la Viteſſe avec laquelle il deſcend par PDB, comme la corde DB à la corde PB *.

442. *Dans les petites Vibrations*, les arcs ſont ſenſiblement en même raiſon que les cordes, c'eſt pourquoi *les Viteſſes ſont* comme les arcs, ou *comme les Angles du Pendule* *.

* 440. Dans les Vibrations dont il s'agit, un arc ou un Angle eſt petit, dès qu'il ne ſurpaſſe pas 15 degrez; un pareil arc étant à ſa corde, comme 350 à 349.

443. *Si, en differens Pendules*, les arcs ſont ſemblables, ou, ce qui revient au même, ſi *les Angles ſont égaux*, les Corps deſcendent par des Eſpaces qui ſont entr'eux comme *les Longueurs des Pendules*, c'eſt-à-dire, qui *ſont comme les quarrez des Viteſſes* *.

* 374.393.

444. *Si les Pendules ſont égaux, & les Angles auſſi, mais que les Peſanteurs ſoient differentes*, les Forces qui agiſſent ſur les Corps dans les points qui ſe correſpondent, ſont comme les Peſanteurs; & au commencement de la Deſcente, en parcourant de petits Eſpaces égaux, *les Corps acquierrent des Viteſſes, dont les quarrez ſont* comme les Efforts qui pouſſent ces Corps *, c'eſt-à-dire *comme les Peſanteurs*: les Accélerations, en parcourant les petits Eſpaces ſuivans, ſont ſoumiſes à la même loi: Or comme cette loi a lieu par rapport à chacun des points correſpondans, à cauſe que les Efforts ſont entr'eux en raiſon con-

* 392.

conſtante, & que les petits Eſpaces ſont égaux, les Viteſſes entiéres ſuivent auſſi la même raiſon.

Les trois derniéres Propoſitions, réunies enſemble, peuvent ſervir à former une Règle générale, qui eſt, que *dans les petites Vibrations, le quarré de la Viteſſe du Pendule eſt en raiſon compoſée de la raiſon du quarré de l'Angle* *, *de celle de la Longueur* *, *& enfin de celle de la Peſanteur qui fait mouvoir le Pendule* *. 445. * 442. * 443. * 444.

Il eſt évident que *la Viteſſe angulaire*, ſi les Pendules ſont égaux, *ſuit la raiſon de la Viteſſe même.* Soit BD un très petit arc, parcouru dans un Tems déterminé; cet arc eſt comme la Viteſſe du Pendule *, & meſure l'Angle BCD; ſi la Viteſſe reſte la même, mais que la Longueur du Pendule ſoit changée, l'Angle BCD, qui détermine la Viteſſe angulaire, diminue à proportion que la Longueur du Pendule augmente, & cet Angle ſuit *la raiſon inverſe de la Longueur du Pendule.* 446. TAB. XVI. Fig. 6. * 437.

Ainſi nous aurons la raiſon du quarré de la Viteſſe angulaire, en ajoutant la raiſon inverſe du quarré de la Longueur aux trois raiſons que nous avons indiquées *; mais en joignant la raiſon inverſe du quarré de la Longueur, avec la raiſon directe de cette Longueur, qui eſt la ſeconde des trois raiſons dont nous venons de parler, nous avons la raiſon inverſe de la Longueur & *la raiſon, que ſuit la Viteſſe angulaire, eſt compoſée de la raiſon de l'Angle, de la raiſon ſous-doublée de la Peſanteur, & de la raiſon inverſe ſous-doublée de la Longueur du Pendule.* * 445. 447.

La Viteſſe d'un point dans le Pendule, eſt comme la Viteſſe angulaire, & comme la Diſtance où ce point eſt du Centre de Suſpenſion, c'eſt-à-dire, que cette derniére raiſon doit être ajoutée aux trois raiſons indiquées dans l'Article précedent. 448.

Si les Angles ſont égaux, ou les arcs décrits dans la Deſcente, ſemblables, les quarrez des Viteſſes ſont comme les Longueurs *, & comme les Peſanteurs *. Donc, ſi *les Viteſſes* ſont *égales*, les produits des Longueurs par les Peſanteurs ſeront égaux, & l'effet de la Peſanteur ſera plus grand, à meſure que les Longueurs ſeront moindres, ou, ce qui revient au même, les Longueurs ſeront en raiſon inverſe des Peſanteurs, & au lieu de la raiſon inverſe des Peſanteurs, on pourra pren- 449. * 443. * 445.

dre la raiſon directe des Longueurs: En faiſant cette ſubſtitution dans l'Article 433, il ſe trouve, par rapport au cas dont il eſt à préſent queſtion, que *les Durées des Vibrations* ſont comme les Longueurs, leſquelles, à cauſe des arcs ſemblables, *ſont comme les Eſpaces parcourus en deſcendant ou en montant.*

450. Le raiſonnement eſt tout pareil, *quand il s'agit de la même Peſanteur*; en ce cas, les quarrez des Viteſſes angulaires ſont directement comme les quarrez des Angles, & en raiſon inverſe des Longueurs *: par conſequent, *en ſuppoſant les Viteſſes angulaires égales, les quarrez des Angles ſont* en raiſon inverſe de la raiſon inverſe des Longueurs, c'eſt-à-dire, *en même raiſon que les Longueurs.*

* 448.

451. *Par rapport au Pendule compoſé*, il eſt manifeſte, que *la Diſtance entre les Centres de Suſpenſion & d'Oſcillation, détermine la Longueur du Pendule.*

452. Nous avons obſervé à l'occaſion du Mouvement du Pendule, qu'un Corps deſcend plus vite d'un point à un autre par un arc de Cercle que par une ligne droite *: nous pouvons ajouter ici, qu'un Corps peut deſcendre encore en moins de tems que par un arc de Cercle; car nous démontrerons dans le cinquiéme des Scholies ſuivans,

* 417.

453. *Que la ligne de plus courte Deſcente, depuis un point juſqu'à un autre plus bas, & qui ne ſe trouve pas dans la même ligne verticale avec le premier, eſt une Cycloïde renverſée & verticale, dont une des extrémitez coincide avec le point le plus élevé, & qui paſſe par le point d'enbas.*

MACHINE

Pour comparer la Deſcente par une Cycloïde, avec la Deſcente par une Ligne droite.

454. La Planche AB, de l'épaiſſeur de trois quarts de pouce, eſt taillée en Cycloïde, & placée ſur un pied, enſorte que le plan ſoit vertical, & la Cycloïde renverſée, la baſe de la Cycloïde étant parallèle à l'Horizon. La Machine eſt diſpoſée dans cette ſituation, à l'aide de trois Vis, qui paſſent par les pieds E, E, F, & du Fil à plomb P.

TAB. XVII. Fig. 3.

On applique aux cotez de la Planche AB, les tringles de bois *cc*, *dd*, ce qui forme un canal, dans lequel une Boule de cuivre,

vre, dont le diamètre eſt d'un demi-pouce, peut ſe mouvoir, en parcourant la Cycloïde.

A la Machine eſt jointe la Règle de bois GH, qui a un pouce d'épaiſſeur, & qui eſt creuſée de maniére, qu'elle forme un canal de la même largeur que le canal *cddc*, pour y faire auſſi rouler une Boule. Cette Règle peut être inclinée comme on veut, à cauſe qu'elle eſt mobile autour de la Vis *il*, qui traverſe la Règle & la Planche AB, & qu'elle eſt outre cela appliquée à la Planche à l'aide de cette Vis à tête large *i*. La Règle eſt ſoutenue par une Cheville O, & l'inclinaiſon en eſt déterminée par le moyen des trous *r*, *r*, *r*, &c. qui ſervent à varier la ſituation de cette Règle.

La Machine doit être placée ſur le bord d'une table, afin que la table n'empêche pas le mouvement de la Règle, quand l'inclinaiſon de cette Règle vient à diminuer. Pour que la Machine puiſſe être diſpoſée de cette façon, on y applique à angles droits le pied F, au milieu entre E, E, & du coté oppoſé à celui où eſt appliquée la Règle GH. Ce pied F eſt rendu plus peſant, en y ajoutant du plomb, ou bien, lorſqu'il eſt queſtion d'affermir la Machine, on met un poids ſur le pied.

L'un & l'autre canal doit être bien poli & frotté de mine de plomb, pour que les Boules puiſſent mieux rouler; on affermit auſſi dans chaque canal, où l'on juge à propos, un Arrêt comme *m* & *n*.

5. Experience.

On donne à la Règle GH l'inclinaiſon qu'on veut; & l'on affermit les Arrêts *m* & *n*, enſorte que les Boules, quand elles leur ſont appliquées, ſe correſpondent. Cela étant, ſi, après avoir mis les Boules en *s* & en *t*, de maniére auſſi qu'elles correſpondent l'une à l'autre, on les lâche dans le même Inſtant, la Boule qui parcourt la Cycloïde arrivera la premiére à ſon Arrêt; ce qui ſe connoit par le choc contre l'Arrêt, & ſe voit même à l'œil, quand l'inclinaiſon eſt grande. Lorſque l'inclinaiſon eſt telle qu'elle eſt repréſentée ici dans la Figure, on entend le coup en *m*, avant que l'autre Boule ait parcouru le quart de la longueur *sn*. 455.

SCHOLIE I.

Dans lequel on démontre quelques proprietez de la Cycloïde, mentionnées dans ce Chapitre.

456. EN ſuppoſant la génération de la Cycloïde telle que nous l'avons décrite *; ſoit le Cercle générateur BEF. Suppoſons ce Cercle parvenu au point G de la baſe; le point F ſera en *f*, l'arc G*f* étant ſuppoſé égal à la ligne GF, le point qui décrit la Cycloïde ſera en *b*, & *b* ſera un des points de la Cycloïde.

* 409. TAB. XVII. Fig. 4.

Soit mené par le point d'attouchement le diamètre G*c*H, qui ſera perpendiculaire à la baſe *, & parallèle au diamètre BF. Si l'on méne à préſent, par le point *b* de la Cycloïde, la ligne *b*L, qui ſoit parallèle à la baſe, & qui coupe le Cercle FEB en E, & la ligne GH en I; il eſt clair, à cauſe de l'égalité des lignes GI & FL *, que dans les Cercles égaux les lignes *b*I, EL * doivent auſſi être égales. Si l'on ajoute de part & d'autre IE, *b*E ſera égale à IL, à laquelle eſt égale la ligne GF *.

* 18. EL. II.

* 34. EL. I.

* 3. 14. EL. III.

* 34. EL. II.

Il eſt clair auſſi que les arcs G*f*, *b*H, EB, ſont égaux entr'eux, & à la ligne GF; & par cela même à la ligne *b*E.

457. De ce qui vient d'être dit nous déduiſons, que *ſi d'un point quelconque de la Cycloïde, on méne une ligne parallèle à la baſe, & qui coupe le demi-Cercle décrit ſur l'axe, du coté de la Courbe*, telle qu'eſt ici la ligne *b*EL, *la portion* de cette ligne *interceptée entre la Cycloïde & le Demi-cercle, eſt égale à l'arc du demi-Cercle intercepté entre la ligne dont il s'agit, & le ſommet*, c'eſt-à-dire que *b*E ſera égale à l'arc EB.

458. TAB. XVII. Fig. 5. Soit la demi-Cycloïde ADB, le ſommet B; la baſe AF; l'axe BF, qui eſt en même tems le diamètre du demi-Cercle FMB.

En prenant D*d*, portion infiniment petite de la Cycloïde, cette portion de Courbe pourra être conſiderée comme une ligne droite, & formera, étant continuée, une Tangente au point D ou *d*. Soient menées DL, *dl*, parallèles à la baſe, & coupant le demi-Cercle en E, *e*; & qu'après avoir mené BE & B*e*, on prolonge cette derniére juſqu'à ce qu'elle coupe en *b* la ligne DL: ſoit, outre cela, parallèle à la baſe la ligne BO, & que cette ligne, Tangente du Cercle en B, ſoit elle même coupée par la ligne *e*O, qui eſt la ligne E*e* continuée juſqu'en O.

Les Triangles *b*E*e*, *e*OB, ſont ſemblables, à cauſe des parallèles BO & *b*E. Or les cotez EO & OB ſont égaux *; donc *e*E, *b*E, ſont auſſi égaux; *e*E eſt la difference des arcs B*e*, BE, ou des lignes *de*, DE *; par conſequent cette même difference peut être exprimée par *b*E, & les parallèles D*b*, *de*, ſont égales; par la même raiſon D*d*, *be*, ſeront auſſi égales & parallèles *, c'eſt-à-dire, que la Tangente en *d* eſt parallèle à la corde *e*B: proprieté que nous avons dit dans l'Art. 412. appartenir à la Cycloïde.

* 36. EL. III.

* 457.

* 33. EL. I.

Les

Les mêmes choſes étant ſuppoſées, ſoit menée F E *i*; cette ligne (à cauſe que l'Angle *e* B E eſt infiniment petit) ſera perpendiculaire à B E ou B *b* *, & partagera la baſe du Triangle Iſoſcèle *b* E *e* en deux parties égales, enſorte que *e i* ſoit la moitié de *e b* ou *d* D. Mais *e i* eſt la difference entre les cordes B E, B *e*; car ſi du centre B, à l'intervalle B E, on décrit un Cercle, ce Cercle coïncidera avec E *i*, qui eſt une ligne infiniment petite; & D *d* eſt la difference des arcs de la Cycloïde, D B, *d* B. 459. * 31. EL. III.

Concevons à préſent une ligne parallèle à A F, baſe de la Cycloïde, & ſe mouvant parallèlement à elle même depuis B juſqu'à F, dans le tems qu'une autre ligne tourne autour de B, de façon qu'elle paſſe continuellement par l'interſection de la premiére ligne avec le demi-Cercle. Par Ex. Quand la premiére eſt parvenue en *d l*, la ſeconde ſera en B *e*; la premiére étant en D L, la ſeconde ſe trouvera en B E. Dans ce Mouvement elles ont une origine commune, & l'arc de la Cycloïde B D, auſſi bien que la corde E B, vont toujours en augmentant; mais l'augmentation de l'arc dont il s'agit, eſt toujours double de celle de la corde; donc l'arc entier, qui eſt la ſomme de toutes les augmentations, ſera double de la corde entiére, qui vaut auſſi la ſomme des augmentations qu'elle a reçües. Par là eſt démontrée la Propoſition de l'Art. 413.

Reſte à démontrer ce que nous avons dit dans l'Art. 410. de la Developpée de la Cycloïde.

Soient, comme auparavant, la même Cycloïde A D B; la baſe A F; l'axe F B, & le Demi-cercle F E B. Si l'on prolonge B F juſqu'en C, de façon que B F & F C ſoient égales; & qu'après avoir tracé le Parallèlogramme A *f* C F, & avoir fait le demi-Cercle A *m f* égal au demi-Cercle F E B, & la demi-Cycloïde A *q* C, dont l'axe eſt A *f*, égale à la demi-Cycloïde A D B, on conçoive de plus qu'on developpe un Fil appliqué à la Cycloïde, & qui eſt attaché en C. 460.

Suppoſons que le Fil ſoit parvenu à R *q*, de maniére qu'il ne reſte plus appliqué à la Cycloïde que depuis C juſqu'à *q*, & qu'il ſoit étendu en Tangente à la Courbe au point *q*: ſi la ligne *q* R eſt égale à l'arc *q* A, auquel le Fil à préſent tendu a été appliqué, le bout du Fil R ſera un point de la Cycloïde. Si l'on méne *q p*, qui ſoit parallèle à la baſe, & qui coupe le demi-Cercle A *m f* en *m*; & que de ce dernier point ſoit menée *m* A, cette ligne ſera parallèle * & égale à *q* N *; mais *q* A, & par cela même *q* R, eſt double de *m* A, ou de *q* N*; donc N *q* & N R ſont égales; c'eſt pourquoi, ſi du point R on méne R P parallèle à A F & à *p q*, les lignes P F, A *p* ſeront égales; par conſequent les arcs F M, A *m*, ſeront auſſi égaux; comme auſſi les angles M F A, *m* A F *; & F M ſera parallèle à A *m* *, & à R *q*; d'où il ſuit, que F M R N eſt un Parallélogramme, & que les lignes F N, M R, ſont égales; les lignes *q m*, A N, ſont auſſi égales dans le Parallèlogramme *m* A N *q*. *412,458. *34.EL.I. *413,459. * 32. 27. EL. III. * 27. EL. I.

La ligne *m q* ou A N, eſt égale à l'arc A *m* *, ou à l'arc F M; A F eſt égale au demi-Cercle F M B *; donc N F, ou R M, eſt égale à l'arc M E B, & le point R, c'eſt-à-dire, le bout du Fil, eſt dans la Cycloïde A D B. * 457. *409,457.

*457. ADB *, laquelle ſera parcourue toute entiére par ce bout, dans le developpement du Fil.

SCHOLIE II.

De la maniére de tracer la Cycloïde.

La génération de la Cycloïde fait aſſez voir qu'elle peut être décrite méchaniquement. Cependant la maniére la plus commode eſt de la tracer par points; ce qu'il y a moyen de faire très exactement.

461. TAB. XVIII. Fig. 1. Soit BF l'axe de la Courbe; B le ſommet; FA la baſe perpendiculaire à l'axe. Que cet axe ſoit diviſé en deux cens parties égales, qu'il n'eſt cependant pas néceſſaire de marquer toutes; la demi-baſe FA contient 314, 2. de ces parties, & cette longueur détermine le point A. Les autres points ſont déterminez de la même maniére à l'aide de la Table ſuivante. Dans la premiére Colomne de cette Table ſont marquées les diſtances depuis B juſqu'à F. On méne par les points marquez des ordonnées à l'axe, parallèles à la baſe, & la ſeconde Colomne indique les longueurs de ces ordonnées.

TABLE

Des Dimenſions de la Cycloïde.

462.

Abſc.	*Ordon.*	*Abſc.*	*Ordon.*
6.	68, 9.	70.	222, 0.
8.	79, 5.	80.	234, 9.
10.	88, 7.	90.	246, 5.
12.	97, 0.	100.	257, 1.
14.	104, 6.	110.	266, 6.
17.	114, 9.	120.	275, 2.
20.	124, 3.	130.	282, 9.
23.	133, 0.	140.	290, 0.
26.	141, 0.	150.	296, 0.
30.	150, 9.	160.	301, 4.
35.	162, 3.	170.	306, 0.
40.	172, 7.	180.	309, 8.
50.	191, 3.	190.	312, 7.
60.	207, 6.	200.	314, 2.

463. Les Points près du ſommet manquent dans cette Table, parce qu'ils ne peuvent être marquez que difficilement par cette Méthode: pour avoir cette portion de la Courbe, il faut décrire un Arc de Cercle qui paſſe par B, dont le centre ſoit dans la ligne BF continuée, & dont le Rayon ſoit double de l'axe de la Courbe *. Si l'on veut continuer la deſcription par points, il

*410, 460.

il faut méner la Ligne BO, parallèle à la baſe, & marquer depuis B vers O, les diſtances qui ſont indiquées dans la premiére Colomne de la Table ſuivante. Aux diſtances marquées il faut enſuite ériger des Perpendiculaires à BO, dont les longueurs ſont déterminées dans la ſeconde Colomne.

SECONDE TABLE.

Des Dimenſions de la Cycloïde.

Ordon.	*Abſc.*	*Ordon.*	*Abſc.*
5. — —	0, 00.	35. — —	1, 53.
10. — —	0, 12.	40. — —	2, 00.
15. — —	0, 28.	45. — —	2, 53.
20. — —	0, 50.	50. — —	3, 12.
25. — —	0, 78.	55. — —	3, 78.
30. — —	1, 12.	60. — —	4, 50.

464.

Voici le fondement de la conſtruction de la premiére Table. Par l'Abſciſſe on détermine l'Ordonnée. 465.

Soit l'Abſciſſe BL, dont la longueur vaut 60. des parties dont le rayon en contient 100., c'eſt-à-dire BF, 200.: BL eſt le ſinus verſe de l'arc BE, qui dans la Table de ces ſinus vaut 66. degr. 25′, 20″, dont le ſinus droit eſt de 91, 65. des parties en queſtion, & c'eſt-là préciſément la longueur de la ligne EL. TAB. XVII. Fig. 4.

La longueur de l'arc EB, auquel eſt égale la ligne E*b* *, ſe trouve par cette analogie: comme 180. degrez, c'eſt-à-dire, un demi-Cercle, à 66. degrez, 25′, 20″, ainſi 314, 2, nombre des parties du demi-Cercle, à 115, 94, qui eſt la longueur de EB, ou E*b*; en ajoutant EL, qui vaut 91, 65, nous aurons *b*L, qui vaudra 207, 59, parties, c'eſt-à-dire, à une très petite difference près, 207, 6. comme cela eſt marqué dans la Table. * 457.

Le calcul de la ſeconde Table eſt fondé ſur ce Principe, c'eſt que les pointsqu'on cherche, ſont dans un arc de Cercle dont le rayon vaut 400 *. 466. *410.460.

SCHOLIE III.

Du Mouvement d'un Corps qui parcourt une Cycloïde.

COncevons qu'une portion de Cycloïde, ou une Cycloïde entiére, ſoit étendüe de maniére qu'elle forme la ligne droite ABD: ſuppoſons outre cela, qu'un Corps parcourt cette ligne ſuivant la Loi que ſuit dans ſon Mouvement un Pendule qui fait ſes Vibrations en Cycloïde, c'eſt-à-dire, que le Corps ſoit mû par une Preſſion qui ſuive la raiſon de la Diſtance où eſt le Corps du point du milieu B *, & qui agiſſe ſur un Corps 467. TAB. XVI. Fig. 7. * 414.

en Mouvement, comme ſur un Corps en Repos *; que du Centre B, & de l'Intervalle BA, ſoit décrit le demi-Cercle HLD, qui repréſente le Tems dans lequel un Corps vient de A juſqu'en D; les Tems dans leſquels ſont décrites les portions quelconques de la ligne AD, ſont déterminez, en érigeant des Perpendiculaires ſur cette ligne; l'arc AI marque le Tems qu'il faut au Corps pour parcourir FG, & l'arc AH, le Tems qui eſt néceſſaire pour parcourir AF: pour les Viteſſes dans les points F & G, elles ſont proportionelles aux Perpendiculaires mêmes FH, GI.

* 371.

468. Pour démontrer ces Propoſitions, il faut concevoir un Corps qui parcoure la ligne AD, de façon que dans des Tems qui ayent entr'eux la raiſon de AH à HI, ſoient parcourües les portions AF, FG, & ainſi des autres; tellement que tout le Tems ſoit repréſenté par le demi-Cercle ALD, diviſé en parties égales & infiniment petites, comme H*b*, I*i*, par leſquelles ſoient déſignez des Momens de Tems égaux & d'une petiteſſe infinie. C'eſt pourquoi, en ſuppoſant *fb* & *gi* auſſi perpendiculaires à la ligne AD, les lignes F*f* & G*g* ſont auſſi parcourües dans des Tems égaux; & cela d'un Mouvement uniforme, à cauſe de leur extrême petiteſſe: les Inſtans de Tems pouvant être conçus ſi petits, que la difference entre la Viteſſe au commencement & à la fin de chaque Inſtant ſoit comme nulle; ainſi les Viteſſes aux points F & G, ſont comme F*f* à G*g* *, que nous allons prouver être comme FH à GI.

* 119.

Si l'on méne les lignes H*l* & I*m*, parallèles à AD, on aura les Triangles ſemblables HBF, H*bl*; car ils ſont rectangles, & l'angle FHB eſt égal à l'angle *l*H*b*, chacun de ces angles ayant le même complement à l'angle droit, ſçavoir BH*l*; par le même raiſonnement on démontrera, que le Triangle BIG eſt ſemblable au Triangle *m*I*i*: donc FH, HB=IB::*l*H, H*b*=I*i*; & IB, GI::I*i*, *m*I: & par égalité de raiſons FH, GI::*l*H, *m*I *.

* 22.

EL. V. Les Accroiſſemens de Viteſſes, dans des Momens égaux & infiniment petits, aux points F & G, c'eſt-à-dire, les Preſſions qui agiſſent dans ces points *, ſont comme *lb* & *mi*: ces Accroiſſemens étant les differences des Viteſſes aux points F, *f* & G, *g*. Mais à cauſe des Triangles ſemblables dont nous venons de parler, les lignes *l b* & *mi* ſont entr'elles comme FB à GB; c'eſt pourquoi les Preſſions qui agiſſent ſur le Corps aux points F & G, ſont entr'elles comme les Diſtances du point du milieu B.

* 133. 371.

Ce qu'on démontre au ſujet des Accroiſſemens de Viteſſes dans la partie AB de la ligne AD, peut ſe démontrer de même à l'égard des Décroiſſemens de Viteſſes dans la partie BD. Donc le Corps ſe meut ſuivant la Loi que ſuit un Corps qui fait ſes Vibrations en Cycloïde *.

* 414.

Soit donné un Corps qui parcoure d'un Mouvement uniforme le demi-Cercle ALD, dans le Tems d'une Vibration en Cycloïde, c'eſt-à-dire, dans le Tems qu'il faudroit à ce Corps pour parcourir, du Mouvement dont nous avons parlé, la Ligne droite AD. Il paroit par ce que nous venons de dire, que les lignes H*b*, F*f*, & I*i*, G*g*, ſont parcourües dans

dans des Tems égaux; d'où il ſuit que les directions étant parallèles en L & en B, les Viteſſes ſont auſſi égales dans ces points.

C'eſt pourquoi un Corps, avec la Viteſſe qu'un Pendule a en B, décrit, dans le Tems d'une Vibration, un demi-Cercle, dont le diamètre eſt l'arc de la Cycloïde qui a été parcourüe par le Corps. 469.

Si le Corps parcourt une Cycloïde entiére, comme A B D, le diamètre, qui eſt égal à l'arc parcouru, ſera quadruple du diamètre F B *, & la Viteſſe en B ſera celle que le Corps acquiert en tombant de la hauteur F B *: Viteſſe avec laquelle le Corps peut parcourir, d'un Mouvement uniforme, pendant le Tems de la Chute, une ligne double de F B *, & un demi-Cercle, dont le diamètre eſt quadruple de F B *, dans le Tems d'une ſeule Vibration. Mais les Eſpaces parcourus avec des Viteſſes égales, ſont comme les Tems *; donc le Tems de la Chute en parcourant la demi-longueur du Pendule, eſt au Tems d'une Vibration en parcourant toute la Cycloïde, ou un arc quelconque *, comme une ligne double de F B à la circonference du dit demi-Cercle, ou à la circonference entiére du Cercle, dont le diamètre eſt auſſi double de F B; donc en général comme le diamètre du Cercle à ſa circonference: & c'eſt ce que nous avons dit dans l'Art. 415. 470. TAB. XVI. Fig. 3. * 411. * 393. * 376. * 469. * 120. * 407.

SCHOLIE IV.

De la maniére de déterminer le Centre d'Oſcillation.

Soit C A un Pendule compoſé, & que les Poids ſoient P & Q; entre ces Poids eſt le Centre d'Oſcillation O, dont la proprieté eſt, en conſiderant A C comme une Verge roide & ſans peſanteur, *que le Poids Q, multiplié par B C, eſt au Poids P, multiplié par A C, comme A O à O B.* Pour le démontrer, il faut conſiderer que les Poids P & Q ont dans leurs Mouvemens des directions parallèles entr'elles, c'eſt-à-dire, également inclinées à l'Horizon, & reçoivent par cela même à chaque inſtant des impreſſions de la Peſanteur, leſquelles, ſi les Corps n'étoient pas attachez à une Verge roide, leur communiqueroient des Viteſſes égales *: au lieu que ces Corps, attachez comme ils ſont, ne peuvent avoir que d'inégales Viteſſes. La Viteſſe du Corps P eſt augmentée par l'Action du Poids Q, au lieu que la Viteſſe du Poids Q eſt retardée par l'Action de P, & ces Actions contraires ſont égales *. Cependant il ſe trouve entre ces deux Corps un point O, ſçavoir le Centre d'Oſcillation, qui ſe meut avec une Viteſſe produite par l'Action de la Peſanteur. 471. TAB. XVII. Fig. 1. * 152. 384. * 361.

Soit B *b*, O *o* ou A *a* (car nous ſuppoſons ces lignes égales) l'Eſpace que l'Action de la Peſanteur fait parcourir dans un Tems infiniment petit, ſuivant une inclinaiſon quelconque. Pendant que le point O parcourt cet Eſpace, Q ne parcourt que B E, & la Puiſſance qui agit ſur Q, eſt diminuée de la quantité qui feroit parcourir au Corps, dans le même Tems, la ligne E *b*, & qu'on peut exprimer par Q × E *b* *. D'un * 134.

autre coté, la Puiſſance qui agit ſur P eſt augmentée de la quantité qui feroit parcourir au Corps, dans le même Tems, la ligne aD, & qu'on
* 134. peut exprimer par $P \times aD$ *; car nous ſuppoſons que les lignes Bb, Oo, Aa, ſont parallèles; ainſi l'Intenſité de la Puiſſance qui retarde le Mouvement du Corps Q, eſt à l'Intenſité de la Puiſſance qui accelére le Mouvement du Corps P, comme $Q \times Eb$ à $P \times aD$: Mais ces Puiſſances ſont appliquées à un Levier, dont le point d'appui eſt C; donc les Actions de ces Puiſſances, leſquelles nous avons démontré être égales, ſont comme les Intenſitez multipliées par les Diſtances du point d'ap-
* 235. pui, c'eſt-à-dire, comme $CB \times Eb \times Q$ à $CA \times aD \times P$ *. Par conſequent $CB \times Q$, eſt à $CA \times P$, comme aD à Eb, ou AO à OB: ce qu'il falloit démontrer. Il eſt évident auſſi, que dans un pareil Pendule compoſé, les produits ſeront égaux, ſi l'on multiplie chaque Poids par ſes Diſtances du Centre de Suſpenſion & du Centre d'Oſcillation.

472. *Pluſieurs Poids étant donnez, ſi l'on multiplie chaque Poids par ſes Diſtances des Centres de Suſpenſion & d'Oſcillation, les ſommes des produits de chaque coté du Centre d'Oſcillation ſont égales.* Cette Propoſition ſe démontre de la même maniére que la précedente.

De là nous déduiſons une Méthode de déterminer par calcul le Centre d'Oſcillation.

473. Soient donnez autant de Corps qu'on voudra, A, B, C, D, E, dont les Diſtances du Centre de Suſpenſion ſoient reſpectivement exprimées par les lettres a, b, c, d, e; la diſtance du Centre d'Oſcillation au Centre de Suſpenſion étant nommée x; ſuppoſons a, b, c, moindres que x, mais d & e plus grandes.

Les Diſtances des Corps A, B, C, du Centre d'Oſcillation ſont $x-a, x-b, x-c$, & les Diſtances des autres Corps du même Centre ſont $d-x, e-x$; en multipliant chaque Corps par ſes Diſtances des deux Centres, nous aurons
* 472. $Aax - Aaa + Bbx - Bbb + Ccx - Ccc = Ddd - Ddx + Eee - Eex$ *;

d'où nous déduiſons $x = \frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd + Eee}{Aa + Bb + Cc \times Dd + Ee}$: Equation, que nous avons également, par quelles des Diſtances a, b, c, d, e, que x ſoit ſurpaſſée; ce qui nous donne cette Règle générale.

474. *Chaque Corps étant multiplié par le quarré de ſa Diſtance du Centre de Suſpenſion, & la ſomme de ces produits étant diviſée par la ſomme des produits de chaque Corps, multiplié par ſa Diſtance du même Centre de Suſpenſion, le quotient de la diviſion exprimera la Diſtance entre les Centres de Suſpenſion & d'Oſcillation.*

475. Si l'on continue le Pendule au delà du Centre de Suſpenſion, & qu'on applique quelques Corps au deſſus de ce Centre, les Diſtances de ces Corps ſeront négatives; ſi, par Exemple, on avoit appliqué, de la maniére que nous venons de dire, les Corps A & B, au lieu de $+a$ & $+b$, il auroit fallu employer dans le calcul $-a$, $-b$, dont les quarrez ſont auſſi $+aa$ & $+bb$; ainſi, en ce cas, la

la Distance x seroit, $\frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd + Eee}{-Aa - Bb + Cc + Dd + Ee}$.

Dans ce calcul le diviseur est égal à la Distance qu'il y a entre le Centre de Suspension & le Centre de Gravité, multipliée par la somme de tous les Corps *; & en exprimant ainsi le diviseur, la Règle devient plus générale, & peut être appliquée à un Corps quelconque. Mais alors il faut donner une autre Démonstration, qui se déduit facilement de ce Principe : *Si des Corps joints ensemble, acquierrent en descendant des Vitesses differentes, pendant qu'ils tournent, à diverses Distances, autour d'un même Centre, ou d'un même Axe, & que par leurs Vitesses acquises ces Corps montent ensuite séparément, le Centre commun de Gravité, montera à la hauteur dont il est descendu* *. * 223. 476. * 212. 399.

Soient deux Corps P & Q, mobiles autour du point C, auquel ils tiennent par les lignes BC, AC, qui forment un angle, qui n'est point changé par le Mouvement des Corps. Soit D le Centre commun de Gravité, lequel, quand les Corps sont en repos, est dans une ligne verticale, menée par C *, dans laquelle se trouve aussi le Centre d'Oscillation O. Soit outre cela menée par le point C la ligne horizontale EF, à laquelle soient perpendiculaires les lignes BE, AF. 477. TAB. XVIII. Fig. 2. * 206.

Nous supposons $CA = a$, $CB = b$, $Cd = d$, $Be = e$, $Af = f$; & enfin $CO = x$.

Après avoir élevé les Corps, & les avoir ensuite lâchez, la Vitesse du Centre de Gravité sera la plus grande quand il sera revenu au point D, après quoi il montera. Les Vitesses des points A, B, D, & O, sont entr'elles comme a, b, d, x, & dans le moment dont il s'agit elles peuvent être exprimées par ces lettres.

Si A & B sont lâchez dans ce même moment, pour qu'ils montent séparément, ils atteindront des Hauteurs qui seront entr'elles, comme aa & bb *, & qui pourront être exprimées par ces quarrez. La Hauteur où monte alors le Centre de Gravité, est $\frac{Aaa + Bbb}{A + B}$ *, laquelle est égale à la Hauteur dont ce Centre est descendu. * 381. * 217.

Par le moyen de cette Hauteur, on peut déterminer la Descente du Centre d'Oscillation, laquelle est à la Descente du Centre de Gravité, comme x à d, & vaut $\frac{Aaax + Bbbx}{Ad + Bd}$. Or le Centre d'Oscillation se meut, comme un Corps qui n'a de Mouvement que celui qu'il reçoit de la Pesanteur *; donc c'est là précisément la Hauteur où le Corps peut atteindre avec la Vitesse x *, Hauteur qui vaut xx; car nous avons supposé, que les Hauteurs où les Corps peuvent parvenir, lesquelles sont proportionelles aux quarrez des Vitesses, sont exprimées par ces mêmes quarrez; donc $\frac{Aaax + Bbbx}{Ad + Bd} = xx$, ou $\frac{Aaa + Bbb}{Ad + Bd} = x$. C. Q. F. D. * 425. * 399.

478. Nous ſuppoſons que d ſoit donné: mais s'il falloit déterminer cette Diſtance; nous trouverions $\frac{Af + Be}{A + B} = d$ *; & mettant pour d ſa valeur, on aura $\frac{Aaa + Bbb}{Af + Be} = x$.

* 217.

Chaque Corps eſt multiplié dans le numérateur par le quarré de ſa Diſtance du Centre de Suſpenſion; parce que, dans le Mouvement du Pendule, les Viteſſes des Corps ſont en même raiſon que ces Diſtances; d'où il ſuit

479. que, *ſi des Corps, ou les parties d'un même Corps, tournent, non pas autour d'un même Centre, mais autour d'un Axe, le Poids de chaque point du Corps, ou des Corps, doit être multiplié par le quarré de leur Diſtance de l'Axe, & la ſomme des produits doit être diviſée par la Diſtance du Centre de Gravité du Corps, ou des Corps, du même Axe, ou d'un plan horizontal qui paſſeroit par ce même Axe, multipliée par le Poids du Corps, ou par la ſomme des Poids de tous les Corps.*

* 218. Nous avons marqué dans un autre endroit *, comment il faut déterminer la Diſtance qu'il y a entre ce plan horizontal & le Centre de Gravité.

480. Pour appliquer cette Règle * à une ligne, dont l'extrêmité eſt le Centre

* 479. de Suſpenſion, les Poids de tous les points, ou plutôt des parties infiniment petites, doivent être multipliez chacun par le quarré de ſa Diſtance de cette extrêmité; or chacune de ces particules eſt proportionelle à ſon propre Poids, & peut être ſuppoſée, par cela même, exprimer ce Poids. Cela étant, la ſomme de tous les produits en queſtion eſt une Pyramide, dont la baſe eſt le quarré de la ligne, & la hauteur la ligne même. Si l'on

* 7. EL. XII. nomme la ligne a, la Pyramide vaudra $\frac{1}{3}a^3$ *. Cette Pyramide doit être diviſée par le Poids de toute la ligne a, multiplié par la Diſtance qu'il y a entre l'extrêmité & le Centre de Gravité, c'eſt-à-dire par $\frac{1}{2}a$, & le diviſeur eſt $\frac{1}{2}aa$. Or en diviſant $\frac{1}{3}a^3$ par $\frac{1}{2}a^2$, le quotient $\frac{2}{3}a$, exprimera la Diſtance entre le Centre d'Oſcillation & le Centre de Suſpenſion,

* 428. comme nous l'avons prouvé ci-deſſus * par une Expérience.

A cet Exemple j'en vais ajouter un autre, qui ſera d'uſage dans le Chapitre ſuivant.

481. Suppoſons qu'une Plaque ronde A ſoit par tout de la même épaiſſeur, & ſuſpendüe par le Centre autour duquel elle eſt mobile. En y ajoutant le Poids P, le tout fait un Pendule compoſé; car nous ſuppoſons que la ligne CB tient à la Plaque, avec laquelle elle tourne autour de ſon extrêmité C. On demande le Centre d'Oſcillation O.

TAB. XVIII. Fig. 3.

482. *Il faut concevoir la Plaque A diviſée en un nombre infini de petites parties* par des Cercles concentriques, également éloignez l'un de l'autre, & dont le Centre commun eſt C. Ces Cercles, ou plutôt *les* Anneaux interceptez entre deux Cercles voiſins, ſont entr'eux comme leurs *Poids*, & auſſi comme leurs rayons; c'eſt pourquoi les rayons des Anneaux peuvent être ſubſtituez

ſtituez à la place de leurs Poids, & *doivent*, chacun en particulier, *être multipliez par les quarrez des Diſtances au Centre* *, c'eſt-à-dire, qu'il faut chercher la ſomme des Cubes de tous les rayons, & cela, en y employant le calcul de l'Infini, eſt très facile. Cette ſomme, en déſignant par a le Rayon de la Plaque A, eſt $\frac{1}{4}a^4$. Mais le Poids de toute la Plaque eſt exprimé par *la ſomme* des rayons de tous les Cercles, laquelle ſomme *vaut* un Triangle rectangle, dont la baſe eſt a, dont la hauteur eſt égale à la baſe, & dont par conſéquent le Poids vaut $\frac{1}{2}aa$ *; d'où il ſuit, que la ſomme qu'il s'agit de trouver, ſçavoir $\frac{1}{4}a^4$, eſt égale à *la moitié du Poids de la Plaque A, multiplié par le quarré du rayon.*

* 479.

* 41. EL. I.

Si l'on ajoute à ce produit le Poids P, multiplié par le quarré de la Diſtance CB, & qu'on diviſe cette ſomme par le produit du Poids P, multiplié par la Diſtance CB; le quotient de la diviſion donnera CO *.

* 479.

SCHOLIE V.

De la Ligne de plus courte Deſcente.

NOus avons vu * qu'un Corps qui va en deſcendant d'un point à un autre point, quand les deux points ne ſont pas dans la même Ligne Verticale, ne doit point parcourir une ligne droite, pour faire ſon chemin dans le Tems le plus court. Il nous reſte à prouver, qu'il doit ſuivre la ligne que nous avons indiquée *; & c'eſt ce que nous allons faire par le moyen de ce qui a été démontré au ſujet de la Cycloïde dans le Scholie I.

* 417.

* 453.

Soient les deux points A & B ſeparez par la ligne CD; qu'un point ſe meuve de A vers B; mais en obſervant cette loi, qu'avant que de parvenir à la ligne CD, il ait une Viteſſe que nous appellons v, mais qu'après avoir paſſé cette ligne, il ſoit mû avec une Viteſſe plus grande que nous nommons c: ſuppoſons, outre cela, que le chemin que ce point parcourt avec chacune de ſes Viteſſes differentes eſt en ligne droite; & qu'ainſi il parcourt la droite AB, ou les lignes AE, EB: il s'agit de déterminer, comment il doit diriger ſon Mouvement pour parvenir depuis A juſqu'en B dans le Tems le plus court.

483. TAB. XVII. Fig. 6.

Suppoſons que le Tems dans lequel le Corps parcourt une ligne quelconque avec la Viteſſe v, ſoit repréſenté par la ligne parcourüe *; le Tems dans lequel une ligne eſt parcourüe avec une autre Viteſſe plus grande, eſt plus court à meſure que la Viteſſe eſt plus grande, & diminüe en raiſon de l'augmentation de la Viteſſe; ainſi le Tems dans lequel une ligne quelconque eſt parcourüe avec la Viteſſe c, ſera repréſenté par une ligne plus petite que la ligne parcourüe, & qui eſt à la ligne parcourüe comme v à c.

* 120.

Si le point va par AE & par EB; le Tems du Mouvement par la ligne AE, laquelle eſt parcourüe avec la Viteſſe v, eſt repréſenté par cette ligne

gne même; le Tems dans lequel EB eſt parcourüe, eſt repréſenté par la ligne EF, qui eſt à EB, comme v à c. On trouve le point F, ſi, après avoir tiré du point B la ligne BD perpendiculaire ſur CD, on fait c, v:: BD, LD, & qu'on méne par le point L une parallèle à CD. Cette parallèle coupera la ligne BE au point F, à cauſe que le paralléliſme de ED, & de FL donne l'analogie, BD, LD :: BE, FE *.

*2. EL. VI.

Il s'enſuit auſſi de cette Démonſtration, que ſi le point paſſe par d'autres lignes, comme AM, MB, dont la derniére coupe LF en N, le Tems du Mouvement eſt repréſenté par les lignes AM, MN; enſorte qu'il s'agit de déterminer, par quel point de la ligne CD le point mobile doit paſſer, pour que la ſomme des lignes qui repréſentent les Tems, ſoit moindre que toute autre. Pour cet effet, il faut conſiderer,

Que les ſommes, de part & d'autre, en s'éloignant du point qu'on cherche, augmentent continuellement; & que pour cette raiſon les ſommes voiſines ne ſont égales que dans le ſeul cas où les lignes, des deux cotez, ſont peu éloignées du point en queſtion: c'eſt pourquoi, ſi ce point eſt entre E & e, dont la diſtance eſt infiniment petite, nous aurons AE + EF = Ae + ef: égalité dont il faut déduire la ſituation du point E ou e, leſquels coïncident avec le point qu'il s'agit de trouver: car à cauſe de l'infinie petiteſſe de Ee, cette ligne peut être conſiderée comme le point même qu'on cherche.

TAB. XVII. Fig. 7.

Si l'on méne de A, comme Centre, à l'intervalle Ae, l'arc de Cercle eh, & du Centre B, aux intervalles Bf & BE, les arcs fg, Ei, on aura Ah + Eg = Ae + if; que ſi l'on retranche enſuite ces quantitez égales de AE + EF = Ae + ef, il reſtera hE + gF = ei. D'où nous déduiſons hE = ei − gF.

A cauſe des Triangles eiE, fgF, & Bfg, BiE, comme auſſi BFL, BED. ei, gF :: Ei, fg :: BE, Bg, ou BF (la difference étant infiniment petite) :: BD, BL. Par converſion de raiſon.

ei, ei − gF = hE :: BD, BD − BL = LD; c'eſt-à-dire, comme la Viteſſe ſous la ligne à la Viteſſe au deſſus de la ligne.

Que du Centre E ſoit décrit un Cercle qui coupe la ligne EA ou eA (qu'on peut prendre l'une pour l'autre à cauſe de la petiteſſe infinie de leur difference) en M, & EB en N; & que de ces points M & N ſoient menées ſur CD les Perpendiculaires MP, NO.

Les Triangles eiE, ENO, ſont ſemblables; car ils ſont rectangles, & ont un angle commun en E ou e. De même les Triangles ehE & eMP ſont auſſi ſemblables; donc ei, Ee :: EO, EN.

Ee, hE :: Me, ou EN, (qu'on peut conſiderer comme rayons d'un même Cercle) eP, ou EP.

Par égalité de raiſon ei, hE :: EO, EP *. Mais ces lignes ſont *les coſinus des Angles que les directions des Mouvemens font avec la ligne CD, qui ſepare les Eſpaces dans leſquels les Viteſſes ſont differentes*: donc ces coſinus des directions *ſont entr'eux*, comme ei à hE, que nous avons prouvé être *comme les Viteſſes dans les directions dont il eſt ici queſtion, lorſque le Tems eſt le plus court de tous.*

484. * 22. EL. V.

Que

Que le Corps parte derechef du point A, & tende vers B, de façon qu'en coupant dans ſa route les lignes CD, IL, MN, OP, il change de Viteſſe à chaque fois qu'il vient à couper quelqu'une de ces lignes: on demande, ſuivant quelle Loi le Corps doit ſe mouvoir, pour qu'il parvienne dans le Tems le plus court depuis A juſqu'en B, en ſuppoſant les lignes en queſtion parallèles entr'elles. 485. TAB. XVII. Fig. 8.

Il faut que le Corps vienne de A en F dans le Tems le plus court qu'il ſoit poſſible, comme auſſi de E en G, de F en H & de G en B: car ſans cela il pourroit y avoir pour tout ſon Mouvement un Tems plus court. Ainſi *les coſinus des Angles que font les directions des Mouvemens*, ſçavoir AE, EF, FG, GH, HB, *avec les lignes parallèles entr'elles qui ſéparent les Eſpaces, dans leſquels la Viteſſe eſt differente, ſont reſpectivement entr'eux, comme les Viteſſes avec leſquelles ces Eſpaces ſont parcourus.* 486.

Conſiderons à préſent un Corps qui deſcend par ſa Peſanteur. La Viteſſe augmente continuellement en deſcendant, & eſt par tout la même à la même profondeur *: par conſéquent les Eſpaces dans leſquels les Viteſſes varient, ſont ſéparez l'un de l'autre par un nombre infini de plans horizontaux, infiniment peu éloignez l'un de l'autre; & *la Ligne de plus courte Deſcente entre deux points, eſt celle dont la Tangente fait par-tout avec l'Horizon un angle, dont le coſinus eſt proportionel* * à la Viteſſe acquiſe en tombant, c'eſt-à-dire, *à la racine quarrée de la hauteur que le Corps a parcourüe dans ſa Chute* *. Or nous allons démontrer que cette propriété convient à la Cycloïde. * 393. 487. * 486. * 374, 393.

Suppoſons que le Corps A deſcende par la Cycloïde renverſée ADB, dont l'Axe eſt vertical; il faut prouver que le coſinus de l'angle *d*DE, ou BEL *, eſt proportionel à la racine quarrée de la hauteur FL*. L'angle BEL eſt égal à l'angle BFE *, dont le coſinus eſt la corde FE, ſi le centre du Cercle eſt F & le rayon FB; ce qui a lieu à l'égard de tous les points de la Cycloïde, auſſi long-tems que FB ſert de rayon: mais cette corde FE eſt comme la racine quarrée de la hauteur FL: car FL, FE, FB ſont en proportion continüe *; donc FL × FB=FE^q *; mais par cela même que la ligne FB eſt conſtante, le rectangle FL × FB doit ſuivre la raiſon de FL *, & c'eſt ſelon cette même raiſon que doit changer le quarré de la corde FE. 488. TAB. XVII. Fig. 5. * 412, 458. * 487. *8. EL. VI. * 8. 4. EL. VI. * 17. EL. VI. *1. EL. VI.

Ainſi *la Ligne de plus courte Deſcente d'un point à un autre point, eſt une Cycloïde renverſée, dont une des extrêmitez, comme A, coïncide avec le point le plus élevé, & laquelle paſſe par l'autre point*, comme nous l'avons dit dans l'Article 453. 489.

CHAPITRE XXI.

De l'Uſage des Machines.

490. DAns la Partie précedente nous avons parlé des Machines ſimples & compoſées ; nous y avons vû comment une petite Puiſſance ſurmonte une grande Reſiſtance : en nous bornant cependant au ſeul cas de l'Equilibre, & en nous contentant d'obſerver en général, que la Reſiſtance eſt ſurmontée, * 284. pour peu qu'on augmente l'Action de la Puiſſance *. Mais cette Obſervation générale ne ſuffit pas, ſi, par le moyen d'une Machine, on veut produire le plus grand Effet poſſible.

Dans l'Uſage d'une Machine il faut faire attention au Tems ; 491. car *l'Effet qui, toutes choſes d'ailleurs égales, demande le moins de Tems pour être produit, eſt le plus grand, à conſiderer l'Uſage total de la Machine.*

492. Une Machine qui, dans le même Tems, en ſuppoſant que l'Intenſité de la Puiſſance eſt double, fait un double Effet, égale celle dont l'Effet eſt ſimple, en ſuppoſant que l'Intenſité de la Puiſſance eſt ſimple auſſi ; & cette derniére eſt égale à ſon tour, à celle qui, dans la moitié du Tems, fait un Effet ſimple, avec une double Intenſité de Puiſſance ; ce qui fait voir qu'il faut conſiderer le produit du Tems par l'Intenſité de la Puiſſance, & que l'Uſage d'une Machine doit être tenu pour le même, auſſi long-tems que le produit en queſtion eſt proportionel à l'Effet, ou, ce qui revient au même, toutes les fois que la même Reſiſtance eſt ſurmontée de la même maniére. Trois Hommes achevent en un jour, un ouvrage qu'un ſeul Homme feroit en trois jours ; en ſuppoſant que les talens ſont égaux, & que la diligence eſt la même, l'égalité eſt parfaite, puiſque le même ouvrage eſt achevé par la même Action totale.

493. De là nous concluons, que *pour que l'Uſage d'une Machine ſoit auſſi parfait qu'il eſt poſſible, il faut appliquer à cette Machine une Puiſſance, dont l'Intenſité, multipliée par le Tems dans lequel elle fait l'Effet déterminé qu'on demande, donne le plus petit produit* ; car alors l'Action entiére qui cauſe l'Effet, eſt néceſſairement auſſi la moindre poſſible.

L'uti-

L'utilité de cette conſidération peut rarement avoir lieu dans l'Uſage du Levier ; cependant, comme les Démonſtrations ſont très ſenſibles dans cette Machine, & que la plupart des choſes que nous avons à en dire conviennent aux autres Machines, nous examinerons le Levier, & conſidérerons comme tel une Ligne ſans Peſanteur *, pour avoir le cas le plus ſimple qui ſoit poſſible. 494. * 232.

Soit le Levier AB, dont les Bras ſoient entr'eux comme un à dix; qu'outre cela, le Poids A, de cent livres, doive être élevé à la hauteur déterminée A*a*. 495. TAB. XVIII. Fig. 4.

En employant une Puiſſance qui faſſe l'Effet de dix livres, le Poids de cent livres ſera ſoutenu, mais ne pourra point être élevé *. Si on ajoute une livre, & que le Poids B ſoit ainſi de onze livres, le Poids A ſera élevé, mais lentement, & onze livres ne ſuffiſent pas pour élever le Poids A, avec la plus petite Action totale qui ſoit poſſible; car en ajoutant encore une livre, c'eſt-à-dire, en augmentant la Puiſſance d'une onziéme partie, le Tems ſera diminué de preſque trois onziémes parties; & les Actions entiéres, ſçavoir les produits des Tems par les Intenſitez des Puiſſances, ſeront à peu près comme 5. à 4. * 235.

Si l'on continue à augmenter, juſqu'à un certain terme, l'Intenſité de la Puiſſance, l'Action totale ira en diminuant; mais ſi l'on augmente cette intenſité au delà de ce terme cette même Action augmentera. Pour mieux concevoir la choſe, on n'a qu'à jetter les yeux ſur la Table ſuivante, qui eſt calculée pour le Levier que je donne ici pour exemple, & dans laquelle 100000. expriment l'Action entiére la plus petite de toutes.

Puiſſances.	*Actions entiéres.*	*Puiſſances.*	*Actions entiéres.*
10.	Infin.	15, 16.	100000.
11.	142360.	16.	100368.
12.	114036.	17.	101611.
13.	104677.	18.	103397.
14.	101053.	19.	105575.
15.	100016.	20.	108030.

496.

Cette Table fait voir, que dans l'Uſage de la Machine, il faut aſſez conſidérablement augmenter la Puiſſance qui ſou- 497.

ſoutient le Poids qui doit être élevé, mais qu'il n'importe guéres qu'on l'augmente un peu plus ou un peu moins ; car le Tems eſt à peu près diminué d'autant que l'Intenſité eſt augmen-
498. tée, & *l'Action entiére eſt peu changée entre de certaines limites.* Dans l'Exemple que nous avons ſous les yeux, il n'importe preſque pas quelle des Puiſſances on employe, celle de 14, de
* 496. 15, de 16, ou de 17 livres *.

Ce raiſonnement eſt de très peu d'utilité dans l'uſage du Le-
* 494. vier, comme il a été dit * ; mais on ne doit point négliger le calcul de la Puiſſance dans d'autres Machines, comme l'Aiſſieu dans la Roüe, la Poulie, & les Machines qui ſont compoſées des deux que nous venons de nommer.

Je vais marquer à préſent la maniére de faire ce calcul, en renvoyant aux Scholies ſuivans la Démonſtration des Opérations.

Pour l'Aiſſieu dans la Roüe.

499. Je raſſemble en une ſomme ces quatre nombres. 1°. Le Poids du tour de la Roüe. 2°. Le tiers du Poids des Rais. 3°. La moitié du Poids de l'Aiſſieu, multiplié par le quarré de ſon diamètre, & diviſé par le quarré du diamètre de la Roüe. 4°. Enfin le Poids qui donne l'Equilibre, multiplié par le diamètre de l'Aiſſieu, & diviſé par le diamètre de la Roüe. Je diviſe cette ſomme par le Poids qui donne l'Equilibre, c'eſt-à-dire, qui, appliqué à la Machine, ſoutient le Poids qui doit être élevé ; & j'aurai pour quotient un nombre que j'appellerai l'*Expoſant de la Machine.*

500. Il faut chercher cet Expoſant dans la Table ſuivante *, la-
* 508. quelle ſert pour toutes les Machines, & contient dans ſa premiére Colomne des Expoſans, à chacun deſquels répond, dans la ſeconde Colomne, un nombre qui marque de combien il faut augmenter la Puiſſance qui donne l'Equilibre. Cette augmentation eſt exprimée par des centiémes parties de la Puiſſance.

501. EXEMPLE. Que le Poids du tour de la Roüe ſoit de 100. liv. ; le Poids des Rais de 30. liv ; le Poids de l'Aiſſieu de 80. liv. ; le diam. de l'Aiſſieu 1. ; le diam. de la Roüe 10 ; le Poids à élever de 200 liv. ; donc le Poids qui donneroit l'Equilibre, ſeroit de 20. liv.

J'aſſemble en une ſomme 100, 10, $\frac{2}{5}$, ou 0, 4; & 2: enſuite

te diviſant la ſomme 112,4. par 20, je trouve que l'Expoſant eſt 5,62, qui ſe trouve entre 5 & 6; & que le nombre qui répond à cet Expoſant, eſt à peu près 0,80. Ainſi l'augmentation vaut quatrevingt centiémes parties de 20 liv., & l'Intenſité de la Puiſſance qu'il faudra appliquer à la Machine, ſera de 36 liv.

Pour la Poulie.

Nous ſuppoſons que toutes les Roulettes péſent également. 502.
Cela étant, je multiplie le Poids d'une Roulette par le produit du nombre des Roulettes augmenté de l'unité, & multiplié par le double du même nombre de Roulettes, plus un; & je diviſe ce produit par le nombre des Roulettes pris douze fois. J'ajoute le Poids qui donne l'Equilibre, diviſé par le nombre des Roulettes; & ayant diviſé la ſomme par le Poids même qui m'a fait avoir l'Equilibre, je trouve *l'Expoſant* exprimé par le Quotient.

EXEMPLE. Que le Poids d'une Roulette ſoit 3 liv.; le nom- 503.
bre des Roulettes 10; le Poids à élever 200 liv.; ainſi le Poids qui donnera l'Equilibre, ſera de 20 livres *. *260. 271.

Je multiplie 3 par 11, & le produit par 21; & j'ai 693; je diviſe ce nombre par 120; le quotient eſt 5,775; j'ajoute 20, diviſé par 10, c'eſt-à-dire, 2; après quoi la ſomme 7,775. diviſée par 20, me donne pour Expoſant 0,389. qui vaut moins que la moitié de l'unité: ainſi, comme cela paroit par la Table *, * 508.
l'augmentation eſt à peu près de 57 centiémes parties de la Puiſſance qui produit l'Equilibre, & la Puiſſance qu'il faut employer, n'eſt que tant ſoit peu plus grande que 31 livres.

Quelque petit que devienne l'Expoſant, il ne ſçauroit jamais 504.
être égal à rien: c'eſt ce qui auroit lieu à l'égard de l'Aiſſieu dans la Roüe, ſi la Machine n'avoit aucune peſanteur, & ſi le diamètre de la Roüe étoit infini: comme auſſi dans la Poulie, ſi le nombre des Roulettes étoit infini, & qu'elles fuſſent toutes ſans peſanteur; donc l'augmentation rélative à ces Machines, ſurpaſſe toujours la moitié de l'Action qui peut ſoutenir le Poids à élever; cependant l'Action ne doit jamais être doublée, à cauſe qu'il eſt impoſſible qu'elle ſoit jamais égalée par l'augmentation; comme on peut s'en convaincre par la ſeule inſpection de la Table *. * 508.

Nous pouvons appliquer à toutes les Machines, ce que nous 505.

498. avons obſervé ci deſſus * au ſujet du Levier; d'où nous concluons, qu'on peut admettre, ſans aucune erreur ſenſible, cette Règle générale.

506. Que *la Puiſſance par laquelle eſt ſoutenu le Poids qu'il faut élever, doit être augmentée de la moitié, s'il eſt queſtion d'élever ce Poids à l'aide de pluſieurs Roulettes, ou s'il s'agit d'une autre Machine plus légére, ou dont les parties les plus peſantes ſe meuvent lentement*; comme dans le Treuil, qui eſt un Aiſſieu autour duquel eſt entortillée une corde, & qu'on fait tourner par le moyen d'un Levier ou d'une Manivelle.

507. Dans d'autres occaſions, ſçavoir, *quand la Machine eſt plus peſante*, comme par Ex. l'Aiſſieu dans la Roüe, *il faut doubler la Puiſſance qui eſt en Equilibre, avec le Poids qui doit être élevé.*

TABLE.

508.

Expoſant.	*Puiſſance. Augm.*	*Expoſant.*	*Puiſſance. Augm.*
0.	0,50.	6.	0,81.
0,5.	0,57.	7.	0,83.
1.	0,62.	8.	0,85.
2.	0,69.	9.	0,86.
3.	0,73.	10.	0,87.
4.	0,76.	15.	0,90.
5.	0,79.	35.	0,95.
		Infin.	1,00.

509. Nous avons ſuppoſé juſqu'ici, que la Machine étoit déterminée à tous égards, & nous n'avons parlé que du choix de la Puiſſance; voyons à préſent, comment on doit s'y prendre *s'il eſt queſtion de Machines d'un méme genre*, & qu'il faille en choiſir une.

510. Conſiderons encore une fois le Levier, mais qu'on n'ait point déterminé la raiſon qu'il y a entre les longueurs des Bras; *& qu'un méme Poids doive être élevé à une hauteur déterminée.* Pour comparer enſemble les Actions entiéres de differens Leviers, nous devons faire attention à trois choſes, & à ces trois ſeulement: Car *l'Action entiére ſuit la raiſon, 1°. De l'Intenſité de la Puiſſance qui agit; 2°. La raiſon du Tems durant lequel elle agit* *; 3°. *La*

* 491.

3°. *La raiſon de l'Eſpace parcouru par la Puiſſance.* Car ſi un Poids d'une livre, pendant qu'il agit, deſcend à une profondeur de deux pieds, ſon Action ſera double de celle qu'il auroit produit ſi la profondeur n'avoit été que d'un pied; puiſque, dans le premier cas, le Poids ne peut revenir à l'endroit qu'il occupoit d'abord, à moins qu'on ne l'éléve deux fois, de la même maniére qu'on ne l'éléve qu'une dans le ſecond cas.

Si nous déterminons à préſent les Actions entiéres pour les differentes longueurs des Leviers, en employant pour chaque longueur une Puiſſance qui donne l'Action la plus petite à l'égard de cette longueur; nous trouverons, en comparant divers Leviers, que l'Action totale eſt moindre, ſi la diſtance entre la Puiſſance & le point d'Appui eſt plus petite. 511.

Pour élever un Poids de cent livres à une hauteur déterminée, ſoit employé un Levier dont les Bras ſoient égaux; afin que l'Action ſoit la plus petite poſſible, il faut ſe ſervir d'une Puiſſance dont l'Intenſité vaille 162 livres. Si l'on réduit la Diſtance du point auquel la Puiſſance eſt appliquée à la moitié, l'Intenſité de la Puiſſance ſera de 338 livres. Mais pendant que le Poids ne parcourt en deſcendant que la moitié de l'Eſpace, le Tems diminüe auſſi, & eſt au premier environ comme 35 à 44: Et les Actions entiéres ſont, comme $162 \times 1 \times 44$ à $338 \times \frac{1}{2} \times 35$ *, c'eſt-à-dire, comme 7128 à 5915, ou à peu près comme 6 à 5. 512. * 510.

De là il ſuit, qu'en employant de plus grandes Puiſſances, les Actions entiéres ſont plus petites, en mettant une juſte proportion entre les Bras; mais ces Puiſſances ont ceci d'incommode, qu'elles ſont difficiles à manier: les Machines dont on ſe ſert pour élever des Poids, n'étant employées qu'afin qu'un grand Poids puiſſe être élevé par une petite Puiſſance. 513.

Si quelqu'un vouloit élever à une hauteur déterminée, un Poids déterminé, par le moyen d'une Puiſſance auſſi déterminée, & cherchoit pour cet effet la plus petite Action poſſible, il faudroit trouver les dimenſions de la Machine, dans laquelle le produit du Tems par l'Eſpace que parcourt la Puiſſance ſeroit le plus petit poſſible *; ce qui ne pourroit ſe faire que difficilement; à cauſe que les Poids des parties de la Machine, quand cette derniére vient à changer, ne varient pas ſuivant une Loi fixe. La ſolution de ce Problême, qui, dans le cas 514. * 510.

le

le plus ſimple, eſt du troiſiéme degré, ne ſeroit pas auſſi de
*506.507. grand uſage dans la pratique *.

515. *Dans le Levier du troiſiéme genre*, la Puiſſance eſt toujours appliquée à une plus petite diſtance du point d'Appui, que le
* 234. Poids qu'il faut élever *, & doit toujours être plus grande que
* 235. ce Poids *; c'eſt pourquoi dans ce Levier *l'Action totale eſt moindre* que dans un Levier du ſecond genre, ou dans l'uſage ordi-
* 511. naire d'un Levier du premier genre *; *& par rapport à cette Action, le Levier du troiſiéme genre l'emporte ſur les autres.*

516. La plupart de ceux qui ont écrit ſur les Méchaniques, en comparant entr'elles differentes Machines, ne font attention qu'au cas de l'Equilibre, & poſent comme un Principe fondamental de l'Uſage des Machines, que le Tems, pendant lequel un Effet eſt produit, augmente ſuivant la même raiſon, ſelon laquelle l'Intenſité de la Puiſſance diminüe: mais nous venons de voir dans ce Chapitre, que ce Principe ne ſçauroit être admis.

517. Dans l'Uſage des Machines dont il vient d'être fait mention, les Poids, quand une Puiſſance conſtante eſt appliquée à ces Machines, ſont élevez d'un Mouvement accéleré, & c'eſt là le ſeul cas que nous avons examiné.

518. Il y a d'autres Machines, telles que ſont la plupart des Machines Hydrauliques, dans leſquelles il ne s'agit pas de produire un Effet déterminé, mais ſucceſſif; dans ces Machines c'eſt toujours de nouvelle Eau qu'on éléve, avec la même Viteſſe, par l'Action continuée de la même Machine. Nous parlerons dans la ſuite de l'Uſage de ces ſortes de Machines.

SCHOLIE I.

Dans lequel on éclaircit ce qui a été dit touchant le Levier, au commencement de ce Chapitre.

519. TAB. XVIII. Fig. 5. SOit le Levier AB, dont le point d'Appui eſt C. AC vaut un, BC dix, & en A eſt un Poids de cent livres, qui doit être élevé. J'applique dix livres en B, & les deux Poids ſont en Equilibre; enſuite j'employe ſucceſſivement le Poids de onze, de douze, de treize livres, & le Poids A eſt élevé de la même maniére, en differens Tems. Pour comparer enſemble ces Tems, nous devons conſiderer le Levier chargé de Poids, com-
* 479. me s'il étoit un Pendule compoſé, & chercher le Centre d'Oſcillation *. Si la

la Puiſſance vaut treize livres, ce Centre ſera D; ſi elle en vaut quatorze, ce ſera E; ſi elle en vaut quinze, ce ſera F &c.

Comme dans ces differens Mouvemens, il eſt queſtion du même Mouvement du Pendule, le Centre d'Oſcillation parcourt des Chemins ſemblables, & les quarrez des Tems de la Deſcente ſont comme les Eſpaces parcourus *; leſquels ſont comme les Diſtances CD, CE, CF, &c. L'augmentation de la Puiſſance, quand la Diſtance du Centre d'Oſcillation eſt grande, diminüe ſenſiblement cette Diſtance; & c'eſt pour cette raiſon que le Tems diminüe davantage que l'Intenſité de la Puiſſance n'augmente, ce qui cauſe la diminution de l'Action totale *. Mais quand, en augmentant l'Intenſité de la Puiſſance, le Centre d'Oſcillation eſt moins éloigné, comme en H, I, L &c., alors, par cette augmentation de la Puiſſance, le Centre d'Oſcillation s'approche peu, le Tems diminüe peu auſſi, & l'Action totale augmente. *374. 383. * 491.

Dans la Conſtruction de la Table de l'Article 496. les Diſtances des Centres d'Oſcillation ont été déterminées pour diverſes Puiſſances, & la Racine quarrée de chaque Diſtance a été multipliée par ſa Puiſſance; les produits de ces multiplications, ou plutôt des nombres, qui ſont entr'eux en même raiſon que ces produits, ont ſervi à former la ſeconde Colomne. Pour ce qui concerne la Puiſſance qui donne la plus petite Action totale, elle a été déterminée par la Méthode que nous expliquerons dans le troiſiéme Scholie. 520.

SCHOLIE II.

Des Expoſans des Machines.

NOus avons appellé * Expoſant d'une Machine, le Nombre par le moyen duquel on découvre la Puiſſance qui produit un Effet déterminé, par une Action totale plus petite qu'aucune autre. 521. * 500.

Ce Nombre ſe trouve, en cherchant le Centre d'Oſcillation de la Machine dont on veut ſe ſervir.

De l'Expoſant du Levier.

Soit a le Poids qui doit être élevé; la Diſtance $AC=m$; $CB=n$; la Puiſſance qui donnera l'Equilibre ſera $\frac{ma}{n}$ *; ſoit outre cela, l'Augmentation de la Puiſſance, néceſſaire pour faire mouvoir le Levier, exprimée par x. 522. TAB. XVIII. Fig. 5. * 235.

La Diſtance entre le Centre d'Oſcillation & le point C, en ſuppoſant le Levier ſans Poids, ſera $\frac{mma+nma+nnx}{nx}$ *: Je ſuppoſe une grandeur b, déterminée de maniére, que $bnma=mma+nma$, c'eſt-à-dire, $b=\frac{m}{n}+1$. * 479.

La Diſtance du Centre d'Oſcillation eſt à préſent $\frac{bnma+nnx}{nx}-\frac{bma+nx}{x}$; mais il s'agit de déterminer x rélativement au Poids qui donne l'Equilibre: 523.

l'Augmentation, que nous avons nommée x, ayant été exprimée pour les differentes Machines, par des centiémes parties de ce Poids, dans le cas
* 500. d'une Action moindre que toute autre *; c'eſt-à-dire, qu'il faut ſuppoſer $\frac{am}{a}$, Poids qui donne l'Equilibre, égal à l'unité, pour avoir $am=n$: en
524. ce cas *la Diſtance du Centre d'Oſcillation* ſera $\frac{bn+nx}{x}$, laquelle *ſuit la proportion de* $\frac{b+x}{x}$. *Et* $b-1$ *eſt le Nombre que nous avons nommé l'Expoſant de la Machine.* C'eſt par le moyen de cet Expoſant, avons-nous dit, qu'on trouve la Puiſſance qui donne la plus petite Action totale qui ſoit poſ-
* 500. ſible *.

525. Nous déſignons, par une expreſſion ſemblable, dans quelque Machine que ce ſoit, la proportion de la Diſtance du Centre d'Oſcillation; il n'y a de variation qu'à l'égard de la quantité b; mais cette quantité étant donnée, le Problême de la plus petite Action totale ſe réſout de la même maniére, comme nous le verrons dans le Scholie ſuivant.

De l'Expoſant de l'Aiſſieu dans la Roüe.

526. TAB. XVIII. Fig. 6. Soit la Roüe E, dont les Rais ſoient D, D, &c. & l'Aiſſieu C. J'appelle p le Poids du tour ou de la circonférence de la Roüe; celui de tous les Rais pris enſemble r; & celui de l'Aiſſieu q. Soit le demi-diamètre de l'Aiſſieu déſigné par m; le demi-diamètre de la Roüe par n, qui pourra, en ne faiſant aucune attention à la largeur du tour, marquer auſſi la longueur des Rais. Si l'on nomme a le Poids A, qui doit être élevé; le Poids qui
* 255. donnera l'Equilibre, ſera $\frac{ma}{n}$ *; l'Augmentation qui donne le Mouvement eſt x; donc $B=\frac{ma}{n}+x$.

527. Quand cette Machine eſt en mouvement, il s'y trouve un point qui eſt mû comme s'il étoit pouſſé uniquement par la Peſanteur, & qui répond au Centre d'Oſcillation dans un Pendule; car nous aurons un vrai Pendule, ſi nous concevons les Poids A & B fixes, le premier en a & le ſecond en b. La Diſtance qu'il y a entre ce Centre & le Centre de la Roüe ſe trouve
* 479. par la Règle que nous avons donnée *.

Je multiplie le Poids du tour par le quarré du demi-diamètre de la Roüe, ce qui me donne pour produit nnp. En multipliant enſuite les Poids de tous les points des Rais par les quarrez des Diſtances du Centre,
* 480. j'ai $\frac{1}{3}\,nnr$ *; un produit ſemblable pour l'Aiſſieu eſt $\frac{1}{2}\,mmq$ *: l'Aiſſieu
* 482. pouvant être conſideré comme une plaque fort épaiſſe. Les autres produits ſont mma & $Bn=mna+nnx$, & la Diſtance du Centre d'Oſcillation
* 479. eſt $\frac{nnp+\frac{1}{3}nnr+\frac{1}{2}mmq+mma+mna+nnx}{nx}$ *.

Suppoſons $nnp+\frac{1}{3}nnr+\frac{1}{2}mmq+mma+mna$, qui ſont toutes

tes des quantitez connües, $= bmna$. Ainſi la Diſtance du Centre d'Oſcillation vaudra $\frac{bmna + nnx}{nx} = \frac{bma + nx}{x}$; que ſi nous voulons exprimer la valeur de x, relativement au Poids qui donne l'Equilibre, comme nous avons fait à l'égard du Levier *, il faudra prendre ce Poids, ſçavoir $\frac{ma}{n}$ pour l'unité. Alors $ma = n$ & $\frac{bma + nx}{x} = \frac{bn + nx}{x}$; & cette derniére quantité ſuit la proportion de $\frac{b + x}{x}$, comme nous l'avons dit au ſujet du Levier *. L'Expoſant de la Machine eſt $b-1$, dont on a la valeur, en diviſant l'Equation dans laquelle b a été introduite, par mna; ce qui donne $\frac{np}{ma} + \frac{nr}{3ma} + \frac{mq}{2na} + \frac{m}{n} = b-1$; & cette maniére de déterminer l'Expoſant s'accorde avec celle que nous avons donnée ci-deſſus *. Car nous avons dit que ces quatre nombres devoient être ajoutez en une ſomme, ſçavoir, $p + \frac{1}{3}r + \frac{mmq}{2nn} + \frac{mma}{nn}$, laquelle ſomme étant diviſée, comme il a été dit, par le Poids qui donne l'Equilibre, c'eſt-à-dire par $\frac{ma}{n}$, ſe change en celle ci $\frac{np}{ma} + \frac{nr}{3ma} + \frac{mq}{2na} + \frac{m}{n}$, que nous venons de voir être égale à $b-1$, Expoſant de la Machine.

* 523.

* 524.

* 499.

Il faut s'y prendre de même pour toutes les Machines: Il faut chercher le Nombre que nous nommons l'Expoſant de la Machine, & dont la proprieté eſt, que ſi on l'augmente de l'unité, & qu'on l'appelle b, la Diſtance du Centre d'Oſcillation ſuivra la proportion de $\frac{b+x}{x}$ *. 528.

* 524.

De l'Expoſant de la Poulie.

Dans cette Machine, comme dans toutes les autres, qui, en faiſant abſtraction du frottement, ſe meuvent par la ſeule Peſanteur, il y a un point qui répond au Centre d'Oſcillation d'un Pendule; c'eſt-à dire, qui ſe meut avec la Viteſſe que ſa ſeule Peſanteur pourroit lui communiquer. 529.

Quand toutes les parties d'une Machine ſe meuvent autour d'un même Centre, ou d'un même Axe, les Viteſſes de tous les points ſont proportionelles à leurs diſtances du Centre, ou de l'Axe, & voilà pourquoi, afin de déterminer le Centre d'Oſcillation, on multiplie chaque Poids par le quarré de ſa Diſtance de ce Centre, ou de cet Axe *: par la même raiſon, quand le Mouvement n'eſt point tel, comme dans la Poulie, il faut multiplier chaque point par le quarré de ſa Viteſſe; c'eſt-à-dire que, *pour déterminer le Centre d'Oſcillation, il faut agir comme ſi tous les points tournoient autour du même Axe, en gardant la Viteſſe qu'ils ont réellement.* 530. * 479. 531.

Suppoſons des Roulettes égales & de même Poids. Je multiplie, pour 532.

la premiére Roulette, chaque point par le quarré de ſa Diſtance du Centre, & j'ai la moitié du Poids de la Roulette, en ſuppoſant que le demi-diamètre de la Roulette eſt déſigné par l'unité *. La Viteſſe de la ſeconde Roulette eſt double, c'eſt-à-dire, que chaque point eſt mû avec une Viteſſe, double de celle qu'a le point correſpondant dans la premiére Roulette; d'où il ſuit, que la ſomme des produits pour la ſeconde Roulette, eſt quadruple de celle qu'on détermine pour la premiére. De même, le produit eſt neuf fois plus grand pour la troiſiéme Roulette; ſeize fois plus grand pour la quatriéme &c. Si n exprime le nombre des Roulettes, le produit pour la derniére Roulette ſera la moitié du Poids d'une Roulette, multipliée par nn, & la ſomme des produits ſera égale au produit de la moitié du Poids d'une Roulette, multipliée par la ſomme des quarrez des nombres naturels, depuis l'unité juſqu'à n: ſomme qui ſe trouve facilement, comme je vais le dire. Nommons ce dernier produit nnp.

* 482.

Si f eſt le Poids qui donne l'Equilibre, nf ſera le Poids qu'il faut élever *; & x l'Augmentation dont f a beſoin pour que la Machine ſoit miſe en mouvement.

* 262. 271.

Le Poids nf, qu'il s'agit d'élever, doit être multiplié par le quarré du demi-diamètre de la premiére Roulette, c'eſt-à-dire, par l'unité, ce qui nous laiſſe nf. Enfin $f + x$ doivent être multipliez par nn, & nous aurons la Diſtance du Centre d'Oſcillation $\frac{nnp + nf + nnf + nnx}{nx} = \frac{np + f + nf + nx}{x}$ *.

* 531. 474. 475.

Nous ſuppoſons que b eſt déterminée, enſorte que $np + f + nf = bnf$, c'eſt-à-dire, nous ſuppoſons $b - 1 = \frac{p}{f} + \frac{1}{n}$: cela étant, la Diſtance du Centre d'Oſcillation vaudra $\frac{bnf + nx}{x}$. Si à préſent, comme dans les autres Machines dont il a été parlé, la valeur de x doit être exprimée relativement à celle de f, nous faiſons $f = 1$; ce qui donne $\frac{bnf + nx}{x} = \frac{bn + nx}{x}$, & fait voir en même tems, que la Diſtance du Centre d'Oſcillation ſuit la proportion de $\frac{b + x}{x}$.

L'Expoſant eſt $b - 1 = \frac{p}{f} + \frac{1}{n}$. Il nous reſte à prouver que cet Expoſant a été bien déterminé *.

* 502. 533.

Nous avons ſuppoſé que nnp valoit le produit de la moitié du Poids d'une Roulette, multipliée par la ſomme des quarrez des nombres naturels, depuis l'unité juſqu'à n.

Je dirai peu de choſes ſur la maniére de trouver cette ſomme: le Problème eſt très connu, & eſt un cas ſingulier d'un Problème, qui à ſon tour eſt particulier à l'égard d'un autre Problème plus général. Cette route, ſi nous la ſuivions dans notre Démonſtration, ſeroit fort longue. Nous en prendrons une autre plus abregée, & qui ne ſera relative qu'au ſeul cas dont il s'agit.

SCHO-

Après avoir pris pour l'Unité le petit Cube Z, je conçois les quarrez des Nombres naturels comme formez par de pareils Cubes, qui compoſent tous enſemble le Solide X, dont la grandeur, en prenant Z pour l'Unité, exprime la ſomme qu'il s'agit de trouver. 534. TAB. XVIII. Fig. 7.

Il faut repréſenter le Solide X, inſcrit dans la Pyramide ABDC, dont la baſe eſt le quarré du coté $n+1$, & la hauteur auſſi $n+1$; cette Pyramide vaut $\frac{1}{3}n^3 + nn + n + \frac{1}{3}$ *; mais elle eſt plus grande que le Solide X; & la quantité dont elle le ſurpaſſe, eſt pour chaque quarré, ou couche, égale à une Pyramide, comme HDLGI, qui vaut $\frac{1}{3}$, & outre cela à deux Priſmes, comme HBEGIF & GNCLIM; qui joints enſemble, forment un Parallèlepipède, qui contient autant de Cubes, comme A, qu'il y a d'Unitez dans le coté du quarré EN. * 7. EL. XII.

Nous avons toute la quantité dont la Pyramide excéde le Solide X. 1°. En multipliant la valeur de la petite Pyramide $\frac{1}{3}$ par $n+1$, Nombre de toutes les petites Pyramides ſemblables, ce qui donne pour produit $\frac{1}{3}n + \frac{1}{3}$; & 2°. En cherchant la ſomme de tous les Parallèlepipèdes, qui forment une Progreſſion arithmétique 1. 2. 3. . . . . n; laquelle ſomme vaut $\frac{1}{2}nn + \frac{1}{2}n$. Ainſi l'excès total eſt $\frac{1}{2}nn + \frac{5}{6}n + \frac{1}{3}$: En retranchant de la valeur de la Pyramide cet excès, on aura pour reſte la ſomme des quarrez qu'on cherchoit, ſçavoir, $\frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}nn + \frac{1}{6}n = \frac{2n^3 + 3nn + n.}{6}$

Si q marque le Poids d'une Roulette, on aura $\frac{2n^3q + 3nnq + nq}{12} = nnp$ *, & $p = \frac{2nnq + 3nq + q}{12n} - \frac{n+1 \times 2n+1 \times q.}{12n}$ 535. * 533.

Nous avons vû * que l'Expoſant $b-1$ étoit égal à $\frac{p}{f} + \frac{1}{n}$ donc $b-1 = \frac{n+1 \times 2n+1 \times q}{12nf} + \frac{1}{n}$ valeur de l'Expoſant déterminée ci-deſſus *. * 532. * 502.

SCHOLIE III.

De la Maniére de déterminer la plus petite Action totale.

NOus avons dit de quelle maniére on peut, l'Expoſant d'une Machine étant donné, à l'aide de la Table de l'Article 508, trouver la Puiſſance qui produit la plus petite Action totale *. C'eſt de la Conſtruction de cette Table que nous allons parler à préſent. 536. * 500.

Quand on veut faire uſage d'une Machine, il s'agit d'élever un Poids déterminé à une hauteur déterminée ; & par conſéquent, il s'agit d'un Mouvement déterminé de la Machine, enſorte que l'Eſpace parcouru par le Centre d'Oſcillation, ſuive la proportion de la Diſtance qu'il y a entre ce Centre & le Centre du Mouvement. Le Chemin parcouru dans ce Mouvement par le Centre d'Oſcillation, eſt toujours ſemblable à lui-même, & le quarré du Tems eſt comme l'Eſpace parcouru *; donc il eſt comme la Diſtance du Centre d'Oſcillation, c'eſt-à-dire, comme $\frac{b+x}{x}$: Expreſſion dont nous avons démontré dans le Scholie précedent, que cette Diſtance ſuit toujours la raiſon. L'Action totale ſe trouve en multipliant le Tems par la Puiſſance *, laquelle en ce cas vaut $1+x$; & le quarré de l'Action ſuit la proportion du quarré du Tems multiplié par le quarré de la Puiſſance, c'eſt-à-dire, de $\frac{b+x}{x} \times \overline{1+x}^{2}$. Cette Action ſera la plus petite poſſible, quand x ſera déterminée de façon, que le produit en queſtion ſoit plus petit qu'aucun autre.

* 519.

* 492.

537. Ayant mené BA, BD, qui faſſent un Angle droit en B, ſoit $BI = b$; $IA = x$; je méne par I, $IC = 1$, parallèle à BD, & je fais IH auſſi égale à l'Unité.

TAB. XVIII. Fig. 8.

A cauſe des Triangles ſemblables ACI, ABD, AI(x), AB ($b+x$) :: CI(1), BD ($\frac{b+x}{x}$) *. Donc la Diſtance du Centre d'Oſcillation ſuit la proportion de la ligne BD, quelque changement qui arrive à x.

* 16. EL. VI.

Si de $\frac{b+x}{x}$ & de ſon égale BD, on retranche de part & d'autre l'Unité, on aura $\frac{b}{x} = ED$.

L'Intenſité de la Puiſſance eſt $HA = 1+x$; c'eſt pourquoi le produit qui exprime le quarré de l'Action entiére, eſt $BD \times HA^{q}$: Or nous cherchons IA, quand ce produit eſt le plus petit de tous les produits ſemblables.

Si en ce cas, l'on augmente ou l'on diminue tant ſoit peu x, les produits croiſſent. Comme on peut les prendre égaux, ſuppoſons $BD \times HA^{q} = Bd \times Ha^{q}$; la valeur cherchée de x doit être moyenne entre IA & Ia. Les points A & a peuvent être ſi près l'un de l'autre, que la diſtance entr'eux ſoit infiniment petite, en ce cas la petite ligne Aa eſt conſiderée comme un point, & IA eſt la valeur de x.

L'Equation $BD \times HA^{q} = Bd \times Ha^{q}$ donne l'Analogie ſuivante *. Bd, BD :: HA^{q}, $\overline{HA+Aa}^{q} = HA^{q} + 2HA \times Aa + Aa^{q}$ :: HA, $HA + 2Aa$; car Aa^{q} étant infiniment petit en comparaiſon des autres quantitez, peut être négligé; ce qui, en diviſant par HA les termes de la pénultiéme raiſon, nous donne la derniére. Donc Bd, BD :: HA, HA

* 16. EL. VI.

HA + 2Aa, d'où nous déduiſons (*convertendo* & *alternando*) Bd, HA :: Dd, 2Aa, ou Bd, $\frac{1}{2}$ HA :: Dd, Aa.

De C, comme Centre, ſoient décrits, par les points A & d, les arcs de Cercle AG, dF, que leur infinie petiteſſe peut faire conſiderer comme des lignes droites.

La raiſon de Dd à Aa, eſt compoſée des trois raiſons de Dd à dF, de dF à AG, & de AG à Aa.

A cauſe des Triangles rectangles ſemblables DCE, DdF, AaG & CAI, les raiſons que nous venons d'indiquer peuvent ſe changer en celles-ci, Dd, dF :: CA, AI; dF, AG :: DE, CI; AG, Aa :: CI, CA.

Ainſi Dd eſt à Aa en raiſon compoſée des trois raiſons de DE à CI, de CI à CA, & de CA à AI; dont la raiſon compoſée eſt celle de DE à AI, laquelle exprime par conſéquent celle de Dd à Aa, ou de Bd à $\frac{1}{2}$ HA; c'eſt-à-dire, que DE $(\frac{b}{x})$, AI (x) :: Bd $(\frac{b+x}{x})$, $\frac{1}{2}$ HA $(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2})$, & $b + x = \frac{1}{2}b + \frac{b}{2x}$ *; d'où nous déduiſons cette Equation, * 16. EL. VI.

$xx + \frac{1}{2}bx - \frac{1}{2}b = 0$, dont la racine poſitive $x = \frac{1}{4}\sqrt{8b + bb} - \frac{1}{4}b$, nous donne la valeur de l'inconnüe, & par cela même ce que nous cherchons.

Car l'Expoſant de la Machine étant donné, on n'a qu'à y ajouter l'Unité, pour avoir la valeur de b; laquelle étant ſubſtituée dans l'Equation à la place de b, donne x. 538.

Dans la Conſtruction de la Table de l'Article 508., nous avons fait ſucceſſivement $b = 1$, $b = 2$, $b = 3$ &c. ou, ce qui revient au même, nous avons ſuppoſé que l'Expoſant valoit 0, enſuite 1, puis 2, &c. & nous avons marqué dans la Table les Valeurs de x, qui ont été trouvées répondre à chacun de ces Expoſans. 539.

CHAPITRE XXII.

Du Jet des Corps.

QUand une Puiſſance agit ſur un Corps en Mouvement, le Mouvement du Corps change *; *ſi*, par Ex. *un Corps eſt jetté* par AB, *il* eſt, dans le Tems qu'il peut parcourir cette ligne, porté par la force de la Peſanteur vers le Centre de la Terre, en tombant par la ligne BF, & parcourt ainſi, par un Mouvement compoſé de ces deux, la ligne AF *. Par ce même Mouvement, dans le ſecond Moment, 540. TAB. XIX. Fig. 1. * 357. * 360.

ment, le Corps devroit parcourir FC, égale à AF, ſi, pendant ce ſecond Moment, la même Peſanteur ne le tranſportoit par CG, enſorte que dans ce ſecond Moment ce ſoit la ligne FG que le Corps parcourt; ſemblablement le Mouvement du troiſiéme Moment ſe fait par GH, & celui du quatriéme par HI; mais comme la Peſanteur agit continuellement, les Momens de Tems dont il s'agit ſont infiniment petits, & à chaque Inſtant il y aura un Mouvement, compoſé autrement que le Mouvement immédiatement précedent, c'eſt-à-dire, il y aura une nouvelle infléxion de direction; ainſi en ce cas le Corps *ſe meut dans une Ligne courbe.*

541. *Ce Mouvement* des Corps jettez peut être enviſagé d'une maniére plus ſimple dans tous les Jets que nous pouvons faire; à cauſe que toutes les lignes qui tendent vers le Centre de la Terre, dans l'Eſpace que le Corps parcourt, peuvent être conſiderées comme parallèles; ainſi la direction du Mouvement produit par la Peſanteur ne change point, & le Mouvement *qui vient du Jet, n'eſt compoſé* que *de deux Mouvemens, dont le premier, qui eſt uniforme, ſe fait par la ligne du Jet* *, *& dont le ſecond eſt accéleré vers la Terre* *: *Mouvemens qui ne ſe troublent point l'un l'autre* *.

* 355.
* 370.
* 358.

542. Soit un Corps jetté par la ligne AE, parallèle à l'Horizon; en Tems égaux, ce Mouvement fera parcourir au Corps les parties égales AB, BC, CD, DE: par ſa Peſanteur il parcourt, d'un Mouvement perpendiculaire à l'Horizon, les lignes BF, CG, DH, ou EI, qu'on peut conſiderer comme parallèles. Ce dernier Mouvement eſt accéleré, & pour cette raiſon, ſi à la fin du premier Moment le Corps eſt en F, à la fin du ſecond il ſera en G, du troiſiéme en H, & du quatriéme en I, de telle maniére, qu'en ſuppoſant que BF eſt un, CG ſera quatre, DH neuf, & EI ſeize *. Cela étant, le Corps décrira une Courbe dans laquelle ſe trouveront tous les points qui pourront être déterminez, comme on vient de faire à l'égard des points F, G, H, I: Cette Courbe ſe nomme *Parabole.*

TAB. XIX. Fig. 2.

* 374.

MACHINE

Pour confirmer par des Expériences, ce qu'on vient de démontrer touchant le Jet des Corps.

543. La principale partie de cette Machine eſt la piéce de bois A, dont la hauteur eſt d'un pied, & l'épaiſſeur de deux pouces.

TAB. XIX. Fig. 3.

ces. Depuis la moitié de ſa hauteur, qui eſt au point C, elle eſt taillée juſqu'au point B, en portion de Cercle, ou d'une autre Courbe quelconque; de façon pourtant, qu'une Boule puiſſe rouler librement depuis B juſqu'à C. Et afin que la Boule roule avec plus de facilité, on garnit le bois d'une lame de cuivre, ou de fer-blanc, bien polie. On ſe ſert d'une petite Boule de marbre, dont le diamètre excède tant ſoit peu un demi-pouce; & la Courbe B C eſt placée de maniére, que le Mouvement de la Boule ſoit horizontal en C.

La piéce de bois A eſt miſe ſur la Planche D E, à laquelle elle tient, & qui eſt ſoutenue ſur trois Vis, comme G, G, (car la troiſiéme ne ſçauroit être vüe). On s'aſſure que la piéce A eſt exactement verticale, & la Planche D E horizontale, par le moyen d'un Fil à plomb, appliqué derriére la Machine, & attaché à la petite Cheville N.

La Planche M peut s'ôter, & s'appliquer à celui des deux cotez de la Machine qu'on juge à propos.

Quand on l'applique au coté antérieur, on l'introduit entre la Planche H, qui fait partie de la Machine, & la ſuperficie de la piéce A, & elle eſt retenüe par la Règle I.

La Figure repréſente cette Planche placée de cette maniére, mais de l'autre coté.

On tient en B la Boule de marbre: on la lâche, pour qu'elle deſcende librement par B C, & on marque la Diſtance F, où elle vient tomber; cette Diſtance eſt toujours la même, toutes les fois qu'on réitère l'Expérience; parce que la Boule deſcend chaque fois de la même hauteur, & par conſéquent part horizontalement de C, avec la même Viteſſe.

Il y a un creux en F rempli de coton, & on marque ſur la Planche M le point *l*, qui répond à F.

Ayant mené par *l* la verticale *lf*, on poſe la Boule à l'extrêmité C, de la Courbe CB, & on marque ſur la Planche M, le point *a*, qui répond au Centre de la Boule, enſuite on méne la ligne horizontale *af*, qui fait ici le bord de la Planche M.

La ligne *af* étant diviſée en cinq parties égales, en *b*, *c*, *d*, *e*, on tire les lignes verticales *bn*, *cn*, *dn*, *en*, dont les longueurs ſont déterminées de la maniére ſuivante. On partage *fl* en vingt-cinq parties égales, dont *bn* en contient u-

ne, *cn* quatre, *dn* neuf, *en* ſeize: & par les points *nn*, &c. on méne la Courbe *annl*, qui marque la Route que parcourt dans ſon Mouvement un Corps jetté horizontalement du point
* 542. *a*, pour arriver au point *l* *.

Quatre Anneaux de cuivre O, O, O, O, ſont appliquez à la Planche M. Ces Anneaux ont des queües cylindriques, qu'on fait entrer dans des trous en *n*, *n*, *n*, *n*, enſorte que les centres des Anneaux ſe trouvent dans un même plan, parallèle à la Planche M, & qui paſſe par le milieu de l'épaiſſeur de la piéce A.

Les ouvertures des Anneaux ont un pouce de diamètre, & leurs plans ſont perpendiculaires à la ſurface M, & à la Courbe *al*, qui y eſt tracée.

EXPERIENCE.

544. La Boule étant lâchée au point B, arrive au point C, d'où elle part horizontalement, & vient tomber au point F, après avoir traverſé les Anneaux O, O, O, O.

545. Ce que nous venons de dire de la Courbe que parcourt un Corps jetté horizontalement, convient auſſi à un Jet quelconque.

TAB. XIX. Fig. 4, 5. Soit un Corps jetté par AE; & ſoient les lignes AB, BC, CD, DE, égales entr'elles; ce Corps paſſera par tous les points de la Courbe AFGHI, qui eſt telle, que les lignes verticales BF, CG, DH, EI, ſeront entr'elles comme 1,
* 542. 4, 9 & 16 *; auquel cas la Courbe ſe nomme auſſi une *Parabole*.

DEFINITION.

546. *Si AI eſt un Plan qui paſſe par A, & que la Courbe en queſtion coupe ce Plan en I, AI s'appelle l'Amplitude du Jet.*

On peut comparer entr'eux les Mouvemens des Corps qui ſont jettez avec la même Viteſſe, ſuivant des directions diverſement inclinées:

547. Et *un Corps peut être jetté avec une Viteſſe donnée, dans un Plan donné, à une Diſtance donnée.*

548. Que la Viteſſe donnée ſoit celle qu'un Corps acquiert en tombant de la hauteur MA, que nous ſuppoſons perpendiculaire à l'Horizon AL, & que le Corps doive être jetté en I, dans le Plan AI. Ayant mené MN parallèle à l'Horizon, on éleve AN, qui ſoit perpendiculaire au Plan AI, & qui cou-

coupe MN en N. Que de O, qui eſt le point du milieu de la ligne AN, comme centre, ſoit décrit par A un Cercle, qui paſſera auſſi par M; ſoit de plus AR le quart de la ligne AI; enfin, ſoit menée par R, perpendiculairement à l'Horizon, la ligne R*b*, qui eſt parallèle à l'Horizon, & qui coupe le Cercle en B & *b*. Cela étant, ſi l'on jette le Corps par AB, ou par A*b*, il tombera en I: & par cette Méthode on détermine la Direction du Jet, ſoit que le point ſe trouve dans la ligne horizontale qui paſſe par A, (auquel cas M & N coïncident) ou dans un Plan quelconque, incliné au-deſſus ou au-deſſous de cette ligne.

Suppoſons que la Direction qu'on vient de trouver ſoit la véritable. Le Corps peut, avec la Viteſſe imprimée par le Jet, parcourir d'un Mouvement uniforme AE, dans le Tems qu'il tombe par EI *. Mais comme le Corps eſt jetté avec une Viteſſe acquiſe en tombant par MA, par le même Mouvement uniforme il peut parcourir une ligne double de MA, dans le Tems dont il a beſoin pour tomber de la hauteur MA *. Les Eſpaces parcourus avec des Viteſſes égales & uniformes, ſont comme les Tems dans leſquels ils ſont parcourus *; donc le Tems de la Chute par MA eſt au Tems de la Chute par EI, comme une ligne double de MA eſt à AE; & $2MA^q$ à AE^q, comme MA à EI *. Par conſéquent, ſi nous démontrons que cette proportion a lieu dans la conſtruction précedente, ce ſera une marque que la Direction aura été bien déterminée. 549. * 541. * 376. * 120. * 374.

Ayant mené MB, nous avons l'angle BAR, formé par la Tangente AR *, (car cette ligne eſt perpendiculaire au rayon AO) & par la ligne AB, qui coupe le Cercle, égal à l'angle AMB dans le ſegment oppoſé *. Les angles alternes RBA, MAB ſont auſſi égaux *; donc les Triangles ABR, AMB ſont équiangles *; & les lignes MA, AB, BR, proportionelles *; ainſi MA^q eſt à AB^q, comme MA à BR *; & $2MA^q$ à $2AB^q$, ou AC^q, comme MA à BR *: en multipliant les conſéquens par quatre, nous aurons $2MA^q$ à AC^q, multiplié par quatre, c'eſt-à-dire, $2AC^q$, ou AE^q, comme MA à 4BR *, ou EI. Ce qu'il falloit démontrer. 550. * 16. El. III. * 32. El. III. * 29. El. I. * 32. El. I. * 4. El. VI. * 20. El. VI. * 15. El. V. * 4. El. V.

La Démonſtration eſt pareille, ſi le Jet ſe fait par A*b*. D'où il ſuit, qu'*un Corps peut être jetté par deux Directions differentes*, 551.

tes, pour parvenir à un même point: mais que *ſi la Diſtance eſt la plus grande à laquelle le Corps puiſſe arriver, dans un Plan donné, avec une Viteſſe donnée, la Direction ſuivant laquelle le Jet doit ſe faire eſt unique*, les points B & *b* coïncidant en Q, point qui partage l'arc MQA en deux parties égales, & duquel les points B & *b* ſont toujours également éloignez.

Si l'on change la Viteſſe, & que le Corps ſoit jetté ſuivant la même Direction, l'Amplitude, dans le même Plan, change en même raiſon que la Hauteur AM; c'eſt-à-dire, que
552. *les Amplitudes, la Direction reſtant la même, ſont* comme les Hauteurs dont il faut que les Corps tombent, pour acquerir les Viteſſes avec leſquelles ils ſont jettez; ainſi elles ſont
* 374. *comme les quarrez des Viteſſes* *.

553. Si *l'Amplitude* AI eſt *horizontale*, & l'arc AQM par cela même un demi-Cercle, la Viteſſe avec laquelle ſe fait le Jet reſtant la même, l'Amplitude *eſt la plus grande de toutes, quand la Direction du Jet fait avec l'Horizon un angle demi-droit.*
TAB. XIX. Fig. 5.

554. Soit derechef MA la Hauteur dont le Corps doit tomber, pour acquerir la Viteſſe avec laquelle il eſt jetté par AB. Pour déterminer le point le plus élevé du Chemin parcouru, il faut décrire un demi-Cercle, dont le diamètre ſoit AM; il faut mener par le point B, où ce demi-Cercle eſt coupé par la Direction du Jet, la ligne horizontale TBG, & faire BG égale à BT. Cela étant, je dis que G eſt le point qu'on cherche.

555. En voici la Démonſtration. Ayant mené la ligne horizontale AI, le Corps jetté, comme il a été dit, tombera en I, ſi
* 548. l'on ſuppoſe AI quadruple de TB, ou de AR *.

Pendant que le Corps eſt jetté par AB, ſon Mouvement eſt compoſé de deux Mouvemens, l'un horizontal & uniforme, & l'autre vertical *. Ce dernier Mouvement fait monter & deſcendre le Corps, & le Tems qu'il employe à monter, eſt égal à celui qu'il met à deſcendre; ainſi le Corps ceſſe de monter, quand, par ſon Mouvement horizontal, il a parcouru la moitié de AI, c'eſt-à-dire TG; & le point le plus élevé doit ſe trouver dans la ligne verticale SC, qui paſſe par G. Soient menées les verticales IE & BR, dont
* 360.

la

la premiére coupe en E la ligne AB prolongée: comme TG eſt double de TB, c'eſt-à dire, AS double de AR; CS ſera auſſi double de BR, ou de GS, c'eſt-à-dire, CG ſera égale à GS: mais AI eſt double de AS; donc EI eſt double de CS, & quadruple de CG; & AE double de AC. Pendant que le Corps parcourt, du Mouvement qu'il a reçu par le Jet, la ligne AE, il tombe par EI; pendant qu'il parcourt AC, il parcourt en tombant le quart de EI *, c'eſt-à-dire CG; par conſéquent il paſſe dans ſon Mouvement par le point G; mais le point le plus élevé ſe trouve dans la ligne CS: donc ce point eſt néceſſairement le point G. * 374.

Si un Corps parcourt une Ligne courbe, la Viteſſe qu'il a dans un point quelconque, comme F, eſt celle qu'il peut acquerir en tombant d'une Hauteur égale à la perpendiculaire menée du point F ſur une ligne horizontale, qui paſſeroit par le point M. Car le Corps peut, par la Viteſſe avec laquelle il eſt jetté, monter de A ſur un Plan quelconque, juſqu'à la ligne horizontale dont il s'agit *. Si donc il y a un Plan qui ſuive juſqu'à F la route du Corps jetté, mais qui en F ſoit plié vers en haut, le Corps aura en F la Viteſſe avec laquelle, en ſuivant le Plan, il peut parvenir juſqu'à la ligne horizontale en queſtion, c'eſt-à-dire, celle qu'il peut acquerir en tombant depuis la ligne horizontale juſqu'au point F *. 556. * 399.

On propoſe de jetter un Corps de A en I, en paſſant par H. Nous ſuppoſons que ces trois points ſont dans un même Plan vertical, & que le point du milieu eſt au deſſus de la ligne qui joint les deux autres. Que ſur AL, horizontale, ſoient menées, par les trois points donnez, les perpendiculaires LE, ND, AM. En menant de I, par les points A & H, les lignes IA, IH, dont la derniére coupe AM en P; & en faiſant GD égale à AP, on à la Direction du Jet. Pour la Viteſſe, on la détermine, ſi, après avoir fait AR égale au quart de AI, & mené la verticale RB, qui coupe AD en B, on méne BM, de maniére que l'angle ABM ſoit égal à l'angle ARB: la Viteſſe qu'on cherche eſt celle que le Corps peut acquerir en tombant de M en A. * 399. 557. TAB. XIX. Fig. 6.

Le Corps jetté parcourt avec une Viteſſe uniforme, AE & AD, pendant qu'il tombe par EI & DH: ainſi, pour démontrer que le Corps paſſe par les points H & I, il faut prouver 558.

que AE^q eſt à AD^q, ou EI^q à DG^q *, comme EI à DH *.
* 422 EL. VI.

Dans les Triangles ſemblables IHG, IPA, AI eſt à AG, comme AP, ou DG, à DG moins GH, c'eſt-à-dire HD. Mais dans les Triangles ſemblables AEI, ADG, AI eſt à AG, comme EI à DG; donc EI eſt à DG, comme DG à HD; par conſéquent EI^q à DG^q, comme EI à HD *. Ce qu'il falloit démontrer. Il paroitra que la Viteſſe a été bien déterminée, ſi l'on compare enſemble les *Fig.* 6 & 4. & qu'on faſſe attention aux points B & M, qui ſont déſignez par les mêmes Lettres dans l'une & l'autre Figure. Nous avons démontré à l'égard de la *Fig.* 4., qu'un Corps, jetté par AB, avec la Viteſſe acquiſe en tombant par MA, paſſe par I, & nous nous ſommes fondez ſur ce que les Triangles AMB, BAR ſont ſemblables *. Dans la *Fig.* 6. ces mêmes Triangles ſont ſemblables auſſi, par une ſuite de leur conſtruction; donc la même Concluſion a auſſi lieu en cet endroit.
* 545.
* 20. EL. VI.
* 549. 550.

CHAPITRE XXIII.

Des Forces Centrales.

559. UN Corps en Mouvement, continüe ſon Mouvement en
* 355. ligne droite *, & ne s'écarte point de cette ligne, à moins qu'il ne reçoive quelque nouvelle Impreſſion; cette nouvelle Impreſſion rend ſon Mouvement compoſé, & ces deux Mouvemens en produiſent un troiſiéme, qui eſt auſſi en ligne
* 360. droite *. Si donc un Corps parcourt une ligne Courbe, il faut qu'il reçoive quelque Impreſſion nouvelle à chaque Inſtant: une Courbe ne pouvant être reduite à des lignes droites, qu'en la concevant diviſée en parties infiniment petites. Nous avons l'Exem-
* 540. ple d'un pareil Mouvement dans le Jet des Corps *. Ceux qui tournent autour d'un point comme Centre, nous en fourniſſent un autre Exemple.

560. *Un Corps qui eſt pouſſé continuellement vers un Centre, s'il eſt jetté ſuivant la direction d'une ligne qui ne paſſe point par ce*
561. *Centre, décrit une Courbe: & il tâche, dans chaque point, de s'écarter de cette Courbe, ſuivant la direction* de la courbure, c'eſt-

c'eſt-à-dire, *de la Tangente à la Courbe*; de façon que, ſi la Force par laquelle il eſt tiré vers le Centre venoit tout à coup à ceſſer, il continüeroit ſon Mouvement en ligne droite par la Tangente.

Une Pierre miſe dans une Fronde, & tournée en rond, décrit une Courbe; à cauſe qu'elle eſt comme retirée vers la main par la Fronde, à chaque Inſtant; ſi on lâche la Pierre, elle s'éloigne de la Courbe par la Tangente.

1. Definition.

On appelle Force Centrifuge, celle avec laquelle un Corps tâche de s'éloigner du Centre, dans le cas que nous venons d'indiquer. Telle eſt la Force qui fait qu'une Fronde qu'on tourne en rond eſt tendüe. 562.

2. Definition.

On appelle Force Centripète, celle avec laquelle un Corps eſt tiré ou pouſſé vers le Centre. 563.

3. Definition.

On donne à ces Forces en commun le nom de *Forces Centrales.* 564.

Dans tous les cas la Force Centrifuge & la Force Centripète ſont égales entr'elles; car elles agiſſent dans un ſens contraire, & s'entre-détruiſent. Le Corps eſt retenu par ſa Force Centripète dans la Courbe, dont ſa Force Centrifuge tâche de l'éloigner. La Fronde, tournée en rond, eſt également tendüe des deux cotez *, & la Pierre tâche de s'éloigner de la main, avec la même Force qui la retient, c'eſt-à-dire, qui la retire vers la main. 565. *361.364.

Les Forces Centrales ſont d'un grand uſage dans la Phyſique; toutes les Planètes tournent autour de quelque Centre, & la plupart, pour ne pas dire toutes, tournent ſur leurs Axes. 566.

Je me propoſe d'expliquer, & de confirmer par des Expériences, les principales Propoſitions qui concernent ces Forces. La Démonſtration de ces Propoſitions ſe trouvera dans les Scholies ajoutez à ce Chapitre. Mais il faut dire auparavant quelque choſe en général touchant les Machines dont on ſe ſervira pour faire ces Expériences.

Machine

Pour faire des Expériences touchant les Forces Centrales.

La Machine eſt ſoutenüe par un Pied de bois, compoſé des deux 567. Tab. XX.

deux piéces AB & CD, qui ſont jointes enſemble par une troiſiéme EF.

Ce Pied eſt poſé ſur quatre Roulettes, dont deux paroiſſent en G, G, & qui toutes, outre le Mouvement propre qu'elles ont autour de leur axe, tournent avec leur chape autour d'un axe vertical, afin qu'on puiſſe faire changer de place à la Machine ſuivant la direction qu'on jugera à propos. Ces ſortes de Roulettes ſont fort en uſage à préſent. Lorſqu'il s'agit de faire des Expériences, il faut affermir la Machine, en élevant un peu les Roulettes à l'aide des Vis H, H, H, H, par le moyen deſquelles on place la Machine dans la ſituation requiſe, & marquée par le Fil à plomb ab.

568. Le même Pied ſert de ſoutien aux deux Colomnes IL, MN; qui tiennent l'une à l'autre par la Traverſe QR.

TAB. XXI. Fig. 1. Je ne parlerai à préſent que de la ſeule Colomne IL, qui eſt repréſentée à part, & dans laquelle j'ai marqué en Lettres capitales, les parties qui dans la Figure générale ſont indiquées par les mêmes Lettres, mais Italiques.

569. A cette Colomne eſt joint le Pivot de fer AB, qui poſe ſur le Soutien C; à ce Soutien eſt appliquée la platine d'acier e, qui a un petit creux, pour que le Pivot, dont l'extrêmité entre dans ce creux, puiſſe tourner plus facilement.

La partie ſupérieure du Pivot eſt retenüe par la Lunette NO, qui embraſſe le cou du Pivot, ſans en empêcher le Mouvement. Pour ſe former une idée de la maniére dont cela ſe fait, il n'y a qu'à examiner avec attention, & comparer avec la Figure dont il s'agit ici, les *Fig.* 1 & 2. de la *Planche XXIII.*

570. Quatre Plaques circulaires de bois D ſont appliquées au Pivot, qui les traverſe, en paſſant par des trous quarrez, qu'il remplit exactement. On affermit les Plaques à l'aide de la Vis m.

Les diamètres des Plaques ſe meſurent depuis le fond de la rainure; mais il faut ajouter à chacun d'eux le diamètre de la Corde qui paſſe autour des Plaques, & dont il ſera parlé dans la ſuite. La grandeur des diamètres eſt déterminée enſorte, que celle de la premiére Plaque ſoit de quatre pouces, celle de la ſeconde de cinq, & celle des deux inférieures chacune de ſix pouces. Pour que la Corde tienne mieux, le fond des rainures eſt garni de petites pointes de fer.

Le

Le Pivot *ab* appliqué à la Colomne MN (*Planche XX.*) ne différe du Pivot appliqué à l'autre Colomne que par la ſeule grandeur des Plaques en queſtion, & eſt repréſenté ſeparément dans la *Fig.* 2. de la *Planche XXIII.* Les diamètres des trois Plaques ſupérieures, qui ſont égaux entr'eux, & au diamètre de la Plaque ſupérieure de l'autre Pivot, ſont de quatre pouces: le diamètre de la Plaque inférieure eſt de trois pouces. Les huit Plaques ſont de même épaiſſeur.

571. A l'extrêmité ſupérieure C, du Pivot AB, eſt attachée une Plaque de cuivre DD, que le Pivot traverſe, étant rivé en C, pour que la Plaque ſoit mieux affermie: enſuite, pour ſauver toute inégalité, on couvre la premiére Plaque de cuivre d'une ſeconde plus grande II, qui tient à l'autre par les quatre Vis *n*, *n*, *n*, *n*, dont les têtes ſont préciſément dans un même plan avec la ſuperficie de la Plaque. TAB. XXIII. Fig. 2.

On applique auſſi une pareille Plaque à l'autre Pivot, & toutes deux ſont déſignées dans la Figure générale par les lettres *ii*, *ii*. TAB. XX.

On fait tourner les deux Pivots *d* & *e*, à l'aide de la Roüe d, par le moyen d'une Corde; mais pour faire concevoir ce Mouvement, il nous reſte encore pluſieurs choſes à expliquer.

572. Entre les Colomnes IL, MN, & au milieu, eſt une plus petite Colomne OP, qui répond à la partie quarrée S de la Traverſe QR, & qui tient à cette Traverſe par le moyen des deux Planchettes ef, ef, enſorte que l'eſpace entre l'extrêmité P de la Colomne & de la partie S, reſte vuide.

573. On applique à la ſuperficie ſupérieure de la partie S de la Traverſe la Poupée T, dont la queüe paſſe à travers cette partie S, afin qu'on puiſſe, à l'aide du Coin g, affermir la Poupée, qui eſt repréſentée à part en T (*Pl. XXI. Fig.* 2.). Il y a moyen d'affermir cette Poupée à différentes hauteurs, en ſe ſervant des Anneaux de bois V, V, V, à travers deſquels paſſe la queüe *ab*, & qui tous, ou en partie, peuvent être placez deſſus ou deſſous la partie S, ſuivant qu'on veut plus ou moins élever la Poupée. L'épaiſſeur des Anneaux égale celle des Plaques circulaires dont il a été fait mention *. * 570.

A cette même Poupée T, tiennent quatre Poulies h, i, m, n, dont la derniére ne ſe voit pas dans la Figure générale; h & n ſont verticales, & les deux autres horizontales.

574. La Corde qui paſſe ſur la Roüe d, deſcend vers la Poulie h, & en paſſant deſſous devient horizontale, parvient en i, paſſe enſuite autour de celle des Plaques *d* qui répond aux Poulies, & va de là à la Plaque correſpondante en *e*, dont elle fait le tour, après quoi elle tend vers la Poulie m, & après avoir paſſé ſur la Poulie n, elle revient à la Roüe d, qui en tournant met en Mouvement les deux Pivots *ab*, *ab*.

* 573. En changeant la hauteur * de la Poupée, la Corde paſſe autour d'autres Plaques en *d* & en *e*, ſçavoir de celles qui répondent en hauteur aux Poulies i & m; au ſujet deſquelles il faut obſerver de plus, que la premiére eſt élevée au deſſus de la ſeconde à la hauteur d'environ un pouce, afin d'empêcher qu'il n'y ait du frottement entre les parties de la Corde.

575. La Roüe d tourne avec beaucoup de facilité, ſon aiſſieu c, qui eſt d'acier & exactement poli, ſe mouvant entre des plaques de cuivre: cette Roüe a pour ſoutien la Colomne XY, laquelle eſt appuyée ſur la Traverſe ZZ, qui eſt placée entre les piéces AB, CD, du Pied de la Machine, & qui tourne, pour qu'on puiſſe incliner la Colomne, & éloigner la Roüe d de la Poupée T; ce qui fait que la Corde eſt tendüe quand on tourne la Vis lo, qui traverſe la Colomne XY, & qui preſſe ſur la Colomne OP. Tout cela ſe voit diſtinctement, ſi l'on compare la Figure dont il s'agit ici, avec la *Fig.* 3. de la *Planche XXI.*, qui repréſente la Coupe de la Roüe D & des Colomnes XY & OP.

576. La direction de la preſſion de la Vis lo eſt différente, ſuivant la différente inclinaiſon de la Colomne *xy*. Pour cette raiſon on applique à la Colomne *op* un morceau de bois GH, dont la figure eſt telle, que la Vis preſſe toujours perpendiculairement la ſuperficie de ce bois.

TAB. XXI. Fig. 3.

Cette ſuperficie GH forme une Courbe, dont la Developpée eſt un Cercle; dans la pratique il ſuffira de ſe ſervir de la Méthode ſuivante pour déterminer la courbure en queſtion.

Soit E le point autour duquel tourne l'Axe de la Colomne *xy*; EN eſt une portion de cet Axe, laquelle ſe termine dans l'Axe de la Vis lo. Soit de plus la ligne EM verticale, c'eſt-à-dire, parallèle à l'Axe de la Colomne *op*, & égale à EN. Du point E, comme centre, ſoit décrit par M & N l'arc de Cercle MNF, égal à la plus grande inclinaiſon de la Colomne *xy*.

Que

Que FH touche cet arc en F; ſoit menée par M la ligne horizontale MG, continuée juſqu'à ce qu'elle coupe FH en L; de L, comme centre, à la diſtance LG, ſoit décrite la portion de Cercle GH, qui détermine la courbure dont il s'agit. La diſtance entre G, & la ſuperficie ef, eſt arbitraire, & détermine en cet endroit l'épaiſſeur du bois.

La Roüe d tourne par le moyen d'une Manivelle appliquée en c; cependant en pluſieurs cas le Mouvement, & ſurtout l'Accéleration au commencement du Mouvement, n'ont pas, en ſuivant cette Méthode, toute la régularité requiſe. En ces cas on a recours à la Méthode ſuivante. 577. TAB. XX.

A la Roüe d eſt jointe une autre Roüe plus grande p, qui ſe meut autour du même aiſſieu que la premiére. A cette derniére on attache au fond de la cannelure une Corde q, qui environne cette Roüe, & dont l'autre bout ſoutient un Poids r de ſix livres. 578.

Le Poids, en deſcendant, donne à la Roüe un Mouvement réguliérement accéleré. Cette Accéleration eſt plus grande, ou plus petite, ſuivant la diverſité des circonſtances, mais dépend principalement de la tenſion de la Corde qui meut la Roüe d, & tout le reſte. Pour empêcher que la Machine n'éprouve aucune action de la part du Poids r, quand le Mouvement de ce Poids vient à finir, il y a une troiſiéme Corde tt, dont un bout eſt attaché dans quelque lieu élevé au deſſus de la Machine, pendant que l'autre bout eſt lié au Poids r. Cette Corde retient le Poids, lorſqu'il eſt deſcendu juſqu'à un certain point.

Voilà une Deſcription générale de la Machine. Nous n'avons rien dit encore de ce qui doit être appliqué aux Plaques *ii, ii:* ce qu'il faut y mettre varie ſuivant les différentes Expériences; & l'Explication en ſera plus aiſée à comprendre lorſque nous ſerons parvenus aux Expériences mêmes.

Quand un Corps, poſé ſur un Plan, tourne avec ce Plan, 579. *dans le même Tems, autour d'un Centre commun, & décrit un Cercle; ſi la Force Centripète, par laquelle le Corps eſt, à chaque Inſtant, tiré, ou pouſſé vers le Centre, ceſſe d'agir, & que le Plan continüe à ſe mouvoir avec la même Viteſſe; le Corps commence à s'éloigner du Centre, par une ligne qui, étant prolongée ſur le Plan, paſſe par le Centre.*

* 561. A la vérité le Corps tâche de s'éloigner par la Tangente *; mais le point du Plan auquel il répond, ſe meut avec la même Viteſſe que le Corps, & le Mouvement par la Tangente d'un Cercle en repos fait ſuivre, dans le premier Inſtant, la direction du rayon d'un Cercle mû avec la même Viteſſe que le Corps.

I. EXPERIENCE.

580. Il faut ſe ſervir de la Machine qui vient d'être décrite *, TAB. XX. mais en la laiſſant telle que nous l'avons repréſentée, c'eſt- * 567. à-dire, ſans aucune des choſes qu'on voit ſur les Plaques *ii*, *ii*, dans la Planche XX.

TAB. XXII. Fig. 1. On ſe ſert d'une Table ronde A, qui peut avoir deux pieds de diamètre, & un peu plus qu'un demi-pouce d'épaiſſeur. On la met ſur une des Plaques *ii*, par Ex. celle qui tient à la Colomne MN, dont la partie h peut s'ôter (*Planche XX*). On affermit la Table par le moyen de deux Vis, qui paſſent par les trous *mm* (*Planche XXII. Fig.* 2). Pour que cette Table A ſoit plus ferme encore, on la creuſe en deſſous, afin qu'elle reçoive la Plaque, comme cela paroit en E, où la partie du milieu de cette Table eſt repréſentée plus en grand, & renverſée.

On place ſur la Table la Boule B, retenüe par un Cordon, dont le bout eſt attaché dans le Centre au Clou C.

On met à préſent la Machine en Mouvement à l'aide de * 577. ſa Manivelle *. D'abord la Boule ſe meut lentement, mais le Mouvement en eſt continuellement accéleré, juſqu'à ce qu'elle faſſe ſa révolution dans le même Tems que la Table, à l'égard de laquelle elle eſt alors en repos. Dans cet état la Boule n'eſt retenüe que par le ſeul Cordon attaché au Centre de la Table: d'où il ſuit, qu'elle ne ſouffre d'autre Impreſſion ſur le Plan, que celle qui fait que le Cordon eſt tendu, c'eſt-à-dire, celle dont la direction paſſe par le Centre de la Table; par conſéquent, quand ce Corps eſt lâché, il ne ſçauroit, dans le premier Inſtant, ſe mouvoir ſuivant aucune autre direction.

581. *Un Corps jetté, & mû par une Force qui tend vers un Centre, ſe meut dans un Plan qui paſſe par la ligne ſuivant laquelle ſe fait la Projection, & par le Centre des Forces.*

582. *Quand un Corps ſe meut autour d'un Centre, & qu'en ſe mouvant il s'approche davantage de ce Centre, ſon Mouvement eſt accéleré; & retardé au contraire, s'il s'en éloigne.*

Dans

Dans le premier cas le Mouvement produit par la Force Centrale concourt, du moins en partie, avec le Mouvement déja imprimé au Corps, au lieu que, dans le ſecond cas, ces Mouvemens ſont oppoſez.

2. Experience.

583. TAB. XXII. Fig. 2 3.

On ôte la Table de bois dont il a été parlé dans l'Expérience précedente, & on applique au même endroit où elle étoit, la Règle de fer AB, qu'on affermit par le moyen des Vis *c*, *c*, qui paſſent par les trous *m*, *m*, (*Planche XXIII. Fig.* 2.), comme il a été dit de la Table même dans l'Expérience précedente.

Cette Règle a le plus de largeur au milieu, & a deux petits Piliers de cuivre E, E, à ſes extrêmitez.

On place ſur cette Règle la Boëte de bois FF, aux extrémitez de laquelle ſont attachées les Lames de cuivre L, L. Par les trous *e*, *e* de ces Lames paſſent les extrêmitez des Piliers E, E, qui ſont taillées en vis, pour pouvoir affermir la Boëte. Le fond de cette Boëte a environ un pouce d'épaiſſeur, & eſt creuſé en deſſous, pour recevoir la Règle, comme cela paroit en G. Les deux Vis D, D paſſent par le fond de la Boëte, & entrent dans la Règle en *d*, *d*, ce qui ſert à affermir encore davantage la Boëte.

Au milieu de cette Boëte eſt appliquée la petite Traverſe H, percée au milieu, afin de recevoir le Cylindre de bois, ou plutôt le Cone tronqué I, qui n'atteint pas juſqu'au fond de la Boëte, & qui eſt élevé au moins de la hauteur d'un pouce au deſſus de H. Un Tuyau de verre, dont le diamètre eſt à peu près d'un quart de pouce, traverſe ce Cylindre, & y eſt fixé. Les ouvertures de ce Tuyau ont été retrécies à la lampe, de maniére qu'il ne reſte plus au milieu de chacune qu'un petit trou, qui répond au Centre du Mouvement de la Boëte, quand la Machine eſt en Mouvement.

On met dans la Boëte une Boule attachée à un Cordon, qu'on paſſe par le Tuyau dont nous venons de parler, de façon qu'il ſorte par l'ouverture d'enhaut, & que le bout puiſſe en être tenu à la main, dans le tems que la Boëte tourne par le Mouvement de la Machine.

Dans ce Mouvement la Boule s'applique à un des cotez de la Boëte, & tourne avec la même Viteſſe que la Boëte. Si alors on tire le Fil, pour que la Boule approche davantage

du Centre, elle va donner d'abord contre le coté oppoſé de la Boëte, parce qu'elle va plus vite que la Boëte; au lieu que, ſi on approche la main, la Boule s'éloigne du Centre, & revient au premier coté de la Boëte, parce que ſon Mouvement eſt plus lent que celui de la Boëte.

584. Quand il n'y auroit, ni l'Augmentation, ni la Diminution de Viteſſe que nous avons entrepris d'éclaircir par cette Expérience, la Boule ne laiſſeroit pas de frapper les parois de la Boëte, à cauſe qu'en s'approchant du Centre elle décrit un plus petit Cercle; par conſéquent, puiſqu'elle garde ſa Viteſſe, & qu'elle répond à un point de la Boëte qui ſe meut plus lentement, elle tourne auſſi plus vite que la Boëte. Mais en ce cas, comme la largeur de la Boëte eſt de quatre pouces, ſi la Boule eſt à la diſtance d'un pied du Centre, il faudra la faire approcher de ce Centre de près de deux pouces, pour qu'après une révolution entiére elle aille choquer la paroi oppoſée de la Boëte: Or nous voyons dans l'Expérience, que la Boule frappe la paroi avant que d'avoir fait un tour entier, & même ſans être approchée du Centre de deux pouces.

Nous déterminerons dans le premier des Scholies ſuivans l'Augmentation de Viteſſe que reçoit le Corps en s'approchant du Centre, & la Diminution de Viteſſe qu'il éprouve en s'en éloignant.

585. *Tout Corps, qu'une Force qui tend vers un Centre retient dans une Courbe, décrit autour de ce Centre des Aires proportionelles aux Tems.*

TAB. XXII. Fig. 4. Soit un Corps qui parcoure la Courbe ABDE, dans laquelle il eſt retenu par une Force Centrale, dont la direction dans chaque point eſt vers C; ſi l'on méne à diſcrétion les lignes AC, BC, DC, EC, l'Aire du Triangle mixtiligne ACB, ſera à l'Aire DCE, comme le Tems dans lequel eſt parcourüe la portion AB, au Tems dans lequel eſt parcourüe la portion DE.

Nous démontrerons auſſi l'Inverſe de cette Propoſition, ſçavoir qu'

586. *un Corps qui parcourt une ligne Courbe dans un Plan, & qui décrit autour d'un point des Aires proportionelles aux Tems, eſt détourné de la ligne droite, & pouſſé continuellement par une Force qui tend vers ce même point.*

587. Pour comparer enſemble les Forces Centrales, il faut conſi-

de-

derer, que la Force Centripète eſt une Preſſion qui agit ſur le Corps: or comme dans chaque point le Corps eſt détourné de la ligne droite, il faut auſſi que cette inflexion ſoit à chaque Inſtant l'effet immédiat de la Preſſion ; d'où il ſuit, que tout ce qui a été démontré des Actions des Puiſſances ſur des Obſtacles qui ne ſont point retenus, peut être appliqué ici *. * 128.

588. *Un Corps, toutes choſes d'ailleurs égales, eſt tiré vers le Centre d'autant plus difficilement, qu'il a plus de Matiére*, à cauſe que ſon Inertie eſt plus grande; *& a par cela méme une plus grande Force Centrifuge* *. * 565.

589. Des Fluides, dont les volumes égaux pèſent inégalement, étant renfermez dans un eſpace déterminé; ſi les plus peſans ne peuvent s'éloigner du Centre, ſans que les plus legers s'en approchent, & que ces Fluides ſoient diſpoſez de maniére que les plus peſans aillent vers le Centre par leur Poids, dans le Mouvement autour de ce Centre, les plus legers iront vers le Centre, & les plus peſans s'en éloigneront.

Il en ſera de même d'un Fluide renfermé avec un Corps ſolide dans quelque eſpace déterminé ; ce Solide s'approchera du Centre, en cas qu'il ſoit plus leger que le Fluide ; mais s'en éloignera, s'il eſt plus peſant : Phénomènes dont l'Explication eſt uniquement fondée ſur ce qu'un Corps plus peſant qu'un autre, a auſſi plus de Force Centrifuge.

3. Experience.

590. Il faut ôter la Règle de fer qui a été employée dans l'Expérience précedente, & à ſa place appliquer à la Machine, & y affermir la Règle de bois AB, à laquelle ſont attachées deux Règles DE, DE, poſées obliquement, & creuſées, enſorte qu'on puiſſe appliquer à chacune un Tuyau de verre F ou G, de la longueur d'environ un pied, & d'environ un pouce de diamètre. Il eſt néceſſaire d'avoir pluſieurs de ces Tuyaux. Ceux que nous avons repréſentez dans la Figure ſont ſcellez hermétiquement ; cependant nous nous ſervons auſſi de quelques autres, bouchez à l'un des bouts d'un bouchon de verre, qu'on couvre d'un cuir, ou d'un morceau de veſſie pour le retenir. Quatre de ces Tuyaux ſuffiſent. Le premier, comme F, contient du Mercure avec de l'Eau ; le ſecond, de l'Huile de Tartre par défaillance & de l'Eau ; le troiſiéme, comme G, de l'Eau avec un morceau de Liége ; & le qua- TAB. XXI. Fig. 4.

quatriéme, enfin, de l'Eau avec une Balle de plomb. On applique les deux premiers aux Règles obliques DE, DE, & dès que la Machine tourne, on voit le Mercure dans le premier Tuyau, & l'Huile de Tartre dans le ſecond, occuper d'abord le haut du Tuyau.

Si l'on ſe ſert du troiſiéme Tuyau, le morceau de Liége s'appliquera à la ſurface inférieure de l'Eau, élevée par le Mouvement de la Machine; & dans le quatriéme, la Balle de plomb traverſera l'Eau, & ira ſe placer au bout du Tuyau.

Dans le tems de l'Expérience, la partie inférieure du Tuyau eſt toujours vuide, ſi les Tuyaux n'ont pas été entiérement remplis.

Ce que nous avons dit juſqu'à préſent eſt général. Il eſt néceſſaire d'entrer dans un plus grand détail au ſujet des Forces Centrales, & de comparer ces Forces enſemble, pour pouvoir en aſſigner la meſure.

591. Ces Forces ne diffèrent pas ſeulement à l'égard de la quantité de Matiére, mais auſſi par rapport à la Diſtance du Centre, & par rapport à la Viteſſe avec laquelle les Corps font leurs révolutions. Et ce n'eſt qu'à ces trois égards que ces Forces peuvent différer entr'elles. C'eſt à ces trois choſes-là uniquement qu'il faut faire attention en comparant enſemble les Forces Centrales.

4. DEFINITION.

592. *On appelle Tems périodique, le Tems dans lequel un Corps, qui tourne autour d'un Centre, achève une Révolution entiére;* c'eſt-à-dire, ſi la Courbe rentre en elle-même, le Tems qui s'écoule entre le Départ du Corps d'un point, & le Retour au même point: ſi la Courbe ne rentre point en elle-même, au lieu de ce Point on conſidére une Ligne qui paſſe par le Centre.

593. Le Tems périodique dépend de la Viteſſe du Corps, & pour cette raiſon, en comparant les Forces Centrales, on peut faire uſage du Tems au lieu de la Viteſſe.

PIECES

Qu'il faut ajouter à la Machine expliquée dans l'Art. 567, *quand on veut s'en ſervir à comparer enſemble les Forces Centrales.*

594. Ces pieces doivent être jointes aux Plaques *ii*, *ii*, (*Planche*

che XX.) qui ſont repréſentées ſeparément, & les pieces qu'on applique à l'une & à l'autre Plaque ſont entiérement ſemblables. TAB. XXIII. Fig. 2, & TAB. XXI. Fig. 1.

Nous en repréſentons une d'elles en II, ſur laquelle ſont placez les petits Montans de cuivre F, G, dont les extrêmitez inférieures paſſent par les trous *m*, *m*, & dont les baſes ſont appliquées & fortement jointes à la Plaque par le moyen des Vis *ff*.

Ces Montans ſont attachez l'un à l'autre par la Lame QR, qu'ils ſoutiennent, & que traverſent des Vis, qui tiennent à la partie ſupérieure des Montans.

A cette Lame eſt jointe par deſſous une autre plus petite L. Cette derniére eſt mobile, & peut être écartée de ſa place, comme cela paroit dans la *Fig.* 3. La Lame QR eſt percée au milieu, & à ce trou en répond un autre dans la Lame L; mais quand un Cordon paſſe par ces deux trous, la Lame L peut ſe déplacer, quoique le Cordon reſte, à cauſe de la fente latérale *a* (*Fig.* 3.)

On attache à la Lame QR, la Règle de fer ST, dont la partie S*b* a trois quarts de pouce de largeur, au lieu que la largeur de l'autre partie *b*T eſt d'environ un quart de pouce; pour l'épaiſſeur, elle eſt par-tout la même, & eſt d'un demi-pouce. 595. TAB. XXIII. Fig. 3 & 4.

Les bouts des Montans G & F (*Fig.* 2.), qui traverſent la Lame QR, traverſent auſſi en *c* & en *e* cette Règle, qui eſt ferrée par les Ecrous *d*, *d*.

Entre les trous *c* & *e*, il y a une plus grande ouverture, qui contient la Roulette M, mobile autour de ſon aiſſieu, & poſée de façon, que le Cordon qui paſſe par les trous des Lames QR & L, touche la Roulette, enſorte qu'on puiſſe le plier vers *e*, quand on le paſſe ſur la Roulette.

Ce Cordon eſt attaché au Cylindre H, auquel eſt joint en deſſous, la Lame ou l'Ecrou *h*, que le Cylindre traverſe, de maniére que ſon extrêmité *i* paſſe au delà de l'Ecrou. 596.

Le Cylindre H ſe mêt ſur la Plaque II, l'Ecrou *h* lui ſervant de ſoutien: & le bout *i*, qui paſſe au delà de l'Ecrou, entre dans le trou *o*.

La partie ſupérieure *l* de ce Cylindre eſt plus large que le reſte, & la diſtance qu'il y a entre cette partie & la Lame L,

n'eſt que d'un dixiéme de pouce, afin que le Cylindre ne puiſſe être que peu élevé, de peur que le Cordon, qui eſt retenu auſſi par enhaut, comme je vais le dire, ne puiſſe quitter la Roulette M. Le bout P du Montant F, après avoir traverſé le trou *e*, & après qu'on y a appliqué l'Ecrou *d*, s'éleve au deſſus de cet Ecrou de près d'un demi-pouce; ce bout eſt fendu de façon que le Cordon, qui s'étend de M vers T, paſſe librement par cette fente, dont la partie ſupérieure eſt traverſée par la Vis *p*, afin que le Cordon ne puiſſe point reſſortir. On fait en N un nœud au Cordon, pour tenir ce Cordon tendu, quand l'Ecrou eſt poſé ſur la Plaque II. Ce nœud alors s'applique à la fente qui eſt en P, & retient le Cordon ſur la Roulette M; ſans empêcher pourtant que le Cylindre H ne ſoit ſuſceptible de la petite élevation que nous avons indiquée.

597. La peſanteur du Cylindre H, en y ajoutant celle de l'Ecrou *b*, eſt préciſément de deux onces. On peut augmenter, & varier, comme on veut, cette peſanteur, par le moyen de quelques Poids de plomb, de figure cylindrique, d'une, de deux, de quatre, de huit, ou de ſeize onces (*Fig.* 5.) Ces Poids ſont percez au milieu, & le Cylindre H remplit exactement ces trous quand il paſſe à travers.

Lorſqu'on veut ajouter quelque Poids au Cylindre, on déplace la Lame L; ce qui fait qu'on peut ôter le Cylindre H, & y joindre, après avoir ôté l'Ecrou *b*, quel Poids on voudra, ou même pluſieurs, s'il eſt néceſſaire; on ajoute enſuite de nouveau l'Ecrou *b*, & on remêt le Cylindre, auſſi bien que la Lame L, dans leur premiére ſituation.

Tout étant ainſi diſpoſé, ſi le Cordon eſt tiré vers T, le Cylindre H eſt élevé avec le Poids qui y tient; mais ce Cylindre ne peut être élevé que tant ſoit peu; & il eſt néceſſaire, dans les Expériences, de déterminer exactement l'inſtant où il commence à monter; ce qui ſe fait de la maniére ſuivante.

598. Entre l'extrêmité S & le trou *c*, on applique à la Règle S T, & on affermit avec des Vis, la Platine de cuivre *q r*, ſur laquelle ſont poſez & affermis deux Piliers de cuivre, dont le premier ſoutient un petit Timbre O, pareil à celui dont on ſe ſert pour des Montres de poche; le ſecond Pilier *r g*, ſoutient le Marteau *v*, qui frappe le Timbre; la queüe du Marteau tourne en *g* autour

tour d'une Goupille qui la traverſe. C'eſt par ſon propre poids que le Marteau tombe, & vient frapper le Timbre; mais le reſſort d'acier *s* le réleve d'abord.

Au Pilier *r g*, eſt attaché le Bras *z t*, auquel eſt joint le petit Levier de cuivre b d, qui tourne autour du point *t*, & qui retient en b la queüe du Marteau, qui eſt alors élevé, mais qui ſe relâche par le moindre effort appliqué en d. Au reſte, il faut prendre garde que le Marteau ne ſe lâche par la preſſion de haut en bas en *v*; moyennant cette précaution, le Marteau reſtera arrêté, même dans le tems que la Machine tournera avec le plus de viteſſe. Un Reſſort *x y*, fait d'un fil de cuivre mince, eſt attaché au Pilier *r g*, & preſſe legérement en *y* le Levier b d, quand ce Levier retient le Marteau.

A l'endroit du nœud N, eſt joint au Cordon du Cylindre H, un Fil mince, qui traverſe un trou qu'il y a dans l'extrêmité d du Levier. De là ce Fil paſſe par un trou dans la tête de la Goupille, autour de laquelle le Levier tourne en *t*, & va aboutir à une petite Cheville de cuivre a, où on l'entortille, enſorte qu'on puiſſe le raccourcir ou l'allonger; c'eſt en tâtonnant qu'on donne au Fil la longueur qu'il faut, pour que le Cylindre H puiſſe un peu être élevé avant que le Marteau ſe lâche; ce qui cependant doit avoir lieu pour peu que le Cylindre s'éleve davantage, & cela avant que la ſuperficie *l* du Cylindre parvienne à la Lame L. Voy. *Planche XX.*

Le Cordon du Cylindre H, s'attache au grand Cylindre V, 599.
que traverſe la Règle de fer *, le long de laquelle il eſt mobile entre *b* & T; pour cette raiſon, les ſurfaces latérales de cette Règle, & celle de deſſus, doivent être très unies. Celle ci ſur-tout doit être du dernier poli. * 595.

Ce Cylindre V eſt de cuivre & creux. Les Baſes tiennent au Cylindre par le moyen de quelques Vis, comme on peut le voir dans la *Figure* 6, où la Baſe poſtérieure eſt repréſentée ſeparément, & de grandeur naturelle.

L'ouverture par laquelle paſſe la Règle eſt f, dont la hauteur eſt telle, que la Règle paſſe librement, ce qu'il faut appliquer auſſi à la largeur de l'ouverture, de façon pourtant qu'elle ne ſoit au milieu que tant ſoit peu plus large que la Règle n'eſt épaiſſe.

La Roulette d'acier g, qui tourne librement autour de ſon

aiſſieu, répond à la partie ſupérieure de l'ouverture. Il y a dans la Baſe oppoſée une autre Roulette pareille: ces deux Roulettes ſoutiennent le Cylindre ſur la Règle, & empêchent le frottement. Les Roulettes en queſtion vont en diminuant vers le milieu, pour toucher la Règle par une plus petite ſurface quand elles y ſont appliquées.

600. Au deſſus de cette Roulette il y a dans la Baſe un trou n, par lequel on paſſe le Cordon du Cylindre H, de la maniére que j'expliquerai tout à l'heure. Tout ce qu'on vient de dire convient aux deux Baſes, qui ne diffèrent qu'en ce ſeul point, ſçavoir, qu'à la Baſe poſtérieure eſt jointe par un ſeul clou m, une Plaque de cuivre fort mince i, enſorte que le Cordon qui paſſe par le trou, n, puiſſe facilement être retenu entre la ſuperficie de la Baſe & la Plaque, qu'on ſerre par la Vis h, qui traverſe la Plaque, & entre dans la Baſe même.

Fig. 4. Le Cylindre V ſe meut facilement & librement le long de la Règle, à cauſe qu'il ne porte que ſur ſes Roulettes. La Baſe que nous avons appellée poſtérieure, regarde l'extrêmité T, à laquelle eſt jointe la Poupée e, qu'on attache à vis, pour empêcher que le Cylindre ne tombe, ou ne s'échappe par le Mouvement de la Machine, ſi le Cordon venoit à ſe lâcher.

Ce Cordon eſt, comme nous l'avons vû, le même qui eſt attaché au Cylindre H. On le paſſe par les deux trous des Baſes, comme n (*Fig.* 6.) & on le retient par le moyen de la Plaque i, comme il a été dit; ce qui empêche que le Corps ne s'éloigne au delà d'une certaine diſtance du Centre de Révolution.

601. Cette diſtance ſe détermine par des diviſions marquées ſur la ligne *b* p, qui marque le bord de la Règle. Ces diviſions, quand elles répondent à la face antérieure du Cylindre, indiquent les diſtances entre le point du milieu, c'eſt-à-dire, le Centre de Gravité du Cylindre, & le Centre de Révolution de la Règle. Dans notre Machine la diſtance entre deux diviſions eſt d'un demi-pouce, & la plus grande diſtance eſt de quatorze pouces.

602. Le poids du Cylindre V eſt de trois quarts de livre. Pour lui donner exactement ce poids, on attache en dedans du Cylindre, aux deux cotez, un peu vers le bas, deux morceaux de plomb.

Quand on veut augmenter le poids du Cylindre, on y ajoute un Cylindre extérieur comme z, dans lequel l'autre Cylindre

s'a-

s'ajuſte exactement. Pour attacher au premier Cylindre ce Cylindre extérieur, on ôte la Vis q, & on tourne ce dernier Cylindre de maniére, que le trou r réponde au trou de la Vis, à l'aide de laquelle on l'affermit.

On a trois Cylindres extérieurs, dont le plus leger pèſe un quart de livre, le ſecond deux quarts, & le troiſiéme trois quarts. Le Cylindre V eſt marqué 3; le premier Cylindre extérieur 4, le ſecond 5, & le troiſiéme 6. Ces nombres expriment le poids du Cylindre V, ſoit qu'on le prenne ſeul, ſoit qu'on s'en ſerve après y avoir joint quelqu'un des trois Cylindres extérieurs.

Pour qu'il y ait Equilibre entre les parties de la Machine quand elle eſt en Mouvement, on attache à l'extrêmité S de la Règle, par le moyen d'une Vis qui tient à cette Règle, la Queüe de cuivre X, qui eſt elle même une Vis. Le poids de cette derniére eſt tel, qu'en y ajoutant l'Ecrou Y, la Règle demeure en Equilibre autour du Centre de ſon Mouvement. Quand on applique à la Règle le Cylindre V, on joint à la Queüe X, les Plombs *z*, *z*, *z*, (*Planche XX.*) pour rétablir l'Equilibre autour du même Centre. Dans notre Machine, il faut huit de ces Plombs quand le Cylindre eſt placé à la plus grande diſtance du Centre, & qu'on y a joint le Cylindre extérieur le plus peſant; en ce cas l'Action eſt la plus grande de toutes *. 603.

* 189.

Il eſt bon néanmoins d'avertir, que le défaut d'Equilibre en queſtion ne produit pas un effet conſiderable dans pluſieurs Expériences: cependant, comme ce défaut d'Equilibre fait trembler les Colomnes IL, MN (*Planche XX.*), dans les Mouvemens les plus violens de la Machine, il ne faut pas le négliger tout-à-fait; mais il ſuffit, dans tous les cas, de déterminer le nombre des Plombs par une Règle aiſée, quoiqu'elle ne ſoit pas des plus exactes. Voici comment je fais ce calcul. Je multiplie le Poids du Cylindre par la moitié de ſa Diſtance du Centre, & le premier chiffre du produit exprime le Nombre que je cherche, auquel Nombre il faut ajouter l'Unité, ſi le Nombre ſuivant ſurpaſſe cinq. Par Ex. ſoit le Poids du Cylindre 5, & la Diſtance 14: la moitié de cette Diſtance étant 7, le produit ſera 35; & il faudra employer trois Plombs. Si le Poids étoit 4, & la Diſtance 18, le produit ſeroit 36, & le Nombre des Plombs quatre. 604.

605. *Quand les Tems périodiques ſont égaux, & les Diſtances du Centre égales, les Forces Centrales ſont comme les quantitez de Ma-*
*587.132. *tiére dans les Corps qui font leurs Révolutions* *. Car en des Tems égaux, les Corps ſont mûs de la même maniére par les Forces Centrales.

4. EXPERIENCE.

606. Il faut joindre aux deux Plaques *i i*, *i i*, les Piliers *f, g, f, g,*
TAB. XX. avec tout ce qui y eſt attaché, comme on le voit dans la Figure, & comme cela eſt expliqué dans l'Art. 594. & ſuiv. A chaque Règle *s t*, doit auſſi être appliqué ſon Cylindre *v*, en paſſant par chaque Cylindre le Cordon qui tient au Cylindre *b*: Voici comment cela ſe fait. On prend une Aiguille plus longue que le Cylindre *v*, & on paſſe par le trou de cette Aiguille un Fil double. On fait entrer l'Aiguille dans le Cylindre par le trou qui eſt dans la baſe antérieure, de façon que la pointe ſorte par le trou qui eſt dans la baſe poſtérieure. Le Fil paſſé dans l'Aiguille étant double, forme d'un coté un œillet, dans lequel on engage le Cordon qu'on veut faire paſſer par le Cylindre. On tire alors l'Aiguille; le Cordon ſuit, & ſe trouve paſſé; après quoi l'on ôte l'Aiguille & le Fil.

* 602. On ajoute à un des Cylindres * un Cylindre creux, par Ex. celui qui eſt marqué 4; en ce cas les Poids des deux Cylindres ſeront comme 3 & 4: les Poids qui leur ſont attachez doivent avoir entr'eux la même raiſon; c'eſt pourquoi il faut ajou-
* 597. ter quatre onces à l'un des Cylindres *b*, & à l'autre ſix *.

Les Cylindres *v*, *v*, doivent être placez à des Diſtances égales du Centre; que cette Diſtance, qui eſt arbitraire, ſoit 24: on joint à la Règle *r t*, l'Arrêt de bois A (*Planche XXII. Fig.* 5.) en y faiſant entrer la Règle. Il faut diſpoſer l'Arrêt de façon, que la ſuperficie *b*, qui eſt tournée enhaut dans la Figure, regarde le coté oppoſé au Centre du Mouvement, & ré-
* 601. ponde exactement à la diviſion 24 *; on affermit l'Arrêt par le moyen de la Vis *c*; & une petite Plaque de cuivre *d*, recourbée & qui a du reſſort, empêche que la Vis n'endommage la Règle de fer.

On applique à l'Arrêt la ſuperficie antérieure du Cylindre *v*, & alors la Diſtance du Centre de Gravité de ce Cylindre eſt
* 601. 24 *: on tend enſuite, autant qu'il ſe peut, le Cordon qui paſſe par le Cylindre, mais pourtant ſans élever le Poids *b*, &

on

on assure * ce Cordon, après quoi on ôte l'Arrêt. Comme la tension dont il s'agit est déterminée par le Poids *h*, nous avons dit que ce Poids doit être appliqué d'avance. * 600.

Nous avons à présent deux Corps, placez à d'égales Distances des Centres du Mouvement, & dont les quantitez de matiére sont comme 3 à 4; & ces Corps ne sçauroient s'éloigner tant soit peu du Centre, sans élever deux Poids, qui sont aussi entr'eux comme 3 à 4.

De plus, ces Corps achéveront leurs Révolutions en des Tems égaux, si la Poupée T est élevée autant qu'elle peut l'être, en mettant les trois Anneaux sur la partie S * de la Traverse Q R. Car alors les Plaques supérieures de *d* & de *e*, qui sont égales, répondent aux Poulies i & m. * 574. 570.

On met la Machine en Mouvement par le moyen du Poids r *; chacun des Corps *v* & *v* tourne alors autour du Centre, tend le Cordon par sa Force Centrifuge, & est retenu par le Poids *h*. Le Poids r, en descendant, accélere le Mouvement, enforte que les Cylindres *v* & *v* élevent les Poids qui leur sont attachez, & cela précisément dans le même Instant, comme il paroit si les Marteaux des Timbres ont été arrêtez *; car ces Marteaux se lâchant dans le même moment, on n'entend qu'un seul coup; ce qui démontre que la raison entre les Forces est bien déterminée. * 578. * 598.

Il faut, en tournant la Vis l o, bander la Corde de sorte, que l'Accéleration du Mouvement ne soit pas trop subite; car à moins que la Corde, qui communique le Mouvement aux Pivots *a b*, *a b*, ne soit assez tendüe, leurs Accélerations ne conviendront point entr'elles. Il faut pourtant ménager cette tension de maniére que les Marteaux soient lâchez, c'est-à-dire, que les Poids *h*, *h*, soient élevez, avant que le Poids r soit descendu aussi bas qu'il le peut.

Quand les quantitez de Matiére, dans des Corps qui tournent autour d'un Centre, sont égales, & les Tems périodiques égaux, les Forces Centrales sont entr'elles comme les Distances du Centre *. 607. *587. 133.

5. Experience.

Cette Expérience ne differe de la précedente * qu'en peu de circonstances. On y employe les deux Cylindres *v*, *v*, sans Cylindres extérieurs, ou avec de pareils Cylindres égaux entr'eux. Ces Cylindres s'appliquent à des Distances 608. TAB. XX. * 606.

iné-

inégales; par Ex. l'un à la ſeiziéme diviſion, & l'autre à la vingt-quatriéme. Il s'agit donc d'élever des Poids qui ſoient entr'eux comme 16. à 24; ainſi on ajoute au premier Cylindre
* 597. *b* deux onces, & à l'autre quatre *, ce qui fait que les Poids ſont entr'eux comme quatre à ſix, c'eſt-à-dire, comme 16. à 24; tout le reſte demeure dans le même état qu'auparavant, & l'Expérience ſe fait & réuſſit préciſément de même que la précedente. Or nous avons ici des Corps égaux, qui font leur Révolution dans des Tems égaux, & dont les Forces, qui ſont égales aux Poids élevez, ſont entr'elles comme les Diſtances du Centre.

609. *Quand les Tems périodiques ſont égaux, mais que les Diſtances du Centre, & les quantitez de Matiére dans les Corps qui tournent autour d'un Centre différent, les Forces Centrales ſont en raiſon compoſée des quantitez de Matiére & des Diſtances.*

Cette Propoſition eſt une conſéquence des deux derniéres; & la raiſon compoſée dont il s'agit, ſe trouve en multipliant la quantité de Matiére dans chaque Corps, par ſa Diſtance du Centre, les deux produits ayant entr'eux la raiſon qu'on
* 23. EL. VI. cherche *.

6. EXPERIENCE.

610. TAB. XX. * 608. En laiſſant le tout comme il a été marqué dans la cinquiéme * Expérience, il faut ajoûter au Cylindre *v*, dont la Diſtance du Centre eſt 24., un Cylindre creux, qui faſſe que ſon poids ſoit cinq; les Tems périodiques reſtent égaux, & les Forces Centrales ſeront, en ce cas, comme 3×16 à 5×24, c'eſt-à-dire, comme 2 à 5.; en laiſſant donc les quatre onces qui doivent être élevées par le Cylindre *v*, dont le Poids eſt trois; & en ajoutant quatre onces aux ſix qui ſont attachées à l'autre Corps, pour avoir dix onces, les deux poids ſeront, par le Mouvement de la Machine, élevez dans le même Inſtant, comme le ſon rendu par les deux Timbres le fera connoitre.

Les différences entre les Forces Centrales, produites par les différences des Diſtances du Centre, & par celles des quan-
611. titez de Matiére, peuvent ſe compenſer mutuellement; car *en ſuppoſant que les quantitez de Matiére dans les Corps qui tournent autour d'un Centre, ſont en raiſon inverſe de leurs Diſtances du Centre, les Forces Centrales ſeront égales.* Ce qu'une Force a de plus

plus que l'autre par rapport à la quantité de Matiére, l'autre le regagne, parce que ſa Diſtance du Centre eſt plus grande.

7. Experience.

En gardant les Corps dont nous nous ſommes ſervis dans la ſixiéme Expérience *, & qui ſont comme trois à cinq; il faut appliquer le premier à la vingt-cinquiéme diviſion, & l'autre à la quinziéme: cela étant, les Tems périodiques reſteront égaux, & les Poids en *h* & en *h* ne ſeront pas élevez dans le même Moment, à moins qu'ils ne ſoient égaux. 612. TAB. XX. * 610.

Ce cas a lieu, *quand deux Corps, joints par un Cordon, tournent autour de leur Centre commun de Gravité.* Car les Diſtances de ce Centre ſont en raiſon inverſe des Poids des Corps *, & par conſéquent les Forces Centrales égales *. La Force avec laquelle l'un des Corps tend à s'éloigner du Centre, tire l'autre vers ce même Centre; & à cauſe de l'égalité de ces Forces, *ils ſe retiennent mutuellement, & continüent leur Mouvement*; s'ils tournent autour d'un autre point, ils ne ſçauroient continüer à ſe mouvoir autour de ce point, & le Corps dont la Force Centrifuge prévaudroit, s'éloigneroit du Centre, & emporteroit avec lui l'autre Corps. 613. * 202. 198. * 611.

8. Experience.

Il faut ôter tout ce qui a été attaché aux Plaques *ii*, *ii*, ce qui ſe fait tout en une fois pour chaque Plaque, en ôtant les Ecrous *f*, *f* (*Planche XXIII. Fig.* 2.). La Machine doit être enſuite remiſe dans l'état que nous avons indiqué dans la ſeconde Expérience *, avant que la Boëte y ait été appliquée. 614. TAB. XX. * 583.

La Règle de fer AB eſt alors appliquée à la Machine. On y joint une autre Règle de fer HI, qui eſt ſoutenüe par les Piliers E, E, & fixée par des Vis, comme il a été dit de la Boëte *. TAB. XXII. Fig. 2. 6. * 583.

Cette derniére Règle eſt par-tout de la même épaiſſeur & de la même largeur, & doit être bien travaillée & polie. Elle traverſe deux Cylindres de cuivre F, G, leſquels, quoiqu'ils ne ſoient point appuyez ſur des Roulettes, peuvent aſſez facilement ſe mouvoir le long de la Règle, ſurtout ſi on y a mis un peu d'huile, car le Mouvement ſeroit arrêté en partie, s'il y avoit des Roulettes, comme aux autres Cylindres employez dans les Expériences précedentes *. On paſſe le Cordon par les deux Cylindres *, & on l'affermit, enſorte que le Nœud N réponde exactement au Centre de Gravité commun des Corps * 606. 608. 610. 612. * 606.

F, G. Le Cordon étant tendu, on place le Nœud de maniére qu'il réponde au Centre du Mouvement qu'on a marqué ſur la Règle HI: après quoi la Machine ayant été miſe en
* 577. Mouvement par le moyen de la Manivelle *, les Corps gardent la place qu'ils occupoient ſur cette Règle.

Si le Nœud N répond à un autre point, les deux Corps ſe meuvent le long de la Règle, ſouvent même avec force.

615. Pour qu'en ce cas la Machine ne ſoit point endommagée, je me ſers de deux Arrêts de bois, comme L (*Fig.* 7), dont un doit être placé entre H & F, & l'autre entre I & G. Ces Arrêts doivent être placez avant que la Règle HI ſoit affermie en ſon lieu. Quand l'Arrêt eſt placé ſur la Règle AB, on le fixe où l'on veut, à l'aide de la Clavette M, qui paſſe deſſous la Règle AB, par le trou O. L'Arrêt eſt recouvert d'un cuir épais dans l'endroit où le Corps vient le frapper. Il faut pareillement couvrir d'un cuir les ſuperficies antérieures des Cylindres F & G, ſçavoir celles qui ſont tournées l'une vers l'autre.

616. *Quand les Quantitez de Matiére dans les Corps qui tournent autour d'un Centre ſont égales, comme auſſi les Diſtances du Centre, les Forces Centrales ſont en raiſon inverſe des quarrez des Tems périodiques*, c'eſt-à-dire, en raiſon directe des quarrez des Nombres des Révolutions achevées dans le même Tems.

9. EXPERIENCE.

617. La Machine doit être remiſe dans l'état où elle étoit dans les
TAB. XX. Expériences * par leſquelles les Forces Centrales ont été com-
* 606. 608. 610. 612. parées enſemble; mais il faut varier les Tems périodiques.

Quand la Corde paſſe autour des Plaques ſupérieures en *d* &
*570. 606. en *e*, ces Tems ſont égaux, comme nous avons vu *.

Si, après avoir abaiſſé la Poupée T *, on ſe ſert des Plaques
* 574. ſuivantes, les Tems des Révolutions ſont comme quatre à cinq; ſi on prend les deux ſuivantes, les mêmes Tems ſont comme deux à trois, & enfin comme un à deux, ſi on em-
* 570. ploye les deux inférieures *.

Nous ſuppoſons que la Poupée T eſt poſée comme elle eſt repréſentée dans la Figure, c'eſt-à-dire, que les Tems périodiques ſont entr'eux comme deux à trois; le Tems le plus petit eſt du coté *e*.

Du même coté nous joignons au Cylindre *b* ſept onces, pour que le Poids ſoit en tout de neuf onces; de l'autre coté

coté il ne faut joindre à *h* que deux onces, pour en avoir quatre.

Cela étant, ſi des Corps égaux, placez à des Diſtances égales, achevent leurs Révolutions comme dans la quatriéme * Expérience, & dans quelques autres, on n'entendra qu'un ſeul coup ſur les Timbres; ce qui prouve que les Forces ſont comme neuf à quatre, c'eſt-à-dire, en raiſon inverſe des quarrez des Tems périodiques, qui ſont entr'eux comme deux à trois. * 606.

Quelque différence qu'il y ait entre les Forces Centrales, il ſuffit de ce qui vient d'être dit pour les comparer enſemble; car *elles ſont en raiſon compoſée de la raiſon des Quantitez de Matiére dans les Corps qui tournent autour d'un Centre, de celle des Diſtances du Centre, & enfin de la raiſon inverſe des quarrez des Tems périodiques.* En multipliant la Quantité de Matiére dans chaque Corps par ſa Diſtance du Centre, & en diviſant le produit par le quarré du Tems périodique, les quotiens des diviſions ſeront entr'eux dans la raiſon compoſée qu'on cherche, c'eſt-à-dire, comme les Forces Centrales. 618.

10. Experience.

Soient les Corps qui tournent comme trois à cinq, le premier appliqué à la diviſion dix-huitiéme, & le ſecond à la vingt-ſeptiéme; ſoient outre cela les Tems périodiques comme quatre à cinq *; des Poids de cinq & de huit onces ſeront élevez dans le même Inſtant. 619. * 617.

Je multiplie trois par 18, & après avoir diviſé le produit 54 par 16, j'ai pour quotient $3\frac{3}{8}$: Je multiplie enſuite 5 par 27, & en diviſant le produit 135 par 25, le quotient eſt $5\frac{2}{5}$. Par conſéquent les Forces ſont comme $3\frac{3}{8}$ à $5\frac{2}{5}$, c'eſt-à-dire, en même raiſon que 5 à 8, comme dans l'Expérience.

Quand les Quantitez de Matiére ſont égales, il faut diviſer les Diſtances par les quarrez des Tems périodiques, pour déterminer la raiſon qu'il y a entre les Forces Centrales. 620.

En ce cas, *ſi les quarrez des Tems périodiques ſont entr'eux comme les Cubes des Diſtances*, la raiſon des quotiens des diviſions dont il s'agit, ſera *la raiſon inverſe des quarrez des Diſtances*; & c'*eſt celle*-là même *qui a lieu entre les Forces Centrales.* 621.

11. Experience.

Suppoſons que les Corps qui tournent ſoient égaux en pe- 622.

TAB. XX. pesanteur ; les Distances du Centre $14\frac{1}{2}$ & 19; les Tems périodiques comme 2 à 3.

Les Cubes des Distances sont $3048\frac{5}{8}$ & 6859; les quarrez des Tems périodiques sont 4 & 9, qui sont entr'eux comme $3048\frac{4}{9}$ à 6859, à peu près comme les Cubes des Distances, la différence qu'on néglige n'étant pas sensible.

Les quarrez des Distances sont $210\frac{1}{4}$, & 361, c'est-à-dire, à peu près comme 7 à 12., & en raison inverse de 12 à 7; les Poids de 12 & de 7 onces sont élevez dans le même Moment. Ici nous négligeons aussi une petite fraction.

* 618. En déterminant les Forces à la rigueur *, elles sont comme 261 à 152; les quarrez des Distances sont en raison inverse de 261 à $152\frac{13}{1444}$. Cette petite différence vient de l'autre petite différence que nous avons remarquée entre la raison des Cubes des Distances, & celle des quarrez des Tems périodiques.

623. *Si les Corps sont inégaux, & qu'ils soient poussez par des Forces Centrales de même nature que la pesanteur, il ne sera pas nécessaire de faire attention, ni à la Quantité de Matiére, ni à la direction du Mouvement; ces Corps seront toujours poussez en Tems égaux, par des Espaces qui seront comme les Forces* *, *& la Proposition de l'Art.* 621. *aura lieu, quelqu'inégalité qu'il y ait entre les Corps.*

* 133. 155. 587.

624. La Force Centrale peut faire décrire différentes Courbes à un Corps.

625. Les Géomètres donnent le nom d'Ellipse à une Ligne Ovale, dont voici la description. Soit A*a* une Ligne droite; C le Point du milieu de cette Ligne; F, *f*, des Points également éloignez de C; F G*f* un Fil, dont les bouts sont arrêtez en F, & en *f*, & égal à la Ligne A*a*. En se servant d'un Stile G, pour tenir ce Fil toujours tendu; & en conduisant ce Stile autour des deux Points F, *f*, enforte qu'il revienne au même Point d'où il est parti, ce Stile décrira dans ce Mouvement une Ellipse. Les deux Points F, *f*, sont nommez les deux Foyers; C est le Centre; A*a* s'appelle le grand Axe; le petit Axe, qui est B*b*, passe par le Centre, coupe l'autre Axe à angles droits, & est terminé de part & d'autre par l'Ellipse.

TAB. XXIV. Fig. 1.

626. *Supposons*, comme dans la derniére Proposition, *une Force qui agisse sur des Corps en Mouvement comme sur des Corps*

en

en Repos, qui ſoit égale à d'égales Diſtances du Centre, & qui, à d'inégales Diſtances, décroiſſe en raiſon inverſe des quarrez des Diſtances de ce même Point; un Corps, pouſſé par une pareille Force, décrira une Ellipſe, dont un des Foyers coïncidera avec le Centre des Forces, de façon que dans chaque Révolution le Corps s'approchera & s'éloignera une fois de ce Centre. Lorſque le Corps s'en éloigne, ſa Viteſſe diminüe*, de maniére pourtant que la Force Centrale, quoique diminuée elle même, détourne aſſez le Corps pour qu'il ſe rapproche du Centre: lorſqu'il s'en rapproche davantage, ſa Viteſſe augmente, la courbure du chemin diminüe, & le Corps s'éloigne de nouveau du Centre. * 582.

Le Cercle appartient à cette eſpèce de Courbes, & peut être conſideré comme une Ellipſe, dont les deux Foyers coïncident avec le Centre. Et *en ſuppoſant un Corps qui*, comme nous venons de dire, *décrit une Ellipſe, un autre Corps décrira un Cercle par la même Force, & autour du même Centre*, ſi ce Corps eſt jetté, avec une certaine Viteſſe perpendiculairement à la Ligne qui paſſe par le Centre. *Si le diamètre du Cercle eſt égal au grand Axe de l'Ellipſe, & que ce Corps ſoit mû avec la même Viteſſe qu'a le Corps qui parcourt l'Ellipſe, dans le moment qu'il paſſe par l'une ou l'autre des extrémitez du petit Axe; & les deux Corps acheveront leurs Révolutions dans des Tems égaux.* 627.

Un Corps peut être jetté avec une telle Viteſſe, qu'en s'éloignant du Centre, la Force, qui diminüe lorſque la Diſtance augmente, ne puiſſe pas aſſez courber le chemin du Corps, pour le faire revenir; en ce cas, le Corps parcourt une autre des Sections Coniques, la Parabole, ou l'Hyperbole. 628.

Si la Force Centrale, en s'éloignant du Centre, diminüe ſuivant quelqu'autre proportion quelconque, le Corps ne pourra pas décrire une Ligne qui rentre en elle même, & qui ſoit peu différente du Cercle. 629.

Mais *ſi la Force diminüe ſuivant quelque proportion peu éloignée de celle qui vient d'être indiquée, ou que la Courbe ne ſoit guéres différente du Cercle, la Courbe décrite par le Corps pourra ſe rapporter à une Ellipſe mobile*, dont l'Axe a un Mouvement angulaire dans le Plan où le Corps fait ſes Révolu- 630.

tions, le Foyer reſtant toujours dans le Centre des Forces.

631. *Le Mouvement de l'Axe eſt dirigé vers le même coté que le Mouvement du Corps, ſi, la Diſtance étant augmentée, la Force diminüe plus vite qu'en raiſon inverſe du quarré de la Diſtance :* Mais

632. *ſi, quand le Corps s'éloigne du Centre, la Force diminüe plus lentement*, c'eſt-à-dire moins, *le Mouvement de l'Ellipſe eſt dirigé vers le coté oppoſé.*

633. *Un Corps décrit auſſi une Ellipſe, ſi la Force Centrale, quand le Corps s'éloigne du Centre, croît, & eſt par-tout proportionelle à la Diſtance du Centre, qui coïncide, en ce cas, avec le Centre de l'Ellipſe.*

12. EXPERIENCE.

634. Une Boule de plomb étant ſuſpendüe à un Fil aſſez long, ſi l'on retire cette Boule du point où elle eſt en repos, elle ſera portée vers ce point par ſa peſanteur, ſi la Diſtance eſt égale, toujours avec la même Force, de quelque coté que ce ſoit. En retirant la Boule du point où elle eſt en repos, elle décrit un arc de Cercle, vers quelque coté qu'on la retire: quand les arcs de Cercle ſont très petits, ils coïncident avec la Cycloïde *, & la Force avec laquelle la Boule, dans quelque point qu'elle ſoit, tend vers le point le plus bas, eſt proportionelle à ſa Diſtance de ce point *. Ainſi cette Force croît en même raiſon que la Diſtance.

* 416.

* 414.

Si l'on retire la Boule du point le plus bas, & qu'on la jette obliquement, elle décrira une eſpèce d'Ovale autour de ce point; & cette Ovale ne différera preſque en rien de l'Ellipſe, lorſque l'Eſpace que le Corps aura parcouru ſera petit; la raiſon en eſt, que dans ce cas la proportion que nous venons d'indiquer a lieu entre les Forces Centrales, & que la Courbe décrite paroit être dans un Plan.

Le Centre de l'Ellipſe eſt le point dans lequel la Boule eſt en repos avant que d'être jettée; dans chaque Révolution la Boule s'approche deux fois, & s'éloigne deux fois de ce point. Si l'on ſuſpend la Boule au deſſus d'une Table, enſorte qu'étant en repos elle touche preſque la Table, & que le point auquel elle répond alors ſoit marqué ſur cette Table, l'Expérience devient beaucoup plus ſenſible; en ſuivant la Boule, on peut en tracer la route avec de la craye ſur la Table.

Si

Si la Force croît ſuivant quelqu'autre raiſon, la Courbe ne rentre point en elle même; mais il y a ſouvent moyen de la rapporter à une Ellipſe mobile dans un Plan. 635.

13. Experience.

Les mêmes choſes étant ſuppoſées que dans l'Expérience précedente, on jette la Boule de façon qu'elle parcoure un plus grand Eſpace; elle décrira une Courbe qui pourra ſe rapporter à une Ovale mobile; dans chaque Révolution elle s'approchera & s'éloignera deux fois du Centre: mais la ſituation des points dans leſquels elle ſera le moins ou le plus éloignée de ce Centre, changera à chaque Révolution; ces points avanceront toujours vers le même coté, & leur Mouvement s'accordera avec celui de la Boule. 636.

Il ſuit de cette derniére Propoſition, comparée avec l'Art. 629, qu'*aucune Force Centrale, agiſſant également à d'égales Diſtances, ne peut faire décrire à un Corps une Courbe qui rentre en elle même, qui ſoit peu différente du Cercle, & excentrique*, c'eſt-à-dire, dont le Centre ne coïncide pas avec le Centre des Forces, *à moins que cette Courbe ne ſoit une Ellipſe, dont un des Foyers eſt le Centre des Forces; & dans ce cas la Force Centrale ſuit la raiſon inverſe du quarré de la Diſtance.* 637.

Il eſt évident qu'*un Cercle dont le Centre coïncide avec le Centre des Forces, peut être décrit par une Force qui croiſſe ou qui décroiſſe ſuivant telle raiſon qu'on voudra*, pourvû que cette Force agiſſe également à des Diſtances égales. 638.

SCHOLIE I.

Conſidérations générales ſur les Forces Centrales.

639. TAB. XXIV. Fig. 2.

Concevons qu'il y ait une Force, par laquelle un Corps, en quelque endroit qu'il ſe trouve, ſoit pouſſé vers le Centre C; ſans qu'il importe que cette Force varie ou non dans les différens points. Concevons de plus, que la Force dont il s'agit ne ſoit pas continüe, mais agiſſe par repriſes, & que les Momens qu'il y a entre les Actions qui s'entre-ſuivent, ſoient égaux. Suppoſons encore, qu'un Corps jetté ſuivant la direction AB, parcoure cette ligne dans un de ces Momens; BL, égale à AB, ſeroit parcourüe dans le Moment ſuivant, ſi au point B, le Corps ne recevoit une Impreſſion qui le pouſſe vers C. Suppoſons que la Viteſſe produi-

duite par cette Impreſſion dans le Corps déja en Mouvement, ſoit telle, qu'elle faſſe parcourir au Corps la ligne LD, dans l'Intervalle de Tems qui ſépare deux Impreſſions conſécutives; ſi LD eſt parallèle à BC, le Corps, mû ſuivant les deux directions dont nous venons de parler, parcourt BD *, & eſt en D, dans l'Inſtant où l'Action ſuivante le pouſſe de nouveau vers le Centre. Si cette Impreſſion n'agiſſoit point, la ligne DE, égale à BD, ſeroit parcourüe par le Corps dans le Moment ſuivant; mais pendant ce Moment il eſt tiré vers le Centre, c'eſt-à-dire par DC; s'il parcourt ſuivant cette direction une ligne égale à EF, il devra, en ſuppoſant EF & DC parallèles, parcourir d'un Mouvement compoſé la ligne DF, dans le Tems qu'il lui faudroit pour parcourir DE. On démontre de même, que dans le Moment ſuivant le Corps parcourt FH, ſi GH déſigne l'Eſpace que l'Impreſſion, qui pouſſe le Corps vers C, lui fera parcourir en ce Moment, en ſuppoſant FG égale à DF, & GH parallèle à FC.

* 360.

Dans les Triangles ABC, BLC, les baſes AB, BL, ſont égales & dans la même ligne, & le ſommet C eſt commun, donc ils ſont égaux *. Les Triangles BLC, BDC, ont la baſe BC commune, ſe trouvent entre les parallèles BC, LD, & ſont par conſéquent égaux *. Ainſi le Triangle ABC, eſt égal au Triangle BDC. On démontre de même l'égalité des Triangles BDC, DFC, & en général de tous les Triangles, comme ABC, BDC, DFC, FHC, dont les baſes ſont parcourües par le Corps, dans des Momens égaux. Ces baſes deviennent plus grandes quand le Corps s'approche du Centre, & la Viteſſe du Corps augmente auſſi alors, comme nous l'avons dit dans l'Art. 582.

* 38. EL. I.

* 37. EL. I.

640. Il eſt clair auſſi, qu'*un Corps jetté, & mû par une Force qui fait tendre vers un Centre, ſe meut dans un Plan qui paſſe par la ligne ſuivant la direction de laquelle ſe fait la Projection, & par le Centre des Forces*, comme nous l'avons dit dans l'Art. 581.

641. Concevons à préſent que les Momens qui s'écoulent entre les Impreſſions, auſſi-bien que les Impreſſions mêmes, viennent à diminüer; ſi les Momens demeurent égaux, quelqu'inégalité qu'il puiſſe y avoir entre les Impreſſions, la même Démonſtration aura lieu. Quand la diminution va à l'infini, ces Impreſſions ſucceſſives ſe changent en une Preſſion continüe, & dans chaque point le Corps eſt détourné de la ligne droite, en reſtant pourtant toujours aſſujetti à la Loi déterminée dans la Démonſtration précedente. Si donc un Corps décrit une Courbe ABDE, & que le Tems ſoit conçu diviſé en Momens infiniment petits & égaux entr'eux, l'Aire du Triangle mixte ACB, contiendra autant de petits Triangles égaux entr'eux, qu'il y a de Momens dans le Tems qu'il faut au Corps pour parcourir AB; & l'Aire du Triangle mixte DCE, contiendra pareillement autant de Triangles, égaux entr'eux & aux précedens, qu'il y a de Momens dans le Tems requis pour que le Corps parcoure DE; d'où il s'enſuit que les Tems dans leſquels le Corps parcourt AB, & DE, ſont entr'eux comme le nombre des Triangles égaux, contenus dans les Aires ACB, DCE, c'eſt-à-dire, comme les Aires mêmes: d'où nous déduiſons la Règle générale exprimée dans l'Art. 585.

TAB. XXII. Fig. 4.

On

On démontre de même la Propoſition énoncée dans l'Art. 586., qui eſt l'inverſe de la précedente. 642.

Si un Corps, après avoir parcouru AB dans un Moment, parcourt dans le Moment ſuivant, & égal à l'autre, la ligne BD, il eſt néceſſaire qu'il ait été détourné de ſon chemin ſuivant la direction LD *, puiſque, par ſon premier Mouvement il auroit dû parcourir dans le ſecond Moment la ligne BL, égale à AB; or ſi les Triangles ABC, BDC, ſont égaux, les Triangles BDC, BLC, ſeront auſſi égaux, & par conſéquent la ligne LD eſt parallèle à BC *, c'eſt-à-dire, que la direction de la Force qui détourne le Corps de la ligne droite, tend vers le Centre C. TAB. XXIV. Fig. 2. * 360. * 39. El. I.

Si nous concevons à préſent qu'une Courbe quelconque ſoit diviſée en un nombre infini de petites parties, & que des points de Diviſion ſoient menées des lignes au Centre des Forces, on aura un nombre infini de Triangles infiniment petits; ſuppoſons ces Triangles égaux : les baſes de ces Triangles ſeront parcourües en des Tems égaux *, par le Corps qu'une Force Centrale retient dans cette Courbe; ainſi *les Viteſſes d'un Corps qu'une Force Centrale oblige à décrire une Courbe, ſont dans les différens points de cette Courbe*, comme ces baſes *, qui ſont *en raiſon inverſe des Perpendiculaires, menées du Centre des Forces* ſur les baſes continuées *, c'eſt-à-dire, *ſur les Tangentes à la Courbe aux points dont il s'agit.* * 639. 643. * 119. * 15. El. VI. 38. El. I.

Ce qui vient d'être démontré dans ce Scholie eſt tout à fait général. Ce que nous allons ajouter a ſeulement lieu, quand la Force Centrale s'accorde avec la Gravité en ceci, c'eſt qu'elle agiſſe ſur des Corps en Mouvement, comme ſur des Corps en Repos: les Corps étant égaux dans notre ſuppoſition. Si la Force s'accorde encore avec la Gravité en ceci, c'eſt qu'elle déploye la même Action ſur chaque particule de Matiére, il ſera indifférent que les Corps ſoient égaux ou non. 644.

Les Lignes infiniment petites qui ſont parcourües par des Corps pouſſez vers le Centre par des Forces égales, ſont comme les quarrez des Tems dans leſquels ces Lignes ſont parcourües. Car la Force peut être tenüe pour uniforme dans un Eſpace infiniment petit, & ce qui a été démontré * au ſujet des Corps qui tombent, peut être appliqué ici. 645. * 374.

Si les Forces diffèrent, mais que les Tems ſoient égaux, les Eſpaces parcourus ſont comme les Forces *. 646. * 587. 133.

Donc *des Eſpaces infiniment petits, parcourus par des Forces Centrales, ſont comme ces Forces mêmes, & comme les quarrez des Tems*, c'eſt-à-dire, en raiſon compoſée de ces deux raiſons. 647.

D'où nous inférons, qu'*un Corps, que la Force Centrale retient dans une Courbe, eſt mu, à chaque Moment infiniment petit, ſuivant les Loix qui ont lieu dans la Projection des Corps* *. Car quoique le Corps tende vers le Centre, ſi l'Eſpace parcouru eſt infiniment petit par rapport à la Diſtance du Centre, les Lignes menées à ce Centre peuvent être conſiderées comme parallèles. 648. * 541. 542. 545.

Soit AFGE la Courbe dans laquelle le Corps ſe meut; C le Centre des Forces; AD la Tangente à la Courbe au point A; ſuppoſons AD infi- TAB. XXIV. Fig. 3.

infiniment petite, & les Lignes BF & DG parallèles à AC; ces Lignes
*542.545. ſeront comme les quarrez des Lignes AB, AD *, leſquels ſont entr'eux comme les Tems dans leſquels AF & AG ſont parcourües.

SCHOLIE II.

Du Mouvement dans le Cercle.

649. UNe *Force quelconque, par laquelle un Corps eſt retenu dans le Cercle*, pourvû que cette Force ſoit dirigée vers le Centre du Cercle, agit toujours perpendiculairement à la direction du Mouvement, la Tangente étant perpendiculaire au rayon *. Ainſi l'Action de cette Force ne concourt jamais avec le Mouvement du Corps, ni n'eſt jamais oppoſée à ce Mouvement, mais *agit toujours, de même qu'elle agiroit ſur un Corps en Repos*; voilà pourquoi il n'importe pas qu'une telle Force qui retient un Corps dans le Cercle, ſoit ou ne ſoit pas de même Nature que la Peſanteur, & agiſſe ou n'agiſſe pas, dans tous les cas, ſur un Corps en Mouvement; de même que s'il étoit en Repos; elle retient toujours le Corps de la même maniére.

* 18. EL. III.

650. Soit un Corps qui ſe meut dans un Cercle, dont le diamètre ſoit GL, & C le Centre du Cercle & des Forces. Soit un ſecond Corps, égal à l'autre, jetté par la ligne AD, avec la même Viteſſe dont le premier ſe meut dans le Cercle.

TAB. XXIV. Fig. 4.

Ces Corps parcourent, en Tems égaux, les lignes égales & infiniment petites AB, GH. De même ils parcourent, dans des Tems égaux, les petites lignes BE, HI; le premier par ſon Poids, & le ſecond par la Force Centrale; en ſuppoſant BE verticale, & HI parallèle à GC, ces Lignes ſont entr'elles comme le Poids du Corps à la Force Centrale qui retient le Corps dans le Cercle *.

*587.133.

Soit DF la hauteur dont un Corps doit tomber pour acquerir la Viteſſe avec laquelle ſe fait la Projection; le Corps parcourt cet Eſpace en tombant, dans le Tems qu'il pourroit parcourir d'un Mouvement uniforme, avec la Viteſſe imprimée par la Projection, une ligne double *. Si donc DF eſt verticale, & AD double de DF, le Corps jetté paſſera par F *: par conſéquent AB^q, ou GH^q, eſt à AD^q ou à $4 \times DF^q$, comme BE à DF *.

* 376.
* 541.
*120.374.

Si dans le Cercle on mène I*i* parallèle à GH, c'eſt-à-dire, perpendiculaire au diamètre *; G*i* ou HI, GI ou GH, & GL ſeront en proportion continüe *, & par cela même, $GH^q = HI \times GL$.

* 18. EL. III.
* 31. EL. III.

Cette derniére proportion peut donc ſe changer en celle-ci:

$HI \times GL, 4 \times DF^q :: BE, DF :: BE \times GL, DF \times GL$. (*Alternando*)

3. 4. EL. VI.

$HI \times GL, BE \times GL :: 4 \times DF^q, DF \times GL$. D'où nous inférons HI, BE :: DF, $\frac{1}{4}$GL.

651. C'eſt-à-dire, *la Force par laquelle un Corps eſt retenu dans un Cercle, eſt au Poids de ce Corps, comme la Hauteur dont un Corps doit tomber, pour acquerir la Viteſſe avec laquelle il ſe meut dans le Cercle, au quart du diamètre.*

652. *Si le même Corps ſe meut dans le même Cercle* avec une autre Viteſſe, les Con-

Conſéquens de la derniére proportion reſtent; d'où il ſuit, que les Antécedens changent en même raiſon, c'eſt-à-dire, que *la Force Centrale* varie, comme la Hauteur dont il faut que le Corps tombe pour avoir la Viteſſe dont il ſe meut; & cette Hauteur *ſuit la proportion du quarré de la Viteſſe* *. * 374.

653. Auſſi long-tems qu'il eſt queſtion du même Cercle, le Tems périodique eſt d'autant plus court, que la Viteſſe eſt plus grande, & réciproquement; & ce Tems eſt en raiſon inverſe de la Viteſſe, ce qui démontre la Propoſition de l'Art. 616. Que, toutes choſes d'ailleurs égales, les Forces ſont en raiſon inverſe des quarrez des Tems périodiques.

654. Nous avons dit dans l'Art. 607., que les Forces Centrales, en ſuppoſant l'égalité des Corps, & celle des Tems périodiques, ſont entr'elles comme les Diſtances du Centre. Pour le prouver, ſuppoſons que deux Corps égaux décrivent en Tems égaux les Cercles concentriques BIL, AFM. Cela étant, ils décriront, dans des Momens égaux & infiniment petits, les arcs ſemblables BI, AF; or ces Corps, s'il n'y avoit point de Force Centrale, devroient parcourir, dans les mêmes momens, les Tangentes BH, AD, égales à leurs arcs. Donc les Corps ſont tranſportez par les Forces Centrales, dans des Tems égaux, de H en I & de D en F, & cela, eu égard à la petiteſſe infinie des arcs, par les Lignes droites HI, DF, dont la raiſon exprime celle des Forces Centrales. Or il eſt clair que ces Lignes ſont entr'elles comme les Diſtances du Centre BC & AC. TAB. XXIV. Fig. 5.

655. Il nous reſte à démontrer, au ſujet du Mouvement dans le Cercle, la Propoſition contenüe dans l'Art. 621. Soient les Diſtances du Centre D & d; les Tems périodiques T, t; les Forces Centrales V, v: ſuppoſons T^q, $t^q :: D^c, d^c$; donc $\frac{D}{T^q}, \frac{d}{t^q} :: \frac{D}{D^c}, \frac{d}{d^c} :: \frac{1}{D^q}, \frac{1}{d^q}$. Mais $V, v :: \frac{D}{T^q}, \frac{d}{t^q}$ *; par conſéquent $V, v :: \frac{1}{D^q}, \frac{1}{d^q}$ Ce qu'il falloit démontrer. * 620.

SCHOLIE III.

Du Mouvement dans l'Ellipſe.

DAns ce Scholie, & dans les Scholies ſuivans, nous ſuppoſons une Force qui agiſſe ſur des Corps en Mouvement, comme s'ils étoient en Repos.

656. Soit l'Ellipſe DAE; le Centre C. Qu'un Corps parcoure cette Ellipſe, dans laquelle il eſt retenu par une Force qui tende au Centre de la Figure. Il s'agit de déterminer cette Force. TAB. XXIV, Fig. 6.

Suppoſons que le Corps en queſtion ſoit en A, & que AI ſoit une Tangente à l'Ellipſe; AB le diamètre; ED ſon diamètre conjugué, parallèle à la Tangente *; AL un arc décrit dans un Moment infiniment petit & conſtant; IL, parallèle à AC, ſera l'Eſpace que la Force Centra- * *La Hire ſect. con.* liv. 2. prop. 10.

trale fait parcourir dans le Moment dont il s'agit: Eſpace qui eſt pro-
* 646. portionel à la Force Centrale *.

Soient menées LG parallèle à IA, LH perpendiculaire à AC, & AF perpendiculaire à ED. Soit auſſi menée CL.

Les Triangles rectangles LHG, AFC ſont ſemblables, à cauſe des
*29.EL.I. angles égaux LGH, ACF *. Donc LH, LG :: AF, AC; & LH × AC = LG × AF.

Or la quantité LH × AC eſt conſtante, puiſqu'elle eſt double de l'Ai-
*41.EL.I. re du Triangle ALC *, qui eſt proportionelle au Moment conſtant dans
*585.641. lequel AL eſt décrite *.

* *La Hire ſect.con.* liv. 5. prop. 21. La quantité ED × AF eſt pareillement conſtante dans l'Ellipſe *; Donc ED × AF, eſt à LH × AC, ou à LG × AF, c'eſt-à-dire, ED à LG, toujours dans la même raiſon, dans quelque point de l'Ellipſe que ſoit placé le Corps A; & la raiſon entre ED^q & LG^q eſt auſſi conſtante. Mais dans l'Ellipſe ED^q, LG^q :: AB^q, AG × GB *, ou LI × AB,
* *Ibid.* liv. 8. prop. 3. à cauſe que AG eſt égale à LI, & que la différence entre GB & AB eſt infiniment petite; ainſi la raiſon entre AB^q & LI × AB, c'eſt-à-dire, entre AB & LI, eſt auſſi conſtante; & LI, c'eſt-à-dire la Force Centrale, augmente & diminüe en même raiſon que AB, ou que ſa moitié AC, qui eſt égale à la Diſtance où eſt le Corps du Centre, comme nous l'avons remarqué dans l'Art. 633.

657. Que ſi, dans le Tems que le Corps parcourt une Ellipſe, la Force eſt dirigée vers le Foyer, elle décroit, en s'éloignant du Centre des Forces, en raiſon inverſe du quarré de la Diſtance, comme il a été dit dans l'Art. 626.

TAB. XXIV. Fig. 7. Pour démontrer cette Propoſition, ſoit DAB une demi-Ellipſe; BD l'Axe; C le Centre; F le Foyer vers lequel la Force eſt dirigée; AI une Tangente à l'Ellipſe au point quelconque A; AL un Arc infiniment petit.

Ayant mené AC, AF; ſoient LG & CE parallèles à la Tangente AI; LI parallèle à AC; & enfin L*i* parallèle à AF. LI & AG ſeront égales,
*34.EL.I. comme auſſi L*i* & A*g* *; AE ſera égale à CD, moitié du grand Axe; car ſi l'on mène A*f* à l'autre Foyer, & *f*M auſſi parallèle à AI, l'an-
* *La Hire ſect.con.* liv. 8. prop. 8. gle AM*f* ſera égal à l'angle A*f*M *, & le coté AM égal au coté A*f* *, comme auſſi EM à EF *, à cauſe de l'égalité de CF & C*f* *: Donc
* 5. EL. I. EM + MA, c'eſt-à-dire EA, vaut FE + A*f*, & EA eſt la moitié
* 2. EL. VI. de la ſomme des lignes FA, A*f*, qui, priſes enſemble, ſont égales à l'Axe BD *.

* 625. Soient menées outre cela LH perpendiculaire à AC, & L*b* perpen-
* 625. diculaire à AF. Qu'on joigne auſſi les points H, *b*.

A cauſe des angles droits A*b*L, LHA, les points H, *b*, ſont dans la
* 31. EL. III. circonférence d'un demi-Cercle, dont le diamètre eſt AL *; donc les angles *b*LH, *b*AH, ſont dans un même ſegment, & par conſéquent é-
* 21. EL. III. gaux *. Les angles LH*b* & LA*b* ſont auſſi dans un même ſegment, & égaux; mais le dernier de ces angles, à cauſe de l'infinie petiteſſe de
*29.EL.I. AL, coïncide avec l'angle IA*b*, & eſt égal à l'angle AEC *. C'eſt pourquoi

quoi les Triangles LbH, AEC, ſont ſemblables, & Lb, $LH :: AC$, AE, ou CD.

Les Triangles AgG, AEC, étant auſſi ſemblables, AG eſt à Ag, ou LI à Li, comme AC à AE, ou CD.

Suppoſons à préſent deux Corps qui parcourent cette Ellipſe dans le même Tems, dont l'un ſoit retenu par une Force dirigée vers le Centre de l'Ellipſe C, & l'autre par une Force qui tende vers un des Foyers F. Pendant que les deux Corps parcourent le petit arc AL, la Force Centrale tranſporte le premier par IL, & le ſecond par iL; or les Tems dans leſquels ces lignes ſont parcourües, ſont entr'eux comme les Aires LAC, LAF *, puiſque nous ſuppoſons que l'Ellipſe entiére eſt parcourüe par chaque Corps dans le même Tems, & que par conſéquent, dans l'un & l'autre cas, le même Tems périodique eſt repréſenté par l'Aire totale. Mais les Aires LAC, LAF, ſont en même raiſon que $AC \times LH$, double de LAC, à $AF \times Lb$, double de LAF; & ces deux produits, à cauſe que LH, $Lb :: CD$, AC, ſont entr'eux comme $AC \times CD$, à $AF \times AC$, c'eſt-à-dire, comme CD à AF. * 585. 641.

Les Eſpaces IL, iL, que font parcourir les Forces Centrales, leſquels, comme il a été prouvé, ſont en même raiſon que AC à CD, ſont auſſi en raiſon compoſée des Forces & des quarrez des Tems *, ou des Lignes CD, AF. * 647.

La Force qui agit par AC, eſt, comme nous l'avons démontré *, proportionelle à cette Ligne, qui, par cela même, peut ſervir à la déſigner; nous nommerons V la Force qui agit par AF: donc AC, $CD ::$ $AC \times CD^q$, $V \times AF^q$. D'où nous déduiſons $V = \frac{CD^c}{AF^q}$; ainſi il eſt clair, qu'en changeant le point A, la Force V change en raiſon inverſe du quarré de la Diſtance AF, à cauſe que CD^c eſt une quantité conſtante. Ce qu'il falloit démontrer. * 656.

Dans l'Art. 627. nous avons obſervé de plus, au ſujet du Mouvement en Ellipſe, deux choſes, dont nous allons donner ici la Démonſtration.

Soit la demi-Ellipſe BAD; le grand Axe BD; la moitié du petit Axe CA; F le Foyer, Centre des Forces. Que de F comme Centre, à la Diſtance FA, ſoit décrit le Cercle AP; il s'agit de prouver, que le Tems périodique qu'il faut pour parcourir le Cercle, eſt égal au Tems périodique qui eſt néceſſaire pour parcourir l'Ellipſe; le rayon FA étant égal à la moitié du grand Axe, comme il paroit par la déſcription même de l'Ellipſe *. 658. TAB. XXIV. Fig. 8. * 625.

Qu'il y ait deux Corps en A, dont l'un ſe meuve en Cercle & l'autre en Ellipſe, & que AL, AM, ſoient deux arcs infiniment petits, parcourus dans le même Tems; les Eſpaces que la Force Centrale fera parcourir ſeront égaux, parce que les deux Corps ſont à la même Diſtance AF du Centre: or ces Eſpaces ſont iL, NM, en ſuppoſant que Ai eſt une Tangente à l'Ellipſe, & AN une Tangente au Cercle; comme auſſi que NM & iL ſont parallèles à AF. Soient auſſi parallèles IL à AC, OM à NA, GL à AI, & qu'on mène LC, LF, MF.

Dans le Cercle OM^q eſt égal à $2MN \times AF$ *; car la différence entre AF & OF eſt infiniment petite, & AO eſt égale à MN.

* 31. EL. III.

Dans l'Ellipſe AC^q, BC^q ou AF^q : : $2IL \times AC$, GL^q * $= \frac{2IL \times AF^q}{AC}$

8. 4. EL. VI.

* *La Hire ſect. con.* liv. 3. prop. 3.

car AG & IL ſont égales, & AC ne diffère de GC que d'une quantité infiniment petite.

Les Triangles IiL, ACF, ſont ſemblables, leurs cotez étant reſpectivement parallèles : ainſi FA, AC : : iL, ou MN, $IL = \frac{MN \times AC}{FA}$.

En ſubſtituant dans l'Equation $GL^q = \frac{2IL \times AF^q}{AC}$, au lieu de IL, ſa valeur, on a $GL = 2MN \times AF$: quantité à la quelle eſt auſſi $= OM^q$: donc les lignes GL & OM ſont égales; & un Corps, placé à l'extrêmité du petit Axe, parcourt une Ellipſe avec la même Viteſſe, qu'un autre Corps parcourt un Cercle dont le diamètre ſeroit égal au grand Axe de l'Ellipſe, ſi la même Force Centrale, dont la direction tend au Foyer de l'Ellipſe, retient les deux Corps ſur les circonférences des Courbes: Et c'eſt cela même qui forme la premiére partie de la Propoſition énoncée dans l'Art. 627.

659. La Courbe étant au point A parallèle à l'Axe BD, les Triangles CAL, FAL ſont égaux *; les Triangles rectangles CAL, FAM, dont les baſes ſont égales, ſont entr'eux comme les Hauteurs AC, AF, ou CD; or cette même raiſon a lieu entre les Aires de l'Ellipſe & du Cercle: donc (*alternando*) l'Aire du Triangle CAL, ou FAL, eſt à l'Aire de l'Ellipſe, comme l'Aire du Triangle FAM à l'aire du Cercle; & le Tems pendant lequel le Corps eſt tranſporté par AL, eſt au Tems périodique qu'il lui faut pour parcourir l'Ellipſe, comme le Tems pendant lequel ce même Corps eſt tranſporté par AM, au Tems périodique dont il a beſoin pour parcourir le Cercle *; les Antécedens étant égaux, les Conſéquens le ſont auſſi. Ce qu'il falloit démontrer.

* 37. EL. I.

* 585. 641.

SCHOLIE IV.

Du Mouvement dans une Orbite mobile.

660. TAB. XXIV. Fig. 9. SOit une Courbe quelconque AF décrite par une Force Centrale. Que de C, Centre des Forces, ſoient menez les Rayons CA, CB, CD, &c. qui diviſent la Courbe, & qui faſſent entr'eux des angles infiniment petits.

Concevons que tous ces angles, la longueur des Rayons reſtant la même, ſoient augmentez ou diminuez également, & qu'il y ait une nouvelle Courbe *af*, qui paſſe par les extrêmitez des Rayons.

Les Triangles ACB, *acb*, à cauſe de l'égalité des baſes CA, *ca*, ſont

ſont entr'eux comme leurs Hauteurs *, leſquelles ſont comme les angles ACB, *acb*; car dans chaque Courbe tous les angles ſont égaux entr'eux, & par conſéquent chaque angle dans une Courbe eſt proportionel à ſon angle correſpondant dans l'autre; d'où il ſuit, que les Triangles quelconques correſpondans, comme ACB, *acb*, BCD, *bcd*, ſont proportionels; & que les ſommes quelconques des Triangles correſpondans ſont auſſi proportionelles *, par conſéquent les Triangles mixtes ſont proportionels, ACE, *ace* :: ECF, *ecf*; & (*alternando*) ACE, ECF :: *ace*, *ecf*. * 1. EL. VI. * 12. EL. V.

Suppoſons à préſent qu'un Corps ſe meuve dans la Courbe *af*, pendant qu'un autre Corps parcourt la Courbe AF avec une Force Centrale qui tende vers C; concevons outre cela, que pendant que le ſecond de ces Corps parcourt AB, le premier ſoit tranſporté par *ab*, & que, dans le Tems que l'un eſt en D, l'autre ſe trouve en *d*, & ainſi de ſuite; donc les lignes AE, *ae*, ſeront parcourües en même Tems, comme auſſi les lignes EF, *ef*; ainſi les Tems dans leſquels AE, EF, ſont parcourües, ſont en même raiſon que ceux pendant leſquels ſont parcourües *ae*, *ef*. Mais ces Tems ſont entr'eux comme les Aires ACE, ECF *, leſquelles ſont en même raiſon que les Aires *ace*, *ecf*, qui ſont par conſéquent proportionelles aux Tems dans leſquels le Corps eſt tranſporté par *ae* & par *ef*: Or comme la même Démonſtration a lieu, en prenant des Arcs quelconques; il s'enſuit qu'un Corps qui parcourt une ligne Courbe *af*, décrit autour du Centre *c*, des Aires proportionelles aux Tems, & eſt retenu dans la Courbe par une Force qui tend vers *c* *. * 585. 641.

Concevons maintenant que la Courbe AC ſe meuve autour du Centre C, de façon que le Mouvement angulaire de la Courbe ſuive la proportion du Mouvement angulaire du Corps qui parcourt cette Courbe: dans le Tems que le Corps eſt tranſporté de A en F, ſon Mouvement angulaire eſt ACF; ſuppoſons que, pendant que le Corps eſt tranſporté de A en F, la Courbe ſoit tranſportée par un Mouvement angulaire, & que la ligne *a*C ait acquis la ſituation AC, & que les angles ACF, AC*a*, gardent toujours dans leur accroiſſement la même raiſon entr'eux; ce qui rendra auſſi conſtante la raiſon entre les angles *a*CF, ACF *. * 586. 642. TAB. XXIV. Fig. 10. *12. EL. V.

Que cette raiſon ſoit la même qu'il y a, dans la Figure précedente (9), entre les Angles *acf*, ACF; & que le Corps ſoit mû, & retenu par une Force Centrale dans une Courbe en repos AEF, pendant qu'un autre Corps parcourt de la même maniére une Courbe ſemblable, égale, & tranſportée par le Mouvement dont nous avons parlé, il eſt clair que ce dernier Corps décrira réellement la Courbe en repos *aef*.

De là nous inférons, que *tout Corps auquel une Force Centrale fait décrire une Courbe quelconque, peut décrire, par une autre Force Centrale, la même Courbe, mobile autour du Centre des Forces.* 661.

Examinons à préſent la différence qu'il y a entre ces Forces.

Que A, B, D, ſoient trois points, à une diſtance infiniment petite l'un de l'autre, d'une Courbe quelconque, que fait parcourir à un Corps, une Force Centrale qui tend vers C; que GBH ſoit une Tangente à la Courbe 662. TAB. XXIV. Fig. 11.

be au point B; ſoient enfin GD, HA, parallèles à BC: nous ſuppoſons GB, BH égales entr'elles, & par conſéquent que AB, BD, ſont parcourües dans des Tems égaux.

A cauſe de la diſtance infiniment petite qu'il y a entre les points A, B, D, la Force Centrale ne change pas pendant que le Corps parcourt ces points; ainſi dans les Tems égaux durant leſquels AB, BD, ſont parcourües, le Corps eſt également détourné de la ligne droite par la Force Centrale, c'eſt-à-dire, qu'il va de A en B par une ligne dont la courbure eſt égale à celle de la ligne qu'il ſuit pour ſe rendre de B en D, d'où s'enſuit l'égalité des lignes HA & GD.

L'Angle qu'une Courbe quelconque fait avec ſa Tangente eſt infiniment petit; & par conſéquent les lignes HA & DG ſont d'une petiteſſe infinie en comparaiſon de HB, BG; d'où il ſuit, qu'étant égales & infiniment petites, les Angles BCA, BCD, ſont auſſi égaux.

Soient de plus les Angles AC*a*, DC*d* égaux entr'eux, & ſoient décrits de C, comme Centre, les arcs de Cercle A*a*, D*d*. Il eſt évident, que les points *a*, B, *d*, appartiennent à la Courbe que le Corps parcourt, ſi cette Courbe eſt une Courbe mobile ABD, & que le Mouvement angulaire de cette Courbe ſoit au Mouvement angulaire du Corps, comme l'Angle *a*CA à l'Angle ACB *; & que par ce Mouvement le Corps eſt tranſporté de *a* juſqu'en B, dans le même Tems qu'il faut au Corps pour être tranſporté de A en B dans la Courbe en repos.

* 660.

Suppoſons que la ligne FBI ſoit Tangente à la Courbe *a*B*d* au point B, & que I*a*, & F*d*, ſoient parallèles à BC; comme *a*B & B*d* ſont parcourües en Tems égaux, IB & BF, qui pourroient être parcourües en Tems égaux, ſi la Force Centrale n'agiſſoit point, ſont égales entr'elles; pareillement F*d* & I*a* ſont auſſi égales, en vertu de la même Démonſtration par laquelle nous avons prouvé l'égalité de HA & de GD.

Soient menées les lignes FG & HI; comme auſſi DE parallèle à FG, & AL parallèle à HI; enfin que ED ſoit prolongée juſqu'en O, & coupe BC en N.

A cauſe de l'égalité entre BH & BG, entre BI & BF, & entre les Angles HBI & FBG, les Triangles FBG, BHI, ſont équiangles, & égaux *; ainſi FG eſt égale & parallèle à HI *; d'où il ſuit que AL & ED, FE & GD, HA & IL, ſont auſſi entr'elles égales & parallèles *; L*a* & E*d* ſont ſemblablement égales, étant les différences de deux quantitez reſpectivement égales: A*a* & D*d*, meſures de deux angles égaux, dans des Cercles dont les rayons diffèrent infiniment peu, ſont égales auſſi, donc les Triangles AL*a*, DE*d*, ſont équiangles * & les Angles AL*a*, DE*d* égaux; or ce dernier eſt égal à l'Angle ONC, & l'autre à l'Angle DNC*, à cauſe du parallèliſme des cotez; c'eſt pourquoi les Angles ONC, DNC, ſont égaux & droits.

* 4. EL. I.
* 27. EL. I.
* 30. 34. EL. I.
* 8. EL. I.
* 29. EL. I.

663. Dans le Tems néceſſaire pour que la Force Centrale faſſe parcourir à un Corps, dans la Courbe mobile, la ligne F*d*, la même Force fait parcourir au Corps, dans la Courbe en repos, la ligne GD, égale à FE; par conſéquent l'Eſpace parcouru, dans le même Tems, par la différence des Forces,

ces eſt E*d*. Pour déterminer le point E, il faut mener par D une perpendiculaire à BC.

Tout cela étant ſuppoſé, ſoit le Centre des Forces C, & que le Corps ſe meuve dans la Courbe AEG, mobile autour du Centre C, enſorte que le Mouvement angulaire de la Courbe ſoit au Mouvement angulaire du Corps, dans le Tems qu'il ſe meut ſur la circonférence de la Courbe, autour du même Centre C, comme l'angle *a*CA à l'angle ACE. Soit EG une continuation de la Courbe AE; de C comme Centre, à l'intervalle CG, ſoit décrit l'arc FG*g*; ayant mené EC, GC, ſoit l'angle GCF à l'angle ECG, comme l'angle *a*CA à l'angle ACE. Pendant que le Corps parcourt la portion EG dans la Courbe AE, par le Mouvement de la Courbe le point G eſt tranſporté en F, & le Corps parcourt EF, dans le Tems qu'il auroit pu parcourir EG, ſi la Courbe étoit en repos. Soit par G, menée à EC, la perpendiculaire GH, qui, prolongée de part & d'autre, coupe EL en H, & CF, continuée, en *f*; alors *f*F ſera l'Eſpace parcouru par la Différence des Forces, en ſuppoſant les angles FCG & GCE infiniment petits *. 664. TAB. XXIV. Fig. 12. * 663.

Si, après avoir pris un autre point E quelconque, EG & EF ſont déterminées, de ſorte qu'elles ſoient décrites en Tems égaux, en quelque endroit que ſoit le point E; c'eſt-à-dire, ſi les Aires EGC, EFC, ont une grandeur déterminée *, la petite ligne *f*F ſera proportionelle à la différence des Forces *. * 585. 641. * 646.

Nommons N l'Aire EGC, & M l'Aire EFC; en ſuppoſant que N & M ſont des quantitez déterminées. Nous aurons $EC \times GH = 2N$, & $EC \times fH = 2M$; d'où nous déduiſons $GH = \frac{2N}{EC}$ & $fH = \frac{2M}{EC}$, comme auſſi $fH + GH$, c'eſt-à-dire $fg = \frac{2M + 2N}{EC}$, & $fH - GH$, c'eſt-à-dire, $fG = \frac{2M - 2N}{EC}$. Par la Nature du Cercle $fG \times fg = fF \times fI$, en ſuppoſant FC égale à CI *. * 36. El. III.

Cette Equation, en ſubſtituant à la place de *f*G & de *fg* leurs valeurs, ſe change en celle ci, $\frac{4M^q - 4N^q}{EC^q} = fF \times fI$; mais à cauſe que *f*F eſt infiniment petite, *f*I vaut 2FC, & la différence infiniment petite qu'il y a entre CF & EC, fait qu'on peut prendre l'une de ces lignes pour l'autre. Donc l'Equation qu'on vient de voir reçoit cette nouvelle forme, $\frac{4M^q - 4N^q}{CF^q} = 2fF \times CF$, & nous avons $fF = \frac{2M^q - 2N^q}{CF^c}$. Le Numérateur de cette fraction eſt une quantité conſtante; ainſi *f*F, qui exprime

la Différence des Forces, ſuit la raiſon inverſe du Dénominateur, ſçavoir celle du Cube de la Diſtance du Centre.

Cette Force eſt l'excès dont la Force Centrale dans une Courbe mobile ſurpaſſe la même Force dans une Courbe en repos, & le Mouvement de la Courbe concourt avec celui du Corps.

Quand le point *f* tombe entre G & H, la même Démonſtration a lieu; mais la Force Centrale dans la Courbe en repos ſurpaſſe l'autre, & le Mouvement de la Courbe eſt dirigé vers le coté oppoſé. Que ſi le point *f* tombe entre H & *g*, ou au delà de *g*, le Corps ſe meut dans un ſens contraire, c'eſt-à-dire de E vers A.

665. De ce qui vient d'être dit nous inférons les Propoſitions ſuivantes. *Si un Corps décrit une Courbe par une Force Centrale quelconque, & qu'on lui ajoute ou qu'on lui ôte une Force, qui ſuive la raiſon inverſe du Cube de la Diſtance, il décrira la même Courbe, mobile autour du Centre des Forces.*

666. *Si une nouvelle Force eſt ajoutée, le Mouvement de la Courbe tend vers le même coté vers lequel le Corps eſt tranſporté.*

667. *Ces deux Mouvemens ſont oppoſez, ſi la Force eſt retranchée.*

SCHOLIE V.

Du Mouvement dans une Ellipſe mobile.

668. UN Corps eſt retenu dans une Ellipſe, par une Force Centrale qui tend vers un des Foyers, & qui décroit ſuivant la raiſon inverſe du quarré de la Diſtance *; ſi une nouvelle Force eſt ajoutée, qui décroiſſe en raiſon inverſe du Cube de la Diſtance, le Corps décrira la même Ellipſe, mais tranſportée du même coté où va le Corps *. La derniére de ces Forces diminüe davantage, quand la Diſtance augmente, que ne fait la premiére; par conſéquent la ſomme des Forces décroit davantage que ſuivant la raiſon inverſe du quarré de la Diſtance; ce qui ſert de preuve à la Propoſition de l'Art. 631.

*626.657.

*665.666.

669. L'Article 632. peut être démontré de la même maniére; car ſi de la Force qui ſuit la raiſon inverſe du quarré de la Diſtance, on retranche une Force qui ſuive la raiſon inverſe du Cube de la Diſtance, c'eſt-à-dire, ſi la premiére décroit davantage, celle qui reſtera, décroitra moins que ſuivant la raiſon inverſe du quarré de la Diſtance, en cas que la Diſtance vienne à augmenter.

670. Dans les Art. 630, 631, 632, nous avons parlé des Forces décroiſſantes ſuivant une raiſon à peu près égale à la raiſon inverſe doublée de la Diſtance, comme auſſi des Courbes peu différentes du Cercle. Dans ces ſortes de cas, il n'y a dans les Propoſitions que nous venons de citer, aucune erreur ſenſible, quoique les Forces ſuivent la raiſon d'une autre Puiſſance de la Diſtance; & que, mathématiquement parlant, la Courbe ne ſoit pas une Ellipſe, müe ſuivant les Loix qui viennent d'être expliquées: car il faudroit pour

pour cela une Force, qui fût la Somme, ou la Différence de deux Forces, dont l'une ſuivît la raiſon inverſe doublée *, & l'autre, la raiſon inverſe triplée de la Diſtance *. * 626. 657. * 665. 671.

Voici une Méthode de trouver cette derniére Force, quand le Mouvement angulaire de l'Ellipſe eſt donné, & réciproquement, de trouver le Mouvement angulaire de l'Ellipſe, cette Force étant donnée. Soit A l'extrêmité du grand Axe; F le Foyer, Centre des Forces; aA une portion de Cercle, décrite de F comme Centre, & de l'intervalle FA; AL une portion de l'Ellipſe. TAB. XXIV. Fig. 13.

Suppoſons que, pendant que le Corps parcourt AL dans l'Ellipſe, cette Courbe ſoit tranſportée par le Mouvement angulaire aFA; & que les angles aFL, AFL, ſoient entr'eux comme M *à* N. Nous ſuppoſons auſſi que ces angles ſont infiniment petits.

En a & en A, ſoient menées au Cercle aA les Tangentes ai, EAI, qui ſe rencontrent en E, & dont la derniére eſt auſſi une Tangente à l'Ellipſe au point A; ſoient menées auſſi AB, LI, parallèles à aF; la derniére, ſçavoir LI, peut, à cauſe de l'infinie petiteſſe des arcs aA, AL, être conſiderée comme parallèle à AF; enfin, que AC ſoit parallèle à aB, & LG à AI.

Les lignes Ea, EA, ſont égales *, mais EA eſt égale à EB, donc EB eſt égale à Ea. A cauſe des Triangles ſemblables EBA, EiI, EB ou $\frac{1}{2}a$B, Ei ou $ai - \frac{1}{2}a$B :: BA, iI; or aB eſt à ai, comme l'Angle aFA, à l'Angle aFL, c'eſt-à-dire, comme M — N à M: donc BA, iI :: $\frac{1}{2}$M $- \frac{1}{2}$N, $\frac{1}{2}$M $+ \frac{1}{2}$N :: M — N, M + N. * 36. EL. III.

Par la Nature du Cercle aC ou BA, aA ou aB, & le diamètre, ſont en proportion continüe *; donc $BA = \frac{a B^q}{2AF}$. L'Ellipſe, à l'extrêmité de ſon grand Axe, coïncide avec un Cercle dont le diamètre eſt égal au paramètre de cet Axe *; Si donc l'on nomme ce paramètre 2R, on aura $IL = \frac{AI^q}{2R}$ * 31. EL. III. 8. 4. EL. VI. * *La Hire ſect. con.* liv. 7. cor. prop. 6.

$= \frac{Bi^q}{2R}$: mais $\frac{aB^q}{2AF}$ eſt à $\frac{Bi^q}{2R}$, comme $\frac{\overline{M-N}^q}{AF}$ à $\frac{N^q}{R}$; par conſéquent IL, AB :: $\frac{N^q}{R}$, $\frac{\overline{M-N}^q}{AF}$.

Mais nous avons vû que AB, Ii :: M — N, M + N; donc (*componendo*)

IL, I*i* :: $\frac{N^q \times \overline{M-N}}{R}$, $\frac{\overline{M-N}^q \times \overline{M+N}}{AF} = \frac{\overline{M^q-N^q} \times \overline{M-N}}{AF} :: \frac{N^q}{R}$, $\frac{M^q-N^q}{AF}$. IL & *i*I ſont parcourües dans le même Tems ; la premiére, par la Force qui retient le Corps dans une Ellipſe en repos; la ſeconde, par la Différence qu'il y a entre cette Force, & celle qui retient le Corps dans une Ellipſe mobile: donc la Force qui retient le Corps dans l'Ellipſe, eſt

* 646. à cette Différence, comme $\frac{N^q}{R}$ à $\frac{M^q-N^q}{AF}$ *.

Soit la Force, par laquelle le Corps eſt retenu au point A dans l'Ellipſe, nommée $\frac{N^q}{AF^q}$, & qu'on faſſe $\frac{N^q}{R}$, $\frac{M^q-N^q}{AF} :: \frac{N^q}{AF^q}$, $\frac{RMM-RNN}{AF^c}$, Différence des Forces à l'extrêmité du grand Axe.

S'il s'agit d'une autre Diſtance quelconque, qui ſoit nommée D, on trou-

* 626. 657. vera la Force qui retient le Corps dans l'Ellipſe, par cette analogie *, $\frac{1}{AF^q}$, $\frac{1}{D^q} :: \frac{N^q}{AF^q}$, $\frac{NN}{DD}$, qui eſt la Force cherchée. La Différence des Forces ſe détermine par cette Règle *, $\frac{1}{AF^c}$, $\frac{1}{D^c} :: \frac{RMM-RNN}{AF^c}$, à

* 665. la Différence qu'on cherche, & qui eſt $\frac{RMM-RNN}{D^c}$.

672. Par conſéquent la Force entiére par laquelle un Corps eſt retenu dans une Ellipſe mobile, ſuit la proportion de $\frac{NN}{D^q} + \frac{RMM-RNN}{D^c}$, quand le Corps & l'Ellipſe tendent vers le même coté.

673. Si ces deux Mouvemens ſont oppoſez, la Force eſt proportionelle à $\frac{NN}{D^q} - \frac{RMM+RNN}{D^c}$.

SCHO-

SCHOLIE VI.

Du Calcul des Mouvemens des Apſides dans des Courbes peu différentes du Cercle.

ON nomme Apſides, les extrêmitez du grand Axe d'une Ellipſe, dans laquelle ſe meut un Corps, qui eſt retenu par une Force, laquelle tend vers un des Foyers. Il s'agit ici de déterminer le Mouvement des Apſides, c'eſt-à-dire, le Mouvement angulaire de l'Ellipſe, en ſuppoſant une Force quelconque, différente de celle dont nous avons parlé dans le Scholie précedent; auquel cas le Mouvement en queſtion ne pourra pas être rapporté à celui d'une Ellipſe mobile, à moins que la Courbe que le Corps parcourt ne ſoit peu différente du Cercle *. 674. * 670.

Mais avant que d'aller plus loin, voici un Lemme qui doit précéder. Le Quarré de la Grandeur $a-b$ eſt $aa-2ab+bb$; pour en avoir le Cube, il faut multiplier chacune des quantitez de ce Quarré par $a-b$; le produit des deux premiéres par $a-b$ eſt $a^3-3aab+2abb$, & dans le reſte du produit b monte à une Puiſſance plus élevée que la premiére. 675.

Pour former la quatriéme Puiſſance de la même grandeur, on doit multiplier chacune des quantitez du Cube par $a-b$; en faiſant cette multiplication à l'égard des deux premiéres, on aura $a^4-4a^3b+3aabb$, & dans toutes les autres quantitez dont ſera compoſé le produit, b monte plus haut qu'à la premiére Puiſſance.

En continuant de cette façon, il eſt clair que, *s'il s'agit d'une Puiſſance de la quantité* a—b *dont l'Expoſant ſoit* n, *les premiers termes ſont* $a^n-na^{n-1}b$, & que *dans tous les autres termes la grandeur* b *eſt élevée à une plus haute Puiſſance.* 676.

En ſuppoſant à préſent ce qui a été démontré dans le Scholie précedent; ſoit la plus grande Diſtance AF nommée H; & X la Différence indéterminée entre H & D. En réduiſant à une ſeule les deux fractions $\frac{NN}{D^q}$ 677.

$+\frac{RMM-RNN}{D^c}$, on a $\frac{DNN+RMM-RNN}{D^c}$; ſi l'on ſubſtitue dans le Numerateur, à la place de D, ſa valeur H—X, la Force dans l'Ellipſe mobile ſera proportionelle à $\frac{RMM-RNN+HNN-NNX}{D^c}$. Qu'il y ait à préſent une Force quelconque; &, pour que la Solution ſoit plus générale, concevons la comme étant formée par deux Forces différentes jointes enſemble, (s'il y en avoit pluſieurs, le raiſonnement que nous allons faire, auroit lieu de même). Que ces Forces ayent entr'elles une raiſon quelconque de a à b, & qu'elles ſuivent ſéparément la raiſon d'une Puiſſance quelconque de la Diſtance. Que la premiére ſoit comme la Puiſſance

m — 3, & la ſeconde, comme la Puiſſance n — 3: Ainſi la Force propoſée ſera comme $\frac{aD^m + bD^n}{D^c} = \frac{a \times \overline{H-X}^m + b \times \overline{H-X}^n}{D^c}$.

676. Au lieu de $\overline{H-X}^m$ nous mettons $H^m - mH^{m-1}X$ + &c. *. Dans les autres termes X s'éleve au deſſus de la premiére Puiſſance; & par cela même tous ces termes ſont très petits en comparaiſon de ceux qui ſe trouvent ici, X étant une quantité très petite en comparaiſon de H: car nous ſuppoſons la Courbe peu différente du Cercle.

Semblablement $\overline{H-X}^n = H^n - nH^{n-1}X$, & la Force entiére peut s'exprimer par $\frac{aH^m - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X}{D^c}$.

678. Si l'on veut rapporter à préſent le Mouvement d'un Corps qui eſt retenu par cette Force dans une Courbe, au Mouvement par lequel le même Corps parcourt une Ellipſe mobile, il faut ſuppoſer la Force dont il s'agit, analogue à celle qui ſeroit néceſſaire pour retenir le Corps dans une pareille Ellipſe; car des Forces analogues, c'eſt-à dire, qui ſont compoſées de parties proportionelles & correſpondantes, font décrire des Courbes ſemblables. Ainſi les quantitez que voici ſont analogues, $\frac{RMM - RNN + HNN - NNX}{D^c}$ & $\frac{aH^m - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X}{D^c}$, c'eſt-à-dire, les Numerateurs ſont analogues, le Dénominateur étant commun.

679. *625. Dans une Ellipſe peu différente du Cercle, H diffère très peu du demi-paramètre R, comme il paroit par la génération de l'Ellipſe *, & par la définition du paramètre *; Donc $-RNN + HNN$ s'entre-détruiſent, & RMM devient HMM; par conſéquent auſſi les quantitez $HMM - NNX$, & $aH - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X$ ſont analogues, c'eſt-à-dire, les parties conſtantes ſont entr'elles comme les indéterminées, qui ſont multipliées par X; donc $HMM, NNX :: aH^m + bH^n, amH^{m-1}X + bnH^{n-1}X$.

* *La Hire ſect. con.* Def. après la prop. 3. du liv. 3.

Quand il faut faire ces calculs en nombres, nous ſuppoſons la plus grande Diſtance exprimée par l'Unité, c'eſt-à-dire, $H = 1$; & nous diviſons les conſéquens par X, ce qui ne trouble pas la proportion, & nous donne $MM, NN :: a + b, am + bn$.

680. Donc $N, M :: 1, \sqrt{\frac{a+b}{am+bn}}$.

Cette Règle eſt univerſelle, & s'applique aiſément aux cas particuliers.

681. Soit une Force qui ſuive la raiſon d'une Puiſſance quelconque de la Diſtance, & que l'Expoſant de cette Puiſſance ſoit n — 3; Donc cette Force ſera comme $\frac{D^n}{D^c}$: expreſſion que nous ſuppoſons égale à l'expreſſion géné-

générale $\frac{aD^m + bD^n}{D^c}$. Il eſt évident que les grandeurs a, & m, ne ſe trouvent pas, & qu'ainſi elles ſont $= 0$; b vaut l'Unité, & n déſigne un nombre quelconque: ainſi la proportion N, M :: 1, $\sqrt{\frac{a+b}{am+bn}}$ *, ſe change en celle-ci N, M :: 1, $\sqrt{\frac{1}{n}}$, ou M, N :: 1, $\sqrt{n}$. * 680.

C'eſt-à-dire, *le Mouvement angulaire d'un Corps, dans une Ellipſe mobile, eſt au Mouvement angulaire de ce Corps, dans la même Ellipſe en repos, comme l'Unité à la Racine quarrée du nombre, qui ſurpaſſe de trois l'Expoſant de la Puiſſance dont la Force ſuit la raiſon.* 682½

Par conſéquent, le Mouvement angulaire de la Courbe fait trouver la Puiſſance que ſuit la Force; & réciproquement, la Puiſſance fait découvrir le Mouvement Angulaire de la Courbe.

Je ne rapporterai ſur ce ſujet qu'un ſeul Exemple, qui a ſon uſage en Aſtronomie. Qu'un Corps ſe meuve dans une Ellipſe, laquelle, à chaque Révolution, avance de trois degrez, c'eſt-à-dire, que le Mouvement du Corps dans la Courbe mobile ſoit de 363 degrez, pendant que ce même Mouvement ne ſeroit que de 360 degrez dans la Courbe en repos; donc M eſt à N, comme 363 à 360; ou comme 121 à 120; & MM à NN, comme 14641 à 14400. par conſéquent $n = \frac{14400}{14641}$, & la Force qu'on cherche ſuivra la proportion de cette Puiſſance de la Diſtance $\frac{14400}{14641} - 3 = -\frac{29523}{14641}$; 683.

c'eſt pourquoi la Force eſt en raiſon inverſe de $D^{\frac{29523}{14641}} = D^{2\frac{241}{14641}} = D^{2\frac{4}{243}}$, à peu près.

Si les Apſides avancent à chaque Révolution de 3 degrez 2′. 38″, la Force ſera en raiſon inverſe de $D^{2\frac{7}{416}}$, à peu près. 684.

Ajoutons encore un autre cas, qui aura ſon uſage dans la ſuite. Qu'il y ait une Force par laquelle un Corps ſoit retenu dans une Ellipſe en repos, & qui tende vers un des Foyers, c'eſt-à-dire, qui ſuive la raiſon inverſe du quarré de la Diſtance *, & qu'on en aît retranché une Force qui ſoit en raiſon directe de la Diſtance, on demande, ces Forces étant données, quel ſera le Mouvement des Apſides, & réciproquement? 685. * 626. 657.

La Force eſt comme $\frac{1}{DD} - bD = \frac{D - bD^4}{D^c} = \frac{aD^m + bD^n}{D^c}$ *: donc $a = 1$; * 677.

$b = -b$; $m = 1$; $n = 4$. Et N, M :: 1. $\sqrt{\frac{1-b}{1-4b}}$ *; d'où il ſuit que b * 680.

eſt

est $= \frac{MM-NN}{4MM-NN} = \frac{\overline{M+N} \times \overline{M-N}}{\overline{2M+N} \times \overline{2M-N}}$.

Le Mouvement des Apsides est dirigé vers le même coté que le Mouvement du Corps *; à cause que, la Distance étant augmentée, la Force qu'on ôte croit, ce qui en rend la diminution, en s'éloignant du Centre, plus grande qu'en raison inverse du quarré de la Distance.

*631.668.

686. Dans l'Exemple précedent, où M, N :: 121, 120, $b = \frac{241 \times 1}{362 \times 122} = \frac{1}{183,^2}$.

687. Si, à chaque Révolution du Corps, le Mouvement angulaire de la Courbe la faisoit avancer de 3 degrez 2′, 38′, b seroit $= \frac{1}{180,^{66}}$, c'est-à-dire, la Force retranchée vaudroit cette partie d'une autre Force qui retiendroit le Corps dans une Ellipse en repos.

FIN DU PREMIER LIVRE.

ELE-

ELEMENS
DE
PHYSIQUE
DEMONTREZ
MATHEMATIQUEMENT,
ET CONFIRMEZ PAR DES
EXPERIENCES.

LIVRE II.

Partie I. Des Forces Inhérentes.

CHAPITRE I.

De la Nature, de la Génération & de la Déſtruction des Forces en général; comme auſſi des Différences qu'il y a entre ces Forces & les Preſſions.

UN Corps qui eſt en repos, réſiſte au Mouvement, non pas dans le tems qu'il reſte en repos, mais lorſqu'il acquiert le Mouvement *: de même un Corps qui ſe meut, réſiſte à l'Accéleration, ou à la Rétardation, non pas auſſi long-tems qu'il conſerve ſa Viteſſe, mais quand celle-ci change, ſoit qu'elle vienne à augmenter, ou à diminüer *. * 19. * 364.

Ainſi il eſt vrai en général, qu'*un Corps qui acquiert de la* 688.

Viteſſe, ou qui en perd, réſiſte: Réſiſtance qui, dans le dernier de ces cas, s'appelle Action, puiſqu'on dit d'un Corps, s'il acquiert du Mouvement, qu'il réſiſte par ſon Inertie, & s'il en perd, qu'il agit par une Force Inhérente.

Ces deux expreſſions déſignent des choſes qui ne diffèrent
689. entr'elles que par la maniére de les enviſager; car *acquerir de la Viteſſe, & en perdre, marquent ſouvent le même changement dans le Mouvement.*

690. Suppoſons qu'un Corps ait dix degrez de Viteſſe, & en perde quatre: ce Corps gagnera la même Viteſſe dans un Bateau, mû vers le même coté avec dix degrez de Viteſſe, ou plus. Cela étant, ce qui dans le Bateau eſt conſideré comme une Action par laquelle le Mouvement eſt communiqué, s'appelle un Effet par lequel ce même Mouvement eſt conſumé, ſi l'on ne fait point attention au Bateau; c'eſt-à-dire, la Réſiſtance du Corps dont il s'agit, pendant que le Mouvement change * ſeroit enviſagée comme un Effet de l'Inertie, par quelqu'un qui ſeroit dans le Bateau, & qui rapporteroit le Mouvement à ce même Bateau; au lieu qu'un autre, qui conſidereroit le Mouvement, ſans faire aucune attention au Bateau, jugeroit que le Corps agit par une Force Inhérente.

* 689.

691. Ainſi *l'Inertie & la Force ne diffèrent entr'elles que rélativement; & la même Réſiſtance qui naît du changement qui arrive au Mouvement* *, *eſt attribuée à l'Inertie, ou à la Force, ſuivant que ce Changement eſt conſideré comme une Augmentation, ou comme une Diminution du Mouvement.*

* 689.

En ſuppoſant cette diſtinction rélative entre l'Inertie & la
692. Force, il eſt clair qu'*un Corps en Repos n'a point de Force*; car il ne peut, ni perdre ſon Mouvement, ni agir par ſa Force;
693. au lieu qu'*un Corps, ſoit en Repos, ſoit en Mouvement, peut réſiſter par ſon Inertie.*

694. Par conſéquent *la Force eſt ce qui* diſtingue un Corps en Mouvement d'avec un Corps en Repos, & ce qui *donne au Corps la faculté d'agir ſur un Obſtacle.* Mais ces termes expriment
695. des rélations; *ſe mouvoir & être en repos, agir & réſiſter, ne diffèrent que rélativement.*

D'où il ſuit, qu'on peut conſiderer ſous deux faces ce qui a rapport à cette matiére, ſçavoir en faiſant attention à la Génération des Forces, ou bien à leur Déſtruction.

On

On peut déduire aiſément de ce qui a été dit, que *la Preſſion engendre de la Force*; car nous avons vû que, *ſi un Corps n'eſt point retenu par quelque Action* contraire *, la Preſſion le fait changer de place, & il conſervera toujours la Viteſſe avec laquelle il eſt pouſſé, auſſi long-tems qu'elle ne ſera pas détruite par quelque Cauſe extérieure *. Si la Preſſion continüe à agir ſur le Corps, *la Viteſſe déja acquiſe, augmente*, & cela *auſſi long-tems que le Corps eſt preſſé*. 696. 697. * 363. * 355.

Il ne ſçauroit jamais y avoir de Preſſion, ſans une Réaction qui lui ſoit égale *; quand une Preſſion n'eſt point détruite par une Preſſion contraire, mais qu'elle fait changer de place au Corps qu'elle pouſſe, & engendre de la Force, la Réſiſtance ou la Réaction doit, comme nous l'avons vû, être attribuée à l'Inertie du Corps *. * 361. * 364.

Une Preſſion eſt ſouvent détruite en partie par une Preſſion contraire, & en ce cas, ce qui reſte meut l'Obſtacle, & engendre de la Force; c'eſt ainſi qu'un Bateau, qui eſt tiré par le moyen d'une corde, ſouffre de la Réſiſtance de la part de l'Eau: auſſi long-tems que cette Réſiſtance eſt plus petite que la Preſſion qui tire la corde, la Viteſſe du Bateau va en augmentant, & la Réaction, qui eſt égale à l'Action, puiſque la corde eſt également tendüe des deux cotez, doit être attribuée en partie à l'Inertie du Bateau. Quand, par l'Augmentation de la Viteſſe, la Réſiſtance de l'Eau eſt augmentée au point, qu'elle ſuffiſe ſeule pour détruire l'Action par laquelle le Bateau eſt tiré, ce Bateau ſe meut d'un Mouvement uniforme par ſa Force Inhérente: les deux Preſſions qui agiſſent ſur le Bateau ſe détruiſant mutuellement; comme nous l'avons remarqué ci-deſſus * au ſujet du Chariot. 698. * 364.

Dans tous les cas où la Preſſion fait changer de place à l'Obſtacle, ou bien en augmente le Mouvement, cette Preſſion n'eſt pas entiérement détruite par une Preſſion contraire, & ainſi *il doit ſe produire de la Force*. 699.

Dans un tems infiniment petit, la Preſſion ne peut communiquer au Corps qu'une Viteſſe infiniment petite, & par cela même qu'une Force infiniment petite; par conſéquent *la Force* eſt l'Effet d'une Preſſion qui a agi ſur le Corps durant un tems fini, & qui *eſt égale à l'Action de la Preſſion qui l'a produite*; car tout Effet eſt proportionel à ſa Cauſe entiére: & 700.

par cela même la Force doit être égale à l'Action totale de la Preſſion, lorſqu'elle agit durant un Tems fini. Pour ce qui regarde la Preſſion même, elle eſt détruite à chaque Moment infiniment petit; & quand il s'agit de ſa Grandeur, il ne faut conſiderer que l'Action qu'elle produit dans un tel Moment; car cette Action eſt différente de celle qu'elle a produite dans le Moment précedent, auſſi-bien que de celle qu'elle
701. produira dans le Moment ſuivant. D'où il ſuit, que *la Force ſurpaſſe autant la Preſſion, qu'un Tems fini ſurpaſſe un Tems infiniment petit.*

702. Donc *toute Preſſion eſt infiniment petite en comparaiſon d'une Force inhérente.*

703. Et *la moindre Force peut ſurmonter la plus grande Preſſion.*

704. Ceux qui, par des Expériences, ont voulu comparer enſemble la Preſſion & la Force, ont conſideré l'Effet de la Preſſion dans un Corps dont quelques parties ont été briſées, ou enfoncées, ce qui n'a pu ſe faire ſans un Mouvement local, & par cela même, ſans la Génération d'une For-
* 699. ce inhérente *: Force dont ils ont comparé l'Effet avec celui d'une autre Force.

L'Expérience journaliére nous fait voir auſſi, que le moindre Coup eſt plus grand qu'une Preſſion quelconque. Car ſi à une Preſſion, quelque grande qu'elle ſoit, on oppoſe un Obſtacle qu'elle ne puiſſe point ſurmonter pendant un ſeul inſtant, elle ne le ſurmontera jamais: au lieu qu'un Coup, quelque petit qu'il puiſſe être, pourvû qu'il ſoit ſouvent repété, viendra à bout de détruire le plus grand Obſtacle.

Dans tout ceci il ne s'agit point d'une Preſſion infiniment grande, qui produit une Force infinie dans un Tems fini.

Quand la Preſſion produit de la Force, elle ne produit point
705. par des Actions égales des degrez de Viteſſe égaux; car *pour que des degrez égaux de Viteſſe ſoient communiquez par des Actions égales à deux Corps égaux*, dont l'un eſt en Repos, & l'autre en Mouvement, *il faut que ce qui agit ſur ces Corps ait la même rélation à l'égard de tous deux*; c'eſt-à-dire, il faut que la Cauſe qui produit le Mouvement, ſoit tranſportée avec la même Viteſſe que le Corps en Mouvement, ſur lequel elle pourra
706. agir alors comme ſur un Corps en Repos: cela étant, *l'Action par laquelle la Cauſe qui produit le Mouvement eſt tranſportée, doit*

doit être ajoutée à l'Action de cette Cauſe même, pour avoir l'Action entiére par laquelle le Corps eſt mû: car l'une & l'autre Action ſont employées à produire le Mouvement en queſtion. D'où nous concluons, qu'*un Corps eſt plus difficilement accéleré que mis en Mouvement, &* que *la difficulté augmente avec la Viteſſe.* 707.

Comme la Preſſion augmente la Viteſſe, & par conſéquent *la Force*, il eſt évident auſſi que cette derniére *peut être diminuée par la Preſſion*; & que la Force, en ſe conſumant, détruit une Action contraire: Déſtruction qu'on nomme l'Effet de la Force, comme nous l'avons déja dit *. 708. * 690.

Pour ce qui eſt du Corps même, il ne ſouffre aucune autre Action pendant qu'il agit, que la ſeule Réaction, cauſée par la Réſiſtance de l'Obſtacle: or comme cette Réaction eſt égale à l'Action *, il s'enſuit, qu'*un Corps ſouffre préciſément autant qu'il agit, & que l'Effet de l'Action ſur l'Obſtacle eſt proportionel à la Force que le Corps perd*; la Diminution de la Force étant l'Effet de la Réaction; d'où nous concluons, que les Forces entiéres ſont proportionelles aux Effets par leſquels elles ſont détruites. La même choſe peut ſe démontrer de la maniére ſuivante. * 361. 709.

Un Corps n'acquiert, ni ne perd de Mouvement dans un Inſtant indiviſible; cela ſe fait toujours ſucceſſivement: & comme l'Action entiére par laquelle le Mouvement eſt communiqué, vaut la ſomme de toutes les Actions infiniment petites par leſquelles le Mouvement a été ſucceſſivement communiqué *; de même l'Action entiére du Corps, vaut la ſomme de toutes les Actions infiniment petites, & ſucceſſives, par leſquelles le Corps a conſumé ſon Mouvement. 710. *697:700.

Plus la Réſiſtance qu'un Corps ſouffre dans un certain Inſtant eſt grande, plus auſſi ſon Action eſt grande dans cet Inſtant. Ainſi, en cas que la Réſiſtance continüe, le Corps perdra d'autant plutôt toute ſa Force, que cette Réſiſtance ſera plus grande; cependant il n'y aura point de différence dans l'Effet; car la Force qui eſt détruite par la Réſiſtance, ſuit la raiſon de la Réſiſtance, & du Tems pendant lequel elle a agi; c'eſt-à-dire, la Force perdüe eſt en raiſon compoſée de la Réſiſtance & du Tems; qui eſt préciſément la raiſon que ſuit l'Action du Corps, & l'Effet qu'elle produit. 711.

712. De là on peut inférer de nouveau, que *la Force perdüe eſt proportionelle à l'Effet qu'elle produit en ſe conſumant, ſoit qu'elle ſe conſume en plus ou en moins de Tems;* ce que nous verrons dans la ſuite s'accorder avec les Expériences. Nous avons démontré ci-deſſus, que la Force étoit égale à l'Action par laquelle elle
* 700. étoit communiquée *; or, par ce qui vient d'être dit, il eſt évident, que la Force eſt égale à l'Action par laquelle elle eſt
713. conſumée; d'où il ſuit, qu'*un degré quelconque de Viteſſe peut être détruit, par la même Action par laquelle il peut être produit.* Un Corps qui auroit neuf degrez de Viteſſe, pourroit en acquerir un dixiéme, par la même Action qui le réduiroit à neuf degrez de Viteſſe, s'il en avoit dix.

714. On peut inférer de ce qui vient d'être dit, qu'*un Corps eſt plus difficilement accéleré que retardé.* Si un Corps a dix degrez de Viteſſe, il ſera plus facile de lui ôter le dixiéme
*707.713. degré, que de lui en communiquer un onziéme *.

C'eſt de ces Propoſitions générales qu'il faudra déduire la Meſure des Forces Inhérentes; mais il faut bien ſe garder d'appliquer immédiatement aux Forces, ce qui a été démontré au ſujet de la Meſure des Preſſions: Preſſion & Force étant des choſes totalement différentes.

715. 1°. *La Preſſion peut agir dans un Lieu, au lieu que l'Action de la Force Inhérente emporte un Changement de Lieu:* car ſi le Corps n'eſt point en Mouvement, il ne ſçauroit agir par ſa Force Inhérente: de même auſſi il doit changer de Lieu, pour réſiſter par ſon Inertie.

716. 2°. *L'Intenſité de la Preſſion* ſur un point auquel elle eſt immédiatement appliquée, eſt déterminée pour chaque Moment, puiſqu'elle *dépend de la Preſſion même.* Mais *l'Intenſité de l'Action d'une Force* quelconque *Inhérente*, ne *dépend* pas de la grandeur de cette Force, mais *de l'Obſtacle*, qui peut varier à l'infi-
* 711. ni *, la Force reſtant la même.

717. 3°. *L'Action de la Preſſion* eſt indéterminée; elle *change ſuivant les circonſtances* *, *& toutes choſes d'ailleurs égales, elle ſuit la raiſon du Tems pendant lequel elle a agi. Mais la Force Inhérente au Corps, dont la Maſſe & la Viteſſe ſont données, eſt déterminée, & ne peut produire qu'un Effet déterminé*, lequel
* 141. eſt produit en moins, ou en plus de Tems, ſuivant que le
* 711. Corps éprouve plus ou moins de Réſiſtance *.

4°. *Tou-*

4°. *Toute Preſſion* ſuppoſe de la Réſiſtance *; car ſi l'on ſuppoſe une Preſſion *qui n'agiroit pas*, elle *ceſſeroit d'être Preſſion* : au lieu que *la Force Inhérente réſide dans le Corps, & auſſi long-tems qu'il* continüe à ſe mouvoir avec la même Viteſſe, & dans la même Direction, il *n'agit point* par ſa Force, & la conſerve toute entiére. 718. * 362.

5°. *La Preſſion & la Force ſont incommenſurables entr'elles.* Cette derniére eſt infiniment grande en comparaiſon de l'autre *. 719. * 702.

6°. Enfin *la Preſſion détruit immédiatement une Preſſion oppoſée* : Mais nous démontrerons dans la ſuite, que *la Force ne ſçauroit jamais détruire immédiatement une Force contraire* *. 720. * 937.

CHAPITRE II.

De la Meſure des Forces, tirée de leur Génération.

NOus avons vû que la Force étoit produite par la Preſſion, & qu'elle étoit égale à l'Action entiére qui l'avoit produite *; c'eſt cette Action entiére que nous allons déterminer à préſent. 721. * 700.

Il eſt évident, que toutes choſes égales, l'Action de la Preſſion ſuit la raiſon de ſon Intenſité *. 722. * 140.

Nous avons vû auſſi *, que *l'Action, quand l'Intenſité de la Preſſion eſt donnée, ſuit la raiſon* de l'Eſpace parcouru, pendant un certain Tems, par le Point auquel elle eſt appliquée. C'eſt-là le fondement de tout ce qui a été démontré touchant l'Equilibre; une Once ſoutient l'effort d'une Livre entiére, quand le Mouvement des Points, auxquels ces Poids ſont appliquez, étant donné, l'Eſpace parcouru par l'Once eſt ſeize fois plus grand que celui que la Livre parcourt dans le même Tems. Car l'Eſpace parcouru dans un certain Tems, ſuit la raiſon *de la Viteſſe du Point tranſporté* *. 723. * 141. 361. * 119.

Enfin il eſt clair auſſi, que l'Action d'une Preſſion qui a agi pendant un certain Tems eſt proportionelle à ce Tems. 724.

Donc *l'Action entiére de la Preſſion eſt, comme l'Intenſité de cette Preſſion *, comme la Viteſſe du Point auquel elle eſt appli-* 725. * 722.

* 723. * 724. *pliquée* *, *& comme le Tems durant lequel elle a agi* *, c'eſt-à-dire, en raiſon compoſée de ces trois raiſons, ou comme le produit qui réſulte de la multiplication de ces trois quantitez; & il eſt clair que ce ſont-là les ſeules choſes auxquelles il faille faire attention pour déterminer l'Action totale de la Preſſion.

726. Si pendant l'Action, l'Intenſité de la Puiſſance, ou la Viteſſe du Point, viennent à changer, *l'Action doit être déterminée pour chaque Moment, & la ſomme de toutes les Actions infiniment petites vaudra l'Action entiére*, à laquelle la Force communiquée ſera égale *, ſi l'Action a été uniquement employée à produire cette Force.

* 700.

* 121. L'Eſpace parcouru ſuit la raiſon du Tems & de la Viteſſe *; d'où nous concluons, que la conſideration du Tems & de la Viteſſe peut être négligée dans le calcul que nous venons d'indiquer, pourvû qu'on faſſe attention à *l'Eſpace parcouru par le Point qui preſſe*; & cet Eſpace, *multiplié par l'Intenſité de la Preſſion, exprimera la Force communiquée.*

727.

728. Si *le Point, pendant qu'il parcourt un Eſpace déterminé* AB, preſſe avec une certaine Force, c'eſt-à-dire, *ſi l'Intenſité de la Preſſion eſt déterminée*, il *produira la même Action, ſoit qu'il ſe meuve plus vite, ou plus lentement*; car le Tems eſt diminué d'autant que la Viteſſe eſt augmentée, & réciproquement; c'eſt-à-dire, que l'Action gagne d'un coté, ce qu'elle perd de l'autre *; voilà pourquoi, *en ce cas, nous ne faiſons point attention au Tems.*

TAB. XXV. Fig. 1.

* 723. 724.

729. Si l'Intenſité de la Preſſion varie, de maniére pourtant, que dans chaque Point de la ligne elle ſoit déterminée, l'Action ſera auſſi déterminée pour chaque Eſpace infiniment petit; & la ſomme de toutes les Actions infiniment petites ſera auſſi la même, dans quelque Tems que la ligne ſoit parcourüe par le Point qui preſſe.

730. C'eſt ce qui a lieu quand un Reſſort ſe débande. Alors le Point qui preſſe, parcourt un Eſpace comme AB; & chaque fois que ce Reſſort ſe débande, ſi l'on ſuppoſe que chaque fois il a été bandé de même, on aura la même Action; parce que le même Eſpace eſt parcouru chaque fois, & que dans un Point déterminé quelconque, comme C, de cet Eſpace, il y a la même

me Intenſité de Preſſion, chaque fois que le Reſſort vient à ſe débander.

Donc *le même Reſſort, plié de la même maniére, communique toujours en ſe débandant la même Force à un Corps, ſoit qu'il ſe débande plus vite ou plus lentement*, ſi l'Inertie du Reſſort n'eſt point ſéparée de celle du Corps; ce qui a lieu lorſque le Reſſort fait partie du Corps. C'eſt ce que nous obſerverons conſtamment dans nos Expériences, & c'eſt ce qui ſe trouve dans tous les Corps Elaſtiques. 731.

Machine
Pour faire les Expériences d'un Pendule mû par l'Action d'un Reſſort.

La Planche épaiſſe ABC, eſt poſée verticalement ſur le Pied DFE, dont elle n'eſt ſéparée que par les Soutiens H, H. Pour bien affermir cette Planche, on y joint par derriére la Piéce de bois verticale I, qui vient aboutir près de A, & qui tient à la Planche L, qui eſt triangulaire & rectangle, & dont la baſe eſt appliquée à la branche F du Pied de la Machine. 732. TAB. XXV. Fig. 2.

Ce Pied eſt ſoutenu ſur trois Roulettes, ſemblables à celles que nous avons indiquées ci-deſſus *; on affermit la Machine en la ſoulevant tant ſoit peu par le moyen de trois Vis de fer *c*, *c*, dont la troiſiéme n'a pas pû être repréſentée. Ces Vis ſervent auſſi à dreſſer la Machine, de maniére que ſon plan ſoit vertical, & la ligne BC horizontale: c'eſt ce dont on s'aſſure par le Fil à plomb T. 733. * 567.

Pour que la Machine ſoit plus ferme, il faut qu'elle ne ſoit que peu élevée au deſſus du Pied DFE.

La Planche ABC eſt percée vers le haut, pour laiſſer paſſer perpendiculairement le Fer quarré M, qui doit être ſi bien affermi par derriére, qu'il ſoit entiérement immobile. Le long de ce Fer ſe meut un Tuyau de cuivre, auſſi de figure quarrée, & qu'on affermit par quatre Vis. 734.

A ce Tuyau tiennent deux petites Equerres, qui ſoutiennent la Règle de fer OQ, aſſez épaiſſe pour qu'elle ne tremble pas dans les Expériences. Cette Règle ſe meut autour d'un Aiſſieu d'acier bien poli, & bien affermi à ſon extrêmité ſupérieure; les extrêmitez de cet Aiſſieu ſont de figure conique, & tournent dans des cavitez, ou chapes de même figure, & auſſi très polies. Ces chapes ſe trouvent dans les extrêmitez de 735.

deux Vis, qui traverſent les Equerres dont nous avons fait mention, & dans leſquelles ces Vis tiennent de maniére à ne tourner que difficilement; le moindre Mouvement d'une des Vis ſuffit pour empêcher le tremblement de l'Aiſſieu dans les chapes.

La Règle O Q, avec ce qu'on y joint, & dont il ſera parlé dans la ſuite, forme un Pendule, qui, lorſqu'il eſt en repos, eſt vertical, & parallèle à la ſurface de la Machine, à laquelle il reſte parallèle quand il eſt en mouvement.

736. C'eſt par le Mouvement angulaire de ce Pendule qu'on détermine la Force avec laquelle il eſt agité. Ce Mouvement eſt indiqué par deux *Indices*, qui ſe meuvent dans les Fentes *m m*, *n n*, & dont le dernier ſeul eſt repréſenté ici; ces *Indices* ſont arrêtez par derriére la Planche avec des Vis. La ſuperficie de la Planche eſt tant ſoit peu creuſée le long des Fentes, ce qui dirige le Mouvement des *Indices*. Ces *Indices* ſont compoſez d'une petite Lame *e h*, à laquelle eſt jointe par derriére à l'extrêmité *h* la Vis qui ſert à l'arrêter: l'*Indice e f* eſt attaché perpendiculairement à cette Lame, & la petite Boëte *i* coule le long de l'*Indice*, & peut y être fixée à l'endroit où l'on veut. On voit un tel *Indice* repréſenté à part en G.

On arrête l'*Indice*, pour déterminer la Hauteur à laquelle le Pendule monte dans tel ou tel Mouvement, ou la Hauteur dont on laiſſe tomber ce même Pendule dans d'autres Expériences. Cette Hauteur détermine la Viteſſe que le Pendule acquiert en deſcendant, comme auſſi celle avec laquelle il eſt pouſſé en haut, quand il monte.

737. Ces Viteſſes ſe meſurent par le moyen des Règles diviſées V X, Y Z, qui ſont de cuivre, & appliquées horizontalement à la Planche, dont la ſuperficie eſt creuſée de façon, qu'elle ne forme qu'un même plan avec la ſurface extérieure des Règles. Ces Règles ſont arrêtées par derriére avec des Vis, qui paſſent à travers de deux Fentes faites à la Planche; on ſe ſert de Fentes au lieu de ſimples trous, pour que les Règles, dont les extrêmitez X, Y, doivent répondre aux faces du Pendule, puiſſent ſe placer avec l'exactitude requiſe; c'eſt-à-dire, pour que chaque extrêmité réponde à la face qui eſt de ſon coté; ce qu'on peut déterminer exactement par le moyen de l'Equerre *l o g p*; car ſi l'on applique à la Planche les lignes *o g*, *g p*, *g l* lui ſera perpendiculaire. Si l'on applique cette perpendi-

diculaire à la face du Pendule, dans le tems qu'il eſt en repos, il faut que le point *g* réponde à l'extrêmité de la Règle. Le Pendule étant élevé à la hauteur qu'on voudra, on en meſure l'Inclinaiſon, en appliquant l'Equerre, enſorte que *g l* ſoit perpendiculaire à la ſurface de la Planche, & touche la face latérale la plus élevée du Pendule; alors, ſi le point *g* tombe ſur la ligne diviſée de la Règle, ce point marquera ſur cette ligne l'Inclinaiſon qu'on cherche.

Les diviſions des Règles commencent aux bouts X, Y, & indiquent les angles d'Inclinaiſon du Pendule, dont les cordes, qui ſuivent la raiſon des Viteſſes *, ſont comme les nombres marquez à chaque diviſion; la Règle entiére contient 24. parties, chacune deſquelles eſt ſubdiviſée en dix autres. * 441.

738. On applique au Pendule trois Boëtes mobiles, qui peuvent couler le long du Pendule, & être affermies où l'on veut; deux de ces Boëtes ſont repréſentées en A & en B, & la troiſiéme eſt toute pareille à celle qu'on voit en A; les trous *e*, *c*, *d*, dont il n'y a que *c* de viſible, & qui ſont égaux, & diſpoſez de même, contiennent chacun un Ecrou, pour qu'on puiſſe y appliquer les Solides F, G, H, I, L. (*Planche XXVIII. Fig.* 7.) qui ont une Queüe à vis; on a encore un ſixiéme Solide ſemblable, & égal à celui qu'on voit en H. Je parlerai dans la ſuite plus particulierement de ces Solides, quand j'en marquerai l'uſage. On joint quatre de ces Solides aux deux premiéres Boëtes mobiles comme A; & on en joint un cinquiéme en *e*, à la troiſiéme Boëte B. Tous ces Solides ſont de même poids. TAB. XXVI. Fig. 1.

739. A l'aide des deux Vis *g*, *g*, qui penètrent dans les trous *i*, *i*, on joint à la troiſiéme Boëte, en *f*, le Reſſort d'acier OO. La Lame MM de ce Reſſort eſt appliquée à la ſuperficie de la Boëte B, & les Vis qui ſervent à l'affermir, traverſent les trous *v*, *v*. La force du Reſſort eſt dans les Anneaux O, O; & c'eſt ce qui fait que les Lames P, P, quand on les pouſſe vers la Lame MM, s'en éloignent d'elles mêmes, quand on vient à les lâcher. TAB. XXVIII. Fig. 1.

Au milieu de la Lame MM eſt attachée une Languette d'acier *r s*, dont les cotez ſont garnis de dents, & dont la tête *s*, où il y a un trou, paſſe un peu au-delà de PP.

Les trois Boëtes, ſçavoir (les deux premiéres avec leurs Solides, & la troiſiéme avec un Solide & le Reſſort) ſont de même poids, & les parties de chacune ſont tellement en équili- TAB. XXV. Fig. 2,

bre, qu'étant appliquées au Pendule OQ, elles n'en changent point la ſituation: la troiſiéme avec ſon Reſſort & le Solide, eſt repréſentée attachée au Pendule en R; cela étant, le Pendule peut être mis en mouvement par le moyen du Reſſort, ſi l'on applique à la Planche ABC, la Plaque de fer S.

740. Cette Plaque eſt repréſentée ſéparément en AB, & eſt jointe à angles droits à une autre Plaque de fer BC, qui eſt percée au milieu.

TAB. XXVI. Fig. 2.

A cette derniére Plaque ſont attachées à angles droits deux Plaques de cuivre *de*, *ni*, pour ſoutenir la Plaque d'acier *fg*, qui eſt repréſentée ſéparément, & dans ſa véritable grandeur, en FG. Cette Plaque eſt fort mince, & a quatre orillons *h*, *h*, *h*, *h*, à travers deſquels on paſſe des Vis quand on veut affermir cette Plaque, qui eſt percée au milieu d'un trou oblong L. La face antérieure, qui eſt repréſentée dans la Fig. quatriéme, eſt unie; & celle de derriére, qu'on voit dans la Fig. troiſiéme, eſt auſſi fort polie. On applique à cette derniére face deux Tenons *pq*, *pq*, mobiles autour des Vis *p*, *p*, qui les retiennent. Les petits Reſſorts *s*, *s*, fixez par les Tenons, preſſent les Goupilles *r*, *r*, & alors les têtes *q*, *q* s'appliquent l'une contre l'autre: ſituation qu'elles reprennent, ſi, après les avoir ſéparées, on vient à les lâcher. Les Tenons ſont plats par derriére, comme on le voit dans la Fig. troiſiéme: mais ils ſont arrondis par devant, du coté qui répond au trou L (*Fig.* 4.).

Fig. 3. 4.

741. On ſépare les têtes *q*, *q*, larqu'on abaiſſe le Marteau *m*, en pouſſant la queüe *vt*. Par ce Mouvement on fait tourner l'Aiſſieu *ts*, auquel la queüe *mo* du Marteau eſt attachée à angles droits.

Fig. 2.

742. La Plaque AB eſt percée en *zz*, & en *yy*, pour qu'on puiſſe l'attacher à la Planche par le moyen de deux Vis de cuivre, comme *h*, qui paſſent par des trous à travers le bois. Quand on y applique l'Ecrou *q*, on ſe ſert de la Lame de cuivre *l*, pour ne pas gâter le bois.

743. Cette Plaque ſe voit en S, comme nous l'avons dit, & les têtes des Vis paroiſſent en *b*, *b*; & on peut l'affermir en trois autres endroits par des Vis qui paſſent par les trous *a*, *a*; *a*, *a*; *a*, *a*; la Boëte R eſt arrêtée à la hauteur qu'il faut, pour que la Languette du Reſſort réponde au trou de la Lame où ſont les Tenons *; on fait entrer la Languette dans ce trou; & comme les dents ſont obliques par devant, elles écartent les

TAB. XXV. Fig. 2.

* 74c.

les Tenons, qui ſe rejoignent dès que les premières dents ont paſſé au delà; dans cette ſituation le Reſſort ſe trouve plié & attaché à la Lame; ſi l'on fait entrer la Languette plus avant, ce ſont les dents ſuivantes qui agiſſent, & le Reſſort eſt plié davantage. De cette maniére on peut plier le Reſſort plus ou moins.

Les choſes étant ainſi diſpoſées, il eſt queſtion d'affermir la Lame S, enſorte que le Reſſort reſtant plié, le Pendule ſoit vertical. Voici comme cela ſe fait. Le Pendule étant en repos dans la ſituation verticale qu'il prend de lui même, on y applique l'*Indice ef*, qu'on fixe; & qui enſuite, après que le Reſſort a été plié, détermine la ſituation du Pendule; ce qu'on peut faire auſſi par le moyen de l'Equerre *glop*. Le lieu de la Plaque S, qu'on trouve de la maniére que nous venons de dire, change, quand on varie l'infléxion du Reſſort.

Outre les trois Boëtes mobiles dont nous avons parlé *, on joint auſſi au Pendule les deux Poids P, T, dont le premier ſe voit en P. (*Planche XXV. Fig.* 2.) Ce premier Poids eſt de deux livres, & a un pouce & demi en hauteur; le ſecond Poids T a le double en hauteur, c'eſt-à-dire trois pouces, mais ne pèſe qu'une demi-livre. 744. * 738. TAB. XXVI. Fig. 5.

Ces Poids ſont mobiles le long du Pendule, & peuvent être affermis par des Vis à la hauteur qu'on juge à propos.

I. Experience.

On ſuſpend le Pendule décrit ci-deſſus *, & on y applique les trois Boëtes mobiles *, qui ſont affermies à différentes hauteurs, enſorte qu'elles répondent aux trous faits dans la Planche, par leſquels paſſent les Vis *b*, *b*; le Reſſort eſt attaché à la Boëte R, eſt éloigné du Point de Suſpenſion de vingt & ſix pouces, & eſt plié de façon que ce ſont les premiéres dents de la Languette qui l'arrêtent *: on lâche le Reſſort par le moyen du Marteau *; & après quelques eſſais, on trouve l'endroit où l'*Indice* doit être placé *, pour que le Pendule y arrive, ſans le frapper; ce qu'on peut déterminer très exactement. 745. TAB. XXIX. Fig. 1. 2. 3. * 735. * 738. Fig. 1. * 743. * 741. * 736.

On change enſuite la ſituation des Boëtes d'en-bas, mettant R où étoit B, à la diſtance de vingt pouces du Centre de Mouvement, & réciproquement B à l'endroit où étoit R. On change auſſi la ſituation de la Plaque S. Après quoi on plie le Reſſort comme dans le cas précedent; & quand on l'a lâché, le Pendule monte à la même hauteur. Fig. 2.

Fig. 3. Si l'on met R à la distance de huit pouces du Centre de Mouvement, à l'endroit où est A, & A où étoit R; & qu'on fasse le reste de l'Expérience comme ci devant, le Pendule montera encore à la même hauteur. Dans ces trois cas le Ressort est plié de même, mais il se débande en tems inégaux, & fait chaque fois le même Effet, & produit la même Force.

746. Il faut bien prendre garde à tout ce que nous venons de dire; la moindre negligence empêche l'Expérience de réussir; & c'est ce qui fait qu'il est si difficile d'avoir des angles parfaitement égaux. Dans les Expériences que nous venons de décrire, le plus grand angle surpassoit tant soit peu 44 des petites divisions de la Règle de cuivre *; lesquelles valent à peine la quinziéme partie d'un pouce; & la difference entre cet angle & le plus petit des trois, a été moindre qu'une seule de ces divisions. J'ai trouvé quelquefois la différence encore plus petite; mais ce point de précision est difficile à attraper. Jamais la difficulté n'est plus grande, que quand le Ressort est joint à la partie inférieure du Pendule, la moindre chose suffisant alors pour changer sensiblement l'Effet. Mais il n'est jamais nécessaire de mettre le Ressort dans cet endroit: la Proposition qu'il est question d'établir, étant suffisamment démontrée par l'Expérience, telle que nous venons de la décrire *.

* 737.

* 745.

747. Passons à présent à ce qui regarde immédiatement la Comparaison des Forces.

Il est évident que toutes les Particules égales de Matiére, si elles sont mües de même, ont des Forces égales; *si* donc *deux Corps sont transportez avec d'égales Viteſſes, les Forces sont* comme le Nombre des Particules dans chacun, c'est-à-dire, comme les Quantitez de Matiére, ou *comme les Masses*; car c'est par ce mot que nous désignons la Quantité de Matiére qu'il y a dans un Corps.

748.

Si les Masses sont égales, les Forces sont comme les Actions par lesquelles les différentes Viteſſes leur ont été communiquées *.

* 700.

749. Un Corps qui acquiert du Mouvement, ne reçoit pas tout à coup une Viteſſe déterminée *; il passe successivement par tous les degrez inférieurs de Viteſſe, pendant qu'une Action continuée le pousse. Suppoſons que cette Action soit une Pression dont l'Intensité reste la même aussi long-tems que l'Action dure,

* 710.

dure, par où l'Action immédiate ſur le Corps reſte auſſi la même: c'eſt ce qui ne ſçauroit arriver, à moins que le point qui preſſe ne ſoit continuellement tranſporté avec la même Viteſſe que le Corps *; or en ce cas, des degrez égaux de Viteſſe ſont communiquez au Corps en Tems égaux *; & la Viteſſe eſt comme le Tems pendant lequel la Preſſion a agi ſur le Corps: Nous ſuppoſons que le Corps n'eſt point retenu, & que la Preſſion ne produit aucun autre Effet. * 705. * 705.

Que la ligne AB repréſente le Tems durant lequel la Preſſion a agi; BC, la Viteſſe communiquée pendant le Tems AB; DE, parallèle à BC, repréſentera la Viteſſe imprimée au Corps pendant le Tems AD. 750. TAB. XXXII. Fig. 1.

Si nous concevons AB diviſée en un nombre infini de parties égales; dans chacune de ces parties, à cauſe de l'égalité des Tems, & de l'égalité des Intenſitez, les Actions ſeront comme les Viteſſes *. * 723.

Donc les Réſiſtances du Corps ſeront dans la même raiſon *. D'où nous déduiſons cette Concluſion générale, qu'*Un Corps qui acquiert un degré déterminé & infiniment petit de Viteſſe, réſiſte à l'Accéleration, en raiſon de la Viteſſe qu'il a.* * 361. 751.

De là il s'enſuit, qu'*une Action, par laquelle la Viteſſe d'un Corps, qui ſe meut déja avec une Viteſſe finie, eſt augmentée d'un degré infiniment petit, ſurpaſſe infiniment une Action par laquelle un degré égal de Viteſſe infiniment petite auroit pu être communiqué au Corps en repos.* 752.

L'Action, dans le Moment qui répond à l'Inſtant D, eſt repréſentée par la ligne DE; & chacune des lignes ſemblables repréſente les Actions dans les Momens qui leur répondent: toutes enſemble repréſentant l'Action entiére. La raiſon qu'il y a entre ces lignes ne change point, ſi nous donnons à toutes la même largeur *, ſçavoir une largeur égale à la longueur d'une des petites lignes qui repréſente un des Momens infiniment petits, dont nous avons parlé; mais en ce cas, toutes les lignes forment enſemble la ſuperficie ABC; laquelle ſuit par conſéquent la raiſon de l'Action entiére, & par cela même, de la Force communiquée *. Ainſi, en ſuppoſant que *dans un même Corps* les Viteſſes ſont comme DE, BC, *les Forces ſont* comme les ſuperficies ADE, ABC; c'eſt-à-dire, *en rai-* *1. EL. VI. * 700. 753.

raiſon doublée des Viteſſes, ou, ce qui eſt la même choſe, *comme les quarrez des Viteſſes* *.

* 19. EL. VI.

Le cas que nous venons d'examiner, a lieu par rapport aux Corps qui tombent, & au ſujet deſquels nous avons démontré, par un raiſonnement ſemblable à celui ci, que les Eſpaces parcourus en tombant, meſurez depuis l'endroit où a commencé la Chute, ſont entr'eux comme les quarrez des Viteſſes acquiſes en tombant *; d'où nous inférons, que *la Force acquiſe en tombant, eſt comme la Hauteur d'où le Corps eſt tombé**; & de là il ſuit, que *la Peſanteur qui, en Tems égaux, communique au Corps des degrez égaux de Viteſſe* *, *ne lui communique pas des degrez égaux de Force**; mais que ce qui pouſſe le Corps vers la terre, ſe meut avec le Corps *, puiſqu'il agit ſur le Corps en Mouvement, comme s'il étoit en Repos *.

* 374. 754. * 393. 755. * 370. * 751. * 749. * 371.

756. Quand nous traiterons du Mouvement compoſé, & de la Réſiſtance des Fluides, nous prouverons par d'autres Argumens, déduits de Principes qui n'ont rien de commun entr'eux, ni avec ceux ſur leſquels nous nous appuyons à préſent, nous prouverons, dis-je, encore, que les Forces ſont en raiſon doublée des Viteſſes.

757. *Les Forces Inhérentes aux Corps*, ne peuvent différer qu'à l'égard de la Quantité de Matiére dans le Corps, ou de la Viteſſe avec laquelle il eſt tranſporté; d'où nous déduiſons une Règle générale touchant la Comparaiſon des Forces, c'eſt qu'elles *ſont en raiſon compoſée des Maſſes* *, *& des quarrez des Viteſſes**.

758. Ainſi *les Forces ſont égales, ſi les quarrez des Viteſſes ſont en raiſon inverſe des Maſſes.*

* 748. * 753.

759. Et les Viteſſes auront entr'elles cette même raiſon inverſe des Maſſes, toutes les fois que des Corps inégaux ſeront mis en Mouvement par des Forces égales. C'eſt ce qui a lieu quand des Corps ſont mis en Mouvement par des Reſſorts égaux, ſemblables, & pliez également, & que l'Inertie des Reſſorts n'eſt point ſeparée de celle des Corps *.

* 731.

MACHINE

Pour faire pluſieurs Expériences ſur les Forces Inhérentes, & ſur le Choc des Corps.

760. Cette Machine, qui eſt de bois, conſiſte en une Planche verticale CB, longue d'environ trois pieds, & large ou haute de

TAB. XXVII. Fig. 1, 2.

de neuf pouces. Cette Planche eſt portée par deux Montans D, D, qui ſont aſſurez par des Traverſes qui ſe croiſent. A cette Planche eſt attachée une Planche plus petite, horizontale A, qui eſt ſoutenüe par devant par la Planche CB, & par derriére par la Colomne E, qui a près de trois pouces & demi de diamètre, & dont la ſituation s'apperçoit diſtinctement, en comparant enſemble les Figures. Sur cette derniére Colomne eſt placée une Colomne M. Ces Colomnes s'ajuſtent exactement, & l'une eſt comme une continuation de l'autre. La partie inférieure de la Colomne M eſt partagée en deux parties, qui paſſent par les trous *x*, *x*, de la Planche horizontale A, pour ſe joindre à la partie ſupérieure b de la Colomne E; ſituation dans laquelle elles ſont affermies par la Cheville d, qui paſſe par les trous *y*. Quand la Colomne M eſt diſpoſée de cette maniére, le coté inférieur de la Planchette PP, qui eſt d'un bois mince, & qui tient à la Colomne dont il s'agit, s'applique à la Planche A, afin de déterminer plus exactement la ſituation de la Colomne. TAB. XXV. Fig. 3.

761. Les deux Montans D, D, & la Colomne E, ont le même pied horizontal GGH; & toute la Machine eſt ſoutenüe par trois Roulettes I, I, I*, pour qu'on puiſſe plus facilement la remüer: quand on veut s'en ſervir, on l'éleve tant ſoit peu par le moyen des Vis *t*, *t*, *t*, & on lui donne une ſituation exactement verticale. Le Fil à plomb Q, appliqué à la partie antérieure de la Colomne M, indique cette ſituation. * 567.

Fig. 4. Nous avons repréſenté à part, plus en grand, la partie ſupérieure de la Colomne M.

762. Cette partie eſt quarrée, & on y joint la Conſole O, pour ſoutenir la Règle de fer STT, dont l'extrêmité TT eſt en croix. Cette Règle eſt affermie par les Vis de fer f, f, qui penètrent dans le bois, où l'on a enchaſſé leurs Ecrous, qui ſont auſſi de fer. Les petites Lames de cuivre e, e, ſont percées, & au haut de chaque trou il y a une entaille, pour qu'on puiſſe facilement y faire entrer un Fil.

763. Sur la partie quarrée & ſupérieure de la Colomne M eſt placée la piéce de bois m, à la ſurface antérieure de la quelle eſt appliquée la Règle de cuivre AA (*Pl. XXVIII. Fig.* 2.) garnie des Vis L, L; ces Vis penètrent par des trous faits dans le bois m, & dont un ſe voit en *x*: la Règle eſt affermie par le moyen des Ecrous *m*, *m*, que les Plaques de cuivre *n*, *n*, miſes entre

deux, empêchent d'endommager le bois. Cette Règle eſt déſignée par les Lettres *a a* dans la *Fig.* 1. de la *Planche XXVII.*

TAB. XXVIII. Fig. 2. Aux extrêmitez de cette Règle ſont attachez deux Piliers Y, Y, qui ſoutiennent une autre Règle de cuivre B B, qu'on affermit à l'aide des Vis S, S, qui paſſent par les trous *d*, *d*, dans les trous *c*, *c*.

764. On fait gliſſer le long de cette derniére Règle des Boëtes quarrées G, G, G, F, F, F, dont une eſt repréſentée ſéparément en O. Au bas de chacune de ces Boëtes eſt attaché un Crochet, & on les fixe où l'on veut par une Vis. Les cotez ſupérieurs des Boëtes ſont plus longs que les autres. Quand ils ſe touchent, la diſtance entre les Crochets eſt d'un pouce & demi.

Pour qu'ils ſoient égalément éloignez du milieu de la Règle B B, des deux cotez, on applique à ce milieu, à la ſuperficie inférieure de la Règle, en *v*, la petite Croix de cuivre P, qu'on attache à l'aide de la Vis *q*.

765. Quand les bras les plus courts de cette Croix ſont poſez ſuivant la longueur de la Règle, alors les cotez ſupérieurs des Boëtes du milieu ſe touchent au milieu de la Règle.

766. Mais quand ce ſont les bras les plus longs qui ſe trouvent diſpoſez de cette maniére, les Crochets du milieu ſont ſéparez autant qu'il le faut dans pluſieurs Expériences, comme nous le verrons dans la ſuite.

767. Fig. 3. Il y a encore une autre Règle de cuivre C C, ſemblable à la Règle A A, à laquelle on en joint une autre D D, avec des Boëtes & des Crochets; la différence qu'il y a entre ces Règles & les precédentes, ſe voit aiſément, ſi l'on compare la *Fig.* 2. avec celle ci, dans laquelle une des Boëtes eſt repréſentée à part en R.

768. La Règle C C ſe joint à la Croix de fer décrite ci-deſſus *, & cela à la ſuperficie inférieure de la branche T T, comme on le * 762. voit dans la *Fig.* 1. de la *Planche XXVII.*

TAB. XXVII. Fig. 1. * 763. Cette Règle ſevoit en *c c*, & eſt affermie par des Vis *e*, *e*. Cette même Règle, & celle qui lui eſt jointe *d d*, ſont parallèles aux Règles *a a* & *b b*, décrites ci-deſſus *, & toutes ſont parallèles au Plan C B; les Crochets de la Règle *b b*, repondent aux Crochets en *d d*; c'eſt-à-dire, ſont diſpoſez de la même maniére dans les deux Règles.

Tous les Crochets ſont dans le même plan horizontal, & une ligne

ligne qui paſſeroit par deux Crochets correſpondans, ſeroit perpendiculaire à la ſurface BC, en concevant cette ſurface continuée.

Les Corps *s* & *r*, avec leſquels ſe font les Expériences, ſont compoſez de Quadres de cuivre, dont on en voit un en AB. On les ſuſpend à l'aide des Fils qu'on accroche dans les petites entailles *c*, *c*, *d*, *d*. La diſtance entre *c*, *c*, ou *d*, *d*, eſt de trois pouces, afin qu'elle réponde à la diſtance qu'il y a entre le premier & le troiſiéme Crochet, quand on en mêt trois enſemble *; on verra aiſément comment ces Quadres ſont ſuſpendus, en comparant enſemble la *Fig.* 1. de la *Pl. XXVII.* & la *Fig.* 3. de la *Pl. XXV.* Les Fils extérieurs paſſent ſur les Crochets *i*, *i*, *h*, *h*, & de là traverſent les trous e, e, (*Pl. XXV. Fig.* 4), pour deſcendre juſqu'aux Chevilles *n*, *n*; les autres Fils deſcendent directement de leurs Crochets juſqu'aux Chevilles *m*, *m*. C'eſt en tournant les Chevilles qu'on donne aux Quadres la ſituation qu'on ſouhaite; ce qui ſe fait plus commodement ſi l'on prend des Fils de différentes couleurs. Il faut que les Fils ſoient minces, & pourtant aſſez forts pour pouvoir ſoutenir les Poids qui leur ſont attachez; & c'eſt pour cette raiſon que je me ſers de Cordonnets de ſoye. Je préfère ceux qui ſont faits au fuſeau, à ceux qui ſont faits au roüet.

769. TAB. XXVIII. Fig. 4.

* 764.

TAB. XXVII. Fig. 1.

Au milieu de la ſurface antérieure du Quadre AB, il y a un trou *e*, garni en dedans d'un Ecrou, & qui penètre dans le Cone tronqué *f*, pour pouvoir être plus profond. Nous verrons bientôt que ce Cone ſert encore à un autre uſage.

770. TAB. XXVIII. Fig. 4.

A la même ſurface antérieure du Quadre ſont appliquez différens Corps, dont nous parlerons plus particuliérement quand ils devront ſervir à des Expériences; tous ces Corps avancent également à l'égard de la ſuperficie à laquelle on les applique, & ſont auſſi de même poids, afin que le poids du Quadre ſoit déterminé, & toujours le même.

771. Fig. 7. 9. 10.

On a beſoin de deux de ces Quadres, dont voici la différence: celui qui eſt repréſenté ici, a dans ſa ſuperficie antérieure, outre le trou *e*, que nous avons indiqué, deux autres petits trous *i*, *i*, dans leſquels on fait entrer des Vis, comme nous le verrons dans la ſuite.

772.

Le ſecond Quadre, qui eſt du même poids que l'autre, auquel il eſt outre cela ſemblable & égal, a auſſi dans ſa ſuperficie anté-

773.

antérieure deux petits trous, non pas au deſſus ou au deſſous de *e*, comme *i*, *i*, mais aux cotez du trou *e*.

774. TAB. XXVIII. Fig. 5. On double, triple, ou quadruple le poids du Quadre avec le Corps qui y eſt joint, en y ajoutant un Cylindre de cuivre T, T, ou T; en ce cas, on introduit le Cone *f*, dans le creux *y*, où il s'enchaſſe, & le Cylindre eſt affermi par le moyen de la Vis *g*, laquelle penètre dans un petit trou comme *x*, qui eſt à l'autre bout du Cylindre: ſi l'on veut augmenter le poids davantage, comme ſix, huit, neuf, ou ſeize fois, on employe les Plombs V, V, V, ou X, qu'on affermit préciſément de même.

775. TAB. XXVII. Fig. 1. * 737. La Viteſſe du Quadre mis en Mouvement eſt marquée par les diviſions de la Règle XV, ou YZ, comme nous l'avons dit dans l'Explication d'une autre Machine *; cependant il faut obſerver, que les Fentes, par leſquelles penètrent les Vis attachées aux Règles, doivent avoir au moins neuf ou dix pouces de longueur. Nous n'y avons pas beſoin d'Equerre; parce que les Fils correſpondans, tant les antérieurs que les poſtérieurs, ſont dans un même Plan perpendiculaire à la ſuperficie CB (nous appellons antérieurs, les Fils qui ſont le moins éloignez du milieu de cette ſuperficie) & en dirigeant la vüe le long des deux Fils, on découvre dans la Règle le point auquel ils répondent.

776. Les *Indices* par leſquels nous déterminons les Hauteurs dont on laiſſe tomber les Corps dans les Expériences, & par leſquels nous marquons les Hauteurs auxquelles ces Corps montent, s'appliquent à la Règle de cuivre RR, qui eſt diſpoſée ſuivant la longueur de la Planche A, & peu éloignée de l'extrêmité antérieure de cette Planche.

777. TAB. XXVIII. Fig. 6. La figure des *Indices*, repréſentée ſéparément, marque aſſez comment ils gliſſent le long de la Règle; il y a quatre inciſions en *e*, *e*, &c. pour que la chape *a b*, qui s'enchaſſe ſur la Règle, puiſſe être rétrecie vers les bouts, ce qui, à cauſe de l'élaſticité du cuivre, ſert à affermir l'*Indice*; de façon pourtant que cela n'empêche pas qu'il ne puiſſe gliſſer le long de la Règle.

On a beſoin de deux grands *Indices*, qui ſont repréſentez en O & en Q, & qui ne different que dans la maniére dont ils ſont joints aux chapes *a b*: outre ces deux *Indices*, il en faut trois plus petits, comme P. Le long des plus grands peuvent gliſſer les petites

petites Boëtes *c*, *c*, qu'on affermit * où l'on veut, par le moyen des Vis *d*, *d*. * 736.

2. Experience.

On attache le Reſſort OO * au Quadre de cuivre AB *, par des Vis ſemblables à celles qui ſont repréſentées en *g*, *g*, (*Pl. XXVI. Fig.* 1.); ces Vis paſſent par les trous *v*, *v*, dans les trous *i*, *i*, qui ſont faits en Ecrous pour recevoir les Vis. 778. TAB. XXVIII. Fig. 1. 4. * 769.

Il faut que le Quadre ait un Poids déterminé *; s'il eſt trop leger, on y ſupplée par le moyen d'une petite Plaque de cuivre, qu'on met entre le Quadre & le Reſſort, & qui eſt percée, pour recevoir les Vis dont nous avons fait mention. * 739. * 771.

Tout étant ainſi diſpoſé, on ſuſpend le Quadre à la place de celui qui eſt repréſenté ici en *s*; mais comme, en ce cas, la diſpoſition des Fils antérieurs a quelque choſe de particulier, nous repréſentons cette diſpoſition ſéparément en g. TAB. XXVII. Fig. 1.

Il faut attacher à la Planche BC, la Plaque de fer dont il a été parlé ci-deſſus *, on l'affermit avec des Vis *, qui paſſent par les trous *n*, *n*: la Lame avec les Tenons eſt tournée vers le Reſſort; & le Quadre auquel ce Reſſort eſt attaché, doit être diſpoſé enſorte qu'il ſoit horizontal, & ait les plus longs de ſes cotez parallèles à la ſuperficie BC; & qu'outre cela ce Quadre ſe trouve à une telle diſtance de cette ſuperficie, & à une telle hauteur, que la Languette du Reſſort réponde au trou qui eſt au milieu de la Lame garnie de Tenons, ce qu'on peut faire aiſément en tournant les Chevilles *m*, *m*, *n*, *n*. * 740. * 742.

On écarte tant ſoit peu la Plaque, pour que le Quadre ſoit ſuſpendu librement; & lorſqu'il eſt en repos, on dirige la vüe le long des Fils poſtérieurs, & on arrête la Règle YZ, de maniére que ſon extrêmité Y réponde aux Fils. Ayant approché alors la Lame, on fait entrer la Languette du Reſſort dans l'ouverture de la Lame, par où le Reſſort eſt plié, & attaché à la Lame *, qu'on diſpoſe & qu'on affermit de façon, que les Fils répondent de nouveau à l'extrêmité de la Règle. * 745.

Nous la repréſentons ici dans cette ſituation; *fg* eſt la Lame garnie de Tenons, laquelle eſt attachée à la Plaque S, qui eſt affermie par les Vis *b*, *b*, *. En preſſant la queüe *v* du Marteau *m*, ce Marteau baiſſe, & fait débander le Reſſort, qui part alors avec le Quadre qui lui eſt attaché. La Viteſſe acquiſe dans ce Mouvement ſe trouve en repétant pluſieurs fois 779. TAB. XXIX. Fig. 4. * 743.

l'Expérience: pour cet effet on place d'abord le plus grand
* 777. *Indice* * à la diſtance à laquelle on a jugé que les Fils ſont parvenus; dans un ſecond Eſſai on corrige cette ſituation, juſqu'à ce qu'enfin on en vienne au point, que le Fil arrive juſqu'à l'*Indice*, ſans s'y appliquer. La Viteſſe du Corps dans nôtre Experience étoit 16, 8: le dernier de ces nombres exprimant les petites diviſions de la Règle *.
*737.775.

780. Tout reſtant dans l'état que nous venons de décrire, on adapte au Quadre le Cylindre T, pour que le poids du Corps mis en Mouvement devienne quatre fois plus grand *: le reſte ſe fait comme dans les Eſſais précedens, & on trouve une Viteſſe qui n'eſt que la moitié de l'autre, ſçavoir 8, 4.
TAB. XXIX. Fig. 5.
* 774.

781. Après avoir ôté le Cylindre T, il faut rendre la Maſſe neuf fois plus grande que la premiére, en employant le Plomb V *, & la Viteſſe ſe trouvera être de 5, 6, c'eſt-à-dire, le tiers de la premiére.
Fig. 6.
* 774.

Si l'on fait la Maſſe ſeize fois plus grande que la premiére, la Viteſſe ſera 4, 2.

782. Dans tous ces cas, ce qui communique le Mouvement, eſt l'Action du même Reſſort, plié de la même maniére; ainſi, en ſe débandant, l'Action doit auſſi être la même *, & les quarrez des Viteſſes ſont en raiſon inverſe des Maſſes; c'eſt-à-dire, le produit des Maſſes par le quarré des Viteſſes eſt toujours le même.
* 731.

783. Quelques Philoſophes ſont dans l'idée, que l'Action du Reſſort n'eſt pas la même, ſi les Tems dans leſquels il ſe débande ne ſont pas égaux; nous avons démontré * que la choſe n'étoit point ainſi, & avons confirmé la Démonſtration par une Expérience *. Conſiderons à préſent la choſe d'une autre maniére.
* 731.
* 745.

Je mettrai en Mouvement différens Corps, par le moyen du même Reſſort, plié de même, & qui ſe débandera dans des Tems égaux; & l'on verra que l'Effet s'accordera avec la Propoſition de l'Art. 758. & que le produit de la Maſſe par le quarré de la Viteſſe ſera toujours le même.

784. Il paroitra clairement que le Reſſort, plié de la même maniére, ſe débandera en des Tems égaux, s'il communique chaque fois la même Viteſſe au point auquel il eſt appliqué. Car la partie du Reſſort qui ſe débande, ſe meut avec la même Vi-

Viteſſe que le point auquel cette partie eſt appliquée : cela étant, comme nous ſuppoſons que la Viteſſe de ce point, & par cela même celle du Reſſort, eſt chaque fois la même quand le Reſſort achève de ſe débander, elle doit auſſi être la même dans les mêmes degrez de relâchement ; car il ſe débande, dans chacune de ces occaſions, ſuivant les mêmes Loix, enſorte que, dans des Inſtans égaux, les mêmes Eſpaces infiniment petits ſont parcourus, & que chaque fois le Reſſort eſt entiérement débandé dans le même Tems.

3. Experience.

785. C'eſt ce qu'on peut démontrer, à l'aide de la même Machine qui a ſervi à faire la premiére Expérience de ce Chapitre *. On applique au Pendule * le Poids T, qui vaut une demi-livre *; & cela à la diſtance qu'on juge à propos du Point de Suſpenſion ; ſoit cette diſtance, meſurée depuis le point du milieu du Poids, exactement de 30 pouces ; la Boëte mobile, à laquelle le Reſſort eſt attaché, eſt arrêtée en R ; on attache une autre Boëte mobile A, avec deux Solides *, à l'extrêmité inférieure du Pendule, enſuite on plie le Reſſort, on le lâche, & on meſure l'angle de la maniére que nous avons marquée dans la premiére Expérience * ; nous avons eu alors un angle de 40, 5. parties.

TAB. XXXI. Fig. 1. * 745. * 735. * 744. * 738. * 745.

786. Ayant ôté le Poids T, j'ai appliqué le Poids P *, à la diſtance de 15 pouces du Centre de Suſpenſion, & m'y étant pris, à l'égard de tout le reſte, préciſément de même que dans le cas précedent, j'ai eu un angle de 37, 8.

Fig. 2. * 744.

Quand les Poids T & P ſont placez à d'autres diſtances, mais dans la même raiſon de 2 à 1, les angles ſont différens, & dans une autre raiſon que celle qu'il y a entre ceux qui viennent d'être trouvez ; mais la Conſéquence qui doit être déduite de l'Expérience * eſt la même ; à cauſe que les Viteſſes angulaires ſont toujours égales entr'elles. Nous allons démontrer par Calcul, & par une Expérience, que les Viteſſes ont été telles dans l'Expérience préſente ; nous donnerons ici l'Expérience, réſervant le Calcul pour les Scholies.

* 788. 789.

4. Experience.

787. Nous joignons au Pendule le Poids T, & les Boëtes mobiles R & A, comme dans le premier cas de l'Expérience précedente.

Fig. 3.

te. Au lieu du Solide attaché à R, nous en employons un autre F (*Planche XXVIII. Fig.* 7.). Les deux Solides qui ſont joints avec A, doivent en cette occaſion ci en être ôtez.

* 735. Entre les Equerres qui ſoutiennent la Règle O Q *, il y a une petite Lame horizontale, percée d'un petit trou, par lequel paſſe un Fil, qui ſoutient la Boule G, & forme ainſi un Pendule ſimple. Le poids de cette Boule eſt égal à celui des deux Solides qui ont été ôtez de la Boëte mobile A, afin que la Boule, conjointément avec cette Boëte, pèſe autant que cette même Boëte lorſque les Solides y étoient attachez dans l'Expérience précedente. Outre cela, la longueur du Pendule ſimple *o* G eſt telle, que le Centre de la Boule répond au point du milieu de la Boëte A; & la Boule eſt ſuſpendüe de façon, que quand on l'applique à la Boëte A, le Fil eſt parallèle à la Règle O Q.

Le Pendule O Q étant élève, on y applique la Boule G, qu'on lâche enſuite de la hauteur de 40, 5, diviſions, le Centre d'Oſcillation du Pendule A O eſt entre A & O; donc il deſcendroit en moins de Tems que le Pendule ſimple

* 418. *o* G *, & doit dans ſon Mouvement accélerer celui de G; enſorte que la Quantité de Matiére qui deſcend dans cette occaſion, eſt la même que celle qui deſcendroit de même, ſi le Pendule O Q (*Fig.* 1.) tomboit de la même hauteur. Voilà pourquoi ces Pendules, quand ils ſont parvenus aux points les plus bas *a* & *g*, ont la Viteſſe qui a été communiquée à

* 785. la Boëte A dans le premier cas de la troiſiéme Expérience *. Or à préſent *g* a une plus grande Viteſſe que s'il n'étoit deſcendu que de la hauteur 40, 5, & par cela même doit s'élever à une plus grande hauteur. C'eſt ce qui fait qu'il ſe ſépare de a, & qu'il monte juſqu'en g, à la hauteur de 46 diviſions. Pour meſurer cet angle, on diſpoſe la Règle Y Z (*Pl. XXV. Fig.* 2.) de façon que l'extrêmité Y réponde au Fil du Pendule ſimple, quand ce Pendule eſt en repos.

Ainſi nous voyons que la Viteſſe communiquée à la Boëte A, dans le premier cas de la troiſiéme Expérience, eſt celle qu'il faut au Corps G, du Pendule *o* G, pour monter à la hauteur 46.

TAB. XXXI. Fig. 4. Nous découvrons de même la Viteſſe du Pendule dans le ſe-

ſecond cas de la même Expérience troiſiéme *; en lâchant le Pendule OQ, avec la Boule G, de la hauteur 37, 8, il monte auſſi à la hauteur 46, comme dans le cas précedent. * 786.

Ainſi le Reſſort a été chaque fois débandé dans le même Tems, pendant qu'il a communiqué au Pendule la même Viteſſe *: Dans la troiſiéme Expérience les angles ont été inégaux, parce que le Pendule n'a pas été rétardé de la même maniére dans les deux cas; mais cette Rétardation n'a rien de commun avec l'Action du Reſſort, puiſqu'elle n'a lieu qu'après que le Reſſort eſt débandé. La Viteſſe qui a été imprimée au Corps T dans le premier cas, eſt par conſéquent à la Viteſſe, qui a été communiquée au Corps P dans le ſecond cas, comme 2 à 1: les Diſtances du Centre du Mouvement ayant eu entr'elles cette raiſon; ce qu'on peut auſſi appliquer aux parties correſpondantes des deux Corps, en concevant chacun d'eux diviſé, ſuivant ſa hauteur, en un nombre égal de parties; parce que les Hauteurs des Corps ſont dans la même raiſon de 2 à 1: au lieu que les Maſſes ſont comme 1 à 4; c'eſt-à-dire, en raiſon inverſe des quarrez des Viteſſes. 788. * 784.

Il eſt évident, que ces Viteſſes ont été communiquées par des Actions égales. Dans chaque cas le Reſſort a produit deux Effets: 1°. Le Mouvement de la Règle & des Boëtes qui y ſont jointes; & 2°. Le Mouvement du Corps. La Règle avec les Boëtes qui y ſont jointes a reçu chaque fois la même Viteſſe; ainſi les parties des Actions du Reſſort par lequel ces Viteſſes ont été communiquées, ont été égales; & comme les Actions entiéres du Reſſort ont été ſemblables & égales dans l'un & l'autre cas, il faut que les Corps T & P ayent été mis en Mouvement par des parties égales des Actions produites par le Reſſort. 789.

De cette Propoſition, que les Forces ſont égales, quand les quarrez des Viteſſes ſont en raiſon inverſe des Maſſes *, laquelle nous venons de confirmer par des Expériences, il ſuit, que *les Forces acquiſes en tombant, ſont* auſſi *égales, ſi les Hauteurs ſont en raiſon inverſe des Maſſes* *. * 758. 790. * 754.

Si deux Corps ſont mûs avec des Viteſſes qui ſont en raiſon inverſe des Maſſes, les Forces ſeront dans la même raiſon inverſe des Maſſes, c'eſt-à-dire, *comme les Viteſſes.* Car, en ce cas, le produit de la Viteſſe par la Maſſe eſt le même pour chaque Corps *. Soient les Corps A & B; ſi le produit en 791. * 16. EL. VI.

queſtion eſt multiplié par la Viteſſe du Corps A, on aura la Force de ce Corps *; la Force du Corps B ſe trouve, en multipliant le même produit par la Viteſſe de B; donc les Forces ſont comme ces Viteſſes *.

* 757.

*15.EL.V.

SCHOLIE I.

Des Forces des Pendules.

792. NOus n'ajouterons plus rien à ce que nous avons dit dans ce Chapitre touchant les Actions des Reſſorts, parce que tout ce que nous pourrions ajouter touchant les Infléxions inégales du même Reſſort, & touchant la maniére de comparer & de déterminer les Tems pendant leſquels les Reſſorts ſe débandent en différentes circonſtances, appartient au pénultiéme Chapitre de ce Livre. Nous avons deſſein d'éclaircir dans ce Scholie ce qui regarde les Forces des Pendules, quand ils ſont mis en Mouvement, ſoit que ces Pendules ſoient ſimples ou compoſez. Nous ne conſiderons ces Forces que dans l'endroit le plus bas, c'eſt-à-dire, dans le point où la Viteſſe eſt plus grande que dans aucun autre point de la même Vibration. Nous ſuppoſons auſſi que les Vibrations ſont très-petites.

* 156. La Force d'un Corps eſt comme ſa Maſſe, ou comme ſon Poids *,

* 757. & comme le quarré de ſa Viteſſe *. On peut inférer de là, que *la Force du*

793. *Pendule ſimple ſuit la raiſon de ſon Poids, de ſa Longueur, du quarré de l'Angle,*

* 445. *comme auſſi de la Gravité qui agit ſur le Corps* *. Mais comme c'eſt dans le même lieu que le Pendule ſe meut, nous négligeons cette derniére raiſon.

794. La choſe devient plus difficile quand il eſt queſtion du Pendule compoſé; & pour que la même Règle puiſſe être appliquée à un tel Pendule, il faut ſubſtituer au Poids la ſomme des Poids, & à la Longueur, la Diſtance qu'il y a entre le Point de Suſpenſion & le Centre de Gravité; nous ne faiſons aucune attention au Centre d'Oſcillation, qui détermine la Longueur

* 451. du Pendule dans d'autres occaſions *. Car dans le Pendule ſimple, le Centre de Gravité & le Centre d'Oſcillation coïncident; c'eſt pourquoi il faut déterminer par quelque autre moyen, quel eſt celui de ces deux Centres auquel il faut faire attention dans le Pendule compoſé: la Démonſtration de cette Propoſition doit être précedée de quelques éclairciſſemens.

795. Suppoſons que chaque particule de Matiére, dans le Pendule compoſé, ſoit multipliée par le quarré de ſa Diſtance du Centre de Suſpenſion; nommons la ſomme de tous ces produits P *dd*.

Nous ſuppoſons auſſi chaque particule de Matiére multipliée par ſa Diſtance du même Centre: la ſomme des produits, en ce cas, eſt égale au produit de la ſomme de tous les Poids multipliée par la Diſtance qu'il y a en-

* 223. tre le Centre de Gravité & le Centre de Suſpenſion *. Je nomme le produit en queſtion C *c*, la ſomme des Poids C, la Diſtance du Centre de Gravité *c*.

La

La Diſtance du Centre d'Oſcillation au Centre de Suſpenſion eſt nommée o.
Et l'Angle du Pendule * a. * 440.
Je nomme v la Viteſſe du Pendule *, laquelle, dans le Pendule compoſé, * 437.
eſt la Viteſſe du Centre d'Oſcillation.
La Viteſſe angulaire eſt b.
La Force entiére de tout le Pendule, c'eſt-à-dire, la ſomme des Forces de toutes les parties du Pendule, lorſqu'il a le plus de Viteſſe dans ſa Vibration, eſt nommée e.
Nous aurons les Equations ſuivantes:

$$\frac{P\,d\,d}{C\,c} = o \text{ *.} \qquad 796. \quad * 474.$$

$$\frac{a}{\sqrt{o}} = b; \text{ ou } aa = obb \text{ *.} \qquad 797. \quad * 447.$$

$aao = vv$ *; ce qui donne $ob = v$ *. 798.

Pour déterminer la Force du Pendule, nous devons multiplier chaque particule de Matiére par le quarré de la Viteſſe, & la ſomme des produits exprimera la Force *. La Viteſſe de chaque point ſuit la raiſon de ſa Diſtance du Centre de Suſpenſion, & la raiſon de la Viteſſe angulaire *; ainſi tous les points doivent être multipliez par les quarrez de leurs Diſtances, & la ſomme doit être multipliée par le quarré de la Viteſſe angulaire, pour avoir un produit qui exprime la Force. * 445. * 797. * 757. * 448.

Donc $P\,d\,d \times bb = e$ *. D'où, en mettant $\frac{aa}{o}$ pour bb *, & à la place de o ſa valeur *, on déduit ces autres Equations, $C\,c \times aa = e$; & $aa = \frac{e}{C\,c}$, dont la premiére s'accorde avec ce que nous avons indiqué ci-deſſus *. * 795. * 797. * 796. 799. * 793.

Nous inférons auſſi de cette même Equation, que *la Force du Pendule ſuit la raiſon du produit de la ſomme des Poids, multipliée par la Hauteur dont leur Centre commun de Gravité eſt deſcendu, ou à laquelle il eſt monté*; car cette Hauteur eſt comme la Diſtance qu'il y a entre ce Centre & le Point de Suſpenſion, ou comme le quarré de l'Angle; car, toutes choſes d'ailleurs égales, la Viteſſe d'un point eſt comme l'Angle *, & le quarré de la Viteſſe eſt comme la Hauteur *. 800. * 442. * 374. 393.

SCHOLIE II.

Calcul des Mouvemens du Pendule compoſé, dont il eſt fait mention dans la 1re, la 3me & la 4me Expérience de ce Chapitre.

QUand il s'agit de déterminer par Calcul ces ſortes de Mouvemens, il faut, avant toutes choſes, connoître exactement les Poids & les Meſures des parties des Machines dont on ſe ſert; après quoi il faut faire 801.

quelques Calculs généraux. Nous exprimons les Poids par des Onces, & les Longueurs par des Pouces: les plus petites diviſions des Règles de cuivre ſervent à meſurer les Angles *.

* 775.

802. Le Poids de la Règle de fer OQ (*Pl. XXV. Fig.* 2.) * eſt 55, 5; ſa
* 735. Longueur 36, 14; ſa Longueur au deſſous de l'Aiſſieu 35, 92; & le Poids de cette même partie 55, 16.

* 738. Le Poids d'une des Boëtes mobiles (*Pl. XXVI. Fig.* 1) * ſans les Solides eſt 5, & avec les Solides 7, 5; la Hauteur de la Boëte mobile eſt 1, 5.

* 739. Le Poids du Reſſort OO (*Pl. XXVIII. Fig.* 1), * eſt 1, 25, & la Hauteur 4.

* 744. Le Poids T (*Pl. XXVI. Fig.* 5) vaut 8; & le Poids P peſe 32 onces *. La Hauteur du premier eſt 3, & celle du ſecond 1, 5.

803. Dans pluſieurs Calculs, *le Poids de chaque Point doit être multiplié par le quarré de ſa Diſtance du Centre de Mouvement.* Je déterminerai *la ſomme de tous les produits pour la Régle de fer OQ* (*Pl. XXV. Fig.* 2.) à cauſe que cette ſomme doit ſervir dans la ſuite. Nous ne faiſons aucune attention à la partie qui eſt au deſſus de l'Aiſſieu, & ne conſiderons que la Longueur 35, 92 *: l'erreur qui réſulte de là, n'étant d'aucune conſéquence.

* 802.

* 480. Cette Longueur étant nommée l, la ſomme que nous cherchons ſera $\frac{1}{3} l^3$ *; mais l eſt pris une fois pour le Poids même de la Règle; donc le nombre qu'on cherche vaut le tiers du Poids, multiplié par le quarré de la Longueur; c'eſt-à-dire, *vaut* 23740.

804. Si les Corps, qui ſont appliquez à ce Pendule, n'occupoient point d'eſpace ſenſible ſur ſa Longueur, il faudroit ſimplement multiplier le quarré de la Diſtance du Point de Suſpenſion par le Poids entier du Corps appliqué; mais comme nous nous ſervons de Corps dont la Hauteur eſt trop grande pour être négligée, nous devons examiner à préſent les conſéquences qui réſultent de cette Hauteur, car toutes les parties de ces Corps ne ſont pas également éloignées du Centre de Mouvement. Par le Calcul nous découvrons, qu'*au produit du quarré de la Diſtance du Centre de Gravité du Corps par ſon Poids, doit être ajouté un ſupplément*, qui eſt le même, quelle que ſoit cette Diſtance; mais qui eſt fort petit pour tous les Corps avec leſquels nous avons fait les Expériences.

805.

Soit l la Diſtance entre le Centre de Gravité & le Point de Suſpenſion; & la Hauteur du Corps $2a$. Suppoſons que le Corps ſoit continué uniformément, & s'étende juſqu'au Centre de Suſpenſion; toute ſa Longueur ſera alors $l + a$; & la Longueur du Corps ajouté $l - a$. Je cherche la ſomme des produits pour chacun de ces Corps, & la plus petite étant ſouſtraite de la plus grande, il reſte une ſomme, qui eſt celle du Corps même.

* 480. Les ſommes ſont * $\begin{cases} \frac{1}{3} l^3 + all + aal + \frac{1}{3} a^3 \\ \frac{1}{3} l^3 - all + aal - \frac{1}{3} a^3 \end{cases}$

La différence eſt $+ 2all \quad + \frac{2}{3} a^3$

Dans

Dans ce Calcul $2a$ expriment le Poids du Corps appliqué; donc $2all$ eſt le produit du Poids par le quarré de la Diſtance, auquel, quelle que ſoit la Diſtance l, nous devons toujours ajouter le ſupplément $\frac{2}{3}a^3$, *qui vaut le produit de la troiſiéme partie du Poids du Corps appliqué, multipliée par le quarré de la moitié de ſa Hauteur.*

En déterminant ces ſupplémens pour les Corps dont je me ſers, on les trouve ſi petits en comparaiſon du nombre déja trouvé *, qu'on peut les négliger, ſans crainte d'aucune erreur ſenſible: le plus grand de tous ne ſurpaſſant pas le nombre de 6. 806. * 803.

Il eſt néceſſaire auſſi dans pluſieurs Calculs, de connoitre *le produit du Poids de la Règle de fer*, dont il a été fait mention pluſieurs fois, *multiplié par la Diſtance entre les Centres de Suſpenſion & de Gravité*; c'eſt pourquoi il faut auſſi marquer ce produit. 807.

Le Centre de Gravité de la Règle eſt exactement au milieu de cette Règle, & eſt éloigné de chaque extrêmité de 18, 07. La Diſtance qu'il y a entre l'extrêmité ſupérieure & le Centre de Suſpenſion eſt de 0, 22; donc la Diſtance entre les deux Centres eſt de 17, 85, laquelle doit être multipliée par le Poids 55, 5 *, & le produit *eſt* 991. * 802.

Nous paſſons à préſent aux Problèmes particuliers. Par une ſeule Expérience nous découvrons la Force que le Reſſort, plié d'une certaine maniére, communique au Pendule en ſe débandant. Cette Force vaut $Cc \times aa$ *. 808. * 799.

Prenons le premier cas de la troiſiéme Expérience de ce Chapitre *. * 785.

Deux Boëtes mobiles ſont appliquées, l'une à la Diſtance 35, & l'autre à la Diſtance 26 du Point de Suſpenſion; le Poids de chacune d'elles eſt de 7, 5 *; les produits des Poids par leurs Diſtances ſont 262 & 195. La Diſtance du Poids de plomb appliqué eſt 30, & ce Poids pèſe 8 *; le produit eſt 240. Je raſſemble ces produits en une ſomme, & y ayant ajouté 991 *, j'ai Cc *; dont la valeur eſt par conſéquent 1688. L'Angle a ſe trouve dans l'Expérience être de 40, 5, parties. Le quarré de cet Angle eſt 1640, lequel quarré, multiplié par 1688, donne la Force $e = Cc \times aa = 2768320$. * 802. * 744. * 807. * 223. 795.

Dans cette meſure nous exprimons par l'unité la Force que le Pendule ſimple auroit, ſi toutes ces choſes, le Poids, la Longueur & l'Angle, étoient déſignées par l'Unité. Le Poids vaudroit alors une once; la Longueur ſeroit d'un pouce; & l'Angle répondroit, dans notre Machine, à une des petites diviſions de la Règle que nous indiquons *, & ſeroit de $0^{degr.}\ 7'.\ 24''$. Or la Force qui ſeroit acquiſe par un tel Pendule, égaleroit celle qu'acquiert une once, en tombant de la hauteur de 0, 00000235 parties d'un pouce: & *toute la Force que le Reſſort communique au Pendule, eſt préciſément la même que celle que la Peſanteur imprime à une once, quand celle-ci tombe de la Hauteur de ſix pouces & demi* *. 809. * 737. 810. * 754.

Donnons à préſent le calcul des autres Angles dont il a été parlé dans les Expériences de ce Chapitre.

811. Je conſidérerai d'abord le ſecond cas de la troiſiéme Expérience *, & dé-
* 786. terminerai l'Angle.

* 808. Les nombres 262, 195 & 991, que nous avons déja indiquez *, ſont auſſi d'uſage en cette occaſion; mais au lieu du nombre qu'a donné le Poids de plomb, nous en employons un autre; à cauſe qu'au Poids en queſtion en a été ſubſtitué un qui pèſe 32; la Diſtance par laquelle ce dernier nombre doit être multiplié, eſt 15; j'ajoute le produit 480 aux trois autres, & j'ai $Cc = 1928$. Je diviſe par ce nombre la Force trouvée
* 808. par le Calcul précédent, $Cc \times aa = 2768320$ *: & j'ai $aa = 1436$, dont la Racine quarrée 37, 9, ne diffère pas ſenſiblement de la meſure de l'Angle que nous avons trouvé dans l'Expérience.

812. Il faut s'y prendre de même dans le Calcul de la premiére Expérience *.
* 745. Nous y employons trois Boëtes mobiles, appliquées aux Diſtances 8, 20 & 26 du Point de Suſpenſion. Chacune de ces Diſtances doit être multipliée par le Poids de la Boëte mobile qui y répond, & la ſomme eſt 405. J'a-
* 807. joute 991 *, & j'ai $Cc = 1396$: je diviſe par ce nombre la Force 2768320, & le quotient me donne le quarré de l'Angle 1983, dont la Racine 44, 5, ſurpaſſe tant ſoit peu l'Angle trouvé par l'Expérience; mais la différence eſt très petite.

813. Nous avons demontré dans l'Expérience 4me *, que la Viteſſe angulaire
* 787. avoit été la même dans l'un & l'autre Mouvement du Pendule dans la troiſiéme Expérience; la même choſe va être confirmée par le Calcul.

* 796. L'Angle a étant donné, les Equations $\frac{Pdd}{Cc} = o$ * & $\frac{a}{\sqrt{o}} = b$ *, nous
* 797. donnent la Viteſſe angulaire b; & mettant dans la ſeconde Equation, à la place de o, ſa valeur, nous avons $\frac{Cc \times aa}{Pdd} = bb$. Or dans les cas que nous examinons, le produit Pdd a été le même dans tous les deux; car les parties de ce produit qui ont rapport à la Règle de fer, & aux Boëtes mobiles, ne ſouffrent aucun changement; & les autres parties qui ont rapport aux Poids de plomb, ne diffèrent point, puiſque $30 \times 30 \times 8 = 15 \times 15 \times 32$. C'eſt pourquoi bb ſuit la raiſon de $Cc \times aa$. Dans le
* 808. premier cas $Cc = 1688$, & $aa = 40, 5. \times 40, 5 = 1640$ *; or le produit de ces nombres eſt le même que celui des nombres correſpondans
* 811. dans le ſecond cas, $Cc = 1928$ & $aa = 1436$ *, comme il a paru par
* 808. 811. les Calculs précédens *. Donc les Viteſſes angulaires, qui ſont en raiſon ſousdoublée de ces produits, ſont égales.

814. Nous trouvons auſſi facilement par le Calcul, l'Angle du Pendule ſimple,
* 787. dans la quatriéme Expérience *, l'un ou l'autre des Angles de la troiſiéme Expérience étant donné; c'eſt-à-dire, la Hauteur étant donnée dont il faut laiſſer tomber le Pendule compoſé dans la quatriéme Expérience: mais il eſt néceſſaire de déterminer auparavant le Centre d'Oſcillation de ce Pendule.

La

La Distance de ce Centre au Point de Suspension est $\frac{P\,dd}{Cc}$ *. Le Numerateur de cette fraction est composé de quatre parties. La premiére a rapport à la Règle de fer, & vaut 23740 *; la seconde appartient à la Boëte mobile inférieure, & vaut $35 \times 35 \times 7,5 = 9187$; la troisiéme appartient à la Boëte mobile avec le Ressort, & vaut $26 \times 26 \times 7,5 = 5070$; & la quatriéme enfin vaut, dans le premier cas, $30 \times 30 \times 8 = 7200$; dans le second cas, $15 \times 15 \times 32 = 7200$: produits qui sont égaux. * 474. 795. * 803.

Je rassemble en une somme 23740; 9187; 5070; 7200; & j'ai $P\,dd = 45197$.

Dans le premier cas $Cc = 1688$ *; dans le second, $Cc = 1928$ *. * 808.

Donc dans le premier cas, la Distance du Centre d'Oscillation au Centre de Suspension, est 26, 78. * 811.

Dans le second cas, 23, 44.

Or 26, 78. est à la Longueur du Pendule simple 35, comme 40, 5 × 40, 5. au quarré de l'Angle qu'on cherche, sçavoir 2134 *; dont la Racine quarrée surpasse à peine 46. * 450. 451.

Nous trouvons le même Angle 46, en faisant le Calcul pour le second cas; ce qui confirme de nouveau, que chaque point du Pendule a eu la même Vitesse dans l'un & l'autre cas. 815.

Nous aurons dans la suite deux Expériences, dans lesquelles il faudra appliquer au Pendule trois Boëtes mobiles, & rien de plus, comme en la premiére Expérience de ce Chapitre *. Mais dans la derniére de ces Expériences, la Boëte mobile du milieu devra être disposée de maniére que le point du milieu de cette Boëte coïncide avec le Centre d'Oscillation de tout le Pendule. On demande, comment il faudra placer les Boëtes mobiles. 816. * 745.

Ce Problème est indéterminé; mais on doit choisir entre les cas possibles, ceux qui répondent au but de l'Expérience; pour cet effet nous supposons, que les trois Boëtes mobiles sont appliquées de maniére qu'on puisse les ôter toutes trois, sans que le Centre d'Oscillation change; c'est-à-dire, que la Distance du Centre d'Oscillation au Point de Suspension, en négligeant une petite fraction, est de 24 pouces *. * 427. 802.

C'est à ce Centre même que nous appliquons la Piéce mobile du milieu, ce qui ne change point ce Centre; & après avoir joint au Pendule les deux autres Boëtes mobiles, nous considerons ce Pendule comme composé de deux Pendules unis ensemble, qui ont le même Point de Suspension, & dont le premier seroit formé par la Règle de fer & par la Boëte du milieu, & le second par les deux autres Boëtes mobiles, jointes par une ligne droite, infléxible & sans pesanteur. Dans le premier Pendule la Distance du Centre d'Oscillation est 24; & par conséquent, dans le second, separé de l'autre, il y aura la même Distance de ce Centre au Centre de Suspension. Je vais examiner à présent ce second Pendule seul, & j'indiquerai la situation des Boëtes mobiles, c'est-à-dire des Poids.

Soient

Soient leurs Distances du Point de Suspension x & y; la premiére est la plus grande. Soit de plus le Poids de chaque Boëte $p=7,5$. nous aurons

* 474. $\frac{pxx+pyy}{px+py}=\frac{xx+yy}{x+y}=24$ *.

Donc $xx-24x=24y-yy$. On assigne à y la valeur qu'on veut, & on trouve celle de x.

Soit $y=8$, & x sera $=28,5$. Si $y=10$, x vaudra $28,7$: & ainsi de suite; Si $y=12$, $x=29$; si $y=14$, $x=28,7$. &c. On peut donner aux Boëtes mobiles quelle de ces dispositions qu'on voudra. x Ne surpasse jamais 29, & c'est-là la situation que nous avons choisie.

CHAPITRE III.

Des Actions des Forces, & de leur Destruction.

817. NOus avons vû que la Force Inhérente à un Corps se consumoit en agissant; & que l'Action suivoit la raison
* 709. de la Force perdüe *; d'où il suit, que la Force peut être mesu-
* 712. rée par l'Effet même *; puisqu'elle vaut la Résistance entiére,
* 361. ou l'Action contraire qui la détruit *. En considerant à présent une Pression dont l'Intensité reste la même, & qui détruise de la Force, il paroîtra, par une Démonstration pareille à celle
* 750. que nous avons donnée touchant la Production des Forces *, que les Forces d'un même Corps sont en même raison que les
* 753. quarrez des Vitesses, comme nous l'avons vû *. Mais il n'est pas nécessaire de déterminer de nouveau la Mesure des Forces; puisque nous pouvons déduire de ce qui a été dit dans le pre-
* 713. mier Chapitre de ce Livre, au sujet de la Mesure des Effets *, la Proposition suivante.

818. *Si des Corps perdent leurs Forces entiéres en agissant, les Effets suivront la raison composée des Masses & des quarrez des*
* 757. *Vitesses* *.

819. C'est ce que nous devons à présent éclaircir par des Expériences; & il faut choisir des Effets qui soient tels, qu'on puisse les mesurer exactement, comme sont les Infléxions des Corps Elastiques; mais les Loix qui ont lieu par rapport à de pareilles Infléxions n'ont pas été examinées encore, & nous en traiterons dans le dernier Chapitre de ce Livre. Il n'y a qu'un

qu'un ſeul cas qui puiſſe nous être d'uſage ici, ſçavoir quand les Infléxions ſont égales & ſemblables. Il faut pour celà que les Forces ſoient égales; c'eſt-à-dire, les Corps doivent avoir des Viteſſes, dont les quarrez ſoient en raiſon inverſe des Maſſes *; ou, ſi c'eſt en tombant que les Corps acquierrent leurs Viteſſes, il faut les laiſſer tomber de Hauteurs qui ſoient en cette même raiſon inverſe des Maſſes *. * 758. * 790.

I. Experience.

820. TAB. XXX. Fig. 1.

Il faut prendre deux Cylindres d'ivoire, AB, DC, d'un pouce & demi de diamètre; les bouts A, D, ſont faits en demi-Sphère, & les autres bouts B, C, ſont coniques. La longueur du plus petit eſt de près de deux pouces & demi; l'autre a deux pouces de plus, & pèſe exactement le double du premier. Aux extrêmitez coniques ſont attachez des Fils.

Il faut qu'aux extrêmitez A & D des Axes l'ivoire aît la même Elaſticité; ce qu'on peut faire en formant les deux Cylindres d'un même ivoire, & en prenant garde que les points A & D coïncident avec l'Axe de la dent. Pour s'aſſurer que l'Elaſticité eſt égale dans les deux Corps, il faut faire les deux Cylindres égaux, & ſemblables au Cylindre DC; & les laiſſer tomber de différentes Hauteurs, mais qui, dans chaque cas, ſoient les mêmes pour tous les deux. On les laiſſe tomber en lâchant leurs Fils C*c*, afin que les parties des Cylindres, comme D, puiſſent frapper la ſurface horizontale d'un morceau de Marbre bleu aſſez peſant, & bien affermi; cette ſurface doit être tant ſoit peu mouillée, afin que la couleur ſoit plus foncée. Dans le Choc, les parties élaſtiques s'applatiſſent, & les Cylindres impriment des Tâches très diſtinctes, parfaitement circulaires, ſur le Marbre, ou plutôt dans l'humidité qui le couvre. Si les Tâches faites par les deux Cylindres, lâchez de Hauteurs égales, ſont égales dans tous les cas, il eſt indubitable que les Cylindres ont la même Elaſticité dans leurs extrêmitez, comme D. Ces Expériences étant faites, il faut diminuer un des Cylindres vers la partie C, juſqu'à ce qu'il aît la grandeur du Cylindre AB, c'eſt-à-dire, qu'il aît perdu la moitié de ſon Poids.

Si on laiſſe tomber à préſent le Cylindre CD de la Hauteur de neuf pouces, & AB de la hauteur de dixhuit pouces, les Tâches ſur le Marbre ſeront exactement égales.

Si on laiſſe tomber AB de la Hauteur de trois pieds, c'eſt-à-dire, d'une Hauteur quadruple de celle dont CB eſt tombé dans l'Expérience précédente, afin que la Viteſſe ſoit double, la Tâche ſera plus grande, & les diamètres des deux Tâches ſeront comme 5 à 6, à peu près.

821. Nous avons auſſi des Effets de Forces qui peuvent être meſurez, ſi ces Forces ſe conſument en enfonçant des parties de Corps mous. Il n'y a pas de Corps plus propre pour faire ces Expériences que la Terre glaiſe, & je prefère la Terre à potier la plus commune à toute autre. Il faut que cette Terre ſoit ſans mêlange, & ramollie au point de ſalir les mains ſans s'y attacher. Outre cela il faut qu'elle ſoit bien paîtrie, afin qu'elle ſoit par-tout bien ſemblable à elle-même.

Quand on plie un morceau de cette ſorte de Terre, elle ſe crevaſſe, & il y a en quelques endroits ſéparation de parties; lorſque la Terre a cette proprieté, les parties qui s'enfoncent en cedant, penètrent entre les parties voiſines.

822. Si l'on ſe ſert d'une Terre glaiſe plus blanche, & qui tienne plus de la Nature de la Craye, elle ne ſe crevaſſe pas facilement, & les parties, en cedant, ne penètrent pas aiſément entre les parties voiſines, qu'elles écartent plutôt; ce qui a plus ou moins lieu, ſuivant la différente nature de cette Terre. Je ne me

* 821. ſers donc que de celle que j'ai indiquée d'abord *; parce que le Raiſonnement peut nous faire decouvrir ce qui doit arriver: ici tous les Effets ſont ſoumis à des Règles fixes; on peut les prevoir, & les Expériences ſerviront à confirmer les raiſonnemens qu'on fera à leur égard. Si l'on ſe ſert d'autre Terre glaiſe, on a des Effets différens, à proportion qu'elle approche plus ou moins de celle que je prefère. Ce n'eſt que par hazard que j'ai eu occaſion de faire cette remarque; car pendant pluſieurs années, m'étant toujours ſervi de la même Terre glaiſe, toutes les Expériences s'accordoient exactement entr'elles, comme auſſi avec la Règle à laquelle les Expériences mêmes m'avoient conduit: mais ayant employé d'autre Terre glaiſe, il y a quelques années, & ayant vû que les Expériences ne s'accordoient pas entr'elles comme auparavant, j'ai examiné la choſe avec ſoin, & je me ſuis bien-tôt apperçu que la Cavité, en ce dernier cas, étoit en partie formée, parce que les parties s'écartoient au lieu de s'enfoncer, & que l'Effet devoit être meſuré par une autre Règle qui m'étoit inconnüe. Ain-

Ainſi j'ai vû qu'il falloit en revenir à la premiére Terre glaiſe, & qu'il ne falloit ſe ſervir que de ces ſortes de Corps mous, qui ont la proprieté indiquée ci deſſus *; car il ne ſera queſtion que d'eux dans les raiſonnemens que nous allons faire. 823. * 821.

Si la largeur de la Cavité eſt grande en comparaiſon de la profondeur, ces raiſonnemens n'ont pas lieu à l'égard de cette Terre glaiſe même; parce qu'en ce cas, quelle que ſoit la nature de la Terre glaiſe, les parties s'écartent facilement de coté, & qu'il n'y a qu'une partie de la Cavité qui puiſſe être attribuée à leur enfoncement. 824.

Quand un Corps perd ſon Mouvement, en formant une Cavité dans un Corps mou, dont les parties ſont ſemblables entr'elles, ont la même cohéſion, & étant preſſées ſe rangent entre les parties voiſines, tel qu'eſt le Corps que nous avons décrit ci-deſſus *, il ſurmonte la Preſſion qui fait tenir enſemble les parties, & par la Réſiſtance qu'il éprouve en ſurmontant cette Preſſion, ſa Force diminüe, & eſt enfin détruite entiérement: donc *l'Effet de la Force*, en ce cas, pendant que le Corps perd ſon Mouvement, eſt la ſéparation des parties du Corps mou, qui gliſſent l'une à coté de l'autre; & cet Effet *eſt proportionel au nombre des Particules mües, & à l'Eſpace qu'elles parcourent, en gliſſant l'une à côté de l'autre*; & ſoit que cela ſe faſſe plus lentement, ou plus vite, la cohéſion qui doit être ſurmontée eſt la même; d'où nous inférons, que *les Forces qui ſont conſumées, en formant dans un même Corps mou, des Cavitez égales & ſemblables, ſont égales entr'elles, ſoit que ces Cavitez ayent été faites en plus ou en moins de Tems.* 825. * 821. 826.

2. Experience.

Nous nous ſervons, pour faire cette Expérience, de la Machine expliquée dans le Chapitre précédent *: nous y joignons une Boëte, ou plutôt un Solide de bois AB, qui a près de deux pouces & demi d'épaiſſeur, & qui eſt creux en CD; cette cavité a plus de quatre pouces de longueur, deux pouces de largeur, & un pouce de profondeur. Le Solide eſt affermi par le moyen de deux Vis comme G, qui paſſent par les fentes EF, EF, du Solide, & par la Planche à laquelle ce Solide doit être appliqué. La tête H eſt appliquée contre le derriére de la Planche, & le bout de la Vis paſſe au-delà de la 827. * 760. TAB. XXVIII. Fig. 8.

fente, afin d'affermir le Solide à l'aide de l'Ecrou L, qui appuye ſur la ſuperficie antérieure du Solide. La petite Plaque M empêche que par là le bois ne ſoit endommagé.

828. Le creux du Solide doit être rempli de cette ſorte de Terre glaiſe dont nous avons parlé *; pour que la ſurface ſoit bien unie, il faut racler les parties qui s'élevent au deſſus des autres, avec un couteau de bois, dont le taillant ſoit enduit légérement d'huile. On applique le Solide à la Planche BC, à l'aide des Vis, qui paſſent par les trous f, f, & par les fentes du Solide, comme il a été dit. Dans cette ſituation, la ligne *o n* (*Planche XXVIII. Fig.* 8.), qui touche la Planche, eſt verticale, & répond au milieu de la Planche. Le Solide peut être élevé & abaiſſé, en conſervant ſa ſituation verticale, & être affermi entre de certaines limites, à la hauteur qu'on veut, à cauſe de la longueur des fentes.

* 821.

TAB. XXVII. Fig. 1.

829. Nous ôtons alors le Quadre *s*, & nous ne nous ſervons que du ſeul Quadre *r*, ſuſpendu comme il a été dit *.

* 769.

Nous y joignons * un des Solides dont il a été parlé *, ſçavoir celui qui eſt repréſenté en H (*Planche XXVIII. Fig.* 7.); ce Solide eſt cylindrique, mais terminé par un Cone, dont la Section par l'Axe, donne un angle de 85 degrez. Si, dans la diſpoſition des Crochets, par leſquels les Fils attachez à *r*, ſont ſoutenus, on prend garde à ce qui a été indiqué dans l'Art. 766, il ſera aiſé de placer le Quadre *r* de maniére, que quand il eſt en repos, dans la ſituation qu'il prend de lui-même, le ſommet de ce Cone touche préciſément la ſurface de la Terre glaiſe.

* 771.
* 738.

830. Le Quadre *r* eſt élevé par le moyen d'un Fil, & vient, quand ce Fil a été lâché, frapper contre la Terre glaiſe, dans laquelle le Cone fait alors une Cavité. La Viteſſe avec laquelle le Corps en queſtion frappe la Terre glaiſe, eſt déterminée par les diviſions de la Règle VX*, laquelle doit être affermie, enſorte que ſon extrêmité X réponde * aux Fils extérieurs qui ſoutiennent le Corps, quand ce dernier eſt en repos.

* 737.775.
* 775.

831. Nous appellons *un* la Maſſe du Quadre ſeul avec le Cone. Quand cette Maſſe vient frapper la Terre glaiſe avec la Viteſſe douze, elle forme une Cavité, dont la véritable grandeur eſt repréſentée en A.

TAB. XXXI. Fig. 5.

On

On change la ſituation de la Boëte qui contient la Terre glaiſe, afin que le Corps puiſſe frapper cette Terre à un pouce de diſtance de la Cavité qui a été faite.

On change auſſi la Maſſe du Corps, de maniére qu'elle vaille neuf *; alors les Fils qui ſoutiennent le Corps deviennent plus longs: ainſi il eſt néceſſaire de l'élever *, pour qu'il ſoit juſtement à la même Hauteur que dans le premier Eſſai. Si alors le Corps frappe la Terre glaiſe avec la Viteſſe quatre, il fera une Cavité exactement égale à la premiére A. TAB. XXXI. Fig. 6. * 774. * 769.

Les Viteſſes dans ces deux cas ſont 12 & 4; c'eſt-à-dire, ſont comme 3 à 1; les Maſſes ſont comme 1 à 9; c'eſt-à-dire, en raiſon inverſe des quarrez des Viteſſes; donc les Forces qui ont été détruites en formant des Cavitez égales & ſemblables, étoient égales *. 832. * 758.

La même choſe peut ſe démontrer par des Corps qui tombent directement.

Machine

Pour comparer enſemble les Forces des Corps qui tombent directement.

La Planche AB a un pied de longueur, dix pouces de largeur, & deux pouces d'épaiſſeur. Elle eſt creuſée en *a b c d* d'un pouce & demi de profondeur, & eſt attachée aux Pieds EE, EE, qui ſervent à la ſoutenir. Sur ces Pieds, aux quatre coins de la Planche, ſont élevées perpendiculairement quatre Colomnes de bois, CD, CD, CD, CD. Ces Colomnes ont un peu plus que trois pieds de hauteur. Deux d'entr'elles qui tiennent au même Pied, placé ſuivant la largeur de la Planche, ſont jointes de maniére par les Règles *e e*, *e e*; *f*, *f*; *g*, *g*; *h*, *h*; que la Règle RR, placée entre les petites Règles qui s'entre-répondent, ſoit parallèle à la ſurface de la Planche. 833. TAB. XXXII. Fig. 2.

On ſe ſert de trois Boules (*Fig.* 3.) de cuivre, égales entr'elles, & dont les diamètres ſont d'un pouce & demi. Une de ces Boules, ſçavoir C, eſt ſolide; les deux autres ſont creuſes; chacune de ces derniéres eſt compoſée de deux Hémisphères A, *a*, & B, *b*, qui ſe joignent à vis. Les Poids des Boules ſont entr'eux comme un, deux, & trois. Quand on veut faire des Expériences, on remplit la cavité *a b c d* de Terre glaiſe, & on racle avec un couteau de bois la ſuperficie de

la Terre glaiſe, pour qu'elle ſoit non ſeulement exactement plane, mais pour qu'elle faſſe auſſi un même Plan avec celui qui reſte de la ſuperficie de la Planche, & qui borde la cavité.

La Règle RR eſt tant ſoit peu creuſée en deſſous, ſuivant ſa longueur, pour recevoir la Boule G, quand la main M la retient. Dans cette ſituation, le point le plus bas de la Boule eſt éloigné de neuf pouces de la ſuperficie de la Terre glaiſe. La Diſtance eſt double, ſi la Règle RR paſſe entre les Règles *f*, *f*, *f*, *f*; triple, ſi elle paſſe entre les Règles *g*, *g*; & quadruple, ſi c'eſt entre *h*, *h*.

La plu-part du tems on doit tant ſoit peu diminuer ces Diſtances; mais inégalement, ſelon la diverſité des circonſtances. La Boule s'applique alors au bout de la Vis I, qui traverſe la Règle RR, & qu'on peut avancer plus ou moins.

3. EXPERIENCE.

Nous appellons premiére, la Boule la plus légere; ſeconde, celle dont le Poids eſt double; & enfin troiſiéme, la Boule ſolide, dont le Poids eſt triple de celui de la premiére.

834. TAB. XXXII. Fig. 2. 4. La Règle RR étant placée entre les Règles *e*, *e*, qu'on laiſſe ſucceſſivement tomber la ſeconde & la troiſiéme Boule, après les avoir auparavant frottées d'huile; ces Boules s'enfoncent en partie dans la Terre glaiſe, & forment des Cavitez d'autant plus grandes que les Boules ſont plus peſantes. Les Cavitez ſont B, C, que nous avons repréſentées dans la 4me *Fig.* en réduiſant les dimenſions à la moitié. Les lignes ponctuées déſignent les profondeurs des Cavitez.

Si la Règle RR eſt placée entre les Règles *f*, *f*, & qu'on lâche la premiére Boule, on aura de nouveau la Cavité B (*Fig.* 4.)

Si RR eſt entre *g*, *g*, & qu'on laiſſe tomber la premiére Boule, la Cavité ſera C (*Fig.* 4.). En général, il n'y aura point de différence entre les Cavitez, quand les Hauteurs ſeront en raiſon inverſe des Maſſes, & en ce cas les Forces ſont égales *. * 790.

835. Pour ne laiſſer aucun doute au ſujet de la profondeur des Cavitez, on applique la Boule à la ſuperficie concave de la Règle, après quoi on la lâche; on meſure le diamètre de la Cavité, & en conſultant la Table contenüe dans le premier des Scholies ſuivans, on trouve la profondeur de la Cavité expri-

exprimée en centiémes parties du diamètre de la Boule. On avance la Vis I au-delà de la ſuperficie creuſe de la Règle, préciſément autant que vaut la profondeur qu'on a trouvée; on repète l'Expérience, en appliquant la Boule à l'extrêmité de la Vis, & il ſe forme, dans un autre endroit de la Terre glaiſe, une nouvelle Cavité, qu'on conſidère, en laiſſant là l'autre.

Nous avons dit de plus, qu'il ne falloit pas regarder au Tems pendant lequel la Cavité étoit formée; à cauſe que l'Effet eſt déterminé. La Preſſion détruit la Force; ſi cette Preſſion agit durant moins de Tems, elle agit avec plus de Viteſſe; & l'Action eſt la même quand le même Eſpace eſt parcouru *; ce qui eſt applicable à chaque partie infiniment petite de l'Effet. Or la Force qui eſt détruite, eſt égale à l'Action qui la détruit *. Ces Propoſitions ne ſont que des conſéquences de ce que nous avons déja démontré; cependant j'éclaircirai la choſe même par des Expériences. 836. * 728. * 709.

4. Experience.

Pour faire cette Expérience, nous nous ſervons de la Machine avec le Pendule compoſé, que nous avons décrite ci-deſſus *. On joint au Pendule O Q *, les trois Boëtes mobiles *, & on les arrête aux Diſtances qu'on veut du Centre de Mouvement; enſorte pourtant que la plus haute & la plus baſſe ſoient au moins éloignées de ſix pouces des bouts de la Règle O Q. On joint à chaque Boëte mobile deux Solides *. 837. * 732. TAB. XXV. Fig. 2. * 735. * 738. * 738.

Il faut ſe ſervir enſuite de la Boëte qui contient la Terre glaiſe *, comme dans la ſeconde Expérience. On joint cette Boëte à la Planche A B C, & on l'y affermit à la hauteur qu'on juge à propos, en paſſant des Vis par deux trous comme *d*, *d*. La Boëte eſt verticale, comme dans la ſeconde Expérience, & le coté *on* (*Planche XXVIII. Fig.* 8.) convient avec la ligne verticale qui paſſe par le milieu de la Planche; & alors, le Pendule étant en repos, ſi la Boëte mobile répond à la Boëte, où eſt la Terre le ſommet du Cone, qui termine le Solide joint avec la Boëte mobile, touche la ſurface de la Terre glaiſe. * 827.

Les trois Boëtes mobiles en queſtion, jointes au Pendule O Q, ſont A, B, C, & les Cones *g*, *h*, ſont ſemblables. La Boëte où eſt la Terre glaiſe eſt affermie de façon qu'elle réponde à la Boëte mobile A: On éleve le Pendule à une Hauteur qu'on détermine TAB. XXX. Fig. 2.

par

par l'*Indice*, par Ex. de 40 ou 45 diviſions; on le lâche enſuite, & il perd ſa Force en faiſant une Cavité dans la Terre glaiſe.

TAB. XXX. Fig. 3. On change la ſituation de la Boëte qui contient cette Terre, pour qu'elle réponde à la Boëte B; mais on l'affermit de maniére, que la Boëte mobile réponde à un autre endroit de la ſurface de l'Argile. Le Pendule étant élevé à la même Hauteur que dans le cas précédent, la même Force eſt détruite, pendant que la Boëte mobile B frappe l'Argile.

Fig. 4. Enfin on change le Cone de la Boëte mobile C, en ſubſtituant *g* ou *h* à la place de *i*, qu'il faut avoir ſoin de remettre à l'endroit d'où l'autre a été ôté. Alors, en laiſſant tomber le Pendule de la même Hauteur que dans les Eſſais précédens, le Cone de la Boëte *h* formera une troiſiéme Cavité dans la Terre glaiſe, pendant que le Pendule perdra ſa Force.

Ces trois Cavitez ſont égales & ſemblables, quelque différence qu'il y ait entre les Tems pendant leſquels elles ſont faites.

5. EXPERIENCE.

838. Les choſes étant ſuppoſées, telles que nous les avons expliquées dans l'Expérience précédente; nous joignons au Pendule O Q, deux Boëtes mobiles A, B, avec leurs Solides; à la premiére en *h* eſt adapté un de ces Cones, par leſquels les Cavitez ont été faites dans l'Expérience précedénte.
Fig. 5.

* 744. On applique le Poids P *, qui eſt de deux livres, à la Diſtance de quinze pouces du Point de Suſpenſion: enſuite ayant élevé le Pendule à une Hauteur qui ne diffère preſque rien de trente huit diviſions, on le lâche, & il perd ſa Force par l'Action du Cone *h* dans la Terre glaiſe.

Fig. 6. * 744. On ôte P, & on met le Poids T, qui vaut une demi-livre *, à trente pouces du Centre de Mouvement: le reſte demeurant dans le même état. On éléve le Pendule à la Hauteur de quarante diviſions & demie, & le Cone *h* fait une Cavité égale à celle dont nous venons de parler. Les Diſtances de 15 & de 30 pouces ſe meſurent depuis les points du milieu des Poids.

839. Il paroît par la quatriéme Expérience du Chapitre précédent, que dans les deux cas la Viteſſe du Cone *h* a été la même; cela étant, puiſque les Cavitez ſont égales & ſemblables, il

il eſt clair qu'elles doivent avoir été faites dans des Tems égaux. Si à préſent nous rapportons ici ce qui a été dit * à l'occaſion de la troiſiéme Expérience du Chapitre précédent, il ſera manifeſte, que d'égales parties des Cavitez dont il s'agit, doivent être attribuées aux Actions des Corps P & T, qui ont perdu leurs Forces entiéres, qui étoient égales *; car les Viteſſes avec leſquelles ils ont été agitez, étoient comme 1 à 2, pendant que leurs Maſſes étoient comme 4 à 1, c'eſt-à-dire, en raiſon inverſe des quarrez des Viteſſes.

*788.789.

*758.

Pendant que la Cavité ſe forme, les Quantitez infiniment petites dont la Cavité s'aggrandit, ſont entr'elles comme le nombre des Particules qui cèdent, & comme les Eſpaces qu'elles parcourent en gliſſant entre les Particules voiſines; c'eſt-à-dire, que ces Aggrandiſſemens ſont comme les Forces que le Corps perd en les formant *; & par conſéquent, la ſomme de tous les Aggrandiſſemens, c'eſt-à-dire, *la Cavité* entiére, *ſuit la raiſon* de la ſomme des Forces perdües, c'eſt-à-dire, *de la Force perdüe en formant cette Cavité entiére.* 840. *825.712. 841.

Donc *ſi un Corps, mû avec une Viteſſe déterminée, conſume ſa Force en enfonçant les Parties d'un Corps mou, il fera une Cavité de Grandeur déterminée, quelle que ſoit la Figure de cette Cavité.* 842.

6. Experience.

Je me ſers de la même Machine avec laquelle a été faite la ſeconde Expérience de ce Chapitre. L'Expérience dont il s'agit ici, ſe fait préciſément de même que celle-là; avec cette différence, qu'on a ici un autre Cone, qui, joint au Corps, penètre dans la Terre glaiſe. On employe, l'un après l'autre, deux Cones différens, repréſentez en G & I (*Planche XXVIII. Fig.* 7.). La Section du premier par l'Axe, donne un angle de 55 degr.; & la Section du ſecond, un angle de 102 degr. 843. Tab. XXXI. Fig. 7.

Quand le premier Cone eſt joint au Quadre, & qu'on y a ajouté le Cylindre, pour que la Maſſe ſoit trois *, ſi ce Quadre vient frapper l'Argile avec la Viteſſe dix, le Corps s'arrête, & la Cavité ſera telle qu'elle eſt repréſentée en B. *774.

Si on repète l'Expérience avec la même Viteſſe, en ſubſtituant le ſecond Cone au premier, & en changeant la ſituation de la Boëte, on aura la Cavité C, dont le diamètre eſt à celui de la Cavité B, comme 4 à 3. Fig. 8.

844. Le même Corps, agité de la même maniére, a formé ces deux Cavitez; les Forces détruites ont été égales; les Figures des Cavitez diffèrent; mais les Cavitez mêmes ſont égales. Car les angles étant de 102 & de 55 degrez, ſi les diamètres des Cavitez ſont comme 4 à 3, leurs profondeurs ſeront en raiſon de 9 à 16, comme on peut le trouver, ſoit en traçant la Figure, ſoit en faiſant le Calcul par les Tables des Sinus; ainſi les profondeurs ſont en raiſon inverſe des quarrez des diamètres des baſes; c'eſt-à-dire, en raiſon inverſe des baſes * mêmes; & par conſéquent les Cavitez ſont égales *.

* 2. EL. XII.

* 15. EL. XII.

La Démonſtration ſur la formation des Cavitez eſt générale *. D'où il ſuit, que *dans un Corps mou uniforme*, dont les parties ſont ſemblables entr'elles, ont la méme cohéſion, & étant preſſées ſe gliſſent entre les autres, (c'eſt de ces ſortes de Corps dont nous parlons) *les Cavitez faites par des Corps, qui conſument leurs Forces entiéres en faiſant ces Cavitez, ſont entr'elles en raiſon compoſée des Maſſes des Corps, & des quarrez des Viteſſes, quelle que ſoit la Figure de ces Cavitez* *.

* 840.

845.

*841.757.

7. EXPERIENCE.

846. TAB. XXXI. Fig. 9. Cette Expérience ſe fait auſſi, de même que la ſeconde de ce Chapitre, en gardant le Cone employé dans cette derniére Expérience, & dont l'angle eſt de 85 degrez. Un Corps dont la Maſſe eſt quatre, vient frapper l'Argile avec la Viteſſe ſix, & forme une Cavité.

Fig. 10. On double la Maſſe, comme auſſi la Viteſſe, & le Corps perd de nouveau ſon Mouvement, après avoir donné dans un autre endroit de la Terre glaiſe.

847. * 757. * 12. EL. XII. La Force, en ce dernier cas, eſt huit fois plus grande que la premiére *, le diamètre de la Cavité eſt double, & la Cavité même auſſi huit fois plus grande *; car les Cavitez mêmes ſont des Cones ſemblables.

8. EXPERIENCE.

848. Fig. 9. Si le Corps, par le moyen duquel la premiére Cavité a été faite dans la ſeptiéme Expérience, frappe l'Argile huit fois de ſuite de la même manière, & que ſon Action ſur le même endroit ſoit telle, qu'elle augmente continuellement la Cavité; après huit coups la Cavité ſera égale à celle qui a été formée la ſeconde fois dans la ſeptiéme Expérience; c'eſt-à-dire, huit fois plus grande que celle qui eſt faite par un ſeul coup. Ce qui

qui ſert à confirmer, que la Force détruite eſt proportionelle à la Cavité.

Vingt & ſept Percuſſions égales, produiſent une Cavité dont le diamètre eſt triple du diamètre de la Cavité formée par la premiére Percuſſion, & qui elle-même ſurpaſſe vingt & ſept fois la premiére *. 849.

* 12. El. XII.

Il faut obſerver touchant cette Expérience, que les Coups étant repétez pluſieurs fois, la Terre glaiſe acquiert ſouvent une eſpèce d'Elaſticité; en ce cas, après le Coup, le Cone ne reſte pas dans la Cavité, & l'Expérience ne réuſſit point; mais elle réuſſit toujours, quand chaque fois, juſqu'à la derniére incluſivement, le Cone reſte dans la Cavité. 850.

Les Cavitez ont été ſemblables dans les deux derniéres Expériences; c'eſt pourquoi j'en ajouterai quelques autres, dans leſquelles les Figures des Cavitez ſeront différentes. 851.

9. Experience.

Cette Expérience ſe fait comme les précédentes. Nous changeons ſeulement le Poids qui eſt dans le Quadre, quoique nous euſſions pû garder le même. Soit à préſent la Maſſe fix. Que le Corps vienne frapper la Terre glaiſe avec la Viteſſe huit, & qu'on meſure le diamètre de la Cavité: ce diamètre a été, dans l'Expérience dont nous parlons, de quatrevingt dixhuit centiémes parties d'un demi-pouce. 852.

J'ôte le Cone (qui eſt celui que nous avons déſigné par la lettre H, & dont la Section par l'Axe au ſommet donne un angle de 85 degr*.). Je ſubſtitüe à ce Cone le Solide L, terminé par un Hémiſphère, dont le diamètre eſt d'un demi-pouce. TAB. XXVIII. Fig. 7. *738.829.

Le Corps vient de nouveau frapper la Terre glaiſe avec la Viteſſe huit, & conſume ſa Force en faiſant une Cavité, qui a la Figure d'un Segment de Sphère. On meſure le diamètre de la Cavité, qui ſe trouve être de quatrevingt quatorze centiémes parties d'un demi-pouce. TAB. XXXI. Fig. 11.

Ces diamètres de 98 & de 94 parties étant donnez, ſi on conſulte la Table qui eſt dans le premier des Scholies ſuivans *, on trouve que les Grandeurs des Cavitez mêmes ſont 514. & 508. c'eſt-à-dire, que la différence n'en eſt pas ſenſible. * 867.

En repétant l'Expérience avec la Viteſſe fix, nous avons eu 853.

pour diamètre du Cone 81, & pour diamètre du Segment 85. Cela étant, les Grandeurs des Cavitez ont été 290, & 283; c'eſt-à-dire encore, que la différence n'en eſt pas ſenſible; & il paroit par les Tables mêmes, qu'elles ne ſçauroient rien donner de plus exact. Les Forces dont il s'agit, ſont aux premiéres comme
* 753. 36 à 64 *, qui eſt préciſément la raiſon qu'il y a entre ces derniéres Cavitez & les premiéres 36, 64 :: 288, 512.

854. Comme nous nous ſervons dans cette Expérience d'une petite Sphère, (la Machine que nous avons employée ne nous permettant pas de faire uſage d'une plus grande), on pourroit ſoupçonner, que les moindres différences peuvent difficilement être apperçües par cette Méthode. C'eſt pourquoi je vais examiner à préſent de plus grandes Cavitez, de différentes Figures; car c'eſt une choſe connüe, que les Segmens inégaux d'une même Sphère ne ſont pas ſemblables.

10. EXPERIENCE.

855. Reprenons la troiſiéme Expérience de ce Chapitre *. Nous
* 834. avons vû que des Cavitez, faites par des Forces égales, étoient égales; mais il eſt queſtion à préſent, de comparer enſemble des Cavitez qui ont été formées par des Forces inégales.

TAB. XXXII. Fig. 4. En laiſſant tomber la ſeconde & la troiſiéme Boule de la Hauteur de neuf pouces, nous avons eu les Cavitez B & C. Je laiſſe tomber de la même Hauteur la premiére Boule, & j'ai la Cavité A. Les Forces par leſquelles ces trois Cavitez ont été
* 748. faites, ſont comme un, deux, & trois *.

En lâchant la ſeconde & la troiſiéme Boule de la Hauteur de dixhuit pouces, double de la premiére, les Forces ſont com-
* 754. me quatre & ſix *, & les Cavitez ſont D & E.

Si l'on conçoit le diamètre de la Boule d'un pouce & demi, diviſé en cent parties égales, les diamètres des Cavitez, meſurez par ces parties, ſeront A, 65; B, 76; C, 82⅓; D, 87; E, 93⅓.

* 867. Donc les Segmens ſont 80, 162, 243, 320, 489 *; à peu près comme 1. 2. 3. 4. 6. c'eſt-à-dire, comme les Forces par leſquelles les Cavitez ont été faites.

856. De cette même Propoſition, ſçavoir que les Cavitez ſont
* 841. proportionelles aux Forces *, que nous venons d'éclaircir par diverſes Expériences, nous inférons de plus, qu'on peut appliquer à pluſieurs Cavitez, ce qui n'a été dit qu'à l'égard d'une ſeule

le; & la Force qui produit une Cavité étant donnée, nous déterminerons le nombre des Cavitez, égales à celle ci, qui peuvent étre produites par une autre Force donnée quelconque.

II. Experience.

Cette Expérience n'eſt gueres différente de la pénultiéme, & de quelques autres. 857.

On ſuſpend le Quadre, & on détermine la Maſſe, comme on veut. Suppoſons, par Ex. qu'elle ſoit deux. Nous nous ſervons du Cone G (*Pl. XXVIII. Fig.* 7.) dont la Section par l'Axe donne au ſommet un angle de 55 degr. *; & c'eſt avec la Viteſſe cinq que la Terre glaiſe eſt frappée. TAB. XXXI. Fig. 12. * 843.

On ôte le Cone, & on ſubſtitüe à ſa place la Lame de cuivre PQR, faite en croix, dont les bras horizontaux ſont moins longs que les autres. Ces bras, dont un ſe voit en R, ont des trous en *l*. On attache la Lame PQR au Quadre ſuſpendu, à l'aide de deux Vis qui paſſent par ces trous; & l'on ſe ſert du Quadre, dans la ſuperficie antérieure duquel les Ecrous, qui reçoivent les Vis, ſont dans une ligne horizontale*; enſorte que PQ eſt verticale. TAB. XXVIII. Fig. 9. * 773.

A cette partie PQ s'appliquent quatre Cones S, S, S, S, dont les baſes ſont des Cylindres, pour occuper moins de place. Les Cones ſont ſemblables à celui dont nous avons déja fait uſage dans cette Expérience.

On garde la Maſſe du Quadre, qui vaut deux; les quatre ſommets des Cones touchent la Terre glaiſe, mais n'en ſont point ſoutenus quand le Quadre eſt en repos. Quand le Corps frappe contre la Terre glaiſe, les quatre Cones y entrent également, & forment quatre Cavitez égales. Si la Viteſſe eſt dix, double de la premiére, c'eſt-à-dire, ſi la Force eſt quadruple *, ces Cavitez ſeront égales à la premiére que le Corps avoit faite ſeule avec la Viteſſe cinq. TAB. XXXI. Fig. 13. * 753.

Nous avons démontré d'une maniére générale, & la choſe a été outre cela pleinement confirmée par des Expériences, qu'il ne falloit point avoir égard au Tems, pour déterminer l'Effet que produit un Corps en perdant ſa Force. Pour ce qui concerne le Tems même, & la maniére de comparer les divers Tems entr'eux, j'en vais dire quelque choſe, dont la Démonſtration ſera reſervée pour les Scholies. 858.

Dans notre Machine, *ſi un Corps*, terminé en Cylindre, en frappant la Terre glaiſe avec la Viteſſe dix, *penètre dans la* 859.

Terre glaiſe à la profondeur d'un pouce, *le Tems de ſon Action ſur cette Terre* ſera la dixiéme partie d'une Seconde; & ce Tems, *en changeant le Cylindre, ou en changeant la Réſiſtance du Corps mou, ſuit la raiſon de la Profondeur même, auſſi long-tems que le Choc ſe fait avec la même Viteſſe.*

860. *S'il y a divers Corps, & que les Cylindres ayent différens diamètres, le Tems ſuit la raiſon directe du produit de la Maſſe par la Viteſſe, & la raiſon inverſe de la baſe du Cylindre.*

861. *Quand les Cavitez ſont ſemblables, quelque inégalité qu'il y ait entr'elles, les Cubes des Tems ſont en raiſon directe des Maſſes, & en raiſon inverſe des Viteſſes des Corps.*

862. *Si divers Corps ſont terminez par des Paraboloïdes, formez par la révolution d'une même Parabole autour de ſon Axe, & que ces Corps ſoient mûs ſuivant la direction de cet Axe, les quarrez des Tems ſont comme les Maſſes*; c'eſt pourquoi le même Corps, avec quelque Viteſſe qu'il ſoit tranſporté, perd ſon Mouvement dans le même Tems, en ſuppoſant que les circonſtances dont nous venons de faire mention ont lieu.

Si, dans notre Machine, la Viteſſe dix, forme une Cavité dont la Profondeur ſoit d'un Pouce, le Tems, en ce cas, & en d'autres cas où il n'arrive de changement qu'à la Viteſſe, ſera la douziéme partie d'une Seconde. *Que ſi, la Viteſſe reſtant la même, la Profondeur change, le Tems ſera comme la Profondeur.*

SCHOLIE I.

Comparaiſon des Segmens d'une Sphère.

863. DAns quelques Expériences de ce Chapitre * nous avons fait mention
*852.855. d'une Table qui devoit ſe trouver dans ce Scholie. Par le moyen de cette Table nous comparons entr'eux des Cones ſemblables, ou d'autres Corps ſemblables auſſi, & qui ſont tous en raiſon triplée de leurs cotez homologues, tels que ſont les diamètres des Baſes dans des Cones ſemblables.

864. Nous comparons auſſi enſemble des Segmens d'une même Sphère, les diamètres de ces Segmens étant donnez: pour cet effet nous ſuppoſons le diamètre de la Sphère diviſé en cent parties.

Nous ſuppoſons outre cela, que l'Hémiſphère, qui eſt le plus grand des petits Segmens, contient mille parties, & c'eſt par le nombre de ces parties que nous exprimons les autres Segmens.

865. Et pour comparer enſemble les Cones avec les Segmens, nous employons ces mêmes parties à la meſure des Cones; en ſuppoſant que les Sections de ces Cones par leurs Axes, donnent au ſommet des angles de 85. degr.; & que les diamètres en ſont exprimez en centiémes parties du diamètre de la Sphère.

Nous

Nous n'avons pas marqué dans la Table les Segmens dont les diamètres différent peu du diamètre de la Sphère; à cauſe que la moindre différence dans les diamètres répond à une très grande différence dans la Cavité. Nous avons négligé auſſi les Segmens trop petits, parce qu'ils ne ſont d'aucun uſage dans les Expériences *. 866. * 824.

TABLE

Pour comparer entr'eux des Segmens de Sphère & des Cones, dont les diamètres ſont donnez, l'Hémiſphère étant partagé en mille parties, & le diamètre de l'Hémiſphère en cent. 867.

Diam.	*Profond. des Segm.*	*Segm. de Sph.*	*Cones.*	*Diam.*	*Profond. des Segm.*	*Segm. de Sph.*	*Cones.*
35.			23.	68.	13.	97.	172.
36.			25.	69.	14.	104.	179.
37.			27.	70.	14.	111.	187.
38.			30.	71.	15.	118.	195.
39.			32.	72.	15.	126.	203.
40.			35.	73.	16.	134.	212.
41.			38.	74.	16.	143.	221.
42.			40.	75.	17.	152.	230.
43.			43.	76.	17.	162.	239.
44.			46.	77.	18.	173.	249.
45.			49.	78.	19.	184.	259.
46.			52.	79.	19.	196.	269.
47.			56.	80.	20.	208.	279.
48.			60.	81.	21.	221.	290.
49.			64.	82.	21.	235.	301.
50.	7.	26.	68.	83.	22.	250.	312.
51.	7.	28.	72.	84.	23.	266.	323.
52.	7.	30.	77.	85.	24.	283.	335.
53.	8.	33.	81.	86.	24.	301.	347.
54.	8.	36.	86.	87.	25.	320.	359.
55.	8.	39.	91.	88.	26.	341.	372.
56.	9.	42.	96.	89.	27.	363.	385.
57.	9.	45.	101.	90.	28.	387.	398.
58.	9.	48.	106.	91.	29.	414.	411.
59.	10.	52.	112.	92.	30.	442.	425.
60.	10.	56.	118.	93.	32.	473.	439.
61.	10.	60.	124.	94.	33.	508.	453.
62.	11.	64.	130.	95.	34.	547.	468.
63.	11.	69.	136.	96.			483.
64.	12.	74.	143.	97.			498.
65.	12.	80.	150.	98.			514.
66.	12.	85.	157.	99.			530.
67.	13.	91.	164.	100.	50.	1000.	546.

SCHO-

SCHOLIE II.

Des Tems pendant leſquels ſe forment les Cavitez, conſiderez d'une maniére générale.

868. QUand on veut déterminer les Tems, pendant leſquels un Corps, qui vient frapper un Corps mou, fait une Cavité, & comparer enſemble les Tems durant leſquels ſe forment les différentes parties d'une même Cavité, il faut conſiderer la Maſſe, la Viteſſe, & la Figure du Corps qui vient frapper l'autre; après avoir déterminé d'avance, par des Expériences, la Réſiſtance qui naît de la Cohéſion des parties du Corps mou.

869. La Cavité qui a été produite par la rencontre d'un Corps, dont la Maſſe & la Viteſſe ſont connües, étant donnée, nous ſuppoſons que dans les autres rencontres il s'agit toujours du même Corps mou, que ce Corps forme un Obſtacle immobile, que la ſurface en eſt plane, & que la rencontre eſt directe.

* 841. La Cavité étant donnée dans une Expérience, on peut déterminer * la Cavité qu'il y aura dans un autre cas, pourvu que la Force du Corps ſoit donnée. Nous ſuppoſons donc que la profondeur de la Cavité eſt connüe.

870. Que cette profondeur ſoit AB; ſoit de plus AIC la Courbe qui, par la révolution autour de ſon Axe AB, a donné la Figure du Corps; nous nommons cette Courbe *la Ligne de la Figure.*

TAB. XXXII. Fig. 5.

871. Concevons une autre Ligne ALD, qui aît le même Axe AB; mais dont les Ordonnées, comme HL, ſoient en raiſon doublée des Ordonnées correſpondantes dans la premiére Courbe, comme par Ex. HI; c'eſt-à-dire, que HL ſoit comme le quarré de la Ligne HI; ce qui fait trouver la ſeconde Courbe, quand la premiére eſt connüe. Si le Corps même eſt coupé par un Plan perpendiculaire à l'Axe, la Section ſera comme le quarré HI, c'eſt-à-dire comme HL, & la Courbe ALD repréſentera cette partie du Corps qui remplit la Cavité. Soit cette Ligne nommée *la Ligne de Cavité.*

872. La ſuperficie ABD repréſente la Cavité entiére; & la ſuperficie AHL eſt proportionelle à la portion de la Cavité faite, quand le Corps a penetré dans le Corps mou à la profondeur AH. La ſuperficie HLBD repréſente la portion de la Cavité qui doit encore être faite, pour que toute la Force du Corps ſoit détruite; c'eſt-à-dire, que cette ſuperficie HLBD eſt proportionelle à cette partie de la Force qui reſte au Corps quand il eſt parvenu à la profondeur AH *: d'où il ſuit, que cette ſuperficie eſt proportionelle au quarré de la Viteſſe qu'a le Corps dans cet Inſtant même.

873.

* 841.

874. Concevons une troiſiéme Ligne EMB, qui ſera appellée *la Ligne de Viteſſe.* AB eſt encore l'Axe; la Baſe AE repréſente la Viteſſe avec laquelle le Corps arrive à la ſurface du Corps mou; dans ce Moment la Viteſſe commence à diminuer, & eſt proportionelle à l'Ordonnée HM, quand la profondeur de la Cavité eſt AH. Voici la proprieté qui détermine la Nature de cette Courbe; c'eſt que le quarré d'une Ordonnée, comme HM, eſt pro-

proportionel à la ſuperficie HBDL *; ainſi, en ſuppoſant la quadrature des Courbes, on déterminera la Courbe EMB, ſi la Courbe ALD eſt donnée. * 873.

Dès qu'on connoit la Ligne de Viteſſe, on parvient par cela même à connoitre une quatriéme Ligne, que nous appellons *la Ligne de Tems*, dont la proprieté eſt, que la Baſe BF déſigne le Tems entier dans lequel la Cavité ſe fait, & la Force ſe conſume; l'Ordonnée HG marque le Tems qu'il a fallu au Corps pour penétrer à la profondeur AH. 875.

La différence entre cette Ordonnée HG & l'Ordonnée ſuivante *h g*, ſçavoir *n g*, repréſente le Moment dans lequel l'Eſpace infiniment petit H*h* a été parcouru avec la Viteſſe HM; c'eſt-à-dire, HM × *n g* eſt proportionel à H*h* *; ainſi, en concevant l'Eſpace H*h* comme conſtant, le produit HM × *n g* ſera auſſi une quantité conſtante. * 121.

Donc l'Eſpace conſtant H*h* eſt à *n g*, comme l'Ordonnée HM à quelque Ligne conſtante: proprieté qui détermine la Courbe de Tems, à laquelle BF, à cauſe que la Viteſſe ceſſe en B, eſt Tangente au ſommet F. 876. 877.

Si le Corps, en gardant ſa premiére Viteſſe AE, parcouroit AB d'un Mouvement uniforme, le Tems augmenteroit uniformément, & toutes les petites Lignes *n g* ſeroient égales, en ſuppoſant auſſi égales entr'elles les petites Lignes H*h*, & la Courbe deviendroit une Ligne droite, qui coïncideroit avec l'autre en A, c'eſt-à-dire, ſeroit ſa Tangente en ce point: Soit cette Tangente AN; alors BN ſera à BF, comme le Tems dans lequel le Corps pourroit parcourir l'Eſpace AB, avec la Viteſſe avec laquelle il vient frapper le Corps mou, au Tems pendant lequel il perd ſa Force en formant la Cavité. 878. 879.

En traçant de telles Figures pour d'autres cas, & en déſignant dans toutes les Figures des quantitez égales par d'égales Lignes, on pourra comparer enſemble ce qui a rapport à ces différens cas. 880.

SCHOLIE III.

Démonſtrations des Art. 859, 860, 862.

EN voulant appliquer à des Exemples la Théorie expliquée dans le Scholie précédent, & qui eſt très générale, on ſe trouve ſouvent embarraſſé, parce que les Courbes qu'on rencontre ſont Méchaniques; & qu'alors il faut preſque toujours avoir recours à des Series infinies, pour parvenir à des expreſſions Arithmétiques par le moyen de l'Algèbre. Cependant en quelques occaſions toutes les Lignes ſont Géométriques, comme il paroitra par les Exemples ſuivans. 881.

Suppoſons un Cylindre droit, mû ſuivant la direction de ſon Axe, & venant frapper perpendiculairement la ſuperficie du Corps mou. 882.

La Ligne de la Figure eſt une droite, parallèle à l'Axe, & comme la même choſe eſt vraye touchant la Ligne de Cavité *, nous les repréſentons l'une & l'autre par la même Ligne *a*C. Que AE repréſente la Viteſſe avec laquelle le Corps arrive à la ſurface du Corps mou, & que la Ligne de * 871. TAB. XXXII. Fig. 6.

Viteſſe ſoit BME, dont l'Ordonnée, comme HM, ſuit la raiſon ſouſdou-
* 873. blée du Rectangle IHCB *; or ce Rectangle eſt partout comme l'Abſciſſe correſpondante; donc le quarré de l'Ordonnée eſt comme l'Abſciſſe, ce qui
* *La Hire ſect. con.* liv. 3. prop. 1. eſt une proprieté de la Parabole ordinaire *.

Pour trouver à préſent la Ligne de Tems, nous ſuppoſons la Ligne BN proportionelle au Tems dans lequel AB peut être parcourüe par le Corps, mû avec cette Viteſſe avec laquelle le Corps mou eſt frappé; alors AN
* 878. ſera Tangente à la Courbe en A *.

Soit la Courbe même AF, qui ait pour Axe FQ.

Si l'on élève en G la Ligne GR, perpendiculaire à la Courbe, le Triangle rectangle GRO, ſera ſemblable au Triangle rectangle Gng, à cauſe des angles égaux RGO & nGg; car gGO eſt leur complément commun à un angle droit. Donc Gn, ou Hb, eſt à ng, comme GO à OR; c'eſt-
* 876. à-dire, GO eſt à OR, comme HM à une Ligne conſtante *; mais, comme nous l'avons vû dans cette Figure, HM eſt proportionelle à la racine quarrée de l'Abſciſſe BH, ou FO; donc GO eſt à OR, comme la racine quarrée de l'Abſciſſe FO à une Ligne conſtante; d'où nous inférons, que la Courbe AGF eſt auſſi une Parabole conique; car GO y ſuit la raiſon
* *La Hire ſect. con.* liv. 3. prop. 1. ſousdoublée de FO *, & OR eſt conſtante *.

De ce que nous venons de dire il ſuit de plus, que FP & FQ, ou AB,
* *Ibid.* liv. 3. prop. 19. ſont égales *; & que FN & BN ſont égales auſſi. Ainſi le Tems dans
* *Ibid.* liv. 2. prop. 20. lequel la Cavité eſt imprimée, & qui eſt proportionel à BF, eſt double de celui qu'il auroit fallu au Corps pour parcourir, avec la Viteſſe avec laquelle il eſt venu frapper le Corps mou, un Eſpace égal à la profondeur de
* 879. la Cavité. C'eſt par la Ligne BN que ce dernier Tems a été déſigné *.

883. Pour pouvoir faire uſage de ce que nous venons de dire dans l'Exemple de l'Artic. 859., il faut ſuppoſer, comme des choſes connües d'ailleurs, que le Corps, appliqué à notre Machine, deſcend à la profondeur d'un pouce, quand la Viteſſe eſt 14, 6; & qu'on a prouvé par des Expériences
* 415. 470. faites avec des Pendules *, que des Corps, en tombant de la Hauteur de dix pieds de Rhin, acquierrent une Viteſſe avec laquelle ils pourroient parcourir vingt & cinq de ces pieds dans une Seconde.

Cette Hauteur eſt à la Hauteur d'un pouce, comme 120 à 1; donc un Corps, en tombant de la Hauteur d'un pouce, acquiert une Viteſſe avec laquelle il pourroit parcourir, dans une Seconde, un Eſpace de 27, 4. pou-
* 374. ces *; & c'eſt cette Viteſſe que nous avons déſignée dans notre Machine par 14, 6., laquelle eſt à 10, comme 27, 4. eſt à 18, 7., par conſéquent
884. *l'Eſpace parcouru dans une Seconde, avec la Viteſſe exprimée dans notre Machine par* 10, *eſt de* 18, 7. *pouces*; & le Tems dans lequel un pouce eſt parcouru, eſt 0″, 053, dont le double, ſçavoir le Tems néceſſaire pour former une Cavité d'un pouce de profondeur, eſt 0′, 106: Tems qui ne ſurpaſſe guéres celui que nous avons marqué dans l'Art. 859.

885. S'il s'agiſſoit d'un autre cas, il eſt clair que *le Tems* changeroit comme BF, qui ſuit la raiſon de BN; laquelle, *ſi la Viteſſe reſte la même, ſuit la raiſon de la profondeur* AB, comme nous l'avons dit dans le même Art. 859.

886. *Si la Viteſſe change, le Tems* dans lequel une Ligne comme AB eſt par cou-

courüe, diminüe à proportion que la Viteſſe augmente; ainſi BN, & par cela même BF, *eſt en raiſon inverſe de la Viteſſe.*

En général, le Tems eſt en raiſon directe de la Profondeur, & en raiſon inverſe de la Viteſſe. 887.

De ce que nous venons de dire on peut déduire facilement ce qui regarde tous les cas particuliers, auſſi long-tems qu'il ne s'agit que de Corps cylindriques. 888.

Soit p la profondeur; d le diamètre; M la Maſſe; v la Viteſſe; la Cavité ſera pdd *, qui eſt égale à la Force Mvv *. D'où nous déduiſons $\frac{p}{v} = \frac{Mv}{dd}$: Mais $\frac{p}{v}$ eſt comme le Tems *; donc le Tems eſt comme $\frac{Mv}{dd}$; ce qui prouve ce que nous avons dit dans l'Art. 860. 889. * II. 14. EL. XII. * 757. 845. * 887.

Quand le Corps perd ſa Force en formant une Cavité cylindrique, il en perd continuellement une partie proportionelle à l'Eſpace parcouru *, de même qu'un Corps jetté enhaut *; ainſi il eſt ſoumis à la même Loi de Rétardation que celui-ci, c'eſt-à-dire, que *la Viteſſe décroit également, en Tems égaux* *. 890. * 840. * 370. 377. 378. 754. * 377.

Suppoſons à préſent que le Corps eſt terminé par la Figure que forme une Parabole par ſa révolution autour de ſon Axe. 891.

Soit cette Parabole AIC; c'eſt la Ligne de la Figure, & l'Axe eſt AB, qui eſt auſſi l'Axe de la Cavité. La Ligne de la Cavité, eſt la droite ALD, qui paſſe par le ſommet A; car le quarré de l'Ordonnée HI, eſt comme AH *, dont HL * ſuit auſſi la raiſon; donc HL eſt proportionelle au quarré de HI, ce qui eſt la proprieté de la Ligne de Cavité *. TAB. XXXII. Fig. 7. * *La Hire ſect. con.* liv. 3. prop. 1.

Soit la Ligne de Viteſſe EMB; le quarré de l'Ordonnée ſuivra la raiſon de la ſuperficie LHBD *, qui eſt la différence des Triangles ADB, ALH. Ces Triangles étant ſemblables, ſont entr'eux comme les quarrez des cotez AB, AH *; donc le quarré de l'Ordonnée HM, lequel eſt comme la différence des Triangles, eſt auſſi comme la différence de ces quarrez. Ce qui fait voir que la Ligne BME eſt un Cercle, ou une Ellipſe; car ſi de A, comme centre, à l'intervalle AB, on décrit le quart de Cercle BME, le quarré de HM ſera égal à la différence des quarrez AB & AH. Si, au lieu du Cercle, on trace une Ellipſe, cette égalité n'aura point lieu, mais les Ordonnées ſeront dans la même raiſon *. * 4. EL. VI. * 871. * 874. * 19. EL. VI. 892. * *La Hire ſect. con.* liv. 3. prop. 3.

La Ligne de Viteſſe détermine la Ligne de Tems *; mais cette derniére eſt Méchanique en ce cas: cependant ſi nous prenons le Cercle pour Ligne de Viteſſe, nous n'aurons pas beſoin d'autre Ligne de Tems: car nous avons vû que la Ligne de Viteſſe d'un Pendule, qui fait ſes Vibrations dans une Cycloïde, eſt auſſi un Cercle, dont la circonférence ſert à déterminer le Tems *; ce qui a auſſi lieu ici. Le Tems qu'il faut au Corps pour enfoncer juſqu'à la profondeur AH, eſt au Tems qu'il faut pour faire la Cavité entiére, comme l'Arc EM, au quart de Cercle EMB. 893. * 876. * 468.

L'Eſpace infiniment petit Aa eſt parcouru avec la Viteſſe avec laquelle le Corps rencontre le Corps mou, & le Tems requis pour parcourir cet Eſpace, eſt repréſenté par l'arc Ee, égal à la ligne Aa; donc ſi le Corps,

mû avec cette même Viteſſe, parcourt le quart de Cercle EMB, il le fe-
894. ra dans *le Tems pendant lequel la Cavité ſe fait.* Donc ce Tems *eſt au Tems pendant lequel le Corps pourroit parcourir la profondeur de la Cavité, avec la Viteſſe avec laquelle le Corps vient choquer l'Obſtacle, comme le quart du Cercle au demi-Diamètre.* Si AB vaut un pouce, EMB en vaut 1, 57. La Viteſſe que nous avons appellée dix dans notre Machine, fait parcourir au Corps
* 884. en une Seconde 18, 7. pouc. *; dans la douziéme partie de ce même Tems il parcourt à peu près 1, 57. pouc., & c'eſt en ce Tems que la Cavité ſe fait; comme nous l'avons indiqué dans l'Art. 862.

895. *Si, le Corps reſtant le même, la Viteſſe change*, la Cavité que repréſente la
* 845. ſuperficie ADB *, change en même raiſon que le quarré de la Viteſ-
* 871. ſe *; cette même ſuperficie ſuit auſſi la raiſon du quarré de la Ligne AB *,
* 19. EL. VI. laquelle déſigne la profondeur de la Cavité; donc la Viteſſe eſt comme la pro-
* 119. fondeur, & la Viteſſe venant à varier, la profondeur ne laiſſe pas d'être
* 894. parcourüe dans le même Tems *: d'où il ſuit, que *la Cavité eſt toujours faite dans le même Tems* *, comme nous l'avons auſſi remarqué dans l'Art. 862.

896. *Si la Viteſſe reſte la même, mais que la profondeur de la Cavité change, par quelque cauſe que ce ſoit, le Tems* dans lequel le Corps peut parcourir cette
* 120. profondeur avec cette Viteſſe, varie en même raiſon que cette profondeur *;
* 894. or ce Tems a une raiſon conſtante à celui *dans lequel ſe fait la Cavité* *, & ce dernier *varie* par conſéquent dans la même raiſon, c'eſt-à-dire, *en raiſon de la profondeur.*

897. On peut trouver auſſi, par la Règle ſuivante, *le Tems dans lequel la Cavité ſe forme*; il *eſt au Tems pendant lequel le Corps acquiert en tombant la Viteſſe avec laquelle le Choc ſe fait, en raiſon compoſée de la profondeur de la Cavité, à la Hauteur dont le Corps eſt tombé, & du quart de la circonférence du Cercle au diamètre.*

898. Ces Tems ſont entr'eux en raiſon compoſée du Tems pendant lequel la Cavité ſe forme, au Tems dans lequel le Corps pourroit parcourir la profondeur de la Cavité avec la Viteſſe avec laquelle le Choc ſe fait, & en raiſon de ce dernier Tems, au Tems que le Corps a employé à tomber de la Hauteur mentionnée dans l'Article précédent. La premiére de ces raiſons eſt celle qu'il y a entre le quart de la circonférence du Cercle & le demi-
* 894. diamètre *. La ſeconde raiſon eſt la même que celle de la profondeur de
* 120. 376. la Cavité à la dite Hauteur priſe deux fois *. Une raiſon compoſée ne change point, ſi, en doublant un des Conſéquens, on réduit l'autre à la moitié, c'eſt-à-dire, ſi l'on employe le diamètre au lieu du rayon, & la Hauteur ſimple à la place de la Hauteur priſe deux fois C. Q. F. D.

SCHOLIE IV.

De la Comparaiſon des Tems dans leſquels les Cavitez ſe font dans quelques Figures particuliéres données.

899. Nous nommerons Courbes Analogues, celles dont les Ordonnées, étant proportionelles, répondent à des Abſciſſes proportionelles auſſi. Les Courbes FAG, OHP, dont les Axes ſont AC, HL, ſont Ana-

nalogues, à cauſe qu'ayant pris à diſcrétion AB, AC :: HI, HL, nous avons encore cette autre proportion, DE, FG :: MN, OP. TAB. XXXII. Fig. 8.

Concevons que ces Courbes, en tournant autour de leurs Axes, déterminent les Figures de deux Corps. Si ces Corps, mûs ſuivant les directions de leurs Axes, viennent frapper perpendiculairement la ſuperficie d'un Corps mou, les Tems dans leſquels les Forces ſe perdent, pourront être comparez entr'eux par le moyen d'une Règle très facile; ſans pouvoir néanmoins comparer par cette Règle les Tems dont il s'agit, avec le Tems qu'il faut au Corps pour parcourir un Eſpace donné avec une Viteſſe donnée, comme nous avons fait dans le Scholie précédent *. * 884. 894. 898.

Concevons de plus, que les Corps terminez par ces Courbes, frappent un Corps mou enſorte, qu'ils penètrent juſqu'à FG, & OP. Enfin concevons que ces Corps ſoient diviſez, par des plans perpendiculaires à l'Axe, en tranches minces, qui ſoient toutes égales en épaiſſeur, dans le même Corps, & égales en nombre dans les deux Corps. 900.

Les Axes AC & HL ſont partagez dans un nombre égal de parties: donc ſi le même nombre de parties eſt en AB & en HI; nous aurons FG, DE :: OP, MN *; & (*alternando*) FG, OP :: DE, MN *: outre cela, les tranches, dont ces Lignes ſont les diamètres, ſont auſſi proportionelles; & il y a entre les tranches quelconques correſpondantes la même raiſon qu'entre les derniéres; c'eſt-à-dire, que les tranches correſpondantes ſont toutes en même raiſon; & la ſomme de toutes eſt à la ſomme de toutes, c'eſt-à-dire, *une Cavité eſt à l'autre*, comme une tranche quelconque à ſa tranche correſpondante *; ou *comme la ſomme d'autant de tranches qu'on voudra, à la ſomme du même nombre de tranches correſpondantes.* * 899. *16. EL. V. 901. *12. EL. V.

Les Corps, en rencontrant la ſuperficie du Corps mou, ont des Forces proportionelles aux Cavitez FAG, OHP *; & ſont mûs avec des Viteſſes qui ſont en raiſon déterminée. * 841.

Quand les parties DAE, & MHN, des deux Corps, ont penétré dans le Corps mou, les Forces détruites ſont proportionelles à celles que les Corps ont eües au commencement *, d'où il ſuit, que les Forces qui reſtent, ſont comme les premiéres *; & de plus, que les Viteſſes ſont dans la même raiſon qu'au commencement *. 902. * 901. *17. EL. V. * 753.

Le Tems pendant lequel la profondeur de la Cavité DAE, augmente de la quantité B*b*, eſt au Tems dans lequel l'autre Corps parcourt I*i*, directement comme B*b* à I*i*, & en raiſon inverſe des Viteſſes avec leſquelles les Corps ſont mûs en ces Momens *: mais B*b* eſt à I*i*, comme AC à HL, à cauſe du nombre égal de parties qu'il y a dans chaque Ligne; & les Viteſſes ſont dans cet Inſtant comme au commencement *. Donc le Tems qu'il faut à chaque tranche pour s'enfoncer dans le Corps mou, eſt au Tems requis pour l'enfoncement de la tranche correſpondante, directement comme les profondeurs des Cavitez que les Corps impriment en conſumant toutes leurs Forces, & en raiſon inverſe des Viteſſes avec leſquelles les Corps frappent le Corps mou; & la même raiſon a lieu entre la ſomme de tous les Momens durant leſquels toutes les tranches penètrent ſucceſſivement dans FAG, & la ſomme de tous les Momens durant 903. * 121. * 902.

*12.EL.V. 904. leſquels la même choſe arrive en OHP *. Or ce ſont là *les Tems pendant leſquels les Cavitez entiéres ſont formées*, leſquels, par conſéquent, *ſont directement comme les profondeurs des Cavitez que les Corps impriment en conſumant toutes leurs Forces, & en raiſon inverſe des Viteſſes avec leſquelles les Corps frappent le Corps mou.*

Cette Règle, qui eſt générale, a lieu, quelles que ſoient les Cavitez; & la Démonſtration en eſt auſſi applicable aux Corps de toutes ſortes de Figures, pourvû que les parties enfoncées ſoient ſemblables; d'où il ſuit, que

905. *cette Règle peut être appliquée à toutes les Cavitez ſemblables entr'elles.*

906. Pour expliquer l'uſage de la Règle en queſtion, je commencerai par les Figures ſemblables. Nommant x la profondeur de la Cavité, la Cavité même ſera comme x^3 *; donc, ſi M eſt la Maſſe du Corps, & v la Viteſſe, nous aurons $x^3 = Mvv$ *, &, ſi T exprime le Tems, $T = \frac{x}{v}$ *;

* 8. 12. EL. XII. * 845. *904. 905.

& $T^3 = \frac{x^3}{v^3} = \frac{Mvv}{v^3} = \frac{M}{v}$; comme nous l'avons dit dans l'Art. 861.

907. Revenons aux Courbes Analogues; DE, FG :: MN, OP; parce que AB, AC :: HI, HL *: ſuppoſons à préſent que AX, AZ :: HI, HL; il s'enſuivra que RS, TV :: MN, OP; donc, en ſuppoſant dans la même Courbe AB, AC :: AX, AZ, on aura DE, FG :: RS, TV. D'où il ſuit, que le changement de l'Ordonnée dépend de celui de l'Abſciſſe ſuivant quelque Loi conſtante; & qu'il y a moyen d'exprimer par une Equation générale la Nature de toutes les Courbes Analogues poſſibles.

TAB. XXXII. Fig. 8. * 899.

908. Si l'on appelle x une Abſciſſe comme AB, & l'Ordonnée correſpondante doublée y, l'Equation donnera $x = y^{\frac{n}{m}}$ ou $x^m = y^n$, les lettres m & n déſignant des nombres quelconques entiers ou rompus. Si un de ces nombres étoit négatif, la Courbe ne ſeroit d'aucun uſage dans cette matiére.

909. Afin de pouvoir comparer enſemble les différentes Courbes, qui ſont exprimées par la même Equation particuliére, nous ſuppléons d'un coté les dimenſions qui manquent, en employant la Ligne a, par laquelle nous diſtinguons ces Courbes les unes des autres, & l'Equation générale devient $a^{n-m} x^m = y^n$.

910. L'Abſciſſe x exprimant la profondeur de la Cavité, la Cavité même vaudra un Sphéroïde, dont x ſera la Hauteur, & qui eſt lui même proportionel à Mvv *, & vaut $\frac{n}{2m+n} a^{\frac{2n-2m}{n}} x^{\frac{2m+n}{n}}$, comme le ſçavent ceux qui

* 845.

ſont au fait des premiers Elemens de la Quadrature des Courbes.

Nous pouvons négliger le Multiplicateur conſtant $\frac{n}{2m+n}$, puiſque par là nous ne changeons point la proportion de la quantité dont il s'agit, quelle que ſoit l'Equation particuliére; mais on garde a pour pouvoir comparer entr'elles les différentes Lignes de la même Equation.

Nous

Nous ſuppoſons donc $a^{\frac{2n-2m}{n}} x^{\frac{2m+n}{n}} = Mvv$, c'eſt-à-dire, $x^{2m+n} = a^{2m-2n} M^n v^{2n}$: mais $T = \frac{x}{v}$ *; donc $T^{2m+n} = \frac{x^{2m+n}}{v^{2m+n}}$. * 904.

Si à préſent on ſubſtitüe pour x ſa valeur, on trouve l'Equation $T^{2m+n} = a^{2m-2n} M^n v^{n-2m}$, qui donne une Règle générale pour comparer les Tems entr'eux dans toutes les Courbes Analogues, comme il paroitra par les Exemples ſuivans. 911.

Suppoſons $m = 0$, $n = 1$, l'Equation de la Figure $a^{n-m} x^m = y^n$ * ſe change en celle-ci, $a = y$, & la Figure eſt cylindrique. A préſent $T = a^{-2}$ Mv *, ou $T = \frac{Mv}{aa}$, c'eſt-à-dire, que le Tems eſt en raiſon directe du produit de la Maſſe par la Viteſſe; & en raiſon inverſe du quarré du diamètre, ou de la baſe même *; comme nous l'avons vû ci deſſus *. 912. * 909. * 911. * 2. EL. XII.

Si $m = 1$ & $n = 1$, l'Equation de la Ligne * donne $x = y$, & le Corps même eſt un Cone; mais a diſparoit; & pour comparer enſemble divers Cones, il faut un nouveau calcul. * 889. 913.

Ayant nommé le diamètre d, quand la Hauteur eſt c, nous aurons $d, c :: y, x$ ou $dx = cy$. La ſolidité du Cone eſt comme yyx * c'eſt-à-dire, comme $\frac{dd}{cc} x^3 = Mvv$ *; mais $T = \frac{x}{v}$ *; donc $T^3 = \frac{ccM}{ddv}$ donne une Règle générale pour tous les Cones quelconques. * 909. 914. * 11. 14. EL. XII. * 845. * 904.

Soit $m = 1$, & $n = 2$, l'Equation de la Figure * eſt $ax = yy$, & la Figure même eſt une Parabole, dont le paramètre eſt a. En ſubſtituant des nombres dans l'Equation, $T^{2m+n} = a^{2m-2n} M^n v^{n-2m}$, qui repréſente la valeur du Tems *, nous aurons $T^4 = a^{-2} M^2$, ou $T^2 = \frac{M}{a}$, & le quarré du Tems ſera directement comme la Maſſe, & en raiſon inverſe du paramètre. * 909. * 911. 915.

La même façon de calculer a lieu par rapport aux autres Courbes. 916.

La Courbe $a^2 x = y^3$, donne $T^2 = \frac{M^2 v}{a^4}$;

$ax^2 = y^3$, donne $T^2 = \frac{M^2}{aav}$

$x^3 = aay$, donne $T^2 = \frac{a^4 M}{v^3}$

$x^3 = ayy$, donne $T^4 = \frac{aM}{v^3}$, &c.

Dans les deux derniers cas le Corps a été formé par la révolution de la Courbe autour d'une Tangente à ſon ſommet.

LIVRE II.

Partie II. Du Choc ſimple des Corps, tant direct, qu'oblique.

CHAPITRE IV.

Du Choc des Corps ſimple & direct.

1. DEFINITION.

917. *ON appelle Viteſſe reſpective, la Viteſſe avec laquelle deux Corps s'approchent ou s'éloignent l'un de l'autre.*

918. *Quand les deux Corps tendent vers le méme coté, ils s'approchent, ou s'éloignent avec une Viteſſe qui eſt égale à la différence de leurs Viteſſes abſolües.*

919. *La Viteſſe reſpective eſt la ſomme des Viteſſes abſolües, quand les Directions de Mouvement ſont contraires.*

2. DEFINITION.

920. *Le Choc de deux Corps eſt nommé direct, quand ils ſe rencontrent de façon, qu'il n'y aît aucune raiſon pourquoi ils ſe détourneroient plutôt d'un coté que d'un autre; enſorte que le Mouvement ſoit dans la méme Ligne avant & après le Choc, ſi tout le Mouvement n'a pas été détruit.*

921. Il y a trois conditions eſſentielles à ce Choc. Il faut 1°. que la Direction du Mouvement, ou des Mouvemens, quand les deux Corps ſe meuvent, paſſe par les Centres de Gravité de l'un & de l'autre; il faut 2°. que cette même Ligne qui paſſe par les deux Centres de Gravité, paſſe auſſi par les Points où les ſurfaces ſe rencontrent; enfin, il faut 3°. que ces ſurfaces, dans les Points où elles ſe rencontrent, ſoient perpendiculaires à la Ligne qui paſſe par les Centres de Gravité

3. DEFINITION.

922. *En tout autre cas le Choc eſt appellé oblique.*

923. Les Corps à l'égard deſquels le Choc a lieu, ſont ou durs, ou

ou mous; nous n'en connoiſſons point de parfaitement durs *; tous ceux que nous nommons durs, ſont réellement élaſtiques; ainſi nous ne traiterons que de ceux-ci & des Corps mous; & nous ne ferons qu'indiquer ce qui arriveroit, ſi des Corps parfaitement durs venoient à ſe choquer. * 66.

Il n'eſt pas néceſſaire qu'il y ait de Choc dans toutes les rencontres des Corps: car les Corps peuvent s'approcher de maniére, que les ſuperficies ſe joignent l'une l'autre avec une Viteſſe infiniment petite; & cette Action peut même être continuée pendant un Tems fini, ſans que pour cela il y ait de Choc. Nous examinerons ce cas dans la ſuite. 924.

Il y a Choc entre deux Corps, quand la ſuperficie de l'un s'approche avec une Viteſſe finie de la ſuperficie de l'autre, ſur laquelle elle agit immédiatement, enſorte qu'il y ait une Action produite par une Force inhérente. 925.

Tous les Corps que nous connoiſſons ſont compoſez de parties, qui tiennent enſemble par une Force dont nous connoiſſons l'Effet, & dont nous ignorons la Cauſe: cependant nous ne ſçaurions révoquer en doute que la Cohéſion ne ſoit une véritable *Preſſion*, quelle qu'en ſoit la Cauſe. 926.

Il n'y a point de Preſſion qui ne puiſſe être ſurmontée par la moindre Force inhérente *; donc *il n'y a point de Choc de Corps ſans quelque enfoncement de parties.* 927. * 703.

S'il y avoit des Corps parfaitement durs, ils ſeroient briſez par le moindre Choc; car dans ces Corps les parties ſe ſéparent néceſſairement, dès qu'elles éprouvent le moindre Mouvement *. 928. * 65.

Ayant deſſein de traiter dans ce Chapitre du Choc des Corps en général, je commencerai par expliquer *ce qui a lieu dans les Corps non-élaſtiques*; car cela même *a lieu auſſi dans les Corps élaſtiques, dans l'Inſtant que ces Corps ſe rencontrent*, avant que les parties enfoncées ayent repris leur premiére figure. 929.

Cette propriété qu'ont *les Corps élaſtiques*, de reprendre leur premiére figure, fait qu'ils ſe repouſſent; c'eſt pourquoi ils *ſe ſéparent après le Choc.* Or il n'y a point d'Action ſemblable, *ſi les Corps n'ont aucun Reſſort*; donc *ils ne ſe ſéparent pas après le Choc direct*; car la Direction ne peut pas être changée dans ce Choc *; & par conſéquent, s'ils ne reſtent point tous 930. 931. * 920.

deux en repos dans le Choc même, *ils continüent l'un & l'autre leur Mouvement dans la même Ligne dans laquelle ils ſe mouvoient avant le Choc*, & dans laquelle rien ne les écarte l'un de l'autre.

Pendant que les parties des Corps s'enfoncent, la Force qui
* 926. ſurmonte la Cohéſion * eſt détruite *; donc *un Corps ne ſçau-*
* 708. *roit en frapper un autre, ou deux Corps ne ſçauroient ſe frapper*
932. *mutuellement, ſans que la ſomme des Forces ſoit diminuée* *.
* 927. Dans les Corps élaſtiques les parties frappées reprennent leur premiére figure, & en la reprenant, preſſent le Corps par l'Action duquel elles ont été enfoncées. Cette Preſſion engendre une nouvelle Force, dont il n'eſt pas encore queſtion: Tout
933. ce dont il s'agit à préſent, c'eſt que *dans les Corps élaſtiques cette Diminution de Forces dont nous parlons, a lieu avant qu'ils ayent repris leur figure.*

934. *Dans le Choc des Corps, il n'y a d'autre Force détruite que celle qui eſt employée à enfoncer les parties.*

935. Suppoſons, premiérement, que deux Corps tendent vers le même coté. Celui qui précéde l'autre doit de toute néceſſité ſe mouvoir le plus lentement, & être accéleré par le Choc; au lieu que celui qui ſuit, par cela même qu'il agit ſur l'autre, perd quelque choſe de ſa Force. L'Effet de la Force perdüe eſt une Augmentation de Force dans le Corps qui précéde, comme auſſi un enfoncement de parties; cet Effet eſt égal à la Force
* 709. perdüe par le Corps qui ſuit *; mais la Force acquiſe par le Corps qui précéde n'eſt pas détruite; donc il n'y en a point d'autre détruite que celle qui a ſervi à produire l'enfoncement des parties.

936. Secondement, ſuppoſons que les Mouvemens des deux Corps ſoient contraires. Un Corps qui rencontre un Obſtacle mou, & fixe, perd toute ſa Force en enfonçant des parties, car il ne produit aucun autre effet; & c'eſt parce que l'Obſtacle lui oppoſe une Réſiſtance ſuffiſante, qu'il perd toute ſa Force en enfonçant des parties.

La Réſiſtance n'eſt pas moindre, quand l'Obſtacle, au lieu d'être fixe, s'avance vers le Corps par un Mouvement contraire. C'eſt pourquoi, en ce cas, le Corps ne produit pas un moindre effet en enfonçant des parties, & conſume auſſi toute ſa Force par cette Action.

Deux Corps qui ſe meuvent dans des ſens oppoſez, & qui viennent à ſe choquer, ſont réellement un Obſtacle l'un à l'égard

gard de l'autre, & perdent l'un & l'autre leur Force en enfonçant des parties. Que ſi l'un perd tout ſon Mouvement avant l'autre, nous retombons alors dans le cas que nous venons d'examiner, & la Démonſtration eſt générale.

Nous allons prouver à préſent par des Expériences ce Paradoxe, que *la Force ne détruit jamais la Force immédiatement.* 937.

I. EXPERIENCE.

Nous nous ſervons dans cette Expérience de la même Machine * avec laquelle a été faite la ſeconde Expérience du Chapitre précédent *. Nous appliquons à cette Machine les deux Quadres *r*, & *s*, en diſpoſant les Crochets qui ſoutiennent les Fils, de la maniére expliquée ci-deſſus *. 938. TAB. XXVII. Fig 1. * 760. * 827. * 766.

Au Quadre *r* doit être joint le Cone H (*Pl. XXVIII. Fig.* 7.) comme dans l'Expérience que nous indiquons *. * 829.

Il faut attacher au Quadre *s* la Boëte Cylindrique de bois M (*Pl. XXVIII. Fig.* 10.); laquelle, pour cet effet, eſt garnie d'une Vis *n*, qui entre dans l'Ecrou de la face antérieure du Quadre *. La cavité antérieure *o* de la Boëte eſt remplie de Terre glaiſe, qu'on racle avec un couteau de bois, dont le tranchant eſt enduit légérement d'huile, afin que la ſuperficie de la Terre glaiſe ſoit plane & unie; aprés cela on péſe la Boëte, & on met dans ſa cavité poſtérieure autant de Terre glaiſe qu'il eſt néceſſaire, pour que le Poids du Cylindre égale le Poids du Cone appliqué au Quadre *r*. Il faut avoir au moins trois ou quatre Cylindres préparez de la maniére que nous venons de dire. 939. * 770.

Nous ajoutons aux Quadres, & y affermiſſons d'autres Cylindres, deſtinez à en augmenter le Poids *, de ſorte que chaque Maſſe vaille trois. * 774.

Les Quadres doivent être tous deux ſuſpendus de la maniére qu'il a été dit d'un ſeul *; il faut prendre garde que leur ſituation ſoit exactement horizontale, qu'ils ſoient à la même hauteur & à la même diſtance de la Planche B C; alors, les Quadres reſtant en repos dans la ſituation qu'ils prennent d'eux mêmes, les Fils, attachez aux Crochets *g* & *f*, ſont parallèles, comme auſſi ceux qui tiennent aux Crochets *h* & *i*; le ſommet du Cone, joint au Quadre *r*, répond au Centre de la ſurface de la Terre glaiſe en *s*, & la touche en ce point. 940. * 769.

La Règle V X étant affermie, on élève le Quadre *r*, comme

dans l'Expérience qui a déja été indiquée plus d'une fois *; & on applique l'*Indice o* de maniére qu'il réponde à la dixiéme des grandes diviſions * de la Règle.

* 830.

* 775.

941. C'eſt de cette diviſion qu'on laiſſe tomber le Quadre, lequel vient frapper avec la Viteſſe dix, le Quadre en repos *s*, & l'emporte avec ſoi, en imprimant en même tems une Cavité dans l'Argile.

942. Les Fils, qui étoient parallèles dans la ſuſpenſion des Quadres, ne ſont plus tels à préſent, parce que le ſommet du Cone ne touche plus l'Argile, mais y eſt enfoncé. Il faut les rendre de nouveau parallèles. Sans toucher aux Crochets *g*, *g*, *g*, *h*, *h*, *h*, on tourne les petites Croix qui déterminent les diſtances * des Crochets du milieu *g*, *f*, & *h*, *i*; on fait avancer vers le milieu, les Crochets *f*, *f*, *f*, & *i*, *i*, *i*, autant qu'il eſt néceſſaire pour que le parallèliſme ſoit rétabli, en quoi il n'y a pas la moindre difficulté. Enſuite on affermit la Règle Y Z, enſorte que l'extrêmité Y réponde aux Fils poſtérieurs du Quadre *s*, quand les deux Corps joints enſemble, & ſuſpendus librement, reſtent en repos *.

* 764.

* 830.

943. On ôte la Boëte cylindrique qu'on avoit jointe à *s*; & en ayant ſubſtitué une autre, remplie pareillement de Terre glaiſe, on place l'*Indice* de façon qu'il indique la cinquiéme des grandes diviſions de la Règle Y Z.

On élève de nouveau le Quadre *r*, & on le laiſſe tomber avec la Viteſſe dix ſur le quadre en repos *s*; ces deux Corps montent enſemble juſqu'à l'*Indice q*, dont les Fils poſtérieurs du Quadre *s* s'approchent, ſans le toucher.

La Cavité qui a été imprimée à l'Argile, & en général l'Effet de cette Percuſſion, ne diffère pas de l'Effet trouvé par le premier Eſſai *; parce que, dans les deux cas, la même Force a été acquiſe par le Corps *r* dans la Deſcente, qui a été la même; mais, dans le premier cas, à cauſe du défaut de parallèliſme dans les Fils, il n'y a pas eu moyen, avant que ce parallèliſme eut été rétabli, de meſurer exactement la Viteſſe après le Choc.

* 941.

944. Le Corps R, dont la Maſſe eſt trois, a choqué avec la Viteſſe dix, le Corps en repos S, dont la Maſſe eſt auſſi trois; après la Percuſſion ils ont été mûs enſemble avec la Viteſſe cinq; on a eu la Cavité repréſentée en A.

TAB. XXXIII. Fig. 1.

Au

Au Cylindre de bois *m*, joint à S, nous en ſubſtituons derechef un autre rempli de Terre glaiſe; nous remettons les Crochets dans leur premiére ſituation, afin de pouvoir ſuſpendre les Corps comme ils l'ont été d'abord *; & nous changeons auſſi tant ſoit peu la ſituation de la Règle YZ (*Planche XXVII.*) pour que l'extrêmité Y réponde de nouveau aux Fils poſtérieurs du Quadre S. Ayant appliqué les *Indices*, de maniére que chacun d'eux indique la cinquiéme des grandes diviſions *; il faut, dans le même Inſtant, laiſſer tomber de ces diviſions les Corps R & S, afin qu'ils ſe rencontrent au milieu, où ils reſteront en repos. Les deux Mouvemens ſont détruits, & une Cavité exactement égale à la Cavité A, ſe trouve imprimée dans la Terre glaiſe. 945. TAB. XXXIII. Fig. 2. * 940. * 775.

Dans le premier cas la Viteſſe du Corps R a été dix, & la Maſſe trois; donc la Force valoit 300. *. Après la Percuſſion la Maſſe a été ſix, la Viteſſe cinq, & la Force 150 *: cette derniére eſt la ſeule Force qui eſt demeurée de reſte après le Choc, & il y en a eu une égale de détruite, qui n'a pu être conſumée qu'en enfonçant des parties *; car il n'y a point eu d'autre Effet. 946. * 757. * 757. * 934.

Dans le ſecond cas, la Force de chaque Corps a été 75 *; & toute la Force détruite a été auſſi 150; mais comme, en ce cas, la Cavité a été égale & ſemblable à la premiére, il s'enſuit que toute cette Force a été employée à former la Cavité *. * 757. * 934.

Si l'on change quelques circonſtances, il paroitra plus clairement encore, qu'il faut, dans tous les cas, la Force 150. pour former une pareille Cavité. Il faut garder le Quadre R, avec ſon Cone *h*, en changeant ſeulement la Maſſe, qui doit être fix; cette Maſſe vient frapper, avec la Viteſſe cinq, un Obſtacle immobile, comme dans pluſieurs Expériences * du Chapitre précédent; & la Cavité a été encore préciſément égale aux autres, & la Force détruite auſſi 150 *. 947. Fig. 3. * 827. 843. * 757.

Il faut faire attention ici à ce que nous avons dit dans une autre occaſion * au ſujet de l'allongement des Fils, quand le Poids eſt augmenté. * 831.

Deux Corps ne ſçauroient agir l'un ſur l'autre par un Mouvement commun à tous deux; donc le Choc dépend de *la Viteſſe reſpective*, laquelle *reſtant la même, l'Intenſité de la Percuſſion ſera la même auſſi, quelque changement qu'il y ait dans les Viteſſes abſolües*; de cette Intenſité dépend *l'Enfoncement* 948. 949.

des parties, lequel, par conſéquent, *eſt toujours le même, ſi deux Corps ſe rencontrent avec la même Viteſſe reſpective, quelles que ſoient leurs Viteſſes abſolües.*

2. EXPERIENCE.

950. Cette Expérience ſe fait de la même maniére que l'Expérience précédente.

TAB. XXXIII. Fig. 4. * 774. * 939. * 940. On joint au Quadre R le même Cone *h*, mais on fait que la Maſſe vaille quatre *. La Maſſe du Quadre S eſt trois, & à ce Quadre eſt attachée une Boëte *m* *, avec de la Terre glaiſe. Ces Quadres étant ſuſpendus comme il a été dit *; le Corps R frappe avec la Viteſſe ſept, le Corps en repos S, & il ſe fait une Cavité dans la Terre glaiſe. On ôte la Boëte *m*, & on en ſubſtitüe une autre. La Viteſſe reſpective a été ſept *. *918-919.

951. TAB. XXVII. Fig. 1. Il faut placer l'*Indice o* de maniére que *r*, en deſcendant, acquierre la Viteſſe neuf; cet *Indice* reſtant comme il eſt, on change la ſituation de la Règle VX, enſorte que l'extrêmité X réponde aux Fils antérieurs du Quadre *s*, quand il eſt en repos. Alors on élève *s* vers V à une telle hauteur, que les mêmes Fils répondent à la ſeconde des grandes diviſions de la Règle XV, & on place l'*Indice p* de façon, que ſa pointe réponde à celui de ces deux Fils qui eſt le plus proche de la Planche. Cet *Indice*, qui eſt repréſenté * à part en P, & en *p* (*Pl. XXVIII. Fig.* 6.) eſt compoſé d'une Vis, afin qu'en reſtant au même endroit, il puiſſe s'approcher ou s'éloigner du Fil auquel il répond; on tourne cette Vis de maniére que, l'*Indice* reſtant au même endroit, les Corps puiſſent paſſer librement à coté de cet *Indice*, les Fils antérieurs ne paſſant qu'à une très petite diſtance de la pointe. Cela étant, ſi on élève *s* de façon que les Fils antérieurs répondent à l'*Indice p*, en deſcendant il acquerra deux degrez de Viteſſe vers Z. * 777.

952. TAB. XXXIII. Fig. 5. * 407. Si on éleve enſemble les Corps R & S, enſorte que les Fils répondent à leurs *Indices* reſpectifs, & qu'on les lâche dans le même Inſtant, ils arriveront auſſi dans le même Inſtant à l'endroit le plus bas *, c'eſt-à-dire, au milieu de la Machine; ils ſe rencontrent en cet endroit, en venant du même coté, l'un avec deux degrez de Viteſſe, & l'autre avec neuf degrez: dans cette occaſion la Viteſſe reſpective a été encore ſept *. On ôte la Boëte *m*, & on ſubſtitüe à ſa place une autre Boëte pareille. * 918.

On remet la Règle XV dans ſa premiére ſituation, de maniére

re que l'extrêmité X réponde aux Fils poſtérieurs du Quadre *r*. L'extrêmité Y de l'autre Règle doit répondre de même aux Fils poſtérieurs du Quadre *s*. Nous ſuppoſons les Quadres en repos. TAB. XXVII. Fig. 1.

On lâche les deux Corps R & S, enſorte que, en allant vers des cotez oppoſez, S acquierre en deſcendant deux degrez de Viteſſe, & R cinq degrez; ils ſe rencontrent avec ces Viteſſes au milieu de la Machine *, & la Viteſſe reſpective eſt ſept * dans la Percuſſion. 953. TAB. XXXIII. Fig. 6. * 407. * 919.

Dans ces trois Chocs la Viteſſe reſpective a été la même, ſçavoir ſept, & les trois Cavitez ont été exactement égales. 954.

Nous croyons avoir ſuffiſamment expliqué, comment on peut donner aux Corps qui ſe choquent, les Viteſſes qu'on veut, ſoit que les Mouvemens ſe faſſent dans le même ſens, ou dans des ſens oppoſez; nous avons expliqué auſſi la manière de meſurer la Viteſſe commune à tous deux après le Choc: c'eſt pourquoi il ſeroit ſuperflu dans la ſuite, d'expliquer plus au long, dans de ſemblables Expériences, tout ce qui a rapport à la diſpoſition des Machines. 955.

Voyons à préſent ce qu'on peut inférer de la derniére Propoſition *. Les Forces qui ſont conſumées en formant des Cavitez égales, ſont égales *; aucune autre Force ne périt, que celle qui a été employée à former les Cavitez *; donc, *de quelque maniére que deux Corps ſe meuvent, ſi la Viteſſe reſpective eſt la même, il y aura toujours la même quantité de Force détruite par le Coup* *. * 949. * 841. * 934. 956. * 949.

3. Experience.

Cette Expérience ſe fait à tous égards de même que la précédente; mais chacun des trois Eſſais * doit être repété, en obſervant ce que nous avons dit dans l'Art. 942., afin de déterminer chaque fois la Viteſſe après la Percuſſion. Voici les Viteſſes que nous avons trouvées. 957. Fig. 4, 5, 6. * 950. 952. 953.

Dans le premier cas *, les deux Corps enſemble ont eu, après le Choc, quatre degrez de Viteſſe. Dans le ſecond cas *, ſix; dans le troiſiéme, deux *. * 950. * 952. * 953.

Dans le premier cas, avant la Percuſſion, le ſeul Corps R a été mis en Mouvement. La Maſſe étoit 4, la Viteſſe 7; donc la Force étoit 196 *. Après la Percuſſion les Corps ont été joints enſemble; & comme la Maſſe valoit 7, & la Viteſſe 958. * 757.

ſe 4, la Force a été égale à 112; donc l'enfoncement des parties a conſumé 84 degrez de Force.

Dans le ſecond cas la Force du Corps R étoit $4\times81=324$; la Force du Corps S étoit $3\times4=12$; donc la ſomme des Forces a été 336. Après le Choc la Force a été $7\times36=252$; donc la Force détruite a auſſi valu 84.

Dans le dernier cas les Forces avant le Choc étoient 100 & 12; dont la ſomme 112 ſurpaſſoit auſſi de 84, la Force 28, qui reſtoit après la Percuſſion.

959. La Force détruite par le Choc, quand les mêmes Corps, & la même Viteſſe reſpective reſtent, étant toujours la même; il ſuffira de la déterminer dans un ſeul cas, pour l'avoir dans tous les autres.

960. *Si deux Corps, égaux ou inégaux*, la Viteſſe reſpective étant donnée, *ſe mouvant en ſens contraires*, ſe choquent, leurs Mouvemens pourront être tels, que celui qu'on voudra, emportera l'autre après le Coup; d'où il ſuit, qu'il y a un cas dans lequel ils *reſtent en repos après le Choc.*

En ce cas *la ſomme des Forces* abſolües vaut la Force détruite dans tous les cas, en ſuppoſant toujours la même Viteſſe reſpective *. Dans ce même cas cette ſomme, *la Viteſſe reſpective reſtant la même, eſt la plus petite de toutes*: car ſi, dans quelque cas, la ſomme des Forces étoit moindre, la Force détruite par le Choc ſeroit moindre auſſi, ce qui eſt impoſſible *.

* 956.

961. Nous démontrerons dans le premier des Scholies ſuivans, que *cette ſomme eſt la plus petite de toutes, quand, les directions étant contraires, les Viteſſes ſont en raiſon inverſe des Maſſes*, & que c'eſt dans ce ſeul cas qu'elle eſt la moindre.

962. D'où il ſuit, que le ſeul cas où *deux Corps, más en ſens contraires, reſtent en repos*, eſt *lorſqu'après le Choc les Viteſſes ſont en raiſon inverſe des Maſſes*-*.

* 960.

963. En ce cas les Forces ſont comme les Viteſſes *, c'eſt-à-dire inégales, ſi les Corps ſont inégaux; ce qui eſt tout à fait paradoxe. C'eſt pourquoi je vais démontrer la Propoſition même d'une maniére directe, afin qu'il paroiſſe par la Nature de la Percuſſion, que des Corps inégaux ne ſçauroient reſter en repos après le Choc, à moins que les Forces ne ſoient inégales.

* 791.

Con-

Concevons deux Corps mûs en ſens contraires, & qui ſe choquent directement. Ils conſument leurs Forces en enfonçant des parties; pendant ce tems ils s'applatiſſent, ou l'un s'enfonce dans l'autre, de maniére qu'après le premier contact ils parcourent encore un certain Eſpace, pendant que les parties écartées gliſſent entre les parties voiſines. 964.

La Cohéſion qu'il faut ſurmonter, n'eſt pas uniforme dans tous les points de ce petit Eſpace parcouru; mais ſi l'on conçoit cet Eſpace partagé en parties infiniment petites, la Réſiſtance à ſurmonter pourra être conſiderée comme uniforme dans chacune de ces petites parties, & à ne conſiderer que la Réſiſtance qui a lieu dans un de ces petits Eſpaces, chaque Corps, en pouſſant des particules entre les particules voiſines, ſurmontera une partie de cette Réſiſtance proportionelle à la partie du petit Eſpace qu'il aura parcourüe: les deux Corps, mûs en ſens contraires, parcourent enſemble ce petit Eſpace; mais les parties qu'en parcourt chacun d'eux, ſont entr'elles comme les Viteſſes *; & les Réſiſtances qui ont été ſurmontées, ſont en cette même raiſon: or les Réſiſtances ſont comme les Actions des Corps *, ou comme les Forces perdües *. * 119. * 361. * 709.

Donc *dans toute Percuſſion de deux Corps qui s'entre-choquent avec des Mouvemens oppoſez, les Diminutions des Forces, à chaque Moment infiniment petit, ſont comme les Viteſſes de ces Corps, dans chacun de ces Momens.* 965.

Cette Règle a lieu juſqu'à ce qu'un des Corps aît entiérement perdu ſa Force. Dans l'Inſtant que cela arrive, ce dernier eſt repouſſé par l'autre, & acquiert alors une Force nouvelle. Que ſi les deux Corps perdent leurs Forces dans le même Tems, ils s'arrêtent auſſi dans le même Moment; ce qui eſt préciſément le cas que nous devons examiner.

Suppoſons *deux Corps, mûs dans des ſens contraires, & qui s'entre-choquent* avec des Viteſſes qui ſont en raiſon inverſe des Maſſes; les Forces ſeront comme les Viteſſes *. 966. * 791.

Dans le premier Inſtant qui ſuit celui où les ſurfaces ſe ſont touchées, les Diminutions des Forces, qui ſont comme les Viteſſes *, ſont comme les Forces mêmes; & les Forces qui reſtent, comme les premiéres Forces *: raiſon qui a lieu auſſi à l'égard des Viteſſes qui reſtent *. * 965. *19.EL.V. * 791.

Le même raiſonnement peut s'appliquer au ſecond Mo-

ment, & aux Momens ſuivans ; dans chacun deſquels les Diminutions des Forces ſont comme les Forces mêmes, leſquelles par conſéquent ſont conſumées dans le même Tems ; c'eſt pourquoi les Corps *ſont en repos dans le même Moment* ; ce qui n'eſt vrai que *dans le ſeul cas où les Viteſſes oppoſées ſont en même raiſon que les Forces*, comme il paroit par la même Démonſtration.

967. Cette Démonſtration prouve outre cela, que *les Diminutions des Viteſſes ſont, dans toute Percuſſion, à chaque Moment, en raiſon inverſe des Maſſes.* Car ſi, la Viteſſe reſpective reſtant la même, les Mouvemens changent comme on voudra, ce qui dépend immédiatement du Choc * ne changera point pour cela ; & ce que nous avons prouvé à l'égard des Diminutions des Viteſſes dans un cas particulier, pourra s'appliquer en général aux changemens de Viteſſes dans une Percuſſion quelconque.

* 948.

968. Il ſuit de la Démonſtration précédente, que *des Corps inégaux, mûs dans des ſens oppoſez, ne reſtent pas en repos après le Choc, à moins qu'ils n'ayent des Forces inégales.* Je vais rapporter quelques Expériences remarquables touchant cette inégalité.

4. EXPERIENCE.

969. Soit le Corps R, auquel on joint le Cone *b* *, qui a ſervi dans les Expériences précédentes. Sa Maſſe eſt neuf, & il frappe avec une Viteſſe deux le Corps S, garni de la Boëte à Terre glaiſe *m*, & dont la Maſſe vaut deux ; le Mouvement de celui-ci eſt en un ſens contraire, & ſa Viteſſe eſt neuf. Les deux Corps ſe rencontrent au milieu de la Planche avec les dites Viteſſes, qui ſont en raiſon inverſe des Maſſes, & reſtent en repos, après avoir fait une Cavité repréſentée en B.

TAB. XXXIII. Fig. 7.

* 829.

970. La Propoſition même eſt confirmée immédiatement par cette Expérience ; laquelle, ſi on la compare avec l'Expérience ſuivante, ſervira outre cela à mettre dans tout ſon jour l'inégalité des Forces.

5. EXPERIENCE.

971. La Maſſe de chacun des deux Corps R & S eſt deux ; la Viteſſe de chacun eſt neuf ; s'ils ſont mûs en ſens contraires, ils ſe rencontrent, s'arrêtent, & forment la Cavité C.

Fig. 8.

972. Si, en changeant les Maſſes pour qu'elles ſoient neuf, chaque

que Corps frappe l'autre avec deux degrez de Viteſſe, ils reſteront encore en repos, & la Cavité ſera D. TAB. XXXIII. Fig. 9.

Il eſt évident que, dans ces circonſtances, les Corps doivent reſter en repos; mais ſi quelqu'un n'a pas bien compris la Démonſtration * précédente, il lui paroitra étrange que les Cavitez ſoient inégales; j'ajouterai pour cette raiſon encore quelques autres Expériences. 973. * 966.

La Force qui eſt conſumée dans la quatriéme Expérience, & par laquelle la Cavité B a été faite, vaut la moitié de toute la Force qui a été détruite dans les deux Eſſais de la cinquiéme Expérience, dans leſquelles ont été formées les Cavitez C & D; cela étant, on peut inférer de ce qui a été démontré * ci-devant, que la Cavité B vaut la moitié de la ſomme des autres Cavitez C & D; enſorte qu'elle diffère également avec chacune de ces derniéres: ce qui s'accorde avec l'Expérience même, comme on peut s'en convaincre en meſurant les Cavitez. 974. * 841.

Les Cavitez ſe meſurent ſans peine par le moyen du Compas de proportion, avec lequel on peut comparer enſemble des Solides ſemblables, qui ont pour cotez homologues les diamètres des Cavitez. Si on n'a pas un pareil Compas, les Expériences ſuivantes pourront y ſuppléer. 975.

6. Experience.

Le Corps R, dont la Maſſe eſt neuf, vient frapper l'Obſtacle fixe avec deux degrez de Viteſſe, & fait la Cavité E. 976. Fig. 10.

Le même Corps, la Maſſe étant deux, & la Viteſſe neuf, ayant donné contre l'Obſtacle fixe, a formé la Cavité F. Fig. 11.

L'inégalité de ces Cavitez prouve l'inégalité des Forces dans la 4me Expérience *; ces Forces ſont en raiſon inverſe des Maſſes *, & les Cavitez ſont dans la même raiſon *; la ſomme de ces Cavitez vaut la Cavité B, formée dans la dite Expérience 4me, comme on peut s'en convaincre en meſurant les Cavitez, ou en faiſant l'Expérience ſuivante. 977. * 969. * 791. * 841.

7. Experience.

Que le Corps R vienne frapper deux fois le même endroit de la ſurface de l'Argile, de façon qu'il augmente la ſeconde fois la Cavité faite la premiére fois. Si dans un des cas la Maſſe eſt neuf, & la Viteſſe deux, & dans l'autre, la Maſſe deux, & la Viteſſe neuf; toute la Cavité ſera égale à la Cavité B de la quatriéme Expérience *. 978. Fig. 12. * 850.

979. Dans l'Expérience que nous venons d'indiquer, la Force du Corps R étoit $9\times2\times2=36$; la Force du Corps S étoit 2×9 * 757. $\times 9=162$ *; & la ſomme par conſéquent 198. Si le Corps * 829. dont la Maſſe eſt neuf, garni du Cone *b* *, comme dans les Expériences précedentes, vient frapper l'Obſtacle immobile avec TAB. XXXIII. Fig. 13. la Viteſſe $4\frac{7}{10}$, il fait une Cavité qui eſt auſſi égale à la Cavité B. La Force détruite par ce Coup vaut auſſi 198, du moins elle n'en diffère que très peu; ce qui prouve qu'une ſemblable Force a été pareillement détruite dans la quatrième Expérience *; ce qui * 841. démontre de nouveau, que dans la dite Expérience les Forces ont été inégales.

Le cas dans lequel les Corps reſtent en repos après la Percuſſion étant poſé, ſi l'on augmente la plus petite des Forces, enſorte pourtant qu'elle n'égale point encore celle de l'autre 980. Corps, *le Corps qui a la plus petite Force, fera retourner en arriére celui qui le ſurpaſſe en Force.*

Le Corps mû avec le plus de Viteſſe, quoiqu'il aît le plus de Force, conſume, en enfonçant des parties, ſa Force en moins de Tems que l'autre, & eſt repouſſé par celui-ci, qui a encore de la Force de reſte.

8. EXPERIENCE.

981. Suppoſons que le Corps R, dont la Maſſe eſt deux, & le TAB. XXXIV. Fig. 1. Corps S, dont la Maſſe eſt neuf, étant mûs dans des ſens oppoſez, ſe choquent, le dernier avec la Viteſſe quatre, & le premier avec la Viteſſe douze; R ſera repouſſé par le Coup, & S continüera à ſe mouvoir, en emportant R avec une Viteſſe qui vaut plus d'un degré.

982. Si, après avoir ôté S, le Corps R, garni de ſon Cone *b*, Fig. 2. frappe l'Obſtacle immobile avec la même Viteſſe douze, il imprimera la Cavité A.

983. En changeant la Maſſe, enſorte qu'elle vaille neuf, le Corps Fig. 3. vient frapper l'Obſtacle immobile avec la Viteſſe quatre, qui eſt celle que le Corps S a eüe dans le Choc, & l'on a la Cavité B, qui eſt beaucoup plus petite que l'autre; quoique par cette Percuſſion le Corps n'aît pas perdu tout ſon Mouvement, & aît emporté l'autre avec lui.

984. *Quand deux Corps s'entre-choquent, il y a deux Actions & deux Réactions, & chaque Action eſt égale à ſa Réaction.* Pour que les Corps reſtent en repos après le Choc, il faut que chaque

que Corps éprouve une Réſiſtance par laquelle le Corps puiſſe conſumer ſa Force en agiſſant; ce qui ne ſçauroit arriver quand les Corps ſont inégaux, à moins que les Forces ne ſoient inégales.

Nous inférons de ce qui a été démontré, que des Corps, dont la Viteſſe reſpective eſt connüe, étant donnez, *on trouve la Force détruite par le Choc*, ſi l'on détermine la ſomme des Forces, en gardant la même Viteſſe reſpective, & en ſuppoſant les Mouvemens contraires, & les Viteſſes en raiſon inverſe des Maſſes *. Or nous démontrons dans les Scholies, qu'on trouve cette ſomme, *en multipliant le produit des Maſſes par le quarré de la Viteſſe reſpective, & en diviſant ce dernier produit par la ſomme des Maſſes.* 985. *956.960.

9. Experience.

Le Corps R, dont la Maſſe eſt quatre, vient frapper avec la Viteſſe neuf, le Corps en repos S, dont la Maſſe vaut deux, & forme la Cavité C; à laquelle nous en avons une autre exactement égale, ſi un Corps, dont la Maſſe eſt trois, frappe l'Obſtacle immobile avec la Viteſſe ſix. 986. TAB. XXXIV. Fig. 4. Fig. 5.

La Force détruite dans ce dernier cas eſt $3 \times 36 = 108$ *. Une Force préciſément égale a été détruite dans le premier cas *. Or cette même Force ſe trouve en multipliant le produit des Maſſes, ſçavoir 8 par 81, quarré de la Viteſſe reſpective neuf; & en diviſant le produit 648, par la ſomme des Maſſes, ſçavoir 6. * 757. * 826.

De ce qui a été démontré au ſujet des Corps qui reſtent en repos après le Choc, nous déduiſons les Règles par le moyen deſquelles on peut déterminer les Viteſſes des Corps après le Choc, dans tous les cas.

Que deux Corps ſoient mûs, ou vers le même coté (Fig. 1.) *ou vers des cotez oppoſez* (Fig. 2.), & que les Maſſes ſoient comme AB & BC; ſoit la Viteſſe du dernier de ces Corps BE, & de l'autre BN: la Viteſſe reſpective ſera EN *. Si l'on diviſe la Viteſſe EN en I, tellement que IN ſoit à IE, comme BC à BA, BI exprimera la Viteſſe avec laquelle les deux Corps ſeront tranſportez *après le Choc*; car *les Changemens qu'éprouvent les Viteſſes, ſont en raiſon inverſe des Maſſes* *, & BC acquiert la Viteſſe EI, pendant que AB perd la Viteſſe NI. Concevons un Bateau tranſporté avec la Viteſſe BI, & que dans ce Bateau ſoit mû le Corps BC, avec la Viteſſe IE, de la 987. TAB. XXXVII. Fig. 1. 2. *918.919. * 967.

proüe vers la pouppe, il aura la Viteſſe abſolüe BE; ſoit de plus le Corps AB tranſporté de la pouppe vers la proüe avec la Viteſſe IN, il aura la Viteſſe abſolüe BN; ces Corps, étant mûs dans le Bateau avec des directions contraires, & avec des Viteſſes qui ſont en raiſon inverſe des Maſſes, reſteront en
* 962. repos dans le Bateau après le Choc *; c'eſt-à-dire, ſeront tranſportez avec la même Viteſſe que le Bateau.

La Viteſſe BI peut ſe trouver par une Règle très-facile. Pour cet effet, que les produits des Maſſes par leurs Viteſſes ſoient repréſentez par les Rectangles BM, BF, & qu'on achéve les Parallèlogrammes AO & CD. Ayant mené DO, elle coupera BN en I; car les Triangles DIE, INO, ſont ſemblables; & IN eſt à IE, comme NO ou BC, à DE ou AB. Si l'on mène par I la ligne HL, parallèle à AB, les comple-
* 43. EL. I. mens IM, IF, ſeront égaux *; donc, *quand deux Corps ſont*
988. *mûs vers le même coté, ſi* de *la ſomme des produits des Maſſes par*
TAB. XXXVII. Fig. 1. *leurs Viteſſes*, ſçavoir BM & BF, on retranche MI, & qu'on ſubſtitüe à ſa place IF, la dite ſomme ſera égale au Rectangle AL; ſi ce Rectangle *ſe diviſe par* AC, qui eſt *la ſomme des Maſſes, le quotient de la diviſion ſera* AH ou BI, qui eſt *la Viteſſe commune aux deux Corps après le Choc.*

10. EXPERIENCE.

989. Le Corps R, dont la Maſſe eſt deux, vient choquer avec la
TAB. XXXIV. Fig. 6. Viteſſe treize le Corps S, dont la Maſſe eſt trois, & la Viteſſe trois auſſi, & ils ſe meuvent l'un & l'autre vers le même coté. La Viteſſe commune à tous deux après la Percuſſion eſt ſept: nous trouvons cette Viteſſe, en multipliant 2×13 & 3×3. La ſomme des produits 26 & 9 eſt 35; laquelle étant diviſée par la ſomme des Maſſes 5, donne pour quotient 7.

Nous avons expliqué comment on communique des Viteſſes
* 951. 952. quelconques, à des Corps qui tendent vers le même coté *; & nous avons marqué auſſi, comment la Viteſſe ſe meſure a-
* 779. 942. près le Choc *.

990. *Si les Corps ſe meuvent dans des ſens oppoſez, & que* du plus
TAB. XXXVII. Fig. 2. grand produit BM, on retranche MI, en ſubſtituant à la place IF, on aura BM égal à la Figure AHLFEB; laquelle, ſi on en ſouſtrait le produit BF, donne HC, qui eſt *la différence des produits des Maſſes par leurs Viteſſes. Soit* cette différence *diviſée par la ſomme des Maſſes* AC, *le quotient ſera la Viteſſe cher-*

chée

chée BI, *qui tend vers le même coté* que BN: c'eſt-à-dire, que les deux Corps ſont tranſportez, avec la Viteſſe qui vient d'être trouvée, vers le même coté *que le Corps dont le produit de la Maſſe par la Viteſſe ſurpaſſe le produit ſemblable de l'autre Corps.*

II. Experience.

Les mêmes Corps qui ont été employez dans l'Expérience précédente, ſervent encore dans celle ci : ils ſe choquent encore, mais avec des directions oppoſées; R avec la Viteſſe cinq, & S avec dix degrez de Viteſſe; & les deux Corps ont, après la Percuſſion, une Viteſſe commune quatre, laquelle tend vers le même coté, vers lequel le Corps S tendoit avant la Percuſſion. 991. TAB. XXXIV. Fig. 7.

Les produits des Viteſſes par les Maſſes ſont 30 & 10, dont la différence 20, diviſée par cinq, ſomme des Maſſes, donne quatre pour quotient.

On peut inférer de chacune de ces Règles, que, *ſi un des Corps eſt en repos, le produit de la Viteſſe du Corps mû, multipliée par la Maſſe de ce Corps, doit être diviſé par la ſomme des Maſſes.* 992.

12. Experience.

Les mêmes Corps étant donnez, que R vienne choquer S en repos, avec la Viteſſe dix, la Viteſſe commune à tous deux après le Choc ſera quatre. 993. Fig. 8.

Le produit de la Viteſſe par la Maſſe eſt 20; lequel, diviſé par 5, ſomme des Maſſes, donne quatre.

Dans ces Démonſtrations nous avons conſideré les Viteſſes reſpectives, & nous avons appliqué les Concluſions aux Viteſſes abſolües: de même que dans l'Art. 956. nous n'avons conſideré que l'Action reſpective, pour déterminer la Force détruite dans la Percuſſion. Ces Argumens ſont concluans, parce que la Viteſſe reſpective ne ſçauroit changer, que le même changement n'aît lieu à l'égard des Viteſſes abſolües, ſi l'on conſidére en même tems les deux Viteſſes abſolües. La Force qui eſt conſumée en enfonçant des parties, eſt auſſi une diminution de la Force abſolüe, quoique cette Diminution dépende de l'Action reſpective, & ſoit proportionelle à cette Action. 994.

Dans tout le reſte *l'Action reſpective doit être diſtinguée de l'Action abſolüe*; car le même changement reſpectif donne différens 995.

rens changemens des Forces, ſuivant la différence des Forces abſolües avant la rencontre des Corps; & outre cela, une moindre Action reſpective d'un même Corps, mû de la même manière, ſur un autre Corps déterminé, peut lui communiquer une plus grande Force que ne lui communiqueroit une plus grande Action reſpective.

13. EXPERIENCE.

996. TAB. XXXIV. Fig. 9. Soit la Maſſe du Corps R deux, & la Viteſſe dix; que ce Corps vienne choquer le Corps en repos S, dont la Maſſe eſt huit; les deux Corps ſe meuvent après le Coup avec deux degrez de Viteſſe; ce qui s'accorde avec la Règle précédente *.

* 992.

997. Fig. 10. Le même Corps R, ayant la même Maſſe, & la même Viteſſe que dans l'Art. précédent, frappe le Corps S, dont la Maſſe eſt huit, mais qui, dans le cas préſent, eſt mû vers le même coté que R, avec la Viteſſe cinq. La Viteſſe commune à tous deux après la Percuſſion eſt ſix; ce qui eſt encore conforme à ce que nous avons dit *.

* 988.

998. Dans le premier cas le Corps en repos S reçoit deux degrez de Viteſſe par l'Action du Corps R, & par cela même acquiert une Force égale à 32 *.

* 757.

* 757. Dans le ſecond cas la Force de S étoit $25 \times 8 = 200$ *. Après le Choc il a eu $36 \times 8 = 288$; l'Action du Corps R lui ayant donné 88 de Force. Ce que nous pourrions facilement confirmer par des Expériences, ſi d'autres Expériences, décrites dans le Chapitre précédent, n'avoient pas prouvé ſuffiſamment, que les Effets des Forces ſont comme les produits des Maſſes par les quarrez des Viteſſes.

999. Le Mouvement du Corps R a été le même dans les deux cas; & quoique ce Mouvement ait agi ſur le Corps S, dans le premier cas, avec une Action reſpective plus grande, il n'a pas laiſſé de lui communiquer, dans le ſecond cas, une Force preſque triple de la premiére: nous allons prouver que tout cela s'accorde néanmoins très bien enſemble.

1000. La Viteſſe reſpective a été double dans le premier cas, & la Viteſſe communiquée double auſſi; car le Corps S y a acquis deux degrez de Viteſſe, & ſeulement un degré dans le ſecond cas.

1001. La Viteſſe reſpective double produit une Action reſpective, qui eſt comme le quarré de la Viteſſe reſpective, c'eſt-à-dire,

re, quadruple; or on trouve auſſi dans le premier cas, que la Cavité eſt quadruple de celle qu'on a dans le ſecond cas.

Ce que nous venons de dire a rapport au Mouvement reſpectif: examinons à préſent les Mouvemens mêmes des Corps.

Dans l'un & l'autre cas le Corps R avoit, avant le Choc, la Force 200 *. Dans le premier cas, après la Percuſſion, il lui eſt reſté 8 de Force; donc il en a perdu 192. 1002. * 757.

Dans le ſecond cas, après la Percuſſion, il a conſervé 72 de Force, & la perte a été 128.

La Force employée dans le premier cas à faire la Cavité étoit 160 *; & le Corps R a communiqué au Corps S trente deux degrez de Force. A la vérité R a perdu moins de Force dans le ſecond cas; mais il n'y a eu que quarante degrez de Force conſumez à faire la Cavité *; donc il a communiqué à S la Force 88. * 934. 985. * 934. 985.

Les Effets entiers ſont proportionels aux Forces détruites en agiſſant *. Voilà pourquoi, lorſqu'un Corps produit, en agiſſant, pluſieurs Effets différens, tous ces Effets doivent être conſiderez enſemble, pour pouvoir déterminer la Force que le Corps a perdüe par ſon Action. * 712.

Un Corps qui eſt en Mouvement, peut, ſans aucune Percuſſion, *communiquer du Mouvement à un autre Corps, en n'agiſſant ſur lui que par la Preſſion; auquel cas*, ſi la Preſſion qui fait tenir enſemble les parties, eſt plus grande que la Preſſion mutuelle des Corps, *il n'y a* aucun enfoncement de parties, & *aucune Force détruite* *: & la ſomme des Forces eſt la même avant & après l'Action. 1003. * 934.

Pour démontrer comment des Corps en Mouvement peuvent communiquer du Mouvement à d'autres Corps par la Preſſion, ſans Choc, il faut concevoir le Corps Q, qui eſt formé par la révolution de la Figure *abcd*, autour de ſon Axe *ac*: cette Figure eſt terminée par un demi-Cercle & par deux quarts de Cercle. 1004. TAB. XXXV. Fig. 1.

Suppoſons ce Corps en repos, quoique la Démonſtration puiſſe auſſi être appliquée au même Corps en Mouvement; concevons de plus deux Corps P, P; nous en prenons deux, afin que l'Action ſur le Corps Q ſoit directe; & les raiſonnemens ſont les mêmes que s'il n'étoit queſtion que d'un ſeul

Corps. Que ces Corps ſoient mûs avec des Viteſſes égales, ſuivant des directions parallèles entr'elles, & à l'Axe du Corps Q; qu'ils ſoient mûs auſſi enſorte, qu'en rencontrant Q, la ſuperficie du Corps Q touche les Corps P, P, aux points où cette même ſuperficie eſt parallèle à la direction même du Mouvement. Cela étant, les Corps P, P, ne produiſent aucune Action ſur le Corps Q, dans l'Inſtant qu'ils le rencontrent: pendant qu'ils continuent leur Mouvement le long des ſuperficies creuſes *a d*, *a b*, ils preſſent le Corps Q, lequel, n'étant point retenu, cède, & ſe meut d'un Mouvement accéleré, auſſi long-tems que les Corps P, P, lui reſtant appliquez, contiⁿ 697. nüent leur Preſſion *: ces Corps abandonnent le Corps Q, quand ils ſont parvenus aux points *b* & *d*, dans leſquels les directions des Mouvemens des Corps en queſtion ſont perpendiculaires à la premiére direction ſuivant laquelle ils avoient joint le Corps Q. J'expliquerai dans le dernier Scholie du Chapitre X. de ce Livre, comment il faut déterminer les Viteſſes de ces Corps.

La Preſſion dont nous parlons ne produit d'autre Effet, que le Mouvement qu'elle communique au Corps Q; & les Corps * 709. P, P, perdent autant de Force que le Corps Q en acquiert* : Nous ne faiſons ici aucune attention au frottement, qui emporte toujours quelque enfoncement de parties, & par cela même quelque déſtruction de Forces. Dans le troiſiéme des Scholies ajoutez à la fin du Chap. X. de ce Livre, nous déterminerons les Mouvemens mêmes de ces Corps, après qu'ils ſe ſont joints.

1005. Si un Corps, comme P, preſſe avec une Action, telle que nous TAB. XXXV. Fig. 2. venons de décrire, un Obſtacle ABC, qui ne ſoit pas mis en mouvement par cette preſſion, & dont les parties ſoient aſſez étroitement unies enſemble pour ne pas céder à cette Action, la Viteſſe du Corps ne changera pas; en ce cas la Preſſion du Corps ſur l'Obſtacle eſt à la vérité détruite par la réſiſtance de cet Obſtacle; mais comme il n'y a aucun enfoncement de parties, ni aucune Force communiquée, la Force du Corps P n'éprouve aucune diminution; c'eſt ainſi qu'un Corps qui deſcend le long d'un Plan incliné, eſt accéleré, de même qu'un * 393. Corps qui tombe librement, quand ils ſe trouvent l'un & l'autre à la même profondeur *; quoiqu'il y ait une Preſſion ſur le Plan

Plan de la part du premier de ces Corps. En ces ſortes d'occaſions, ce qui arrête l'Obſtacle en ſon lieu, détruit l'Action du Corps, & communique au Corps une Force égale à celle que le Corps perd par ſon Action; c'eſt pourquoi la Force du Corps ne change point rélativement à ſa quantité.

Si pourtant nous conſiderons la Force même, nous trouverons qu'elle change réellement, lorſque la direction change: le Mouvement d'un Corps ſuivant une certaine direction, n'étant pas le Mouvement du même Corps ſuivant une direction différente. Pendant que le Corps P parcourt la Courbe ABC; il perd dans chaque point une partie infiniment petite de ſa Force, & acquiert, ſuivant une autre direction, une Force égale à celle qu'il a perdüe; mais quand, par des infléxions réiterées une infinité de fois, la direction du Mouvement fait un Angle droit, avec la direction telle qu'elle étoit au commencement, le Mouvement du Corps n'a plus rien de commun avec le premier Mouvement, & le Corps a perdu toute ſa Force, & en a acquis une nouvelle, égale à la premiére. 1006.

Il paroit par ce que nous venons de dire, que *l'Action d'un Corps ne diminüe point ſa Force, & par cela même, ſa Viteſſe, à moins que cette Action ne faſſe changer de place à l'Obſtacle, ou à quelques unes des parties dont l'Obſtacle eſt compoſé.* 1007.

Ceux qui conſtruiſent des Machines doivent prendre garde à cette Propoſition, pour empêcher tout tremblement, & tout mouvement qui en eſt une ſuite; car, en ce cas, il faut plus de travail pour faire agir la Machine, & elle ſe gâte plutôt. 1008.

SCHOLIE I.

Démonſtrations des Art. 961. 985.

Deux Corps A & B étant donnez; ſoit la Viteſſe du dernier b, & celle du premier a: la Viteſſe reſpective, ſi ces Corps ſont mûs dans des ſens oppoſez, eſt $a + b$ *; nous nommerons cette Viteſſe d. La ſomme des Forces eſt $Aaa + Bbb$, laquelle, la Viteſſe reſpective reſtant la même, eſt la moindre de toutes quand A, B :: b, a *, c'eſt-à-dire, quand $Aa = Bb$. 1009. * 919. * 961.

Car ſi, dans ce cas, la Viteſſe a eſt augmentée de la Viteſſe quelconque e; la Force du Corps A ſera $Aaa + 2Aae + Aee$. La Viteſſe du Corps

B, à cauſe que la Viteſſe reſpective $d=a+b$, ſera $b-e$; car $a+e+b-e=a+b$; donc la Force du Corps B ſera $Bbb-2Bbe+Bee$, & la ſomme des Forces $Aaa+Bbb+Aee+Bee+2Aae-2Bbe$.

Mais les deux derniers termes s'entre-détruiſent, à cauſe que $Aa=Bb$, & la ſomme des Forces vaut $Aaa+Bbb+Aee+Bee$, qui eſt plus grande que la premiére. La Démonſtration eſt toute pareille, ſi l'on augmente la Viteſſe b d'une certaine quantité, & qu'on retranche cette même quantité de la Viteſſe a; ce qui fait voir la vérité de ce que nous avons dit dans l'Art. 961.

1010. Nous avons ſuppoſé A, B :: b, a; donc, par compoſition de raiſon, A + B, B :: $b+a=d$, a, donc $a=\frac{Bd}{A+B}$. De même $b=\frac{Ad}{A+B}$. Par conſéquent la ſomme des Forces $Aaa+Bbb=\frac{ABBdd+BAAdd}{B+A^q}$: Et cette dernière quantité, en diviſant le Numerateur & le Dénominateur par B + A, eſt égale à $\frac{ABdd}{B+A}$, comme nous l'avons dit dans l'Art. 985.

SCHOLIE II.

Démonſtrations Algébraïques des Art. 988. 990.

NOus avons démontré Géométriquement les Règles énoncées dans les Art. 988. 990., par le moyen de la Propoſition de l'Art. 987, on peut auſſi ſans peine les démontrer Algébraïquement.

1011. Le Corps A étant mû avec la Viteſſe a, & le Corps B avec la Viteſſe b, la Viteſſe reſpective ſera $a-b$, ſi les Corps ſont tranſportez vers le même coté *: cette Viteſſe eſt détruite par le Choc*; & exprime la ſomme des Changemens dans les Viteſſes des Corps après le Choc. B eſt à A comme le Changement de Viteſſe en A au Changement de Viteſſe en B *, &, par compoſition de raiſon, la ſomme des Maſſes A + B eſt à A, comme la ſomme des Changemens $a-b$ au Changement de Viteſſe du Corps B, lequel Changement eſt par conſéquent $\frac{Aa-Ab}{A+B}$; comme la Viteſſe b eſt moindre que la Viteſſe a, la premiére eſt augmentée par le Choc: donc la Viteſſe du Corps B, c'eſt-à-dire, la Viteſſe commune aux deux Corps * après le Choc, eſt $b+\frac{Aa-Ab}{A+B}=\frac{Bb+Aa}{A+B}$, comme porte l'Art. 988.

* 918.
* 931.
* 987.
* 931.

1012. On découvre par un raiſonnement ſemblable la Règle de l'Art. 990, en ſuppoſant que la Viteſſe reſpective eſt $a+b$, c'eſt-à-dire, en ſuppoſant que les Corps ſont mûs dans des ſens oppoſez *.

* 919.

Ces

Ces deux Règles au ſujet de la Percuſſion des Corps, peuvent auſſi être déduites de ce qui a été démontré touchant la quantité de la Force perdüe *; c'eſt ce que nous allons faire, afin de mettre dans un nouveau jour ce qui a été prouvé ci-deſſus ſur la Théorie des Forces inhérentes, & de faire voir que, par des routes tout-à-fait différentes, cette Théorie nous mène à des Règles confirmées par des Expériences. * 985. 1010.

Soient derechef les Corps A & B; que la Viteſſe de ce dernier ſoit b, & celle de l'autre a; ſuppoſons qu'ils tendent vers le même coté; c'eſt-à-dire, que leur Viteſſe reſpective ſoit $a-b$. 1013.

La ſomme des Forces avant le Choc eſt $Aaa+Bbb$ *; la Force détruite par le Choc eſt $\frac{ABaa-2ABab+ABbb}{A+B}$ *; en retranchant cette Force de la ſomme des Forces, on a la Force qui reſte après la Percuſſion, ſçavoir $\frac{AAaa+2ABab+BBbb}{A+B}$; les Corps ne ſe ſéparent point après le Choc *, & la Maſſe eſt $A+B$, par laquelle ſi on diviſe la Force qui reſte après le Choc, on aura le quarré de la Viteſſe après le même Choc: ce quarré eſt $\frac{AAaa+2ABab+BBbb}{A+B^q}=\overline{\frac{Aa+Bb}{A+B}}^q$; dont la Racine $\frac{Aa+Bb}{A+B}$ donne la Viteſſe qu'on cherche. * 757. * 985. 1010. * 931.

Si on fait le Calcul en ſe ſervant de la Viteſſe reſpective $a+b$, on découvre la Règle de l'Art. 990. 1014.

On détermine ordinairement la quantité du Mouvement, qu'on ſuppoſe proportionelle à la Force inhérente, en multipliant la Maſſe, non par le quarré de la Viteſſe, mais par la Viteſſe ſimple: quelques Philoſophes ont déduit de ce Principe les Règles des Art. 988. 990. que nous avons déduites de nos Principes par différentes Méthodes. Il eſt arrivé en cette occaſion quelque choſe de ſingulier, qui eſt, qu'une erreur a ſervi de correctif à l'autre, & qu'une double erreur a mené à la vérité: on a ſuivi un faux Principe au ſujet de la meſure des Forces, &, ce qui d'un autre coté n'eſt nullement conforme à la vérité, on a ſuppoſé que les Corps ne perdoient point de Force en enfonçant des parties, & en ſurmontant leur cohéſion. 1015.

SCHOLIE III.

Démonſtration Géométrique des Changemens qui arrivent aux Forces des Corps pendant la Percuſſion.

SOit au Point A, pris à diſcretion dans la Ligne AF, menée à cette Ligne la Perpendiculaire AD. 1016. TAB. XXXVII. Fig. 3. 4.

Je ſuppoſe que dans cette Perpendiculaire, AD & AC ſoient entr'elles

comme les Viteſſes de deux Corps qui s'entre-choquent, & que j'appelle M & N: il peut y avoir deux cas; car, ou 1°. les Corps tendent vers le même coté; ou 2°. vers des cotez oppoſez : dans le premier cas je ſuppoſe C & D de même coté à l'égard du Point A (*Fig.* 3.) & dans le ſecond cas, je ſuppoſe l'un d'un coté de ce Point, & l'autre de l'autre (*Fig.* 4.).

Je marque auſſi dans la Ligne AF deux parties AB, A*g*, qui ſoient entr'elles comme les Maſſes des Corps M, N; dans le ſecond cas je les marque de même coté à l'égard du Point A (*Fig.* 4.), & dans le premier, je prens l'une d'un coté, & l'autre de l'autre de ce même Point A (*Fig.* 3.), comme on peut le voir dans les Figures. Je mène par les Points B & C une Ligne, que je prolonge indéfiniment vers *g*: enſuite je tire la Ligne C*g* dans le premier cas, & dans le ſecond cas la Ligne *cg*, ſuppoſant AC=A*c* : par le Point D doit être menée à C*g* ou *cg*, la parallèle DF, qu'il eſt quelquefois néceſſaire de prolonger au-delà de F.

1017. A l'aide de cette Figure, nous déterminons tout ce qui arrive dans une Percuſſion particuliére quelconque.

Nous avons les Triangles BAC, DAF, qui ſont entr'eux comme les Forces des Corps M & N, dans le Moment qu'ils ſe joignent. Car ces Triangles ſont entr'eux en raiſon compoſée des Baſes BA & AF, & des Hauteurs AC, AD*; les Baſes BA, AF, ſont en raiſon compoſée des raiſons de BA à A*g*, & de A*g* à AF; la premiére eſt la raiſon qu'il y a entre les Maſſes M & N; la ſeconde eſt la raiſon de la Viteſſe AC à la Viteſſe AD; donc les Baſes ſont, comme les produits de chaque Maſſe par ſa Viteſſe: ſi chaque produit eſt de nouveau multiplié par la même Viteſſe, on trouve la raiſon qu'il y a entre les Triangles, leſquels ſont comme les Forces *.

* 23. EL. VI. 41. EL. I.

* 757.

1018. Le Changement qu'éprouve la Viteſſe, répond, dans cette Figure, au Changement correſpondant qui arrive à la Force. Soit la Viteſſe exprimée par *ac*, parallèle à AC; la Force ſera comme B*ca*; car les Triangles ſemblables BCA, B*ca*, ſuivent la raiſon doublée des cotez homologues AC; *ac**; & les Forces du même Corps M ſuivent la raiſon doublée des Viteſſes AC, *ac* *.

* 19. EL. VI.

* 753.

1019. Les Viteſſes des Corps changent pendant le Choc; dans le Moment que la Viteſſe du Corps M eſt *ca*, la Viteſſe du Corps N eſt *da*; car les Changemens de Viteſſes qui arrivent dans le même Tems, ſont entr'eux en raiſon inverſe des Maſſes *, ce qui a préciſément lieu dans cette Figure.

* 967.

Les Changemens en queſtion ſont *co*, *dp*; ayant mené C*o*, D*p*, parallèles à AB, on aura à cauſe des Triangles ſemblables C*oc*, ABC, comme auſſi D*pd*, AC*g*;

co, *o*C :: CA, AB;

D*p*=*o*C, *dp* :: A*g*, CA.

Donc par égalité de raiſon en proportion troublée *, *co*, *dp* :: A*g*, AB; c'eſt-à-dire, comme N à M, ou en raiſon inverſe des Maſſes.

* 23. EL. V.

1020. Le reſte de ce qui a rapport à cette Percuſſion eſt clair à préſent. La Force que le Corps M a gagnée ou perdüe, eſt AC*ca*; la Force que N

a

a perdüe eſt A D*da*; la Force détruite par l'Action mutuelle qui a ſervi à faire la Cavité, eſt C D*dc*; à laquelle Force eſt proportionelle la Cavité qui ſe trouve faite dans cet Inſtant *. *841.934.

Tout ceci a lieu, dans quelque endroit qu'on mène la Ligne *pa*, entre A & *e*; car en E, qui eſt le Point où s'entre-coupent les Lignes A B & D F, l'Action mutuelle des Corps ceſſe, & E*e* détermine la Viteſſe avec laquelle les deux Corps ſont tranſportez enſemble après la Percuſſion. 1021.

La Force du Corps M eſt alors B E*e*; celle du Corps N eſt E*e*F; la Force détruite, qui eſt proportionelle à la Cavité entiére *, eſt repréſentée par la ſuperficie D E C. 1022. *841.934.

Il eſt évident auſſi, ſi l'on mène *fl*, infiniment proche de *pa*, que *les Changemens de Forces, durant l'Action mutuelle, dans un Moment quelconque infiniment petit, ſont entr'eux comme les Viteſſes des Corps*; & que *la Force détruite eſt au Changement de Force dans un de ces Corps dans le même Moment, comme la Viteſſe reſpective à la Viteſſe du même Corps dans le Moment en queſtion.* 1023. 1024.

SCHOLIE IV.

Des Tems dans leſquels les Percuſſions s'achèvent; & de la maniére de comparer entr'eux les Changemens de Forces & de Viteſſes qui arrivent dans de certains Tems.

CE qui a été démontré dans les Scholies du Chapitre précédent, au ſujet des Tems pendant leſquels les Cavitez ſe font, peut s'appliquer à la Percuſſion, pourvû que la ſurface d'un des Corps ſoit plane & molle, & que l'autre Corps ſoit compoſé de parties qui ne cèdent pas dans le Choc, comme dans les Expériences de ce Chapitre, & aît quelqu'une des figures dont il a été parlé dans le Chapitre précédent. 1025.

Pour faire cette application, il faut prendre garde à ceci; que les Loix qui regardent la formation des Cavitez ne changent point, quoique la Viteſſe change, & que la Cavité devienne plus grande; les Tems changent à la vérité par là, mais les Diminutions des Viteſſes ſont toujours ſoumiſes aux mêmes Règles. 1026.

Dans la Percuſſion, la Viteſſe reſpective eſt celle qui forme la Cavité, laquelle, la Viteſſe reſpective reſtant la même, peut varier ſuivant la différence des Maſſes; mais il n'y a point d'autres différences qui puiſſent apporter quelque changement au Tems. D'où nous concluons, que *ce qui a été démontré au ſujet d'un Corps qui vient frapper un Obſtacle fixe, eſt applicable à la Percuſſion, ſi, au lieu de la Viteſſe du Corps qui frappe l'Obſtacle fixe, on employe la Viteſſe reſpective dans la Percuſſion, & au lieu* de la Cavité imprimée dans l'Obſtacle fixe, la Cavité faite dans la Percuſſion. 1027.

La premiére de ces Cavitez eſt comme le produit du quarré de la Viteſſe par la Maſſe *; la ſeconde eſt comme le produit du quarré de la Viteſſe reſpective par le produit des Maſſes, diviſé par la ſomme des Maſſes *; cela étant, puiſque, au lieu de la Viteſſe même, nous employons la Viteſſe reſpec- * 845. *841.934. 985.

reſpective, nous devons employer auſſi, au lieu *de la Maſſe, le produit des Maſſes diviſé par leur ſomme.*

1028. Nous croyons que la choſe eſt aſſez éclaircie par cette Démonſtration générale; que ſi quelqu'un a envie d'appliquer à la Percuſſion, chacune des Démonſtrations particuliéres données dans les Scholies du Chapitre précédent, il trouvera que chaque Solution particuliére conduit à la Règle générale que nous venons d'énoncer.

1029. J'ajouterai encore quelques conſidérations, qui ne regardent que la ſeule Percuſſion, & même les ſeuls cas dans leſquels la partie du Corps dur, qui penètre dans le Corps moû, eſt cylindrique: nous ſuppoſons que le Cylindre eſt droit; que la direction du Mouvement eſt la même que celle de l'Axe du Cylindre; que la rencontre, comme dans les Expériences précédentes, eſt directe; & que la ſuperficie du Corps moû eſt plane. Soit M la Maſſe du premier Corps; N celle du ſecond; & que la Viteſſe reſpective ſoit nommée r: auſſi long-tems qu'il eſt queſtion du même Cylin-

1030.

* 860. 889. 1027. dre, le Tems dans lequel la Cavité ſe fait eſt comme $\frac{MNr}{M+N}$ *. Durant

* 890. 1031. * 1029. ce Tems, la Viteſſe décroit uniformément *; c'eſt-à-dire, *dans chacun des Momens infiniment petits & égaux, les Diminutions de la Viteſſe reſpective ſont égales, les circonſtances que nous venons de marquer * étant ſuppoſées.* Mais la perte que fait la Viteſſe dont il s'agit, en décroiſſant, eſt la ſomme

1032. de tous *les Changemens des Viteſſes de deux Corps qui ſe rencontrent*, & ces Changemens ſont dans une raiſon conſtante, qui eſt la raiſon inverſe des

* 967. Maſſes *; donc ces Changemens *ſont* auſſi *égaux, dans des Tems égaux, chaque Corps étant conſideré ſéparément.*

1033. Pour avoir la ſomme totale des Changemens de Viteſſe qu'éprouvent les

* 987. Corps M & N, il faut diviſer r en raiſon inverſe des Maſſes *; c'eſt-à-dire, le Changement pour M eſt $\frac{Nr}{M+N}$. Le Tems qu'il faut pour cela, eſt le Tems même pendant lequel la Viteſſe reſpective entiére eſt détruite, &

* 1030. ce Tems eſt comme $M \times \frac{Nr}{M+N}$ *; donc le Tems requis pour que la Viteſſe du Corps M ſoit changée, eſt proportionel au Changement même qui arrive à cette Viteſſe, ſi la Maſſe M reſte, N & r pouvant être variez à diſcretion; & par cela même, les Changemens de Viteſſes ſont égaux, en des Tems égaux, dans des Percuſſions différentes.

1034. Donc, *ſi un Corps, terminé en Cylindre, & mû ſuivant la direction de l'Axe de ce même Cylindre, frappe directement la ſuperficie molle & plane d'un Obſtacle mobile quelconque, quelles que ſoient la grandeur & la Viteſſe de cet Obſtacle, pourvu que la cohéſion des parties ſoit la même, le Corps en queſtion perdra toujours un égal degré de Viteſſe dans un Tems égal, quelle que ſoit la Viteſſe avec laquelle il frappe l'Obſtacle.*

1035. *Dans ce même cas, le Changement de Viteſſe que l'Obſtacle éprouve, eſt toujours le*

le même, dans un Tems égal, ſi l'Obſtacle reſte le même, & que le même Cylindre ſoit employé, de quelque manière qu'on puiſſe varier la Maſſe du Corps jetté, & les Viteſſes, ſoit de ce Corps, ſoit de l'Obſtacle; car la Démonſtration de l'Art. 1033. convient à l'une & à l'autre Maſſe.

Mais la choſe peut être enviſagée d'une façon encore plus générale, en variant auſſi le Cylindre, dont le diamètre ſoit nommé *d*. *Si le Corps* jetté eſt M, que ſa Viteſſe ſoit *v*, & qu'il perde ſa Force en agiſſant ſur un Obſtacle immobile, le Tems dans lequel il perdra ſa Force ſera comme $\frac{Mv}{dd}$ *; Si le Corps *frappe un Obſtacle mobile* N, & que ſa Viteſſe reſpective ſoit *r*, le Tems ſera comme $\frac{MNr}{M+N\times dd}$ *. Le Changement de Viteſſe que le Corps M éprouve dans le même Tems, eſt $\frac{Nr}{M+N}$ *. Si cette derniére quantité eſt donnée, on pourra l'exprimer par l'Unité; alors $\frac{MNr}{M+N\times dd}$ change, & devient $\frac{M}{dd}$; & le Tems dans lequel un Changement déterminé quelconque arrive dans la Viteſſe du Corps M, eſt comme $\frac{M}{dd}$; or c'eſt cette même raiſon, mais inverſe, que ſuit *le Changement de Viteſſe qui arrive dans un Tems déterminé*, ſçavoir la raiſon de $\frac{dd}{M}$, c'eſt-à-dire, ce Changement *eſt en raiſon directe de* la baſe du Cylindre, ou de *la ſuperficie par laquelle les deux Corps ſe touchent, & en raiſon inverſe de la Maſſe du Corps même*. Pour le Changement qu'éprouve la Viteſſe de l'Obſtacle, il eſt comme $\frac{dd}{N}$, ce qui ſe prouve par un raiſonnement pareil à celui que nous venons de faire, & peut d'ailleurs ſe déduire de l'Art. 987.

1036. * 889. * 1027. * 1033.

1037. En ſuppoſant des Momens infiniment petits & égaux, nous pourrons comparer enſemble les Changemens de Forces, & les aggrandiſſemens des Cavitez, dans quel de ces Momens qu'on voudra déterminer, dans quelques Chocs que ce ſoit.

Il eſt manifeſte que l'aggrandiſſement de la Cavité eſt comme la baſe du Cylindre, & comme la Viteſſe reſpective dans le Moment dont il s'agit; donc cet aggrandiſſement eſt comme *ddr*: raiſon que la Force détruite ſuit dans ce Moment *; or cette Force détruite eſt au Changement de Force qu'éprouve dans le même Moment quel des deux Corps qui s'entre-choquent qu'on voudra, comme la Viteſſe reſpective à la Viteſſe même du Corps en queſtion *. Nommant cette derniére Viteſſe *v*, nous avons *r* à *v*, com-

* 840. * 1024.

comme *d d r* au changement dont il s'agit, lequel eſt par conſéquent *d d v*.

1038. Donc en général *dans toute Percuſſion, le Changement de Force du Corps, dans un Moment infiniment petit déterminé, eſt proportionel à la ſuperficie par laquelle les deux Corps ſe touchent, comme auſſi à la Viteſſe du Corps, quelle qu'en ſoit la Maſſe; la grandeur & la Viteſſe de l'Obſtacle étant auſſi variées à diſcretion.*

1039. Si l'on ne fait attention, ni à la Percuſſion, ni an Tems, la Propoſition ſuivante, qui regarde le Changement infiniment petit de la Force du Corps, eſt générale.

TAB. XXXII. Fig. 1. * 19. EL. VI. * 753. Soit le Triangle A D E; la ſuperficie de ce Triangle, ſi on mène une parallèle à D E, change comme le quarré de la Ligne A D, ou de la Ligne D E *; donc ſi l'une & l'autre de ces Lignes repréſentent la Viteſſe du Corps, la ſuperficie repréſentera la Force, auſſi long-tems que la Maſſe eſt la même *; ſi cette derniére change, la ſuperficie du Triangle devra être multipliée par la Maſſe du Corps.

Soit à préſent *d e* parallèle à D E, & infiniment proche de cette derniére; la ſuperficie D E *d e*, multipliée par la Maſſe, déſignera le Changement de Force, quand le Changement de Viteſſe eſt D *d*; & *le Changement infiniment petit de la Force ſuit la même raiſon que la Maſſe du Corps, que la Viteſſe D E, & que le Changement de la Viteſſe, ſçavoir D d.*

1040.

CHAPITRE V.

Du Choc des Corps, compoſez d'autres Corps joints enſemble: où l'on traite du Centre de Percuſſion.

1041. TOus les Corps étant compoſez de Particules jointes enſemble, peuvent être partagez en de moindres Corps. Nous appellons *un*, tout Corps dont les Parties ſe meuvent enſemble, en gardant leur ſituation reſpective, enſorte que cette ſituation ne ſoit dérangée que par l'application d'une Force externe.

1042. En ce ſens, un Pendule compoſé eſt un Corps unique; & la Percuſſion de deux Pendules doit être rapportée au Choc ſimple de deux Corps.

1043. Nous rapportons auſſi à ce Choc la Percuſſion de deux Corps, joints enſemble par une ligne droite & infléxible, & mûs horizontalement autour d'un point comme Centre.

TAB. XXXV. Fig. 3. Concevons les Corps A & C joints par une ſemblable ligne, mobile autour du point H; ſoient pareillement les Corps B & D joints, & mobiles autour du point I. Ces Corps étant mis en Mouvement, il y aura de la différence dans les Percuſſions, ſui-

ſuivant la différence des endroits où les Corps ſe rencontreront, quoiqu'ils ſoient mûs de la même maniére, & que leur rencontre ſoit toujours directe. Nous ſuppoſons à préſent que les Corps A & B ſe choquent directement. Ces Corps ſe meuvent avec la même Viteſſe après la Percuſſion *, & ſe ſéparent uniquement parce qu'ils tournent autour de différens Centres: pour déterminer cette Viteſſe, il faut ſe ſervir d'une Règle dont nous donnerons la Démonſtration dans le premier des Scholies ſuivans. * 931.

I. Definition.

Je multiplie chaque Corps par le quarré de ſa Diſtance du Centre de ſon Mouvement; je raſſemble en une ſomme les produits de tous les Corps appliquez à la même ligne, & je multiplie cette ſomme par le quarré de la Diſtance qu'il y a entre l'autre Centre & le point où la Percuſſion ſe fait. J'appellerai dans la ſuite ce produit le Nombre du Centre autour duquel la Ligne ſe meut. 1044.

Le Corps A doit être multiplié par le quarré de la Diſtance AH; de même C, par le quarré de la Diſtance CH; la ſomme de ces produits étant multipliée par le quarré de la Diſtance IB, donne un produit qui marque le Nombre du Centre H. Il faut s'y prendre de même pour déterminer le Nombre du Centre I.

Je multiplie le Nombre du Centre H *par la Viteſſe du point où ſe fait la Percuſſion dans la ligne du Centre* H, c'eſt-à-dire, par la Viteſſe du Corps A; *& le Nombre du Centre* I, *par la Viteſſe du point où ſe fait la Percuſſion dans la ligne de ce même Centre*, ſçavoir par la Viteſſe du Corps B; *je raſſemble ces produits en une ſomme, ſi les Corps vont du même coté; & ſi les Mouvemens ſont oppoſez, je ſouſtrais le moindre produit du plus grand; je diviſe cette ſomme, ou cette différence, par la ſomme des Nombres des Centres* H & I, *& le quotient donne la Viteſſe cherchée du point où ſe fait la Percuſſion.* Le reſte de ce qui appartient à cette eſpéce de Percuſſion eſt auſſi éclairci dans le même Scholie. 1045.

Nous ſuppoſons que les Mouvemens en queſtion autour d'un Centre ſe font très librement, & que ce qui retient la ligne au Centre ne puiſſe pas recevoir le moindre Mouvement, pendant que les Corps tournent autour de ce Centre, de peur qu'il n'y ait quelque Force perdüe par cette Action *. 1046. * 1007.

Il eſt clair qu'il y a toujours une Action ſur ce qui retient le 1047.

Corps au Centre, quand ce ne ſeroit que par la Force centrifuge, excepté dans les cas où les Corps tournent autour de leur
*. 613. Centre commun de Gravité *. Mais dans la plupart des occaſions, il y a outre cela encore une autre Action ſur ce qui retient les Corps, & qui a lieu dans le Moment même de la Percuſſion; c'eſt ce que nous expliquerons diſtinctement dans le Pendule compoſé.

TAB. XXXV. Fig. 8. Soit ADI un tel Pendule, formé par les Corps A & D, qu'une ligne infléxible, & mobile autour du point I, a joints enſemble: ce que nous dirons à l'égard de deux Corps, peut s'appliquer à un plus grand nombre.

1048. *Si* l'on élève *un* ſemblable *Pendule compoſé*, & qu'après avoir lâché ce Pendule, il *frappe*, dans l'inſtant que ſa ſituation redevient verticale, *un Obſtacle* que nous ſuppoſons *immobile*, *les Corps agiront différemment, ſuivant que le point qui frappera l'Obſtacle ſera plus ou moins éloigné du Centre de Mouvement* I.

1049. La différence dont il s'agit, doit ſe trouver dans la Preſſion même que le Pendule déploye, durant la Percuſſion, ſur ce qui le retient en I: Preſſion qui eſt dirigée vers un coté, ou vers le coté oppoſé, ſuivant que le point où ſe fait la Percuſſion eſt plus ou moins éloigné du point de Suſpenſion. Or il y a moyen de déterminer dans le Pendule le point H, qui agit immédiatement, enſorte qu'il y ait Equilibre entre les Actions; & que la Percuſſion n'engendre aucune Preſſion en I. En ce cas les Corps perdent toutes leurs Forces par le Choc, & le Pendule reſtera en repos, quoiqu'il ne ſoit point retenu en I, & qu'il ne ſoit que mobile autour de ce point.

2. DEFINITION.

1050. *Le Point du Pendule autour duquel un ſemblable Equilibre a lieu, s'appellera le Centre de Percuſſion.*

Nous démontrerons dans le troiſiéme des Scholies ajoutez à
1051. ce Chapitre, que *le Centre de Percuſſion coïncide avec le Centre*
*425. *d'Oſcillation* *.

1052. Si la Percuſſion ſe fait dans un autre point, & que le Pendule ne ſoit pas retenu en I, le Coup ſera moindre, & le Pendule tournera autour du point où a été la Percuſſion.

1053. Cependant, en ce cas là même, le Coup ne ſouffre aucune diminution, pourvû que le Pendule ſoit retenu en I, de telle maniére qu'il ne puiſſe communiquer abſolument aucun Mouve-

vement à ce qui le retient, comme nous l'avons déja dit au ſujet d'un autre Mouvement *. Car dans ce cas, l'Action en I ne détruit point de Force *; & le Pendule néanmoins reſte en repos; d'où il ſuit, que toute la Force eſt détruite par l'Action ſur l'Obſtacle, & par conſéquent, que cette Action eſt égale à celle qui a lieu dans la Percuſſion du Centre d'Oſcillation. * 1046. * 1007.

Nous inférons de ce que nous venons de dire, qu'*un Pendule qui tourne librement autour de ſon point de Suſpenſion, mais qui cependant y eſt retenu, ſans pouvoir communiquer le moindre Mouvement à ce qui le retient, n'a pas de Centre de Percuſſion; ou plutôt, que tous ſes points ſont de pareils Centres.* 1054.

Cette Propoſition eſt confirmée par quelques unes des Expériences précédentes, mais plus directement par celle que nous allons décrire.

Experience.

Cette Expérience ne diffère de la 4me Exp. du Chap. IIIme * que dans quelques circonſtances, auxquelles il faut avoir égard dans celle-ci, & qu'on a négligées dans l'autre. La Boëte mobile du milieu doit être placée dans le Centre même d'Oſcillation; c'eſt-à-dire, dans le point qui eſt le Centre de Percuſſion, quand l'Axe du Pendule n'eſt point retenu dans les trous où il tourne. Nous avons prouvé vers la fin du Scholie 2. du Chapitre deuxiéme *, que cela même a lieu, ſi dans notre Machine les diſtances entre les points du milieu des Boëtes mobiles & le point de Suſpenſion, ſont de 12, de 24, & de 29 pouces; le reſte ſe fait comme dans l'Expérience que nous venons d'indiquer; & l'effet eſt le même; c'eſt-à-dire, que les Cavitez ſont égales entr'elles, quand le Pendule tombe de la même hauteur, quelle des Boëtes mobiles que ce ſoit qui vienne frapper la Terre glaiſe. Donc, dans ces ſortes d'occaſions, l'Action du Pendule eſt la même *, & à ce dernier égard il n'y a point de différence entre le Centre de Percuſſion & les autres points du Pendule. 1055. * 837. * 816. * 826.

SCHOLIE I.

*Démonſtration de la Propoſition avancée dans l'*Art. 1045, *au ſujet de la Percuſſion des Corps, joints enſemble par des Lignes infléxibles, & mûs autour de différens Centres.*

1056. TAB. XXXV. Fig. 3. *SUppoſons que des Corps*, comme A & C, *ſoient joints par une Ligne infléxible, & mûs autour d'un Centre* H; *ſuppoſons de plus, d'autres Corps* B & D, *joints & mûs de la même manière* autour du point I.

Que ces Corps s'entre-choquent directement. Le Choc a lieu quand un des Corps attachez à une de ces Lignes vient frapper un des Corps attachez à l'autre Ligne, comme, par Exemple, quand A & B s'entre-rencontrent. Et le Choc ſera direct, ſi les Corps ſe rencontrent directement; ce qui ne ſçauroit avoir lieu, à moins que, dans le Moment de la rencontre, les Lignes, auxquelles les Corps ſont attachez, ne ſoient parallèles.

Si, dans le Moment de la rencontre, dans lequel les deux Corps ſont mûs dans une même Ligne, ces Corps ſont tranſportez d'un Mouvement commun, ils n'agiront point l'un ſur l'autre par ce Mouvement; donc le Choc dépendra de *la Viteſſe reſpective*, laquelle *reſtant la même, il y a toujours* le même enfoncement de parties *, & par conſéquent *la même perte de Forces* *, *avec quelque Viteſſe que les Corps ſoient mûs.*

* 949.

* 956.

1057. Il eſt clair qu'*il y a un cas dans lequel les Corps*, mûs dans des ſens contraires, *reſtent en repos après le Choc*, & que *dans ce cas, la Viteſſe reſpective étant donnée, la ſomme des Forces eſt la moindre de toutes*; car toute la Force eſt détruite, & il n'eſt pas poſſible qu'il s'en détruiſe moins *. Voici quelle eſt, en ce cas, la raiſon des Viteſſes.

* 1056.

Soit *a* la diſtance où eſt le Corps A du Centre H, autour duquel ce Corps tourne, & *c* la diſtance où eſt le Corps C du même Centre. De même, ſoit *b* la diſtance du Corps B, & *d* celle du Corps D, du Centre I, autour duquel ces Corps ſont mûs. Soit de plus la Viteſſe du Corps A nommée *m*, & celle du Corps B, *n*.

1058. *Dans le cas où les Corps ſont en repos après le Choc, en ſuppoſant que les Mouvemens ſont contraires, nous avons* m, n :: $\overline{Bbb + Ddd} \times aa$, $\overline{Aaa + Ccc} \times bb$. c'eſt-à-dire, $\overline{Aaa + Ccc} \times bbm = \overline{Bbb + Ddd} \times aan$.

1059. Car *en ce cas la ſomme des Forces, la Viteſſe reſpective m + n reſtant la même, eſt la moindre de toutes.*

1060. La ſomme des Forces eſt $Amm + \frac{Cccmm}{aa} + Bnn + \frac{Dddnn}{bb}$ *; car *a*, $c :: m, \frac{mc}{a} =$ à la Viteſſe du Corps C, & *b*, *d* :: *n*, $\frac{dn}{b} =$ à la Viteſſe du Corps D.

* 757.

Sup-

Supposons présentement la Viteſſe m augmentée de la quantité e, & la Viteſſe n diminuée de la même quantité, afin que la Viteſſe reſpective ſoit la même; nous verrons qu'alors la ſomme ſera plus grande.

La Viteſſe du Corps A eſt à préſent $m + e$; celle du Corps C eſt $\frac{mc + ec}{a}$; celle du Corps B eſt $n - e$; & enfin la Viteſſe du Corps D eſt $\frac{nd - ed}{b}$.

Donc la ſomme des Forces ſera $Amm + 2Ame + Aee + \frac{Cccmm + 2Ccme + Ccee}{aa} + Bnn - 2Bne + Bee + \frac{Ddnn - 2Ddne + Ddee}{bb}$. Mais $\overline{Aaa + Ccc} \times \overline{bbm = Bbb + Ddd} \times aan$; car c'eſt là le cas dont il s'agit. En diviſant cette Equation par $aabb$, nous aurons $Am + \frac{Ccm}{aa} = Bn + \frac{Ddn}{bb}$; ainſi dans la derniére ſomme des Forces $+ 2Ame + \frac{2Ccme}{aa}$ & $- 2Bne - \frac{2Ddne}{bb}$ s'entre-détruiſent, & cette ſomme ſe réduit à celle-ci $Amm + Aee + \frac{Cccmm + Ccce}{aa} + Bnn + Bee + \frac{Ddnn + Ddee}{bb}$, qui eſt plus grande que la ſomme marquée au commencement de cet Article. C. Q. F. D.

La Démonſtration ſera la même, ſi l'on augmente n, & qu'on diminüe la Viteſſe m.

On peut démontrer d'une maniére plus abregée & plus directe la Propoſition même, ſçavoir, que les Corps reſtent en repos, ſi les Viteſſes ont entr'elles la raiſon que nous avons indiquée *; car de ce qui a été dit *, on peut déduire cette Conſéquence générale, que des Corps mûs dans des ſens oppoſez, & qui viennent à ſe choquer, perdent leurs Forces en Tems égaux, & par cela même reſtent en repos immédiatement après le Coup, ſi les Viteſſes, dans les points où ils déployent leurs Actions, c'eſt-à-dire, dans les points où les Corps ſe rencontrent, ſont entr'elles comme les Forces qui doivent être détruites. Donc en ce cas $m, n :: Amm + \frac{Ccmm}{aa}, Bnn + \frac{Ddnn}{bb}$.

1061.

* 1058.

* 966.

D'où

* 1058. D'où il ſuit, que $\overline{Aaa+Ccc} \times bbm = \overline{Bbb+Ddd} \times aan$. C. Q. F. D. *.

1062. Il y a moyen de déterminer la Force détruite dans un Choc quelconque, la Viteſſe reſpective étant donnée; car cette Force eſt égale à la ſomme des Forces, dans le cas où cette derniére eſt la plus petite de toutes *.

* 1056. Soit à préſent $m+n=r$.

* 1058. La raiſon de m à n eſt donnée *. Donc (*componendo*)

$\overline{Aaa+Ccc} \times \overline{bb+Bbb+Ddd} \times aa$, $\overline{Aaa+Ccc} \times bb :: m+n=r, n$;

donc $n = \dfrac{\overline{Aaa+Ccc} \times bbr}{\overline{Aaa+Ccc} \times \overline{bb+Bbb+Ddd} \times aa}$. On trouve de la même

façon $m = \dfrac{\overline{Bbb+Ddd} \times aar}{\overline{Aaa+Ccc} \times \overline{bb+Bbb+Ddd} \times aa}$. La ſomme des Forces eſt $\dfrac{\overline{Aaa+Ccc} \times mm}{aa} + \dfrac{\overline{Bbb+Ddd} \times nn}{bb}$ *; en mettant à la place

* 1060. de m & de n leurs valeurs, la ſomme ſera

$$\frac{\overline{Aaa+Ccc} \times \overline{Bbb+Ddd}^{q} \times aarr + \overline{Bbb+Ddd} \times \overline{Aaa+Ccc}^{q} \times bbrr}{\overline{Aaa+Ccc} \times bb + \overline{Bbb+Ddd} \times aa}$$

En diviſant le Numérateur & le Dénominateur par $\overline{Aaa+Ccc} \times bb + \overline{Bbb+Ddd} \times aa$; on a $\dfrac{\overline{Aaa+Ccc} \times \overline{Bbb+Ddd} \times rr}{\overline{Aaa+Ccc} \times \overline{bb+Bbb+Ddd} \times aa}$, qui exprime *la Force perdüe*, *la Viteſſe reſpective* r *étant donnée*.

1063.

1064. Pour démontrer la Règle énoncée dans l'Art. 1045, nous concevons un point, mû ſuivant la même direction, & avec la même Viteſſe avec laquelle les Corps ſont tranſportez après le Choc, & avant que de ſe ſéparer.

Les Corps ſont en repos après le Choc, rélativement à ce point, à l'égard duquel par conſéquent ces Corps étoient tranſportez avant le Choc, avec des Viteſſes oppoſées, qui avoient entr'elles la même raiſon qu'il y a entre $\overline{Bbb+Ddd} \times aa$, & $\overline{Aaa+Ccc} \times bb$ *; or ils perdent ces Viteſſes,

* 1058. quand, après le Choc, ils reſtent en repos par rapport au point en queſtion: donc ces Viteſſes perdües ſont les Changemens qui arrivent aux Viteſſes mêmes des Corps par le Choc; leſquels Changemens ſont par conſéquent entr'eux dans la raiſon que nous venons de marquer, & (*componendo*)

$\overline{Aaa+Ccc} \times bb + \overline{Bbb+Ddd} \times aa$, à $\overline{Aaa+Ccc} \times bb$, comme la ſom-

me

me des Changemens, c'eſt-à-dire, comme la Viteſſe reſpective eſt au Changement de Viteſſe du Corps B.

Ayant nommé p la Viteſſe du Corps A; & q la Viteſſe du Corps B, que nous ſuppoſons plus petite que l'autre; la Viteſſe reſpective, ſi les Mouvemens ſe font vers le même coté, ſera $p-q$; & le Changement de Viteſſe du Corps B ſe trouvera être $\frac{\overline{Aaa}+\overline{Ccc}\times bbp-\overline{Aaa}+\overline{Ccc}\times bbq}{\overline{Aaa}+\overline{Ccc}\times bb+\overline{Bbb}+\overline{Ddd}\times aa}$:

Changement qui eſt la même choſe que la Viteſſe acquiſe, à cauſe que dans les Mouvemens qui ſe font vers le même coté, la plus petite Viteſſe augmente: c'eſt pourquoi ſi on l'ajoute à la Viteſſe q, on aura *la Viteſſe des deux Corps après le Choc*; laquelle par conſéquent *eſt* 1065.

$$\frac{\overline{Aaa}+\overline{Ccc}\times bbp+\overline{Bbb}+\overline{Ddd}\times aaq}{\overline{Aaa}+\overline{Ccc}\times bb+\overline{Bbb}+\overline{Ddd}\times aa}.$$

Si les Mouvemens ſe font dans des ſens contraires, la Viteſſe reſpective eſt $p+q$, &, par un raiſonnement ſemblable à celui que nous venons de faire, la Viteſſe après le Choc ſe trouve être 1066.

$\frac{\overline{Aaa}+\overline{Ccc}\times bbp-\overline{Bbb}+\overline{Ddd}\times aaq}{\overline{Aaa}+\overline{Ccc}\times bb+\overline{Bbb}+\overline{Ddd}\times aa}$, où l'on a ſouſtrait dans le Numerateur le plus petit produit du plus grand.

Il eſt clair qu'il n'importe aucunement, dans le Choc dont il s'agit, ſi les Corps qu'on conçoit joints à une même Ligne, ſont du même coté du Centre autour duquel la Ligne tourne, ou non; car chaque Corps eſt mû de la même maniére, de quelque coté du Centre qu'il ſoit attaché à la Ligne, pourvû que ſa diſtance de ce Centre ſoit la même: d'un autre coté, il eſt évident auſſi, qu'il ne faut conſiderer ici, ni la Force centrifuge, par laquelle les Corps tâchent de s'éloigner du Centre, ni l'effort qu'ils font, dans le moment du Choc, contre ce qui les retient au Centre *. 1067. * 1007.

Ce qui vient d'être démontré, peut s'appliquer à un nombre quelconque de Corps; & l'on peut en déduire ſans peine des Règles générales. 1068.

On voit auſſi ce qui arrive *quand un Corps, mû en Ligne droite, en frappe directement un autre qui eſt attaché, avec d'autres Corps, à la même Ligne droite, mobile autour d'un Centre*: car ce Corps, mû en Ligne droite, agit comme s'il étoit attaché à une Ligne droite, mobile autour d'un point quelconque. 1069.

Que les Corps A & C ſoient en repos en a & en c, quoique mobiles, comme auparavant, autour du point H. Suppoſons que B ou b, mû en Ligne droite, vienne frapper le Corps en a, directement & perpendiculairement à la Ligne aH, avec la Viteſſe q, *la Viteſſe après le Choc ſe trouve par* le moyen de la formule précédente. Car je ſuppoſe que B eſt attaché à une Ligne, & tourne autour d'un Centre à la diſtance quelconque b; dans ce Choc p & D ſont $=0$; & par cela même les quantitez multipliées par p & D s'éva-

* 1065. s'évanoüiſſent, ce qui change la formule rapportée ci-deſſus * en celle-ci $\frac{Bbbaaq}{Aaa+Ccc\times bb+Bbbaa} = \frac{Baaq}{Aaa+Ccc+Baa}$: d'où nous déduiſons cette Règle. *Il faut multiplier le Corps qui fait le Chec, par le quarré de la Diſtance où eſt du Centre le point qu'il vient frapper, & par ſa Viteſſe; & ce produit doit être diviſé par la ſomme de tous les Corps multipliez chacun par le quarré de ſa Diſtance du Centre.*

1070 Les Propoſitions des Art. 962. 985. 987. 988. 990. ſont des cas particuliers des Propoſitions démontrées dans les Art. 1058. 1063. 1064. 1065. 1066. de ce Scholie; comme il paroit évidemment, en ſuppoſant deux Corps attachez à des Lignes qui tournent autour de tels de leurs points qu'on voudra.

SCHOLIE II.

Examen de l'Expérience dans laquelle on laiſſe tomber un Corps dans un des Baſſins, ou ſur un des Bras d'une Balance.

1071. LE Père Merſenne, de Lanis, & d'autres Auteurs parlent d'une Expérience qui prouve, qu'un Corps qui tombe dans le Baſſin d'une Balance, éléve tant ſoit peu un Poids poſé dans l'autre Baſſin. Ils ajoutent que, pour élever de cette maniére différens Poids à une petite hauteur qui ſoit toujours la même (quoique le P. Merſenne ne diſe rien de cette derniére circonſtance) il faut que les hauteurs dont le Corps tombe, ſoient en raiſon doublée des poids qu'on veut élever.

Le P. Merſenne avoüe, que quelquefois l'Expérience ne lui a pas réuſſi, ce qui m'eſt arrivé auſſi, en faiſant la même Expérience d'une maniére un peu différente; j'attribuois la choſe à un défaut de la Machine: défaut qui m'étoit connu, & que je croyois de peu de conſéquence, dans les cas qui convenoient à peu près avec la Règle. Mais ayant examiné la choſe de plus près, je vis que je m'étois entiérement trompé; & que c'étoit renverſer des Principes de Méchanique reçus de tout le monde, que d'établir, qu'il y a même raiſon entre les quarrez des Poids élevez, & les Hauteurs dont tombe le Corps qui vient frapper un des Baſſins ou un des Bras de la Balance; & je ne pus revoquer en doute, qu'il ne fallut au contraire attribuer à quelque défaut de la Machine, ce que j'avois obſervé toujours, que cette proportion avoit lieu entre de certaines limites. A la vérité l'erreur ſeroit à peine ſenſible, ſi le poids du Corps qui tombe, & celui de toute la Balance, c'eſt-à-dire, du Fléau & des Baſſins, étoient très petits, en comparaiſon des poids qu'il s'agit d'élever: mais en ce cas l'Expérience ne pourroit pas ſe faire, à cauſe qu'il n'y a pas moyen de faire tenir un grand poids dans une Balance d'un Ouvrage trop delicat.

Pour mettre dans un plus grand jour ce qui a rapport à l'Expérience en queſtion, j'ai fait conſtruire une Machine, avec laquelle on peut faire cette

te Expérience auſſi exactement qu'il eſt poſſible, & ſans aucune erreur ſenſible. C'eſt ſur l'Expérience faite de cette maniére que j'ai fondé mon Calcul.

BALANCE

Pour comparer enſemble les Hauteurs dont il faut qu'un Corps tombe pour élever tant ſoit peu des Poids.

1072. TAB. XXXV. Fig. 4.

AB eſt le Fleau de la Balance, qui eſt ſoutenüe ſur un pied, & mobile autour de ſon centre, comme les autres Balances: le Baſſin L eſt de fer, & le Baſſin oppoſé M de bois: ce dernier eſt rond, & creuſé à la profondeur d'un pouce. Quand on veut faire les Expériences, on remplit le creux du Baſſin M d'une Argile molle, qu'on racle avec un couteau de bois, afin d'en rendre la ſuperficie horizontale & unie; c'eſt pourquoi le Baſſin en queſtion doit pouvoir s'ôter & ſe remettre facilement. La diſtance BM étant de plus de trois pieds, il faut placer la Machine à un des bouts de la Table.

On ſuſpend la Boule G, au Crochet de la Plaque D.

Le Poids Q, mis dans le Baſſin L, fait Equilibre. On place enſuite dans le même Baſſin le Poids P, qu'il eſt queſtion d'élever, & pour que le Fleau reſte dans une ſituation horizontale, le Bras A, lequel ſe trouve à préſent plus chargé que l'autre, eſt ſoutenu par une Equerre de fer, qui tient au pied de la Balance. On s'apperçoit aiſément que, pour être ſûr de l'Equilibre, il faut, avant que de mettre le Poids P, appliquer la Machine à un autre pied ſans Equerre.

Un Reſſort très mince *fg*, eſt attaché à l'Equerre en *f*; ce Reſſort, quand il eſt étendu, atteint juſqu'en *i*, où le bout *g* eſt retenu par le moyen de la petite Lame *i*, qui tient au Bras A; pour peu que ce Bras s'élève, le bout *g* ſe lâche, ce qui ſert à faire voir, que dans différens Eſſais, le Bras dont il s'agit a été élevé à la même hauteur; ſçavoir quand, en diminuant tant ſoit peu le coup qui fait mouvoir la Balance, le Reſſort ne ſe débande pas.

EXPERIENCE.

1073. Tout étant diſpoſé comme il a été dit, j'ai pris le Poids P de quatre onces, & j'ai ſuſpendu la Boule G, de façon que la diſtance entre ſa partie inférieure & la ſurface de l'Argile étoit de 6 & $\frac{7}{8}$ de pouces; le Fil étant coupé, la Boule, en tombant dans le Baſſin, a fait débander le Reſſort: & l'Expérience, ayant été repétée pluſieurs fois, a réuſſi de même; au lieu que le Reſſort ne s'eſt jamais débandé, quand la Hauteur a été diminuée d'un quart de pouce, ou même moins. Les Hauteurs ſuivantes ont été déterminées par la même Méthode.

Ayant doublé le Poids P, la Hauteur de la Boule a été de 14 pouces & $\frac{5}{16}$. Enfin le Poids P étant triplé, c'eſt-à-dire, étant de douze onces, la Hauteur a été de 23. pouces & $\frac{3}{4}$.

Les Profondeurs des Cavitez formées dans l'Argile par la Chute de la Boule, étant ajoutées aux Hauteurs, ces derniéres, à quelques petites fractions près, ont été

7	$14\frac{5}{16}$	$23\frac{3}{4}$

Il pourra y avoir quelque légère différence entre les Hauteurs, ſi l'on fait

les mêmes Expériences avec la même Machine, mais qu'on y employe d'autre Argile. Si l'Argile eſt moins molle, les Cavitez ſeront plus petites, & les Hauteurs au-deſſus de la ſurface de la Terre glaiſe ſeront plus grandes, mais les Hauteurs totales ſont les mêmes. Que ſi l'Argile pèſe plus ou moins que la premiére, les Hauteurs ſeront autres; car quoique par là il n'arrive aucun changement à la matiére qui doit être élevée, il en arrive à celle qui doit être miſe en mouvement, ce qui doit néceſſairement produire de la différence, comme cela paroitra par le Calcul ſuivant.

1074. TAB. XXXV. Fig. 5. Le Fleau de la Balance a la Figure repréſentée en AB, & eſt percé en A & en B, comme on peut le voir dans la Fig. 4; du reſte il eſt par tout de la même épaiſſeur.

Comme le Calcul ſeroit fort difficile à cauſe de l'irrégularité de la figure, je conçois la figure changée, en rapprochant quelques parties du centre, pendant qu'on en éloigne d'autres, le Poids du Fleau reſtant toujours le même: nous ſuppoſons que la figure en queſtion eſt celle qui eſt repréſentée Fig. 6., dont toute la longueur eſt égale à celle qu'il y a entre les deux points de Suſpenſion de la Balance. Le changement de figure dont nous venons de parler, ne ſçauroit produire aucune erreur conſidérable dans le Calcul.

La ſuperficie de cette Figure, le Fleau étant par tout de même épaiſſeur, peut ſervir à repréſenter le poids du Fleau dans toutes ſes parties. Cette Figure AB eſt compoſée d'un Parallèlogramme & de deux Triangles: les Triangles étant réduits en un ſeul, la Figure devient celle qu'on voit Fig. 7.; & c'eſt cette derniére que je vais faire entrer dans mon Calcul.

Ce Calcul ſervira à faire voir, que nos Expériences s'accordent avec ce qui a été démontré au ſujet de la Percuſſion. Le fondement du Calcul même ſe trouve dans l'Art. 1069.

Fig. 7. D'abord il faut multiplier chaque point de la ſuperficie ADFEB, qui repréſentent le poids du Fleau, par le quarré de ſa diſtance du centre de Mouvement. C'eſt ce qui ſe fera ſans aucune erreur ſenſible, ſi, au lieu des diſtances du Centre, on prend les diſtances où ſont ces points de la Ligne CF; & le Calcul en deviendra plus facile.

En faiſant l'opération pour le Parallèlogramme, chacune des Lignes parallèles & égales à la Ligne DA, doit être multipliée par le quarré de ſa diſtance de CF; c'eſt-à-dire, que tous ces quarrez doivent être multipliez par la même quantité AD, ou CG; or la ſomme de ces quarrez eſt une Pyramide, dont la baſe eſt le quarré de la Ligne AC, & la Hauteur la même AC; cette Pyramide vaut $\frac{1}{3}$ AC^c *. En multipliant cette quantité par CG, nous avons $\frac{1}{3}$ CG × AC × AC^q, pour ſomme des produits de tous les points du Parallèlogramme DC, multipliez par les quarrez de leurs diſtances de CG.

* 7. EL. XII.

Une ſemblable ſomme pour tous les Points du Triangle DFG, eſt égale à $\frac{1}{12}$ GF × AC × AC^q. C'eſt ce que trouveront ſans peine ceux qui ont quelque teinture de la haute Géometrie, & ce n'eſt pas ici le lieu de l'expliquer aux autres. En doublant ces produits, nous aurons une ſomme ſemblable pour la Figure

gure entiére ADFEB; & cette ſomme ſera $\frac{2}{3}$ CG × AC × AC^q + $\frac{1}{6}$ GF × AC × AC^q = b × AC^q, en ſuppoſant $b = \frac{2}{3}$ CG × AC + $\frac{1}{6}$ GF × AC.

Soit à préſent la Hauteur dont la Boule tombe nommée a. Cela étant, la Viteſſe avec laquelle la Boule vient en tombant frapper le Baſſin M, & qui eſt proportionelle à la Racine quarrée de cette Hauteur *, pourra être exprimée par $\sqrt{a}$. 1075. * 374.

En multipliant cette Viteſſe par la Boule G (*Fig.* 4.) & par le quarré de la Diſtance AC, & en diviſant ce produit par la ſomme de tous les Corps mûs dans l'Expérience, & multipliez chacun par le quarré de la Diſtance du Centre de Mouvement, nous aurons la Viteſſe du point A après le Choc *. * 1069.

Nous avons déja déterminé une partie de cette ſomme, ſçavoir celle du Fleau; ce qui manque encore, ſe trouve en multipliant les Poids des Baſſins L & M, comme auſſi ceux de P, Q & G (*Fig.* 4.) par le quarré de la Diſtance AC; car tous ces Corps peuvent être conſiderez comme s'ils étoient dans les points mêmes de Suſpenſion A & B *. Ayant nommé c la ſomme des Poids des Baſſins, & de P, Q & G, la Viteſſe du point A après le Choc ſera $\frac{AC^q \times G\sqrt{a}}{b \times AC^q + c \times AC^q} = \frac{G\sqrt{a}}{b+c}$ *. * 183. * 1069.

Cette Viteſſe étant connüe, pour comparer la Hauteur à laquelle le point A eſt élevé, avec la Hauteur a, il faut déterminer le Centre d'Oſcillation, qui ſe meut comme un Corps ſur lequel la ſeule peſanteur agiroit *; la Diſtance entre le Centre d'Oſcillation & le Centre de Mouvement eſt $\frac{b \times AC^q + c \times AC^q}{P \times AC}$ * $= \frac{b \times AC + c \times AC}{P}$. * 425. * 474.

La Diſtance AC eſt à cette Diſtance du Centre d'Oſcillation, c'eſt-à-dire, (en multipliant ces Diſtances par P, & en les diviſant par AC) P à $b+c$, comme la Viteſſe du point A, à la Viteſſe du Centre d'Oſcillation; & c'eſt dans cette même raiſon qu'eſt la Hauteur à laquelle monte A, & que nous appellons d, à la Hauteur à laquelle s'élève le Centre d'Oſcillation: donc

P, $b+c$ :: $\frac{G\sqrt{a}}{b+c}$, $\frac{G\sqrt{a}}{P}$ = à la Viteſſe du Centre d'Oſcillation. Et

P, $b+c$ :: d, $\frac{db+dc}{P}$ = à la Hauteur à laquelle s'élève le Centre d'Oſcillation.

Cette Hauteur peut auſſi être exprimée par le quarré de la Viteſſe de ce Centre, puiſque a marque la Hauteur à laquelle le Corps monte avec la Viteſſe $\sqrt{a}$ *. Ainſi nous avons cette Equation $\frac{G^q \times a}{P^q} = \frac{db+dc}{P}$ c'eſt- * 374. 380.

à-dire, $G^q \times a = db \times P + dc \times P$: & $a = \frac{\overline{b+c} \times d \times P}{G^q}$.

1076. Quand on voudra ſubſtituer des Nombres à la place des Lettres, il faudra ſe ſouvenir que b eſt égal à $\frac{2}{3}GC \times AC + \frac{1}{6}GF \times AC$, & que
*34. EL. I. la Figure ADFEB, c'eſt-à-dire, $2GC \times AC + GF \times AC$ *, repréſente le Poids du Fleau; ainſi ce Poids eſt à b, comme $2GC + GF$ à $\frac{2}{3}GC + \frac{1}{6}GF$.

Dans notre Machine GC eſt à GF, comme 3 à 4; c'eſt-à-dire, 2 GC + GF à $\frac{2}{3}GC + \frac{1}{6}GF$, comme 15 à 4. Le Poids du Fleau eſt de dix-neuf onces, deux dragmes & un ſcrupule, c'eſt-à-dire, de 463 ſcrupules. Donc

$$15, 4 :: 463, b = 123\ \tfrac{1}{2}\ \text{ſcrup.}$$

Les Poids des Baſſins, en y ajoutant Q & G, ſçavoir $c - P$ valent 1320 ſcrupules, c'eſt-à-dire, que $c = 1320 + P$; la Boule G péſe 67 ſcrupules; la Hauteur d eſt égale à $0,_{21}$ de pouc., ce qui fait un peu plus qu'un cinquuiéme de pouce.

Cela étant, l'Equation précédente ſe change en celle-ci

$$a = \frac{\overline{b+c} \times d \times P}{G^q} = \frac{\overline{123\tfrac{1}{2} + 1320 + P} \times 21\,P}{67^q \times 100} = \frac{\overline{1443\tfrac{1}{2} + P} \times 21\,P}{448900}$$

En ſubſtituant ſucceſſivement à la place de P quatre, huit, & douze onces, c'eſt à-dire, 96, 192, 288 ſcrupules, nous trouvons $a = 6,_{91}$. $a = 14,_{68}$; & $a = 23,_{32}$: Hauteurs qui diffèrent très peu de celles qui ont été trouvées dans l'Expérience; & cette différence doit être attribuée au changement de Figure du Fleau, que nous avons fait entrer dans le Calcul.

Dans ce Calcul nous avons négligé la conſidération de la Diſtance qu'il y a entre le Centre de la Balance, & le Centre de Gravité du Fleau, à cauſe que l'erreur qui peut naître de là, n'eſt ſenſible en aucune maniére.

SCHOLIE III.

Du Centre d'Oſcillation, & de Percuſſion.

1077. NOus avons déduit ci-deſſus *, de ce qui a été prouvé au ſujet de la
*474.475. Preſſion, une Règle pour déterminer le Centre d'Oſcillation; ce que nous avons démontré ſur les Forces nous conduit aiſément à la même Règle.

Un Corps acquiert la même Viteſſe, & par conſéquent la même Force, toutes les fois qu'il tombe de la même Hauteur, quelque chemin qu'il ſui-
* 393. ve en deſcendant *; & la Force acquiſe eſt toujours proportionelle à cette
* 754. Hauteur *. Pendant que des Corps qui forment un Pendule compoſé deſ-

deſcendent, aucune Action ne détruit la Force acquiſe en deſcendant: d'un autre coté, il n'y a rien qui augmente cette même Force; donc la ſomme des Forces eſt égale à la ſomme des Forces que les Corps auroient pû acquerir en tombant ſéparément chacun de ſa Hauteur.

Soient les Corps A, B, C, D; les Diſtances du point de Suſpenſion a, b, c & d. Les Hauteurs dont ces Corps deſcendent, ſont comme a, b, c & d, & la même raiſon a lieu entre les Viteſſes. Soit la Diſtance entre le Centre d'Oſcillation & le point de Suſpenſion nommée x, & la Viteſſe acquiſe, en deſcendant de la Hauteur dont ce Centre eſt deſcendu, $\sqrt{x}$; cela étant, la Viteſſe du Corps A, s'il étoit tombé librement, ſeroit $\sqrt{a}$ *; & ſa Force Aa *; & la ſomme des Forces, ſi tous les Corps étoient tombez librement, ſeroit $Aa + Bb + Cc + Dd$. S'il y avoit quelques Corps de l'autre coté du point de Suſpenſion, ils monteroient, & leurs Forces ſeroient négatives. * 374. * 757.

Quand divers Corps ſont joints au Pendule, la Viteſſe du Corps A ſe trouve par le moyen de la Règle ſuivante,

$x, a :: \sqrt{x}, \frac{a}{\sqrt{x}}$. Les Viteſſes des autres Corps ſont $\frac{b}{\sqrt{x}}, \frac{c}{\sqrt{x}}, \frac{d}{\sqrt{x}}$; & la ſomme des Forces eſt $\frac{Aaa}{x} + \frac{Bbb}{x} + \frac{Ccc}{x} + \frac{Ddd}{x}$ *. Or comme cette ſomme eſt égale à celle que nous venons de marquer, nous trouvons $x = \frac{Aaa + Bbb + Ccc + Ddd}{Aa + Bb + Cc + Dd}$, ſuivant la Règle de l'Art. 474. * 757.

Nous avons déja eu occaſion de remarquer, que le Centre de Percuſſion coïncidoit avec le Centre d'Oſcillation *, c'eſt ce que nous allons démontrer à préſent. * 1051.

La proprieté du Centre de Percuſſion eſt, qu'il y a Equilibre entre les Actions, avec leſquelles les Corps, placez des deux cotez de ce Centre, agiſſent ſur le Pendule. 1078.

Donc nous pouvons conſiderer le Pendule comme un Levier, dont le point d'Appui eſt un obſtacle poſé dans le Centre de Percuſſion, & contre lequel le Pendule frappe: il faut qu'il y ait Equilibre, ſi les Corps choquent ce Levier avec les mêmes Viteſſes avec leſquelles ils ſe meuvent dans le Pendule.

Dans le Pendule AI, auquel ſont appliquez les Corps A & D, joints par une Ligne infléxible, ſuſpendüe en I, le Centre de Percuſſion eſt H, ſi, en ſuppoſant un Levier dont le point d'Appui ſeroit H, & que les Corps A & D viendroient choquer aux points mêmes A & D, avec les Viteſſes qu'ils ont dans le Pendule, ſi, dis-je, il y a alors Equilibre entre ces Actions; car en ce cas le point I du Pendule ne peut être affecté d'aucun Mouvement, ou ne peut, s'il eſt retenu, faire la moindre Preſſion ſur ce qui le retient. 1079. TAB. XXXV. Fig. 8.

Pour déterminer ce cas d'Equilibre, en ſuppoſant divers Corps, il eſt néceſ-

ceſſaire de déterminer l'Action de chaque Corps en particulier; c'eſt-à-dire, qu'il faut comparer enſemble ces Actions.

En laiſſant là le Pendule, & en ne faiſant attention qu'au ſeul Lever, je nomme n la Viteſſe du Corps A, & a la Diſtance AH, m la Viteſſe du Corps D, & d la diſtance HD. Le Corps A agit préciſément de même ſur le Levier, ſoit qu'il le choque en A du coté M, ou en L du coté N, pourvû que le Choc ſe faſſe avec la même Viteſſe, & que les lignes HA & HL ſoient égales. L'Action ſera encore la même, ſi, les Viteſſes étant gardées, nous concevons les Corps dont il s'agit, comme tournant autour du Centre H, & comme frappant le Levier après avoir parcouru eL & fD. Suppoſons Hf, prolongée juſqu'en G, de façon que HG, & He ou HA, ſoient égales; il y aura Equilibre, ſi la Viteſſe du point e eſt à la
* 1058. Viteſſe du point G, comme Ddd à Aaa *; c'eſt-à-dire, ſi Ddd, Aaa :: m, $\frac{an}{d}$, qui déſigne la Viteſſe du point G; donc Aam = Ddn; d'où il

1080. ſuit, que *l'Action d'un Corps ſur un Levier, ſuit la raiſon du produit de la Maſſe du Corps, multiplié par ſa Viteſſe, & par ſa Diſtance du point d'Appui.*

Dans le Pendule, la Viteſſe ſuit la raiſon de la Diſtance où eſt le Corps du point de Suſpenſion; & la Diſtance du point d'Appui, eſt la Diſtance du Centre de Percuſſion; donc l'Action du Corps ſuit la raiſon du produit du Corps, multiplié par ſes Diſtances des Centres de Suſpenſion & de Percuſſion; & il y a Equilibre entre les Actions des deux cotez du Centre de Percuſſion, quand les produits des deux cotez de ce Centre ſont égaux en-
1081. tr'eux; or comme *le Centre d'Oſcillation* a cette même proprieté *,
* 472. il s'enſuit, que ce Centre *coïncide avec le Centre de Percuſſion.*

CHAPITRE VI.

Du Choc des Corps Elaſtiques.

1082. LEs Corps Elaſtiques qui ſe choquent, ſe ſéparent après
* 630. le Choc, comme nous l'avons déja remarqué *; mais la Force qu'ils ont en ſe ſéparant, eſt différente dans des circonſtances ſemblables, à cauſe de la différence d'Elaſticité dans différens Corps.

DEFINITION.

1083. *L'Elaſticité s'appelle parfaite, quand les Parties qui cédent, reviennent à leur première ſituation, avec une Force égale à celle avec laquelle elles ont été frappées.*

Nous

Nous traiterons ici de la parfaite Elaſticité, quoiqu'aucun Corps parfaitement Elaſtique ne nous ſoit connu; car ce n'eſt qu'à l'égard de l'Elaſticité parfaite qu'il y a moyen de donner des Règles générales; à meſure que les Corps approchent plus de cette Elaſticité, leurs Mouvemens s'accordent auſſi davantage avec ces Règles.

L'Elaſticité imparfaite eſt ſuſceptible d'un nombre infini de degrez; & il s'agit de découvrir par des Expériences, combien cette Elaſticité diffère de l'Elaſticité parfaite dans tels ou tels Corps particuliers; afin de pouvoir déterminer combien les Mouvemens de ces Corps s'écartent des Règles générales. 1084.

Dans le Choc des Corps il ne périt aucune autre Force que celle qui eſt conſumée en enfonçant quelques-unes de leurs parties *; c'eſt pourquoi, ſi les Corps ſont Elaſtiques, toute la Force dont il s'agit eſt employée à plier des parties Elaſtiques; or ces parties reviennent à leur premiére ſituation avec la même Force; donc la Force détruite eſt renouvellée, & *la ſomme des Forces inhérentes aux Corps après le Choc, eſt égale à la ſomme des Forces avant le Choc.* Cette Démonſtration eſt univerſelle, & convient à toutes les Percuſſions, quelles qu'elles puiſſent être. * 934. 1085.

De là il ſuit, qu'*un Corps Elaſtique, qui vient frapper un Obſtacle Elaſtique & immobile, revient avec la même Viteſſe avec laquelle il l'a frappé. Si la direction eſt perpendiculaire à l'Obſtacle, il reviendra auſſi par la même ligne:* n'y ayant aucune raiſon pourquoi il ſe détourneroit plutôt d'un coté que d'un autre. 1086.

Dans ce Chapitre je ne parlerai que du Choc direct. Mais avant toutes choſes il faut examiner avec ſoin l'Action même des parties Elaſtiques.

Un Reſſort plié, placé entre deux Corps en repos, lorſqu'il ſe débande, met ces deux Corps en Mouvement. Si la Preſſion, qui fait tenir enſemble les parties de ces Corps, ſurpaſſe les efforts du Reſſort contre ces Corps, toute l'Action du Reſſort eſt conſumée à mouvoir les Corps, puiſqu'il n'y a aucun enfoncement de parties; *& la ſomme des Forces communiquées aux Corps, vaut la Force avec laquelle le Reſſort a été plié.* 1087.

Ce Reſſort, pendant tout le tems qu'il ſe débande, preſſe continuellement & également des deux cotez *; c'eſt-à-dire, déploye des Preſſions dont les Intenſitez ſont égales; les Eſ- 1088. * 361.

paces par leſquels les Obſtacles ſont tranſportez, ſont, dans chaque moment infiniment petit, en raiſon inverſe des Corps
* 138. qui ſont mûs par ces Preſſions *, & les Viteſſes communi-
* 119. quées en ces momens, ſont dans la même raiſon *, laquelle a
* 723. auſſi lieu entre les Actions du Reſſort des deux cotez*, comme
* 700. auſſi entre les Forces imprimées aux Corps *. Or comme cette raiſon a lieu dans chaque moment infiniment petit, auſſi long-
1089. tems que durent les Actions du Reſſort, *les Viteſſes entiéres qui ont été communiquées, & les Forces qui ont été imprimées,*
*12.EL.V. *ſont en cette même raiſon inverſe des Maſſes* *. Nous avons dé-
* 791. montré ci-deſſus * que ces deux choſes s'accordent enſemble.

MACHINE

Pour relâcher un Reſſort, plié entre des Corps ſuſpendus.

1090. Cette Machine eſt jointe à un Quadre, entiérement ſemblable à celui dont nous avons fait mention dans un autre endroit *; on ajuſte auſſi à ce Quadre des Cylindres de cuivre & des Poids de plomb *; & le Quadre même avec la Machine pèſe préciſément autant que le Quadre de l'Art. 769., quand il eſt joint à un des Corps dont il a été parlé dans l'Explication de ce Quadre *.

TAB. XXVI. Fig. 6.
* 769.
* 774.
* 771.

1091. La Machine, dont il eſt queſtion préſentement, eſt compoſée d'un Reſſort E, pareil à celui d'une Montre de poche. Ce Reſſort enveloppe un Aiſſieu, auquel il eſt attaché, de même que dans ces Montres. Cet Aiſſieu eſt auſſi celui d'une Roüe dentée, qui tourne pendant que le Reſſort ſe débande, & par ſon Mouvement fait tourner une ſeconde Roüe, afin qu'à l'aide de quelques Roües plus petites, le Mouvement de la premiére ſoit rallenti; comme on ſçait que cela ſe fait d'ordinaire.

1092. On arrête le Mouvement du Reſſort, quand il eſt bandé, par le moyen d'une petite Lame, qui retient la derniére des Roües, qu'il eſt aiſé de relâcher, pour les remettre toutes en Mouvement; il n'y a pas eu moyen de repréſenter tout cela dans la Figure, mais la choſe eſt facile à concevoir.

1093. Le Reſſort en queſtion, avec toutes les Roües, eſt renfermé entre deux Lames, dans leſquelles tournent les bouts des Aiſſieux des Roües; cette partie de la Machine ne couvre pas la moitié de la ſurface antérieure du Quadre, mais occupe un des cotez de cette ſurface, & eſt terminée en dedans par la Lame V V.

L'Aiſ

L'Aiſſieu de la grande Roüe *t*, auquel tient le Reſſort E, traverſe la Lame V V. Au bout qui paſſe au delà de cette Lame, eſt jointe la Lame *i*, que nous repréſentons ſéparément & dans ſa véritable grandeur en I.

La Plaque d'acier F G, qui couvre entiérement la Machine par devant, eſt celle là même que nous avons expliquée ci-deſſus *, & qui ſe voit dans les *Fig.* 3. & 4. de cette *Planche*. * 740.

Les Tenons, qui doivent être ſeparez dans les Expériences *, ſont auſſi ſéparez ici par le petit Marteau *m*, lequel, comme celui dont il a été parlé dans l'Art. 741, a auſſi une queüe, qui eſt jointe à angles droits en *o*, à un Aiſſieu mobile; les Tenons ſe ſéparent ici de la même maniére que dans l'Art. que nous venons d'indiquer, lorſque le petit Marteau s'abaiſſe. Voici comme cela ſe fait dans le cas préſent. *740.741.

Vers le milieu de la queüe du Marteau eſt attachée la petite Equerre *n*, qui s'applique à la circonférence de la Lame *i* ou I, laquelle, en tournant, élève le Marteau, pendant que la circonférence *p l q*, paſſe ſous l'Equerre; mais dès que le bout *q* quitte l'Equerre *n*, le Marteau tombe d'abord. Pour que cela ſe faſſe avec aſſez d'effort, & que les Tenons ſe ſéparent dans les Expériences, nous nous ſervons d'un Poinçon d'acier *s r*, qui ſoit mince & élaſtique, & qu'on fixe à vis en *s*, dans la Lame latérale de la Machine; l'autre bout du Poinçon eſt libre, & preſſe ſur la queüe du Marteau; quand le Marteau s'élève, le Poinçon eſt plié, & preſſe plus fort à cauſe de ſon Elaſticité; ce qui fait que le Marteau tombe avec effort, dès qu'il n'eſt plus retenu. 1094.

I. EXPERIENCE.

Le Reſſort décrit ci-devant * s'applique au Quadre, comme dans la ſeconde Expérience du Chapitre ſecond de ce Livre *. Je me ſers de la même Machine dont je me ſuis ſervi dans l'Expérience qui vient d'être indiquée, & je ſuſpends le Quadre de la même maniére *. Je ſuſpends outre cela encore un autre Quadre, ſçavoir celui auquel eſt jointe la Machine que nous avons expliquée en dernier lieu *. 1095. * 739. * 778. * 778. * 1090.

Nous avons à préſent deux Corps ſuſpendus, comme dans la plupart des Expériences du Chapitre précédent. Ces Corps ſont diſpoſez de la même maniére, afin que la Languette du Reſſort réponde à l'ouverture qui eſt au milieu de

la Lame garnie de Tenons, comme dans l'Expérience indi-
* 778. quée *. On fait auſſi entrer, de la maniére qui a été expli-
* 743. quée là & ailleurs plus en détail *, la Languette dans l'ouverture, mais enſorte qu'on n'enfonce que les premiéres dents de
* 745, 778. la Languette, comme dans les autres Expériences *.

Pour que les Fils correſpondans ſoient parallèles quand le Reſſort eſt plié, je me ſers d'une méthode employée ailleurs
* 942. dans un cas particulier *.

* 1091. On remonte * le Reſſort qui donne le Mouvement aux
* 1092. Roües, & on l'arrête *.

On lâche ce Reſſort quand les Corps ſuſpendus ſont en repos, ce qui leur donne un petit Mouvement; mais ils ont le tems de ſe remettre en repos, pendant que le Reſſort ſe relâ-
* 1094. che: enfin le Marteau tombe *, & les Corps ſe ſéparent par l'Action du Reſſort plié entr'eux. On varie cette Expérience en changeant les Maſſes des Corps ſuſpendus.

1096. Dans le premier Eſſai on adapte des Cylindres* aux Corps,
* 774. TAB. XXXVI. Fig. 1. afin que chacune des Maſſes R & S vaille deux. Les Corps ſe ſéparent avec des Viteſſes égales, qui valent 8, 4.

1097. Fig. 2. On garde une de ces Maſſes dans le ſecond Eſſai, ſçavoir celle du Corps S, & on change l'autre de maniére qu'elle ſoit ſeize; le Reſſort étant lâché, la Viteſſe de ce dernier Corps vaut 1, 4, pendant que S ſe meut avec la Viteſſe 11, 2.

1098. Fig. 3. Si l'on repète l'Expérience une troiſiéme fois, & que la Maſſe R ſoit trois, & la Maſſe S quatre, la Viteſſe du dernier de ces Corps ſera 5, 5; & l'autre 7, 3.

1099. Dans ces trois cas la ſomme des Forces eſt la même, & les Viteſſes ſont en raiſon inverſe des Maſſes.

Dans le premier cas les Maſſes ſont égales, & les Viteſſes auſſi. La Force de chaque Corps eſt 2×8, 4×8, $4 = 141$, 12, & la ſomme vaut 282.

Dans le ſecond cas la Maſſe de R ſurpaſſe huit fois celle de S, mais d'un autre coté la Viteſſe de S eſt huit fois plus grande que celle de R. Les Forces ſont 16×1, 4×1, $4 = 31$, 36, & 2×11, 2×11, $2 = 250$, 88; & la ſomme eſt encore 282.

Enfin dans le dernier cas les Maſſes ſont comme 3 à 4: les Viteſſes ſont dans la même raiſon, mais inverſe, ſçavoir comme 7, 3 à 5, 5: les Forces ſont 3×7, 3×7, $3 = 159$, 87, & 4×5, 5×5, $5 = 121$, & comme la ſomme ne diffère que très peu de 281,

il

il ne ſçauroit y avoir aucun doute au ſujet de l'égalité des Forces.

Nous avons le cas même que nous venons d'examiner, *quand deux Corps Elaſtiques, mûs en ſens contraire, ſe choquent directement, avec des Viteſſes qui ſont en raiſon inverſe des Maſſes*; car ſi ces Corps ne ſont point Elaſtiques, ils reſteront en repos après le Choc *; donc dans le moment même de la rencontre, & avant que les Corps ayent repris leur premiére figure, il y a un Reſſort plié entre deux Corps en repos; & ces Corps ſe ſéparent avec des Viteſſes qui ſont en raiſon inverſe des Maſſes *, c'eſt-à-dire, que les Viteſſes ont entr'elles la même raiſon avant & après le Choc; d'où il ſuit, que *l'un & l'autre Corps retournent avec la même Viteſſe que chacun d'eux avoit avant le Choc*; car ſi la Viteſſe eſt diminuée dans l'un, la raiſon dont il s'agit ne ſçauroit avoir lieu, à moins qu'il n'y ait auſſi diminution dans l'autre; cela étant, la ſomme des Forces ſeroit moindre, ce qui eſt impoſſible *. La Démonſtration ſeroit la même ſi l'on vouloit ſuppoſer que la Viteſſe d'un des Corps fût augmentée. 1100. * 962. * 1089. * 1085.

L'Expérience par laquelle nous confirmons cette Propoſition, & toutes les autres Expériences qui ſuivent ſur le Choc des Corps Elaſtiques, ſe ſont par le moyen de la Machine qui a ſervi aux Expériences ſur le Choc des Corps non-Elaſtiques *. 1101. * 760.

Quand il s'agit de Corps Elaſtiques, je me ſers de Solides d'ivoire, & j'employe des Boules comme G, dont le diamètre eſt d'un pouce & demi. Les autres Corps ſont cylindriques, & de même diamètre, comme B & C; ils ſont terminez à un de leurs bouts en Hémiſphère, au lieu que l'autre baſe, qui n'a que tant ſoit peu plus qu'un pouce de diamètre, eſt platte: En tournant ces Cylindres, il faut prendre garde que l'Axe de la dent d'ivoire doit coïncider avec l'Axe du Cylindre. Les Poids des Corps G, B & C, ſont entr'eux, comme un, deux & trois. 1102. Tab. XXVI. Fig. 7.

Les Boules ſont ſuſpendües à deux Crochets *v*, *v*; pour les Corps cylindriques, ils ſont attachez à quatre Fils, comme les Quadres dont je me ſuis ſervi dans les Expériences touchant le Choc des Corps non-Elaſtiques *. Il faut avoir ſix 1103. * 769.

Boules, comme G, un Cylindre, comme B, & deux, comme C.

TAB. XXVII. Fig. 1. * 764. Pour ſuſpendre ces Corps, on affermit les Crochets du milieu *g*, *f* & *h*, *i* *, en faiſant attention à ce qui a été dit dans l'Art. 765; alors la diſtance entre *g* & *f*, comme auſſi entre *h* & *i*, eſt d'un pouce & demi. Cela étant, ſi l'on ſuſpend deux Boules, en réduiſant les Fils correſpondans à la même hauteur, ces Boules ſe toucheront.

1104. TAB. XXVI. Fig. 7. Quand il eſt queſtion des Cylindres B & C, on employe les Crochets ſuivans, qu'on arrête à une diſtance des Crochets du milieu, déja affermis, égale à la diſtance *v*V dans le Corps qui doit être ſuſpendu : diſtance qu'on peut déterminer immédiatement, en approchant le Corps des Crochets.

Ces Corps, après que les Fils ont été réduits à la longueur requiſe, ſe touchent mutuellement, préciſément comme il a été dit au ſujet des Boules, ſoit qu'il y ait deux Cylindres comme B, ou comme C, ſoit qu'il y en ait un comme C, & l'autre comme B, ſoit enfin qu'un des deux ſoit appliqué à la Machine avec une Boule; car la diſtance entre les Crochets *v*, *v*, ou V, V, & les bouts des Corps eſt de trois quarts de pouce.

Par rapport à tout le reſte, il n'y a point de différence entre les Expériences faites avec des Corps Elaſtiques, & celles qui ont été expliquées dans le Chap. IV. On donne aux Corps les Viteſſes réquiſes, & on meſure celles qu'ils ont après le Choc, comme dans les Expériences du Chapitre qui vient d'être indiqué. Nous n'avons aucun égard à ce qui a été dit dans l'Art. 942. à cauſe que le parallèliſme des Fils n'eſt jamais dérangé par le Choc dans les Expériences dont il s'agit ici.

2. EXPERIENCE.

1105. TAB. XXXVI. Fig. 4. Les deux Corps P & Q, dont les Maſſes ſont comme un à trois, ſe heurtent en p, q, le dernier avec la Viteſſe 5, & l'autre avec la Viteſſe 15; après le Choc chacun d'eux remonte à peu près à la même Hauteur dont il étoit deſcendu, ſçavoir *p* & *q*.

Ce qui manque à l'Elaſticité de ces Corps pour être parfaite, eſt cauſe qu'ils ne remontent pas tout-à-fait à la même Hauteur dont ils ſont tombez.

1106. Dans cette Expérience, auſſi bien que dans les ſuivantes, la Vi-

Viteſſe produite par le rétabliſſement de la Figure, eſt plus petite d'un douziéme que celle qui ſeroit produite ſi ce rétabliſſement étoit parfait; ſi la Viteſſe reſpective des Corps eſt conſidérablement grande, la diminution de la Viteſſe eſt plus grande à proportion.

Ce qui a été démontré touchant le Reſſort qui ſe débande entre des Corps en repos, peut s'appliquer à un Reſſort placé entre des Corps, & tranſporté avec la même Viteſſe qu'eux, ce qui fait que, par rapport à eux, il eſt en repos; donc *ſi deux Corps Elaſtiques ſe heurtent dans un Bateau, avec des Viteſſes qui ſoient en raiſon inverſe de leurs Maſſes, ils reculeront dans le Bateau avec les mêmes Viteſſes * qu'ils avoient en s'approchant.* 1107. * 1100.

En ſuppoſant ce qui a été dit dans l'Art. 987., on a des Corps non-Elaſtiques qui reſtent en repos après le Choc, dans un Bateau mû avec la Viteſſe BI. Les changemens qui arrivent aux Viteſſes de ces Corps ſont en raiſon inverſe des Maſſes, puiſque les Viteſſes avec leſquelles ils ſe ſont approchez dans le Bateau ont été détruites. Si à préſent les Corps ſont Elaſtiques, ils s'éloignent l'un de l'autre dans le Bateau, avec les mêmes Viteſſes avec leſquelles ils s'y étoient approchez l'un de l'autre *; c'eſt-à-dire, que les Viteſſes ſouffrent un ſecond changement égal au premier; ainſi chaque Corps éprouve dans ſa Viteſſe un double changement; & *la Viteſſe reſpective après le Choc eſt égale à la Viteſſe reſpective avant le Choc.* Dans la *Fig.* 1. le Corps mû avec la Viteſſe BN, avoit dans le Bateau, avant le Choc, la Viteſſe IN; il a perdu cette Viteſſe, & en a acquis une égale dans le ſens contraire, ſçavoir la Viteſſe IG; donc ſa Viteſſe eſt BG. Un autre Corps, dont la Viteſſe étoit BE, revenoit dans le Bateau avant le Choc, c'eſt-à-dire, étoit mû plus lentement que le Bateau même de la quantité IE; après le Choc il va du coté oppoſé avec une Viteſſe égale IP, c'eſt-à-dire, il va plus vite que le Bateau, & la Viteſſe eſt BP. 1108. TAB. XXXVII. Fig. 1, 2. * 1107. 1109

De même dans la *Fig.* 2. le Corps qui avoit la Viteſſe BN, a perdu la Viteſſe IN, qu'il avoit dans le Bateau, & revient à préſent dans le Bateau avec la Viteſſe IG, égale à IN; c'eſt-à-dire, qu'après le Choc il eſt tranſporté avec la Viteſſe BG: l'autre Corps, dont la Viteſſe étoit BE, revenoit dans le Bateau avec la Viteſſe IE; préſentement il eſt tranſporté de la poup-

pe

pe vers la proüe d'un Mouvement contraire avec la Viteſſe IP, égale à IE; & ſa Viteſſe abſolüe eſt BP.

De ce qui vient d'être dit nous déduiſons deux Règles, par le moyen deſquelles nous déterminons les Viteſſes des Corps Elaſtiques après le Choc.

REGLE I.

1110. *Si par le Choc de deux Corps, qu'on ſuppoſe non-Elaſtiques, la Viteſſe de l'un eſt augmentée, le double de l'augmentation doit être ajouté à la premiére Viteſſe, pour déterminer la Viteſſe après le Choc, en cas que les Corps ſoient Elaſtiques.*

REGLE II.

1111. *Deux Corps non-Elaſtiques venant à ſe choquer, ſi l'un perd une partie de ſa Viteſſe, la partie perdüe doit être doublée, & ſouſtraite de la premiére Viteſſe, pour déterminer la Viteſſe après le Choc, quand les Corps ſont Elaſtiques.*

1112. Il faut remarquer touchant la ſeconde Règle, qu'un Corps qui revient, perd non ſeulement ſa premiére Viteſſe, mais qu'outre cela la Viteſſe acquiſe dans le ſens contraire doit auſſi être conſiderée comme perdüe: ainſi en ce cas, la ſomme de ces deux derniéres Viteſſes doit être doublée, & ſouſtraite de la premiére Viteſſe. Quand il arrive qu'il faut ſouſtraire une plus grande Viteſſe d'une plus petite, l'excès marque un Mouvement en ſens contraire.

3. EXPERIENCE.

1113. TAB. XXXVI. Fig. 5. Le Corps P, dont la Maſſe eſt deux, & la Viteſſe neuf, choque le Corps en repos Q, dont la Maſſe eſt un; ſi l'Elaſticité étoit parfaite, Q ſeroit tranſporté après le Choc avec la Viteſſe douze, & P continueroit à ſe mouvoir avec la Viteſſe trois; nombre qu'on trouve en obſervant dans le Calcul les Règles que nous venons d'indiquer; car ſi les Corps n'étoient pas Elaſtiques, la Viteſſe des deux après le Choc ſeroit ſix *; donc le Corps Q gagneroit ſix degrez de Viteſſe; ainſi, par la premiére Règle *, il acquiert à préſent douze degrez. Le Corps P, qui perdroit trois degrez de Viteſſe s'il n'étoit pas Elaſtique, par la ſeconde Règle * en perd ſix; ainſi, en ôtant ſix degrez de neuf, qui étoit la premiére Viteſſe, il doit reſter trois degrez. Mais l'Elaſticité eſt imparfaite; & dans l'Expérience même la Viteſſe du Corps Q eſt onze & demi; & P continüe à ſe mouvoir avec trois degrez & un quart, ce qui

* 992.
* 1110.
* 1111.

qui s'accorde avec ce que nous avons dit *; ſçavoir, que le changement qui naît de l'Elaſticité, doit être diminué d'une douziéme partie. * 1106.

4. Experience.

Le Corps P frappe avec la Viteſſe douze le Corps en repos & trois fois plus grand que lui Q, & reviendroit avec la Viteſſe ſix, ſi les deux Corps étoient parfaitement Elaſtiques. En ce cas des Corps non-Elaſtiques ſeroient mûs avec la Viteſſe trois, donc le Corps P auroit perdu neuf degrez de ſa Viteſſe, & ainſi, par la ſeconde Règle *, il en perd dix-huit degrez; leſquels, ſi on les ſouſtrait de la premiére Viteſſe douze, donnent ſix degrez de Viteſſe dans un ſens contraire *. Le Corps Q, qui acquiert trois degrez de Viteſſe quand les Corps ne ſont pas Elaſtiques, devroit à préſent en acquerir ſix. Mais ce ſecond changement doit être diminué d'un douziéme, & la Viteſſe eſt cinq & trois quarts. Le ſecond changement de Viteſſe du Corps P, n'eſt, à cauſe du défaut d'Elaſticité, que huit & un quart; la Viteſſe qui doit être ſouſtraite de douze, vaut dix ſept & un quart, & il ſe trouve, en faiſant l'Expérience, que c'eſt avec la Viteſſe cinq & un quart que le Corps revient. De même, les Expériences que nous allons décrire confirment ce que nous trouvons par ces Règles, en faiſant attention au défaut d'Elaſticité. 1114. TAB. XXXVI. Fig. 6. * 1112. * 1112.

5. Experience.

Le Corps P, dont la Maſſe eſt deux, & la Viteſſe huit, frappe le Corps Q, dont la Maſſe eſt un, & qui eſt porté du même coté que lui, avec la Viteſſe cinq; ſi l'Elaſticité étoit parfaite, le Corps Q ſeroit mû après le Choc avec la Viteſſe neuf, & P auroit la Viteſſe ſix, comme on peut le déterminer par les Règles précédentes. Car ſi les Corps n'étoient pas Elaſtiques, ils ſeroient tranſportez l'un & l'autre, après le Choc, avec la Viteſſe ſept *: le Corps Q auroit acquis deux degrez de Viteſſe, qui doivent être doublez par la premiére Règle, & être ajoutez à la premiére Viteſſe cinq, ce qui fait neuf: le Corps P perdroit deux degrez de Viteſſe par la ſeconde Règle, & ainſi il ne lui en reſteroit plus que ſix. En faiſant attention au défaut d'Elaſticité, P a ſix degrez & un douziéme de Viteſſe, & Q eſt tranſporté avec la Viteſſe huit & cinq ſixiémes. 1115. Fig. 7. * 988.

Dans cette occaſion encore l'Expérience s'accorde avec les Règles.

6. EXPERIENCE.

1116. TAB. XXXVI. Fig. 8. Le Corps P eſt tranſporté avec la Viteſſe dixneuf, vers le même coté que le Corps Q, triple de P, & dont la Viteſſe eſt trois: après le Choc, le Corps P revient avec la Viteſſe quatre, & Q continüe à ſe mouvoir avec la Viteſſe dix & deux tiers.

7. EXPERIENCE.

1117. Fig. 9. Le Corps P & le Corps Q, qui ſont auſſi comme un à trois, ſont tranſportez en ſens contraire, le premier avec la Viteſſe cinq, & l'autre avec la Viteſſe onze; après le Choc, Q continüe à ſe mouvoir avec une Viteſſe égale à trois & un tiers, & P revient avec la Viteſſe dixhuit.

8. EXPERIENCE.

1118. Les mêmes Corps P & Q ſont tranſportez en ſens contraire, P avec la Viteſſe ſeize, & Q avec la Viteſſe huit; après le Choc ils reviennent tous deux; la Viteſſe de P eſt alors dixhuit & demi, & celle de Q trois & demi.

9. EXPERIENCE.

1119. Si dans la derniére Expérience la Viteſſe du Corps P eſt changée, & qu'elle ſoit huit, Q, en ſuppoſant les Corps parfaitement Elaſtiques, perdroit tout ſon Mouvement, & P reviendroit avec la Viteſſe ſeize; mais dans l'Expérience, Q garde le tiers d'un degré de Viteſſe, & la Viteſſe du Corps P eſt quinze.

Par le moyen des Règles que nous avons rapportées, on peut déterminer tous les cas où des Corps Elaſtiques viennent ſe choquer: on peut auſſi déduire des mêmes Règles la Propoſition ſuivante.

1120. *Quand deux Corps égaux ſont tranſportez vers le même coté, ils continuent à ſe mouvoir en échangeant leurs Viteſſes; ſi leurs Mouvemens ſe font en ſens contraire, ils retournent, & la même échange de Viteſſes a lieu.*

1121. TAB. XXXVII. Fig. 5. * 987. 1. *Cas.* Que les Corps tendent vers le même coté, & que AB déſigne la Viteſſe d'un des Corps, & AC celle de l'autre; à cauſe de l'égalité des Maſſes, les changemens des Viteſſes ſeront égaux *. Si l'on diviſe BC en deux parties égales en D, AD exprimera la Viteſſe de chacun de ces Corps après le Choc, en

en cas qu'ils ne ſoient pas Elaſtiques; la Viteſſe AB eſt augmentée de la quantité BD; & comme c'eſt du double de cette quantité qu'elle doit être augmentée à cauſe de l'Elaſticité *, la Viteſſe AB eſt dans cette occaſion changée en AC. Semblablement, dans des Corps non-Elaſtiques, la Viteſſe AC eſt diminuée de la quantité DC; & comme c'eſt du double de cette quantité qu'elle doit être diminuée *, elle devient AB. * 1110. * 1111.

10. Experience.

Deux Corps égaux ſont tranſportez vers le même coté, le premier avec la Viteſſe dix, & le ſecond avec la Viteſſe quatre; après le Choc, ils continueroient leurs Mouvemens avec des Viteſſes échangées, ſi l'Elaſticité étoit parfaite; ce qu'on peut déduire auſſi des Règles précédentes par le Calcul. Mais dans l'Expérience, le Corps qui précede acquiert moins qu'il ne feroit dans le cas de la parfaite Elaſticité; celui qui ſuit perd auſſi moins qu'il ne feroit dans le même cas; & chaque différence vaut le quart d'un degré de Viteſſe. 1122.

2. *Cas.* Soit la Viteſſe d'un Corps marquée par AC, & celle d'un autre par AB; ſi l'on partage BC en deux parties égales, après le Choc la Viteſſe de l'un & de l'autre vers le même coté eſt AD *, quand les Corps ne ſont pas Elaſtiques. Donc le premier Corps a perdu la Viteſſe DC, & l'autre a perdu toute ſa Viteſſe AB, & a acquis la Viteſſe AD, dans un ſens contraire; donc toute la quantité perdüe eſt DB *, égale à DC; en doublant cette quantité, on aura BC, qui déſignera la quantité de Viteſſe perdüe par chaque Corps *; laquelle étant ſouſtraite de la Viteſſe des deux Corps, donne dans l'un & l'autre cas, une Viteſſe en ſens contraire *, égale à celle que l'autre Corps a eüe. 1123. TAB. XXXVII. Fig. 6. * 990. * 1112. * 1111. * 1112.

11. Experience.

Si deux Corps égaux ſont tranſportez en ſens contraire, l'un avec la Viteſſe douze, & l'autre avec la Viteſſe ſix, ils reviendront tous deux, après le Choc, avec des Viteſſes échangées; & la Viteſſe qu'aura alors chaque Corps, ſera moindre que celle que chacun d'eux avoit avant le Choc, de trois quarts d'un degré; ce qui ſe trouve auſſi par Calcul, en ayant égard au défaut d'Elaſticité. 1124.

Si un Corps en vient frapper un autre qui lui eſt égal & qui eſt en repos, & que ces deux Corps faſſent échange de Viteſſes, 1125.

le premier Corps reſtera en repos après le Choc, & l'autre continüera à ſe mouvoir avec la Viteſſe du premier.

12. EXPERIENCE.

1126. Si un Corps frappe avec la Viteſſe douze, un autre Corps qui lui eſt égal & qui eſt en repos, le premier continüe à ſe mouvoir avec un demi-degré de Viteſſe, & l'autre en acquiert une égale à onze & demi; le premier ſeroit reſté en repos après le Choc, ſi l'Elaſticité avoit été parfaite, & l'autre auroit acquis douze degrez de Viteſſe.

1127. *L'Action du Reſſort eſt très ſubite dans les Corps Elaſtiques.* C'eſt pourquoi, ſi pluſieurs Corps Elaſtiques ſont contigus, & que le dernier ſoit frappé, tous les Corps ſuivans ſont mis en Mouvement, comme s'ils étoient ſéparez l'un de l'autre; de même, ſi de pluſieurs Corps contigus, mûs avec la même Viteſſe, celui qui précede frappe un autre Corps quelconque, il
1128. agit comme il feroit s'il étoit ſeul. D'où il ſuit, qu'*un Corps eſt mû par la ſeule Action du Corps voiſin, & n'agit à ſon tour que ſur un Corps voiſin*, les parties Elaſtiques reprenant leur premiére Figure, avant que l'Action aît pu être communiquée au Corps ſuivant.

13. EXPERIENCE.

1129. TAB. XXXVII. Fig. 7. 1. Soient pluſieurs Corps égaux Q, R, S, T, V, diſpoſez dans une même ligne, & ſe touchant l'un l'autre; ſi le Corps P, égal à chacun des autres, frappe le Corps Q, avec une Viteſſe quelconque; après le Choc, les Corps P, Q, R, S & T reſteront en repos, ou plutôt ſeront tant ſoit peu agitez, ce qui eſt une ſuite du défaut d'Elaſticité; & il n'y aura de Mouvement communiqué qu'au Corps V.

Fig. 8. 2. Soient deux Corps contigus P & Q, mûs avec des Viteſſes égales, de façon que Q vienne frapper le Corps R, les Corps P, Q, R & S reſteront en repos après le Choc, & T ſera mû avec V.

Fig. 9. 3. Pareillement, ſi trois Corps ſont mûs, il y en aura auſſi trois de mûs après le Choc.

Fig. 10. 4. S'il y en a quatre qui ſe meuvent, le même nombre ſe ſéparera des autres après la Percuſſion.

Fig. 11. 5. Enfin ſi P, Q, R, S & T ſont mûs enſemble, & que T frappe V, P ſeul reſte en repos après le Choc, & Q, R, S, T & V ſe meuvent enſemble. En général, quelle que ſoit

ſoit la quantité des Boules, le nombre de celles qui ſont miſes en Mouvement après la Percuſſion, eſt toujours égal au nombre de celles qui ont été en Mouvement avant la Percuſſion.

Ces Corps agiſſent comme s'ils étoient ſéparez *. Dans le premier cas, P frappe Q, & reſte en repos *; Q, mis en Mouvement par le coup, frappe R, & reſte auſſi en repos. Il en eſt de même des autres; juſqu'à ce qu'enfin T frappe V, qui, n'étant retenu par aucun obſtacle, continüe ſeul à ſe mouvoir. 1130. TAB. XXXVII. Fig. 7. * 1128. * 1125.

Dans le ſecond cas, le Corps Q pouſſe de la même maniére le Corps V; le Corps P ſuit immédiatement, & frappe le Corps Q, qui après le Choc précédent eſt reſté en repos; de la même maniére il y a du Mouvement communiqué au Corps T, qui ne ſçauroit frapper le Corps V, à cauſe qu'il ſe meut déja; & comme les Viteſſes des Corps P & Q ſont égales, & que ces Corps ſe ſuivent de très près, il ne s'écoule aucun Tems ſenſible entre ces deux communications de Mouvement; d'où il ſuit, que les Corps V & T ſe meuvent auſſi avec la même Viteſſe, & ne ſe ſéparent point l'un de l'autre. Fig. 8.

L'Expérience ſuivante fait voir, que l'Action des Reſſorts eſt plus ſubite qu'on ne ſçauroit s'imaginer. 1131.

14. Experience.

La Boule d'ivoire AB, creuſe, & d'environ deux pouces de diamètre, eſt formée par deux Hemiſphères A & B, qui peuvent être étroitement joints enſemble à vis. 1132. Fig. 12.

On laiſſe tomber l'Hemiſphère B, de la hauteur qu'on veut, par Ex. de dixhuit pouces, de maniére qu'il vienne frapper avec le point du milieu de ſa ſuperficie, un Plan de marbre bleu humide. C'eſt ce qu'on peut faire facilement, en rendant l'Hemiſphère en queſtion un peu plus épais vers le milieu que vers les bords. Qu'on meſure la tache que B imprime dans le marbre par ſa chute.

Si l'on ajoute à préſent l'Hemiſphère A, & qu'on laiſſe tomber la Boule de la même hauteur, de façon que le même point de la ſurface de l'Hemiſphère B frappe le marbre; ce qui n'aura aucune difficulté, pourvû que l'Hemiſphère A ſoit plus leger que l'autre: la Tache qui ſe formera, ſera exactement égale à la premiére, & la Boule rejaillira beaucoup moins. Enfin, ſi l'on inſére & qu'on affermiſſe dans la

Cavité de la Boule un morceau de Plomb P, du même poids que la Boule; la Tache, en laiſſant tomber la Boule de la maniére que nous venons d'indiquer, ſera auſſi la même dans ce troiſiéme cas, & la Boule ne rejaillira preſque point.

Que ſi on lâche de la même hauteur de dixhuit pouces une Boule ſolide d'ivoire, égale à la Boule dont nous venons de parler, la Tache eſt plus grande, & la Boule remonte preſque à la même hauteur dont elle a été lâchée.

Nous voyons dans cette Expérience, que les parties de l'Hemiſphère B, qui ont été frappées, ont repris leur figure avant que cet Hemiſphère ait pû éprouver l'Action de l'Hemiſphère A, ou du Plomb renfermé, quoique ces Corps fuſſent aſſez étroitement unis enſemble.

1133. Dans le dernier Chapitre de ce Livre je déterminerai les Tems mêmes dans leſquels ſe font les Inflexions des Corps Elaſtiques; & nous verrons que, dans l'Expérience qui vient d'être rapportée, le Tems pendant lequel les parties ſont enfoncées, eſt de neuf quintes, ou de $\frac{1}{23593}$ d'une ſeconde.

SCHOLIE I.

Dans lequel on étend aux Corps Elaſtiques, ce qui a été démontré dans le Scholie III. *du Chap.* IV. *de ce Livre.*

NOus avons fait voir dans le Scholie III. du Chap. IV. de ce Livre, comment on peut déterminer Géometriquement ce qui arrive aux Corps non-Elaſtiques, dans le tems qu'ils s'entre-choquent: ce qui a été prouvé dans ce Scholie, au ſujet des diminutions de Viteſſes & de Forces, peut s'appliquer aux Corps Elaſtiques *; & il ſera aiſé de déterminer, ce qui doit arriver dans le tems que les parties enfoncées reprennent leur premiére Figure.

* 929.

1134. TAB. XXXVII. Fig. 3, 4. Suppoſant ce qui a été expliqué dans ce Scholie, E*e* déſigne la Viteſſe avec laquelle les deux Corps ſe meuvent, dans le Moment même de l'Inflexion entiére des parties. Pendant que les parties reprennent leur premiére Figure, les changemens de Viteſſes continüent, conformément aux mêmes Loix qui ont lieu à l'égard de l'enfoncement *; c'eſt pourquoi, ayant prolongé CE & DE, & mené HR parallèle à DA, les Viteſſes des Corps pourront être marquées par les Lignes RS, RH; & le Triangle ESH repréſentera la Force renouvellée. Cette Force, en conſiderant l'Action entiére des parties Elaſtiques, eſt égale à celle qui a été détruite par le Choc *; donc les Triangles DEC, EHS, ſont égaux; &

* 967.

* 1085.

& ſi eR eſt égale à eA, les Viteſſes des Corps, après la ſéparation, ſeront RS, RH. Dans le cas de la *Fig.* 3., le Corps qui avoit la Viteſſe AD, revient avec la Viteſſe RS, & l'autre garde ſa direction; dans la *Fig.* 4., le Corps dont la Viteſſe étoit AD, continüe à ſe mouvoir avec la Viteſſe RS, & l'autre revient avec celle qui eſt déſignée par RH.

Tout ceci a lieu dans la ſuppoſition d'une parfaite Elaſticité; ſi l'Elaſticité eſt imparfaite, il faut mener rh, parallèle à RH, enſorte que er ſoit à eR, comme la Viteſſe qui eſt réellement produite par l'Action des parties, dans le tems qu'elles reprennent leur premiére ſituation, à celle qui ſeroit produite ſi l'Elaſticité étoit parfaite. Alors rs & rh ſont les Viteſſes cherchées.

Dans les Figures qui ſerviroient pour les Expériences de ce Chapitre, er ſeroit à eR ou eA, comme onze à douze.

SCHOLIE II.

Autre Démonſtration de l'Art. 1085.

NOus avons démontré, que dans le Choc des Corps Elaſtiques, la ſomme des Forces étoit la même avant & après le Choc *; d'où il ſuit, en ſuppoſant ce qui a été dit dans les Art. 1108. 1109. que $AB \times BN^q + BC \times BE^q = AB \times BG^q + BC \times BP^q$ *; c'eſt de quoi nous allons donner ici une Démonſtration Géometrique. 1135. TAB. XXXVII. Fig. 1, 2. * 1085. * 757.

Que premiérement les Corps aillent vers le même coté. Ayant fait des Quarrez ſur les Lignes BE, BG, BN & BP, je méne la Diagonale commune à tous BV. Je tire enſuite IS, parallèle à PV, & fais paſſer par le point S, où la premiére de ces Lignes coupe la Diagonale, la Ligne XSK, parallèle à PB: après quoi je prolonge GR & EQ juſqu'en Z & K. Les Triangles YST, RSZ, ſont égaux, à cauſe de l'égalité entre IN & IG, comme auſſi entre IP & IE; les Triangles SXV, SKQ ſont auſſi égaux. Par conſéquent le Trapèze GRTN, eſt égal au Rectangle GZYN; & le Trapèze EQVP, eſt égal au Rectangle EKXP. Fig. 1, 13.

Le Trapèze GRTN, ou le Rectangle GZYN, eſt la demi-différence des Quarrez de BN & de BG. De même le Rectangle EKXP eſt la demi-différence des Quarrez de BP & de BE; mais à cauſe de leur hauteur commune IS, ces Rectangles ſont entr'eux comme leurs Baſes *, ou comme les moitiez de leurs Baſes IN, IE; d'un autre coté, les demi-différences des Quarrez ſont entr'elles comme les différences entiéres. Donc $BN^q - BG^q$, $BP^q - BE^q :: IN, IE$; c'eſt-à-dire, par la conſtruction, comme BC à AB. * 1. EL. VI.

Ainſi $AB \times BN^q - AB \times BG^q = BC \times BP^q - BC \times BE^q$; & en tranſpoſant $AB \times BN^q + BC \times BE^q = AB \times BG^q + BC \times BP^q$. Ce qu'il falloit démontrer.

Suppoſons à préſent que les Corps aillent vers des cotez oppoſez. Ayant élevé des Quarrez ſur les Lignes BP, BN, BE, ou Be, & BG ou Bg. A cauſe de l'égalité entre IN & IG, & entre IP & IE, NP eſt égale 1136. Fig. 2, 14.

à

à EG ou eg; ajoutons de part & d'autre eN, nous aurons $eP = gN$. La différence entre les Quarrez BV & BQ, c'eſt-à-dire, entre les Quarrez des Lignes BP, BE, eſt un Rectangle, dont la Baſe eſt $PV + eQ$, c'eſt-à-dire PE, & la hauteur eP; la différence des Quarrez BT, BR, c'eſt-à-dire des quarrez des Lignes BN, Bg ou BG, eſt le Rectangle, dont la Baſe eſt $NT + gR$, c'eſt-à-dire NG, & la hauteur gN; à cauſe de l'égalité des hauteurs, ces Rectangles ſont comme les Baſes PE, NG, ou comme leurs moitiez IE, IN, qui ſont comme AB, BC; donc

$$BP^q - BE^q, BN^q - BG^q :: AB, BC$$

Et en réduiſant l'Analogie en Equation $AB \times BN^q - AB \times BG^q = BC \times BP^q - BC \times BE^q$; ce qui donne $AB \times BN^q + BC \times BE^q = AB \times BG^q + BB \times BP^q$. Ce qu'il falloit démontrer.

SCHOLIE III.

Eclairciſſement au ſujet de l'Action mutuelle des Corps Elaſtiques.

1137. QUoiqu'il ne puiſſe reſter aucun doute ſur l'égalité de la ſomme des Forces avant & après le Choc, cette égalité étant une ſuite de la
* 1083. parfaite Elaſticité *, & ſe déduiſant auſſi, comme on l'a vu dans le Scholie précédent, des Règles données pour les Corps Elaſtiques, il ne laiſſe pas d'y avoir encore en ceci quelque choſe d'obſcur; parce que les Démonſtrations, que nous avons apportées ne ſont pas voir, comment un Reſſort, pendant qu'il ſe débande entre des Corps, & qu'il communique des
* 1089. deux cotez oppoſez des Forces qui ſont en raiſon inverſe des Maſſes *, peut ſouvent, non ſeulement imprimer à un Corps toute la Force avec laquelle il ſe débande, mais outre cela, celle qu'il ôte à l'autre Corps. Si par Ex. le Corps A frappe avec deux degrez de Viteſſe, c'eſt-à-dire, a-
* 757. vec quatre degrez de Force *, le Corps B, qui lui eſt égal & qui eſt en repos, ces deux Corps, s'ils ne ſont pas Elaſtiques, auront enſemble, après
* 992. le Choc, un degré de Viteſſe *; & chacun d'eux en particulier aura un
* 757. degré de Force *; c'eſt-à-dire, que la ſomme de leurs Forces vaut deux, & que les deux autres degrez de Force ont été employez à enfoncer les
* 934. parties *: Si les Corps étoient Elaſtiques, le Reſſort auroit été bandé avec cette même Force, & ſe ſeroit auſſi debandé avec la même *: mais après
* 1083. le Choc, le Corps B a deux degrez de Viteſſe *, c'eſt-à-dire, quatre de-
* 1120. grez de Force *; & le Corps A reſte en repos: donc le Reſſort doit avoir
* 757. communiqué trois degrez de Force à B, & en avoir ôté un au Corps A, quoiqu'il n'ait été bandé qu'avec deux degrez de Force, & qu'à cauſe de l'égalité des Corps il aît déployé des Actions égales des deux cotez.

1138. Pour lever cette difficulté, il faut diſtinguer entre Force abſolüe & Force rélative. Un Reſſort, placé entre deux Corps, leur communique des For-
* 1089. ces qui ſont en raiſon inverſe des Maſſes, s'il eſt en repos entr'eux *; c'eſt-à-dire, ſi, les Corps étant tranſportez, il eſt tranſporté d'un même Mouvement avec eux: Or de pareils Mouvemens ſont préciſément du même genre que ceux qui ſeroient communiquez à des Corps dans un Bateau,

teau qui ſeroit tranſporté avec la même Viteſſe qu'eux, & dans lequel par conſéquent ces Corps ſont en repos rélativement au Reſſort *; mais cette Propoſition ne doit point être appliquée aux Mouvemens abſolus, dont l'un eſt accéleré, & l'autre retardé, le Reſſort même étant déja tranſporté avant que de déployer ſon Action. * 1107.

Il faut obſerver par rapport aux Forces abſolües, qu'elles ſont ſouvent communiquées à un Corps par une Cauſe mouvante qui eſt elle même tranſportée, auquel cas *ce n'eſt pas la ſeule Cauſe mouvante qui agit ſur le Corps, mais ce dernier éprouve outre cela une autre Action, qui tranſporte la Cauſe mouvante même; & la Force qui eſt communiquée au Corps, vaut la ſomme de ces deux Actions* *; car cette Force eſt l'Effet des deux Actions réunies: n'étant queſtion ici que du cas dans lequel elles ne produiſent point d'autre Effet. 1139. * 706.

Quand quelque Obſtacle fixe empêche un Reſſort de ſe débander d'un coté, ce Reſſort communique toute la Force avec laquelle il a été plié, au Corps qu'il éloigne de l'Obſtacle, comme on peut l'inférer, non ſeulement de la Démonſtration de l'Art. 1089, mais auſſi de la ſeconde Expérience du Chap. II. comparée avec la premiére Expérience de ce Chapitre.

Si un Reſſort, que quelque Obſtacle fixe empêche de ſe débander d'un coté, déploye toute ſa Force du coté oppoſé, à plus forte raiſon *un Reſſort, qui eſt tranſporté du coté vers lequel il agit, communique au Corps toute la Force avec laquelle il ſe débande, & imprime outre cela à ce Corps une Force, qui vaut l'Action par laquelle le Reſſort eſt tranſporté pendant qu'il ſe débande* *. 1140. * 1139.

D'où il ſuit que, *quand l'Obſtacle n'empêche qu'en partie le Reſſort de ſe débander, c'eſt-à-dire, n'eſt pas entiérement immobile, le Reſſort déploye du coté oppoſé toute ſa Force, moins celle qu'il employe à mouvoir l'Obſtacle.* 1141.

Il eſt clair, en appliquant au cas en queſtion ce que nous venons de dire, que le Corps B a reçu les deux degrez de Force qui ont été employez à plier les parties Elaſtiques; & outre cela, une Force égale à l'effort par lequel le Reſſort a été tranſporté dans le tems qu'il ſe débandoit *: Effort qui n'eſt autre choſe que l'Action du Corps A ſur le Reſſort, & qui vaut la Force qu'a perdüe le Corps A par cette Action *. Or A a perdu un degré de Force, qui par conſéquent a été communiqué à B, outre les deux autres degrez; donc B a reçu trois degrez de Force, leſquels, ajoutez à un degré que B avoit déja avant l'Action du Reſſort, font quatre degrez de Force. Ce qu'il falloit expliquer. 1142. * 1140. * 709.

Le raiſonnement eſt tout pareil dans les autres cas, dans leſquels, après la ſéparation, les Corps tendent vers le même coté, ou bien dans leſquels l'un d'eux reſte en repos; mais ſi, après le Choc, ils étoient tranſportez vers des cotez oppoſez, les mêmes Principes pourroient ſervir à lever la difficulté, comme on va le voir par l'Exemple ſuivant. 1143.

Que le Corps A, dont la Maſſe eſt 1, rencontre avec la Viteſſe 6, c'eſt-à-dire, avec la Force 36 *, le Corps B, qui eſt en repos & dont la Maſſe eſt 2; nous ſuppoſons ces Corps parfaitement Elaſtiques. Après le Choc, B aura la Viteſſe 4, c'eſt-à-dire, la Force 32, & A retournera avec la Vi- 1144. * 757.

* 992. teſſe 2, & aura la Force 4 *. C'eſt ce qui a déja été démontré, & qu'il
1110. eſt queſtion à préſent d'éclaircir.
1111. Avant que les parties ayent repris leur premiére ſituation, les deux Corps
* 992. ſe meuvent avec deux degrez de Viteſſe *, & le Reſſort a été bandé avec
*985.934. la Force 24 *. Si nous concevons un Bateau, dans lequel les Corps ſont
933. en repos après le Choc, avant de ſe ſéparer; c'eſt-à-dire, un Bateau
dont la Viteſſe eſt auſſi deux; ces Corps s'y ſépareront l'un de l'autre, avec
* 1089. des Forces & avec des Viteſſes qui ſeront en raiſon inverſe des Maſſes *;
B avec la Viteſſe 2, & A avec la Viteſſe 4; ſi le Reſſort avoit été moins
* 1088. bandé, les Forces auroient auſſi été en raiſon inverſe des Maſſes *; donc
le Reſſort n'étant débandé qu'en partie, les Forces ſont dans cette même
* 791. raiſon, & par conſéquent les Viteſſes *; ainſi, lorſque B a dans le Bateau
un degré de Viteſſe, A en a deux, & l'Action du Reſſort vaut 6 degrez de
Force; car c'eſt là préciſément la ſomme des Forces communiquées juſ-
qu'alors.

En conſiderant les Mouvement abſolus, B a la Viteſſe 3, & A eſt en repos; pour ce qui eſt du Reſſort, il déploye les 18 degrez de Force qui lui reſtent, pendant qu'il communique au Corps B dans le Bateau le ſecond degré de Viteſſe, & au Corps A le troiſiéme & le quatriéme degré. A préſent, en faiſant abſtraction du Mouvement du Bateau, B a la Viteſſe 4, & A revient avec la Viteſſe 2.

* 757. Avant que le Reſſort ſe débande, le Corps B a la Force 8 *; dans le Tems que le Reſſort déploye les 6 premiers degrez de ſa Force, A ne revient point encore, & nous nous trouvons dans le cas de l'Art. 1142. par conſéquent ces ſix degrez ſont communiquez au Corps B, lequel reçoit outre cela tout ce que le Corps A perd, comme cela a été expliqué dans l'Art. 1140, c'eſt-à-dire 4; & B a, dans cet inſtant, la Force 18, qui répond
* 757. à la Viteſſe 3 *; car la Maſſe eſt deux.

Le Reſſort appuye préſentement d'un coté contre un Corps en repos, & de l'autre contre un Corps en Mouvement, & a été juſqu'à ce moment tranſporté tout entier; mais à préſent il n'eſt plus tranſporté qu'en partie, & peut repouſſer le Corps A avec la Force 4; d'où il ſuit, qu'il ne pourra
* 1141. imprimer au Corps B que le reſte de ſa Force, ſçavoir 14 *, leſquels, ajoutez aux 18 degrez déja communiquez, font 32 degrez, que B a réellement, comme il paroit par ce qui a été démontré.

1145. Voici un cas analogue, auquel peuvent être appliquez les mêmes éclairciſſemens. Un Homme jette un Corps, & lui imprime deux degrez de Viteſſe; donc la Force de ce Corps eſt quatre. S'il faiſoit la même choſe dans un Bateau tranſporté avec la Viteſſe huit, la Viteſſe du Corps deviendroit dix, & la Force du Corps, qui valoit ſoixante quatre auſſi longtems que le Corps étoit tranſporté avec la même Viteſſe que le Bateau, vaut à préſent cent, & la même Action qui dans le Bateau a communiqué au Corps quatre degrez de Force, a donné au Corps, en faiſant abſtraction du Bateau, une Force égale à 36. Si, pour rendre la choſe plus réguliére, nous ſubſtituons à l'Action d'un Homme, celle d'un Reſſort, lequel, pendant qu'il eſt appuyé contre le Bateau, communique à un Corps deux

degrez

degrez de Viteſſe, le Calcul pourra ſe faire par une méthode ſemblable aux précédentes, en déterminant à diſcrétion les Maſſes du Corps & du Bateau; mais il eſt plus aiſé de lever la difficulté, en conſiderant que le Corps eſt en repos dans le Bateau, & qu'en faiſant abſtraction du Bateau, le même Corps eſt en Mouvement; qu'outre cela, l'effet d'une même Preſſion, dont l'Intenſité eſt déterminée, eſt proportionel à la Viteſſe du point auquel elle eſt appliquée *; & que l'Action, en ne faiſant point attention au Bateau, eſt d'autant plus grande, que le Reſſort eſt tranſporté plus vite avec le Bateau. * 723.

SCHOLIE IV.

Explication d'un Paradoxe.

ON peut déduire de la propriété des Corps Elaſtiques mentionnée dans l'Art. 1128, l'explication d'un Paradoxe frappant, quoiqu'ordinaire. 1146
Les Orfèvres qui travaillent dans une Chambre haute, mettent leur Enclume ſur un Couſſin, afin que l'Enclume réſiſte davantage aux coups du Marteau, & que la Maiſon en tremble moins.

Suppoſons que l'Enclume ſoit poſée ſur une Poutre ſans Couſſin; l'Enclume eſt un Corps Elaſtique, & la Poutre, qui eſt ſoutenüe aux deux bouts, eſt auſſi un Corps Elaſtique. Suppoſons que l'Enclume ſoit frappée à coups de Marteau.

J'appelle la Maſſe du Marteau M; celle de l'Enclume I; & enfin la Maſſe de la Poutre, avec les Corps qui y tiennent, & qui tremblent avec elle, T; ſoit auſſi la Viteſſe du Marteau nommée v. En multipliant M par v, & en diviſant le produit par la ſomme des Maſſes du Marteau & de l'Enclume, nous avons la moitié de la Viteſſe communiquée à l'Enclume *; car quoique placée ſur la Poutre, l'Enclume eſt agitée comme ſi elle étoit ſeule *; & ſa Viteſſe eſt $\frac{2M \times v}{M + I}$; & c'eſt * 992. 1110. * 1128.
avec cette Viteſſe que l'Enclume frappe la Poutre, & les Corps qui y ſont joints; en multipliant la Viteſſe de l'Enclume par ſa Maſſe, nous avons $\frac{2M \times I \times v}{M + I}$; en diviſant le double de ce produit par la ſomme des Maſſes, le quotient nous donne $\frac{4M \times I \times v}{\overline{M + I} \times \overline{I + T}}$, pour la Viteſſe de la Poutre *, Comme M eſt * 992. 1128.
une quantité très petite en comparaiſon de I & de T, le Dénominateur $M \times I + I \times I + T \times M + T \times I$, ne diffère que très peu de cet autre $M \times I + I \times I + T \times I$; ce qui étant ainſi, la Viteſſe trouvée ſe change en celle ci $\frac{4M \times v}{M + I + T}$.

Si l'on place un Corps moû, ſçavoir le Couſſin, entre la Poutre & l'En-

clume, ces Corps forment en quelque ſorte une même Maſſe; par conſéquent le Marteau qui frappe l'Enclume éprouve à préſent une plus grande Réſiſtance; & la Viteſſe communiquée à la Poutre ſe trouve en diviſant $2M \times v$, par la ſomme des Maſſes $M + I + T$ *; mais cette Viteſſe

* 992. 1110.

$\frac{2M \times v}{M + I + T}$ n'eſt que la moitié de celle qu'on avoit en ôtant le Couſſin; d'où il ſuit que, le Couſſin étant ôté, le tremblement, cauſé par les Coups du Marteau, doit produire un Effet quatre fois plus grand *.

*753.712.

CHAPITRE VII.

Du Mouvement compoſé.

1147. IL eſt évident que, *ſi un Corps eſt en Mouvement, & que ſa Viteſſe doive être augmentée ou diminuée, la direction reſtant la même, il faut pour cela un Effort qui ſoit proportionel à la différence des quarrez de la Viteſſe que le Corps a eüe avant l'Action, & de celle qu'il a après la même Action*; car c'eſt à cette différence que la Force donnée ou ôtée eſt proportionelle *.

* 753.

1148. *Suppoſons que deux Actions ſoient déployées ſur un Corps, dans le même Tems, & ſuivant la même direction.* Pendant que la Viteſſe augmente, la Force inhérente au Corps augmente en raiſon doublée de cette Viteſſe *; c'eſt-à-dire, l'accroiſſement de la Force ſuit la raiſon de l'aggrandiſſement d'un Triangle, qui en croiſſant conſerve les mêmes angles, & dont un coté repréſente la Viteſſe du Corps *; la Force, pendant que la Viteſſe eſt A*g*, eſt à la Force, quand la Viteſſe eſt A*l*, comme l'Aire A*gr* à l'Aire A*ls*.

* 753.

TAB. XXXVIII. Fig. 1.

* 19. EL. VI.

Concevons des Actions déployées alternativement ſur un Corps, pendant des intervalles égaux de Tems; que par la premiére Action ſoit communiquée la Force A*do*, & par la ſeconde, la Force *dope*; que derechef par la premiére Action ſoit communiquée la Force *pefq*, & par la ſeconde, la Force *fqrg*, & ainſi de ſuite: la ſomme des Aires blanches repréſente la Force entiére communiquée par la premiére Action; & la ſomme des Aires noires déſigne la Force entiére que la ſeconde Action a imprimée au Corps. Comme ces Actions ont été dé-

déployées durant des Tems égaux, les Forces en queſtion, c'eſt-à-dire, les ſommes des Aires, ſont en même raiſon que les Actions; & c'eſt dans cette même raiſon qu'eſt chaque Aire blanche à ſon Aire voiſine noire. Quand les momens de Tems ſe trouvent être infiniment petits, comme ils ſont quand les Actions ſont déployées enſemble, ces Aires pourront être conſiderées comme des Parallèlogrammes, & les Parallèlogrammes voiſins auront la même hauteur, c'eſt-à-dire, ſeront comme leurs Baſes *: donc la Baſe d'un Parallèlogramme blanc eſt à celle d'un Parallèlogramme noir voiſin, comme *la premiére Action eſt à la ſeconde*; & c'eſt dans cette même raiſon qu'eſt la ſomme des Baſes des Parallèlogrammes blancs, à la ſomme des Baſes des Parallèlogrammes noirs, *comme* auſſi *la Viteſſe communiquée par la premiére Action, à la Viteſſe communiquée par la ſeconde*. Cette même Démonſtration a lieu dans l'Accéleration quelconque d'un Corps, quand il eſt pouſſé par pluſieurs Actions réunies enſemble. *1. EL. VI.

Nous avons vû ci-deſſus *, que la direction d'un Corps en Mouvement eſt changée, ſi l'on applique à ce Corps une Action qui le pouſſe ſuivant une direction différente de la premiére. Nous avons expliqué auſſi ce qui a rapport aux changemens de Viteſſes dans ces ſortes d'occaſions *; examinons à préſent ce qui regarde les Forces. Qu'un Corps ſoit mû ſuivant la direction AD, avec une Viteſſe déſignée par cette Ligne; & qu'une nouvelle Force le pouſſe par AE, avec une Viteſſe repréſentée par cette derniére Ligne. Cela étant, le Corps devra parcourir AB *. Cependant, *ce n'eſt pas par une Force égale qu'on communique une égale Viteſſe latérale, dans tous les cas.* Nous ſuppoſons que dans les trois Figures les Lignes AD & AE ſont reſpectivement égales entr'elles: dans la 3me *Fig.* le ſecond Mouvement s'accorde en partie avec le premier Mouvement, enſorte qu'il contribüe à accélerer le Mouvement par AD. Une raiſon ſemblable, quoique contraire, fait que dans la 4me *Fig.* le Mouvement par AD eſt retardé. Ainſi les Efforts qui pouſſent les Corps par AE, ne ſont pas égaux entr'eux par rapport à l'effet de communiquer aux Corps la Viteſſe déſignée par cette Ligne *, non plus qu'à l'Effort par lequel cette même Viteſſe pourroit être communiquée à ce Corps, s'il étoit en repos *. 1149. * 357. * 360. TAB. XXXVIII. Fig. 2. 3. 4. 1150. * 360. * 714. * 707.

1151. Dans le ſeul cas de la *Fig.* 2, où l'Angle EAD eſt droit, le Mouvement latéral ne s'accorde point avec le Mouvement par AD, ni ne lui eſt contraire; & l'Effort qui meut le Corps, agit ſur lui comme ſi ce Corps étoit en repos: c'eſt pourquoi, en ce cas, la Force communiquée au Corps eſt proportionelle
* 753. au quarré de ſa Viteſſe *; & comme l'Effort par lequel, en ce cas, le Mouvement eſt changé, n'a rien de commun avec le premier Mouvement, il ne ſçauroit diminuer la premiére Force ſuivant la direction AD: donc la Force entiére que le Corps a actuellement, eſt proportionelle aux deux quarrez des Lignes AD & AE, ce qui s'accorde avec ce qui a été dé-
* 360. montré, le Corps étant tranſporté avec la Viteſſe AB *, dont
*47.EL.I. le quarré eſt égal aux quarrez de AD & de AE *.

1152. La meſure des Forces pourroit ſe trouver par là, en cas qu'elle fût inconnüe. Une Force qui répond à la Viteſſe AE, eſt communiquée au Corps, qui a déja une Force correſpondante à la Viteſſe AD; cette derniére Force ne ſçauroit être changée par l'autre, qui eſt communiquée au Corps comme s'il étoit en repos; donc la Force entiére du Corps vaut la ſomme de ces deux Forces, pendant que la Viteſſe du Corps eſt AB; & par cela même, la Force qui répond à cette Viteſſe eſt égale à la dite ſomme. Ce qui ne ſçauroit avoir lieu dans tous les cas, à moins que les Forces ne ſoient proportionelles aux quar-
*47.EL.I. rez des Viteſſes *.

1153. Nous déduiſons de ce qui vient d'être dit, qu'il n'importe aucunement, ni à l'égard des Efforts qui meuvent le Corps, ni à l'égard des Forces, ou des Viteſſes, que le Corps ſoit tranſporté par AB avec la Viteſſe AB, ou par AD, & AE, avec des Viteſſes proportionelles à ces Lignes, qui forment en-
1154. ſemble un Angle droit. Ainſi *le Mouvement par AB ne contient, ſuivant la direction AD, qu'un Mouvement fait avec la Viteſſe AD.*

TAB. XXXVIII. Fig. 2.

1155. Nous inférons de plus, que *le Mouvement d'un Corps peut être réſolu en deux autres* d'une infinité de maniéres; ce qui a lieu, *ſi la Ligne qui marque la direction du Mouvement donné, & qui outre cela, par ſa longueur, déſigne la Viteſſe, eſt l'Hypoténuſe d'un Triangle rectangle*; car *les deux autres cotez donneront alors, par leur ſituation, les directions des Mouvemens qu'il s'agit de trouver, & en exprimeront les Viteſſes par leurs longueurs reſpecti-*

pectives: & les Forces, ſuivant ces directions, ſeront proportionelles aux quarrez des Viteſſes.

Pour déterminer à préſent, avec quelle Force le Corps doit être mû par AE, pour que la Viteſſe AE lui ſoit communiquée, dans le cas où ce Mouvement s'accorde en partie avec le premier Mouvement; je réſous le Mouvement par AE en deux *, ſçavoir par A*f* & par A*g*, qui forment un Angle droit, & je mene E*g* parallèle à A*f*. Il ne faut communiquer au Corps par A*f*, d'autre Force que celle par laquelle le Corps, s'il avoit été en repos, auroit pu être tranſporté avec la Viteſſe déſignée par A*f*: Force qui eſt proportionelle au quarré de la même Ligne A*f* *; mais par A*g* doit être communiquée une Force qui ajoute à la Viteſſe AD la quantité A*g*, c'eſt-à-dire, qui en faſſe A*h*; Force proportionelle à la différence des quarrez A*h*, AD *. Ces Forces devront être communiquées enſemble ſuivant la direction AE, pour que le Corps puiſſe être tranſporté avec la Viteſſe marquée par AE; & la Force entiére du Corps ſera proportionelle au quarré de la Ligne AD, à la différence qu'il y a entre les quarrez des Lignes A*h* & AD, & au quarré de A*f*; les deux premiéres de ces trois quantitez étant raſſemblées en une ſomme, nous avons le quarré de la Ligne A*h*; auquel ſi on ajoute le quarré de la Ligne A*f*, ou *h*B, on a le quarré de la Ligne AB; or comme c'eſt avec la Viteſſe AB que le Corps eſt tranſporté *, il ſuit de ce qui a été démontré, que la Force inhérente à ce Corps eſt proportionelle au quarré de cette même Ligne *.

1156. TAB. XXXVIII. Fig. 3.
* 360.
* 1151. 753.
* 1147.
* 360.
* 753.

Si nous décompoſons de la même maniére le Mouvement par AE, en Mouvemens par A*f* & A*g* *, le ſecond de ces Mouvemens retardera celui par AD; d'où il ſuit que, pour que le Corps ſoit tranſporté par AE, avec la Viteſſe déſignée par cette Ligne, il eſt néceſſaire de lui communiquer une Force qui ſoit proportionelle au quarré de A*f*, & qu'outre cela l'Effort qui meut ce Corps doit être aſſez grand, pour pouvoir diminuer la Viteſſe AD de la quantité A*g*: en ce cas, le Corps mû ſuivant la direction AD, n'aura de reſte qu'une Force proportionelle au quarré A*h* *, à laquelle ſi on ajoute une Force proportionelle au quarré de A*f* *, on aura une

1157. Fig. 4.
* 360.
* 1147.
* 1151.

une Force proportionelle au quarré de AB; ce qui s'accorde
* 360.753. encore avec ce qui a été démontré *.

1158. Il ſuit clairement de ce que nous avons prouvé ci deſſus *,
* 1147. que cette Propoſition, que la Force eſt proportionelle au Quar-
1148. ré de la Viteſſe, ne ſçauroit être appliquée à une Force qui agit dans une même Ligne avec une autre Force; c'eſt pourquoi, en réſolvant la Force en deux autres, ces derniéres ne ſeront point proportionelles aux quarrez des Viteſſes, à moins que leurs directions ne faſſent un angle droit, qui peut ſeul empêcher que les Forces ne s'accordent, ou ne ſoient contrai-
* 1151. res en partie *.

1159. Nous concluons de là, que *la Force déja décompoſée ne*
TAB. XXXVIII. Fig. 2. *ſçauroit être de nouveau décompoſée, enſorte que ces Forces ſoient proportionelles aux quarrez des Viteſſes.* Le Mouvement du Corps par AB, ſe réſout en deux Mouvemens par AD & par AE, & les Forces ſont proportionelles aux quarrez des Viteſſes; mais ſi le Mouvement par AE eſt derechef décompoſé en deux par AF & par AG, qui forment enſemble un angle droit, ces derniéres Forces ne ſeront pas proportionelles aux quarrez des Viteſſes; & il n'y aura pas moyen d'appliquer ici l'Art. 1155, dans lequel il s'agit de Forces, qui non ſeulement ne concourent, ni ne ſont contraires, mais qui n'ont rien de commun avec une troiſiéme. Or ici le Mouvement du Corps par AB ſe réſout en trois Mouvemens, par AD, AF & AG; dont AF & AD concourent en partie, & dont AD eſt en partie contraire à AG; & il paroit par ce qui a
* 707. 714. été dit *, qu'on ne ſçauroit appliquer aux Forces, la décompoſition qui peut être appliquée aux Viteſſes, puiſque la Démonſtration de l'Art. 360. eſt la même, ſoit que les Mouvemens dans la décompoſition concourent ou ſoient contraires.

1160. Dans les Art. 1156. 1157. nous avons un Mouvement par
Fig. 3. 4. AB, qui eſt compoſé de deux autres, dont nous en décompoſons un, de façon qu'après la décompoſition tous les Mouvemens ſoient en deux Lignes jointes à angle droit: voilà pourquoi les Mouvemens dans ces Lignes ont pû être conſiderez ſéparément; ce qui ne ſçauroit jamais ſe faire quand il y a différens Mouvemens en plus de deux Lignes; car alors il eſt néceſſaire que quelques Mouvemens concourent ou ſoient con-

contraires; nous n'avons rien démontré touchant ces Mouvemens, qu'on pourroit traiter en ſuivant la même théorie des Forces. Mais ce n'eſt pas ici le lieu d'en parler: la décompoſition d'une Force en trois autres ne pouvant avoir lieu, à moins qu'il n'y ait trois Actions qui ne ſçauroient être déterminées ſéparément, mais qui doivent toujours être conſiderées enſemble. Nous verrons dans le Chapitre ſuivant, que très ſouvent il n'y a qu'une ſeule Action, quand on réſout la Force en deux autres; d'où il ſuit, que ces derniéres peuvent être conſiderées & déterminées ſéparément.

CHAPITRE VIII.

De la Percuſſion oblique.

1. Definition.

On appelle Angle d'incidence, l'Angle que la direction du Mouvement d'un Corps, qui va donner contre un autre Corps, fait avec la Perpendiculaire à la ſuperficie de ce dernier, au point où il eſt frappé. 1161.

2. Definition.

On appelle Angle de refléxion, l'Angle que la direction du Mouvement du Corps fait avec la même Perpendiculaire après la Percuſſion. 1162.

Si le Corps Elaſtique P, *rencontre obliquement un Obſtacle immobile & Elaſtique* FG, ſuivant la direction P*a*, *il reviendra* par *ap*, *enſorte que l'Angle d'incidence* P*a*B, *ſe trouvera égal à l'Angle de refléxion* B*ap*. Le Mouvement par la Ligne P*a*, qui par ſa longueur déſigne la Viteſſe du Corps, peut ſe décompoſer en deux, dont l'un aît ſa direction parallèle à la Ligne B*a*, & dont l'autre ſoit perpendiculaire à cette même Ligne. Cela étant, le Corps frappera l'Obſtacle en *a*, comme s'il le rencontroit avec les Viteſſes C*a*, B*a*, & ſuivant ces mêmes directions *. Le Mouvement par C*a* n'eſt point changé par le Coup, & le Corps continüe à ſe mouvoir avec la Viteſſe *a*E, en ſuppoſant C*a*=*a*E: ſon Mouvement par B*a* lui fait frapper directement l'Obſtacle, & il revient par la même Ligne, 1163. TAB. XXXVIII. Fig. 5. * 1155.

Ligne, c'eſt-à-dire par *a*B, & avec la même Viteſſe avec la-
* 1086. quelle il a rencontré l'Obſtacle *; or un Corps qui reçoit ces deux impreſſions de Mouvement, ſçavoir par C*a*, & par B*a*, doit revenir par *ap*, diagonale du Rectangle formé par les
* 360. Lignes *a*B, *a*E *. Il eſt clair que les Triangles B*a*P, B*ap* ſont égaux entr'eux; ce qui prouve que l'Angle d'incidence eſt égal à l'Angle de reflexion. On peut déterminer par la même méthode les Mouvemens des Corps qui ſe frappent obliquement.

1164. Le Corps Q étant en repos, eſt frappé par le Corps P,
TAB. XXXVIII. Fig. 6. 7. dans la direction & avec la Viteſſe PA. Quand P ſera en A, ſoit menée par les centres des deux Corps la Ligne DB, & ſur DB la Perpendiculaire PB; ſi l'on achéve enſuite le Parallélogramme ABPC, le Mouvement par PA pourra être dé-
* 1155. compoſé en deux autres, par PB & PC, ou BA, CA *. Le Corps P n'agit point ſur le Corps Q par ſon Mouvement ſuivant la direction CA; donc l'Action ne vient que du ſeul
1165. Mouvement par BA, c'eſt-à-dire, que *le Corps P, par ſon Choc oblique, ſuivant la direction PA, avec la Viteſſe déſignée par cette même Ligne, agit ſur le Corps Q, de la même manière que s'il le frappoit ſuivant la direction BA, avec la Viteſſe auſſi déſignée par la Ligne BA.* Ainſi le Mouvement du Corps Q, produit par cette Action, ſoit que les Corps ſoient Elaſtiques ou non, peut être déterminé par ce que nous avons dit au ſujet de la Percuſſion directe.

1166. Le Mouvement du Corps P, après le Choc, ſe déduit des mêmes Principes. Le Mouvement par CA ne ſouffre aucun changement; donc, par ce Mouvement, le Corps P eſt tranſporté avec la même Viteſſe, ſuivant la direction AE; cela étant, ſoit AE égale à CA. Le changement dans la direction BA ſe détermine par rapport au Corps P, de la même maniére que celle du Corps Q, par le moyen de ce qui a été dit touchant la Percuſſion directe. Soit AD, dans la *Fig.* 6., la Viteſſe après le Choc, quand le Corps avance, & dans la *Fig.* 7., quand il recule. De ce Mouvement, & du Mouvement par AE, il reſulte un Mouvement compoſé par la diagonale A*p*, laquelle marque, par ſa ſituation & par ſa longueur, la di-
* 360. rection & la Viteſſe du Corps P après le Choc *.

1167. *Quand les Corps ſont égaux & Elaſtiques*, tout le Mouvement

ment par BA eſt détruit dans la Percuſſion *, & il ne reſte que le ſeul Mouvement par la Ligne CA, qui repréſente la direction ſuivant laquelle le Corps P eſt alors tranſporté. En ce cas, *les deux Corps, de quelque maniére que le Corps P vienne frapper l'autre, ſe ſéparent toujours après le Choc, avec des directions qui forment enſemble un angle droit.* * 1125.

Machine

Pour faire quelques Expériences touchant la Percuſſion oblique & compoſée.

Les deux Planches CDE, CDE, dont les cotez CD, CD, ont trois pieds & demi de longueur, & les cotez DE, DE, un pied & demi, ſont poſées verticalement, & jointes enſemble par le moyen des Charniéres A & B, enſorte qu'on peut les diſpoſer ſuivant un angle quelconque. 1168. TAB. XXXIX. Fig. 1.

Pour faire des Expériences avec cette Machine, on ſe ſert de Boules d'ivoire d'un pouce & demi de diamètre.

Les Planches ſont jointes de façon, que ſi l'on conçoit deux Plans qui leur ſoient parallèles, à une diſtance tant ſoit peu plus grande que le demi-diamètre des Boules, leur interſection commune ſoit l'Axe de circonvolution: ce qu'il y a moyen de faire en employant des Charnières comme G (*Fig.* 2.) dont les parties *b*, *b*, penètrent dans le bois.

Au centre de la Charniére ſupérieure A, eſt attaché le petit Cylindre *a* (*Fig.* 2.), dans la baſe duquel il y a un trou, qui répond de manière à un autre trou latéral, qu'on puiſſe paſſer par l'un & l'autre le Fil *ih*, auquel on ſuſpend la Boule P, & qu'on attache à une Cheville.

A l'aide des Vis F, F, F, F, F, la Machine eſt diſpoſée verticalement, de façon que le Fil *hi* coïncide avec l'Axe de la Machine.

On affermit dans les Planches en queſtion, en *m*, *m*, deux Chevilles de cuivre, auxquelles on ſuſpend les Boules Q, Q, à une telle diſtance des Planches, que chacune de ces Boules touche à peu près la Planche à laquelle elle eſt appliquée; c'eſt-à-dire, que la Ligne qui paſſe par les centres des Boules P & Q, ſoit parallèle à cette Planche; il faut de plus que ces Boules ſoient placées à la même hauteur, & qu'elles s'entre-touchent.

Les Fils auxquels les Boules Q & Q ſont attachées, paſ-

ſent au travers des Chevilles de cuivre *m*, *m*, & ſont attachez aux Chevilles de bois *l* & *l*, pour qu'on puiſſe commodément hauſſer, baiſſer, & diſpoſer dans un même Plan parallèle à l'Horizon, les centres des Boules. La Règle de cuivre R, qui eſt pliée enſorte que la Boule P étant en Mouvement monte ſelon ſa direction, eſt mobile autour d'une de ſes extrêmitez, & le centre de ſon mouvement ſe trouve dans l'Axe même de la Machine. Cette Règle ſert à marquer le chemin que ſuit la Boule P, & la hauteur où elle s'élève.

On laiſſe tomber chacune des Boules Q, le long des Planches auxquelles elles ſont appliquées, & la hauteur dont on les lâche eſt marquée par une Cheville de cuivre qu'on inſère dans la Planche; pour cet effet il y a dans chacune de ces Planches quatre trous, qui donnent des angles égaux par rapport aux mouvemens des Fils.

Quand la Boule Q eſt lâchée d'une certaine hauteur, elle vient frapper la Boule P, & la pouſſe ſuivant la même direction.

I. EXPERIENCE.

1169. TAB. XXXIX. Fig. 3. On voit ici la Section horizontale de la Machine, à laquelle eſt ſuſpendüe la Boule P, & une des Boules Q; quand les Planches forment enſemble un Angle droit, dans quelque direction, & de quelque hauteur que le Corps P ſoît tombé pour venir frapper le Corps Q, après le Choc ces Corps ſuivront les directions des Plans.

1170. Par les mêmes Principes dont nous déduiſons les Mouvemens des Corps, lorſqu'un reſte en repos, nous pouvons déterminer auſſi les Mouvemens de deux Corps après la Percuſſion, lorſque tous deux ſont en Mouvement, de quelque façon qu'ils ſe rencontrent. Les principaux cas ſont repréſentez dans la *Planche XXXVIII*, & tous ſe réſolvent de la même maniére.

1171. TAB. XXXVIII. Fig. 8. 9. 10. 11. 12. & 13. Que le Corps P ſoit mû ſuivant la direction & avec la Viteſſe PA; le Corps Q, ſuivant la direction & avec la Viteſſe Q*a*; ſoit de plus menée la Ligne B*b*, paſſant par les centres des deux Corps & par leur point de contact; enfin ſoient CA, *ca*, perpendiculaires à B*b*, & qu'on ait achevé les Parallèlogrammes PBAC & Q*bac*. Le Mouvement du Corps P ſe réſout en deux autres, dont CA, BA, déſignent les Viteſſes & les directions. Les Mouvemens dans leſquels

ſe

ſe réſout le Mouvement du Corps Q, ſont marquez par *ca*, *ba* *. Les Corps n'agiſſent point l'un ſur l'autre par leurs Mouvemens ſuivant les directions CA & *ca*; donc ces Mouvemens n'éprouvent aucun changement, & ſont déſignez, après le Choc, par AE & *ae*, égales à CA & *ca*. La Percuſſion qui naît des Mouvemens par les Lignes BA, *ba*, eſt directe, & a été déterminée dans les Chapitres IV & VI. Soit le Mouvement du Corps P vers D, & ſa Viteſſe AD; le Mouvement du Corps Q vers *d*, & ſa Viteſſe *ad*; donc, après le Choc, le Mouvement du Corps P eſt compoſé des Mouvemens par AE & par AD, c'eſt-à-dire, qu'il ſe fait par la diagonale A*p*. Le Mouvement du Corps Q, après le Choc, eſt compoſé des Mouvemens par *ae* & par *ad*; donc ce Corps parcourt la diagonale *aq*; & les longueurs de ces diagonales repréſentent les Viteſſes des Corps après le Choc *. Les Corps ſont ſuppoſez non-Elaſtiques dans les *Fig.* 8, 9 & 10; & dans les *Fig.* 11, 12 & 13, les mêmes cas ſont déſignez que dans les trois autres Figures, en ſuppoſant les Corps Elaſtiques. Il manque quelques Lettres dans la *Fig.* 8., à cauſe que les points qu'elles devroient marquer, coïncident avec d'autres points.

* 1155.

* 360.

On réduit par ce moyen les Percuſſions obliques aux Percuſſions directes, *dans une Ligne dans laquelle le concours des Corps ſeroit direct*; dans cette Ligne *les changemens de Viteſſes ſont en raiſon inverſe des Maſſes* *, *ſans qu'il arrive aucun changement aux Viteſſes latérales*. C'eſt ce que nous avons démontré à préſent dans un cas particulier, où les directions des Mouvemens latéraux font un angle droit avec la Ligne dont nous venons de parler. 1172.

* 987.

Et cette Propoſition eſt générale, de quelque maniére que ſe faſſe la décompoſition des Mouvemens, pourvû que tous deux ſoient réduits à cette même Ligne.

Soient AC, BC, les directions de deux Corps qui ſe rencontrent en C; F*f* eſt la Ligne dans laquelle la Percuſſion eſt directe, & à laquelle AL, BM, ſont perpendiculaires; nous avons à préſent des Mouvemens décompoſez en directions qui forment des angles droits; le premier en AL & LC, & le ſecond en BM & MC, comme dans l'Art. 1171. Les Corps, en ſe mouvant par LC, MC, ſe rencontrent dirécte- 1173. TAB. XL. Fig. 1.

rectement; & ſi nous ſuppoſons LC=C*l*, comme auſſi MC =C*m*, & que nous diviſons *ml* en O, tellement que *m*O ſoit à O*l*, comme la Maſſe A à la Maſſe B, CO ſera la Viteſ-
* 987. ſe commune aux deux Corps après le Choc *. Après avoir élevé en O une Perpendiculaire ſur F*f*, ſoit faite O*b*=BM & O*a*=LA; nous aurons la Ligne C*a*, qui marquera la direction & la Viteſſe du Corps A, après la Percuſſion; & O*b*,
* 1171. qui déſignera les mêmes choſes à l'égard du Corps B *.

1174. *Quand les Corps*, tels que ſont ceux dont il eſt ici queſtion, *ne ſont pas Elaſtiques*, ils ne ſe ſéparent pas *après la Percuſſion*, les Mouvemens étant rapportez à une Ligne dans laquelle la Percuſſion eſt directe; c'eſt-à-dire qu'*ils reſtent, auſſi long-tems que leurs Mouvemens durent, dans la même perpendiculaire à la Ligne dans laquelle la Percuſſion eſt directe.*

1175. Revenons à préſent aux premiers Mouvemens par AC, BC, dont les Viteſſes ſont exprimées par ces mêmes Lignes; nous les décompoſons à diſcrétion, en Mouvemens par AF, FC, & par BG, GC, enſorte que pour chaque Corps un des Mouvemens ſoit en la Ligne F*f*, dans laquelle la Percuſſion eſt directe. Il eſt queſtion à préſent de démontrer, que les Viteſſes latérales AF, BG, reſtent, pendant que les Viteſſes directes FC, GC, ſont changées en raiſon inverſe des Maſſes des Corps A & B. Décompoſons les Mouvemens après la Percuſſion; le Mouvement par C*a*, *a*I ayant été menée parallèle à AF, ſe réſout en deux Mouvemens par CI & I*a*; & ayant tiré *b*H parallèle à BG, le Mouvement par C*b* ſe réſout en deux Mouvemens par CH & H*b*. Les Triangles *a*IO & ALF ſont équiangles, leurs cotez reſpectifs étant parallèles;
* 34.EL.I. or les cotez *a*O, AL ont été faits égaux *; donc I*a* eſt auſſi
* 26.EL.I. égal à AF *. Nous démontrons de même l'égalité des Viteſſes qui ſont repréſentées par les Lignes BG, H*b*; & il eſt clair que chacun des Corps conſerve ſa Viteſſe latérale.

Suppoſons C*f*=FC; & C*g*=GC: avant la Percuſſion, les Viteſſes dans la Ligne F*f* étoient C*g*, C*f*; après la Percuſſion, les Viteſſes ſont CH, CI; donc *g*H, I*f*, déſignent les changemens des Viteſſes, leſquels nous diſons être en raiſon inverſe des Maſſes, c'eſt-à-dire, directement comme A à B. A cauſe de FC=C*f*, comme auſſi de LC=C*l*, la Ligne

FL

FL=lf. Dans les Triangles AFL, aOI, équiangles & égaux, les cotez FL, OI ſont égaux; donc lf eſt égale à OI; ôtant (ou ajoutant ſi la Figure le demandoit) la Ligne commune lI, nous aurons Ol=If. On peut prouver préciſément de même, que mO=gH. Mais mO eſt à Ol, comme A eſt à B; donc auſſi gH eſt à If dans la même raiſon de A à B. Ce qu'il falloit démontrer.

LIVRE II.

Partie III. De la Percuſſion Compoſée.

CHAPITRE IX.

De la Percuſſion double.

DEFINITION.

QUand un Corps reçoit dans le même Tems pluſieurs Coups, nous appellons cette Percuſſion, une Percuſſion compoſée. 1176.

Cette Percuſſion a lieu lorſque plus de deux Corps ſe rencontrent; ou lorſqu'un Corps frappe pluſieurs Plans dans le même Tems.

Je dirai quelque choſe dans ce Chapitre de ce qui a rapport à l'Action d'un Corps qui frappe deux Plans, & j'y traiterai du Choc de trois Corps, dans les cas où il n'y a que deux Percuſſions; me reſervant à parler dans la ſuite des cas où il y en a trois.

Le Corps P vient frapper, ſuivant la direction AP, & avec une Viteſſe déſignée par cette même Ligne, l'Angle GCF; il s'agit de déterminer l'Action avec laquelle il frappe chacun des Plans GC & FC. 1177. TAB. XLI. Fig. 1. 2.

Il faut ſe ſouvenir que le Corps perd toute ſa Force; l'Obſtacle étant ſuppoſé immobile.

Ayant mené AB & AD, qui faſſent des angles droits avec CG

CG & CF; ſoient les Lignes PE & PH reſpectivement parallèles à ces Lignes.

Si nous concevons à préſent le Corps P tranſporté dans le même Tems par AE & par AH, avec des Viteſſes proportionelles à ces Lignes, il ſera réellement tranſporté par AP, avec la Viteſſe AP *; c'eſt pourquoi nous pouvons conſiderer le Corps, lorſqu'il atteint le point P, comme s'il étoit mû avec les Viteſſes HP & EP, & qu'il rencontrât préciſement, ſuivant ces directions, les Plans CG & CF; enſorte que la queſtion ſe réduit proprement à ſçavoir, avec quelles Forces le Corps peut agir dans le même Tems par AE & par AH?

* 360.

Si l'Angle FCG étoit droit, l'Angle EAH ſeroit droit auſſi; cela étant, ces Mouvemens, ni n'agiroient dans un ſens contraire, ni ne tendroient vers le même coté; & les Actions ſeroient proportionelles aux quarrez des Viteſſes AE & AH *.

* 1155.

Mais quand l'Angle que forment les Plans eſt aigu, ou obtus, comme dans les *Fig.* 1. & 2., il faut mener à AP, les Perpendiculaires EL, HI. Dans le Mouvement par AE, eſt contenu le Mouvement par AP, avec la Viteſſe AL; dans le Mouvement par AH, eſt contenu le Mouvement par AP, avec la Viteſſe AI; & à cauſe des Angles droits ALE & AIH, ces Mouvemens ne contiennent rien de plus du Mouvement par AP *; de maniére qu'il n'importe aucunement, quant au Mouvement du Corps, ſi dans le même Tems il eſt mû par AH & AE, avec des Viteſſes proportionelles à ces Lignes; ou dans la Ligne AP, avec les Viteſſes AI & AL. Dans l'un & l'autre cas le Corps parcourt réellement AP, avec la Viteſſe marquée par cette Ligne; laquelle par conſéquent vaut les deux Viteſſes AL, AI, ce qui eſt connu d'ailleurs: car AL eſt égale à IP, à cauſe des Triangles ſemblables & égaux AEL, HIP, dont les cotez reſpectifs ſont parallèles, & dans leſquels AE eſt égale à HP *.

* 1154.

* 34. El. I.

Or comme le Mouvement par AL, eſt contenu dans le Mouvement par AE, par lequel le Corps agit ſur le Plan GC; & que le Mouvement par AI, eſt contenu dans le Mouvement par AH, par lequel le Corps agit ſur l'autre Plan; il s'enſuit, que les Actions ſur les Plans ſont les Forces avec leſquelles le

Corps

Corps eſt tranſporté, dans le même Tems, avec les Viteſſes AL & AI: ces Forces ſont comme les Viteſſes mêmes *; & toute la Force du Corps, qui eſt proportionelle au Quarré de la Viteſſe AP *, doit être partagée en deux parties, qui ſoient entr'elles comme AL & AI; ces parties ſont les Rectangles de AP par AL, & de AP par AI. * 1148. * 753.

L'Angle GCF étant ſuppoſé obtus, ſi la direction du Mouvement AP, fait auſſi un angle obtus avec un des Plans, comme CF, le Corps ne déploye ſur ce dernier Plan qu'une Action proportionelle au quarré de la Ligne AD, qui eſt perpendiculaire à FC, & ne perd pas toute ſa Force par le Coup; mais continüe après le Choc ſon Mouvement par CF, avec une Viteſſe proportionelle à la Ligne DC. 1178. TAB. XLI. Fig. 3.

Ce que nous venons de dire, eſt une ſuite de la décompoſition du Mouvement *; car nous démontrons d'ailleurs, qu'il n'y a aucune Action déployée ſur le Plan GC. * 1155.

Dans le cas de la *Fig.* 2. où l'angle que AP fait avec CF eſt aigu, l'Action ſur le Plan GC diminüe, quand cet Angle vient à augmenter; ſi l'Angle en queſtion eſt droit, comme dans la *Fig.* 3., la direction du Corps étant *a*P, la diagonale AP du Parallèlogramme AEPH, coïncide avec le coté AH, & les cotez AE & AL s'évanouiſſent, comme auſſi l'Action du Corps ſur le Plan GC *; laquelle par conſéquent ſera auſſi nulle, ſi l'inclinaiſon de la direction du Corps par rapport au même Plan eſt augmentée. * 1177.

Pour déterminer ce qui a rapport à la Percuſſion directe de trois Corps, mûs dans une même Ligne, nous nous ſervons d'une Méthode ſemblable à celle que nous avons employée dans le Chap. IV. au ſujet du Choc de deux Corps. *Quand il y a trois Corps, il y a deux Viteſſes reſpectives*, dont dépendent les Actions des Corps l'un ſur l'autre *, & les enfoncemens des parties, leſquels, *tant que* les Corps & *ces deux Viteſſes reſtent les mêmes*, ſont toujours les mêmes; d'où nous concluons, que *les Forces détruites par le Choc ſont toujours les mêmes* auſſi *. 1179. * 948. *934.956.

Quand les Corps reſtent en repos après le Choc, la ſomme des Forces, les Viteſſes reſpectives étant données, eſt la moindre de toutes; car s'il y avoit une ſomme moindre, il y au- 1180.

roit moins de Force détruite par le Coup, ce qui eſt im-
* 960. poſſible *.

Nous démontrerons dans le Scholie I. de ce Chapitre, que
1181. *les Viteſſes reſpectives étant données, la Force eſt la moindre de toutes, quand deux Corps ſont mûs vers un coté, & un troiſiéme vers un coté oppoſé, de façon que le produit de la Maſſe de ce dernier Corps par ſa Viteſſe, vaille la ſomme des produits des Maſſes des deux autres Corps, multipliées chacune par ſa Viteſſe.*

De ce qui a été démontré au ſujet de la Percuſſion de deux Corps, à laquelle celle de trois Corps peut être ramenée, nous déduiſons que, dans ce cas, les Corps doivent reſter en repos, & que par conſéquent la ſomme de leurs Forces eſt la moindre de toutes.

1182. Soient trois Corps A, B, C; la Viteſſe du premier eſt
TAB. XLI. Fig. 4. *fh*; celle du ſecond *gi*; & celle du troiſiéme *li*. Nous ſuppoſons que les produits de A par *fh*, & de B par *gi*, pris enſemble, valent le produit de C par *li*.

Fig. 5. Concevons le Corps C partagé en deux parties D & E, tellement que la partie D, multipliée par *li*, vaille le Corps A, multiplié par *fh*, & que la partie E, multipliée par *li*, ſoit égale au Corps B, multiplié par *gi*; c'eſt-à-dire, que D ſoit à E, comme A multiplié par *fh*, à B multiplié par *gi*. En
* 16. EL. VI. ce cas A eſt à D, comme *li* à *fh* *; & ces Corps, en ſe rencontrant, reſtent en repos après le Choc *; B & E reſtent en
* 962. repos auſſi *, à cauſe que B eſt à E, comme *li* à *gi*. Or
* 962. ces quatre Corps ne différent pas des trois Corps donnez, & mûs avec les Viteſſes que nous venons de marquer.

Quand les Viteſſes reſpectives ſont données, la Force perdüe dans un Choc quelconque, vaut la ſomme des Forces,
* 1179. dans le cas où les Corps reſtent en repos *; or cette ſomme peut s'exprimer, pourvû qu'on connoiſſe les Viteſſes reſpectives; &, comme nous le démontrons dans le Scholie I., *dans*
1183. *toute rencontre directe de trois Corps, la Force perdüe eſt proportionelle à la ſomme des trois produits qui naiſſent de la multiplication des Maſſes priſes deux à deux, l'une par l'autre, & outre cela par le quarré de la Viteſſe reſpective de ces mêmes Maſſes, le tout étant diviſé par la ſomme des trois Maſſes.*

Les

Les Corps A, B & C étant donnez; 1. la Maſſe A doit être multipliée par la Maſſe B, & ce produit être encore multiplié par le quarré de la Viteſſe reſpective de A & de B; 2. le produit de la Maſſe A par la Maſſe C doit être multiplié par le quarré de la Viteſſe reſpective de ces Corps; 3. enfin la Maſſe B étant multipliée par la Maſſe C, ce produit doit être multiplié par le quarré de leur Viteſſe reſpective; après quoi il faut diviſer la ſomme de ces trois produits par la ſomme des trois Maſſes, pour avoir la Force perdüe par le Coup.

Si les trois Corps ne ſont pas Elaſtiques (car c'eſt de Corps non-Elaſtiques qu'il s'agit ici) ils ſont tranſportez avec *la* même *Viteſſe après le Choc* *, & cette Viteſſe eſt celle qu'auroit un Bateau, dans lequel des Corps ſeroient mûs ſuivant la Loi de l'Art. 1181.; à cauſe qu'après le Choc les Corps reſteroient en repos dans le Bateau, étant tranſportez avec la même Viteſſe que le Bateau. La Viteſſe du Bateau eſt déterminée dans le Scholie I., & *ſe trouve en multipliant la Maſſe de chaque Corps par ſa Viteſſe, & en diviſant la ſomme des produits par la ſomme des Maſſes, ſi les trois Corps vont du même coté; ou, ſi cela n'étoit pas, en ſouſtrayant l'un de l'autre les produits des Mouvemens contraires.* 1184. * 939.

Il paroit par ce que nous venons de dire, que ce qui concerne la Percuſſion de trois Corps, convient à pluſieurs égards à ce qui a été démontré au ſujet de deux Corps: remarque que nous pouvons auſſi appliquer à ce que nous avons démontré touchant les changemens des Viteſſes en raiſon inverſe des Maſſes *. Car, comme il ſera prouvé dans le Scholie I., *les Changemens de Viteſſes qui naiſſent de l'Action mutuelle de deux Corps qui s'entre-choquent, ſont en raiſon inverſe des Maſſes de ces Corps, quoique le Mouvement d'un d'eux ſoit changé dans le même Tems par une autre Action.* 1185. * 987. 1186.

Si nous concevons à préſent des Corps parfaitement Elaſtiques, ces Corps ſeront mûs dans le Bateau en queſtion par la ſeule Action du Reſſort, & s'éloigneront l'un de l'autre avec les mêmes Viteſſes & avec les mêmes Forces avec leſquelles ils ſe ſont joints; car en ce cas, chacun des Reſſorts qui, en ſe débandant, produiſent des Forces égales à celles qui ont été employées à les bander *, ſouffrent, pour pro- 1187. * 1083.

duire cet Effet, une Réſiſtance déterminée, laquelle doit être égale à celle qu'ils ont éprouvée lorſqu'on les bandoit; car un Corps réſiſte de la même manière pendant qu'il perd & pendant qu'il acquiert une certaine Force *.

* 713.

1188. D'où nous déduiſons cette conſéquence générale, que *le changement de Viteſſe dans le Choc des Corps Elaſtiques, quels qu'ils ſoient, eſt, à l'égard de chacun d'eux, double de celui qui auroit lieu dans le même Choc, ſi les Corps n'avoient pas été Elaſtiques*: ainſi les Règles des Art. 1110. 1111. peuvent auſſi être appliquées ici.

1189. TAB. XLI. Fig. 4. Nous ſuppoſons dans cette Démonſtration, que par l'Action mutuelle de deux Corps, comme A & B, les ſeules parties Elaſtiques de ces Corps ſont enfoncées, c'eſt-à-dire, que par cette Action il n'y a de Reſſort plié que celui qui ſe trouve entre les deux Corps, quand ils ſe rencontrent en *a*, *b*; & que nulle partie de l'Action n'eſt employée à plier les parties Elaſtiques entre *b* & *c*.

L'extrême Viteſſe avec laquelle les parties Elaſtiques ſont pliées, & reprennent leur première ſituation *, ſemble prouver que la choſe ſe fait réellement ainſi.

* 1127.

1128. Si nous concevons que les parties s'enfoncent plus lentement, comme il arrive aux parties des Corps mous, les Corps Elaſtiques ne ſe ſéparent point comme ils ſe ſont approchez l'un de l'autre, & leur Mouvement eſt plus difficile à déterminer.

1190. La raiſon en eſt, que *dans le Choc de trois Corps mous* A, B & C, *qui ſe rencontrent au même Inſtant, les enfoncemens* entre *a* & *b*, & entre *b* & *c*, *ſont égaux*, *quoique les Actions ſoient inégales:* car pendant que C agit ſur B, ſi cette Action ſurpaſſe celle que A déploye ſur B du coté oppoſé, non ſeulement *c* enfonce les parties entre *b* & *c*, mais preſſe auſſi *b*, enſorte que l'Action entre *b* & *a* en ſoit augmentée; cela étant, par l'Action mutuelle des Corps *c* & *b*, non ſeulement les parties qu'il y a entre ces Corps ſont enfoncées, mais l'enfoncement des parties entre *a* & *c* eſt augmenté auſſi; & cette Action eſt partagée de telle façon, que *b*, qui eſt en repos entre *a* & *c*, ſe trouve preſſé également des deux cotez; c'eſt pourquoi les enfoncemens des deux cotez, en

ſup-

ſuppoſant que les parties ſont enfoncées avec la même facilité, ſont égaux; & la ſomme des deux Cavitez eſt proportionelle à la Force conſumée en les faiſant *. *841.934.

I. Experience.

J'employe dans cette Expérience un Cylindre de bois O, dont la longueur eſt de deux pouces & un quart, & dont chaque bout eſt creuſé à la profondeur d'un bon demi-pouce. Ces Cavitez ſont remplies d'Argile, comme nous avons vû dans d'autres Expériences *. Ce Cylindre eſt ſuſpendu par quatre Crochets, dont ceux qui ſont déſignez par les lettres v, v, ſont autant éloignez d'un des bouts, que les deux Crochets V, V, le ſont de l'autre; la diſtance entre un v, & le Crochet V correſpondant, eſt d'un pouce & demi. 1191. TAB. XXVIII. Fig. 11. *939.969.

Je me ſers en cette occaſion de la Machine qui a déja été employée plus d'une fois *, & je ſuſpens le Cylindre en queſtion au milieu de cette Machine, après avoir approché autant qu'il ſe peut les Crochets du milieu g, f, & h, i, enſorte que la diſtance qui les ſépare ſoit d'un pouce & demi *. TAB. XXVII. Fig. 1. * 760. *764.765.

Les Crochets ſuivans ſont auſſi approchez de ceux-ci autant qu'il ſe peut; enfin les derniers doivent être éloignez de trois pouces de leurs Crochets voiſins; ce qu'on fera aiſément, ſi la longueur des Règles bb & dd eſt tellement déterminée, qu'il y aît entre les Crochets la diſtance dont il s'agit, quand les derniéres Boëtes, auxquelles les Crochets ſont attachez, ſont éloignées du milieu de la Règle autant qu'elles le peuvent; comme cela eſt repréſenté dans la Figure. TAB. XL. Fig. 2.

Je ſuſpens à préſent aux cotez du Cylindre deux Quadres *, dont je me ſuis déja ſervi pluſieurs fois dans d'autres Expériences; & j'y joins les Cones ſemblables h, h *, dont un a été employé dans les Expériences 2, 7, 8, &c. du Chap. III. de ce Livre. Or la diſpoſition des Crochets dans la Machine eſt telle, que les Fils étant réduits à la longueur réquiſe, les Corps, quand ils ſont en repos, ſoient rangez dans la même Ligne horizontale, & que les ſommets des Cones touchent l'Argile aux centres des baſes du Cylindre, où cette Argile eſt contenüe. Nous meſurons les Viteſſes comme nous avons fait dans les autres Expériences ſemblables. Fig. 3. * 769. *738.771.

Soit la Maſſe R deux, & la Maſſe S neuf; les deux Corps ſont lâchez au même inſtant, enſorte que tous deux à la fois, S avec 1192.

deux degrez de Viteſſe, & R avec neuf degrez, frappent le Corps en repos O; ils reſteront en repos après le Choc, comme dans la 4me Expérience du Chap. IV. de ce Livre *. Les Cavitez ſeront égales, & vaudront enſemble la Cavité que nous avons eüe dans l'Expérience en queſtion, pourvu qu'on ſe ſerve de la même Argile; comme on peut s'en convaincre en meſurant les Cavitez, & comme on peut le déduire auſſi de l'Expérience ſuivante.

* 969.

* 979. La Force détruite dans l'Expérience de l'Art. 969 eſt 198 *; la même Force eſt détruite ici; donc chacune des deux Cavi-
* 841. tez vaut 99 *: ce que nous allons prouver auſſi par l'Expérience ſuivante.

2. EXPERIENCE.

1193. Les ſurfaces de la Terre glaiſe ayant été de nouveau applanies dans le Cylindre O, ſoit chacune des Maſſes R & S, quatre; ces Corps étant lâchez au même inſtant, enſorte qu'ils viennent frapper le Corps O avec des Viteſſes égales, & qui vaillent un peu moins de 5, ils reſteront en repos après le Choc, & les Cavitez, dont chacune a été formée par la deſtruction d'une Force tant ſoit peu moindre que $4\times5\times5=100$ *, & partant $=99$, ſont égales entr'elles, & à celles que nous avons eües dans l'Expérience précédente.

TAB. XL. Fig. 4.

* 757.

1194. *Si nous concevons* préſentement, *que les parties Elaſtiques ſont pliées préciſément comme les enfoncemens des trois Corps mous* *, l'infléxion des parties entre *a* & *b* ſera égale à celle qu'il y a entre *b* & *c*; & *ces Corps doivent être conſiderez, comme ſéparez par l'Action de deux Reſſorts qui ſeroient placez entr'eux, & qui auroient la même force.* Nous verrons dans le Scholie II., comment on peut déterminer les Viteſſes de ces Corps après le Choc.

TAB. XLI. Fig. 4.

* 1190.

1195. Il peut y avoir dans la Percuſſion directe de trois Corps, un cas différent de celui que nous avons examiné juſqu'à préſent, quoique les trois Mouvemens ſoient encore dans la même direction: car ſi un des Corps eſt percé de part en part, deux Corps, dont l'un traverſe l'autre, pourront au même inſtant frapper le troiſiéme.

Afin de déterminer ce qui doit arriver en ce cas, au lieu de trois Corps, j'en mettrai quatre; mais déterminez & mûs enſorte que leur Mouvement s'accorde exactement avec le cas dont

dont il s'agit: de plus, le cas que je propoſerai ſera très ſimple.

1196. TAB. XLII. Fig. 1. Soit C le Corps qui eſt frappé, & que nous ſuppoſons en repos; le Corps A vient le frapper directement avec une Viteſſe quelconque; les Corps B, B, égaux entr'eux, viennent avec des Viteſſes égales, mais différentes de la premiére, frapper le Corps C, & cela de maniére que leurs Actions réunies puiſſent être conſiderées comme une Action directe. La ſurface du Corps C eſt plane; les Corps A & B, B, ſont terminez en Cylindres droits, & c'eſt ſuivant la direction des Axes de ces Cylindres que les Corps ſe meuvent.

Les trois Corps en queſtion arrivent au même inſtant à C en *a*, *b*, *b*, & leurs Actions commencent en même tems. Dans le cas de la Figure que nous avons indiquée, la Viteſſe des Corps B, B, qui diminüe, pendant que, par les Actions des trois Corps, la Viteſſe de C augmente continuellement; la Viteſſe, dis-je, des Corps B, B, devient égale à celle du Corps C, dans le Tems que la Viteſſe du Corps A ſurpaſſe la Viteſſe commune aux Corps C & B, B. En ce moment même ceſſe l'Action des Corps B, B, & leur Viteſſe ne ſouffre plus de diminution; mais A continüe à agir ſur C, ce qui augmente encore la Viteſſe de ce dernier Corps, c'eſt pourquoi C ſe ſépare de B & de B; & toute Action ceſſe, dès que les Viteſſes des Corps C & A ſont parvenües à être égales; après quoi ces deux Corps continuent à ſe mouvoir avec cette même Viteſſe.

Dans de pareils cas, le Calcul des Viteſſes a quelque difficulté; & il eſt plus aiſé de les déterminer par une conſtruction Géometrique, que nous allons donner ici, reſervant la Démonſtration pour le troiſiéme des Scholies ſuivans.

1197. Fig. 2. Ayant mené les Lignes DX, DE, qui ſont enſemble un angle droit; je prens à diſcrétion le point E, & ſuppoſe que la Ligne DE repréſente la Viteſſe du Corps A: cela étant, je prens DF de la grandeur qu'il faut pour marquer la Viteſſe des Corps B, B.

Or il faut mener, à la diſtance qu'on voudra, la Ligne GO parallèle à FD; & par E & F, des parallèles à DX, qui donneront les points O & M.

La Ligne GH étant priſe à diſcrétion, on détermine les autres points dans la Ligne GO, par les proportions ſuivantes.

GH

GH à HI, comme la Baſe du Cylindre *d*, qui termine le Corps A, à la ſomme des Baſes des Cylindres *e*, *e*, (*Fig.* 1.).

GH à ON, comme la Maſſe du Corps A à la Maſſe du Corps C.

HI à ML, comme la ſomme des Maſſes des Corps B, B, à la Maſſe du Corps C.

Si l'on méne à préſent les Lignes DH, DI, FLT, ENX, les deux du milieu s'entre-couperont au point Q; & QP, perpendiculaire à DX, repréſentera la Viteſſe commune aux Corps B, B, & au Corps C, dans l'inſtant qu'ils ſe ſéparent.

Si PQ eſt prolongée juſqu'à couper EX en R, la Ligne PR déſignera la Viteſſe du Corps A dans ce même inſtant.

Soit menée après cela QS, parallèle à DH, & qui coupe EX en S; SV, parallèle à ED ou QP, marquera la Viteſſe commune au Corps A & C, après que l'Action aura ceſſé.

1198. La Ligne EX coupe quelquefois DI entre D & Q, & alors l'interſection de ces Lignes détermine le point Q.

TAB. XLII. *Fig.* 3. Ayant fait G*i* égale à HI, je méne D*i*, & enſuite une parallèle à D*i*, ſçavoir QS, ce qui détermine le point S dans la Ligne FT. En ce cas, QP déſigne la Viteſſe du Corps A après le Choc, & SV la Viteſſe avec laquelle les Corps B, B, & C, continuent enſemble à ſe mouvoir. Nous allons expliquer auſſi, comment deux Corps, mûs ſuivant des directions différentes, mettent en Mouvement un troiſiéme Corps, quand ils le frappent directement, & au même inſtant.

1199. TAB. XLI. *Fig.* 6. 7. Suppoſons que les deux Corps A, B, frappent directement & au même inſtant le Corps en repos C, ſuivant les directions AK, BK, & avec des Viteſſes quelconques. Les Lignes qui marquent les directions étant prolongées, que KD exprime la Viteſſe du Corps A, & KE celle du Corps B; je fais DF perpendiculaire à KD, & EG à KE, je diviſe enſuite KD en H, deſorte que KH aît la même raiſon à HD, que la Maſſe du Corps A à la Maſſe du Corps C: de même, KE doit être diviſée en L, de maniére que KL ſoit à LE, comme la Maſſe B à la Maſſe C. Si l'on méne à préſent FH, GL, s'entre-coupant en N, la Ligne KN indiquera par ſa ſituation la direction, & par ſa longueur, la Viteſſe du Corps C après le Choc.

1200. Les Corps A&B continuent à parcourir les Lignes KD, KE,

KE, leur direction n'étant changée par aucune Action. Pour ce qui eſt de leurs Viteſſes, on les trouve en abaiſſant du point N, ſur KD & KE, les Perpendiculaires NI, NM: KI ſervant à exprimer la Viteſſe du Corps A, & KM celle du Corps B, après le Choc.

Il n'y a point d'Action par laquelle les Corps A & C, qui dans la ſuppoſition ne ſont point Elaſtiques, puiſſent être ſéparez après un Choc direct *; & quoique le Corps C ſoit mû par l'Action du Corps B, l'Action du Corps A eſt bien diminuée par là, mais C n'eſt pas ſéparé de A ſuivant la direction KD; car alors B ſouſtrairoit C à l'Action de A; donc A & C ſe meuvent après le Choc, avec la même Viteſſe, ſuivant la direction KD: par conſéquent, ſi C parcourt AN avec la Viteſſe que nous déſignons par cette Ligne, A ſera tranſporté avec la Viteſſe KI: le Mouvement par KN, ſuivant la direction KD, ne contenant en ſoi que la Viteſſe KI *; & le Corps A perdra la Viteſſe DI. 1201. * 931. * 1154.

Il faut outre cela, après avoir mené les Lignes NO, NP, parallèles à KE & KD, faire attention, que le Corps C eſt pouſſé dans le même tems, par le Choc des Corps A & B, ſuivant les directions KO & KP, & cela avec des Viteſſes proportionelles à ces Lignes, ſi KN déſigne la Viteſſe avec laquelle C la parcourt *; à l'égard du changement de Viteſſe que l'Action du Corps A produit dans le Corps en repos C, il ſera déſigné par KO; donc, en cas que le point N ſoit bien déterminé, KO eſt à ID, comme la Maſſe A à la Maſſe C *, c'eſt-à-dire, comme KH à HD; ce qui n'a lieu que quand le point N ſe trouve dans la Ligne FH: car PN étant prolongée juſqu'à ce qu'elle coupe FD en Q, nous aurons PN à NQ, comme KH à HD; mais PN eſt égale à KO, & NQ à ID *. On peut prouver de même, que le point cherché N ſe trouve dans la Ligne GL; & par conſéquent dans le point d'interſection de cette Ligne avec la Ligne FH. Ce qu'il falloit démontrer. * 360. * 1186. * 34. El. I.

Si les Corps ſont Elaſtiques, les changemens de Viteſſes ſont doubles *; donc, en prolongeant & en doublant KN, nous aurons le Mouvement du Corps C, ſuivant la direction Kn, avec une Viteſſe exprimée par cette même Ligne; & ayant fait Ii=ID, & Mm=ME, nous aurons les Viteſſes des Corps A 1202. * 1188.

1203. & B, déſignées par les Lignes K*i* & M*m*. *En ce cas, les ſommes*
* 1085. *des Forces avant & après le Choc ſont égales* *; ce que nous démontrerons dans le Scholie IV. être une ſuite de cette détermination des Viteſſes.

1204. Quand l'Angle EKG eſt obtus, ce qui rend les Mouvemens des Corps A & B en partie oppoſez, il faut appliquer ici ce qui a été obſervé dans l'Art. 1189.

1205. Dans cet Article nous avons ſuppoſé que les changemens de Viteſſes ſe faiſoient dans le même Tems dans l'une & l'autre Percuſſion; c'eſt-à-dire, que les deux Actions ceſſoient au même Inſtant: la choſe eſt ainſi, quand la ſuperficie du Corps C eſt plane aux endroits où ſe fait le Choc, & que les Corps A & B ſont terminez en Paraboloïdes; bien entendu que les paramètres des Paraboles ſoient en raiſon directe de A à B, & en raiſon inverſe de la ſomme de A & de C, comme nous le démontrerons dans le Scholie V. Nous avons parlé de ces Paraboloïdes dans un autre endroit *.
* 862.

1206. Si les Tems des Actions ſont inégaux, il faut commencer par déterminer, non ſeulement la Viteſſe de chaque Corps, au Moment où une Action ceſſe, comme nous l'avons vû dans l'Art. 1196, mais auſſi la direction du Corps C dans le même Moment. Enſuite il faut trouver le ſecond changement, produit uniquement par ce qui reſte encore d'Action. Si l'on en excepte quelques cas particuliers, la détermination de l'Inſtant, où une Action ceſſe, doit être miſe au nombre des Problêmes les plus difficiles.

1207. On auroit bien de la peine à confirmer par des Expériences ce qui a été démontré à l'égard de la double Percuſſion. Il n'y a pas moyen de faire des Expériences ſur des Corps mous, parce que tous les Corps de ce genre dont nous pourrions faire uſage, reſtent collez l'un à l'autre après le Choc, s'ils ne ſont point du tout Elaſtiques, ce qu'il faudroit pourtant pour ces Expériences. D'un autre coté, ce qui a lieu auſſi par rapport aux Corps Elaſtiques, nous ne pouvons jamais ſçavoir, que par le chemin que ſuit le Corps C, ſi les deux Corps ont frappé le troiſiéme préciſément dans le même Inſtant: donc ce chemin ne ſçauroit être trouvé par une Expérience. Dans le ſeul cas où les Corps A & B ſont égaux, & mûs avec d'égales Viteſſes, il paroit à la premiére vüe, que ces Corps ont rencontré

C dans le même Moment, ſi le chemin de ce dernier Corps partage l'angle DKE en deux parties égales : à l'égard de ce cas on peut faire l'Expérience ſuivante.

3. Expérience.

On voit ici la ſection horizontale de la Machine décrite dans l'Art. 1168. Les trois Boules d'ivoire, mentionées dans la Deſcription, ayant été appliquées à la Machine, on lâche les Corps Q, Q, dans le même Moment, & de hauteurs égales. On forme enſuite le Parallèlogramme *abcf*, dont les cotez *ab*, *ac*, déſignent les directions des Corps Q, Q, continuées, & ſont égaux aux cordes des Arcs le long deſquels deſcendent les Corps Q; le Corps P, ſi l'angle QPQ eſt aigu, monte avec une Viteſſe moindre que celle dont il auroit beſoin pour parcourir en montant, l'Arc dont la corde ſeroit la diagonale du Parallèlogramme dont nous venons de parler. 1208. TAB. XXXIX. Fig. 4, 5.

Mais ſi l'angle eſt obtus, il s'élève à une plus grande hauteur que celle qui eſt déterminée par la diagonale en queſtion. 1209.

Tout cela s'accorde avec ce qui a été expliqué dans les Art. 1199. 1202.

Nous avons ſuppoſé dans ces Articles, que les deux Corps qui viennent frapper le Corps en repos, le frappent directement. Si les Percuſſions étoient obliques, on pourroit les réduire à des Percuſſions directes, comme il a été démontré pour deux Corps *, &, en faiſant abſtraction des Mouvemens latéraux, les changemens ſeroient déduits des ſeules Percuſſions directes, comme s'il s'agiſſoit d'elles ſeules; après quoi il faudroit faire entrer en conſideration les Viteſſes latérales, comme dans les Percuſſions de deux Corps. 1210. TAB. XLI. Fig. 6, 7. * 1165. 1171.

Si le Corps C étoit auſſi en Mouvement, le Problême ſe réſoudroit auſſi de la même maniére, en ſuppoſant un Bateau, dans lequel le Corps dont il s'agit ſeroit en repos, & en déterminant ce qui arriveroit dans le Bateau; après quoi on pourroit facilement déterminer les Mouvemens qui auroient lieu, en faiſant abſtraction du Bateau. 1211.

Il ne ſeroit guéres plus difficile de donner une Solution directe du même Problême: mais il ne faut pas multiplier les Méthodes ſans néceſſité.

SCHOLIE I.

Démonſtrations des Art. 1181. 1183. 1184. 1186.

1212. SOient trois Corps A, B, C, qui ſe choquent directement; & que la Viteſſe du premier ſoit a, celle du ſecond b, & celle du troiſiéme c: la ſomme des Forces eſt $Aaa + Bbb + Ccc$ *. Nous avons dit dans l'Art. 1181. que ſi A & B vont du même coté, & C d'un coté oppoſé à celui de A & de B, la ſomme en queſtion, les Viteſſes reſpectives étant données, étoit la moindre de toutes, quand $Aa + Bb = Cc$; ce qui eſt une ſuite de ce que nous avons démontré dans l'Art. 1182. ſçavoir que ces Corps reſtent en repos après le Choc; mais on peut prouver auſſi la choſe d'une maniére directe, en concevant une des Viteſſes augmentée ou diminuée d'une quantité quelconque, comme x, & en faiſant le Calcul de la ſomme des Forces.

* 757.

Soit par Ex. $a + x$ la Viteſſe du Corps A; pour que les Viteſſes reſpectives ſoient conſervées, B eſt mû avec la Viteſſe $b + x$; ce qui donne $c - x$ pour la Viteſſe du Corps C. La ſomme des Forces eſt $Aaa + 2Aax + Axx + Bbb + 2Bbx + Bxx + Ccc - 2Ccx + Cxx$, qui ſurpaſſe la premiére ſomme de la quantité $Axx + Bxx + Cxx$, les quantitez $2Aax + 2Bbx - 2Ccx$ s'entre-détruiſant; or comme la premiére ſomme eſt ſurpaſſée par l'autre, de quelque maniére que nous concevions les Viteſſes changées, pourvû que les Viteſſes reſpectives reſtent les mêmes, il s'enſuit que la ſomme, dans le cas que nous avons rapporté, a été la moindre de toutes.

1213. Les mêmes choſes étant ſuppoſées, la Viteſſe reſpective des Corps A & B eſt $a - b$ *; celle des Corps A & C eſt $a + c$ *; & enfin la Viteſſe reſpective des Corps B & C vaut $b + c$ *. La Force perdüe, toutes ces Viteſſes reſpectives étant données, vaut dans tous les cas la ſomme des Forces qui a lieu en ce cas particulier, où cette ſomme eſt la moindre de toutes *, & où $Aa + Bb = Cc$. Nous avons dit que la Force perdüe étoit égale à $\frac{AB \times \overline{a-b}^2 + AC \times \overline{a+c}^2 + BC \times \overline{b+c}^2}{A+B+C}$ *. Pour le démontrer, il faut ſimplement prouver, que cette quantité eſt égale à $Aaa + Bbb + Ccc$; ou que $AB \times \overline{a-b}^2 + AC \times \overline{a+c}^2 + BC \times \overline{b+c}^2 = \overline{Aaa + Bbb + Ccc} \times \overline{A+B+C}$.

* 918. * 919. * 919. * 1180. * 1183.

Puiſque $Aa + Bb = Cc$, il s'enſuit que $AAaa + 2ABab + BBbb = CCcc = ACac + BCbc$; d'où nous déduiſons $AAaa + BBbb + CCcc = 2ACac + 2BCbc - 2ABab$. Mais en multipliant $Aaa + Bbb + Ccc$ par $A + B + C$, nous avons $AAaa + BAaa + CAaa + ABbb$

$+ AB\,bb + BB\,bb + CB\,bb + AC\,cc + BC\,cc + CC\,cc$, & en ſubſtituant à la place de $AA\,aa + BB\,bb + CC\,cc$, leur valeur, que nous venons de trouver, nous aurons $\overline{Aaa + Bbb + Ccc} \times \overline{A + B + C} = AB\,aa - 2AB\,ab + AB\,bb + AC\,aa + 2AC\,ac + AC\,cc + BC\,bb + 2BC\,bc + BC\,cc = AB \times \overline{a-b}^2 + AC \times \overline{a+c}^2 + BC \times \overline{b+c}^2$. Ce qu'il falloit démontrer.

Soient derechef trois Corps A, B, C; que la Viteſſe du premier ſoit m; celle du ſecond n; & du troiſiéme p. Pour démontrer la Règle de l'Art. 1184. j'appelle x la Viteſſe du Bateau dont il eſt parlé dans cet Article; cela étant, les Viteſſes que les Corps A & B ont dans le Bateau, en concevant leur Viteſſe comme plus grande que celle du Bateau, ſeront $m - x$ & $n - x$; pour ce qui eſt du Corps C, s'il ſe meut plus lentement que le Bateau, il eſt tranſporté du coté oppoſé, avec la Viteſſe $x - p$. Comme il s'agit ici d'un cas dans lequel les Corps reſtent en repos après le Choc, nous avons $Am - Ax + Bn - Bx = Cx - Cp$ *. 1214.

* 1180. 1181. 1212.

D'où nous inférons $x = \frac{Am + Bn + Cp}{A + B + C}$. Ce qu'il falloit démontrer.

Si tous les Corps ne ſont pas portez vers le même coté, les Viteſſes de ceux qui iront du coté oppoſé ſeront négatives, & les produits dans le Numerateur négatifs. 1215.

Suppoſons, comme dans les Démonſtrations précédentes, que les Corps A, B, & C ſoient mûs vers le même coté, enſorte que dans un Bateau qui eſt tranſporté avec la même Viteſſe que les Corps ont après le Choc, les Viteſſes des Corps A & B, en allant de la pouppe vers la proüe, ſoient fh, gi, & que la Viteſſe du Corps C, en allant de la proüe vers la pouppe, ſoit li. En ce cas, le ſeul Corps C ſe meut plus lentement que le Bateau, & a une Viteſſe accélerée par l'Action des deux autres Corps. Comme les Corps reſtent en repos dans le Bateau après le Choc, la ſomme des produits de A par fh, & de B par gi, vaut C multiplié par li *. 1216. TAB. XLI. Fig. 4. * 1180. 1181. 1212.

Si l'on partage C, comme ci-deſſus *, en deux parties D & E, qui ſoient entr'elles, comme A multiplié par fh, à B multiplié par gi; & que A agiſſe ſur D, & B ſur E, les Corps reſteront auſſi en repos dans le Bateau *; c'eſt-à-dire, que les parties D & E, en ne conſiderant que les Mouvemens abſolus, & ſans faire attention au Bateau, étant tranſportées avec d'égales Viteſſes avant le Choc, ſont également accélerées par les Actions des Corps A & B, ſçavoir de la quantité il; & les Forces qui leur ſont communiquées, ſont entr'elles comme la Maſſe D à la Maſſe E *, c'eſt-à-dire, comme le produit de A par fh, à celui de B par gi. D'où nous inférons, que dans la Percuſſion de ces trois Corps, les Actions des Corps A & B ſur C, pendant qu'ils accélerent enſemble le Mouvement de ce Corps, ſont entr'elles comme A multiplié par fh, à B multiplié par gi; & c'eſt préciſément cette même raiſon qui a lieu entre les Viteſſes qui ſont communiquées au Corps C par ces Actions *. Fig. 5. * 1182. * 1182. * 748. Fig. 4. * 1148.

La Viteſſe entiére il, qui eſt communiquée, étant diviſée en deux parties im, ml, qui ſoient entr'elles comme $A \times fh$ à $B \times gi$, la Viteſſe communiquée par l'Action du Corps A ſera im.

En multipliant im & ml par C, ce qui ne change pas la raiſon qu'il y a entre ces quantitez, nous avons $im \times C$ à $ml \times C$, comme $A \times fh$ à $B \times gi$; d'où nous déduiſons $im \times C + ml \times C$, c'eſt-à-dire, $C \times il$ à $im \times C$, comme $A \times fh + B \times gi$ à $A \times fh$: mais les antecédens ſont égaux, donc les conſéquens le ſont auſſi.

Ainſi A eſt à C comme im, changement de Viteſſe produit dans le Corps C par l'Action du Corps A, à fh, changement de Viteſſe du Corps A. C'eſt-à-dire, que les changemens des Viteſſes de ces Corps, produits par leur Action mutuelle dans la Percuſſion, ſont en raiſon inverſe des Maſſes, comme nous l'avons remarqué dans l'Art. 1186.

SCHOLIE II.

Examen du Mouvement mentioné dans l'Art. 1194.

1217. COncevons trois Corps A, B, C, parfaitement Elaſtiques; que la Viteſſe du premier ſoit m; celle du ſecond n; & celle du troiſiéme p; & que ces Corps tendent vers le même coté: Après le Choc, mais avant que les parties ayent repris leur premiére ſituation, la Viteſſe eſt $\frac{Am + Bn + Cp}{A + B + C}$ *; je

* 1184. 1214.

nomme cette Viteſſe v.

* 1183. 1215. La Force détruite par le Coup eſt $\frac{AB \times \overline{m-n}^2 + AC \times \overline{m-p}^2 + BC \times \overline{n-p}^2}{A + B + C}$ *

Que cette Force ſoit égale à $2Aff + 2Bff + 2Cff$.

Si tous les Corps ne tendoient pas vers le même coté, la Viteſſe après le Choc, & la Force détruite, pourroient être déterminées par les mêmes Règles.

S'il n'y avoit point de Reſſorts, les Corps reſteroient en repos après le Choc, dans un Bateau mû avec la Viteſſe v; ainſi ce ſont les Reſſorts ſeuls qui mettent ces Corps en Mouvement dans le Bateau après le Choc, & ils ſont mûs dans le Bateau avec les mêmes Viteſſes que ces Reſſorts leur donneroient s'ils étoient réellement en repos; cela étant, ſi l'on détermine les Mouvemens en ce dernier cas, on aura les Mouvemens qui ont lieu dans le Bateau, d'où l'on pourra facilement déduire les Mouvemens abſolus.

1218. Nous ſuppoſons donc des Corps en repos A, B, C, & entre ces Corps, des Reſſorts bandez avec les Forces qui ont ſervi dans le Choc à enfoncer les parties, & qui valent $2Aff + 2Bff + 2Cff$. Comme il s'agit ici d'un cas, dans lequel les parties entre A & B, & entre B & C, ſont également bandées, la Force avec laquelle chaque Reſſort eſt bandé eſt

Aff

$Aff + Bff + Cff$; & c'eſt une pareille Force que le Reſſort communique aux Corps dans le tems qu'il ſe débande *. * 1087.

Le Reſſort, en ſe débandant entre A & B, communique au Corps A la Force $Bff + Cff$, & déploye ſur le Corps B une Action qui vaut la Force Aff *. De même l'autre Reſſort communique au Corps C la Force $Aff + Bff$, & déploye ſur B une Action égale à la Force Cff *. * 1089. * 1089.

Ainſi le Corps B eſt preſſé par deux Actions vers des cotez oppoſez; ſi A eſt plus grand que C, B eſt preſſé davantage vers ce dernier Corps, avec une Action qui vaut la différence des Actions Aff & Cff; à l'égard du reſte, les Actions des deux cotez ſont égales entr'elles, & valent Cff.

Pendant que les Reſſorts ſe preſſent mutuellement avec des Actions égales, l'un & l'autre agiſſent comme s'ils étoient appuyez contre un Obſtacle immobile, & chacun d'eux déploye toute ſa Force de l'autre coté *; c'eſt-à-dire, les Reſſorts agiſſent ſur les Corps A & C, de façon qu'ils communiquent à chacun d'eux, outre les Forces déja mentionnées, la Force Cff; c'eſt pourquoi la Force communiquée au Corps A vaut $Bff + 2Cff$, & C eſt mû avec la Force $Aff + Bff + Cff$, pendant que B eſt pouſſé vers C, par une Action qui vaut $Aff - Cff$. * 1089.

Mais B ne ſçauroit ſe mouvoir, que le Reſſort entre B & C ne ſoit pouſſé avec la même Viteſſe; & ce Reſſort, mû de cette maniére, doit communiquer au Corps C la Viteſſe que nous venons d'indiquer; préciſément comme feroit dans un Bateau, un Reſſort appuyé contre un Obſtacle immobile, & mu par l'Action de ſon Élaſticité; c'eſt-à-dire, que la Viteſſe avec laquelle le Corps C s'éloigne du Corps B, ou dont le Mouvement de C ſurpaſſe celui de B, eſt celle qui convient avec la Force dont nous venons de parler; cette Viteſſe eſt

$f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$ *. La Viteſſe du Corps B étant nommée x, celle du Corps * 757.

C ſera $x + f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$. La ſomme des Forces des Corps A & B, eſt $Aff + Bff + Cff$, & outre cela encore $Aff - Cff$, c'eſt-à-dire, que cette ſomme vaut $2Aff + Bff$; ce qui donne $Bxx + Cxx + 2fx\sqrt{AC + BC + CC} + Aff + Bff + Cff = 2Aff + Bff$ *; ou * 757.

$xx + \frac{2fx\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C} = \frac{Aff-Cff}{B+C}$; &

$x = \frac{f\sqrt{AB+2AC} - f\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C}$: en y ajoutant la Viteſſe $f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$, avec laquelle C s'éloigne de B, nous aurons pour la

la Viteſſe de C $\frac{f C \sqrt{AB + 2AC} + f B \sqrt{AC + BC + CC}}{BC + CC}$.

Pour la Viteſſe du Corps A, elle ſe trouve par ſa Force, qui a déja été déterminée; & elle eſt $\frac{f \sqrt{AB + 2AC}}{A}$.

1219. Ces Viteſſes doivent être ſouſtraites de la Viteſſe v, ou doivent y être ajoutées, ſuivant que leur Mouvement s'accorde avec celui du Bateau, ou y eſt contraire.

Si dans le premier Mouvement A ſe meut plus vite que B, c'eſt-à-dire, ſi m ſurpaſſe n, la Viteſſe du Corps A, après le Choc, ſera $v - \frac{f \sqrt{AB + 2AC}}{A}$; les autres Viteſſes, qui ont été trouvées pour B & C, doivent être ajoutées à v.

Nous démontrerons dans le Scholie II. du Chapitre ſuivant, que la ſomme des Forces après le Coup, eſt égale à $Amm + Bnn + Cpp$; ce qui
* 1085. s'accorde avec ce qui a été démontré ci deſſus *.

SCHOLIE III.

Démonſtration de l'Art. 1197.

1220. TAB. XLII. Fig. 1, 2. SI l'on ſe rappelle ce qui a été expliqué dans les Art. 1196. 1197, on verra clairement que, puiſqu'il s'agit de Corps terminez en Cylindre, chacun des Corps qui agiſſent enſemble ſur C, change la Viteſſe de ce Corps, comme ſi chacun d'eux agiſſoit en particulier; car le changement eſt le même, de quelque maniére que C ſoit mû *. Les changemens de Viteſſes du Corps C, produits par les Actions des Corps A & B, B, ſont entr'eux comme GH à HI*; enſorte que GI exprime la Viteſſe entiére que C a acquiſe dans un certain Tems. Le changement de Viteſſe, produit par l'Action du Corps A, eſt au changement de Viteſſe du Corps A, dans le même Tems, comme GH à ON *; & le changement de Viteſſe du Corps C, produit par les Actions des Corps B, B, eſt au changement de Viteſſe de ces Corps, dans le même Tems, comme HI à ML. Donc, dans l'Inſtant où la Viteſſe du Corps C eſt GI, les diminutions des Viteſſes des autres Corps ſont ON, ML; & la Viteſſe du Corps A eſt GN; & celle des Corps B, B, eſt GL. Ces changemens de Viteſſes gardent toujours entr'eux une raiſon conſtante; par conſéquent les Lignes DI, EN, FL, en coupant une Ligne quelconque parallèle à ED, détermineront les Viteſſes des Corps en queſtion, dans le même Moment. Ce qui fait voir que les Viteſſes des Corps C & B, B, ſont égales, quand C a acquis la Viteſſe PQ; & qu'alors toute Action entre

* 1034. * 1036. * 967. 1186. 1216.

tre ces Corps ceſſe. Pour ce qui eſt du Corps A, ſa Viteſſe en ce même Moment eſt PR, & il continüe à déployer ſon Action ſur C, dont la Viteſſe n'eſt alors uniquement augmentée que par l'Action de A; c'eſt pourquoi QS, parallèle à DH, marque cette augmentation de Viteſſe, laquelle, lorſqu'elle eſt devenüe VS, eſt égale à la Viteſſe du Corps A; après quoi C & A n'agiſſent plus l'un ſur l'autre, mais ſéparez de B, B, ils continuent à ſe mouvoir d'un Mouvement commun.

SCHOLIE IV.

Démonſtration de l'Art. 1203.

NOus avons dit, que la ſomme des Forces après le Choc, étoit égale à la ſomme des Forces avant le Choc, en parlant de la Percuſſion expliquée dans l'Art. 1203. La détermination des Viteſſes donnée en cet endroit étant donc ſuppoſée, il faut prouver que le Corps C acquiert autant de Forces qu'en perdent les Corps A & B. 1221. TAB. XLI. Fig. 6.

Le quarré de la Ligne KN eſt égal aux quarrez des Lignes KO & ON, ou KP, & à deux fois le Rectangle IOK *; le même quarré eſt auſſi égal aux quarrez de KO & de KP, & à deux fois le Rectangle MPK *: d'où il ſuit que ces Rectangles ſont égaux; & que le quarré de KN vaut le quarré de KO, le Rectangle IOK, le quarré de KP & le Rectangle MPK; donc le quarré de KN eſt égal aux Rectangles IKO & MKP; & le quarré de la Ligne K*n*, double de KN, lequel eſt quadruple du quarré de la Ligne KN, vaudra quatre fois la ſomme des Rectangles IKO & MKP. Ces Rectangles étant multipliez par C, c'eſt-à-dire, $4C \times KO \times KI + 4C \times KP \times KM$, expriment la Force que le Corps C a acquiſe par le Choc *. * 12. EL. II. * 12. EL. II. * 757.

La Force que le Choc a fait perdre au Corps A, ſe trouve en multipliant A par la différence des quarrez KD, K*i*, qui déſignent les Viteſſes avant & après le Choc *: or cette différence, à cauſe de $DI = Ii$, vaut quatre fois le Rectangle KID *; & la Force perdüe eſt $4A \times ID \times KI$: Mais nous avons vû dans l'Art. 1201, que A, C :: KO, ID; donc $A \times ID = C \times KO$, & la Force perdüe par A eſt $4C \times KO \times KI$. * 1147. * 8. EL. II.

On peut démontrer de la même maniére, que la Force que perd B, eſt égale à $4C \times KP \times KM$; & que par conſéquent la ſomme des Forces perdües vaut la Force acquiſe par C. Ce qu'il falloit démontrer.

La Démonſtration eſt à peu près la même, quand il s'agit du cas relatif à la Fig. 7.

SCHOLIE V.

Démonſtration de l'Art. 1205.

DAns l'Art. 1205. nous avons fait mention d'un cas, dans lequel, la Percuſſion étant double, les deux Percuſſions durent également. Il 1222.

y eſt queſtion de Corps, terminez chacun par une figure formée par la circonvolution d'une Parabole: Figures dans leſquelles le Tems de l'Action
*862. 915. 1027. ne dépend pas de la Viteſſe *; c'eſt pourquoi nous pouvons conſiderer chaque Percuſſion à part: le changement de Viteſſe, produit par une Action, ne pouvant pas changer la durée d'une autre Action, avec laquelle la Viteſſe n'a aucun rapport.

Il y a Percuſſion entre les Corps A & C; comme auſſi entre B & C. Soit a le paramètre de la Parabole qui a déterminé la figure du Corps A; b le paramètre de celle qui a formé le Corps B. Si ces Corps frap-
* 915. poient des Obſtacles unis & immobiles, les Tems ſeroient $\frac{A}{a}$ & $\frac{B}{b}$ *; mais à cauſe qu'il s'agit du Choc de deux Corps, ces Tems ſont $\frac{AC}{aA+aC}$, &
* 1027. $\frac{BC}{bB+bC}$ *. Dans le cas où ces Tems ſont égaux, $a, b :: \frac{A}{A+C}, \frac{B}{B+C}$.

C. Q. F. D.

CHAPITRE X.

Du Mouvement du Centre de Gravité.

1223. TAB. XLI. Fig. 8. SOient A & B les Centres de Gravité de deux Corps; *ſi ces deux Corps vont vers* C, qui eſt *leur Centre commun de Gravité, avec des Viteſſes qui ſoient* entr'elles comme leurs diſtances de ce Centre, ſçavoir comme AC à BC, c'eſt-à-dire,
*192. 199. *en raiſon inverſe des Maſſes de ces Corps* *, *le Centre de Gravité reſtera en repos dans ce Mouvement*; car pendant qu'ils parcourent en même tems Aa & Bb, qui ſont entr'elles comme AC à BC, il reſte aC & bC, qui ſont dans la même raiſon inverſe des Maſſes; & ainſi, dans cette ſituation, C ſe trouve
* 192. encore être le Centre commun de Gravité *, lequel n'a pas changé de place dans ce Mouvement.

La même Démonſtration peut s'appliquer à un autre cas, qui
1224. eſt, *quand deux Corps s'éloignent de leur Centre commun de Gravité, avec des Viteſſes qui ſont en raiſon inverſe des Maſſes*; ainſi dans ce cas encore *ce Centre reſte en repos.*

1225. Si les Corps ſont mûs ſuivant d'autres directions, qui ne paſſent

ſent point par le Centre de Gravité, ils pourront être tranſportez avec de telles Viteſſes, que les augmentations ou les diminutions des diſtances, par rapport au Centre de Gravité, ſoient en raiſon inverſe des Maſſes, auquel cas le Centre de Gravité reſtera encore en repos.

Si pluſieurs Corps, comme A, B, D, *mûs dans une même ligne, vont tous vers* C, *leur Centre commun de Gravité, ou s'en éloignent tous*, avec des Viteſſes qui ſoient pour chaque Corps comme leurs diſtances de ce Centre, *ce Centre reſte* auſſi *en repos*. Car puiſque dans la ſituation où ſe trouvent A, B, D, la ſomme des produits des Maſſes multipliées par les diſtances de C, d'un coté du Centre en queſtion, eſt égale à une ſemblable ſomme de l'autre coté *, la même choſe aura lieu *quand* toutes les diſtances ſeront changées en même raiſon, comme il arrive ici: ainſi C reſte le Centre commun de Gravité *, & demeure par conſéquent en repos. 1226. TAB. XLI. Fig. 9. * 199. cor. * 199.

En ce cas, *chaque Maſſe étant multipliée par ſa Viteſſe, la ſomme des produits d'un des cotez du Centre de Gravité, eſt égale à une ſemblable ſomme de l'autre coté*, car nous ſuppoſons les Viteſſes proportionelles aux diſtances de ce Centre. Au reſte, *cette égalité des produits, comme auſſi la raiſon aſſignée aux Viteſſes, peuvent ſe déduire* de la même maniére *du repos du Centre de Gravité*, en ſuppoſant que ce repos a lieu. 1227.

Il ſuit de ce que nous venons de dire, que deux Corps, mûs d'un Mouvement uniforme & en ligne droite dans un Bateau, ſuivant quelque direction que ce ſoit, & avec une Viteſſe quelconque, peuvent ſe mouvoir enſorte que leur Centre commun de Gravité reſte en repos dans ce Bateau: & en ce cas, *ſi* un des Corps, en gardant ſa direction, change de Viteſſe, *le Centre commun de Gravité des deux Corps qui ſont dans le Bateau*, ne reſtera pas en repos dans le Bateau: mais ſi ce Centre *reſte en repos pendant un ſeul inſtant, il reſtera en repos auſſi long tems que les Viteſſes & les directions des Corps reſteront les mêmes*, à cauſe que c'eſt uniformement que les Corps en queſtion s'éloignent de ce Centre ou s'en approchent, & cela par des lignes qui gardent la même ſituation à l'égard de ce Centre. 1228.

Dans la ſuppoſition que nous venons de faire, en faiſant abſtraction du Bateau, nous avons deux Corps, mûs uniforme- 1229.

ment en lignes droites, & dont le Centre commun de Gravité parcourt auſſi uniformement une ſemblable ligne.

1230. Suppoſons à préſent, que deux autres Corps quelconques ſoient mûs uniformement en lignes droites, diſpoſées comme on voudra, il eſt clair que, dans cette nouvelle ſuppoſition, ſi le Centre commun de Gravité ſe meut, ſon Mouvement ſera auſſi uniforme. Car ſi nous concevons un Bateau qui eſt mû avec ce Centre pendant un inſtant, quelque petit qu'il ſoit, le Centre en queſtion reſtera en repos dans le Bateau pendant cet inſtant; & perſevérera dans cet état de repos, ſi le Bateau
* 1228. continüe à ſe mouvoir uniformement avec la même direction*; c'eſt-à-dire, que le Centre avancera avec le Bateau.

1231. Concevons un troiſiéme Corps, qui ſoit auſſi mû d'une maniére uniforme, ſuivant une direction quelconque; il eſt clair que le Centre commun de Gravité des trois Corps ſera mû, comme ſi les deux premiers Corps ſe trouvoient dans leur
* 212. Centre commun de Gravité*, & étoient tranſportez avec ce Centre; d'où nous concluons, que le Centre de Gravité des trois Corps eſt mû de la même maniére que s'il ne s'agiſſoit
* 1230. que de deux Corps, c'eſt-à-dire uniformement *: or comme cette Démonſtration peut s'étendre à quatre Corps, & davanta-
1232. ge, nous en inferons, que *le Centre de Gravité d'autant de Corps qu'on voudra, mûs d'un Mouvement uniforme quelconque, par des droites, ou reſte en repos, ou parcourt uniformement une lignes ligne droite.*

1233. Nous avons déja remarqué en plus d'un endroit, que dans le Choc des Corps il ne faut pas confondre les Mouvemens reſpectifs avec les Mouvemens abſolus; nous ajouterons ici, qu'il faut diſtinguer ſoigneuſement les Mouvemens abſolus des Corps mêmes, d'avec le Mouvement abſolu de tous les Corps conſiderez enſemble.

DEFINITION.

1234. *Nous appellons Mouvement abſolu de pluſieurs Corps conſiderez enſemble, le Mouvement de leur Centre commun de Gravité.*

Comme on détermine le Mouvement d'un Corps particulier par le Mouvement de ſon Centre de Gravité; il eſt clair qu'on peut en agir de même à l'égard de pluſieurs Corps conſiderez enſemble.

Dans

Dans le premier des Scholies ſuivans nous démontrerons, par rapport au Mouvement de ce Centre de Gravité, que *la ſomme des Forces d'autant de Corps qu'on voudra, eſt égale à la ſomme de la Force qu'auroient enſemble tous ces Corps, mûs avec la Viteſſe avec laquelle le Centre commun de Gravité eſt tranſporté, & de toutes les Forces avec leſquelles les Corps ſont mûs par rapport à ce Centre*: c'eſt-à-dire, que *ſi* l'on multiplie, d'un coté, la ſomme des Maſſes par le quarré de la Viteſſe du Centre de Gravité, & de l'autre, chaque Maſſe par le quarré de la Viteſſe avec laquelle chacune d'elles eſt müe par rapport au Centre de Gravité, ou avec laquelle chacune d'elles eſt müe *dans un Bateau, où le Centre de Gravité ſeroit en repos*, la ſomme de tous les produits ſera égale à la ſomme des produits de chaque Maſſe, multipliée par le quarré de ſa Viteſſe. C'eſt pourquoi ſi, *les Mouvemens étant changez, la ſomme des Forces dans le Bateau ne change point, il n'arrivera non plus aucun changement à la ſomme des Forces abſolües.* 1235. 1236.

Nous démontrerons encore quelques autres propriétez du même Mouvement du Centre commun de Gravité.

Soient donnez deux Corps quelconques en Mouvement, dont le Centre commun de Gravité ſoit en repos, ou ſe meuve uniformement: il eſt clair que, dans chaque inſtant, la ligne qui paſſe par leurs Centres particuliers de Gravité, paſſe auſſi par le Centre de Gravité commun; & que les diſtances entre les premiers de ces Centres & ce dernier, ſont en raiſon inverſe des Maſſes des deux Corps *. 1237.

* 192. 202.

En ce cas, *ſi les Mouvemens des Corps changent, & que les changemens ſoient dans la même direction, mais oppoſez, & qu'outre cela les changemens de Viteſſes dans cette nouvelle direction ſoient en raiſon inverſe des Maſſes, il n'arrivera aucun changement par là au Mouvement du Centre de Gravité.* Soient les Corps en H & en I, & leur Centre commun de Gravité G; que ces Corps ſoient mûs, le premier par HD, & le ſecond dans le même tems par IE; le chemin du Centre commun de Gravité ſera GF. Concevons à préſent que les Mouvemens changent dans les points D & E; & que les changemens ſe faſſent par D*d*, E*e*, que nous ſuppoſons non ſeulement être parallèles, & en raiſon inverſe des Maſſes; mais auſſi déſigner les eſpaces que les Corps, à l'aide de ces nouvelles impreſſions, auroient 1238. TAB. XL. Fig. 5.

pu parcourir, dans le Tems durant lequel, par leurs premiers Mouvemens, ils auroient pu parcourir DB, EA. Les Mouvemens des Corps ſont à préſent D*b*, & E*a* *; mais le chemin du Centre de Gravité eſt le même; car ſi l'on méne AB, cette Ligne paſſera par le Centre de Gravité C, pourvû que le Mouvement de ce Centre n'ait point éprouvé de changement *; or il paroitra qu'aucun changement à cet égard n'a eu lieu, lorſque nous aurons démontré que ce même point C, eſt le Centre commun de Gravité des Corps placez en *b* & en *a*.

* 360.

* 1232.

Ayant mené C*a*, C*b*, nous avons dans les Triangles AC*a*, BC*b*, les angles CA*a*, CB*b* égaux *; & l'analogie AC, BC :: A*a*, B*b*; parce que chacune des deux raiſons eſt inverſe des Maſſes. (*Alternando*) AC, A*a* :: BC, B*b*; donc les Triangles ſont ſemblables *; cela étant, les angles AC*a*, & BC*b* ſont égaux; & *a*C, C*b*, forment une même ligne droite *. Les Lignes AC & *a*C ſont auſſi entr'elles comme BC & *b*C * & (*alternando*) comme AC à BC, ainſi *a*C, *b*C; leſquelles ſont par conſéquent en raiſon inverſe des Maſſes; & C eſt auſſi le Centre de Gravité des Corps, quand ils ſe trouvent en *a* & en *b*. Ce qui reſtoit à démontrer.

* 29. EL. I.

* 6. EL. VI.

* 15. EL. I.

* 4. EL. VI.

1239. S'il y a pluſieurs Corps, le Centre commun de Gravité de tous ne change point, quoique deux Corps changent de ſituation, pourvû que le Centre commun de Gravité de ces deux Corps reſte *. Donc le Mouvement du Centre de Gravité de pluſieurs Corps, mûs d'un Mouvement uniforme, n'eſt point dérangé, quoique le Mouvement de deux de ces Corps, quels qu'ils ſoient, change, pourvû que ce ſoit conformement aux conditions indiquées *: moyennant quoi de pareils changemens peuvent être repétez tant qu'on voudra. Toutes les Actions mutuelles des Corps ſe font dans une même ligne, & ſont oppoſées entr'elles *: d'un autre coté, les changemens de Viteſſes, produits par ces Actions, ſont en raiſon inverſe des Maſſes *; donc *le Mouvement du Centre commun de Gravité ne peut jamais être dérangé par des Actions mutuelles des Corps.*

* 212.

* 1238.

* 361.

* 967.

* 1186.

1240.

1241. Il eſt donc prouvé, que *le Mouvement abſolu de pluſieurs Corps, conſiderez enſemble, ne change point dans une Percuſſion quelconque*; & par cela même, que *le Centre commun de*

1242. *Gra-*

Gravité de pluſieurs Corps ſe meut dans une même ligne, avec la même Viteſſe, avant & après le Choc.

Cette même Propoſition peut être démontrée pour chacune des Percuſſions expliquées ci-devant, en ſe rappellant ce que nous avons dit à leur égard.

C'eſt ce que je vais faire voir, pour répandre plus de jour ſur cette matiére.

*Le Centre commun de Gravité de deux ou trois Corps qui ſe frappent directement l'un l'autre, eſt en repos avant le Choc, ſi ces Corps, ſuppoſez non-Elaſtiques, reſtent en repos après le Choc *. Dans cette même Percuſſion, le Centre dont il s'agit reſte auſſi en repos après le Choc, ſi les Corps ſont Elaſtiques *.* 1243. * 962. 1223. 1180. 1181. 1226. 1244. * 1100.

Si deux ou trois Corps ſe frappent directement l'un l'autre, & qu'on conçoive un Bateau mû de façon, que les Corps, que nous ſuppoſons n'être point Elaſtiques, y reſtent en repos après le Choc, le Centre de Gravité étoit en repos dans ce Bateau avant le Choc *: & dans une pareille Percuſſion, ce même repos auroit lieu après le Choc, ſi les Corps étoient Elaſtiques *. D'où nous inférons, que *le Mouvement du* Bateau ſe fait avec la même Viteſſe avec laquelle le *Centre commun de Gravité des Corps* eſt mû avant & après le Choc: ce qui prouve que le Mouvement de ce Centre *ne change pas.* 1188. 1224. 1226. 1245. * 1243. * 1244.

En ſuppoſant le cas expliqué dans les Art. 1196. & 1197. il faut concevoir de même un Bateau, tranſporté avec la même Viteſſe que le Centre commun de Gravité de tous les Corps. Dans ce Bateau tous les Corps tendent vers le Centre de Gravité dont il s'agit, avec des Viteſſes qui ſont proportionelles aux diſtances de ce Centre *; & le produit du Corps C, multiplié par ſa Viteſſe dans le Bateau, vaut les produits des autres Corps, auſſi multipliez par les Viteſſes qu'ils ont dans le Bateau *. Durant la Percuſſion, les Viteſſes de tous les Corps qui ſont dans le Bateau diminuent; pendant que C perd GI, A perd ON, & la Viteſſe du Corps B, B, diminüe de la quantité ML. Mais le produit de C multiplié par GI, vaut les produits de A multiplié par GN, & de B, B, par ML; donc les diminutions ſont comme les premiéres Viteſſes, & par cela même, les Viteſſes qui reſtent conſervent entr'elles la même raiſon *; & le Centre de Gravité demeure en 1246. TAB. XLII. Fig. 1, 2. * 1227. * 1227. *19. EL. V.

en repos, auſſi long-tems que durent les Actions mutuelles des
* 1226. trois Corps *. Une de ces Actions venant à ceſſer, il n'y a que deux Corps qui agiſſent l'un ſur l'autre: or comme le Mouvement du Centre de Gravité de ces deux Corps ne change
* 1245. point *; le Centre de Gravité des trois Corps doit par cela même reſter en repos dans le Bateau.

1247. Nous démontrerons dans le ſecond des Scholies ſuivans, que la Propoſition que nous venons d'énoncer, a auſſi lieu par rapport aux Mouvemens mentionez dans les Art. 1194. 1199. 1202.

1248. Nous avons conſideré deux Mouvemens *dans le Choc oblique de deux Corps*, l'un, par lequel ils s'entre-frappent directe-
* 1171. ment, & l'autre latéral *, qui ne change point dans la Percuſſion ; ainſi le Mouvement latéral du Centre de Gravité n'éprouve aucun changement; mais d'un autre coté, la rencontre directe ne ſçauroit changer le Mouvement de ce même
* 1245. Centre *. Donc le Mouvement en queſtion ne change abſolument point, & *le Centre commun de Gravité des Corps garde ſa Viteſſe & ſa direction.*

SCHOLIE I.

Démonſtration de l'Art. 1235.

1249. UN ſimple Calcul Algébraïque fait voir la vérité de la Propoſition énoncée dans l'Art. 1235. auſſi long-tems que les Corps ſont mûs dans une même ligne.

Soient les Corps A, B, C; la Viteſſe du premier eſt m; celle du ſecond n; du troiſiéme p; & enfin celle du Centre de Gravité d. Que les Corps aillent vers le même coté; & que m & n ſoient plus grandes que d; mais p plus petite: Donc les Viteſſes avec leſquelles les Corps tendent vers le Centre de Gravité, ſont $m-d$, $n-d$, $d-p$; & $A \times \overline{m-d} + B \times \overline{n-d} = C \times \overline{d-p}$ *; & multipliant toute l'Equation par $2d$, nous aurons $2Amd - 2Add + 2Bnd - 2Bdd = 2Cdd - 2Cdp$. Or il faut démontrer que $Amm + Bnn + Cpp = \overline{A+B+C} \times dd + A \times \overline{m-d^2} + B \times \overline{n-d^2} + C \times \overline{d-p^2}$. Cette derniére quantité peut être ex-

* 1227.

exprimée par $A\,mm - 2A\,md + 2A\,dd + B\,nn - 2B\,nd + 2B\,dd + C\,pp - 2C\,pd + C\,dd$. Mais $-2A\,md + 2A\,dd - 2B\,nd + 2B\,dd$ & $-2C\,pd + 2C\,dd$ se détruisent mutuellement; donc ce qui reste vaut $A\,mm + B\,nn + C\,pp$. Ce qu'il falloit démontrer.

Soient derechef trois Corps A, B, C, dont nous ne considerons que les Centres de Gravité; soit D leur Centre commun de Gravité; supposons que les Corps soient mûs par AE, BE, CE, avec des Vitesses proportionelles à cet Lignes, ensorte qu'ils se rencontrent en un point. La direction & la Vitesse du Centre de Gravité D est DE. Les Vitesses avec lesquelles les Corps tendent vers le Centre commun de Gravité, sont AD, BD, CD, car ce seroient là les Vitesses que les Corps auroient dans un Bateau où le Centre de Gravité seroit en repos; ainsi il s'agit de démontrer, que $A \times AE^q + B \times BE^q + C \times CE^q = \overline{A + B + C} \times DE^q + A \times AD^q + B \times BD^q + C \times CD^q$. 1250. TAB. XLI. Fig. 10.

Soient menées sur DE les Perpendiculaires AF, BG, CH, LDL. Les distances des Corps A, B, C, de la Ligne LDL, sont FD, GD, HD; donc D étant le Centre commun de Gravité, $A \times FD + B \times GD = C \times HD$ *; d'où nous concluons, que D est le Centre commun de Gravité de ces Corps, en les supposant placez en F G & H *. Si l'on conçoit que les Corps, étant dans cette situation, se meuvent, A avec la Vitesse FE, B avec la Vitesse GE, & enfin C avec la Vitesse HE; la Vitesse du Centre de Gravité sera DE; par conséquent $A \times FE^q + B \times GE^q + C \times HE^q = \overline{A + B + C} \times DE^q + A \times FD^q + B \times GD^q + C \times HD^q$ *; en ajoutant de part & d'autre $A \times AF^q + B \times BG^q + C \times CH^q$, & en substituant les quarrez des Hypotenuses à la place des quarrez des cotez dans les Triangles rectangles AFD, BGD, CHD, AFE, BGE, CHE *, nous aurons l'égalité proposée. * 199.217. * 199. * 1249. *47.EL.I.

La Démonstration seroit toue pareille, si les Corps partoient d'un même point.

Supposons enfin que les Corps soient mûs comme on voudra; A par Aa, B par Bb, D par Dd; & que ces Corps parcourent ces Lignes dans le même Tems durant lequel le Centre de Gravité parcourt Cc: nous allons démontrer que, dans ce cas là aussi, la même Proposition a lieu. 1251. TAB. XL. Fig. 6.

Concevons que du point C, Centre de Gravité des Corps placez en A, B, & D, soient menées les Lignes, CE parallèle & égale à Bb; CF parallèle & égale à Aa; & enfin CG parallèle & égale à Dd. Si les Corps étoient en Mouvement, & que A parcourût CF, le Corps B la Ligne CE, & D la Ligne CG, ces Corps s'éloigneroient ou s'approcheroient des Lignes HI & IL, menées à discretion, précisément de même que s'ils parcouroient les Lignes Aa, Bb, & Dd: donc, dans l'un & l'autre cas, la distance où est de ces Lignes le Centre de Gravité change de la même maniére *. Ainsi, puisque dans le premier cas le Centre a été transporté de C en c, il sera transporté de même dans le second cas, & c sera aussi le Centre commun de Gravité des Corps placez en F, E, G. * 217.

La Proposition dont il s'agit pourra être appliquée à ces Corps, si les Lignes parcourües étoient CF, CE, CG *; cela étant, on pourra aussi * 1250.

la leur appliquer lorſqu'ils parcourent A*a*, B*b*, D*d*; car comme dans les deux cas, les chemins parcourus par les Corps ſont parallèles & égaux, on peut en conclure que, dans l'un & l'autre cas, les Mouvemens des Corps ſont les mêmes, que le Centre de Gravité eſt tranſporté de la même maniére, & qu'il n'y a aucune différence entre les Mouvemens par rapport à ce même Centre.

SCHOLIE II.

Démonſtrations de l'Art. 1247.

1252. NOus avons dit *, que dans le cas de l'Art 1194., qui a été expliqué
* 1247. plus en détail dans l'Art. 1217., le Mouvement du Centre de Gravité n'éprouvoit auſſi aucun changement; pour le démontrer, il faut prouver que les Corps ſe ſéparent l'un de l'autre, de ſorte que ſi l'on ne conſidere que les Mouvemens avec leſquels ils ſe ſéparent, le Centre de Gravité reſte en repos; car alors, en concevant que les Corps ſe ſéparent dans le Bateau, mû avec la Viteſſe avec laquelle les Corps ſe mouvoient enſemble avant que de ſe ſéparer, le Centre commun de Gravité continuera à ſe mou-
1253. voir, avec la même Viteſſe avec laquelle le Bateau eſt tranſporté.

Les choſes que nous avons expliquées dans l'Art. 1218. étant ſuppoſées, il faut démontrer que A, multiplié par la Viteſſe déterminée dans cet Art. c'eſt-à-dire, $f\sqrt{AB + 2AC}$, vaut la ſomme des produits des Corps B & C, ſi l'on multiplie chacun de ces Corps par les Viteſſes trouvées dans l'endroit indiqué. Ces produits ſont $\frac{fB\sqrt{AB + 2AC} - fB\sqrt{AC + BC + CC}}{B + C}$ & $\frac{fC\sqrt{AB + 2AC} + fB\sqrt{AC + BC + CC}}{B + C}$, dont la ſomme eſt $\frac{fB\sqrt{AB + 2AC} + fC\sqrt{AB + 2AC}}{B + C}$, c'eſt-à-dire, $f\sqrt{AB + 2AC}$.

1254. Ce qu'il falloit démontrer.

On voit à préſent aiſément la vérité de ce que nous avons dit vers la fin de l'Art. 1219., ſçavoir, que la ſomme des Forces, avant & après le Choc, dans le Mouvement décrit Art. 1217. & ſuivans, étoit la même. Les Forces avec leſquelles nous avons ſuppoſé que les parties Elaſtiques étoient
* 1213. 1226. pliées, ſont les Forces avec leſquelles les Corps ont été mûs vers le Centre commun de Gravité *: quand ces Corps ſe ſont ſéparez l'un de l'autre, la même ſomme de Forces eſt reſtée, comme il paroit par le Calcul: c'eſt-à-dire, que c'eſt préciſément avec la même ſomme de Forces qu'ils ſe ſont
* 1252. 1253. éloignez du Centre de Gravité, la Viteſſe de ce Centre n'ayant reçu aucun changement par le Coup *: d'où il ſuit, que la ſomme des Forces abſoluës
* 1236. eſt la même avant & après le Coup *.

Nous

Nous avons dit dans l'Art. 1247., que dans les Percuſſions compoſées des Art. 1199. 1202. le Centre commun de Gravité des Corps continuoit à ſe mouvoir après le Choc, ſuivant la même direction, & avec la même Viteſſe. 1255.

Concevons que les Corps A & B, après être parvenus au delà de K, continuent à ſe mouvoir, avec la même Viteſſe avec laquelle ils ſe mouvoient avant le Choc, le Corps C reſtant en repos, le Centre commun de Gravité n'éprouvera aucun changement, ni de direction, ni de Viteſſe *. Cela étant, nous aurons prouvé ce qui eſt en queſtion, ſi nous démontrons que le Centre de Gravité ſe trouve dans le même point, le Corps C étant placé en K, le Corps A en D, & B en E; ou bien C en N, A en I, & B en M; ou enfin C en *n*, A en *i*, & B en *m*. Or il paroîtra que, dans ces trois occaſions, le Centre de Gravité eſt toujours le même, ſi nous faiſons voir que les diſtances où eſt ce Centre des Lignes KF & KG, ne changent point. TAB. XLI. Fig. 6. 7. * 1245.

La Démonſtration eſt la même pour l'une & pour l'autre Ligne; c'eſt pourquoi je ne parlerai que de KF.

La diſtance où N eſt de cette Ligne eſt NM; & celle de *n* eſt 2NM; pour ce qui regarde les diſtances où ſont de la même Ligne KF les points D, I, & *i*, on les trouve par les proportions ſuivantes,

$$PN, NM :: \begin{cases} KD, \dfrac{NM \times KD}{PN} \\ KI, \dfrac{NM \times KI}{PN} \\ Ki, \dfrac{NM \times Ki}{PN} \end{cases}$$

Ces diſtances étant connües, on trouve les diſtances du Centre commun de Gravité des Corps, à l'égard de la Ligne KF, dans les trois différentes diſpoſitions des Corps qui viennent d'être indiquées. Ces diſtances ſont, $\frac{NM \times KD \times A}{PN \times A+B+C}$, $\frac{NM \times C}{A+B+C} + \frac{NM \times KI \times A}{PN \times A+B+C}$, & $\frac{2NM \times C}{A+B+C} + \frac{NM \times Ki \times A}{PN \times A+B+C}$ *; quantitez dont nous allons démontrer l'égalité. * 217.

Par la conſtruction PN, NQ :: A, C; donc $PN \times C = NQ \times A$. Mais NQ eſt égale à ID & vaut KD−KI; donc $PN \times C = KD \times A - KI \times A$; & $PN \times C + KI \times A = KD \times A$.

De même la grandeur 2NQ vaut 2ID, c'eſt-à-dire, *i*D, & eſt égale à KD−K*i*; d'où nous déduiſons $2PN \times C + Ki \times A = KD \times A$.

Ces trois quantitez égales $KD \times A$, $PN \times C + KI \times A$, & $2PN \times C + Ki \times A$, étant multipliées par NM, & les produits diviſez par $PN \times A + B + C$, nous aurons des Quotiens égaux, qui exprimeront les diſtances, telles que nous les avons trouvées. C.Q.F.D.

SCHOLIE III.

Recherche des Mouvemens après le Choc mentioné dans l'Art. 1004.

1256. ON pourra déterminer les Viteſſes des Corps après le Choc mentioné dans l'Art. 1004., en y appliquant la Propoſition démontrée dans ce
* 1240. Chapitre *, ſçavoir que le Centre commun de Gravité de pluſieurs Corps eſt tranſporté avec la même Viteſſe avant & après le Choc.

Les trois Corps ſont tranſportez après le Choc, ſuivant la direction du premier Mouvement, avec la même Viteſſe avec laquelle leur Centre de
* 1245. Gravité eſt tranſporté avant le Choc *; car il n'y a point d'Action par laquelle ils puiſſent être ſéparez directement; la Viteſſe dont il s'agit ſe trouve par la Règle donnée dans l'Art. 992. Ainſi les trois Corps ſe meuvent comme les Corps mous après la Percuſſion directe; mais, dans le cas que nous examinons, les Corps qui s'entre-choquent conſervent la Force, qui eſt détruite dans le Choc des Corps mous; & par cela même, c'eſt
* 1151. là la Force avec laquelle ils ſont tranſportez latéralement *: cette Force eſt
* 985. donnée *; cela étant, on peut déterminer la Viteſſe latérale, qui fait un
1010. angle droit avec la premiére direction: comme auſſi les directions & les Viteſſes abſolües, avec leſquelles les Corps qui ſe choquent ſont mûs après le Choc.

TAB. XXXV. Fig. 1. Je nomme Q la Maſſe du Corps en repos; P, P, celles des autres Corps; & leur Viteſſe v.

Le Corps Q ſe meut après le Choc avec la Viteſſe $\frac{2Pv}{2P+Q}$ *; les Corps
* 992. P, P, ſont tranſportez avec la même Viteſſe, ſuivant la même direction;
* 985. 1010. mais outre cela, des Forces qui valent $\frac{2PQvv}{2P+Q}$ *, produiſent en eux un
* 757. Mouvement latéral; ainſi la Viteſſe latérale de chacun eſt $\frac{v\sqrt{Q}}{\sqrt{2P+Q}}$ *,
* 1151. & la Viteſſe abſolüe $\frac{v\sqrt{4PP+2PQ+QQ}}{2P+Q}$ *.

Par Exemple. Soit $Q=6$; $2P=10$; $v=8$. Alors la Viteſſe de Q après le Choc ſera 5; & celle des Corps $P=7$.

CHA-

CHAPITRE XI.

De la Percuſſion triple de trois Corps.

ON peut déduire facilement de ce que nous avons dit ci deſſus * touchant la Percuſſion oblique de deux Corps, qu'il eſt poſſible que, *dans des Mouvemens obliques, des Corps parviennent à ſe toucher ſans aucune Action mutuelle.* C'eſt ce qui arrive toujours, *quand, après avoir reduit*, par la méthode expliquée dans l'endroit indiqué *, *les deux Mouvemens à une même Ligne, paſſant par les Centres de Gravité dans la ſituation du Choc, le Mouvement avant le Choc ne ſurpaſſe pas en Viteſſe le Mouvement après le Choc.* * 1170. 1257. * 1171.

Il eſt queſtion à préſent de trois Percuſſions; cela étant, ſi trois Corps viennent à ſe joindre, de ſorte qu'il y ait trois attouchemens, ces attouchemens doivent, avant toutes choſes, être examinez ſéparément, ſuivant la Règle que nous venons d'exprimer *, pour qu'on ſoit ſûr qu'il y a trois Percuſſions: car s'il y en avoit moins de trois, la Percuſſion devroit être rapportée à l'une & à l'autre de celles que nous avons expliquées ci-devant *. 1258. * 1257. * 1210. 1211.

Soient trois Corps A, B, D; & leur Centre commun de Gravité G; que ces Corps parcourent Aa, Bb, Dd, avec des Viteſſes proportionelles à ces Lignes, de façon que la rencontre ſe faſſe en a, b, d. En examinant ſéparément les ſeuls Mouvemens des Corps A & B, enſuite les ſeuls Mouvemens des Corps B & D, comme auſſi les ſeuls Mouvemens des Corps A & D; nous trouvons qu'il y a trois Percuſſions que nous ſuppoſons durer également. 1259. TAB. XLII. Fig. 4.

Pour déterminer à préſent le Mouvement après le Choc, nous cherchons le Centre commun de Gravité *, quand les Corps s'entre-touchent; ſoit ce Centre c. Je méne par les points C & c une Ligne, qui eſt prolongée juſqu'à *c*, de façon que $Cc = cc$. 1260. * 222.

Il faut mener les Lignes dans leſquelles les Percuſſions ſont directes; & le Mouvement de chaque Corps doit ſe reſoudre en deux, dans les Lignes mêmes dans leſquelles ce Corps frap- 1261.

pe directement les deux autres. Le Mouvement par A a ſe reſout
* 360. en deux par A I & A L*, ou L a & I a; le Mouvement par B b ſe reſout en deux par E b, F b; enfin le Mouvement par D d auſſi en deux par G d, H d; & les Viteſſes de tous ces Mouvemens ſont proportionelles à ces Lignes mêmes.

1262. On méne par *c* des Lignes perpendiculaires à celles que nous venons de nommer, dans leſquelles ſe font les Percuſſions, & qu'on prolonge s'il le faut. Ces Lignes qu'on méne ſont *e i*, perpendiculaire à E I; *h l*, perpendiculaire à H L, & enfin *f g*, faiſant un angle droit avec F G.

Il faut mener à une de ces Lignes, comme *e i*, à une diſtance priſe à diſcretion, la parallèle *m o*, qui coupe les deux autres Lignes en *x* & en *z*.

1263. C'eſt dans cette parallèle même que nous déterminons les points *o* & *m*, enſorte que *o x*, *x z*, *z m*, ſoient entr'elles comme les Maſſes B, D, A. Voici ce que nous obſervons dans cette détermination: La Ligne *o m* eſt parallèle à *i e*, qui eſt elle même perpendiculaire à b a, & a un rapport particulier avec les Corps A & B; je ſuppoſe que *z x*, qui eſt déja déterminée, eſt proportionelle au troiſiéme Corps D. La Ligne *l h*, qui eſt perpendiculaire à d a, & qui a par cela même un rapport particulier avec les Corps D & A, détermine le point *x*; cela étant, nous cherchons la Ligne *x o*, proportionelle au troiſiéme Corps B: c'eſt-à-dire, comme D à B, ainſi *z x* à *x o*. De la même manière *z m* ſe trouve être proportionelle à l'autre Corps A.

1264. La Maſſe B, a déterminé le point *o*, par lequel nous menons *o p*, parallèle à la Ligne d a, qui paſſe par les Centres des autres Corps. Par le point *m*, qui a été déterminé par la Maſſe A, il faut mener *m p* parallèle à d b, qui traverſe pareillement les Centres des autres Corps; & ces nouvelles Lignes s'entrecoupent en *p*: après quoi je tire les Lignes *c o*, *c p*, *c m*, prolongées à diſcretion.

1265. Ayant mené par le Centre de Gravité c la Ligne c V, parallèle à E a, à laquelle *o m* eſt perpendiculaire; nous marquons dans c V les points Q & V, tellement que c Q ſoit égale à I a, & c V elle même égale à E b. Par le point V je méne V T parallèle à b d, & par Q la Ligne Q T, parallèle à a d; ces Lignes, en s'entre-coupant, déterminent le point T.

Nous

Nous diviſons la partie QV de la Ligne cV de telle ſorte en R, que QR ſoit à RV, comme la Maſſe du Corps B à la Maſſe du Corps A; du point T nous menons enſuite par R une Ligne, laquelle, étant continuée, coupe la Ligne *cp*, auſſi continuée, dans le point P. Par ce point je méne la Ligne PO, parallèle à *po*, & à a d, qui coupe en O la Ligne *co* prolongée; de même PM, parallèle à *pm* & à b d, détermine le point M dans la Ligne *cm* continuée. Ayant joint les points O & M, la Ligne OM ſera parallèle aux Lignes *om*, *ie*; par les points O & M doivent auſſi être menées les Lignes ON, MN, parallèles reſpectivement aux Lignes *lh*, *fg*. Il faut mener ces Lignes de telle maniére que le Triangle ONM renferme le point *c*; voilà pourquoi, dans cette Figure, ON eſt faite parallèle à *lh*, & point à *fg*. 1266.

Si l'on méne préſentement cO, cM, cN, ces Lignes, en faiſant abſtraction de la grandeur des Corps, déſigneront les Mouvemens des trois Corps après le Choc. Il nous reſte à déterminer quels ſont leurs vrais Mouvemens. 1267.

Le point O eſt commun aux Lignes OM, ON, perpendiculaires à b a, d a; le point a eſt commun à ces derniéres Lignes, & cO indique le Mouvement du Corps A: cela étant, ſi l'on méne a*A*, parallèle & égale à cO, on aura le vrai Chemin du Corps A, dont la Viteſſe eſt exprimée par cette Ligne même. 1268.

Le point M a préciſément le même rapport avec le Corps B: car ſi l'on méne b*B*, parallèle & égale à cM, on aura le Chemin & la Viteſſe du Corps B, après la Percuſſion.

Semblablement d*D*, parallèle & égale à cN, indique le Chemin & la Viteſſe du Corps D après le Choc.

Tout cela eſt ainſi, quand les Corps ne ſont point Elaſtiques. Quand on les ſuppoſe Elaſtiques, il faut prolonger les Chemins des Corps avant le Choc, & les prolongemens doivent être faits égaux aux Chemins mêmes. A a eſt continuée, de façon que a« ſoit égale à A a même; ſi l'on méne à préſent «*A*, & qu'on la prolonge juſqu'en *a*, deſorte que «*A* & *Aa* ſoient égales, le Mouvement du Corps A, en ſuppoſant l'Elaſticité parfaite, ſe fera par la Ligne a*a*, avec une Viteſſe proportionelle à cette Ligne. 1269.

Nous trouvons de même que les autres Corps parcourent b*b* & d*d*.

SCHO-

SCHOLIE.

Démonſtration de la Conſtruction précédente.

1270. NOus ſuppoſons d'abord que les Corps ſont mous; donc ils ne ſont point ſéparez par leur Action mutuelle; & comme il eſt queſtion d'un cas dans lequel toutes les Actions durent également, il ne ſauroit auſſi y avoir d'autre Action qui les ſépare. C'eſt pourquoi, dans ces trois Percuſſions, les Corps qui ſe choquent ont, après le Choc, la même Viteſſe dans les
1271. Lignes dans leſquelles ils ſe rencontrent directement: c'eſt-à-dire, qu'en
TAB. XLII. Fig. 4. faiſant abſtraction de la grandeur des Corps, l'un & l'autre Corps reſtent
* 1174. continuellement dans la même Perpendiculaire à la Ligne dans laquelle ſe fait la rencontre *. Donc les Corps A & B, qui ſe rencontrent dans la Ligne E I, ne ſe ſéparent, ni à l'égard de cette Ligne, ni à l'égard de c V, quoique par un Mouvement latéral ils s'éloignent de toutes deux.

1272. *Ces* derniers *Corps, en ſuppoſant leurs Mouvemens décompoſez* *, *ſe rencontrent*
* 1261. *avec des Viteſſes égales à* I a, E b, *qui ſont changées par le Choc; ſi l'on fait*
une ſemblable décompoſition après le Choc, les changemens ſeront en raiſon inverſe
* 1172. *des Maſſes* *; *quoique dans le même tems une autre Action ſoit déployée ſur le*
* 1186. *Corps* *.

Tout cela a lieu quand il y a trois Percuſſions; s'il y en avoit moins, les raiſonnemens, fondez ſur cette ſuppoſition, ſe trouveroient être faux; voilà pourquoi nous avons eu ſoin d'avertir, qu'il falloit examiner, avant
* 1258. toutes choſes, ſi réellement il y en avoit trois *.

1273. Ce que nous avons dit touchant les changemens de Viteſſe en raiſon in-
* 1272. verſe des Maſſes *, eſt vrai, quelle que ſoit la décompoſition des Mouve-
* 1172. mens *; or cette décompoſition peut être conçüe telle, que la Percuſſion devienne impoſſible; comme dans le cas dont il s'agit ici, par rapport aux Mouvemens par F b, G d; mais pourvû qu'il s'agiſſe d'une vraye Percuſſion, la Démonſtration de l'Art. 1175. eſt univerſelle, quelles qu'ayent été les décompoſitions des Mouvemens.

* 1271. Les deux conditions que nous avons indiquées *, ſuffiſent pour reſou-
1272. dre le Problème en queſtion; car ſi les Mouvemens après le Choc ſont déterminez, enſorte que ces conditions conviennent aux trois Percuſſions, nous trouvons ce que nous cherchons: parce que de cette maniére il ne ſauroit y avoir plus d'une Solution.

1274. Mais comme la Conſtruction du Problème ſeroit très difficile par cette Méthode, il vaut mieux ajouter encore une troiſiéme condition; qui eſt, que le Centre de Gravité ſe meut avec la même Viteſſe avant & après le
* 1240. Choc *.

1275. Ce Centre parcourt avant le Choc la Ligne C c, qui exprime en même tems ſa Viteſſe. Donc, après le Choc, le Mouvement ſe fait par $cc = Cc$.

Soit menée par *o* une Parallèle à O N, & par *m* une Parallèle à M N; ces

ces Lignes s'entre-coupent au point *n*, qui eſt dans la Ligne qu'il faut mener de *c* à N; comme on n'en ſauroit douter, ſi l'on fait attention aux Triangles ſemblables qui ſe trouvent dans la Figure.

Concevons à préſent le Corps A en *o*, B en *m*, D en *n*; ces Corps auront pour Centre commun de Gravité le point *c*; car 1°. ils ſont en équilibre autour de la Ligne *lh*; puiſque la diſtance où A & D ſont de cette Ligne, eſt à la diſtance où ſe trouve de cette même Ligne le Corps B, comme *xo* à *xm*; mais *xo* eſt à *xm*, comme la Maſſe B à la ſomme des Maſſes A & D *; d'où nous inférons l'équilibre en queſtion *. 2°. La diſtance où ſont de la Ligne *fg* les Corps B & D, placez en *m* & *n*, eſt à la diſtance où ſe trouve de la même Ligne le Corps A, placé en *o*, comme *mz* à *zo*; c'eſt-à-dire, comme la Maſſe A à la ſomme des Maſſes B & D *; donc les Corps ſont auſſi en équilibre autour de la Ligne *fg* *. D'où il ſuit, que c'eſt dans le point d'interſection des Lignes *fg*, *lh*, c'eſt-à-dire en *c*, qu'eſt le Centre commun de Gravité des trois Corps. * 1263. * 197.217. * 1263. * 197.217.

Le Triangle OMN eſt ſemblable au Triangle *omn*, & le point *c* eſt placé préciſément de même par rapport à l'un & à l'autre de ces Triangles; donc ce point eſt auſſi le Centre commun de Gravité des trois Corps, en ſuppoſant A placé en O, B en M, & D en N.

Si à préſent, en faiſant abſtraction des grandeurs des Corps, nous ſuppoſons, qu'après le Choc A ſoit tranſporté par cO, B par cM, & D par cN, comme nous l'avons dit dans la Solution *, la troiſiéme Condition ſera accomplie *; comme auſſi la premiére *; cela étant, ſi nous démontrons que la ſeconde Condition * a lieu dans une des Percuſſions, la Solution ſera déterminée, c'eſt-à-dire, que toutes ces Conditions ne ſauroient ſe trouver enſemble dans une autre Solution; par où il paroîtra que la Solution eſt vraye, & que la ſeconde Condition a auſſi lieu dans les autres Percuſſions. 1276. * 1267. * 1274. * 1271. * 1272.

Conſiderons les Corps A & B; quand les Mouvemens ont été décompoſez *, les Viteſſes, dans la Ligne où ſe fait le Choc, ſont Ia, Eb; la premiére eſt égale à cQ, & exprime la Viteſſe du Corps A; la ſeconde, qui déſigne la Viteſſe du Corps B, eſt égale à cV. 1277. * 1261.

Après le Choc les Mouvemens doivent être décompoſez comme avant le Choc; c'eſt-à-dire, qu'il faut mener par O une parallèle à la Ligne AI, ou à la Ligne ad, ou, ce qui revient au même, prolonger OP juſqu'en S*; cela étant, la Viteſſe dans la Ligne cV, parallèle à la Ligne ba, dans laquelle ſe fait le Choc, ſera cS; & le changement de Viteſſe du Corps A dans cette même Ligne eſt déſigné par QS. Le Mouvement du Corps B ſe décompoſe, en menant une parallèle aux Lignes BE, bd; cette parallèle eſt MP *, qui coupe cV en X; & le changement de Mouvement dans la Ligne cV eſt XV. Les Triangles PRS, QRT ſont ſemblables, à cauſe des parallèles PS, QT *: de même, à cauſe des parallèles PX, TV*, les Triangles PXR, TVR, ſont ſemblables auſſi. Ce qui nous donne * 1266. * 1266. * 1265. 1266.

RS, QR :: RP, RT :: XR, RV. * 1265.

(*Componendo*) RS+QR=QS, QR :: XR+RV=XV, RV. 1266.

(*Alternando*) QS, XV :: QR, RV :: B, A*; * 1266.

c'eſt-à-dire que QS, changement de Viteſſe du Corps A, & XV, changement de Viteſſe du Corps B, ſont en raiſon inverſe de ces Corps. Ce qui reſtoit à démontrer.

Il paroit que ce Problème n'eſt ſuſceptible d'aucune autre Solution, puiſque la Démonſtration que nous venons de donner ne ſauroit être bonne, à moins que les Lignes OS, MX, ne s'entre-coupent mutuellement dans l'interſection commune des Lignes *cp*, TR, c'eſt-à-dire en P.

LIVRE II.

Partie IV. Des Loix de l'Elaſticité.

CHAPITRE XII.

Des Fibres Elaſtiques.

1278. * 96. NOus avons déja vû, non ſeulement ce que c'étoit que l'Elaſticité, & quelle en étoit la Cauſe *, mais auſſi les Effets qu'elle produiſoit dans le Choc des Corps, ſoit direct, ſoit oblique. Avant que de quitter ce ſujet, il nous reſte encore à déterminer les Loix de l'Elaſticité, par le ſecours des Phénomènes.

Tous les Corps dans leſquels nous remarquons de l'Elaſticité, ſont compoſez de Filamens minces, ou du moins peuvent être conſiderez comme compoſez de pareils Filamens: car il n'y a point de Corps qu'on ne puiſſe concevoir comme diviſé en Fils, qui, placez l'un à coté de l'autre, forment enſemble le Corps. Ainſi, pour examiner l'Elaſticité dans le cas le plus ſimple, il faut conſiderer des Cordes, & même des Cordes de métal; à cauſe que celles de boyaux ſont torſes, ſurtout vers la ſuperficie, pendant que la partie du milieu reſte preſque droite: ainſi ces derniéres Cordes ne ſauroient être conſiderées comme les Fibres dont les Corps ſont formez.

1279. *L'Elaſticité des Fibres conſiſte en ce qu'elles peuvent s'allonger, & revenir enſuite à leur premiére longueur, quand la Force qui les allongeoit vient à ceſſer.*

1280. *Les Fibres n'ont aucune Elaſticité, à moins qu'elles ne ſoient tendües*

tendües avec une certaine Force; c'eſt ce qui ſe voit dans des Cordes peu tendües, & dont les bouts ſont attachez: car ſi on les plie tant ſoit peu, elles ne reprennent point leur premiére ſituation: pour ce qui regarde le degré de Tenſion où commence l'Elaſticité, on ne l'a pas encore déterminé par des Expériences.

Quand une Fibre eſt tendüe avec trop de Force, elle perd ſon Elaſticité; & ce degré de Tenſion eſt auſſi inconnu; ce qu'il y a de certain, c'eſt que la Tenſion des Fibres qui conſtitüe l'Elaſticité, eſt renfermée dans de certaines bornes. 1281.

Ce que nous venons de dire, fait voir quelle eſt la différence qu'il y a entre des Corps Elaſtiques, & des Corps non-Elaſtiques; pourquoi un Corps Elaſtique perd ſon Elaſticité; & comment un Corps, qui n'a point d'Elaſticité, peut en acquerir. Une Lame de métal devient Elaſtique, quand ſes Fibres ont été tendües à force de coups de marteau; d'un autre coté, elle perd cette Elaſticité, quand, étant échauffée, ſes parties ſe dérangent par l'action du feu. 1282.

L'Elaſticité étant renfermée dans de certaines bornes de Tenſion, on demande, quelle Force chaque degré différent de Tenſion exige, pour allonger la Corde d'une certaine quantité? C'eſt par des Expériences qu'il faut déterminer la proportion qui a lieu en cette occaſion; & ces Expériences, comme nous l'avons déja dit, doivent ſe faire avec des Cordes de métal. Mais comme ces Cordes ne ſauroient guéres être allongées d'une maniére tant ſoit peu ſenſible, il n'eſt pas poſſible de meſurer directement les proportions des Allongemens: ainſi il faudra, pour les déterminer, avoir recours à une autre Méthode.

Que la Corde horizontale AB ſoit tendüe avec une certaine Force, & aît ſes bouts attachez en A & en B; qu'enſuite, par le moyen d'un Poids, appliqué au milieu de la Corde, elle acquierre la ſituation ACB. TAB. XLIII. Fig. 1.

DEFINITION.

On nomme Fléche de la Corde, une Ligne comme C*c*, *menée du point du milieu de la Corde dans ſa ſituation naturelle, juſqu'au point du milieu de la méme Corde quand elle a été pliée.* 1283.

Soit *ce* la portion d'un Cercle décrit de B comme Centre, à l'intervalle B*c*. Par l'inflexion, la moitié de la Corde a été 1284.

allongée de la quantité C*e*, laquelle a avec la Flêche C*c* un rapport que nous marquerons en ſon lieu.

1285. Le Poids par lequel la Corde eſt pliée, a auſſi un certain rapport avec la Force avec laquelle la Fibre eſt tendüe, c'eſt-à-dire, tirée par B C; & par là, en comparant entr'elles les Flêches dans diverſes Expériences, & comparant en même tems entr'eux les Poids qui ſervent à plier les Cordes, on pourra déterminer les proportions des Allongemens, comme nous le verrons dans la ſuite.

Mais avant que de marquer plus préciſément ces proportions, il ſera néceſſaire d'expliquer quelques Phénomènes généraux qui dépendent de l'Elaſticité, & qui ont toujours lieu de la même manière, quelles que ſoient les Loix de l'Elaſticité. Et c'eſt ce qui eſt cauſe qu'on ne remarque aucune différence entre ces Phénomènes, ſoit qu'on employe des Cordes de métal, ou des Cordes à boyau.

1286. Soit la Corde AB tendüe: & pliée enſuite à différentes repriſes, juſqu'à devenir A*c*B, A*c*B, ACB; mais toujours enſorte que la Flêche ſoit très petite. Suppoſons que la Tenſion ſoit repréſentée par cB; comme il s'agit ici de Flêches très petites, *c*B, *c*B, CB, ſurpaſſent à peine cB, & les Allongemens ſont inſenſibles; c'eſt pourquoi, quelle que ſoit la Loi de l'Elaſticité, les Allongemens en queſtion ſeront produits par de très petites Forces: Ainſi il n'y aura point d'erreur ſenſible, ſi nous diſons que *c*B, *c*B, CB, repréſentent les Tenſions reſpectives de la Fibre, lorſque AB eſt devenüe A*c*B, A*c*B, ou ACB. Or la Tenſion d'une Fibre, quand elle eſt pliée juſqu'en ACB, n'eſt autre choſe que l'Effort qui tire le point C par CB & par CA; & le double de la Fléche repréſente l'Effort qui tire le même point en bas *; c'eſt-à-dire,

TAB. XLIII. Fig. 2.

* 332.

1287. *la Force qui plie la Corde*; laquelle par conſéquent, *auſſi long-tems que la Fléche eſt petite, eſt à la Force qui tend la Fibre avant qu'elle ſoit pliée, comme le double de la Fléche à la moitié de la Corde.* D'où nous inférons les Propoſitions ſuivantes.

1288. *Qu'une Corde ſoit tendüe par un Poids tel qu'on voudra, & pliée par un petit Poids quelconque; ſi l'on change les Poids à diſcrétion, pourvû qu'on les change en même raiſon, la Fléche reſtera*

reſtera la méme ; à condition néanmoins qu'elle ſoit très petite: car c'eſt dans cette ſuppoſition que nous raiſonnons ici.

La Tenſion demeurant la méme, les Fléches, quand elles ſont petites, ſont entr'elles comme les Forces employées à plier la Corde. 1289.

Les Cordes, quelque différence qu'il y ait d'ailleurs entr'elles, pourvû qu'elles ſoient de méme longueur, & tendües également, ſont pliées également par des Forces égales. 1290.

Si pluſieurs Cordes, de différentes Longueurs, ſont également tendües & pliées par des Poids égaux, le double de chaque Flêche ſera toujours en même raiſon à la moitié de ſa Corde *; & par conſéquent *les Fléches* mêmes *ſeront entr'elles comme les Longueurs de leurs Cordes.* 1291. * 1287.

Soit une Corde AB, *tendüe comme on voudra, & pliée*, enſorte qu'elle acquierre la figure ACB; *ſi on la láche enſuite, elle* retournera à ſa premiére figure, par ſon Elaſticité; & en ce cas le Mouvement du point C ſera accéleré: car quand la Corde ſe trouve dans la ſituation ACB, ce point eſt pouſſé par une Force qui ſeroit capable de le retenir dans cette ſituation ; ce Mouvement n'eſt point détruit, & il reçoit outre cela, dans chaque point de la Flêche, une Viteſſe, qui lui eſt communiquée par la Force qui pourroit le retenir dans chacun de ces points. La plus grande Viteſſe du point C eſt en c, au delà duquel il eſt tranſporté ; après quoi il revient, & *fait pluſieurs Vibrations*, dans leſquelles il ne parcourt que de très petits Eſpaces: c'eſt pourquoi la Force par laquelle le point C eſt pouſſé dans les différentes diſtances où il ſe trouve de c, eſt proportionelle à cette diſtance *. *Et* comme *l'Elaſticité de la Corde* eſt la Cauſe mouvante, cette Cauſe eſt tranſportée avec la Fibre même, de façon qu'elle agit ſur cette Fibre en Mouvement, comme ſi elle étoit en repos; d'où il ſuit, que cette Force *eſt de même nature que la Peſanteur* *. Ainſi ce Mouvement eſt de même nature que celui d'un Corps qui fait ſes Vibrations en Cycloïde *, *& les Vibrations, quoiqu'inégales, ſont de même durée.* 1292. TAB. XLIII. Fig. 2. * 1289. * 371. * 414.

Si l'on ſuppoſe deux Cordes ſemblables & égales, mais tendües inégalement; il faudra des Forces inégales pour les plier égale- 1293.

ment ; d'où nous inférons, qu'elles font leurs Vibrations en Tems inégaux.

On peut comparer les Mouvemens de ces Cordes avec des
* 1292. Mouvemens de Pendules qui parcourent des Cycloïdes *, & qui décrivent des Cycloïdes ſemblables, avec des Forces différentes ; ces Forces ſont en raiſon inverſe des quarrez
* 432. des Tems que durent les Vibrations * : donc *les Quarrez des Tems que durent les Vibrations, ſont* auſſi pour les Cordes *en raiſon inverſe des Forces* qui les plient également, & qui ſont proportionelles aux Forces *employées à tendre ces*
* 1288. *Cordes* *.

1294. *Quand les Cordes ſont ſemblables, également tendües, mais de différente Longueur*, leur Mouvement peut encore ſe comparer avec celui des Pendules. Lorſque dans le Mouvement des Pendules les Peſanteurs ſont différentes, nous conſiderons les Viteſſes communiquées aux Corps dans des circonſtances ſemblables ; & parce que les Viteſſes ſont comme les Forces mêmes, nous faiſons mention de la proportion des Forces ; ce qui peut auſſi s'appliquer à la Démonſtration de l'Article précédent.

Dans le cas dont il s'agit ici, nous devons faire attention aux Viteſſes produites dans des circonſtances ſemblables, & comparer la raiſon des Viteſſes avec celle des différentes Peſanteurs.

TAB. XLIII. Fig. 1, 3. Les Cordes ACB, *adb*, pliées par des Poids égaux, ſont mües comme des Corps ſur leſquels agiroient des Peſanteurs, qui feroient entr'elles comme *ab* à AB ; car c'eſt en cette raiſon que ſont les Viteſſes infiniment petites qui ſont commu-
* 138. niquées à ces Corps par des Forces égales * : d'un autre coté, ces mêmes Cordes ſont muës comme des Pendules dont les Longueurs ont entr'elles la raiſon de *c*B à D*b*, ou de AB à
* 1291. *ab* * : donc les quarrez des Tems que durent les Vibrations, leſquels ſont en raiſon inverſe des Forces, & en raiſon directe
* 433. des Longueurs des Pendules *, ſont en raiſon compoſée de la raiſon inverſe de *ab* à AB, c'eſt-à-dire, comme AB à *ab*, & de la raiſon directe de AB à *ab* ; mais cette raiſon compoſée eſt préciſément celle des quarrez des Longueurs. Donc *les Longueurs des Cordes ſont comme les Tems des Vibrations.*

Par

Par un raiſonnement tout ſemblable on peut comparer enſemble *les Tems des Vibrations de Cordes de différente épaiſſeur, en ſuppoſant les Cordes égales, & tendües avec d'égales Forces*; ces Cordes ſont pliées également par d'égales Forces *, & par cela même ſont mües comme des Pendules égaux, ſur leſquels agiſſent des Peſanteurs qui *ſont* en raiſon inverſe des quantitez de matiére dans les Cordes *; c'eſt-à-dire, en raiſon inverſe des quarrez des diamètres: raiſon qu'il faut renverſer derechef, pour avoir une raiſon qui ſoit *comme* celle des quarrez des Tems que durent les Vibrations *; d'où il ſuit, que *les diamètres* ſont comme ces Tems mêmes. 1295. * 1290. * 138. * 432.

Des Cordes quelconques d'un même genre étant données, on peut comparer enſemble *les Durées des Vibrations*; car elles *ſont en raiſon compoſée de la raiſon inverſe des racines quarrées des Forces employées à tendre les Cordes *, de la raiſon des Longueurs des Cordes *, & enfin de celle des diamètres **. En multipliant le diamètre par la Longueur, & en diviſant le produit par la racine quarrée de la Force employée à tendre la Corde, on aura, ſi l'on fait la même opération pour chaque Corde, des Quotiens, qui ſeront entr'eux comme les Tems des Vibrations. 1296. * 1293. * 1294. * 1295.

Paſſons à préſent à l'Examen des Loix de l'Elaſticité.

Machine

Pour découvrir par des Expériences les Loix de l'Elaſticité.

La principale partie de cette Machine eſt une Planche AB, longue d'environ trois pieds, large d'un pied, & ayant environ un pouce d'épaiſſeur. La Machine eſt appuyée ſur des pieds. 1297. Tab. XLIII. Fig. 4.

A la Planche AB tient une pièce de Bois EF, beaucoup plus épaiſſe que la Planche même; on enchaſſe dans ce Bois une Barre de fer, ayant trois quarts de pouce de largeur, & autant d'épaiſſeur; les bouts de cette Barre ſont pliez à angles droits, & forment deux Avances, de la longueur de deux pouces. La longueur de la Barre, après que ſes bouts ont été pliez, eſt de trois pieds. La Barre eſt cachée dans le Bois EF; & on n'en voit que les Avances D, D, qui ne paroiſſent pas même toutes entiéres. Pour le Bois EF, il eſt attaché à la Planche AB par des Vis, dont les têtes ſe voyent en *c*, *c*.

Sur chaque Avance eſt placée une Lame, telle que nous en repréſentons une ſéparément en GG. Chacune de ces Lames 1298.

mes a une queüe K, qu'on introduit dans l'Avance, & qu'on affermit, de maniére à être abſolument immobile, par le moyen de la Vis M, & de la Manivelle S.

La Lame dont il s'agit, a une Anſe H, que traverſe la Vis I, à l'aide de laquelle une ſeconde Lame L, plus petite que l'autre, eſt appliquée à la premiére GG.

La Lame L eſt tant ſoit peu creuſée au milieu de ſa ſuperficie ſupérieure, pour que la Vis I, qui penètre dans ce creux, puiſſe preſſer toujours dans le même endroit. L'une & l'autre Lame ſont d'acier, & leurs ſurfaces qui s'entre-touchent ſont taillées en lime.

1299. On tend la Fibre, ou la Lame dont on examine l'Elaſticité, & on en affermit les bouts des deux cotez, en les ſerrant entre les Lames dont nous venons de parler, par le moyen des Vis *i*, *i*.

Quand la Fibre eſt tendüe de cette maniére, elle ſe trouve parallèle à la ſurface EF, & traverſe la Lame de cuivre *n*, que nous repréſentons ſéparément en N, & qui eſt ſuſpendüe au milieu de la Fibre.

1300. Une Plaque de cuivre P eſt jointe à la Machine, de façon à être auſſi parallèle au Plan EF, & à avoir ſa ſuperficie antérieure tant ſoit peu moins éloignée de ce Plan, que n'en eſt éloignée la Fibre même.

1301. L'Aiguille QR tourne librement ſur la Plaque, & le mouvement de cette Aiguille ſe meſure par les diviſions d'une portion de Cercle d'un pied de diamètre. Cent diviſions occupent l'eſpace de ſeize pouces dans la circonférence de ce Cercle; & chacune de ces diviſions peut être de nouveau partagée en d'autres.

L'Axe de l'Aiguille eſt retenu derriére la Plaque, afin que l'Aiguille même, qui doit avoir une queüe pour être en équilibre en toute ſituation, puiſſe tourner librement.

1302. Au même Axe, entre la ſuperficie de la Plaque & l'Aiguille, eſt attachée une Poulie mince, qui tourne avec l'Aiguille: cependant, en retenant la Poulie, on peut avancer ou retenir l'Aiguille, préciſément comme dans une Montre on fait tourner l'Aiguille ſans mouvoir les Roües.

La Poulie a deux petites rainures dans ſon épaiſſeur, celle des deux qui eſt la plus proche de la ſuperficie P, reçoit une pe-

petite Chaine, comme celle des Montres de poche; le diamètre de la Poulie, mesuré du fond de la rainure est, en y ajoutant la largeur de la petite Chaine, de trois quarts de pouce. L'autre rainure reçoit un Fil de soye, & le diamètre de la Poulie, mesuré du fond de cette rainure, en y ajoutant le diamètre du Fil, est aussi de trois quarts de pouce.

Un des bouts de la petite Chaine est attaché dans la rainure, & la Chaine même fait en partie le tour de la Poulie; le reste de cette Chaine est tendu verticalement en bas, & répond à la Lame N, suspendüe au milieu de la Fibre. Il y a dans la partie supérieure de cette Lame N, une petite Avance *o*, dans l'épaisseur de laquelle il y a une entaille, traversée par une cheville, qui retient un crochet, attaché au bout de la Chaine dont nous venons de parler. Au Fil qui entoure la Poulie dans un sens contraire, est attaché un Poids T, qui pèse précisément autant que la Lame N & son Crochet V. Ce Poids sert à deux choses; il fait que la Chaine reste tendüe, & il soutient la Lame N avec le Crochet V, dont par conséquent la pesanteur ne charge point la Fibre. 1303.

Il paroit par ce que nous avons expliqué ci-dessus *, qu'à l'aide de cette Machine on peut découvrir les Loix de l'Elasticité. 1304. * 1284. 1285.

Si l'on tend une Fibre ou une Corde de métal, & qu'on applique successivement au milieu différens Poids, on pourra marquer la grandeur des Fléches. La Lame N tire la Chaine; celle ci entoure une Poulie, dont le diamètre vaut la seiziéme partie du diamètre du Cercle dont le bout de l'Aiguille parcourt les divisions *; or chacune de ces divisions répond à une centiéme partie de pouce dans la Fléche. * 1301. 1302.

Cela posé, on connoit les Fléches, quand on peut comparer ensemble les Allongemens, & déterminer les augmentations des Tensions par lesquelles ces Allongemens sont produits; mais cette Méthode est sujette à de grands inconveniens. Quand je l'ai employée, & que je me suis servi de Poids qui étoient en progression Arithmétique, il m'a été impossible de parvenir à une suite réguliére d'Allongemens & de Tensions, à moins que de faire dans les Fléches de certaines corrections, légéres à la vérité, puisqu'elles surpassent à peine la milliéme partie d'un pouce. Cependant comme il est impossible d'éviter ces petites erreurs, on ne trouve de suite régu-

liére qu'à l'aide de ces corrections. Mais la difficulté de les trouver m'a fait chercher une autre Méthode: ce qui m'a paru d'autant plus néceſſaire que, quand les Fléches ſont grandes, c'eſt-à-dire, ont à peu près un pouce, ou même quelque choſe de plus, il ſe découvre une autre irrégularité, que j'attribüe à ce que la Corde eſt trop pliée au milieu.

1305. Pour toutes ces raiſons j'ai choiſi une Fléche de grandeur moyenne, & dans toutes les Expériences j'ai plié la Fibre de maniére que ſon infléxion fût meſurée par cette Fléche. Ces Expériences feront voir, qu'aucune autre infléxion de la Fibre n'eſt néceſſaire.

1306. On employe de très petites Fléches, quand il s'agit de déterminer la Tenſion de la Corde avant qu'elle ait été pliée *.

* 1287.

1307. La Fléche moyenne que j'ai choiſie, eſt de 0,4 de pouce. L'Allongement Ce, de la partie CB, ſe trouve en diviſant le quarré de la Fléche Cc par le diamètre du Cercle dont ce eſt un Arc, c'eſt-à-dire par AB *; longueur qui, dans notre Machine, eſt de 34,5 de pouce. Par conſéquent $Ce = 0,0046$ de pouce; c'eſt-à-dire, eſt moindre qu'une deux-centiéme partie de pouce, & tout l'Allongement de la Fibre, $= 0,0092$, n'atteint pas à un centiéme de pouce.

TAB. XLIII. Fig. 1.

* 36. EL. III.

La Règle générale que nous trouvons avoir lieu pour l'Elaſticité, eſt que, *toutes choſes d'ailleurs égales, l'Allongement d'une Fibre, quelle qu'en ſoit la Tenſion, eſt proportionel à la Force qui l'allonge.*

1308.

Une Fibre, comme nous l'avons vû, n'a point d'Elaſticité, à moins qu'elle ne ſoit tendüe avec une certaine Force *; pendant qu'on la tend ainſi, elle s'allonge; mais il ne s'agit pas ici de cet Allongement.

* 2280.

Nous ſuppoſons la Fibre tendüe enſorte qu'elle ſoit Elaſtique; cela étant, nous diſons que, ſi, en ajoutant une Force quelconque, on allonge cette Fibre, l'Allongement ſera proportionel à cette Force.

EXPERIENCE.

1309. Je me ſuis ſervi d'une Corde de Clavecin faite de cuivre, & celle que j'ai employée dans cette Expérience peſoit 24 grains: c'étoit là le poids de la partie tendüe entre les Lames, & dont la longueur, comme il a été dit, eſt de trente-quatre pouces & demi *.

Fig. 4.

* 1307.

A

Après avoir appliqué la Corde à la Machine *, on affermit d'abord un des bouts, & on tire avec des pinces l'autre bout, qui paſſe entre les Lames G G & L; on affermit ce bout par le moyen de la Vis *i*, après avoir tendu la Corde. 1310. *1289*

Cette Corde, comme nous l'avons dit, paſſe par l'ouverture O, dans la partie ſupérieure de laquelle il y a une petite entaille, pour que la Corde réponde toujours au même point de la Lame.

Le Crochet V de la Lame N eſt chargé d'un Poids qui vaut une dragme, ou quelque choſe de plus, & on marque la diviſion à laquelle répond l'Aiguille; on charge enſuite la Lame de deux, trois, ou quatre dragmes, prenant ſoin de marquer l'eſpace que l'Aiguille parcourt. Par ce moyen nous déterminons les augmentations de la Fléche qui répondent à une dragme, & pour qu'il ne reſte aucun doute ſur cette détermination, nous comparons enſemble pluſieurs Eſſais. Auſſi long-tems que la Fléche ne ſurpaſſe point dix diviſions, c'eſt-à-dire, n'égale pas la dixiéme partie d'un pouce, cette Fléche augmente & diminüe en même raiſon que le Poids qui plie la Corde, d'où il ſuit, que dans ces ſortes d'occaſions la Tenſion n'éprouve aucun changement *. 1311.

Cette augmentation de la Fléche eſt égale à la Fléche même, quand tout le Poids qui plie la Corde vaut une dragme. * 1289.

Il faut déterminer de plus, l'augmentation que la Fléche reçoit par le Poids de la Corde. Quand cette derniére n'eſt chargée d'aucun Poids, ſa peſanteur lui fait prendre une figure courbe; mais quand le milieu de la Corde eſt chargé d'un Poids, on peut la conſidérer comme compoſée de deux lignes droites; leſquelles, étant ſoutenües à leurs extrémitez ſupérieures, chargent le milieu de la moitié de leur poids; en négligeant une inclinaiſon très petite à l'Horizon. 1312.

Par le moyen des Eſſais dont il a été parlé, j'ai trouvé que trois dragmes donnoient une Fléche qui valoit 4; je charge la Corde de ce Poids de trois dragmes, & à cauſe du poids de la Corde, j'ai, pour plier cette Corde, un Poids de trois dragmes & douze grains, qui valent la cinquiéme partie d'une dragme. La Fléche correſpondante à ce Poids eſt $4\frac{1}{4}$; ſi l'Aiguille répond à cette diviſion, le nombre des diviſions indiquera les véritables 1313.

grandeurs des Fléches. Si l'Aiguille répond à une autre divi-
* 1302. ſion, on peut en changer la ſituation *; mais comme il eſt difficile de faire ce changement, de façon que l'Aiguille réponde exactement au point requis, il ſuffit d'obſerver, que dans cette Expérience le commencement des diviſions eſt avant le point auquel l'Aiguille répond actuellement, de la quantité de quatre diviſions & un quart: cela étant, nous trouverons à quel point l'Aiguille doit répondre pour que la Fléche vaille quarante, ou quatre dixiémes parties de pouce. J'ai eu cette infléxion, quand le Poids qui a plié la Corde valoit quatre onces & demie; c'eſt-à-dire trente & ſix dragmes.

1314. L'Expérience a été repetée de la même maniére, après avoir augmenté la Tenſion de la Corde, au point qu'un Poids d'une once donnât une Fléche qui valoit cinq; j'ai eu une Fléche qui valoit quarante, quand le Poids étoit de huit onces & ſix dragmes.

1315. La Tenſion a été derechef augmentée, enſorte qu'une once donnoit une Fléche qui valoit quatre, & qui eſt devenüe égale à quarante, quand le Poids a été de dix onces & ſix dragmes.

1316. En faiſant le Calcul avec les petites Fléches *, nous trou-
* 1287. vons, par les Proportions ſuivantes, les Tenſions, avant que la
* 1313. Corde ait été pliée. Dans le premier Cas *:

0, 04 : 8, 625. :: 3. dr. : 646, 8. dr. = 5. liv. & 7. dragm. à peu près.

Dans le ſecond Cas:

0, 05 : 8, 625 :: 8. dr. :: 1380. dr. = 11. liv. moins une demi-once.

Dans le troiſiéme Cas:

0, 04 : 8, 625 :: 8. dr. 1725. dr. = 13½ liv. moins trois dragmes.

Si dans ces trois occaſions, en augmentant la Force qui plie la Corde, la Tenſion n'augmentoit pas, la Fléche croitroit en
* 1287. même raiſon que le Poids par lequel la Corde eſt pliée *. La Fléche vaudroit alors 0, 40, en attachant un Poids de trente dragmes, dans le premier Cas: une demi-livre dans le ſecond Cas: & dix onces dans le troiſiéme. Or dans ces trois Cas, il a fallu augmenter les Poids également, ſçavoir de ſix dragmes. L'augmentation de Tenſion, produite par ces ſix dragmes, ſe trouve par le moyen de cette Analogie *:
* 1287.

0, 40 : 8, 625 :: 6. dr. : 129, 4. dr. = 1. liv. & 1½ dr. à peu près.

1317. L'Expérience réuſſit de même, une autre Tenſion quelconque étant donnée; d'où nous inférons, qu'en augmentant la Ten-

Tenſion d'une quantité égale à une livre & une dragme & demie, l'Allongement de la Fibre vaut toujours 0, 0092. de pouce; en ajoutant encore une fois le même poids, le nouvel Allongement ſera auſſi égal au premier, & un poids double donnera un double Allongement: proportion que l'Expérience démontre avoir toujours lieu, comme nous l'avons dit *. * 1308.

1318. *Dans des Cordes d'une même ſorte, de même épaiſſeur, & également tendües, mais de différente longueur, les Allongemens produits par les Poids égaux ajoutez, ſont entr'eux comme les Longueurs des Cordes.* Car comme la Corde eſt également tendüe dans tous ſes points, l'Allongement de la Corde entiére eſt double de celui de ſa moitié.

1319. Cela étant, *les Allongemens des Fibres d'une même ſorte, & d'une même épaiſſeur, ſont en raiſon compoſée des Longueurs des Fibres, & des Poids qui les allongent* *. * 1308.

1320. Si les Fibres, étant faites de même matiére, diffèrent en épaiſſeur, *les Forces qui allongent également des Fibres d'égale Longueur, ne ſont pas entr'elles comme les quantitez de matiére dans les Fibres*; & en faiſant des Expériences avec diverſes Cordes, j'ai trouvé que la premiére de ces raiſons ſurpaſſoit quelquefois l'autre, & à ſon tour en étoit quelquefois ſurpaſſée.

1321. D'où il ſuit que, *toutes choſes d'ailleurs égales, le plus ou le moins d'Elaſticité, dans des Corps d'un même genre, dépend d'une certaine diſpoſition particuliére des parties.* Ce qu'on peut auſſi déduire de ce qui a été obſervé touchant l'Elaſticité, au commencement de ce Chapitre *. * 1282.

CHAPITRE XIII.

De l'Elaſticité des Lames.

1322. ON peut appliquer aux Lames ce qui a été dit de l'Elaſticité des Fibres: une Lame pouvant être conſidérée comme un aſſemblage de Fibres, quoique l'Elaſticité de chacune d'elles en particulier ſoit changée par leur jonction *. En prenant * 1321. une Lame mince, & de médiocre largeur, on pourra faire, à l'aide de différens Poids, des Expériences par rapport à ſes

Allongemens, préciſément comme on a fait à l'égard des Fibres. Ces Expériences démontreront, que la même Loi d'Elaſticité que nous avons indiquée *, a auſſi lieu ici; ſçavoir
* 1308.
1323. que *l'Allongement d'une Lame eſt proportionel à la Force qui l'allonge.*

I. EXPERIENCE.

1324. Cette Expérience ſe fait de la même maniére que celle qui
TAB. XLIII. Fig. 4. a été expliquée dans le Chapitre précédent *; toute la différence qu'il y a, c'eſt qu'on employe une Lame, au lieu d'une
* 1309. Corde Elaſtique.

Je me ſuis ſervi de deux Reſſorts de Montres de poche; après en avoir retranché les bouts qui ſont percez, un de ces Reſſorts a été partagé en deux parties égales, & chaque partie a été bien attachée à un des bouts de l'autre Reſſort.

Ces Reſſorts, ainſi joints enſemble, ont formé une Lame longue de trente huit pouces & un quart, laquelle pèſe quatre-vingt quatre grains; mais comme la Lame eſt double dans les endroits où les Reſſorts ſont attachez enſemble, le Poids en queſtion doit être conſidéré comme appartenant à une Lame de trente neuf pouces de longueur. La partie qui s'allonge, quand la Lame eſt pliée, eſt longue de trente & quatre pouces & demi, ou de trente cinq pouces & un quart, ſi l'on met en ligne de compte les parties qui ſont doubles, & pèſe ſoixante dix-ſept grains; par où tout le poids qui ſert à plier la
* 1312. Lame eſt augmenté de trente trois grains *; c'eſt-à-dire, qu'il faut ajouter ce poids au poids appliqué pour déterminer le poids qui plie la Lame. Nous avons négligé les trois grains dans le Calcul.

1325. La Lame dont il s'agit, doit être appliquée à la Machine, & être tendüe & affermie, comme il a été dit au ſujet de la
* 1310. Corde *; mais il faut ſe ſervir d'un Etau à main. On paſſe la Lame par l'ouverture O, dont la largeur eſt remplie par celle de la Lame, qui cependant traverſe librement l'ouverture.

Voici les différens Eſſais que j'ai faits.

1326. Deux onces & demie ont donné pour Fléche dix; & dix-huit onces pour Fléche quarante.

1327. Quatre onces une Fléche dix; & vingt quatre onces une Fléche quarante.

C'eſt ce que nous avons eu, quand les Tenſions étoient petites: paſſons aux plus grandes, en laiſſant là les moyennes.

Huit

Huit onces ont donné une Fléche ſept, & cinquante trois onces & trois quarts, une Fléche quarante. 1328.

Huit onces une Fléche ſept, & ſoixante & une once & demie, une Fléche quarante. 1329.

Le Calcul ſe fait comme il a été dit pour des Cordes *. Or dans l'Expérience dont il eſt ici queſtion, le Poids qui plie la Lame au point que la Fléche ſoit quarante, a toujours ſurpaſſé de huit onces, celui qui auroit donné la même Fléche, ſi la Tenſion n'avoit pas été augmentée. 1330. * 1316.

Les Tenſions mêmes étoient:

Dans le premier Eſſai *, près de treize livres & demie. * 1326.

Dans le ſecond *, d'un peu plus que vingt & une livres huit onces & demie. * 1327.

Dans le troiſiéme *, de ſoixante & une livres, neuf onces & demie. * 1328.

Enfin dans le dernier Eſſai *, de ſoixante & douze livres moins deux onces. * 1329.

Dans chacune de ces Tenſions, qui, comme on voit, diffèrent conſidérablement entr'elles, nous avons eu le même Allongement, ſçavoir de 0, 0092. de pouces: la Tenſion ayant été augmentée de dix livres, douze onces & demie.

Nous avons eu la même choſe dans toutes les autres Tenſions que nous avons examinées.

Ainſi les conſéquences que nous avons déduites de l'Expérience du Chapitre précédent *, réſultent auſſi de l'Expérience que nous venons de décrire dans ce Chapitre. 1331. * 1317. 1318. 1319.

La plupart des Lames Elaſtiques peuvent ſe ſoutenir; c'eſt-à dire qu'une Lame, dont un des bouts eſt affermi, ne ſe plie que fort peu par ſon propre poids. Si cette Lame eſt pliée par quelque effort étranger, & qu'on la lâche enſuite, elle fera pluſieurs Vibrations, comme il a été démontré au ſujet de la Fibre tendüe *. 1332. * 1292.

Une Lame pliée de cette maniére, n'eſt pas allongée avec la même Force dans ſes différens points; c'eſt-à-dire, qu'en concevant la Lame diviſée en un nombre infini de parties égales, ces parties ſont inégalement allongées par l'Effort qui plie la Lame.

S'il n'y avoit qu'une ſeule partie qui fût allongée, comme cette partie ſeroit proportionelle à la Force qui l'allongeroit *, *étant* 1333. * 1308.

là-

lâchée, elle reviendroit toujours en Tems égal à ſa premiére ſituation: car on peut appliquer ici ce qui a été démontré au ſujet
* 1292. du Mouvement des Fibres *.

1334. Les différentes particules, allongées ſéparément, ne reprendroient pas leur ſituation dans des Tems égaux; à cauſe qu'elles emportent avec elles différentes quantitez de matiére; car il n'eſt pas queſtion ici de parties ſéparées.

Lorſqu'on bande un Reſſort, & qu'après cela on le lâche, toutes les parties achévent leur Vibration dans le même Tems; le Mouvement de quelques unes étant accéleré, & celui de
* 424. quelques autres retardé; comme dans le Pendule compoſé *.

Or dans les différentes maniéres dont toute la Lame eſt bandée, ces accélerations & retardations dépendent de la même Cauſe, ſçavoir de la matiére qui doit être tranſportée par les Actions des parties reſpectives dont la Lame eſt formée.

D'où nous inférons, que puiſque ces Actions, étant déployées ſéparément, acheveroient toujours leurs Mouvemens dans le
* 1333. même Tems *; de quelque maniére que la Lame fût pliée; il eſt néceſſaire auſſi que, dans le cas préſent, leurs Mouvemens, dont les changemens dépendent toujours des mêmes Cauſes, ſoient auſſi achevez dans le même Tems; & par conſéquent,
1335. que *toutes les Vibrations d'une même Lame, quelque inégalité qu'il y ait entr'elles, ſont de même durée, & qu'une Lame eſt agitée ſuivant les mêmes Loix qu'un Pendule, qui dans ſes Vibrations parcourt une Cycloïde.* Car nous avons démontré après l'Art. 414., que dans ce cas les Vibrations d'un Pendule ſe font en Tems égaux.

Les Loix dont nous venons de parler ſont, que la grandeur de l'Action déployée ſur le Corps eſt, dans tous les points du chemin à parcourir, comme la diſtance où eſt chaque point de
* 414. l'endroit où le Corps peut reſter en repos *; & que la Force eſt telle, qu'elle agit ſur le Corps en Mouvement comme s'il
* 371. étoit en repos *: Et nous avons vû dans le Chapitre précé-
* 1292. dent, que l'Elaſticité a cette même proprieté *.

1336. Il ſuit de ce que nous venons de dire, que *les différentes*
TAB. XLIII. Fig. 5. *infléxions d'une même Lame ſont proportionelles aux Forces qui retiennent cette Lame pliée.* Soit la Lame AB, dont le bout A eſt arrêté; & que deux Forces retiennent ſucceſſivement cette

cette Lame dans les ſituations A*b*, & Ab : ſi une de ces Forces eſt double de l'autre, b*b* & *b*B ſeront égales.

2. Experience.

Le Reſſort A eſt compoſé de pluſieurs Lames Elaſtiques jointes enſemble; on l'enferme dans la Boëte B, où il peut ſe mouvoir entre les Règles *cd*, *cd*; on attache au haut du Reſſort deux Fils, qui paſſent par des trous pratiquez au fond de la Boëte, & qui tiennent à une petite Plaque de cuivre E. Au bas de cette Plaque eſt auſſi attaché un Poids P d'une demi-livre, qui fait deſcendre la Plaque d'un demi-pouce ; une ſeconde demi-livre la fait deſcendre encore d'un demi-pouce, & ainſi de ſuite, tant que le Reſſort peut être plié. 1337. TAB. XLIV. Fig. 8.

Chacune des petites Lames eſt pliée proportionellement au Poids *, & l'eſpace parcouru par le Poids eſt égal à la ſomme des Infléxions de toutes les petites Lames. On joint enſemble pluſieurs petites Lames, afin que la direction de l'Action du Poids ſur les Lames ne ſoit pas ſenſiblement changée dans les différentes Infléxions. 1338. * 1336.

Ce que nous avons dit touchant l'Infléxion des Lames en général, peut s'appliquer au Reſſort courbe ACB ; ſi on le charge ſucceſſivement de deux Poids, qui lui faſſent prendre les figures *acb*, acb, & qui ſoient entr'eux comme un à deux, les diſtances c*c*, *c*C, ſeront égales *; donc les Infléxions du Reſſort au point C, ſont comme les Poids dont le Reſſort eſt chargé: ce qu'on peut auſſi appliquer aux Infléxions de pluſieurs Reſſorts joints enſemble. 1339. TAB. XLIII. Fig. 6. * 1336.

Pour déterminer l'Action entiére par laquelle un Reſſort eſt plié, il faut raſſembler en une ſomme toutes les petites Actions par leſquelles l'Infléxion eſt ſucceſſivement augmentée. 1340.

Soit AB l'Eſpace parcouru pendant l'Infléxion ; & BC la Force qui retient le Reſſort plié juſqu'à ce point; ſi l'on méne la ligne AC, & qu'on faſſe DE parallèle à BC, DE ſera proportionelle à l'Action qui retiendroit le Reſſort plié juſqu'en D *. Pendant qu'on le plie, il paſſe par toutes les Infléxions moyennes, entre la plus petite & la plus grande AB; & l'Action entiére, par laquelle le Reſſort a été ainſi plié, vaut toutes les Actions priſes enſemble, par leſquelles il auroit pu être retenu dans chacun des points par où il a paſſé. Cette ſomme eſt repréſentée par la ſuperficie du Triangle ABC; Fig. 7. * 1336.

comme on peut s'en convaincre, en appliquant ici ce que nous avons dit dans les Art. 373. 750. & ſuivans.

Ainſi la Force entiére pour plier le Reſſort depuis A juſqu'en D, eſt à la Force entiére pour plier le même Reſſort depuis A juſqu'en B, comme le Triangle ADE au Triangle
1341. ABC; ce qui démontre, que *les Forces entiéres employées à*
* 19. EL. VI. *plier un Reſſort, ſont en raiſon doublée des Infléxions* *.

1342. Suppoſons que ce ſoit en attachant ou en appliquant un Poids que l'Infléxion ſe faſſe; & que BC déſigne le Poids qui retient le Reſſort juſqu'en AB. L'Action entiére du Poids, pendant qu'il deſcend par AB, laquelle eſt en même raiſon que le Poids, & que l'Eſpace parcouru en deſcendant, eſt proportionelle à toute la ſurface ABCG *; qui eſt double du Trian-
* 23. EL. VI. gle ABC *; & le produit du Poids BC, qui retient le Reſſort
*41. EL. I. plié, multiplié par l'Infléxion AB, laquelle eſt égale à l'Eſpace parcouru par le Poids en deſcendant, eſt double de la Force
1343. entiére employée à plier le Reſſort, c'eſt-à-dire, que *toute l'Action qui a ſervi à plier le Reſſort, vaut la Force qu'acquiert le Poids en queſtion, en tombant d'une hauteur égale à la moitié de l'Infléxion.*

Pendant que le Reſſort ſe débande, il déploye une Action égale à celle qu'il a fallu pour le plier, en ſuppoſant que l'E-
* 1341. 1083. laſticité a été parfaite *; donc *les Forces, communiquées par les*
1344. *débandemens du Reſſort, ſont comme les quarrez des Infléxions* *:
* 1341. Et *les Viteſſes ſont comme les Infléxions mêmes* *; *leſquelles ſont*
1345. *comme les Forces qui retiennent le Reſſort dans ſa ſituation* *.
* 753.

3. EXPERIENCE.

* 1336. Il faut faire uſage ici de la plupart des choſes indiquées dans
1346. la ſeconde Expérience du deuxiéme Chapitre de ce Livre *:
* 778. nous ſuppoſons donc ce qui a été dit dans l'Art. 778.; à quoi il faut ajouter, qu'avant que d'attacher la Plaque FG (*Pl. XXVI. Fig.* 3.) il faut en ôter les deux Tenons *pq*, *pq*.

De plus il faut ôter l'Aiſſieu *ts* (*Pl. XXVI. Fig.* 2.) avec le Marteau *m*, qui y eſt attaché. Tout cela s'ôte ſans peine, ne tenant que par de petites Vis. On poſe ſur les Appuis *pp*, la Poulie R, qui y tourne librement.

TAB. XLIV. Fig. 1. Le Quadre A étant ſuſpendu, comme il a été dit, on y ajoute le Cylindre, qui fait que la Maſſe eſt 4; comme dans le ſecond Cas de la ſeconde Expérience du deuxiéme Chapitre de

de ce Livre. La Languette du Reſſort répond au trou de la Plaque *fg*, dont on a ôté les Tenons. On paſſe un Fil mince par le trou qui eſt au bout de la Languette *; & ce Fil traverſe en double la Plaque *fg*, comme auſſi la ſuivante *bc*, & eſt ſoutenu ſur la Poulie *r*. * 739.

Après avoir noüé enſemble les deux bouts du Fil, on y attache un Poids P de trois livres. On coupe preſtement ce Fil avec des ciſeaux, entre la Poulie *r* & la Plaque *bc*; mais comme le Fil eſt en double, on ne coupe qu'un des deux, après quoi le Corps A, n'étant plus retenu, monte juſqu'à la diviſion 5, 2. 1347.

Si, au lieu de trois livres, on en attache cinq, le Corps s'éleve au deſſus de la diviſion 8, 6. 1348.

Ainſi les Viteſſes ſont comme 52 à 86 & demi, ou comme 3 à 5; c'eſt-à-dire, comme les Poids attachez.

En comparant la hauteur à laquelle s'éleve le Poids A, mis en Mouvement, avec la quantité dont deſcend le Poids qui ſert à plier le Reſſort, on peut déterminer par l'Expérience en queſtion, ce qui manque à l'Elaſticité du Reſſort pour être parfaite, comme nous le démontrerons dans le Scholie ſuivant. Nous verrons dans ce même Scholie, comment on peut déterminer le Tems dans lequel le Reſſort a été débandé. 1349.

L'Elaſticité du Reſſort dont nous nous ſommes ſervis pour faire, & cette Expérience, & pluſieurs autres, eſt à l'Elaſticité parfaite à peu près comme 11 à 12, en faiſant attention aux Forces communiquées; pour la Viteſſe que communique notre Reſſort, elle eſt à la Viteſſe qu'il communiqueroit ſi ſon Elaſticité étoit parfaite, environ comme 22 à 23, & dans l'Expérience préſente, ſi l'Elaſticité avoit été parfaite, les Viteſſes auroient été 5, 43, & 9, 03. 1350.

Le Tems dans lequel ſe débande notre Reſſort, & qui eſt le même, ſoit que le Reſſort ſoit plus ou moins plié *, ſurpaſſe à peine $\frac{2}{129}$ d'une Seconde, quand le Reſſort pouſſe le Corps que nous avons employé dans l'Expérience préſente. Si l'on prend un autre Corps, le Tems eſt en raiſon inverſe de la Viteſſe communiquée, ou en raiſon directe ſousdoublée de la Maſſe. 1351. * 1335. 1352.

Dans l'Expérience que j'ai décrite en dernier lieu, le Fil tra- 1353.

traverſe les deux Plaques *fg*, *bc*; à cauſe que je me ſuis ſervi de la même Machine dont j'avois fait uſage dans la 2de Expé-
* 778. rience du deuxiéme Chapitre de ce Livre *; cependant on peut faire la même Expérience auſſi exactement avec une Machine plus ſimple; mais pourquoi employer deux Machines lorſqu'une ſeule ſuffit? Il ne ſera pas inutile néanmoins, de ſçavoir en quoi conſiſte cette Machine plus ſimple dont nous venons de faire mention.

1354. On plie la Lame de cuivre DBC, de façon que ſes deux
TAB. XLIV. Fig. 2, 3. parties DB, BC, faſſent un angle droit. La Lame E, à laquelle tient la Vis *b*, eſt attachée à angles droits à la partie
* 760. DB. On applique cette derniére partie à la Planche *, de la maniére repréſentée dans les *Fig.* 4. & 5.; la Lame E traverſe une fente horizontale qui eſt dans la Planche, & peut tant ſoit peu ſe mouvoir dans cette fente, ce qui eſt requis dans l'Expé-
*778.743. rience *; cette Lame eſt arrêtée par le moyen de la Vis *bq*, que la Plaque de cuivre *l* empêche d'endommager le bois.

Tout étant ainſi diſpoſé, la Lame BC eſt non ſeulement
* 760. jointe à la Planche à angles droits *, mais outre cela eſt verticale, & percée en L. A la même Lame BC eſt attachée la Poulie R, qui tourne librement ſur ſon Aiſſieu, dont les bouts penètrent dans les Soutiens *p* & *p*.

1355. Il ſuffit de jetter les yeux ſur la Figure, pour s'appercevoir qu'il ne ſçauroit y avoir aucune difficulté dans l'Expé-
Fig. 4. rience même.

1356. A l'aide de cette même Lame on peut auſſi faire aiſément
Fig. 5. la ſeconde Expérience du deuxiéme Chapitre de ce Livre; mais il faut que dans cette Expérience la Languette ſoit per-
* 739. cée de différens trous, au lieu d'avoir des dents aux cotez *. Après avoir ôté la Poulie R, & les Soutiens, on ſuſpend le Quadre, comme dans l'Expérience qui vient d'être indiquée; on introduit enſuite la Languette du Reſſort dans le trou L, de façon que quelqu'un des trous de la Languette paſſe au-delà de la Lame BC; enfin on fait entrer dans ce trou un bout de Fil d'archal M: cela étant, le Reſſort eſt bandé, & peut l'être plus ou moins, à cauſe des différens trous de la Languette; le Reſſort ſe débande en tirant tout à coup le bout du Fil d'archal M, auquel on a attaché la Ficelle T, pour le tirer

plus

plus facilement. Tout le reſte ſe fait comme dans l'Expérience que nous avons indiquée *. * 778.

En ſuivant cette Méthode, qui à la vérité n'a pas toute la juſteſſe qu'on pourroit ſouhaiter, les Expériences ne laiſſent pas de réuſſir aſſez exactement, pour qu'il ne doive reſter aucun ſcrupule au ſujet de la conſéquence qu'on en tire: parce qu'on voit bien qu'il faut donner quelque choſe au défaut de la Machine. 1357.

On peut auſſi ſe ſervir d'une Méthode pareille à celle que nous venons de décrire, pour faire la 1re Expérience du Chap. VI. de ce Livre *, en cas qu'on veuille s'écarter de la Méthode décrite dans ce même Chapitre, & qui eſt bien plus parfaite que celle que nous allons donner. 1358. * 1095.

Au lieu de la Machine que nous joignons à un des Quadres, & dont la deſcription ſe trouve dans l'Art. 1090. & ſuiv., nous nous ſervons ici d'une Lame de cuivre, pliée comme on peut voir en *gf*; nous attachons cette Lame au Quadre * par le moyen de deux Vis, qui paſſent par des trous, dont un ſe voit en *o*. La partie antérieure *fg* de la Lame eſt percée au milieu en L. TAB. XLIV. Fig. 6. * 773.

Cette Lame, jointe au Quadre eſt repréſentée en B. Le Quadre A eſt garni d'un Reſſort, comme dans les Expériences précédentes. Ces Corps ſont ſuſpendus de la maniére que nous avons marquée dans l'Expérience dont il eſt à préſent queſtion *; on fait entrer la Languette du Reſſort dans le trou de la Lame *fg*, & le Reſſort, étant bandé, eſt retenu par le Fil d'archal M, comme nous l'avons vû ci deſſus *. Fig. 7. * 1095. * 1356.

Pour ſéparer ces Corps, il faut, par le moyen de la Ficelle T, tirer le Fil d'archal, M du trou de la Languette du Reſſort; mais en ce cas les Fils auxquels les Quadres ſont ſuſpendus ſe trouvent être allongez, enſorte qu'après la ſéparation des Quadres le Mouvement eſt très irrégulier. On remedie à cet inconvenient, en faiſant tenir perpendiculairement à la ſuperficie de la Planche le long de laquelle les Corps ſe meuvent, une Fiche de cuivre, comme cela eſt repréſenté en S; alors, en tirant la Ficelle T, la Lame *fg* ne deſcendra que très peu, & le Mouvement ſera paſſablement régulier.

1359. On peut voir le reſte dans l'Expérience même que nous indi-
* 1095. quons *. Il en coûte beaucoup moins pour faire l'Expérience de cette maniére; mais les Expériences ne s'accordent pas en tout avec ce qui a été démontré; cependant on a lieu de ſe convaincre, que c'eſt à la Machine même que les erreurs doivent être imputées, ſi l'on repète chaque Expérience en tranſpoſant les Maſſes. Par Ex. Si la Maſſe B ayant été quatre, & A trois, on repète la même Expérience en faiſant la Maſſe B, trois & la Maſſe A quatre.

* 1354. 1356. 1358. Les Méthodes que je viens de rapporter *, & que j'ai moi-même ſuivies autrefois, étant très ſimples, m'ont paru valoir la peine d'être indiquées ici. Je n'en avois point fait mention juſqu'à préſent, à cauſe que toutes les Expériences dont il eſt ici queſtion, appartiennent proprement à ce Chapitre; cependant l'ordre des Démonſtrations exigeoit que je rapportaſſe ces Expériences dans un autre Endroit: mais alors je me ſuis borné à donner pour chaque Expérience une ſeule Méthode, & la plus parfaite.

SCHOLIE.

Maniére de déterminer ce qui manque à l'Elaſticité pour être parfaite, & le tems dans lequel un reſſort ſe debande.

1360. NOus avons vu ci deſſus, que dans notre Machine, le Corps, mû avec
* 883. la Viteſſe 14, 6. montoit à la Hauteur d'un pouce *; mais dans ces Expériences, la longueur des Fils auxquels le Corps étoit ſuſpendu a été différente de celle qui a eu lieu dans celles dont il eſt queſtion à préſent, comme auſſi dans celles qui ont été faites avec un Reſſort *; dans ces der-
* 779. 780. 781. niéres, le Corps s'éleve à la Hauteur d'un pouce, quand la Viteſſe eſt 14, 2.
* 381. 399. Les Hauteurs ſont comme les quarrez des Viteſſes *; donc

$$14,2^{2} ; 5,2^{2} :: 1 ; 0,1341,$$

& cette derniére quantité eſt la Hauteur où le Corps a atteint dans l'Ex-
* 1347. périence *; laquelle, étant multipliée par le Poids du Corps même, donne un produit qui exprime l'Action du Reſſort.

1361. Le Quadre, avec ce qui y eſt ajouté *, péſe quatre onces & un quart;
* 771. le Poids employé dans l'Expérience a été quadruple, & a valu 1 liv. & $\frac{1}{64}$; donc l'Action du Reſſort a été égale à 0, 1362.

L'Ac-

L'Action qui a ſervi à bander le Reſſort, & qui eſt égale à la Force avec laquelle le Reſſort ſe débande, en ſuppoſant l'Elaſticité parfaite, ſe trouve en multipliant la moitié de l'Infléxion par un Poids de trois livres *. 1362. * 1343.

Dans la ſeconde Expérience du Chapitre deuxiéme *, l'Infléxion du Reſſort a été de 0, 16 de pouce; & le même Reſſort, étant débandé, a communiqué au Corps dont il s'agit à préſent, la Viteſſe 8, 4 *; mais les Viteſſes, quand il eſt queſtion d'un même Corps, ſont comme les Infléxions *; donc 1347. * 778. * 780. * 1345.

84; 52 :: 0, 16; 0, 099 = l'Infléxion cherchée.

Si l'on multiplie cette Infléxion par trois, la moitié du produit 0, 297, c'eſt-à-dire, 0, 1485, donnera la Force qu'on cherche.

Cela étant, la parfaite Elaſticité eſt à celle qui a lieu dans l'Expérience, comme 1485 à 1362 *, c'eſt-à-dire, comme 495 à 454; ou à peu près comme 12 à 11. 1363. * 1361.

Or comme les Forces ſont comme les quarrez des Viteſſes *, la Viteſſe communiquée par le Reſſort, eſt à celle qu'il auroit communiquée, ſi l'Elaſticité avoit été parfaite, environ comme 22 à 23. 1364. * 753.

Et dans l'Expérience en queſtion, les Viteſſes qui, dans le premier * & dans le ſecond * Eſſai, étoient 5, 2., & 8, 5., auroient été, ſi l'Elaſticité avoit été parfaite, 5, 43. & 9, 03., comme nous l'avons dit dans l'Art. 1350. * 1347. * 1348.

Le Tems dans lequel le Reſſort dont il s'agit ſe débande, eſt toujours le même, pourvû que l'Action ſoit déployée ſur le même Corps *; nous allons examiner préſentement le Cas dont il a été fait mention dans l'Art. 780. L'Infléxion étoit 0, 16 *, & la Viteſſe 8, 4. 1365. * 1335. * 1362.

La Longueur du Pendule mis en Mouvement eſt, dans les Expériences dont il s'agit, de 50, 5 pouces; cela étant, comme le Corps ſuſpendu décrit dans ſon Mouvement un Arc d'un Cercle, dont le diamètre eſt de 101 pouc.; & que, la Viteſſe étant 14, 2, le Sinus de l'Arc décrit eſt de dix pouces; auquel répond un Arc de 11 degr. 25′, l'Arc que le Corps décrit dans l'Expérience ſe découvre par l'Analogie ſuivante :

142; 84 :: 11°, 25′; 6°, 45′.

La longueur de cet Arc eſt de 5, 949. pouces.

La Durée d'une Vibration d'un Pendule, dont la Longueur eſt de 50, 5. pouces, eſt 1″, 1524; & dans la moitié de ce Tems, c'eſt-à-dire en 0″, 5767, le Corps parcourt un Arc égal à 5, 949. pouces; le Reſſort, pendant qu'il ſe débande, ſe meut ſuivant la même Loi qu'un Pendule qui fait ſes Oſcillations en Cycloïde *, & peut être conſideré comme parcourant un Arc ſemblable à celui que le Corps même parcourt; ainſi les Eſpaces parcourus ſont comme les Tems *; & * 1335. * 449.

5, 949; 0, 16 :: 0″, 5767.; 0″, 0155. = au Tems qu'il s'agit de déterminer.

Ce Tems ſurpaſſe à peine $\frac{2}{129}$ d'une Seconde; comme nous l'avons dit dans l'Art. 1351.

Le

1366. Le Calcul même fait voir, que *le Tems* dont il s'agit, *ſi l'on ne change rien au reſte, ſuit la raiſon inverſe* de la Longueur de l'Arc parcouru, pendant que
* 442. cet Arc même ſuit la raiſon *de la Viteſſe* *. Et ce cas a lieu ſi l'Elaſticité change, mais que l'Infléxion reſte la même.

1367. Nous decouvrons la même Durée par une autre Méthode, qui ſuppoſe ce que nous avons vû au commencement de ce Scholie; ſçavoir, que l'In-
* 1362. fléxion du Reſſort eſt o, 099 *, quand le Corps eſt pouſſé verticalement
* 1360. par le Reſſort à la hauteur de o, 1341. de pouce *.

1368. Suppoſons préſentement, qu'il ſoit connu d'ailleurs qu'un Corps tom-
*415.470. be en 1″ de la Hauteur de 187, 6644. pouces *; nous trouverons que le Tems qu'il faudra pour tomber de la Hauteur de o, 1341 de pouce, ſe-
* 374. ra o″, 0267 *.

1369. L'Infléxion du Reſſort ſe fait ſuivant les mêmes Loix, ſuivant leſquelles ſe meut un Corps qui perd ſon Mouvement en imprimant dans un Corps
*891.893. moû la Cavité parabolique dont il a été fait mention ci deſſus *; d'où
1335. nous inférons, que dans le débandement du Reſſort la Règle de l'Art. 897. a auſſi lieu, pourvû qu'on prenne l'Infléxion du Reſſort o, 099. à la place de la profondeur de la Cavité; & la Hauteur à laquelle le Corps a été jetté o, 1341 de pouce, à la place de la Hauteur mentionnée dans le même Article.

1370. En ſuppoſant que le diamètre du Cercle eſt à la circonférence comme 113 à 355, nous aurons cette Proportion

o, 1341 × 113; o, 099 × 88, 75 :: o″, 0267, o″, 0155.

Ce qui nous donne derechef o″, 0155.

C'eſt là le Tems dans lequel le Reſſort ſe débande; s'il étoit queſtion de celui qui eſt requis pour bander le Reſſort, ce Tems ſeroit moindre; à cauſe que, pour bander le Reſſort, le Corps doit être jetté avec la même Viteſſe avec laquelle il ſeroit repouſſé ſi l'Elaſticité étoit parfaite; & que, quand il s'agit de la même Infléxion, le Tems diminüe à proportion que la
* 1366. Viteſſe augmente *.

1371. Si, ſans rien changer au reſte, on change la Maſſe, la Viteſſe ſuivra la
*731.758. raiſon inverſe ſousdoublée de la Maſſe *; or l'inverſe de cette raiſon eſt la
* 1366. raiſon directe que ſuit le Tems *; comme nous l'avons dit dans l'Art. 1352.

CHAPITRE XIV.

Des Solides Elaſtiques.

1372. NOus avons traité des Fibres & des Lames dans les deux Chapitres précédens; d'abord nous n'avons conſidéré que

que la ſeule Longueur, & enſuite la Longueur avec la Largeur; il nous reſte à préſent à conſiderer enſemble les trois dimenſions. Il n'eſt pas queſtion, dans ce dernier Cas, de l'Infléxion ou de l'Allongement de tout le Corps, comme dans les deux Cas précédens; mais l'Infléxion des parties a une eſpéce de rapport avec l'Enfoncement des parties dans les Corps mous.

Tout Corps Elaſtique peut être conſideré comme un amas de Lames; *ſi l'on frappe un Corps Elaſtique*, ces Lames cedent, & les Infléxions de toutes les Lames, priſes enſemble, ſont égales à la Force entiére qui eſt détruite dans la Percuſſion du Corps *. Si les parties du Corps étoient enfoncées par une autre Force, chaque Lame éprouveroit une autre Infléxion, & l'Infléxion de chacune d'elles ſuivroit la raiſon ſousdoublée de la Force employée à la produire*; or comme il eſt queſtion des mêmes Lames, & que l'Action entiére, ſoit qu'elle ſoit plus ou moins grande, eſt partagée de la même maniére entre toutes les Lames, l'Infléxion de chaque Lame ſe fait ſuivant la même raiſon; & *l'Enfoncement de la Lame extérieure*, lequel peut ſouvent ſe meſurer, *eſt en raiſon ſousdoublée de toute la Force conſumée à enfoncer les parties.* TAB. XLIV. Fig. 9. 1373. * 934. * 1341.

Si une de ces Lames, quelle qu'elle fût, ſe débandoit ſeule, elle reprendroit ſa premiére ſituation dans le même Tems, ſoit qu'elle fût plus ou moins pliée *; d'où nous inférons que, toutes les Lames étant jointes enſemble, *le débandement des parties pliées ſe fait* auſſi *toujours dans le même Tems, quand ces parties, en ſe débandant, mettent en Mouvement le même Corps.* C'eſt ce qui paroitra clairement ſi, eu égard à ce qu'il faut changer, on applique ici ce qui a été dit d'une Lame pliée dans l'Art. 1334. * 1335 1374.

Si l'on veut appliquer ceci à des Sphères Elaſtiques, & en déduire des conſéquences, il eſt néceſſaire de faire quelques Remarques préliminaires.

ACBE repréſente une Sphère. Suppoſons que le point C eſt enfoncé juſqu'en D; c'eſt-à-dire, que la ſurface ACB s'applique à la ſurface d'un autre Corps; cela étant, ſi la premiére de ces ſurfaces imprime ſur l'autre une Tache, le diamètre de la Tache ſera égal à l'arc ACB; lequel, étant très petit, 1375. Fig. 10. 1376.

tit, peut être conſideré comme la ſomme des Cordes AC, CB, ou bien comme égal à la ligne AB.

1377. Ayant mené AE, nous aurons le Triangle rectangle CAE *; & les Triangles ſemblables CAD, CAE *; donc DC, CA, CE, ſont proportionelles *; & le quarré de la Corde eſt égal au rectangle de l'Abſciſſe CD & du diamètre CE *. Par conſéquent *les quarrez des Cordes* AC, aC, *ſont entr'eux comme les Abſciſſes correſpondantes* CD, Cd *. Ces Cordes ſont comme les diamètres des Taches, *quand les Enfoncemens ſont égaux aux Abſciſſes :* c'eſt pourquoi auſſi *ces Abſciſſes ſont* comme les quarrez des diamètres des Taches, c'eſt-à-dire, *comme les Taches mêmes* *; qui ont été démontrées égales aux baſes des Segmens ABC, abC *.

* 31. EL. III.
*8.EL.VI.
*4.EL.VI.
* 17. EL. VI.
1378.
*1.EL.VI.
1379.
* 2. EL. XII.
* 1376.

1380. *Dans ce même cas* les Abſciſſes ſervent à meſurer les Inflexions de la Lame extérieure du Corps; d'où nous inférons, que les quarrez des Abſciſſes ſont comme *les Forces employées à enfoncer les parties* *; donc ces mêmes Forces *ſont comme les quarrez des Taches.*

* 1373.

1381. Dans le Triangle ACB, AB eſt à *nn*, comme CD à Cd; par conſéquent les baſes des Segmens ſont auſſi comme AB à *nn* *.

* 1379.

1382. Si nous concevons à préſent le Segment ACB diviſé en une infinité de Plaques circulaires, par des plans comme ab, *ab*, parallèles à la baſe AB, chacune de ces Plaques ſera proportionelle à ſa ligne correſpondante *nn*, *ee*; ſi chaque ligne avoit une largeur égale à celle de l'épaiſſeur de ſa Plaque correſpondante, les parties du Triangle ACB ſeroient proportionelles aux parties correſpondantes du Segment; & les Segmens ACB, aCb, *a*C*b*, de la Sphère, ſeroient entr'eux comme les Triangles ACB, *n*C*n*, *e*C*e*. Les Triangles mêmes ſont comme les quarrez des baſes AB, *nn*, *ee* *, leſquelles ſont entr'elles comme les baſes des Segmens *. Donc *les Segmens ſont* comme les quarrez de leurs baſes, c'eſt-à-dire, comme les quarrez des Taches, ou *comme les Forces qui produiſent l'Enfoncement des parties* *.

* 19. EL. VI.
* 1381.
1383.
* 1380.

1384. *Si la même Sphère Elaſtique frappe, avec des Viteſſes différentes, un Obſtacle Elaſtique & immobile*, les quarrez des Taches ſe-

ſeront comme les quarrez des Viteſſes *, c'eſt-à-dire, que *les Taches ſeront comme les Viteſſes.* * 1380. 753.

I. Experience.

Nous nous ſervons ici, tout comme dans la 1re. Exp. du Chapitre 3me de ce Livre, d'un morceau de Marbre bleu, qu'il faut tant ſoit peu mouiller, pour rendre la couleur plus foncée. 1385.

On laiſſe tomber la Boule d'ivoire, laquelle, en frappant la ſuperficie du Marbre, y imprime une Tache ronde bien terminée. Suppoſons que la Boule tombe de la hauteur de neuf pouces, & que la Tache ſoit E; qu'elle tombe enſuite de la hauteur de trois pieds, qui eſt quadruple de la premiére, & que la Tache ſoit F; enfin qu'elle tombe de la hauteur de ſix pieds & neuf pouces, qui eſt neuf fois plus grande que la premiére, & que la Tache ſoit G. Les Viteſſes du Corps ſont entr'elles dans cette Expérience, comme un, deux & trois *; & c'eſt dans cette même raiſon que ſont les Taches E, F & G; car ſi l'on fait les Triangles rectangles DAB, DBC, dans leſquels les cotez DA, AB, BC ſont égaux entr'eux, & au diamètre de la Tache E, la ligne BD ſera exactement égale au diamètre de la Tache F, & la ligne CD, au diamètre de la Tache G. Or les Taches ſont comme les quarrez des diamètres *; & le quarré de la ligne BD eſt égal aux quarrez des lignes égales AB, AD; pareillement le quarré de la ligne CD vaut les quarrez des lignes BC, BD *; ou des trois lignes égales DA, AB, BC. En comparant enſemble, par le moyen du Compas de proportion, les diamètres des Taches, on les trouvera entr'eux comme 72, 102, 125, dont les quarrez ſont à peu près en même raiſon que 1, 2 & 3. TAB. XLIV. Fig. 11. * 374. 1386. * 2. EL. XII. * 47. EL. I.

Si les Corps ſont différens, mais terminez par des portions de Sphères égales, comme dans la premiére Expérience du Chapitre 3me *, *les quarrez des Taches*, ou les quatriémes Puiſſances des diamètres des Taches, *ſont comme les Maſſes multipliées par les quarrez des Viteſſes* *. 1387. * 820. * 1380. 757.

S'il y a de la différence entre les Sphères, ſoit que les Corps mêmes ſoient ſphériques, ou bien qu'ils ne ſoient que terminez par des portions de Sphère, *auſſi long-tems qu'il eſt queſtion d'une Matiére également Elaſtique, les Segmens enfoncez ſont* 1388.

entr'eux comme les Forces employées à produire les Enfoncemens. Car puiſque cette règle eſt vraye à l'égard de l'une & de l'autre Sphère, on pourra auſſi l'appliquer à différentes Sphères, dès qu'elle ſe trouvera avoir lieu, dans un cas où deux Segmens de Sphère auront été comparez enſemble. Or ce cas a lieu quand deux Abſciſſes ſont égales; car les Enfoncemens des parties correſpondantes ſont égaux, & le plus ou le moins de réſiſtance ne doit être attribué qu'au plus ou au moins de quantité de Matiére.

1389. TAB. XLIV. Fig. 12. Soient les deux Sphères M & N; leurs Segmens AFB, ACB, qui ont des baſes égales, & d'inégales hauteurs, FD, DC. Concevons ces hauteurs diviſées en parties infiniment petites & égales, & que le nombre des parties ſoit le même dans chaque hauteur. Concevons de plus, qu'à chaque diviſion les Segmens ſoient coupez par des Plans parallèles à la baſe; les Segmens ſe trouveront diviſez en Plaques circulaires très minces, enſorte que l'épaiſſeur de chacune, dans le premier Segment, ſoit à l'épaiſſeur d'une Plaque dans le ſecond Segment, comme FD à DC; à cauſe qu'il y a le même nombre de parties dans chaque hauteur. Les Plaques circulaires, dans l'un & l'autre Segment, diminuent ſuivant la même Loi *, en s'éloignant de la baſe; de ſorte que les Plaques correſpondantes ſe trouvent être égales entr'elles. D'où il ſuit, qu'une Plaque quelconque, dans le premier Segment, eſt à la Plaque correſpondante dans l'autre, comme l'épaiſſeur à l'épaiſſeur, c'eſt-à-dire, comme FD à DC; & que la ſomme de toutes les Plaques eſt à la ſomme de toutes, c'eſt-à-dire, le Segment AFB au Segment ACB, auſſi comme FD à DC *.

* 1378.

* 12. EL. V.

1390. * 1377. 1376. Il n'eſt queſtion ici que de Segmens infiniment petits. Donc FD, DA, FG, ſont proportionelles *; comme auſſi DC, DA, CE. Et par cela même le Rectangle de FD par FG, & celui de DC par CE ſont égaux entr'eux, chacun d'eux étant égal au quarré de la ligne DA *; d'où nous concluons, que FD, DC :: CE, FG *; & que *les Segmens qui ont des diamètres égaux, ſont en raiſon inverſe des diamètres de leurs Sphères; & c'eſt en cetee même raiſon que ſont les Forces employées à produire les Enfoncemens* *.

* 17. EL. VI.

* 16. EL. VI.

1391. * 1388. Nous inférons, de tout ce que nous venons de dire, cette Rè-

Règle générale, que *les Forces avec leſquelles les Corps ſont frappez, ſont en raiſon directe des quarrez des Taches* *, *& en raiſon inverſe des diamètres des Boules* *. Ce qu'on peut exprimer ainſi; Le produit de la Maſſe multipliée par le quarré de la Viteſſe *, eſt comme le quarré de la Tache diviſé par le diamètre de la Boule. En multipliant l'une & l'autre de ces quantitez par le diamètre de la Boule, nous changeons cette derniére Règle en celle-ci. 1392. * 1380. * 1391. * 757.

Le quarré de la Tache eſt proportionel au produit de la Maſſe, multipliée par le diamètre de la Boule, & par le quarré de la Viteſſe. 1393.

Dans des Corps ſphériques la Maſſe eſt en raiſon triplée du diamètre *; c'eſt-à-dire, eſt comme le cube du diamètre, & pour ces ſortes de Corps la Règle peut être exprimée ainſi; *la Tache, ou le quarré du diamètre de la Tache, ſuit la raiſon du produit du quarré du diamètre de la Boule, multiplié par la Viteſſe du Corps.* 1394. * 18. El. XII.

En ce cas, *ſi les Viteſſes ſont égales, les diamètres des Boules ſeront entr'eux comme les diamètres des Taches.* 1395.

Il s'agit toujours ici de la même Elaſticité, qui a lieu quand les Corps ſont faits du même ivoire. Car je n'oſerois pas affirmer que tout ivoire a toujours le même degré d'Elaſticité, quoique, dans le petit nombre d'Expériences que j'ai eu occaſion de faire à cet égard, il ne m'ait pas été poſſible d'y remarquer la moindre différence.

2. Experience.

Dans cette Expérience, tout comme dans la précédente *, on laiſſe tomber des Boules ſur un Marbre uni; celles dont nous nous ſervons, ſont d'ivoire, & de différente grandeur. On les laiſſe tomber d'égales hauteurs, & on meſure les Taches auſſi exactement qu'il eſt poſſible. Cela étant, ſi l'on meſure auſſi les diamètres des Boules avec un Compas ſphérique, on trouvera qu'il y a la même raiſon entre ces diamètres & les Taches; comme on peut s'en convaincre par le moyen du Compas de proportion. 1396. * 1385.

SCHOLIE.

Des Tems qu'il faut pour plier les Corps Elaſtiques.

1397. EN mettant la hauteur du Segment enfoncé à la place de l'Infléxion du Reſſort, cette Infléxion ſe fera ſuivant les mêmes Loix, ſuivant leſ-
* 1335. quelles une Lame Elaſtique eſt pliée *. Ainſi, en comparant enſemble les
1374. Art. 1369 & 897, nous pourrons en tirer cette Règle.

1398. *Quand un Corps vient, en tombant, frapper un Obſtacle immobile, le Tems que dure ſa Chute, eſt au Tems dans lequel les parties s'enfoncent, en raiſon compoſée de celle de la Hauteur dont le Corps eſt tombé, à la Hauteur du Segment enfoncé, & de la raiſon du diamètre du Cercle au quart de la Circonférence.*

S'il s'agiſſoit d'une Boule, le quarré du demi-diamètre de la Tache eſt égal au produit de la Hauteur du Segment, multipliée par le diamètre
* 1377. de la Boule *.

1399. Donc, *Si le Corps en queſtion eſt une Boule, les Tems, dont il s'agit, ſont entr'eux en raiſon compoſée du produit de la Hauteur de la Chute, multipliée par le diamètre de la Boule, au quarré du demi-diamètre de la Tache, & de celle du diamètre du Cercle au quart de la Circonférence.*

1400. J'ai laiſſé tomber une Boule, dont le diamètre étoit 1, 585 de pouce, de la hauteur d'un pied & demi, & le diamètre de la Tache a été 0, 15 de pouce. Nous ſuppoſons que le Tems conſumé à tomber de la hauteur
* 1368. d'un pied & demi eſt $0''$, 31; il ſe trouvera par le Calcul *, que le Tems
883. employé à produire l'Infléxion, a été $0''$, 00048, c'eſt-à-dire, dix quintes & demie, ou $\frac{1}{20852}$ de Seconde.

1401. Le Tems mentioné dans l'Art. 1133. a été déterminé de la même maniére; la demi-Boule a été auſſi lâchée de la hauteur d'un pied & demi; le diamètre de la Boule étoit 2, 17, de pouce, & enfin le demi-diamètre de la Tache 0, 0825 de pouce.

1402. Il ne faut qu'une ſeule Expérience pour déterminer les Tems, dès qu'il s'agit de Figures ſphériques, & de la même Elaſticité.

Que la Hauteur dont on lâche le Corps ſoit nommée a; & la Maſſe du Corps M; D le diamètre de la Boule, & d celui de la Tache; m eſt à n comme le diamètre du Cercle eſt à la Circonférence; enfin T marque le Tems pendant lequel le Corps tombe de la Hauteur a, & t celui qui eſt employé à plier les parties Elaſtiques.

La Règle de l'Art. 1399. nous donne cette Proportion:

$$T, t :: D\,a\,m, \tfrac{1}{16}\,d\,d\,n;$$

donc $t = \frac{T\,d\,d\,n}{16\,D\,a\,m}$ & $tt = \frac{T^2\,d^4\,n^2}{256\,D^2\,a^2\,m^2}$. Comme il s'agit ſeulement ici de trouver une Proportion, nous rejettons toutes les quantitez conſtantes, & trou-

trouvons que tt augmente & diminüe en même raiſon que $\frac{T^2 d^4}{D^2 a^2}$. Les quantitez T^2 & a étant proportionelles *, on peut ſubſtituer la derniére à la place de l'autre; par la même raiſon, puiſque d^4 ſuit la même proportion que le quarré de la Tache, on peut exprimer cette quantité par MDa *; mettant a au lieu du quarré de la Viteſſe *; ce qui donne $\frac{MDaa}{D^2 aa} = \frac{M}{D}$. * 374. * 1393. * 374.

D'où il ſuit, que *le quarré du Tems employé à plier les parties Elaſtiques, eſt en raiſon directe de la Maſſe, & en raiſon inverſe du diamètre de la Boule, quelle que ſoit la Viteſſe. Quand les Corps ſont ſphériques*, la Maſſe eſt comme le cube du diamètre *, & *le Tems eſt comme le diamètre.* 1403. 1404. * 18. EL. XII.

Dans ce que nous avons dit juſqu'à préſent, nous n'avons conſideré que l'Infléxion d'un ſeul Corps, que nous avons ſuppoſé donner contre la ſurface unie d'un Corps immobile; quoique, dans toute Percuſſion, l'Enfoncement des parties a lieu à l'égard des deux Corps, à moins que la cohéſion des parties dans l'un ne ſurpaſſe de beaucoup la cohéſion des parties dans l'autre. Nous avons ſuppoſé dans nos Démonſtrations, que les parties du Corps immobile avoient une cohéſion beaucoup plus grande que celle de l'autre; & par cette raiſon nous nous ſommes ſervis dans nos Expériences d'une pierre extrêmement dure en comparaiſon de l'ivoire. 1405.

Ce que nous avons démontré auroit auſſi lieu, ſi l'Obſtacle uni avoit le même degré d'Elaſticité que la Boule: la ſomme des Infléxions étant égale à un Segment de Sphère dont la Tâche même ſeroit la baſe.

Le Calcul n'en ſera gueres plus difficile, *ſi* l'on ſuppoſe que *l'Obſtacle immobile eſt terminé en Sphère.* L'Infléxion ſe fera ſuivant les mêmes Loix; & il y aura deux Segmens d'enfoncez, qui, durant toute l'Action, auront continuellement des diamètres égaux, & leurs hauteurs reſteront toujours en raiſon inverſe des diamètres * & cet Enfoncement ne diffère de l'Enfoncement des parties quand il s'agit d'une ſeule Sphère, que par rapport à la ſeule hauteur du Segment; & l'on pourra appliquer ici ce qui a été démontré touchant le Tems *, ſi, au lieu de la hauteur du Segment, on prend la ſomme des Hauteurs, c'eſt-à-dire FC. 1406. * 1391. * 1397. TAB. XLIV. Fig. 12.

Nous avons vû, qu'à cauſe de l'extrême petiteſſe des Segmens, $\frac{AD^q}{FG} = FD$, & $\frac{AD^q}{CE} = DC$ *; donc $FC^q = \frac{AD^q \times \overline{FG + CE}}{FG \times CE}$; d'où il ſuit, qu'on * 1390.

peut déterminer le Tems de l'Enfoncement des parties, en mettant dans la Règle de l'Art. 1398, à la place de la hauteur du Segment, ſa Valeur qui vient d'être trouvée. Par là nous avons une Règle qui ne diffère qu'en ceci de l'Art. 1399, qu'au lieu du diamètre de la Boule, nous prenons le produit des diamètres, diviſé par leur ſomme. Le même changement étant fait

fait dans l'Art. 1403. nous donnera la Règle ſuivante; *Les quarrez des Tems employez à produire les Inflexions, ſont en raiſon directe des Maſſes & de la ſomme des diamètres, & en raiſon inverſe du produit des diamètres.*

1407. *Tout ceci peut s'appliquer au Choc de deux Corps terminez par des portions de Sphère, pourvû qu'on ſubſtitüe, au lieu de la Maſſe, le produit des Maſſes diviſé* * 1027. *par leur ſomme* *.

1408. En ce cas, le Tems employé à produire l'Inflexion ſe trouve auſſi déterminé; étant la moitié de celui qui s'écoule pendant la Percuſſion; car le quarré du Tems trouvé dans l'Art. 1400, eſt au quarré du Tems qu'il eſt queſtion de déterminer, comme le poids de la Boule employée dans cet Art., diviſé par le diamètre, eſt à la ſomme des diamètres des Corps qui s'entre-heurtent, multipliée par le produit des Maſſes, & diviſée par le produit de la ſomme des Maſſes, multipliée par le produit des diamètres.

FIN DU SECOND LIVRE.

ELEMENS
DE
PHYSIQUE
DEMONTREZ
MATHEMATIQUEMENT,
ET CONFIRMEZ PAR DES
EXPERIENCES.

LIVRE III.

Partie I. De la Peſanteur & de la Preſſion des Fluides.

CHAPITRE I.

De la Peſanteur des Parties dont les Fluides ſont compoſez, & de l'Effet de cette Peſanteur dans les Fluides mêmes.

ON nomme Fluide, un Corps dont les Parties cedent à une impreſſion quelconque, & en cedant ſe meuvent entr'elles avec une grande facilité *. Par conſéquent, *ce qui cauſe la Fluidité, eſt que les Parties ont très peu de cohéſion entr'elles, & que leur Mouvement n'eſt empêché par aucune inégalité de leurs ſuperficies*, comme cela a lieu à l'égard des Corps reduits en poudre. * 68. 1409.

Les Parties dont les Fluides ſont compoſez, ſont de même 1410.

nature que celles des autres Corps, & ont les mêmes proprietez; car il arrive ſouvent que des Fluides ſont changez en Solides, quand la cohéſion entre les Parties devient plus forte, comme quand l'Eau ſe change en glace: d'un autre coté, les Métaux fondus nous fourniſſent l'exemple d'un Solide changé en Fluide.

1411. *Les Fluides ont une autre proprieté qui leur eſt commune avec les Corps Solides, c'eſt d'être compoſez de Particules peſantes, dont la Gravité, en quelque endroit qu'elles ſoient placées, eſt proportionelle à la quantité de matiére dont elles ſont compoſées.* Si la Peſanteur n'eſt pas ſenſible dans le Fluide même, cela vient de ce que les Parties inférieures ſoutiennent celles qui ſont au-deſſus, & les empêchent de deſcendre: mais il eſt évident que leur Gravité n'eſt point détruite par là; puiſqu'un Fluide, contenu dans un Vaiſſeau, charge, à proportion de ſa quantité, la Balance à laquelle le Vaiſſeau eſt attaché. L'Expérience ſuivante fait voir de la maniére la plus ſenſible, que les Particules conſervent par-tout de la Peſanteur dans un Fluide.

1. EXPERIENCE.

1412. TAB. XLV. Fig. 1. On laiſſe deſcendre dans l'Eau la Phiole A, qui eſt fermée, & ſoutenüe par un crin; ſi l'on ouvre enſuite la Phiole pendant qu'elle eſt encore plongée, l'Eau, qui y entrera, en augmentera beaucoup le Poids, quoiqu'elle aît communication avec l'Eau extérieure.

Nous inférons de la Peſanteur des Particules qui compoſent
1413. les Fluides, que *la ſuperficie d'un Fluide, renfermé dans un Vaiſſeau, enſorte qu'il ne s'écoule point, devient plane & parallèle à l'Horizon, pourvu que la ſuperficie du Fluide ne ſoit pas preſſée, ou qu'elle le ſoit par-tout également.* Car comme les Parties du Fluide cedent à une impreſſion quelconque, leur Peſanteur les fera deſcendre autant qu'il eſt poſſible.

1414. *Les Particules inférieures* ſoutiennent celles de deſſus, & en *ſont preſſées, & cette Preſſion eſt proportionelle à la Matiére qui preſſe, c'eſt-à-dire, à la hauteur du Fluide qui eſt au-deſſus de la Particule preſſée*; mais comme la ſuperficie la plus élevée
* 1413. du Fluide eſt parallèle à l'Horizon *, *tous les points d'une ſu-*
1415. *perficie quelconque, qui peut être conçüe parallèle à l'Horizon dans un Fluide, ſont preſſez également.*

Donc

Donc *ſi, dans quelque endroit d'une pareille ſuperficie, il y a une Preſſion moindre que dans les autres points, le Fluide*, qui cede à une impreſſion quelconque, ſera mû *en cet endroit*, c'eſt-à-dire, *s'élévera, juſqu'à ce que la Preſſion ſoit par-tout égale.* 1416.

2. Experience.

On bouche avec le doigt un des bouts du Tuyau de verre A, qui eſt ouvert des deux cotez, & on plonge l'autre bout dans l'Eau. Comme le Tuyau eſt rempli d'Air, l'Eau n'y monte qu'à une très petite hauteur; ſi l'on ôte le doigt, pour que l'Air puiſſe ſortir, la ſuperficie, qu'on conçoit parallèle à l'Horizon dans l'Eau vers le bas du Tuyau, eſt moins preſſée dans l'endroit qui répond à l'ouverture inférieure du Tuyau; cela étant, l'Eau monte dans le Tuyau, & ne reſte en repos, qu'après s'être élevée à la même hauteur que l'Eau extérieure. 1417. TAB. XLV. Fig. 2.

La Preſſion qui agit ſur les Particules inférieures, & qui a pour cauſe la Peſanteur du Fluide ſupérieur, *déploye ſon Action de tous cotez, & avec une égale force.* 1418.

Cela même eſt une ſuite de la nature des Fluides; car les Parties d'un Fluide cedent à une impreſſion quelconque, & ſe meuvent entr'elles avec facilité; ainſi une Goutte quelconque ne reſtera pas dans le lieu qu'elle occupe, ſi, dans le tems qu'elle eſt preſſée par un Fluide ſupérieur, elle n'eſt pas arrêtée de tous cotez; or elle ne ſçauroit ſe mouvoir à cauſe des Gouttes voiſines, qui ſont preſſées de la même maniére & avec la même force par le Fluide ſupérieur; par conſéquent la premiére Goutte reſte en repos, & eſt preſſée de toutes parts, c'eſt-à-dire, ſuivant toutes les directions poſſibles. Nous ajoutons, qu'elle eſt preſſée de tous cotez avec la même force; car la Preſſion latérale eſt diſpoſée par rapport à la Preſſion verticale, comme celle-ci l'eſt à ſon égard; c'eſt pourquoi, s'il faut, pour qu'il y ait équilibre, que la Preſſion verticale diffère de la Preſſion latérale, par Ex. la ſurpaſſe, par quelque raiſon que ce ſoit, il faudra, par la même raiſon, que cette derniére Preſſion ſurpaſſe la premiére, à cauſe que le rapport qu'elles ont entr'elles eſt reciproque & parfaitement ſemblable; or comme le même raiſonnement a lieu, quelles que ſoient les directions, nous en concluons, qu'il ne ſçauroit y avoir d'inégalité entre les Preſſions. 1419.

3. EXPERIENCE.

1420. TAB. XLV. Fig. 2. On plonge dans l'Eau les Tuyaux de verre B, C, D, préciſément comme on a plongé le Tuyau A dans l'Expérience précedente; & quand on a ôté le doigt, l'Eau monte dans tous ces Tuyaux à la même hauteur que dans le Tuyau A; dans ce dernier la Preſſion eſt de bas en haut; en B de haut en bas; en C elle eſt latérale; & dans le Tuyau D oblique; mais cependant elle eſt égale dans chacun d'eux. Si l'on verſe une plus grande quantité de Fluide dans le Vaiſſeau, l'Eau montera auſſi également dans tous les Tuyaux.

1421. Il ſuit de ce que nous venons de dire, que *chacune des Particules des Fluides* eſt également preſſée de tous cotez, & par conſéquent *reſte en repos*; ainſi les Particules ne ſont pas entr'elles dans un Mouvement continuel, comme pluſieurs Phyſiciens le prétendent. Si un pareil Mouvement a lieu dans de certains cas, il faudra l'attribuer à quelque Cauſe particuliére.

1422. *Tout Fluide monte à la même hauteur, dans des Tuyaux qui ont communication enſemble, ſoit que ces Tuyaux ſoient égaux ou inégaux, verticaux ou obliques*; c'eſt-à-dire, que toutes les ſuperficies ſupérieures ſont dans le même Plan parallèle à l'Horizon. Cette Propoſition eſt une conſéquence naturelle de ce que nous venons de dire.

1423. TAB. XLVII. Fig. 1. A eſt un Vaiſſeau, B un Tuyau vertical, & D un autre Tuyau incliné; ſuppoſons que ces Tuyaux ayent communication entr'eux par le moyen du Tuyau CE, & qu'ils contiennent quelque Fluide. La ligne *fbg* repréſente une ſuperficie parallèle à l'Horizon: cela étant, ſi les hauteurs *fi* & *hk* ſont inégales, le Fluide montera dans l'endroit où la hauteur eſt moindre *. Par la même raiſon, à moins que les Preſſions en *g* & en *h* ne ſoient égales, le Fluide ne reſtera point en repos; or nous allons prouver qu'elles ſont égales, quand *k* & *p* ſont dans le même Plan horizontal.

* 1416.

Soient *vpl*, *so*, *rn*, *qm*, horizontales, & *ps*, *xor*, *tnq*, *lmg*, verticales; dans chacune de ces couches horizontales la Preſſion eſt par-tout égale *. Le Point *s* ſoutient la Colomne *ps* du Fluide, *o* eſt autant preſſé que *s*, & *r* ſoutient la Preſſion *xr*; de même il eſt évident, que dans le Point *q* la Preſſion eſt *qt*; & que le Point *g* eſt preſſé comme s'il ſoutenoit la Colomne *gl*. Cela étant, les Preſſions ſont

* 1415.

ſont égales, quand *k* eſt dans le même Plan horizontal où ſont *l* & *v*.

4. Experience.

On verſe de l'Eau dans la Machine repréſentée par la Figure; & cette Eau, agitée comme on voudra, ne reſte en repos que quand toutes ſes ſuperficies ſont dans un même Plan horizontal. Le Vaiſſeau de verre A, a communication avec les Tuyaux de verre B & D, par le moyen du Tuyau de Cuivre CE. 1424. TAB. XLVII. Fig. 2.

Tous les Fluides ne ſont pas d'égale Peſanteur; c'eſt-à-dire, ne contiennent pas la même quantité de Matiére dans des eſpaces égaux; mais ce que nous venons de dire convient à tous ſans exception. 1425.

Quand des Fluides de différente Peſanteur ſont renfermez dans un même Vaiſſeau, le plus peſant occupe le lieu le plus bas, & eſt preſſé par le plus leger, & cela à proportion de la hauteur de ce dernier. 1426.

5. Experience.

Suppoſons que dans le Vaiſſeau de verre A il y ait une Eau colorée, rougeâtre, par Exemple, juſqu'à la hauteur *bc*. Si l'on enfonce dans cette Eau le Tuyau de Verre *de*, l'Eau y montera juſqu'à la hauteur *bc* *; mais ſi, tout reſtant dans le même état, on verſe dans le Vaiſſeau de l'Huile de Terebenthine, qui eſt un Fluide plus leger que l'Eau; d'abord l'Eau montera dans le Tuyau, & continuera à y monter, ſi l'on continüe à verſer de l'Huile; cependant l'Eau ne s'élevera pas dans le Tuyau à la même hauteur que l'Huile dans le Vaiſſeau, à cauſe que l'Eau étant plus peſante, une Colomne moindre que celle de l'Huile ſuffit pour rendre les Preſſions égales. 1427. TAB. XLV. Fig. 3. * 1416.

Si l'on fait cette Expérience avec du vif Argent & de l'Eau, on trouvera plus de différence encore entre les hauteurs, à cauſe que la différence entre les Peſanteurs de ces Fluides eſt plus grande qu'entre celles de l'Eau & de l'Huile. 1428.

6. Experience.

Un des bouts du Tuyau étant plongé dans l'Eau, ſi l'on verſe de l'Huile de Terebenthine dans le Tuyau, l'Eau y baiſſera juſqu'en *d*, & la hauteur de l'Huile, ſçavoir *de*, ſera plus grande que celle de l'Eau dans le Vaiſſeau; ſi l'on enfonce le 1429. Fig. 4.

Tuyau davantage, l'Eau y entrera en plus grande quantité; ſi au contraire on le retire, l'Eau en ſortira, & l'Huile auſſi, dès qu'on élévera aſſez le Tuyau, pour que la Preſſion de l'Huile à l'ouverture inférieure du Tuyau ſoit plus grande que la Preſſion de l'Eau dans le même endroit.

CHAPITRE II.

De l'Action des Fluides ſur les Fonds, & contre les Parois & les Couvercles des Vaiſſeaux où ils ſont contenus.

1430. *LE Fond & les Parois d'un Vaiſſeau qui contient un Fluide, ſont preſſez par les Parties du Fluide qui les touchent immédiatement; & cette Preſſion a lieu auſſi à l'égard du Couvercle*, lorſque le Fluide eſt élevé au-deſſus du Couvercle dans
* 361. un Tuyau; & la Réaction étant égale à l'Action *, les Parties preſſées éprouvent à leur tour la même Preſſion. Mais comme, dans les Fluides, la Preſſion eſt égale de tous cotez, le Fond & les Parois ſont préciſément autant preſſez dans chaque point, que le ſont les Particules voiſines de ce
* 1418. point; donc *l'Action croît à proportion de la hauteur* *, & eſt
1414. par-tout égale à la même profondeur; d'où nous inférons, que cette Action dépend uniquement de la hauteur, & nullement de la quantité du Fluide. Ainſi la hauteur du Fluide, & la grandeur de la ſuperficie qui eſt preſſée, reſtant les mêmes, l'Action ſur cette ſuperficie ſera toujours la même, quelque changement qu'il puiſſe y avoir à la figure du Vaiſſeau. Ainſi
1431. on peut admettre, comme une Règle générale, que *la Preſſion que ſouffre une ſuperficie quelconque, eſt égale au Poids d'une Colomne du Fluide, dont la baſe ſeroit la ſuperficie même, & dont la hauteur, pour chaque point, ſeroit la diſtance verticale, depuis ce point juſqu'à la ſuperficie la plus élevée du Fluide.*

1432. On ne ſçauroit douter qu'une pareille Preſſion n'aît lieu dans un Vaiſſeau priſmatique, poſé verticalement; car le Fond ſoutient tout le Poids du Fluide, & rien de plus; mais la choſe n'eſt

n'eſt pas moins vraye, ſi, en gardant la hauteur du Fluide & la baſe du Vaiſſeau, on change la figure de ce dernier, de façon qu'il contienne une plus grande ou une moindre quantité de Fluide qu'auparavant. C'eſt ce que nous allons confirmer par quelques Expériences, à l'égard de chacune deſquelles nous prouverons, que la proprieté en queſtion reſulte de la nature même de la Fluidité.

Machine

Pour faire des Expériences touchant la Preſſion des Fluides.

1433. Le Cylindre creux A, ouvert par les deux bouts, doit être bien poli en dedans; ſon diamètre & ſa hauteur excedent tant ſoit peu trois pouces & demi, & le Poids de l'Eau, quand elle eſt élevée dans ce Cylindre à la hauteur de trois pouces, eſt exactement d'une livre. TAB. XLV. Fig. 5.

1434. Pour que le Cylindre puiſſe être ſoutenu ſur trois Pieds, on y attache à vis l'Anneau I; & quand il le faut, on ôte ces Pieds, qui ſont auſſi attachez par des vis à l'Anneau. Un de ces Pieds eſt repréſenté à part en L; & chacun d'eux eſt plié vers ſa partie ſupérieure, de telle façon qu'il ſoit hors de l'Anneau I, quand la partie *po*, du bout ſupérieur eſt enchaſſée dans la ſurface inférieure de l'Anneau. Cette partie eſt taillée en biſeau, pour arrêter le pied, avant qu'on faſſe uſage de la Vis *n*, qui ne ſert qu'à le mieux affermir.

1435. On introduit dans le Cylindre A un Fond mobile de cuivre, compoſé de la Plaque circulaire R, au centre de laquelle eſt jointe à angles droits la Tige *ts*, de figure cylindrique. Cette Tige traverſe la Plaque, & eſt terminée en Vis dans ſa partie inférieure S. On applique à la ſurface inférieure de la Plaque, qu'on a auparavant couverte d'un Cuir, la ſurface ſupérieure du Cylindre M, qui eſt haut d'un demi-pouce; mais il faut prendre garde que le Cuir ne paſſe pas la baſe du Cylindre. Ce Cylindre, que la Figure repréſente ouvert par en haut, eſt creux, & fait d'un métal mince, pour qu'il péſe moins: on introduit le bord du Cylindre dans une rainure pratiquée dans la ſurface inférieure de la Plaque R, & par le moyen du Cuir on empêche l'Eau de paſſer; cependant il ſeroit plus commode de ſouder enſemble le Cylindre & la Plaque. La Vis S traverſe librement le Cylindre, auquel on applique

plique la Plaque O, dont le centre eſt garni d'un Ecrou, propre à recevoir la Vis S.

En tournant la Vis, on affermit entre O & M le Cuir N, qui, à l'égard du Fond, déborde de toutes parts de la quantité d'un demi-pouce, & couvre la ſurface extérieure du Cylindre M, quand on introduit le Fond dans le Cylindre A. Ce Cuir empêche que, pendant qu'on hauſſe ou qu'on baiſſe le Fond, l'Eau ne s'écoule: inconvénient qu'on a moins à craindre quand la fleur du Cuir touche la ſurface du Cylindre mobile.

1436. Je me ſers de Cuir de Veau, que je laiſſe tremper dans de l'Huile pendant quelques jours, & que je laiſſe enſuite dans de l'Eau pendant le même nombre de jours; après cette préparation, je frotte le Cuir d'Huile & d'Eau; cela étant, après avoir hauſſé & baiſſé pluſieurs fois le Fond dans le Cylindre, il faut l'y laiſſer durant deux ou trois jours. Ce Cuir, ainſi préparé, peut ſervir pluſieurs années, pourvû qu'on le garde dans un lieu ſec. Quand il s'agira de faire les Expériences, il faudra appliquer le Cuir au Fond, le bien enduire d'Huile & d'Eau, & laiſſer le tout pendant quelques heures, ou plutôt quelques jours, dans le Cylindre, avant que de faire uſage de la Machine. Il eſt néceſſaire d'enduire de nouveau ce Cuir d'Huile & d'Eau, immédiatement avant que de faire les Expériences; le Fond ſe meut alors ſans la moindre peine, & ne laiſſe point paſſer la moindre goutte d'Eau: ſi l'on frotte d'Huile la ſurface intérieure du Cylindre A, cela aide encore à faciliter le Mouvement du Fond. Au reſte, il faut que le Cuir ne ſoit ni trop mince ni trop épais.

1437. La Tige *t s* dirige le mouvement du Fond, en paſſant par un trou *m* dans la Lame B, qu'on met ſur le Cylindre A, dont le bord eſt garni de deux entailles, où on la fait tenir. Il faut avoir ſoin de frotter la Queüe d'Huile. Au bout ſupérieur de cette Tige il y a un trou en *s*, afin d'attacher au Fond, par le moyen du Crochet *v*, la Chaine de cuivre T, qui paſſe par le Tuyau F, dont il ſera fait mention dans l'inſtant. Cette Chaine ſert à attacher le Fond au bras d'une Balance.

1438. Le Couvercle C, ferme à vis le Cylindre A; & pour qu'il ne s'écoule point d'Eau, on met entre deux l'Anneau de cuir G. Une Plaque quarrée & taillée en biſeau

eſt

eſt attachée au Couvercle; & l'anſe *h*, tient au Cylindre A, de ſorte qu'on ouvre & qu'on ferme facilement le Cylindre par le moyen de la Clef E, & de la Manivelle H.

Le Couvercle eſt percé au milieu; & le Cylindre creux *d*, tourné en vis, y eſt joint, pour qu'on puiſſe attacher le Tuyau F à la Machine. On ſe ſert auſſi de Cuir en cette occaſion pour retenir l'Eau, & à l'aide d'une Clef on ſerre ce Cuir autant qu'on le juge néceſſaire.

Dans les Expériences, on place ſur le Cylindre A des Poids comme P; il en faut pluſieurs, deux de quatre livres, deux de deux livres, deux d'une livre, deux d'une demi-livre, & deux d'un quart de livre. Ces Poids ont une ouverture latérale, de la grandeur qu'il faut pour recevoir le Tuyau F. 1439.

Pour placer commodément ces Poids ſur le Couvercle C, nous le couvrons de l'Anneau de bois Q, qui eſt repréſenté ici renverſé; il y a auſſi une entaille latérale en *q*; par où entre le Tuyau F; quand le Tuyau y eſt entré, on abaiſſe l'Anneau, qui eſt creuſé de façon à recevoir le Cylindre D, & la Plaque *e*. 1440.

I. Experience.

La Tête de bois I eſt ſoutenüe par trois Solives écartées par le bas. Ces Solives ſont entaillées enſorte, qu'en ſoutenant la Tête, leurs bouts ſupérieurs y ſont en même tems appliquez de côté; les Solives tiennent à la Tête par des charnières, pour qu'on puiſſe ſans peine les joindre enſemble, quand on veut tranſporter la Machine. La Tête I eſt compoſée de deux parties, dont la ſupérieure O eſt ſphérique, & l'autre héxagone; la Vis de Fer V C traverſe cette Tête, & ſe termine en Crochet à ſon bout inférieur. C'eſt à ce Crochet V qu'on attache une Balance, qu'à l'aide de l'Ecrou de fer D, il eſt facile d'élever à la hauteur requiſe dans l'Expérience, & qui eſt ſuffiſamment indiquée dans la Figure. 1441. TAB. XLVI. Fig. 1.

Les parties de la Machine, qui ont été expliquées ci deſſus*, étant jointes enſemble comme il a été dit; il faut attacher en G, au bras de la Balance, la Chaine qui tient au Fond mobile *, lequel ſe trouve préciſément à la moitié de la hauteur du Cylindre A, quand le Fleau de la Balance eſt horizontal. On mêt dans le Baſſin E le Poids néceſſaire pour qu'il y ait équilibre avec le Poids du Fond mobile & de la Chaine: il faut déterminer 1442. * 1433. * 1437.

* 1438. ner auparavant quel eſt ce Poids. Au haut du Tuyau F*, dont la longueur eſt de trente deux pouces, eſt joint à vis un Entonnoir cylindrique, dont le diamètre eſt environ de neuf, & la hauteur de quatre pouces.

Le Fleau de la Balance étant diſpoſé horizontalement, on verſe de l'Eau dans le Tuyau F, juſqu'à ce qu'elle monte dans l'Entonnoir, & qu'elle ſoit élevée à la hauteur de trois pieds au deſſus du fond du Cylindre: hauteur qu'il faut marquer avec un Cercle coloré dans la ſurface intérieure de l'Entonnoir. On ajoute au Poids E, qui eſt déja dans le Baſſin, un Poids de douze livres, & il y a équilibre; c'eſt-à-dire, que le Fleau reſte dans une ſituation horizontale dès qu'on l'y a mis. Mais ſi l'on diminüe, ou ſi l'on augmente le Poids, le Fond montera ou deſcendra. Cette augmentation, ou cette diminution doit être au moins d'une demi-livre, à cauſe du frottement du Fond; il faut quelquefois que la différence ſoit plus grande, ce qui dépend du frottement, qu'il y a moyen de rendre moins ſenſible, en hauſſant & en baiſſant le Fond à diverſes repriſes, avant que de le lâcher, pour voir s'il reſtera dans une ſituation horizontale.

La hauteur de la ſurface ſupérieure de l'Eau au deſſus du Fond, dans cette Expérience, eſt, comme nous avons dit, de trois pieds. Une Colomne d'Eau de cette hauteur, & qui a
* 1433. une baſe égale au Fond du Cylindre, peſe douze livres *; & l'Expérience fait voir, que la Preſſion de l'Eau ſur le Fond vaut douze livres auſſi, quoique la quantité d'Eau, qui preſſe ce Fond, ſoit très petite.

Comme il n'eſt queſtion que de mouvoir le Fond ſeul, il
* 1439. faut empêcher, par le moyen des Poids P, P*, que la Machi-
1440. ne entiére ne ſoit élevée.

2. EXPERIENCE.

1443. Après avoir ôté le Couvercle avec le Tuyau, on joint le
TAB. XLVI. Fig. 2. Cylindre A au Cone tronqué & renverſé N, au bas duquel eſt un Anneau C, garni d'un écrou, pour l'attacher au Cylindre A, comme il a été dit au ſujet du Couvercle.

On verſe de l'Eau dans cette Machine, à la même hauteur au deſſus du Fond que dans l'Expérience précedente: à l'égard du reſte, l'Expérience ſe fait de la même maniére, & réuſſit de même; & la Preſſion, ſi la hauteur de l'Eau demeure la même,

ne

ne change, ni par la quantité d'Eau, ni par la différence du Vaiſſeau. On marque auſſi ſur la ſurface intérieure de ce Vaiſſeau la hauteur de l'Eau.

3. Experience.

Il faut affermir dans une Table la Colomne C*, dont on a fait déja uſage pluſieurs fois; il faut joindre à cette Colomne le Bras Q*, avec ſon Crochet *v*, pour y ſuſpendre la Balance L, dont le Baſſin E touche preſque la Table quand le Fleau eſt horizontal. Au Bras oppoſé à celui où tient le Baſſin E, eſt ſuſpendu le petit Seau de verre A, entouré d'un Anneau de cuivre *e*, *e*, auquel eſt attachée l'Anſe B. 1444. TAB. XLVIII. Fig. 1. * 162. * 165.

La Colomne D eſt auſſi affermie au deſſous de la Table, par le moyen d'un écrou.

Cette Colomne ſoutient, à l'aide du Bras H, le Cylindre de bois G, qui entre dans le Seau A, mais enſorte qu'il n'en touche ni les parois ni le fond, quand la Balance eſt en équilibre. Si l'on verſe de l'Eau dans le Seau, à une hauteur quelconque, tellement qu'il y ait équilibre avec le Poids P, mis dans le Baſſin E, on aura préciſément le Poids de toute l'Eau qui ſeroit dans le Seau, le Cylindre en étant ôté, en ſuppoſant que la hauteur de l'Eau eſt la même qu'avant qu'on eût ôté le Cylindre; & une petite quantité d'Eau, dont la ſurface ſupérieure montera à une certaine hauteur, eſt capable de ſoutenir un grand poids, à cauſe que la Preſſion ſur le fond en eſt conſiderablement augmentée.

La Machine ſuivante fera voir à l'œuil, que la Preſſion latérale eſt égale à la Preſſion verticale. 1445.

Machine

Pour démontrer la Preſſion latérale des Fluides.

Le Vaiſſeau D B eſt un Parallèllepipède de bois, haut d'environ trois pieds & demi; au bas, vers le fond, il y a une ouverture latérale, dans laquelle eſt attaché un Anneau de cuivre, tourné en écrou, pour y affermir le Cylindre A *, après avoir mis entre deux un Anneau de cuir: mais il faut ôter d'avance les Pieds qui ſont attachéz à vis à l'Anneau inférieur *. En ce cas, le Mouvement du fond dans le Cylindre eſt horizontal. Aux cotez de la Machine ſont appliquées deux Règles de bois, dont on en voit une en G H. La Règle C C ſe meut horizontalement ſur ces deux Règles, & a au milieu, en F, 1446. TAB. XLVII. Fig. 3. * 1433. * 1434.

une avance, qui par ſon Mouvement pouſſe le fond du Cylindre, que la Règle preſſe tant ſoit peu au deſſous du centre. En C & en C il y a des Cordons, comme C*e*, C*e*, attachez à cette Règle; ces Cordons ſont étendus le long de la Règle G H, & de l'autre Règle qui lui eſt parallèle, & paſſent deſſus des Poulies comme T, T, qui ſont aux bouts de ces Règles, & qui ſervent à ſoutenir des Poids, comme P, P.

4. EXPERIENCE.

1447. Si l'on verſe de l'Eau dans le Vaiſſeau B D, enſorte que la ſuperficie de l'Eau ſoit élevée de trois pieds au deſſus de la ligne dans laquelle le fond du Cylindre eſt preſſé; & que les Poids P, P ſoient chacun de ſix livres, & vaillent ainſi enſemble douze livres, la Preſſion de l'Eau ſoutiendra ces Poids, & le fond, en ce cas, eſt pouſſé & retiré avec la même facilité.

1448. L'Expérience ſuivante prouve, que la Force, avec laquelle l'Eau preſſe de bas en haut, eſt égale à celle avec laquelle elle preſſe vers en bas & de coté.

5. EXPERIENCE.

1449. TAB. XLVII. Fig. 4. * 1413. Au milieu de la ſurface ſupérieure du Soutien E, il y a un Cylindre d'environ deux pouces de diamètre, ſur lequel on met le Fond mobile du Cylindre A *; de manière que, le Fond reſtant au même endroit, le Cylindre puiſſe monter & deſcendre; on couvre ce dernier Cylindre de ſon Couvercle, & on y joint le Tuyau F, qui a trois pieds & demi de longueur, & dont le bout ſupérieur eſt garni de l'Entonnoir B, dont le diamètre eſt égal à celui du Cylindre A. Si l'on verſe aſſez d'Eau pour qu'il y en ait dans l'Entonnoir à telle hauteur qu'on voudra, le Fond reſtant au même endroit, la Machine montera; & ſi l'on mêt ſur le Couvercle les Poids P, P, P *, qui valent enſemble neuf livres, ces Poids, avec celui de la Machine, ſeront ſoutenus par l'Eau qui eſt dans le Tuyau. Le Poids de la Machine, avec celui des Tuyaux & de l'Entonnoir, eſt tant ſoit peu au deſſous de ſix livres.

* 1439. 1440.

La Force qui pouſſe le Couvercle, eſt égale à la Peſanteur d'une Colomne d'Eau, dont la baſe eſt le Couvercle, moins l'ouverture à laquelle répond le Tuyau, & dont la hauteur eſt la même que celle de l'Eau au deſſus de la ſurface intérieure du Couvercle *; cette hauteur eſt de trois pieds & demi; car nous

* 1431.

ne

ne conſiderons pas l'Eau qu'il y a dans l'Entonnoir, à cauſe que, les diamètres du Cylindre A & de l'Entonnoir étant égaux, le Poids de cette Eau vaut exactement l'Action qu'elle déploye ſur le Couvercle, ſoit qu'elle ſoit en plus grande ou en moindre quantité.

Si, le Tuyau reſtant le même, on augmente le diamètre du Cylindre, l'Action que le Couvercle éprouvera, croitra en même raiſon que le Couvercle, ce qui fera qu'une fort petite quantité d'Eau pourra ſoutenir, & même élever, un très grand Poids. 1450.

Soufflet Hydrostatique.

Les deux Planches circulaires AB, AB, qui ont quinze pouces de diamètre, ſont jointes enſemble par un Cuir, de maniére qu'elles forment une eſpéce de Soufflet cylindrique, propre à contenir de l'Eau. 1451. TAB. XLVII. Fig. 5.

Il y a dans la Planche ſupérieure une ouverture en *l*, à laquelle répond un Cylindre de cuivre qui tient à cette Planche, & eſt extérieurement taillé en vis, pour que le Tuyau F, qui eſt de la même longueur que le Tuyau employé dans l'Expérience précedente, puiſſe être joint à la Machine.

6. Experience.

Si l'on verſe de l'Eau dans la Machine par le Tuyau, l'Eau qui ſera dans le Tuyau, pourra ſoutenir les Poids P, P, P, P, P, qui valent enſemble trois cens livres. Ces Poids font monter l'Eau dans l'Entonnoir, mais à une très petite hauteur. En continuant à verſer de l'Eau dans le Tuyau, on peut auſſi élever les Poids. 1452.

Toutes ces Propoſitions, quoique paradoxes, ſont fondées ſur la nature même de la Fluidité. Une Goutte quelconque, qui eſt en repos, tâche à s'écarter de tous cotez avec une égale Force *; cela étant, ſi elle eſt preſſée d'un coté, elle preſſera à ſon tour de ce coté, à cauſe de l'égalité conſtante qu'il y a entre la Réaction & l'Action, & tâchera, avec la même Force, de s'écarter de tous les autres cotez. Dans la premiére Expérience, l'Eau qui touche le Fond, & qui répond au Tuyau, ſoutient le Poids de la Colomne d'Eau contenüe dans le Tuyau & continuée juſqu'au Fond; c'eſt avec cette Force que la Colomne preſſe le Fond, comme auſſi l'Eau voiſine, laquelle, ne pouvant s'échapper, déploye la même Force ſur le Fond, & ſur l'Eau qui 1453. * 1418.

lui eſt voiſine, & ainſi de ſuite: ce qui prouve, que ſur tous les points du Fond il y a une Preſſion, égale à celle qui agit ſur les points qui répondent à la Colomne d'Eau qui eſt dans le Tuyau; & que, par conſéquent, ce Fond n'eſt preſſé ni plus ni moins, que ſi une Colomne d'Eau, de la même hauteur que celle de l'Eau qui eſt dans le Tuyau, & dont la baſe ſeroit le Fond même, preſſoit ſur ce Fond.

1454. Un raiſonnement tout pareil ſert d'éclairciſſement aux Expériences 5 & 6.; car il eſt évident que l'Eau pouſſe en haut chaque point du Couvercle, avec la même Force avec laquelle l'Eau, qui eſt arrêtée dans l'ouverture du Couvercle, eſt pouſſée en bas par l'Eau ſupérieure qui remplit le Tuyau.

1455. Dans la ſeconde Expérience il faut concevoir le Cylindre A continué juſqu'à la ſuperficie de l'Eau. Par là l'Eau extérieure ſe trouvera ſéparée de celle qui eſt contenüe dans le Cylindre, & cette derniére preſſera ſeule le Fond, qui en ſoutiendra toute la Preſſion. L'Eau, contenüe dans le Cylindre, preſſe les parois du Cylindre; celle qui eſt autour de ce Cylindre le preſſe en dehors; & chaque point de la ſuperficie intérieure du Cylindre eſt preſſé, avec la même Force avec laquelle chaque point correſpondant de la ſuperficie extérieure eſt preſſé par l'Eau extérieure, ſi bien qu'en ôtant les ſuperficies, c'eſt-à-dire la continuation du Cylindre, les Preſſions s'entre-détruiroient. Ainſi, que le Cylindre ſoit continué ou non, l'Action ſur le Fond reſtera toujours la même.

1456. Dans la troiſiéme Expérience, le Poids mis dans le Baſſin eſt non ſeulement ſoutenu par l'Eau qui eſt dans le Seau, mais auſſi par l'Action de la ſuperficie inférieure du Cylindre G ſur l'Eau: Action qui eſt égale à celle de l'Eau ſur cette ſuperficie, qui eſt preſſée par l'Eau, de la même maniére que le Couvercle en eſt preſſé dans la 5me Expérience.

1457. On peut déduire ſans peine de l'égalité de l'Action d'un Fluide vers tous les cotez, que la Preſſion latérale, dont il a été parlé dans la 4me Expérience, eſt égale à celle qui eſt dirigée vers en haut ou vers en bas; ainſi il eſt clair, qu'elle ne dépend aucunement de la capacité du Vaiſſeau; & qu'il eſt auſſi aiſé de ſoutenir la Preſſion de la Mer entiére que celle du moindre Ruiſſeau, pourvû que la hauteur de l'Eau ſoit la même, & qu'on faſſe abſtraction du mouvement de la Mer.

Quoi-

Quoique les Actions, dont nous venons de parler, dépendent immédiatement de la Gravité des Fluides, il faut cependant les distinguer de la Pesanteur de ces Fluides, laquelle est toujours proportionelle à la quantité de leur Matiére *. 1458.

* 1411.

CHAPITRE III.

Des Solides plongez dans des Fluides.

NOus avons prouvé ci-dessus, que la différente Pesanteur des Corps, tant Fluides que Solides, venoit de ce qu'ils contenoient, dans un espace égal, une plus grande ou une moindre quantité de Matiére *.

* 156.

1. Definition.

On appelle Densité d'un Corps, la quantité de Matiére de ce Corps, considerée relativement à son Volume, c'est à-dire, à l'espace occupé par ce Corps. 1459.

On dit que la Densité d'un Corps est double ou triple, &c. de celle d'un autre Corps, quand la quantité de Matiére est double, ou triple, &c. les Volumes étant égaux.

2. Definition.

Un Corps est appellé homogène, quand il est de même Densité dans toutes ses Parties. C'est dans ce sens que nous prenons le mot homogène, & pour l'appliquer à un Corps, nous n'exigeons aucune autre condition. Par cela même 1460.

3. Definition.

Nous appellons hétérogène, un Corps dont toutes les Parties ne sont pas d'égale Densité. 1461.

4. Definition.

On nomme Gravité spécifique d'un Corps, le Poids de ce Corps, considéré relativement à son Volume. 1462.

Ainsi la Gravité spécifique est double, quand, le Volume restant le même, le Poids est double.

Cela étant, *les Gravitez spécifiques, & les Densitez des Corps, dans les Corps homogènes, sont entr'elles en même raison, qui est celle des Poids des Corps égaux quant au Volume.* 1463.

Si des Corps homogènes sont de même Pesanteur, les Volumes 1464.

seront

ſeront d'autant plus petits, que les Denſitez ſeront plus grandes; & la Peſanteur reſtant la même, le Volume diminüe dans la même raiſon dans laquelle la Denſité augmente; d'où nous inférons, que les Volumes ſont, en ce cas, *en raiſon inverſe des Denſitez.*

Il ſuit de là, que les raiſons des Poids, des Volumes & des Denſitez, ſont liées enſemble, de ſorte que, deux de ces raiſons étant données, on peut trouver la troiſiéme.

1465. *Les Poids ſont en raiſon compoſée des Volumes & des Denſitez.*

1466. *Les Volumes ſont en raiſon directe des Poids, & en raiſon inverſe des Denſitez.*

1467. Enfin *les Denſitez ſont en raiſon directe des Poids, & en raiſon inverſe des Volumes.*

1468. *Quand un Solide eſt plongé dans un Fluide, ce Fluide le preſſe de tous cotez, & cette Preſſion croit en même raiſon que la hauteur du Fluide au deſſus du Solide.* C'eſt ce qu'on peut inférer de ce qui a été dit dans le Chapitre précedent, & prouver directement par l'Expérience ſuivante.

1. EXPERIENCE.

1469. TAB. XLVIII. Fig. 2. On lie au bout du Tuyau de verre BC, un Sachet de cuir S, rempli de Mercure; on pourroit ſe ſervir auſſi d'une Veſſie; on plonge le Sachet dans l'Eau, mais enſorte que le bout C du Tuyau reſte hors de l'Eau. Le Mercure monte dans le Tuyau par la Preſſion de l'Eau ſur la ſuperficie du Sachet, vient juſqu'en *m*, & en général ſuit en montant la même raiſon que la hauteur de l'Eau au deſſus du Sachet.

Quand un Solide eſt plongé dans un Fluide à une grande profondeur, la Preſſion que ce Corps éprouve en deſſus, ne

1470. diffère guères de celle qu'il éprouve en deſſous; ainſi *des Corps plongez à une grande profondeur, ſont en quelque maniére également preſſez de tous cotez.* Or *une Preſſion, égale de tous cotez,*

1471. *peut être ſoutenüe par des Corps mous, ſans qu'ils changent de figure, & par des Corps très fragiles, ſans aucune ſéparation de parties.*

2. EXPERIENCE.

1472. Fig. 3. On renferme dans une Veſſie remplie d'Eau, un Oeuf, & un morceau de Cire molle, de figure irréguliére; après avoir bien fermé la Veſſie, on la met dans la Boëtte de cuivre A; nous

nous

nous ſervons du Cylindre dont il a été parlé *, garni de ſon Couvercle, mais ſans Fond mobile, & ſans l'Anneau auquel les pieds ſont attachez, & nous plaçons ce Cylindre renverſé ſur un Anneau de bois *. Le Couvercle de bois, qui eſt repréſenté ſéparément en B (*Fig.* 4.), ſert à couvrir le Cylindre, mais de maniére que le Couvercle ſoit ſoutenu par la Veſſie; on met deſſus ce Couvercle un Poids P, de cent ou de cent cinquante livres, on pourroit même prendre un Poids encore plus grand, ſans que l'Oeuf ſoit caſſé, ou que la figure de la Cire ait éprouvé quelque changement. * 1433. * 1440.

1473. TAB. XLVIII. Fig. 5. *La figure même d'une Goutte de quelque Fluide que ce ſoit, ne ſçauroit être changée par la Preſſion d'un autre Fluide, ſi cette Preſſion eſt égale de tous cotez.* Soit la Goutte de figure irréguliére A, qu'un autre Fluide preſſe également de tous cotez, *la direction de la Preſſion eſt, dans tous les points, perpendiculaire à la ſuperficie*; ſi on le nie, il faudra réſoudre la Preſſion en deux *, dont l'une agiſſe perpendiculairement à la ſuperficie, & dont l'autre y ſoit parallèle, & par cela même ne produiſe aucune Action ſur la ſuperficie; & il ne reſtera que celle qui agit perpendiculairement. Suppoſons qu'il y ait Preſſion ſur le point B; la petite Goutte preſſée preſſe de tous cotez avec la même force *, & les Gouttes qu'elle preſſe agiſſent de même; ainſi la Preſſion eſt d'abord répandüe dans toutes les parties de la Goutte totale; & la particule D, par exemple, qui eſt preſſée également de tous cotez dans la Goutte, tache de s'éloigner par DE, avec la force avec laquelle elle eſt preſſée, c'eſt à dire, avec la force avec laquelle eſt preſſée extérieurement la particule B; mais nous ſuppoſons que la particule D eſt preſſée avec la même force, ſuivant la direction ED; par conſéquent la particule D doit reſter en repos. La même Démonſtration eſt applicable au point F, comme auſſi à tout autre point de la ſuperficie; ainſi il ne ſçauroit y avoir aucun mouvement dans la Goutte. 1474. * 319. * 1418.

1475. *Un Solide dont la Gravité ſpécifique eſt plus grande que celle d'un Fluide, étant plongé dans ce Fluide à une hauteur quelconque*, eſt pouſſé en bas par une Preſſion qui vaut le Poids de la Colomne formée par le Corps & par le Fluide qui eſt au deſſus. Le Poids d'une Colomne ſemblable, mais toute compoſée du Fluide, eſt égal à la Force avec laquelle le Corps eſt pouſſé par le Fluide de bas en haut *. Mais comme on * 1431. 1468.

ſuppoſe que le Corps a plus de Gravité ſpécifique que le Fluide, cette derniére Force eſt moindre que l'autre, & le Corps *deſcend.*

1476. Par un raiſonnement tout pareil, on démontre qu'*un Solide dont la Gravité ſpécifique eſt moindre que celle du Fluide où il eſt plongé, doit monter juſqu'à la ſuperficie ſupérieure du Fluide.*

1477. Que *ſi l'on ſuppoſe que le Solide & le Fluide ſont de même Gravité ſpécifique, ce Corps* ne montera, ni ne deſcendra, mais *reſtera ſuſpendu dans le Fluide à la hauteur où on l'aura mis* ; & le Fluide ſoutiendra tout le Corps ; auquel cas le Fluide, à cauſe de l'égalité des Gravitez ſpécifiques, ſoutient un Poids égal à celui de la quantité du Fluide qu'il faudroit pour remplir l'eſpace occupé par le Solide. Or un Fluide agit de même ſur tous les Solides égaux, plongez à la même profondeur, & les ſoutient tous également ; donc

1478. *tout Corps plongé dans un Fluide, perd de ſon poids autant que peſeroit le Fluide qui pourroit remplir l'eſpace occupé par le Corps.*

1479. A la vérité le Corps ne perd pas cette partie de ſon Poids qui eſt ſoutenüe par le Fluide ; mais il deſcend dans le Fluide, & tire une Corde qui le ſoutient, comme ſi réellement ſon Poids étoit diminué d'autant.

BALANCE HYDROSTATIQUE.

1480. Il faut joindre à la Colomne C * la petite Colomne G *, après avoir mis entre deux l'Anneau E *. A la derniére de ces Colomnes doit être appliqué le Bras A, qu'on affermit par le moyen de l'Ecrou F *.

TAB. XLIX. Fig. 1. * 162. * 163. * 170. * 164.

Nous ſuſpendons la Balance *l* à deux Cordons, pour empêcher le mouvement horizontal du Fleau ; dans cette même vüe, nous introduiſons l'Anneau *i*, auquel tient la chaſſe de la Balance, dans la petite Règle de bois BB, & nous ſoutenons cet Anneau par le moyen de la cheville *b*, qui traverſe l'Anneau & la Règle.

1481. On peut empêcher encore d'une autre maniére le mouvement horizontal de cet Anneau, ſçavoir, en le ſuſpendant à deux Crochets attachez à la Règle BB, ou à un Fil d'archal, comme cela eſt repréſenté dans la *Planche LII.*

1482. Les Cordons par leſquels la Règle eſt ſoutenüe ſont parallèles, & paſſent ſur des Poulies attachées au Bras A ; de là on les fait deſcendre, & paſſer ſous deux Poulies attachées au bas & à coté de la Colomne C, & dont une eſt repréſentée en S. Ces Cordons, qui deviennent alors horizontaux, tiennent à la petite

te Règle de bois T, qui eſt attachée au Crochet du Poids P, qui eſt de ſix ou de huit livres.

En retirant ou en avançant ce Poids, on hauſſe ou l'on baiſſe la Balance, comme on le juge à propos. 1483.

Pour ſuſpendre les Baſſins, il ne faut pas ſe ſervir de Cordons, mais de petites Chaînes; ces Baſſins ont au centre de leur ſurface inférieure des Crochets, & ont outre cela, vers les bords de la même ſurface, trois pieds, hauts d'un demi pouce, pour les ſoutenir quand ils ne ſont plus ſuſpendus. 1484.

On fait tenir aux Crochets des Baſſins les Fils de cuivre *a*, *a*, dont les bouts inférieurs ſont pliez, enſorte qu'ils forment les Crochets *c*; mais c'eſt ce qui ſe voit plus diſtinctement dans la *Fig.* 2. où la même Balance, dont il s'agit ici, eſt repréſentée.

Il faut joindre à la Colomne C la Planchette HLH, entourée d'un rebord, & qu'on peut affermir à différentes hauteurs; c'eſt ſur cette Planchette que nous plaçons les Baſſins de la Balance, qu'on hauſſe tant ſoit peu, quand on veut attraper l'équilibre, & dont la Planchette empêche le trop grand mouvement. Cette derniére eſt percée en *m* & *m*; les trous répondent aux Crochets des Baſſins, & les Fils de cuivre *a*, *a*, paſſent par ces trous. 1485.

Il arrive très ſouvent que la Table, ſur laquelle eſt affermie la Colomne C, n'eſt pas exactement horizontale; en ce cas, les trous de la Planchette ne répondent pas exactement aux Crochets. Pour prévenir cet inconvenient, il faut prendre quelques précautions dans la conſtruction de la Planchette. Nous repréſentons ſéparément le Bras DO, qui ſoutient la Planchette; la queüe de ce Bras traverſe une ouverture qu'il y a dans la Colomne, & eſt affermie par le moyen de la Vis OQ, comme nous l'avons dit dans un autre endroit *. Pour le Bras même, il eſt percé de part en part, & la fente s'étend depuis *d* juſqu'en *d*. 1486. * 167.

La ſurface inférieure de la Planchette HLH, eſt auſſi repréſentée ſéparément. Sur cette ſurface ſont attachées deux Règles, entre leſquelles la Plaque de bois I peut ſe mouvoir de la longueur d'un peu plus qu'un pouce; cette même Plaque peut être affermie dans chaque point de ce petit eſpace; pour cet effet, on y adapte une petite Plaque de cuivre *q*, garnie d'une ouverture, que traverſe la Vis *o*, qui

tient à la Planchette H L H; c'eſt par le moyen de cette Vis qu'on affermit la Plaque de bois I, au milieu de laquelle eſt fermement attachée à angles droits la Lame de cuivre *n*, avec ſa Vis *p*.

Quand on applique la Planchette au Bras D O, on introduit la Lame *n* dans la fente *d d*, où elle peut ſe mouvoir par un eſpace qui excéde auſſi tant ſoit peu la longueur d'un pouce. On affermit cette Lame par la Vis *p*, à l'aide de l'Ecrou *g*, après avoir mis entre deux la petite Plaque *h*, pour ne point endommager le bois.

1487. Quand la Planchette eſt jointe à la Colomne C, on peut, en relâchant un peu les Vis *o* & *p*, l'en éloigner, ou l'en approcher, par le mouvement de la Lame *n*, dans la fente *d d*; il y a moyen auſſi, par le mouvement de la Plaque de bois I entre les Règles, de donner à la Planchette un mouvement latéral. Ainſi rien n'eſt plus facile que de diſpoſer les trous, enſorte qu'ils répondent aux Crochets des Baſſins.

3. Expérience.

1488. TAB. XLVIII. Fig. 6. Nous nous ſervons dans cette Expérience de la Balance Hydroſtatique qui vient d'être décrite. Il eſt néceſſaire outre cela, d'avoir un Cylindre de cuivre C, très bien fait, dont la baſe ſupérieure, que nous n'avons pas pû repréſenter, ait au centre un petit Crochet. Au centre de la baſe inférieure il y a un trou *a*, par lequel on fait paſſer de la dragée de plomb dans le Cylindre, ce qui en varie le poids à diſcrétion. La Vis *b* dont la tête entre dans la baſe, de façon à ne former avec elle qu'une même ſuperficie, ſert à fermer le trou.

1489. Le Cylindre creux E, auſſi de cuivre, eſt ouvert par en haut, & garni de l'Anſe F, pour pouvoir être ſuſpendu par le moyen du Crin N. La ſurface intérieure de ce Cylindre, dont la capacité eſt exactement remplie par le Cylindre C, eſt très polie; au reſte, pour que l'air n'empêche pas qu'on n'introduiſe & qu'on ne retire le Cylindre C, on fait au centre de la baſe du Cylindre E, un trou qui ſoit exactement fermé par la Vis *d*, afin qu'en ôtant cette Vis, l'air puiſſe librement entrer & ſortir. On attache le Crin M à la Vis *d*.

1490. TAB. XLIX. Fig. 1. * 1489. * 1488. On attache au Crochet d'un des Baſſins de la Balance, le Crin qui tient à l'Anſe du Cylindre ouvert *, que nous déſignons dans cette Fig. par la lettre N; enſuite on attache le Cylindre fermé R *, au Crin qui tient au fond du Cylindre N,

N, & par le moyen du Poids X, mis dans l'autre Baſſin, on retablit l'équilibre. On hauſſe alors la Balance *, & on met le Verre V, qui contient de l'Eau, au deſſous du Corps R, qu'on laiſſe deſcendre dans l'Eau, en abaiſſant la Balance; ce qui detruit l'équilibre, à cauſe que le Cylindre R eſt en partie ſoutenu par l'Eau: mais l'équilibre perdu ſe retrouve, ſi l'on remplit d'Eau le Cylindre N; qui contient la quantité d'Eau, requiſe pour remplir le lieu occupé par le Cylindre R. * 1483.

5. Definition.

On appelle Gravité reſpective d'un Corps, le Poids que ce Corps conſerve, étant plongé dans un Fluide. 1491.

Ainſi *la Gravité reſpective eſt l'excès de la Gravité ſpécifique du Solide par deſſus la Gravité ſpécifique du Fluide*; à cauſe que le Solide perd une partie de ſon Poids, égale au Poids du Fluide qui occuperoit ſa place. 1492.

De là il ſuit que, *tous les Solides égaux, quoique de différente Gravité ſpécifique, perdent un Poids égal, quand ils ſont plongez dans le même Fluide* *. 1493. * 1478.

4. Experience.

Si l'on change le Poids du Cylindre C, en augmentant ou en diminuant le nombre des grains de plomb qui y ſont contenus *, & qu'on repéte la derniére Expérience, elle réuſſira préciſément de même. 1494. * 1488.

On peut inférer auſſi de ce que nous venons de dire, que *quelque différence qu'il y ait entre les Denſitez de divers Corps inégaux, les Poids que perdent ces Corps, étant plongez dans le même Fluide, ſont entr'eux en même raiſon que les Volumes.* Car c'eſt en cette raiſon que ſont les eſpaces qu'ils occupent dans le Fluide. 1495.

Par conſéquent, *des Corps de même Poids, mais de Denſité différente, perdent d'inégales parties de leur Poids, quand ils ſont plongez dans un même Fluide*, à cauſe de l'inégalité des Volumes. 1496.

5. Experience.

Deux petites Plaques de même Poids, l'une d'étain S, & l'autre de plomb P, étant ſuſpendües par des Crins aux Crochets de la Balance *, il y aura équilibre; mais cet équilibre ſera détruit, ſi, en abaiſſant la Balance, on laiſſe deſcendre les Corps dans l'Eau que contiennent les Verres V & V. 1497. TAB. XLIX. Fig. 2. * 1480.

1498. *Le même Corps, plongé dans des Fluides de différente Denſité,*
* 1478. *perd d'inégales parties de ſon Poids* *; ainſi quand deux Corps, de même Denſité & de même Peſanteur, ſont plongez dans des Fluides de Denſité différente, ces deux Corps ceſſent d'être en équilibre.

6. EXPERIENCE.

1499. Cette Expérience ſe fait de la même maniére que l'Expérience précedente; mais les deux Plaques ſont de plomb. Si on les plonge toutes deux dans l'Eau, l'équilibre reſte; mais il ne ſubſiſte plus, ſi on laiſſe deſcendre l'une dans de l'Eau, & l'autre dans de l'Eſprit de Vin.

1500. Quand un Corps, dont la Gravité ſpécifique ſurpaſſe celle d'un Fluide, eſt ſuſpendu dans ce Fluide, ce dernier agit ſur
* 1468. lui, de toutes parts, à proportion de ſa hauteur *, & le Corps déploye ſur le Fluide une Réaction, égale à l'Action qu'il éprou-
* 361. ve *; cela étant, ces Actions ſont préciſément, comme ſi l'eſpace occupé par le Corps, étoit rempli par une quantité de
1501. Fluide égale à l'étendüe du Corps; & par conſéquent *il n'importe aucunement, par rapport à la Peſanteur du Fluide, qu'un Corps, qui le ſurpaſſe en Gravité ſpécifique, y ſoit ſuſpendu, ou qu'on y ajoute la même quantité de Fluide qui rempliroit un eſpace égal à celui qui eſt occupé par le Corps.*

7. EXPERIENCE.

1502. On attache au Bras L d'une Balance le Verre V, entouré
TAB. L. Fig. 1. d'un anneau de cuivre, garni d'une anſe, & preſque rempli d'Eau; on plonge enſuite dans cette Eau le Cylindre de cuivre R, qui eſt ſoutenu par un Crin, pour qu'il ne touche point le fond du Verre, & par le moyen d'un Poids, mis dans le Baſſin oppoſé, on fait qu'il y ait équilibre. Cet équilibre eſt détruit, ſi l'on retire hors de l'Eau le Cylindre R; mais on le rétablit, en verſant dans le Verre la quantité d'Eau qui peut être contenüe dans le Cylindre creux N. Ce dernier eſt exactement rempli par le Cylindre R: car ce ſont les mêmes dont il
* 1488. a été fait mention ci-deſſus *. Si dans le tems qu'on fait l'Ex-
1489. périence ſuivante, on avoit auſſi deſſein de faire celle ci, la
* 1505. choſe ſeroit très facile, comme on va le voir *.

En comparant entr'eux les Articles 1478. & 1501., comme auſſi les Expériences 3. & 7., qui ſervent à confirmer ces Arti-
1503. cles, il paroit que *le Fluide acquiert le Poids que perd le Solide qu'on*

qu'on y a plongé. La Force de la Gravité eſt toujours proportionelle à la quantité de la Matiére, & ne change point par l'immerſion d'un Corps dans un Fluide ; ainſi la ſomme des Poids du Corps & du Fluide ne peut qu'être la même, avant & après l'immerſion.

8. Experience.

Tout étant diſpoſé comme dans la troiſiéme Expérience de ce Chapitre, à cette différence près, qu'au lieu de l'Anneau E (*Pl. XLIX. fig.* 1.) il faut affermir le Bras Q* entre les Colomnes C & G, & qu'au lieu de faire uſage du Cylindre creux, il faut ſuſpendre par un Crin, au Crochet *c*, le Cylindre R ; nous attachons au Crochet *v* du Bras Q, la grande Balance L*, dont nous avons déja parlé ; mais dans cette Expérience, & dans la précédente, le Verre V eſt plus petit que dans l'Expérience 3me du Chap. II. de ce Livre. La Balance *l* eſt miſe en équilibre, en chargeant le Baſſin I, des Poids Z & *p*, dont le dernier *p* eſt égal au Poids que le Corps R perd dans l'Eau : ces deux Poids ſoutiennent enſemble le Cylindre R. Il y a auſſi équilibre dans l'autre Balance L, entre le Verre V, qui contient de l'Eau, & le Baſſin oppoſé où eſt le Poids Y. On élève la Balance *l*, en retirant le Poids P *, & l'on tourne le Crochet *v*, de façon que le Verre V ſoit au deſſous du Cylindre R, ce qu'il y a toujours moyen de faire, pourvu qu'on prenne garde, en affermiſſant le Bras Q, d'en varier la direction, ſuivant ce qu'exige la longueur du Fleau L. Si l'on fait deſcendre la Balance *l*, afin que le Cylindre R ſoit plongé dans l'Eau que contient le Verre V, l'équilibre ſera détruit dans les deux Balances ; mais il ſera rétabli dans toutes deux, pourvû qu'on tranſpoſe le Poids *p*, du Baſſin I dans le Baſſin du Bras L. 1504. TAB. L. Fig. 2. * 165. * 1444. * 1483.

S'il étoit queſtion à préſent de faire l'Expérience précédente, il n'y auroit qu'à placer la Balance *l* ſur la Planchette HEH ; puiſqu'alors le Cylindre R ſeroit attaché à un Crochet fixe, & ſuſpendu dans le Verre V. 1505.

Un Corps, dont la Gravité ſpécifique eſt plus grande que celle du Fluide dans lequel il deſcend, eſt tiré en bas avec plus de force qu'il n'eſt pouſſé vers en haut, comme il a été expliqué * ; & la Gravité reſpective du Corps eſt égale à la différence de ces deux Forces. La premiére de ces Forces eſt compoſée en partie de la Peſanteur du Fluide qui eſt au deſſus 1506. * 1473.

du

du Corps; & le Corps peut être plongé à une telle profondeur, que la Pesanteur de ce Fluide soit égale à la Gravité respective dont nous venons de parler: en ce cas, si l'on ôte ce même Fluide qui est au dessus du Corps, le Corps sera soutenu par la Pression du Fluide inférieur.

1507. Si on enfonce le Corps à une plus grande profondeur, & qu'on empêche aussi que le Fluide ne presse la surface supérieure du Corps, (la Pression qui pousse le Corps en haut, étant * 1468. proportionelle à la profondeur à laquelle le Corps est plongé*) ce Corps sera poussé en haut avec plus de Force que sa Pesanteur ne lui en donnera pour descendre, & par conséquent montera, s'il n'est point retenu.

9. Experience.

1508. TAB. LI. Fig. 1. Il faut appliquer en dessous au Cylindre de verre C, ouvert des deux cotez, la Plaque de cuivre F, épaisse d'un quart de pouce. Si cette Plaque est très unie, & que le bord inférieur du Cylindre soit tel que, quand il est posé contre la Plaque, l'Eau ne puisse passer; & qu'outre cela la même Plaque ait à son centre un Crochet *v*, auquel elle soit suspendüe par un cordon, jusqu'à ce qu'elle soit enfoncée à la profondeur d'environ trois pouces, cette Plaque sera soutenüe par l'Eau, ce qui paroitra en lâchant le cordon. A une plus grande profondeur, la Plaque sera plus fortement pressée contre le Cylindre, & tombera, si la profondeur est moindre.

1509. La profondeur, à laquelle on enfonce la Plaque, doit être augmentée à proportion de son épaisseur & de sa densité. Par ex. si elle étoit d'Or; comme la Gravité spécifique de l'Or est à la Gravité spécifique de l'Eau, comme 19 à 1, & que par conséquent la Gravité respective de l'Or est à la Gravité spéci- * 1492. fique de l'Eau, comme 18. à 1. *; la Colomne d'Eau doit surpasser en hauteur dixhuit fois l'épaisseur de la Plaque d'Or, pour en avoir la Gravité respective. Il faut donc que la hauteur de l'Eau au dessus de la superficie supérieure de la Plaque d'Or, vaille au moins autant de fois l'épaisseur de cette Plaque. Nous supposons dans ce raisonnement, que la Plaque soit égale à la base du Cylindre: car si elle étoit plus grande, il faudroit augmenter la profondeur.

10. Experience.

1510. On plonge dans l'Eau le Cylindre A, avec son Fond mobile

bile, & garni, comme il a été dit *, de ſon Couvercle & du Tuyau F. Quand le Fond eſt parvenu à la profondeur d'un pied au-deſſous de la ſuperficie de l'Eau, il monte, quoique par le moyen d'une Vis, attachée en deſſous au centre du Fond, il ſoit tiré par le Poids P, qui augmente la peſanteur du Fond juſqu'au delà de deux livres, & qu'outre ce Poids à élever, il faille encore ſurmonter le frottement. TAB. L. Fig. 3. * 1433.

Tout Corps plongé perd de ſon Poids, autant que pèſe le Fluide qui rempliroit l'eſpace occupé par le Corps dans ce même Fluide *. C'eſt pourquoi ſi *un Corps* eſt *plus leger qu'un Fluide*, & par cela même monte, *il s'élevera en partie au deſſus de la ſuperficie du Fluide, & l'autre partie enfoncée ſera telle, que ſi l'eſpace qu'elle occupe étoit rempli par le Fluide, ce Fluide peſeroit préciſément autant que tout le Corps.* * 1478. 1511.

On peut auſſi déduire la même choſe immédiatement de l'Art. 1415.; car ſi, quand le Corps eſt en repos, l'immerſion n'en étoit pas telle que nous venons de dire, la ſurface horizontale que nous concevons dans le Fluide, appliquée en deſſous au Corps, ne ſeroit pas preſſée également dans tous ſes points.

La Règle touchant le Poids que perdent les Corps * eſt univerſelle. Un Corps plus leger que le Fluide où il eſt plongé, eſt pouſſé en haut, parce qu'il perd plus qu'il n'a; que ſi on l'empêche de monter, l'Action du Fluide ſera préciſément la même que celle qu'il produiroit ſur un Corps dont la Gravité ſpécifique ſeroit plus grande que la ſienne; & en ce cas la Règle peut auſſi être appliquée à un tel Corps. 1512. * 1478.

II Expérience.

Cette Expérience eſt peu différente de la 1re de ce Chapitre. Au lieu du Cylindre de cuivre, nous nous ſervons du Cylindre de bois *r*, qui eſt de même grandeur, & qui remplit auſſi exactement le Cylindre N, quand on l'y introduit. Au centre de la ſurface ſupérieure du Cylindre de bois, il y a un petit œuillet de la même matiere. On attache au Quadre A, qui eſt fait d'un Fil de laiton, la petite Boule *b*, qui eſt du même métal, pour augmenter le Poids. Ce Quadre doit être ſuſpendu dans l'Eau, par un crin attaché à la baſe du Cylindre N. Pour le Cylindre *r*, on l'introduit dans le Cylindre N, ou bien on le met 1513. Fig. 4.

dans le Baſſin B; après quoi on fait que la Balance *l* ſoit en équilibre.

On ôte *r*, & on l'attache, dans une ſituation renverſée, au Quadre A, par le moyen d'un petit Crochet placé en *d*, qu'on fait tenir dans l'œuillet que nous avons dit être à la baſe du Cylindre de bois. Ce Cylindre prend alors la ſituation marquée dans la Figure, & l'équilibre ceſſe; mais eſt réta-
* 1488. bli, comme dans la 1re Expérience *, ſi l'on remplit d'Eau le Cylindre N.

1514. Quand on a ôté le Cylindre *r*, & qu'on ne l'a pas attaché encore au Quadre A, l'équilibre eſt détruit; mais il y a moyen de le rétablir, en rempliſſant en partie d'Eau le Cylindre N. Alors le volume d'Eau dans N, eſt égal au volume plongé dans l'Eau, quand *r* nage librement ſur la ſurface de l'Eau: & le Poids de l'Eau qu'il faudroit encore mettre dans le Cylindre pour le remplir, vaut la Force avec laquelle *r* eſt pouſſé en haut, lorſque, étant attaché au Quadre A, il eſt retenu au-deſſous de la ſuperficie de l'Eau.

1515. Il ſuit de ce que nous venons de dire, que *quand des Corps nagent ſur la ſurface d'un même Fluide, leurs parties plongées dans ce Fluide, ſont entr'elles comme les Poids des Corps.* Cela étant, ſi, par l'addition de quelque Poids, on augmente la Peſanteur d'un Corps, la partie plongée augmentera en même
1516. raiſon; ainſi *les parties d'un Corps, que différens Poids font deſcendre dans un Fluide, ſont entr'elles en même raiſon que ces Poids.*

12. EXPERIENCE.

1517. TAB. LI. Fig. 2. On ajuſte à la Boule de cuivre G, qui eſt creuſe & legère, un Cylindre de même métal, auſſi creux, ouvert par en haut, & travaillé avec beaucoup de ſoin. La même Boule a auſſi une Queüe *cd*, placée vis-à-vis du Cylindre, & au bout de laquelle eſt attaché le petit Poids *d*.

Cette Machine eſt plus legère que l'Eau, & quand elle n'eſt point retenüe, le Cylindre, en nageant, prend toujours une ſituation verticale. La hauteur du Cylindre eſt diviſée en parties, dont chacune vaut un demi-pouce; & les diviſions ſont marquées

quées par des cercles, qui ſont horizontaux, quand la ſituation du Cylindre eſt verticale.

On met dans la Boule G autant de Dragée de plomb qu'il faut pour que la ſurface de l'Eau ſoit de niveau avec un des cercles. On détermine enſuite le Poids qui ſeroit néceſſaire pour que la Machine enfonçât juſqu'à la diviſion ſuivante. Cela étant, à chaque fois qu'on mettra ce Poids dans la Boule, la Machine baiſſera toujours de la même quantité, c'eſt-à-dire, que la ſuperficie de l'Eau touchera chaque fois le cercle ſuivant. Il faut employer dans cette Expérience de la Dragée fort fine.

Nous avons vû dans les Art. 1506. & 1507., qui ont été confirmez par les Expériences 9. & 10, comment un Corps, plus peſant qu'un Fluide, en eſt ſoutenu, & nage en quelque ſorte; par une Méthode toute ſemblable, un Corps plus leger qu'un Fluide peut être retenu au fond; dans le premier cas, on ôte la Preſſion du Fluide ſupérieur, au lieu que, dans le dernier, c'eſt la Preſſion du Fluide inférieur qui pouſſe le Corps en haut, qu'il eſt queſtion d'ôter. 1518.

13. Experience.

La Plaque de cuivre *bc*, parfaitement unie, & attachée au Soutien A, reſte au fond du Verre V; une Plaque toute pareille forme, avec le Cylindre de bois *f*, qui eſt entouré d'un morceau de liége, un Corps plus leger que l'Eau; la derniére de ces Plaques doit être exactement ajuſtée ſur l'autre, & pendant qu'on verſe de l'Eau dans le Verre, il faut arrêter le liége avec une baguette. Quand on a retiré la baguette, le Corps en queſtion reſte au-deſſous de l'Eau, & ne monte que lorſqu'on fait gliſſer la Plaque ſupérieure, enſorte que l'Eau puiſſe déployer ſa Preſſion contre cette Plaque qui eſt attachée au liége. Afin que l'Expérience réuſſiſſe, il faut que les Plaques puiſſent être appliquées exactement l'une ſur l'autre. Pour repéter l'Expérience, il ſuffit d'appliquer l'une ſur l'autre les Plaques, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'ôter l'Eau. 1519. TAB. LI. Fig. 3.

CHAPITRE IV.

De la maniére de determiner le poids des Corps.

1520. NOus avons déja obſervé ci-deſſus *, que c'étoit par le
* 179. moyen d'une Balance qu'on connoiſſoit les Poids des Corps; & à cette occaſion nous avons traité aſſez au long des propriétez de cet Inſtrument, & de tout ce qui étoit requis pour qu'il fût ſans défauts: mais nous n'avons encore rien dit juſqu'à préſent de ſon uſage, quand il eſt queſtion de déterminer préciſément les Poids des Corps.

1521. Ce qui a été dit dans le Chapitre précédent, nous fournit une Méthode de peſer des Corps avec la derniére exactitude. Nous allons décrire cette Méthode, à cauſe que nous en aurons beſoin dans les deux Chapitres ſuivans.

1522. Il faut d'abord une Balance qui ſoit d'un ouvrage achevé; laquelle, miſe en équilibre avant que d'être chargée de Poids, revienne à l'équilibre toutes les fois qu'on l'en fait ſortir. Pour ne pas augmenter inutilement la difficulté, nous parlons ici d'un petit mouvement qu'on lui donne pour la faire ſortir d'équilibre. Il faut outre cela que la cinquantiéme partie d'un Grain, ou quelque choſe de moins, ſuffiſe pour troubler l'équilibre, quand même la Balance ſeroit chargée de trois ou de quatre onces dans chaque Baſſin.

On a de la peine à trouver une Balance qui ſatisfaſſe à la premiére de ces conditions, & quand elle manque, la ſeconde ne ſçauroit s'y trouver.

1523. Secondement, il faut des Poids exacts. La maniére la plus commode de comparer enſemble différens Poids, c'eſt d'exprimer ces Poids par des Grains.

Voici les Poids que j'employe. Un de mille Grains; un de 500. Gr.; un de 400. Gr.; deux de 200. Gr.; deux de 100. Gr.; deux de 50. Gr.; deux de 30. Gr.; deux de 20. Gr.; deux de 10. Gr.; & pluſieurs autres moindres, comme de ſix, de cinq, de quatre Grains, &c. mais aucun au deſſous d'un Grain.

Grain. Ces Poids doivent être tels, qu'il y ait équilibre entr'eux, toutes les fois que le même nombre de Grains eſt mis dans les deux Baſſins de la Balance, en variant ce nombre à diſcrétion.

C'eſt à l'Ouvrier à nous fournir la Balance & les Poids; ce qui nous reſte à faire, eſt d'expliquer la maniére de s'en ſervir, pour parvenir au but que nous nous ſommes propoſé.

1524. Nous ſuſpendons la Balance, comme il a été dit *. La longueur du Fleau eſt de huit pouces; l'Anſe en *o* eſt faite en forme d'anneau, afin d'appercevoir plus diſtinctement quand la Languette répond à l'Indice ajuſté au haut de l'Anſe il faut laiſſer l'Anſe. La Languette & l'Aiguille ne ſont pas trop minces, & ont la même épaiſſeur. Leurs pointes ſont émouſſées, & paſſent très près l'une de l'autre: de cette manière on peut appercevoir très diſtinctement ſi la Balance eſt en équilibre.

TAB. LII. Fig. 1. * 1480.

1525. Il faut paſſer les Cordons qui ſoutiennent la Balance, ſur les Poulies indiquées dans un autre endroit *, & les attacher au Crochet *v*. Ce Crochet peut être pouſſé en avant, ou retiré en arriére, par le moyen de la Vis P; mais ce mouvement, qui ſert à hauſſer ou à baiſſer la Balance, ne va pas au-delà d'un pouce & un quart. Quand la Balance doit être hauſſée ou baiſſée davantage, on fait mouvoir le Tuyau S le long de la Verge quarrée de fer VK. Ce Tuyau, auquel eſt attaché tout ce qui ſert au mouvement du Crochet *v* & de la Vis P, & qu'on affermit avec la Vis *q*, eſt repréſenté ſéparément dans la *Fig.* 3. D'ailleurs, la conſtruction de ce Tuyau, & de tout ce qui y eſt joint, n'a pas la moindre difficulté.

* 1482.

1526.

1527. Dans le coin E de la Planchette HEH, eſt pratiqué un Tuyau de cuivre, qui, pour mieux tenir, eſt attaché à une Plaque quarrée, affermie dans le bois; le Tuyau ſe voit en *f*, & la Plaque en *e* (*PL. XLIX. Fig.* 1.); à travers ce Tuyau paſſe la Verge de cuivre *hl*, qu'on fait tourner ſur ſon axe, par le moyen de la Tête I.

1528. Le Tuyau Q peut ſe mouvoir le long de cette Verge, & cependant y tenir aſſez bien, en quelque endroit qu'on l'y applique, à cauſe que ſes bouts ſont fendus & élaſtiques. A ce Tuyau eſt joint l'Indice T, dont le mouvement eſt horizontal, quand celui de la Tête I fait tourner la Verge *hl* autour de ſon axe.

1529. Il faut ſuſpendre au Crochet *d*, du Fil de laiton *ad* *, la

* 1484.

Verge de cuivre *r s*, qui eſt percée à ſes deux bouts; la longueur de cette Verge eſt d'un peu plus que quatre pouces. On la couvre de papier, pour qu'on y puiſſe marquer aiſément les diviſions dont il ſera parlé dans la ſuite.

1530. Dans le cas dont il eſt queſtion à préſent, on ôte le Corps L, & on introduit dans l'ouverture *s*, le bout *p*, du Fil de laiton *p n*, qui eſt plié en crochet.

La longueur de ce Fil eſt d'environ cinq pouces. A ſon bout inférieur eſt attachée la petite Boule de cuivre *g*, dont le diamètre ne ſurpaſſe pas un quart de pouce.

Il faut que ce Fil ſoit par-tout exactement de la même épaiſſeur, & qu'il ſoit tel, qu'une de ſes parties, dont la longueur ſeroit d'un pouce, ne pèſe que tant ſoit peu plus que quatre grains.

1531. On laiſſe deſcendre *p g* dans l'Eau contenüe dans un Verre, & on a ſoin de diſpoſer tout, enſorte que *p g* ſoit preſque entiérement ſous l'Eau, quand les Baſſins ſont appuyez ſur la Planchette H E H.

1532. On attache la petite Boule de cuivre F au Crochet *c*; car nous ne faiſons uſage ici, ni du Corps R, ni du Verre dans lequel il eſt ſuſpendu. F doit avoir le Poids requis pour être en équilibre avec tout ce qui eſt attaché au Baſſin oppoſé, quand la Balance eſt hauſſée au point que la moitié du Fil *p n* ſoit dans l'Eau. L'Indice T s'applique au point a, qu'on a eu ſoin de marquer au milieu de la Verge *r s*, pour ſervir de commencement aux diviſions.

1533. Tout étant ainſi diſpoſé, on mêt un grain dans le Baſſin d, & on hauſſe la Balance; par ce mouvement on tire le Fil *p n* hors de l'Eau, ce qui augmente le Poids de ce Fil, enſorte que l'équilibre ſe trouve retabli, quand la Balance eſt élevée à la hauteur d'environ deux pouces. On marque alors le point *s*, qui répond à l'Indice T. On tranſpoſe le grain, du Baſſin d dans l'autre Baſſin, & l'on baiſſe la Balance, juſqu'à ce qu'il y ait de nouveau équilibre, après quoi on marque le point *r*. Les diſtances a*r* & a*s* ſont égales, & il faut repéter cet Eſſai pluſieurs fois, afin qu'il ne reſte aucun doute touchant la diſtance qu'il y a entre *r* & *s*.

1534. Les diſtances a*r* & a*s* répondent à un grain, & ſont partagées l'une & l'autre en vingt parties, dont chacune ſert à marquer

quer 0, 05. de gr. & peut à ſon tour être ſubdiviſée en cinq autres parties; ce qui peut ſe faire à l'œil, ſans courir riſque d'aucune erreur ſenſible.

Le commencement des diviſions, en montant & en deſcendant, eſt en a. Nous appellerons la partie qui eſt entre a & *r*, l'Echelle qui va en montant, & celle qui eſt entre a & *s*, l'Echelle qui va en deſcendant. 1535.

Maniére de Peser.

Quand il s'agit de déterminer le Poids d'un Corps, on mêt la Balance en équilibre, & on applique l'Indice, comme il a été dit dans l'Art. 1532. On baiſſe la Balance *, juſqu'à ce qu'elle ſoit peu éloignée de la Planchette H E H. Enſuite on mêt dans le Baſſin d le Corps qu'on veut peſer, & dans le Baſſin e des Poids, mais un peu moins qu'il n'en faut pour ſoutenir le Corps; enſorte pourtant que la différence n'aille pas à deux grains. Par le mouvement du Tuyau S, on hauſſe la Balance, juſqu'à ce qu'elle atteigne preſque l'équilibre *; alors, après avoir affermi S, on mêt la Balance dans un parfait équilibre par le moyen de la Vis P, *. L'Indice T marque de quoi il faudroit augmenter ou diminuer le Poids, placé dans le Baſſin e. Par Ex. ſi l'Indice répond à la diviſion 36. de l'Echelle qui va en deſcendant, & que les Poids placez dans la Balance vaillent 1095. grains, le Poids à ajouter eſt de trente & ſix centiémes parties d'un grain, & le Poids du Corps de 1095. grains, avec 0, 36. S'il s'agiſſoit de l'Echelle qui va en montant, le Fil *st*, étant plongé plus en avant, peſeroit moins; & il faudroit ſouſtraire le nombre marqué par l'Indice. Dans le dernier Exemple, le nombre cherché auroit été 1094, 64. Si l'on avoit mis le Corps dans le Baſſin e, & les Poids dans le Baſſin d, l'Echelle qui va en deſcendant marqueroit ce qu'il faut ôter, & l'autre Echelle, ce qu'il faudroit ajouter au Poids qui eſt en d. Voici encore quelques remarques auxquelles il faut faire attention dans la pratique. 1536. * 1526. * 1526. * 1525.

Il faut frotter d'huile le Fil de laiton *pn*, avant que de le plonger dans l'Eau, & eſſuyer enſuite ce Fil avec un linge, ce qui n'ôtera pas tellement l'huile, qu'il n'en reſte autant qu'il eſt néceſſaire: il faut de plus hauſſer la Balance très lentement. Ces précautions doivent être obſervées, pour que l'Eau ne reſte pas attachée au Fil *pn*, lorſqu'on l'en retire; ſi néanmoins 1537.

cela

cela arrive, ce qu'on apperçoit d'abord (à cauſe que l'Eau ſe ſépare en gouttes très viſibles, quoique petites,) il faut baiſſer de nouveau la Balance, & la hauſſer plus lentement que la premiére fois. C'eſt un moyen ſûr de remédier à cet inconvénient.

1538. Il eſt bon d'obſerver outre cela, que quand il eſt queſtion de faire répondre l'Indice T au commencement des diviſions, ou quand on examine à quelle diviſion il répond, il faut l'approcher du Cylindre; mais durant le mouvement de la Balance on l'éloigne, en tournant la Tête I.

1539. Quand la Balance ſe retrouve en équilibre, il faut, à plus d'une repriſe, lui donner un petit mouvement, pour voir ſi elle réprend ſon équilibre; car cet équilibre eſt détruit par la moindre petite choſe qui pourroit être attachée à l'axe: inconvénient auquel le mouvement que nous venons d'indiquer remédie, en ce qu'il écarte ce qui détruiſoit l'équilibre.

1540. Il faut prendre garde que la Balance n'ait pas un mouvement trop grand, ce qui pourroit arriver quand elle eſt hauſſée, * 1531. car la Planchette HEH, étant une fois affermie *, doit garder ſa ſituation. Pour prévenir ce mouvement trop grand, * 167. nous ajoutons à la Colomne C le Bras M *, auquel eſt jointe la Lame de cuivre recourbée *xy*, dont le milieu eſt garni d'une queüe qui traverſe le Bras, afin que la Lame puiſſe être affermie par le moyen de l'Ecrou m. Aux deux bouts de cette Lame il y a deux petites Règles de cuivre *t*, *z*, qui y ſont jointes à angles droits, & qui ſont parallèles au Bras M.

Ce Bras, quand on a hauſſé la Balance, doit être affermi dans l'endroit de la Colomne qu'il faut, pour que les Règles *t* & *z* ſoient peu éloignées du fleau, afin que ce fleau ne ſoit ſuſceptible que d'un petit mouvement.

CHAPITRE V.

De la manière de comparer enſemble les Denſitez des Fluides.

COmme la Denſité d'un Corps, dont le volume eſt donné, eſt proportionelle au Poids de ce Corps, on pourra, en com-

comparant enſemble les Poids de différens Corps égaux, découvrir leurs Denſitez*. Cela étant, *ſi l'on remplit exactement d'un Fluide un Vaiſſeau quelconque, & qu'on pèſe ce Fluide; ſi l'on remplit enſuite ce même Vaiſſeau d'un autre Fluide, qu'on pèſe auſſi; les Poids de ces Fluides ſeront comme leurs Denſitez.* Mais comme cette Méthode eſt ſujette dans la pratique à pluſieurs inconvéniens, nous ne nous y arrêterons pas davantage. * 1463. 1541.

Quand les Preſſions de deux Fluides ſont égales, les quantitez de matiére dans deux Colomnes, qui ont des baſes égales, ſont auſſi égales entr'elles *, & ces Colomnes ſont de même Poids; ainſi les Volumes, qui ſont comme *les Hauteurs* des Colomnes, *ſont en raiſon inverſe des Denſitez* *; d'où l'on déduit une Méthode de comparer entr'elles ces Denſitez, dans des Tuyaux qui communiquent enſemble, ſans qu'il ſoit néceſſaire que les baſes des Colomnes ſoient égales; c'eſt-à-dire, qu'il eſt indifférent que les diamètres des Tuyaux ſoient égaux, ou non: cette inégalité ne changeant rien à la hauteur *. 1542. * 1414. * 1464. * 1422.

I. Experience.

On verſe dans le Tuyau de Verre recourbé A, la quantité de Mercure néceſſaire pour qu'il y en ait depuis *b* juſqu'en *c*: enſuite on verſe de l'Eau dans une des branches du Tuyau, depuis *b* juſqu'en *e*: enfin on verſe dans l'autre branche de l'Huile de Terebenthine, juſqu'à ce que les deux ſuperficies du Mercure, ſçavoir *b* & *c*, ſoient dans la même ligne horizontale; & que la hauteur de l'Huile ſoit *cd*. Cela étant, ces Hauteurs ſeront comme 87 à 100; & c'eſt dans cette raiſon, mais inverſe, que la Denſité de l'Eau eſt à celle de l'Huile de Terebenthine; ainſi ces Denſitez ſont comme $\frac{1}{87}$ à $\frac{1}{100}$, ou comme 100. à 87. 1543. TAB. LI. Fig. 4.

On mêt du Mercure dans le Tuyau, pour que les deux Fluides ne ſe mêlent point enſemble.

Cette Méthode a auſſi ſes inconvéniens: elle ne détermine pas aſſez exactement les petites différences; & il ſeroit très difficile de s'en ſervir avec ſuccès, pour découvrir la raiſon qu'il y a entre la Denſité de l'Eau de pluye, & celle de l'Eau diſtillée. D'un autre coté, on ne ſçauroit ſe ſervir du Mercure pour toutes ſortes de Fluides, & dans ce cas, il ſeroit difficile d'empêcher ces Fluides de ſe mêler dans le bas du Tuyau. 1544.

La Méthode ſuivante eſt la plus générale & la plus exacte de tou-

toutes. Elle eſt fondée ſur ce qui a été démontré touchant l'immerſion d'un Corps dont la Gravité ſpécifique eſt plus grande que celle des Fluides où on le plonge. *Quand un même Corps eſt plongé dans différens Fluides, les Poias qu'il perd ſont entr'eux comme les Denſitez de ces Fluides* *.

1545.

* 1463. 1478.

MACHINE

Pour comparer enſemble les Denſitez des Fluides.

1546. La principale piéce de cette Machine eſt la Balance Hydroſtatique *, avec tout ce qui y appartient.

TAB. LII. Fig. 1.

On ôte le petit Poids F *, & on ſuſpend, à ſa place, le Solide de Verre R, attaché à un crin.

* 1480. * 1524. 1532.

Ce Corps R peut être creux en partie, & il vaut mieux qu'il ſoit tel, afin de peſer moins; car il ſuffit qu'il ſoit plus peſant que tous les Fluides, hormis le Mercure, auquel la Méthode que nous allons décrire n'eſt pas applicable; mais nous parlerons de ce dernier Fluide dans le Chapitre ſuivant.

1547. Il faut déterminer à diſcretion un Poids, qui ſoit plus grand que celui que perd le Corps R, étant plongé dans certains Fluides, & plus petit que celui qu'il perd étant plongé dans d'autres. Le Poids que nous avons déterminé pour notre Machine eſt de 700. grains.

1548. Le Solide de cuivre L eſt tel, qu'étant ſuſpendu entre *s* & *p*, il y a équilibre avec R, ſuſpendu en l'air, pourvû qu'on mette 700. gr. dans le Baſſin e, & qu'on plonge dans l'Eau le Fil de laiton *p n*, de la maniére qu'il a été dit *. Le nombre de 700. eſt marqué ſur L.

* 1532.

1549. Si, après avoir ôté le Poids de 700. gr. du Baſſin e, on ſuſpend le Corps R dans un Fluide quelconque, & qu'en mettant des Poids dans l'un ou dans l'autre des Baſſins, on faſſe qu'il y aît équilibre *, on trouvera la Denſité du Fluide de la manière ſuivante. On ajoute à 700 le nombre des grains qu'on a mis dans le Baſſin d; ou bien l'on ôte de 700 ce nombre; ſi les grains ont été mis dans le Baſſin e, & l'on retranche de cette ſomme qu'on à trouvée, le nombre marqué dans l'Echelle a *s*, qui va en deſcendant, mais ſi l'Indice répond à l'Echelle a *r*, qui va en montant, il faudra ajouter le nombre que marque l'Indice. Par là on a le Poids que le Corps a perdu; c'eſt-à-dire, le Poids qui exprime la Denſité du Fluide *.

* 1536.

* 1545.

2. Ex-

2. EXPERIENCE.

Tout étant disposé comme nous venons de marquer *, on plonge dans l'Eau le Solide R, suspendu au Bassin d; l'équilibre se trouve rétabli, si l'on mêt onze grains dans le Bassin e, & qu'on hausse la Balance jusqu'à ce que l'Indice réponde à la cinquante sixiéme division de l'Echelle qui va en montant. Ainsi le Poids qu'il faut soustraire de 700, est 11, 56; & la Densité de l'Eau est exprimée par le nombre 688, 44 *. Mais si l'Expérience se faisoit avec du Lait, il faudroit mettre dans le Bassin d dix grains, lesquels, étant ajoutez à 700, donneroient le nombre 710, pour marquer la Densité du Lait. J'ai quelquefois eu ce nombre, & d'autrefois un nombre un peu plus petit, à cause que tout Lait n'a pas la même Densité. 1550. * 1546. * 1549.

Supposons qu'on sçache d'ailleurs, qu'un pied cube d'Eau pèse 63 livres, sept onces, deux dragmes, & deux scrupules: ce qui se trouve, en déterminant le Poids que perd dans l'Eau un Corps dont le Volume est connu *. Je me suis servi pour cet effet d'un Cube de cuivre creux, dont les cotez avoient exactement en longueur six pouces du Rhin. Le Poids d'un pied cube d'Eau vaut 487360 gr., pendant qu'un Volume d'Eau, égal à celui du Corps R, pese 688 gr. & 0, 44; ce qui fait voir que ce Volume doit être multiplié par 707, 92. pour avoir un pied cube; & que, si l'on multiplie ce dernier nombre par 710, on aura le nombre des Grains contenus dans un pied cube de Lait. Par cette Méthode on trouve le Poids d'un pied cube de quelque Fluide que ce soit. 1551. * 1478.

J'ajouterai encore ici une autre Méthode très abregée, pour comparer entr'elles les Densitez des Fluides; mais qu'on ne sçauroit bien appliquer qu'à des Fluides qui diffèrent peu en Densité. Cette Méthode est principalement d'usage, quand il s'agit de comparer ensemble les Densitez de différens Vins, ou de différentes Biéres; & elle est aussi fondée sur ce qui a été démontré touchant les Corps plongez dans des Fluides, mais dont la Gravité spécifique est moindre que celle de ces Fluides. 1552.

Si un Corps plus leger que les différens Fluides dont on voudroit comparer les Densitez, est plongé dans ces Fluides, les parties enfoncées seront en raison inverse des Densitez des Fluides; car, comme on employe le même Solide, les portions des différens Flui- 1553.

des qui, dans chaque cas, pourroient remplir l'eſpace occupé
* 1511. par la partie enfoncée, ſeroient de même Poids *; donc les Volumes de ces parties enfoncées ſeroient en raiſon inverſe
* 1464. des Denſitez de ces Fluides *.

SECONDE MACHINE
Pour comparer enſemble les Denſitez des Fluides.

1554. La Machine A eſt de verre; c'eſt une Boule creuſe, avec un
TAB. LI. Fig. 5. Tuyau cylindrique, diviſé en parties égales. Au deſſous de cette Boule, il y en a une autre plus petite, remplie en partie de Mercure ou de fine Dragée de plomb; afin que ce Poids faſſe deſcendre le Tuyau verticalement dans le Fluide, & le retienne dans cette ſituation: il faut prendre garde que la Boule inférieure ne ſoit pas trop chargée, parce qu'il eſt neceſſaire que la Machine ſoit plus legere que les Fluides dont il s'agit de comparer les Denſitez. La Machine deſcend dans différens Fluides à différentes profondeurs; & les Denſitez de
* 1553. ces Fluides ſont en raiſon inverſe des parties enfoncées *, leſquelles, par conſequent, doivent être comparées entr'elles.

1555. On attache à la Machine un Fil en *a*; enſuite on la plonge dans l'Eau, après avoir aſſez augmenté le Poids de la Boule inférieure pour que la Machine flotte, & que cependant la plus grande partie du Tuyau ſoit enfoncée dans l'Eau. On pèſe exactement la Machine, avec le Fil qui y eſt attaché; le Poids de la nôtre étoit de 550 gr. La Machine plongée dans l'Eau, deſcendoit juſqu'en *b*; ainſi le Poids de l'Eau, dont le Volume ſeroit égal à celui de la partie enfoncée, vaut 550
* 1511. grains *, & ce Volume peut être exprimé par ce nombre. Le Fil dont nous venons de parler, s'attache au Crochet du
* 1480. Baſſin de la Balance Hydroſtatique *; la Machine reſtant plongée; on mêt un Poids de vingt gr. dans le Baſſin oppoſé, & on hauſſe lentement la Balance, (ce qui, en retirant une partie du Tuyau hors de l'Eau, augmente le Poids de la Machine) juſqu'à ce qu'il y ait équilibre; la ſuperficie de l'Eau étoit alors au point *d*. L'Eau ſoutenoit tout le Poids de la Machine, moins vingt grains; c'eſt-à-dire, qu'elle ſoutenoit 530 grains; & le Poids de l'Eau, de même Volume que la partie enfoncée alors, valoit 530 grains, & pouvoit s'exprimer par ce nombre: donc le Volume *db* du Tuyau étoit 20. Si l'on diviſe l'eſpace *db* en dix parties égales, & qu'on continüe ces divi-

diviſions en montant au-deſſus de *b* & en deſcendant au-deſſous de *d*, chacune d'elles vaudra 2; ces parties peuvent encore être ſubdiviſées; & en connoiſſant la diviſion juſqu'à laquelle la Machine deſcend dans le Fluide, on connoitra le Volume de la partie enfoncée. Par Ex. Si tout le Tuyau eſt hors de l'Eau, le Volume enfoncé vaudra 526 : ſi, au contraire, il deſcend juſqu'à la derniére des diviſions qui ſont ici marquées, le Volume enfoncé ſera 556; & les Denſitez des Fluides à l'égard deſquels cela arriveroit, ſeroient en raiſon inverſe de ces nombres, c'eſt-à-dire, comme 556 à 526; & il n'y auroit moyen de comparer entr'elles, à l'aide de cette Machine, que les ſeules Denſitez moyennes. Si la raiſon de la Boule au Tuyau étoit plus petite, on pourroit comparer enſemble des Fluides, entre les Denſitez deſquelles la différence ſeroit plus grande.

Quand on compare enſemble pluſieurs Fluides, les nombres qui déſignent les Volumes des parties enfoncées, peuvent être pris pour les Dénominateurs d'autant de fractions, dont le Numerateur commun ſeroit l'Unité; & ces fractions expriment la raiſon qui regne entre les Denſitez; car ces derniéres ſont entr'elles en raiſon inverſe des Dénominateurs. 1556.

3. Experience.

Suppoſons qu'on veuille comparer enſemble les Denſitez de quelques Eaux, qui contiennent différentes quantitez de Sel; dans l'une, la Machine deſcend juſqu'à la diviſion *e*, & dans l'autre ſeulement juſqu'à la diviſion *c*, ainſi leurs Denſitez ſeront comme $\frac{1}{540}$ à $\frac{1}{542}$. 1557.

CHAPITRE VI.

Maniére de comparer Hydroſtatiquement les Denſitez des Solides.

Les Denſitez ſont dans les Corps homogènes, en raiſon compoſée de la raiſon directe des Poids, & de la raiſon inverſe des Volumes *; donc *on a les Denſitez des Corps*, c'eſt-à-dire, * 1467. 1558.

à-dire, on a des nombres qui ſont entr'eux comme ces Denſitez, *en diviſant les Poids par* les Volumes.

On compare enſemble les Poids des Corps, par le moyen d'une Balance; pour les Volumes, on les trouve en peſant les Corps dans un même Fluide; car *ce qu'ils perdent de leurs Poids, étant peſez dans un même Fluide*, eſt proportionel à
* 1495. leurs Volumes *.

MACHINE
Pour comparer enſemble les Denſitez des Solides.

1559. TAB. LII. Fig. 1. 2. * 1480. * 1524. * 1546. On ſe ſert encore en cette occaſion de la Balance Hydroſtatique *, avec tout ce qui y appartient *; préciſément comme lorſqu'il s'agit de comparer entr'elles les Denſitez des Fluides *.

Nous ſubſtituons à la place du Corps R le petit Seau de Verre N, dans lequel on peut placer les Corps dont on voudroit connoitre les Denſitez. Au lieu du Poids L, nous employons un autre Poids de laiton O, qui fait équilibre quand le Seau N eſt plongé dans l'Eau, & que la Balance eſt miſe comme il a
* 1532. été dit, dans l'endroit que nous indiquons en marge *.

1560. Fig. 2. * 1536. On place le Corps, dont on cherche la Denſité, dans le Baſſin d, & on en marque le poids *. On change la ſituation de l'Indice T, de façon qu'il réponde au Point a, la Balance reſtant dans l'équilibre qui a ſervi à déterminer le Poids. On tranſpoſe enſuite le Corps, tout le reſte demeurant dans le même état dans le Seau N, qui eſt plongé dans l'Eau, comme il a été dit; & en chargeant le Baſſin d des Poids qu'il faut, on remet la Balance en équilibre, ce qui donne le Poids que le Corps a perdu dans l'Eau; c'eſt par ce Poids perdu que doit
* 1558. être diviſé le Poids du Corps, pour en avoir la Denſité *: c'eſt-à-dire, qu'il faut diviſer le Poids qui eſt dans le Baſſin e, par celui qui eſt dans le Baſſin d, après avoir ajouté à ces Poids, ou en avoir ſouſtrait, la fraction indiquée par l'Echelle.

EXPERIENCE.

1561. On a mis dans le Baſſin d, un Morceau d'Or très pur Z, après l'avoir laiſſé pendant quelques heures dans le feu, afin qu'il n'y reſtât rien d'étranger, & l'avoir enſuite lavé dans de l'eau, & eſſuyé avec un linge bien net; & dans le Baſſin e, neuf cens ſoixante grains. Quand la Balance s'eſt trouvée en équilibre

bre *, l'Indice répondoit à la dixſeptiéme diviſion de l'Echelle qui va en deſcendant; donc le Poids de l'Or étoit de 960 gr. avec 0, 17. de gr. * 1536.

En changeant l'Indice *, & en mettant l'Or dans le Seau N, tout le reſte demeurant comme auparavant, l'équilibre a été détruit; & pour le retablir, il a fallu mettre cinquante grains dans le Baſſin d, & hauſſer la Balance juſqu'à ce qu'elle répondît à la neuviéme diviſion de l'Echelle qui va en deſcendant; donc le Poids détruit a été 49, 91 *; & le quotient de la diviſion a donné * pour la Denſité 19, 238, c'eſt-à-dire, à peu près $19\frac{1}{4}$. * 1560. * 1536. * 1558.

J'ai fait un Eſſai pareil avec de l'Argent. La ſuperficie, déja très unie, d'un morceau d'Argent, a été outre cela bien nettoyée. Le Poids en étoit 439, 15, le Poids détruit 42, 58. Donc la Denſité valoit 10, 31. Celle de l'Argent pur eſt plus grande. 1562.

On trouve la Denſité du Mercure de la même maniére que celle des Corps ſolides. Pour cet effet, on place un petit Verre dans le Baſſin d, & après avoir mis la Balance en équilibre, on diſpoſe l'Indice, comme il a été dit *; on verſe enſuite dans ce Verre la quantité de Mercure qu'on veut, & on en cherche le Poids. Ce Poids étant connu, on fait paſſer le Mercure du Verre où il étoit dans le petit Seau N, & l'on remet le Verre dans le Baſſin d; après quoi on détermine le Poids que le Mercure perd dans l'Eau. 1563. * 1532.

Il faut prendre ſoin de bien nettoyer le Mercure, à cauſe qu'il s'attache facilement à ſa ſuperficie une eſpèce de graiſſe, qui empêche que l'Eau ne s'y applique immédiatement, & donne une Denſité moindre que n'eſt celle du Mercure.

J'ai trouvé que la Denſité du Mercure aſſez bien nettoyé étoit égale à 13, 54 & à 13, 57, ou à peu près. La Denſité de ce même Fluide parfaitement purifié a été trouvée égale à 13, 62.

Les nombres par leſquels nous exprimons les Denſitez des Solides, ſervent auſſi à comparer ces Denſitez avec celle de l'Eau; & par ce moyen on peut comparer les Denſitez de ces Solides avec celles des autres Fluides. 1564.

Dans ces cas la Denſité de l'Eau s'exprime par l'Unité; car l'Uni-

l'Unité ſeroit le nombre qui exprimeroit la Denſité d'un Corps dont la Gravité ſpécifique ſeroit la même que celle de l'Eau.

1565. On découvre par cette même Méthode les Denſitez des Corps dont la Gravité ſpécifique eſt moindre que celle de l'Eau; pourvu qu'on les faſſe tenir dans un Vaiſſeau dont le Poids les retienne ſous l'Eau.

1566. Pour ſçavoir ce que peſeroit un pied cube de quelque
* 1551. Corps, on n'a qu'à multiplier le Poids d'un pied cube d'Eau *, par le nombre qui exprime la Denſité de ce Corps: Règle qui eſt d'un grand uſage dans pluſieurs occaſions.

MACHINE
Pour faire l'Eſſai des Monnoyes.

1567. On ſe ſert d'une Machine A, ſemblable à celle que nous a-
TAB. LI. Fig. 6. vons décrite dans le Chapitre précedent *; l'Anneau DE eſt
* 1554. attaché au bas de la Machine, dont le Poids eſt déterminé, enſorte qu'il ne puiſſe faire enfoncer dans l'Eau qu'une partie de la Boule.

1568. On compare la Piéce de Monnoye ſuſpecte avec une autre Piéce de même Poids, mais qui ſoit de bon alloi, en les mettant l'une après l'autre ſur l'Anneau; car ſi la Piéce eſt fauſſe, la Machine n'enfoncera pas ſi avant.

Pour que cette Machine puiſſe ſervir pour différentes Monnoyes, il eſt néceſſaire qu'elle ſoit conſtruite de maniére, qu'en mettant ſur l'Anneau quelque Piéce de peu de Poids, la Boule ne s'enfonce pas entiérement; en ce cas, on ajoute à la Piéce de Monnoye une Plaque de cuivre ou de plomb, dont le poids faſſe deſcendre la Machine, de ſorte que la ſurface de l'Eau réponde à peu près au milieu des diviſions.

1569. Au défaut d'une Piéce de Monnoye de bon alloi, préciſément de même Poids que la Piéce ſuſpecte, nous nous ſervons de la Méthode ſuivante. Il faut placer ſur l'Anneau la Piéce de Monnoye qui n'eſt point ſuſpecte, & marquer juſqu'où enfonce la Machine; il faut mettre enſuite dans le même Anneau une autre Piéce de Monnoye de la même eſpece, mais dont le Poids diffère tant ſoit peu de celui de la premiére, par Ex. d'un grain, & marquer la différence qu'il y a entre les deux immerſions. Suppoſons que cette différence ſoit d'une diviſion & demie. Suppoſons de plus, que je ſçache que la Piéce

Piéce de Monnoye ſuſpecte diffère de deux grains de la premiére de celles que j'ai miſes ſur l'Anneau, j'en inférerai que l'immerſion devra différer auſſi de trois diviſions, & je ſçaurai juſqu'où la Machine doit enfoncer, quand la Piéce de Monnoye ſuſpecte eſt placée ſur l'Anneau; ſi la Machine enfonce moins, ce ſera un ſigne que la Piéce eſt fauſſe.

En comparant enſemble les différentes Denſitez des Métaux, on peut reſoudre le fameux Problème propoſé à Archiméde.

Soit donné un mêlange, formé de deux Métaux connus; on demande, quelle quantité de chaque Métal il y a dans ce mêlange, en ſuppoſant qu'on connoiſſe les Denſitez des Métaux & du mêlange. 1570.

Soient les Denſitez des Métaux exprimées par AB & AD, & celle du mêlange par AC. Suppoſons, outre cela, que AL & LI ſont comme les Volumes du premier & du ſecond Métal dans le mêlange; & qu'on ait formé les Rectangles AF, LH, AG. TAB. LII. Fig. 4.

Le Poids du premier Métal dans le mêlange peut être repréſenté par le Rectangle AF *; le Rectangle LH repréſente, en ce cas, le Poids du ſecond Métal; & la Figure ABFMHIA marque le Poids de tout le mêlange: Poids qui eſt auſſi déſigné par le Rectangle ACGI *; lequel, par conſequent, eſt égal à cette Figure. * 1465. 23. EL. VI. * 1465.

En retranchant, de part & d'autre, la Figure commune ACNMHI, les Rectangles BN, NH, qui reſtent, ſeront égaux, & auront, par cela même, leurs cotez reciproquement proportionels *; c'eſt-à-dire, FN à NM, comme NG à NC, ou LI à AL *; donc (*convertendo & invertendo*) FM à FN, comme AI à LI. C'eſt-à-dire, *le Volume du mêlange eſt au Volume du ſecond Métal dans le mêlange, comme la différence entre les Denſitez du premier & du ſecond Métal, eſt à la différence entre les Denſitez du premier Métal & du mêlange.* * 14 EL. VI. *34. EL. I. 1571.

Le Poids de tout le mêlange eſt à celui du ſecond Métal dans le mêlange, en raiſon compoſée de la raiſon de la Denſité du mêlange à la Denſité du ſecond Metal, & de celle du Volume du mêlange au Volume du ſecond Métal dans le mêlange *, c'eſt-à-dire, *comme le produit de la Denſité du mêlange, multipliée par la différence entre les Denſitez des Métaux, à la Denſi-* 1572. * 1465.

té du ſecond Métal, multipliée par la différence entre les Denſitez du premier Métal & du mêlange.

1573. La Solution que nous venons de donner, eſt fondée ſur l'Hypothèſe, que chaque Métal conſerve ſon Volume entier dans le mêlange; car s'il arrivoit que quelques parties d'un des Métaux penétraſſent dans les pores de l'autre, la Solution ne ſeroit pas exacte. Mais qui peut aſſurer, que dans tout mêlange de Métaux, il ne ſe fait qu'une ſimple appoſition de parties? Il nous paroit que la choſe n'a pas encore été ſuffiſamment éclaircie par des Expériences. Ce qu'il y a de certain, c'eſt que parmi les Expériences que Hook a faites en préſence de la Societé Royale d'Angleterre, il y en a une, dans laquelle la Denſité du Cuivre a été augmentée, en y mêlant de l'Etain, quoique la Gravité ſpécifique de ce dernier Métal ſoit moindre que celle de l'autre.

LIVRE III.

Partie II. Du Mouvement des Fluides.

CHAPITRE VII.

De la Viteſſe communiquée à un Fluide par la Preſſion d'un Fluide ſupérieur.

UN Fluide inférieur eſt preſſé par le Fluide ſupérieur, &
* 1418. cette Preſſion eſt dirigée également vers tous les cotez *, ce qui fait que le Fluide tâche auſſi de s'écarter de tous les cotez
1574. avec la même Force; c'eſt pourquoi, *ſi l'on ôte la Preſſion en quelque endroit, le Fluide ſera mû vers cet endroit; & cela avec la même Viteſſe, de quelque coté que la Preſſion ſoit ôtée:* Propoſition que nous confirmerons par des Expériences dans le Chapitre des Fluides jailliſſans.

La Viteſſe eſt auſſi par-tout la même à la même profondeur, à

à cauſe de l'égalité de la Preſſion *; mais ſi la profondeur change, la Viteſſe change auſſi. * 1413. 1414.

Nous diſons que *cette Viteſſe eſt communiquée par une Preſſion*, & que les particules ne l'acquierrent pas en tombant: car *les premiéres particules qui ſortent, ne ſe meuvent pas plus lentement que celles qui ſuivent*; les unes & les autres parcourant le même chemin, ſi elles ſortent obliquement. Outre cela, ce ne ſont pas ſeulement celles qui deſcendent, qui ſortent, mais auſſi celles qui viennent de coté; & chaque particule eſt müe par la Preſſion de toutes les particules qui l'environnent, horsmis celles qui précedent; & les particules qui deſcendent ne tiennent pas tant leur Viteſſe de la Preſſion des particules ſupérieures, que de celle des particules latérales; car les particules qui ſuivent, étant mües avec la même Viteſſe qu'elles, ne peuvent pas accélerer leur Mouvement. 1575. 1576.

Suppoſons que le Vaiſſeau A ſoit rempli d'un Fluide juſqu'à la hauteur *ab*, & que l'Eau s'écoule par une ouverture *cd*, qui eſt dans le fond. Les particules qui ſe ſuivent, ſortent toutes avec la même Viteſſe. Concevons qu'une petite couche *cf* réponde à l'ouverture; cette couche ſoutient le Poids de la Colomne *em*, & eſt preſſée vers en bas par tout ce Poids, & par ſa propre peſanteur, auſſi long-tems qu'elle reſte en repos: ſi l'on ouvre le trou, l'Action de la Colomne *em* ceſſeroit d'abord, ſi cette Colomne n'étoit pas continuellement preſſée par le Fluide qui l'environne. Les particules qui cédent, échappent à l'Action des particules ſuivantes, ſi ces derniéres ne ſont pas preſſées avec plus de force qu'elles; mais cela ne ſçauroit convenir à la Preſſion latérale, qui ne laiſſe pas de produire le même effet que la Preſſion directe, puiſque toute Preſſion déploye de tous cotez la même Action *. 1577. TAB. LIV. Fig. 1. * 1418.

On verra facilement, que c'eſt à la ſeule Preſſion latérale du Fluide qui eſt autour de la Colomne *cm*, qu'il faut attribuer la Viteſſe avec laquelle la couche *cf* ſort, dès qu'on concevra la Preſſion dont il s'agit, comme entiérement ôtée, & la Colomne *cm*, comme renfermée dans un Tuyau. Cette Colomne tomberoit alors toute entiére comme un Corps ſolide, & le mouvement de la couche *cf* ſeroit préciſément le même que celui qu'auroit la petite couche ſéparée *n*; c'eſt-à-dire, 1578.

re, que la premiére de ces couches ſortiroit de l'ouverture a-
* 1576. vec une Viteſſe très petite, ce qui n'arrive pas *.

1579. Pour découvrir la véritable Viteſſe avec laquelle, en faiſant abſtraction de toute Retardation, la couche *cf* ſort de l'ouverture, il faut déterminer la Force qui la fait ſortir.

1580. Cette couche parcourt ſa propre hauteur *df*, durant l'Action qui la pouſſe hors de l'ouverture; ſuppoſons que la couche *n* parcourt auſſi, en tombant, ſa propre hauteur; les Forces communiquées à ces couches égales, en parcourant des eſpaces égaux, ſont entr'elles, comme les Intenſitez des Preſſions
* 727. par leſquelles ces Forces ont été communiquées *: Intenſitez
* 1577. qui ſont comme le Poids de la Colomne *cm* * au Poids de la couche *n*.

Si, d'un autre coté, l'on conçoit que la Colomne entiére *cm* ſeule tombe par ſon propre Poids, & parcourt en deſcendant la hauteur *df*, cette chute lui fera acquerir une Viteſſe égale à celle que la couche *n* a acquiſe; & la Force que la Colomne acquiert, eſt à la Force de la couche *n*, comme
*748. 156. le Poids de la Colomne à celui de la couche *; donc les Forces de la Colomne & de la couche *cf*, ont la même raiſon à
*9. EL. V. la Force de la couche *n*, & ſont par cela même égales *. Or les Forces acquiſes en tombant ſont égales, quand les Hauteurs
* 790. ſont en raiſon inverſe des Maſſes *; qui ſont entr'elles comme
* 156. les Poids *; d'où nous concluons, que la couche *n* ſort avec la Force qu'elle pourroit acquerir en tombant librement de la hauteur *md*.

1581. Cette Démonſtration eſt générale, ſoit que la couche aît plus ou moins d'épaiſſeur; car elle ſort toujours de l'ouverture avec la Viteſſe qu'un Corps acquiert en tombant de la hauteur *md*, & il acquiert cette Viteſſe pendant qu'il parcourt l'eſpace *fd*. La Démonſtration eſt fondée ſur ce que dans des Fluides
* 1577. la Preſſion eſt égale vers tous les cotez *; cela étant, quoique cette Démonſtration ne ſoit pas reſtreinte à des particules d'une grandeur déterminée, elle n'eſt pourtant applicable qu'à des particules aſſez petites pour pouvoir compoſer un Fluide: Or comme il faut pour cela que les particules ſoient d'une extrême petiteſſe, il s'enſuit, que les premiéres qui ſortent, acquierrent toute leur Viteſſe dans un inſtant.

S'il n'y avoit que les particules dont eſt compoſée la Colomne

ne *cm*, qui ſortiſſent ſucceſſivement, il y auroit une petite interruption dans la ſortie. Mais la quantité qui ſort dans le tems qu'il faut à un Corps pour tomber de la hauteur *dm*, eſt plus grande que la Colomne *cm*; & ce ſurplus eſt fourni par le Fluide latéral, tellement que dans la ſortie il n'y a point d'interruption.

Dans l'inſtant que la premiére couche acquiert ſa Viteſſe en ſortant, les couches voiſines ſont pouſſées, de façon qu'il y en a toujours pluſieurs en mouvement; & chacune d'elles acquiert, dans ſa ſortie, autant de Viteſſe qu'il lui en manque pour égaler la plus grande Viteſſe que la Cauſe mouvante peut lui communiquer, & que nous avons déterminée ci-deſſus. 1582.

Il ſuit de ce que nous venons de dire, qu'*un Fluide, preſſé par un Fluide ſupérieur* (car c'eſt de cette Preſſion que dépend auſſi la Preſſion latérale) *ſort d'une ouverture, par un Jét continu, avec la même Viteſſe qu'un Corps acquiert en tombant depuis la ſurface la plus élevée du Fluide, juſqu'à l'ouverture; en faiſant abſtraction*, comme nous avons fait dans cette Démonſtration, *de la cohéſion des parties, laquelle*, quoique petite, a cependant lieu dans preſque tous les Fluides, & *fait que les particules, en ſortant, ſont* comme retenües, dans le tems que le Fluide qui ſort, ſe ſépare de celui qui reſte, & par cela même *retardées* dans leur mouvement. Mais outre cette retardation, qui vient du Fluide même, la Viteſſe d'un Fluide peut être diminuée par pluſieurs Cauſes étrangéres, dont nous parlerons dans le Chapitre ſuivant. 1583.

Machine

Pour faire des Expériences touchant les Fluides Jailliſſans.

Il faut remplir d'Eau la Caiſſe de bois AB, dont la longueur & la largeur ſont chacune de dix-huit pouces, & la hauteur de plus de deux pieds, & on la diſpoſe de maniére que le fond en ſoit élevé environ d'un pied au-deſſus du fond horizontal du Bac CD, dont la longueur eſt à peu près de quatre pieds, la largeur d'un pied & demi, & la profondeur de cinq ou ſix pouces. 1584. TAB. LIV. Fig. 2.

En F, à la hauteur d'un pied & demi au deſſus du fond du Bac CD, eſt attaché un petit Tuyau de cuivre horizontal, dont la capacité a plus d'un demi-pouce de diamètre; la partie antérieure de ce Tuyau eſt bouchée par une petite plaque,

au milieu de laquelle il y a un trou, d'une ligne de diamètre: ce trou eſt bouché par le Couvercle R, qu'on joint à vis à la partie antérieure du Tuyau: On ajuſte deux Tuyaux ſemblables, l'un en E, vers le fond de la Caiſſe AB, & l'autre en G; en prenant ſoin que ce dernier ſoit autant au deſſus de F, que l'autre eſt au-deſſous.

On ajuſte auſſi vers le fond de la Machine en N, un Robinet, garni d'un Ecrou, pour qu'on puiſſe y joindre un Tuyau.

1. EXPERIENCE.

1585. On remplit d'Eau la Caiſſe AB, enſorte que la hauteur de la ſurface la plus élevée de l'Eau au deſſus du fond du Bac CD ſoit diviſée en F en deux parties égales, qui, dans notre Machine, ſont chacune d'un pied & demi. L'Eau qui ſort de ce trou parcourt la ligne FM, & le point où elle parvient dans le fond du Bac CD, eſt éloigné horizontalement du trou par où elle eſt ſortie de plus de 34 pouces: diſtance, qui ne différe pas de deux pouces de la hauteur de l'Eau au deſſus de ce fond. Si l'Eau étoit parvenüe à la diſtance de 36 pouces, la Viteſſe avec laquelle elle ſort, lui auroit fait parcourir, d'un mouvement uniforme, dans le tems qu'il faut à un Corps pour tomber depuis F juſqu'au fond du Bac CD, un eſpace double de cette
* 541. hauteur *; & par conſequent elle auroit été müe avec la Viteſ-
* 376. ſe qu'un Corps peut acquerir en tombant de cette hauteur *, qui eſt preciſément celle de la ſurface ſupérieure de l'Eau au deſſus du trou. Mais comme l'Eau n'atteint qu'à la diſtance d'environ 34½ pouces, il manque environ une vingt & quatriéme partie à la véritable Viteſſe de l'Eau, pour être égale à celle que nous venons de marquer.

1586. *Les Quarrez des Viteſſes, avec leſquelles un Fluide ſort de différentes ouvertures, ſont, en faiſant abſtraction des retardations,*
*1583. *comme les Hauteurs du Fluide au deſſus de ces ouvertures* *. Les
374. Expériences font voir, que la proportion n'eſt preſque point derangée par ces retardations, auſſi long-tems que les hauteurs ne paſſent pas 30 ou 35 pieds. L'Expérience ſuivante montre à l'œil, que la proportion dont il s'agit a lieu dans de moindres hauteurs.

2. EXPERIENCE.

1587. On ſe ſert, pour faire cette Expérience, de la Machine décri-
TAB. LIV. Fig. 2. te ci-deſſus *; & il faut faire attention à ceci, c'eſt que les diſ-
* 1584. tances auxquelles l'Eau, quand elle ſort horizontalement de l'ou-

l'ouverture E, parvient dans le fond du Bac CD, par les différentes Preſſions de l'Eau, ſuivant qu'elle eſt plus ou moins élevée dans la Caiſſe, ſont des eſpaces parcourus horizontalement, d'un Mouvement uniforme, dans le tems pendant lequel un Corps pourroit, en tombant, parcourir la ligne IL, égale à la hauteur de l'ouverture au deſſus du fond du Bac *; d'où nous inférons, que ces diſtances ſont proportionelles aux Viteſſes *. * 541. * 149.

Suppoſons à préſent, qu'il y ait de l'Eau dans la Caiſſe AB juſqu'à la hauteur de huit pouces au deſſus de l'ouverture en E, & qu'on meſure la diſtance juſqu'à laquelle elle jaillit; qu'enſuite on verſe dans AB de l'Eau à la hauteur de dix-huit pouces, & qu'on meſure de nouveau la diſtance; on trouvera que les deux diſtances ſont en raiſon de 2 à 3. Les quarrez des Diſtances ſont ici comme les Hauteurs de l'Eau; & c'eſt dans cette même raiſon que ſont les quarrez des Viteſſes.

CHAPITRE VIII.

Des Fluides Jailliſſans.

UN Fluide qui jaillit verticalement par une ouverture, n'atteint jamais juſqu'à la hauteur de la ſuperficie la plus élevée du Fluide qui le preſſe, quoiqu'il ſorte de l'ouverture avec une Viteſſe qui pourroit le faire parvenir à cette hauteur *; & cela par différentes cauſes, outre la cohéſion des parties dont il a déja été fait mention *. 1588. * 1583. * 380. * 1583.

1°. La Viteſſe avec laquelle le Fluide monte, diminüe à chaque inſtant, & la Colomne que forme le Fluide Jailliſſant, eſt compoſée de parties mües avec des Viteſſes différentes, à différentes hauteurs: d'un autre coté, toutes les parties d'une Colomne, qui ſeroit par-tout de la même épaiſſeur, devroient néceſſairement être mües avec la même Viteſſe: d'où nous inférons, que la Colomne doit s'élargir à chaque inſtant, à meſure que la Viteſſe du Fluide diminüe. La cauſe de cet élargiſſement de la Colomne doit être attribuée à l'effort que les parties inférieures du Fluide déployent ſur celles 1589.

qui

qui les précedent, & auſſi à la nature des Fluides, qui eſt de ceder à toute impreſſion. Et cet effort doit cauſer une diminution de Viteſſe dans le mouvement.

1590. 2°. La Viteſſe eſt diminuée par le Fluide, qui, après avoir perdu tout ſon Mouvement, s'arrête au haut du Jêt, & eſt, avant que de s'écouler de coté, ſoutenu pendant un moment par le Fluide qui le ſuit, ce qui retarde le Mouvement du Fluide ſuivant; retardation qui eſt communiquée à tout le Jêt.

1591. 3°. La Viteſſe d'un Fluide Jailliſſant eſt diminuée par le Frottement du Fluide contre les parois de l'ouverture: Frottement qui eſt encore plus grand, quand on fait paſſer le Fluide par des Tuyaux & des Robinets.

1592. Enfin la Reſiſtance de l'Air retarde le Mouvement des Fluides.

1593. Il eſt très clair qu'il n'y a pas moyen de remedier à la premiére cauſe de retardation *.

* 1589.

* 1590. 1594. On remedie à la ſeconde cauſe *, en donnant au Fluide une direction tant ſoit peu inclinée; c'eſt pourquoi *un Fluide, dont la direction eſt tant ſoit peu inclinée à l'Horizon, monte plus haut, que ſi ſa direction étoit verticale.*

I. EXPERIENCE.

1595. TAB. LIV. Fig. 2. * 1584. On joint à vis en N, à la Machine décrite ci-deſſus *, le Tuyau recourbé NO, d'où l'Eau ſort par un petit trou, en s'élevant verticalement en haut; ſi l'on change tant ſoit peu la ſituation du Tuyau, ce que la vis, qui eſt en N, donne moyen de faire, la direction du Mouvement de l'Eau devient inclinée, & elle monte plus haut. Mais ce changement rend ſouvent la vüe du Jêt moins agréable.

1596. * 1591. Il faut remarquer ſur la troiſiéme cauſe de retardation *, que, toute proportion gardée, le Frottement eſt plus grand, à meſure que le trou eſt moindre; car la circonférence où ſe fait le Frottement croît en même raiſon que le diamètre, au lieu que c'eſt en raiſon du quarré du diamètre que croît l'ouverture *; ainſi la quantité du Fluide Jailliſſant augmente plus à proportion que ne fait le Frottement. Il eſt clair, d'un autre coté, que ſi la Viteſſe augmente, le Frottement doit augmenter auſſi; c'eſt pourquoi, *ſi l'on augmente la hau-*

* 2. EL. XII.

1597.

teur

teur de l'Eau, qu'on veut faire jaillir, on doit aggrandir auſſi les ouvertures, afin que, pendant qu'une Cauſe augmente le Frottement, une autre le diminüe.

Les bouts des Tuyaux par leſquels l'Eau jaillit, ont d'ordinaire la figure d'un Cone tronqué, comme cela ſe voit en P; mais en ſortant par un bout ſemblable, non ſeulement l'Eau éprouve un grand Frottement, mais ſe meut auſſi d'une façon irréguliere. On remedie à ces inconveniens, *en couvrant le bout du Tuyau d'une Plaque polie & plane, dans laquelle il y a un trou*, dont les parois doivent être auſſi très polies; *l'Eau s'éleve* alors *à une plus grande hauteur*; & comme ſon Mouvement eſt très régulier, elle *eſt parfaitement tranſparente.* 1598. TAB. LIV. Fig. 3. 1599.

2. Experience

On a d'un coté le Tuyau P, dont on vient de parler, & de l'autre le Cylindre Q, fermé à un de ſes bouts par une Plaque percée au milieu. Si l'on joint à vis, l'un après l'autre, P & Q, au bout O du Tuyau NO; l'Eau, pourvu qu'elle reſte à la même hauteur dans la Caiſſe AB, montera plus haut en ſortant du Cylindre Q, qu'en ſortant du Tuyau P, & dans une ſi petite hauteur, il y aura une différence, au moins de deux pouces. 1600. Fig. 2, 3.

Il faut que les Tuyaux, par leſquels on conduit l'Eau qu'on veut faire jaillir, ſoient très larges, à proportion de l'Ouverture par où l'Eau doit paſſer; afin que l'Eau ſe meuve lentement dans ces Tuyaux, & qu'il n'y ait preſque point de Frottement. Il faut auſſi, pour diminuer le Frottement, *que les Robinets ayent de larges Ouvertures.* 1601.

3. Experience.

On pratique dans la Caiſſe AB, à la même hauteur que le Tuyau F, un Tuyau garni d'un Robinet; ce dernier Tuyau eſt plus étroit que l'autre; mais, comme l'autre, il eſt recouvert d'une Plaque, qui a au milieu un trou plus petit que celui de la Plaque qui couvre le Tuyau F; l'Ouverture du Robinet eſt d'un quart de pouce. L'Eau qui paſſe par ce Robinet, eſt renfermée dans un eſpace moins large que celle qui traverſe le Tuyau F; cette derniere eſt plus tranſparente, & jaillit plus loin. Si les Jêts étoient dirigez vers enhaut, la hauteur du Jêt par F ſeroit double de l'autre hauteur; comme on peut le déduire des diſtances auxquelles l'Eau atteint en jailliſſant. 1602. Fig. 2.

1603. *La Réſiſtance de l'Air produit un effet ſenſible dans le Mouvement des Fluides.* L'Air, comme tous les autres Corps, réſiſte au Mouvement; & par cela même que le Fluide, en jailliſſant, agit ſur des particules d'Air, la Réaction de ces particules * doit diminuer le Mouvement du Fluide.

* 709.

1604. Outre la Réſiſtance dont nous venons de parler, l'Air déploye encore une autre Action, aſſez conſiderable, ſur le Fluide jailliſſant. Nous verrons dans le Livre ſuivant, que l'Air a les proprietez des Fluides. Cela étant, l'Air, qui environne toute la colomne du Fluide jailliſſant, s'oppoſe au Mouvement par lequel ce Fluide s'élargit *, & le Fluide, qui continüe à ſortir du Tuyau, doit faire un plus grand effort que ſi cette Réſiſtance n'avoit pas lieu; ainſi l'Air réſiſte auſſi par une Preſſion latérale.

* 1589.

1605. La Réſiſtance, cauſée par le Choc du Fluide contre des particules d'Air, croit en même raiſon que la ſuperficie qui donne contre ces particules; c'eſt-à-dire, que la Viteſſe reſtant la même, la Réſiſtance augmente comme l'Ouverture; or c'eſt dans cette même raiſon qu'augmente la quantité de Matiére miſe en mouvement, & à cet égard il eſt indifférent de quelle grandeur ſoit l'Ouverture.

1606. La Preſſion latérale eſt proportionelle à la ſuperficie de la colomne; quant à la Matiére miſe en mouvement, laquelle, la Viteſſe reſtant la même, eſt proportionelle à la Force inhérente *, elle change en même raiſon que toute la colomne, c'eſt-à-dire, en même raiſon que le quarré de ſa ſuperficie: donc, en augmentant l'Ouverture, la Force du Fluide croit davantage que ne croit la Cauſe qui retarde le Mouvement; cela étant,

* 748.

1607. *quand les hauteurs des Fluides jailliſſans ſont conſidérables, il faut*, pour mieux ſurmonter la Preſſion latérale, dont l'Action augmente, à meſure que le Tems, durant lequel elle la déploye, eſt plus long, *que les Ouvertures, par où paſſent les Jets, ſoient grandes*; ce que nous avons déja dit être néceſſaire, dans le même cas, par une autre raiſon *. Dans l'endroit que nous venons d'indiquer, & ici, nous n'avons ſuppoſé les grandes Ouvertures néceſſaires, que quand les hauteurs ſont conſidérables, quoique les Démonſtrations aillent à prouver, que les grandes Ouvertures, qui ſont ſur-tout néceſſaires dans les grandes hauteurs, doivent en général être préferées aux autres. Voici la raiſon de cette diſtinction.

* 1597.

Les

Les grandes Ouvertures nuiſent auſſi au Mouvement; car 1°. Elles donnent une plus grande ſuperficie, ſur laquelle repoſe le Fluide ſupérieur, qui a perdu tout ſon Mouvement, & où il s'arrête plus long-tems, avant que de s'écouler de côté. 1608.

2°. Le Fluide qui répond à l'Ouverture n'eſt pas le ſeul qui en ſorte; mais, pour que le Jêt ſoit continu, il faut qu'il s'y joigne une certaine quantité de Fluide voiſin, dont le Mouvement eſt oblique, & compoſé, ce qui fait qu'en entrant dans l'Ouverture, il dérange le Mouvement du Fluide jailliſſant. Quand les Ouvertures ſont grandes, le dérangement en queſtion eſt auſſi plus grand. 1609.

Les Rétardations, qu'on diminüe en augmentant l'Ouverture, l'emportent ſur les autres, quand les Ouvertures ſont petites; cependant on peut tellement augmenter l'Ouverture, que l'on cauſera par là des Rétardations plus grandes que les autres. Ainſi, *pour que le Jêt ſoit le plus haut qu'il eſt poſſible, il y a, par rapport à chaque Hauteur, une grandeur déterminée pour l'Ouverture par laquelle le Fluide jaillit.* Cependant on ne ſçauroit donner de Règles pour déterminer préciſément cette Ouverture, à cauſe que la largeur des Tuyaux que l'Eau traverſe, & les infléxions de ces Tuyaux, font varier la grandeur de l'Ouverture à l'infini, par les changemens que ces Cauſes y apportent dans chaque cas particulier. 1610.

La Hauteur à laquelle un Fluide peut s'élever, comme auſſi la grandeur de l'Ouverture, ont des bornes. 1611.

Car ſi l'on augmente trop la Viteſſe du Fluide, ce dernier frappe l'Air avec tant de force, qu'il ſe diſperſe en gouttes; en ce cas, ſi l'on diminüe la Viteſſe, on augmente la Hauteur à laquelle s'éleve le Fluide: d'un autre coté, la plus grande Hauteur à laquelle un Fluide peut s'élever, varie dans différens Fluides, & va à peine au-delà de cent pieds pour l'Eau jailliſſante. Le diamètre de l'Ouverture qui répond à cette Hauteur, eſt tant ſoit peu plus grand que cinq quarts de pouce.

Les Fluides qui jailliſſent obliquement, ne ſont, ni tant rétardez, ni par tant de Cauſes, que les Fluides dont le Jêt eſt vertical. La ſeconde Cauſe de Rétardation, indiquée ci-devant *, n'a pas lieu à leur égard, & l'effet de la premiére eſt plus petit *. Au reſte, on doit appliquer à ces Fluides, tout ce qui a été dit des Corps jettez obliquement, dans le 22me Cha- 1612. * 1590. * 1589.

1613. pitre du premier Livre; & *un Fluide peut être conſideré comme un nombre infini de petits Solides qui s'entre-ſuivent, & qui parcourent le même chemin.* On voit le chemin que parcourt un Fluide, & l'on peut confirmer par des Expériences, faites avec des Fluides, ce que nous avons avancé touchant les Solides jettez obliquement; pour cet effet nous employons du Mercure, à cauſe que ce Fluide ſurpaſſe tous les autres en gravité ſpécifique. Les Expériences dont nous venons de parler ſe font avec une Machine particuliere, dont voici la Deſcription.

MACHINE
Pour faire des Expériences touchant le Jét oblique des Fluides.

1614. TAB. LIII. Fig. 1. Le Bac de bois ABCDEF eſt long de quatre pieds, & large de dix ou douze pouces; pour la hauteur, elle eſt de ſix ou ſept pouces. Le fond eſt formé par une Planche creuſée à la profondeur d'un demi-pouce, pour mieux contenir le Mercure.

Au bout H du coté EFH, il y a une autre Planche HI, large de ſix pouces, & haute de deux pieds, dans laquelle il y a une Fente *ot*, où l'on affermit, à la hauteur qu'on veut, la Piéce de bois *s*, par le moyen d'une vis, attachée par derriére à cette Piéce.

Cette Piéce de bois eſt repréſentée ſéparément en S (*Fig.* 2.). On y joint la Boëte cylindrique de bouis P, qui eſt entourée d'une rainure, dans laquelle on introduit deux Lames de cuivre, dont une ſe voit en *f e*. La Vis *g* attache enſemble les bouts de ces Lames, & ſuivant que cette Vis eſt plus ou moins ſerrée, la Boëte eſt, ou immobile, ou peut tourner autour de ſon axe.

Il y a au fond de cette Boëte une cavité cylindrique *a b*, d'un quart de pouce de diamètre. Cette cavité communique avec une autre cavité ſemblable *b c*, qui ſe termine au milieu d'une troiſiéme cavité plus grande *c d*, dont le diamètre eſt de plus d'un demi-pouce; on introduit dans cette derniere cavité le Cone tronqué H (*Fig.* 3.) qui eſt de bouis, & dont la ſurface extérieure convient avec la ſurface intérieure de la cavité, enſorte que le Cone peut y tourner autour de ſon axe, & y eſt bien retenu par la Vis R, qui traverſe l'Anſe de cuivre Q O.

Le

Le même Cone eſt joint à angles droits au Cylindre IL; & la cavité coudée *hil*, de même diamètre que la cavité *bc*, & qui répond à cette cavité, paſſe par le Cone & par le Cylindre. La cavité *hil* s'élargit en L, pour qu'on puiſſe y introduire le Tuyau de verre NM.

Ce Tuyau a un pied & demi de longueur; l'autre bout s'en voit en NM (*Fig.* 5.); on introduit ce bout dans le Cylindre de bouis LI, qui en *lih* eſt creuſé en Equerre; en *bc* il y a une cavité, dans laquelle il faut introduire le Cone tronqué ED, qui la remplit exactement, & qu'on y fait tourner autour de ſon axe, par le moyen de la Manivelle EA.

La cavité *hi* répond à la cavité *de*, qui communique avec *fg*; cette extremité du cone eſt garnie d'un Anneau de fer BQ, dans lequel il y a un très petit trou *g*, lequel, quand toutes les parties de la Machine ſont jointes enſemble, a communication avec la Boëte P (*Fig.* 2.).

Pour que le Tuyau ne ſe caſſe point, on applique les bouts des Tuyaux L, L, des Cylindres de bouis (*Fig.* 3. & 5.), avec le Tuyau qui eſt entre deux, à la Règle de bois *nm* (*Fig.* 1.). Au bout inférieur *m* de cette Règle, on joint la garniture de fer LPBQ (*Fig.* 6.); le bout L (*Fig.* 5.) du Cylindre de bouis, répond au bout M de la Règle MN (*Fig.* 6.), & dans cette ſituation, la partie la plus épaiſſe I du Cylindre (*Fig.* 5.), convient avec la partie I (*Fig.* 6.); la Vis Q preſſe le point *o* du Cylindre BD (*Fig.* 5.), & ſert à le joindre intimément au Cylindre LI.

Toutes les parties de la Machine, jointes enſemble, ſe voyent dans la *Fig.* 1.; on verſe du Mercure dans la Boëte *p*, & il jaillit par le trou *g* (*Fig.* 5.). Si on laiſſe le Mercure à la même hauteur dans la Boëte, & à la Règle *nm* la même inclinaiſon, le Mercure jaillira avec la même Viteſſe, quelle que ſoit la direction du Jêt *. Pour varier l'inclinaiſon de la direction, on ſe ſert de la Manivelle *ea* (EA dans la *Fig.* 5.); & on meſure l'angle que la direction, ſuivant laquelle le Mercure ſort, fait avec l'Horizon, à l'aide du Quart de Cercle diviſé *q*, dont l'Aiguille *fh* eſt diſpoſée par ſa peſanteur dans une ſituation verticale. Ce Quart de Cercle eſt repréſenté dans la *Fig.* 7., où l'Aiguille eſt déſignée par FH. Il y a par derriere deux anneaux, que traverſe la Manivelle EA

* 1574.

(*Fig.* 5.); quand cette Manivelle eſt verticale, l'Aiguille répond au 45me degré des diviſions, & la ligne de direction, que le Mercure ſuit en ſortant, fait, en ce cas, un angle demi-droit avec l'Horizon.

Dans la premiére Figure les Jêts du Mercure ſont repréſentez ſuivant différentes directions; qui toutes ſont rendües très ſenſibles par le moyen de la Planche G, qui eſt peinte de noir, & que le Mercure raſe preſque dans ſon Mouvement; les chemins parcourus par le Corps, avec la même Viteſſe, ſuivant des directions qui forment différens angles avec l'Horizon, ſont marquez ſur cette Planche, comme il a été dit dans l'Art. 545; mais c'eſt ce qu'il n'y a pas eu moyen de repréſenter ici. On trace encore ſur cette Planche le demi-Cercle AL (*Fig.* 5. *Pl. XIX.*), & l'on peut avoir différentes Planches, ſur leſquelles ces mêmes choſes ſont repréſentées pour différentes Viteſſes.

C'eſt preſque au milieu du Bac qu'on dreſſe la Planche, qui tient au coté EFH, de façon qu'on peut la faire gliſſer, quand on le veut, ſuivant la longueur de ce Bac.

On varie la Viteſſe du Mercure jailliſſant, en changeant l'inclinaiſon de la Règle *nm*; & en faiſant deſcendre la Boëte *p*, on place l'ouverture, d'où le Mercure ſort, à la hauteur qui répond au point le plus bas des figures tracées ſur la Planche.

On arrête le Jet du Mercure, en bouchant l'ouverture *ab* (*Fig.* 2.), avec la Cheville DE (*Fig.* 4.).

4. EXPERIENCE.

1615. TAB. LIII. Fig. 1. Les parties de la Machine étant jointes, & diſpoſées comme il a été marqué dans la Deſcription, on incline la Règle *nm*, juſqu'à ce que la hauteur, à laquelle s'élève le Mercure quand il jaillit enhaut avec une direction à peu près verticale, ſoit preſque égale au diamètre du demi-Cercle tracé ſur la Planche G. Enſuite il faut affermir la Boëte *p* à une telle hauteur, & diſpoſer la Planche G, de façon que l'axe de circonvolution du Cylindre BD (*Fig.* 5.) réponde au point le plus bas du demi-Cercle dont nous venons de parler. Quelque inclinaiſon qu'on donne à la direction du Jêt, l'amplitude du Jêt ſera preſque toujours quadruple de la ligne BM, dans le demi-Cercle ABL (*Pl. XIX. Fig.* 5.). La petite différence qu'il y a, doit principalement être attribuée à la Réſiſtance de l'Air.

5. Ex-

5. Experience.

1616. La Machine étant disposée comme dans l'Expérience précedente, si le Mercure jaillit suivant deux directions, dont l'une soit autant au dessus d'un angle de 45 degr. que l'autre est au dessous d'un pareil angle, le Mercure répondra à des points peu éloignez l'un de l'autre, dans la ligne horizontale qui passe par le point le plus bas du demi-Cercle tracé sur la Planche G.

6. Experience.

1617. La disposition de la Machine restant la même, si l'on trace, comme il a été dit dans la Description de la Machine, un chemin sur la Planche pour une direction quelconque de Mouvement, & que l'Aiguille *f b* réponde à la division du Quart de Cercle qui marque la direction qu'on aura choisie, le chemin que le Mercure suivra dans son Mouvement, s'éloignera très peu de la ligne tracée. Si l'on trace des chemins pour différens angles, on pourra, par le moyen de la Manivelle *a e*, observer successivement, que la même chose a lieu par rapport à tous ces différens chemins.

7. Experience.

1618. Les Expériences réussiront précisément de même, si l'on employe une autre Planche comme G, sur laquelle on aît tracé, pour une autre Viteſſe, tout ce que nous venons de marquer pour la Viteſſe exprimée dans la 4me Expérience.

On trouve, par une Méthode semblable à celle dans laquelle on détermine, par le moyen d'un Cercle, la distance où tombent des Corps jettez obliquement; on trouve, dis-je, par une Méthode semblable, la distance à laquelle jaillit un Fluide qui sort d'une ouverture faite dans la paroi d'un Vaisseau, quand ce Vaisseau est placé sur un Plan horizontal: la distance en question varie, suivant la différente hauteur de l'Ouverture, la hauteur du Fluide restant la même.

1619. *Supposons que AB représente la hauteur d'un Vaisseau rempli d'un Fluide*; soit cette hauteur divisée en deux parties égales en C; ayant mené de C, comme centre, à l'intervalle CA un demi-Cercle; *qu'il y ait une Ouverture en E*; enfin, soit menée sur AB, la perpendiculaire ED, terminée en D, dans la circonférence du demi-Cercle. *Si le Fluide jaillit de E en F,*

TAB. LIV. Fig. 4.

F, dans le Plan horizontal, la distance BF, en faisant abstraction de toutes les Rétardations, sera double de la perpendiculaire ED.

1620. Pour le prouver, il faut considérer que le Fluide parcourt, d'un Mouvement uniforme, l'Espace BF, avec la Viteſſe qu'il a eu en ſortant de l'Ouverture, & cela dans le Tems qu'il faudroit à un Corps pour tomber depuis E juſqu'en B *. Dans tout Mouvement, l'Eſpace parcouru eſt en raiſon compoſée de la Viteſſe & du Tems *; & en multipliant ces deux quantitez l'une par l'autre, on a l'Eſpace parcouru; c'eſt-à-dire, qu'en faiſant cette opération pour différens Mouvemens, on a des quantitez qui expriment la raiſon qu'il y a entre les Eſpaces parcourus. Si l'on fait entrer dans le calcul les quarrez des Viteſſes & des Tems, on aura la raiſon qui régne entre les quarrez des Eſpaces parcourus. AE marque ici le quarré de la Viteſſe *, & EB le quarré du Tems *; donc le Rectangle, formé par ces lignes, déſigne le quarré de l'Eſpace parcouru BF; mais comme ce Rectangle eſt égal au quarré de la ligne ED *, cette ligne doit diminuer ou croitre comme la diſtance BF. L'Ouverture étant placée au centre C, la diſtance BG, à laquelle le Fluide jaillira, en faiſant abſtraction de toutes les Rétardations, eſt égale à BA *, ou bien à une ligne double de la perpendiculaire, qui peut être menée de C ſur AB dans le demi-Cercle; ce qui par conſéquent a lieu pour toutes les autres Ouvertures, & la ligne ED eſt la moitié de BF.

* 541. 1587. * 120. * 1586. * 374. * 13. 17. EL. VI. * 1583. 1585.

1621. On peut inférer de ce que nous venons de dire, que *le Fluide qui ſort d'une Ouverture au centre* C, *jaillit à la plus grande de toutes les diſtances.*

8. EXPERIENCE.

1622. Il faut ſe ſervir, pour faire cette Expérience, de la Machine décrite dans le Chapitre précédent *. Suppoſons que l'Eau jailliſſe par l'Ouverture F, comme dans la premiére Expérience du Chapitre VII, que dans le même tems elle jailliſſe auſſi par E & par G; l'Ouverture G eſt moins éloignée que F de la ſuperficie de l'Eau, &, d'un autre coté, l'Ouverture E eſt plus éloignée que F de la même ſuperficie; cependant l'Eau jaillit plus loin par F, que par aucune des deux autres Ouvertures.

TAB. LIV. Fig. 2. * 1584.

Il

Il paroit de plus, par ce qui vient d'être dit, que *le Fluide qui ſort par les Ouvertures* E, e, *également éloignées du centre* C, *jaillit à la même diſtance*; à cauſe qu'en ce cas les perpendiculaires ED, *ed*, ſont égales. 1623. TAB. LIV. Fig. 4.

9. Experience.

Si l'on conçoit une ligne horizontale, menée par F, elle paſſera par H; HG & HE ſont égales; & l'Eau qui ſortira par les Ouvertures G & E, jaillira par l'une & par l'autre en L. 1624. Fig. 2.

CHAPITRE IX.

De la manière de déterminer la Quantité de Fluide qui s'écoule d'un Vaiſſeau par une Ouverture, & des Irrégularités qui ont lieu en cette occaſion.

LA Quantité de Fluide qui s'écoule dans un Tems donné, par une Ouverture donnée, croit en même raiſon que la Viteſſe du Fluide qui ſort: cette Viteſſe dépend de la hauteur du Fluide au deſſus de l'Ouverture, & il n'importe pas de quel coté le Mouvement du Fluide ſoit dirigé *; ainſi, *en faiſant abſtraction des Rétardations, les quarrez des Quantitez qui s'écoulent dans un Tems donné, par une Ouverture donnée, ſont proportionels aux hauteurs du Fluide au deſſus des Ouvertures* *. * 1574. 1625. * 1586.

Dans le Tems qu'il faut à un Corps pour parcourir, en tombant, la hauteur du Fluide au deſſus de l'Ouverture, il ſort de cette Ouverture, en faiſant abſtraction des Rétardations, une Colomne de Fluide, dont la longueur eſt double de la hauteur du même Fluide *. L'Ouverture, qui eſt la baſe de la Colomne, eſt connüe; ainſi, en connoiſſant la hauteur du Fluide au deſſus de l'Ouverture, toute la Colomne eſt donnée; pour le Tems, il eſt facile de le déterminer par des Expériences *: mais dès qu'on ſçait quelle Quantité s'écoule dans un Tems connu, on pourra ſçavoir par cela même, ce qui doit s'écouler dans un Tems quelconque. 1626. * 1583. 376. 1627. *415. 883.

En comparant ce que nous venons de démontrer ici *, touchant la Quantité de Fluide qui ſort, avec ce que nous avons démontré touchant la Preſſion des Fluides *, il en naitra un 1628. * 1626. * 1431.

vrai paradoxe, quoique la premiére de ces choſes ſoit déduite de l'autre. La Preſſion qui communique le Mouvement au Fluide qui ſort par *cd*, eſt égale au poids de la Colomne *cm*; comme nous l'avons vû ci-deſſus *. Si cette Colomne étoit renfermée dans un Tuyau, & tomboit par ſa peſanteur, comme un Corps ſolide, elle ſeroit pouſſée en bas par cette même Preſſion. Suppoſons que ces deux Preſſions égales déployent leur Action pendant le Tems qu'il faut à un Corps pour tomber de la hauteur *md*; la derniére de ces Preſſions communiquera à la Colomne *mc*, la Viteſſe avec laquelle l'autre Preſſion fait ſortir le Fluide *: les Viteſſes ſont égales, & les Tems égaux; mais la Matiére, miſe en mouvement dans le dernier cas, eſt double de celle qui ſeroit miſe en mouvement dans l'autre *. Et par conſéquent tout l'Effet eſt double auſſi.

TAB. LIV. Fig. 1.

* 1577.

* 1583.

* 1626.

1629. Pour ſentir la raiſon de cette différence, il faut ſe rappeller ce que nous avons obſervé ci-deſſus. S'il n'y avoit que la ſeule Colomne *cm* qui agît, l'Effet, tel qu'il eſt à préſent *, n'auroit pas lieu; mais il faut ajouter la Preſſion latérale, pour que la Preſſion indiquée ſoit continuée ſans intermiſſion ſur le Fluide qui ſort *. C'eſt-là proprement l'Action qui pouſſe la Cauſe mouvante, & ſans le ſecours de laquelle elle ne ſçauroit déployer ſon effet; donc ces deux choſes doivent être réunies enſemble, pour avoir la Cauſe entiére qui produit l'Effet, & de laquelle l'Effet ſuit ici la proportion *.

* 1577.

* 1578.

* 706.

La ſeule Peſanteur de la Colomne *cm* agit dans le premier moment; à cette Action ſe joint d'abord la Preſſion latérale, que nous nommerons Cauſe auxiliaire, par le ſecours de laquelle la premiére Cauſe eſt miſe en état de continuer ſon Action; ainſi la Cauſe auxiliaire ſupplée à ce que la premiére Cauſe perd en agiſſant: perte qui doit être proportionée à l'Effet qui eſt produit; donc l'Action de la Cauſe auxiliaire eſt égale à l'Effet que la premiére Cauſe produiroit, ſi elle agiſſoit ſeule: & par cela même l'Effet eſt double, puiſqu'elles agiſſent enſemble. C'eſt ce qu'il étoit queſtion d'éclaircir.

1630. La Quantité de Fluide qui devroit ſortir ſuivant le Calcul que nous avons indiqué *, eſt beaucoup plus grande que celle qui ſort réellement: &, ce qui mérite d'être obſervé, c'eſt que *les Expériences qu'on fait touchant les Viteſſes, & celles par le moyen deſquelles on meſure immédiatement la Quantité de Flui-*

* 1627

1631.

Fluide qui ſort par une Ouverture, dans un certain Tems, ne s'entre-répondent point; c'eſt-à-dire, que la Viteſſe étant connüe, on n'en peut nullement déduire la Quantité dont il s'agit.

La principale Cauſe de cette différence eſt l'irrégularité du Mouvement, de laquelle nous avons parlé dans un autre endroit *; & qui, quoique plus conſidérable dans de grandes Ouvertures, ne laiſſe pas d'avoir lieu dans toutes; cette irrégularité empêche davantage la ſortie de l'Eau, qu'elle n'en diminüe la Viteſſe: la baſe de la colomne eſt plus petite que la ſurface de l'Ouverture, comme on peut le voir à l'œil, ſi l'on meſure la Colomne à une petite diſtance de l'Ouverture. De là vient que, ſi l'Eau s'écoule par un Tuyau court, par Ex. de la longueur d'un pouce, elle ſortira en plus grande quantité, que ſi, le Tuyau étant ôté, elle s'écouloit par une Ouverture de la même grandeur. 1632. * 1609. 1633.

On ſe trompe auſſi dans la meſure de la Viteſſe. Le Fluide qui paſſe le long des parois de l'Ouverture éprouve du Frottement, & en eſt rétardé: Rétardation que ne ſouffre pas le Fluide qui paſſe par le centre de l'Ouverture; non pas que ce dernier Fluide ne ſoit rétardé par le Fluide latéral, auquel il tient; mais les parties de tout Fluide ſe meuvent aiſément entr'elles, & cette Rétardation eſt très petite en comparaiſon de l'autre; c'eſt pourquoi le Mouvement du Fluide latéral eſt tant ſoit peu accéleré par l'Action de celui qui traverſe le milieu de l'Ouverture, & ce dernier ſe meut toujours plus vite que l'autre, ſans néanmoins s'en ſéparer; car quoique les parties dont les Fluides ſont compoſez gliſſent facilement les unes à coté des autres, elles ne ſe ſéparent pas aiſément: ainſi le Fluide du milieu, en s'écoulant, emporte avec lui le Fluide latéral, lequel, quoique mû plus lentement, atteint à la même diſtance, ou à la même hauteur, que le Fluide du milieu. 1634.

Or quand nous jugeons de la Viteſſe, nous n'en jugeons que par la diſtance ou par la hauteur, mais la Viteſſe que nous déterminerions de cette maniére, ſeroit un peu moindre que celle avec laquelle le Fluide ſort du milieu de l'Ouverture, parce que le Mouvement de ce dernier Fluide eſt rétardé par le Fluide latéral, & par d'autres Cauſes. Mais, d'un autre coté, la Viteſſe en queſtion ſurpaſſe bien davantage la Viteſſe du Fluide latéral, comme on peut le conclurre de tout ce que

nous venons de dire; cela étant, ſi l'on ſuppoſe que le Fluide qui ſort, a la Viteſſe déterminée en meſurant la diſtance ou la hauteur, on trouvera une quantité de Fluide, écoulée dans un certain Tems, plus grande que celle qui eſt ſortie réellement; cependant on ira moins au-delà du vrai, que ſi, en déterminant la Viteſſe, on faiſoit abſtraction de toutes les Rétardations, & qu'on ſuivît dans le Calcul la Règle énoncée dans l'Art. 1626.

1635. *Il eſt prouvé par un grand nombre d'Expériences, que les Quantitez d'Eau qui ſortent par des Ouvertures égales, dans un Tems déterminé*, ſi l'on fait paſſer l'Eau par de larges Tuyaux, & qu'elle ſorte par une Ouverture faite dans une Plaque, *ſuivent une raiſon peu différente de la raiſon ſousdoublée de la hauteur de l'Eau au deſſus de l'Ouverture*; or comme cette raiſon n'eſt qu'à peu près la véritable, la Règle que nous venons d'exprimer ne ſçauroit être d'uſage s'il y a trop de différence entre les hauteurs.

1636. Quand il faudra calculer la Quantité d'Eau qui ſort d'une Ouverture donnée, la hauteur de l'Eau au deſſus de l'Ouverture reſtant la même, on pourra ſe ſervir de la Table ſuivante, qui cependant ne doit point être appliquée à des hauteurs plus grandes, ou moindres. Je marquerai dans le Scholie ajouté à ce Chapitre, ſur quelle Expérience le Calcul de cette Table eſt fondé, & à quoi il a fallu avoir égard dans ce Calcul.

1637. Je ſuppoſe que l'Eau s'écoule par une Ouverture circulaire, dont le diamètre eſt d'un demi-pouce de Rhin; ce ſont auſſi des pieds de Rhin dont il eſt fait mention dans la Table.

Hauteur de l'Eau.	*Tems dans lequel s'écoule un pied cylindrique d'Eau.*		*Hauteur de l'Eau.*	*Tems dans lequel s'écoule un pied cylindrique d'Eau.*	
4. Pieds	52, 16.	Sec.	13. Pieds	28, 94.	Sec.
5.	46, 66.		14.	27, 88.	
6.	42, 59.		15.	26, 94.	
7.	39, 43.		16.	26, 08.	
8.	36, 89.		17.	25, 30.	
9.	34, 78.		18.	24, 59.	
10.	32, 99.		19.	23, 93.	
11.	31, 55.		20.	23, 33.	
12.	30, 12.		21.	22, 71.	

Si

Si les Ouvertures ſont différentes, mais que la hauteur reſte la même, la Quantité de Fluide qui ſort dans un Tems déterminé, eſt proportionelle à l'Ouverture, en cas que le Fluide traverſe tous les points de l'Ouverture avec la même Viteſſe; or quoique cette derniére condition n'ait pas lieu, on trouve néanmoins, que la raiſon qui vient d'être énoncée ne s'éloigne guéres de la véritable, dans les Expériences qu'on a faites avec de l'Eau. 1638

Il eſt clair que, toutes choſes d'ailleurs égales, *les Quantitez de Fluide qui ſortent*, ſont proportionelles aux Tems: donc, en général, ces Quantitez *ſont en raiſon compoſée des Tems, des Ouvertures* *, *& des Racines quarrées des hauteurs du Fluide au deſſus des Ouvertures* *. 1639.

* 1638.
* 1635.

La Viteſſe d'un Fluide qui ſort d'un Vaiſſeau, ſans qu'il en rentre d'ailleurs, change continuellement pendant que ce Fluide s'écoule; & c'eſt à quoi il faut faire attention, en comparant entr'eux les Tems dans leſquels ſe vuident différens Vaiſſeaux. 1640.

Nous ne conſidérons ici que des Vaiſſeaux cylindriques; mais ce que nous en dirons peut s'appliquer à des Vaiſſeaux quelconques, qui ont la même capacité ſuivant toute leur hauteur; nous ſuppoſons auſſi, que c'eſt par une Ouverture dans le fond que le Fluide s'écoule.

Les Tems dans leſquels ſe vuident des Vaiſſeaux cylindriques de même diamètre & de même hauteur, ſont, quand le Fluide s'écoule par des Ouvertures inégales, en raiſon inverſe de ces Ouvertures. 1641.

Concevons ces Vaiſſeaux diviſez en parties égales & infiniment petites, par des Plans parallèles à la baſe; & que les diviſions pour les deux Vaiſſeaux ſoient les mêmes: comme il s'agit de couches infiniment minces, nous pouvons concevoir, que la Viteſſe ne change point pendant qu'une ſeule couche s'écoule. La Quantité de Fluide qui paſſe par une Ouverture, la hauteur reſtant la même, augmente comme l'Ouverture, & une Quantité déterminée de Fluide s'écoule en d'autant moins de Tems que l'Ouverture eſt plus grande. Ce Tems eſt exactement en raiſon inverſe de l'Ouverture. Pendant que deux couches correſpondantes s'écoulent, les hauteurs ſont égales; les couches mêmes, & par conſéquent les Quantitez

de Fluide qui s'écoulent, ſont égales; donc les Tems ſont en raiſon inverſe des Ouvertures; or comme ce raiſonnement a lieu par rapport à chacune des couches correſpondantes, on peut l'appliquer aux Tems dans leſquels ſe vuident les Vaiſ-
* 12. EL. V. ſeaux entiers *.

1642. *Quand des Vaiſſeaux cylindriques ſont inégaux, mais d'égale hauteur, ils ſe vuident, par des Ouvertures égales, dans des Tems qui ſont entr'eux comme les baſes des Cylindres.* Il faut concevoir encore les Vaiſſeaux diviſez en couches infiniment minces, & en nombre égal, afin que chaque couche dans un Vaiſſeau ſoit autant éloignée du fond, que ſa couche correſpondante eſt éloignée du fond dans l'autre Vaiſſeau. Quand deux couches correſpondantes s'écoulent, le Fluide ſort de l'un & de l'autre Vaiſſeau, par des Ouvertures égales, avec d'égales Viteſſes; donc les Quantitez qui s'écoulent ſont comme les Tems: & par conſéquent, les couches correſpondantes, qui ſont comme les baſes des Cylindres, ont entr'elles cette même raiſon des Tems: or les Tems dans leſquels ſe vuident les Vaiſſeaux entiers, ſont entr'eux comme les Tems dans leſquels
* 12. EL. V. s'écoulent deux couches correſpondantes *.

1643. TAB. LIV. Fig. 5. 6. Enfin, *ſi l'on a deux Vaiſſeaux cylindriques* EI, AD, *dont les baſes ſont égales, mais qui ſoient de différentes hauteurs*, par Ex. comme 1 à 4, *& qui ſe vuident par des Ouvertures égales*; il faudra concevoir encore ces Vaiſſeaux diviſez en couches infiniment minces, comme H*i*, C*d*, par dès plans parallèles à la baſe: ſuppoſons qu'il y ait le même nombre de couches, & que l'une ſoit à l'autre comme les Vaiſſeaux ſont entr'eux, c'eſt-à-dire, comme 1 à 4. Chaque couche, étant infiniment mince, s'écoule avec une Viteſſe uniforme. Les Viteſſes, pour les couches correſpondantes, ſont par-tout comme 1 à
* 1586. 2 *; à cauſe que les hauteurs de ces couches au deſſus des baſes ſont comme les hauteurs des Vaiſſeaux, leſquelles ſont comme *les quarrez des* nombres que nous venons de marquer. D'où nous inférons, que les Tems dans leſquels les couches correſpondantes s'écoulent, ſont auſſi entr'eux comme 1 à 2; puiſque, dans un *Tems* double, avec une double Viteſſe, il s'écoule une Quantité quadruple. Mais comme les Tems ſont entr'eux dans la même raiſon pour deux couches correſpondantes, il faut que les Tems dans leſquels les Vaiſſeaux ſe vui-

vuident, ſoient auſſi comme un à deux *. Si les Vaiſſeaux étoient comme 1 à 9, nous prouverions de la même maniére que les Tems ſont comme 1 à 3; en général, les Tems ſont comme les Viteſſes avec leſquelles les couches correſpondantes s'écoulent: Viteſſes dont les quarrez *ſont comme les hauteurs des Vaiſſeaux* *; & c'eſt dans cette même raiſon que ſont les quarrez des Tems. * 12. El. V. * 1586.

I. Experience.

Trois Vaiſſeaux cylindriques A, C, B, faits d'un métal mince, ont des diamètres égaux, & des hauteurs qui ſont entr'elles comme un, trois & quatre, au bord de chacun de ces Vaiſſeaux il y a une entaille, par laquelle l'Eau s'écoule dès qu'elle paſſe une certaine hauteur, qui eſt proprement celle du Vaiſſeau; aux fonds des Vaiſſeaux A & B, qui ſont comme un & quatre, & qu'on a eu ſoin de remplir d'Eau, il y a des Ouvertures égales; on débouche ces Ouvertures dans le même inſtant; cela étant, ſi l'on reçoit l'Eau qui ſort de B, dans le Vaiſſeau C, ce dernier Vaiſſeau ſe remplit dans le même Tems que A ſe vuide: C contient les trois quarts du Vaiſſeau B; & pour ce qui eſt du dernier quart qui reſte encore dans B, lorſque C eſt rempli, il eſt clair qu'il doit s'écouler auſſi dans le même Tems que le Vaiſſeau A ſe vuide; donc A ſe vuide deux fois, & B une, dans le même Tems. 1644. TAB. LV. Fig. 1, 2.

Les Tems dans leſquels des Vaiſſeaux cylindriques quelconques ſe vuident, ſont en raiſon compoſée des Baſes *, *& des racines quarrées des Hauteurs* *, *comme auſſi de la raiſon inverſe des Ouvertures* *. 1645. * 1642. * 1643. * 1641.

Un Vaiſſeau cylindrique peut être diviſé de telle manière, que les couches de Fluide, interceptées entre les diviſions, s'écoulent dans des Tems égaux; ce qui aura lieu ſi les diviſions, à compter depuis la baſe, ſont comme les quarrez des Nombres naturels; car les Tems dans leſquels des Vaiſſeaux, dont les hauteurs ſuivent cette même proportion, ſe vuident, ſont comme les Nombres naturels *, & les différences des Tems ſont égales. 1646. TAB. LIV. Fig. 6. * 1644.

Le Tems dans lequel un Vaiſſeau cylindrique ſe vuide, eſt comme la Viteſſe avec laquelle le Fluide commence à s'écouler *; par conſéquent la Viteſſe, pendant que le Fluide deſcend dans le Vaiſſeau, diminüe en même raiſon que le Tems dont le Fluide, qui reſte encore dans le Vaiſſeau, a beſoin 1647. * 1586. 1643.

pour

1648. pour s'écouler; & *le Mouvement d'un Fluide qui s'écoule d'un Vaiſſeau cylindrique, eſt également rétardé dans des Tems égaux.*

1649. *Si un Fluide s'écoule d'un Cylindre, & d'un autre Vaiſſeau de même hauteur, qui ayent des Ouvertures égales, mais que dans le Vaiſſeau le Fluide ſoit toujours entretenu à la même hauteur; il s'écoulera de ce Vaiſſeau, dans le Tems que le Cylindre ſe vuidera, une quantité de Fluide double de celle qui étoit dans le Cylin-*

1650. *dre.* Car, à cauſe que les deux Vaiſſeaux ſont d'égale hauteur, les Viteſſes ſont égales au commencement; la Viteſſe d'un Fluide qui ſort d'un Vaiſſeau toujours plein eſt uniforme; au lieu que celle du Fluide qui s'écoule du Cylindre eſt

* 1648. uniformément rétardée *. C'eſt pourquoi, pendant que le Cylindre ſe vuide, il ſortira du Vaiſſeau une fois plus d'Eau que du Cylindre. Car ſi deux Corps commencent à ſe mouvoir avec la même Viteſſe; que le Mouvement du premier continüe avec cette même Viteſſe uniforme, mais celui de l'autre avec une Viteſſe uniformément rétardée; & qu'ils ſe meuvent juſqu'à ce que le dernier aît perdu tout ſon Mouvement, le premier aura parcouru dans ce Tems un Eſpace dou-

* 377. 378. 376. ble de celui qu'a parcouru l'autre Corps *; dans le cas en queſtion, le Fluide qui s'écoule peut être conſideré comme l'Eſpace parcouru, à cauſe de l'égalité des Ouvertures.

1651. Nous avons remarqué ci deſſus, que la cohéſion des parties rétardoit le Mouvement des Fluides; cependant le contraire eſt vrai dans pluſieurs occaſions: car quoique la Viteſſe, produite par la Preſſion, ſoit la même vers tous les cotez, cela n'empêche pas que le Fluide ne ſe meuve jamais plus vite que pendant qu'il deſcend verticalement: ſon Mouvement alors eſt continuellement accéleré: mais comme les parties qui précedent, tiennent, en tombant, à celles qui les ſuivent, elles les tirent après elles, & augmentent ainſi la Viteſſe du Fluide qui ſort du Vaiſſeau.

1652. TAB. LV. Fig. 3. *Le Mouvement d'un Fluide qui s'écoule d'un Vaiſſeau, à l'Ouverture duquel on adapte un Tuyau, en eſt beaucoup accéleré.* Soit un tel Vaiſſeau E, auquel eſt attaché le Tuyau *cb*, dont les deux Ouvertures ſont égales.

1653. Il eſt clair d'abord, qu'il ne ſçauroit ſortir plus de Fluide par l'Ouverture inférieure du Tuyau, qu'il n'en entre par celle d'enhaut; mais pour déterminer la Force, & par elle la Viteſſe,

teſſe avec laquelle le Fluide entre dans l'Ouverture d'enhaut, il faut commencer par indiquer les Cauſes qui pouſſent le Fluide dans le Tuyau.

La Preſſion du Fluide ſupérieur communique aux parties qui ſortent du Vaiſſeau, & qui entrent dans le Tuyau, une Force que chacune d'elles pourroit acquerir en tombant de la hauteur *ab* *; mais, outre cela, ces parties ſont auſſi tirées vers en bas par la Peſanteur de la colomne contenüe dans le Tuyau. 1654. * 1583.

Les parties du Fluide tiennent non ſeulement l'une à l'autre, de façon que toutes celles qui ſont dans le Tuyau ne forment en quelque ſorte qu'un ſeul Corps, mais elles tiennent auſſi au Tuyau ; c'eſt ce qui fait que le Tuyau reſte rempli; & qu'à cauſe de l'égalité entre les deux Ouvertures du Tuyau, le Fluide en ſort avec la même Viteſſe qu'il y entre; & n'éprouve aucune accéleration en parcourant tout l'eſpace *bc*. Ce qui empêche proprement cette accéleration, eſt la Réaction des parties, dont l'Action des parties inférieures accélere le Mouvement, dans l'inſtant qu'elles entrent dans le Tuyau. 1655.

Les parties qui parcourent, en deſcendant, toute la longueur du Tuyau, déployent continuellement une Action, qui eſt l'Effet de toute leur Peſanteur; or l'Effet d'une Preſſion eſt toujours le même, quand l'intenſité de la Preſſion & l'Eſpace parcouru ſont les mêmes *; donc cette Action des parties eſt égale à la Force que la Gravité peut leur communiquer pendant qu'elles deſcendent par *bc*: Force qui eſt toujours la même, ſoit que ces parties parcourent l'eſpace *bc* plus vite ou plus lentement *. * 727.

*754. 727.

Si nous conſidérons à préſent la Force entiére qui déploye ſon Action, dans un Tems quelconque durant lequel l'Eau s'écoule, nous aurons premiérement la Force que les parties pourroient acquerir en tombant de la hauteur *ab* *; outre cela, nous aurons la Force qu'elles pourroient acquérir en tombant de la hauteur *bc* *; ces deux Forces, ajoutées enſemble, valent celle qui feroit acquiſe en tombant des deux hauteurs *, c'eſt-à-dire, de la hauteur *ac*. C'eſt avec cette derniere Force que toutes les parties qui s'écoulent agiſſent avant que de ſortir du Tuyau, & cette Action entiére eſt conſumée en communiquant 1656. * 1654. * 1655. * 754.

du Mouvement à ces parties mêmes; & eſt égale à la Force
* 700. communiquée *. Par conſéquent, puiſque toutes les parties ſortent avec la même Viteſſe, pour que l'Effet ſoit égal à l'Action, il faut néceſſairement que chaque partie ſorte avec la même Force, & la même Viteſſe, qu'elles pourroient acquerir en tombant de la hauteur *ac*; & c'eſt avec cette Viteſſe qu'elles entrent dans le Tuyau en *b*. Le Frottement que les parties éprouvent le long des parois du Tuyau, en diminüe la Viteſſe, mais cette diminution eſt ſouvent peu de choſe, & ne devient plus conſiderable, que quand la hauteur *ab* eſt petite en comparaiſon de la longueur du Tuyau, ou quand le Tuyau eſt étroit, ou fort long.

2. EXPERIENCE.

1657. Le Vaiſſeau E eſt égal & ſemblable au Vaiſſeau A, *Fig.* 1., & eſt, en comptant le Tuyau, de même hauteur que le Vaiſ-
TAB. LV. Fig. 4. ſeau B *Fig.* 2. Les deux Ouvertures du Tuyau ſont égales entr'elles, & aux Ouvertures qui ſont aux baſes des Vaiſſeaux A & B, chacune d'elles ayant un tiers de pouce de diamètre. Si l'on remplit d'Eau les Vaiſſeaux B & E, & qu'enſuite on débouche les Ouvertures dans le même inſtant, la ſurface de l'Eau qui eſt en B, baiſſera à la vérité plus vite que celle qui eſt dans le Vaiſſeau E; mais la différence ſera très petite.

1658. *Si l'on ne change rien à l'Ouverture ſupérieure du Tuyau, par laquelle il a communication avec le Vaiſſeau, non plus qu'à ſa longueur; mais qu'on aggrandiſſe l'Ouverture inférieure; il s'écoulera une plus grande Quantité d'Eau*, & le Mouvement de l'Eau, qui entrera dans le Tuyau, ſera plus accéleré. En ce cas, il coule par l'Ouverture ſupérieure du Tuyau, plus d'Eau qu'il n'en ſortiroit par une Ouverture de même grandeur, à une profondeur quadruple.

1659. En appliquant à ce cas le raiſonnement que nous avons appliqué au cas précedent, on verra clairement, que chaque partie déploye, avant que de ſortir, la Force qu'elle peut acquerir en tombant de la hauteur *ac*, & ſort par conſequent de l'Ouverture inférieure avec la Viteſſe qu'un Corps pourroit acquerir en tombant de cette même hauteur, pourvû qu'on faſſe abſtraction de toutes les cauſes de rétardation. Pendant que les parties du Fluide entrent par l'Ouverture ſupérieure dans le Tuyau,

Tuyau, la Viteſſe & la Force de chacune d'elles ſont plus grandes que celles que nous venons d'indiquer; mais elles en perdent quelque choſe, lorſqu'elles attirent dans le Tuyau les parties qui les ſuivent, & leur communiquent un nouveau degré de Force, que ces derniéres perdent auſſitôt. La Force, avec laquelle nous avons dit que les parties ſortoient de l'Ouverture inférieure, eſt celle dont l'Effet reſte quand les parties ſont arrivées à cette Ouverture; & c'eſt cette Force ſeule qu'il s'agit de conſiderer ici. La Quantité qui ſort, en faiſant abſtraction du Frottement, eſt celle qui ſortiroit du Vaiſſeau, ſi, ſa largeur reſtant la même, ſa hauteur étoit *a c*; & ſi l'Eau s'écouloit par une Ouverture dans le fond du Vaiſſeau, égale à l'Ouverture inférieure du Tuyau, pourvû que le Tuyau demeurât rempli; ce qui arrivera toujours, quand l'Ouverture inférieure du Tuyau ne ſurpaſſera pas trop celle d'enhaut; pour ce qui eſt de la différence qu'il peut y avoir entre les grandeurs de ces Ouvertures, ſans donner lieu à l'inconvenient en queſtion, elle dépend de la cohéſion des parties du Fluide.

3. Experience.

1660. TAB. LV. Fig. 5.

Le Vaiſſeau F ne diffère de E (*Fig.* 4.) qu'en ce que l'Ouverture inférieure de ſon Tuyau eſt plus grande; au reſte, les diamètres des Vaiſſeaux F, E, & B (*Fig.* 2.) ſont égaux, & les Ouvertures dans les fonds égales auſſi, chacune d'elles ayant quatre lignes, c'eſt-à-dire, un tiers de pouce de diamètre; pour ce qui eſt du diamètre de l'Ouverture inférieure *c*, du Tuyau adapté au Vaiſſeau F, il eſt de cinq lignes. Si l'on remplit d'Eau les Vaiſſeaux F & B, & qu'on la laiſſe écouler dans le même inſtant, la ſurface de l'Eau baiſſera plus vite dans le Vaiſſeau F que dans le Vaiſſeau B. La hauteur du Vaiſſeau B eſt d'environ ſeize pouces.

Aux Expériences que je viens de rapporter, j'en ajouterai encore deux autres très remarquables, touchant la cohéſion des parties dont les Fluides ſont compoſez, & qui font voir à l'œil les effets de cette cohéſion.

4. Experience.

1661. Fig. 6.

On joint à vis les deux Seringues égales A & B, aux deux Tuyaux E*da*, F*db*, qui ſont attachez enſemble; les axes de

ces Tuyaux ſont dans un même plan, & s'entre-coupent à angles droits. Pour les Tuyaux, ils ſe confondent en *d*.

On remplit la Seringue A d'Eau teinte de rouge, ou de quelque autre couleur, & la Seringue B d'Eau pure; les Piſtons ſont joints enſemble par le moyen de la Lame L, qui eſt affermie par des vis. Si l'on pouſſe en même tems les deux Piſtons, l'Eau colorée ſuit le chemin E *db*, & l'autre le chemin F *da*; & les différentes Eaux ne ſe mêlent preſque point enſemble, pendant qu'elles paſſent l'une à coté de l'autre en *d*, & qu'elles ſe détournent de leurs chemins.

5. EXPERIENCE.

1662. TAB. LV. Fig. 7. Cette Expérience ne diffère que dans une ſeule circonſtance de l'Expérience précedente; cependant l'Effet en eſt tout autre. Les axes des Tuyaux E *da*, F *db*, ne ſont pas dans un même plan, mais l'axe d'un des Tuyaux doit comme raſer la cavité de l'autre Tuyau, enſorte que les Tuyaux ne ſoient confondus qu'en partie en *d*. Si l'on pouſſe à préſent les Piſtons, l'Eau colorée, qui paſſe en partie librement par E *da*, entraine avec elle toute l'autre Eau colorée; pendant que l'Eau pure, qui paſſe par F *db*, fait préciſément la même choſe par rapport à l'Eau de ſa ſorte: les deux Eaux ne ſe mêlant preſque point enſemble, quoiqu'elles paſſent l'une à coté de l'autre en *d*.

1663. Cette Expérience a induit en erreur un Auteur célèbre, qui, ayant deſſein de faire la quatriéme Expérience, fit celle-ci, & en tira une conſéquence oppoſée à toutes deux; ſçavoir, que les parties d'un Fluide continuent librement & ſans confuſion leur chemin entre les parties d'un autre Fluide, quoique ce dernier ſoit mû ſuivant une direction différente de celle du premier Fluide.

***

Mariotte a déterminé par une Expérience, repétée pluſieurs fois, & faite avec toutes les précautions requiſes, que l'Eau étant entretenüe à la hauteur de 13 pieds, au deſſus d'une Ouverture d'un quard de pouce de diamètre, il ſortoit par l'Ouverture, dans une minute, 28 pintes, telles qu'un pied cube en contient 70. Il s'agit ici d'un pied de Roi, qui eſt au pied de Rhin comme 144 à 139.

En faiſant ſervir cette Expérience de fondement à notre Calcul, il s'agit de ſçavoir en quel Tems un pied cylindrique d'Eau peut s'écouler, par une Ouverture dont le diamètre eſt d'un demi-pouce, en ſuppoſant que la hauteur de l'Eau au deſſus de cette Ouverture eſt auſſi de 13 pieds, meſure du Rhin.

Le Tems dans lequel une certaine Quantité d'Eau s'écoule, eſt d'autant plus court, que la Quantité qui s'écoule dans un Tems déterminé eſt plus grande; donc les Tems ſont en raiſon inverſe de ces Quantitez, leſquelles, toutes choſes égales, ſont en raiſon ſous-doublée des Hauteurs *. 1665. * 1635.

D'un autre coté, les Tems ſont d'autant plus courts, que les Ouvertures ſont plus grandes, c'eſt-à-dire, que les Tems, toutes choſes égales, ſont en raiſon inverſe des quarrez des diamètres des Ouvertures.

Enfin, toutes choſes égales, les Tems ſont en raiſon directe des Quantitez qui s'écoulent.

Dans l'Expérience faite par Mariotte, la hauteur de treize pieds de Roi eſt à celle de treize pieds de Rhin, pour le cas dont il s'agit, comme 144 à 139.

Les quarrez des diamètres des Ouvertures ſont comme 1 à 4, & comme $\overset{q}{\frown}144$ à $\overset{q}{\frown}139$.

Les Quantitez d'Eau ſont, comme 28 pintes à un pied cylindrique de Rhin: Quantitez qui ſont entr'elles en raiſon compoſée de la raiſon de 28 à 70, ou de 14 à 35, c'eſt à-dire, de la Quantité qui eſt ſortie à un pied cube de Roi, & de la raiſon d'un pied cube de Roi à un pied cube de Rhin, comme auſſi de la raiſon d'un pied cube à un pied cylindrique, ou de 452 à 355.

Ainſi le Tems d'une minute, ou de 60 ſecondes, eſt au Tems cherché en raiſon compoſée de ces ſix raiſons, $\surd\overset{q}{\frown}139$ à $\surd\overset{q}{\frown}144$, 4 à 1, 139 à $\overset{c}{\frown}144$, $\overset{c}{\frown}14$ à 35, 144 à 139, & 452 à 355.

La premiére, la troiſiéme & la cinquiéme de ces raiſons, ſe reduiſent à la raiſon de $\surd\overset{q}{\frown}144$ à $\surd\overset{q}{\frown}139$; donc 60 *ſecondes ſont au Tems cherché, comme* $4 \times 14 \times 452 \times 12$ *à* $1 \times 35 \times 355 \times \surd\overset{q}{\frown}139$: Tems qui ſe trouve être égal à 28 ſec. avec 94 centiémes. Ce Tems étant connu, le reſte de ce qui eſt marqué dans la Table de l'Art. 1637, ſe trouve en cherchant des Nombres qui ſoient en raiſon inverſe ſous-doublée des Hauteurs. 1666.

CHAPITRE X.

Du Cours des Riviéres.

1. DEFINITION.

1667. *NOus donnons le nom de Riviére ou de Fleuve, à toute Eau qui coule par ſa propre Peſanteur, dans un canal ouvert par enhaut.*

2. DEFINITION.

1668. *On dit qu'une Riviére eſt dans un état permanent, quand l'Eau coule uniformément, enſorte qu'elle ſoit toujours à la méme hauteur, dans le méme endroit.*

3. DEFINITION.

1669. *On appelle Section d'un Fleuve ou d'une Riviére, un Plan qui coupe le Lit perpendiculairement au Fond & à la direction du Mouvement de l'Eau.*

Si la Riviére étoit terminée à ſes cotez par des plans paralléles entr'eux, & perpendiculaires à l'Horizon, & que le fond fût auſſi un plan horizontal ou incliné, la Section formeroit des angles droits avec ces trois plans, & ſeroit un Parallélogramme.

1670. *Dans toute Riviére qui eſt dans un état permanent, il paſſe toujours, par chaque Section, la méme quantité d'Eau, dans le méme Tems.* Car s'il n'entroit pas, dans un lieu quelconque, autant d'Eau qu'il en ſort, la Riviére ne ſeroit pas dans un état permanent; & cette Démonſtration a lieu, quelque irrégulier que ſoit le Lit de la Riviére, quoique d'ailleurs les irrégularitez produiſent de grands changemens dans le Mouvement des Riviéres; par Ex. les Frottemens ſont plus grands, à proportion des inégalitez qui ſe rencontrent dans leur Lit.

1671. Les irrégularitez dans le Mouvement d'une Riviére peuvent varier à l'infini, & il n'eſt pas poſſible de donner des Règles fixes à cet égard; ainſi, commençons par examiner le Cours des Riviéres, en faiſant abſtraction de toutes les irrégularitez; car ſi l'on ignore les Loix du Mouvement des Riviéres, en faiſant

ſant abſtraction des irrégularitez, on ſera hors d'état de porter le moindre jugement ſur tous les autres cas qui concernent ce Mouvement. Nous parlerons enſuite des Riviéres, telles qu'elles ſont dans la Nature.

Nous ſuppoſons que l'Eau coule par un Canal régulier, ſans Frottement ſenſible; que le Canal eſt terminé de coté par des plans parallèles entr'eux, & verticaux; & enfin que le Fond eſt auſſi un plan incliné à l'Horizon. 1672.

Soit ce Canal AE; qu'il y ait de l'Eau qui coule dans ce Canal, hors d'un grand Reſervoir, où elle reſte toujours à la même hauteur, afin que le Fleuve ſoit dans un état permanent. L'Eau deſcend le long d'un plan incliné, & ſe meut par cela même d'un Mouvement accéleré *; ce qui, à cauſe qu'il paſſe par chaque Section une égale quantité d'Eau *, fait que *la hauteur de l'Eau, en s'éloignant de la ſource de la Riviére, va toujours en diminuant*, & que la ſurface de l'Eau acquiert la figure *iqs*. TAB. LVI. Fig. 1. * 382. * 1670. 1673.

Pour déterminer la Viteſſe de l'Eau en différens endroits, concevons l'ouverture du Canal fermée par le Plan AB; ſi l'on perce ce Plan, la Viteſſe de l'Eau, qui jaillira par ce trou, ſera plus grande, ſi la diſtance qu'il y a entre ce trou & la ſuperficie *hi* de l'Eau eſt plus grande; & l'Eau aura la même Viteſſe, qu'un Corps pourroit acquerir en tombant depuis la ſurface de l'Eau, juſqu'à la profondeur où eſt le trou au deſſous de cette ſurface *: Viteſſe qui eſt l'effet de la Preſſion de l'Eau ſupérieure. La même Preſſion, c'eſt-à-dire la même Force mouvante, a lieu, quand on ôte l'obſtacle mis en AB; car nous ſuppoſons le Reſervoir aſſez grand, pour que, l'obſtacle en queſtion étant ôté, la Preſſion latérale agiſſe ſur l'Eau qui entre dans le Canal. 1674. * 1583.

Chaque particule d'Eau entre à préſent dans ce Canal, avec la Viteſſe qu'un Corps acquiert en tombant depuis la ſurface de l'Eau juſqu'à la profondeur où eſt la particule. La même particule ſe meut, dans le Canal, le long d'un plan incliné, & s'y meut d'un Mouvement accéleré; préciſément comme ſi elle étoit tombée verticalement depuis la ſuperficie de l'Eau à l'origine de la Riviére, juſqu'à la profondeur où elle ſe trouve *. * 393.

Si l'on mène la ligne horizontale *it*, la particule aura en *r* la

la Viteſſe qu'un Corps pourroit acquerir en tombant par *i*B, & en parcourant B*r*: Viteſſe qui eſt égale à celle qu'un Corps
* 893. acquiert en tombant par *tr* *. Donc *la Viteſſe d'une particule,*
1675. *en quelque endroit qu'elle ſoit, ſe meſure, en menant une perpendiculaire depuis la particule juſqu'au plan horizontal qui paſſeroit par la ſurface de l'Eau à l'origine de la Riviére; & la Viteſſe que le Corps pourroit acquerir, en parcourant dans ſa chute cette perpendiculaire, ſera la Viteſſe de la particule,* laquelle
1676. augmente avec la longueur de *la* perpendiculaire; cette *Viteſſe de la particule n'eſt point augmentée par la Preſſion de l'Eau ſupérieure*, laquelle ne ſçauroit communiquer une nouvelle Viteſſe à l'Eau, qui en a déja une plus grande que celle qu'elle pourroit lui donner: préciſément comme un Corps qui fuit, ne ſçauroit déployer d'Action ſur un Corps qui le précede, & qui va plus vite que lui.

1677. Si l'on mène d'un point quelconque du fond de la Riviére une verticale *r s*, qui meſure la profondeur de la Riviére; & qu'on prolonge cette verticale vers enhaut, juſqu'à la ligne *i t*; il eſt clair que les Viteſſes des particules dans la ligne *r s*, ſeront d'autant plus petites, qu'elles mêmes ſeront plus proches
1678. de la ſurface de la Riviére, & que *l'Eau inférieure ſe meut plus vite que celle qui eſt au deſſus.*

1679. Cependant *les Viteſſes de ces Eaux, à meſure qu'elles s'éloignent davantage de la ſource, approchent de plus en plus de l'égalité.*
* 1675. 374. Car les quarrez de ces Viteſſes ſont comme *r t* à *s t* *: lignes dont la différence diminüe continuellement, à cauſe de
* 1673. la diminution continuelle de la hauteur *r s* *, dans le tems que les lignes elles mêmes augmentent. Cela étant, puiſque la différence entre les quarrez des Viteſſes va en diminuant, à plus forte raiſon la choſe a-t-elle lieu à l'égard des Viteſſes mêmes, dont par conſéquent la différence diminüe pendant qu'elles croiſſent.

1680. *Si* l'inclinaiſon du fond vers l'origine de la Riviére eſt changée, enſorte qu'elle devienne *y*Z, ou qu'on augmente par les cotez l'ouverture par laquelle l'Eau entre dans le Canal, de façon qu'*il y entre une plus grande quantité d'Eau dans le Canal, la ſuperficie de la Riviére ſera plus haute par-tout; mais la Viteſſe de l'Eau n'en deviendra en aucun endroit plus grande pour cela.* Car cette Viteſſe ne dépend pas de la profondeur de l'Eau

l'Eau dans la Riviére, mais, comme nous l'avons démontré, de la diſtance entre la particule müe, & le Plan horizontal qui paſſeroit par la ſuperficie de l'Eau à l'origine de la Riviére: diſtance à laquelle une ligne, comme *rt* ou *st*, ſert de meſure; or la grandeur de ces lignes n'éprouve aucun changement par la nouvelle Eau qui eſt entrée dans le Canal, pourvû que la ſuperficie de l'Eau reſte à la même hauteur dans le Reſervoir.

Si l'on ferme le haut du Canal par un Obſtacle comme X, *qui deſcende tant ſoit peu au deſſous de la ſuperficie de l'Eau*, il ne ſera pas poſſible que toute l'Eau qui arrive puiſſe paſſer au deſſous de cet Obſtacle; donc elle montera contre l'Obſtacle; mais la Viteſſe de l'Eau inférieure n'en ſera pas augmentée *; & l'Eau continuera à monter, juſqu'à ce qu'elle paſſe par deſſus l'Obſtacle, ou au deſſus des Bords de la Riviere. *Que ſi l'on hauſſe les Bords, en continuant l'Obſtacle, l'Eau s'élevera au deſſus de la ligne it*; & ce n'eſt qu'alors que ſa Viteſſe peut être augmentée: en ce cas, l'Eau qui eſt dans le Réſervoir hauſſera; car puiſque nous ſuppoſons la Riviére dans un état permanent, il faut néceſſairement que le Réſervoir reçoive continuellement, de quelque autre endroit, la quantité d'Eau qu'il fournit à la Riviére; d'où il ſuit, que l'Eau qui s'écoule étant en moindre quantité, celle du Réſervoir doit augmenter, juſqu'à ce que la Viteſſe de l'Eau qui coule au deſſous de l'Obſtacle ſoit tellement augmentée, qu'il y paſſe la même quantité d'Eau qui paſſoit par cette Section de la Riviére avant que l'Obſtacle eût été mis. 1681.

* 1680.

Tout ce que nous venons de dire n'eſt vrai, comme nous en avons déja averti, qu'en faiſant abſtraction des irrégularitez; & les vrais Mouvemens s'écartent moins de ce que nous avons dit, à meſure qu'il y a moins d'irrégularitez; c'eſt de ces vrais Mouvemens, & des Changemens qui arrivent aux Riviéres, que je vais parler à préſent. 1682.

La Terre eſt ſphérique, & tous les Corps tendent vers ſon centre par leur peſanteur. Cependant elle n'a pas exactement cette figure: il s'y trouve des endroits bas, où les Eaux s'amaſſent, & forment des Mers & des Lacs. En s'éloignant de ces endroits, la ſurface de la Terre s'éléve juſqu'à une certaine diſtance, & s'abaiſſe enſuite vers d'autres Lacs & d'autres Mers. 1683.

Outre ces hauteurs dont nous venons de parler, il y en a auſſi de moins étendues, mais que nous découvrons plus facilement; ce ſont les Montagnes qu'on trouve dans le voiſinage de la Mer, auſſi bien que dans les lieux qui en ſont plus éloignez.

1684. Il y a des Sources d'Eaux par-tout ſur la ſurface de la Terre, mais principalement dans les lieux où il y a des Montagnes. Par ſa peſanteur l'Eau deſcend des lieux élevez vers les endroits bas; pluſieurs Ruiſſeaux ſe joignent enſemble, &, après avoir creuſé la ſurface de la Terre par leur Mouvement, forment une Riviére, dans le Lit de laquelle il ſe trouve ſouvent des Sources, & dont l'Eau, la plupart du tems, eſt encore augmentée par celle qui s'y joint en paſſant par de petits chemins ſouterrains qu'on ne ſçauroit appercevoir, & par ce moyen la Riviére s'accroit à meſure qu'elle avance. L'Eau rencontre ſouvent dans ſa deſcente des empêchemens; elle ſe détourne, & avance toujours. C'eſt de là que viennent les détours tortueux des Riviéres. Enfin l'Eau, après avoir toujours été en deſcendant, ſe rend dans la Mer; ce qui n'arrive ſouvent qu'après avoir parcouru une grande étendüe de païs.

1685. Un Fleuve qui ſe rend dans la Mer, ſuit dans tout ſon cours les lieux les plus bas; & en s'éloignant de ce Fleuve, de coté & d'autre, la ſuperficie de la Terre va en montant; c'eſt ce qui fait que les Riviéres deſcendent, dans les Fleuves, comme ceux ci ſont dans la Mer.

1686. Il eſt très certain que *les Lits de tous les Fleuves*, depuis leur Source juſqu'à la Mer, *n'ont pas été creuſez par la Nature* de la maniére que nous venons d'expliquer *; pluſieurs Eaux, amaſſées dans un endroit bas, & qui auroient pû, en ſe faiſant un chemin, cauſer de grands dommages aux Habitans d'alentour, ont été, par l'induſtrie des Hommes, conduites par des Canaux, vers des endroits plus bas, d'où elles ont pu s'écouler, & continuer enſuite à ſe former un Lit.

* 1684.

1687. Il paroit évidemment par tout ce que nous venons de dire, qu'avec le tems les Fleuves ont éprouvé de grands changemens; nous ferons voir, d'un autre coté, que pluſieurs de ces changemens ont enfin du ceſſer.

1688. Pour éclaircir ce qui a rapport à cette matiére, il eſt néceſſaire d'examiner, quelles ſont les Cauſes qui peuvent changer la

la Viteſſe d'un Fleuve, & ce qui doit reſulter de ce changement.

Nous avons vû, que dans un Fleuve la Viteſſe de l'Eau étoit continuellement accélerée, à meſure qu'elle s'éloigne de ſa Source *; mais cela n'eſt vrai qu'en faiſant abſtraction des Rétardations; or il y a dans le Mouvement des Fleuves pluſieurs Cauſes de Rétardation, dont l'Action eſt contraire à celle de la Force accéleratrice, & dont les Effets augmentent avec la Viteſſe de l'Eau. 1689. * 1675.

Le Mouvement de l'Eau n'eſt accéleré, que pendant que la Cauſe accéleratrice eſt plus forte que les Empêchemens. Mais *quand la Rétardation devient égale à l'Accéleration, le Fleuve continüe à couler d'un Mouvement uniforme.* Que ſi alors quelque nouvelle Cauſe augmente la Rétardation, la Viteſſe diminüe; & on a obſervé, que *ſouvent l'Eau d'un Fleuve coule lentement dans un endroit éloigné de ſa Source*, & auquel elle n'eſt parvenüe qu'après avoir deſcendu d'une hauteur conſidérable. 1690. 1691. 1692.

En ce cas, ce que nous avons dit, ſçavoir que, quand la hauteur de l'Eau augmente dans un Fleuve, ſa Viteſſe n'augmente point pour cela *, ne ſe trouve pas conforme à la vérité; car ſi, par Ex., un Fleuve parcourt quatre pieds dans une ſeconde, c'eſt-à-dire, ſi l'Eau ſe meut avec la Viteſſe qu'elle auroit acquiſe en tombant de la hauteur d'environ trois pouces, le Mouvement de ce Fleuve ſera accéleré, ſi ſa ſuperficie eſt hauſſée de quatre pouces; comme on peut l'inférer de ce qui a été expliqué ci-deſſus *. 1693. * 1680. * 1674.

D'où il ſuit, que *le Mouvement de l'Eau eſt ſouvent accéleré dans un Fleuve qui coule lentement, ſi quelque nouvelle Eau vient s'y rendre, ou que ſon Lit devienne plus étroit;* car, dans l'un & l'autre de ces deux cas, la ſurface de l'Eau hauſſe enſorte, que la Preſſion ſur l'Eau inférieure peut en être augmentée. 1694.

Cependant il ne faut pas toujours conclure, que la Viteſſe de l'Eau augmente par cela même que ſa ſuperficie hauſſe; car la hauteur, dès qu'elle n'eſt point ſuffiſante, ne produit point d'augmentation de Viteſſe *; d'un autre coté, le Lit du Fleuve reſtant le même, & aucune Eau nouvelle ne venant s'y rendre, l'Eau hauſſera, s'il ſurvient quelque Cauſe de Rétardation *. 1695. * 1676. * 1670.

Le Fond du Fleuve, que nous avons examiné *, a été ſup- * 1672.

1696. posé incliné à l'Horizon; cependant *l'Eau peut couler par un Canal horizontal*, pourvû qu'elle y deſcende d'un endroit plus élevé. La ſuperficie de l'Eau, en faiſant abſtraction des Ré-
1697. tardations, ſeroit horizontale *dans ce Canal*, s'il avoit par-tout la même largeur, parce que l'Eau conſerveroit la même Viteſſe. Mais comme des Cauſes de Rétardation diminuent toujours le Mouvement, *la ſuperficie de l'Eau devient inclinée*; c'eſt-à-dire, que l'Eau eſt plus haute au commencement du Canal qu'en quelqu'autre endroit, & qu'à meſure qu'on s'éloigne de ce commencement, la hauteur de l'Eau diminüe.

1698. La raiſon en eſt, que la Preſſion, au commencement du Canal, doit ſurmonter la Réſiſtance qu'elle trouve dans toute l'étendüe du Canal, à cauſe qu'il ne s'y trouve aucune Force accéleratrice, au lieu que la Preſſion, dans tout autre endroit, doit ſeulement ſurmonter la Réſiſtance qu'elle trouve dans cette partie
TAB. LVI. Fig. 2. du Canal qui reſte encore à parcourir. Si la ligne EF repréſente un Fond horizontal, l'Eau ſera plus haute en E*a* qu'en L*b*, parce qu'il doit y avoir en E*a* une augmentation d'Action, égale à la Réſiſtance entiére qu'il faut ſurmonter entre E & F, au lieu que la Réſiſtance qu'il s'agit de détruire en L*b*, eſt uniquement celle qui ſe rencontre entre L & F.

1699. Il eſt clair que la hauteur de l'Eau dans le Fleuve ne ſçauroit devenir moindre vers F, à moins que la Viteſſe n'augmen-
* 1670. te *; c'eſt pourquoi il eſt néceſſaire, que la différence entre les hauteurs E*a* & L*b* ſoit plus grande, que s'il n'étoit queſtion que de ſurmonter la Réſiſtance ſeule.

1700. Cependant, *ſi l'Eau coule lentement dans un Canal horizontal, l'inclinaiſon de la ſurface de l'Eau ſera très petite.*

1701. Nous avons dit que les Fleuves ſe creuſent eux mêmes un Lit. Voici comment cela peut arriver. L'Eau, en paſſant par des endroits ſablonneux, ou par des terres graſſes, détache continuellement quelques parties, & les emporte avec elle: l'Expérience a même fait voir que l'Eau, en paſſant ſur des rochers, les creuſoit avec le tems. Il eſt indubitable, que
1702. *tous les Fleuves ont eſſuyé de grands changemens* avant que leurs Lits ayent été entiérement formez; mais qui peut déterminer ces changemens? D'ailleurs, quand on le pourroit, la choſe ne ſeroit d'aucun uſage: il vaut mieux employer notre attention à examiner les Fleuves mêmes, tels qu'ils ſont à préſent, & en par-

particulier ces ſortes de Fleuves qui paſſent par des lieux ſablonneux, ou par des terres graſſes; car le changement qu'ils éprouvent en paſſant entre des rochers, ne devient à peine ſenſible qu'après un tems fort conſidérable. L'Eau détache continuellement quelques parties ſablonneuſes ou argilleuſes, & cette Action augmente avec la Viteſſe de l'Eau; d'où il ſuit, que *l'Eau*, en traverſant de pareils endroits, devient trouble, 1703.
& qu'*en rongeant continuellement ſon Lit*, elle *emporte du Sable*.
Ce Sable tombe par ſa propre peſanteur; & *quand la Viteſſe de l'Eau reſte la même pendant quelque tems, cette Eau reſte auſſi également trouble, dépoſant, durant ce tems, préciſément autant de Sable qu'elle en éleve.* 1704.

Si la Viteſſe de l'Eau augmente, elle élevera une plus grande quantité de Sable que la peſanteur du Sable n'en fera tomber. Le contraire arrivera, ſi la Viteſſe de l'Eau diminüe. 1705.

Outre la Viteſſe, il y a encore deux autres Cauſes, ſçavoir *la Peſanteur de l'Eau, & ſon Effort*, qui *augmentent la quantité du Sable qui eſt emportée par l'Eau.* 1706.

4. Definition.

Nous appellons régulier, tout Fleuve dont le Lit eſt compoſé d'une matiére uniforme; dont le Fond eſt, ou uniformément incliné, ou horizontal; & dont les Sections ſeroient toutes parallèles entr'elles, ſemblables & égales, ſi l'Eau avoit par-tout la même hauteur. 1707.

5. Definition.

Nous appellons le Fil d'un Fleuve, la ligne qui paſſe, dans chaque Section, par le point où la Viteſſe de l'Eau eſt la plus grande. 1708.

Quand un Fleuve eſt régulier, le Fil eſt également éloigné des deux Bords, parce que les Cauſes de réſiſtance ſont ſemblables des deux cotez: mais ſi le Fleuve n'eſt pas régulier, le Fil s'approchera tantôt de l'une & tantôt de l'autre Rive, ſans garder de route réguliere à leur égard. 1709.

C'eſt au milieu du Fond que, dans tout Fleuve régulier, le nombre des parties détachées eſt le plus grand; car c'eſt en ce lieu que ſe fait ſentir l'effet de la plus grande Viteſſe, dont tout le Poids de l'Eau augmente encore l'Action. 1710.

Le Sable, que l'Eau détache, ſe jette vers les Bords; ainſi deux Cauſes concourent à changer la figure du Lit; ce qui 1711.

n'empêche pas que le Fleuve ne reſte régulier: car ſi l'Eau de ce Fleuve coule d'une maniére uniforme, tout ſe diſpoſera enſorte, que la quantité de Sable qui tombe ſoit non ſeulement égale à celle que l'Eau éleve, mais auſſi que la même choſe aît lieu pour tous les endroits du Lit. Dès que cela eſt ainſi, tous les changemens doivent ceſſer.

1712. S'il ſurvient de nouvelle Eau, il arrivera ſouvent que le Lit
* 1694. 1705. ſera rongé davantage *, mais ce ſera uniquement dans l'endroit où l'augmentation de l'Eau a lieu: les endroits plus bas
* 1704. n'éprouvent aucun changement *. Cependant ces derniers endroits changent auſſi avec le tems, ſi l'augmentation, dont il s'agit, eſt continuelle & uniforme; car quand un premier endroit eſt aſſez creuſé pour que l'augmentation de Viteſſe de l'Eau n'y aît plus lieu, cette augmentation de Viteſſe paſſe dans l'endroit ſuivant, qu'elle creuſe auſſi; & ainſi de ſuite, juſqu'à la Mer: l'Action dont il s'agit ne venant à ceſſer, que quand le Lit du Fleuve a par-tout été rendu plus profond.

1713. Nous avons conſideré un Fleuve régulier, qui dans ſon
TAB. LVI. Fig. 3. Mouvement parcourt une ligne droite; cependant il ne faut pas toujours enviſager comme irrégulier, un Fleuve qui fait des détours; car ſi les deux directions, comme BC, CD, forment un angle très obtus, le Fleuve peut ſe détourner, ſans qu'il y ait de parties emportées; quoique la choſe ſemble devoir être une ſuite de l'Effort de l'Eau en A: cet Effort étant très petit, à cauſe de l'angle aigu que l'Eau fait en A avec le Bord du Fleuve. L'Eau qui deſcend par CD, tient à celle qui la ſuit, & en la tirant avec elle dans ſa deſcente, la détourne de A, par là l'Effort en A eſt diminué, ou même ſouvent
1714. détruit; & c'eſt là le cas dont il s'agit à préſent. Il arrive quelquefois que la Rive eſt rongée, & que par là même elle acquiert la figure qu'il faut pour qu'il y aît équilibre entre l'Effort de l'Eau & la Force qui la détourne; en ce cas, la Rive n'eſt rongée que pendant un tems.

1715. Si le Fleuve eſt irrégulier, il ſera ſujet à un grand nombre de Changemens. Tel eſt, par Ex., un Fleuve dont les Bords rentrent ou s'avancent; dont la largeur eſt différente en différens endroits; dont le Fond eſt raboteux; ou enfin dont le cours change conſidérablement de direction tout à coup.

1716. Suppoſons un Fleuve AD, dont la Rive rentre entre A &
Fig. 4. C:

C: voici ce qui doit réſulter de cette figure. A cauſe du Frottement, la Viteſſe ſeroit petite dans la ligne AC, ſi l'Eau couloit le long de la Rive; mais à préſent, qu'en allant de A vers C elle eſt éloignée de B, ſa Viteſſe entre A & C eſt plus grande, & elle fait Effort contre C, quand elle arrive à cet angle. La même choſe auroit lieu, ſi, au lieu de rentrer en B, la Rive s'avançoit en C.

C'eſt une Règle générale, que *quand l'Eau fait Effort contre la Rive, elle* y fait une eſpéce de Tournant, & *creuſe le Fond en cet endroit.* Par conſéquent il y aura plus de profondeur en C. Il ſe formera auſſi une ſemblable profondeur en D. 1717.

Quand la largeur d'un Fleuve eſt inégale en différens lieux, l'Eau doit éprouver dans ſon chemin divers changemens de Viteſſe; &, par cela même, tranſporter continuellement du Sable d'un endroit à un autre *; ce qui doit produire de continuels Changemens dans le Fleuve. 1718. * 1705.

Les inégalitez du Fond, en arrêtant l'Eau, diminuent ſa Viteſſe; & l'Eau dépoſe, dans les endroits où ſont ces inégalitez, une partie du Sable qu'elle charie *, ce qui augmente l'Obſtacle qui s'oppoſoit au Mouvement de l'Eau. Et c'eſt ainſi que *ſouvent une Iſle, formée dans un Fleuve, doit ſa premiére origine à une très petite Cauſe*; & cette Iſle, à ſon tour, produit des Changemens encore plus conſidérables. 1719. * 1705. 1720.

Il eſt clair qu'un Fleuve ne ſçauroit changer de direction dans ſon cours, ſans que l'Eau faſſe Effort contre la Rive oppoſée, comme cela ſe voit en F; cet Effort eſt quelquefois réduit à rien, quand l'angle, que le Fleuve forme en ſe détournant, eſt très obtus *; mais ceci n'a jamais lieu quand cet angle eſt preſque droit, ou qu'il eſt aigu. 1721. * 1713.

Quand l'Eau ronge la Rive en quelque endroit du Bord, le Fil du Fleuve s'approche de cet endroit; ce qui retarde le Mouvement vers la Rive oppoſée, où il ſe depoſe alors du Sable *, & il s'y forme une Alluvion. 1722. * 1705.

Il paroit par tout ce que nous venons de dire, que les Changemens qu'éprouve un Fleuve peuvent être tels, qu'il ſe faſſe un nouveau Lit, en rongeant aſſez ſa Rive en quelque endroit, pour que l'Eau s'ouvre une route vers des lieux plus bas. Pour ce qui eſt de l'ancien Lit du Fleuve, ſon ſort dépendra de 1723.

de la Viteſſe avec laquelle l'Eau entrera dans la nouvelle route qu'elle s'eſt faite.

1724. La premiére choſe qui arrive, après que le Fleuve s'eſt ainſi partagé, eſt que l'Eau qui continüe à paſſer par l'ancien Lit, s'y meut plus lentement qu'elle ne faiſoit auparavant; ce qui
1725. fait hauſſer le Fond de ce Lit, & en diminüe la grandeur. Par là il arrive ſouvent, que les Embouchures d'un Fleuve ſe multiplient: il arrive ſouvent auſſi, quand la plus grande partie de l'Eau ſe rend dans le nouveau Lit, que l'ancien Lit ſe remplit peu à peu, & ſe bouche à la fin tout-à-fait.

1726. Les Fleuves ſont encore ſujets à d'autres changemens vers leurs Embouchures, par les changemens continuels qu'éprouve la Viteſſe de l'Eau, ſuivant que le flux ou le reflux empêche ou favoriſe l'écoulement de l'Eau dans la Mer.

1727. La Viteſſe du Fleuve diminüe durant le flux de la Mer, &
* 1705. le Fleuve dépoſe du Sable *; ce Sable eſt de nouveau porté vers la Mer, par la Viteſſe qui eſt augmentée durant le reflux; & alors le Lit du Fleuve ne change pas. C'eſt ce qui a lieu dans les Fleuves qui ont aſſez de force pour ſoutenir l'effort du flux; leur Mouvement en eſt à la vérité rétardé, mais l'Eau n'eſt point repouſſée en arriére.

1728. Si le Fleuve a moins de force, le Mouvement eſt trop rétardé, & le Sable s'amaſſe en plus grande quantité vers l'Embouchure; en ce cas, avant que tout ce Sable puiſſe être charié juſqu'à la Mer, l'Eau, qui arrive d'enhaut, étant trouble,
* 1704. dépoſe * autant de Sable qu'elle en enlève, &, par cela même, n'emporte point celui qui étoit déja tombé; ce qui hauſſe continuellement le Fond du Fleuve dans cet endroit.

1729. *Ces Changemens continuels qui arrivent au Fond des Fleuves, ſont cauſe que leurs Embouchures s'élargiſſent, & font* même *que les Fleuves s'en ouvrent ſouvent de nouvelles.*

1730. Cependant ces Changemens, par rapport au Fond, n'ont point lieu, ſi l'Eau du Fleuve a peu de force, & ſi l'Embouchure en eſt très large. Car alors la Mer peut, dans ſon reflux, emporter facilement, non ſeulement le Sable qu'elle a apporté, mais auſſi le peu que le Fleuve en avoit amené.

1731. En hyver les neiges s'accumulent au haut des montagnes, & ſur d'autres lieux élevez, où les Fleuves prennent leur ſource.

ce. Vers la fin de cette saison, & au commencement du Printems, la fonte des Neiges grossit les Fleuves & les fait déborder. L'Eau étant mûe avec plus de Viteſſe, charie une plus grande quantité de Sable; d'un autre coté l'Eau, qui se répand de toutes parts, dépose le Sable dont elle est chargée, d'où il suit que *les lieux, que les Eaux débordées couvrent en Hyver, haussent chaque année.* 1732.

On a eu recours à diverses Inventions, pour prévenir les inconvéniens qui naissent des Changemens arrivez aux Fleuves. On a élevé des Digues le long des Fleuves, pour les contenir dans leurs Lits en Hyver & au Printems: & l'effet de cette précaution a souvent été, que le Sable, qui auroit couvert les endroits voisins, étant retenu dans le Lit du Fleuve, s'accumule dans des endroits particuliers, & cause avec le tems de très grandes incommoditez. 1733.

Pour prévenir d'autres incommoditez, on fait quelquefois des Levées dans le Lit du Fleuve même; nous allons marquer les Effets de ces Levées; d'où il sera aisé d'inférer, en quelles occasions elles peuvent être d'usage. 1734.

A B représente une pareille Levée, qu'on dispose obliquement, afin que sa direction s'accorde en partie avec celle de l'Eau; cette Levée fait que l'effort de l'Eau est détourné de la Rive C D, & agit avec plus de force contre la Rive opposée, qu'il ronge en E. L'Eau se meut lentement dans l'angle F, à cause de l'Obstacle que la Levée lui oppose; c'est pourquoi elle dépose du Sable *, qui s'accumule en cet endroit. 1735. TAB. LVI. Fig. 5. * 1705.

L'Eau qui se trouve dans l'angle G, n'y reste pas en repos; celle qui se meut par B H, emporte avec elle l'Eau latérale, par sa cohésion, & cette Eau latérale est suivie par celle qui est contre le coté intérieur de la Levée; or comme par ce dernier Mouvement de l'Eau, la superficie de celle qui est dans l'angle même doit baisser, il s'ensuit que l'Eau, qui est tout contre le Bord, doit revenir avec un Mouvement contraire. Comme par là le Mouvement de l'Eau est rallenti, il tombe continuellement du Sable, qui remplit enfin l'angle même. 1736.

CHAPITRE XI.

Du Mouvement des Ondes.

1737. TAB. LVII. Fig. 1. * 1413. LA ſurface de l'Eau qui eſt en repos eſt plane, & parallèle à l'Horizon *; ſi quelque cauſe forme une cavité en A, l'Eau s'éleve autour de cette cavité en BB. Cette Eau, ainſi élevée, deſcend par ſa peſanteur; &, par la Viteſſe acquiſe en deſcendant, forme une nouvelle cavité; par ce Mouvement l'Eau, qui eſt aux bords de cette nouvelle cavité, monte & remplit la cavité A, pendant qu'elle s'éleve de nouveau vers C; dans le tems qu'elle baiſſe en C, l'Eau monte de nouveau vers le même coté; d'où il naît un Mouvement continué ſur la ſuperficie de l'Eau. Et la cavité s'avance toujours de A vers C, pouſſant devant elle l'Eau, qu'elle éleve continuellement.

1. DEFINITION.

1738. *Cette Cavité, avec l'Eau élevée qui y eſt jointe, s'appelle une Onde.*

2. DEFINITION.

1739. *La largeur d'une Onde, eſt l'eſpace que l'Onde occupe ſur la ſuperficie de l'Eau, meſuré ſuivant la direction du Mouvement de l'Onde.*

Une cavité, comme A, eſt entourée de tous cotez d'Eau, élevée comme il a été dit; or comme le Mouvement de cette

1740. Eau s'étend de tous cotez, il s'enſuit, que *le Mouvement d'une Onde eſt celui d'un cercle qui s'aggrandit continuellement & également de toutes parts.*

1741. Fig. 2. Qu'il y ait un Obſtacle AB, contre lequel vienne donner une Onde qui ait le centre de ſon Mouvement en C; il s'agit d'examiner, quel changement l'Onde éprouve dans un point quelconque comme E, quand elle eſt parvenüe à ce point de l'Obſtacle. Dans tous les endroits que l'Onde traverſe, voici ce qui arrive pendant qu'elle parcourt ſa largeur: l'Eau s'éleve: il ſe forme enſuite une cavité qui ſe remplit d'abord; & pendant que la ſurface de l'Eau éprouve ce changement, les

les parties de ce Fluide parcourent un petit eſpace, en s'avançant & en revenant d'où elles étoient parties. CE marque la direction de ce Mouvement, dont la Viteſſe peut auſſi être repréſentée par cette ligne. En décompoſant ce Mouvement, on peut le concevoir comme formé de deux autres, dont les directions & les Viteſſes ſeront déſignées par GE & DE *. Dans le Mouvement par DE, les parties n'agiſſent point ſur l'Obſtacle, & continuent, après le choc, à ſe mouvoir avec la même Viteſſe, ſuivant cette même direction: Mouvement qui eſt repréſenté par EF, en ſuppoſant cette ligne égale à ED. Dans le Mouvement par GE, les parties s'approchent de l'Obſtacle par un Mouvement direct, & l'Eau qui ſe trouve arrêtée, & qui eſt pouſſée par celle qui la ſuit, s'éleve, parce que c'eſt de ce coté qu'elle trouve le moins de réſiſtance; c'eſt au ſeul Mouvement par GE, qu'il faut attribuer que l'Eau s'éleve davantage en E que dans quelque autre endroit de l'Onde. L'Eau acquiert, en deſcendant, la Viteſſe avec laquelle elle a été élevée, & les particules d'Eau ſont repouſſées de l'Obſtacle, ſuivant la direction EG, avec la même force avec laquelle elles en avoient approché. De ce Mouvement, & du Mouvement par EF, naît un troiſiéme Mouvement par EH, dont la Viteſſe eſt repréſentée par cette ligne, égale à la ligne CE; & l'Onde ne perd rien de ſa Viteſſe en ſe refléchiſſant, & revient par EH, tout comme elle auroit continué ſon Mouvement par E*h*, ſi l'Obſtacle avoit été ôté. Si de C on mène à l'Obſtacle la perpendiculaire CD, & qu'on prolonge cette perpendiculaire juſqu'à ce que D*c* ſoit égale à CD, la ligne HE continuée paſſera par *c*, à cauſe que les Triangles CDE, *c*DE, ſont égaux, ſemblables, & ſemblablement poſez. Et comme cette Démonſtration convient à tous les points de l'Obſtacle, il ſuit, qu'*une Onde refléchie par quelque Obſtacle, a la même figure en deçà de l'Obſtacle, qu'elle auroit eüe au-delà, l'Obſtacle étant ôté.* *Si l'Obſtacle eſt incliné à l'Horizon*, l'Eau monte contre l'Obſtacle, & enſuite en deſcend, & éprouve un frottement, qui fait que *le Mouvement, par lequel l'Onde étoit refléchie, eſt dérangé, & très ſouvent même entiérement détruit.* De là vient que la plupart du tems les Bords des Fleuves ne refléchiſſent point les Ondes.

* 1155.

1742.

1743.

Quand il y a dans un Obſtacle, comme BL, *une Ouverture*, 1744.

comme I, la partie de l'Onde qui paſſe par cette Ouverture continüe ſa route en ligne directe, & s'étend des deux cotez vers QQ; par là *il ſe forme une nouvelle Onde, qui a la figure d'un demi-cercle, dont le centre eſt l'Ouverture même.* Car la partie la plus élevée de l'Onde, qui eſt la premiére à traverſer l'Ouverture, s'écoule d'abord tant ſoit peu vers les cotez, & forme enſuite, en deſcendant, une Cavité qui fait monter l'Eau, de toutes parts, au-delà de l'Ouverture, de telle maniére que l'Onde s'étend de tous cotez, comme il a été dit en parlant
* 1737. de la formation de la premiére Onde *.

1745. L'Onde à laquelle on oppoſe un Obſtacle comme AO, continüe ſon Mouvement entre O & N; mais s'étend vers R en portion de cercle, dont le centre n'eſt guéres éloigné du point O.

1746. Par ce qui vient d'être dit, on peut expliquer facilement le Mouvement d'une Onde derriére un Obſtacle tel que MN.

1747. *Le Mouvement de Vibration d'un Corps forme auſſi ſouvent des Ondes qui s'étendent en cercle*, quoique les parties du Corps par leur Mouvement de Vibration décrivent une ligne droite; car l'Eau, que quelque Mouvement éleve, forme, en deſcendant, une cavité, autour de laquelle l'Eau monte de toutes parts.

1748. *Les Mouvemens de différentes Ondes ne ſe troublent point les uns les autres, lorſque ces Mouvemens ſe font ſuivant différentes directions.* La raiſon en eſt, que quelque figure que la ſurface de l'Eau aît priſe, cette ſurface peut être élevée & abaiſſée, en un mot, eſt ſuſceptible des Mouvemens requis pour former celui d'une Onde.

Quiconque a jamais conſideré avec attention le Mouvement des Ondes, a pu voir la vérité de tout ce que nous venons de dire.

TAB. LVII. Fig. 3. Pour pouvoir déterminer la Viteſſe des Ondes, il faut examiner un Mouvement qui a quelque rapport avec le leur.

1749. Suppoſons qu'il y ait quelque Fluide *dans un Tube cylindrique & recourbé* EH, & que la hauteur du Fluide dans la branche EF, ſurpaſſe celle du Fluide dans l'autre branche, de la quantité *i*E: différence qu'il faut diviſer en deux parties égales en *i*. Le Fluide deſcend dans la branche EF par ſa peſanteur, & monte préciſément autant dans la branche HG; de ſorte que,

quand

quand la ſurface du Fluide eſt parvenüe en *i*, il ſe trouve à la même hauteur dans les deux branches, & ce n'eſt que dans cette ſituation que le Fluide peut reſter en repos. Par la Viteſſe acquiſe en deſcendant, le Fluide continüe ſon Mouvement, par lequel il monte davantage dans la branche GH, & baiſſeroit même dans la branche EF juſqu'en *l*, ſi la force de ce Mouvement n'étoit pas diminuée par le frottement du Fluide contre les parois du Tube. Le Fluide ſe trouvant plus élevé dans la branche GH que dans l'autre, deſcend auſſi par ſa peſanteur, & le Fluide va & revient dans le Tube, juſqu'à ce que le frottement lui ait fait perdre tout ſon Mouvement.

La quantité de matiére qui doit être müe, eſt tout le Fluide contenu dans le Tube; la Force mouvante eſt le poids de la colomne *l*E; cette colomne éprouve préciſément le même Mouvement que le reſte du Fluide qui eſt dans le Tube, & eſt en repos par rapport à ce reſte; ainſi elle agit ſur un Fluide en Mouvement comme s'il étoit en repos, & preſſe le Fluide inférieur avec tout ſon poids *. Or la hauteur de cette colomne qui preſſe, eſt toujours double de la diſtance E*i*, laquelle, par conſéquent, croit & diminüe en même raiſon avec la Force mouvante. La diſtance E*i* eſt l'eſpace que le Fluide doit parcourir, pour parvenir de la ſituation EH, à celle où il pourroit être en repos; ainſi cet eſpace eſt toujours comme la Force qui agit continuellement ſur le Fluide: mais nous avons démontré, qu'une pareille cauſe faiſoit que les Vibrations d'un Pendule, mû en Cycloïde, étoient toutes de même durée *; donc, dans le cas préſent, *le Fluide va & revient toujours dans le même tems, quelque différence qu'il puiſſe y avoir entre les hauteurs qu'il parcourt, depuis qu'il commence à tomber, juſqu'à ce qu'il ſoit parvenu à l'état de repos.*

* 371.

* 414.

Le Tems durant lequel un Fluide, agité de cette manière, monte ou deſcend, eſt égal à celui d'une Vibration d'un Pendule, dont la longueur, c'eſt-à-dire, la diſtance entre les centres d'oſcillation & de ſuſpenſion, *ſeroit égale à la demi-longueur du Fluide dans le Tube*, ou, ce qui revient au même, à la demi-ſomme des lignes EF, FG & GH: la longueur dont il s'agit doit être meſurée dans l'axe même du Tube. 1750.

Suppoſons qu'un tel Pendule faſſe ſes Vibrations en Cycloïde, ſuivant la Méthode expliquée ci-deſſus *. Le Pendule PC 1751. TAB. LVII. Fig. 3. 4. * 410.

* 411. & l'arc AD ſont de même longueur *; la direction de la Courbe dans le point A eſt perpendiculaire à l'Horizon, & le Corps tâche de deſcendre le long de la Courbe avec tout ſon poids, lequel eſt à la Force qui agit ſur le Corps placé en P, comme
* 414. AD ou PC à PD *: ſi l'on ſuppoſe à préſent que le Fluide ſe trouve dans la ſituation requiſe pour que *i* E ſoit égale à PD; le poids de toute la matiére qui doit être müe, c'eſt-à-dire, de tout le Fluide, eſt au poids *l*E, qui déſigne la Force déployée ſur le Fluide dans cette ſituation, comme la longueur de tout le Fluide contenu dans le Tube, à la ligne *l*E: mais comme cette même raiſon a lieu entre les moitiez de ces quantitez, c'eſt-à-dire, entre PC & PD, il s'enſuit, que le Poids de la matiére qui doit être müe dans un Pendule, eſt à la Force qui agit ſur ce Pendule en P, comme le Poids de la matiére qui doit être müe dans le Tube, eſt à la Force qui agit ſur cette matiére dans la ſituation EH. Ainſi il y a dans cette occaſion d'égales Forces employées à pouſſer le Pendule & le Fluide; & c'eſt ce qui a lieu par-tout, quand les eſpaces que parcourt le Fluide en baiſſant & en hauſſant, & le Pendule en faiſant ſes Vibrations, ſont égaux entr'eux; c'eſt pourquoi chaque Mouvement du Fluide dure auſſi longtems qu'une Vibration du Pendule, & cela non ſeulement dans ce cas,
* 1749. mais toujours *. La même Démonſtration eſt applicable à un Pendule qui feroit de petites Vibrations en cercle: ces ſortes de Vibrations ne différant gueres de celles qui ſe font en Cycloïde.

EXPERIENCE.

1752. TAB. LVII. Fig. 3. Que dans le Tube de verre, de figure cylindrique & recourbé EFGH, la longueur de chaque branche ſoit d'un pied, & le diamètre du Cylindre d'un demi-pouce. Si l'on verſe du Mercure dans le Tube, & qu'après avoir mis en mouvement un Pendule qui ait la moitié de la longueur du Cylindre de Mercure dans le Tube, on communique à ce Mercure un Mouvement qui le faſſe monter & deſcendre, on le verra monter & deſcendre dans le même tems que le Pendule va & revient.

1753. Fig. 5. Pour déterminer la Viteſſe des Ondes par le moyen de ce que nous venons de dire, il faut conſiderer pluſieurs Ondes égales, comme AB, CD, EF, qui s'entre-ſuivent immédiatement, & qui ſe meuvent de A vers F. L'Onde AB a parcouru

couru ſa largeur, quand la cavité A eſt parvenüe en C; ce qui ne ſçauroit être, à moins que l'Eau en C ne s'éleve à la hauteur où elle eſt en B & en D, & ne redeſcende enſuite juſqu'en C: Mouvement dans lequel l'Eau, qui eſt au-deſſous de la ligne *hi*, n'eſt pas agitée ſenſiblement: ainſi ce Mouvement convient avec celui qui a lieu dans le Tube; & l'Eau monte & deſcend, c'eſt-à-dire, l'Onde parcourt ſa largeur, pendant qu'un Pendule de la longueur de la moitié de BC acheve deux Vibrations *, ou pendant qu'un Pendule de la longueur BCD, quadruple de la premiére, fait une Vibration *. * 1750.

Cela étant, la Viteſſe d'une Onde dépend de la longueur de la ligne BCD, qui eſt plus grande, à proportion de la largeur de l'Onde, comme auſſi de la profondeur à laquelle l'Eau deſcend dans le Mouvement des Ondes. * 418. 1754.

Quand les Ondes ont beaucoup de largeur, & ne s'élevent qu'à une très petite hauteur, la ligne BCD diffère très peu de celle qui meſure la largeur de l'Onde, &, dans ce cas, *l'Onde parcourt ſa largeur, pendant qu'un Pendule, dont la longueur eſt égale à la largeur en queſtion, fait une Vibration.* Dans tout Mouvement uniforme on a l'eſpace parcouru, en multipliant le tems par la Viteſſe *; d'où il ſuit, que *les Viteſſes des Ondes ſont comme les Racines quarrées des largeurs*; car puiſque les Tems, pendant leſquels les Ondes parcourent leurs largeurs, ſont dans cette raiſon *, il faut qu'elle aît lieu auſſi entre leurs Viteſſes, afin que les produits des Tems, multipliez par les Viteſſes, ſoient comme les largeurs des Ondes, leſquelles ſont comme les eſpaces parcourus. 1755. * 119. 120. 1756. * 418. 1754.

Toutes ces Propoſitions ne ſont pas vrayes, priſes à la derniére rigueur; à cauſe qu'il y a quelque legére différence entre le Mouvement des Ondes & celui qui ſe fait dans le Tube; mais ce qui rend cette différence encore moins ſenſible, c'eſt que la longueur du Pendule ſe meſure ſuivant les lignes inclinées BC & CD. 1757.

LIVRE

LIVRE III.

Partie III. Des Actions & des Réſiſtances des Fluides en Mouvement.

CHAPITRE XII.

Du Choc des Fluides en Mouvement.

1758. DAns le Chapitre dixiéme de ce Livre nous avons dit quelque choſe touchant les Actions des Fluides, mais uniquement dans la vüe d'en déduire les Changemens produits par ces Actions dans le Mouvement des Fleuves.

1759. Nous allons traiter à préſent de la maniére de meſurer *l'Effort d'un Fluide qui vient frapper un Corps.* Il eſt clair que cet Effort *eſt une Preſſion* *, dont nous déterminerons la grandeur, en déterminant la Réaction du Corps *. Cette Réaction détruit le Mouvement, dans un Tems égal à celui qu'il a fallu pour communiquer ce Mouvement au Fluide; par conſequent, *l'Effort dont il s'agit*, eſt égal à la Preſſion qui a communiqué le Mouvement au Fluide *, laquelle nous avons déterminée ci-deſſus *, & qui *vaut le Poids de la colomne de Fluide, dont la baſe eſt l'Ouverture par laquelle ſort le Fluide, & dont la hauteur eſt la hauteur même du Fluide au-deſſus de l'Ouverture.*

* 123. * 361. 1760. * 713. * 1577.

EXPERIENCE.

1761. TAB. LVII. Fig. 6. * 162. * 173. * 163. * 763. Nous nous ſervons de la Colomne C, expliquée dans le premier Livre *, en y joignant le Bras A*, au deſſus duquel il faut placer la petite Colomne G*, laquelle ſoutient le Bras E, qui diffère en ceci du Bras mentioné dans l'Art. 170, qu'au lieu d'une Lame de cuivre & de deux Poulies, il a une Règle de bois, à laquelle eſt appliquée la Règle de cuivre *aa*, qui tient à une troiſiéme Règle *bb* *. Le Cylindre d'ivoire

re D * eſt ſuſpendu par deux Fils, qui paſſent par deſſus les Crochets *g*, *g*; ces Fils ſont attachez aux Chevilles *m*, *m*, fichées dans le Bras A, afin qu'en les tournant on puiſſe hauſſer ou baiſſer le Cylindre, & lui donner une ſituation horizontale. * 1102.

Le petit Bac de bois IFHL, long d'un pied, & dont la largeur & la hauteur ſont chacune de ſix pouces, a dans ſon bord en *cd*, *cd*, une entaille, par laquelle l'Eau s'écoule, quand le Bac eſt plein, afin que, pendant que l'Eau paſſe par l'ouverture que je vais indiquer, ſa ſuperficie puiſſe, durant quelque tems, reſter à la même hauteur, par le moyen de l'Eau qu'on verſe dans le Bac. Nous avons marqué les dimenſions intérieures, & avons meſuré la hauteur depuis le fond juſqu'aux lignes *cd*, *cd*. 1762.

Pour que le Mouvement, que produit dans l'Eau celle qu'on y verſe, ne trouble point l'écoulement par l'ouverture, on ajuſte dans le Bac deux Planches transverſales, *eeee*, *ffff*, hautes de quatre pouces, dont la premiére tient au fond, & dont l'autre s'éleve au deſſus de la ſuperficie de l'Eau. Il y a entre ces Planches, qui ſont parallèles, la diſtance d'un pouce & demi, & l'on verſe l'Eau en M. 1763.

Une Plaque de cuivre, garnie d'un Ecrou, eſt pratiquée en O. On joint à cette Plaque, après avoir mis un anneau de cuir entre deux un Tuyau garni d'une vis qui répond à l'Ecrou; & l'on bouche le Tuyau d'une Plaque où il y a une ouverture: dans notre Machine, le diamètre du Tuyau eſt d'un demi-pouce, ou de $0,^{50}$ de pouc., & le diamètre de l'ouverture de $0,^{43}$ de pouc. On diſpoſe le Bac, & on ſuſpend le Cylindre, de maniére que le centre de la baſe du Cylindre réponde au centre de l'ouverture, enſorte que l'Eau, jailliſſant horizontalement hors de l'ouverture, vienne directement donner contre le Cylindre. 1764.

Tout étant ainſi diſpoſé, on remplit d'Eau le Bac. Cette Eau, en ſortant, donne contre la baſe du Cylindre, & le repouſſe, de façon que les Fils en prennent une ſituation oblique: ſituation que le Cylindre garde auſſi longtems que l'Eau coule, parce que ſon Mouvement eſt uniforme; car on continüe à en verſer aſſez en M, pour qu'elle paſſe par deſſus les bords en *cd* & *cd*. 1765.

1766. Par cette Action de l'Eau le Cylindre eſt éloigné de la ſituation dans laquelle il pourroit reſter en repos, de la quantité *iv*, qui eſt d'un pouce & un quart. Pour la ligne *ig*, elle eſt de vingt & neuf pouces.

1767. Pour qu'il paroiſſe que cette Expérience s'accorde avec la
* 1760. Propoſition précedente *, il y a pluſieurs choſes à conſiderer; car les Cauſes qui rétardent le Mouvement de l'Eau qui frappe le Cylindre, diminuent tellement ce Mouvement, que la vraye Action ne ſe trouve, par le Calcul, être qu'un peu plus que la moitié de celle qui auroit lieu s'il n'y avoit point eu de Rétardations. Ainſi il faudra examiner les Effets des Cauſes qui produiſent les Rétardations; mais déterminons auparavant l'Action de l'Eau ſur le Cylindre.

1768. Le Cylindre D eſt tiré par trois Puiſſances; ſon Poids le tire en bas; les Fils le tirent obliquement; & enfin l'Action de l'Eau le preſſe ſuivant une direction horizontale. Ces Actions
* 317. ſont entr'elles comme les cotez du Triangle *ivg* *; ainſi le Poids du Cylindre eſt à l'Effort de l'Eau, comme *ig* à *iv*, c'eſt-
* 1766. à-dire, comme 116 à 5 *.

1769. Le Poids du Cylindre étoit de ſix onces, moins deux dragmes; donc l'Effort de l'Eau valoit 119 grains.

1770. Il s'agit à préſent de comparer cette Action avec celle qui eſt indiquée dans la Règle; mais c'eſt ce qui ne ſçauroit ſe faire ſans une nouvelle Expérience, à cauſe qu'il faut déterminer combien l'Eau a été rétardée, & quelle ſeroit la hauteur qu'auroit l'Eau au deſſus de l'ouverture, dans un vaiſſeau dont, en faiſant abſtraction des Rétardations, elle ſortiroit avec la Viteſſe avec laquelle elle a donné contre le Cylindre dans l'Expérience. Et c'eſt là au juſte la hauteur de la colomne mentionnée dans l'Art. 1760.

1771. J'ai peſé l'Eau qui eſt ſortie du Bac en dix ſecondes; elle s'écouloit avec la Viteſſe qu'elle a eüe dans l'Expérience; & j'ai trouvé qu'elle peſoit quarante & une once & un quart.

* 1551. En connoiſſant le Poids d'un pied cube d'Eau *, nous ſçavons, par cela même, qu'un Cylindre d'Eau dont la baſe auroit un pouce de diamètre, & qui auroit un pied de hauteur, pèſe 2659. gr. D'où nous inférons, à l'aide du Calcul, que dans le tems marqué il eſt ſorti du Bac une colomne d'Eau, dont la baſe étoit l'ouverture, & la longueur de 40 pieds & $\frac{3}{10}$.

Ain-

Ainſi l'Eau eſt ſortie avec une Viteſſe égale à celle qui fait parcourir dans une ſeconde 4 pieds & $\frac{3}{100}$, & qui eſt la même qu'un Corps acquiert en tombant de la hauteur de 3 pouces & $\frac{1}{10}$ *; or c'eſt là préciſément la hauteur de la colomne qui auroit pour baſe l'ouverture, & dont le Poids, conformément à ce qui a été démontré *, eſt égal à l'Effort de l'Eau ſur le Cylindre. Le Poids de cette colomne eſt de 127 grains. * 883. 374. * 1759.

Nous avons ſuppoſé dans ce Calcul, que toutes les parties de l'Eau ont été tranſportées avec la même Viteſſe; mais c'eſt ce qui n'eſt pas *; ſi l'Effort étoit proportionel à la Viteſſe, il auroit été bien déterminé par le moyen du Calcul que nous venons de faire; car il ſuffiroit de prendre la Viteſſe moyenne: mais *l'Effort eſt comme le quarré de la Viteſſe* *. 1772. * 1634.

Cela étant, ſi l'on donne à toutes les particules d'Eau une Viteſſe moyenne, l'Effort ſe trouvera moindre qu'il n'eſt réellement. Par Ex., en prenant trois particules, dont l'une ait quatre degrez de Viteſſe, l'autre cinq, & la troiſiéme ſix, & en ſuppoſant que leur Action ſoit comme le quarré de la Viteſſe, la ſomme de leurs trois Actions pourra être exprimée par 25, 36, & 49, c'eſt-à-dire, par 110: au lieu qu'en attribuant à chacune la Viteſſe moyenne ſix, la ſomme de leurs Actions ne vaudra que 108. 1773. * 1760. 1586. 1774.

Il ſuit de ce que nous venons de dire, que l'Effort de l'Eau dans l'Expérience a ſurpaſſé 127 gr., peut-être de trois ou quatre grains, mais pas davantage; cependant nous avons vu que l'Effort même n'a valu que cent dix neuf grains *; & nous attribuons cette différence à ce que, durant l'Expérience, le Cylindre n'eſt pas reſté parfaitement en repos; ce qui a fait voir que l'Action n'étoit pas tout-à-fait directe. 1775. * 1769.

Nous n'avons conſideré juſqu'à préſent que l'Action du Fluide ſur un Obſtacle en repos; ſi l'Obſtacle étoit en mouvement, l'Effort dépendroit de la Viteſſe reſpective *, & ſeroit proportionel au quarré de cette Viteſſe *, c'eſt-à-dire, que l'Intenſité de la Preſſion qui agiroit ſur l'Obſtacle ſuivroit cette raiſon; pour ce qui eſt de *l'Action* même *du Fluide ſur un Obſtacle tranſporté vers le même coté que le Fluide*, elle *ſuit une raiſon, compoſée de la* dite *raiſon doublée de la Viteſſe reſpective, & de la raiſon ſimple de la Viteſſe de l'Obſtacle* *. 1776. * 948. * 1773. 1777. * 725.

Si, en ce cas, la Viteſſe du Fluide eſt donnée, ſon Action ſur l'Ob- 1778.

l'Obſtacle ſera la plus grande de toutes, comme nous le démontrerons dans le Scholie ſuivant, *quand la Viteſſe de l'Obſtacle eſt égale au tiers de la Viteſſe du Fluide:* les deux tiers de cette derniére Viteſſe donnant alors la Viteſſe reſpective dont il s'agit *. * 918.

SCHOLIE.

Démonſtration de ce qui a été dit dans l'Art. 1778. *touchant la plus grande Action d'un Effort ſur un Obſtacle en mouvement.*

1779. TAB. LVII. Fig. 7. * 918. * 1777.

AB repréſente la Viteſſe du Fluide ; CB celle de l'Obſtacle ; ainſi la Viteſſe reſpective avec laquelle le Fluide donne contre l'Obſtacle ſera déſignée par AC *. L'Action dont il s'agit, eſt comme le produit du quarré de la ligne AC, multiplié par CB *.

Soit AE une Parabole, qui aît ſon ſommet en A. L'axe de cette Parabole eſt AD, & ſa Tangente au ſommet AB.

* *La Hire ſect. con.* liv. 3. prop. 1. * 23. EL. VI. * 1777.

L'Abſciſſe AD, ou ſon égale CE, eſt proportionelle au quarré de l'Ordonnée DE, ou AC *. Donc le Rectangle CG eſt proportionel au produit du quarré de la ligne AC, multiplié par CB * ; ou, ce qui revient au même, eſt proportionel à l'Action du Fluide ſur l'Obſtacle, tranſporté avec la Viteſſe CB *. On demande, où eſt le point C, quand le Rectangle en queſtion eſt le plus grand de tous ?

Suppoſons que le point cherché ſe trouve entre C & *c* ; en s'éloignant des deux cotez du point cherché, les Rectangles vont en diminuant ; & il n'y en a aucun d'un coté, auquel quelque Rectangle égal ne réponde de l'autre. Suppoſons que CBGE, *c*B*ge*, ſoient deux pareils Rectangles égaux, & que la diſtance E*e* ſoit infiniment petite ; en retranchant de part & d'autre le Rectangle commun *c*BGF, les Rectangles C*c*FE, G*ge*F, reſteront égaux ; & nous aurons

* 14. EL. VI.

$$Fe : FE :: EC : FG \text{ *, ou } EG = CB.$$

$$\text{Mais } Fe : FE :: DL : DE = AC.$$

$$\text{Donc } EC : CB :: DL : AC.$$

* *La Hire ſect. con.* liv. 2. prop. 20.

Or la Sous-tangente DL eſt double de AD = EC * ; donc AC eſt auſſi double de CB, qui par conſequent eſt égale au tiers de AB. C. Q. F. D.

CHA-

CHAPITRE XIII.

De l'Action latérale des Fluides en mouvement.

NOus avons prouvé dans un autre endroit, que la Preſſion des Fluides étoit égale de tous cotez à la même profondeur *. Mais notre Démonſtration ne regardoit que les Fluides en repos. 1780. * 1418.

Si un Fluide ſe meut par un Tuyau horizontal, ou incliné vers en bas, il ſe trouvera, en faiſant abſtraction de toutes les Rétardations, que par ſon Poids le Fluide preſſe vers en bas le Tuyau, mais qu'à l'exception de cette Preſſion, & d'une petite Preſſion latérale qui en reſulte, *le Tuyau ne ſouffre rien par l'Action du Fluide, avec quelque Viteſſe que ce dernier le traverſe.* Car ſi nous concevons le Fluide jailliſſant par une ouverture circulaire, il formera, en faiſant abſtraction du Mouvement que ſa peſanteur lui communiqueroit au ſortir de l'ouverture, un Cylindre horizontal, qui ne preſſe pas latéralement; ainſi, en concevant ce même Fluide entouré d'un Tuyau, il ſera mû comme auparavant, c'eſt-à-dire, ne déployera aucune Action ſur la ſuperficie du Tuyau. 1781. 1782.

Mais *ſi le Mouvement du Fluide dans le Tuyau eſt rétardé* par le Frottement, ou parce que l'ouverture a été retrécie, *le Fluide preſſe latéralement*; & *la Preſſion latérale eſt égale à toute la Force qui rétarde le Fluide au deſſous du point qui eſt preſſé*; c'eſt-à-dire, qu'en ſuppoſant que AB eſt le Tuyau que le Fluide traverſe de A en B, la Preſſion en E vaudra toute l'Action qui rétarde le Fluide entre E & B, & dans l'ouverture B même. 1783. 1784.

L'Action qui meut ou qui rétarde le Fluide, eſt proportionelle à la hauteur d'une colomne du même Fluide qui pourroit cauſer une pareille Action; cela étant, on peut exprimer par cette hauteur une telle Action, & meſurer cette derniére par des Expériences. Si la Force qui agit ſur le Fluide, pendant qu'il paſſe à coté du point E, eſt égale au Poids d'une colomne de Fluide dont la hauteur eſt de cinq pouces, & que le Fluide ſoit mû avec la Viteſſe qu'un Corps acquiert 1785.

en tombant de la hauteur de deux pouces, la Preſſion ſur le point E vaudra le Poids d'une colomne de trois pouces: car ſi le Fluide étoit en repos, la Preſſion vaudroit cinq pouces; mais
* 1781. comme ſon Mouvement n'eſt point accompagné de Preſſion *, il eſt clair qu'il faut retrancher deux pouces, & qu'ainſi il doit en reſter trois.

1786. Nous ſuppoſons dans ces raiſonnemens, que toutes les parties d'un Fluide qui traverſe un Tuyau ſe meuvent avec la même Viteſſe, ce qui n'a pas lieu par rapport au Mouvement véritable; d'un autre coté, l'Effet des Rétardations qui déploient leur Action au-deſſus de E, eſt différent en E, ſuivant la différence des Rétardations au-deſſous de E, principalement dans la ſortie. Ainſi, puiſque les circonſtances peuvent varier à l'infini, il n'eſt pas poſſible, dans la plupart des occaſions, de déterminer par le Calcul les quantitez que don-
* 1784. ne la Règle que nous indiquons *, comme il paroîtra par les Expériences ſuivantes.

MACHINE

Pour démontrer par des Expériences, ce qui a été dit touchant la Preſſion latérale des Fluides en Mouvement.

1787. Le petit Bac dont il a été fait mention dans le Chapitre
TAB. LVIII. Fig. 1. précedent *, forme la principale partie de cette Machine. On y joint en O, le Tuyau P, long d'environ quatre pouces, par-
* 1762. faitement poli en dedans, & dont la cavité a un demi-pouce de diamètre. Au milieu de ce Tuyau eſt joint, en deſſus, le Tuyau vertical de verre L, qui a communication avec le Tuyau horizontal P; Voyez. *Fig.* 2. où L repréſente auſſi le Tuyau de verre, que nous nommerons *Indice*.

1788. On peut joindre au Tuyau P, divers Tuyaux qui l'égalent
Fig. 2. en capacité; pour cet effet chacun d'eux eſt entouré d'un Tuyau plus large *b*, qu'on y a ſoudé, & qui réborde. C'eſt dans cette partie qui réborde qu'on introduit le bout *a* du Tuyau P.

1789. Les Tuyaux dont il s'agit ſont repréſentez en B, C, & D. Celui qui ſe voit en B, eſt garni d'un Tuyau latéral E, de même capacité que lui, & placé à ſon égard horizontalement & à angles droits. L'Indice de verre *l* eſt poſé verticalement ſur le Tuyau B, comme il a été dit de l'Indice L.

1790. Deux Couvercles, comme *c*, ſervent à fermer les bouts des Tuyaux.

Tuyaux. Un petit Tuyau, recouvert d'une Plaque, eſt tout ce qu'il faut pour faire un pareil Couvercle.

Les petits Tuyaux *d* & *e* ſont pareillement recouverts de Plaques; mais ces derniéres ſont percées, afin de varier les ouvertures par leſquelles l'Eau jaillit. 1791.

I. Experience.

Après avoir joint le Tuyau P au Bac FL*, on verſe de l'Eau dans ce Bac, juſqu'à ce qu'elle paſſe par deſſus les bords *. Pendant que l'Eau s'écoule par *a*, on n'en voit point du tout dans le Tuyau L; mais dès qu'on bouche l'ouverture *a*, l'Eau monte dans ce Tuyau à la hauteur de 5 pouc. & $\frac{31}{100}$. 1792. TAB. LVIII. Fig. 1. * 1787. * 1765.

Cette hauteur a été meſurée depuis le dehors de la ſurface ſupérieure du Tuyau P; ainſi il faudroit ajouter l'épaiſſeur du métal; mais comme, d'un autre coté, il faudroit ſouſtraire l'augmentation de hauteur, produite par l'attraction du verre *, nous négligerons ces deux différences, & meſurerons toujours les hauteurs de même dans la ſuite. 1793. * 82.

Dans cette Expérience il n'y a point de Frottement ſenſible entre le point auquel l'Indice de verre eſt appliqué, & l'ouverture par laquelle l'Eau ſort; & la petiteſſe de ce Frottement fait qu'il n'y a point de Preſſion latérale, à cauſe que l'Eau du milieu, qui a plus de Viteſſe que l'autre, emporte avec elle l'Eau latérale; or comme cette Action de l'Eau du milieu eſt dirigée obliquement à l'Axe du Tuyau P, elle détruit l'Effet du Frottement. Dans d'autres occaſions elle ne fait ſimplement que diminuer cet Effet. 1794.

Le Mouvement de l'Eau, priſe dans ſa totalité, eſt extrêmement rétardé dans cette Expérience; mais c'eſt à l'entrée de l'Eau dans le Tuyau, que les Cauſes de Rétardation agiſſent principalement *; c'eſt-à-dire, au deſſus du point où ſe meſure la Preſſion, & ſur lequel les Cauſes dont il s'agit ne déployent aucune Action *. Cela étant, pour pouvoir comparer cette Expérience avec les ſuivantes, il faudra, & dans cette Expérience, & dans les autres, déterminer la Viteſſe avec laquelle l'Eau paſſe par le Tuyau; ce qu'il y a moyen de faire, en attribuant la même Viteſſe à toutes les particules d'Eau; mais comme cela ne s'accorde pas exactement avec le Mouve- 1795. * 1609, 1632. * 1784.

Mouvement même, il y a quelque choſe à corriger dans les Concluſions qu'on tirera des Expériences.

1796. J'ai déterminé la Viteſſe de l'Eau dans le Tuyau, en recevant, dans un verre de figure cylindrique, l'Eau qui s'écouloit en dix ſecondes. Une livre d'Eau atteignoit dans ce vaiſſeau à la hauteur de deux pouces & trois huitiémes. La même quantité d'Eau occuperoit dans le Tuyau P continué, une étendüe de 11 pieds & $\frac{55}{100}$, comme on peut l'inférer du
* 1551. Poids de l'Eau, qui eſt connu *.

1797. Mais dans ce même tems l'Eau, qui eſt ſortie, a occupé dans le verre l'eſpace de 8 pouces & $\frac{13}{100}$: la dixiéme partie de cette Eau auroit occupé dans le Tuyau un eſpace de 3 pieds & $\frac{95}{100}$; lequel, par conſéquent, ſeroit l'eſpace parcouru dans une ſeconde par l'Eau qui ſort, ſi elle conſervoit la même Viteſſe, qui eſt celle qu'un Corps acquiert en tombant d'une hauteur tant ſoit peu moindre que trois pouces, comme on peut
*883. 374. le conclurre de ce qui a été démontré *.

2. EXPERIENCE.

1798. J'ai joint au Tuyau P, le petit Tuyau *e* (*Fig.* 2.); le diamè-
TAB. LVIII. Fig. 1. tre de l'ouverture par laquelle l'Eau ſortoit alors, étoit au diamètre du Tuyau P, comme 43 à 50; & l'Eau qui s'écouloit en 10″, occupoit dans le vaiſſeau dont il a été fait men-
* 1796. tion * la hauteur de 6 pouc. & $\frac{13}{100}$; d'où il ſuit, que la Viteſſe de l'Eau dans le Tuyau P, étoit celle qu'un Corps acquiert en tombant de la hauteur de 1 pouc. & $\frac{7}{10}$. La hauteur de l'Eau dans l'Indice a été de 2 pouc. & $\frac{6}{100}$; & cette hauteur eſt la meſure de la Preſſion latérale.

1799. Par conſéquent l'Action entiére qui a été déployée ſur l'Eau pendant qu'elle paſſoit à coté de l'Indice de verre, laquelle Action vaut la ſomme de la Preſſion latérale & de la
* 1785. Cauſe mouvante *, ſurpaſſe le Poids d'une colomne de trois pouces & trois quarts. Telle ſeroit la meſure de cette Action, ſi toutes les particules d'Eau couloient avec la même Viteſſe; mais comme celles du milieu ſe meuvent plus vite que
* 1634. les particules latérales *, cette meſure doit être augmentée *.
* 1794.

3. EXPERIENCE.

1800. Si l'on change de petit Tuyau, & qu'au lieu de *e*, on ſerFig. 1. ve de *d* (*Fig.* 2.) dont l'ouverture a 0, 26 de pouc. de diamètre, la hauteur de l'Eau qui s'écoule en 10″, eſt dans le verre

re 2 pouc. & $\frac{19}{100}$. Donc la Viteſſe avec laquelle l'Eau traverſe le Tuyau, eſt celle qu'un Corps acquiert en tombant de la hauteur de 0,22. de pouc. Dans l'Indice de verre la hauteur eſt 4 pouc. & $\frac{94}{100}$; & ainſi la ſomme de ces deux hauteurs eſt 5 & $\frac{16}{100}$. En augmentant un peu l'Action de l'Eau qui monte dans l'Indice, on trouve que l'Eau n'a preſque point été rétardée en entrant dans le Tuyau *.

Si l'on rétarde le Mouvement du Fluide, en le faiſant paſſer par un Tuyau recourbé, on trouvera des différences ſemblables dans les Preſſions latérales. 1801.

* 1785. 1792.

4. Experience.

Après avoir ôté le petit Tuyau, par lequel l'ouverture du Tuyau P a été retrécie, j'ai appliqué au même endroit le Tuyau C, qui eſt recourbé de façon à former un angle droit (*Fig.* 2.). L'Eau reçüe dans le verre a atteint la hauteur de 5 pouc. & $\frac{97}{100}$; ainſi elle a traverſé le Tuyau P, avec la Viteſſe qu'un Corps acquiert en tombant de la hauteur de 1 pouce & $\frac{6}{10}$. Dans l'Indice la hauteur a été 2 pouc. & $\frac{56}{100}$; ce qui donne pour ſomme de ces deux hauteurs, 4 pouc. & $\frac{16}{100}$. 1802. TAB. LVIII. Fig. 1.

5. Experience.

J'ai appliqué le petit Tuyau *d* (*Fig.* 2.), qui a ſervi dans la 3me Expérience, au bout du Tuyau C, & j'ai trouvé que l'Expérience a réuſſi à tous égards préciſément comme dans la troiſiéme. 1803. Fig. 2.

6. Experience.

Cette Expérience eſt peu différente de la quatriéme, dans laquelle l'angle que les Tuyaux P & C font eſt droit, au lieu qu'ici il eſt de 135 degrez. Voici quel a été l'Effet. L'Eau, reçüe dans le verre, eſt montée à la hauteur de 6 pouc. & $\frac{38}{100}$. Donc la Viteſſe de l'Eau dans le Tuyau a été celle qu'un Corps acquiert en tombant de la hauteur de 1 pouc. & $\frac{84}{100}$. Dans l'Indice la hauteur de l'Eau a été de 1 pouc. & $\frac{87}{100}$. Ainſi l'Action totale étoit 3 pouc. & $\frac{7}{10}$. 1804. Fig. 2.

Il paroit par tout ce que nous venons de dire, qu'il n'eſt pas facile de prévoir les Effets des différentes cauſes de Rétardation; mais qu'on peut ſimplement affirmer en général, que *la Rétardation diminüe à l'entrée, quand elle augmente à la ſortie.* 1805. 1806.

Dans les Tuyaux recourbez, la Preſſion latérale eſt plus grande à l'endroit où eſt la courbure, à cauſe de la Force centrifuge; 1807.

ge; cependant il n'y a guéres moyen de déterminer quelque choſe de précis à cet égard, comme on peut l'inférer des Expériences ſuivantes.

7. EXPERIENCE.

1808. TAB. LVIII. Fig. 3. Au lieu du Tuyau C, qui a été employé dans la 4me Expérience, je me ſers du Tuyau B (*Fig.* 2.), auquel tient auſſi à angles droits le Tuyau E, de même capacité que les Tuyaux B & P. Au deſſus du même Tuyau B eſt affermi l'Indice de Verre *l*, ſemblable à l'Indice L, dont il a été parlé *. Dans l'Expérience l'Eau eſt ſortie par le Tuyau E entiérement ouvert, & ainſi cette Expérience s'accorde avec la quatriéme de ce Chapitre. Auſſi le ſuccès a-t-il été le même; la Viteſſe, à la vérité, a été un peu moindre; mais la différence étoit ſi petite, que je n'en ai pû appercevoir aucune dans la hauteur de l'Eau dans l'Indice L. Elle étoit plus haute dans l'Indice *l*, & la différence a été 0,96. de pouc.

* 1789.

8. EXPERIENCE.

1809. Fig. 3. Toutes choſes reſtant dans la même diſpoſition, j'ai appliqué le Tuyau *d* (*Fig.* 2.) à l'ouverture du Tuyau E, & j'ai trouvé le ſuccès de l'Expérience conforme à celui de la cinquiéme Expérience de ce Chapitre; la différence entre les hauteurs de l'Eau dans les Indices L & *l* pouvoit à peine être apperçüe.

CHAPITRE XIV.

Des Machines Hydrauliques.

1810. ON a démontré dans le Chapitre 21. du I. Livre, qu'il faut conſidérer autrement la Réſiſtance produite par la Peſanteur d'un Corps, quand il s'agit de ſoutenir ce Corps, que quand il faut le lever. De même auſſi, lorſqu'il eſt queſtion des Machines, par le moyen deſquelles on tranſporte l'Eau d'un lieu bas dans un lieu plus élevé, il y a quelque choſe à ajouter à ce que nous avons dit dans la premiére partie de ce Livre touchant les Preſſions des Fluides. Mon deſſein n'eſt pas de traiter de quelques Machines particuliéres; mais ſeulement

ment d'expliquer ce qui peut avoir rapport aux Machines Hydrauliques en général.

1811. Ces ſortes de Machines ſont conſtruites dans le deſſein d'élever, par une Action donnée, dans un Tems donné, & à une Hauteur déterminée, le plus d'Eau qu'il eſt poſſible.

1812. Je ferai abſtraction de toutes les Cauſes extérieures qui diminuent l'Effet, & ne conſidérerai que l'Action qui meut réellement l'Eau, ſans faire attention à celle qui eſt conſumée par les Obſtacles qu'il faut ſurmonter, ou par quelques défauts de la Machine même.

1813. Pour réduire la Propoſition qu'il s'agit d'établir, au cas le plus ſimple, il faut concevoir le Tuyau horizontal ABCD, joint au Tuyau vertical IBEF. Nous ſuppoſons que le Plan ML ſe meut dans le Tuyau horizontal, & cela ſans Frottement & ſans perte d'Eau: car nous ſuppoſons que les deux Tuyaux en ſont remplis; & de plus, qu'au Plan ML eſt appliquée perpendiculairement, ſuivant la direction NP, une Action qui empêche l'Eau de deſcendre, ou qui la pouſſe enhaut. TAB. LVIII. Fig. 4.

Outre cela, il faut concevoir le Tuyau ABCD plongé dans l'Eau, enſorte que la ſuperficie de l'Eau convienne avec AB. Enfin nous ſuppoſons, qu'il eſt queſtion d'élever l'Eau au deſſus de IF.

1814. Il y a pluſieurs Actions différentes qui meuvent les Machines deſtinées à élever de l'Eau; j'examinerai ces Actions par ordre, en les conſidérant comme déployées ſur le Plan ML, ſuivant la direction NP. De cette maniére nous pourrons parvenir à une Théorie générale, applicable à toutes ſortes de Machines Hydrauliques.

Mais avant tout, il eſt néceſſaire d'expliquer les Principes généraux, rélatifs à des Actions quelconques.

1815. La Preſſion de l'Eau extérieure, contenüe en ALMC, détruit la Preſſion oppoſée de l'Eau qui remplit le reſte du Tuyau horizontal; & l'Action appliquée ſuivant NP, ſoutient l'Eau contenüe dans le Tuyau vertical IBEF.

1816. Si les deux Tuyaux ſont de même capacité, *la Puiſſance qui*, appliquée ſuivant NP, *ſoutient l'Eau* dans le Tuyau IBEF *à la Hauteur* IF, *au deſſus de laquelle elle doit être élevée*, eſt égale au Poids de la colomne d'Eau EI. Et cette Puiſſance, *auſſi long-*

long-tems qu'elle agit ſeule, ne pourra pas pouſſer l'Eau hors du Tuyau, ni en *élever une ſeule goutte à la Hauteur propoſée.*

1817. Mais *en augmentant l'Action appliquée*, juſqu'à ce qu'elle vaille le Poids de la colomne d'Eau, dont la baſe eſt la même que celle de la colomne précédente, ſçavoir B E, mais dont la Hauteur eſt *e g*, qui ſurpaſſe l'autre Hauteur de la quantité *f g*, *l'Eau ſortira* du Tuyau *avec une Viteſſe*, égale à celle qui ſeroit requiſe pour monter du point *f* au point *g*; c'eſt-à-dire, avec la Viteſſe qu'un Corps peut acquérir en tombant le long
* 380. de *g f* *; l'Eau ſe meut dans tout le Tuyau avec cette même
* 381. Viteſſe *qui ſuit la raiſon ſousdoublée de l'augmentation de l'Action**.

1818. Il ſuit de ce que nous venons de dire, qu'une Action, appliquée à la Machine, produit deux Effets, & peut ſe réſoudre en deux parties. La premiére élève l'Eau à la Hauteur déterminée; & cette partie de l'Action étant ſeule, n'opere rien du tout, eu égard à l'uſage de la Machine. La ſeconde partie de l'Action fait ſortir l'Eau; & c'eſt de la grandeur de cette partie de l'Action que dépend la quantité d'Eau qui eſt élevée.

1819. Auſſi long-tems qu'il s'agit du même Plan L M, la premiére partie de l'Action eſt toujours la même, quelque changement
* 1431. qu'on puiſſe faire au Tuyau vertical *; mais ſi l'on change la capacité de ce Tuyau, la ſeconde partie de l'Action devra éprouver quelque changement, pour que la même quantité d'Eau ſoit élevée à la même Hauteur, dans le même Tems. Reſte donc à voir ce qu'il y a de meilleur à faire.

1820. Si l'on change l'Ouverture I F, & que la même quantité
TAB. LVIII. Fig. 5. 6. d'Eau ſorte, la Viteſſe de cette Eau ſuivra la raiſon inverſe de l'Ouverture, & la Hauteur *f g* * ſuivra la raiſon doublée
* 381. de la Viteſſe. Par conſéquent, *la ſeconde partie de l'Action eſt en*
1821. *raiſon inverſe du quarré de l'Ouverture*, c'eſt-à-dire, diminüe quand l'Ouverture eſt aggrandie; &, en ce cas, l'Action entiére, qui eſt proportionelle à la Hauteur *e g*, diminüe auſſi.

1822. Suppoſons qu'il faille élever l'Eau à la hauteur de dix pieds
Fig. 4. E F, ou *e f*; & que l'Eau ſorte par une Ouverture quelconque, avec la Viteſſe requiſe pour parcourir en une Seconde trois pieds & un quart, à peu près: Viteſſe qu'un Corps acquiert
* 883. 374. en tombant de la Hauteur de deux pouces *, que nous ſuppoſons être celle de *f g*. Cela étant, l'Action entiére qui pouſſe

L M

LM pourra être exprimée par le nombre 122; puiſqu'il y a préciſément autant de pouces en *e g*.

Si l'on double l'Ouverture IF, la Hauteur *f g* ſe trouvera réduite au quart *, & *e g*, ou l'Action entiére, ne vaudra que 120,5. 1823. TAB. LVIII. Fig. 5. * 1821. Fig. 6.

Si l'on diminüe l'Ouverture de la moitié, on double la Viteſſe de l'Eau qui ſort, *f g* devient de huit pouces, & l'Action entiére vaut 128.

Nous ſuppoſons dans ce Calcul, que toute l'Eau, qui paſſe par l'Ouverture du Tuyau, peut s'écouler le long des bords, dans le Tems même qu'elle paſſe; ce qui n'a point lieu quand l'Ouverture eſt grande, ou la Viteſſe petite; c'eſt pourquoi l'Action, déterminée par le moyen de la Règle précédente *, doit être augmentée, en certains cas, plus ou moins, ſuivant la figure de l'Ouverture. Nous ſuppoſerons ici que cette figure ſoit ronde, à cauſe que le Frottement qui, quoique nous en faſſions abſtraction à préſent, a toujours lieu dans la Pratique, eſt le plus petit de tous, quand l'Ouverture eſt circulaire. 1824. * 1821.

La Viteſſe du Plan LM étant donnée, celle avec laquelle l'Eau ſortiroit, ſi l'Ouverture étoit égale à ce Plan, eſt donnée auſſi; &, une autre Ouverture quelconque étant donnée, on peut déterminer la Hauteur *f g*, en s'y prenant comme nous avons fait dans l'Exemple précédent. 1825.

Si la Hauteur *f g* eſt moins de trois huitiémes du diamètre de l'Ouverture, il faudra augmenter l'Action entiére, pour la rendre proportionelle à *e n*, (Voyez *Fig.* 4.) dont la portion *f n* ſe trouve par le moyen de la Règle que voici: le quarré de trois huitiémes du diamètre de l'Ouverture, multiplié par *f g*, eſt égal au cube de la Hauteur cherchée *f n*, comme nous le démontrerons dans le premier des Scholies ſuivans. 1826.

Soit, dans l'Exemple précédent, & dans le cas de l'Art. 1823, le diamètre de l'Ouverture de ſix pouces; alors *f n* vaudra 1,36. de pouc.; &, à moins que l'Action entiére, qui, dans l'Article que nous venons d'indiquer, a été trouvée = 120,5. ne ſoit augmentée juſqu'à devenir 121,36., la quantité d'Eau requiſe ne ſortira point du Tuyau. 1827.

Il eſt ſouvent permis de négliger des minuties dans la Pratique; cependant il y a une infinité de cas où il eſt bon, & même quelquefois très utile, de connoître ces minuties. 1828.

De la Règle, énoncée dans l'Art. 1821., nous déduiſons
1829. cette conſéquence générale, que *les grandes Ouvertures ſont préférables aux petites*; parce que, toutes choſes égales, une Action plus petite fait ſortir une égale quantité d'Eau, quand l'Ouverture eſt plus grande.

Dans certains cas particuliers il y a quelques Obſervations à faire touchant la grandeur des Ouvertures.

1830. Si l'Ouverture IF eſt grande, mais peu éloignée de l'endroit GO, où le Tuyau eſt plus étroit, enſorte que la Viteſſe, avec laquelle l'Eau paſſe par GO, puiſſe élever cette Eau au deſſus de *i g*, toute l'Eau qui ſort ne montera pas au deſſus de la ligne IF avec autant de Viteſſe vers les parois du Tuyau qu'au milieu, comme cela eſt repréſenté dans la Figure; en ce cas, il faut raiſonner comme ſi l'Ouverture étoit d'une grandeur moyenne entre IF & GO.

TAB. LVIII. Fig. 7.

1831. Il arrive auſſi ſouvent que le chemin, par lequel l'Eau paſſe dans des Tuyaux, ſe retrécit avant que l'Eau atteigne l'Ouverture, comme par Ex., ſi l'on mettoit entre IF & BE le
1832. Diaphragme GO, percé en P. Si la diſtance GI étoit petite, nous nous trouverions dans le cas de l'Art. 1830.

Fig. 8.

1833. Que ſi la diſtance GI eſt ſi grande, que toutes les particules d'Eau ayent la même Viteſſe quand elles arrivent en IF, on ne doit point faire attention au Diaphragme: à la vérité la Force des particules doit être augmentée, pour qu'elles traverſent l'Ouverture P; mais cette Force ſe reperd en communiquant du Mouvement à l'Eau ſupérieure. Auſſi long-tems que l'Effet entier eſt le même, l'Action entiére eſt la même auſſi; or l'Effet ſe trouve, en remarquant la Hauteur à laquelle l'Eau eſt élevée, & la Viteſſe avec laquelle elle ſort; plus la Viteſſe eſt grande, plus auſſi y a-t-il de Force inutilement conſumée; & il paroit par ce qui a été dit, que c'eſt là proprement la cauſe pourquoi on doit préférer les grandes Ouvertures.

1834. *Pour ce qui eſt des changemens que la Viteſſe éprouve avant que l'Eau parvienne à l'Ouverture, ils ne doivent point entrer en ligne de compte.* Car ſi le chemin eſt d'abord élargi, & retréci enſuite, ou premiérement retréci, & après cela élargi, les forces des particules éprouvent des changemens oppoſez; & comme ces changemens s'entre-détruiſent, leurs effets doivent être négligez dans le Calcul.

Les

Les changemens en queſtion augmentent beaucoup le Frot- 1835.
tement, quand le chemin eſt retréci, & pour cette raiſon il faut les éviter avec ſoin; mais cet inconvénient eſt étranger, & par cela même un de ceux dont nous avons dit que nous ferions abſtraction.

Nous avons conſideré juſqu'ici le Mouvement comme con- 1836.
tinu, quoique nous n'ayons encore rien dit de la maniére dont il faut s'y prendre pour rendre le Mouvement continu dans un Tuyau; car il n'eſt pas queſtion de Machines particuliéres. Suppoſons à préſent que la Machine agiſſe à différentes repriſes; & concevons deux Machines égales & ſemblables, dans chacune deſquelles un Plan, comme LM, ſoit pouſſé avec une Action égale. Que ces Plans ſoient pouſſez tour à tour par des Eſpaces égaux, dans des Tems égaux, enſorte que ces deux Actions en vaillent une ſeule qui ſoit continüe. TAB. LVIII. Fig. 4.

Ces deux Actions alternatives ne produiront pas le même 1837.
Effet que produiroit une Action ſeule qui ſeroit continüe, quoique tout ſoit égal d'ailleurs. Car il y aura de la différence entre les Tems, ou bien il faudra augmenter les Actions alternatives.

En ce cas, à chaque répriſe, le Mouvement de toute l'Eau contenüe dans le Tuyau vient à ceſſer, & doit être produit 1838.
de nouveau; de façon qu'une partie de l'Action qui eſt appliquée à la Machine ſe conſume en communiquant de nouveau ce Mouvement. Cette partie de l'Action, qui eſt conſumée inutilement, varie, toutes choſes d'ailleurs égales, ſuivant la différence de l'Eſpace parcouru à chaque repriſe par le Plan LM, &, toute proportion gardée, l'Action conſumée eſt d'autant plus grande, que l'Eſpace parcouru eſt plus petit.

La raiſon de la partie de l'Action, conſumée inutilement, 1839.
à l'Action entiére differe auſſi, ſuivant la nature de l'Action appliquée à la Machine: ainſi il ſuffira d'obſerver en général, que *les Machines, dont l'Eau ne ſort qu'à différentes répriſes, ſont très imparfaites.* 1840.

On diminüe ce défaut, quand, par le moyen de deux Tuyaux, 1841.
dans chacun deſquels ſe meut un Plan LM, l'Eau eſt pouſſée enhaut dans un ſeul & même Tuyau; comme cela ſe voit en pluſieurs Pompes: car ſi alors, dès que le Mouvement d'un Plan LM ceſſe, l'autre eſt mû incontinent, l'Eau continüe à être pouſſée enhaut dans le Tuyau commun; mais comme le

Mou-

Mouvement ne ſçauroit être continué uniformément, c'eſt-à-dire, ſans aucune Rétardation, il y a toujours quelque partie de l'Action conſumée en rénouvellant le Mouvement.

Ces Propoſitions générales étant poſées, nous allons examiner les Actions mêmes.

1842. *Les Actions qu'on applique aux Machines Hydrauliques, peuvent ſe rapporter* à quatre claſſes, ſçavoir *au Feu, à l'Air, à l'Eau, & enfin aux Efforts des Hommes ou des Animaux.*

1843. Je ne parlerai point ici du Feu; parce que l'Art d'élever de l'Eau par le moyen du Feu, m'obligeroit à entrer dans un détail qui m'éloigneroit du but que je me propoſe; d'ailleurs, la connoiſſance de pluſieurs choſes dont il ne ſera parlé que dans le Livre ſuivant, ſeroit requiſe pour cela.

1844. Je n'aurai pas grand choſe non plus à dire de l'Air, n'en ayant point traité encore. On réunit ſouvent l'Action de cet Elément avec celle du Feu; la plupart du tems néanmoins on l'employe ſeule.

1845. C'eſt ce qui a lieu dans les Ailes des Moulins à Vent.

1846. Quand il eſt queſtion de calculer l'effet du Vent ſur le Moulin, il faut déterminer l'Intenſité de l'Action du Vent ſur la ſurface de l'Aile, ce que je doute qu'on puiſſe jamais faire exactement. Car il ne ſuffit pas de conſidérer ſeulement l'Effort des particules d'Air contre la ſurface: cette eſpéce de Preſſion étant toujours accompagnée d'une autre que voici. L'Air qui paſſe à coté, emporte avec lui une partie de l'Air qui eſt derriére l'Aile, c'eſt-à-dire, diminüe la denſité de cet Air; de là naît une Action qui doit être attribuée à une proprieté particuliére de l'Air, qu'on nomme Elaſticité, & dont nous parlerons en ſon lieu. Cette Action varie, ſuivant la différente Viteſſe du Vent, la différente Viteſſe de l'Aile, & ſa différente Largeur: outre cela, le bout de l'Aile doit être plié d'une certaine maniére, pour que l'Air ſoit en quelque ſorte retenu; de là naît, à la vérité, une Preſſion qui agit dans un ſens contraire à celle qui eſt déployée ſur le reſte de l'Aile; mais la diminution de Mouvement, cauſée par là, eſt petite, en comparaiſon de ce qu'on gagne, en empêchant que l'Air ne s'échappe le long du bout de l'Aile. J'indique tout ceci en deux mots, parce qu'on ſe trompe fort aiſément quand il s'agit de déterminer l'Action du Vent.

Nous

Nous avons dit qu'on peut élever de l'Eau, par le moyen de l'Eau même ; pour cet effet, il faut que cette derniére coule naturellement dans une Riviére, ou dans un Ruiſſeau. 1847.

On peut employer *l'Eau* de deux maniéres; car elle *agit, ou par ſa Peſanteur, ou par Impulſion.* Dans le premier cas, l'Eau eſt quelquefois reçüe dans des Godets qui, en deſcendant, élevent d'autre Eau; la plupart du tems néanmoins, dans ce cas même, & toujours quand il s'agit d'Impulſion, on ſe ſert de Roües, dont la jante eſt garnie d'Aubes, leſquelles étant pouſſées par le Poids de l'Eau qui tombe ſur elles, ou par l'Effort de l'Eau qui vient les choquer, font tourner la Roüe. 1848. 1849.

Quand une Machine eſt müe par le Poids de l'Eau, il s'agit d'une Preſſion dont l'Intenſité n'eſt point changée par le Mouvement communiqué à la Machine *. Mais ſi c'eſt l'Impulſion de l'Eau qui fait tourner la Roüe, il faut faire attention au Mouvement de cette Roüe; à cauſe que l'Impulſion dépend de la Viteſſe reſpective *. 1850. * 371. 1851. * 948.

C'eſt pourquoi nous rangerons ces deux ſortes d'Actions en deux Claſſes différentes, dans le deſſein de traiter chacune d'elles ſéparément. 1852.

Il ne reſte plus que les Efforts des Hommes & des Animaux; & à l'égard de ces Efforts, il faudra conſidérer leurs Intenſitez & leurs Viteſſes. 1853.

Si l'on change la Viteſſe communiquée par la Preſſion, on change auſſi l'Action de cette Preſſion *; donc ſi l'Action eſt déterminée, l'Intenſité varie, quand il arrive quelque changement à la Viteſſe, & la premiére de ces deux quantitez diminüe, à proportion que la ſeconde augmente *. Pour ce qui regarde la Force d'un Homme ou de quelque Animal, elle n'eſt pas déterminée de maniére à pouvoir y appliquer la Règle en queſtion. 1854. * 723. * 725.

Si la Viteſſe éprouve quelque petit changement, l'Intenſité de l'Action ne change point pour cela; & ſi le changement qu'éprouve la Viteſſe étoit conſidérable, le changement qui arriveroit à l'Intenſité ne ſeroit pas exactement en raiſon inverſe de l'autre. 1855.

Voici donc ce qu'on peut établir de fixe au ſujet des Actions, tant des Hommes que des Animaux; auſſi longtems que 1856.

la Viteſſe de l'Agent eſt peu changée, ſes Actions appartien-
* 1850. nent au cas que nous avons indiqué *; que ſi l'on demande la plus grande Action qu'un Homme ou un Animal puiſſe déployer, il faudra déterminer la Viteſſe avec laquelle il peut agir commodément; enſuite il faut chercher l'Intenſité de l'Action, pour que cette derniére puiſſe être continuée pendant un
1857. certain tems. Cela étant, une pareille Action ſera déterminée de toute façon, tant par rapport à l'Intenſité que par rapport à la Viteſſe, & il faudra encore examiner l'application de ces ſortes d'Actions à des Machines; d'où il ſuit, que nous avons
* 1852. trois différentes ſortes d'Actions à conſidérer *.

1858. Si l'on pouſſe le Plan LM *, par une Action dont la direc-
TAB. LVIII. Fig. 4. tion ſoit NP, & dont l'Intenſité ne ſoit point changée par la différente Viteſſe communiquée au Plan LM: Viteſſe dont, le
* 1813. reſte étant déterminé, dépend la quantité d'Eau qui ſortira; il ſe trouvera, qu'auſſi longtems que l'Intenſité de la Preſſion ne ſurpaſſera pas le Poids indiqué dans l'Art. 1816., l'Action dont il s'agit ne produira aucun Effet; ſi l'on augmente cette Action, elle ſera efficace, & le ſera plus ou moins, ſuivant qu'elle aura
* 1817. été plus ou moins augmentée *.

1859. On peut appliquer ici le raiſonnement de l'Art. 495, par lequel il paroîtra, que l'Action doit être augmentée d'une partie déterminée, pour que l'Effet entier ſoit le plus grand de tous; c'eſt-à-dire, pour que la quantité d'Eau, qui eſt élevée dans un certain tems, ſoit la plus grande de toutes, par rapport à la Puiſſance appliquée. Nous démontrerons dans le 2me Scholie, que l'Effet eſt le plus grand de tous, quand l'Intenſité de la Puiſſance appliquée eſt double de l'Action mentionnée ci-
* 1816. deſſus *.

1860. Suppoſons que le Plan LM ſoit circulaire, & ait un pied de diamètre; outre cela, que la hauteur EF ſoit de dix pieds, & que la Puiſſance appliquée ſuivant la direction NP, vaille cinq cens livres: en ce cas l'Eau ſera ſoutenüe à la hauteur EF, & ne ſortira point; mais ſi la Puiſſance valoit mille livres, l'Effet feroit le plus grand de tous, rélativement à la Puiſſance. Si l'on diminüe cette Puiſſance, l'Effet diminuera davantage que la Puiſſance, & ſi l'on augmente cette derniére, l'Effet augmentera moins qu'elle.

1861. Nous venons de déterminer le plus grand Effet, la Hauteur
à

à laquelle il faut élever l'Eau étant donnée; car, en ſoi même, l'Effet en queſtion n'eſt pas le plus grand que la Puiſſance dont il s'agit puiſſe produire.

Car ſi, en gardant le Plan L M, on demande le plus grand Effet qu'une Puiſſance donnée, par Ex. une Puiſſance de mille livres, puiſſe produire; il faudra déterminer la Hauteur à laquelle l'Eau doit être élevée, pour que le produit de la Hauteur multipliée par la Viteſſe de l'Eau, ſoit le plus grand de tous: l'Effet changeant en même raiſon que la Hauteur, & étant auſſi proportionel à la Viteſſe avec laquelle l'Eau ſort du Tuyau. 1862.

Ce produit eſt le plus grand de tous, comme nous le démontrons auſſi dans le 2me Scholie, quand l'Eau eſt élevée à une Hauteur qui vaut les deux tiers de celle à laquelle la Puiſſance peut ſoutenir l'Eau dans le Tuyau. La dite Puiſſance de mille livres ſoutiendroit l'Eau dans le Tuyau B F, continué vers le bout ſupérieur, juſqu'à la hauteur de vingt pieds; cela étant, ſi la hauteur E F étoit de treize pieds & un tiers, l'Effet ſeroit le plus grand de tous. 1863.

Nous devons examiner, en ſecond lieu, les Actions des Roües qui ſont mües par l'Impulſion de l'Eau *. 1864. * 1852.

De quelque maniére qu'une pareille Roüe ſoit jointe à une Machine, on peut toujours réduire le Calcul à celui d'une Puiſſance qui agit ſur la ſuperficie L M, de la même maniére que l'Eau preſſe par ſon Impulſion les Aubes de la Roüe; outre cela, on détermine la Viteſſe de cette Puiſſance comme celle de l'Eau, & l'Intenſité dépend de la Viteſſe. A la vérité, ſi la même Roüe & le même Mouvement de l'Eau reſtent, la Viteſſe, auſſi bien que l'Intenſité de la Puiſſance qui agit par N P, dépendront de la conſtruction de la Machine; mais quand la Machine eſt donnée, & qu'on a trouvé la Viteſſe qui répond à la plus grande Viteſſe de la Roüe, c'eſt-à-dire, à la Viteſſe de l'Eau qui meut la Roüe, nous conſidérons la choſe, comme ſi l'Eau, müe avec la Viteſſe trouvée, donnoit contre L M, & y déployoit une Preſſion dont l'Intenſité ſeroit proportionelle au quarré de la Viteſſe reſpective de cette Eau, & du Plan L M; & pourroit être déterminée, pour une Viteſſe quelconque donnée, par l'Intenſité de l'Action déployée ſur la Roüe, & par 1851.

la conſtruction de la Machine; en faiſant uſage de ce qui a été prouvé dans la 2de Partie du Livre I.

1865. Nous avons vû que l'Action de l'Eau, müe avec une Viteſſe déterminée, étoit la plus grande de toutes, quand la Viteſſe
* 1778. du Plan valoit le tiers de celle de l'Eau *. Cependant on n'éleve pas toujours de cette maniére la plus grande quantité d'Eau poſſible; & ceci n'a lieu que quand l'Eau ſort par une Ouverture déterminée.

1866. Mais ſi l'Ouverture, & le Plan qui pouſſe immédiatement l'Eau, étoient changez l'un & l'autre, de ſorte que l'Ouverture fût toujours égale au Plan, il faudroit diminuer tant ſoit peu la Viteſſe du Plan; c'eſt-à-dire, que cette Viteſſe devroit être un peu moindre que le tiers de celle de l'Eau. Pour la différence, elle eſt très petite, à moins que l'Eau ne vienne donner contre le Plan avec une grande Viteſſe, ou que la Hauteur à laquelle l'Eau doit être élevée ne ſoit très petite; car ſi l'Eau pouvoit s'élever à une plus grande Hauteur, avec la Viteſſe de l'Eau qui pouſſe le Plan, il faudroit faire aller le Plan plus lentement; comme nous l'expliquerons dans le troiſiéme Scholie.

1867. Il nous reſte à parler d'une Puiſſance déterminée à tous
* 1857. égards *. En ce cas l'Effet eſt auſſi déterminé, & nous n'avons rien de particulier à remarquer ſur ce ſujet, auquel on peut appliquer les Propoſitions générales démontrées ci-devant, en faiſant principalement attention à l'Art. 1829.

1868. Il faut prendre garde, dans la conſtruction des Machines auxquelles on applique de pareilles Puiſſances, que le Plan LM ne ſoit trop grand; à cauſe que l'Intenſité de l'Action donnée doit ſurpaſſer l'Action mentionnée dans l'Art. 1816.

1869. Il faut obſerver de plus, que la Hauteur *eg*, & par cela même *fg*, eſt donnée, dès que le Plan LM eſt déterminé. Donc la Viteſſe avec laquelle l'Eau ſort de l'Ouverture IF eſt donnée auſſi; mais on connoit la Viteſſe avec laquelle ſe meut LM; donc il faut déterminer l'Ouverture, enſorte que ces Viteſſes s'entre-répondent, c'eſt-à-dire, que la Viteſſe du Plan ſoit à celle de l'Eau qui ſort, en raiſon inverſe du Plan à l'Ouverture par laquelle l'Eau ſort; autrement la Machine ne produiroit pas l'Effet qu'on ſe propoſe: en cas que l'Ouverture ſoit don-

donnée, la grandeur du Plan LM doit être déterminée de façon que la dite raiſon inverſe aît lieu.

La Théorie que nous avons expliquée dans ce Chapitre eſt générale; & je ne veux point nier qu'on ne trouve quelque difficulté à l'appliquer à des Machines particulieres, ſurtout à celles dans leſquelles l'Eau ne paſſe point par des Tuyaux; mais ces ſortes de conſidérations ſont étrangéres au but que nous nous propoſons dans ces Elemens; les Cauſes de Rétardation, dont nous avons fait abſtraction, augmentent encore la difficulté; mais comme il n'y a pas moyen d'empêcher que ces Cauſes ne produiſent leur Effet, il faudra y avoir égard dans les Calculs. 1870.

SCHOLIE I.

Démonſtration de l'Art. 1826. *touchant l'Eau qui ſort.*

SOit le Rectangle $fOPq$, dont nous ne repréſentons ici qu'une partie; que la baſe de ce Rectangle ſoit égale à la circonférence de l'Orifice par où l'Eau ſort, & ſa hauteur fq, au quart du diamètre de ce même Orifice; d'où il ſuit, que le Rectangle en queſtion ſera égal à l'Orifice. 1871. TAB. LX. Fig. 1.

Nous ſuppoſons que l'Eau s'éleve au deſſus de l'Orifice, avec la Viteſſe qu'un Corps acquiert en tombant de la hauteur gf *, & qui eſt marquée par la ligne fr; ſi toute l'Eau ſortoit de coté avec cette même Viteſſe, il faudroit qu'elle fût élevée au deſſus de l'Orifice à la Hauteur fq; en ce cas toute l'Eau qui eſt élevée, rempliroit, en ſortant un eſpace égal à l'Orifice. Or comme l'écoulement de l'Eau ſe fait de la même maniére dans toute l'étendüe de la circonférence, il ſuffira de le repréſenter dans un ſeul point, comme f. L'écoulement qui ſe fait depuis le point f juſqu'au point q, avec la Viteſſe fr, eſt repréſenté par le Rectangle $frsq$. * 1817.

Tel eſt l'écoulement requis pour que toute l'Eau ſorte; & c'eſt avec toute cette Eau qu'il faut comparer celle qui s'écoule réellement. Nous repréſentons cette derniére au même point f, par la ſurface fgr; qui eſt terminée par la Courbe gbr, dont les Ordonnées, comme ab, marquent les Viteſſes dans les points auxquels ces Ordonnées répondent; or la Viteſſe en a étant celle qu'un Corps acquiert en tombant de la Hauteur ga *, il ſuit que ga eſt à gf en raiſon doublée de ab à fr *, & que la ligne gbr eſt une Parabole *. 1872. * 380. * 381. * *La Hire ſect. con. liv. 3. prop. 1.*

Comme le Rectangle $fqsr$ eſt à la ſurface $fbgr$, ainſi la quantité d'Eau qui ſort par le Tuyau eſt à celle qui pourroit s'écouler de coté.

Quand fq vaut plus que les deux tiers de fg, la ſurface de la Parabole 1873.

eſt moindre que celle du Rectangle *, & toute l'Eau ne s'écoulera point; c'eſt-à-dire, que l'Eau ne conſervera point ſa Viteſſe dans le Tuyau, à moins qu'on n'augmente l'Action.

* *La Hire ſect. con.* liv. 5. prop. 26.

1874. Suppoſons qu'on augmente aſſez l'Action pour que cette Viteſſe ſoit conſervée; ou, ce qui revient au même, pour que la ſuperficie, qui repréſente la quantité d'Eau qui s'écoule réellement, ſoit égale au Rectangle $fqsr$. Soit cette augmentation déſignée par gn. Cela étant, l'Eau s'écoulera à préſent de coté, dans chaque point, avec la Viteſſe acquiſe en tombant depuis n, & la ſurface de la Parabole fnt marquera toute l'Eau qui s'écoule, & ſera égale au Rectangle $fqsr$. Cette Parabole eſt la même que la premiére, & n'eſt autre choſe qu'une plus grande portion de la même Courbe: l'une & l'autre Parabole déſignant les Viteſſes d'un Corps qui tombe. Le Rectangle de ft par fn eſt à la ſuperficie de la Parabole fnt comme 3 à 2 *; & eſt égal au Rectangle de fr par les trois huitiémes du diamètre de l'Orifice; car fq vaut deux de ces huitiémes *. De là nous inférons, que le quarré de la Ligne ft, multiplié par le quarré de la Hauteur fn, eſt égal au produit du quarré de la Ligne fr, multiplié par le quarré de trois huitiémes du diamètre de l'Orifice. Or le quarré de la Ligne ft eſt à celui de la Ligne fr comme nf à gf *. Donc le produit de la Ligne nf par le quarré de cette même Ligne, c'eſt-à-dire, le Cube de la Hauteur cherchée nf, vaut le produit de la Hauteur gf, multipliée par le quarré de trois huitiémes du diamètre de l'Orifice: Propoſition que nous nous étions engagez * à démontrer dans ce Scholie.

* *La Hire ſect. con.* liv. 5. prop. 26.

* 1871.

* *La Hire ſect. con.* liv. 3. prop. 1.

* 1826.

SCHOLIE II.

Démonſtration de ce qui a été dit touchant les plus grandes Actions dans les Art. 1859. *&* 1863.

1875. IL s'agit dans les Art. 1859 & 1863 d'une Action déployée ſur une ſurface déterminée; ainſi l'Intenſité de la Preſſion ſera proportionelle à la Hauteur à laquelle cette Preſſion peut ſoutenir l'Eau dans un Tuyau.

1876. TAB. LX. Fig. 2. Soit AB la Hauteur à laquelle l'Eau doit être élevée, & AC celle à laquelle elle peut être ſoutenüe dans un Tuyau, en y employant l'Action de quelque Puiſſance. Cette derniére Hauteur étant proportionelle à l'Intenſité de la Puiſſance, l'Eau ſortira avec la Viteſſe requiſe pour monter depuis B juſqu'à C: Viteſſe que nous ſuppoſons être déſignée par CE. Si l'Intenſité de la Puiſſance étoit comme AD, l'Eau ſortiroit avec la Viteſſe requiſe pour monter par BD; & après avoir mené DF, qui ſoit parallèle à EC, & qui exprime la Viteſſe de l'Eau dans le cas préſent, on aura EC & FD pour Ordonnées au diamètre BD de la même Parabole BEF, comme il paroit par ce qui a été démontré dans le Scholie précédent.

1877. On demande, en quel cas l'Effet eſt le plus grand de tous par rapport à l'Intenſité de la Puiſſance; c'eſt-à-dire, en quel cas la raiſon entre les Lignes EC & CA eſt la plus grande qui ſoit poſſible? Car la quantité d'Eau

d'Eau qui eſt élevée dans un certain Tems, eſt comme la Viteſſe avec laquelle elle ſort du Tuyau en B: Viteſſe qui eſt proportionelle à EC.

Ayant mené EA, la Ligne EC ſera la plus grande de toutes par rapport à CA, quand l'angle EAC eſt le plus grand qu'il ſoit poſſible; or il eſt tel quand EA devient Tangente à la Parabole: car alors il ne ſçauroit augmenter. Cette Tangente étant AF, la Ligne AD marquera l'Intenſité qu'on cherche, & cette Ligne ſera double de AB *, comme nous l'avons dit dans l'Art. 1859.

* *La Hire ſect. con.* liv. 2. prop. 20.

Suppoſons à préſent que l'Intenſité de la Preſſion ſoit donnée; & par conſéquent que la Hauteur BA, à laquelle l'Eau peut être ſoutenüe dans le Tuyau, ſoit donnée auſſi. 1878.

Si la longueur du Tuyau étoit BC, l'Eau en ſortiroit avec la Viteſſe avec laquelle elle peut monter par CA: Viteſſe que nous ſuppoſons être repréſentée par l'Ordonnée CE de la Parabole AED, comme on l'a déja vû plus d'une fois *. TAB. LX. Fig. 3.

* 1872. 1876.

L'Effet dont il s'agit * eſt proportionel à la Hauteur BC, à laquelle l'Eau eſt élevée, & à la Viteſſe CE, avec laquelle elle ſort du Tuyau; c'eſt-à-dire, que l'Effet ſuit la même raiſon que le Rectangle CBGE *.

* 1863.

* 23. EL. VI.

Il eſt donc queſtion de trouver le point C, pour que le Rectangle CBGE ſoit le plus grand qu'il eſt poſſible. Suppoſons que ce point ſoit entre C & *c*; & que les points C & *c* ſe trouvent déterminez, de façon que les Rectangles CBGE, *cBge*, qui diffèrent infiniment peu l'un & l'autre du plus grand Rectangle qu'on cherche, ſoient égaux entr'eux; & par conſéquent que *Cc*FE, G*g*eF, ſoient auſſi égaux; donc 1879.

F*e*:FE::EC:FG *, ou EG=CB.

* 14. EL. VI.

Mais F*e*:FE::EC, CL, dont la longueur eſt déterminée par la Tangente EL.

Donc les Lignes CB & CL ſont égales *; & CA vaut la moitié de CB *, c'eſt-à-dire, vaut le tiers de toute la Ligne BA. Ce qu'il falloit démontrer *.

*9. EL. V.

* *La Hire ſect. con.* liv. 2. prop. 20.

* 1863.

SCHOLIE III.

Démonſtration de la plus grande Action, mentionée dans les Art. 1865. 1866.

1880.

LA Viteſſe de l'Eau qui vient donner contre un Plan étant connüe, on demande, avec quelle Viteſſe le Plan doit être pouſſé, pour que la plus grande quantité d'Eau ſoit élevée dans un Tems donné?

Ayant nommé la Viteſſe connüe de l'Eau qui vient donner contre le Plan 1; & la Viteſſe du Plan, qui eſt celle qu'on cherche, x; la Viteſſe reſpective ſera $1-x$ *; & l'Intenſité de la Preſſion ſur le Plan $1-x^2$ *.

* 918.

Nous déſignons outre cela par 1, la Hauteur à laquelle l'Eau doit être élevée; *a* marque la Hauteur à laquelle un Corps peut monter avec la Viteſſe 1; c'eſt-à-dire, que 1 eſt à la Hauteur *a*, comme la premiére Hauteur à la ſeconde, qui toutes deux ſont données; enfin *z* eſt la baſe

* 1773.

de

de la colomne d'Eau qui eſt élevée; ou, pour mieux dire, z indique la grandeur de la ſurface qui eſt pouſſée.

1881. Suppoſons que l'Eau ſorte par un Orifice déterminé, que nous déſignons par l'Unité. Toute l'Eau qui eſt pouſſée par le Plan z, avec la Viteſſe x, paſſe par cet Orifice, avec une Viteſſe qui eſt à x, comme le Plan eſt à l'Orifice, c'eſt-à-dire, comme z à 1; donc zx peut exprimer cette Viteſſe avec laquelle l'Eau peut monter à la Hauteur $azzxx$: car

* 381. $$1, zzxx :: a, azzxx \text{ *}.$$

Cette Hauteur doit être ajoutée à celle à laquelle l'Eau doit être élevée; & la Hauteur entiére à laquelle la Puiſſance doit ſoutenir l'Eau ſera $1+azzxx$. En multipliant cette Hauteur par la baſe z, on aura la colomne entiére qui eſt ſoutenüe, & à laquelle l'Impulſion de l'Eau contre le Plan eſt proportionelle; donc $\overline{1-x}^{2} = z + az^3x^2$. La quantité d'Eau élevée, eſt préciſément celle que le Plan z pouſſe avec la Viteſſe x; & cette quantité ſuit toujours la même proportion que le produit zx. On demande x dans le cas où ce produit eſt le plus grand de tous.

1882. Pour réſoudre ce Problème, il faut faire uſage des ſecours que l'Algèbre fournit dans les Queſtions qu'on nomme *de Maximis & Minimis*; par ce moyen, & en ôtant z, on parvient à cette Equation ſimple $3x = 1$; laquelle s'accorde avec ce que nous avons dit dans l'Art. 1865.

1883. Que ſi l'Orifice, que nous avons ſuppoſé d'une grandeur fixe, étoit égal à z, l'Eau en ſortiroit avec la Viteſſe x; & la Hauteur à laquelle elle pourroit parvenir avec cette Viteſſe ſeroit axx. En ce cas nous aurions $\overline{1-x}^{2} = z + azxx$; & ſi l'on cherchoit quand le produit zx eſt le plus grand de tous, & qu'on exterminât z, on auroit $x^3 + xx + \frac{3x}{a} = \frac{1}{a}$.

1884. Si la Hauteur à laquelle il faut élever l'Eau, & que nous exprimons par l'Unité, étoit petite, ou que la Viteſſe de l'Eau qui vient donner contre le Plan fût grande, a pourroit ſurpaſſer l'Unité, & x diminueroit à proportion que a iroit en augmentant. Mais ſi a étoit moindre que l'Unité, comme cela arrive preſque toujours, x vaudroit à peu près $\frac{1}{3}$; comme on peut le voir en jettant les yeux ſur l'Equation, & comme nous l'avons indiqué dans l'Art. 1866.

LIVRE III.

Partie IV. Des Corps mûs dans des Fluides.

CHAPITRE XV.

De la Réſiſtance qu'éprouvent les Corps mûs dans des Fluides.

Tout Corps, mû dans un Fluide, éprouve une Réſiſtance, produite par deux différentes Cauſes. 1885.

Quoique les parties des Fluides ne tiennent guéres les unes aux autres, on ne ſçauroit douter néanmoins qu'il n'y aît entr'elles quelque Cohéſion *. Or *un Corps qui, dans ſon Mouvement, ſépare les particules des Fluides, doit ſurmonter leur Cohéſion; & cet Effort eſt la premiére Cauſe de Réſiſtance.* * 76. 77. 1886.

Cette Action eſt ſemblable à celle par laquelle les parties des Corps mous ſont ſéparées, pendant qu'il s'y fait une Cavité. Nous avons vû qu'une pareille Cavité étoit produite par une Action proportionelle à la Cavité formée *; & cette Démonſtration peut être appliquée à tout Corps, mû dans un Fluide: le Mouvement d'un pareil Corps formant une Cavité proportionelle à l'Eſpace parcouru; quoique cette Cavité ſe rempliſſe de nouveau à chaque inſtant. D'où il ſuit qu'*un Corps, mû dans un Fluide, ſouffre, de la part de la premiére Cauſe, une Réſiſtance* proportionelle à l'Eſpace parcouru; *laquelle*, par conſéquent, *augmente & diminüe en même raiſon que la Viteſſe* *. 1887. * 841. 1888. * 119.

Dans le tems qu'un Corps imprime une Cavité dans un Corps mou, les parties ne ſont tranſportées que par l'Action immédiate des Corps l'un ſur l'autre, & dès que cette Action ceſſe, le Mouvement des parties ceſſe auſſi; c'eſt pourquoi il ne ſe conſume, en formant la Cavité, d'autre Force que celle qui a ſervi à ſurmonter la Cohéſion des parties; & les Corps, en formant des Cavitez, peuvent perdre tout ce qu'ils ont de Force inhérente. 1889.

1890. Un Corps, en ſe mouvant dans un Fluide, non ſeulement tranſporte quelques particules de ce Fluide par une Action immédiate, en s'ouvrant un chemin entr'elles: Action par laquelle la Cohéſion de ces particules eſt ſurmontée; mais, outre cela, il communique aux mêmes particules une Force, par laquelle elles ſe meuvent entr'elles après que l'Action du Corps
1891. a ceſſé: Et *c'eſt la Réaction des particules dans le tems que ce Mouvement leur eſt imprimé, laquelle vient de leur Inertie, qui eſt la ſeconde Cauſe de Réſiſtance.*

Pour concevoir plus clairement tout ce qui a rapport à ces
1892. Réſiſtances, il faut conſidérer, que *l'Action mutuelle du Corps & du Fluide eſt la même, ſoit que le Corps ſe meuve avec une certaine Viteſſe dans le Fluide en repos, ſoit que, le Corps reſtant en repos, ſoit pouſſé par le Fluide, mû avec la même Viteſſe.* Car cette Action dépend du Mouvement reſpectif, qui eſt le même dans ces deux cas.

Que ſi, en faiſant abſtraction de la Cohéſion des parties, nous faiſons attention au Mouvement du Fluide, & que nous conſidérions ce Fluide dans le tems qu'il pouſſe le Corps en
1893. repos, nous verrons que *l'Action du Fluide eſt une Preſſion*; & que les particules ne frappent point le Corps, mais ſe meuvent le long du Corps, ou le long des particules qui touchent le Corps, & que, dans ce Mouvement, elles preſſent le Corps, de la même maniére qu'un Corps preſſe un Plan ſur lequel il ſe meut. Ces ſortes de Preſſions, qui ſont produi-
* 1003. 1004. 1005. tes par des Forces, ont été indiquées ci-deſſus *.

1894. * 753. Cette Preſſion, produite par la Force inhérente des particules, eſt comme cette Force, c'eſt-à-dire, comme le quarré de la Viteſſe *; ce qui paroitra plus clairement, ſi l'on fait attention à l'analogie qu'il y a entre l'Action dont il s'agit, & la Force centrale, laquelle, toutes choſes d'ailleurs égales,
* 616. eſt auſſi comme le quarré de la Viteſſe *. La Preſſion, dont il eſt ici queſtion, augmente auſſi en même raiſon que le Nombre des particules qui agiſſent ſur le Corps, dans un Tems déterminé: Nombre qui eſt proportionel à la Viteſſe; enfin cette même Preſſion eſt proportionelle au Tems pendant lequel dure l'Action déployée par chaque particule ſur une partie déterminée de la ſuperficie: Tems qui eſt plus petit, à meſure que la Viteſſe eſt plus grande, c'eſt-à-dire, qui

ſuit

ſuit la raiſon inverſe de la Viteſſe: les deux derniéres raiſons s'entre-détruiſent, & il ne reſte que *la* ſeule *raiſon du quarré de la Viteſſe*; laquelle, par conſéquent, *eſt la même que celle que ſuit la Réſiſtance produite par la ſeconde Cauſe.* 1895.

La maniére dont les deux Cauſes de Réſiſtance agiſſent enſemble, dans le cas où le Corps eſt en repos & où le Fluide ſe meut, comme nous venons de le ſuppoſer; cette maniére, dis-je, ſe concevra aiſément, ſi l'on prend garde aux conſidérations ſuivantes : Que les particules qui agiſſent ſur le Corps A, s'écoulent de coté en B & en D, & ne déployent, en faiſant abſtraction de la Cohéſion, aucune Action en cet endroit; mais ſi l'on a égard à la Cohéſion, les particules qui s'écoulent de coté tirent après elles celles qui les ſuivent, & par cette Action les ſéparent les unes des autres: ſéparation qui eſt requiſe pour que le Fluide paſſe de tous cotez. Cette Cohéſion ne ſçauroit être ſurmontée, à moins que le Corps ne réſiſte, &, par cela même, n'éprouve une Action *, qui doit être ajoutée à celle qui eſt produite par l'Inertie. 1896. TAB. LX. Fig. 4. * 361.

Machine

Pour faire des Expériences touchant les Réſiſtances des Fluides.

Le Bac AB eſt long de cinq pieds, large de deux pieds & demi, & haut de huit ou dix pouces. 1897. TAB. LIX. Fig. 1.

Ce Bac eſt ſoutenu ſur quatre Colomnes de bois, hautes de cinq pieds, & poſées dans le Bac CD, qui eſt moindre que AB, & qui, à ſon tour, eſt appuyé ſur quatre pieds, hauts d'environ dix pouces: nous donnons aux pieds cette hauteur, afin qu'un Seau, qui aît la même hauteur, puiſſe recevoir l'Eau qui ſort du Robinet E.

La Caiſſe F a trois pieds & demi de longueur de *g* en *h*; & la baſe eſt en dedans de cinq pouces en quarré. La Figure repréſente la maniére dont la Caiſſe eſt affermie verticalement entre des Règles de bois. La diſtance entre la ſuperficie ſupérieure *l* de cette Caiſſe, & le fond du Bac AB eſt de quinze pouces.

Au milieu de ce fond, rélativement à ſa longueur, il y a un trou rond, dont le diamètre eſt d'environ quatre pouces & demi, & ce trou eſt tant ſoit peu plus éloigné d'un des cotez que de l'autre, pour que les Expériences ſe faſſent plus commodément.

A ce trou en répond un autre, peu différent, mais plus petit, au milieu de la ſuperficie ſupérieure *l* de la Caiſſe F.

1898. On affermit verticalement dans ces trous un Tuyau de plomb T, dont le diamètre eſt de quatre pouces; &, par le moyen de ce Tuyau, le Bac AB communique avec la Caiſſe F. La longueur du Tuyau eſt de dix-huit pouces; la cavité en eſt cylindrique, & la ſurface intérieure bien polie.

Le Tuyau doit être bien affermi, & l'on ſe ſert de filaſſe pour empêcher que l'Eau ne s'écoule en dehors.

1899. On ſe ſert auſſi ſouvent de Tuyaux plus étroits, dont on entoure les bouts d'anneaux de bois, afin de les affermir dans les trous que nous avons indiquez.

1900. Il y a vers le bas de la Caiſſe F quatre Robinets I, L, M, N. Les ouvertures de ces Robinets ſont pratiquées dans des lames horizontales, qui ſe trouvent toutes dans un même plan horizontal: & ces ouvertures ſont beaucoup plus petites que les capacitez des Robinets, pour que l'Eau ſorte ſans aucun frottement ſenſible. Les deux plus petits Robinets I & L ſont égaux, & ont des ouvertures égales; l'ouverture du Robinet M eſt double, & enfin celle de N triple des ouvertures des petits Robinets I & L. Le diamètre de l'ouverture moyenne eſt d'un demi-pouce.

1901. Avec quelque exactitude que ces Ouvertures ſoient meſurées, il n'y a pas moyen d'éviter toute erreur; mais on corrige celles où l'on pourroit tomber, de la maniére que j'indiquerai *. * 1905.

1902. La Planche P eſt miſe en travers ſur le Bac AB; & pour cet effet la longueur de cette Planche ſurpaſſe tant ſoit peu la largeur du Bac; la largeur de la même Planche eſt de ſeize à dix-huit pouces. Cette Planche eſt garnie tout à l'entour d'un bord, haut d'un demi-pouce, pour empêcher que les choſes qu'on pourroit y mettre ne tombent dans l'Eau. Quatre Règles de bois, dont deux ſe voyent en *o* & *q*, tiennent à la Planche, & ſervent à l'affermir. Entre les Règles *o* & *q* il y a un Eſpace, deſtiné à recevoir l'avance de bois *r*, qui tient auſſi au Bac.

1903. On affermit, dans la Planche dont il s'agit, le Soutien de bois S. A ce Soutien eſt ſuſpendüe la Balance V, dont nous nous ſommes déja plus d'une fois ſervis, & qui a été décrite dans un autre endroit *. * 1480.

Cet-

Cette Balance eſt ſuſpendüe de façon que, dans le tems qu'elle eſt en équilibre, les pieds des Baſſins ne ſoient éloignez de la Planche que tant ſoit peu plus qu'un quart de pouce.

Le crochet du Baſſin *k* répond à une ouverture dans la Planche, dont le diamètre eſt de trois quarts de pouce, & le centre ſe trouve dans l'axe continué du Tuyau T.

1904. Pour faire avec cette Machine les Expériences que nous allons décrire, il faut avoir différens Globes, différens Cones & différens Cylindres, & que chacun de ces Corps ſoit attaché à un crin; en prenant garde, par rapport aux Cones & aux Cylindres, que dans la ſuſpenſion leur axe ſoit vertical, & que les ſommets des Cones ſoient ſituez vers en haut. TAB. LIX. Fig. 2.3.4.

Pour ſçavoir ſi les Ouvertures des Robinets * avoient entr'elles la raiſon que je leur ai ſuppoſée, & pour corriger les erreurs dans leſquelles on pourroit être tombé, j'ai fait uſage de la Méthode que je vais expliquer. * 1900.

1905. Les choſes étant diſpoſées comme je l'ai marqué, après avoir appliqué en T un Tuyau *, qui avoit pour diamètre l'Hypothénuſe d'un Triangle Iſoſcèle rectangle, dont chaque coté étoit de deux pouces, j'ai rempli d'Eau le Bac AB, juſqu'à deux pouces du bord. F & T ont été remplis d'Eau en même tems. Fig. 1. * 1899.

Par le moyen d'un crin j'ai ſuſpendu dans le Tuyau T un Cylindre de cuivre, dont le diamètre n'eſt pas tout-à-fait de cinq quarts de pouce, & dont la hauteur eſt d'un pouce & demi. La ſuperficie ſupérieure en eſt tant ſoit peu convexe, & le Cylindre même eſt creux, pour charger moins la Balance, & bien fermé, afin que l'Eau n'y puiſſe point entrer. Le crin, auquel tenoit le Cylindre, étoit attaché au crochet du Baſſin *k* de la Balance V, qui a été miſe en équilibre en chargeant de quelques Poids le Baſſin oppoſé.

J'ai d'abord cherché quel Poids il faudroit ajouter pour que la Balance fût en équilibre, en ouvrant un des deux petits Robinets; ce Poids ſe trouve en tâtonnant. On commence par mettre un Poids à diſcretion, & après avoir retenu avec la main la Balance en équilibre, on ouvre le Robinet & on lâche la Balance; ſi cette derniére ſe meut, l'on augmente ou l'on diminüe le Poids, ſuivant le mouvement de la Balance; & l'on réitére cette operation, juſqu'à ce qu'en ôtant la main

de la Balance, cette derniére reſte en équilibre. Alors on a un Poids égal à l'Action que l'Eau déploye ſur le Corps, dans le tems qu'elle ſe meut dans le Tuyau.

Par le moyen de cette Méthode j'ai trouvé, qu'en ouvrant ſucceſſivement les deux petits Robinets, il y avoit une petite différence entre les Actions; & que, par conſéquent, les quantitez d'Eau qui paſſoient par les Robinets n'étoient pas exactement égales: inconvénient auquel il a été facile de remedier, en aggrandiſſant tant ſoit peu une des ouvertures.

* 1900. Ayant ouvert alors à la fois les Robinets I, L *, pour qu'il s'écoulât une double quantité d'Eau, j'ai cherché l'Action de l'Eau ſur le Cylindre, & j'ai fait qu'il y eût une Action toute pareille en ouvrant le ſeul Robinet M.

Enfin, par la même Méthode, j'ai donné au Robinet N la grandeur requiſe, pour qu'il rendît une quantité d'Eau égale à celle qui ſort par le Robinet M & par un des Robinets I ou L dans le même tems.

J'ai eu ſoin, & c'eſt une choſe qu'il faut obſerver dans toutes les Expériences qu'on fait avec la Machine en queſtion, que l'Eau reſte à la même hauteur dans le Bac; c'eſt pourquoi, dès que la ſuperficie de l'Eau eſt baiſſée d'un pouce, il faut en ajouter de nouvelle.

1906. Tout étant ainſi diſpoſé, la Machine peut ſervir à faire des Expériences. Quand on ouvre le Robinet I ou L, il s'écoule une certaine quantité d'Eau, qui ſe meut dans le Tuyau T avec une Viteſſe déterminée, laquelle eſt uniforme dans tout ce Tuyau, car l'Eau qui y entre continuellement, & celle qui en ſort dans le même tems, ſont l'une & l'autre en même quantité que celle qui s'écoule par le Robinet. La Viteſſe de l'Eau dans le Tuyau eſt double, s'il ſort une double quantité d'Eau, c'eſt-à-dire, ſi l'on ouvre enſemble les deux Robinets I & L, ou le ſeul Robinet M. Elle eſt triple, en ouvrant enſemble M & I, ou M & L, ou bien N ſeul. Quadruple, en ouvrant I, L & M, ou bien N avec I ou avec L. Quintuple, en ouvrant M & N. Sextuple, en ouvrant M, N avec I ou L. Enfin, la Viteſſe ſera ſept fois plus grande, ſi l'on ouvre à la fois tous les Robinets.

1907. Dans tous ces Mouvemens la Viteſſe de l'Eau ne peut jamais être accelérée dans le Tuyau T par un effet de la Cohéſion, pa-

pareil à celui dont il a été parlé dans un autre endroit *: ſi une pareille accéleration avoit lieu, nous aurions eu tort de conclurre, qu'il ſortoit d'un Robinet une égale quantité d'Eau, dans un certain Tems, ſoit qu'il fût ouvert tout ſeul, ou avec d'autres; cependant la choſe eſt ſûre, puiſque la ſeule Peſanteur de l'Eau qui preſſe ſur l'orifice du Tuyau, peut produire une Viteſſe qui ſurpaſſe pluſieurs fois la plus grande Viteſſe que l'Eau aît dans le Tuyau. * 1652.

I. Experience.

Tout étant diſpoſé comme il a été dit dans la deſcription de la Machine, on ſuſpend la Boule de cuivre G, dont le diamètre eſt d'un demi-pouce, à la profondeur de ſix, de huit ou de dix pouces, dans le Tuyau T *, qui a pour diamètre l'Hypothénuſe d'un Triangle Iſoſcèle rectangle, dont chaque coté eſt de deux pouces. La Boule ſe trouve placée dans l'axe du Tuyau, à cauſe que le crin qui y tient eſt attaché au crochet du Baſſin *k*. 1908. TAB. LIX. Fig. 1. 2. * 1905.

J'ai fait uſage de la Méthode mentionée dans l'Art. 1905., pour trouver les Actions déployées ſur la Boule par l'Eau, pendant que cette derniére paſſoit ſucceſſivement par le Tuyau avec différentes Viteſſes: Actions qui ont été égales aux Réſiſtances qu'auroit éprouvées cette même Boule, ſi elle avoit été tranſportée avec les mêmes Viteſſes dans de l'Eau qui auroit été en repos.

Les plus petits Poids dont je me ſois ſervi pour déterminer les Actions dont il s'agit, étoient des quarts de Grain. Voici celles que j'ai trouvées.

Viteſſes.	*Réſiſtances.*
1. - - - - - - -	Gr. $\frac{3}{4}$
2. - - - - - - -	Gr. $1\frac{1}{2}$
3. - - - - - - -	Gr. 3.
4. - - - - - - -	Gr. $4\frac{3}{4}$
5. - - - - - - -	Gr. $7\frac{3}{4}$
6. - - - - - - -	Gr. $10\frac{1}{2}$
7. - - - - - - -	Gr. 14.

Dans

1909. Dans les trois premiéres Viteſſes les Actions étoient tant ſoit peu plus petites que les Poids marquez.

1910. Les Expériences ont été faites avec tout le ſoin poſſible, & à l'aide d'une Balance très exacte; cependant je n'oſerois pas aſſurer qu'il ne s'y ſoit point gliſſé quelque légère erreur.

J'aime mieux avouer, que des erreurs, moindres qu'un quart de Grain, ont été inévitables; & je ne crois pas que ce ſoit s'écarter de l'Expérience, que de ſuppléer une quantité ſi peu conſidérable, lorſque la régularité de la Suite le demande.

Si l'on fait attention à la régularité de la Suite, & à l'Expérience
* 1913. ſuivante *, on ne ſçauroit douter qu'il n'y aît une pareille erreur dans la premiére Action déterminée ici, laquelle ne vaut pas tout-à-fait $\frac{3}{4}$ de Gr. Et cette erreur eſt conſidérable par rapport à un auſſi petit Poids.

Je donne ici les Expériences, telles que je les ai faites, antecédemment à tout Calcul.

Si l'on diviſe un Grain en cent parties égales, on verra que, dans la Serie ſuivante, la Réſiſtance eſt en partie proportionelle à la Viteſſe ſimple, & en partie au quarré de la Viteſſe.

1911.

Viteſſes.	*Réſiſtances produites par la 1re Cauſe.*	*Réſiſtances produites par la 2de Cauſe.*	*Somme des 2 Réſiſtances.*	*Réſiſtances dans l'Exp.*
1.	1×20= 20.	1×26= 26.	46.	75.
2.	2×20= 40.	4×26= 104.	144.	150.
3.	3×20= 60.	9×26= 234.	294.	300.
4.	4×20= 80.	16×26= 416.	496.	475.
5.	5×20= 100.	25×26= 650.	750.	775.
6.	6×20= 120.	36×26= 936.	1056.	1050.
7.	7×20= 140.	49×26= 1274.	1414.	1400.

* 1886. 1893. 1912. Il ſuit de ce qui a été démontré ci-deſſus *, que *quand des Corps ſemblables ſe meuvent ſemblablement, & avec d'égales Viteſſes, dans un même Fluide*, l'une & l'autre Réſiſtance augmentent ou diminuent comme le Nombre des particules de Fluide tranſportées hors de leur place dans le même Tems; c'eſt-à-dire, que *la Réſiſtance entiére eſt proportionelle aux quarrez des cotez homologues* *; *& aux quarrez des diamètres, s'il eſt queſtion de Boules, de Cylindres ou de Cones* *.

* 20. EL. VI.

* 2. EL. XII.

2. Ex-

2. Experience.

Cette Expérience ne diffère de la précédente que par rapport à la grandeur de la Boule ſuſpendüe dans le Tuyau T. Dans l'Expérience dont il s'agit ici, nous nous ſervons de la Boule H, qui a pour diamètre l'Hypothénuſe d'un Triangle iſoſcèle rectangle, dont chaque coté eſt d'un demi-pouce, c'eſt-à-dire, eſt égal au diamètre de la Boule G, qui a été employée dans l'Expérience précédente; ainſi les quarrez des diamètres ſont comme un à deux *; or c'eſt dans cette même raiſon que ſont entr'elles les Réſiſtances trouvées, comme il paroit par la Table ſuivante, dans laquelle + marque l'excès, & — le défaut. 1913. TAB. LIX. Fig. 1. 2. * 47. El. I.

1914.

Viteſſes.	*Réſiſtances* de la Boule H.	*Réſiſtances* de la Boule G dans *la* 1re *Exp.*
1.	$\frac{3}{4}$ +	$\frac{3}{4}$ —
2.	$2\frac{3}{4}$ -	$1\frac{1}{2}$ —
3.	6 —	3 —
4.	$9\frac{3}{4}$ +	$4\frac{3}{4}$
5.	$15\frac{1}{4}$ -	$7\frac{3}{4}$
6.	21 -	$10\frac{1}{2}$
7.	28 -	14

Les Réſiſtances, quand la Viteſſe eſt = 1, ſont les ſeules qui ne s'accordent point avec la Propoſition; mais nous avons déja vû dans l'Expérience précédente, qu'il y a quelque choſe à corriger à la plus petite Viteſſe trouvée dans cette Expérience *. A l'égard de la Réſiſtance qui ſe trouve dans la Suite réguliére de l'Art. 1908., elle eſt la moitié de celle qui a été déterminée dans l'Expérience préſente, en gardant la même Viteſſe. 1915. * 1910.

La Réſiſtance produite par la premiére Cauſe ne change point par la figure du Corps, pourvu que la Cavité formée dans le Mouvement ſoit la même *. C'eſt pourquoi un Cone, un Cylindre & une Boule, éprouveront la même Réſiſtance, dans un même Fluide, ſi leur Mouvement ſe fait avec la même Viteſſe, ſi le 1916. * 1847. 841.

Cone & le Cylindre ſont mûs ſuivant la direction de leurs axes, & ſi ces trois Corps ont des diamètres égaux.

1917. Pour ce qui eſt de *la Réſiſtance produite par la ſeconde Cauſe*, elle *varie ſuivant la différente figure du Corps*; car il eſt clair que, quoiqu'un Fluide en repos preſſe de tous cotez, avec une égale Force, un Corps de figure quelconque, cela ne ſçauroit s'appliquer à une Preſſion qui provient du Mouvement: cette derniére n'agiſſant que ſuivant une ſeule direction, & n'étant ſoutenüe entiére que par un plan perpendiculaire à cette direction.

1918. Nous démontrerons dans le Scholie ſuivant, que *la Réſiſtance du Cylindre eſt à celle du Cone, ſi l'un & l'autre ſont droits, & mûs ſuivant les directions de leurs axes, dans un même Fluide, & avec la même Viteſſe, comme une Ligne, menée ſur la ſuperficie du Cone, depuis le ſommet juſqu'à un point quelconque de la circonférence de la baſe, eſt au demi-Diamètre de cette même baſe.*

1919. On prouvera dans le même Scholie, que *les diamètres étant égaux, un Cylindre droit, mû ſuivant la direction de ſon axe, & une Boule, éprouvent des Réſiſtances qui ſont entr'elles comme trois à deux.*

1920. D'où il ſuit, que *la Réſiſtance d'une Boule eſt à celle d'un Cone droit, mû ſuivant la direction de ſon axe, & dont le diamètre de la baſe eſt égal au diamètre de la Boule, comme les deux tiers de la Ligne, menée depuis le ſommet du Cone à un point de la circonférence de la baſe, ſont au demi-Diamètre de la baſe.*

Il faut remarquer ici, que dans tous ces Mouvemens le Cone réſiſte par ſa pointe: car s'il réſiſtoit par ſa baſe, il eſt clair que la Réſiſtance ſeroit égale à celle d'un Cylindre de même diamètre.

3. EXPERIENCE.

1921. TAB. LIX. Fig. 1. 3. Cette Expérience ſe fait de la même maniére que les précédentes, dont elle ne diffère qu'en ce que c'eſt un autre Corps ſur lequel l'Eau déploye ſon Action. Je me ſuis ſervi du Cone repréſenté en O: le diamètre de la baſe de ce Cone, & la hauteur, depuis le ſommet *v* juſqu'au centre du cercle qui termine le bas du Cone, ſont l'un & l'autre d'un demi-pouce: au deſſous de ce cercle le Corps devient cylindrique, & la hauteur de cette partie cylindrique peut aller à un huitiéme de pouce. Cette par-

partie inférieure du Corps ne doit point entrer en conſidération, parce que l'Eau n'y fait aucune impulſion, étant müe ſuivant la direction de l'axe du Cone.

Les Actions de l'Eau ſur le Cone ſont marquées dans la Table ſuivante.

Viteſſes.	*Réſiſtances.*
1. -----	Gr. $\frac{1}{2}$ —
2. -----	Gr. $1\frac{1}{4}$ +
3. -----	Gr. $2\frac{1}{2}$ —
4. -----	Gr. 4.
5. -----	Gr. 6. —
6. -----	Gr. $8\frac{1}{2}$
7. -----	Gr. 11.

1922.

Les Réſiſtances produites par l'une & par l'autre Cauſe ſont marquées ſéparément dans la Table ſuivante, où chaque Grain eſt diviſé en cent parties.

Viteſſes.	*Réſiſtances produites par la 1re Cauſe.*	*Réſiſtances produites par la 2de Cauſe.*	*Sommes des 2 Réſiſtances.*	*Réſiſtances dans l'Exp.*
1.	1×20= 20.	1×20= 20	40	50—
2.	2×20= 40.	4×20= 80	120	125+
3.	3×20= 60.	9×20= 180	240	250—
4.	4×20= 80.	16×20= 320	400	400
5.	5×20= 100.	25×20= 500	600	600—
6.	6×20= 120.	36×20= 720	840	850
7.	7×20= 140.	49×20= 980	1120	1100

1923.

Quiconque examinera cette Table avec attention, s'appercevra aiſément, que l'exactitude ne ſçauroit guéres être pouſſée plus loin dans de ſemblables Expériences. 1924.

Pour confirmer la vérité de l'Art. 1916. il n'y a qu'à comparer l'Expérience préſente avec la premiére *. * 1907. 1911.

Il eſt clair auſſi, par rapport à la Réſiſtance produite par la

ſeconde Cauſe, que cette Réſiſtance eſt, dans le cas préſent, à
* 1910. celle d'une Boule de même diamètre, comme 20 à 26 *.
1923. En calculant ces Réſiſtances, on trouve qu'elles ſont com-
1925. me $\frac{2}{3} v b$ au demi-Diamètre de la baſe *. Ayant nommé ce
* 1920. demi-Diamètre 1, la hauteur du Cone ſera 2, & $v b$ vaudra la
* 47. EL. I. Racine quarrée du nombre 5 *; donc les Réſiſtances ſont en même raiſon $\frac{2}{3} \sqrt{5}$. à 1. Mais pour pouvoir ſuſpendre un Cone par le ſommet, il faut que le ſommet ne ſe termine pas exactement en pointe; ainſi il faut ajouter quelque choſe à la Réſiſtance.

Il y a aux cotez du trou par lequel paſſe le fil deux petites ſuperficies planes, qui valent enſemble environ $\frac{1}{25}$ de la ſuperficie du cercle, dont le diamètre eſt bd; c'eſt pourquoi la vingt & cinquiéme partie de la Réſiſtance que le Cone éprouve, doit être augmentée dans la raiſon qu'il y a entre les Réſiſtances qu'éprouvent ce Cone & un Cylindre de même dia-
* 1918. mètre; c'eſt-à-dire, dans la raiſon de 1 à $\sqrt{5}$ *. Donc les Réſiſtances cherchées ſont comme $\frac{25 \times 2}{3} \sqrt{5}$ à $24 + \sqrt{5}$: raiſon qui eſt à peu près la même que celle de 26 à 19. Dans ce Calcul nous n'avons point fait attention à la figure du ſommet auquel le fil a été attaché.

1926. La Réſiſtance qu'éprouve le Cone, ſuivant le Calcul que nous venons de faire, diffère d'une vingtiéme partie, de celle qui a lieu dans l'Expérience, quelle que ſoit la Viteſſe; par où il paroit, que c'eſt à la figure du ſommet que cette différence doit être attribuée.

Or comme cette différence eſt peu conſidérable, & que ce n'eſt pas ſans peine qu'on pourroit ſoumettre au Calcul ce que le ſommet du Cone a d'irrégulier, il eſt clair que l'Expérience, faite en dernier lieu, confirme la Propoſition de l'Art. 1920.

1927. La difficulté qu'il y a à faire ces ſortes d'Expériences avec des Cylindres, eſt cauſe que je n'en allégue aucune pour confirmer quelques unes des Propoſitions que j'ai démontrées; cette difficulté conſiſte en ce qu'il n'y a preſque pas moyen d'empêcher que, dans le tems que l'Eau ſe meut le long du Cylindre, ce dernier ne ſoit plus ou moins agité; ce qui donne pour les Réſiſtances une Suite irréguliére, & très incertaine, quand les Viteſſes ſont grandes.

J'ai

J'ai trouvé auſſi que des Cylindres, dont les diamètres étoient égaux, mais les hauteurs différentes, éprouvent différentes Réſiſtances; ce qui donne clairement à connoitre qu'il doit y avoir eu quelque agitation, puiſqu'il eſt évident que la hauteur d'un Cylindre ne fait rien à la Réſiſtance qu'éprouve ce Cylindre, étant mû ſuivant la direction de ſon axe. J'ai donc cru devoir me ſervir de Sphères & de Cones; parce qu'il eſt facile de ſuſpendre ces Corps, ſans qu'il y aît aucune agitation à craindre.

J'ajouterai pourtant quelque choſe touchant les Expériences faites avec des Cylindres.

Parmi les quatre Cylindres, avec leſquels j'ai eſſayé de faire des Expériences, il y en a un dont le diamètre eſt d'un demi-pouce, & la hauteur de $\frac{2}{3}$ de pouc.; les Réſiſtances de ce Cylindre forment une Suite preſque réguliére, laquelle étant réduite à une régularité parfaite, s'accorde exactement avec ce qui a été démontré. La plus grande correction répond à la Viteſſe ſix: la Réſiſtance correſpondante à cette Viteſſe étant dans l'Expérience, moindre de $1\frac{1}{4}$ de Gr., c'eſt-à-dire, plus petite d'environ une douziéme partie que ne le demande la régularité de la Suite; & cette différence eſt certainement conſidérable. 1928.

4. Experience.

Cette Expérience a été faite de la même maniére que les précédentes, en ſuſpendant le Cylindre K, dont le diamètre étoit d'un demi-pouce: le Mouvement de l'Eau ſe faiſoit ſuivant la direction de l'axe du Cylindre. 1929. TAB. LIX. Fig. 1. 4.

Viteſſes.	*Réſiſtances.*
1. - - - - - - -	Gr. $\frac{3}{4}$.
2. - - - - - - -	Gr. 2.
3. - - - - - - -	Gr. 4.
4. - - - - - - -	Gr. $7\frac{1}{2}$.
5. - - - - - - -	Gr. 11.
6. - - - - - - -	Gr. 14.
7. - - - - - - -	Gr. $20\frac{1}{4}$

Les Réſiſtances produites par les deux Cauſes, ſont marquées ſéparément dans la Table ſuivante, où chaque Grain eſt diviſé en cent parties.

1930.

Viteſſes.	*Réſiſtances produites par la 1re Cauſe.*	*Réſiſtances produites par la 2de Cauſe.*	*Somme des 2 Réſiſtances.*	*Réſiſtances dans l'Exp.*
1.	1×20= 20.	1×39= 39.	59.	75.
2.	2×20= 40.	4×39= 156.	196.	200.
3.	3×20= 60.	9×39= 351.	411.	400.
4.	4×20= 80.	16×39= 624.	704.	750.
5.	5×20= 100.	25×39= 975.	1075.	1100.
6.	6×20= 120.	36×39= 1404.	1524.	1400.
7.	7×20= 140.	49×39= 1911.	2051.	2050.

1931. Cette Table fait voir que la Réſiſtance, produite par la premiére Cauſe, eſt, dans le cas préſent, la même que celle qui a été obſervée dans les Expériences faites avec la Boule & le Cone de même diamètre que le Cylindre K; comme nous l'avons prouvé dans l'Art. 1916. Il paroit auſſi que la Réſiſtance, produite par la ſeconde Cauſe, eſt à celle qu'éprouve la Boule, en même raiſon que 39 à 26 *; ou que 3 à 2, comme je l'ai marqué dans l'Art. 1919.

* 1930. 1911.

1932. *La Réſiſtance, produite par la premiére Cauſe, eſt différente dans différens Fluides*; & il eſt clair que ce n'eſt que par le moyen des Expériences qu'on peut déterminer ces ſortes de variétez.

1933. *Quand les Mouvemens ſe font avec Viteſſe*, ſi l'on en excepte les Fluides viſqueux, *la Réſiſtance produite par la Cohéſion des parties eſt petite, en comparaiſon de celle qui eſt produite par la ſeconde Cauſe*; & cette eſpèce de proportion eſt déterminée par les différentes raiſons ſuivant leſquelles augmentent ces Viteſſes. Par Ex. ſi la Viteſſe, requiſe pour que les Réſiſtances ſoient égales, eſt augmentée cent fois, la premiére Réſiſtance ſera à la ſeconde comme un à cent.

1934. *La Réſiſtance, produite par la ſeconde Cauſe*, eſt proportionelle, *dans différens Fluides*, au nombre des particules tranſportées hors de leur place; car cette Réſiſtance dépend de l'Inertie de la matiére, laquelle *eſt proportionelle à la* quantité de matiére

tiére *; donc la Réſiſtance, dont il s'agit, eſt, toutes choſes d'ailleurs égales, comme la *Denſité du Fluide.* * 19.

On peut calculer la Réſiſtance produite par la ſeconde Cauſe, ſans qu'il ſoit néceſſaire pour cela de faire aucune Expérience, ſçavoir, en déterminant un Poids, égal à la Réſiſtance en queſtion. 1935.

Soit un Corps, dont la ſurface AB éprouve de la Réſiſtance, dans le tems que la direction du Mouvement eſt perpendiculaire à cette ſurface; nous ſuppoſons, comme ci-deſſus, que le Corps eſt en repos, pendant que le Fluide ſe meut; ce qui n'apporte aucun changement à l'Action du Fluide ſur le Corps *. 1936. TAB. LX. Fig. 5. * 1892.

Que la ſurface AB ſoit égale à la ſurface CD, qui eſt une partie du fond d'un Vaſe rempli, juſqu'à la hauteur DF, d'un Fluide pareil à celui qui agit ſur AB; ſuppoſons de plus, que la Preſſion qu'éprouve la partie CD, eſt égale à l'Action que ſouffre AB, en faiſant abſtraction de la Cohéſion des parties.

Ces deux Plans égaux empêchent l'un & l'autre le Mouvement du Fluide, & ſont preſſez, par cela même qu'ils l'empêchent: cela étant, il faut que, puiſque les Actions ſont égales, ces Actions empêchent auſſi des Mouvemens égaux. Par conſéquent, ſi l'on ôte les Plans, le Fluide ſera mû avec la même Viteſſe dans les lieux où étoient ces Plans; c'eſt-à-dire, que le Fluide qui déploye ſon Action ſur la ſurface AB, eſt mû avec la même Viteſſe avec laquelle le Fluide pourra ſortir par une ouverture en CD: Viteſſe égale à celle qu'un Corps acquiert en tombant dans le vuide de la hauteur EC *; car nous faiſons abſtraction de tout Frottement, & de la Cohéſion des parties. Donc l'Action qu'éprouve la ſurface AB, pendant que le Fluide agit ſur elle, vaut le Poids d'une Colomne de Fluide dont la baſe eſt CD ou AB, & la Hauteur DF; car c'eſt là préciſément la Preſſion qu'éprouve CD *. * 1583. * 1431.

D'où nous inférons, que *la Réſiſtance qu'éprouve un Priſme droit, mû dans un Fluide ſuivant une direction perpendiculaire à la baſe, eſt égale au Poids d'une colomne de ce même Fluide, dont la baſe ſeroit égale à la baſe du Priſme, & dont la hauteur ſeroit celle qu'il faudroit à un Corps pour acquerir, en tombant dans le vuide, une Viteſſe égale à celle avec laquelle le Priſme eſt mû dans le Fluide.* 1937.

Cet-

1938. Cette Démonſtration n'a lieu que quand la ſurface, qui éprouve la Réſiſtance, eſt perpendiculaire à la direction du
* 1917. Mouvement *; quand il s'agit d'autres ſuperficies, il faut faire
* 1918. attention à ce qui a été démontré à leur égard *.
1919.
1939. C'eſt pourquoi, s'il étoit queſtion d'une Boule, la Réſiſtance vaudroit deux tiers d'un Cylindre du Fluide, dont le diamètre ſeroit égal au diamètre de la Boule, & dont la hauteur ſeroit celle qu'il faudroit pour que le Corps, en tombant dans le vuide, acquît la Viteſſe avec laquelle il ſe meut dans le
* 1937. Fluide *.
1919.
1940. Par le moyen de ce que nous venons de dire, *on trouve* aiſément *la hauteur dont un Corps doit tomber, pour acquerir la Viteſſe avec laquelle il devroit être mû dans un Fluide, pour que la Réſiſtance, produite par la ſeconde Cauſe, fût égale au Poids même du Corps: s'il eſt queſtion d'un Priſme, la denſité du Fluide ſera à celle du Priſme, comme la hauteur de ce dernier à la hauteur cherchée* *.
* 1937.
1464.
1941. *S'il eſt queſtion d'une Boule, la denſité du Fluide ſera à celle de la Boule*, comme la hauteur d'un Cylindre qui ſeroit de même Poids & de même diamètre que la Boule (hauteur égale aux deux tiers de ce diamètre) eſt aux deux tiers de la
* 1937. hauteur cherchée *, c'eſt-à-dire, *comme le diamètre à la hau-*
1919. *teur qu'il s'agit de trouver.*
1464.
1942. Un Poids égal à la Réſiſtance, &, par conſéquent, *la Réſiſtance* même, *produite par la ſeconde Cauſe, ſuit une raiſon, compoſée de la raiſon de la baſe du Priſme, de celle de la denſité du*
* 1937. *Fluide, & enfin de celle du quarré de la Viteſſe du Corps* *. Ce
374.
* 1912. qui convient avec ce qui a été démontré *.
1934. *Ce que nous avons dit touchant le Poids qui eſt égal à la Ré-*
1895. *ſiſtance* *, *s'accorde* auſſi *avec les Expériences*, comme il paroi-
1943. tra, ſi l'on fait le Calcul du Poids qui eſt égal à la Réſiſtance,
* 1937. une Viteſſe quelconque, de celles que l'Eau a eües dans les Expériences, étant donnée.
1944. Nous avons dit, que la Viteſſe de l'Eau étoit 2, ſi l'on ouvroit le Robinet dont l'ouverture étoit un cercle d'un demi-pouce de diamètre, au deſſus de laquelle l'Eau eſt à la hauteur de cinq pieds; enſorte qu'un pied cylindrique d'Eau pou-
* 1637. voit s'écouler en 46,66. Secondes *. Si le Tuyau, avec lequel les Expériences ont été faites, étoit continué, un pied cylin-
dri-

drique de Fluide y occuperoit 18 pieds en hauteur *. Ainſi l'Eau a traverſé le Tuyau avec la même Viteſſe avec laquelle 18 pieds ſont parcourus dans le nombre de Secondes que nous venons de marquer, ſçavoir, 46,66.; & quand la Viteſſe dans l'Expérience a été 6, ce même Eſpace a pu être parcouru en 15,55. Secondes. Or par un Calcul, fondé ſur ce qui a été démontré *, il ſe trouve que c'eſt là préciſément la Viteſſe qu'un Corps acquiert en tombant dans le Vuide de la Hauteur 0,257 de pouc., c'eſt-à-dire, de tant ſoit peu davantage qu'un quart de pouce. * 1905. 47. El. I. * 883.374.

Un pied cubique d'Eau peſe 487360 Grains *; le poids d'un pied cylindrique d'Eau eſt de 382772 Gr.; & celui d'un pouce cylindrique de $221\frac{1}{2}$ Gr. * 1551.

La Réſiſtance qu'éprouve un Cylindre qui a un demi-pouce de diamètre, & dont la Viteſſe eſt celle que nous avons déſignée dans les Expériences par le nombre 6, eſt égale au poids d'un Cylindre d'Eau dont le diamètre ſeroit d'un demi-pouce, & la hauteur de 0,257 de pouc. *; ainſi cette Réſiſtance vaut 14,23 Gr. * 1937.

En ſuppoſant à préſent que la Réſiſtance en queſtion ſuit la raiſon doublée des Viteſſes *, & que la Réſiſtance qu'éprouve la Boule eſt égale aux deux tiers de celle qu'éprouve le Cylindre *, nous avons conſtruit la Table ſuivante, dans laquelle les parties moindres qu'un centiéme de Grain ont été négligées. * 1942. * 1919.

Viteſſes. *Réſiſtances produites par la ſeconde Cauſe.* 1945.

	Cylindres.		Boules.		
	Comp.	*Exp.* *.	*Comp.*	*Exp.* *.	* 1930. * 1911.
1.	39.	39.	26.	26.	
2.	158.	156.	105.	104.	
3.	356.	351.	237.	234.	
4.	632.	624.	421.	416.	
5.	988.	975.	659.	650.	
6.	1423.	1404.	949.	936.	
7.	1937.	1911.	1291.	1274.	

En comparant enſemble les Réſiſtances, trouvées, d'un coté, par le Calcul, & de l'autre, par le moyen des Expérien- 1946.

ces, il a fallu conſidérer, 1°. la Quantité d'Eau qui s'écouloit dans un certain Tems; 2°. l'Eſpace parcouru dans un certain Tems par le Corps qui tombe; 3°. le Poids d'un pied cubique d'Eau; 4°. enfin, la Grandeur des Réſiſtances mêmes: or comme il n'eſt guéres poſſible de ne pas tomber dans quelque petite erreur ſur chacun de ces articles, il n'y a pas lieu de s'étonner qu'il y ait quelque legère différence entre les deux ſortes de Réſiſtances marquées dans la Table: différence trop petite néanmoins pour qu'il puiſſe reſter quelque ſcrupule au ſujet des Expériences.

1947. J'ai dit dans le Chap. deuxiéme du ſecond Livre *, que je donnerois dans ce Chapitre une autre Démonſtration touchant la meſure des Forces que j'avois affirmé être proportionelles aux quarrez des Viteſſes *. Voici quelle eſt cette Démonſtration.

* 756.

* 753.

1948. Qui que ce ſoit ne revoque en doute, que la Viteſſe communiquée à un Fluide par la Preſſion du Fluide ſupérieur, ne ſoit en raiſon ſousdoublée de la Hauteur du Fluide *; or nous avons démontré dans ce Chapitre *, que la Réſiſtance produite par la ſeconde Cauſe eſt proportionelle à cette même Hauteur; & par cela même en raiſon doublée de la Viteſſe: nous avons vû de plus, que la Réſiſtance en queſtion étoit proportionelle à la Force inhérente à chacune des particules du Fluide *; Donc cette Force eſt auſſi proportionelle au quarré de la Viteſſe. Ce qu'il falloit démontrer.

* 1586.

* 1937.

* 1894.

SCHOLIE.

Démonſtrations des Art. 1914 *&* 1915. *touchant la Réſiſtance qu'éprouvent le Cone & la Boule.*

1949. TAB. LX. Fig. 6. Soient A B C D, & E F G des ſections d'un Cylindre & d'un Cone ſuivant leurs axes; que les baſes ayent des diamètres égaux; & que le Fluide ſe meuve ſuivant les directions des axes. La ſurface A B ſoutient toute l'Action du Fluide, pendant que ce Fluide s'écoule continuellement, de toutes parts, le long de cette ſurface. Pour ce qui eſt de la ſurface F E, elle ſoutient une moindre Preſſion, & d'autant moindre, que l'angle qu'elle fait avec la direction du Mouvement eſt plus aigu *; cette Preſſion, dans un point quelconque, comme M, peut être réduite à une Preſſion perpendiculaire à la ſurface, ſi l'on mene I M parallèle à la direction du Mouvement & égale

* 1917.

le à FE, & qu'outre cela LM ſoit perpendiculaire, & IL parallèle à la même ligne FE. En ce cas la Preſſion, produite par le Mouvement, eſt à la Preſſion qu'éprouve la ſurface, comme IM à LM *; & la ſurface FE éprouve une pareille Preſſion dans tous ſes points, à cauſe que le Fluide, qui touche tous les points de cette ſurface, éprouve une ſemblable Action de la part du Fluide qui arrive à tout moment. C'eſt ce qui n'auroit point lieu, s'il s'agiſſoit de Corps ſéparez l'un de l'autre; car alors le nombre des Corps qui frapperoient la ſuperficie EF, ſeroit égal à celui des Corps qui pourroient frapper la ſurface EH, ſi la ſurface EF étoit ôtée; mais les Fluides déploient toujours leur Action ſur tous les points des ſurfaces qu'ils preſſent. * 319.

Si, en menant LN perpendiculaire à IM, on reſout la Preſſion par LM en deux autres, NM déſignera l'Action par laquelle le Corps eſt pouſſé ſuivant la direction du Mouvement du Fluide.

Cela étant, l'Action totale déployée ſur le Cone eſt à l'Action déployée ſur le Cylindre, comme la ſuperficie convexe du Cone eſt à la Baſe du Cylindre, c'eſt-à-dire, comme EF à EH: car les ſuperficies ſur leſquelles les Preſſions agiſſent, ont entr'elles cette même raiſon: outre cela, cette même Action totale eſt comme l'Action déployée dans chaque point ſur le Cone, ſuivant la direction du Mouvement du Fluide, eſt à l'Action qui pouſſe chaque point de la Baſe du Cylindre, c'eſt-à-dire comme NM à IM. La raiſon, compoſée de ces deux raiſons, eſt celle du produit de FE par NM, au produit de EH par IM.

A cauſe de l'égalité entre FE & IM, ces produits ſont comme NM à EH = LM, les Triangles IML, EFH, étant égaux & ſemblables. Les Triangles LMN, LMI, ſont auſſi ſemblables *; d'où il ſuit, que MN eſt à ML, comme ML à MI, ou comme EH à FE. Donc la Réſiſtance du Cone eſt à celle du Cylindre, en ſuppoſant qu'ils ſont l'un & l'autre droits, que leurs Baſes ſont égales, & qu'ils ſont mûs dans le même Fluide, avec d'égales Viteſſes, ſuivant les directions de leurs axes, comme le Demi-diamètre de la Baſe à une Ligne tirée ſur la ſuperficie du Cone, depuis le ſommet juſqu'à un point de la circonférence de la Baſe, comme nous l'avons dit dans l'Art. 1918. * 8. El. VI.

Suppoſons à préſent, qu'un Cylindre & une Sphère ayent des diamètres égaux, & ſe meuvent dans un même Fluide, avec la même Viteſſe: le Mouvement du Cylindre étant ſuivant la direction de ſon axe. 1950.

Soit le Cylindre en queſtion ABLM, & la Sphère DFEG, ayant ſon centre en C. Si l'on mene IH, *ih*, parallèles à l'axe du Cylindre, & par cela même parallèles à la direction du Mouvement, la Réſiſtance qu'éprouvera I*i*, partie infiniment petite de la Baſe du Cylindre, ſera à la Réſiſtance qu'éprouve la partie correſpondante F*f* de la ſuperficie de la Sphère, en même raiſon que F*f* à F*g*, parallèle à AB, comme il paroit en appliquant ici la Démonſtration donnée dans l'Article precédent. Les Triangles F*fg*, FHC, ſont ſemblables: car ils ſont tous deux rectangles, & leurs deux angles *f*F*g*, CFH, à chacun deſquels il ne manque pour être droit que l'angle *g*FC, ſont égaux: donc TAB. LXI. Fig. I.

F*f*, F*g*::FC, ou IH, FH.

Par conſéquent, ſi IH repréſente la Réſiſtance qu'éprouve la portion de ſurface I*i*, FH repréſentera celle qu'éprouve la portion correſpondante F*f* de la Sphère. Et comme cette Démonſtration eſt applicable à tous les points de la ſuperficie de la demi-Sphère DFE, le Cylindre ADEB, circonſcrit à la demi-Sphère, doit être à cette demi-Sphère, comme toute la Réſiſtance qu'éprouve le Cylindre, eſt à toute la Réſiſtance qu'éprouve la Sphère ; ainſi ces Réſiſtances ſont entr'elles en même raiſon que trois à deux, comme nous l'avons dit dans l'Art. 1919.

1951. Les Réſiſtances qu'éprouveroient des Corps quelconques, peuvent ſe déduire des mêmes Principes. Par Ex., à l'aide de ces Principes il eſt fa-

1952. cile de prouver, que *la Réſiſtance que la ſeconde Cauſe de Rétardation fait éprouver à un Cylindre droit, dont la hauteur eſt égale au diamètre, ne change point, ſi la Viteſſe eſt la même, ſuivant quelque direction que le Cylindre ſoit mû.*

CHAPITRE XVI.

De la Rétardation des Corps mûs dans des Fluides.

1953. NOus avons vû ci-deſſus, qu'*un Corps, mû dans un Fluide*, éprouve de la Réſiſtance *, & qu'il y a une Preſſion
* 1885. contraire au Mouvement de ce Corps, qui par cela même *eſt*
* 708. *rétardé* *.

Et comme il y a deux ſortes de Réſiſtances, *il y a* auſſi *deux Cauſes qui font, que tout Corps mû dans un Fluide perd une partie de ſon Mouvement.*

1954. *Les* deux *Réſiſtances* n'étant pas de même nature, elles *produiſent* auſſi *des Rétardations différentes, dans les cas mêmes où les Preſſions qu'elles déploient ſur les Corps ſont égales:* comme on peut le déduire de la conſidération de chaque Réſiſtance en particulier.

1955. *Dans le cas où un Corps eſt en repos, pendant que le Fluide ſe meut*, les Cauſes qui rétarderoient le Mouvement de ce Corps, s'il en avoit, lui communiquent à préſent du Mouvement; & *la Viteſſe acquiſe* par là *eſt égale à la Rétardation qu'éprouve le Corps, quand, le Fluide reſtant en repos, il ſe meut*
* 1892. *avec la même Viteſſe que le Fluide a eüe dans le premier cas* *.

1956. *Dans le* même *cas*, c'eſt-à-dire celui *où le Fluide ſe meut, la Cohéſion des parties ne pourra jamais communiquer immédiate-*

ment

ment du Mouvement au Corps, mais ſeulement par le moyen du Mouvement de quelques autres particules, comme nous l'avons expliqué *, ce qui ne convient nullement à la ſeconde Cauſe de Réſiſtance, laquelle communique du Mouvement au Corps immédiatement: ainſi *il faut avoir recours à des Principes d'un tout autre genre, pour expliquer ce qui regarde les Rétardations produites par des Réſiſtances de différente nature.* * 1896. 1957.

Quand le Corps eſt en repos, & que le Fluide ſe meut, les particules qui s'écoulent de coté ſurmontent la Cohéſion, & par cela même perdent quelque choſe de leur Force; c'eſt cette Action qu'il faut conſidérer, pour déterminer la Viteſſe qu'elle communique au Corps; cette Viteſſe n'eſt pas facile à déterminer; cependant nous ne laiſſerons pas d'expliquer ce qui la concerne dans le dernier des Scholies ſuivans, qui ſervira en même tems à lever quelques difficultés. 1958.

En déterminant la Rétardation qu'éprouve le Corps, nous choiſirons le cas où le Corps ſe meut, & où le Fluide reſte en repos.

Nous avons vû que la Réſiſtance, produite par la premiére Cauſe, eſt de la même nature que celle qui a lieu par rapport à des Corps mous, dans le tems qu'un Corps y forme une Cavité *. 1959. * 1887.

Nous avons vû auſſi, que cette Cavité étoit proportionelle à la Force conſumée en la formant *; or la Cavité qu'un Corps forme dans un Fluide en s'y mouvant, eſt proportionelle à l'Eſpace qu'il parcourt: donc *la Force perdüe par la Réſiſtance que produit la premiére Cauſe, eſt* auſſi *proportionelle à l'Eſpace parcouru.* * 841. 1960.

Un Corps, jetté verticalement en haut dans le Vuide, perd continuellement, en montant, une partie de ſa Force, proportionelle à l'Eſpace parcouru *; par conſéquent *la Rétardation* que ce Corps éprouve en montant, ſuit la même raiſon que celle qui eſt *produite par la Réſiſtance dont il s'agit ici:* mais la Rétardation d'un Corps qui monte *eſt uniforme* *: ainſi la Rétardation que nous examinons à préſent eſt uniforme auſſi. *754.380. 1961. * 377.

Donc *un Corps, pendant qu'il ſera mû avec une Viteſſe quelconque, de la même maniére, dans un même Fluide, perdra, en faiſant abſtraction de la Réſiſtance produite par la ſeconde Cauſe, dans des Tems égaux, des degrez égaux de Viteſſe*; & tout ſon 1962.

Mouvement ſe trouvera conſumé, quand il aura parcouru un
* 1960. Eſpace déterminé *, proportionel au quarré de la Viteſſe qu'il
* 1961. avoit en commençant à ſe mouvoir *, dans un Tems propor-
377. 381. tionel à cette même Viteſſe *.
* 1961.
377. 378. Il ſuit de là, que *les Corps, mûs dans des Fluides, parviennent*
374. *enfin à un état de repos*; ce qui ne ſçauroit guéres, ou, pour
1963. mieux dire, point du tout avoir lieu, en admettant l'opinion commune, qui ſuppoſe les Forces proportionelles aux Viteſſes: car dans cette ſuppoſition, toute la Viteſſe ne peut être conſumée que dans un Tems infini.

Pour déterminer la Rétardation produite par la ſeconde Cauſe, il faut ſuppoſer le Fluide en Mouvement, & le Corps en repos; parce qu'il eſt plus facile de déterminer la Viteſſe communiquée au Corps en repos par le Fluide, que la Rétardation que le Corps éprouve. Ainſi nous allons conſidérer cette Viteſſe, qui au fond n'eſt pas différente de la Rétardation qu'é-
* 1955. prouve le Corps mû dans un Fluide en repos *.

1964. La Preſſion que le Fluide déploye ſur un Corps en repos, peut tranſporter immédiatement ce Corps; d'où nous inférons, que la Viteſſe infiniment petite, communiquée dans chaque moment infiniment petit, mais conſtant, eſt proportionelle à l'Eſpace par lequel le Corps en repos eſt tranſporté immédiatement par l'Action du Fluide: Eſpace qui eſt proportionel à
* 133. la Preſſion même *; laquelle ſuit la raiſon du quarré de la
* 1895. Viteſſe *.

1965. Par conſéquent, *les Diminutions de Viteſſe, que la Réſiſtance produite par la ſeconde Cauſe fait éprouver, dans des Momens infiniment petits, mais égaux, à un Corps mû dans un Fluide, ſont comme les quarrez des Viteſſes du Corps même.*

1966. On peut inférer de cette Démonſtration, que *jamais un Corps ne ſçauroit perdre toute ſa Viteſſe, s'il n'éprouve d'autre Réſiſtance que celle qui eſt produite par la ſeconde Cauſe.*

1967. Outre cela il eſt clair, que dans tous les cas *la Rétardation, produite par la ſeconde Cauſe de Réſiſtance, eſt proportionelle à cette même Réſiſtance, auſſi long-tems que le Corps contient la mé-*
1968. *me quantité de Matiére*; mais quand cette quantité varie, *la Rétardation, toutes choſes égales, eſt en raiſon inverſe de la quan-*
* 138. *tité de Matiére* *. Ce qui fait voir comment, en ſuppoſant ce qui a été démontré dans le Chapitre précedent, on peut comparer

parer enſemble les Rétardations qu'éprouvent différens Corps, mûs dans différens Fluides.

Quand il s'agit, par Ex. *de Sphères, de Cylindres ou de Cones ſemblables, en ſuppoſant que le Mouvement des Cylindres & des Cones ſe faſſe ſuivant la direction de leurs axes, les Rétardations produites par la ſeconde Cauſe ſeront en raiſon directe des* quarrez des Diamètres *, des *quarrez des Viteſſes* *, *& des Denſitez des Fluides* *; *& en raiſon inverſe des Denſitez des Corps* *, *& des* cubes des *Diamètres* *; mais la raiſon directe des quarrez, & la raiſon inverſe des cubes des Diamètres, ſe réduiſent à la raiſon inverſe de ces Diamètres; donc, en ajoutant enſemble la premiére & la derniére raiſon, les Rétardations ſont en raiſon inverſe des Diamètres. 1969. * 1967. 1912. * 1965. * 1967. 1934. * 1968. * 1968.

On trouve les Nombres qui ſont dans la raiſon compoſée de ces différentes raiſons, en multipliant, pour chaque Corps, la Denſité du Fluide par le quarré de la Viteſſe du Corps, & en diviſant ce produit par le Diamètre multiplié par la Denſité du Corps: les Quotiens des diviſions expriment les rapports que les Rétardations ont entr'elles. 1970.

Ces mêmes rapports ſe trouvent, ſi, pour chaque Corps, l'on diviſe le Poids qui exprime la Réſiſtance *, par le Poids du Corps: les Quotiens étant comme les Rétardations *. 1971. * 1937. * 1967.

Dans le Tems qu'un Corps eſt rétardé dans un Fluide, cette Rétardation change à chaque inſtant, à meſure que la Viteſſe change; d'où l'on peut déduire, au ſujet du Mouvement d'un Corps dans un Fluide, pluſieurs veritez, dont quelques unes ſeront démontrées dans les Scholies ajoutez à ce Chapitre, & entr'autres celles que nous allons indiquer. 1968. 156. 1972.

Si un Corps ſe meut dans un Fluide, & qu'on faſſe (comme dans les derniéres Propoſitions) *abſtraction de la Réſiſtance produite par la Cohéſion des parties, il parcourra des Eſpaces égaux dans des Tems inégaux, qui ſeront en Progreſſion Géometrique; & c'eſt en cette même Progreſſion, mais inverſe, que ſont les Viteſſes au commencement de ces Tems.* 1973.

Si une Boule ſe meut dans un Fluide, ou qu'un Cylindre droit ſe meuve dans le même Fluide ſuivant la direction de ſon axe, la Longueur du Cylindre, ou le Diamètre de la Boule, ſera aux Eſpaces que ces Corps parcourent, en perdant reſpectivement la moitié de leur Viteſſe, en raiſon compoſée de la raiſon de la Denſité 1974.

du Fluide, à la Denſité du Corps, & de celle du Nombre 10000 *à* 13863.

1975. *La Rétardation d'un Corps, mû dans un Fluide*, dépend de l'une & de l'autre Cauſe de Réſiſtance, & *eſt en partie uniforme* *, *& en partie proportionelle au quarré de la Viteſſe* *.

* 1961.
* 1965. Ce qu'on peut appliquer auſſi aux Corps qui montent & qui deſcendent.

1976. *Un Corps, dont la Gravité ſpécifique eſt plus grande que celle du Fluide, & qui monte, ou bien dont la Gravité ſpécifique eſt moindre que celle du Fluide, & qui deſcend, éprouve, outre la*

* 1965. *Rétardation produite par l'inertie du Fluide* *, *une autre Ré-*

* 1962. *tardation uniforme*, cauſée non ſeulement par la Cohéſion *, mais outre cela, dans le premier cas, par la Gravité reſpecti-

* 1491. 370. ve *, & dans le ſecond cas, par la Force qui pouſſe le Corps en haut dans le Fluide *.

* 1476. 1977. D'un autre coté, *ſi un Corps, dont la Gravité ſpécifique eſt plus grande que celle du Fluide où il eſt plongé, deſcend, ou bien ſi un Corps, d'une Gravité ſpécifique moindre que celle du Fluide, monte, ſa Viteſſe ſera* continuellement *accelérée* par une Force égale à la différence des Gravitez ſpécifiques du Corps

* 1478. 1512. * 370. & du Fluide *: Accelération qui a pour cauſe la Gravité, & qui, par cela même, eſt uniforme *: cette Accelération eſt diminuée par la Rétardation que produit la Cohéſion des parties, &

* 1962. cette diminution eſt uniforme *, ainſi l'Accelération reſte uniforme. Or comme la Rétardation, produite par la ſeconde

1978. Cauſe, augmente avec la Viteſſe, *l'Accelération diminüe continuellement; & le Corps approche de plus en plus d'une Viteſſe déterminée, qui eſt la plus grande de toutes, quoiqu'il n'y puiſſe point parvenir.*

1979. *Cette plus grande Viteſſe eſt celle où la Rétardation eſt égale à l'Accelération*; car ſi le Corps parvenoit à une telle Viteſſe, il continueroit à ſe mouvoir d'un Mouvement uniforme, les Preſſions oppoſées s'entre-détruiſant mutuellement.

1980. *Un Corps Cylindrique acquiert cette plus grande Viteſſe, en tombant dans le Vuide d'une Hauteur, qui eſt à la longueur du Cylindre, en cas que ce dernier deſcende dans le Fluide ſuivant la direction de ſon axe*, ou au Diamètre, en cas qu'il s'agiſſe d'une Boule, *comme la différence entre la Denſité du Corps mû dans le Fluide, & la Denſité du Fluide, eſt à la Denſité de ce même Flui-*

de

de *; ſçavoir, *en faiſant abſtraction de la Rétardation produite par la Cohéſion des parties*; car, ſi l'on a égard à cette Cohéſion, la Hauteur dont le Corps devra tomber dans le Vuide, pour acquerir cette plus grande Viteſſe dont il s'agit, ſera moindre que celle que nous venons d'indiquer. * 1940. 1941.

Après avoir parlé des Mouvemens en ligne droite, il nous reſte quelque choſe à ajouter concernant le Mouvement des Pendules.

Soit B le point le plus bas d'un arc de Cycloïde ABD, que parcourt un Pendule. L'Accelération, produite par la Gravité dans un point quelconque E, eſt comme EB *; mais cette Accelération eſt diminuée uniformement par la Cohéſion *; en ſuppoſant que cette diminution ſoit exprimée par BF, l'Accelération ſera déſignée par EF, & en A par AF. Quand le Corps montera, GB déſignera la Rétardation produite par la Gravité dans le point G, BF celle que produit la Cohéſion dans le même point, & GF la Rétardation qui réſulte des deux Cauſes combinées enſemble; & dans la Vibration totale, en mettant à part la Réſiſtance produite par la ſeconde Cauſe, le Corps ſera mû à l'égard du point F, comme il ſeroit mû dans le Vuide à l'égard du point B. 1981. TAB. LXI. Fig. 2. * 414. * 1962.

Ainſi nous appellerons Deſcente du Pendule, le Mouvement qu'il a juſqu'au point F; & nous dirons qu'il monte, dès qu'il a paſſé ce point: car nous conſidérons le Pendule comme deſcendant depuis le point A.

Pour démontrer ce qui doit arriver quand la Réſiſtance, produite par la ſeconde Cauſe, contribüe auſſi à rétarder le Mouvement d'un Pendule, je feindrai une Réſiſtance qui produiſe une Rétardation proportionelle à la Viteſſe; &, dans cette ſuppoſition, je démontrerai quelques Propoſitions, qui feront voir ce qui a lieu quand la Rétardation eſt proportionelle au quarré de la Viteſſe. 1982.

En ſuppoſant la Rétardation proportionelle à la Viteſſe, & que deux Pendules, parfaitement ſemblables, mûs en Cycloïde, faſſent d'inégales Vibrations, & commencent à tomber dans le même Inſtant; il eſt clair que les Viteſſes avec leſquelles ils commencent à ſe mouvoir, ſont comme les Arcs décrits dans la Deſcente *. Si l'on ne conſidere que les ſeules Viteſſes qui ont lieu dans le premier Moment, il eſt certain qu'après un 1983. * 414.

Tems quelconque elles obſerveront entr'elles la même raiſon qui avoit lieu au commencement; car les Rétardations qui ſont comme les Viteſſes mêmes, ne ſçauroient changer la raiſon qui regne entre ces derniéres: la même raiſon ſubſiſtant entre deux quantitez, malgré l'addition ou la ſouſtraction de deux autres quantitez proportionelles aux premiéres *. Par conſéquent, quelque changement de Viteſſe que la Réſiſtance faſſe éprouver au Corps dans ſon Mouvement, le Corps parcourra toujours, dans des Tems égaux, des Eſpaces proportionels aux Viteſſes qui avoient lieu au commencement *; c'eſt-à-dire, aux Arcs qui doivent être décrits dans la Deſcente: ainſi, après un Tems quelconque, les Corps ſe trouveront dans les points correſpondans de ces Arcs. Les Accelérations ſont dans ces points en même raiſon qu'au commencement *; & la raiſon qui regne entre les Viteſſes n'étant pas changée par la Réſiſtance, ne l'eſt pas non plus par l'Accelération. Le Mouvement des Corps eſt rétardé en montant, mais dans les points correſpondans, les Rétardations ſont proportionelles aux Accelérations en deſcendant. Donc les Viteſſes ſont proportionelles par-tout dans les points correſpondans. Or comme les Corps arrivent à ces points correſpondans dans les mêmes momens, on peut en inférer, que le Mouvement des deux Corps ſera détruit dans le même Inſtant, c'eſt-à-dire, que *les Vibrations ſeront achevées dans les mêmes Tems.* Les Eſpaces parcourus, quand les Vibrations ſont entiéres, étant parcourus en Tems égaux, ont entr'eux la même raiſon conſtante qui regne entre les Viteſſes à chaque Inſtant; c'eſt-à-dire, que *les Arcs parcourus dans des Vibrations entiéres, ſont comme les Arcs décrits dans la Deſcente*, qui ſont la moitié de ceux qui ſeroient décrits dans le Vuide. Donc *les différences entre les Arcs décrits dans un Fluide, & les Arcs qui ſeroient décrits dans le Vuide*, ſont les différences de quantitez proportionelles, & par conſéquent, *ſont comme les Arcs décrits dans la Deſcente* *.

* 16. 17. 18. EL. V.

* 119.

* 414.

1984.

1985.

* 16. 17. EL. V.

Suppoſons à préſent *que la Rétardation croiſſe en raiſon doublée de la Viteſſe, & que le Pendule faſſe des Vibrations inégales, il s'enſuivra, que les plus grandes Vibrations ſe feront en plus de tems que les autres*, à cauſe que la Réſiſtance va davantage en augmentant que dans le cas de l'Art. 1983.

1986.

Cepen-

Cependant *les Viteſſes, en ſuppoſant que les Arcs ne ſoient pas trop inégaux, ſont par-tout dans les points correſpondans des Arcs décrits, à peu près dans la même raiſon que* celle qui regne entre *les Arcs décrits dans la Deſcente.* Si la Rétardation étoit en même raiſon que la Viteſſe, la proportion que nous venons d'indiquer auroit lieu; mais à préſent cette proportion eſt troublée, à cauſe que la Réſiſtance augmente quand la Vibration eſt plus grande, & que, par cela même, la Viteſſe eſt moindre que ſi la Vibration étoit plus petite. Mais d'un autre coté, la Viteſſe du Pendule eſt plus accelérée par deux Cauſes. 1°. La plus grande Vibration dure plus long-tems *; & le Corps employe plus de tems à parcourir un certain Eſpace, qu'à parcourir l'Eſpace correſpondant, quand la Vibration eſt moindre, ainſi le Mouvement du Pendule eſt acceléré pendant un plus long Tems. 2°. Ce qui manque à l'Arc décrit, pour être égal à l'Arc qui ſeroit décrit dans le Vuide, eſt plus grand, toute proportion gardée, quand la Vibration eſt plus grande; parce que dans cette derniére Vibration, la Rétardation diffère de celle qui a lieu dans une Vibration moindre, davantage que ne porte l'Art. 1985. Par conſéquent, les points correſpondans, toute proportion gardée, ſont plus éloignez du point F dans le plus grand Arc que dans le plus petit, auſſi long-tems que le Corps deſcend; donc, toute proportion gardée, il y a, lorſqu'un plus grand Arc eſt parcouru, une plus grande Accelération, à cauſe que l'Accelération eſt proportionelle à la diſtance où le Corps eſt du point F. Il y a donc compenſation, & la proportion indiquée ſe retrouve. Quand le Corps monte, la durée de la Rétardation concourt avec la Rétardation même pour troubler la proportion dont il s'agit; mais, d'un autre coté, lorſque le Pendule monte, les points correſpondans ſont, toute proportion gardée, moins éloignez du point F, dans un plus grand Arc, que dans un Arc moindre, &, toute proportion gardée, la Rétardation cauſée par la Gravité eſt moins grande; ce qui, toute proportion gardée, augmente aſſez la différence qu'il y a entre la diſtance où les points correſpondans ſont du point le plus bas, pour que cela ſeul ſuffiſe pour faire compenſation.

1987. 1988. * 1986.

Ainſi les Rétardations, qui ſont comme les quarrez des Viteſſes, ſont par-tout dans les points correſpondans à peu près com-

comme les quarrez des Arcs décrits dans la Deſcente; & cette même raiſon a lieu à l'égard des ſommes de toutes les Rétardations *; qui ſont *les différences entre l'Arc décrit par un Pendule en deſcendant, & l'Arc décrit enſuite par le même Pendule en montant.* Donc ces différences, *pourvû que les Vibrations ne ſoient pas trop inégales, ſont à peu près comme les quarrez des Arcs décrits dans la Deſcente:* Et c'eſt ce qui s'accorde aſſez exactement avec les Expériences.

* 12. EL. V. 1989.

MACHINE
Pour faire des Expériences touchant les Rétardations des Pendules.

1990. TAB. LXI. Fig. 3. On remplit d'Eau la Caiſſe AB, qui a trois pieds de longueur, un pied de largeur & un pied de hauteur; & l'on attache à la Plaque *i*, qui eſt bien affermie, & qui répond au milieu de la Caiſſe, le Pendule *gp*. Ce Pendule eſt compoſé de la Verge de cuivre *gh*, longue de ſept ou huit pieds, & d'une Boule de plomb *p*, d'un pouce & demi de diamètre. Quand le Pendule eſt en repos, la Boule eſt éloignée du fond de la Caiſſe de trois pouces. Pour que cette Boule *p* éprouve moins de Rétardation dans l'Eau, on ajoute à la Verge en queſtion une plus grande Boule de plomb P, qui a trois pouces de diamètre.

Fig. 4. La Plaque *i* eſt repréſentée ſeparément en I. A cette Plaque, qu'on affermit par le moyen de deux Vis qui penètrent dans le bois, ſont attachées deux Lames L & M, percées pour recevoir l'axe autour duquel le Pendule fait ſes Vibrations. Les deux cotez de cet axe forment un angle aigu en deſſous, comme celui de l'axe d'une Balance, & cet axe eſt fixe dans le Solide de cuivre O, qui eſt joint à la Verge du Pendule. On introduit l'axe dont il s'agit dans les trous des Lames; ce qui ſe fait en ôtant la Lame M, qu'on remêt enſuite à ſa place, & qu'on affermit par le moyen de la Vis *n*.

Fig. 3. On poſe ſur les bords de la Caiſſe une petite Planche de la hauteur d'environ cinq pouces, & qui eſt mobile ſuivant la largeur de cette Caiſſe; & l'on adapte à cette Planche les Règles de cuivre diviſées C D, C D, & les Indices F, F, pour meſurer, par la Méthode donnée dans l'Art. 737., les angles décrits par le Pendule dans la Deſcente, & en remontant.

Ex-

Experience.

Les Règles CD, CD, doivent être disposées de façon, 1991.
que les bouts D, D répondent au Pendule en repos; & qu'il y ait entre ces bouts une distance égale au diamètre de la Verge de cuivre à laquelle tiennent les Corps P, *p*. Cela étant, on n'a qu'à laisser tomber le Pendule successivement de différentes Hauteurs, qu'on marque chaque fois par un des Indices, & l'on trouvera les Hauteurs auxquelles le Pendule s'éleve, si on le laisse tomber à différentes répriſes de la même Hauteur, & qu'on change la situation de l'autre Indice, jusqu'à ce que le Pendule donne contre en achevant de monter, & cela de façon que, si l'on recule tant soit peu l'Indice, le Pendule n'y atteigne pas.

Si l'on fait attention, qu'à cause de la Résistance, produite par la Cohésion des parties, chaque Vibration éprouve une égale diminution, il se trouvera que les différences des Arcs décrits en montant & en descendant, seront presque entr'elles comme les quarrez des Arcs décrits dans la Descente.

Au reste, il ne faut lâcher le Pendule que quand la superficie de l'Eau est en repos.

Scholie I.

De la Logarithmique.

Les propriétez de la Logarithmique servent de fondement à ce que nous allons démontrer dans les Scholies suivans, touchant les Rétardations des Corps mûs dans des Fluides. Ainsi je commencerai par expliquer, dans ce Scholie, la Génération de cette Courbe, & celles de ses propriétez qui pourront être d'usage dans la suite.

Soit la Ligne droite AB, & que AD. DF, FH, &c. soient des par- 1992.
ties infiniment petites de cette Ligne, & égales entr'elles. Suppoſons de Tab. LXII. Fig. I.
plus que AC, DE, FG, HI, &c. perpendiculaires à AB, diffèrent infiniment peu l'une de l'autre, & soient en Progression Geométrique continüe. Cela étant, si une Courbe passe par toutes les extrêmitez C, E, G, I, &c., nous aurons une Logarithmique, qui approchera continuellement de AB, son Asymptote, sans y arriver jamais.

La même raison a lieu entre deux Ordonnées quelconques, s'il y a la même dis- 1993.
tance entr'elles. AC est à HI comme LM à RS, si la distance AH est éga-

égale à la distance LR: car la raison de AC à HI, est composée des raisons de AC à DE, de DE à FG, & de FG à HI. D'un autre coté, la raison de LM à RS, est composée des raisons de LM à NO, de celle de NO à PQ, & de celle de PQ à RS: Or comme toutes les raisons composantes sont égales entr'elles *; & que le nombre des raisons composantes est le même dans les deux cas, à cause de l'égalité des distances AH & LR, il faut que les raisons composées soient égales aussi. C. Q. F. D.

* 1992.

I. DEFINITION.

1994. *On appelle l'Abscisse, qui répond à une Ordonnée quelconque, le Logarithme de cette Ordonnée, à quelque point que puissent commencer les Abscisses.*

2. DEFINITION.

1995. *La distance entre deux Ordonnées s'appelle le Logarithme de la raison qu'il y a entr'elles*: Et c'est la différence qu'il y a entre les Logarithmes de ces Ordonnées.

En supposant, comme nous avons déja fait, AH égale à LR, nous aurons.

* 1993. AC, HI::LM, RS *; & (*dividendo*)

* 17. EL. V. AC—HI=TC, AC::LM—RS=VM, LM *. Donc

* 16. EL. V. TC, VM::AC, LM *.

1996. C'est-à-dire, qu'*une Ordonnée est à une seconde Ordonnée, comme la différence qu'il y a entre la première Ordonnée & une troisième, prise à une certaine distance, est à la différence entre la seconde Ordonnée & une quatrième, prise à la même distance de la seconde, qu'il y a entre la première & la troisième.*

1997. TAB. LXII. Fig. 2. On a *la Soutangente* AT de la Logarithmique CM, si, à un point quelconque C de cette Courbe, l'on mene la Tangente CT, qui coupe l'Asymptote en T. Cette Soutangente *est constante dans tous les points de la Courbe*, & si l'on mene au point M la Tangente MV, les Lignes AT, LV, seront égales. Pour le démontrer, supposons que AD, LN, soient infiniment petites & égales; &, après avoir mené les Ordonnées DE, NO, que E*c*, O*m*, soient parallèles à AB. Les Triangles C*c*E, CAT, sont semblables; comme aussi les Triangles M*m*O, MLV; par conséquent

1998. C*c*, *c*E::CA, AT, (*Altern.*) C*c*, CA::*c*E, AT. De plus

M*m*, *m*O::ML, LV, (*Altern.*) M*m*, ML::*m*O, LV.

* 1996. Mais C*c*, M*m*::CA, ML *, & (*Altern.*) C*c*, CA::M*m*, ML; donc aussi *c*E, AT::*m*O, LV: mais comme *c*E est égale à *m*O, il faut que AT soit aussi égale à LV. Ce qu'il falloit démontrer.

1999. Fig. 1. Il est clair que si, en gardant les mêmes Ordonnées AC, DE, FG, HI &c. & en conservant l'égalité entre les distances AD, DF, FH, &c. l'on augmente ou l'on diminüe ces distances, la Logarithmique est changée par là, & que le changement qui arrive à la Soutangente est proportionel à celui qui est arrivé aux distances; car si, dans le Triangle C*c*E, le coté C*c* reste, & que le coté *c*E soit changé dans le Triangle semblable CAT, dont le coté CA est supposé constant, le changement qui arrivera au coté AT sera proportionel à celui qui est arrivé à *c*E.

Fig. 2.

Le

Le changement qu'éprouvent les ſommes des diſtances quelconques, eſt auſſi proportionel à celui qu'éprouve chaque petite diſtance particuliére entre deux Ordonnées conſécutives, c'eſt-à-dire, que comme AD change, ainſi change AH, Logarithme de la raiſon de AC à HI; d'où il ſuit que, *dans les différentes Logarithmiques, les Soutangentes ſont entr'elles comme les Logarithmes des raiſons égales.* Fig. I. 2000.

Dans les Tables imprimées des Logarithmes, le Logarithme de la raiſon de un à dix eſt l'Unité même; & les Logarithmes des raiſons moyennes entre celle de un à dix, y ſont exprimées par des fractions décimales: la Soutangente de la Logarithmique de ces Tables étant 0,43429. 44819. 2001.

SCHOLIE II.

De la Rétardation en général.

Pour meſurer la Rétardation & l'Accelération, on ſuppoſe des Momens infiniment petits & égaux. La Rétardation qui dépend de la premiére Cauſe eſt uniforme, parce que la Viteſſe éprouve des diminutions égales, en tems égaux *; & la Rétardation produite par la ſeconde Cauſe eſt proportionelle au quarré de la Viteſſe, parce que les diminutions qui ont lieu dans des Momens infiniment petits & égaux, ſont entr'elles comme ces quarrez *. 2002. * 1962. * 1965.

Dans chaque Moment infiniment petit, les Rétardations & les Accelérations ſont uniformes durant ce Moment: Car le changement que l'Action reſpective éprouve dans un pareil Moment, peut être conſideré comme nul; donc, s'il y a de la différence entre les Momens, *les Rétardations & les Accelérations ſont* comme les Momens mêmes; c'eſt-à-dire, qu'elles ſont, *dans des Momens infiniment petits inégaux, en raiſon compoſée de la raiſon des Rétardations & des Accelérations, en ſuppoſant les Momens égaux* *, *& en raiſon des Momens inégaux* *. 2003. 2004. * 2002.

Quand les Eſpaces infiniment petits ſont égaux, les Momens, dans leſquels chacun de ces Eſpaces eſt parcouru, ſont en raiſon inverſe des Viteſſes *; donc *les Rétardations & les Accelérations qu'un Corps éprouve en parcourant* chacun de ces Eſpaces, c'eſt-à-dire, *des Eſpaces infiniment petits égaux, ſont en raiſon directe des Rétardations, en ſuppoſant les Momens égaux, & en raiſon inverſe des Viteſſes* *. * 2003. * 120. 2005. * 2004.

D'où il ſuit que, *dans la Rétardation produite par la premiére Cauſe, les diminutions de Viteſſe ſont en raiſon inverſe des Viteſſes, en cas que les Eſpaces infiniment petits ſoient égaux* *. 2006. * 1962.

Dans la Rétardation produite par la ſeconde Cauſe, les diminutions de Viteſſe, dans des Eſpaces infiniment petits égaux, ſont en raiſon directe des quarrez des Viteſſes, & en raiſon inverſe des Viteſſes mêmes *, c'eſt-à-dire, *en raiſon directe des Viteſſes.* 2007. * 1965. 2004.

SCHO-

SCHOLIE III.

De la Rétardation produite par la premiére Cauſe.

2008. TAB. LXI. Fig. 5. SUppoſons que AC repréſente l'Eſpace dans lequel le Corps perd toute ſa Viteſſe, quand il n'eſt rétardé que par la premiére Cauſe ſeule; & que la Ligne AD repréſente la Viteſſe que le Corps avoit au commencement.

Pendant que le Corps parcourt l'Eſpace AC, il éprouve les mêmes changemens qu'un Corps qui, en montant, ne ſeroit rétardé que par la ſeule Gravité, & qui perdroit toute ſa Viteſſe en s'élevant à la Hauteur AC *. Donc le quarré de la Viteſſe en A eſt au quarré de la Viteſſe dans un autre point quelconque B, comme AC à BC *. Cela étant, ſi AD eſt à BE en raiſon ſousdoublée de AC à BC, la Viteſſe en B ſera déſignée par BE. Or la raiſon dont il s'agit, eſt celle qui a lieu entre les Ordonnées d'une Parabole qui paſſeroit par les points C & D, en ſuppoſant que C eſt à l'extrêmité du Diamètre AC *.

* 377. 1962. * 380. 374.

* *La Hire ſect. con. liv. 3. prop. 1.*

Par conſéquent, *ſi le Diamètre d'une Parabole repréſente l'Eſpace parcouru, les Ordonnées au Diamètre repréſenteront les Viteſſes dans des points quelconques, en cas que le Corps ne ſoit rétardé que par la premiére Cauſe, ou qu'il éprouve une autre Rétardation quelconque uniforme.*

2009. Si les Eſpaces A*a*, B*b*, ſont infiniment petits & égaux, les diminutions de Viteſſe DF, GE, ſeront en raiſon inverſe des Viteſſes AD, BE *; ſi A*a* ou B*b* change, DF ou GE changera en même raiſon; donc, *dans toute Parabole, les différences infiniment petites des Ordonnées voiſines ſont en raiſon directe des différences des Abſciſſes correſpondantes, & en raiſon inverſe des Ordonnées mêmes.* Ce qu'on auroit pû déduire auſſi de la ſeule conſidération de la Parabole.

* 2006. 2010.

2011. *Si deux Corps, mûs avec des Viteſſes égales, ſouffrent des Rétardations différentes par la premiére Cauſe, ou en général des Rétardations différentes uniformes, les Eſpaces que les Corps doivent parcourir pour perdre toute leur Viteſſe ſeront en raiſon inverſe des Rétardations, dans des Momens égaux*; comme on peut facilement l'inférer de ce qui a été démontré touchant les Corps qui montent ſur des Plans inclinez. Car des Corps montent à la même Hauteur ſur différens Plans, quand leurs Viteſſes ſont égales *; c'eſt-à-dire, qu'en ſuppoſant les Hauteurs égales, les Eſpaces que les Corps doivent parcourir pour qu'ils perdent toute leur Viteſſe, ſont comme les Longueurs des Plans : mais en ce cas les Preſſions des Corps, dans le Tems qu'ils tâchent de deſcendre ſur ces Plans, ſont, par cela même que ces Preſſions ont entr'elles la même raiſon que les Viteſſes communiquées ou détruites dans le même Tems, en raiſon inverſe des Longueurs *. Ce qu'il falloit démontrer.

* 399.

* 341.

SCHO-

SCHOLIE IV.

De la Rétardation, produite par la ſeconde Cauſe.

SI AB, qui eſt *l'Aſymptote de la Logarithmique, repréſente l'Eſpace parcouru par un Corps dans un Fluide, les Viteſſes, dans tous les différens points, pourront être repréſentées par les Ordonnées*; car les diminutions de Viteſſe, dans des Eſpaces infiniment petits égaux, ſçavoir, AD, DF, FH, &c. ſont proportionelles aux Viteſſes *, & les diminutions des Ordonnées AC, DE, FG, &c. ſont proportionelles à ces Ordonnées *. 2012. TAB. LXII. Fig. 1. * 2007. * 1996.

D'où il ſuit, que ſi les Eſpaces ſont égaux, comme AL, LX, XB, les Viteſſes dans les points A, L, X, B, qui ſont exprimées par les Ordonnées AC, LM, XZ, BK, ſont en Progreſſion géometrique *, comme nous l'avons dit dans l'Art. 1973. 2013 * 1993.

Soit AT l'Aſymptote de la Logarithmique BY; & BM, la continuation de la même Courbe en ſens contraire. 2014. TAB. LXII. Fig. 3.

Si nous prenons à préſent une Ordonnée quelconque, comme TYM, la ligne AT, Logarithme de la raiſon de TM à AB *, ſera auſſi le Logarithme de la raiſon de AB à TY; par conſéquent TM, AB, TY ſont en proportion continüe *: & le Quarré de AB eſt égal à TM × TY *: à ce même Quarré ſont égaux tous les Rectangles, comme TY × TM; SX × SL; PE × PG, &c., qui par cela même ſont égaux entre eux. * 1995. * 1993. * 17. EL. VI.

Ainſi les Ordonnées, qui ſont terminées par la Courbe BM, croiſſent ſuivant la même raiſon, ſuivant laquelle diminuent les Ordonnées correſpondantes, que termine la Courbe BY, & les premiéres ſont entre elles en raiſon inverſe des ſecondes. 2015.

Chacun des Eſpaces infiniment petits eſt parcouru avec une Viteſſe uniforme; donc les Momens, durant leſquels de pareils Eſpaces égaux AC, CP, PQ, &c. ſont parcourus, ſont en raiſon inverſe des Viteſſes, qui ont ſervi à faire parcourir ces Eſpaces *; c'eſt-à-dire, en raiſon inverſe de AB, CD, PE, &c. *; ou en raiſon directe de AB, CF, PG, &c. *; qui ſont entre elles comme les différences Bb, Ff, Gg, &c. *. 2016. * 120. * 2012. * 2015. * 1996.

Ainſi tout le Tems, durant lequel une ligne, comme AQ, eſt parcourüe, eſt repréſenté par la ſomme de ces différences, c'eſt-à-dire, par la ligne NH; de même OM repréſente le Tems dans lequel le Corps parcourt QT: que ſi les Eſpaces AQ & QT ſont égaux, NH ſera à OM, comme QH à TM *, c'eſt-à-dire, en raiſon inverſe de QK à TY *, ou de AB à QK *. * 1996. * 2015. * 1993.

Donc les Tems, dans leſquels des Eſpaces égaux ſont ſucceſſivement parcourus, ſont en raiſon inverſe des Viteſſes que le Corps avoit au commencement, ou à la fin de ces Eſpaces: comme il a été dit dans l'Art. 1973. 2017.

Suppoſons dérechef un Corps mû dans la ligne AB, & uniquement retardé par la ſeconde Cauſe; que AC exprime la Viteſſe du Corps en 2018. TAB. LXII.

Fig. 2. A, & que CM ſoit la Logarithmique, qui détermine les Viteſſes dans
* 2012. chacun des autres points *. Pour que cette Courbe, & les Tables des Logarithmes nous ſoient d'uſage dans le calcul, il faut néceſſairement déterminer la grandeur de la Soûtangente de la Logarithmique, pour chaque cas particulier; ou ce qui revient au même, il faut déterminer, pour chaque Figure donnée, l'Eſpace repréſenté par la Soûtangente.

Suppoſons que AC déſigne la Viteſſe, avec laquelle un Corps devroit être tranſporté dans un Fluide, pour que la Réſiſtance, produite par la ſeconde Cauſe, fût égale au poids du Corps.

2019. Par conſéquent le poids du Corps, c'eſt-à-dire, *la Preſſion, produite par la Gravité, qui* retarde le mouvement du Corps qui monte, *eſt égale à la Preſſion, que la Réſiſtance, produite par la ſeconde Cauſe, déploye* ſur le Corps, dont il s'agit. Ces deux Preſſions tranſportent immédiatement le Corps, quand ce dernier éprouve leur Action: donc elles peuvent *retarder également le même mouvement du même Corps*; & la Rétardation, que le Corps, mû dans un Fluide, éprouve dans le premier Moment, eſt égale à la Viteſſe, qu'un Corps qui monteroit, & qui ſeroit retardé par la Gravité, perdroit dans un Moment égal.

2020. Suppoſons que Cc déſigne la Rétardation, que le Corps éprouve en parcourant AD; en ce cas la même ligne Cc exprimera la Viteſſe, que le Corps, retardé par la Gravité, perd en montant à la hauteur AD. Concevons de plus une Parabole, dont l'Axe ſoit en AB, & qui paſſe par les points C & E, c'eſt-à-dire, qui ait la même Tangente CT que la Logarithmique, qui paſſe auſſi par les points C & E, & qui a pour Aſymptote AB.

Les Ordonnées de cette Logarithmique marqueront les Viteſſes du Corps qui eſt mû dans le Fluide, & dont la Viteſſe en A eſt repréſentée par
* 2012. AC *: & AX, Axe de la Parabole, dont le Sommet en X, déſignera la Hauteur, à laquelle peut s'élever le Corps, jetté en haut avec la Viteſſe
* 2009. AC, & retardé par la ſeule Gravité *; par conſéquent XA, *moitié de la*
2021. *Soûtangente* AT *, exprime la Hauteur, dont il faudroit qu'un Corps tombât*
* *La Hire ſect. con.* liv. 2. prop. 20. *dans le vuide pour acquérir la Viteſſe, avec laquelle ce Corps devroit être mû dans un Fluide, pour éprouver une Réſiſtance égale au poids du même Corps*: or cette Hauteur eſt donnée *.

* 1940. Tout ceci étant ſuppoſé, les conſéquences ſuivantes s'en déduiſent d'elles-mêmes. Soit AL l'Eſpace que le Corps a parcouru.

2022. *Comme* AX, qui eſt *la Hauteur, dont il faut que le Corps tombe dans le Vuide, afin d'acquérir la Viteſſe requiſe pour que la Réſiſtance ſoit égale au poids du Corps, eſt à* AL, qui eſt *l'Eſpace parcouru par le Corps dans le Fluide, ainſi la moitié de la Soûtangente des Tables Logarithmiques*, c'eſt-à-dire AX, qui dans ces Tables *eſt* exprimée par des nombres, à AL, auſſi exprimée par
* 2001. des nombres dans ces Tables, c'eſt-à-dire, comme 0, 21714. 72409. * *au Logarithme de la raiſon, qui a lieu entre les Viteſſes au commencement & à la*
* 2012. *fin de l'Eſpace* *.

2023. Deux nombres quelconques, qui ont des Logarithmes, dont la différence

ce ſe trouve dans ces Tables être le Logarithme de la raiſon qui ſubſiſte entre ces Viteſſes, au commencement & à la fin de l'Eſpace parcouru, ſont entre eux comme ces Viteſſes *. * 1995.

Par le moyen de cette même Règle on peut trouver l'Eſpace parcouru, pourvû que la raiſon, qui regne entre les Viteſſes au commencement & à la fin de cet Eſpace, ſoit donnée. 1993. 2024.

Le Logarithme de la raiſon de 2 à 1. ſe trouve par la ſouſtraction de 0, Logarithme de l'unité, de 0,30102. 99957, Logarithme du nombre deux; donc comme 0,21714. 72409, à 0,30102. 99957, c'eſt-à-dire, comme 10000000000, à 13862945972, ainſi la Hauteur, dont il faudroit qu'un Corps tombât dans le Vuide, afin d'acquérir la Viteſſe requiſe, pour que la Réſiſtance, qu'éprouve le Corps mû dans le Fluide, fût égale à ſon poids, eſt à l'Eſpace dans lequel le Corps perd la moitié de ſa Viteſſe *. Et par là nous vérifions ce qui a été avancé dans l'Art. 1974. 2025. * 2021.

Il paroît par la démonſtration de l'Art. 2019., qui peut être appliquée ici, que *ſi* dans un point quelconque *la Rétardation, produite par la ſeconde Cauſe, devient uniforme, l'Eſpace, dans lequel toute la Viteſſe eſt détruite*, ſera repréſenté par la moitié de la Soûtangente; or comme la Soûtangente eſt conſtante *, il s'enſuit de plus, que dans un Fluide homogêne, tel que nous avons toujours ſuppoſé être celui dont nous parlons, l'Eſpace en queſtion ne change point, quelque changement que puiſſe éprouver la Viteſſe; & que cet Eſpace *eſt égal à la Hauteur, dont un Corps doit tomber dans le Vuide, afin d'acquérir la Viteſſe requiſe, pour que la Réſiſtance, qu'il rencontre dans le Fluide, ſoit égale à ſon poids* *. 2026. * 1997. * 2021.

SCHOLIE V.

Des deux Rétardations enſemble.

Soit AM la ligne, qu'un Corps parcourt dans un Fluide, & que cette même ligne ſoit l'Aſymptote de la Logarithmique ISP, dont AI eſt une Ordonnée. Soit, outre cela, GFB une Parabole, dont l'Axe eſt IB; le Sommet B; l'Ordonnée GI, parallèle à AM; & le Parametre BI. Cela étant, ſi AB eſt à BI, comme la Rétardation, produite par la premiére Cauſe, à la Rétardation produite par la ſeconde Cauſe, au point A, on pourra déterminer la Viteſſe du Corps dans un point quelconque, comme C. Car ſi l'on mène perpendiculairement à AM, la ligne CD, Ordonnée à la Logarithmique, & par le point D la ligne DF parallèle aux lignes IG & AM, les Viteſſes aux points A & C ſeront entre elles comme GI & FE, pourvû que la Logarithmique ſoit bien déterminée. Nous marquerons tout à l'heure la maniére de déterminer cette Courbe. 2027. TAB. LXII. Fig. 4.

Pour démontrer ce que nous venons d'avancer, nous ſuppoſons que A*a* & C*c* ſont infiniment petites & égales. A préſent, ſi l'on détermine les Viteſſes aux points *a* & *c*, comme on a déterminé celle du Corps au point C, ces Viteſſes ſeront déſignées par KH & *ef*; donc les diminutions de 2028.

Viteſſe, pendant que le Corps parcourt les Eſpaces égaux A*a*, C*c*, ſont G*g* & FL; ainſi il faut prouver, que ſi on partage G*g* en deux parties, qui ſoient entre elles comme AB à BI, FL pourra auſſi être diviſée en deux parties, enſorte que les premiéres parties des deux diminutions ſoient en raiſon inverſe de GI à FE *, & les deux ſecondes parties des mêmes diminutions en raiſon directe de GI, ou BI * (cette derniére ligne étant le Parametre de la Parabole) à FE *: c'eſt-à dire, que nous devons prouver que G*g* eſt à FL, comme $\frac{AB}{GI}+\frac{BI}{GI}$ à $\frac{AB}{FE}+\frac{FE}{GI}$.

* 2006. * *La Hire ſect. con.* liv. 3. prop. 2. * 2007.

En voici la démonſtration; G*g*, FL:: $\frac{IK}{GI}$, $\frac{E\,e}{FE}$ *; mais IK, E*e*:: AI, AE *; donc G*g*, FL:: $\frac{AI}{GI}=\frac{AB}{GI}+\frac{BI}{GI}$, $\frac{AE}{FE}=\frac{AB}{FE}+\frac{BE}{FE}$.

* 2010. * 1996.

Mais $\frac{BE}{FE}=\frac{BE\times FE}{FE\times FE}=\frac{BE\times FE}{BE\times BI}$ * $=\frac{FE}{BI}=\frac{FE}{GI}$, à cauſe que BI eſt égale à GI: Donc G*g*, FL:: $\frac{AB}{GI}+\frac{BI}{GI}$, $\frac{AB}{FE}+\frac{FE}{GI}$. CQFD.

* *La Hire ſect. con.* liv. 3. prop. 2.

L'Eſpace, que le Corps doit parcourir pour qu'il perde toute ſa Viteſſe, eſt repréſenté par BP, ou par AQ, la Viteſſe étant nulle au point Q *.

* 2027.

2029. Afin de déterminer à préſent la Logarithmique, & de faire ſervir cette Courbe au calcul, il faudra commencer par déterminer l'Eſpace repréſenté par la ligne donnée AQ; comme auſſi la raiſon qu'il y a entre IB & BA. Le ſeul moyen de trouver l'une & l'autre de ces choſes, eſt de faire des Expériences ſur les Rétardations.

2030. Nous ſuppoſons donc que par le moyen de quelque Expérience on a trouvé *l'Eſpace* AQ, *dans lequel le Corps perd toute ſa Viteſſe*; cet Eſpace *étant donné, on peut découvrir la raiſon* qu'il y a entre AB & BI, qui eſt la même que celle *qui a lieu entre les Rétardations* au point A, c'eſt à-dire, *au commencement*, de la maniére ſuivante.

2031. La Viteſſe en A eſt déſignée par la ligne GI, ou ſon égale BI; & comme nous l'avons vû, la Rétardation, pendant que le Corps parcourt l'Eſpace A*a*, eſt marquée par la ligne G*g*; cette derniére (à cauſe que la Soûtangente de la Parabole eſt double de l'Abſciſſe BI *, & par cela même double de GI) eſt la moitié de *g*H, ou *i k*.

* *La Hire ſect. con.* liv. 2. prop. 20.

La ligne I*k*O eſt Tangente de la Logarithmique ISP; ſi l'on prend à préſent AM double de AO, & qu'on mene IM, qui coupe *k i* en *m*, *k i* ſera double de *m i*, laquelle par conſéquent eſt égale à G*g*, & repréſente la Rétardation.

Soit MT parallèle à AI, & que la premiére de ces lignes ſoit coupée en N par la ligne BP prolongée; enſorte que AB ſoit égale à MN, & BI à NT; ayant donc mené IN, qui coupe *m i* en *n*, nous aurons AB à BI, c'eſt-à-dire, la premiére Rétardation à la ſeconde au point A, comme

me *m n* à *n i*; ainſi chacune de ces lignes repréſente une des Rétardations, puiſque leur ſomme déſigne les deux Rétardations jointes enſemble.

La ligne *n i* marque la Rétardation, que le Corps éprouve par la ſeconde Cauſe, pendant que BI, ou ſon égale GI, exprime la Viteſſe du Corps en A. Cela étant, ſi nous concevons la Logarithmique IR, dont l'Aſymptote eſt BN, & qui paſſe par les points I & *n*, PR exprimera la Viteſſe, qui reſteroit au Corps, après avoir parcouru l'Eſpace AQ, ou BP, trouvé par le moyen d'une Expérience *, ſi la ſeconde Cauſe de Rétardation agiſſoit ſeule ſur lui; & l'on pourra déterminer la raiſon qu'il y a entre BI & PR *. * 2012. * 2022.

La Soûtangente de la Logarithmique IR eſt BN, ou AM, double de AO, qui eſt la Soûtangente de la Logarithmique IP.

Par conſéquent, ſi l'on diviſe en deux parties égales au point V, la ligne AQ, égale à BP, Logarithme de la raiſon de BI à PR, & que VS ſoit perpendiculaire à AQ, on aura BI à PR, comme AI à VS *. Mais AI, VS, QP, ſont en proportion continüe *; donc AI^q eſt à VS^q, c'eſt-à-dire, BI^q ad PR^q, comme AI à QP, ou AB; & (*dividendo*) * 2000. * 1993.

$$BI^q - PR^q, PR^q :: AI - AB = BI, AB.$$

Ce qu'on peut exprimer de la maniére ſuivante: *comme le Quarré de la Viteſſe du Corps lorſqu'il commence à ſe mouvoir dans le Fluide, moins le Quarré de la Viteſſe, que la ſeconde Cauſe de Rétardation, agiſſant ſeule, laiſſe au Corps, quand il a parcouru l'Eſpace, dans lequel, étant retardé par les deux Cauſes conjointement, il perd toute ſa Viteſſe, eſt au dernier des Quarrez que nous venons de nommer, ainſi la Rétardation, produite par la ſeconde Cauſe, eſt à la Rétardation produite par la premiére, dans le premier inſtant du mouvement.* 2032.

Voici à préſent comment nous trouvons, à l'aide du calcul, la Viteſſe du Corps dans un point quelconque donné, comme C, de la ligne AQ. 2033.

Il faut chercher dans les Tables des Logarithmes, le Logarithme de la raiſon de BI à PR *, qui eſt le même que celui de la raiſon de AI à VS; ſi l'on double ce Logarithme, on aura le nombre qui repréſente AQ, en ſuppoſant que ISP eſt la Logarithmique des Tables dont on ſe ſert: car ce que nous venons de démontrer, peut s'appliquer à une Logarithmique quelconque; ſoit le nombre en queſtion, appellé *L*. * 2022.

Comme l'Eſpace AQ, dans lequel le Corps perd tout ſon mouvement, eſt à l'Eſpace donné AC, c'eſt-à-dire, comme AQ eſt à AC, ainſi *L* eſt au Logarithme de la raiſon de AI à CD, ou de AI à AE: ainſi ce Logarithme eſt connu, & peut être déſigné par la lettre *M*.

En prenant à diſcrétion un nombre qui déſigne la ligne AI, le Logarithme de $AI - M$ ſera le Logarithme du nombre qui déſigne CD *, ou AE. Le Log. de $AI - L$ eſt le Log. du nombre, qui déſigne QP, ou AB: or comme ces nombres ſont déterminez, nous avons trois nombres, qui ſont entre eux comme AI, AE, AB; c'eſt pourquoi, en retranchant le dernier de chacun des deux premiers, il reſtera des nombres, qui ſeront entre eux comme BI à BE, c'eſt-à-dire, comme les Quarrez des Viteſſes en A & en C *, ſçavoir, au commencement & dans le point donné. * 1995. * 2027. *La Hire ſect. con. liv. 3. prop. 1.*

2034. Si les Viteſſes GI & FE ſont données, & qu'on connoiſſe l'Eſpace AQ, dans lequel le Corps perd toute ſa Viteſſe, on trouvera par une Opération contraire le point C. Car AQ étant donnée, on trouve la raiſon qu'il y a entre BI & BA *; & ayant pris un nombre, qui exprime la Viteſſe GI, égale à BI, on a BA; mais comme GI^q eſt à FE^q, ainſi BI eſt à BE; donc nous avons un nombre qui exprime la grandeur de cette derniére ligne, & par cela même trois nombres, qui ſont entre eux comme AB, AE, AI. Or il paroît par ce qui a été démontré *, que la différence entre les Logarithmes de AI & de AB, eſt à la différence entre les Logarithmes de la même AI & de AE, comme AQ à AC, Eſpace parcouru, qui par cela même eſt trouvé.

* 2032.

* 2028.

2035. Il y a moyen auſſi de déterminer l'Eſpace CQ, dans lequel le Corps perd tout ſon mouvement, en ſuppoſant que ce mouvement a commencé avec la Viteſſe FE, ſçavoir, en retranchant AC de AQ.

2036. Nous avons ſuppoſé qu'une Expérience nous a donné l'Eſpace AQ, dans lequel le Corps perd toute ſa Viteſſe, quand il a au point A, c'eſt-à-dire, au commencement, la Viteſſe, avec laquelle l'Expérience a éte faite. Que ſi l'on avoit fait l'Expérience avec une autre Viteſſe, qui ſeroit, par Ex. à la Viteſſe, qui a lieu au commencement *, comme FE à GI, le même calcul auroit lieu.

* 1940.

2037. L'Eſpace, trouvé par l'Expérience, eſt repréſenté par CQ. Si nous ſuppoſons que IR eſt la Logarithmique des Tables dont nous nous ſervons, par cela même que BI eſt égale à GI, Viteſſe du Corps en A, nous trouverons dans ces Tables le nombre, qui marque la grandeur de XP *, ou de ſon égale CQ; ce nombre, s'il s'agiſſoit de la Logarithmique IDP, ſeroit égal à la moitié de CQ*; donc en le doublant, on a CQ, Logarithme de la raiſon entre CD & QP, c'eſt-à-dire, entre AE & AB. Or, comme la raiſon entre FE & GI eſt donnée, celle qui a lieu entre BE & BI, c'eſt-à-dire la raiſon doublée de FE à GI, eſt donnée auſſi; d'où nous déduiſons les nombres, qui ſont entre eux en même raiſon que BI à AB, comme il a été dit dans l'Art. 2031.

* 2022.

* 2000.

En concevant à préſent que, la Viteſſe GI étant donnée, la Rétardation, produite par la ſeconde Cauſe, ait ſeule lieu, & devienne uniforme, nous aurons l'Eſpace, dans lequel toute la Viteſſe ſera détruite *; cet Eſpace eſt à *l'Eſpace, dans lequel toute la Viteſſe eſt détruite par la ſeule Réſiſtance, produite par la premiére Cauſe*, comme AB eſt à BI *; or cette raiſon étant donnée *, l'Eſpace, dont il s'agit, *peut être déterminé. De pareils Eſpaces ſont, dans différens Fluides, en raiſon inverſe des Cohéſions des parties* *.

* 2026.

2038.

* 2011.

* 2032.

2037.

2039.

* 2011.

SCHO-

SCHOLIE VI.

Des Corps jettez en haut.

La Viteſſe d'un Corps, dont la Gravité ſpécifique eſt plus grande que celle du Fluide, & qui eſt jetté de bas en haut dans ce Fluide, eſt retardée par trois Cauſes, par la Gravité, & par les deux Cauſes expliquées dans ce Chapitre. La Rétardation, produite par la Gravité, & celle qui eſt produite par la premiére Cauſe, ſont l'une & l'autre uniformes *, & jointes enſemble, forment une Rétardation, qui eſt uniforme auſſi; c'eſt pourquoi *on peut appliquer ici ce qui a été démontré dans le Scholie précédent.* 2040. * 377. 1961. 2041.

Ainſi il y a moyen de réſoudre les Problèmes ſuivans, *pourvû qu'on ait déterminé, à l'aide d'une ſeule Expérience, à quelle hauteur un Corps monte dans un Fluide, avec une Viteſſe donnée.* 2042.

1. *On trouve la Hauteur, à laquelle le Corps peut monter, une autre Viteſſe quelconque étant donnée* *. * 2035.

2. *La Viteſſe, qui a lieu au commencement du mouvement, étant donnée, on trouve celle qui a lieu dans un point donné* *. 2043. * 2033.

3. *La Viteſſe étant donnée, on trouve l'Eſpace dans lequel le Corps*, en faiſant abſtraction de la Réſiſtance produite par la ſeconde Cauſe, *perdroit ſon mouvement par la Rétardation, que produiſent enſemble la Gravité reſpective & la Cohéſion des parties* *. 2044. * 2038.

4. *On trouve l'Eſpace dans lequel le Corps, mû avec une Viteſſe donnée, perdroit ſon mouvement par la ſeule Cohéſion.* 2045.

Car puiſque la Viteſſe eſt donnée, on a auſſi la Hauteur, à laquelle le Corps peut monter dans le Vuide; & cette Hauteur eſt à celle, où le Corps, retardé par la ſeule Gravité reſpective, s'éleve dans le Fluide, comme cette Gravité reſpective eſt au poids entier du Corps *. 2046. * 2011.

Mais la derniére de ces Hauteurs eſt à celle, où le Corps s'éleve, quand il eſt retardé par la Gravité reſpective & par la Cohéſion (Hauteur, qui eſt auſſi donnée *), comme la Rétardation, produite par ces deux Cauſes, à la Rétardation produite par la ſeule Gravité reſpective *. * 2044. * 2011.

Par conſéquent (dividendo) *comme la différence de ces Hauteurs eſt à la derniére, ainſi la Rétardation, produite par la Cohéſion, eſt à la Rétardation cauſée par la Gravité reſpective*; & cette même raiſon a lieu entre la Hauteur, où le Corps s'éleve, quand il n'eſt retardé que par la ſeule Gravité reſpective, & l'Eſpace, dans lequel la Cohéſion ſeule lui fait perdre ſon mouvement *. 2047. * 2011.

5. Enfin, *la Viteſſe étant donnée, on trouve l'Eſpace, dans lequel un Corps, mû horizontalement, perdroit ſon mouvement, étant retardé par la Cohéſion & par l'Inertie.* Cette derniére propoſition exige quelques éclairciſſemens. 2048.

Par le calcul, que nous venons de faire, nous avons déterminé la raiſon qu'il y a entre la Rétardation produite par la Cohéſion, & celle qui eſt cauſée par la Gravité reſpective *. Ainſi la raiſon entre la premiére de 2049. * 2047.

ces

ces Rétardations & la ſomme des deux, eſt connüe. On a auſſi la Hauteur à laquelle monte le Corps, avec une Viteſſe donnée, dans le tems qu'il perd tout ſon Mouvement, étant retardé par les deux Cauſes en queſtion,
* 2042. & par ſon Inertie *; d'où nous déduiſons la raiſon qu'il y a entre la Rétardation produite par la Gravité reſpective, jointe à la Rétardation cauſée par la Cohéſion, c'eſt-à-dire, entre la ſomme de ces Rétardations, &
* 2032. la Rétardation qui doit être attribuée à l'Inertie *. La raiſon, compoſée de ces deux raiſons, eſt celle qu'il y a entre la Rétardation cauſée par la Cohéſion, & la Rétardation produite par l'Inertie. En appliquant ce que
TAB. LXII. Fig. 4. nous venons de dire, à la Figure du Scholie précédent, nous aurons la raiſon de AB à BI, ſi nous ſuppoſons que GI eſt la Viteſſe en queſtion; & il ne s'agira que de trouver AQ. A la vérité nous pourrions conſidérer FE comme marquant la Viteſſe propoſée, auquel cas la raiſon qu'il y a entre BE & FE, ſerviroit à connoître BI, Parametre de la Parabole; mais il n'eſt nullement néceſſaire de s'aſtreindre à une Figure déterminée.

En connoiſſant la raiſon de AB à BI, on peut en inferer celle de BI
* 2031. à PR *; & cette derniére raiſon étant trouvée, on peut connoître BP *,
* 2032. ou AQ.

2050. Un Corps, dont la Gravité ſpécifique eſt moindre que celle du Fluide, où il eſt plongé, monte en haut dans ce Fluide, de la même maniére qu'un Corps, dont la Gravité ſpécifique eſt plus grande que celle du Fluide, y deſcend; ainſi ce qui a été démontré dans ce Scholie, peut s'appliquer à des Corps, qui, par le mouvement qu'on leur a imprimé, deſcendent dans des Fluides, qui les ſurpaſſent en Gravité ſpécifique.

SCHOLIE VII.

Des Corps, qui deſcendent dans les Fluides.

2051. *UN Corps, qui deſcend par ſa peſanteur dans un Fluide, ſe meut d'un mou-*
* 370. *vement uniformement accéleré *; mais éprouve dans ce Tems là-même une*
1961. *Réſiſtance, qui eſt comme le Quarré de ſa Viteſſe *.*
* 1965. La Parabole & la Logarithmique repréſentent auſſi ce qui a rapport à ce mouvement.

2052. Soit QAR Aſymptote de la Logarithmique BDH. La ligne AB, Or-
TAB. LXII. Fig. 5. donnée de cette Courbe, eſt perpendiculaire à l'Aſymptote, & ſert auſſi d'Axe à la Parabole BFQ, dont nous ſuppoſons que le Parametre eſt cette même ligne AB, & le Sommet en B.

Si AR repréſente l'Eſpace parcouru dans la deſcente, en ſuppoſant que le Corps a été lâché du point A, on détermine la Viteſſe du Corps dans un point quelconque, comme C, en menant CD parallèle à AB; & par le point D la ligne DEF, parallèle à RAQ. L'Ordonnée EF de la Parabole déſignera la Viteſſe cherchée, pendant que AQ exprime la plus grande Viteſſe, à laquelle le Corps ne parvient, qu'après avoir parcouru l'Eſpace AR, prolongé à l'infini.

C'eſt

C'eſt ce qui paroîtra clairement, ſi, après avoir pris les Eſpaces infiniment petits & égaux Cc, Gg, nous démontrons que les augmentations de Viteſſe, qui ſont repréſentées ici par fL & kM, ſont entr'elles en raiſon inverſe des lignes FE & KI, que nous diſons exprimer les Viteſſes, en en retranchant des parties, qui ſont entr'elles comme ces mêmes lignes FE & KI *.

* 2006. 2007. 2051. * 2010. * 1996.

$$fL, kM :: \frac{E\,e}{FE}, \frac{I\,i}{KI} \text{ *} :: \frac{CD}{FE} = \frac{BA}{FE} - \frac{BE}{FE}, \frac{GH}{KI} = \frac{BA}{KI} - \frac{BI}{KI} \text{ *};$$

Mais $BE \times BA = FE \times FE$ *; donc $\frac{BE}{FE} = \frac{FE}{BA}$. Pareillement $\frac{BI}{KI} = \frac{KI}{BA}$.

* *La Hire ſect. con.* liv. 3. prop. 2.

Par conſéquent

$$fL, kM :: \frac{BA}{FE} - \frac{FE}{BA}, \frac{BA}{KI} - \frac{KI}{BA}.$$

Ce qu'il falloit démontrer.

Pour que la Figure puiſſe nous être d'uſage dans ce calcul, il faut commencer par déterminer la plus grande Viteſſe, à laquelle le Corps puiſſe parvenir, & qui eſt repréſentée par QA. 2053.

Il s'agit donc de trouver la Viteſſe requiſe, pour que la Rétardation, produite par la ſeconde Cauſe, ſoit égale à l'Accéleration produite par la peſanteur reſpective, moins la Rétardation, qui doit être attribuée à la premiére Cauſe; cette Accéleration eſt uniforme, & doit être détruite par la Rétardation que produit la ſeconde Cauſe, pour que l'Accéleration vienne à ceſſer *. * 1979.

Nous avons encore beſoin ici d'une Expérience pour connoître la Hauteur, à laquelle un Corps, mû avec une Viteſſe quelconque donnée, s'éleve dans un Fluide; cette Hauteur, étant connüe, nous donnera la raiſon entre l'Accéleration produite par la Gravité reſpective, & la Rétardation, qui doit être attribuée à la Cohéſion *; & par cela même nous aurons la raiſon de cette Accéleration à elle-même, moins la Rétardation produite par la Cohéſion: or cette raiſon eſt préciſément la même que celle qu'il y a entre la Hauteur, dont il faut qu'un Corps tombe dans le Vuide pour acquérir une Viteſſe, qui forme une Réſiſtance égale à la peſanteur reſpective (Hauteur qui eſt donnée *), & la Hauteur requiſe pour qu'un Corps, tombant dans le Vuide, acquiére la Viteſſe cherchée QA *. 2054. * 2047. * 1937. 1938.

Cette derniére Hauteur étant trouvée, on en trouve encore une autre, ſçavoir celle, dont il faut qu'un Corps, en faiſant abſtraction de la Réſiſtance produite par la ſeconde Cauſe, tombe dans un Fluide, pour acquérir cette même Viteſſe QA; car la Hauteur dans le Vuide eſt à la Hauteur dans le Fluide, comme la Rétardation cauſée par la peſanteur reſpective, moins la Rétardation, qu'il faut attribuer à la Cohéſion des parties, à la Rétardation produite par tout le poids du Corps *. En concevant cette Hauteur repréſentée par la ligne BA, bO marquera la Viteſſe, acquiſe de la même maniére en tombant de la Hauteur Bb *. * 374. 1965. 2055. * 2011. * 2009.

2056. Outre cela, il faut déterminer l'Eſpace parcouru, & le déſigner par quelque portion connüe de la droite AR; ce qui ſe trouvera fait, ſi l'on conſidére, qu'au commencement de la chûte le Corps eſt accéleré par ſon poids reſpectif, moins la Rétardation produite par la premiére Cauſe, parce que l'Accéleration en queſtion eſt uniforme; mais qu'il n'eſt point retardé par la ſeconde Cauſe, parce que la Viteſſe eſt nulle; & par conſéquent, que la Viteſſe *b* O, dans le premier moment infiniment petit, s'acquiert, en tombant de la Hauteur repréſentée par A*a*, de la même maniére que dans le mouvement indiqué, en tombant de la Hauteur B*b*; d'où il ſuit que les lignes B*b* & A*a* repréſentent des Eſpaces égaux: mais B*b* eſt à A*a*, ou *b*N, comme BA à AP, Soûtangente de la Logarithmique; donc BA & AP déſignent auſſi des Eſpaces égaux; & l'Eſpace, repréſenté par
2057. la Soûtangente, eſt *la Hauteur, dont il faut qu'un Corps, en faiſant abſtraction de la Réſiſtance produite par l'Inertie, tombe dans un Fluide, pour acquérir la plus grande Viteſſe.*

Cela étant, ſi l'on conſulte les Tables des Logarithmes, on trouvera, que cette Hauteur *eſt à une Hauteur quelconque donnée*, AG, *comme la Soûtangente des Tables*; ſçavoir, 0,43429, 44819 *, *au nombre, qui exprime dans ces*
* 2001. 2058. *Tables la Hauteur donnée. Ce nombre eſt le Logarithme de la raiſon* de BA à GH, qui par conſéquent eſt donnée; par conſéquent encore on connoît la raiſon de AB à BI, qui eſt celle *qu'il y a entre les Quarrez* des Viteſſes AQ & IK *; c'eſt-à-dire, *de la plus grande Viteſſe, & de la Viteſſe, que le Corps acquiert dans le Fluide, en tombant de la Hauteur donnée* AG *.

* *La Hire ſect. con. liv. 3. prop. 3.*

* 2052.

SCHOLIE VIII.

Eclairciſſemens ſur la matiére des Rétardations.

LA matiére des Rétardations demande divers éclairciſſemens. Car quoique tout ce que nous venons d'avancer ſur ce ſujet, ſoit fondé ſur des Démonſtrations, il ne laiſſe pas d'y avoir pluſieurs Articles, qui paroiſſent, au moins à la premiére vuë, ne s'accorder, ni avec ces Démonſtrations, ni entre eux. C'eſt pour lever ces ſcrupules, & pour confirmer la Théorie des Forces & celle des Rétardations, en faiſant voir le parfait accord qu'il y a entre elles, que j'ai crû devoir ajouter ce Scholie.

2059. La premiére difficulté regarde ce qui a été dit dans l'Art. 2003., ſçavoir, que la Rétardation & l'Accéleration étoient uniformes dans chaque Moment, quand les Momens ſont infiniment petits. La difficulté a rapport à l'Accéleration, & l'on demande comment la Propoſition, qui vient d'être énoncée, convient avec ce qui a été démontré touchant les Forces inhérentes.

2060. Concevons un Corps en repos dans un Fluide en mouvement; ce Fluide communique au Corps, dans le premier Moment infiniment petit, une Viteſſe infiniment petite: ſi l'on diviſe ce Moment en deux parties égales, une égale Viteſſe ſera communiquée au Corps durant chacune de

de ces parties, à cauſe que l'Accéleration eſt uniforme; c'eſt-à-dire, que durant la premiére partie le Corps reçoit un dégré infiniment petit de Force, & trois dégrez pareils durant la ſeconde partie *; quoique l'Action reſpective n'ait pas été augmentée, ce qui paroît impoſſible. * 753.

Pour réſoudre cette difficulté, il faut diſtinguer entre les Actions abſolües, & les Actions reſpectives. A l'égard de ces dernières, dans le cas dont il s'agit, les dégrez de Viteſſe, communiquez dans des parties égales d'un moment infiniment petit, ſont égaux, à cauſe que l'Action reſpective n'éprouve aucun changement ſenſible; d'un autre coté, ſi l'on conſidére les Mouvemens reſpectifs, il eſt certain que la Force, imprimée au Corps durant la ſeconde partie du Moment, n'eſt pas plus grande que celle qui lui eſt imprimée durant la premiére: un Corps, auquel on ajoute un dégré de Viteſſe, acquiert un ſeul dégré de Force, dans un Bateau, où ce Corps étoit en repos, avec quelque Viteſſe que ce Bateau ſoit mû. 2061.

En examinant les Actions abſolües, il ne faut pas s'arrêter à la ſeule conſidération des Actions reſpectives, comme nous l'avons démontré, en traitant des Percuſſions *. Le Corps A, mû avec la Viteſſe *a*, & venant frapper le Corps B, lui communique une plus grande Force, ſi B eſt tranſporté du même coté que A, que s'il étoit en repos *, quoique, dans ce cas, la Viteſſe reſpective ſoit plus petite, pourvû que la Viteſſe du Corps B ne paſſe point certaines limites. L'Action, déployée ſur le Corps, eſt différente, ſuivant la différente Force, qui lui eſt actuellement inhérente; & s'il paroît impoſſible, que le même Corps, mû de la même maniére, frappant un Corps, lui communique une plus grande Force, dans un cas, où la Viteſſe reſpective eſt plus petite, on ne doit attribuer cette prétendüe impoſſibilité qu'à ce qu'on n'entend pas bien la Théorie des Forces: car il eſt bien clair que ce qui eſt démontré immédiatement par des Expériences, ne ſçauroit être impoſſible; & d'ailleurs la choſe même a déjà été ſuffiſamment éclaircie *. 2062. * 995. * 996. 997. 998. * 1002.

Quand il s'agit de déterminer un Effet par le moyen de ſa Cauſe, il faut faire attention à l'Effet tout entier. S'il eſt queſtion de l'Action reſpective, elle ſera proportionelle à l'Effet reſpectif entier; mais ſi l'Action eſt abſolüe, il faut conſidérer tout Effet quelconque, & la Cauſe répond à tous les Effets, joints enſemble. 2063.

Il eſt évident que tout ceci doit s'appliquer aux Actions des Fluides; & que, comme les changemens des Actions reſpectives & des Actions abſolües ne ſuivent pas la même raiſon, une même raiſon auſſi ne ſçauroit avoir lieu entre les Effets reſpectifs & les Effets abſolus.

La ſeconde difficulté, que nous avons deſſein de lever dans ce Scholie, regarde la Rétardation produite par la premiére Cauſe. Nous avons démontré que cette Rétardation eſt uniforme *; d'où il ſuit que l'Action, qui doit être attribuée à la Cohéſion des parties, & que nous avons expliquée ci-deſſus *, communique au Corps en repos une Viteſſe égale, dans un Tems égal, quelle que ſoit la Viteſſe avec laquelle le Fluide vient le frapper *. 2064. * 1961. * 1896. * 1955.

Mais c'eſt ce qu'on a peine à concilier avec ce qui a été démontré : car nous avons vû qu'un Corps, arrêté dans un endroit, éprouve, par l'Action que produit la Cohéſion des parties, une Preſſion, qui augmente en même raiſon que la Viteſſe des parties *; & nous avons démontré en général, touchant la Preſſion, qu'elle communiquoit au Corps en repos, dans un moment déterminé, infiniment petit, une Viteſſe proportionelle à la Preſſion même *.

* 1888. 1911. * 133. 335. 2065. * 1956.

Nous avons indiqué ci-deſſus le fondement du raiſonnement par lequel nous croyons pouvoir réſoudre cette difficulté *. Nous allons développer à préſent le raiſonnement même.

Nous avons diſtingué entre la Preſſion qui tranſporte immédiatement le Corps, & celle qui ne le tranſporte point immédiatement. Il eſt queſtion de la premiére dans l'Art. 133., & la démonſtration, que nous en avons donnée, ne ſçauroit être appliquée au cas, dans lequel la Preſſion, qui ſépare les parties, déploye une Action, qui en même tems tranſporte l'Obſtacle, ſur lequel elle agit.

Cette derniére Preſſion déploye des Actions totalement différentes, ſuivant qu'elle agit ſur des Obſtacles mobiles ou immobiles, plus grands ou plus petits. Les conſidérations ſuivantes aideront à faire concevoir diſtinctement la nature de ces ſortes de Preſſions.

TAB. LXII. Fig. 6. L'Action du Fluide ſur le Corps, qui vient de la Cohéſion des parties, eſt analogue & ſemblable à celle, que les Corps A & B, joints par un Fil, déploient ſur le Corps C, dans le tems qu'ils paſſent à côté de ce Corps, & qu'ils rompent le Fil par leur Action en C *.

* 1896.

Auſſi long-tems que les parties du Fil tiennent enſemble, les Corps A & B preſſent le point C; le Fil étant rompu, la Preſſion ceſſe; mais ſi dans l'inſtant même deux autres Corps D & F, ſemblables aux premiers, preſſent le point C, qu'enſuite la même choſe ſe faſſe par les Corps G & H, &c. il y aura une Preſſion, qui ne ſera pas différente de celle que la Cohéſion des parties produit dans un Fluide. Ainſi il ſuffira de démontrer que les Corps A, B, D, F, G, H, &c., que nous ſuppoſons égaux, & mûs avec la même Viteſſe, communiquent par leur mouvement, quelle que ſoit leur Viteſſe, dans un Tems égal, une égale Viteſſe au Corps C; & que ces mêmes Corps déploient ſur un Obſtacle immobile une Preſſion, proportionelle à la Viteſſe avec laquelle ils ſont tranſportez.

2066. *Tout Corps*, qui eſt en repos, ou dont la Viteſſe eſt donnée, *réſiſte davantage, à meſure que ſon Accéleration eſt plus grande*; car pendant qu'il acquiert un dégré déterminé de Viteſſe, un dégré déterminé de Force lui eſt communiqué; & pendant qu'il acquiert un dégré déterminé de Force, la Réſiſtance qu'il oppoſe à l'Action, qui lui communique cette Force, eſt déterminée auſſi *: cette derniére Réſiſtance eſt par conſéquent la même, ſoit que ce dégré de Force ſoit communiqué plus vite ou plus lentement, ſi l'on conſidére la Réſiſtance totale. Par la même raiſon, la Réſiſtance momentanée eſt plus grande, à meſure que le Corps eſt plus accéleré: la Réſiſtance totale étant proportionelle à la Réſiſtance momentanée, & au Tems pendant lequel

* 361.

quel la premiére de ces Réſiſtances a duré; donc, ſi l'on diminuë le Tems, il faut augmenter la Réſiſtance momentanée, afin d'avoir toujours la même Réſiſtance totale: or ce Tems diminuë en même raiſon que l'Accéleration augmente, & *la Réſiſtance momentanée croît comme l'Accéleration, quand la Réſiſtance totale eſt déterminée.* 2067.

Lorſque l'Accéleration eſt uniforme, la Réſiſtance du Corps eſt proportionelle à ſa Viteſſe *. * 751.

Donc, en général, *la Réſiſtance momentanée d'un Corps accéleré, eſt en raiſon compoſée de la Viteſſe, qu'il a, & de l'Accéleration même.* 2068.

Par conſéquent, *ſi la Réſiſtance momentanée eſt conſtante, la Viteſſe du Corps eſt en raiſon inverſe de l'Accéleration.* 2069.

Il s'agit maintenant d'appliquer cette Propoſition au cas en queſtion.

Les Corps A & B agiſſent ſur le Corps C, juſqu'à ce que la Réſiſtance momentanée de ce dernier, qui ſeule peut agir dans un ſens oppoſé à la Preſſion, ſoit égale à la Preſſion, qui fait tenir enſemble les parties du Fil; l'Accéleration dure juſqu'alors; mais dès que l'égalité, dont nous venons de parler, a lieu, l'Action ceſſe, & le Fil ſe rompt; &, ſoit que les Corps A & B ſoient mûs plus vite ou plus lentement, il faut que la Réſiſtance momentanée & conſtante du Corps C, ſoit égale à la Cohéſion, qui attache enſemble les parties du Fil. Mais plus la Viteſſe, avec laquelle A & B ſe meuvent, eſt grande, plus l'Accéleration eſt grande auſſi, pendant que ces deux Corps emportent le Corps C; donc une Viteſſe d'autant moindre a été communiquée à C, dans le tems que le Fil a été rompu *. Par Ex. ſi la Viteſſe des Corps A & B eſt trois fois plus grande dans un cas que dans un autre, & que dans l'un & l'autre cas le Corps C eſt en repos, il eſt clair, que l'Accéleration dans le premier cas étant triple, le Corps C ne reçoit que le tiers de la Viteſſe, durant l'Action que déployent ſur lui les deux autres Corps. Si ce dégré de Viteſſe eſt aſſez petit, pour que l'Action reſpective des Corps ſuivans D & F ne différe pas ſenſiblement de celle des Corps A & B, D & F communiqueront un égal dégré de Viteſſe; & ce ne ſera qu'après que les trois Fils auront été rompus, que le Corps C aura la même Viteſſe, que ſi un ſeul Fil avoit été rompu dans le ſecond cas. Mais dans le Tems que, dans le ſecond cas, les ſeuls Corps A & B paſſent à côté de C, les Corps A & B, D & F, G & H paſſent, dans le premier cas, à côté de ce même Corps; c'eſt-à-dire, que trois Fils ſont rompus dans le premier cas, pendant qu'il n'y en a qu'un ſeul de rompu dans le ſecond, & que d'égales Viteſſes ſont communiquées dans des Tems égaux. Ce qu'il falloit démontrer. Nous avons vû quelque choſe de ſemblable, en traitant de la Percuſſion des Corps *. 2070. * 2069. * 1034. 1035.

Perſonne n'ignore que ſi un Corps eſt tiré par un Fil, la Viteſſe communiquée à ce Corps, dans le Tems que le Fil vient à ſe rompre, eſt moindre, à meſure que le Fil eſt tiré plus vite; c'eſt pourquoi une grande Viteſſe pourra être communiquée au Corps, s'il eſt lentement accéleré dans ſon Mouvement, quand même il ſeroit tiré par un Fil très mince. 2071.

Quand les Corps A & B, en rompant le Fil, communiquent de la For- 2072.

f 6307 4-F

ce au Corps C, ils perdent la quantité de Force qu'ils communiquent, & ce qu'il en faut pour rompre le Fil; donc ils perdent moins de Force, à mesure que leur Viteſſe eſt plus grande.

2073. Si l'Obſtacle C eſt fixe, l'effet de l'Action des Corps A & B eſt unique, & ils perdent préciſément le dégré de Force, requis pour rompre le Fil: l'Action, qu'éprouve ce qui retient C, étant la même pour chaque Fil qui ſe rompt. Dans le cas précédent, plus les Corps A & B ſe meuvent lentement, plus leur Action dure, avant que C réſiſte autant qu'il eſt néceſſaire pour que le Fil ſe rompe; or en ce cas, dans le moment même que le Fil commence à toucher le Corps C, la Réſiſtance en queſtion a déjà lieu; c'eſt pourquoi en ce cas l'Action, qu'éprouve C, eſt proportionelle au nombre des Fils, rompus dans un Tems déterminé; c'eſt-à-dire, à la Viteſſe des Corps. Ce qu'il falloit encore démontrer.

FIN DU LIVRE TROISIEME.

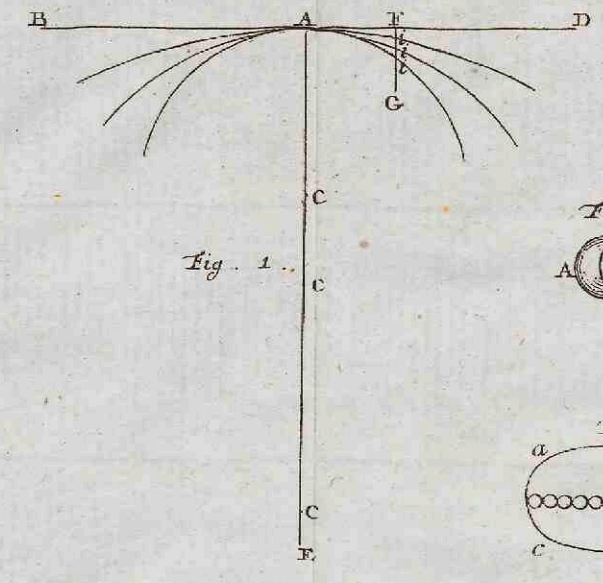


Fig. 1.

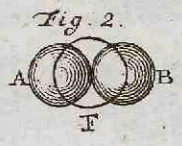


Fig. 2.

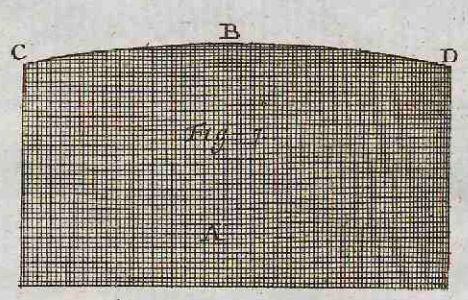
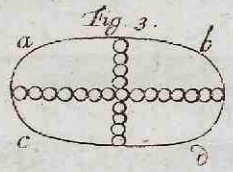


Fig. 3.



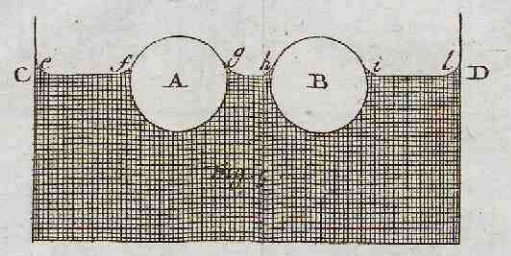


Fig. 5.

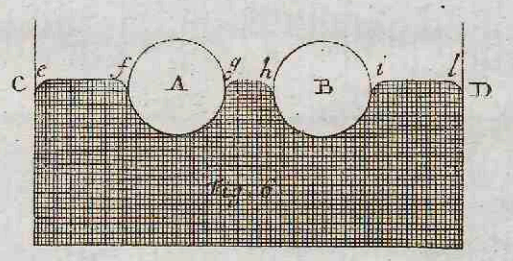


Fig. 6.

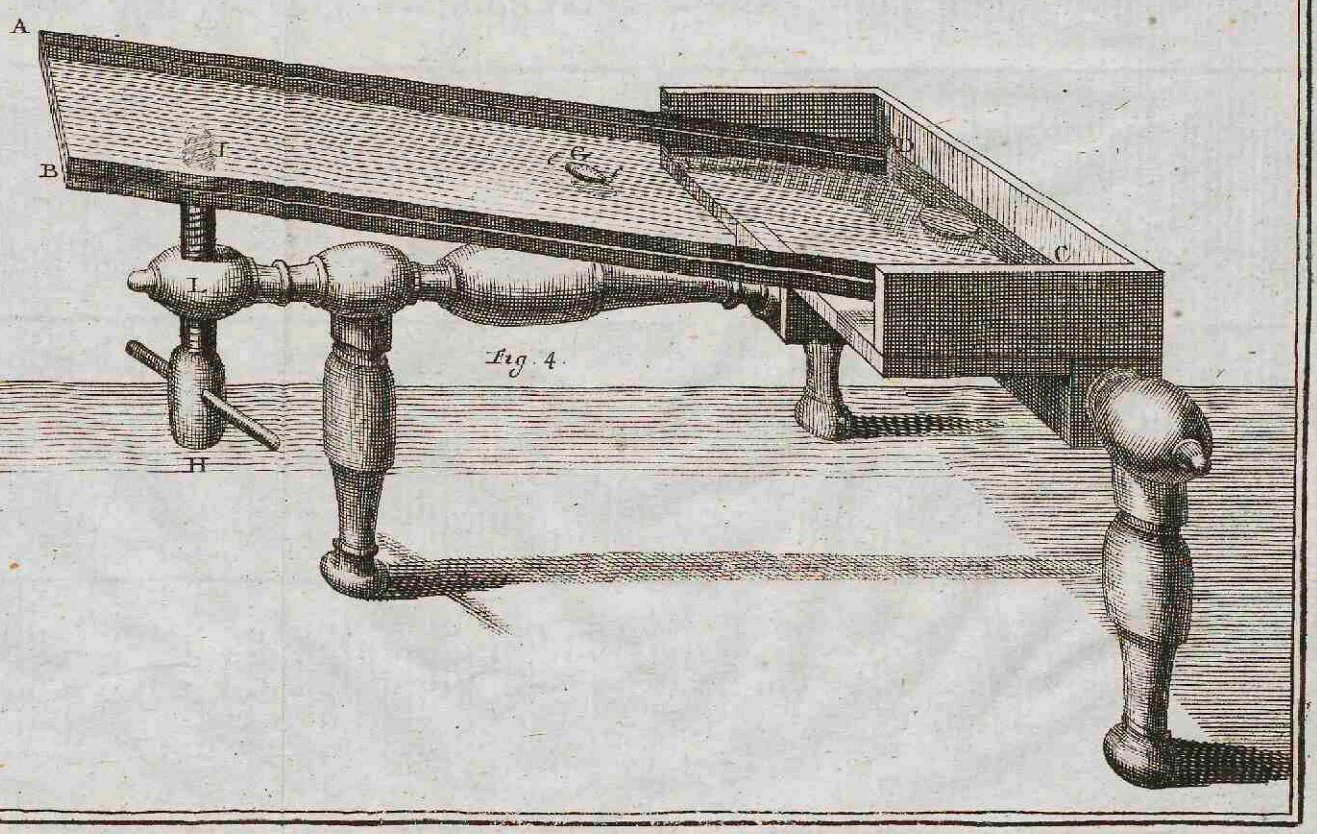


Fig. 4.

Fig. 1.

Fig. 2.

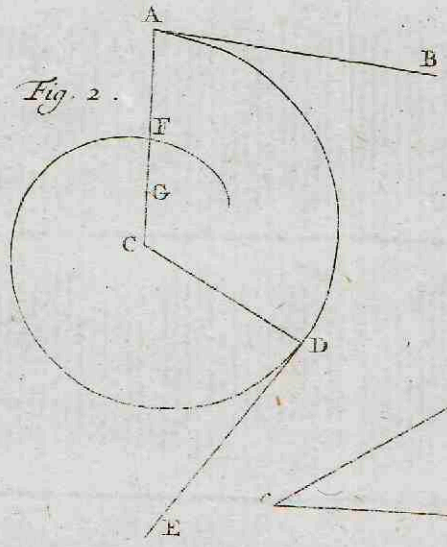


Fig. 3.

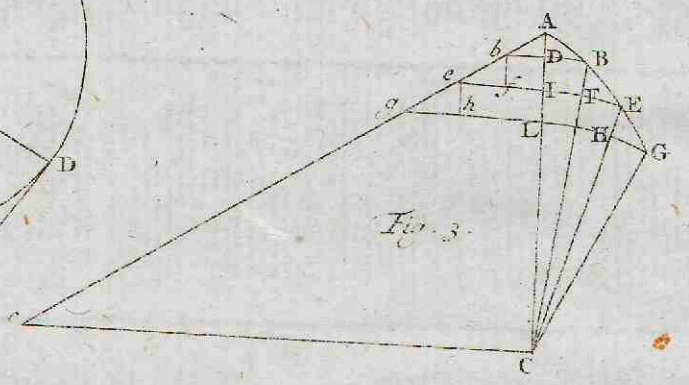


Fig. 4.

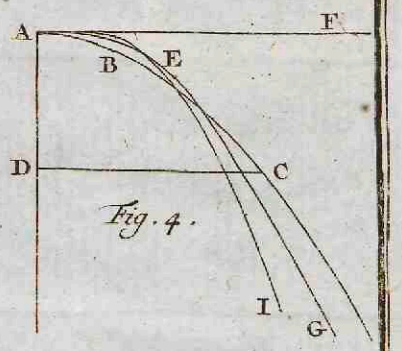


Fig. 8.

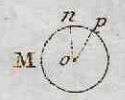


Fig. 5.

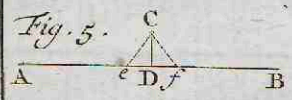
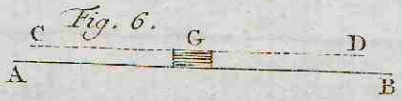


Fig. 6.



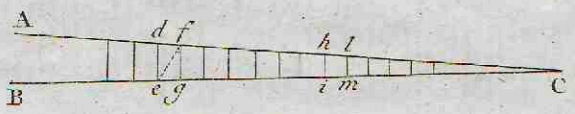


Fig. 7.

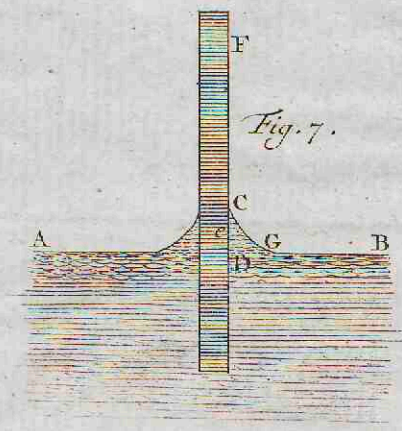


Fig. 9.

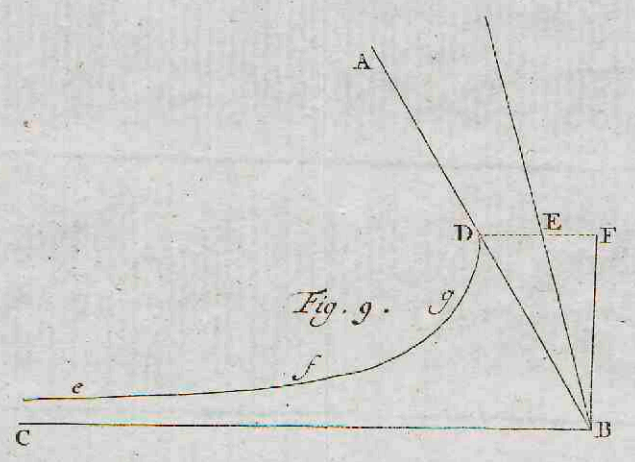


Fig. 11.

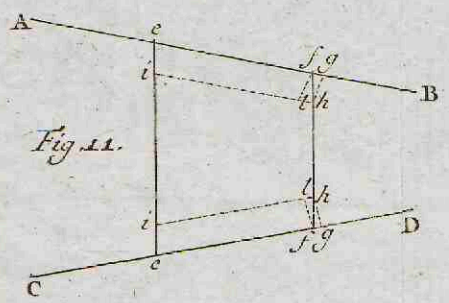
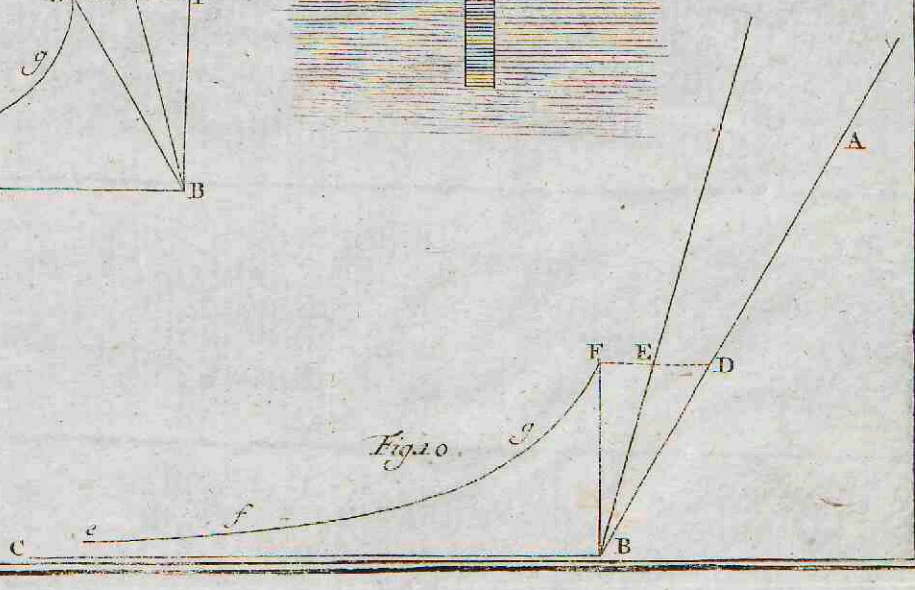


Fig. 10.



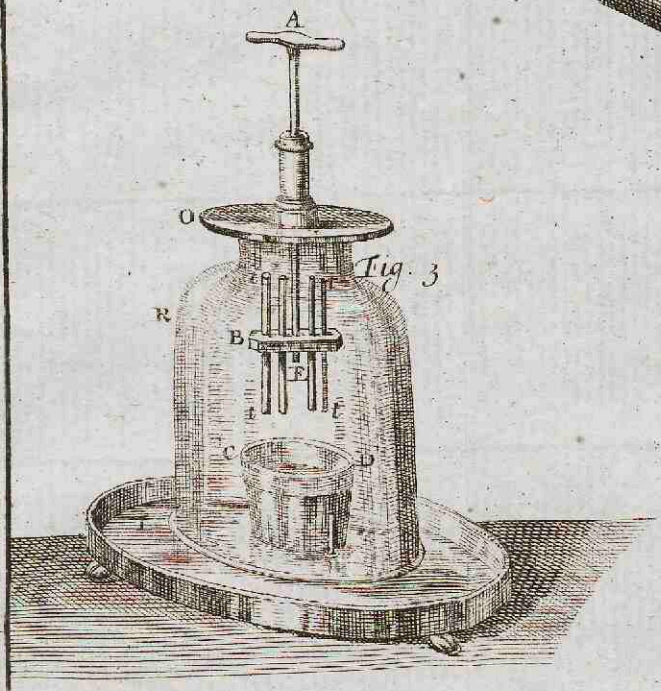


Fig. 3

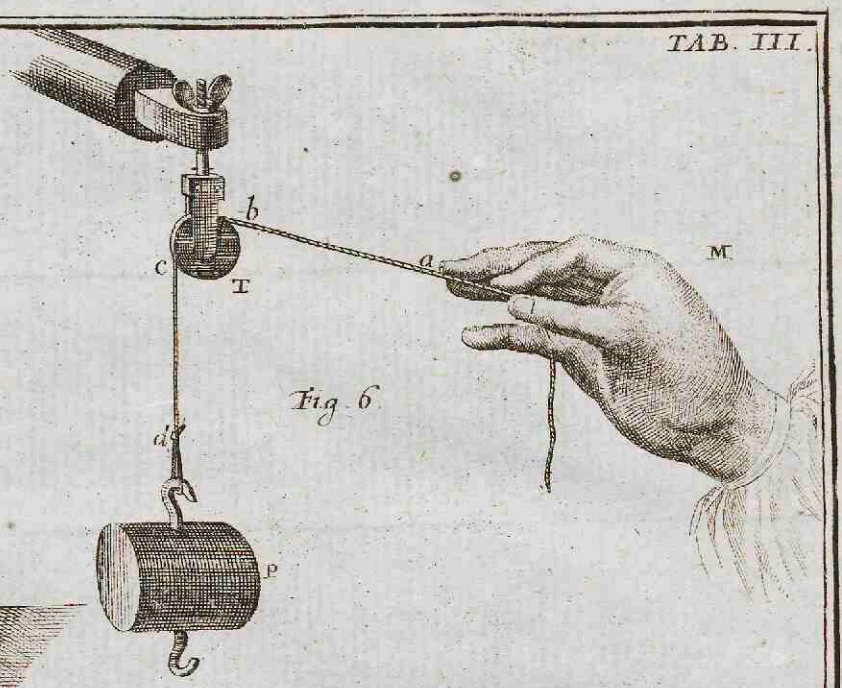


Fig. 6

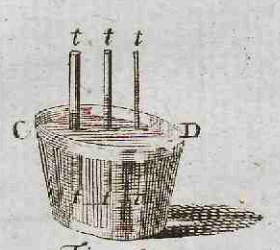


Fig. 2.

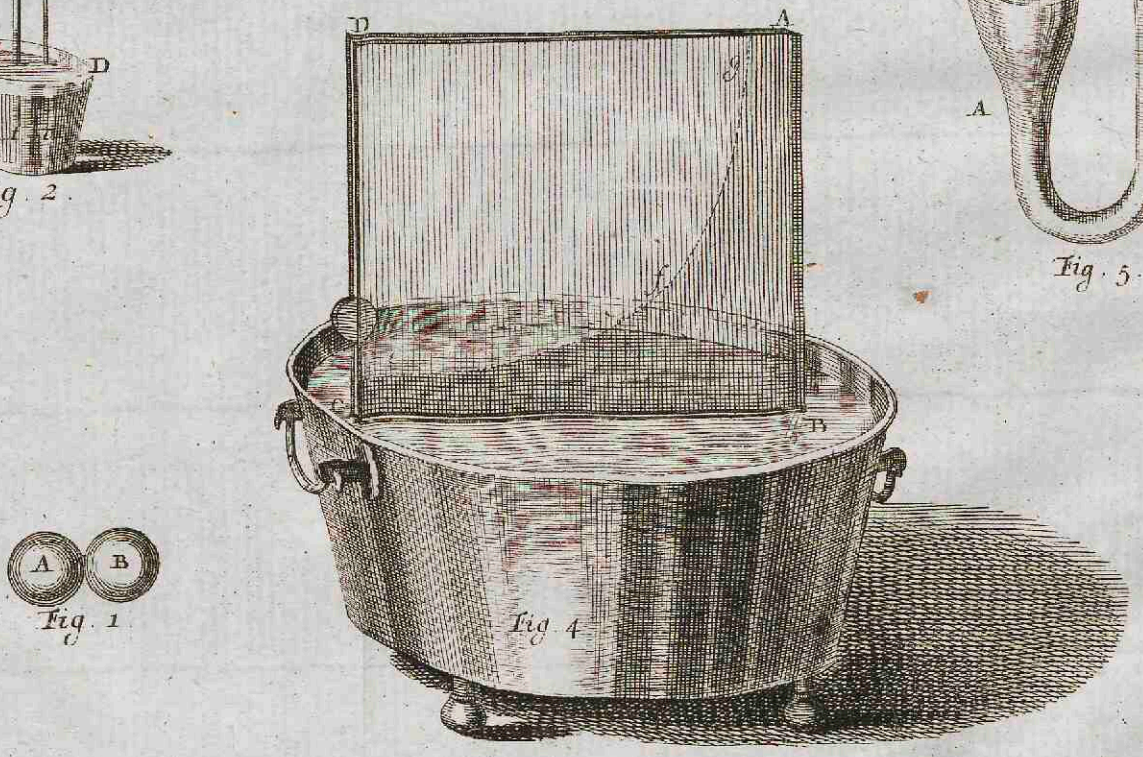


Fig. 4

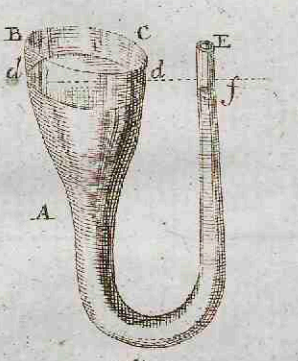
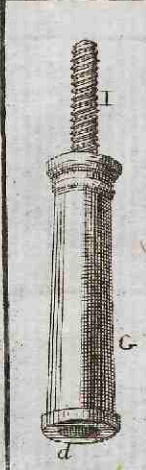


Fig. 5.

Fig. 1



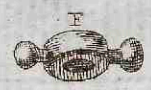


Fig. 5

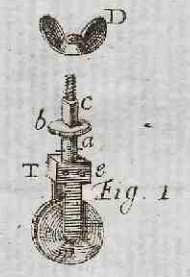


Fig. 1

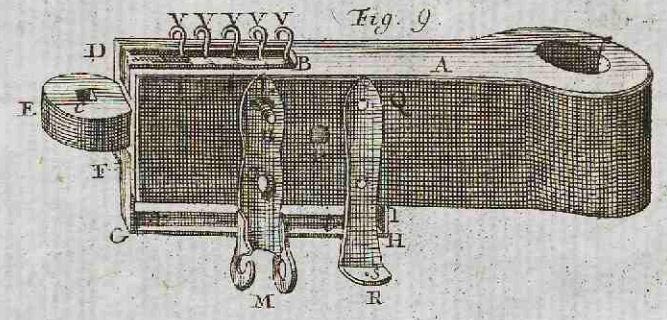
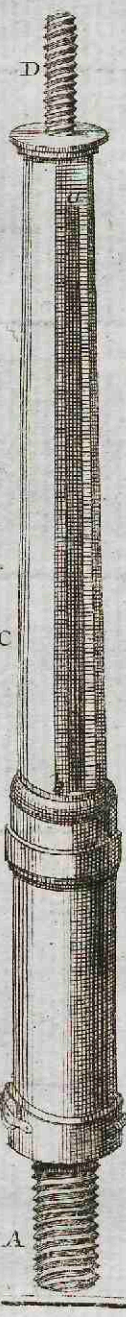


Fig. 9



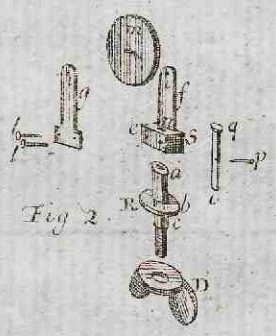


Fig. 2

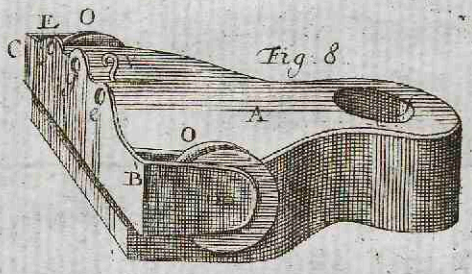
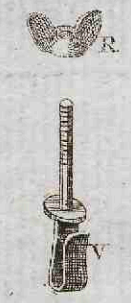


Fig. 8



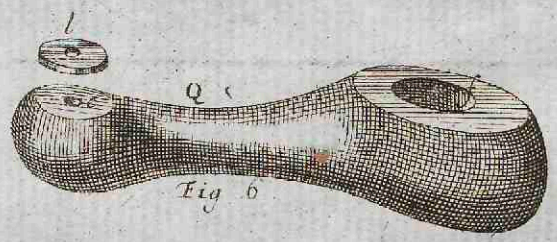


Fig. 6

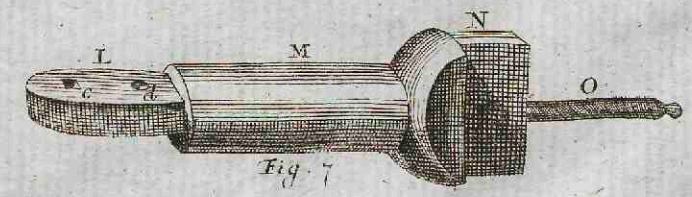
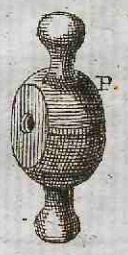


Fig. 7



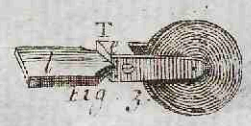


Fig. 3

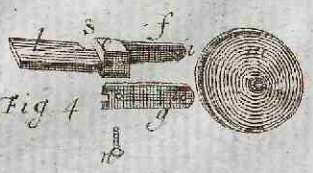
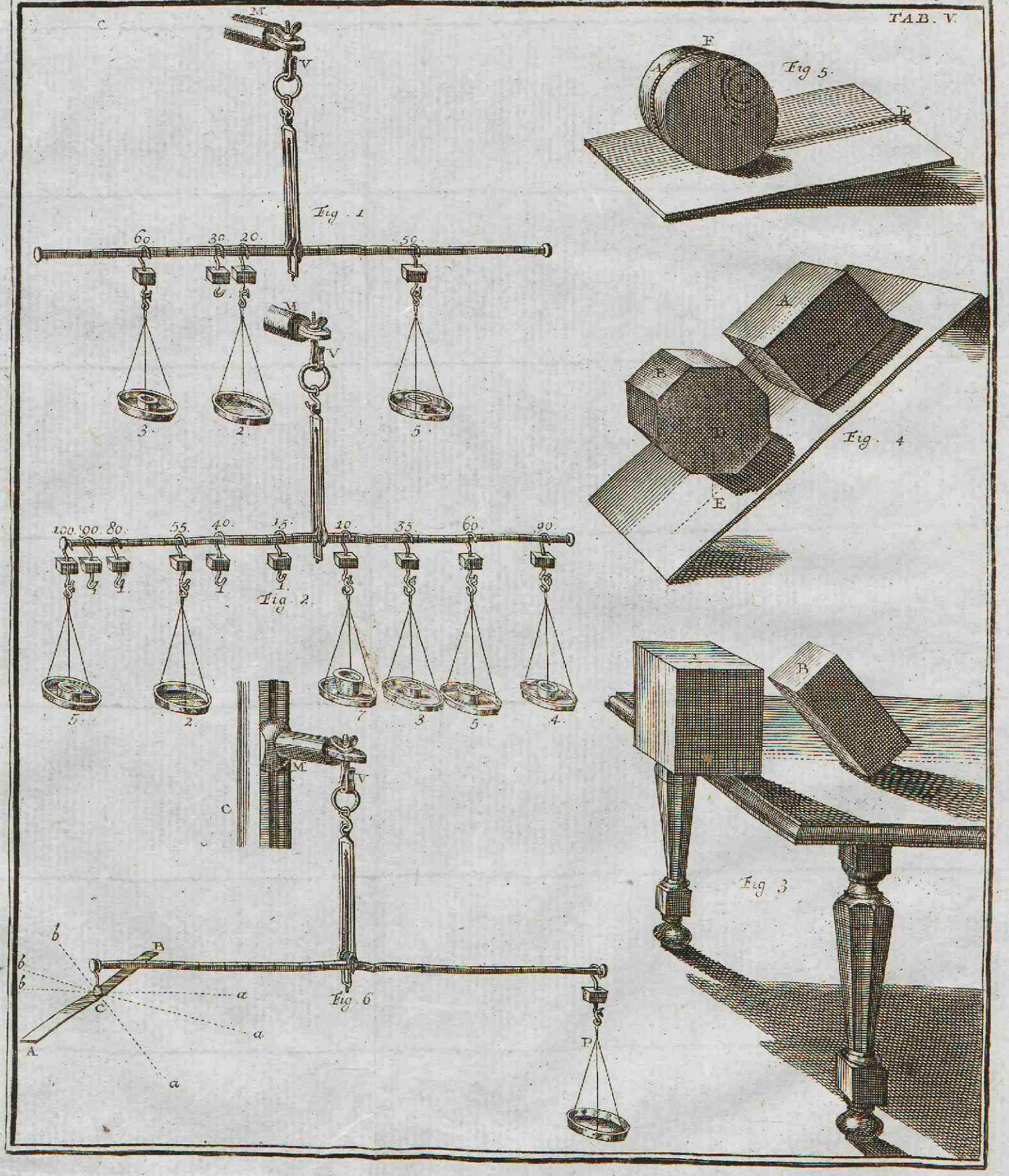
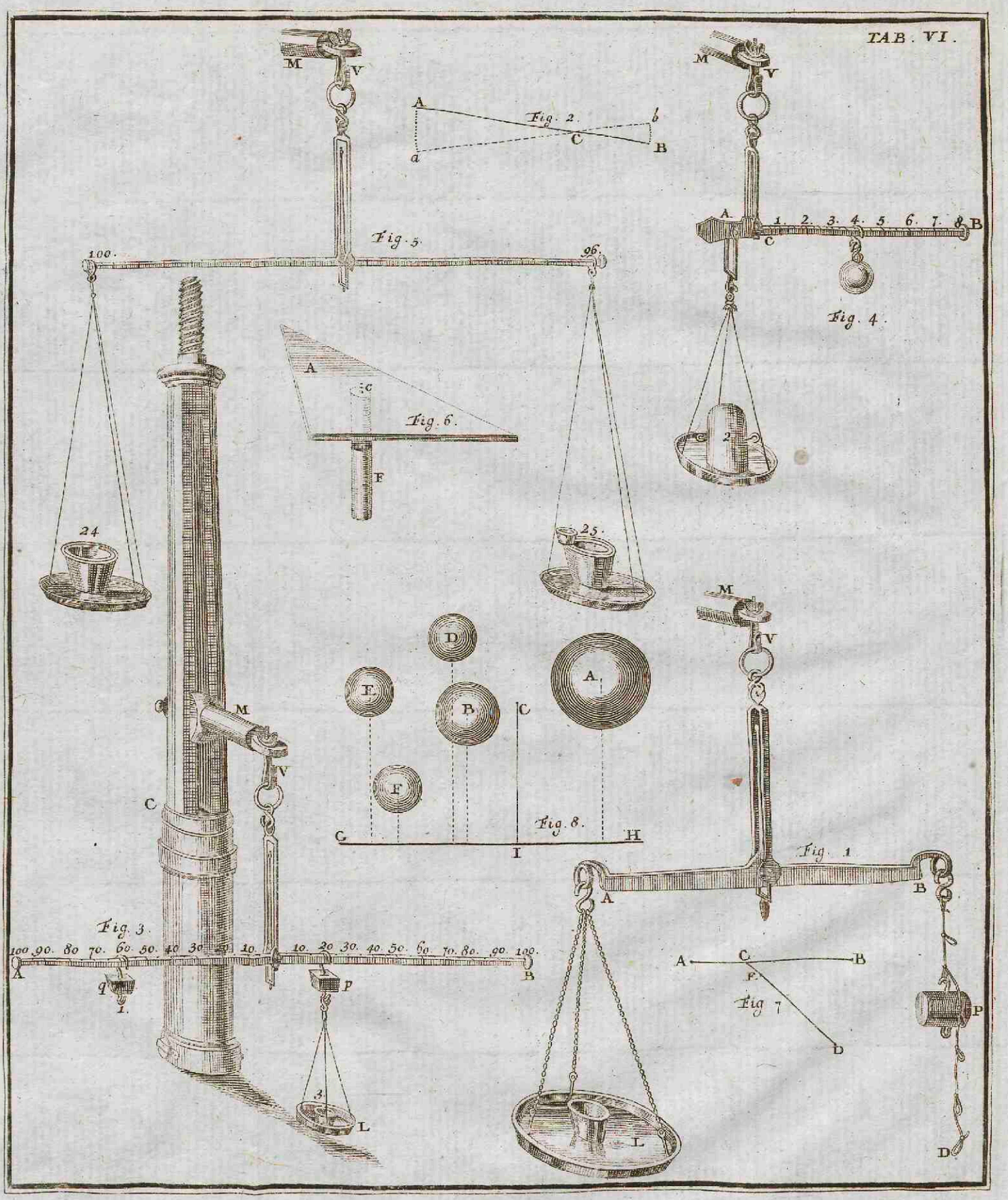


Fig. 4

TAB. V.


M
V
60.
30.
20.
50.
3.
2.
5.
Fig. 1
100. 90. 80.
55.
40.
15.
10.
35.
60.
90.
5.
2.
7.
3.
5.
4.
1.
Fig. 2
C
M
V
b
b
b
B
a
a
a
C
A
Fig. 6
P
F
A
E
Fig. 5
A
B
D
E
Fig. 4
B
Fig. 3


TAB. VI.
Fig. 1
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7
Fig. 8.
M
V
A
B
C
D
E
F
G
H
I
L
P
q
1.
2.
3.
24
25.
100.
96.
100 90. 80 70. 60. 50. 40 30 20 10. 10. 20 30. 40 50. 60 70. 80. 90. 100.
1. 2. 3. 4. 5 6. 7. 8.

TAB. VII.

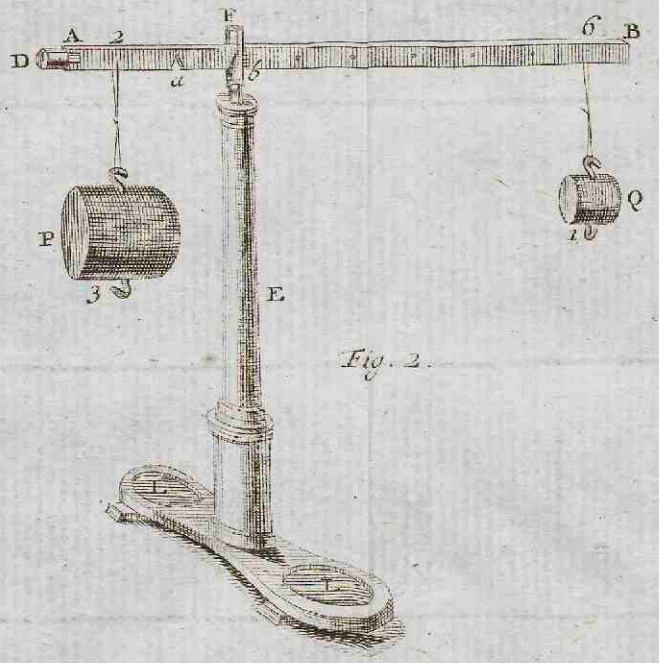


Fig. 2.

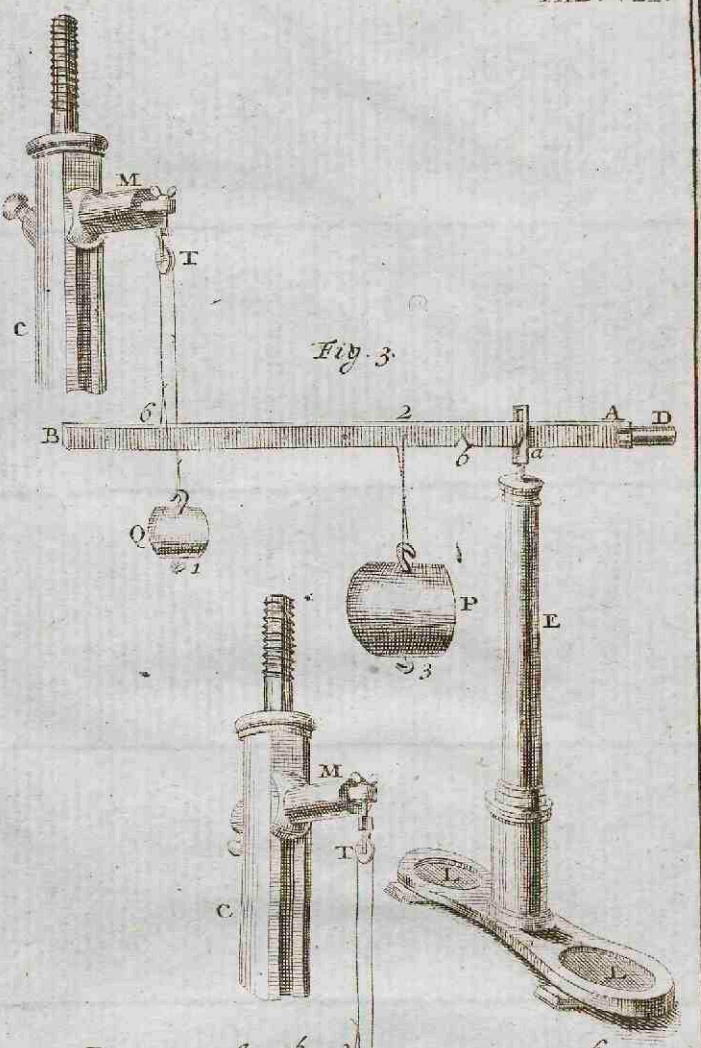


Fig. 3.

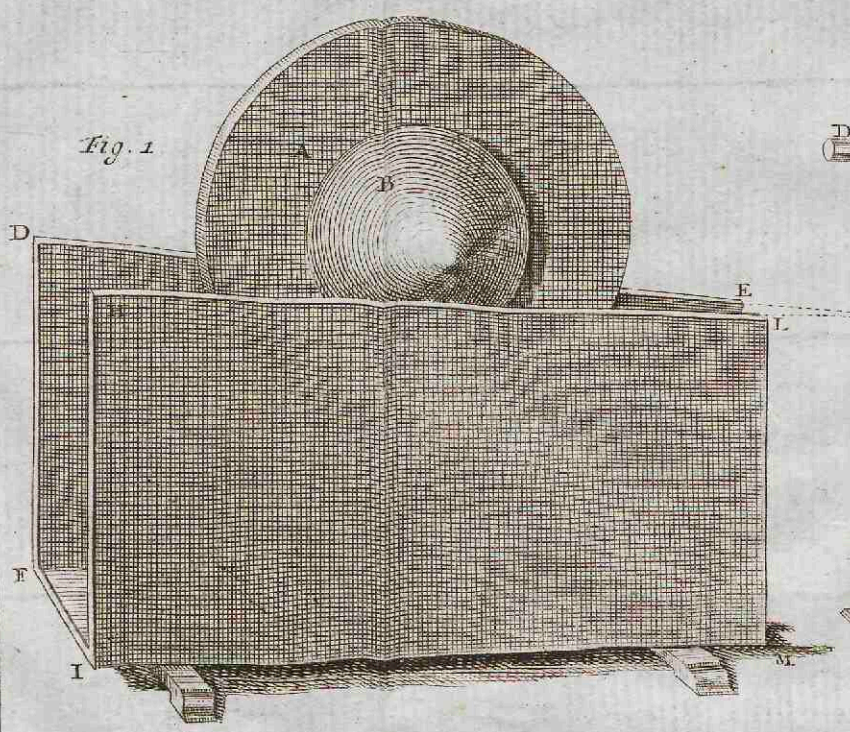


Fig. 1.

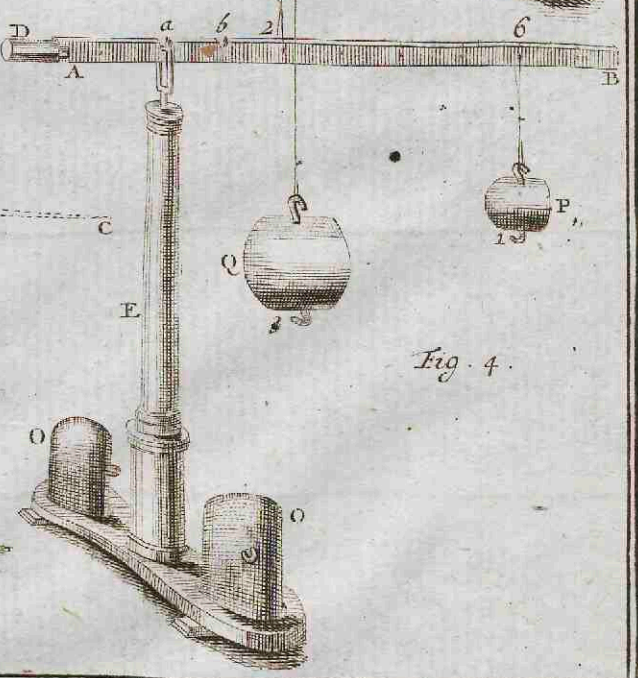
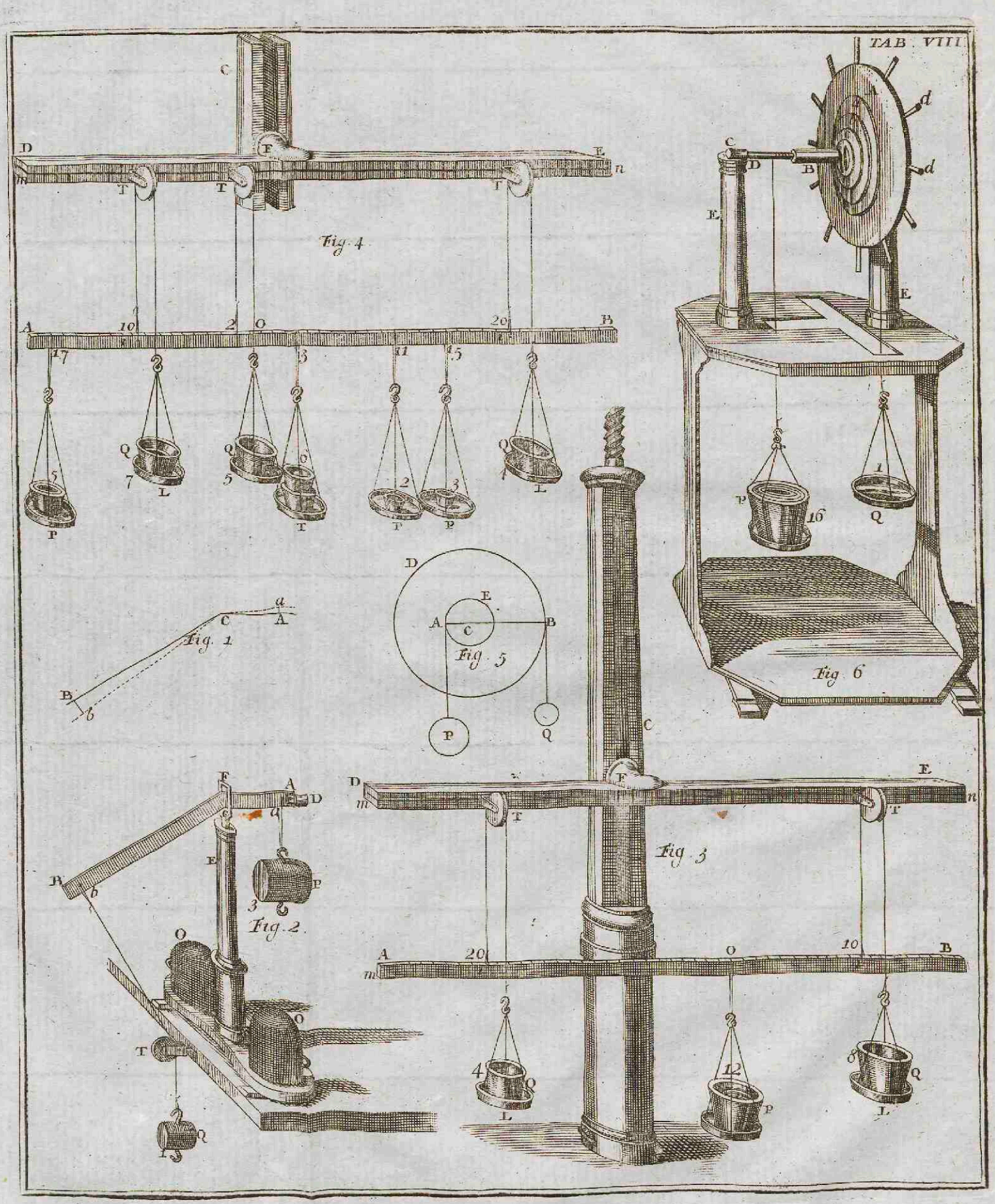


Fig. 4.


TAB. VIII.
Fig. 4
Fig. 1
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 2
Fig. 3

TAB. IX.

Fig. 8.

Fig. 4.

Fig. 2.

Fig. 7.

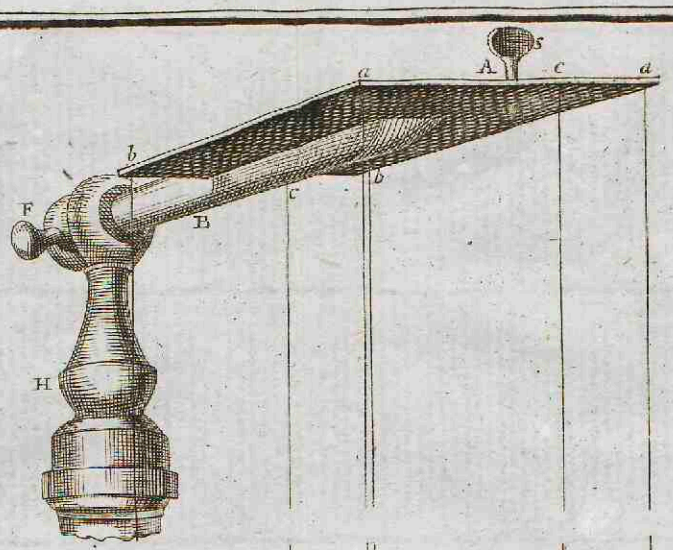
Fig. 6.

Fig. 5

Fig. 3.

Fig. 1.

TAB X



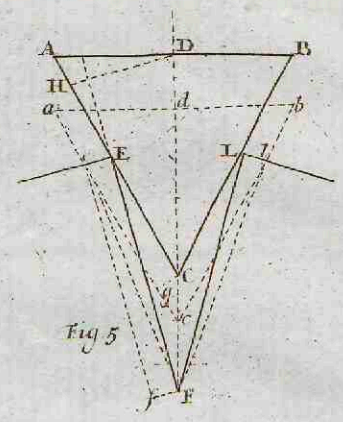


Fig 5

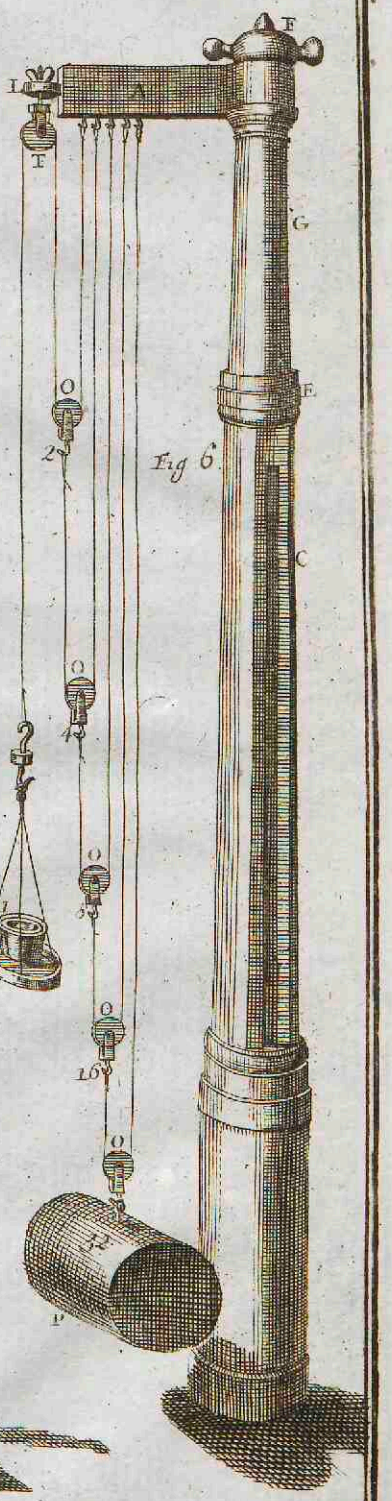
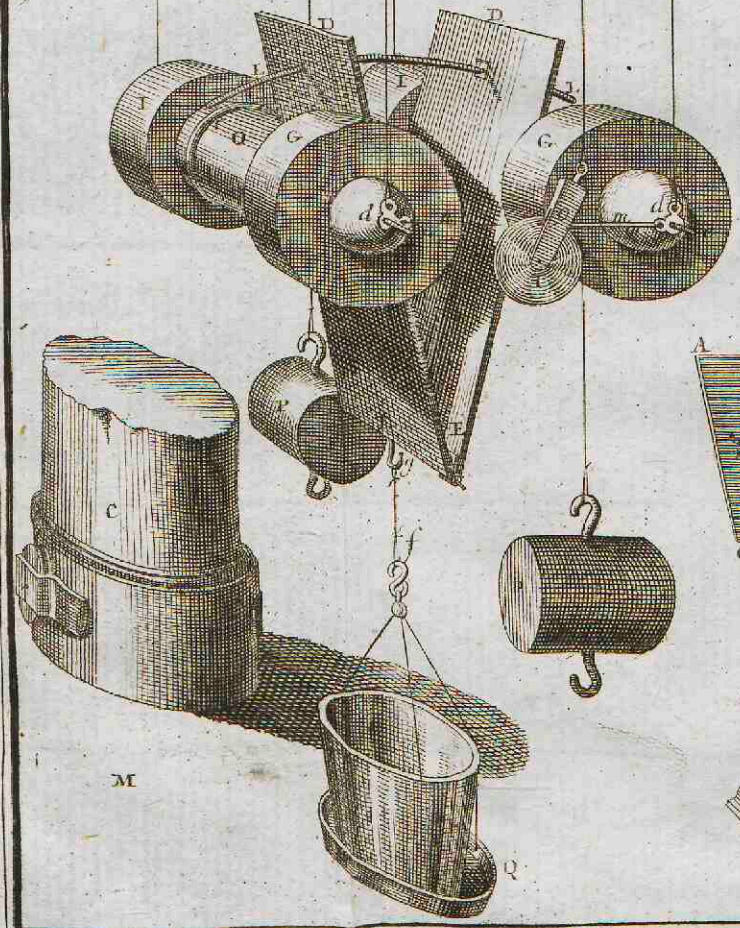


Fig 6

Fig 2.



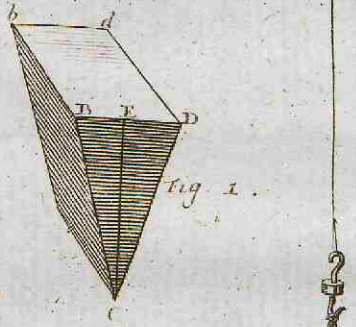


Fig 1.

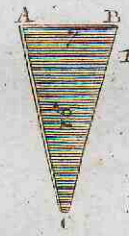


Fig 3.

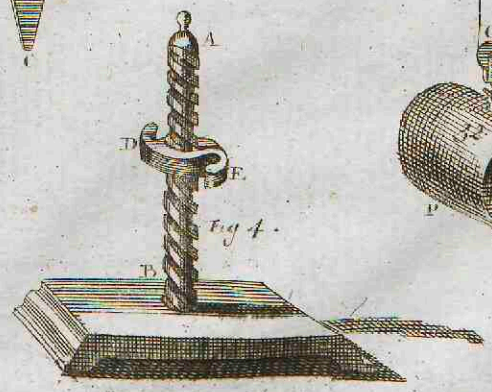


Fig 4.

TAB XI.

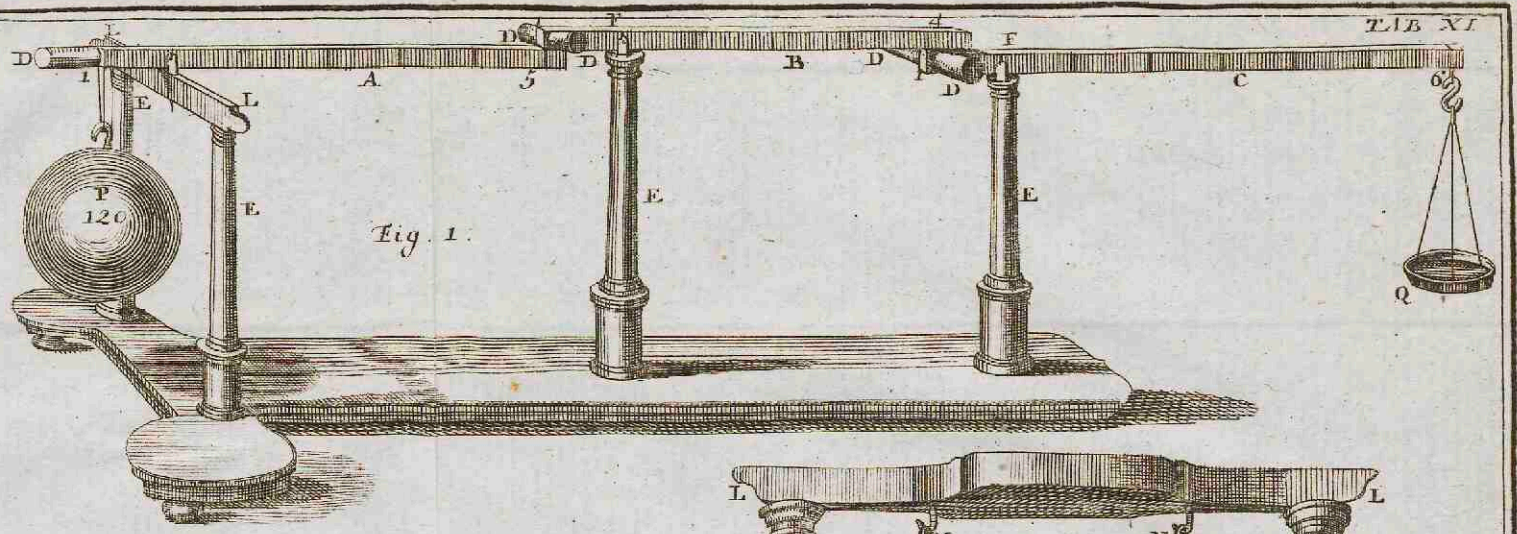


Fig. 1.

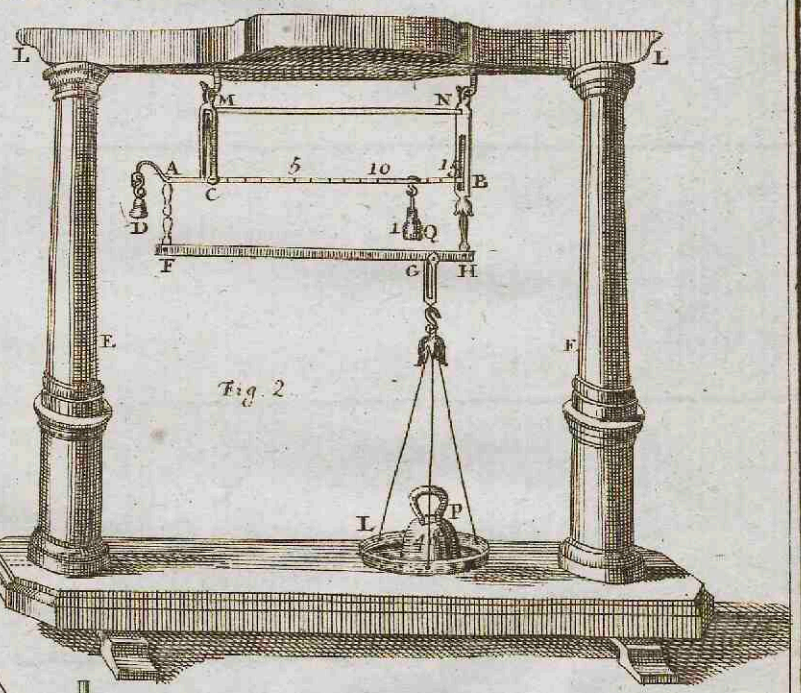


Fig. 2

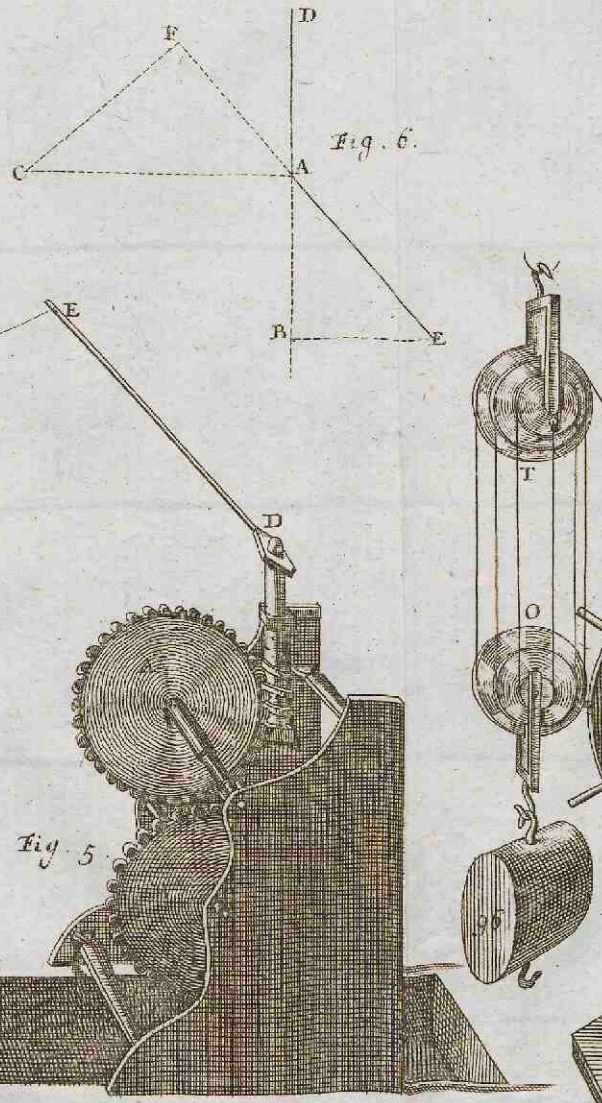


Fig. 6.

Fig. 5

Fig. 4

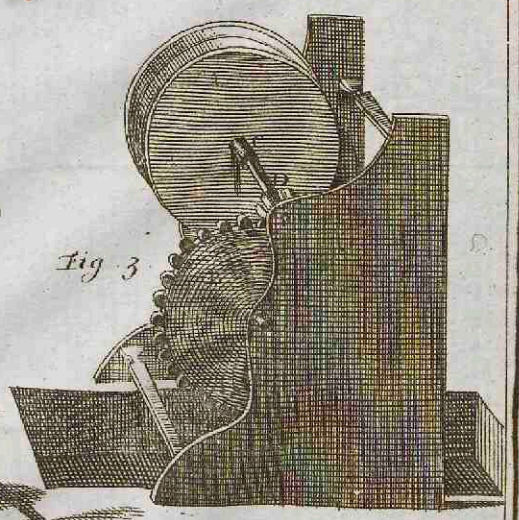


Fig. 3

TAB. XII.

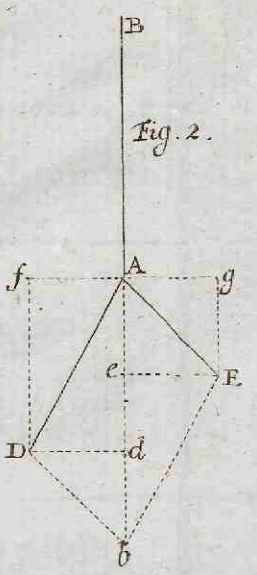


Fig. 2.

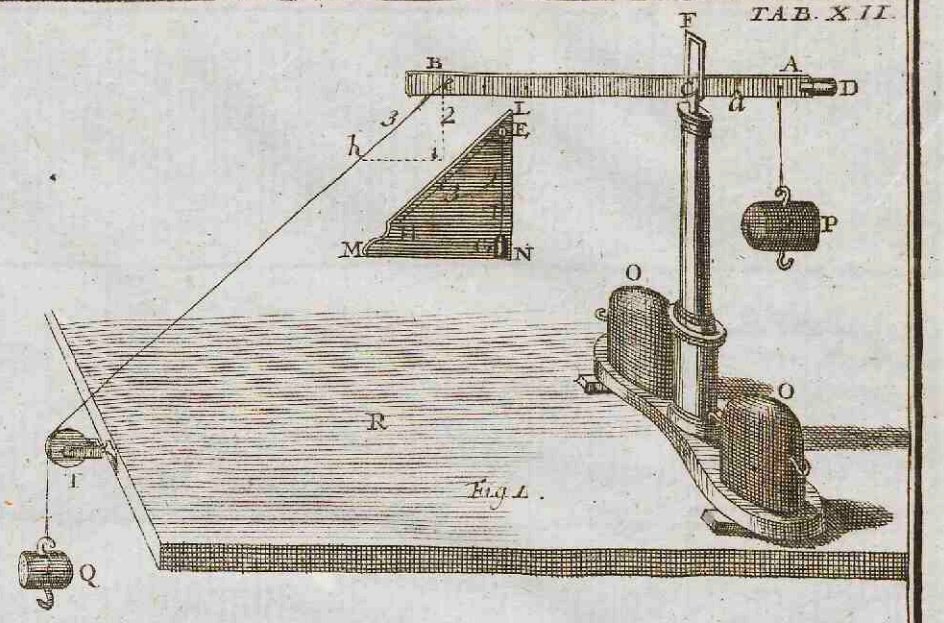


Fig. 1.

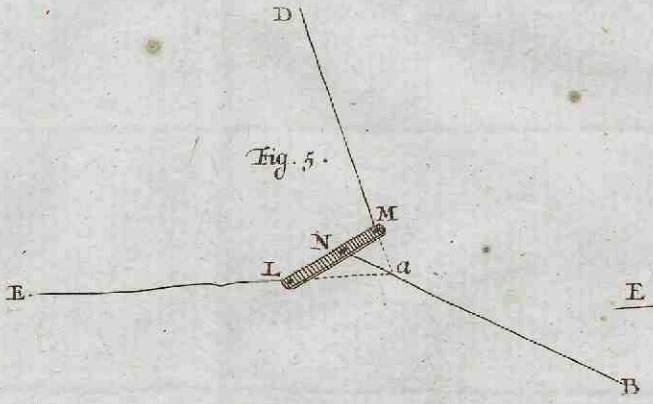


Fig. 5.

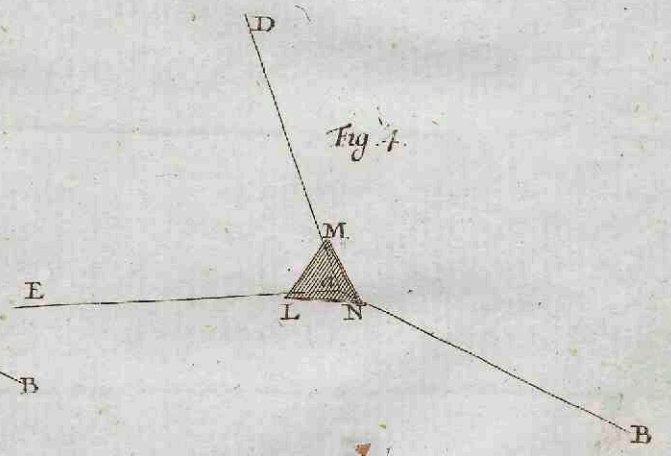


Fig. 4.

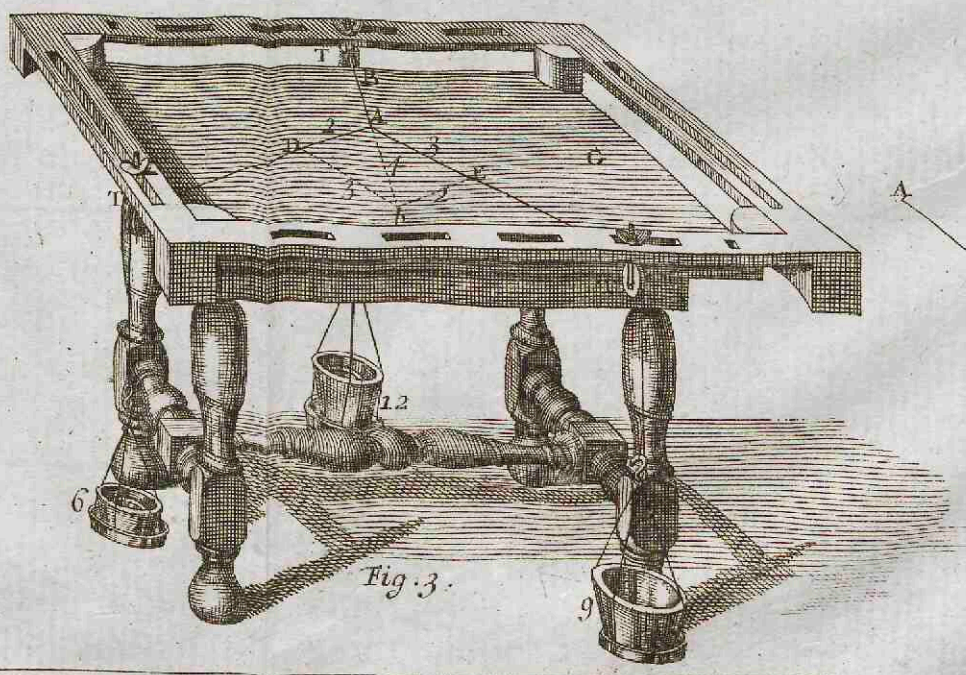


Fig. 3.

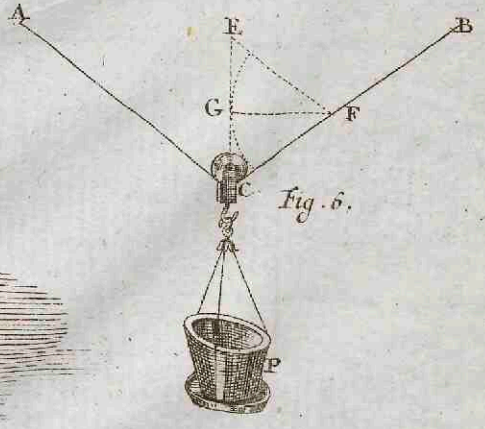


Fig. 6.

TAB. XIII

Fig. 2.

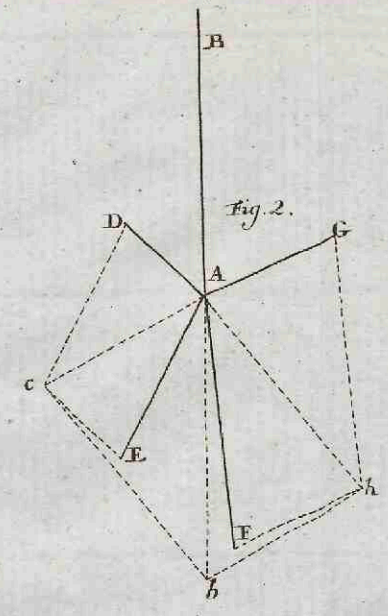
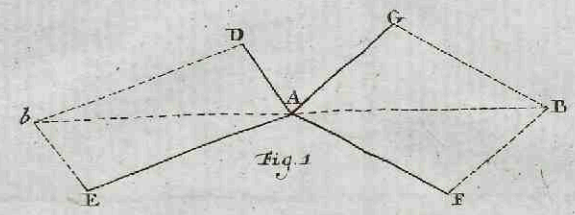


Fig. 1



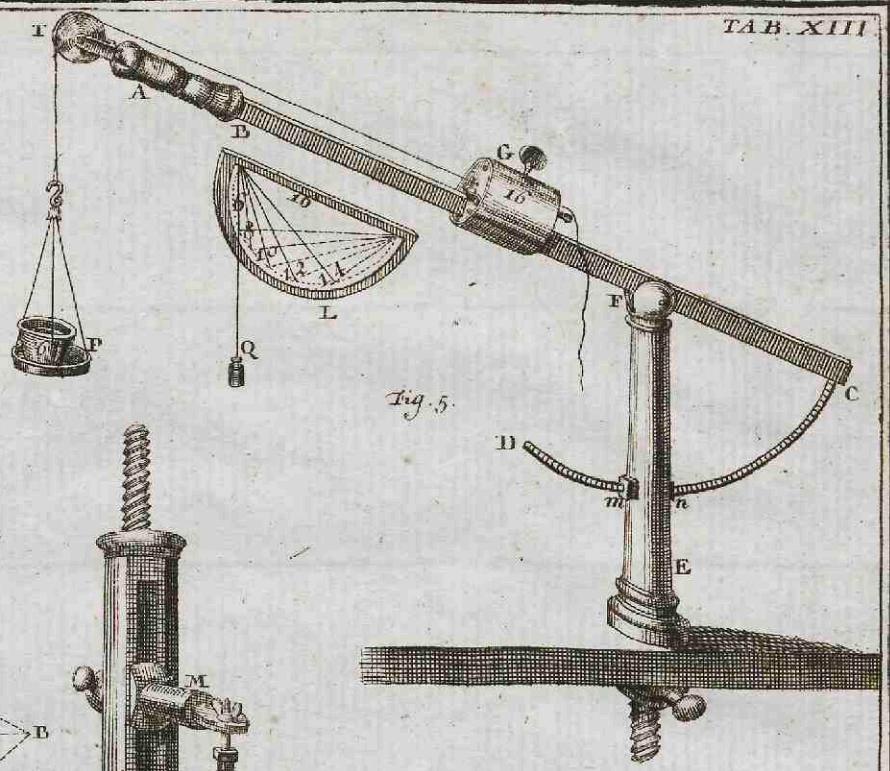
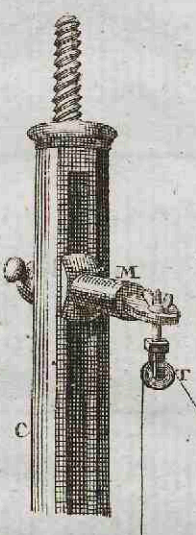


Fig. 5.



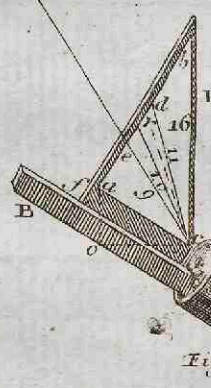


Fig. 6.

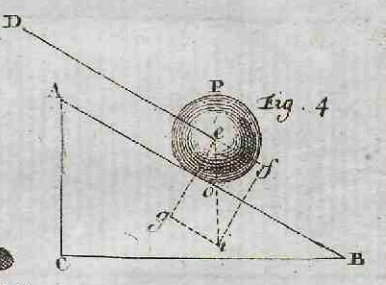
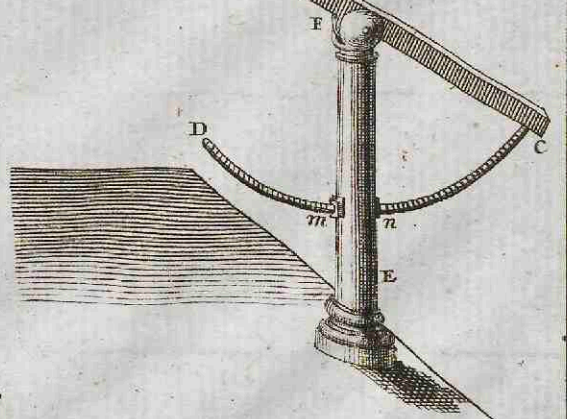


Fig. 4



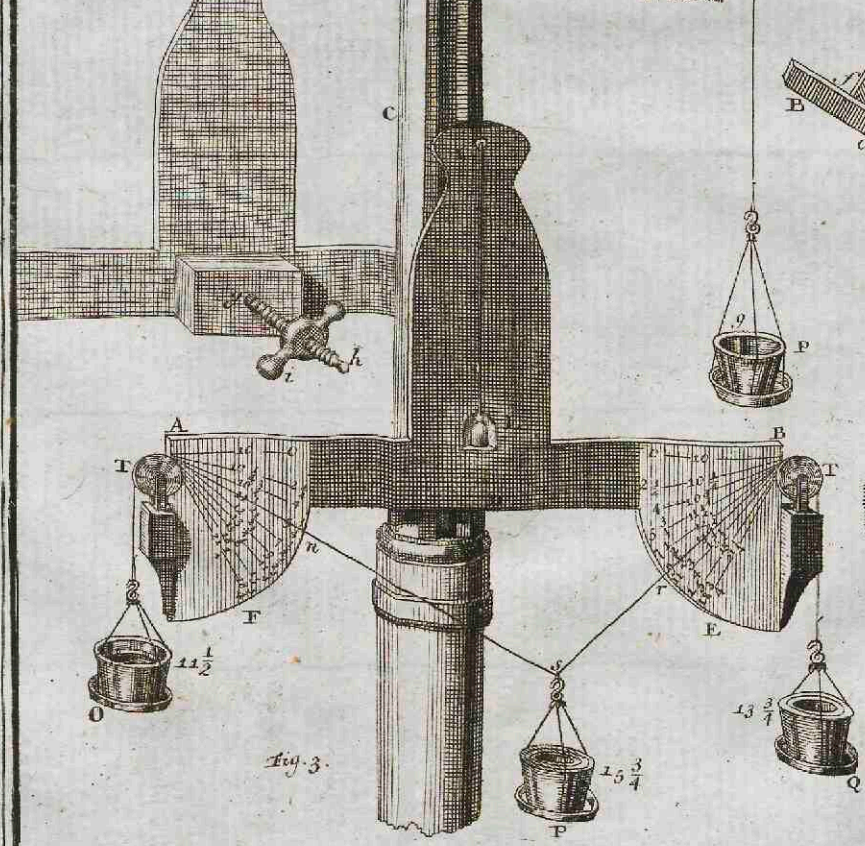


Fig. 3.

Fig. 5.

Fig. 3.

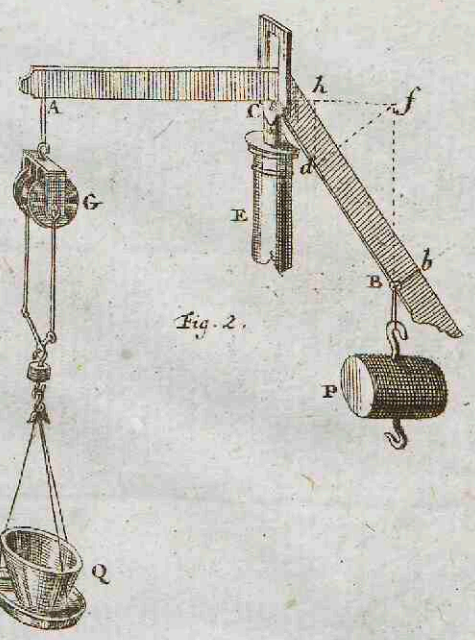


Fig. 2.

Fig. 1

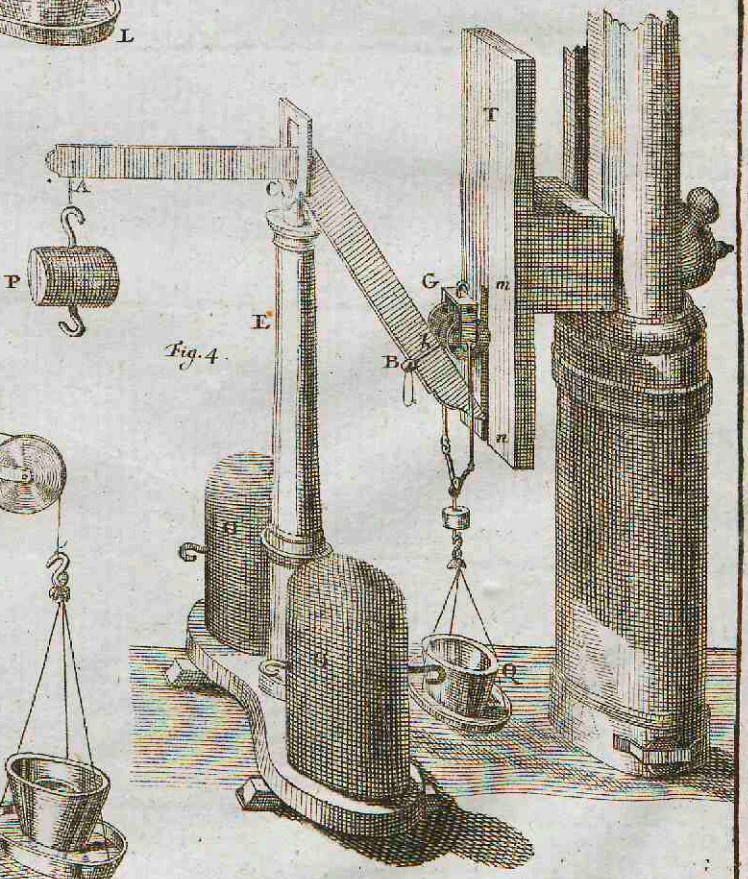


Fig. 4

TAB. XV.

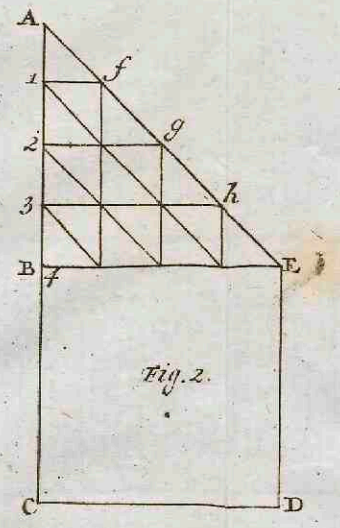


Fig. 2.

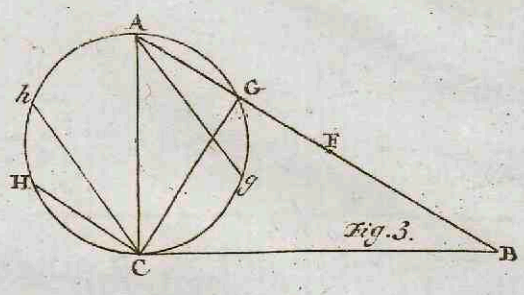


Fig. 3.

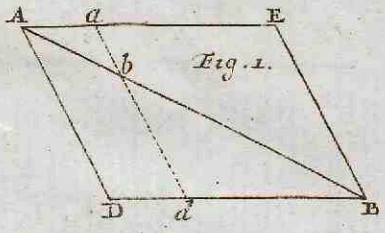


Fig. 1.

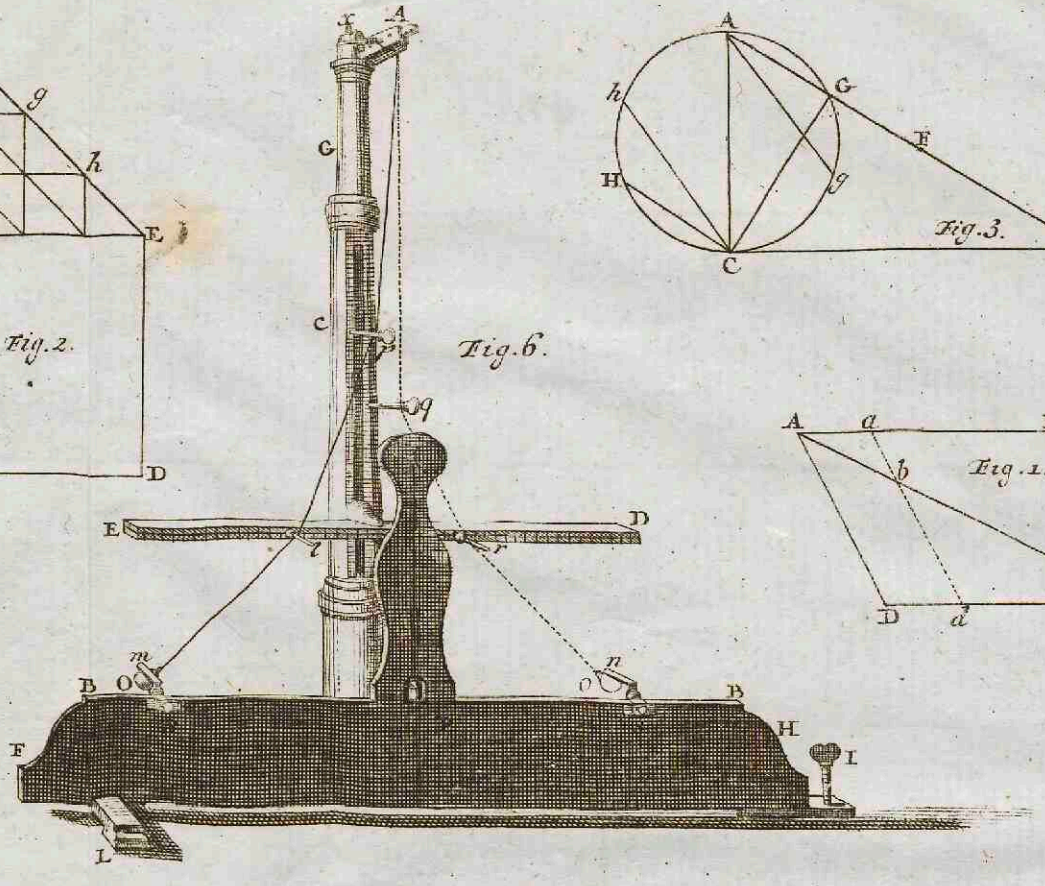


Fig. 6.

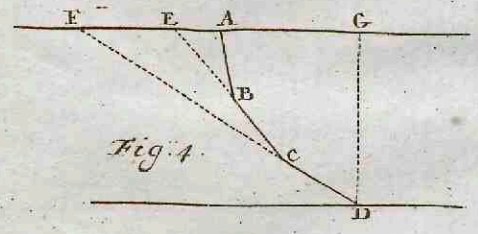


Fig. 4.

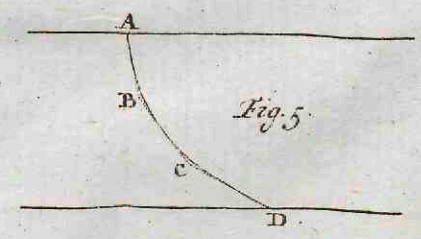


Fig. 5.

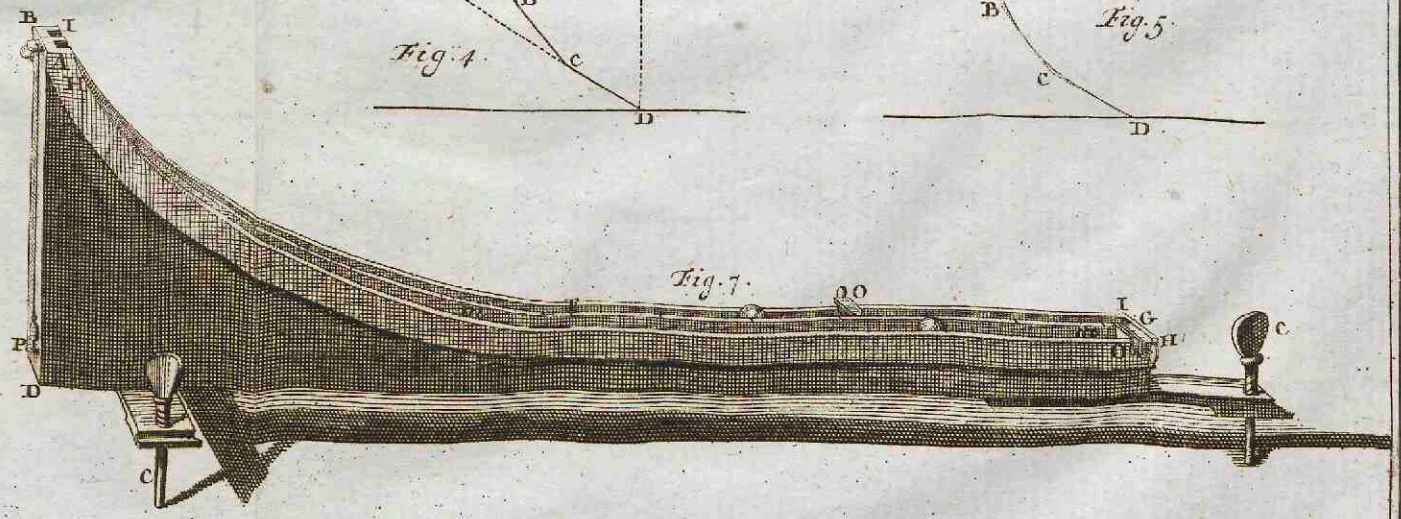


Fig. 7.

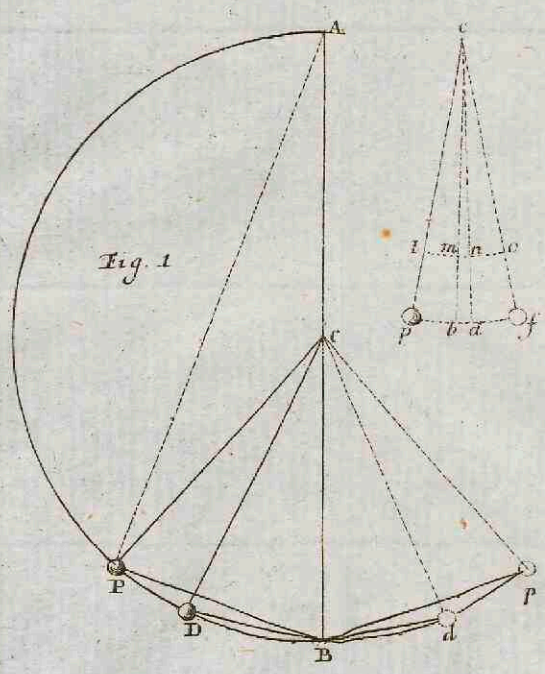
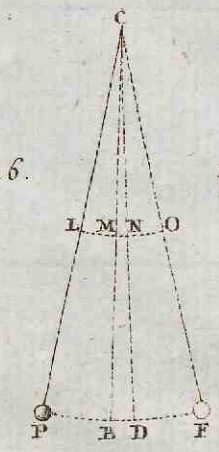


Fig. 1

Fig. 6.



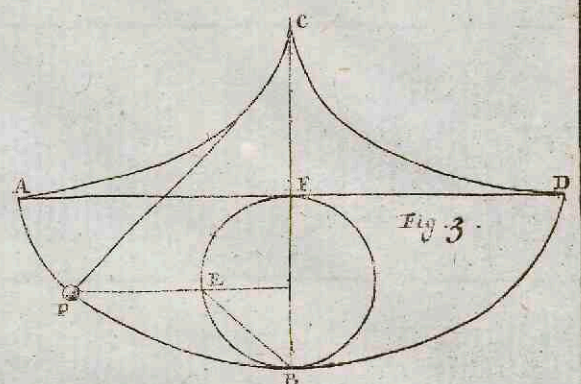


Fig. 3.

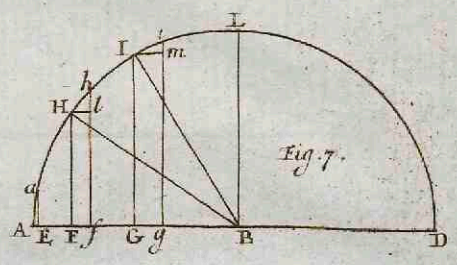


Fig. 7.

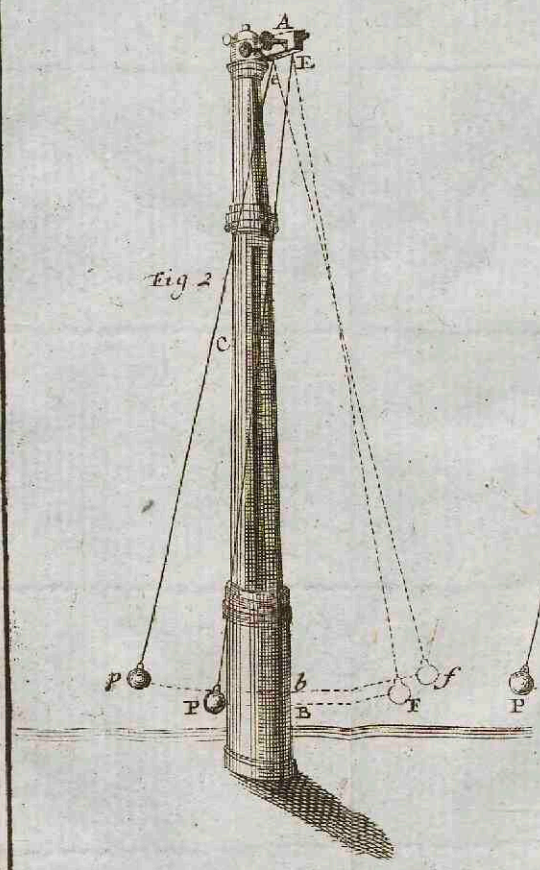


Fig. 2

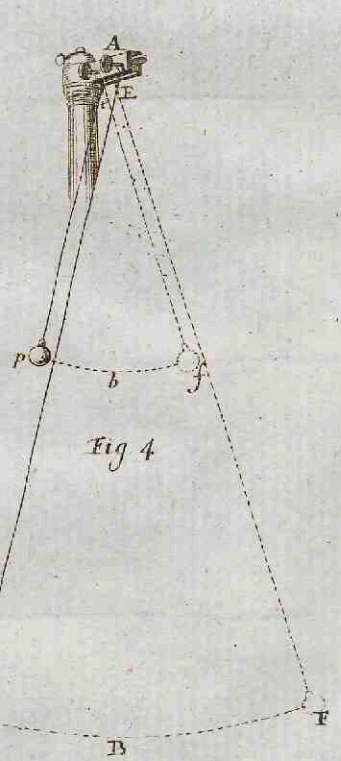


Fig 4

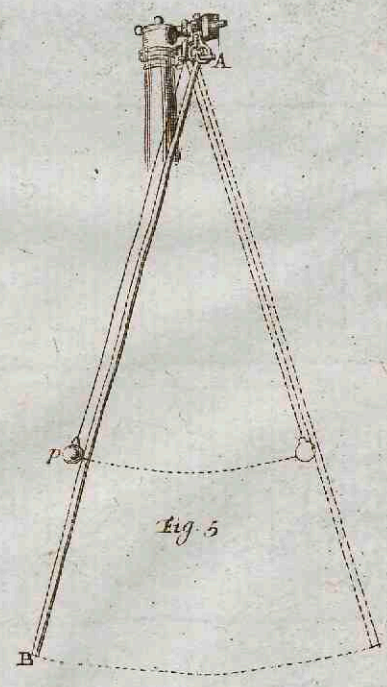


Fig. 5

TAB. XVII.

Fig. 4.

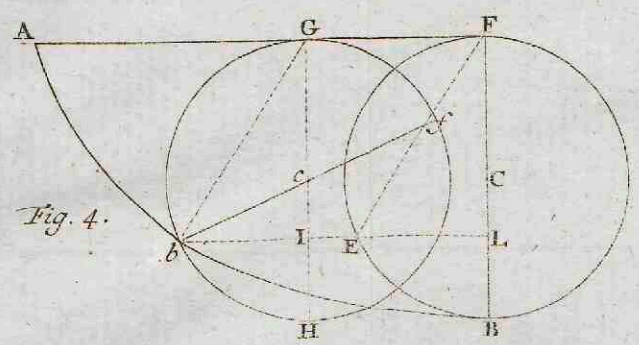


Fig. 6.

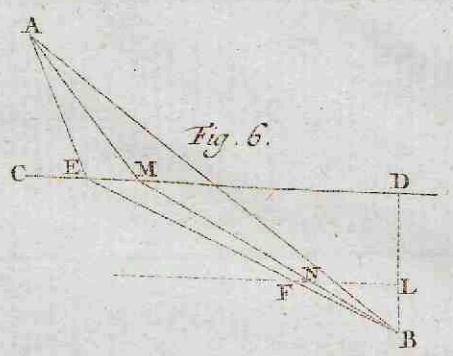


Fig. 2.

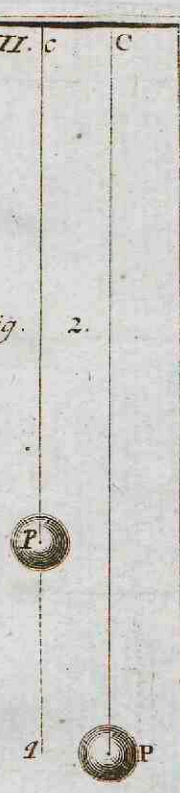


Fig. 5.

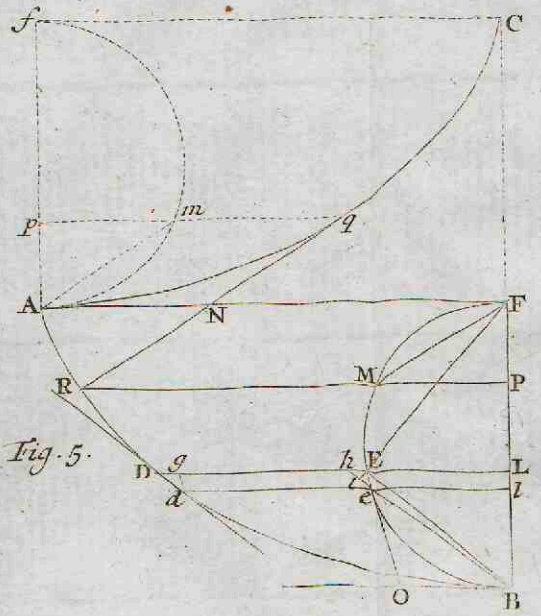


Fig. 7.

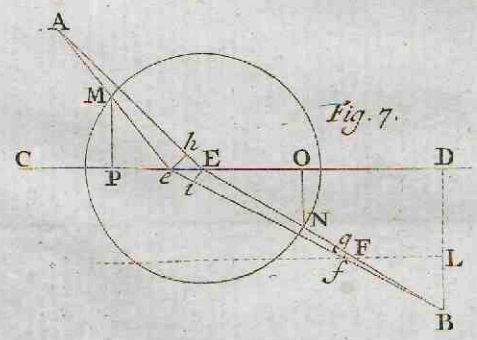


Fig. 8.

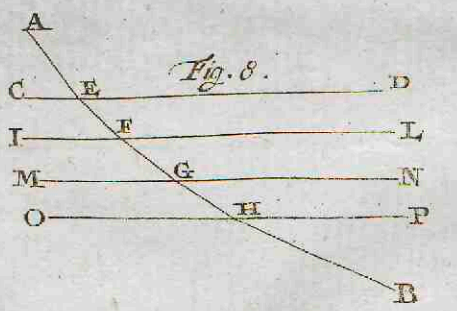


Fig. 1.

Fig. 3.

TAB. XVIII

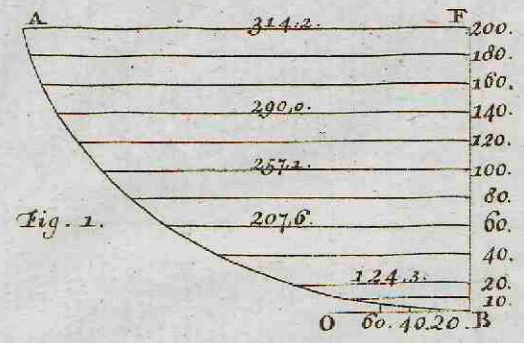


Fig. 1.

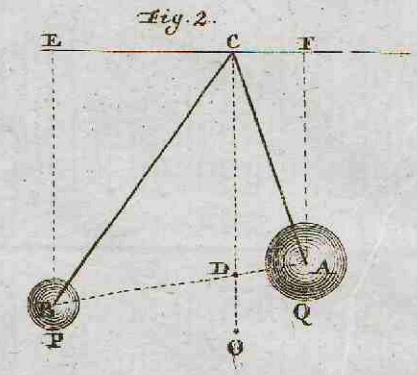


Fig. 2.

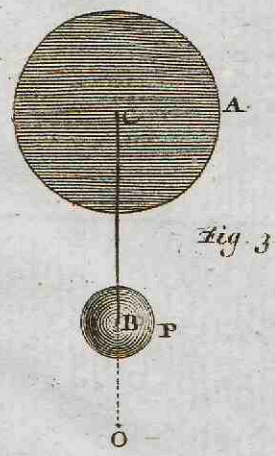


Fig. 3

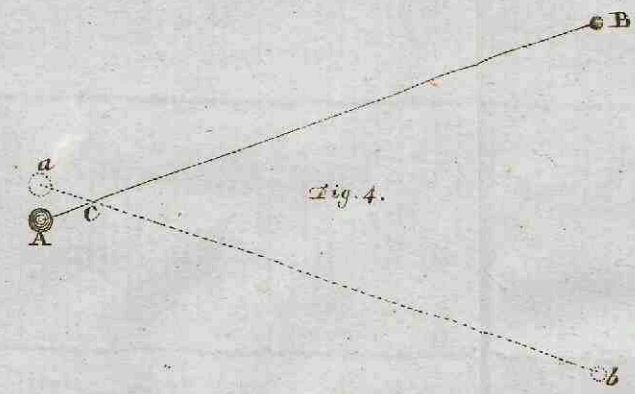


Fig. 4.

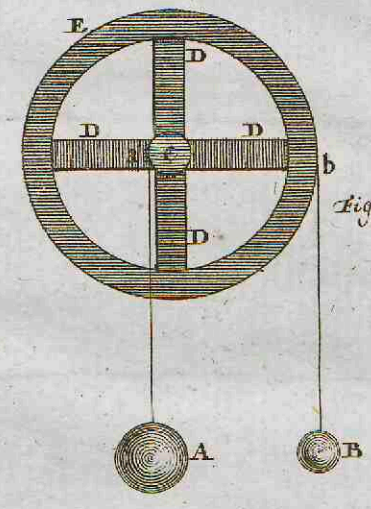


Fig. 6.

Fig. 5

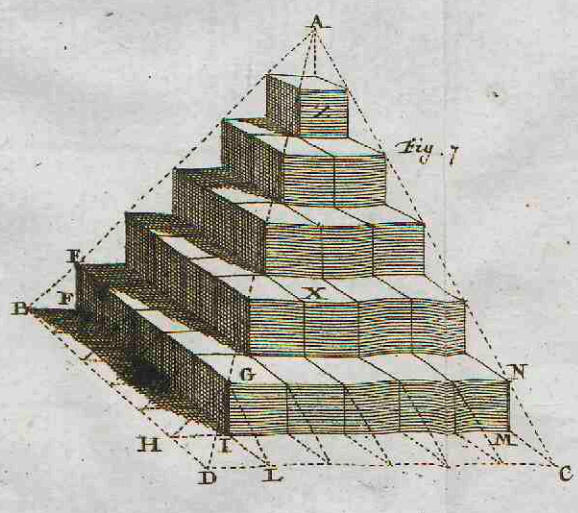


Fig. 7

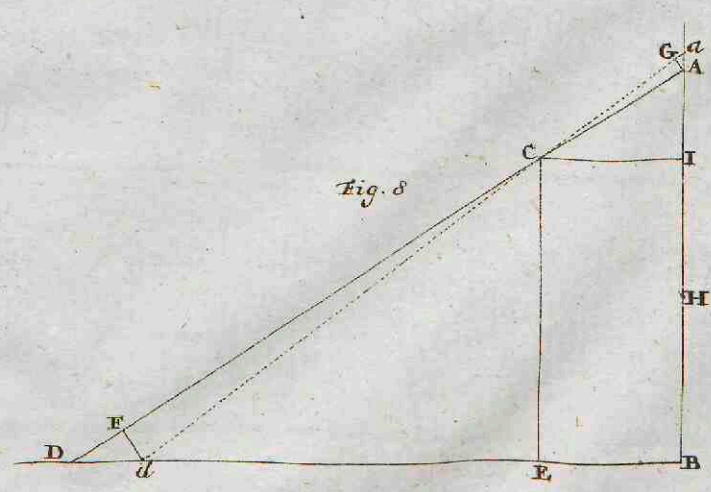


Fig. 8

TAB. XIX

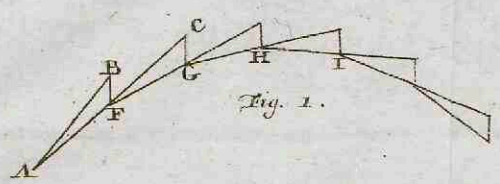


Fig. 1.

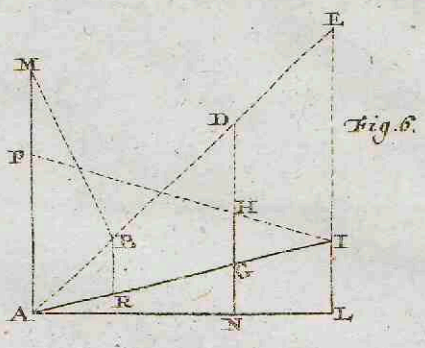


Fig. 6.

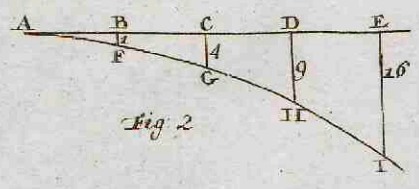


Fig. 2

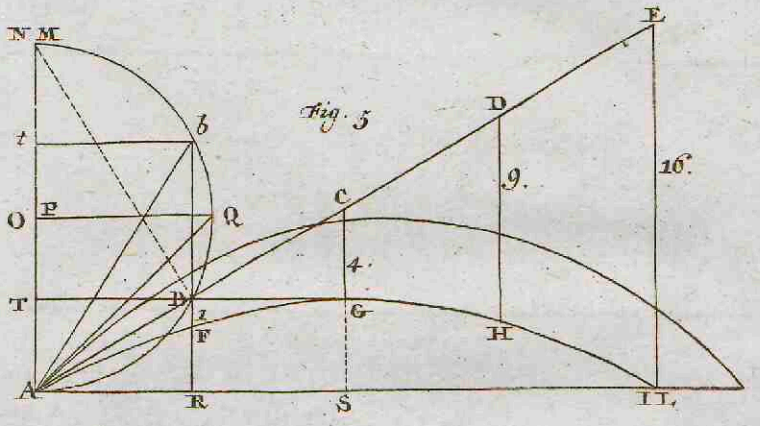


Fig. 5

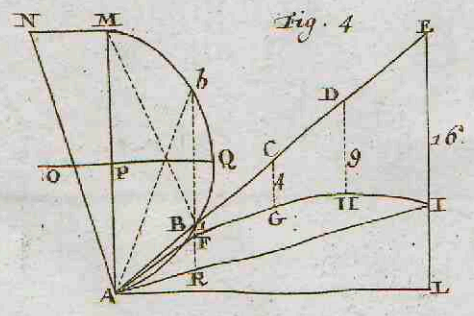


Fig. 4

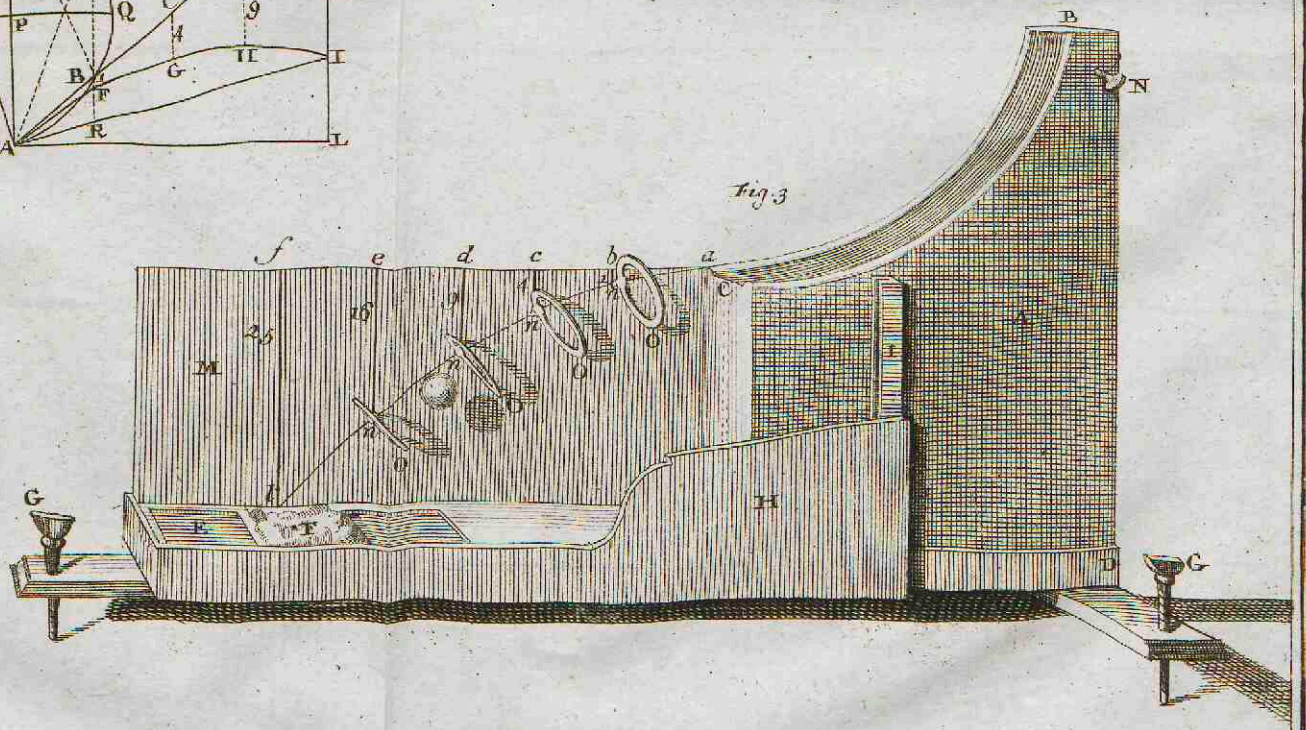
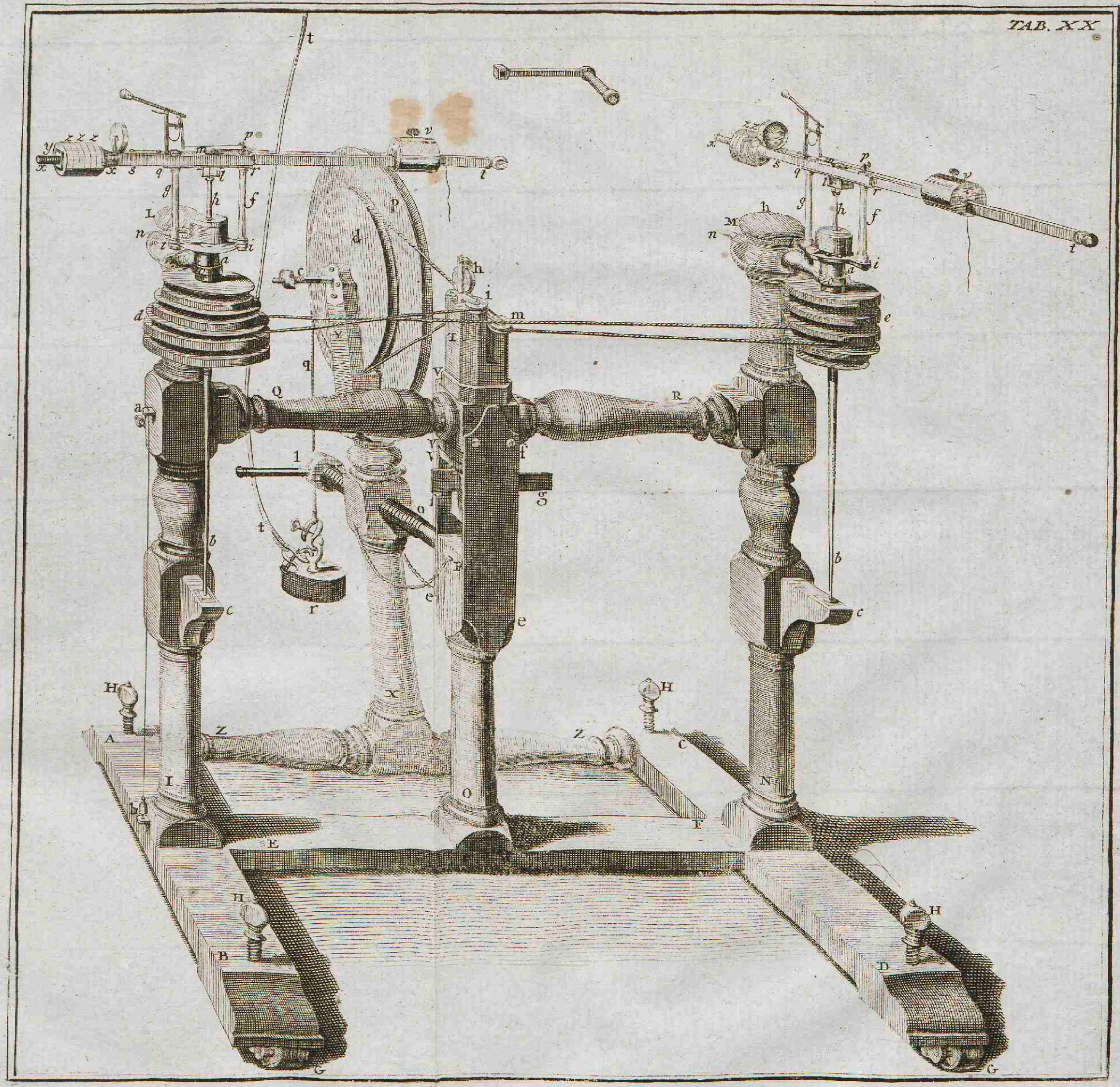


Fig. 3

TAB. XX



TAB XXI

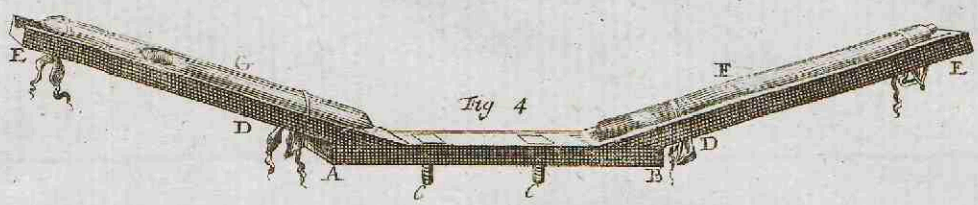


Fig 4

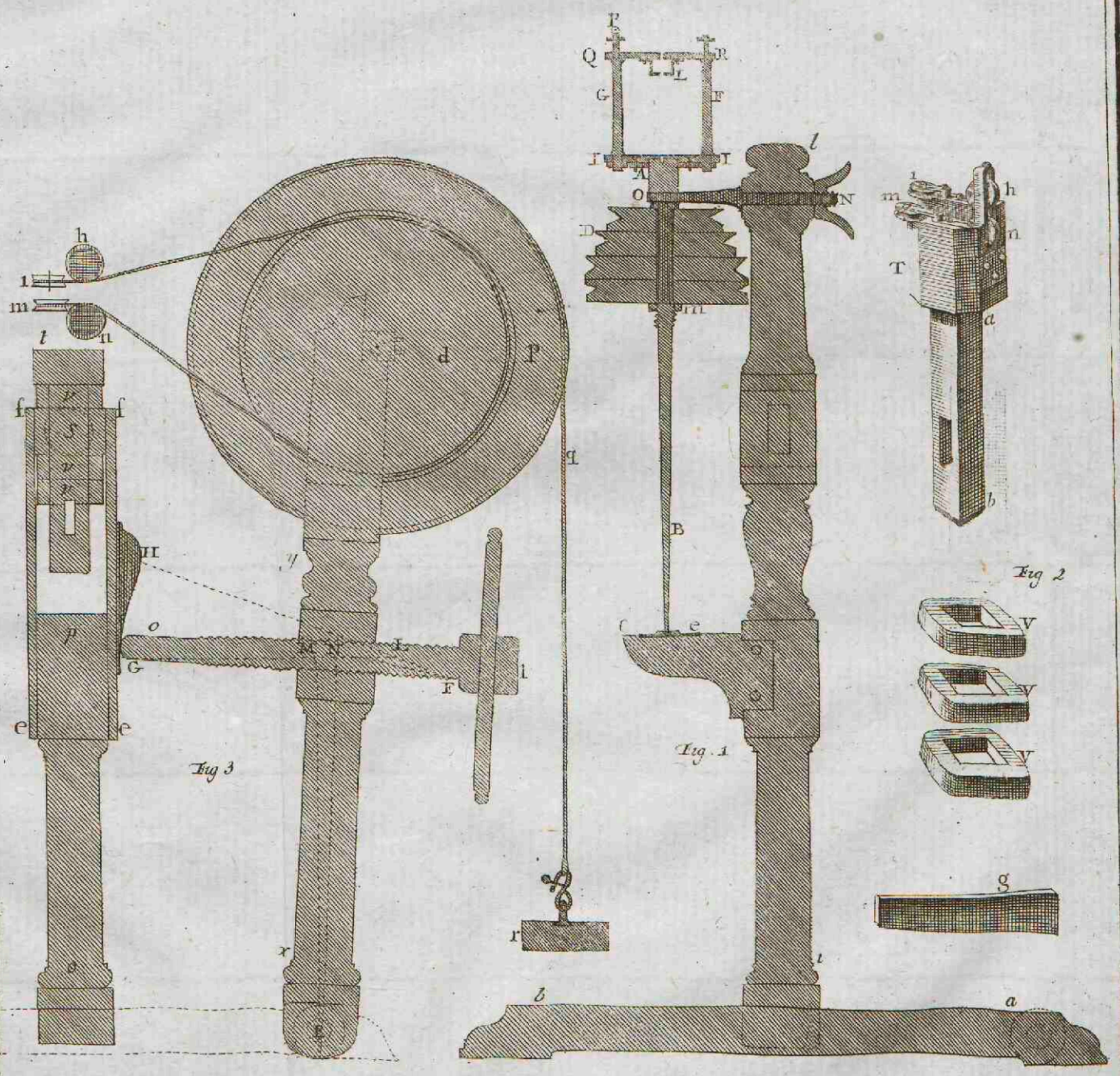


Fig 3

Fig 1

Fig 2

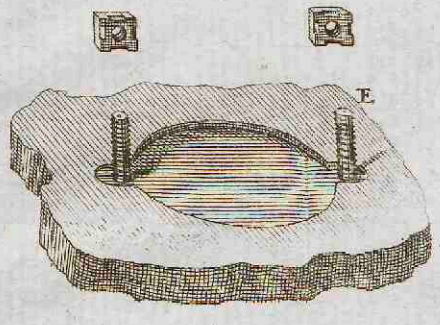
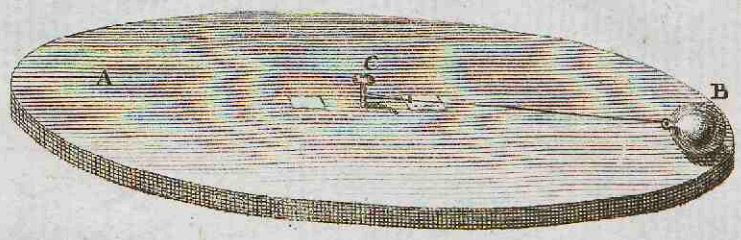


Fig. 1



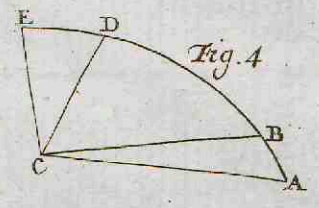


Fig. 4

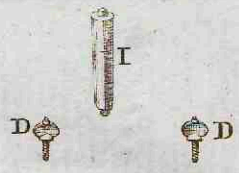
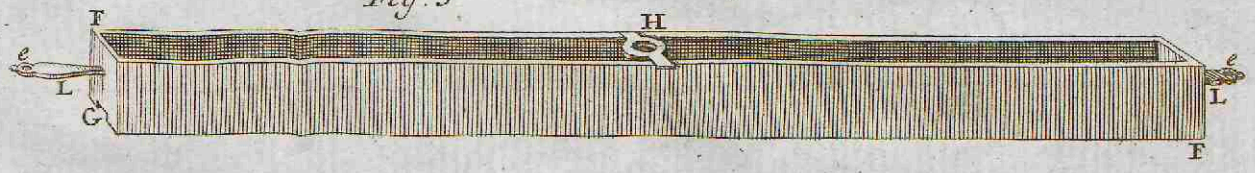


Fig. 3



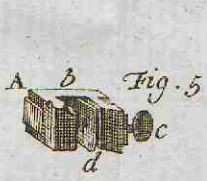
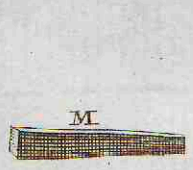


Fig. 5



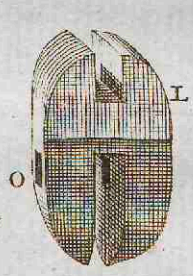


Fig. 7

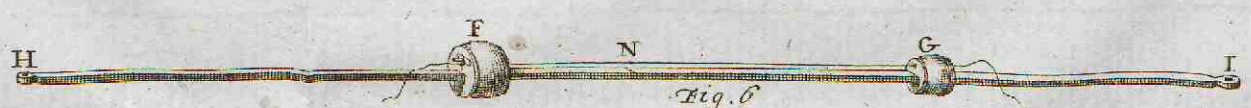


Fig. 6

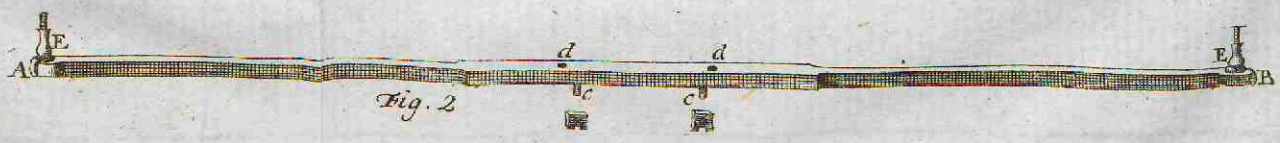


Fig. 2

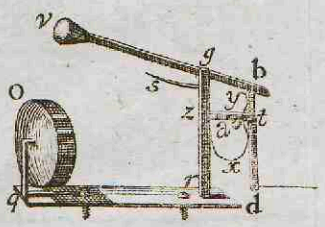
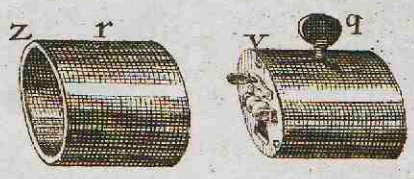
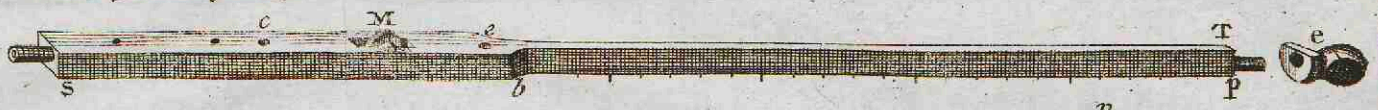
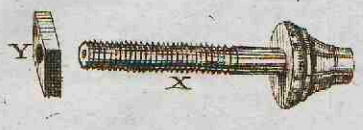


Fig. 4







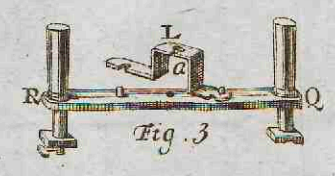
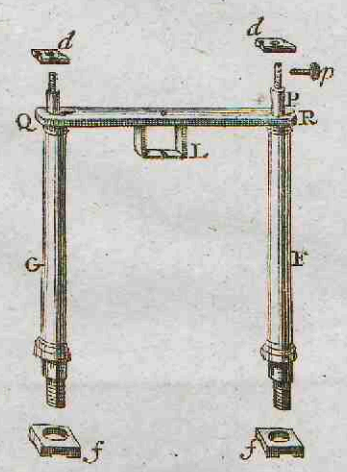


Fig. 3



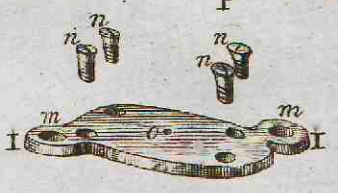
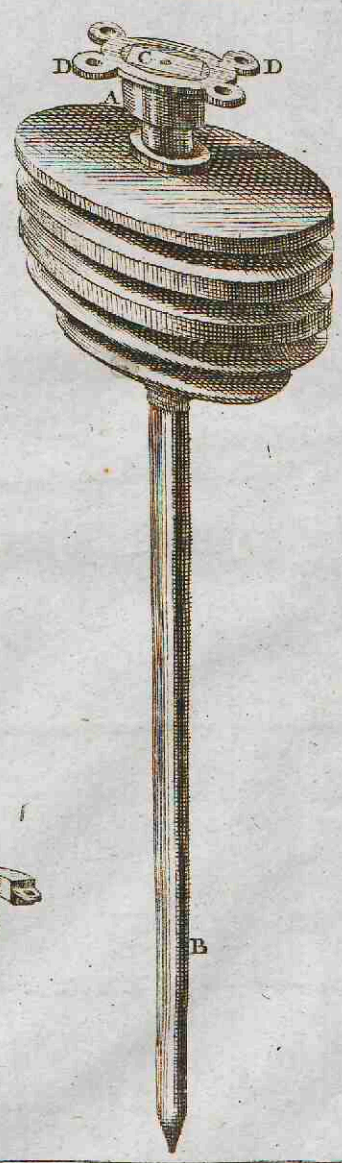


Fig. 2



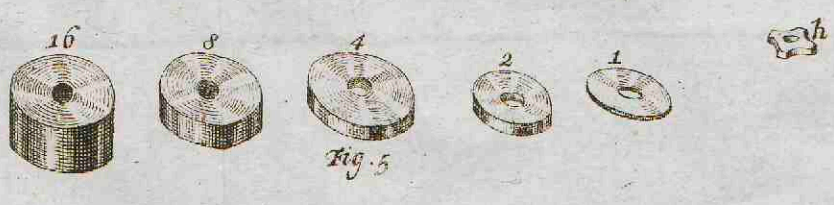


Fig. 5

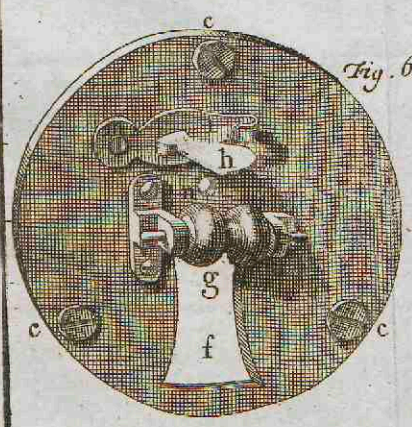


Fig. 6

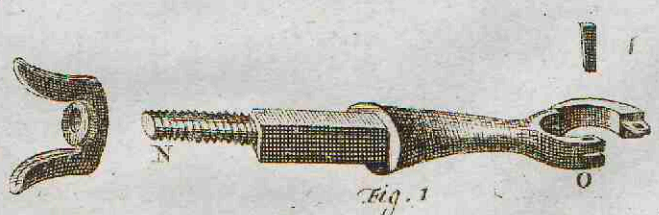


Fig. 1

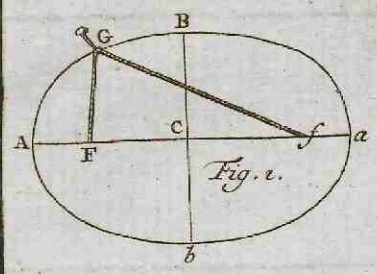


Fig. 1.

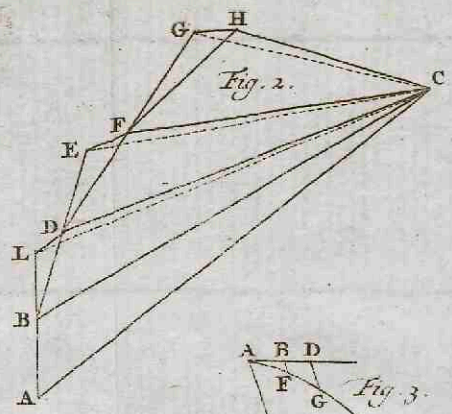


Fig. 2.

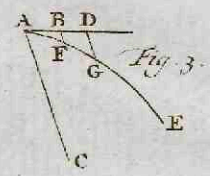


Fig. 3.

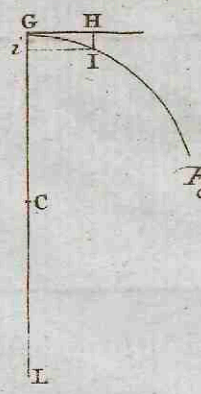
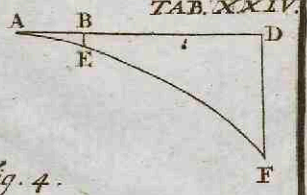


Fig. 4.



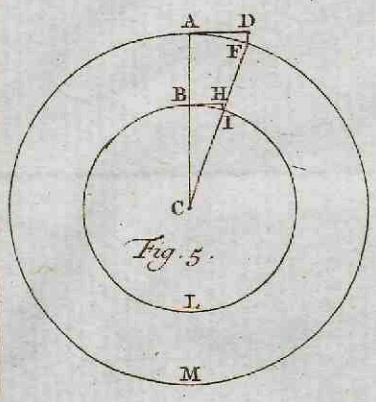


Fig. 5.

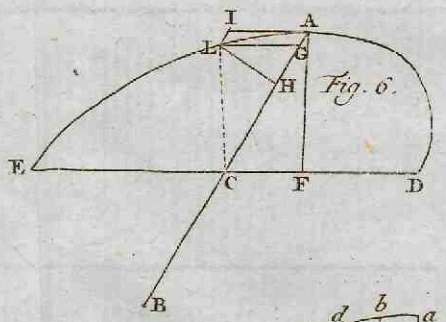


Fig. 6.

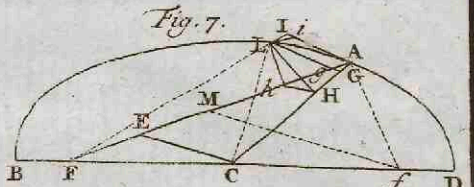


Fig. 7.

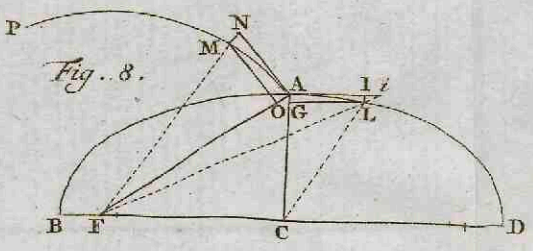
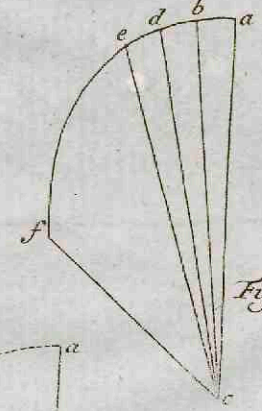


Fig. 8.



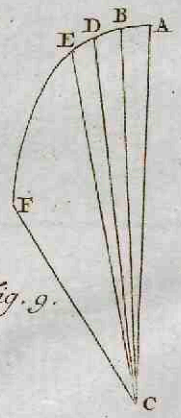


Fig. 9.

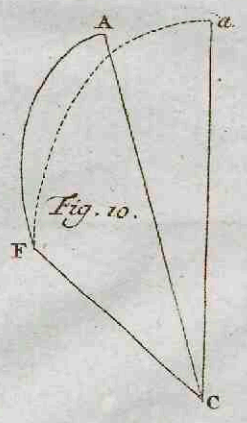


Fig. 10.

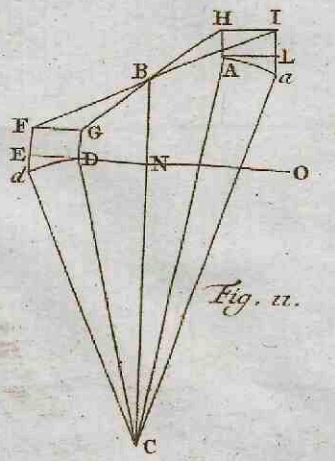


Fig. 11.

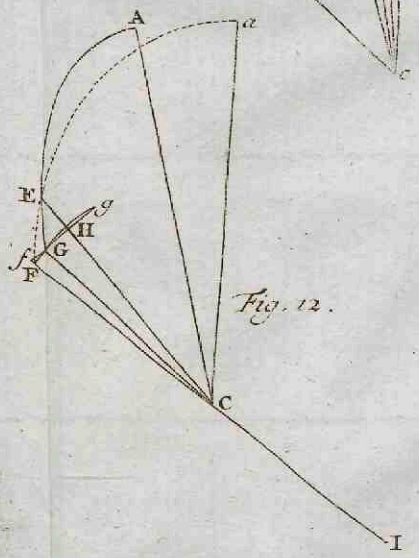


Fig. 12.

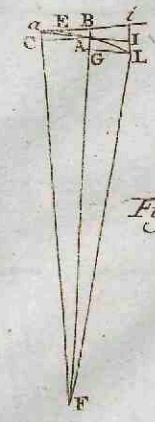


Fig. 13.

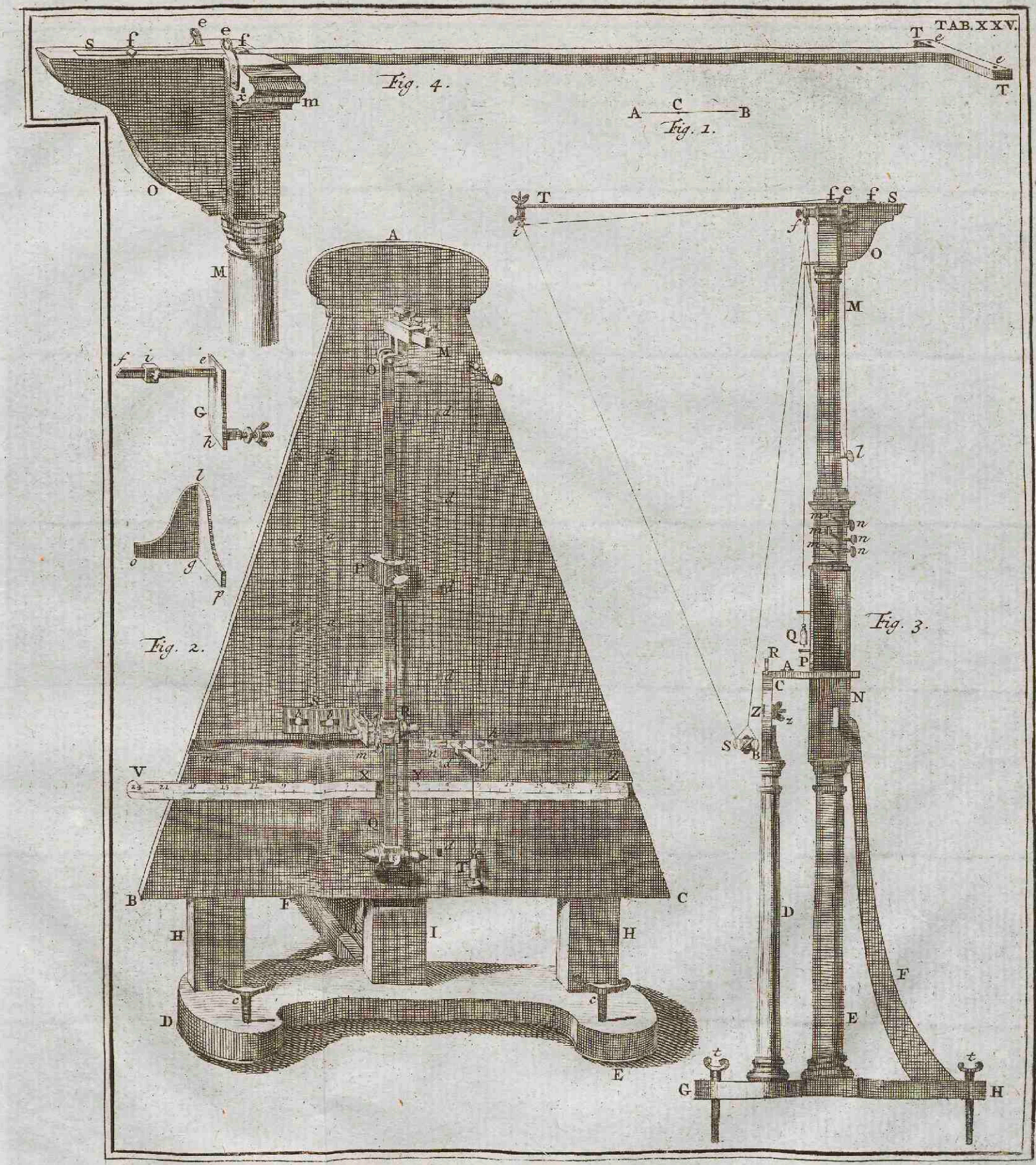


Fig. 4.

A C B

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 6.

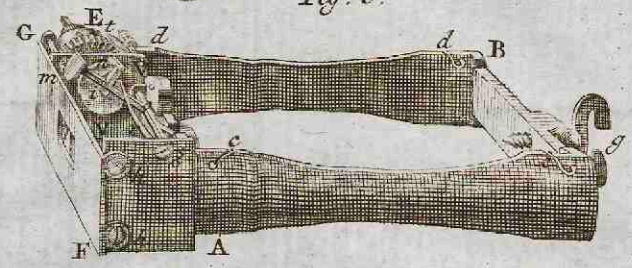
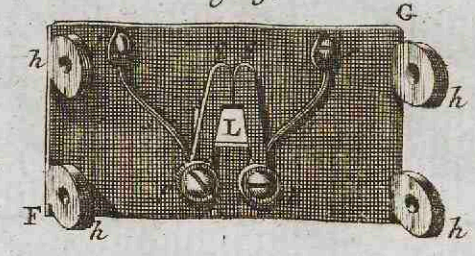


Fig. 3.



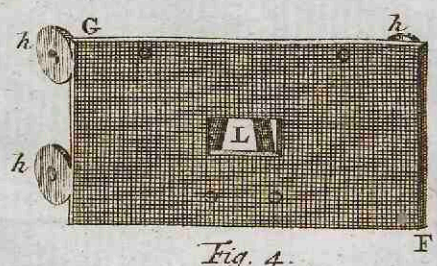


Fig. 4.

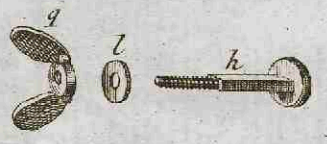
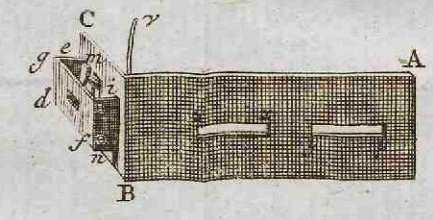
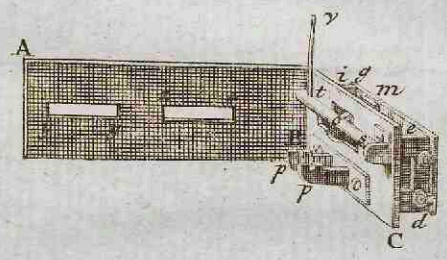


Fig. 2.





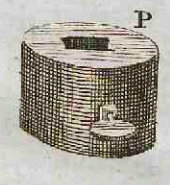


Fig. 5.

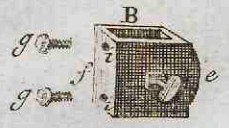
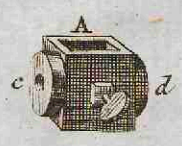


Fig. 1.



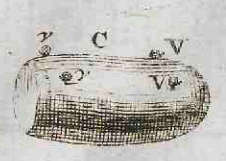
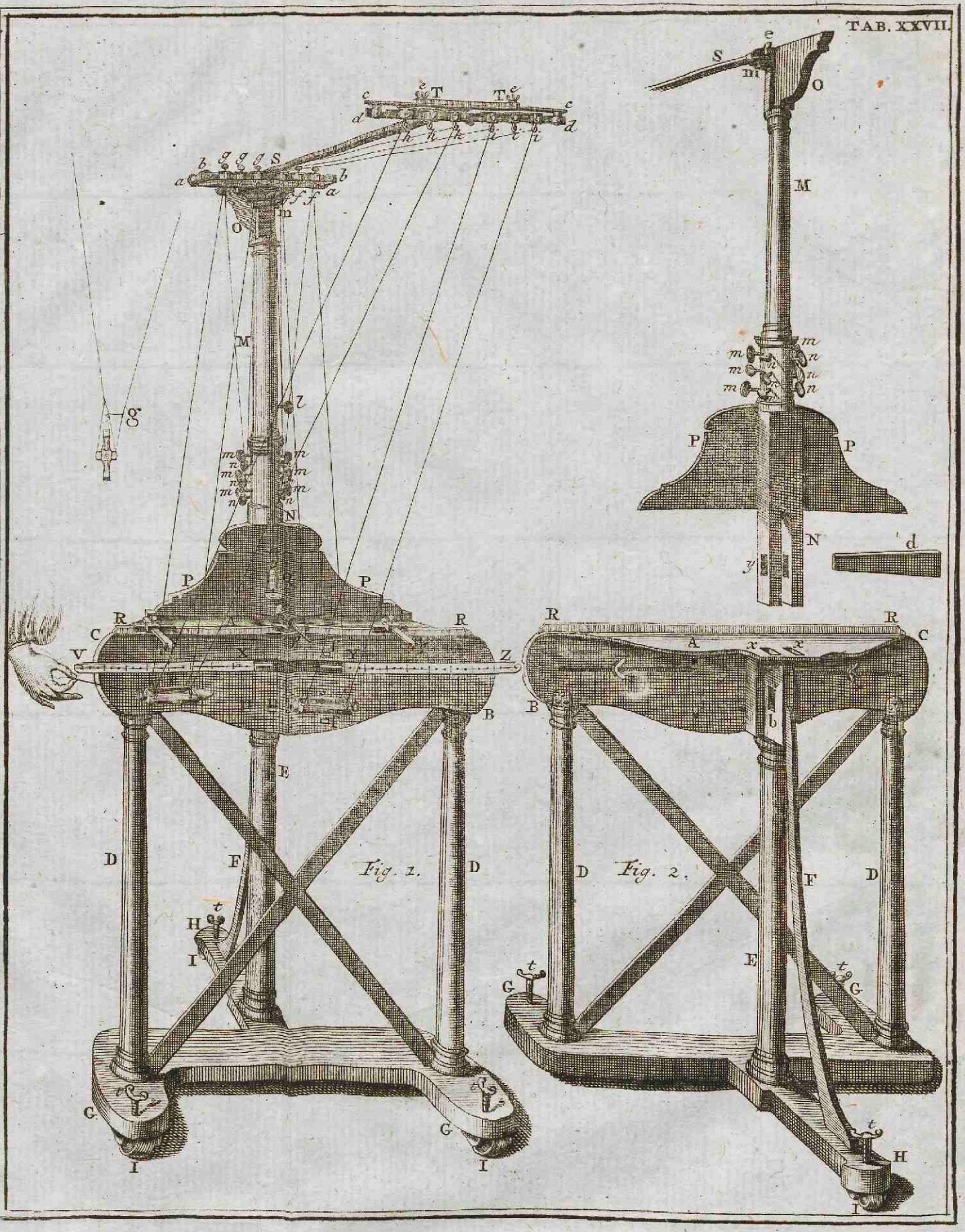


Fig. 7.

TAB. XXVII.



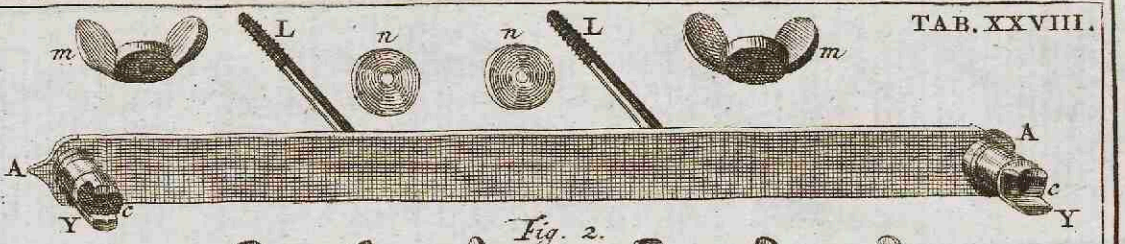
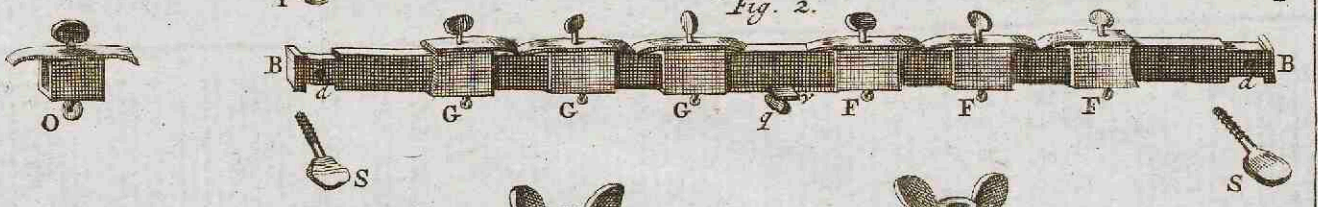


Fig. 2.



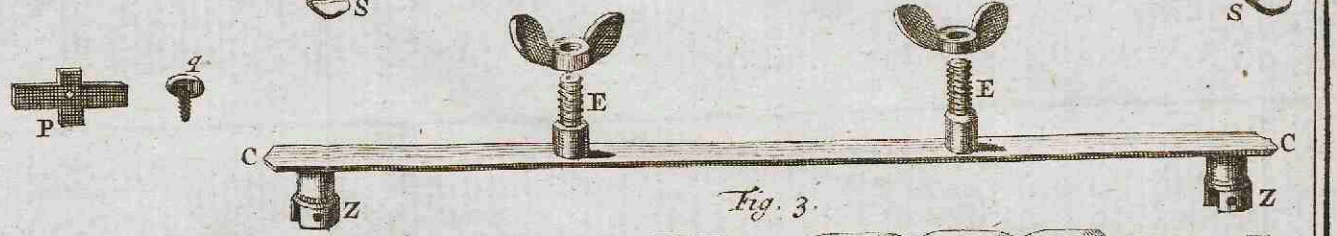
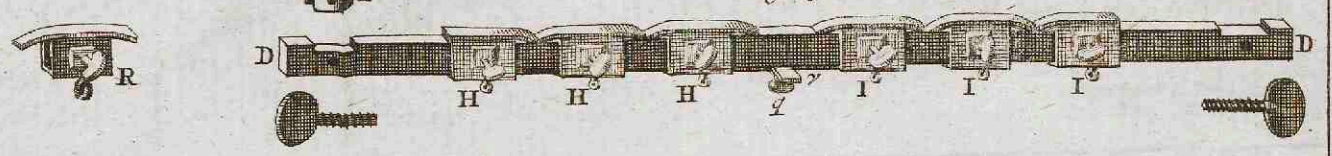


Fig. 3.



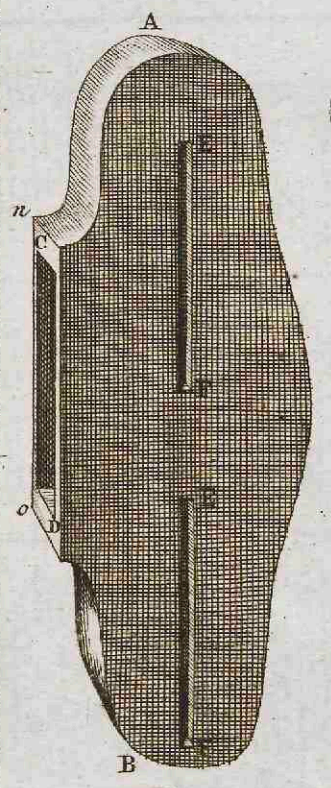


Fig. 8.

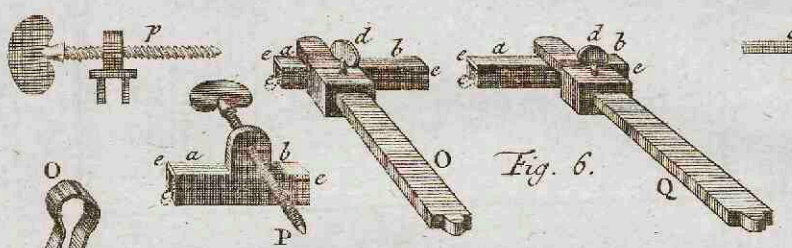


Fig. 6.

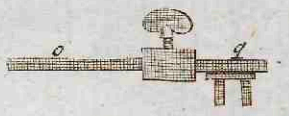


Fig. 6.

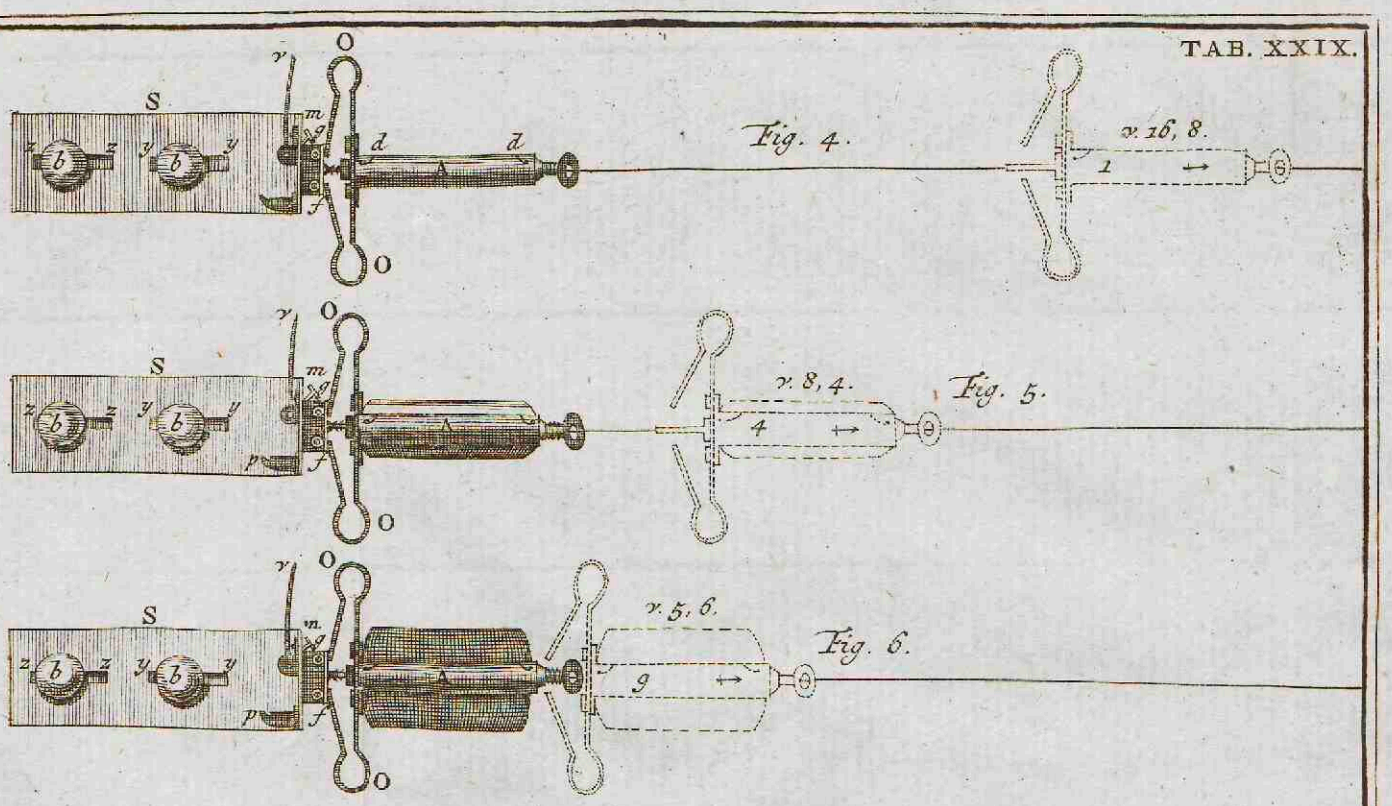


Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

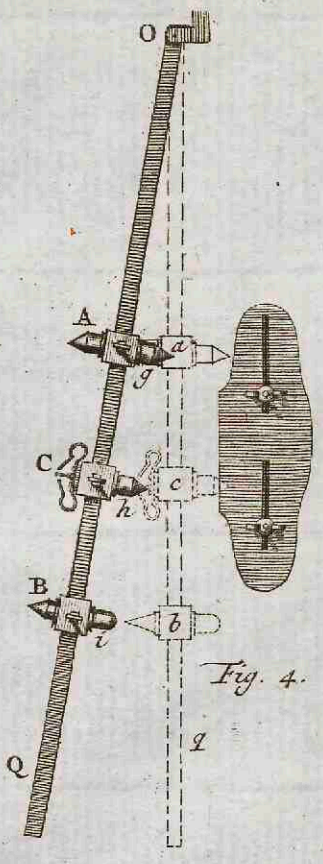


Fig. 4.

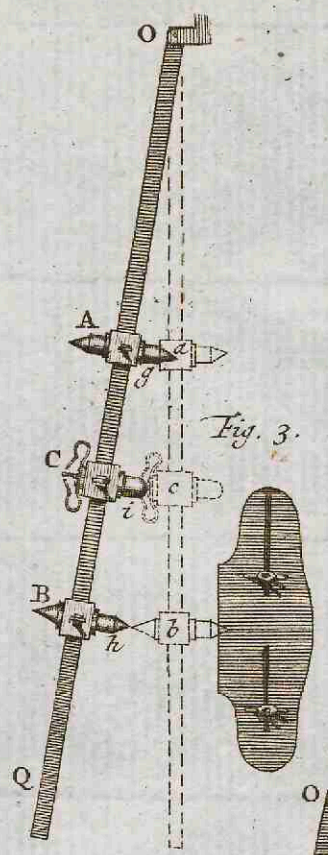


Fig. 3.

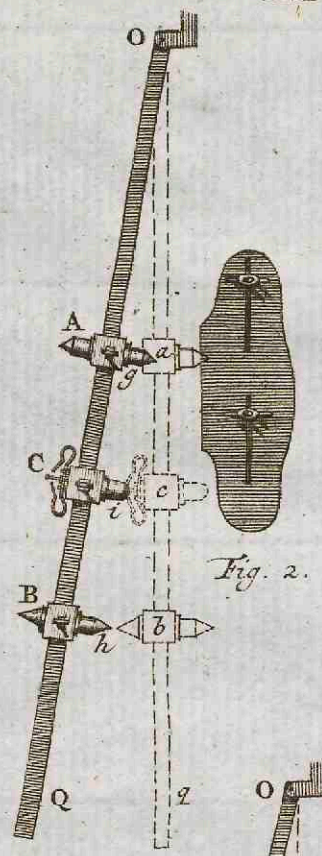


Fig. 2.

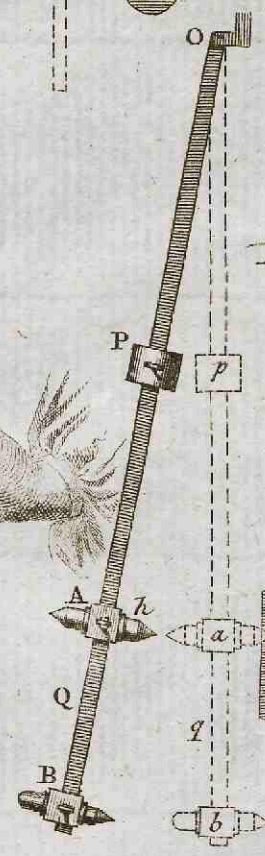


Fig. 5.

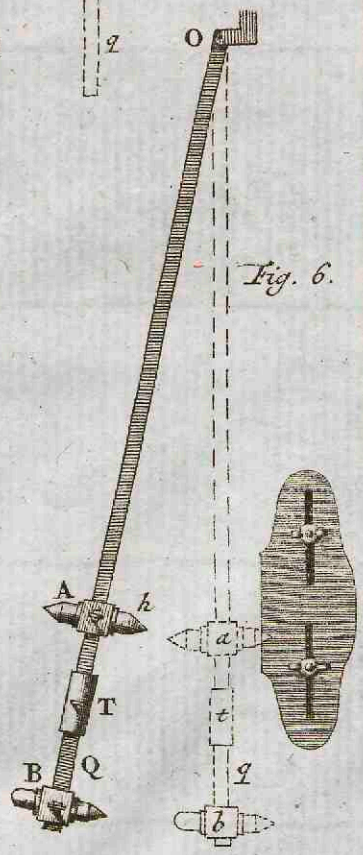


Fig. 6.

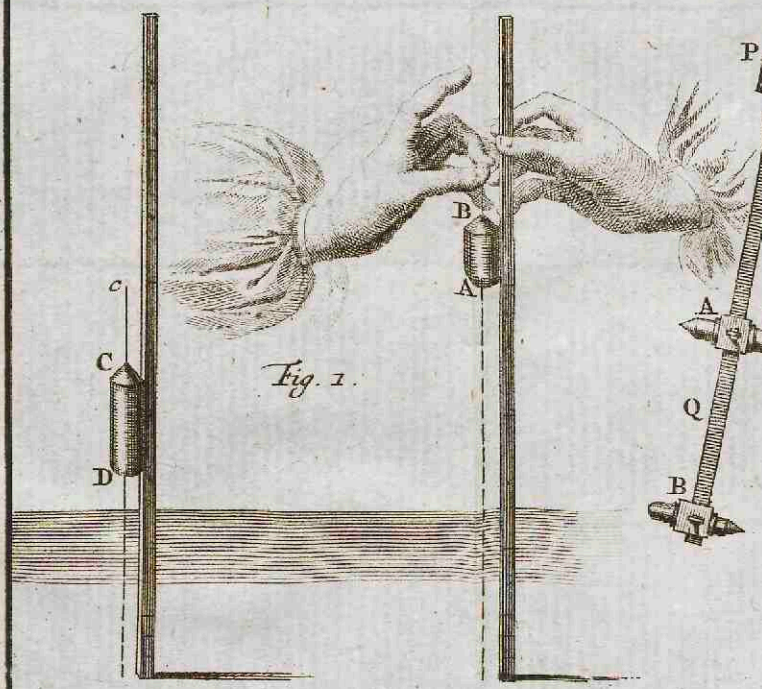
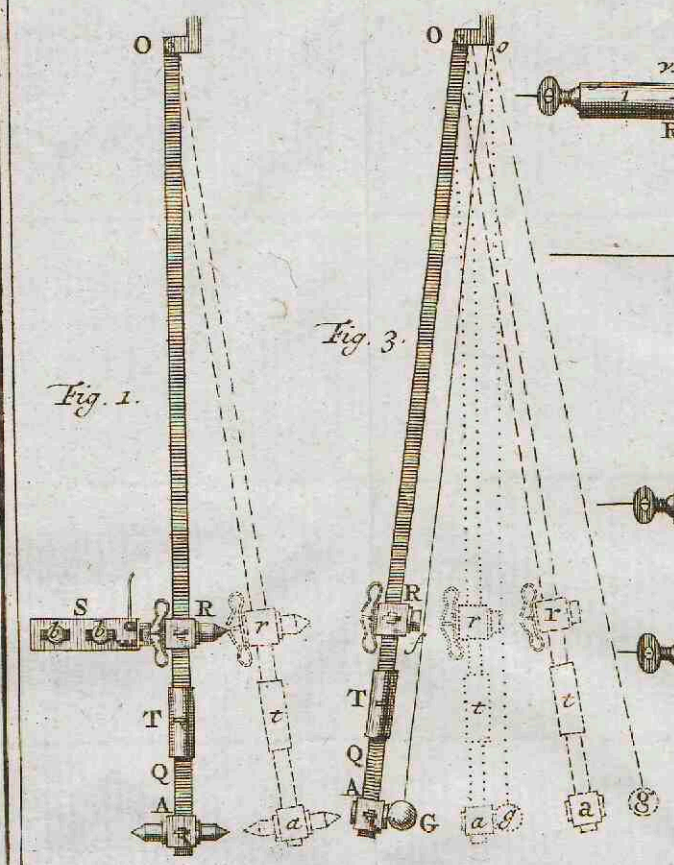


Fig. 1.

TAB. XXXI.


O
S
R
T
Q
A
P
Fig. 1.
Fig. 2.

O
R
T
Q
A
G
P
Fig. 3.
Fig. 4.

A
v. 12.
R
h
Fig. 5.
v. 0.
r

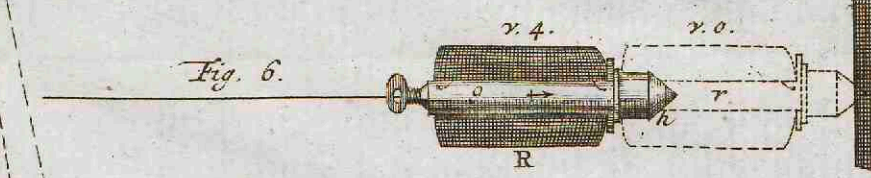
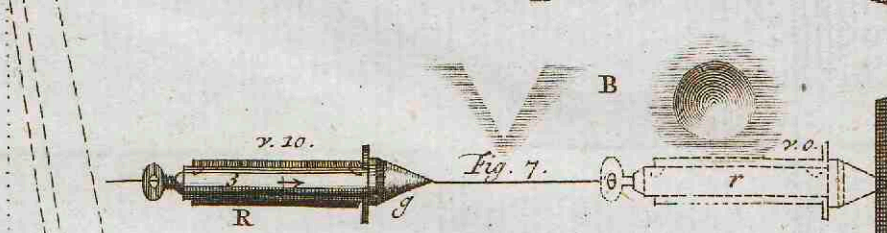
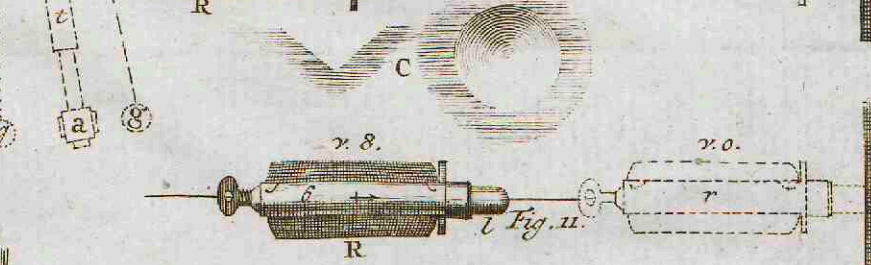
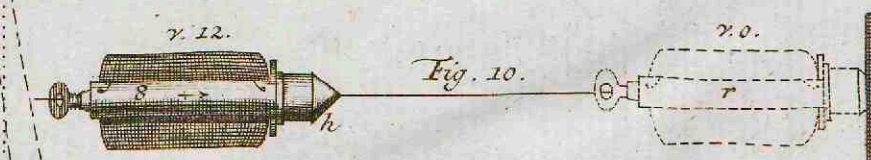


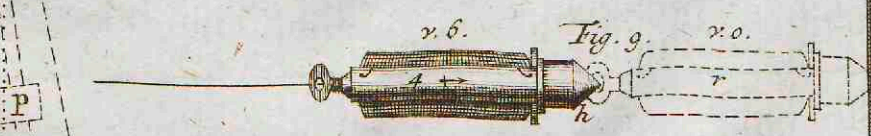
Fig. 6.
v. 4.
v. 0.
R
h
r

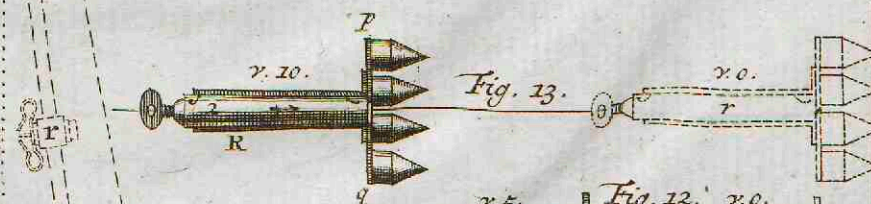

B
v. 10.
R
g
Fig. 7.
v. 0.
r

v. 10.
R
i
Fig. 8.
v. 0.
r


C
v. 8.
R
l
Fig. 11.
v. 0.
r


v. 12.
h
Fig. 10.
v. 0.
r


v. 6.
h
Fig. 9.
v. 0.
r


P
v. 10.
R
q
Fig. 13.
v. 0.
r

v. 5.
R
g
Fig. 12.
v. 0.
r

D

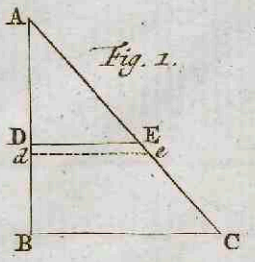


Fig. 1.

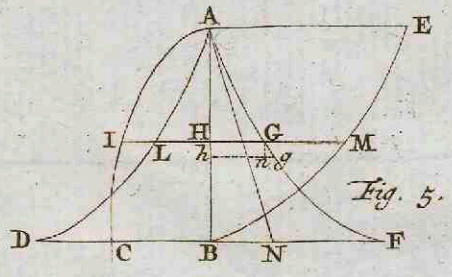


Fig. 5.

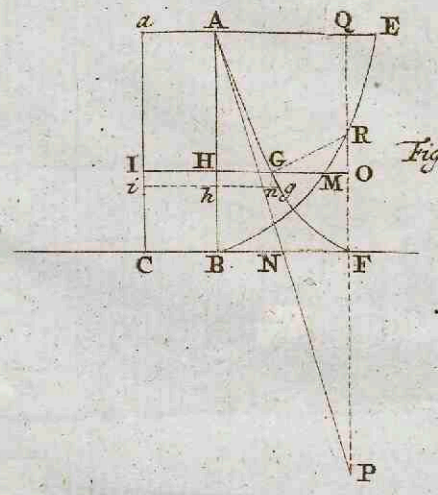


Fig. 6.

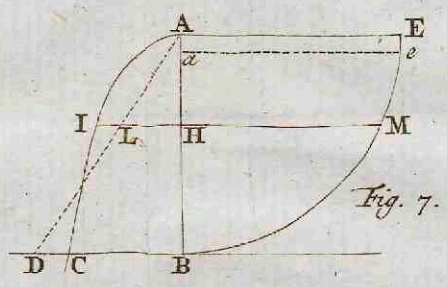


Fig. 7.

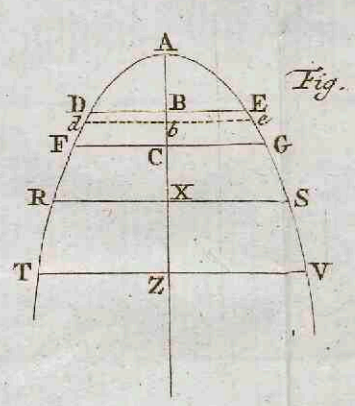


Fig. 8.

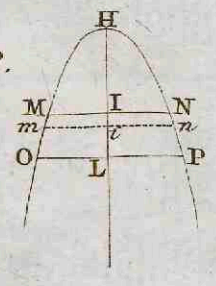


Fig. 3.

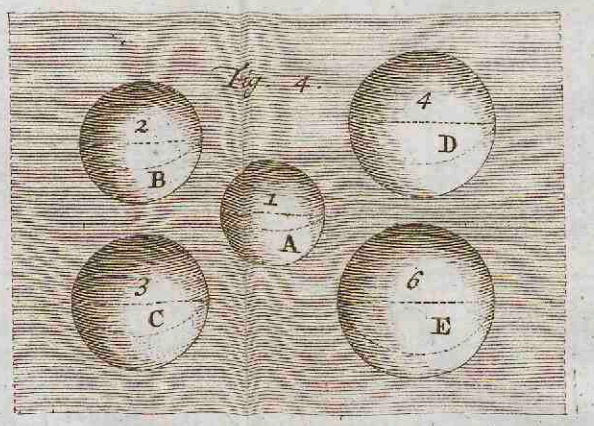


Fig. 4.

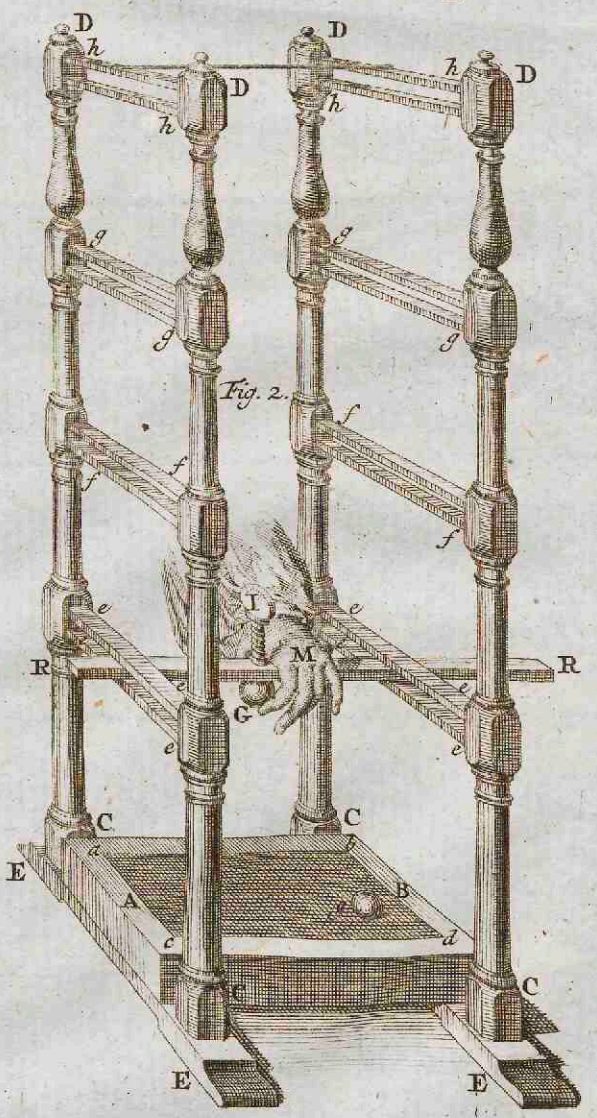


Fig. 2.

Fig. 1.

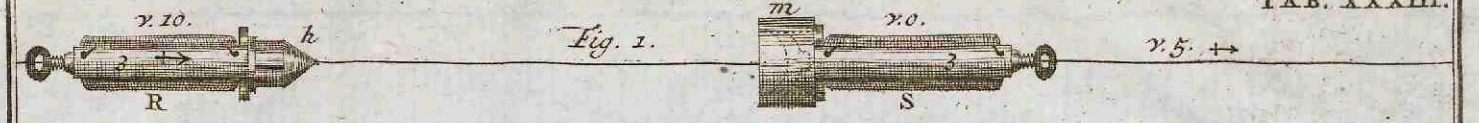


Fig. 2.

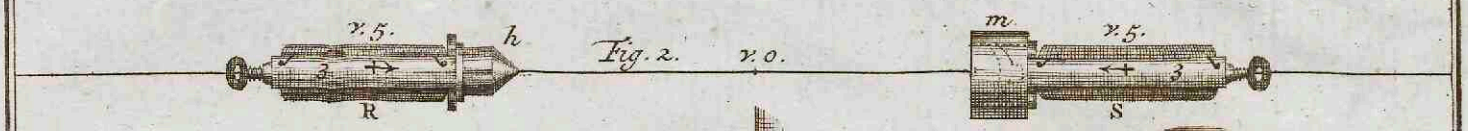


Fig. 3.

Fig. 4.

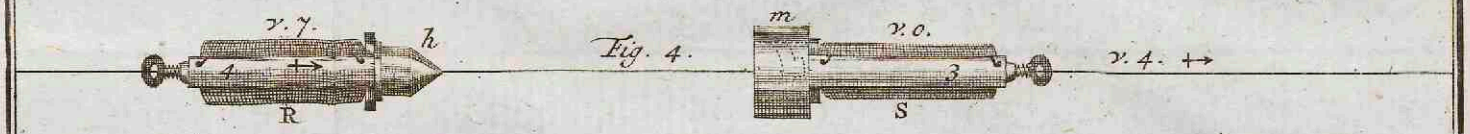


Fig. 5.

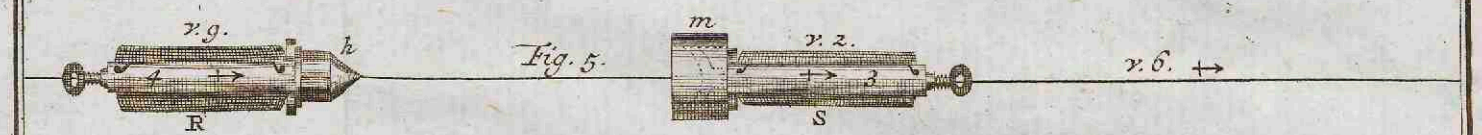


Fig. 6.

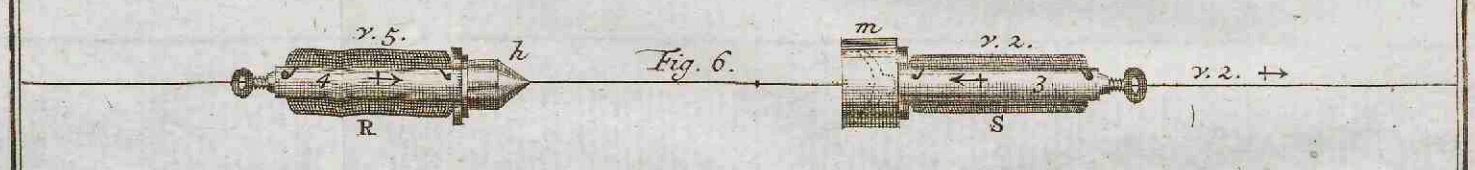


Fig. 7.

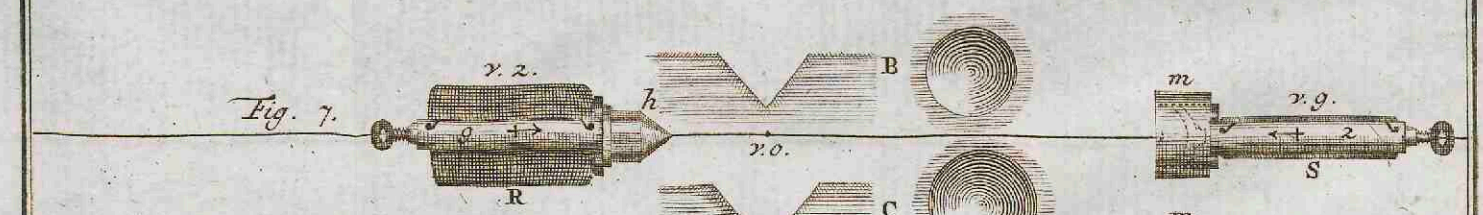


Fig. 8.

Fig. 9.

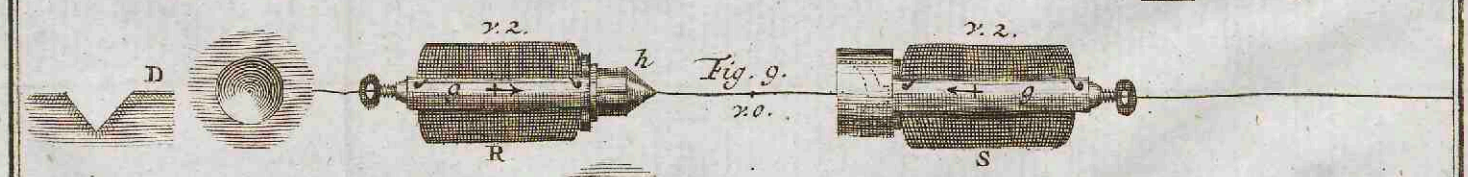


Fig. 10.

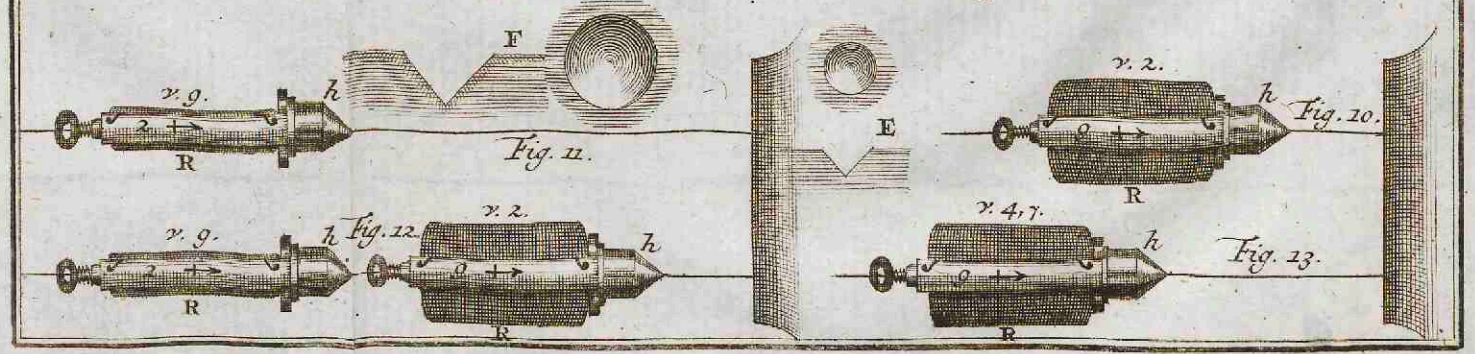


Fig. 11.

Fig. 12.

Fig. 13.

Fig. 1.

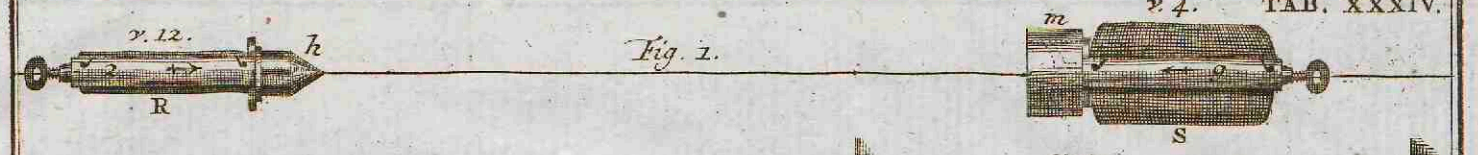


Fig. 2.

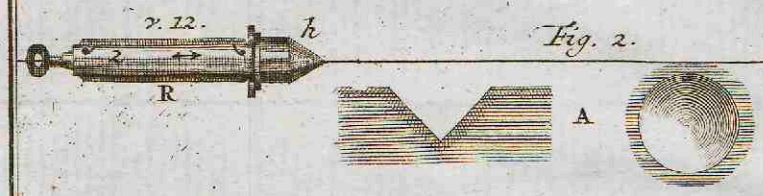


Fig. 3.

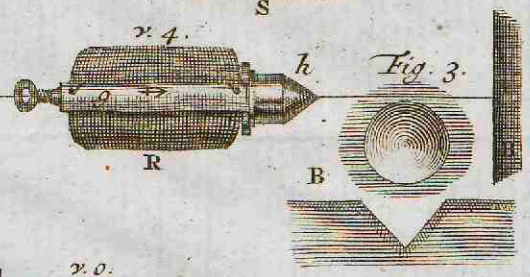


Fig. 4.

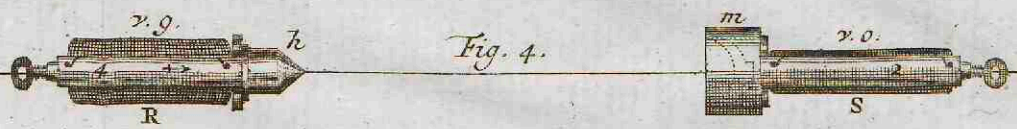


Fig. 5.

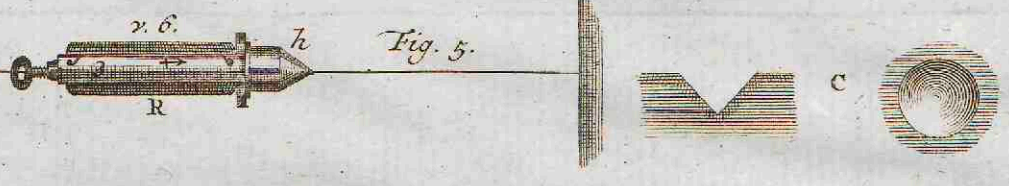


Fig. 6.

Fig. 7.

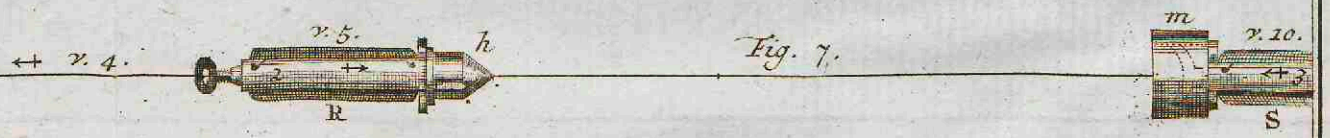


Fig. 8.

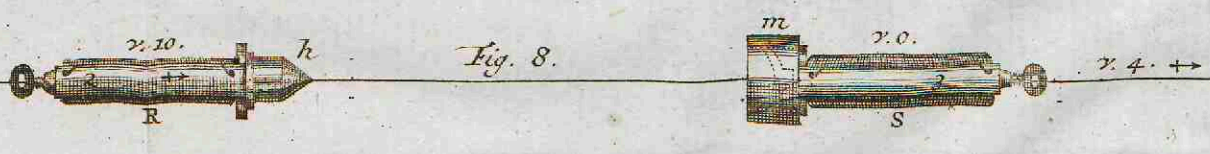


Fig. 9.

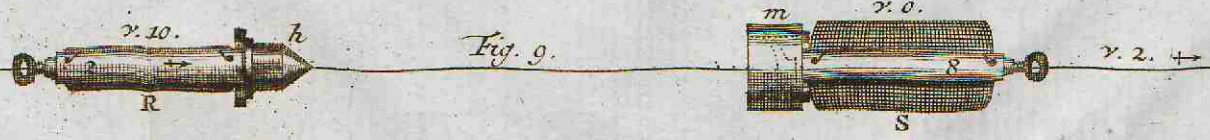
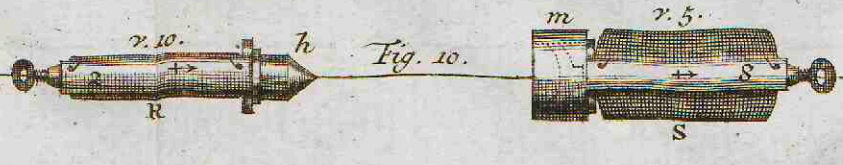


Fig. 10.



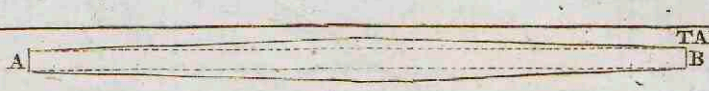


Fig. 6

Fig. 5.

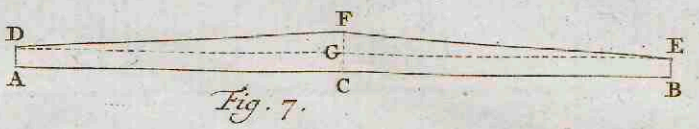


Fig. 7.

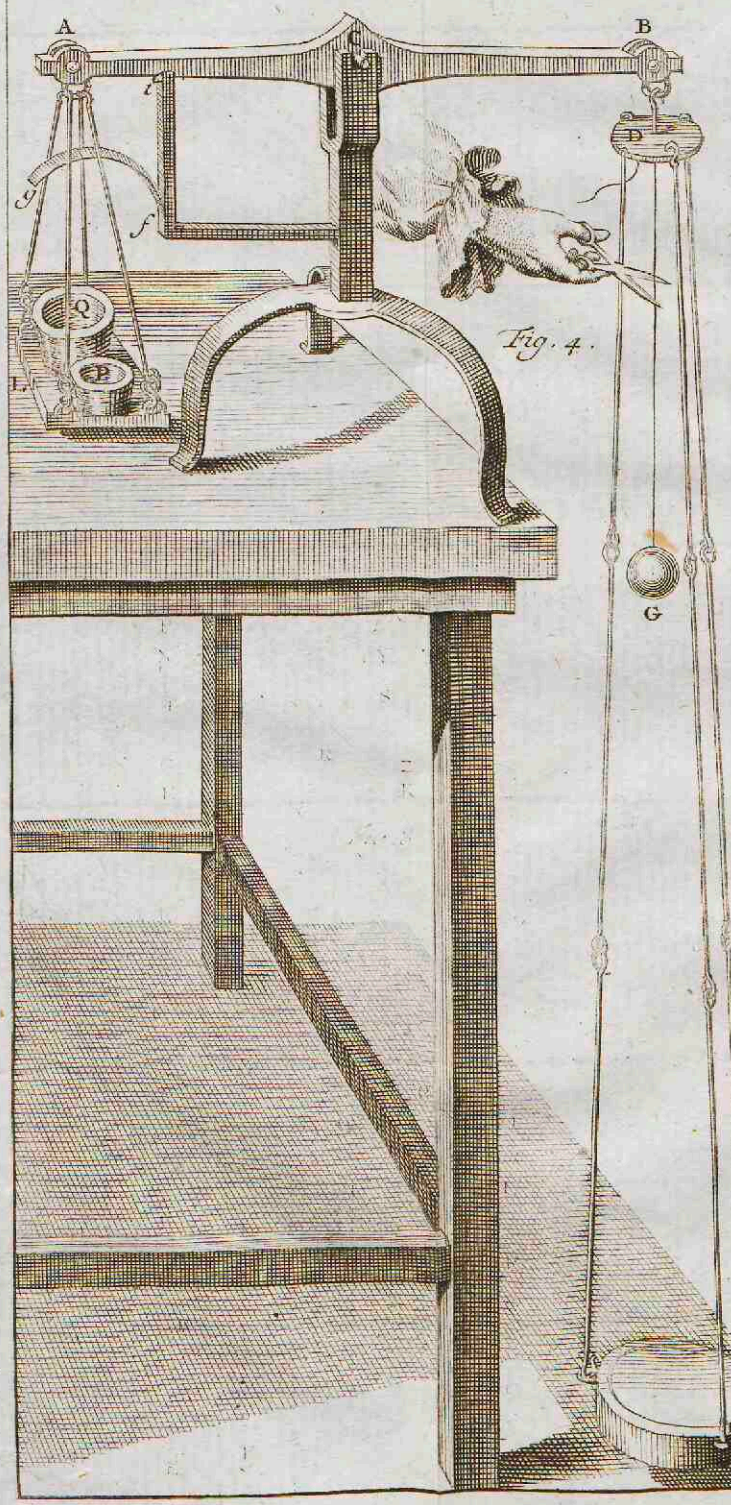


Fig. 4.

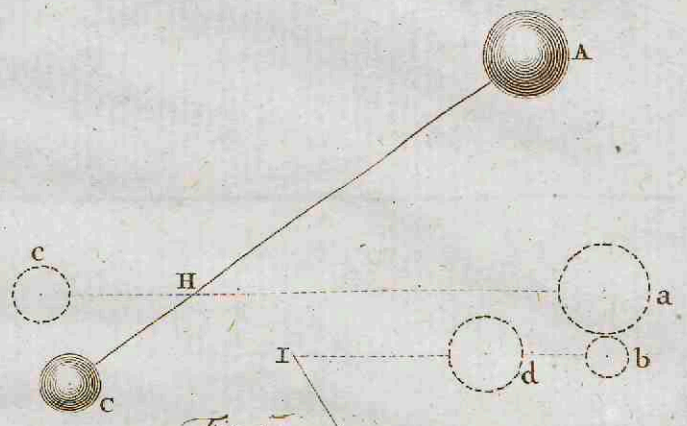


Fig. 3.

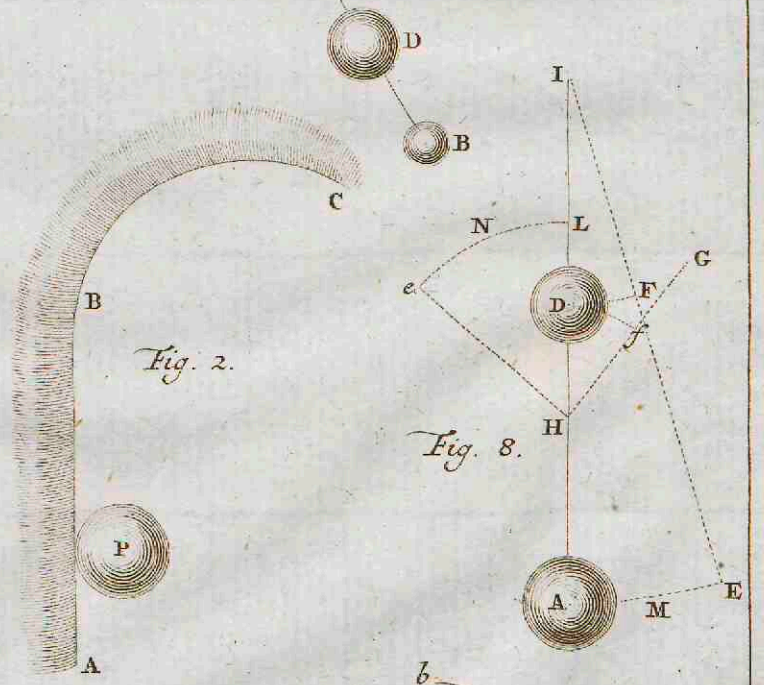


Fig. 2.

Fig. 8.

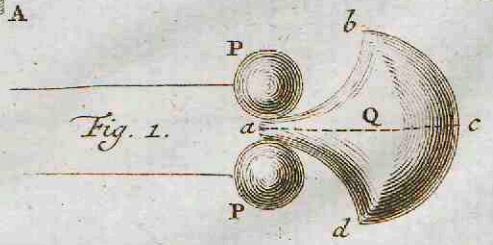


Fig. 1.

TAB. XXXVI.

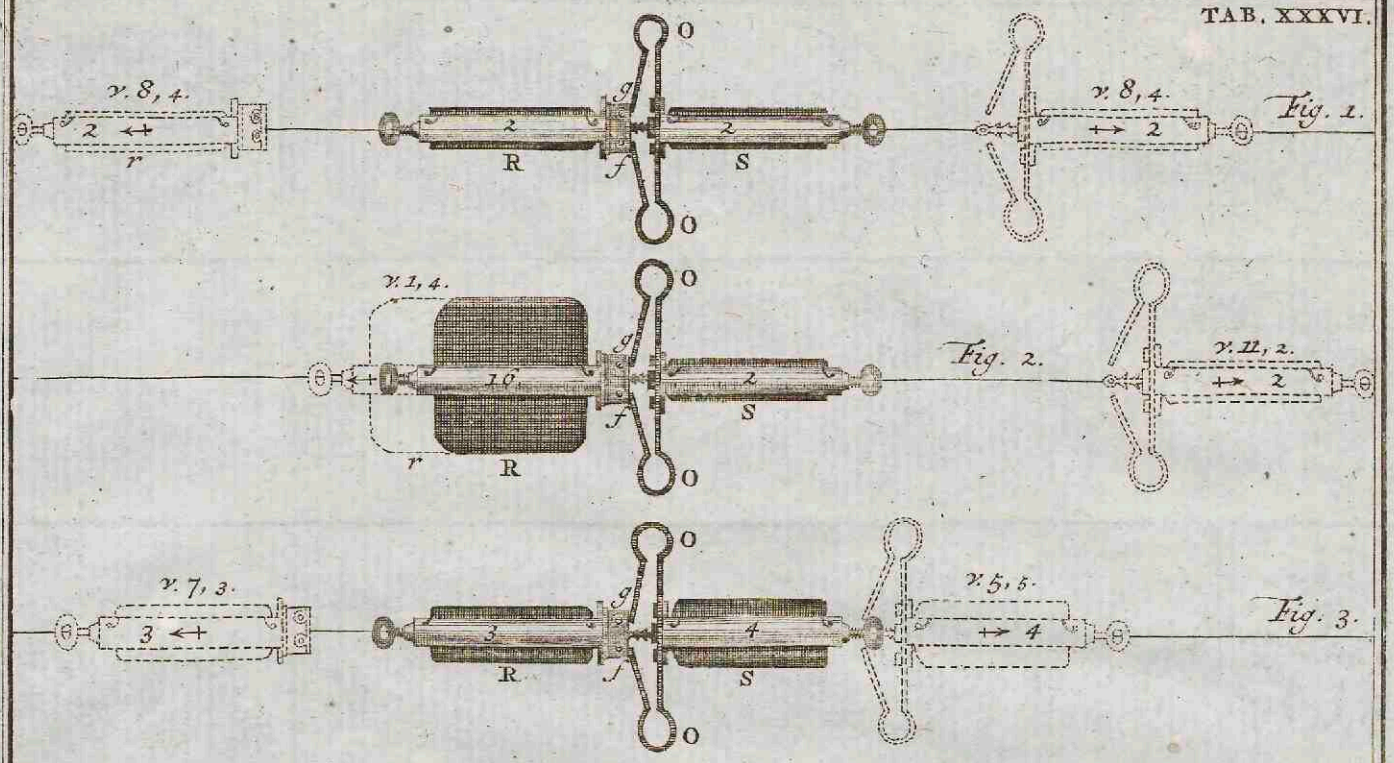

v. 8, 4.
2
r
O
g
2
R
f
2
S
O
v. 8, 4.
2
Fig. 1.
v. 1, 4.
16
r
R
O
g
2
S
f
O
Fig. 2.
v. 11, 2.
2
v. 7, 3.
3
O
g
3
R
f
4
S
O
v. 5, 5.
4
Fig. 3.
v. 15.
2
P
p
v. 5.
3
P
q
q
Q
Fig. 4.
v. 9.
2
P
v. 0.
1
P
Q
v. 3.
v. 3, 25.
p
v. 12.
v. 11, 5.
q
Fig. 5.
v. 12.
1
P
v. 6.
v. 5, 25.
p
v. 0.
3
P
Q
v. 6.
v. 5, 75.
q
Fig. 6.
v. 8.
2
P
v. 5.
1
Q
P
q
v. 6.
v. 6, 8.
p
v. 9.
v. 8, 83.
q
Fig. 7.
v. 19.
1
P
v. 5.
v. 4.
p
v. 3.
3
Q
P
q
v. 11.
v. 10, 66.
q
Fig. 8.
v. 19.
v. 18.
v. 5.
1
P
v. 3.
v. 3, 33.
P
q
v. 11.
3
Q
Fig. 9.
v. 20.
v. 18, 5.
p
v. 16.
2
P
P
q
v. 4.
q
v. 3, 5.
v. 8.
3
Q
Fig. 10.

Fig. 5.

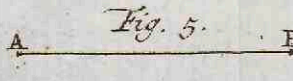
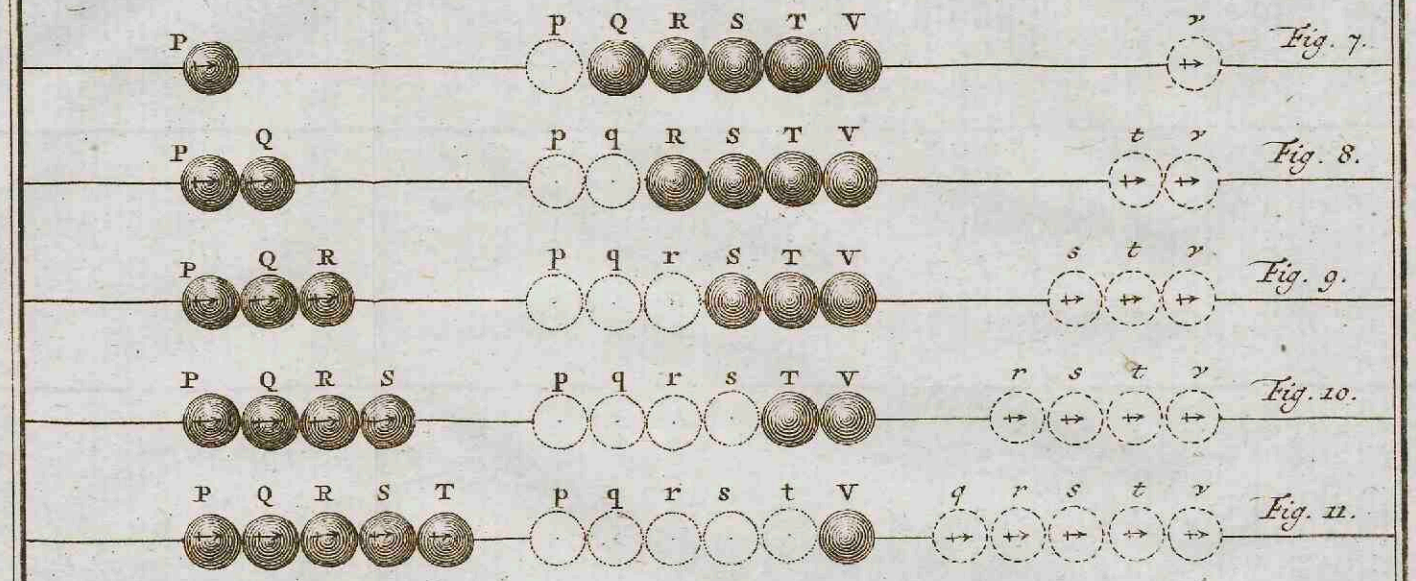
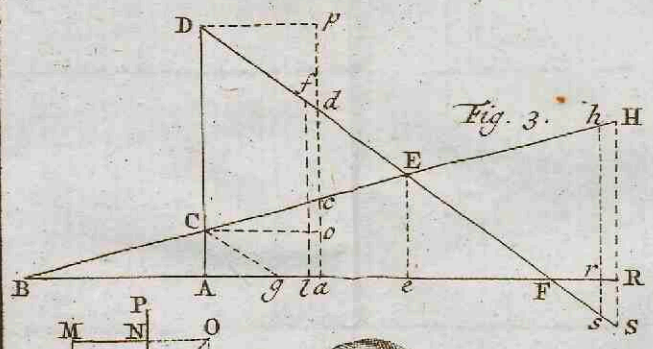
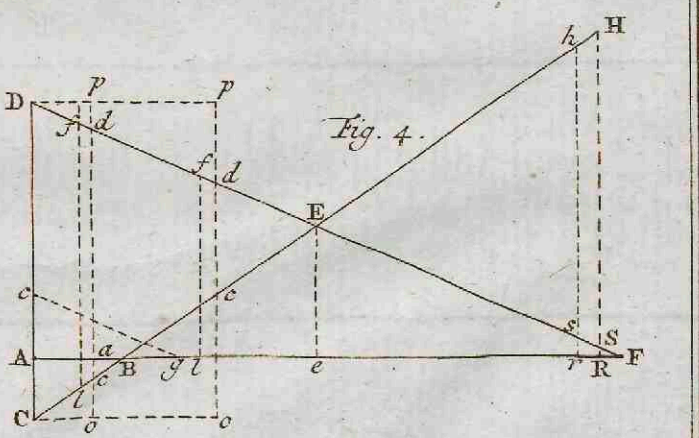


Fig. 6.







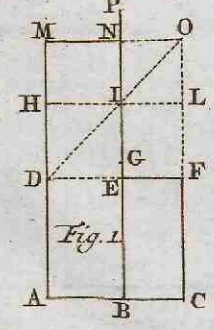


Fig. 1.

Fig. 12.

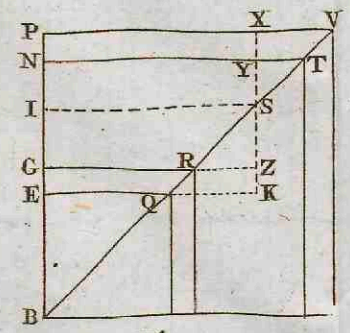
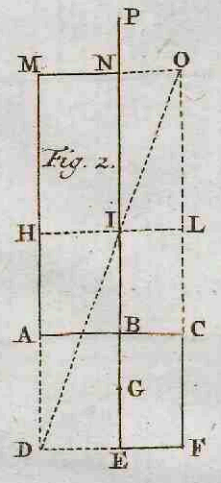


Fig. 13.



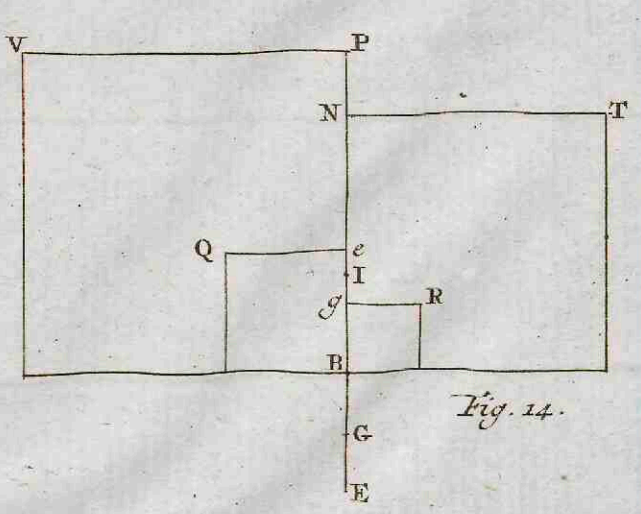


Fig. 14.

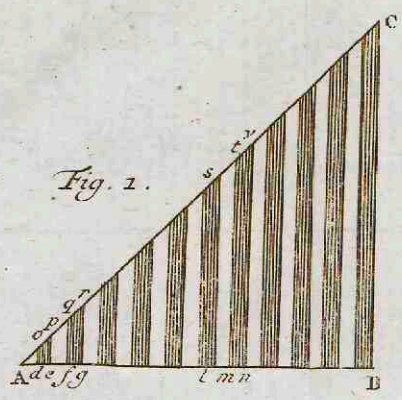


Fig. 1.

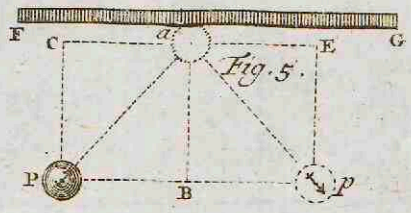


Fig. 5.

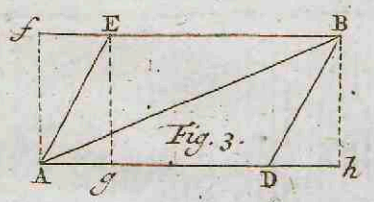


Fig. 3.

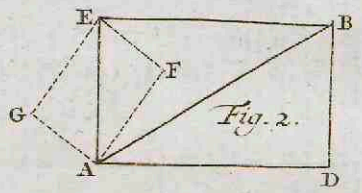


Fig. 2.

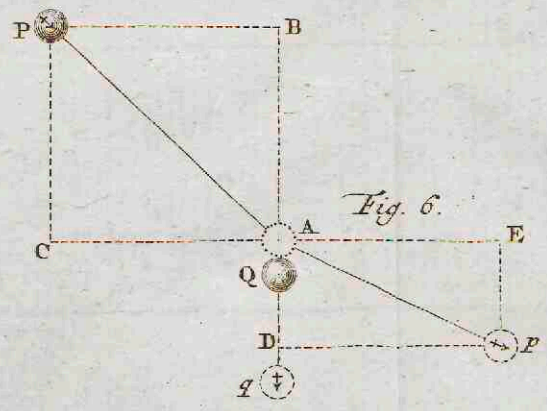


Fig. 6.

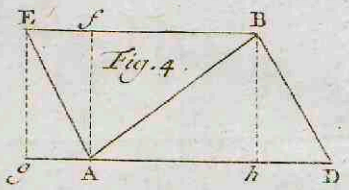


Fig. 4.

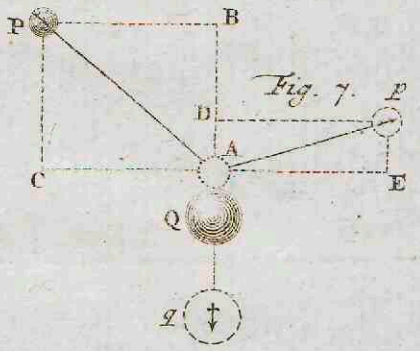


Fig. 7.

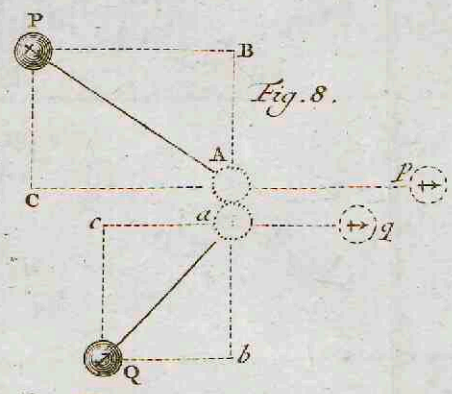


Fig. 8.

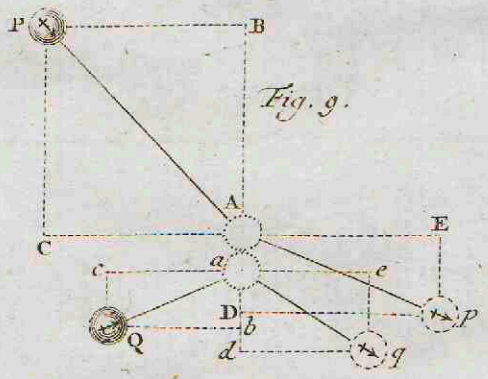


Fig. 9.

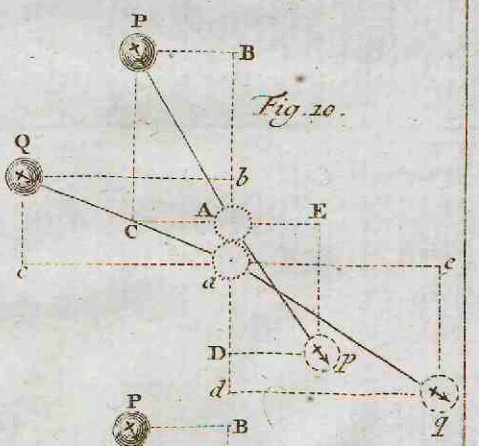


Fig. 10.

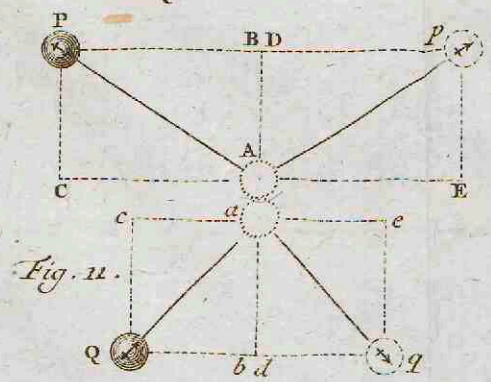


Fig. 11.

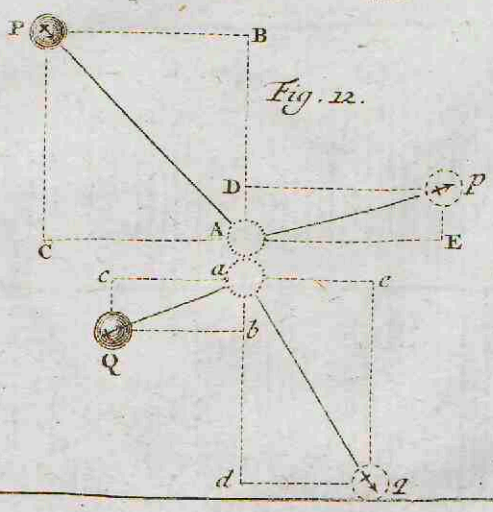


Fig. 12.

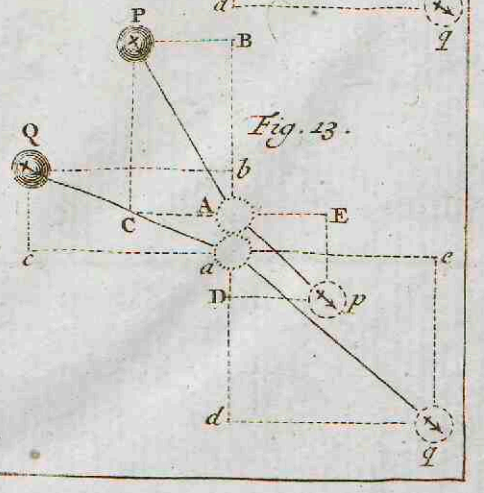


Fig. 13.

TAB. XXXIX.

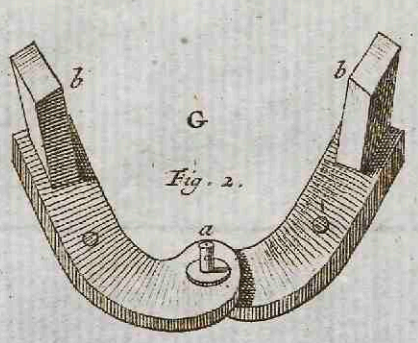


Fig. 2.

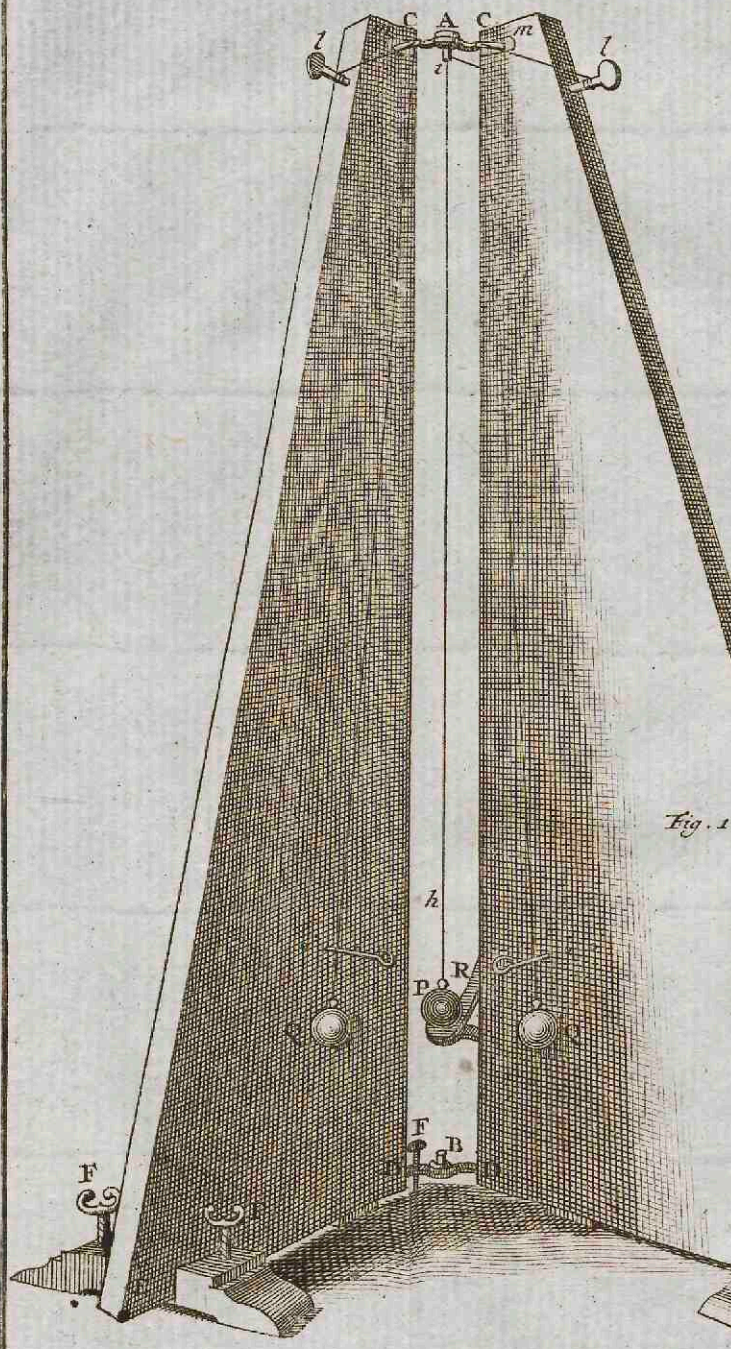


Fig. 1.

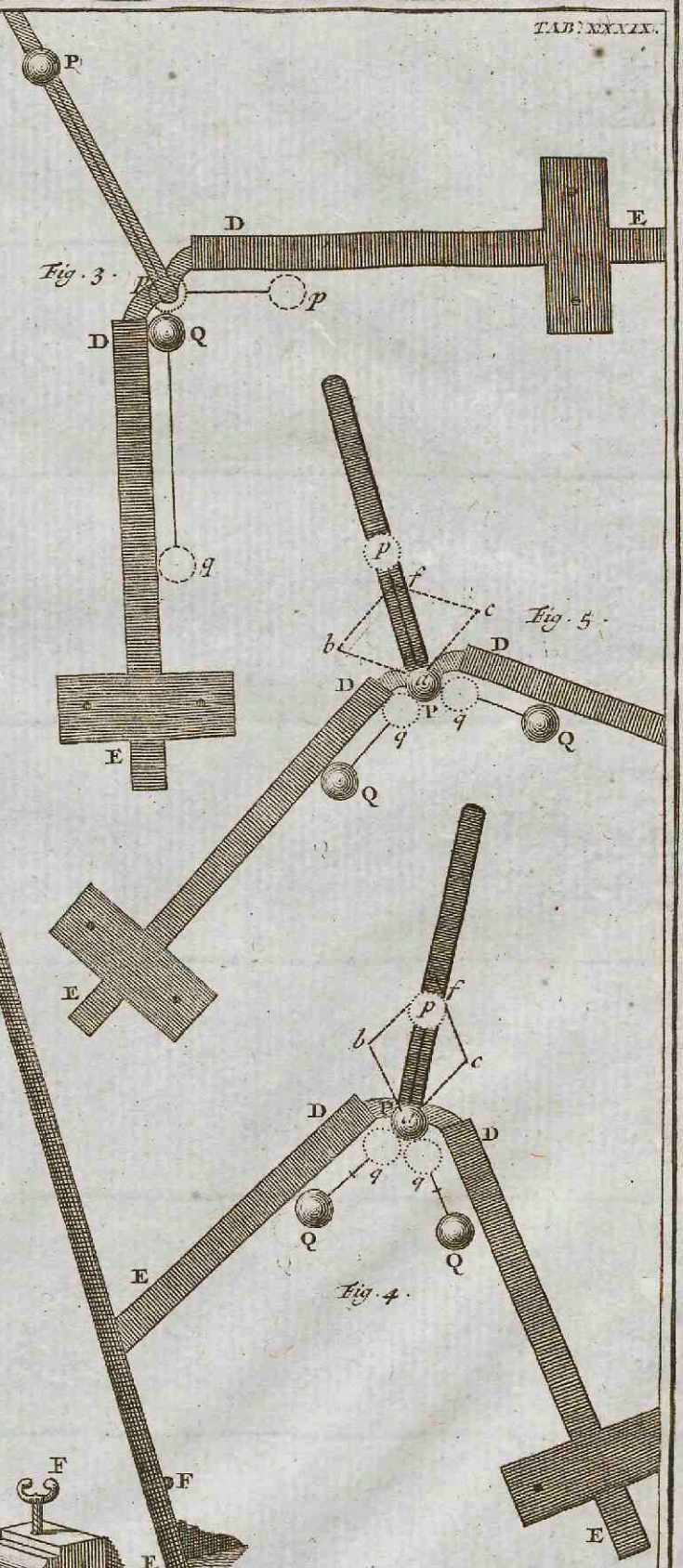


Fig. 3.

Fig. 5.

Fig. 4.

TAB. XL.

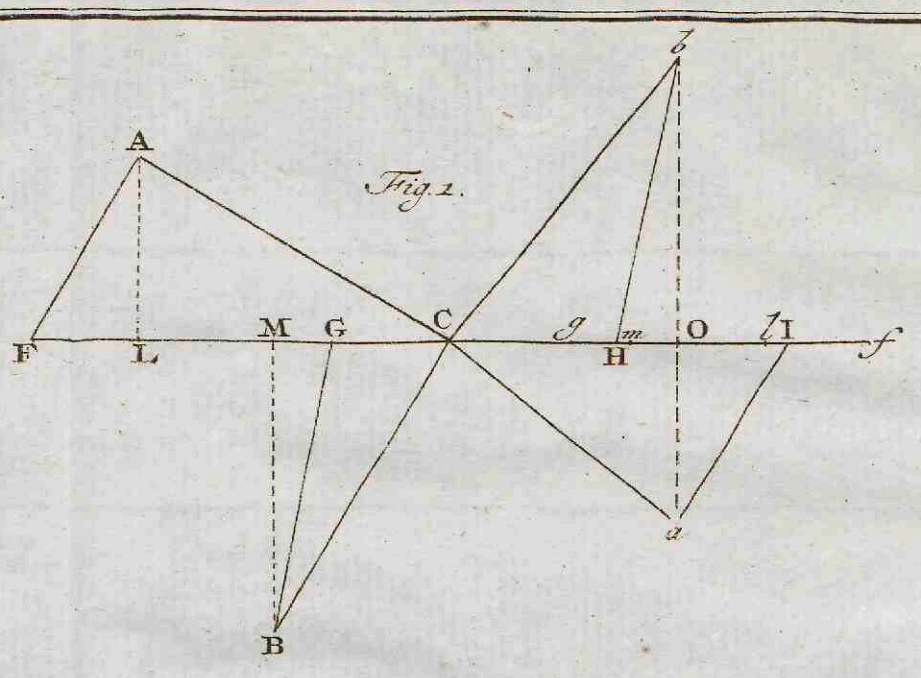
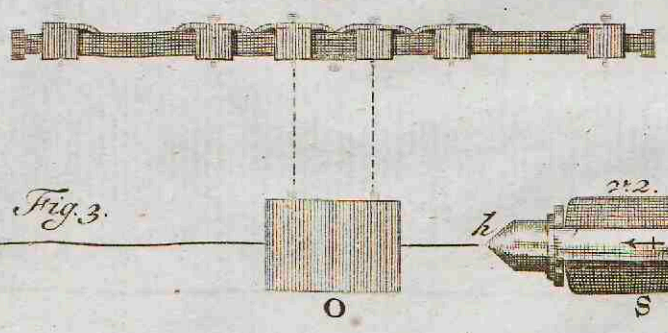


Fig. 1.

Fig. 2.



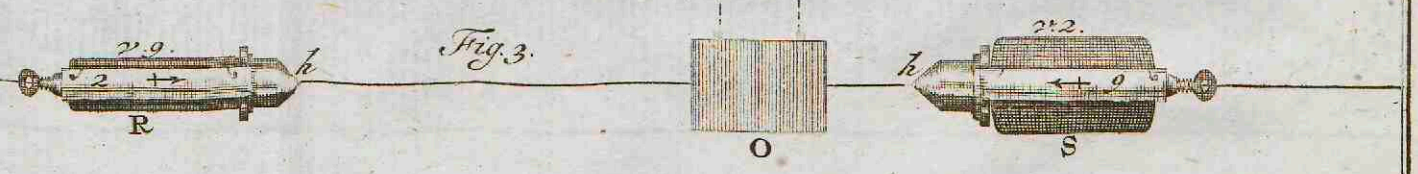


Fig. 3.

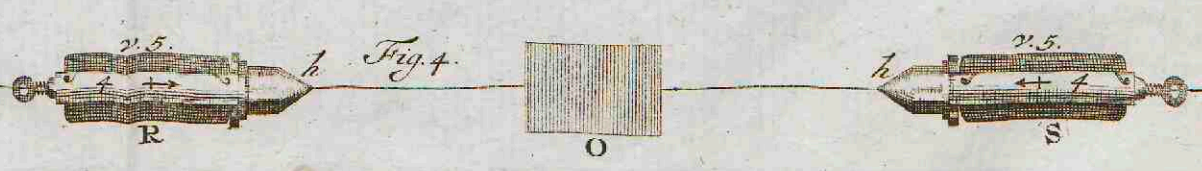


Fig. 4.

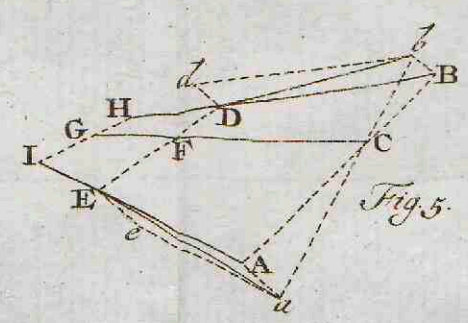


Fig. 5.

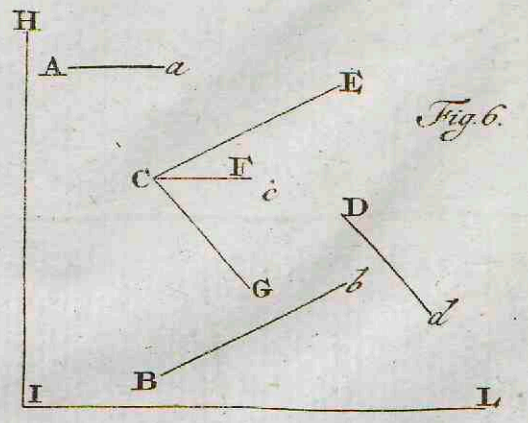


Fig. 6.

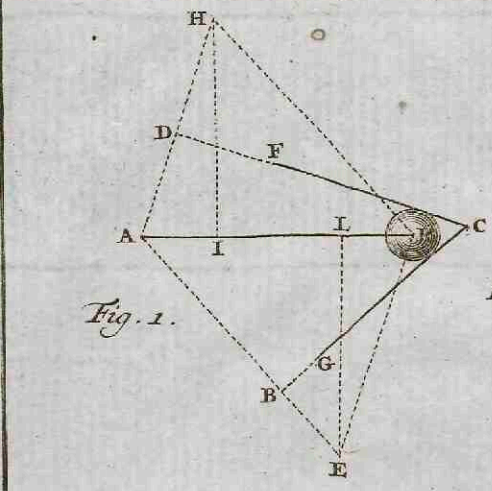


Fig. 1.

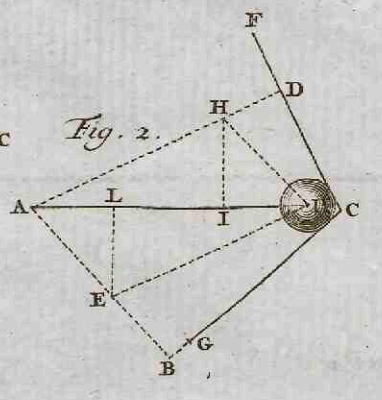


Fig. 2.

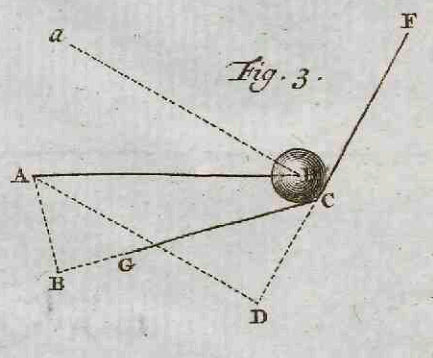


Fig. 3.

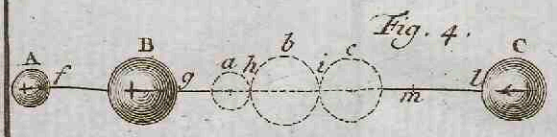


Fig. 4.

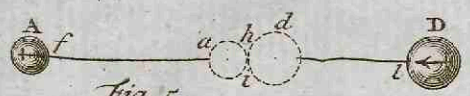
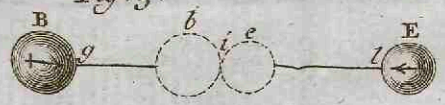


Fig. 5.



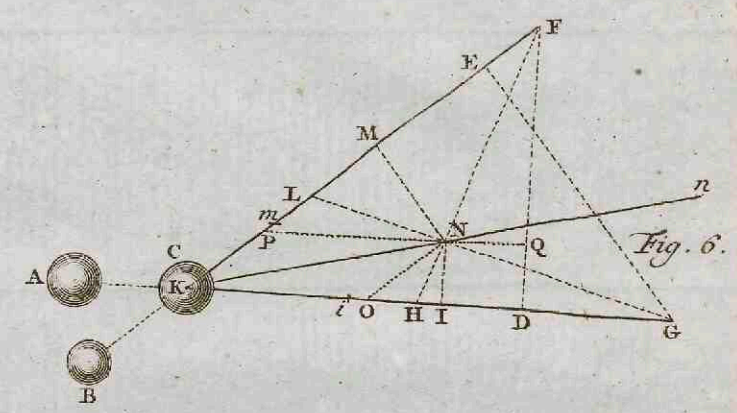


Fig. 6.

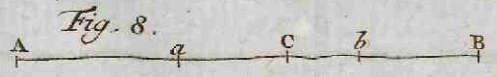


Fig. 8.

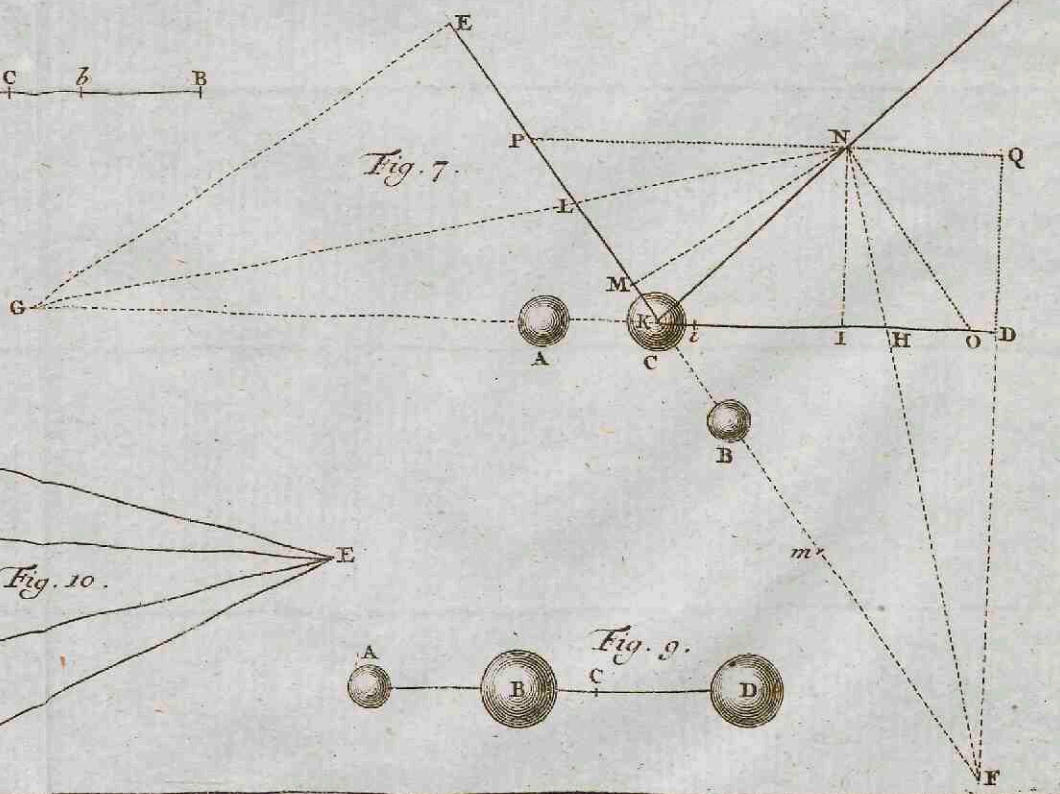


Fig. 7.

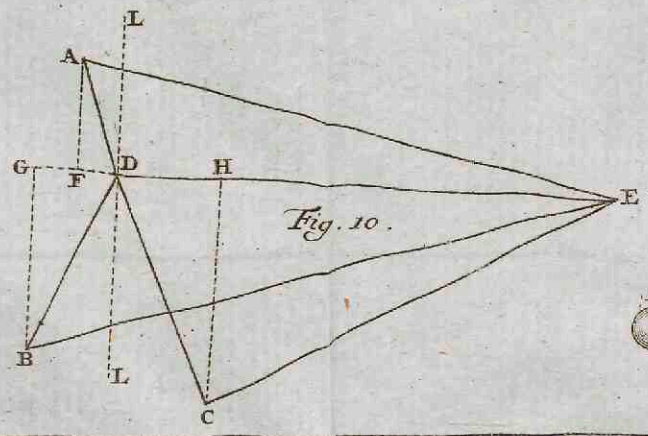


Fig. 10.

Fig. 9.

TAB. XLII.

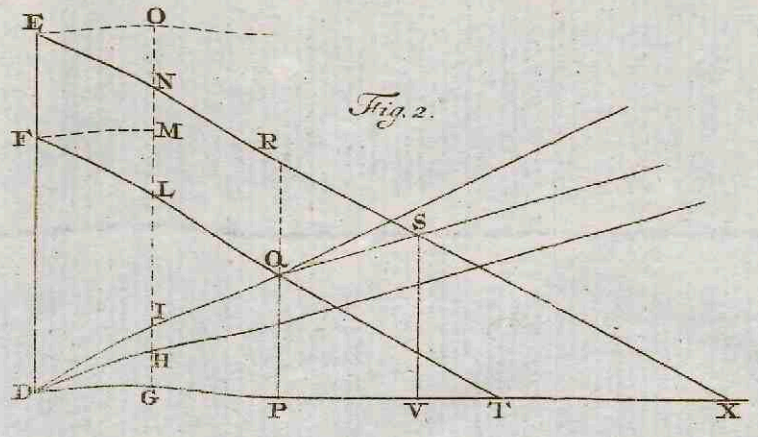


Fig. 2.

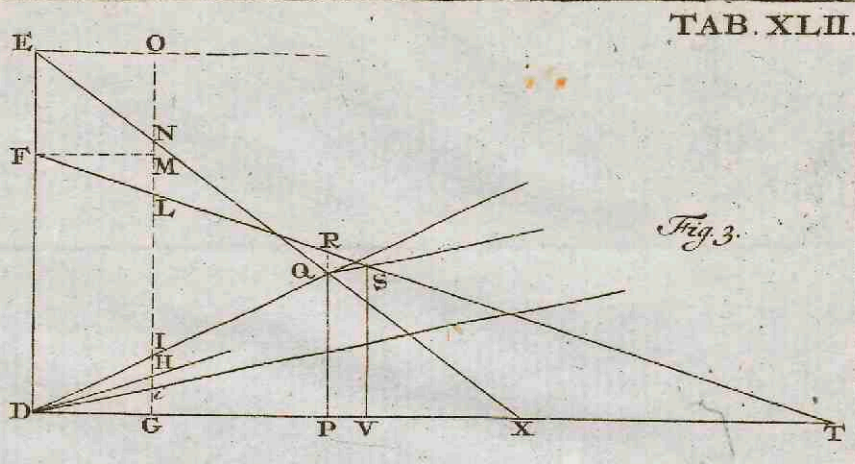


Fig. 3.

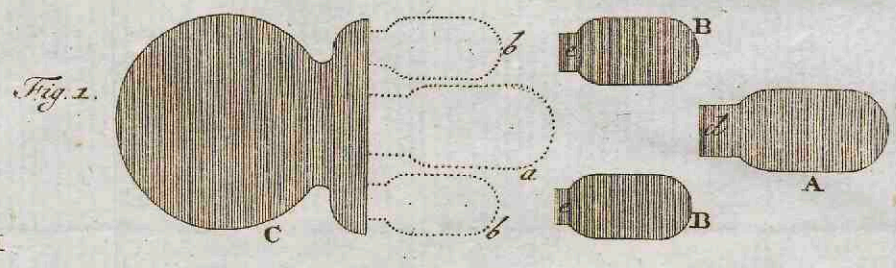


Fig. 1.

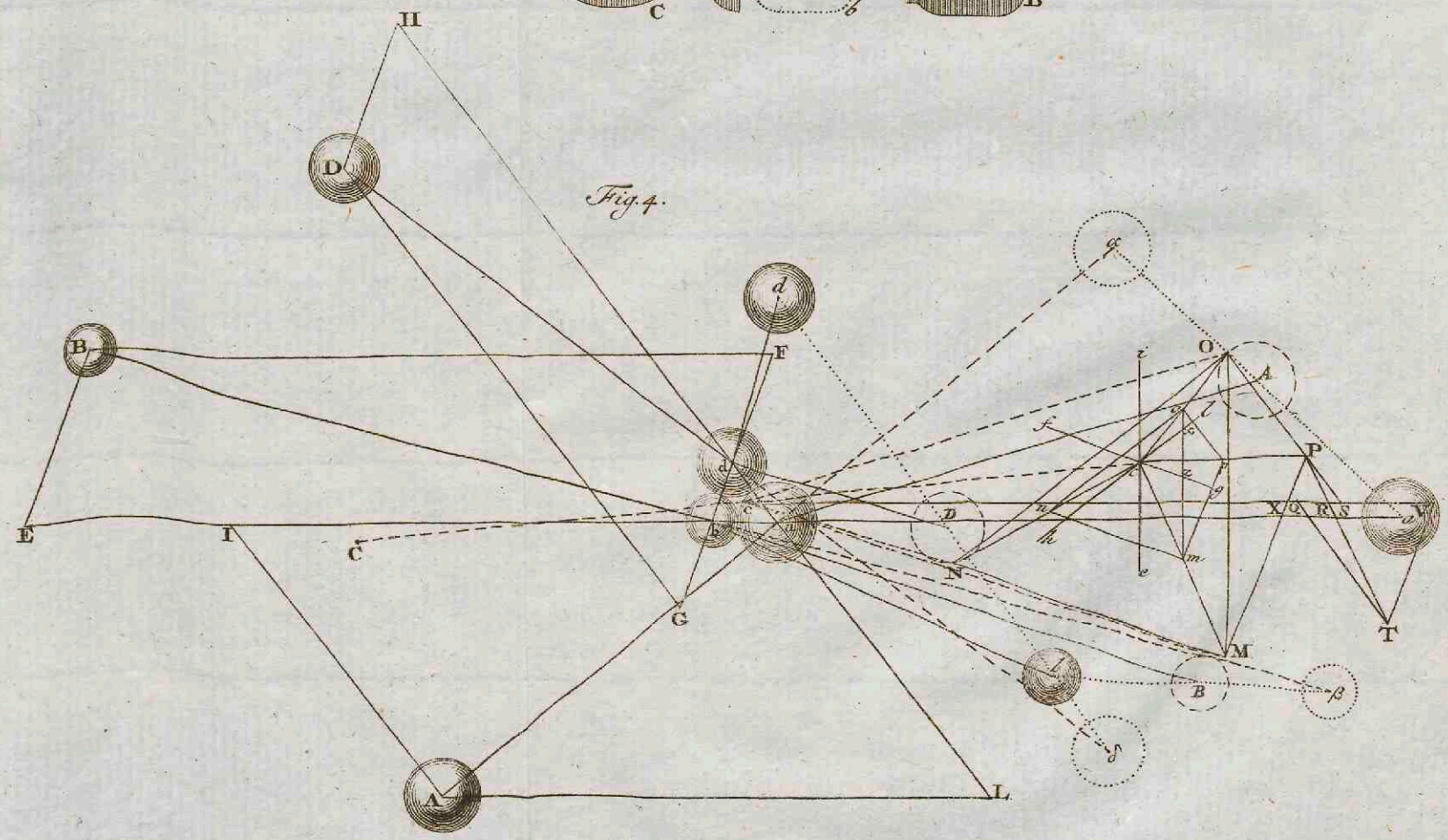


Fig. 4.

Fig. 1.

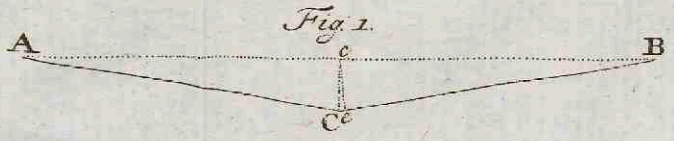


Fig. 2.

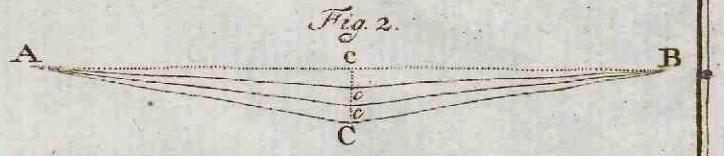


Fig. 3.

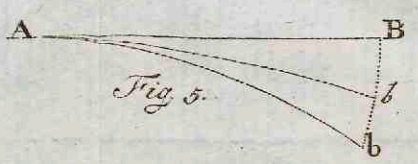


Fig. 5.

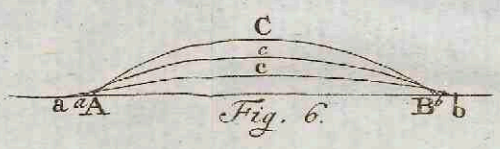


Fig. 6.

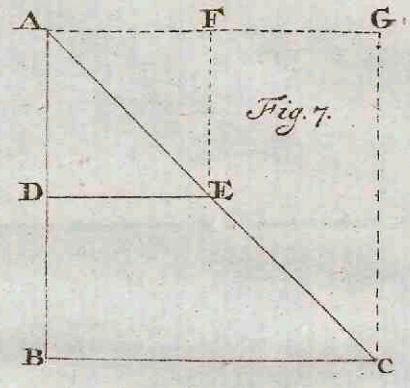


Fig. 7.

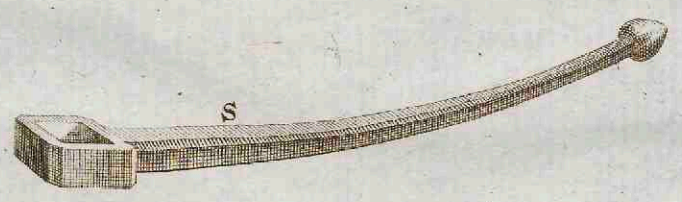
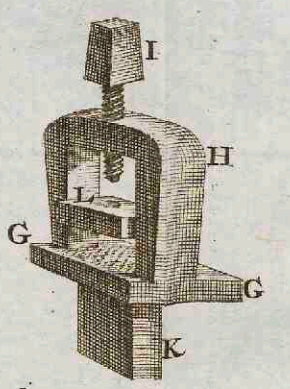
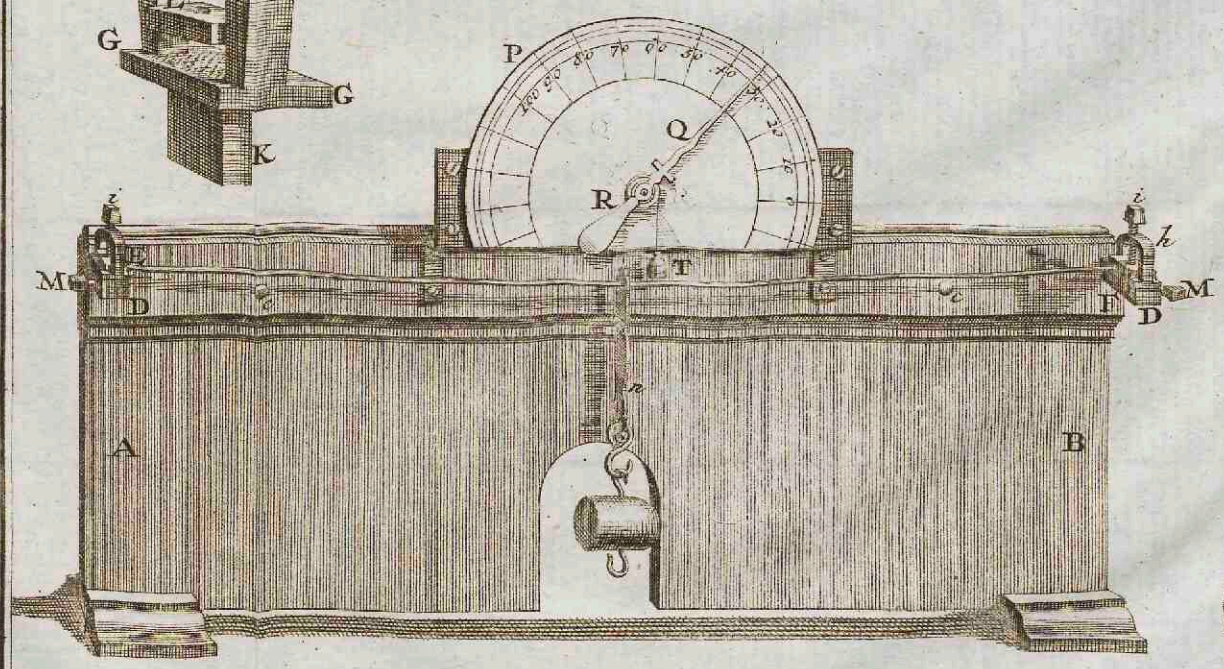
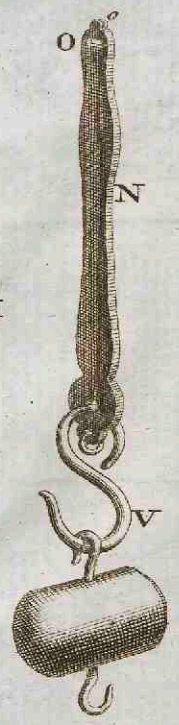


Fig. 4.







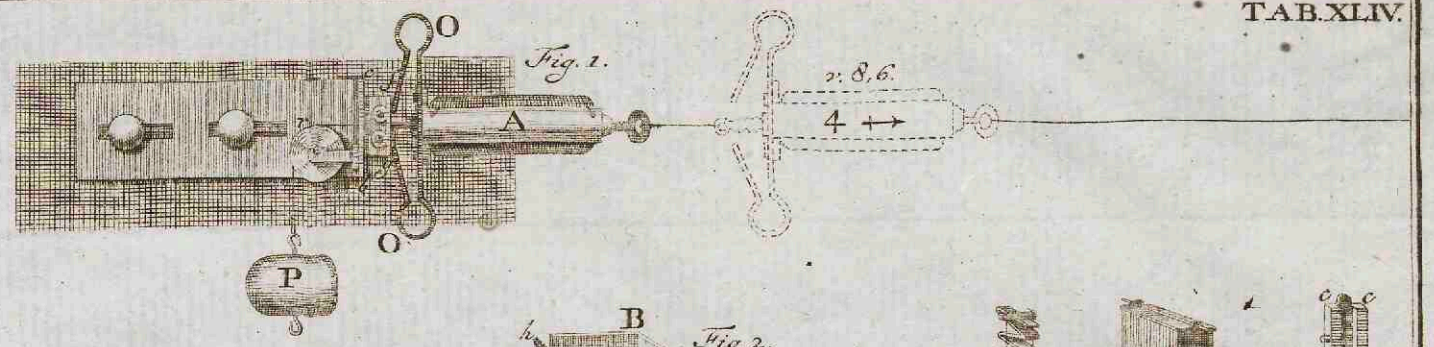


Fig. 1.

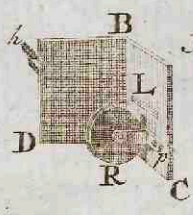


Fig. 2.

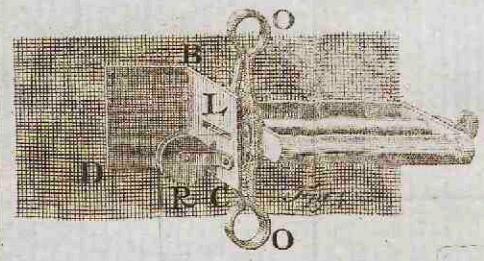


Fig. 6.

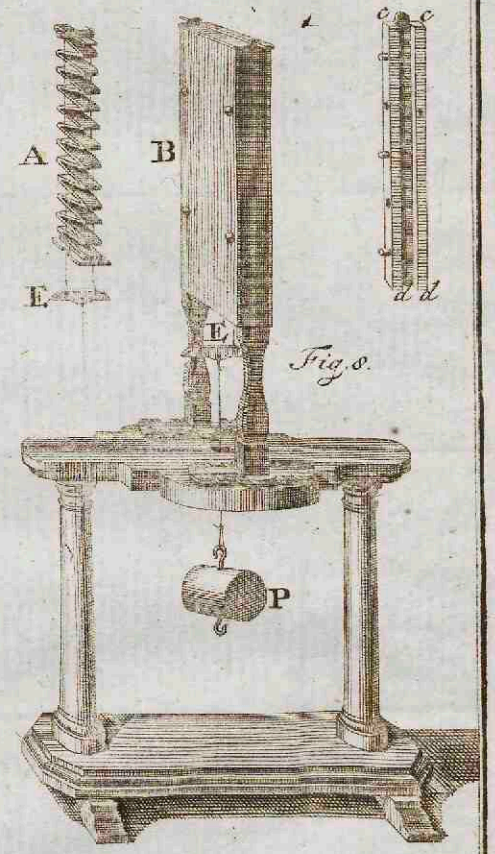


Fig. 8.

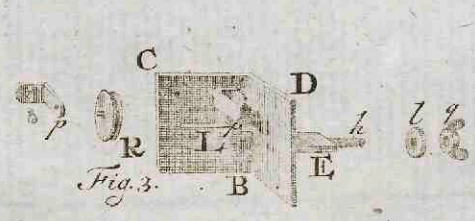
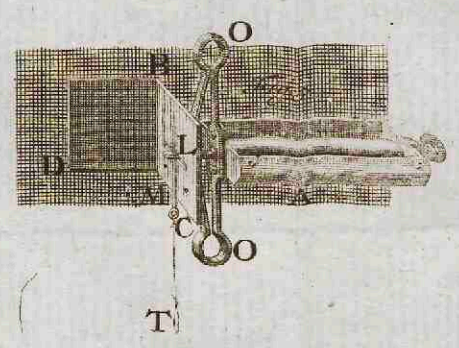


Fig. 3.



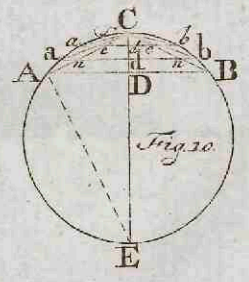


Fig. 10.

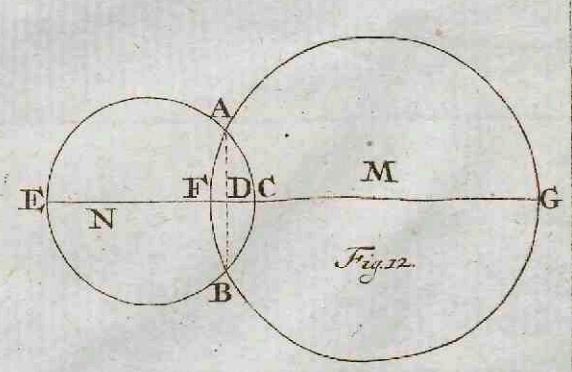


Fig. 12.

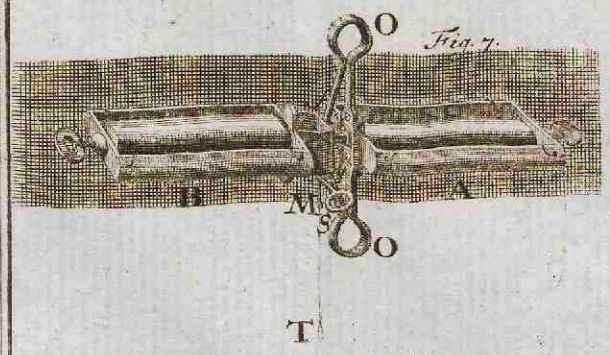


Fig. 7.

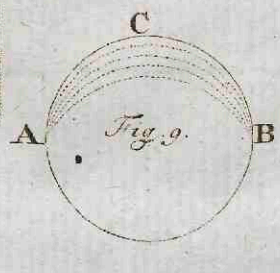
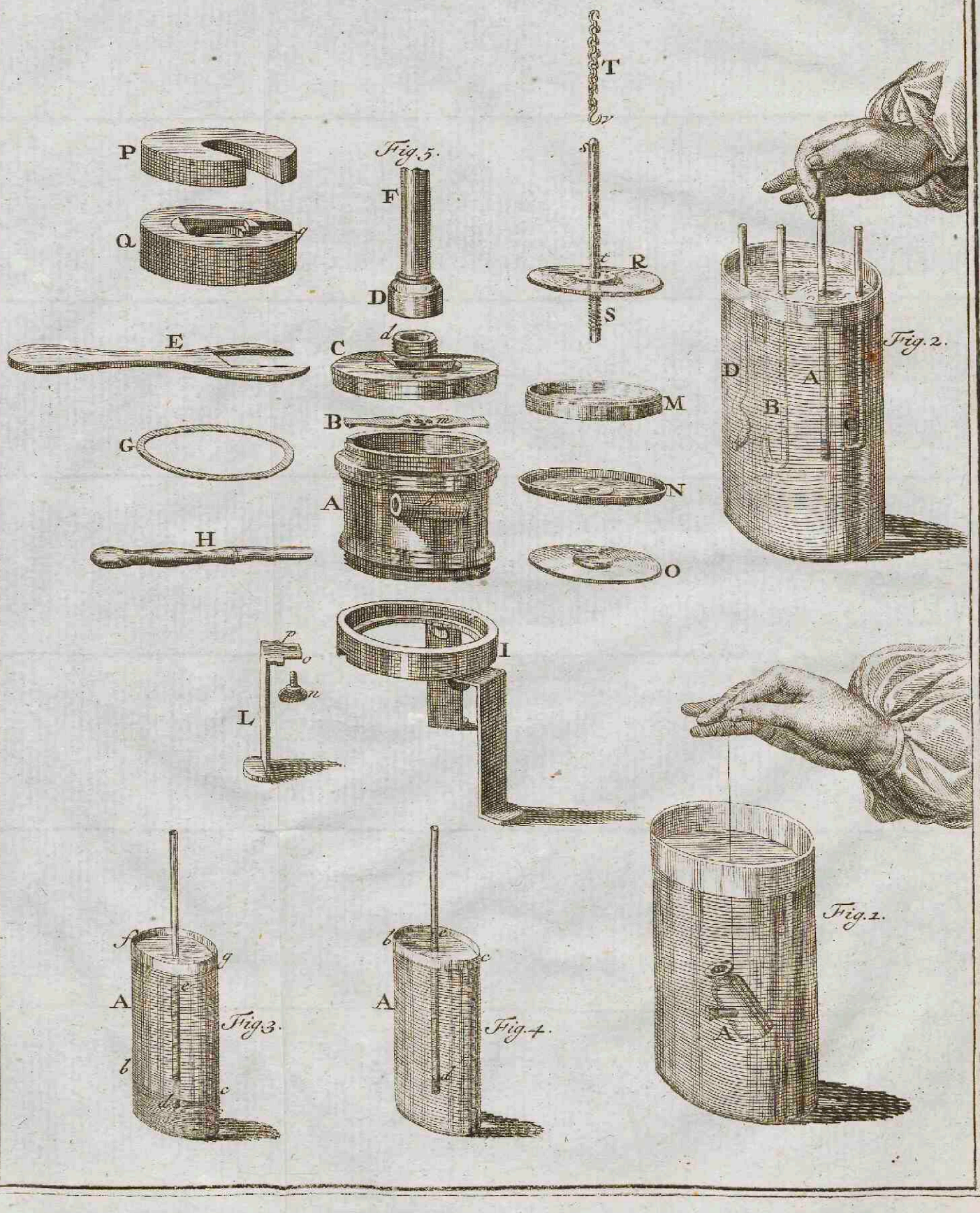


Fig. 9.

Fig. 11.


P
Q
E
G
H
Fig.5.
F
D
C
d
B
A
T
R
S
M
N
O
I
L
Fig.2.
D
A
B
C
Fig.1.
A
E
Fig3.
A
Fig.4.

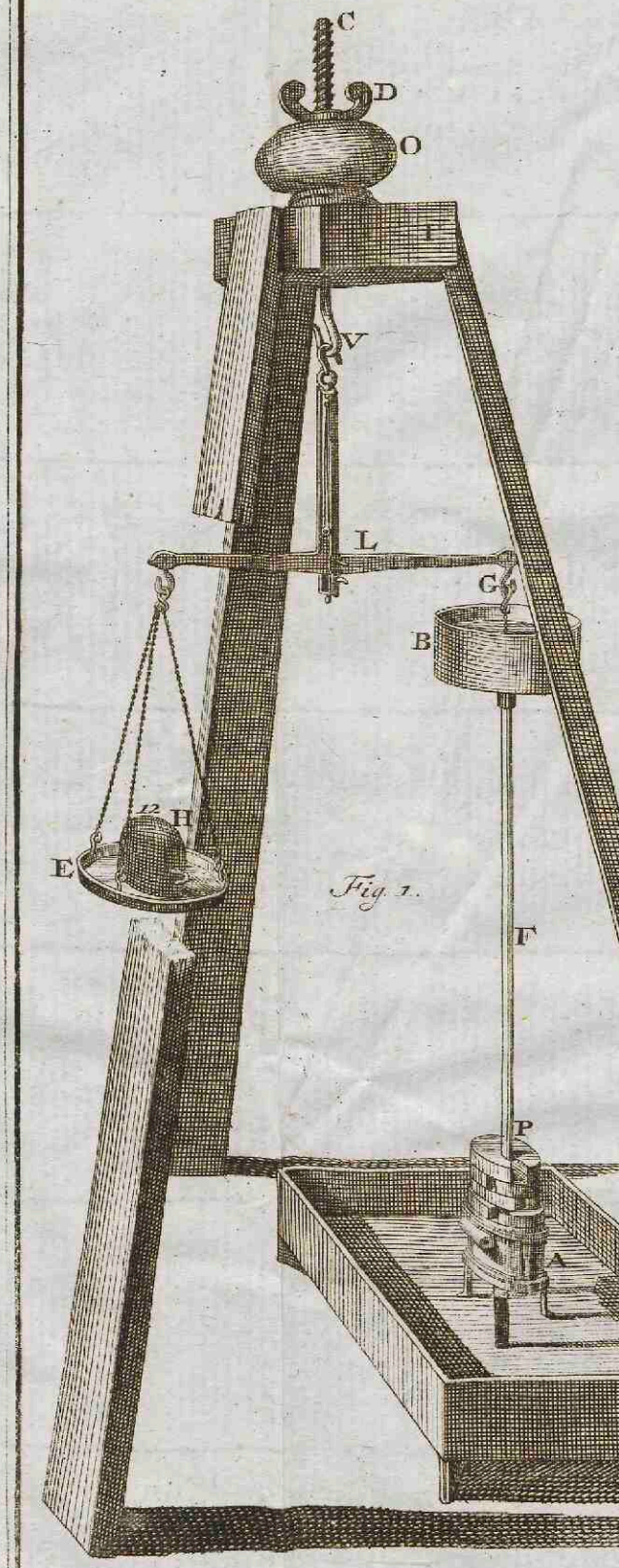


Fig. 1.

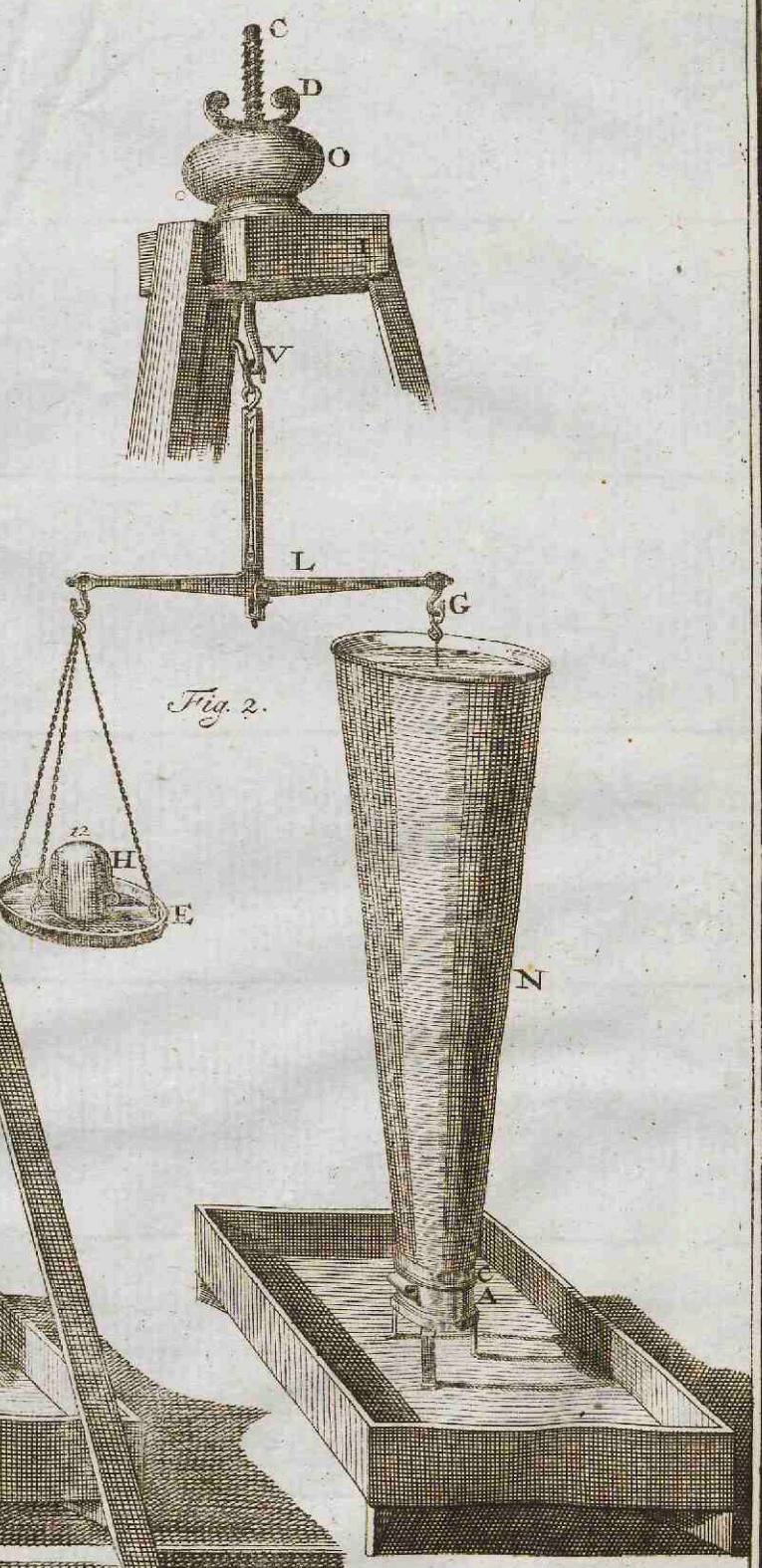


Fig. 2.

Fig. 1.

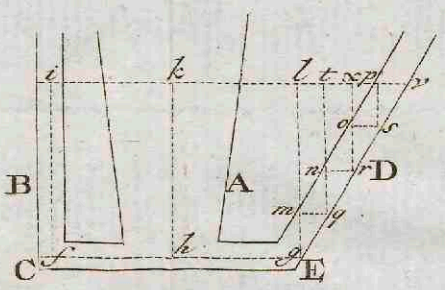
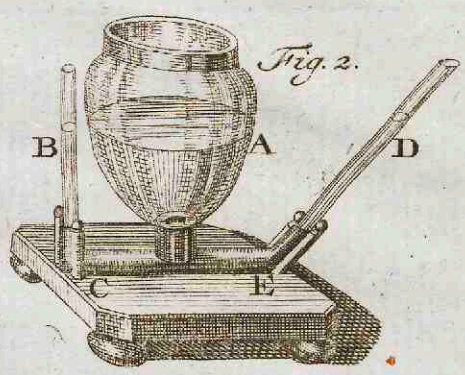


Fig. 2.



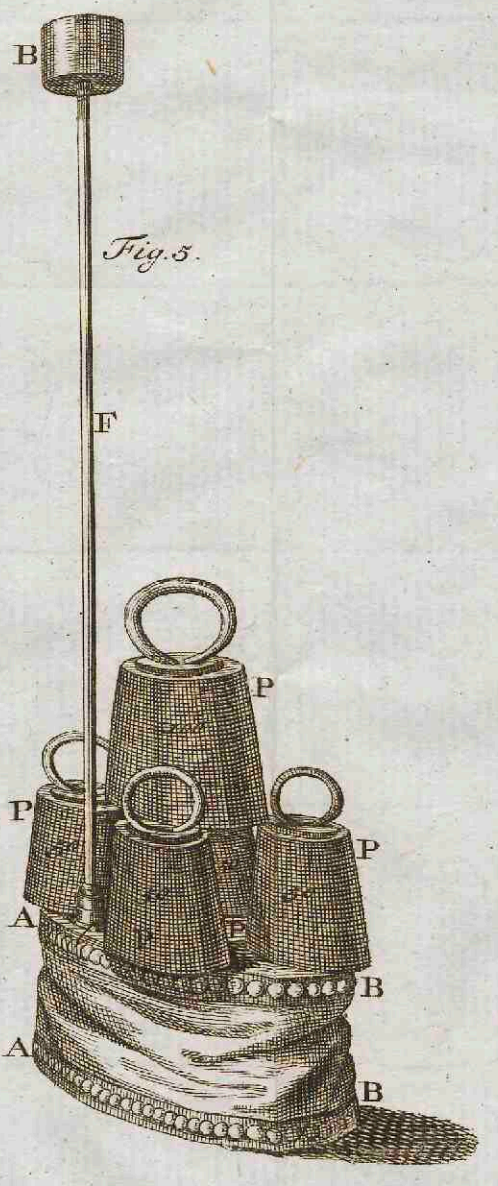


Fig. 5.

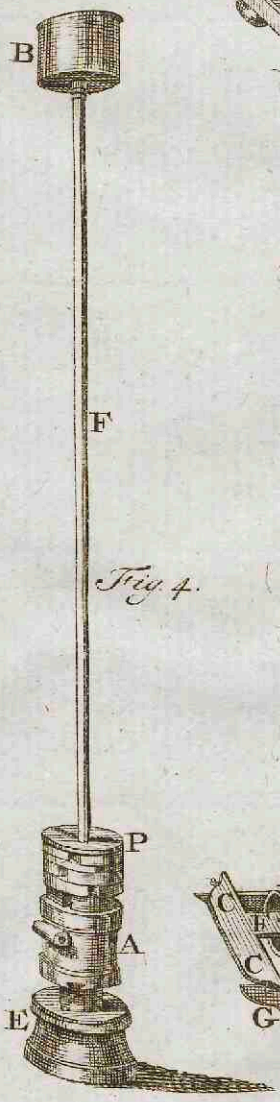


Fig. 4.

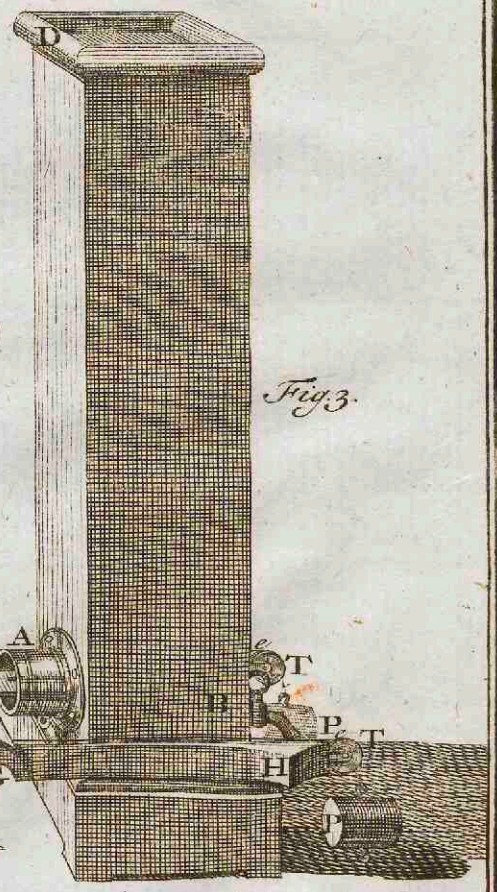


Fig. 3.

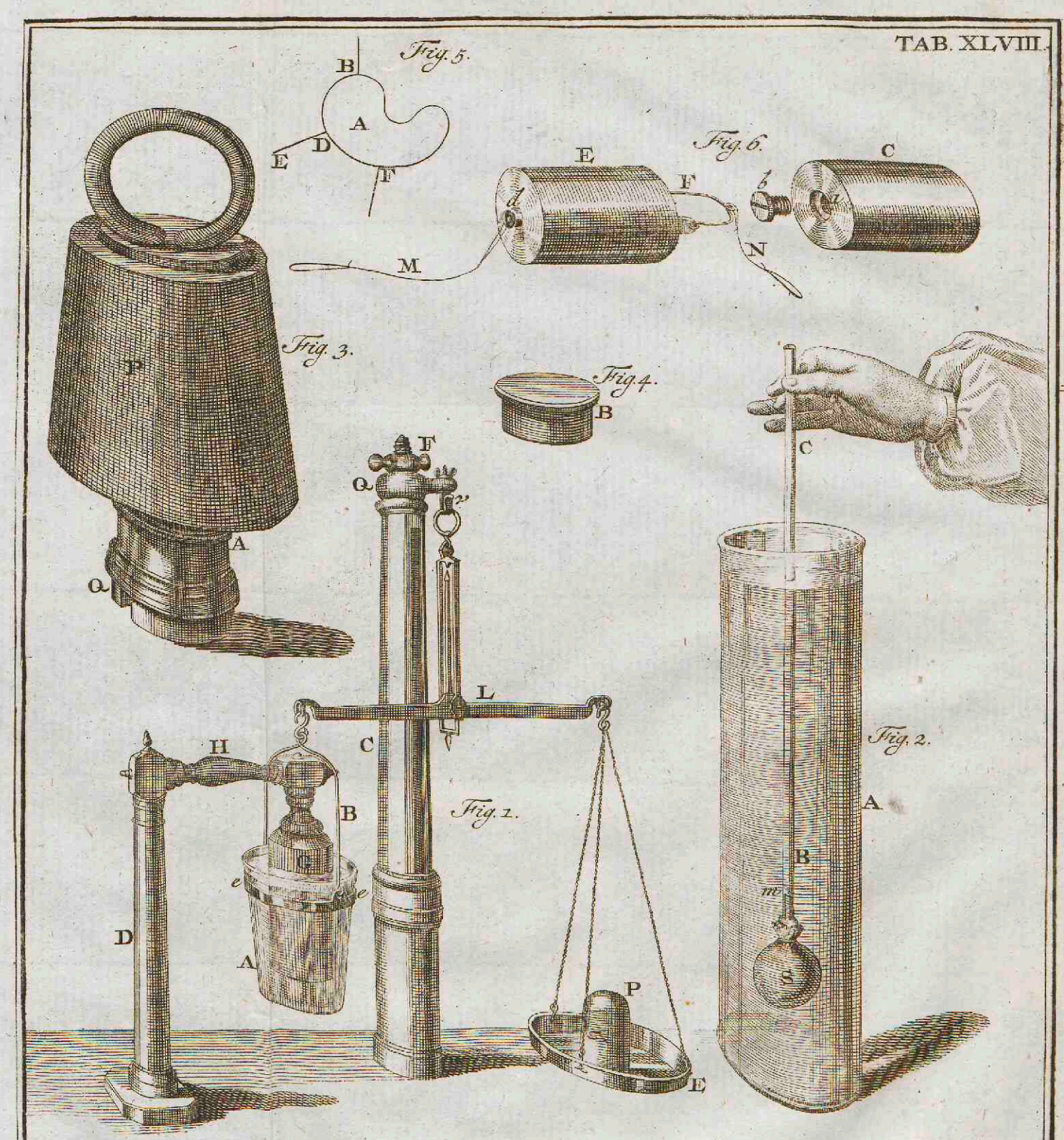
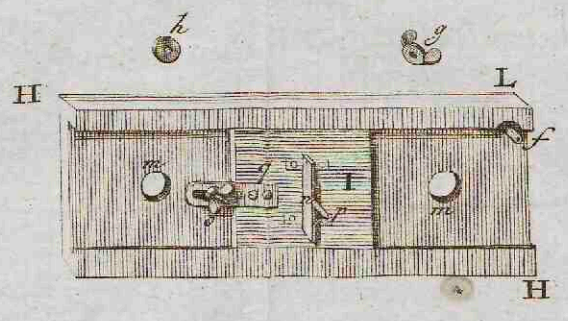


Fig. 5.
B
A
D
E
F
Fig. 6.
E
F
C
b
d
M
N
Fig. 3.
F
A
Q
Fig. 4.
B
F
Q
L
H
C
B
e
e
D
A
P
E
Fig. 1.
C
Fig. 2.
A
B
m
S



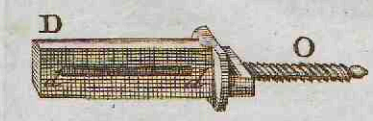
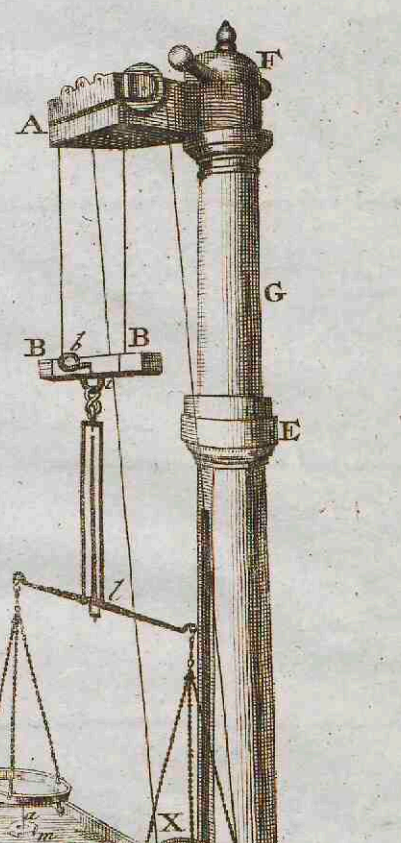
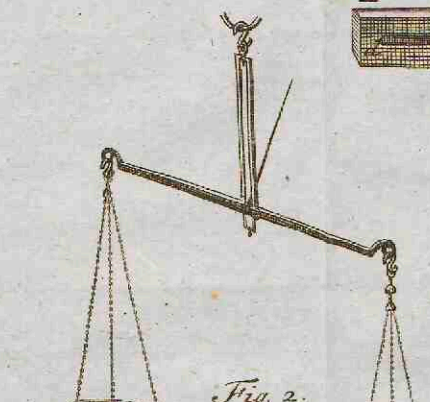
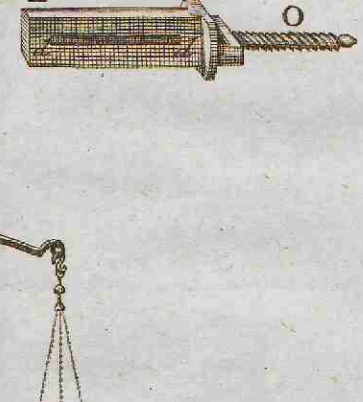


Fig. 1.







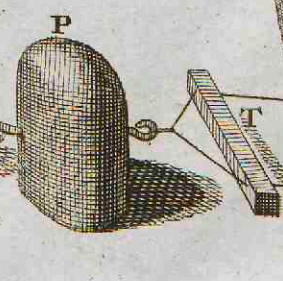


Fig. 2.

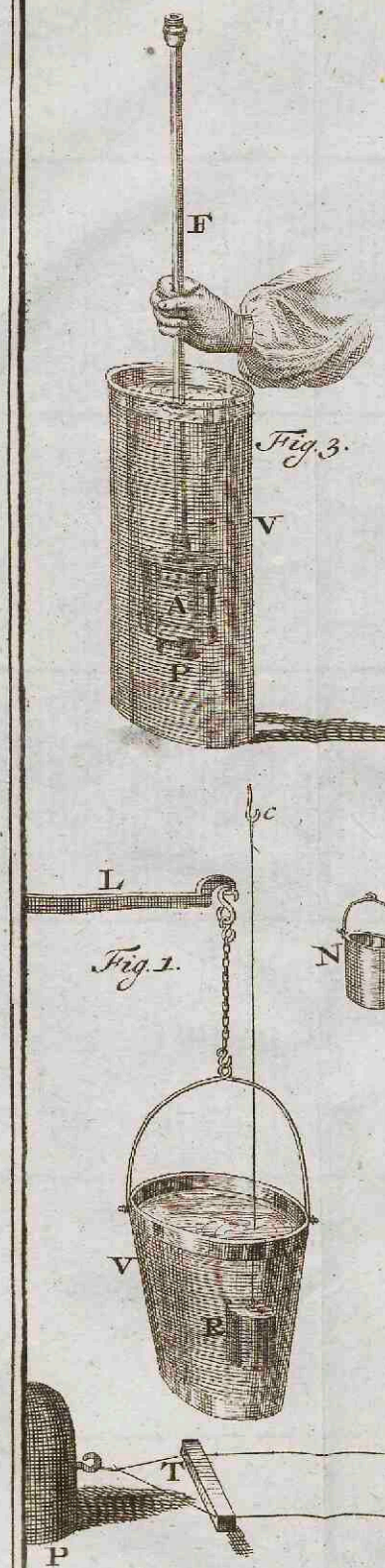


Fig. 3.

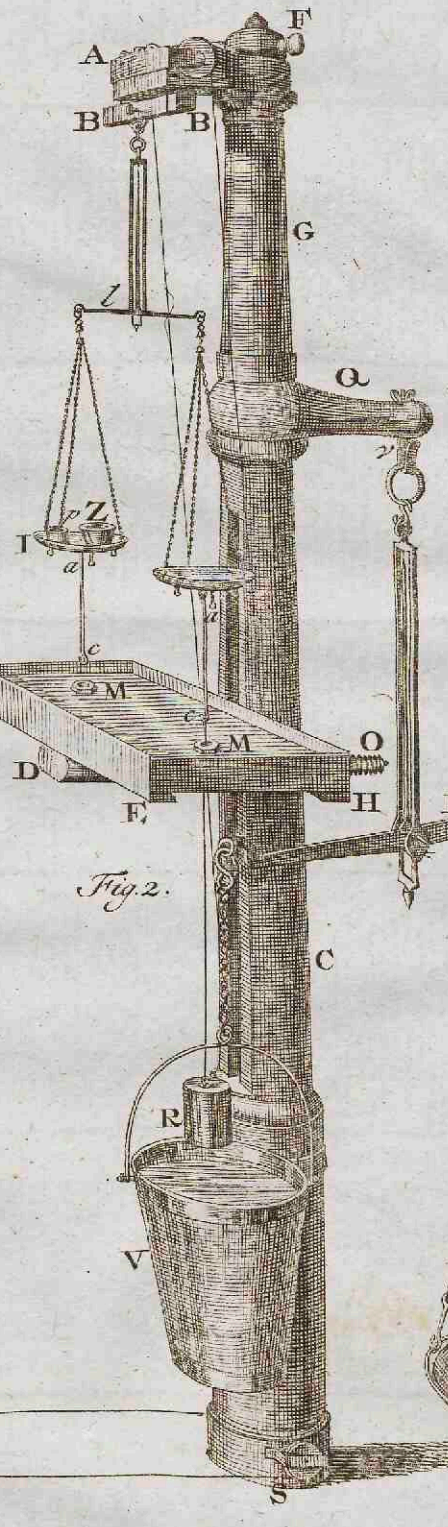
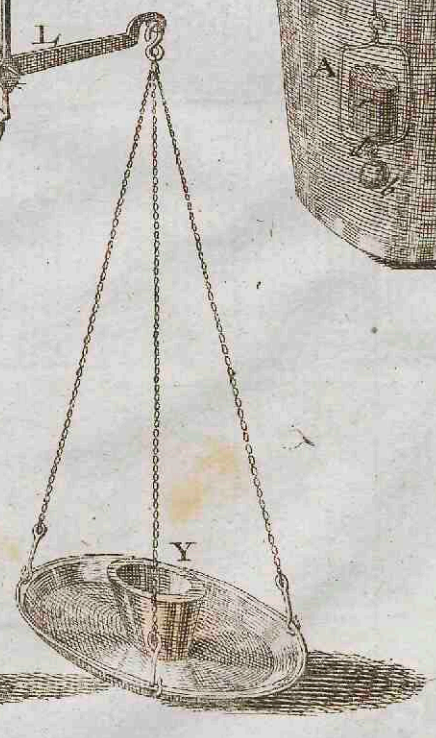


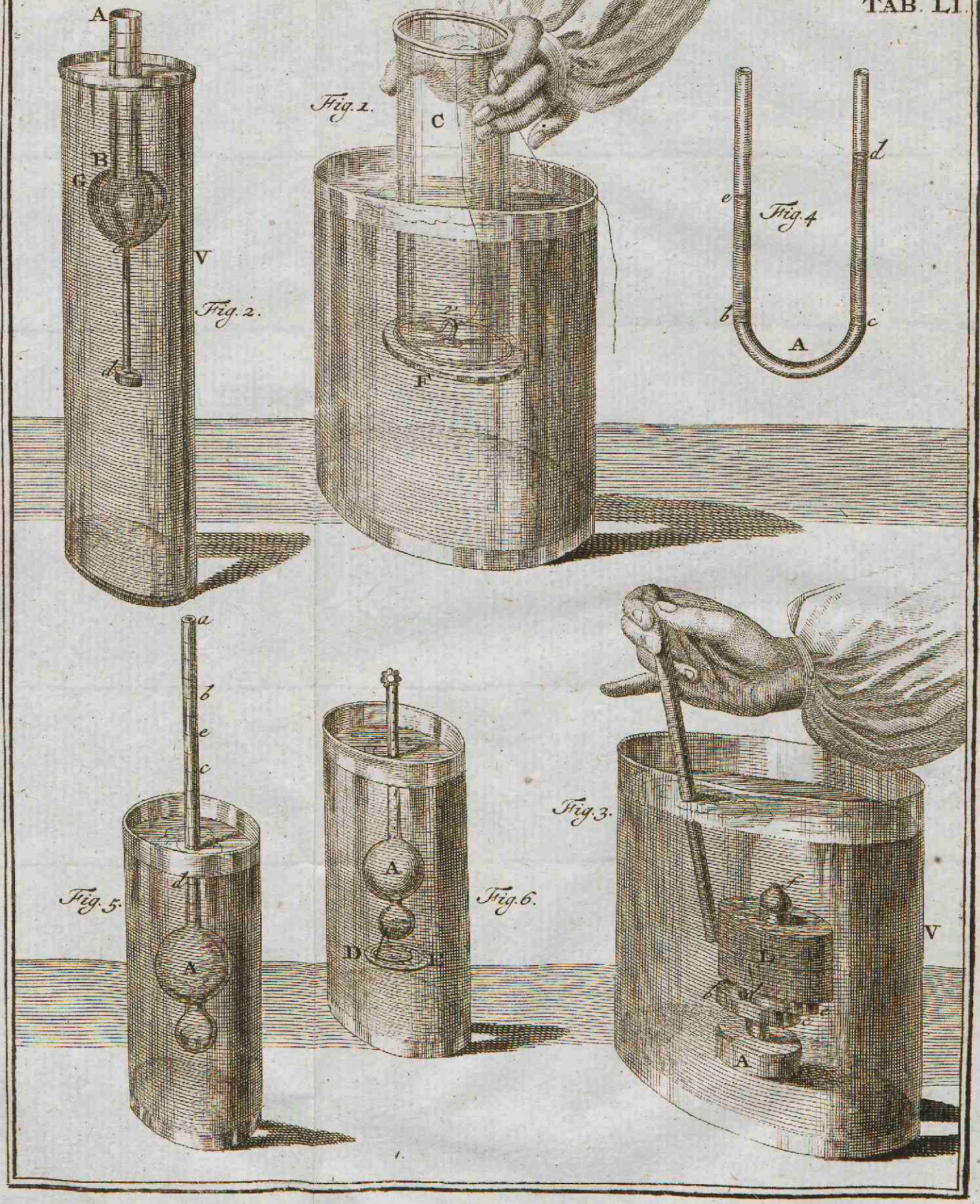
Fig. 2.

Fig. 4.

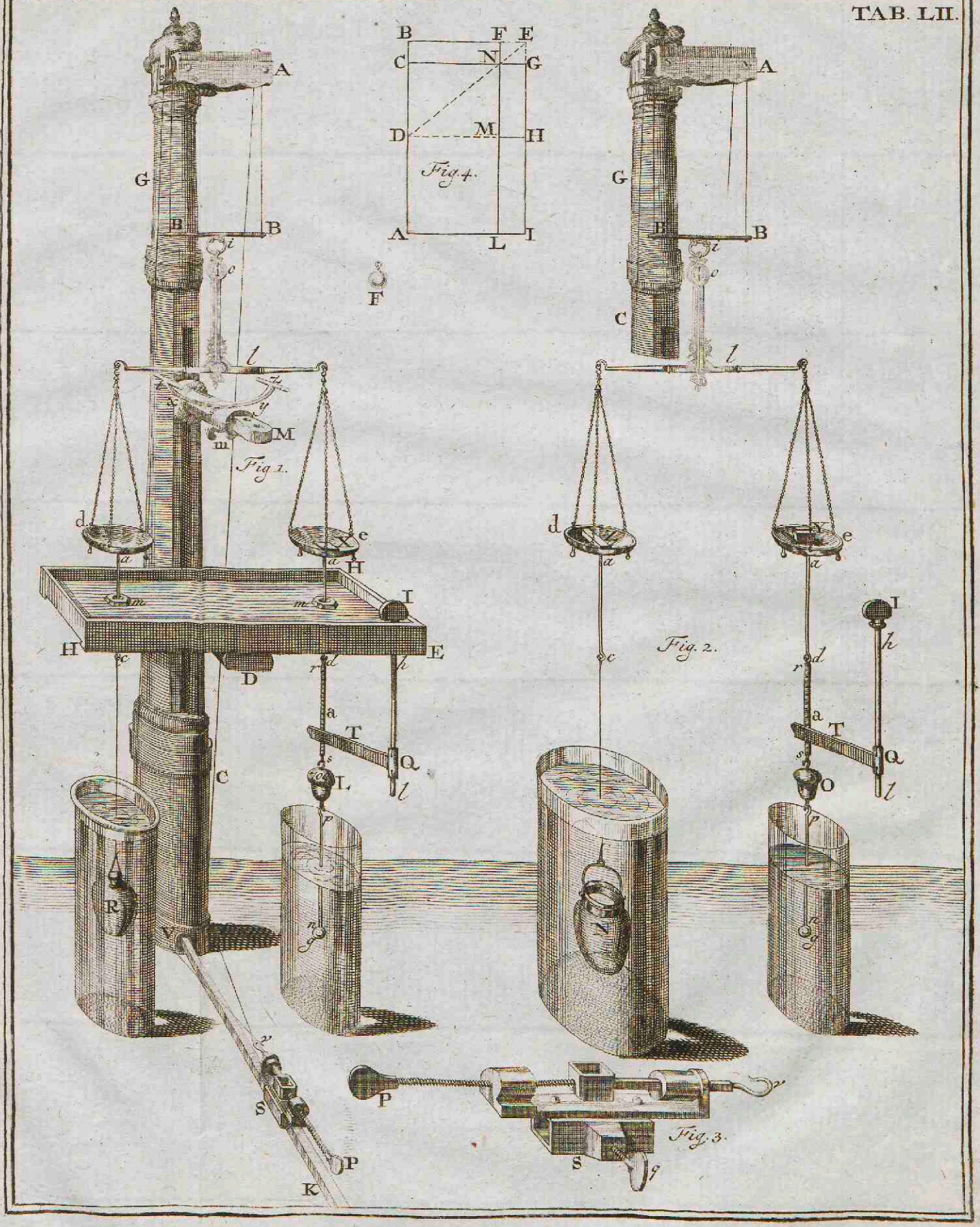
Fig. 1.



TAB. LI.

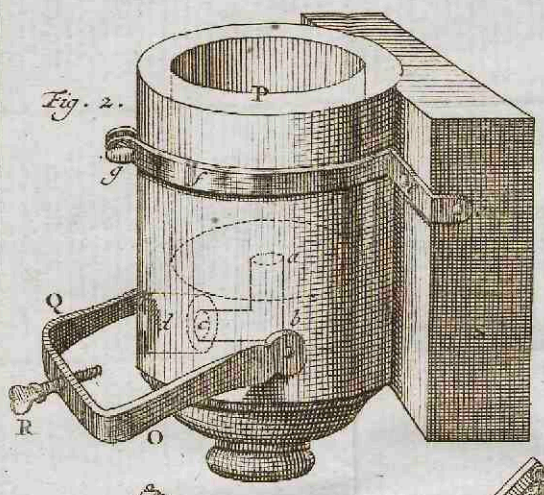


TAB. LII.



TAB. LIII.

Fig. 2.



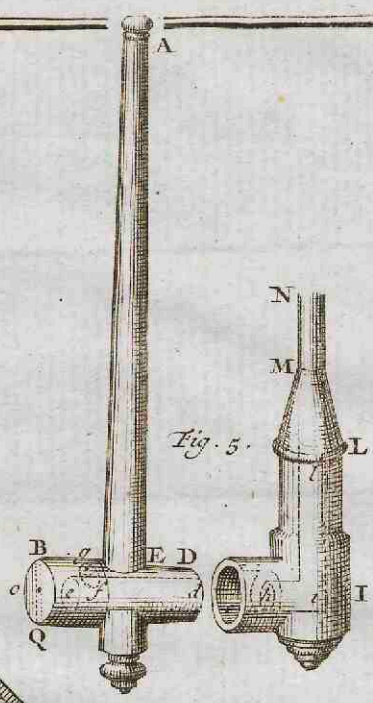


Fig. 5.

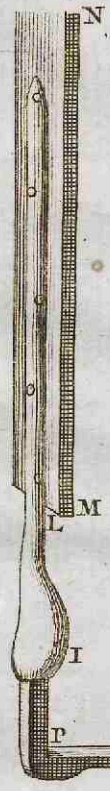


Fig. 4.

Fig. 6.

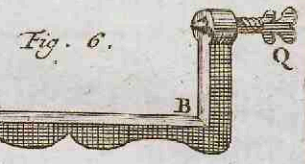
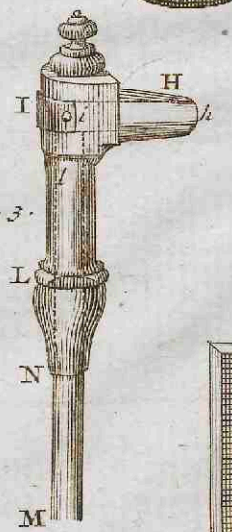


Fig. 3.



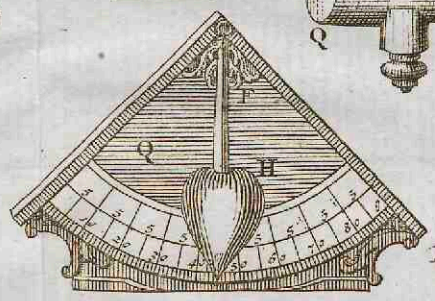
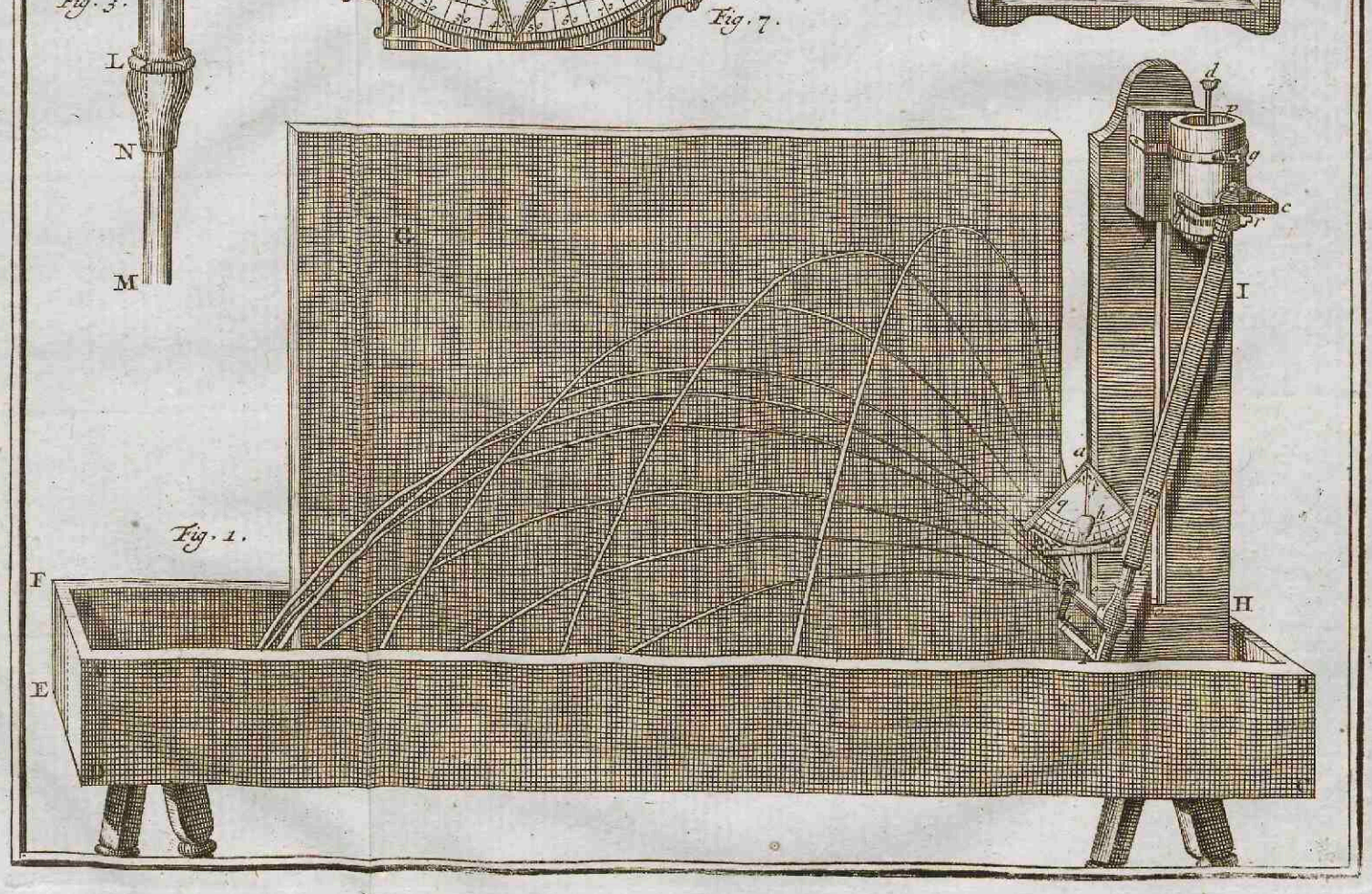


Fig. 7.

Fig. 1.



TAB. LIV.

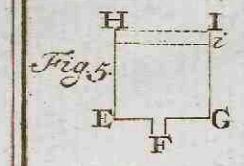


Fig. 5.

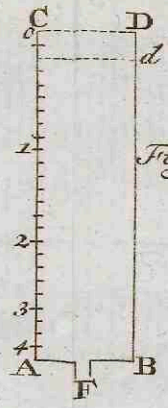


Fig. 6.

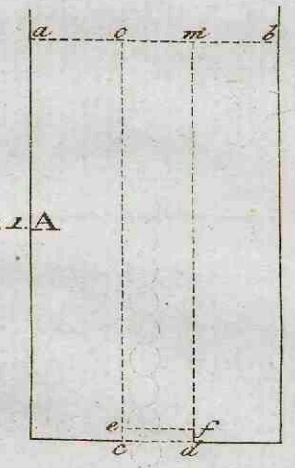


Fig. 1. A

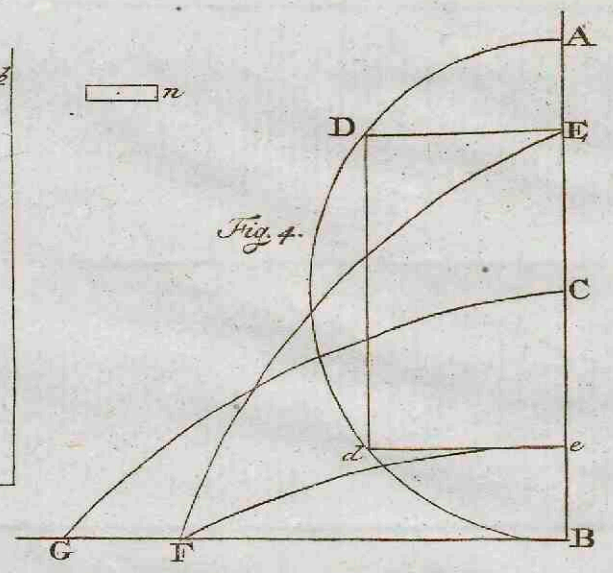


Fig. 4.

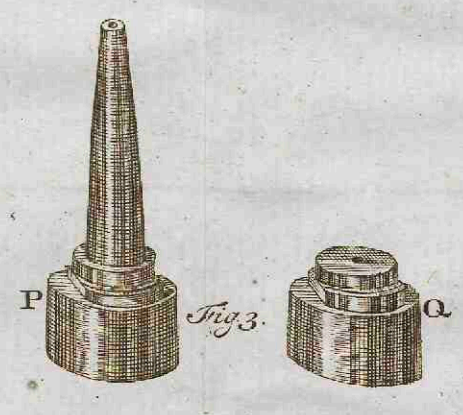


Fig. 3.

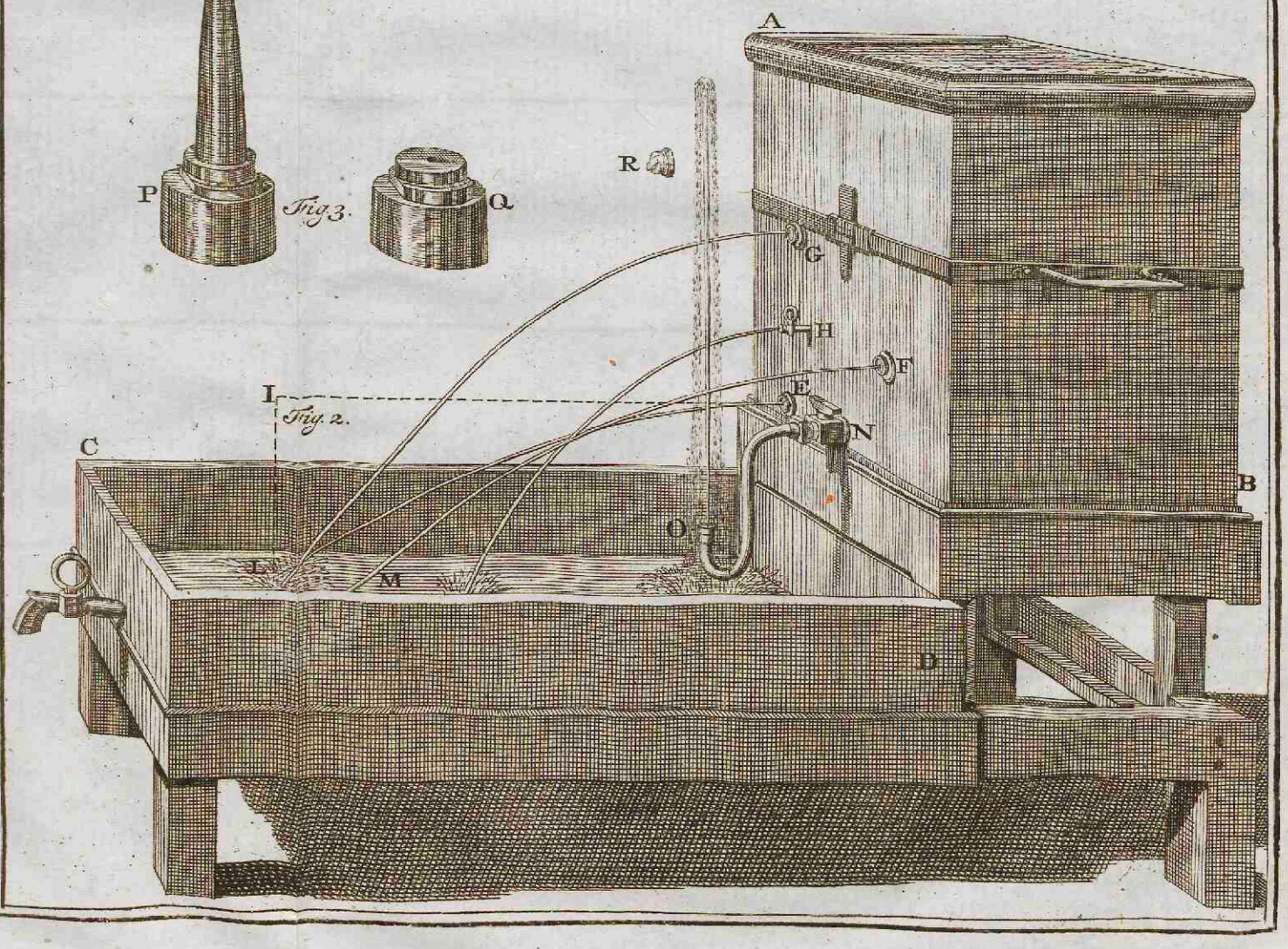


Fig. 2.

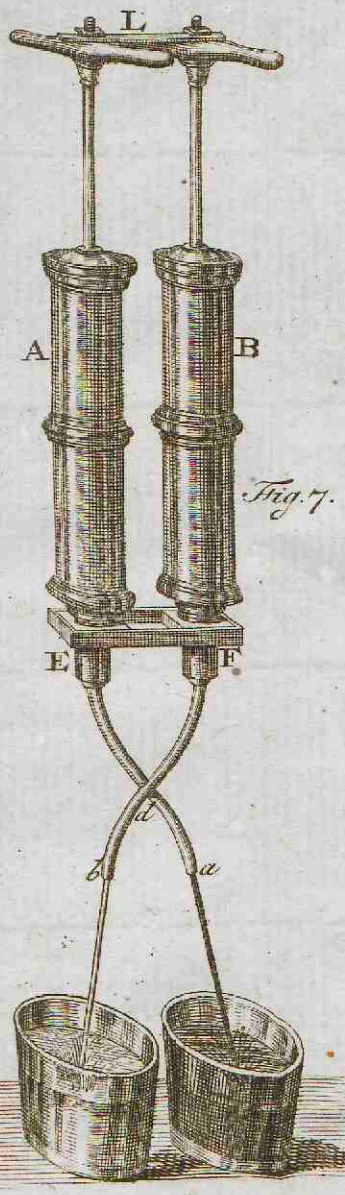


Fig. 7.

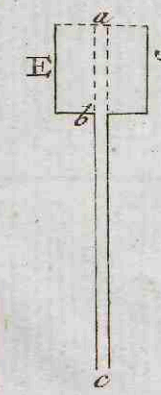


Fig. 3.

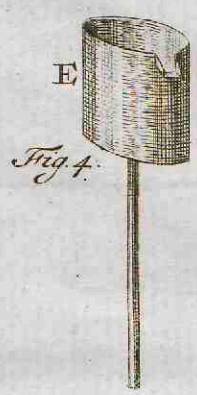


Fig. 4.

Fig. 5.

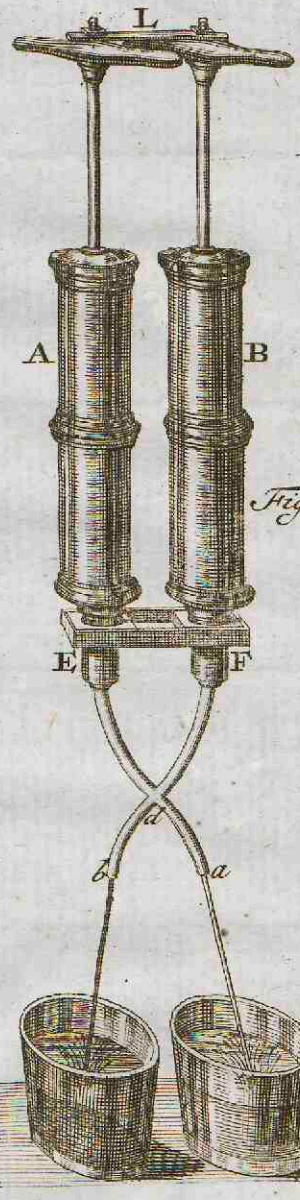


Fig. 6.

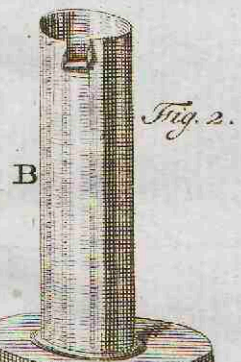


Fig. 2.

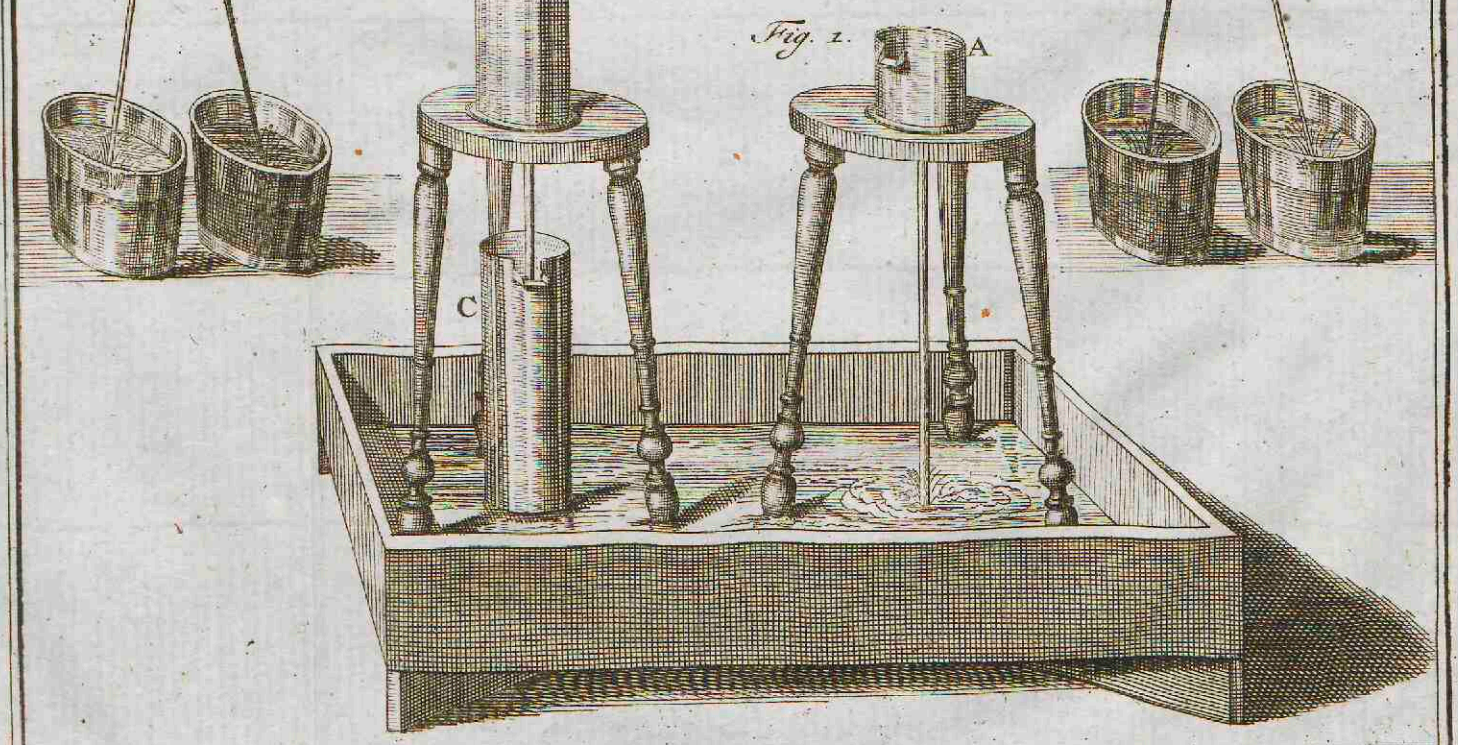


Fig. 1.

TAB. LVI.

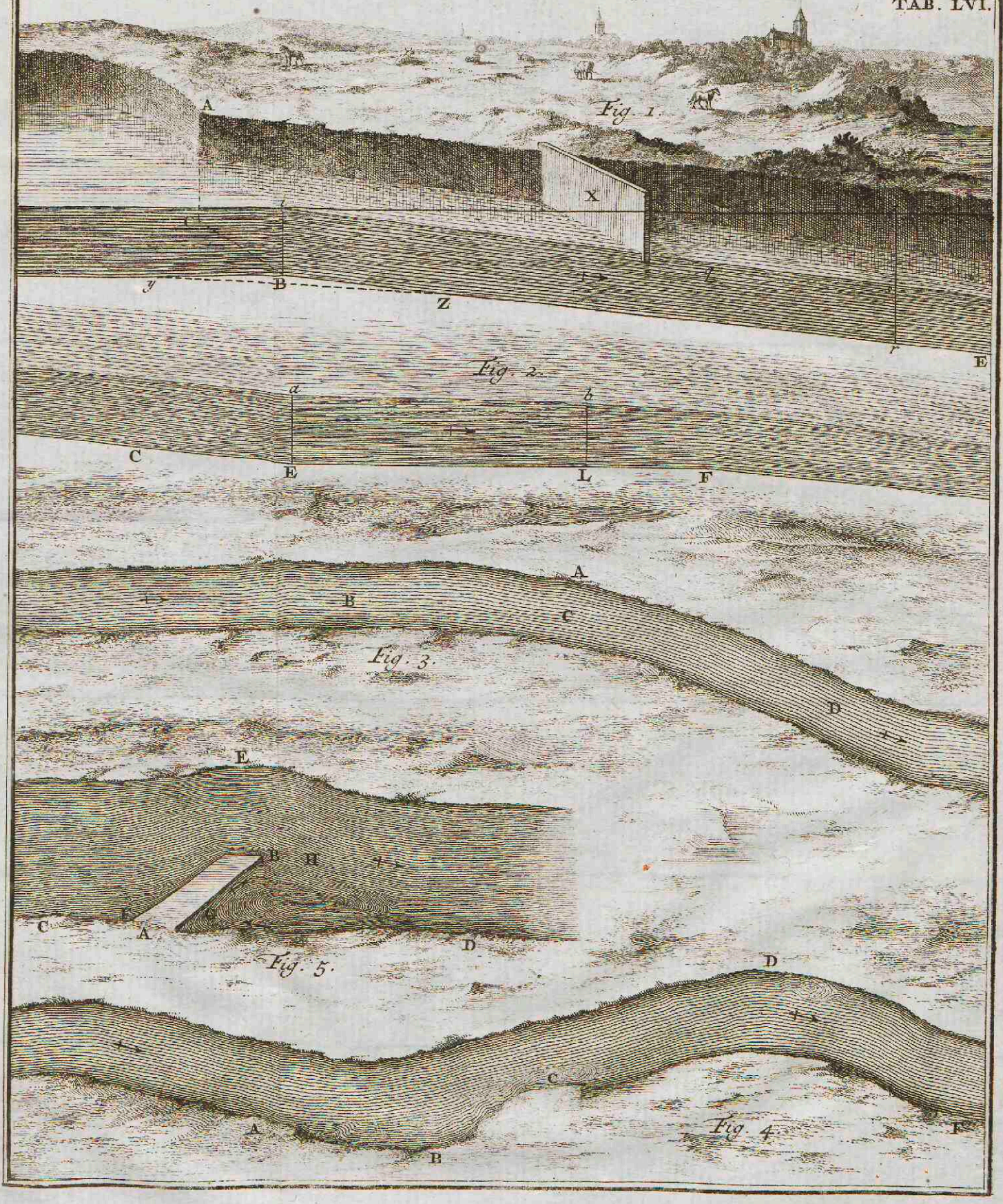


Fig. 1.

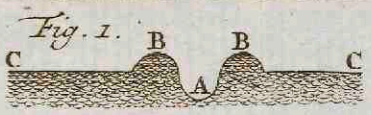


Fig. 2.

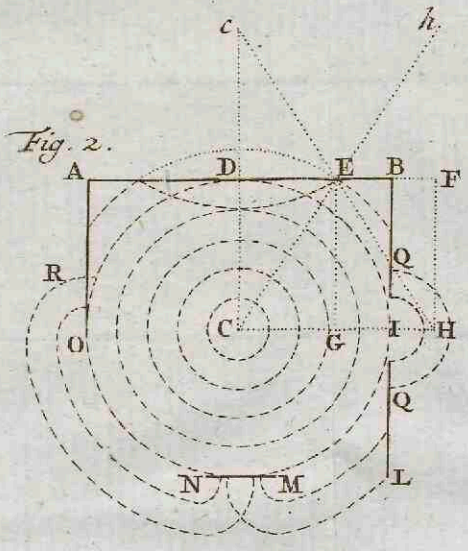


Fig. 5.

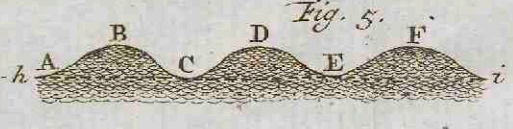


Fig. 8.

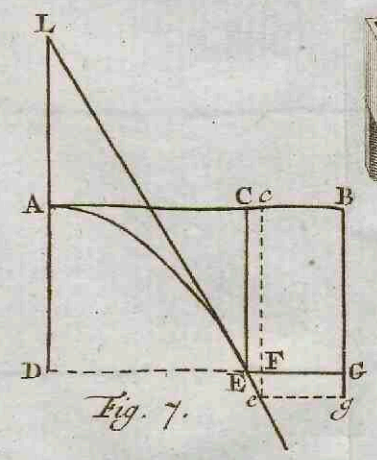


Fig. 7.

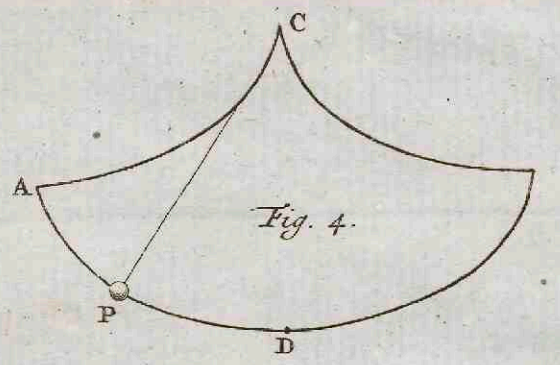


Fig. 4.

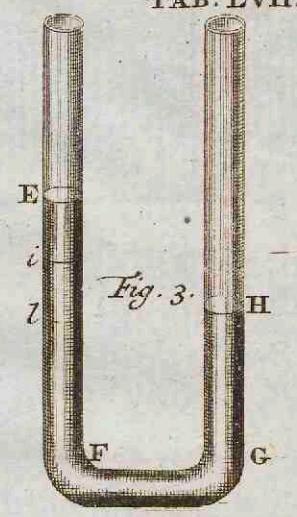


Fig. 3.

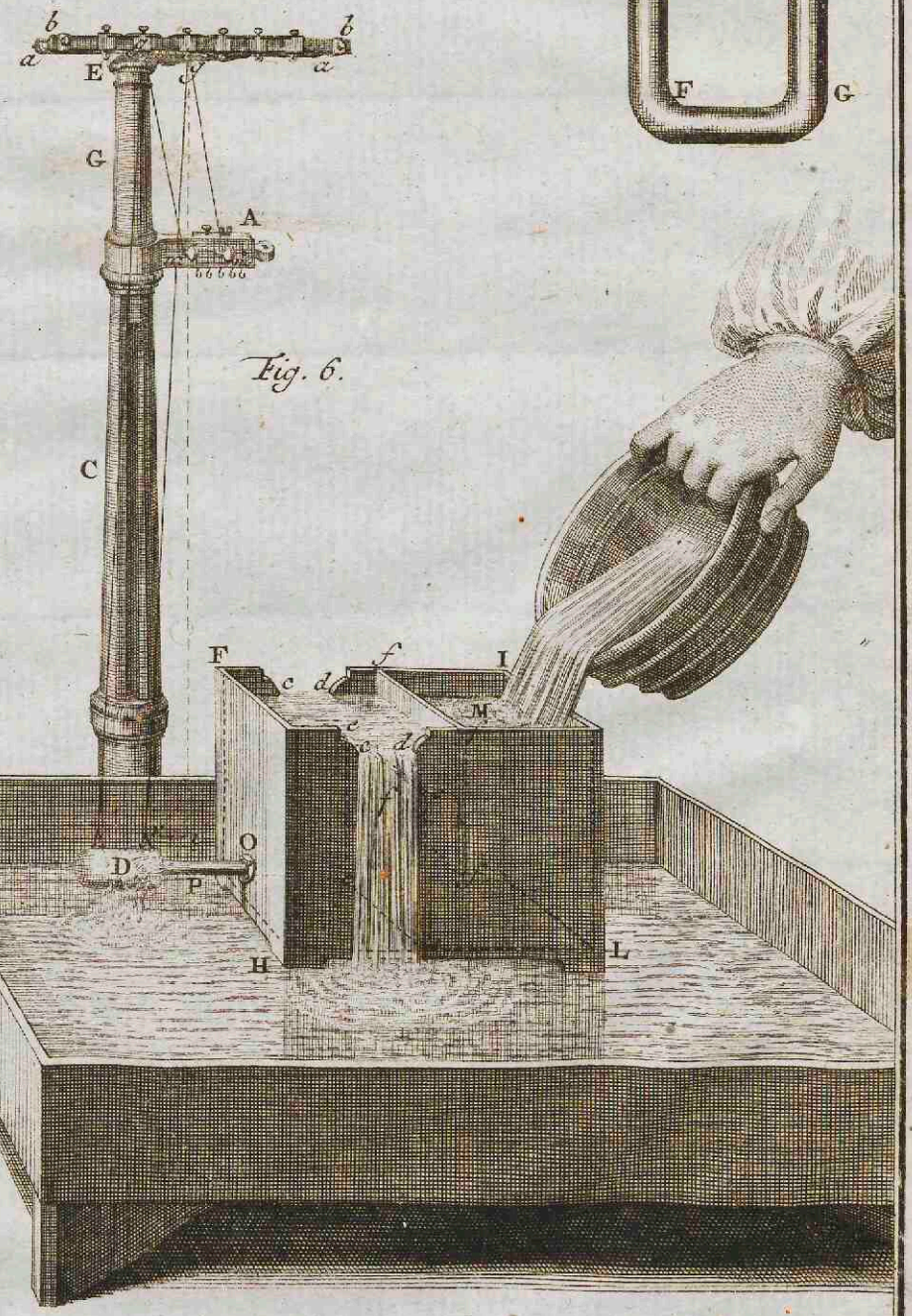


Fig. 6.

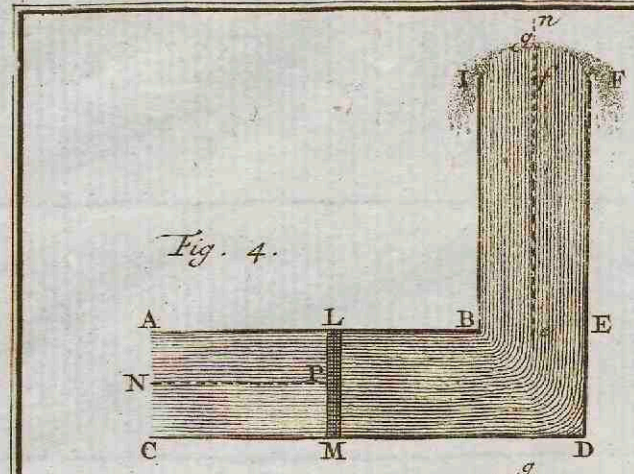


Fig. 4.

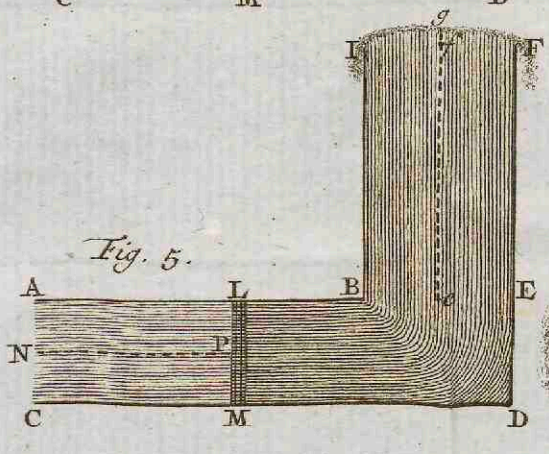


Fig. 5.

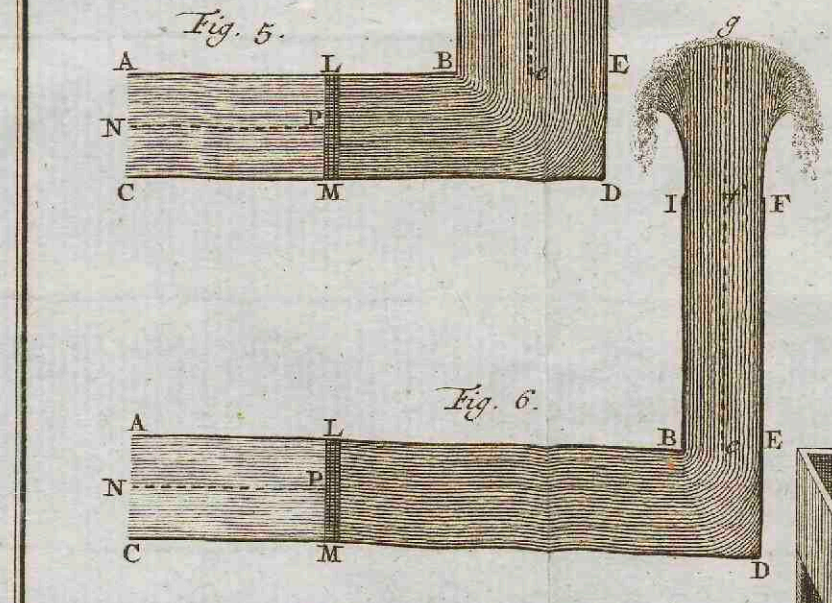


Fig. 6.

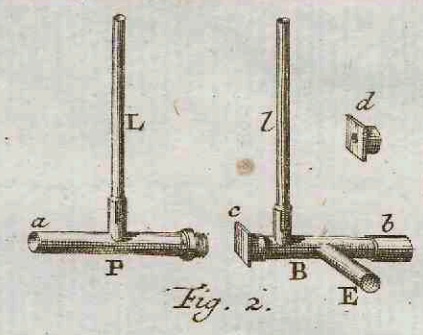


Fig. 2.

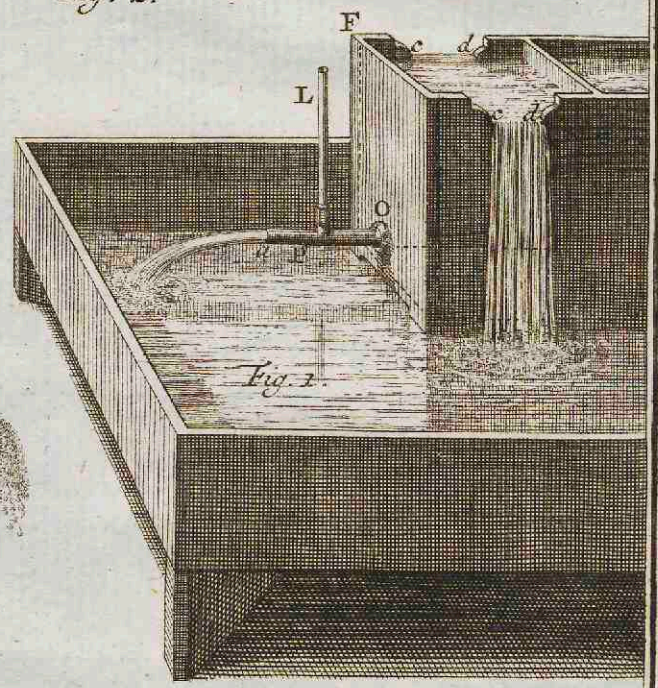


Fig. 1.

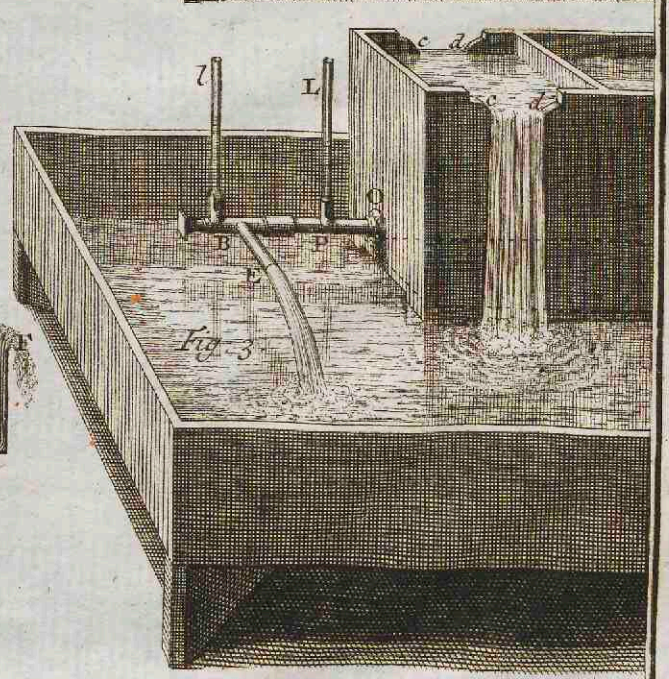


Fig. 3.

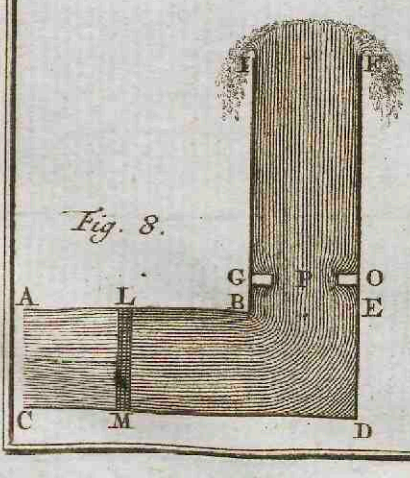


Fig. 8.

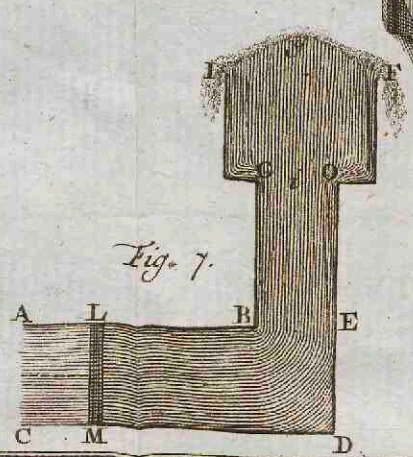


Fig. 7.

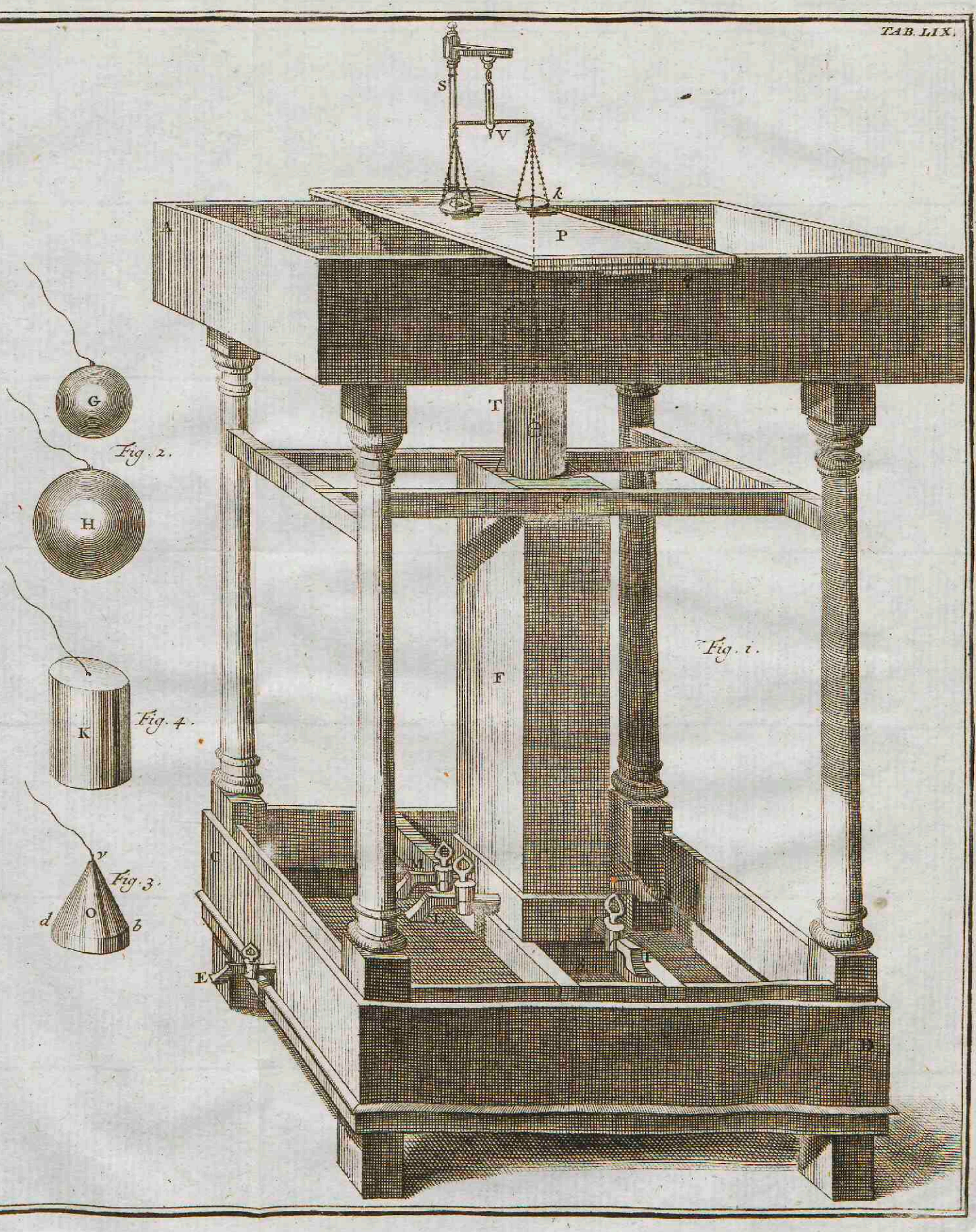


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 4.

Fig. 3.

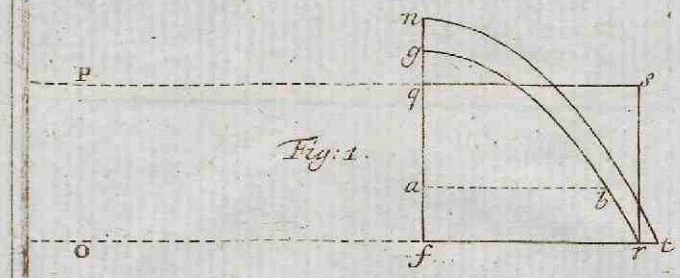


Fig: 1.

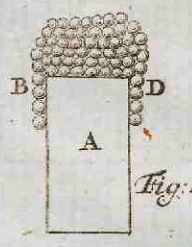


Fig: 4.

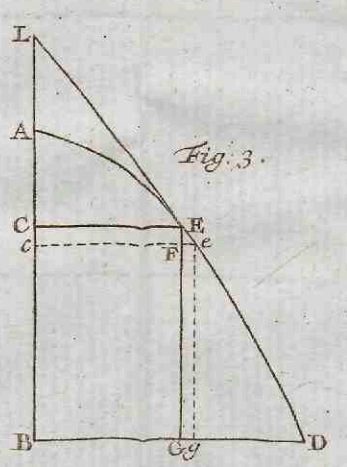


Fig: 3.

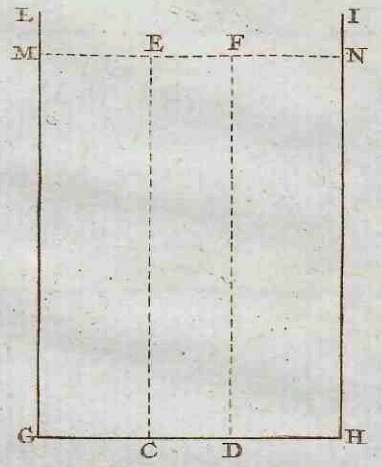
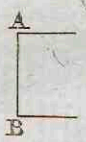


Fig: 5.



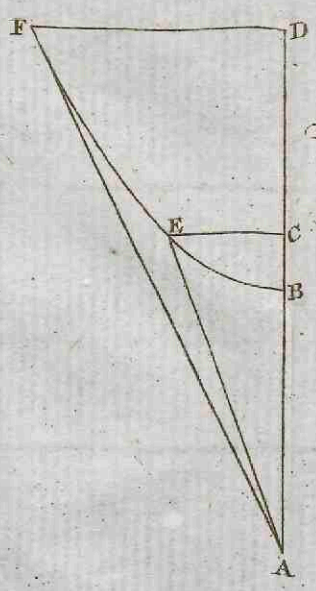


Fig: 2.

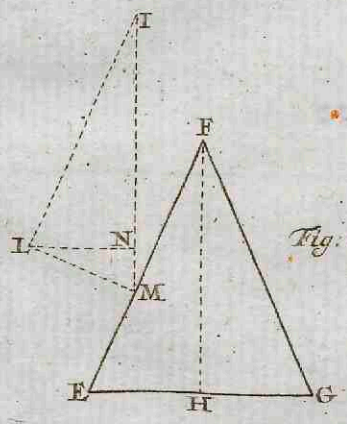
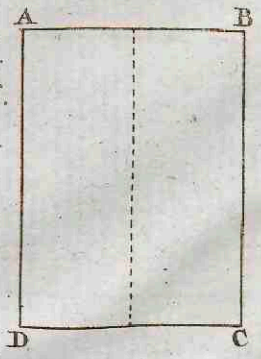


Fig: 6.



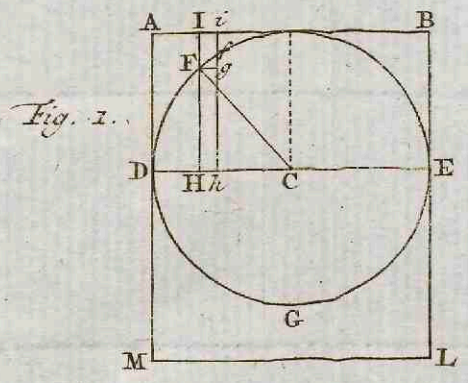


Fig. 1.

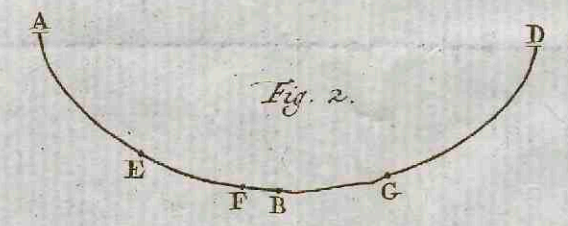


Fig. 2.

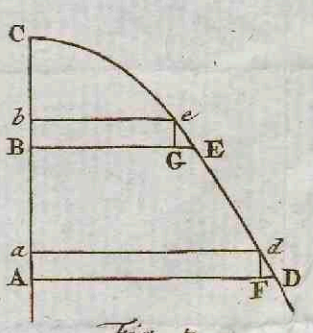


Fig. 5.

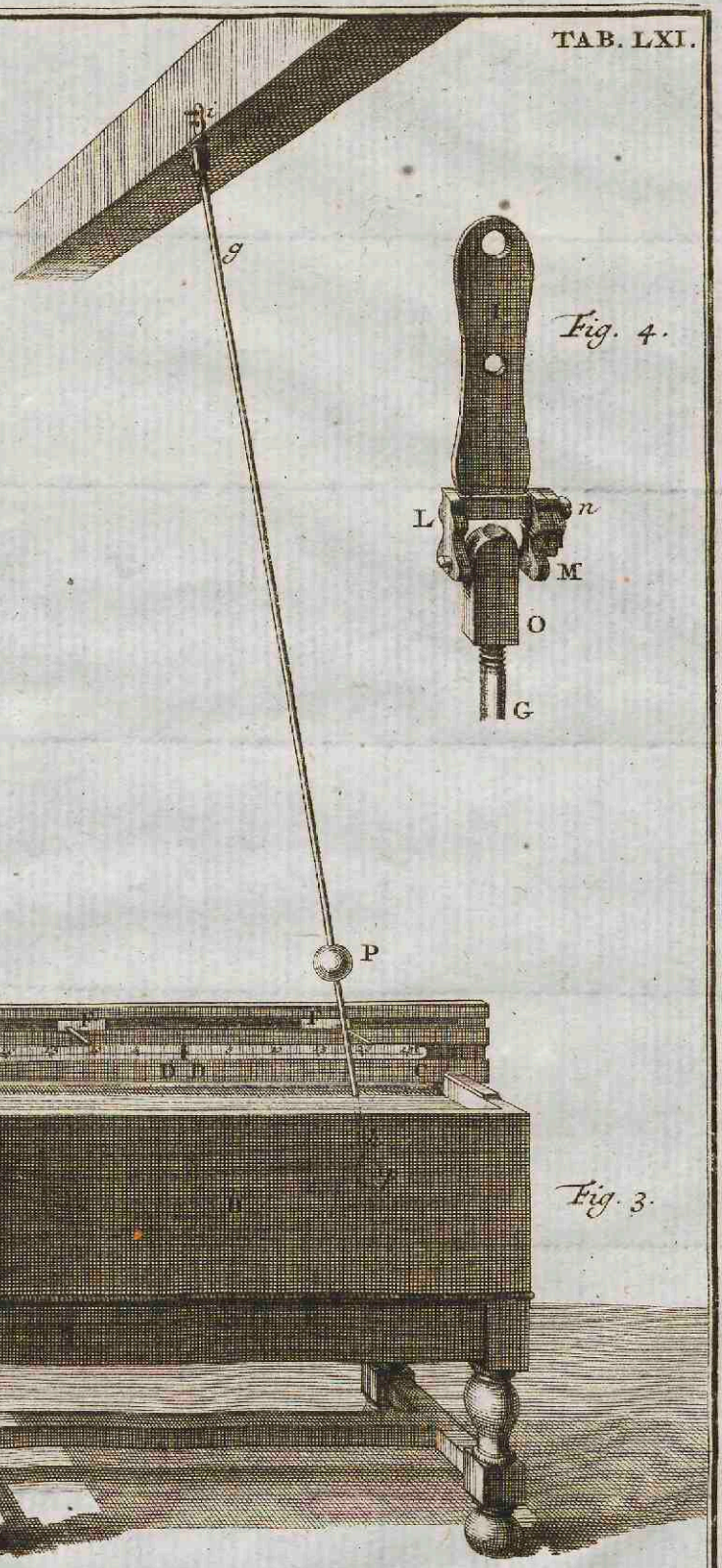


Fig. 3.

Fig. 4.

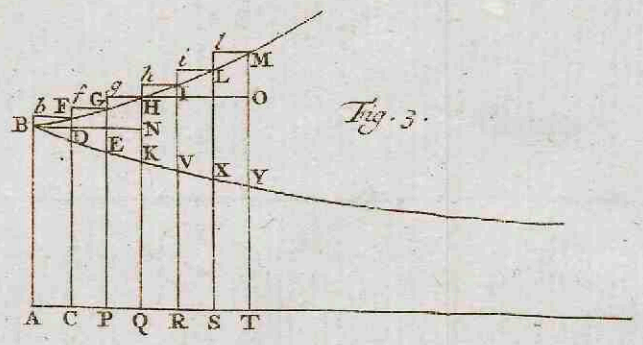


Fig. 3.

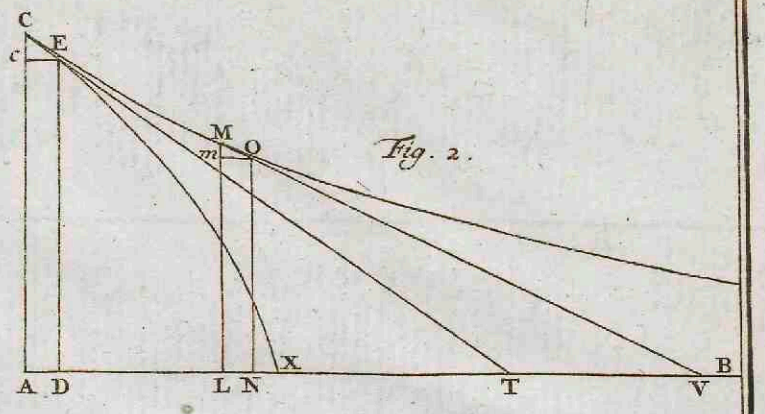


Fig. 2.

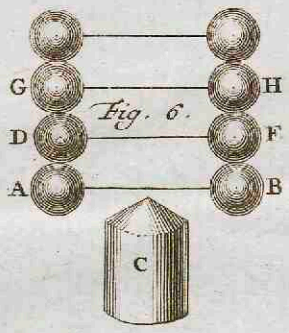


Fig. 6.

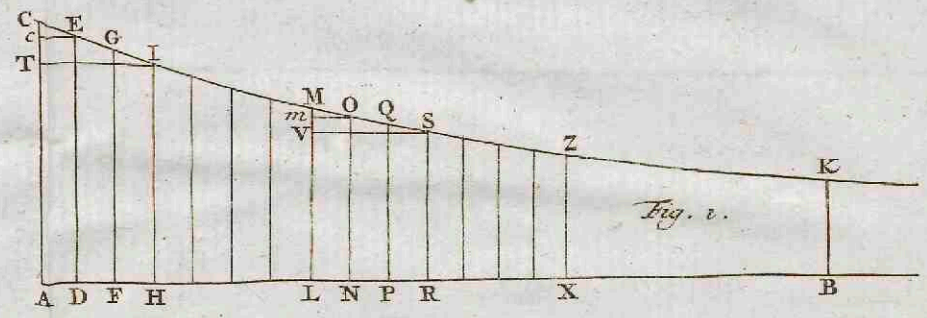


Fig. 1.

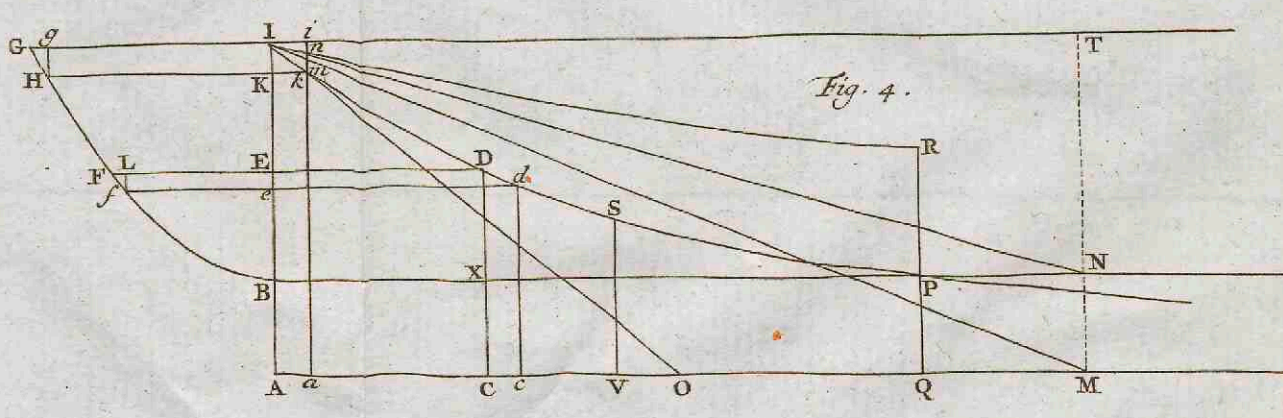


Fig. 4.

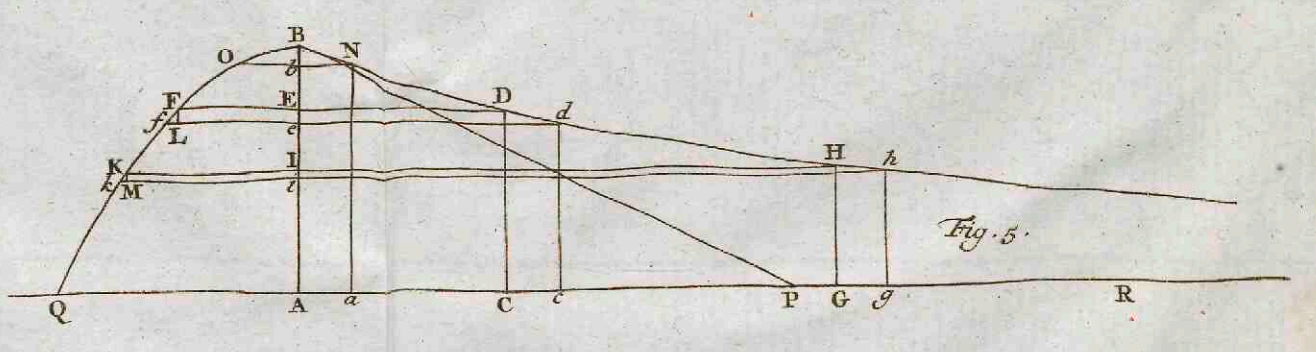


Fig. 5.