De grondt der meet-konst : ofte een korte verklaringe der keegel-sneeden, met een by-voeghsel

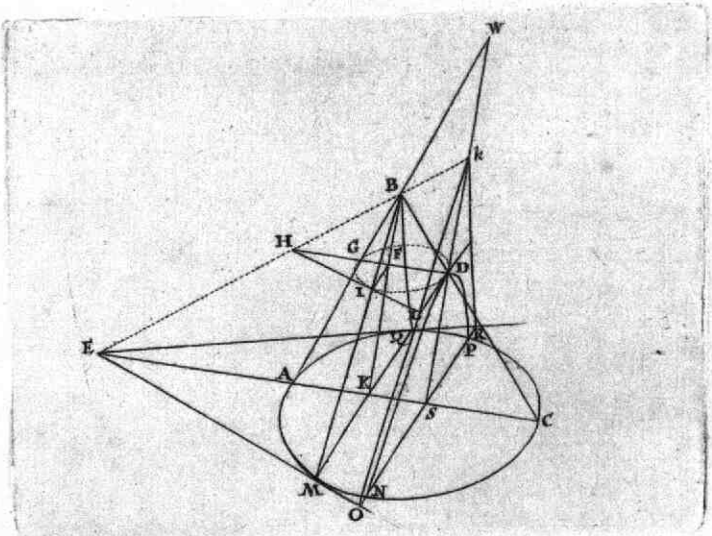
https://hdl.handle.net/1874/26774

2

DE GRONDT
Der
MEET-KONST,
OFTE
Een korte verklaringe der
KEEGEL-SNEEDEN,
Met een By-voeghsel.

Door

GERARD KINCKHUYSEN.



Tot HAERLEM,

Te bekomen by JAN GELDORP, Boeck-verkooper in de groote Hout-ſtraet. ANNO 1684.

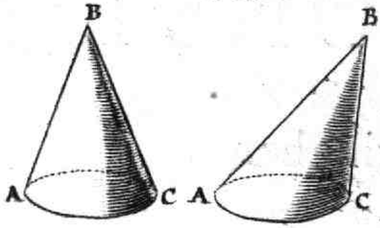
Tot den Leſer.

IN 't onderſoecken van waerheden, in de wetenſchappen, wordt veel ghedoolt, ende dat, om dat wy lichtelÿck iets oordeelen te zÿn ghelÿck 't hem uytterlÿck laet aen ſien, ofte ghelÿck wy 't door onſe ſinnen ghevoelen, ſonder dat wy op eenighe inghebooren ghemeene kundigheden (daer wy onſe wetenſchappen van moeten af-leyden) acht ſlaen, ende alſoo een waerſchÿnelÿckheydt voor een waerheyt aen nemen, welcke ghewoonte van te oordeelen, wy in onſe kindtsheydt doen wy noch gheen recht ghebruyck van onſe Gheeſt en hadden, aen-ghenomen hebben, ghelÿck Deſcartes *daer overvloedigh van ſchrÿft. Om ons ſelven dan metter tÿdt te ghewennen niets voor waer aen te nemen, dan die dingen, die wy met onſe Gheeſt, dat is, met ons verſtandt, klaer en onderſcheyden bevatten: Soo is 't, mÿns bedunckens ſeer goedt, datmen hem oeffene in de Meet-konſt, om dat de beginſelen ende afleydingen der ſelver, ſteunen op onfeylbare gronden, die yder, daer van kenniſſe hebbende, met ſijn verſtandt klaer en onderſcheydentlÿck bevat, ende door deſe oeffeninghe, en ſal hy ſoo licht geen ſchÿn voor de ſaeck ſelver aen nemen; ick houdet daer voor, dat de gene die in de Meet-konſt geoeffent zÿn geweeſt, in de kenniſſe der natuerlÿcke dingen, verder zÿn geraeckt dan anderen, ende om my wel te verſtaen, onſe Sinnen zÿn ons ſeer dienſtigh tot 'et gebruyck van ons leven, als mede tot 'et onderſoecken van waerheden in ſtoffelÿcke dinghen, want ſy gheven aen onſe Gheeſt veel dingen te bemercken Ende daer zÿn oock dinghen die de Godts-dienſt raecken, die wy ghelooven moeten, als is 't datſe boven ons begrÿp gaen. Nu, het is in veel dinghen een groote ſaeck, dat men kenniße van waerheydt heeft. Dit 's dan de* *oorsaeck dat ick dit kleyn Werck, naer mijn vermoghen by de handt ghenomen hebbe, oft het ghebeurde, dat yemandt by geval hier door, tot dese wetenschappen op-geweckt wierde, alsoo ick niet en sie, datter in de Nederduytsche Tale, van dese stoffe, veel in ordre geschreven is, soo't gheschiede datter yemandt iet in vondt, dat hem niet en behaeghde, hy kan dat uyt-schrabben, ende behouden de rest dat hem dient, alsoo ick geerne mijn onvolkomentheyt in desen bekenne, hebbe mijn beste gedaen, een ander kan dat mede doen, so sal de konst, het beste daer altijdt uyt-pickende, metter tijdt te klaerder worden. Ende de soodanige die in 't geheel, geen liefde tot de Konst en heeft, wil ick dit Boeckje af-raden, alsoo 't hem niet meer weert soude zijn als Scheur-papier. Eyndelijck om dese Konst noch meer te prijsen, ende te seggen wat dienst de selve doen kan in de Handtwercx-konsten, sal dat voor een ander laten, vermits ick hier mede af-breeck, want een langhe Voor-reden, met een kleyn Boeck gheen proportie heeft, alsoo de Voor-reden dient tot 'et Boeck, ende niet het Boeck tot de Voor-reden.*

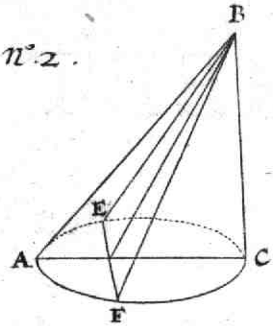
DE GRONDT
Der
MEET-KONST,
Ofte
Een Verklaringhe
DER
Keeghel-ſneeden.

DE grondt van de Meet-konſt beſtaet voornaemelick in de kenniſſe der Natuer, niet alleen van rechte Linien, maer oock van ſeeckere bepaelde kromme Linien, welcke kromme Linien in gheſlachten op-klimmen, als geſien kan worden in't beſluyt van deſen, ghelijck oock mede in de Geometrie van *Deſcartes*, in't begin van ſijn tweede Boeck. Nu de beſonderſte Gront-linien die tegenwoordigh in de Meet-konſt gebruyckt worden, zijn de gene die men uyt de Keeghel-ſneden vertoont, die vijfderley zijn, te weten, den rechtliniſchen Driehoeck, het Rondt, den Parabole, den Ellipſis, ende den Hyperbole, van welcke Grondt-linien alleen, ſal ick in 't kort op yder een verklaringe doen, om alſoo een begin te maeckn, voor die verder gaen willen, ende niet dan de nootwendighſte eyghenſchappen die ghebruyck hebben, aenteeckenen, om alſoo den Leſer niet op te houden, begeere evenwel dat hy hier nevens hem oeffene in de Voorſtellen van *Euclides*, die in dit Werck aengetrocken worden, alſoo ick ſommige dingen, om kortheydts wille, wat licht over loop, ende van de reeckeninghe door Letteren, ofte Algebra, behoort hy mede ſoo veel kenniſſe te hebben, dat hy hem daer van kan dienen.

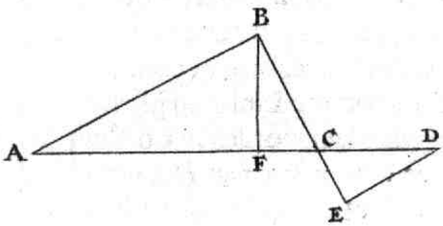
n°.1.



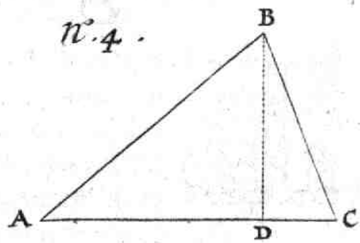
n°.2.



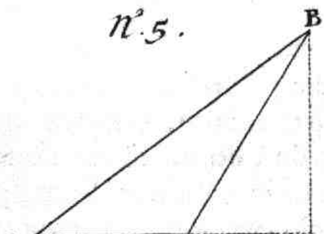
n°.3.



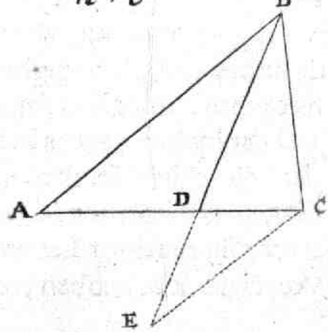
n°.4.



n°.5.



n°.6



De form van desen Keeghel, waer van ick spreeck, is een Lichaem wiens gront de form heeft van een volkomen plat rondt, ende spits tot niet op-gaende, als hier nevens A B C, sonder datter aen geleghen zy, oft men hem scheef of recht steldt, als de gront A C, maer volkomen rondt is, ende dat alle de Linien, die van den omtreck des grondts, naer den top gaen, als A B, B C, en diergelijcke, rechte Linien zijn. Besiet de Figuer No. 1.

Hoe den rechtlinischen driehoeck uyt den Keegel ghesneden wordt, ende syn eyghenschap.

WAnneer men den Keegel A B C, met eenigh plat vlack door den top B, ende den grondt des selven Keegels snijdt, soo is dese sneede, een rechtlinische Driehoeck, gelijck den driehoeck A B C, ofte E B F ende diergelijcke. Besiet de Figuer No. 2.

Om dat de natuer van den Keegel daer in bestaet, dat alle de Linien, die men van 't top-punt B, naer yder punt van de gronts omtreck beschrijft, rechte Linien zijn

Dese driehoecken konnen vallen op driederley wijsen, te weten: recht-hoeckigh, dat is, die een rechten hoeck hebben. Scherphoeckigh, dat is, die drie scherpe hoecken hebben, waer onder mede gereeckent konnen worden, de gelijck-beenige wiens top scherp is. Ende stomp-hoeckighe, dat is die een stompen hoeck hebben.

Nu alsoo dese driehoecken, ende de volgende Keegel-sneden, haer ghebruyck in de Meet-konst hebben, wanneerse op een plat vlack beschreven zijn, soo staet voor eerst te bemercken, dat de drie, hoecken t' samen, van alle dese rechtlinische driehoeckige Figueren, even soo veel doen, als twee rechte hoecken, gelijck by *Euclides* in 't eerste Boeck, de 32 Propositie bewesen wordt.

Soo zijn dan de twee scherpe hoecken in een recht-hoeckigen driehoeck, t' samen even ende ghelijck een rechten hoeck.

Hier

Beſiet de Figuer No. 3.

Hier uyt komen ſeeckere gevolgen voort, die veel gebruyck hebben, gelijck laet 'er een recht-hoeckigen driehoeck weſen als A B C: recht-hoeckigh in B, ende dat men uyt B de linie B F laet vallen, recht-hoeckigh op A C, ſoo zijn de driehoecken A B C, A F B, ende B F C, alle malkander ghelijckformigh. Want van een recht-hoeckighen driehoeck, doen de twee ſcherpe hoecken t' ſamen net ſoo veel, als een rechten hoeck, dat is, de twee hoecken B A C, en B C A zijn gelijck een rechte, ofte de twee hoecken B A F, en A B F zijn gelijck een rechte, voorts B A C ende B A F is een ſelve hoeck, die dan van yder vergelijckinghe af ghenomen, ſoo blijft den hoeck B C A gelijck den hoeck A B F, ſoo zijn dan de twee driehoeckighe Figueren A B C ende A F B malkander gelijckformigh, ſoodanigh is mede B F C.

Soo men de zijden A C, ende B C verlenght, ende dat men de Linie D E, recht-hoeckigh treckt op B E, ſoo is D E C een recht-hoeckighen driehoeck gelijckformigh B F C, ofte A B C, want de hoecken B C F, ende D C E zijn malkander gelijck, ende om de voorgaende reden, zijn dan mede ghelijck de hoecken F B C, en E D C.

Om nu te onderſoecken, wat reden, de zijden, van een recht-hoeckigen driehoeck onder malkander hebben, dat veel gebruyck heeft, ſoo ſtel ick A B $\propto a$, B C $\propto b$, ende A C $\propto c$, nu is A C $\propto c$, tot A B $\propto a$, als A B $\propto a$, tot A F $\propto \frac{aa}{1c}$, ende A C $\propto c$, tot B C $\propto b$, als B C $\propto b$, tot F C $\propto \frac{bb}{c}$, dan A F $\propto \frac{aa}{c}$, ghedaen tot F C $\propto \frac{bb}{c}$, komt $\frac{aa+bb}{c}$ voor A C, $\propto c$, ſoo is $aa+bb \propto cc$, dat is, de vierkanten op de rechthoeck-zijden, als op A B, ende op B C t' ſamen, zijn gelijck 't vierkant op de ſchuynſche, als op A C.

Beſiet de Figuer No. 4.

De redens die men bevindt in de ſcherp-hoeckige ende ſtomp-hoeckighe driehoecken, tuſſchen de zijden, ende de hanghendens gronden, hebben mede veel gebruyck, die ick ſoeck als volght: In den ſcherp-hoeckighen driehoeck A B C, ſtel ick

AB

$AB \infty a$, $BC \infty b$, ende $AC \infty c$, de hanghende BD, komt recht-hoeckigh op AC, ende ick ſtel $AD \infty x$, ſoo is DC $\infty c - x$, ick treck het vierkant van A D, als xx, van 't vierkant van A B als aa, reſt voor 't vierkant van B D, $aa - xx$. Wederom treck ick het vierkant D C zijnde, $cc - 2cx + xx$, van 't vierkant van B C zijnde bb, reſt voor 't vierkant B D, $bb - cc + 2cx - xx$, zijnde gelijck 't voor-gevonden vierkant van B D, te weten $aa - xx$, ſoo is $bb - cc + 2cx \infty aa$: ofte $aa - bb + cc \infty 2cx$, ſoo komt $\frac{aa - bb}{c} + c \infty 2x$, dat is, het vierkant op A B, min 't vierkant op B C, gedeelt door A C, gedaen tot A C, is gelijck twee mael A D.

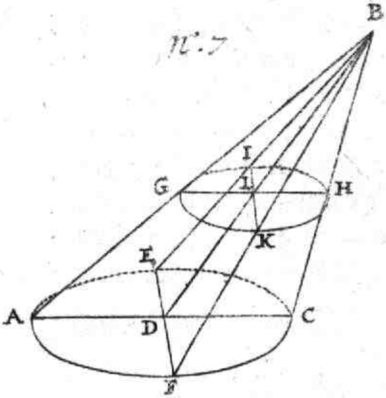
Besiet de Figuer No. 5.

Soo mede in den ſtomphoeckighen driehoeck A B C, ſtel ick $AB, \infty a$, $BC \infty b$, ende $AC \infty c$, voorts B D rechthoeckigh zijnde op de verlengde A C, ſtel ick $AD \infty x$, ſoo is CD $x - c$. Ick treck het vierkant van A D, als xx, van 't vierkant van A B als aa, blijft voor 't vierkant van B D, $aa - xx$ wederom treck ick 't vierkant van C D, zijnde $xx - 2xc + cc$, van 't vierkant van B C, zijnde bb, blijft voor 't vierkant van B D, $bb - cc + 2xc - xx$, zijnde ghelijck 't voor-gevonden vierkant van BD, $aa - xx$, ſoo is $bb - cc + 2xc \infty aa$, ende $2x \infty \frac{aa - bb}{c} + c$. als vooren.

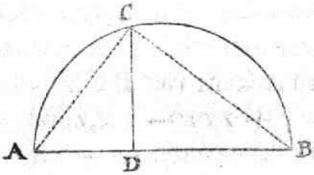
Besiet de Figuer No. 6.

Ten leſten wanneerder een driehoeck is, het zy ſcheef ofte recht-hoeckigh, als A B C, ende dat men een Linie treckt, als B D, die den hoeck A B C in tween ghelijck deeldt, ſoo is A B tot B C, als A D tot D C, ofte als A B tot A D, alſoo B C tot C D. Tot verklaringe treck ick E C evenwijdigh met A B, die ſnijdt de verlenghde B D in E, ſoo is den hoeck A B D gelijck den hoeck D E C, ende alſoo is den driehoeck B C E, een gelijck-beenighen driehoeck, wiens zijden B C ende E C, malkander gelijck zijn: wijders de hoecken E C D ende D A B, zijn mede gelijck, daerom zijn dan de driehoecken A B D, ende C E D malkander gelijckformigh, ende volgens dien, A B tot A D, als E C, ofte B C tot C D.

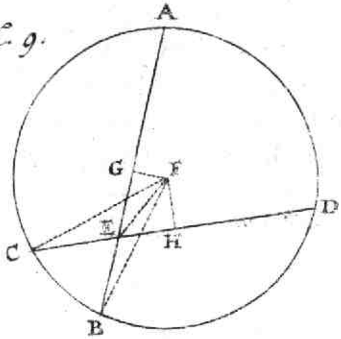
n°. 7



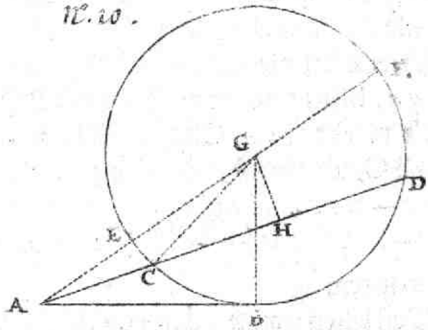
n°. 8



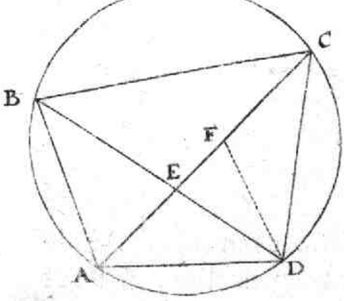
n°. 9



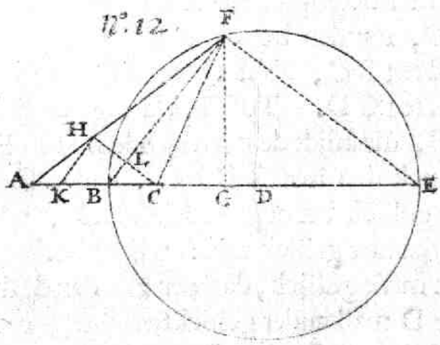
n°. 10



n°. 11



n°. 12



Hoe het rondt uyt den Keegel gesneden wordt ende sijn eyghenschap.

WAnneer den Keeghel ABC, ghesneden wordt mettet platvlack GIHK, even-wydigh met AECF, den grondt des Keeghels, zo is de selve sneede een volkomen rondt, ende de asse BD gaet mede door 't middel-punt des selven, als door L. Besiet de Figuer N°.7.

Want de driehoecken ABD, ende GBL, als mede de driehoecken DBC, en LBH, zijn gelijckformigh, zo is mede te verstaen van de driehoecken EBF, IBK, en voorts van alle de driehoecken dieder op dese wijse ingetrocken konnen worden.

Wanneerder in 't plat des rondts, seeckere rechte Linien beschreven worden, soo ontstaen daer uyt eenige eygenschappen, die in de Meet-konst veel gebruyck hebben, als voor eerst ten aensien van de hoecken.

In alle ronden zijn de hoecken, in den omtreck, half so groot, als den hoeck in 't middelpunt, soo die op een rondts pees staen, als bewesen staet by *Euclid.* het 3. boeck de 20 Propositie.

Hier uyt volght dat alle de hoecken in den omtreck, wanneerse op een rondts pees staen malkander ghelijck zijn, *Euclid.* het 3 boeck 21 Prop.

Den hoeck die in 't half-rondt op den middellijn staet is recht, ende den hoeck, die in een rondt stuck kleynder als een half ront staet is stomp, maer die in een rondt stuck, grooter als een half-rondt staet is scherp. *Euclid.* het 3 boeck 31 Prop.

Voorts soo zijn, van alle vierhoeckige Figueren, in 't rondt beschreven, de teghen-over-staende hoecken t' samen even soo groot als twee rechte hoecken. *Euclid.* het 3 boeck 22 Prop.

Volght nu 't geen waer te nemen staet, ten aensien van de Linien.

Beſiet de Figuer N°. 8.

Wanneer men in 't half-rondt A C B, op den middel-lijn A B, ſtelt de rechthoeckige C D, ſoo is de ſelve middel proportionael tuſſchen A D ende D B. Want wanneer men ghetrocken heeft A C, ende C B, ſoo is den hoeck A C B, recht, ende de drie-hoecken A C B, A D C, ende C D B, malkander gelijckformigh. Daerom als A D tot C D, alſoo C D tot D B, ſoo is dan den rechthoeck A D, D B ghelijck 't vierkant op C D, Voorts ſoo is A C middel-proportionael tuſſchen A D ende A B, want A D is tot A C, als A C tot A B, ſoo is dan 't vierkant op A C, ghelijck den rechthoeck op D A, A B, ende het vierkant op B C, ghelijck den rechthoeck op A B, B D.

Beſiet de Figuer N°. 9.

Wanneer men in 't rondt A D B C twee Linien naer ghevallen treckt, als A B ende C D, die malkander door-ſnijden, als hier in 't punt E, ſoo is den rechthoeck A E, E B, ghelijck den rechthoeck C E, E D.

Dat kan men door uyt-reeckeninge bevinden als volght, ick treck F H rechthoeckigh op C D, en F G rechthoeckigh op AB, ſoo is C H de helft van C D, ende B G de helft van A B, treck voorts de Linien C F, E F, ende B F, ende ick ſtel C E $\infty\, a$, E H $\infty\, b$, ſoo is E D $\infty\, a + 2b$, ende B E $\infty\, c$, E G $\infty\, d$, ſoo is A E $\infty\, c + 2d$. Voorts ſtel ick G F $\infty\, f$, ende F H $\infty\, g$.

Ick addeer 't vierkant E H $\infty\, bb$ tottet vierkant F H $\infty\, gg$, komt 't vierkant E F $\infty\, bb + gg$, mede addeer ick 't vierkant E G $\infty\, dd$, tottet vierkant G F $\infty\, ff$, komt wederom 't vierkant E F $\infty\, dd + ff$, ſoo is $bb + gg \infty\, dd + ff$. Voorder addeer ick 't vierkant C H $\infty\, aa + 2ab + bb$, tottet vierkant F H $\infty\, gg$, komt het vierkant C F $\infty\, aa + 2ab + bb + gg$, mede addeer ick 't vierkant B G $\infty\, cc + 2cd + dd$ tottet vierkant G F $\infty\, ff$, komt 't vierkant B F $\infty\, cc + 2cd + dd + ff$, nu C F ende B F, zijn malkander ghelijck, daerom is $aa + 2ab + bb + gg \infty\, cc + 2cd + dd + ff$, ick treck hier van $bb + gg \infty\, dd + ff$, reſt $aa + 2ab \infty\, cc + 2cd$, dat is den recht-hoeck C E, E D, gelijck den recht-hoeck B E, E A,

Soo

Soo is dan C E, tot B E, als E A, tot D E, om dat van vier proportionalen, den recht-hoeck op de buytenste, gelijck is, den recht-hoeck op de binnenste.

Wanneer men uyt het punt A, buyten 't rondt B C E F D, treckt naer ghevallen, de Linie A C D, door 't rondt, ende noch uyt het selve punt A, de raeckende Linie A B, soo is den recht-hoeck D A, A C, gelijck 't vierkant op A B. Besiet de Figuer No. 10.

Dat men bewijst als volght, ick treck C G, ende rechthoeckigh op A D de Linie G H, soo is C H ghelijck H D, ende stel A C ꝏ a, C H, zijnde de helft van C D ꝏ b, so is A D ꝏ $a + 2b$, voorts stel ick A B ꝏ c, ende G H ꝏ d. Het vierkant op C H ꝏ bb, addeer ick tottet vierkant op G H ꝏ dd, komt $bb + dd$, voor 't vierkant op C G, ofte op G B, hier by doe ick 't vierkant op A B ꝏ cc, soo komt'et vierkant op A G ꝏ $bb + cc + dd$, (want de Linie G B, maeckt met de raeckende, een rechten hoeck, als bewesen staet, in de 18 Propositie van 't derde Boeck *Euclid.*) Wederom addeer ick het vierkant G H ꝏ dd, tottet vierkant op A H ꝏ $aa + 2ab + bb$, komt 't vierkant op A G ꝏ $aa + 2ab + bb + dd$, 't selve is ghelijck 't voor-ghevonden vierkant op AG ꝏ $bb + cc + dd$, doet van yder wegh $bb + dd$, rest $aa + 2ab$ ꝏ cc, dat is den rechthoeck op D A, A C, ghelijck 't vierkant op A B.

Soo volght hier uyt, dat de recht-hoecken D A, A C, en F A, A E, ende van alle andere diergelijcke Linien, die uyttet punt A, door 't selve rondt getrocken worden, malkander gelijck zijn.

Soo is dan A F, tot A B, als A B tot A E, ofte A B is middel proportionael tusschen F A ende A E, soo mede van de andere Linien, gelijck als A D, tot A B, alsoo A B, tot A C.

Wanneer in 't rondt A B C D, een vier-zijdige Figuer als A B C D beschreven is, die met sijn vier hoecken den omtreck des rondts raeckt, ende datter ghetrocken zijn de dwersche Linien A C ende B D, soo is den rechthoeck op A C ende B D, Besiet de Figuer No. 11.

 ghe-

ghelijck de twee rechthoecken B C, A D ende A B, C D t'samen.

't Welck men bewijst als volght: Ick beschrijf de linie D F, soodanigh, dat den hoeck C D F, is gelijck den hoeck B D A, soo zijn dan de drie hoecken B A D ende C F D malkander ghelijckformigh, want de hoecken A B D, ende A C D zijn ghelijck, om datse op een ronts pees staen. Voorts soo is den hoeck FDA, ghelijck den hoeck CDB, om dat by yder der eerste ghelijcke hoecken, den hoeck E D F by-ghevoeght wordt, ende de hoecken D B C, ende D A C, zijn ghelijck, om datse op een rondts pees staen, daerom zijn de drie hoecken CBD ende FAD, mede gelijckformigh, ick stel dan A B ∞ a, B C ∞ b, C D ∞ c, A D ∞ d, ende B D ∞ f.

Nu als B D ∞ f. tot A B ∞ a, alsoo C D ∞ c, tot F C ∞ $\frac{ac}{f}$ ende als B D ∞ f, tot B C ∞ b alsoo A D ∞ d, tot A F ∞ $\frac{bd}{f}$ addeer A F ende F C t'samen komt A C ∞ $\frac{ac + bd}{f}$, dit menichvuldigh ick met B D ∞ f, soo komt den rechthoeck van A C, B D ∞ $ac + bd$, ende soo veel doen mede de twee recht-hoecken A B, C D, ende B C, A D, t'samen.

Besiet de Figuer No. 12. Men kan mede een rondt trecken als B F E, also, wanneer naer ghevallen, uyt eenigh punt des omtrecks als F, rechte linien ghetrocken worden, tot de twee ghegheven punten A, en C, dat A F, ende F C, een gegheven reden tot malkander hebben. Om dit te doen, soo treck ick een linie door AC, ende stel daer in het punt B, soodanigh dat A B, is tot B C, als de ghegheven reden van A F, tot F C. Voorts spreeck ick, als de differentie van A B ende B C, tot twee-mael B C, alsoo A B tot B E, den middel-lijn des begheerden rondts.

Dit kan bewesen worden als volght, ick treck B F en F E, soo is den hoeck B F E recht, om dat hy in een half rondt staet, ende den hoeck A F C, is door B F, in twee ghelijcke deelen gedeelt, om dat A F, is tot A B, als F C, tot B C, ick treck de Linie H C, H C, evenwijdigh met F E, zoo gaet H C, recht-hoeckigh door B F, ende zijn H F, ende C F, malkander gelijck. Voorts treck ick H K, evenwijdigh met B F, ſoo is A H K ghelijckformigh A F B, ende K B, ende B C, malkander ghelijck. Soo is dan A K de differentie tuſſchen A B, en B C, tot K C, zijnde twee mael B C, als A B, tot B E.

Men bevindt dit mede alſoo door uytreeckeninge, ick laet uyt F op A D, de recht-hoeckighe F G vallen, ende ſtel A B $\propto a$, B C $\propto b$, ende B G $\propto d$, ſoo is A G $\propto a + d$, en C G $\propto d - b$. Ick ſpreeck als vooren, als A K $\propto a - b$, tot K C $2b$, alſoo A B $\propto a$, tot $\frac{2ab}{a-b} \propto$ B E, hier van treck ick B G $\propto d$, reſt voor G E, $\frac{2ab - ad + bd}{a-b}$, ick menighvuldigh B G, ende E G t'ſamen, komt $\frac{2abd - add + bdd}{a-b}$ voor 't vierkant van F G, en addeer hier by 't vierkant van AG $\propto aa + 2ad + dd$, komt $\frac{a^3 + 2aad - aab}{a-b}$ voor 't vierkant van A F, ick addeer mede het vierkant van C G $\propto dd - 2bd + bb$, tot'et vierkant van FG, komt $\frac{abb + 2bbd - b^3}{a-b}$ voor 't vierkant van F C, ſoo ſiet men, dat het vierkant van A F, is tottet vierkant van F C, als aa tot bb, dat is A F tot F C, als a tot b.

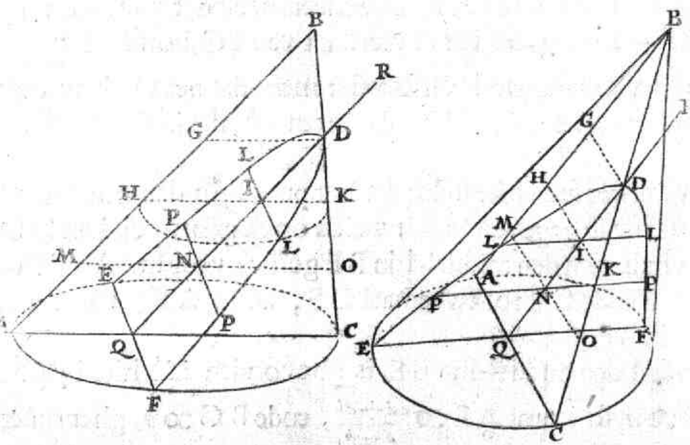
Wanneer men hier ſteldt dat het punt E, in den ommetreck des rondts mede gegeven is, 't welck oock gebruyck kan hebben, ſoo vindt men den middel-lijn B E gelijck volght. Als de ſomme van A E ende C E tot tweemael C E, alſoo A E, tot den middel-lijn B E.

Want den middel-lijn B E, is ghevonden $\frac{2ab}{a-b}$ hier by ghedaen A B $\propto a$, ſo komt A E $\propto \frac{aa + ab}{a-b}$, ende B C $\propto b$, ghenomen van B E, komt C E $\propto \frac{ab + bb}{a-b}$, de Somme van A E ende C E zijnde $\frac{aa + 2ab + bb}{a-b}$ is dan tot twee mael C E zijnde $\frac{2ab + 2bb}{a-b}$, als A E zijnde $\frac{aa + ab}{a-b}$ tot $\frac{2ab}{a-b}$ den middel-lijn B E.

Hoe

Hoe den Parabole uyt den Keegel gesneden wordt, ende sijn eyghenschap.

TReckt door 't middel-punt van de grondt des Keeghels de Linie A C, ende uyt het top-punt B, de linien A B, ende B C, soo gaet den driehoeck A B C, door den ass van den selven Keegel, ende deelt hem in twee gelijcke deelen. Wanneer nu desen Keeghel ghesneden wordt, met het plat vlack D E F, rechthoeckigh, door den driehoeck A B C, ende evenwijdigh, met een van de opstaende zijden als A B, soo is de selve sneede een Parabole, wiens middel-lijn is D Q.



Steldt D I, I N, N Q, ende soo voorts, malkander gelijck, en treckt parallel met A C, de rechte linien G D, H I K, M N O, ende soo voorts, dan stelt parallel met Q F, de ordentlijcke linien

I L,

I L, N P, ende ſoo voorts, ſoo is 't vierkant op I L, ghelijck den recht-hoeck H I, I K, om dat H L K een half-rondt is, parallel 't half-rondt A F C, op de ſelve wijſe is 't vierkant op N P, ghelijck den recht-hoeck M N, N O, ende ſoo voorts.

Om dat D I, D N, D Q, ende ſoo voorts, in een Arithmetiſche progreſſie ſtaen, daerom zijn mede in een Arithmetiſche progreſſie de Linien I K, N O, Q C, ende ſoo voorts, ende volghens dien, zijn mede in een Arithmetiſche progreſſie, de vierkanten, op I L, N P, Q F, ende ſoo voorts, om dat G D, H I, M N, ende ſoo voorts malkander ghelijck zijn: want ſoo men ſteldt G D ꝏ a, I K ꝏ b, N O ꝏ $2b$, Q C ꝏ $3b$, en ſoo voorts, ſoo is I L ꝏ $\sqrt{ab}$, N P ꝏ $\sqrt{2ab}$, Q F ꝏ $\sqrt{3ab}$, en ſoo voorts, wiens vierkanten in een Arithmetiſche progreſſie ſtaen, te weten in reden I L a, N P $2a$, Q F $3a$, ende ſoo voorts.

Naer dat nu in deſen Keeghel, de Linie G D, groot oft kleyn is, daer naer, zijn de ordentlijcke Linien I L, N P, Q F, ende ſoo voorts, mede groot oft kleyn, ſoo nu I K ende D I, ofte N O ende N D, ende ſoo voorts malkander gelijck waren, ſoo ſoude G D de Linie zijn, die men de rechte zijde noemt, die hier geteeckent is met D R. Maer I K kan grooter oft kleynder zijn, dan D I, daerom ſpreeckt men, als I D tot I K, alſoo G D, tot D R de *Rechte zijde.* Want de rechthoecken K I, I H, oft G D, ende R D, D I, moeten malkander ghelijck zijn, te weten ghelijck 't vierkant op I L.

De rechte zijde te vinden.

Soo men nu ſteldt G D ꝏ a, I K ꝏ b, I D ꝏ c, ſoo is c, *tot* b, als a, tot $\frac{ab}{c}$ voor D R, de *rechte zijde.*

Door deſe rechte zijde vindt men de vierkanten van de ordentlijcke Linien I L, N P, Q F, ende ſoo voorts als vooren, in een Arithmetiſche progreſſie, te weten I L ꝏ $\sqrt{ab}$, N P ꝏ $\sqrt{2ab}$, Q F ꝏ $\sqrt{3ab}$, ende ſoo voorts, zijnde 't vierkant I L, ghelijck den recht-hoeck op D I, D R, het vierkant op N P; ghelijck den recht-hoeck op D N, D R, ende ſoo voorts.

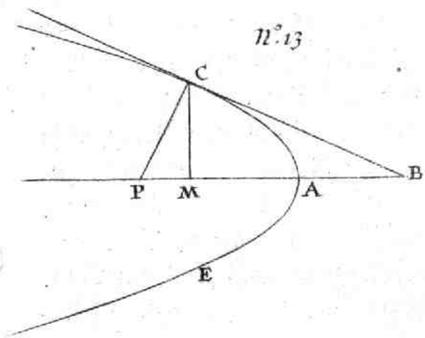
Deſe rechte zijde maeckt dan den parabole bekendt, ende uyt

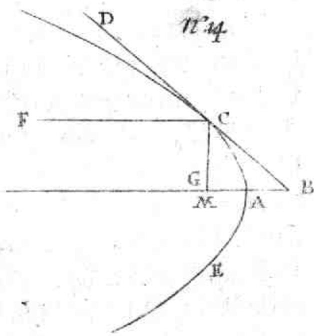
het

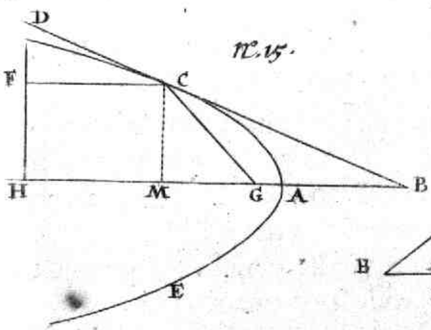
het gheen hier ghetoont is, blijckt, wanneer men een parabole bekendt heeft, hoe dat men die, uyt alle Keegels kan ſnijden, daer maer op lettende, dat de recht-hoecken op R D, D I, ende H I, I K, malkander gelijck zijn.

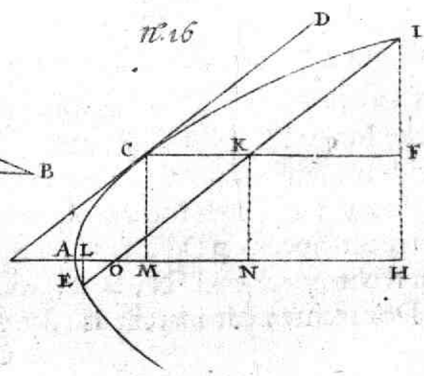
Hier volght mede dat alle parabolen gelijckformigh zijn, om datſe alle eenderley reden hebben, tot haere rechte zijde.

Ten leſten, ſoo zijn alle de ordentlijcke Linien, in de ſcheve Parabolen, aen weder-zijden van den middel-lijn malkanderen mede gelijck, als in de tweede Figuer E Q, ende Q F, om datſe beyde in 't rondt A E C F rechthoeckigh, op den middel-lijn A C ſtaen, ende alſoo alle de andere ordentlijcke. Merckt dit is mede te verſtaen van alle Keeghel-ſneden, op wat voor maniere men een ſcheven Keeghel oock ſnijdt.









Van de rakende Linie in den Parabole.

Zijnde den Parabole E A C, de rechte B C te trecken, die de ſelve in 't punt C, aenraeckt, om dit te doen ſoo ſtel ick $MA \propto y$, $CM \propto x$, P C, zijnde rechthoeckigh getrocken op de raeckende B C, $\propto s$, ende $PA \propto v$, ſoo is $PM \propto v - y$, en om den rechthoeckighen driehoeck C M P, ſoo doet C M, ofte $x \propto \sqrt{ss - vv + 2vy - yy}$, ende het vierkant van C M, $ss - vv + 2vy - yy$. Hier voren is ghevonden, dattet vierkant van C M, is gelijck den rechthoeck op M A, en de rechte zijde, ick ſtel de ſelve rechte zijde $\propto r$, ſoo is $yr \propto ss - vv + 2vy - yy$, ofte $ss - vv {+2vy \atop -ry} - yy \propto 0$, ende om dat den booghe, die op den half-middel-lijn P C, beſchreven wordt uyt P, den parabole in C, aenraeckt, daerom heeft deſe vergelijckinge twee wortelen die malkander gelijck zijn, ick ſtel den ſelven wortel $\propto e$, ſoo is $y - e \propto 0$, dit menichvuldigt met $y - e \propto 0$, komt $yy - 2ey + ee \propto 0$, deſe komt dan over een met de gevonden vergelijckinge $yy {-2vy \atop +ry} + vv - ss \propto 0$, men ſiet hier dat $-2e$, is $\propto -2v + r$, ofte $2e \propto 2v - r$, ſteldt y in de plaets van e, om datſe ghelijck geſteldt zijn, ſoo is $y \propto v - \frac{1}{2}r$, ende $v \propto y - \frac{1}{2}r$, dan is $PM \propto \frac{1}{2}r$, nu als $PM \propto \frac{1}{2}r$, tot $MC \propto \sqrt{yr}$, alſoo $MC \propto \sqrt{yr}$, tot $MB \propto 2y$, hier van treckt $MA \propto y$, reſt voor A B mede y, ſoo is dan M A, ende A B malkander ghelijck, ſoo men dan de ordentlijcke C M, op den middel-lijn ſteldt, ende dat men M A, en A B ghelijck maeckt, ende dat men ten leſten de rechte B C beſchrijft, die ſal den parabole in 't punt C, aen-raecken.

Beſiet de Figuer No. 13.

Beſiet Deſcartes in ſijn Geometrie van de rakende linien.

Van 't Brandt-punt in den Parabole.

Wanneer nu in den Parabole, de raeckende B C, alſoo getrocken wordt, dat C M, ende M B, malkander ghelijck

Beſiet de Figuer No. 14.

lijck

lijck zijn, ſoo valt M in 't punt G, 't welck men het brant-punt noemt, om dat de hoecken D C F, ofte C B M, ende M C B, malkander gelijck zijn, ſoo is dan M B, $2y$ ghelijck M C $\sqrt{ry}$, ende $4yy \infty ry$, ſoo komt $4y \infty r$, ende $y \infty \frac{1}{4}r$, voor M A, diens dubbelt $\frac{1}{2}r$, voor M C, de weerde van r is de rechte zijde, daerom doet M A het $\frac{1}{4}$, ende M C de $\frac{1}{2}$ van de rechte zijde.

Beſiet de Figuer No. 15.

Wijders bevintmen, ſoo men een rakende Linie, als B C treckt, naer gevallen, ende dat men, van 't raeck-punt C, een Linie treckt, naer 't brandt-punt G, dat dan deſe C G, altijdt gelijck is, met G B, want ſteldt M A als vooren ∞y, ende de rechte zijde ∞r, ſoo doet M G $y - \frac{1}{4}r$, ende M C $\sqrt{ry}$, ende ſoo men de vierkanten der ſelver t' ſamen addeert, komt $yy + \frac{1}{2}ry + \frac{1}{16}rr$, hier uyt den vierkant-wortel, komt $y + \frac{1}{4}r$, voor C G, ſo veel doet mede G B, want G A, doet $\frac{1}{4}r$, ende AB ∞ M A doet y, ſo is C G B een ghelijck-beenighen driehoeck, ende volghens dien, zijn de hoecken G C B, ende C B G ofte D C F, malkander gelijck.

Voorts, ſoo is G A + A B, ghelijck M A + A G, om dat M A, ende A B ghelijck zijn, daerom is C G ghelijck M A + A G, ſo men dan by yder doet F C, ofte H M, ſo is F C + C G ghelijck H A + A G.

Soo bevinden wy hier, dat alle de ſtraelen, die parallel met den middel-lijn H A zijn, in 't punt G wederom kaetſen.

Oock mede dat men den parabole beſchrijven kan, door dat F C + C G, altijdt gelijck is, met H A + A G.

Maer hier ſtaet te bemercken, dat dit brandt-punt, alleenlijck komt in de middel-lijn van een rechte parabole, dat is in die middel-lijn, op welck de ordentlijcke Linien rechthoeckigh ſtaen, alſooder niet meer dan een brandt-punt te vinden is, dat is mede te verſtaen, van de brandt-punten, in de andere Keegel-ſneden.

Van de middel-linien in den Parabole.

Beſiet de Figuer No. 16.

IN den Parabole, en is niet meer dan een middel-lijn, alwaer de ordentlijcke rechthoeckig op komen, maer oneyndelijcke,

alwaer

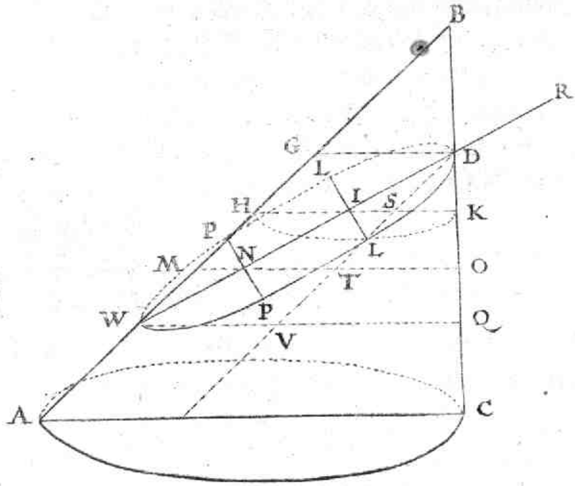
alwaer de ordentlicke Linien, ſcheef-hoeckigh op vallen, alſoo men oneyndelick verſcheyden ſcheve hoecken, kan ſtellen, maer alle de middel-linien, zijn malkander parallel, ende alle de ordentlijcke Linien, zijn parallel, met de Linie, die den Keegel-ſnede aen-raeckt, in den top des middel-lijns, gelijck uyt dit volgende blijckt, later weſen een parabole, als C A E, wiens middel-lijn, op welck de ordentlijcke, recht-hoeckigh vallen, is H A, ende ick treck de rakende Linie BC, en uyt het raeck-punt C, de Linie CK, parallel met H A, ende ick treck I K, K E, parallel met B C, de figuere voorts bereydende als hier gedaen is, ſo ſtel ick de rechte zijde $\propto r$, M A ofte AB $\propto y$, ſoo is M C, ofte K N $\propto \sqrt{ry}$, ende om dat de Linie B C, den parabole in 't punt C, aen-raeckt, daerom is M B, ofte N O $\propto 2y$, voorts ſtel ick K C, ofte N M, ofte O B $\propto b$, ſo is N B $\propto b + 2y$, ende N A $\propto b + y$, eyndelick ſtel ick HN $\propto z$ ſo is H A $\propto b+y+z$, ende H I $\propto \sqrt{br + yr + zr}$. Nu als O N $\propto 2y$, tot N K, $\sqrt{ry}$, alſoo O H $\propto 2y + z$ tot $\sqrt{\frac{4ryy + 4ryz + rzz}{4y}}$ voor H I, zijnde ghelijck $\sqrt{br + yr + zr}$ die ſtrackx ghevonden is, ſoo komt $4yy + 4yz + zz \propto 4by + 4yy + 4yz$, ſoo is $zz \propto 4by$, ende $z \propto \sqrt{4by}$.

Wijders wanneer men N L ſteldt $\propto z$, ſo krijght men mede $z \propto \sqrt{4by}$, ſoo dat daer uyt blijckt dat H N, ende N L, malkander gelijck is, ſoo volght, om de gelijckformighe driehoecken, dat I K, ende K E malkander mede gelijck zijn.

Nu, als O N $\propto 2y$ tot N K $\propto \sqrt{ry}$, alſoo F K, ofte H N $\propto \sqrt{4by}$ tot F I $\propto \sqrt{br}$, addeert de vierkanten van F I, en F K. t'ſamen, ende uyt de ſomme treck ick den vierkant-wortel, komt $\sqrt{br + 4by}$, voor K I. Wanneer nu K C doet b, ſoo doet de ordentlijcke K I, ofte K E, $\sqrt{br + 4by}$, ſoo doet dan de rechte zijde $r + 4y$, waer uyt dan de rechte zijde, voor yder middel-lijn bekendt is.

Soo hebben wy hier bevonden, dat ſoo wanneer wy, eenige middel-lijn in den parabole trecken evenwijdigh met de bekende middel-lijn , als hier F C, ende aen den top de raeckende Linie B C, dat de ordentlijcke Linien parallel met de raeckende zijnde, altijdt aen wederzijden van den middel-lijn , gelijck zijn, als hier IK, is gelijck K E.

Hoe den Ellipsis uyt den Keegel gesneden wordt, ende sijn eyghenschap.



TReckt, door 't middel-punt, van de grondt des Keegels, de Linie A C, ende uyt het top-punt B, de Linien A B, ende BC, soo gaet den driehoeck A B C, door den as des Keeghels , ende deelt den selven Keeghel in twee gelijcke deelen, wanneer men nu desen Keegel snijt met 'et plat vlack D L W L D, rechthoeckigh door den driehoeck A B C, alsoo, dat dese snede gaet door beyde de opstaende zijden A B, ende B C, de selve sneede is een Ellipsis, ende diens middel-lijn D W.

Ick stel in den selven middel-lijn, de deelen D I, I N, ende soo voorts naer ghevallen, malkander ghelijck, ende treck parallel met

met A C, de rechte Linien G D, H I K, M N O, en so voorts, dan stel ick recht-hoeckigh op 't plat A B C, de ordentlijcke Linien I L, N P, ende soo voorts, soo is 't vierkant op I L, gelijck den recht-hoeck H I, I K, dat is H S — I S, in I K, het vierkant op N P, gelijck den recht-hoeck M T — T N in N O, ende soo voorts.

De Linien G D, H I, M N, ende soo voorts, zijn in een verminderende, ende I K, N O, ende W Q, in een vermeerderende Arithmetische progressie, d' een beginnende, aen de Linie G D, d' ander aen 't punt D, ende volghens dien, zijn de vierkanten op de ordentlijcke I L, N P, ende soo voorts, in een seeckeren voortganck.

Want soo men stelt G D $\propto a$, H I $\propto a-f$, M N $\propto a-2f$, ende soo voorts, I K $\propto b$, N O $\propto 2b$, ende soo voorts, so is I L $\sqrt{ab-bf}$, N P $\sqrt{2ab-4bf}$, ende soo voorts, wanneer men dese redens door $\sqrt{b}$, divideert, soo is de voortganck van de ordentlijcke linien, in reden als $\sqrt{a-f}$, $\sqrt{2a-4f}$, $\sqrt{3a-9f}$, ende soo voorts.

De rechte zijde te vinden.

Naer dat nu in desen Keeghel, de Linien G D, ende S I, groot oft kleyn zijn, daer naer zijn de ordentlijcke Linien I L, N P, en soo voorts, mede groot oft kleyn; soo nu I K, ende D I, malkander ghelijck waren, so soude G D, de Linie zijn, die men de rechte zijde noemt, I K kan grooter, ofte kleynder zijn, dan D I. Daerom spreeck ick, als I D tot I K, alsoo G D tot D R de *rechte zijde*. Want de rechthoecken G D, I K, ende R D, D I, moeten malkander ghelijck zijn, soo zijn de rechthoecken M T, N O, ende R D, D N mede gelijck, ende soo voorts.

Soo men dan steldt G D $\propto a$, I K $\propto b$, I D $\propto c$, ende D W, die ick de *dwersche zijde* noem $\propto q$, soo is I D $\propto c$, tot I K $\propto b$, als G D $\propto a$ tot $\frac{ab}{c}$ voor D R de *rechte zijde*, het welck noch verder blijckt als volgt: Als D W $\propto q$, tot G D $\propto a$, alsoo W I $\propto q-c$, tot H I $\propto \frac{aq-ac}{q}$, dit multipliceert met I K $\propto b$, komt

voor

voor 't vierkant van de ordentlijcke I L $\frac{abq - abc}{q}$, dat is, als D W ∞ q, tot G D, I K ∞ ab, alsoo W I ∞ $q - c$, tot 'et vierkant van de ordentlijcke I L, maer den recht-hoeck G D, I K, en komt in de vlackte van de Keegel-snede niet, daerom wil ick in de plaets van dien een anderen hebben, van den selven inhout, die bequamer is om de Keegel-snede te meten, te weten, waer van d'eene zijde doet D I ∞ c, soo moet d' ander zijde doen $\frac{ab}{c}$ voor D R. Soo hebben wy als D W ∞ q, tot R D, D I ∞ ab, alsoo W I ∞ $q - c$ tot het vierkant van I L ∞ $\frac{abq - abc}{q}$.

Dese rechte zijde openbaert hem mede alsoo, gelijck D W ∞ q, tot G D ∞ a, alsoo D I ∞ c tot S I ∞ $\frac{ac}{q}$, ende als 't vierkant op D I ∞ cc, tot S I, I K ∞ $\frac{abc}{q}$, alsoo D W ∞ q tot $\frac{ab}{c}$ de rechte zijde.

De reden van de rechte zijde, tot het vierkant, van de ordentlijcke Linien vindt men dan als volght, wederom als D W ∞ q, tot G D ∞ a, alsoo I W ∞ $q - c$, tot H I ∞ $\frac{aq - ac}{q}$, soo is 't vierkant op I L ∞ $\frac{abq - abc}{q}$, de rechte zijde is gevonden $\frac{ab}{c}$, so is de reden van de rechte zijde, tot 'et vierkant van de ordentlijcke, als $\frac{ab}{c}$ tot $\frac{abq - abc}{q}$, ick divideer alles door ab, ende multipliceer alles met qc soo komt de reden van de rechte zijde D R, tot 'et vierkant van de ordentlijcke I L, als q tot $qc - cc$, soo men dan voor de rechte zijde steldt r, soo is 't vierkant op I L ∞ $\frac{qcr - ccr}{q}$, want als q tot r, alsoo $qc - cc$ tot $\frac{qcr - ccr}{q}$.

Dat is, als D W ∞ q, tot D R ∞ r, alsoo W I, I D ∞ $qc - cc$, tot $\frac{qcr - ccr}{q}$ het vierkant op I L.

Soo volght hier uyt, wanneer men van een Ellipsis, de rechte ende de dwersche zijde, bekent heeft, dat men daer uyt alle de ordentlijcke Linien kan vinden. Oock mede, hoe veel, ofte hoe weynigh dat men voor I D steldt, soo is over-al, den rechthoeck W I, I D, in een selve reden tot 'et vierkant van de ordentlijcke

I L,

I L, dat is, als W I, I D, tot 'et vierkant op I L, alſoo W N, N D, tot 'et vierkant op N P, ende ſoo voorts, zijnde alle in de reden van q tot r.

Hier uyt blijckt dat den Ellipſis aen beyde de toppen W, ende D, even gelijckformigh, ende even wijdt is.

Voorts, alle de Ellipſen, die uyt deſen Keegel A B C, ghe-ſneeden worden, parallel met den Ellipſis W L W L D, zijn alle malkander ghelijckformigh, om datſe in alle den driehoeck G D W, ghelijckformigh hebben, waer door het komt dat in alle, de dwerſche, ende de rechte zijde, in eenderley reden zijn.

Ten leſten, om dat den recht-hoeck G D, W Q is ghelijck den recht-hoeck W D, D R, ſoo kan men licht een oneyndelijck ghetal van Keeghels vinden, alwaer men een begheerde Ellipſis, wiens rechte en dwerſche zijde gegeven is, uyt ſnijden kan.

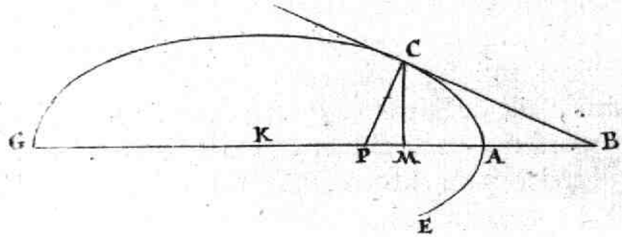
Hier uyt volght, dat 'et middel-proportionael tuſſchen de rechte ende de dwerſche zijde, is den middel-lijn van een Cilinder, alwaer ſoodanige Ellipſis uyt geſneden kan worden.

Van de raeckende Linie in den Ellipſis.

ZYnde den Ellipſis E A C, diens aſs A G, de rechte B C, raeckt den Ellips in 't punt C, om 't ſelve raeck-punt, door reeckeninghe te vinden, ſoo treck ick C M, recht-hoeckigh op A G, P C recht-hoeckigh op B C, ende ſtel M A ꝏ y, C M ꝏ x, P C ꝏ s, ende P A ꝏ v, ſoo is P M ꝏ $v - y$, voorts om dat den driehoeck C M P, recht-hoeckigh is, daerom doet C M ofte x ꝏ $\sqrt{ss - vv + 2vy - yy}$, het vierkant van C M doet dan $ss - vv + 2vy - yy$.

Hier vooren is ghevonden, ſoo wanneer men ſteldt, de rechte zijde ꝏ r, ende de dwerſche G A ꝏ q, dat dan het vierkant van C M doet $ry - \frac{r}{q}yy$, ſo is dan $ss - vv + 2vy - yy$ ꝏ

 $ry -$



$ry - \frac{r}{q}yy$, dat is $qss - qvv \begin{smallmatrix} +2qvy - qyy \\ -qry + ryy \end{smallmatrix} \infty\, 0$, of $yy + \frac{qr - 2qv}{q - r}y + \frac{qvv - qss}{q - r} \infty\, 0$. Nu om dat den booge, die op den half-middel-lijn P C, uyt P, beſchreven wordt, den Ellipſis, in 't punt C aen-raeckt, daerom heeft deſe vergelijckinge, twee wortels die malkander ghelijck zijn, ick ſtel dan voor den ſelven wortel e, ſoo is $y \infty e$, ofte $y - e \infty\, 0$, ende $yy - 2ey + ee$, komt dan over een met $yy + \frac{qr - 2qv}{q - r}y + \frac{qvv - qss}{q - r}$, de tweede term van d'een is dan gelijck de tweede term van d'ander, te weten $-2e \infty \frac{qr - 2qv}{q - r}$, ende $-2qe + 2re \infty qr - 2qv$, ten leſten is dan P A $\infty v \infty + e - \frac{re}{q} + \frac{1}{2}r$, ende om dat e gelijck y is, ſteldt y in de plaets van e, ſoo doet P A $y - \frac{ry}{q} + \frac{1}{2}r$. M P is dan $\frac{1}{2}r - \frac{r}{q}y$, ofte $\frac{\frac{1}{2}rq - ry}{q}$, voorts als P M, tot M C, alſoo M C, tot M B $\infty \frac{qy - yy}{\frac{1}{2}q - y}$, dat is als K M $\infty \frac{1}{2}q - y$, tot G M $\infty q - y$, alſoo M A ∞y tot M B $\infty \frac{qy - yy}{\frac{1}{2}q - y}$, ſoo is den recht-hoeck K M, M B, gelijck den recht-hoeck G M, M A, ende den recht-hoeck K M, M B, tot 't et vierkant op C M, als A G ∞q, tot de rechte zijde ∞r.

Ten leſten treck ick van M B, de Linie M A, reſt voor A B

$\frac{1}{2}qy$

$\frac{\frac{1}{2}qy}{\frac{1}{2}q-y}$, dat is, als KM $\infty\ \frac{1}{2}q-y$, tot MA $\infty\ y$, alſoo KA $\infty\ \frac{1}{2}q$ tot AB $\infty\ \frac{\frac{1}{2}qy}{\frac{1}{2}q-y}$.

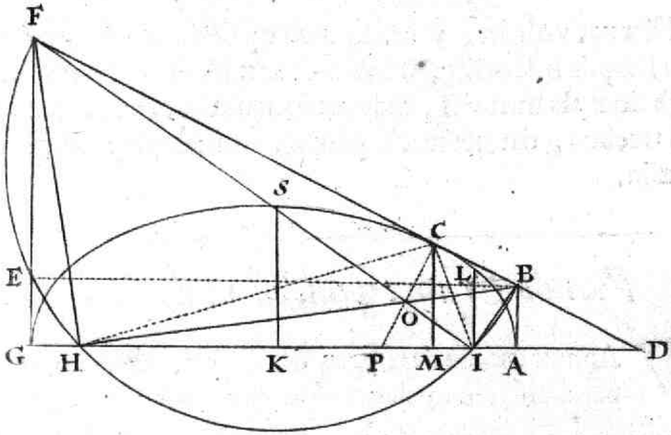
Hier uyt volght, wanneer men op den middel-lijn AG, eenighe Ellipſis beſchrijft, wiens rechte zijde ſoo veel ofte ſoo weynigh doet als men wil, ende dat men uyt B, een raeckende Linie wil trecken, dat het raeck-punt altijdt in de perpendiculaer MC ſal zijn.

Van de Brandt-punten in den Ellipſis.

WAnneer men in de toppen des Ellips, als A, en G, perpendicularen op den middel-lijn ſteldt, ende dat men een raeckende Linie beſchrijft, ſoo ſnijdt de ſelve, de genoemde perpendiculaeren in B, ende F, deſen recht-hoeck van AB, en GF, is ghelijck 't vierkant op SK, ende doet $\frac{1}{4}qr$, dat is $\frac{1}{4}$ van den recht hoeck, die ghemaeckt wordt, van de rechte zijde r, ende de dwerſche zijde, oft den middel-lijn AG, 't welck men bevindt als volght.

Als DM $\infty\ \frac{qy-yy}{\frac{1}{2}q-y}$, tot MC $\infty\ \sqrt{\frac{qry-ryy}{q}}$, alſoo GD $\infty\ \frac{\frac{1}{2}qq-\frac{1}{2}qy}{\frac{1}{2}q-y}$ tot GF $\infty\ \sqrt{\frac{\frac{1}{4}qqr-\frac{1}{4}qry}{y}}$. Ende alſoo mede AD $\infty\ \frac{\frac{1}{2}qy}{\frac{1}{2}q-y}$, tot AB $\infty\ \sqrt{\frac{\frac{1}{4}qry}{q-y}}$. Multipliceert GF, ende AB, t'ſaemen komt $\sqrt{\frac{1}{16}qqrr}$, hier uyt den vierkant-wortel, komt $\frac{1}{4}qr$, voor den recht-hoeck AB, GF, ofte dat 'etſelve is, voor den recht-hoeck EG, GF, want AB, ende GE, zijn malkanderen gelijck, ende van wegen het half-rondt, gelijck den recht-hoeck HG, GI, ofte IA, AH, welcke punten, H, ende I, de Brandt-punten van den Ellipſis genoemt worden.

Soo men dan voor AI, ſteldt z, ſoo is $qz-zz\ \infty\ \frac{1}{4}qr$, ende



$z \infty \frac{1}{2} q - \sqrt{\frac{1}{4} qq - \frac{1}{4} qr}$, voor A I, ende $\frac{1}{2} q + \sqrt{\frac{1}{4} qq - \frac{1}{4} qr}$, voor G I, den recht-hoeck A I, I G, doet dan als voren $\frac{1}{4} qr$.

Nu als q tot r, alſoo $\frac{1}{4} qr$, tot $\frac{1}{4} rr$, voor 't vierkant van L I, ſoo doet L I $\infty \frac{1}{2} r$, dat is de halve rechte zijde.

Voorts treckt A I, van G I, reſt voor H I, $\sqrt{qq - qr}$, dat is het vierkant van de verte der Brandt-punten H ende I, is gelijck de differentie, tuſſchen 't vierkant, van de middel-lijn A G, ende den recht-hoeck van den ſelven middel-lijn, ende de rechte zijde, ofte als $q - r$ in q.

Wanneer dan q ende r, gelijck is, ſoo komt voor de wijdte der punten H ende I, nul, 't welck beteeckent, dat den Ellipſis een rondt zy.

Wijders, wanneer men treckt, de Diagonalen F I, BH, ende de Linien F H, en B I, en rechthoeckigh op B F, uyt O, de Linie O C, ſoo valt de ſelve in 't raeck-punt, 't welck men ſiet als volght.

De

De hoecken B F I, ende B H I, zijn malkander ghelijck, om datſe beyde den rondtsom treck raecken ende datſe op een rondts pees ſtaen, ſoo mede de hoecken F I H, ende F B H, De recht-hoeckighe driehoecken A H B, ende C F O, als mede de recht-hoeckighe driehoecken G I F, ende C B O, zijn dan malkander ghelijckformigh, daerom:

Als A H, tot A B, alſoo F C, tot C O, ende
Als G I, tot F G, alſoo B C, tot C O.

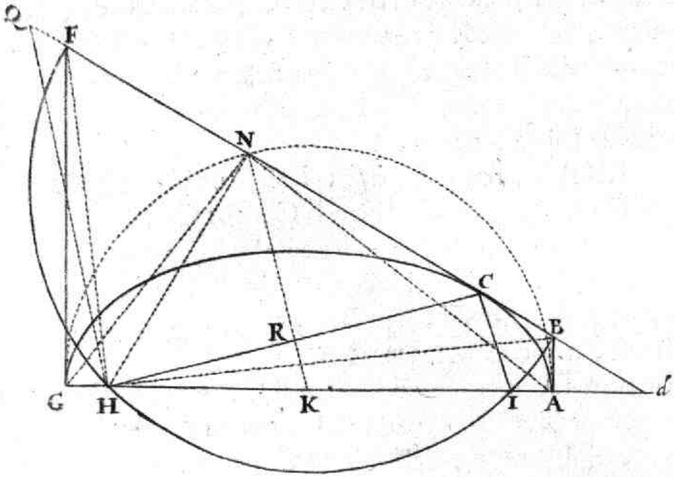
A H, ende G I, zijn malkander ghelijck, daerom is den recht-hoeck A B, F C, ghelijck den recht-hoeck F G, B C, dat is, als F G, tot A B, alſoo F C tot B C, ofte, om dat 'et eenderley reden heeft, alſoo G M. tot M A.

Soo nu deſe reden, van F C, tot B C, over een komt, met de voor-ghevonden reden van G M, tot M A, dat is, als $q-y$, tot y, ſoo blijckt, dat de Linie O C, recht-hoeckigh komt, in 't raeck-punt van den Ellipſis, 't welck oock alſoo geſchiedt, want F G ∞ $\sqrt{\frac{\frac{1}{4}qqr-\frac{1}{4}qry}{y}}$ is tot A B ∞ $\sqrt{\frac{\frac{1}{4}qry}{q-y}}$, als G M ∞ $q-y$, tot M A ∞ y.

Wanneer men dan H C, ende C I treckt, ſoo zijn de hoecken H C F, ende I C B, malkander gelijck, want ſoo men op F O, ende B O, als middel-lijnen, ronden beſchrijft, ſoo ſullen de hoecken H ende C, den eenen om-loop, ende de hoecken C ende I, den anderen om-loop aen-raecken, om datſe recht zijn, ſoo zijn dan de hoecken F O H, ende H C F, als mede de hoecken I O B, ende I C B, malkander gelijck, ende om dat de hoecken F O H, ende B O I, malkander ghelijck zijn, daerom zijn dan mede gelijck de hoecken H C F, ende I C B.

Soo gheven dan de punten H, ende I, teghen 't punt C, een reflexie op malkanderen.

Wijders Wanneer men (in de tweede Figuer) recht-hoeckigh op D F, de Linie H N treckt, ende dan uyt 'et midden van A G, de rechte K N, ſoo is K N, ghelijck K G, ofte K A.



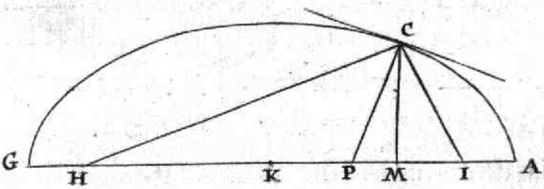
De Figuer bereydt hebbende als in de ſelve te ſien is, ſoo konnen de vier hoecken F G H N, ende N H A B, yder in een rondt beſchreven worden, om dat yder twee over-ſtaende, rechte hoecken heeft, ſoo zijn dan de hoecken G F H, G N H, A H B, ende A N B, malkander ghelijck, want G F H, is gelijck den hoeck A H B, de hoecken H N B, ende G N A, zijn dan malkander gelijck, ende beyde recht, ende volgens dien N K, gelijck G K, ofte A K.

Ten leſten treck ick Q H, parallel met C I, ſoo is den hoeck *d* C I, ghelijck den hoeck C Q H, ende den driehoeck Q H C, alſoo een gelijck-beenigen driehoeck, ende daerom Q N, ghelijck N C, ſoo is N K, mede parallel met C I, om dat H K, ende K I, oock ghelijck is, ende om de ſelve reden is R C, de helft van H C, ende R K de helft van C I: wijders N R C, is een ghelijck-beenigen driehoeck, ghelijckformigh den driehoeck Q H C, ſoo is dan N R, de helft van H C, met t' ſamen

R K,

RK, de helft van C I, gelijck N K, de helft van A G, ende vervolghens H C, met t' ſamen C I, gelijck A G.

Dit ſelfde op een ander wijſe.



Ghegeven zijnde de kromme Linie G C A, alſoo van natuer, wanneer men uyt eenigh punt in de ſelve als C, twee linien treckt naer de ghegeven punten H ende I, als H C, ende C I, dat deſe twee Linien t' ſamen, altijdt even ſoo langh zijn, als de gegeven Linie G A. Men begeert te weten wat kromme Linie het zy.

De Linie A G, is noodtſaeckelijck den langhſten middel-lijn ende de punten H ende I, moeten in de ſelve komen, want H A, ende A I, ſoo mede I G ende G H, moeten t' ſamen gelijck A G zijn, daerom is mede G H gelijck I A, ick treck C M rechthoeckigh op G A, ende C P rechthoeckigh op de kromme Linie, ofte op diens raeckende Linie, ende ſtel G A $\propto q$, A I ofte G H $\propto a$, C I $\propto z$, ſoo is H C $\propto q - z$, voorts M A $\propto y$, P C $\propto s$, P A $\propto v$, ſoo is P M $\propto v - y$, ende M I $\propto y - a$, dan treck ick het vierkant P M, van 't vierkant P C, reſt voor 't vierkant M C, $ss - vv + 2vy - yy$, nu getrocken het vierkant op M I, van 't vierkant C I, reſt wederom voor 't vierkant M C, $zz - yy + 2ay - aa$, ſoo hebben wy $ss - vv + 2vy - yy \propto zz - yy + 2ay - aa$, ſoo komt $y \propto \frac{zz - aa - ss + vv}{2v - 2a}$.

Om

Om een vergelijckinge te maecken, soo sullen wy y noch op een ander wijse soecken, H I doet $q - 2a$, soo doet H M $q - y - a$, dit vierkant zijnde $qq - 2qy + yy - 2aq + 2ay + aa$, treckt van 't vierkant H C, zijnde $qq - 2qz + zz$, rest voor 't vierkant M C, $zz - 2qz + 2qy - yy + 2aq - 2ay - aa$, 't selve is ghelijck $zz - yy + 2ay - aa$, hier voor gevonden, soo is $2qy - 4ay \propto 2qz - 2aq$, soo komt $y \propto \frac{qz - aq}{q - 2a}$.

De twee ghevonden weerdens van y, zijn malkander ghelijck dat is $\frac{zz - aa - ss + vv}{2v - 2a}$ is gelijck $\frac{qz - aq}{q - 2a}$, soo is $zz \frac{-2qv + 2aq}{q - 2a} z \frac{-ssq + vvq + 2a^3 + 2ass - 2avv + 2aqv - 3aaq}{q - 2a} \propto 0$.

Nu om dat den booghe, die op den half-middellijn P C, uyt P, beschreven wordt, de kromme Linie in 't punt C aen-raeckt, daerom heeft dese vergelijckinghe twee wortels die malkander ghelijck zijn, ick stel voor den selven e, soo is $z - e \propto 0$, ende $zz - 2ez + ee \propto 0$, komt dan over een met de voorgaende vergelijcking, soo is dan $-2e \propto \frac{-2qv + 2aq}{q - 2a}$ ofte $-qe + 2ae \propto -qv + aq$, dat is $qe - 2ae \propto qv - aq$, ofte $qe - 2ae + aq \propto qv$, soo is $\frac{qe - 2ae + aq}{q} \propto v$, steldt z in de plaets van e, komt v, ofte P A $\propto \frac{qz - 2az + aq}{q}$, hier van treckt A I $\propto a$, rest voor P I $\frac{qz - 2az}{q}$, dat is als H C + C I $\propto q$ tot H I $\propto q - 2a$ alsoo C I $\propto z$, tot P I, waer uyt volght, dat de hoecken H C P, ende P C I, malkander gelijck zijn.

Hier voorens was $2qy - 4ay \propto 2qz - 2aq$, soo is $z \propto \frac{qy - 2ay + aq}{q}$ voor C I, van 't vierkant op C I, getrocken het vierkant op M I, rest voor 't vierkant op C M - - - - - $\frac{-4qayy + 4qqay + 4aayy - 4aaqy}{qq}$, en den recht-hoeck G M, M A, doet $qy - yy$.

Hier siet men dat het vierkant op de ordentlijcke als C M, altijdt in eenderley reden is, met den recht-hoeck G M, M A, te weten, als $4qa - 4aa$ tot qq, waer uyt blijckt dat de kromme Linie een Ellipsis is.

Ick

Ick ſtel dat de rechte zijde van den ſelven doet r, ſoo doet het vierkant op de ordentlijcke C M, $\frac{qry - ryy}{q}$, zijnde gelijck 't gevonden $\frac{-4qayy + 4qqay + 4aayy - 4aaqy}{qq}$, divideert aen weder-zijden door $\frac{qy - yy}{q}$, komt $r \infty \frac{4qa - 4aa}{q}$, ſoo is dan $qr \infty 4qa - 4aa$ ende $aa - qa + \frac{1}{4}qr \infty 0$, ſoo verkrijghen wy $a \infty \frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{4}qr}$ voor I A, ende $\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{4}qr}$ voor G I, ſoo doet H I, $\sqrt{qq - qr}$, als voren.

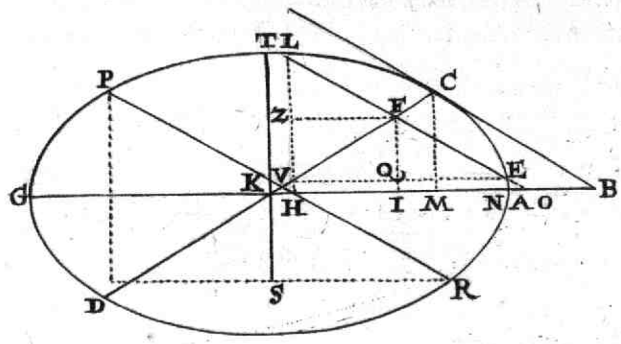
Van de Middel-linien in den Ellipſis.

WAnneer men in een Ellipſis, den middel-lijn A G in twee ghelijcke deelen deeldt, in K, ſoo is 't ſelve punt, het middel-punt van den Ellipſis, ende alle de Linien, die daer door ghetrocken worden, zijn middel-linien, als hier D C, ende dierghelijcke. Ende wanneer men op 't eynde der middel-linie, op 't punt C, ſteldt een Linie die den Ellipſis aldaer raeckt, ghelijck hier B C, ſoo zijn alle de Linien, die in den Ellipſis even-wijdigh met B C ghetrocken worden, ordentlijcke Linien, op den ſelven middel-lijn, gelijck F L ende F E, zijn ordentlijcke Linien op den middel-lijn C D, want deſe Linien zijn altijdt, aen weder-zijden, malkander ghelijck, als hier L F, is ghelijck F E: dit kan men onderſoecken als volght.

Besiet de volgende Figuer.

De Figuer bereydt hebbende als hier te ſien is, ſoo ſtel ick de rechte zijde ∞r, de dwerſche A G ∞q, A M ∞y, K M is $\infty \frac{1}{2}q - y$, ofte ∞c, den recht-hoeck G M, M A $\infty qy - yy$ oft ∞a, ofte $\frac{1}{4}qq - cc$.

Soo doet M C $\infty \sqrt{\frac{qry - ryy}{q}}$, ofte $\infty \sqrt{\frac{ar}{q}}$ oft ſtel in de plaets ∞n, M B is $\infty \frac{qy - yy}{\frac{1}{2}q - y}$ ofte $\infty \frac{a}{c}$, voorts ſtel ick F I ∞b, F Q ∞x ſoo is N E $b - x$.

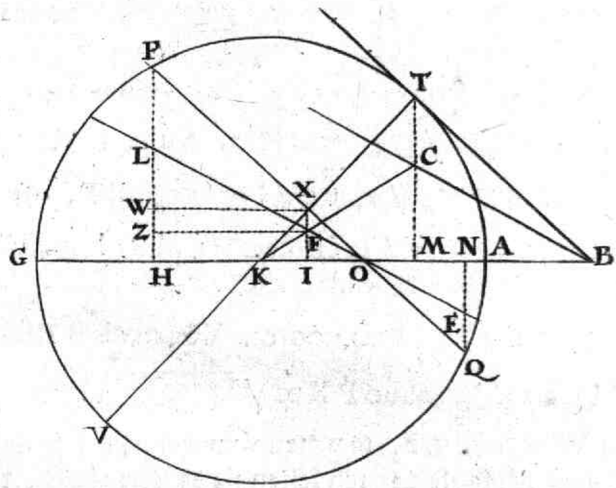


Nu als C M ∞ n, tot K M ∞ c, alſoo F I ∞ b, tot $\frac{bc}{n}$ ∞ K I, ende als C M ∞ n, tot M B ∞ $\frac{a}{c}$, alſoo F Q ∞ x, tot $\frac{ax}{nc}$ ∞ Q E, ofte I N, ſoo is K N ∞ $\frac{bcc+ax}{nc}$, dit treckt van, ende addeert tot K A, ∞ $\frac{1}{2}q$, komt $\frac{\frac{1}{2}qnc-bcc-ax}{nc}$ voor N A, ende $\frac{\frac{1}{2}qnc+bcc+ax}{nc}$ voor N G, ſoo doet den recht-hoeck G N, N A, gelijck $\frac{\frac{1}{4}qqnncc-bbc^4-2abccx-aaxx}{nncc}$, Nu als A M, M G ∞ a, tot 'et vierkant van M C ∞ $\frac{ar}{q}$, alſoo G N, N A, tot 'et vierkant van E N ∞ $\frac{\frac{1}{4}qracc-bbc^4-2abccx-aaxx}{acc}$, zijnde gelijck 't vierkant op E N ∞ $b-x$, te weten $bb-2bx+xx$, ſoo is $accxx+aaxx \infty \frac{1}{4}qracc-bbc^4-abbcc$, ende $xx \infty$ $\frac{\frac{1}{4}qracc-bbc^4-abbcc}{acc+aa}$, de nommer van deſe breuck kan gedivideert worden, door $cc+a$, zijnde ∞ $\frac{1}{4}qq$, ſo doet de nommer $\frac{1}{4}qqa$, ſteldt mede, in de plaets van a, in de leſte term van de teller $\frac{1}{4}qq-cc$, ſoo komt $xx \infty \frac{\frac{1}{4}qracc-\frac{1}{4}qqbbcc}{\frac{1}{4}qqa}$, ofte $xx \infty$ $\frac{racc-qbbcc}{qa}$ ſoo is $x \infty \sqrt{\frac{racc-qbbcc}{qa}}$, voor F Q, ofte Z V.

Wanneer men nu ſteldt L Z ∞ x, ende dat men de weerde daer van ſoeckt door L H, men ſal mede, de ſelfde verghelijckinghe vinden,

vinden, waer uyt de waerheyt van 't geſtelde blijckt. Want G H, doet dan $\frac{\frac{1}{2}qnc + bcc - ax}{nc}$ ende H A $\frac{\frac{1}{2}qnc - bcc + ax}{nc}$.

Wijders, om dat den Ellipſis, een over-een-kominghe heeft met het rondt, ſoo kan men deſe L Z noch anders vinden', beſchrijft, op den grootſten half-middel-lijn A G, een rondt, ende treckt de Linie B C, alſoo dat die den Ellipſis, aenraeckt in 't punt C, ick treck recht-hoeckigh, op A G, door 't punt C, de Linie T M, dan treck ick, B T, die ſal 't rondt aen-raken in 't punt T, ende M T, ſal dan weſen tot M C, als den grootſten middel-lijn



van den Ellipſis, tot den kleynſten, te weten (wanneer men de beteeckeniſſe der Linien laet als vooren) als $\frac{1}{2}q$ tot $\sqrt{\frac{1}{4}qr}$, dat is als $\sqrt{q}$ tot $\sqrt{r}$, in welcke reden mede zijn P H, tot L H, ende Q N,

 tot

tot E N, wel-verstaende wanneer den Ellipsis, door de punten L, ende E gaet, alsoo dese reden ghemeen is, voor alle de ordentlijcke Linien, want het vierkant op M T, is ghelijck den rechthoeck, op G M, M A, soo is dan M T $\infty \sqrt{a}$, tot M C $\sqrt{\frac{ar}{q}}$, als $\sqrt{q}$ tot $\sqrt{r}$. Ick treck nu de Linie L O E, even-wijdigh met de raeckende B C, ende de Linie P O Q, even-wijdigh met B T, ick treck mede, de rechthoeckighe Linien P H, ende Q N, soo gaet dan den Ellipsis, door L, ende E, ick treck dan uyt het raeck-punt C, door 't middel-punt K, de Linie K C, die deeldt L E, in twee gelijcke deelen in F, want K T, gaet recht-hoeckigh door P Q, daerom is P X, ende X Q malkander ghelijck, soo is dan P Q, tot sijn helft P X, als L E, tot sijn helft L F.

Om nu L Z, die hier vooren ghevonden is, door dese Figuer te vinden, soo is M C $\infty\ n$, tot K T $\infty \frac{1}{2}q$, als F I $\infty\ b$, tot K X $\infty \frac{\frac{1}{2}qb}{n}$, soo doet X T, $\frac{\frac{1}{2}qn - \frac{1}{2}qb}{n}$, ende V X, $\frac{\frac{1}{2}qn + \frac{1}{2}qb}{n}$, P X is dan gelijck $\sqrt{\frac{\frac{1}{4}qqnn - \frac{1}{4}qqbb}{nn}}$. Nu als K M $\infty\ c$, tot K T $\infty \frac{1}{2}q$, alsoo M T, $\sqrt{a}$, tot $\sqrt{\frac{\frac{1}{4}qqa}{cc}}$ voor B T, ofte addeer het vierkant van M T, tot 'et vierkant van M B, komt voor 't vierkant B T, $\frac{acc + aa}{cc}$, ende om dat $cc + a$, doet $\frac{1}{4}qq$, daerom doet dan B T $\sqrt{\frac{\frac{1}{4}qqa}{cc}}$ als vooren. Voorts als B T $\infty \sqrt{\frac{\frac{1}{4}qqa}{cc}}$, tot M B $\infty \sqrt{\frac{aa}{cc}}$, alsoo P X $\infty \sqrt{\frac{\frac{1}{4}qqnn - \frac{1}{4}qqbb}{nn}}$ tot $\sqrt{\frac{ar - bbq}{r}}$, voor W X, ofte Z F, te weten wanneer men, in de plaets van nn, gesteldt heeft $\frac{ar}{q}$, ten lesten als M B $\infty \sqrt{\frac{aa}{cc}}$, tot M C $\infty \sqrt{\frac{ar}{q}}$, alsoo Z F $\infty \sqrt{\frac{ar - bbq}{r}}$, tot $\sqrt{\frac{arcc - bbccq}{aq}}$ voor L Z.

Hoe

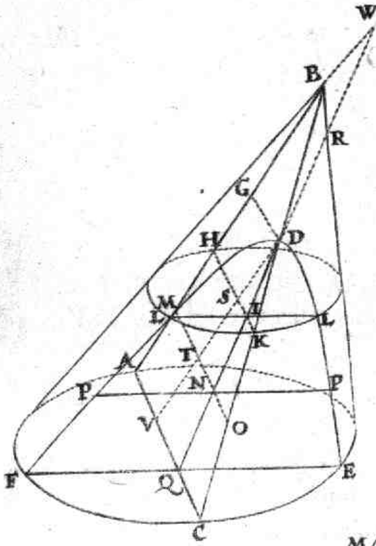
Hoe den Hyperbole uyt den Keegel geſneden wordt ende ſijn eyghenſchap.

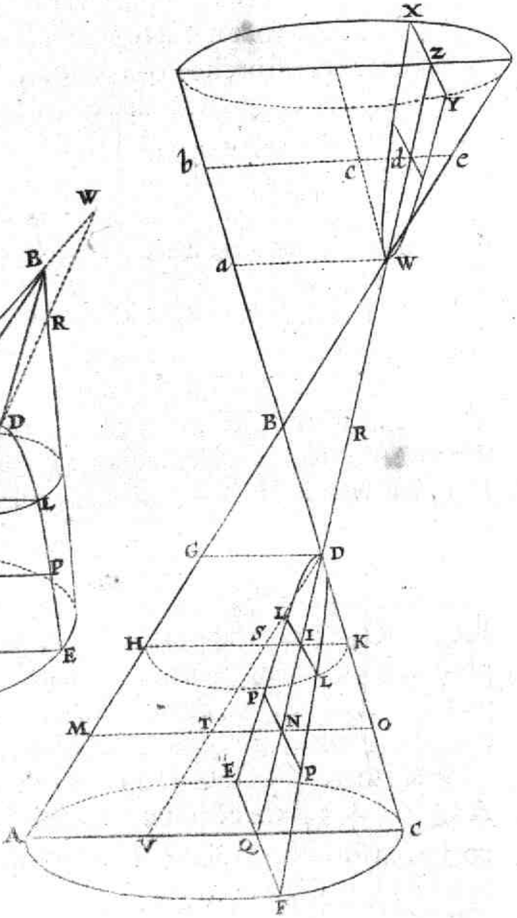
TReckt door 't middel-punt van de grondt des Keeghels, de Linie A C, ende uyt'et top-punt B, de Linien A B, ende B C, ſoo gaet den driehoeck A B C, door den aſs des Keeghels, ende deelt hem in twee ghelijcke deelen, wanneer men nu, deſen Keeghel ſnijdt, met 'et plat vlack D E F, recht-hoeckigh door den driehoeck A B C, alſoo, dat het ſelve plat vlack buyten den top des Keeghels, met de verlenghde op-ſtaende zijde A B, in W t' ſamen loopt, de ſelve ſneede is den Hyperbole, ende diens middel-lijn D Q. Beſiet de volgende Figuer.

Ick ſtel in den ſelven middel-lijn D I, I N, N Q, ende ſoo voorts, malkander ghelijck, ende treck parallel met A C, de rechte Linien G D, H I K, M N O, ende ſoo voorts, dan ſtel ick, parallel met Q F, de ordentlijcke Linien I L, N P, ende ſoo voorts, ſoo is 't vierkant op I L, ghelijck den recht-hoeck H I, I K, dat is H S + S I in I K. Het vierkant op N P gelijck den recht-hoeck M T + T N, in N O. Het vierkant op Q F gelijck den recht-hoeck A V + V Q in Q C, ende ſoo voorts.

De Linien G D, H I, M N, A Q ende ſoo voorts, als mede I K, N O, Q C, ende ſoo voorts, ſtaen in een Arithmetiſche progreſſie, d' een beginnende, aen de Linie G D, d' ander van't punt D, ende volgens dien zijn de vierkanten op I L, N P, Q F, ende ſoo voorts, in een ſeeckeren voortganck.

Want ſoo men ſtelt G D ∞ a, H I ∞ $a + f$, M N ∞ $a + 2f$, A Q ∞ $a + 3f$, ende ſoo voorts, ende I K ∞ b, N O ∞ $2b$, Q C ∞ $3b$, en ſoo voorts, ſoo is I L $\sqrt{ab + bf}$, N P $\sqrt{2ab + 4bf}$, Q F $\sqrt{3ab + 9bf}$, wanneer men deſe redens, door $\sqrt{b}$ divideert, ſoo is de voortganck der ordentlijcke Linien in reden als I L $\sqrt{a + f}$, N P $\sqrt{2a + 4f}$, Q F $\sqrt{3a + 9f}$, ende ſoo voorts.


W
B
R
G
H
D
M
S
I
L
L
K
T
A
N
P
P
V
O
F
Q
E
C


X
Z
Y
b
c
d
e
a
W
B
R
G
D
L
S
I
H
K
L
P
M
T
N
O
E
p
A
V
Q
C
F

De rechte zijde te vinden.

Naer dat nu in desen Keegel de Linie G D, ende S I, groot oft kleyn is, daer naer zijn de ordentlijcke Linien I L, N P, Q F, ende soo voorts, mede groot oft kleyn, soo nu I K, ende D I, malkander ghelijck waren, soo soude G D, de Linie zijn, die men de rechte zijde noemt, die hier geteeckent wordt met D R, maer I K, kan grooter oft kleynder zijn, dan D I. Daerom spreeck ick, als I D tot I K, alsoo G D, tot D R de *rechte zyde*: want de recht-hoecken G D, I K, ende R D, D I, moeten malkander gelijck zijn, soo zijn de recht hoecken M T, N O, ende R D, D N, mede gelijck, ende soo voorts.

Soo men dan stelt G D $\infty\, a$, I K $\infty\, b$, I D $\infty\, c$, ende D W (die ick de dwersche zijde, ofte de dwersche middel-lijn noem) $\infty\, q$, soo is I D $\infty\, c$, tot I K $\infty\, b$, als G D $\infty\, a$, tot $\frac{ab}{c}$ voor D R, de rechte zijde.

Dit blijckt noch verder, als volght, ghelijck D W $\infty\, q$, tot G D $\infty\, a$, alsoo W I $\infty\, q + c$, tot $\frac{aq+ac}{q}$ voor H I, dit multipliceert met I K, $\infty\, b$, komt voor 't vierkant van de ordentlijcke Linie I L, $\frac{abq+abc}{q}$, dat is, als D W $\infty\, q$, tot G D, I K $\infty\, ab$, alsoo W I $\infty\, q + c$, tot het vierkant van de ordentlijcke I L, maer den recht-hoeck G D, I K en komt in de vlackte van de Keeghel-sneede niet, daerom wil ick in de plaets van dien, een anderen hebben, van den selven inhoudt, (die bequaem is om de Keeghel-sneede te meeten, sonder dat men de ghestalte van den Keeghel weet,) waer van d' een zijde doet D I $\infty\, c$, soo moet d' ander zijde doen $\frac{ab}{c}$ voor D R. Soo is dan D W $\infty\, q$ tot D R, D I $\infty\, ab$, als W I $\infty\, q + c$, tot 'et vierkant van I L $\infty\, \frac{abq+abc}{q}$.

Dese rechte zijde openbaert hem mede als volght, als D W $\infty\, q$, tot G D $\infty\, a$, alsoo D I $\infty\, c$, tot S I $\infty\, \frac{ac}{q}$, nu als 't vierkant D I $\infty\, cc$, tot S I, I K $\infty\, \frac{abc}{q}$, alsoo D W $\infty\, q$, tot $\frac{ab}{c}$ de rechte zijde.

Soo

Soo vindt men dan de reden, van de rechte zijde, tot het vierkant van de ordentlijcke, als volght: wederom als D W ∝ q, tot G D ∝ a, alsoo I W ∝ $q+c$, tot H I ∝ $\frac{aq+ac}{q}$, soo is 't vierkant op I L ∝ $\frac{abq+abc}{q}$, de rechte zijde is gevonden $\frac{ab}{c}$, soo is dan de reden van de rechte zijde, tot 'et vierkant van de ordentlijcke, als $\frac{ab}{c}$ tot $\frac{abq+abc}{q}$, divideert alles door ab, ende multipliceert alles met qc, soo komt dan de reden, van de rechte zijde D R, tot 'et vierkant van de ordentlijcke I L, als q, tot $qc+cc$, soo men dan voor de rechte zijde steldt r, soo is het vierkant op I L ∝ $\frac{qcr+ccr}{q}$, want, als q tot r, alsoo $qc+cc$ tot $\frac{qcr+ccr}{q}$, dat is, als D W ∝ q, tot D R ∝ r, alsoo W I, I D ∝ $qc+cc$, tot $\frac{qcr-ccr}{q}$, voor 't vierkant op I L.

Soo blijckt hier uyt, dat wanneer men, de rechte zijde, ende de dwersche van een Hyperbole, bekendt heeft, dat men daer uyt, alle de ordentlijcke Linien kan vinden.

Wy hebben dan ghevonden, als D W, ∝ q, tot D R ∝ r, alsoo W I, I D ∝ $qc+cc$, tot 'et vierkant van de ordentlijcke I L, soo is dan over-al, hoe veel, ofte hoe weynigh, dat men voor I D steldt, den recht-hoeck W I, I D, in een selve reden tot 'et vierkant van de ordentlijcke I L, dat is, als W I, I D, tot 'et vierkant op I L, alsoo W N, N D, tot 'et vierkant op N P, ende soo voorts, zijnde alle in de reden van q tot r.

Wanneer men de zijden des Keeghels A B C, door 't punt B, verlenght, ende datter alsoo, een anderen Keeghel ghemaeckt wordt, gelijckformigh d' eerste, ende dat beyde dese twee Keeghels, van een plat vlack ghesneden worden, soo zijn beyde, dese twee Keeghel-sneeden malkander ghelijck, om datse de dwersche zijde D W, ghemeen hebben, ende hare rechte zijden, zijn malkander ghelijck.

Want als D I ∝ c, tot I K ∝ b, alsoo D W ∝ q, tot A W ∝ $\frac{bq}{c}$, ende als D W ∝ q, tot G D ∝ a, alsoo d W ∝ c, tot

$d\,e$ ∝

$de \propto \frac{ac}{q}$, ende ten leſten, als dW $\propto c$, tot $de \propto \frac{ac}{q}$, alſoo aW $\frac{bq}{c}$ tot de rechte zijde D R $\propto \frac{ab}{c}$, zijnde ghelijck de ghevonden rechte zijde van den Keeghel A B C.

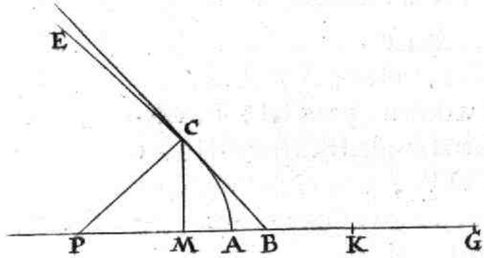
Voorder, alle de Hyperbolen, die uyt den Keeghel A B C, geſneden worden, parallel, met den Hyperbole D E Q F, zijn alle malkander ghelijckformigh, om datſe in alle, den driehoeck G D W, gelijckformigh hebben, waer door het komt, dat in alle, de dwerſche ende de rechte zijden, altijdt in eenderley reden blijven.

Ten leſten, om dat den recht-hoeck W D, D R, is ghelijck den recht-hoeck G D, aW, ſoo kan licht een oneyndelijck getal van verſcheyde Keegels, gevonden worden, alwaer men een begheerde Hyperbole, de rechte en dwerſche zijde ghegheven zijnde, uyt ſnijden kan.

Van de raeckende Linien in den Hyperbole.

ZYnde den Hyperbole A C E, diens aſs A M, de rechte B C raeckt den Hyperbole in 't punt C, om 't ſelve raeckpunt, door reeckeninghe te vinden, ſoo treck ick C M, recht-hoeckigh op A M, ende P C recht-hoeckigh op B C, ende ick ſtel M A $\propto y$, C M $\propto x$, P C $\propto s$, ende P A $\propto v$, ſoo is P M $\propto v - y$, ende om dat den driehoeck C M P, recht-hoeckigh is, daerom doet C M ofte $x \propto \sqrt{ss - vv + 2vy - yy}$, ende des ſelfs vierkant $ss - vv + 2vy - yy$.

Hier vooren is ghevonden, ſoo wanneer men ſtelt, de rechte zijde $\propto r$, de dwerſche G A $\propto q$, dat dan het vierkant van C M doet $\frac{qry + ryy}{q}$ ſoo is $ss - vv + 2vy - yy \propto \frac{qry + ryy}{q}$, dat is $\begin{array}{l} qss - qvv + 2qvy - qyy \\ \quad - qry - ryy \end{array} \propto 0$, ofte $yy + \frac{qr - 2qv}{q + r} y + \frac{qvv - qss}{q + r} \propto 0$.



Voorts om dat den booghe, die op den half-middellijn P C, uyt P, beſchreven wordt, den Hyperbole in 't punt C aenraeckt, daerom heeft deſe verghelijckinge twee wortels, die malkander gelijck zijn, ick ſtel den ſelven wortel $y \infty e$, ſoo is $y - e \infty 0$ ende $yy - 2ey + ee \infty 0$ is dan de ſelve, ende komt over een met $yy + \frac{qr - 2qv}{q+r} y + \frac{qvv - qss}{q+r}$, ſoo is dan in de tweede term $-2e \infty \frac{qr - 2qv}{q+r}$, dat is $-2eq - 2er \infty qr - 2qv$, ſoo is dan P A ofte v ghelijck $e + \frac{re}{q} + \frac{1}{2}r$, ende om dat $e \infty y$ is, daerom ſteldt y in de plaets van e, ſoo doet P A, $y + \frac{ry}{q} + \frac{1}{2}r$, ende M P, is dan $\frac{1}{2}r + \frac{r}{q}y$, ofte $\frac{\frac{1}{2}rq + ry}{q}$ dat is, als A G, tot M K, alſoo de rechte zijde tot P M. Voorts als P M, tot M C, alſoo M C, tot M B $\infty \frac{qy + yy}{\frac{1}{2}q + y}$, dat is, als K M $\infty \frac{1}{2}q + y$, tot G M $\infty q + y$, alſoo M A ∞y tot M B. Soo is den recht-hoeck K M, M B, gelijck den recht-hoeck G M, M A, ende den recht-hoeck K M, M B, tot 'et vierkant op C M, Als A G ∞q, tot de rechte zijde r, want het vierkant op C M doet $\frac{qry + ryy}{q}$, dat is als den recht-hoeck G M, M A, tot 'et vierkant op M C, alſoo q tot r.

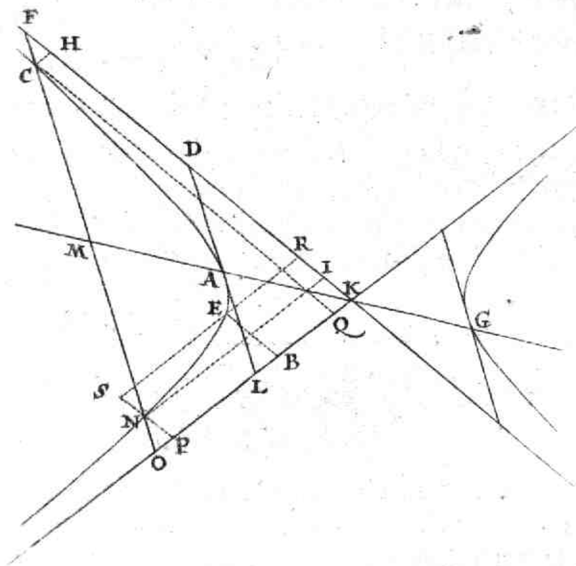
Wijders

Wijders, ick treck van M B, de Linie M A, rest voor A B $\frac{\frac{1}{2}qy}{\frac{1}{2}q+y}$, dat is, als K M $\propto \frac{1}{2}q+y$, tot M A $\propto y$, alsoo A K $\frac{1}{2}q$, tot A B $\propto \frac{\frac{1}{2}qy}{\frac{1}{2}q+y}$, ofte als M K, tot A K, alsoo A M tot A B.

Hier uyt volght wanneer men op de dwersche zijde A G, eenige Hyperbole beschrijft, wiens rechte zijde soo veel ofte soo weynigh doet als men wil, ende dat men uyt 'et punt B, een rakende wil trecken, dat het raeck-punt altijt in de perpendiculaer M C sal zijn.

Van de noyt t' saemen-komende Linien in den Hyperbole.

HOe men het raeck-punt C, verder steldt van A, den top Besiet de voorgaende Figuer.
der Hyperbole, hoe dat de raeckende Linie B C, het punt K (zijnde het midden van de dwersche zijde A G, het middelpunt ghenoemt,) meerder sal naerderen, maer sal noyt daer in komen, want A B doet $\frac{\frac{1}{2}qy}{\frac{1}{2}q+y}$, ende hoe veel men voor y steldt, soo sal A B, altijdt minder doen dan $\frac{1}{2}q$, maer soo men uyt K, een Linie trecken wil, die den Hyperbole, soo naer sonder snijden raeckt als 't moghelijck is, die sal den Hyperbole altijdt naerderen, maer noyt met de selfde t' saemen komen, 't welck geschiedt (de Linien de selfde beteeckenisse houdende als in 't voorgaende) als men 't vierkant A K $\propto \frac{1}{4}qq$, steldt tot 'et vierkant van A D, $\propto \frac{1}{4}qr$, Besiet de volgende Figuer.
als q tot r. Soo is dan q tot r, als 't vierkant op M K $\propto yy+qy+\frac{1}{4}qq$, tot 'et vierkant op M F $\propto \frac{ryy+qry+\frac{1}{4}qqr}{q}$, ende het vierkant op M C doet $\frac{qry+ryy}{q}$, soo komt de differentie der vierkanten, op M F, ende M C, ofte op M O, ende M N, altijdt $\frac{1}{4}qr$, ende soo veel doet mede, den recht-hoeck op O C, C F, ofte F N, N O, want de ordentlijcke, van alle Keeghel-sneeden, sy zijn dan recht oft scheef, zijn altijdt, aen weder-zijden van den



middel-lijn malkander ghelijck, als vooren ghetoont is, ende noch ghetoont sal worden, als hier C M, ende M N, mede is D A, ende A L gelijck, te weten, het vierkant op A K, tot het vierkant op A D, ofte op A L, als q tot r, soo is dan, om dat D L, ende F O, parallel zijn, F M, ende M O, mede ghelijck, en vervolghens F C, ghelijck N O, soo men dan steldt M C ∞ m, ende M F ∞ n, soo is de differentie der selver vierkanten ∞ $nn - mm$, ende soo veel doet mede den rechthoeck op, O C, C F, te weten van $n + m$, ende $n - m$, soo is dan den recht-hoeck op O C, C F, ofte op F N, N O, altijt $\frac{1}{4}qr$, gelijck 't vierkant op A D, ofte A L, waer uyt blijckt, hoe dat O C, ofte F N, grooter wort, hoe dat C F, ofte N O meer vermindert, ende dat 'er alsoo een altijdt-duerende naerderinge voort-komt.

Voorts het vierkant van M F, doet $\frac{ryy + qry + \frac{1}{4}qqr}{q}$, ende het vierkant op M C, doet $\frac{qry + ryy}{q}$, soo is 't vierkant op M F, tot

het

het vierkant op M C, als $yy + qy + \frac{1}{4}qq$, tot $qy + yy$, dat is, als 't vierkant op K M, tot den recht-hoeck G M, M A

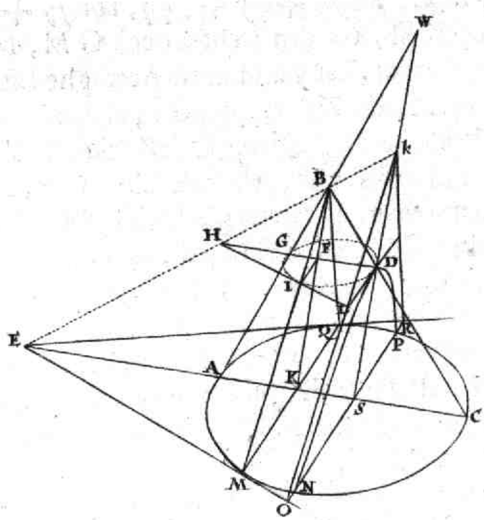
Wy hebben gheſeydt, dat wanneer men eenighe Linie als F O, naer ghevallen treckt, die den Hyperbole, ende diens noyt t' ſamen-komende Linien door ſnijden, dat de ſtucken F C, ende N O, altijdt malkander ghelijck zijn, want de Linie C N, hoe dat die oock ghetrocken wordt, in tween ghelijck in M gedeelt zijnde, ſoo zijn de ſtucken C M, ende N M, altijdt ordentlijcke, ende M K den middel-lijn. Wanneer men dan naer ghevallen in den omtreck van den Hyperbole twee punten ſteldt, als C ende N, ende dat men treckt C H, ende N I, parallel met K O, ende C Q, en N P, parallel met F K, ſoo zijn de even-wijdighe vier-hoecken H C Q K, ende K P N I, malkander gelijck, want als,

F C, tot C H, alſoo F N, tot I N, ende als

C O, tot C Q, alſoo N O, tot N P, Soo is dan F C, C O, tot C H, C Q, als F N, N O, tot I N, N P, nu is F C, C O, gelijck F N, N O, ſoo is dan C H, C Q, mede ſoo groot als I N, N P, wijders, om dat men de punten C, ende N, op oneyndelijcke wijſen verſtellen kan, daerom zijn de even-wijdighe vier-hoecken, die tuſſchen den omtreck, van den Hyperbole ende diens noyt t' ſaemen-komende beſchreven worden, alle even groot.

Ten leſten, wanneer men door den Hyperbole, een Linie treckt als R S, even-wijdigh met de noyt t' ſamen-komende K P, dan zijn de recht-hoecken S N, N I, ende S E, E B, malkander mede ghelijck. Want ſteldt I N, ofte R S ꝏ a, E R ꝏ b, ſoo is S E ꝏ $a - b$, ende E B ofte S P ꝏ c, den recht-hoeck R E, E B, doet dan bc, ſoo veel doet mede den recht-hoeck I N, N P, ſoo is N P ꝏ $\frac{bc}{a}$, dit treckt van S P ꝏ c, ſoo reſt $c - \frac{bc}{a}$ voor S N, den recht-hoeck S N, N I, doet dan $ac - bc$, ende ſo veel doet mede den recht-hoeck B E, E S.

De natuer van deſe altijdt-naerderende Linien kan mede door



den Keegel betoont worden gelijck volght. Zijnde den Keegel A B C, wiens sneede zy den Hyperbole P D N, treckt den drie-hoeck Q B M, even-wijdigh met de selve sneede, dan treckt in 't midden van P N ende Q M, een Linie als E C, de selve gaet door 't middel-punt des rondts C P A N, voorts treckt de Linien R Q ende O M, alsoo dat de selve het rondt aen-raecken in de punten Q ende M, die snijden malkander in 't punt E, de Figuer verder bereydende als in de selve te sien is, soo blijckt dat de Linien *k* R ende *k* O, den Hyperbole altijdt naerderen, maer noyt met deselve t' samen-komen: Want den recht-hoeck P O, O N, is (van weghen 't rondt A P C N) ghelijck 't vierkant op O M, ofte het vierkant op I L, 't welck mede ghelijck is, met 't vierkant op D L, want I L, ende D L, raecken beyde het ront G I D, waer uyt volght (hoe groot ofte kleyn, dat men den Keeghel oock stelt) dat den recht-hoeck P O, O N, altijdt is ghelijck 't vierkant op D L.

Wijders

Wijders ſoo is D k altijdt de helft van de dwerſche D W, het welck door de volgende uyt-reeckeninge blijckt, ſtelt G D ∞ a, D F ∞ d, D W ∞ q, ende D k ∞ x.

Als G D ∞ a, tot D W ∞ q, alſoo G F ∞ $a - d$ tot $\frac{aq - dq}{a}$ voor B F, voorts, als D k — B F ∞ $\frac{ax - qa + qd}{a}$ tot F D ∞ d, alſoo B F ∞ $\frac{aq - dq}{a}$ tot $\frac{adq - ddq}{ax - aq + dq}$ voor H F, menichvuldight G F met F D, uyt het komende treckt den vierkant-wortel, komt $\sqrt{ad - dd}$ voor F I: Nu als H F ∞ $\frac{adq - ddq}{ax - aq + dq}$ tot F I $\sqrt{ad - dd}$, alſo H D ∞ $\frac{adx}{ax - aq + dq}$ tot $\sqrt{\frac{aadxx}{aqq - dqq}}$ voor D L. Addeert nu 't vierkant op D L — F I, tot 'et vierkant op F D, komt $\frac{aadxx + aadqq - addqq}{aqq - dqq} - 2\sqrt{\frac{aaddxx}{qq}}$ voor 't vierkant op I L, 't ſelve is gelijck het vierkant op D L zijnde $\frac{aadxx}{aqq - dqq}$, ſoo komt $\frac{aadqq - addqq}{aqq - dqq} \infty 2\sqrt{\frac{aaddxx}{qq}}$ ofte $a\,d \infty 2\frac{adx}{q}$, ſoo is dan $x \infty \frac{1}{2} q$.

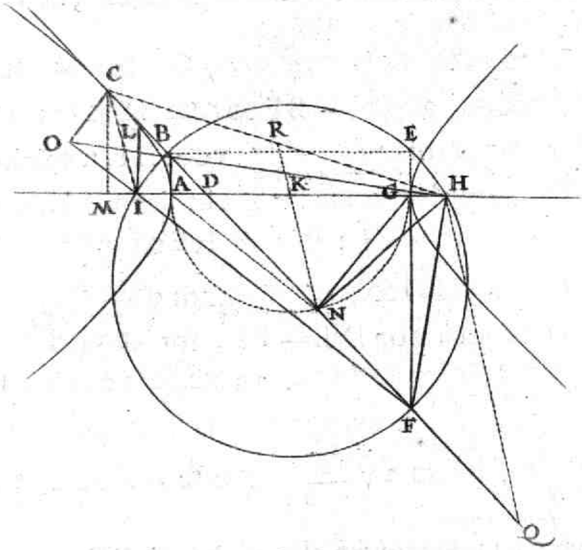
De rechte zijde vindt men als volght, als B F ∞ $\frac{aq - dq}{a}$, tot F D ∞ d, alſoo G D ∞ a, tot $\frac{aad}{aq - dq}$ de rechte zijde. D L is ghevonden $\sqrt{\frac{aadxx}{aqq - dqq}}$, wanneer men dan ſteldt $\frac{1}{2} q$ in de plaets van x, ende r in de plaets van $\frac{aad}{aq - dq}$ de rechte zijde, ſoo komt D L ∞ $\sqrt{\frac{1}{4} qr}$.

Hier ſtaet mede te bemercken dat den hoeck Q B M, is gelijck den hoeck van de noyt t' ſamen-komende Linien R k O.

Van de Brandt-punten in den Hyperbole.

WAnneer men, op de toppen, van de tegen-over ſtaende Hyperbolen, der middel-linien, op welck de ordent-

lijcke



lijcke, recht-hoeckigh vallen, perpendicularen ſteldt, als hier A B, ende F G, ende dat men eenighe raeckende Linie treckt als hier F C, ſoo is den recht-hoeck van de af-gheſneden perpendicularen A B, ende G F, gelijck $\frac{1}{4}qr$, dat is $\frac{1}{4}$ van den recht-hoeck, die gemaeckt wordt van de rechte zijde r, ende de dwerſche A G, gelijck hem openbaert als volght. Als D M $\propto \frac{qy+yy}{\frac{1}{2}q+y}$ tot M C $\propto \sqrt{\frac{qry+ryy}{q}}$ alſoo A D $\propto \frac{\frac{1}{2}qy}{\frac{1}{2}q+y}$ tot A B $\propto \sqrt{\frac{\frac{1}{4}qry}{q+y}}$ ende alſoo mede G D $\propto \frac{\frac{1}{2}qq+\frac{1}{2}qy}{\frac{1}{2}q+y}$ tot G F $\propto \sqrt{\frac{\frac{1}{4}qqr+\frac{1}{4}qry}{y}}$, multipliceert G F, ende A B t'ſamen, komt $\sqrt{\frac{1}{16}qqrr}$, hier uyt den vierkant-wortel, komt $\frac{1}{4}qr$, voor den recht-hoeck A B, G F, ofte dat 'et ſelve is, voor den recht-hoeck E G, G F, alſoo A B, ende G E, malkander gelijck zijn, ende van weghen het rondt, dat om den middel-lijn B F, beſchreven is, ghelijck den recht-

recht-hoeck H G, G I, ofte I A, A H, welcke punten H, ende I, de brandt-punten, van de Hyperbolen genoemt worden.

Soo men dan ſteldt A I $\propto z$, ſoo is $qz + zz \propto \frac{1}{4} qr$, ende $z \propto -\frac{1}{2} q + \sqrt{\frac{1}{4} qq + \frac{1}{4} qr}$, voor A I, ſoo doet I G $\propto + \frac{1}{2} q + \sqrt{\frac{1}{4} qq + \frac{1}{4} qr}$, den recht-hoeck A I, I G doet dan als vooren $\frac{1}{4} qr$.

Nu als q tot r, alſoo den recht-hoeck A I, I G $\propto \frac{1}{4} qr$, tot $\frac{1}{4} rr$, voor 't vierkant van L I, ſoo is L I $\propto \frac{1}{2} r$, dat is de halve rechte zijde.

Voorder addeert A I, ende I G, t' ſaemen, komt voor I H $\sqrt{qq + qr}$, dat is het vierkant van de diſtantie der brant-punten H ende I, is ghelijck de ſomma van 't vierkant van de dwerſche, ende den recht-hoeck, van de ſelve dwerſche ende de rechte zijde t' ſamen, ofte als $\overline{q + r}$ in q.

Wanneer dan q ende r gelijck is, ſoo is 't vierkant van I H, ghelijck tweemael het vierkant van de dwerſche A G, 't welck geſchiet, wanneer de noyt t' ſamen-komende Linien in 't Center een recht-hoeck maecken, ofte dat een Keeghel recht-hoeckigh in zijn top zijnde, parallel met zijn aſs geſneden wordt.

Wijders, wanneer men treckt de Linien B I, F H, ende door de punten H en B, de Linie H O, ende door de punten F en I, de Linie F O, die ſnijden malkander in O, ende dat men recht-hoeckigh op de verlenghde B F, treckt O C, ſoo valt de ſelve, in 't raeck-punt C, 't welck men ſiet als volght.

De hoecken B F I, ende B H I, zijn malkander ghelijck, ſoo mede de hoecken F I H, ende F B H, de recht-hoeckighe driehoecken A H B, ende C F O, als mede de recht-hoeckige driehoecken G I F, ende C B O, zijn dan malkander ghelijckformigh, daerom:

Als A H, tot A B, alſoo F C, tot C O, ende
als G I, tot F G, alſoo B C tot C O.

A H, ende G I, zijn malkander ghelijck, daerom is den recht-hoeck A B, F C ghelijck den recht-hoeck F G, B C, dat is als F G, tot A B, alſoo F C, tot B C, ofte alſoo, om dattet eenderley reden heeft G M, tot M A.

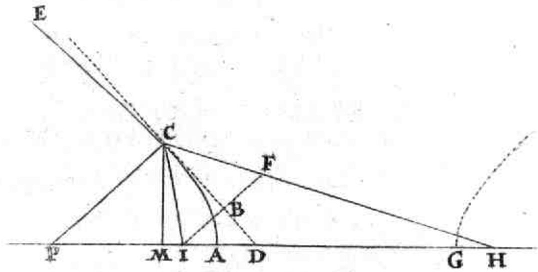
Soo nu deſe reden van F C, tot B C, over-een-komt, met de voor-ghevonden reden, van G M, tot M A, dat is, als $q+y$ tot y, ſoo blijckt, dat de Linie O C, recht-hoeckigh komt, in 't raeck-punt, van den Hyperbole, 't welck oock alſoo geſchiedt, want F G $\infty \sqrt{\frac{\frac{1}{4}qqr + \frac{1}{4}qry}{y}}$ is tot A B $\infty \sqrt{\frac{\frac{1}{4}qry}{q+y}}$, als G M ∞ $q+y$, tot M A $\infty\, y$.

Wanneer men dan H C, ende C I treckt, ſoo volght, dat de hoecken H C F, ende I C B, malkander gelijck zijn, want ſoo men op F O, ende B O, als middel-lijnen, ronden beſchrijft, ſoo ſullen de hoecken H, ende C, den eenen om-loop, ende de hoecken C, ende I, den anderen om-loop aen-raecken, om datſe recht zijn, ſoo zijn dan de hoecken F O H, ende H C F, als mede de hoecken I O B, ende I C B malkander ghelijck, ende om dat de hoecken F O H, ende B O I een ſelve hoeck is, zijn dan mede ghelijck de hoecken H C F, ende I C B.

Voorts wanneer men rechthoeckigh, op D F, treckt de Linie H N, ende uyt 'et midden van A G, de rechte K N, ſoo is K N gelijck K G, ofte K A, want de vier hoecken F N G H, ende H N A B, konnen yder in een rondt beſchreven worden, om dat in yder twee driehoecken, die den uytwendigen hoeck recht hebben, zijn. De hoecken G F H, G N H, A H B, ende A N B, zijn dan malkander ghelijck, ſoo zijn dan mede gelijck de hoecken H N B, ende G N A, ende beyde recht, ende volghens dien N K, gelijck G K, ofte A K.

Ten leſten treckt Q H parallel met C I, ſo is den hoeck D C I, ghelijck den hoeck C Q H, ende den driehoeck Q H C, alſoo een ghelijck-beenigen driehoeck, ende daerom Q N, ghelijck N C, ſoo is N K mede parallel met C I, om dat H K, ende K I oock ghelijck is, ende om de ſelve reden is R C, de helft van H C, HC, ende RK, de helft van CI, wijders NRC, is een ghelijck-beenigen driehoeck, gelijckformigh den driehoeck QHC, ſoo is dan NR, de helft van HC, min RK, de helft van CI, ghelijck NK, de helft van AG, ende vervolghens HC min CI ghelijck AG.

Dit ſelfde op een ander wijſe.



GEgheven zijnde de kromme Linie ECA, alſoo van natuer, wanneer men uyt eenigh punt in deſelve, als C twee Linien treckt naer de ghegeven punten H, ende I, als HC, ende CI, dat de differentie van deſe Linien, altijdt ghelijck is met de gegeven Linie AG, men begeert te weten wat kromme Linie het zy.

De Linie AG, is noodtſaeckelijck in den middellijn, ende de punten H ende I, moeten in de ſelve komen, want de differentie van HA, ende AI, ſoo mede van IG, GH moet altijdt ghelijck AG zijn, daerom is mede IA ghelijck GH, ick treck CM recht-hoeckigh op den middellijn, ende CP recht-hoekigh op de kromme Linie ofte op diens rakende Linie, ende ſtel AG $\infty\, q$, AI ofte GH $\infty\, a$, CI $\infty\, z$, ſoo is HC $\infty\, q + z$, voorts MA

 $\infty\, y$,

∞y, P C ∞s, P A ∞v, ſoo is P M $\infty v - y$, ende M I $\infty y - a$ dan treck ick het vierkant P M, van 't vierkant P C, reſt voor 't vierkant M C, $ss - vv + 2vy - yy$, nu getrocken het vierkant op M I, van 't vierkant C I, reſt wederom voor 't vierkant M C, $zz - yy + 2ay - aa$, ſoo hebben wy $ss - vv + 2vy - yy \infty zz - yy + 2ay - aa$, ſoo komt $y \infty \frac{zz - aa - ss + vv}{2v - 2a}$.

Om een vergelijckinge te maken, ſoo ſullen wy y, noch op een ander wijſe ſoecken, H I, doet $q + 2a$, ſoo doet H M, $q + y + a$, dit vierkant zijnde $qq + 2qy + yy + 2aq + 2ay + aa$, treckt van 't vierkant H C, zijnde $qq + 2qz + zz$, reſt voor 't vierkant M C, $zz + 2qz - 2qy - yy - 2aq - 2ay - aa$, 't ſelve is ghelijck $zz - yy + 2ay - aa$, hier voor ghevonden, ſoo is $2qy + 4ay \infty 2qz - 2aq$, ſoo komt $y \infty \frac{qz - aq}{q + 2a}$.

De twee ghevonden weerdens van y, zijn malkander gelijck, dat is $\frac{zz - aa - ss + vv}{2v - 2a}$ is ghelijck $\frac{qz - aq}{q + 2a}$, ſoo is $zz \frac{+2aq - 2qv}{q + 2a} z \frac{- ssq + vvq - 2a^3 - 2ass + 2avv + 2aqv - 3aaq}{q + 2a} \infty 0$.

Nu om dat den booghe, die op den half-middellijn P C, uyt P, beſchreven wordt, de kromme Linie in 't punt C aen-raeckt, daerom heeft deſe verghelijckinghe twee wortels die malkander ghelijck zijn, ick ſtel voor den ſelven e, ſoo is $z - e \infty 0$, ende $zz - 2ez + ee \infty 0$, komt dan over-een met de voorgaende vergelijcking, ſoo is dan $- 2e \infty \frac{+2aq - 2qv}{q + 2a}$ ofte $- qe - 2ae \infty + aq - qv$, dat is $qe + 2ae \infty qv - aq$ ofte $qe + 2ae + aq \infty qv$, ſoo is $\frac{qe + 2ae + aq}{q} \infty v$, ſteldt z in de plaets van e, komt $v \infty \frac{qz + 2az + aq}{q}$ voor P A, hier van treckt A I ∞a, reſt voor P I, $\frac{qz + 2az}{q}$, dat is, als H C — C I ofte F H ∞q, tot H I $\infty q + 2a$, alſoo C F ∞z tot P I, waeruyt volght, dat P C ende F I malkander parallel zijn, ende volghens dien, deelt de raeckende Linie C D, den hoeck I C H in tween gelijck, want den hoeck P C D is recht.

Hier

Hier voorens was $2qy + 4ay \propto 2qz - 2aq$, ſoo is $z \propto \frac{qy + 2ay + aq}{q}$ voor C I, van't vierkant op C I, getrocken 't vierkant op M I, reſt voor 't vierkant op C M $\frac{4qayy + 4qqay + 4aayy + 4aaqy}{qq}$, ende den recht-hoeck G M, M A, doet $qy + yy$. Hier ſiet men dat het vierkant op de ordentlijcke als C M, altijdt in eenderley reden is, met den recht-hoeck G M, M A, te weten als $4qa + 4aa$ tot qq, waer uyt blijckt dat de kromme Linie een Hyperbole is.

Ick ſtel dat de rechte zijde van den ſelven doet r, ſoo doet het vierkant op d'ordentlijke CM, $\frac{qry + ryy}{q}$, zijnde gelijck 't gevondẽ $+\frac{4qayy + 4qqay + 4aayy + 4aaqy}{qq}$, divideert aen weder-zijden door $\frac{yy + qy}{q}$, ſoo komt $r \propto \frac{4qa + 4aa}{q}$, ſoo is dan $qr \propto 4qa + 4aa$ en $aa + qa - \frac{1}{4}qr \propto 0$, ſo hebben wy ten leſten $a \propto \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{4}qr} - \frac{1}{2}q$ voor I A, ſoo doet dan G I, $\sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{4}qr} + \frac{1}{2}q$, ende H I, doet dan $\sqrt{qq + qr}$ als vooren.

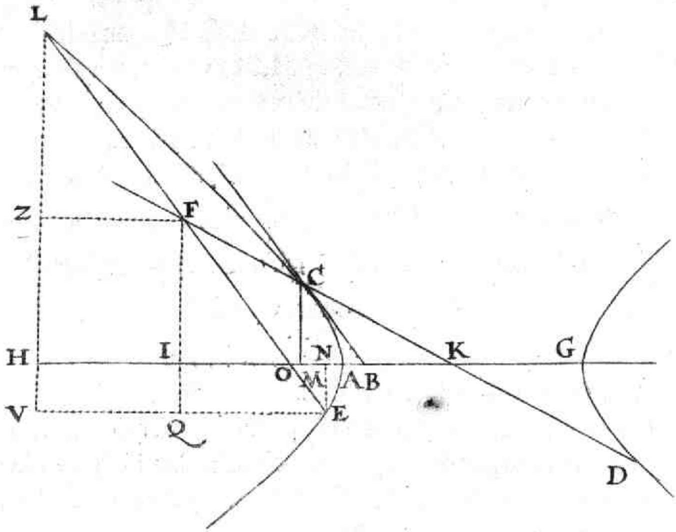
Hier ſiet men, hoe dat den Hyperbole, met den Ellipſis in alles over-een-komt, ende niet en verſcheelt, dan in de teeckens $+$ ende $-$, die d'een contrarie d'ander zijn, waerom ick in beyde ontrent eenderley woorden gebruyckt hebbe.

Van de Middel-linien in den Hyperbole.

Wanneer men in een Hyperbole, de dwerſche A G, in twee ghelijcke deelen deelt in K, ſoo is 't ſelve punt het middel-punt, ende alle de Linien, die daer door ghetrocken worden, zijn middel-linien, als hier D C F, ende dierghelijcke, ende wanneer men op 't eynde der middel-linie op 't punt C, een Linie ſteldt, die den Hyperbole aldaer aenraeckt, ghelijck hier B C, ſoo zijn alle de Linien die in den Hyperbole even-wijdigh met B C, ghetrocken worden, ordentlijcke Linien, op den ſelven middel-

 lijn,

lijn, gelijck hier F L, ende F E, ende dese Linien zijn altijdt aen weder-zijden malkander ghelijck, als hier L F is ghelijck F E: dit kan men ondersoecken als volght, de Figuer bereydende als hier nevens, so stel ick de rechte zijde $\propto r$, de dwersche A G $\propto q$,



A M $\propto y$, soo doet K M, $\frac{1}{2}q + y$, oft steldt in de plaets $\propto c$, G M, M A is dan $qy + yy$, oft steldt in de plaets $\propto a$, ofte $\propto -\frac{1}{4}qq + cc$, soo doet M C $\propto \sqrt{\frac{qry + ryy}{q}}$ ofte $\sqrt{\frac{ar}{q}}$ ofte steldt in de plaets $\propto n$, M B is dan $\propto \frac{qy + yy}{\frac{1}{2}q + y}$ ofte $\frac{a}{c}$: voorts steldt F I $\propto b$, ende F Q $\propto x$, soo is N E $\propto x - b$

Nu als C M $\propto n$, tot K M $\propto c$, alsoo F I $\propto b$, tot $\frac{bc}{n}$ voor K I, ende als C M $\propto n$, tot M B $\propto \frac{a}{c}$, alsoo F Q $\propto x$, tot $\frac{ax}{cn}$ voor Q E, ofte I N, soo is K N, $\frac{bcc - ax}{cn}$ hier van treckt, ende hier toe addeert K A, $\propto \frac{1}{2}q$, komt $\frac{bcc - ax - \frac{1}{2}cnq}{cn}$ voor N A, ende $\frac{bcc - ax + \frac{1}{2}cnq}{nc}$ voor N G, soo doet den recht-hoeck G N,

N A

N A $\infty \frac{bbc^4 - 2abccx + aaxx - \frac{1}{4}ccnnqq}{ccnn}$, nu als A M, M G $\infty\ a$, tot 'et vierkant van M C $\infty\ nn$, alſoo G N, N A, tot het vierkant van E N $\infty \frac{bbc^4 - 2abcc + axx - \frac{1}{4}ccarq}{acc}$ (te weten wanneer men in de plaets van nn ſteldt $\frac{ar}{q}$) zijnde ghelijck 't vierkant op E N $\infty\ x - b$, te weten $xx - 2bx + bb$, ſoo is $aaxx - accxx \infty \frac{1}{4}ccarq - bbc4 + abbcc$, ende $xx \infty \frac{\frac{1}{4}ccarq - bbc4 + abbcc}{aa - acc}$, de nommer van deſe breuck kan gedivideert worden door $a - cc$, zijnde $- \frac{1}{4}qq$, ſoo doet de nommer $- \frac{1}{4}qqa$, ſteldt mede in de plaets van a, in de leſte term van de teller $- \frac{1}{4}qq + cc$, ſoo komt $xx \infty \frac{\frac{1}{4}ccarq - \frac{1}{4}qqbbcc}{-\frac{1}{4}qqa}$, ofte $xx \infty \frac{ccar - qbbcc}{-qa}$, ſoo doet $x \infty \sqrt{\frac{ccar - qbbc}{-qa}}$, voor F Q, wanneer men nu x ſteldt voor L Z, ſoo ſal men daer voor mede de ſelfde weerde vinden, want G H ſal doen $\frac{bcc + ax + \frac{1}{2}cnq}{cn}$, ende H A $\frac{bcc + ax - \frac{1}{2}cnq}{cn}$, waer uyt de waerheydt van 't geſtelde blijckt.

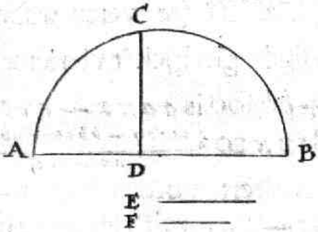
BESLUYT.

HEbbe tot hier toe, ſoo kort als my nut ſcheen, een verklaringe ghedaen, over de Keeghel-ſneden, dat de voornaemſte Gront-linien in de Meet-konſt zijn, van welck de kromme Linien de gene zijn die men Linien van 't eerſte geſlacht noemt: waer in dat eygentlijck de geſlachten beſtaen, dat kan door een voorbeeldt op yder aen-geweſen worden, als volght.

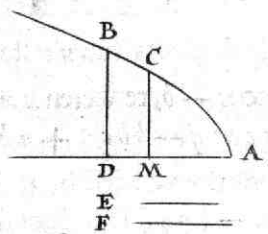
De natuer van 't rondt beſtaet hier in, dat 'et vierkant op de ordentlijcke, die recht-hoeckigh op den middel-lijn ſtaet, als C D, altijdt ghelijck is, met den recht-hoeck A D, D B, als wanneer A B, doet q, ende D B y, en dat C D doet $\sqrt{qy - yy}$, ſoodanige kromme Linie is, een Linie van 't eerſte geſlacht. Beſiet de Figuer No. 17.

Maer

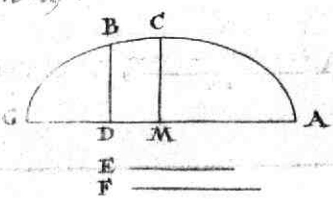
n°. 17



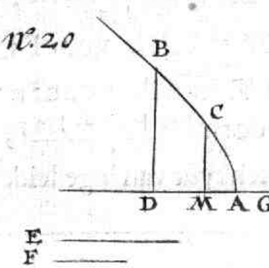
n°. 18



n°. 19



n°. 20



Maer soo wanneer den Teerlingh, op de ordentlijcke als op C D, gelijck is, het parallelepipedum, op A D, D B, ende een ghegheven Linie als E, ofte het selve zijnde, soo men de Linie E voor de uniteyt neemt, dat den Teerlingh, op C D, ghelijck is, den recht-hoeck op A D, D B, als wanneer men steldt A B ∞ q, ende D B ∞ y, ende dat C D, doet $\sqrt{C.\ q\,y - y\,y}$, soodanige, is een kromme Linie van 't tweede geslacht.

Voorder, wanneer 't vierkants vierkant, op C D, ghelijck is den uytbrengh, van A D, D B, ende noch van twee ghegheven Linien als E, ende F, ofte het selve zijnde, soo men de Linien E, ende F, yder voor de uniteyt neemt, dat het vierkants vierkant, op C D, ghelijck is, den recht-hoeck op A D, D B, als wanneer

neer men ſteldt AB ∞ q, ende DB ∞ y, dat dan C D doet $\sqrt{}\sqrt{qy-yy}$, ſoodanige is een kromme Linie van 't derde geſlacht. Ende ſoo voorts.

De natuer van den Parabole beſtaet hier in, dat de vierkanten, op de ordentlijcke, als C M, ende B D, in ſoodanige reden tot malkander zijn, als de Linien A M, ende A D, dat is, als A M, tot 'et vierkant M C, alſoo A D tot 'et vierkant D B, ghelijck, ſoo wanneer men de rechte zijde ſteldt ∞ r, A M ∞ y, ende dat C M dan doet $\sqrt{ry}$, ſoodanige kromme Linie, is een Linie van 't eerſte gheſlacht. Beſiet de Figuer No. 18.

Maer wanneer den Teerlingh op C M, is tot den Teerlingh op B D, als de Linie A M, tot A D, ofte dat den Teerlingh op de ordentlijcke als CM, altijdt ghelijck is, het parallelepipedum, van A M, de rechte zijde, ende noch een ghegheven Linie als E, ofte dat 'et ſelve is ſoo men de Linie E, voor de uniteyt ſteldt, dat den Teerlingh op C M, gelijck is den recht-hoeck, op A M, ende de rechte zijde. Als, wanneer men ſteldt, de rechte zijde ∞ r, A M ∞ y, ende dat C M doet $\sqrt{C.ry}$, ſoodanighe is een kromme Linie van 't tweede geſlacht.

Wijders, als 't vierkants vierkant op C M, is tot 'et vierkants vierkant op B D, als A M, tot A D, ofte dat het vierkants vierkant op C M, gelijck is den uytbrengh, van A M, van de rechte zijde, ende van noch twee ghegheven Linien, als E, ende F, ofte het ſelve zijnde, ſoo men de Linien E en F yder voor de uniteyt ſteldt, dat 'et vierkants vierkant, op C M, ghelijck is den recht-hoeck, op de rechte zijde, en 't ſtuck des middellijns A M. Als, wanneer men ſteldt de rechte zijde ∞ r, ende A M ∞ y, ende dat C M doet $\sqrt{}\sqrt{ry}$, ſoodanighe is een kromme Linie van 't derde gheſlacht. Ende ſoo voorts.

De natuer van den Ellipſis beſtaet hier in, dat de vierkanten op de ordentlijcke, als B D, ende C M, in ſoodanighe reden tot malkander zijn, als de recht-hoecken G D, D A, ende G M, Beſiet de Figuer No. 19.

H MA,

M A, dat is, als den recht-hoeck G D, D A, tot 'et vierkant op B D, alsoo den recht-hoeck G M, M A tot 'et vierkant op C M, ghelijck soo wanneer de dwersche G A doet q, de rechte zijde r, ende A M, ofte A D ∞y, ende dat C M, ofte B D, doet $\sqrt{ry - \frac{r}{q}yy}$, ofte dat het vierkant op C M, ofte B D, is tot den recht-hoeck G M, M A, ofte G D, D A, in reden als $ry - \frac{r}{q}yy$ tot $qy - yy$, soodanige, is een kromme Linie van 't eerste gheslacht.

Maer soo den Teerlingh, op B D, is tot den Teerlingh op C M, als het parallelepipedum op G D, D A, ende noch een ghegheven Linie als E, tot het parallelepipedum op G M, M A, ende de selfde Linie E, ofte het selfde zijnde, dat den Teerlingh van B D, is tot den Teerlingh van C M, als den rechthoeck G D, D A tot den rechthoeck G M, M A, gelijck soo wanneer de dwersche doet q, de rechte zijde r, ende so men A M ofte A D stelt ∞y, E d' uniteyt, ende dat dan C M, ofte B D doet $\sqrt{C.\, ry - \frac{r}{q}yy}$, soodanige is een kromme Linie van 't tweede geslacht.

Wijders soo 't vierkants vierkant, op B D, is tot 'et vierkants vierkant op C M, als den uytbrengh, op G D, D A ende noch van twee ghegheven Linien als E en F, tot den uytbrengh, op G M, M A, ende de selfde Linien E ende F, ofte, dat het vierkants vierkant op B D, is tot 'et vierkants vierkant op C M, als den recht-hoeck G D, D A, tot den recht-hoeck G M, M A, ghelijck soo wanneer de dwersche doet q, de rechte zijde r, ende soo men A M ofte A D steldt ∞y, E ende F yder d' uniteyt, ende dat dan C M, ofte B D doet $\sqrt{\sqrt{ry - \frac{r}{q}yy}}$, soodanige is een kromme Linie van 't derde geslacht, ende soo voorts.

Besiet de Figuer No. 20.

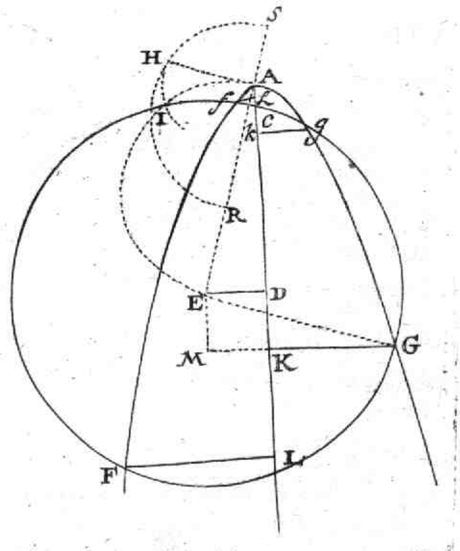
De natuer van den Hyperbole bestaet hier in, dat de vierkanten op de ordentlijcke als B D, ende C M, in soodanige reden tot malkander zijn, als de recht-hoecken G D, D A, ende G M, MA, dat is, als den recht-hoeck G D, D A, tot 'et vierkant op B D, alsoo

ſoo den recht-hoeck G M , M A, tot 'et vierkant op C M, ghelijck ſoo wanneer de dwerſche G A doet q, de rechte zijde r, ende A M, ofte A D ∞ y, ende dat C M, ofte B D doet $\sqrt{ry + \frac{r}{q}yy}$, ofte dat het vierkant op C M, ofte B D, is tot den recht-hoeck G M, M A, ofte G D, D A, in reden als $ry + \frac{r}{q}yy$ tot $qy + yy$, ſoodanige is een kromme Linie van 't eerſte geſlacht.

Maer ſoo den Teerlingh op B D, is tot den Teerlingh op C M, als het parallelepipedum, op G D, D A, ende noch een ghegheven Linie als E, tot het parallelepipedum op G M, M A, ende de ſelfde Linie E, ofte dattet ſelve is, dat den Teerlingh op B D, is tot den Teerlingh op C M, als den recht-hoeck G D, D A, tot den recht-hoeck G M, M A, gelijck ſoo wanneer de dwerſche doet q, de rechte zijde r, ende ſoo men A M, ofte A D ſteldt ∞ y, E d' uniteyt, ende dat dan C M, ofte B D doet $\sqrt{C.\ ry + \frac{r}{q}yy}$, ſoodanige is een kromme Linie van 't tweede geſlacht.

Voorder, ſoo 't vierkants vierkant, op B D, is tot 'et vierkants vierkant op C M, als den uytbrengh, op G D, D A, ende noch van twee gegeven Linien, als E en F, tot den uytbrengh, op G M, M A, en de ſelfde Linien E en F, ofte de ſelfde reden zijnde, dat 'et vierkants vierkant op BD, is tot 'et vierkants vierkant op C M, als den recht-hoeck G D, D A, tot den recht-hoeck G M, M A, ghelijck ſoo wanneer de dwerſche doet q, de rechte zijde r, ende ſoo men A M, ofte A D ſteldt ∞ y, E ende F yder d' uniteyt, ende dat dan C M, ofte B D doet $\sqrt{\sqrt{ry + \frac{r}{q}yy}}$, ſoodanighe is een Linie van 't derde geſlacht, ende ſoo voorts.

Deſe aenmerckinghe der gheſlachten, heeft groote plaets, in de verghelijckinghen der Algebra, want ſoo men twee kromme Linien van 't eerſte geſlacht treckt, die malkander in eenige plaetſen door ſnijden, dat kan dienen tot de werck-ſtucken, die tot drie ofte vier dimenſien gaen, ende ſoo menighmael als men een kromme Linie een gheslacht toe-voeght, soo menighmael twee dimensien vermeerdert, de vergelijckinge, gelijck breedelijck in de Geometrie van *Descartes* te sien is, waer uyt ick hier een Voorbeeldt neem, alwaer een rondt ende een parabole malkander door-snijden, zijnde het middel-punt des rondts E, ende de asse der parabole A D, ick stel de rechte zijde der selver ∞ a, D A ∞ b,



D E ∞ f, E G den half-middellijn ∞ b, ende K G ∞ x, soo doet dan A K $\frac{xx}{a}$, hier van treckt A D, rest voor D K, ofte E M $\frac{xx - ab}{a}$, diens vierkant doet $\frac{x^4 - 2abxx + aabb}{aa}$. Nu soo addeer ick E D tot K G, komt $f + x$ voor M G, diens vierkant is $xx + 2fx + ff$, 't selve getrocken van 't vierkant E G, rest voor 't vierkant E M, $-xx - 2fx - ff + bb$, 't selve is gelijck 't voor-gevonden vierkant op E M, zijnde $\frac{x^4 - 2abxx + aabb}{aa}$, soo komt ten lesten

$$x^4 \; * \begin{array}{l} -2abxx \\ +aaxx \end{array} + 2aafx \begin{array}{l} +aabb \\ +aaff \\ -aabb \end{array} \Bigg\} \infty \; 0,$$

soo openbaert hem hier een verghelijckinge van vier dimensien, alwaer de tweede term ontbreeckt, 't welck betoont dat dit werck dienen kan, tot soodanighe vergelijckinghen, sooder dan een ghegheven wordt als $x^4 * - apxx + aaqx + a^3 r \infty 0$ ende dese termen yder met de zijne overwegende, soo is $-2ab + aa \infty - ap$ dat is $b - \frac{1}{2}a \infty \frac{1}{2}p$, zijnde in de Figuer, C D, te weten wanneer men $\frac{1}{2}a$ stelt voor A C.

Voorts $2aaf$ is ∞aaq, soo doet $f \infty \frac{1}{2}q$, zijnde in de Figuer D E.

Ten lesten $aabb + aaff - aahh$ is $\infty + a^3 r$, ofte $bb + ff - hh$ is ∞ar, dat is, het vierkant op A E min 't vierkant op E I, is gelijck 't vierkant op A H, wel-verstaende als A R doet r ende A S doet a, ende alsoo met de andere voorvallen.

Wanneer ick in de plaets van dese Parabole neem een Hyperbole, ende dat men stelt als vooren A D ∞b, D E ∞f, E G den half-middellijn ∞h, ende K G ∞x, soo vinde ick eerst A K, stellende de rechte zijde ∞l, de dwersche a, ende A K, y, soo doet K G $\sqrt{\frac{lay + lyy}{a}}$, soo is $axx \infty lay + lyy$, ende $y \infty \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{axx}{l}} - \frac{1}{2}a$ voor A K, ick neem hier a voor de uniteyt, soo is A K $\infty \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{xx}{l}} - \frac{1}{2}$, hier van treckt A D, rest $\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{xx}{l}} - \frac{1}{2} - b$ voor D K ofte E M, ick stel n in de plaets van $\frac{1}{2} + b$, soo doet D K ofte E M $\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{xx}{l}} - n$, diens vierkant is $nn + \frac{1}{4} + \frac{xx}{l} - 2n\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{xx}{l}}$.

Voorts addeer ick E D tot K G, komt $f + x$, voor M G, diens vierkant is $xx + 2fx + ff$, 't selve getrocken van 't vierkant E G, rest voor 't vierkant E M $- xx - 2fx - ff + hh$, 't selve is ghelijck 't voor-ghevonden vierkant op E M, soo is $xx + \frac{xx}{l} + 2fx + nn + ff - hh + \frac{1}{4} \infty 2n\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{xx}{l}}$, ick stel k in de plaets van $nn + ff - hh + \frac{1}{4}$, ende menichvuldigh

 alles

alles met l, ſo komt $xxl + xx + 2flx + kl \propto 2nl\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{xx}{l}}$, ick ſtel nu m, in de plaets van $l + 1$, ſo hebben wy, $xx + \frac{2fl}{m}x + \frac{kl}{m} \propto \frac{2nl}{m}\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{xx}{l}}$ multipliceert aen wederzijden in 't vierkant, ſoo komt

$$\begin{array}{l} x^4 + \frac{4fl}{m}x^3 + \frac{2kl}{m}xx + \frac{4kfll}{mm}x + \frac{kkll}{mm} \propto \frac{nnll}{mm} + \frac{4nnlxx}{mm} \\ \qquad\qquad + \frac{4ffll}{mm}xx \end{array}$$

$$\text{ſo is } \left.\begin{array}{l} x^4 + \frac{4fl}{m}x^3 + \frac{2kl}{m}xx + \frac{4kfll}{mm}x + \frac{kkll}{mm} \\ \qquad\qquad + \frac{4ffll}{mm}xx \qquad\qquad\quad - \frac{nnll}{mm} \\ \qquad\qquad - \frac{4nnl}{mm}xx \end{array}\right\} \propto 0.$$

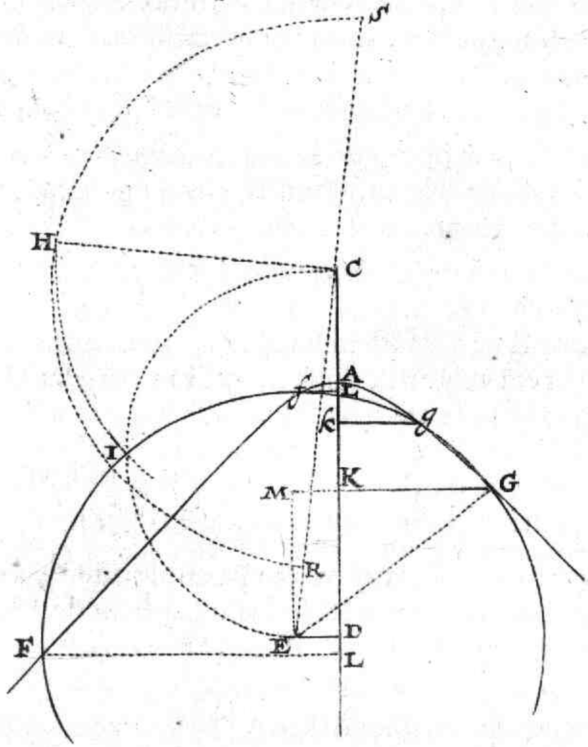
Dit is een vergelijckinge van vier dimenſien, wanneer wy dan hebben $x^4 + px^3 - qxx + rx + s \propto 0$, ende de termen met malkander verghelijckende, ſoo is $p \propto \frac{4fl}{m}$ ofte $\frac{pm}{4l} \propto f$. $\frac{4kfll}{mm} \propto r$, ſoo komt, de f wech-gedaen zijnde $k \propto \frac{rm}{pl}$ $+ \frac{kkll}{mm} - \frac{nnll}{mm} \propto -s$, doet de kk wech komt $\frac{rr}{pp} + s \propto \frac{nnll}{mm}$ ofte $\sqrt{\frac{rr}{pp} + s} \propto \frac{nl}{m}$, ſoo is $\frac{m}{l}\sqrt{\frac{rr}{pp} + s} \propto n$.

Ten leſten $+\frac{2kl}{m} + \frac{4ffll}{mm} - \frac{4nnl}{mm} \propto -q$, doet de k en f wech komt $\frac{2r}{p} + \frac{1}{4}pp - \frac{4nnl}{mm} + q \propto 0$, doet de nn wech, ſo komt $\frac{2r}{p} + \frac{1}{4}pp - \frac{4rr}{ppl} - \frac{4s}{l} + q \propto 0$. Multipliceert alles met l, komt $\frac{2rl}{p} + \frac{1}{4}ppl + ql - \frac{4rr}{pp} - 4s \propto 0$, ſoo is $l \propto$

$$\frac{\frac{4rr}{pp} + 4s}{\frac{2r}{p} + \frac{1}{4}pp + q}.$$

Soo wy het punt E, aen de ander zijde van de aſſe ſtellen, ſoo dient het ſelve tot andere voor-vallen.

Wanneerder dan een vergelijckinghe is als $x^4 + px^3 - qxx + rx - s \propto 0$, ende dat men die door een Hyperbole ende een rondt begeert te ontbinden, ſoo beſchrijft een Hyperbole wiens dwer-



dwersche doet d' uniteyt en de rechte zijde $\frac{\frac{4rr}{pp}+4s}{\frac{2r}{p}+\frac{1}{4}pp+q}$ die ick noem om kortheydt l, verlenght de ass D A naer C, stelt A C ∞ $\frac{1}{2}$, ende maeckt dan C D ∞ $\frac{l+1}{l}\sqrt{\frac{rr}{pp}+s}$, stelt D E rechthoeckigh op d' ass ∞ $\frac{pl+p}{4l}$, dan treckt de Linie E C, en maeckt daer op 't half-rondt C I E, verlenght E C in S, maeckt C S gelijck d' uniteyt, en C R ∞ $\frac{lr+r}{pl}-\frac{1}{4}$, want $nn+ff-hh+\frac{1}{4}$ was ∞ k, soo mede ∞ $\frac{rm}{pl}$, op den middel-lijn S R, treckt het

half

half-rondt S H R, dan treckt de recht-hoeckighe H C, ende uyt C, den booghe H I, die snijdt het eerste half-rondt C I E in I, ten lesten treckt op den half-middellijn E I het rondt, soo zijn K G, kg, de begeerde wortels, ende F L, fl zijn valsche.

Op de selve wijse wordt 'et mede bereeckent, wanneer men in de plaets van de Hyperbole een Ellipsis wil ghebruycken, die niet en verscheelen dan in de teeckens + ende —.

Hoe-wel voor 't ghebruyck niet lichter en valt, dan den Parabole, soo hebbe dit niet-te-min aengheteeckent, om te toonen, wat voor Keeghel-snede men neemt een rondt door-snijdende, dat ter altijdt een verghelijckinghe komt van vier dimensien, uytgenomen soo twee ronden malkander snijden, in welcke onder anderen in 't vierkant M E komt $-xx$, ende in 't vierkant M G mede onder anderen $+xx$, dat met malkander nul is, waer door de vergelijckinghe maer twee dimensien en krijght.

Soo men nu in de plaets van een Parabole ofte Hyperbole neemt een Parabole van 't tweede gheslacht, soo soude dese werckinge konnen dienen tot een vergelijckinge van vijf ofte ses Dimensien want soo men de Linien stelt als vooren, soo sal A K doen $\frac{x^3}{aa}$, hier van wederom ghetrocken A D, rest voor D K ofte E M, $\frac{x^3 - aab}{aa}$, diens vierkant $\frac{x^6 - 2aabx^3 + a^4bb}{a^4}$ is gelijck 't vierkant E M hier vooren ghevonden $-xx - 2fx - ff + bb$, soo is

$$x^6 \ * \ * - 2aabx^3 + a^4xx + 2a^4fx \left.\begin{array}{l} + a^4bb \\ + a^4ff \\ - a^4bb \end{array}\right\} \infty\ 0.$$

Soo openbaert hem hier uyt een vergelijckinghe van ses dimensien, in welck de tweede ende derde term ontbreeckt, so dat dit kan dienen tot een verghelijckinge als volght:

$$x^6 \ * \ * - aapx^3 + a^3qxx + a^4rx + a^5s \infty\ 0.$$

Dese termen yder met de zijne verghelijckende, soo is

2 aab

$2aab \infty aap$, soo komt $b \infty \frac{1}{2}p$.
$a^4 \infty a^3 q$, soo komt $a \infty q$.
$2a^4 f \infty a^4 r$, komt $f \infty \frac{1}{2}r$.
$+a^4 bb + a^4 ff - a^4 hh \infty a^5 s$, soo komt $bb + ff - hh \infty as$.

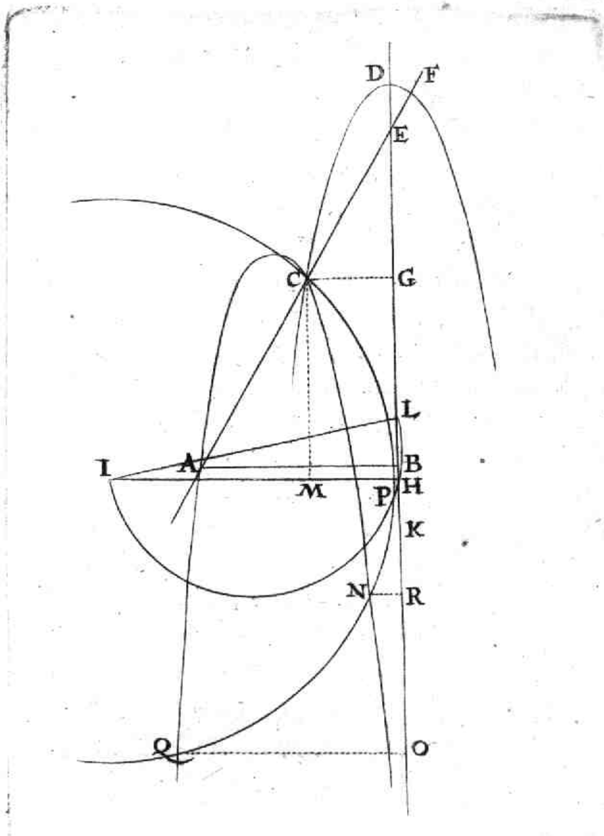
Om dat hier de tweede ende derde term ontbreeckt, daerom voeghe hier mede op mijn wijse in 't korte by, 't geen *Descartes* in zijn Geometrie daer over gheschreven heeft, ghebruyckende daer toe de kromme linie A C N, die verkregen wort als volght, beschrijft eerst den Parabole C D F, dan stelt de liniael A F soodanigh, dat hy altijdt in 't punt A, buyten den parabole, ende in 't punt E, in de asse der parabole blijft, wanneer nu den parabole recht nederwaerts bewoghen wordt, alsoo dat de asse der parabole altijt blijft in de rechte D K, soo beschrijft de door-snijdinghe van de parabole ende de Linie A F in 't punt C, de kromme Linie A C N, welcke Linie, is een kromme Linie van 't tweede gheslacht, wanneer dan, uyt 'et middel-punt I, door 't punt C, het rondt C N Q beschreven wordt, soo kan dit dienen tot een vergelijckinghe van ses Dimensien.

Besiet de volgende Figuer.

Ick stel de rechte zijde der Parabole $\infty\, n$, D E, ofte B L $\infty\, b$, A B $\infty\, d$, L H $\infty\, f$, I H $\infty\, g$, I C den half-middellijn $\infty\, h$, ende C G $\infty\, y$. Soo doet D G $\frac{yy}{n}$, ende E G $\frac{yy}{n} - b$, nu als C G $\infty\, y$ tot E G $\infty \frac{yy}{n} - b$, alsoo A B $\infty\, d$, tot B E ofte D L $\infty \dfrac{\frac{dyy}{n} - bd}{y}$, hier by doet L H $\infty\, f$, komt de heele D H, $\dfrac{\frac{dyy}{n} - bd + fy}{y}$, hier van treckt D G $\frac{yy}{n}$, rest voor G H, ofte C M $\dfrac{\frac{dyy}{n} - bd + fy - \frac{y^3}{n}}{y}$, ofte in order ghesteldt zijnde, $\dfrac{-y^3 + dyy + fny - bdn}{ny}$, diens vierkant doet

$$\frac{+y^6 - 2dy^5 + ddy^4 + 2bdny^3 + ffnnyy - 2bdfnny + bbddnn \;\; - 2fny^4 + 2dfny^3 - 2bddnyy}{nnyy}$$

treckt C G, ofte M H $\infty\, y$, van I H $\infty\, g$, rest $g - y$ voor
I



I M , treckt het vierkant I M , van 't vierkant I C , reſt $-yy+2gy-gg+bb$ voor 't vierkant C M , 't ſelve is ghelijck het voor-ghevonden vierkant op C M , ſoo komt

$$\begin{array}{llllll}
y^6-2dy^5 & +ddy^4 & -2gnny^3 & +ggnnyy & -2bdfnny+bbddnn \propto 0 \\
 & -2fny^4 & +2bdny^3 & -bbnnyy & \\
 & +nny^4 & +2dfny^3 & +ffnnyy & \\
 & & & -2bddnyy &
\end{array}$$

Hier

Hier verkrijght men een verghelijckinghe van ſes Dimenſien, ſooder dan een verghelijckinghe ghegheven wordt, als:
$y^6 - py^5 + qy^4 - ry^3 + syy - ty + v \infty 0$, ende dat men yder term met malkander verghelijckt, ſoo is $-2d \infty -p$, dat is, $d \infty \frac{1}{2}p$.
$bbddnn \infty v$, ofte $bdn \infty \sqrt{v}$, ſteldt $\frac{1}{2}p$, in de plaets van d, komt $b \infty \frac{\sqrt{v}}{\frac{1}{2}pn}$.
$2bdfnn \infty t$, doet de b ende d, wech, komt $\frac{fn\sqrt{v}}{\frac{1}{2}} \infty t$, ſoo is $f \infty \frac{\frac{1}{2}t}{n\sqrt{v}}$.
$+dd - 2fn + nn \infty q$, doet de d ende f wech, komt $\frac{1}{4}pp - \frac{t}{\sqrt{v}} + nn \infty q$, ſoo is $n \infty \sqrt{\frac{t}{\sqrt{v}} + q - \frac{1}{4}pp}$.
$-2gnn + 2bdn + 2dfn \infty -r$, doet de b, d, ende f wech, komt $2gnn \infty r + 2\sqrt{v} + \frac{\frac{1}{2}pt}{\sqrt{v}}$, ſo is $g \infty \frac{r}{2nn} + \frac{\sqrt{v}}{nn} + \frac{\frac{1}{4}pt}{nn\sqrt{v}}$.

Ten leſten $+ggnn - hhnn + ffnn - 2bddn \infty s$, doet de $2bdd$ wech, ende divideert alles door nn, komt $gg - hh + ff \infty \frac{s + p\sqrt{v}}{nn}$ voor 't vierkant op P L.

Hier ſiet men hoe dat *Deſcartes* moghelijck zijn gheſtelde getallen verkregen heeft.

Soo men nu, in de plaets van de parabole C D F, ſtelde, een parabole van 't tweede gheſlacht, ſoo ſoude de Linie A C N, een kromme Linie zijn, van 't derde geſlacht, dienende tot een verghelijckinge van ſeven oft acht Dimenſien, gelijck hier volght, de beteeckeniſſe der Linien wederom geſteldt als vooren, ſoo ſal D G doen $\frac{y^3}{n}$ ende E G $\frac{y^3}{n} - b$, nu als C G ∞y, tot E G $\infty \frac{y^3}{n} - b$, alſoo A B ∞d, tot B E, ofte D L $\infty \frac{\frac{dy^3}{n} - bd}{y}$.

Hier by doet L H ∞f, komt de heele D H $\frac{\frac{dy^3}{n} - bd + fy}{y}$,

hier van treckt D G $\infty \frac{y^3}{n}$, reſt voor G H, ofte C M $\frac{\frac{dy^3}{n} - bd + fy - \frac{y^4}{n}}{y}$, ofte in ordre gheſteldt zijnde,

$\frac{-y^4+dy^3+fny-bdn}{ny}$ diens vierkant doet

$$\frac{+y^8-2dy^7+ddy^6-2fny^5\begin{array}{l}+2bdny^4\\+2dfny^4\end{array}-2bddny^3+ffnnyy-2bdfnny+bbddnn}{nnyy}$$

treckt C G, ofte M H ∞y, van I H ∞g, reſt $g-y$ voor I M, treckt het vierkant I M, van 't vierkant I C, reſt $-yy+2gy-gg+bb$ voor 't vierkant C M, 't ſelve is gelijck het voorghevonden vierkant op C M, ſoo komt

$$+y^8-2dy^7+ddy^6-2fny^5\begin{array}{l}+2bdny^4\\+2dfny^4\\+nny^4\end{array}\begin{array}{l}-2bddny^3\\-2gnny^3\\ \end{array}\begin{array}{l}+ffnnyy\\+ggnnyy\\-bbnnyy\end{array}-2bdfnny+bbddnn$$

ghelijck o. Hier verkrijght men een verghelijckinghe van acht Dimenſien, van welck alle de wortelen waer zijn, ſooder dan een verghelijckinghe ghegheven wordt, als

$y^8-py^7+qy^6-ry^5+sy^4-ty^3+vyy-wy+x\infty o$, ende dat men yder term met de zijne overweeght, ſoo is

$-2d\infty -p$, dat is $d\infty \frac{1}{2}p$.

$+dd\infty\ \ q$, komt $d\infty\sqrt{q}$.

$bbddnn\infty x$, ofte $bdn\infty\sqrt{x}$, ſteldt $\frac{1}{2}p$ in de plaets van d, komt $b\infty\frac{\sqrt{x}}{\frac{1}{2}pn}$.

$-2bdfnn\infty -w$, doet de b, ende d, wech komt $\frac{fn\sqrt{x}}{\frac{1}{2}}\infty w$, ſoo is $f\infty\frac{\frac{1}{2}w}{n\sqrt{x}}$.

$-2fn\infty -r$, doet de f wech komt $\frac{w}{\sqrt{x}}\infty r$.

$+2bdn+2dfn+nn\infty s$, doet de b, d, ende f, wech komt $\sqrt{x}+\frac{\frac{1}{2}pw}{\sqrt{x}}+nn\infty s$, ſoo is $n\infty\sqrt{s-2\sqrt{x}-\frac{pw}{2\sqrt{x}}}$.

$-2bddn-2gnn\infty -t$, doet de b, en d, wech, komt $p\sqrt{x}+2gnn\infty t$, ſoo is $g\infty\frac{t-p\sqrt{x}}{2nn}$.

Ten leſten $+ffnn+ggnn-bbnn\infty v$, ſo is $ff+gg-bb\infty\frac{v}{nn}$ voor 't vierkant op P L.

Men bevindt hier, dat deſen regel niet en dient, dan tot ſoodanighe vergelijckinghen, van welck alle de wortelen waer zijn, ende noch daer-en-boven alwaer $\frac{1}{2}p$ is $\infty\sqrt{q}$ ende $\frac{w}{\sqrt{x}}\infty r$.

Maer

Maer hebbe dit alles alleen aengeteeckent, om te toonen wat men by de gheſlachten der kromme Linien verſtaet ende waer toe die konnen dienen, die daer meer van begeert, beſie de Geometrie van *Deſcartes*, alwaer hy gheſlachten van kromme Linien doet voort-komen, door een gheduerighe beweginge. Mede toont hy, dat men door een beweghinghe, eenige kromme Linien een geſlacht kan toe-voeghen, ghelijck 't gene is dat ick hier, uyt de ſelve Geometrie geſteldt hebbe.

Byvoeghſel.

A Chter aen 't Boeckje van den Maen-wijſer, dat ick in 't Jaer 1645. uyt-gegheven hebbe, ſtaen eenige Queſtien, raeckende de Gnomonica, waer van de alderleſte ongereeckent ſtaet, ende om dat niets ſoude ſchuldigh blijven, ſoo hebbe goedt ghevonden, de ſelve ontbindinghe (het paſter by, oft niet,) hier by te voeghen.

Wijders, doen ick in de Gnomonica bezigh was, hebbe over een queſtie doende geweeſt, die ſeer konſtigh ontbonden ſtaet in een Boeckjen, welckx Op-ſchrift is, *Den Onwiſſen Wis-konſtenaer, &c. door Iacobum à Waſſenaer*, welcke mijne uyt-reeckeninghe, hier mede aen-knoope, niet om dat deſe beter is, maer om datſe in ſommighe deelen, wat anders is, ende oft by geval, deſe veranderinghe, iemandt mochte dienſtigh weſen. De queſtie achter aen 't Boeckje van den Maen-wijſer luydt als volght:

Beſiet in de volgende Plaet de eerſte Figuer.

Eender heeft op een effen Horizontaele vlackte, op een onbekende plaetſe, een ſtock Perpendiculaer, op-gerecht, langh 10 voet, als A B. Nu op ſeeckeren naemiddagh, bevondt hy dat den ſtock, net ten 4 uyren, een ſchaduwe gaf langh $\sqrt{300}$ voet, als B C. Eenighen tijdt daer nae op den ſelven naemiddagh, bevondt hy ander-mael de ſchaduwe van den ſelven ſtock langh te zijn $\sqrt{9900}$ voet, als B D. Ende bevondt mede, dat de uyterſte eynden der twee ſchaduwen diſtant waeren $\sqrt{7680}$ voeten, als C D. *Vraghe* naer de declinatie der Son, ende de Polus hooghte der ſelver plaetſe.

De reden, waerom ick in het gegeven van de queſtie wortelgetallen als $\sqrt{300}$, ende ſoo voorts, geſtelt hebbe, is alleen,

om

om dat de ghetallen die in 't werck gebruyckt worden, ſoo ſlecht ſouden weſen, als 't moghelijck is, om den Lief-hebber alſoo, gemack aen te doen, ende om hem geen moet tot 'et nae-ſoecken te benemen, want deſe queſtie door mijn ontbindinge, maer gebracht kan worden, tot een vergelijckinghe van ſes Dimenſien, al-waer ick de weerde van x, dan noch niet en vinde, als door een naerderinghe.

Om voor eerſt de ghetallen te vinden die my in 't werck ſullen dienen, ſoo addeer ick 't vierkant A B, tot 'et vierkant BC, ende uyt de ſom, den vierkant-wortel ghetrocken komt voor A C, 20, dan 't vierkant A B gedaen tot 'et vierkant B C, ende den vierkant-wortel uyt de ſomme komt 100, voor A D.

Beſiet noch al de eerſte Figuer.

Soo hebben wy in den driehoeck A C D, bekent A C, 20. C D, $\surd$ 7680. ende A D, 100. Hier mede vindt men voor C F, $\surd$ 215. 04. ende voor A F, 13. 6. dit getrocken van A C, ofte A E, 20. reſt F E, 6. 4. diens vierkant 40. 96. geaddeert by 't vierkant C F, 215. 04. komt voor 't vierkant C E, 256. diens vierkant-wortel doet 16, voor C E.

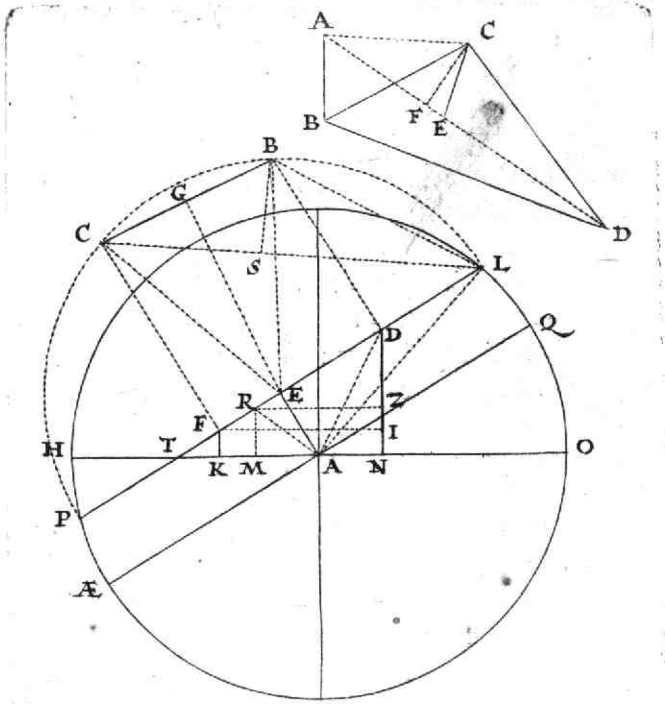
Hier ſtaet te bemercken, dat wanneer in den Kloot, den grootſten half-middellijn doet 20, dat dan C E 16, den Pees is (in de Parallel) van den uythoeck tuſſchen de eerſte, ende de tweede obſervatie, mede dat A B, 10. dan den ſinus is, van de hooghte der Son in de eerſte obſervatie: ende wanneer men A D, 100. ſteldt den grootſten half-middellijn, ſoo is A B, 10. den ſinus van de leſte hooghte.

Nu wanneer men den radius ſteldt 10 x, den ſinus van de eerſte hooghte is dan 5 x, den ſinus van de tweede hooghte x, ende den pees in de parallen 8 x.

In de tweede Figuer (bereyt zijnde als hier volght) is dan F K ∞ x, DN ∞ 5 x, B C ∞ 8 x, ende den half-middellijn A Q ∞ 10 x.

De eerſte ſchaduwe was naer de middagh ten vier uyren, ſoo doet den hoeck B E L, 60 Graden, wanneer men dan voor den

Half-



Half-middellijn E L ſteldt 10, ſoo doet B L meede 10, ende E D 5.

Ick ſtelle in de plaets van de ghetallen, letters als volght F K $\infty\, x$, D N $\infty\, ax$, B C $\infty\, bx$, A Q $\infty\, cx$, E L $\infty\, d$, B L $\infty\, e$, ende E D $\infty\, f$, ende om een verghelijckinge te maecken, ſoeck ick T D, op tweederley wijſen.

T D te vinden door 't half-rondt PCBL.

Den hoeck B L S, is half ſoo groot, als den hoeck B E C, daerom als B E $\infty\, d$ tot B G $\infty\, \frac{1}{2} b x$, alſoo B L $\infty\, e$, tot $\frac{bex}{2d}$ voor B S, ſo doet C S $\sqrt{\frac{4bbddxx - bbeexx}{4dd}}$, en S L $\sqrt{\frac{4ddee - bbeexx}{4dd}}$ addeer CS tot SL, komt $\frac{\sqrt{4bbddxx - bbeexx} + \sqrt{4ddee - bbeexx}}{2d}$ voor CL.

Voorts

Voorts als P L ∞ $2d$, tot C L, alſoo C L tot F L, zijnde

$$\frac{4ddee + 4bbddxx - 2bbeexx + \sqrt{64bbd^4eexx - 16bbdde^4xx - 16b^4ddeex^4 + 4b^4e^4x^4}}{8d^3},$$

Hier van treckt D L, zijnde $d - f$, reſt voor F D

$$\frac{4eedd - 8d^4 + 8d^3f + 4bbddxx - 2bbeexx + \sqrt{64bbd^4eexx - 16bbdde^4xx - 16b^4ddeex^4 + 4b^4e^4x^4}}{8d^3},$$

treckt F K ∞ x, van D N ∞ ax, reſt $ax - x$, voor D I, nu als D I tot F D, alſoo D N, tot de begheerde D T zijnde als volght,

$$\frac{4eedd - 8d^4 + 8d^3f + 4bbddxx - 2bbeexx + \sqrt{64bbd^4eexx - 16bbdde^4xx - 16b^4ddeex^4 - 4b^4e^4x^4}}{\frac{8d^3a - 8d^3}{a}}.$$

Neem het vierkant B D ∞ $dd - ff$, van 't vierkant A L, reſt T D te
voor 't vierkant A D, $ccxx - dd + ff$. Hier van getrocken vinden
het vierkant D N ∞ $aaxx$, reſt $ccxx - aaxx - dd + ff$, door de
voor 't vierkant op A N, voorts ghetrocken het vierkant E L Figuer
∞ dd, van 't vierkant A L ∞ $ccxx$, reſt voor 't vierkant op A E, A E D N.
$ccxx - dd$. Nu als DN ∞ ax tot AN ∞ $\sqrt{ccxx - aaxx - dd + ff}$, alſo AE ∞ $\sqrt{ccxx - dd}$ tot $\frac{\sqrt{c^4x^4 - aaccx^4 - 2ccddxx + ccffxx + ddaaxx + d^4 - ddff}}{ax}$ voor R E, ende als D N, tot A E, alſoo A E tot R M, $\frac{ccxx - dd}{ax}$, (te weten wanneer de driehoecken N D A, ende E A R, ghelijckformigh ghesteldt worden) treckt R M, van D N, reſt voor D Z $\frac{aaxx - ccxx + dd}{ax}$, dan geaddeert R E, tot E D ∞ f, komt voor R D, als volght:

$$\frac{fax + \sqrt{c^4x^4 - aaccx^4 - 2ccddxx + ccffxx + ddaaxx + d^4 - ddff}}{ax},$$

Nu als D Z ∞ $\frac{aaxx - ccxx + dd}{ax}$, tot D R, alſoo D N ∞ ax, tot

$$\frac{faxx + \sqrt{c^4x^6 - aaccx^6 - 2ccddx^4 + ccffx^4 + aaddx^4 + d^4xx - ddffxx}}{\frac{aaxx - ccxx + dd}{a}}$$

voor de begeerde DT, zijnde gelijck de DT, hier voor gevonden ſtelt inde plaets van letters getallen, komt $2xx + \sqrt{75xx - 12x^4}$ ∞ $\frac{25xx + \sqrt{7500x^6 - 15000x^4 + 7500xx}}{20 - 15xx}$ ofte $2xx + \sqrt{75xx - 12x^4}$ ∞ $\frac{5xx + \sqrt{300x^6 - 600x^4 + 300xx}}{4 - 3xx}$, ſoo is $2xx + \sqrt{75xx - 12x^4}$

$\propto \frac{5xx + x^3\sqrt{300} - x\sqrt{300}}{4 - 3xx}$ dit over't kruys gemenichvuldigt, komt $x^3\sqrt{300} - x\sqrt{300} \propto 3xx - 6x^4 + \sqrt{1200xx - 1992x^4 + 963x^6 - 108x^8}$, soo is $6x^3 + xx\sqrt{300} - 3x - \sqrt{300} \propto \sqrt{1200 - 1992xx + 963x^4 - 108x^6}$ aen weder-zijden in't vierkant gemultipliceert komt $36x^6 - x^5\sqrt{43200} - 264x^4 - x^3\sqrt{97200} - 591xx + x\sqrt{10800} + 300$ ghelijck $1200 - 1992xx + 963x^4 - 108x^6$. Soo is ten lesten $144x^6 + x^5\sqrt{43200} - 699x^4 - x^3\sqrt{97200} - 1401xx + x\sqrt{10800} - 900$ gelijck 0. Wanneer men uyt de wortel-getallen, den vierkant-wortel treckt, so heeft men $144x^6 + 207.846x^5 - 699x^4 - 311.769x^3 - 1401xx + 103.923x - 900 \propto 0$, door naerderinge komt $x \propto 1.04877$, soo doet A Q ofte A L 10.4877, wanneer men dan E L 10, neemt voor den radius, soo is A L secans van 17 graden 32½ min. de declinatie der Son. Ende wanneer men B E 10, neemt voor den half-middellijn, soo is B G $4x$, zijnde 4.19508, Sinus van den halven uyr-hoeck B E G, 24 grad. 48 minuten, soo doet den uyr-hoeck B E C, 49 graden 36 min. dat zijn 3 uyren 18 minut. soo was de tweede schaduwe ten 7 uyren 18 minuten.

Wijders als DN doet $5x$, so doet D T, $2xx + \sqrt{75xx - 12x^4}$, dit divideer ick aen weder-zijden door $\frac{1}{2}x$, soo is D N tot D T, als 10, tot $4x + \sqrt{300 - 48xx}$. Wanneer men dan in de plaets van x stelt de ghevonden 1.04877, ende in de plaets van xx des selfs vierkant, soo sal D N, tot D T wesen, als 10 tot 19.91780, wanneer dan D N, 10, is den half-middellijn, soo is D T, 19.91780, secans van 59 graden 52 minuten voor de Polus hooghte.

Dit is 't gene ick te weegh hebbe konnen brengen, over dese Questie. Volght nu de questie, die in 't Boeckjen staet genaemt, *Den Onwissen Wis-konstenaer, &c.* door *Iacobum à Wassenaer.*

In de Lenten-tijdt op een onbekende plaetse, in een effen Horizontale ofte waterpas Veldt, A B C, drie Stocken recht-hoec-

kigh

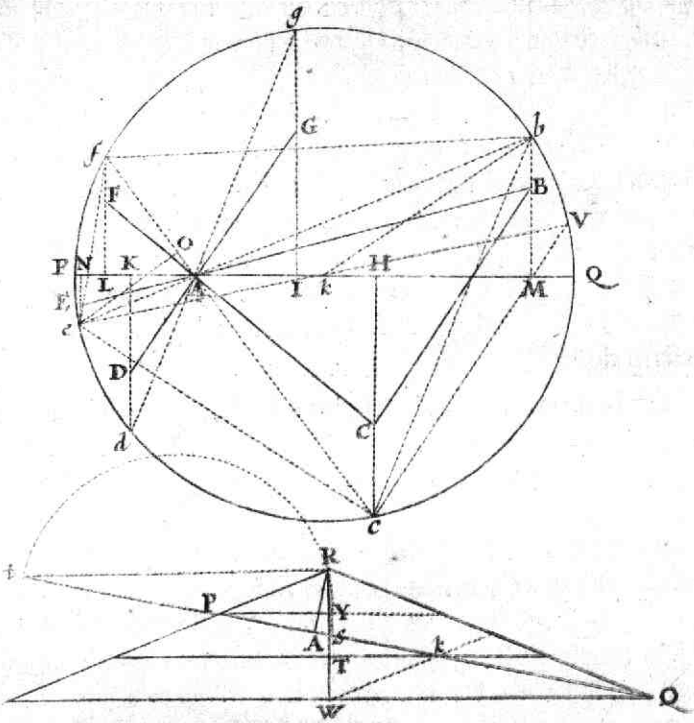
kigh op-gerecht zijnde, den eenen van het punt A, hebbende de hooghte van 6 voeten, den anderen van het punt B, hebbende de hooghte van 18 voeten, ende den derden van het punt C, hebbende de hooghte van 8 voeten. Ende de Linie A B is langh 33 voeten. Het geschiedt op eenen selven dagh, dat het uyterste van de schaduwe van den Stock A passeert door de punten B, ende C, ende die van den stock B, door de punten A ende C; ende die van den stock C, door het punt A, daer uyt volght, dat de selve mede moet passeren door het punt B. De vraghe is, in wat plaetse des Aerdtrijckx, ende op welcken dagh van het Jaer sulcx gheschiede? Besiet de volgende Figuer.

De schaduwe der Son beschrijft altijdt, op een selven dagh eenighe Keeghel-sneede. Wy stellen, dat de schaduwe van den stock A, dien dagh den Ellipsis P F G B Q C D E P beschreven heeft.

Nu wanneer de schaduwe van den stock B, quam in A, soo quam de schaduwe van den stock A in E, soo is dan B A tot A E, als 18 teghen 6, dat is als 3 teghen 1, ende wanneer de schaduwe van den stock B, quam in C, doen quam de schaduwe van den stock A, in D, soo dat B C, mede is tot A D, als 3 tot 1, voorts wanneer de schaduwe van den stock C, quam in A, doen quam de schaduwe van den stock A in F, soo dat dan C A is tot A F, als 8 teghen 6, dat is als 4 teghen 3, Ten lesten wanneer de schaduwe van den stock C quam in B, soo quam de schaduwe van den stock A in G, zijnde alsoo B C tot A G, mede als 4 teghen 3, soo volght dan dat A D, is tot A G, als 4 tot 9.

Ick stel, dat P Q is, den grootsten middel-lijn, in den Ellips, ende ick beschrijf op den selven als middel-lijn, een rondt, voorts treck ick rechthoeckigh op den selven middel-lijn, door de punten B, C, D, E, F, en G, de Linien M*b*, *c*H, *d*K, *e*N, L*f*, ende I*g*,

Soo is M B, tot M*b*, als C H tot *c*H, ende D K tot *d*K, mede als E N, tot *e*N, ende soo voorts, zijnde alle in de reden



van den kleynsten middel-lijn in den Ellipsis tot den grootsten, ofte wanneer men, de rechte zijde steldt r, ende de dwersche q, als $\sqrt{r}$ tot $\sqrt{q}$,

Hier uyt volght, dat A B is tot A E, als A b tot A e, ende als B C, tot A D, alsoo bc tot A d, mede als C A tot A F, alsoo c A, tot A f, ten lesten, als A D, tot A G, alsoo A d, tot A g.

In 't rondt zijn de recht-hoecken b A, A e, c A, A f, d A, A g, ende Q A, A P, alle malkander ghelijck, soo konnen wy lichtelijck bekendt krijghen in eenderley termen, den vier-hoeck $bcef$.

Ick stel dan A f ∞ a, A c ∞ c, ende A e, tot A b, als a tot b, soo

ſoo is dan dA, tot Ag, als c tot b, ende dA tot cb, als a tot b, voorts ſtel ick $Ae \propto t$, $Ad \propto v$, $ce \propto x$, ende $AP \propto y$.

Den recht-hoeck cA, Af, doet ac, dit divideert, door $Ae \propto t$, komt $\frac{ac}{t}$ voor Ab, ende als a tot b, alſoo t tot $\frac{bt}{a}$, voor Ab, ſo is $\frac{bt}{a} \propto \frac{ac}{t}$, komt $btt, \propto aac$, ende $t \propto \sqrt{\frac{aac}{b}}$, voor Ae, ſoo is $Ab \propto \sqrt{bc}$.

Ende als c tot b, alſoo $dA \propto v$ tot $\frac{bv}{c}$ voor Ag, multipliceert dA, met Ag, komt $\frac{bvv}{c} \propto ac$, ſoo is $v \propto \sqrt{\frac{acc}{b}}$, ſoo doet Ag, $\sqrt{ab}$.

Voorts als a tot b, alſoo $dA \propto \sqrt{\frac{acc}{b}}$ tot $\sqrt{\frac{bcc}{a}}$ voor bc. Hier ſiet men dat de ſchaduwe AD, niet noodigh is dan om de Linie bc te vinden. Ende als $Ac \propto c$, tot $Ae \propto \sqrt{\frac{aac}{b}}$, alſoo $cb \propto \sqrt{\frac{bcc}{a}}$, tot $\sqrt{ca}$, voor ef. Nu den recht-hoeck van de kruys-linien be, cf, is ghelijck de twee recht-hoecken van ef, cb, ende ec, fb t' ſaemen, daerom multipliceer ick $be \propto \sqrt{\frac{aac}{b}} + \sqrt{bc}$, met $cf \propto a + c$, komt voor den recht-hoeck be, cf, $\sqrt{\frac{a^4c}{b}} + \sqrt{aabc} + \sqrt{\frac{aac^3}{b}} + \sqrt{bc^3}$, hier van ghetrocken den recht-hoeck op ef, cb, $\propto \sqrt{bc^3}$, reſt voor den recht-hoeck ec, fb, $\sqrt{\frac{a^4c}{b}} + \sqrt{aabc} + \sqrt{\frac{aac^3}{b}}$, wijders als $Ac \propto c$ tot $ec \propto x$, alſoo $Ab \propto \sqrt{bc}$ tot $x\sqrt{\frac{b}{c}}$, voor bf, den rechthoeck ec, fb, is dan $xx\sqrt{\frac{b}{c}}$, ſoo is $xx\sqrt{\frac{b}{c}} \propto \sqrt{\frac{a^4c}{b}} + \sqrt{aabc} + \sqrt{\frac{aac^3}{b}}$, divideert alles met $\sqrt{\frac{b}{c}}$, komt $xx \propto \sqrt{\frac{a^4cc}{bb}} + \sqrt{aacc} + \sqrt{\frac{aac^4}{bb}}$ ofte $xx \propto \frac{aac}{b} + ac + \frac{acc}{b}$, ſo is $x \propto \sqrt{\frac{aac}{b} + ac + \frac{acc}{b}}$ voor ec, meenichvuldight alles met $\sqrt{\frac{b}{c}}$, komt $x\sqrt{\frac{b}{c}} \propto \sqrt{aa + ab + ac}$ voor bf, hier mede zijn in den vierhoeck $bcef$, de redens van de zijden bekent.

Nu moet den middel-lijn des rondts ghevonden worden, die wy vinden door den driehoeck cef, als volght: Ick treck het

vierkant ef, van 't vierkant ce, reſt $\frac{aac}{b} + \frac{acc}{b}$, dit divideert door $cf \infty a + c$, komt $\frac{ac}{b}$, dit treckt van $a + c$, de reſt halveert, komt voor Of $\frac{ab + bc - ac}{2b}$, dit vierkant zijnde.
$\frac{aabb + 2abbc + bbcc - 2aabc - 2abcc + aacc}{4bb}$ ghetrocken van 't vierkant $ef \infty ac$, uyt de reſt den vierkant-wortel, komt voor de rechtdalende eO, $\sqrt{\frac{+2abbc + 2aabc + 2abcc - aabb - bbcc - aacc}{4bb}}$

Nu eO, is tot $ef \infty \sqrt{ca}$, als $ce \infty \sqrt{\frac{aac}{b} + ac + \frac{acc}{b}}$ tot $\sqrt{\frac{4a^3bcc + 4aabbcc + 4aabc^3}{+2abbc + 2aabc + 2abcc - aabb - bbcc - aacc}}$ voor eV, den middellijn des rondts, ende ſoo veel doet mede P Q.

Hier ſtaet te bemercken, ſoo wanneer men ghetallen ſteldt in de plaets van deſe quantiteyten, ende dat in de nommer van deſe breuck de + ghetallen grooter zijn dan de — ghetallen, dat de ſchaduwe dan een Ellipſis beſchreven heeft, diens dwerſche is ∞ P Q. Maer ſoo de — getallen in tegendeel meerder zijn dan de + ghetallen, ſoo heeft de ſchaduwe een Hyperbole beſchreven, diens dwerſche dan ∞ P Q is, wel-verſtaende wanneer men in de plaets van — het teecken + geſteldt heeft. Ten leſten ſoo de gheheele ſom van de nommer van deſe breuck is ∞ 0, ſoo heeft de ſchaduwe een Parabole beſchreven.

Als by voorbeeldt ſoo de ſtocken gheweeſt waren in reden als $a \infty 4$, $b \infty 1$, ende $c \infty 5$, ſoo ſoude de ſchaduwe een Hyperbole beſchreven hebben, wiens dwerſche zijde, ſoude doen $\sqrt{390\frac{10}{41}}$.

Ende ſoo de ſtocken geweeſt waren in reden, als $a \infty 4$, $b \infty 1$, ende $c \infty 4$ ofte $\frac{4}{9}$, ſoo ſoude de ſchaduwe een parabole beſchreven hebben.

Nu de reden van de ſtocken zijn als volght $a \infty 3$, $b \infty 9$, ende $c \infty 4$, ſoo doet den middellijn $\sqrt{64\frac{64}{143}}$ voor P Q, ick ſtel in de plaets q, ſoo doet P A, y ende Q A $q - y$, diens rechthoeck $qy - yy \infty ac$, ſoo is $y \infty \frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq - ac}$, ende $\frac{1}{2}q$
$-\sqrt{}$

$-\sqrt{\frac{1}{4}qq-ac}$, ick ſtel wederom in de plaets van letters, getallen, ſoo komt A Q $\sqrt{\frac{2304}{143}}+\sqrt{\frac{588}{143}}$ ende A P, $\sqrt{\frac{2304}{143}}-\sqrt{\frac{588}{143}}$, ſoo is de reden van A Q tot A P als $\sqrt{192}+7$ tot $\sqrt{192}-7$, ofte als $\sqrt{3}+\frac{7}{8}$ tot $\sqrt{3}-\frac{7}{8}$.

Merckt, ſoo de ſchaduwe geweeſt waer een Hyperbole, ende ſoo de dwerſche zijde doet q, ſoo ſal y zijn, gelijck $\sqrt{\frac{1}{4}qq+ac}-\frac{1}{2}q$, ende $y+q$ gelijck $\sqrt{\frac{1}{4}qq+ac}+\frac{1}{2}q$, want den Hyperbole, ende den Ellipſis komen in alles over-een, uyt-genomen dat ſommige teeckens $+$ ende $-$ d'een contrarie d'ander zijn.

Ende wanneer de Polus hooghte, minder is, dan de declinatie der Son, dat geeft te kennen, dat dan den ſtock A buyten de Keegel-ſnede komt, dat eenige veranderinge geeft.

Wijder ſoo wordter in 't ghegheven gheſteldt, dat wanneer de ſchaduwe van den ſtock B, gaet door het punt C, dat daer uyt volght, dat de ſchaduwe van den ſtock C, mede gaen moet door 't punt B, 't welck alſoo blijckt: A B, is tot A E, als B C tot A D, dat is, als A $b \infty \sqrt{bc}$, tot A $e \infty \sqrt{\frac{aac}{b}}$, alſoo $bc \infty \sqrt{\frac{bcc}{a}}$ tot $\sqrt{\frac{acc}{b}}$ voor A d, nu den rechthoeck c A, A f doet ac, ſoo veel doet mede den recht-hoeck d A, A g, ſoo is dan A $g \infty \sqrt{ab}$, ende ſoo veel ſalder mede komen wanneer men ſpreeckt, als c A ∞c, tot $cb \infty \sqrt{\frac{bcc}{a}}$, alſoo A $f \infty a$ tot $\sqrt{ab}$, voor A g.

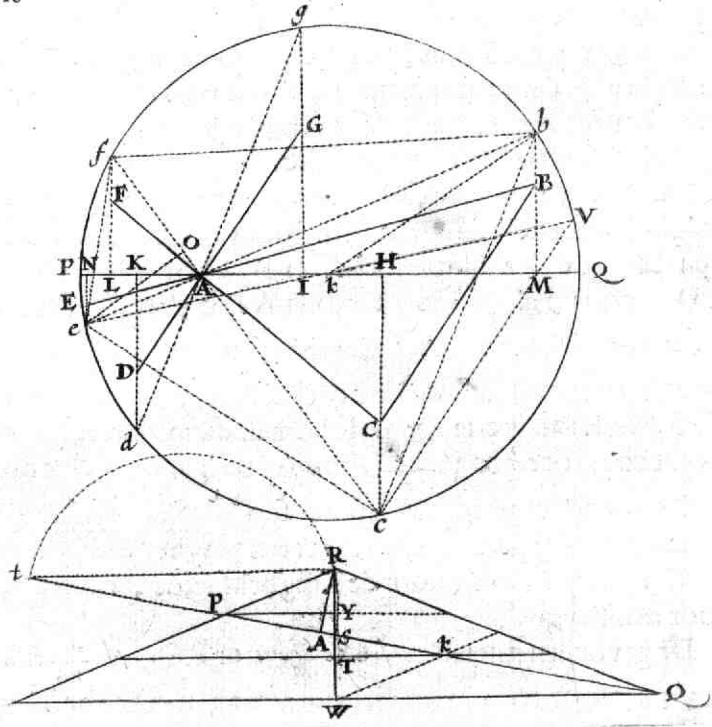
Om tot het begeerde te komen, ſoo ſal ick de rechte zijde op tweederley wijſe gaen ſoecken, om een verghelijckinghe te hebben, te weten, eerſt door de Keeghel-ſneede, ende daer naer door den Keeghel.

De rechte zijde te vinden door de eerſte Figuer.

De gevonden ghetallen $\sqrt{64\frac{64}{143}}$ voor P Q, $\sqrt{\frac{588}{143}}$ A k, ende $\sqrt{36}$, voor A b minder ick door $\sqrt{12}$, ſoo hebbe ick $\sqrt{\frac{768}{143}}$ voor P Q, $\sqrt{\frac{49}{143}}$ voor A k, ende $\sqrt{3}$, voor A b, ende de reden van den ſtock A, tot de Linie A B, is gegeven als 6 tot 33, ick ſtel dan in den Keeghel A R ∞z, ende in den Ellipſis A B $\infty 5\frac{1}{2}z$, ick noem P Q wederom q.

In den

In den driehoeck A b k, doet Ab, $\sqrt{3}$, kb, zijnde de helft van P Q doet $\sqrt{\frac{192}{143}}$, ende A k doet $\sqrt{\frac{49}{143}}$. Hier mede vint men voor A M $\sqrt{\frac{143}{49}}$, ende voor M b, $\sqrt{\frac{4}{49}}$, ick treck mede 't vierkant van A M zijnde $\frac{143}{49}$, van 't vierkant A B zijnde $\frac{121}{4}zz$, reſt voor 't vierkant M B $\frac{121}{4}zz - \frac{143}{49}$. Nu als 't vierkant op M b ∞ $\frac{4}{49}$, tot'et vierkant M B ∞ $\frac{121}{4}zz - \frac{143}{49}$, alſoo q tot $\frac{5929zzq - 572q}{16}$, de rechte zijde.



De rechte zijde te vinden door den Keeghel.

In den Keeghel noem ick P Q ∞ q, A R ∞ z, A k ∞ qd, en ick ſtel Ak, tot Sk, als 1 tot f. Nu als 1 tot f, alſo A k ∞ dq tot fdq voor Sk, ſo doet A S $dq - fdq$, en P S $\frac{1}{2}q - fdq$, addeert het vierkant A S, tot 'et vierkant A R, uyt de ſomme den vierkant-

wortel

wortel komt voor R S, $\sqrt{zz + ddqq - 2fddqq + ffddqq}$, om kortheyt ſtel ick in de plaets n, nu als RS ∞ n, tot AR ∞ z, alſo PS ∞ $\frac{1}{2}q - fdq$, tot $\frac{\frac{1}{2}qz - fdqz}{n}$ voor P Y, ende alſoo S K ∞ fdq, tot $\frac{fdqz}{n}$ voor T k, Merckt P Y, is gelijck kX, want k Q, is tot kX, als kP, tot P Y, addeert nu P Y, tot T k komt $\frac{\frac{1}{2}qz}{n}$ voor T X, hier by doet noch T k, komt voor W Q, $\frac{\frac{1}{2}qz + fdqz}{n}$, Nu als k Q ∞ $\frac{1}{2}q$, tot W Q ∞ $\frac{\frac{1}{2}qz + fdqz}{n}$, alſo P Y ∞ $\frac{\frac{1}{2}qz - fdqz}{n}$ tot $\frac{\frac{1}{2}qzz - 2ffddqzz}{nn}$, de halve rechte zijde, ſoo doet de heele rechte zijde $\frac{qzz - 4ffddqzz}{nn}$. Om nu de zz wech te krijghen, doen ick als volght.

Als R S ∞ n, tot A S ∞ $dq - fdq$, alſoo P S ∞ $\frac{1}{2}q - fdq$, tot $\frac{\frac{1}{2}dqq - \frac{1}{2}fdqq - fddqq + ffddqq}{n}$ voor S Y, ende alſo S k ∞ fdq, tot $\frac{fddqq - ffddqq}{n}$ voor S T, ick treck nu S Y, van S R, reſt voor Y R $\frac{zz + qqdd - \frac{1}{2}qqd + \frac{1}{2}fdqq - fddqq}{n}$, en addeer S T, tot R S, komt voor R T, $\frac{zz + qqdd - fqqdd}{n}$. Multipliceert nu P Y, met T R, komt $\frac{\frac{1}{2}qz^3 + \frac{1}{2}q^3ddz - \frac{1}{2}fddq^3z - fdqz^3 - fd^3q^3z + ffd^3q^3z}{nn}$ ende multipliceert Y R, met T X, komt $\frac{\frac{1}{2}qz^3 + \frac{1}{2}q^3ddz - \frac{1}{4}q^3dz + \frac{1}{4}fdq^3z - \frac{1}{2}fddq^3z}{nn}$, deſe recht-hoecken zijn malkander ghelijck.

Soo is dan $-fdqzz - fd^3q^3 + ffd^3q^3 \infty -\frac{1}{4}q^3d + \frac{1}{4}fdq^3$, ende $zz \infty \frac{-fd^3q^3 + ffd^3q^3 + \frac{1}{4}dq^3 - \frac{1}{4}fdq^3}{fdq}$, ofte $zz \infty -ddqq + fddqq \frac{+\frac{1}{4}qq}{f} - \frac{1}{4}qq$. Wy hebben gevonden voor de rechte zijde $\frac{qzz - 4ffddqzz}{nn}$, doet nu de nn, wech, ſoo heeft men $\frac{qzz - 4ffddqzz}{zz + ddqq - 2fddqq + ffddqq}$, doet nu de zz mede wech, komt

$$\frac{-ddq^3 + fddq^3 \frac{+\frac{1}{4}q^3}{f} - \frac{1}{4}q^3 + 4ffd^4q^3 - 4f^3d^4q^3 - fddq^3 + ffddq^3}{ffddqq - fddqq \frac{+\frac{1}{4}qq}{f} - \frac{1}{4}qq},$$

deſen Teller kan door den Nommer ghedivideert worden, ſtellende

lende de breuck eerst in order, soo heeft men

$$\frac{ffddq^3 - fddq^3 \frac{+\frac{1}{4}q^3}{f} - \frac{1}{4}q^3 - 4f^3d^4q^3 + ffd^4q^3 - ddq^3 + fddq^3}{ffddqq - fddqq \frac{+\frac{1}{4}qq}{f} - \frac{1}{4}qq.}$$

dit gedivideert zijnde komt $q - 4fddq$ voor de rechte zijde.

Maer soo wy voor Ak, gestelt hadden d, soo soude voor de rechte zijde gekomen hebben $q - \frac{4ddf}{q}$, gelijck hier in 't naest-volghende blijckt, maer men begheert dat de selve rechte zijde, door q ghedivideert zijnde effen op gaet, ghelijck in de eerste rechte zijde, die wy door de eerste Figuer vonden, 't welck ghe-schiet wanneer men in de plaets van d steldt qd.

Om dese rechte zijde te soecken hebbe ick ontrent de wijse ge-volght ghelijck die in 't genoemde Boeckje, ghereeckent staet, maer hier staet te bemercken, soo men iets voor de reden van Ak tot Sk steldt, ghelijck hier ghedaen is, dat men dan de rechte zijde wel vinden kan, sonder iets voor A R te stellen, om dat de reden van Ak tot Sk de lenghte van A R een seeckere bepalinghe gheeft, want soo men spreeckt, als de differentie van P S en S Q, tot twee mael P S, alsoo S Q tot t S, den middel-lijn van 't half-rondt t R S, wanneer men dan uyt A, de recht-hoeckige Linie R A treckt, soo sal die in 't punt R (zijnde de top des Keghels) komen, gelijck hier voren in de beschrijvinge van't ront getoont is.

Ick stel dan P Q $\infty\, q$, Ak $\infty\, d$, ende Ak tot Sk, als 1 tot f, soo is Sk, $\infty\, df$, ende A S $\infty\, d - df$, P S doet dan $\frac{1}{2}q - df$, ende S Q $\frac{1}{2}q + df$, als men nu spreeckt, ghelijck de differentie tusschen P S en S Q $\infty\, 2df$, tot twee mael P S $\infty\, q - 2df$, al-soo S Q $\infty\, \frac{1}{2}q + df$, tot $\frac{\frac{1}{2}qq - 2ddff}{2df}$ voor den middel-lijn t S, hier van treckt A S $\infty\, d - df$, rest voor t A, $\frac{\frac{1}{2}qq - 2ddf}{2df}$, mul-tipliceert t S, met t A, ende uyt het komende treckt den vier-kant-wortel, komt $\sqrt{\frac{\frac{1}{4}q^4 - ddqqff - ddqqf + 4d^4f^3}{4ddff}}$ voor t R, om lichtigheydt stel ick in de plaets m, nu als t S $\infty\, \frac{\frac{1}{2}qq - 2ddff}{2df}$

tot

tot $tR \propto m$, alsoo $PS \propto \frac{1}{2}q - df$ tot $\frac{2dfm}{q+2df}$ voor PY, ende alsso $SQ \propto \frac{1}{2}q + df$ tot $\frac{2dfm}{q-2df}$, voor WQ, nu vier mael den recht-hoeck van PY, WQ zijnde $\frac{16ddffmm}{qq-4ddff}$ is $\propto qr$, doet de mm wech, soo komt $\frac{q^4 - 4ddqqff - 4ddqqf + 16d^4f^3}{qq-4ddff} \propto qr$, ofte $qq - 4ddf \propto qr$, ende $q - \frac{4ddf}{q} \propto r$, de rechte zijde, soo men wederom in de plaets van d steldt dq, soo komt de rechte zijde $q - 4ddfq$ als voren. De weerde van Z, dat is van A R kan mede door dese wijse gevonden worden, want A R is, middel-proportionael tusschen tA, ende A S.

Hier voren is de rechte zijde gevonden $\frac{5929zzq - 572q}{16}$, die is dan ghelijck de rechte zijde nu ghevonden, $q - 4fddq$; de q aen weder-zijden wech-ghedaen zijnde, komt $5929zz - 572$ $\propto 16 - 64fdd$, ofte $5929zz - 588 \propto -64fdd$, steldt $-ddqq + fddqq \frac{+\frac{1}{4}qq}{f} - \frac{1}{4}qq$ in de plaets van zz, soo heeft men $-5929ddqq + 5929fddqq + \frac{5929qq}{4f} - \frac{5929}{4}qq - 588$ $\propto -64fdd$. Nu ghesteldt $\frac{49}{143}$ in de plaets van $ddqq$, $\frac{768}{143}$ in de plaets van qq, ende $\frac{49}{768}$ in de plaets van dd, ende dan alles met f gemultipliceert, komt:

De weerde van f te vinden.

$$\left.\begin{array}{l} +\frac{290521}{143}ff - \frac{290521}{143}f + \frac{1138368}{143} \\ +\frac{49}{12}ff - \frac{1138368}{143}f \\ \qquad\qquad - \frac{84084}{143}f \end{array}\right\} \text{gelijck } 0.$$

ofte $291104\frac{11}{12}ff - 1512973f + 1138368 \propto 0$. Alles met twaelf gemultipliceert ende dan door 539 ghedivideert, komt $6481ff - 33684f + 25344 \propto 0$, soo is f $\propto \frac{16842 - \sqrt{119398500}}{6481}$ ofte $\frac{16842 - 390\sqrt{785}}{6481}$. De weerde van z vindt ick als volght: Hier vooren hebben wy $5929zz - 588$ $\propto -64fdd$, ick stel $\frac{49}{768}$ in de plaets van dd, soo komt $-\frac{49}{12}f$

A R te vinden.

∞ 5929 zz — 588, ick ſtel 49, 121 in de plaets van 5929, ende 49, 12 in de plaets van 588, ende doe de 49 ende de f wech, ſoo hebbe ick $\frac{910422 + 390\sqrt{785}}{6481}$ ∞ 12, 121 zz, dit door ſes ghedivideert, ende dan noch door 242 ſo komt $\frac{152737 + 65\sqrt{785}}{242,\ 6481}$ ∞ zz, ſoo is z ghelijck $\sqrt{\frac{152737 + \sqrt{3316625}}{1568402}}$ voor A R, ofte in rationaele ghetallen ontrent 0 313919.

A S te vinden. Als A k, 1. tot A S, $1 - f$, alſoo A k $\sqrt{\frac{49}{143}}$ tot $\sqrt{\frac{49}{143}} - f\sqrt{\frac{49}{143}}$ voor A S, doet de f wech, ſoo doet A S $\frac{7}{\sqrt{143}} - \frac{7}{\sqrt{143}}$ in $\frac{16842 - \sqrt{119398500}}{6481}$, dat is $\frac{7}{\sqrt{143}} - \frac{117894 - \sqrt{5850526500}}{6481\sqrt{143}}$ ofte $\frac{\sqrt{5850526500} - 72527}{\sqrt{6006480623}}$ voor A S, ofte in rationaele ghetallen ontrent 0. 051118.

A P is hier voren ghevonden $\sqrt{\frac{2304 - \sqrt{588}}{\sqrt{143}}}$, ende om dat de andere ghetallen door $\sqrt{12}$ ghemindert zijn, ſoo doen A P $\frac{\sqrt{192} - \sqrt{49}}{\sqrt{143}}$ ofte $\frac{\sqrt{27456} - \sqrt{7007}}{143}$, ofte in rationaele ghetallen ontrent 0. 573361.

Nu als A S ∞ 51118 tot A R ∞ 313919, alſoo den Radius 100000 tot 614106. Tangens van 80 graden, 45 minuten, de Polus hooghte.

Ende als A R ∞ 313919, tot A P ∞ 573361, alſoo den radius 100000 tot 182646. Tangens van den hoeck P R A, hier by gedaen den hoeck A R S 9 graden 15 minut. het compl. van de Polus hooghte, komt 70 graden 33 minuten voor den hoeck P R S, zijnde het compl. van de Declinatie, ſoo is dan de declinatie der Zon 19 graden 27 minuten.

Al-hoe-wel het hier mede van deſe queſtie genoegh behoorde te weſen, ſoo ſal ick tot overvloet, noch eenighe uyt-reeckeninghen, die ick over de ſelve ghedaen hebbe, hier by voeghen. Het kan moghelijck gebeuren, datter erghens yemandt is, dien ick 'er dienſt mee doe,

De

De reden van A P tot A Q in den Ellipsis, hebbe mede eens ghereeckent ghehadt, op de selve wijse, als in 't Boeckje van *Waessenaer* gereeckent staet, alleen dat ick om 't ghemack, den Ellipsis voor een rondt nam, stellende B M, middel-proportionael tusschen P M en M Q, ende soo voorts, want het in de uytkomst gheen verschil gheeft, als in de voorgaende ontbindinge te sien is, welcke uyt-reeckeninghe hier volght, ick stel mede P Q $\propto q$, A Q $\propto p$, M Q $\propto x$, A M is dan $\propto p - x$, A N $\propto \frac{1}{3} p - \frac{1}{3} x$, N Q $\propto \frac{4}{3} - \frac{1}{3} x$, H Q $\propto y$, A H is dan $\propto p - y$, A L $\propto \frac{3}{4} p - \frac{3}{4} y$, L Q $\propto \frac{7}{4} p - \frac{3}{4} y$, K Q $\propto z$, K A is dan $z - p$, A I $\propto \frac{9}{4} z - \frac{9}{4} p$, ende I Q $\propto \frac{13}{4} p - \frac{9}{4} z$.

M Q doet x, ende P M doet $q - x$, soo is 't vierkant op B M $\propto qx - xx$. N Q doet $\frac{4}{3} p - \frac{1}{3} x$, ende P N doet $q - \frac{4}{3} p + \frac{1}{3} x$, dese met malkander gemultipliceert, komt $\frac{4}{3} pq - \frac{16}{9} pp - \frac{1}{3} qx + \frac{8}{9} px - \frac{1}{9} xx$ voor 't vierkant op E N, ende om dat A B, is tot A E, als 3 tot 1, daerom multipliceert het vierkant op E N met 9, komt $qx - xx \propto 12 pq - 16 pp - 3 qx + 8 px - xx$, soo is $x \propto \frac{3pq - 4pp}{q - 2p}$, ende om dat $2p$ grooter is dan q, steldt $x \propto \frac{4pp - 3pq}{2p - q}$.

H Q doet y, ende H P doet $q - y$, soo is 't vierkant op H C $\propto qy - yy$. L Q doet $\frac{7}{4} p - \frac{3}{4} y$, ende L P doet $q - \frac{7}{4} p + \frac{3}{4} y$, dese met malkander gemultipliceert, komt $\frac{7}{4} pq - \frac{49}{16} pp - \frac{3}{4} qy + \frac{42}{16} py - \frac{9}{16} yy$, voor 't vierkant, op F L, ende om dat A C, is tot A F, als 4 tot 3, daerom multipliceert het een vierkant met 9 en het ander met 16, so heeft men $9 qy - 9 yy \propto 28 pq - 49 pp - 12 qy + 42 py - 9 yy$, so is $y \propto \frac{4pq - 7pp}{3q - 6p}$, ende om dat $6p$ grooter is dan $3q$, steldt $y \propto \frac{7pp - 4pq}{6p - 3q}$.

K Q doet z, ende K P doet $q - z$, soo is 't vierkant op K D $\propto qz - zz$, I Q doet $\frac{13}{4} p - \frac{9}{4} z$, ende I P doet $q - \frac{13}{4} p + \frac{9}{4} z$, dese met malkander gemultipliceert komt $\frac{13}{4} pq - \frac{169}{16} pp - \frac{9}{4} qz + \frac{234}{16} pz - \frac{81}{15} zz$ voor 't vierkant op G I, en om dat AD is tot AG, als 4 tot 9, daerom multipliceer ick het een vierkant met 81, ende het ander met 16, ſoo heeft men $81 qz - 81 zz \infty 52 pq - 169 pp - 36 qz + 234 pz - 81 zz$, ſoo is $z \infty \frac{4pq - 13pp}{9q - 18p}$ ende om dat $18 p$ grooter is dan $9 q$, ſteldt $z \infty \frac{13pp - 4pq}{18p - 9q}$.

Deſe ghevonden waerden van x, y, ende z onder een nommer ghebracht, ende alles ghedivideert door p, ſoo is M Q ofte $x \infty \frac{36p - 27q}{18 - 9\frac{q}{p}}$, H Q ofte $y \infty \frac{21p - 12q}{18 - 9\frac{q}{p}}$, ende K Q ofte $z \infty \frac{13p - 4q}{18 - 9\frac{q}{p}}$

Ick ſtel k, in de plaets van $18 - 9\frac{q}{p}$, wy hebben hier voor gevonden voor 't vierkant B M, $qx - xx$, de x wech ghedaen, komt voor B M $\sqrt{\frac{-1296pp + 1944pq - 729qq + 36pqk - 27qqk}{kk}}$, op de ſelve wijſe komt voor H C $\sqrt{\frac{-441pp + 504pq - 144qq + 21pqk - 12qqk}{kk}}$ ende voor D K $\sqrt{\frac{-169pp + 104pq - 16qq + 13pqk - 4qqk}{kk}}$, de nommers laet ick varen ende ſtel wederom $18 - 9\frac{q}{p}$, in de plaets van k, ende om dat B M + H C is ghelijck drie-mael D K daerom deel ick de twee eerſte door $\sqrt{9}$, ſoo komt B M
$\sqrt{-144pp + 288pq - 171qq + \frac{27q^3}{p}}$, H C
$\sqrt{-49pp + 98pq - 61qq + \frac{12q^3}{p}}$ ende drie-mael D K
$\sqrt{-169pp + 338pq - 205qq + \frac{36q^3}{p}}$. Divideert alles door
$p - q$, komt B M $\sqrt{-144p + 144q - 27\frac{qq}{p}}$, H C
$\sqrt{-49p + 49q - 12\frac{qq}{p}}$, ende drie-mael D K
$\sqrt{-169p + 169q - 36\frac{qq}{p}}$. Ick ſtel nu $-p + q \infty n$ voor A P, ſoo komt B M $\sqrt{144pn - 27qq}$, H C $\sqrt{49pn - 12qq}$, en 3 mael D K $\sqrt{169pn - 36qq}$. So is dan $\sqrt{144pn - 27qq} + \sqrt{49pn - 12qq} \infty \sqrt{169pn - 36qq}$, dit multipliceert aen weder-zijden in 't vierkant, komt $193 pn - 39 qq$

$+ \sqrt{}$

$+\sqrt{28224\,ppnn - 12204\,qqpn + 1296\,q^4} \infty 169\,pn - 36\,qq$ so is dan $28224\,ppnn - 12204\,qqpn + 1296\,q^4 \infty 576\,ppnn - 144\,qqpn + 9\,q^4$, so komt ten lesten $27648\,ppnn - 12060\,qqpn + 1287\,q^4 \infty 0$, so krijght men $pn \infty \frac{5148\,qq}{27648}$ ofte $\frac{143\,qq}{768}$, ende om dat n doet $-p+q$, daerom is $pn \infty -pp + pq \infty \frac{143\,qq}{768}$ ende $p \infty \frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{49}{768}qq}$ voor A P, ende $\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{49}{768}qq}$ voor AQ, multipliceert alles met $\sqrt{12}$, komt A P tot A Q als $\sqrt{3} - \frac{7}{8}$ tot $\sqrt{3} + \frac{7}{8}$, 't welck over een komt met mijn voorgaende reeckeningh.

Soo de stocken waeren gheweest, A, 4 voet. B 1 voet. C 5 voet, ende de distantie van A tot B 12 voet, ende dat men de Polus hooghte ende de Declinatie begheerde: Dan soude de schaduwe een Hyperbole beschreven hebben, gelijck hier voren aen-ghewesen is.

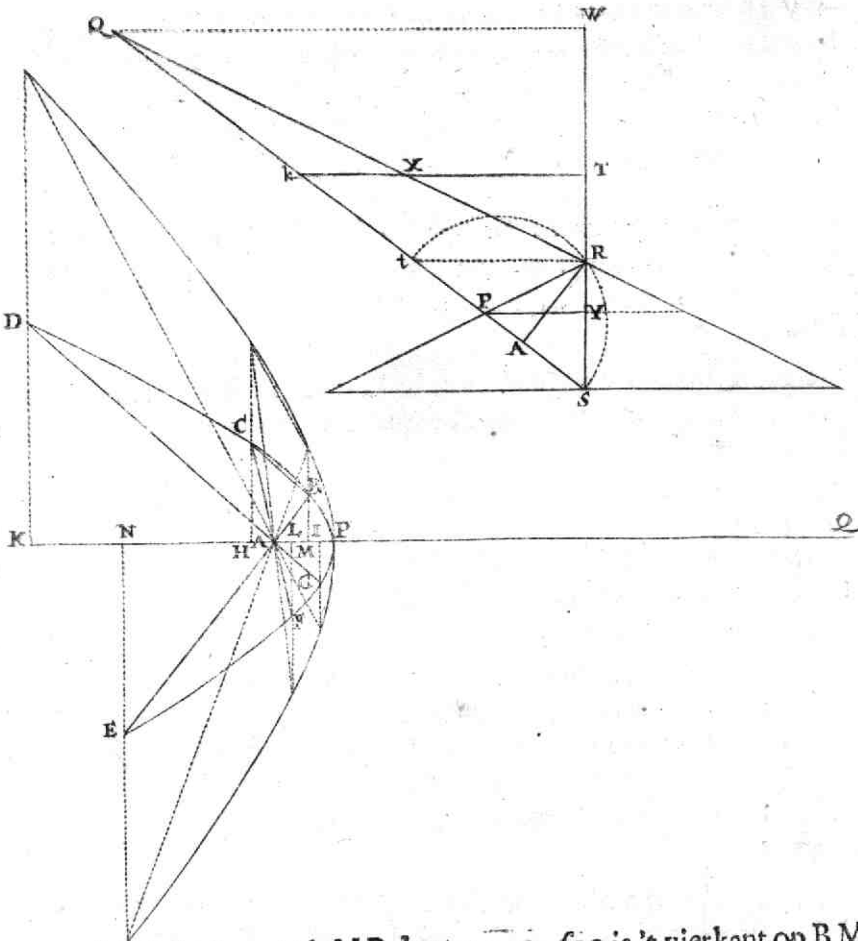
Wanneer de schaduwe een hyperbole beschreven heeft, de Polus hooghte en Declinatie te vinden.

Om nu door de lest-voorgaende wijse te vinden wat reden A P tot A Q soude hebben, dat geschiedt als volght:

Ghelijck ick een rondt nam, in de plaets van een Ellipsis, alsoo neem ick hier, een recht-hoeckighe Hyperbole, in de plaets van een scheef-hoeckighe (ick noem de soodanighe recht-hoeckigh wiens noyt t' samen-komende Linien in 't middel-punt een rechten hoeck maken, ende in welcken de ordentlijcke als B M, altijdt middel-proportionael is, tusschen M Q ende M P, ende soo voorts.)

Soo is in dese volghende Figuer A B tot A E, ofte B C tot A D, als 1 tot 4, ende A C tot A F, ofte C B tot A G, als 5 tot 4, soo is A G tot A D, als 1 tot 5.

Ick stel dan wederom P Q de dwersche ∞q, A Q ∞p, M Q ∞x, A M is dan $p - x$, A N $\infty 4p - 4x$, N Q $\infty 5p - 4x$, H Q ∞y, so is A H $\infty y - p$, A L $\infty \frac{4}{5}y - \frac{4}{5}p$, L Q $\infty \frac{9}{5}p - \frac{4}{5}y$, K Q ∞z, K A is dan $z - p$, A I $\infty \frac{1}{5}z - \frac{1}{5}p$, ende I Q $\frac{6}{5}p - \frac{1}{5}z$.



M Q doet x, ende M P doet $x - q$, ſoo is 't vierkant op B M $\infty\, xx - qx$. N Q doet $5p - 4x$ ende N P doet $5p - 4x - q$, deſe t'ſamen gemultipliceert komt $25pp - 5pq - 40px + 4qx + 16xx$ voor 't vierkant op E N, nu om dat B M, is tot E N, als 1 tot 4, daerom multipliceert het vierkant B M, met 16 ſoo komt $16xx - 16qx \infty 25pp - 5pq - 40px + 4qx + 16xx$, ſoo komt $x \infty \frac{5pp - pq}{8p - 4q}$.

HQ doet y, en HP doet $y-q$, so is't vierkant op CH $\infty\ yy-qy$, LQ doet $\frac{9}{5}p-\frac{4}{5}y$, en LP doet $\frac{9}{5}p-\frac{4}{5}y-q$, dese t' samen gemultip. komt $\frac{81}{25}pp-\frac{9}{5}pq-\frac{72}{25}py+\frac{4}{5}qy+\frac{16}{25}yy$. CH, is tot LF, als 5 tot 4, daerom mult. d'eerste met 16, en de 2de met 25, komt $16\,yy-16\,qy$ $\infty\ 81\,pp-45\,pq-72\,py+20\,qy+16\,yy$, so komt $y\ \infty\ \frac{9pp-5pq}{8p-4q}$.

KQ doet z, ende KP doet $z-q$, so is 't vierkant op DK $\infty\ zz$ $-qz$, IQ doet $\frac{6}{5}p-\frac{1}{5}z$, en IP doet $\frac{6}{5}p-\frac{1}{5}z-q$, dese t' samen gemultip. komt $\frac{36}{25}pp-\frac{6}{5}pq-\frac{12}{25}pz+\frac{1}{5}qz+\frac{1}{25}zz$, DK is tot IG, als 1 tot 5, daerom multip. het vierkant IG, met 25, komt $zz-qz$ $\infty\ 36\,pp-30\,pq-12\,pz+5\,qz+zz$, ende $z\ \infty\ \frac{24pp-20pq}{8p-4q}$.

Dese gevonden waerden van x, y, en z, door p gedivideert zijnde, so is MQ ofte $x\ \infty\ \frac{5p-q}{8-4\frac{q}{p}}$, HQ ofte $y\ \infty\ \frac{9p-5q}{8-4\frac{q}{p}}$ en KQ ofte $z\ \infty\ \frac{24p-20q}{8-4\frac{q}{p}}$, ick stel k in de plaets van $8-4\frac{q}{p}$, wy hebben hier voor gevonden voor 't vierkant BM, $xx-qx$, voor 't vierkant CH, $yy-qy$, en voor 't vierkant DK, $zz-qz$, doet de x, y, ende de z wech, so komt BM $\sqrt{\frac{25pp-10pq+qq-5pqk+qqk}{kk}}$, HC $\sqrt{\frac{81pp-90pq+25qq-9pqk+5qqk}{kk}}$, ende DK $\sqrt{\frac{576pp-960pq+400qq-24pqk+20qqk}{kk}}$ de nommers wech gedaen ende $8-4\frac{q}{p}$, in de plaets van k gesteldt, en alles ghedivideert door $p-q$, komt BM $\sqrt{25p-25q+4\frac{qq}{p}}$, HC $\sqrt{81p-81q+20\frac{qq}{p}}$ ende DK $\sqrt{576p-576q+80\frac{qq}{p}}$, steldt nu n, in de plaets van $p-q$, so komt BM $\sqrt{25pn+4qq}$, HC $\sqrt{81pn+20qq}$, ende DK $\sqrt{576pn+80qq}$ Nu soo is HC $-$ BM $\infty\ \frac{1}{4}$ van DK, soo komt dan $\sqrt{81pn+20qq}$ $-\sqrt{25pn+4qq}\ \infty\ \sqrt{36pn+5qq}$, dit ghereduceert komt $3200ppnn+636qqpn-41q^4\ \infty\ 0$, soo is $pn\ \infty\ \frac{41}{800}qq$, so is dan $pp-pq\ \infty\ \frac{41}{800}qq$, so komt $p\ \infty\ \sqrt{\frac{241}{800}qq}+\frac{1}{2}q$ en $p-q$

doet dan $\sqrt{\frac{241}{800}qq} - \frac{1}{2}q$, soo is dan A Q tot A P als $\sqrt{241} + \sqrt{200}$, tot $\sqrt{241} - \sqrt{200}$.

Wanneer wy dit soecken willen door de alder-eerste wijse, wy hebben daer gevonden voor de dwersche $\sqrt{390\frac{10}{41}}$, dat is $\sqrt{\frac{16000}{41}}$ daer voor gestelt wort q, ende den recht-hoeck ac doet 20, voor A Q is hier voren gevonden $\sqrt{\frac{1}{4}qq + ac} + \frac{1}{2}q$, ende voor A P $\sqrt{\frac{1}{4}qq + ac} - \frac{1}{2}q$, nu getallen gestelt in de plaets van letters, soo komt A Q $\sqrt{\frac{4810}{41}} + \sqrt{\frac{4000}{41}}$, ende A P $\sqrt{\frac{4810}{41}} - \sqrt{\frac{4000}{41}}$, zijnde mede in reden als $\sqrt{241} + \sqrt{200}$, tot $\sqrt{241} - \sqrt{200}$.

Om tot de Polus hooghte en de Declinatie der Son te komen, soo soecken wy de rechte zijde wederom door twee wegen, om een vergelijckinge te maken, te weten, eerst door de Kegel-sneede, ende daer na door den Kegel: wy stellen gelijck wy in't eerste deden, den stock A R ∞ z, soo doet in de Kegel-sneede A B ∞ $3z$.

De rechte zijde te vinden door de Kegel-sneede.

Wy stellen mede dat AQ doet $\sqrt{241} + \sqrt{200}$, ende AP $\sqrt{241} - \sqrt{200}$, so doet P Q $\sqrt{800}$, merckt A Q was genoemt p, ende P Q was ghenoemt q, ende Q M doet $\frac{5pp - qp}{8p - 4q}$, wanneer men dan getallen in plaets van dese letters stelt, komt $\frac{1805 + 4\sqrt{241,800}}{8\sqrt{241}}$ voor Q M, soo doet P M, $\frac{1805 - 4\sqrt{241,800}}{8\sqrt{241}}$, den rechthoeck Q M, M P zijnde gelijck 't vierkant op b M, doet dan $\frac{173225}{15424}$. Voort treckt P M van AP rest voor AM $\frac{123}{8\sqrt{241}}$, het vierkant van AM treckt van't vierkant A B zijnde $9zz$, rest $\frac{138816zz - 15129}{15424}$ voor 't vierkant BM, nu als b M tot B M, alsoo q tot $\frac{138816zzq - 15129,q}{173225}$ de rechte zijde.

De rechte zijde te vinden door de Kegel.

In den Kegel noem ick PQ ∞ q, AR ∞ z, A k ∞ qd, ende ick stel A k, tot S k, als 1 tot f; nu als 1 tot f, alsoo A k ∞ dq tot fdq voor S k, so doet A S, $fdq - dq$, ende PS, $fdq - \frac{1}{2}q$. Addeert het vierkant A S, tot 'et vierkant A R, en uyt de somme den vierkant-wortel, komt $\sqrt{zz + ffddqq - 2fddqq + qqdd}$, voor R S, om kortheyt stel ick in de plaets n, nu als R S ∞ n tot A R ∞ z, alsso

PS

PS $\infty\, fdq - \frac{1}{2}q$ tot $\frac{fdqz - \frac{1}{2}qz}{n}$ voor PY, ende alsoo Sk $\infty\, fdq$ tot $\frac{fdqz}{n}$ voor Tk. Merckt PY is gelijck kX, treckt nu PY van Tk reſt $\frac{\frac{1}{2}qz}{n}$ voor TX, hier by doet Tk komt voor WQ $\frac{fdqz + \frac{1}{2}qz}{n}$, nu als kQ $\infty\, \frac{1}{2}q$ tot WQ $\infty\, \frac{fdqz + \frac{1}{2}qz}{n}$, alſo PY $\infty\, \frac{fdqz - \frac{1}{2}qz}{n}$ tot $\frac{2ffddqzz - \frac{1}{2}qzz}{nn}$ voor de halve rechte zijde, ſo is de heele rechte zijde $\frac{4ffddqzz - qzz}{nn}$. Om nu de zz wech te krijgen, doen ick als volgt: als RS $\infty\, n$, tot AS $\infty\, fdq - dq$, alſo PS $\infty\, fdq - \frac{1}{2}q$, tot $\frac{\frac{1}{2}dqq - \frac{1}{2}fdqq - fddqq + ffddqq}{n}$ voor SY, ende alſoo Sk $\infty\, fdq$ tot $\frac{ffddqq - fddqq}{n}$ voor ST, ick treck nu SY van SR, reſt voor YR $\frac{zz + qqdd - \frac{1}{2}qqd + \frac{1}{2}fdqq - fddqq}{n}$, en treck RS van ST, reſt voor RT $\frac{-zz - qqdd + fddqq}{n}$, multipliceert nu TY, met TR, komt $\frac{\frac{1}{2}qz^3 + \frac{1}{2}q^3ddz - \frac{1}{2}fddq^3z - fdqz^3 - fd^3q^3z + ffd^3q^3z}{nn}$, en multipliceert YR met TX, komt $\frac{\frac{1}{2}qz^3 + \frac{1}{2}q^3ddz - \frac{1}{4}q^3dz + \frac{1}{4}fdq^3z - \frac{1}{2}fddq^3z}{nn}$, deſe rechthoecken zijn malkander gelijck: ſo is dan $zz\, \infty - ddqq + fddqq + \frac{\frac{1}{4}qq}{f} - \frac{1}{4}qq$. Wy hebben gevonden voor de rechte zijde $\frac{4ffddqzz - qzz}{nn}$, doet nu de nn wech, komt $\frac{4ffddqzz - qzz}{zz + ddqq - 2fddqq + ffddqq}$ doet nu de zz mede wech, komt

$$\frac{-ffddq^3 + fddq^3 - \frac{\frac{1}{4}q^3}{f} + \frac{1}{4}q^3 + 4f^3d^4q^3 - 4ffd^4q^3 + ddq^3 - fddq^3}{ffddqq - fddqq + \frac{\frac{1}{4}qq}{f} - \frac{1}{4}qq}$$

deſen Teller door den Nommer ghedivideert komt $4fddq - q$ voor de rechte zijde.

Hier ſtaet wederom te bemercken, gelijck in't voorbeelt alwaer de ſchaduwe een Ellipſis maeckte, ſoo men iets voor de reden van Ak tot Sk ſtelt, als hier gedaen is, dat men dan de rechte zijde wel vinden kan ſonder iets voor AR te ſtellen, om dat de reden van Ak tot Sk de lenghte AR een ſekere bepalinge geeft, want ſoo men ſpreeckt als de ſomme van PS en SQ tot twee mael PS, alſo SQ tot tS, den middellijn van 't half-rondt tRS, wanneer men dan

uyt

uyt A, de rechthoeckige Linie R A treckt, soo sal die in 't punt R (zijnde den top des Keghels) komen, gelijck hier voren in de beschrijvinghe van 't rondt getoont is.

Ick stel dan P Q $\propto q$, A $k \propto dq$, ende A k tot S k, als 1 tot f, soo is S $k \propto dqf$, ende A S $\propto fdq - dq$, P S doet dan $dqf - \frac{1}{2}q$, ende S Q, $dqf + \frac{1}{2}q$. Als men nu spreeckt, gelijck de somme van P S en S Q $\propto 2dqf$, tot 2 mael P S $\propto 2dqf - q$, also S Q $\propto dqf + \frac{1}{2}q$ tot $\frac{2ddqff - \frac{1}{2}q}{2df}$ voor den middellijn t S, hier van treckt A S $\propto fdq - dq$, rest voor t A, $\frac{2ddqf - \frac{1}{2}q}{2df}$, menichvuldight t S met t A, ende uyt het komende treckt den vierkant-wortel, komt $\sqrt{\frac{4d^4qqf^3 - ddqqf - ddqqff + \frac{1}{4}qq}{4ddff}}$ voor t R, ick stel om kortheydt in de plaets m, nu als t S $\propto \frac{2ddqff - \frac{1}{2}q}{2df}$ tot t R $\propto m$, alsoo P S $\propto dqf - \frac{1}{2}q$ tot $\frac{2ddffm - dfm}{2ddff - \frac{1}{2}}$ voor P Y, en alsoo S Q $\propto dqf + \frac{1}{2}q$ tot $\frac{2ddffm + dfm}{2ddff - \frac{1}{2}}$ voor W Q, nu 4 mael den rechthoeck van P Y, W Q zijnde $\frac{16d^4f^4mm - 4ddffmm}{4d^4f^4 - 2ddff - \frac{1}{4}}$ is $\propto qr$, doet de mm wech, so komt $\frac{4d^4qqf^3 - ddqqf - ddqqff + \frac{1}{4}qq}{ddff - \frac{1}{4}} \propto qr$, ofte gedivideert zijnde, $4ddqqf - qq \propto qr$, ende $4ddqf - q \propto r$, de rechte zijde als voren.

De quantiteyt f te vinden.

Beyde de gevonden rechte zijden zijn malkander gelijck, so is dan $\frac{138816zz - 15129}{173225} \propto 4fdd - 1$, ende $138816zz + 158096 \propto 692900fdd$, ofte $144zz + 164 \propto \frac{173225}{241}fdd$, steldt $\frac{241}{800}$ in de plaets van dd, soo is $144zz + 164 \propto \frac{6929}{32}f$, ofte $4608zz + 5248 \propto 6929f$, steldt nu $-ddqq + fddqq + \frac{\frac{1}{4}qq}{f} - \frac{1}{4}qq$ in de plaets van zz, soo komt $-4608ddqq + 4608fddqq + \frac{1152qq}{f} - 1152qq + 5248 \propto 6929f$, steldt 241 in de plaets van $ddqq$, ende 800, in de plaets van qq, ende multipliceert alles met f, komt $1103599ff - 2026880f + 921600 \propto 0$, komt $f \propto \frac{1013440 + \sqrt{998379520 0}}{1103599}$ ofte $\frac{1013440 - \sqrt{998379520 0}}{1103599}$. Wy moeten 't eerste hebben, om dat f grooter moet wesen als 1.

De weerde van z vind ick als volght: Hier voren staet $144\,zz$ A R te vinden.
$+ 164 \infty \frac{6929}{32} f$, doet de f wech, komt $144\,z\,z + 164 \infty$
$\frac{6929,31670 + 6929\sqrt{9749800}}{1103599}$, so komt ten lesten $z \infty \sqrt{\frac{19225597 + 6929\sqrt{2437450}}{1103599,\ 72}}$
ofte $\sqrt{\frac{19225597 + \sqrt{117024511885450}}{79459128}}$ voor A R.

Als A k 1, tot A S, $f - 1$, also A $k \sqrt{241}$ tot $f\sqrt{241} - \sqrt{241}$, A S te vinden.
voor AS, doet de f weg komt $\frac{1013440\sqrt{241} + \sqrt{241,99837952 00}}{1103599} - \sqrt{241}$
ofte A S $\infty \frac{\sqrt{2406094643200} - \sqrt{1959003512721}}{1103599}$, A P, doet $\sqrt{241}$
$- \sqrt{200}$.

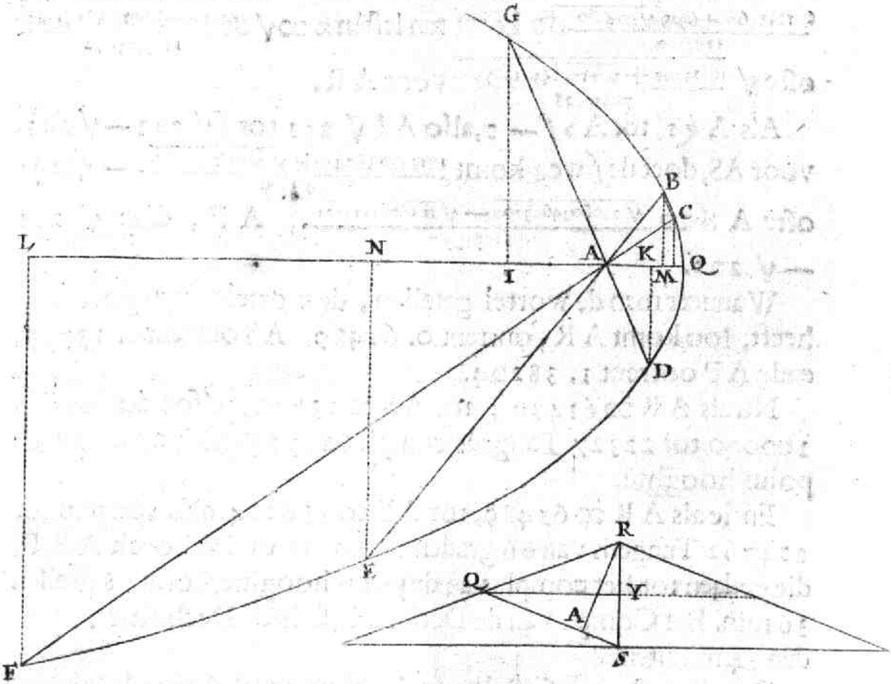
Wanneer men de wortel-getallen, de wortelen uyt-getrocken heeft, soo komt A R, ontrent 0, 61489. AS ontrent 0, 13729, ende A P ontrent 1, 38204.

Nu als A R ∞ 61489, tot AS ∞ 13729, alsoo den Radius 100000 tot 22327 Tangens compl. van 77 graden 25 minut. de polus hooghte.

Ende als A R ∞ 61489, tot AP ∞ 138204, also 100000 tot 224762 Tangens van 66 graden 1 min. voor den hoeck A R P, die gedaen tot het compl. van de polus hooghte, komt 78 graden 36 min. het Compl. van de Declinatie, so is de Declinatie 11 graden 24 minuten.

Om dit te sluyten, so stelle noch een voorval, alwaer de schaduwe der Zon, een parabole beschrijft, 't welck gheschiet, wanneer de stocken, bevonden worden in reden als A 4, B 1, ende C $\frac{4}{9}$, gelijck den reghel mede brenght die hier voren aengewesen is, stelle dan tot een voorbeelt, dat den stock A, doet 4, den stock B 1, en den stock C $\frac{4}{9}$ voet, de distantie van A tot B, 8 voet, de schaduwe gaende als voren, wordt begeert de polus hooghte ende de Declinatie der Zon. Wanneer de schaduwe een parabole beschreven heeft, de Polus hooghte en Declinatie te vinden.

In dese Figuer is dan A B tot A E, ofte B C tot A D, als 1 tot 4 ende A C tot A F, ofte B C tot A G, als 1 tot 9, so is dan AD tot A G als 4 tot 9. Wy hebben in dese parabole maer alleen te vinden, de reden van A M tot M Q.



Ick ſtel de rechte zijde $\infty\, r$, $AQ \infty\, p$, $AB \infty\, 2z$, ende $MQ \infty\, x$, ſoo is $AM \infty\, p - x$, $AN \infty\, 4p - 4x$, ende $NQ \infty\, 5p - 4x$.

BM doet dan $\sqrt{rx}$, ende EN $\sqrt{5pr - 4rx}$, ende om dat BM is, tot EN, als 1 tot 4, daerom is $16rx \infty\, 5pr - 4rx$ ende $x \infty \frac{1}{4}p$, voor MQ, ſoo is AM $\frac{3}{4}p$.

Ick treck het vierkant AM van 't vierkant $AB \infty\, 4zz$, reſt voor 't vierkant BM, $4zz - \frac{9}{16}pp$, dit gedivideert door $MQ \infty \frac{1}{4}p$, komt voor de rechte zijde $\frac{4zz - \frac{9}{16}pp}{\frac{1}{4}p}$.

In den

In den Kegel ftel ick A R $\infty\, z$, ende A Q tot A S, als 1 tot f, foo doet A S, pf, addeert het vierkant AR tot het vierkant A S, komt voor 't vierkant R S, $ppff + zz$, fo doet R S $\sqrt{ppff + zz}$, in de placts fteldt n, nu als R S $\infty\, n$ tot A R $\infty\, z$, alfoo Q S $\infty\, p + pf$ tot QY $\frac{pz + pfz}{n}$, ende als $p + pf$ tot $\frac{2pz + 2pfz}{n}$, alfo $\frac{2pz + 2pfz}{n}$ tot $\frac{4pzz + 4pfzz}{nn}$ de rechte zijde, om de zz wech te krijgen, fpreeck ick als n tot pf, alfo $p + pf$ tot $\frac{ppf + ppff}{n}$ voor SY, zijnde de helft van S R, foo is $\frac{ppf + ppff}{n} \infty \frac{1}{2} n$, ofte $2ppf + 2ppff \infty ppff + zz$, komt $2ppf + ppff \infty zz$, de rechte zijde is gevonden $\frac{4pzz + 4pfzz}{ppff + zz}$, doet de zz wech, komt de rechte zijde $\frac{8p^3f + 12p^3ff + 4p^3f^3}{2ppf + 2ppff}$, defen teller door den nommer gedivideert komt $4p + 2pf$ voor de rechte zijde.

De twee gevonden rechte zijden zijn malkander gelijck, te weten, $4p + 2pf \infty \frac{4zz - \frac{9}{16}pp}{\frac{1}{4}p}$, dat is $pp + \frac{1}{2}ppf \infty 8ppf + 4ppff - \frac{9}{16}pp$, ofte $4ff + 7\frac{1}{2}f - \frac{25}{16} \infty 0$, of $64ff + 120f - 25 \infty 0$, ende $f \infty \frac{\sqrt{5200} - 60}{64}$, ick ftel $p \infty 1$, foo doet A S $\frac{\sqrt{5200} - 60}{64}$ ofte $\frac{\sqrt{325} - 15}{16}$, zz is dan gelijck $2f + ff$, fo doet zz, $\frac{70 + 2\sqrt{325}}{256}$, ende $z \infty \sqrt{\frac{70 + \sqrt{1300}}{256}}$ voor A R, de wortelen uyt de wortel-ghetallen, uyt-getrocken zijnde, komt ontrent A S, 0, 18923, AR 0, 64364, ende A Q doet 1, 00000.

Ten leften als A S, 0, 18923, tot A R, 0, 64364, alfoo 100000, tot 340136, Tangens van 73 grad. 37 minut. de Polus hooghte, diens Compl. is 16 graden 23 min. voor de Declinatie der Zon, want de driehoecken R A S ende Q Y R, zijn malkander ghelijckformigh.

EYNDE.

Tot HAERLEM,

Gedruckt by NICOLAES BRAAU, Boeck-drucker in de korte Beggijne-ſtraet, in 't Schrijf-boeck. Anno 1684.