De geheele mathesis of wiskonst herstelt in zijn natuurlijke gedaante

DE GEHEELE
MATHESIS
OF
WISKONST,
Herſtelt in zijn natuurlijke gedaante:

Door ABRAHAM de GRAAF.

t'AMSTERDAM,

Gedrukt, by JACOBUS de VEER,

Voor JAN ten HOORN, Boekverkooper over 't Oude Heeren Logement, in de Hiſtory Schryver, 1694.

VOORREDEN.

WAARDE LESER,

HIer wert UL. voorgedragen de geheele Matheſis, herſtelt in zijn natuurlyke gedaante : denkt liever dat dit het voornemen is geweeſt als dat het zoude volbracht zijn : 't is maar een onrijp werk, dat noch niet bequaam is om het licht te aanſchouwen: 't is onder de drukpers gelegt om de uytſchryving voor te komen, en niet om het gemeen te maken: ook is de ſamenſchikking gedaan by na geheel zonder hulp van eenige boeken, alleenlijk uyt de opwerping van de gedachten, en daarom zalder zeer licht noch veel aan gebreken : deze manier van doen is verkoren om dies te minder van de voorgenomene koers af te dwalen: wy verhopen gelegentheid genoeg te zullen vinden om hen te verbeteren, en vertrouwe dat den leerling hem ondertuſſen met dit ruwe zal konnen behelpen.

Men heeft getracht, zoo veel doenlijk was, deze naukeurige eeuw te voldoen; met alle overtolligheden te myden; met de beginſelen klaarlijk voor te dragen; en met de gevolgen van dien door een natuurlyke aaneenſchakeling daar van af te leyden : of in een woort, met de natuur van de zaak te ontleden, en niet anders: ten eynde dat deſe beſchryving zoude mogen dienen om deze konſten gemakkelijk te verſtaan, ras te kennen, en lang te onthouden.

In dertien ſtukjens, of boeken, gelijkze genoemt werden, is dit afgehandelt, om dat wy oordeelen dat de Matheſis in zoo veel wetenſchappen beſtaat, die yder van een bezondere aart zijn : het eerſte begrijpt de Proportien; het tweede de Arithmetica; het derde de Geometria; het vierde de Trigonometria; het vijfde de Aſtronomia; het ſeſte de Lantmeetkunſt; het ſevende de Navigaty; het achtſte de Fortificaty; het negende de Gnomonica; het tiende de Perſpectief; het elfde de Dioptrica en Catoptrica; het twaalfde de Mechanica; en het dertiende de Algebra.

Boven het voorgaande zoo zullen wy UL. noch drie dingen voordragen, die wy oordeelen dat dienſtig zullen wezen: een beſchryving van elke konſt in 't bezonder; de nuttigheid van de Matheſis; en de methode, of de manier om in hen te ſtudeeren; het eerſte om te zien wat de Wiskonſt behelſt; het tweede om te toonen datze waardig is geleert te worden; en het darde op dat men daar in met de meeſte ſpoet zou vorderen.

I. Wat yder konſt van de Matheſis is.

I. BOEK.

De PROPORTIEN, waar af het eerſte Boek handelt, is niet anders als een voorbereyding van de twee naaſt volgende: het behelſt de voornaamſte eygenſchappen van de proportionele, of gelijkredige grootheden in 't algemeen, zonder onderſcheid te maken of het getallen dan of het lijnen zijn, en daarom gaatze voor de Arithmetica en voor de Geometria, om datze aan hen beyde gemeen is.

II. BOEK.

ARITHMETICA, of de REKENKONST. Men weet gemeenlijk wat deze is; tot overvloet zullen wy 'er evenwel dit afzeggen, datze Theoretice vint een getal dat even is aan de ſom of aan het verſchil van twee getallen, of dat ettelyke malen een gegeve getal begrijpt, of dat aanwijſt hoe veel malen een getal in een ander begrepen wert, dat de ſpecien zijn: of ze leert vinden een getal dat met een ander een bepaalde overeenkoming heeft; waar doorze dan Practice uytrekent het geene onder de menſchen te rekenen voorvalt, of aanwijſt wat yeder toekomt.

III. BOEK.

GEOMETRIA, is niet de Lantmeterie, gelijk dit woort in zijn betekenis meede brengt, maar ze behelſt Theoretice de hoedanigheden van het liniſche, dat is van de lijnen en het geene daar door gemeten wert, als de vlakken en de lichamen, en Practice doet het met de lynen als de Arithmetica met de getallen; maakt de figuren, en calculeert zijne groote: in deze order hebben wy het geluk gehadt, van een veel lichter, korter en geſchikter order uyt te vinden als Euclides gehad heeft.

IV. BOEK.

De TRIGONOMETRIA, of de DRIEHOEKSMETING, is de meting, of de uytrekening van alle driehoeken, zoo wel de ſphæriſche als de rechtliniſche: dit is het fondament van alle meting, of tuyglyke waarneming; het eerſte aan den Hemel, en het tweede op de Aarde, waar in dat hoeken afgemeten werden.

V. BOEK.

ASTRONOMIA, of STARREKUNST, is niet alleenlijk een onderwyſing van den Hemel op wat wyze die haar uytterlijk voor het oog op doet, maar ook hoedanig ze innerlijk is: Zy leert hoedanig de Zon en Starren haar ſchynen te bewegen, en hoe de Aarde, de Maan en de Planeten waarlijk drayen; mede op wat wyze de Eclipſen geſchieden; en hoe alles uytgerekent wert op een gegeve tijt.

VI. BOEK.

De LANTMEETKONST, of de konſt van het LANTMEETEN, is is het Practice daar van een Lantmeter moet kundig weezen: vindende de groote van alle landen, wateren en moeraſſen, begankelijk of onbegankelijk zijnde, en de deyling van dien op een begeerde wyze: en daarenboven noch de groote van alle ronde vaten, en de quantiteyt van het nat dat daar in is wanneer het niet vol is: dit laatſte wert Roykonſt, of ook Pegelkunde genaamt.

VII. BOEK.

De NAVIGATY, of de konſt van de GROOTE ZEEVAART, is eygentlijk de wetenſchap die een Stierman behoeft om een ſchip te brengen, over Zee, van de eene haven tot in de ander.

VIII. BOEK.

FORTIFICATY, of STERKTEBOU, is een wetenſchap die leert hoe men zich, met omgraving van wallen en grachten, op de bequaamſte manier voor het gewelt van den vyant zal beſchutten; en hoe men een Veſting zal aangrypen, om hen op de gemakkelykſte wyze te winnen.

IX. BOEK.

De GNOMONICA, leert hoe men op een vlak bert linien zal trekken, die, de Zon ſchynende, aanwyzen de uuren van den dag, welke ſtant het bert ook heeft.

X. BOEK.

De PERSPECTIEF wijſt aan hoe men op een vlak paneel, welken ſtant het ook heeft, een voorwerp zoodanig zal aftekene als of men het wezentlijk in de natuur zag.

XI. BOEK.

Van de OPTICA, DIOPTRICA, en CATOPTRICA; of de GEZICHTKUNDE, de VERGEZICHTKUNDE en de SPIEGELKUNDE, leert het eerſte op welke wijze men ziet, en wat hen goet of quaat maakt; het tweede wijſt aan de middelen om de gebreken te vergoeden; door Brillen het duyſter gezicht; door Verrekykers de ver afgelegene dingen wel te zien, en door Vergrootglaſen de zeer kleene? en het darde wijſt aan waarom de ſpiegels een beelt vertoonen; waarom het gelijk aan het voorwerp is in de platte, kleender in de bultige, en grooter in de holle; waarom deze laatſte Spiegel het beelt ook wel kleender vertoont, recht en ook verkeert, en waarom het beelt ſomtijts voor de ſpiegel ſtaat.

XII. BOEK.

De MECHANICA, of de WEEGKUNST, wyst aan de middelen hoe men met kleene force een groot gewelt zal bedryven, en toont hoe dit plaats heeft in de meeste instrumenten die ten dezen eynde gebruykt werden; hoedanig de Onsel is, de Spaak, het Windaas, het Katrol, de Dommekracht, de Schroef, &c. waar uyt openbaar is het vermogen van alle zamengezette werktuygen, als van Molens, &c.

XIII. BOEK.

De ALGEBRA, of de STELKONST, leert uytvinden, door een geregelde weg, alle het gene in de Mathematica niet wel kan nagespeurt werden; de beginzelen van zoodanigen zaak alleenlijk wetende.

De vier eerste Boeken begrypen het fondamentele van de Mathesis, de overige gebruyken deze tot behulp, uytgenomen het laatste dat op zich zelfs bestaat: naukeuriglyk genomen, zoo moet men de drie eerste en het laatste maar als fondamenteel estimeren, als niet met den anderen gemeen hebbende.

De Ouden hebben de Mathesis gedeelt in zuyver en onzuyver: het zuyvere noemden zy dat bewyzelijk was, en het onzuyvere dat iets, het geene niet bewyzelijk was, onderstelde: de Astronomia heeft alleenlijk eenige zodanige suppositien, de andere konsten geen, als in sommige dat practice is, of dat door werktuygen moet geobserveert worden, 't welk altyt fyl onderworpen is: maar dat raakt het Theoretice niet, dat eygentlijk de konst is.

Het gesupponeerde in de Starrekunst, moet echter zyn proef uytstaan, met het te toetsen aan het geene ondervonden wert, waar in het zich zoo wel quyt, dat men het; als ten hoogsten waarschynlijk, moet aannemen.

II. Van de nuttigheit der Mathesis.

In twee opzichten is de Wiskonst voordeelig, in het Practice en in het Theoretice.

Van het Practice heeft de werelt een groot gevoel: indien men alles uyt hen weg nam, dat de Mathesis hen van tyt tot tyt heeft meêgedeelt, men zou haast gewaar werden datze van veel dingen ontbloot zoude wezen, die hen nu seer ter stade komen.

Hoe weynig konnen de Kooplieden, en ook by na alle andere, die eenig bewint hebben, de Arithmetica missen: de Navigaty maakt een Zeeman stout, en doet hem ver van lant afsteken, dat de ouden noit en dersden bestaan, waar door men de vruchten, en andere dingen, daar van het eene deel van de werelt een groote overvloet heeft, brengt in het ander, waar in ze schaars zyn, tot groot gerief van beyde de inwoonders, en merkelyk voordeel van de Koopman, en alle die daar van af hangen: de Fortificaty doet ons het onze gerustelijk behouden: de Mechanica verlicht de arbeyt, die zonder dat by na ondoenlijk zoude wesen; ze onderschept de wint, en ook de lopende wateren, en doet die voor de menschen arbeyden. De Dioptrica doet ons wel zien; de oude doetze van na by zien, en de stikziende van verre door Brillen; door Verrekykers wystze ons aan het onzichtbare dat aan den Hemel is, en door Vergrootglasen het onzienlyke op de aarde: de Lantmeetkonst geeft yder zyn deel van de aarde; en de Gnomonica wyst ons de tyt aan.

En alhoewel sommige van deze dingen tot een hantwerk geworden zyn, zulks dat menze de werelt te nut maakt zonder iets van de Wiskonst te kennen, zoo is het echter met de andere zoodanig niet gelegen, om datze een Persoon vereysschen die van hen kennisse heeft.

Het Theoretice brengt de ziel geen minder nut toe als het lichaam: Het leert wel opmerken; wel oordeelen; en onwrikbaar besluyten; welke dingen de ware grontvesten zijn van alle wysheit: zonder deze komt men nergens toe; 't is al bouvallig wat hier niet van onderschraagt is. Ymant deze hebbelijk hebbende, zal van alles wat hem voorkomt, voorzichtig oordeelen, en niet onderworpen wezen, zoo veele veranderingen als de meeste menschen onderhavig zijn: Het voorwerp, waar doormen deze hoedanigheden verkrygt, is wel bezonder, maar het gebruyk is algemeen: in alles, wat ons in de werelt voorkomt, komt dit te pas. Die'er deze gestalte van geest niet door overwint, heeft weynig gevordert, daar hy anders een onwaardeerlijke schat bekomt. Een welgetemperde heeft dit wel ten deelen uyt de natuur, doch wort hier door volmaakt: een die zoo goede hoedanigheden niet en heeft, verkrygtze hier door, of hy vordert ten minsten tot een hooge trap. Andere wetenschappen vallen dan licht, en veele leertmen gemakkelyk uyt de boeken, die andersints met onderwys noch swaar vallen.

En alhoewel de geheele Mathesis behulpzaam is tot de verkryginghe van deze zoo loffelyke gestalte van de geest, zoo doen echter de drie eerste en het laatste Boek het meeste hier toe, en voornamelijk het darde en het dartiende: van het darde leert het eerste deel wel bewysen, en het overige, en ook het dartiende wel uytvinden; beyde niet anders zynde als een afleyding, tonende hoedanig de besluyten en de begeerders van haare oorzaken af hangen; en schoon dit maar alleenlijk in die gevallen aangewesen wert, zoo ziet men echter de maniere hoe zulx plaats heeft in alle andere.

En om dat deze dingen niet als zuyver verstaanlyk zyn, zoo volgt daar uyt datmen met meerder gemak zal konnen redenkavelen in de dingen die van zodanigen natuur zijn, gelijk het Goddelijke: men zal niet alleen haast gewaar werden de noodzakelijke wezentlijkheit van een Goddelijk wezen, maar ook veele van zyne eygenschappen: waar by voegende de kennisse van ons zelfs, na Ziel en na Lichaam, zoo zal 't, in veele gevallen, niet swaar vallen te oordelen wat goet en wat quaat is, dat ons dan een groot licht zal toebrengen, om te weten wat wy doen en laten moeten, en een groote verzekering geven van

de

de Christelijke Religie. Het zelvige bevestigt mede de Schryver van de Voorreden der nieuwe beginzelen van de Meetkunst; doch met meerder omstandigheit, waarom wy het, als zeer nuttelijk, hier by voegen. Hoort dan zyne woorden volgens de vertaling:

„ Om de voordelen, die men daar af (te weten, van de Meetkunst, daar af ons „ darde Boek handelt) kan trekken, te begrypen, moet men aanmerken dat in „ de eerste Jaren der kintsheit de Ziel van de mensch in de zinnen als geheel gedompelt en begraven is, en dat zy niet, dan zeer duystere en verwarde be„ vattingen van de voorwerpen heeft, die indruk op haar lichaam maken. Zy „ vertrekt waarlijk uyt dese staat, naar maate dat haar werktuygen zich door „ de Jaren redden en versterken; en zy krijgt eenige vryheyt om klaarder en „ onderscheydentlijker gedachten te vormen, en zelfs om d'een uyt d'ander te „ trekken; 't welk men redenering noemt. Maar als de liefde der Zinnelijke „ en uytterlijke dingen aan haar als natuurlijk zijn geworden, zoo door de ver„ dorventheit van haar oorspronk als door de gewoonte, die zy in haar kints„ heit meêgesleept heeft, zoo zijn d'uitterlijke dingen altijt het voornaamste „ voorwerp van haar vermaak, en genegentheit: invoegen dat niet alleenlijk „ de jonge lieden naauwelijks ergens anders in vermaak scheppen, als in de Zin„ nelijke dingen; maar zelfs onder de lieden, die tot een bedaagde ouderdom „ zijn gekomen, zijn zeer weinig bequaam om smaak in een waarheit te vin„ den, die Zuyver verstandelijk is, en daar aan de zinnen geen deel hebben. „ Zy begeven zich altijt ganschelijk tot het geen dat in 't handelen aangenaam „ is; sy hebben alleenlijk hier toe kennis en vermaak, en gebruyken hun ver„ stant niet, dan om door de dingen, die de begeerlikheit, en de zinnen vlei„ den, zich in de kunst der aangenaamheit en bevallijkheit te oeffenen.

„ Ik zoude lichtelijk konnen tonen dat dese gesteltenis van geest niet alleen„ lijk een zeer groot gebrek is, maar dat zy voor de oorsprong der grootste „ wanordeningen, en der grootste gebreken genomen moet worden. 't Is wel „ waar dat'er niets is, dan de genade, en de oeffeningen der godvruchtigheit, die „ deze gesteltenis waarelijk zoude konnen genezen: maar echter dunkt my „ dat'er onder de menschelijke oeffeningen, die meest dienstig zijn om deze „ gesteltenis te verminderen, en om de geest zelf te schikken tot de Christelij„ ke waarheden met minder tegenstant en walging t'ontfangen, naauwelijks „ een bequamer is, dan de oeffening van de Meetkunst. Want niets is bequa„ mer om de Ziel van deze aanhechting aan de zinnen aftetrekken, als een an„ der aanhechting aan een voorwerp, 't welk, volgens de zinnen, niets aan„ genaam heeft. Dit is 't geen, dat volmaaktelijk in deze wetenschap gevon„ den wort. Zy heeft gantschelijk niets, 't welk, hoeweynig het ook is, de„ neiging der Ziel naar de zinnen kan begunstigen. Haar voorwerp is niet aan „ de begeerlykheit gebonden. Zy is onbequaam tot de welsprekentheit, en „ tot de bevallijkheit in de taal. In haar is niets 't welk de harstochten aan„ prikkelt. Zy heeft niets dat gantschelijk te beminnen is dan de waarheit; „ en zy vertoont haar aan de ziel geheel naakt, en van al 't geen ontbloot, 't welk „ men het meeste in de andere dingen bemint.

Doch

„Doch indien men 't hier op vat, dat de waarheden, die zy voorſtelt, „niet zeer nut, noch van zeer groot belang zyn; zoo is 't echter zeer nut, „en van zeer groot belang, dat men zich gewent de waarheit lief te heb- „ben, de zelfde te ſmaken, en de ſchoonheit daar af te gevoelen. God „gebruykt ook dikwils deze geſteltenis van geeſt, om aan ons ingang in „de liefde, en in de oeffening der waarheden, die ter zaligheit geleiden, „te geven, om aan ons het bedrog van al 't geen te toonen, 't welk in de „zinnelijke en uytterlyke dingen aangenaam is, en om ons, in 't geheel beleit „onſes levens, billijk en rechtveerdig te maken: dewyl deze geeſt der billijk- „heyt voornamelijk in d'onderſcheyding, en in de liefde der waarheyt in alle „zaken, die wy handelen, beſtaat.

„Maar de Meetkunſt dient niet alleenlijk om de geeſt van de zinnelijke „dingen los te maken, en de ſmaak der waarheyt in te blazen. Zy leert „ook haar kennen, en zich niet door een menigte van duyſtere en onze- „kere gront-regelen te laten bedriegen, die tot beginſelen aan de valſche „redeneringen dienen, daar af de zamenſpraken der menſchen vol zijn.

„Want indien men'er wel opmerkt, men zal bevinden dat het geen, „'t welk ons gemeenlijk in dooling doet vallen, en ons het valſche voor „het ware doet verkieſen, niet de derving van de ſamenbinding der gevol- „gen met de beginſelen is, daar in het geen beſtaat, dat men de vorm der „bewysredenen noemt: maar dat het de duyſterheyt der beginzelen zelven is, „die, niet naukeuriglijk waar, en ook niet oogenſchynlijk valſch zijnde, aan „het verſtant een verwart licht vertoonen, daar in de waarheyt en valſcheyt „vermengt zyn; 't welk aan veel zeker ſlag van verblintheyt veroorzaakt, „die hen deze beginzelen doet goet keuren, zonder hen wyder te onder- „zoeken.

„'t Is wel waar dat de Redenkunſt twee voortreffelijke regelen aan ons „geeſt, om dit bedrogh te myden; dewelke zijn alle de dubbelzinnige „woorden te bepalen, en nooit eenige andere, dan klare en zekere begin- „zelen aan te nemen: maar deze regelen zijn niet genoeg om ons van do- „ling te beſchutten. Voor eerſt, om dat men zich dikwyls in de kundig- „heyt zelve van de klaarblykelijkheyt bedriegt, met het geen, dat niet „klaarblykelijk is, voor zoodanig te nemen. En ten tweeden, om dat „men, ſchoon men deſe Regelen weet, niet altyt vaardig en gereet is tot „hen te gebruyken. Daar is dieshalven niets anders, dan de Meetkunſt, „die ons warelijk tegen deze beyde gebreken verzorgt. Want zy van d'een „zyde, beginzelen verſchaffende, die warelijk klaar zijn, geeft aan ons „het voorſchrift van de klaarheyt en klaarblykelijkheyt, om de gene, die „het zelfde hebben, van de gene, die 't niet hebben, t'onderſcheiden; en „van d'andere zyde, dewyl zy zich nooit van d'onderhouding en waarne- „ming dezer twee regelen ontſlaat, zoo gewent zy het verſtant tot hen te „gebruiken, en altyt tegen de dubbelzinnigheyt der worden, en tegen de „verwarde beginzelen, die de twee gemeenſte oorſpronken der quade re- „deneringen zijn, op zijn hoede te wezen.

„Men moet echter niet verſwygen dat deze gewoonte zelve van alles, „ dat niet gantſchelijk klaar is, te verwerpen, ons in een zeer aanmerkelijk „ gebrek inwikkelen; 't welk is deze naaukeurigheyt in alderhande zaken „ te willen gebruyken, en al 't geen, 't welk niet met de Meetkunſtige „ klaarblykelijkheid voorgeſtelt is, tegen te ſpreken. Ondertuſſchen is'er „ een oneindige meenigte van dingen, van dewelke men niet op deze wy„ ze moet oordeelen, en die niet tot verknochte bewyzen gebracht kon„ nen worden. De reden hier af is, dat zy niet van een zekere getal van „ grove en zekere beginzelen afhangen, gelijk de Wiskundige waarheden, „ maar van een groot getal van blyken en omſtandigheden, die van 't ver„ ſtant te gelijk en gezamentlijk gezien moeten worden, en die, yder in „ 't bezonder niet overtuigend zijnde, echter, als zy te zamen gevoegt en „ vereenigt zijn, met reden overreden. De menſchelijke zaken, en die tot „ de zeden behooren, zijn ten meeſten deel van dit getal: jaa daar zijn „ waarheden van de Godsdienſt, die veel beter door 't licht van veel be„ ginſelen, dewelke malkander helpen, en onderſteunen, bewezen wor„ den, dan door redeneeringen, die met de Meetkunſtige bewyzen over„ eenkomen.

„ 't Is dan zonder twyffel een zeer groote miſſlag, dat men geen onder„ ſcheyt van zaken maakt; dat men overal deze verknochte voorſtellingh „ eiſcht, die men in de Meetkunſt ziet, dat men over alles ſwarigheyt „ maakt, en gelooft dat men recht heeft om gantſchelijk een beginſel te „ verwerpen, als men oordeelt dat het in eenig voorval eenige uitzonde„ ring kan ontfangen.

„ Maar hoe wel dit gebrek zeer gemeen is in eenige Meetkundigen, zo „ ſpruit het echter uyt de Meetkunſt zelve. Deze wetenſchap, in alles „ waarachtig zijnde, kan geen gezag aan een beleyd geven, 't welk alleen„ lijk op beginzelen van dooling gegrontveſt is. Want het is niet waar, „ dat een beginſel, 't welk niet volſtrektelijk bewyſt, niets bewyſt, en dat „ het by andere gevoegt, niet zou bewyzen, ſchoon het, alleen zynde, „ niets bewyſt. Daar zijn verſcheyde trappen van bewyzen. Daar zijn'er, „ met dewelken men de zekerheyt; en anderen, met dewelken men de „ waarſchynelijkheyt beſluyt; en uyt veel waarſchynelijkheden te zamen ge„ voegt zijnde, beſluit men zomtyts een zekerheyt, die van alle redelijke „ verſtanden toegeſtaan moet worden. 't Is niet volſtrektelijk zeker, dat „ men de Zon in een der dagen van 't aanſtaande jaar zal zien: ik moet het „ echter geloven; en ik zou my zelfs belacchelijk maken, zoo ik daar aan „ twyffelde, hoewel het onmogelijk is te bewyſen. De reden moet dan „ niet voorwenden deze dingen Meetkunſtiglijk te bewyzen: maar zy kan „ Meetkunſtiglijk bewyzen dat het zotheyt is hen niet te geloven. En op „ deze wyze kan men de Meetkunſt zelve in dusdanige zaken gebruyken, „ om klaarlijker de kracht van de waarſchynelijkheyt, die ons hen moet „ doen geloven, te doen zien.

„ Behalven deze nuttigheden, die men uyt de Meetkunſt kan trekken,

„ kan

„ kan men noch twee andere, die niet minder aanmerkens waardig zyn, „ daar in bemerken. Daar zijn gewichtige waarheden tot het beleyt des „ levens, en tot de zaligheyt, die ſwaar om te begrypen zijn, en die een „ laſtige opmerking vereiſchen; dewyl God, gelijk de Heylige Auguſti- „ nus zegt, gewilt heeft, dat het broot der Ziel, zoo wel als het broot des „ Lichaams, met zeker ſlag van arbeyt gewonnen zou worden. En hier „ uyt ſpruyt het dat veel menſchen zich zelven daar af verſtoten; te weten, „ door zekere luyheyt, of liever door een murwigheyt van geeſt, die hen „ van al 't geen doet walgen, 't welk eenige kracht en poging vereiſcht. „ Nu, d'oeffening der Meetkunſt is ook een hulpmiddel tegen dit gebrek: „ want zy, het verſtant tot afgetrokke en kommerlijke waarheden toepaſ- „ ſende, maakt aan het zelfde alle de geenen gemakkelijk, die minder toe- „ paſſing vereiſſchen, gelijk men het Lichaam gewennende tot ſware laſten „ te dragen; maakt dat het voortaan by na geen gewicht van de geenen „ gevoelt, die lichter zijn.

„ Zy opent en verſterkt niet alleenlijk het verſtant, om met minder moei- „ te te begrypen; maar zy maakt het ook meer uytgeſtrekt, en bequamer, „ om veel dingen t'ſeſſens te bevatten. Want de Meetkundige waarheden „ hebben dit eygen, dat zy van een lange ſchakeling van beginſelen af han- „ gen, die men volgen moet, om tot beſluit te komen: en dewijl dit be- „ ſluit zijn licht uit deze beginſelen trekt, zoo moet de geeſt in een zelfde „ tijt het geen zien, dat verklaard, en dat verklaart is; 't welk niet geſchie- „ den kan, zonder zich uyt te breiden, en zonder zijn geſicht wyder, dan „ in zijn gemeene werkingen, uit te ſtrekken.

„ Deze uitſtrekking van geeſt, die in de Meetkunſt blijkt, is niet alleen- „ lijk zeer nut voor alle d'onderwerpen, die redenering behoeven: maar zy „ is ook zeer wonderlijk in zich zelve; en daar is naauwelijks eenige hoe- „ danigheid van onze Ziel, die de grootheid daar af beter vertoont, en die „ meer de lage en grove inbeeldingen der gener vernietigt, die haar voor een „ zaak zouden willen doen deurgaan.

En wat vorder, zegt hy, als tot een beſluyt.

„ Zy (te weten de Meetkundige oeffening) port aan om de waarheit lief te „ hebben. Zy leert het onderſcheiden. Zy verſterkt de reden. Zy ſtrekt het „ gezicht des verſtants uit. Zy geeſt gelegentheid om over de grootheid „ der menſchelijke Ziel verwondert te zijn, en om t'erkennen dat zy niet an- „ ders, dan geeſtelijk, en onſterffelijk kan wezen.

Hier ziet men wat deze Schryver daar af zegt. Men mag dan beſluyten datter geen nuttelyker oeffening ter werelt is om de geeſt te ſcherpen. Die zich tot de ſtudie wil begeven, de letter oeffening volbracht hebbende, kan niet beter doen als deze voor zijn tweede aanvangen, om dat hy, deze kennende, met meerder ſpoet in zijn voorgenomene zal vorderen, en met meerder fondament daar in zal voortgaan, en alzoo eerder tijt winnen als verliezen. Is hy maar van een gemeen begrip, zoo ſtaat dan wat goets van hem te hoopen, daar hem anders de duyſterheid in de bevatting, en de lang-

 wylig-

wyligheid van de ſtudi, veeltijts doet wanhopen om tot een goet eynde te geraken. De ondervinding leert ons dat veele, in 't geene zy voornemen, blyven ſteken, maar de Matheſis voor af hebbende, zal dit zelden gebeuren. Hy hen gemakkelijk vindende om te verſtaan, en alzoo goede voortgang doende, zal hem gemoedigt vinden om te vervolgen, en alzoo gewiſſelijk tot een goed eynde geraken.

Die geen Student wil worden, kan echter niet beter doen als zijn eerſte opmerking, die hy in de werelt wil nemen, hier in te beſteden, zoo hy ſlegs gelegentheid heeft om twee of drie uren des daags hier toe te beſteden, en dat een jaar te volharden.

Imant dan begerig zijnde om zich in deze konſt te oeffenen, moet voor al uit zien naar een goede leytsman, dewijl het onderſcheit zeer groot is: 't is geen Meeſter die alleenlijk de konſt verſtaat, maar wel die hen aan andere op een bequame wyze weet mede te deelen. Die de voornoemde nuttigheden uyt de Matheſis zelfs niet getrokken heeft, zalze aan een ander niet konnen tonen, en alzoo zalmen gevaar lopen dat voordeel daar door te genieten: als de Meeſter een pedant is, een diſcipel zal niet veel beter werden; ten minſten hy zal veel van die beſmettelijke ziekte, die de onderwyzers zoo eigen ſchijnt te wezen, overerven, en moeyten hebben zich in een natuurlijke geſtalte te herſtellen: een Meeſter die niet weet te geven en te nemen, te lichten en te ſwaren, of die zich niet, in alle gelegentheden, weet te voegen, zoodanig dat alles ten meeſten nutte van den diſcipel ſtrekt, is niet veel waart: die de fondamenten en de gevolgen van dien alle op een zelfde wyſe verhandelt, verlengt de Study, en beſwaart den leerling: die het verſtant van iemant niet kan te gemoet komen, en zijn gedachten onderſcheppen, is geen goede herder: en die alles niet op een lichte en een behagelyke wyze en weet voor te dragen is een melancolyken leytsman. Een goet onderwyzer moet de konſt wel verſtaan, hen konnen intrekken en uitbreyden naar gelegentheid, de doolpaden kennen, en de rechte weg op een gemakkelyke wyze weten aan te wyzen, die middelen niet vergetende te gebruyken waar door men komt te behouden dat men ontfangen heeft; en daarom moet hem bewuſt zijn op wat wyze de Memory verſterkt en ook verzwakt wert.

Een zoodanigen leytsman verkregen hebbende, ziet hier dan wat de plicht van een leerling zal wezen.

III. De Methode, of de manier om wel te Studeren.

Als men dan een Leermeeſter verkozen heeft, met die omzichtigheid als nu verhaalt is, zoo moet men zich in alles gelaten ſtellen: men moet niet

niet denken dat men iets weet van de konſt, en ook iets van de manier der leyding; het moet ons evenveel wezen wat ons geleert, en op wat wyze het voorgedragen wert: de armgeeſtigheit is de eerſte les die een diſcipel heeft te betrachten; de ootmoedigheid moet deze volgen: men moet echter hier in maate houden: men moet niet denken dat men bot, of onbevattelijk is, ook niet dat de konſt ſwaar is, om dat dit dingen zijn die ons nadeel konnen toebrengen: men moet niet al te groote drift, of al te veel yver gebruyken, en ook niet te weynig: de groote is hinderlijk als men niet weet wat weg dat men moet inſlaan, en voordeelig als men koers gevat heeft; de kleene doet ons dan weynig ſpoejen, daar de groote ons dan veel wegs doet afleggen. De Ziel van alle menſchen is even vernuftig; het onderſcheit beſtaat in de ongelyke getempertheit van de lichamen, en in de ongelyke leyding van de gedachten: elk temperament heeft zijn voor en nadeel: de vogtige Studeren gemakkelijk, maar verſtaan ſwaarmoedig; de drooge konnen niet lang aanhouden, maar bevatten zeer veerdig; de middelmatige valt wel geen van beyde ſwaar, maar ook geen van beyde heel licht: de twee eerſte temperamenten konnen echter al te veel uytſteken; die al te vogtig van harſenen zijn, zijn onbequaam, en ook die al te droog zijn; hierom verwerptmen de al te jonge, en ook de al te oude.

Niets is 'er dat ſwaar valt om te verſtaan als de zaak wel voorgedragen wert, zoo men 'er aandacht by voegt: wanneer een Meeſter een afleiding maakt op die wyze als de natuur hen voortbrengt, of zoodanig dat het beginſel eerſt voortgedragen wert, het geene daar uyt volgt het twede, en dat uyt deze voortkomt het darde, en zoo voort, zoo zal het een aandachtig gemoet niet ongemakkelijk vallen te begrypen wat 'er gezegt wort: het is de plicht van een Meeſter deze twee ſwarigheden weg te nemen; der leerlingen botheid, en de ſwaarheid van de konſt; en 't is die van een diſcipel aandachtig te wezen als iets voorgehouden wert. In zulken geval zal de ſpreuk geen proef houden die zegt, *konſt te leren is verdriet*, en in een nuttelyke wetenſchap ook niet het volgende, *Als men ze kent men achtze niet.*

Over zijne aandacht is men gemeenlijk zeer wel vergenoegt, meenende dat daar aan niets en zal gebreken: maar men ſtreelt zich gemeenlijk in de vermogens van de Ziel, en voornamelijk in deze hoedanigheid: en alhoewel de opmerking die in de Wiskunſt moet gebruikt werden het beſte behulpmiddel tegen deze quaal is, zoo zullen wy echter, voor af, daar toe zo veel aanwenden als mogelijk is.

Van de goede Aandacht.

Goede aandacht is niet anders als alleenlijk te denken op het geene ons voorkomt. Dewijl het onmogelijk is op twee dingen gelijk te denken, of om dat het niet doenlijk is iets te verſtaan als ons twee dingen te gelijk voorkomen, zoo volgt dat het nootzakelijk is, zal men goede aandacht hebben, dat men alle voorwerpen zoo veel weere als mogelijk is. De ondervinding leert ons dat de blinde en doove menſchen gemeenlijk ſchranderder van begrip zijn als de andere van zoodanigen opvoeding: waar uyt komt dit anders van daan als dat haar ziel minder ſteurnis ontfangt in de denking.

Als het lichaam gezont is, of dat het de ziel door eenige pijn niet laſtig valt, zoo moet men het daar en boven, met zoberlijk te eten en te drinken, in zulken ſtaat houden dat het niet te veel heumeuren ontfangt, dewyl die de aandacht hinderlyk zijn: als men zich altijt wil op vullen met ſpijs en drank, ſchoonze niet fumeus is, zoo zalmen meeſtendeels de harſenen vol damp hebben, waar door het zal komen te gebeuren, dat, wanneer men zich wil voegen in de ſtaat om aandacht te konnen gebruyken, men liever zal willen ſlapen als mediteren: de ſtilte zal ons doen geuwen en gapen, daarze ons anderzints tot opmerken bequaam maakt. Men zal ook bevinden dat men veel ſcherper en prompter van gedachten is als de ſpijs uyt de maag verteert is, als dan wanneer men even gegeten heeft. 't Is dan beſt dat men niet meer eet en drinkt als van noden is om het lichaam te voeden, en dat men, of geheel nuchteren ſtudeert, of drie of vier uren na dat men ſpyſe genoten heeft.

Een plaats daar het ſtil is, en daar het oog weynig voorwerpen kan beſchouwen, zal ons voordeel toebrengen.

Als ons iets voorgedragen zal werden zoo moet men aanſtonts zijn oren open zetten: men moet niet zoo ſteeg van gedachten zijn dat men hoorende ſchijnt doof te wezen; noch ook niet zoo ſlau, of luy, dat men wakende ſchijnt te ſlapen: die zoo lang aan zijn oude gedachten blijft hangen, of die zoo traag tot opmerking komt, dat 'er al een deel van de reden gepaſſeert is eer hy aandachtig wert, zal zelden iets van het overige verſtaan, en alzoo zal alles voor hem vruchteloos gezeid wezen.

Wanneer ons iets gezegt wert moet men geen beweging met het lichaam maken, en ook niet zijn oogen laten gaan hier en ginder, maar men moet zich in alles ſtil houden, op dat men de hinderpalen zoo veel ſchuwe als mogelijk is: maar voor al moet men uyt zich weeren alle invallende gedachten, en ſchoon dit niet altijt in onze macht is, zoo doet de goede gewoonte echter hier veel toe. Een ſterke drift, om het geene aan te horen dat ons voorgedragen zal werden, is een groot tegengift voor dit quaat.

Van de goede Memory.

't Is niet genoeg dat men een zaak wel verſtaat, maar het nuttelijkſte is dat men hen wel onthoudt. Zonder memory bleefmen altijt kinderen, hoe veel men het verſtant ook indrukte.

De-

VOORREDEN.

Dewijl de memory niet anders is als een aaneenſchakeling der gedachten, zoodanig, dat de eene gaande gemaakt zijnde, de andere, aan deze gevoegt wezende, daar door levendig word, zoo blijkt, om een goede geheugnis van een zaak te hebben, dat men de gedachten van hen wel moet aan een voegen. Hier toe werden twee dingen vereyſcht, wel gekoppelt en dat krachtig genoeg.

Men koppelt de gedachten wel aan malkander als 'er geen andere tuſſchen beyde ingevoegt zijn; en ze zijn krachtig genoeg alsze ſterker aan een gebonden zijn als eenige van deze aan andere die deze zaak niet en raken.

Indien *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* denkbeelden zijn die tot een zaak behoren om hen te verſtaan, zoo zullenze wel gekoppelt wezen alsmen denkt van *A* op *B*, van *B* op *C*, en zoo voort, zonder andere, *G* of *H*, die hen niet en raken, hier tuſſchen in te voegen; en zoo men deſe *G* en *H* tuſſchen de denkbeelden *D* en *E* hadde ingevoegt, zoo ſal echter de koppeling krachtig genoeg weſen, als *D* aan *E* ſterker gebonden is als *D* aan *H*.

Als men een zaak wel verſtaan heeft, zoo is't zeker dat men zijne denkbeelden wel gekoppelt heeft, om dat dit verſtant, zonder deze natuurlijke aaneenſchakeling, niet kan verkregen werden; men heeft dan alleenlijk de tweede condity te betrachten; te weten, hen krachtig genoeg te binden, waar toe niet anders vereyſcht wert als dat men die zaak met een groote klaarheyt herdenkt: dit meer als eenmaal doende, en op verſcheyde tyden, zal niet als dies te beter zijn; gelijk de ondervinding beveſtigt.

Men moet dan, een zaak door onderwyzing verſtaan hebbende, hen terſtont by zich zelfs herhalen, en eenige tyt, geleden, met betrachting van meerder klaarheyt, noch eens, en daags daar aan de proef tonen voor den Meeſter; dit doende, zoo zal men daar af een goede memory hebben, die echter verbetert kan werden met de zaken die men leert met herdenking op papier te ſtellen, en noch beter zulx doende met een andere ſtyl, echter verſtaanlijk zijnde: maar dit heeft moeiten in, en zal den eenen nuttelijker zijn als den ander: een ſimpele uytſchryving, gelyk van veele gedaan wert, is van weynig nuttigheyt, dewyl het al met aandacht gecopieert werdende, van geen meerder uytwerking is als een enkele herdenking die wat langzaam geſchiet. Meeſtendeel zal de aandachtige herlezing, en voornamelijk der beknopte herdenking buyten het Boek, ons veel voordeliger wezen, als minder tyt verſpillende, en zoo veel of meerder geheugenis gevende.

Als men een zaak herdenken wil, zoo moet men niet wilt te werk gaan: men moet met een bezadigt gemoet beginnen: men moet zorg dragen hen aan het rechte eynde aan te vatten; en men moet met een ſtille aandacht de draat opvolgen: die met een beſlommerde geeſt begint; die het evenveel is waar hy een zaak komt aan te vatten; en die met een woelende drift, zonder eenige order te houden, hen achtervolgt, zal zeer licht zijn memory meer verſwakken als verſterken.

Men moet ook onderſcheyt maken tuſſchen zaken dat fondamenten zijn,

of

of die veel moeten gebruykt werden, en tusschen andere die zoo veel niet te pas komen: indien men de gronden niet wel onthouden heeft, zoo zal men daar na, wanneerze moeten gebruykt werden, zich zeer verlegen vinden; en zoo men haar dan niet erinnert, zoo zal men of niet konnen voortgaan, of men zal in veele doolingen vervallen. De ervarentheyt heeft ons geleert dat men dan zeer licht op een bloot gissen te werk gaat, en dat men gaat bouwen op losse fondamenten; hier toe vervallende, zoo wert men in veele swarigheden ingewikkelt; men gebruykt valze beginzelen zoo wel als waarachtige, en men heeft dan veel moeiten deze wederom af te wennen: de memory brengt alles voort wat men in hen gezaait heeft, zoo wel het quade als het goede: men moet zich dan wel wachten ramender wyze te procedeeren.

Die naar alle deze vermaningen noch zoo goet van geloof is, dat hy meent alles te zullen onthouden dat hy eens verstaan heeft; of die noch zoo achteloos is, dat hy alles het eene oor laat uytgaan dat hem door 't andere is ingekomen; of die dan noch zoo luy, of murw is, dat het hem te veel werk is eens weer te herdenken dat hy alrede geleert heeft, die zullen wy niet aanspreken voor datze de vruchten daar van gewaar worden, en ondervinden dat'er niets zonder moeiten verkregen wert.

Dit is alle het geene men, Leerling zynde, heeft waar te nemen; eenige bezonderheden, die met voordacht overgeslagen zijn, zullen in het werk verhaalt of mondeling gezeyt worden; 't gene ymants plicht is; den staat van Leerling verlaten hebbende, zal in 't eynde aangewezen werden. Wy zullen dan af korten, en wenschen u alle voorspoet die een goet student kan deelachtigh worden.

Amsterdam den 12 Maart 1676.

A. de GRAAF.

MATHE-

MATHEMATICA, of WISKONST,

HET EERSE BOEK,

Van de

PROPORTIEN,

Of Evengeredigheden der grootheden in 't algemeen.

DIt is het geene wy in dese voorgenomen hebben te verhandelen: de voornaamste hoedanigheden zullen wy alleenlijk aanroeren, niet alleen om de kortheit te betrachten, maar ook om dat de andere, met een weynig aandacht, uyt dese sullen openbaar wezen.

By *proportie* of *evenredigheit* verstaan wy de gelijke over een koming die zy onder elkander hebben, gelijk hier na bestiptelijk zal bepaalt worden: en by *grootheden in 't algemeen*, verstaan wy alle grootheden die in de Mathesis, of die in de Wiskonst, aangenomen werden, en tegen malkander vergelijkelijk zijn, hoedanig in de Telkonst het getal is, en in de Meetkonst de rechte lijn, &c. Verstaat dan by het woort grootheit deze alle.

Twee fondamentale wetenschappen zynder in der Mathesis, de kennisse van de getallen en van de lynen, &c. beyden hebbenze de hoedanigheden, die wy in deze voornemen te verhandelen, gemeen, en daarom laaten wy deze de eerste plaats in de Mathematica bekleeden.

Twee goetheden zijn gelijk *of* ongelijk.

De Eygenschappen van de *gelijke* grootheden zijn alle zeer klaar, en konnen voor exiomata, of algemeene kundigheden, ingevoert werden: gelijk deze zijn,

Gelijke by gelijke gedaan, de sommen zijn gelijk.
Gelijke van gelijke afgenomen, de resten zijn gelijk.
Van gelijke, zijn de gelijkvoudige mede gelijk.
Van gelijke, zijn de gelijke deelen mede gelijk.

De *ongelijke* Grootheden hebben meerder eygenschappen; en alhoewel sich de zelve met de eerste opslagh zoo eenvoudigh, en zoo klaar niet en zullen vertoonen, zoo zullen ze echter, naar een weynigh opmerkens, even zoo baarblijkelijk zijn als hoedanigheden van de gelijke grootheden.

De voornaamste hoedanigheden der ongelijke grootheden zijn die geene dewelke sy hebben ten opzicht van de maat die haare ongelijkheit afmeet. Zoo b en c twee ongelijke grootheden zijn, men meet haare ongelijkheid af met te zeggen dat b tot c is als d tot f. aanmerkende de maat van d tot f voor bekender als die van b tot c. Men meetze ook wel af door getallen, zeggende b tot c te zijn als 2 tot 3, of als 1 tot 2, of door andere bekende grootheden, hoedanigh datze ook zouden mogen wesen. En dewyl b tot c zoodanigen overeenkoming heeft als d tot f, of met andere woorden, om dat b tot c gelijkredig is als d tot f (want by *Reden* wert niet anders als de *overeenkoming* verstaan) daarom werden dese b, c, d, f, *gelijk* of *evenredige* grootheden genaamt.

Ik verzoek eenige benamingen van de Arithmetica, of van de Telkonst, te mogen invoeren zonder hen bestiptelijk alvoren te bepalen, als vergaren, aftrekken, vermenighvuldigen en deelen; en ik gelove dat gy dit zonder eenige schreum kont toelaten, terwyl ik oordeele dat haare betekenis U L. wel bekent is, altoos voor zoo veel wy hen zullen gebruyken.

Laat my toe dat ik voor het beloop van b en b, stelle $2\,b$: voor dat van $2\,c$ en $3\,c$, $5\,c$, en zoo voort.

Dat ik $3\,b$ stelle voor de rest trekkende $2\,b$ van $5\,b$; of trekkende b van $4\,b$, &c.

Mede, dat ik $6\,b$ mag zetten voor het vermenigvuldigde van $2\,b$ met 3, of van $3\,b$ met 2, of van b met 6, &c. $b\,c$ voor de uytkomst multiplicerende b met c, of c met b: $b\,c\,d$ voor het zelvige van b met c en de uytkomst noch met d; of voor het vermenighvuldigde van b met $c\,d$; of van $b\,c$ met d; of van $b\,d$ met c.

En voor het laatste, dat ik het tegendeel van dit mag gebruiken in de deeling, te weten, dat $3\,b$ de uytkomst is, deelende $6\,b$ door 2; 2 voor het zelvige deelende $6\,b$ door $3\,b$; en c voor het quotient deelende $c\,b$ door b, of $b\,c\,d$ door $b\,d$.

Laat niet na deze manier van stelling der uitkomsten een weynig te oeffenen, in korten tijt zult gy hen gewent zijn, en zeer licht bevinden: hier naar wert ze veel gebruykt.

Om nu weer ter zake te komen: het is niet genoeg dat wy zeggen dat b tot c zoodanigen reden heeft als d tot f, wy moete naukeuriger gaan zullen wy'er iets op vesten; wy moeten eenige eygenschap van vergaring, aftrekking, vermenigvulding of deeling in hen aanmerken, om dat wy zaken van die natuur zijnde, daar van willen aflijden.

Laat ons dan zeggen dat b zulken deel is van c als d een deel is van f; of dat b zoo veelvoudig c is als d het is van f, om dat deze eygenschap de gelijke overeenkoming volmaaktelijk uytdrukt; en zoo gy'er schreum in hebt, zoo laat ons toe, de grootheden die deze eygenschap hebben, evenredige te noemen, dewijl 't aan ons zelven toestaat de dingen namen te geven naar ons welgevallen. Wy zullen hen dan dus bepalen:

BEPALING. *Zoo van vier grootheden, het eerste het zoo veelde deel is van het tweede als het derde van het vierde: of ook, zoo het eerste zoo veelmalen het tweede begrijpt als het derde het vierde, zoo noemen wy deze grootheden evenredige, of wy zeggen de eerste tot de tweede zoodanigen reden te hebben als de derde tot de vierde.*

Om de verbeelding in 't gemoet te komen, zoo laat ons, in plaats van b, c, d, f; deze

b — $3b$ ═══ c — $3c$, of

$3b$ — b ═══ $3c$ — c stellen, in welke dat men de eygenschappen, hier even aangetekent, klaarlijk bespeurt, door de getallen 3, 3 daar by gevoegt; en zoo men in plaats van de getallen, die in 't oneyndig anders en anders konnen genomen worden en evenwel even groot blyven, een letter stelt, by voorbeelt d.

zoo is 't, b — db ═══ c — dc,

en db — b ═══ dc — c

Wy zullen zomtijts het eerste, en zomtijts het laatste gebruiken, naar gelegentheit van de zaak, om hen dies te klaarder voor te dragen.

Verstaat by het eerste streepje — *tot*, by de middelste ═══ *als*, en by het laatste — mede *tot*: zoo zal 't even veel zijn of wy hen dus b — bd ═══ c — cd, dan of wy hen dus, b tot bd als c tot cd beschryven, en gy zult onze mening observeren.

Wy konnen in de grootheden, die evenredig zijn, aanmerken een *gebondene*, en ook een *Ongebonde* evenredigheit.

Het eerste heeft plaats als b tot c is als deselve c tot d, en in zoodanigen geval hebben de grootheden b, c, d, een gebondene evenredigheid, om dat c aan beyde de redenen vast is. Maar zoo b tot c is als d tot f, gelijk hier boven, zoo zijn de grootheden in reden niet aan een gebonden, om dat in de leste reden, in plaats van c, de grootheit d aan f gebonden wert.

De eerste gebondene evenredigheit kan men in gelijke gedaante als de laaste stellen, de middelste grootheit tweemaal nemende, te weten, b — c ═══ c — d, of de laatste aan de eerste, ingeval dat d gelijk c is, en anders niet.

In deze beyde kan men *twee voorgaande* en *twee volgende* aanmerken: als b tot c is gelijk d tot f, zoo werden b en d de *voorgaande* genoemt, en c en f de *volgende*. b is de eerste, of de *voorgaande* van b en c, die redig zijn, en d de *voorgaande* van d en f, die mede redig zijn: c is de *volgende* van de twee eerste redige, en f is de *volgende* van de laatste redige. In de gebondene evenredige, als b — c — d, is c volgende ten aanzien van b en c, en voorgaande ten aanzien van c en d, en om dat deze beyde de plaatzen bekleet, daarom wert deze *middel evenredige* genaamt.

'tIs klaar dat de gebondene evenredige deselve hoedanigheden zullen hebben als de ongebondene, de middelste tweemaal aanmerkende, in *volgende* en in *voorgaande*, om datse als dan de zelfde eygenschap hebben, maar se zal wel iets besonders konnen hebben om datse iet eygens in hare bepaling heeft. 't Geen wy dan van de ongebondene komen te bewijzen, zal met eene van de gebondene bewezen zijn. 't Geen deze laatste aanmerkens waardig heeft zullen wy afsonderlijk voordragen.

VOORSTELLEN behelzende de voornaamste hoedanigheden van vier evenredige grootheden.

I. VOORSTEL.

Indien vier grootheden evenredig zijn, zoo is het vermenigvuldigde van de twee uytterste even aan het zelvige van de twee middelste.

b — $3b$ ═══ c — $3c$

$3bc$

$3cb$

dit is de voornaamste eygenschap van de vier evenredige; sulx blijkt uyt het nevenstaande. In het eerste is het vermenigvuldigde van de uytterste $3cb$, en het zelvige van de middelste $3bc$; en in het tweede, van de uytterste bdc,

b — db ═══ c — dc

dbc

bdc

en van de middelste dbc. Nu is het klaar dat $3cb$ is gelijk aan $3bc$, en bdc gelijk aan dbc. $3cb$ en $3bc$ zijn beyde 3 maal het vermenigvuldigde van b met c, en bdc, dbc is beyde het vermenigvuldigde van b, d, en c met malkander.

Hier uyt, en uyt het geene wy hier even te voren van de gebondene evenredige gezegt hebben, blijkt,

Zoo drie grootheden gedurig evenredig zijn, dat het vermenigvuldigde van de twee uytterste even is aan het vierkant van het middelste.

Verstaat by vierkant het vermenigvuldigde van een grootheit met zich zelfs;

b — c — d

c

verm.

cc

bd

dat is, zoo b, c, d gebonden, of gedurig, evenredig zijn, dat bd, het vermenigvuldigde van de twee uytterste b en d, even is aan cc, het vermenigvuldigde van het middelste c met zich zelfs, of zijn vierkant.

Wy hebben dit aangetekent om dat het van veel gebruykt is.

II. VOORSTEL.

Zoo, van vier grootheden, het vermenigvuldigde van de uytterste even is aan het zelvige van de twee middelste, zoo zijn deze vier grootheden evenredig.

Dit is het omkeerzel van het voorgaande. Laat b, c, d, f vier grootheden zijn, en zoodanig, dat bf, het vermenigvuldigde van de twee uytterste, even is aan cd, het zelvige van de twee middelste; ik zegge, dat b dan tot c is als d tot f.

't Bewijs. Genomen b was tot c als d tot g.

Zoo is, na 't 1 voorstel, bg gelijk cd.

Maar na 't gegeven is, bf gelijk cd.

En

En dewijl bg en bf beyde gelijk aan een zelfde cd zijn, zoo is mede

$$\frac{bg \text{ gelijk } bf}{\text{beyde gedeelt door } b}$$

komt g gelijk f

Maar $b - c = d - g$ na 't gesupponeerde, of vooronderstelde,

Dies is ook $b - c = d - f$, om dat bewezen is g en f gelijk te zijn. 't Geen te bewyzen was.

't Lust ons de eygenschap van dit Voorstel aan de ●●gebondene mede toe te eygenen, en te zeggen

Indien van drie grootheden, het vermenigvuldigde van de twee uytterste even is aan het vierkant van het middelste, zoo zijn deze drie grootheden gedurig evenredig.

Om dat dit mede van een groot gebruyk is. Dat is, indien b, c, d, drie grootheden zijn, en dat bd, het vermenigvuldigde van de twee uytterste, even is aan cc, het vierkant van het middelste, zoo zyn deze b, c, d, gedurig evenredig. b is tot c als c tot d. en dit is t'eenemaal openbaar uyt het bovenstaande, als een klaar gevolg van het zelvige zynde.

Hier uyt zyn openbaar de drie volgende voorstellen, hebbende een zeer groot gebruyk.

III. Voorstel.

Van vier evenredige, grootheden is het eerste tot het darde als het tweede tot het vierde.

dat is, b tot c als db tot dc.

IV. Voorstel.

Van de zelve is het tweede tot het eerste als het vierde tot het darde.

dat is, db tot b als dc tot c.

V. Voorstel.

En ook, het darde tot het eerste als het vierde tot het tweede.

dat is, c tot b als dc tot db.

Algemeen bewijs op deze drie voorstellen. In yder is 't vermenigvuldigde van de twee uytterste gelijk aan het zelvige van de twee middelste, te weten:

bdc gelijk cdb : dbc gelijk bdc: en cdb gelijk bdc.

In alle zijn deze bdc, &c. het vermenigvuldigde van b, c en d door malkanderen; en daarom zijn, na het tweede Voorstel, deze drie Voorstellingen alle waarachtig. Wy mogen dan zeggen, indien bf is gelijk cd.

dat $b - c = d - f$.
of $b - d = c - f$.
of $f - c = d - b$.
of $f - d = c - b$.
of $c - b = f - d$.
of $c - f = b - d$.
of $d - b = f - c$.
of $d - f = b - c$.

Om dat (in deze alle) cd gelijk bf is. Nemende van bf en cd eerst een naar believen, by voorbeelt, van de bf eerst de b, dan van cd ook een naar believen, als de c; dan moet men de overige van deze cd stellen, te weten de d, en dan de overige van bf, dat is de f: en men mag dit zoo menigmaal veranderen als men kan, alleenlijk waarnemende dat men voor de leste die geene neemt die by het eerste vermenigvuldigde gevoegt is geweest.

VI. Voorstel.

Zoo vier evenredige, met vier andere evenredige vermenigvuldigt, *of daar door* gedeelt *werden: de uytkomsten zijn mede evenredig.*

dat is, op het eerste, van de *vermenigvuldig.*

Indien $b - 3b - c - 3c$
ook $d - 2d = f - 2f$ } deze zijn evenredig, om dat de vermenigvuldigdens van de uytterften en middelsten gelijk zijn.
verm. ———
zoo is $bd - 6bd = cf - 6cf$

Want het vermenigvuldigde van de uytterste en middelste is in beyde $6cfbd$: en daarom is $bd - 6bd = cf - 6cf$, na het tweede voorstel.

Op het tweede, van de *Deeling.*

indien $bd - 6bd = cf - 6cf$
ook $d - 2d = f - 2f$ } deze zijn evenredig, om dat het deselve van hier boven zijn.
ged. ———
zoo is $b - 3b = c - 3c$

Want het vermenigvuldigde van de uytterste en middelste is gelijk, of het zijn de zelfde van hier boven.

Hier uyt is openbaar,

Indien vier grootheden evenredig zijn, dat ook haare Vierkanten, haare Teerlingen, &c. evenredig zijn. Gelijk mede haare Vierkante wortels, haare Teerlingze wortelen, &c.

Verstaande by het vierkant van een grootheit het vermenigvuldigde van die grootheid met zich zelfs, by de Teerling het Vierkant noch eens met de grootheit: by de Vierkante wortel een grootheit, die met zich zelfs vermenigvuldigt zijnde, de grootheit, daar uyt ze de wortel is, wederom voortbrenght, en by Teerling ze wortel een zoodanige die eens met zich, en het komende nog eens daar mede moet vermenigvuldigt werden eer ze die grootheit voortbrengt daar uyt ze de Teerling ze wortel gezegt wert te wezen. bb is het Vierkant van b, en bbb de Teerling: b is de Vierkante wortel uyt bb, en de Teerling ze wortel uyt bbb.

Indien de groothed. $b - c = d - f$ evenredig zijn, en vermenigv. werden met zich zelfs. $b - c = d - f$ die ook evenr. zijn

komt $bb - cc = dd - ff$ de vierkanten.
deze noch met $b - c = d - f$

komt $bbb - ccc - ddd\ fff$ de Teerlingen, van deze grootheden: beyde, Vierkanten en Teerlingen, zijn evenredig volgens het eerste van dit VI. Voorstel.

de grootheden $bb - cc = dd - ff$

ook $bbb = ccc - ddd - fff$ zijn beyde evenredig, gelijk nu even getoont is, de Vierkante wortel uyt het eerste, en de Teerlingze wortel uyt het tweede is in beyde

$b - c = d - f$, en deze zijn mede evenredig, niet alleenlijk uyt het tweede deel van dit VI. Voorstel van de deeling, om dat ze daar uit voort komen, maar ook baarblykelijk uyt dit laatste van de Vierkanten en Teerlingen, voortgaande van onderen naar bovenen, of van het laatste tot het eerste.

VII. Voorstel.

Zoo twee ongelijke grootheden met een zelfde vermenigtvuldigt *of door een zelfde grootheit* gedeelt *werden: de uytkomsten zijn evenredig met de eerste.*

Verstaat dat de uytkomsten tot malkander zoodanigen reden hebben als de geene die vermenigvuldigt, of gedeelt zijn.

de ongelijke grootheden $\underbrace{b \text{ en } c}$

beyde met d vermenigvuldigt,

zoo is $bd - cd = b - c$

de ongelijke grootheden $\underbrace{bd \text{ en } cd}$

beyde door d gedeelt,

zoo is $b - c = bd - cd$

Om reden dat in beyde het vermenigvuldigde vande uytterste en middelste gelijk is: in de eerste is 't bdc gelijk cdb, en in de laatste is bcd gelijk cbd: en zyn daarom evenredig na het tweede Voorstel.

Uyt dit eenige zijn openbaar verscheyde hoedanigheden der evenredige grootheden, die van een groot gebruyk zijn, en vervat werden in de twee volgende voorstellen.

VIII. Voorstel.

Zoo van vier evenredige grootheden, een voorgaande *en zijn* volgende, *beyde met een zelfde* vermenigvuldigt, *of daar door* gedeelt *werden: de uytkomsten zijn evenredig met de twee overige.*

dat is, indien $\underbrace{b - c} = d - f$, evenredig zijn.

vermenigv. met g

komt $bg - cg = d - f$, deze zijn dan mede evenr.

mede, indien $\underbrace{bg - cg} = d - f$, evenredig zijn

gedeelt door g

komt $b - c = d - f$, deze zijn dan mede evenr.

Want in beyde is de reden van bg tot cg, als de reden van b tot c, na het VII. Voorstel, en de reden van een van deze is even aan de reden van d tot f, daarom ook de overige.

IX. Voorstel.

Zoo van vier evenredige grootheden beyde de voorgaande (*of* beyde de volgende) *met een zelfde* vermenigvuldigt, *of daar door* gedeelt *werden, zoo zijn de uytkomsten, en de andere in rang volgende, evenredig.*

Dat is, de uytkomst van de eerste voorgaande tot zijn volgende, als de uytkomst van de tweede voorgaande tot zijn volgende:

dat is, indien $\underbrace{b - c = d} - f$, evenredig zijn.

vermenigv. g

zoo zijn $bg - c = dg - f$ mede evenredig.

mede, zoo $\underbrace{bg - c = dg} - f$ evenredig zijn.

gedeelt g

zoo zijn $b - c = d - f$ mede evenredig.

Want in beyde is, na het VII. Voorstel, de reden van bg tot dg als die van b tot d, en de reden van een van deze is even aan de reden van c tot f, na het III. Voorstel, en daarom ook de overige; zulx dat, in 't eerste, de reden van bg tot dg is als die van c tot f, en overzulx $bg - c = dg - f$, en, in het tweede, b tot d als c tot f, en by gevolg ook $b - c = d - f$. *'t Geen, &c.*

X. Voorstel.

Indien by twee ongelijke grootheden, vergaart, *of van de zelve* afgetogen *werden twee andere, die met deze gelijkredig zijn: zoo zijn de uytkomsten gelijkredig met de twee eerste, of ook met de twee laatste.*

Indien b is tot c

als d is tot f.

vergaart

zoo is g tot h, als d tot f, of als b tot c.

afgetogen

zoo is k tot l, als d tot f, of als b tot c.

Bewijs. Na het III. Voorstel is b tot d als c tot f, en over zulx, na de bopaling van de evenredige, begrypt b zoo veel malen de d als c de f. Nu is het openbaar dat g de d eenmaal meer begrypt als b hen doet, ook h eenmaal meer de f als c zulx doet, en daarom begrypt g zoo menigmaal de d als h de f, te weten yder eenmaal meer als b en c, en derhalven is g tot d als h tot f, volgens de bepaling der evenredige, of g is tot h als d tot f, na het III. Voorstel, of ook als b tot c, om dat deze een zelfde reden hebben als d tot f, na het gegevene. 't Geen voor eerst te bewyzen was.

Op de zelfde manier wert mede bewezen dat k tot l is als d tot f, of als b tot c, aanmerkende dat k de d eenmaal minder begrypt als b, en l eenmaal minder de f als c.

Het

Het heeft my goet gedagt dit zodanig te bewijzen, om allengskens de manier der Wiskonstige betogingen te leeren verstaan, en de kragt van dien te leeren kennen, die gewoon is buyten alle verbeelding de waarheit te begrijpen: maar die te baat nemende, zoo is het zeer gemakkelijk te verstaan, gelijk blijkt uyt het onderstaande.

$3b$ is tot $3c$
als b is tot c

vergaart ——————

zoo is $4b$ tot $4c$, als $3b$ tot $3c$

afgetogen ——————

zoo is $2b$ tot $2c$, als $3b$ tot $3c$.

of noch anders dus,

b is tot db
als c is tot dc

vergaart ——————

zoo is b en c tot db en dc, als b tot db.

afgetogen ——————

zoo is b min c tot db min dc, als b tot db.

In beyde is het vermenigvuldigde van de uytterste en middelste even aan malkander.

op de som is bdb en cdb gelijk dbb en dcb.

op de rest is dbd min cdb gelijk dbb min dcb.

In beyde gelijk zijnde: dit bewys is zoo krachtig als het eerste.

Gelijk uyt het VII. Voorstel twee andere openbaar wierden, zoo is het ook mede gelegen met dese Voorstelling, hebbende mede een zeer groot gebruyk, en worden in de twee volgende bevat.

XI. Voorstel.

Zoo van vier evenredige grootheden, beyde de voorgaande, vergaart, of afgetogen werden, zoo zijn de uytkomsten evenredig als de voorgaande tot de volgende.

dat is, indien $b — c = d — f$ evenredig zijn.

$b — c$

vergaat ——————

zoo is $g — h = b — c$, of gelijk d-f

afgetogen ——————

zoo is $k — l = b — c$, of gelijk d-f

Dit is het zelfde van het voorgaande, en daarom onnodig yets meer daar van te seggen.

XII. Voorstel.

Zoo vier grootheden evenredig zijn, en vergaart of van malkander afgetogen word yders voorgaande en volgende, zoo zijn de uytkomsten evenredig met de voorgaande, of met de volgende.

dat is, indien $\underbrace{b — d} = \underbrace{c — f}$ evenredig zijn

vergaart, komt g —— $h = b — c$, of $d — f$
afgetogen, komt k —— $l = b — c$, of $b — f$

Dit is mede het zelfde van het X. Voorstel, en overzulx mede waarachtig: de gegeve evenredige zijn aleelijk verdrayt na het III. Voorstel, de voorgaande en volgende gelijkredig stellende.

Men kan mede zeggen *dat de eerste* (of tweede *is tot de zom van de twee eerste, als de darde* (of vierde) *tot de zom van de twee laatste*, dat is, $b — g = c — h$; of ook, $d — g = f — h$: zoo mede van de rest, dat is, $b — k = c — l$, of $d — k = f — l$, en omgekeert; *de zom, of het verschil eerst stellende*, gelijk lichtelijk uyt het alrede gestelde kan bevat werden, de hoedanigheit van het IV. Voorstel hier by voegende.

XIII. Voorstel.

Indien men twee, of meermalen, vier evenredige heeft, waar in dat eenige gelijke grootheden zijn, een voorgaande *tegen een* volgende, *of* voorgaande *tegen* voorgaande, *of* volgende *tegen* volgende, *of met andere benaming, een van de twee* middelste *tegens een van de twee* uytterste, *te niet doende, (wel verstaande gelijk zijnde,) en dit zoo menigmaal als men kan: zoo zullen echter de vermenigvuldigdens, van de onder een staande, evenredig zijn, de eenheit stellende alwaarze alle uitgedaan zijn.*

Wy moeten dit met voorbeelden verklaren om dat het zonder de zelvige wat duister is.

laat. $b — c = d — f$
ook $g — h = k — l$
ook $c — m = l — n$, alle vier en vier, evenredige zijn, in dewelke c en l yder tweemaal gevonden worden, als *voorgaande* en ook als *volgende*

verm. ——————

zoo is $bg — hm = dk — fn$

daarom deze uytgelaten, en de overige, onder malkander staande, vermenigvuldigt, komt $bg — hm = dk — fn$: ik zegge dat deze evenredig zijn, blijkt hier uit:

Indien de gelijke niet uytgelaten waren. en dan vermenigvuldigt wierden, de uytkomsten $bgc — chm = dkl — fln$ zouden evenredig zijn na het VI. Voorstel, de twee voorste beyde door c gedeelt, komt bg tot hm als dkl tot fln, na het VII. Voorstel, en deze twee laatste beyde door l gedeelt, komt, na 't zelfde Voorstel, bg tot hm, als dk tot fn, het zelfde van hier boven, dat niet alleen blijkt uyt de letteren, maar ook zal het blijken als men aanmerkt dat de *uytlating* het zelfde veroorzaakt dat deze deeling uyt werkt, en om dat wy in deze geen andere uytdoening toelaten als een voorgaande tegen zijn volgende, of de voorgaande, of volgende, tegens malkander, welkers deeling de evenredigheyt bewaart, naar het VIII. en IX. Voorstel.

Zoo ziet men dan klaarlijk dat de gestelde hoedanigheit, in deze Voorstelling begrepen, waarachtig is. Maar op dat gy deze propositie, die zeer nuttelijk is, in alle zijn deelen volmaaktelijk zoud konnen gebruyken, zoo zullen wy hier noch eenige gevallen by voegen,

$$\begin{array}{rl} & b - c = d - f \\ & g - b = f - k \\ \text{vermenigv.} & \overline{bg - cb = d - k} \end{array}$$

in deze twee wert de f uytgelaten.

$$\begin{array}{rl} & b - c = d - f \\ & g - f = b - k \\ \text{vermenigv.} & \overline{bg - c = db - k} \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & b - c = d - f \\ & g - b = f - k \\ & l - m = b - n \\ \text{vermenigv.} & \overline{gl - cbm = d - kn} \end{array}$$

in deze twee werden b en f uytgelaten.

$$\begin{array}{rl} & b - c = d - f \\ & g - b = f - b \\ \text{vermenigv.} & \overline{g - c = d - b} \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & b - c = d - f \\ & d - b = g - b \\ \text{vermenigv.} & \overline{1 - c = g - fb} \end{array}$$

in deze wert b en d uytgelaten

En ik oordeel dat deze gevallen genoegzaam zullen verklaart hebben de inhout van dit voorstel, en getoont hebben haar gebruyk waar in dat het ook zoude mogen te pas komen, 't geen onze inzicht is geweest U L. kenlijk te maken.

Hier by zullen wy afkorten, oordeelende ons oogmerk in deze berijkt te hebben, dewyl wy de kortheit betrachten, en ons niet willen inwikkelen tot de hoedanigheden der bezondere, die veel in 't getal zijn, weynig voorvallen, en ook licht, als ze U L. voorkomen, uyt deze zullen konnen getrokken werden.

MATHE-

MATHEMATICA, of WISKONST,

HET TWEEDE BOEK,

Van de

ARITHMETICA.

IN het voorgaande Boek hebben wy de eygenschappen der grootheden in 't algemeen verhandelt, en voornamelijk voor zoo veel ze evenredig zijn, nu komen wy tot de zelvige in 't byzonder. De Mathimatica aanmerkt twee onderscheidene slag van grootheden, de getallen, en de lynen, &c.

Het eerste, te weten de getallen, zullen wy nu tot ons subject nemen. Wy zullen de korthcit voor oogen houden, de klaarheit betrachten, en het nootzakelijke niet vergeten. Ik zal van het begin beginnen, en aan het eynde eyndigen. Ik zal niet overslaan als 't geene u zou walgen te lezen en my verdrieten te schryven: nochtans zal ik kort wezen. Het Theoretice leest en herleest met aandacht, en het Practice volvoert met lust: dit doende, zult gy in korten tyt volmaakt werden in een kunst, die van weynige recht gekent, en die van veele voor oneyndig, of voor onuyt-leerlijk geoordeelt werd. Die de beginselen wel verstaat vordert meer in een uur als een ander in een dag: hy verkrijgt al speelende 't geene een ander door geen sweetende arbeyt kan bekomen.

I. DEEL.

Van de Telkunst, Tallen, en Talletters.

ARithmetica, *Rekenkunst, ofte Telkunst, is een wetenschap die wel leert Tellen.* Haar subject, of haar onderwerp is het getal.

Getal *is dat Afbeelt de Hoeveelheit, of de menighte.* De tekens, waar door een getal beschreven wert, zijn thien, als 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. deze noemt men Talletters, of ook Cyffers.

Eenige Talletters nevens malkander staande, zoo bediet de eerste aan de rechter zijde eenen, de tweede tienen, de darde honderden, de vierde duysenden, en zoo voort, t'elkens tienmaal, het laast voorgaande vergrootende.

Van dit, als genoeg bekent zijnde, zullen wy geen voorbeelt stellen.

Tal is *Heel* of *Gebroken.*

Heeltal *is dat afbeelt de menigte, hen beschryvende na de order nu even aangewezen.* Als 7, of 23, en diergelijke.

Brooktal, *of een* Breuk, *is een of meer deelen van een heeltal.*

Het derde deel van twee hiet een Breuk.

Een Breuk beschrijft men, stellende onder het heeltal een tal dat zoo veel eenen afbeelt als de breuk een deel is van het heeltal, en tussen beyden een streep.

Het darde deel van twee, een Breuk zijnde, beelt men af door $\frac{2}{3}$: stellende onder het heeltal 2, een tal dat zoo veel eenen afbeelt als de Breuk een deel is van het heeltal, als hier 3; dewijl de Breuk het derdedeel van 2 is. Of 2 in drien verdeelt zijnde, een deel daar van beelt men af door $\frac{2}{3}$.

Het bovenste tal van een Breuk hiet Teller, *en het onderste* Noemer.

Om dat het bovenste Telt, en het onderste Noemt, of de naam daar aan geeft. Van de Breuk $\frac{2}{5}$; hiet de bovenste 2 Teller, en de onderste 5 Noemer.

De Breuken zijn onmeetbaar en meetbaar, of liever, *ondeelbaar* en *deelbaar.*

Een Ondeelbare *Breuk is, of noemt met die, welkers Teller en Noemer* niet beyde *door een heeltal, meer als de eenheit zijnde, effen deelbaar is.*

Als $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{12}$, &c. tot de welke geen heeltal gevonden wert, meer als de eenheit wezende, dat de Teller en Noemer beyde effen, dat is zonder iets over te schieten, deelt.

Een Deelbare *Breuk is welkers Teller en Noemer* beyde *door een heeltal, meer als de eenheit zijnde, effen deelbaar zijn.*

Als $\frac{6}{9}$, van deze is de Teller 6, en de noemer 9, beyde effen deelbaar door 3, meer als de eenheit wezende.

Het getal dat deze beyde deelt hiet Talmaat, *of de* Meeter, *als hier de* 3.

II. DEEL.

Van de Hoedanighenen der Telling in 't Algemeen.

DE Telling vint door twee gegeve getallen een darde: en geschiet met de heele getallen tzeffens, of met de deelen van dien in 't bezonder: met de heele tzeffens geschiedt de Telling gemeenlijk wanneer de gegeve getallen zoo kleyn zijn dat haare menigte gevoeglijk tzeffens kan begrepen worden, ende met de deelen in 't bezonder, als ze zoo groot zijn, dat dit niet en kan geschieden.

De Telling bestaat in de overlegging der Geestallen alleen, of in de overlegging van de zelvige met vermenigvulding en deeling.

Van het eerste handelt de Vergadering en Aftrekking, en van het tweede de Vermenigvulding een deeling.

Ver-

Vergaring *(Additio) is een Telling vindende een tal dat aan twee of meer Geeftallen gelijk is,*

Als tellende 3 — ...
tot 5 ——— .....

komt 8 — ....

Vindende zoo doende een tal (als hier) 8, dat zoo veel eenen alleen af beelt als de twee Geeftallen 3 en 5 te zamen: zulke vinding hiet vergaring.

De Geeftallen, die vergaart worden, werden *Vergaartallen*, (als de 3 en de 5) en het getal, dat aan deze gelijk is, (als de 8) wert *Beloop*, of de *som*, genaamt.

Aftrekking *(Substractio) is een telling vindende een tal dat aan het verschil van twee Geeftallen gelijk is.*

Als tellende, of van 8 ..... | ...
trekkende 5 ..... |

blyft 3 ———...

Vindende zoo doende een tal 3, dat gelijk is aan het verschil der Geeftallen 8 en 5: zulke vinding hiet Aftrekking.

Het eerste der Geeftallen, als hier de 8, noemt men *Aftrektal*: het tweede, als hier de 5, *Aftrekſel*, en het verschil, als hier de 3, *Rest*.

Vermenigvulding (*Multiplicatio*) *is een telling, vindende een tal dat zoo veel malen het eerste Geeftal in sig begrypt, als een tweede Geeftal de eenheit: of als het tweede Geeftal eenen af beelt.*

3

Als tellende, of zeggende, 3 — ... 2 maal — ...

is 6 —— .../...

Vindende zoo doende een tal, als hier de 6, dat zo menigmaal het eerste Geeftal 3 in sich begrypt, als het twede Geeftal 2 de eenheit: of als het tweede Geeftal, 2, eenen af beelt: zulke vinding hiet vermenigvulding.

Het eerste Geeftal (3) hiet *vermenigtal* (multiplicandum): het tweede (2) hiet *vermeniger* (multiplicator) en de uytkomst *(6)* hiet *vermenigvuldigde* (product)

Deeling *(Divisio) is een Telling vindende een tal dat zoo veel eenen af beelt, of de eenheit zoo veel malen in zich begrypt, als een eerste Geeftal een tweede.*

6
.../...
1 1

Als tellende, of zeggende, 6
hoe veelmalen begrypt | 2 maal 2
die in zich —— —— 3
komt ————

Vindende zoo doende een tal 2, dat zoo veel eenen af beelt, of dat de eenheit zoo meenigmaal in zich begrypt, als het eerste Geeftal *6*, het tweede Geeftal 3: zulke vinding hiet deeling.

Het eerste Geeftal (*6*) hiet *Deeltal* (Dividendum): het tweede (3) Deeler (Divisor) en de uytkomst (2) *Hoe menigmaal*, of verkort zijnde, *Maal*, (Quotient).

Door deze vierderley slag van telling wer alles uytgerekent: niets kan gedaan werden zonder een van deze.

De vergaring zoekt de zom van twee getallen, en de aftrekking zoekt haar verschil: zulx dat de aftrekking scheyt dat de Addity te zamen voegt.

De vermenigvulding zoekt een tal dat ettelijke malen een ander begrijpt, en Deeling zoekt hoe veel maalen een tal in een ander begrepen is: of vermenigvulding telt een zelfde getal ettelijke malen by een, en Deeling telt een zelfde getal ettelijke malen van een: zulx dat de eene het rechte tegendeel is van de andere.

Vermenigvulding is een behendige Addity, en Deeling een behendige Substracty. 3 met 2 multipliceren-de, is zoo veel of men 3 by 3 addeerde: 3 van *6* aftrekkende komt 3, en hier van weêr de 3 rest 0; te kennen gevende dat de 3, 2 maal in de *6* begrepen is, 't geen de Divisy alleenlijk zoekt.

De Addity probeert de Substracty, en de Substracty de Addity: ook is de Multiplicaty een proef van de Divisy, en de Divisy van de Multiplicaty. 4 van 7 trekkende rest 3; deze 3 weer by de 4 vergaderende komt weer de 7. 4 by 3 adderende komt 7, hier van de 4 weer aftrekkende blijft de 3. *6* door 3 deelende komt 2, deze 2 met de 3 multiplicerende komt weer de *6*. 3 met 2 multiplicerende komt *6*, deze *6* door de 2 deelende, komt weer de 3.

sub. 7 —— 4 — rest 3 verg. gelijk 7 ——

add. 3 —— 4 — 7 sub. gelijk rest 3 ——

gelijk 6 3 2 quot. — 3 — verm. — 6

3 —— a 2 verm. — 6 a 2 3 quot gelijk

Het blykt dan, indien de som van a en 4 doet 7, dat men a vint trekkende 4 van 7. Indien de rest 3 is trekkende 4 van a, dat men a vint vergaderende de 3 en 4 te zamen. En het is klaar, indien *6* het vermenigvuldigde is van a met 2, dat a het quotient is deelende de *6* door de 2. en zoo 3 het quotient is deele a door 2, dat men a vint, multiplicerende de 3 met de 2, gelijk hier neven-

a. 4 — 7 4 — a 7 bel.

a. 4 — 3 4 — a 3 rest

a. 2 — 6 2 verm.

a. 2 3 quot. — 2 3 a — 6 a

Maar,

Maar, ingeval 3 het Quotient is, deelende 6 door *a*, zoo vint men *a* deelende de 6 door het Quotient 3, om dat *a* nu den Divisor is, daar hy hier boven het Dividendum was.

6 | ~~6~~ ~~3~~ | 2 *a*
a.
gelijk

Eer dat ik van deze Telling afkorte, zoo moet ik U L. noch eenige hoedanigheden voordragen die van een zeer groot gebruyk zijn, gelijk in het gevolg zal blijken.

I. Hoedanigheit. *Indien het Deeltal en den Deeler, of het Dividendum en den Divisor, beyde met een zelfde getal gemultipliceert, of daar door, effen opgaande, gedeelt werden, en men dan divideert, het quotient zal gelijk zijn aan 't geene dat men bekomt zulx niet doende.*

		2 verm.		2 ged.	
Deeltal	~~12~~	~~24~~		~~6~~	
Deeler	~~4~~ 3 quot	~~8~~	3 q.	~~2~~	3 q.

deze Quotienten zijn alle gelijk.

Laat het Deeltal 12, en den Deeler 4 zijn, zoo is het Quotient 3: zoo veel vint men mede vermenigvuldigende, de 12 en de 4, eerst beyde met 2 (of met een ander tal naar believen) komt 24 en 8, en dan deelde: of, de gegevene 12 en 4, eerst beyde door 2 (of een ander tal naar believen, daar door datze effen deelbaar zijn) deelende, en de uytkomsten divideert naar behoren, gelijk blykt in het nevenstaande, voor yder Quotient 3 vindende.

Dit is klaar uyt zich zelfs: het enkelt is zoo menigmaal in het enkelt begrepen als het dubbelt in 't dubbelt, en als de helft in de helft: of met andere deelen, slegt gelijk zynde. 't Volgt mede uyt het 7 Voorstel der evenredige Grootheden.

II. Hoedanigheit. *Zoo men het vermenigvuldigde van twee tallen*, a *en* b, *moet deelen door een darde getal* c, *het geeft een zelfde uytkomst, of men dit doet, dan of men eerst den Deeler* c, *met een vierde* d, *vermenigvuldigt, en dan het vermenigvuldige van* a, b, d, *door malkander deelt door het gemultipliceerde van den Deeler: of ook, dat men eerst den Deeler door een vierde* d *deelt, en mede door de zelfde* d *divideert een van de Multiplicatores,* a *of* b, *en dan het vermenigvuldigde van dit quotient met de ongedeelde, deelt door het quotient van* c.

a 16.
b 6
——— verm.
~~96~~ | 12 quot.
c ~~8~~

Laat *a* 16, *b* 6, en *c* 8 doen. *a* met *b* gemultipliceert komt 96, dit door *c* gedeelt komt 12, 't quotient: men zal mede 12 bekomen indien men eerst *a*, *b*, en *d*, (welke *d* ik gelijk 2 stelle) met malkanderen multipliceert, dat 192 uytbrengt, en dan door *d* maal *c*, dat is door 16 divideert, gelijk de tweede werking aanwijst. Mede, als men eerst *c*, en een van de vermenigvuldigers, *a* of *b*, door *d* deelt, en de uytkomsten handelt als vooren, gelijk in de darde werking te zien is.

8 *c* — *a* 16, *b* 6, *d* 2 verm.
2 *d*
verm. ——
16 | ~~192~~ | 12 quot.
~~16~~

d ~~2~~ 8 *c* / 4 — *d* ~~2~~ *a* 16 / 8
b 6
~~48~~ | 12 quot.
4

De zekerheit van dit alles blijkt niet alleenlijk door de uytkomst, maar ook uyt het geene hier even aangetekent is, dat is uyt de eerste hoedanigheid, de minste vergelijking zal dit openbaren, voor vast stellende dat het vermenigvuldige van drietallen gelijk is, welke twee dat men ook eerst met den andere multipliceert. Ook, dat de uytkomst evenveel zal zijn, of men het product van *a* en *b* door *d* divideert, dan of men eerst een van de twee, *a* of *b*, door *d* deelt, en het quotient met de overige multipliceert. Gelijk blykt in de volgende bewerking:

Op het eerste.

a 16	*a* 16	*b* 6	
b 6	*d* 2	*d* 2	verm.
96	32	12	
d 2	*b* 6	*a* 16	verm.
192 —	192 —	192 *gelijk*.	

Op hel tweede.

a 16	*d* ~~2~~ *a* 16	*d* ~~2~~ *b* 6
b 6	8	3
—— verm.	*b* 6	*a* 16
96	—— verm.	—— verm.
d ~~2~~ ——		
48 ——	48 ——	48 *gelijk*.

III. Hoedanigheit. *Als'er twee Colommen van getallen zijn, van welke het vermenigvuldigde van de eene moet gedeelt werden door het vermenigvuldigde van de ander: het Quotient zal even groot zijn, of men dit zoo simpelijk doet, dan of men by yder Colom een gelijk getal by doet; of af neemt; of een van de eene Colom met een getal multipliceert, en den Multiplicator in de andere Colom stelt; of dat men een van de eene Colom door een van de andere deelt, en den divisor uytlaat; of dat men*

men

men van elke colom een, door een zelfde getal, deelt.

1 Bewerking.

a	*b*
4	2
6	8
2	3
	5
	verm.
48	240 | 5 quot.
	48

2 Bewerking.

a	*b*
4	2
6	8
2	3
*d*7	5
	7*d*
	verm.
336	1680 | 5 quot.
	336

3 Bewerking.

a	*b*
4	$\cancel{2}$ *c*
6	8
c $\cancel{2}$	3
	5
	verm.
24	120 | 5 quot.
	24

4 Bewerking.

	a	*b*
	4	2
	6	8
verm.	$\cancel{2}$	3
	$\cancel{3}$ *e*	5
	6 *f*	3 *e*
	144	720 | 5 quot.
		144

5 Bewerking.

a	*b*
4	2
$\cancel{6}$	8
2	$\cancel{3}$
2 *g*	5
16	80 | 5 quot.
	16

6 Bewerking.

a	*b*
4	2
$\cancel{6}$ 3	$\cancel{8}$ 4
2	3
	5
24	120 | 5 quot.
	24

Laat *a* en *b* twee colommen zijn, *a* bestaat uyt de getallen 4, 6, 2, en *b* uyt de getallen 2, 8, 3, 5: het vermenigvuldigde van *b*, 240, moet gedeelt werden door het zelvige van *a*, 48, komt 5 voor het quotient, gelijk in de eerste bewerkinge te zien is: in de tweede bewerking werdt in yder een gelijk getal 7 bygevoeght: in de darde wort een gelijk getal 2, in yder uytgelaten, of weg genomen: in de vierde wert de 2, in de colom *a*, met 3 vermenigvuldigt, en het product *f* 6 in de plaats genomen, en de 3 in de andere colom *b* gestelt: in de vyfde werd de 6, van de colom *a*, door de 3, van de colom *b* gedeelt, en het quotient *g* 2, in plaats van de 6 gestelt, maar de 3 wert in *b* weg genomen: en in de seste bewerking wert de 6, van de colom *a*, en de 8, van de colom *b*, beyde door een zelfde getal 2, effen opgaande, gedeelt, en de quotienten in haar plaatzen gebruykt: en in alles is de uytkomst 5.

Wy zullen, tot bevesting van deze Hoedanigheit, niet anders zeggen als dat het een gevolg is van de tweede, dit daar by voegende, dat de eenheit (in de Multiplicaty) niets uyt en recht, gelijkze ook niet en doet in de Divisy.

't Geen in deze hoedanigheden eenmaal aangemerkt is te mogen geschieden, mag men zoo veelmalen gebruyken als men kan, of als men wil, een van die alleen, of twee, of alle te zamen: de oeffening zal ons zulx in 't volgende leeren.

III. DEEL.

Van de REGELEN *op de Telling der* Groote Heeltallen, *en ook op de Telling der* Breuken.

IN het tweede Deel is beschreven de Natuur en eygenschap der Telling van de Heeltallen, welke gebruykt kan werden in de Geestallen die zoo kleen zijn, dat haare menigte, of haare hoeveelheit dieze afbeelden, gemakkelijk zeffens kan begrepen werden: maar als de getallen zoo groot zijn dat dit niet en kan geschieden, soo is men genootsaakt andere middelen in het werk te stellen, en regelen te observeren die ons aanwyzen wat eerst en wat na moet gedaan worden; dat is, hoe men groote Heeltallen moet vergaaren, aftrekken, vermenigvuldigen en deelen: maar om dat in deze gemeenlijk de kinderen geoeffent zijn, zoo zullen wy de zelve, als genoeg bekent zijnde, overslaan, om U L. niet lastig te vallen met zaken die gy alrede weet. Wy zullen dan overgaan tot het gebruyk en de stelling van de

REGELEN *op de telling der* Breuken.

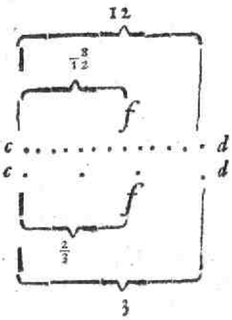
Wat een Breuk is hebben wy in het begin te kennen gegeven: hoe men deze zal Vergaren, Aftrekken, Vermenigvuldigen en Deelen, niet alleenlijk Breuken met malkanderen, maar ook Heele en Breuken te zamen, is ons voornemen in dit deel te verhandelen; alleenlijk zullen wy voor af laten gaan een Hoedanigheit, die van een groot gevolg is, te weten:

IV. HOEDANIGHEIT. *Als van twee Breuken de Tellers en Noemers evenredig zijn, of dat de Teller van de eerste zoo menigmaal is begrepen in de Teller van de tweede, als de Noemer van de eerste in de Noemer van de tweede: zoo zijn deze Breuken even groot.*

$$a\ \frac{2}{3} \qquad b\ \frac{8}{12}$$

Van de nevenstaande Breuken $\frac{2}{3}$ en $\frac{8}{12}$, hebben de Tellers 2 en 8 zoodanigen reden tot malkander als de Noemers 3 en 12: of, de 2 is in de 8, en de 3 in de 12, elk 4 maal begrepen, en deze Breuken zijn daarom even groot.

Datze even groot zijn blykt uyt haare Diffinity en uyt zeker Voorstel van 't eerste Boek, maar gemakkelijker uit de vergelijking van de teller met de noemer, voor vast stellende dat $\frac{3}{3}$, en $\frac{12}{12}$ yder *een heel doen*, dat is, is, *als de Tellers en Noemers gelijk zijn.* Men ziet dan dat aan *b* zulken deel van 't geheel gebreekt als aan *a*: aan *b* gebreekt $\frac{4}{12}$, of 4 twaalfde parten, of 1 darde part van een geheel, om dat 12 parten in deze het geheel uyt maken, zoo veel gebreekt ook aan *a*, te weten 1 part waar van de 3 het geheel uytmaken.



Of dus, aanmerkt de lijn *c d* gedeelt te zijn, onder in 3, en boven in 12 gelijke parken of deelen: zoo nu *c f* in de onderste verdeeling, twee begrypt, zoo is het openbaar dat deze *c f* in de bovenste verdeeling zal 8 deelen begrijpen; en alzoo blijkt dat $\frac{8}{12}$ en $\frac{2}{3}$ een zelfde deel van een geheel zijn, of dat deze Breuken even groot zijn, en men ziet ook dat de bovenste deelen van *c f* zoo wel 4 maal meer zijn als de onderste van *c f*, als de bovenste deelen van *c d*, 4 maal meer zijn als de onderste, zulx dat de 2 in de 8 zoo menigmaal begrepen is als de 3 in de 12. en by gevolg, dat van gelijke Breuken, de Tellers in de Tellers zoo veel malen begrepen zijn, als de Noemers in de Noemers.

Om een Breuk te verkorten.

Hier uyt is dan openbaar op wat wyse dat men een Breuk kan verkorten, of door wat middel men hen kan eenvoudiger reduceren zonder de zelve kleender of grooter te maken, te weten: ***met de Teller en Noemer beyde door een zelfde getal, effen opgaande, te deelen.***

4
$\frac{8}{12}$ | $\frac{2}{3}$

Want $\frac{8}{12}$ kan tot $\frac{2}{3}$, die hem gelijk is, gebracht werden, met de Teller en Noemer van $\frac{8}{12}$ beyde door 4 te deelen.

Of de zelve wyze reduceert men $\frac{24}{60}$ tot $\frac{2}{5}$: $\frac{15}{24}$ tot $\frac{5}{8}$: $\frac{162}{144}$ tot $\frac{9}{8}$: $\frac{153}{207}$ tot $\frac{17}{23}$: en $\frac{221}{234}$ tot $\frac{17}{18}$.

Maar het is menigmaal zeer beswaarlijk een getal te vinden dat de Teller en Noemer beyde effen deelt, op de wyze als nu gedaan is, met een tal te nemen naar believen, en het zelvige daar door te proberen, maar wert zekerlijk gevonden op deze wyze:

Van de Teller en Noemer deelt het grootste door het kleenste, zoo'er overblyft, zoo deelt de Divisor door het overschot, en zoo gedurig, t'elkens deelende de Deeler door zijn overblyfzel tot datter niets over schiet: de laatste Deeler is dit begeerde getal; hier voren Talmaat, of de Meter genaamt.

Men begeert zulx te vinden van $\frac{95}{437}$. Deelt 437 het grootste, (van de Teller en Noemer) door 95 het kleenste, komt 4, en schiet over 57: dan de Deeler 95 door zijn overschot

57
~~437~~ | 4
~~95~~
38
~~95~~ | 1
overschot ~~57~~
19
~~57~~ | 1
overschot ~~38~~
0
~~38~~ | 2
overschot ~~19~~
Meter

57, komt 1, en blyft overig 38: daarom de 57 door deze 38, komt 1, en het overschot 19 door deze de 38 gedeelt, komt 2, en blijft niets overig, dies is deze laatste deeler 19 het geene dat de Teller en Noemer beyde effen deelt, en boven dat noch het grootste.

Tot $\frac{162}{144}$ vint men 17: tot $\frac{153}{207}$ vint men 9: en tot $\frac{221}{234}$ vint men 13.

Nu tot de Regulen, en voor eerst

Regelen *op de Vergadering en Aftrekking.*

Zoo de Breuken *gelijke* Noemers hebben.

Vergaart in de Addity, en trekt af in de Substructy, de Tellers, en stelt onder de uytkomst de gemeene Noemer, men heeft het begeerde.

Om $\frac{2}{7}$ en $\frac{3}{7}$ te vergaren, zoo addeert de Tellers 2 en 3, komt 5, hier onder stelt de gemeene Noemer 7, komt $\frac{5}{7}$ voor het Beloop.

Om $\frac{2}{7}$ van $\frac{5}{7}$ af te trekken, zoo trekt de Teller 2 van de Teller 5, rest 3: hier onder stelt de gemeene Noemer 7, komt $\frac{3}{7}$ voor de rest.

Zoo de Breuken *ongelijke* Noemers hebben.

Reduceert, of herleytze tot Breuken met gelijke Noemers, en doet dan als boven.

Om de Breuken, die ongelijke Noemers hebben, tot andere, die gelijke Noemers hebben, te reduceren, is van nooden een tal te hebben daar in dat alle de Noemers van de gegevene Breuken effen deelbaar zijn.

Zoodanigen getal wert gevonden *multiplicerende alle de Noemers met malkander.*

Maar het is best het kleenste getal te hebben dat deze deeling toelaat, om dat men andersints meerder arbeyt vint.

Dit kleenste getal, waar in dat alle de Noemers effen deelbaar zijn, vint men veeltijts met een opslag, zonder eenige konst te gebruyken, alleenlijk door aanschouwing van de Noemers, maar zekerlijk volgens deze:

Regel, om het minste getal te vinden, in de welke dat eenige gegeve getallen, effen opgaanden, deelbaar zijn.

Indien geen twee of meer *tallen van de gegevene,* *door een zelfde tal effen deelbaar zijn, zoo vermenigvuldigt alle de getallen door malkander, komt het begeerde:* maar twee, of meer, *zoodanig deelbaar zijnde, zoo deelt de zelve eerst door dit getal, en zoo de Quotienten tegen een, of meer van de overige, of ook tegen zich zelfs, noch deelbaar zijn, zoo deeltze noch eens, en dit niet meer konnende geschieden, zoo vermenigvuldigt de Quotienten, of de overige, met malkander, en dit product noch met de Deeler, of Deelers, komt het begeerde minste getal.*

By Voorbeelt. Gegeven zijnde 3, 4, 5, men vint geen getal dat twee of meer van deze effen deelt, daarom is haar vermenigvuldigde 60 het minste getal in deze.

Maar 2, 3, 4. gegeven zijnde, zoo ziet men dat de 2 en 4 beyde deelbaar zijn door 2, gedeelt, komt 1 en 2: deze Quotienten 1 en 2, en de ongedeelde 3, met malkanderen vermenigvuldigt (om dat men ziet dat zy niet meer deelbaar zijn) komt 6, dit noch met de Deeler 2, komt 12 voor het minste getal, waar in de gegevene effen opgaan.

Gegeven.
9 en 12
$\cancel{3}$ ———
3 : 4
verm. 12
3 deeler
———
kt. 36 't minste getal.

Gegeven zijnde 8 : 9 : 12
$\cancel{4}$ ——— 1 en 3
2 : 9 : 3
$\cancel{3}$ ——— 2 en 3
2 : 3 : 1
verm. kt 6
4 eerste deeler
———
24
3 tweede deel.
———
komt 72. 't minste getal daarin dat 8: 9: 12 effen opgaan.

Gegeven zijnde 8 : 12 : 16
$\cancel{4}$ ——— alle drie
2 : 3 : 4
$\cancel{2}$ ——— 1 en 3
1 : 3 : 2.
verm. 6
4 eerste deeler.
———
24
2 tweede deeler.
———
komt 48 het minste getal.

Tot 27 en 36 vintmen 108: tot 9, 10, 12 vintmen 180: tot 15, 12, 10 vintmen 60, en tot 108, 27, 8, 100 vintmen 5400.

Konnende dan alzoo het minste getal, daarin dat eenige getallen effen deelbaar zijn, vinden, zoo leert ons de volgende Regel op wat maniere datmen breuken met ongelijke Noemers zal reduceren tot andere met gelijke.

REGEL, Om Breuken met ongelijke Noemers te reduceren tot andere die gelijke Noemers hebben.

Deelt het minste getal waar door dat de Noemers deelbaar zijn, door de Noemers, de uytkomsten vermenigvuldigt met de Tellers; de producten zijn de Tellers van de begeerde, en het voornoemde minste getal zijn de Noemers.

By Voorbeelt. Gegeven zijnde $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{9}$, en $\frac{7}{12}$: wy moeten deze herleyden tot Breuken met gelijke Noemers.

$\frac{3}{8} : \frac{5}{9} : \frac{7}{12}$
———
72 minste getal
9 : 8 : 6
———
27 : 40 : 42
———
72 72 72

De Noemers zijn, 8, 9, en 12: het minste getal, hier toe dienende, is 72. Deze 72 deelt door deze Noemers, komt 9, 8, 6, en deze met de Tellers 3, 5, 7 vermenigvuldigt, komt 27, 40, 42. voor de Tellers van de begeerde, onder yder het minste getal, komt $\frac{27}{72}$, $\frac{40}{72}$, $\frac{42}{72}$ voor de begeerde breuken, die gelijke Noemers hebben, en zoo groot zijn als de gegevene: de eerste $\frac{27}{72}$ is even aan de eerste van de gegevene $\frac{3}{8}$, en zoo voort.

Dat $\frac{27}{72}$ en $\frac{3}{8}$ even groot zijn, ziet men lichtelijk, aanmerkende dat de Tellers en Noemers evenredig zijn, of datze gelijke malen in malkander begrepen zijn: de Teller en Noemer van $\frac{3}{8}$ is elk 9 malen begrepen in de zelvige van $\frac{27}{72}$. En men ziet uyt de bovenstaande bewerking dat dit altyt zoodanig zal moeten vallen, om dat de teller van de gegevene Breuk met het Quotient gemultipliceert wert, zoo zijn Noemer in de gemeene Noemer (of het minste getal) begrepen is, en by gevolg, dat de Teller even zoo veel malen vergroot wert als de Noemer.

Gegeven zijnde $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{5}{16}$, men reduceertze tot deze $\frac{42}{48}$, $\frac{44}{48}$, $\frac{15}{48}$.

Nu is openbaar uyt het geene dat wy hier voren van de Breuken met gelijke Noemers gezegt hebben, op wat wyze datmen alle Breuken, met ongelijke Noemers, zal adderen, en substraheren, om dat men nu weet hoedanig menze tot andere met gelijken Noemers zal reduceeren. Maar als men hen wil adderen of substraheren, soo schikt menze gemeenlijk in een andere form als wy hier boven gedaan hebben, dus

72 minste get.
$\frac{3}{8}$ | 27
$\frac{5}{9}$ | 40 } vergaart.
$\frac{7}{12}$ | 42
komt $\frac{109}{72}$ 't Beloop

48 m. getal.
$\frac{7}{8}$ | 42
$\frac{11}{12}$ | 44 } verg.
$\frac{5}{16}$ | 15
$\frac{101}{48}$ Beloop.

36 m. getal
$\frac{7}{9}$ | 28 } subst.
$\frac{5}{12}$ | 15
komt $\frac{13}{36}$ de Rest.

12 m. getal.
$\frac{3}{4}$ | 9 } subst.
$\frac{5}{12}$ | 5
$\frac{4}{12}$ de Rest.

Dit

Dit is genoeg van de Vergaring en Aftrekking der Breuken en Breuken, wy zullen nu het zelfde leeren verrichten als'er heelen by zijn.

5 By $\frac{3}{4}$, of 2 by $3\frac{3}{4}$, of $1\frac{3}{4}$ by 4 willende vergaren; en yder weet dat de zom is $5\frac{3}{4}$, en weet ook dat men niet anders te doen heeft als de heelen te samen te voegen, en de Breuk daar nevens te stellen: mede, dat $1\frac{3}{4}$ de rest is trekkende 2 van $3\frac{3}{4}$, of trekkende 5 van $6\frac{3}{4}$.

Maar willende een Breuk, of Heel en Breuk, van een Heeltal substraheren, zoo trekt de Teller van de Noemer, en onder de rest stelt de Noemer, en met het overige doet als voren; alleenlijk het Heeltal van het aftrektal met de eenheit verminderende.

Als, om $1\frac{3}{5}$ van 4 af te trekken, zoo trekke ik de Teller van de Noemer, dat is 3 van 5, rest 2, hier onder de Noemer 5, komt $\frac{2}{5}$, hierneven 2, dat is de rest trekkende 1 van 3, (dat is 1 minder als 4) komt $2\frac{2}{5}$ voor het verschil tussen $1\frac{3}{5}$ en 4. $\frac{3}{7}$ van 3 aftrekkende rest $2\frac{4}{7}$; en van 1 substraherende, blyft $\frac{4}{7}$.

4
$1\frac{3}{5}$ aftrekzel
———
$2\frac{2}{5}$ rest.

Willende $3\frac{1}{2}$, $4\frac{3}{4}$, $1\frac{2}{3}$ by een vergaren, men vergaart eerst de breuken, komt $\frac{23}{12}$, of $1\frac{11}{12}$, aanmerkende $\frac{12}{12}$ voor een heel, hierby die zom van de heele 8, komt $9\frac{11}{12}$ voor het geheele beloop.

Willende $2\frac{2}{3}$ aftrekken van $5\frac{3}{4}$, men trekt eerst de Breuken van malkander, komt $\frac{1}{12}$, en dan de heele, rest 3, dat is te zamen $3\frac{1}{12}$ voor de heele rest.

Maar alsmen $2\frac{1}{3}$ wil aftrekken van $5\frac{1}{4}$, men zal bevinden dat $\frac{1}{3}$ niet van $\frac{1}{4}$ zal konnen getrokken werden, om dat $\frac{1}{3}$ groter is: het eerste is $\frac{4}{12}$, en het tweede $\frac{3}{12}$: daarom moet men 12, de gemeene Noemer, (of het minste getal) by 3, de teller van $\frac{3}{12}$, adderen, komt 15, en dan hier af de 4 substraheren, rest $\frac{11}{12}$; maar nu heeft men 1 van het Heeltal 5 afgenomen, daarom moet men dit voor 4 aanmerken: komt dan alzoo voor de begeerde rest $2\frac{11}{12}$.

$5\frac{1}{4}$ | $\frac{12}{3}$) 15
$2\frac{1}{3}$ | 4 -- 4
— —
2 $\frac{11}{12}$
$2\frac{11}{12}$ Rest.

$5\frac{7}{8}$ van $9\frac{2}{3}$ aftrekkende, rest $3\frac{19}{24}$, en $4\frac{4}{21}$ van $12\frac{1}{9}$ trekkende, rest $7\frac{58}{63}$.

Regel. *Op de Vermenigvulding.*

Een *Breuk* wert met een *Heeltal* vermenigvuldigt, multiplicerende *de Teller met, of deelende de Noemer door dit Heeltal, en het ander behoudende.*

By Voorbeelt, $\frac{5}{12}$ wert met 3 vermenigvuldigt, multiplicerende de Teller met deze 3, komt $\frac{15}{12}$: of deelende de Noemer 12 door deze 3, komt $\frac{5}{4}$ voor het product van $\frac{5}{12}$ met 3.

$\frac{5}{12} - 3 \;\Big|\; \frac{15}{12}$ prod. $\quad \frac{5}{\cancel{12}} - \cancel{3} \;\Big|\; \frac{5}{4}$ prod.

Op de zelve wijs vint men $\frac{304}{48}$, of $\frac{19}{3}$, multiplicerende $\frac{19}{48}$ met 16.

Een *Breuk* werd met een *Breuk* vermenigvuldigt, *multiplicerende de Tellers en Noemers met malkander: het product van de Tellers is* Teller, *en dat van de Noemers is* Noemer *van 't begeerde.*

By Voorbeelt. $\frac{2}{3}$ wert met $\frac{7}{9}$ vermenigvuldigt, multiplicerende 2 met 7, en 3 met 9, dat is Teller met Teller, en Noemer met Noemer, komt 14 en 27: het product van de Tellers (14) stelt voor de Teller, en dat van de Noemers (27) stelt voor de Noemer van het begeerde, komt alzoo dat $\frac{14}{27}$ het vermenigvuldigde is van $\frac{2}{3}$ met $\frac{7}{9}$, en zoo met alle andere.

$\frac{2}{3} - \frac{7}{9} \;\Big|\; \frac{14}{27}$ 't prod.

$\frac{5}{6}$ Met $\frac{7}{8}$ multiplicerende komt $\frac{35}{48}$; en $\frac{2}{13}$ met $\frac{5}{7}$, komt $\frac{10}{91}$.

Willende $\frac{2}{3}$: $\frac{5}{7}$: $\frac{4}{9}$ alle met malkander multipliceren ' zoo kan men voor eerst twee van deze met den anderen multipliceren, en het product noch met het overige: maar korter, alle de Tellers en alle de Noemers met malkander vermenigvuldigende, als 2 maal 5 is 10, en 4 maal 10 is 40 voor de Teller: ook 3 maal 7 is 21, en 9 maal 21 is 189 voor de Noemer: komt alzoo voor het product $\frac{40}{189}$.

$\frac{2}{3} - \frac{5}{7} - \frac{4}{9} \;\Big|\; \frac{40}{189}$ prod.

Regel. *Op de Deeling.*

Een *Breuk* wert door een *heeltal* gedeelt, *deviderende de Teller door, of multiplicerende de Noemer met dit Heeltal, en het ander behoudende.*

By Voorbeelt. $\frac{8}{9}$ wert door 4 gedeelt, dividerende de Teller 8 door deze 4, komt $\frac{2}{9}$, of multipliceerende de Noemer 9 met de zelve, komt $\frac{8}{36}$.

$\frac{8}{9} - 4 \;\Big|\; \frac{2}{9}$ quotient. $\quad \frac{8}{9 - 4} \;\Big|\; \frac{8}{36}$ quotient.

Een *heel* wert door een *Breuk* gedeelt, *multiplicerende de Noemer met dit Heeltal, en onder de uytkomst, als Noemer, voegende de Teller.*

By Voorbeelt. 5 wert door $\frac{2}{3}$ gedeelt, multiplicerende de Noemer 3 met het Heeltal 5, komt 15, hier onder de Teller 2, komt $\frac{15}{2}$ voor het Quotient, deelende 5 door $\frac{2}{3}$.

$\frac{2}{3}$ breuk
5 heel
verm. —
$\frac{15}{2}$ quot.

Een *Breuk* wert door een *Breuk* gedeelt, *multiplicerende de een zijn Teller met d'ander zijn Noemer; het product van de Divisors Teller met d'anders Noemer is Noemer, en het ander vermenigvuldigde is Teller van 't begeerde.*

De divisor achter aanstellende, zoo geschiet de multiplicering, en ook de stelling, beyde kruys wijze.

By Voorbeelt. Willende $\frac{3}{4}$ deelen door $\frac{2}{3}$, en ftellende den divifor $\frac{2}{3}$ achter aan, gelijk hier neven: de Deelers Teller 2, vermenigvuldigt met de ander fijn Noemer 4 komt 8; dit is Noemer van het Quotient: ende Divifors Noemer 3, vermenigvuldigt met de ander zijn Teller 3, komt 9 voor de Teller van het Quotient. En alles gefchiet in 't kruys gelijk hier neven te zien is, zoo wel de ftelling als de vermenigvulding. $\frac{4}{5}$ door $\frac{5}{6}$ deelende, komt $\frac{24}{25}$, en zoo met alle andere.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{9}{8} \text{ quot.}$$

Van de Verkorting in de Multiplicaty en Divify.

Men kan veeltyts in deze beyde eenige verkorting gebruyken, mits alvorens eenige tallen van de gegevene door een zelfde tal effen opgaande te deelen, daar toe dient deze

REGEL *op de Verkorting.*

In de Multiplicaty: *deelt d'een zijn Teller, en d'ander zijn Noemer, beyde, effen opgaande, door een zelfde getal.* En

In de Divify: *Deelt twee Tellers, of twee Noemers, beyde, effen opgaande, door een zelfde getal.*

Of op beyde, de Multiplicaty en Divify.

Deelt dit geene door een tal effen opgaande, die niet met malkanderen gemultipliceert werden: dat is, kruysling in de Multiplicaty, en recht over in de Divify.

Voorbeelden op de Multiplicaty.

$$4\;\frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{9} - \frac{5}{\underset{3}{\cancel{12}}}\;\Big|\;\frac{10}{27}\text{ product.}$$

Willende multipliceren $\frac{8}{9}$ met $\frac{5}{12}$, zoo kan men eerst voor af de 8 en de 12, dat is Teller en Noemer, beyde door 4, effen opgaande, deelen, komt 2 en 3, en doen dan als vooren, komt $\frac{10}{27}$ voor het vermenigvuldigde.

$$3\;\frac{5}{\underset{2}{\cancel{6}}} - \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{11}\;\Big|\;\frac{15}{22}\text{ product.} \qquad 5,3\;\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{2}{\cancel{6}}} - \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{2}{\cancel{10}}}\;\Big|\;\frac{3}{4}\text{ product.}$$

Hier wert $\frac{5}{6}$ met $\frac{9}{11}$, en ook $\frac{5}{6}$ met $\frac{9}{10}$ gemultipliceert. In het eerste wert d'eerfte zijn Noemer en tweede zijn Teller beyde door 3 gedeelt, gelijk mede in het tweede, maar daar in wert boven dit noch de Teller van de eerfte, en de Noemer van de tweede Breuk, beyde door 5 gedeelt. En men ziet dat de verkorting contrary de vermenigvulding gedaan wert; kruyslings is de verkorting, en recht over is de multiplicering.

Voorbeelden op de Divify.

Eerste, $\frac{9}{11}$ door $\frac{6}{7}$.

$$3\;\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{11} \quad \frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{7} \quad \frac{21}{22}\text{quotient.}$$

Tweede, $\frac{5}{12}$ door $\frac{7}{8}$.

$$4\;\frac{5}{\underset{3}{\cancel{12}}} \quad \frac{7}{\underset{2}{\cancel{8}}} \quad \frac{10}{21}\text{ quotient.}$$

Darde, $\frac{24}{25}$ door $\frac{4}{5}$.

$$\begin{matrix}4\\5\end{matrix}\;\frac{\overset{6}{\cancel{24}}}{\underset{5}{\cancel{25}}} \quad \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \quad \frac{6}{5}\text{ quotient.}$$

In het eerfte Voorbeelt werden beyde de Tellers door 3 gedeelt, in het tweede beyde de Noemers door 4, en in het darde de Tellers door 4, en de Noemers door 5: of in alle, de verkorting recht over om dat de vermenigvulding kruyslings gefchiet.

Uyt dit eenige, dat de verkorting recht anders gedaan wert als de vermenigvulding, blykt klaarlijk dat de uytkomft na de verkorting, met de uytkomft voor de verkorting, nergens anders in zullen konnen verfchillen, als dat de eerfte gereduceerder is, of dat deze Breuk zoodanig is als of men de Teller en Noemer van de tweede door dat getal, of door het vermenigvuldigde van die getallen, waar mede dat de verkorting gefchiet is, deelde.

$$\frac{8}{9} - \frac{5}{12}\;\Big|\;\frac{\overset{4}{40}}{108}\;\Big|\;\frac{10}{27}\text{ prod.}$$

Gelijk men ziet in het nevenftaande, alwaarmen fonder verkorting vint $\frac{40}{108}$, of $\frac{10}{27}$ hen door 4 reducerende, even aan het geene zijnde dat hier boven gevonden wert, alwaar de korting alvorens door de zelve 4 gedaan is, volgens de regel.

Om getallen, die uyt heelen en Breuken beftaan, met den anderen te multipliceren, en te divideren.

Men maakt het eerft tot een Breuk, en doet dan als voren.

Om $3\frac{2}{3}$ tot een breuk te maken, *zoo vermenigvuldigt het Heeltal met de Noemer van de Breuk, intrekkende de Teller, komt de Teller van 't begeerde; en zijn Noemer is de Noemer van de Breuk,* gelijk hier neven: men vint $\frac{11}{3}$ voor de breuk die even is aan $3\frac{2}{3}$.

$$\begin{array}{l} \;\;2\\ 3\;-\\ \;\;3\\ \hline 11\\ -\text{breuk.}\\ 3 \end{array}$$

Men

Men ſal geen ſwarigheit ter werelt maken deze regel voor goet te keuren, de zelve maar even inziende: de 3 heele doen 9 darde deelen, hier by noch de breuk 2 darde deelen, komt voor haar beyde 11 darde deelen, of $\frac{11}{3}$

Willende dan $2\frac{7}{8}$ multipliceren met $3\frac{3}{4}$, of $2\frac{7}{8}$ dividerende door $3\frac{3}{4}$, men maakt hen eerſt tot breuken op de wijze hier boven beſchreven.

Multiplicatio.

$$\begin{array}{cc|c} 2\frac{7}{8} & 3\frac{3}{4} & \\ \hline \frac{23}{8} \;—\; & \frac{15}{4} & \frac{345}{32} \text{ product} \end{array}$$

Diviſio.

$$\begin{array}{ccc} 2\frac{7}{8} & 3\frac{3}{4} & \\ \hline \frac{23}{8} \bowtie & \frac{15}{4} \bowtie & \frac{92}{120} \text{ quotient.} \end{array}$$

$\frac{2}{3}$ door $3\frac{3}{5}$ multiplicerende komt $\frac{36}{15}$, en divideerende komt $\frac{10}{54}$: of indien men de Breuken van de Geeſtallen, alvorens de werking, verkort, gelijk hier even geleert is, of de uytkomſten $\frac{36}{15}$ en $\frac{10}{54}$ na de uytvoering, zoo vint men voor het Product $\frac{12}{5}$, en voor het Quotient $\frac{5}{27}$.

Nu blijft 'er niets overig, als dat men een Breuk, die meer als de eenheit is, of wiens Teller grooter als de Noemer is, zoodanig moet herleyden, dat men daar door ziet de Heelen die het in zich beſluyt, en de Breuk. Dit geſchiet door het omkeerzel van de leſte regel, dat is door deze. *Deelt de Teller door de Noemer, het Quotient zyn de heele; het overſchot is Teller, en de vorige Noemer is Noemer van de Breuk.*

Van $\frac{12}{5}$ deelt men de Teller 12, door de Noemer 5, komt 2 voor het Heeltal, en ſchiet over 2, dat de Teller van de Breuk is, hier onder de Noemer 5, komt $\frac{2}{5}$ voor de Breuk, dies is $2\frac{2}{5}$ het geene aan $\frac{12}{5}$ gelijk is: en zoo met alle andere.

Van $\frac{11}{3}$ vint men de heele en breuk $3\frac{2}{3}$: van $\frac{15}{4}$ vint men hen $3\frac{3}{4}$: en van $\frac{23}{8}$ vintmenze $2\frac{7}{8}$.

Verklaring over de regelen gegeven op de Multiplicaty en Diviſy der Breuken.

Dit zal ik hier byvoegen om de ſwarigheden weg te nemen die men gemeenlijk over deze maakt.

Wy hebben hier voren gezegt dat men een Breuk multipliceert met een Heeltal als men de Teller daar mede vermenigvuldigt, en dat men hen divideert als men de Noemer daar mede multipliceert, dit zijn dingen die klaar zijn. Van $\frac{2}{3}$ de Teller 2 met 4 multiplicerende, komt $\frac{8}{3}$, baarblijkelijk 4 maal grooter zijnde, als $\frac{2}{3}$, door aanmerking dat $\frac{2}{3}$ het darde part is van 2, en $\frac{8}{3}$ het darde, of het zelvige deel, van 8, dat is van 4 maal meer als 2. Mede, van $\frac{2}{3}$, de Noemer 3 met 4 multiplicerende, komt $\frac{2}{12}$, kenlijk 4 maal kleender zijnde als $\frac{2}{3}$, om dat het twaalfde part van 2, 4 maal minder is als het darde part van het zelvige getal. Voorts, gedachtig zijnde dat een Breuk zulken deel van de Teller is als de Noemer aanwijſt, dat is, dat $\frac{2}{3}$ het darde deel van 2 is, of 3 maal minder als 2 is, zoo zullen wy weynig moeyten hebben om U L. diets te maken, niet alleenlijk de zekerheit, maar ook de vinding van de voorſchreven Regelen op de Breuken met Breuken gegeven.

Op de Multiplicaty. Als men $\frac{4}{5}$ met $\frac{2}{3}$ wil vermenigvuldigen, zoo kan men aanmerken, dat men $\frac{4}{5}$ wil multipliceren met 3 maal minder als 2, (om dat $\frac{2}{3}$, 3 maal minder als 2 is) daarom eerſt dan $\frac{4}{5}$ met 2 multiplicerende, en de uytkomſt door 3 deelende, (om dat men 3 maal minder moet hebben als 2 maal $\frac{4}{5}$) zo is het blijkelijk dat men $\frac{2}{3}$ maal $\frac{4}{5}$ zal hebben, of dat men $\frac{4}{5}$ met $\frac{2}{3}$ gemultipliceert heeft. Nu hebben wy hier even getoont, dat men een Breuk met een Heeltal multipliceert, als men zijn Teller multipliceert, en divideert, als men zijn Noemer multipliceert, daarom, van $\frac{4}{5}$, de Teller met 2 vermenigvuldigende,

$$\frac{4a}{5b} — \frac{2c}{3d} \,\Big|\, \frac{8ac}{5b} — \frac{2c}{3d} \,\Big|\, \frac{8ac}{15bd}$$

men heeft 2 maal $\frac{4}{5}$, dat is $\frac{8}{5}$, en dit door 3 willende deelen, zoo moet men de Noemer van dit laatſte $\frac{8}{5}$, of van het eerſte $\frac{4}{5}$, om datze onverandert gebleven is, met 3 multipliceren, en behouden de zelfde Teller, komt $\frac{8}{15}$, het product van $\frac{4}{5}$ met $\frac{2}{3}$: en alzoo heeftmen de Teller van $\frac{4}{5}$ gemultipliceert met de Teller van $\frac{2}{3}$, dat is 4 met 2, en de Noemer met de Noemer, dat is 5 met 3; en het product van de Tellers is Teller, en van de Noemers is Noemer gebleven, en alzoo blijkt het geene boven belooft was.

Op de Diviſy. $\frac{3}{4}$ door $\frac{2}{3}$ willende deelen, dat is door 3 maal minder als door 2. Hen dan door 2, de Teller van $\frac{2}{3}$, deelende, zoo moet men zijn Noemer 4 hier mede multipliceren, komt $\frac{3}{8}$; maar dit moet 3 maal grooter zijn, om dat wy hen door 3 maal minder als 2 moeten deelen, daarom van deze $\frac{3}{8}$, de Teller 3, of de zelfde van $\frac{3}{4}$, om datze onverandert gebleven is, met 3, de Noemer van de Deeler $\frac{2}{3}$, multiplicerende, komt $\frac{9}{8}$, het Quotient deelende $\frac{3}{4}$ door $\frac{2}{3}$: en men ziet datter niet anders gedaan wert, als dat de Deelers Teller 2, met de ander zijn Noemer 4, gemultipliceert

$$\frac{3a}{4b} \,/\, \frac{2c}{3d} \,/\, \frac{3a}{8bc} \,/\, \frac{2c}{3d} \,/\, \frac{9ad}{8bc}$$

wort, en dat dit voor de Noemer van de uytkomſte gehouden wert; en ook dat de Deelers Noemer 3, met de andere zijn Teller 3, gemultipliceert wort, en dat het product de Teller van het Quotient is, en dat dit het zelfde is dat ons de Regel leert.

Nu hebben wy alles afgehandelt dat ontrent de bewerking der Breuken te doen was; wy zullen nu overgaan, of beginnen.

IV. Deel.

IV. DEEL.

Van de Telling met Vergelijking: *of om een vierde evenredige te vinden.*

WY hebben dus lange de Telling zonder Vergelijking verhandelt, die niet anders en leert vinden als de som, of het verschil, of het vermenigvuldigde, of het Quotient van twee getallen: blijft overig de telling te doen met Vergelijking, dewyl deze twee hoedanigheden zich in de telling openbaren.

By Telling met Vergelijking *verstaan wy die telling dewelke een tal leert vinden dat een bepaalde overeenkoming met een gegeve getal heeft.*

Als, om 6 te vinden, dat zoodanigen overeenkoming tot 4 heeft, als 3 tot 2, en diergelijke: om dat hier een Vergelijking in de reden, of in de overeenkoming der getallen vereyscht wert, daarom noemen wy deze telling, een telling met Vergelijking.

't Voornaamste in deze is, drie tallen gegeven zijnde, een vierde evenredige te vinden: of, van vier evenredige, de drie gegeven zijnde, de vierde te vinden.

a b c d
2 — 4 = 6 — 12

Dat is, van de nevenstaande evenredige, de drie *a, b, c*; *b, c, d*; *c, d, a*; *d, a, b*, gegeven zijnde, het overige te vinden.

In het eerste voorstel der evenredige Grootheden dewelke in deze getallen zijn, is bewezen, als vier Grootheden evenredig zijn, *dat het vermenigvuldigde van de twee middelste even is aan het zelvige van de twee uytterste*, hier uyt volgt, *dat het vermenigvuldigde van de twee middelste, gedeelt door een van de uytterste, voortbrengt de andere uytterste: en het vermenigvuldigde van de twee uytterste, gedeelt door een van de middelste, voortbrengt de andere middelste.*

Om dat het openbaar is, dat het vermenigvuldigde van twee getallen, gedeelt door een van die getallen, voortbrengt het ander getal.

a 3
b 5
15 — 15 | 5 b
a 3
15 | 3 a
b 5

Gelijk te zien is in het nevenstaande: 3 met 5 multiplicerende, komt 15, deze 15 door de 3 deelende komt de 5, het ander getal, en door de 5 deelende, komt de 3 mede het ander getal, gelijk hier voren, op de proef der tellingen mede alrede aangewezen is.

Drie getallen dan, van de bovenstaande vier evenredige, gegeven zijnde, men vint de vierde dus

a b c d
1 bew. 2 — 4 = 6 — .
6
verm.
24 | 12 voor.
2

Het vermenigvuldigde van de twee middelste is, in de eerste en tweede bewerking, beyde 24; zoo veel is ook het vermenigvuldighde

a b c d
2 bew. . 4 = 6 — 12
4
24 | 2
d 12 :

a b c d
3 bew. 2 — 4 = . — 12
12 d
24 | 6
b 4

a b c d
4 bew. 2 — . = 6 — 12
2 a
24 | 4 b
6

van de twee uytterste, na het eerste Voorstel der evenredige Grootheden, daarom, deze 24 gedeelt door een van de uytterste, zoo moet het Quotient de andere uytterste wezen, dat is in de eerste bewerking *d*, en in de tweede *a*. Op gelijke wijze is het in de darde en vierde bewerking, alwaar een van de twee middelste gezogt wert.

En 't en zal u niet hinderen of 'er Breuken by zijn, of niet, dewijl gy alrede geleert hebt hoe gy deze zoo wel zult vermenigvuldigen en deelen als de heele.

Maar het zal veel gemakkelijker vallen, *als men het Heeltal met de Noemer van sijn Breuk multipliceert, en daar by voegt zijn Teller, en dan dit getal gebruykt in plaats van het gegevene, mits een der middelste met de Noemer van deze Breuk multiplicerende, indien de Breuk by een van de uytterste is, of een der uytterste daar mede vermenigvuldigende, zooze by een van de middelste is, en dan deze uytkomsten, en de overige, gebruykende als anders de gegevene, dat is als hier boven, zoo zal men een zelfde uytkomst vinden.*

$2\frac{2}{3}$ — 4 = 6 — .
3
8 — 12 =
6
72
8 | 9

$2\frac{2}{3}$ — 4 = 6 — .
3
8
18
4
72
8 | 9

2 — $3\frac{3}{4}$ = 8 — .
4
8
15
8
120
8 | 15

Gelijk hier neven, in de twee eerste bewerkingen is een van de uytterste een Breuk. Van $2\frac{2}{3}$, het Heeltal 2, met de Noemer 3 multiplicerende, komt 6, hier by de Teller 2, komt 8: deze 8 dan gebruykende in plaats van $2\frac{2}{3}$, zoo moetmen een van de middelste 4, of 6, ook met deze Noemer 3 multipliceren, en dan de uytkomst 12, of 18, gebruyken beneffens de andere, op de wijze als boven geleert, en hier neven vertoont wert, de 9, diemen daar door vint, zal het begeerde getal zijn, of zal het zelfde wezen dat men vinden zal deze middel niet gebruykende, of het verrichtende door de specien in 't geheel en gebroken, dat men met weynig moeyten proberen kan.

En

$2 — 8 = 3\frac{3}{4}$ — .

4 | 15
8 | 8
~~120~~ | 15
~~8~~

En zoo by een van de twee middelste een Breuk gevonden wert, gelijk in de twee laatste van hier neven, zoo moet gy de zelve weg in slaan, alleenlijk moet gy de Noemer, 4 brengen onder een van de uytterste: de uytkomst 15 is 't begeerde.

De zekerheit van deze bewerking is terstont openbaar, aanmerkende dat de twee middelste, en de twee uytterste, hier in onderscheiden zijn, dat de twee eerste, of de twee laatste, zijn multiplicators, na dat de zaak dan vereischt, en dat een van de andere dan is den divisor, zulx dat deze onze gegevene Regel niets anders inhout, als dat men *de Noemer van de Divisor zal brengen onder een van de Multiplicators, en de Noemer van een Multiplicator onder den Divisor*, 't welk geoorloft is naar de II. Hoedanigheit, in het tweede deel aangetekent, alleenlijk toelatende, dat de vermenigvulding des Heeltals met de Noemer van de Breuk, intrekkende de Teller, niet anders is als een vermenigvulding van het Heel- en Breuktal, met de Noemer.

8 is 3 maal grooter als $2\frac{2}{3}$, en 15 is 5 maal grooter als $2\frac{3}{5}$.

Het is blykelijk, indien 'er geen Heeltal by de Breuk is, dat men voor haar vermenigvuldigde maar simpelijk de Teller heeft te stellen, blykende uyt de bepaling van de Breuk, en ook hier uyt, dat $0\frac{3}{5}$ en $\frac{3}{5}$ even veel is.

$\frac{3}{5}$ — 2 = 6 — .
5
3
10
6
~~60~~ | 20
~~3~~

$2\frac{2}{3}$ — $4\frac{1}{2}$ = 16 — .
8 9
2 3
16 27
16
~~432~~ | 27
~~16~~

$1\frac{1}{2}$ — $2\frac{1}{3}$ = $1\frac{2}{7}$ — .
3 7 9
3 2 14b
9 14b ~~126~~
7 ~~63~~ | 2
63

$\frac{2}{3}$ — $\frac{1}{4}$ = $\frac{3}{5}$ — .
2 3 4
4 3
8 12
5 3
40 ~~36~~ | 36
~~40~~ | 40

Indien 'er twee of drie Breuken zijn, men gebruykt de zelfde Regel, mits hen zoo meenig maal observerende, gelijk de bovenstaande Voorbeelden zulx vertoonen.

En gelijk wy hier uyt kracht van de tweede Hoedanigheit, den Divisor, en een van de Multiplicators, met een zelfde getal vergrooten, of multipliceren, zoo moogen wy hen ook, volgens de zelfde Hoedanigheit, gelijkelijk verminderen, of beyde door een zelfde getal, effen opgaaande, deelen; dat is, *men mag een der uytterste tegens een der middelste, beyde effen opgaande, door een tal deelen, en de uytkomsten gebruyken op de zelfde wijs als hier vooren de ongedeelde*, en het geene hier door verkregen wert zal de vierde evenredige zijn.

24 — 16 = 15 — .
8 3 2 — 2
~~30~~ | 10
~~3~~

24 — 16 = 15 — .
3 8 5 — 5
~~80~~ | 10
~~8~~

24 — 16 = 15 — .
3 8 5
8 1 2 — 2
~~10~~ | 10
~~1~~

24 — 16 = . — 10
8 3 2 x
1 2
5
3
~~15~~ | 15 x
~~1~~

Gelijk in het nevenstaande: daar in wert 10 gevonden voor het vierde evenredige, alvorens de gegevene, volgens deze regel, verkort hebbende. In het eerste wert het eerste en tweede getal beyde door 8 gedeelt: in 't tweede het eerste en darde getal beyde door 3: in 't darde het eerste en darde getal beyde door 3, en daar na noch de uytkomst van dit eerste, en het tweede gegeven getal, beyde door 8. De zelfde 10 zoude men mede verkrygen, zoo men deze verkorting niet en dede.

In de vierde bewerkingh werd eerstelijk 't eerste, en tweede beide door 8 gedeelt, en daar na noch de uytkomst van het tweede en het vierde gegeve getal beyde door 2: de uytkomst 15 is het begeerde.

Uyt het geene nu gezegt is blijkt, *van drie gedurige evenredige gegeven zijnde de middelste en een der uytterste, hoe men de andere uytterste zal vinden*, want het middelste tweemaal stellende, als volgende en als voorgaande, gelijk geschieden mag volgens haare diffinity, zoo past alle het voorgaande mede op deze, by Voorbeelt, 4, 6, 9, zijn gedurig evenredig, of 4 is tot 6 als de zelve 6 tot 9, zoo wert de 9, of de 4, een van de uytterste, gevonden volgens de regel die op de

 onver-

4 — 6 = 6 — .   . — 6 = 6 — 9
    6   6
    —   —
    36 | 36 | 4
    4 | 9   9 |

onverknochte evenredige gegeven is, de middelste tweemaal stellende, of de middelste met zich zelfs vermenigvuldigende, dat een en de zelfde zaak is, gelijk blijkt uyt het nevenstaande. En de regulen die op de breuken, en op de verkorting passen, kan men mede in deze gebruyken.

Maar de twee uytterste gegeven zijnde, *zoo vint men de middelste; trekkende de vierkante wortel uyt het vermenigvuldigde van de twee uytterste,* om dat het vierkant van het middelste even is aan het vermenigvuldigde van de twee uytterste. Maar ik gebruyke hier een naam van de welke de zaak dieze betekent misschien UL. onbekent is, en daarom zullen wy het hier by laten: doch weet ik de trekking der vierkante en andere wortelen telle onder de specien, of onder de telling de welke wy oordeelen dat gy alrede weet, of ten minsten onder die gene de welke wy in deze niet en willen verhandelen.

4 — . — 9
    4
    —
    36
√9 —
    6 middelste

V. DEEL.

REGELEN *op de Telling met vergelijking toepasselijk in de Negoty.*

Nu zal het tydt werden dat wy tot de toe-eygening komen; dus lang hebben wy alleenlijk insicht op de getallen genomen; nu sullen wy'er zaken byvoegen: de Rekeningen die in de Negoty voorvallen zullen wy tot ons subject nemen; eensdeels om dat dit een algemeene nootzakelijkheit is, en anderdeels om dat in deze wel het meeste aan te merken is: zy besluyt in zich ook alle het geene wy in andre zaken zoude konnen considereren, 't en waar dat wy daar in particulier wilde gaan, dat buyten ons voornemen is.

In de Negoty werden beyde de manieren van Telling gebruykt, telling zonder, en telling met vergelijking.

De rekening zonder vergelijking vergaart, of substraheert alleenlijk de gelijknamige dingen, en de uytkomsten behouden de zelve naam.

De gelijknamige dingen moeten in deze gelijk zijn, als guldens en guldens moeten gelijk van waarde zijn, ponden en ponden even swaar, ellens en ellens even lang, en zoo voort.

6 Caroli guldens en 3 Caroli guldens adderende, komt 9 Caroli guldens, en hier van 4 Caroli gulden substraheerende, rest 5 Caroli guldens.

Alles is hier gelijknamig, beyde de gegevene, en ook de uytkomsten.

3 Poolze en 2 Hollantze guldens konnen niet geaddeert, of gesubstraheert werden, ten waar dat men tussen hen eerst een vergelijking maakt, als 6 Poolze guldens doen 5 Hollantze, en daar om doen de bovenstaande 3 Poolze guldens $2\frac{1}{2}$ Hollantze, en over zulx te zamen zoo veel waardig als $4\frac{1}{2}$ Hollantze guldens, of $5\frac{2}{5}$ Poolze: maar dan wert al wederom gelijk by gelijk gevoegt. 2 Ossen en 3 Ezels konnen ook niet geaddeert of gesubstraheert, noch de uytkomst geen naam gegeven werden.

En dewijl in dese slag van Rekening niets voor en valt dat niet zeer eenvoudig is, zoo zullen wy overgaan tot het geene het hooft van dit deel aanwijst, dat is tot de rekening met vergelijking.

Rekening met vergelijking vint de hoeveelheyt van een zaak in vergelijking van eenige andere.

Hoe veel guldens zullen 4 pont kosten in vergelijking dat 2 pont kosten 3 guldens? antwoort 6 guldens.

De 6 guldens wert door deze rekening gevonden, die 't geen is dat 4 pont kosten in vergelijking dat 2 pont kost 3 gulden.

De meeste zaken, die in de Negoty uyt te rekenen zijn, doen zich op deze wijze op; en alles kan hier door uytgewerkt werden; maar het is veeltijds gemakkelijker hen anders te solveren, gelijk in 't gevolg zal blyken.

De getallen, die in deze vier zijn, zijn alle evenredig; de 2 pont is tot de 3 gul. als de 4 pont tot de 6 gul. of zy zijn gelijke malen in malkanderen begrepen: de 2 pont moet zoo menigmaal in de 3 gul. begrepen zijn, als de 4 pont in de 6 gul. dat is in deze elk $1\frac{1}{2}$ maal, zal het pont in beyde evenveel guldens kosten, gelijk de inzicht is dat het doen moet: in deze kost yder pont $1\frac{1}{2}$ gul. of ook, de 2 pont moet zoo menigmaal in de 4 pont begrepen zijn, als de 3 gul. in de 6 guld. om dat het gelt zoo veelmalen moet vermeerderen als het gewicht vermeerdert, of verminderen als het gewicht vermindert. 10 maal meerder ware moet 10 maal meer kosten. Zulx dat in beyde de gevallen blykt dat de vier getallen evenredig zijn. En dewijl drie daar van altijd gegeven zijn, en het vierde moet gevonden werden, zo blijkt uyt het geene in het vierde deel verhandelt is, hoe men dit vierde getal zal vinden, wanneerze na order van haare evenredigheit geschikt zijn.

Om ze in order te stellen zoo aanmerkt eerst datter in deze twee en twee relatief zijn, de 2 pont en de 3 gul. zijn relatief op malkanderen, en ook de 4 pont en de 6gl.

2 pont — 3 gul. = 4 pont — . gul.
4 pont — . gul. = 2 pont — 3 gul.
3 gul. — 2 pont = . guld. — 4 pont.
. gul. — 4 pont = 3 guld. — 2 pont.

en datter twee en twee evennamig zijn, als de 2 pont en de 4 pont, de 3 gul. en de 6 gul.

Stelt dan de relative nevens malkander, en zoodanig dat de gelijknamige overhants vallen.

Gelijk hierboven. Zy zijn dan vervolgens evenredig, het eerste is tot het tweede als het darde tot het vierde. De 2 pont is tot de 3 gul. als de 4 pont tot de . gul. en zoo meede in de andere.

Zy staan dan ook in zoodanigen order vervolgens dat menze gemakkelijk kan uytspreken, 2 pont kosten 3 gul.

3 gul. en 4 pont kosten . gul: 4 pont kosten . gul. en 2 pont kosten 3 gul: voor 3 gul. heeft men 2 pont, en voor . gul. heeft men 4 pont: voor . gul. heeft men 4 pont en voor 3 gul. heeft men 2 pont.

Men kanze ook in een andere order schikken, *stellende de gelijknamige vervolgens en zoodanig dat de relative overhants komen te staan.*

2 pont — 4 pont = 3 gul. — . gul.
4 pont — 2 pont = . gul. — 3 gul.
3 gul. — . gul. = 2 pont — 4 pont
. gul. — 3 gul. = 4 pont — 2 pont

Gelijk hier neven: de eerste en twede, en ook de darde en vierde, zijn gelijknamig; doch de eerste en darde, en tweede en vierde zijn relatief. Maar op deze wijze gestelt zijnde kanmenze niet gevoeglijk uytspreken, daarom preferere ik de eerste stelling.

Om het onbekende getal, in beyde de stellingen, te vinden, zoo moet men op volgen de regelen hier toe in ons vierde deel gegeven. Dat is,

Men moet de twee middelste, of de twee uytterste, met malkanderen multipliceren, en de uytkomst deelen door het overige getal: het quotient is het begeerde.

4 pont — . gul. = 2 pont — 3 gul.

4

12 | 6 gul.
2

4 pont — 2 pont = . gul. — 3 gul.

4

12 | 6 gul.
2

Gelijk blijkt in 't bovenstaande, en zoo'er breuken by zijn, *de noemer van de breuk een der uytterste brengt men onder een der middelste, en van de middelste onder een der uytterste.* En zoo'er verkorting kan geschieden, *een uyterste wert tegen een middelste, effen opgaande, door een zelfde getal, gedeelt.* Zaken zijnde die in het laatste deel volmaaktelijk beschreven zijn, en over-zulks zullen wy hen hier niet wederom herhalen, te meer, om dat wy gezint zijn een ander Regel, op de schikking der tallen, voor te dragen, die van een ygelijk gebruykt wert, en niet anders en doet als datze maakt dat het onbekende getal de vierde in order komt te staan, behoudende echter de evenredige vervolging. Men schikt hen zoodanig volgens deze:

Van de Regel van drien.

I. Regel *wegens de opstelling der tallen in de Regel van drien.*

1. *Stelt voor de darde in order het getal daar de vraag op valt.*
2. *Voor aan stelt het geene met dit darde evennamig is.*
3. *In het midden stelt het overige.*

Of volgens deze

II. Regel *wegens de opstelling der tallen in de Regel van drien.*

1. *Voor aan stelt het gelijknamige met het getal daar de vraag op valt.*
2. *In 't midden het gene dat op dit eerste relatief is.*
3. *En achter het gene daar de vraag op valt.*

Men ziet dat beyde de Regels het zelfde uytvoeren, en dat ze het voorgaande voorbeelt dusdanig doet stellen. 2 pont — 3 gul. — 4 pont.

De uytrekening moet geschieden volgens deze

Regel, *op de uytrekening van de Regel van drien.*

Multipliceert het middelste en het achterste met malkander, en deelt het product door het voorste: de uytkomst is het begeerde, en is evennamig aan het middelste.

2 pont — 3 guld — 4 pont

4

12 | *6* gul. het begeerde.
2

Gelijk hier neven. De uytkomst zijn *6* guldens, en is het geene de 4 pont moeten kosten.

Wy hebben hier onderstelt, dat in de voorvallen, die hier door uytgerekent werden, altijdt twee evennamige zijn, doch men vint in hen niet altijdt twee zoodanige, maar wel twee zulke die daar toe konnen gebracht werden, of die alleenlijk gelijkslagtig zijn. By voorbeeldt, 2 oncen kosten 3 guld. hoeveel 4 pont. De 2 oncen en de 4 pont zijn wel gelijkslagtig, als beyde eenderley gewicht zijnde, maar niet gelijknamig, doch konnen daartoe gebracht werden, reducerende de 2 oncen tot ponden, of gemakkelijker, de 4 pont tot oncen. En, gegeven zijnde, voor 2 stuyvers heeft men 3 pont, hoe veel ponden voor 4 gul. Zoo moet men de 2 stuyvers in guldens, of de 4 guldens in stuyvers reduceren, en dan moet men de opstelling doen gelijk nu alreede geleert is. Gelijk blijkt in 't volgende:

4 pont
16

2 oncen — 3 gul. — 64 oncen
3

192 | 96 gul.
2

4 gul.
20

2 stuy. — 3 pont — 80 stuyv.
3

240 | 120 pont
2

 4 pont

4 pont 5 oncen
16
2 oncen — 3 gul. — 69 oncen
3
207 | $103\frac{1}{2}$ gul.
2

Somtijds werden twee of meerledige getallen voorgedragen, die men eerst, vooraf, tot een eenledige moet reduceeren: gelijk, 2 oncen kosten 3 gul. hoe veel 4 pont 5 oncen: de 4 pont 5 oncen is een tweeledig getal, en wert tot eenledig gebracht de ponden tot oncen makende, en daar by de 4 adderende, gelijk hier boven.

2 gul. — 3 pont — 12 gul. 15 stuy.
20   20
40 stuy.   255 stuy.
3
765 | $19\frac{1}{8}$ pont
40

Als men voor 2 gul. koopt drie pont, hoeveel voor 12 guld. 15 stuyv. de 12 gul. 15 stuy. is hier tweeledig, en moet tot stuyvers gereduceert werden, en daarom ook de 2 guld. dan is 't, voor 40 stuyv. koopt men 3 pont, hoe veel voor 255 stuyvers, en overzulx behoorde nu de Opstelling eerst te geschieden, maar wy hebben het hierneven by de eerste gelaten, om geen vergeefze moeyten te doen, en ook, om dat men in de zelve zeer gemakkelijk de behoorlijke opstelling kan considereren.

2 pont kosten fl. 3 : 12 wat 5 pont
20
72 stuy.
5
360 | 18 / 0 stuy. of
2 | 9 gul.

In het darde voorbeelt is *fl.* 3. 12. het tweeledige, en dewijl dit tot stuyvers moet gereduceert werden, daarom is de uytkomst 180 mede st. en werden 9 guld. bevonden te wezen, met een letter van achteren af te snijden, en het overige te halveren. Ik roere dit aan om dat 't een zaak is die veel gebruikt wert: de afsnijding is zo veel als een deeling door 10, en daarom de geheele bewerking als een deeling door 20, de stuyvers zijnde die een gulden uytmaken.

Als 4 pont 3 oncen kost *fl.* 5 : 12, wat dan 100 pont:
16   20   16
67 oncen —— 112 st. —— 1600 oncen, komt 267 | $4\frac{42}{67}$ stuyvers.
of *fl.* 133 | $14\frac{42}{67}$.

Ik zegge 14 stuyvers, om datter een 1 van de 7, in de halvering, overblijft, dat zoo veel is als 10 stuyvers.

Als 6 onc gelden 7 gl. wat 5 p. 10 onc. 7 engelze
20   16
120 eng. —— 90 oncen
20
1807 eng.
7
12649   105 gul.
20
980 / 8 stuy.
2
16
320 / $2\frac{2}{3}$ pen.
8

komt *fl.* 105 : 8 : $2\frac{2}{3}$.

Hier wert het eerste overschot 49 met 20 gemultipliceert, om dat de uytkomst 105 guldens zijn, en om dat 20 stuyvers een guld. doen; het product 980 wederom door de divisor 120 gedeelt, komt 8 stuyv.: het overschot 20 wort met 16 tot penninge gemultipliceert, komt 320, deze wert ook door 120 gedeelt, komt 2 penn. en schiet over 80, zulx dat de breuk is $\frac{80}{120}$ penning, of $\frac{2}{3}$

gul.   stuy.   stuy.   penn.

$\frac{49}{120} — 20 \Big| \frac{980}{120}$ of 8 — $\frac{20}{120}$ — $16 \Big| \frac{320}{120}$, of $2\frac{2}{3}$ penn.

Dit wijst aan de oorsprong van de bovenstaande bewerking, vaststellende dat het overschot 49 zoo veel 120ste parten van guldens zijn, dat is $\frac{49}{120}$ gulden, en dat de vermenigvulding van de tellers met 20 en 16, hen van guldens tot stuyvers en van stuyvers tot penningen maakt, de zelfde noemer behoudende.

Wy zullen nu tot de verkorting en de herleyding der breuken komen, en gy zult zien de zekerheit van de regelen die wy hier op zullen geven, als gy aanmerkt in het tweede deel de tweede hoedanigheit, en in dit, dat het voorste getal is de divisor, en dat de twee andere zijn vermenigvuldigers.

REGEL *op de verkorting in de Regel van drien.*

Het voorste magmen tegens een van de twee andere, beyde door een tal effen opgaande, deelen, en aanmerken de uytkomsten in de zelve staat als de gegevene.

Zoo

Zoo 48 el kosten 32 gul. wat 5 el?

$\cancel{16}$ — 2 —— 2

3

$\cancel{10}$ / $\cancel{3}$ | $3\frac{1}{3}$ gul. 't begeerde.

Hier wert het eerste en het tweede, beyde door 16, effen opgaande, gedeelt, komt 3 en 2, dan werden deze uytkomsten in de zelve staat aangemerkt als de gegevene 48 en 32, te weten de 3 voor divisor, en de 2 voor multiplicator.

Men had de zelvige eerst beyde konnen deelen door 4, en daar na de uytkomsten noch door 4: of eerst door 2, en daarna noch door 8: of eerst door 8, en daarna door 2, en men zoude het zelfde vinden van hier voren. De grootste deeler maakt de kortste uytvoering.

18 el kosten 24 guld. hoe veel ellen heeft men dan voor 13 guld.? antwoort $9\frac{3}{4}$ ell.

Als 9 pont kosten 5 gl. wat 12 pont? komt $6\frac{2}{3}$ gul.

$\cancel{3}$ — 4

3

Hier geschiet de verkorting in het voorste en achterste, beyde door 3.

Wat kost een stuk linnen van 48 el, zoo de 8 ellen moeten gelden 15 guldens? antwoort 90 guldens.

48 pont kosten 60 guld. wat 18 pont? antwoort $22\frac{1}{2}$ guld.

1 en 2 door $\cancel{12}$ — 4 — 5

1 en 3 door $\cancel{2}$ — 2 ——— 9

48 ——— 60 ——— 18

1 en 3 door $\cancel{6}$ — 8 — 3

1 en 2 door $\cancel{4}$ — 2 ——— 15 ——— |

't 2 door $\cancel{12}$

't 3 door $\cancel{2}$ 48 ——— 60 ——— 18

't 1 door $\cancel{24}$ 2 ——— 5 ——— 9

Nota de getallen die aan een gehaalt zijn moeten met malkanderen gemultipliceert en gedivideert werden na de Regel.

Als 18 pont kosten 15 gul. wat 24 pont? komt 20 guld.

Als 24 pont kosten 20 gul. wat 18 pont? komt 15 guld.

Voor 15 gul. koopt men 18 pont, hoeveel voor 20 guld.? komt 24 pont.

Voor 20 gul. koopt men 24 pont, hoeveel voor 15 guld.? komt 18 pont.

Als 252 pont kosten 144 gul. wat 84 pont? komt 48 guld.

Als 625 ellen kosten 150 gul. wat 325 ellen? komt 78 guld.

Regel *op de herleiding der breuken in de Regel van drien.*

De noemer van het voorste brengt onder een van de twee andere, en die by een van de twee andere is, brengt onder het voorste.

$2\frac{2}{3}$ pont kosten 5 guldens, wat 4 pont?

8 — 3

15 ——— 15

60 / 8 | $7\frac{4}{8}$, of $7\frac{1}{2}$ gul.

Hier wert de noemer van het voorste 3 gebracht

$2\frac{2}{3}$ — 5 — 4

8 — 3

12

onder het middelste: men had hen mede onder het achterste konnen stellen, gelijk hier neven.

Als 4 pont kosten $2\frac{2}{3}$ gl. wat 5 pont?

3

12 — 8 ——— 8

$\cancel{40}$ / $\cancel{12}$ | $3\frac{4}{12}$ of $3\frac{1}{3}$ gul.

Als 4 pont kosten 5 gul. wat $2\frac{2}{3}$ pont? komt $3\frac{1}{3}$ gul.

3

12 — 8 ——— 8

$\cancel{40}$ / $\cancel{12}$ | $3\frac{4}{12}$, of $3\frac{1}{3}$ guld.

In deze twee wert de Noemer 3 onder de voorste gebracht om de Regel te voldoen.

Zoo'er twee of meer breuken zijn, men moet dezelve weg inslaan, en de Regel dan zoo menigmaal observeren als'er breuken in gevonden worden.

$2\frac{2}{3}$ pont koſt $4\frac{5}{8}$ gul. wat 12 pont? komt $20\frac{13}{16}$ gul.

8 37
8 3
64 111

$3\frac{1}{2}$ el koſten 5 gul. wat $6\frac{1}{8}$ el? komt $8\frac{3}{4}$ gul.

7 49
8 2
56 98

2 el koſten $3\frac{3}{4}$ gul. wat $7\frac{1}{2}$ el? komt $14\frac{1}{16}$ gul.

4
2 15 15
16

$1\frac{1}{2}$ pont koſt $2\frac{1}{4}$ gul. wat $5\frac{1}{8}$ pont? komt $7\frac{11}{16}$ gul.

3 9 41
4 2
8
18
96

$\frac{1}{2}$ el koſt $\frac{3}{4}$ gul. wat $\frac{5}{8}$ el? komt $\frac{15}{16}$ guld.

1 3 5
4 2
8
6
32

De getallen die aan een gehaalt zijn moeten met malkander gemultipliceert en gedivideert werden na de Regel.

Als $4\frac{1}{2}$ el koſt 5 gul. wat 20 el? komt $22\frac{2}{9}$ guld.
Als 65 pont koſt $40\frac{5}{8}$ gul. wat dan 8 pont? komt 5 guld.
Als men voor 32 guld. heeft 45 pont, hoeveel voor $8\frac{8}{15}$ gul? komt 12 pont.
Als 7 el koſt $5\frac{3}{5}$ gul. wat dan $3\frac{3}{4}$ el? komt 3 gulden.
Als $\frac{3}{4}$ pont koſt $2\frac{5}{8}$ ſtuyvers, wat 3 pont? komt $10\frac{1}{2}$ ſtuyvers.
Als $50\frac{1}{2}$ pont koſt 8 guldens, wat $28\frac{13}{32}$ pont? komt $4\frac{1}{2}$ guld.
Als men voor $2\frac{5}{8}$ ſtuyvers heeft $\frac{3}{4}$ pont, wat voor $10\frac{1}{2}$ ſtuyv. komt 3 pont.

Nu oordeelen wy, aangaande deze zaak, in alles voldaan te hebben; tot verdere oeffening recommanderen wy onze telkunſt. 't Gene wy nu verhandelt hebben wert de Regel van drien genaamt, om datter altijt drie getallen in gegeven zijn: de Regel van drien in 't *geheel* noemt men ze als alle de gegeve getallen *heele* zijn, en in 't *gebroken* als'er *breuken* by gevonden werden.

Van de ketting Regel.

Zomtyts wert de reden, of de overeenkoming van de twee voorſte getallen, na dewelke de twee andere moeten uytgevonden werden, zeer bedektelyk voorgedraagen, niet ſimpelijk als hier vooren, maar door verſcheyde hoedanigheden aan een geſchakelt.

By voorbeelt. Als 4 pont van *a*, zoo ſwaar zijn als 3 pont van *b*; en 5 pont van *b* als 4 pont van *c*; en 6 pont van *c* als 5 pont van *d*: hoeveel pont van *d* zijn dan zoo ſwaar als 240 pont van *a*? antwoort 120 pont van *d*.

De reden van *a* tot *d* wert hier zeer bedektelijk gegeven, kettings wyze aan een gekoppelt: de 4 van *a* werden vergeleken met de 3 van *b*, en dan wederom de 5 van *b* met de 4 van *c*, en dan noch de 6 van *c* met de 5 van *d*. Indien de getallen van *b* en *c* t'elkens gelijk genomen wierden als menze herhaalde, men zoude eenvoudig de vergelijking konnen zien: by voorbeelt; indien het dus voorgedragen wiert: 4 pont van *a* zijn als 3 pont van *b*, en 3 pont van *b* als 5 pont van *c*, en 5 pont van *c* als 6 pont van *d*, zoo zoumen klaarlijk konnen zien dat de 4 pont van *a* zoo ſwaar waren als de 6 pont van *d*: want alsmen zegt dat 4 van *a* zijn als 3 van *b*, en dat wederom 3 van *b* zijn als 5 van *c*, zoo zegtmen niet anders, als dat 4 van *a* zijn als 5 van *c*; en als men dan wederom zegt 5 van *c* zijn als 6 van *d*: zoo zegt men niet anders als dat 4 van *a* zyn als 6 van *d*: maar om dat nu de getallen 3 van *b* en 5 van *b*, 4 van *c* en 6 van *c*, ongelijk gegeven zijn, daarom weet men nu niet wat overeenkoming datter tuſſen *a* en *d* is, ten waar men hen op deze manier zogte.

3 van *b* zyn als 4 van *a*, wat 5 van *b*? komt $6\frac{2}{3}$ van *a*:

en: 4 van *c* zyn als $6\frac{2}{3}$ van *d*, wat 6 van *c*? komt 10 van *a*.

6 pont van *c*, of 5 pont van *d*, dewyl deze even ſwaar zijn, doen dan zoo veel als 10 pont van *a*: zulx dat wy nu gevonden hebben dat 10 pont van *a* zoo ſwaar zijn als 5 pont van *d*.

10 *a* — 5 *d* — 240 *a*?
komt 120 *d*.

Nu vint men lichtelijk, door het voorgaande hoe veel ponden van *d* even zijn aan 240 ponden van *a*, om dat hare overeenkoming bekent is.

Op deſe manier hebben wy wel de vraag voldaan, maar men heeft twee getallen moeten vinden die ons nergens toe nut zijn, als de $6\frac{2}{3}$ pont van *a*, en ook de 10 pont van *a*; en zoo'er langer opſchorting in de vergelijking wierde gedaan, men had 'er noch meer moeten vinden, en men zoude noch meerder verlooren arbeyt hebben moeten doen.

En dewijl men in zodanige gelegentheden een veel korter weg kan inſlaan, die niet iets te vergeefs en doet, zo zullen wy niet alleenlijk die voordragen, maar

wy

wy zullen ook de middel toonen om hen te vinden. Stelt hen dan eerst in de volgende order.

$4a - 3b = 240\,a - .b(x)$
$5b - 4c = .b(x) - .c(y)$
$6c - 5d = .c(y) - .d$ 't begeerde; want deze ponden van *d* zijn zoo swaar als de *y* ponden van *c*; en de zelfde als de *x* ponden van *b*; en deze wederom als de 240 ponden van *a*. Zulx dat de laatste van *d* is als de 240 ponden van *a*, volgens deze kundigheit, *van de dingen die een verknochte evenheit hebben, is de eerste even aan de laatste.*

Nu weten wy, door het 13 Voorstel der evenredige grootheden, dat *x* tegens *x*, en *y* tegens *y*, mogen te niet gedaan werden, en dat dan het vermenigvuldigde van de eerste colom zal zijn tot het zelvige van de tweede colom, dat is 120 tot 60, als de 240 pont *a* tot de ponden van *d*. Gelijk in het nevenstaande afgebeelt staat.

$4a - 3b = 240\,a - .x$
$5b - 4c = \quad .x - .y$
$6c - 5d = \quad .y - .d$
$120 - 60 = 240\,a - .d$

En wy zien dat in de twee voorste colommen een zekere bepaalde order is: *recht over* staan de *gelijkwichtige*, te weten 4 pont van *a* als 3 pont van *b*; ook 5 pont van *b* als 4 pont van *c*; mede 6 pont van *c* als 5 pont van *d*: en *dwers over* staan de *gelijknamige*, en dat noch *vervolgens*: in de eerste vergelijking staat, in de tweede colom, 3 *b*, en in de tweede vergelijking staat, in de eerste, 5 *b*; in de zelvige staat 4 *c*, in de tweede colom, en 6 *c* in de eerste colom van de derde vergelijking: En men ziet klaarlijk dat in deze altyd zoodanigen order zal moeten wezen, wil men *x* en *y* zoodanige plaatzen doen hebben als hen in deze gegeven is: men ziet ook dat in de twee andere colommen de eerste is *a*, en de laatste is *d*. Zulx dat men besluyten mag, indien men twee colommen stelt in zulken order als nu getoont is dat deze zijn, *dat het vermenigvuldigde van de eerste colom, is tot het zelvige van de tweede, als het eerste van de eerste, tot het laatste van de tweede.* Dat is hier, 120 tot 60, als de ponden van *a* tot de ponden van *d*, die gelijk wichtig zijn.

En zoo men de begeerde ponden van *d* onder de eerste, en de 240 ponden van *a* onder de tweede colom stelde, gelijk hier neven, zo weet men sekerlijk dat de vermenigvuldigdens van beyde de Ryen zullen moeten gelijk wezen: om dat het vermenigvuldigde van de eerste colom 120 met de ponden van *d*, zoo veel zal moeten uytbrengen als het zelvige van de tweede colom 60 met de 240 ponden van *a*.

4 *a*	3 *b*
5 *b*	4 *c*
6 *c*	5 *d*
. *d*	240 *a*

En wy zien dat de order, die wy in de voorgaande Ryen aangewezen hebben, nu niet alleenlijk vervolgt (dat is, de gelijkwichtige nevens malkander, en de gelijknamige dwers vervolgens, gelijk de . van *d* neffens de 240 van *a*, en de 5 van *d* dwars van de . van *d*) maar ook dat het laatste evennamig is met het eerste, en dat deze mede in onderscheydene colommen staan. En wy mogen dan in 't generaal zeggen, *dat de gelijknamige dwers, en de gelijkwichtige recht over malkanderen staan.* En deze beyde te zamen in een smeltende, zoo vint men dat deze hoedanigheden als een ketting aan een geschakelt zijn, op de wyze van het nevenstaande, aan het welke noch begin noch eynde is; en hier van daan heeft ze de naam van ketting regel gekregen, gelijk wy hen ook met die naam zullen doopen.

Wy konnen dan deze wetten formeren, of wy konnen stellen deze

Algemeene Regel.

Op de Ketting Regel.

Verbeelt u twee colommen: en stelt in d'eerste een van de gegeve getallen die gy wilt, en daar nevens, in de tweede colom, zijn relative: dan weer in d'eerste colom het gelijknamige met dit laatste van de tweede colom, en in de tweede colom zijn relative, en zoo in 't oneyndig, zoo lang tot dat het laatste in de tweede colom evennamig is met het eerste van de eerste colom: voor het begeerde stelt een punt: dan vermenigvuldigt de onder een staande met malkander, en deelt het product van de colom, in de welke geen punt is, door de ander, de uytkomst is het begeerde.

De getallen van de eene colom mogen tegen die van de andere verkort werden: en de Noemers der breuken die in de eene colom staan moeten in de andere gebragt werden, volgens de darde hoedanigheit van het tweede deel.

Dewijl men van de gegevene getallen voor de eerste mag stellen die men wil, zoo kan dit voorstel op achterley wyze opgestelt werden, dat is, in noch seven behalven het bovenstaande.

dus

a 240	. *d*
d 5	6 *c*
c 4	5 *b*
b 3	4 *a*

of dus

b 3	4 *a*
a 240	. *d*
d 5	6 *c*
c 4	5 *b*

of dus

b 5	4 *c*
c 6	5 *d*
d .	240 *a*
a 4	3 *b*

of dus

c 4	5 *b*
b 3	4 *a*
a 240	. *d*
d 5	6 *c*

of dus

c 6	5 *d*
d .	240 *a*
a 4	3 *b*
b 5	4 *c*

of dus

d 5	6 *c*
c 4	5 *b*
b 3	4 *a*
a 240	. *d*

of dus

d .	240 *a*
a 4	3 *b*
b 5	4 *c*
c 6	5 *d*

En

En de zelve uytwerkende na de regel, zullen alle een zelfde uytkomst geven, gelijk te zien is in de twee volgende.

a 4	3 b		a 240	. d
b 5	4 c		d 5	6 c
c 6	5 d		c 4	5 b
d .	240 a		b 3	4 a
verm.			verm.	
120 —	~~14400~~	120 d	~~14400~~ —	120
d —	~~120~~		~~120~~ —	
				gedeelt

komt 120 voor d

Men ziet dat de uytkomsten in beyde 120 is, het zelfde dat hier te voren door de Regel van drien gevonden is.

Op de verkorting. Men hadde eerst a 4 tegens c 4, en b 5 tegens d 5 konnen uytdoen, dewylze gelijk zijn, en in twee bezondere colommen staan: en ook c 6 door b 3 konnen deelen, en door de uytkomst 2 de 240 a deelen, zo zou het quotient, 120, de ponden van d wezen, om dat alles te niet is behalven deze 120.

a ~~4~~	~~3~~ b
b ~~5~~	~~4~~ c
~~2~~ c ~~6~~	~~5~~ d
d .	~~240~~ a
—	120

Op de Breuken. Als 3 ellen van a zoo lang zijn als $3\frac{3}{4}$ ellen van b, en $4\frac{1}{2}$ ellen van b als 5 ellen van c: hoe veel ellen van c zijn dan zoo lang als 27 ellen van a? antwoort $37\frac{1}{2}$ ellen.

De getallen, na de regel gestelt zijnde, komen in order te staan als hier neven. De Breuken met hare noemers vermenigvuldigt zijnde brengen voort f en g. De Noemer van de breuk in de eerste colom wert gebracht in de tweede, en van de tweede onder de eerste, als hier n en m: dan, de tallen $4\frac{1}{2}$ en $3\frac{3}{4}$ uytdoende, en met de overige werkende na de regel, of met of zonder verkorting, men vint $37\frac{1}{2}$ voor de ellen van c die zoo lang zijn als 27 ellen van a.

a 3	$3\frac{3}{4}$ b 15 g
f 9 b $4\frac{1}{2}$	5 c
c .	27 a
m 4	2 n

Indien in het Vraagstuk de gelijknamige niet gebonden gegeven zijn, of datze in de zelve niet dubbelt gevonden werden, maar wel de gelijkaardige, of gelijkslagtige, zulx datze tot gelijknamige konnen gebracht werden, zoo moet men deze eerst hier toe reduceren, of men kan 'er eenige tussen in voegen waar door men de regel voldoet.

By voorbeelt. 4 pont van a is zoo swaar als 3 pont van b, en 12 oncen van b als 2 pont van c: hoe veel ponden van c zijn dan even swaar als 20 loot van a? antw. $\frac{4}{5}$ pont van c.

In deze wert gevonden 3 pont en ook 12 oncen van b, mede 4 pont en ook 20 loot van a, die wel beyde gelijkslagtig, maar niet gelijknamig zijn, doch konnen seer gemakkelijk daar toe gebracht werden, stellende $\frac{3}{4}$ pont in plaats van 12 oncen van b, en $\frac{5}{8}$ pont in stee van 20 loot van a, of makende de 3 pont van b

4 pont a	3 pont b	128 loot a —	48 onc. b
$\frac{3}{4}$ pont b	2 pont c	12 oncen b —	2 pont c
. pont c	$\frac{5}{8}$ pont a	. pont c —	20 loot a

tot oncen, en de 4 pont van a tot looden.

4 pont a	3 pont b
1 pont b	16 oncen b
12 onc. b	2 pont c
. pont c	20 loot a
32 loot a	1 pont a

Of door tussenvoeging, als hier neven, alwaar de 1 *pont* b *en* 16 *oncen* b, *ook* de 32 *loot* a *en* 1 *pont* a, daarby gevoegt zijn, alleenlijk om de gelijknamigheit te bewaren, gelijk men ziet dat zulx hier door geconserveert wert.

Tot oeffening zullen wy U L. de volgende Vragen voorstellen, daar van dat wy eenige zullen solveren, en eenige wederom niet.

1. Als 24 pont tot Amsterdam zoo swaar zijn als 25 pont tot Antwerpen, en 100 pont tot Antwerpen als 107 pont tot Zivilia: hoeveel ponden tot Zivilia zullen dan zoo swaar zijn als 100 pont tot Amsterdam? antwoort $111\frac{11}{24}$ pont.

2. Als 25 pont tot Antwerpen zijn als 24 pont tot Amsterdam, en 100 pont tot Antwerpen als 91 pont tot Calis in Vrankrijk: hoe veel ponden tot Calis zullen dan zijn als 100 pont Amsterdams? antwoort $94\frac{19}{24}$ pont.

3. Zoo 109 pont tot Antwerpen zoo swaar zijn als 96 pont tot Amsterdam, en ook zoo swaar als 120 pont tot Venetien: hoe veel ponden zal dan een baal zyde tot Amsterdam wegen, die tot Venetien gewogen heeft 360 pont? antwoort 288 pont.

4. Indien 3 gaarden tot Londen doen 4 ellen in Hollant, en 40 elle Hollants kosten 24 pont vlaams: hoe veel pont vlaams komen dan 35 gaarden te staan? antwoort 28 pont vlaams.

3 gaarden	4 ellen Hol.
40 ellen Hol.	24 pont vlaams
. pont vlaa.	35 gaarden

Men moet in deze de 40 ellen Hollants, en de 24 pont vlaams, nevens malkanderen stellen, om datze gelijkwaardig zijn, gelijk mede de begeerde pont vlaams en de 35 gaarden. In deze bestaat de gelijkheit in de *waarde*, en in de bovenstaande exempelen in de *swaarte*.

5. Als 5 pont Peper zoo veel kosten als 3 pont Nagelen; en 4 pont Nagelen zoo goet zijn als 2 pont Kaneel; en dat 3 pont Kaneel kost vier gulden: hoe veel dan een pont Peper? antwoort $\frac{2}{5}$ gul., of 8 stuyvers.

6. Wat kost een elle Laken tot Dantzik, zoo de Amsterdamze el kost $4\frac{1}{2}$ guld. en als 100 ellen tot Amsterdam zoo lang zijn als 102 ellen tot Dantzik, en dat men voor 6 gul. Hollants tot Dantzik ontfangt 221 gros? antwoort een Dantziker ellen kost $162\frac{1}{2}$ gros.

7. Zeker Koopman zent naar Engelandt zeekere stukken linnen, en rekent dat hem yder gaarde aldaar te staan komt op 42 st. engels: indien 12 ellen Hollants doen 10 ellen Vlaams, en 7 ellen Vlaams doen

doen 5 gaarden; en dat 6 gulden Hollants doen 20 ſchellingen vlaams, en 5 ſchellingen vlaams even zijn aan 3 ſchellingen engels: Vrage hoe veel ſtuyvers de elle Hollants gekoſt heeft? Antwoordt $20\frac{5}{6}$ ſtuyvers.

gaarde	1	4~~2~~ ſt. Eng.
ſt. Eng.	~~12~~	1 ſchell. Eng.
ſch. Eng.	3	5 ſchel. vlaams.
ſch. vla.	~~20~~	~~6~~ gul. Hollants.
gul. Hol.	1	~~20~~ ſt. Hollants.
ſtuy. Hol.	.	1 el Hollants.
2 el Hol.	~~12~~	~~10~~ el vlaams 5.
el vlaams	~~7~~	5 gaarden.

6 —— ~~12~~8 | $20\frac{5}{6}$ ſtuyv.
1 —— ~~6~~

In dit Vraagſtuk gebreken verſcheyde gelijknamige, en daarom in deze bygevoegt, gelijk in het nevenſtaande te zien is, de 12 ſtuyv. engels, en de een ſchelling engels: de 1 gulden Hollants, en de 20 ſtuyvers Hollants, zoo komt alles te ſtaan na de Regel.

8. Als het 100 pont Yzer alhier koſt $8\frac{1}{2}$ gulden: wat komt de 100 pont Antwerps tot Antwerpen te ſtaan, de wiſſel zijnde 2 per cento avance voor Antwerpen? 8 gulden Brabants.

Weet dat 100 pont tot Antwerpen doen 96 pont alhier: en dat na deze wiſſel 102 gulden hier maar 100 gulden tot Antwerpen doen: zulx dat men hen dus kan opſtellen.

100 pont Antw. zijn ——— 96 pont Amſterd.
en 100 pont Amſt. koſt tot Amſt. $8\frac{1}{2}$ guld. Amſterd.
en 102 gul. t'Amſt. doen ——— 100 guld. t'Antw.
en . gul. t'Antw. is de koſting van 100 p. t'Antw.

9. Als het laſt Rogge tot Dantzik ingekocht wert voor 70 Poolze guldens, en dat de ongelden aldaar, tot aan boort, bedragen $5\frac{1}{2}$ Poolze guldens: waarop komt het laſt Amſterdamze maar tot Amſterdam te ſtaan? indien de Vragt en ongelden op 't laſt van die maat komen te bedragen $12\frac{1}{2}$ gulden, wanneer men de wiſſel rekent op 230 gros? Antwoort nagenoeg op 67 gulden 13 ſtuyvers.

Weet dat 60 Schepel tot Dantzik een laſt doen: en dat 56 zoodanige Schepels hier een laſt uytmaken: dat men voor 1 pont, of 6 gulden, alsdan heeft 230 gros, van welke de 30 een Poolze gulden doen.

De $5\frac{1}{2}$ Poolze gulden by de 70 adderende, komt $75\frac{1}{2}$ Poolze gulden, zoo veel het laſt tot Dantzik komt te bedragen.

1 laſt D.	$75\frac{1}{2}$ guld. Pools
1 gul. Pools	30 gros
230 gros	6 guld. Holl.
. guld. Holl.	1 laſt Amſt.
1 laſt Amſter.	56 ſchep. D.
60 Schep. D.	1 laſt D.

De opſtelling valt als hier boven.
De uytkomſt is *fl.* 55 : 3 : — nagenoeg
hier by *fl.* 12 : 10 : — de ongelden.

komt *fl.* 67 : 13 : — 't geene een laſt Amſterdamze maat alhier komt te koſten.

10. Zoo de wiſſel is van Amſterdam op Frankfurt a 85 groten, en op Venetien a 95 groten: waar op komt de wiſſel van Frankfurt op Venetien? antwoort op $121\frac{4}{51}$ florynen.

Men is gewoon van Amſterdam op Frankfurt te wiſſelen in florynen van 65 Kreytſers, en van Frankfurt op Venetien in florynen van 60 Kreytſers, en men geeft eenige zoodanige florynen om daar voor tot Venetien te hebben 100 ducaten. Dies valt de opſtelling dus.

85 gro. tot Amſterd. zijn 65 kr. tot Frankfurt.
en 60 kr. tot Frankf. zijn 1 fl. tot Frankfurt.
en . fl. tot Frankf. zijn 100 duc. tot Venet.
en 1 duc. tot Venet. zijn 95 gr. tot Amſterdam.

11. Zoo de wiſſel is van Amſterdam op Frankfurt a 85 groten, en van Frankfurt op Venetien a 120 florynen: op hoeveel komt dan de wiſſel van Amſterdam op Venetien? antwoort op $94\frac{2}{13}$ groten.

12. Zoo de wiſſel van Amſterdam op Venetien is a 95 groten, en van Venetien op Frankfurt a 120 florynen: waar op komt de wiſſel van Amſterdam op Frankfurt? antwoort op $85\frac{5}{12}$ groten.

13. Zoo de wiſſel is van Amſterdam op Frankfurt a 85 groten, van Frankfurt op Venetien a 120 florynen; van Venetien op Piacenza a 130 ducaten; van Piacenza op Florenza a 120 ▽ d'oro; en van Florenza op Londen a 84 groten; op hoeveel komt dan de wiſſel van Amſterdam op Londen? antwoort op $24\frac{2}{7}$ ſchellingen.

Men geeft tot	Venetien	eenige	ducaten	om te hebben tot	Piacenza 100 ▽ di Marche.
	Florenz.		▽ d'oro		Piacenza 100 ▽ di Marche.
	Londen		gr. ſteer.		Florenz. 1 ▽ d'oro.

En tot Amſterdam eenige ſchellingen om tot Londen te hebben 1 pont ſteerlings.

	85 gro. tot Amſterd.	zijn	65 kr. tot Frankfurt.
en	60 kr. tot Frankfurt	zijn	1 flor. tot Frankfurt.
en	120 flo. tot Frankfurt	zijn	100 duc. tot Venetien.
en	130 duc. tot Venetien	zijn	100 ▽ d. Marche tot Piacenza.
en	100 ▽ di M. te piacen.	zijn	120 ▽ d'oro te Florenza.
en	1 ▽ d'oro te Floren.	is	84 gr. tot Londen.
en	12 grot. tot Londen	zijn	1 ſchell. ſt. tot Londen.
en	20 ſch. ſt. tot Londen	zijn	1 pont ſt. tot Londen.
en	1 pont ſt. tot Londen	is	. ſchell. tot Amſterdam.
en	1 ſchell. tot Amſterd.	is	12 grot. tot Amſterdam.

14. Als de wiſſel is van Amſterdam op Frankfurt a 85 groten, en op Londen a $37\frac{1}{2}$ ſchellingen; van Londen op Florence a 84 groten; van Florence op Piacenza a 120 ▽ d'oro; van Frankfurt op Venetien a 120 florynen: op hoeveel komt dan de wiſſel van Venetien op Piacenza? antwoort op $200\frac{35}{34}$ ducaten.

Deze voorbeelden zijn genoeg tot oeffening van deze Regel, en ook genoeg om te toonen wat ſlach van voorbeelden daar door konnen opgeloſt werden; die echter meer hier van begeert ſal zijn genoegen konnen vinden in onze Telkonſt.

De Voorſtellen die wy hier voren door de Regel van drien beantwoort hebben, kan men ook door deze Ketting Regel ontbinden.

Als 2 pont koſt 3 guld. wat 4 pont? antw. *6* guld.

pont 2 ⨯ 3 guld.
guld. . 4 pont.

2 $\cancel{12}$ | 6 gul.
: $\cancel{2}$

De 2 pont en de 3 gulden, ook de . gul. en de 4 pont, zijn *gelijkwaardig*, en de 2 pont en de 4 pont, 3 guld. en de . guld. zijn *gelijknamig*.

De Regel van Vyven.

Daar zijn noch andere gevallen, in de welke dat twee of meer getallen relatief op een zelfde zijn. By voorbeelt: als men met 100 gulden in 12 maanden tijts wint 4 guld., hoeveel wintmen dan met 800 gulden in 15 maanden? antwoort 40 guld.

Hier zijn de 100 gulden, en de 12 maanden, beyde relatief op de 4 guldens; en de 800 gulden, en de 15 maanden, beyde op de 40 guldens. Men ziet dat elk contribueert tot de winſt: zonder kapitaal wert niet gewonnen wat tyt dat men ook ſtelt, en zonder tyt wint men niet hoe groot dat ook het kapitaal is: het kapitaal verdubbelende verdubbelt de winſt, zoo mede de tyt. De tyt in beyde gelijk aanmerkende, zoo ziet men dat de winſten moeten vermeerderen, of verminderen, naar reden van het kapitaal: met 100 gulden 4 winnende, zo wintmen met 1000 gul. 40 gulden, dat is in elk 10 maal meer. De kapitalen even groot zijnde, zoo ſchikken zich de winſten na reden van de tyden: in 12 maanden 4 winnende, in driemaal langer tyt wintmen driemaal meerder. Wy beſluyten dan, *dat de kapitaalen en tyden, yder in 't bezonder, evenredig zijn met de winſten, de andere dan gelijk nemende.*

Wy konnen dan diergelijke voorvallen door twee regels van dien ontbinden, dus:

100 Gulden wint 4 gulden, wat 800 guld.? komt 32 gulden: en dan, in 12 maanden wint men 32 gulden, hoeveel in 15 maanden? komt 40 guld. *'t begeerde*. dat is, in beknopter ſtelling, dus:

100 kap. — 4 winſt — 800 kap.? — 32 w.
12 m. — 32 winſt — 15 m.? — 40 w. *beg.*

Men ſiet dat in deze twe ordeningen van evenredige een zelfde getal 32 is in een uytterſte en in een middelſte, daarom, deze 32 uytlatende, zoo zal 1200 tot 4 zijn, als 12000 tot 40, na het 13 voorſtel van 't eerſte Boek,

100 — 4 = 800 —
12 — 0 = 15 — 40

1200 — 4 = 12000 — 40

dat is, *het vermenigvuldigde van de twee relative*, 100 guld. en 12 maand. *tot het geent daar op zy relatief zijn*, dat is de winſt 4 gulden; *als het vermenigvuldigde van de twee andere relative*, 800 gulden en 15 maanden, *tot het geene daar op dat zy relatief zijn*, dat is de 40 gulden winſt. Of in korter woorden, *het vermenigvuldigde der oorſaken is evenredig met haar gewrochte:* want de 100 gulden en de 12 m. zijn beyde oorzaak van de 4 gulden winſt, dat overzulx haar gewrochte is; ende 800 gulden, en de 15 maanden zijn beyde oorzaak van de 40 gulden winſt, of tot haar gewrochte. Men ſtelt hen dan gemeenlijk dus op:

100 gl. k. / 12 m. > 4 gl. winſt   800 gl. k. / 15 m. > . gl. w.

En men noemt deze opſtelling de *Regel van Vyven*, om datter gemeenlijk *vyf* getallen in gegeven zijn.

Maar wy zullen diergelijke gevallen mede in twee colommen leren ſchikken, om ons daar door van verſcheyde obſervatien te ontlaſten, dat is op een wijze als hier neven, waar toe wy geven de deze

100 gl. k.	4 gl. w.
12 m.	800 gl. k.
gl. w.	15 m.

ALGEMEENE REGEL.

Maakt twee colommen: ſtelt in de eerſte de twee oorſaken,

saken, en in de andere haar gewrochte, doch zoodanig, dat in beyde de colommen oorzaken en gewrochte staan. De ondereenstaande vermenigvuldigt met malkander: het vermenigvuldigde van die colom, daarin dat geen punt en komt, deelt door het vermenigvuldigde van de andere, de uytkomst is het begeerde.

De getallen van de eene colom mogen tegen die van de andere colom verkort werden: en de noemers der breuken die in de eene colom staan, moeten in de andere colom overgebracht werden. Volgens de darde hoedanigheit van het tweede deel, even gelijk in de Ketting Regel.

100 — 4
12 — 800
. — 15

1200 — 48000 | 40 gul.
1200 |

door verkorting.

~~100~~ — ~~4~~
3 : ~~12~~ — ~~800~~
. — ~~15~~ : 5

40 gl.

~~100~~ — ~~4~~ .
3 : ~~12~~ — ~~500~~
2 : . — ~~10½~~ : ~~21~~ : 7

2 — 35 | 17½ gl.
2 |

Met 100 gulden wint men in 12 maanden 4 gl. hoeveel dan met 500 gulden in 10½ maanden? komt 17½ gulden.

En het is ook evenveel waar dat de punt komt te vallen: of het is in een oorzaak, of in een gewrochte, het en geeft geen verschil.

Aan de deugt van deze Regel zal niet konnen getwyffelt werden, wanneer men ziet dat deze opstelling niets anders doet, als datze, van de nevenstaande stelling, die hier

100 > 4 800 > .
12 15

voren geprobeert is, de twee uytterste in de eene colom, en de twee mindelste in de andere colom, onder een voegt: zulx dat het vermenigvuldigde van de eene colom gelijk moet wezen aan het zelvige van de andere.

En op dat gy van deze Regel, en diergelijke slag van vraagstukken, niet alleenlijk zoudt kennen de Theory, maar ook hebben de practijk, zoo zal ik u belasten de volgende voorstellingen te ontbinden.

1. Als men met 640 gulden, in 15 maanden, gewonnen heeft 120 guldens: tegens hoeveel is dat ten hondert in 't iaar? antwoort 15.

2. Zoo men met 800 gulden, in 15 maanden, gewonnen heeft 40 gulden: wat wint men dan ten hondert in 12 maanden? antwoort 4 gulden.

3. Zoo 12 Wevers, in 15 weken, konnen maken 120 stukken Linnen: hoeveel stukken dan 9 Wevers in 10 weken? antwoort 60 stukken.

4. Als men met 450 pont, in 8⅓ maanden, gewonnen heeft 25 pont: hoeveel is dat ten hondert in 't jaar? antwoort 8.

5. Zoo men met 100 gulden, in 12 maanden, wint 4: in hoeveel tijt wint men dan 40 gulden, met 800 guldens kapitaals? antwoort in 15 maanden.

9. Met 100 wint men in 12 maanden 4: wat kapitaal heeft men van doen om 40 gulden te winnen, in 15 maanden? antwoort 800 gulden.

7. Zoo 12 Wevers, in 15 weken, maken 120 stukken Linnen: in wat tyt konnen dan 9 Wevers maken de helft? antwoort in 10 weken.

8. Als het last Rogge gelt 96 goutgulden, zoo geeft men een broot van 12 pont voor 10 stuyvers, geldende 108 goutgulden 't last: hoe swaar zal men dan het broot bakken om te konnen geven voor 7½ stuyver? antwoort 8 pont.

9. Zoo 12 knechts, arbeydende 5 dagen ter week, in 20 weken, aan arbeytsloon verdienen 1000 gulden: hoeveel verdienen dan 9 knechts, in 30 weken, 6 dagen in de week werkende? antwoort 1350 gulden.

12 k. — 1000 gul.
5 d. — 9 k.
20 w. — 6 d.
. gl — 30 w.

In dit Vraagstuk zijn 3 getallen als oorzaak, en een als gewrochte: de 12 knechts, de 5 dagen, en de 20 weken zijn oorzaak vande 1000 gulden: ook zijn de 9 knecht, de 6 dagen, en de 30 weken oorzaak van het begeerde arbeytsloon.

12 k. — 1000 gul.
100 d. — 9 k.
. gl. — 180 d.

Of eygentlijck zijnder maar twee oorzaken tegen een gewrochte, om dat de 5 dagen, en de 20 weken, niets anders te kennen geven, als dat yder knecht, in 't geheel, arbeyt 100 dagen, dat is 5 maal 20: en de 6 dagen, en 30 weken, niet anders, als dat yder knecht in alles werkt 180 dagen.

10. Zoo men in zeker Klooster, hebbende 7 plaatzen, daar van in yder hangen 5 lampen, elke lamp versien met 3 lichten, of pitten, in 20 weken, verbrant drie tonnen Oly: hoeveel Oly zal men verbranden in een ander Klooster, daar in 12 plaatzen zijn, in yder hangende 7 lampen, van 4 lichten in 25 weken tyts: de pitten in beyde de Kloosters even dik zijnde, en de lampen gedurig brandende? antwoort 12 tonnen.

In deze zijn wel 4 getallen die relatief zijn op een, of vier oorsaken tegen een gewrochte: de 7 plaatzen, de 5 lampen, de 3 pitten, en de 20 weken zijn alle oorsaak tot de consumpty van 3 tonnen Oly. Maar daar zijn ook eygentlijk maar twee oorsaken, dat zijn de pitten die lichten, en de tyt dieze branden. 7 plaatzen, en in yder 5 lampen, maken uyt 35 lampen, en in yder lamp 3 pitten, zijn 105 pitten: 12 plaatzen, en in yder 7 lampen, zijn 84 lampen, elk van 4 pitten, zijn 326 pitten. De questy is dan dusdanig. *Indien*

105 pitten — 3 tonnen oly
20 week. — 326 pitten
. ton. ol. — 25 weken

105 pitten, in 20 weken, verbranden 3 tonn. Oly: hoeveel tonn. Oly verbranden dan 326 pitten in 25 weken tyts?

 Daar

Daar zijn noch andere slag van Vraagstukken, in de welke alleenlijk oorsaken gegeven en begeert werden, of in de welke dat het gewrochte weerzijts gelijk gestelt wort.

11. By voorbeelt. Als 36 man, in 20 weken, zeker werk konnen voltoyen: hoe lang zullen 90 man daarover arbeyden.

Het werk, dat hier het gewrochte is, wert hier verswegen, alleenlijk wort het in beyde gelyk gestelt. Deze, en alle diergelijke, kan men ontbinden na de voorgaande wijze, steilende voor het gewrochte een teken naar believen, of een gelyk getal, als hier neven.

36 man	x werk
20 wek.	90 man
x werk	. weken

En deze konnen alle mede door de Regel van Drien ontbonden werden, te weten wanneerder twee oorzaken in gegeven zijn, om datter altijt, in zoodanigen geval, maar 3 getallen in voorgestelt worden.

En men moet de wetten, die hier voren daar toe gegeven zijn in allen deelen naarkomen, alleenlijk met dit onderscheit, *dat de opstelling van de rechter na de linkerhant moet geschieden* op de zelfde wijze gelijkze aldaar gedaan is van de linker naar de rechter zyde. In de uytwerking, verkorting, &c. is dan geen verandering: of men moet alleenlijk verandering maken in de uytwerking, *nemende de darde voor den Divisor, en de twee andere voor de Vermenigers*, en de opstelling doen als voren. Maar dan moet men in de verkorting het darde alleen tegen de twee andere verkorten, en ook de Noemer van zijn Breuk onder de andere brengen. En om dat hier altijt eenige strijdigheyt is, of liever, om dat de eerste condity de opstelling verkeert, of rechtstrijdig doet tegen de gewoonte, daarom wert dese *de Regel van drien verkeert* genaamt. En men zal zien, welke van de twee voornoemde opstellingen dat men ook gebruykt, *dat altijt die twee oorsaken met malkander gemultipliceert werden, dewelke relatief op een zelfde gewrochte zijn, en dat het overige den divisor is:* en dit komt overeen met de eerste stelling die wy na de Regel van vijven gedaan hebben, en daarom bevestigt de eene bewerking de ander, of liever, de eerste de laatste. In elk moet de 36 man met de 20 weken vermenigvuldigt werden, beyde oorsaken van het gewrochte, en het Product moet gedeelt werden door de 90 man.

Man	weken	Man
90	20	36
	36	1
	$\cancel{7}\cancel{2}\cancel{0}$	8 weken
	$\cancel{9}\cancel{0}$	

Man	weken	Man
36	20	90
1	36	a.
	$\cancel{7}\cancel{2}\cancel{0}$	8 weken
	a $\cancel{9}\cancel{0}$	

En men mag in 't algemeen zeggen *dat men alle de oorsaken van een zelfde gewrochte met malkander moet vermenigvuldigen, en datmen deze den eenen door den anderen moet divideren, tot de divisor nemende daar aan de begeerde oorzaak ontbreekt, en besluyten dat het quotient het begeerde is*, om dat de vermenigvuldigdens der wederzijdze oorzaken gelijk zyn. Niet alleenlyk als'er twee, maar ook als'er meer oorzaken tot een gewrochte zijn.

12. Zoo 400 soldaten met Victualy versien zijn voor 3 maanden, hoe lang sullen 300 man daarmeê toekomen? antwoort 4 maanden.

13. Een Schipper hem versien hebbende met Victualy voor 150 man tot een jaar: 30 mannen minder aannemende, hoe lang zal hy'er dan meê toekomen? antwoort 15 maanden.

14. Als 12 knechts, arbeydende 's weeks 5 dagen, in 20 weken, zeker stuk werks konnen opmaken; in wat tijts zouden 9 knechts, arbeydende 6 dagen ter week, het zelvige voltoyen? antwoort in $22\frac{2}{9}$ weken.

12 kn.	x
5 d.	9 kn.
20 w.	6 d.
x	. w.

Hier in zijn drietallen Relatief op het gewrochte, dat ik x noem, de opstelling valt als hier neven.

15. Zoo men op 15 plaatzen, in yder een lamp hangende van 3 pitten, in 24 dagen van doen heeft een tonne Oly: hoeveel dagen zou men het zelvige tonneken verbranden op 9 plaatzen, hangende in yder 3 lampen, yder hebbende 4 pitten? antwoort in 10 dagen.

VI. DEEL.

Inhoudende verscheyde Vraagstukken: dienende tot oeffening.

INdien men de Regulen, die in het voorgaande deel verhandelt zijn, wel verstaan heeft, en omzichtelijk in de voorvallende zaken weet te gebruyken, zoo zal men alles konnen uytrekenen, en met een goet verstant verrichten, 't gene dies aangaande, omtrent de Negoty, te doen valt. Ik zegge met omzichtigheit om dat deze hoedanigheit voornamelijk hier toe vereyscht wert, wy konnen U L. niet anders als dit recommanderen. 't Is ons onmogelijk het zelvige door een Regel te bepalen, of u een richtsnoer voor te schryven waarna gy hen alle soud konnen ontbinden: yder bezonder Vraagstuk vereyscht een bezondere manier van Soluty. In 't algemeen sullen wy echter dit zeggen, *datmen de voorgegevene questy naukeuriglijk moet lezen, of eygentlik, datmen hen wel moet verstaan, en daarin onderscheyden, niet alleenlijk wat gegeven is en wat begeert wert, maar ook hare eygenschappen: dan moet men overleggen op wat wyze dat deze beyde onderling van malkander afhangen, of, hoedanig, en door wat middelen dese aan een gebonden zijn*, dewyl die opmerking u de weg sal banen om het begeerde, door middel van het gegeve, uyt te vinden. Dese aan een schakeling kennende, zoo kent gy ook de Soluty, en daar-

daarom is dit het voornaamste van de geheele Arithmetica, of liever van haare oeffening, dewijl men deze wetenschap kan seggen te bestaan in het geene nu alrede verhandelt is. Indien de voorstellen van zulken gedaante zijn als die, dewelke in het vijfde deel ontbonden werden, zoo weet gy deze weg, maar hen anders bevindende zoo observeert het gezeyde, en overlegt of gy niet, met een of meer tussen tallen de vinden, tot de oplossing kont geraken, gebruykende de regulen hiervoren beschreven; en het sal noyt missen, indien gy omzichtelijk voort gaat, of gy sult u oogwit beryken; (onderstellende dat de questy wel voorgedragen is) solveert hem eerst in't geheel by gedachten, of, indienze al te wijdluftig is, stelt hem regelze wijze op, zonder uytrekening: voor de tussentallen, die gy door uytrekening zou moeten vinden, stelt alleenlijk tekens, en dit alles om van veel vergeefze moeyten ontslagen te wezen; en zoo gy het dan niet wel getroffen hebt, zo went het over een andere boeg die u de waarschynelijkste is, en doet dit zoo lang tot dat zy u het begeerde uytlevert, of tot dat gy afgemat zijt, of het u verveelt, en hervat het kort daarna. Een afgesloofde geest is onbequaam tot inventie: de divertering herstelt het verstant. De denking hangt niet onmiddelijk af van onze wil: men denkt niet al watmen wil, noch men wil niet al wat men denkt: de voorwerpen werken op de zinnen, en de zinnen op de ziel. Die dan zijn gedachten wil vernieuwen moet van voorwerpen veranderen. Ik weet wel dat men veele meditatien heeft die niet door de zinnen gemoveert werden, dat de ziel veeltijts met zich zelfs bezich is, of dat het verstant zijne bezonderheden ondersoekt, en redenkavelt over het geene in zich is: maar ik weet ook dat de eerste van deze van de zinnen afhangen, zonder zinnen heeft men noit zien denken. Maar ik wijke van 't spoor: laat ik voorbeelden stellen die u inboesemen het geene ik nu even gezeyt hebbe, die u dwingen tot zoodanigen omzichtigheit als ik van u eyssche, en die u de weg aanwijzen hoe men hen handelen moet. Zommige zal ik ontbinden, de andere bevele ik U L.

1. Als 2 ponden Peper kosten 25 stuyvers: hoeveel dan 60 pont Nagelen? als 3 pont Nagelen zoo veel kosten als 16 pont Peper? antwoort 200 gulden.

Het begeerde is de kosting van de 60 pont Nagelen, de andere zijn gegevens. Men kan hen, door tweemaal de Regel van drien te gebruyken, zolveren. Een tussengetal moet gevonden werden: of, wat de 16 pont Peper kosten; of, hoeveel pont Peper zoo veel kosten als 60 pont Nagelen; of, hoeveel pont Nagelen zoo veel kosten als 2 pont Peper. Men ziet lichtlijk, als men weet wat 16 ponden Peper kosten, of 3 ponden Nagelen, dewijl dit evenwel is, datmen vinden kan wat 60 ponden Nagelen kosten.

dan 2 pont P. - 25 st. - 16 pont P? komt 10 guld.
3 pont N.- 10 gl. - 60 pont N? komt 200 gul.

Of, zoo men weet hoeveel pont Peper zoo veel kosten als 60 pont Nagelen, zoo kan men vinden wat 320 pont Peper kosten, om dat de prijs van 2 pont bekent is, en men heeft zoo doende het begeerde, om dat 60 pont Nagelen, mede zoo veel moeten gelden.

dan 3 pont N.- 16 po. P.- 60 po. N.? komt 320 po. P.
2 pont P. - 25 st. — 320 pont P.? komt 200 gul-

Of, zoo men weet hoewel ponden Nagelen zoo veel kosten als 2 pont Peper, zoo vint men de prys van 60 pont Nagelen, dewijl men weet dat 2 pont Peper, of de ponden Nagelen, nu even gevonden, kosten 25 stuyvers.

16 pont P.— 3 pont N.— 2 pont P.komt $\frac{3}{8}$ p.N.
dan, $\frac{3}{8}$ pont N.— 25 stuy. — 60 po.N. komt 200 gl.

Het tussental is dan 10 gulden, of 320 pont Peper, of $\frac{3}{8}$ pont Nagelen. Ik hebbe geen teken voor deze gestelt, om dat ik zag, deze gevonden hebbende, de middel om tot het begeerde te komen.

Men ziet, dat van deze manieren der ontbindig, de eerste opstelling van yder, drie van de gegeve getallen insluyt, daar van twee evennamig, en de darde, dat hier de middelste is, relatief is op de eerste, en wy weten ook dat men dit moet observeren als men de Regel van drien wil gebruyken. Dit zegge ik alleenlijk tot herdenking van het voorgaande.

2. Als 1 pont Peper kost 9 stuyvers, hoeveel dan 50 pont Nagelen, ingeval dat 8 pont Peper en 3 pont Nagelen evenveel waardig zijn? antwoort 60 gulden.

3. Als 3 pont Nagelen, en 16 pont Peper, evenveel waardig zijn: hoeveel pont Nagelen heeft men dan voor 200 gulden, in geval dat 2 pont Peper kost 25 stuyvers? antwoort 60 pont Nagelen.

4. Zoo een Engels Laken van 30 gaarden lang, kost 150 gulden: hoeveel dan een elle Hollants, als 3 gaarden en 4 ellen even lang zijn? antwoort $3\frac{3}{4}$ gulden.

5. Hoe veel ponden Nagelen kosten zoo veel als 16 pont Peper, by aldien dat 60 pont Nagelen kosten 200 gulden, en 2 pont Peper 25 stuyvers? antwoort 3 pont Nagelen.

6. Zoo men in 4 maanden zoo veel verteert als men in 3 maanden wint: wat hout men in 't jaar over, als men in 6 maanden wint 150 gulden? antwoort 75 gulden.

6 m. wint men — 150 gul. — 12 m? komt 300 gl.
— 3 m? komt 75 gl.

Zoo veel men verteert in 4 maanden, daarom, in 4 m. verteert men 75 gl. wat in 12 m. komt 225 gl. dit van 300 winst

rest 75 overw.

7. Zoo men in 3 maanden wint 45 gulden; hoe veel zouw men in 4 maanden moeten verteeren, om, zoo doende, in 't jaar over te houden een mantel van 36 gulden? antwoort 48 gulden.

8. Zoo men in een jaar een mantel overwint van 36 guldens: hoeveel heeft men in 5 maanden verteert, in 3 maanden winnende 39 gulden, antwoort 50 gulden.

9. Indien 100 pont kost 125 guldens, en het pont verkocht wert voor 27 stuyvers: wat is de winst ten hondert.

27 st. uytk.
100 p. kosten 125 g. hoeveel 1 p. komt 25 st. inkoop

2 st. winst.

Dan, met 25 stuyvers wint men 2 stuyvers, wat met 100, komt 8 die men ten 100 wint.

Ik hebbe gezegt met 25 wint men 2, en niet met 27, om dat 25 het geene is dat aangeleyt wert, en waarmede de 2 gewonnen is, en de 27 de aanleg en winst te zamen onder een is, of de ontfang is. Men wil in dit, en in diergelijke gevallen, eygentlijk weten wat men met 100, die men aan, of ingeleyt heeft, gewonnen heeft.

10. Zoo het 100 pont Indigo kost $62\frac{1}{2}$ pont vl. en men de 10 pont verkoopt voor 7 pont vl. hoeveel wint of verliestmen ten hondert? antwoort 12 ten hondert.

11. Als men van 900 pont kaas kostende 12 guld. 't 100 pont, verkoopt 300 pont tot 3, en de rest tot $2\frac{1}{2}$ stuyver 't pont: wat wint of verliest men ten hondert? men wint $11\frac{1}{9}$ ten hondert.

Men vint dat al de kaas inkoops kost 108, en verkocht wert voor 120 gul. dies wintmen, op 108 gulden 12 gulden, wat op 100? komt $11\frac{1}{9}$.

12. Zoo men de 8 pont Gengber inkoopt voor 5 gulden, hoe duur moetmen de 4 pont verkopen om 20 ten hondert te winnen? antwoort voor 3 gulden.

Zoekt eerst wat de 4 pont kosten, komt $2\frac{1}{2}$ gulden.
dan, 100 — 20 — $2\frac{1}{2}$? komt $\frac{1}{2}$ winst
100 $2\frac{1}{2}$ inkoop.

of, 100 — 120 — $2\frac{1}{2}$? komt 3 ontfang.

13. Zoo 100 pont kost 125 gulden: hoe duur zal men het pont verkopen om te winnen 8 ten hondert? antwoort voor 27 stuyvers.

14. Hebbende 900 pont kaas ingekocht voor 12 gulden 't hondert pont, en daar van verkocht 300 pont tot 3 stuyvers het pont, hoe duur zal men het pont van de rest verkopen om te winnen in 't geheel $11\frac{1}{9}$ ten hondert? antwoort voor $2\frac{1}{2}$ stuyver 't pont. Men vint dat de 900 pont kosten 108 gulden.

Dan, op 100 moetmen winnen $11\frac{1}{9}$, wat op 108? komt 12.

Dies moet men 120 gulden in 't geheel ontfangen; voor de 300 pont ontfangt men 45 gulden, daarom moet men voor de resterende 600 pont noch ontfangen 75 gulden, dat is, voor een pont $2\frac{1}{2}$ stuyver.

15. Zoo 25 eyeren gelden, verkopende, $7\frac{1}{2}$ stuyver, hoe duur zal men de 100 inkopen, om, op 3600 eyeren verkopende, te winnen 135 stuyvers? antwoort voor $26\frac{1}{4}$ stuyvers.

Zoekt eerst hoeveel datmen voor de 3600 ontfangt, komt 1080 stuyvers, hier af 135 stuyvers rest 945 stuyvers, die men voor de 3600 moet uytgeven, dat is voor het hondert $26\frac{1}{4}$ stuyvers.

16. Zoo 4 Lamoenen in 't verkopen gelden $1\frac{3}{4}$ stuyvers: hoeveel zal men voor de 5 moeten geven om te winnen $9\frac{3}{8}$ ten 100? antwoort 2 stuyvers.

17. Zoo men van 900 pont kaas, de 300 pont kan verkopen tot 3, en de rest tot $2\frac{1}{2}$ stuyver 't pont: hoe duur moet men het 100 pont inkopen, om, verkopende als boven, te winnen $11\frac{1}{9}$ ten 100? antwoort voor 12 gulden.

Zoekt eerst hoeveel dat men voor de 900 pont zoude ontfangen, komt 120 gulden.

Dan, $111\frac{1}{9}$ ontfangende, moet 100 kosten, wat 120 ontfangende?

Komt dat ze moet kosten, of dat men daar voor moet uytgeven 108 gulden, dat is voor het 100 pont 12 gulden.

18. Als men het pont Turx Garen geeft voor 15 schellingen, zoo wint men op 48 pont verkopende 6 pont vlaams: indien men 't nu voor 12 schellingen gegeven hadde, wat sou men dan gewonnen of verloren hebben? antwoort $1\frac{1}{2}$ verloren.

15 sch.
op 48 p. wintmen 6 p. vl. wat op 1 p? komt $2\frac{1}{2}$ sch.

$12\frac{1}{2}$ sch. zo het kosten overzulx $\frac{1}{2}$ sch. verlies, dat is op 48 pont $1\frac{1}{5}$ pont vlaams.

19. Als men d'elle Linnen geeft voor 15 stuyvers, zoo wintmen op 48 el 6 gulden, hoeveel dan ten hondert als men de el voor 14 stuyvers verkocht hadde? men zou noch winnen 12 ten hondert.

20. Zoo men d'el voor 14 stuyvers verkoopt zoo wintmen 12 ten 100, hoeveel dan ten hondert als men het voor 15 stuyvers verkocht hadde? antwoort 20 ten hondert.

112 -- 100 -- 14? komt $12\frac{1}{2}$
dan, $12\frac{1}{2}$ -- 15 -- 100? komt 120, dat is 20 ten 100 w.
of dus 14 -- 112 -- 15? komt 120, dat is &c. als boven.

21. Kopende een Obligaty van 675 gulden met 50 gulden winst; hoe duur moet hy die weêr verkopen winnende 4 ten hondert? antwoort voor 650 gulden.

22. Zoo men 4 ellen geeft voor 3 gulden, zo wint men, 78 gulden ontfangende, 13 gulden: hoe duur moetmen dan de 10 el verkopen om 12 ten hondert te winnen? antwoort voor 7 gulden.

Eerst, onder 78 gulden ontfangende is 13 gulden winst, wat onder 3 gulden ontfangende, komt $\frac{1}{2}$ gulden winst, dies is $2\frac{1}{2}$ gulden de uytgift. De 4 pont kosten dan $2\frac{1}{2}$ gulden, wat de 10 pont, komt $6\frac{1}{4}$ gulden. Dan, voor 100 moetmen 112 ontfangen, hoeveel voor $6\frac{1}{4}$ gulden, komt 7 gulden, die men voor de 10 pont moet ontfangen om te winnen 12 ten 100.

23. Als 2 pont gelden 21 schellingen, zoo wint men 5 ten hondert: als men 10 ten hondert wil winnen, hoe duur moet men dan het pont verkopen? antwoort voor 11 schellingen.

24. Als men d'el geeft voor 15 stuyvers, zoo wint men op een stuk 6 gulden; en als men d'el voor 14 stuyvers geeft, zoo wint men op het zelvige stuk 3 gulden 12 stuyvers: hoe lang is het stuk? antwoort 48 el.

De

De 6 gulden, en de 3 gulden 12 stuyvers winst, verschillen 48 stuyvers, zoo veel men na de laaste verkoop minder wint als na de eerste, en 't verschil op 1 el, is 1 stuyver, daarom dan, 1 stuyver minder winnende, verkoopt men een el, hoeveel el 48 stuyvers minder winnende, komt 48 el: en zoo lang is het stuk.

25. Verkoopende een stuk Linnen voor 15 stuyvers d'el, zoo wint men daarop 6 gulden, maar $2\frac{2}{5}$ gulden minder zoo wint men 12 ten hondert: hoe lang is het stuk? antwoort 48 el.

Als hy $2\frac{2}{5}$ gulden minder wint, zoo wint hy eygentlyk $3\frac{3}{5}$ gulden, dan, als 12 de winst is, zoo is 100 het kapitaal; wat als $3\frac{3}{5}$ gulden de winst is? komt dat 30 gulden als dan het kapitáal is. In de eerste verkoop heeft men dan ontfangen 36 gulden, en overzulx heeft men 48 el verkocht, of het stuk is zoo lang.

26. Als men de 2 el inkoopt voor 3 gulden, en de 5 el verkoopt voor 9 gulden, zoo wint men zoo veel als 18 ellen kosten: hoe veel ellen heeft men verkocht? antwoort 90 el.

27. Twee Studenten reyzen naar Italien, A reyst daags 9 en B 12 mylen: indien A 7 dagen eer vertrekt als B, wanneer zal B, de eerste A achterhalen: antwoort als hy 21 dagen gereyst heeft.

A was vooruyt, eer B begon te reyzen, 7 maal 9, dat is 63 mylen, en haalt hem daags in 3 mylen, om dat hy 12 mylen reyst en A maar 9; daarom, om 3 mylen in te haalen, moet men 1 dag reyzen, wat om 63 mylen in te halen? komt 21 dagen.

28. Een Hont doet 27 sprongen tegen een Haas 25, en de sprongen zijn gelyk: indien nu de Haas voor uyt is 50 sprongen: in hoeveel sprongen zal de Hont de Haas achterhalen? antwoort in 675 sprongen.

29. Een Koopman twee schepen geladen hebbende, in A 150, en in B 240 vaten Wijn: aan een tol komende: betaalt hy voor A een vat Wijn en ontfangt 6 gulden te rug, en voor B mede een vat Wijn en daarenboven noch 18 gulden: Vrage op hoeveel gulden het vat Wijn gerekent is? antwoort op 46 gulden.

Het verschilt 24, dat is 6 en 18 gulden, of men 6 gulden ontfangt dan of men 18 gulden uytkeert: zulx dat voor de 90 vaten Wijn, die in B meerder geladen zijn als in A, betaalt wert 24 gulden, daarom

240 B	6 te rug.
150 A	18 uytkek.

90 —— 24 —— 150 Vaten A?

komt 40 gulden zoo veel de tol beloopt
6 gulden te rug ontfangen,

46 gulden de waarde van 1 Vat

of 90 — 24 — 240? komt 64 gulden de tol van B, hier af 18 gulden aan gelt, rest 46 gulden aan Wijn, of zoo hoog het vat getaxeert is.

30. Een Man drinkt een tonne bier alleenig uyt in 20, en zijn Vrouw alleenig in 30 dagen, hoe lang zullen zy 'er te zamen over drinken? antwoort 12 dagen.

In 20 d. drinkt de Man 1 ton, wat in een dag? k. $\frac{1}{20}$ ton.
In 30 dag. drinkt de Vrou 1 ton, wat in 1 dag? k. $\frac{1}{30}$ ton.

vergaart, komt $\frac{1}{12}$ ton.

zoo zy te zamen in een dag uyt drinken, daarom; om $\frac{1}{12}$ ton uyt te drinken heeft men 1 dag van doen wat om 1 ton uyt te drinken? komt 12 dagen.

Wy hebben hier alles op een dag uytgerekent: men had 2 of meer dagen konnen nemen, het is gelyke veel als men de tyt maar in alles gelijk neemt.

31. Een Man drinkt een tonne Bier uyt in 20 dagen, en als zijn Vrouw hem helpt zoo drinken zy het uyt in 12 dagen: in wat tijt kan de Vrouw dan de ton alleenig uytdrinken? antwoort in 30 dagen.

32. Indien een Moeder, met haar twee Dochters, te zamen, in een dag konnen afspinnen 3 pont Vlas, en dat de Moeder het zelvige afspint in $2\frac{1}{2}$ dag, en de oudste dochter in $2\frac{1}{4}$ dag: in wat tijt kan het de jongste alleen doen? antwoort in $6\frac{3}{7}$ dagen.

M. $2\frac{1}{2}$ d. — 3 pont — 1 d? komt $1\frac{1}{5}$ po. Moeder
O.d. $2\frac{1}{4}$ d. — 3 pont — 1 d? komt $1\frac{1}{2}$ po. O. Doch.

vergaart komt $2\frac{8}{15}$ pont, zoo

de Moeder en outste dochter te samen in 1 dag afspinnen, dit van 3 pont zoo veel zy alle drie in 1 dag afspinnen, rest $\frac{7}{15}$ pont voor de jongste dochter in een dag, daarom

$\frac{7}{15}$ pont — 1 dag — 3 pont? komt $6\frac{3}{7}$ dagen.

33. Zoo men in $1\frac{1}{2}$ maant een zeker vaatje Wijn kan uytdrinken, en dat men daar dagelijks zoo veel bydoet, waar door dat men zulken vaatje, leeg dan zijnde, in $2\frac{2}{3}$ maanden zoude komen te vullen, in wat tijt zal men 't alsdan uytdrinken? antwoort in 2 maanden.

34. Drie hebben te zamen een Wey gehuurt voor 605 gulden: A heeft daarop geweyt 5 Ossen $4\frac{1}{2}$ maanden lang: B 8 Ossen 5 maanden lang, en C 9 Ossen $6\frac{1}{2}$ maanden lang: vrage hoeveel yder van weyloon betalen moet? antwoort A $112\frac{1}{2}$, B 200, en C $292\frac{1}{2}$ gulden.

Dewijl een yder moet betalen, niet alleenlyk na de quantiteyt der Ossen, maar ook naar de langheyt van de tijt die zy in de Wey gelopen hebben, of, om dat de Ossen en de tijt beyde oorzaak zijn, of contribueren tot de betaling, daarom zullen de vermenigvuldigdens van yders Ossen met zijn tijt, evenredig zijn met de penningen die zy betalen moeten.

A 5 Oss. $4\frac{1}{2}$ m.	$22\frac{1}{2}$ vermenigvuldigde
B 8 Oss. 5 m.	40 dito
C 9 Oss. $6\frac{1}{2}$ m.	$58\frac{1}{2}$ dito

$$121 \;—\; \left\{\begin{matrix} 22\frac{1}{2} \\ 40 \\ 58\frac{1}{2} \end{matrix}\right\} \;\overset{\text{gl.}}{605}\,? \;\; \overset{\text{gl.}}{\left\{\begin{matrix} 112\frac{1}{2}\ \text{A} \\ 200\ \text{B} \\ 292\frac{1}{2}\ \text{C} \end{matrix}\right.}$$

A moet

A moet dan betalen $22\frac{1}{2}$, tegen B 40, en tegen C $58\frac{1}{2}$; dat is in dien 'er te betalen waar 121 gulden, zoo moeste A geven $22\frac{1}{2}$, B 40, en C $58\frac{1}{2}$ gulden: daarom nu, als van 121 moet A geven $22\frac{1}{2}$, wat van 605? komt $112\frac{1}{2}$. Ook van 121 moet B betalen 40 wat van 605? komt 200 gulden, en zoo mede met C.

De Proef is, dat de zom der drie uytkomsten $112\frac{1}{2}$ 200, $292\frac{1}{2}$, wederom de gedeelde zom 605 moeten uytmaken, gelijk men zulks in deze zal bevinden.

35. Drie hebben van interest ontfangen 665 gulden: A heeft daartoe ingeleyt 4000 gulden 12 maanden lang, B 3000 gulden 15, en C 5000 gulden 8 maanden lang: Vrage hoeveel yder van de voornoemde interest toekomt? antwoort A 240, B 225, en C 200 gulden.

De Interessen reguleren zich na het kapitaal en na de tijt, en zijn daarom evenredig met de vermenigvuldigdens van deze beyde. Daarom als boven,

A 4000 — 12 | 48
B 3000 — 15 | 45
C 5000 — 8 | 40

Int.
133 — 665 Inver.
133 —— { 48 A? komt 240 A.
1 —— 5 { 45 B? komt 225 B.
{ 40 C? komt 200 C.

Ik hebbe de drie nullen van yders kapitaal afgelaten, om dat dit geschieden mag ter oorzake om dat alsdan de vermenigvuldigdens nu alle 1000 maal kleender zijn.

36. A heeft ingeleyt 30 pont 4 maanden, B 20 pont 5 maanden, en C 15 pont 6 maanden: en hebben te zamen gewonnen 31 pont: Vrage wat yder daar van komt? antwoort A 12, B 10, en C 9 pont.

37. A leent aan B 675 gulden 8 maanden lang, hoe lang moet B weer aan A leenen 450 gulden, op dat de vrientschap gelyk is.

By gelyke Vrientschap wert niet anders verstaan, als dat de interest, dieze van deze leening zoude konnen pretendeeren, in beyde behoorde gelyk te wezen: nu weten wy dat de Interessen evenredig zyn met de vermenigvuldigdens van de kapitalen en hare tijden: en daarom, dat deze producten, in dit voorval, moeten egaal zijn.

A leent 675 gulden 8 maanden | 5400 vermenigv.
B leent 450 gulden . maanden | 5400 vermenigv.

't Vermenigvuldigde van A kapitaal met zijn tijt is 5400, zoo veel moet dan mede het vermenigvuldigde wezen van 450 met de maanden van B zijn leening, daarom 5400 door 450 gedeelt, komt 12 maanden, zoo lang B 450 gulden aan A leenen moet.

38. A wert van B betaalt 900 gulden 12 maanden na de vervaldag: hoe veel maanden na de vervaltijt zal A aan B betalen 1350 gulden, op dat hy zijn schade inhaale? antwoort 8 maanden.

39. A betaalt aan B 300 gulden 4, en 700 gulden 3 maanden te laat: hoe lang na de vervaldag zal B aan A betalen 750 gulden op dat hy geen schade en kome te lijden? antwoort 4 maanden en 12 dagen.

En indien B, tot revengy, $\frac{1}{3}$ daar by wilde profiteren, hoe lang dan? antwoort 5 maanden 26 dagen.

Men heeft in zodanigen geval, de vooren gevondene tijt, 4 maanden 12 dagen, met $\frac{1}{3}$ te vermeerderen, dat is met een maand en 14 dagen, komt 5 maanden 26 dagen, of men kan het vermenigvuldigde met $\frac{1}{3}$ vermeerderen, te weten

A { 300 — 4 | 1200
{ 700 — 3 | 2100

$\frac{1}{3}$ { 3300
{ 1100

B 750 —— | 4400, gedeelt door 750,
komt 5 maanden 26 dagen.

40. Eender is schuldig te betalen 200 pont over 3, en 300 pont over $4\frac{2}{3}$ maanden: over wat tijt mag zulx te gelijk betaalt werden? antwoort over 4 maanden.

200 pont — 3 m. | 600
300 pont — $4\frac{2}{3}$ m. | 1400
vergaart ———— vergaart
500 pont — . m. | 2000 }
—————— 500 } 4 maanden.

Het is dan gelyke veel of men de heele zom, 500 pont, betaalt over 4 maanden, of dat men de betaling met payen doet als boven. Doch ik misse, de zommen, 200 en 300 pont moesten zommen contant, of suyvere kapitalen zijn, nu zijnze kapitalen en interessen onder een, doch het verschil, of de faut, is in deze zoo kleen dat het niet in consideraty komt: het different is in deze omtrent $\frac{1}{2}$ dag, daar het niet op aan komt: wy zullen dan deze manier, om zijn gemaks wille, voor gebruykelijk keuren.

41. Eender is schuldig te betalen 500 gulden gereet, 800 gulden over 6, en 700 gulden over 5 maanden: op wat tijt mogen deze zessens betaalt werden? antwoort over 4 maanden, $4\frac{1}{2}$ dag.

500 gulden — 0 m. | 0
800 gulden — 6 m. | 4800
700 gulden — 5 m. | 3500

2000 gulden — . m. | 8300 |
—————— 2000 | $4\frac{3}{20}$ maanden.

42. Eender heeft een huys gekocht voor 6000 gulden, te betalen in vier gelyke payen, de eerste gereet, de tweede over 6, de darde over 12, en de vierde over 18 maanden: over wat tijt mag hy het gelijk in een zom betalen? antwoort over 9 maanden.

43. Ik hebbe een Obligatie te betalen de $\frac{1}{3}$ gereet, de

de $\frac{1}{4}$ over de 4, de $\frac{1}{5}$ over 5, en de reſt over 6 maanden: over wat tijt mag ik deze te gelijk ontfangen zonder mijn nadeel? antwoort over 3 maanden 9 dagen.

		60		
	$\frac{1}{3}$	20	— 0 m.	0
	$\frac{1}{4}$	15	— 4 m.	60
	$\frac{1}{5}$	12	— 5 m.	60
		47		
de reſt is dan		13	— 6 m.	78
		60		198 / 60 | $3\frac{9}{30}$ maand.

44. Eender is ſchuldig 1800 gulden te betalen binnen 6 maanden: nu wert betaalt 500 gulden gereet, 500 gulden binnen 4, en 500 gulden binnen 6 maanden: hoe lang mag met de reſt gewacht werden op dat niemant ſchade leyt? antwoort $19\frac{1}{3}$ maanden.

	500 — 0		0	
	500 — 4		2000	
	500 — 6		3000	
	1500 van *		5000	dit van *b* 10800 bl. *a*.
blijſt	300 —		5800 *a*	dit gedeelt door 300,
				komt $19\frac{1}{3}$ maanden.
't geheel	1800 * —	6	10800 *b*	

45. Vier perſoonen huren een wagen, van Leyden op Amſterdam, voor $9\frac{1}{2}$ gulden, met zoodanige condity, indien'er eenige opkomen, het profijt voor haar zal wezen: nu, gekomen zijn tot Aalsmeer, 3 mijlen van Amſterdam, zoo koomender noch twee andere op, met belofte te zullen betalen naat advenant van de eerſte: Vrage wat elk geven moet, zoo Leyden van Amſterdam is 8 mijlen.

perz. m.

4 — 8 | 32

2 — 3 | 6

gul. 190 ſt.

38 — $9\frac{1}{2}$ — 32? komt 160 ſt. 4 eerſte

30 ſt. 2 laatſte

Zoo moeten dan de vier eerſte elk geven 40, en de twee laatſte elk 15 ſtuyvers.

46. Vier andere huren te zamen een wagen voor 8 gulden, van Amſterdam op Amersvoort, op de zelfde condity: onderweeg, tot Muyden zijnde, komender noch twee op, met zulken beſprek als in't voorgaande: Vrage hoeveel yder betalen moet, zoo Amersfoort van Muyden is 5, en van Amſterdam is 7 mijlen? antwoort, de eerſte moeten elk betalen $29\frac{9}{19}$ ſtuyv. en de laatſte elk $21\frac{1}{19}$ ſtuyvers: of de eerſte elk $29\frac{1}{2}$, en de laatſte elk 21 ſtuyvers.

47. Een ſchip, bemant met 300 Man, zoo Bootsgezellen als Zoldaten, op een verre reys zynde, is van broot voorzien voor 12 maanden, mits dat yder man alsdan geniet 20 oncen daags: maar, naar verloop van 6 maanden, wert by de ſcheepsraadt bevonden datter noch wel 9 maanden van doen zijn om de voorgenomene reyze te volbrengen, en datter, zoo aan ziekte als anders, geſtorven zijn 50 mannen: Vrage hoeveel oncen broots yder man des daags dan mag hebben? antwoort 16 oncen.

48. Een Korenkoper, hebbende 36 laſten Rogge, die hem het laſt koſten 75 goutgulden, verkoopt die voor 81 goutgulden, maar verlieſt 3 ſchepels per laſt aan ondermaat: hoeveel wint hy dan noch ten hondert? antwoort 5.

Als hy 3 ſchepels per laſt aan ondermaat heeft, zoo behout hy van 108 ſchepels, of 1 laſt, 105 ſchepels, daarom,

108 — 105 — 36 laſt? komt 35 laſt

81 ggl.

verm.

2835 ggl.

1 l. — 75 ggl. — 36 laſt? ko. 2700 ggl.

dies, 2700 ggl. — 135 ggl. w. - 100? k. 5

Anders, het is gelijke veel of men aan de maat, en of men aan de prijs verlieſt.

Daarom, 108 — 105 — 81 ggl. komt $78\frac{3}{4}$ ggl.

Diemen voor zoodanigen laſt ontfangt als men ingekocht heeft, dat is een van 105 ſchepels. Dan

$78\frac{3}{4}$

75

75 — $3\frac{3}{4}$ — 100 komt 5 gulden winſt.

49. Alsmen inkoopt 550 pont Peper, tot 14 groten het pont, en die weder verkoopt voor 15 groten, mits aan het gewicht verliezende 2 van 't hondert: hoeveel wint of verlieſt men dan noch ten hondert? antwoort, men wint noch 5 ten hondert.

50. Hoe duur moet men een laſt Rogge verkopen om te winnen 5 ten hondert, als de ondermaat is 3 ſchepels per laſt; Ingekocht hebbende 36 laſt tot 75 goutgulden 't laſt? antwoort tot 81 goutgulden.

1 laſt — 75 ggl. — 36 laſt? komt 2700 ggl. inkoop

1 — 5 — 2700 ggl? komt 135 ggl. winſt.

2835 ggl. verkoop

108 — 105 — 36 laſt? komt 35 laſt

gedeelt, komt 81 ggl.

Als men een zelfde Vraagſtuk heeft, zoo kan men 't veeltijts op een zelfde wijze opſtellen, wat getal ook in het zelfde gezogt wert, mits een ſtip ſtellende voor dat getal, of die getallen de welke onbekent zijn; en men kan de onbekende vinden de werking doende van achteren na vooren, of ten minsten na de gelegentheyt van de zaak. Ik sal dit voorstel dan opstellen als het 48ste, om dat het het selfde is, dus

108 — 105 — 36 last? komt 35 last
x. ggl.
———————— verm.
y. ggl.
1 last — 75 ggl. - 36 last? k. 2700 ggl.
———————— afg.
2700 ggl. — z. ggl. -- 100 komt 5.

Zoekt eerst het punt z, met het vermenigvuldigde van de twee uytterste door 100 te divideeren, komt 135: dit by 2700 vergaart, om dat men soo veel wint, komt voor de stip y 2835: dit door 35 gedeelt, komt voor de stip x 81 goutgulden het begeerde.

51. Als men het last Rogge verkocht weet voor 81 goutgulden: hoe duur sou men 36 last kopende, het last moeten inkopen, mits aan de ondermaat verliesende 3 schepels op 't last, om te winnen 5 ten hondert? antwoort tot 75 goutgulden.

Ik hebbe in het laatste Voorstel gesegt, dat men een selfde questy *veeltijts* op een selfde manier kan opstellen, en niet *altijt*: want wanneer in de Regel van drien, twee punten, of onbekende getallen, komen, soo is dit niet mogelijk; gelijk in dit voorbeelt.

108 — 105 — 36 last? komt 35 last
81 ggl.
———————— verm.
2835 ggl.
1 last — . ggl. — 36 last ko. y. ggl.
———————— afg.
y. ggl. — z. ggl. — 110 — 5

Hier in zijn twee Regels van drien daar in dat twee onbekende getallen zijn, of daarin dat, in yder, twee punten vallen.

Men kan dit voorstel dus solveren.

108 — 105 — 36 last? komt 35 last
81 ggl.
———————— verm.
105 — 100 ——— 2835? komt 2700 | 75 ggl.
gedeelt door 36 |

Of zonder de 36 last te gebruyken.

108 — 105 — 81 ggl? komt $78\frac{3}{4}$ ggl.
dan, 105 — 100 — $78\frac{3}{4}$ ggl? komt 75 ggl. als boven.

52. Als men 550 pont Peper inkoopt tot 14 groten het pont: hoe duur moet men die wederom verkopen, aan 't gewicht verliezende 2 op 't hondert, om evenwel noch te winnen 5 ten hondert? antwoort voor 15 groten.

53. Als men het last verkoopt voor 81 goutgulden, zoo wintmen 5 ten hondert: hoe veel schepels heeft men per last aan de maat verloren, indien het last gekost heeft 75 goutgulden? antwoort 3 schepels. 105 — 100 -- 81 goutgulden komt $77\frac{1}{7}$ goutgulden. Zoo veel moeste het last gekost hebben had men geen ondermaat gehadt: en dewijl dat het gelijke veel is, of men het verlies op de maat, of op de prijs rekent, zoo blijkt dan dat men van $77\frac{1}{7}$ maar uytgemeten heeft 75, wat van 108 schepels, (of 1 last) komt 105 schepels. Zoo heeft men dan 3 schepels per last verloren.

54. Twee willen Mangelen: A heeft ware van 7 stuyvers d'el contant, maar stelt die in de mangeling op 12 stuyvers, en wil het darde part in gelt hebben: B heeft ware van 9 stuyvers 't pont contant waardig: hoe hoog zal hy die in de mangeling stellen, op dat de handeling gelijk is, dat is, zonder baat of schade van weêrzijden? antwoort op 24 stuyvers.

Verstaat, als ik 7 stuyvers contant waardig zegge, dat ik daar by verstaa dat het zoo goet als 7 stuyvers aan gelt is. Als A dan de $\frac{1}{3}$, dat is 4 stuyvers, in gelt ontfangt, zoo is 't even zoo veel als of hy van 3 stuyvers maakte 8 stuyvers, want hy ontfangt van de 7 stuyvers weer 4 stuyvers in gelt te rug, en blijft alzoo noch maar 3 stuyvers in verschot, en deze 4 stuyvers van 12 stuyvers rest 8 stuyvers die hy aan goet van B moet ontfangen, en dit is eygentlijk de Negotiaty: A ontfangt dan voor 3 stuyvers aan gelt 8 stuyvers aan goet, wat B voor 9 stuyvers aan gelt? komt 24 stuyvers aan goet: zoo hoog B zijn goet in mangeling moet stellen om de trocqueering te egaliseren.

gelt 7 — 12 goet } $\frac{1}{3}$
gelt 4 — 4 — }
————————
gelt 3 — 8 goet — 9 gelt B? komt 24 stuy. in goet.

Indien B wilde winnen 5 ten 100, zo zoude hy zijn goet moeten stellen op $25\frac{1}{5}$ stuyvers in de mangeling.

100 — 105 — 24 stuyvers? komt $25\frac{1}{5}$ stuyvers.

55. Indien A begeerde de helft in gelt, zoo zoude B zijn goet in mangeling hebben moeten stellen op 54 stuyvers, en zoude dan noch niets winnen.

En in geval het goet van A maar 6 stuyvers contant waardig was, zoo zoude B zijn goet niet op zoo hoogen prijs konnen stellen of zoude altijt schade lijden: alle het goet dat hy toe gaf zoude verlies wezen, of al wat A aan goet ontfing soude zuyvere winst wesen: de waarde van het gene hy levert ontfangt hy zuyver in gelt: het goet is 6 stuyvers waardig, en ontfangt de $\frac{1}{2}$ van 12, dat is 6 stuyvers in gelt: alles wat hy dan meer ontfangt is winst.

6 —— 12) $\frac{1}{2}$
6 —— 6)
————————
0 —— 6

Indien

Indien A 1000 ellen leverde, die ſoude hem koſten 300 gulden, en in mangeling bedragen 600 gulden: en zoude dan moeten ontfangen 300 gulden in gelt, dat is de waarde van zijn goet, en 300 gulden aan waar:. Indien dan B het zijne ſtelde op 30 ſtuyvers, dat zeer hoog is, zoo zoude A aan waare moeten ontfangen 200 pont, waardig yder pont 9 ſtuyv., dat is 90 gulden, en zoo veel zoude hy by deze mangeling zuyver winnen, en B zoude zoo veel verliezen.

Indien het linnen van A maar 5 ſtuyvers waardig was, zoo zoude hy meer in gelt ontfangen als hem het goet koſte: een ſtuyver zoude hy op yder elle winnen, en daarenboven noch alle het geene dat hy in goet ontfing.

Ik hebbe deze zaak dus willen uythalen, op dat gy u voor het bedroch, of voor de liſtige aanſlagen van die gene kont hoeden, dewelke geen buyting willen doen zonder u nadeel, en haar merkelijk profijt; die gemeenlijk de waarde van haar goet in gelt willen ontfangen; en 't ſcheelt haar dan weinig hoe hoog gy u goet ſtelt, dewijl 't voor haar al winſt is wat zy in goet van u ontfangen. Zoo gy weet wat u, en wat haar goet contant waardig is, en deze rekening op volgt, gy zult terſtont zien wat condity gy moogt ingaan of niet.

56. Twee willen mangelen: A heeft 20 Huyden van 4 gulden 't ſtuk voor B gereet waardig, en ſtelt die in de mangeling op 4 gulden 15 ſtuyvers, begerende de $\frac{1}{5}$ in gelt: B heeft Linnen van $15\frac{1}{4}$ ſtuyvers contant: hoe hoog zal hy dat in de mangeling ſtellen op datze gelijk is, en hoeveel ellen Linnen moet hy leveren? antwoort hy moet zijn goet ſtellen op 19 ſtuyvers: en levere aan A 80 ellen Linnen.

57. A en B hebben gemangelt: A heeft goet dat hem 25 ſtuyvers koſt, geſtelt in de mangeling op 30 ſtuyvers: en heeft de $\frac{1}{3}$ in gelt genoten: B heeft ware die hem 12 gulden koſte, geſtelt op 17 gulden: Vrage of de mangeling gelijk is, zoo niet, wie, en hoeveel hy ten hondert wint? antwoort B wint $6\frac{1}{4}$ ten hondert.

Zoekt hoe hoog A, of hoe hoog B zijn goet behoorde te ſtellen om de mangeling even te maken, door 't verſchil vint men dan lichtelijk de winſt of het verlies ten hondert.

58. Eender is ſchuldig, ten eynde van drie jaaren te betalen 926 gulden 2 ſtuyvers: indien hy met zijn Crediteur over een komt die gereet te betalen, mits rebatterende de intereſt op intereſt a 5 percento in 't jaar; hoeveel moet hy dan betalen? antwoort 800 guld.

105 over 3 jaren is —— 100 over 2 jaren —— wat $926\frac{1}{10}$ over 3 jaren? komt 882 over 2 jaren
en 105 over 2 jaren is —— 100 over 1 jaar —— wat 882 -- over 2 jaren? komt 840 over 1 jaar
en 105 over 1 jaar is —— 100 gereet —— wat 840 -- over 1 jaar? komt 800 gereet.

Of door de Ketting Regel.

100 gereet is —— 105 over 1 jaar

8 ——

of 20 gereet is 21 over 1 jaar.
en 20 over 1 jaar is 21 over 2 jaar.
en 20 over 2 jaar is 21 over 3 jaar.
en $926\frac{1}{10}$ over 3 jaar is . gereet
komt 800 gulden.

59. Als ik ſchuldig ben $1756\frac{23}{25}$ gulden te betalen ten eynde van 4 jaren: hoeveel moet ik daar voor gereet betalen, mits rabatterende d'intereſt op intereſt tegens 10 ten hondert in 't jaar? antwoort 1200 gulden.

60. Eender is ſchuldig 1000 gulden te betalen binnen 5 jaren, yder jaar de $\frac{1}{5}$: de eerſte pay over 1 jaar: vrage, zoo ten eynde van de voornoemde 5 jaren nog geen betaling en is geſchiet, hoeveel men dan geven moet, de ſimpele intereſt tegens 5 ten hondert in 't jaar rekenende? antwoort 1100 gulden.

Van de eerſte pay rekent 4, van de tweede 3, van de darde 2, van de vierde 1 en van de vijfde 0 jaren intereſt, om datze zoo veel te laat betaalt worden.

100 — 120 — 200. 1ſte pay? komt 240. 1ſte pay
100 — 115 — 200. 2de pay? komt 230. 2de pay
100 — 110 — 200. 3de pay? komt 220. 3de pay
100 — 105 — 200. 4de pay? komt 210. 4de pay
200. 5de pay

vergaart, komt 1100 gl. al de pay.

61. Eender is ſchuldig 800 gulden te betalen binnen 4 jaren, in 4 gelijke payen, de eerſte over 1 jaar, en zoo voort: hoeveel moet hy over 4 jaren te gelijk betalen, gevende ſimpele intereſt a 4 percento in 't jaar? antwoort 848 gulden.

62. Zoo men 1100 guld. ſchuldig is te betalen binnen 5 jaren, elk jaar het vijfde, de eerſte pay over een jaar; en datmen overeen komt die over 3 jaren te gelijk te betalen, mits ſimpele intereſt gevende van de te laat, en rabatterende, van de te vroeg betaalde payen, tegens 10 ten hondert in 't jaar: hoeveel moet men dan over 3 jaren betalen? antwoort $1109\frac{1}{3}$ gulden.

1100

8 ——

100 over 1 jaar, is — 120 over 3 jaar, wat — 220 over 1 jaar 1 pay? komt 264
100 over 2 jaar, is — 110 over 3 jaar, wat — 220 over 2 jaar 2 pay? komt 242
100 over 3 jaar, is — 100 over 3 jaar, wat — 220 over 3 jaar 3 pay? komt 220
110 over 4 jaar, is — 100 over 3 jaar, wat — 220 over 4 jaar 4 pay? komt 200
120 over 5 jaar, is — 100 over 3 jaar, wat — 220 over 5 jaar 5 pay? komt $183\frac{1}{3}$

vergaart, komt $1109\frac{1}{3}$

63. Eender koop een huys voor 2805 gulden te betalen over 3 jaren: nu veraccordeert hy met de verkoper dat te mogen betaalen in *6* gelijke payen, de eerſte over $\frac{1}{2}$ jaar, de tweede over 1 jaar, de darde over $1\frac{1}{2}$ jaar, en zoo voort, elke $\frac{1}{2}$ jaar een pay, mits genietende voor de voorbetaling 't rabat tegens 5 ten hondert in 't jaar, ſimpel: Vrage hoeveel elke pay moet wezen? antwoort 440 guldens.

64. Eender is ſchuldig 3328 gulden te betalen over 3 jaren: den ſchuldenaar komt met den ſchuldeyſſcher overeen die zom te betalen in 5 gelijke payen, alle jaren een, beginnende ten eynde van het eerſte jaar de eerſte: Vrage hoeveel elke pay zijn moet; den ſchuldenaar voor de voorbetaling genietende en voor de nabetaling gevende ſimpele intereſt tegens 10 ten hondert in 't jaar?

Antwoort elk pay moet zijn *660* gulden.

120 over 3 jaar is 100 over 1 jaar
110 over 3 jaar is 100 over 2 jaar
100 over 3 jaar is 100 over 3 jaar.
$90\frac{10}{11}$ over 3 jaar is 100 over 4 jaar*
$83\frac{1}{3}$ over 3 jaar is 100 over 5 jaar

$504\frac{8}{33}$ over 3 jaar is 500 in payen
8 ——
—— 100 een pay- 3328? k. *660* voor 1 p.

* 100 over 3 jaren is 110 over 4 jaren: maar voor deze 110 wilden 100 hebben, op dat de payen even-groot zoude vallen, daarom

110 — 100 — 100 / $90\frac{10}{11}$
120 — 100 — 100 / $83\frac{1}{3}$

65. Eender heeft een huys gekocht voor 8000 gl. te betalen in 4 gelijke payen, d'$\frac{1}{4}$ gereet, d'$\frac{1}{4}$ over een Jaar, d'$\frac{1}{4}$ over 2 Jaar, en d'$\frac{1}{4}$ over 3 Jaaren: Vrage zooze veraccorderen het geheele huys over 3 Jaren gelijk te betalen, mits gevende van de te laat betaalde payen d'Intereſt op Intereſt a 4percento in 't Jaar, hoeveel over 3 Jaren, voor het voornoemde huys, betaalt moet werden? Antwoort 8492 gl. 18 ſt. 8.96 penn.

d'Inkoop van 't huys 8000 gl.
4 ——
2000 gl. *d'eerſte pay* gereet.
4
80.00 zijn Intereſt.
2000
2080 d'eerſte pay met 1 jaar int.
2000 *de tweede pay.*
4080 zoo over 1 jaar te bet. is.
4
163.20
4080
2000 — *de darde pay.*
6243.2 --zoo over 2 jaren te bet. is
4
249.728
6243.2
2000 — *de vierde pay.*
8492.928 zo veel over 3 jaren te bet. is
dat is 8492 gl. 18 ſt. 8.*96* penn.

66. Maar zooze veraccordeert waren het altemaal gereet te betalen, wat ſoude den Koper dan hebben moeten tellen? antwoort 7550 gl. 3 ſt.

Voegt achter een pay 2 nullen om de Breuken te ſchuwen.

				2000.00 eerſte pay gereet
104 ——	100 ——	2000.00?	komt	1923.07 tweede pay gereet
104 ——	100 ——	1923.07?	komt	1849.10 darde pay gereet
104 ——	100 ——	1849.10?	komt	1777.98 vierde pay gereet
		vergaart	komt	7550.15
			of fl.	7550 : 3 : — voor de vier payen gereet

De vierde pay is zoo doende 3 Jaren, gerabbatteert, en dat Intereſt op Intereſt, waar doorze op de tegenwoordige tyt gebracht is: de darde pay 2 jaren, en is daarom ook gereet: en de tweede pay 1 jaar, en daarom meê contant.

MATHE-

MATHEMATICA, of WISKONST,

HET DARDE BOEK,

Van de *Beginzelen* der

GEOMETRIA, of MEETKONST.

ZOodanig wert genoemt het geene wy in deze voornemen te verhandelen. De Meetbare grootheid is nu ons subject, gelijk het in 't voorgaande Boek is geweest de Telbare. Om de zelve reden hiet dit Meetkonst, om de welke het voorgaande Telkonst genoemt is geweest. Nu is ons oogmerk de kennisse van het Meeten te krijgen, gelijk het in het andere was om de wetenschap der Telling te bekomen.

En gelijk de Telkunst bestaat in een Theoretice kennis, en ook in een Practice, op de zelfde wijs ook deze. De Theory moet ons hier leeren de Practijk, gelijk ze daar mede gedaan heeft. Het eerste geeft Wetten, en het tweede ontfangt ze. Het eerste is wel zonder het laatste, maar het laatste niet zonder het eerste. Het eerste is spekulatief, maar het tweede is nuttelijk. De Theory vergenoegt alleenlijk den Ondersoeker, maar de Practijk komt alle menschen te baat. Wy zullen dan de Theory doen voorgaan en de Practijk laten volgen, om niet tegen de Wetten van de Natuur te zondigen.

Van beyde zullen wy alleenlijk de *Beginzelen* verhandelen om dat het eynde niet te vinden is. De dingen die altijt anders en anders konnen te zamen gevoeght werden, kan men in geen bepaalde menighte besluiten. De generaalste zullen wy alleenlijk voordragen, de particulierder zullen wy uwe oeffening bevelen, en met de geene waar by wy zullen afkorten hout u voor eerst mede vergenoegt: de andere Deelen van de Mathesis zullen ons meerder bezonderheden verschaffen; en andere Boeken u ook daar van meerder opdissen.

Denkt niet dat deze dingen van een kleen belang zijn, om dat ze in haar begin eenvoudig schijnen: de ervarentheit zal u doen zien dat de geheele Mathesis haar van doen heeft. Men zal weynig konnen verstaan zonder deze te kennen.

I. DEEL

van de

THEORIA, of BESCHOUWING

der Meetkonstige Beginzelen.

IN dit deel zullen wy nu een volmaakte bewijzende Redenkavelingh gebruyken. Hier voren hebben wy dit ten deele waargenomen, nu zullen wy het in 't geheel observeren. Wy zullen nu Methodicq, kort, en scherp zijn. Wy verkiezen nu deze volmaakte order om dat ons de matery hier toe nodigt. 't Is nodig dat gy hen kent, maar niet nodig hen altijt te observeeren. Wy zullen gemeenlijk de ongebondene stijl en de vloeyende Redenkaveling gebruyken: alleenlijk wil ik dat gy u nu in deze wat pijnigt; dat gy u krachten inspant, en toont wat in u vermogen is; daarna zal ik u zachter handelen; en het overige zal u ook dies te lichter vallen. 't Is een der voornaamste nuttigheden van de wiskonstige oeffening dat men bequaam wert om sware dingen licht te konnen bevatten; de subtiliteit van de matery zal u bezonderlijk hier in dienen: gy zult hen afgetogen en buyten alle verbeelding bevinden, en bekennen dat de Figuren, hier bygevoegt, nergens anders toe dienen als om u gedachten op de zaak te brengen, even gelijk de letters en woorden alleenlijk strekken om de gedachten bekent te maken. Gy zult hier door u verstant leeren gebruyken zuiverlijk en buyten alle imaginatie, en zult bekennen dat sonder dit geen vast en onwrikbaar besluit zal konnen gemaakt werden. Ik wil niet hebben dat gy u afslooft om deze dingen ten eersten, en als voor de vuist, wel te bevatten; ik verzoek dat gy maar zachtelijk en zonder sterkte drift, voorgaat, en korte schreden doet, gy zult in korten tijt deze manier gewent werden. Zoo gy al te yverig bent, en al te veel wegs spoeyt, gy zult u zeer licht verwart vinden, en zult ver van de rechte weg afdwalen. Die ras gaat, spoeyt wel als hy op de rechte weg is, maar daar in missende, vordert het minste.

Dewijle wy dan voornemen deze demonstrativelijk te verhandelen, zoo laat ons aanmerken het geene hier toe dienstig is.

Weet dan, dat tot alle zaken, die met vaste en onwrikbare redenering zullen gedoceert werden, vereyst werden tweërley beginselen; *Axiomata* ofte *algemeene Kundigheden*, en *Definitien* ofte *Bepalingen*.

Algemeene kundigheit is een waarheit die van een yder een voor waarheit erkent en aangenomen wert.

Bepaling is de beschrijving van een woort, waar by dat kort en klaarlik aangewezen wert wat by zoodanigen woort moet verstaan werden.

Het waar onnodig dit laatste aan te merken, by aldien dat men t'elkens, wanneer dit woort te pas quam wilde de zaak verhaalen die by dit woordt verstaan wiert, maar om dat dit seer lastig zoude zijn, zoo is men gewoon, de bepaling van zoodanigen woort, eens voor al voor af te ſtellen.

Niet en kan geen iet voortbrengen zegt der Waarſpreuk der Philoſophen; 't zelvige heeft mede plaats in deze. Beginzelen moetender wezen zullender gevolgen komen. Alle gewrochten hebben haar oorzaak; een is dan de eerſte. In de Beginzelen moet alles begrepen zijn. De Redenering, op een bewijzende manier geſchiedende, dient nergens anders toe als om te toonen dat de Beſluyten in de Beginzelen begrepen waren. Die dan aanneemt iets te willen bewijzen, die is genootzaakt fondamenten te ſtellen, en dat zoodanige, die bedektelijk in zich begrijpen, 't geene men zal willen demonſtreeren.

De Algemeene Kundigheden moeten alleen zodanige beginzelen wezen die algemeen zijn, en die niet iets bezonderlijks inhouden. De Bepalingen moeten dit gebrek vervullen, dieshalven moeten deze afzonderlijk zijn, en alleenlijk die zaak raken, of de beginzelen van die zaak insluiten, dewelke verhandelt zal werden.

Laat ons dan ſtellen deze Algemeene Kundigheden, ik zeg deze alleenlijk, om dat wy geen andere tot het volgende van doen hebben.

AXIOMATA,
ofte
ALGEMEENE KUNDIGHEDEN.

I. *De dingen de welke aan een ding even zijn, zijn ook even aan malkander. Of,*

Als 'er een Verknochte evenheit is, zoo is de eerſte even aan de laatſte.

Aanmerking. *By even wert alhier niet ſimpelijk verſtaan even groot, maar ook alle andere evenheit die'er zoude mogen zijn, en ſpecialijk mede de evenheit in* Reden, *of de overeenkoming van twee dingen.*

II. *Gelijke dingen by gelijke gedaan, de Sommen zijn gelijk.*

III. *Gelijke dingen van gelijke afgenomen, de Reſten zijn gelijk.*

IV. *Van gelijke dingen zijn de gelijkvoudige mede gelijk.*

V. *Van gelijke dingen zijn de gelijke delen mede gelijk.*

VI. *Gelijke dingen, zijn in gelijke dingen, gelijke malen begrepen.*

VII. *De gelijke dingen zijn gelijkredig tot een ding:* en omgekeert,

Een ding is gelijkredig tot gelijke dingen.

VIII. *De dingen die gelijkredig tot een ding (of gelijke dingen) zijn, zijn even aan malkander; en* omgekeert,

Zoo een ding (of gelijke dingen) gelijkredig is aan twee andere dingen, zoo zijn die twee andere dingen even aan malkander.

IX. *Het geheel is ongelijk aan zijn deel.*

X. *Indien een van alle moet waar zijn, en zoo ze alle op een na vals zijn, zoo is de laatſte waar.*

Wy zullen hier by voegen een gevolg van de darde kundigheit.

XI. *Zo twee dingen te zamen even aan twee andere zijn, en zoo een van de twee eerſte even, (of een zelfde) is aan een van de twee andere, zoo zijn de overige mede gelijk.*

Wat aangaat de Bepalingen, wy zullen die alhier niet by een voor af ſtellen, maar hen ter plaatze voegen alwaar de verdeelinge zulx zal vereyſſchen, om dat wy oordeelen het zelvige dienſtiger te wezen voor de memory.

Maar eer wy ter zake komen, zoo moet ik UE. noch iets indachtig maken, 't geen in alle zaken ter wereldt, die te bewijzen zijn, gemeen is, en een groot gebruyk heeft, te weten, dat'er drieërley ordeningen zijn in de Bewijſing, of dat'er drieërley manieren zijn om de beſluyten te bekrachtigen; of van vooren, of van achteren, of gemengt: van *Vooren* zegt men het te geſchieden, wanneer men de Beginzelen, of de Beveſtigde waarheden (want deze hebben een zelfde kracht wanneer ze beveſtigt zijn; en als dan konnen ze voor beginzelen aangemerkt werden, gelijk wy ze van nu voortaan daar onder zullen tellen) brengt tot de beſluyten: van *Achteren*, wanneer men de Beſluyten brengt tot de Beginzelen: en *Gemengt* wanneer men de Beſluyten en de Beginzelen onder weeg doet te zamen komen. Men moetze wel beyde, de Beginzelen en de Beſluyten, te zamen voegen, maar het ſtaat aan ons de plaats te verkiezen daar men hen wil doen vereenigen. Zoo men 't van voren wil doen, men moet de Beginzelen eerſt aantaſten, en toonen dat uyt de zelvige zoodanigen Beſluyt noodzakelijk moet komen te volgen, met trappen voortgaande, of opklimmende: en van achteren willende bewijzen, zoo moet men van de concluſy beginnen, en hen met trappen afleydende, brengen tot de Beginzelen; en by aldien wel afgeklommen is zonder over te ſlaan, en zoo als dan de laatſte trap met een van de Beginzelen accordeert, of daar mede over een komt, zoo is de concluſy warachtig, maar hen daar mede ſtrijdig vindende, zoo is ze vals; en daar toe geen Beginzel vindende, zoo mag men van de waar ofte valsheid niets beveſtigen, en 't is zeker dat ons alsdan een beginzel ontbreekt, of een die hen zoude beveſtigen zo de concluſy waarachtig is, of een ander die hem zoude contradiceren, zoo ze vals is. En by aldien dat men de Beginzelen en de Beſluyten beyde wil doen naderen, of datmen de gemengde Demonſtraty wil obſerveren, zo moetmen hen by beurten aantaſten, en men heeft de plaats in zijn keur waar dat men ze wil laten te zamen komen; zoo deze twee laatſten gelijk zijn, zoo is 't beſluyt beveſtigt, maar ongelijk zijnde, zoo is het vals.

't Is zeker, dat de eerſte manier, van voren, de beſte is om de waarheden in een zaak uit te vinden, om datze geen vergeefſe moeiten toelaat, vaſtſtellende dat men wel voortgaat: zy is ook aangenamer, om datze altijt vernoegt, t' elkens waarheeden gevende; de twee andere hebben deze hoedanigheden niet, zy geven niet voor dat de herleyding ge-eyndigt is. Wy zullen geen van deze drie verwerpen, maar hen alle gebruyken, gelijk in 't gevolg zal blijken.

Laat u niet verdrieten dat ik UL. noch een andre manier aanwijſe, dewelke een geheel andere koers neemt

als

als dese voorgaande, sy gaat van de waarheit af en vint hen nochtans zekerlijk. Dit geschiet op deze wyze. Men telt op alle de gevallen die in de saak konnen aan gemerkt werden, en verzekert zijnde dat een van deze opgetelde moet waarachtig wezen, zo neemt men een van de Valse, ten minsten een andere als geconcludeert is, en men leyt deze af tot een beginzel, of tot een waarheit alrede bewezen, en het daar tegen strijdig vindende, zoo werpt men deze, als vals zynde, weg: op gelijke manier handelt men met alle de andere, uytgezondert die dewelke te bewyzen is; en hen alle vals vindende, zoo besluyt men met goede reden dat het geconcludeerde waarachtig is, schoon dat men hen niet geprobeert heeft. Zoo van drie dingen A, B, C, een moet wezen, en men bevint dat A en B niet konnen zijn, zoo moet C wezen. De Demonstraty op deze manier volvoert werdende, werdt gezegt gedaan te zijn door 't *absurdum*, ofte door het *onmogelik*. Deze Methode wert veeltyts in de Mathesis gebruykt. Als men ze moet gebruyken, zoo is 't zeker dat ons het rechte Beginzel, hier toe dienende, onbekent is, of ten minsten dat ons de manier ontbreekt van hen te konnen herleyden.

Ik hebbe hier voren belooft niets te zullen stellen buyten deze Beginzelen, of liever dat ik niets zoude komen te besluyten of ik zoude het ook met eenen bewyzen onfeylbaar zodanig te moeten wezen; maar ik herroepe dit, en meen mijn woort hier in niet naar te komen. Ik ben van zints dit alleenlijk waar te nemen in dingen die duyster zijn, maar niet in die geene die zoo klaar zijn dat men ze zonder eenige schreum ter werelt kan toestemmen. De nettigheit vereyst wel het beloofde, maar het gemak het geene ik voorneme. 't Eerste zoude my verdrieten en u walgen. 't Ontbreekt my niet aan krachten, maar wel aan de lust om zulx uyt te voeren. Wy zullen deze, die wy zonder bewijs zullen invoeren, met de naam van Beginzelen doopen, niet om dat wy ze in der daat daar voor erkenen, maar alleenlijk om dat wy ze niet en demonstreren.

Dit alles dan vooraf wetende, zoo laat ons nu ter zake komen:

I. BEPALING. Geometria *ofte* Meetkonst *is een wetenschap om wel te meten.*

Tot het wel meten wert vereyscht de natuur en eygenschap te kennen van het geene gemeten zal werden; en dit is eygentlijk het geene wy in deze voorgenomen hebben te verhandelen: Dit is de *Theory*, waar van het meten de *Practijk* is.

't Geen dat gemeten wert is *Grootheit*.

Grootheit is Lichaam, Vlak, en Streep.

Dit zijn de drie zaken die te meten zijn, en welkers eygenschappen dat gekent moeten werden.

II. BEPALING. Lichaam (Corpus) *is een Grootheit, hebben drieërley afmeting, in lengte, in breete, en in diepte.*

Dit is de eenigste Grootheit die wy wezentlijk in de Natuur vinden, de twee andere werden alleenlijk by aftrekking begrepen, of by deeling verstaan.

III. BEPALING. Vlak (Superficies) *is een Grootheit van twee afmetingen, hebbende alleenlijk lengte en breete: of is het uyterste, of het buytenste van een Lichaam.* 5 def. 1 b. Euclidis.

IV. BEPALING. Lyn, *ofte* Streep (Linea) *is een Grootheit van een afmeting, hebbende alleenlijk lengte: of is het uyterste van een Vlak.* 2 def. 1 boek Euclidis.

V. BEPALING. Stip (Punctum) *is dat geen afmeting heeft: is het uyterste van een Lijn, en bygevolg ondeelbaar.* 1 def. 1 boek Euclidis.

De Stip, hoe wel geen Grootheit zijnde, wert echter hier by gevoegt, om dat ze ons zeer dienstig is.

VI. BEPALING. Paal (Terminus) *is het uyterste van de Grootheit.*

Van een Lichaam is de Paal een Vlak: van een Vlak is ze een Streep: en van een Streep is ze een Stip.

Door 't bewegen van de Paal eener Grootheit wert gezegt die Grootheit maakbaar te zijn: een Stip bewegende maakt een Lijn: een Lijn bewegende maakt een Vlak: en een Vlak roerende maakt een Lichaam.

Dewijl de dingen onderscheyden werden door de Palen die hen bevatten, en van andere afzonderen, en om dat de kennisse der zaken af hangt van haar onderscheit, zoo zullen wy de Natuur hier in naarvolgende, onze Leering beginnen van de Streep, en vervolgen tot het Vlak, en van 't Vlak tot het Lichaam; van de Stip, als geen Grootheit hebbende, valt niet te zeggen.

Van de *Lijn*.

Lijn is *Recht* of *Krom*.

I. HOOFTSTUK.

Van de *Rechte Lijn*.

VII. BEPALING. Rechte lijn (Recto linea) *is de eenigste, of de kortste spatie tusschen twee punten, of tusschen zijn uytterste.* 4 def. 1 b. Eucl.

Kromme lijn is die meer lijnen tusschen zijn uytterste toelaat: of is niet de kortste spatie tusschen twee punten. Daar van hier na.

I. BEGINZEL.

De Rechte lijnen, wiens uytterste passen, zijn even lang.

A——B *Toepassing.* Indien A past op C, en B
C——D op D; zoo is AB zoo lang als CD.

II. BEGINZEL.

Indien twee lijnen even lang zijn, en men de zelvige op malkander legt, zoodanig, dat de eerste eynden passen, zoo passen de andere eynden meede.

Toepassing. Indien men A op C legt, en AB langs CD, zoo eyndigt B in D.

Van het *Vlak*.

Vlak is *Plat* of *Bultig*.

Plat Vlak (plana Superficies) *is dat maar een kan zijn tussen zijn palen.* 7 def. 1 b. Eucl.

Bultig Vlak *is dat noch een ander toelaat.*

Plat Vlak is *Hoek* of *Figuur*.

Van de *Hoek*.

Hoek (Angulus) *is een Plat Vlak door twee verknochte lijnen bepaalt.* 8 def. 1 b. Eucl.

Hoek is *Recht* of *Kromlinisch*.

II. HOOFTSTUK.

Van de *Rechtlinische Hoeken*.

VIII. BEPALING. Rechtlinische Hoek *is een Plat Vlak door twee verknochte rechte lijnen bepaalt.* 9 def. 1 b. Eucl.

Als *in Fig.* 1. deze *a* of *b*, en wy zullen hen, als veel herhaalt werdende, simpelijk *Hoek* noemen.

IX. BEPALING. *De verknochte streepen noemtmen* Beenen. *Als* BA, CA.

X. BEPALING. *De verknochting noemtmen* Spits *of* Top. *Als* A. *of* D.

III. BEGINZEL.

De Hoeken, wiens beyde Beenen passen, zijn gelijk, of even wyt.

Toep. Zoo A C past op DG, en AB op DF zoo is de Hoek *a* zoo wijt als de Hoek *b*.

IV. BEGINZEL.

Indien twee gelijke Hoeken op malkander leggen, zoodanig dat de Top en het eene Been past, zoo past het ander Been mede.

Toep. Zoo de Hoeken *a* en *b* gelijk, of evenwyt zijn, en op malkander gelegt werden zoodanig dat A komt op D, en AC langs DG; zoo valt AB op DF.

Zoodanigen Hoek is *Recht* of *Scheef*.

XI. BEPALING. Rechte Hoek (Angules Rectus) *is diens eene Been aan de Top verlengt zijnde, met het ander Been een Hoek maakt even aan de eerste.* 10 def. 1 b. Eucl.

Toep. De Hoek *p in Fig.* 2. zegtmen Recht te wezen, byaldien B D, het verlengzel AB aan de Top B, met BC een Hoek *q* maakt even aan de Hoek *p*.

V. BEGINZEL.

Alle Rechte Hoeken zijn evengroot; dat is *p* gelijk *q*.

Scheve hoek is *Scherp* of *Bot*.

XII. BEPALING. Scherpe Hoek (Angulus acutus) *is een die* Kleender *is als een Rechte.* 12 def. 1 b. Eucl.

XIII. BEPALING. Botten Hoek (Angulus obtusus) *is een die* Grooter *is als een Rechte.* 11 def. 1 b. Eucl.

De Hoek A is Scherp, en B Bot, *in Fig.* 3.

VI. BEGINZEL.

Zoo uyt een Punt van een Rechte lijn een lijn getogen wert, de hoeken die de getogene met de eerste bepaalt, zijn even aan twee rechte hoeken. *De* 13 *Propositio van 't eerste Boek Euclidis.* En alle de ruimte om een punt, door hoeken bepaalt werdende, is even aan vier Rechte hoeken.

Toep. De Hoeken A en B, *in Fig.* 3. gelijk mede de Hoeken D, E, F, *in Fig.* 4. zijn even aan twee Rechte Hoeken. En de Hoeken G, H, L, K, *als in Fig.* 5. even aan vier Rechte Hoeken.

VII. BEGINZEL.

Het eene Been van een scherpe hoek, aan de Top verlengt zijnde, bepaalt met het ander Been een *Botte* hoek; en 't zelvige van de Botten hoek gedaan zijnde, bepaalt een *Scherpe* hoek.

Toep. A Scherp zijnde, zoo is B Bot, *als in Fig.* 6. en A Bot zijnde, zoo is B Scherp, *als in Fig.* 7.

I. VOORSTEL. 15 *Prop.* 1 *b. Eucl.*

Zoo twee rechte lijnen malkander snyden, de Schrixe hoeken zijn evengroot.

Toep. Indien de lijnen *a* en *b* malkander snyden, de Schrixe hoeken A en B zijn gelijk, of evenwijt, *Fig.* 8.

't Bewijs.

De Hoeken A en C te zamen doen zoo veel als C en B te zamen, te weten, yder zoo veel als twee Rechte Hoeken, na het VI. Beginzel, en om dat C een en de zelfde is in beyde de partyen, daarom is A gelijk B na de XI kundigheit, of het zelvige na een andre schikking, dus

$$\left.\begin{array}{l} A + C \infty \text{ 2 Rechte Hoeken} \\ \text{ook } C + B \infty \text{ 2 Rechte Hoeken} \end{array}\right\} \text{na 't VI. Beg.}$$

$$\text{daarom } A + C \infty C + B \text{ na de eerste kundigheit.}$$
$$\underline{C \infty C}$$

Afgetogen, rest A ∞ B na de III. Kundigheit, 't geen bewezen moest werden.

Nota. By + wert *en*, en by ∞ *gelijk* verstaan.

Van de *Evenwijdige Lijnen*.

XIV. BEPALING. *Zoo in een Vlak twee rechte lijnen, aan een zelfde zijde op een ander staan, zoodanig dat de hoeken naar een zelfde oort gelijk zijn, zoo zullen wy deze twee lijnen* evenwijdige lijnen (lineæ parallelæ) *noemen.* 35 def. 1 b. Eucl.

Toep. Zoo *in Fig.* 9. de lijnen *a* en *b* beyde zoodanig op C staan, dat de hoeken D en E beyde, naar de rechter zyde, gelijk zijn, zoo noemen wy de lijnen *a* en *b* evenwijdige lijnen.

II. VOORSTEL. 27, 28, 29 *Prop.* 1 *b. Eucl.*

Als een rechte lijn getogen wert door twee evenwijdige lijnen.

I. Zoo zijn beyde de inwendige hoeken aan een

een zelfde zyde van de getrokkene lijn even aan twee rechte Hoeken.

II. De overhantse inwendige Hoeken aan weerzijde van de doorgaande Lijn zijn even groot. 29 *prop.*

En omgekeert.

III. Als de inwendige Hoeken aan een zelfde zijde van de doorgaande Lijn even zijn aan twee rechte Hoeken. 28 *prop.* of

IV. Als de overhantze inwendige Hoeken aan weerzijden van de doorgaande Lijn even aan malkander zijn. 27 *prop.*

Zoo zijn die twee Lijnen daar de darde doorgetogen is, evenwijdig.

Toep. Indien *in Fig.* 10. de Lijnen *a*, *b* evenwijdig zijn.

1. Zoo zijn de Hoeken D en E te zamen even aan twee rechte Hoeken.

2. Ook is D gelijk F.

En omgekeert.

3. Zoo D en E te zamen even zijn aan twee rechte Hoeken.

4. Of, zoo D is gelijk F.

Zoo zijn de Lijnen *a* en *b* evenwijdig.

't Bewijs.

Op 't I. G is gelijk D na de 14 bep. by yder vergaart E, komt G + E gelijk D + E na de 2 kund. maar G + E zijn te zamen even aan twee rechte Hoeken na 't 6 beginzel, daarom ook D + E na de 1 kund. het geen te bewijzen was.

Op 't II. D is gelijk G na de 14 bep. maar F is ook gelijk G na het I. Voorstel, daarom D gelijk F na de 1 kund. 't geen &c.

Op 't III. Na 't gegeve is D + E gelijk twee rechte Hoeken, zoo veel doen meede G + F., na het 6 beginzel, daarom D + E gelijk G + E na de 1 kund: en om dat E in beyde een zelfde is, daarom is D gelijk G na de 11 kund. en overzulx *a* evenwydig aan *b*, na de 14 bep. 't geen &c.

Op 't IV. D is gelijk F na 't gegeve, maar G is ook gelijk F na het eerste Voorstel, daarom D gelijk G na de eerste kund. en overzulx is *a* evenwydig aan *b* na de 14 bep. 't geen &c.

Van de *Figuur.*

Platvlakkige Figuur is een platvlak rondom bepaalt.

De palen zijn *Recht* of *Kromlinisch*, en de Figuur is *gehoekt* of *ongehoekt*.

Gehoekte Rechtlinische Figuur is *Driehoek*, *Vierhoek*, *en Veelhoek*.

Van de *Driehoek.*

De *Driehoek (Triangulus)* is de eerste Figuur van alle rechtstreepige gehoekte, alle de andere konnen in Driehoeken verdeelt werden: de eygenschappen van de Driehoek verhandelt hebbende, zoo zullen de andere daar uyt openbaar zijn, wy moeten dan van deze beginnen.

III. HOOFTSTUK.

Van de *Rechtlinische Driehoeken.*

En eerstelijk van de zelve in 't algemeen.

XV. BEPALING. Rechtlinische driehoek *is platvlakkige Figuur, omtrokken van drie Rechte lijnen, hebbende Driehoeken, als deze* △.

Wy zullen hen simpelijk Driehoek noemen om kort te zijn, en veeltyts dus △ af beelden.

VIII. BEGINZEL.

De Driehoeken, en alle andere rechtstrepige Figuren, wiens zyden passen zijn even groot.

Toep. Zoo *in Fig.* 11. AB leyt op D F, B C op F E en A C op D E zoo is de Driehoek *a* zoo groot als de Driehoek *b*.

IX. BEGINZEL.

Zoo uyt eenig punt van de zyde eens Driehoeks een rechte lyn getogen wert tot de overstaande Hoek, soo deelt die Lyn die Hoek: En soo uyt een Hoek een oneyndige rechte Lijn getogen wert die de Hoek deelt, die snyt haar overstaande zyde.

Toep. Zoo uyt D, *in Fig.* 12. een punt van de Lijn B C zijnde, getogen wert de rechte D A tot zijn overstaande Hoek A, die deelt de zelvige Hoek A. En zoo uyt A de oneyndige A E getogen wert, die deelt de overstaande, zijde B C.

Van de eygenschappen der Rechtlinische Driehoeken aangaande hare Hoeken.

III. VOORSTEL. 32 *prop.* 1 *boek Eucl.*

Van een Driehoek zyn de Driehoeken te samen even aan twee rechte Hoeken.

Toep. Van de △ A B C A *in Fig.* 13. zijn de driehoeken A, B, en C te zamen even aan twee rechte Hoeken.

't Bewijs.

Aanmerkt D B F evenwydig aan AC, dan is na 't tweede deel van het tweede Voorstel.

E gelijk A, om dat B D evenw. A C is
G gelijk C, om dat B F evenw. C A is
by elk B gelijk B
——————— vergaart.
komt E + G + B gelijk A + C + B na de 2 kund.
maar) gelijk 2 rechte Hoeken na 't 6 beg.

Daarom ook A + C + B gelijk twee rechte hoeken na de 1 kund. 't geen &c.

IV. VOORSTEL. 32 *prop.* 1 *b. Eucl.*

Indien van een Driehoek de eene syde verlengt wert, soo is de uytwendige hoek even aan de twee onverknochte inwendige hoeken.

Toep. Indien *in Fig.* 14. A C verlengt wert aan C, zoo is de uytwendige hoek E zoo wijt als de onverknochte hoeken A en B te zamen.

't Bewijs.

De Hoeken A, B, en C doen te zamen zoo veel als twee rechte na 't 3 Voorstel, zoo veel doen mede C en E na 't 6 beginzel, daarom zijn de drie eerste gelijk deze twee laatste na de 1 kundigheit, van elks genomen C, rest A en B te zamen gelijk E. Na de 3 kund. 't geen &c.

Gevolg. *De uitwendige Hoek van een Driehoek is grooter als een van de onverknochte inwendige: of zoodanigen inwendige is kleender als de uytwendige.* 16 prop. 1 b. Eucl.

V. VOORSTEL.

Als twee Driehoeken twee gelijke Hoeken hebben, zoo is de darde meede gelijk, of de Driehoeken zijn gelijkhoekig.

Toep. Indien *in Fig.* 15. A is gelijk D, en C gelyk F: zoo is B gelyk E.

't Bewijs.

Na 't 3 Voorstel doen de Driehoeken van *a* zoo veel als de zelvige van *b*, te weten yder gelijk twee rechte Hoeken.

en overzulx A + B + C ∞ D + E + F na de 1 k.
maar A + C ∞ D + F na 't geg.
afge. ———————————
Rest. B ∞ E na de 3 kund. 't geen &c.

Van de Eygenschappen der Rechtlinische Driehoeken ten opzicht van haare Hoeken *en* zijden.

VI. VOORSTEL. 4 *prop. van 't* 1 *boek Eucl.*

Indien twee Driehoeken een Hoek en twee zijden om deze Hoek d'een aan d'ander gelijk hebben: zoo is de darde zijde mede gelijk, mitsgaders de andere Hoeken over gelijke zijden staande; en de Driehoeken zijn even groot.

Toep. Indien *in Fig.* 15. B is gelijk E; A B gelijk D E; en C B gelijk F E: zoo is A C gelijk D F, A gelijk D, C gelijk F; en de Driehoek A B C A is even zoo groot als de Driehoek D E F D.

't Bewijs.

Legt, met u gedachten, B op E, en A B op E D, zoo eyndigt A in D, na 't 2 beginzel; en B C leyt op E F na 't 4 beginzel; en C eyndigt in F na 't 2 beginzel: dan is A C gelijk D F na 't 1 beginzel, A gelijk D, en C gelijk F na 't 3 beginzel; en de drie zyden des Driehoeks ABCA passen op de drie zyden van de Driehoek DEFD, daarom zyn dan deze △en evengroot na 't 7 beginzel.

VII. VOORSTEL. 26 *prop.* 1 *boeks Eucl.*

Indien twee Driehoeken twee Hoeken en een zyde d'een aan d'ander gelijk hebben, zoo zijn de andere zijden, en de Driehoeken mede gelyk. De zijde kan zijn *tusschen* de gelijke Hoeken, of *over* een van de zelvige.

Toep. Indien *in Fig.* 16. A is gelyk D; C gelyk F, en A C gelyk D F: zoo zal A B zijn gelyk D E, B C gelyk E F, en de △ A B C gelyk aan de △ D E F. En indien de Hoeken zijn als boven, maar dat A B is gelyk D E, zoo zal B C zijn gelyk E F, A C gelyk D F, de △en mede gelyk.

't Bewijs.

Op 't I. Kon A B langer zijn als D E, zoo laat A G aan D E gelyk wezen, en getogen werden G C; zoo zijn de △en A G C, D E F van de gedaante des voorstels, als gelyk hebbende een Hoek A en D, en twee zijden om deze, als A G gelyk D E, en A C gelyk D F, en overzulx A C G gelyk F, of gelyk A C B, om dat deze twee laatste gelyk zijn na 't gegeve; maar A C G is een deel van A C B, na 't 8 beginzel, zoo is dan het deel gelyk aan het geheel tegen de 9 kundigheyt: zoo zal 't mede uytvallen indienmen A B langer als D E stelt te wezen: dies is A B gelyk aan D E na de 8 kundigheyt; en overzulx is de △ A B C in alle deelen gelyk aan de △ D E F na 't 6 Voorstel, dat is &c. als boven.

Anders. Legt A op D, en A C op D F, zoo eyndigt C in F, 2 beg. en dan valt A B op D E, en C B op F E, 4 beg. daarom B op E; dies &c.

Op 't II. Dewijl de twee Hoeken gelyk zijn, zoo is de darde mede gelyk na 't 5 Voorstel, en overzulx wert dit bewezen even als in 't eerste gedaan is, om datze alsdan mede twee Hoeken en een zijde tusschen beyde deze gelyk hebben.

VIII. VOORSTEL. 5 *en* 6 *prop.* 1 *boeks Eucl.*

Zoo een Driehoek twee gelijke zijden heeft, de Hoeken over deze zijden zijn mede gelyk. 5. *prop. En omgekeert.* Zooze twee gelyke Hoeken heeft; de zyden daar tegen over zyn meede gelyk. 6 *prop. Eucl.*

Toep. Indien *in Fig.* 17. A B gelyk aan B C is, zoo is A gelyk C. *En omgekeert.* Als A gelijk C is, zoo is A B gelyk B C.

't Bewijs.

Op 't I. Aanmerkt *in Fig.* 18. B D de Hoek A B C te snijden in tween gelyk, zoo hebben de △en A B D, C B D, twee zijden en een hoek tussen beyden gelyk, om dat B D aan haar beyden gemeen is, en daarom is, naar 't 6 voorstel, de hoek A gelyk aan de hoek C, om datze beyde over een zelfde zyde B D staan.

Op 't II. Aanmerkt B D als voren, zoo hebben de △en A B D, C B D, twee Hoeken en een zyde over een van deze gelyk, en daarom is A B gelyk B C, na 't 7 Voorstel.

BYVOEGSEL. 18 *en* 19 *prop.* 1 *b. Eucl.*

Van een Driehoek is over de langste zijde de grootste Hoek: En omgekeert. *Over de grootste Hoek is de langste zyde.*

Toep.

Toep. Fig. 19. Zoo B C langer is als A B, zoo is A grooter als C, en zoo A grooter als C is, zoo is B C langer als A B.

't Bewijs.

Op 't I. Laat B D aan A B gelijk zijn.
Zoo is B A D gelijk B D A na 't 8 voorstel.
Maar B D A is groter als C, gev. van 't 4 voorst.
dies is B A D ook grooter als C.
en by gevolg B A C noch grooter als C, 't geen &c.

Op 't II. Is B C ∞ A B, zoo is A ∞ C na 't 8 voorst.
Is B C kleender als A B, zoo is A ook kleender als C, na 't eerste van dit byvoegsel, beyde tegen 't gestelde: ergo B C is grooter als A B na de 7 kund.

IX. VOORSTEL.

Indien twee Driehoeken twee zijden en een hoek over een van deze zijden, d'een aan d'ander gelijk hebben: zoo zijn de overige zijden en hoeken meede gelijk, en de Driehoeken zijn even groot, indien de hoeken over de andere zijde beyde scherp, recht, of bot, dat is van een geslacht zijn.

Toep. Indien *in Fig.* 20. A is ∞ D; A B gelijk E D; B C gelijk E F, en C en F, beyde scherp, recht, of bot zijn: zoo is A C gelijk D F; C gelijk F; B gelijk D E F. En de △ A B C A is gelijk de △ D E F D.

't Bewijs.

D F is langer als A C, of korter, of gelijk. Waar D F langer, zoo laat D G aan A C gelijk wezen; en dan hebben de △ en ABCA, DEGD twee zijden AB, DE; AC, DG; en een Hoek tussen beyden, A, en D, gelijk, dies is, na 't *6* Voorstel, C gelijk DGE, en EG gelijk BC, of EG gelijk EF, dies is EFG gelijk F na 't 8 Voorstel.

Is dan C scherp, zoo is DGE ook scherp, en EGF bot, dies F meê bot tegen 't gegeve.

Is C bot, zoo is D G E ook bot, en E G F scherp, dies F meê scherp tegen de Supp.

Is G recht, zoo is DGE ook recht, en EGF recht, dies F meê recht, niet tegen 't gestelde, maar dan zijn de Driehoeken van de △ G E F meer als twee rechte Hoeken tegen het 3 Voorstel.

DF kan dan niet langer als AC zijn. Korter kan hy ook niet wezen, want dan zou men in A B C A de voorgaande ongeschiktheyt, op de zelfde manier, vinden, derhalven is D F gelijk A C na de 8 kundigheyt, en daarom B gelijk D E F, C gelijk F, en de △ en A B C, D E F evengroot, na 't *6* Voorstel.

X. VOORSTEL. 8 *prop.* 1 *b. Eucl.*

Indien van twee Driehoeken de drie zijden d'een aan d'ander gelijk zijn, soo sijn de hoeken, over de gelijke sijden, mede gelijk, en de Driehoeken even groot.

Toep. Indien *in Fig.* 21. AB is gelijk ED, AC gelyk DF, en CB gelyk EF: zoo is A ∞ D, B ∞ E, en C ∞ F, en de △ en zijn mede gelyk.

't Bewijs.

Legt, by gedachten, als *in Fig.* 22. A, op D, en A C langs D F, zoo komt C in F, na 't 2 beginzel, en keert de △ A B C om, en trekt E B. Dewijl A B is gelijk D E, en B C gelijk E F, na 't gegeve, daarom is, na 't 8 voorstel, A B E ∞ D E B
en C B E ∞ F E B

dies A B C ∞ D E F
na de 2 kundigheyt.

Dewijlze nu twee zijden en een hoek tussen beyden gelijk hebben, zoo is, na 't *6* voorstel, A ∞ D, en C ∞ F. en de △ A B C ∞ de △ D E F.

De eygenschappen der Rechtlinische Driehoeken als ze passen tussen evenwijdige lijnen.

XI. VOORSTEL. 37 *en* 38 *p.* 1 *b. en* 1 *p.* 6 *b. Eucl.*

Zoo twee Driehoeken tussen evenwydige passen, en een selfde, of gelyke gronden hebben, zoo zijnse evengroot, 37 *en* 38 *prop.* 1 *boek.* en zoose ongelijke gronden hebben, soo sijnse evenredig met hare gronden, 1 *prop.* 6 *b. Eucl.*

Toep. Zoo *in Fig.* 23. B C evenwydig is met A D, of B E met A F, en zoo de △ en A B D, A C D een zelfde gront A D hebben, of zooze gelyke gronden A C, D F hebben, zoo zijnze evengroot. En zooze ongelijke gronden hebben, als in Fig. 24, zoo is de △ A B C tot de △ D E F, als A C tot D F.

't Bewijs.

Op 't I. Aanmerkt *in Fig.* 25. A E evenwijdig DB, en D F evenwydig A C, zoo is EAB gelyk ABD, en E B A gelijk B A D, na 't 2 voorstel: en dewyl A B aan de △ en AEB, ABD, gemeen is, daarom hebbenze twee Hoeken en een zijde gelijk, en overzulx is, na 't 7 Voorstel, EB gelyk AD, AE gelyk DB, ende △ A B E gelyk de △ A B D. Zoo bewijst men mede dat C F is gelyk A D, D F gelyk AC, en de △ D C F gelyk de △ D C A.

Dewijl dan E B en C F beyde aan A D gelijk zijn, en daarom ook gelyk aan malkander, zoo is dan ook E C gelyk B F, na de 1 kundigheyt, en de △ en EACE, BDFB zyn gelyk na 't 10 Voorstel, dewyl E A is gelyk B D, en A C gelijk D F;
zoo is dan de △ E A C E ∞ △ B D F B
van elk trekt de △ B G C B ∞ △ B G C B
rest

E A G B E ∞ G D F C G 3 kund.
by yder vergaart △ AGDA ∞ △ A G D A

komt E A D B E ∞ C A D F C 2 kund.
van elk de ½, rest △ AB DA ∞ △ ACDA 2 kundigheyt

digheyt dewijl boven bewezen is dat de △ en EABE, ABDA &c. gelyk zyn.

Op 't II. Dit is openbaar uyt het eerste: de gronden op malkanderen gelegt zijnde zullen passen om datze even lang zyn na 't beginzel, en dan is 't in alles gelyk met het eerste dat nu alrede bewezen is.

Op 't III. De gronden van de △ en als A C en D F zyn beyde door een zelfde lijn *Meetbaar* of *Onmeetbaar*.

Meetbaar zijnde, zoo laat, by voorbeelt, *in Fig.* 26. A C in 3, en D F in 5 gelyk even groote deelen konnen gedeelt werden: zoo nu lijnen getogen werden van de toppen B en E tot deze deelen, zoo zullen de △en ABGA, DEHD alle gelyk zyn door het tweede lit van dit Voorstel; en de △en ABCA, DEFD zullen door deze middel yder in zoo veel gelijke deelen gedeelt werden als hare gronden AC, DF, te weten de eerste in 3 en de tweede in 5, en overzulx zalder zoodanigen overeenkoming onder de △en zyn als'er onder de gronden is, te weten in beyde als 3 tot 5. Of de △en hebben gelijke reden tot malkander als haare gronden.

't Hindert niet dit generalijk te besluyten, schoon wy het particulier op de getallen 3 en 5 toegepast hebben, om dat wy klaarlijk konnen zien dat dese demonstraty gemeen is aan alle gevallen, de gronden meerbaar zynde.

De gronden A C en D F tegen malkander vergeleken zynde, *Onmeetbaar* wezende, *als in Fig.* 27. zoo laat ons toe dat wy voor iets waarachtigs in voeren dit

X. Beginzel.

De Grootheden, wiens verschil minder is als de minste grootheyt die bedagt kan worden, zijn evengroot: of haar verschil is gelijk niets.

Ik zegge voor iets waarachtighs schoon het nochtans zich zelfs tegen spreekt. De minste grootheit die te bedenken is wert hier voor niets aangemerkt, 't geen nochtans vals is. Doch 't is echter zeker dat het verschil onmeetbaar is; en hierom hebben de Mathematici dit zoodanig toegelaten: de Methode van onse denking, die by trappen voortgaat, vereyscht dit beginsel, en niet de Meetkonst. Wy komen weer ter sake.

Beyde de gronden dan tegen malkander *onmeetbaar* zijnde, *als in Fig.* 27. en deelende de eene A C in 3 gelijke deelen, en in de andere D F mede deze deelen afmetende, van D beginnende, zoo is 't zeeker dat het overschot I F, minder zal zijn als A G, een van deze deelen wezende: nu is 't ook zeker dat men A C in 't oneyndig in kleender en kleender gelijke deelen kan deelen, of dat A G in 't oneyndig kleender kan genomen werden, zoo volgt het mede dat het overschot I F, ook in 't oneydig kleender zal vallen, en by gevolg minder zijn als de minste grootheit die'er zal konnen bedacht werden: deze gelijk niets stellende, volgens het laatste beginzel, zoo is D I gelijk D F; maar D I is Meetbaar tegens A C, zoo is dan ook D F Meetbaar tegens AC, en overzulx ABCA tegens DEFD als A C tot D F, na het eerste van dit lit. 't Geen te bewyzen was.

Aanmerking. Het geene hier gezegt is van driehoeken die tussen evenwydige passen, is ook waarachtig van driehoeken die op een zelfde lijn staan, en wiens toppen in een punt te zamen komen.

Als van de driehoeken ABCA, CBDC, en ABDA. *Figuur* 28.

De eygenschappen der Rechtlinische driehoeken ten opsicht van de evengrootheit der Hoeken, en de evenredigheit van de zijden.

XII. Voorstel. *4 en 5 prop. 6 b. Eucl.*

Zo twee driehoeken gelijkhoekig zijn, de zijden *om*, of *over* de gelyke hoeken zyn evenredig. *4 prop. En omgekeert.* Zoo de zyden evenredig zyn, zoo zyn de hoeken *tussen* of *over* de evenredige zyden gelyk. *5 prop.*

Toep. Indien *in Fig.* 29. A is gelijk D, C gelijk F, en B gelijk E, zoo is

AB — AC = DE — DF
of AB — DE = AC — DF

Zoo mede met de zijden om en over de andere Hoeken die gelijk zijn.

en zo AC — AB is = DF — DE
ook AC — BC = DF — FE, zoo

zijn de △ en gelijkhoekig, te weten A ∞ D, B ∞ E, en by gevolg C ∞ F.

't Bewijs.

Op 't I. Om zulx van de zyden A B, A C, D E, D F te bewysen, zoo lecht A op D, *als in Fig.* 30. (de hoeken tussen dese lynen) en A C langs D F; zoo zal A B komen te vallen langs D E, na 't 4. beginzel, en dan is B C evenwydig E F na de 14 bepaling, om dat de hoeken A B C, D E F, gelyk zyn.

Aanmerkt C E, B F, zoo zijn de △en C B F C, C B E C evengroot, na 't I Voorstel, om datze tussen de evenwijdige B C, E F, passen en op een zelfde Basis B C staan. En dewijl de △en DCED, BCEB beyde op eene lijn D E staan, en haar beyder toppen in C te zamen komen; gelyk mede de △en D B F D, C B F C, op de lyn D F, en de toppen in B, zoo zynze evenredig met haare gronden naar 't II Voorstel.

dat is, △ A C B A — △ D C E D = A B — D E
ook — — △ D B F D = A C — D F

Maar de △ D C E D is ∞ de △ D B F D, na de 2 kundigheyt, om dat de △en B C E B, C B F C gelyk zyn.

dies is A B - D E = A C - D F (k.) *over* gelyke hoek
of A B - A C = D E - D F ( ) *om* gelyke hoek

Op dezelve manier bewijst men mede de evenredigheyt

heyt van de andere zijden om, of over andere gelyke hoeken.

Op't II. Aanmerkt *Fig.* 31. de △ D F G D gelijkhoekig aan de △ A B C A, G D F ∞ A, en G ∞ B. zo is 't

A C — A B ═ D F — D G. na 't I. van dit voorstel
└─ D E. na 't gegevene.

ook A C - B C ═ D F — F G. na 't I. van dit voorstel.
└─ F E. na 't gegevene.

Daarom is D G ∞ D E }
en F G ∞ F E } na de 1 en 8 kundigheit.

Nota. *Na de 1 kundigheit is* D F *tot* D G *als dezelve* D F *tot* D E. *en daarom na de 8 kundigheyt* D G ∞ D E. *Zoo volgt mede dat* F G *is* ∞ F E. *En dewijl dit veel voorvalt zoo zullen wy voortaan alleenlijk besluyten, als van vier en vier evenredige, de drie van de eene aan de drie van de andere gelijk zyn, dat dan meede de vierde gelijk is; en wy zullen'er bystellen na de 1 en 8 kundigheyt.*

Overzulx zijn de △en D G F D, D E F D gelykzydig, om datze D F gemeen hebben, en daarom gelykhoekig na 't 10 Voorstel: maar D G F D is gelykhoekig aan A B C A na de aanmerking, dies is D E F D ook gelijkhoekig aan A B C A, na de 1 kundigheyt, het geen &c.

XIII. VOORSTEL. *6 prop. 6 b. Eucl.*

Als twee Driehoeken een hoek gelyk hebben, en de zyden om deze hoek evenredig zijn, zoo zijnze gelijkhoekig.

Toep. Zoo *in Fig.* 32. A is gelyk D, en A C tot A B als D F tot D E; zoo is de △ A B C A gelykhoekig aan de △ D E F D te weten, B gelijk E, en C gelyk F.

't Bewijs.

Aanmerkt D G F D voor een △ daar van dat de hoek F D G gelyk is aan de hoek A; en D F G gelyk C, zoo is G gelyk B na 't 5 Voorstel. dan is 't

A C — A B ═ D F — D G na 't 12 Voorstel.
└─ D E na 't gegeve.

daarom D G ∞ D E na de 1 en 8 kundigheit

Zoo zijn dan de △en D G F D, D E F D gelykhoekig na 't 6 Voorstel: maar A B C A is gelijkhoekig aan D G F D, dies is ook A B C A gelykhoekig aan D E F D na de 1 kundigheyt; te weten, B ∞ E, en C ∞ F na 't Voorstel, 't geen te bewijzen was.

XIV. VOORSTEL. *7 prop. 6 b. Eucl.*

Indien twee Driehoeken een hoek gelyk hebben, en de zijden om een andere hoek evenredig zyn, soo sijnse evenhoekig, als de overige hoeken van een geslacht zijn.

Toep. Indien *in Fig.* 33. A is gelyk D; en A B tot B C, als D E, tot E F; zoo zijn de △en A B C A, D E F D gelykhoekig, wanneer C en F beyde Scherp, Bot, of Recht zyn.

't Bewijs.

Is B ∞ E zoo zijnze evenhoekig na 't 5 Voorstel: maar zijn B en E ongelyk, zoo laat D E G aan B gelijk wezen, en overzulx is D E G D gelykhoekig aan A B C A, na 't 5 Voorstel.

dies is A B — B C ═ D E — E G na 't 12 Voorstel
└─ E F na 't gegeve.

ergo E G ∞ E F na de 1 en 8 kund.
of E G F ∞ F na 't 8 Voorstel.

is dan F bot, zo is DGE scherp, en C ook sch. }
F sch. zo is DGE bot, en C ook bot } teg. 'tg.

F rec. zo is DGE recht, en C ook recht, wel van een geslacht, maar dan zijn de hoeken van de △ G E F G meerder als twee rechte hoeken tegens 't 3 Voorstel.

Zoo kan dan B niet ongelijk aan E zijn, en daarom gelijk, na de 9 kundigheit, en de △en gelijkhoekig. 't geen &c.

Van de Eygenschappen der Rechtlinische Driehoeken ten opsicht van de evengrootheit der hoeken, de evenredigheit der zijden, en de hoegrootheit der Figuren.

XV. VOORSTEL. *15 prop. 6 b. Eucl.*

Indien twee Driehoeken een hoek gelijk hebben, en de syden om dese hoeken weerkerig evenredig zijn; zoo zijn de Driehoeken evengroot. En zoose evengroot zijn, en een hoek gelijk hebben; zoo zijn de zijden om deze hoek weerkeerig evenredig.

Toep. Indien *in Fig.* 34. de hoek A B C is gelijk aan de hoek D B E, en A B tot B E als D B tot B C; zo is A B C A zoo groot als D B E D. En zo A B C A zo groot als D B E D, en A B C gelijk D B E is; zoo is A B tot B E als D B tot B C.

't Bewijs.

Trekt A D, dan is 't

A B - B E ═ A B D A - B E D B }
D B - B C ═ ─┘ └─ - A B C A } na 't 11 voor.

op't I. ma. A B - B E ═ D B -- B C na 't gegeve.

ergo A B D A - B E D B ═ de zelve A B D A - A B C A na de 1 kundigheit.

Dies is B E D B ∞ A B C A 't begeerde, na de 8 kundigheit.

Op't II. Nu is A B C A ∞ B E D B.

Ergo A B — B E ═ D B — B C, 't begeerde, na de 1 kundigheit.

XVI. VOORSTEL. *19 prop. 6 b. Eucl.*

De gelykhoekige Driehoeken zyn tot malkander tweevoudig in reden als de reden van haare zyden over gelijke hoeken staande.

Toep. Zoo *in Fig.* 35. A B C A gelijkhoekig is aan D E F D, te weten A ∞ D, en C ∞ F; zoo zal de reden van de △ A B C A tot de △ D E F D tweevoudig zijn als A C tot D F.

't Bewijs.

Laat B G C B gelijk zijn aan D E F D.

A C — D F = B C — E F na 't 12 Voorſtel.
D F — G C = ⌣ na 't 15 Voorſtel.
dies A C — D F = D F — G C 1 kundigheit.
Of AC — G C tweevoud. in red. als AC -- DF
maar ⌣ ⌣ = ABCA-GBCG, 11 V. of DEFD. na de onderſtelling.

Ergo ABCA — DEFD tweevoudig in reden als A C — D F. na de 1 kund. 't geen te bewyzen was.

De eygenſchappen ten aanzien van een getogene lijn, ende evenredigheit der zijden hier door afgeſneeden zijnde.

XVII. VOORSTEL. *2 prop. 6 b. Eucl.*

Indien een lijn getogen wert evenwydig aan de zyde van een Driehoek, zoo ſnytze de twee andere zyden, of hare verlengdens, evenredig. *En omgekeert.* Zooſe de twee zyden, of hare verlengdens, evenredig ſnyt, zoo isſe aan de darde zyde evenwydig.

Toep. Zoo *in de Figuuren* 37. ABCA een △ is, en dat ED evenwydig is aan AC; zoo is

A D — D B = C E — B E. 1 Figuur.
A D — A B = C E — C B. 2 Figuur.
A B — B D = C B — B E. 3 Figuur.

En zoo de lyn D E, de lynen A B, C B, of haare verlengdens, zoodanig ſnydt, zoo is D E evenwydig aan A C.

't Bewijs.

Op 't I. Dewyl D E evenwydig A C is, daarom is B D E ∞ B A C na de 14 bepaling in de 1 en 2 Figuur en na het 2 Voorſtel in de 3 Figuur, en overzulx zijn de △en BDEB, BACB gelijkhoekig na 't 5 Voorſtel, om dat B aan haar beyde gemeen is, in de 1 en 2 Fig. maar gelijk na 't 1 Voorſtel, en overzulx is 't

A B — B D = B C — B E. 12 Voorſtel.
B D ⌣ B E ⌣
afg.
A D — B D = C E — B E, 12 V. 1 boek 1 F.
A D — A B = C E — B C, 22 V. 1 boek 2 F.
ook A B — B D = B C — B E, hier boven. 3 F.

Op 't II. Als de reden is als boven, zoo blykt door een aanmerking op het bovenſtaande, beginnende van onderen naar boven, in de twee eerſte Figuren, en volſtrekt in de darde Figuur, dat

A B is — B D = B C — B E
of A B — B C = B D — B E

Of ook dus op de 1 en 2 Figuur.

op de 1 Fig. A D — BD = CE — BE *'t geg. op de 1 F.*
B D ⌣ BE ⌣
vergel.
AB — B D = CB — BE, 12 V. 1 boek.
of AB — BC = BD — BE, 3 V. 1 boek.

op de 2 Fig. AD — AB = CE — CB. *'t geg. op de 2 F.*
AB ⌣ CB ⌣
vergel.
BD — AB = BE — CB
of AB — BC = BD — BE

Dewijl dan als boven in yder geval is A B — B C = B D — B E, en de hoeken van de △en ABCA, BDEB, dewelke van deze evenredige zyden begrepen werden, als B, gelijk zijn; zo zijn de △ ABCA, BDEB, gelijkhoekig, na 't 13 voorſtel: derhalven BDE ∞ BAC: dies is ED evenwydig aan AC, in de 1 en 2 Figuur na de 14 bepaling, en in de 3 Figuur na het 2 Voorſtel.

Gevolg. *'t Blijkt dan, als een lijn evenwydig aan de zijde eens △ getogen wert, dat de andere zijden evenredig zijn met de lijnen begrepen tuſſen deſe evenwydige en deze zijden des △*; en omgekeert. *Zooze evenevenredig zijn, datze evenwydig zijn*, dat is:

Op 't I. Zoo D E evenwyd. aan A C is
Zoo is A B — B C = A D — C E
Op 't II. Zoo A B — B C is = A D — C E
dat D E evenwydig A C is.

XVIII. VOORSTEL. *3 prop. 6 b. Eucl.*

De rechte lijn die een hoek des Driehoeks in tweên gelijk ſnydt, en gaat door de Baſis, die ſnyt de gront evenredig met de twee andere zyden. *En omgekeert.* Die lyn de welke uyt de hoek komt, en de Baſis evenredig ſnyt met de ander zyden, die deelt de hoek in tweên gelijk.

Toep. Zoo *in Fig.* 38. B D de hoek A B C ſnyt in tweên gelijk, en de gront in D; zoo is C D — A D = C B — B A.

En zoo B D de Baſis ſnyt, zulx dat C D — A D is als C B — BA, zoo deelt D B de hoek A B C in tweên gelijk.

't Bewijs.

Aanmerkt A E evenwydig B D, ſnydende de verlengde C B in E, zoo is C D — C B = AD — BE, na 't gevolg van 't 17 Voorſtel, om dat D B C D een △ is, of C D — A D = CB — B E.

Op 't I. B A E ∞ A B D, 2 voorſtel.
E ∞ D B C, 14 bepaling.
maar A B D ∞ D B C na 't geſtelde.
ergo B A E ∞ E . 1 kundigheit.
dies is E B ∞ A B . 8 voorſtel.
boven is C D — A D = C B — B E
zoo is dan ook ⌣ ⌣ B A. 't geen.

Op 't II. Nu is C D — A D = C B — B A na 't geſt.
boven is ⌣ ⌣ B E
ergo E B ∞ A B na de 1 en 8 kundigheit, en daarom E A B ∞ E, na 't 8 voorſtel.
maar E A B ∞ A B D, 2 voorſtel.
en E ∞ D B C. 14 bepaling.
dies is ABD ∞ D B C na de 1 kundigheit, of BD deelt A B C in tweên gelijk, 't geen &c.

Dit

Dit is nu genoeg van de Driehoeken in 't algemeen, wy zullen nu overgaan tot de bezondere.

Van de Rechtlinische Driehoek in 't bezonder.

Driehoek is *Recht-* of *Scheef-*hoekig.

Van de *rechthoekige* Driehoek.

16. Bepaling. *Rechthoekige Driehoek noemt men zoodanigen een die een rechte hoek heeft.* 27 def. 1 b. Eucl.

Als deze △ zoo de hoek A recht is.
A

XIX. Voorstel. 8 *prop.* 6 *boeks Eucl.*

Indien uyt de Rechte hoek van een Rechthoekige Driehoek een lijn getogen wert, Rechthoekig op de overstaande zijde, deze valt binnen de Driehoek, en deelt hen in twee andere die beyde evenhoekig aan de heele, en ook aan malkander zijn.

Toep. Indien *in Fig.* 39. A B C Recht is, en B D Rechthoekig *(Perpendiculaar)* op A C staat; zoo valt deze B D binnen de △, en deelt hen in twee andere A B D A, D B C D, welke beyde gelijkhoekig aan de heele ABCA zijn, en ook gelykhoekig aan malkander.

't Bewijs.

Op 't I. BD kan maar buyten of binnen de △ABCA vallen. Kon hy'er buyten vallen, zo zouden de Driehoeken, van de △ A B D A, *als Fig.* 40. te zamen meerder zijn als twee rechte hoeken, tegen het 3 voorstel, om dat, in zoodanigen geval, ABD, bot, en ADB recht is: dies valt BD binnen de △ ABCA, na de 10 kundigheyt.

Op 't II. De △en ADBA, ABCA, hebben een hoek A gemeen, en yder een hoek A D B, en A B C recht; ergo gelijkhoekig, na het 5 voorstel. Zoo mede dat C D B C gelijkhoekig is aan C B A C, en overzulx A D B A evenhoekig aan C D B C, na de 1 kundigheyt.

Gevolg. *Hier uyt is openbaar dat de hoeken op de gront even zijn aan de overhantze hoeken in den Top.*

Dat is, A ∞ D B C, en C ∞ D B A.

XX. Voorstel.

Van een Rechthoekigen Driehoek is de hangende uyt de rechte hoek midden evenredig tussen de deelen van de gront: en een van de zijden om de rechte hoek is midden evenredig tussen de gront en het deel van de zelvige gront begrepen tussen de hangende en de genomene zijde.

Toep. Indien *in Fig.* 39. de hoek A B C recht is, en dat B D een hangende *(Perpendiculaar)* is, of rechthoekig staat op A C: zoo is B D midden evenredig tussen A D en D C: en A B is midden evenredig tussen A C en A D; of B C is midden evenredig tussen A C en D C.

't Bewijs.

Op 't I. De △ A D B A, en de △ DBCD zijn gelijkhoekig, na 't 19 voorstel, en A B D is ∞ C, en A ∞ C B D, na 't gevolg van 't zelvige voorstel,

ergo A D — D B = DB — DC na 't 12 voorstel. dies zijn AD — D B — DC *Continue proportionaal.*

Of D B is midden evenredig tussen A D en D C, 't geen &c.

Op 't II. De △ ABCA, en de △ ABDA zyn evenhoekig, na 't 19 voorstel, en A B C is ∞ AD B, en C ∞ ABD, na 't gevolg van 't zelvige voorstel.

ergo AC — AB = AB — AD. na 't 12 voorst. dies zijn AC — AB — AD *Continue proportionaal.*

Of A B is midden evenredig tussen A C en A D.

Zoo bewijst men mede dat A C — B C — D C *Continue proportionaal* zijn, of dat B C midden evenredig is tussen A C en D C.

Dit zijn de voornaamste eygenschappen van de Rechthoekige Driehoeken buyten vergelijking van de Figuren dewelke noch niet gestelt zijn: de andere, die ik overgeslagen heb, zijn uyt deze openbaar.

Van de *Scheef hoekige Driehoeken.*

Scheef hoekige Driehoek is *Bot* of *Scherp.*

17. Bepaling. *Bothoekige Driehoek wert die geene genaamt dewelke een botten hoek heeft.* 28 def. 1 b. Eucl.

Als deze △ zoo de hoek A bot is.
A

18. Bepaling. *Scherphoekige Driehoek is de geene dewelke drie scherpe hoeken heeft.* 29 def. 1 b. Eucl.

B
Als deze △ zoo de hoeken A, B en C yder scherp zijn.
A C

Van deze valt niets algemeens te zeggen dat aanmerkelijk is, of dat niet openbaar is uyt het voorgaande; alleenlijk zullen wy een voorstel aantekenen dat ons te pas komt.

XXI. Voorstel.

De hangende, uyt een der hoeken van een Scherphoekigen Driehoek, valt binnen de Driehoek, en van een Bothoekigen, buyten, uytgenomen die uyt de botten hoek getogen wert.

Toep. Indien *in Fig.* 41. ABCA is een Scherphoekigen Driehoek; de hangende uyt een der hoeken als BD, valt binnen de Driehoek: en zoo van ABCA de hoek ACB bot is; de hangende uyt een van de andere hoeken A B C, of CAB, als B D, valt buyten de Driehoek.

't Bewijs.

Kon het anders zijn, zoo moest het wezen als *in de* 42 *Fig.* dan is CDB Recht, en DCB bot, in de eerste Figuur na 't 7 beginzel, en in de tweede Figuur door zich zelfs, en overzulx zouden de Driehoeken van een Driehoek te zamen meerder doen als twee rechte hoeken, tegens het 3 Voorstel. Zoo dat B D valt zoodanig als besloten is, na de 10 kundigheyt.

Van

Van de *evenpalige* Driehoeken.

Een driehoek is *evenpalig* of *onevenpalig*.

Evenpalige driehoek is *evenbeenig*, of *evenzijdig*.

19. BEPALING. *Een evenbeenige driehoek is diens twee zijden even zijn.*

20. BEPALING. *Een evenzijdige Driehoek is diens drie zijden even zijn.*

Van deze zullen wy niets zeggen, om dat wy niets algemeens zullen konnen voorstellen dat uyt 't voorgaande niet alrede openbaar is.

Onevenpalige Driehoek is wiens drie zijden oneven zijn.

deze is alrede in de generale verhandelt.

Van de *Vierhoeken*.

Vierhoek is eenFiguur door vier Rechte lijnen besloten.

Vierhoek is *evenwytzydig* of *onevenwijtzijdig*.

IV. HOOFTSTUK.

Van de *Ramen*, *Rechthoeken*, en *Vierkanten*. En voor eerst van de Raam.

21. BEPALING. *Een evenwijtzijdige Vierhoek is wiens overstaande zijden evenwydig zijn. En deze noemen wy* Raam (Parallelogramma) 36 def. 1 b. Euc.

XXII. VOORSTEL. 34 *prop.* 1 *b. Eucl.*

De Ramen hebben de overstaande zyden en hoeken gelijk: en soo een Vierhoek de overstaande sijden gelijk heeft, soo is 't een Raam.

Toep. Indien *in Fig.* 43. A C een Raam is, dat is, na de 21 bepal. Indien A B evenwydig D C, en A D evenwydig BC is, zoo is A B gelijk D C, en A D gelijk B C: en de hoek A gelijk C, A B C gelijk A D C. En zoo A B is gelijk D C, en A D gelijk B C, zoo is A B evenwydig D C, en A D evenwydig B C. of A C is een Raam na de 21 bepaling.

't Bewijs.

Op 't I. Trekt B D: zoo hebben de △ A D B A, D B C D een zyde en twee hoeken gelijk, D B gemeen, A B D ∞ B D C, en A D B ∞ D B C na het 2 voorstel, om dat A B evenwydig D C, en A D evenwydig B C is: ergo na 't 7 voorstel A B gelijk D C en A D gelijk B C, ook A gelijk C: en na de 2 kundigheit is A B C gelijk A D C 't geen &c.

Op 't II. Nu zijn de △ en A D B A, D B C D gelijk zydig, en daarom gelijkhoekig na 't 10 voorstel; over zulx is

A B D ∞ B D C, en daarom AB ev. DC } na 't 2. vo.
en A D B ∞ D B C ——— AD ev. BC }

Dies is AC een Raam na de 21 bepaling.

22. BEPALING. *Hoeklijn* is een Rechte lijn die getogen wert van de eene hoek tot de ander.

XXIII. VOORSTEL. 34 *prop.* 1 *b. Eucl.*

De Hoeklijn deelt een Raam in tweën gelijk.

Toep. In Fig. 43. BD, de Hoeklijn zijnde, deelt de Raam A C in tweën gelijk, zulx dat A B D A is ∞ D B C D.

't Bewijs.

Dit blijkt volkomentlijk uyt het bewijs van 't laatste voorstel, dat ik hier sal herhalen? dus

A C B ∞ D B C } om dat { DA evenw. B C
A B D ∞ B D C }   { BA evenw. DC
en B D ∞ B D gemeen is,

ergo de △ A B D A ∞ de △ D B C D

Indien, in een Raam, twee lijnen getogen werden evenwydig aan de zyden van de Raam, die malkander in de Hoeklijn snyden, *als in Fig.* 44. zoo deelt deze de Raam in twee Gehoeklijnde, en in twee Vervultsels.

23. BEPALING. Gehoeklijnde *zijn de Ramen die om de Hoeklijn staan. Als* F G *en* I H.

24. BEPALING. Vervultsels (*Complementa*) *zijn de overige stukken, of die gene de welke met de Gehoeklijnde de Raam vervullen.* 37 *def.* 1 *b. Eucl. als* F I, G H.

XXIV. VOORSTEL. 43 *prop.* 1 *b. Eucl.*

De Vervultsels zijn evengroot.

Toep. F I en G H zijn evengroot.

't Bewijs.

B A D B ∞ B D C B } 23 voorstel.
B F E B ∞ B E G B }
——— afg.
Rest F E D A F ∞ G E D C G. 3 kund.
I E D I ∞ D E H D 23 voorstel
——— afg.
Rest F I ∞ G H 3 kund. 't geen &c.

XXV. VOORSTEL. 41. *prop.* 1 *b. Eucl.*

Indien een Raam, en een Driehoek, op een zelfde, of op gelijke gronden staan, en tussen evenwydige passen, zoo is de Raam het tweevoud van de Driehoek.

Toep. Zoo *in Fig.* 45. B E evenwydig A D is, zo is de Raam A C het tweevoud van de driehoek A E D A.

't Bewijs.

Trekt de Hoeklijn D B.
A B C D A is het 2 voud van A B D A 23 voorst.
A E D A is ——— ∞ ——— 11 voorst.
ergo A B C D A is het 2 voud van A E D A 7 kund.

XXVI. VOORSTEL. 35 *en* 36 *prop.* 1 *b. en* 1 *prop.* 6 *b. Eucl.*

Zoo twee Ramen tussen evenwydige passen, en op een selfde, of gelijke gronden staan, zoo zijnse evengroot. 35 *en* 36 *prop.* 1 *b.* en op ongelijke gronden staande, zoo sijn-zijnze evenredig met haare gronden. *1 prop. 6 b.*

Toep. Indien *in Fig.* 46. BF evenwydig is aan AD, of aan AG; en indien de Ramen DB, AF, op een zelfde gront AD, of op gelijke ſtaan; zoo zijnze even groot: maar indienze op ongelijke gronden ſtaan, als hier DB, DF; zoo is DB — DF = AD — DG.

't Bewijs.

Trekt de Hoeklijnen AC, DE, GE.

Op 't I. de △en ACD, AED zijn gelyk na 't 11 Voorſtel: maar de Ramen DB, AF zijn het tweevoud van deſe △en na 't 25 Voorſtel: dies zijn deze Ramen mede gelijk na de 8 kundigheyt.

Op 't II. De △en ACD, DEG zijn evenredig met hare gronden AD, DG, na 't 11 Voorſtel: Maar de Ramen DB, DF zijn het tweevoud van deze △en na 't 25 Voorſtel: Dies zijn deze Ramen ook evenredig met hare Gronden, na de 1 kundigheyt.

XXVII. Voorstel. 14 *Prop. 6 b. Eucl.*

Indien twee Ramen een hoek gelijk hebben, en de zijden om deſe hoek weerkeerig evenredig zijn, zoo zijnze evengroot.

En zooze evengroot zijn, en een hoek gelijk hebben: zoo zijn de zijden om deze hoek weerkeerig evenredig.

Toep. Indien *in Fig.* 47. DBE is gelyk ABC, en AB — BE = DB — BC: zoo is BF gelyk BG. En zoo BF gelyk BG is: zoo is AB — BE = DB — BC.

't Bewijs.

Op 't I. Na 't 15 Voorſtel zijn de △en BDEB, ABCA evengroot, en daarom ook de Ramen BF, BG, na 't 25 Voorſtel en de 1 kundigheyt.

Op 't II. Na 't 25 Voorſtel zijn de △en DBED, ABCA evengroot, en daarom is 't, na 't 15 Voorſtel, AB — BE = DB — BC.

Dus verre van de Raam in 't algemeen, volgt nu haare deeling.

De Raam is *Recht* of *Scheefhoekig.*

Rechthoekige Raam is *Rechthoek* of *Vierkant.*

Van de Rechthoek.

25. Bepaling. Rechthoek (Rectangulum) *is een Raam met rechte hoeken.*

26. Bepaling. *Een Rechthoek wert gezegt begrepen te zijn van de twee zijden die een rechte hoek bevatten.*

XXVIII. Voorstel. 1 *prop. 2 b. Eucl.*

Een Rechthoek is even aan de Rechthoeken van de eene zijde en al de deelen van de andere zijde.

Toep. Indien *in Fig.* 48. BD een Rechthoek is van de Lijnen AB, AD begrepen: Ik zegge dat BD gelyk is aan de Rechthoeken die van AB, AE, en van AB, ED begrepen zijn.

't Bewijs.

Aanmerkt EF evenwydig AB: Indien nu BE, EC □ en zijn van AB, AE, en van AB, ED, zoo is het Voorſtel waarachtig.

Maar het zijn de □ en van &c. Want EF evenwydig AB zijnde, is mede evenwydig DC. FED is ∞ A recht na de 14 bepaling, maar D is mede recht na de 25 bepaling, zoo is dan FED + D ∞ 2 Rechtehoeken, en by gevolg EF evenwydig DC na 't 2 Voorſtel: BE, EC zijn dan Ramen na de 21 bepaling, en □ en na de 25 bepaling: BE is □ van de Lijnen AB, AE; en EC van CD, of AB en ED na de 26 bepaaling.

Dies is het voorſtel waarachtig.

Gevolg. *Zoo van twee lijnen de eene gedeelt is zoo 't valt: zoo is de Rechthoek van de ongedeelde en de heele gedeelde Lijn, even aan de Rechthoeken der ongedeelde Lijn en alle de deelen van de gedeelde Lijn.*

Toep. Dat is, dat de □ AB, AD is gelyk de □ AB, AE, en de □ AB, ED te zamen.

Dit is het zelfde van hier boven, 't verſchil beſtaat alleenlijk in de manier van de voorſtelling.

Dewijl alle de Eygenſchappen van de Rechthoeken en Vierkanten, begrepen in dit en de drie volgende Voorſtellen, zeer gemakkelijk konnen beveſtigt werden door de vermenigvulding van getallen die aan de Lijnen van deze Figuren toege-eygent werden, zoo zullen wy dit niet overſlaan. Vooraf onderſtellende *dat het Gemultipliceerde van twee getallen even is aan de Rechthoek van de Lijnen daar aan dat deze getallen toege-eygent zijn.*

By Voorbeelt. Laat *in Fig.* 49. AC een Rechthoek zijn, begrepen van de Lijnen AB, BC; en laat AB 2, BC 3 voeten lang wezen: deze 2 en 3 vermenigvuldigt, komt 6: Ik zegge dat AC 6 vierkante voeten zal groot wezen, gelijk ook blijkt uyt de Vierkante Ruytjens in de Figuur afgebeelt.

Op de zelfde wijs, AB 5, en BC 7 zijnde, zoo is AC 35. En het vierkant van een Lijn die 7 lang is, doet 49, dat is 7 maal 7: of 7 in 't vierkant gemultipliceert.

Verklaring door getallen. Van het boovenſtaande Voorſtel, of het gevolg daar by gevoegt. Laat *in Fig.* 48. AB doen 3, AE 4, en ED 5, zoo is AD 9.

AB vermenigvuldigt met AD, (de geheele Lijn) dat is 3 met 9, komt 27 voor de □ AB, AD.

AB vermenigvuldigt met AE, en AB met ED, (of AB met de deelen van AD) dat is 3 met 4, en ook 3 met 5: komt 12 voor □ AB, AE; en 15 voor de □ AB, ED; dat is te zamen 27 voor de □ en AB, AE, en AB, ED: gelyk zijnde aan het geene hier even gevonden is.

27. Bepaling. Vierkant (Quadratus) *is een Rechthoek met even zijden.*

XI. BEGINZEL.

Een Rechthoek van twee evenlange Lijnen begrepen is een Vierkant: en een Vierkant is een Rechthoek van twee even lange Lijnen begrepen.

Van de evengrootheyt der Rechthoeken en Vierkanten ten opsicht van een gedeelde Rechte lijn.

XXIX. VOORSTEL. *2 prop. 2 b. Eucl.*

Zoo een Rechte lijn gedeelt is zoo 't valt: zoo is het vierkant van de heele lijn even aan alle de Rechthoeken begrepen van de heele lijn en alle zijne deelen.

Toep. Zoo *in Fig.* 50. A B in C gedeelt is na believen: zoo is het □ van de lijn A B, even aan de ▭ AB, A C, en de ▭ A B, C B te zamen.

't Bewijs.

▭ EF, A C + ▭ EF, C B ∞ ▭ EF, A B, na 't gevolg van 't 28 Voorstel.
Stellende E F ∞ A B, zoo is 't mede
▭ A B, A C + ▭ A B, C B ∞ ▭ A B, A B, of ∞ □ A B na 't 11 beginzel, 't geen &c.

Verklaring door getallen. Laat A B 5 en A C 3 doen zoo is C B 2.

Vermenigvuldigt 5 met 3, komt 15 voor de ▭ A B, A C, en ook 5 met 2, komt 10 voor de ▭ AB, B C, deze vergaart komt 25 ∞ ▭ A B, AC + ▭ A B, B C: zoo veel doet mede het □ AB. 't geen &c.

XXX. VOORSTEL. *3 prop. 2 b. Eucl.*

Zoo een rechte lijn in tween gedeelt is zoo 't valt: zoo is de Rechthoek van de heele lijn en het eene deel, even aan de Rechthoek van de deelen, en het vierkant van 't eerste deel.

Toep. in Fig. 51. AB in C gedeelt zijnde naar believen, zo is de ▭ AB, AC ∞ de ▭ AC, CB + □ AC, of de ▭ AB, BC ∞ de ▭ AC, CB + □ CB.

't Bewijs.

▭ EF, AB ∞ ▭ EF, AC + ▭ EF, CB, na 't gevolg van 't 28 Voorstel.
Of, stellende EF ∞ AC.
▭ AC, AB ∞ ▭ AC, AC, of na 't 12 beginzel.
∞ □ AC + ▭ AC, CB, 't geen, &c.

Verklaring door getallen. Laat AB 5, en A C 3 doen, zoo is B C 2.

Vermenigvuldigt 5 met 3, komt 15 voor de ▭, AB, AC.

Multipliceert 3 met 2, komt 6 voor de ▭ AC, CB, hier by 9 het □ AC, komt mede 15 voor de ▭ AC, CB + □ AC, 't geen &c.

XXXI. VOORSTEL. *4 prop. 2 b. Eucl.*

Zoo een rechte lijn in tweën gedeelt is zoo 't valt; zoo is het vierkant van de heele lijn, even aan de vierkanten van de deelen, en tweemaal de rechthoek der deelen.

Toep. Indien *in Fig.* 52. A B in C gedeelt is naar believen: zoo is het □ AB ∞ □ AC + □ BC + 2 ▭ A C, CB.

't Bewijs.

▭ AB, AC ∞ □ AC + ▭ AC, CB
▭ AB, CB ∞ □ CB + ▭ AC, CB } 30 Voorst.
vergaart.
k. na 't 29 Voorst. □ AB ∞ □ AC + □ CB + 2 ▭ AC, CB, 't geen &c.

Verklaaring door Getallen. Laat A B 5, en A C 3 doen zoo is CB 2.

□ A C ∞ 9
□ C B ∞ 4
▭ A C B ∞ 6
▭ A C B ∞ 6 } verg.

komt □ AC + □ CB + 2 ▭ ACB ∞ 25, zoo veel doet mede het □ AB.

XXXII. VOORSTEL. *16 en 17 prop. 6 b. Eucl.*

Zoo vier lynen evenredig zijn, zoo is de Rechthoek van de twee uytterste, even aan de Rechthoek van de twee middelste, *16 prop.* en zoo drie lynen geduurig evenredig zijn, zo is de Rechthoek van de uytterste even aan het Vierkant van het middelste, *17 prop.*

A ——— B
B —— E
D ———— B
B ——— C

A ——— B
B ——— E
B —— C

Toep. Indien *in Fig.* 53. AB — BE is = DB — BC, zo zal de ▭ AB, BC zijn gelijk de ▭ BE, DB. En indien AB — BE — BC gedurig evenredig zijn, zoo is de ▭ AB, BC gelijk het □ B E.

't Bewijs.

Dit is openbaar uyt het 27 Voorstel, en de 25, 26 en 27 bepaling; en werd hier afzonderlijk gestelt om het groot gebruyks wille.

Op 't I. Indien A C de ▭ is van de uytterste A B, B C; en E D de ▭ van de twee middelste B E, D B. Hare zyden zijn weerkeerig evenredig, na 't gegeve, dat is AB — BE = DB — BC, en hebben tussen beyden elk een rechte hoek, na de 25 bepaling, of een gelijke, na 't 5 beginzel, dies is A C ∞ D E na 't 27 Voorstel.

Op 't II. Het tweede blykt op de zelve manier, alleenlijk hier in verschillende dat nu B D ∞ B E is na de 27 bepaling.

XXXIII. VOORSTEL. *23 prop. 6 b. Eucl.*

De Driehoeken en Ramen, die een gelij-
ke

ke Hoek hebben, zijn evenredig met de Rechthoeken van de zijden om de gelijke hoeken.

Toep. Zoo *in Fig.* 54. de Driehoeken ABDA, EFHE, en de Ramen AC, EG, yder een hoek A en E aan malkander gelijk hebben, zoo is 't
△ ABDA — △ EFHE = ▭ AB, AD — ▭ EF, EH ook Raam AC-Raam EG = ⌣

't Bewijs.

Laat *in Fig.* 55. AL ∞ AB wezen; EM ∞ EF, de hoeken LAD, MEH recht, en de rest als blijkt, dan is DK ∞ AC, en HI ∞ EG, na 't 26 Voorstel.
en dewijl KAD is ∞ IEH, recht.
en BAD ∞ FEH, 't gegeve.
———————— afg.
zoo is KAB ∞ IEF. 3 kund.
En om dat AKB ∞ EIF recht is.
Daarom zijn de △en ABKA, EFIE gelijkhoekig, en overzulx is 't
AK-(AB, of) AL = EI-(EF, of) EM. 12 Voorst.
Voorts, AK-AL = (▭ DK, of) Raam AC-▭DL.
en, EI-EM = (▭ HI, of) Raam EG-▭HM,
Boven is AK-AL = EI — EM.
Ergo, Raam AC — (▭ DL, of) ▭ AB, AD = Raam EG — (▭ HM, of) ▭ EF, EH
of, Raam AC-Raam EG = ▭AB, AD-▭EF, EH.
≠ ———————— |
of, △ ABDA — △EFHE = 5 kund.

't Bewijs anders.

Aanmerkende dat het vermenigvuldigde van twee Lijnen even is aan de Rechthoek van de zelve Lijnen, gelyk nu alrede bewezen is in 't 28 Voorstel.

Laten de Driehoeken en Ramen zoodanig aan een gevoegt zijn als *in Fig.* 56, zoo hebben deze *a* en *b* yder een hoek in A en E gelyk, aanmerkende HD, FB voor Rechte lijnen.

a — *c* = AB — EF }
c — *b* = AD — EH } 26 Voorstel.
———————— de *c* en *c* uytgel. en verm.
a — *b* = AB, AD verm. — EF, EH. verm.
of ⌣ = ▭ AB, AD-▭ EF, EH, 't geen &c.
≠ ———— |
△ABDA-△EFHE = 25 Voorstel.

De Eygenschappen van een Driehoek ten opsicht van de Rechthoeken en Vierkanten.

XXXIV. Voorstel.

Van een Rechthoekigen Driehoek is 't Vierkant van de perpendiculaar uyt de rechte hoek even aan de Rechthoek der deelen van de gront: en 't Vierkant van een der beenen is gelijk aan de Rechthoek van de gront en het stuk begrepen tussen dat been en de hangende.

Toep. Indien *in Fig.* 57. de △ ABCA recht is in B, en dat BD de hangende is uyt B, zoo is 't.
□BD ∞ ▭ AD, DC. 't I.
en □AB ∞ ▭ CA, AD }
of □BC ∞ ▭ AC, CD } 't II.

't Bewijs.

Na 't 20 Voorstel zijn AD, DB, DC }
ook AD, AB, AC } Gedurig e-
mede DC, BC, AC } venredig, en
daarom is 't, na 't 32 Voorstel, als hier boven aangetekent is.

XXXV. Voorstel. 47 *prop.* 1 *boek Eucl.*

Van een Rechthoekigen Driehoek is 't Vierkant van de zijde over de rechte hoek even aan de som der vierkanten van de twee andere zijden.

Toep. Indien *in Fig.* 58. de Driehoek ABCA Recht is in B, en dat *d*, *e*, *f*, de Vierkanten zijn van de zijden AB, BC, AC: zoo is *f* zoo groot als *d* en *e* te zamen.

't Bewijs.

Laat BD de hangende zijn uyt B.
□AB ∞ ▭ AC, DA }
□BC ∞ ▭ AC, CD } 34 Voorstel
————————
□AB + □BC ∞ □AC. 29 Voorst. en 2 kund.

Gevolg. *'t Vierkant van het eene Been is even aan het Vierkant van de zijde over de rechte hoek min 't Vierkant van 't ander Been.*

XXXVI. Voorstel. 12 *en* 13 *prop.* 2 *b. Eucl.*

Van alle Driehoeken is het Vierkant van de eene zijde over de scheve hoek even aan de som der Vierkanten van de twee andere zijden *min*, zoo de scheve hoek scherp is (13 *prop.*) maar *en* zooze wijt is (12 *prop.*) tweemaal de Rechthoek begrepen van een van de twee andere zijden en het stuk van de zelve, of zijn verlengde, beslooten tussen de Scheefhoek en de hangende op deze zijde, of op zijn verlengde vallende uyt zijn overstaande hoek.

Toep. Indien *in Fig.* 59. van de △ *abca* de hoek *c* scherp is, in de eerste Figuur, en bot in de tweede Figuur; en dat *bd* een hangende is op *ac*, of op zijn verlengde: zoo is 't

□*ab* ∞ □*ac* + □*bc* — 2 ▭ *acd*, in de I. Fig.
en □*ab* ∞ □*ac* + □*bc* + 2 ▭ *acd*, in de II. Fig.

't Bewijs.

't Punt *d* is in *ac*, in de eerste Figuur, en in zijn verlengde, in de tweede Figuur, na 't 21 voorstel.

Op 't eerste.

$$\begin{array}{ll} \square ad + \square dc + 2\boxed{\quad} adc & \infty\ \square ac \\ \quad - 2\square dc + 2\ \square dc & \infty\ 0 \\ \hline \end{array} \text{ v.}$$

$$\begin{array}{ll} \square ad - \square dc + 2\boxed{\quad} acd\ (30\text{V.}) & \infty\ \square ac \\ \quad + \square dc - 2\boxed{\quad} acd & \infty\ \square dc - 2\boxed{\quad} acd \\ \hline \end{array} \text{ v.}$$

$$\begin{array}{lll} \square ad & \infty & \square ac + \square dc \quad - 2\boxed{\quad} acd \\ \square db & \infty & \quad\quad \square db \\ \hline \end{array}$$

$$\square ab\ (35\text{ V.})\ \infty\ \square ac + \square bc (35\text{V.}) - 2\boxed{\quad} acd$$

't geen &c.

Op 't tweede.

$$\begin{array}{lll} \square ad & \infty & \square ac + \square cd \quad + 2\boxed{\quad} acd.\ 31\text{ v.} \\ \square db & \infty & \quad\quad \square db \\ \hline \end{array}$$

$$\square ab\ (35\text{ V.})\ \infty\ \square ac + \square bc (35\text{V.}) + 2\boxed{\quad} acd$$

't geen &c.

Van de *Veelhoek.*

Veelhoek is eenFiguur uyt vyf of meer hoeken bestaande. De eygenschappen van deze, voor zoo veelze on bepaalt is, zijn weynig, en dieze heeft, zijn van kleen gebruyk, en licht uyt het alree gestelde aan te wyzen, gelijk, als dat:

De inwendige hoeken te zamen tweemaal zoo veel rechte hoeken doen als ze hoeken heeft min Vier.

En dat al de uytwendige hoeken te zamen even aan vier rechte hoeken zijn.

En diergelijke, die alle licht te demonstreren en van weynig gebruyk zijn.

Wy zullen dan overgaan tot de bepaalde.

Twee Veelhoeken zijn in vergelijking tot malkanderen *gelijk formig* of *ongelijk formig.*

V. HOOFTSTUK.

Van de *gelijk formige Figuren.*

28. BEPALING. Gelijkformige *Veelhoekige Figuren zijn zoodanige de welke gelijkhoekig, en diens zijden om de gelijke hoeken evenredig zijn.*

Toep. Indien, *in Fig.* 60. getogen werden de hoeklynen A C, A D, uyt de hoek A tot de overstaande hoeken C en D; en zoo dan uyt F, genomen in A B (of in zijn verlengde) naar believen, getogen is FG, evenwydig BC, stootende AC in G; en uyt G, tot de hoeklyn A D, G H evenwydig aan C D; en dan H I evenwydig aan D E: zoo is de Figuur AFGHIA gelijkformig aan de Figuur ABCDEA. De hoeken zijn gelijk, te weten; AFG ∞ ABC; FGH ∞ BCD; GHI ∞ CDE; en HIA ∞ DEA, na de 14 bepaling, om dat de lynen F G, GH, HI, evenwydig zijn aan de lynen B C, C D, D E, en de zyden, om de gelijke hoeken, zijn evenredig, als, A F — F G $=$ A B — B C; ook, F G — B C $=$ G H C D, om datze alle zijn als A G tot A C, na 't 12 Voorstel, en zoo voort.

29. BEPALING. *Van de gelijk formige Figuren werden die zijden* Gelijkstandige *genoemt daar even hoeken op staan.*

Als A I, A E; ook G H, C D, &c.

XII. BEGINZEL.

Twee gelijkformige Figuren konnen in evenveel Driehoeken verdeelt werden, die alle gelijkhoekig aan malkanderen zijn, 20 *prop. van 't 6 b. Eucl.*

Dit is openbaar uyt het bovenstaande.

XXXVII. VOORSTEL. 20 *prop.* 6 *b. Eucl.*

De Gelijkformige Figuren, met gelijke Gelijkstandige zyden, zijn even groot; en met ongelijke Gelijkstandige zyden, zijn tot malkander in reden tweevoudig als de reden dezer zyden.

Toep. Indien ABCDEA gelijkformig aan AFGHIA is, en dat AB, AF, Gelijkstandige zyden zijn: ik zegge, dat ABCDEA is ∞ AFGHIA ingeval dat AB en AF gelijk zijn; maar ongelijk zijnde, dat ABCDEA is tot AFGHIA tweevoudig in reden als AB tot AF.

't Bewijs.

Op 't I. Om dat A B — A F $=$ AC — AG door 't 12 beginzel en het 12 Voorstel, en om dat A B ∞ A F is na 't gegeve, daarom is dan mede AF ∞ AG. Dies is G in C zoo wel als F in B: Zoo mede dat H is in D, en I in E is: en daarom zijn de Figuren gelijk door 't 7 beginzel.

Op 't II. ABCA - AFGA 2 voud. als AB-AF
ACDA - AGHA 2 voud. als AC-AG } 16 V.
ADEA - AHIA 2 voud. als AE - AI

verg. ———— deze zijn alle evenredig door 't 12 Voorst. 't 12 b. en de 1 kund.

daarom, ABCDEA - AFGHIA $=$ ABCA - AFGA
of ABCDEA - AFGHIA 2 voudig als AB--AF
't geen &c.

XXXVIII. VOORSTEL. 22 *prop.* 6 *b. Eucl.*

Indien vier lynen evenredig zijn, zoo zijn de gelijkformige Figuuren op de eerste en tweede evenredig met de gelijkformige Figuuren op de darde en vierde.

Toep. Indien *van de Figuren* 61. de lynen A. B, C, D, evenredig zijn, en de Figuren *e.* en *f*, ook *g* en *h* gelijkforming: zoo is *e* tot *f*, als *g* tot *h*.

't Bewijs.

$$\left.\begin{array}{l} e - f \text{ 2 voud.} = A - B \\ g - h \text{ 2 voud.} = C - D \end{array}\right\} 37 \text{ Voorstel.}$$

maar A — B $=$ C — D na 't gegeve.
ergo $e - f = g - h$, 1 kund.

XIII. BE-

XIII. Beginzel.

Alle gelijkhoekige Driehoeken, en alle Vierkanten, zijn gelijkformig.

XXXIX. Voorstel.

De gelijkhoekige Driehoeken, en gelijkformige Figuuren, zijn evenredig met de Vierkanten van haar gelijkstandige zyden.

Toep. Indien *in de Figuuren* 62. ABCA en DEFD gelijkhoekige △en; ABGCA en DEHFD gelijkformige Figuuren; A C en D F gelijkstandige zyden; en *i* en *k* Vierkanten zijn; ik zegge dat

$$\left.\begin{array}{r}\text{ABCA} - \text{DEFD is}\\ \text{ook ABGCA} - \text{DEHFD}\end{array}\right\} = i - k$$

't Bewijs.

De voornoemde △en en □en zijn alle gelijkformig na 't 13 beginzel, en daarom is 't

$$\left.\begin{array}{l}\text{ABCA} - \text{DEFD 2 voud.} = \text{AC - DF}\\ \text{ABGCA} - \text{DEHFD 2 voud.} = \text{AC - DF}\\ i \text{———} k \text{ 2 voud.} = \text{AC - DF}\end{array}\right\} \text{37 V.}$$

$$\left.\begin{array}{r}\text{Ergo ABCA} - \text{DEFD}\\ \text{ook ABGCA} - \text{DEHFD}\end{array}\right\} = i - k$$

XL. Voorstel. 31 *prop.* 6 *b. Eucl.*

Van de gelijkformige Figuuren, die op de zyden van een rechthoekigen Driehoek staan, als haare gelijkstandige zyden, is de geene die op de zyde over de rechte hoek staat even zoo groot als de twee andere te zamen.

Toep. Indien *in Fig.* 63. ABCA een △ is, recht in B, en dat *d*, *e*, *f* de gelijkformige Figuuren zijn op AB, BC, AC, als hare gelijkstandige zyden: zoo is *f* zoo groot als *d* en *e* te zamen.

't Bewijs.

□BC — □AB = *e* — *d*, 39 Voorst.
□BC ∟ *e*

———————————— verg.

□BC — □AC (35 V.) = *e* — *d* + *e*
maar ∟ ∟ *f* 39 Voorst.

Daarom *f* ∞ *d* + *e*, 't geen &c.

Platvlakkige Kromlinische Figuur is *Rond (Circulus)* of *Langrond (Ellipsis.)*

VI. Hoofdstuk.

Van het *Rond*.

30. Bepaling. Rond (Circulus) *is een Figuur binnen de welke een punt is, zoodanig, dat alle de lynen, die uyt dit punt tot den omtrek getogen worden, gelijk zijn* 15 def. 1 b. Eucl.

Hier uyt volgt, dat een Rond gemaakt werd door de beweging van een rechte lijn om een punt, langs een platvlak.

Indien *in Fig.* 64. AB, om A, langs een platvlak bewogen werd, de beweging maakt het nevenstaande Rond.

31 Bepaling. *Het punt van de welke alle de rechte lynen tot den omtrek getogen gelijk zijn, of het punt daar de rechte lyn omdrayt, die het rond maakt, noemt men* Midstip, Middelpunt (Centrum) 16 *def.* 1 *boek Eucl. als* A.

32. Bepaling. *De* Omtrek, *of die lyn dewelke beschreven werd door het losse eynde van de omdraayende lyn, hiet* Kring (Circumferentia) *als* CDBEC.

33. Bepaling. Boog (Arcus) *is een deel van de Kring, als* CD, DB, &c.

34. Bepaling. *De lyn die getrokken werd van de Midstip tot de Omtrek, of de rechte lyn door welkers beweging het Rond gemaakt werd, hiet* Straal (Radius) *ook wel* Halfmiddellyn, *als* AB.

35. Bepaling. Middellyn (Diameter) *noemt men die lyn de welke gaat door de Midstip, stootende weerzyds het Rond.* 17 def. 1 b. Eucl. *als* CAB.

36. Bepaling. *Alle andere lynen, die het Rond stooten en niet door de Midstip gaan, noemt men* Pees, *als* FG, *In Fig.* 65.

37. Bepaling. Peesdeel (Segmentum) *is een stuk des Ronds beslooten door een Boog en een Pees, als* FHGF, FKGF.

XLI. Voorstel. 20 *prop.* 3 *b. Eucl.*

In een Peesdeel is de hoek in de Omtrek de helft van de hoek in de Midstip: aan de geene die minder is als twee rechte hoeken zoo 't Peesdeel grooter is als een half rond, maar aan die de welke meerder is als twee rechte hoeken, wanneer het kleender is.

Toep. Indien *in de Figuuren* 66. ABCA een Peesdeel is; in de twee eerste Figuuren grooter, en in de darde Figuur kleender als een half rond; en dat D de Midstip is: zoo is ABC de helft van ADC, die kleender is als twee rechte hoeken in de 2 eerste Figuuren, maar de andre, die meerder is, dat is de uytwendige van ADC, of het verschil tot vier rechte hoeken in de darde Figuur.

't Bewijs.

Trekt B D E. A D, D B, D C zijn alle gelijk na de 30 bep. dies is DCB ∞ DBC, en DAB ∞ DBA na 't 8 Voorstel; maar CDE is ∞ DCB + DBC, en ADE ∞ DAB + DBA na 't 4 Voorstel.

dies is CDE ∞ 2 DBC
en ADE ∞ 2 DBA

———————— verg. in de 1 en 3 Fig.

komt ADC ∞ 2 ABC en afget. in de 2 F.
∟ de kleenste in de 1 en 2 Fig. en de grootste in de 3 Figuur.

Of ABC ∞ ½ ADC, 't geen &c.

XLII. Voorstel. 21 *prop.* 3 *b. Eucl.*

In een zelfde Peesdeel zijn alle de hoeken in den Omtrek evengroot.

Toep. De hoek A B C *in de Figuuren* 67. is even aan de hoek A E C, om datze beyde in een zelfde Peesdeel ſtaan, en beyde tot de Omtrek komen.

't Bewijs.

Laat D de Midſtip zijn, en getogen werden A D, C D.

De helft A D C ∞ A B C } 41 Voorſtel.
L ∞ A E C }

Ergo A B C ∞ A E C. 1 kund. 't geen &c.

XLIII. VOORSTEL. 22 *prop.* 3 *b. Eucl.*

De Omtreks-hoeken, in de tegengeſtelde Peesdeelen, zijn te zamen even aan twee rechte hoeken.

Toep. Fig. 68. A B C en A E C zijn te zamen even aan twee rechte hoeken.

't Bewijs.

Laat D de Midſtip zijn, en getogen werden A D, C D.

ABC ∞ de helft ADC de kleenſte } 41 V.
AEC ∞ de helft ADC de grootſte }

——————————— vergaart

komt ABC + AEC ∞ de helft in 4, of ∞ 2 Rechte hoeken na de 2 kund.

XLIV. VOORSTEL. 32 *prop.* 3 *b. Eucl.*

De hoek in een Halfrond is Recht; in een groot Peesdeel Scherp; en in een kleen Peesdeel Bot.

Toep. Indien *in Fig.* 69. D de Midſtip is, zoo is A E B C A een Halfrond, A B C F A een groot, en A E B A een kleen Peesdeel; en dan is A B C Recht, A C B Scherp, en A E B Bot.

't Bewijs.

Trekt B D, dan zijn de lijnen AD, DB, DC alle gelyk, na de 30 Bepaling.

Op 't I. D A B ∞ A B D } 8 Voorſtel.
en D C B ∞ C B D }

——————————— vergaart.

ergo D A B + D C B ∞ A B C. 1 kund.

maar deze drie D A B + D C B + A B C zijn ∞ 2 rechte hoeken na 't 3 Voorſtel.

Zoo is de helft A B C ∞ 1 rechtehoek. 5 kundigheit.

Op 't II. DAB + DCB ∞ ABC, of ∞ 1 rechteHoek, Dies is DCB minder als ABC, of minder als een rechte Hoek, of is ſcherp. na de 12 bepal.

Op 't III. ACB + AEB ∞ 2 rechte hoeken na't 43 V.
Maar ACB minder ∞ 1 rechte hoek na't 2 van dit.

afg. ———————————

ergo AEB meerder ∞ 1 rechte hoek, of is Bot, na de 13 Bepaling.

BYVOEGZEL.

Zoo in een half ront een lijn getrokken wert rechthoekig op de middellijn, zoo is die midden evenredig tuſſen de deelen van de middellijn die door deze afgeſneden werden: of zijn vierkant is even aan de rechthoek van deze deelen.

Toep. Zoo *in Fig.* 70. ABCA een half ront is, en dat BD rechthoekig op AC ſtaat, zoo is BD midden evenredig tuſſen AD, DC: of het vierkant BD is gelyk de rechthoek AD, DC.

't Bewijs.

Trekt AB, BC, zoo is ABC recht door het bovenſtaande, en daarom is het gezeyde waarachtig na het 20 Voorſtel.

XLV. VOORSTEL. 3 *prop.* 3 *b. Eucl.*

Zo in een Ront een lijn getogen wert rechthoekig door de middellijn, zoo werdze van de middellijn in tween gelijk geſneden: zoo ze van de middellijn in tween gelijk geſneden wert, zoo ſnijtze die Rechthoekig: en zooze van een ander in tween gelijk en Rechthoekig geſneden werdt, zoo is die andere de middellijn.

Toep. Indien *in Fig.* 71. D de Midſtip, en CE de Middellijn is, en dat A B deze Middellijn in F zoodanig ſnijt dat A F D recht is, zoo is A F ∞ F B: en zoo A F ∞ F B is, zoo is A F D recht; en zoo A F ∞ FB, en AFD recht is, zoo is CE de Middellijn.

't Bewijs.

Trekt DA, DB: zoo is AD ∞ DB na de 30 bep.

Op 't I. De △en ADFA, BDFB, hebben elk een zyde gelyk, te weten AD ∞ DB; een zyde gemeen, als DF; en een hoek over deze zyde, gelyk als AFD ∞ DFB, na 't gegeve, en de derde hoek, DAF, DBF, zijn beyde van een geſlacht, te weten ſcherp, daarom is AF ∞ FB na't 9 Voorſtel, 't geen te bewijzen was.

Op 't II. Nu hebben de △en ADFA, BDFB drie zyden gelyk, om dat nu A F ∞ FB is, en daarom is A F D ∞ B F D, om dat deze over de gelijke zijden AD, DB ſtaan, na 't 10 Voorſtel, en overzulx is yder van deze recht na de 11 Bep.

Op 't III. Is C E niet de Middellijn, zoo laat het G F H wezen, *in Fig.* 72. dan is 't na 't tweede van dit,
A F H recht.

Ook is A F D recht na 't geſtelde.
Ergo A F H ∞ A F D, tegen de 9 kund.
Dies C E de Middellijn na de 10 kund.

38. BEPALING. *Twee Grootheden werden gezegt malkander te raken, wanneerze, in 't oneyndig verlengt zijnde, malkander niet en ſnijden.*

XLVI. VOORSTEL. 11 *en* 12 *prop.* 3 *b. Eucl.*

Zoo twee Ronden malkander uyt of inwendig Raken, de oneyndige rechte lijn, door haar beyder midſtippen gaande, gaat door

door het raakſel, en raken malkander maar in een punt.

Toep. Zoo de Ronden *a* en *b* malkander Raken, in C; en zoo A en B hare middelpunten zijn: de oneyndige rechte, door A en B, gaat door C: en 't raakpunt C is maar enkelt.

't Bewijs.

Op 't I. Zoo *in de Figuuren* 73. de rechte A B niet door C gaat, zoo trekt A C, B C, *als in de Figuuren* 74.

1 Fig. A D ∞ A C
B E ∞ B C 30 bepaling.
——— vergaart.
A D + B E ∞ A C + B C
ergo A B (38 b.) langer als A C + BC, teg. de 7b.

2 Fig. A B ∞ A B }
B C ∞ B E } 30 bepal.
——— vergaart.
A B + B C ∞ A E
maar A E korter als AD, of AC, 38b.
dies A B + B C korter als A C, tegen de 7 bep.

Op 't II. Als in Fig. 75. Konnenze malkander in twee punten C en F raken, zoo moeſten A C B en A F B beyde rechte lynen zijn na het eerſte van dit, dat onmogelijk is volgens de 7 bepaling.

XLVII. VOORSTEL. 16, 18 *en* 19 *pr.* 3 *b. Eucl.*

Zoo een rechte lijn op het eynde van de middellijn Rechthoekig ſtaat, zoo raakt die het ront, 16 *prop.* Zooze het Ront raakt, zoo ſtaatze Rechthoekig op de middellijn, 18 *prop.* en zooze op een lijn Rechthoekig ſtaat en het Ront raakt, zoo is die lijn de middellijn, 19 *prop. Eucl.*

Toep. Indien *in Fig.* 76. C E de middellijn, en E C B recht is, zoo raakt A B: zoo C E de middellijn is, en A B raakt, zoo is E C B recht: en zo A B raakt, en E C B recht is, zoo is C E de middellijn.

't Bewijs.

Op 't I. Kon A B het Ront ſnyden zo laat C G dit doen in F, *als in Fig.* 77. Trekt dan D F, zo is DC ∞ DF na de 30 bepaling.

Dies D C F ∞ D F C na 't 8 Voorſtel.

Maar DCF ∞ een rechte Hoek na 't geſtelde, overzulx DFC mede recht: en daarom zijn de drie hoeken van de △ D C F D meer als twee rechte, tegen het 3 Voorſtel: dies kan geen lijn het Ront ſnyden dewelke rechthoekig op de middellijn ſtaat, en overzulx alleenlijk raken na de 38 bepaling.

Op 't II. Is DCB niet recht, zoo laat DGC recht zijn, *als in Fig.* 78. (en getogen hebbende CF) zoo is DFC bot, om dat hy grooter is als DGC, na 't gevolg van 't 4 Voorſtel, zoo is dan DCF mede bot, om dat die gelijk DFC is na 't 8 Voorſtel, dies zijn de driehoeken van de △ D F C D meer als twee rechte hoeken tegen 't 3 Voorſtel: zoo kan dan geen lijn, buyten D C, rechthoekig op A B ſtaan, en daarom is D C B recht.

Op 't III. Kon C G, *in Fig.* 79. een andere lijn als de Middellijn C E, rechthoekig op de Raaklijn uyt 't Raakpunt C, ſtaan; zo zou G C B ∞ E C B, te weten beyde recht, konnen wezen, of evengroot, na 't 5 beginzel, tegen de 9 kundigheit: Zoo dat de lijn die uyt het Raakpunt rechthoekig op de Raaklijn ſtaat is nootzaakelijk de middellijn.

XLVIII. VOORSTEL. 32 *prop.* 3 *b. Eucl.*

Zoo een Rechtelijn het Ront raakt; en dat uyt het Raakpunt een rechte getogen wert die het Ront ſnyt in twee Peesdeelen: zoo zijn de hoeken van deze ſnydende en de rakende lijn even aan de hoeken in de overhantze Peesdeelen.

Toep. Indien *in Fig.* 80. A B het Ront raakt in C, en zoo C F het Ront ſnyt in de Peesdeelen C E F C, C G F C; zoo is de hoek F C B gelijk de hoek F E C, ook F C A ∞ F G C.

't Bewijs.

Laat C E de Middellyn, en D de Midſtip wezen, en trekt F E: C F E is dan recht na 't 44 Voorſtel.

Ergo C E F + F C E te zamen recht
Maar E C B is mede recht na 't 47 Voorſtel.
dies E C B ∞ C E F + F C E
F C E ∞ F C E
——— afg.
reſt F C B ∞ C E F, 't geen &c.

Voorts, F C A + F C B ∞ C E F + C G F ∞ 2 rec. hoek. 4 b. en 43 V.
afget. ———
F C A ∞ C G F 't geen &c.

XLIX. VOORSTEL. 35 *en* 36 *prop.* 3 *b. Eucl.*

Zoo binnen het Ront twee lijnen getogen werden, dewelke, of haare verlengdens, malkander ſnyden, of te zamen komen in een punt, zoo zijn de deelen van deze lijnen, begrepen tuſſen dit punt en de omtrek van 't Ront, weêrkeerig evenredig, en de Rechthoeken van de zelve zijn evengroot.

Toep. Zoo *in de Figuuren* 81. de lijn A D, B C, binnen 't Ront getogen zijnde, malkanderen, of hare verlengdens, ſnyden in O, zoo zijn de deelen dezer lijnen, tuſſchen 't punt O en de Omtrek, weêrkerig evenredig, dat is

A O — B O = C O — D O
of de ▭ A O D is ∞ ▭ B O C

't Bewijs.

Trekt A C, B D; zoo zijn de △ en A C O A, B D O B, gelijkhoekig na de 't 5 Voorſtel: want A O C is ∞ B O D in de 1 Figuur na 't 1 Voorſtel, en gemeen in de 2 Figuur, en A C B is ∞ A D B na 't 42 Voorſtel, dies is 't na 't 12 Voorſtel.

A O — B O = C O — D O
En daarom ▭ A O D ∞ ▭ B O C na 't 32 Voorſt.
Welke beyde zaken te bewyzen waren.

Gevolg.

Gevolg.

Hier uyt is openbaar: *Indien in de Figuuren* 82. *in 't eerste geval, de eene* AD *door de Midstip gaat, en de andere* BC *hen rechthoekig snijdt: en in het tweede geval, als de eene het Ront raakt, dat* BO, *of* CO, *is midden evenredig tusschen* AO *en* OD: *of dat het Vierkant* BO, *of het Vierkant* OC *is* ∞ *aan de Rechthoek* AOD.

In 't eerste is 't om dat alsdan BO is ∞ OC, na 't 47 Voorstel, en in 't tweede is 't mede om de zelve reden, en ook om dat de △en ACOA, BDOB evenwel gelijkhoekig blijven, ter oorzake dat ABF is gelijk ADB, na 't 48 Voorstel, of ABO gelijk BDO.

L. VOORSTEL. *Ptolomeus.*

Zoo in een Ront een Vierhoek beschreven is, zoo is de Rechthoek van de Hoeklijnen even aan de som van de Rechthoeken der tegen overstaande zijden.

Toep. Zoo *in Fig.* 83. ABCDA een Vierhoek is, rakende met zijn vier punten het Ront, en AC, DB de Hoeklijnen, zoo is

▭ BD, AC ∞ ▭ BC, AD + ▭ AB, CD.

't Bewijs.

Aanmerkt DF zoodanig dat FDC is gelyk BDA; dan is de △ FCDF gelijkhoekig aan de △ ABDA, om dat FCD is gelyk ABD na 't 42 Voorstel.

dies is BD — AB = CD — FC, na 't 12 Voorstel.
of ▭ BD, FC ∞ ▭ AB, CD, na 't 32 Voorstel.
Voorts is FDA ∞ CDB, want FDC ∞ BDA, hier bov.
en na 't 42 V. FAD ∞ DBC | FDB ∞ FDB
dies is na 't 5 Voorstel de △ FDAF Gelijkhoekig aan de △ CDBC, en overzulx is 't, na 't 12 Voorstel. | verg. komt BDC ∞ FDA

BD — BC = AD — AF
of ▭ BD, AF ∞ ▭ BC, AD na 't 32 Voorst.
boven is ▭ BD, FC ∞ ▭ AB, CD
vergaare.
k. (gev. 28 V.) ▭ BD, AC ∞ ▭ BC, AD + ▭ AB, CD. 't geen &c.

Aanmerking. Zoo AB ∞ DC, en AD ∞ BC gestelt wert, *als in Fig.* 84. zoo is ABCDA een Raam na 't 22 Voorstel, en 't is ook een Rechthoek, om dat alsdan B en D gelijk zijn na 't 10 Voorstel, en elk recht na 't 44 Voorstel; ook is AC ∞ BD na 't 6 Voorstel; dies is 't, vergeleken met het bovenstaande, □ AC ∞ □ BC + □ AB. *de* 47 *prop.* 1 *b. Eucl. of het* 35 *Voorstel.*

LI. VOORSTEL. 1 *prop.* 12 *b. Eucl.*

De gelijkformige Figuren, in twee Ronden beschreven, zijn evenredig met de Vierkanten der middellijnen dezer Ronden.

Toep. Indien *in de Figuuren* 85. AEGIA, CFHKC gelijkformige Figuren zijn, beschreven wezende in de Ronden *a* en *b*, waar af dat AB, CD de Middellijnen zijn, zoo is 't Fig. AEGIA — Fig. CFHKC = □ AB — □ CD.

't Bewijs.

Trekt AG, CH; EB, FD: dewijl, na de 28 bepaling, AE tot EG is als CF tot FH, en de hoeken E en F gelyk zyn, daarom is, na 't 13 Voorstel, AGE gelyk CHF, of na 't 12 beginzel: dies is mede ABE ∞ CDF na 't 42 Voorstel, en overzulx zijn de △en ABEA, CDFC gelykhoekig na 't 5 Voorstel, om dat BEA gelyk DFC recht is na 't 44 Voorstel: ergo, na 't 12 Voorstel,

AE — CF = AB — CD
of □ AE - □ CF = □ AB - □ CD na 't 38 Vo.
maar — = AEGIA -- CFHKC na 't 39 Voorstel.

Daarom Figuur AEGIA -- Figuur CFHKC = □ AB — □ CD, 't geen &c.

XIII. BEGINZEL.

De eventallige gelijkzydige veelhoeken, in en om de Ronden beschreven, zijn gelijkformig.

XIV. BEGINZEL.

Het verschil tusschen een ontelbare gelijkzijdige Veelhoek, in of om een Ront beschreven, is minder als de minste grootheyt die bedacht kan worden, zoo wel ten opsicht van de groote der Figuuren als van hare omtrekken.

LII. VOORSTEL. 2 *prop.* 12 *b. Eucl.*

De kringen zijn evenredig met de middellijnen, en de Ronden met haare vierkanten.

Toep. Zoo *in de Figuuren* 86. AB, CD de middellijnen zijn van de Ronden *a* en *b*: zoo is

kring *a* — kring *b* = AB — CD
en ront *a* — ront *b* = □ AB — □ CD

't Bewijs.

Laaten AE, CF de zijden zijn van ontelbare eventallige gelykzijdige Figuuren in de ronden beschreven.

Op 't I. Het blijkt, volgens het bewijs van 't 51 Voorstel, en 't 13 beginzel,

dat het is, AE — CF = AB — CD
deze beyde met een even ontelbaar getal vermenigv. komt d'omtrek der ontelbaare veelhoek in *a* — dito in *b*, of na 't 14 beg.
de kring *a* — kring *b* = AB — CD na 't 8 V. 1 boek.

Op 't II. Na 't 13 beginzel en 't 15 Voorstel is 't ontelb. veelh. in *a* — dito in *b* = □ AB — □ CD
of (14 beg.) 't ront *a* — ront *b* = —
't geen te bewijsen was.

II. Deel.

van de

MEETKUNSTIGE

Werkstukken.

IN het voorgaande Deel hebben wy de beginzelen van de Theory verhandelt, nu komen wy tot de Practijk. Dit leste bestaat in tweederley slag van Werkstukken, in Meetkunstige, en in Telkunstige. De eerste soort zullen wy UL. in dit Deel voordragen; de tweede in het volgende.

Gelijk in het voorgaande deel de Voorstellen iets inhielden dat gesupponeert en iets dat geconcludeert wierdt, zoo houden ook deze beyde slag van Werkstukken iets in dat gegeven is, en iets dat ge-eyscht wert: en gelyk het gesupponeerde diende om het geconcludeerde te bevestigen, zoo dient hier het gegevene om het ge-eyschte te verkrijgen.

In de Meetkunstige Werkstukken werden gegeven Punten, Lijnen, Hoeken, &c. En werden ook diergelijke ge-eyscht, of begeert: de volgende Werkstukken zullen dit genoeg bevestigen.

In driederley soort doen deze haar op; in *Ontelbare Plaatsveranderlijke*; in *Telbare Plaatsveranderlijke*; en in *plaatshoudende*.

Ontelbaare plaatsveranderlijke zijn zoodanige wiens paal, dewelke het begeerde bepaalt, *ontelbaar* veranderlijk is,

Telbare plaatsveranderlijke zijn daar in het zelvige *telbaar* veranderlijk is, en

Plaatshoudende daar in de paal plaats hout, of onveranderlijk is.

Van de eerste soort, *als in Fig.* 87. is dit een voorbeelt. Uyt een gegeve punt A, een rechte lijn AB te trekken zoo lang als een gegeve lijn C.

Want de stip B, zijnde die paal, de welke met A de begeerde lijn AB bepaalt, is niet alleenlijk in twee of meer punten te vinden, maar in de geheele circumferenty, of in de heele lijn LN: zulx dat B ontelbaar veranderlijk is, om dat in LN ontelbare punten zijn.

Zoo men'er byvoegt dat AB, of zijn verlengde, moet gaan door een gegeve punt D, *als in Fig.* 88. zoo verandert dit Werkstuk in een telbaare plaats veranderlijke, om dat nu maar twee punten in de omtrek gevonden werden, die de plaats van B aanwijzen.

En indien men wil dat alleenlijk het verlengzel van AB door D zal gaan, zoo verandert het in een plaatshoudent Werkstuk, *als in Fig.* 89. om dat in zoodanigen geval maar een punt in de omtrek is die het begeerde bepaalt.

Men ziet dat de eerste slag tot de tweede, en de tweede tot de darde wert gebragt door de byvoeging van een bepaling: dat AB door D, of door zijn verlengde moet gaan, maakt het van een ontelbaar tot een telbaar veranderlijke, en met de verlengde alleenlijk door D te gaan, maakt men het van een telbaare veranderlijke tot een plaatshoudende Werkstuk.

Door behulp van de eerste soort werden de twee andere ontbonden, door de generale worden de particuliere opgelost. Het algemeene heeft in zich het bezondere, en daarom gaan deze voor, en de andere moeten volgen.

Twee zaken zullen wy onderstellen in u vermoogen te zijn.

Ten eersten, *Dat gy tusschen twee gegeve punten een rechte lijn kont trekken.*

Ten tweeden, *Dat gy uyt een gegeve punt een cirkel, of een boog kont trekken, hebbende een straal zoo 't valt, of als een gegeve rechte lijn.*

Het eerste wert gedaan met behulp van een Linaal, en het tweede met behulp van een Passer.

Wy zullender noch byvoegen, *dat gy een rechte lijn kont verlengen: dat gy'er een stuck kont bydoen of afnemen zoo lang als een gegeve lijn: of dat gy twee lijnen weet te addeeren en te substraheeren:* om ons niet op te houden met zaken die gy alrede weet.

Alle de andere dingen zullen wy door Regelen bepalen: en indien de Regel, of de bewerking, iets in zich heeft dat door de gegevene niet kan gevonden werden als men de Regel opvolgt, zoo betoont dit dat de gegevene tot het ge-eyschte niet dienstig zijn, of dat het begeerde door deze gegevene onmogelyk te vinden is.

Als de Regel zegt dat A en B malkander moeten snijden, en dat de bewerking uytwijst dat dit niet en kan geschieden, zoo toont dit &c. als boven gezegt is.

Nu komen wy tot de Werkstukken (Problemata.)

I. Hoofstuk.

Van de Werkstukken die de fondamenten zijn van alle de andere.

1 Lit. *Van de vinding der punten die van een of van meer andere gegeve punten, een gegeve, of een gelijke afstant hebben.*

I. Werkstuk.

Alle de punten te vinden, die van een gegeve punt A een afstant hebben als een gegeve lijn B: of, om alle de punten te vinden, van de welke dat men tot een gegeve punt A, lijnen kan trekken die zoo lang zijn als een gegeve lijn B.

't Werk, of de Regel, *in Fig.* 90. Trekt uyt A als middelpunt, met B als straal; een ront XX, die voldoet het begeerde; dat is, alle de punten van het Ront XX, zullen van A een afstant hebben even aan de lijn B: of alle de lijnen AX, AX zullen gelyk aan de lijn B zijn.

Gevolg. *Alle de punten te vinden, in een gegeve oneyndige lijn* D, *die van een gegeve punt* A *een gegeve afstant* B *hebben: of tot dewelke dat men lijnen kan trekken even aan een gegeve lijn* B.

Dit blijkt uyt het bovenstaande: de snijding van het voornoemde Ront en de lijn D wijst aan de begeerde punten XX, die niet meer als twee zijn, *als in Fig.* 91.

II. WERKSTUK.

Alle de punten te vinden die van twee gegeve punten A en B gelijke afstant hebben; of zoo 't valt; of gelijk aan een gegeve lijn C; of gelijk aan twee gegeve lijnen D en E.

Op het eerste. *Fig.* 92. *Gelijk afstandig zoo 't valt.*

't Werk. Trekt uyt A en B twee gelijke Cirkels met een Straal naar believen, en dan door haare snijding O en Q de rechte lijn OXQ, die is de begeerde: dat is, alle de punten van deze oneyndige OQ zullen van A en B een gelijke afstant hebben.

Op het tweede. *Fig.* 93. *Gelijk afstandig aan een gegeve lijn* C.

't Werk. Trekt uyt A en B als Middelpunten, met C als Straal, twee bogen, deze malkander in XX snijdende, zoo zijn deze twee punten XX de begeerde.

Op het darde. *Fig.* 93. *De afstant gelijk aan twee gegeve lijnen* D *en* E *zijnde.*

't Werk. Trekt uyt A een ront, met D als Straal, en uyt B een ront met E als Straal, de sneden van deze, als X en X, zijn de begeerde punten.

't Bewijs op 't eerste Lit.

Kiest *in Fig.* 94. in de oneyndige OQ een punt Z naar believen, en trekt ZA, ZB: ik zegge dat deze gelyk zijn.

Trekt mede AO, AQ, BO, BQ.

△ AOQ ∞ △ BOQ,

AO ∞ BO }
AQ ∞ BQ } Na 't werk.

OQ ∞ OQ, gemeen.

△ AOZ ∞ △ BOZ

dies is AOQ ∞ BOQ, na 't 8 des 1 Eucl.

AO ∞ BO, na 't werk.

OZ ∞ OZ, gemeen.

en daarom AZ ∞ BZ na 't 4 des 1 Eucl. 't geen te bewijzen was.

Op de zelfde manier wert het mede bewezen als het punt Z in de verlengde van OQ genomen wert.

1. GEVOLG. *In een gegeve oneyndige lijn* D, *het punt* X *te vinden, dat van twee gegeve punten* A *en* B *gelijk afstandig is.*

Dit is openbaar uyt het eerste Lit van dit Werkstuk, dewijl *in Fig.* 95. de snee van de gelijk afstandige Lijn OQ, en deze Lijn D, als X, het begeerde punt zal aanwijzen.

2. GEVOLG. *Een gegeve rechte Lijn, of een gegeve Boog* AB *in tween gelijk te deelen.*

Dit is openbaar uyt het eerste gevolg: de snee van de gelijk afstandige tussen A en B, *in de Figuuren* 96. en de gegeve Lijn, of Boog, voldoet het begeerde.

3. GEVOLG. *Een Ront, of zijn helft, te trekken diens Middellijn is als een gegeve Lijn* AB: *of op* AB *als Middellijn een heel of een half ront te maken.*

Deelt *in de Figuuren* 97. AB in tweên gelijk door het tweede gevolg, dan is AX, of BX de Straal, en X het Centrum.

III. WERKSTUK.

Een punt te vinden dat van drie gegeve punten ABC gelijk afstandig is.

't Werk. Trekt twee gelijk afstandige, *als in Fig.* 98. een tussen A en B, en een tussen B en C, als OQ, OQ, door het eerste Lit van het tweede Werkstuk: haar sneê X wijst aan het begeerde punt.

1. GEVOLG. *Gegeven zijnde drie punten* ABC, *niet in een rechte Lijn zijnde: een ront te trekken gaande door deze drie gegeve punten.*

Zoekt, na dit darde Werkstuk, *als in de eerste Figuur* 99. een punt dat van hen alle gelijk afstandig is, als X, en trekt uyt X als middelpunt, met XA als straal, een ront, die is het begeerde, of gaat door de drie punten ABC.

2. GEVOLG. *Gegeven zijnde een Ront, of een Boog; zijn middelpunt te vinden.*

Kiest in de Omtrek drie punten ABC, *als in de tweede Fig.* 99. naar believen, en vint X dat van deze drie gelijk afstandig is, na dit darde Werkstuk, zoo is dit punt X het Centrum, na de 9 prop. des 3 boeks Euclidis.

Hier uyt is openbaar hoe men een gegeve Boog zal verlengen, of voltrekken tot een volkomen ront.

Het Centrum van de Boog gevonden hebbende zoo is de rest openbaar.

Aanmerking over deze drie Werkstukken.

Het gegeve punt, of de punten	1 2 3	zijnde, zoo is de gelijk afstandige plaats een	Ront. Rechte Lijn. Punt.

2. Lit. *Van de making der Hoeken.*

IV. WERKSTUK.

Uyt een gegeven Punt A een Lijn AE te trekken, Rechthoekig op een gegeve Lijn CD, of op zijn verlengde.

A *kan zijn in* CD, *of in zijn verlengde, of buyten deze beyde.*

't Werk. Zoekt *in de Figuuren* 100. in CD, of in zijn verlengde, de punten O en Q die van A een gelijke afstant hebben; en dan G die gelijk afstandig van O en Q is: dan uyt A, na G toe, of van G af, de rechte AE, die is de begeerde, of die is rechthoekig op CD, of op zijn verlengde.

't Bewijs. Als men in de eerste bewerking trekt GO, GQ, zoo ziet men lichtelijk dat de Driehoeken GOAG, GQAG gelijkzijdig zijn: AO is gelyk AQ, GO gelyk GQ, beyde na het werk, en AG is aan beyde gemeen; daarom is OAG gelyk QAG, na de des 1 Eucl. en overzulx is OAG recht, of GA een perpendiculaar. En als men in de tweede bewerking, daarenboven noch trekt AO, AQ, zoo hebben de Driehoeken GAOG, GAQG drie zijden gelyk, AO gelyk AQ, GO gelyk GQ, beyde na het werk, en GA is aan beyde gemeen; daarom is OAE gelyk QAE; na de des 1 Eucl. en by gevolge is OEA gelyk QEA, na de des 1 Eucl. dewyl AE aan beyde de Driehoeken AEOA, AEQA gemeen is: en daarom staat AE rechthoekig op D, 't geen te bewijzen was.

V. WERKSTUK.

Uyt een gegeven Punt A een Lijn AE te trek-

trekken, bepalende met een gegeve Lyn CD, of met zijn verlengde, een hoek DAE, of DEA, gelijk aan een gegeve hoek H.

A is in CD, of in zijn verlengde, of daar buyten.

A *in* CD, *of in zijn verlengde zijnde, als in Fig.* 101.

't Werk. Trekt uyt A en ook uyt H, met een zelfde ſtraal een Ront, of een Boog L N, ſnydende CD, of zijn verlengde, in Q, en de palen van H in R en X: dan uyt Q, met R X als ſtraal, een boog S V, ſnydende L N in O: dan uyt A door O, AE, die bepaalt met C D, of met zijn verlengde, de hoek D A E die even is aan de gegeve hoek H.

A *buyten* CD, *of buyten zijn verlengde zijnde, als in Fig.* 102.

't Werk. Trekt uyt A en ook uyt T, een punt in het eene been van de hoek H, yder een perpendiculaar AF, TK, de eerſte op CD, en de tweede op het andere been van H, of op hare verlengdens: maakt dan FAE ∞ KTH, zoo is AEF ∞ H, indien H ſcherp is; anders is 't de uytwendige van AEF.

VI. Werkstuk.

Alle de punten te vinden, tot de welke, van twee gegeve punten A en B, twee lynen AX BX konnen t'zamen getrokken werden, die in hare zamenkomſt een hoek A X B beſluyten even aan een gegeve hoek D.

De gegeve hoek D is recht of ſcheef.

Als de hoek D *recht is, als in Fig.* 103.

't Werk. Trekt AB: dan maakt op A B een Ront AXB, deze is de begeerde plaats X, of hier in zijn alle de punten X.

Als de hoek D *ſcheef is, als in de Figuren* 104.

't Werk. Trekt AB: dan, tuſſchen de punten A en B, de gelijk afſtandige O Q: dan uyt B, tot O Q; BC, zoodanig dat BCO is gelijk aan de gegeve hoek D: dan uyt C, met CB als ſtraal, een Boog, rakende A en B, of op A B; aan de andere zyde van A B daar O is, deze Boog is de begeerde plaats, of begrypt alle de begeerde punten.

Hier uyt is openbaar hoe men in een gegeve oneyndige Lyn E, *de punten* XX *zal vinden, tot de welke, uyt twee gegeve punten* A *en* B, *twee Lynen* AX, BX *konnen te zamen getrokken werden, die een hoek* AXB *beſluyten even aan een gegeve hoek* D. *als in* Fig. 105.

VII. Werkstuk.

Een gegeve Rechtliniſche hoek O H Q in tweën gelijk te ſnyden.

't Werk. Trekt *in* Fig. 106. uyt H een boog O Q: dan zoekt G zoodanig dat O G en Q G gelijk zijn; en trekt G H, deze ſnyt O H Q in tweën gelijk.

't Bewijs. Trekt GO, GQ: de driehoeken OGHO, QGHQ hebben drie zyden d'een aan d'ander gelijk; OH ∞ QH, OG ∞ QG, beyde door 't werk, en HG is aan beyde gemeen, daarom OHG ∞ QHG na de *prop. des* 1 *b. Eucl.* 't geen te bewyzen was.

Hier uyt is openbaar op wat wijze dat men zoodanigen boek kan deelen in 4, 8, 16, &c. (altyd dubbelt opklimmende) gelijke deelen.

3. Lit. *Van de Trekking der Evenwydige.*

VIII. Werkstuk.

Uyt, of door een gegeve punt A, buyten een gegeve lyn CD, of buyten zijn verlengde, een lyn A P te trekken evenwydig aan een gegeve lijn C D.

't Werk. Trekt A O tot CD zoo 't valt, *als in* Fig. 107. dan A P zoodanig dat O A P is gelijk aan zijn ſchrixze AOC: zoo is AP evenwydig aan CD. Door de *des* 1 *Euclidis.*

Anders. Tekent O in CD naar believen, *als in* Fig. 108. zoekt dan Q zulx dat A Q is gelijk C O, en OQ ∞ CA: Dan trekt AQ, die is evenwydig aan CD, na de *des* 1 *Eucl.*

Byvoegzel. *Zoo* C D *een Ront of een Boog is, als in* Fig. 109.

't Werk. Zoekt de Midſtip T: dan uyt T, met TA als ſtraal, een ront, of een boog AP, die is evenwydig aan CD.

4. Lit. *Van de Raaklyn.*

IX. Werkstuk.

Uyt een gegeve punt A, buyten een gegeve ront LN, een lyn AB te trekken rakende het ront in B.

't Werk. Zoekt *in* Fig. 110. de Midſtip X: dan trekt AX, en maakt op AX een ront, ſnydende LN in B: trekt dan AB, die raakt het ront in B.

Om reden dat (trekt X B) X B A recht is na de *des* 3 *Eucl.* En daarom raakt dan AB het ront na de *des* 3 *Eucl,*

5. Lit. *Van de Vinding der Evenredige.*

X. Werkstuk.

Een gegeve rechte lyn C D te deelen naar een gegeve reden.

$\left.\begin{array}{l}\text{——— T}\\ \text{—— R}\end{array}\right\}$ *gegeve Reden.*

't Werk. Trekt *in* Fig. 111. CE naar believen, en maakt CZ ∞ T, en ZK ∞ R: dan trekt K D, en ook ZA evenwydig KD: zoo is CA tot AD, als D tot R: of CD is gedeelt in de gegeve reden.

Gegeve reden 3 tot 2. ook 2, 3, 4. Als in de Figuren 112.

't Werk. Trekt CE na believen, en neemt daar in CO naar u welgevallen, en zet deze in CE voort naar E toe, zoo veel malen als de getallen aanwyzen: uyt het leſte deel K, trekt KD; en aan deze evenwydig ZA; zoo is CD gedeelt na behoren.

Gevolg. *Hier uyt is openbaar hoedanig een gegeve Lyn in drie of meer gelijke delen kan gedeelt worden,* gelijk in de Figuren 113. in d'eerſte Figuur wert CD gedeelt in drie gelijke deelen: in de tweede Figuur wert de zelve in zeven zoodanige deelen geſneden.

't Blijkt mede hoedanig dat men een gegeve Deel van een gegeve Lijn zal vinden. In *Fig.* 114. is D A het darde deel van C D, en meer andere, te lang om hier te verhalen.

XI. Werkstuk.

Gegeven zijnde drie rechte Lijnen, te vinden een vierde evenredige: of twee gegeven zijnde, te vinden een darde.

Op 't eerste. Drie gegeven zijnde.

A ———
B ———
C ————
D . *te vinden,*

't Werk. Trekt twee verknochte lijnen E C, C H, naar believen: *als in de Figuuren* 115. neemt dan C A gelyk A, A D gelyk B, en C Z gelyk C: of C A gelyk A, A D gelyk C, en C Z gelyk B: dan trekt Z A, en daar aan evenwijdig D K: zoo is Z K gelyk D, de begeerde vierde evenredige.

Op het tweede. Twee gegeven zijnde,

A ————
B ————
C . *te vinden.*

't Werk. Doet als voren, nemende B, de tweede, tweemaal, eens voor de tweede, en eens voor de darde; gelyk *in Fig.* 116.

Anders. Zet B op het eynde van A rechthoekig, en trekt Q L: dan P L O gelyk Q, of Q L O recht; zoo is P O gelyk C: gelyk in *Fig.* 117.

In Figuur 118. is P Q gelyk A, en P O L recht: in *Fig.* 119. is P Q O recht, en P O gelijk C: en in *Fig.* 120. is P L R recht; R L in lengte na believen; P Q gelyk A, en P O gelyk C.

XII. Werkstuk.

Tussen twee gegeve rechte lijnen een midden evenredige te vinden.

A ————
Te vinden B .
C ———

't Werk. Neemt Q P gelyk A, en P O gelyk C; dan maakt op Q O een half ront Q L O; dan P L rechthoekig op Q O; zoo is P L gelyk B, als in Figuur 121.

Anders. Neemt P Q gelijk de grootste A of C; en P O gelyk de kleenste: dan maakt op P Q een half ront, snijdende de Perpendiculaar O L in L; zoo is P L gelyk B, als in Figuur 122.

Deze XII. Werkstukken houden in de voornaamste fondamenten van deze Konst, al de andere konnen door deze gezolveert werden, als men de natuur en eygenschap van het Werkstuk recht kent: wy zouden om deze reden hier by wel afkorten, maar zijn beducht dat gy u noch vry swak in deze slagh van zaken zult bevinden, daarom zullen wy 'er noch eenige, en dat van de algemeenste, of van de aldernuttelijkste, byvoegen.

II. Hoofdstuk.

Van de algemeenste Werkstukken naast aan de fondamentale.

XIII. Werkstuk.

Op een gegeve *lyn* A B een Vierkante te maken.

A ——— B *gegeve lyn.*

't Werk. Maakt op het eene eynde B, *als in Fig.* 123. de perpendiculaar B C, zoo lang als A B: dan zoekt het punt D, zulx dat A D en C D beyde zijn gelyk A B: en trekt A D C D; zoo is A B C D A het begeerde Vierkant

Byvoegzel. *Indien men op* A B *een ruyt wil maken, hebbende een gegeve hoek.*

Zoo maakt de hoek A B C gelyk aan de gegeve hoek, en met de rest doet als boven.

XIV. Werkstuk.

Van twee gegeve lynen een Rechthoek te maken.

——— V
——— T } *gegeve lyn.*

't Werk. Maakt AB gelyk V, *als Fig.* 124. uyt het eene eynde B trekt de perpendiculaar B C gelyk T: dan zoekt D, zoodanig dat C D is gelyk AB, en AD gelyk BC; en trekt CD AD: zoo is ABCDA de begeerde Rechthoek.

Of trekt C D evenwijdig A B, en A D evenwijdig B C.

Byvoegzel. *Indien men van de twee gegeve lynen* V *en* T *een Raam wil maken, hebbende een gegeve hoek.*

Zoo moet men doen als boven, alleenlyk met dit onderscheit, dat de hoek ABC alsdan moet zijn als de gegeve hoek.

XV. Werkstuk.

Van een gegeve lijn een gelijkzijdige Driehoek te maken:

Van twee gegeve lijnen een gelijkbeenigen Driehoek te maken: en

Van drie gegeve lijnen een Driehoek te maken zoo het valt.

't Werk. Maakt AB gelyk de eene zijde: dan zoekt de stip C, zulks dat CA CB beyde zijn gelyk als AB op het eerste, *als Fig.* 125. of beyde gelyk de andere zyde op het tweede, *als Fig.* 126. of dat C A is gelyk de tweede, en C B gelyk de darde gegeve lyn, op het darde, *als Fig.* 127. A B C A is dan de begeerde Driehoek.

XVI. Werkstuk.

Een Vierkant te maken zoo groot als een gegeve Rechthoek, Raam, of Driehoek.

't Werk. Voegt aan de Basis AB, de lenkte B E gelijk

lijk de gehele perpendiculaare hoogte CD in de rechthoek of Raam, *als in de twee eerste Figuren* 128. maar gelijk de halve hoogte C D in de driehoek, *als in de darde Fig.* 128. dan maakt op AE een half ront, en trekt uyt B de rechthoekige B F, snydende het ront in F; zoo is B F de zyde van het Vierkant dat even is aan de gegeve Rechthoek, Raam, of Driehoek: dan vint men dit Vierkant na het 13 Werkstuk.

De zekerheit van deze bewerking ziet men als men aanmerkt dat het Vierkant B F even is aan de Rechthoek A B E, en dat dit laatste even is aan de gegeve Figuur.

Ik heb met voordacht nagelaten te toonen op wat wyze dat men *een Rechthoek kan maken zoo groot als een gegeve Driehoek*, om dat ik oordeele dat gy weet dat de Rechthoek van de Basis der Driehoeks en de halve hoogte even is aan de △, of de heele hoogte met de halve Basis.

XVII. Werkstuk.

Een Driehoek te maken zoo groot als een gegeve Rechtstreekige Figuur.

't Geheele werk in deze is een Figuur te maken die een hoek minder heeft als de gegeve, en evenwel zo groot is. Genomen men wil *in Fig.* 129. van de Vierhoek A B C D A de hoek D afneemen, zulx dat de driehoek BCFB zoo groot is als de voornoemde Vierhoek.

't Werk. Trekt tussen de eynden der beenen van D een lyn AC, dan DF evenwydig aan A C, snydende de verlengde B C, of B A, in F, dan van F de rechte tot in de overstaande hoek C; zoo is F A C F zoo groot als ADCA, en daarom ook FBCF als ABCDA: 't geen &c.

Men ziet dan dat door deze wyze alle rechtlinische Figuuren konnen gebracht werden tot een driehoek, zy zijn ook zoo veelhoekig alsze willen.

't Blykt dan mede *hoe men een quadraat zal maken zoo groot als een gegeve Veelhoek*. Om dat nu blykt op wat wyze dat men een Vierkant tot een driehoek, en een driehoek tot een quadraat zal reduceren.

Door deze middel kan men de Figuren op veelderley wyze veranderen, en zoodanig datze nochtans de zelfde groote behouden, gelijk het volgende Werkstuk daar van een voorbeelt is.

XVIII. Werkstuk.

De eene zyde van een Rechtlinischen Figuur te verlengen, of te verkorten, mits dat de Figuur behoudt de selfde groote.

By voorbeelt. AC te verlengen, of te verkorten tot het punt F.

't Werk. Trekt *in de Figuren* 130. uyt F tot zijn naastgelegene hoek, de rechte FB: dan CD evenwydig aan F B: dan F D, zoo is A D F A zoo groot als ABCA, en AGDFA zoo groot als AGBCA.

Indien men de Figuur onder de hoogte A H *wil gebracht hebben.* Men trekt HF evenwydig AB, of AG, snydende AC, of zijn verlengde, in F, en men werkt dan als vooren.

En alzoo is dan openbaar *op wat wyze dat men twee Driehoeken kan brengen tot een zelfde hoogte.*

XIX. Werkstuk.

Om een Driehoek A B C A te deelen in een gegeve reden, uyt een punt D, zijnde in een van de zijden, als in A B.

Genomen de deeling moeste geschieden na reden van AG tot GF, *als in* Fig. 131. zoo trekt GK evenwydig aan B F, en dan C K. Nu is de Driehoek ABCA uyt C gedeelt, door de lyn C K, in de gegeve reden. Vorders.

't Werk. Trekt CD, en uyt K de rechte KH evenwydig aan C D: dan D H: deze DH deelt ABCA na behooren, om dat K C H K is gelyk KDHK, en by gevolg D H B D gelyk K C B K.

XX. Werkstuk.

Om een Driehoek te deelen in een gegeve reden dat de scheytslinie evenwydig loopt aan een gegeve lyn E.

't Werk. Deelt *in de Figuuren* 132. eerst de eene zyde A B in de gegeve reden, genomen dit viel in K: dan trekt uyt C, de hoek over A B, de lyn C F evenwydig aan de gegeve lyn E: dan op A F een halfront: dan de perpendiculaar K G: dan A D gelyk A G: en dan D H evenwydig F C: deze D H voldoet het begeerde; dat is, de Driehoek A D H A is zoo groot als de Driehoek A K C A.

't Bewijs. AK - (AG of) AD - AF zijn gedurig evenr.
daarom, AK - AF, 2 voudig. als AK — AD, of
2 voudig. als AD — AF.
maar △ ADHA — △ AFCA 2 voud. als
dies △ ADHA — △ AFCA als AK — AF, of
als △ ABKA - △ AFCA.

Maar de tweede is gelyk de vierde, daarom ook de eerste als de darde, dat is ADHA gelyk AKCA, het geen te bewyzen was.

In de darde Figuur valt de scheytslinie perpendiculaar op AB, om dat CF zoodanig is; en in de vierde is D H evenwydig B C, om dat C F en C B een zelfde lijn zijn.

Indien K tussen B en F viel, zoo zou men op B F het halfront hebben moeten trekken, en met het overige doen als vooren.

XXI. Werkstuk.

Twee Figuren gegeven zijnde, een darde te maken die zoo groot is als de eene en gelijkformig aan de ander.

't Werk. Reduceert *in* Fig. 133. eerst beyde de Figuren tot Driehoeken van gelijke hoogte, zoo zijn deze dan tot malkander als hare gronden: genomen AN was de grond van d'eene Fig. ABCDEFA, en AM de zelvige van de andere: dan BN, en aan dese evenwydig MP; zo zijn de Figuren tot malkander als BA tot AP: dan op AB een halfrond (of op AP zo deze de grootste was) dan de perpendiculaar PO (of BO) dan AG gelijk AO: dan GH HI IK KL tot de hoeklynen

uyt A, evenwydig aan de zyden BC CD DE EF: zoo is AGHIKLA gelijkformig aan ABCDEFA, en zoo groot als de andere gegeve Figuur: of de eerste is tot de tweede als AP tot AB.

't Bewijs. De △ AGHA is tot de △ ABCA, als AP tot AB, volgens het bewijs op het laatste Werkstuk, en daarom ook de voornoemde Figuren.

XXII. Werkstuk.

In een gegeve Ront LN een gelijkzydigen Drie, Vier, Vyf, en Seshoek te beschryven.

't Werk. Zoekt de Midstip O.

Op de Driehoek. Eerste Fig. 134. Uyt Q (een punt in den omtrek genomen na believen) met QO als straal, trekt een boog, snydende het ront in F en H: dan uyt H, met HF als straal, de boog FK, snydende de omtrek in K: dan KF, KH, zoo is FHKF de begeerde.

Op de Vierhoek. Tweede Fig. 134. Trekt DG door het Centrum O: dan QOP rechthoekig door deze: (of deelt DNG, DLG in Q en in P in tween gelijk) dan DQ, QG, GP, PD, die bepalen de begeerde Vierhoek.

Op de Vyfhoek. Darde Fig. 134. Trekt de Middellyn TV: dan de perpendiculaar OD: dan zoekt Q in het midden OV: dan QR ∞ QD: dan DG ∞ DR; deze DG is de zyde van de Vyfhoek: of gaat effen vyfmaal om in het ront.

Op de Zeshoek. Vierde Fig. 134. De straal OD is de zyde van de Zeshoek, of gaat effen zesmaal om in het ront.

Bewijs. Dat de straal is de zyde van de Zeshoek, blykt om dat LODL is een gelijkzydigen Driehoek, en overzulx LOD het darde deel van twee, of het zeste deel van vier rechte hoeken, dies gaat LD zesmaal om in 't ront. Hier uyt is openbaar de bewerking op de driehoek. De Vierhoek is klaar uyt zich zelfs. 'tWerk van de Vyfhoek is zeer duyster, vereyscht een lange demonstraty: in Clavius kont gy hen vinden, te weten in zijn Scholium op de 10 prop. des 13 b. Eucl.

XXIII. Werkstuk.

Een bepaalde rechtlinische Figuur om een gegeve ront te beschryven.

Algemeene Regel. *Beschrijft in het ront een Figuur gelijkformig aan die geene die men'er om wil beschryven: dan trekt uyt de midstip perpendiculaaren door de zyden van deze ingeschrevene tot den omtrek: dan door deze punten des omtreks perpendiculaaren, zoo lang tot datze malkanderen snyden: deze bepalen de begeerde Figuur om het ront.*

't Werk. Als in d'eerste Fig. 135. In het gegeve ront LN is beschreven een driehoek GHI, gelijkformig aan die geene die men der om wil hebben: dan is uyt het middelpunt O getogen OD, OF, OE, rechthoekig door GH, GI, IH: dan door D, F en E de raaklynen ADB, AFC, BEC, deze bepalen de begeerde driehoek ABCA.

Men ziet lichtelijk dat deze manier van doen generaal is op alle Figuren.

Maar *wanneer de begeerde Figuren gelijkzydig zijn*, zoo kan men het korter verrichten, *raaklynen trekkende door de raking der ingeschrevene hoeks punten*, gelijk blykt uyt de tweede Figuur 135. door de raaklynen die door de hoeks punten D, F, E getogen zijn.

XXIV. Werkstuk.

In een bepaalde rechtlinische Figunr een Ront te beschryven.

Algemeene Regel. Deelt *in de darde Fig.* 135. twee hoeken (A en B) de welke een zyde, of een been (AB) gemeen hebben, door twee lynen (AH, BK) elk in tween gelijk: haare snee (P) is het Centrum, en de perpendiculaar van (P) deze snee op een van de zyden (PG) is de straal van het begeerde ront.

XXV. Werkstuk.

Om een bepaalde rechtlinische Figuur een Ront te beschryven.

Algemeene Regel. Trekt twee gelijkafstandige (HP AP) *als in Fig.* 136. tussen drie hoeks punten van de gegevene Figuur, (A, B, C) wiens zyden tussen de zelve verknocht zijn, (als CA, BA) snydende zich onderling (in P:) dan uyt deze snyding (P) als midstip, en de rechte van de snee tot een der hoeken (PA) als straal, een Ront, dit is het begeerde.

Nu zal ik afkorten, oordeele UL. nu bequaam te wezen om de meeste voorvallende Meetkundige werkstukken op te lossen, tot de sware zal u de Algebra een middel verschaffen. Wy zullen dan overgaan tot de tweede slach van werkstukken, of tot het tweede Deel van de Practyk, of tot ons darde van de Meetkunst.

III. Deel.

van de

TELKUNSTIGE

Werkstukken.

ZOodanig noemen wy het gene in dit deel zal verhandelt werden, om dat het zal inhouden de ontbinding van de voornaamste Werkstukken der Meetkunst, toegepast aan de Getallen: de lenkte van zommige lynen in getallen gegeven zijnde, zoo zullen wy daar door leeren vinden de lenkte van andere lynen, ook de Inhout, of de groote van de Figuren.

Wy zullen alleenlijk de Rechte lynen, en de Rechtlinische Figuren aan de getallen toe-eygenen, en geen andere, dat is, geen kromlinische, om dat de maat, noch de evenredigheit van deze, tot noch toe niet volmaaktelijk bekent is.

't Getal zal simpelijk Lenkte afbeelden in een lyn, een Vierkant in een Vlak, en een Cubicq in een Lighaam: gy kont het Roeden, Voeten, Duymen, &c. noemen na u believen: zoo als de Lenkte genoemt wert, moet gy mede de Inhout noemen, het eene Voeten zijnde, het ander is mede Voeten; Vierkante Voeten in een Vlak, en Cubicqs voeten in een Lighaam. Ik zal het veeltyts geen naam geven, op dat gy 'er een aan kont toe-eygenen naar u believen, of hen ook zoo ongenoemt laten naar dat het u wel gevalt.

Om de Inhout, of de Groote van de Rechtlinische Figuren te vinden, zal ik ſtellen dit

ALGEMEEN BEGINZEL.

Het vermeenigvuldigde der twee verknochte lijnen van een Rechthoek, of van een Vierkant, geeft de Inhout; en van een Balk (Paralellepipedum) of van een Teerling (Cubicq) der drie verknochte in lenkte, breete, en diepte.

En omgekeert. *d'Inhout van een Rechthoek, of van een Vierkant, gedeelt door de eene zyde, komt de andere zyde: en een Balk, of Teerling, gedeelt door de eene zyde, komt de Inhout van het Vlak waarop deze zijde Rechthoekig ſtaat, en door de Inhout van een Vlak gedeelt zijnde, komt de Lenkte van de zijde die perpendiculariter op dit Vlak ſtaat: ook de Quadraatwortel uyt de Inhout van een Vierkant, mede de Cubicqwortel uyt de Inhout van een Teerling, is de zijde van het Quadraat, en ook van de Cubicq.*

Toepaſſing op het eerſte.

Op een Rechthoek. als Fig. 137.	*Op een Vierkant. als Fig.* 138.
Gegeven A C 3	Gegeven A C 3
en B C 2	en ook B C 3
——— verm.	——— verm.
komt A B 6. *Inhout.*	komt A B 9. *Inhout.*

Op een Balk. als Fig. 139.	*Op een Teerling. als Fig.* 140.
Gegeven A C 3	Gegeven A C 3
B C 2	C B 3
en C D 4	en C D 3
——— verm.	——— verm.
komt E D 24. *Inhout.*	komt E D 27. *Inhout.*

Men mag dan zeggen dat *het vermenigvuldigde van de lengte, breete en diepte de Inhout geeft.* Verſtaat dat de Diepte in een Vlak *niets* is.

De bovenſtaande getallen voeten afbeeldende, zoo mag men zeggen dat van de bovengenaamde Figuren, de Inhout van de Rechthoek is 6 vierkante Voeten, en van het Vierkant 9: dat de Inhout van de Balk is 24 Cubicq voeten, en van de Teerling 27.

Toepaſſing op het omkeerzel.

Op een Rechthoek.		*Op een Vierkant.*	
Inhout A B 6 / zijde B C 2	3 AC, zijde	Inhout A B 9 / zijde B C 3	3 AC, zijde

Op een Balk.		*Op een Teerling.*	
Inhout ED 24 / zijde CD 4	6AB, Vlak	Inhout ED 27 / zijde CD 3	9AB, Vlak
Inhout ED 24 / Vlak AB 6	4CD, zijde	Inhout ED 27 / Vlak AB 9	3CD, zijde

Vierkant.	*Teerling.*
Inhout A B 9	Inhout E D 27
$\sqrt{q.}$ ———	$\sqrt{c.}$ ———
A C 3, zijde.	A C 3, zijde.

I. VRAAGSTUK.

Van een Raam, of van een Driehoek, gegeven zijnde de Gront en de Perpendiculaar op deze vallende: de Inhout te vinden.

En omgekeert. De Inhout en de Perpendiculaar gegeven zijnde, de Baſis te vinden: of, de Inhout en de Baſis gegeven zijnde, de Perpendiculaar te vinden.

Algemeene Regel. *Vermenigvuldigt de Gront met de Perpendiculaar: het Product is de Inhout van de Raam, en de helft is de Inhout van de Driehoek.*

En omgekeert. *Deelt in de Raam de Inhout, en in de △ de dubbelde Inhout door de Perpendiculaar, komt de Baſis, of door de Baſis komt de Perpendiculaar.*

Toepaſſing op het eerſte.

gegev. AC 12
BD 5
——— verm.
komt 60 voor de Inhout van de Raam BC. *als in de eerſte Fig.* 141.
2 ———
en 30 voor de Inhout van de Driehoek A B C A. *als in de tweede Fig.* 141.

Toepaſſing op het omkeerzel.

Op de Raam.		*Op de Driehoek.*	
Inh. BC 60 / Perp. BD 5	12 AC Baſis.	dub. Inh. ABC 60 / Perp. BD 5	12 AC Baſ.
Inh. BC 60 / Baſis AC 12	5BD Perp.	dub. Inh. ABC 60 / Baſis AC 12	5BD Perp.

Regel op de Driehoek particulier. *Vermeenigvuldigt de helft van de Perpendiculaar met de heele Baſis: of de heele Perpendiculaar met de halve Baſis, het Product is de Inhout.*

En omgekeert. *Deelt de Inhout door de halve Perpendiculaar, komt de Baſis; of door de halve Baſis, komt de Perpendiculaar.*

dat is, Op 't Eerſte,	Op 't Tweede.
De helft B D $2\frac{1}{2}$ Perp.	De helft A C 6 Baſis,
A C 12 Baſis.	B D 5 Perp.
——— verm.	——— verm.
komt 30 Inhout.	komt 30 Inhout.

Op het omkeerzel.

Inh. ABC 30 / $\frac{1}{2}$ Perp. BD $2\frac{1}{2}$	12 AC Baſis.	Inh. ABC 30 / $\frac{1}{2}$ Baſ. AC 6	5 B D Perp.

II. VRAAGSTUK.

Gegeven zijnde *in Fig.* 142. AC 12, AB 10, CD 6; de hoeken A en C elk recht: te vinden de Inhout A B D C A.

Aanmerkt D L evenwydig C A.

Ont-

Ontbinding.

AC 12 — — AC 12
DC 6   ½ LB 2
verm. ——— ——— verm.
72 Inhout LC   24 Inhout LBDL
—72 Inhout LC
———
96 Inhout ABDCA, *'t beg.*

Anders	*Noch anders.*
AB 10	AB 10
DC 6	DC 6
——— vergaart	——— vergaart
16	16
2 ———	½ AC 6
8 gem. hoogte	——— verm.
AC 12	96 Inh. ABDCA.
verm. ———	
96 Inhout ABDCA.	

III. VRAAGSTUK.

Gegeven *in Fig.* 143. AB 12, DC 6, de Perpendiculaar ED 4, en DC evenwydig AB: te vinden de Inhout van de Figuur ABDCA.

Ontbinding.

AB 12
DC 6
——— vergaart
18
2 ———
9 gemiddelde lenkte
ED 4
verm. ———
36 Inhout van de Figuur ABCDA.

IV. VRAAGSTUK.

Gegeven *in Fig.* 144. de Diagonaal DB 14, de Perpendicularen CH 6, en AG 4: te vinden de Inhout.

't Werk.	*Of dus.*
dus. DB 14	CH 6
2 ———	AG 4
7 — 7	——— vergaart
CH 6 4 AG	10
——— ———	2 ———
△ DBCD 42 28 △ ABDA	5
	DB 14
verg. komt 70 Inh. ABCDA. ver. ———	
	70 Inh. ABCDA

V. VRAAGSTUK.

Gegeven zijnde *in Fig.* 145. AB 20, DF 14, CE 6, EG 8; en DF evenwydig AB, en CG rechthoekig op AB: te vinden de Inhout van de Figuur ABCDA.

't Werk.

AB 20
DF 14 ——— de helft is 7
——— vergaart   6 CE
34   verm. ———
2 ———   42 Inhout DFCD
17   ——— 136 Inhout DB
EG 8   vergt. ———
verm. ———   178 Inh. ABCDA.
136 Inh. DB ———

VI. VRAAGSTUK.

Als *in Fig.* 146. de Perpendiculaar ED lang is 38, de Perpendiculaar CF 30, AE 16, EF 20, en FB 18: zoo vint men voor de Inhout van de Figuur ABCDA 1254.

VII. VRAAGSTUK.

Bekent, in Fig. 147.		*Men vint.*	
Diagonaal BD	60	△ ABDA	960
Perpendic. AE	32	△ BGDB	810
Perpendic. GF	27	△ IGCI	20
ML	4	△ IKOI	21
LK	6	△ MLNM	12
KI	6	LNOK	39
IG	8	——— verg.	
Perpendic. CH	5	komt 1862 voor de	
Perpendic. KO	7	Inhout van de geheele	
Perpendic. LN	6	Figuur.	

VIII. VRAAGSTUK.

Vrage na de Inhout van een Dijk die lang is 100 Roeden? *als in Fig.* 148. de Aanleg AB 34, de Kruyn DC 20, en de Hoogte ED 11 Voeten zijnde, van de welke de 10 een Roe uytmaaken: antwoort 297000 cubicq. Voeten, of 2970 ditto Roeden.

't Werk. Zoekt de Inhout van het Profil, of van de Verheventekening ABCDA na het darde Vraagstuk, komt daar voor 297 Voeten; dit vermenigvuldigt met de lenkte 1000 Voeten, komt 297000 cubicq Voeten de geheele Inhout van den dyk, of 2970 cubicq Roeden, om dat 10 maal 10, dat is 100 cubicq Voeten een Roede doen, dewyl een Roe in dezen lang is 10 Voeten. Indien men de Roe op 12 Voeten gestelt hadde, men zoude 356400 cubicq Voeten, of 2475 cubicq Roeden gevonden hebben, om dat nu 144 cubicq Voeten een ditto Roede uytmaken.

IX. VRAAGSTUK.

Van een Rechthoekige Driehoek de twee zyden gegeven zijnde, de darde zyde te vinden.

Men kan bekent geven de twee zyden om de rechte hoek, of een van deze en de schuynze, (Hypothenuza) dat is een die over de rechte hoek staat.

Gege-

Gegeven *in Fig.* 149. AB 12 en BC 5: te vinden AC, of gegeven AB 12 en AC 13: te vinden BC.

Het Vierkant AB en 't Vierkant BC is te zamen gelijk het Vierkant AC na het 35 Voorstel, of de 47 des 1 Eucl. daarom

AB 12 BC 5 — AB 12 AC 13

$\sqrt{}$ $\sqrt{}$ — $\sqrt{}$ $\sqrt{}$

□ AB 144 □ BC 25 — □ AB 144 □ AC 169

verg. k. □ AC 169 — afg. rest □ BC 25

$\sqrt{}$ — $\sqrt{}$

AC 13 *'t begeerde.* — BC 5 *'t beg.*

X. VRAAGSTUK.

Gegeven *in Fig.* 150. AD 32; DC 18, en de hoek ABC recht; te vinden BD, AB, BC.

Dewijl het □ DB is ∞ de ▭ ADC
□ AB is ∞ de ▭ DAC
□ BC is ∞ de ▭ DCA na 't 34 voorst.

Daarom volgt dese soluty, of dese ontbinding.

AD 32 } DC 18 } verg. komt AC 50 — AC 50

verm. — AD 32 . DC 18

□ DB 576 — verm.

$\sqrt{}$ — komt □ AB 1600 - □ BC 900

DB 24 — $\sqrt{}$

AB 40 BC 30

Men vint dan DB 24, AB 40, en BC 30, 't geene gesocht wiert.

XI. VRAAGSTUK.

Gegeven zijnde *in Fig.* 151. BE 500, en CE 200 roeden; en de hoeken ACB, ABE, BEC yder recht: te vinden de distanty van de Torens AB.

Soluty. Trekt de Perpendiculaar CD, die is gelijk EB.

CE, of DB — DC — DC

dan, 200 — 500 — 500

komt 1250 AD, *om dat* DB, DC, AD *gedurig*
200 DB *evenredig zijn na 't 20 voorst.*

verg. komt 1450 AB, *'t begeerde.*

XII. VRAAGSTUK.

Gegeven *in Fig.* 152. AG 270 voeten, OG of CA 5 voeten, OD 72 en DF 100 gelijke deelen: Vrage na de hoogte van de Toren AB.

Soluty. Aanmerkt dat de hoeken A en D recht zijn, en overzulx dat de Driehoeken ODF, OCB gelijkhoekig, en daarom de zyden evenredig zijn na het 12 Voorstel, dat is:

OD 72 *deelen* — OC, of AG 270 *Voeten* — DF 100 *deelen?*

komt 375 Voeten CB
5 Voeten AC

verg. komt 380 Voeten AB, *'t begeerde.*

XIII. VRAAGSTUK.

Van het Vierkant AD, *Fig.* 153. diens zyden yder doen 2 Voeten, en elk gedeelt zijn in 100 gelijke deelen, is gegeven DG 5 deelen; Vrage na de distanty AB.

Soluty. De Driehoeken CGD, BCA sijn gelijkhoekig, daarom

DG 5 deelen — CD 100 deelen — AG 2 Voet?
komt AB 40 Voet, *'t begeerde.*

Indien dan AO is 8 Voet, zoo is OB, de wyte van de Revier, 32 Voeten.

XIV. VRAAGSTUK.

Van een rechthoekigen Driehoek is gegeven de Hypothenuza, en de Perpendiculaar op deze vallende; de beenen te vinden, *dat is, van Fig.* 154. *gegeven* AC 25, *de Perpendiculaar* BD 12, *en de hoek* ABC *recht; te vinden*, AB, BC.

Soluty. Laat *in Fig.* 155. G het midden van AC zijn, en getogen werden GB, die is gelijk de helft AC, of gelijk de halve middellyn van 't ront om dese driehoek beschreven, om dat de hoek in een halfront, gelijk dese ABC, recht is, na het 44 Voorstel.

Daarom □ DB 144
van 't □ GB $156\frac{1}{4}$

Rest 't □ GD $12\frac{1}{4}$

$\sqrt{}$

GD $3\frac{1}{2}$
AG, of GC $12\frac{1}{2}$

afgetogen en vergaart,

zoo is CD 9
en AD 16. dan □ AD 256 -- □ DC 81
□ BD 144 -- □ BD 144

verg.
komt □ AB 400 -- □ BC 225

$\sqrt{}$

AB 20 — BC 15

Men kan dit Vraagstuk mede dus voorstellen. *Van het halfront* ABCA, *als Fig.* 156. *is gegeven de Middellyn* AC 10, *en de Perpendiculaar* BD 4: *Vrage na* AB, BC.

XV. VRAAGSTUK.

Van een scheefhoekigen Driehoek, de drie zyden bekent zijnde, de Perpendiculaar te vindn: *dat is van de Figuuren* 157. *gegeven zijnde* AB 15, AC 13, *en* BC 14 *in de eerste figuur alwaar de hoek* C *scherp is, maar* 4 *in de tweede figuur daar* C *bot is; de Perpendiculaar* AD *te vinden.*

In de eerste Figuur is, na de 13 des 2 Eucl. of na ons 36 Voorstel.

□ BC + □ AC — □ AB ∞ 2 ▭ BCD

In de tweede Figuur is, na de 12 des 2 Eucl. of na ons 36 Voorstel.

□ AB — □ BC — □ AC ∞ 2 ▭ BCD.

Waar uyt volgt deze *Ontbinding.*

Eerste Figuur — *Tweede Figuur.*

□ AC 169 ——— □ AC 169
□ BC 196 ——— □ BC 16
——— vergaart
365 ——— 185
□ AB 225 ——— □ AB 225
——— afgetrokken
2 ▭ BCD 140 ——— 2 ▭ BCD 40
2 ———
▭ BCD 70 ——— ▭ BCD 20 } gedeelt
BC 14 ——— BC 4 }
———
komt CD 5 ——— CD 5
——— √
□ CD 25 ——— □ CD 25
□ AC 169 ——— □ AC 169
———
□ AD 144 ——— □ AD 144
√ ———
AD 12 ——— AD 12, *'t begeerde.*

Anders, door de 35 en 36 des 3 Eucl. of door het 49 Voorstel.

Trekkende uyt A als Middelpunt, met AC (gelijk in de twee eerste Figuren 158) of met AB (als in de twee laatste Figuren) als Straal, een Ront, snydende BC of zijn verlengde in O, en de verlengde AB, of AC in E en in L.

AB 15
AC 13
——— vergaart en afg.
BE, of CE 28
BL, of CL 2
——— vermenigv.
56 ▭ CBO, of BCO
gedeelt door BC 14, of 4 ———
4 of 14
14 4
——— afg.
10 — 10
2 ———
5 — 5 CD. De rest nu als boven.

Gegeven zijnde AB 20, AC 13 en BC 21 in de Scherp, maar 11 in de Bothoekige driehoek, zoo vint men AD, de perpendiculaar, 12.

XVI. VRAAGSTUK.

Van een Ront de Diameter gegeven zijnde, de Omtrek te vinden: en de Omtrek gegeven zijnde, de Diameter te vinden: *dat is, gegeven zijnde, in Fig.* 159. AB 91, *te vinden* ADBFA: *en gegeven zijnde* ADBFA 110, *te vinden* AB.

Volgens de leering van Archimedes *zoo is de Diameter van een Cirkel tot zijn Omtrek na genoeg als 7 tegen 22, ik zegge na genoeg, om dat dit niet volmaaktelijk de proporty afmeet, en is evenwel na genoeg voor 't gebruyk* Ludolf *vint hen als* 10000000 *tegen* 31415927, *mede onvolmaakt, echter beter. Wy zullen de getallen van Archimedes, als kleender zijnde, gebruyken. En dewyl de Kringen evenredig zijn met de Middellynen naar ons 52 Voorstel, daarom*

7 Diam. ——— 22 Omtr. ——— 91 Diam. AB
komt 286 Omtrek ADBFA.
en 22 Omtr. — 7 Diam. — 110 Omtr. ADBFA
komt 35 Diameter AB.

Op de wijze van dit laaste vint men de dikte van de aardkloot, dat is de mylen die onze tegenvoeters van ons afzijn, om dat de Geographia ons leert dat de Omtrek van de aarde is 360 graden, en dat yder graad lang is 15 Duitze mylen, of dat de omloop van de werelt is 5400 zoodanige mylen.

360 *graden*
15 *mylen*
——— verm.
22 *Omtr.* — 7 *Diam.* — 5400 *mylen omtr. aardk.*
komt $1718\frac{2}{11}$ m.

Zoo dat de aardkloot $1718\frac{2}{11}$ *Duitze mylen dik is, of van hier tot het middelpunt is* $859\frac{1}{11}$ *mylen.*

XVII. VRAAGSTUK.

Van een Ront gegeven zijnde de Diameter: de Inhout te vinden: *dat is van Fig.* 159. *gegeven zijnde* AB 112: *te vinden de Inhout van het Ront* ADBFA.

REGEL. *Vermenigvuldigt den halven Omtrek met de halve Diameter: of de heele Omtrek met het vierde van de Diameter, of heele Diameter met het vierde van de Omtrek, komt de Inhout na genoeg.*

7 Diam. — 22 Omtrek — 112 Diam. AB
2 ———
56 *
komt 352 Omtrek
2 ———
176
56 *
——— verm.
komt 9856 d'Inh. van 't Ront.

XVIII. VRAAGSTUK.

Van de Paralellepipedum (Balk), en van een Cylinder (Rol), ook van een Pyramide, (Naalde), en van een Kegel (Conus), gegeven zijnde de Inhout van de Basis, en de Hoogte: te vinden de Inhout.

Gegeven zijnde *van de Figuren* 160. de Inhout van de Basis ADBFA, 100 en de Hoogte HG 12: te vinden de Inhout.

REGEL. *Vermenigvuldigt de Inhout van de Basis met de Hoogte, komt de Inhout van de Balk, en van de Cylinder: en het derde, of het vermenigvuldigde van de Basis met het derde van de Hoogte is de Inhout van de Pyramide en van de Kegel.*

Het

Het eerſte is klaar, en het tweede volgt uyt de 7 en 10 prop. des 12 boeks Eucl.

't Werk. 100 Inhout van de Baſis A D B F A
12 de Hoogte H G
—— verm.
komt 1200 Inhout van de Balk en Cylinder
3 ——
en 400 Inhout van de Pyramide en Kegel,

Of 100 met 4, dat is de $\frac{1}{3}$ van de Hoogte vermenigvuldigt, geeft mede de Inhout van de Pyramide en van de Kegel.

XIX. VRAAGSTUK.

Van een Sphæra, of van een Kloot, gegeven zijnde *in Fig.* 161. de Diameter AB 21: de Inhout te vinden.

Na de leering van Archimedes *zoo is de Cylinder tot de Sphæra als 3 tegens 2 beyde van een zelfde Hoogte zijnde.*

Soluty. 7 Diam. — 22 Omtr. — 21 Diam. A B?
4 ——
$5\frac{1}{4}$ *
komt 66 Omtr. ADBFA
$5\frac{1}{4}$ *
verm. ———
$346\frac{1}{2}$ Inh. ADBFA
21 Hoogte G H
verm. ———
3 Cyl. — 2 Sph. — $7276\frac{1}{2}$ Inh. Cylinder
komt 4851 Inh. vande Sph.

XX. VRAAGSTUK.

Zoo een Kabel van 5 duym dik in zijn Diameter, weegt 8000 pont, wat weegt een ander van 7 duym dik, gelijk van lengte zijnde?

Dewijl de lengte in beyde gelijk is, zoo zal de ſwaarte evenredig zijn met de Inhouden der Ronden, of der ſneeden, hen recht doorkappende, en om dat deze evenredig zijn met de Vierkanten van de Middellijnen, daarom

5 —√ 7 —√
25 ——— 49 — 8000 pont komt 15680 pont.

Een ander. Als men met 5 voeten tou kan binden, of omvatten 100 Spietſen, hoeveel met 8 voeten tou? antwoort 256 Spietzen.

Een ander. Als men tot 100 Spietzen t'zamen te binden van doen heeft 5 Voeten tou, hoeveel tot 256 Spietzen? antwoort 8 Voeten tou.

Een ander. Als een Kabel van 14 duym in de Omtrek, en 1000 voeten lang, weegt 9000 pont, wat een ander van 16 duym in de Omtrek, en 1350 voeten lang? antwoort $15869\frac{19}{49}$ pont.

De Quadraten van de Omtrekken moet men multipliceren met de lenkte, en dan de vergelijking doen als vooren.

XXI. VRAAGSTUK.

Als een ronde yzere koegel, van 5 duymen dik, (of 5 duym Diameters) weegt 25 pont; hoe veel weegt een ander van 4 duym dik? antwoort $12\frac{4}{5}$ pont.

Dewijl de gelijkformige, of de gelijkſtaltige Figuren: hoedanig mede de Klooten zijn, evenredig zijn met de Teerlingen van haare Middellijnen, daarom

5 ——√c. 4 ——√c
125 — 25 pont — 64 | komt $12\frac{4}{5}$ pont.

Een ander. Hoe dik moet dan een koegel zijn die wegen zal 200 pont? antwoort 10 duym.

Een ander. Als een Vat dik in de ſponning 20 duym, inhout 64 kannen wijn, wat een ander van de zelfde gedaante, dik in de ſponning 25 duym? antwoort 125 mingelen.

XXII. VRAAGSTUK.

Gegeven *van Fig.* 162. AC 15, AB 13, C B 14, en de hoek CAD gelijk de hoek BAD: te vinden AD.

Ontbinding. Trekt B F evenwijdig A D, ſnijdende de verlengde van C A in F: zoo is de hoek A B F gelijk de hoek B A D, of de hoek D A C, of de hoek F; en overzulx is A F gelyk A B.

Voorts, A C 15
A B 13
vergaart ———
C F 28 — 14CB — 13AF komt $6\frac{1}{2}$ DB.

Om dat van de Driehoek A B C A bekent zijnde drie zijden, zoo vint men, volgens het 15 Vraagſtuk, EB 5, en AE 12, dies is ED $1\frac{1}{2}$, en daar door vint men AD $\sqrt{146\frac{1}{4}}$, na het 9 Vraagſtuk, *'t begeerde.*

XXIII. VRAAGSTUK.

Gegeven *van Fig.* 163. AB $\sqrt{1300}$, AC $\sqrt{720}$, AG 29, en BG gelijk GC: te vinden BC.

Ontbinding. Verlengt A G tot D, mits dat GD is gelyk A G, en trekt B D, die is gelyk A C, om dat de △en A G C, B G D een hoek en twee zijden om deze hoek gelijk hebben.

Dan is van de Driehoek A B D A bekent AB $\sqrt{1300}$, BD $\sqrt{720}$, en AD 58: hier door vint men, volgens het 15 Vraagſtuk, ED 24, en BE 12; dies is EG 5, en daarom BG 13, en BC 26, *'t begeerde.*

XXIV. VRAAGSTUK.

In Fig. 164. Gegeven zijnde AC 40, BC 42, A B 26, D C $\sqrt{920}$, en D B $\sqrt{512}$: te vinden A D.

Ontbinding. Aanmerkt AE en DF beyde rechthoekig op CB, en DG zoodanig op AE.

Men vint, door het 15 Vraagstuk, EB 10, BF 16. AE 24, en DF 16.

Voorts, BF 16 — AE 24
EB 10 — DF 16

FF 6, of DG — AG 8

√

36 — 64

100

√

10 AD, *'t begeerde.*

XXV. VRAAGSTUK.

Van Fig. 165. Gegeven zijnde CB 42, AB 26. CD √920, DB √512, en AD 10: te vinden AC.

Ontbinding. Aanmerkt CF, AE voor Perpendicularen op de verlengde BD, en AG evenwijdig aan DF.

Zoekt, na 't 15 Vraagstuk, ED, DF, AE, CF: hier uyt is dan openbaar CG, AG: en daar door vint men CA 40, *'t begeerde.*

XXVI. VRAAGSTUK.

't Lant ABCA *als Fig.* 166. is groot 5 Morgen, of 3000 Roeden, en de Perpendiculaar BD doet 50 Roeden: hier af begeert men het stuk AGFA, door de sloot GF, af te snijden, groot 900 Roeden, zulks dat GF evenwijdig loopt aan BC: Vrage naar AG.

Soluty.

3000 Roeden ABCA

½ BD ∞ 25

120 Roeden AC

Aanmerkt ABHA gelijk AGFA.

ABCA — ABHA — AC
3000 — 900 — 120?

komt 36 AH
120 AC

verm.

4320 □ AG, *om dat* AG *middenevenredig is tussen* AH *en* AC.

√

√4320 AG

of AG na genoeg 65.73 Roeden.

Anders. *Dewijl de gelijkhoekige Driehoeken evenredig zijn met de Vierkanten van haare gelijkstandige zijden,* na het 39 Voorstel, daarom is 't

120 AC √

ABCA — AGFA
3000 — 900 — 14400 □ AC

komt 4320 □ AG

√

√4320 AG, *'t begeerde als boven.*

XXVII. VRAAGSTUK.

Gegeven zijnde *in de Figuuren* 167. de lijnen DA 33, AC 25, en de Middellijn AB 65: te vinden DC.

Ontbinding. De Driehoeken ABDA, ACFA zijn gelijkhoekig: DBA is gelijk FCA, en ADB gelyk AFC recht, daarom

65 AB — 33 AD — 25 AC, komt $12\frac{9}{13}$ AF
hier door vint men FC $21\frac{7}{13}$
en DF $30\frac{6}{13}$

vergaart, komt DC 52, *'t begeerde.*

Anders. □BA 4225 — 4225 □BA
□AD 1089 — 625 □AC

afgetogen

rest, □DB 3136 — 3600 □BC

√

DB 56 — 60 BC

dan, AB 65 — DB 56 — AC 25, komt FC $21\frac{7}{13}$
ook, AB 65 — BC 60 — AD 33, komt DF $30\frac{6}{13}$

verg.

DC 52

Dit laatste noch anders.

verm. DB 56 met AC 25, komt 1400 ▭ DB, AC
ook BC 60 met AD 33, komt 1980 ▭ BC, AD

vergaart komt 3380 ▭ DC, AB, 50V.

AB 65 —

52 DC, *'t begeerde.*

XXVIII. VRAAGSTUK.

De drie zijden van een Triangel gegeven zijnde: te vinden de Middellijnen van de om en ingeschreve Ronden: *dat is, in Fig.* 168. *gegeven* AB 13, BC 14, *en* AC 15: *te vinden* AE, DG.

Ontbinding.

Om de Middelijn van 't omgeschreve Ront te vinden.

Zoekt de Perpendiculaar AF na het 15 Vraagstuk, komt AF 12.

Dan, 12 FA — 13 AB — 15 AC?

komt 16¼ AE de Middellijn, om dat de △en AFBA, ACEA gelijkhoekig zijn.

Om de Middellijn van 't ingeschreve Ront te vinden.

Aanmerkt G, H, en K voor de Raakpunten, en D voor het Centrum, zoo zijn DG, DH, en DK Perpendicularen na het 47. Voorstel.

verm. DG met ½ AC, komt de Inhout ACDA
ook DH met ½ CB, komt de Inhout CDBC
mede DK met ½ AB, komt de Inhout DBAD

verg.

of verm. DG met ½ der 3 zijden, k. de Inh. ACBA
dat is DG met 21, komt — 84
dies, 84 door de 21 gedeelt,
komt 4 voor GD de halve Middellijn

2

komt 8 voor de heele Middellijn, *'t begeerde.*

XXIX. VRAAGSTUK.

Een Waart heeft gemaakt drie Plaatzen A, B, C, B, C, *als in Fig.* 169. om uyt de zelve de Papegay P te schieten: distant A van B 170, B van C 250, en C van A 280 Voeten: nu begeert hy de paal DP te stellen, rechthoekig, en zoodanig dat de Schutters uyt yder plaats even ver te schieten hebben: Vrage naar de plaats D.

Soluty.

Voor eerst moet men aanmerken dat D het Middelpunt van het Ront moet wezen dat door de drie plaatzen A, B, C gaat, op dat DA, DB, DC, en by gevolg AP, BP, en CP alle gelijk zijn.

Men vint de Perp. BE ∞ 150 — na 't 15 Vraagstuk
en dan AD ∞ $141\frac{2}{3}$ na 't 27 Vraagst. omgek.
——— $\surd$
$\square$ AD ∞ $20069\frac{4}{9}$
$\square$ FA ∞ 19600
———
$\square$ DF ∞ $469\frac{4}{9}$, of DF ∞ $21\frac{2}{3}$ Voet, die men uyt F, het midden van AC, naar B, rechthoekig van AC af, moet meten, om het punt D te vinden, of om de paal te stellen.

XXX. VRAAGSTUK.

Op de Middellijn QP *in Fig.* 170. zijn getogen de Perpendiculaaren ED, AB, en is gegeven AB 20, ED 15, en DB 35: te vinden de Middellijn.

Soluty.

Aanmerkt C voor de Midstip; EH evenwijdig QP, en HN evenwijdig AB: dan
$\square$ AB 400
$\square$ ED, of $\square$ BI 225
——— afg.
Rest ▭ AIL 175, na de 5 des 2 Eucl. of ▭ EIH na de 35 des 3 Eucl.
Door DB, of EI 35 ——— gedeelt
komt 5 IH, of BN
35 ——— DB
——— vergaart
40 DN
2 ———
20 DC, so is CB 15
——— $\surd$
$\square$ CB 225
$\square$ AB 400
———
$\square$ AC 625, of AC 25,
of QP 50, *'t begeerde.*

XXXI. VRAAGSTUK.

Gegeven zijnde twee Ronden diens Middellijnen zijn AB, CB, rakende malkander in B *als in Fig.* 171. uyt E, het Centrum van het grootste, is getogen de Perpendiculaar ED. Gegeven AC 9, FD 5: te vinden AB.

Soluty.

Trekt BD, snijdende het kleenste Ront in G: dan GC, de Middellijn GL, en de Perpendicularen GI, FO.

Dewijl EB gelijk is aan ED, daarom is MBG half recht, en overzulks BG gelijk GC: ook is DG gelijk GN, en CE gelijk NE, en daarom ND gelijk AC: mede is DI gelijk IG, of gelijk FO; ook DI gelijk IN. Voorts
AC, of DN ∞ 9
2 ———
$4\frac{1}{2}$ DI, IG, FO $4\frac{1}{2}$
5 DF, ——— $\surd$
afg. ———
$\frac{1}{2}$ IF, of GO — $\left.\begin{matrix} 20\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} \end{matrix}\right\}$ gedeelt.
———
komt $40\frac{1}{2}$ OL
$\frac{1}{2}$ OG
verg. ———
41 GL, of CB
9 AC
verg. ———
50 AB, *'t begeerde.*

XXXII. VRAAGSTUK.

Van de Raam ADCB *als Fig.* 172. wiens Inhout doet 168, is bekent CD 17, en BC 10: te vinden de Hoeklijnen AC, BD.

Soluty.

Trekt DT evenwijdig AC, snydende de verlengde BC in T, zoo is CT gelijk AD, of BC: en laat DV rechthoekig zijn op BT. Voorts
De Inhout 168 gedeelt CD 17
door BC 10 kt. $16\frac{4}{5}$ DV ——— $\surd$
——— $\surd$ $\square$ CD 289
$282\frac{6}{25}$ $\square$ DV — $\square$ DV $282\frac{6}{25}$
afg. ———
$\square$ CV $6\frac{19}{25}$
BC 10 ——— 10 $\surd$ ———
$2\frac{3}{5}$ ——— $2\frac{3}{5}$ ——— CV $2\frac{3}{5}$
———
BV $12\frac{3}{5}$ —— $7\frac{2}{5}$ VT, door deze en DV vint men BD 21, en DT of AC $\surd$ 337, *'t begeerde.*

XXXIII. VRAAGSTUK.

Van de Raam *Fig.* 173. is gegeven de Inhout 168, de Hoeklijn BD 21, en de Hoeklijn AC $\surd$ 337: te vinden BC, CD, de zijden die de Raam besluyten.

Soluty.

Aanmerkt CL rechthoekig op BD.

De Inhout 168 gedeelt door B D 21.
komt CL 8 — AC $\sqrt{337}$

□CL 64 ... 2 ... CO $\sqrt{84\frac{1}{4}}$ — $\sqrt{}$ *om dat* AC

□CO $84\frac{1}{4}$ —— □CO $84\frac{1}{4}$ *en* BD *malkander in tween gelyk snijden in* O

□OL $20\frac{1}{4}$

$\sqrt{}$ ———

OL $4\frac{1}{2}$, dit by en van B O $10\frac{1}{2}$, komt L D 15, en B L 6; hier door, en door CL, vint men CD 17, en B C 10, *'t begeerde.*

XXXIV. VRAAGSTUK.

Van Fig. 174. Gegeven zijnde de Basis AC 14, de Perpendiculaar BG 12, en de Middellijn BK $16\frac{1}{4}$: te vinden de opstaande zijden AB, BC.

Soluty.

Trekt uyt de Midstip D, de Lijn DC, en de Perpendicularen DZ, DO; zoo is AO gelyk OC, en DZ gelyk OG. Voorts
de $\frac{1}{2}$ BK is $8\frac{1}{8}$ ∞ C D

$66\frac{1}{64}$ □CD
49 □OC
afg. ———
$17\frac{1}{64}$ □DO
$\sqrt{}$ ———
$4\frac{1}{8}$ DO, of GZ
12 . . . . . . BG
afg. ———
$7\frac{7}{8}$ BZ
——— $\sqrt{}$
$62\frac{1}{64}$ □BZ
$66\frac{1}{64}$ □BD
afg. ———
4 □DZ, dat is DZ, of OG ∞ 2
AO ∞ 7
———
AG ∞ 9
GC ∞ 5

Nu vint men lichtelijk voor BC 13, en voor AB 15, *'t begeerde.*

XXXV. VRAAGSTUK.

Van de Triangel ABCA *als in Fig.* 175. zijn de drie zijden gegeven, AC 21, AB 17, en BC 10: te vinden OZ, een lijn die getogen is van 't een tot het ander Middelpunt der ronden in en om de voornoemde Driehoek beschreven.

Ontbinding.

Trekt de Perpendicularen BL, ZE, OD; en ZI evenwijdig aan AC.

Men vint, na het 15 Vraagstuk, de Perpendiculaar BL 8: en na het 28 Vraagstuk OD $3\frac{1}{2}$, en AZ $10\frac{1}{8}$. Door AZ en AE vint men ZE $1\frac{5}{8}$, of ID; dit by OD, komt OI $5\frac{1}{8}$. De halve zom der drie zijden van ABCA is 24, voor AD + BC; hier af BC 10, rest AD 14: hier af AE $10\frac{1}{2}$, blijft voor ED, of IZ $3\frac{1}{2}$. Door ZI en OI vint men OZ gelyk $\sqrt{38\frac{33}{64}}$, *'t begeerde.*

Het volgende toont dat AD + BC is de halve zom der drie zijden, *als in Fig.* 176.

2 A + 2 B + 2 C ∞ de zom der drie zijden.
2 ———
A + B + C ∞ de $\frac{1}{2}$ zom der drie zijden, even zijnde aan AD + BC hier boven.

XXXVI. VRAAGSTUK.

Van de Driehoek ABCA *Fig.* 177. zijn gegeven de drie zijden AB 17, AC 21, BC 10, en de Perpendicularen ED $3\frac{1}{17}$, DF 6: te vinden AD, DB, DC.

Ontbinding.

Trekt de rechtstandige BM, DO, DQ, en verlengt BD tot L.

Zoekt BM, CM, na het 15 Vraagstuk
komt 8 BM, en 6 CM
2 ———
4
21 AC
verm. ———
84 Inhout ABCA
* 63 Inhout DCBD + DABD
afg. ———
21 Inhout ADCA
$\frac{1}{2}$ AC $10\frac{1}{2}$ —— gedeelt
2 DO
BC 10 — 17 AB
$\frac{1}{2}$ DF 3 — $1\frac{16}{17}$ ED $\frac{1}{2}$
——— verm.
Inhout DCBD 30 — 33 Inhout DABD
63 *

Voorts, dewijl de Driehoeken ADBA, CDBC op een zelfde Basis DB staan, zoo zijnze tot malkander als hare hoogtens AG, CI, dat is *in Fig.* 178.

△ ADB — △ CDB = AG — IC
ook, AL —— LC = —
dies is △ ADB — △ CDB = AL — LC
△ CDB —— LC ——
———
of △ ADB + △ CDB — △ CDB = AC — LC
dat is 63 —— 30 = 21, k. 10 LC
6 CM
———
afg. rest 4 LM
———
door LM en BM vint men BL $\sqrt{80}$ — 8 BM, 2 DO
———
dan, 8 BM — BL $\sqrt{80}$ —— 6 BQ
komt $\sqrt{45}$ DB.

Deze

Deze √ 45 vint men aanmerkende dat de Vierkanten van vier evenredige grootheden mede evenredig zijn, gelijk in het 6 Voorstel van 't 1 boek aangewezen is, dus

8 LM — BL √ 80 — 6 BQ
———— √
64 ———— 80 — 36? komt 45 Vierkant DB
√ ————
daarom DB ∞ √ 45

Door DB en DF vint men BF 3, zoo is FC 7; dan vint men DC √ 85.

Door DC en DO vint men OC 9, zoo is OA 12; dan vint men AD √ 148.

Wy hebben dan gevonden AD √ 148, DB √ 45, en DC √ 85, na den eysch.

XXXVII. VRAAGSTUK.

Gegeven zijnde *in Fig.* 179. AB 36, de Straal OB 30, en AC tot CB als 3 tot 5: te vinden AC, BC.

Ontbinding.

Trekt uyt V, het midden van AB, door het Centrum O, de rechte VOP: dan PC, en ook de Perpendiculaar CK.

De Boogen AP, BP zijn evengroot, en daarom ook de hoeken ACP, BCP; en overzulx is 't

AQ tot QB, als AC tot CB
QB ——— CB ———
——— ———
AB —— QB = AC + CB — CB
of AC + CB — AB = CB —— QB
daarom BC 3
CB 5
————

$$8 — 36\ AB = \begin{cases} CB\ 5,\ \text{komt}\ 22\tfrac{1}{2}\ QB \\ AC\ 3,\ \text{komt}\ 13\tfrac{1}{2}\ AQ \end{cases}$$

VB is 18, en OB 30, hier door vint men OV 24, dies is VP 54: VB 18 van QB $22\frac{1}{2}$, rest QV $4\frac{1}{2}$; door VP 54 en QV $4\frac{1}{2}$ vint men PQ ∞ √ $2936\frac{1}{4}$,

AQ $13\frac{1}{2}$ met BQ $22\frac{1}{2}$ vermenigvuldigt, komt de Rechthoek AQB ∞ $303\frac{3}{4}$, dit gedeelt door PQ √ $2936\frac{1}{4}$, komt QC ∞ $303\frac{3}{4}$ door √ $2936\frac{1}{4}$ gedeelt.

Dewijl de Driehoeken QPVQ, QCKQ gelijkhoekig zijn, daarom is 't

PQ √ $2936\frac{1}{4}$ tot CQ $\dfrac{303\frac{3}{4}}{2936\frac{1}{4}}$
———————— √ $2936\frac{1}{4}$ verm.
of $2946\frac{1}{4}$ tot $303\frac{3}{4}$
———————— 4
of 11745 tot 1215
45 ————
of 261 tot 27 als — $\begin{cases} QV\ 4\tfrac{1}{2},\ \text{komt}\ \tfrac{27}{58}\ QK \\ PV\ 54,\ \text{komt}\ 5\tfrac{17}{29}\ CK \end{cases}$

QK $\frac{27}{58}$ van AQ $13\frac{1}{2}$, en by BQ $22\frac{1}{2}$, komt AK $13\frac{1}{29}$ en KB $22\frac{28}{29}$: door deze twee AK, KB, en door KC vint men

$$AC ∞ \sqrt{\frac{169128}{841}},\ \text{of}\ 3\sqrt{\frac{18792}{841}}$$
$$\text{en}\ BC ∞ \sqrt{\frac{469800}{841}},\ \text{of}\ 5\sqrt{\frac{18792}{841}}$$

't Begeerde; tot malkander zijnde als 3 tot 5, naar behoren.

XXXVIII. VRAAGSTUK.

Van het Halfront ABDCA, *als in Fig.* 180. gegeven zijnde de Middellyn AB 65, BD 25, en DC 39: te vinden AC.

Soluty.

Trekt CB, AD, en de perpendiculaar ED.

De driehoeken ADBA, DECD zijn gelijkhoekig, om dat DAB is gelijk DCE, en ADB ∞ DEC recht.

Dies is, AB 65 — DB 25 — DC 39, komt ED 15.

Hier door vint men CE 36, en EB 20, zoo is CB 56, en daarom AC 33, *'t begeerde*.

XXXIX. VRAAGSTUK.

Van de Driehoek ABCA, beschreven in het Ront ACLBHA, *als in Fig.* 181. zijn gegeven de drie zyden, als AB 28, BC 25, en AC 17: wy moeten vinden de lengte der lynen KL, LH, HK; aanmerkende de punten F, G, P voor het midden van de lynen AC, CB, BA.

Soluty.

De lynen AL, BK, CH zullen malkander in een zelfde punt I snyden, en zoodanig dat IG, IF, IP elk is het derde deel van AG, BF, CP. Want trekkende FG, zoo is die evenwydig aan AB, om dat FC tot AC is, als GC tot BC, en overzulx zijn de driehoeken IFGI, IBAI gelijkhoekig, en daarom AB tot FG, of 2 tot 1, als AI tot IG, of als BI tot IF; zulx dat AI 2 is tegen IG 1, ook BI 2 tegen IF 1, of AG 3 tegen IG 1, en BF 3 tegen IF 1, om gelijke reden is CP 3 tegen IP 1. En stellende CP en AG malkander te snyden in I, en BF en CP in Y, zoo is PI en PY elk gelijk $\frac{1}{3}$ CP; en daarom is PI ∞ PY, en over zulx zijn de punten I en Y vereenigt, of zijn een zelfde stip, of de drie voornoemde lynen snyden malkander in een zelfde punt I.

Eerstelijk moeten wy vinden AG, CP, en BF.

AG vint men trekkende het Vierkant CG, of GB, van de helft der Vierkanten van de andere zyden AB en AC te zamen, en uyt de rest de vierkante worteltrekkende, dat men dus bewijst: *Besiet de Figuren* 182.

□BD + □DC ∞ 2 □BG + 2 □GD
□AD + □AD ∞ 2 □AD
———————————————— verg.
komt □AB + □AC ∞ 2 □BG + 2 □AG
2 ———————— ————————
$\frac{1}{2}$ □AB + $\frac{1}{2}$ □AC ∞ □BG + □AG
of $\frac{1}{2}$ □AB + $\frac{1}{2}$ □AC — □BG ∞ □AG

Uytwerking. □AB 784
□AC 289

□AB + □AC 1073
2

½□AB + ½□AC 536½
□BG 156¼
afgetogen

½□AB + ½□AC — □BG 380¼ ∞ □AG
$\surd$
19½ ∞ AG

Op gelijke wyse vint men CP ∞ 3 $\surd$ 29, en BF ∞ 3 $\surd$ 70¼.

Voorts. De ▭ CGB, of 't □BG 156¼ gedeelt door AG 19½ } k. GL $8\frac{1}{78}$
IG 6½
v.
komt IL $14\frac{20}{39}$

Op de selve manier vint men IK $\frac{283}{3\surd 70\frac{1}{4}}$

En voor 't laast. Dewyl de Driehoeken LIHL en CIAC, KIHK en CIBC, KILK en AIBA gelijkhoekig zijn, om dat CHL ∞ CAL, KHC ∞ KBC, en ABK ∞ ALK is, door diense op een zelfde boog staan, daarom zegt

IC $2\surd 29$ —— AC 17 —— IL $14\frac{20}{39}$, komt $\frac{4811}{39\surd 29}$ KL
IC $2\surd 29$ —— CB 25 —— IK $\frac{283}{3\surd 70\frac{1}{4}}$, komt $\frac{7075}{6\surd 2037\frac{1}{4}}$ KH } *'t begeerde.*
AI 13 —— AB 28 —— IK $\frac{283}{3\surd 70\frac{1}{4}}$, komt $\frac{7924}{39\surd 70\frac{1}{4}}$ KL

XL. VRAAGSTUK.

De vier zyden van een Vierhoek, 't welk in een Ront beschreven is, bekent zijnde, de Ronts Middellyn te vinden: dat is, *in de Figuren* 183. bekent *ab* 25, *bc* 33, *cd* 60, en *ad* 16: te vinden *ed*.

Soluty.

Volgens het geene in 't 27 Vraagstuk bewesen is, is 't
ed —— *ab* = *ad* —— *af*
of de ▭ *bad*
gedeelt door *ed* is ∞ *af*
ook is $\frac{▭\,bcd}{ed}$ ∞ *cb*,
Mede $\frac{▭\,cba}{ed}$ ∞ *bg*
$\frac{▭\,cda}{ed}$ ∞ *di*
vergaart
komt $\frac{▭\,bad + ▭\,bcd}{ed}$ ∞ *cl*, en $\frac{▭\,cba + ▭\,cda}{ed}$ ∞ *dk*
zoo is dan $\frac{▭\,bad + ▭\,bcd}{ed}$ tot $\frac{▭\,cba + ▭\,cda}{ed}$, als *cl* tot *dk*
ed
of ▭ *bad* + ▭ *bcd* tot ▭ *cba* + ▭ *cda*, als *cl tot dk*
of —— als *ca* tot *bd* *
bd verm.
of ▭ *bad* + ▭ *bcd* tot ▭ *cba* + ▭ *cda*, als □ *ca*, *bd* tot □ *bd*
of —— , als ▭ *ab*, *cd* + ▭ *cb*, *ad* † tot □ *db*
dat is, 400 + 1980 —— 825 + 960 —— 1500 + 528
of 2380 —— 1785 —— 2028
595
of 4 —— 3 —— 2028, komt 1521 □ *bd*
$\surd$
39 *bd*

* *Om dat de △ en gbn, fna, of de △ en bkd, lac gelijkhoekig zijn.*
† *Om dat de ▭ ab, cd + ▭ cb, ad gelijk is aan de ▭ ca, bd na 't 50 Voorstel.*

Om

Om CA *te vinden.*

Boven is ▭ *bad* + ▭ *bcd* tot ▭ *cba* + ▭ *cda*, als *ca* tot *bd* ——— *ca* verm.
of — als □ *ca* tot ▭ *bd*, *ca*
of ▭ *cba* + ▭ *cda* tot ▭ *bad* + ▭ *bcd*, als ▭ *bd*, *ca* tot □ *ca*
of — als ▭ *ab*, *cd* + ▭ *cb*, *ad* tot □ *ca*
dat is, 1785 ——— 2380 ——— 2028, komt 2704 □ *ca*
√ ———
52 *ca*

Of korter dus

▭ *ab*, *cd* + ▭ *cb*, *ad*, of ▭ *bd*, *ac* 2028
deelt door *bd* 39 boven gevonden
———
komt *ac* 52

Om de Middellijn ED *te vinden.*

Aanmerkt dat nu van de Driehoek *cabc* de drie zyden bekent zijn, derhalven vint men, na het 27 Vraagstuk, de Middellyn *ed* 65. *'t begeerde.*

XLI. VRAAGSTUK.

Van de Figuuren 184. Gegeven zijnde AD 5, DB 3: DC 4, en AC tegen CB als 3 tot 2: te vinden AC, CB.

Soluty.

Considereert om ABCA een Ront: verlengt CD tot aan den Omtrek: en trekt AE, EB.

Dewyl de Driehoeken ADCA en EDBE, ook ADEA en CDBC gelijkhoekig zijn, daarom is 't
CD 4 — reden AC 3 — DB 3, komt reden EB $2\frac{1}{4}$
CD 4 — reden CB 2 — AD 5, komt reden EA $2\frac{1}{2}$
Zo is dan AC 3, tegen CB 2, teg. BE $2\frac{1}{4}$, en teg. AE $2\frac{1}{2}$
of AC 12, tegen CB 8, teg. BE 9, en teg. AE 10.

Zoekt nu hier door volgens het 40 Vraagstuk, de Hoeklyn AB, komt daar voor $8\sqrt{\frac{24}{31}}$.

Dan, als AB $8\sqrt{\frac{24}{31}}$ is, zo is AC 12, wat als AB 8 is?

$$\left.\begin{array}{l} \text{komt dan AC } \dfrac{12}{\sqrt{\frac{94}{31}}} \\ \text{en komt dan BC } \dfrac{8}{\sqrt{\frac{94}{31}}} \end{array}\right\}\text{'t begeerde.}$$

XLII. VRAAGSTUK.

In de Figuren 185. Gegeven AG ∞ 7, BG en GC elk ∞ 8, en AB, AG, AC gedurig evenredig: te vinden AB, AC.

Soluty.

In 't 39 Vraagstuk is bewesen dat
2 □ AG + 2 □ BG is ∞ □ AB + □ AC
2 □ AG ∞ 2 ▭ BAC *

4 □ AG + 2 □ BG ∞ □ AB + □ AC + 2 ▭ BAC
Maar (31 V.) □ AF ∞ —

* *Om dat het* □ AG *gelijk is aan de* ▭ BAC, *ter oorsake dat* AG *middenevenredig is tussen* AB, AC, *na 't 32 Voorstel.*

Daarom 4 □ AG + 2 □ BG ∞ □ AF
196 + 128
324 ∞ □ AF
√ ———
18 ∞ AF
2 ———
9 ∞ FI
——— √
81 ∞ IV
49 ∞ VAP, of BO
afg. ———
32 ∞ PQ
√ ———
√ 32 ∞ AI

$$\left.\begin{array}{l}\text{Dies is AB ∞ } 9 + \sqrt{32} \\ \text{en AC ∞ } 9 - \sqrt{32}\end{array}\right\}\text{'t begeerde.}$$

XLIII. VRAAGSTUK.

Van de Vierhoek, in het Ront beschreven, *als in Fig.* 186. doet AB 33, BC 25, CD 16, en AD 60: vrage na de lenkte van de lynen BE, CE, E voor het punt nemende, alwaar AB, DC verlengt zijnde malkander komen te ontmoeten.

Soluty.

Om dat de Driehoeken AEDA, BECB gelijkhoekig zijn, ter oorzake dat CBE is gelijk D, en BCE gelijk A, daarom is

BE — BC = DE — AD
en CE — BC = AE — AD, en by gevolg

▭ BE, AD ∞ ▭ BC, DE
en ▭ CE, AD ∞ ▭ BC, AE

Zoo is dan $60\,BE \infty 400 + 25\,CE$
$400 \infty 400$

$60\,BE - 400 \infty 25\,CE$ — $2\frac{2}{5}$ verm.

$144\,BE - 960 \infty 60\,CE$
en $25\,BE + 825 \infty 60\,CE$
Ergo $144\,BE - 960 \infty 25\,BE + 825$
$960 \infty 960$ — verg.

$144\,BE \infty 25\,BE + 1785$
$25\,BE \infty 25\,BE$ — afg.

$119\,BE \infty 1785$
119 — $BE \infty 15$

Boven is $60\,BE$, of $900 \infty 400 + 25\,CE$, of $500 \infty 25\,CE$, of $20 \infty CE$.

XLIV. VRAAGSTUK.

Uyt A als Middelpunt, met AC als Straal, is getogen de Boog CDV, *als in Fig.* 187. en is gegeven de Perpendiculaar $AO \infty 12$, $BD \infty 11$, en $BV \infty 7$: te vinden AB, AC, BC.

Soluty.

Dewyl het $\square AB$ gelijk is aan het $\square AO + \square BO$ te zamen, daarom is

$49 + 14\,VA + \square VA \infty 265 + 22\,DO + \square DO$
$49 \infty 49$ — afg.

$14\,VA + \square VA \infty 216 + 22\,DO + \square DO$

$\square DA$, of $\square VA \infty \square DO + 144$
daarom $14\,VA + \square DO + 144 \infty 216 + 22\,DO + \square DO$
$\square DO + 144 \infty 144 + \square DO$ — afg.

$14\,VA \infty 72 + 22\,DO$
14 — $VA \infty \dfrac{36 + 11\,DO}{7}$

$\square VA$, of $\square DO + 144 \infty \dfrac{1296 + 792\,DO + 121\,\square DO}{49}$ — 49

$49\,\square DO + 7056 \infty 1296 + 792\,DO + 121\,\square DO$
$49\,\square DO + 1296 \infty 1296 + 49\,\square DO$ — afg.

$5760 \infty 792\,DO + 72\,\square DO$
72 — $80 \infty 11\,DO + \square DO$
2 — $5\frac{1}{2}\,DG$
√ — $30\frac{1}{4}\,EN$
$80\ GLN$, of FO

$110\frac{1}{4}\,GH$
√ — $\left.\begin{array}{l}10\frac{1}{2}\,GO\\ 5\frac{1}{2}\,GD\end{array}\right\}16\,BO$

$5\ DO$; of OC

Hier door vint men 20 voor AB, en 13 voor AC, en BC is 21, de lenkte van de begeerde lynen.

M A-

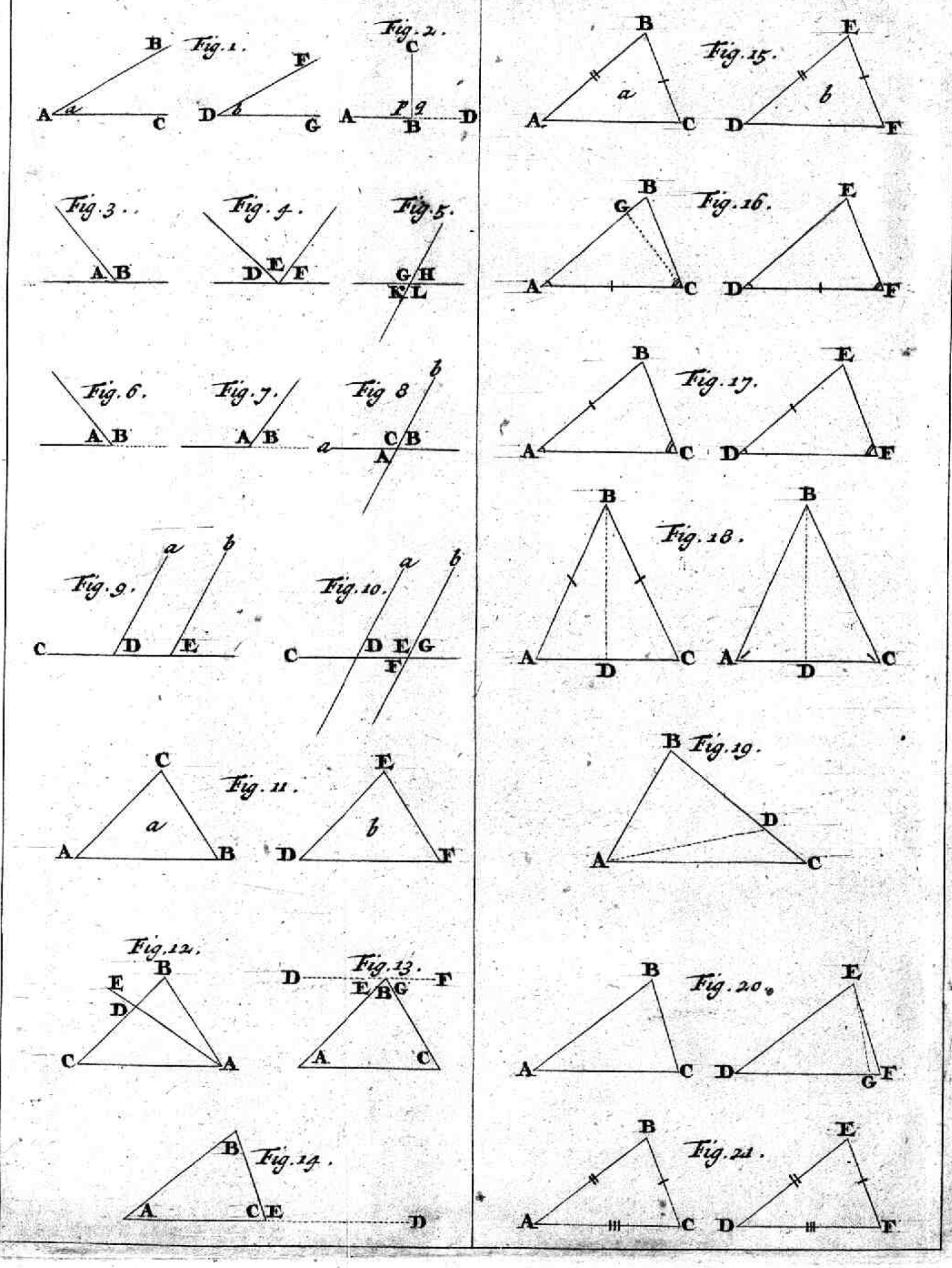


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig 8
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.

MATHEMATICA, of WISKONST,

HET VIERDE BOEK,

Van de

TRIGONOMETRIA,

Ofte

DRIEHOEKS-METING.

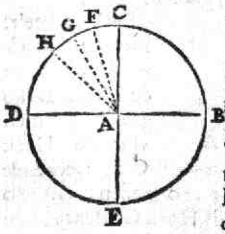
BY *Trigonometria*, ofte Driehoeks-meting, verstaan wy die wetenschap de welke leert uytrekenen, door drie bekende palen van een Driehoek, de drie overige.

Een Driehoek heeft zes palen, als drie Zyden en drie Hoeken: drie van dese door getallen bepaalt, of in getallen bekent gegeven zijnde, de drie overige door deze gegevene uyt te rekenen, is het doelwit van deze wetenschap.

Dewyl de kennisse van dese zaak byna in alle de delen van de Mathesis te pas komt, ten minsten daarin dat observatien moeten gedaan worden door Instrumenten die hoeken afmeten, zoo tellen wy hen onder de fondamentale: en wy geven ze daarom de eerste plaats naast aan de Tel- en Meet-kunst, waar uyt deze haar zekerheit fondeert: en overzulx recommanderen wy hen ook, zoo veel u doenlijk is, in uwe memory in te drucken.

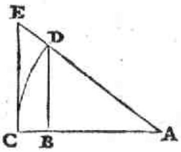
En om dat deze rekening volbraght wert door zekere getallen, afmetende de lengte der zyden van allerley slag van rechtlinische rechthoekige Driehoeken, en om dat de zelve met onderscheydene namen genoemt werden, zoo zullen wy eerst deze verhandelen.

Doch het is nodig dat gy voor af weet dat men een Ront deelt in 360 graden, of gelijke deelen; gelijk mede alle de ruymte rontom een punt, welke in 't geheel vier rechte Hoeken uytmaakt, en by gevolg, dat een rechte Hoek doet 90 graden, en zoo veel mede het vierde part van een Ront.



Indien CF, FG, en GH gelijke bogen zijn, en dat CF 't 360ste part van 't hele Ront BCDEB is, zo wert CF een graad (Trap) genoemt, gelijk mede FG, GH: en indien A 't Middelpunt is, en dat getogen zijn CA, FA, zo is de hoek CAF 't 360ste deel van de gehele ruymte om A, of van vier recht Hoeken; of het 90ste part van een rechte Hoek. De Hoek CAD doet dan zoo wel 90 graden als de Boog CD, en de Hoek CAH zoo wel 3 graden als de Boog CH.

Yder graad wert gedeelt in 60 andere gelijke delen, die men Minuten (Eersten) noemt, en yder minuit in 60, andere die men Secunden (Tweeden) heet, en zoo voort.



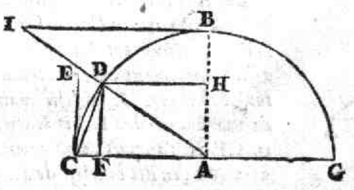
Indien uyt A, als Middelpunt, getogen is de Boog CD, zoo noemt men A C, of A D Radius, of Straal, om dat ze strekt van het Centrum A tot de Omtrek CD: het Middelpunt A by de Zon vergelijkende, zoo ziet men waar van dat deze haar naam gekregen heeft.

En zoo men uyt D (of C) een lyn trekt rechthoekig op AC, en dat van C een andere getogen wert mede Perpendiculariter op deze AC, en zoo lang tot dat ze de verlengde AD snyt in E, zoo noemt men

DB *Sinus*, of Hoekmaat,
CE *Tangens*, of Raaklyn,
en A E *Secans*, of Snylyn.

De eerste om datze de Maat van de Hoek DAC is: de tweede om dat ze de Boog CD in C raakt; en de darde om datze deze CD in D snyt.

Indien men de Straal AC aanmerkt in 100000 gelijke deeltjens gedeelt te wesen, zoo is uytgerekent hoe veel van deze zelve deeltjens dat DB, CE, en AE zullen begrypen, op alle hoegrootheden van de Boog CD, dat is van 1 minuit beginnende en by 90 graden eyndigende, en met minuten opklimmende. De Tafelen waar in deze vergaart zijn noemt men de Tafel Sinus.



Men moet niet alleenlijk weten dat DF, CE, en AE, Hoekmaat, Raaklijn, en Snylyn is van de Boog CD, maar ook datze de zelfde is van de Boog DBG, dat is van zijn verschil of vervulzel tot een half Ront: zulx dat de Sinus van 75 graden mede is Sinus van 105 graden, en van 105 graden, ook is Sinus van

75 gra-

75 graden, om dat ze gezamentlijk 180 graden, of een halfront uytmaken.

En ook dat men de boog BD het Complement, of de Schilboog zegt te wezen van de boog CD, en ook van de boog DBG, om dat ze het geene is dat CD kleender is, of GBD grooter is als het vierde part van een Ront, dat is als CB, of GB: of om dat DB het verschil is tussen CD en CB, en ook tussen GD en GB.

De Hoeken DHA, en IBA recht zijnde.

Zo is DH *Sinis complement*, of Schilboogs Hoekmaat,
BI *Tangens complement*, of Schilboogs Raaklijn,
AI *Secans complement*, of Schilboogs Snylijn,

Van de bogen CD, of GD, om dat ze de Hoekmaat &c. is van de Schilboog van CD, of van de Schilboog van GD.

FC, de lijn begrepen tussen de Sinus DF en de boog CD, wert *Sagitta*, of Pijl genoemt van de boog CD, en FG pijl van de boog GD.

Alle het geene wy van de bogen CD, GD, en BD gezegt hebben, moet mede alzoo verstaan werden van de Hoeken CAD, GAD, en DAB. DF is Sinus van de Hoek CAD, of van de Hoek GAD; CE Tangens, en AE Secans. En zoo mede ten opzicht van haar Complement, of Schilhoek DAB.

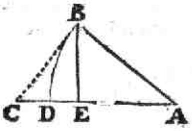
Wy zullen onderstellen dat gy van een gegeve Boog zijn Hoekmaat, zijn Raaklijn, en zijn Snylijn kont vinden, en ter contrary dat gy de boog kont vinden, als zijn Hoekmaat, Raaklijn, of Snylijn gegeven is, om dat dit licht is te zeggen maar moeylijk te beschrijven.

En ook dat gy kennisse hebt van zekere overeenkoming dezer lijnen, welkers nuttigheit wy in de drie volgende leeringen U L. voordragen, die van een groot gebruyk zijn, ten minsten die ons in dezen te pas komen.

	A		B		
Indien in de Regel van Drien, het voorste is	Sinus	en een van de twe andere de	Straal	zo mag men de Straal vooraan in de plaats van A stellen: maar dan moet men in plaats van B stellen	Schilb. Sl. A. I LEERING.
	Tang		Straal		Schilb. Rl. A. II LEERING.
	Sinus		Sinus compl. A.		Schilb. Rl. A. III LEERING.

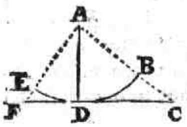
Demonstraty, of Bewijs.

Aanmerkt in de nevenstaande de hoeken ABC, AEB *in de eerste*; CAF, CDA *in de tweede*; ACE, ABD *in de derde Figuur alle recht.*

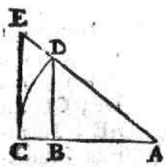


Zoo is 't, en de I *Figuur:*
AE — AB = AB — AC
Dat is, Sinus tot de Straal, als de Straal tot Schilboogs Snylijn van de Sinus die voorstaat, om dat AC *Snylijn is van* BD, *en* AE *Sinus van de Schilboog van deze* BD: *en alzoo blykt de eerste Leering.*

Zoo is 't, in de 2 *Figuur:*
CD — AD = AD — DF:
Dat is, Tangens tot de Straal, als de Straal tot Tangens van de Schilboog die voor staat, om dat ED *is Schilboog van* BD: *en dit bevestigt de tweede Leering.*



Zoo is 't, in de 3 *Figuur:*
AB — BD = AC — CE:
Dat is, Sinus tot Sinus van zijn Complement, als de Straal tot Schilboogs Raaklijn van de voorste, om dat BD *is Sinus, en* CE *is Tangens Complement van* AB, *en dit bewijst de der- Leering.*



Nu ter zake.

De driehoeken die in deze uytgerekent werden zijn tweerley, Rechtlinische en Klootsche, of Sphærische.

De Rechtlinische werden bepaalt door rechte lynen, en Sphærische, of de Klootze door Cirkel-stukken, of Ronts-boogen.

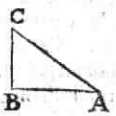
Zy hebben elk hare besondere eygenschappen, en zullen ze daarom ook afzonderlijk verhandelen.

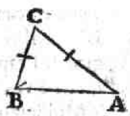
EERSEE DEEL.

Van de Ontbinding der

Rechtlinische Driehoeken.

VAn dese doen de driehoeken te zamen zoo veel als twee Rechte hoeken, dat is als 180 graden, waar uyt volgt, de twee hoeken bekent zijnde, dat de darde openbaar is: want de zomme van twee getogen uyt 180 graden, rest de darde: En dewyl de Rechte hoek doet 90 graden, zoo volgt, indien van een Rechthoekigen driehoek de eene Scheefhoek gegeven is, dat de andere Scheef hoek gevonden wert treckende de gegevene van 90 graden.





By Voorbeelt. Zoo de Hoek A doet 40 en de Hoek B 80 graden, men vint de Hoek C, treckende de zomme van A en B, dat is 120 graden, van 180 graden, rest 60 graden voor de Hoek C. Maar indien B recht is, zoo vint men C, treckende 40 graden van 90 graden, rest 50 graden voor de Hoek C.

De bekende Termen konnen zijn.

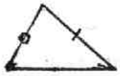
I. *Twee Hoeken en een Zijde.*
II. *Twee Zijden en een Hoek over een van deze Zijden.*
III. *Twee Zijden en een Hoek tussen een van deze Zijden.*
IV. *Drie Zijden.*

Dit zijn alle de veranderingen die ons in deze konnen voorkomen: wy zullen hen in deze order vervolgens in IV Voorstellen af handelen.

I. VOORSTEL.

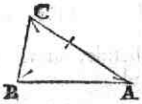
Bekent zijnde twee Hoeken en een Zijde: te vinden de andere Zijden.

Algemeene Regel.



Gelijk Sinus van de Hoek over de bekende Zijde
Tot de zelvige Zijde.
Alzoo Sinus van de Hoek over de begeerde Zijde
Tot de begeerde Zijde.

Exempel.



Indien van de nevenstaande driehoek ABC, bekent is AC 20, de Hoek A 36.52, en de Hoek B 67.23: men vint BC na de bovenstaande regel, dus

Sinus B — AC — *Sinus* A
92310 — 20 — 59995? komt 13 voor BC.

Dewyl hier een sware divisy moet geschieden, en voornamelijk als het getal van de Zijde AC wat groot is, en om dat dese divisy niet alleenlijk, maar ook de multiplicaty kan achter wege blyven als men de Logarithmus gebruykt, zoo zullen wy die hier aan toeeygenen: en op dat gy u van dese naar behooren zoud konnen dienen, zoo neemt in achting deze

Algmeene Regel, tot het gebruyk van de Logarithmus.

Addeert *de Logarithmus van de getallen die met den anderen anderszints moeten* gemultipliceert *werden, en ter contrary,* substraheert *de Logarithmus van die getallen, die andersints moesten* gedivideert *werden, het Afirekzel met den Divisor vergelijkende.*

Ofkorter. *De Logarithmus van twee Multiplicatores addeert: en substraheert de Logarithmus van den Divisor van de Logarithmus van het dividendum.*

Hier uyt volgt dese bewerking.

Door de Logarithmus.

Log. Num. van AC	20 =	1.3010300
Log. Sinus van A	36.52' =	9.7781186
		verg.
		11.0791486
Log. Sinus van B.	67.23' =	9.9652480
		afg.
Log. Num. van BC	13 =	1.1139006

En dewyl men niets anders als de bovenstaande regel heeft te observeeren wanneer men de Logarithmus wil gebruyken, zoo zal ik my in dit deel niet meer met dese bemoeyen, om dat ze in dese de arbeyt zoo veel niet verlicht als in het tweede van de Klootze.

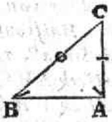
Indien men AB begeert, zoekt eerst de Hoek C. Dan vint men na de zelve Regel voor AB 21.

Aanmerking. *Indien de Hoek B recht is zoo komt de Straal in de Regel van Drien voor aan te staan, en overzulx is'er als dan geen verkorting: maar de Hoek A recht zijnde, zoo komt de Straal achter,* te weten,

Sinus B — AC — Sin. A, of Straal, herschikt, komt
Straal — AC — Sec. Compl. B — BC. na de 1 Leer.

En overzulx is'er als dan verkorting, en wert derhalven ontbonden volgens deze

Regel:



Gelijk de Radius
Tot de bekende zyde,
Alzoo Secans Complement van de Hoek over de bekende zyde
Tot de begeerde zyde.

Dat is, indien AC is 3, en de Hoek B 36.52'.

Radius — AC — *Sec. Compl.* B
100000 — 3 — 166679? komt 5 BC.

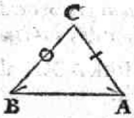
Indien C *recht is, zoo is het voorste Sinus; en het achterste Sinus van zijn Schilboog, en dan wert de Straal voor aan gebracht, volgens de darde Leering.*

Dat is voor

Sinus B — AC — Sin. A, of Sin. Compl. B, stelt men
Straal — AC — Tang A — BC, na de 3 Leering.

Zulx dat de ontbinding geschiet volgens deze

Regel.



Gelijk de Radius
Tot de bekende zyde,
Alzoo Tangens van de Hoek over de begeerde zyde
Tot de begeerde zyde.

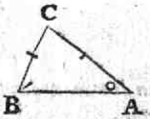
Dat is, indien AC is 4, en de Hoek A 36.52'.

Radius — AC — *Tang.* A
100000 — 4 — 74991? komt 3 B C.

II. VOORSTEL.

Bekent zijnde twee Zijden en een Hoek over een van deze Zijden: de Hoek over de andere zijde te vinden.

Algemeene Regel.



Gelijk de zyde over de bekende Hoek
Tot Sinus van deze Hoek,
Alzoo de zyde over de begeerde Hoek
Tot Sinus van de begeerde Hoek.

Exempel.

Indien van de bovenstaande driehoek ABCA, de Zyde AC doet 20, BC 13, en de Hoek B 67.23': men

men vint de Hoek A na de bovenstaande Regel aldus:

AC *Sinus* B BC *Sinus* A
20 —— 92310 —— 13? komt 60002, van 36.52′.

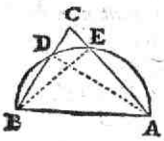
Merkt. Indien A scherp is zoo is dese 36.52′ de wyte van de Hoek A, maar de zelve plomp zijnde; zoo vint men A, trekkende dese 36.52′ van 180 graden, zulx dat hy in zoodanigen geval zal doen 143.8′.

De Hoek A bekent zijnde zoo is de Hoek C openbaar: en dan wert AB gevonden na het eerste Voorstel. Men vint voor de zelve 21.

Demonstraty,

Op de algemeene Regulen van deze twee Voorstellen.

Aanmerkt A B C *voor een Driehoek, daar van op* A B *is beschreven een Halfront: nemende* AB *voor de Straal, zoo is* AD *Sinus van de Hoek* A B C, *en* BE *Sinus van de Hoek* B A C. *De Driehoeken* ADCA, BECB *zijn gelijkhoekig, hebbende in* C *een Hoek gemeen, en in* D *en* E *elk een rechte, daarom zijn de zyden van deze, overgelijke Hoeken staande, evenredig.*



dat is, AD *tot* AC, *als* —— BE *tot* BC
of Sinus ABC *tot* AC, *als Sinus* BAC *tot* BC

Want AD *is Sinus* ABC, *en* BE *is Sinus* BAC, *gelijk boven gezeit is; of*

Sinus van ABC tot sijn overstaande zyde AC, als Sinus BAC tot sijn overstaande zyde.

't Geene de Inhout van de eerste Regel is; de tweede Regel is openbaar door de omstelling van de proportie: de tweede tot de eerste, als de vierde tot de darde, dat is,

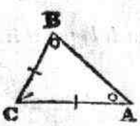
AC tot Sinus van sijn overstaande Hoek ABC, als BC tot Sinus van sijn overstaande Hoek.

't Geene de Inhout is van de tweede algemeene Regel. En in 't algemeen ziet men, als de bekende en onbekende tegen malkander overstaan, dat de Zyden evenredig zijn met de Hoekmaten van de overstaande Hoeken, *en omgekeert*, de Hoekmaten van de Hoeken met de overstaande Zyden.

III. VOORSTEL.

Bekent zijnde twee Zyden en een Hoek tussen een van deze Zyden; de andere Hoeken te vinden.

Algemeene Regel.



Gelijk de zom van de twee zyden
Tot haar verschil,
Alzoo Raaklyn van de halve zom der onbekende Hoeken
Tot Raaklyn van een Boog, de welke vergaart by de halve zom der onbekende Hoeken, komt de grootste, en afgetogen, komt de kleenste der onbekende Hoeken.

Exempel.

Indien van de gestelde Figuur AC doet 21, BC 13, en de Hoek C 67.23: men vint de Hoeken A en B na de bovenstaande Regel dus:

van 180. — de 3 Hoeken te zamen
trekt af 67.23′ de Hoek C

rest 112.37′ de Hoeken A en B
2

de helft is 56.18½ de halve som der onbekende Hoeken A en B, wiens Raaklyn is 149991: dan

AC 21 —— 21
BC 13 —— 13

som 34 — vers. 8 — 149991? komt 35292
Raaklyn van 19.26½, dit
by, en van 56.18½, de halve som der onb. Hoeken

komt 75.45, voor de grootste Hoek B

en 36.52, voor de kleenste Hoek A.

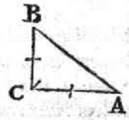
De Hoeken dus gevonden hebbende; dan vint men de Zyde AB na het eerste Voorstel.

Nota. Als de Hoek C recht is, zoo is de halve zom der onbekende Hoeken 45 graden, welkers Raaklijn zoo veel doet als de Straal, over sulx is 't dan

Gelijk de zom der twee zyden, tot haar verschil; alzoo de Straal, tot Raaklyn van een Boog de welke, &c.

Doch een van de Scheefhoeken wert, in zoodanigen geval, met minder moeyten gevonden door deze

Regel.



Gelijk de zyde rakende de begeerde Hoek
Tot de Straal,
Alzoo de andere zyde
Tot Raaklyn van zijn overstaande Hoek.

Dat is, indien A C doet 4 en BC 3: men vint de Hoek A na dese Regel dus

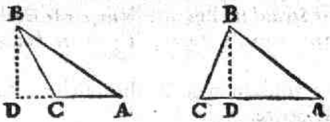
AC *Straal* BC *Raaklyn*
4 — 100000 — 3; komt 75000 van 36.52′ A

De Hoek A gevonden zijnde zoo is de Hoek B openbaar: en AB wert nu gevonden na het eerste Voorstel.

Andere manier, de Hoek C scheef zijnde.

Het eerste exempel, alwaar de bekende Hoek C scheef is, kan men mede oplossen door behulp van dit laatste en het eerste Voorstel, dus. Men laat uyt A, of uyt B, een Lootlyn vallen op zijn overstaande Zyde,

Zyde, of op zijn verlenge, als hier nevens BD; zoo is van de Driehoek B C D B, bekent de Hoek BDC recht B C; en de Hoek

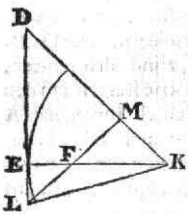


BCD: Dan vint men na het eerste Voorstel de Zyden BD en DC. Deze laatste DC, afgetogen van AC in de eerste Figuur daar C scherp is, maar vergaart by AC in de tweede Figuur alwaar C bot is, komt AD. Dan is van de Driehoek ADB bekent, de Hoek ADB recht, AD en DB; waar door men vint volgens de laatste Regel, de Hoek A: de rest is dan openbaar.

Men vint BD 12, en DC 5; dies is AD 16; nemende het eerste exempel van dit Voorstel.

Demonstraty,

Op de algemeene Regel van dit Voorstel.



Laat KML *een voorgestelde Driehoek wezen, en getogen werden* K E *zoodanig dat* M F *is als* M K, *ook* L E D *rechthoekig door* K E, *snydende de verlengde* K M *in* D: *dan is* M D *als* M L, *om dat* MLD *is als* D, *ter oorzake dat* MKF *is als* MFK, *of als* LFE; *en* KED *is als* FEL *recht, zulx dat* D *is als* F L E. *De Driehoeken* K E D K, F E L F *zijn dan gelijkhoekig, en daarom de zyden evenredig, dat is,*

$$KD - FL = ED - EL.$$

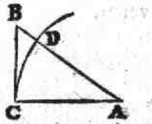
Maar KD *is de zom van* KM *en* ML, *om dat* MD *is gelijk* ML; *en* FL *is het verschil tussen* KM *en* ML, *om dat* MF *is gelijk* MK.

Indien nu KE *voor de Straal aangemerkt wert, zoo is* ED *Raaklijn van de Hoek* EKD, *of van de halve zom der Hoeken* MKL *en* KLM, *om dat* MKF *is gelijk* MFK, *en om dat deze te zamen zoo veel doen als de onbekende Hoeken* MKL *en* KLM: *en* EL *is Raaklyn van de Hoek* EKL, *het geene by de halve zom* MKE *moet vergaart werden om de grootste Hoek* MKL *te bekomen, en moet gesubstraheert werden van de halve zom* MFK *om de kleinste Hoek* KLM *te vinden.*

Wy mogen dan zeggen, dat KD, *de zom van de twee Zyden, is tot* F L *haar verschil; als* E D *Raaklyn van de halve zom der onbekende Hoeken, tot* E L, *Raaklyn van een Boog die by de halve zom der onbekende Hoeken moet vergaart werden om de grootste, en moet gesubstraheert werden om de kleenste onbekende Hoek te hebben: 't geen te bewyzen was.*

Demonstraty,

Van de Regel op de Rechthoekige.



Aanmerkt, in de nevenstaande Driehoek, dat CD *een Boog is die getogen is uyt* A *als Middelpunt, en met* AC *als Straal, zoo is* AC *Straal in vergelijking dat* CB *is Raaklyn van zijn overstaande Hoek* A.

De lenkte A C *zal dan gelijkredig zijn tot de lenkte* CB, *als de Straal* AC *tot de Raaklyn* CB. *Of, door verwisseling: de lenkte* AC *tot de Straal* AC, *als de lenkte* CB, *tot de Raaklyn* CB. *Of, om de zelfde woorden van de Regel te herhalen,* A *voor de begeerde Hoek considererende: gelijk* (AC) *de Zyde rakende de begeerde Hoek, tot de Straal* (AC), *alzo* (BC) *de andere Zyde, tot* (BC) *Raaklyn van zijn overstaande Hoek* (A.)

De Hoek B *begeerende, zoo moest men* B C *voor de Straal aanmerken, en dan zoude* A C *Raaklijn wezen van zijn overstaande Hoek* B.

Door verwisseling mag men zeggen, dat de Straal A C *is tot de lenkte* A C, *als de Raaklijn* C B, *tot de lenkte* C B. *Of, aanmerkende* B C *voor de begeerde, en* A C *voor de bekende Zijde: gelijk de Staal* (A C) *tot de bekende Zijde, alzoo Raaklijn* (C B) *van de Hoek* (A) *over de begeerde zyde, tot* (BC) *de begeerde zyde. En dit zijn de eygene woorden van de tweede Regel op de rechthoekige in het eerste Voorstel.*

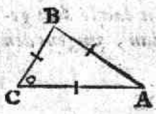
Men mag ook zeggen dat AB *Snylyn is van de hoek* A, *of Schilboogs Snylyn van de hoek* B. *En considererende* AC *voor een bekende, en* AB *voor een begeerde zyde, zoo is 't, gelijk de Straal* (AC) *tot de bekende zyde* (AC), *alzoo* (AB) *Schilboogs Snylyn van de hoek* (B) *over de bekende zyde* (AC) *tot de begeerde zyde* (AB). *De eygene woorden van de eerste Regel der rechthoekige in het voornoemde eerste Voorstel.*

En alzoo is niet alleenlijk bewezen de Regel op de rechthoekige in dit darde Voorstel genoteert, maar ook op deze wijze de twee die in het eerste Voorstel aangetekent zijn.

IV. VOORSTEL.

Bekent zijnde de drie Zyden: een van de Hoeken te vinden.

Algemeene Regel.



Gelijk het vermenigvuldigde van de twee Zyden om de begeerde hoek gedubbelt

Tot het Vierkant van de Zyde over de begeerde hoek, min het Vierkant van 't verschil der twee andere Zyden,

Alzoo de Straal

Tot Pyl van de begeerde hoek.

Exempel.

Indien van de bovenstaande Driehoek, AB doet 21, AC 20, AC 20, en BC 13: men vint de Hoek C volgens de gemelde Regel aldus:

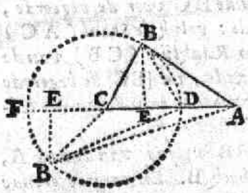
De Zyden om de begeerde Hoek zijn { BC 13, AC 20 }
verm.
komt 260
2
en gedubbelt komt 520 *
AB 21 de Zyde over de begeerde Hoek
√
441 □ AB
49 □ van 7 't verſ. tuſſen AC 20 en BC 13.

* 520 — 392 — 100000 Straal?
100000
komt 75384 pyl van de Hoek C

afget. reſt 24616 Sin. Compl. van 75.45′ voor de begeerde Hoek C.

Dan vint men de andere Hoeken door het tweede Voorſtel.

Demonſtraty.



Uyt C *als middelpunt met* CB *als Straal, is getogen het Ront* BDBF: *zo is* AD *het verſchil van de twee Zyden* AC, BC *om de begeerde Hoek. Voorts getogen* BD, *en de Perpendiculaar* BE. *Aanmerkende* CB *voor de Straal, zoo is* ED *Pyl van de begeerde Hoek* ACB.

Dewyl de Hoek ADB *plomp is, daarom is, na de 13 des 2 Eucl.*

□ AB ∞ □ AD + □ BD + 2 ▭ DA, DE
of □ AB — □ AD ∞ □ BD + 2 ▭ DA, DE
▭ FDE, byv. op ons 44 V.
of 2 ▭ CD, DE
hier by 2 ▭ DA, DE
k. □ AB — □ AD ∞ 2 ▭ AC, DE

Of 't □ AB, *de Zijde over de begeerde Hoek, min 't* □ AD, *'t Vierkant van 't verſchil der twee andere Zijden* AC, CB *gelijk* 2 ▭ AC, DE: *dit laatſte dan genomen in plaats van het eerſte, komt dan, volgens den Inhoud van de geſtelde Regel,*

2 ▭ AC, CB tot 2 ▭ AC, DE
2 AC ——— gedeelt
of, CB tot ——— DE. na de 1 des 6 Euc.
of, CB Straal, tot DE pyl vande hoek C.

Zoo blijkt dan dat 2 ▭ AC, CB *is tot* □ AB - □ AD, *als* CB *de Straal tot* DE *Pijl van de Hoek* C. *Of het vermenigvuldigde van de twee Zijden om de begeerde Hoek gedubbelt, tot het Vierkant van de Zijde over de begeerde Hoek min het Vierkant van het verſchil der twee andere zijden, als de Straal tot Pijl van de begeerde Hoek: de eygene woorden van de Regel; 't geen te bewijzen was.*

Nu hebben wy voldaan in de Rechtliniſche, komen dan tot de Klootze.

TWEEDE DEEL.

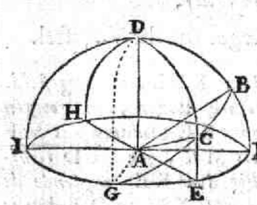
Van de Ontbinding der

Sphæriſche Triangulen,

of

Klootze Driehoeken.

OM deze klaarlijk te verhandelen zo zullen wy van hare af komſt beginnen. Aanmerkt dan A voor zekere plaats op den Aartkloot, of eygentlijk voor ons oog; AD AB, AC voor drie rechte lynen ſtrekkende van A na D, B, C, zijnde drie punten, of drie ſtarren aan den Hemel. Indien dan A voor het Centrum genomen wert van de Cirkelſtukken DB, BC, CD, zoo noemt men deze drie verknochte bogen DB, BC, CD een Sphæriſchen, of een Klootzen Driehoek.



De wijte van de hoek DAB wert toegepaſt aan zijn overſtaande boog DB; de wijte van de Hoek BAC op de boog BC; de wijte van de Hoek CAD op de boog CD; de Hoek DAB zijnde 40, BAC 30, en CAD 50 graden, zoo zegt men de Zijde DB te doen 40, BC 30, en CD 50 graden.

Men kan hier uyt lichtelijk beſpeuren dat noit eenige Hoek van een Sphæriſchen Triangel door obſervatie afgemeten wert, maar alleenlijk de Zijden, en dat noch maar door toeygening, gelijk nu even getoont is. De getallen die men in de Hoeken ſtelt, of die men aan haar toepaſt, zijn geen andere als de getallen van haar overſtaande bogen, wiens beyde eynden van deze Hoek een vierendeel ronts, of 90 graden, afſtaan. 't Getal van de boog FE wert gſtelt in de Hoek BDC; om dat FE daar tegen overſtaat, en om dat zijn beyde eynden F en E, van D een vierendeel ronts af zijn, ter oorzake dat FD, en ED elk 90 graden doen. Indien de Hoek FAE, of de boog FE, doet 20 graden, zoo zegt men dat de Hoek CDB mede 20 graden is.

En dewijl de Hoeken FAD, EAD recht zijn, zoo volgt, indien men uyt eenig punt van de Boog FE, of uyt zijn verlengde, een lijn trekt tot A, dat de Hoek die deze met AD maakt, ook recht zal wezen, en overzulks is die boog, de welke van dit punt getogen wert, mede een vierendeel ronts, dat is, zy is gelijk ED, of DF; waar uyt dan blijkt dat de Hoeken DFE, DEF, DEG alle recht zijn, om dat men

kan

kan denken over deze alle een Boog te ſtaan, afſtaande van F en E een vierendeel ronts, die ook een vierendeel ronts zal zijn, by voorbeelt; zoo FG een vierendeel ronts is, zoo doet de Hoek DFG zoo veel als de Boog DG, door het voorgaande, maar DG doet een vierendeel ronts, gelijk nu even bewezen is, ergo DFG doet 90 graden: op gelijke wijs volgt het zelfde van de Hoek DEF, ook van de Hoek DEG. Om dat de Hoeken aan weerzijden ED, als DEG, DEF gelijk zijn, of 90 graden doen, daarom wert een Klootze Hoek recht genoemt, als zijn uytwendige Hoek gelijk aan hem is, of als hy 90 graden doet. En omgekeert.

En dewijl, aanmerkende A I voor het verlengzel van FA, en AH het verlengzel van EA, dan ook DI het verlengzel is van FD, en DH het verlengzel van ED; en om dat dan H I is gelijk FE, of IDH gelijk EDF, zoo ziet men klaarlijk, *zoo twee Bogen malkanderen ſnijden, dat de Schrixeboeken gelijk zijn.*

Dit dus voor af wel verſtaan hebbende, zoo zal het een groot licht geven aan het volgende: en om niet lang te wezen, zoo zullen wy beginnen, en dat eerſt van de rechthoekige om reden als zal blijken. *By rechthoekige Klootze Driehoek verſtaan wy een zoodanige die een rechte Hoek heeft, en daar van yder zijde minder is als een vierendeel ronts.*

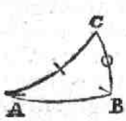
I. HOOFTSTUK.

Van de Rechthoekige.

I. VOORSTEL.

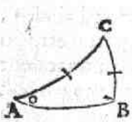
Als de bekende termen en de begeerde term tegens malkander over ſtaan.

I. Regel. 1. Geval.



Gelijk de Straal
Tot Sinus van de Schuynze,
Alzoo Sinus van de Scheefhoek
Tot Sinus van zijn overſtaande zijde.

II. Regel. 2. Geval.

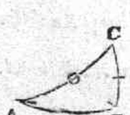


Gelijk de Straal
Tot Schilboogs Snylijn van de Schuynze,
Alzoo Sinus van de zijde over de begeerde Hoek
Tot Sinus van de begeerde Hoek.

Anders, voor de Logarithmus.

Gelijk Sinus van de Schuynze
Tot de Straal,
Alzoo Sinus van de zijde over de begeerde Hoek
Tot Sinus van de begeerde Hoek.

III. Regel. 3. Geval.



Gelijk de Straal
Tot Sinus van de bekende zijde
Alzoo Schilboogs Snylijn van de Scheefhoek
Tot Sinus van de Schuynze.

Anders, voor de Logarithmus.

Gelijk Sinus van de Scheefhoek
Tot Sinus van zijn overſtaande zijde.
Alzoo de Straal
Tot Sinus van de Schuynze.

Exempels.

In de drie voorgaande Figuren is de Hoek B recht, en overzulks is AC de Schuynze.

Op 't I. Laat AC doen 60.0: de Hoek A 23.30: vrage na BC?

Straal *Sinus* AC *Sinus* A *Sinus* BC
100000-- 16603 ---39875 ? komt 34533, van 20.12'

Op 't II. Laat BC doen 20.12': AC 60.0: vrage na de Hoek A?

Straal *Sb. Sl.* AC *Sinus* BC *Sinus* A
100000-- 115470 -- 34530 ? komt 39871 van 23.30

Op 't III. Laat BC doen 20.12': de Hoek A 23.30: vrage na AC?

Straal *Sb. Sl.* A *Sinus* BC *Sinus* AC
100000--250784 -- 34530 ? komt 86600 van 60.0

Door de Logarithmus.

I. *Sinus* AC 60.---= 9.9375306
Sinus A 23.30= 9.6006997
——— verg.
Sinus BC 20.12'= 19.5382303

II. *Sinus* BC 20.12'= 19.5381943
Sinus AC 60.---= 9.9375306
——— afg.
Sinus A 23.30= 9.6006637

III. *Sinus* BC 20.12'= 19.5381943
Sinus A 23.30= 9.6006997
——— afg.
Sinus AC 60.---= 9.9374946

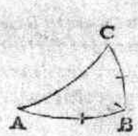
II. VOORSTEL.

Als de bekende Termen, en de begeerde Term, te zamen, behalven de rechte Hoek, zijn twee Rechthoeks zijden met een ſcheve Hoek.

I. Regel. 1. Geval.

Gelijk de Straal
Tot Sinus van het bekent Been,
Alzoo Tangens van de Scheefhoek
Tot Tangens van 't begeerde Been.

II. Regel. 2. Geval.

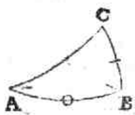


Gelijk de Straal
Tot Schilboogs Snylijn van de zijde rakende de begeerde Hoek,
Alzoo Tangens van de zijde over de begeerde Hoek
Tot Tangens van de begeerde Hoek.

Anders, voor de Logarithmus.

Gelijk Sinus van de zijde rakende de begeerde Hoek
Tot de Straal,
Alzoo Tangens van de zijde over de begeerde Hoek
Tot Tangens van de begeerde Hoek.

III. Regel. 3. Geval.



Gelijk de Straal
Tot Tangens van het bekende Been,
Alzoo Schilboogs Raaklijn van de Scheefhoek
Tot Sinus van het ander Been.

Exempels.

De Hoek B is, in yder van de bovenstaande Figuren, recht, en daarom zijn AB en BC de Beenen.

Op 't I. Laat AB doen 57.48′: de Hoek A 23.36? vrage na BC?

Straal *Sinus* AB *Tang.* A *Tang.* BC
100000 -- 84619 -- 43481 ? komt 36793, van 20.12′

Op 't II. Laat AB doen 57.48′: BC 20.12: vrage na de Hoek A?

Straal *Sb.Sl.*AB *Tang.* BC *Tang.* A
100000-- 118176-- 36793 ? komt 43481 van 23.36:

Op 't III. Laat BC doen 20.12′: de Hoek A 23.36: vrage na AB.

Straal *Tang.*BC *Sb. Rl.* A *Sinus* AB
100000-- 36793-- 229984? komt 84618, van 57.48′

Door de Logarithmus.

I. *Sinus* AB 57.48′, 9.9274695
Tang A 23.36, 9.6383019
——— verg.
*Tang.*BC 20.12′, 19.5657714

II. *Tang.* BC 20.12′, 19.5657633
Sinus AB 57.48′, 9.9274695
——— afg.
Tang. A 23.36, 9.6382938

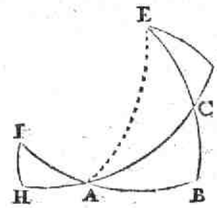
III. *Tang.* BC 20.12′, 9.5657633
Sb.Rl. A 23.36, 10.3616981
——— verg.
Sinus AB 57.48′, 19.9274614

Door deze twee Voorstellen, en hare Regelen, konnen alle andere Rechthoekige Driehoeken, hoedanig dat ze ook zouden mogen zijn, ontbonden werden, zoekende zijne weergade, om dat deze weergade altijt zal zijn een van de voorgaande formen.

By weergade van een Rechthoekigen Klootzen Driehoek verstaan wy een Driehoek aan een van de scheefhoeken der gegevene verknocht, en zoodanig, dat de verknochte zijden de Schilboog zijn van de gegevene om deze Scheefhoek. Dies volgt deze

REGEL.

Om een weergade te vinden.



Verlengt de twee zijden die een Scheefhoek bevatten, aan de Scheefhoek, beyde tot een vierendeel ronts, en trekt van het een tot het ander eynde een Boog.

By voorbeelt. Gegeven zijnde ABCA: zijnde weergade aan C te vinden.

Verlengt AC, BC, aan C, beyde tot een vierendeel ronts; dat is, tot dat AD en BE yder een vierendeel ronts doen, en trekt ED: zoo is EDCE de weergade van de Driehoek ABCA aan de Hoek C. Op gelijke wijze is AIHA de weergade van de zelve Driehoek ABCA aan de Hoek A, aanmerkende BI, CH beyde voor het vierde part van een Ront.

Van deze Weergade DCED is dan DC Schilboog van AC; CE Schilboog van BC; de Hoek ECD als de Hoek ACB; de Hoek D recht, om dat AE en AD beyde een vierendeel ronts doen; AE door 't voorgaande, en AD door 't gestelde; en ED is Schilboog van de Hoek BAC, om datze gelijk aan DAE is, die Schilhoek is van BAC, om dat BAE recht is; en DEC is Schilboog van AB, of van AEB, om dat AED recht is. Zoodanig is 't ook gelegen met AHIA: H is recht; I is Schilboog van BC; HI Schilboog van BCA; AI Schilboog van AB; AH Schilboog van AC, en HAI gelijk BAC.

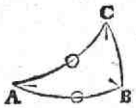
Indien dan eenige termen, van een Rechthoekigen Driehoek, gegeven zijn, en bekent is welke dat begeert wert, zoo kan men lichtelijk vinden welke termen van zijn weergade bekent zijn, en welke gezocht moet werden. By voorbeelt. Laat van ABCA gegeven zijn AC, en BAC; en dat men vinden moet AB: zoo is dan van zijn weergade DCED bekent, CD, Schilboog AC; ED, Schilboog BAC; en staat te vinden DEC, Schilboog AB. Van de weergade AHIA is bekent AH, HAI: en is te vinden AI.

Wetende dan hoe men een Weergade zal vinden, wat daar in bekent is, en wat daar in begeert wert, zoo zal men lichtelijk de regels konnen vinden waar door alle Rechthoekige opgelost werden, zy mogen ook wezen hoe ze willen, om dat men vinden zal dat een van deze twe Weergaden altijt een van de voornoemde zes gedaantens zullen hebben, of om dat ze zullen gevonden werden in een van de twee voorgaande Voorstellen; gelijk hier de Weergade DCED, die het twede Geval van het twede Voorstel is, over zulks is 't

Gelijk de Straal
Tot Schilboogs Snylijn van ED, *dat is Snylijn van* BAC,
Alzoo Tangen van CD, *dat is Schilboogs Raaklijn van* AC
Tot Tangens van de Hoek CED, *dat is Schilb. Rl. van* AB.

En zoo met alle andere.

Van



Van de nevenstaande Figuur, recht in B zijnde, zijn gegeven de Scheefhoeken A en C:

Op de zelve manier vint men,

Om AC te vinden, deze Regel.

Gelijk de Straal
Tot Schilboogs Raaklijn A
Alzoo Schilboogs Raaklijn C
Tot Schilboogs Hoekmaat A C.

Om AB te vinden, deze Regel.

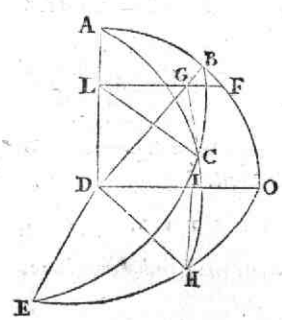
Gelijk de Straal
Tot Schilboogs Snylijn A,
Alzoo Schilboogs Hoekmaat C
Tot Schilboogs Hoekmaat AB.

En zoo met alle andere.

Demonstraty.

Van de Regelen in deze twee Voorstellen begrepen.

Op de Regelen ven 't eerste Voorstel.



Aanmerkt, van de nevenstaande Figuur AO, OE, AH, EB, *elk voor een vierendeel ronts:* CL, CG, HI, *voor Perpendicularen op* DA, DB, DO; *zoo is* CL *Hoekmaat van* AC, CG *Hoekmaat van* CB, *en* HI *Hoekmaat van* HO, *of van de Hoek* CAB. *Dan is 't* DH *tot* LC, *als* HI *tot* CG: *dat is, de Straal, tot Sinus van de Schuynze* AC, *alzoo Sinus van de Scheefhoek* BAC, *tot Sinus van zijn overstaande zijde* BC, *de Inhout van de eerste Regl. Staat dan deze evenredigheit te bewijzen.*

Op de eerste Regel.

Om dat AH, EB *en* EO *yder een vierendeel ronts doen, daarom zijn de Hoeken* ADH, BDE, EDO *alle recht; en dewijl* CLA, CGB *mede recht zijn, daarom is* LC *evenwijdig* HD, *en* CG *en* HI *beyde evenwijdig* ED, *en daarom* CG *evenwijdig* HI, *na de* 9 *des* 11 *Eucl. En de Hoek* GCL *als de Hoek* IHD, *na de* 10 *des* 11 *Eucl. Het vlak* LCGL *evenwijdig aan het Vlak* DHID, *na de* 15 *des* 11, *en over zulks* LG *evenwijdig* DI *na de* 16 *des* 11 *Eucl., en daarom* GLC *als* IDH *na de* 10 *des* 11 *Ecl.*

De Drieboeken CLGC, HDIH *zijn dan gelijkboekig, om dat ze twee Hoeken gelijk hebben, gelijk nu alrede bewezen is, en daarom zijn de zijden evenredig, dat is,* DH *tot* LC, *als* HI *tot* CG. *'t Geen bewezen moest werden. En alzoo blijkt de zekerheit van de eerste Regel.*

Op de tweede Regel.

Deze blijkt door verwisseling van de proporty van de eerste Regel, en door de 1 *Leering.*

De 1 *Reg. is, Straal-- Sinus* AC, *alzo Sin.* A-- *Sin.* CB
verw. komt, Sinus AC-- *Straal, alzo Sinus* BC-- *Sin.* A
of, na de 1 *L. Straal--Sch. Sn.* AC, *alzo* ⌣

De Inhout van de tweede Regel.

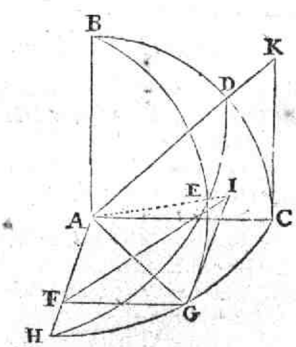
Op de darde Regel.

Deze wert op de zelfde manier uyt de eerste getrokken als de tweede daar uyt getrokken is.

De 1 *Reg. is, Straal--Sinus* AC, *alzo Sinus* A--*Sin.* BC
verw. komt, Sinus A--*Sinus* BC, *alzo Straal-- Sin.* AC
of, na de 1 L. *Straal* ⌣ ⌣*Sch. Sn.* A ⌣

De Inhout van de darde Regel.

Op de Regelen van het tweede Voorstel.



Aanmerkt, van de nevenstaande Figuur, BC, HC, BG, HD *elk voor een vierendeel rondts, zoo is* HEGH *een Driehoek recht in* G: CK, GI, GF *voor Perpendicularen op* AC, AG, AH; *zo is* CK *Raaklijn van* CD, *of van de Hoek* GHE; GI *Raaklijn van de Boog* GE; *en* GF *Hoekmaat van de Boog* HG: *dan is 't,* AC *tot* FG, *als* CK *tot* GI; *dat is, de Straal tot Hoekmaat* HG, *alzoo Raaklijn van de Scheefhoek* GHE, *tot Raaklijn van zijn overstaande zijde* GE, *de Inhout van de eerste Regel op dit Voorstel. Staat dan deze evenredigheit te bewijzen.*

Op de eerste Regel.

Om dat BC, BG, *en* HC *yder een vierendeel ronts doen, daarom zijn de Hoeken* BAC, BAG, HAC *alle recht: en dewijl* GFA, IGA, KCA *mede recht zijn, daarom is* FG *evenwijdig* AC, *en* IG, KC *beyde evenwijdig* AB, *en over zulks ook* IG *evenwydig* KC, *na de* 9 *des* 11 *Eucl., en daarom de Hoek* FGI, *als de Hoek* ACK, *na de* 10 *des* 11 *Eucl., en derhalven is het Vlak* FGIF *evenwijdig aan het Vlak* ACKA, *na de* 15 *des* 11, *en bygevolg* FI *evenwijdig* AK, *na de* 16 *des* 11 *Eucl.* (*om dat* I *en* F *beyde in 't Vlak* AHDA *zijn, of in zijn verlengde,* F *uyt zich zelfs, en* I *om dat* AE *in dit*

Vlak

Vlak is, en om dat I *in de verlengde* AE *is) en daarom* GFI *gelijk* CAK *na de* 10 *des* 11 *Eucl.*

De Drieboeken FGIF, ACKA *zijn dan gelijkhoekig, om dat ze twee Hoeken gelijk hebben, gelijk nu alrede bewezen is, en daarom zijn de zijden evenredig, dat is* AC *tot* FG, *als* CK *tot* GI, *'t geen bewezen moest werden. En alzoo blijkt de zekerheit van de eerste Regel.*

Op de tweede Regel.

De 1 *Reg. is, Str.-- Sinus* AB, *alzo--Tang.* A--*Tang.* BC *verw. k. Sinus* AB--*Straal, alzo--Tang.* BC--*Tang.* A *of, na de* L. *Straal--Sb. Sl.* AB, *alzo* —

De Inhout van de tweede Regel.

Op de darde Regel.

De 1 *Reg. is, Straal--Sin.* AB, *alzo-Tang.* A--*Tang.* BC *verw. k. Tang,* A-- *Tang* BC, *alzo-- Straal--Sinus* AB *of, na de* 2 L. *Straal* — —*Sb. Rl.* A—

De Inhout van de darde Regel.

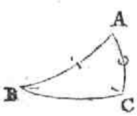
II. HOOFTSTUK.

Van de Scheefhoekige.

III. VOORSTEL.

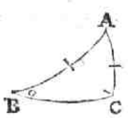
Als de Termen tegens malkander overstaan.

Regel. Om een Zijde te vinden.



Gelijk Sinus van de Hoek over de bekende Zijde
Tot Sinus van de bekende Zijde;
Alzoo Sinus van de Hoek over de begeerde Zijde
Tot Sinus van de begeerde Zijde.

Regel. Om een Hoek te vinden.



Gelijk Sinus van de Zijde over de bekende Hoek
Tot Sinus van de bekende Hoek,
Alzoo Sinus van de Zijde over de begeerde Hoek
Tot Sinus van de begeerde Hoek.

Exempels.

Op 't I. Laat AB doen 30.0 : de Hoek B 23.36: en de Hoek C 38.15′ : vrage na AC?

Sinus C *Sinus* AB *Sinus* B *Sinus* AC
61909 — 50000— 39875? komt 32204, van 18.47′

Op 't II. Laat AB doen 30.0 : AC 18.47′: de Hoek C 38.15′: vrage na de Hoek B?

Sinus AB *Sinus* C *Sinus* AC *Sinus* B
50000— 61909— 32199? komt 39868, van 23.36

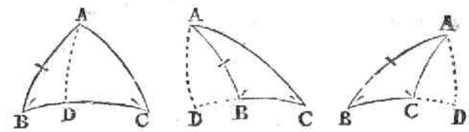
Door de Logarithmus.

I. *Sinus* AB 30.--- = 9.6989700
Sinus B 23.36 = 9.6006997
———— verg.
19.2996697
Sinus C 38.15′ = 9.7917566
———— afg.
Sinus AC 18.47′ = 9.5079131

II. *Sinus* C 38.15′ = 9.7917566
Sinus AC 18.47′ = 9.5078428
———— verg.
19.2995994
Sinus AB 30.--- = 9.6989700
———— afg.
Sinus B 23.36 = 9.6006294

Demonstraty

Op de eerste Regel.



Trekt de Perpendiculaar AD, *dan is 't, volgens de eerste Regel van 't eerste Voorstel,*

Straal — Sinus AB, *alzoo Sinus* B — *Sinus* AD
Sinus C-- *Sinus* AD, *alzoo Straal — Sinus* AC

De twee stralen, en de twee Hoekmaten AD, *tegen den anderen uytgedaan, na het* 13 *Voorstel van 't eerste boek, komt*

Sinus C — *Sinus* AB, *alzoo Sinus* B — *Sinus* AC

De Inhout van de eerste Regel.

Op de tweede Regel.

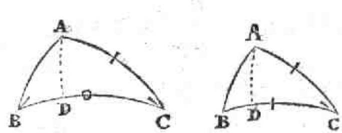
Door verwisseling van deze laatste property is 't
Sinus AB — *Sinus* C, *alzoo Sinus* A C — *Sinus* B

De Inhout van de tweede Regel.

IV. VOORSTEL.

Als de Termen niet tegens malkander overstaan.

Deze kan men gevoeglijk door Rechthoekige ontbinden, *latende een Perpendiculaar vallen van 't eene eynde eener bekende Zijde aan wiens ander eynde een bekende Hoek is.*



Gelijk in de nevenstaande Figuren, moet men in de eerste Figuur de Perpendiculaar laten vallen uit A, en in de tweede uyt A, of uyt B.

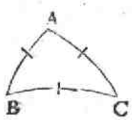
En hier door wert de gegevene Driehoek verdeelt in twee Rechthoekige, of daar wert zoodanigen een aangevoegt, en een van deze twee heeft altijt drie bekende Palen, en men kan lichtelijk zien door wat middel dat ze konnen ontbonden werden; gelijk in de bovenstaande wert ABCA gedeelt in twee Rechthoekige CDAC en BDAB; en een van deze, als DCAD, heeft drie bekende Palen, als AC, de Hoek C, en ADC recht, waar door men vint de Perpendiculaar AD, en het deel CD: dan is van DBAD drie deelen

deelen bekent, AD, en de Hoek BDA recht in beyde; B in de eerste, en BD in de tweede Figuur, hier door vint men BD in de eerste, en B in de tweede Figuur: dan is BC bekent in de eerste, en B in de tweede Figuur, die in beyde begeert wierden.

V. VOORSTEL.

Drie Zyden bekent zijnde; een Hoek te vinden.

Regel.



Gelijk het vermenigvuldigde der Hoekmaten van de twee zijden om de begeerde Hoek
Tot het Vierkant van de straal,
Alzoo Pyl van de darde zijde, min Pyl van het verschil der twee andere zijden
Tot Pyl van de begeerde Hoek.

Anders, voor de Logarithmus.

Vergaart de drie zijden te zamen, van de helft der zomme trekt ider zijde rakende de begeerde Hoek, komende twee resten: dan

Gelijk de straal
Tot Sinus van de eene zijde om de begeerde Hoek,
Alzoo Sinus van de andere zijde om de zelve Hoek
Tot een vierde evenredige.

En dan

Gelijk de vierde evenredige
Tot Sinus van het eene verschil,
Alzoo Sinus van het ander verschil
Tot halve Pyl van de begeerde Hoek.

By dese halve Pyl vergaart de Logarithmus van de straal, de zom gehalveert zijnde, geeft Sinus van de halve begeerde Hoek.

Exempel.

Laat BC doen 76.24′: AB 44.6: en AC 37.6: vrage na de Hoek B.

Sinus van 76.24 BC is 97196 | 100000 } Straal.
Sinus van 44. 6 AB is 69466 | 100000 }

verm.

komt 6751817336 | 10000000000
of 67518 —— en 100000 de vyf achterste letters van beyde afgesneden.

BC 76.24′
AB 44. 6

verschil 32.24′, zijn Pyl is 15567
AC 37. 6, zijn Pyl is 20136

afget. rest 4569

dan is 't

67518 - 100000 - 4569 ? komt 6767
Pyl van 21.12′ voor de Hoek B.

Door de Logarithmus.

BC 76.24
AB 44. —
AC 37. —

157.24′

2

78.42′ — 78.42′
BC 76.24′ — 44. — AB

Verschillen 2.18′ — 34.42′
Sinus BC 66.24′ = 9.9876488
Sinus AB 44. — = 9.8417713

verg.

Vierde evenred. 19.8294201
Sinus 1 vers. 2.18 = 8.6034886
Sinus 2 vers. 34.42 = 9.7553256

verg.

18.3588142
Vierde evenred. 9.8294201

afg.

halve *pyl en straal* 18.5293941

2

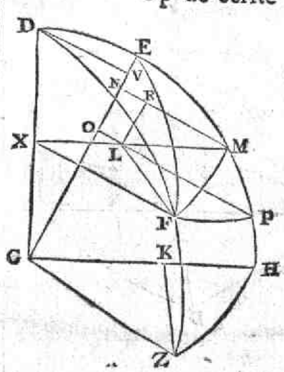
Sinus 10.36′ —— 9.2646970

2

Hoek B 21.12′

Demonstraty,

Op de eerste Regel.



Laat, van de nevenstaande, DFED *de gegeve Driehoek zijn*, FDE *de begeerde Hoek. Sinus* ED *is* DV, *en Sinus* DF *is* FX: *aanmerkt* DM *gelijk* DF, *en* EP *als* EF, *zoo is* EM *het verschil tussen* ED *en* DF, *wiens Pyl is* EN, *dese getrocken van* EO, *Pyl van* EP, *of* EF, *de zijde over de begeerde Hoek, blyft* NO, *voor het verschil der Pylen, zijnde gelijk* LR. *Hoekmaat* DM, *zijnde gelijk* DF, *is* MX. KH *is Pyl van* ZH, *of de Hoek* FDE. *Ik zegge* dat het vermenigvuldigde DV, MX, is tot het vermenigvuldigde DG, GH; als LR, tot KH.

't Bewys. *Om dat* PO *evenwydig is met* DV, MX *rechthoekig op* DG, *en* LR *paralel aan* GE, *daarom zijn de Driehoeken* DGVD, RLMR *gelijkhoekig: Vorders, om dat* DM *is als* DF, *en* EP *als* EF, *daarom staan de Vlakken* MFXM, PFLP *beyde Rechthoekig op het Vlak* DGHD; *en dewijl hare gemeene snee* FL *is, daarom is* FL (*na de* 19 *des* 11 *Eucl.*) *rechthoekig op het Vlak* DGHD, *en vervolgens mede op* XM; *en om*

 dat

dat FXL *is als* ZGK, *daarom zijn de Driehoeken* FLXF, ZKGZ *gelijkhoekig, en, na de 4 de 6 Eucl. evenredig, over zulks is 't,*

XF —— GZ

of, XM —— GH
als XL —— GK
———————— afg.

zoo is, XM —— GH; als LM —— KH
ook is, DV —— DG, als LR —— LM

De LM *in beyde de proportien uytgelaten, en de onderstaande vermenigvuldigt, komt*

□ DV, XM — □ DG, GH, als LR —— KH.

Of, het vermenenigvuldigde van de Hoekmaten der Zijden om de begeerde Hoek, (□ DV, XM) *tot het Vierkant van de Straal,* (□ DG, GH) *alzoo* LR *Pijl,* &c. *tot* KH *Pijl van de begeerde Hoek: de woorden van de Regel, 't geen,* &c.

Demonstraty

Op de tweede Regel.

Laat, van de bovenstaande Figuur, ESPE *de gegeve Driehoek wezen, en* SEP *de Hoek die begeert wert. Aanmerkt* EC *als* ES, PY *als* PS, *even gelijk in de voorgaande Figuur, en* W *voor het midden van* CY; *zoo is* EW *de halve zom der drie zijden;* CW *is het verschil tusschen* ES *en deze halve zom, en* PW *het verschil tussen* EP *en het zelvige.*

Aanmerkt CI, PV *voor Perpendicularen, zoo zijn deze de Hoekmaten van* ES, *of* EC *en* PE: *en getogen hebbende* XW, *zoo is* CK *Hoekmaat van* CW; *en* YQ *rechthoekig door* XP *trekkende, zoo is* PQ *gelijk* PY *en dan* QC *trekkende, en door het midden* XOA, *zoo is* AC *gelijk* AQ, *en by gevolg* AP *gelijk de helft* CY, *of gelijk* CW, *en daarom is* CA *gelijk* WP, *en overzulks is* CO *Sinus van* PW, *het ander verschil.*

Indien uyt C *getrokken wert* CF *evenwijdig* PX, *en* IF *evenwijdig* QY, *zoo is de* △ CFIC *gelijkhoekig aan de* △ PXVP, *ter oorzaake dat* ICF *is gelijk* VPX, *en* CIF *gelijk* VXP, *om reden dat* XIC *recht, en* IF *rechthoekig door* XP *gaat, om dat* QY *zulks doet, daar aan dat* IF *evenwijdig is.*

Daarom, XP —— PV, als IC —— CF,

En om dat XP *de Straal,* PV, IC *de Hoekmaten van de zijden om de begeerde Hoek zijn; en* CF *een vierde evenredige van deze is; zoo is deze* CF *het geen het eerste lid, of de eerste proporty van de gestelde Regel, uytlevert: resteert dan het tweede te bewijzen.*

Dewijl ZT *aan* IF *evenwijdig is,*

Daarom, CF —— CT, als CI —— CZ,
Maar, HX —— HG, als —— ——, *volgens het gene bewezen is in de Demonstraty op de eerste Regel,*

Daarom is CF —— CT, *als* HX —— HG

Voorts, dewijl de Boog AC *is de helft van* QAC, *en* AXC *een Hoek is in het Centrum, en* QYC *een in den Omtrek, daarom is* OXC *gelijk* TYC, *en dewijl* COX *gelijk* CTY, *of* CFI, *of* PVX *recht is, daarom zijn de* △ *en* COXC, CTYC *gelijkhoekig, en by gevolg*
CT —— CY, als CO —— CX
maar boven is CF —— CT, als HX —— HG

CT *in beyde de proportien uitgelaten, gelijk mede* HX CX, *die gelijk zijn,*

komt, CF —— CY, als CO —— HG

2 ———   2 ———
of, CF —— CK, als CO —— HN

Dat is, de voren gevondene vierde evenredige, tot Sinus van het eene verschil, alzoo Sinus van het ander verschil, tot Pijl van de halve begeerde Hoek; dewijl GH *Pijl van de heele Hoek is, en* MN, *uyt het midden van* DH, *getogen is evenwijdig aan* DG. *'t Geene het tweede lid van de gestelde Regel is.*

En dewijl de Hoek XMH *recht is, daarom is* MH *Sinus van de helft* HD, *of de Hoek* SEP, *midden evenredig tussen de gevondene* NH *en de Straal* HX, *en by gevolg zal de* √q. *uyt het gemultipliceerde van* HN *met* HX *de lenkte van* HM *aanwijzen.*

En alzoo is de Regel in alle fijne deelen bekrachtigt.

VI. VOORSTEL.

Driehoeken bekent zijnde: een Zijde te vinden.

Regel.

Zoekt de Weergade, die men vint, stellende voor de overstaande Zijde 't getal van de Hoek, indien de Hoek scherp is, maar fijn vervultzel tot 180 *graden, indien ze bot is, en soekt de Hoek oveo de begeerde Zijde na de regel van het vijfde Voorstel, dese is als de begeerde Zijde.*

BY-

BYVOEGSEL.

Van de uytrekening der Sinus, Tangens en Secans, en ook van de Logarithmus

DE uytrekening van dese dingen sullen wy hier byvoegen, om dat gy misschien begeerig sult zijn te weten op wat wyse dat dese gevonden zijn: tot het gebruyk is dese kennisse niet noodsakelijk; om u te vergenoegen voeg ikz'er alleenlijk by. Wy zullen UL. eerst voordragen hoedanig dat de Tafel Sinus, &c. kan uytgerekent werden, en daar na toonen door welke middelen de Logarithmus verkregen wort. Wy zullen in deze kort zijn, eensdeels om UL. niet op te houden, en andersdeels om dat wy deze zaken alrede verhandelt hebben in onze Driehoeks Meting, daar in gy meerder bezonderheden zult vinden.

I, HOOFTSTUK.

Van de Sinus Tangens en Secans.

Stelt de halve Middellijn van een Ront op 1 en eenige nullen daar achter, twee nullen meerder als men de Tafel Sinus, &c. groot begeert te hebben, om de Breuken in de uytrekening te mijden: zoo men de Radius in de Tafel wil hebben op 100000, zoo moet men hen in de uytrekening stellen op 10000000, welk getal wy zullen gebruyken.

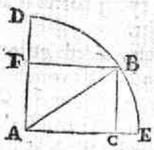
Om de Sinus te vinden.

Deze is het fondament van de Tangens en Secans, gelijk in het gevolg zal blijken.

Eer wy ter zake komen zoo zullen wy twee Voorstellingen voor af stellen, om dat ze ons bezonder dienstig zijn.

I. *Voorstel.* de Sinus van een Boog bekent zijnde; zijn Sinus Complement te vinden.

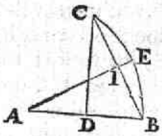
Regel *Trekt het Vierkant van de Sinus van het Vierkant van de Straal, de* $\surd$ *q. uyt de rest is zijn Sinus Complement.*



't Bewijs. Zoo DAE recht, en BC, BF Perpendicularen zijn, zoo is BC Sinus van de Boog BE, en BF Sinus van zijn Schilboog BD: indien dan het Vierkant BC getrokken wert van het Vierkant AB, zoo zal de rest zijn het Vierkant AC, of BF, dewijl deze gelijk zijn, en by gevolg zal de $\surd$ q, uyt deze rest de lenkte van de lijn BF aanwijzen: 't geen de Regel zegt.

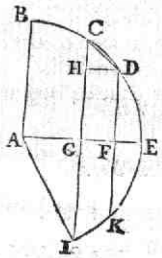
II. *Voorstel.* De Sinus van een Boog, en die van zijn Schilboog bekent zijnde: de Sinus te vinden van de helft van deze Boog.

Regel. *Trekt de Schilboogs Hoekmaat van de Straal het Vierkant van de rest vergaart by het Vierkant van de gegeve de Sinus, uyt de zom trekt de* $\surd$ *q., de helft van de uytkomst is Sinus van de halve gegeve Boog.*



't Bewijs. Zoo A het Centrum van de Boog BEC is, en dat CDB en AIC recht zijn, zoo is CD Sinus van de Boog BEC, en CI Sinus van CE, de helft van BEC, die men vint, trekkende AD, Sinus Complement BEC, van AB de Straal, rest DB de Pijl, wiens Vierkant vergaart by het Vierkant van CD, komt het Vierkant van CB, en by gevolg wijst de $\surd$ q. aan de lenkte BC, daar af dat CI de helft is, naar 3 des 3 Eucl.: dat de Regel bevestigt.

Om nu ter zake te komen, zoo laat ons vinden de



Zijde van een gelijkzijdige Figuur zoo in een ront kan beschreven werden, en een zoodanige die de meeste hoeken heeft. Euclides leert ons, in zijn 16 Prop. des 4 Boeks, dat de rechte CD de Zijde van een vijftien hoek zal wezen, ingeval dat CI, DK evenwijdig zijn, en dat de eerste de zijde van een Drie, en DK de Zijde van een Vijfhoek is: zo laat ons zien op wat wijze wy de lenkte van CD zullen bekomen, dewijl wy geen Figuur konnen vinden die meerder hoeken heeft als deze.

Euclides bevestigt in zijn 12 Prop. van 't 13 boek, dat het Vierkant van de zijde van een Driehoek driemaal grooter is als het Vierkant van de Straal, daarom het Vierkant van de Straal driemaal genomen komt, 30000000000000, hier uyt de $\surd$ q., komt 17320508 voor de lenkte van CI.

Uyt de 9 en 10 des 13 Euclid. konnen wy vinden de zijde van een Vijfhoek, of volgens ons 22 Werkstuk van ons tweede deel der Meetkonst, op deze wijze.

DO is 10000000, en zijn □ 100000000000000
OQ is 5000000, en zijn □ 25000000000000

□DQ, of □QR 125000000000000

$\surd$

QR 11180340
hier af OQ 5000000

zijde van de Tienhoek RO 6180340

$\surd$

□RO 38196602515600
□DO 100000000000000

□DR 138196602515600

$\surd$

komt DR, of DG 11755704 de zijde van de Vijfhoek,

Zijnde in de bovenstaande Figuur de lenkte van de lijn DK.

Dan CI, DK beyde gehalveert, komt 8660254

voor

voor CG, en 5877852 voor DF, welkers verschil is 2782402 voor HC. Door CG en DF vint men, volgens het eerste Voorstel, AG 5000000, en AF 8090170, diens verschil is voor GF, of voor HD, 3090170. Door deze CH en DH vint men DC op 4158234, de Zijde van de Vijftienhoek, of de Pees van het vijftiende deel van 360 graden, dat is van 24 graden; en dewijl de helft van een Pees de Sinus van de helft van de Boog is, zoo blijkt dat 2079117 is Sinus van 12 graden. Dan vint men de Hoekmaat van zijn Schilboog 78 graden op 9781476, volgens het eerste Voorstel. En dewijl men nu, volgens het tweede Voorstel, kan vinden de Hoekmaten van 6 en van 39 graden, de heeft van deze Bogen, en dan, na het eerste Voorstel, hare Schilbogen, en om dat men deze middel zoo lang kan gebruyken tot dat men op oneffen minuten komt, zoo volgt dat men daar door de Hoekmaten zal vinden van de volgende 64 Bogen, de twee bovenste daar by gerekent.

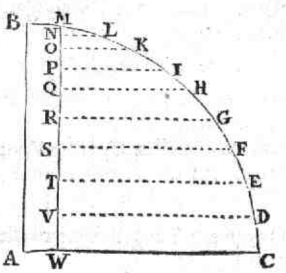
	Bogen gr. m. Sinus		*Schilbogen.* gr. m. Sinus.
	12 : — : 2079117	A	78 : —, 9781476
	6 : — : 1045285	B	84 : —, 9945219
	3 : — : 523360	C	87 : —, 9986295
	1 : 30 : 261769	D	88 : 30, 9996573
	— : 45 : 130896		89 : 15 . 9999143
De helft A,	39 : — : 6293204	E	51 : —, 7771460
	19 : 30 : 3338069	F	70 : 30, 9426415
	9 : 45 : 1693495		80 : 15, 9855561
De helft B,	42 : — : 6691309	G	48 : —, 7431448
	21 : — : 3583679	H	69 : —, 9339804
	10 : 30 : 1822355	K	79 : 30, 9832549
	5 : 15 : 915016		84 : 45, 9958049
De helft C,	43 : 30 : 6883546	L	46 : 30, 7253744
	21 : 45 : 3705574		68 : 15, 9288096
De helft D,	44 : 15 : 6977905		45 : 45, 7160319
De helft E,	25 : 30 : 4305111	M	64 : 30, 9025853
	12 : 45 : 2206972		77 : 15, 9753423
De helft F,	35 : 15 : 5771452		54 : 45, 8166415
De helft G,	24 : — : 4067366	N	66 : —, 9135455
De helft H,	34 : 30 : 5664062	P	55 : 30, 8241262
	17 : 15 : 2965426		72 : 45, 9550199
De helft K,	39 : 45 : 6394390		50 : 15, 7688418
De helft L,	23 : 15 : 3947439		66 : 45, 9187912
De helft M,	32 : 15 : 5336145		57 : 45, 8457278
De helft N,	33 : — : 5446390	Q	57 : —, 8386706
	16 : 30 : 2840153	R	73 : 30, 9588197
	8 : 15 : 1434926		81 : 45, 9896514
De helft P,	27 : 45 : 4656145		62 : 15, 8846876
De helft Q,	28 : 30 : 4771588	S	61 : 30, 8788111
	14 : 15 : 2461533		75 : 45, 9692309
De helft R,	36 : 45 : 5983246		53 : 15, 8012538
De helft S,	30 : 45 : 5112931		59 : 15, 8594064

Verders, dewijl, na de 9 des 13 Euclidis, RO de zijde van de Tienhoek is, die in de uytrekening op de zijde van de Vijfhoek gevonden is op 6180340, daarom is de helft van deze, te weten 3090170, Sinus van 18 graden: hier door vint men, op de voorgaande wijze, de Hoekmaten van 32 Bogen.

En, om dat, na de 15 des 4 Euclidis, de straal de zijde van een Zeshoek is, en by gevolg, dat 5000000 de Sinus is van 30 graden, zoo vint men daar door de Sinus van 16 Bogen.

En voor 't laast, om dat, na de 6 des 4 Euclidis, de Pees van een Quadrant, diens Vierkant tweemaal grooter is als het Vierkant van de Straal, de zijde van een Vierhoek is, daarom, uit 200000000000000 de $\surd$ q. trekkende, komt 14142136 voor de Pees van 90 graden, dies is 7071068 de Sinus van 45 graden: hier door vint men noch de Hoekmaten van 8 Bogen.

En alzoo zijn de Hoekmaten gevonden van 120 Bogen, die van den anderen alle zullen verschillen 45 minuten. Indien men het verschil tusschen de lenkte van deze Hoekmaten door 45 deelde, zoo zou men daar door de geheele Sinus Tafel konnen volmaken: maar het zal beter zijn dat men hen op deze wijze uytrekent.

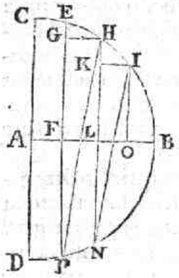


Aanmerkt CM voor een Boog van 2 gr. 15 m. diens Sinus WM alrede gevonde is op 392598: CM, in de punten D, E, F, &c. in 9 gelijke deeltjens gedeelt zijnde, en getogen hebbende de lijnen DV, ET &c. evenwijdig aan CA, zoo is WP Hoekmaat van 1 gr. 30 m. wiens lenkte alrede gevonden is op 261769; dit van WM 392598, rest voor PM 130829, het darde deel is 43610, een weynig grooter als NM, dit van WM, rest 348988, dat een weynig korter is als WN Sinus van 2 graden CL. Vorder.

Trekt WS, Sinus van 45 minuten, alrede gevonden op 130896, van WM 392598, rest voor SM 261702, het derde deel is 87234, wat meerder als PN; hier by PW Sinus van 1 gr. 30 m. 261769, komt 349003, dat een weynig meerder is als WN, Sinus van 2 graden.

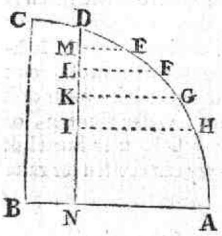
En dewijl 348988 wat minder, en 349003 wat meerder is als de Sinus van 2 graden, daarom hebben de uytrekenaars van de Tafel de helft van de zom van deze, dat is 348995, genomen voor de Sinus van 2 graden.

Dat de lijnen WV, VT, TS, &c. gedurig kleender werden, alhoewel de Bogen CD, DE, EF, &c. gelijk blijven, blijkt uyt het volgende, IH gelijk HE nemende, om dat in zoodanigen geval de △ en HGPH, IKNI gelijkhoekig zijn, en by gevolg,



volg, GH tot KI, of FL tot LO, als HP tot NI, en daarom LO kleender als FL, dewyl IN korter is als HP.

Hier door konnen, door middel van de twee voornoemde Voorstellen, wederom gevonden werden verscheyde Bogen, te weten 192, waar onder zullen wesen 1 gr. 45 m., en 2 gr. 45 m., voor welkers Hoekmaten dat men zal vinden 305385 en 479781. Nu gebreken der noch 48 Bogen om ze alle te hebben die maar 15 minuten van den anderen verschillen. En dewyl dese gevonden werden als men de Hoekmaat van 2 graden 30 minuten heeft, zoo hebben de Autheuren de Sinus van dese gesocht op dese wyze.



Laat AH een boog zijn van 1 gr. 45, en AD een van 2 gr. 45 minut. wiens Hoekmaten NI, ND doen 305385 en 479781, deze van den anderen getogen, rest voor ID 174396, het vierde part is 43599, dat een weynig langer is als LM (nemende dat E, F en G de Boog HD in vieren gelijk deelen) dit by LN, Hoekmaat van 2 gr. 15 m, gevonden op 392598, komt 436197, dat een weynig langer is als NM Sinus van 2 gr. 30 m. Voorts.

NL, Sinus van 2 gr. 15 m. die 392598 doet, getrokken van ND 479781, blijft voor LD 87183, wiens helft 43591 een weynig kleender is als LM. Trekt ook NK, Hoekmaat van 2 graden, 348995, van ND 479781, rest 130786 voor DK, het derde deel 43595 is een weynig grooter als LM: hier by vergaart 43591 een weynig kleender, komt 87186, de helft is 43593 voor LM, doch evenwel een weynig kleener, dit vergaart by NL 392598, komt 436191, een weynig kleender als MN Sinus van 2 gr. 30 m.

Daarom dit laaste, dat kleender is, vergaart by 436197, dat grooter is, en de zom gehalveert, komt 436194 dat voor de Sinus van 2 gr. 30 m. genomen wert: en hier door vint men de Hoekmaten van de resterende 48 Bogen.

En alzoo zijn ze gevonden van 360 Bogen die alle van den anderen verschillen 15 minuten: nu wert de Tafel voltoyt, *deelende het verschil der Hoekmaten van de Bogen, wiens minuten dat begeert werden, door 15, en vergarende de uytkomst zoo menigmaal als de Boog minuten vermeerdert.*

By voorbeelt. Men begeert ze te hebben van 1 minuit. De Sinus van 15 minuten, doende 43633, gedeelt door 15, komt 2909 Sinus van 1 minuit. Verdubbelt, komt 5818 Sinus van 2 m., met 3 vermenigvuldigt, komt 8727 Hoekmaat van 3 minuten, en zoo voort.

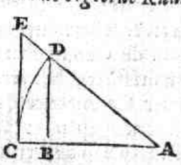
Om ze van 16 minuten te hebben, trekt 43633, Sinus van 15 m. van 87265, Sinus van 30 m. rest 43632, dit door 15 gedeelt, komt 2909, en vergaart by 43633, Sinus van 15 m., komt 46542, Sinus van 16 minuten, en zoo voort, t'elkens het verschil tussen yder 15 m. deelende door 15, en het Quotient multiplicerende met 1, 2, 3, 4, &c. en vergarende by de Sinus van de laatst gevonden Boog, men bekomt de Hoekmaten van minuit tot minuit, tot de vervullinge van de Tafel toe.

Indien wy de Algebra tot ons behulp hadden genomen, om daar door een Boog in drie, of vijf gelijke deelen te deelen, zoo zou men de Sinus van 2 graden, en van 2 graden 30 minuten, door een zekerder middel hebben gevonden, en daar door mede de Hoekmaat van 5 minuten, en andere, maar om dat dit meerder moeiten zoude in hebben, en nu noch niet wel verstaan werden, en ook om dat het waarschijnlijk is dat het verschil niet merkelijk zal zijn, zoo zullen wy het hier by laten berusten, en overgaan.

Om de Raaklijnen te vinden.

De Hoekmaten bekent zijnde zoo vint men de Raaklijnen volgens deze Regel.

Gelijk Schilboogs Hoekmaat waar van dat de Raaklijn begeert wert,
Tot Hoekmaat van de Boog wiens Raaklijn gezocht wort,
Alzoo de Straal,
Tot de begeerde Raaklijn.



Dat is, in de nevenstaande Figuur, AB tot DB, alzoo AC tot CE.

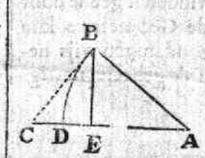
Genomen men begeerde de Raaklyn van 34 graden.

Sinus comp. 34 gr. *Sinus* 34 gr. *Straal*
8290376 AB — 5591929 DB — 10000000 AC?
komt 6745085 voor CE, Tang. van 34 graden CD.

Om de Snylynen te vinden.

Dit geschiet volgens dese Regel.

Gelijk Schilboogs hoekmaat van de Boog wiens Snylijn begeert wert,
Tot de Straal,
Alzoo de Straal,
Tot Snylijn van de begeerde Boog.



Dat is, AE tot AB alzoo AB tot AC, ter oorzake dat AB middenevenredig is tussen AE en AC, om dat de Hoeken AEB, ABC recht zijn.

Dat is, begeerende de Snylyn van 34 graden.

Sinus comp. 34 gr. *Straal* *Straal*
8290376 AE — 10000000 AB — 10000000 AB?
komt 12062180 voor AC, Snylyn van 34 graden BD.

Dewijl wy nu getoont hebben op wat wijze dat de geheele Tafel Sinus, Tangens en Secans uytgerekent wert, zoo zullen wy af korten: indien gy meerder bezonderheden in deze begeert, ziet wat onze Driehoeks-meting, tuſſen pagina 75 en 89, U hier van voordraagt, alwaar veele van deze lijnen door een ſimpele addity en ſubſtracty gevonden werden.

II. HOOFTSTUK.

Van de Logarithmi.

De Logarithmi is een Arithmetiſche progreſſy, tegens dat de getallen, waar op dat zy paſſen, is een Geometrice: of de eerſte klimmen op of af met gelijke delen, tegens dat de getallen, daar op dat zy haar reſpecty hebben, met een gedurige evenredigheit voortgaan.

A	B	A	B
1	0	1	0
2	1	x	y
4	2	xx	2y
8	3	x3	3y
16	4	x4	4y
32	5	x5	5y
64	6	x6	6y

Indien A een Geometrice progreſſy, of een gedurige evenredige voortgang is, en dat B een Arithmetice is, of een die met gelijke grootheden opklimt, zo zegt men B de Logarithmi te wezen van A, of die op A haar reſpecty heeft, of daar op paſt. En daar is niet aan gelegen met welke grootheden dat men deze doet voortgaan, zoo ze maar ſlechts deze hoedanigheden behouden.

Indien men de Arithmetice progreſſy van de 0 laat beginnen, zoo heeft ze die eygenſchap dat ze door *addity* het zelfde te wege brengt dat de *multiplicaty* doet in de Geometrice, en door *ſubſtracty* dat de *diviſy* doet: of beter, dat de zom van twee termen uyt de Arithmetice progreſſy aanwijſt in de Geometrice, door het geene dat nevens deze zom ſtaat, het vermenigvuldigde van die getallen der Geometrice die nevens de vergaartallen der Arithmetice geplaaſt zijn: waar uyt moet volgen dat de ſubſtracty van de Arithmetice het Quotient moet aanwijzen van de Geometrice.

By voorbeelt. In de Arithmetice 2 by 3 vergaderende komt 5, dit ſtaat nevens 32, welke 32 het product is multiplicerende 4 met 8, de getallen in de Geometrice progreſſy zijnde die nevens de 2 en 3 gevonden werden: in de Arithmetice 2 van 6 aftrekkende reſt 4, daar nevens ſtaat 16, te kennen gevende dat 4 in 64, de getallen die nevens de 2 en 6 ſtaan, 16 maal begreden is: 2y by 3y adderende komt 5y, dat nevens x5 ſtaat, het product van xx met x3.

Men ziet dan dat men door addity en ſubſtracty van de Arithmetice zal konnen vinden 't geene door de multiplicaty en diviſy van de Geometrice kan gevonden werden, als deze op zoodanigen wijs nevens malkander ſtaan, 't welke de geheele nuttigheit en het gebruyk van de Logarithmi is.

't Volgt dan mede dat men door de *verdubbeling* van de Logarithmus zal vinden het *quadraat* in de Geometrice, en dat het *drievoud* zijn *teerling* zal aanwijzen: de *helft* zal de √q, en het *derde deel* de √c moeten doen vinden. Gelijk blijkt, 2 verdubbelende komt 4, dat nevens 16 ſtaat, het quadraat van 4. En 6 halverende komt 3, dat nevens 8 ſtaat, 't geen de √q is uyt de 64 die nevens de 6 is gevoegt.

Wy zien dan dat men een groot gerief in deze getallen zal vinden als de eerſte van A begint van een en opklimt met een, en zoodanig tot een groot getal voortgaat, mits dat als dan B getallen zijn die de gezeide hoedanigheit behouden. *H. Briggius*, gewezene Profeſſor tot Oxfort, heeft ons deze uytgerekent in geheele getallen van 1 tot 100000, en ook van de Sinus, Tangens en Secans, waar door wy een groot gemak vinden in de uytrekening van groote multiplicatien en diviſien, gelijk veeltijts plaats heeft in de Klootze Driehoeks rekening, waar in ze ook het meeſte gebruykt werden, en dat de voornaamſte reden is waarom wy deze beſchrijving doen; maar *Johannis Nepperus* heeft de eer van deze eerſt gevonden te hebben, waar in hy geen kleene lof verdient heeft, niet alleenlijk om de nuttigheit van 't gebruyk, maar ook om de aardigheit van de inventy; welke vinding, of de manier van uytrekening wy U L. hier kortelijk zullen voordragen, waar in wy ten eerſten ter zake zullen komen.

Van de uytrekening der Logarithmi.

Indien men de Colom A in een Geometrice progreſſy laat opklimmen, zoo is het zeer gemakkelijk hare Logarithmi te vinden door een ſimpele addity: maar A willende doen opklimmen in een Arithmetice progreſſy, zulks dat ze t'elkens met de eenheit vermeerdert wert, te weten, dat men hen in deze, 1, 2, 3, 4, &c., order wil doen voortgaan, zoo heeft het grote ſwarigheit om de Logarithmi hier op te vinden. Ziet hier de middelen waar door ze uitgevonden zijn.

1 | 0 x ∞ 10 en y ∞ 1 ſtellende, of de Loga-
2 | . rithmus van 10 op 1 ſtellende, (dat in de eer-
3 | . ſte geſchieden mag, om dat deze in onſe keur
4 | . ſtaat) *zo wort uyt 10 zo lang de √q getrokken*
5 | . (altijt zo veel nullen daar by doende als van-
6 | . noden is) *tot dat 'er zekere menigte van cijffer*
7 | . *letters*, te weten 4, 5 of 6 cijffers meer als de
8 | . Tafel, of de Radius van de Tafel, zal groot
9 | . wezen, om de breuken te konnen mijden, *de*
10 | 1 *helft is van het geene uyt de laaſtgetrokkene quadraat-wortel is voortgekomen*, de eerſte 1 en de nullen daar aan volgende niet rekenende.

	A	B
	10 Gedurige evenredige getallen.	1. Gedurige halvering van hare Logarithmi.
1	31622. 77660. 16837. 93319. 98893. 54	0. 5
2	17782. 79410. 03892. 28011. 97304. 13	0. 25
3	13335. 21432. 16332. 40256. 65382. 308	0. 125
4	11547. 81984. 68945. 81796. 61918. 213	0. 0625
5	10747. 07828. 32131. 74972. 13817. 6538	0. 03125
6	10366. 32928. 43769. 79972. 90627. 3131	0. 01562. 5
7	10181. 51721. 71818. 18414. 73723. 8144	0. 00781. 25
8	10090. 35044. 84144. 74377. 59005. 1391	0. 00390. 625
9	10045. 07364. 25446. 25156. 64670. 6113	0. 00195. 3125
10	10022. 51148. 29291. 29154. 65611. 7367	0. 00097. 65625
11	10011. 24941. 39987. 98758. 85395. 51805	0. 00048. 82812. 5
12	10005. 62312. 60220. 86366. 18495. 91839	0. 00024. 41406. 25
13	10002. 81116. 78778. 01323. 99249. 64325	0. 00012. 20703. 125
14	10001. 40548. 51 94. 72581. 62767. 32715	0. 00006. 10351. 5625
15	10000. 70271. 78941. 14355. 38811. 70845	0. 00003. 05175. 78125
16	10000. 35135. 27746. 18566. 08581. 37077.	0. 00001. 52587. 89062. 5
17	10000. 17567. 48442. 26738. 33846. 78274	0. 00000. 76293. 94531. 25
18	10000. 08783. 70363. 46121. 46574. 07431	0. 00000. 38146. 97265. 625
19	10000. 04391. 84217. 31672. 36281. 88083	0. 00000. 19073. 48632. 8152
20	10000. 02195. 91867. 55542. 03317. 07719	0. 00000. 09536. 74316. 40625
21	10000. 01097. 95873. 50204. 09754. 72940	0. 00000. 04768. 37158. 20312. 5
22	10000. 00548. 97921. 68211. 14626. 60250. 4	0. 00000. 02384. 18579. 10156. 25
23	10000. 00274. 48975. 07382. 95091. 25449.9	0. 00000. 01192. 09289. 55078. 125
24	10000. 00137. 24477. 59510. 83282. 69572.5	0. 00000. 00596. 04644. 77539. 0625
25	10000. 00068. 62238. 56210. 25737. 18748.2	0. 00000. 00298. 02322. 38769. 53125
26	10000. 00034. 31119. 22218. 83912. 75020.8	0. 00000. 00149. 01161. 19384. 76562. 5
27	10000. 00017. 15559. 59637. 84719. 93879.1	0. 00000. 00074. 50580. 59692. 38281. 25
28	10000. 00008. 57779. 79451. 03051. 17588.8	0. 00000. 00037. 25290. 29846. 19140. 625
29	10000. 00004. 28889. 89633. 54198. 42901.3	0. 00000. 00018. 62645. 14923. 09570. 3125
30	10000. 00002. 14444. 94793. 77767. 42970.4	0. 00000. 00009. 31322. 57461. 54785. 15625
31	10000. 00001. 07222. 47391. 14050. 76926.8	0. 00000. 00004. 65661. 28730. 77392. 57812. 5
32	10000. 00000. 53611. 23694. 13317. 14831.4	0. 00000. 00002. 32830. 64365. 38696. 28906. 25
33	10000. 00000. 26805. 61846. 70731. 51508.7	0. 00000. 00001. 16415. 32182. 69348. 14453. 125
34	10000. 00000. 13402. 80923. 26383. 99277.7	0. 00000. 00000. 58207. 66091. 34674. 07226. 5625
35	10000. 00000. 06701. 40461. 60946. 55519.6	0. 00000. 00000. 29103. 83045. 67337. 03613. 28125
36	10000. 00000. 03350. 70230. 79911. 91730.0	0. 00000. 00000. 14551. 91522. 83668. 51806. 64062. 5
37	10000. 00000. 01675. 35115. 39815. 61857.6	0. 00000. 00000. 07275. 95761. 41834. 25903. 32031. 25
38	10000. 00000. 00837. 67557. 69872. 72426.9	0. 00000. 00000. 03637. 97880. 70917. 12951. 66015. 625
39	10000. 00000. 00418. 83778. 84927. 59087.9	0. 00000. 00000. 01818. 98940. 35458. 56475. 83007. 8125
40	10000. 00000. 00209. 41889. 42461. 60262.5	0. 00000. 00000. 00909. 49470. 17729. 28237. 91503. 90625
41	10000. 00000. 00104. 70944. 71230. 25311.0	0. 00000. 00000. 00454. 74735. 08864. 64118. 95751. 95312
42	10000. 00000. 00052. 35472. 35614. 98950.4	0. 00000. 00000. 00227. 37367. 54432. 32059. 47875. 97656
43	10000. 00000. 00026. 17736. 17807. 46048.9	0. 00000. 00000. 00113. 68683. 77216. 16029. 73937. 98828
44	10000. 00000. 00013. 08868. 08903. 72167.8	0. 00000. 00000. 00056. 84341. 88608. 08014. 86968. 99414
45	10000. 00000. 00006. 54434. 04451. 85869.75	0. 00000. 00000. 00028. 42170. 94304. 04007. 43484. 49707
46	10000. 00000. 00003. 27217. 02225. 92881.337	0. 00000. 00000. 00014. 21085. 47152. 02003. 71742. 24853
47	10000. 00000. 00001. 63608. 51112. 96427.283	0. 00000. 00000. 00007. 10542. 73576. 01001. 85871. 12426
48	10000. 00000. 00000. 81804. 25556. 48210.295	0. 00000. 00000. 00003. 55271. 36788. 00500. 92935. 56213
49	10000. 00000. 00000. 40902. 12778. 24104.311	0. 00000. 00000. 00001. 77635. 68394. 00250. 46467. 78106
50	10000. 00000. 00000. 20451. 06389. 12051.946	0. 00000. 00000. 00000. 88817. 84197. 00125. 23233. 89053
51	10000. 00000. 00000. 10225. 53194. 56025.921	0. 00000. 00000. 00000. 44408. 92098. 50062. 61616. 94526
52	10000. 00000. 00000. 05112. 76597. 28012.947	0. 00000. 00000. 00000. 22204. 46049. 25031. 30808. 47263
53	10000. 00000. 00000. 02556. 38298. 64006.470 C	0. 00000. 00000. 00000. 11102. 23024. 62515. 65404. 23631 E
54	10000. 00000. 00000. 01278. 19149. 32003.235 D	0. 00000. 00000. 00000. 05551. 11512. 31257. 82702. 11815 F

In de Colom A is 1278. 19149. 32003. 235. De helft van 2556. 38298. 64006. 470, de cijffers zijnde die in D en C ſtaan achter de 1 en de nullen die daar aan volgen: en D is verkregen met de vieren vijftigſte maal de Quadraat-wortel te trekken uit 10, op deze wyze vervolgende; eerſt de √q uit 10, komt 31622, &c. en hier uyt de √q komt 17782, &c. en de zelve uyt dit getal komt 13335,&c. en zo voort tot 54 maal toe. In de colom B is 1, de Logarithmus van 10, om deze reden ook 54 maal gehalveert: zulks dat E de Logarithmus is van C, en F van D. En dewijl de achterſte getallen van C en D, die wy hier boven aangetekent hebben, evenredig zijn met hare Logarithmi E en F, als beyde tegen den anderen zijnde als 2 tot 1, zoo wert dit voor het fondament genomen waar op de vinding van de geheele Tafel geveſt wert, op deze wyze:

Indien wy de Logarithmus van 2 willen vinden naar reden dat ze van 10 is 1, of van D is F, zoo trekt uyt deze 2 dan mede zoo lang de √q, even gelijk ze uyt de 10 getrokken is, tot dat men een getal verkrijgt dat met de natuur van C en D over een komt, en dat ook uyt zoo veel rekenletters beſtaat, of tot dat de proporty van deze getallen mede is als 2 tot 1, op dat ze met hare Logarithmi evenredig zijn. Indien wy dit met de vijftigſte wortel krijgen, en dat wy daar voor 10000. 00000. 00000. 01388. 90124. 56673. 234. vonden, zoo zou men deze proporty moeten gebruyken.

van ———1278. 19149. 32003. 235 ——— D
is de Logar. 5551. 11512. 31257. 82702. 11815 F
wat van —— 1388. 90124. 56673. 234?

En indien de uitkomſt 5781. &c. was, zoo zou men voor dit getal zoo veel nullen moeten voegen als 'er van F afgelaten zijn, en dan zou men 0.00000.00000. 00000.05781, &c. vijftig maal moeten verdubbelen, en voor het laatſte 0. 30102. 99956. 63981.195 vindende, zo is dit de Logarithmus van 2. Deze Logarithmus heeft den Autheur gevonden met de 47ſte wortel, door de formering van een Geometrice progreſſy daar af de eerſte Term 1 en de tweede deze 2 is, en heeft die zo lang laten voortgaan tot dat hy een getal vont dat 1 voor aan hadde, en zo het kon noch een of meer nullen achter deze 1, gelijk hy dit heeft laten opklimmen tot 1024, en dan heeft hy uit 1.024 de √q, in plaats van uyt 2, getrokken: dit verkort het werk eenigzints.

De Logarithmus van 2 hebbende, zoo vint men ze van 5, trekkende de Logarithmus van 2 van de Logarithmus van 10, die 1.0000, &c. doet door de ſuppoſity, reſt 0.69897.00043. 36018.805 voor de Logarithmus van 5.

Wy hebben dan alzoo gevonden de Logarithmus van 2, van 5, en van 10. De Logarithmus van 2 verdubbelende men heeftze van 4, 8, 16, 32, 64, 128, &c. die van 5 verdubbelende men heeft ze van 25, 125, 625, 3125, &c. zoo mede met de Logarithmus van de 10. By de Logarithmus van 25, 125, &c. adderende de Logarithmus van 10, men vint ze van 250, 1250, &c. en de zelve Logarithmus van 10 vergaderende by die van 2, 4, 8, &c. men heeft ze van 20, 40, 80, &c. en de Logarithmus van 100, 1000, &c. by de voornoemde adderende, men vint ze van 200, 2000; 400, 4000; 800, 8000. 500, 5000, 2500, 25000, &c.

Zulks dat hier door konnen gevonden werden veele Logarithmi, maar niet die van 3. 7. 11. 13. 17. 19. 23. &c. dat alle eerſte getallen zijn, welkers Logarithmi alle moet gevonden werden door de zelfde weg als ze van 2 gevonden is.

Tafel om alle de Logarithmi te maken door vergaring.

getal.	Logarithmi	getallen	Logarithmi.
1	0.00000.00000.0	1.00001	0.00000. 43429.2
2	0.30102.99956 6	1.00002	0.00000.86858.0
3	0.47712.12547.2	1.00003	0.00001. 30286.4
4	0.60205.99903.3	1.00004	0.00001. 73714.3
5	0.69897.00043.4	1.00005	0.00002. 17141.8
6	0.77815.12503.8	1.00006	0.00002.60568.9
7	0.84509.80400 1	1.00007	0.00003. 03995.5
8	0.90308.99869.9	1.00008	0.00003. 47421.7
9	0.95424.25094.4	1.00009	0.00003. 90847.4
11	0.04139.26851.6	1.000001	0.00000. 04342.9
12	0.07918.12460.5	1.000002	0.00000. 08685.9
13	0.11394.33523.1	1.000003	0.00000. 13028.8
14	0.14612.80356.8	1.000004	0.00000. 17371.7
15	0.17609.12590.6	1.000005	0.00000. 21714.7
16	0.20411.99826.6	1.000006	0.00000. 26057.6
17	0.23044.89213.8	1.000007	0.00000. 30400.5
18	0.25527.25051.0	1.000008	0.00000. 34743.4
19	0.27875.36009.5	1.000009	0.00000. 39086.3
1.01	0.00432.13737.8	1.0000001	0.00000. 00434.3
1.02	0.00860.01717.6	1.0000002	0.00000. 00868.6
1.03	0.01283.72247.1	1.0000003	0.00000. 01302.9
1.04	0.01703.33393.0	1.0000004	0.00000. 01737.2
1.05	0.02118.92990.7	1.0000005	0.00000. 02171.5
1.06	0.02530.58652.6	1.0000006	0.00000. 02605.8
1.07	0.02958 37776.9	1.0000007	0.00000. 03040.1
1.08	0.03342.37574.9	1.0000008	0.00000. 03474.4
1.09	0.03742.64979.4	1.0000009	0.00000. 03908.6
1.00[illegible]	0.00043.40774.8	1.00000001	0.00000. 00043.4
1.002	0.00086.77215.3	1.00000002	0.00000. 00086.9
1.003	0.00130.09330.2	1.00000003	0.00000. 00130.3
1.004	0.00173.37128.1	1.00000004	0.00000. 00173.7
1.005	0.00216.60617.6	1.00000005	0.00000. 00217.1
1.006	0.00259.79807.2	1.00000006	0.00000. 00260.6
1.007	0.00302.94705.5	1.00000007	0.00000. 00304.0
1.008	0.00346.05321.1	1.00000008	0.00000. 00347.4
1.009	0.00389.11662.4	1.00000009	0.00000. 00390.9
1.0001	0.00004.34272.8	1.000000001	0.00000. 00004.3
1.0002	0.00008.68502.1	1.000000002	0.00000. 00008.7
1.0003	0.00013.02688.1	1.000000003	0.00000. 00013.0
1.0004	0.00017.36830.6	1.000000004	0.00000. 00017.4
1.0005	0.00021.70029.7	1.000000005	0.00000. 00021.7
1.0006	0.00026.04985.5	1.000000006	0.00000. 00026.1
1.0007	0.00030.38997.8	1.000000007	0.00000. 00030.4
1.0008	0.00034.72966 9	1.000000008	0.00000. 00034.7
1.0009	0.00039 06892.5	1.000000009	0.00000. 00039.1

Men

Men ſiet uyt dit weynige op wat wyſe dat de gehele Tafel kan voltrokken werden, doch met groote moeiten, om dat'er veel eerſte, of ondeelbare getallen tuſſchen 1 en 100000 zijn, en om deſen arbeit voor te komen zoo heeft de uytrekenaar van deſe getallen een andere weg ingeſlagen, op die wyſe alleenlijk uytgerekent hebbende de nevenſtaande Tafel.

Om de Logarithmus van 23 te vinden, dewelke de naaſte is die gevonden moet werden, om dat ze van 20 21, en 22 openbaar is door addity, zoo deelt 23 door 22, het naaſte getal aan 23, welkers Logarith. bekent is, komt 1045454545454545454545454545, eenige nullen achter de 23 voegende; dit quotient deelt door 104, k, 100524475524475524475524475524; dit door 1005, k. 1000243537556970392791288 31; dit weêr d. 10002, k. 1000043528851200152 7607; dit weêr door 100004, komt 1000003528710052 11; en dit door 1000003, komt 1000000528708; dat is, *altijt het quotient door het getal deelende dat by de eerſte cijffer achter de nullen afgeſneden wert, en dit zoo lang vervolgende tot dat de elfde talletter, en die 'er voor deze ſtaan, niet meer veranderen*, ik zegge elf om dat wy de tafel van elf letters willen formeren, gelijk blijkt in deze twee laatſte quotienten aan de voorſte talletters tot de 7 toe, de 3 naaſt aan de nullen in het eerſte, niet rekenende. En wy laten de vordere deeling na om geen andere reden, als om ons van de arbeyt te ontlaſten, om dat wy nu verzekert zijn dat de deelers geen andere zullen wezen als 10000005, 100000002, 1000000008, en 10000000007, de reſt laten wy varen als van geen belang zijnde.

De deeling dus volbracht hebbende, zoo vergaart de Logarithmi van alle de deelers; en daar by noch die van het laatſte quotient, welke men alle vint in de bovengenoemde Tafel, uytgenomen die van 22, die wy als bekent ſtellen om dat ze openbaar is. Dus

1.34242.26808.0 *Log.v. de 1 deler* 22

1703.33393.0 *Log.v. de 2 deler* 104

216.60617.6 *Log.v. de 3 deler* 1005

8.68502.1 *Log.v. de 4 deler* 10002

1.73714.3 *Log.v. de 5 deler* 100004

13028.8 *Log.v. de 6 deler* 1000003

2171.1 *Log.v.* ________ 10000005

86.9 *Log.v.* ________ 100000002

34.7 *Log.v.* ________ 1000000008

3.1 *Log.v.* ________ 1000000000708

verg. ________________

k. 1.36172.78359.6 *Log.v.* 23, 't begeerde.

Indien men denkt dat het vermenigvuldigde van deze deelers wederom de 23 zal moeten uitleveren, zo ziet men waarom dat deze hare Logarithmi moeten vergaart werden, en dat hare zom de Logarithmus moet wezen van 23. Daar gebreekt wel yets aan maar dat kan hen niet doen veranderen, te weten 0.00000 00000.0434.

Op deze wijze kan men de Tafel veerdig volmaken, ik zegge veerdig ten opzicht van de voorgaande manier, hoe grooter dat de getallen werden van de welke dat men de Logarithmus begeert te vinden, hoe ſpoediger dat de uytrekening zal geſchieden, ter oorzake dat de elfde rekenletter raſſer zal ſtil ſtaan. Van 10011 ſtaat ze met de darde, en van 99997 ſtaat ze met de tweede deeling ſtil.

Van de Logarithmus Sinus, Tangens en Secans.

Vinding van de Sinus. Indien de Radius van de Tafel op 100000 geſteſt is, zoo vint men de Logarithmus Sinus, uyt de Tafel van *Briggius* waar in de Logarithmus van 1 tot 100000 uytgerekent ſtaat, en zoo men by de voorſte rekenletter altijt een 5 addeert zoo heeft men de Logarithmus Sinus zoodanig als ze in 't gemeen gebruykt wert. Maar indien men de Radius op een grooter getal ſtelde, by voorbeelt op 1000000000000, zoo vint men de Logarithmus Sinus op de zelfde manier als hier boven de Logarithmus van 23 gevonden is, doch men behoeft maar ſlechts een deeling te doen.

By voorbeelt, men begeert de Logarithmus Sinus van 89 gr. 3 m. wiens Sinus doet 999862544538, dit gedeelt door het naaſte minder getal waar van dat de Logarithmus bekent is, dat is in deze door 99986, komt 10000025448. Dan

4.99993.91945.0 *Log. van* 99986

add. 5. 8685.9 *Log. van* 1000002

2171.5 *Log. van* 10000005

173.7 *Log. van* 100000004

17.4 *Log. van* 1000000004

3.5 *Log. van* 10000000008

k. 9.99994.02997.0 *Log. van* 999862544538 of *Log. Sinus van* 89 gr. 3 m.

De Logarithmus van de Radius is in dit geval 10. 00000. 00000. 0.

De Logarithmi van de Hoekmaten gevonden hebbende, zoo vint men die van de Raak- en Snylijnen lichtelijk door addity en ſubſtracty, om dat'er een evenredigheit tuſſchen deze de Straal is, gelijk in 't maken van de Tafel Sinus &c. aangewezen is.

Vindinge van de Raaklijnen. Wy zien uyt de proporty aldaar aangetekent, dat het vermenigvuldigde van de Straal met de Sinus van welkers Boog de Raaklijn begeert wert, gedeelt werdende door de Sinus van zijn Schilboog, dat het Quotient de b geerde Raaklijn zal moeten geven; daarom, begeer-nde de Raaklijn van 0 gr. 57 m.

by 8.21958.10736 A, Sinus van 0 gr. 57 m.

vergadrende 10.00000.00000, de Straal

komt 18.21958.10736 B,

hier van 9.99994.02997, Sin. com. 0 gr. 57 m.

reſt 8.21964.07739, Tang. van 0 gr. 57 m.

Indien men voor de A de eenheit voegt, men heeft B ten eerſten.

Vindinge van de Raaklijnen. De proporty, op de vinding,

ding van deze lijnen aangetekent, wijst aan dat het Vierkant van de Straal, gedeelt door de Schilboogs Hoekmaat van de Boog wiens Snylijn gezocht wort, de Snylijn zal moeten geven: daarom, de Snylijn van o gr. 57 m. begerende,

van 20. 00000. 00000 de dubbelde Straal
trekt 9. 99994. 02997 Sinus comp. o gr. 57 m.

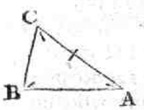
rest 10. 00005. 97003 Snylijn van o gr. 57 m.

En alzoo hebben wy getoont nier alleenlijk op wat wyze dat de Logarithmi van de getallen kan gevonden werden, maar ook hoedanig dat de Logarithmi van de Sinus, van de Tangens, en van Secans uytgerekent wert: en dewijl dit alle het geene was dat wy in deze zaak beoogden, zoo zullen wy af korten.

Kort begrijp van de Regelen,

Door de welke alle Rechtlinische en Klootze Driehoeken ontbonden werden.

Regelen op de Rechtlinische Driehoeken.



I. GEVAL. Een zijde met de Hoeken bekent zijnde: de twee andere zijden te vinden.

B scheef of recht zijnde.

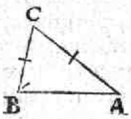
Sinus B, *geeft* AC, *wat Sinus* A? *komt* BC.
Sinus B, *geeft* AC, *wat Sinus* C? *komt* AB.

A recht zijnde.

Radius, *geeft* AC, *wat Secans* C? *komt* BC.
Radius, *geeft* AC, *wat Tangens* C? *komt* AB.

C recht zijnde.

Radius, *geeft* AC, *wat Tangens* A? *komt* BC.
Radius, *geeft* AC, *wat Secans* A? *komt* AB.



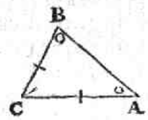
II. GEVAL. Bekent zijnde twee zijden en een Hoek over een van deze: de andere Hoeken en Zijde te vinden.

B scheef of recht zijnde.

AC, *geeft Sinus* B, *wat* BC? *komt Sinus* A.

dan is C openbaar; daarom:

Sinus B, *geeft* AC, *wat Sinus* C? *komt* AB.



III. GEVAL. Twee Zijden en een Hoek tusschen beyde bekent zijnde: de andere Hoeken en Zijde te vinden.

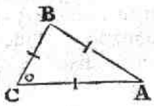
C scheef zijnde.

AB + BC, *geeft* AC = BC, *wat Tangens van de helft* A + B? *komt Tangens van de helft* A = B: daarom dese uytkomst vergaart by de helft A + B, komt de grootste, en afgetogen komt de kleenste Hoek, dan:

Sinus A, *geeft* BC, *wat Sinus* C? *komt* AB.

Als C recht is.

AC, *geeft de Radius*, *wat* BC? *komt Tangens* A: *of Tangens complement* B.
Radius, *geeft* AC, *wat Secans* A? *komt* AB.



IV. GEVAL. De drie Zijden bekent zijnde: de Driehoeken te vinden.

Zoo men C wil vinden.

Het vermenigvuldigde van AC, BC, *geeft het* □ AB *min't* □ *van't verschil tussen* AC, BC, *wat de Straal?* *komt Pijl van de Hoek* C: daarom deze uytkomst (of Pijl) afgetrokken van de Straal, of de Straal daar van, zo is de rest Sinus complement van de Hoek C. Dan:

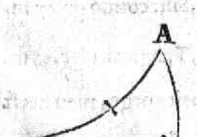
AB, *geeft Sinus* C, *wat* BC? *komt Sinus* A.
AB, *geeft Sinus* C, *wat* AC? *komt Sinus* B.

Regelen op de Klootze Driehoeken.

En voor eerst

Op de Rechthoekige.

Dat is die een rechte Hoek heeft, en wiens andere Hoeken beyde scherp, en van de welke de Zijden alle minder als het vierde part van een ront doen.



I. GEVAL. Bekent sijnde twee Hoeken en een Zijde daar tegen over: te vinden de overige Termen.

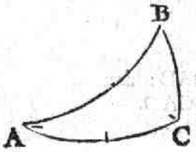
Als de Hoek B recht is.

Radius, *geeft Sinus* CA, *wat Sinus* C? *komt Sinus* AB.
Radius, *geeft Sinus comp.* AC, *wat Tangens* C? *komt Tang. compl.* A.
Radius, *geeft Tangens* AC, *wat Sinus compl.* C? *komt Tangens* BC.

Als

Als de Hoek C recht is.

Radius, geeft Tangens A C, wat Tangens complement B? komt Sinus B C.
Radius, geeft Sinus A C, wat Secans complement B? komt Sinus A B: of
Sinus B, geeft Sinus A C, wat de Radius? komt Sinus A B.
Radius, geeft Secans A C, wat Sinus complement B? komt Sinus A: of
Sinus complement A C, geeft de Straal, wat Sinus complement B? komt Sinus A.



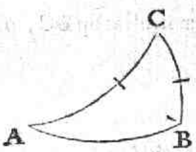
II. GEVAL. Bekent zijnde twee Hoeken en een Zijde tuſſchen deze: de overige Termen te vinden.

Als de Hoek C recht is.

Radius, geeft Sinus A C, wat Tangens A? komt Tangens B C.
Radius, geeft Tangens compl. A C, wat Sinus compl. A? komt Tangens compl. AB.
Radius, geeft Sinus complement A C, wat Sinus A? komt Sinus complement B.

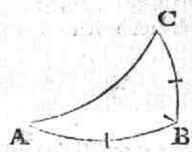
Als de Hoek A recht is.

Zoo ſtelt C daar nu A, en A daar nu C ſtaat, en dan is de proporty als boven.



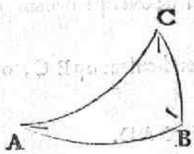
III. GEVAL. Twee Zijden en een rechte Hoek over een van deze Zijden bekent zijnde: de overige deelen te vinden.

Radius, geeft Secans complement A C, wat Sinus B C? komt Sinus A: of
Sinus A C, geeft de Radius, wat Sinus B C? komt Sinus A.
Radius, geeft Tangens compl. A C, wat Tangens B C? komt Sinus compl. C.
Radius, geeft Secans B C, wat Sinus compl. A C? komt Sinus compl. AB: of
Sinus compl. BC, geeft Sinus compl. A C, wat Radius? komt Sinus compl. AB.



IV. GEVAL. Twee Zijden om de rechte Hoek bekent zijnde: de Schuynſe en de twee Scheefhoeken te vinden.

Radius, geeft Sinus compl. B C, wat Sinus compl. AB? komt Sinus compl. AC.
Radius, geeft Tangens compl. B C, wat Sinus A B? komt Tangens compl. A.
Radius, geeft Tangens compl. A B, wat Sinus B C? komt Tangens compl. C.



V. GEVAL. De Driehoeken bekent zijnde: de drie Zijden te vinden.

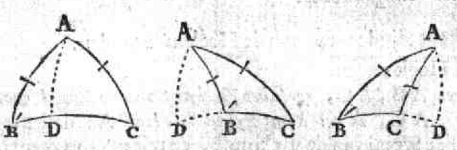
Als de Hoek B recht is.

Radius, geeft Sinus C, wat Secans A? komt Secans BC: of
Sinus C, geeft Sinus compl. A, wat Straal? komt Sinus compl. B C.
Radius, geeft Sinus A, wat Secans C? komt Secans A B: of
Sinus A, geeft Sinus compl. C, wat Straal? komt Sinus compl. A B.
Radius, geeft Tangens compl. C, wat Tangens compl. A? komt Sinus compl. AC.

Zoo de Hoek A recht is, ſtelt B in de plaats van A, en A in de plaats van B
Zoo de Hoek C recht is, ſtelt B in de plaats van C, en C in de plaats van B.

En gebruykt dan de bovenſtaande proporty.

Op de Scheefhoekige.



I. GEVAL. Twee Zijden en een Hoek over een van deze Zijden bekent zijnde: de overige deelen te vinden.

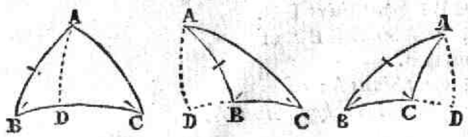
Aanmerk A D voor een Perpendiculaar op B C, of op zijn verlengde.

vind. BC { 1. Radius, geeft Sinus compl. ABC, wat Tangens AB? komt Tangens BD: dan
2. Sinus compl. AB, geeft Sinus compl. AC, wat Sinus compl. DB? komt Sinus compl. CD.
Door B D en C D is de begeerde Zijde BC openbaar.

BAC { 1. Radius, geeft Sinus compl. AB, wat Tangens ABC? komt Tang. compl. BAD: dan
2. Tangens AC, geeft Tangens AB, wat Sinus compl. BAD? komt Sinus compl. CAD.
Door B A D en C A D, is de begeerde Hoek B A C openbaar.

BAC—— Sinus A C, geeft Sinus A B C, wat Sinus A B? komt Sinus B C A.

II. GE-



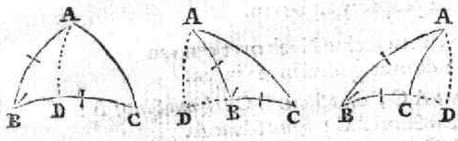
II. GEVAL. Twee Hoeken en een Zyde over een van dese bekent zijnde: de rest te vinden.

Aanmerkt A D voor een Perpendiculaar op BC, of op zijn verlengde.

vind. BC { 1. *Radius*, *geeft Sinus compl.* ABC, *wat Tangens* AB? *komt Tangens* BD: dan
2. *Tangens* ACB, *geeft Tangens* ABC, *wat Sinus* BD? *komt Sinus* CD.
Door BD en CD is de begeerde BC openbaar.

BAC { 1. *Radius*, *geeft Sinus compl.* AB, *wat Tangens* ABC? *komt Tangens compl.* BAD: dan
2. *Sinus compl.* ABC, *geeft Sinus compl.* BCA, *wat Sinus* BAD? *komt Sinus* CAD.
Door BAD en CAD is de begeerde BAC openbaar.

AC — *Sinus* BCA, *geeft Sinus* AB, *wat Sinus* ABC? *komt Sinus* AC.



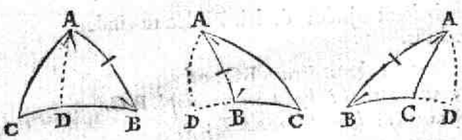
III. GEVAL. Twee Zijden en een Hoek tussen deze bekent zijnde: het overige te vinden.

Aanmerkt A D voor een Perpendiculaar op BC, of op zijn verlengde.

vind. AC { 1. *Radius*, *geeft Sinus compl.* A B C, *wat Tangens* A B? *komt Tangens* B D.
B D gevonden zijnde, zoo is CD openbaar: dan
2. *Sinus compl.* B D, *geeft Sinus compl.* CD, *wat Sinus compl.* A B? *komt Sinus compl.* A C.

Om de Hoeken te vinden, zoo moet de perpendiculaar getrokken werden uyt de onbekende Hoek die niet begeert wert: BCA begerende, zoo moet men hen uyt A trekken, gelijk hier boven

BCA (of BAC) { 1. *Radius*, *geeft Sinus compl.* A B C, *wat Tangens* A B? *komt Tangens* B D.
B D gevonden zijnde, zoo is C D openbaar: dan
2. *Sinus* C D, *geeft Sinus* B D, *wat Tangens* A B C? *komt Tangens* A C D.



IV. GEVAL. Twee Hoeken en een Zijden tusschen beyde bekent zijnde: om de overige deelen te vinden.

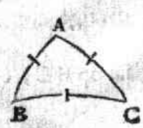
Aanmerkt AD voor de Perpendiculaar op B C, of op zijn verlengde.

vind. BCA { 1. *Radius*, *geeft Sinus compl.* A B, *wat Tangens* A B C? *komt Tangens compl.* B A D.
B A D gevonden zijnde, zoo is C A D openbaar: dan
2. *Sinus* B A D, *geeft Sinus* C A D, *wat Sinus compl.* A B C? *komt Sinus compl.* A C D.

Om een van de Zyden te vinden, zoo moet men een Perpendiculaar trekken uyt een bekende Hoek die de begeerde Zyde raakt: AC begerende, zoo moet men hem uyt A trekken, en BC begerende uyt B.

AC (of BC { 1. *Radius*, *geeft Sinus compl.* A B, *wat Tangens* A B C? *komt Tangens compl.* B A D.
B A D gevonden zijnde, zoo is C A D openbaar: dan
2. *Sinus compl.* C A D, *geeft Sinus compl.* B A D. *wat Tangens* A B.

V. GEVAL. De drie Zyden bekent zijnde: een van de Hoeken te vinden.



Laat A de begeerde Hoek wesen.

't Vermenigvuldigde der Hoekmaten A B, A C, *geeft het Vierkant van de Straal, wat Pyl* B C *min Pyl van het verschil tussen* A C, A B? *Komt Pyl van de Hoek* A: dese uytkomst getrokken van de Straal, of de Straal van de uytkomst, de rest is Sinus compl. van de Hoek A.

Anders, voor de Logarithmi.

Verg. de drie zijden te zamen, van de helft der zomme, trekt elke zijde om de begeerde hoek, komen twee resten: dan
1. *Radius*, *geeft Sinus* A B, *wat Sinus* A C? *komt een vierde evenredige.*
2. *De vierde evenredige, geeft Sinus van de eene rest, wat Sinus van de andere rest? k. een, getal waar by verg. de Log. van de Str., en de zom gehalveert zijnde, komt Sin. van een boog, wiens twevoud de wyte is van de hoek* A.

VI. GEVAL. De Driehoeken bekent zijnde: een Zyde te vinden.

Zoekt de Weerzade, die men vint, stellende voor de overstaande zijde 't getal van de hoek, indien de hoek scherp is, maar zijn vervultzel tot 180 *graden, indien ze bot is, en zoekt de hoek over de begeerde zijde na de regel van het vyfde Geval, deze is als de begeerde zijde.*

MATHEMATICA, of WISKONST,

HET VYFDE BOEK,

Van de

ASTRONOMIA, of STARREKONST.

IN de vier voorgaande Boeken hebben wy UL, voorgedragen de algemeene fondamenten van de Mathesis, nu zullen wy tot de bezonderheden komen. Van den Hemel zullen wy onze aanvang nemen, op dat onze study de benedicty ontfange. Wy zullen de aloude Goden gaan bezoeken: hare wooning zullen wy bespieden: hare gang naspeuren: en haar nootlot uytrekenen. Of eigentlijk, wy zullen de Astronomia, de Starrenoeming, of de Starrekonst verhandelen; dat is, wy zullen namen geven aan alle 't geene dat in 't geheel al, of aan den Hemel, zichtbaar is, en, 't welk het voornaamste is, toonen hoedanig dat zy en ook wy bewogen werden, of ten minsten hoe zulx kan geschieden zonder tegen de ondervinding te stryden, niet alleenlijk ten opsicht van yder in 't byzonder, maar ook in vergelijking met malkander, en voornamelijk ten regard van ons oog: wy zullen ook de verschynzelen, als de Eclipzen aan de Zon, en aan de Maan, aanwyzen, en ook toonen op wat wyze uytgerekent wert waar de Zon, de Maan, en de Planeten zijn, geweest hebben, of zullen wezen na dat de tyd gegeven is: mede wanneer de Eclipzen zullen geschieden; hoe lang, en hoe groot haar de zelve zullen vertoonen, en andre curieuziteiten dies aangaande.

Maar al eer wy aan deze dingen beginnen, te weten aan het inwendige, zoo laat ons eerst het uytwendige beschouwen; laat ons zien op wat wyze haar den Hemel uytwendig voor het gezicht vertoont, en dat niet alleen, maar laat ons ook zommige dingen aanmerken die alleenlijk omstandigheden zijn, en evenwel zoodanige die niet overgeslagen konnen werden zonder ons in verscheide kleenigheden verlegen te vinden, en laat ons dit alles in een deel afzonderlijk verrichten.

I. DEEL.

Van de Afdeeling der Starren: van de Circulen en Punten die aan den Hemel verdacht werden: en van de Hoedanigheden der Starren in 't algemeen ten aanzien van deze Kingen.

DAt den Hemel zich uytwendig voor het oog als ront vertoont, weet gy alrede: dat ze met lichten als doorzaait is, die wy in 't algemeen Starren zullen noemen, is UL. bekent: dat twee groote lichten sig daar aan vertoonen, waar van wy d'eene Zon en de andere Maan noemen, van de welke d'eerste door zijn presenty de dag, en door zijn absenty de nacht veroorzaakt, en dat de Maan des nachts met zijn verlichting de meeste nuttigheit toebrengt, kan U niet onbewust wezen: maar wel hoedanigen divisy de Starrekundigers onder deze maken, en daarom zullen wy hier van ten principale beginnen.

I. HOOFTSTUK.

Van de afdeeling der Sterren in 't algemeen.

By Starren in 't algemeen verstaan wy alle het gene dat zich aan den Hemel gemeenlijk vertoont. Deze zijn drièrley; *Vaste Starren*, *Lichten* en *Dwaalders*.

VASTE STARREN (*Stellæ fixæ*) zijn die geene de welke aan den Hemel vast staan, of die altyt even ver van den anderen af blyven: deze tinsteren, of flikkeren met haar stralen.

Vaste Starren werden onderscheiden in zesderley groote, uytgenomen de Nevelige, wolkachtige (*nebulosæ*), en donkere (*obscuræ*) die by na te kleen zijn om by het oog onderscheiden te worden.

De grootste en klaarste zegt men te wezen van de eerste groote; als die in de mont van de groote hont, *Syrius* genaamt; 't zuyder oog van de Stier, *Aldebaran*; die in de Rok van Botes, *Arcturus* genaamt, en zoo voort. Die wat kleender zijn zegt men te wezen van de tweede groote, hoedanig de Noortstar is, de zeven in de groote Beer, die men gemeenlijk de groote Wagen noemt, en meer andere. Die na deze volgen telt men onder de darde slag; als de lichtste in de Ram (*Aries*) 't noorder Oog en Hoorn van (*Taurus*) &c. Die deze volgen onder de vierde; als de eerste in *Aries*. Die noch wat kleender zijn de vyfde; als de Zevenstar in de Nek van *Taurus*: en noch kleender de zeste, als 't Hooft van de Waterslang: maar die zich noch minder opdoen telt men onder de wolkachtige en donkere, als daar is die in 't hooft van *Capricornus*, de Melkweg (*Via lactia*) &c.

Dewyl deze Starren, ja alleenlijk die afzonderlijk konnen gezien werden, zeer veele zijn, waar door datze niet wel met namen konnen onderscheiden werden, zoo hebben de ouden hen in achtenveertig beelden verdeelt, welkers namen en getal der Starren wy, om kort te gaan, zullen nalaten te beschryven; den Lezer recommanderende de Hemelsche Globen, waar op datze getekent staan.

LICHTEN zijn Zon en Maan: de eerste maakt dag en nacht, &c. gelijk alrede gezegt is.

DWAALDERS (*Planetæ*) zijn van gedaante en groote, uytterlijk aan te zien, als de Starren, maar ſtaan dof, of en tinſteren niet gelijk de Starren doen; houden geen een order, of een zelfde afſtant van elkander, noch ook van de Starren; zijn nu by d'een en dan by d'andere Star, en hierom werdenze Dwaalders of Planeten genaamt. Door hare dof heyt en verandering in de plaats werdenze aan den Hemel gekent en onderſcheyden van de andere Starren.

De ouden hebben vyf van deze gevonden, en hen de volgende namen toegevoegt; als, Saturnus, Jupiter, Mars, Venus, en Mercurius.

Saturnus, is van gedaante bleek en lootverwig, ontrent zoo groot als een Star van de tweede groote.

Jupiter, is helder en licht, grooter als eenige vaſte Star.

Mars, is ros en vierig van coleur.

Venus, is de lichtſte en grootſte van alle de Starren en Planeten, waar doorze zomtyts een merkelijke Straal op den Aardkloot ſchiet: wanneerze 's morgens voor den Zon opkomt wortze de Morgenſtar, en wanneerze 's avonts de Zon volgt wertze de Avontſtar genaamt.

Mercurius, is een weynig wit blinkende: wert weinig gezien om dat hy altyt dicht by de Zon is.

Door de onlangs gevondene Verrekykers zijn noch vier andere ontdekt die haar altyt omtrent Jupiter onthouden: om Saturnus vint men mede yets, maar't is noch twyffelachtig wat het zoude mogen wezen.

Dewyl de Zon en de Maan mede van plaats veranderen zoo zijn deze ook onder het getal der Planeten getelt, waaromze aan zeven deze naam toegeeygent hebben: maar wy zullen de Aartkloot in plaats van de Zon nemen, om reden die hier na zal verhaalt werden. Deze hebben de Ouden met tekenen onderſcheyden: als

♄ *Saturnus*, ♃ *Jupiter*, ♂ *Mars*, ♀ *Venus*, ☿ *Mercurius*, ♁ *d'Aartkloot*, ☾ *de Maan*, ☉ *de Zon*.

Dit leſte voegt men nu daar by.

II. HOOFTSTUK.

Van de Circulen die aan den Hemel verdacht werden.

Op dat de eerſte Starrekundigers hare gedachten; die zy van de beweging des Hemels hadden, aan hare nakomelingen zoude konnen bekent maken, zo hebbenze verſcheyde Circulen geordineert die men by verdeelding aan den Hemel zouden voegen, en tot meerder behulp hebbenze de zelve op zekere ronde bollen gebracht, of afgetekent; ook wel door materiale Circulen zelfs: het eerſte voert de naam van Hemelze Globe, en het tweede van Hemelze Sphæra. En wy, op dat gy ons ook zoud konnen verſtaan in 't geen wy hier na zullen komen te ſtellen, zijn genoodtzaakt UL. deſe zaken met hare namen voor te dragen.

Maar weet voor af dat alle ronden in 360 gelijke deelen gedeelt werden, die men graden, en een van deze in 60 andere die men minuten, en elk van deze wederom in 60 diergelijke die men ſecunden noemt, en zoo voort, en dat wy de minuten zullen verdeelen in 10, of ook in 100 ſecunden; naar dat het pas geeft.

Deze Circulen zijn groote en kleene: de groote deelen den Hemel in tweên gelijk, en de kleene in tweên ongelijk.

De groote zijn van zeſterley benaming. 1. Horizon. 2. Meridiaan. 3. Æquinoctiaal. 4. Zodiac. 5. Colurus. 6. Vetricale Cirkel.

I. HORIZON, (Zichteynder, of kimmen) is een Cirkel aan den Hemel, op die plaats verdacht daar de zichtbare helft van de onzichtbare geſcheyden wert. Heeft twee punten; een recht boven ons hooft, en een recht onder onze voeten: de eerſte wert *Zenith*, of Toppunt genaamt, en de tweede *Nadir*, of Neerpunt. Deze Cirkel, mitsgaders de punten, zijn veranderlijk, naar dat men van plaats verandert veranderen of verplaatzen deze zich mede.

II. MERIDIAAN, (Middagront) is een Cirkel die door de Aſpunten van de Zichteynder; of door het *Zenith* en *Nadir* gaat, en door het Zuyden en Noorden van den Horizont, deelende alzoo den Hemel in tweên gelijk, het eene ten Ooſten, en het ander ten Weſten. En is mede veranderlijk als men Ooſt- of Weſtwaarts verplaatſt, maar recht Zuyden en Noorden reyzende blyft men onder een zelfde Meridiaan.

III. ÆQUINOCTIAAL, (Evenaar) is een vaſte Cirkel aan den Hemel, verdacht in 't midden tuſſen die twee punten des Hemels de welke ſtil ſchynen te ſtaan, of aan de welke geen beweging beſpeurt wert, als AB, *in Fig*. 1.

Van deze punten, die twee zijn, wert de eene L *Polus Boreus*, of Noort Pool, of Noorder Aſpunt, te weten die ten Noorden is, en de andere M, die ten Zuyden is, *Polus Auſtralis*, Zuydt Pool, of Zuyder Aſpunt genaamt.

IV. ZODIAC, (Taanront) (CD) is een brede vaſte riem, ſnydende de Æquinoctiaal op twee plaatzen, ♈ en ♎, met een hoek, A♈C, van 23 graden 32 minuten.

De Polen, of Aſpunten, van deze, H en I, zijn twee, verſchillende met L en M, mede 23 gr. 32 minuten; de eerſte heet men *Polus Zodiaci Boreus*, en de andre *Polus Zodiaci Auſtralis*, of Noorder Taanronts Aſpunt, en Zuyder. Of ook wel *Polus Ecliptica Boreus*, en *Auſtralis*, of Noorder en Zuyder Aſpunt van de Ecliptica, om dat het midden van dit Taanront de Linia Ecliptica genaamt wort, ter oorzake dat de Eclipſen ontrent dit midden vallen: is anders eygentlijk de Cirkel langs de welke de Zon loopt. De Maan, en de andere Planeten, wyken noyt uyt dit Taanront; komen wel het midden nader en verder, maar gaan 'er noyt uyt: en daarom heeft deze de breete van 18 graden.

De Zodiac wert verdeelt in 12 gelijke deelen, elk 30 graden begrypende, die met de volgende beelden en tekenen afgedeelt werden. ♈ Aries (Ram): ♉ Taurus (Stier): ♊ Gemini (Tweelingen): ♋ Cancer (Kreeft: ♌ Leo, Leeuw: ♍ Virgo (Maagt: ♎ Libra (Schaal): ♏ Schorpius (Schorpioen): ♐ Sagittarius (Schut-

(Schutter:) ♑ Capricornus (Steenbok:) ♒ Aquarius (Waterman:) ♓ Pisces (Visschen.)

Zes van deze zijn Noordelijke, gelijk de 6 eerste, en zes zijn Zuydelijke, gelijk de 6 volgende.

De tekenen van de Lente zijn ♈, ♉, ♊; van de Zomer ♋, ♌, ♍; van de Herfst ♎, ♏, ♐; en van de Winter ♑, ♒, ♓.

V. COLUREN (Hooft tijt kringen) zijn vaste Circulen die malkander in de Polen van de Æquinoctiaal, L en M, snijden. Zodanige zijn twee, de eene snijt de Zodiac in ♈ en ♎, dat is in de punten der evennachten, en wert daarom *Colurus Æquinoctiorum*, en de andere in ♋ en ♑, dat is in de punten der stilstanden, en wert daarom *Colurus Solstitiorum* genaamt. Dese laatste gaat mede door beyde de Polen van de Zodiac H en I.

VI. VERTICALE CIRKEL, *Quadrans altitudinis* (Hoogdkring, of Topboog) is een Cirkel dewelke gaat door het Zenith en Nadir, over al den Horizont rechthoekig snijdende.

Kleene Circulen deelen den Hemel in tweën ongelijk, en zijn alle evenwijdig aan de Æquinoctiaal.

Dese zijn tweërley, *Tropici* en *Circuli Polares*.

TROPICI (Keerkringen) zijn twee, *Tropicus Cancri* en *Tropicus Capricorni*; beyde gaanse door 't midden van de Zodiac, de eerste door Cancer, als CF, en de ander door Capricornus, als DE: zijn oversulks over al van den Æquinoctiaal af 23 gr. 32 minuten. Keerkringen noemen wy hen, om dat de Zon, in dese komende, terstont weêrom keert na de Æquinoctiaal.

CIRCULI POLARES (Aspunts kringen) sijn twee, *Circulus Arcticus*, en *Circulus Antarcticus*: beyde gaan se door de Polen van den Zodiac, de eerste door de Noorder H, als HG, en de ander door de Zuyder I, als IK.

III. HOOFTSTUK.

Van de Hoedanigheden der Starren in 't algemeen ten aanzien van de voornoemde Kringen.

De Circulen, in het tweede Hoofstuk aangetekent, zijn bedacht om de Eygenschappen, die wy in dit Hoofdeel zullen verhandelen, daar door te expliceren, of uyt te leggen.

Dese eygenschappen hebben se ten opsicht van de 1 Æquinoctiaal, 2 Zodiac, 3 Horisont, 4 Verticaal. Den Meridiaan het meerendeel hen onder dese vermengende.

De Hoedanigheden, ten aansien van de Æquinoctiaal, zijn *Ascensio*, *Descensio*, en *Declinatio*.

Ascensio en Descensio is *recta* en *obliqua*.

Ascensio en *Descensio recta* (rechte op en neerklimming) van eenige Star, of Punt des Hemels, is het punt van den Æquinoctiaal dat met dese star, of met dit punt, te gelijk op of ondergaat in een Sphæra recta, dat is ter plaatse alwaar de Æquinoctiaal door het Toppunt loopt, of daar alles recht op en neerklimt.

Ascensio en *Descensio obliqua* (scheve op en neerklimming) is het punt des Æquinoctiaals dat met de star &c, in een Sphæra obliqua te gelijk op en ondergaat, dat is ter plaatse alwaar de Æquinoctiaal niet door het Toppunt gaat.

Declinatio (afwijking) is de kortste afstant die eenige star, of punt des Hemels, heeft van de Æquinoctiaal.

Declinatio is tweërley, Noordelijk en Zuydelijk.

Noordelijke als de afwijking benoorden de Æquinoctiaal is, als NR *in Fig.* 2. en Zuydelijke als se bezuyden is, als PQ.

De Eygenschappen van een star, of punt des Hemels, ten opsicht van de Zodiac, sijn breete en lenkte.

Breete (Latitudo) is haar kortste afstant van 't midden des Zodiacs, of eygentlijk van de Ecliptica, als NO.

Dese is mede Zuydelijk en Noordelijk, na dat de star bezuyden of benoorden van de Ecliptica af is.

Lenkte (Longitudo) is de afstant die dese star heeft van 't eerste punt in ♈, met het vervolg der tekenen, langs de Ecliptica, tot het punt van de zelve dat het naaste aan de star is, als ♈ O.

De Hoedanigheden ten opsicht van de Horizont zijn *Op-* en *Ondergang*. Dese beyde sijn genoeg bekent: opgang is alsse in den Horizont zijnde opgaan, en ondergang als se daar in sijnde ondergaan.

De Eygenschappen ten opsicht van de Horizont en de Verticaal zijn, *Streeks Op-* en *Ondergang*, *Streek*, en *Hoogte*.

Streeks Op- en Ondergang is de afstant der starren, of eenig punt des Hemels, van 't oost of westpunt tot aan de plaatse daar sy zekerlijk op en ondergaan, na 't Zuyden of Noorden als YP.

Streek (*Azimuth*) is de afstant der starren in de sichteynder van de Meridiaan af tot aan de Verticaal, als WV.

Hoogte (*Altitudo*) is de kortste afstant der star boven den Horizont, en wort getelt in de Verticaal die door de star valt, tellende van de Horizont af tot aan de star toe, als VN.

II. DEEL.

Van de Beweging des Werelts, en de Hoedanigheden der Verschijnzelen.

BY Werelt verstaan wy niet simpelijk de Aarde, maar Hemel en Aarde te zamen.

't Voornaamste, 't aanmerkelijkste, en 't vermakelijkste van dese konst sal dit deel inhouden: het *voornaamste* om dat het sal begrijpen de voornaamste zaken, of de gronden van de Astronomy; het *aanmerkelijkste* om dat het die dingen zullen wesen daar over de meeste speculatien vallen; en het *vermakelijkste*, niet alleenlyk om dat het de voornaamste en de aanmerkelykste dingen sal begrijpen, maar ook om dat het soodanige sullen wesen, de welke, sonder eenige kennisse van de Mathematica te hebben, sullen konnen verstaan, en by gevolg, daar af met een yder gedíscoureert werden.

Het zal begrijpen,eerst een vertooning van den Hemel in 't generaal, daarna van onzen Hemel in 't particulier; en na dit van yder deel in't bezonder van het geen dat onzen Hemel bevat; als van de Zon, van de Maan, van de Starren, van de Planeten, en van den Aartkloot; niet alleenlijk de beweging die zy zelfs hebben, maar ook die zy hebben in vergelijking van malkander: wat voor apparentien daar uyt volgen; hoe de Eclipzen aan de Zon en aan de Man geschieden: en eindelyk een vergelijking van deze stelling des Hemels, met een stilstaande Zon, dewelke tegenwoordig by de Starrekundigers genoegzaam al om aangenomen wert, tegens de stelling van Ptolomæus met een stilstaande Aartkloot.

Ik zal deze dingen van onderen op, of *à priori* verhandelen, om dat ik oordeele die weg de vergenoegelijkste en de verstaanlijkste te wezen; daarom zal ik eerst de beginzelen vertoonen, waar uyt ik de zaken, als gevolgen, zal trekken. Maar om dat ik in dit deel alleenlijk hebbe voorgenomen 't voornoemde te verhandelen, zoo zal 't my geoorloft zijn eenige Physische, of Natuurkundige eygenschappen te onderstellen, of de zelve als beginzelen in te voeren, getrokken uyt de Principien van des Cartes,die in't eerste lit van 't volgende Hooftstuk alle vervat werden.

I. HOOFTSTUK.

Ruuw bewerp van de natuur en beweging des Werelts.

1. Lit. *Van de zaken die onderstelt werden.*

Verbeelt u, dat van u af, rontom aan alle kanten, is een onmetelijke ruymte, vervult met een vloedige, of beweegbare matery, uytgenomen eenige vaste en zichtbare lichamen, als de Zon, de Maan, de Starren, de Planeten, en de Aartkloot.

Aanmerkt ook dat de Zon, en de vaste Starren, lichamen zijn dewelke uyt haar zelfs licht geven: maar dat de Maan en de Planeten geen ander licht van haar geven als dat zy van de Zon, of van de Starren, ontleenen. Vergelijkt de Zon, of de Starren, met een kaars, de Maan en de Planeten met een spiegel daar deze kaars in schijnt; en de Aartkloot met ons oog, gy zult haast hare natuur begrijpen, of ten minsten myne meening verstaan.

Laat my toe dat ik zegge, dat de Zon en de Starren bestaan uyt een zeer dunne, subtyle, en vloedige matery, en in geen vaste lichamen; maar, om een gelijkenis by te brengen, uyt een stoffe die met de vlam van een kaars, of met de vlam van het vuur, groote overeenkoming heeft; en dat deze matery zich altyt in 't ronde beweegt, of drayt, gelyk een tol, zonder nochtans van plaats te veranderen: maar dat de Maan en de Planeten, even gelyk de Aartkloot, bestaan uyt een vaste verbondene stof, daar men, by manier van spreken, op gaan en staan kan.

2. Lit. *Hoe dat de Werelt bestaat in ontelbare in 't ront loopende Vloeden.*

De Werelt dan aanmerkende als vloedig, en de Zon en Starren bewegelijk als een tol, zoo zal men lichtelijk bekennen dat de Zon, en yder Star, om zich zal moeten doen drayen, of bewegen, een groote quantiteit van deze vloedige matery: en overzulks, dat de geheele Werelt, of ten minsten een groot gedeelte van dien, zal moeten bestaan uyt ontelbare vloeden, hebbende de gedaante van een kloot, of van een ovaal: ten minsten dat'er zo veel van zoodanige vloeden zullen moeten wezen als'er Zon en Starren aan den Hemel gevonden worden; boven en onder ons aan alle kanten, op gelijke manier ontrent als Figuur 3. vertoont: ook, dat de vaste lichamen, gelyk de Maan, de Aartkloot, de Planeten, en alle diergelijke, welke dat'er in de natuur ook zoude mogen wezen, door deze beweging, om deze Starren zullen moeten gevoert worden; te weten yder om die gene aan de welke hy het naaste is.

3. Lit. *Dat om de Zon een Vloet is daar in de Planeten gevonden werden, en hoedanig dat ze bewogen werden. Fig. 4.*

Wy bevinden dat om een star, die ons het naaste is, en de welke wy, om zijne groote opdoening, of vertooning, van de andere starren met een andre naam onderscheiden, en hem Zon noemen, elf zoodanige vaste lichamen gevonden worden, daar van dat de zes eygentlijk om de Zon loopen, de andere loopen om deze. De eerste, die het dichtste om de Zon loopt, of het naaste aan hem is, noemen wy *Mercurius*, de twede *Venus*, de darde is onzen *Aartkloot*, de vierde hiet men *Mars*, de vijfde *Jupiter*, en de zeste *Saturnus*: Figuur 4 vertoont het gezeide, aanmerkende hen als een doorgesneden bol, ofte vloet.

4. Lit. *De gedaante van de vaste lichamen: dat'er om Jupiter en de Aarde elk een bezondere vloet is: en van de Manen die in deze gevonden werden.*

Denkt ook dat veele van deze vaste lichamen eenige dunne en drayende stof in zich hebben, de welke haar rontom doet drayen zonder van plaats te veranderen, even gelijk wy van de Zon, en van de Starren, gezegt hebben: als in *Fig.* 5. de stof A, de welke rontom met een vaste Schors B omtogen is, die het vaste lichaam uytmaakt.

't Zal dan niet ongerijmt schijnen, als wy stellen dat eenige van deze vaste lichamen, door hare gedurige draying in deze Zons, ofte Stars Vloeden, noch een bezondere Vloet om haar maken, en by gevolg, dat se het geene in deze Vloet is om haar doet drayen. En indien wy stellen dat de Aartkloot, en Jupiter, zoodanigen draying hebben, en daarom in dese Zons Vloet twee besondere kleene Vloeden maken; dat de Maan in die Vloet is de welke de Aartkloot veroorzaakt, en dat 'er vier Manen, of lichaamtjes in de Vloet van Jupiter gevonden worden, zoo zal 't niet buyten reden zijn, als wy zeggen, dat de Maan om de Aartkloot loopt, en dat Jupiter vier Manen heeft die hem gedurig omringen, als te zien is in de voorgaande Figuur.

En indien wy geloven dat 'er om dese eene Zon of in deze eene Zons Vloet, zoo veel vaste lichamen zijn, zoo zou 't reukeloosheit schijnen te bevestigen dat'er in al de andere ontallijke stars vloeden geen zodanige, of diergelijke vaste lichamen zouden wezen.

Aanmerkt ook dat tusschen de Aartkloot en al de andere vaste lichamen, of weynig of geen verschil en is, als alleenlijk dat wy op deze eene woonen, en verzekert zijn dat daar menschen en dieren op leven, 't welk wy van de andere niet zekerlijk konnen bevestigen. Ja dat'er tusschen de Aartkloot en Jupiter geen meerder verschil en is, als dat Jupiter vier Manen, en by gevolg genoegzaam altyt maaneschijn heeft, en dat wy'er maar een hebben. Denkt mede dat'er tusschen de Zon en een der vaste starren geen ander verschil en is, als dat de Zon aan ons het naaste is, en derhalven aan ons het grootste vertoont: en dat het merkelijk onderscheit, dat wy in de groote van de vaste starren bespeuren, zoo wel kan zyn door hare ongelyke afstant van ons, als door hare ongelyke groote.

Wie dan van die gene, die aan het gezeide eenig geloof geven, zal zich niet moeten verwonderen wegens de overgroote heerlijkheit van 't gebouw des Werelts. Wie zal niet opgetogen zijn als hy naukeuriglyk, en met aandacht, eens gaat overdenken wat al verwonderens-waardige dingen op deze eene Aartkloot zijn, ja zelfs in het kleenste gedierte, en dat hy denkt dat'er wel elf zoodanige vaste lichamen om een Zon, of om een Star loopen, en dat'er ontelbare Starren zyn. Wie zal niet verrukt zyn, en zich zelfs verliezen, als hy hare onmetelyke ruymte beschout: die weet dat de Aartkloot ruym 1700 Duytze mylen dik is; dat 1400 van deze middellynen de Zon niet konnen toereyken; dat'er tien maal meerder spacy tusschen de Zon en Saturnus is als tusschen de Zon en de Aartkloot; dat'er noch veel meer ruymte van Saturnus tot het eynde van de Zons Vloet is; dat deze Zons Vloet de form van een Kloot heeft; en dat'er ontallyke zoodanige Vloeden zyn, zal die dit niet onderworpen wezen?

't Zal dan niet sporeloos schijnen als wy stellen dat de Zon, en alle de Starren, stil staan, zonder van plaats te veranderen; en dat de Aartkloot, benefsens alle andere Planeten, ofte lichamen, de welke in de Zons Vloet gevonden werden, alle rontom de Zon loopen: ook de Maan om de Aartkloot, en de vier van Jupiter, om hem.

5. Lit. *Van de natuur der stofs beweging, van de omvoering der Planeten hoe en op wat wijze, en van de plekken die om de Zon drijven*, &c.

Indien wy bemerken dat de beweging van een Vloet uyt het midden, of van de Star, of van de Zon, haar begin heeft, zoo zullen wy lichtelyk konnen besluyten dat de stof hoe nader aan de Zon hoe snelder zal bewogen worden, en dat derhalven de naaste aan de Zon niet alleenlyk rasser daarom zal loopen, om dat zyn weg korter is, maar ook om dat hy in een stof leyt die rasser om de Zon drayt. Men bevint dat Mercurius, die de naaste aan de Zon is, om de Zon gevoert wert, of een keer doet, in 88 dagen; Venus in 225 dagen; de Aartkloot in $365\frac{1}{4}$ dagen, of in een jaar; Mars in omtrent 2; Jupiter in 12; en Saturnus in omtrent 30 jaren. Ja, indien Saturnus niet trager omgevoert wiert als de Aartkloot, hy zoude in ontrent 10 jaren zijn loop moeten volbrengen, om dat zyn weg na by tienmaal langer is als de weg van de Aartkloot.

De ondervinding leert ons dat de Planeten, en ook de Aartkloot, de Zon op d'eene tyt naderkomen als op de andere; dat de plaatzen haarder wegen, die het verste van de Zon af zijn, voortloopen, volgens de gemeene koers jaarlyks omtrent 1 à $1\frac{1}{2}$ minuit; datze trager voortgaan wanneer ze verder van de Zon af zijn als dan wanneer ze hem nader komen; en dat hare wegen niet alle in een zelfde plat zijn, maar dat ze malkander snijden, en echter niet zoo veel ofze blijven alle binnen den Zodiac, dat is binnen de spacy van 18 graden, daar af dat de aarde het midden doorwandelt: en dat deze dingen zoo wel van de Maan mogen gezegt werden als van de Planeten, mits de Aarde in plaats van de Zon nemende. Deze sneden vint men in de Planeten voorwaarts te loopen met de gemeene koers jaarlijks omtrent een minuit, en in de Maan achterwaarts merkelijk rasser, zulks dat het omtrent in 6 jaren eens omloopt. De Zon en is dan niet het Centrum van de wegen der Planeten noch de Aarde van de weg der Maan.

De grootste afstant der Planeet van de Zon tegens de kleenste vint men in Saturnus ten naasten by als 1057 tegens 943: in Jupiter als 1046 tegens 954: in Mars als 1097 tegens 903: in de Aartkloot als 1035 tegens 1965: in Venus als tegens : in Mercurius als tegens : en in de Maan als tegens . De weg van Saturnus doorsnijt het midden van de Zodiac, of de schijnbare Zons weg met een hoek van 2 gr. 30: Jupiter met een hoek van 1 gr. 20: Mars met een van 1 gr. 50: Venus met een van 3 gr. 27: Mercurius met een van 4 gr. 23: en de Maan met een van ontrent 5 graden.

Dus dan de gestalte van den Hemel, en hare beweging in 't generaal, aangemerkt hebbende, zoo zullen wy nu wat particulierder gaan onderzoeken de beweging van die lichamen de welke in de Zons Vloet gevonden worden: en voornamelijk zullen wy gaan onderzoeken hare beweging, en de gevolgen van dien, de welke zy hebben ten opzicht van malkanderen. Van de Zon zullen wy over zulks niet weten te zeggen, om dat wy hem geen beweging toeeygenen als die gene de welke hy om sijn eygen As heeft, welkers effecten genoegzaam verklaart zijn. Zijt alleenlyk verwittigt, dat, volgens gedane observatien, dicht om de Zon eenige stof drijft, de welke zich vertoont als duystere plekken, die de Zon omloopen in omtrent 26 dagen, de welke, na 't gevoelen van *Cartesius*, by gelegentheit zoodanig zoude konnen toenemen, dat ze met ter tijt geheel en al de Zon zoude komen te bedekken, en omringen, en alzoo maken dat de Zon een vast lichaam zoude werden, gelijk nu de Aartkloot is, maar dat ze echter, gelijk de Aartkloot nu noch doet, zoude blijven drayen; en dat als dan eenige van de lighamen, die zy nu door hare sterke beweging om haar voert, dan, door hare flauwe beweging, zoude laten drijven, en die van een star opgevat zijnde, en daar in blijvende, zou aldaar voor een Planeet, of Omloper, verstrekken, gelijk apparent deze om de Zon op zoodanigen manier aldaar gekomen zijn, maar daar niet in blijvende, zoo zoude hy aan die van de star als een Comeet vertoonen, gelijk'er voor ons menigmaal zoodanige verschijnen.

II. HOOFTSTUK.

Van de Aartkloot.

1. Lit. *Van de lankheit der jaar en dagelijkze beweging; van haar koers, en om welke Aspunten.*

Wy hebben alrede gezegt dat deze door de beweging van de stof der Zons Vloet in een jaar, dat is, naar zeer naukeurige observaty, in 365 dagen 5 uuren 48 minuten en 47 secunden (60 in een minuit tellende,) een volle keer om de Zon doet: en dewijl deze keer jaarlijks volbracht wert, of, om dat de jaren hier naar afgemeten werden, zoo wert deze beweging de jaarlijkze genaamt.

Wy hebben ook alrede gezegt dat de Aartkloot gedurig om zijn As drayt, welke een keer doet in een weinig min als in 24 uuren, veroorzakende daar door dag en nacht, en wert daarom ook de dagelijkze genaamt.

Deze dagelijkze beweging volgt de zelve koers van de jaarlijkze, dat is, indien men, in Figuur *6* de Aartkloot stelt te loopen van A naar *a*, zoo drayt hy dagelijks van B naar *c*, dat is beyde, naar de Figuur te rekenen, tegens de Zon om.

Ik hebbe gezegt dat de Aartkloot in een weynig min als in 24 uuren een volle keer om zijn As drayt, om reden dat de Aartkloot in een etmaal, dat is in 24 uuren, een weynig meer als een keer doen moet, dat lichtelijk zal bespeurt werden, B nemende voor een zeker plaats op den Aartkloot, en zoodanig dat het aldaar middag is, de Aartkloot in A zijnde; en laat de Aartkloot, volgens haar jaarlijkze beweging, terwijl dat hy een volstrekte keer doet, bewoogen zijn van A tot *a*, dan zal deze plaats B niet op zoodanigen wijs na de Zon staan als ze stont toen de Aartkloot in A was, dat is het zal geen middag wezen, maar ze zal noch drayen moeten van B tot *c*, te weten, tot dat B komt daar nu *c* is, eer het etmaal zal vervult wezen; zulks dat een etmaal langer is als een keer, of dat een keer korter is als een etmaal; en dit verschil is zeer weynig min als 4 minuten. Zoo dat de Aartkloot een volle omkeer doet in 23 uuren 56 minuten. En alzoo blijkt het klaarlijk dat de Aartkloot ruym 366 maal omkeert, of na genoeg 366¼ maalen ombuytelt, tegens dat hy een volle keer om de Zon doet, om dat deze verachtering B *c* in een etmaal zoo veel is dat het in een heel jaar een volle omdray bedraagt, dewijl A *a* en B *c* beyde even groote parten, of deelen van ronden zijn, en om dat gezegt is, dat het jaar na genoeg 365¼ etmalen lang is.

Men moet weten dat de waarneming aanwijst, dat de As, om de welke de Aartkloot dagelijks drayt, ten opzicht van de weg die hy jaarlijks beschrijft, niet recht om hoog staat, maar naar zekere zijde des Hemels daalt, gelijk nu ter tijt na een punt ontrent 2½ graadt van de Noortstar; of in andere termen, dat de Assen van de dagelijkze draying, en van de jaarlijkze beweging, niet evenwijdig zijn; als *in Fig.* 7. indien B C de Aartkloots weg is, en Z P de As is om de welke de Aartkloot dagelijks drayt, zoo zal Z P niet recht over eynde staan; of indien S D de As van de Cirkel B C is, zoo zal Z P en S D niet evenwijdig loopen. De daling, die de As van de dagelijkze beweging heeft ten opzicht van de jaarlijkze, of de Hoek die Z P met S D maakt, of (trekkende AE evenwijdig SD) de Hoek EAP, is, volgens naukeurige waarneming, bevonden 23 gr. 31½′ minuten: en dit vint men altijt na genoeg even groot te wezen.

2. Lit. *Hoe Winter en Zomer veroorzaakt wert.*

Deze helling, of deze scheve stant des Aartkloots, veroorzaakt Winter en Zomer: want de Aartkloot *in Fig.* 8. in A zijnde, zoo hebben die lieden, de welke in L woonen, de Zon S 's middags recht boven 't hooft, om dat HL, en LO, gelyk zijn; aanmerkende HO voor den Horizont: maar wanneer de Aartkloot in B is, zoo is haar middags hoogte niet meerder als de Boge H L. Indien P de Noortpool betekent, en Z de Zuydtpool, zoo is, de Aartkloot in A zijnde, de Noortpool verlicht, en de Zuydtpool verduistert; maar in B zijnde, zoo is de Noortpool verduistert, en de Zuydtpool verlicht, doch in C, of in D wezende, zoo zijn beyde de Polen effen verlicht. Die in H woonen, dat is op 23 gr. 31½′ Noorder breete, hebben gedurig dag, en de Zon komt alleenlijk, op 't leegste zijnde, even aan de kimmen, de Aartkloot in A zijnde; maar in B wezende, zoo hebben zy gedurig nacht, en de Zon, op 't hoogst zijnde, komt even aan haren Horizont: maar recht anders is het gelegen met de geene die in O woonen. Die onder de Noortpool in P woonen, hebben altyt dag, de Aartkloot gaande van C door A tot D, maar altijt nacht, gaande van D door B tot C: maar geheel anders draagt het zich toe voor die geene de welke onder de Zuydtpool in Z woonen. Die in L woonen, dat is op Noorder breete, hebben de langste dag als de Aartkloot in A is, en de kortste als hy in B is; maar dag en nacht is evenlang als de Aartkloot in C en in D is: zo dat uyt dit klaar genoeg blijkt, dat deze scheve stant de Zomer en Winter veroorzaakt. En wil men 't noch klaarder zien, men stelle de Aartkloot met zijn As recht over eynde, men zal lichtelijk bevinden dat de Zon altijt, met zijn stralen, de Aartkloots Aspunten, P en Z, effen zal beschijnen, en by gevolg zouden alle de plaatzen des Aartbodems, by voorbeelt L, de Zon des middags even hoog hebben, het geheele jaar deur, en over zulks

zulks zoude het dan op yder plaatze des Aartrijks altyt even kout, of even warm wezen; dies zou men noyt eenige verandering van sayſoen hebben, dag en nacht zoude altyt en overal evenlang wezen. Men mag dan besluyten dat alle veranderingen, van't hoog en leeg gaan van de Zon, van de lange en korte dagen, en van de hitte en koude, of van de Zomer en Winter alleenlijk door deſe ſcheve ſtant veroorſaakt wert: mede dat deze veranderingen grooter zouden zijn indien de differenty meerder was.

3. Lit. *Wat beweging den Hemel zal ſchijnen te hebben zoo wy de jaarlijkze en dagelijkze van de aarde aan hen toe-eygenen.*

Voorts, om dat wy de Aartkloot niet en zien bewegen, ter oorzake dat wy met hem te gelijk om drayen en voortgaan, zoo zullen wy den Hemel die beweging moeten opleggen, die wy aan de Aarde gevoegt hebben. Als de Aartkloot om de Zon loopt van A naar D, zoo zal de Zon ſchynen te loopen van B naar C, dat is, hy zal ſchynen te loopen de zelfde coers als de Aartkloot.

Als de Aarde om zijn As drayt van L na F, *in Fig.* 9. zo zal den gehelen Hemel, zo wel de Zon, de Maan, de Starren, de Planeten, en alles wat'er zoude mogen wezen, ſchynen gelijker hant te loopen contrary deze beweging van F na L: indien men deze beweging vergelijkt met de ſtreken van 't kompas, en dat men ſtelt de dagelijkze draying, of ombuyteling, der Aarde te geſchieden van 't Weſten naar 't Ooſten, zoo zal de dagelijkze, van den geheelen Hemel, ſchynen te wezen van 't Ooſten naar 't Weſten, uytgenomen alleenlijk die twee punten van den Hemel die in de verlengde van ZP zijn, gelijk de ondervinding beveſtigt: en om dat de Noortſtar zeer na aan een van deze punten is, zoo wert gezegt dat deze ſtar ſtil ſtaat, hoe welſe nochtans een zeer kleine kring om de Pool beſchrijft.

En dewyl wy de Aarde, gelijk gezegt is, ganſch ſtil conſidereren, en alle hare beweging den Hemel toeſchryven, zoo volgt dat deze twee bewegingen, te weten een dagelijkze en een jaarlijkze, haar aan den Hemel te gelijk zullen moeten openbaren: en om dat de jaar- en dagelijkze van den Aartkloot eenderley coers neemen, en om twee onderſcheydene Aſſen geſchieden, zoo blykt dat aan den Hemel een ſtrydige beweging zal moeten beſpeurt werden, te weten, een jaarlijkze van de Zon van 't Weſten na 't Ooſten om een As die omtrent 23½ graadt van de Noortſtar afſtaat, en Polus Eclipticæ genaamt wort, en een dagelijkze van den geheelen Hemel, van 't Ooſten na 't Weſten, om de Poolen van de Aartkloot: de Zon zal dan niet alleenlijk ſchynen dagelijks een keer te doen van 't Ooſten na 't Weſten, maar ook in die tyt omtrent een graadt dwars daar tegen aan ſchynen te dringen, of zoo veel en zoodanig verachteren. 't Zelfde is mede te verſtaan van de Maan, die alle dagen zoodanig ſchynt te verachteren omtrent 13 graden: de Planeten doen desgelijks.

4. Lit. *Van een darde beweging des Aartkloots, en, die den Hemel toepaſſende, hoe de Starren daar door ſchynen te loopen.*

Ik moet UL. noch een beweging voordragen die de Aarde uyt de geſtelde gronden zal moeten hebben, die heel afgeſcheiden is van de gene die ik UL. alreê verkondigt heb, door de welke de Starren, die wy anders vaſt geſtelt hebben, zeer traagſaam zullen moeten ſchynen te loopen met de gemeene jaarlijkſe coers van 't Weſten na 't Ooſten, en om dat de ondervinding dit bekrachtigt, zoo ſal 't de waarſchynlijkheit van de geſtelde Vloeden vermeerderen. De vertoning geſchiet op deze wyze. Aanmerkt, *in Fig.* 10. GE voor d'Aartkloots Vloet; HB voor zijn weg, gaande van B na H. Hier voren is gezegt hoe nader de ſtof aan 't middelpunt van zijn roering is, hoe ſnelder dat die bewogen wert, waar uyt volgt dat de Aartkloots Vloet raſſer zal moeten loopen als de ſtof die in G is, en trager als de ſtof die in E is, zulks dat de matery die in B is eyndelijk de Aartkloots Vloet ſal komen te ontmoeten in D, en van daar zalſe genootſaakt werden te gaan langs de Aartkloots Vloet onder E deur, tot na C: om de ſelve reden zal de Aartkloots Vloet eyndelijk komen te ontmoeten de ſtof de welke in H leit, door dienſe raſſer loopt, zoo dat de Aartkloots Vloet deſe ſal komen te raken in F, en dewyl de Aartkloots Vloet gedurig andringt, zo ſalſe van F tot G, en van G tot I komen; en om dat dit altyt zoodanig geſchiet, zo volgt klaarlijk dat'er een gedurige ſchuring van de Zons Vloet tegen de Aartkloots Vloet, ſal moeten weſen langs het einde van d'Aartkls. vloet, dat is langs de kring DEFG, te weten van D na E, en van F na G; en dewyl deſe Aartkloots Vloet uyt een beweegbare matery beſtaat, zo ſalſe deſe gedurige ſchuring niet konnen lyden of ſe ſal van hen moeten bewogen worden rontom van D na E, of van F na G; dat is contrary de coers van de Zons Vloet, om een As evenwydig met de As van de Zons Vloet, om dat de Zons Vloet de oorſaak van deſe omſetting is. En alhoewel deſe beweging, of omſetting, ſijn begin neemt van het buytenſte des Aartskloots Vloet, zo ſal men nochtans lichtelijk konnen begrypen, datſe, door de continuary, ſal moeten deurdringen tot aan het binnenſte toe, dat is tot aan de Aartkloot ſelfs, maar egter zeer flauwelijk, om datſe middeler wyle zeer veel van ſijne kracht zal komen te verlieſen, mede om dat het begin ook niet ſeer krachtig is: de Aartkloot ſal dan hier door ſeer langſaam omgeſet werden tegens de gemeene coers, om een As evenwydig met die van de Zons Vloet, dat is, in Fig. 11. om de As PQ: en, nemende de zelve PQ voor de As van de Cirkel NR, zo ſal de verlengde Aartkloots As, AN, door deſe omſetting bewogen werden van N na R. Waar uyt dan volgt, indien nu ter tyt de verlengde Aartkloots As AN in de Noortſtar eyndigde, en overſulx de Noortpool vertoonde, dat, de Aartkloot omgeſet zijnde, ſoodanig dat ſijn As langs AR wees, deſe Noortſtar als dan de Noortſtar niet meer en zoude weſen, maar het punt R, of eenige andere ſtar aldaar geplaatſt zijnde, waar uyt dan klaarlijk blykt, dewyl men de Aartkloot

kloot gansch stil te staan aanmerkt, dat de Noortstar N sal schynen uyt de Pool R geweken te zijn, en gelopen te hebben, terwyl de Aartkloots As omgeset wiert van N tot R, daar tegen aan van R tot N, met de gemeene coers, dewijl de omsetting contrary is. En om dat dit zelvige alsoo moet verstaan werden van alle de starren, en door dien wy de oorsaak niet in de star maar in de Aartkloot stellen, zoo volgt dat den geheelen starren Hemel sal schynen te loopen met de gemeene order ofte coers, van 't Westen na 't Oosten, om de Poolen van de Ecliptica: en dewylse na de observaty in 100 jaren schynen geloopen te hebben 1 gr. 25 m. zoo kan men seggen dat zy een volle keer sullen doen in omtrent 25000 jaren. En alsoo siet men klaarlijk, dat men, naar verloop van tyt, sal krygen een andere Noortstar, en dat dese, die het nu is, alsdan om de Pool een merkelijke Cirkel sal beschryven.

Wy hebben dan alsoo de Aartkloot toege-eigent driederley beweging, een die hy alle dagen volbrengt, een de welke hy in een jaar doet, en een de welke hy in omtrent 25000 jaren soude afleggen.

5. Lit. *Van de Oude en Nieuwe Stijl, en waarom de laatste beter is als de eerste.*

Een zaak, eer ik hier van affscheide, moet ik u noch verkondigen, te weten, de oorsaak uyt de welke de nieuwe stijl geboren is, waar uyt men sal konnen sien dat de nieuwe stijl boven de oude moet geëstimeert werden. In 't begin van dit Hoofdstuk is gesegt dat het jaar lang is 365 dagen 5 uuren 48 minuten en 47 secunden, indien dit effen 6 uuren, of $\frac{1}{4}$ van een etmaal was, zoo sou men klaarlijk zien, als men drie jaren telde yder van 365 dagen, en het vierde van 366, dat ten eynde van 't vierde jaar altyt de rekening effen soude uytkomen, want driemaal 365, en eens 366, brengt te samen even zoo veel uyt als viermaal $365\frac{1}{4}$. Maar dewyl het jaar geen volle $365\frac{1}{4}$ dagen lang is, maar 11 minuten en 13 secunden minder, of korter, zoo volgt dat dese rekening, van alle vier jaren een schrikkeljaar te nemen, gelijk de oude stijl doet, te achterlijk is, dat is, dat om 't vierde jaar, wanneer het effen behoorde te zijn, 44 minuten en 52 secunden, dat is na genoeg drie quart van een uur, sal verschillen, welke tyt het vierde jaar alom, of al uyt is geweest als men het vyfde jaar begint te tellen, sulx dat dese rekening, te weten na de oude stijl, zoo veel te achterlijk is, en dewijl, voor de insetting van de nieuwe stijl, dese telling omtrent 1300 jaren, sonder eenige verandering te maken, geduurt hadde, en oversulks de telling in die tyt 10 dagen verachtert was, zoo is in de verbetering 10 dagen by de oude telling bygevoegt, en daarenboven is'er geordonneert dat het yder 100 jaar noch een dag meer soude verschillen, of eygentlijk, dat men alle 100 jaren een schrikkeljaar soude overslaan, behalven het vierde hondertste jaar, wanneer men weêr een schrikkeljaar soude tellen, om dat dese voornoemde verachtering na genoeg is in 400 jaren 3 dagen, en geen 4 dagen. Waar uyt men siet dat de nieuwe stijl verre boven de oude te prefereren is. De oude stijl soude veroorsaken dat, na verloop van tyt, de Winter soude komen in Juny, en de Zomer in December. Wat verandering, of wat alteraty dit maken soude in veele dingen kan men lichtelijk afmeten. Anno 1700 sal de nieuwe stijl van de oude verschillen 11 dagen, Anno 1800, 12 dagen, Anno 1900, 13, en Anno 2100, 14 dagen.

III. HOOFTSTUK.
Van de Maan.

1. Lit. *Van de Maans beweging en haar coers.*

De Maan loopt om de Zon en om de Aartkloot, beide sijnse alrede aangewesen: darse om de Zon loopt is niet anders als om datse te gelijk met de Aartkloots Vloet omgevoert wert, dewylse daar in besloten blyft: maar datse om de Aartkloot loopt is om datse door de Aartkloots Vloet soodanig bewogen wort. Wy sullen van de loop, of van de beweging die sy om de Zon heeft, geheel stil swygen, om dat wy die met onse oogen niet konnen zien, ter oorsake dat wy en de Maan dese beweging te gelijk doen: maar van de andere loop, die sy om ons doet, sullen wy het volgende aanmerken.

Eerstelijk, het is nootsakelijk dat dese een selfde coers sal moeten houden met de dagelijkse draying des Aartkloots, om dat de Aartkloots Vloet soodanig bewogen wort, en over sulx moetse maandelijk aan den Hemel bewegen gelijk de Zon jaarlijx doet, dat is van 't Westen na 't Oosten, tegens de dagelijkse op, dat men ook alsoo siet gebeuren. Men sietse alle dagen omtrent $\frac{3}{4}$ van een uur verachteren, dewyl men ondervint dat hy in $29\frac{1}{2}$ etmaal de Zon achterhaalt, of dat een Maaneschynt soo lang is, d'een door d'ander gerekent, en by gevolg dat hy een keer om de Aartkloot doet in omtrent $27\frac{1}{2}$ dagen.

2. Lit. *Dat de Maans weg ovaals is: waarom zijn breete maar 5 graden is, en waarom het Drakenhooft omloopt tegens de gemeene order*

De coers, of de weg, die de Maan om de Aartkloot beschryft, is niet recht ront, maar is ovaalse wyse gebogen, dat men het dus kan bevestigen. Hier vooren is gezegt dat de stof in B zal komen in D, en van daar onder E door tot in C, en zo voort, *besiet Fig.* 10. en die van H tot F, en van F over G heenen tot in I: sulx dat al de stof, dewelke in de ruymte SB is, moet passeren door de engte SE, en, die'er tusschen H en het uiterste van de Zons Vloet is, over G, zulx dat'er tegen dese Aartkloots Vloet een gedurige perssing zal moeten wesen, van onder en van boven, in en omtrent de lijn SG, en dewyl dese Vloet bestaat uyt een vloedige matery, zoo zalse in de lyn GE (die verlengt zijnde de Zon stoot) moeten platter wesen als in de lijn CD, dewylse in C en D, of geen, of weynige perssing gevoelt, waar uyt dan klaarlijk volgt dat de beweging van de Aartkloots Vloet ovaals wyse zal moeten geschieden, en over zulx ook de loop van de Maan,

Maan, dat wy voorgenomen hadden te bewysen. 't Is mede blykelijk dat de ovaalse beweging na binnen, dat is, na de Aartkloot toe, moet hoe langs hoe meerder afnemen, en rondagtig werden, ter oorsake dat de Aartkloot een ront en geen ovaal is.

Als men aanmerkt dat de omsetting van de Aartkloots Vloet, die in 't 4 Lit van 't II. Hooftstuk aangewesen is, van buyten geschiet volgens de Ecliptica, en van binnen dicht aan de Aartkloot volgens de Æquinoctiaal, zoo kan men lichtelijk bevroeden dat deze omsetting onderwege, tussen het buytenste en binnenste, dat is ter plaats alwaar de Maan zich onthout, niet zal geschieden volgens de Ecliptica, en ook niet volgens de Æquinoctiaal, maar tussen beyden. Het geene na by aan het uytterste is zal meer na de Ecliptica hellen als het geene verder na binnen toe is. En dewyl de Maan sijn coers ver van de Aartkloot afneemt, zoo blykt waarom hy zoo na aan de Ecliptica helt, te weten omtrent 5 graden, en niet na de Æquinoctiaal die $23\frac{1}{2}$ graden daar van afwykt, volgens de welke hy uytterlijk aan te zien behoorde te lopen, om dat hy door de beweging van dese omgevoert wert.

En om dat dese omsetting geschiet tegens de gemeene coers, gelijk mede in het voornoemde Lit getoont is, rasser van buyten als van binnen dicht aan de Aarde, en gemengt tussen beyden alwaar de Maan is, zoo is openbaar waarom de snee van de Maans en schynbare Zons weg, Drakenhooft en Steert genaamt, omloopt contrary de gemeene coers, om dat daar uyt blykt dat de As van de omsetting geslingert zal werden om de As die met d'As des Werelts $23\frac{1}{2}$ graden verschilt.

3. Lit. *De oorzaak van Eb en Vloet.*

Dewijl ik hier van de perssing spreke, zoo kan ik niet nalaten UL. een zaak voor te dragen die van de ouden wel zeer gesocht maar noyt uytgevonden is, en die noch hedendaags by de meeste menschen voor onnaspeurlijk gekeurt wert, te weten de oorsaak te toonen waar uyt dat de Eb en Vloet geboren worden, die klaarlijk uyt de gestelde gronden zullen volgen, niet te deele, maar in 't geheel met alle omstandigheden.

Aanmerkt, *in Fig.* 12. ABC voor de Maans weg, V voor de Aartkloot: om reden die hier boven gegeven is, zal alle de stof, die in de ruymte KB is, met ter tyt tussen de engte ID moeten doorvloeyen, dat is, tussen de Aartkloot en de Maan, en over zulx zal'er onder de Maan, in en omtrent DI, een gedurige perssing zijn; en dewyl de Aartkloot nergens op rust, of nergens aanhangt; maar om datse alleenlijk daar ter plaatse leyt, alwaarse of geen, of een gelijke drukking, of aan alle kanten, of ten minsten aan twee plaatsen recht tegen over malkander, ontfangt, zoo volgt, alsse de perssing van de stof onder de Maan gevoelt, datse zal moeten wyken in een rechte lini van de Maan af, dat is in de lini CD, van D na C, en dat zal zoo lang duuren tot dat de drukking tussen L en C zoo sterk, of een weynig minder is, als tussen I en D. Indien men onderstelt dat de geheele Aarde met water omringt is, zoo zal men lichtelijk konnen besluyten dat het water in I en L, dat is, recht onder en recht tegen over de Maan, dese drukking mede zal moeten gevoelen, en by gevolg dat het water in I en L, en ook daar omtrent, zal moeten neêrzygen, en in K en M opwellen. Die dan in I en L woonen zullen leeg, en die in M en K woonen zullen hoog water hebben. En dewyl de Aardkloot in 24 uuren eens omdrayt, zoo zal de plaats K over zes uuren onder D komen, alwaar nu I is, en M onder C, alwaar nu L is: en om dat de Maan midlerwyle een weynig zal voortgeloopen wesen van D na A, zoo zal de plaats K, alsse onder D is, noch niet recht onder de Maan wesen, maarse zal noch het vyfde van een uur moeten drayen, om dat de Maan in 6 uuren 3 graden voortgaat, zulx dat het $6\frac{1}{5}$ uur zal aanloopen eer de plaats K van hoog leeg water zal hebben, gelijk mede de plaats M; die in I en L woonen zullen in dese tyt van leeg hoog water gekregen hebben, en zoo van alle andere plaatsen. En dewyl een gety, dat is, Eb en Vloet, duurt $6\frac{1}{5}$ uur, zoo heeft men Eb en Vloet in $12\frac{2}{5}$ uuren, of tweemaal in een etmaal en $\frac{4}{5}$ uur, zulx dat het gety alle etmalen $\frac{4}{5}$ van een uur zal moeten verachteren, dat men ook alsoo ziet gebeuren. En schoon 't vals is dat de Aarde overal met water bedekt is, zoo ziet men nochtans dat dese neerzyging en opwelling plaats zal moeten grypen in die twee groote plassen, als in de Oceaan en in de Zuydt Zee, om dat dese ruym genoeg zijn; en wederom, dat dit niet gebeuren zal in de zeer kleine wateren, als in de Meeren, en ook weynig in de zeer enge bepaalde Zeên, gelijk in de Oost en Middellantse. Weest ook verdacht dat dese werking van de Maan eer een neersijging en een opwelling, gelijk vooren gedacht is, veroorsaakt, als een looping; en dat de looping van de wateren, die men omtrent de Kusten, Rivieren, en Inhammen ziet, en besonderlijk omtrent onse Kusten, ja hier voor de Stadt, dat men in 't gemeen alleenlijk Eb en Vloet noemt, niet direct of onmiddelijk van de Maans werking afkomt, maar dat het eer een gevolg is van de opwelling van de Oceaan omtrent het Kanaal en Hitlant; dewyl men moet toestaan dat het water het Kanaal zal moeten inloopen als het daar voor hoog staat, en dat het van daar door de Hoofden zal moeten passeren tot voor onse Kusten: voor Tessel, 't Vlie, &c. komende, dat het over de Zuyder Zee sijn werking zal moeten doen tot voor dese Stadt: 't is dan geen wonder dat men in 't Kanaal en in de Noort Zee meer Eb en Vloet gewaar wort als in de Spaanse Zee, dewyl in de laatste geen of weynig looping is; mede, dat het water zeer hoog stygert, als het, by manier van spreken, in een val loopt, die voor wyt en achter eng is, gelijk men ziet gebeuren in verscheide Revieren, als in de Revier van Londen, daar het water gemeenlijk Voeten klimt; en dat die wateren weinig van de beweging zullen gewaar worden de welke met een enge passage afgesloten zijn, gelijk de Oost- en Middellantse Zee; en eyndelijk, dat het een zeer sterke looping zal moeten geven daar het van de eene ruymte kan loopen tot in de ander, als men ziet gebeuren in de Straat van Magellanus, en in meer andere enge deurtochten.

Als men weet dat de Maan in D of in C is, wanneer hy nieu of vol, en in A of in B, als het Quartier is, onderstellende dat D C de kortste en A B de langste spacie is, zoo ziet men waarom dat de Maans werking in Nieu en Vol krachtiger zal moeten wesen als in de Quartieren; dewyl 't kenlijk is dat'er in de lini DC grooter drukking zal moeten wesen als in de lini AB, en by gevolg weet men waat uyt dat de Spring Vloeden voortkomen.

4. Lit. *Waarom het licht van de Maan toe en afneemt, en waar uyt blykt dat de Maan een ronde kloot is.*

Eyndelijk, dewyl zommige niet wel konnen bevatten waarom dat het licht van de Maan op zekere bepaalde mate toe en afneemt, en om dat het een zeer lichte zake is, zoo zal ik het hier kortelijk verklaren. Aanmerkt, *in Fig.* 13. BCDE voor de Maans weg, en A voor de Aartkloot. Dewyl de eene helft van de Maan, die na de Zon gekeert staat, altyt maar verlicht is, om dat de Maan geen licht van zig zelfs heeft; en om dat wy altyt maar die helft van de Maan konnen zien, de welke na ons toestaat, zo kan men klaarlijk bekennen dat de Maan, in B zijnde, gantsch verduystert zal schynen, om dat wy als dan niets van 't verlichte zullen konnen beschouwen: in K komende zoo ziet men van 't verlichte het deel LK; in C zijnde de helft I C: in D ziet men hem geheel verlicht: in O het deel OP, in E de helft EG, en in B gekomen zijnde is hy wederom geheel duyster. Dewyl men de Maan afmeet na de quantiteyt van 't verlichte dat wy van hem zien, zoo zeggen wy de Maan Nieu te wesen als hy in B is, Vol als hy in D is; eerste Quartier als hy in C, en laatste Quartier als hy in E is. Wassende noemt men hem als sijn licht toeneemt, dat is, als hy gaat van B tot D, en afnemende als sijn licht vermindert, dat is als hy gaat van D tot B. De lenkte van een Maneschyn is lang, de een door de ander gerekent, na genoeg $29\frac{1}{2}$ dag. De horens van de Maan betoonen dat hy ront, of in, of uytwendig gebult is, en dewyl inwendig ongerymt is, zo is't een bewijs dat de Maan een ronde kloot is. Als de hoorens na 't Oosten staan zoo is 't een wassende Maan, maar na 't Westen strekkende, zoo is hy afnemende.

Dewyl ik hier van de Maan en haar verschynselen handele, zoo zal 't niet buyten reden zijn dat ik de Eclipzen verklare, dewyl dese uyt de Maan voortkomen.

IV. HOOFTSTUK.

Van de Eclipzen.

1. Lit. *De oorsaaken waar uyt datse voortkomen.*

Als de Maan voor ons gesicht, tussen ons en de Zon, komt te staan, zoodanig dat wy de Zon niet geheelijk konnen zien, zoo zeggen wy de Zon, voor zoo veel hy niet gesien wert, verduystert te wesen. Gelijk, indien *in Fig.* 14. de Maan, in B zijnde, maakt dat de geene die in A woonen, het deel DIED van de Zon niet konnen beschouwen, zo zeggen zy de Zon zoo veel, te weten, het voornoemde deel DIED, verduystert te wesen: maar als de Maan achter de Aartkloot komt te vervallen, zoodanig dat hy van de Zon niet in 't geheel kan bescheenen werden, zoo zeggen wy, de Maan zo veel verduystert te wesen als hy het licht van de Zon ontbeert. Gelijk, indien de Maan C komt te vervallen in de Aartkloots schaduw, of in de Nachtkegel F H G, als hier het deel O P, zoo zegt men de Maan aan het deel O P verduystert te wesen, om dat hy de stralen van de Zon voor zoo veel niet en geniet.

De verduystering van de Zon is alleenlijk na schijn, om dat hy, een licht uyt sich zelfs zijnde, niet als na schyn kan verduystert werden, maar de Eclips aan de Maan is een waarachtige verduystering, om dat hy geen ander licht heeft als het geene hy van de Zon ontleent, of nergens anders verlicht is als daar hem de Zon beschynt.

2. Lit. *Door welke dingen de Eclipzen grooter of kleender vallen.*

Wy konnen lichtelijk bemerken dat de verduystering van de Maan gemeen is voor een yder de welke de Maan op die tyt konnen zien, dewyl het een waarachtige verduystering is, en dat de verduystering voor een ygelijk op een zelfde tyt even groot is: maar dewyl de Zons verduystering alleenlijk hier in bestaat, dat de Maan in de weg is, zoo volgt, dat die lieden alleenlijk verduystering zullen hebben de welke de geheele Zon niet konnen beschouwen, ook, datse niet op een zelfde tyt de Zon evenveel verduystert zullen zien, want, *in Fig.* 15. die in C woonen konnen de geheele Zon zien, en hebben over zulx gansch geen verduystering; die in D woonen sien het deel LI verduystert, die in A de helft LG, die in E het deel IH, en die in B woonen de heele Zon LK, om dat zy van de Zon gansch niets konnen zien; en dit is al op een selfde tyt.

Indien de Maansloop om de Aartkloot soodanig was, dat hy altyt, wanneer hy tusschen de Zon en ons, of daar recht tegen over, in een rechte lyn, op zulken wyse voor en achter ons quam, of dat sijn schaduw altyt de Aartkloot raakte, en hy de onse, men sou altyt alle maanden twee Eclipzen hebben, met de Nieuwe Maan een aan de Zon, en met de Volle Maan een aan de Maan: maar dewyl de Maans schaduw somtyts, in die gelegentheit, buyten de Aartkloot valt, of die mis loopt, en om dat de Maan op die tyt buyten onse Nachtkegel is, zoo gebeurt het niet altyt zoodanig.

Men siet, in Figuur 14. indien de Zon veel grooter, of de Aartkloot veel kleender was, of dat de Maans weg verder van de Aartkloot geviel, soodanig dat de Maans schaduw ons, en onse schaduw de Maan niet konde bereyken, zoo soud'er noit Eclips in de Maan geschieden. En by gevolg blykt dat de verandering in dese ook verandering in de Eclips veroorsaakt: als de Maan de Aartkloot nadert

zoo

zoo vergrooten de Eclipzen; in de Zon om dat de lijnen A D A E zich wijder uytbreyden; en in de Maan om dat ze vervalt in een dikker Nachtkegel: als de Zon de Aartkloot nader komt zoo verkleenen ze beyde; de Zon Eclips om dat de lijnen AD AE dan minder deel van de Zon begrijpen; en de Maan Eclips om dat de Nachtkegel dunder wert, of minder toenijpt.

3. Lit. *Waar uyt blijkt dat de Zon grooter is als de Aartkloot, en de Maan kleender, en de Aarde ront is.*

Indien de Zon, of niet grooter, of kleender was als de Aartkloot, zoo zoude de Nachtkegel in 't oneyndig voortloopen, en dan zou men ook Mars, Jupiter, en Saturnus, in de zelve schaduw vervallende, zien Eclipzeren; maar dewijl dit noyt bevonden is, zoo is het een bewijs dat de Zon grooter als de Aartkloot is, en veel grooter, dewijl dit zelfs in Mars niet bevonden wert die ons zomtijts zeer na by komt.

Dewijl het blijkt dat de Maan geheel kan verduystert werden, volgens de ondervinding, en om dat het kenlijk is dat de Nachtkegel spits toeloopt, en by gevolg kleender is daar de Maan hem snijt als de Aarde, zo ziet men onweerspreekelijk dat de Maan kleender is als de Aarde. De dikte van de Zon is omtrent 20000, en de dikte van de Maan is omtrent 500 Duytze mijlen: hen beyde voor klooten aanmerkende, zo is het lichaam van de Zon omtrent 160 maal grooter als het lichaam van de Aarde, en het lichaam van de Maan omtrent 40 maal kleender: zulks dat de Zon omtrent 6400 maal grooter is als de Maan. De Zon is omtrent 2500000, en de Maan omtrent 50000 Duytze mijlen ver van ons af.

De dikte, of de middellijn van de Nachtkegel, alwaar de Maan hem snijt, is omtrent 1 gr. 30 m. en de Maans dikte, of zijn middellijn, 33 minuten, en die van de Zon 31½ minuten, alles te rekenen na dat den heelen omtrek van den Hemel doet 360 graden.

De ronde formen van 't verduysterde deel in de Zon toont ons de rondigheit van de Maan, en dat in de Maan toont ons de rondigheit van den Aartkloot; want indien de Maan en de Aartkloot kantig waren, deze kantigheit zoude zich in de form van 't verduysterde deel openbaren.

De 14. Figuur toont klaarlijk dat de Maan Eclips voor ons is een Zon Eclips voor de Maan, en dat de Zon Eclips voor ons is een Maan Eclips voor haar: als de Maan in C is zoo beletten wy dat zy de Zon in 't geheel niet konnen zien, en over zulks is 't voor haar Eclips in de Zon; en als hy in B is, zoo komt haar schaduw op de Aartkloot, en over zulks zien ze ons niet geheel verlicht, en derhalven Eclipserende.

4. Lit. *Van de plekken in de Maan, en wat gevolgen daar uyt konnen getrokken werden.*

De duystere plekken, die wy in de Maan zien, kan men aanmerken voor water, en het heldere voor land, om dat het water minder stralen weêrom stuyt, dewylze veele in laat, en alzo de reflecty verdooft, en by gevolg minder licht van zich geeft, en ons daarom duysterder of swarter schijnt als het land. De Maan vertoont zich na Hevelius observaty in Volle Maan als *in Fig. 16. is te zien.*

De Aartkloot zal hem ook aan de Maan met plekken opdoen in zulken gedaante als het water op de Aartkloot is.

Men observeert aan de plekken van de Maan dat altyt een zelfde zijde na ons toehelt, of dat wy altyt een en de zelfde halve zijde van de Maan zien, waar uyt dan klaarlijk volgt dat een etmaal op de Maan effen een heele Maneschijn zal moeten lang wesen, of dat'er van haar eene middag tot de ander juyst zo veel tyt zal moeten van doen wesen, dewyl wy aan de stant van de voornoemde plekken bespeuren dat de Maan geene beweging om haar As heeft. Want nemende *in Fig.* 13. Y, het midden tusschen D en H, voorzekere plaats op de Maan, zoo zal 't aldaar middag wezen, de Maan in D zijnde, maar in O gekomen wesende zoo zal 't na den avont hellen, dewyl de Zon voor haar zal schijnen te dalen, en in G zijnde zo is de Zon in 't ondergaan aan haren Horizont, om dat E de zelfde plaats van Y is: maar in B gekomen wezende zoo is 't voor haar middernacht, dewyl X de zelfde plaats van Y is. Tot L gevordert zijnde zoo begint het te dagen, en in C is de Zon in 't rijsen aan hare kimmen, dewyl C dan de zelve plaats van Y is; en van daar af rijst de Zon zoo lang tot dat ze wederom in Y, namelijk recht tegen over de Zon is. Weet dat de Maan in dese tijt meer als een volle keer geloopen heeft, schoon wy hem hier alsoo aangemerkt hebben, om dat de Zon hier stil staat, maar gedenkende datse beyde, de Zon en de Maan, of beter wy en de Maan, te gelyk voortgaan, of eygentlijk, dat de Maan te gelyk tweerly beweging heeft, een om ons en een om de Zon, zoo zal men lichtelijk bevroeden dat de Maan in zijn etmaal meer als een volle keer zal moeten geloopen hebben, te weten zoo veel meer als ze in die tijt om de Zon gevordert is, even gelyk hier vooren van onse etmalen gezegt is. Dit zelfde, dat van de plaats Y gezegt is, moet ook alsoo verstaan werden van yder plaats op de Maan, zoo wel van die geene die van ons afgekeert staan, als van die de welke ons aansien; alleenlijk is'er dit verschil in, dat die geene, de welke na ons toe zijn. Altijt 's nachts lichte Maan hebben, en de andere, die van ons af zijn, noyt, dewijl de Aarde aan de eerste voor een Maan verstrekt, even gelyk zy aan ons doet, ja het licht dat zy van ons ontfangt zal veel meerder wesen, om dat wy grooter zijn: maar de andere hebben noyt Maneschijn, om dat zy ons ter geeniger tijt konnen zien. By voorbeelt, de plaats Y zal wel geen Maneschijn hebben als zy in D is, of als het voor haar middag is, wanneer ze haar ook onnut is, om dat zy van 't verlichte deel des Aartkloots als dan gansch niets konnen beschouwen, maar de Maan in G zijnde, dat is, alwaar haar nacht begint, zoo zien zy de helft van 't verlichte deel des Aartbodems, en hebben halve Maneschijn, of eerste Quartier; in B gekomen wezende, en zy middernacht hebbende, zoo hebben zy Volle Maan; in

C gekomen zijnde, alwaar haar dag begint, zoo hebben zy leste Quartier. De andere plaatsen buyten Y, de welke ons zien konnen, hebben wel juyst te middernacht geen Volle Maan, maar konnen nochtans, als 't by haar donker is, altyt yets van 't verlichte deel des Aartkloots zien, en op een zelfde tyt altyt een zelfde deel, of een zelfde groote van Maneschijn, zoo wel als de plaats Y.

Wy bespeuren dan dat hare Maneschijnen zo lang zijn als de onse, of als hare etmalen, en dat ze altyt op een en een selfde uure een selfde groote van Maneschijn hebben. Hare jaren zijn met de onse gelyk, of hebben ten minsten weynig verschil, dewijl de Maan te zamen met ons om de Zon gevoert wert: zy tellen dan ruym 12 etmalen in een jaar, of haar jaar is omtrent 12 dagen lang: zy hebben echter geen Winter noch geen Zomer, dewijl de Zon, het geheele jaar deur, altyt voor een zelfde plaats even hoog komt. De plaats Y heeft de Zon 's middags in den top, andere hebben se wederom altyt langs den Horizont, en andere wederom anders, zo dat haar saysoen altyt een zelfde is, en haar dagen en nachten altyt evenlang.

De Aartkloot schijnt voor haar stil te staan, dewijl zy hem altijt in een stant zien. Die in Y zijn hebben hem altyt recht boven 't hooft, en over zulks zal hy voor haar aldaar schijnen vast te wesen: de andere zien hen wederom altyt in een zelfde andere stant. De Zon, en den ganschen Hemel, zoo wel de Starren als de Planeten, schijnen voor haar in een etmaal om haar een keer te doen. Haare jaar-en dagelykse beweging des Hemels zijn strijdig, zoo wel als voor ons, dat is, sy nemen geen eenen coers, nog sy geschieden ook niet om een zelfde As. De dagelykse is om de As van de Maans weg, en de jaarlykse om de As van de Aartkloots weg om de Zon.

V. HOOFTSTUK.

Van de vijf Planeten,

Saturnus, Jupiter, Mars, Venus, en Mercurius.

Wy hebben alreê getoont dat deze alle eenvoudiglyk om de Zon loopen met de zelve coers als de Aartkloot: en dat Saturnus 30, Jupiter 12, Mars 2 jaren, Venus 225 en Mercurius 88 dagen van doen heeft om een keer om de Zon te volbrengen: mede, dat hare wegen malkander doorsnijden, en dat se alle met de Aartkloots weg, of het midden van de Ecliptica, hoeken maken, Saturnus van 2 gr. 30, Jupiter van 1 gr. 20, Mars van 1 gr. 50, Venus van 3 gr. 27', en Mercurius van 4 gr. 23' minuten: dat se de Zon de eene tyt nader komen als de ander, en hoe veel; dat se trager loopen wanneer se 't verste van de Zon af zyn. En meer andere hoedanigheden hier voren in 't eerste Hooftstuk aangetekent. En dewyl in yders beweging, afzonderlyk genomen, weynig aan te merken is, zoo zullen wy overgaan tot hare vergelijking met den Aartkloot, daar 't zich vremt opdoet.

1. Lit. *Hoedanig de Planeten oogschijnlijk dwalen, en de reden waarom.*

Hare beweging met de Aartkloot vergelijkende, of liever, onderzoekende hoedanig deze Planeten, aan den Hemel, haar oogenschijnlyk bewegen, zoo zullen wy bevinden dat se een zeer ongeregelde loop zullen moeten schijnen te hebben: zomtyts zullen se een trage beweging hebben, en zomtyts een rasse; zomtyts zullen se voorwaarts gaan, en zomtyts achterwaarts; en op eenige tyden zullen se schijnen stil te staan.

Indien men, in Figuur 17. DF aanmerkt voor Saturnus, en in Figuur 18. voor de Aartkloots weg; en ABC in de eerste voor de weg van de Aartkloot, en in de tweede voor de weg van Mercurius, loopende in beide van A na C, en van D na F, zoo kan men het dus betoonen.

Stellende, in Figuur 17. Saturnus in D als de Aartkloot in A is, zoo wert hy uyt A gezien langs de lijn AD; en als de Aartkloot gaat van A tot C, terwijl Saturnus gaat van D tot G, zoo wert hy gezien langs de lyn CG, en zal schynen in die tyt rugwaarts geloopen te hebben zo veel graden als de hoek HCG wijt is, nemende HC evenwijdig aan AD; en stellende de Aartkloot geloopen te hebben van C tot B, terwijl de Planeet Saturnus gaat van G tot E, zoo zal se in die tyt noch meer schijnen achterwaarts gegaan te hebben, zulx dat het met de eerste deynsing zal bedragen de hoek KBE, nemende KB mede evenwydig aan AD, ofte aan CH; en de Aartkloot van B door I tot A loopende, wanneer Saturnus gaat van E tot F, zoo zal hy uyt de Aartkloot gezien werden langs de lijn AF, en zal in die tyt, na schyn, voorwaarts geloopen wesen de wyte van de hoek LAF, aanmerkende LA evenwydig aan EB, en in 't geheel zal hy in een jaar gevordert wesen de hoek DAF. Op de zelve manier blykt het ook in Mercurius, want Mercurius *in Fig.* 18. in A stellende als de Aartkloot in D is, en latende de Planeet loopen van A tot C, terwyl de Aartkloot bewogen is tot G, zoo zal Mercurius schynen achterwaarts gegaan te hebben zoo veel als bedraagt de hoek HCG: en stellende Mercurius voortgedreven te wesen van C tot in B, terwyl de Aartkloot geloopen heeft tot in E, zoo zal hy noch meer te rug geloopen wesen, zoodanig dat het met de eerste zoo veel zal wesen als de hoek EBK wyt is, en Mercurius hem van daar verplaatzende door I tot in A, terwijl de Aartkloot loopt van E tot in F, zoo zal hy in die tyt schynen voorwaarts gevordert te wezen de hoek LAF, en in 't geheel, terwyl hy een keer gedaan heeft, de hoek DAF. 't Geene hier van Saturnus gezegt is, kan ook op Jupiter en Mars toegepast werden, gelyk ook op Venus dat wy van Mercurius getoont hebben, te weten in gelyke hoedanigheit, en niet in gelyke hoegrootheit.

Men kan wel denken dat se daar zeer traagsaam zullen moeten voort loopen alwaar se beginnen te rug te treden, en by gevolg dan oogschijnlyk zullen stil staan.

Men ziet ook dat de achterwaartze gang dan altyt zal moeten geschieden als de Planeet en de Aartkloot beyde aan een zelfde zijde van de Zon zyn. Men heeft gesien, in de voorgenoemde Figuren, dat de deynsing geschie-

geſchiede als de Aartkloot, of de Planeet, loopt omtrent van A door C tot B, dat is, als de Planeet en de Aartkloot, van de Zon te zien, in een zelfde coers, ofte oirt, van hem af zijn, en niet tegen malkander over ſtaan.

Haar ongelijke loop, te weten nu traag en dan ras, kan uyt het geſeide lichtelyk beſpeurt werden. En om dat men deſe ſchynbare ongeregelde loop aan den Hemel zoodanig heeft geobſerveert, zoo hebben de ouden haar Planetæ, dat is, Dwaalders genoemt. En hier uyt zijn ſe ook kenbaar, want aan den Hemel eenige ſtar veranderlijk in ſtant vindende, ten opzicht van andere ſtarren, zoo mag men vryelyk beſluyten dat het een Planeet of een Comeet is. De Cometen kent men aan de ſtaart, of aan de hairbos.

2. Lit. *Van haar ſtant, en afſtant van ons.*

Men ziet dat de twee onderſte Planeten, Venus en Mercurius, noyt recht tegen over de Zon zullen konnen gezien werden, gelyk men de Maan doet wanneer ſe vol is, maar wel de drie opperſte, om dat wy in deſe laatſte wel tuſſchen de Zon en haar konnen komen, maar in de twee onderſte noyt.

Men kan ook bekennen dat het een merkelyk verſchil moet geven, of men van de eene zijde des Aartkloots weg een Planeet aanziet, of van de andere zijde, dat is, in de drie opperſte, of men *in Fig.* 19. uyt B de Planeet A ziet of uyt C, verſchillen de hoek BAC. In de twee onderſte neemt men dit verſchil in hare wegen: aanmerkende A voor de Aartkloot, zo moet de hoek B A C het verſchil zijn of men uyt A de Planeet beſchouwt wanneer ſe in B, of wanneer ſe in C is: men ziet ook klaarlijk dat deze hoek B A C grooter wert met de afſtant S A kleender te nemen, of met de cirkel B C grooter te ſtellen; en dien volgens, dat in Mars deſe hoek grooter moet weſen als in Saturnus, en in Venus grooter als in Mercurius. In Saturnus is deſe hoek op 't grootſte omtrent 6 graden, in Jupiter 11, in Mars en in Venus yder 47, en in Mercurius omtrent 24 graden.

En gelyk hare lengte verandert door de beweging des Aartkloots, zoo verandert ook daar door hare breete. Als wy op het verſte van de Planeet af zijn zoo zal zijn breete minder weſen dan of wy hem nader by komen.

Indien *in de Figuuren* 20 *en* 21. P de Planeet is, en NP ſijn weg, die de Ecliptica N L met een hoek in N doorſnijt, zoo groot als in 't 1 Lit van dit hoofdeel getoont is, zoo zal de breete P B L grooter weſen, de Aartkloot in B weſende, als de breete PAL, de Aarde in A zijnde, dat is verder van de Planeet af: de Aartkloot in C zijnde, zo is de breete P C L grooter als of hy in A was, en kleender als of ons geſicht uyt B viel.

Men ziet ook dat wy op de eene tijt een zelfde Planeet veel nader zijn als op de ander, en dat wy hem dan het naaſte zijn als wy en hy aan een ſelfde ſijde van de Zon zijn, en het veerſte als de Zon tuſſchen ons en de Planeet is, ja dat dit verſchil in Mars en in Venus veel grooter ſal moeten weſen als in de drie andere, in de verſte is het minſte verſchil. Men vint dat de naaſte afſtant tegens de verſte is, ten naaſten by, in Saturnus als 9 tegens 11; in Jupiter als 11 tegen 16; in Mars als 1 tegen 5; in Venus als 1 tegen 6; en in Mercurius als 1 tegens 2.

3. Lit. *Hoedanig haar licht toe-en afneemt*, &c.

Dewyl de Planeten, even gelyk de Maan ende de Aartkloot, alle duyſtere lichamen zyn, zoo kan men lichtelyk beſluyten, dat hare eene helft, die na de Zon gekeert is, alleenlyk zal verlicht weſen, en by gevolg, dat wy ſe voor zoo veel zullen verduyſtert zien, als wy van de andere helft, die van de Zon afſtaat, konnen beſchouwen. Gelyk, indien *in Fig.* 22. de Aartkloot in A is, zoo kan men zien de helft van het verduyſterde deel van V, en wat min van M. En indien V in C is, zoo ziet men hen heel verduyſtert, maar de Planeeten in ♀ en ♂ zijnde, zoo vint men haar geheel verlicht. Van Jupiter en Saturnus kan weynig of niet van 't verduyſterde geſien werden, om dat zy zeer verre van de Aartkloot afſtaan. Met Mercurius is 't omtrent zodanig gelegen als met Venus. De ondervinding beveſtigt deſe dingen.

Als Venus en ook Mercurius tuſſchen de Zon en ons is, wanneer ſe juyſt in de Ecliptica zyn, zoo zullen ſe een Eclips in de Zon veroorſaken, doch van weynig belang, om dat ſe haar kleen aan den Hemel vertoonen. De Aartkloot zoude in Mars een Eclips veroorſaken indien de Nachtkegel tot aan ſijn weg konde ſtrekken, en dat hy dan recht tegen over de Zon in de Ecliptica was; maar dit heeft men tot noch toe niet geobſerveert.

Dit is, zoo veel aangaat de beweging, &c. van de Planeten in vergelijking van ons, laat ons nu eens zien wat ſe met malkander hebben.

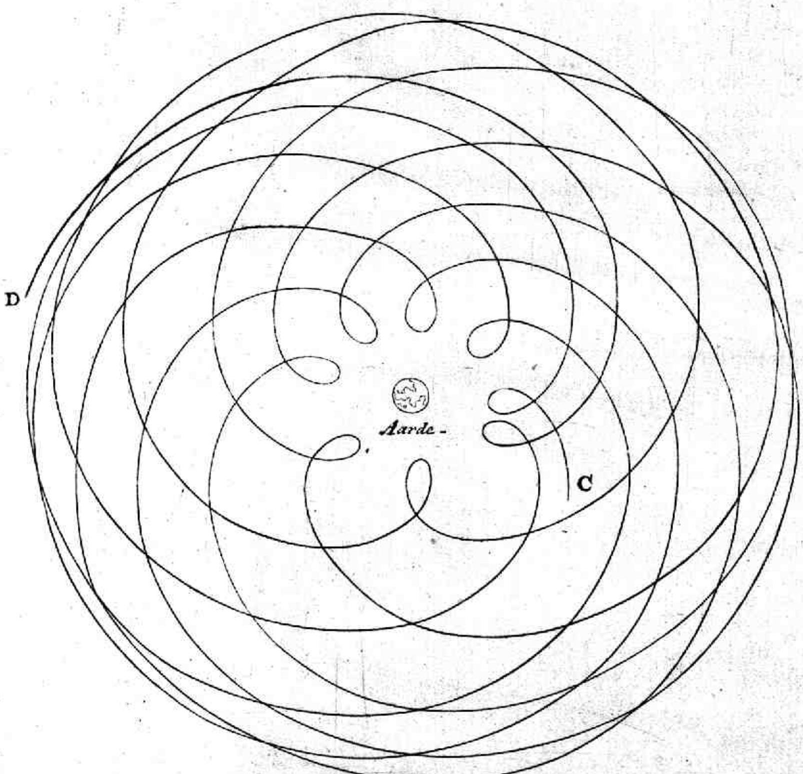
4. Lit. *Hoedanig den Hemel voor yder Planeet ſchijnbaarlijk zal bewegen.*

't Is klaar, dat yder Planeet, als hy hem zelfs ganſch ſtil ſtelt te weſen, zal oordeelen dat de Zon jaarlijx die cirkel maakt de welke hy zelfs doet, gelyk wy de Zon toeſchrijven die cirkel te loopen die wy in een jaar volbrengen. Alle de andere Planeten, waar af dat wy eene zyn, zullen voor hem ſchijnen te dwalen gelyk ſe voor ons doen. Voor Mercurius zullen ſe alle dwalen gelyk de drie opperſte voor ons, en voor Saturnus alle als de twee onderſte ons toeſchynen, om dat de eerſte van alle de andere Planeten omvat wert, gelyk de drie opperſte ons doen, en om dat de tweede al de reſt in ſijn cirkel begrypt, gelyk wy Venus en Mercurius inſluyten; de andere, als Jupiter, Mars, en Venus hebben tweërley dwalingen gelyk wy, om dat ſe onder en boven haar Dwaalders, ofte Planeten hebben.

De jaren van Saturnus zyn 30 maal langer als de onſe, die van Jupiter 12, en die van Mars omtrent 2 maal. Venus telt een jaar binnen 225, en Mercurius binnen 88 van onſe dagen; om dat zy in zoodanigen tyt een keer om de Zon doen.

Indien ſe zelfs een ombuiteling hebben, gelyk het waarſchijnlyk is dat Jupiter heeft, zoo zullen ſe oor-

Fig: 25.



deelen dat den heelen Hemel, met al wat'er om en aan is, dagelijks eens omloopt, recht anders als de ombuyteling is.

VI. HOOFTSTUK.

Vergelijking van de voorgaande stelling des Hemels met die van Ptolomæus, *de welke de Aartkloot geheel vast en onbeweeglijk stelt.*

Dewyl dese tegenwoordige verhandeling zoo wel het vermaak als de nuttigheit tot haar oogmerk heeft, zoo ware het grootelyks gemist, die zaak niet aan te roeren over de welke de meeste speculatien en discoursen vallen, te weten de questy (indien men se tegenwoordig zoo noemen mag) of de Aartkloot stil staat ofte niet. Het heeft my goed gedacht dit niet voor aan te voegen, maar hier achter te stellen, op dat niet het oordeel voor de zaak, maar de zaak voor het oordeel zoude gegeven werden: want men zal over dese questy geen goed besluyt konnen maken ten zy dat men kennisse heeft van de beweging, of ten minsten van de schynbare beweging der Hemelsche lichamen; en daarom hebbe ik het voorgaande voor afgestelt; en ik heb liever de stelling met een roerende Aartkloot genomen, als die van Ptolomæus, niet alleen om dat ik dese voor waarachtiger keure, maar ook om datse veel eenvoudiger, en by gevolg gemakkelijker om te verstaan is. En dewyl ik dese vergelyking alleenlyk aanlegge voor de geene die het voorgaande verstaan hebben, zoo zal ik de *Hypothesis* van Ptolomæus uyt de voorgaande doceren, op dat men hen te gemakkelyker begrijpen zoude.

Ptolomæus dan, die de Aartkloot, gelyk gesegt is, gansch vast en onbeweeglyk stelde, heeft alle de beweging, die wy aan de Aartkloot toege-eygent hebben, den Hemel moeten toeschrijven. De dagelykse beweging van den Aartkloot heeft hy aan den Hemel moeten toepassen, de jaarlykse aan de Zon, niet alleenlyk in zoodanigen tyt, maar ook in zoo grooten cirkel, en met die uytmiddelpuntigheit; en de vijfen-twintig duysent jarige, of de omsetting van de As-punten, aan de starren, en dat alles met een strijdige loop.

Hy heeft de Planeten alle een zeer zeltsame en wonderlyke beweging moeten toe-eygenen, om hare dwaling, of om hare voor en achterwaarts gang, ook hare snel en trage beweging, goet te maken. Hy heeft moeten stellen dat de Aartkloot ten naasten by het Centrum was van de Maans, van de Zons, en het juyste van de starrens weg, en dat de Zon omtrent het middelpunt was van de Planeten, gelyk Figuur 23. zulks ten deele vertoont.

Ik zegge ten deele, om dat se de wegen van de Planeten niet wel en verklaart, want dese en konnen, de Aartkloot stil staande, geen cirkels wesen gelyk se hier afgebeeldt staan, om datse dan niet en zoude dwalen, of rugwaarts gaan, maar zekere krullynen, daar van *in Figuur* 25. een getoont wert, dat Mars, na dese sijne stelling, van anno 1580, tot anno 1596, dat is van C tot D, zoude gelopen hebben. Verstaat dit zoodanig, dat hy de loop van de Planeten niet eygentlyk met zulke krullynen doceert, maar dat dit een klaar gevolg is van sijne stelling. Ziet hier zijne leering van de loop der drie opperste Planeten.

Aanmerkt *in Fig.* 24. A voor de Aartkloot, en voor het Centrum van de cirkel BH; B voor het middelpunt van het ront CO; O voor dat van GD; en D voor 't zelvige van LP. Laat B zich bewegen van B na H; O van C na O; D van D na G, en de Planeet P in de cirkel LP, van L na P. Aanmerkt ook dat, als O in C is, dan D in Q is, en als P in N is, dat dan de Zon in de verlengde DNA aan A is, te weten in de zelfde lyn, maar aan de ander zijde van de Aartkloot: mede dat de twee punten O en B even ras loopen; en D tweemaal rasser als O: en als men zich verbeelt dat dese drie punten B, O en D, elk in 't besonder aangemerkt, een egale, of gelyke beweging hebben, of dat een yegelyk in gelijke tyt even veel wegs afleyt, en dat P even zoo ras loopt als de Zon, en dat B een keer doet in die tyt als wy hier voren de Planeten een keer toegeschreven hebben, dat is Saturnus omtrent in 30 jaren, en in de andere als geseit is, zoo verstaat men sijne stelling van de drie opperste Planeten, alleenlyk dit daar by voegende, dat B en de Zon een zelfde coers in haar loop houden, dat is beyde van 't Westen na't Oosten. Indien men dit naaukeuriglyk beschout, zoo zal men bevinden dat de weg, die de Planeet volgens dese beweging beschrijft, met de voorgaande krullijn zal gelyk wesen. Dewijl het punt B trager loopt als het punt P, zoo kan men lichtelyk bekennen dat de Planeet, omtrent N zijnde, zal achterwaarts loopen, en L naderende, en ook daar van afgaande, voorwaarts; en om dat P zoo ras loopt als de Zon, zoo ziet men dat dit alle jaren eens zal moeten geschieden; en voor 't laatst, om dat P en de Zon even ras loopen, en om dat de Zon in de verlengde NA aan A, te weten recht tegen over de Planeet is wanneer hy in N is, zoo moet men besluyten dat de Planeet altyt na genoeg even ver van de Zon af is, en by gevolg, dat de Zon, waar hy ook is, het Centrum is van de Planeten. En men ziet alsoo klaarlyk dat dit een zelfde effect zal moeten hebben als of men de Aartkloot stelde te bewegen, (om dat men de cirkels CO en GD niet en moet aanmerken, dewijl die alleenlyk genomen zijn om de ongelijke beweging van de Planeten, hier vooren aangeroert, goet te maken) om dat de cirkel LP zoo groot genomen wert als de cirkel van de Zon, of als wy de Aartkloots weg gestelt hebben.

Hebbende dan alsoo verklaart de stelling, ofte de beweging die Ptolomæus, of al die geene de welke met hem de Aartkloot vast en onbeweeglyk stellen, den Hemel hebben moeten toe-eygenen, en zulx ook gedaan hebben, zoo zullen wy nu eens kortelyk ondersoeken de voor en nadeelen die in yder stelling aan te merken zijn, en het oordeel laten aan den Lezer.

VII. HOOFTSTUK.

Aanmerking voor en tegen, wegens de ſtelling van een loopende Aartkloot, of een ſtilſtaande Zon.

Eenige brengen in, of werpen tegen, dat de ſtelling van deZons ſtilſtant ſtrydig is tegens deH.Schriftuur, en brengen voort verſcheide plaatſen de welke klaarlijk ſpreken van de loop der Zonne. De andere, die de Zon vaſt ſtellen, zeggen hier tegen dat deſe plaatſen niet na de letterlijken zin moeten verſtaan werden, dat men anderſints tot veele ongereymtheden zal moeten vervallen: dat men moet denken dat de H. Schrift ſich zomtyts voegt na 't verſtant van de menſchen, gelijk wy onſe redenen zomtyts buygen na de kenniſſe van de kinderen. Zal 't een fout in een Starrekundiger weſen, als hy, tegen de kinderen, of de lieden in 't gemeen, ja zelfs tegens de Aſtronomici, van de dageraat ſprekende, ſegt, datſe eyndigt als de Zon opkomt? ſchoon hy oordeelt dat de Zon ſtil ſtaat: en zal 't niet beter zijn dus te ſpreken, als te zeggen dat den dag begint, als onſen Horiſont tot de Zon komt? en zou 't dan voor een abuys in de H. Mannen te achten zijn, als zy, ſprekende van een matery haar oogmerk rakende, zeggen, dat de Zon dus of zodanig loopt, ſchoon zy verſtonden dat hy waarlijk ſtil ſtont? en wat dan indien zy in de Starreloop onkundig waren, gelijk 't waarſchynlijk is datſe geweeſt hebben. Nergens verwittigt ons de H. Schrift dat men uyt haar de konſten en wetenſchappen zal leeren, maar wel dat wy ons leven naar haar zullen regelen: ja, indienſe voorgenomen had ons de Meetkunſt te doceeren, ze zou ons een Zeshoek voor een ront doen keuren, of ons een valſe maat van een cirkel vertoonen; en meer andere redenen voor en tegen. En dewyl veel van deſe zaak pro en contra geſchreven is,en ik my ook niet gaarn wikkele in diſputen die zonder eynde zijn, ſoo zal ik hier van af korten, en laten het zelvige by 't geene dat daar af geſegt is. Datſe zonder eynde zijn, toont niet alleenlijk de ondervinding, maar kan ook lichtelijk bekent werden wanneer men ziet dat een yegelijk een begin ſtelt naar ſijn believen; datſe yder uytlegt na ſijn zin en welgevallen, en dat hy oordeelt de ſijne alderklaarſt, en met de text het aldernaaſte over een te komen. Den eenen zegt het moet na de letter, den anderen het moet na een anderen, ofte na een verborgen zin verſtaan werden: die de letter voor hem heeft wil'er niet van afwyken, en die hem tegen heeft wil'er niet na hooren: het welke eer tekenen zijn van datſe de H. Schift aan 't verſtant, als het verſtant aan de H.Schrift toetzen, en eer, datſe de beginſelen daar in brengen als datſe die daar uyt halen. Die my een of twee valſe beginſelen toelaat, ik zal hem alles, wat omtrent van die natuur is, tegen een doen kanten; ik laat ſtaan als ik'er zoo veel mag neemen als ik begeer. Die men 't leſte hoort geeft men 't meeſte gelijk: de hardſte ſchreeuwer wint het gemeenlijk: die bot en ongevoelijk is verſtaat het meeſte, en heeft de zekerſte kennis: ſijn droomen ſijn openbaringen, en ſijn ſpreuken orakelen: die zedig gaat wert lichtelijk veroordeelt, en die naukeurig is verſtaat niet alles.

Zommige zeggen, indien de Aartkloot drayt, ſoo zouden de menſchen, en de hoge gebouwen, door hare geſwintheit vallen, ja de vogels, in de lucht vliegende, zouden hare neſten verlieſen, om dat de Aarde, terwyl zy in de lucht vlogen, onder haar zo verre zoude verdrayen, dat het haar onmogelijk zoude weſen die weêr te vinden, ja ook na te vliegen, dewyl de Aartkloot in een uur 225 duytſe mylen verdrayt, dat geen vogel kan na volgen; dat de wint by na altyt zoude moeten Ooſt wayen, en de wolken altyt na 't Weſten dryven, en meer andere diergelijke, alle daar op geveſt, dat de Aarde drayen zoude zonder de lucht hen te volgen, welke alle zoodanige zaken ſijn die tegens de experienty ſtryden.

Hier op ſeggen de andere, dat de Lucht zoo wel drayt als de Aarde; dat de Lucht, door 't gedurig ſtryken van de Aarde tegen hen, heeft moeten bewegen, ofte hem volgen; ja genoegſaam zoo ras als hy zelve, te weten, dat deel van de Lucht het welke dicht aan de Aarde is, in de welke dat wy leven, de vogels vliegen, en de wolken dryven: en voegen daar by, dat dit natuurlijk is, en dat het ondervonden wert in alle voorvallen daar de beweging gecontinueert wert.

Die haar weêrſtreven, om dat men de Aarde niet en voelt bewegen, maar dat men ter contrary de Zon en den gehelen Hemel dagelijx ſiet drayen van 't Ooſten na 't Weſten; laten zy met zoodanige kanten die oordeelen het lant voort te gaan wanneer zy in een ſchuyt ſijn die ſtil voortgetrocken wert, zonder hen het tou te wyſen, dewijl de redenen aan weerkanten gelijk zijn, en bey de alleenlijk op het geſicht ſteunen: daar men een verplaatſing beſpeurt is een beweging, maar het is twyffelbaar wie het doet.

Zommige Aſtronomici, van een ander gevoelen zijnde, meenen deſe ſtelling t'eenemaal om ver te ſtooten, met te toonen dat uyt deſe volgt, dat'er een Paralaxis,of een Verſchilſicht in de vaſte ſtarren moet weſen; en beſluyten, dewyl deſe Paralaxis niet waargenomen is, dats'er waarlijk niet is, en by gevolg dat de Aarde geen cirkel loopt. De lijn SA, *in Fig.* 19. mag zoo lang weſen alsſe wil, daar ſal altyt verſchil moeten weſen, of men de ſtar uyt C ziet, of uyt B, te weten ſoo veel als de hoek BAC is.

Dat'er verſchil is, of moet zijn, wert van de andere niet ontkent, maar ſy ſeggen dat de ſtarren ſoo verre van de Aarde afſtaan dat dit verſchil geheel niet, of ſeer weynig, ſal konnen bemerkt werden, ja ſelfs in die ſtar de welke ons het aldernaaſte is. Dat het in de naaſte niet veel ſal konnen bedragen, blykt uyt de groote ruymte die'er tuſſen beyden is: die met haar aanmerkt de groote ſpaty die'er is van ons tot Saturnus, alwaar dit verſchil omtrent 6 graden bedraagt, en hoe'er noch veel grooter ruymte is van Saturnus tot het eynde van de Zons Vloet, en dat'er dan wederom zoodanigen ruymte moet geconſidereert werden eer men tot de naaſte ſtar komt, zal ſich niet ver-

wouwonderen; ja hy zal noch minder verwondert wesen als hy gedenkt op't merkelik verschil dat in de afstant der starren geoordeelt wert, en dat het verschilsicht tot noch toe misschien geobserveert is aan starren die 10 of 20 malen verder van ons af zijn als de naaste.

Dit zijn de voornaamste tegenwerpingen, zoo veel my bewust is, die in 't gemeen voorgeworpen worden, en ook de antwoorden daar op passende: laat ons nu eens optellen de redenen die zy tot bevesting geven.

Voor eerst zoo sustineren zy dat de stelling van een lopende Aartkloot, of een stilstaande Zon, niet nieu, maar al zeer out is; by de Grieken isse omtrent 2000 jaren geleden, door *Aristarchus Samius* al voorgedragen, maar se is terstont onderdrukt, om datse scheen te stryden tegens hare Heydense Godsdienst, ja sodanig dat 't nu schynt een noit gehoorde zaak te wesen.

Zy houden staande dat hare stelling de eenvoudigste en de natuurlijkste is die men kan bedenken. De eenvoudigste, om dat zy alle bewegende Hemelsche lichamen yder maar eenderley loop toe-eygenen, en de natuurlijkste om datse over een komt met die Philosophy, de welke hedendaags by de geleerde van onse eeuw, genoegsaam over al aangenomen en beweert wert. Astronomische wert het zelvige mede bevestigt, om datse oplost de swarigheden die noit by de ouden zijn verstaan, en tegen dese roering schynen te stryden: als de schynbare beweging van de vaste starren; de omloping van't caput Draconis tegen de order van de tekens; en verscheide andere wonderheden in de Planeten ten deele hier voren al verhaalt.

VIII. HOOFTSTUK.

Aanmerkingen voor en tegen, wegens de stelling van een vasten Aartkloot.

Dese heeft tegenwoordig zoo weynig Astronomici die hen bevestigen als de andere die hen weerstreven: 't sijn geen andere als Starrekundigers die dese tegen zijn, niet om datse in de selve vinden eenige absolute strydigheit, maar alleenlijk om de ongeschikte beweging, die de Hemelse lichamen, na dese stelling, soude moeten hebben: dat de Planeten volgens zodanige krullynen soude bewogen werden konnen sy niet inschikken: dat God zodanigen curieuse wanorder in de natuur soude gemaakt hebben is by haar ongelooflijk: datse curieus is siet men om datse aan veele eygenschappen gebonden is. Men bemerkt dat alle de krullynen, die in elke Planeet een besondere is, dese eigenschap hebben, dat, hoe kromse ook lopen, en met wat krullen en bochtense zijn, een zelfde cirkel, als de Zons weg, haar aller middelpunt is (verstaat dit zodanig dat yder punt van de Planeets weg na genoeg een zelfde afstant heeft van eenig punt van de Zons weg:) datse alle, om gelijke tyt, te weten om 't jaar, een krul maken; en, dat dese krullen, in elke Planeet, op die plaats vallen alwaar hy op't naaste aan de Aarde komt; ja dat de grote van dese krulletjes zodanig zijn, dat de Planeten in de zelve, volgens hare beweging, haar een zekere bepaalde tyt op houden, die in elk geproportioneert is naar d'ongelijke beweging tussen de Zon en die Planeet, of tussen het punt P en het punt B. Dat God zoodanigen curieuse beweging in de natuur zoude gestelt hebben, daar het op een seer eenvoudige wys met de zelve effecten, konde gedaan werden, te weten, met alleen den Aartkloot te doen loopen, konnen zy van een wesen, dat ten opperste wys en almagtig is, niet vertrouwen: dat zodanigen wonderwerk tot sijn glory zoude gedyen, konnen zy niet geloven: een goet werkmeester tracht sijn werk altyt zoo eenvoudig te maken als mogelijk is, behoudens dat het een selfde uytwerking doet, en men pryst die de welke dit op 't naaste treffen. 't Is de gewoonte van de onkundige mirakelen en wonderen te smeden, en die God, als iets heerlijx, toe te eigenen. De beweging van den Hemel is, na dese stelling, niet alleen buyten noot konstig, maar daarenboven ook zeer wanschiklijk. Die overdenkt hoe alles in 24 uren van 't Oosten na 't Westen omgevoert wert, terwyl elke Planeet, de Zon, de Maan, en de Starren, hare besondere beweging hebben, contrary en scheef tegen dese aan, sal dit moeten besluyten, en voornaamlijk wanneer hy'er byvoegt de wonderlijke beweging van de Planeten. Die insiet hoe de verste lichamen, die anders de traagste beweging hebben, hier door het snelste sullen moeten lopen, ja zo veel te rasser, als zy verder zijn, zal reden hebben om aan de waarheit van dese Hypothesis te twyffelen. Na de uytrekening van *Philippus Lansbergius*, souden de vaste starren alsdan in een minute, of in 't *60ste* deel van een uur, loopen 38630878 duytse mylen, of in een secunde, dat is 't *60ste* deel van een minuit, of in een ogenblik, 643848 duytse mylen. Wie sal een lichaam zodanigen snellen beweging derven toe eygenen? die beducht is dat alles op d'Aarde zoude neerstorten, of in verwerring geraken, als hy het sestiende deel van een myl in een ogenblik drayde, wat reden sal die niet hebben om te vresen dat den gehelen Hemel, met alles wat'er om en aan is, niet en sal instorten, als een lichaam in een ogenblik geen zestiende deel van een myl, maar meer als ses maal hondert duysent mylen moet lopen, en dat noch alles verwart door malkander. Die dese dingen naukeuriglik aanmerkt, oordelen zy dat reden sal vinden van twyffeling, en voornamelijk als zy gedenken dat dit alles weg genomen wert door de eenvoudige omdraying van den Aartkloot in 24 uren van 't Westen na 't Oosten, en dan noch meer als zy gedachtig sijn wat beter met de Goddelijke wysheit over een komt.

Tegens dit alles wert, mijns wetens, van de Voorstanders, niet anders ingebracht als dat wy uyt dese wonderlijke oversnelle beweging bespeuren de grote magt en wonderwerken Gods. En of d'andere hier tegen seggen dat dit geen reden is, dat men zoo doende alle redenlose fantasijen tot wonderwerken Gods maakt, en dat men hem alsoo verheerlijkt met onse dromen, zo blyven zy nochtans gemeenlijk by 't hare.

Alle de reden die zy voor hare stelling hebben, is alleenlijk datse met het gesicht overeenkomt, dat men den Hemel siet drayen en niet de Aarde, hoe krachtig dese reden is hebben wy hier vooren beantwoordt.

III. DEEL.

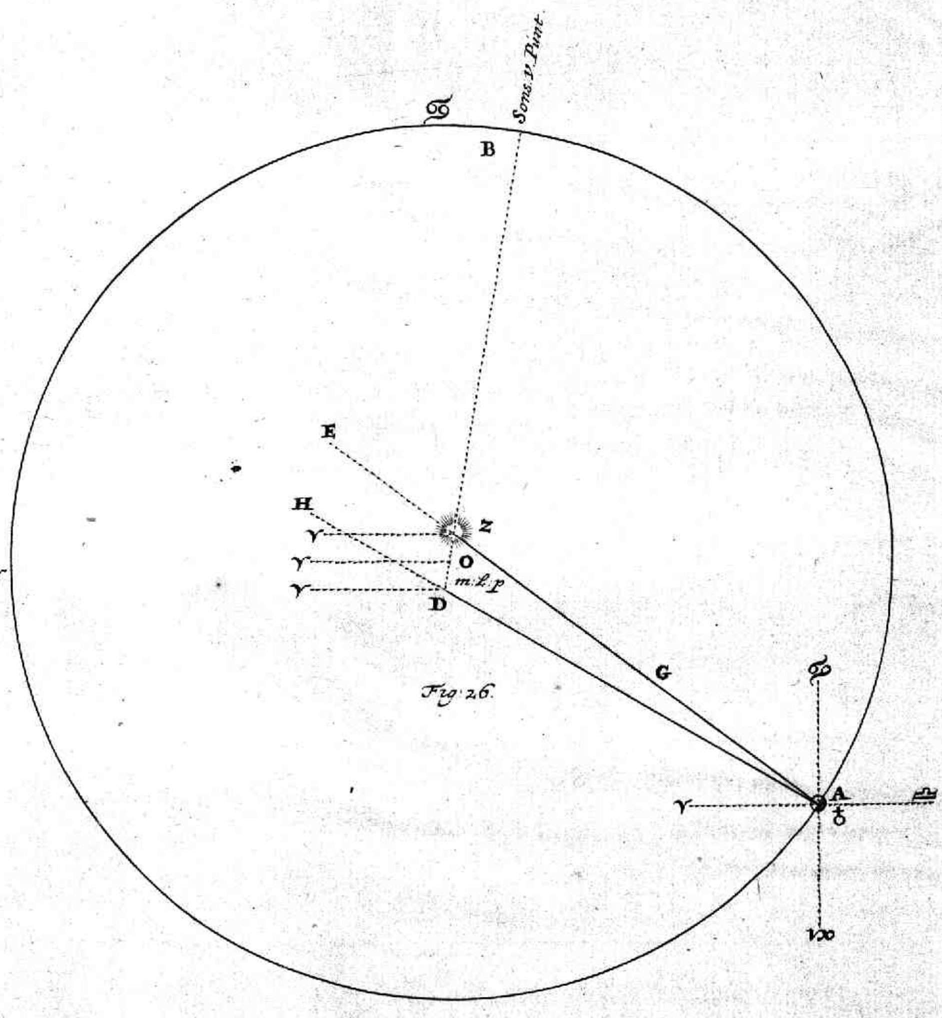


Fig: 26.

III. DEEL.

Van de uytrekening der plaatzen van de Planeten, en van de Eclipzen.

IN het voorgaande Deel hebben wy getoont op wat wijze den Hemel bewogen wert, en zommige apparentien, of verschijnzelen, daar uit volgende, nu zullen wy, in dit Deel, aanwijzen hoedanig dat men uytrekenen kan waar ter plaatse dat de Zon, de Maan, en de Planeten, op een gegeve tijt, zullen zijn, of geweest hebben: ook wanneerder Eclipzen zullen geschieden, hoe groot dat se zullen vallen, en hoe lang dat se zullen dueren, om dat dit dingen zijn daar ons de weetgierigheit toe noodigt.

Tot behulp van dese reekening hebben wy zekere Tafelen van doen, die gy in onse Astronomia, of Starrekunst, kont vinden, dewelke door veelvuldige, en lang-tussen-tijdige waarneemingen gemaakt en vergaart zijn, die aanwijsen in wat graad des Zodiacs, van Aries af te rekenen, de Zon, de Maan, en yder Planeet, op het begin van 't jaar, dat is den eersten January 's middags, van zommige jaren, was, of zal zijn, dat men *Aanvangtijden* (Epocha) noemt; en ook hare middelbare voortgang, in Jaren, Maanden, Dagen, Uren, en Minuten, die de naam van *Middelloop* (Æqualis motus) voeren, en daar en boven het geene men by hare plaats, na de middelbare loop uytgerekent, moet vergaren, of aftrekken, om hare waarachtige plaats te hebben, dat onder de titul van *Voor of achtering* (Prosthaphæreses) voorgedragen wert, en dan noch meer andere Tafelen gelijk uyt het gevolg zal blijken.

En om dat de Manier dezer uytrekening, door de veelvuldige waarneemingen, niet wel zal konnen onthouden werden, daarom zullen wy 'er Regelen byvoegen, die aanwysen zullen, op wat wyse dat men, in alle gelegentheden, zich zal hebben te dragen: en dan zullen wy dese met een exempel verklaren, en dat gedaan hebbende, een ontleding bydoen, op dat men aan de Deugt van de Regel niet sou konnen twijffelen.

Tot een algemeene waarschouwing moet ik zeggen, dat de Astronomici den dag rekenen te beginnen, niet als de Zon opkomt, maar 's middags als hy op zijn hoogste is, dat is ten 12 uuren, en dat dit in 't gebruyk van dese Tafelen moet waargenomen werden. Wy zullen alle de exempelen op nieuwe stijl alleenlijk uytrekenen: of ten minsten verstaat by nieuwe stijl daar geen oude uytdrukkelijk bygevoegt is.

I. HOOFTSTUK.

De uytrekening van de Zons plaats.

REGEL

Om de Zons plaats te vinden.

1. Zoekt de naaste minder aanvangtijt:

2. Hierby vergaart de Middelloop der Jaren, Maanden, Dagen, Uren, en Minuten, die'er tussen de voornoemde aanvangtijt en de gegeve tijt begrepen zijn, komt de Zon na zijn Middelloop van de Lentsnee.

3. Van de zom trekt af het verste punt van de Lentsnee, de rest is het geene de Zon na de Middelloop van 't verste punt af is.

Het geene boven eens of meermalen 360 graden is alleenlijk behoudende.

4. Dit laatste reduceert tot Tekens, Graden, en Minuten, hen door 30 deelende: op het quotient zoekt de Zons voor of achtering, en vergaart *het gevondene, zoo het* vordering *is, maar* trekt het af, *zoo het* achtering *is, van de Zon na zijn middelloop van de Lentsnee, in het tweede Lit gevonden, de zom of de rest is de ware Zons plaats van Aries.*

1. Exempel. Anno 1677, den 13 April, ten 11 uuren 30 minuten voor middag, begeert men te weten de ware Zons plaats.

		gr. m.
Aanvangtijt, Anno	1661	281: 33: --
Jaren	16	—: 7: 4
April. Dagen	1	88: 42: 5
Ditto	11	10: 50: 5
Uren	23	—: 56: 7
Minuten	30	—: 1: 2
Zon na zijn Middelloop van Aries		382: 11: 3 A
Zons verste punt van Aries		97: 3: --
Zon van 't verste punt		285: 8
zijnde 9 Tekens 15 gr. 8 m.		
dit geeft *Vordering*		1: 55: 4
dit by A, komt de Zon van ♈		384: 6: 7
		360: --: --
of eygentlijk		24: 6: 7

zulks dat de Zon is 24 graden en 6'.7 minuten in Aries, *'t begeerde.*

Ontleding op de uytrekening van de zon.

Wy zullen dit te weeg brengen door de toestelling van een figuur, gelijk *Fig. 26.* die de natuur van de zaak afbeelt, om dat wy oordeelen zulks genoeg te zijn tot voldoening, als m'er slechts een weynig aandacht by voegt.

Neemt O, en ♈ O, na believen.

1. Uyt O als middelpunt, en 10000 als Straal, trekt de Aartkloots weg ♈ BA.

2. Maakt de hoek ♈ OB gelijk het verste punt van Aries, zoo is B het verste punt.

3. Maakt OZ, en OD, beyde in OB, elk gelijk 175, Z na B toe, en D daar van af: zoo is Z de Zon, en D het Middelloops punt.

4. Trekt DA, zulks dat ♈ DA is gelijk de Zon na de Middelloop van Aries: zoo is A de Aartkloot.

5. Getrokken hebbende AZE, zoo is ♈ ZE, of ♈ AG, beyde verkeert, de Zon van Aries.

ZAD is de voor of achtering, doch geeft hier vordering. En dewijl dese toe en afneemt naar dat BA (de Aartkloot van 't verste punt) of HDB verkeert, (de Zon na de Middelloop van 't verste punt) toe of afneemt, daarom wert dese voor of achtering hier opgesocht; en men moet BA, of HEB, daarom eerst vinden.

2. Exempel. Vrage waar de Zon was Anno 1252, den 23 December, 3 uren 15 minuten naar de middag, oude styl.

			gr.
Aanvangtyt. Anno		1201	287:53:--
Middelloop	Jaren	40	0:18:4
		11	359:20:7
	Decemb.	1	330:11:5
	Dagen	22	21:41:--
	Uren	3	—:7:4
	Minuten	15	—:—:6
Zon na de Middelloop van Aries			279:32:6 A
Zons verste punt van Aries			89:35:--
Zon van 't verste punt			189:57:--
Dit geeft *Vordering*			—:21:2
Vergaart by A, komt			279:53:8
By de Lentsnees vordering			—:7:5
komt de Zon van Aries			280:1:3

Dat sijn 9 tekens 10 gr. 1.3 minuten, dies was de Zon op die tyt 10 gr. 1.3 min. in Capricornus.

Aanmerking. *De ouden hebben de Lentsnee zelfs een voor of achtering toegeschreven, die men voor den jare* 1500 *moet observeren, maar daar na niet meer.*

3. Exempel. Anno 1681, den eersten July, 's morgens ten 8 uren, zal de Zon wesen 9 gr. 50.5 minut. in Cancer.

II. HOOFTSTUK.

De uytrekening van de Planeten.

Vier regelen werden tot dese vereischt, twee tot de lenkte, en twee tot de breete: de drie opperste vereisschen eenen anderen regel als de twee onderste, om datse, ten opsicht van de Aartkloot, of ons gesicht, een onderscheydene beweging hebben.

REGEL.

Om de lengte te vinden van de drie opperste Planeten,

Saturnus, Jupiter, en Mars.

1. *Zoekt de Zons, en ook de Planeets plaats na de Middelloop van Aries, door vergaring der Middelloop van de tusschentyt by de naaste minder aanvangtyt, dat is, op de zelfde wyze als in de Zon gepleegt is.*

2. *Van de Dwaalder na de Middelloop van Aries, trekt zijn verste punt van den Lentsnee, blyft de Planeet van zijn wegs verste punt.*

3. *Op dit laatste, in tekens gereduceert hebbende, zoekt de Planeets wegs middelpunts voor of achtering (en de Indeyling, of Indeysing, daar nevens staande) is 't vordering vergaart, maar achtering zijnde, zoo trekt het af van de Planeet na sijn middelloop van Aries, in 't eerste lit gevonden, komt de Planeet uyt d'Aartkloots wegs middelpunt (te zien, of uyt de Zon) van Aries.*

4. *Dit laatste trekt van de Zon na de Middelloop van Aries, blyft de Zon na sijn Middelloop van de Planeet.*

5. *Op dit komende zoekt de Aartkloots wegs voor of achtering, en de toevoeging, daar nevens staande:*

6. *Zegt dan: gelijk de heele Indeysing* 1000.
Tot de gevondene Indeysing,
Alzoo de gevondene toevoeging,
Tot de ware toevoeging.

7. *Welke ware toevoeging, vergaart by de Aartkloots wegs voor of achtering, in 't 5 Lit gevonden; de zom vergaart, zo 't vordering is, en trekt af, indien 't achtering is, van de Planeet uyt d' Aartkloots wegs middelpunt van Aries, komt zijn ware plaats van Aries in lenkte.*

REGEL.

Om de breete te vinden van de drie opperste Planeten,

Saturnus, Jupiter, en Mars.

1. *Zoekt, op de gegeve tyt, de Noortknoop van Aries, en trekt dit van de Planeet uyt d' Aartkloots wegs middelpunt van Aries, hier voren gevonden, de rest is de Planeet uyt d' Aartkloots wegs, Middelpunt van de Noortknoop.*

2. *Op dit laatste zoekt de Indeysing tot de breete.*

3. *Op de Zon na de Middelloop van de Planeet, hier voren gevonden, zoekt de Planeets breete.*

4. *Dan: gelijk de heele Indeysing* 1000.
Tot de gevondene Indeysing,
Alzoo de gevondene breete,
Tot de ware breete.

Zo de Planeet minder *als* 180 *graden van de Noortknoop is, zoo is de gevondene breete* Noordelijk, *en* meerder, Zuydelijk.

REGEL.

Om de lengte te vinden van de twee onderste Planeten,

Venus, en Mercurius.

1. *Zoekt de Zons plaats na de Middelloop van de Lentsnee, en de Dwaalder van de Zon, door vergaring der Middelloop van de tussentyt by de naaste minder aanvangtyt, op de wijse als hier voren.*

2. *Van de Zon na de Middelloop van Aries trekt af de Planeet zijn verste punt van Aries, rest de Zon na sijn Middelloop van de Planeets verste punt.*

3. *Op dit laatste zoekt de Planeets wegs Middelpunts voor of achtering, (en de Indeysing daar nevens staanne) welke vergaart, zoo 't vordering is, of afgetrokken, zoo 't achtering is, van de Zon na de Middelloop van Aries, het komende is de Planeets wechs Middelpunt van Aries.*

4. En

4. *En in tegendeel*, addeert *dese zelfde voor of achtering*, *zoo het* achtering *is*, *en* substraheert *ze zo het* vordering *is, by of van de Planeet na de Middelloop van de Zon, in 't eerste lit gevonden, 't komende is het gene de Planeet van sijn wegs Middelpunt af is.*

5. *Op dit laatste zoekt de Planeets wegs voor of achtering (en zijn toevoeging.)*

6. *Dan: gelijk de heele Indeysing* 1000,
Tot de gevondene Indeysing,
Alzoo de gevondene toevoeging,
Tot de ware toevoeging.

7. *Welke ware toevoeging vergaart by de Planeets wegs voor of achtering*, *en de zom* addeert, *of* substraheert, *naar dat het* vordering *of* achtering *is*, *by of van de Planeets wegs Middelpunt van Aries: de zom of de rest is het begeerde.*

Regel.

Om de breete van de twee onderste Planeten te vinden.

Venus, en Mercurius.

1. *Zoekt, op de gegeve tyt, de Noortknoop van Aries, en trekt dit af van de Planeets wegs Middelpunt van Aries, hier voren gevonden, de rest is de Planeets wegs Middelpunt van de Noortknoop.*

2. *By dit leste vergaart de Planeet van sijn wegs Middelpunt, hier boven gevonden, komt de Planeet van de Noortknoop.*

3. *Op dit leste zoekt de Indeysing tot de breete, en op de Planeet van sijn wegs Middelpunt sijn breete zelve.*

Dan: gelijk de geheele Indeysing 1000,
Tot de gevondene Indeysing,
Alzoo de gevondene breete,
Tot de ware breete.

Noordelijk *is dese breete als de Planeet* minder *als* 180 *graden van de Noortknoop af is*, *en* Zuydelijk, *als ze* meerder *daar van is.*

Regel.

Aanwyzende of de Planeten voor of achterwaarts gaan.

1. *Op de Dwaalder van 't verste punt zoekt sijn eerste of tweede Keerpunt.*

2. *Is, in de drie opperste Planeten, de Zon na sijn middelloop van de Planeet* meerder *als het eerste keerpunt, zoo gaat de Planeet achterwaarts, en* anders *zijnde zoo gaatse* voorwaarts.

3. *Is, in de twee onderste Planeten, de Dwaalder van sijn wegs middelpunt* meerder *als het eerste keerpunt, zoo gaat de Planeet* achterwaarts, *en* anders *zijnde* voorwaarts.

Exempel. Men wil weten de lenkte en breete van *Saturnus*, anno 1677, den 13 April, 's morgens ten 11 uuren 30 minuten.

d'Uytrekening in lenkte.

Aanvangtyt van Saturnus 1661		222: 6:--
Jaren	16	195:45:5
April	1	3: 0:9
Dagen	11	—:22:1
Uren	23	—: 1:9

Saturn. na zijn middell. van Aries 421:10:4 A
Saturnus verste punt van Aries 267:49:--

Saturnus van zijn verste punt 153:21:4 B

Saturnus wegs middelp. achtering 3: 5:-- van A

rest ♄ uit de ☋ wegs middelp. van ♈ 58: 5:4 C van
de Zon na zijn middell. van Aries 382:11:3

blyft de Zon na zijn middell. van Sat. 324: 5:9 D

Hier op vint men de Aartkloots wegs achtering 2.59′, en de toevoeging 26. De Indeyzing is op B gevonden op 938.

daarom: 1000 — 938 — 20? komt 18′: 8″
Aatkloots wegs achtering 2:59:--

ware achtering 3:17:8
Saturn. uit d'Aarkl. w. mp. van Aries 58: 5:4 C

afgetrokken, rest Saturn. van Aries 54:47:6
dat is, 24 gr. 47.6 minuten in Taurus, 't begeerde in lenkte.

d'Uytrekening in breete.

van C 58: 5′:4″
trekt de Noortkn. van Aries 116:15:--

rest ♄ uit d'☋ w. mp. van de Nk. 301:50:4 E

Hier op vint men de Indeysing der breete 850, en op D vint men de breete zelfs 2.19′--

daarom: 1000 — 850 — 2:19

komt 1 graad 58 minuten voor de ware breete van Saturnus, die Zuydelijk is, om dat E 301:50:4, meerder is als 180 graden.

Saturnus gaat achterwaarts, om dat D meerder is als 115 graden 10 minuten, het eerste keerpunt, dat men op B vint.

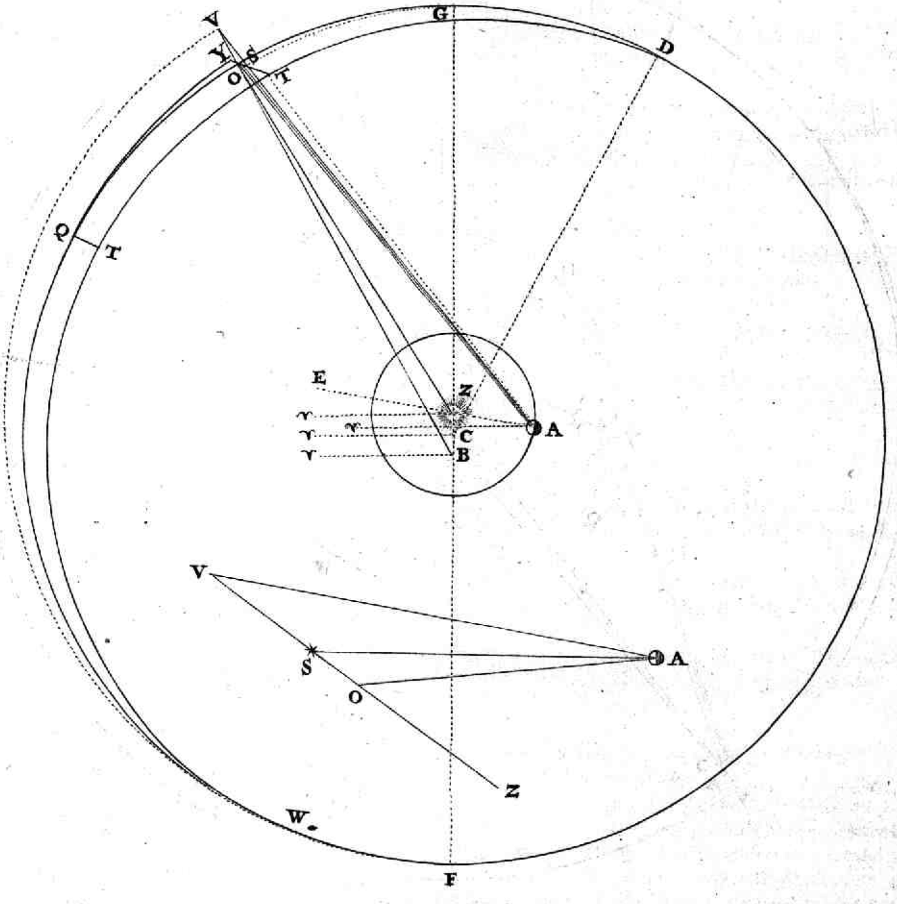
Exempel. Men vraagt na de lenkte en breete van *Venus*, anno 1678, den 11 Julii, 2 uren 15 minuten naar de middag.

d'Uytrekening in lenkte.

Aanvangtyt van Venus anno 1661		246:19′:″--
Jaren	17	228: 0:3
July	1	111:35:4
Dagen	10	6: 9:9
Uren	2	—: 3:1
Min.	15	—:—:4

 Venus

Fig: 27.



Venus na de Middell. van de Zon	232: 8:1 A
Zon na de Middelloop van Aries	109:47:--B
Venus verste punt van Aries	92:48:--
☉ na zijn mid. l. van ♀ wegs v. p.	16:59:--C
Venus wegs middelp. achtering	0:34:-- {van B / by A
rest Venus w. middelp. van Aries	109:13:--D
k. Venus van zijn wegs middelp.	232:42:--E

Op dit laatste vint men Venus wegs achtering 44:41′ en toevoeging 106 min. De Indeyzing is op C gevonden 23.

Daarom: 1000—23—106? komt	2′.4″
Venus wegs achtering	44:41:--
Ware achtering.	44:43:4
Venus wegs middelp. van Aries	109:13:--D
afgetrokk. rest Venus van Aries	64:29:6

Dat is 4 graden 29.6 minuten in Gemini, 't begeerde in lenkte.

d'Uytrekening in breete.

Van D	109:13′:--
trekt de Noortknoop van Aries	72:54:--
Venus wegs middelp. van de Nkn.	36:19:--
Venus van zijn wegs middelpunt	232:42:--E
Venus van de Noortknoop	269: 1:--

Hier op vint men de Indeyzing tot de breete 1000: en op E vint men de breete zelfs 3:4′.

Daarom: 1000 — 1000 — 3:4?

komt 3 graden 4 minuten voor de ware breete van Venus, die Zuydelijk is, om dat Venus meer als 180 graden van de Noortknoop af is.

Venus gaat achterwaarts, om dat E meerder is als het eerste keerpunt, dat op zijn grootste 168:15′ is

Ontleding, of de making der figuren op de vyf Planeten,

Saturnus, Jupiter, Mars, Venus, en Mercurius.

Op Saturnus, Jupiter, en Mars.

Neemt, *in Fig.* 27. Z, en ♈ Z na geval.

Tot de lenkte.

1. Trekt uyt Z als middelpunt, met 10000 als Straal, de Aartkloots weg.

2. Maakt ♈ Z E gelijk de Zon na de middelloop van Aries: en verlengt E Z tot de Aartkloots weg, komt de Aartkloot A.

3. Neemt ♈ Z F gelijk de Planeets verste punt van Aries.

4. Neemt Z C, in C F, gelijk 5647 in Saturnus, 2465 in Jupiter, en 1472 in Mars.

5, Trekt uyt C als middelpunt, met CF als Straal, (die in Saturnus moet wesen 99242, in Jupiter 54000, en in Mars 15183) de Dwaalders weg.

6. Maakt C B, gelijk Z C, in C F: zoo is B het middelloops punt.

7. Neemt ♈ BS gelijk de Planeet na de middelloop van Aries.

8. Trekt Z S.

Zo is ZSB *de Planeets middelpunts voor of achtering, en* ♈ ZS *is de Dwaalder uyt d' Aartkloots wegs middelpunt* Z *van Aries.*

9. Uyt Z, als middelpunt, met ZF, ZG als Straalen, trekt de bogen FV, GO, tot datze Z S en zijn verlengde ontmoeten,

Zoo is V O *gelijk* Z B, *de heele Indeyzing, of nadering, en* V S *de ware.*

10. Trekt uyt A, de lijnen A V, A S, A O,

zoo is AVZ *de Aartkloots wegs voor of achtering*
V A O *de heele toevoeging,*
V A S *de ware toevoeging,*
ASZ *de ware Aartkloots wegs voor of achtering, en* ♈ A S *de Planeet uyt de Aartkloot.*

Tot de breete.

11. Maakt ♈ CD gelijk de Noortknoop van Aries, en W recht daar tegen over.

12. Dan de boog D T W, zulks dat T D S in Saturnus is 2 gr: 30 minuten, in Jupiter 1 gr. 20 min. en in Mars 1 gr. 50 minuten.

13. Uyt Q, het midden van D S W, trekt Q Y evenwydig aan D T W.

14. Aanmerkt TSY rechthoekig door de Planeets weg;

Zoo is TY *de heele* / *en* T S *de ware* } *Indeyzing.*

13. Trekt uyt A de lynen AT, AY,

Zoo is TAY *de Dwaalders breete, en* T AS *de ware breete.*

Op Venus en Mercurius,

Neemt, *in Fig.* 28. C, en ♈ C na geval.

Tot de lenkte.

1. Trekt uyt C, als middelpunt, met 10000 als Straal, de Aartkloots weg.

2. Maakt ♈ CH gelijk de Zons verste punt van Aries.

3. Neemt CZ gelijk 175, in de verlengde van HC.

4. Maakt ♈ Z F gelijk de Dwaalders verste punt van de Lentsnee.

5. Neemt ZB in CF, gelijk 350 in Venus, en gelijk 523 in Mercurius.

6. Maakt ♈ ZE gelijk de Zon na de middelloop van Aries, en verlengt E Z tot de Aartkloots weg, komt de Aartkloot A.

7. Trekt AB, en zijn verlengde BQ,

Zoo is BAZ *de Planeets Middelpunts voor of achtering en* ♈ BQ *de Dwaalders wegs Middelpunt van Aries.*

8. Trekt uyt B, als Middelpunt, met 7215 in Venus, en met 3775 in Mercurius als Straal, de Dwaalders weg.

9. Neemt BN in BF, na genoeg gelijk 0, of niets in Venus, en gelijk 1000 in Mercurius

10. Trekt NR evenwijdig aan ZE, en NQ evenwijdig aan BQ.

11. Maakt RNS gelijk de Planeet na de Middelloop van de Zon.

Zoo is QNS *gelijk de Dwaalder van zijn wegs Middelpunt.*

12. Uyt B, met BF, en BG als Straal, trekt FO, GV, tot BA en zijn verlengde,

Zoo is VO *de heele Indeyzing,*
en VA *de ware Indeyzing.*

13. Trekt SO, SA, en SV.

Zoo is BVS *de Dwaalders wegs voor of achtering,*
VSO *de heele toevoeging,*
ASV *de ware toevoeging,*
BAS *de ware Planeets wegs voor of achtering,*
en ♈ AS *de Dwaalder uyt d' Aartkloot.*

Tot de Breete.

14. Maakt ♈ BD gelijk de Noortknoop van Aries, en W daar recht tegen over.

15. Dan trekt de boog DTW, zulx dat TDS in Venus is 3 gr. 27 m. en in Mercurius 4 gr. 43′ m.

16. Uyt Q, het middel van DSW, trekt QY evenwijdig aan DTW.

17. Aanmerkt TSY rechthoekig door de Planeets weg.

Zoo is TY *de heele Indeyzing,*
en TS *de ware Indeyzing.*

18. Trekt uyt A de lijnen AT, AY,

Zoo is TAY *de Dwaalders breete,*
en TAS *de waare breete.*

Anno 1701, den eersten January, zal men, op de middag, vinden,

voor de lenkte van Saturnus	10 gr. 1.6 m.	in Pisces,
van Jupiter	7 gr. 13.8 m.	in Aquarius
van Mars	5 gr. 12.6 m.	in Pisces:
voor de breete van Saturnus	1 gr. 46.7 m.	Zuyder,
van Jupiter	0 gr. 40.6 m.	Zuyder,
van Mars	0 gr. 54.9 m.	Zuyder.

Anno 1691, den 25 Maart, zal men, op de middag, vinden,

voor de lenkte van Venus	20 gr. 57.5 m.	in Aquarius,
van Mercur.	7 gr. 24.5 m.	in Pisces:
voor de breete van Venus	2 gr. 50.6 m.	Noorder,
van Mercur.	0 gr. 57.7 m.	Zuyder.

II. HOOFTSTUK.

De uytrekening van de Maan in lenkte en breete, en ook wanneer hy Nieu, Vol, of Quartier zal zijn.

REGEL,

Om de Maans plaats in *lenkte* te vinden.

1. *Zoekt de Zon na de Middelloop van de Lentsnee: ook de Maan van de Zon, en de Maan van 't verste punt, door vergaring van de tussentijt by de naaste minder aanvangtijt.*

2. *By de Maan van de Zon vergaart de Zon na de Middelloop van de Lentsnee, komt de Maan na de Middelloop van Aries.*

3. *Op de Maan van 't verste punt zoekt zijn voor of achtering in Nieu of Vol, en toevoeging in de Quartieren, daar neffens staande.*

4. *Dan ziet uyt de Maan van de Zon wat de Maan van Nieu of Vol is,*

Dan: gelijk 90 graden,
Tot het geen de Maan van Nieu of Vol is,
Alzoo de toevoeging in de Quartieren,
Tot de ware toevoeging.

5. *Dit laatste vergaart by de voor of achtering, en de zom addeert; zoo het vordering is, maar substraheert zoo het achtering is, van de Maan na de Middelloop van Aries, komt de Maan in lenkte.*

REGEL

Om de Maans plaats in *breete* te vinden.

1. *Zoekt de Maan na de Middelloop van de Noortknoop, door vergaring van de tussentijt by de aanvangtijt.*

2. *Hier by addeert, of substraheert, de Maans ware voor of achtering, hier boven gevonden, komt de Maan van de Noortknoop.*

3. *Hier op zoekt zijn breete in Nieu of Vol, en zijn toevoeging in de Quartieren, daar neffens staande.*

4. *Dan: gelijk 90 graden,*
Tot de Maan van Nieu of Vol,
Alzoo de toevoeging in de Quartieren,
Tot de ware toevoeging.

5. *Dit laatste vergaart by de Maans breete, komt zijn ware breete. Noordelijk is dese als de Maan minder als 180 gr. van de Noortknoop af is, anders is se zuydelijk.*

Exempel. Vrage na de Maans lenkte en breete tussen den 20 en 21 Octob. 1684, 's nachts ten 12 uren.

d'Uytrekening in lenkte.

Door vergaring van de Middelloop der Jaren, Maanden, &c. by de naaste minder aanvangtijt, gelijk nu meermalen gedaan is, vint men op de voornoemde tijt

de Zon na de Middell. van Aries	210:16′.3
de Man van de Zon	148: 9:1 A
	v.
(Maan naa de Middell. van Aries	358:25:4 B)
en de Maan van 't verste punt	321: 3:8

Op dit laatste soekt sijn voor of agtering en toevoeging: men vint 3 gr. 3.4 m. vordering, en 1 gr. 33.2 m. toevoeging.

Dan besiet hoeveel de Maan van Nieu of Vol is, dat men uyt A vint, trekkende het van 180 graden, komt 31 gr. 50.9 m.

daarom: 90 gr. — 1 gr. 33.2 m. — 31 gr. 50.9 m.
komt 33'.0 minuten voor de ware toevoeging,
hierby 3: 3.4 de vordering van hier boven

komt 3: 36.4 de ware vordering C
by 358: 25.4 B, de Maan na de Middell. van ♈

komt 2: 1.8 voor de Maan van Aries, *'t beg.*

d'Uytrekening in breete.

Door vergaring van de Middelloop der Jaren. Maanden, &c. tot de naaste minder aanvangtyt, vint men
de Maan van de Noortknoop 257: 4: 2
hierby de ware vordering 3: 36: 4 C

komt de ware Maan van de Noortkn. 260: 40: 6 D

Hier op zoekt zijn breete in Nieu of Vol, en de toevoeging in de Quartieren: komt voor 't eerste 4 gr. 56 m. en voor het tweede 15.8 m.

daarom: 90 gr. — 15.8 m. — 31 gr. 50.9 m.
komt 5'.6 ware toevoeging,
hierby 4: 56.0 breete in Nieu of Vol.

komt 5: 1.6 Maans ware breete; en is zuydelijk om dat D meerder is als 180 graden.

Anno 1681, den 1 January, 's middags, vint men de Maan te wesen 3 gr. 2.2 m. in Gemini, hebbende 4 gr. 44.7 m. zuyder breete.

Ik zal geen Figuur tot de ontleding hier by voegen, om dat in dese geen duysterheit als de toevoeging in de Quartieren, de welke evenredelijk, na dat de Maan van Nieu of Vol is, vermindert wert, dat door geen Figuur kan verklaart werden: de ondervinding doet ons deze daad goet keuren, ten minsten voor gebruykelijk aannemen.

REGEL.

Om te vinden wanneer de Maan Nieu, of Vol, of Quartier zal zijn.

1. Indien men de eerste Nieuwe Maan van't jaar niet en begeert, zoo vergaart, by de tyt van d'eerste Nieuwe Maan van dat jaar, de tyt van de heele Maanschynen, indien men Nieuwe Maan begeert, of de halve, of de hele en halve, zoo men de Volle Maan hebben wil, of een vierde, of de heele en vierde parten, zoo men de Quartier Maan zoekt, als'er tussen de tyt van de eerste Nieuwe Maan en de begeerde tyt, verloopen zijn: komt de tyt van 't begeerde na de middelloop.

2. Op deze tyt zoekt, na de voorgaande Regels, of uit deze tafels zelve, de Zon en Maan na de middelloop van 't verste punt.

3. Op dese beide zoekt yders voor of achtering, en addeert dese zo ze van een benaming zijn, anders substraheertse: komt het geen de maan voor of achter de Zon is.

Voorby de Zon is de Maan,

Als de Maans vordering grooter *is als de Zons vordering, of als de Maans achtering* kleinder *is als de Zons achtering, of dat de Maan heeft* vordering *en de Zon* achtering.

Anders zijnde, zo is de Maan achter de Zon.

4. De helft van deze uytkomst vergaart by de Maan van 't verste punt, zoo de Maan is achter de Zon, anders trekt het daar van af: komt de middelmaan van 't verste punt.

5. Hier op, en op de Zon van 't verste punt, soekt yders loop in 1 uur; haar verschil is de Maans winst.

6. Dan: gelijk de Maans winst in een uur,
Tot een uur,
Alzo't geen de Maan voorby of agter de Zon is.
Tot de tyt voor of na de ware Nieu of Volle Maan.

7. Daarom vergaart dese tyt by de gevondene na de Middelloop zoo de Maan is achter de Zon, anders zoo trekt z'er van af, komt de ware tyt die begeert wiert.

Als men niet besonder naukeurig wil zijn, zo kan men de bewerking van het vierde Lit achter wege laten: de gedeelteus van min. kan men in de Zon en Maan van 't verste punt mede, als overtollig, verwerpen.

Exempel. Anno 1677, in April, begeert men te weten de tyt van de Nieuwe Maan.

Op de tyt der eerste Nieuwe Maan van 1677, vint men de Zon van ♈ 284 gr. 2.7 m. hier van de Zons verste punt van ♈, op die tyt 97 gr. 3. m., rest de Zon van 't verste punt 186 gr. 59.7 m.; dan:

	da. ur. m.	Zon v. 't v.p.	Ma. v. 't v.p.
aanvangt.	2: 9: 51.0	186: 59'.7	203: 52'.4
3 Manesc.	88: 14: 12.2	87: 19.2	77: 27.—
	91: —: 3.2	274: 18.9 B	281: 19.4 A
April.	90		
	1		

Maans vord. 4: 56.8
Zons vord. 1: 59.5 } Sub.

C 2: 51.3 ☾ verby ☉

de helft is 1: 25.6
A 281: 19.4 } Sub.

Middelmaan van 't verste punt 279: 53.8

hier op vint men de Maans loop in 1 uur 32'.37
op B vint men de Zons loop in 1 uur 2.45

afg. rest de Maans winst in een uur 29.92
dan: 29'.92 — 1 uur — C 2: 51'.3?
komt 5 uuren 43'.5 tyts, dit
van 1 d. — uuren 3.2, hier boven gevonden,

rest 18 uuren 19.7 minut. voor de ware tyt der Nieuwe Maan in April: dat is, den 2 April, 's morgens ten 6 uuren 19.7 minuten.

Anno

Anno 1680, in May, begeert men te weten de tijt van de Volle Maan.

		280: 59'. Zon van Aries	
		97: 4. v. p. van Aries	
	dag. ur. m.		
aanvangt.	0: 1: 1.0	183: 55.	79: 5'.
4½ ☾ sch.	132: 21: 18.2	130: 58.	296: 10
	132: 22: 19.2	314: 53.	15: 15. A

May 121
—— Maans achtering 1: 16'. 3 } add.
11 Zons vordering 1: 24. -- }

2: 40.3 ☾ acht. de ☉

op A vint men de Maans uurloop 30 25 } Sub.
op B vint men de Zons uurloop 2.41 }

Maans winst 27.84

dan: 27'.84 — 1 uur — 2: 40.3?
komt 5 uur. 45'.4 } addeert
boven 11 da. 22 uur. 19.2 }

komt 12 da. 4 uur. 4.6, de ware tijt der VolleMaan. Dat is, den 13 May, 4 uuren 4.6 min. na de middag.

Ik hebbe hier de bewerking van 't vierde Lit nagelaten: die gebruykende, men zal omtrent $\frac{1}{5}$ van een minuit minder krijgen, dat van geen belang is.

IV. Hooftstuk.

De uytrekening van de Eclipzen.

In de *Maan* kan geen Eclips vallen, ten zy dat de *Maans breete*, ten tijde van de Volle Maan, *minder is als de zom van de schaduws en Maans half middellijn*.

In de *Zon* kan geen Eclips vallen, ten zy dat de *Maans breete*, ten tijde van de Nieuwe Maan, *minder is als de zom, van de Zons half middellijn, van de Maans half middellijn, en van het grootste verschilzichts verschil tusschen de Zon en Maan.*

Als men dan dit aanmerkt, zo volgt dat 'er geen Maan Eclips zal voorvallen, ten zy dat de Maan, wanneer hy vol is, minder als 11 graden 54 min. van de Noort of Zuydtknoop af is, en geen Zon Eclips, ten zy de Maan, Nieu zijnde, minder als 17 graden 18 m. daar van af is. Ik wil zeggen, *meerder* zal geen Eclips geschieden, en *minder* zal 't wel konnen missen, maar zelden.

Willende dan weten of het Eclips zal zijn of niet, soo heeft men alleenlijk, op de Nieu of Volle Maans tyt, te ondersoeken hoe ver de Maan van de Noortknoop is, uyt de laast gebruykte Tafelen, dus

aanvangtijt 1680 — 86: 43'
4½ Maneschijn —— 318: 1

Maan van de Noortkn. 44: 44, dewyl dit verre boven de 11 gr. 54 m. is, zoo is 't onnoodig hier by de Maans loop van de Noortkn. in de gevondene 5 uuren 45. 4 m., by te addeeren; men ziet dan dat op deze tijt geen Eclips zal geschieden.

Regel

Op de Maan Eclips.

1. *Op de ware tijt van de Volle Maan zoekt de Zon na de Middelloop van 't verste punt; de Maan van 't verste punt, en de Maan van de Noortknoop.*

2. *By 't laatste vergaart, of trekt af, de Maans voor of achtering, komt de ware Maan van de Noortknoop.*

Om de ware tijt van 't midden te vinden.

3. *Op de ware Maan van de Noortknoop zoekt zijn wegs verschil,*
Dan: de Maans winst in een uur,
Geeft een uur tijts,
Wat de wegs verschil,
Komt de Maans wegs verschil in tijt.

4. *Dit vergaart by de ware volle Maans tijt, zoo de Maan na de doorsnijding (Noort-of Zuydtknoop) toe gaat, maar anders daar af getogen, komt de ware tijt van 't midden der verduystering.*

Om de grootheit te vinden.

5. *Zoekt de Aartkloots schaduws half middellijn, die men dus vint:*

Vergaart by de Zons verschilzicht in de zichteynder, altijt 2. 3 minut. zijnde, de Maans verschilzicht in de zichteynder, die men vint op de ware Maan van 't verste punt; van de zom trekt af de Zons half middellijn, die gevonden wert op de Zon van 't verste punt; de rest is de schaduws half middellijn.

6. *By deze schaduws half middellijn, vergaart de Maans half middellijn, die men op de Maan van 't verste punt vint, en van de zom trekt de Maans breete, welke op de ware Maan van de Noortknoop gevonden wert, de rest is de hoegrootheit van de verduystering.*

Om de tijt van het begin en 't einde te vinden.

7. *Van 't vierkant der Maans en schaduws half middellijnen te zamen, trekt het vierkant van de Maans breete, en uyt de rest de* $\sqrt{}$ q.

8. *Dan: gelijk de Maans winst in een uur,*
Tot een uur,
Alzoo de voornoemde Quadraatwortel,
Tot een getal in tijt, het welke afgetogen van de tijt der ware middel verduystering, komt de tijt van het begin, en vergaart, komt de tijt van het eynde der Eclips.

Om de langdurentheit te vinden.

9. *Trekt de tijt van het begin, van de tijt van het eynde, rest de tijt der langdurentheit: of het laast gevondene getal verdubbelt.*

Ik zal, tot verklaring van deze en de volgende Regel, de voorbeelden nemen uyt onse Starrekunst, omdat de lijnen der Figuren, de welke tot ontleding van deze

deze dienstig zijn, wel uyt malkander gescheiden vallen, en ook, om dat een kleene misrekening aldaar gedaan is, die ik hier zal verbeteren: 't raakt de kunst niet of het voorbeelt geschiet is, of dat het geschieden zal.

Exempel, 1659, den 6 May, 7 uuren 53.6 m. na de middag, vint men dat het Volle Maan zal wesen, en dat'er Eclips zal zijn; men vraagt na de tyt van 't midden, begin, eynde, langdurentheit, en de grootheit van dese verduystering.

Op dese tyt vint men, na de Middelloop, de Zon van 't verste punt 307. gr. 56.2 de Maan van 't verste punt 147 gr. 31'.3: en de Maan van de Noortknoop 355 gr. 5': besiet hier de werking van 't begin af.

302:26.9 Zon van Aries
96:44.-- Zons verste punt van Aries

	da. ur. m.				
aanvangt. 1659	21:14:51.2	205:36.9	232:33'.3	63: 4':2	1:34':2 Zons vordering
3½ ☾ sch. ——	103: 8:34.2	101:52.4	270:21.5	287:20:8	3: 4:3 Maans achtering
	124:23:25.4	307:29.3 A	142:54.8 B	350:25.-- C	4:38.5 Maan agter de Zon
May	120				
		uurloop			2:19.2 de helft
tyt die de Maan	4:	35:29 m. Maans l.	deelt 4 gr. 38.5 m.		142:54.8 B
moet lopen eer		2:41 m. Zons lo.	de Maan achter de Zon,		
hy by de Zon is	8:28.2 D		door 32.88 m. de Maans		145:14-- ☾ van 't verste punt
		32:88 m. M. winst	winst, komt 8 uuren		
vergaart, komt	5: 7:52.6		28.2 min. tyts D		

De ware tyt der Volle Maan, dat is den 6 May 7 uuren 53.6 m. naar de middag.

Zoekt nu de Zons en Maans loop van 't verste punt, en de Maans loop van de Noortknoop, op deze 8 uuren 28.2 m. D, en vergaart ze by A, B, C, om dat de Maan achter de Zon is, men vint de boven gementioneerde getallen.

	Zons loop	Maans l. v. 't v. p.	Maans loop van de Noortknoop
uuren 8	—:19'.7	4:21'.3	4:24'.6
min. 28.2	—: 1.2	—:15.2	—:15.4
	—:20.9	4:36.5	4:40.--
hier by	307:29.3 A	142:54.8 B	355:25.-- C
komt	307:50.2 E	147:31.3 F	55: 5.-- G als boven aangetekent is
Op F vint men de Maans achtering			2:44.3

afg. rest de ware Maan van de Noortknoop 352:20.7 H

Om de ware tyt van 't midden te vinden.

Op de ware Maan van de Noortknoop H, vintmen de Maans wegs verschil 1.8 m. (AB, of CD, aanmerkende, *in Fig.* 29. AD rechthoekig op de Maans weg KF, mits dat A en C even ver van de doorsnyding K afzijn.)

Dan: 32.88 m. Maans winst — 1 uur — 1.8 m.
komt 3.3 m. tyts
hierby 7.53.6 m. de Volle Maans tyt, om dat de Maan na de doorsnyding K toe gaat

komt 7.56.9 m. te weten 7 uuren 56.9 m. na de middag voor de ware tyt van 't midden der verduystering.

Om de grootheit te vinden.

Op F, de Maan van 't verste punt, vint men zijn verschilsicht in de sichteyder BOV, of OBE (aanmerkende *in Fig.* 30. EF evenwydig aan OA, en ABC voor een recht doorgaande lyn -- m. 58.4
Hier by de Zons verschilsicht in de sichteynder BAV, of DBE — — — — — 2.3
komt voor 't beloop DBO — — — 60.7

hier van trekt de Zons half middellyn CBA, of DBG, die men vint op de Zon van 't verste punt — — — — — — — — — 15.6
rest voor de schaduws half middellyn GBO, of GO; en in Figuur 29. AO — — — 45.1
hier by vergaar de Maans half middellyn OG, die men vint op de Maan van 't verste punt op -- 16.9
komt voor de schaduws en Maans half middellyn (AG, of AE + DL, of AD + DE + DL, of AD + EL) te zamen — — — 62.0
hier van de Maans breete AD, die men op H, de ware Maan van de Noortknoop, vint op — 39.9
blyft voor de grootheit der verduysterin EL -- 22.1
zijnde by na ⅔ verduystert, om dat 33.8 (de heele Maans middellyn) het geheel zoude uytmaken
of is 7 duym 8½ tiende, dat men dus vint
heele Maans middell. 33.8--12 duym--22.1?
komt als boven.

Om de tyt van het begin en 't eynde te vinden.

Maan en sch. half midl. AG 62'.0. zijn □ is 3844.00
Maans breete — — AD 39'.9. zijn □ is 1592.01
afge-

afgetrokken, reſt voor 't □DG, 2251. 99

√ ———

zoo is DG 47. 5

dan: 32.88 Maans winſt — 1 uur — 47.5 DG? komt 1 uur 26.7 m. Dit van en by de ware tijt van 't midden: komt voor 't begin 6 uuren 30.2 m., en voor 't eynde 9 uuren 23.6 m. na de middag.

De langdurentheit is nu openbaar, zijnde 2 uuren 53.4 minuten.

REGEL

Op de Zon Eclips,

1. *Op de ware tijt van de Nieuwe Maan zoekt*
de Zon na de Middelloop van de Lentſnee en van 't verſte punt,
de Maan na de Middelloop van 't verſte punt en van de Noortknoop.

2. *By dit laatſte vergaart, of trekt af, de Maans voor of achtering, komt de ware Maan van de Noortknoop.*

3. *Op de ware Maan van de Noortknoop zoekt de wegs verſchil.*

Dan: gelijk de Maans winſt in een uur,
Tot een uur tijts,
Alzoo de wegs verſchil,
Tot de Maans wegs verſchil in tijt.

4. *Dit vergaart by de ware Nieuwe Maans tijt, zoo de Maan na de Noort-of Zuytknoop toegaat, maar anders trekt het af, komt de ware tijt van 't midden der verduyſtering uyt d' Aartkloots Middelpunt, dat is indien het oog in het centrum van de Aarde was.*

Om het midden van de Eclips te vinden het oog op een gegeve plaats zijnde.

5. *Op de Zon van het verſte punt zoekt zijn voor of achtering, en door vergaring, of aftrekking, van dit, by of van de Zon na de Middelloop van de Lentſnee, zijn ware lenkte.*

6. *Dan zoekt de Zons en Maans ware verſchilzichts-verſchil in de Hoogte, of (Topboog), in lenkte, en in breete, dus:*

Zoekt eerſt, op de Polus hoogte van de gegeve plaats, op de gevondene ware Zons lenkte van Aries, en op de middel verduyſterings tijt uyt d' Aartkloots Middelpunt, het verſchilzichts verſchil in lenkte, en in breete, uyt de Tafelen (of door Driehoekx-rekening); mede de hoogte van de Zon boven de Horizont:

Dan zoekt, op de Maan van 't verſte punt, zijn verſchilzicht in de zichteynder.

Op dit, en op de gevondene Zons hoogte, zoekt het verſchilzichts verſchil in de Topboog, of Verticaal.

Dan: gelyk 1000, *het grootſte verſchilzichts verſchil,*
Tot het gevondene verſchilzichts verſchil in lenkte, en ook in breete,
Alzoo het gevondene verſchilzichts verſchil in de Topboog,
Tot het ware verſchilzichts verſchil in lenkte, en ook in breete.

Waarſchouwing. Wy zullen dit verſchilzicht verſchil *ſimpelijk* verſchilzicht *noemen, om ons niet met veel gelijkluydende woorden te belemmeren.*

7. *Dan zoekt de ſchijnbare Maans winſt in een uur, of daar omtrent, voor of achterwaarts van de voren gevondene middel verduyſterings tijt, dus,*

Zoekt het ware verſchilzicht in lenkte, op de manier als nu even beſchreven is, op een tijt die een uur, of daar omtrent, vroeger of later is als de gevondene middel verduyſterings tijt: vroeger *indien de Zon* daalt, *maar* laater *zoo ze* rijſt.

Dit, en het geene op de middel verduyſterings tijt in lenkte gevonden is, trekt van malkander, komt haar verſchil.

Zoekt mede de ware Maans winſt, in deſe tijt: hier van ſubſtraheert *het laaſt gevondene verſchilzichts verſchil in de lenkte, indien het verſchilzicht in lenkte* afneemt *en de Zon* rijſt, *of* toeneemt *en de Zon* daalt; anders *zijnde zoo* addeert: *komt de ſchijnbare Maans winſt.*

8. *Hier by vergaart de Zons loop in die tuſſentijt; komt de ſchijnbare Maans loop in deze tijt.*

9. *Op deze tijt zoekt het geen de Maans breete, na 't oog, komt te veranderen, of de ſchijnbare Maans breeteſchil, dus,*

Zoekt, op de gezeide tijt, het ware verſchilzicht in breete, na het 6 Lit, dit, en het geene dat gevonden is op de tijt van de middel verduyſtering, trekt van malkander, komt het verſchilzichts breedeſchil.

Dan zoekt, op deze genomene tijt, de ware Maan van de Noortknoop: dit, en het zelvige ten tijde van de voornoemde middel verduyſtering, van den anderen getogen, reſt de Maans ware breedeſchil.

Deze Maans ware breedeſchil, en het laaſt gevondene verſchilzichts breedeſchil, addeert, *zoo het eene* toeneemt *als het ander* afneemt, *maar* ſubſtraheert, *als ze* beyde toe of afneemen, *komt de begeerde ſchijnbare Maans breedeſchil.*

10. *De gevondene ſchijnbare Maans breete, ten tijde van de meergenoemde middel verduyſterings tijt, en het gevondene ware verſchilzicht in breete, op die tijt, trekt van malkander; komt de ſchijnbare Maans breete op die tijt.*

11. *Dan: gelijk de gevondene ſchijnbare Maans loop in de genomene tuſſentijt,*
Tot de gevondene ſchijnbare Maans breedeſchil in de zelve tijt,
Alzoo de nu even gevondene ſchijnbare Maans breete,
Tot een vierde getal.

12. *Wiens Vierkant addeert by het Vierkant van de laaſt gevondene ſchijnbare Maans breete, en trekkende uyt de zom de radix quadraat, komt een vijfde getal.*

13. *Het gevondene ware verſchilzicht in lenkte, ten tyde van de middel verduyſtering uit d' Aartkloots middelpunt, en het gevondene dubbelde wegs verſchil,* vergaart, *zoo de ware Maan* in 't rijzen na, *of* in 't dalen van de doorſnijding afgaat, anders *zijnde zoo* ſubſtraheert: *komt de ſchijnbare* Maans *lengdeſchil.*

14. *By dit laatſte* vergaart *het gevondene vierde getal, zoo de ware Maans breete* afneemt, *en het verſchilſicht in breete* toeneemt, *of* minder *als de ware breete* afneemt in 't rijzen, *of* meerder afneemt in 't dalen, *of,*

zoo de ware breete toeneemt, *en het verschilzicht in breete* afneemt, *of* minder *als de ware breete* toeneemt in 't dalen, *of* meerder toeneemt in 't rysen: anders *zijnde zoo* trekt *het eene van het ander: komt een zeste getal.*

15. *Dan: gelijk het vyfde getal,*
Tot het zeste getal,
Alzoo de gevondene schynbare Maans breete ten tyde van de voorschreve middel verduystering,
Tot een zevende getal.

16. *Dan: gelijk de gevondene schynbare Maans winst op de tussentyt,*
Tot deze tussentyt waar in hy zulks doet,
Alzoo dit zevende getal,
Tot het zelvige in tyt.

17. *Welke tyt* vergaart *by de middel verduysterings tyt uyt het centrum van de aarde, zoo de Zon* daalt, *maar* afgetogen *zoo ze* ryst; *komt de ware tyt van 't midden der verduystering uyt de gegeve plaats.*

Om de grootheit te vinden.

18. *Gelijk de gevondene schynbare Maans breete ten tyde van de middel verduystering uyt d' Aartkloots middelpunt,*
Tot het vierde getal,
Alzoo het zevende getal,
Tot een achtste getal.

19. *Dit achtste getal* vergaart *by het vyfde getal, indien men hier voren, in 't 14 Lit, het vierde getal van de schynbare Maans lengde schil heeft* afgetogen, *maar* trekt het af *zoo men het heeft* vergaart: *komt een negende getal.*

20. *Dit negende getal trekt af van de zomme der Zon en Maans halve middellyn, die men op hare distanty van hare verste punten vint; rest de grootheit van de verduystering.*

Om het begin en het eynde te vinden.

21. *Soekt, volgens het 7 Lit, de schynbare Maans winst, voor en na de ware tyt van 't midden der Eclips, van een uur tussentyts, of daar omtrent.*

22. *Van't Vierkant der zomme van de Zon en Maans halve middellyn, trekt af het Vierkant van het negende getal, en uyt de rest trekt de Radix quadraat, komt een tiende getal.*

23. *Dan: gelijk de laatst gevondene schynbare Maans winst,*
Tot de tussentyt daar af deze de winst is,
Alzoo dit tiende getal,
Tot zekere tyt.

24. *Welke tyt afgetogen van de ware tyt van 't midden der verduystering, komt de tyt van het begin, en vergaart voor die van 't eynde der Eclips.*

Om de langdurentheit te vinden.

25. *Trekt de tyt van het begin van de tyt van het eynde, rest de langdurentheit.*

Voorbeelt op een Zon Eclips.

Vrage na de tyt van midden, de grootheit, 't begin en eynde, en de langdurentheit van de Eclips in de Zon, voor de stadt Amsterdam, leggende op 52 graden 25 m. Noorder breete, in 't jaar 1659, den 14 November nieuwe styl.

De ware tyt van de Nieuwe Maan vint men na zijn regel, den 14 November, 2 uuren 45.1 m. na de middag, (de Zon in A en de Maan in C zijnde, aanmerkende *in Fig.* 31. KC gelijk KA): op dese tyt vintmen, als in het Voorbeelt op de Maan Eclips gedaan is.

	gr. m.
1. De Zon na de middelloop van Aries —	233:36.1
De Zon na de middelloop van't v.p. —	136:52.1
De Maan na de middell. van 't v. p. —	133:12.1
De Maan na de middell. v. de Nkn. —	12:17.2
2. Op de Maan van't verste punt vint men zijn achtering — — —	3:41.9
Dit van de Maan van de Nkn., blyft de ware Maan van de Noortkn. —	8:35.3
3. Hier op vint men zijn wegs verschil (CB, mits dat AB rechthoekig is op de de Maans weg KC) — — —	: 2.1

Dan: gelijk de Maans winst in een uur 32'.28
Tot een uur, of 60
Alzoo dese wegs verschil 2'.1
Tot de tyt die de Maan over CB te loopen heeft 3'.9.

4. Dit van de ware Nieuwe Maans tyt afgetrokken, om dat de Maan van de doorsnyding afgaat, komt de tyt van't midden der verduystering uyt de Aartkloots middelpunt te zien, ten 2 uuren 41.2 m. na de middag.

Vinding van de ware tyt van 't midden voor Amsterdam.

Indien in Fig. 32. *het oog in de Aartkloots wegs middelpunt* Q *was, zo zoude het de midden verduysterings tyt wezen wanneer de Maan in* B *is: maar het oog op een ander plaats zijnde, als hier tot Amsterdam, wanneer de Maan niet in het Chenith is, zoo geeft dit veranderring, om dat de Maan door dese ryzing van het oog daalt van* B *tot* E, *rechthoekig na de Horizont, zoo veel als bedraagt de boek* B ☾ E, *of de booge* BE: *zulks dat de Maan niet zal schynen te loopen langs* KB, *maar langs* EO, *van* E *na* O. *in Fig.* 33.

Indien dan getogen wert AR, *rechthoekig op* OE, *zoo is* R *de schynbare Maan uyt Amsterdam ten tyde van de middel verduystering voor dese plaats. Men dient dan te vinden (om de ware tyt van 't midden te hebben) de tyt die de Maan van doen heeft om (voor Amsterdam) te loopen van* E *tot* R.

Om ER *bekent te maken, zoo is voor eerst van nooden bekent te hebben de reden van* G E *tot* G R: *waar toe dient het volgende.*

5. Op de Zon van 't verste punt vint men zijn achtering 1 gr. 23.1 m.
Dit van de Zon na de m.l. van Aries, blyft de ware Zon van Aries — — — 232:13.-
Zijnde 22 gr. 13 m. in Schorpio.

6. Op deze Zons plaats, de gegeve beete van Amsterdam, en de tyt van 't mid-

den

den der verduystering uyt de Aartkloots Middelpunt, vint men
't verschilzichts verschil in lenkte (MN) *Fig.* 34.
157 deelen
't verschilzichts verschil in breete (BM)
984 deelen
en de Zons hoogte boven de zichteynder 11 gr. 8 m.

Zoo yemant zich verlegen vint, om deze drie tallen, uyt de Tafelen te vinden, hy kan zich daar van ontlasten met dit volgende na te speuren, waar in ik het verschilzichts verschil in lenkte vinde: de andere twee vint men op de zelve wijze.

♏ 2 *uren* A 26 } *vergaart, om dat* o *tussen beyde komt.*
3 *uren* 107 }

60 m. — 133 — 41. 2 m., 91
A 26

de Zon in 't begin van ♏ 65

♐ 2 *uren* B 106
3 *uren* 237

60 *m.* — 131 — 41. 2 *m.*, 90
B 106

de Zon in 't begin van ♐ 196
de Zon in 't begin van ♏ 65 C

1 *teken, of* 30 *gr.* — 131 — 22 *gr.* 13 ?
komt 97
C 65

162 *op* 52 *graden breete.*

♏ 2 *uren* 35 D
3 *uren* 93

60 *m.* — 128 — 41. 2, 88
35 D

53 ♏

♐ 2 *uren* 97 E
3 *uren* 225

60 *m.* — 128 — 41. 2, 88
97 E

185 ♐
F 53 ♏

30 — 132 — 22. 13 ?
komt 97
F 53

150 *op* 53 *graden breete*
G 162 *op* 52 *graden breete*

60 *m.* — 12 — 25 *m.*, 5
162 G

't begeerde 157

Op de Maan van 't verste punt vint men zijn verschilzicht in de zichteynder op — — : 58. 1
Op dit, en op de gevondene Zons hoogte boven de zichteynder, vint men het verschilzicht in de Topboog (BE) — — : 54. 99

BN { 157 lenkte MN } BE
dan : 1000 -- { 984 breete BM } -- 54. 99 m.

komt voor 't ware verschilzichts verschil in lenkte E D — — — : 8. 63
en voor 't ware verschilzichts verschil in breete B D — — — — : 54. 11

Nu zal men 't in lenkte ook zoeken ten 3 uren, om daar door het verschil te vinden.

7. Ten 3 uuren, dat is 18. 8 m. achterwaarts, vint men op de voren gevondene Zons plaats, en op 52 gr. 25 breete, 't verschilzicht in lenkte 198 deelen.
De Zons hoogte boven de zichteynder — 9 : 26. --
Hier op, en op het gevondene verschilzicht in de zichteynder, vint men het verschilzicht in de Topboog *b* P *Fig.* 35 — : 55. 21
dan: 1000 — 198 — 55. 21 m.
komt het ware verschilzicht in lenkte P T, ten 3 uuren — — — : 10. 93
Hier van de gevondene in lenkte ED, of SX - : 8. 63
Blijft het geene het verschilzicht in lenkte op 18. 8 m. tyts vermeerdert is Y P — : 2. 30
Op dese 18. 8 m. tyts vint men de ware Maans winst B *b*, of E X — — -- 10. 11
Hier van trekt het verschilzichts verschil in de lenktens 2. 30 m. om dat het verschilzicht in lenkte is toegenomen en de Zon aan 't dalen is, komt de schynbare Maans winst, op dese tussen tijt 18. 8 m. — : 7. 81

8. Hier by vergaart de Zons loop in dese tyt 0. 79 m. (zijnde vooren gevonden in een uur op 2. 53 m.) komt de schijnbare Maansloop, na genoeg P E — — — : 8. 60

9. Op de Zons plaats, en de gegeve breete van Amsterdam, vint men, ten 3 uuren na de middag, het verschilzicht in ~~lenkte~~ Breete 978 deelen.
Dan : 1000 — 978 — 55. 21 m. voren gev. komt het ware verschilzicht in breete ten 3 uuren 0 m. *b* T — — — : 54. --
Dit van het ware verschilzicht in breete ten 2 uuren 41. 2 m. BD, of *b* S — — : 54. 11
Blijft het ware verschilzichts breete schil ST, of XY — — — — -- : -- : 11
De Maans Middelloop van de Noortknoop is in 18. 8 m. tyts B *b*, of E X — — : 10. 36
Dit by de gevondene Maan van de Noortknoop, om dat de Maan van de doorsnijding afgaat (K B *Fig.* 36.) — — — 8 : 35. 30
komt de Maan van de Noortknoop ten 3 uren na de middag K *b* *Fig.* 35. — — 8 : 45. 66
Hiet op vint men zijn breete *b* V — — : 45. 65
En op de eerst gevondene Maan van de Noortknoop het zelve B I — — — : 44. 78
't Een van 't ander getrokken blijft voor

de Maans ware brete schil WV, of ZX *in Fig.* 35: — — — — — — — — — —:--.87

By dit vergaart 't verschilzichts brede schil XY, om dat de ware breete toeneemt, en 't verschilzichts brede schil afneemt, komt de schynbare Maans breede schil, op de genomene tussentyt 18.8 m. ZY, of Pa — —:--.98

Men heeft dan gevonden dat P a 0.98 *is tegen* P E *na genoeg* 8'.60. *of* RG *tegen* RE.

Verlengt nu, in Fig. 36. AR, ED *tot dat ze te zamen komen in* F, *en trekt uyt* A *de lyn* AN *rechthoekig op* EF, *zoo is* AN ∞ DI, *of* ∞ EH, *zijnde de schynbare Maans breete voor Amsterdam, ten tyde van de middel verduystering uyt de Aartkloots middelpunt, de Maan in* E *zijnde.*

De Driehoeken ANFA, REFR *zijn dan gelijkhoekig, om dat ze elk een rechte hoek* FNA, FRE, *en de hoek* F *gemeen hebben, en daarom zijn de zijden evenredig, dat is,* ER *tot* RF, *als* AN *tot* FN.

Nu, om dat de reden van ER *tot* FR *na genoeg bekent is, ter oorzake dat ze bekent is van* ER *tot* RG, *en om dat* RF, RG *nooit yets merkelijks zullen verschillen: daarom,* AN *bekent hebbende, zoo zoude men konnen vinden* FN *(of de reden van* ER *tot* RF *vint men waarlijk dus: besiet Fig.* 35. *van 't vierkant der Maans loop* EX, *trekt het Vierkant der Maans breede schil* ZX, *blyft het vierkant* ZE, *zijn vierkante wortel is* ZE, *hier van* YP, *even zijnde aan* Za, *blyft* aE: *zoo is dan gevonden* Pa *tegen* aE, *of in Fig.* 36. RF *tegen* RE, *om dat deze evenredig zijn.)*

AN, *mitsgaders de rest: vint men op de volgende manier, in zich geen duysterheit hebbende.*

10. 't Verschilzicht BD, op de voornoemde middel verduysterings tyt 54.11 m. en de Maans ware breete BI op die tyt gevonden op 44.78 m. van malkander getrokken, blyft voor de schynbare Maans breete ID, AN, of EH — — — —: 9.33

11. Dan: 8'.60 PE-6.98 P*a* (*Fig.* 35.) --9'.33 AN komt een vierde getal NF (*Fig.* 36.) — — — — — — —: 1.06

12. Wiens Vierkant — — 1.1236
verg. by 't Vierkant van AN 87.0489

en uyt de zom — — — 88.1725
getrokken de √q. komt voor 't vyfde getal AF — — — — —: 9.39

13. De wegs verschil CB, voren gevonden op 2'.10 *in Fig.* 31. verdubbelt, komt *in* Fig. 36. AI, of ND 4'.20: dit verg. (om dat de ware Maan in't dalen van de doorsnyding afgaat) by 8.63 ED, 't ware verschilzicht in lenkte ten tyde van de voornoemde middel verduystering komt de schynbare Maans lengde schil HA, of EN- —:12.83

14. By dit laatste vergaart het vierde getal NF 1'.06, om dat de ware breete toeneemt, en 't verschilzicht in breete afneemt, komt het zeste getal EF — — —:13.89

15. Dan: 9'.39 AF--13'.89 EF--9'.33 AN? komt het zevende getal ER — —:13.80

16. Nu: 7'.81 (w.-18'.8 tyt-13'.80 ER? komt 33.2 m. tyts die de Maan van doen heeft om van E tot R te komen.

17. Welken 33.2 m. vergaart by de voren gevondene 2 uuren 41.2 m. de middel verduysterings tyt uyt d'Aartkloots middelpunt, om dat de Zon daalt, komt voor de ware tyt van 't midden der verduystering, 3 uuren 14.4 m. naar de middag, dat is de Zon in A en de Maan in R zijnde.

Vinding van de Grootheit

18. 9'.33 AN--1'.06 NF--13'.80 ER? gr. min.
komt FR een achtste getal — — —: 1.57

19. Dit afgetrokken van het vyfde getal FA 9'.39, om dat men het vierde getal by de schynbare Maans lengde schil vergaart heeft, komt voor een negende getal AR-- —: 7.82

20. Op de Zon van 't verste punt vint men *in Fig.* 31. zijn halve middellyn AL 15.90
Op de Maan van 't verste punt de Maans halve middellyn RM 16.80

vergaart, komt AL + RM 32.70
hier van het negende getal AR 7.82

rest voor de grootheit der verduystering RL + RM, of LM — — — —:24.88
dat is 9.4 duym.

Vinding van 't begin en eynde.

21. Zoekt de schynbare Maans winst tussen 2 en 3, en tussen 3 en 4 uren na de middag, zijnde omtrent een uur voor en na de tyt van 't ware midden der Eclips, volgens de manier als in 't 7 Lit geleert is, dus,

	II	III	IIII
Op de gevondene Zons plaats, en op de breete van Amsterdam, vint men het verschilzicht in lenkte, in deelen — —	68 =	198 =	299
en voor de Zons hoogte vintmen in graden en minuten, — —	14:51 =	9.26 =	2.32
Op yder Zons hoogte, en op het vooren gevondene verschilzicht in de zichteynder, vint men het verschilzicht in de Topboog —	54.23 =	55.21 =	55.80

dan 1000-{68 lenk. / 198 dito / 299 dito}-{54.23 tb. / 55.21 dit. / 55.80 dit.}

komt voor het ware verschilzigt in lenkte — — — —	3.69 =	10.93 =	16.68
't Verschil tussen II en III, en tussen III en IIII uuren is —		7.24	5.75

Deze beide getogen, yder van de Maans winst in 1 uur 32'.28, om dat het verschilzigt in lenkte toeneemt en de Zon daalt, komt de

schyn-

schynbare Maans winst tussen deze tyden — — — — — 25.04 26.53

22. De Zon en Maans half middellynen zijn te zamen 32'.70 (AO *in Fig.* 31.) en haar Vierkant 1069.2900
hier van het Vierk. van het negende getal (AR) 61.1524

rest 1008.1376

Hier van de √q, komt voor het tiende getal RO — — — —: 31.75

23. dan $\left\{\begin{array}{l} 25{:}04 \text{ m.w.} \\ 26{:}53 \text{ ditto} \end{array}\right\}$ 60 m. tyts - 31.75 RO ?

komt 1 uur 16.1 m. en 1 uur 11.8 m. tyts, die de Maan van doen heeft om van O tot R, en van R tot O te komen.

24. Van deze tyden het eerste afgetrokken, en het tweede vergaart by de ware middel verduysterings tyt 3 uuren 14.4 m. na de middag, komt voor het begin van de Eclips 1 uur 58.3 min. en voor het eynde 4 uuren 26.2 m. na de middag.

Vinding van de langdurentheit

25. De tyt van 't begin getrokken van de tyt van 't eynde, rest voor de langdurentheit van de Eclips 2 uuren 27.9 m.

Aanmerking.

In deze Zons, en ook in de Maan Eclips, zijnde getogene strepen voor rechte lynen aangemerkt, daar het nochtans in der daat bogen zijn, de welke, door hare kleente, met de rechte lynen genoegsaam over een komen, en over zulx geen merkelijk verschil geven.

In de uytrekening van de Zon Eclips zal veeltyts merkelijke verkorting konnen geschieden; indien men eenige conditien waarneemt; en om deze op te tellen, zoo laat ons zeggen:

De schynbare Maans weg kan evenwydig (of nagenoeg) zijn aan de Zons weg, of aan de Maans weg.

Zoo ze evenwydig is met de Zons weg, zoo is AR gelijk AN, en ER gelijk EN, *als in Fig.* 37.

Dat is, het negende getal is gelijk de schynbare Maans breete ten tyde van de middel verduystering uyt d'Aartkloots middelpunt, en het zevende getal is gelijk de schynbare Maans lengde schil op deselve tyt.

En dewyl, in zoodanigen geval, *b* T (*besiet Fig.* 38.) zoo veel langer moet zijn als BD, als *b* V langer is als BI, zoo volgt,

1. *Als het ware verschilzicht in breete zoo veel (of naby) toeneemt als de ware breete toeneemt, of, afneemt als de ware breete afneemt, zoo is de schynbare Maans breete, ten tyde van de middel verduystering uyt d'Aartkloots middelpunt, het negende getal, en de schynbare Maans lengdeschil, op deze tyt, het zevende getal.*

Zoo de schynbare Maans weg evenwydig is aan de ware Maans weg, zoo is *in Fig.* 36. BA en RA in een rechte lyn: en dan zijn de Driehoeken BAIB, ANFA gelijkhoekig, en daarom, BI — IA — AN ? komt NF, het vierde getal waarlijk.

In zoodanigen geval is het onnodig de reden van PE tegen P *a*, *in Fig.* 35. of ER tegens RF, *in Fig.* 36. na genoeg te vinden, die in 't 8 en 9 Lit gevonden werden, om dat als dan P *a* gelijk nul is.

En dewyl dit niet en gebeurt ten zy, *besiet Fig.* 39. BE ∞ *b* P, en ED ∞ PT blyft, of als *p c* is 1 tegens *c* P is 11½, of als *b t* 1 minder als BD, tegens *p t* 11½ minder als DE, of beyde meerder, zoo volgt,

2. *Als de ware verschilsichten in lenkte en breete gelijk blyven, of datse beyde af of toeneemen; wel verstaande de breete 1 tegens de lenkte 11½, zoo mag men de vinding van* PE *en* P a *in Fig.* 35. *dat is de schynbare Maans loop van 't* 8 *Lit, en de schynbare Maans breete schil in 't* 9 *Lit, achterwege laten. Het vierde getal wert dan gevonden volgens dese proporty. Gelyk de ware Maans breete ten tijde van de Middel &c. tot het dubbelde wegs verschil, alzoo de schijnbare Maans breete op die tijt, tot het vierde getal. De rest van het* 12 *Lit af, is dan als voren.*

Indien de schynbare Maans weg met de Zons weg vereenigt is, zoo is A R gelijk 0, en E R, ook E N elk gelijk E A.

En dewyl dit gebeurt wanneer het verschilzicht in breete is en blyft gelijk de Maans ware breete, zoo volgt.

3. *Als het verschilzicht in breete is en blijft als de ware breete, zoo is de zom van de Zon en Maans halve middellijn het negende getal. En de Zon, in 't midden zijnde, is geheel verduystert.*

Indien de schynbare Maans weg met zijn ware vereenigt is,

4. *Als 'er geen verschilzichts verschil is ten tyde van de middel verduystering uyt &c. zoo is dese tyt de ware tyt van 't midden.* Dit gebeurt wanneer de Maan in 't Zenith is, nieu zynde.

IV. DEEL.

Van de uytrekening der Tafelen tot de Astronomia behoorende, die in 't darde deel gebruykt zyn.

Dit Deel zal opening geven van verscheyde swarigheden die u in het darde Deel misschien zullen voorgekomen zijn, indien gy naukeurig zyt geweest. 't Zal eygentlijk inhouden het gene 't Hooft aanwyst, uytgezondert de uytrekening zelfs: wy zullen alleenlijk toonen de manier hoe men zulx kan verrichten, om u en my van veele onnoodige moeiten te ontlasten. Wy zullen by de eerste van de Zon beginnen, en by de laatste van de Eclipzen eyndigen.

Zyt voor af verwittigt, dat de Tafelen der aanvangtyden, uytgenomen 't gene het verste punt raakt, uytgerekent werden door de Tafelen van de middelloop, op de wyze als in 't darde Deel geleert is, en daarom zullen wy dit voorby gaan.

Mede, dat de Tafelen, die wy in 't darde Deel gebruykt hebben, genomen zijn uyt P. *Lansbergius*, de welke wy zullen pogen te ontleden, en om dat hy, en zijne voorgangers, het Middelloops punt niet ter zijden, maar in het Centrum genomen hebben, zoo zullen wy haarliedên hier in navolgen.

I. HOOFTSTUK.

Van 't berekenen der Tafelen tot de schijnbare Zons loop gebruykelijk.

1. *Van de Middelloop.*

Om de Tafelen van de Aartkloots, of na schijn, van de Zons Middelloop, te berekenen, zoo moet eerst bekent zijn de tijt die de Aartkloot van doen heeft om tweemaal tot aan zijn polen verlicht te werden, of, 't geene het zelfde is, de tijt in de welke de Zon, van de Lentsnee gaande, wederom daar in komt, zijnde de lenkte van 't jaar. Door waarneeming aan den Hemel vint men voor dese 365 dagen 5 uuren 48 minuten 47 secunden, 60 secunden in een minuit tellende.

Dan: in 365 dagen 5 uuren 48 minuten 47 secunden, loopt de Zon 360 graden, hoeveel in 365 dagen, (zijnde een gemeen jaar) komt na genoeg 359 graden 45.7 minuten, wat in 1 dag? komt 59.14 minuten; wat in 1 uur? komt 2.46 minuten; wat in 1 minuit? komt 0.04 minuten, en zo voort; waar uyt lichtelijk kan begrepen werden op wat wijse dese Tafelen voltoyt werden.

2. *Van de Zons voor of achtering.*

Om dese te berekenen zoo moet eerst de grootste uytmiddelpuntigheit *(Excentricitas)* bekent wezen: dese vint men op de volgende wijse; waargenomen hebbende drie plaatzen van de Zon merkelijk van den anderen verschillende, en de tijt van ider waarneming

Laat *in Fig.* 40. A de Zon, B het Middelloops punt, en de Cirkel DEF de Aartkloots weg zijn: laat ons D, F en E voor de drie plaatzen neemen daar de Aartkloot was wanneer de observaty geschiede. Aanmerkt B voor het Centrum van de Aartkloots weg om gemaks wille, schoon dat het vals is, dewijl dit geen merkelijk verschil zal konnen bybrengen.

Door de drie observatien zijn openbaar, of eygentlijk, door hare verschillen zyn bekent de Hoeken EAD, DAF, FAE; en door de uytrekening, na de Middelloop, de Hoeken EBD, DBF, FBE. Verlengt een van de lijnen FA, DA, of EA tot den omtrek, ik neeme FA, komt FO; en trekt DO, EO.

De helft van DBF is, na de 20 des 3 Eucl. als FOD; dit van DAF, blijft, na de 32 des 1 Eucl. ADO. De Hoekmaten van AOD, ADO gezocht hebbende, zoo heeft men de reden van AD tegen AO. Op de zelfde manier: AOE, zijnde de helft van EBF, getrokken van FAE, rest AEO, wiens Hoekmaten toonen de reden van AO tegen AE.

Dese AE zoekt na reden van de eerst gevondene, dus:
AO laast gev. — AO eerst gev. — AE laast gev.
komt AE in de zelfde proporty van de eerste.

Van de Driehoek ADEA zyn nu drie deelen bekent, als AD, AE, en de Hoek DAE; hier door vint men ADE, AED en de zijde ED.

DBE getrokken van 180 gr. zoo is BED de helft van de rest; dese van AED, blijft AEB. PE, of PD, is Sinus van de helft DBE, aanmerkende BP rechthoekig op ED.

Zegt nu: PE, (de helft van die gevondene ED) tot AE, alzoo PE daar van BE de straal is, tot AE na de zelve reden.

Van de Driehoek ABEA zijn nu bekent drie deelen, BE, AE, en de Hoek AEB; hier door vint men de grootste uytmiddelpuntigheit AB: werdende tegenwoordig na genoeg gevonden op 3490 deelen daar van BE doet 100000, wiens helft is 1745, Raaklijn van 1 graad, dat is voor de grootste voor of achtering 2 graden.

De grootste uytmiddelpuntigheit AB bekent zynde, zoo vint men de voor of achtering, op een gegeve Aartkloots, of Zons afstant van 't verste punt, op dese wijse.

Genomen de Aartkloot was *in Fig.* 41. in D. De Driehoek ADCA heeft dan drie deelen bekent, als AC, de helft van de grootste uytmiddelpuntigheit AB; de Hoek ACD, evenzynde aan GD, de gegeve Aartkloots afstant van 't naaste punt G, en CD de straal: hier door vint men ADC. Van de Driehoek DCBD zyn dan meê drie deelen bekent; als CB de helft AB; CD de Straal, en de Hoek DCB, halfronts vervultzel van GD: hier door zoekt CDB, dese vergaart by ADC, komt de begeerde voor of achtering ADB. Of, om de kleenheit van AB zal het dubbelt van ADC na genoeg de begeerde ADB wesen: en zo in alle andere afstanden des Aartkloots van 't verste of naaste punt.

3. *Van het verste punts plaats en hun loop.*

De plaats van 't verste punt *(Apogæum)*, die in de aanvangs tafel aangetekent staat, wert op de zelve wijse, als de grootste uitmiddelpuntigheit, gevonden. Want, in de zelfde Figuur, door de drie bekende deelen van de Driehoek ABEA, de Hoek ABE gezocht hebbende, en hen trekkende van 180 graden, zoo heeft men het geen dit verste punt nader by Aries, of verder daar van af, is als de Zon na de Middelloop, de Aartkloot in E zijnde, (ik zegge het verste punt, om dat het zoodanig in dese genoemt wert, ter oorzake dat de Oude het dese naam gegeven hebben, die het toequam om dat zy lieden de Zon lieten loopen, maar by ons is het de Aartkloots wegs naaste punt *(Peregæum.)* Dese plaats ook op een lang voorleden tijt bekent hebbende, zoo kan men door 't verschil in tijt, en door hare loop in de zelve, vinden haar Middelloop in een en meer jaren. De beweging van dit punt is in 100 jaren 1 gr. 45 m.

II. HOOFTSTUK.

Van de Tafelen die tot de uytrekening van de vijf Planeten, Saturnus, Jupiter, Mars, Venus, en Mercurius gebruykt werden.

1. *Van de Middelloop in lenkte.*

De uytrekening van deze geschiet op de volgende wijze.

wyze. In de *drie opperste* moet men waarneemen de tyt die'er verloopt van de eene tegen, of zamenstant die zy met de Zon hebben tot de ander: van de Zons loop in dese tyt aftrekkende 360 graden, zo is de rest de Planeets loop in die tyt: dan vint men door vergelijking de loop in een jaar, in een maant, in een dag, &c. op die wyze alsse gevonden is in de Zon. Maar in de *twee onderste* moet men observeren de tyt van de eene conjunćty tot de ander, wanneer de Planeten de Aartkloot het aldernaaste, of het alderverste zijn, dat is, die tyt in de welke dat zy de Zon, na schyn, een geheele keer afwinnen: die bekent hebbende, zoo vint men haar winst in een jaar, maant, dag, &c. als boven.

Men moet weten dat deze zaak uit de waarneming van verscheide conjunćtien, of oppositien, moet gemaakt werden, om dat de tyden van dese ongelijk zijn, door de uytmiddelpuntigheit van haar eyge wegen in de drie bovenste, en van de Aartkloots weg in de twee onderste: want, in de drie opperste, de Planeet, en in de twee onderste, de Aartkloot in zijn verste punt wesende, zoo zal de tegen, of zamenstant, in Saturnus wel twee, in Jupiter wel drie dagen, en in Mars wel twee of drie weken minder tyt geschieden als datse zijn in 't naaste punt, en in de twee onderste verschilt dit mede eenige dagen: derhalven zoo is 't noodig dat het voorgaande uyt veele zaam- en tegen-standen te gelijk berekent wert.

2. *Van de wegs middelpunts voor of achtering.*

De Tafelen van de wegs middelpunts voor of achtering werden op deselve manier berekent als de Zons voor of achtering, bekent hebbende de grootste uytmiddelpuntigheit van d'Aartkloots wegs middelpunt tot de Dwaalders wegs middelloops punt, in de opperste, maar van de Dwaalders wegs middelpunt tot de Aartkloots middelloops punt in de twee onderste, en de reden van haar beider wegs halve middellynen, die gevonden werden als volgt:

De grootste uytmiddelpuntigheit, en 't verste punts plaats, gevonden hebbende door drie oppositien, in de drie opperste, maar door drie conjunćtien, in de twee onderste, (op dat de Aartkloots wegs voor of achting, in de eerste, en de Dwaalders in de tweede, geen verschil zouden bybrengen) op de zelfde manier als zulx in de Zon gevonden is, dat is, *in de Figuren* 42 *en* 43. de groote van A B in vergelijking van A C, en het punt D van Aries, aanmerkende B voor 't middelloops punt van de Planeets weg, en C voor het Centrum van de Aartkloots weg.

Maar dewyl deze AB en AC geen een en de zelfde reden hebben, om dat yders groote gevonden is naar dat elx halve middellyn de Straal van de Tafel Sinus doet, zoo moet noch bekent zijn de overeenkoming van de halve middellynen, de welke op dese wyze gevonden wert.

Als de Planeten zijn in haar wegs verste of naaste punten, zoo observeert aan den Hemel waar dat de Planeet is, en neemt agt op de tyt van de waarneming.

Laat A de Zon, en D de Planeet wesen, zijnde in zijn verste punt, en K de Aarde. Door het verschil van de observaty en de uytrekening der Zons ware plaats is bekent de Hoek AKD: en door dien de Planeet in zijn verste (of naaste) punt is, welkers afstant van Aries bekent is door het geene nu even gezegt is, zoo is bekent de Hoek DAK, waar door de darde hoek ADK openbaar is. De Hoekmaten van ADK, AKD, wysen aan de overeenkoming van AK tegen AD. Dewyl dan AD gevonden is na de reden dat zijn halve middellyn doet de Straal van de Tafel Sinus, zoo kan ook AK gevonden werden na dat zijn halve Diameter doet het zelfde getal: want C voor het Centrum van de Aartkloots weg neemende, zoo is CK bekent, als de Straal zijnde, AC de halve excentriceteit en de Hoek CKA de Zons halve voor of achtering, of CAK het different der Zon en verste punt van Aries, daar door vint men AK.

Dan: gelijk Sinus ADK, tot deze AK, alzoo Sinus AKD, tot AD in reden dat de Aartkloots halve middellyn de Straal van de Tafel Sinus is.

Dan: gelijk de eerst gevondene AD na dat de Planeets wegs halve middellyn doet de Radius van de Tafel Sinus, tot AB in de zelve reden, alzoo deze gevondene AD, tot AB na reden dat de Aartkloots halve middellyn 100000 doet, of in de zelve reden dat AK, of AC gevonden is.

Van de Driehoek ABCA zijn nu drie deelen bekent, AB de Planeets heele, AC de Aartkloots halve uytmiddelpuntigheit, en de Hoek BAC, 't verschil haarder verste of naaste punts plaatsen van Aries: hier door vint men CB, die wy de ware uytmiddelpuntigheit zullen noemen, en de Hoek ACB, waar door zijn ware verste punts plaats bekent wert. Hoewel deze ware grootste uytmiddelpuntigheit CB veranderlijk is, door de verste punts loop van yder, zoo kan dit in de twee of drie duyzent naastkomende jaren geen merkelijk verschil veroorzaken,

Deze excentriciteit bekent zijnde, zoo vint men de voor of achtering, die CB veroorzaakt, op de zelve wyze alsse in de Zon gevonden is, gelijk boven alrede gezegt is.

3. *Van de Indeyzing.*

De Indeyzing wert met weinig moeiten gevonden als de uytmiddelpuntigheit bekent is; dus: genomen dat *in Fig.* 44. VDN de Planeets weg is in de drie bovenste, maar de Aartkloots weg in de twee onderste; BC de ware grootste uytmiddelpuntigheit; V het verste, en N het naaste punt. Aanmerkt C voor 't middelpunt, en CV voor de Straal van de Cirkel VLQ. De Planeet of de Aartkloot in D zijnde, zoo is de Indeyzing DL, en NQ is de grootste. Op een gegeve afstant wertse dan gevonden als volgt.

Van de Driehoek CBDC zijn drie deelen bekent; als CB, de ware grootste uytmiddelpuntigheit; de Hoek DBC, halfronts vervulzel van de Dwaalders of Aartkloots afstant na de middelloop van 't verste punt, en de voor of achterings Hoek BDC: hier door vint men CD, dit van CL, gelijk aan CV zijnde, blyft de Indeyzing DL, en zoo van graad tot graad.

4. *Van*

4. *Van de wegs voor of achtering en toevoeging.*

Deze vint men, zonder eenige obſervaty, op deſe wijſe. Aanmerkt *in Fig.* 45. HH voor de Aartkloots weg, daar van M het Middelpunt is, en V N de Planeets weg, daar van de punten V en N het verſte en naaſte punt zijn, in de drie opperſte Planeten, maar in de twee andere is HH de Planeets, en VN de Aartkloots weg. Indien de Aarde, of de Planeet, in H is, zoo is M V H de wegs voor of achtering die in de Tafels uytgerekent ſtaat, en *n* H V de toevoeging, aanmerkende M *n* gelyk aan MN te weſen, en dat RH, of de Hoek V M H, van graad tot graad verandert.

Om deſe dan uyt te rekenen, zoo moet men weten dat van de Driehoeken V M H, M N H yder drie deelen bekent zijn; als M H, de Aartkloots of Dwaalders halve middellijn; M V, M N, de afſtanden die de punten V en N van M af zijn (die met weynig konſt gevonden werden uyt het voorgaande, aanmerkende VN voor die lijn dewelke door haar beyder ronden Middelpunten gaan) en de Boge*n* R H, T H, of de Hoeken V M H, N M H, die van graad tot graad gegeven werden: hier door vint men de Hoeken M V H, M N H; de eerſte M V H van de laaſte MNH afgetogen, reſt VH *n*, de toevoeging, en MVH is de wegs voor of achtering, dit van graad tot graad vervolgende men voltoyt de geſtelde Tafel.

5. *Van de breete der Planeten.*

Om deſe te berekenen zoo moeten voor af twee lijnen bekent zyn, van de welke de eene ſtrekt van 't Centrum des Aartkloots weg tot het punt van de Ecliptica, dat in 't midden van de Noordt en Zuydtknoop ſtaat, recht onder of boven de Planeets weg, en de ander is de Perpendiculaar die van de Dwaalders weg rechthoekig op deſe lijn, in dit punt, valt: dat is, in de *Figuuren 46 en* 47. EC en CD, aanmerkende E voor het Centrum van de Aartkloots weg, C H voor de Ecliptica recht onder en boven D G de Planeets weg; voorts I de doorſnijdingen, en C het midden tuſſen deſe. Deſe E C en C D werden dus gevonden:

Obſerveert, aan den Hemel, de grootſte breete ten Zuyden en ook ten Noorden, dat is als de Planeet is in 't midden tuſſchen de Noord en Zuydtknoop. Zijnde, in de *voorgenoemde* Figuren, de Hoek D B C; dan is van E B D E drie deelen bekent; als E D, de veerheit van de Planeet tot de Aartkloots wegs Middelpunt, die men op de Dwaalder van 't veerſte punt vint door 't geene alrede gevonden is; E B de Aartkloots wegs halve middellijn; en de Hoek E B D, half ronts vervultzel van de grootſte breete D B C; hier door vint men de Hoek D E C; dan zyn van de Driehoek C E D C mede drie deelen bekent, als ED, D E C, en E C D recht, hier door vint men E C en C D, de twee begeerde.

Dit bekent hebbende ſo vint men de Planeets breete op alle afſtanden des Aartkloots, de Dwaalder in D blijvende, want geen andere breete bevat de Tafel, dus: genomen de Aartkloot was in F, dan is het begeerde D F C. Van de Driehoek E C F E zyn drie palen bekent, FEC door de geſtelde Aartkloots afſtant van de Dwaalder, en de twee zijden E F, E C: hier door vint men F C. De Driehoek C F D C heeft nu mede drie deelen bekent; CD voren gevonden; FC; en de Hoek FCD recht; hier door vint men de Hoek D F C, 't begeerde. En zoo met alle andere. In de Noorder en Zuyder breete, uytgezondert in Mars, vint men geen merkelijk verſchil.

6. *Van de Indeyzing tot de breete.*

Hier by wert niet anders verſtaan als de lijn G H van graad tot graad, ſtaande gelijk DC, rechthoekig op I C, de Ecliptica: men vint hen dus;

Gelijk de Straal,
Tot Sinus IG, de Planeets gegeve afſtant van de doorſnijding,
Alzoo C D, geſtelt in de Tafel op 1000,
Tot H G.

En zoo van graad tot graad, van 1 tot 90 toe.

7. *Van de Keerpunten.*

Deze Tafelen werden door een moeyelijke rekening voltrokken, indien men, in Figuur 48. de grootſte Cirkel voor de Planeets, en de kleinſte voor de Aartkloots weg neemt in de drie opperſte Planeten, en het contrary in de twee onderſte, B A G voor de lijn die door haar beider Middelpunten gaat, en G E zoodanig, dat C F, de helft van C E, gelijkredig is tot CG, als de Planeets loop in de opperſten, maar de Aartkloots loop in de andere, tot de Planeets loop van de Zon, zoo zijn de Keerpunten C en C; de eerſte BEC, en de tweede BIC, volgens het bewijs van *Zymon Stevin* in zijn boek van de Hemelloop pag. 221.

Om dat de loop van de Planeet en van de Zon alrede bekent is, zoo is dan bekent de reden van C F tot C G, en daar door de reden van E G tot C G; en dewyl AG mede gevonden is, zoo is daar door openbaar B G, G I, en by gevolg de Rechthoek BGI. Dan ▭ E G C, tot ▭ B G I, als □ G C, tot □ G C na reden van BG. Van de Driehoek ACGA zijn nu drie deelen bekent, A C, A G, en C G; hier door vint men de Hoek CAG, of de Boge CI, dit van en by BI, komt het eerſte en tweede Keerpunt B E C en B I C; en zoo met alle andere afſtanden.

III. HOOFTSTUK.

De uytrekening van de Tafelen die tot de Maan gebruykt werden.

1. *Van de Middelloop van &c.*

Deſe werden op de zelfde wijſe uytgerekent als de voorgaande van de Middelloop, door een evenredige rekening, bekent hebbende de tijt in de welke hy gaat van de Zon, het verſte punt, de Noortkn., tot weêr in de zelve. De loop van de Zon en van de Noortknoop kan men lichtelyk obſerveren, maar zoo licht niet zijn loop van het verſte punt, om dat men eerſt moet weten de plaats van dit verſte punt en zijn voortgang: de plaats wert gevonden als het zelvige in de Zon gevonden is, door drie waarneemingen, of ook wel waarneemende waar hy de ſnelſte of traagſte voortgang

gang heeft. Deze plaats wetende op verscheyde tyden zo vint men daar door zijn voortgang.

2. Van de voor of achtering.

Door drie observatien, als boven, wert de ware uytmiddelpuntigheit gevonden, deze met 3 multiplicerende zoo heeft men de excentriciteyt in de Nieu of Volle Maan, en met $4\frac{1}{2}$, het zelvige in de quartieren. Op yder van deze uytmiddelpuntigheden zoekt de voor of achtering, van graad tot graads afstant van 't verste punt. De voor of achtering, die in de Nieu of Volle Maan gevonden wert, stelt in de Tafel; en daar neffens het geen 't zelvige in de Quartieren groter is als deze.

3. Van de Maans breete.

Meet af, aan den Hemel, de Maans grootste breete in Nieu of Vol, en ook in de Quartieren, ('t welk best gedaan wert door de gene die de Maan in, of omtrent haar Toppunt hebben, om dat dese geen verschilzicht in de Topboog onderworpen zijn) dan:

Gelijk de Straal,
Tot Sinus van de Maans gegeve afstant van de doorsnyding,
Alzoo de grootste breete in Nieu of in Vol, en ook in de Quartieren,
Tot de ware breete in Nieu of Vol, en ook tot die in de Quartieren.

De ware breete die men in Nieu of Vol vint, trekt van het geene in de Quartieren gevonden wert, de rest is de toevoeging in de Quartieren: dit leste stellende, en ook het eerste, maar het ander niet, men heeft de gestelde Tafel, zulx van graad tot graad uytrekenende.

IV. HOOFTSTUK.

De uytrekening van de Tafelen die tot de calculaty van de Eclipzen dienen.

1. Van de Tafelen die aanwijzen de eerste middel Nieuwe Maan in elk jaar, de Zon na de Middelloop van Aries, de Maan van 't verste punt, en van de Noortknoop.

Dit geschiet op deze wyze. In 't begin van 't jaar zoekt uyt de Maans Tafel, de Maan na de Middelloop van de Zon, dit van 360 graden, rest het geen de Maan achter de Zon is; dit deelende door de Maans Middelloop in een dag, komt de tyt die de Maan van doen heeft om by de Zon te komen, of de tyt van de eerste middel Nieuwe Maan in dat jaar: op deze tyt zoekt, uyt de Zon en Maans Tafel, de Zon na de Middelloop van de Lentsnee, de Maan van 't verste punt, en van de Noortknoop. Op deze wyze kan men de Tafel voltoyen, maar gemakkelijker, een alleenlijk na deze manier gevonden hebbende, aldus:

Vint hoeveel de Maan van de Zon afloopt, na de Middelloop, uyt zijn Tafel, in een gemeen jaar van 365, en ook in een schrikkeljaar van 366 dagen, van 't komende trekt af zoo veel heele keeren als'er in zijn, het overschot deelt door de Maans Middelloop van de Zon in een dag, komt de tyt die'er boven de twaalf Nieuwe Manen in een jaar overschiet. Op deze tyt zoekt de Zons Middelloop van Aries, de Maan van 't verste punt, en van de Noortknoop. Trekt dan deze tyt, ook deze Zons loop van Aries, Maans loop van 't verste punt, en van de Noortknoop, af van de tyt der eerst Nieuwe Maan, boven gevonden, en mede de andere elk van zijns gelijke, komt de tyt van de eerste Nieuwe Maan in 't volgende jaar, de Zon na de Middelloop van Aries, de Maan van 't verste punt, en van de Noortknoop. Indien men de tyt niet aftrekken kan, zoo vergaart by het aftrektal, de tyt van een heele Nieuwe Maan, en by de Zon van Aries, &c. mede zijn loop in die tyt: deze tyt vint men deelende 360 graden door de Maans Middelloop van de Zon in een dag, 't Quotient voor 't begeerde nemende: het overige wert gevonden zoekende op deze tyt de Zons Middelloop van Aries, de Maan van 't verste punt, en van de Noortknoop.

2. Van de Nieu en Volle Maans tyden in een jaar. En, &c.

De uytrekening van deze is openbaar uyt het gene nu in 't alderlest gevonden is: te weten, uyt de tyt van een middel Nieuwe Maan, en op deze tyt de Zons Middelloop van de Lentsnee, de Maan &c. De helft van dit is het eerste getal in de Tafel; 't geheel is het tweede, $1\frac{1}{2}$ maal het darde, 2 maal het vierde, en zoo voort.

3. Van de Zon en ware Maans uurloop.

De Zon en Maans ware uurloop, in Nieu of Vol, en in de Quartieren, vint men op deze wyze. Op de twee gegeve afstanden van 't verste punt, tussen de welke dat de loop begeert wert, zoekt elx voor of achtering; dan: 6 graden, (op welk verschil in de afstanden de Tafel is gemaakt) geeft het verschil tussen deze voor of achtering, wat de Zons Middelloop in een dag, ook in een uur; mede, wat de Maans Middelloop in een uur, in Nieu of Vol, en ook in de Quartieren; de uytkomst trekt van yders Middelloop in een dag, of uur, af, zoo de achtering toeneemt, of de vordering afneemt, anders addeert, komt het begeerde. De Maans Middelloop vint men als men by de Maans Middelloop van de Zon in een uur vergaart de Zons Middelloop in deze tyt.

4. Van de Zon en Maans halve middellynen.

Deze zijn na genoeg reciproce, of weerkeerig, evenredig met hare afstanden. Als de Zon een tiende verder van ons af is, zoo is hy na genoeg een tiende kleender, en verder grooter; zoo ook de Maan. Hier uyt volgt (bekent hebbende de afstant AD, in de Figuur op de uytrekening van de Zons voor of achtering, *als Fig.* 41. die gevonden wert op een gegeve afstant van 't verste of naaste punt, dat is, op de Boge GD, om dat in zodanigen geval van de drich. ADCA drie deelen bekent zijn, als GCD, AC en CD,) dat deze halve middellynen gevonden konnen werden door een evenredige rekening, hen door waarneming aan den Hemel gevonden hebbende als hy in 't naaste punt G is, om dat A G alrede bekent is, dus: gelijk de gevondene afstant A D, tot de kortste A G alzoo de geobserveerde halve middellijn, tot de begeerde.

5. Van de Maans verschilzicht (Paralaxis) in de zichteynder.

Men moet een van die getallen, die in de Tafel uytgedrukt zijn, vinden door waarneeming. Dit is beswaarlijk om te doen, schoon de manier licht is. De Maan in 't naaste punt zijnde zoo neemt waar de tijt wanneer zijn Middelpunt is in de schijnbare Horizont, en op dese tijt rekent uyt de Tafelen waar hy is aan den Hemel, en daar door zijn hoogte boven den Horizont, 't verschil wijst aan de hoegrootheyd van het begeerde verschilzicht, om dat de rekening gefondeert is als of het oog was in het Middelpunt van de Aarde, en de observaty geschiet van boven op de Aarde. De Maan C, *in Fig.* 49. schynt uyt B door observaty te wezen aan de schynlijke Horizont in E, maar door uytrekening, of uyt het Centrum A, schynt hy boven de ware Horizont te wezen zoo veel als bedraagt de Boge FD, of de Hoek FAD, of ACB, zijnde het verschilzicht in de zichteynder, A F aan B E evenwydig stellende.

Deze door waarneeming gevonden zijnde, zo werden de andere door rekening voltrokken op deze wyze. Genomen de Maan was in G. Van de Driehoek ACGA zijn drie deelen bekent, ACG halfronts vervultzel van ACB nu even gevonden, AC de Maans afstant in 't naaste punt, en AG de zelve de Maan in G zijnde, dat is op een gegeve afstant van 't verste of naaste punt; hier door vint men AGC het begeerde, of korter, om de kleenheit van de Hoeken: AG tot ACB, alsoo AC tot AGB, 't begeerde.

Aanmerking. De Zons verschilzicht in de zichteynder wort gevonden als de Maans nu aangewezen is, doch zeer beswaarlijk, om haar groote afstants wille. Maar in deze wert geen merkelijk verschil gevonden of ze in 't naaste of verste punt is, en daarom wert ze in alle gevallen, gestelt op 2.3 minuten.

6. Van de Zons verschilzicht op een gegeve hoogte boven de zichteinder: het verschilzichts verschil tussen de Zon en Maan op de zelve hoogte, en op een gegeve maans verschilzicht in de zichteinder.

Laat de Zon of de Maan in D zijn (*besiet Fig.* 50.) wanneer hy de hoogte heeft van de Boog CD, boven den Horizont, of de daling van 't Toppunt de Boge FD. Van de Driehoek ABDA is bekent AB, Raaklyn van de hoek ACB, 't verschilzicht in de zichteynder, aanmerkende AC voor de Straal, AD gelijk AC, en BAD, gelijk de gegeve Zon of Maans afstant van het Zenith, hier door vint men BDA, de Zon en Maans verschilzicht op hare gegeve hoogte. Dit van de Maan, op de Maans verschilzicht in de zichteynder 55.0: 56.0: 57.0: 58.0: 59.0 minuten zoekende, en daar van aftrekkende de Zons verschilzicht, men vint het verschilzichts verschil tussen Zon en Maan dat in de Tafelen aangetekent is, zijnde de Hoek DBD.

7. Van de Zon en Maans verschilzichts verschil in lenkte en breete, en de Zons hoogte boven de Horizont.

Deze dingen werden geheel door uytrekening gevonden, de Polus hoogte, de Zon van Aries, en de tyt gegeven zijnde. Aanmerkt, van *Fig.* 51. GN voor de Meridiaan, G voor de Pool, F voor het Toppunt, KH voor de Æquinoctiaal, LM voor de Zons weg, en A voor het punt daar de Zon of Maan is, die uyt de gegeve plaats gezien wert in C; stellende BC rechthoekig op L M, zoo is AC het begeerde in de Topboog, BC in breete, en AB in lenkte.

Van de Driehoek IADI zijn drie deelen bekent; AI de gegeve Zons afstant van Aries; DIA de grootste afwyking der Ecliptica van de Æquinoctiaal, en IDA recht: hier door vint men de Zons Evenaars breete AD en ook ID.

Van de Driehoek GAFG zijn nu mede drie termen bekent; GF Schilboog van de Polus hoogte; GA gelijk de zom of het verschil tussen GD en AD; en de uurhoek FGA door de gegeve tyt: hier door vint men FA Schilboog van de Zons hoogte boven de zichteynder, en de Hoek GFA.

ID en DH (gelijk zijnde aan AGH) geaddeert, of gesubstraheert, komt IH. Van de Driehoek HIMH zijn nu ook drie deelen bekent; IH; HIM, en IHM recht: hier door vint men H M.

HM en FH (gelijk de Polus hoogte) geaddeert, of gesubstraheert, komt FM. Dan heeft de Driehoek FAMF bekent: FM, FA, en AFM halfronts vervulzel van GFA: hier door vint men FAM.

Dan is, van de Driehoek BACB, mede drie deelen bekent, AC 't verschilzichts verschil in de Topboog, die in de Tafel gestelt is op 1000; de Hoek BAC gelijk zijnde aan de Hoek FAM; en ABC recht: hier door vint men AB, het verschilzichts verschil in lenkte, en BC het zelvige in de breete.

Indien men geen Tafelen begeert te maken, maar dat men deze dingen wil zoeken om zich daar van in de Zon Eclips te dienen, zoo stelt AC niet op 1000, maar op zoo veel als hy waarlijk is, dat op de Zons hoogte en op de Maans verschilzicht in de zichteynder; lichtelijk, uyt de alrede berekende Tafel van 't zeste Lit, gevonden wert, en dan is AB en BC mede de ware lenkte en breete.

Op 62 gr. 25 m. N. Polus hoogte, ten 2 uren 41.2. m. naar de middag, wanneer de Zon is 22 gr. 13 m. in Schorpio, en dat de Maans verschilzicht in de zichteynder is 58.1 minuten, vint men de Zons hoogte boven den Horizont 11 gr. 1.5 m. het verschilzichts verschil in lengte 8.38 m. en dat in breete 54.36 minuten, gelijk blykt uyt de volgende rekening.

In Figuur 52. valt nu A in de verlengde GD, en I is niet de Lent maar de Herfstsnee, of Libra. IA doet nu 52.13 m. de Hoek G 40.18 m. FH. 52.25, of GF 27.35 m.; en de grootste declinaty DIA is 23.32 m.

Van de △ IADI (*Fig.* 53.) doet IA 52.13 m.; DIA 23.32; IDA recht.

Sinus

Sinus IA 52.13′,, 9.89781
Sinus DIA 23.32,, 9.60128
——— vergaart.

Sinus AD 18.24,, 19.49909
hier by GD 90. —

komt GA 108.24.
Tang. IA 52.13′,, 10.11058
Sin. compl. DIA 23.32,, 9.96229
——— vergaart.

Tang. ID 49.47,, 20.07287
hier by DH 40.18

komt IH 90. 5
van de △ GAFG (*Fig.* 54.) doet GF 37.35′; GA 108.24; en FGA 40.38′
Sinus compl. FGA 40.18′,, 9.88234
Tangens GA 108.24,, 10.47800
——— vergaart.

Tangens GZ 113.34,, 20.36034
hier van GF 37.35

komt FZ 75.59
Sinus GZ 113.34′,, 9.96218
Tangens FGA 40.18,, 9.92843
——— verg.

19.89061
Sinus FZ 75.59,, 9.98687
——— afg.

Tangens AFZ 38.42,, 9.90374
Tang. compl. FZ 75.59′,, 9.39731
Sinus compl. ZFA 38.42,, 9.89233
——— verg.

Tang. compl. FA 78.58′.5,, 19.28964
dit van FE 90. —

reſt EA 11.1.5 *Zons hoogte*
van de △ HIMH (*Fig.* 55.) doet IH 90.5; HIM 23.32; IHM recht.
Sinus IH 90. 5′,, 9.99999
Tang. HIM 23.32,, 9.63899
——— verg.

Tang. HM 23.32,, 19.63898
hier by FH 52.25

komt FM 75.57
van de △ FAMF (*Fig.* 56) is FM 75.57′; FA 78.58′.5; AFM 38.42′.
Sinus compl. AFM 38.42′,, 9.89233
Tang. FM 75.57,, 10.60162
——— verg.

Tang. FY 72.13,, 20.49395
dit van FA 78.58.5

reſt YA 6.45.5
Sinus FY 72.13′,, 9.97874
Tang. AFM 38.42,, 9.90371
——— verg.

19.88245
Sinus YA 6.45′.5,, 9.07071
——— afg.

Tang. FAM 81.14,, 10.81174

Op de Zons hoogte 11.1′.5, en op de Maans verſchilzicht in de zichteynder 58′.1, vint men uyt de tafelen, het verſchilzichts verſchil tuſſchen Zon en Maan op 55 minuten.

Dan is, *in Fig.* 57. van de △ ABCA, bekent AC 0.55′; BAC 81.14′, en ABC recht: en hen voor rechtliniſche aanmerkende, zoo is 't

100000 — 55′AC — { 98832 Sinus BAC ? / 15241 Sinus BCA ?

k. 54′.36 voor BC, 't verſchilzichts verſchil in *breete*. en 8.38 voor AB, 't verſchilzichts verſchil in *lenkte*.

9. *Van de wegs verſchil.*

Deſe wert op de Maans afſtant van de Noordt of Zuydtknoop dus gevonden. In de Figuur van de Zon Eclips, *als Fig.* 31. is CB de wegs verſchil, wezende het geen AK langer is als KB, aanmerkende ABC recht. Van de Driehoek AKBA is bekent AK de gegeve Maans afſtant van de Noortknoop; AKB 5 graden de Maans grootſte breete in Nieu of Vol, en ABK recht: hier door vint men BK, dit van AK, reſt CB het begeerde.

Byvoegzel. *Van de afſtant der Zon en de Planeten van de Aarde.*

De weetgierigheit dryft ons om deze te kennen. Men gaat voort van de halve middellyn der Aarde tot die van de Zon en Maans weg, en van de Zons weg tot de wegen der Planeten op deze wyze.

Dewyl de omtrek der Aarde doet 5400 mylen, zo is zijne dikte $1718\frac{2}{11}$, en daarom *in Fig.* 57. AB $859\frac{1}{11}$ mylen: dan is van de Driehoek ABCA bekent AB $859\frac{1}{11}$ mylen, BAC recht, en ACB het verſchilzicht in de zichteynder: hier door vint men AC de Zon of Maans afſtant in mylen.

Door deze Zons afſtant werden die van de Planeten bepaalt op deſe wyze: van de Driehoek AGCA, *in Fig.* 58. is bekent AC in mylen, in de drie opperſte, maar in de andere AG, de Zons afſtant nu even gevonden, en de proporty van AC tot AG: hier door vint men AG de afſtant der drie opperſte; en AC de afſtant der twee onderſte Planeten in mylen. GB en GI kan hier door mede gevonden werden, dat is de Dwaalders grootſte en kleenſte afſtant van de Aarde. Dit zijn zeer loſſe dingen, om dat de Zons verſchilzicht in de zichteynder zoo qualijk te obſerveren is, waar op dit alles gefondeert is: 1 a 2 ſecunden daar in miſſende geeft een merkelijk verſchil. De Aſtronomy was niet te eſtimeren indien hare gronden geen meerder zekerheit hadden. En 't gaat noch onzekerder de grote der Planeten, in vergelijking van de Aarde, te vinden. Wilt gy hen vinden ſegt: gelijk de ſtraal, tot Tangens van zijn halve middellyn, hier voren gevonden, wat zyne afſtant in mylen, komt zijn halve Diameter in mylen, het dubbelt is zijn heele, of zijn dikte. Hier door is de groote van haar lichamen, in vergelijking met de Aarde, openbaar, om dat deze gelijkredig zijn met de Teerlingen van hare middellynen: jaa ook haar groote zelfs, de proporty van de Cubicq tot zijn ingeſchreve Sphære gebruykende.

R 2 Kort

Kort onderwijs van de Hemelsche Globe.

Deze zaak is van veele wijtluftig beschreven: wy zullen het voornaamste alleenlijk kortelik aanwijzen, het overige zal u de natuur van de zaak zelfs openbaren: wy zullen hen eerst leeren stellen, en daar na toonen het gebruyk.

Om de Globe te stellen, zoo schuyft de Meridiaan zoodanig dat de Noortpool in't Noorden, of de Zuytpool in 't Zuyden, zoo hoog boven de Horizont komt te staan als u Noort of Zuytpool boven de Kimmen verheven is; gy op 52 graden 25 minuten Noorder breete; of de Noortpool by u 52 graden 25 minuten boven den Horizont verheven zijnde, zoo schuyft de Meridiaan zoodanig dat de Noortpool in 't Noorden komt te staan 52 graden 25 minuten van den Horizont af, zulks dat 'er 52 graden 25 minuten begrepen zijn, in de Meridiaan te tellen, tussen de Pool en de Horizont.

Dan zoekt in de Horizont de dag van de maant daar in gy zijt, of die gegeven is, in de Cirkel van de Nieuwe of Oude stijl, naar dat men Nieuwe of Oude stijl rekent: van deze plaats af, trekt, by gedachten, een lijn rechthoekig naar de Globe toe, of naar het Centrum van de Kloot, en noteert de graad van de Zodiac, die op de Horizont, naast aan de Globe, afgetekent staat, de welke van deze verdachte lijn gesneden wert, of die met de gegeve dag over een komt, dewijl deze graad des Zodiacs te kennen geeft in wat teken, en de hoeveelste graad van dien, de Zon op die tijt is, *den 26 July Nieuwe stijl vint men den Zon 3 graden te wesen in Leo.* Deze graad zoekt op de Globe in de Ecliptica zelfs; en drayt de Globe tot dat deze plaats onder de Meridiaan komt: dan stelt de uurwijzer op 12 uuren, zulks dat ze na de Zon toewijst: dan is de Globe en uurwijzer recht gestelt.

Indien gy deze graad van de Ecliptica aan de Oostzijde tot aan den Horizont drayt, zoo zult gy bevinden in wat streek hy opkomt, de graden tellende van het Oostpunt tot aan deze graad: en de streken van 't kompas, die op de Horizont afgetekent staan, zullen aanwijzen de Zons Azimuth in't opkomen: en de uurwijzer zal toonen de tijt van de opkomst: zulks in 't West doende men vint de Azimuth en de tijt van de ondergang: op de zelve wijze gaat men te werk om de Azimuth en ook de tijt te vinden van de op- en ondergang van een star: maar weet dat de Zon, en ook de starren, even zoo veel, en aan een zelfde zijde, van 't West ondergaan als ze van 't Oost opkomen, en dat de Zon zoo veel uuren naar de middag ondergaat, als ze uuren voor de middag opkomt. *Den 26 July vint men de Zon te rijzen 35 benoorden 't Oost, of Noort-Oost ten Oosten, ruym 1 graad Noortlijker, en dat zulks geschiet omtrent een half quartier naar vieren: de ondergang vint men 35 benoorden 't West, of naby Noort-West ten Westen een half quartier voor achten, zulks dat als dan de dag lang is 15 uuren 45 minuten het dubbelt van dit leste. De starre genaamt Arcturus, staande in de rok van Botus, vint men op te komen 38 graden 36 benoorden 't Oost, 's morgens ontrent ten half tienen; en gaat onder mede zoo veel graden benoorden 't West; 's nachts een weynig voor tween: zulks dat hy boven den Horizont blijft ongeveer 16 uuren.*

De Globen en wijzer wel gestelt hebbende, zoo kan men daar door gemakkelijk de starren leeren kennen, een of meer starren alrede by namen wetende. Want, de Globe drayende tot dat de wijzer die tijt aanwijst in de welke men deze observaty doen wil, by voorbeelt, 's avonds ten 10 uuren, en de Globe dus vast gemaakt hebbende, met yets tusschen de Globe en de Meridiaan te steken, en de Kloot gestelt hebbende zoo dat de Meridiaan van de Globe met de Meridiaan van den Hemel over een komt, of het Noorden van de Globe met het Noorden van den Hemel, zoo zal de Globe gelijkformig met den Hemel staan: daarom, een of meer starren aan den Hemel, en ook op de Globe, kennende, zoo kan men uyt de stant, die andere met dese aan den Hemel hebben, zien op de Globe hoedanig dese moeten genaamt werden, om dat de Figuren en de leden van de zelve, hen hare namen geven.

Indien men de Quadrant Altitudinis in het Zenith vast maakt, zulx dat sijn ander eynde overal den Horizont raakt, zoo kan men hen gebruyken tot de afmeting der hoogte, en tot de Azimuth, of de streek, de plaats van de Zon of eene star, hier onder voegende, of dit Quadrant over dese plaats, of star, brengende. De hoogte vint men tellende in dit Quadrant de gr. van den Horizont af tot dese plaats toe, de streek wert aangewezen door het eynde van dit Quadrant dat de Horizont raakt: en de uurwijzer toont de tijt wanneer de Zon of deze star dus hoog, en in zoodanigen streek, is. Een van deze drie gegeven zijnde men vint daar door de twee andere: de tijt gegeven zijnde, men vint de hoogte; en streek, de hoogte bekent zijnde, men vint de streek en tijt; en de streek vast stellende, men vint de hoogte en tijt. *Men vint, op 52 gr. 20 m. N. breete, den 23 December, dat de star Sirius, staande in de mont van de groote Hont, 's avonts ten 10 uuren hoog is 16 graden, en dat zijn streek is 58 graden bezuyden 't Oost, dat is wat Zuydelijker als Zuyt-Oost ten Zuyden. Van de zelve star: de hoogte gegeven zijnde 16 graden aan de Oostzijde van den Horizont, zoo vint men voor zijn streek 58 graden bezuyden 't Oost, en de tijt 's avonts ten 10 uuren: de streek 58 graden bezuyden 't Oost gegeven zijnde, zoo vint men voor zijn hoogte 16 graden, en de tijt 's avonts ten 10 uuren. Op de zelve breete, vint men, den 23 Augusti, dat de Zon, 5 uuren naar de middag, hoog is 16 graden, en dat by 3 graden Zuydelijker is als West. En den 4 Junii hem, voor de middag, 12 graden hoog schietende, zoo vint men dat het 's morgens ten 5 uuren 20 minuten is geweest wanneer deze observaty gedaan is.*

MA-

Fig. 17.

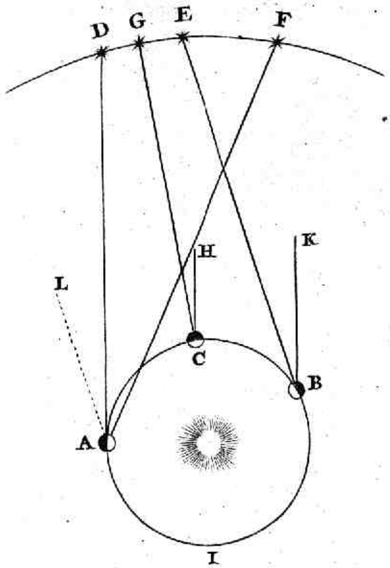


Fig. 18

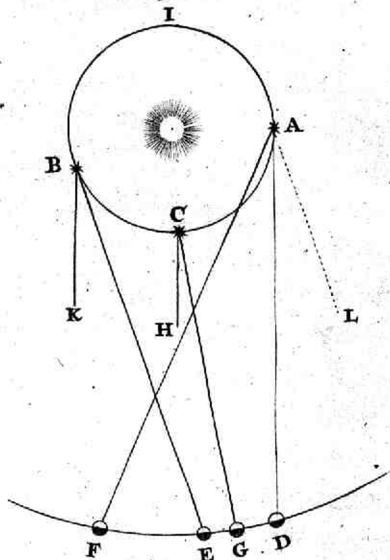


Fig. 19

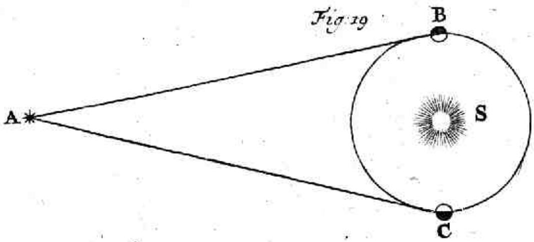


Fig. 20.

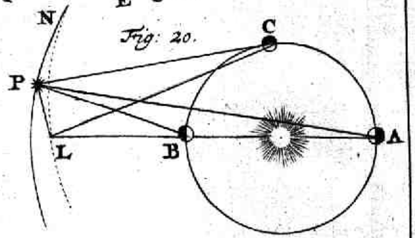


Fig. 21.

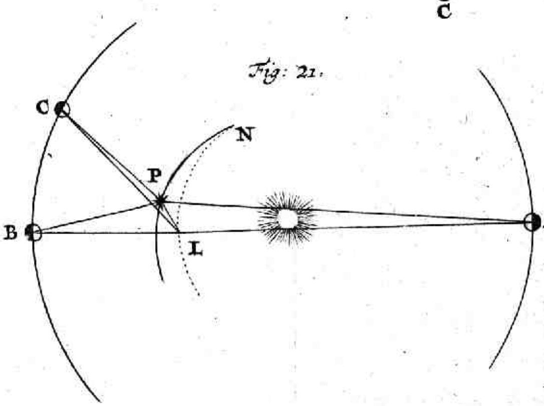
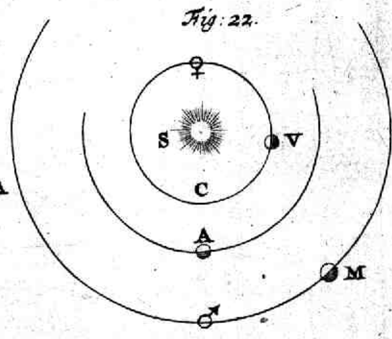


Fig. 22.



MATHEMATICA, of WISKONST,
HET ZESDE BOEK,
Van de
LANTMEETKONST,
Met een Byvoegzel van het
WYNROYEN.

IN het voorgaande Boek hebben wy de Hemel tot ons voorwerp gehadt, nu zullen wy de Aarde daar toe uytkiezen: daar in hebben wy de Hemel doorwandelt, nu zullen wy de Aarde afmeten. Maar eygentlijk hebben wy voorgenomen die zaken te verhandelen van de welke een Lantmeeter behoorde kennisse te hebben, dat is de groote, of de superficiele Inhouden van alle stukken Lants. Wateren en Moerassen af te meten, 't zy dat ze begankelik zijn of niet: de Landen af te deelen naar zekere bepaling: en van dit alles Kaarten te formeeren. De wyte van de Revieren, de hoogte van de Torens; de inhouden van de Dyken en Grachten, en diergelijke zake meer, te konnen vinden, gelijk in 't gevolg zal blyken. Alle zaken zijnde die u zeer gemakkelijk zullen vallen om te verstaan, om dat gy alrede kennisse hebt van hare fondamenten. Zoo ras zult gy ze verstaan als gy ze met aandacht leest. Wy zullen U L. voornamelijk die dingen voordragen, de welke deze konst alleenlijk raken, en by ons niet gedacht zijn, de andere, die wy alrede verhandelt hebben, zullen wy alleenlijk met een woort aanroeren.

I. HOOFTSTUK.
Van de manier der Meeting.

Alle het voorgaande wert verricht door afmeting van *Lynen* en *Hoeken*.

De *Lynen* werden afgemeten door een *Roede* en een *Ketting*.

De *Roede* is gemeenlijk een stuk hout, van een roede of twaalf Rynlanze voeten lang: deze lengte wert by de Lantmeters gemeenlijk verdeelt in 10 gelijke deelen die zy Voeten noemen, en zulken Voet wederom in 10 even groote deelen die zy Duymen heeten. Anders is een Rynlantze Roede 12 Rynlantze voeten, en een zoodanigen voet 12 zoodanige duymen.

De *Ketting* is gemeenlijk vyf Roeden lang: en is gemaakt van styf Koper of Yzerdraat, met ringetjens om de voet, of om de halve voet, als schakels aan eengevoegt; waar door ze beweeglijk is zonder het rekken onderworpen te zijn.

De *Hoeken* werden afgemeten door een *Astrolabium*, of door een *Winkelkruys*.

Astrolabium is een ront koper Instrument, rontom verdeelt in graden, in heele en in halve, en zomtyts in minder deelen; waar op vier visieren staan, die 90 graden van malkander af zijn; en op het zelvige is gevoegt een wyzer, op het Middelpunt van 't Astrolabium drayende, aan de eynden verzien met twee visieren. Hier door werden alle Hoeken afgemeten van wat wyte dat ze ook zouden mogen wesen.

Winkelkruys, is mede gemeenlijk van koper gemaakt: en is niet anders als een rechthoekig kruys, aan wiens eynde elk een visier is. Hier mede wert alleenlijk een rechte Hoek afgemeten, dat ook geschieden kan door het Astrolabium, met behulp van de vier visieren op het ront staande.

Beyde staan ze op een stok omtrent 6 voeten lang, op dat men hen staande zoude konnen gebruyken.

1. *Hoe men eene Lyn afmeet.*

Eene Lyn, drie, twee, een Roede, of minder lang zijnde, wert geemeenlijk afgemeten door de Roede, (doch voornamentlijk de wyte van de halve Sloot) maar langer zijnde gebruykt men de Ketting, hen voortslepende, en pennen stekende in de Ringen aan de eynden vast zijnde.

Willende de lenkte AD afmeten, *als in Fig.* 1. zoo wert in A een pen gesteken, en daarom de uyterste ring van de Ketting geslagen, en de Ketting by zijn ander eynde B gevat zijnde, wert ze uytgerekt in de liny AD, zodanig dat A, B, en D in een rechte liny komen: dan wert in B een pen gesteken, de pen A uytgerukt, en de Ketting na D gesleept; de ring A om de pen B geslagen hebbende, zo wert de Ketting wederom uytgerecht na D, op de wyze als hier boven: het overige CD, minder als de Ketting lang zijnde, wert door de Ketting, of ook wel door de Roede gemeten.

2. *Hoe men een Hoek afmeet.*

De wyte van een Hoek wert afgemeten door het Astrolabium op deze wyze. Genomen KHI was *in Fig.* 2. een Hoek op 't velt die men meten moet. Aanmerkt KC en IB voor twee stocken, Perpendiculaar op de gront in de linien HK, HI opgerecht: stelt het Astrolabium met de stok in H, en drait hen zoodanig dat men door de vaste visieren F en G ziet de stok IB; laat 't Astrolab: dus onveranderlijk staan, en beweegt de wyzer DL zoo lang tot dat men door de visieren D en L. ziet de ftok KC. dan toonen de graden GL. de wijte van de Hoek CAB, of KHI.

In *Figuur* 3. IB met HA gelijk genomen hebbende, zoo doet men als boven, en GL wijft aan de wijte van de hoek BAC, of de hoogte van de Toren in graden, of eygentlijk van BC.

3. Hoe men op het velt, uyt een gegeve punt van een gegeve lijn, een lijn trekt die met de gegeve lijn een Hoek maakt van een gegeve wijte.

Laat (*in Figuur* 2.) HI de gegeve lijn zijn, en H een punt in dezelvige, waar uyt dat men HK moet trekken, zoodanig dat KHI heeft een gegeve wijte, genomen van 60 graden. Stelt in I een ftok IB, en in H het Aftrolabium, het welke zoodanig gedrayt moet werden dat men door de vafte vifiteren F en G ziet de ftok IB: dit zoo onverandert latende, fchuyft de wijfer zulks dat GL is 60 graden, dan laat de ftok KC ftellen in de verlengde zichtftraal DL, fo is KH de begeerde lijn, of de Hoek KHI is 60 graden.

Uyt defe twee is openbaar, hoe men op het velt, uyt een gegeve punt, een lijn zal trekken evenwijdig aan een gegeve lijn. Want *in Fig.* 4. *b* het gegeeve punt, en HK de gegeve lijn zijnde, zoo laat in I een ftok oprichten, zoodanig dat *b* HI in een rechte lijn vallen, en meet af, door het eerfte, de Hoek KHI, dan trekt, door het tweede, *kh*, zoodanig dat *khi* is als KHI. Of ftelt in H en *b* elk een baken en meet af *b*HK, dan trekt *hk* fulks dat *kb*H is het halfronts vervultzel van KH*b*.

4. Hoe men in een gegeve lijn een punt fal vinden, dat met een gegeve punt, buyten defe gegeve lijn, een lijn bepaalt die met de gegeve lijn een gegeve Hoek begrijpt,

Laat *in Fig.* 5. EI de gegeve lijn zijn, en K het gegeve punt, wy moeten het punt H in EI vinden, zoodanig dat de Hoek KHI heeft een gegeve wijte.

Stelt het Aftrolabium in de lijn EI op zoodanigen plaats daar u dunkt dat het punt H fal moeten vallen, gelijk in H; dan beweegt het foodanig dat gy door de vafte vifieren F en G beyde de ftokken IB en EN ziet, dit niet konnende doen het is een teken dat u Inftrument niet in de lijn EI ftaat, daarom herftelt het dan fo lang tot dat gy dit zodanig bevint te wefen, of tot dat EN, HA, IB in een rechte linie ftaan: dan drayt de wijfer DL, zoo de Hoek fcheef is, zodanig dat GL is als de gegeve Hoek IHK: dan onderfoekt of gy door de vifieren van de wijfer D en L, of door de vafte D en L zoo de Hoek recht moet wefen, gelijk het byna altijt voorvalt, (in welken geval dat het winkelkruys tot het gebruyk genoeg is *als in Fig.* 6.) kont zien de ftok KC, zoo niet herftelt u Inftrument in de lijn EI, (waar van de proef is dat door de vifieren F en G de ftokken IB en EN beide konnen gezien werden) zoo lang tot dat dit gefchiet, en als dan is KHI als de gegeve hoek, recht indien men de vafte, en fcheef indien men de loffe vifieren D en L gebruykt heeft.

Wy hebben nu wel geleert op wat wijfe dat men een rechte lijn, of een gegeve Hoek zal afmeten, mede hoe men uyt een gegeve punt een lijn zal maken die met een gegeve lijn een Hoek bepaalt van een gegeve wijte, 't welk het voornaamfte is dat in defe op het Veldt te doen is, maar wy fullen 'er noch byvoegen, op wat wijfe, uyt een gegeve verhevene punt, een Horizontale lijn getogen wert, om dat daar door blijken zal op wat wijfe de hoogte van de Dijken, Bergen, en de diepte van de Grachten en Dalen, en andere diergelijke zaken, fchuyns neêrgaande, moeten afgemeten werden.

5. Hoe men uyt een verhevene punt een Horizontale lijn fal trekken na een ander gegeve punt.

Genomen men wilde *in Fig.* 7. uyt A een Horizontale lijn AG trekken, ftrekkende naar een gegeve punt B. Steekt het Stokje CD in de Aarde, 3, 4 of 5 voet van A af, en zoodanig dat een waterpas op A en D gevoegt zijnde, het loot over de fpleet, of het teeken, hangt, mits dat het punt A en de ftokken CD, BG in een rechte linie zijn: dan fal de zichtftraal, over A en D gaande, als ADG Horizontaal zijn, of ook de lijn die, in A vaft zijnde, uytgeftrekt wefende het punt D even aanroert; hoe langer AD is hoe beter het begeerde volbragt wert: 't geen met het waterpas verricht wert kan ook te weeg gebragt werden door een geut met water gevult.

Hier door is openbaar.

6. Hoe men van twee gegeve punten, beyde niet Horizontaal zijnde, vint hoe veel het eene punt hoger is als het ander.

BG, afmetende wijft aan hoe veel A hoger is als B, de ftok BG Perpendiculaar aanmerkende.

Dit is alle het geene op het velt moet verricht werden, of het Practice, nu fullen wy komen tot het Theoretice, dat ons fal aanwijfen welke dingen op het velt afgemeten moeten werden, en dat gedaan zijnde, hoe men daar door het begeerde fal verkrijgen. Maar 't is nodig dat gy voor af kenniffe hebt van 't geen dit volgende Hooftftuk bevat, indien gy daar van onkundigt zijt.

II. HOOFTSTUK.

Van de Thiende Rekening.

De Lantmeters verdeelen tegenwoordig, om de breuken te mijden, gemeenlijk een Roede in 10 Voeten, en een Voet in 10 duymen; uyt welke verdeeling defe bewerking voortkomt, die in de gemeene Telkunft niet geobferveert wert, doch is evenwel uyt de zelve openbaar, gelijk, in 't gevolg fal blijken.

Wy fullen achter de heele, dat in defe Roeden zijn, of voor de breuk, dat in defe of heele Voeten, of heele Duymen, of tiende parten, of hondertfte parten, &c. zijn, een punt voegen, fonder eenige andere caracters, of kenteekens, gelijk de Ouden ingevoert hebben, als defe te ftellen.

By 75. 3 fullen wy verftaan 75 Roeden en 3 Voet: by 75. 32, 75 Roed. 3 Voet en 2 Duymen, by 75. 327, 75 Roeden 3 Voeten 2 Duymen 7 tiende parten van een

een Duym: by gevolg is 0.78 7 Voeten 8 Duym, en 0.03 alleenlijk 3 Duym; en hier by geloof ik dat gy onze meening zult verstaan hebben.

Om deze teadderen, substraheren, multipliceren, en te divideren heeft men alleenlijk te letten op het gene voor en achter de punt staat.

Op de Addity. Dewyl deze bewerking vereyscht dat men de gelijknamige moet onder een stellen, om dat men geen anderen als deze kan vergaren, zoo volgt dat de onderstaande Voorbeelden, op de volgende manier, moeten opgestelt en uytgewerkt werden.

Vergaart 124.3 — 42.52 — 59.03 — 12.
by 74.5 — 17.09 — 4.7 — 9.2

komt 198.8 — 59.61 — 63.73 — 21.2
Vergaart 3470.95 — 194.089 — 0.976
by 198.08 — 19.99 — .095

komt 3669.03 — 214.079 — 1.071

Op de Substracty. Dewyl deze specy de zelfde condity vereyscht als de Addity, zoo moet men de opstelling doen als boven, en alleenlijk substraheren gelijk aldaar geaddeert is:

Van 198.8 — 59.61 — 63.73 — 21.2
trekt 74.5 — 17.09 — 4.7 — 9.2

rest 124.3 — 42.52 — 59.03 — 12.0
Van 3669.03 — 214.079 — 1.071
trekt 198.08 — 19 99 — .095

rest 3470.95 — 194.089 — .976

Op de Multiplicaty. In deze heeft men, in de heele en breuken, geen andere toesicht te nemen, als dat men door het punt zoo veel letteren, van het product van achteren afsnyt, als beyde de Multiplicatores te zamen daar achter hebben staan,

Vermenigv. 456.7 — 40.32 — 5.073
met 3.4 — 7.8 23

komt 1552.78 — 314.496 — 116.679
Vermenigv. 783 — .763
met .27 .57

komt 211.41 — .53491

Op de Divisy. In deze moet men, door het punt, van het Quotient, zoo veel letteren afsnyden, als het Dividendum meerder letteren achter het punt heeft als de Divisor, en by het Dividendum zoo veel nullen by doen als het minder heeft, en meerder by doende zoo moet men van het Quotient zoo veel letteren afsnyden,

Deelt 1552.78 — 314.496 — 116.679
door 3.4 — 40.32 — 23.

komt 456.7 — 7.8 — 5.073

Deelt 211.14 — .53491 — 1367.1
door 783. — .57 1.46

komt .27 — 763 — 930 hier wert by het deeltal een 0 by gevoegt, om dat de deeler een letter achter de punt meerder heeft als het deeltal.

deelt 577.
door 23. } komt 25.087, drie nullen by het Dividendum by voegende om de breuk te krygen.

deelt 234.5
door 5.85 } komt 42.5 na genoeg, twee nullen by het deeltal byvoegende.

III. Hoofstuk.

Van de dingen die gemeeten moeten werden om de Inhout der Landen, Moerassen, Wateren, Dyken, en Grachten te vinden: en de uytrekening van de Inhout zelve.

Gy weet dat de Inhout van een Rectangulum gevonden wert door de vermeenigvulding van de twee zyden om de rechte Hoek; van een Raam door de Multiplicaty van de eene zyde met de Perpendiculaar op deze vallende; en van een Driehoek door het zelvige van de heele Perpendiculaar met de halve Basis, of van de halve Perpendiculaar met de heele Basis.

Indien dan voorgegeven is te meten een Rectangulum, zoo moet men afmeten de lenkte van de twee zyden om de rechte Hoek; een Raam of een Triangel, de eene zyde met de Perpendiculaar die op deze valt.

De Inhout van een Trapesium, dat is een Vierhoek die alleenlijk twee evenwydige zyden heeft, wert gevonden door de vermenigvulding van de halve zom dezer paralelle zyden met de Perpendiculaar die op een van deze valt, en daarom moet men in deze afmeten de lenkte van beyde dese evenwydige zyden, en ook de Perpendiculaar die op een van dese staat.

Maar geen van dese gedaantens gegeven zijnde, zoo moet ze in Figuren van een of meer deser formen gedeelt werden.

Een ongeschikte Vierhoek ABCD om te meten voorgedragen zijnde, zoo kan men, *in Fig.* 8. meten de Diagonaal BD met de Perpendicularen AG, CH: want door DB, AG vint men de Inhout ABDA, en door DB, CH de Inhont DBCD; hare zom geeft de Inhout van de Vierhoek ABCDA.

Gemeten hebbende DB 60, AG 38, en CH 15 Roeden, zoo vint men voor de Inhout van de Vierhoek ABCDA 1590 Roeden.

Of men meet, *in Fig.* 9. AE, EF, FB, en de Perpendicularen ED, FC, om dat men door AE, ED vint de Inhout van AEDA; door FB, FC de Inhout van FBCF; en door EF, ED, FC de Inhout van EFCDE, welke te zamen gevoegt zijnde brengt voort de Inhout van de gantsche Vierhoek.

Gemeten hebbende AE 20, EF 26, FB 14, ED 36 en FC 22 Roeden, zoo is de Inhout van de Vierhoek ABCDA 1268 Roeden.

Of men kan meten, *in Fig.* 10. AB en CE, die evenwydig

wydig is aan AB, en ook van de Perpendiculaar DF, de ſtukken DG, FG: want door DG en EC vint men de Inhout ECDE, en door EC, AB en GF de Inhout ABCEA, die te zamen uyt maken de Inhout van ABCDA.

Gemeten zijnde AB 105, EC 65.3, DG 17.5 en GF 40 Roeden, zo is de Inhout ABCDA 3977.375 Roeden: of 6 morgen en 377.375 Roeden.

Gegeven zijnde te meten een ongeſchikte Vyf hoek ABCDF, *als in Fig.* 11. zoo kan men meten AB, AD en de Perpendicularen CK, CH, FG: door AB, CK vint men de Inhout van de Driehoek ABCA, door AD, CH de Inhout van de Driehoek ADCA, en door AD, FG de Inhout van de Driehoek ADFA, welkers zom geeft de Inhout van de geheele Vyf hoek ABCDFA.

Hebbende, *in Fig.* 12, van de Zevenhoek ABCDF GH, gemeten, in de Diagonaal, AK Roed 62.6, KL 120.2, LN 8.3, NP 28.7, PO 20.0, OM 48,0, MF 52.7; en van de Perpendicularen, BK 72.0, CL 39.4, DP 70.35, HN 88.17, GO 49.12, zoo vint men voor de Inhout van de gantſche Zevenhoek 48 morgen 406.7125 Roeden, aanmerkende HGM voor een rechte linie, en dat de doorgaande rechte GF zo veel van de kromme GF afneemt als bydoet.

Dit zelfde, van een bochtige Figuur in een rechtlinische te veranderen, is van veel gebruyk, om dat de omtrekken der landen veeltyts kromlinisch zijn, en men kan in deſe zaak den Meter niets anders recommanderen als dat hy voorſichtig gaat, en zijn werk zoodanig aanleyt dat hy den waren Inhout zoo na treft als mogelijk is.

Het kromlinisch ſtuk lants ANBOCPDLA, *als Fig.* 13. kan men reduceren, of herſchikken, in het rechtliniſch ABCDFA, zonder merkelijke misſlag te begaan, voor vaſt ſtellende dat de rechte lynen, na genoeg, zoo veel van het lant afnemen als byvoegen: de bocht DLA de gedaante van een cirkel hebbende, zo kan men zijn ware Inhout vinden, mits afmetende de Pees AD en de Pyl LG: maar om dat deze uytrekening moeylijk is, en 't ook by na noyt gebeurt dat een bocht zoo na deze gedaante heeft, dat het beter zoude zijn de Inhout op deze wyze te vinden, als met de Perpendiculaar GL tot F te verlengen, zoo zullen wy de manier niet beſchryven die hier toe vereiſcht wert, te meer, dewyl een Lantmeter hen niet licht zal gebruyken, en wy hen hier na in de konſte van 't Wynroyen moeten voordragen.

Dit is genoeg van de landen die begankelijk zijn, daar in dat men alles afmeten kan naar ſijn believen, maar dit niet konnende geſchieden, als in Boſſchagien, Moeraſſen ofte Meiren, zoo moet men een andre weg inſlaan.

Een onbegankelijk Lant, of een Meir, de gedaante van een rechtliniſchen ſcherphoekigen driehoek hebbende, of hen hier toe konnende reduceren, zoo kan men door de afmeting van de drie zyden, of van de twee zyden en een hoek tuſſchen beyden, of van een zyde en twee hoeken, vinden de Inhout, om reden dat men kan vinden, door uytrekening, de lenkte van de Perpendiculaar die op een afgemetene ſyde van deſe Driehoek valt uyt ſijn overſtaande Hoek. De drie ſyden gemeten hebbende, ſoo vint de Perpendiculaar volgens het 15 Vraagſtuk van het darde deel des darde Boeks: de twee ſyden en een hoek tuſſchen beiden gemeten hebbende, ſoo vint men hen na het 1 Voorſtel van 't eerſte Deel des vierde Boeks: de eene ſyde en twee hoeken afgemeten hebbende, zoo ſoekt eerſt noch een ſyde des Driehoeks, volgens 't voornoemde Voorſtel, en dan de Perpendiculaar op de gemetene ſyde vallende na het ſelfde Voorſtel.

Men vint de Inhout van deſe alle noch op een ander manier. De drie ſyden afgemeten hebbende. *Zo trekt yder zyde beſonder van de halve zomme der drie zijden: deze drie reſten vermenigvuldigt door malkander, en de uytkomſt noch met de voornoemde halve zom; uyt het product de vierkante wortel trekkende, men heeft de begeerde Inhout.* Ziet hier de uytwerking, *op Fig.* 14.

Genomen men hadde gemeten AB 15
BC 13
AC 14 Roeden

42 heele zomme
2
21 — 21 — 21 halve zomme
15 13 14
6 8 7 Reſten

deſe vermenigvuldigt komt 336
dit noch met 21 halve zomme

komt 7056, hier uyt
√q.
komt 84 voor de begeerde Inhout.

De twee zyden en de Hoek tuſſchen beyde afgemeten hebbende zoo vint men de Inhout volgens deſe Regel:

Gelijk de Straal
Tot Sinus van de bekende Hoek,
Alzo het halve vermenigvuldigde van de twee zyden
Tot de Inhout des Driehoeks.

Genomen AB was gemeten 75, en AC 70 Roeden: en de hoek A wyt 59 gr. 29 min.

AB 75
AC 70

5250
Sinus 59.29′ 2
100000 — 86148 — 2625
komt 2261.385 roeden voor de begeerde Inhout.

De twee hoeken en een zyde tuſſchen beyden afgemeten hebbende, ſoo vint men de Inhout, om dat de darde hoek door aftrekking openbaar is, volgens deſe Regel:

Gelijk het vermenigvuldigde van de Sinus over de bekende zyde met de Straal,
Tot het Vierkant van de bekende zyde;

Alzoo

Alzoo het vermenigvuldigde van de Hoekmaten der twee andere hoeken,
Tot de dubbelde inhout van de Driehoek.

Deze Regel kan gemakkelijker gebruykt werden door de Logarithmi als door de Tafel Sinus, om de groote Multiplicaty en Divisy die anders in dese moet geschieden.

Genomen AC was 100 Roeden; de hoek A 36, en de hoek C 67½ graden.

De Logarithmus van 100 AC is 2.00000

2

vierkant AC — 4.00000
Logar. Sinus van 36.0 A is 9.76921 } vergaart,
Logar. Sinus van 67.30 C is 9.96562

23.73483
Logar. Sinus van 76.30 B is 19.98783, met de str.

Logarth. van 5585 is — 3.74700
2

2792½ de inhout ABCA, 't beg.

Zijt gedachtig dat wy gezegt hebben van een *scherphoekigen* Driehoek, waer in wy willen dat dit zal waargenomen werden. In een *wijthoekige* kan men de eene zijde van de wijde hoek afmeten, en de perpendiculaar die uyt zijn overstaande hoek op deze valt, ter oorzake dat deze altijt buyten de driehoek komt, en by gevolg metelijk is.

Heeft het onbegankelijke, dat gemeten moet werden, de gedaante van een ongeschikte vier, of meer hoek, men vint de Inhout op deze manier. Genomen ABCDEA was een zodanige, *als Fig.* 15. Op AE, de langste zijde, maakt het rectangulum FGHEF, wiens zijden raken de punten B en C: dan meet AF, FB, BG, GC, CK, KH, en de perpendiculaar DK, zoo vint men daar door de Inhout van de buytenste stukken *a*, *b*, *c*, *d*, deze getogen van het geheele rectangulum FH, rest de Inhout van de gegeve vijfhoek.

Men kan mede de Inhout vinden, afmetende de lengte van alle de zijden, en de wijte van alle de hoeken, of ten minsten alle op twee of meer na: want, door AB, AE, en de hoek BAE, vint men de Inhout ABEA; en de lijn BE; door BC, CD, en BCD vint men de Inhout BCDB, en de lijn BD; dan is van BDEB de drie zijden bekent, waar door men zijn inhout vint op de wijze zoo nu even geleert is; en alzoo is openbaar de groote van de gegeve Figuur.

Indien men uyt twee punten de bakens kan zien die op de andere punten staan, dat is, indien het gegevene een Moeras of een Meir is, zoo is 't genoeg dat men de eene zijde, tusschen deze twee punten, afmeet, mitsgaders de hoeken die alle de punten van de Figuur (met elk van deze twee punten) maakt.

Genomen ABCDFA, *als Fig.* 16. was een zodanige, en A, B deze twee punten (uyt de welke de Baken) in F, D, en C staande, konnen gezien werden. Meet af AB; uyt A de hoeken BAC, BAD, BAF, en uyt B de hoeken CBD, CBF, CBA.

Door AB, BAC, en CBA, vint men de Inhout van de driehoek ABCA, en ook AC: door AB, BAD, en ABD vint men AD, waar door van ADCA, bekent is AC, AD, en de hoek DAC, door het verschil van de hoeken DAB, CAB; daar uyt dan gevonden wert zijn inhout. Door AB, BAF, en ABF vint men AF; en dan is (van FADF) bekent AD, AF (en de hoek FAD) door de differenty tusschen BAF en BAD; waar door men dan uytrekent de inhout van de Driehoek FADF en alzoo blijkt de inhout van de geheele Vijfhoek.

Nu achte ik voldaan te hebben aangaande de inhout te vinden van alle vlakke Landeryen, Moerassen en Meiren, begankelijk of onbegankelijk zijnde: maar eer ik hier van afscheyde, moet ik u heden verwittigen, dat de Meting door perpendicularen veel zekerder is als door hoeken, en daarom wert de eerste gebruykt en de laatste gemijt zoo veel als mogelik is, en voornamelijk wanneer het gene gemeten wert van waarde is: een halve graad in een hoek missende maakt een groote faut, maar een weynig in de perpendiculaar te vinden missende is van geen belang. Ik moet u ook indachtig maken, dat men de Landeryen, die met gemeene Slooten omvangen zijn, heeft te meten tot het midden van de Sloot, en overzulks moet men alle de linien tot dit midden toe uytrekken, of verlengen; dit verlengsel tot de lijn metende.

Tot hier toe hebben wy aangewezen welke dingen afgemeten moeten werden om de inhout der vlaktens te vinden, en de uytrekening van de zelve; nu zullen wy treden tot de lichamen, en van deze zullen wy geen andere nemen als de Dijken en Grachten, eensdeels om dat een Lantmeter zelden andere dingen in deze voorvallen, en andersdeels om dat het overige in ons darde deel van de Meetkonst alrede verhandelt is.

Om de inhout van een Dijk of van een Gracht te vinden, zoo moet men afmeten de lijnen die dienstig zijn om de inhout van het Profil (dat is de perpendiculare doorsnijding) te bekomen, en daar na de lengte aan beyde de zijden, of haar verschil, indien de eene zijde langer is als de andere.

Indien *in Fig.* 17. ABCDA het Profil van een Dijk of Gracht is, daar van dat BC Horizontaal, of evenwijdig aan de gront, of aanleg AD, is, gelijk ze gemeenlijk zodanig zyn, zoo vint ten opsicht van de Dijk, de punten K en L in de verlengde BC, zodanig, dat DK, AL op de Horizont rechtstandig zijn, door het voorgaande, dan meet de lengte DK, of AL, die gelijk moeten wezen, en zoo lang zijn als BF, mede BC en LK, welke laatste zoo lang is als AD. Ik zeg dat gy de Meting zoodanig zult aanstellen indien het Profil niet gegeven is, maar dat bloot zijnde, zo kan men zimpelijk meten AD, BC, en de Perpendiculaar BF: ten opsicht van de Gracht meet DK, AF, KF en BF of CK, aanmerkende CK, BF voor Perpendicularen op AD, die Horizontaal en evenwydig aan BC is. Dan is in beyde bekent AD, BC en BF, waar door de inhout van het Profil openbaar is. Dit gedaan zijnde zo meet de lengte BG, of CH, indien ze gelijk zijn, anders de eene en het geen de andere langer of korter is. Dan de inhout van het Profil gemultipliceert met de langte, of gemiddelde lengte, indien de eene zyde langer is als de ander, men heeft de inhout van de Dyk of Gracht. Gemeten hebbende LK of AD 32, BC 20, en AL of BF 9 voeten, waar van de 10 een Roede uytmaken; ook BG of CH, die gelijk zijn, 350 Roeden; zoo vint men voor de inhout 81900 vierkante voeten, of 819 schachten aarde.

Als men wil uytrekenen hoe diep dat men een Gracht zal moeten graven, wiens docering even is aan de diepte, gelijk men ze gemeenlijk zoodanig maakt, om van de uytgegravene Spyse een Dyk te formeeren, die een begeerde aanleg, hoogte en kruyn heeft, zoo doet op deze wyze:

Zoekt de inhout van 't Profil des Dyks, dit verhoogt met $\frac{1}{5}$, om dat de 5 droge aarde wel *6* natte uyt maken, (of met een ander getal naar dat de aarde dan insluikt) of zegt 5 droge doen *6* natte, wat het Profil van de Wal? Dat droge aarde is, komt de inhout van 't Profil der natte aarde, of van de Gracht: dan multipliceerr de halve aanleg van de Gracht in 't vierkant, en trekt daaraf de inhout van 't Profil der Gracht, de vierkante wortel uyt de rest trekt van de halve aanleg der Gracht, de rest is de begeerde diepte.

By voorbeelt. De Wal is als boven, dat is de aanleg AD 32, de hoogte BF 9, en de kruyn BC 20 voeten: de aanleg van de Gracht, DA 45 voeten, en de docering gelijk de diepte, dat is, DK gelijk CK, en AF gelijk BF.

Wal
AD 32
BC 20
———
52
2 — 26
BF 9
———
5 — 6 — 234 : Profil AC
komt $280\frac{4}{5}$ Profil DB
van de gracht.

Gracht
AD 45
2 — * $22\frac{1}{2}$
——— √
$506\frac{1}{4}$
$280\frac{4}{5}$
———
$225\frac{9}{20}$
√ ———
15 na genoeg
* $22\frac{1}{2}$
———
$7\frac{1}{2}$ diepte van de gracht BF.

IV. HOOFTSTUK.

Van de Deeling der Landen.

'T Valt een Lantmeter menigmaal voor dat hy een gegeve stuk Lants moet deylen in twee, drie oft meer gelijke deelen, of in ongelijke, en dat na een gegeve reden: of dat hy van het Landt een bepaalde groote af moet snyden; en daarenboven met zoodanige scheyts Slooten, of Grueven, die alle evenwydig lopen, of met malkander, of met een van de zyden; of dat ze alle uytloopen op, of na een gegeve punt; en daarom zal het noodig zijn deze zaken alle mede te verhandelen.

Om een Vierkant, Rectangulum, Paralellogram, of Trapezium ABCDA, *als de Figuren* 18, 19 *en* 20. in drie gelijke deelen te deelen, zo behoeft men slegts AE, EF, ook DH, HG, elk gelijk het darde deel van AB, DC te nemen, en de Grueven of Slooten EH, FG te laten maken; die zullen het Landt in drie gelijke stukken deelen: in een Raam loopen deze scheytslinien evenwydig aan malkander, en ook aan de twee zyden die niet verdeelt zijn, maar in een Trapezium niet, evenwel zoodanig dat ze na het punt toe strekken dat de twee onverdeelde zyden zullen bepalen als men ze doet te zamen komen.

In een Triangel heeft men alleenlijk de Basis zoodanig te deelen, en de Grueven te laten maken van deze deelingen E, F tot de Top C.

Grueven moet men maken wanneer het Land met geen Sloot omvangen is, of daar meê omvangen zijnde, dat men het water voor niets wil estimeeren, en dan moet AB, DC de ware lengte van het Landt wesen: maar Slooten moet men maken daar van de voornoemde scheytslinien het midden zijn, in geval dat het Landt met een Sloot omvangen is, of ten minsten dat het aan de ongedeelde zyden yder een halve Sloot heeft; en dan moet AB, DC de lengte van de halve Sloot, en het Landt te zamen wesen: maar geen Slooten aan de voornoemde twee zyden hebbende, en echter de deyling door Slooten willende te weeg brengen, mits dat het blyvende Landt van yder even groot is, zoo trekt de wyte die alle de Slooten te zamen uyt maken, eerst af van de lengte AB, CD, en meet dan, van A na B, en van D na C, af de lengte van het vierde deel der rest, indien de deling in vieren moet gedaan werden, *als in Fig.* 21. dit in E en H gevallende, zoo meet HN en EI elk gelijk de Sloots wyte, zoo is HI de eerste Sloot; dan IF, NK elk gelijk het voornoemde vierde deel, en FQ, KO elk gelijk de wyte van de Sloot makende, zoo is FO de tweede Sloot; dan QG, OL, ook GR, LP als voren nemende, zoo is GP de derde Sloot, en de stukken Landts ED, FN, GO, BP zijn alle even groot.

By voorbeelt. Van het Trapezium ABCDA, is AB lang 363, en DC 295 Roeden, dit begeert men in vier gelijke deelen verdeelt te hebben door de Slooten DH, FK, GL, EN, FO, GP, zulx dat ze op AB en DC elk gelijke breete hebben, mits dat de Slooten wijt zullen zijn elk yder 1 Roede.

Om dat 'er 3 Slooten moeten wezen, elk van een Roede wyt, zoo trekt drie Roeden van AB, en ook van DC, rest 360 en 292, dit elk door vieren gedeelt, om dat het in vieren moet verdeelt werden, komt 90 en 73. Dan meet in AB af van A na B, 90 Roeden, en

AB 363	DC 295
3	3
360	292
4 — 90	73

van D na C 73 Roeden, dit in E en H vallende, zoo maakt EI, en HN elk van een Roede, zoo is EN de eerste Sloo: dan wederom, IF gelijk 90, en NK gelijk 73. Item, FQ en KO elk gelijk een Roede gemaakt hebbende, zoo is FO de tweede Sloot: op de zelve wijze vint men GP de darde Sloot. En deze drie Slooten deelen het gegevene Landt, A B C D A, in vier gelijke deelen.

Dewijl genoegzaam alle de Landen met Slooten omvangen zijn, en de deeling door Slooten, geſchiet, zoo zullen wy deze naukeurigheden achter wegen laten, dewijl ze in zoodanige geval niet te pas komen, gelijk boven aangewezen is, en wy zullen de gegevene lengtens tot het midden van de Slooten uytbreyden, dat ik u wil verwittigt hebben.

Indien, in de gezeyde Figuuren, de deeling moet geſchieden na een gegeve reden; by voorbeeld, als de tallen 4, 5, 6, zoo weet gy dat de Lijnen A B D C in deze reden moeten verdeelt werden, te weten, dat A E moet 4 wezen tegen E F 5 en tegen F B 6, zoo mede met DC, en dat dan ED zal 4 wezen tegen FH 5, en tegen BG 6.

Indien, *in Fig.* 22. men de Driehoek A B C A, uyt een gegeve punt D, in een van de zijden AB, door een rechte lini in tween wil deelen, in een gegeve reden, of dat men van de zelve daar door een begeerde groote wil affnyden, zoo moet men eerſt A D en D B meten, om te zien wat reden deze tegen malkander hebben, zijn ze evenredig met de gegevene deelen, of is DB tot het ſtuk dat men affnijden moet als A B tot de heele Driehoek, zoo moet de ſcheytslini DF in C eyndigen, of D C doet de begeerde deeling, maar is D B langer zoo valt F in B C, en korter in A C.

Genomen de Driehoek was groot 12 Morgen, of 7200 Roeden, en zy moeſt gedeelt werden in 7 en 5 Morgen, of DBFD moeſt 5 Morgen groot wezen, en A D was lang bevonden 100 en D B 80 Roeden, zoo zegt,

100
80
———
12 M. — 180 R. — 5 M. komt 75 Roeden

Voor D B, indien F in C zoude vallen, en dewijl D B langer is, zoo volgt dan dat F in B C zal vallen.

Meet derhalven de Perpendiculaar DG; hen 60 Roeden lang bevindende, zoo deelt 5 Morgen, of 3000 Roeden, door 30 Roeden, de helft van D G, komt 100 Roeden voor de Baſis B F.

Men kan by de gis gemeenlijk weten of F in B C of in A C zal vallen: de giſſing op B C vallende, zoo meet D G, en doet als voren om de Baſis B F te vinden, de uytkomſt meet af van B na C, B C te kort bevindende, zoo is de giſſing qualijk gemaakt, en dan moet D H gemeten werden, en het komende in A C afgetekent worden, waar in F dan nootzaakelijk moet vallen: En in zoodanigen geval gaat men de afmeting van DA, DB voorby: de giſſing wel gedaan hebbende, gelijk het gemeenlijk zal geſchieden, zoo valt de werking korter.

Uyt dit exempel is openbaar hoe men alle Figuren, in die gelegentheyt, zal verdeelen. Genomen men wilde, *in Fig.* 23. de vierhoek A B C D A, uyt F, door FG, FH, in drie ſtukken deelen, na de reden van 3, 4, 5. Te weten, dat F B G F zal 3 doen tegen F G C H F 4, en tegen F H D A F 5. Laat ons nemen dat de inhout van het geheele ſtuk is 30 Morgen.

3
4   30 Morgen
5   600   3 komt 4500 Roed. FBGF.
—   ———   4 komt 6000 Roed. FGCHF.
12 — 18000 — 5 komt 7500 Roek. FHDAF.

Indien waarſchijnlijk G in B C, en H in D C zal vallen, zoo meet de perpendicularen F K, F L: genomen dat FK wiert 100, en FL. 120 Roeden lang bevonden.

Deelt 4500 door 50, de helft van FK, komt 90 voor B G, die men moet afmeten: dat gedaan hebbende, zoo meet de reſt G C; die 50 Roeden lang bevindende, zoo blijkt dat de inhout van F G C F is 2500 Roeden, dit van F G C H F, 6000 Roeden, reſt voor F C H F 3500 Roeden; daarom dit gedeelt door 60, de helft F L, komt 58. 33 na genoeg voor C H; en alzoo is het begeerde verricht.

Indien het gegeve punt, daer de ſcheytslinien moeten op uytloopen, is binnen de gegeve Figuur, zoo kan men het begeerde verrichten op de volgende wijze.

Genomen de Vierhoek A B C D A *als Fig.* 24 moet gedeelt werden door FN, FG, FH in drien, zoodanig dat FNBGF is $7\frac{1}{2}$ Morgen; FGCHF 10, en de reſt $12\frac{1}{2}$ Morgen, mits dat FN rechthoekig ſtaat op AB.

Meet FN, NB, en de Perpendicularen FK, FL. FN 24, NB 76, FK 80, en FL 95 Roeden bevindende, zoo is FNBF groot 912 Roeden, dit van 4500, reſt voor FBGF 3588; dit gedeelt door 40, de helft FK, komt 89.7 Roeden voor BG. Voorts CG 46 Roeden lang zijnde, zoo is FGCF 1840, en by gevolg F C H F 4160; dit deelt door $47\frac{1}{2}$, zoo zal het quotient 87. 58 Roeden aanwijzen de lengte van CH.

Indien men een ſtuk Lants in tween wil deelen met een doorgaande lini, gaande door een gegeve punt binnen, of ſtrekkende naa een punt buyten de gegeve Figuur, zoo doet als volgt:

Genomen C V N C was een gegeve Driehoek, *in de Figuren* 25 *en* 26. groot 9000 Roeden, die men in tween gelijk wil gedeelt hebben, door de lini G F, gaande door, of ſtrekkende naa een gegeve punt E, binnen of buyten de gegevene Triangel.

Meet de Perpendiculaar EB, die op 60 Roeden bevindende, zoo deelt 4500 Roeden de helft C V N C, door 30, de helft EB, komt 150, dit minder als CN zijnde zoo is alles wel, anderſins moeſt E B op VN genomen werden. Dan ED, die evenwydig is aan CN, om dat C N langer bevonden wert, anders moeſt ED evenwydig VN genomen

E binnen de △	E buyten de △
150	150
2 ———	2 ———
75	75
30 E D	30 ED
———	———
45	105
——— √	——— √
2025	11025
900 □ ED	900 □ ED
———	———
1125	10125
√ ———	√ ———
33.54	100.62
75.	75.
———	———
108.54 CF	175.62 CF

men

men werden, die 30 Roeden bevinden, zoo trekt deze van 75, de helft van de 150, *in Figuur 26.* als E binnen valt, maar addeert ze indien E buyten valt, *als in Figuur 25*, komt 45 en 105. Deze in 't vierkant, komt 2025 en 11025, van elk 900, het vierkant ED, rest 1125 en 10125, uyt elk de $\sqrt{q}$, komt na genoeg 33.54 en 100.62, by elk de voornoemde 75, komt 108.54 en 175.62 voor CF. Dan een scheytslini makende van F door E, of na E strekkende, ontmoetende CV in G, zoo deelt GF de gegeve driehoek in tween gelijk.

En in geval de gegeve Figuur een Vierhoek AHNVA was, *als Fig. 27.* groot 9000 Roeden, zoo moet men meten CH, en de Perpendiculaar AK, om de inhout van de driehoek ACHA te vinden; C voor het punt aanmerkende alwaar VA, NH, verlengt zijnde, te zamen komen; ik zegge VA en NH, om dat G en F in deze zullen vallen: CH gelijk 60, en AK gelijk 80 Roeden vindende, zo is de driehoek ACHA 2400 Roeden, dit by 4500 Roeden, de Inhout AHFGA, voegende om dat FG de gegeve Figuur in tween gelijk moet deelen, komt 6900 voor de Inhout CFGC.

4500 AHFGA
2400 AHCA
6900 GCFG
½ EB 30
230
2
115
55 ED
60
$\sqrt{}$
3600
3025
575
$\sqrt{}$
23.98
115
138.98 CF
60 CH
78.98 HF

Hebbende gemeten de Perpendiculaar EB 60, en de Paralel ED 55 Roeden, zoo deelt 6900 door 30, de helft EB, komt 230, zijn helft is 115, hier van ED 55, rest 60, van wiens vierkant 3600, trekt 3025, het vierkant van ED, rest 575, diens $\sqrt{q}$. is na genoeg 23.98, waar by de vorige 115, k. 138.98 voor CF, of 78.98 voor HF.

Indien eenige werking niet kan geschieden die hier vereyscht wert, het is een teken dat de punten G en F in de gegiste lynen CV, CN, niet zullen vallen, en daarom moet men dan de bewerking doen als of ze in andere vielen, gelijk indien ED in dit laatste 60 Roeden lang was.

't Gebeurt wel dat'er begeert wort dat de scheytslinien evenwydig moeten lopen aan een gegeve lini. Gelijk, indien begeert wert dat *in Fig. 28.* DH, die de gegeve driehoek ABCA na reden van 3 tot 4 deelt, te weten, dat ADHA 3 doet tegen het overige 4, evenwydig moet lopen aan de gegeve lyn CE. Zoo moet men AB en ook AE meten, en zo de eerste lang is 133, en de tweede 80 Roeden, zo moet men 133 in reden van 3 tot 7 delen, komt 57 en 76, 't eerste 57 dan met 80, AE, multiplicerende, komt 4560, en hier uyt de $\sqrt{q}$. trekkende, komt na genoeg 67.53 voor AD.

Indien CE in CB valt, zoo loopt DH evenwydig BC, en Perpendiculaar op AB staande, zoo is DH mede zoodanig.

Om de driehoek ABCA, *(Fig. 29.)* in drien gelijk te deelen door DH, FG, die beyde rechthoekig op AB staan, zoo moet men deselve weg inslaan, dat is, men moet het punt D zoeken, zoodanig dat CE rechthoekig op AB staat, of evenwydig aan de Scheytslynen is: dan moet men AE, EB afmeten, en het darde van AB met AE, en ook met EB multipliceeren, zo zullen de Quadraatwortels uyt de Producten aanwyzen de lengte AD, BF. Indien BE minder als het darde deel van AB is, zo zal FG tussen CE en A vallen.

AE gelijk 100, en BE gelijk 62 Roeden afgemeten hebbende, zoo is AD na genoeg 73.48, en BF 57.86 Roeden.

In de Vierhoek GBCFG, *(Fig. 30.)* volgt men de zelfde Regel, mits CF, BG, daar de scheytslini DH op zal vallen verlengende tot in A, alwaar ze te zamen komen, en dan de driehoek ABCA, in plaats van de Vierhoek nemende, alleenlijk het deel GDHFG met het bygevoegde GFAG vergrotende.

By Voorbeelt. Genomen GBCFG was groot 26 Morgen, of 15600 Roeden; AG was lang 80, GF, die Rechthoekig op AB staat, 52, AE 200, en EB 40 Roeden; en men wilde dat GDHFG zoude zijn 10 Morgen.

De driehoek AGF is dan groot 2080 Roeden, dit by 6000 Roeden GDHFG, komt 8080 Roeden voor ADHA, en 17680 voor ABCA.

Dan: 17680 ABCA — 240 AB — 8080 ADHA? Komt 109.68 Roeden, dit vermenigvuldigt met AE 200 Roeden, en vyt het Product de $\sqrt{q}$. trekkende, komt 148.11 Roeden voor AD.

V. HOOFTSTUK.

Van de meting der onmetelijke Distantien.

Onmetelijke distantien, of afstanden, noeme ik niet alleenlijk die gene de welke ontoegankelijk zijn, maar ook die, dewelke men niet meten wil om haar moeyelijkheyts wille, gelijk Toorens, &c.

A en B zullen, *in Fig. 31.* de twee subjecten zijn, welkers distanty AB 't gene is dat gemeten moet werden.

't Punt A genaakbaar zijnde, zo maakt AC Rechthoekig op AB, en uyt eenig punt van de zelve, als uyt C, meet af de hoek ACB: gemeten hebbende AC, zo vint men AB volgens het 1 Voorstel van 't eerste deel onzer driehoeksmeting, om dat CAB bekent, of recht is. AC 20 Roeden, en de Hoek ACB 65 graden zijnde, zoo vint men voor AB 42.89 Roeden, of 429 Voeten na genoeg.

Als AB een Toren is, zoo is BAC altijt recht, ingeval dat hy op een Horizontale gront staat.

Indien 't onmogelijk is 't punt C zodanig te nemen dat CAB een rechte hoek maakt, zoo moet men de wyte van de hoek BAC afmeten, en dan zal het zelfde voorstel aan wyzen op wat wyze AB gevonden wert.

Indien geen van de punten A of B genaakbaar, maar wel een ander dat in AB of in zijn verlengde is, als D, *gelijk in de Figuuren 32 en 33.* zoo maakt DC rechthoekig op AB, of op zijn verlengde, en meet af, uit eenig punt van de zelve, als uit C, de wyte van de hoeken DCA, DCB, en ook de lengte DC; zo is, van ADCA, be-

bekent drie deelen, A D C recht, D C, en DCA: ook, van BDCB, als BDC recht, D C en BCD, waar door men, volgens het voornoemde voorstel der Driehoeksmeting, vint AD, en ook DB, welkers zom, of welkers verschil, toont de lente AB. Gemeeten hebbende D C 30 Roeden, DCA 70 en DCB 36 Graden, zo vint men voor AB 1042. 2 voeten in de eerste, en 606. 3 voeten in de tweede Figuur.

Indien geen punten genaakbaar zijn, en dat men alleenlijk in de lijn FD *kan voor of achterwaarts gaan, die op* AB *rechthoekig staat, als in de Figuuren* 34. 35. *en* 36. en zodanig dat D is in A, *als in Fig.* 36. of in AB, *als in Fig.* 35., of in de verlengde AB, *als in Figuur* 34. In C meet af de hoeken BCA en BCF, en in F de hoek BFC, en voorts de lijn FC. Maar zijt gedachtig dat in de derde Figuur, BCF niet behoeft gemeten te werden, om dat hy het complement van BCA is. Dan is van de Driehoek FBCF, bekent twee hoeken BFC, BCF, en een zijde FC; waar door men vint, naar het voornoemde voorstel, de zijde BC; en dewijl, van de Driehoek ABCA, dan mede bekent is BC, BCA en ABC, die 't complement is van BCD, half ronts vervultzel van BCF, zoo vint men, volgens het zelfde voorstel, AB, 't begeerde. Gemeten hebbende FC 30 voeten; BFC 56 graden, BCA, in de derde Figuur 60. 6, in de tweede Figuur, 103. 30. en in de eeste Figuur 50 Graden; en B F C, in de twee eerste Figuuren 120 Graden, zoo vint men AB, in de derde Figuur, na genoeg 308. 8 voeten, in de tweede Figuur 477.9, en in de eerste Figuur 277.3 voeten.

In de derde Figuur kan men AB ten eersten vinden; want, nemende AB voor de straal, zoo is FC 't verschil der Raaklijnen C B A, FBA.

Raaklijn FBA 67451 van 34. 6.
CBA 57735 van 30. 6.
——————————— afgetr.
Rest 9716 — 30 Voet. FC — 100000?
komt 308. 8 Voeten AB.

Indien beyde de plaatsen ongenaakbaar zijn, en dat de gelegentheit geen bepaalde condity toelaat, als dat men op twee plaatsen, F *en* C, *kan komen, en de distanty* FC *afmeten.* Zoo moet men *in Fig.* 37. uyt C afmeten de hoek A C B ook ACF, en uyt F de hoek AFB en ook BFC; en de lengte F C: door deze meting is BCF, en AFC openbaar. Dan is, van FBCF, bekent de zijde FC, en de hoeken BCF, BFC, waar door men vint BF, volgens het voornoemde voorstel. Van FACF zijn mede zoodanige termen bekent, als ACF, AFC, en de zijde FC; daar door vint men FA, dan is, van AFBA, bekent FA, FB, en AFB; waar mede gevonden wert AB, eerst gezogt hebbende een der hoeken FBA, of FAB, volgens het 3 Voorstel van 't voornoemde deel der Driehoeksmeting.

Indien FC lang is 30 voeten, BCA wijt 120, ACF 20, A F B 64, en B F C 36 Graden; zoo is AB lang 271. 4 Voeten na genoeg.

VI. Hoofstuk.

Van 't maaken der kaarten.

In deze wert vereyscht niet alleenlijk een pertinente afbeelding van 't Lant, of Water, maar ook van de Slooten, en Dijken, ook van de Grebben, van de behuyzing, en in 't ruw van 't geboomte, met aantekening, wat laag, wat hoog, wat moerassig landt, en wat bosschagie is; en de groote van 't lant in 't geheel, en van yder deel in 't bezonder: en men schets dit alles af met coleuren zoo na als men kan.

Als bekent, of afgemeten is, de lengte van alle de zijden op een na, en de wijte van de hoeken op twee na, zoo kan men zeer licht een stuk lants, op zijn behoorlijke form, in een kaart brengen.

Genomen van ABCDFA *in Fig.* 38 is gemeten AB 100. BC 46, CD 40, D F 90 Roeden: de hoek in B is wijt 110, in C 160, en in D 100 Graden.

Maakt een schale, of verdeelt de lijn S in eenige gelijke delen, groot of klein naar believen, naar dat men de gedaante van het Lant groot of kleen wil afbeelden.

Trekt AB, en maakt hem zoo lang als 100 delen van S groot zijn: dan legt u transporteur met zijn centrum op B, en tekent af, van AB naar C, 110 Graden, en trekt BC; doch neemt hem zoo lang als 46 deelen in S bespannen: dan voegt de transporteur met zijn middelpunt in C, zulx dat BCD is wijt 160 Graden, en trekt CD, zodanig dat zijne lengte 40 deelen van S begrypt: dan legt de zelve transporteur in D, als gy in B en C gedaan hebt, en maakt de hoek D wijt 100 Graden, en DF lang 90 deelen; dan trekt FA, zoo is het Lant naar zijn behoorlijke gedaante hier in de kaart afgebeelt, voor zoo veel zijn omtrek belangt.

Indien het Lant met een Sloot omvangen is, zoo tekent deze rontom het voornoemde, en stelt de gemeene weg daar mede by, zoo het Lant daar aan legt, gelijk hier gedaan is; de wijte van deze is niet nootzakelijk dat ze zijn ware groote heeft, om dat ze meerder dient tot aanwyzing als iets anders; ze zou ook zomtijts als dan zoo kleen vallen dat men ze naulijks zoude konnen zien.

Zoo het Lant door Grueven, of Grebben, afgesneden is, als hier door GC, H I; zoo meet FG, GH, en FI, deze hare lengte in S afgepast hebbende, zoo vint gy daar door waar gy deze zult aftekenen.

Is 'er een Huys, Schuur, &c. op, zoo tekent het op zijn plaats; het Lant daar het opstaat in zijn behoorlijke groote; zoo het van het andere Landt afgescheiden is, maar het Huys, &c. tekent zodanig dat het na genoeg op zijn behoorlijke plaats staat, en dat zijne gedaante kan bekent werden zonder misstal aan het werk te geven.

Indien de groote van het Lant bekent is, zoo voegt 'er dit by, of in yder park, of daar buyten apart, of doet het beyde.

De andere omstandigheden voegt 'er by zoo veel u mogelijk is, mits dat het werk daar door eer verciert als onciert wert, en coleurt alles zoo na af als u doentlijk is met waterverw, de landeryen en bomen groen, en het water blauachtig.

Gy kont ook de gedaante van het Landt aftekenen, afgemeten hebbende alleenlijk een zijde, en de hoeken die alle de punten met de einden van deze lijn maken.

Afgemeten hebbende *in Figuur* 39. de lini F A, en en de hoeken D F A, C F A, B F A, B A F, C A F, D A F, zoo trekt F A zoo lang als het gemetene aanwijst, volgens de schale van de gelijke deelen, dan bepaalt door u transporteur, in F, de hoek D F A, en in A de hoek D AF, na mate van de afgemetene wijte, zoo zal de zamenkomst van deze twee lijnen het punt D bepalen. Op de zelve wijze de hoeke C F A, C A F bepalende, men vint het punt C; ook de hoeken B F A, B A F afmetende, men vint het punt B; dan AB, BC, &c. trekkende men heeft de gedaante van het Lant. Deze manier van doen is zeer bequaam om groote Landeryen, ja geheele Provincien, in een Kaart te brengen, F en A in zoodanigen geval Torens, of Hoogtens zijnde, daar van dat B, C, en D gevoeglijk konnen gezien werden. De Inhout wert door deze manier van afmeting mede gevonden gelijk voren geleert is.

Indien de lijnen bekent zijn, waar door de Inhout gevonden is, gelijk 't gemeenlijk gebeurt, te weten de Diagonalen en de Perpendicularen, zo is het niet nodig zo veel afmetingen te doen gelijk nu even geleert is, om dat ons deze hier toe behulpelijk zijn.

Als, *in Fig.* 40. bekent is AG, GK, DK, AH, HD, en de Perpendicularen B G, C K, F H, zoo kan men daar door alleenlijk de gedaante van de Figuur bepalen. Want, door AG en de Perpendiculaar GB wert bepaalt het punt B, en by gevolg de lyn AB, door GK en K C het punt C, en daarom B C; dan, door K D het punt D, en door HA, H F het punt F, en daarom CD, DF, AF. Heeft het de gedaante van een Driehoek, *als Fig.* 41. zoo moet niet alleenlijk de heele Basis A C, maar ook A D, of DC in besonder bekent zijn, boven BD, om dat dit nodig is om het punt B te bepalen, en by gevolg om de form van de Driehoek ABCA af te tekenen.

Indien het begeerde een Meir, of Bosschagy, of een Moeras is, wiens inhout gevonden is door Lynen die buyten de Figuur getrokken, of afgemeten zijn, gelijk hier voren geleert is, zoo zullen dese Lynen genoeg zijn om de Figuur, in zijn behoorlijke gedaante, op de Kaart te brengen, gelijk gy lichtelijk bekennen zult de moeyten nemende van zulx na te speuren.

Hier by zal ik af korten, om dat ik oordele alles beschreven te hebben het gene een Lantmeter behoorde te weten, voor onderstellende dat hem de fondamenten van de Meet- en Telkonst bekent zijn, die wy hier voren, in het tweede en darde boek, beschreven hebben. De bezonderheden, die de Maten raakt, daar van moet yder in zijn gewest, daar hy dese zaak practizeert, kundig wesen, en die hier in onwetende is, kan daar van kennisse krygen uyt een bezonder Tractaatjen, achter de beknopte Lantmeter, door M. van Nispen, by gevoegt.

BYVOEGSEL
Van het
WYNROYEN.

DIe wetenschap waar door men vint hoe veel Wijn, Oly, &c. in een vat is, wert Wynroyen genaamt, anders ook Pegelkunde.

Wy voegen deze hier by om dat ze beyde raken de Practyke van de Meetkonst. Een Landmeter vint de Inhout van de vlakke superficien, en ook van zoodanige lichamen, en een Wynroyer de Inhout van de bultige lichamen, hoedanig een Vat is. Twee onderscheydene namen voeren dese wetenschappen om dat ze onderscheydene insichten hebben, en ook om dat het gemeenlijk andere lieden zijn die de Landeryen meten, en andere de Vaten; anders bedient een Lantmeter hen ook wel beyde.

De Vaten zijn onderling, of gelijkformig, of ongelijkformig: dat is, of van een gedaante, schoon dat ze niet even groot en zijn, of van een ongelijke gestalte.

Van de gelijkformige Vaten.

Dewyl alle gelijkformige lichamen, en by gevolg mede de Vaten, evenredig zijn met de cubiquen van hare gelijkstandige zyden, dat is, *in de Figuren* 42. het Vat *a* tot het Vat *b*, als de cubicq van GE tot de cubicq van FH, of als de cubicq van GA tot de cubicq van FC, zoo zal men een algemeene maat tot deze konnen vinden, een stok cubicqs wyse verdeelende; want *a* een, en *b* twee Aam inhoudende; en nemende de lengte AG voor 1, dat is voor de $\sqrt{c.\ 1}$, zoo zal CF de $\sqrt{c.\ 2}$ wesen, om dat als dan *a* tot *b* is, als de cubicq van $\sqrt{c.\ 1}$, tot de cubicq van $\sqrt{c.\ 2}$, dat is, als 1 tot 2. *b* $2\frac{1}{2}$ Aam inhoudende, zoo zal CF $\sqrt{c.\ 2\frac{1}{2}}$ moeten lang wesen. En zoo men stelt *a* een en *b* tien Steekannen in te houden, zoo zal AG 1 zijn tegens CF $\sqrt{c.\ 10}$. Laat ons dan zoodanigen stok beryden.

Om de Cubicq Roede te maken.

Neemt een Vat van dat fatzoen, of van die fust daar toe dat men dese Roede wil gebruyken; wel gemaakt; hoe groter hoe beter: neemt mede een stok, en verdeelt hen in gelijke deelen, *als Fig.* 43. en steekt die in 't spongat, recht neerwaarts, volgens de lynen GE, of liever, (om dat dit qualijk te treffen is) tot beneden aan de Kim, volgens GA, of GL, *in Fig.* 44. Zoo wy nu GA gelijk 1000 deelen vinden, en dat het Vat groot is 100 mingelen, zoo vint men de lengte van een of meer mingelen dus, 1000 deelen

———— $\surd$ c.

100 mingelen — 1000000000 —— 1 mingele

komt — 10000000

$\surd$ c ————

215.44 gelijke deelen voor de maat van 1 mingele, dat is voor de lengte AG, ingeval dat het Vat maar een mingele groot is: zijn 2 voud is de maat van 8 mingelen: zijn 3 voud van 27; en zijn 4 voud van 64 mingelen, en zoo voort, altyt de cubicq van 't menigvoud.

Om de maat van 1 Steekan, of 16 mingelen te hebben, zoo segt wederom.

cubicq van 1000

100 mingelen — 1000000000 — 16 mingelen?

komt 16000000

$\surd$ c. ————

542.88 gelijke deelen voor de maat van een Steekan, zijn 2 voud is de maat van 8 maal 16, dat is van 128 mingelen, ofte 1 Aam, of 8 Steekan; zijn 3 voud is de maat van 27 Steekan, en zoo voort. Vindende op dese manier de maat van zoo veel mingelen, Steekannen, of Aamen als men begeert tot dat de stok voltoyt is.

Om de Inhout van alle Vaten te vinden, gelijkformig zijnde aan die geene waar op dat de Cubicq Roede gemaakt is.

Regel.

Steekt de cubicq Roede in 't Spongat, neerwaarts tot aan beyde de kimmen, en tekent op de zelve waar de Sponning van binnen in 't Vat de stok snyt, deze distantien gelijk vindende, zoo wijst dit teken aan de Inhout van het Vat, maar die ongelijk vindende, zoo geeft het midden tusschen deze de Inhout te kennen.

Exempel. Men heeft gemeten — of dus

GA $28\frac{1}{4}$ Steekan — $28\frac{1}{4}$

GL $28\frac{1}{2}$ dito — $28\frac{1}{2}$

———— ———— vergaart.

$\frac{1}{4}$ verschil — $56\frac{6}{8}$

2 ———— 2 ————

$28\frac{3}{8}$

$\left.\begin{matrix}\frac{1}{8}\\ 28\frac{1}{4}\end{matrix}\right\}$ vergaart.

————

komt $21\frac{3}{8}$ Steekan, of 454 mingelen, de Inhout van het Vat: en zoo met alle andere.

Indien GA en LG veel verschilde, zoo zou dese Regel niet goet zijn, maar dewyl zulx zelden of noyt en gebeurt, zoo zullen wy hier 't by laten.

Van de ongelijkformige Vaten.

Dese werden gemeten door een Quadraat Roede, als een algemeene maat van alle Circulen. De Verdeling deses klimt op volgens de $\surd$ q. gelijk in de cubicq Roede die opgeklommen is volgens de $\surd$ c.

Om een Quadraat Roede te maken.

Aanmerkt DABC voor een ronde ketel, of holle cylinder, *als in Fig.* 45. wiens bodem EBF plat is: DAB recht, en CD evenwydig AB. Giet die vol water; daar in gaan, by Voorbeelt, 60 mingelen.

Verdeelt een stok aan de eene zyde in zoo veel gelijke deelen als 't u belieft, en meet daar mede de hoogte AD, ofte BC, en de Diameter DC, ofte AB.

Genomen AD, of CB wert bevonden op 240 $\left.\begin{matrix}\\ \\\end{matrix}\right\}$ van dese

en DC, of AB ———— op 64 deelen.

mingelen de delen in hoogte ming.

Dan: 60 —— 240 —— 1 komt 4 delen in de hoogte die 1 mingele inhouden, de Diameter 64 zijnde.

Laat ons nu vinden de Diameter van een ander ront welkers hoogte 1 van dese deelen is, en echter mede een mingele inhout.

AB 64

———— $\surd$

□ AB 4096

4 verm.

————

□ KL 16384

$\surd$ ————

KL 128. Als dan, *in de Figuren* 46. van 't Vat B de Diameter KL 128 deelen groot, en 1 deel hoog is, zoo zal het zoo veel inhouden als A, dat 64 deele wyt, en 4 hoog is, of half zoo wyt en viermaal hooger; om dat de ronden tot malkander zijn als de vierkanten van hare middellynen.

Dese geheele werking vint men korter dus, maar is duysterder.

64 AB

———— $\surd$

4096 □ AB

240 BC

———— vermenigv.

983040

gedeelt door 60 m. ————

komt 16384

$\surd$ ————

128 voor KL.

Dan neemt deze 128 deelen, en tekent hare wyte op een van de andere zyden des stoks, en zet daar by 1 mingele; by zijn 2 voud zet 4 mingelen; by zijn 3 voud 9; en by zijn 4 voud 16 mingelen, en zoo voort, altyt het Vierkant van 't menigvoud.

Om de maat van 2 mingelen te hebben, zoo multipliceert het Vierkant der deelen van een mingele.

als 16384,

met 2,

————

komt 32768,

$\surd$ q. ————

komt 181.02 na genoeg, voor de maat van 2 mingelen.

Om die van 3 mingelen te vinden doet op de selfde wys: multipliceert het vierkant van 1 mingelen, als 16384, met 3, en trekt uyt het product de $\surd$ q, komt na genoeg 221.7 voor de maat van 3 mingelen. Zijn 2 voud, als 443.4 is de maat van 12, en zijn drie voud

van

van 27. mingelen, en zoo in 't oneyndig, altijt is het de maat van het vierkant van 't menigvoud vermenigvuldigt met deze 3, tot dat de stok volmaakt is.

Of *Meetkunstig* dus. Laat *in Fig.* 47. QMN wel recht in den haak zijn, en MO, en MN yder de maat van 1 mingele wezen.

Dan meet de wijte NO, en stelt die op de stok van M tot P, zoo is MP de maat van 2 mingelen. En NP, van M tot Q stellende, zoo is MQ de maat van 3 mingelen, en zoo voort in 't oneyndig.

Om gemaks halven had men de maat van 1 mingelen, of 128 deelen, in 100, 1000, of 10000, &c. andere deelen konnen deelen, om altijt de √ quad. uyt 10000, 20000, 30000 &c. te trekken, dat een wijnig gemakkelijker is.

Om door middel van de Quadraat Roede de Inhout van een Vat te meten.

REGEL.

Meet, met de gelijke deelen, beyde de bodems, en het midden van 't Vat: de bodems ongelijk zijnde, addeert ze, en de som halveert, deze helft; of, zoo ze gelijk zijn, de eene bodem vergaart by de middel diepte van 't Vat, de helft van de som zoekt, of meet nf, in de quadraat Roede, 't geene men vint multipliceert dat met de gelijke deelen der binnen diepte van 't Vat, de uytkomst is de begeerde Inhout.

Exempel.

Met de gelijke deelen is gemeten. *In Fig.* 48.
de eene bodem AB 60,
de andere bodem EF 58,
de midden diepte DC 69,
en de binne lengte GH 240,

't Werk. AB 60
EF 58

118
2

59 gemiddelde bodems diepte.
CD 69

128
2

64 gemiddelde diepte van 't Vat DI deze 64 gezogt op de quadraat Roede,
komt ¼ mingelen,
gemultipliceert met 240 GH. of BF,

komt 60 mingelen voor de Inhout van 't Vat.

Een ander Exempel.

Met een maat, in andere grooter gelijke deelen verdeelt zijnde, daar van de 10 een mingelen doen, is gemeten, *in Fig.* 49.

de bodem AB 28.5
de bodem EF 28.3

56.8
2

28.4
de spronnings diepte 33.2 DC

61.6
2

30.8 gemiddel. diepte: dit op de quad. Roede gezoght hebbende, komt 9.5 mingelen.

Noch is gemeten de lengte van de Duygen KL, of PN 47.6.
van de kimmen PB 2.4
ON 2.2
de 2 bodems dikte —— 2.

6.6 —— 6.6
afg.

komt voor de binnen lengte van 't Vat 41.0 GH
gemultipliceert met de quad. ming. 9.5

komt voor de Inhout van 't Vat — 389.5 ming.

Noch een Exempel tot oeffening.

Gemeten de eene bodems diepte 36.3, de ander 36.5: de diepte in de sponning 43.4: de lengte over de duygen 65.3: de kimmen 2.8 en 2.6; en de 2 bodems dikte 2.8. De quadraat mingelen van de gemiddelde diepte des Vats is 12.61 mingelen. Vrage na de Inhout van 't Vat? komt 720:031 mingelen.

Wy hebben nu geleert hoe men vinden kan hoe veel nats in een Vat is wanneer het vol is, blijft overig het zelvige te doen wanneer het niet vol, maar Wan is.

Van de Wanmeting.

Dewijl alle Vaten, van hoedanigen fatsoent dat ze ook zijn, herleyt konnen werden in de gedaante van een Cylinder, gelijk nu alrede aangewezen is, zoo zullen wy de wanheyt van een Cylinder zoeken, dus.

ABDCA is een Cylinder, *als Fig.* 50. daar van is het Wan, of het ledige deel EFBDGH: wy moeten de Inhout van het gevulde AEFHGCA vinden.

CGDHC is een Cirkel *als Fig.* 51. wiens Diameter DC, en pijl DI, door meting van de gelijkdeelige maat, bekent is.

Genomen men had gemeten, DC 1000 } gelijke deel.
en DI 316 }

Dewijl van een Cirkel de Diameter tot zijn omtrek is als 7 tot 22, of beter, als 100000 tot 314159: daar om:

100000 — 314159 — 1000 DC?
komt 3141.6 voor de omtrek CGDHC.

Voorts, dewijl 't gemultipliceerde van 't vierde part van der circumferenty met de Diameter, geeft de Inhout van de Cirkel, zoo werkt dus;

314.1

3141.6 circ. GDHCG
4 ———
785.4
1000 CD
——— verm.
komt 785400 inhout CGDHC
2 ———
392700 inhout van 't halve ront.

OD 500
ID 316
GO *Sinus* van 90 gr. ———
nu: 500 —— 100000 —— IO 184?

90. — KD
komt 36800, *Sinus* van 21.36 HK
——— afg.
rest 68.24 DH
——— 2
zijn 2 voud is 136.48 GDH

Dewyl de Sectores, of Snyders, evenredig zijn met haare bogen.

gr. Inh. halfr. gr. m.
daarom 180 —— 392700 —— 136.48 ?
2 ——— 2 ———
of 90 ——— 68.24

komt 298452, voor de Inhout van de Snyder OGDHO.

Radius. GO *Sinus* GD
Wyders. 100000 — 500 — 92978?

komt 464.89 GI } verm.
184.— OI }
———
komt 85540. Inh. vande △ OGHO
dit van 298452. I. vande snyd. OGDHO
———
rest 212912. Inh. GDHG, het Wan
dit van de geh. Inh. 785400 des cirkels CGDHC.
———
rest 572488. Inh. van 't volle GHCG

Zoo nu CD, 1000 gelijke deelen, op de quadraat roede, het tiende deel van een mingele bedraagt, zoo zegt
GDHCG mingele GHCG
785400 —— 1 —— 572488

komt .0729 m. GCHG
Zo nu de lengte van de Cyl. was 3000 gel. del.
———
komt 218.7 ming. de begeerde Inh. AGFHGCA.

Exempel op een Vat, Fig. 52.
Gemeten MN 856 } gelijke deelen
PQ 862 }
———
1718
2 ———
859
KL 1141
———
2000
2 ———
1000 RV, of DC
1141 KL
———
141 KR + VL
2 ———
70.5 KR
gemeten 386.5 KS
——— afg.
rest 316. RS, of DI, voor de pyl van de Wanheyt: en als DB gemeten is op 3000, zoo is de Inhout van 't natte zoo in het Vat is 218.7 mingelen, als hier boven, om dat het in alles daar mede over een komt, met de zelve Roede gemeten zijnde.

Maar om dat dese Rekening zeer moeyelijk is, zoo isser uytgerekent, en tafels wyze vergadert, de Inhout van het peesdeel GDHG, nemende de middellyn CD, en ook de Inhout van 't geheele ront CGDHC, beyde op 1000, de pyl DI wezende 20. 21. 22. en zoo voort, met 1 opklimmende tot 500 toe; welke tafel gevonden, of uytgerekent wert, gelijk wy hier het peesdeel GDHG uytgerekent hebben, alleenlijk dit volgende daar by voegende, om dat nu de Inhout van 't geheele ront op 1000 gestelt wert.

Als de Inhout CGDHC is 785400, zo is 't peesdeel GDHG 212912, wat als CGDHC is 1000?

Komt 271 voor de Inhout van 't peesdeel GDHG, als de Inhout van de geheele Cirkel is 1000; en zoo met alle andere.

Om nu door deze Tafel de Inhout van een Wannig Vat te vinden, zoo doet als volgt.

Exempel. Genomen de gemiddelde diepte des bodems was, *in Fig.* 53. 23.4 } verschil 3.6
en de Sponn. diepte 27.0 }
——— 4 ———
50.4 0.9 RK
2 ———
25.2 gemiddelde diepte des Vats, RV, of CD,
dit is 5 quadr. mingelen
NQ. 36 de binnen lengte.
——— vermenigv.
komt 180 de Inhout van 't geheele Vat.

Zoo nu de hoogte van 't nat SK, onder de helft zijnde, bevonden is op 7.65, zoo trekt hier af RK 0.9, rest SR, of DI, de pyl, 6.75. zegt nu:

Als DC is 25.2, zoo is DI 6.75, wat als DC is

T

is 1000, komt 268 voor ID, de pyl: daar op vint men, in de tafel, dat dan de Inhout van het peesdeel GDHG is 216. nu:

Als de Inh. GCHDG is 1000, zoo is 't peesdeel GDHG 216, wat als GCHDG is 5 mingelen?
komt 1.08 mingelen voor den Inhout van DGHD,
dit met 36., de lengte van 't Vat,
—— *verm.*
komt 38.88 ming. de Inh. van 't nat dat in 't Vat is.
Of de laatste korter
Dus: 1000 — 216 — 180 m. Inhout van 't Vat.
komt 38.88 mingelen als voren.

Van 't Vat, voor dit laatste, Inhoudende 300 mingelen, is de middeldiepte DC 1000, en de pyl van 't Wanne, DI, 316: hier op vint men in de tafel d'Inhout GBDG 271 m.

300. —
1000 — 271 — 300 m.? komt 81.3 m. 't W.
of 218.7 ming.

Zoo op 't Vat is, overeenkomende met het gene daar mede gevonden is.

AANMERKING.

Wegens de Meting met de Quadraat Roede.

't Voorgaande, oordeele ik, dat genoeg is om UE. te doen verstaan op wat wyze de Inhout van alle ronde Vaten gevonden wert, door de cubicq Roede de gelijkformige, en door de quadraat Roede de andere, hoedanig ook van gestalte. Maar om dat in 't gebruyk van dese laatste eenige onvolmaaktheyt gepleegt wert door 't middelen van de bodems en sponnings diepte, zoo laat ons ondersoeken of dit niet te verbeteren is, en zoo niet, hoe na dat men aan de waarheyt kan geraken.

Indien de duygen van een Vat, in 't midden, rechtlinisch gebogen waren, gelijk *in Fig.* 54. het Vat *a*, aanmerkende BD, DF voor gelijke rechte lynen, zo zou men de ware Inhout konnen vinden.

Multiplicerende de binnen lengte van 't Vat met het derde deel van de zom, vergaderende de Vierkanten van de bodem en sponnings diepte by haar vermenigvuldigde, en het komende deelende door het vierkant der gelijke deelen van een mingele.

By Voorbeelt.

Met de gelijke deelen is gemeten EF, of AB 59, en DC 69.

't □ AB is 3481
't □ DC is 4761, en 't vermenigvuldigde
van AB met DC is 4071
—— verg.
12313
3 ——
$4104\frac{1}{3}$, d'$\frac{1}{3}$ der zom } verm.
en de binn. lengte BF 240 gelijke deelen }
——
komt 985040 } gedeelt.
't □ van 128, 1 ming. is 16384 }
——
Komt $60\frac{125}{1024}$ mingelen voor de ware inhout van 't Vat *a*. Zijnde omtrent $\frac{1}{9}$ mingelen meerder als hier voren daar voor gevonden is.

De zekerheyt van dese bewerking wert dus bevestigt.

Aanmerkt L voor het punt, alwaar de verlengde DB en CA malkander ontmoeten, en LPO voor een lijn rechthoekig op de ronden AB, CD.

Volgens de 7 van 't 12 boek Euclidis, of ons 18 Vraagstuk van 't darde deel der Meetkonst, is de Inhout van de conis LAB, gelijk 't vermenigvuldigde van 't ront AB, met het derde deel van LP; en de Inh. van de conis LCD, gelijk 't vermenigvuldigde van het derde van LO met het ront DC; en, na de 2 prop. van 't zelfde boek, of ons 52 Voorstel, zijn de ronden evenredig met de vierkanten van hare middellynen: daarom,

Stellende AB ∞ a, zoo is 't ront AB ∞ aa
PO ∞ b
CD ∞ c, tegen 't ront CD ∞ cc
en LP ∞ x
om dat AB en CD evenwydig zijn, daarom
is 't LP tot AB, als LO tot CD

$$x - a = b + x - c$$

dies $xc \infty ab + ax$, of $x \infty \frac{ab}{c - a}$

hier by $b \infty b$

komt $x + b$, of LO $\infty \frac{cb}{c - a}$

nu, $\frac{\frac{1}{3}ab}{c - a}$ en $\frac{\frac{1}{3}cb}{c - a}$ het derde van LP, LO.

verm. met aa en cc, de vierkanten AB, CD.

komt $\frac{\frac{1}{3}a^3b}{c - a}$ en $\frac{\frac{1}{3}c^3b}{c - a}$ voor de inhoud. van de naald. LAB, LCD.

d'eerste van de laatste getrokken, rest $\frac{\frac{1}{3}c^3b - \frac{1}{3}a^3b}{c - a}$,

Of $\frac{c^3 - a^3, \frac{1}{3}b}{c - a}$ voor de Inhout van 't halve Vat ABDCA; of $cc + ac + aa, \frac{1}{3}b$, deelende $c^3 - a^3$ door $c - a$, of $\frac{cc + ac + aa}{3}, b$

Waar uyt blykt de zekerheyt van de gestelde regel, en, ten aansien van 't voorn: exempel, dat 985040 de Inhout van 't Vat zoude zyn, het vierkantig aanmerkende, om dat hier niet de Inhouden van de ronden, maar de vierkanten van hare middellynen, genomen zijn; welk gebrek volkomelijk verbetert wert, deelende dit getal door 16384, het vierk. van de middellyn 128, diens ront 1 mingele nats Inhout: zulx dat men klaarlijk ziet, dat $60\frac{125}{1024}$ mingelen, de ware

ware Inhout van 't Vat *a* zoude zijn ingeval de duygen rechtlinisch gebogen waren.

Indien wy ons tweede exempel, op de quadraat Roede, op deze wyze oplossen, men zal voor de Inhout vinden 389.73 mingelen.

De middeldiepte des bodems is aldaar 28.4, en de Sponnings diepte 33. 2.

't □ van 28.4 is 806. 56 }
't □ van 33.2 is 1102. 24 } vergaart.
't verm. van 28.4 met 33.2 is 942. 88 }

komt 2851. 68
3
950. 56
41 de binn. leng.
verm.
komt 38972. 96

Dewijl de middellijn van een mingelen op deze Roede is 10, zo is zijn vierk. 100; daarom, van 38972. 96, de twee letters afgesneden, rest 389. 73 mingelen, voor de ware Inhout van 't Vat, dat hier voren gevonden is op 389. 5, of is eygentlijk, na die maat, alles op 't netste rekenende, 388.94. om dat het vierk. van de gemiddelde diepte 30. 8, is 94864, of de quad. mingelen 6. 4864, waar voor aldaar genomen is 9. 5, dat een weynig te veel is: zulx dat het eygentlijk verschilt 0.79 mingelen, of na genoeg 0. 8. dat weynig is op een Vat dat zo groot is. Op de 500 mingelen geeft de voorgaande rekening na genoeg 1 mingelen te weynig.

Noch een andere manier isser in 't gebruyk, die twee maal zoo veel te veel uytlevert als de onze te weynig doet, en is dusdanig:

Men Vergaart de Quadraat mingelen van de bodems middeldiepte, by het zelvige van de Sponnings diepte, de som, gehalveert zijnde, wert vermenigvuldigt met de binnen lengte als voren. Dus.

In dit laatste Exempel:

Zijn de □ ming. van 28. 4, 8. 0656 }
en de □ ming. van 33. 2, 11. 0224 } vergaart.

19. 0880
2
9. 5440 }
binnen lengte 41 } verm.

komt 391. 3040 ming., d'Inh.
de ware is 389. 7296,
en de eerste is 388. 9424,
de verschillen zijn 1. 5744 en 7872, of 2 tegen 1.

Zoo dat deze manier noch verder van de waarheyt afwijkt als de eerste, ik zegge verder, om dat wy nu de duygen van de Vaten aangemerkt hebben rechtlinisch gebogen te wezen, maar hen kromlinisch stellende, gelijk ze waarlijk zijn, zoo zal ze misschien nader daar mede overeen komen, om dat een kromlinisch Vat meerder inhout als een rechtlinisch, gelijk blykt uyt *Figuur* 55: dit, op de 250 mingelen, 1 bedragende, zo zou ze genoegzaam met de waarheyt gelijk zijn: maar dewijl wy de maat, tot noch toe, hier niet af en weten, zoo laat ons zien of wy hen konnen vinden.

Laat in de voorn: Fig. BDF een boog zijn, wiens middelp. is O: nemende DC ∞ 33. 2, en AB, of EF ∞ 28. 4, en de lengte BF 41. zoo is DP 2. 4 en BP 20. 5

√
□ BP 420. 25 }
DP 2. 4 } gedeelt

komt 175. 1 }
2. 4 } vergaart.

177. 5 de heele middellijn.
2
88. 75 — 88. 75 de halve middellijn DO
2. 4
afg. 20. 5 BP
PO 86. 36 verm.
komt 1819. 375
2
909. 69 de Inh. van de △ BODB

middellijn omtrek midd.
100000 — 314159 — 177. 5?
komt 557. 6 omtrek
4
139. 4
177. 5 middellijn.
verm.
komt 24743. 5 voor de Inh. van 't ront.

BP Straal PO
Nu: 20. 5 — 100000 — 86. 35?
komt 421219, schilboogs Raaklijn van 13. 21 BD
dan: 360 gr.--24743. 5 de Inh. van 't ront--13. 21 BD
komt 917. 57, de Inhout van de Snyder BODB
af 909. 69, de Inhout van de — △ BODB

rest 7. 88, de Inhout van 't Peesdeel BD
2,
15. 76, de Inh. van de 2 Peesdeelen BD, DF

Dewijl deze rontom het rechtlinisch Vat loopen, in D volgens de middellijn DC, en in B volgens de middellijn AB; of eygentlijk volgens het midden van deze twee, dat is volgens een diens middellijn doet 30. 8, of welkers omtrekt is — 96. 8,

AB 28. 4
DC 33. 2
61. 6
2
30. 8 middellijn
$3\frac{1}{7}$
verm.
96. 8 omtrekt.

dit verm. met 15. 76, de twee peesdeelen,

komt 1525. 564 cubicqs deelen
gedeelt door 100. — de cubicqs deelen van 1 m.

komt 15. 25 mingelen voor het geene het

 ronde

ronde Vat meer Inhout als het rechtlinische, dat zeer veel is, zijnde omtrent het vijfentwintigste deel van het Vat; en al hoewel op anderen Vaten, die minder buyks hebben, of wiens duygen niet circulaar, maar ovaals, of op een andere wyze, gebogen zijn, zulx dat ze met de rechte lijn groote overeenkoming hebben, dit verschil wel 3 a 4 maal minder kan wezen, zoo is het echter te veel. Laat ons dan een andere middel gebruyken om een quadraat Roede te maken.

Om een Volmaakte Quadraat Roede te maken.

Neemt een wel gemaakt Vat, middelmatig van buyk (in plaats dat wy hier voren een holle Cylinder genomen hebben) *als Fig. 56.* daar van dat A B is gelijk E F; meet, met een gelijkdeelige maat, de bodems diepte A B, de Sponning diepte D C, en de binnen lengte B F.

Genomen men vond D C 22
AB 20

42
2 —
21
√
441
en BF 32 gelijke d.
verm.
k. voor de Inh. van 't Vat in cub.deel. 14112

Vult nu het Vat: genomen daat in gingen 300 mingelen; zoo deelt 14112 door 300, komt 47.04 cubicqs gelijke deelen voor de Inhout van 1 mingele nats; hier uyt de $\sqrt{q}$. komt 6.859, de middellijn van 't ront, 1 deel hoog zijnde, dat 1 mingele Inhout. Uyt het dubbelt van 47.04 de $\sqrt{q}$. trekkende, men heeft de Diameter van 2 mingelen, en zoo voort, even als hier voren geleert is.

Men ziet klaarlijk dat wy nu minder cubicq Voeten voor een mingele krijgen als of men een Vat hadt genomen diens duygen rechtlinisch gebogen waren, om reden dat den divisor, die nu 300 is, als dan minder zoude zijn, dewijl zoodanigen rechtlinisch Vat minder Inhout als dit kromlinisch, en om dat het dividendum, 14112, onveranderlijk blyft; en by gevolg zal deze quadraat Roede meerder Inhout aan een Vat uyt leveren als die geene die hier voren geleert is te maken, 't geen ook zoodanig behoorde te geschieden. Vorder,

Indien wy met deze quad. Roede het bovenstaande Vat meten, en gebruyken de gewoonlijke regel, het is zeker dat wy de ware Inhout zullen bekomen, gelijk blijkt uyt deze bewerking.

CD 22
AB 20

42
2 —
21 middeldiepte, dat op deze quad. Roede bedraagt juyst $9\frac{3}{8}$ mingelen, dat men vint, zeggende, het vierk. van 6.859. als 47.04, geeft 1 mingele, wat het vierk. van deze 21 komt, gelijk gezegt is, $9\frac{3}{8}$ mingelen, dit vermenigvuldigt, met 32, de binnen lengte van 't Vat, komt 300 mingelen de ware Inhout van 't Vat; 't zelfde zal men mede bekomen van alle Vaten die met deze gelijkformig zijn; in de andere zal het verschil bybrengen, maar 't zal van kleen belang wezen, ten waar datze merkelijk in het fatzoen waren verschillende, en op zoodanigen slag van Vaten zoude men een bezondere quadraat Roede konnen maken.

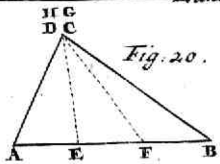


Fig. 20.

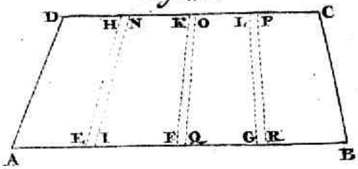


Fig. 21.

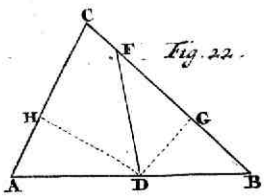


Fig. 22.

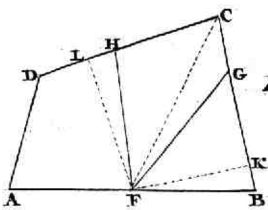


Fig. 23.

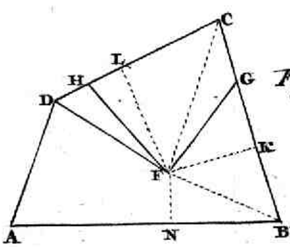


Fig. 24.

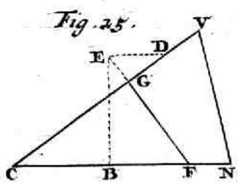


Fig. 25.

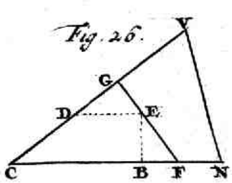


Fig. 26.

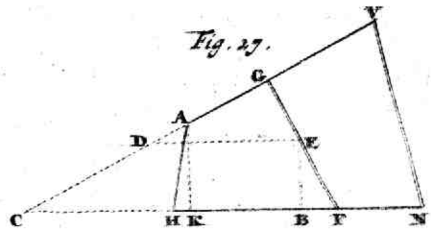


Fig. 27.

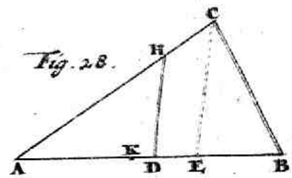


Fig. 28.

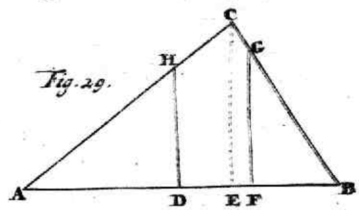


Fig. 29.

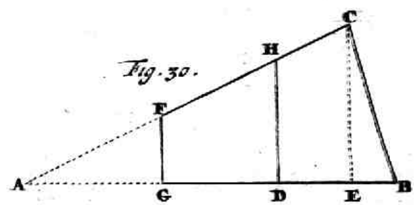


Fig. 30.

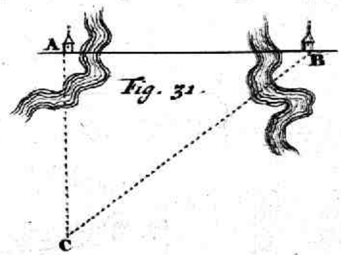


Fig. 31.

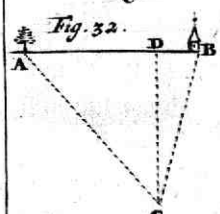


Fig. 32.

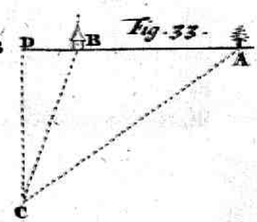


Fig. 33.

MATHEMATICA, of WISKONST,

HET ZEVENDE BOEK,

Van de

NAVIGATY, of de GROOTE ZEEVAART.

INLEYDING.

IN het Vyfde Boek is de Hemel ons Voorwerp geweest, in het Seste de Aarde, nu zullen wy de Zee daar toe uytkiezen. Wy hebben den Hemel doorwandelt, de Aarde afgemeten, nu zullen wy de Zee doorkruyssen. De kennisse die de Stierder van een schip behoorde te hebben, om het zelfde naar behoren over Zee te voeren, is het geene wy voorneemen U L. voor te dragen, welke wetenschap wy dus bepalen.

De konst der Zeevaart, in 't algemeen, is een wetenschap die een schip, door Regelen, leert Stieren, over Zee, van de eene haven in de ander. Ik zegge door Regelen ofte Wetten, om door dit woort daar van af te zonderen het geene niet door de kunst, maar alleenlijk door de ervarentheit moet gekent worden.

De konst der Zeevaart in 't algemeen bestaat in de kleene Zeevaart, en in de groote.

By de kleene Zeevaart *verstaan wy de kennisse om zoodanige Zeën te bezeylen, daar men altyt lant ziet, of daar men het zelvige zoo weynig tyts uyt het gezicht verliest, dat men, zijn koers vervolgende terstond wederom ander lant in het oog heeft. Het uyt en in zeylen van de havenen eygenen wy mede aan deze toe.*

By de Groote Zeevaart *verstaan wy de wetenschap die'er vereyscht wert om de groote Zeën te bezeylen, alwaar men het lant uyt het gezicht verliest, en daar men niet zoo spoedig ander lant komt te zien als in de kleene Zeevaart, hier even bepaalt is.*

Wy zullen alleenlijk dit laatste van de groote Zeevaart, verhandelen, en niet het eerste van de kleene, om de Inhout van de Hooftytel niet te bezoetelen met zaaken die hen niet en raken: het voornaamste van dit leste, dat de Tey-rekening genaamt wert, zullen wy echter hier byvoegen, om U L. in alles te voldoen.

Wy zullen in dese beschryving trachten zoodanigen order te volgen dat het voorgaande het volgende ontleedigt: eerst zullen wy verklaaren de natuur van een zaak, en daarna haar gebruyk, of haar toepassing in de voorvallen. In de beschryving zelf zullen wy pogen zonder omswier te gaan: eerst zullen wy de konst trachten eenvoudig te verhandelen, of alleenlijk stellen het geene noorzakelijk is, daar naa zullen wy dat van minder gebruyk is, voordragen: 't geene in de voorgaande boeken alrede verhandelt is, en tot deze zaak dienstig is, zullen wy voor onderstellen om niet een ding meermalen te herhalen.

In deze zaak zullen wy drie dingen onderstellen, die, of niet wel door konst, of geheel niet daar door konnen geleert werden.

1. *De voortgang van het schip door 't water:*
2. *De wraking van de koers:*
3. *De afleyding door de stroom.*

De ervarentheyt leert het eerste beter als de konst, en het twede en darde hangt alleenlijk van het zelvige af: waren deze zaaken, gelijk de andere, door Regelen te bepalen, de konst was volmaakt, men voer zoo zeeker over Zee als men gaat over Lant; de beweging van de Zee alleenlijk buyten sluytende: de verleyding der stroomen, en de afdryving door stormen, schuyven van onze hals af, en leggen die alleenlijk op de schouderen van den Stierman; hy voorzichtig zijnde, en op alles nauwe toezigt nemende, kan hier best in raden: hoewel de omzichtigste in deze dingen kan missen, en de holbollighste hen zomtijts het naaste treft, zoo achten wy echter dat de goede toezigt van een Stierman het halve werk is. Dat in Zee voorvalt, en de ervarentheyt raakt, bevelen wy den Zeeman, dat door konst, en door Regelen kan geleert werden zullen wy opdissen, voor onderstellende het geene in Zee door waerneminge moet geschieden. Maar eer wy ter zake kome, zoo moet ik U L. verwittigen dat gy kennisse moet hebben van zommige punten en linien, die aan den Hemel, en aan de Aarde, verdacht werden, om dat ze ons in deze zullen dienen: die aan den Hemel weet gy alrede, om dat de Starrekunst u dit geleert heeft, de andere aan de Aarde zal ik U L. voordragen.

I. HOOFTSTUK.

Beschryving van eenige punten en linien die aan de Aarde verdagt werden, en die op de Aartsche Globe gevonden worden.

POOLEN, ofte Aspunten op den Aartkloot, zijn twee punten op de zelve gelegen recht onder de Polen des Hemels.

ÆQUINOCTIAAL, ofte middellijn op de Aartkloot, is een groot ront, gelegen in 't midden tussen de Polen, nu even genoemt, overal 90 Graden van de zelve af zijnde, recht onder de Æquinoctiaal des Hemels: dese is gedeelt in 360 Graden; de telling begint van zeker punt oostwaarts aan, dat is oostwaarts op tellende, en westwaarts af tellende, tot 360 Graden toe.

Op de Aartsche Globe, en ook by na in alle Lantkaarten, werden noch twee linien vertoont de welke met afgezonderde namen genoemt werden, als Meridianen en Paralellen.

Meridianen zijn groote Circulen op de Aartkloot, gaande door beyde de Poolen des werelts, snijdende de Æquinoctiaal met rechte hoeken, gemeenlik op de Globe, en in de Kaarten, afgebeelt van tien tot tien Graden. Een plaats op den Aartkloot uytkippende, zo moet de Meridiaan gaan door dit verkozene punt: dies loopt onze Meridiaan onder onze, en ook onder onze Antipedes voeten door. Werden ook Circulen der Longitudo of lengte genaamt.

Paralellen zijn kleene Circulen evenwijdig aan de Æquinoctiaal, snijdende de Meridianen, by gevolg, met rechte hoeken. Deze vint men mede gemeenlijk van tien tot tien Graden op de Globe, en in de Kaarten, afgetekent. Werden ook Circulen der Latitudo of breete genoemt.

De plaatzen op den Aartkloot werden afgemeten, of bepaalt, door lengte en breete.

LENGTE, of de Longitudo van een plaats op de Aartkloot, is het stuk des Æquinoctiaals, begrepen tussen het punt van de zelve daar af de telling begint, oostwaarts aan, en de Meridiaan van die plaats; of eenvoudiger, de Graden des Æquinoctiaals die van de Meridiaan gesneden werden, wysen aan de lengte van die plaats. De telling begon in voorgaande tyden van de Merid. die passeerde over de Vlaamse eylanden Corvo en Flores, gelijk ze op de Aartsche Globe noch veeltijts zoodanig afgebeelt staat, maar wert hedendaags, in de kaarten, gevonden te beginnen van de Meridiaan die over de Canarische Piek, of Pico, op het Eylant Teneriffa, loopt.

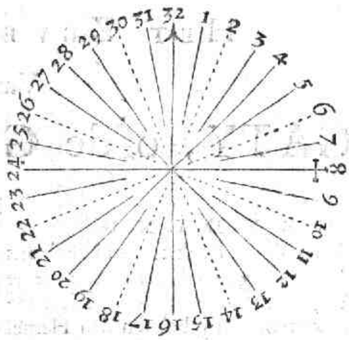
BREETE, of Latitudo van een plaats op den Aartkloot, is het stuk des Meridiaans van die plaats, begrepen tusschen de zelve plaats en de Æquinoctiaal. De telling begint van de Æquinoctiaal af, en eyndigt in de Polen met 90 Graden.

Noorder breete zegt men een plaats te hebben die benoorden, en Zuyder breete die bezuyden den Æquinoctiaal gelegen is,

STREEK, of koers, is een kromme lini op de Aartkloot, op zulken wijze gebogen dat ze over al met de Meridiaan en een gelijke hoek maakt. Van yder punt op de Aartboden kan men deze stellen te beginnen.

Tweendertig zoodanige streeken telt men in de ruymte rontom een punt, de Meridiaan ten Noorden en Zuyden daar onder gerekent, zijnde alle evenwijt van malkander, en werden alle met namen onderscheyden, en alhoewel veele lieden deze bekent zijn, zoo zullen wy z'er echter byvoegen, om de order te voldoen, en ook om dat ik gelove dat veele niet en weten de manier volgens de welke de oude hen namen toegevoegt hebben, na welke order men ze alle in een uur, of minder, kan leeren noemen en onthouden, dat anders, zonder dit, veel moeyten in heeft.

Vier van dese zijn de voornaamste, of zijn de hooftstreeken van de welke alle de andere hare namen ontlenen. Trekt twee lijnen rechthoekig door malkander, als hier neven 32.16, en 24 8, snydende malkander met rechte hoeken in O: zo de 32 Noorden is, zoo is de 8 Oost, aan de rechterhant van het Noorden; de 16 Zuyden, en de 24 West: en deze zijn de vier Kapitale streeken van ouds alzo genaamt.



Om de andere namen te geven hebben zy twee bezondere regels gebruykt: de eerste is, *de namen der streeken by een te voegen tussen de welke, in 't midden, zoodanigen streek gelegen is.* De streek daar 4 by staat hebben zy Noortoost genoemt, om dat hy tussen het Noorde en tussen het Oost gelegen is, voegende de namen van Noort en van Oost by een: de streek 12 hebben zy, om de zelve reden, Zuydtoost; de streek 20 Zuydtwest, en de streek 28 Noortwest genoemt: de streek 2, hebben ze, na deze Regel, Noort Noortoost genoemt, om dat hy in 't midden van de 32 en de 4 staat, welkers namen, als Noort, en Noortoost, te zamen gevoegt zijnde, N.N.O. uytbrengt, om de zelve reeden noemden ze de streek 6, O.N.O.; de 10, O.Z.O.; de 14 Z.Z.O.; de 18, Z.Z.W. de 22, W.Z.W.; de 26, W.N.W.; en de streek 30, N.N.W.

Hier mede hebben ze 16 streeken hare namen gegeven, de overige 16 hebben ze *de namen der Kapitalen, en de namen der vier mindere, die in 't midden tussen deze zijn, toegevoegt, alleenlijk daar by stellende de zijde na dewelke sy van dese afhellen*, en dit is haar twede Regel geweest: volgens de welke hiet de streek 1, Noorden ten Oosten; 31, Noorden te Westen; 7, O. ten N.; 9, O. ten Z.; 15, Z. ten O.; 17 Z. ten W.; 23, W. ten Z.; 25, W. ten N; 3, N. O. ten N; 5, N.O. ten O.; 11, Z. O. ten O.; 13, Z. O. ten Z; 19, Z. W. ten Z.; 21, Z. W. ten W.; 27. N. W. ten W.; en 29, N. W. ten N.

Dit zijn ze alle: de linien zoo vervolgens trekkende, als wy hen begonnen hebben namen te geven, en hen namen toevoegende na deze twee Regels, ik verzekere u, dat gy al de streeken, in minder als in een uure tijts, zult konnen noemen, gelijk ik menigmaal ondervonden hebbe. Yder van deze streeken begrijpt tusschen zich een hoek van 11 graden 15 minuten.

VEERHEYT is de lengte van deze kromme lini, ofte streek. En wert afgemeten in mijlen, 15 in een Graad des Æquinoctiaals tellende.

Op de Aartsche Globe werden noch vijf andere Circulen gevonden, als de Æcliptica, de twee Tropici, en de twee Circuli Polares: de eerste is aan deze geheel oneygen; de vier andere snijden de Wereldt in vijf Riemen, of Zonæ, die de ouden met namen onderscheyscheyden hebben, als Zonæ Frigada, Temperata, en Torrida, dat is koude, getemperde, en verbrande Riem. Wy zullen deze met haare eygenschappen hier byvoegen, om dat veeltijts van de zelve gesproken wert, al hoewel dit zaken zijn die een Stierman niet nootzakelik behoeft te weten.

Verbrande noemden ze die plaatze des Aartkloots de welke tussen beyde de Tropici gelegen is, zich uytstrekkende $23\frac{1}{2}$ Graad aan weerzijden van de Æquinoctiaal; *Getemperde* die twee Riemen de welke van beyde de Tropici, en van beyde de Circulen Polares, begrepen zijn, elk van 43 Graden breet, *en koude*, of *bevrosene*, de twee de welke door de Polarische Circulen afgesneden werden, waar af beyde de Polen het midden zijn: de plaatzen die op $66\frac{1}{2}$ Graadt, en meerder breete gelegen zijn, behoren onder deze.

Voorts hebben ze opgetelt verscheyde apparentien, of hoedanigheden, die de Inwoonders der Aarde gewaar werden ten opzicht van de voornoemde Polen en Circulen, te weten:

Indien menschen recht onder de Polen des Hemels, of op die van de Aarde woonden, die zouden de Zon, en alle hemelse lichten, noyt zien op noch ondergaan, maar alles zien evenwijdig aan den Horizon loopen, of zouden hebben een *Sphæra Paralelle*: de Æquinoctiaal des Hemels is haren Horizont: zy hebben zes maanden na een gedurig dag, en andere zes maanden gedurig nacht.

Die onder, of op de Æquinoctiaal woonen, zien de Zon en alle Hemelze lichten altijt stijl op en ondergaan, of hebben een *Sphæra Recta*, of een rechthoekige Sphæra: beyde de Polen leggen aan haren Horizont: zy hebben het geheele jaar deur altijt 12 uren dag, en ook zoo veel uren nacht, en krijgen tweemaal des jaars de Zon boven het hooft.

Alle de andere, die buyten de Pool, en buyten de Æquinoctiaal woonen hebben een *Sphæra Obliqua*, of alles heeft by haar een scheve beweging: zommige Starren gaan noyt onder, en andere komen noyt op: hebben ongelijkheyd in dagen en nachten, hoe nader aan de Polen hoe meerder.

De Noorder en Zuyder Riemen hebben beyde een en de zelfde hoedanigheden, alleenlijk in de tijt verschillende: als het in de Noorder Zoomer is, zoo is het in de Zuyder Winter: als de dagen in de eerste verkorten zoo verlangen ze in de tweede: zoodanigen verschil is 'er tussen Amsterdam en de Caap de Bana Esperansa en meer andere plaatzen.

Dit dan alles wel verstaan hebbende, en voornamelijk die punten en linien die wy met Kapitale letteren uytgedrukt hebben, gelijk mede die aan den Hemel verdacht werden, om reden hier voren gegeven, en hier niet verhaalt zijn zoo zullen wy zonder schreum voort gaan, als U L. bequaam oordeelende om by de woorden de zaken te gedenken; om by het woort Æquinoctiaal de zaak te verstaan die wy hier mede te kennen willen geven.

Het schip buyten de haven zijnde, of de groote Zeevaart zijn begin nemende, zoo is het eerste werk dat een Stierman te doen heeft, de man te roer last te geven welke streek, of welke koers, hy het schip zal hebben aan te stieren, om zijne voorgenome reize te vervorderen; overzulx zullen wy met deze zaak ons begin nemen: zomtijts mag men rechtuyt naar de begeerde plaats toe zeylen, maar meestendeel niet om het lant, of om de droogtens, of om de ondieptens die in de weg leggen; zomtijts is het ook best, schoon of men de plaats met een recht doorgaande koers konde bezeylen, dat men andere verscheyde koerzen aan houde, gelijk dan, wanneer der op eenige plaatzen, buyten de rechte koers, zoodanige winden wayen, of zoodanige passaden vallen, die de reis voorspoediger maken, gelijk veel gebruykelijk is naar Oost en West-Indien; en ook dan, wanneer de begeerde plaats een Eylant is, of datze zoodanig leyt, dat het best is, Oost of West zeylende, die aan te doen; of anders, dat men genootzaakt wert, door tegenwint, van de rechte koers af te wijken. Wat koers dat men het schip aanstellen zal moet bekent zijn: veeltijts weet men ze door ervarentheyt, als omtrent de kusten van Europa, na Vrankrijk, na Spanjen, na Oosten, &c. of men kan ze zien uyt de Zeeboeken, of uyt de Kaarten. En om dat men uyt de Kaarten niet alleenlijk die ziet, maar ook de veerheyt die de voorgenomene plaats van u afleyt: ook eenige veerheyt op zeekere koers, of koerzen, gezeylt hebbende, waar dat men gekomen is, en wat men noch te zeylen heeft: en dewijl dit stukken zijn die een Stierman voor alle dingen behoorde te weten; en om dat ze gemakkelijk uyt de kaarten gekent werden, daar om zullen wy van deze ons begin nemen; doch wy zullen eerst haare natuur verklaren, en dan toonen op wat wijze deze ons hier toe dienstig zijn.

II. Hoofststuk.

I. Lit. *Van de hoedanigheden en 't maken der Kaarten*

By kaarten verstaan wy niet anders als het geene een ygelijk met dit woort wil te kennen geven, dat is, *platte papieren, of Parkementen, waar op de gedaante des Aartkloots afgebeelt staat, in 't geheel of ten deele.*

Deze zijn twee'erley, Lant- en Zeekaarten.

In de *Lantkaarten* wert voornamelijk de hoedanigheyt van 't Lant, en in de Zeekaarten voornamelijk de gelegentheyt van de Zee vertoont. Indien de Lantkaarten een groot deel des werelt af beelden, zoo zijn in de zelve gemeenlijk afgetekent de Meridianen en Paralellen van 10 tot 10 Graden, gelijk op de Globe, waar door men in de zelve kan af zien de lengte en de breete van een plaats, en met konst gepast zijnde, zoo vint men mede de distanty die twee plaatzen van den anderen af zijn: die een kleen deel des werelts vertoonen zijn veeltijts van deze Meridianen en Paralellen ontbloot; in deze past men op een gemakkelijke manier af de distanty. De streeken van 't Kompas werden by na noyt in de Lantkaarten vertoont, als niet dienstig zijnde: het Kompasje daar by staande wijst zulx genoegzaam aan.

In de *Zeekaarten* vint men altijt de streeken, als een voor-

voorname zaak hier toe dienende, door rechte lijnen afgetekent, gelijk mede de breete: dit leſte ontbreekt veeltijts in de kaarten die een langwerpige plaats afbeelden die Ooſt en Weſt gelegen is, om dat deze geheele plaats by na op een zelfde breete leyt.

De Zeekaarten zijn plat of waſſende.

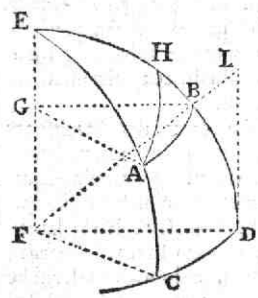
In beyde lopen de Meridianen, of de Noordt en Zuydt ſtreken, evenwijdig, niet te zamen trekkende na de Poolen, gelijk het waaraehtig in de natuur zodanig is. Dit wert gedaan om de koerſen met rechte linien te mogen afbeelden, dat nootzakelijk is om de veerheyt, of de lengte van deze koers, af te paſſen. En dewijl dit met de natuur niet overeen komt, daarom zou 'er geen Kaart zijn die niet eenig gebrek en hadde, ten waar dat dit met een andere zaak, die dit verbeterde, geholpen wiert.

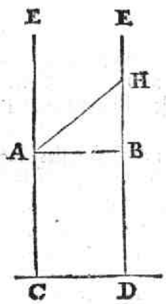
In de *platte Kaart* wert dit niet verbetert; maar om dat deze gemeenlijk niet afbeelden als een zeer kleen deel van de werelt, daarom is de misſlag in deze ongevoelig. De Graden der breete zijn in deze even groot, dat is, zoodanig als ze in de natuur zijn, de Meridianen lopen evenwijdig, en de ſtreeken zijn rechte lijnen, gelijk alrede gezegt is: de plaatzen leggen op haare rechte breete, koers, en veerheyt, of eygentlijk, de twee laatſte komen nagenoeg met de zaak overeen, dewijl het verſchil van geen belang is. De lengte wert op deze niet afgebeelt, om dat zulx niet nodig is, anderzints zoude deze daar by gevoegt konnen werden, maar deze haare Graden zoude kleender moeten zijn als die van de breete, te weten, zy zouden overeen moeten komen met de middelbreete van deze Kaart.

In de *waſſende Kaarten* wert het verſchil, hier boven aangeroert, vergoet, met de Graden der breete te doen waſſen, of met die te doen grooter werden, na reden dat men de Meridianen wyder van een brengt.

Zy behoorden malkander, naar de Polen toe, gedurig te naderen, zouden ze met de natuur overeen komen, en, dewijl ze evenwydig genomen werden, zoo werden ze dan vergroot. En om dat de Graden der breete, na reden van deze, als gezegt is, vergroten, of waſſen, na de Polen toe te rekenen, daarom hebben deze Kaarten de naam van waſſende Paskaarten gekregen: de ſtreeken zijn meede rechte lijnen, en de lengte is hier in afgebeelt: in deze leggen de plaatzen op haare rechte lengte, breete, koers, en veerheyt, ſoo dat ze volmaakt zijn, alleenlijk gedachtig zijnde, dat de veerheyt niet moet gemeten werden door de Graden, of de mylen van de Æquinoctiaal, of door eenige andere gemeene maat, of ſchaale, gelijk in de platte Kaart, maar door de mylen, of de Graden aan weerzijden van de middelbreete, onder en boven evenveel nemende, of, 't welk het ſelfde is, aan weerzyden van yders breete even ver.

Maar laat ons aanwyſen op wat wyſe deſe waſſende Kaarten gemaakt werden, op dat wy ons van het gezeyde dies te beter mogen verzeekeren.





Aanmerk, van de nevenſtaande Figuren, CD voor een gedeelte van de Æquinoctiaal; E voor de Pool; AB voor een Paralel; EC, ED voor Meridianen; en AH voor een ſeekere koers: de driehoeken, in beyde de Figuren, zijn recht in B, en de hoeken BAH, zijn in beyde gelijk, volgens het geene hier voren gezegt is; AB is korter als CD in de eerſte, maar gelijk in de tweede Figuur, de eerſte Figuur is ſoodanig als ze in de natuur is, maar de twede is na de waſſende Kaart: wy moeten dan de eerſte in gedaante van de tweede herſchikken: de eerſte Figuur, in 't oneyndig, voor kleender en kleender aanmerkende, of de hoek AEB, of de boge CD, alleenlijk een minuit groot, dat is, het vierde part van een myl, ſtellende, zoo is de driehoek na genoeg, tot het gebruyk, rechtliniſch, even gelijk de tweede driehoek; alleenlijk verſchillen zy in groote; en om dat ze gelijkhoekig zijn, daarom ſijn de ſijden evenredig, dat is AB in de eerſte, tot AB in de tweede, als BH in de eerſte, tot BH in de tweede Figuur: dewijl nu AB in de eerſte wert verlengt tot dat hy met AB in de tweede, of met CD gelijk is, ſo ſal'er niet anders van noden ſijn als de reden te vinden van AB tot CD, om daar door die mede te hebben van BH in de eerſte tot BH in de tweede, dat is, van een min. gemeene brete tot een min. waſſende brete.

Om de proporty van AB tot CD te vinden, ſo aanmerkt F voor het centrum van de werelt, AG rechthoekig op EF, en de reſt als blijkt: de hoeken AGB, CFD zijn dan gelijk, om dat AG evenwydig aan CF, en BG evenwydig aan DF is, en by gevolg ſijn AB, CD gelijke ſtukken van kringen, diens middellynen ſijn BG, DF.

Dies is, GB tot DF,

of, DF tot FL, als AB tot CD.

Dat is, ſchilboogs hoekmaat van de breete DB, tot de ſtraal, of de ſtraal, tot ſnylijn van de breete, als de lengte op de paralel, AB, tot de lengte van de Æquinoctiaal, CD; of als een minuit in breete BH, tot een minuit in waſſende breete BH. Zulx dat wy, op dit fondament, deze Regel beveſtigt zien.

Gelijk de ſtraal,

Tot ſnylijn van de breete,

Alzoo de grootheyt van yder minuit in breete,

Tot de grootheit van het ſelvige na de waſſende Kaart.

Vol-

Volgens welke Regel een Tafel uytgerekent is door Eduart Wricht, Engelsman, die de Tafel der vergrootende breete, of wassende Latitudo, genaamt wert, waar uyt de Kaarten geformeert worden; doch dese is noch een weynig verbetert door C. J. Lastman, nemende, in plaats van de Snylijn der breete van B, de Middel-snylijn tussen B en H, dat is de Snylynen van B en van H te zamen geaddeert en gehalveert: de Snylijn van B is wel de vergrootende breete van het punt B, en die van H van het punt H, maar geen van beyde kan ze wezen van de booge BH; die van B is te kleen, en die van H te groot; die van het midden tussen B en H was wel de naaste die hier toe konde genomen werden, maar dit valt altijt op een halve minuit, welkers Snylijn in de Tafel Sinus niet te vinden is, en daarom heeft den voornoemde Autheur, apparent, de gezeyde weg ingeslagen, als de middel zijnde om op het naaste deze Snylijn te bekomen; eygentlijk heeft hy hen uytgerekent met de Schilboogs hoekmaten van B en H te addeeren en te halveeren, dat met meerder moeyten de zelve uytkomst geeft. De rekening wert begonnen van de Æquinoctiaal af, en klimt met minuten op tot aan de Pool toe.

Indien men de grootheyt van een minuit in breete, die altijt eveneens blijft, stelt op 100000, dat is de straal van de Tafel Sinus, zoo is, in de bovenstaande proporty, het derde gelijk het eerste, en daarom het vierde gelijk het tweede, en by gevolg vint men de Tafel der vergrootende breete van E. Wricht door een enkele addity der Snylijnen van minuit tot minuit, en die van Lastman met de Snylijnen van beyde de breetens, B en H, te addeeren en te halveeren, mits van de uytkomst de vier achterste letteren af te snyden, op dat de uytkomst tiende deelen van minuten zoude wezen, gelijk hy ze tot gerief van 't gebruyk, gemaakt heeft.

De Snylijn van o'. o', 100000, en die van o. 1, 100000, geaddeert en gehalveert, of, 't geen gemakkelijker is, de helft van het verschil tusschen deze, vergaart by de eerste van o. o', of afgetrokken van de tweede van o. 1', en de vier achterste letters afgesneden, komt 10 de vergrotende breete van o. 1'; zoodanig gedaan met die van o. 1', en o. 2', komt 10, dit by die van o. 1, komt 20 voor de vergrotende breete van o. 2; en zoo in 't oneyndig. Hebbende dit vervolgt tot 70. o toe, zoo vint men de vergrotende breete van deze te wezen 59659.

de Middel-Snylijn
van 70.0 en 70.1 is — 29. 25

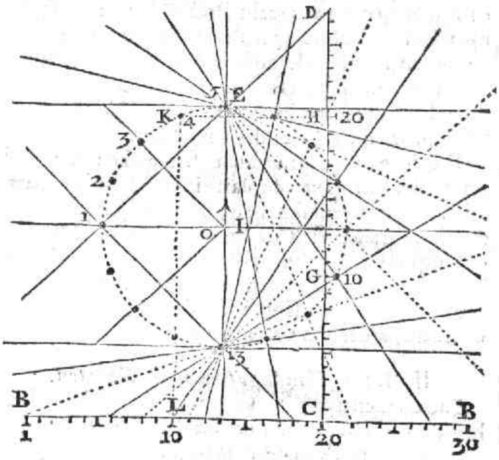
59688. 25 van 70.1
van 70 1, en 70. 2 — 29. 28

59717. 53 van 70.2
van 70.2 en 70. 3 — 29. 29

59746. 82 van 70.3

En zoo tot den eynde toe. Deze Tafel wert gevonden in meest alle de Boeken van de Zeevaart.

Laat ons nu een wassende Kaart toestellen. Met weynig moeyten geschiet dit door behulp van deze Tafel, en noch gemakkelijker uyt een andere dewelke uyt deze getogen is, en staat in onze Navigaty Pagina   in de eerste colom staan de Graden der breete van de wassende Kaart, en in de tweede colom de Graden des Æquinoctiaals die met deze, van den evenaar af te rekenen, moeten overeenkomen.



Trekt een rechte lijn BB, zoo lang als gy wilt, en tekent in deze de gelijke deelen zoo kleyn of groot als het u belieft, naar dat gy deze Kaart kleyn of groot van bestek begeert te hebben, en aanmerkt deze voor de Æquinoctiaal, en zijne deelen voor zijne Graden, gelijk hier in de zelve van 1 tot 30 toe getekent is, dan trekt CD rechthoekig op deze, waar gy wilt, in deze tekent de wassende Graden, dus; om de 10de Graad in deze af te tekenen, zoo ziet, in de voornoemde laaste Tafel, wat Graden in de tweede colom, nessens 10 Graden in de eerste colom, staan, men vint 10 Graden 3 minuten, dies meet, of bespant met u passer, in BB, 10. 3, en zet die in CD, van C na D, komt in G, zoo is G de 10 Graad der breete: om H, de 20ste Graad te bekomen; men vint in de tweede colom 20. 25, die nessens 20 Gr. in de eerste staan, daarom 20. 25 in BB bespannende, en die stellende in CD, van C na D, komt de voet des passers in H, en alzoo is H de 20ste Graad der breete; en zoo met alle andere, van Graad tot Graad, en ook van haare minder deelen.

Om de plaatzen in deze te tekenen, zoo moet bekent zijn haar lengte en breete; de voornaamste van deze vint men aangetekent in een Tafel, in onze Navigaty pagina   . Genomen een plaats ley op 20 Graden N. breete, en 10 Graden lengte: trekt uyt H, de 20 Graden breete, en uyt L, de 10 Graden lengte, yder een lijn; uyt H een evenwijdig aan BB, en uyt L een evenwijdig aan CD, ontmoetende malkander in K, zoo is K de begeerde plaats, leggende op 20 Graden N. breete en 10 Graden leng-

 te,

te, en zoo met alle andere voorname Capen en Punten des Lants: die tussen dese zijn, werden na de bochten en inhammen, of na de koers en veerheit die zy van den anderen zijn getekent, na dat dan het zekertste van hen bekent is.

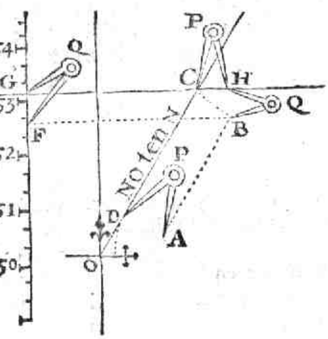
Om de koerslinien te trekken, zoo verkiest, omtrent het midden van de Kaart, het punt O, en trekt uyt het zelvige, met een blinde lini, het blinde ront 1, 2, 3, 4, &c. en deelt het in 16 gelijke deelen, en zoodanig dat 10 is recht Oost en West: dan trekt uyt yder deel, als hier ten deele uyt 5 en 13 gedaan is, lynen door alle de andere deelen, men bekomt een groote menigte van Kompas streeken; en doet het zelvige mede uyt het centrum O. De demonstraty is openbaar uyt de 21 des 3 Euclides.

Dit is genoeg aangaande het maken van dese Kaart, het zelvige van de platte is hier door openbaar, als in alles overeenkomende, uytgesondert dat in deze alle de graden van CD, zoo wel als van BB, onderling evengroot zijn, echter zoodanig dat die van BB kleener zijn als die van CD, om dat die van BB, met de Graden der lengte van de middel breete van de Kaart, moeten overeenkomen.

II. Lit. *Van 't passen op de Kaarten.*

Indien men uyt het voorgaande klaarlijk verstaan heeft, van hoedanigen natuur dat de Kaarten zijn, zoo volgt van zelfs hoe men op dese alle voorvallen zal afpassen, dit alleenlijk voor vast stellende, dat alle Kompas streeken, die onderling evenwydig zijn een zelfde naam voeren, en dat men een blinde lini, dat is, een die niet gesien wert, evenwydig aan een ander; op de Kaart, kan af tekenen: de Zeevarende lieden konnen dit laatste gemeenlijk doen, maar de andere niet; en daarom zullen wy toonen op wat wyze dit toegaat, te liever, om dat zulx eens voor af gedaan hebbende, veel moeyten daar door zal konnen gespaart werden.

Genomen men wilde uyt A een blinde lyn AB trekken, evenwydigh aande streek OC: of eygentlik, men wil de voet van de passer P, die in A staat, zodanig na B toeschuyven, dat dese voet altydt even wyd van de lyn OC afstaat.



't Werk. Stelt de eene voet van de passer in A, en de ander in de lyn OC, doch zoodanig, dat beyde dese voeten rechthoekig staan op OC, of op zulken manier dat AD, of de opening van de passer, op het alderkleenste is; dat men probeert door een boog te trekken met de voet die in D staat: zoo deze boog de lijn OC snijt, het is een teken dat AD niet kort genoeg is, maar hen even aanroerende zoo is het wel: dan schuyft deze passer, zijne opening onverandert latende, zoodanig dat de voet D altijt langs de lijn OC blijft, en dat de andere voet, die in A is, gedurig op 't verste van OC afstaat, of op zulken wyze dat AD ten allen tijden rechthoekig op OC is, zoo zal de voet, die in A is, de voornoemde blinde lijn beschrijven, die evenwijdig aan OC zal zijn: hen tot B bewogen hebbende, zoo is AB een blinde lijn evenwijdig aan OC, 't geen voorgenomen was te doen; en zoo gy twijffelt of het punt B al perpendiculariter, of op het verste van OC af is, gelijk het behoorde te zijn, zoo trekt uyt B als middelpunt, met deze opening des passers, een boog, en zoo deze boog OC merkelijk snijt, zoo neemt het punt B op een ander plaats, en toest het wederom, en dat zoo lang tot dat de boog de lijn OC even aanroert, dan is B na behoren. Doch het komt in deze op geen hairtje aan, en daarom is dit gemakkelijker te doen als het uyt deze beschrijving schijnt te wezen.

Op de zelve manier vint men mede de blinde lijn BF, evenwijdig aan de lijn GH. En in geval dat deze twee blinden malkander moeten snijden, of dat men het punt B moet vinden alwaar deze twee lijnen behoorden te zamen te komen, zoo schuyft men de Passers P en Q te gelijk na malkander toe, en zoodanig dat de voet E blijft langs de lijn OC, en de voet G langs de lijn GH, en dat ondertussen de Voeten A en F blijven, ten aanzien van de lijnen OC, GH, als boven bepaalt is, of ten minsten, dat ook gemakkelijker om te doen is, als de voeten A en F malkander ontmoeten, als hier in B, dat dan BC en BH zoodanig, of op het verste van de voornoemde lijnen afstaan. Op deze wijze heeft men het punt B gevonden, leggende op de breete van 52 Graden 40 minuten, en, ten aanzien van A, N. O. ten N.

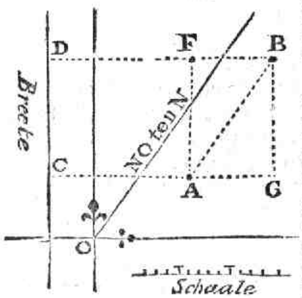
Wy hebben hier boven wel gezegt, dat gy, deze blinde lini konnende maken, uyt de natuur van de Kaarten, by u zelfs, wel zoud konnen weten op wat wijze gy alle voorvallen zult afpassen, en by gevolg, dat het onnodig zoude zijn, U L. daar van eenige onderrichting te doen: maar dewijl 't onze plicht is U L. met voetstappen voor te gaan, zoo zullen wy de manier aanwijzen, hoe men alle gevallen, op beyde de Kaarten, de platte en de wassende, zal konnen afpassen.

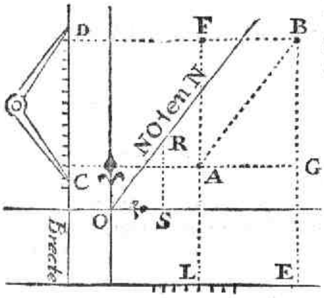
Wy hebben alrede gezegt dat vier zaken in deze aan te merken zijn, *als lenkte, breete, koers, en veerheyt.* Van een plaats wert afgemeten zijn lengte en breete, en van twee plaatzen, boven deze, noch de koers en ook de veerheyt die zy van den anderen af zijn, mitsgaders het geene zy in lengte en breete komen te verschillen.

Om de Lengte en Breete van een Plaats af te passen.

Twee gevallen kan men in deze aanmerken; of door de gegeve plaats zijn lengte en breete te vinden; of of door de gegeve lengte en breete de plaats te vinden, en by gevolg zijn twee voorstellingen hier van te doen.

I. VOORSTEL. *Een plaats in de Kaart gegeven zijnde, zijn lengte en breete te vinden.*





By Voorbeelt. De plaats A in de Kaart gegeeven zijnde.

Aanmerkt AC voor de blinde lini evenwydig aan de naaste O.en W. streek, stotende de graden der breete in C, en (ten opsicht van de wassende Kaart) A L voor een zodanige evenwydig aan de Z. en N. streek, stotende de Æquinoctiaal in L (welke blinde linien getogen werden, volgens de wyse die nu eevenaangewesen is) zo wyst het punt C, in beide de Kaarten, aan de breete, en L, in de wassende Kaart de lengte van de gegeve plaats A.

Op de zelve wyze toont het punt E de lengte, en het punt D de breete van de plaats B. Men vint Amsterdam, in de wassende Kaart te leggen op 52.25′ Noorder breete, en 20.56′ lengte. Goudstart op 50.7 Noorder breete, en op 12.37 lengte.

II. VOORSTEL. *De lengte en breete gegeven zijnde, de plaats in de Kaart te vinden.*

By Voorbeelt. De breete C, en de lengte L, gegeven zijnde.

Trekt uyt C een blinde evenwydig aan de Oost en West, en uyt L een zoodanige aan de Zuyt en Noortstreek, daar dese malkander ontmoeten is de begeerde plaats, als hier in A.

Op de zelve wyse vint men de plaats B, gegeven zijnde de breete D, en de lengte E. Gegeven zijnde 6.10 m. Zuyder breete, en 134.52 m. lengte, men vint Batavia.

Dit voorstel is alleenlijk toepasselijk op de wassende Kaart.

Om het verschil der breete, en 't verschil der lengte, tussen twee plaatzen, af te passen.

Zoo A en B twee plaatzen zijn, zoo is FA het verschil der breete, en F B het verschil der lengte, in beyde de Kaarten: in de platte is F B eygentlijk de differenty Oost en Westwaarts.

In de platte Kaart wert het verschil der lengte en breete, dat is F B en F A, beyde afgemeten in de schale der mijlen.

In de wassende Kaart moet men de blinde BD, AC; A L, B E trekkken: de Graden, tusse C en D begrepen, wijzen aan het verschil der breete, en die tussen L en E begrepen, het verschil der lengte. Anders, FB in de Æquinoctiaal afmetende, waar men wil, men heeft het verschil der lengte zonder A L en B E te trekken.

Het omkeersel van dit Voorbeelt is

Een plaats in de Kaart gegeven zijnde, en dan noch het verschil der lengte en breete tusschen deze en een andere plaats, die andere te vinden.

Laat A de gegeve plaats zijn

In de *Platte Kaart.* Neemt het verschil der breete en lengte beyde in de schale der mijlen, de Passer van de breete stelt met de eene voet in A, en de ander recht Noort of Zuydtwaarts aan, na gelegentheyt van de zaak, men vint F: dan stelt de eene voet des Passers, die het verschil der lengte bevat, in F, en de andere recht Oost of West, mede na dat gegeven is, men vint B, de begeerde plaats.

Op de Wassende Kaart. Zoekt C, de breete van A; dan stelt de eene voet van u Passer in C, en de andere op of neerwaarts, na dat de zaak vereyscht, zoodanig dat deze Passer bespant het verschil der breete, dat hier de wijte C D is: deze stelt van A recht Zuyden of Noorden aan, de losse voet valt hier in F: dan past af het verschil der lengte, en stelt de eene voet in F, en de andere Oost of Westwaarts van deze af; de losse in B vallende, zoo is B de begeerde plaats in de wassende Kaart.

Om de Koers en Veerheyt af te passen.

Wy hebben al rede gezegt dat dit niet in een maar in twee plaatzen kan voorvallen, of gebruykt werden.

De plaatzen leggen, of op een selfde lengte, of op een selfde breete, of op onderscheydene lengte en breete: of met andere bewoording: zy leggen van malkander recht Zuyden en Noorden, of recht Oost en West, of geen van beyden, op een van de kromstreken.

In de twee eerste gevallen is de koers gegeven, en over zulx valt in de zelve niet af te passen als de veerheyt.

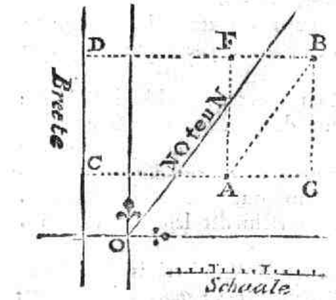
Om de Veerheyt af te Passen, als men Oost, West, Zuyden, of Noorden gezeylt heeft, of zoodanig zeylen moet.

I. Op Zuyden en Noorden.

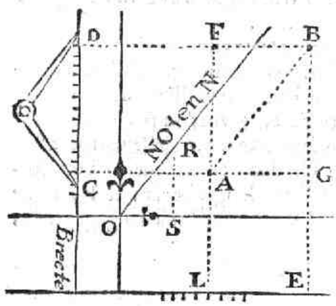
I. *Exempel.* Om af te passer hoe veel mijlen dat men zeylen moet om van A tot F te zeylen, aanmerkende F recht Noorden van A afgelegen te zijn.

Bespant met u Passer de wijte van A tot F.

Op de platte Kaart. Stelt de Passer die de wyte A F bespant, in de schaale der mijlen: de mijlen die tussen de voeten des Passers begrepen zijn wyzen aan de veerheyt.



Op de wassende Caart. Zoekt C, de brete van A, en stelt de wyte des Passers van C opwaarts: de losse voet in D vallende, zo wyst CD daan de veerheit, 15 mylen voor een graad rekenende.



II. *Exempel.* Zo men van A recht Noorden aan gezeylt heeft 45 mylen of 3 grad.: de plaats in de Kaart te vinden daar men gekomen is.

In de platte Caert. Opent u Passer 45 mylen, en stelt de eene voet in A, en de andere recht Noorden aan: zo dit in F gevalt, zoo is F de plaats daar men met het schip gekomen is.

In de wassende Caart. Telt van C, de breete van A, opwaarts 3 graden, dit in D eyndigende, zoo trekt de blinde DF Ooft en Weft, en ook AF, Zuyden en Noorden: deze stooten malkander in F, en daarom is F de begeerde plaats.

II. Op Ooft en Weft.

I. *Exempel.* Genomen F en B zijn twee plaatzen recht Ooft en Weft van malkander afleggende: te vinden de veerheit tusschen beyden.

Bespant met u Passer de wyte F B.

Op de platte Caart. Beziet, in de schale der mylen, hoe veel mylen deze geopende Passer begrypt, het geene zy afmeet is de veerheit.

Op de wassende Caart. Stelt de wyte F B, in de graden der breete, aan weerzyden van D, de breete van dese beyde plaatzen, zoodanig dat de eene voet zoo veel graden, of mylen, boven D komt te staan als de andere voet onder D afmeet, de graden tusschen dese twee voeten des Passers begrepen, wysen aan de veerheit, 15 mylen voor een graad rekenende.

Hoe veel mylen moet men zeylen op 40 graden breete, om 10 graden in lengte te veranderen, na de wassende Kaart? Antwoort 115 mylen.

II. *Exempel.* Genomen van F begeerde men te zeylen recht Ooft 45 mylen: Vrage na de plaats in de Kaart, alwaar men, naar zoo veel zeylens, zoude gekomen wesen.

Op de platte Caart. Bespant met de Passer, in de schale der mylen, de gezeylde veerheit 45 mylen, en zet dese van F Ooft aan: zoo zulx in B komt te eyndigen, zoo is B de begeerde plaats in dese Kaart.

Op de wassende Caart. Meet van D, de breete van F, neerwaarts $1\frac{1}{2}$ graad, de helft van 45 mylen, en laat de voet onder D vast staan; de andere voet zet $1\frac{1}{2}$ gr. boven D: dese opening des Passers, die dan 3 graden, of 45 mylen bespant in de graden der breete, zet van F Ooft aan: dit in B eyndigende, zoo is B de bekomene plaats in dese Kaart.

Van 40 graden breete, en 350 graden lengte, is gezeylt recht Ooft 100 mylen: Vrage na de bekome lengte? Antwoort op 358.42 m. lengte.

Op 35.26 N. breete, en 360.6 lengte, is gezeylt recht Weft 150 mylen: Vrage na de lengte van de plaats daar men gekomen is? Antwoort op 347.45 m. lengte.

Om de koers en veerheyt af te passen, als men op een van de Kromstreken gezeylt heeft, of daar op zeylen moet.

Zes gevallen kan men hier in aanmerken. De afgaande plaats moet in de Kaart gegeven zijn, of zijn lengte en breete, ten opsicht van de wassende Kaart. Van de andere kant gegeven zijn, ten opsicht van deze eerste.

I. Het verschil in Lengte en Breete: te vinden de Koers en Veerheyt.

II. Het verschil in Breete en de Koers: te vinden het verschil in Lengte en de Veerheyt.

III. Het verschil in Breete en de Veerheyt: te vinden het verschil in Lengte en de Koers.

IV. De Koers en Veerheyt: te vinden het verschil in Lengte en de Breete.

V. Het verschil in Lengte en de Koers: te vinden het verschil in Breete en de Veerheyt.

VI. Het verschil in lengte en de Veerheyt: te vinden het verschil in Breete en de Koers.

De vyf eerste gevallen kan men alleenlik in de wassende Kaart af passen, maar alle zes wel in de platte. Dewyl het verschil in lengte, in Zee, niet waar genomen kan werden, daarom konnen de twee laatste in de practyk niet voorvallen, maar in zeker geval, buyten dit, wel: wy zullen dese alle leeren afpassen, en de voorstelling doen op een andere manier, doch echter van de zelfde Inhout.

I. VOORSTEL.

Zoo twee plaatsen in de Kaart gegeven zijn: te vinden de koers en veerheyt tusschen beyde.

Laat A en B twee plaatzen in de Kaart gegeven zijn.

Om de koers te vinden.

In beyde de Caarten. Zoekt met wat streek de blinde AB evenwydig loopt, dese wyst aan de begeerde koers N. O. ten N.

Om de veerheyt te vinden

Opent u Passer van A tot B.

In

In de platte Kaart. Beziet hoe veel mijlen de wijte AB bespant in de schale der mijlen, men vint 't begeerde.

In de wassende Kaart. Stelt de lengte AB in de Graden der breete, onder C en boven D (de breete van A en B) evenver: de Graden tusschen deze voeten begrepen in mijlen gereduceert, wijzen aan de begeerde veerheyt.

I. Exempel. *Na de platte Caart.* Vrage na de koers en veerheyt, willende zeylen van Doeveren na Texel? antwoordt de koers is N.O. omtrent 2 Graden Oostelijker, en de veerheyt 42 mijlen.

II. Exempel. *Na de wassende Caart.* Van Goutstart, leggende op 50. 7 N. breete, en 12. 37 lengte, wil men zeylen naar het West eynde van Tercera, leggende op 39 Graden N. breete, en 349. 10 lengte: Vrage wat koers en hoe veel mijlen dat men zeylen moet? Antwoort Z. W. ten W. 300 mijlen.

III. Exempel. *Na de wassende Caart.* Van 37 Graden N. breete, en 301 Graden lengte wil men zeylen na de Noortwesthoek van PortoRico, leggende op 18. 40 N. breete, en 309. 40 lengte: Vrage na de koers en veerheyt? Antwoort de koers is Z. Z. O., en de veerheyt 298 mylen.

II. Voorstel.

De eene plaats in de Kaart gegeven zijnde, mitsgaders de breete van de andere plaats, en de koers tusschen beyde: deze tweede plaats in de Kaart te vinden, en ook de Veerheyt tusschen deze.

Laat A de gegeve plaats in de Kaart zijn, van de welke gezeylt wert N. O. ten N. tot op de breete van D: de plaats B te vinden daar men gekomen is, en ook A B de gezeylde veerheyt.

Om de bekomene plaats B *te vinden.*

In beyde de Kaarten. Maakt de blinde lini DB, die de breete van D bewaart; ook de blinde A B, die de koers N. O. ten N. te kennen geeft: deze ontmoeten malkander op de bekomene plaats B.

Om de veerheyt af te passen.

Doet als hier voren in 't eerste voorstel.

I. Exempel. *Na de platte Kaart.* Uyt Texel wert gezeylt N. N. W. tot op 61 Graden breete: Vrage na de veerheyt, en 't geene Westelijk gevordert is? Antwoort de veerheyt is 130 mylen, en men is Westelijk geavanceert 50 mylen

II. Exempel. *Na de platte Kaart.* Van 49. 20. N. breete, wort gezeylt Z. W. ten Z. tot op 43. 0 ditto breete: Vrage na de veerheyt, en 't geene men westelijker gekomen is? Antw. de veerheit is 114¼ mylen, en men is Westelijker geavanceert 63½ mylen.

III. Exempel. *Na de wassende Kaart.* Van 42. 0. N. breete, en 5. Graden lengte, wort gezeylt N. O. ten N. tot op 50. 0. breete: Vrage na de gezeylde veerheyt, en de bekomene lengte? Antwoort de veerheyt is 144¼ mylen, en de lengte is 12. 43.

IV. Exempel. *Na de wassende Kaart.* Van 40. 24 N. breete, en 334. 12 lengte, is gezeylt N. O. ten O. tot op 49. 40 breete: Vrage na de gezeylde veerheyt, en de bekomene lengte? Antwoort de veerheyt is 250 mijlen, en de bekomene lengte is 353. 53.

III. Voorstel.

De eene afgezeylde plaats in de Kaart gegeven zijnde, mitsgaders de breete van de andere, en de Veerheyt tusschen beyden: deze tweede plaats in de Kaart te vinden, en de koers die zy van malkander afleggen.

Laat A de gegeve plaats in de Kaart zijn, van de welke gezeylt wert, tusschen het Noorden en 't Oosten, zeekere bekende mylen, tot op de breete van D: te vinden de plaats B daar men gekomen is, en ook de koers van A tot B.

Maakt de blinde D B die de breete bewaart.

Om de bekomene plaats B *te vinden.*

Neemt de veerheyt in de schale der mylen die in de platte Kaart staat, als men in hen past; maar in de Graden der breete als men zulx in de wassende doet, zoodanig dat tusschen de voeten des Passers de mylen van de veerheyt begrepen zijn, en ook, dat de eene voet zoo ver onder C komt als de ander van boven D. Dan (in beyde de Kaarten) stelt de eene voet van deze Passer in A, de andere voet zal, in de zamenkoming met de voet des Passers die de breete van D bewaart, de plaats B aanwyzen, die de geene is alwaar het schip gekomen is.

Om de Koers te vinden.

Zoekt, in beyde de Kaarten, waar mede de blinde A B evenwydig is; men vint N. O. ten N.

I. Exempel. *Na de platte Kaart.* Uyt Texel wert gezeylt naar Hitlant, 100 mijlen, tot op 58. 33 Noorder breete: Vrage na de koers, en het geene men Westelijk geavanceert heeft? Antw. de koers is N. W. ten N., en men is 55½ mylen Westelijker.

II. Exempel. *Na de wassende Kaart.* Van 44. 20 N. breete, en 7. 30 lengte, wort gezeylt, tussen 't Zuyden en 't Westen, 164 mijlen, tot op 38. 15 breete: Vrage na de bekome lengte, en de gezeylde koers? Antwoort, de bekomene lengte is 355. 23, en de koers is geweest Z. W. ten W.

IV. Voorstel.

De eene plaats in de Kaart gegeven zijnde, mitsgaders de koers en Veerheyt tot een ander: de andere plaats te vinden.

Laat van A gezeylt zijn N. O. ten N. zeekere mijlen: B te vinden daar men gekomen is.

Maakt de blinde AB die de koers bewaart.

Op de platte Kaart. Neemt de veerheyt, in de schale der mijlen, en stelt die langs deze blinde AB, van A beginnende; de losse voet in B eyndigende, zoo is B de begeerde plaats.

Op de wassende Kaart. Neemt, in de Graden der lengte, de veerheyt, en stelt de eene voet in een Kompas, en de andere op de gezeylde streek N. O. ten N., als hier van O tot R: dan meet RS, die Zuyden en Noorden strekt, in de grad. van de Æquinoctiaal;

noctiaal; de graden, tussen de voeten van dese passer begrepen, wyzen aan het verschil der breete. Dan telt deze gevondene Graden van C opwaarts, om dat men Noordelijk gezeylt heeft; de telling in D eyndigende, zoo trekt de blinde DB, snydende de koers AB in B, zoo is B de bekomene plaats.

Dit Voorstel kan niet op de zelfde wys, als de drie voorgaande, op de wassende Kaart, afgepast werden, of de veerheyt kan niet in dese zoodanig genomen werden, om dat de breete van beyde de plaatzen niet bekent is, die men van doen heeft om de veerheyt in de graden der breete te bespannen, en daarom hebben wy in deze een geheele andere weg ingeslagen.

I. Exempel. *Op de platte Kaart.* Uyt Texel wert gezeylt Z. W., na gissing, 38 mylen: Vrage waar het schip is? Antwoort by Doeveren.

II. Exempel. *Op de platte Kaart.* Van Goutstart wert gezeylt Z. W. 60 mylen: dan Z. Z. W. 80 mylen: en noch Z. ten W. 40 mylen: Vrage naar de plaats van het schip? Antwoort op 39.44 breete, en 81 mylen bewesten.

III. Exempel. *Op de platte Kaart.* Van de Zuydthoek van Hitlant, wert gezeylt O. ten Z. 9 mylen: dan Z. O. 14 mylen: dan Z. ten O. 7 mylen: dan Z. O. ten Z. 12 mylen: dan Z. Z. O. tot op 57.0 N. breete: Vrage waar het schip is? Antwoort het is $32\frac{1}{2}$ mylen Oostelijker als de plaats daar het van daan gezeylt is.

IV. Exempel. *Op de wassende Kaart.* Van 42.0 N. breete, en 5.0 lengte, wort gezeylt N. O. ten N. $144\frac{1}{4}$ mylen: Vrage waar het schip gekomen is? Antwoort op 50.0 breete, en 12.43 lengte.

V. Exempel. *Op de wassende Kaart.* Van Goutstart, leggende op 50.7 N. breete, en 12.37 lengte, wort gezeylt Z. W. ten W. 300 mylen: Vrage na de bekomene lengte en breete? Antwoort men is gekomen op 349.10 lengte, en op 39.0 N. breete.

VI. Exempel. *Op de wassende Kaart.* Van 40.24 N. breete, en 334.12 lengte, wort gezeylt N. O. ten O. 250 mylen: Vrage als boven? Antwoort men is gekomen op 353.53 lengte, en op 49.40 N. breete.

V. VOORSTEL.

De eene plaats in de Kaart gegeven zijnde, mitsgaders de lengte van de andere plaats, en de koers tussen beyden: deze andere plaats, en de Veerheyt te vinden.

Laat A de gegeve plaats zijn, van de welke gezeylt is N. O. ten N. tot op de lengte van E, of tot dat FB het verschil der lengte is.

Om de bekomene plaats B *te vinden.*

Bespant, met u eene Passer het verschil der lengte, in de schale der mylen, *op de platte*, en in de Æquinoctiaal, *op de wassende Kaart* passende: van dese Passer stelt de eene voet in A, en de andere Oost aan; die in G vallende, zoo maakt de blinde GB, die Zuyden en Noorden, of die de lengte bewaart, en ook AB, die de gezeylde koers behout; de snee van deze twee, als hier B, is de bekomene plaats in beyde de Kaarten.

Om de Veerheyt te vinden.

Doet als hier voren in het eerste Voorstel.

I. Exempel. *Op de platte Kaart.* Vrage na de plaats en de veerheyt tusschen beyden, die Z. W. van Tessel afleyt, en 27 mylen Westerlijker is? Antwoort Doeveren: en de veerheyt is 38 mylen.

II. Exempel *Op de wassende Kaart.* Vrage na de breete van een plaats leggende op 349.10 lengte, en Z. W. ten W. van Goutstart, diens N. breete is 50.7, en lengte 12.37? Antwoort op 39.0 N. breete, en de veerheyt tussen beyden is 300 mylen.

VI. VOORSTEL.

De eene plaats in de Kaart gegeven zijnde, mitsgaders de lengte van een ander, en de Veerheyt tussen beyden: te vinden deze andere Plaats, en de koers.

Laat A de gegeven plaats zijn: B een ander die te vinden is, of hebbende met A een gegeve verschil der lengte FB, of AG, van malkanderen af zijnde een gegeve veerheyt: wy moeten niet alleenlijk B, maar ook de koers vinden die B van A af is.

Om de plaats B *in de platte Kaart te vinden.*

Neemt, in de Schaale der mylen, het verschil der lengte, en stelt de eene voet in A, en de andere Oost aan, zoo B Oostelijk van A af is, gelijk wy het nemen; de losse voet in G vallende, zoo trekt uyt G de blinde GB, die de lengte bewaart, met een ander Passer bespant de veerheyt in de Schaal; stelt zijn eene voet in A, en de ander zoodanig datse de blinde GB raakt: dit in B gebeurende, zoo is B de begeerde plaats.

Op de wassende Kaart is dit voorstel onmogelijk te solveren, anders als door toetsing, nemende een koers na believen, en zoekende dan door dese en de gegeve veerheyt, het verschil der lengte, na het IV. Voorstel, dit gevonde verschil der lengte, met het gegeve, overeenkomende, zoo is dese, by de gis genomene de koers, de ware, en de hier door gevondene plaats de begeerde: maar niet overeenkomende, zoo moet men een ander koers nemen, en doen weer het zelvige, en dat zoo lang tot dat men hen vint gelijk te wesen.

I. Exempel. *Op de platte Kaart.* Vrage na de plaats die 38 mylen van Tessel afleyt, en 27 mylen Westelijker is, en Zuyderlijker is, ook na de koers? Antwoort Doeveren, en de koers is Z. W.

Aanmerking over deze zes Voorstellen.

Het II, III, V en VI Voorstel is meer Theoretisch als Practisch, of sijn meer Speculatief als dat ze in 't gebruyk te pas komen: daar sijn gevallen te bedenken in de welke zy konnen dienen, maar komen selden voor, en noch meer in de platte als in de wassende Kaart. 't Zijn alleenlijk curieuse Vraagstukken daar toe se konnen gebruikt werden: wy hebben z'er by gevoegt om in dese volmaakt te zijn, en ook om dat se

tot

tot oeffening dienen: Maar het I en IV is van meerder nuttigheyt: het I dient om zijn koers aan te ſtellen als men de reys wil aanvangen, niet alleenlijk in het aldereerſt, maar ook naar dat men alrede gezeylt heeft, en dat men weêr zijn koers moet aanſtellen; en het IV komt dagelijx te pas, dewijl de koers en de veerheit door giſſing altijt bekent zijn: en om dat dit laatſte van een zoo veelvoudigen gebruyk is, zoo zal ik toonen hoe men dit verſchil der lengte en breete zal vinden door uytgerekende Tafelen, zonder paſſing, 't welk dien volgende mede tot een proef zal konnen dienen van de paſſing, en voornamelijk in de kleene koerſſen, die niet wel op de platte, en noch minder op de waſſende Kaart, af te paſſen zijn, om haar kleen beſteks halven: wy zullen ook toonen hoe men de andere voorſtellen hier door zal konnen ontbinden, te weten, die geene daar in de koers gegeven is, want zonder die en is in deze niets te verrichten, te weten, het II en V. Voorſtel.

De Koersrekening door de Tafelen der Kromſtreeken.

Deze Tafelen zijn twe'erley; die na de platte, en ook die na de waſſende Kaart berekent zijn: beyde wyzen ze aan wat verandering in lengte en breete het maakt als men op een van de Kromſtreken zoo veel mylen zeylt als daar nevens aangetekent ſtaan, of hoe veel mylen dat men zeylen moet om zoo veel in breete of om zo veel in lengte te veranderen: maar weet dat de lengte in die op de platte niet anders en is als het geene men Ooſt ofte Weſtwaarts daar door komt te avanceren, en dat die op de waſſende de lengte in de Æquinoctiaal, dat is, de ware is: in de platte mag men deze veerheyt beginnen te rekenen van een punt des Aartbodems naar believen, maar in de waſſende alleenlijk van de Evenaar af: invoegen, iemant met zijn ſchip onder de Æquinoctiaal leggende, en daar van af zeylende N. W. ten N. dat is op de darde ſtreek, 1000 mylen, zo ſoude hy in breete verandert wezen, naar uytwyſen van deſe Tafel, en ook in der waarheid, 55. 26′, of hy zoude op deſe breete wezen terwijl hy van te voren op o. o′ was, en ſijn lengte ſoude verandert weſen 44. 42′, ſoo dat, was hy eerſt op 360. o′, hy nu op 315. 18′ ſoude weſen. Waar mede ik achte de natuur van hen beyde verklaart te hebben. De making hier naar, als wy handelen van de uytrekening.

I. Voorstel.

Koers en Veerheyt bekent zijnde: te vinden het verſchil der lengte en breete.

I. *Exempel.* Van Goutſtart, leggende op 50. 7′ N. breete, en 12. 37′ lengte, wort gezeylt Z. W. ten W. 40 mylen: Vrage na het verſchil der lengte en breete?

Na de platte Kaart. Zoekt in de eerſte Tafel, in de Vijfde ſtreek, om dat Z. W. ten W. 5 ſtreecken van 't Zuyden af is, de 40 mylen in de eerſte kolom, daar nevens ſtaan 1. 29 verſchil der breete, en 33. 1 mylen verſchil der lengte, of $33\frac{1}{2}$.

Na de waſſende Kaart. Zoekt in de tweede Tafel, in de vijfde ſtreek, de 50. 7′ breete, daar nevens ſtaan 1353 mylen, en 86. 56′ lengte: van de mylen trekt af de 40 mylen die gezeylt ſijn (ik zegge *trekt af* om dat men na de Æquinoctiaal toe zeylt, maar men zoude deze hebben moeten vergaren in dien men van de Æquinoctiaal afgezeylt hadde) reſt 1313 myl.; zoek deze myl. in de zelve ſtreek,

Veerheyt	Breete	Lengte
1353	50. 7′	86. 56′
40		
1313	48. 38	83. 31
	1. 29	3. 25
		12. 37
bekomene Lengte		9. 12
bekomene breete		48. 38

daarnevens vint men 48. 38′ breete, en 83. 31′ lengte; deſe van malkander getrokken, reſt 1. 29′ voor 't verſchil der breete, en 3. 25′ voor het verſchil der lengte; dit laatſte afgetogen van 12. 37′, de afgezeylde lengte, om dat men Weſtelijk, of lengte afgezeylt heeft, reſt 9. 12′ voor de bekomene lengte: de breete is dan 48. 38′, en de lengte 9. 12′.

II. *Exempel.* Van Pico de Tenerifa, leggende op 28. 20′ N. breete, en o. o lengte, wert gezeylt Z. Z. W. 150 mylen: Vrage na het verſchil der lengte en breete? Antwoort het verſchil der breete is 9. 14′, en het verſchil der lengte na de platte Kaart 57. 2 mylen, en na de waſſende 4. 12′.

III. *Exempel.* Van 6. 10′ Z. breete, wort gezeylt, N. ten W., 180 mylen: Vrage na het verſchil der lengte en de bekomene breete? Antwoort het verſchil der lengte is na de platte 35 mylen, en na de waſſende 2. 22′; en de bekomene breete is in beyde 5. 26′.

II. Voorstel.

De koers en het verſchil der breete gegeven zijnde: de veerheyt en het verſchil der lengte te vinden.

I. *Exempel.* Van Texel, leggende op 53. o′ N. breete, en 20. 56′ lengte, is gezeylt N. W. ten N. tot op 59. o′ breete: Vrage na de gezeylde veerheyt, en het verſchil der lengte?

Na de platte Kaart. Trekt de eene breete van de ander, komt voor het verſchil 6. o′; dan zoekt, in de darde ſtreek, deze 6. o′, men vint, nevens 100 mylen veerheyt, 5. 33′ verſchil der breete, en 55. 2 mylen verſchilt der lengte: aan deze 5. 33′ gebreekt o. 27′ breete eer het 6. o′

Veerh.	Breete	Lengte
100	5.33′	55. 2
8	0.27	4. 2
108	6. 0	60.

is, daarom ſoekt o. 27′ in de breete, daar nevens ſtaat 8 mylen veerheyt, en 4.2 mylen verſchil der lengte, deſe twee vergaart by de eerſte, om dat de o. 27′ mede moet vergaart werden, komt 108 mylen de gezeylde veerheyt, en 60 mylen verſchil der lengte.

Na de waſſende Kaart. Zoekt, in de darde ſtreek, de afgezeylde en ook de bekomene breete; (voor deſe laatſte vint men maar 58. 59′;) de veerheyt en de lengte nevens deſe ſtaande, als 956 en 1064, en ook 41. 54′ en 49. 4′ trekt van malkander, reſt 108 en 7. 10

Veerh.	Breete	Lengte
956	53. 6	41. 54
1064	58. 59	49. 4
108	5. 59	7. 10

zoo is dan de veerheyt 108 mylen, en het verſchil der lengte 7.10 of de bekomene 13.46.

Indien men de 59.0' breete volkomen wilde hebben, zoo zou men $\frac{1}{3}$ myl by 1064 hebben moeten adderen en 1 minuit by 49.4, en dan zou men voor de veerheyt vinden 108 $\frac{1}{3}$ mylen, en voor het verſchil der lengte 7.11.

II. *Exempel.* Van 12.10 N. breete, wort gezeylt Z. Z. O. tot op 4.30. Z. breete: Vrage na de veerheit en het verſchil der lengte? Antwoort, na beyde is de veerheit ruym 270 mylen, en het verſchil der lengte is na de platte Kaart 103 mylen, en na de waſſende 6.57.

III. VOORSTEL.

De koers en het verſchil der lengte gegeven zijnde: de Veerheyt en het verſchil der breete te vinden.

I. *Exempel.* Van Leſart, leggende op 50.6 N. brete, en 10.55 lengte, wort gezeylt W. Z. W. zo lang tot dat men 47 mylen Weſtelijker geavanceert is, of tot dat men gekomen is op 6.6 lengte: Vrage na de gezeylde veerheyt, en de bekomene breete?

Na de platte Caart. Hier in moet men de 47 mylen gebruyken. Zoekt deſe in de zeſte ſtreek, in het verſchil der lengte, daarnevens, vint men in de brete 1.18 verſchil, en de veerheyt 51 mylen, het begeerde in deſe: de 1. 18 van de 50.6, reſt 48. 42 de bekomene breete.

Veerh.	Breete	Lengte
51	1. 18	4.7
	50. 0	
bek.br.	48,42	

Na de waſſende Kaart. Zoekt, in de zeſte ſtreek, de afgezeylde breete 50.0; daarnevens ſtaan 1960 mylen veerheyt, en 139. 49 lengte: trekt 6.6 van 10.55, reſt 4.49 verſchil der lengte, dit van 139. 49, blyft 135.0 lengte: hiernevens ſtaan, in deze ſtreek, 48.42, de bekomene breete, en 1909 mylen veerheyt: deze van de eerſte 1960, reſt 51 mylen die gezeylt zijn.

Veerh.	Breete	Lengte
1960	50. 0	139.49
		4.49
1909	48.42	135. 0
	bek.br.	
51 Veerheit.		

II. *Exempel.* Van 6.10 Z. breete, wort gezeylt, N ten W., tot dat de lengte, na de platte Kaart, is verandert 31 mylen, en na de waſſende 2.6: Vrage na de bekomene breete en de gezeylde veerheyt? Antwoort, de bekomene breete is 4.17 N., en de gezeylde mylen zijn 160.

Van de afpaſſing der Stroomkaveling op de platte Kaarten.

Als'er Stroomen gaan, diens ſnelte en koers van haare loping, bekent is, zoo kan men, op deſe Kaarten lichtelijk afpaſſen de koers en veerheyt die men behouden heeft, door zodanigen ſtroom gezeylt hebbende: of daar door willende zeylen, wat koers dat men aan gaan moet om de geene, die men zich voorgeſtelt heeft, te bewaren, en ook de veerheit die men op de zelve geavanceert is, de koers en veert van 't ſchip, in beyde de gevallen, voor vaſt ſtellende.

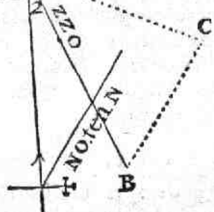
't Gebeurt wel veeltyts dat men door een ſtroment water zeylt, maar het geſchiet zelden dat men de koers, of de valling weet, en noch minder, dat men kenniſſe van hare ſnelte heeft; en daarom kan deſe afpaſſing weynig voorvallen: Evenwel, dewyl men zomtyts eenige giſſing hier af weet te maken, die niet heel ongefondeert en is, en om dat dit een zaak is die licht of te paſſen is, en ook een die met weinig woorden kan afgehandelt werden, daarom zullen wy het volgende U E. daar van mede deelen: en om datter twee gevallen in deze konnen aangemerkt werden, gelijk boven alrede gezegt is, te weten, of dat men door een ſtroom heeft gezeylt, of dat men daar door zeylen wil, daarom zullen wy dit in twee voorſtellen afhandelen.

Als de ſtroom recht van vooren, of recht van achteren komt, gy weet lichtelijk dat men de zelfde koers behout, en dat men alleenlijk de veert van de ſtroom van die van het ſchip, moet ſubſtraheren, in het eerſte geval, alsze van vooren komt, en adderen alsze van achteren komt, om de voortgang van het ſchip te hebben; maar alsze van ter zyden, of als ze zeylings komt, dan is 't als volgt:

I. VOORSTEL.

De behoude koers en veerheyt te vinden, door een ſtroom gezeylt hebbende, diens koers en veert bekent is, het zelvige van het ſchip gegeven zijnde.

I. *Exempel.* Men heeft gezeylt Z. Z. O. na giſſing 36 mylen, door de ſtroom, welkers koers is N. O. ten N, na giſſing in de zelve tyt lopende 20 mylen: Vrage na de behoude koers en veerheyt?



'*tWerk.* Beſpant met u eene Paſſer de veerheyt van 't ſchip, in de ſchale der mylen, 36 mylen, en met de andere bevat de mylen der veerheyt van de ſtroom, 20: ſtelt de eene voet, van d'eerſte Paſſer, in een Kompas, als hier in A, en de andere voegt langs de Z. Z. O. ſtreek, de koers van 't ſchip; de loſſe voet in B eyndigende, zo ſtelt in B de eene voet van de andere Paſſer, die de veerheyt van de ſtroom afmeet, en de andere voet evenwydig aan de ſtreek N. O. ten N., de koers van de ſtroom, de leſte voet in C eyndigende, zoo is A C de behoude koers, de welke is Z. O. ten O., en de lengte A C, in de ſchale der mylen afmetende, men vint daar voor 30 myl. voor de vertierde veerheit: en zo met alle diergelijke.

II. *Exempel.* Men heeft Z. W., na giſſing, in 't ermaal gezeylt 34 myl., door een ſtroom, wiens koers

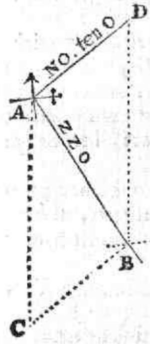
is

is N. ten O., in de zelve tijt, naar gissing loopende 14 mylen: Vrage na de behoude koers en veerheyt? Antwoort, de behoude koers is W. Z. W. en de vertierde veerheyt is 20 mylen.

II. VOORSTEL.

De vertierde veerheid en de koers te vinden, die men aan zeylen moet, om door een stroom te zeylen, diens koers en veerheyt bekent is, de veert van het schip, en de koers die men behouden wil, gegeven zijnde.

III. *Exempel.* Men begeert Z. Z. O. te behouden, zeylende door een stroom wiens loop is N. O. ten O. de veert van het schip rekenende in het etmaal op 30 mylen, en die van de stroom op 17 mylen: Vrage wat koers dat men aan zeylen moet, en hoe veel mylen dat men gevordert zal zijn?



't Werk. Bespant met u eene Passer de veerheyt van het schip, en met de ander die van de stroom, in de schaale der mylen: die van de stroom stelt met zijn eene voet in een Kompas, en de andere voet langs de koers van de stroom N. O. ten O., als hier van A tot D: dan zet de eene voet van de andere Passer, die de veert van het schip afmeet, in D, en de losse voet in de koers Z. Z. O., die men behouden wil: deze losse voet in B eyndigende, zoo stelt de eene voet des Passers, die de stroom bespant, in deze B, en de eene voet van de andere Passer in A: de losse voeten draayt na malkanderen toe, tegens de stroom aan: deze twee voeten in C te zamen komende, zoo is AC, Z. ten W., de koers die men aan zeylen moet om Z. Z. O. te behouden; en AB is de vertierde, of de behoudene veerheyt, dewijl B de plaats is daar het schip bevonden zal werden naar een etmaal zeylens: voor AB, de behoudene veerheyt, vint men ongeveer 21 en een halve mijl: en zoo met alle andere van dese natuur zijnde.

IV. *Exempel.* Als de stroom Z. W. ten W. aanvalt en een schip in die tijt 29 mijlen zeylt: Vrage wat koers moet men aanzeylen om N. O. te behouden, en hoe veel zou men in die tijt vertiert wezen? Antwoort de koers die men aan zeylen moet is N. O. ten O. omtrent een derde streek Noordelijker, en men is vertiert ruym 8 mylen.

III. HOOFTSTUK.

Leerende vinden de miswyzing van het Kompas, en ook haare vergoeding.

WAt een Kompas is, en hoedanig dat het gemaakt wert, zullen wy niet verhandelen; het eerste is genoeg bekent, en het tweede is het werk van een Kompasmaker: een Stierman heeft alleenlijk maar waar te nemen dat 'er geen yzer of staal omtrent komt, dewijl zijn trekking daar na luistert, gelijk genoeg bekent is. Ons voornemen is alleenlijk UL. voor te dragen hoedanig dat men de miswyzing zal vinden, en die gevonden hebbende, vergoeden, dewijl de ervarentheyt leert dat de naalde niet op alle plaatzen recht Zuyden en Noorden trekt, maar dat ze meest, overal, van de Poolen een weynig afwijst.

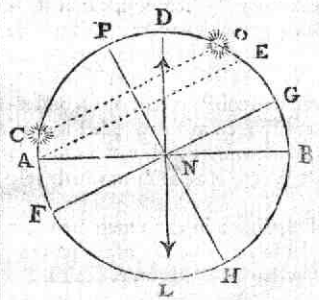
Een Kompas wert miswysende genoemt als de naalde van het ware Zuyden en Noorden afwijkt: *Noortoostering* noemt men ze al ze van 't Noorden wijkt ten Oosten, en *Noortwestering* al ze van 't Noorden helt ten Westen.

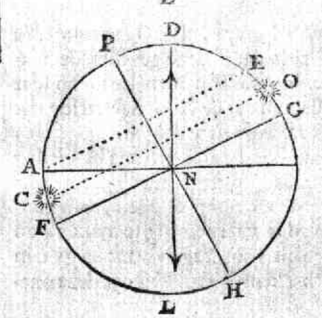
Om deze miswyzing te vinden zoo observeert men gemeenlijk de op en ondergang van de Zon volgens dat Kompas, welkers wyzing dat men wil examineren, of men neemt waar de op of ondergang alleen.

Deze waarneming wort gedaan door een Kompas met voordacht daar toe gemaakt, dat pijlkompas genaamt wert: de naalde leyt daarom recht onder de lely; en is verzien met twee visiten, door dewelke dat men na de Zon ziet in zijn op of ondergaan, terwyle een ander let op de streek, of Graad van dat Kompas, volgens dewelke de op of ondergang geschiet.

I. *De miswyzing door twee pylingen te vinden.*

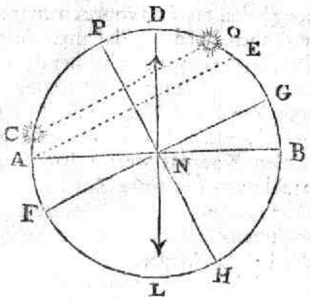
Als de op en ondergang, naar uytwijzing van deze observaty, overeenkomen, in naam en in getal van Graden, in *naam*, dat ze beyde zijn bezuyden of benoorden het Oost of West, en in *getal*, dat ze zoo ver van het West ondergaat als ze van het Oost opgekomen is, dan isser geen miswyzing, om reden dat de Zon zoodanig rijst als daalt van het ware Oost en West, maar dit zoodanig niet bevindende zoo isser miswyzing.

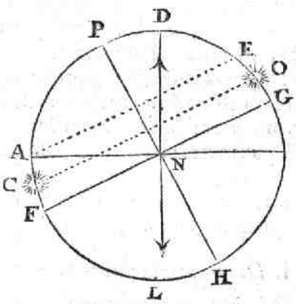




Dewyl de geheele handeling in deze openbaar wert door de ontleding van de zaak, en om dat deze bekent wert door de toestelling van een Figuur die de natuur af beelt, daarom zullen wy een zoodanige bereyden.

Denkt dan dat gy den Horizont vlak van boven inziet, en dat de Cirkel ADBLA deze af beelt in de nevenstaande Figuren, wiens middelpunt, of het punt daar de naalde opdraayt, is N laat P het ware Noorden, en G en F het wareOost en Westpunt bedieden; D het Noorden na uytwysing van het Kompas, B zijn Oost, en A zijn Westpunt: indien wy dan de Zon stellen in O op te komen, en in C onder te gaan, zoo is O B zijn waargenoomene opkomst van 't Ooste, en C A zijn waargenoomene ondergang van 't Weste.





Dit zoodanigh aangemerkt zijnde, zoo bespeuren wy lichtelijk dat BG, of FA, gelijk is aan D P, de miswijsingh, om dat D B en P G gelijk zijn, want, van beyde genomen de gelijke D G, blyft B G, of F A, en DP mede gelijk.

Trekkende A E evenwydig aan F G, zoo is E G gelijk FA, of gelijk BG: en dewijl OG is gelijk CF, door 't onderstelde, om dat de Zon zo veel van 't ware Ooste, G, rijst, als hy van het ware Weste, F, ondergaat, gelijk boven gezegt is, en by gevolg ook OE en CA, zoo bekennen wy lichtelijk dat de miswyzinge DP, of BG, gevonden wert, halverende BE, zijnde in de eerste Figuur, alwaar de opgang aan de zelfde zyde is van 't Oost als de ondergang is van 't West, het verschil van de geobserveerde op en ondergang B O en CA, of OE; en in de tweede Figuur, alwaar de opgang is aan de andere zyde van 't Oost als de ondergang is van 't West, is ze de Zom van de zelve BO en AC, of OE.

En dewijl PO en PC gelijk zijn, zoo mag men met zekerheyt besluyten dat D van P na G, of na het Oosten, half zo veel zal hellen als DO minder is als DC, of half zo veel als OB meerder is als CA, in de eerste Figuur, of in de tweede Figuur, als BO is benoorden en A C bezuyden: zulx dat in deze gevallen de miswyzing Noortoostering is. En men kan, zonder moeyten, uyt dit besluyten dat de Noortwestering uyt het tegendeel van dit zal komen te volgen.

Uyt deze ontleding kond gy de geheele handeling in deze bespeuren: maar op dat gy niet genootzaakt zoud werden t'elkens de moeyten te doen, om zoodanigen Figuur, op yder waarneming te maken, zo zullen wy U L. regelen voordragen waar na gy u in alle gevallen kond schikken, getrokken uyt deze ontleding.

I. REGEL. Om de hoegrootheyt van de miswyzing te vinden.

I. LIT. *Door Substracty. Wanneer de Zons op en ondergang beyde zijn bezuyden of benoorden: trekt het minste van het meeste, de helft van de rest is de miswyzing.*

II. LIT. *Door addity. Wanneer de opgang is bezuyden, en de ondergang benoorden, of de opgang benoorden, en de ondergang bezuyden: vergaart ze, de helft van de som is de miswyzing.*

II. REGEL. Aanwyzende van wat benaming dat de miswyzing is.

I. LIT. *Van Noortoostering. Is de opgang verder benoorden, of minder bezuyden als de ondergang: of, is de opgang benoorden en de ondergang bezuyden: de miswijzing is Noortoostering.*

II. LIT. *Van Noortwestering. Is de opgang minder benoorden, of verder bezuyden: of is de opgang bezuyden en de ondergang benoorden: de miswijzing is Noortwestering.*

Volgens deze twee Regelen kan men alles verrichten: door de eerste vint men de *Hoegrootheyt*, en door de tweede de *Hoedanigheyt* van de miswyzing: zulx dat nu niets ontbreekt als eenige exempelen tot oeffening, daar af wy, van yder zoort, hier eenige zullen byvoegen.

I. *Exempel.* Men pijlt de Zon in 't opkomen 36. ó *benoorden* het Oost, en, in het ondergaan, 8. ó *benoorden* het West: Vrage na de miswyzing? Antwoort 14. ó Noortoostering.

Om dat de op en ondergang beyde zijn benoorden, daarom substraheert, na het eerste Lit van de eerste Regel, 8.ó van 36.ó, rest 28.ó: de helft hier van is 14 ó, de hoegrootheyt van de miswyzing.

opgang *benoorden*	36. ó	
ondergang *benoorden*	8. 0	
	——— substraheert	
rest	28. 0	
	———	
de helft is	14. 0	N.oostering

Om de *hoedanigheyt* te vinden: men ziet dat de opgang *verder* benoorden is als de ondergang, daarom is de miswyzing, na het eerste Lit van de tweede Regel, Noortoostering.

Ingeval dat men dit voorbeelt wil oplossen zonder deze Regelen daar toe te gebruyken, alleenlijk uyt de natuur van de zaak zelfs, gelijk ons de curieuzeteyts dikwils daar toe drijft, zo moet men een Figuur maken gelijk hiervoren gedaan is, dat is, men moet een Cirkel A D, B L trekken, en door het centrum N een kruys A B, D L maken, dat de vier hoofstreken van het Kompas zal bedieden: D voor het Noorden nemende, zoo is B Oost, A West, en L Zuyden.

Dan stelt de Zon in O en C, zoodanig dat B O ongeveer is 36. ó, en A C 8. ó.

Dan trekt CO, en aan deze evenwydig, door het centrum, FNG; ook, uyt het Oostpunt B, of uyt het Westpunt A, AE, mede evenwydig aan OC; en dan noch PH rechthoekig door FG, zo is FG de ware O. en West streek, en PH de ware Zuid en Noort streek.

Dan

Dan wijſt de Figuur aan, dat B G, of D P, de miswyzing, Noortooſtering is, en dat B G gevonden wert, trekkende AC of EO 8. 6, van BO 36. 6, reſt BE 28. 6; de helft is BG 14. 6, de hoegrootheyt van de miswyzing, om dat GE en BG, yder bezonder, gelijk zijn aan FA, en daarom ook gelijk aan malkander.

Op de zelfde manier handelt met de volgende.

II. *Exempel.* Men pijlt de Zon in 't opkomen 7. 26 *bezuyden* 't Ooſt, en, in 't ondergaan 33. 6 *bezuyden* het Weſt: Vrage, &c.? Antwoort, 12. 56 Noortooſtering.

III. *Exempel.* Als de Zon gepijlt wert 22. 36 *bezuyden* het Ooſt, en 13. 6 *bezuyden* het Weſt; zoo is de Noortweſtering 4. 45'.

IV. *Exempel.* Als de Zon rijſt 8. 26 *benoorden* het Ooſt, en daalt 33. 6 *benoorden* het Weſt; zoo is de Noortweſtering 12. 26.

V. *Exempel.* Men pijlt de Zon, in 't opkomen, 18. 36 *benoorden* het Ooſt, en, in 't ondergaan 6. 6 *bezuyden* 't Weſt: Vrage na de miswyzing? Antwoort 12. 15' Noortooſtering.

Om dat de op en ondergang van onderſcheyde benaming is, de eene *benoorden* en de ander *bezuyden*, daarom addeert, na 't II. Lit van de I. Regel, de 18. 36 en 6. 6, komt 24. 36, de helft is 12. 15', de hoegrootheyt van de miswyzing.

opgang *benoorden*	18. 30'
ondergang *bezuyden*	6. 0
	addeert.
de zom	24. 30
de helft is	12. 15 N. ooſtering.

Om de hoedanigheyt te vinden, men ziet dat de opgang is benoorden, en de ondergang bezuyden, en daarom is, na het I. Lit van de II. Regel, de miswyzing Noortooſtering.

Indien men dit Exempel, buyten de voorgaande Regelen wilde oploſſen, zoo maakt een Cirkel ADBL, wiens middelpunt is N, en trekt door N, een kruys A B, D L; daar van laat D het Noorde van 't Kompas bedieden, zoo is B het Ooſt, A het Weſt, en L het Zuyden.

Dan ſtelt de opkomende Zon, O, benoorden B, en zoodanig, dat B O omtrent is 18. 36; en ook C bezuyden A, zulx dat AC nagenoeg is 6. 6.

Dan trekt CO, en, aan deze evenwydig, door het centrum, F N G; en ook AE paralel aan C O: F G is dan het ware Ooſt en Weſt; en hier door getogen PH rechthoekig, zoo is P het waare Noorde; en men ziet dat de miswyzing Noortooſtering is, om dat D beooſten P is: zijnde de hoedanigheyt.

Om de hoegrootheyt te vinden; zoo aanmerkt dat B O is 18. 30', en E O, of A C, is 6. 6, dies is B E 24. 36; de helft hier van is BC 12. 15', de hoegrootheyt van de miswyzing, om dat BG en GE, yder bezonder, gelijk aan FA, en daarom ook gelijk aan malkanderen zijn.

Op de zelfde wyze handelt met de volgende.

VI. *Exempel.* Men pijlt de Zon, ondergaande, 12. 30' *benoorden* het Weſt, en daarna, opkomende, 7. 36 bezuyden 't Ooſt: Vrage &c.? Antwoort 10 Graden Noortweſtering.

VII. *Exempel.* De Zon een weynig boven de kimmen zijnde, wert gepijlt 10. 30 benoorden 't Ooſt, en op de zelve hoogte, in 't ondergaan, 2 Graden bezuyden 't Weſt: Vrage &c.? Antwoort komt 6. 15 Noortooſtering.

Voorbeelt tot oeffening.

VIII. *Exempel.* Men pijlt de Zon, in 't opkomen, 8 Graden bezuyden 't Ooſt, en, in 't ondergaan, 14. 30 bezuyden 't Weſt: Vrage &c.

IX. *Exempel.* De Zon rijſt 6. 10 bezuyden 't Ooſt, en, gaat onder, 16. 0 benoorden 't Weſt: Vrage &c.?

X. *Exempel.* Als men de Zon pijlt, opkomende, 18 Graden bezuyden 't Ooſt, en, ondergaande, 11 Graden bezuyden 't Weſt: wat en hoedanig is de miswijſing? Antwoort

XI. *Exempel.* Men pijlt de Zon Ooſt op te komen, en 8 Graden benoorden 't Weſt onder te gaan: Vrage &c.?

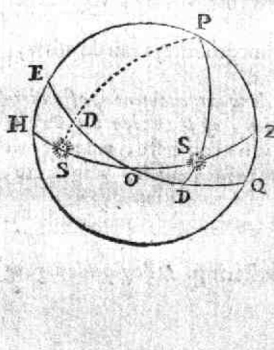
XII. *Exempel.* Men pijlt de Zon Weſt onder te gaan, en Ooſt ten Zuyden op te komen: Vrage &c.?

XIII. *Exempel.* Men pijlt de Zon Ooſt ten Noorden op te komen, en Weſt ten Zuyden onder te gaan: Vrage &c.?

II. *De miswijzing door een pijling te vinden.*

Wy hebben nu afgehandelt op wat wyſe dat men de miswijſing, door tweemaal te pijlen, zal vinden, eens in 't opkomen, en eens in 't ondergaan: maar dewijl dit zomtyts niet wel kan gedaan werden, om dat de Zon veeltyts klaar zal opkomen, en donker, of met wolken bedekt, zal ondergaan, en in tegendeel, klaar ondergaan maar bedekt opkomen, zulx dat menigmaal, een obſervaty gedaan zijnde, de andere niet en zal konnen geſchieden, waar door dan de eerſte te leur is: en dewyl men deſe miswijſing met een pyling kan vinden, bekent zijnde de Polus hoogte, of de breete, die men veeltijts, nagenoeg, weet, en de tijt, die men altijt weet, zoo zullen wy de manier, om deſe hier door te vinden, beſchryven: en eerſtelijk zullen wy leeren vinden hoe ver dat de Zon, op die plaats, op die tyt, van het ware Ooſt moet opkomen, of van het ware Weſt moet ondergaan, en daar na de miswijſing.

Om het eerſte, te weten de op of ondergang vande Zon te vinden, zoo aanmerkt, van de nevenſtaande Figuur, HPZH voor de Meridiaan, HOZ voor de Horizont, en EOQ voor de Æquinoctiaal, malkander ſnydende in O, 't ware Ooſt of W.; P voor de Pool, S voor de Zon aan den Horizont zijnde, zoo is O S zijn op of ondergang van het Ooſt of Weſt, die wy vinden moeten.



Aanmerkt de driehoek O S D O, die is recht in D: DS is de Zons declinaty, die door de tyt bekent is, en D O S is gelijk QZ, schilboog van Z P, de Polus hoogte, die men mede weet.

Zoo is dan, van de driehoek DOSD, bekent, D recht, DS en DOS: hier door vint men OS, volgens het eerste geval onser driehoekxmeting; volgens dese proporty: gelijk de straal, tot Secans complement DOS, alzoo Sinus DS, tot Sinus OS; dat is in deze:

Gelijk de straal,
Tot Snylijn van de Polus hoogte;
Alzoo hoekmaat van de Zons declinaty,
Tot hoekmaat van sijn op of ondergang van het Oost of West.

Anders, op de Logarithmi.

Gelijk Schilboogs hoekmaat van de Polus hoogte,
Tot hoekmaat van de Zons declinaty,
Alzoo de straal;
Tot hoekmaat van sijn op of ondergang van het Oost of West.

I. *Exempel.* Anno 1676, den 3 Mey, begeert men te weten de Zons op of ondergang van 't Oost of W: op 52.0 Noorder breete.

Op den 3 May, van dit Jaar, is de Zons Noorder declinaty 16.0: Dies

Straal Sl. 50.0 m. H m. 16.0 m.
100000 — 162427 — 27554?

Komt 44770; hoekmaat van 26.36 m. die de Zon van het Oost af opkomt, of van het West af ondergaat, in deze tyt en op dese plaats.

Maar, om te weten of dit benoorden of bezuyden het Oost of West is, zoo let op deze

REGEL. *Als de declinaty Noordelijk is, zoo is de op of ondergang* benoorden, *en Zuydelijk zijnde, zoo is ze* bezuyden.

De zekerheyt van dese Regel bespeurt men lichtelijk uyt de Hemelsche Globe.

Hierom is de gevondene 26.36" 't geene de Zon benoorden het Oost opkomt, of benoorden het West ondergaat, om dat de declinaty Noordelijk is.

II. *Exempel.* Anno 1677, den 1 December, begeert men te weten de Zons op of ondergang, op 38 Graden Zuyder breete: komt 28.24 m. bezuyden het Oost of West.

Alzoo dan gevonden hebbende hoe ver de Zon van 't ware Oost moet opkomen, of van 't ware West moet ondergaan, zoo kan men zeer gemakkelijk, door een pyling, de miswysing vinden, volgens dese twee Regelen.

I. REGEL. Om de hoegrootheyt van de miswyzing te vinden.

Soo de berekende, en de waargenomene op of ondergang, beyde zijn benoorden, of bezuyden het Oost of West, trekt het minste van het meeste, *maar de eene benoorden, en de andere bezuyden zijnde*, vergaartze, *het komende is de hoegrootheyt van de miswijsing.*

II. REGEL. Om de hoedanigheyt van de miswyzing te vinden.

I. LIT. *Op* Noortoostering. *Is de gepylde opgang nader aan het Noorden als de berekende, of de ondergang* verder, *de miswijsing is Noortoostering.*

II. LIT. *Op* Noortwestering. *Is de gepylde opgang* verder van het Noorden *als de berekende, of de ondergang* nader, *de miswijsing is Noortwestering.*

Door dese Regelen vint men de hoegrootheyt en de hoegrootheyt van de miswysing, een pyling gedaan hebbende, by voorbeelt.

I. *Exempel.* Anno 1676, den 3 May, zijnde op 52 Graden N. breete, wort de Zon gepylt, op te komen, 38.0 m. benoorden 't Oost: Vrage &c.? Antw. 11. 24 m. Noortoostering.

Op dese tyt, en Polus hoogte, vint men de ware opgang *benoorden* 't Oost, nu even uytgerekent, 26. 36 m. dit van de gepylde, om datze mede *benoorden* is, rest 11.24', voor de hoegrootheyt van de miswysing, volgens de eerste Regel, Noortoostering zijnde volgens het I. Lit van de tweede Regel, om dat de gepylde nader aan het Noorden is als de geobserveerde.

II. *Exempel.* Anno 1677, den 1 December, pylt men de Zon, in 't ondergaan, 20 Graden bezuyden 't West, op 38 Graden Zuyder breete: Vrage &c.? komt 8.24 m. Noortwestering.

III. *Exempel.* Op 58 Graden N. breete, wort, den 30 Maart 1677, de Zon gepylt onder te gaan 6.0 m. bezuyden 't West: Vrage &c.?

Door rekening vint men de Zons ware ondergang benoorden 't West 7.43 m., hier by de gepylde, om datze bezuyden is, komt 13.43 m. voor de hoegrootheyt van de miswyzing. En dewyl de gepylde ondergang is verder van het Noorden als de berekende, daarom is dese 13.43 m. Noortoostering, volgens het I. Lit van de tweede Regel.

IV. *Exempel.* Op 30 Graden zuyder breete, pylt men de Zon, opkomende, den 16 Novemb. 1677, 30 Graden bezuyden 't Oost, en daarom is de miswysing 7.55 m. Noortwestering.

Dus verre gehandelt hebbende hoe men de miswysing van de Kompassen zal vinden, volgt nu

Hoe men de miswijsing der Kompassen zal vergoeden.

Op twee'erley manieren kan dit geschieden, of dat men dit Kompas zoodanig laat als het is, en dat men de koers daar na aanstelt, of dat men dit Kompas verbetert, en de rechte koers aanzeylt.

Hoe men na een miswyzend Kompas zal zeylen.

Men moet zijn koers zoo veel tegen de Zon aan zetten als het Kompas met de Zon getrokken is, en zoo veel met de Zon als het tegen de Zon getrokken is.

Hier uyt volgt: Wil men Noortwest zeylen, met een Kompas dat een streek Noortoostering heeft, zo moet men N. W. ten W. op dit Kompas zijn koers stellen, dat is, een streek tegen de Zon, om dat dit Kompas een streek met de Zon getrokken is: men moet, op zulken Kompas, Z. ten O. zeylen, om Zuyden te behouden.

En op een Kompas, dat een streek Noortwestering heeft

heeft, moet men N. N. O. aan zeylen, om N. ten O. te behouden, dat is, een ſtreek met de Zon, om dat dit Kompas zo veel tegen de Zon trekt: en men moet W. ten N. aan zeylen om Weſt te behouden.

Om de miswyzing op het Kompas te vergoeden.

Als men dit wil doen, zoo moet het Kompas een ſchuyvende roos hebben, gelijkſe ook, tot dien eynde, alzoo gemaakt werden.

De Lely, dat is het Noorden, ſchuyft men zoo veel tegen de Zon om als het Kompas met de Zon getrokken is, en met de Zon om als het'er tegen getrokken is, en dan wijſt de Lely na 't ware Noorden.

Waaruyt volgt: Het Kompas een ſtreek N. oostering hebbende, zo moet men de Lely een ſtreek Weſtelijker ſchuyven, en een ſtreek Noortweſtering hebbende, zoo moet men de Lely een ſtreek Ooſtelijker drayen, en als dan wijſt de Lely recht Noorden.

IV. Hoofdstuk.

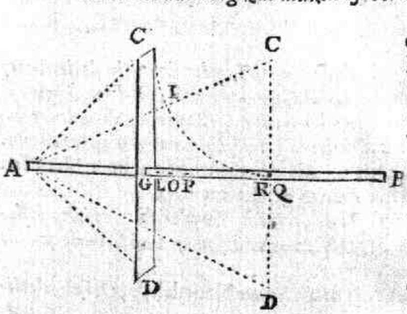
Van de Hoogmeting.

Leerende vinden de Polus hoogte, of de Æquinoctiaals breete.

De Polus hoogte is de verheffing van de Pool boven den Horizont, en breete is de kortſte afſtant, die zeker plaatſe des Aartkloots, heeft van de Æquinoctiaal. Deſe komen in hoedanigheyt, en in hoegrootheyt, altyt overeen; even zoo veel Graden als de Pool in 't Noorden verheven is boven den Horizont, even zoo veel graden is men benoorden den Æquinoctiaal: de Noortpool 50 Graden hoog zijnde, het ſchip is ook 50 Graden benoorden de lini. Deſe te vinden is het gene wy nu voornemen te verhandelen. En dewyl het zelvige gevonden wert door de hoogte te meten van de Zon, of van de Starren, daarom wert dit met een woort, alhoewel oneygen, hoogmeting genaamt.

De hoogte van de Zon, of van de Starren, wert in Zee afgemeten door verſcheyde Inſtrumenten, daar van de Graadboog het voornaamſte is; een vierkante ſtok zijnde, waar over ſchuyven drie of vier andere rechthoekig. Hoe deſe gemaakt en gebruykt wert zullen wy kortelijk beſchryven.

Hoe men een Graadboog zal maken of verdelen.



Laat AB een vierkant ebbe ſtok zijn, waar over CD rechthoekigh ſchuift, en zoodanigh, dat C G gelijk is aan G D. Maakt AG gelijk G C, of GD, dat is gelijk de helft CD, en ſtelt 90.0, of 0.0 by G. Om de andere deelen te vinden; zoo verdeelt GC, of een lengte die aan hen gelijk is, in 1000 gelijke delen: dan, om de verdeeling van 89. 50, of van 0. 10, zijn complement, op de ſtok te tekenen, zoo halveert deſe 89. 50, komt 44. 55', zijn Schilboogs Raaklijn is 100291; de 2 achterſte letters afgeſneden, om dat wy GC in geen 100000, maar in 1000 deelen verdeelt hebben, k. 1002. 9 hier af 1000, reſt 2. 9 deelen, die men in GC moet afpaſſen, en hen van G na B ſtellen; dit in L eyndigende, zoo is L de verdeeling, paſſende op 89. 50, of ook op 0. 10. Op de zelfde wyſe gaat men voort met de andere, te weten,

$$\frac{89.40}{2}$$

44. 50 ſchilb. raakl. 100583
1005. 8
5. 8 G O

$$\frac{89.30}{2}$$

44. 45 ſchilb. raakl. 100876
1008. 8
8. 8 G P

$$\frac{47.\ 0}{2}$$

23. 30 ſchilb. raakl. 229984
2300
300 R Q, hebbende GR met AG gelijk genomen.

By de ſtip O moet dan ſtaan 0. 20, of 89. 40'; by P 0. 30, of 89. 30, en by Q 43. 0, of 47. 0.

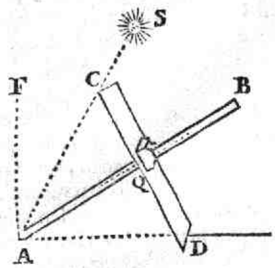
Ik oordeele dat dit genoeg is, om UL. te doen verſtaan, op wat wyſe gy de geheele ſtok, tot den eynde toe, zult verdeelen, niet alleenlijk van een kruys alleen, maar ook van de andere, om dat tuſſchen hen geen ander onderſcheyt is, als dat de eene grooter is als de ander.

Blyft dan overig te toonen waar uyt wy deze bewerking vinden.

Als de ſtok CD, de andere AB, in G ſnyt, zoo moet de hoek C A D 90 Graden doen, om dat in G. 90. 0', of 0. 0', getekent ſtaan; in L ſnydende, zo moet deſe hoek 19. 50' doen, in O, 89. 40', in P 89. 30, en in Q 47. 0', om dat deſe getallen in deſe tekens geſtelt zijn: Maar deſe hoeken zijn zoo wyt: want AG gelijk GC zijnde, zoo is CAG half, en by gevolg C A D heel recht: de ſnee in Q vallende, zoo moet CAD zijn 47. 0', zijn helft is 23. 30, voor CAQ, wiens Schilboog is ACQ, diens Raaklyn is 229984 voor AQ, als CQ voor de ſtraal aangemerkt wert; zoo is dan AQ 2300 tegen CQ 1000, of RQ 300, om dat A R 2000 is, gelijk wy daar door gevonden hebben.

Hoe men een Graadboog moet gebruyken.

Om de Graadboog te gebruyken, of, om door behulp van de zelve, de hoogte van de Zon, en Starren, te meten, zoo moet men het eene eynd A aan het



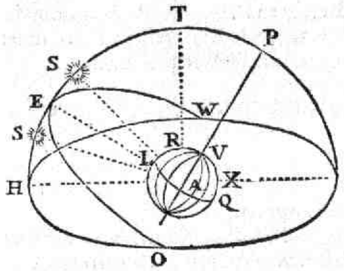
oog voegen, en het kruys, CD, zo lang heen en weer ſchuyven, tot dat men onder D even de kimmen ziet, en over C het midden van de Zon, of Star: of, in 't meten van de Zon, en voornamelik wanneer hy zeer hoog is, zo kan en moet men het oog aan D voegen, en onder A door, te weten, het midden van de ſtok (tot welken eynde, in zoodanigen geval, een houtjen daar aan gevoegt wert, waar door zulx gevoeglijk te weeg kan gebraght werden) en dan het kruys CD ſchuyven als voren, tot dat de ſchaduwe van de Zon valt op A, het midden van de ſtok: maar, in zoodanigen geval, moet men 15 minuten van de Zons hoogte boven den Horizont aftrekken, of zoo veel by zijn afſtant van het Toppunt vergaaren, dat Q, de ſnee van AB en CD, aanwijſt om reden dat deze ſchaduw komt van de boven kant van de Zon, en niet van het midden, waar door wy als dan niet en meten de hoogte van het centrum der Zon, maar van zijn bovenſte rant, die 15 minuten hooger is als zijn midden, waar uyt volgt het geene gezeyt is: maar zoo men in A een ſpiegeltje vaſt maakt, zoo is deze ſubſtracty, of addity, onnodig, om dat men als dan het midden van de Zon kan waarnemen. De Graden, die na B toe verminderen, wijzen aan de hoogte boven den Horizont, of de groote van de hoek CAD, en die na B toe vermeerderen, zijn afſtant van het Toppunt, of de hoek FAC, of het complement van CAD. Men gebruykt het langſte kruys dat kan dienen, om dat het de netſte obſervaty geeft.

Men moet het oog, in A houdende, of de Zon van voren ſchietende, de ſtok zoodanig aan het oog voegen, dat A met de buyten vlakte van het oog overeenkomt, en niet met het midden van het oog, gelijk men gemeenlijk doet, ter oorzake dat de ſtralen niet in 't midden van het oog, maar op de buyten vlakte kruyſſen, of te zamen komen, gelijk zulx de Optica, of de gezichtkunde leert.

Wetende dan hoe men een Graadboog zal maken, en ook hoe men daar door zal afmeten de hoogte van de Zon, of van de Starren, zoo laat ons nu onderzoeken,

Hoe men door waargenomene Zons of Stars hoogte zal vinden de Polus hoogte, of Evenaars breete.

Maar laat ons, gelijk in het voorgaande, de zaak voor oogen brengen, en dat door een Figuur die hen natuurlijk afbeelt, op dat ze ons Wetten, of Regelen verſchaft; volgens dewelke wy ons, in haar afwezen, konnen ſchikken, of uyt vinden het geene wy in deze konnen begeren. Dat dan, van de nevenſtaande Figuur, in 't verſchiet getekent, HWNO de Horizont afbeelt; HETN de Meridiaan; OEW de Æqui-



noctiaal; LQ de zelve, of de lini op den Aartkloot, dewelke op malkander correſponderen, P de Pool aan den Hemel, en V die op de Aarde; recht onder P, T het Toppunt, en R de plaats des Aartskloots alwaar wy, in deze Figuur, ons ſchip ſtellen.

NP is dan de Polus hoogte aan den Hemel, en XV dezelve van de Aarde; TE is de daling des Æquinoctiaals van het Toppunt, en RL de breete, of de afſtant die het ſchip van de Æquinoctiaal af is: VX is gelijk PN, en RL gelijk TE, dat klaar is, om dat A het centrum is van de Meridiaan aan den Hemel HTN, en ook van de Meridiaan op de Aarde LVQ.

Wy hebben, hier vooren, gezegt dat de Polus hoogte is gelijk de breete, dat is, hier, XV gelijk RL, of NP gelijk ET, dat men dus bewijſt: NT is gelijk PE, elk het vierde part van een ront doende, van yder afgetogen TP, reſt PN gelijk PE, daarom ook VX gelijk RL.

ET, aan den Hemel gevonden hebbende, zoo hebben wy ook gevonden RL, of XV, het begeerde in deze.

Om dan ET de daling van de Æquinoctiaal, of de diſtanty tuſſchen het Toppunt en de Æquinoctiaal, te vinden, zoo ſtaat te conſiderere dat ES, de Zons Declinaty, altijt bekent is, en dat geobſerveert wert met de Graadboog, of met een diergelijke Inſtrument, de diſtanty HS, dat is, de hoogte der Zon boven de zichteynder, hy in den Meridiaan zijnde; of zijn complement, dat is, zijn daaling van het Toppunt TS. Men ziet dan dat men, in deze Figuur, TS en ES moet adderen, of ſubſtraheren, om ET te vinden: adderen als S tuſſchen de Æquinoctiaal en het Toppunt is, en ſubſtraheren als de Æquinoctiaal tuſſchen beyden is: en dit op alle gevallen onderzoekende, men vint de volgende Regelen.

I. REGEL. Als de Zon, of Star, in 't *Zuyden* beneden het Zenith geſchoten wert.

I. LIT. *Is de declinaty* Noordelijk, *addeert de declinaty tot de geobſerveerde diſtanty van 't Toppunt, de ſom is de N. breete.*

II. LIT. *Is de declinaty* Zuydelijk, *trekt de declinaty en de diſtanty van malkander, de reſt is de N. breete als de declinati kleender is als de diſtanti, maar anders ſijnde zo is 't Z. breete: en gelijk zijnde men is onder de lini.*

II. REGEL. Als de Zon of Star in 't Noorden beneden het Zenith geſchoten wert.

I. LIT. *Is de declinaty* Zuydelijk, *addeert de declinaty en de geobſerveerde diſtanty van 't Toppunt, de ſom is de Z. breete.*

II. LIT. *Is de declinaty* Noordelijk, *trekt de declinaty*

naty en de distanty van malkander, de rest is de Z. breete als de declinaty kleender is als de distanty, maar anders zijnde zoo is 't N. breete: en gelijk zijnde men is onder de lini.

III. REGEL. Als de Zon of Star in 't Zenith geschoten wert.

De declinaty is de breete; Noorder als de declinaty Noordelijk is, en Zuyder al ze Zuydelijk is: geen declinaty hebbende men is onder de lini.

IV. REGEL. Als de Zon of Star op 't leegste boven den Horizont geschoten wert, daar hy niet onder en gaat.

Addeert de hoogte by het complement van de declinaty, de som is de breete: Noorder als de declinaty Noordelijk is, en Zuyder al ze Zuydelijk is.

I. *Exempel*. De Zon wert in 't *Zuyden*, beneden het Zenith, geschoten 43. 20', als zijn *Noorder* declinaty is 20. 12': Vrage na de breete? Antwoort men is op 63. 32' N. breete.

Om dat de Zon in 't Zuyden geschoten wert, en de declinaty Noordelijk is, zoo moet men adderen, volgens het eerste Lit van de eerste Regel, de 43. 20' by de 20. 12', komt 63. 32' voor de Noorder breete.

II. *Exempel*. De Zon wert in 't *Zuyden*, beneden het Zenith, geschoten 43. 20', als zijn *Zuyder* declinaty was 20. 12': Vrage, &c.? Antwoort 23. 8' N. breete.

Nu moet men hen substraheren volgens het 2 Lit van de 1 Regel.

III. *Exempel*. Men schiet de Zon in 't *Zuyden*, beneden het Zenith, 18 Graden, als zijn *Zuyder* declinaty is 20. 12': Vrage, &c.? komt op 2. 12' Zuyder breete.

IV. *Exempel*. Men schiet de Zon in 't *Noorden*, beneden 't Zenith 10 Graden, als zijn *Zuyder* declinaty is 20.12': Vrage, &c.? komt op 30. 12' Z. breete.

Nu moet men het 1 Lit van de 2 Regel gebruyken.

V. *Exempel*. De Zon wert in 't *Noorden*, beneden 't Zenith, geschoten 23. 36, als zijn *Noorder* declinaty is 10. 12': Vrage, &c.? komt 13. 18' Z. breete.

Nu moet men het 2 Lit van de 2 Regel waarnemen.

VI. *Exempel*. Men schiet de Zon in 't *Noorden*, beneden 't Zenith, 8. 10', als zijn *Noorder* declinaty is 21. 23': Vrage, &c.? komt 13. 13' N. breete.

VII. *Exempel*. Men observeert dat de Zon in 't Zenith is, als de N. declinaty is 20. 10': Vrage, &c.? komt 20. 10' N. breete.

Nu moet men de darde Regel waarnemen, gelijk mede in het volgende 8 Exempel.

VIII. *Exempel*. Men heeft het zelvige bevonden als de Zons Zuyder declinaty is 23. 36: Vrage, &c.? Antwoort op 23. 36 Z. breete.

IX. *Exempel*. De Zon wert in 't Noorden, op 't leegste zijnde, alwaar hy niet onder en gaat, geschoten boven den Horizont 8. 20', als zijn Noorder declinaty is, 23. 6: Vrage, &c.? Antwoort op 75. 26 N. breete.

Nu moet men de vierde Regel gebruyken: het complement van de declinaty is 67. 6, hier by de 8. 26, de Zons hoogte in 't Noorden, komt 75. 26 de N. breete.

X. *Exempel*. Zeker Star wert in 't Zuyden, op 't leegste zijnde, geschoten boven den Horizont 23. 6, welkers Zuyder declinaty is 61. 8': Vrage, &c.? komt op 51. 52' Zuyder breete.

Indien dat men de voorgaande Regelen wilde voorby gaan, en de ontbinding wilde doen uyt de natuur van de zaak zelfs, zoo moet men op een lyn, die de Horizont zal afbeelden, een half ront trekken, en dit voor de Meridiaan erkennen, en men moet Zuyden teekenen by het eene eynde van de middellyn, en Noorden by het ander eynde; in het midden van dit half ront moet men het Toppunt tekenen: dan stelt de Zon, of Star, in de Meridiaan, ougeveer zoo veel beneden het Toppunt, en aan de Zuydt of Noortzyde als de observaty aanwijst, en trekt uyt het middelpunt, tot de omtrek, een lyn, zoodanig datse na genoeg bezuyden de Zon, of Star, zo veel komt te vallen, in den Meridiaan, als zijn declinaty Noordelijk is, en benoorden als ze Zuydelijk is, en dese voor de Æquinoctiaal houdende, zoo zal de Figuur aanwyzen op wat wyze dat men het begeerde zal verkrygen, en met eenen toonen dat de bovenstaande Regelen waarachtig zijn, en 't zal u dan niet verschillen of men bekent geeft de hoogte boven den Horizont, of zijn afstant van het Toppunt, maar gy zult bevinden dat dit leste de kortste bewerking maakt.

XI. *Exempel*. Anno 1677, den 16 April, wert de Zon in Zuyden, boven den Horizont, geschoten 54.16: Vrage na de breete? komt 46.14 N. breete.

XII. *Exempel*. Den 19 October, van 't zelvige jaar wert hy boven den Horizont, in 't Zuyden, bevonden 33.36: Vrage als boven? komt 46.15 N. breete.

XIII. *Exempel*. Anno 1677, den 7 September, wert de Zon in 't Zuyden beneden 't Zenith bevonden 6.6: Vrage, &c.? Antwoort.

XIV. *Exempel*. Men schiet de Zon in 't Zuyden boven den Horizont 88.12, als hy hadde 23.36 Zuyder declinaty: Vrage, &c.? Antwoort

XV. *Exempel*. Men schiet hen in 't Zuyden boven den Horizont 73.12, als zijn declinaty is 16.48 Zuydelijk: Vrage, &c.? Antwoort

XVI. *Exempel*. Men schiet de Zon in 't Noorden boven den Horizont 88.12, als hy 0.14 Zuyder declinaty heeft: Vrage, &c.? Antwoort

XVII. *Exempel*. Den 5 July, 1677, wort de Zon in 't Noorden boven den Horizont geobserveert 67. 16: Vrage, &c.? Antwoort

XVIII. *Exempel*. Eender schiet een Star in 't Noorden boven den Horizont 79.48, wiens Noorder declinaty is 23.16: Vrage, &c.? Antwoort

XIX. *Exempel*. De Zon op 't leegste zijnde, wert in 't Noorden boven den Horizont geschoten 4.8, hebbende 23.11 Noorder declinaty; Vrage, &c.? Antwoort

XX. *Exempel*. De Zon wert in 't Noorden boven den Horizont geschoten 8.17, en in 't Zuyden 36.3: Vrage, &c.

Trekt 8.17 van 36.3, rest 27.46, de helft is 13. 53, zijn complement is 76.7, de Noorder breete.

XXI. *Exempel*. De Zon wert in 't Noorden boven

den

den Horizont geschoten 6. 40 m. en in 't Zuyden 13. 26 m.: Vrage &c.? komt 77. 37 m. N. breete.

XXII. *Exempel.* Anno 1677, wert, op Noorder breete, wanneer de dagen afnemen, de Zon in 't Zuyden beneden 't Zenith geschoten 56. 4 m., en in 't Noorden boven den Horizont 4. 6 m.: Vrage na de Polus hoogte, de Zons declinaty, en de dag der waarneming? Antw. men is op 75. 6 m. N. breete; de Zon heeft 19. 1 m. Noorder declinaty, en de waarneming is geschiet tussen den 27 en 28 July.

XXIII. *Exempel.* Als men de groote Hont in 't Zuyden, en de kleene Hont in 't Noorden, beyde even hoog ziet, zoo wert gevraagt na de Polus hoogte de kleene Hont hebbende 6. 6 m. Noorder, en den groten Hont 16. 14 m. Zuyder declinaty. Antwoort op

XXIV. *Exempel.* En zoo de kleene Hont 10 Graden hoger bevonden was als de groote, op wat breete zoude het schip dan wezen? Antwoort op

Hierby zullen wy dit Hoofstuk af korten, alleenlijk zullen wy noch zeggen dat de declinaty, die men in de Tafelen vint, eenige vergoeding van noden heeft, als men curieus wil zijn, en dat men merkelijk buyten de Meridiaan van Amsterdam is, om dat de Tafelen op de lengte van deze plaats uytgerekent zijn, doch wy zullen de vergoeding hier niet beschrijven, maar zullen UL. wijzen in onze Navigaty, daar gy noch andere vergoeding zult vinden, als die op de dampheffing, het verschilzicht, en de hoogte van 't oog passen, om dat dit alle zaken zijn van kleen belang en genoegzaam van geen gebruyk.

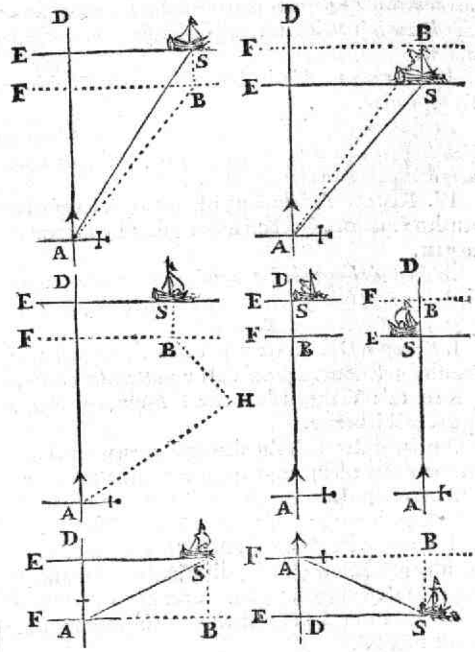
Hoe men het stuk in de Kaart zal stellen, als de waargenomene breete, met de gegiste breete, niet overeen komt.

De waargenomene breete noemen wy die dewelke door hoogmeting aan de Zon, of aan de Starren, gevonden wert, en de gegiste, die wy verkrijgen, door afpassing van de gegiste koers en veerheyt: zoo deze twee overeen komen zoo valt'er niets te verbeteren, maar daar in verschil vindende, gelijk het gemeenlijk gebeurt, zoo gebruykt men deze

REGEL. Om het stuk in de Kaart te stellen, als de waargenomene en de gegiste breete komen te verschillen.

Van de plaats, door gegiste koers en veerheyt verkregen, past recht Zuyden of Noorden aan tot op de waargenomene breete, daar de passing eyndigt is de bekomene plaats, of het stuk in de Kaart.

By Voorbeelt, Indien van A gezeylt wert, met een doorgaande, of met een gekoppelde koers, tot dat men naar gissing, of volgens gegiste koers en veerheyt, gekomen is in B; en indien men dan, door observaty, zich bevint te wezen tot op de breete van E S, dan stelt men het schip in S, te weten van B af recht Zuyden of Noorden aan tot op de waargenomene breete: de gegiste Zeylagy mag dan ook gedaan zijn zoo het wil, of recht Zuyden, Noorden, Oost, of West of op een van de kromstreken, met een doorgaande, of met een gekoppelde koers. AS is dan de gezeylde,



of ten minsten de verbeterde koers en veerheyt.

Deze manier van doen is zeer licht; ze leyt de koers, en ook de veerheyt, beyde gegist zijnde, iets te last, gelijk lichtelijk uyt het nevenstaande kan bespeurt werden; en zulx is ook redelijk, dewijlze beyde konnen missen; uytgenomen als de gegiste koers is recht Zuyden of Noorden, want in zoodanigen geval komt al de last op de veerheyt.

V. HOOFTSTUK.

Van de Tyrekening.

Hier by verstaan wy die rekening dewelke ons aanwijst wanneer het water hoog of te laag zal zijn, of wanneer de Eb en Vloet haar begin zullen nemen, dienstig zijnde om een ondiepe haven uyt of in te zeylen.

In veele haavenen van Europa, alwaar veel gevaren wert, en die ondieptens hebben, gelijk ze dat gemeenlijk onderworpen zijn, daar heeft men lieden haar dies verstaande, Lootsluyden genaamt, die aan boort komen, en het schip uyt of in de haven brengen: in zulken geval heeft een Stierman niets, dies aangaande, te verrichten: maar dewijl het zomtijts gebeurt dat dit niet en geschiet, en voornamelijk om dat men veele havenen moet in en uyt zeylen alwaar men zoodanige lieden niet en vint, daarom is het nodig dat een Stierman weet waarna hy zich, in zoodanigen geval, zal hebben te schikken.

Hy weet alrede, dat men in zoodanigen gelegentheyt, gedurig het loot moet werpen, en bezonder als hy hy vermoet omtrent ondiepte te wezen, en dat hy geen Haven moet in of uytzeilen als met een rysentwater, op dat hy, vast rakende, terstont wederom driftig wort, ten ware dat de ondiepte van de Haven ons dit verboot.

In een Haven leggende, zoo ziet men met het oog, door de draying van het schip, wanneer de Vloet begint, zoo ook gemeenlijk als men daar voor ten anker leyt, maar uyt ter Zee aankomende, zoo kan dit niet wel geweten werden by het gezicht, maar wel door de Tyrekening, van te voren wetende op wat tyt dat het in zoodanigen Haven, met nieu of volle Maan, hoog of leeg water maakt.

Voor lange tyt hebben de Starrekundigers de Stierlieden Regelen voor geschreven, om daar door uyt te vinden de tyt van de Eb en Vloet, maar voornamelijk om uyt te rekenen de ouderdom van de Maan, die zy getrokken hebben uyt de loop van de Maan en van de Zon, om dat dese sich naar haarer beyde beweging Reguleert, of eygentlijk naar de distanty die zy van den anderen af zijn.

Zy hebben aangemerkt dat de Maan, ten eynde van 19 Jaren, op een zelfde stant met de Zon komt, dat is, tegenwoordig nieuwe Maan zijnde, dat het over 19 Jaren wederom nieuwe Maan zoude wezen: dat de nieuwe Maan alle Jaren 11 dagen later quam, en dat, anno 1500, het Jaar in Maart rekenende te beginnen, dit alle gelijk was, uyt welke dingen zy ons voor gedragen hebben de volgende getallen.

't Gulde getal ——	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.
d'Epacta na de N. st.	1.	12.	23.	4.	15.	26.	7.	18.	29.	10.	21.	2.	13.	24.	5.	16.	27.	8.	19.
d'Epacta na de O. st.	11.	22.	3.	14.	25.	6.	17.	28.	9.	20.	1.	12.	23.	4.	15.	26.	7.	18.	29.

Het eerste de naam gevende van Gulde getal, om dat het de Romers van de Egiptenaars ontfangen hadden in gulde, of in goude Letteren: het tweede Epacta. Dat van de N. styl is'er zedert de herstelling van de styl bygevoegt, verschillende met die van de oude overal 10 dagen: maar weest verdacht dat dit anno 1700 zal verschillen 11, en anno 1800, 12 dagen, dog dan dag en raat. Zy hebben ons voorgeschreven dese

Regel. Om de ouderdom van de Maan te vinden.

Trekt van u Jaartal 1500 af, zoo het in of na Maart is, maar daar voor zijnde trekt'er 1501 af, de rest deelt door 19, het overschot (maar niet de uytkomst) is het Gulde getal van dat jaar: beziet, in het voorgaande Tafeltje, wat Epacta onder dit Gulde getal staat: by deze Epacta vergaart de maanden die'er zedert Maart verlopen zijn, tot in de begeerde maant, Maart voor 1 tellende, en by deze som addeert noch de dagen die gy in de maant zijt, 't beloop toont de ouderdom van de Maan ingeval het getal minder als 30 is maar meerder zijnde, zoo trekt'er 30 af, het overige is het begeerde. 0, of 30 geeft nieu, en 15 volle Maan.

Exempel. Anno 1677, den 4 July Nieuwe styl, begeert men te weten de ouderdom van de Maan.

1677
1500
——
177
19 ——
9, en byft over 6 het Gulde getal

26 d'Epacta
5 de maanden
4 de dagen
——
35
30
——
rest 5 dagen zo de Maan out is,
dat is 5 dagen na de nieuwe ☾.

Van 1677 trekt 1500, rest 177; dit deelt door 19, komt 9, en blyft over 6, het Gulde getal van het Jaar 1677; hierop vint men de Epacta na de Nieuwe styl 26, waarby addeert 5, de maanden die zedert Maart verlopen zijn, Maart voor 1 tellende, (als Maart 1, April 2, May 3, Juny 4, July 5) en noch daar by 4, de dagen in July, komt te zamen 35, hieraf 30, blyft 5, de ouderdom van de Maan op den 4 July 1677 Nieuwe styl, zijnde 5 dagen na de nieuwe Maan.

II. *Exempel.* Anno 1676, den 6 January N. styl, vraagt men na de ouderdom van de Maan.

1501
——
175
19 ——
9, en schiet over 4 't Gul. g.
hier op vint men d'Epacta 4
by 11 wegens de maanden
noch 6 wegens dagen
——
21
15
——
6 de dagen na vol.

III. *Exempel.* Den 11 February 1676, O. styl, vint men de Maan out te wezen 7 dagen, dat is eerste Quartier.

Wetende dan de ouderdom van de Maan, zoo vint men het verschil des tyts tusschen de Zon en de Maan, dat is de tyt, of de uren die de Maan na de Zon in het Zuyden komt, door deze

Regel. Om het verschil des tyts tusschen de Zon en de Maan te vinden.

Vermenigvuldigt de Maans ouderdom met 4, het komende deelt door 5, zoo is het quotient de uren, en het overschot met 12 vermenigvuldigt, de minuten die de Maan later in het Zuyden komt als de Zon, of het verschil des tyts.

Exempel. De Maan out zijnde 6 dagen
4
——
5/ 24/ 4 uren
't overschot 4
12
vem. ——
48 minuten.

 Ver-

Vermenigvuldigt de 6 dagen met 4, komt 24, dit deelt door 5, komt 4 uren, en schiet over 4, deze 4 met 12 vermenigvuldigt, komt 48 minuten: zoo dat het verschil des tijts is 4 uren 48 m. als de Maan 6 dagen out is.

Aanmerking. Het Gulde getal wetende, zo wert de Epacta van veele gevonden door telling op de duim, dus: zy considereere dat op het voorste van de duim, of op de nagel, 1 staat; op het midden, of op de eerste knokkel 10, en achter op de tweede knokkel 20. Dan tellen ze van de nagel beginnende, 1, op de eerste knokkel 2, op de tweede knokkel 3; en dan weer op de nagel 4, en zoo vervolgens. Het getal 't welk op dat deel geconsidereert is daar de telling eyndigt, wert gevoegt by het Gulde getal, komt de Epacta na de Nieuwe stijl, maar de telling van de eerste knokkel beginnende, men heeft de Epacta van de Oude stijl, het geene boven de 30 is behoudende, zo het 'er over is, gelijk zulx lichtelijk kan getoest werden.

Maar, dewijl deze rekening, als zeer ruw zijnde, wel zomtijts een uur in tijt met de zaak kan komen te verschillen, zoo hebben de liefhebbers hier toe Tafelen vergadert, die van dag tot dag, en van Jaar tot Jaar, uyt de Astronomia zelfs, uytgerekent zijn, dewelke met de waarheyt overeen treffen, die in de Graadboekjens te vinden zijn, en daar t'elkens vernieut werden. Hier in vint men het verschil des tijts, zonder eenige rekening, van dag tot dag.

Hier in ziet men dat het verschil des tyts, anno 1677 den 4 July, is 3 uren 6 m. daar het na de voorgaande calculaty zoude zijn 4 uren, om dat de Maan na die rekening 5 dagen out is, verschillende by na een uur.

Om te vinden wanneer het hoogwater zal zijn.

Hier toe moet bekent zijn de tijt wanneer het met nieu of volle Maan; op de plaats daar van men de calculaty doen wil, hoog water maakt; *By deze tijt moet men vergaren de tijt des verschils, de som is het begeerde*, 12 uren daar van aftrekkende zoo 't 'er over is.

Exempel. Den 4 July 1677, begeert men te weten wanneer het, tot Amsterdam, hoog water zal zijn.

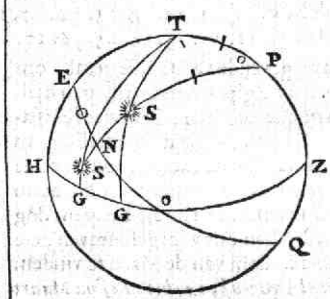
Men ziet in de Tafel, vergaart in onze Navigaty, of in het Graadboekje, dat het tot Amsterdam ten 3 uren hoog water is, met nieu of volle Maan: hier by vergaart 3 uren 6 m., 't verschil des tijts den 4 July 1677, komt 6 uren 6 m., de tijt wanneer het hoog water is tot Amsterdam den 4 July.

Den 14 July, van 't zelvige Jaar, zal het voor het Vlie ten 8 uren 40 m. hoog water wezen.

Hebbende dan alzoo uytgevonden de tijt wanneer het, op die plaats, die men begeert in te zeylen, hoog water zal zijn, zoo is daar door openbaar wanneer het leeg water is, want 6 uren 12' by de tijt van het hoog water adderende, men heeft de tijt van het naast aanstaande leeg water, en substraheerende, van het naast voorgaande; en dan is openbaar wanneer het water een uur of twee gevloeyt heeft; en alzoo is bekent wanneer dat men zoodanigen Haven behoorde in te zeylen.

Om te vinden hoe laat dat het is.

Het is niet genoeg dat men weet wanneer het hoog of leeg water zal wezen, maar men moet ook weten hoe laat dat het is zal men het eerste konnen gebruyken: gemeenlijk weet men dit na genoeg zonder eenige observaty, door 't uytlopen der glasen zedert de opkomst van de Zon, welkers tijts uyt de Almanakken, of Graadboeken, gesien wert, of zedert zijn komst in het Zuyden; of men kan het vinden door een Æquinoctiaal Kompas, of eygentlijk Zonnewyzer, welkers gedaante en gebruyk in de Graadboeken beschreven is, maar zeer bezwaarlijk door 't slingeren van het schip; of ook op deze wyze, waargenomen hebbende de Azimuth, of de streek van de Zon op die tijt.



Aanmerkt, van de nevenstaande Figuur, HZ voor de Horizont, HPQ voor de Meridiaan, EQ voor de Æquinoctiaal, T voor het Toppunt, P voor de Pool, en S voor de Zon: dan is TP Schilboog van ZP de Polus hoogte: PS Schilboog van SN de Zons declinaty, PTS gelijk ZG de streek, en TPS (gelijk EN) de uren van de middag af: de drie eerste termen zijn bekent, als TP, PS, en PTS, en de laatste wert begeert, te weten TPS: en wert gevonden volgens het 4 Voorstel der Klootze driehoeken.

Als men op 53 Graden Noorder breete, de Zon pijlt O. ten Z., wanneer zijn Noorder declinaty is 23. 36, is TP 37. 0; PS 66. 30, en PTS 101. 15: hier door vint men TPS 57. 30, dit door 15 gedeelt tot uren, om dat 15 van deze Graden een uur doen, komt 3 uren 50 minuten, dit van 12 uren, om dat het voor de middag is, rest 8 uren 10 m. voor de begeerde tijt.

Als men, op de zelfde Polus hoogte, de Zon Z. W. ten Z. pijlt, wanneer hy 23.30 Zuyder declinaty heeft, zoo is TP 37. 0. PS 113. 30; en PTS 146. 15: hier door vint men TPS 37. 0, dat is 2 uren 28 m., zoo laat het is, om dat het na de middag is.

Om dat deze rekening wat moeylijk valt, zoo zijnder op deze wyze twee Tafelen uytgerekent, en vergaart in onse Navigaty, of ook in de Graadtboekjens, dienende volstrekt op de Polus hoogte van 50 en van 53 Graden, om dat ze daar op uytgerekent zijn, en na genoeg op de Polus hoogte van 47 tot 56 Graden, mits haar verschil waarnemende, sulx dat dese konnen dienen langs dese, de Engelse en de Franse kusten, van de Elve af tot aan 't einde van 't Canaal: en ook op alle andere plaatsen die op dese hoogte gelegen zijn.

Men kan de tijt ook noch anders vinden, afmetende de hoogte van de Zon, in plaats van zijn Azimuth, of ofstreek, dat is de boge GS, of zijn complement TS, in plaats van de hoek PTS: en in zoodanigen geval is, van driehoek PTSP, bekent drie zyden; PT en PS als boven, en TS in dit geval, en overzulx vint men de uurhoek TPS door het 5 Voorstel der Klootze driehoeken: en deze manier is zekerder als de voorgaande, om dat de hoogte naukeuriger waar te nemen is als de streek, maar het komt in deze op geen quartier uurs aan.

Als men op 53 Graden N. breete, de Zon, voor de middag, schiet 46 Graden hoog, wanneer zijn N. declinaty is 13. 36′, zoo vint men 24. 46 voor de hoek TPS, of 1 uur 39 minuten, dies is het 10 uren 21 minuten voor de middag.

VI. Hoofstuk.

Om goede gissing te maken van de Koers en Veert van 't Schip.

WY hebben in 't begin gezegt dat wy van deze zaak wilde afzien, en hen geheel en al aan de ervarentheyt opofferen, als zaken wezende die eenvoudig zijn als men ze in de practijk ziet, en die duyster zijn als men ze leest: maar om dat ik oordeelde, dat U L., die dit leest: weynig ondervinding hier van hebt, zoo hebbe ik voorgenomen dit hier by te voegen: aanmerkt het niet als wetten die moeten, maar als middelen die konnen nagevolgt werden.

Van de koers zullen wy niet anders seggen, *als dat de wraking op het best gekent wert door de achteruytdryving van het zog, en voornamelijk als de Zee weynig bewogen wert, en dat dit zeer gemakkelijk afgemeten wert door het Kompas:* En alhoewel dit zeer ruw is, zo is het evenwel de sekerste middel die men kan gebruyken.

De voortgaan van het schip te kennen heeft meerder swarigheyt in, dat is de mylen te konnen gissen, by alle gelegentheden, en by alle hoedanigheden der winden, die het schip in het etmaal door 't water zeylt: dit wert gemeenlijk afgemeten door de veert, of snelte van de witte schuim vlekken die voor by het schip heen schieten. Een die hier in ervaren is weet daar door een tamelijke goede gissing te maken, maar, zoodanigen ondervinding niet hebbende, zoo kan ze verkregen werden op deze wyze.

Men moet zich voor eerst oeffenen in iets waardoor de tijt afgemeten wert, dat geschieden kan door een wandeling op het schip met een eenparige tret; of met telling van 1, 2, 3 &c. eventas: want deze wandeling door oeffening zig aangewent hebbende eenpariglijk te doen, of de telling gewoon sijnde eventas is te volbrengen, even gelijk de Musikanten de maat, zoo kan men lichtelijk vinden hoe veel treden dat men doen moet, of tot wat getal dat men tellen moet, eer een minuits glaasje zal uytlopen, met sulx menigmaal te proberen, of een ander glaasje dat korter of langer loopt, om dat dit evenveel is: maar staat aan te merken dat de telling in gelijke, of evenveel sillabige woorden behoorde te geschieden, om dat het anders zeer beswaarlijk sal sijn eenpariglijk te tellen, en daarom zal 't best zijn de telling van 21 af te beginnen tot 100 toe, en dan zal men 80 getelt hebben; en dan wederom van 21 op nieu te beginnen zo het nodig is.

Indien men dan een glaasje heeft dat 72 maal in een uur uytloopt, en dat men 40 telt terwijl het leeg loopt, zo multipliceert 72 met 40, komt 2880, zoo veel telt men in een uur, dit noch vermenigvuldigende met 24, komt 69120, zoo veel telt men in een etmaal: en, 48 tellende op een min. glaasje, zoo telt men mede 2880 in een uur, en 69120 in 24 uren: en zoo in alle andere gevallen, naar dat men zulx ondervint, want dit is alleenlijk voorbeeltscher wyze voorgedragen, een ygelijk moet het uytrekenen naar dat zijn glaasje loopt, en naar dat zijn telling is.

72
40
———
2880 in 1 uur
24
———
69120 in 24 uren

Dit eens uytgerekent hebbende, en vast in de telling wezende, dan heeft men niet anders te doen *als twee bakens in ly van het schip te stellen, die men bequamelijk zien kan, dicht by 't water, en die een effen distanty in Rijnlantze voeten maken, en beginnen te tellen als zeker verkorene schuim vlek aan 't merk, dat het naaste by de boeg is, en eyndigen als het aan het ander merk komt*, en dan heeft men niet anders te weten als dat een gemeene mijl doet 22800 Rijnlantze voeten.

By Voorbeelt: Men hadde in ly van het schip afgetekent een distanty van 60 Rijnlantze voeten, en men telde 8: zegt dan; als men 8 telt, zoo loopt het schip 60 Voeten, wat als men 69120 telt? komt 518400 voeten: en dan, 22800 voeten doen 1 myl, wat 518400 voeten? komt $22\frac{3}{4}$ mijl nagenoeg.

telt *voeten* *telt*
8 —— 60 —— 69120? komt 518400 *voeten.*
voeten *mijl* *voeten*
22800 — 1 — 518400? komt $22\frac{3}{4}$ *mijl.* na genoeg

Ofanders, en korter: Eerst vindende hoe veel dat men tellen moet over de voortgang van deze 60 voeten, als het schip in 't etmaal zoude zeylen 1 mijl, dus: over 22800 voeten, dat is 1 mijl, zal men in 't etmaal moeten tellen 69120, hoe veel over 60 voeten? komt $181\frac{17}{19}$, of nagenoeg 182 die men over dese 60 voeten tellen moet, zal men 22800 voeten, of een mijl, in 't etmaal vorderen.

voeten *tellen* *voet.*
22800 — 69120 — 60?
komt $181\frac{17}{19}$, *of nagenoeg* 182
zoo veel men tellen moet over 60 voeten, zal het schip in een etmaal een mijl vorderen.

Dit kan dienen om door een enkele divisy de veerheyt in 24 uren te vinden, *deelende deze* 182 *door het gene dat men telt.*

8 Tellende, zoo vint men $22\frac{3}{4}$ mijlen in 't etmaal vertiert te hebben.

Deelende de 182 door 8, 6 tellende $30\frac{1}{3}$, en 10 tellende $18\frac{1}{5}$ mijlen.

182 | 8 | $22\frac{3}{4}$ mijlen, 182 | 6 | $30\frac{1}{3}$ mijlen. 182 | 10 | $18\frac{1}{5}$ m.

Zijt verdagt dat de voeten, die men aan het ſchip afmeet, altijt Rijnlantze moeten wezen, om dat de 22800 voeten Rijnlantze zijn.

Maar dewijl het meeſtedeel gebeurt dat men deſe maat niet by zich heeft, zoo weet dat

10 Rynlantze voeten doen 11 Amſterdamze voet.
en 21 Rynlantze voeten doen 22 Middelburgſe voet.

En dat dit alle hout voeten zijn, gelijk de duymſtokjens die de Timmerlieden daaraf hebben.

Hier door blykt dat men *66* Amſterdamze voeten moet afmeten om *60* Rynlantſe te hebben, zeggende, 10 Rynlantſe doen 11 Amſterdamſe, wat 60 Rynlantſe? komt *66* Amſterdamſe; en zoo in alle andere mate en gelegentheden.

Het zal u niet moeylijk vallen, met een eenparige voortgang, meerder of minder tyt als een etmaal gezeylt hebbende, de vertierde veerheyt uyt te rekenen, om dat dit door de evenredigheit gevonden wert; ook niet als gy verſcheyde tellingen hebt bevonden, om dat, elk beſonder uytgerekent zijnde, de ſom van deſe zal toonen de vertierde veerheyt, of anders zonder elk apart te vinden.

Genomen, men zeylde, op de telling van 8, in 60 voeten, 8 uren; op de telling van 7, 12 uren; en op de telling van 6, 16 uren: Vrage na de vertierde veerheyt in 't etmaal, en ook in 't geheel.

uren *tell.*
8 —— 8 | 64
12 —— 7 | 84
16 —— 6 | 96
36 | *244
182

6552 | $26\frac{52}{61}$ *myl in 't etmaal,*
*244 |

of nagenoeg $26\frac{5}{6}$ *m.*

Dan: *uren* *mijl.* *uren*
24 — $26\frac{5}{6}$ — 36?
komt $40\frac{1}{4}$ *mijlen vertiert in 't geheel.*

Multipliceert de uren met het geene daarin getelt wert, als de 8 uren met de 8, die men in deſe uren getelt heeft; ook de 12 uren met de 7; en de 16 uren met de 6, komt 64, 84, 96: *deze vergaart*, komt 244: *De uren mede vergaart*, komt 36: *deze vermenigvuldigt met* 182, *het voren gevondene getal*, komt 6552, dit gedeelt door de 244, komt $26\frac{5}{6}$ mylen nagenoeg, voor de vertierde veerheyt in het etmaal.

Om de zelve in 't geheel te vinden, zegt, 24 — $26\frac{5}{6}$ — 36? komt $40\frac{1}{4}$ mylen, zoo in 't geheel geheel gezeylt is.

uren *tell.*
8 —— 8 | 64
12 —— 7 | 84
16 —— 6 | 96
36 | 244
$\surd$ | 24
1296 | 5876
182

235872 | $40\frac{17}{61}$ *of nagenoeg* $40\frac{1}{4}$ *m.*
5876 |

Indien men de geheele veerheyt ten eerſten begeerde, zoo moet men de gezeylde uuren met zich zelfs multipliceeren, komt 1296, en dit noch met het gevondene getal 182, komt 235872, en dit moet men divideren door 5876, dat is, door het product multiplicerende de 244 met 24,

of 235872.0 | 40. 3 *m. nagen.*
5876 |

komt na genoeg $40\frac{1}{4}$ mylen, voor de gehele vertierde veerheyt als boven.

Of een o by de 235872 voegende, komt 40. 3 mijlen nagenoeg.

Tot dit zelfde eynde wert ook veeltijts gebruykt een kleen houte ſcheepje, latende dit achteruyt drijven, aan een dun lijntje, terwijle een minuits glaasje uytloopt, en nemende dan waar hoeveel voeten het lijntje geviert is, gelijk zulx in onze navigaty naukeuriglijk beſchreven is: maar, om dat wy oordeelen het bovenſtaande 't gemakkelijkſte, en 't gebruykelijkſte te wezen, zoo zullen wy dit hierby laten beruſten, en zeggen alleenlijk.

Indien iemant ſterk van inpreſſy, of van inbeelding is, zoo kan hy, zonder de boven geſchreve telling te gebruyken, een tamelijke goede giſſing leren maken: want, zoo menigmaal als men ruymſchoots zeylt, of zoodanig dat het ſchip niet en wraakt, en dat de koers na by, of in het Zuyden, of in het Noorden valt, en dat men binnen 24 uuren, of binnen korter tijt, twee maal de hoogte kan nemen, zoo mag men dit oeffenen, om dat men de veerheyt, die gezeylt is, kan afpaſſen, of uytrekenen, ter oorzake dat als dan de koers en het verſchil der breete gegeven is: want, met een ſterke verbeelding, op de voortgang van 't ſchip, of op de voorby ſchieting van de ſchuymvlekken, gelet hebbende, en wetende de voortgang van 't ſchip in 't etmaal, zoodanig zeylende, en dit te zamen onthoudende, zoo kan het dienen in alle diergelijke voortgangen, ja in alle andere, indien men het onderſcheyt tamelijk kan giſſen.

Men kan het zelfde menigmaal zeer gemakkelijk oeffenen, als men met een doorgaande koers, die niet en wraakt, en met een eenparige voortgang, zeylt van het eene lant tot het ander, of van de eene punt tot de ander, welkers koers en veerheyt bekent is: want als dan heeft men geen andere obſervaty te doen, als de tijt waar te nemen die men daar over zeylt, dat gemakkelijk om doen is, om dat men daar door uytrekent de veerheyt in 't etmaal: en dan heeft men alleenlijk een vaſte verbeelding te maken van de voortgang des ſchips in maniere als voren.

Maar dewijl deze waarnemingen onderworpen zijn de beweging der ſtroomen, en de voorgaande, van de telling, niet, en ze ook alleenlijk ruſt op de kracht der verbeelding, en de andere op de meting, daarom preferere ik de eerſte boven deſe, en heb ze daarom ook UE. eerſt voorgedragen.

Nu achte ik niet alleenlijk voldaan te hebben in dit deel van de giſſing, maar ook in alle het geene nootzakelijk is tot de groote Zeevaart: ik zegge nootſakelijk, om daar door uyt te ſluyten 't gene de gewoonte hier aangevoegt heeft: 't geen wy op de kaarten hebben leren afpaſſen is men mede gewent door driehoeken uyt te rekenen, en het is zoo verre gekomen dat dit leſte een onafſcheydelijk punt ſchynt te weſen, daar 't nochtans zeker is dat wy met de afpaſſing konnen

nen volstaan: wy zullen 't echter hierby voegen, op dat gy geen reden van misnoegen zou hebben.

VII. HOOFTSTUK.

Van de uytrekening der koerzen na de platte en wassende Kaart.

ZOodanig noemen wy die zaak, dewelke door rekenen alleen zal leeren uytwerken, 't geene wy hier voren door afpassing, op de kaarten, verricht hebben: Dit is nu het subject: De driehoekx rekening is het voornaamste in deze, welke kunst wy onderstellen dat gy alrede weet: 't geen boven dit moet gekent werden zullen wy alleenlijk U L. voordragen.

Wy hebben hier voren aangemerkt dat de zeylagien konnen zijn.

Of recht Zuyden of Noorden,
Of recht Oost of West,
Of op een van de Kromstreken.

En wy zeggen nu dat deze drie elk haar bezondere uytrekening hebben, en daarom zullen wy hen ook elk bezonder verhandelen.

I. *Als men recht Zuyden of Noorden zeylt.*

In zodanigen geval blijft men op een zelfde lengte; de brete verandert alleenlijk; 15 mylen zeylens maakt een Graad in breete, en daarom, 45 mylen zoodanig gezeylt hebbende, zoo is de breete 3 Graden verandert: 48 mylen geeft 3 Graden 12 minuten, en dat na beyde de Kaarten, de wassende zoo wel als de platte: van 40 Graden N. breete, 50 mylen Zuyden aan gezeylt wezende, men is gekomen op 36.40 N. brete.

II. *Als men recht Oost of West zeylt.*

Nu blijft men op een zelfde breete; de lengte verandert alleenlijk.

Na de platte Kaart. Hier in valt niets te rekenen, alzo in de zelve geen lengte in Graden geconsidereert werden: 30 mylen Oost gezeylt hebbende, men zegt 30 mijlen Oostelijk, of in lengte, gewonnen te hebben.

Na de wassende Kaart. Gebruykt deze

ALGEMEENE REGEL.

Gelijk de straal,
Tot de gezeylde Veerheyt;
Alzoo Snijlijn van de breete,
Tot de veranderde lengte.

Exempel. Men zeylt van Lezart, leggende op 50 Graden N. breete, en 10. 55 lengte, recht West 60 mijlen: Vrage na de bekomene lengte?

Nu volgens de Regel van hier boven.

straal	*veerh. in min.*	*Sn. van* 50.0
100000 geeft ——	240 wat ——	155572?

komt 373 m. verschil der lengte
60 ———
of 6. 13, dit
van 10. 55, om dat de lengte vermindert
———
rest 4. 42, de bekome lengte.

Aanmerking. Op deze wijze wert de achtste streek, in de Tafelen der Kromstreken, uytgerekent. Om dat daar in zoo wel als hier, gegeven is de breete en veerheyt 60 mijlen, op 50. 0 breete, Oost of West zeylende, zoo wijst de voornoemde Tafel aan dat het verschil der lengte is 6. 13, 't geen hier boven mede door rekening gevonden is.

Door het omkeersel van dit vint men hoeveel mijlen dat men zeylen moet, op een gegeve breete, eermen een Graad meer of min in lengte verandert: of twee plaatzen op een zelfde breete leggende, hoe veel mijlen zy van malkander zijn, als haar beyder lengte of haar verschil, gegeven is; door deze

ALGEMEENE REGEL.

Gelijk de straal,
Tot het verschil der lengte;
Alzoo Sinus complement van de breete,
Tot de Veerheyt.

I. *Exempel.* Op 50 Graden breete, vraagt men hoe veel mijlen dat men zeylen moet om een Graad in lengte te veranderen.

Straal	*vers. der lengte*	*Sinus compl.* 50.0
100000 geeft ——	60. m. wat ——	64279?

komt $38\frac{1}{2}$ minuten na genoeg, de Veerheyt.
4 ———
of $9\frac{5}{8}$ mijl die men zeylen moet op 50.0 br. Om een Graad in lengte te veranderen.

II. *Exempel.* Op 50 Graden N. breete, wort gezeylt recht Oost 36 mijlen: Vrage na de veranderde lengte? Antwoort 3. 44.

III. *Exempel.* Van 6. 12 Z. breete, en 358. 20 lengte, wort gezeylt recht Oost 130 mijlen: Vrage na de bekome lengte? Antwoort 7. 3.

IV. *Exempel.* Van 47. 12 N. breete, en 357. 0 lengte, wil men zeylen recht West tot op 351. 20 lengte: Vrage na de Veerheyt? Antwoort $57\frac{3}{4}$ mijlen.

De deugt van de gestelde Regel blijkt uyt het geene pagina 152 aangewezen is, daar bevestigt is dat DF tot FL is, als AB tot CD, of de straal, tot Snylijn van de breete, als de gezeylde veerheyt, tot het verschil der lengte; dewijl AB de gezeylde veerheyt Oost en West en CD het verschil der lengte is, aanmerkende A en B voor de twee plaatzen tusschen dewelke de zeylagy geschiet is, en die beyde op een zelfde breete leggen.

III. *Als men op een van de kromstreken gezeylt heeft of zeylen moet.*

In de afpassing van deze op de Kaarten hebben wy zes gevallen opgetelt, die in deze mede aangemerkt konnen werden, daar aan wy ons gedragen.

Om deze zaak na de wassende Kaart te verrichten, zoo is ons dienstig de Tafel der vergrootende breete, die gy vint in onze Navigaty, dewelke uytgerekent is in tiende deelen van minuiten. Het verschil der vergrootende brete moetende zoeken tusschen 31. 12 en 39. 0, zoo zoektze in deze Tafel, van 31. 12 en van 39. 0, komt 19720, en 25450; trekt het eerste van het tweede, rest 5730, voor het verschil der vergrootende breete in tiende deelen van minuten, of 573 heele minuten, of 9 Graden 33 minuiten, tuſſen 31.12 en 39.6 breete.

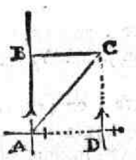
39. 6	25450	} afgetr.
31.12	19720	
	reſt 5730 tiende m.	
	of 573— heele m.	

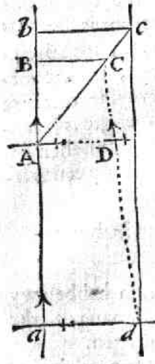
Van twee plaatſen A en B, gegeven zijnde voor de brete van A 31.12, en voor het verſchil der vergrotende breete tuſſen A en B 5730, zo vint men de breete van B, vergaderende 5730 by de 19720, de vergrotende breete van B, indien B op meerder breete leyt, maar daar van aftrekkende indien B op minder breete leyt, komt 25450, en 13990, de vergrootende breete weſende van 39.6, en van 22.42; zulx dat B leyt op 39.6 breete in 't eerſte geval, en op 22.42 in 't tweede geval. Dit ſtelle ik vooraf, om dat het u te ſtaade zal komen.

A 31.12′	19720
	5730
B 59. 6	25450
B 22.42	13990

Nu ter zake, maar vooreerſt een

Algemeene Voorbereyding. Aanmerkt, van de nevenſtaande Figuren, A en C voor twee plaatzen op den Aartbodem: A voor de gene waar van dat men afzeylen wil, of afgezeylt is, en C voor de gene daar men komen moet, of gekomen is: C leyt in deze Ooſt en Noortwaarts van A af. In beyde de Figuren is A C de waarachtige veerheyt, B A C de koers buyten 't Noorden, en D A C die buyten 't Ooſt: nemende dat CB, of *c b* (in beyde de Figuren) evenwydig is aan AD, of rechthoekig is op AB, zoo is, in yder, AB het verſchil der breete; CB wijſt aan de diſtanty die C beooſten de Meridiaan van A is, en AD het zelvige zoo veel A beweſten de Meridiaan van C is. In de platte Kaart zijn deſe C B en A D evengroot, als in de eerſte Figuur, maar in de natuur, dat is na de ronde Globe, is AD een weynig langer als CB, om dat A nader aan de Æquinoctiaal is. In de tweede Figuur, na de waſſende Kaart, is *a d*, of *b c* het verſchil der lengte, en A *b* het verſchil der vergrootende breete, die tegen den andere evenredig zijn, nagenoeg als CB tegens AB. Indien AB gegeven is, zoo kan men A *b* vinden, en A*b* bekent zijnde, zoo kan men AB bekomen, op de wyze als nu even geleert is, daarom moet men geen onderſcheyt maken, of de een, dan of dat de ander bekent gegeven is.





Dit wel verſtaan hebbende, zoo zal u in deſe niets voortkomen dat gy niet met gemak voor de vuyſt, om zoo te ſpreken, zult konnen oploſſen, om dat gy alrede weet op wat wyſe allerley ſlag van Driehoeken ontbonden moeten worden, en voornamelijk de rechtliniſche rechthoekige, die in deze alleenlijk voorvallen. Want, het verſchil der lengte en breete bekent zijnde, dat is, in de eerſte Figuur, AB en BC, en in de tweede A B, of liever A *b* en *b c*, zoo weet gy op wat wijze dat daar door gevonden wert B A C de koers; en om dat als dan, in beyde de Figuren, bekent is A B en B A C, zoo weet gy door wat middel A C, de veerheyt, gevonden kan werden. Bekent gegeven zijnde de koers B A C, en de veerheyt A C, zoo weet gy hoe men A B, het verſchil der breete, vint, en B C het verſchil der lengte na de platte, maar *b c* na de waſſende, om dat door de gevondene A B, de andere A *b*, openbaar is. En hier uyt ziet men dat'er geen ander onderſcheyt is, tuſſen de uytrekening na de platte en na de waſſende Kaart, als dat men alleenlijk, na de waſſende, het verſchil der vergrootende breete moet vergelijken tegen het verſchil der lengte: Indien dan, in een proportie van vier evenredige, het verſchil der lengte moet gebruykt werden, of als bekent, of als zoekende, zoo moet, na de waſſende Kaart de uytrekening doende, het verſchil der vergrootende breete in deze proporty, in gevoert werden, of als zoekende, of als bekent, en hier en mag men niet buyten ſtappen: in de platte is het verſchil der ſimpele breete hier tegen evenredig, en tuſſen deze twee en is geen ander onderſcheyt: dit waarnemende zult gy de volgende Regelen by u zelfs konnen maken, en anders niet.

Maar dewijl ik uwe ſwakheyt kenne, en wete dat gy veeltijts ſtruykelt als u bekende zaken, alleenlijk in een ander habijt, voorkomen, zoo zal ik deſe dingen hier zoodanig voordragen als of gy 'er niets af en wiſt: de demonſtraty zal ik alleen nalaten, om dat ze nu alrede gegeven is.

I. VOORSTEL.

Bekent zijnde het verſchil der lengte en breete: te vinden de koers en veerheyt.

Dat is; in de platte, gegeven zijnde B C en A B; en, in de waſſende, *b c* en A B: te vinden in beyde B A C en A C: en wert gevonden door deſe Regelen.

Om de koers te vinden.

Gelijk het verſchil der breete na de platte, en vergrootende breete na de waſſende,
Tot de Straal;
Alzoo het verſchil der lengte,
Tot Raaklijn van de koers buyten 't Z. of N.

Om de Veerheyt te vinden.

Gelijk de ſtraal,
Tot het verſchil der breete;
Alzoo Snylijn van de koers buyten 't Z. of N.
Tot de veerheyt.

I. *Exempel na de platte.* Van 51. 5′ N. breete, begeert men te zeylen na een ander plaats leggende op 53. 6 N. breete, en 31 mylen Ooſtelijker als de eerſte: Vrage na de koers en veerheyt? Antwoort 2. 9′ Ooſtelijker als N. O., en de veerheyt 42¼ mylen.

I. *Exem-*

I. *Exempel na de wassende.* Van Doeveren, leggende op 51.5 N. breete, en 17.34 lengte, begeert men te zeylen naar Texel, leggende op 53.6 N. breete, en 20.50 lengte: Vrage na de koers en veerheyt? Antwoort de koers is, 2.12 Oostelijker als N. O. en de veerheyt 42¼ mylen.

Ontbinding. Na de platte Kaart. Koers.
verſ. der br. *ſtraal* *verſ. der lengte.*
AB 115 m. — AB 100000 — BC 124 m.?
komt BC 107826, rl. van 47.9 BAC
zijnde 2.9 Ooſtelijker als N. O.

Na de waſſende. Koers.
verſ. vergr. br. *ſtraal* *verſchil der lengte.*
A *b* 1870 — A *b* 100000 — *bc* 2020
komt *bc* 108021, rl. van 47.12 *b* AC, of BAC, dat is 2.12 Ooſtelijker als N. O.

Na beyde de Kaarten. Veerheyt.
ſtraal *verſ. der br.* *Snylijn* B A C
AB 100000 — AB 115 m. { AC 147041 van 47. 9? / AC 147180 van 47.12?
Komt in beyde AC 169 m., of 42¼ myl, de veerheit.

II. *Exempel na de platte.* Van 53.6 N. breete begeert men te zeylen tot op 54.20 N. breete, mits dat men 30 mylen Weſtelijk avanceert: Vrage na de koers en veerheyt die men zeylen moet? Antwoort de koers is N. W. ten W. en de veerheyt 36 mylen.

II. *Exempel na de waſſende.* Van Goutſtart, leggende op 50.7 N. breete, en 12.37 lengte, begeert men te zeylen naar het Weſteynde van Tercera, hebbende 39.0 N. breete, en 349.10 lengte: Vrage na de koers en veerheyt? Antwoort de koers is Z. W. ten W. en de veerheyt 300 mylen.

III. *Exempel na de waſſende.* Van 14.0 N. breete en 352.0 lengte, wil men zeylen tot op 7.0, Z. breete en 6.0 lengte: Vrage na de koers en veerheyt? Antwoort de koers is 33.29 beooſten 't Zuyden, dat is na genoeg Z. O. ten Z. en de veerheyt na genoeg 378 mylen.

In dit voorbeelt, en alle diergelijke, alwaar men de Æquinoctiaal door zeylt, moet men de vergrootende breete van beyde de plaatſen adderen, om 't verſchil der breete, en ook het verſchil der vergrotende breete te bekomen, zulx dat 21.0 is het verſchil der breete, en 12696 het verſchil der vergrotende breete. Het verſchil der lengte wert gevonden trekkende 352.0 van 360.0, reſt 8.0, dit by 6.0, de lengte van de tweede plaats, komt 14.0 voor het verſchil der lengte.

II. VOORSTEL.

De koers en het verſchil der breete gegeven zijnde: de veerheyt en het verſchil der lengte te vinden.

Dat is, na beyde de kaarten, gegeven zijnde BAC en AB: te vinden, na beyde, AC, en BC na de platte, of, en *bc* na de waſſende.

Om de Veerheyt te vinden.
Gelijk de ſtraal,
Tot het verſchil der breete,
Alzoo Snylijn van de koers buyten 't Z. of N.
Tot de veerheyt.

Om het verſchil der lengte te vinden.
Gelijk de ſtraal,
Tot het verſchil der breete na de platte, maar Vergrootende breete na de waſſende,
Alzoo Raaklyn van de koers buyten 't Z. of N.
Tot het verſchil der lengte.

I. *Exempel na de platte.* Van 43.6 N. breete wort gezeylt N. O. ten N. tot op 49.20 breete: Vrage na de veerheit en ook na het gene dat men Ooſtelijk geavanceert is? Antwoort de veerheit is 114¼ mylen, en men is Ooſtelijker gekomen 63½ mylen.

I. *Exempel na de waſſende.* Van 43.0 breete en 5.0 lengte, wort gezeylt N. O. ten N. tot op 49.20 brete: Vrage na de veerheit en de bekome lengte? Antwoort de veerheit is 114¼ mylen, en de bekome lengte 10.7.

Ontbinding. Na beyde de Kaarten: Veerheit.
ſtraal *verſ. der br.* *Snylijn* B A C
AB 100000 — A B 380 m. — A C 120269?
komt AC 457 m. of 114¼ mylen, de veerheit.

Na de platte. verſchil der lengte.
ſtraal *verſ. der br.* *Raaklijn* BAC
AB 100000 — A B 380 m. — B C *66818*?
komt BC 254 m., of 63½ mylen, verſ. der lengte.

Na de waſſende. verſ. der lengte
ſtraal *vergrootende br.* *rl.* B A C
A *b* 100000 — A *b* 5496 — *bc* 66818?
komt *bc* 3672. of *a d*, zijnde 6.7, 't verſ. der lengte, dit by 5.0 vergaart, om dat men lengte opgezeylt heeft, komt 11.7, de bekome lengte.

II. *Exempel na de platte.* Uyt Texel, leggende op 53.6 N. breete, wort gezeylt N.W. ten W. tot op 54.20 breete: Vrage na de veerheit, en ook na 't geene men Weſtelijk gevordert is? Antw. de veerheit is 36 mylen, en men is Weſtelijk geavanceert 30 mylen.

II. *Exempel na de waſſende.* Van 40.24 N. breete en 334.12 lengte, is gezeylt N. O. ten O. tot op 49.20 N. breete: Vrage na de gezeylde veerheit en de bekomene lengte? Antwoort de veerheit is 250 mylen, en de bekomene lengte 353.53.

III. *Exempel na de waſſende.* Van 34.18 N. breete en 320.52 lengte, is gezeylt N. W. ten W. tot op 38.0 N. breete: Vrage na de veerheit en de bekomene lengte? Antwoort de veerheit is 100 mylen, en de bekomene lengte 314.0.

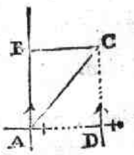
III. VOORSTEL.

Bekent zijnde het verſchil der breete en de veerheyt: de koers en het verſchil der lengte te vinden.

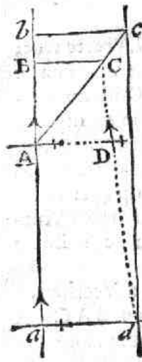
Dat is, na beyde de Kaarten, gegeven zijnde AB en CA: te vinden, na beyde, B A C, en, na de platte BC, maar na de waſſende *b c*.

Om

Om de koers te vinden
Gelijk het verschil der breete,
Tot de straal,
Alzoo de veerheyt,
Tot Snylijn van de koers buyten het Z. of N.



Om het verschil der lengte te vinden.
Gelijk de straal,
Tot het verschil der breete na de platte, maar
Vergrootende breete na de wassende,
Alzoo Raaklijn van de koers buyten het Z. of N.
Tot het verschil der lengte.



I. *Exempel na de platte.* Van 43.6 N. breete, wort gezeylt, tusschen 't Noorden en 't Oosten, 114¼ mylen tot op 49.26 breete: Vrage na de koers, en 't geene dat men Oostwaarts geavanceert is? Antwoort de koers in N. O. ten N. en men heeft Oostwaarts gewonnen 63½ mylen.

I. *Exempel na de wassende.* Van 43.6 N. breete en 5.0 lengte, wort gezeylt, tussen 't Noorden en 't Oosten 114¼ mylen, tot op 49.26 breete: Vrage na de koers en de bekome lengte? Antwoort de koers is N. O. ten N. en de lengte 11.7.

Ontbinding. Na beyde de kaarten. Koers.
vers. der br. *straal* *veerheyt*
AB 380 m. — AB 100000 — AC 457 m.?
komt AC 120263, Snylyn van 33.45, BAC, of 3 streeken, en daarom is de koers N. O. ten N.

Na de platte vers. der lengte.
straal *vers. der br.* *rl.* BAC
AB 100000 — AB 380 m. — BC 66818?
komt BC 254 m. of 63½ mylen, vers. der lengte

Na de wassende. vers. der lengte.
straal *vergr.* *rl.* bAc
Ab 100000 — Ab 5496 — bc 66818?
komt bc 3672, of ad, het vers. der lengte, zijnde 6.7:
Dies is men gekomen op 11.7 lengte.

II. *Exempel na de platte.* Van 53.6 N. breete, wort gezeylt, tusschen 't Noorden en 't Westen, na gissing 30 mylen, wanneer men door hoogmeting bevint te wesen op 54.13 N. breete: Vrage na de gezeylde koers, en 't geene men Westelijk gevordert heeft? Antwoort de koers is geweest N. W. ten W. een derde streek Noordelijker, en men is Westelijk geavanceert 23 en drie vierde mylen.

II. *Exempel na de wassende.* Van de Caap St. Vincent, leggende op 37.6 N. breete en 7.26 lengte, wort gezeylt, tusschen 't Westen en 't Zuyden, naar gissing 26 mylen, tot op 36.26 N. breete: Vrage als boven? Antwoort de koers is geweest W. Z. W. en de bekomene lengte 5.26.

III. *Exempel na de wassende.* Van 12.11 N. breete en 355.15 lengte, wort gezeylt 594 mylen tot op 24.5 Z. breete, Oostelijk: Vrage, &c.? Antwoort de koers is geweest 23.39 beoosten 't Zuyden, en de bekomene lengte 11.36.

IV. VOORSTEL.

Bekent zijnde de koers en veerheyt: te vinden het verschil der lengte en breete.

Dat is, na beyde de Kaarten, BAC en AC bekent zijnde: te vinden, na beyde, AB, en, na de platte, BC, maar, na de wassende, bc.

Om het verschil der breete te vinden.
Gelijk de straal,
Tot de veerheyt,
Alzoo bockmaat van de koers buyten 't O. of W.
Tot het verschil der breete.

Om het verschil der lengte te vinden.
Gelijk de straal,
Tot verschil der breete na de platte, maar
Vergrootende breete na de wassende,
Alzoo Raaklijn van de koers buyten 't Z. of N.
Tot het verschil der lengte.

I. *Exempel na de platte.* Als men zeylt N. O. ten N. 114¼ mylen, zoo vraagt men na de veranderde breete, en wat men uyt de Meridiaan geweken is? Antwoort de veranderde breete is 6.26, en men is uyt de Meridiaan geweken 63½ mylen.

I. *Exempel na de wassende.* Van 43.6 N. breete en 5.6 lengte wert gezeylt N. O. ten N. 114¼ myl: Vrage na de bekome lengte en breete? Antwoort de lengte is 11.7, en de breete 49.26.

Ontbinding. Na beyde de Kaarten. Breete.
straal *veerheyt* *sinus* DAC
AC 100000 — AC 457 m. — CD, of AB 83147?
komt CD, of AB 380 m. of 6.26, 't verschil der brete.
En by gevolg is de bekome breete, na de wassende, 49.26.

Na de platte. Lengte
straal *vers. der br.* *rl.* BAC
AB 100000 — AB 380 m. — BC 66818?
komt BC 254 m. of 63½ myl, dat men uyt de Meridiaan geweken is Oostwaarts

Na de wassende. lengte.
straal *vergroot. b.* *rl.* bAc
Ab 100000 — Ab 5496 — bc 66818?
komt bc, of ad 3672, vers. der lengte, zijnde 6.7
dies is men gekomen op 11.7 lengte.

II. *Exempel na de platte.* Hoeveel is men in breete verandert, en hoeveel buyten de Meridiaan geweken, als men N. W. ten W. naar gissing, zeylt 36 mylen? Antwoort in breete is men verandert 1.20, en buyten den Meridiaan geweken 30 mylen.

II. *Exempel na de wassende.* Van 38.0 N. breete en 354.0 lengte, wort gezeylt Z. O. ten O. naar gissing 100 mylen: Vrage na de bekomene lengte en breete? Antwoort de bekomene lengte is 0.52, en de breete 34.18.

III. Exem-

III. *Exempel na de waſſende.* Van 14.0 N. breete en 352.0 lengte, wort gezeylt na genoeg Z. O. ten Z., of eygentlijk 33.29 beooſten 't Zuyden, 377.67 mijlen: Vrage na de bekomene lengte en breete? Antwoort de bekomene lengte is na genoeg 6.0, en de breete 7.0, Zuyder.

Aanmerking. Volgens deze Regelen werden de Tafelen der kromſtreken uytgerekent, zoo wel na de waſſende als na de platte kaarten, om dat in die beyde bekent gegeven, of vaſt geſtelt wert, de koers en veerheyt, en daar door gevonden kan werden het verſchil der lengte en breete, dat de Inhout van dit Voorſtel is, 't welk door het volgende beveſtigt wert.

Exempel na de platte. Men vraagt na het verſchil der breete, en het geene men buyten de Meridiaan geweken is, als men op de darde ſtreek van 't Zuyden of Noorden, gezeylt heeft 100 mylen.

ſtraal *veerheyt* *ſinus* 56.15

100000 — 400 m. — 83147.5 ſtrek. van 't O. of W.

komt 333 m., of 5.33, 't verſchil der breete.

ſtraal *verſ. der br.* *rl.* 33.45 m.

100000 — 333 m. — 66818, 3 ſtrek. van 't Z of. N.

Komt 222 m. of 55½ mylen, 't geen men van de Meridiaan afwykt: beyden overeenkomende met het geene de Tafel uytwyſt.

Exempel na de waſſende. Men vraagt na het verſchil der lengte en breete, als men van de Æquinoctiaal af, (want zoo begint deſe Tafel) op de darde ſtreek van 't Zuyden of Noorden, zeylt 1000 mylen.

ſtraal *veerheyt* *ſinus* 56.45 m.

100000 — 4000 m. — 83147,5 ſtrek. van 't O. of W.

Komt 3326 minuten, of 55.26 m., 't verſchil der breete; en dewyl men van te voren op 0.6 was, zoo is de bekomene breete deze 55.26 m.

ſtraal vergr. br. van 55.26 *rl.* 33.43

100000 — 4013.6 m. — 66818, 3 ſtreeken van 't Z. of N.

Komt 2681.8 m., of 44.42 't verſchil der lengte; beyde over een komende met het geene de Tafel aanwyſt.

V. Voorstel.

De koers en het verſchil der lengte bekent zijnde: 't verſchil der breete en de veerheyt te vinden.

Dat is, na de platte Kaart, gegeven zijnde B A C en BC, en na de waſſende *b* A *c* en *b c*: te vinden, in beyde, AB, en AC.

Om het verſchil der breete te vinden.

Gelijk de ſtraal,
Tot het verſchil der lengte,
Alzoo raaklijn van de koers buyten 't O. of W.
Tot het verſchil der breete na de platte, maar
Tot het verſchil der vergrootende breete na de waſſende Caart.

Om de veerheyt te vinden.

Gelijk de ſtraal,
Tot het verſchil der breete,
Alzoo Snylijn van de koers buyten 't Z. of N.
Tot de veerheyt.

I. *Exempel na de platte.* Als men op N. breete, zeylt N. O. ten N. zoo lang tot dat het verſchil tuſſen de Meridianen bedraagt 63½ mylen: Hoe veel mylen heeft men gezeylt, en wat is de breete verandert? Men heeft gezeylt 114¼ mylen, en de breete is verandert 6.26.

I. *Exempel na de waſſende.* Van 43.6 N. breete, en 5.6 lengte, wort gezeylt N. O. ten N. tot op 11.7 lengte: Vrage na de bekomene breete, en de gezeylde veerheyt? Antw. de bekome breete is 49.26, en de veerheyt 114¼ mylen.

Ontbinding. Na de platte. Verſchil der br.

ſtraal *verſ. der lengte* *rl.* D A C

BC 100000 — BC 254 m. — A B 149661?

Komt A B 380, 't verſchil der breete, zijnde 6.26.

Na de waſſende. Breete.

ſtraal *verſ. der lengte* *rl. b c* A

b c 100000 — *b c* 367.0 — A *b* 149661?

komt A*b* 5492, 't verſchil der vergrotende breete; dit by 28631, de vergr. br. van 43.6, komt 34123, de vergr. br. van 49.26, de bekome breete.

Na beyde. Veerheyt.

ſtraal *verſ. der br.* *Snyl.* B A C

AB 100000 — AB 380 m. — AC 120269?

komt A C 457 m. dit is 114¼ mylen, de veerheyt.

II. *Exempel na de platte.* Men heeft gezeylt N. W. ten W. tot dat men 30 mylen beweſten de eerſte Meridiaan gekomen is: Vrage na de veerheyt en het verſchil der breete? Antw. de veerheyt is 36 mylen, en het verſchil der breete 1.26.

II. *Exempel na de waſſende.* Van 7.6 Z. breete en 6.6 lengte, is gezeylt omtrent N. W. ten N. of eygentlijk 33.29 beweſten 't Noorden, tot op 352.6 lengte: Vrage na de gezeylde veerheyt, en de bekomene breete? komt voor de veerheyt na genoeg 378 mylen, en voor de bekomene breete 14.6, Noorder.

VI. Voorstel.

De veerheyt en het verſchil der lengte bekent zijnde: de koers en het verſchil der breete te vinden.

Dat is, na de platte, gegeven zijnde AC, en BC: te vinden B A C en AB: en na de waſſende, bekent AC en *b c*: te vinden BAC en AB.

Dewyl, na de waſſende Kaart, de bekende termen *b c* en AC niet aan een te voegen zijn, of niet in een zelfde driehoek konnen gebracht werden, gelijk men AB en A *b* altyt heeft konnen doen, daarom is op deſe geen Regel te vinden, of is niet op te loſſen als met een koers, of het verſchil der breete, te nemen na believen, en dan te onderſoeken of het eene met het ander over een komt: wy zullen overzulx dit Voorſtel alleenlijk na de platte Kaart ontbinden, en de Regel zal ook alleenlijk daar toe dienen.

Om de koers te vinden.

Gelijk de veerheyt,
Tot de ſtraal,

Alzoo het verschil der lengte,

Tot hoekmaat van de koers buyten 't Z. of N.

Om het verschil der breete te vinden.

Gelijk de straal,

Tot de veerheyt,

Alzoo hoekmaat van de koers buyten 't O. of W.

Tot het verschil der breete.

Als men op N. breete moet zeylen $114\frac{1}{4}$ mylen, waar door men Oostelijk zal avanceren $63\frac{1}{2}$ mylen: wat koers moet men aangaan, en hoeveel is de brete verandert? Antwoort de koers moet wezen N.O. ten N, en de breete zal verandert wesen 6.26.

Ontbinding. Na de platte. Koers.

veerheyt — *straal* — *vers. der l.*

AC 457 m. — AC 100000 — BC 254 m.

Komt BC 55580, hoekmaat van 33.46, de hoek BAC; dies is de koers N. O. ten N.

Verschil der breete.

straal — *veerheyt* — *hm.* CAD.

AC 100000 — AC 457 m. — AB 83147?

Komt AB 380 m. of 6.26., 't verschil der breete.

VIII. HOOFTSTUK.

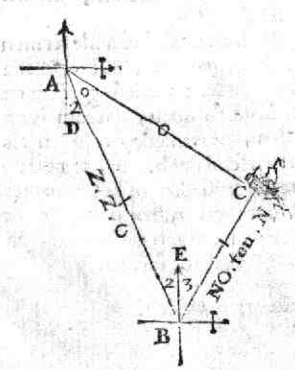
Van de uytrekening der Stroomkaveling na de platte Kaart.

WY hebben hier voren, op de afpassing gesegt, hoedanig dese zaak te estimeren is, waaraan wy ons gedrage: wy hebben mede gezegt dat'er twe'erley voorvallen in dese aan te merken zijn; of dat men zijn behoude koers en veerheyt wil zoeken na datmen door een stroom gezeylt heeft, of dat men de koers en veerheyt wil zoeken die men aan zeylen moet om zijn begeerde koers en veerheyt te behouden: in beyde de gevallen moet gegeven zijn de koers en veerheyt van de stroom.

I. VOORSTEL.

De behoude Koers en Veerheyt te vinden, door een stroom gezeylt hebbende, wiens Koers en Veerheyt bekent is, het zelvige van het schip gegeven zijnde.

I. *Exempel.* Men heeft gezeylt Z. Z. O. na gissing 26 mylen, door een stroom welkers koers is N. O. ten N. lopende in die tyt na gissing 10 mylen: Vrage na de behoude koers en veerheyt?



Laat A de plaats wezen daar men van afzeylt, en AB de koers en veerheydt zijn die het schip gezeylt heeft, zoo is de hoek DAB, of ABE, twee streken: en laat BC de koers en veerheyt van de stroom wezen, zoo is EBC 3 streeken, en by gevolg ABC 5 streeken, of 56.15: AB is 26, en BC 10 mylen. Het schip is niet in B maar in C: de gezeylde veerheit is AC, en de behoude koers DAC, verschillende met de hoek DAB zoo veel als de hoek BAC wyt is: Wy moeten dan vinden AC de vertierde veerheyt, en BAC de verandering in de koers: BAC wert gevonden na 't 3 Voorstel van 't 1 deel, het 4 Boek, en dan AC na 't 1 Voorstel, op dese wyze.

180.0
56.15
123.45

AB 26 — 26 2 ———
BC 10 — 10 61.52 de $\frac{1}{2}$ m. verwerpe ik.
— — raaklijn.
36 — 16 — 187021?

Komt 83120, rl. van 39.44, dit van 61.52, rest 22.8, voor de hoek BAC; hier by 22.30, de hoek DAB, komt 44.38 de hoek DAC, de behoude koers, dat is na genoeg Zuyd Oost.

bm 22.8 BAC BC *bm* 56.15 ABC

37676 —— 10 —— 83147?

Komt 22 mylen na genoeg voor de behoude veerheyt AC.

Of ghy kont alles solveren, zonder eenige Figuur daar op te maken, volgens deze

REGELEN.

I. *Om de hoek te vinden met dewelke de stroom de koers van het schip snyt.*

Telt met de Son om, hoeveel streken ze beyde (de koers van 't schip en die van de stroom) van 't Noorden af zijn, dese substraheert van malkander, en trekt de rest (A) van 16 streken, komt de begeerde hoek: Dan

II. *Om de vertierde koers te vinden.*

Gelijk de veert van het schip en die van de stroom te zamen,

Tot haar verschil,

Alzoo Raaklyn van de halve som der onbekende hoeken, dat is de helft van de rest A

Tot Raaklyn van een boog, welke aftrekkende van de helft van A, indien de stroom minder veert loopt als het schip, andersints vergaderende, komt de vertierde koers.

III. *Om de behoude koers te vinden.*

Reduceert de vertierde koers in streeken, en *vergaart* deze by de streken die de koers van 't schip van 't Noorden af is, na of over het Oost heen tellende, indien de koers van de stroom, mede zoo tellende, *verder* van 't Noorden af is, maar *nader* daar aan zijnde, zoo *substraheert*; komt de behoude koers van 't Noorden, met de Zon omtellende.

IV. *Om de vertierde veerheyt te vinden.*

Gelijk Sinus van de vertierde koers,

Tot

Tot de veert van de ſtroom

Alzoo Sinus van de gevonde hoek die de koers van de ſtroom met die van het ſchip maakt

Tot de vertierde veerheyt.

Toepaſſing op het voornoemde Exempel.

De koers van 't ſchip is Z.Z.O., 14 ſtrek. van 't N. over 't O. heen tellende.

de k. van de ſtroom is N.O.t.N. 3 ſtrek. van 't N. zodanig tellende.

afgetogen komt 11 ſtrek., de reſt A, dit van 16 ſtreken

blyft 5 ſtrek., of 56. 15' de hoek van de ſtr. en 't ſchip.

De reſt A zijn 11 ſtreken, of 123. 45', de helft is 61. 52', de halve minuit verwerpende: dan

veert van 't ſchip — 26 —— 26

veert van de ſtroom 10 —— 10

—— verg. — af. rl. van 61. 52'

36 —— 16 —— 187021?

Komt 85120, Raaklijn van 39. 44, dit van 61. 52 (de helft A) om dat de ſtroom minder veert heeft als het ſchip, reſt 22. 8, de vertierde koers.

De vertierde k. 22. 8 is 1 ſtr. 10 53, dit van 14 ſtr. de k. van 't ſchip van 't N

reſt 12 ſtr. 0. 22 de behoude koers van 't N. over 't Ooſt heen tellende, dat is Z. O. 22 minuten Zuydelijker.

Sinus 22. 8 Veert van Sinus 56. 15, hoek vertierde koers. de ſtroom. van de ſtroom en 't ſchip.

37676 —— 10 m. —— 83147?

Komt 22 mylen na genoeg, de behoude of vertierde veerheyt.

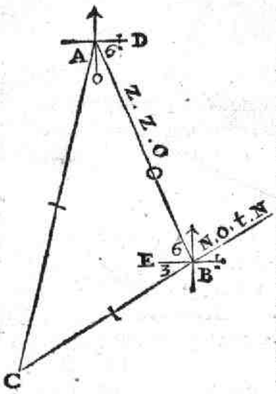
II. *Exempel.* Men heeft gezeylt naar giſſing, Ooſt 18 mylen, door een ſtroom welkers koers is N. O. ten O., loopende in die tijt 9 mylen: Vrage na de behoude koers en veerheyt? Antwoort de behoude koers is 11 gr. 6 m. benoorden 't Ooſt, dat is na genoeg O. ten N., en de vertierde veerheyt is 26 mylen.

II. Voorstel.

De vertierde, of behoude veerheyt te vinden, en ook de koers die men aan zeylen moet, om door een ſtroom te zeylen wiens koers en veerheyt bekent is, om een gegeve koers te behouden, de veert van het ſchip gegeven zijnde.

I. *Exempel.* Men begeert Z. Z. O. te behouden, zeylende door een ſtroom wiens loop is N. O. ten O; de veert van het ſchip rekenende in het etmaal op 53, en die van de ſtroom op 30 myle: Vrage wat koers dat men aan zeylen moet om Z.Z. O. te behouden, en hoeveel mylen dat men op deze geavanceert zal weſen.

Laat A de plaats zijn daar het ſchip leyt, en B daar het zal komen; zoo is AB, Z. Z. O., en de hoek DAB, of ABE, 6 ſtreken: Aanmerkt E B C voor 3 ſtreken, zoo leyt B van C N. O. ten O.: CB voor



de koers en veerheyt van de ſtroom rekenende, zoo zal het ſchip, van A na C zeylende, gedurig wezen op de lijn AB: zoo is dan A C de koers en veerheyt van het ſchip, en C B die van de ſtroom: AC is 53 en CB 30 mylen, en de hoek ABC 9 ſtreken, of 101. 15': AB is de behoude veerheit, en BAC is de koers die men tegen de ſtroom moet inzeylen om Z. Z. O. te behouden: wy moeten dan vinden AB, en BAC dat geſchiet volgens het 1 en 2 Voorſtel van 't 1 deel 't 4 Boek; gelijk volgt:

A C hm van 101. 15' ABC C B

53 mylen —— 98079 —— 30 mylen?

Komt 55516, hm. van 33. 43, voor de hoek BAC, zijnde na by 3 ſtreken voor de verandering in koers: Waar uyt volgt dat de koers die men aan zeylen moet om Z. Z. O. te behouden moet wezen Z. ten W., 2 minuten minder.

De hoek BAC 33. 43, vergaart by 101. 15, de hoek ABC, komt 134. 58, dit van 180. 0, reſt 45. 2, voor de hoek ACB, dan

hm. 101. 15 ABC AC hm. 45. 2 ACB

98079 —— 53 mylen —— 70752?

Komt 38½ mylen na genoeg voor AB, de behoude veerheyt op de begeerde koers Z. Z. O. als men 53 mylen Z. ten W. gezeylt heeft.

Of, om Ul. in alles te bepalen, volgens deze

Regelen.

I. *Om de hoek van de ſtroom en de behoudene koers te vinden.*

Telt met de Son om, op de ſtreken die elk van het Noorden af is, en ſubſtraheertze van malkander, de reſt is de begeerde hoek.

II. *Om de hoek te vinden die men hooger moet aangaan.*

Gelijk de veert van het ſchip.

Tot Sinus van de hoek begrepen tuſſen de ſtroom en de koers die men behouden wil, boven gevonden,

Alzoo de veert van de ſtroom

Tot Sinus van de begeerde hoek die men hooger moet aangaan.

III. *Om de koers te vinden die men aan zeylen moet.*

Herleyt het geene men hooger moet aangaan in ſtreken, en *vergaart* deze by de ſtreken die de behoude koers, met de Son om, van 't Noorden af is, indien de koers van de ſtroom, mede zoo tellende, *nader* aan 't Noorden valt, maar *ſubſtraheert* zoo ze *verder* daar van af is, komt de koers die men moet aan zeylen.

IV. *Om de vertierde, of behoudene Veerheyt te vinden.*

Gelijk Sinus van de hoek begrepen door de ſtroom en behoudene koers

Tot de veert van het ſchip,

Alzo Sinus van de darde hoek, die men vint, trekke de ſom van de hoek die men hoger moet aan zeylen, en de hoek begrepen van de ſtroom en de behoude koers, van 180 Graden,

Tot de behoude of vertierde veerheyt.

Toepaſſing op het voorgaande Exempel.

1. De beh. k. van 't ſchip Z.Z.O. 14 ſtr. } met de ☉ om.
de k. van de ſtroom N.O. ten O. 5 ſtr. }

afg. reſt 9 ſtreken, of 101. 15, de hoek, &c. *

2. De veert van het ſchip.	Sinus 101. 15, de hoek van de ſtroom en behoude koers.	Veert van de ſtroom.
53 m. ——	98079 ——	30. m. ?

komt 55516, ſinus van 33. 43 de hoek die men hoger moet aangaan.

3. Deze 33. 43 zijn 2 ſtr. 11. 13
14 ſtr. —— de behoude koers.

Vergaart, komt 16 ſtr. 11. 13 de koers van 't Noorden, met de Son om, die men aan zeylen moet om Z. Z. O. te behouden, dat is na by Z. ten Weſten.

4. De hoek van de ſtroom en die men behouden wil 101. 15, vergaart by 33. 43 de vertierde koers, komt 134. 58, dit uyt 180. 0, reſt 45. 2 † voor de derde hoek: dan

Sinus 101. 15 *	veert van 't ſchip	Sinus 45. 2 †
98079 ——	53 mylen ——	70752 ?

Komt 38. en een vierde mijl na genoeg voor de behoude of vertierde veerheyt.

II. *Exempel.* Men begeert N. O. te behouden, zeylende door een ſtroom die Z.W. ten W. 21 mylen aan valt, terwijl het ſchip zeylt 29 mylen: Vrage wat koers dat men aan zeylen moet om N. O. te behouden, en hoeveel mylen dat men vertiert zal wezen? Antwoort de koers die men aan zeylen moet is 36. 53 benoorden 't Ooſt, en de vertierde veerheyt 8. 1 mylen.

Hier mede achte ik UL. in deze voldaan te hebben, de andere dingen, die hier in met voordagt, als overtollig, nagelaten zijn, zouden u mishagen, en hen echter willende weten, kont ze vinden in de Boeken van deze konſt afzonderlijk beſchreven.

MATHE-

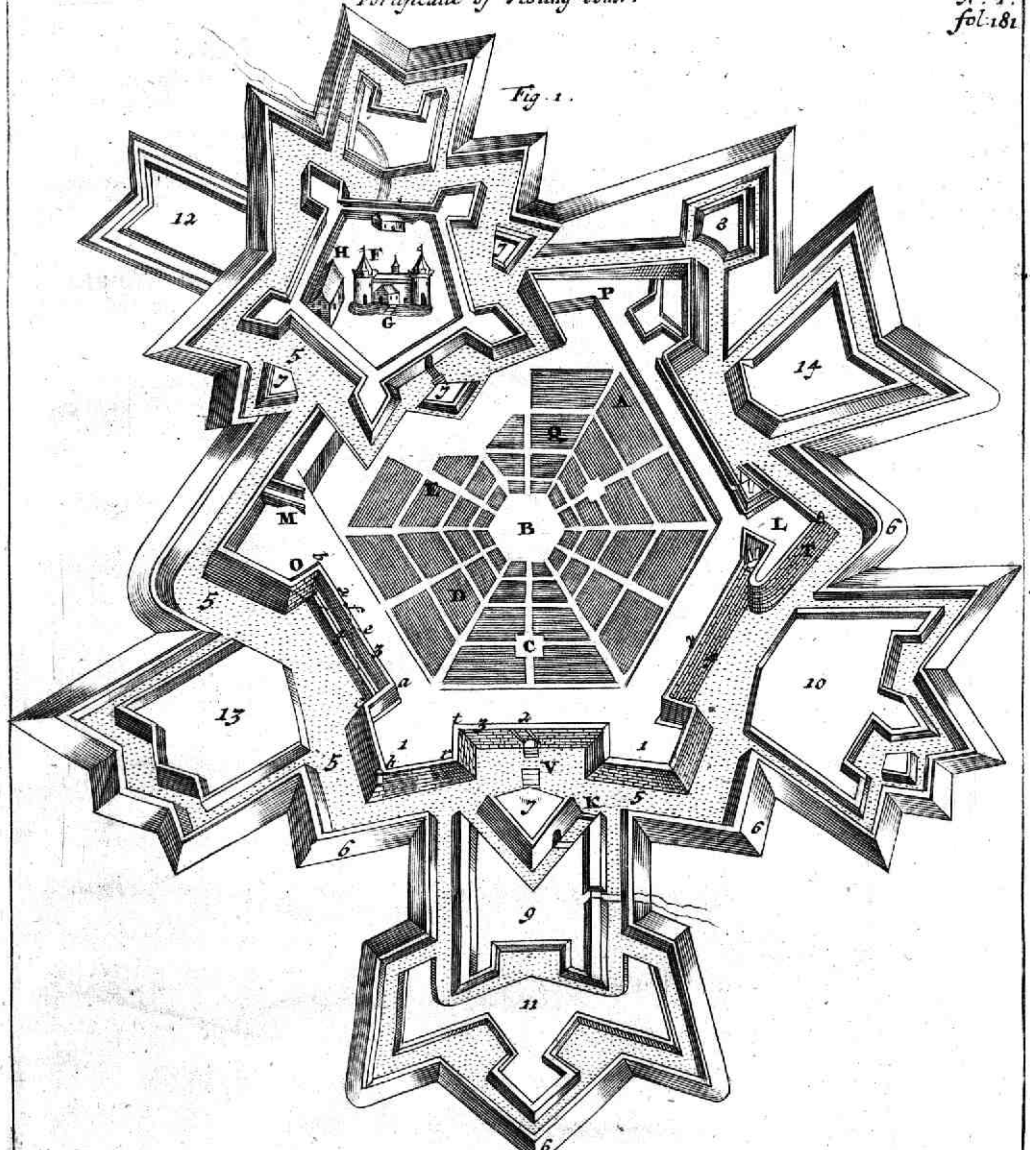


Fig. 1.
12
8
7
H
F
G
14
P
5
A
Q
E
B
M
L
6
T
O
5
D
C
10
13
5
V
K
1
6
9
11
6

MATHEMATICA, of WISKONST,

HET ACHTSTE BOEK,

Van de

FORTIFICATIE of VESTINGBOUW.

I. HOOFTSTUK.

Van de Beschryving der voornaamste Termen.

Bepaling. FORTIFICATIE, of *Vestingbouw*, en by S. Stevin *Sterktebouw* genaamt, is een wetenschap die leert op wat wyze allerley plaatzen, op de beste manier, moeten bevestigt werden; en dezelve vyantlijk aangegrepen zijnde, door wat middelen dat men dezelve met voordeel kan verdedigen. *Dit is de definity van* Frytag.

2. *Bep.* VESTING (*Fortres*) is een plaats die zoodanig beschanst, of bewalt is, dat'er geen plaats aan de buyten kant van dezen Wal is, of het kan door die van binnen gezien, en by gevolg bestreken werden: en ten minsten zo hoog boven de vlakte verheven dat daar door, een mensch over eynde staande, bedekt is, of dat die van buyten hem niet konnen zien: Gemeenlijk omtrokken met een Gracht.

Deze hoedanigheden moeten alle de sterktens hebben die met deze naam zullen mogen genoemt werden: de hoogte dient tot beschutzel van den verweerder; en de bestryking van alle de punten der Vesting is nodig om de vyant geen plaats te geven daar by bedekt kan staan, en alzoo u zonder hinder afbreuk doen: de Gracht dient om hem zelfs dit naderen te beletten.

Uyt deze hoedanigheyt, dat alle het buytenste van een Vesting door die van binnen bestreken moet werden, volgt, dat een Fortres moet in en uytwijkende rechte linien hebben, die alle, weerzijts verlengt zijnde, de Vesting moeten sluyten. De inventien hebben deze linien op veelderley wijze doen te zamen komen, of heeft de Figuur veelderley gedaantens gegeven, waar van de ervarentheyt de gestalte van Figuur 1, als de bequaamste zijnde, bevestigt heeft, verzien met Bolwerken en Gordijnen.

3. *Bep.* BOLWERK (*Bastion*) is de uytstek van een Vesting, *als* 1. 1.

4. *Bep.* GORDYN (*Courtine*) is de plaats tusschen de Bolwerken begrepen, *als* 2. 2.

Een Bolwerk bestaat uyt twee Facen en uyt twee Flanken.

5. *Bep.* FACEN (*Voorzyden*) zijn die twee zijden van het Bolwerk die het velt aanzien, als hc *en* hr.

6. *Bep.* FLANKEN (*of strijken*) zijn de overige deelen van het Bolwerk, begrepen tussen de Facen en de Gordijn *als* a c *en* r t.

7. *Bep.* Als men van de Gordijn de Face kan zien, zoo wert dat deel van de Gordijn, daar uyt dit geschieden kan, SECUNDE FLANK genoemt, *als* ae, fb.

Flanken noemt men ze om dat uyt deze plaatzen de Facen, even als uyt de Flanken: konnen geflankeert of bestreken werden, en daarom noemt men ze ook Strijkplaatzen, of Stryken.

8. *Bep.* Als het verhevene, dat ons voor de vyant bedekt, niet hooger is als een Mensch lang is, zoo wert het BORSTWEER (*Parapet*) genaamt; om dat het de borst bedekt *als* 3. 3, &c.

9. *Bep.* Veeltijts leyt de Borstweer op een verhevene plaats, die men WAL (*Rempart*) noemt, *als* 2. 2.

10. *Bep.* ONDERWAL (*Fausse braye*) is een horizontale plaats buyten aan de voet van de Wal, met een Borstweer bedekt, *als* 4. 4. &c.

11. *Bep.* GRACHT (*Fosse*) is een diepte leger als de Horizont, van buyten aan de voet van de onderwal, zoo z'er is, anders van de Wal, *als* 5. 5. &c.

12. *Bep.* CONTERSCHARP (*tegen scherpte*) is een plaats aan de overkant van de Gracht, alwaar men bedekt kan gaan door middel van zijn Borstweer, *als* 6. 6. &c.

In de Gracht vint men zomtijts Ravelijnen *en* Halvemanen.

13. *Bep.* RAVELYN is een Bolwerk in de Gracht, leggende in 't midden voor de Gordijn, hebbende alleenlijk twee Facen, *als* 7.

Wanneer het boven de Facen noch Flanken heeft, zoo voert het volstrekt de naam van Bolwerk, met byvoeging van los. Als wert een los Bolwerk genaamt; doch gemeenlijk mede Ravelijn.

14. *Bep.* HALVEMAAN is een Bolwerk in de Gracht, leggende recht voor het Bolwerk van de Vesting, hebbende alleenlijk twee Facen, *als* 8.

Tussen dit en het Ravelijn is geen ander onderscheyt als dat een Ravelijn gemeenlijk na de Stadt toe schuyns uytloopt, en een halve maan ter contrary uytgebolt is, beyde om de Gracht op een gelijke wijte te behouden.

Verder van de Vesting af vint, of maakt men veeltijts noch andere slag van werken, als Horenwerk, Kroonwerk, gekroont Horenwerk, Tantwerk, *en* Swaluwstart. *Alle met lange rechte linien van de Vesting aflopende.*

15. *Bep.* Een HOORNWERK is een vastigheyt zich lang in 't velt uytstrekkende, verzien met twee halve Bolwerken en een Gordijn, *als* 9.

16. *Bep.* KROONWERK is een Hoornwerk, hebbende beneffens twee halve Bolwerken tussen beyden, noch een heele, *als* 10.

17. *Bep.* GEKROONT HOORNWERK is dat van buyten om de halve Bolwerken noch met een kroon omtrokken is., welke kroon bestaat uyt een heel Bolwerk en noch twee andere daar aan verknocht, met twee Facen. *als* 11.

18. *Bep.* TANTWERK is zoodanigen vastigheyt die alleen met punten als een zaag, of tant, verzien zijn. Als 12 en 13: Het eerste heeft maar twee tanden, en wert daarom simpelijk Tantwerk genaamt, en het andere heeft 'er drie, waarom men het een dubbelt Tantwerk heet.

19. *Bep.* SWALUWSTART, is een Tantwerk na de Vesting toeloopende. *als* 14.

De Ingenieurs, of de Inventeurs van deze wetenschap hebben verscheyde linien, die men in de gront-tekening van een Vesting kan aanmerken, onderscheydene namen toegevoegt; en dewijl wy met hen een zelfde taal willen gebruyken, zoo zal het nodig zijn dat wy toonen wat namen zy hen gegeven hebben. Aanmerkt Figuur 2.

De gront-linien van de Gordijn, van de Facen en van de Flanken hebben zy de zelfde benaming gegeven die de zaken zelfs hadden.

dat is, ab *hebben ze* Gordijn,
hc ——— Face,
ac ——— Flank
en ae ——— secunde Flank *genoemt*.

De andere, die boven deze hier getogen zijn, hebben ze deze namen toegevoegt.

20. *Bep.* ko binnenste Polygon.
21. *Bep.* hp buytenste Polygon.
22. *Bep.* l h *de* groote Radius.
23. *Bep.* l k *de* kleene Radius.
24. *Bep.* ka *of* kt *de* keel (Gorge).
25. *Bep.* kh *de* Kapitaal.
26. *Bep.* hb *de* defenslini.
27. *Bep.* h f *de* strijklini.

En aangaande de hoeken, men noemt

28. *Bep.* hl p *de* Centrums hoek.
29. *Bep.* t ka *de* Polygons hoek.
30. *Bep.* r hc *de* Bolwerks hoek.
31. *Bep.* hc a *de* Schouder hoek.
32. *Bep.* c f a *de* kleyne Strijk hoek.
33. *Bep.* c f b *de* groote Strijk hoek.

Voorts hebben ze de Vestingen, ten aanzien van hare groote, gelieven te verdeelen in Royaale, en in Schansen.

34. *Bep.* ROYAL is een Vesting wanneer de distanty der Bolwerks punten, of de buytenste Polygon, ten minsten is 60 Roeden.

Weet dat 60 Roeden de veerheyt is die een ordinair musquet gemeenlijk in 't wit kan toerijken, dat is in een rechte lini, zonder dat de koegel daalt. En dewijl men hedendaags de meeste defensy, of tegenweer, in het musquet vint, ter oorzake dat het Canon lichtelijk door de Battaryen van de Vyant onbruykbaar gemaakt wert, zo werden de hedendaagze Fortressen alle zoodanig gemaakt dat de uytterste punten, die te defenderen zijn, met het musquet in 't doel konnen bereykt werden.

Royale Vestingen zijn drie'erley; groot Royaal; middel Royaal; *en* kleen Royaal.

35. *Bep.* GROOT ROYAAL is wanneer de defenslini (*bb*) om ende by de 60 Roeden lang is, wel een weynig meer maar niet minder.

36. *Bep.* MIDDEL ROYAAL is wanneer de defenslini (*bb*) minder is als 60 Roeden, en de buytenste Polygon *bp* meerder.

37. *Bep.* KLEEN ROYAAL is wanneer de buytenste Polygon (*hp*) is om ende by de 60 Roeden.

38. *Bep.* SCHANSEN noemt men de vastigheden die van kleender bestek zijn als kleen Royaal, of wiens buytenste Polygon merkelijk minder is als 60 Roeden.

De deeling van het Royaal is al te naukeurig in deze slag van zaken, Royaal en Schansen waar genoeg geweest: als men een Vesting ziet, men zegt gemeenlijk het is Royaal, of een Schans, zonder groot middel of kleen daar in aan te merken.

Een Vesting is, ten opzicht van zijn gedaante, Regulier *of* Irregulier, *dat is, geschikt of ongeschikt. Deze deeling is nootzakelijk.*

39. *Bep.* REGULIERE VESTING is wiens deelen alle gelijk zijn.

De gedaante van deze bestaat in een Figuur die gelijkzijdig en ook gelijkhoekig is; als in zoodanigen vier, vijf, zes hoek, &c.

40. *Bep.* IRREGULIERE Vesting is wiens deelen niet alle gelijk zijn.

De gedaante van deze bestaat in een Figuur die niet gelijkzydig noch gelijkhoekig is.

Dit zijn de bepalingen van de voornaamste termen die gemeenlijk in de bouwing van een Vesting te pas komen: zomtijts vint men noch andere zaken in een Fortres, als *Katten*, dat verhevene plaatzen zijn op de wallen: *Moortkuylen*, of Cazamatten, dat verborgene plaatzen zijn in de Flanken, en andere die wy geen getal in de bepalingen laten bekleden, om dat ze hedendaags niet veel gebruykt werden: in 't volgende zult gy zommige van deze beschreven vinden.

Wy zullen nu komen tot de dingen die tot de bouwing van een Vesting dienstig zijn; en wy zullen de Reguliere voornamelijk verhandelen, om dat de andere haar naar deze zoo veel moeten schikken als de gelegentheyt van de plaats toelaat.

Tot de opbouwing van alle gebouwen, en daarom ook van deze, wert vereyscht kennisse te hebben hoedanig het gebouw in de gront moet leggen, en hoedanig het opgetrokken moet werden: het eerste openbaart de *gronttekening*, en het tweede de *verheventekening*.

II. HOOFTSTUK.

Van de Gronttekening eener Vesting.

DE GRONTTEKENING van een gebouw is een doorsnyding langs een Horizont, en daarom vertoont het de aanleg in de gront: de *tweede* Figuur beelt zulx af van een stuk van een Vesting dat by de gront afgesneden is. De wyte van de hoeken, en de

lengte

lengte van de linien, die hier in getekent ſtaan, zijn dienſtig om een Veſting in de gront af te ſteken.

Als men 5 termen van deze een bepaalde maat toevoegt, zo werden de andere daar door bedwongen, of vijf van deze bekent ſtellende, zoo kan men de andere of door afmeting, of door uytrekening vinden: en bygevolg bepalen deze vijf de geheele Figuur, of geven de gedaante aan de Fortres: en om dat de eene geſtalte een Veſting kan ſterk en de andere hen kan ſwak maken, zoo is'er zeer veel aangelegen hoedanig dat men deze vijf termen neemt; jaa ze behelſt het voornaamſte van deze konſt: en dewijl het met deze zaak zoodanig gelegen is, zoo zullen wy eens optellen welke dingen een Veſting ſterk maken en welke hen ſwak doet werden, op dat wy deze zulken wijte en zulken lengte toevoegen waar door men een Fortres bekomen dat het aldermeeſte tegenweer kan bieden.

Om een Veſting defenſif te maken, zoo moet men lette op twee voorname zaken, weynig plaats die gedefendeert moet werden, en veel daar uyt men deze beſchermen moet: en dewijl de Facen de ſwakſte plaats zijn, of de geene die de meeſte beſcherming van noden hebben, en de Flanken die plaatzen zijn waar uyt dat deze moeten geſecondeert en beſtreken werden, daarom moet men de Fortres zoodanig ordineren dat de Facen kleen en de Flanken groot vallen; maar dewijl de ſecconde Flanken veel verkorten als de Bolwerks Flanken een weynig verlengen, en ook als de Facen een weynig kleender worden, zoo moet men de Flanken van het Bolwerk niet al te groot, en de Facen niet al te kleen maken; en dewijl de lange Facen, die een groote ſecunde Flank geven, de punten van het Bolwerk ſpitzer maken als de korte, en om dat de ſpitze te ſwak zijn om de kracht van het Kanon tegen te ſtaan, dat hen licht de neus afſchiet, zoo moet men dit middelen, en men moet de Bolwerks hoek zoo na aan de rechte brengen als mogelijk is; en het is niet nodig hen wyder te maken om dat deze ſuffiſant genoeg is: ook geeft de botte hoek, met een weynig kneuſing, te veel bedekking aan den vyant. Boven deze dingen moet men ook letten op de groote van het Bolwerk, en de lengte van de Gordyn. Een groot Bolwerk vergroot wel een Flank, maar het vermeerdert ook de koſten, en het verkort de Gordyn, en bygevolg mede de ſecunde Flank, en het verlengt de Face: een al te klenen Bolwerk heeft geen plaats genoeg tot berging van 't volk, dat in een aanval van noden is, en ook niet genoeg tot planting van het kanon, en 't verkort ook de Flank te veel. De lange Gordynen verlichten de koſten, en verlengen de ſecunde Flanken, dat beyde wel voordeelen zijn, maar te lang zijnde, zoo konnen de Bolwerken malkander niet ſecunderen; men moetſe daarom zo lang maken als doenlijk is, mits dit leſte behoudende; en daarom behorenſe zodanig te weſen dat de defenslini om en by de 60 Roeden lang is; maar de plaats, en de gedaante van de Figuur, dwingt ons veeltyts hen kleender te nemen.

Wy zien dan dat men aan veel dingen gebonden is, en dat een zelfde zaak aan het eene voordeelig en wederom aan het ander nadeelig is, zulx dat wy zeer beſwaarlijk in deſe het beſte zullen treffen, en daarom is het niet te verwonderen dat de Autheuren in deſe vyf termen niet alle overeen komen, en bygevolg mede niet in de andere. Door veel rekeninge zou men op een Fig. wel een maat konnen vinden die de Veſting de meeſte ſterkte toebracht, maar dewyl'er vele Figuren zijn zoo zou dit een grooten arbeyt koſten: 't luſt my tegenwoordig niet dit aan te vaarden, ſchoon ik hoope heb dat ik het al zeer na zou treffen: die deze zaak in practyk ſtelt zal ik dit bevelen: wanneer hy een Veſting van conſideraty bouwen wil, zo behoorde hy hem de moeyten te getrooſten. De kundigers in deſe hebben ons verſcheyde maten voorgeſchreven, maar zy toonen niet dat de haare de beſte zijn, of dat 'er geen beter te vinden zijn: zy wyſen alleenlijk eenige gebreken aan van andere, en eenige voordeelen van de hare, en laten het daar by ſteken. Ik oordeele om deſe reden, dat een Ingenieur hem aan geen van deſe alle behoorde te binden, maar dat hy in elk voorval met grote omzichtigheit moeſte onderſoeken wat hem te doen ſtont, op dat hy een vaſtigheit de meeſte ſterkte toevoegde, wel verſtaande als de tyt genoeg is om zulx uyt te voeren, of dat het een werk van aangelegentheyt is, anderſints kan hy hem bedienen van de maten die van de een of d'ander uytgerekent zijn, de welke hem de beſten dunken te weſen: wy zullen Frytag in deſe navolgen, als de naukeurigſte die wy hier in kennen, welkers fondamenten in Neerlant gebruykelik zijn, en die, als ervaren, te eſtimeren is. En 't zal ons ook niet veel ſchelen of aan haare volmaaktheyt noch iets gebreekt, dewyl wy meer de Theory als de practyk in deſe zoeken voor te dragen, en de manier in veele deelen het zelfde is.

De bekende termen zijn na Frytag.

De h. van de Fl: en Gordyn	90 graden,	*cab*	I. term
	de Gordyn	36 roeden,	*ab*	II. term
	de Face	24 roeden,	*bc*	III. term

De Flank,	in een vierhoek	6 roeden	
	in een vijf hoek	7 roeden	
	in een zeshoek	8 roeden	
	in een ſevenh.	9 roeden	*ac* IV. term.
	in een achthoek	10 roeden	
	in een negenh.	11 roeden	
	in een tienhoek	12 roeden	

En de andere Figuren in 't oneyndig mede altyt 12 roeden.

De Bolw. hoek.	in een vierhoek	65.0	
	in een vijf hoek	74.0	
	in een zeshoek	80.0	
	in een ſevenh.	84.17	*rbc* V. term.
	in een achthoek	87.30	
	in een negenh.	90.0	

En de andere Figuren in 't oneyndig mede altyt 90 Graden.

Hy ſtelt noch andere getallen, maar wy zullen het hier by laten, dewyl 't ons genoeg is een geval daaraf te hebben: onze inzicht is de konſt te verſtaan, en niet die te reformeren.

In de drie eerste termen komen de hedendaagze Autheuren meest overeen, uytgesondert *Rusius*, die de eerste term stelt met een botte hoek, gelijk mede den Autheur van de arbeyt van Mars *Mallet*, die hen 98 Graden wil wijt hebben, en waarlijk, naar mijn oordeel, komt het in consideraty, om dat de perpendicularen op de Flank als dan genoegzaam evenwydig met de Facen lopen, dat bequamer defensy geeft,

Melder stelt voor vaste termen.

De hoek van de Flank en de Gordijn (cab) 90 *Graden,*

De binnenste Polygon (kg) 60 *roeden,*

De Capitaal (hk) 23 *roeden,*

De keel (ka) 12 *roeden,*

De Flank (ac) 10 *roeden, uytgenomen in een vierhoek, waar in hy de Flank* 9 *roeden stelt te wezen.*

Dit geeft mede een Gordijn van 36 roeden, maar de Facen en de Bolwerks hoeken komen met Frytag niet overeen; en hoewel deze gegevene zeer eenvoudig zijn, zoo zullen wy nochtans de andere prefereren, om dat ze, na mijn oordeel, beter zijn: de reden waarom zou hier te lang zijn om te verhalen.

Fournier wil dat men het zeste deel van de binnenste Polygon voor de halve keel, en ook voor de Flank zal nemen, en voor de Facen, de helft van de lini die tussen de eynden der Flanken getrokken wert, ik meene die eynden alwaar de Face begint, mits de Flank op de Gordijn rechthoekig stellende: in de driehoek wil hy dat de Facen in de strijklinien zullen vallen, en zodanig vallenze mede in de vier en vijfhoek, zulx dat deze drie Figuren geen secunde Flanken hebben, maar de andere al, en hy zegt deze manier van doen beter te zijn als alle andere die 'er sedert 50 Jaren aan den dag gekomen zijn, om dat ze de gereetste, de lichtste, en de begrypelijkste is: maar wy konnen lichtelijk verstaan dat een zelfde maat op alle Figuren niet kan passen, als men de voor en nadeelen wel wil tempereren.

Deze vaste, of deze gegevene termen alzoo gestelt zijnde, zoo zullen wy daar door leeren uytvinden de andere die tot de Grontlegging konnen gebruikt werden, en wy zullen hier toe uytkiezen een vijfhoek.

Uitrekening van de termen eener Vijfhoek.

Wy zullen dit alleenlijk exempelscher wyze voordragen, om dat hier in niets is dat swarigheyt zal geven aan die geene dewelke in de rechtlinische driehoeksmeting geoeffent zijn, hoedanig wy oordeelen dat U L. is: eerstelijk zullen wy uytrekenen de hoeken en daar na de linien.

Vierhoeken hebben wy uyt te rekenen:

de hoek van 't Centrum	*klo*,	1.
de Polygons hoek	*akt*,	2.
de kleyne Strijkhoek	*cfa*,	3.
de hoek van de Flank en de Strijklini	*acf*,	4.

1. *Om* klo, *de hoek in 't centrum te vinden.*

Regel. Deelt 360 Graden door 5 (om dat wy een vijf hoek nemen, in een seshoek door 6, en zo voort,) komt 72 Graden voor de hoek in 't centrum *klo*.

2. *Om* akt, *de Polygons hoek te vinden*

van 180 graden
trekt de hoek *klo* 72 graden

rest 108 graden voor de Polygons h. *akt*

3. *Om* cfa, *de kleene Strijkhoek te vinden.*

108 graden, de Polygons hoek *akt*.
2

54 graden, de helft *akl*, of *gbl*.
37 gr., de halve Bolwerks h. *cbk*.

afgetogen, rest 17 graden voor *gbc*, of *cfa*.

4. *Om* acf, *de hoek van de Flank en de Strijklini te vinden.*

van 90 graden
trekt de kleyne Strijkhoek 17 graden

rest 73 graden voor de h. *acf*.

Elf linien hebben wy uyt te rekenen.

Het overige van de Gord. wegens de sec. Flank	*af*,	1.
De Strijklini	*bf*,	2.
De secunde Flank	*fb*,	3.
De Surface	*bg*,	4.
De buytenste Polygon	*bp*,	5.
De distanty der Polygonen	*ga*,	6.
De Kapitaal	*hk*,	7.
De Keel	*gi*, of *ka*,	8.
De binnenste Polygon	*ko*,	9.
De kleene Radius	*kl*,	10.
De defens lini	*bb*,	11.

1. *Om* af, *het overige van de Gordijn wegens de secunde Flank te vinden.*

Radius, geeft *ac*, wat Tang. *acf* 73. 0?
100000 — 7 roeden — 327085
komt 22. 90 roeden voor *af*.

2. *Om* hf, *de Strijklini te vinden.*

Radius, geeft *ac*, wat Secans *acf* 73. 0?
100000 — 7 roed. — 342030
komt 23. 94 roeden voor *cf*
hier by 24. — roeden de Face *bc*

komt 47. 94 roeden voor de Strijklini *bf*

3. *Om* fb, *de secunde Flank te vinden.*

van 36 — roeden *ab*
trekt 22.90 roeden *af*, boven gevonden.

rest 13.10 roeden de secunde Flank *fb*.

4. *Om* hg, *de Surface te vinden.*

Radius, geeft *bc*, wat Sinus *gcb*, of *acf* 73. 0?
100000 — 24 roeden — 95630
komt 22. 95 roeden voor de Surface *bg*.

5. *Om* hp, *de buytenste Polygon te vinden.*

hg 22. 95 roeden
2 verm.

komt 45. 90 roeden voor *bg* en *qp* te zamen,
hier by 36. — roeden de Gordijn *ab*, of *gq*

komt 81.90 roeden voor de buytenste Polygon *bp*.

6. *Om*

6. *Om* g a, *de distanty der Polygonen te vinden.*

radius, geeft *b c*, wat sinus compl. *acf* 73. 6?
100000—24 roeden —— 29237.
komt 7. 02 roeden voor *cg*
hier by 7.— roed. de flank *ac*

komt 14. 02 roed. voor de distanty der Polygonen *g a*

7. *Om* h k, *de kapitaal te vinden.*

radius, geeft *ag* (of *ki*), wat sec. d' ½ *klo*, (of *bki*) 36. 6?
100000 — 14. 02 roeden —— 123607
komt 17. 33 roeden voor *bk* de kapitaal.

8. *Om* g i, *of* k a, *de keel te vinden.*

rad., geeft *ag* (of *ki*) wat tang. de helft *klo* 36. 6, (of *bki*)
100000 — 14. 02 roeden —— 72654
komt *bi* 10. 18 roeden, dit
van *hg* 22. 95 roeden

rest *gi* of *ka* 12. 77 roeden, de keel.

9. *Om* k o, *de binnenste Polygon te vinden.*

de keel *ka* 12. 77 roeden

—— 2 verm.

komt 25. 54 roeden voor *ka* en *bo* te zamen
hierby 36. o roeden de gordijn *ab*

komt 61. 54 roeden voor de binnenste Polygon *ko*.

10. *Om* k l, *de kleenen radius te vinden.*

radius, geeft *km*, de helft *ko*, wat secans *lkm* 54. 6
100000 — 30. 77 roeden —— 170136
komt 52. 34 roeden voor *kl* de klenen radius

11. *Om* h b, *de defens lini te vinden.*

by 't vierkant *bq* 58. 95, zijnde 3475. 1025.
vergaart het vierk. *bq* 14. 02, zijnde 196. 5604.

komt 3671. 6629.

√ —— komt 60. 59 roeden voor *b b*.

En alzoo zijn gevonden alle de linien die tot een vijfhoek behoren; op de zelve manier werdenze gevonden in alle andere Figuren, gelijk daar van zommige in de volgende Tafel vergaart zijn.

Tafel van de Gronttekening,

Aanwijzende de groote van de Hoeken, en de lengte van de Linien in groot Royaal.

		IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	*pl* bolw.
De hoek in 't Centrum ——	*klo*.	90.---,	72.---,	60.---,	51.26,	45.---,	40.---,	36.---,	32.44,	30.---,	----.---,
De Polygons hoek — —	*akt*.	90:---,	108.---,	120.---,	128.34,	135.---,	140.---,	144.---,	147.16,	150.---,	180.---,
De Bolwerkshoek — —	*cbr*.	65.---,	74.---,	80.---,	84.17,	87.30,	90.---,	90.---,	90.---,	90.---,	90.---,
De kleyne strijkhoek —	*cfa*.	12.30,	17.---,	20.---,	22. 9,	23.45,	25.---,	27.---,	28.38,	30.---,	45.---,
De hoek tusse de flank en strijk	*acf*.	77.30,	73.---,	70.---,	67.51,	66.15,	65.---,	63.---,	61.22,	60.---,	45.---,
De halve Diameter — —	*kl*.	42.76,	52.34,	62.39,	72.68,	83.15,	93.72,	103.38,	114.14,	125.04,	----.---,
De binnenste Polygon —	*ko*.	60.47,	61.54,	62.39,	63.07,	63.64,	64.10,	63.89,	64.33,	64.73,	69.94,
De keel — — —	*ka*.	12.24,	12.77,	13.19,	13.53,	13.82,	14.05,	13.94,	14.16,	14.35,	16.97,
De kapitaal — — —	*bk*.	15.83,	17.33,	18.71,	20.03,	21.29,	22.50,	24.07,	24.49,	24.81,	28.97,
De flank - - - - -	*ac*.	6.---,	7.---,	8.---,	9.---,	10.---,	11.---,	12.---,	12.---,	12.---	12.---,
De lini - - - - - -	*af*.	27.06,	22.90,	21.98,	22.11,	22.73,	23.59,	23.55,	21.98,	20.78,	12.---,
De secunde flank - - -	*fb*.	8.94,	13.10,	14.02,	13.89,	13.27,	12.41,	12.45,	14.02,	15.22,	24. --,
De gordijn - - - - - -	*ab*.	36.---,	36.---,	36.---,	36.---,	36.---,	36.---,	36.---,	36.---,	36.---,	36.---,
De face - - - - -	*bc*.	24.---,	24. --,	24.---,	24.---,	24.---,	24.---,	24.---,	24.---,	24.---,	24.---,
De buytenste Polygon - -	*bp*.	82 86,	81.90,	81.10,	80.46,	79.73,	79.50,	78.77,	78.13,	77.57,	69.94,
De surface - - -	*bg*.	23.43,	22.95,	22.55,	22.23,	21.97,	21.75,	21.38,	21.06.	20.78,	16.97,
De distanty der Polygonen -	*ga*.	11.19,	14.02,	16.21,	18.05,	19.67,	21.14,	22.90,	23.50,	24.---,	28.97,
De strijklini - - - - - -	*bf*.	51.72,	47.94,	47.39,	47.87,	48.83,	50.03,	50.43,	49.04,	48.---,	40.97,
De defenslini - - - - - -	*bb*.	60.47,	60.59,	60.66,	60.96,	61.20,	61.49,	61.78,	61.71,	61.67,	60.37,

Wy hebben hier de maat van het platte Bolwerk by gevoegt, om dat het in veele gelegentheden dienstig is. Verstaat by *Platbolwerk een zoodanigen wiens gordijnen, daar het tussen leyt, in een zelfde rechte lini leggen*, of dat het de versterking aan een doorgaande rechte lijn geeft.

Deze Tafel behelst alleenlijk de lengte der linien op groot Royaal, om dat de defenslini, overal, na genoeg aan de 60 roeden is: maar dewijl het zomtijts gebeurt dat men een Fortres te bouwen heeft in de welke de linien zoodanigen lengte juist niet konnen hebben, zo zullen wy toonen op wat wijze dat men alle andere

groo-

groote, na reden van deze, door de Regel van drien mag uytrekenen, en voor eerst.

Om de linien van kleen Royaal te berekenen, alwaar de buytenste Polygon 60 roeden lang is.

Voorbeelt op een vyf hoek. Zegt

de buytenste Polygon *in groot Royaal*		geeft de buyt. Pol. *in kleen Royaal*
h p		h p
81.90	———	60.00
30		
of 27.3	———	20.0
in groot Royaal		*in kleen Royaal.*

wat *kl* 52.34? komt *kl* 38.35 roeden.
wat *ko* 61.54? komt *ko* 45.08 dito.
wat *ka* 12.77? komt *ka* 9.35 dito.
wat *bk* 17.33? komt *bk* 12.69 dito.
wat *ac* 7.00? komt *ac* 5.13 dito.
wat *af* 22.90? komt *af* 16.78 dito.
wat *fb* 13.10? komt *fb* 9.59 dito.
wat *ab* 36.00? komt *ab* 26.37 dito.
wat *bc* 24.00? komt *bc* 17.58 dito.
wat *bg* 22.95? komt *bg* 16.81 dito.
wat *ga* 14.02? komt *ga* 10.26 dito.

Indien men een vyfhoekige Vesting wilde maken daar af de kleene Radius niet langer konde vallen als 31 roeden 9 voeten en een half, of 31.95 roeden, zoo vint men op de volgende wyse de lengte van alle de andere lynen na reden van dese.

Om de linien te berekenen wanneer de kleene Radius is 31.95 roeden.

Zegt: de kleene Radius *in groot Royaal*		geeft dese kleene Radius *in dit bestek.*
k l		k l
52.34	———	31.95
in groot Royaal		*in dit bestek.*

wat *bp* 81.90? komt *bp* 50.00 roeden.
wat *ko* 61.54? komt *ko* 37.57 dito.
wat *ka* 12.77? komt *ka* 7.79 dito.
wat *bk* 17.33? komt *bk* 10.58 dito.
wat *ac* 7.00? komt *ac* 4.27 dito.
wat *af* 22.90? komt *af* 13.99 dito.
wat *fb* 13.10? komt *fb* 7.99 dito.
wat *ab* 36.00? komt *ab* 21.98 dito.
wat *bc* 24.00? komt *bc* 14.65 dito.
wat *bg* 22.95? komt *bg* 14.01 dito.
wat *ga* 14.02? komt *ga* 8.46 dito.

En zoo in alle andere gevallen: waaruyt men lichtelijk ziet hoedanig dat men allerley groote, evenredig aan dese, kan uytrekenen, een van dese lynen als gegeven nemende.

III. HOOFTSTUK.

Van de verheventekening eener Vesting.

IN het voorgaande Hoofstuk de gronttekening van de voornaamste deelen eener Vesting afgehandelt hebbende, zullen nu zulx doen van de verheventekening.

VERHEVENTEKENING, of *Profil*, is een Perpendiculare doorsnyding van een Vesting, vertoonende de dikte en de hooghte van het werk voor zoo veel het verheven of gedaalt is.

De *Figuur* 3. vertoont zulx van de Wal en zijne Borstweer; van de Faussebraye en zijne Borstweer; van de Gracht, en van de Conterscharp met zijn bedekte weg.

Van de Wal A.

De Wal moet niet al te hoog, noch ook niet al te leeg zijn: in de breete, of in de dikte moet mede maat gehouden werden.

Als de Wal te hoog is zo wert de vyant daar door te veel bedekt als hy dicht onder de Wal is: hoe nader hy komt hoe zekerder hy is.

De al te lege Wallen werden mede verworpen: niet alleen om dat ze lichtelijk konnen beklommen werden, maar ook om dat ze te bloot voor des vyants kanon zijn, en voornaamelijk als hare Batteryen wat hoog zijn.

De hoogte van de Wal, *zk*, of *sr*, wert over zulx gemeenlijk genomen van 15 tot 18 voeten: sommige geven een yder Figuur een bezondere hoogte.

Frytag *stelt in de* IV:V:VI:VII:VIII:IX:X *boek*
d'hoogte van de Wal zk *op* 12:14:15:16: 17:18:18 *voet.*

Niet hoger als tot de 18 voeten klimmende.

De Wal wert ook niet al te breet gemaakt, om onnodige onkosten te schuwen: ook niet te smal, om sufficant voor 't kanon te wezen, en op dat'er plaats is om het kanon te stellen, te vervoeren, en Soldaten te marcheren.

De aanleg van de Wal, dat is de onderste breete *ih*, wert om deze reden gemeenlijk genomen om en by de 70 voeten.

Frytag *stelt in de* IV:V:VI:VII: VIII:IX:X *boek.*
de aanl. van de Wal ia *op* 54:60:66:72: 78:84:84 *voet.*

De docering, dat is de schuinigheyt waar mede de Wal opgebout wert, op dat de aarde niet lichtelijk en zoude afvallen, is twe'erley, uytwendig en inwendig.

De uytwendige docering *as* wert zoo stijl gemaakt als mogelijk is, om de vyant in 't beklimmen zoo veel hinderlijk te zijn als mogelijk is.

De steene Wallen konnen stijlder docering lijden als de aarde; en de eene aarde stijlder als de andere, ter oorzake dat alle aarde niet even vast gebonden is: de ondervinding heeft verscheyde middelen uytgevonden om deze docering stijl, en nochtans vast, te maken: van goede kley maakt men ze gemeenlijk zoodanig dat *ra* gelijk is aan de helft van *sr*.

De inwendige docering *zi* wert gemeenlijk zoo vlak gemaakt dat *ik* gelijk is aan *zk*: en men neemt hen dus vlak, eensdeels om dat de aarde weynig zoude afvallen, en andersdeels, op dat men, in tijt van noot, de Wal lichtelijk overal zoude konnen beklimmen.

Als men de buytenste docering even aan de helft, en de binnenste aan het geheel neemt, zoo is, volgens de voorgaande aanleg.

in een IV:V:VI:VII:VIII:IX: X *boek*
de bov. br. van de W. zs 36:39:43.5:48:52.5:57:57 *voet*

Van de Borstweer B.

Zijn dikte, of zijn aanleg, is van 12 tot 24 voeten, om om bequaam te zijn tegen een kanon koegel, die in zachte aarde wel 10 a 12 voeten kan ſchieten, zoo'er geen achter aarde is.

Frytag *ſtelt in de* IV, V, VI, VII, VIII, IX, X *boek*
d'aanl. vande Bor. wſ *op* 12, 14, 15, 18, 20, 24, 24 *voet*

De binnenſte hoogte, *t* 4, is altijt 6 voeten, op dat de geene, die op de Wal wandelen, daar door bedekt zijn.

De buyten hoogte, 3 *v*, is 4 voet, of zoodanig dat men het midden, of ten minſten de buyten kant van de Gracht, kan beſtrijken; de ſcheut evenwijdig aan *t* 3 geſchiedende.

De uytwendige docering 3 *ſ*, moet overeen komen met de uytwendige van de Wal *ſ a*.

De inwendige docering, *t w*, wert zoo ſtijl genoomen als mogelijk is, zulx dat *w* 4 gemeenlijk is 1 voet.

Aan de Borſtweer wert altijt een bank (*yw*) gevoegt, op dat men, daar op ſtaande, bequaamelijk over de Borſtweer zoude konnen zien.

Zijn aanleg, of zijn breete *x w* is 3, en zijn hoogte *yx* $1\frac{1}{2}$ voet: de docering *y x* is evenwijdig aan de docering *t w*.

Uyt de aanleg van de Borſtweer met zijn bank, en uyt de alrede gevondene boven breete, of de kruyn van de Wal, kan lichtelijk gevonden werden de Walgang *z x*, dat is het onbelemmerde, of het overige van de kruyn; op deze wijze;

IV: V: VI: VII: VIII: IX: X
by *ſw* 12: 14: 15: 18: 20: 24: 24 aanl. vande Borſtw.
verg. *xw* 3: 3: 3: 3: 3: 3: 3 aanl. vande Bank.

k. *ſx* 15: 17: 18: 21: 23: 27: 27 dit van
zſ 36: 39: 43.5: 48: 52.5: 57: 57 de kr. van de Wal.

reſt zx 21: 22: 25.5: 27: 29.5: 30: 30 *de Walgang.*

Van de Onderwal, of Fauſſebraye.

Deſe is geordineert om de vyant de inkomſt van de Gracht te beletten, of eygentlijk om hem in 't overkomen de meeſte afbreuk te doen: men weet dat de Horizontale ſcheuten de meeſte kracht hebben, en by gevolg de ſcheuten uyt de onderwal de vyant meer zullen hinderen als die dewelke van de Wal komen, door dien ze te ſchuyns vallen.

De Borſtweer (D) van de onderwal is van de zelve gedaante en groote als de Borſtweer op de Wal, en geſchiet ook om de zelve reden: ten minſten moeten ze in de hoogte over een komen.

't Pleyn van de onderwal (aq) *wert by Frytag genomen in een* IV, V, VI, VII, VIII, IX, X *boek.*
op 12, 15, 15, 17, 21, 21, 21 *voeten.*

Tuſſchen de Borſtweer van de onderwal en de Gracht laat men een bern, *p b*, leggen, om de aarde, die van de Borſtweer valt te vangen: deze ſtelt *Frytag* in yder Figuur op 6 voeten.

Uyt de aanleg van het pleyn, de Borſtweer met zijn bank, en de Bern, wert de aanleg van de onderwal *ab*, gevonden op deze wyſe.

IV, V, VI, VII, VIII, IX, X
vergaart *aq* 12, 15, 15, 17, 21, 21, 21
qp 15, 17, 18, 21, 23, 27, 27
en *pb* 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6

komt ab 33, 38, 39. 44, 50, 54, 54 *de aanleg*

Van de Gracht E.

De Gracht is het voornaamſte deel van een Veſting geſchikt zijnde om de Wal voor 't naderen te bevryden, dewylze den vyant zeer hinderlijk is om plotſelings aan de Wal te komen.

De Gracht kan wel te ſmal, wel te ondiep, wel te breet, maar niet te diep weſen: te ſmal, om dat de vyant als dan hen met ſpringen, of met inſtrumenten kan overkomen; te ondiep, om dat ze hem dan weynig hinderlijk is; en te breet, om dat hy dan aan de overkant zonder verhindering werktuigen kan toeſtellen waar mee hy de Gracht kan winnen. Ze moet dan van een tamelijke breete, en ten minſten zo diep zijn dat een man hen niet kan over wateren.

De wijte van de Gracht bc, *ſtelt Frytag*
in een IV, V, VI, VII, VIII, IX, X *boek*
op 72, 84, 96, 108, 120, 132, 132 *voeten*

En niet wyer, met 12 voeten opklimmende.

De natte Grachten moeten ten minſten 6 voeten diep onder water zijn, dat is de lengte van een man, om reden als boven.

Men kan in 't midden van de Gracht, gelijk ook veeltyts gedaan wert, en voornamelijk in droge Grachten, wel een middelgracht maken, van 20 a 24 voeten wyt, en 4 a 5 voeten diep, als hier met H afgebeelt ſtaat, om den vyant noch meerder afbreuk te doen in 't overkomen.

Beyde de doceringen, *b c* en *d e*, werden zodanig genomen dat *b f* is gelijk *c f*, en *g e* gelijk *g d*, dat is, elk gelijk aan de diepte.

Van de Conterſcharp F.

De aanleg van de Conterſcharp, of bedekte wech eh, *ſtelt Frytag.*
in een IV, V, VI, VII, VIII, IX, X *boek*
op 12, 15, 15, 17, 21, 21, 21 *voeten.*

De hoogte van de Borſtweer, *l n*, en zijn bank, 7*b*, met de binnenſte docering, *o n*, is van de zelfde maat als de Borſtweer op de Wal, uytgenomen dat de buytenſte docering, *l m*, zoo ſchuyns is dat ze correſpondeert op de punten *t* en 3, zulx dat *lm* komt te vallen in de verlengde *t* 3; en dit wert gedaan, op dat de ſcheuten, die over de Borſtweer van de Wal komen, de vyant, op de tegenſcharpte *l m* zijnde, Horizontaal, of liever paralel zoude konnen beſtryken.

Deſe Conterſcharp, of liever bedekte weg, is van een zeer nuttelijk gebruyk in 't retireren van de uytvallen, want achter de zelve gekomen zijnde zoo is men zeker, om dat men voor de vyant bedekt is, en hy daar in komende is bloot voor 't geſchut van de Wal, en de musquetten van Wal en Fauſſebraye.

Om de aanleg van deſe Borſtweer *n m*, te vinden, zoo trekt *l* 6 evenwydig aan *i m*, zoo is 6, 5 gelijk *ln*, of gelijk *t* 4, en daarom is *t* 6 gelijk 4.5, de hoogte van de Wal; en dewijl de driehoeken *t l 6*, *l n m* gelijkhoekig zijn, daarom is 't in een vijfhoek.

$$\left.\begin{array}{r} \int 4, \text{ of } 5r, 13 \\ ra, 7 \\ ab, 38 \\ be, 84 \\ eb, 15 \\ bn, 4 \end{array}\right\} \text{vergaart}$$

t 6, 14, walshoogte, geeft — *6 l* 161, wat *l n 6*?

Komt 69 voeten voor *n m*, de aanleg van de Borstweer des Conterscharps: en zoo met alle andere.

De lengte van de linien der verheventekening, die in dit Hooftstuk aangetekent, en de zelfde van Frytag zijn, verzoekt hy dat men zich daar aan niet naukeuriglijk behoeft te houden, en dat men in de starkste Vesting het Profil swakker kan maken, en daarom houden wy ook zulx gerecommandeert: men moet de occasie toegeven en verstant gebruyken.

Tafel van de Verheven-teekening, of 't Profil,

Aanwijzende de lengte van de Linien in de Royale Vestingen.

			Voeten van 12 in een Rijnlantze Roe.						*Voeten van 10 in een Rijnlantze Roe.*					
			IV	V	VI	VII	VIII	IX	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Wal.	De aanleg van de Wal	*i a.*	54.-	60.-	66.-	72.-	78.-	84.	45.	50.	55.	60.	65.	70.
	De buytenste docering	*r a.*	6.-	7.-	7.5	8.-	9.-	9.	5.	5.83	6.25	6.67	7.5	7.5
	De binnenste docering	*i k.*	12.-	14.-	15.-	16.-	18.-	18.	10.	11.67	12.5	13.33	15.	15.
	De Wals hoogte	*k z*, of *s r.*	12.-	14.-	15.-	16.-	18.-	18.	10.	11.67	12.5	13.33	15.	15.
	De bovenbreete van de Wal	*z s.*	36.-	39.-	43.5	48.-	51.-	57.	30.	32.5	36.24	40.	42.5	47.5
Borstweer.	De aanleg van de Borstweer op de Wal	*w s.*	12.-	14.-	15.-	18.-	20.-	24.	10.	11.67	12.5	15.	16.67	20.
	De buytenste docering	*v s.*	2.-	2.-	2.-	2.-	2.-	2.	1.67	1.67	1.67	1.67	1.67	1.67
	De binnenste docering	*w 4.*	1.-	1.-	1.-	1.-	1.-	1.	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0,83
	De buyten hoogte	*v 3.*	4.-	4.-	4.-	4.-	4.-	4.	3.33	3.33	3.33	3.33	3.33	3.33
	De binnen hoogte	*t 4.*	6.-	6.-	6.-	6.-	6.-	6.	5.	5.	5.	5.	5.	5.
	De boven breete, of zijn dikte	*4 v.*	9.-	11.-	12.-	15.-	17.-	21.	7.5	9.17	10.	12.5	14.17	17.5
	De aanleg van de Bank	*x w*, en *y 2.*	3.-	3.-	3.-	3.-	3.-	3.	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
	De hoogte van de Bank	*x y.*	1.5	1.-	1.5	1.5	1.5	1.5	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25
	De Walgang	*z x.*	21.-	22.-	25.5	27.-	28.-	30.	17.5	18.33	21.25	22.5	23.33	25.
	't Pleyn van de Onderwal	*a q.*	12.-	15.-	15.-	17.-	21.-	21	10.	12.5	12.5	14.17	17.5	17.5
	De Bern	*p b.*	6.-	6.-	6.-	6.-	6.-	6.	5.	5.	5.	5.	5.	5.
	De distanty tussen de Wal en Gracht	*a b.*	33.-	38.-	39.-	44.-	50.-	50	27.5	31.67	32.5	36.67	41.67	41.67
	De bovenbreete van de Gracht	*b e.*	72.-	84.-	96.-	108.-	120.-	132.	60.	70.	80.	90.	100.	110.
Gracht.	De doeering van de Gracht	*b f*, en *g e.*	10.-	10.-	10.-	12.-	12.-	12.	8.33	8.33	8.33	10.	10.	10.
	De diepte	*f c*, of *g d.*	10.-	10.-	10.-	12.-	12.-	12.	8.33	8.33	8.33	10.	10.	10.
	De onderbreete	*c d.*	52.-	64.-	76.-	84.-	96.-	108.	43.33	53.33	63.33	70.	80.	90.
Cont.	De bedekte weg	*e h.*	12.-	15.-	15.-	17.-	21.-	21.	10.	12.5	12.5	14.17	17.5	17.5
	De aanleg van de Borstw. op 't Cont.	*m m.*	69.-	69.-	69.-	70.-	74.-	79.	57.5	57.5	57.5	58.33	61.67	65.83

De gront, en de verheventekening, dus afgehandelt hebbende, zoo zullen wy tot het volgende Hooftstuk overgaan.

IV. HOOFTSTUK.

Lerende vinden de lichamelijke inhout der bewalling van een Vesting.

Dit is dienstig om de kosting van het Graafwerk uyt te vinden, en om te weten hoe diep dat de Gracht moet gemaakt werden om de aarde te hebben tot de opbouwing der bewalling.

En dewijl dit niet gevonden zal konnen werden, ten zy dat men voor af wete de superficiele inhout van het Profil, zoo zullen wy dit voor af laten gaan.

Om de superficiele inhout van het Profil te vinden.

Exempel op een vijfhoek. *Besiet Fig.* 3.

In deze is *a i*, 60, *z ʃ*, 39; *z k*, 14, *ʃ w*, 14, *t* 4, 6, 3 *v*, 4, 4 *w*, 1, *ʃ v*, 2, *x w*, 3, *x y*, 1. 5, *b e*, 84, *f c*, of *d g*, 10, *c d*, 64, *o m*, 70, en *l n*, 6.

Uytrekening van de Wal en zijn Borstweer.

Vergaart *a i*, 60, by *z ʃ*, 39, komt 99, de helft is 49. 5, dit vermenigvuldigt met *z k*, 14, komt 693 voor de Inhout van de Wal A.

Vergaart *ʃ v*, 2, en 4 *w*, 1, komt 3, dit van *ʃ w*, 14, rest 11 voor 4 *v*: ook, addeert 4 *t*, 6, by 3 *v*, 4, komt 10, de helft 5. Vermenigvuldigt met 4 *v*, 11 komt 55 voor de inhout van *t* 4, *v* 3.

De helft van 4 *t* als 3, gemultipliceert met 4 *w*, 1, komt 3 voor de inhout van de △ *w t* 4 *w*.

De helft 3 *v*, 2, gemultipliceert met *ʃ v*, 2, komt 4 voor de inhout van de △ *v ʃ* 3 *v*.

x w, 3 Ver-

x w, 3 Vermenigvuldigt met *x y*, 1. 5, komt 4. 5 voor de inhout van de bank *y w*.

Deze Vier leste partyen vergaart, komt 66. 5 voor de inhout van de Borstweer en zijn bank; en zoo veel is mede de Borstweer van de Onderwal.

Van de Conterscharp.

De helft van *o m*, 35, multipliceert met *l n*, 6, komt 210 voor de inhout van de △ *l o m l*; hier by de bank 4. 5, komt 214. 5 voor de inhout van de Conterscharp en zijn bank.

Van de Gracht.

De boven breete *b e*, 84, vergaart by de onder breete *c d*, 64, komt 148, de helft 74, vermenigvuldigt met *c f*, 10, de diepte van de Gracht, komt 740 voor zijne inhout.

Dewijl deze uytrekening al te maal gedaan is op voeten van dewelke de 12 een roede doen, en om dat wy het volgende zullen uytrekenen op voeten die de 10 een roede uyt maken, zoo laat ons deze zoodanig reduceeren, en dewijl dit vierkante voeten zijn, zoo doen 144 van deze 100 van de andere, daarom.

144 geeft 100, wat 693.-- ? komt 481.25, Wal
wat 66. 5 ? komt 46.18 Borstw.
wat 66. 5 ? komt 46.18 Borstw.
wat 214. 5 ? komt 148.958 conters.

722.568 bewall.
wat 740.0 ? komt 513.889 Gracht

komt 1236.457 vierkante voeten voor de geheele inhout, van de welke de 100 een vierkante roede doen.

Om de lichamelijke inhout van het Bewalde, en van de Gracht te vinden.

Op twee wijzen zullen wy dit leren vinden: de eene is naukeurig, en de andere ruw: de laaste is kort, en de andere wat wijtluftiger.

De naukeurige, die wy eerst zullen afhandelen, geschiet op deze wijze: menzoekt de middellengte van de Wal (dat is de lijn die, in 't midden van de Wal, de Wal langs loopt) van de Borstweer op de Wal; van de Borstweer op de Onderwal, en van de Conterscharp: deze middellengte multipliceert men met de superficiele inhout van de Wal, &c., en men besluyt dat het product de inhout van de Wal, &c. is, schoon 'er wat aan gebreekt, om dat het verschil niet aanmerkelijk is: Al wat wy dan by na te doen hebben is deze middellengte te vinden: en wy moeten deze dingen niet alleenlijk doen van het Bewalde, maar ook van het gegravene, of van de Gracht.

Aanmerkt dat *Figuur*. 4. afbeelt de gronttekening van een halve Gordijn met een half Bolwerk, 't welk genoeg is om het geheel uyt te vinden: *wb*, *xk*, *yn* voor lijnen die de Flanks, de schouders, en de Bolwerks hoek in tween gelijk deelen: de overige als te zien is, en zijn Parallele, of regthoekige.

Exempel op een vijfhoek

In een vijfhoek is *a d*, 180: *d c*, 70: *c b*, 240: en *a i*, 50 voeten.

Om de lichamelyke Inhout van de Wal te vinden.

Om reden als voren moeten wy vinden de lengte van de lijn die uyt het midden van *a i* gaat evenwijdig aan de Gordijn, Flank, en Face, dat is de lengte van de lijn *o b k n*, aanmerkende *o* voor het midden van *ai*.

Dewijl *adc* heel recht is, daarom is *adw* half recht, en overzulx is *z b*, gelijk *d z*, of gelijk *a o*, de halve aanleg van de Wal.

Daarom, by *a d*, of *o z* 180 voeten
vergaart *z b* 25 voeten

komt *o b* 205 voeten.

Dewyl de hoek van de Flank en de Stryklini, *d c f*, doet 73 graden, zoo is de schouder hoek *d c b* 107 graden, de helft is 53.30 voor de hoek *g c k*: Dan
Radius, geeft *g k*, wat tang. compl. 53.30 *g c k*?
100000 — 25 ——— 73996?
komt *c g*, 18.499 voeten, dit
van *dc*, 70. — voeten

rest *dg*, 51.501 voeten
hier by *d z*, 25. — voeten

komt *zg* of *k b*, 76.501 voeten.

Dewyl de Bolwerks hoek is 74 graden, daarom is de hoek *m b n*, 37 graden: dan
Radius, geeft *m n*, wat tang. compl. 37.0 *m b n*?
100000 — 25 ——— 132704?
komt *m b*, 33.176 voeten
hier by *c l*, 18.499 voeten

komt *m b* † *c l*, 51.675 voeten, dit
van *cb*, 240. — voeten

rest *l m*, of *k n*, 188.325 voeten
hier by *k b*, 76.501 voeten
en *ob*, 205. — voeten

komt *o b k n*, 469.826 voeten: middellengte
verm. met 481.25 de superficiele inh. van de wal

komt 226103.762 cubicq voeten voor de lichamelijke inhout van de Wal, zonder zijn Borstweer.

Om de lichamelijke inhout van de Borstweer op de Wal te vinden.

Laat nu A het midden van *e r* zijn, de aanleg van de Borstweer en zijn bank, zoo is AF, *ft* de midden lengte die wy vooraf moeten vinden.

Dewyl *d z* tot *d* B
of *a o* tot *a* A

2

of *a i* tot *a r* † *a e* is, als *z b* tot B F
en ook, als *g c* tot *f* C
of, als *c l* tot *f* D
mede, als *m b* tot *t* E

Zoo blykt dan dat de aanleg van de Wal, tot *ar* † *ae*

is,

is, als het verschil tussen *adcb* en *obkn*, tot het verschil tussen dezelve *adcb* en *AFſt*: zulx dat wy de midden lengte nu konnen vinden op deze wijze.

ad 180
dc 70
cb 240

adcb 490 —. 5. 83 *ar*
obkn 469. 826 20. — *ae*

ai 50, geeft (verschil) 20.174, wat 25. 83?
komt 10. 422, dit
van 490. —., om dat *adcb* korter is als *obkn*, en daarom ook *AFſt*.

rest 479.578 voor de mid. van de Borstw. *AFſt*
verm. met 46.18- de superf. inhout

komt 22146. 912 cubicq voeten voor de lichamelijke inhout der Borstweer van de Wal en zijn bank.

Om de lichamelijke Inhout van de Borstweer der Onderwal te vinden.

Laat *v* het midden van *qp* zijn, en *vwxy* de middellengte die wy voor af moeten vinden.

12. 50 *aq*
26. 67 *ap*
verg.

ai 50, geeft (verschil) 20. 174, wat 39. 17?
komt 15.804, dit
by 490.—., om dat *vwxy* langer is als *adcb*,

komt 505.804, de mid. l. van de Borstw. *vwxy*.
verm. met 46.18-, de superf. inhout

komt 23358. 029 cubicq voeten, voor de lichamelijke inhout van de Borstweer der Onderwal met zijn bank.

Om de lichamelijke Inhout van de Gracht te vinden.

Aanmerkt, *van Figuur* 5, *dk*, *cſ*, en *hg* voor lijnen die de hoek van de Flank, schouder, en van het Bolwerk in tween gelijk deelen, de rest als blijkt, voor Paralellen en perpendicularen.

By *ab* 31.67, vergaart *bf* 8.33 (de docering van de Gracht) komt 40 voeten voor *af*, of voor *kz*; dit van *da* 180 voeten, rest 140 voeten voor *az*, of *qo*:

Dan: straal, geeft *qo*, wat tang. compl. *qſo* 73.ó?
100000 — 140 ——— 30573
komt 42. 802 voor *ſo*, dit
verm. met 70. — de helft *qo*

komt 2996.140, de inhout *qoſq*

Voorts: Radius, geeft *pc*, wat tang compl. 53.36, *pſc*?
100000 — 40 ——— 73996
komt 29. 598, *ſp*
70. —, *dc*, of *pz*
verg.
komt 99. 598, *ſz* hier van
getrokken 42. 802, *ſo*

rest 56. 796, *oz*
40. —, *kz*
afg.
blijft 16. 796, *ok*
140. —, *qo*
vem.
komt 2351. 440, de inhout van de ▭ *fo*.

Radius, geeft *rb*, wat tang. *rbt* 53. ó?
100000, ——40—— 132704, k. 53. 082, *rt*.
240. —, *vr*.
Radius, geeft *qo*, wat sec. *oqs* 17. ó? 29. 598, *ſv*.
100000 —. 140 —— 104569, k. 146. 397, *qſ*.

Radius, geeft *wx*, tang. *qwx* 17. ó? 469. 077, *qt*.
100000 —. 53.33 —— 30573, k. 16. 305, *qx*.

Radius, geeft *ty*, wat tang. *ytg*. 53. ó? 452. 772, *wy*.
100000 —. 53.33 —— 132704, k. 70. 771, *yg*.

523. 543, *wg*.
469. 077, *qt*.

992. 620,
2
midden lengte. 496. 310,
verm. met 53.33-, *wx*.

komt de inhout *wqtgw* 26468. 212.
inhout *fo*—. 2351. 440.
inhout *qoſq* -- 2996. 140.

inh. *wgtſkfw* 31815. 792.
Grachts diepte *ſA* 8. 33.

verm. komt 265025.547. cub. Voeten voor de lichamelijke inhout van *wgtskfw*.

ty 53. 33, geeft 8. 33 *yB*
523. 543, *wg*.
469. 077, *qt*.
afg.
of 32. —— 5 —— 54.466, *wg-qt*
komt 8. 510, *eC* —. *wg*
* 3
2. 837
8. 33- *yB* 523. 543, *wg*
4. 165 zijn helft
—. verm. 526. 380, gem. l. van de
34. 694 —— 34. 694 uytt. docer.

verm. komt 18262.228 cubicq voeten voor de lichamelijke inhout van de uyterste docering van de Gracht.

ai 50, geeft (verschil) 20.174, wat 63.34, 't dubbelt *xb*?
en wat 80.--, 't dubbelt *af*?

* *Deze deeling door 3 geschiet om dat de docering in C spits, of Pyramidisch toe loopt, en om de zelfde reden in de twee volgende plaatzen.*

komt

komt 25. 556 en 32. 278
490. — 490. —

*b*DEF 515. 556 522. 278 *fkst*
6. 722, 't verschil.

3 ——
2. 241,
515. 556, *b*DEF

verg. ———
517. 797, midd. lengt. binn. doc.
34. 694, de inhout *b A fb*.

verm. komt 17964. 449, inhout binn. doc.
18262. 228, inhout buit. doc.
265025. 547, inhout *wgtfkfw*.

verg. komt 301252. 224, cubicq voeten voor de lichamelijke inhout van het tiende deel van de Gracht; dies is de inhout van de heele Gracht 3012522. 24 cubicq voeten.

Om de lichamelijke Inhout van het Conterscharp te vinden.

ty 53. 33, geeft *wg* — *qt* 54. 466,
wat H G 15. 83? komt 16. 168, *n*I - *e*C
8. 510, *e*C - *wg*
523. 543, *wg*

548. 221, *n*I

en wat *m*H 57. 5? komt 58. 725, *m*K - *n*I
3 ———
19. 575
hier by 548. 221 *n*I

komt de midd. l. v. cont. 567. 796
de inhout van de surp. 148. 958

verm. komt 84577. 757 cubicq voeten voor de lichamelijke inhout van de Conterscharp en zijn Bank.

De gevondene vergaart, als de inhout
van de Wal zelfs 226103. 762
van zijn Borstw. 22146. 912
van de Borstw. des ond. 23358. 029
van de Conterscharp. 84577. 757

komt 356186. 460 cubicq voeten, het tiende deel van alle het geene bewalt moet werden, dat is voor

De geheele beschansing 3561864. 60 cub. voeten
De geheele Gracht is 3012522. 24 cub. voeten

afgetogen; rest 549342. 36 cubicq voeten aarde zoo veel de Gracht minder inhout als het bewalde: Deze aarde kan gevonden werden met de Gracht dieper te maken: en indien men om de Conterscharp een Gracht maakt, gelijk in de lage landen meest gedaan werdt, daar men natte Grachten heeft, zoo kan men deze aarde uyt deze Gracht vinden.

Maar dewijl de natte aarde veel inkrimt, zoo zal het different merkelijk meerder wezen, indien de voornoemde Fortres uyt natte aarde gemaakt wert: de eene aarde krimpt meerder in als de ander: zoo wy stellen 6 schaften Grachts 5 schaften wals te zullen uyt leveren, en dit toe-eygenen aan de bovenstaande calculaty, zoo zullen wy de volgende uytrekening vinden.

5 droge doen 6 natte, wat 3561864. 60 droge aarde?

komt 4274237. 52 natte
de Gracht levert uyt 3012522. 24 natte

komt 1261715. 28 natte aarde die de Gracht om de Conterscharp moet uytleveren.

Om dan te vinden hoe wijt deze Gracht moet aangeleyt werden, willende de zelve 8 voeten diep hebben, van de welke de tien een roede doen, zoo doet als volgt,

by 548. 221 *n*I
vergaart 58. 725 *m*K-*n*I

komt 606. 946 *m*K, dit
met 10. — verm.

komt 6069. 46 voor de geheele lengte van de Conterscharp om de Gracht: dit zullen wy voor de middel-lengte nemen, dewijl het in deze daar niet op aan komt.

Deelt de geheele inh. van deze Gracht 1261715. 28
door de lengte van deze Gracht — 6069. 46

komt voor de inhout van het Profil 208 voet. nag.
hier af het vierk. van de Grachts diepte 64

144
gedeelt door de diepte 8 ——
komt voor de onder diepte 18
hier by 2 maal de diepte 16

komt voor de aanleg van deze Gracht 34 voeten.

Indien men deze Gracht begeerde 10 voeten diep te hebben, zoo moeste zijn aanleg in de wijte wezen 30. 8 voeten.

Om de Inhout van een Vesting te vinden op een zeer eenvoudige manier, die na genoeg tot de Praktijk is.

Regel. *De geheele omtrek van de buytenste aanleg van de Wal, multipliceert met de inhout van 't profil der geheele beschansing (als de Wal en zijn Borstweer, de Borstweer van de onderwal, en de Conterscharp) het komende is de lichamelijke inhout van de Vesting, zoo veel de beschansing aangaat.*

En wat de Gracht belangt: verhoogt de geheele omtrek voornoemt met zijn vijfde deel, en vermenigvuldigt de som met de inhout van 't profil van de Gracht, het produkt *duss is nu genoeg de lichamelijke inhout van de geheele Gracht om de Vesting.*

Toepassing in de voorgaande Vyf hoek.

Om de bewalling te vinden.

ad 180 voeten.
dc 70 voeten.
cb 240 voeten.

adcb 490 voeten.
10

De heele omtrek 4900. — voeten.
Inh. van 't bewalde 722.568 profil.

verm. komt 3540583. 20. inhout van 't bewalde.
hier voren is 3561864. 60. gevonden.

Verschilt maar 21281. 40, dat is omtrent $\frac{1}{167}$ deel van het geheel, dat de laatste manier te weynig geeft, 't geen in dese van geen belang is.

Om de Gracht te vinden.

De geheele omtrek 4900 voeten.
verhoogt met zijn $\frac{1}{5}$, 980

komt 5880 —
't Profil van Gracht 513.889
— verm.
k. voor de inh. vande Gracht 3021667. 32
hier voren is gevonden 3012522. 24

afgetogen, rest 9145. 08 cubicq voeten, dat is omtrent $\frac{1}{329}$ deel van het geheel, zoo de laatste manier te veel uytlevert.

V. HOOFTSTUK.

Om te vinden hoe veel een Vesting zal komen te kosten zoo veel het Graafwerk aangaat: en hoe veel Arbeyders daar toe van doen zijn om het zelvige in een gegeve tyt op te maken, en in hoe veel tijdt een gegeve getal Arbeyders dat konnen verrichten.

DIt is het eynde waarom de voorgaande uytrekening gedaan is: wetende hoe veel schachten aarde de bewalling groot is, en hoe veel yder schaft aan arbeyts loon komt te kosten, zoo vint men lichtelijk het gelt dat het zal komen te bedragen: en wetende hoe veel aarde een man, of meer mannen, in een gezette tijt, konnen bewerken, zoo vint men gemakkelijk de tijt die het zal aanloopen eer het voltoyt wert, 't getal van de menschen vast stellende, of hoe veel volk men van doen heeft, de tijt bepalende.

Verstaet by een schaft aarde *een stuk dat een roe lang en breet en een voet dik is*, waar by men gewoon is de besteding van 't Graafwerk te doen.

Voor de 3 schaften wert gemeenlijk een Rijxdaalder, of 2 gulden betaalt: het op een Rijxdaalder rekenende, en stellende dat een schaft inhout 100 cubicq voeten, daar van de 10 voeten een Rijnlanze roede uytmaken, zoo vinden wy het begeerde op de volgende wijze.

De aarde die uytgegraven moet werden, is, volgens de eerste calculaty, met zijn verhooging voor het in krimpen,

4274237. 52 cub. voet
gedeelt door 100 —

3 Schaften kosten 1 Rijxd. wat 42742.3752 Schaften?

Komt 14247 Rijxdaalders en 23 stuyvers, zoo veel de gantse Vesting wegens het Graafwerk zoude komen te kosten.

Maar indien de besteding was geweest op Schaften aarde van een Rijnlantze voet diep, van de welke de 12 een roe doen, zoo moet men weten dat 12 zoodanige Schaften zoo veel doen als 10 van de eerste: daarom.

10 Schaften komen op 12 schaften, waarop 42742. 3752 Schaften?

Komt 51290. 85 Schaften aarde van 12 in en cubicq roede.

Dan: 3 schaften kosten 1 Rijxd. w. 51297. 56 schaften?

komt 17096 Rijxdaalder en 47 stuyvers 8 penn. zoo veel het Graafwerk, naar zoodanigen besteding, zoude komen te kosten: en zoo in alle andere gevallen.

Om nu te vinden hoe veel Arbeyders dat men van doen heeft, de tijt vast stellende, of hoe veel tijt, het volk vast stellende, zoo weet dat 2 Arbeyders des daags gemeenlijk, in goede Grout, konen graven, of bewerken, 5 Schaften.

Daarom door de Regel van Vijven, de tijdt 3 maanden, of 90 dagen gegeven zijnde; het volk te vinden.

Arbeyders 2 — 5 Schaften.
dag 1 — . Arbeyders.
Schaften 42742 — 90 dagen.

Komt 190 man nagenoeg, die zoodanigen Fortres in 3 maanden zullen konnen opmaken.

Het volk, 300 man gegeven zijnde, de tyt te vinden.

Arbeyders 2 — 5 Schaften.
dag 1 — 300 Arbeyders.
Schaften 42742 — . dagen.

komt 57 dagen, in welke tyt 300 man zodanigen Vesting zoude konnen opmaken.

VI. HOOFTSTUK.

Om de gronttekening van een reguliere Figuur op het Papier te brengen.

DIt kan op verscheyde manieren geschieden, die een weynig in de Meetkonst ervaren is, vint zeer licht dese alle: evenwel zullen wy, tot gerief van de onkundige, dit met een voorbeelt verklaren.

Exempel op de Vyfhoek van Groot Royaal.

Zoekt in de Tafel van Groot Royaal, de halve Diame-

Diamater van een Vyfhoek, men vint hen op 52.34 roeden: dan opent u Passer in een schaal van gelijke deelen, en bespant met zijn punten 52.34; en stelt de eene voet met deze opening op u Papier in *a*, en trekt met de andere een Ront *bcdef*, *als in* Fig. 6. aanmerkende dat dit ront en alle de gestippelde lijnen alle wit moeten wezen, of lijnen die niet gezien werden.)

Dit gedaan hebbende zoo bespant met u Passer, in de voornoemde schale, 61. 54, de lengte van de binnenste Polygon, en stelt de eene voet in een punt van deze Cirkel, als in *b*, zoo tekent, met deze wijte, in de Cirkel af de punten *c d e f*, en indien dan *f b* is gelijk *b c*, zoo is het een teken dat de punten *b c d e f* juyst in de omtrek genomen zijn, of dat de afpassing wel gedaan is, maar zijnze ongelijk, zoo her doet deze afmeting zoo lang tot dat gy hen gelijk bevint: dan trekt de linien *b c*, *c d*, *d e*, *e f*, *f b*, men heeft de Polygon, of de figuur.

Om de vordere linien te trekken, zoo haalt uyt *a*, door *b c d e f*, de linien *a b* &c. lang genoeg: Dan maakt *b g*, *c h* &c., yder van 12. 77, de lengte van de halve keel, en trekt uyt *g* en *h* de flanken *gi*, *hk*, rechthoekig op de Gordijn *g h*, yder gelijk 7.00: meet *b o*, *c p* af elk lang 17. 33, de groote van het Kapitaal, en trekt *i o*, *k p* de Facen, en zoo met de andere zijden van de Polygon, men heeft de Gront van de buytenste aanleg der Wal.

Om de inwendige linien, of om de inwendige aanleg van de Wal te vertoonen, zoo trekt door *g* en door *i* lijnen die de hoeken *h g i*, *g i o* in tween gelijk deelen, dat is de hoeken van de Flank en de Gordijn, en de schouderhoek (twee getoogen hebbende zoo zijn de andere gemakkelijk te maken, om dat *b r* *c r* &c., ook *b q*, *c q* &c., overal gelijk zijn) trekt mede *a* B rechthoekigh op de Polygon, of door zijn midden: Dan neemt *l n* gelijk 60 voeten, of 5 roeden, de aanleg van de Wal, en trekt, door *n*, C F evenwijdig aan *g h*, tot aan de linien die uyt *q* getrokken zijn, ontmoetende de zelve in C en F: dan haalt C D F G evenwydigh aan de Flank, tot aan de linien die uyt *r* getrokken zijn: en dan uyt D en G de Paralellen aan de Facen, tot aan de Kapitalen, ontmoetende die in E en H: en zoo voort, men bekomt de inwendige aanleg van de Wal.

Om de buytenste aanleg van de bern des onder Wals, of liever de binnenste aanleg van de Gracht te vertoonen, zoo maakt *l m* van 38 voeten, en trekt door *m* linien evenwydig aan de Gordijn, aan de Flank, en aan de Face, tot aan de linien die uyt *qr* en *a* getogen zijn, als hier even van de binnenste aanleg des Wals gedaan is.

Om de buytenste aanleg van de Gracht, of de inwendige van de Conterscharp te vertoonen, zoo trekt *w z* rechthoekig op de Face *w t*, dan neemt *w x* gelijk 84 voeten, de aanleg of de wyte van de Gracht, en trekt door *x* linien evenwydig aan de facen, tot datze *a b* en *a* B stooten.

Om de buytenste aanleg van de Conterscharp af te beelden, zoo maakt *x y* van 88 voeten, en trekt door *y* lijnen evenwydig aan de gene die door *x* getogen zijn, of evenwydig aan de buytenste aanleg van de Gracht: zoo *y z* de wyte van de Gracht om de Conterscharp is, en soo door *z* Paralelle getooge zijn aan de laatste, zoo zullen deze de buytenste aanleg van de Gracht om de Conterscharp afbeelden.

Dit zal genoeg zijn van deze zaak; zoo gy'er de gront linien van de aanleg der Borstweeren wilt by hebben, gy hebt haare maat maar af te passen, en de zelfde weg in te slaan.

VII. Hoofstuk.

Om een Fortres op het Velt af te steken.

In het voorgaande Hoofstuk geleert hebbende de Gront van een Vesting op het Papier te brengen, zullen nu toonen op wat wyze wy hen op het velt zullen konnen afsteken, of in de Gront leggen. Wy zullen onderstellen dat gy alrede met het Astrolabium, en met de Ketting, weet om te gaan, en een Perpendiculaar, en een Paralel op het velt kont afsteken, om dat dit zaken zijn die in de Lantmeerkonst vereyscht werden, daar af gy alrede kundig zijt.

Indien de Fortres op een vlakke plaats moeste gemaakt werden, die nergens mede belemmert waar, en dat de Vesting niet groot van bestek was, zoo zou men een centrum konnen verkiezen, en daarom, door behulp van een uytgestrekt tou, met een stok, een Cirkel op de gront maken, wiens halve middellijn zoo groot waar als dan vereyscht wiert, en daarin, met de ketting en roede, de punten afmeten waarin dat de zijden van de Figuur moeten te zamen komen, even op die wyze alsze hier voren met de Passer gevonden zijn: maar dewijl de plaatsen zelden zoo effen en vlak, en zoo onbelemmert zijn, zoo zullen wy een andere weg leren in slaan, die algemeen is, en wy zullen tot ons voorbeelt onze voornoemde Vijfhoek nemen.

Verkiest een punt *b*, daar gy een Bolwerk wilt beginnen, en laat bakens stellen in *c* en *f*, *als in* Fig. 7. zoodanig dat de hoek *f b c* even is aan de Polygons hoek 108 Graden, dat gemakkelijk door een Astrolabium, dat in *b* staat, te doen is: of anders, maakt een triangel *x y z* van hout, *als* Fig. 8. zoodanig dat de eene hoek *x* naukeurig zoo wijt is als de hoek van de Polygon, en legt die met *x* op *b*, zoo zullen de lijnen *x y*, *x z* naar de Bakens *f* en *c* toewyzen.

De hoek *f b c* dus zoo wel afgemeten hebbende als u mogelijk is, zoo meet af, in de lijnen *b* C *b f*, door de ketting en de roeden, of tussen de Bakens die in *f*, *b* en *c* staan, van *b* beginnende, de lengte van de binnenste Polygon 61. 54 roeden: de meting in *c* en in *f* eyndigende, zoo zijn *f*, *b*, *c* drie punten van de Polygon, of van de Figuur: en op de zelve wijse, uyt *c* en *f* de punten *d* en *e* gevonden hebbende, zoo meet af de lengte van de lijn *e d*, en ook de wijte van de hoeken *d* en *e*: de lijn gelijk 61. 54 Roeden, en de hoeken elk gelijk 108 Graden vindende, zoo is alles wel afgemete, maar dit merkelijk anders wezende, zoo her doet het voorige, en dat zoo lang tot dat gy geen kenlijk verschil en vint. Dan is de Figuur door Bakens afgesteken; en wilt gy de moeyten laten doen, zoo kont gy greuven, of grebben laten maken, tusschen deze Baken, zoo hebt gy de Figuur op de gront afgesteken. Dan, om de Bolwerken af te palen, meet in *bc*, van *b* na *c*, af, *bz* (zoo lang als de Keel 12.77 roeden; en laat in *i* een Baken stellen, zulx dat *gi* rechthoekig staat op *bc*, en lang is 7 roeden, zoo is *gi* de flank. Dan laat in *o* een Baken steken, zulx dat *gio* is 107 graden, of halfronts vervultzel van 73 graden, de hoek van de flank en de strijk, en dat *io* lang is 24 roeden. Of anders: de hoek *gbo* afmetende even aan 126 graden, halfronts vervultzel van 54 graden, de halve Polygons hoek, en dan *bo* gelijk 17.33 roeden nemende, de lengte van de Kapitaal. Of noch anders: laat in de Gordijn, in *v*, een Baken stellen, zoo ver van *g* af dat *gv* is 22.90 roeden, en meet, in de verlengde *vi* aan *i*, af de lengte van de face 24 roeden, men vint het punt *o*, 't punt van het Bolwerk: dan de punten *e* en *r* gevonden hebbende, als de punten *g* en *i*, zoo moet *ro* 24 roeden lang wezen, anders is het werk niet wel gedaan, en men moet hen in zodanigen geval hier zien: de punten *i* en *r* naaukeurig afgemeten hebbende, zoo konnen daar in touwen vast gemaakt werden, van 24 roeden yder lang, en daar de eynden, hen uitgestrekt houdende, te zamen komen, zoude het punt *o* aanwijzen. Op de zelve wijze steektmen af de andere Bolwerken.

Wy zullen geen moeyten doen om UL. aan te wijzen, op wat manier dat het plijn, daar de onderwal moet opgelegt werden, moet afgesteken werden, gelijk mede de Gracht, en de Contersscharp, om dat deze niets anders inhouden als Bakens Paralel te stellen aan andere met een gegeve distanti van hen af, dat op veele manieren lichtelijk kan volbracht werden.

VIII. HOOFSTUK.

Van de Buytenwerken.

BY Buytenwerken verstaan wy alle de Vastigheden die gemaakt werden buyten de omtrek van een plaats tot zijne versterking; deze voeren de naam van Ravelijnen, Halvemanen, Hoornwerken, Kroonwerken, Tenaillen, en Traversen. Om veele redenen werdenze gemaakt, maar de voornaamste is om tijt te winnen tot ontzet, of tot verloop van het zayzoen.

Alle deze werken maaktmen open, of onversterkt, na de Vesting toe, en bedekt naar het velt, en daar en boven zoodanig dat de Vesting over haar commandeert; en om deze reden werdenze leger bewalt als de Vesting zelfs.

Van de Ravelijnen.

De Ravelijnen hebben alleenlijk twee Facen, of is een Bolwerk dat alleenlijk daar uyt bestaat: men leytze in de Gracht voor de Gordijn: zy ontfangen hare defensy, ofze werden bestreken van de Facen der Bolwerken, uyt het geheel, of voor een gedeelte, en boven dit noch wel uyt de flanken. In *Fig.* 9. ontfangt het Ravelijn A zijn defensy van de heele facen *ck*, *al*, om dat zijne verlengde facen *bd be*, de schouder hoeken *c* en *a* stooten: wilmen hen mede uit de flanken defenderen, zo moeste *bd be*, verlengt zijnde, de Vesting ontmoeten in *g* en *h* De Perpendiculaar *bf* valt in 't midden van de Gordijn: de hoek *ebd* moet niet onder de 60 en niet boven de 90 graden wezen, om reden meermalen verhaalt, en het punt *b* moet niet boven de 60 roeden van de Facen der Vesting, of daar uyt het zijn defensy ontfangt, af wezen: de Facen *bd*, *be* maaktmen gemeenlijk korter als *ck* of *al*; en de vleugels *en*, *dn* zodanig datze op de buyten kant van de Gracht correspondeeren, en zijn niet versterkt: de Gracht voor de facen geeftmen gemeenlijk de wijtte van het derde deel der wijtte van de groote Gracht.

Het Profil maaktmen niet zoo zwaar als dat van de Vesting zelfs, even wel dat het Canon hen niet doorboren kan, om vergeefze onkosten te sparen, en ook om meerder ruymte te hebben; en merkelijk leeger, op dat de wal van de Vesting hen commandeert: de aanleg van de wal is van 30 tot 40 voeten, en zijn hoogte van 3 tot 6 voeten; de aanleg van zijn borstweer is van 12 tot 18 voeten, en zijn hoogte, gelijk te voren, 6 voeten.

Van de Halvemaanen.

Deze hebben, gelijk de Ravelijnen, mede alleenlijk twee facen, en verschillen met de zelve nergens anders in, als datze na de Vesting toe wat uytgeholt zijn, in de gedaante van een halve Maan, waar doorze deze naam verkregen hebben, en dit geschiet om de groote Gracht een gelijke breette te geven, daarze zonder dit hen zoude vullen, om dat menze voor de Punten der Bolwerken van de Vesting legt, in de Gracht: zy ontfangen hare defensy van de Ravelijnen, of van eenige andere werken die buyten de Vesting gemaakt zijn, en daarom mag men hen zonder deze niet toestellen. De halve Maan E *in Fig.* 10 ontfangt zijne defensy van de Ravelijnen A en B, of wort bestreken van hare facen *bc fe*, en daarom moeten de verlengde facen van de halve Maan deze Ravelijnen stooten: de hoek *ftv* moet niet grooter of kleender zijn als die van alle andere Bolwerken: en het punt *t* moet niet meer als 60 Roeden van de Ravelijnen afgelegen zijn: *xy*, na de Vesting toe, is circulariter uitgeholt, om de Gracht zijn behoorlijke wyte geven: deze bocht, en ook de vleugels, *sx*, *yv*, zijn open en onbedekt, en de laatste zoodanig dat de Ravelijnen alles konnen commanderen: het Profil, en de Gracht daarom, naar buiten, komt overeen met die van de Ravelijnen.

Van de Hoornwerken.

De Hoornwerken zijn vastigheden die haar met twee lange rechte lijnen veltwaarts in strekken, welkers eynden met twee halve Bolwerken, en een Gordijn, aan een gevoegt zijn. Deze werden een Vesting toegevoegt om de vyant ver van de plaats af te houden, en ook wel om Meester van die plaatsen te zijn, die hem voordelig en haar nadelig zoude konnen wezen: men legtze gemeenlijk tusschen de Bolwerken, voor de Gordijn, die daar door bedekt wert, en en ook op dat de lange uytlopende zijden, die zonder defensy zijn, door de Facen der Vesting zoude konnen bestreken werden: en daarom moeten de uitterste Punten der Hoornwerken niet boven de 60 roeden van deze Facen af zijn. Beziet *Fig.* 11, waar in *oa*, *pf* evenwijdig, en omtrent 60 Roeden lang zijn, en zoo ver van den anderen datze de Gordijn van de Vesting bedekken.

Het voorste werk, te weten de halve Bolwerken en de Gordijn, werden op deze manier afgesteken. Deelt *af* in drie gelijke deelen door de punten *q* en *i*, en maakt de Perpendicularen *qc*, *id*, elk zoo lang als een darden deel van *fa*: dan trekt *a d*, *fc*, snijdende *qc*, *id* in *b* en *e*: zoo zijn *a b*, *fe* de Facen; *bc*, *ed* de Flanken, en *c d* is de Gordijn, die een weynig korter is als de Facen.

Anders. Maakt de hoek *a f c* gelijk 25 Graden, en *f a e* gelijk 12.30', of gelijk de helft van *a f c*; de laatste de eerste stotende in *e*, zoo is *f e* de Face: dan trekt door *e* de lijn *i e d* rechthoekig op *fa*, en maakt de hoek *f a d* gelijk 25 Graden: indien dan *a d* de verlengde *i e* stoot in *d*, zoo is *e d* de Flank: en, trekkende *dc* Perpendiculariter op *id*, tot dat hy de verlengde *fe* ontmoet in *c*, zoo is *dc* de Gordijn: daarom, *cb* gelijk en evenwijdig aan *e d* makende, zoo is *c b* de andere Flank; en *b a* trekkende, zoo is die de andere Face: en elke Face is nu even zoo lang als de Gordijn, ten minsten nagenoeg. In geval dat *af* 36 Roeden is, zoo is *i f*, of *d b*, 11.6 Roeden, *i e* 5.4; en *e d*, of *b c*, 5.97; en *e f*, *c d*, of *a b*, 12. 8. Roeden: waar door met weynig moeiten alles afgesteken wert: en is *a f* wat langer of korter als 36 Roeden, zoo vintmen de ware lengte door vergelijking met deze, op de zelve wyze als hier voren gedaan is.

Het Profil van deze kan men maken gelijk het Profil van het Ravelijn, of ook wel wat lichter, na gelegentheyt van de zaak.

Indien men een Ravelijn voor de Gordijn van het Hoornwerk wil maken, men observeerd daar in de zelfde dingen die wy in het Ravelijn voor de Gordijn van de Vesting zelfs aangemerkt hebben, uitgenomen dat men het Profil swakker maakt.

Van de Kroonwerken.

Dit zijn Hoornwerken, hebbende tusschen de twee halve Bolwerken noch een heele: deze worden gemeenlijk de Vestingen toegevoegt om daar door zekere hooghte te omsingelen die de Fortres hinderlijk zoude zijn wanneer de vyant hen in hadden, waartoe een Hoornwerk veeltijts te kleen is: de uitstrekkende zijden van deze lopen niet evenwijdig gelijk in de Hoornwerken, maar werden, na de Vesting toe, zoodanig toegenepen, dat ze op de bequaamste manier van de Fortres zelfs konnen bestreken werden, even wel zoodanig dat de halve Bolwerken niet te scherp van punt werden. De zijde van de Polygon *ba*, *bc*, *in Fig.* 12. zijn van 40 tot 60 Roeden: de Gordijn, Face en Flanken werden uytgerekent door vergelijking van de Polygonen: de hoek *abc*, die of gegeven is, of genomen wert naar believen, wijst aan de figuur waar naar datze moet gefortificeert werden. Als het Kroonwerk voor een Gordijn leyt, soo stoot de verlengde Capitaal *b d* de Gordijn rechthoekig in 't midden, en is lang, te weten van *b* af te rekenen, ongevaar 90 Roeden: maar als het voor een Bolwerk gemaakt wert, soo valt de verlengde *b d* in de Kapitaal van het Bolwerk der Vesting, en dan is *b* omtrent 60 Roeden van het punt van dit Bolwerk af. Het Profil is in alle deelen gelijk met het Profil van het Ravelijn, of men maakt het na dat de gelegentheit mee brengt, de behoorlijke sterkte altijt waarnemende.

Van de Tenaillen, of Tantwerken.

Dese sijn uytstekken die met evenwydige lijnen van de Vesting af lopen, even als de Hoornwerken, en hebben ook die lengte en breete; maar in plaats dat de Hoornwerken van voren verzien sijn met twe halve Bolwerken, soo sijn deze versterkt met Tanden, of toeloopende punten, sonder Flanken.

Indien uyt *e*, het midden van *cd*, de perpendiculaar *e f* getrokken wort, soo lang als het vierdepart van *c d*, en dat dan getogen werden de lijnen *cf*, *df*, soo is *a c f d b* een enkelde Tenaille *als Fig.* 13: maar als *fe*, aan *e*, verlengt is tot *i*, sulx dat *ie* is de helft van *e f*, en dan uyt *i* getogen sijn de rechte *ig*, *ih*, tot het midden van *c f*, *d f*, soo is *acgihdb* een dubbelde Tenaille *als Fig.* 14.

Dese werken werden gemaakt om de selfde reden waarom dat de Hoornwerken gemaakt werden, en verkrijgen dese gedaante als men de kosten van een Hoornwerken ontziet, of als 'er geen tijt genoeg is om een Hoornwerk op te maken: andersints sijnse veel swakker, of hebben soo goede defensy niet; en om dese reden is het Profil maar een simpele Borstweer, van 8 a 9 voeten aanlegs, en 6 voeten hoog: de Gracht is ook maar 2 a 3 Roeden wijt.

Wanneer het de tijt toelaat, soo legt men voor de enkelde Tenaillen noch wel een Ravelijn, *als Fig.* 15 sodanig dat de Verlengde Facen *ln*, *lo* de Tenaille ontmoeten in de voornoemde punten *g* en *h*, het midden van *cf*, *df*, mits dat het Kapitaal *lk*, aan *k* verlengt sijnde, hen stoot in *f*, en dat de vleugels *n k*, *o k* overeen komen met de buyten kant van de Gracht. Het Profil van dit Ravelijn maakt men so stark als het Profil van het Ravelijn dat men voor een Hoornwerk maakt, of men doet daar mee na gelegentheyt van de zaak.

IX. Hooftstuk.

Van de Irreguliere Vestingbouw.

De Reguliere Vestingbouw is het Fondament van de Irreguliere, en om deze reden hebben wy de eerste laten voorgaan en doen dese volgen: men tracht de ongeschikte soo na aan de geschikte te brengen als mogelijk is, en dit bereykt hebbende soo is men vergenoegt.

Alle Irreguliere konnen tot Reguliere gebragt werden als men de Figuur mag veranderen, door bydoening en afneming, naar sijn welgevallen, maar dit en tel-

tellen wy niet by de Irreguliere Vesting bouw, maar wel die plaatzen naar behoren te versterken die niet tot Reguliere konnen gebracht werden, of die men der niet toe brengen wil, om de arbeyt en kosten te sparen, of om andere redenen; en dit is ons voornemen in dit Hoofstuk af te handelen.

In de versterking van de Irreguliere plaatzen moet men een nauwe toesicht nemen op de dingen die aan een Vesting voordelig of nadelig konnen zijn, en voor zoo veel ze strydig zijn moet men hen wel balanceren, of met een omzichtig oordeel tegen den anderen vergelijken, en dan de middelmaat observeren. Gy weet dat al te korte Kelen een bolwerk te kleen maken, en de al te spitze punten te swak; mede, dat de lange Facen veel defensy vereyschen, en by gevolg dat deze dingen een Vesting verswakken, en dat ter contrary de groote Flanken hen versterken, en ook dat deze dingen tegen den andere strydig zijn: de gebreken van de eerste willende vergoeden zoo weet gy dat men de deugden van de laatste daar door vermindert. Indien gy de moeyten niet en ontziet om deze dingen, op het velt, in de practyk, met den anderen te balanceren, en hen in elk geval, dat gy dan neemt, af te meten, zoo zult gy geen onderrichting van doen hebben om een ongeschikte plaats naar behoren te Fortificeren: maar indien u deze arbeyt verveelt, en dat gy hen liever wilde bevestigt zien op het Papier, om hen dan ten eersten op het lant zoodanig af te steken, zoo ziet wat wy u dies aangaande hier zullen voordragen.

Een hoek, daar op een bolwerk moet gemaakt werden, kan te groot of te kleen, en een zyde, die als Polygon moet verstrekken, kan te lang of te kort zijn, het eerste maakt het bolwerk van een quade gedaante, en het tweede beneemt de vereyschte defensy, of maakt hen al te kleen: wy moeten hen dan palen voor schryven, en voornamelijk om deze zaak met order te verhandelen.

Indien een hoek bot, of tussen de 90 en 180 graden wyt is, en de zyden, die hen bevatten, tussen de 70 en 36 Roeden lang zijn.

Zoekt de hoek in de Tafel zoo na als mogelijk is, en neemt uyt de Colom, daar gy hen het naaste in vint, het getal, of de lengte van de binnenste Polygon, van de Keel, van de Flank, en van het Complement der secunde Flank, of, zo gy naukeurig wilt zijn, en hen niet nagenoeg aan een van deze uyt de Tafel vint, zoo middelt de Polygonen, de Keel, &c. uyt de Tafel na mate dat u hoek tussen die in de Tafel gemiddelt is. En doet dan deze vergelijking:

Gelijk de Polygon uyt de Tafel,
Tot de zyde van de gegeve Figuur;
Alzoo de Keel, de Flank, en het Complement der secunde Flank uyt de Tafel,
Tot de ware Keel, de ware Flank, en het ware Complement van de secunde Flank.

Deze drie gevonden hebbende, zoo kan men lichtelijk het halve bolwerk, dat op de zyde van de Figuur past, welke in deze vergelijking gebruykt is, afsteken.

By voorbeelt, laat *in Fig.* 16. de zyde *ab* doen 68, de zyde *ac* 40 roeden; en de hoek *bac* wyt zijn 124 graden. Deze hoek komt het naaste over een met de VI. Hoek, maar, om dat het genoegsaam in het midden tussen de VI en VII. Hoek is, zoo zoek ik uyt de Tafel de binnenste Polygonen in de VI en VII. Hoek, vinde die 62.39 en 63.07. Deze geaddeert en gehalveert, komt 62.73. voor de gemiddelde Polygon: op deze wyze vint men voor de gemiddelde Flank 8.5, Keel 13.36, en voor het gemiddelde Complement van de secunde Flank 22.05 roeden, dan

De Pol. uyt de Tafel 62.73. geeft de gegeve Pol. *ab* 68,

Uyt de Tafel — *ware*

wat de Keel 13.36? komt de Keel — 14.48
wat de Flank 8.5 ? komt de Flank — 9.21
wat comp. sec. Fl. 22.05? komt comp. sec. Fl. 23.9
en *ac* 40, in plaats van *ab* 68, stellende, men vint
Voor de ware Keel — 8.52.
Voor de ware Flank — 5.42.
en voor 't ware comp. van de sec. fl. 14.06.

De lengte van deze lynen gevonden hebbende, zo maakt *ab* gelijk 14.48, en *ak* gelijk 8.52 Roeden, en stelt uyt *b* en *k* twee perpendicularen, *bg* gelijk 9.21, en *kf* gelijk 5.42 Roeden: meet van *b* na *b* af 23.9, en van *k* na *c* 14.06 Roeden, en dit in *m* en *l* eyndigende, zoo verlengt *mg*, *lf* tot datse te zamen komen in *d*; zoo is *bgdfkab* het bolwerk dat bequaamlijk gefortificeert is, ten minsten na de maten die hier voren vast gestelt zijn.

Deze manier van doen observeert in alle gevallen, waar in de maat van de hoek, en van de zyden, tussen de voornoemde getallen begrepen zijn: maar weet dat de deelen van de bolwerken in deze altyt ongelijk zijnde, de Keelen ongelijk zijn, en ook de Flanken; en de Facen maar tamelijk: de Keelen en Flanken zijn ongelijk naar reden dat de zyden verschillen, doch de Facen niet. Indien, *in Fig.* 17. *an* de lyn was wiens verlengde de hoek *bac* in tween gelijk deelde, zo zou *gn* tot *ab* zijn als *fo* tot *ac*, maar dewyl *gn*, *fo* niet de Facen zijn die wy daar voor nemen, maar *gd*, *fd*, zoo zien wy klaarlijk dat deze, die wy afsteken, deze ongelijkheit niet onderworpen zijn die de zyden *ab*, *ac* hebben, maar veel nader in maat overeen komen.

Indien een zyde tamelijk korter als 36 Roeden is, zoo laat men de Face op de hoek van zijn tegenoverstaande Flank correspondeeren, of men maakt hen in de defenslini, waar door men de secunde Flank verliest: en indien hy merkelijk korter is, en datmen de Figuur niet en kan veranderen, zoo moeten de bolwerken op de andere punten hen defendeeren, of men moet het door buytenwerken versterken, dat op veelderley wyze kan geschieden: maar 't is zoo goet niet als of men deze punt konde wegnemen.

Indien een hoek groter als 180 graden is.

Als een hoek, na de binnen kant van de Vesting, groter als 180 graden is, of als de linien inwyken, zo dat ze, na de Vesting toe, te zamen komen, zo staat te con-

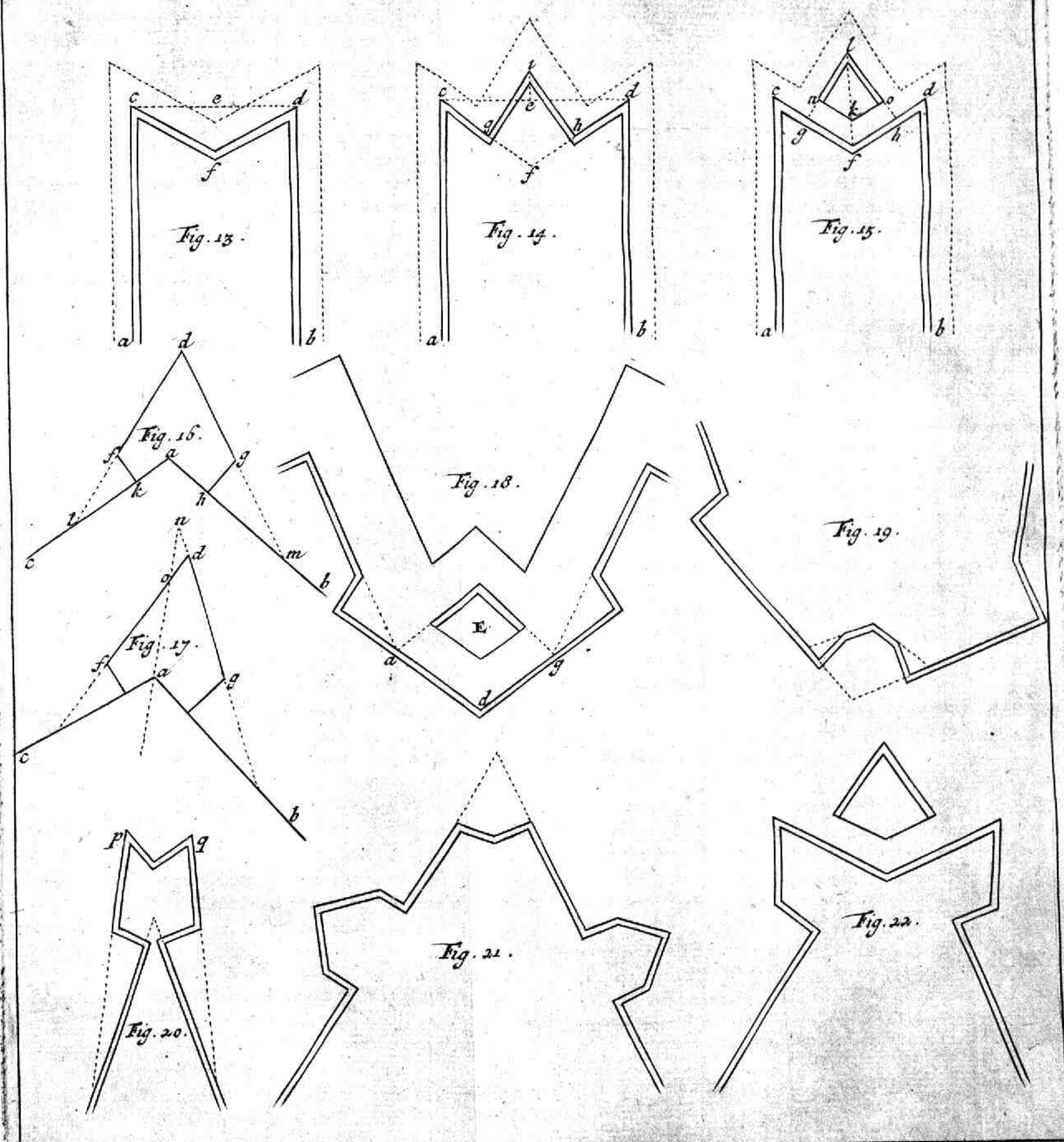


Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
E
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.

considereren of de Bolwerken, aan de andere eynden van deze linien gemaakt, na genoeg by malkanderen zijn of niet: zooze niet te ver van malkander af zijn, of zooze malkander wel konnen secunderen, of dat de Defens-linie niet al te veel over de 60 Roeden lang is, zoo maakt men geen verandering, men laat alles zoo blijven als het is: maar zooze al te ver van malkander af zijn, zoo maakt men tusschen beyden, in de bocht, een Ravelijn, of een Bolwerk.

Een Ravelijn, als de hoek na buyten toe, of scherp, of niet veel min of meerder als recht is, gelijk *in Figuur* 18. het Ravelijn E, wiens Facen de Gordijn stoten in de punten *a* en *g*, alwaar de secunde Flanken eyndigen, zulks dat dit Ravelijn de secunde Flanken dekt, als daar door de hoeken van de Facen niet te scherp vallen; anderſints laat menze in de complementen van de secunde Flanken de Gordijn stoten.

Een Bolwerk, als de hoek na buyten toe merkelijk wyder is, op de bequaamste manier, *als Fig.* 19: hier op lettende dat het werk niet te kleyn valt, en het punt van 't Bolwerk niet te scherp: goede toesicht nemen dat de naaste Bolwerken genoegzaam defensy krijgen.

Indien een Hoek minder als 90 graden is.

Zoo hy naby recht is, zoo fortificeert men hen met een Bolwerk diens Facen in de Defens-lini vallen, waar door men de secunde Flank verliest, om het Bolwerks-punt niet al te spits te hebben: maar merkelijk minder zijnde, zulks dat, schoon men de Facen in de Defens-lini neemt, de Neus van het Bolwerk te ver onder de 60 graden valt, zoo snijt men de Neus van dit Bolwerk of door een Tenaille, gelijk *Fig.* 20 en zoodanig dat de punten *p* en *q* niet al te spits vallen: en ingeval een hoek zoo scherp is dat dese versterking niet behoorlijk kan geschieden, zoo laat men hen onbevestigt, mits dat de naaste Bolwerken suffisant zijn om de punten met kracht te bestrijken; en indien het mogelijk is men maakt in hen zelfs een Tenaille, gelijk *in Fig.* 21, of men maakt hen sterker door buytenwerken: *in Figuur* 22, ziet gy hen bevestigt door twee halve Bolwerken en een Ravelijn daar voor.

Hierby zal ik af korten, om dat het voornaamste van deze konst nu alrede verhandelt is, of ten minsten voor zoo veel ze eenige swarigheit heeft: het overige zijn zaken die gy uyt u zelfs nu lichtelijk zult konnen vinden, of ten minsten zoo veerdig uyt andere Autheuren zult verstaan als gy hen met aandacht zult konnen lezen: het defensive hebben wy by na geheel afgehandelt, en van het offensive niet een woort gesprooken: aan 't eerste gebreekt maar een Driehoek te bevestigen, drie en vierhoekige Schanzen met halve Bolwerken te ordineren, of hen tot Sternschanzen te maken: de Driehoek gaan wy voorby om dat wy hen tellen onder de geene die niet wel bevestigt konnen werden, maakt men heele Bolwerken op de punten zoo is de Neus te spits; van steen opgebouwt werdende kan het eenigzins passeren, maar niet van aarde; en versterkt men hen op een andere manier, hy krijgt weer andere gebreken: wat gedaante men hen kan toevoegen zullen andere u zeggen, zoo gy de moeyte wilt doen van haar hier over te lezen; de traversen, of afsnijdingen, hebbe ik mede niet verhandelt, om dezelve reden. Een Theoreticus heeft genoeg als hy wel verstaat dat wyder afgezegt hebben, en van de overige dingen maar een ruwe kennisse heeft: die een Practicus wil worden moet zich te velde begeven, en ondertusschen groote boeken lezen die wy niet van meening zijn vol te schrijven.

MATHEMATICA, of WISKONST,

HET NEGENDE BOEK,

Van de

GNOMONICA, of SONNEWYSERS.

EERSTE DEEL,

Van de Regelen *door de welke de Zonnewyzers* Meetkunstig *beschreven werden.*

DIt deel zullen wy op een geheel andere wyze beschryven als wy tot noch toe gedaan hebben: altyt hebben wy de zaken, als alree wetende, voorgedragen, nu zullen wy ze, als soekende, beschryven: dese Methode is wel een weynig langer, en de Demonstratien wel wat moeylijker, door dien niet alvorens gezegt wert wat bewesen zal werden, maar ze zal u echter niet verdrieten, om dat gy hier uyt zien zult op wat wyse een konst kan uytgevonden werden, 't welk het eenigste is dat ons hier toe gemoveert heeft: ze let naukeuriglijk op de hoedanigheden van het begeerde, niet alleenlijk in 't algemeen, maar ook in het besonder; ze ziet om na middelen waar door ze dit begeerde zoude mogen verkrygen; en ze examineert, door onfylbare betogingen, ofz'er toe dienstig zijn.

I. HOOFTSTUK.

Van de algemeene Beginselen.

BY Zonnewyzer verstaan wy zeker Instrument, het welke, het geheele jaar deur, door de schaduw van de Zon, aanwyst de ure van den dag.

Om zoodanigen Instrument toe te stellen, zoo laat ons ondersoeken op hoedanigen manier de Zon aan den Hemel bewogen wert, of ten minsten hoedanig dat sich de zelve, ten opsicht van ons, schynt te bewegen; niet alleenlijk op wat wyse dit toegaat ten aansien van yder dag in het besonder, maar ook ten aansien van het geheele jaar deur; want wy konnen lichtelijk bekennen, dat de eygenschappen van dit Instrument, haar naar de beweging van de Zon, zullen moeten reguleeren, om dat de etmalen, naar welke zich de uren schikken, hier door afgemeten werden.

De beweginge van de Zon naspeurende, zoo bevinden wy, of uyt de boeken van de Starrekundigers, of uyt eygene ondervinding, *dat de Zon, ten opsicht van yder dag in het byzonder, haar eenparig, of gelijkelijk beweegt, van het Oosten naar het Westen, evenwijdig met de Evenaar*, of *Æquinoctiaal*; *en, ten aansien van het geheele Jaar deur, dat ze van de Æquinoctiaal afwijkt, of de zelve nadert*: of in andere termen: *dat de Zon, ten aanzien van een zelfden dag, in gelijke tyt gelijke hoeken maakt in de midstip des Aartkloots, en ook gelijke hoeken met de As des Werelts, dat is, met een lijn die door het centrum des Aartkloots gaande, strekt na die twee punten des Hemels aan dewelke geen beweging bespeurt wert; of de gene die de Astronomice Polen noemen: en, ten opzicht van het geheele Jaar deur, dat dese laatste hoeken af en toenemen.*

Gelijk, indien, *in Fig.* 1. r het middelpunt van de Aartkloot is, dat de lynen rs, rt, rv na de Zon strekken, en dat'er zoo veel tijt gepasseert is, eer de Zon van t tot v gekomen is, als ze van doen gehadt heeft om van s tot t over te gaan, zoo leert de Starrekunst dat de hoeken srt, trv gelijk zijn; en indien men xry voor de As van de Werelt neemt, zo leert ze ook dat dese met de voornoemde lijnen rs, rt, rv gelijke hoeken bevatten, ten opsicht van een selfde etmaal, en ongelijke, ten opsicht van het geheele Jaar: of eygentlijk, dat de hoeken srt, trv gelijk zijn, maar dat de hoeken yrs, yrt, yrv gedurig een weinig veranderen, en zo weynig dat het zelvige in een dag niet merkelijk kan verschillen, als alleenlijk in een geruyme tyt.

Dit is alle het aanmerkelijke dat de Astronomice ons dies aangaande vertoonen, of dat wy door observaty zullen bevinden; laat ons dan onderstaan wat wy hier uyt, tot ons voornemen dienstig zijnde, zullen konnen trekken, maar aleer wy ons hier toe overgeven, zoo moeten wy eerst naukenriglijk gaan ondersoeken wat een uur is, en waar van dat de telling begonnen wert.

By uur verstaat men het vierentwintigste deel van een etmaal, en by Etmaal de tyt die de Zon van doen heeft om een volle keer te doen, dat is van den eenen middag tot de ander: en de telling begint men van de middag, of van de middernacht, af, dat is, van die tyt af wanneer de Zon zoo lang werk heeft om aan den Horizont te komen, alsse van doen gehad heeft om van den Horizont tot die plaats over te gaan alwaarse dan is.

Indien, *in Fig.* 2. alle de lynen, de welke uyt de midstip des Werelts r, tot eenig punt van de kring pst, op een selfden dag na de Zon strekken, en de hoek srt het vierentwintigste deel van de geheele ruymte om r is, of st het vierentwintigste deel van de geheele king pst, soo salder een uur verloopen wesen eer de Zon, in de vergde rs zijnde, sal komen in de verlengde rt. En

Indien *van Fig.* 3. 't vlak $qmpq$ den Horizont betekent; ry d'As, yl de Perpendiculaar uyt y op den Horizont, q de plaats van de Zons opgang, en p die van sijn onder-

ondergang; en als men prs met qrs gelijk neemt, zoo zal rs na de Zon ſtrekken als 't op het midden van den dag is, en deze zal zijn in 't verlengde Vlak ryl, dat is, rs in het Vlak ſtaande rechthoekig op den Horizont, en gaande door de As van de Werelt. Gy moogt dit ſonder ſchreum toeſtemmen: evenwel ſoo gy bewijs begeert, ſiet hier de beveſting.

Trekt de lijnen rp, rq, lp, lq, yp; yq, pq, ſnijdende de verlengde lr in o: dan oc rechthoekig op rm, en ſoodanig dat hy rs komt te ontmoeten in c: dan pc, cq: aanmerkt dat de lijnen rp, rq, ry alle gelijk ſijn.

Dewijl van de △ en prc, qrc, gegeven is prc gelijk qrc, rp gelijk rq, na 't bereytſel, en rc gemeen, daarom is pc gelijk qc: voorts

dewijl van de △ pry, en van de △ qry, is
pry gelijk qry
pr gelijk qr
en ry gelijk ry gemeen.

△ pyr △ qyr
Daarom is yp gelijk yq
ylp gelijk ylq recht. 2 def. 11 Eucl.
yl gelijk yl gemeen.

△ rlp △ rlq
Daarom is lp gelijk lq
rp gelijk rq bereytſel
lr gelijk lr gemeen

△ lop △ loq
Daarom is rlp gelijk rlq
lp gelijk lq, alre beweſen
lo gelijk lo gemeen:

△ poc △ qoc
Daarom is po gelijk qo
pc gelijk qc alre beweſen.
oc gelijk oc gemeen, en daarom cop gelijk coq, of beyde recht: maar roc is mede recht door het bereytzel, dies ſtaat co rechthoekig op den Horizont, volgens de 4 van 't 11 Eucl. en over zulx mede het Vlak roc, na de 18 des 11 Eucl. En om dat dit Vlak, en het Vlak ryl, beyde op de Horizont rechthoekig ſtaande, de zelve in een ſelfde lyni lro ſnijden, daarom is 't eene Vlak in het verlengde van het ander.

Indien gy twijffelt aan dit laatſte, ſoo kont gy u op deze manier daar van ontlaſten. Trekt br in den Horizont rechthoekig op lm; en ook bo, bc. Zoo is het □ bc gelijk 't □ bo + □ oc, om dat boc recht is, of gelijk 't □ br + □ or + □ oc, of gelijk 't □ br + □ rc; dies is brc, of brs, recht: en alzoo ſijn rc, rl, rm, alle in een ſelfde Vlak, naer de 5 des 11 Eucl.

Yder dus in het beſonder aangemerkt hebbende, ſoo laat ons onderſoecken wat wy door hare vergelijking konnen vinden.

Aanmerkt, *in de 4 Figuur*, r voor de midſtip des Werelts; ry voor de As; rs, rt voor twee lijnen dewelke op zekere dag na de Zon ſtrekken; en rz, rw de zelve op een ander dag: indien wy onderſtellen dat rz in het Vlak yrs, en rw in het Vlak yrt is, zoo zal de hoek zrw zulken deel van de ruymte om r in dien dag zijn, als srt een deel van de ruymte om r in zijn dag is; en by gevolg zal 't, wanneer het een zelfde uur is als rs en rz na de Zon ſtrekken, ook een zelfde uur zijn als rt en rw daarna toe wijzen: en derhalven, als 't, by Voorbeelt, 12 uren is wanneer de Zon in de verlengde rs rz is, en het een uur na de middag is als de Zon in de verlengde rt komt, zoo zal 't ook een uur na de middag zijn als de zelve in de verlengde rw komt, en zoo met alle andere. Zoo dat wy hier uyt mogen beſluyten, dat de Zon, op een zelfde tijt van 't etmaal, of op een zelfde uur, 't geheele Jaar deur, in een zelfde Vlak komt, welk Vlak begrepen wort van de As en een van deze lijnen, om dat de telling der uuren altijt van een zelfde Vlak begint, dat is, van een dat beſloten wert door de As en de lijn van deze As getoogen rechthoekig op de Horizont, te weten van het Vlak $rylr$, hier voren aangeroert.

Waar uyt dan lichtelijk begrepen wert, *dat de ſtraalen van de Zon, over de voornoemde midſtip des Wereldts* r, *op eenig Vlak vallende, het geheele Jaar deur, het zelvige Vlak zullen moeten ſtooten in de ſneeden van deze uurs, of ſchaduws vlakken, en de Vlakte daar de ſchaduw als dan op valt.*

Gelijk: Indien *in Fig. 5.* cbv eenige Vlakte is, de welke de ſchaduws vlakken yrv, yrc, doorſnijt, zoo zullen de Zons ſtraalen src, trv, zrb, wrb, over r vallende, deeze vlakken ontmoeten in de ſneden bc, bv, de zelve of hare verlengdens, en dat altijt: Ja, niet alleenlijk zal de ſchaduw, over de midſtip, in deze ſneden eyndigen, maar zelfs de ſchauduw van de geheele As, br, zal het geheele Jaar deur, langs bc bv geſchieden, om dat de Zon zoo groot is, dat alle de lijnen, uyt eenig punt van de As, evenwijdig aan de lijnen uyt r getoogen, als aan rs, rt, &c. de Zon ontmoeten.

Voorts, dewijl de Starrekundigers beveſtigen, dat de Zon onmetelijk van den Aartkloot afſtaat, zoo zal de Meetkunſt ons lichtelijk diets maken, dat al 't geene hier van de As des Wereldts gezegt is, ook zal mogen verſtaan werden van alle de lijnen die evenwijdig aan deze As op de Aartkloot konnen geſtelt werden, zonder eenige merkelijke verandering te maken, om dat de uurs vlakken, om deze lijnen, genoegzaam evenwijdig zullen zijn aan de uurs vlakken om de As van de Werelt.

Want, indien *in Fig. 6.* ab een As is evenwijdig aan de As van de Werelt ry; en zoo ad evenwijdig aan rs, en ae evenwijdig aan rt is, zoo zal 't Vlak bad evenwijdig aan 't Vlak yrs zijn, en 't Vlak bae evenwijdig aan 't Vlak yrt. En dewijl als dan de lijnen ad, rs; ae, rt na genoeg paralel zijn, zoo zal dit niet merkelijk konnen verſchillen.

Dit dan alles gedachtig zijnde, zoo beſpeuren wy klaarlijk, dat men, om een Zonnewijzer te maken,

niets

niet anders van doen zal hebben, als op eenig voorgegeve Vlak, een stijl zoodanig te hechten, dat ze evenwijdig staat aan de As van de Werelt, en die lijnen op dit Vlak af te tekenen, dewelke de deursnydingen zijn van de uurs vlakken, om deze As, en de Vlakte van de Zonnewijzer.

Om de stijl zoodanig op een gegeve Vlak te hechten, zullen wy van nooden hebben twee dingen; de gront van de stijl, en de hoek de welke de stijl met deze gront maakt, indien de Vlakte van de Zonnewijzer onevenwijdig met de As is, om dat door deze twee de inclinaty van de As tot het Vlak van de Zonnewijzer afgemeeten wert, na de 4 definity des 11 Boeks Euclidis; verstaande by de gront van de stijl de lijn die uit het punt getogen wert, alwaar de stijl de Vlakte raakt, en gaat door het punt daar de perpendiculaar, uyt de As op de Vlakte vallende, de Vlakte stoot.

Eer wy tot deze oprechting des stijls komen, zoo laat ons eerst optellen alle de gevallen die in de Vlakte des Zonnewijzers konnen gegeven werden.

Alle de standen, die de Vlaktens van de Zonnewijzers mogen hebben, konnen in drie voorname betrokken werden; in Horizontale, in Verticale, en in Hellende: *Horizontale* zijn die geene welkers, Vlakte aan den Horizont, of aan den Zichteynder *evenwijdig* zijn; *Verticale* de welke de Horizont *rechthoekig*; en *Hellende* die hen *scheef hoekig* snijden: en op dat de twee laatste volkomelijk zouden bepaalt werden, zoo aanmerkt men hare gelegentheit noch ten opzicht van de Meridiaan, en hier door werdenze in vijf Geslachten verdeelt; in Meridionale, of Zuydelijke; in Septentrionale, of Noordelijke; in Orientale, of Oostelijke; in Occidentale, of Westelijke; en in Afwijkende: *Zuydelijke* zijn die recht het *Zuyden*; *Noordelijke* die recht het *Noorden*; *Oostelijke* die recht het *Oosten*; *Westelijke* die recht het *Westen* aanzien; maar *Afwijkende* werden die geene genoemt dewelke van deze vier gewesten des Werelts *Afwijken*.

De gevallen dus opgetelt hebbende, zoo laat ons nu beginnen van de *Hellende* en *Afwijkende*, dat is van de laatste, en eyndigen met de eerste by de *Horizontale*; en het lust my deze ordre te observeeren, niet alleenlijk om daar door dies te korter te wezen, maar ook om te toonen zekere Methode die wy tot noch toe niet gebruykt en hebben, en echter nuttelijk is: men begint gemeenlijk van het lichtste, en eyndigt by het swaarste; maar nu zullen wy van het swaarste beginnen, en eyndigen met het lichtste; en ik twijffele niet of het zal u gevallen.

II. HOOFTSTUK.

Van de Regelen tot de Oprechting des stijls.

Algemeene Voorbereyding, dienende tot de Vinding en het Bewijs van deze Regelen.

I. LIT. *Van de Hellende die afwijken.*

OM reden als boven gemelt is, zullen wy beginnen van de Hellende die afwijken: deze konnen zijn hellende *voorover* of *achterover*, en afwijkende van 't Zuyden of Noorden na 't *Oost* of *West*, en daarom konnen deze alle in vier voorname begrepen werden: doch tot de vinding van de Regel zullen wy maar twee van deze aanmerken, dat is de Zuydelijke die ten Westen Wijken, en de Noordelijke die ten Oosten strekken, en beyde die voor en ook achter over hellen: de andere zijn openbaar uyt deze.

Aanmerkt, *van de Figuren* 7, 8, 9 *en* 10, *q* voor de Vlakte van de Zonnewijzer, staande scheef hoekig op het Horizontale Vlak *r*: afwijkende en hellende gelijk de Figuren vertoonen: *a b* voor de As, snijdende *q* in *a*, en stootende *r* in *b*: *a e* voor de perpendiculaar uyt *a* op *r*; *b d* voor de zelvige uyt *b* op *q*, of op de verlengdens van *r* en *q*: *e g*, *b k* voor twee lijnen ontmoetende *m n*, de snee van *q* en *r*, rechthoekig: voorts *b e c* tot *m n*, ook *k d*, *a d*, *a c*; mede *d l* en *e o*, beyde evenwijdig *m n*.

Volgens het gene in 't eerste Hooftstuk verhandelt is, is *b e c* de lijn die recht Zuyden en Noorden loop, of de lijn recht onder de Zons straal wanneer hy in het Zuyden of Noorden is, of wanneer het middag, of middernacht is, om dat *r* Horizontaal is, en daarom bepaalt de hoek *k b c* de afwijking van het Zuyden of Noorden, die gegeven is: *e g a*, of *b k d*, meet af de neyging van *q* tot *r*, na de 5 bepaling des elfden Euclidis, of *g a e*, of *k b d*, de Helling voor of achter over, die meede gegeven is: en de hoek *b a d* de neyging van de As *a b* tot het Vlak *q*, en daarom is *a d* de gront van de stijl, die beyde begeert werden.

Om hen te vinden, te weten de lijn *a d*, en de hoek *b a d*, zoo aanmerkt, indien *a g*, die rechthoekig op *m n* staat, genomen wert naar believen, dat dan van de $\triangle$ *a g e a* bekent zijn drie deelen; als *a g*, *g a e* de Helling, en *a e g* recht; waar door als dan kan gevonden werden *g e* en *a e*: en alzoo is van *a e b a* dan mede drie deelen bekent, *a e*, *e a b*, Schilboog van de Polus hoogte, en *a e b* recht; daar door dan bepaalt wert *a b*, en *e b*: nu is van de $\triangle$ *b e o b* bekent *e b*, *e b o* de afwijking, en *b o e* recht; waar door dat men vint *b o*, *e o* die even is aan *d l*, om datze beyde gelijk aan *g k* zijn: by of van *b o*, vergaart of afgetoogen *o k*, die gelijk is aan *e g*, komt *b k*: en dan is, van *b k d b*, bekent, *b k*, *k b d* een hoek even aan de Helling, en *k d b* recht; hier door vint men *k d*, of *g l*, dit van of by *a g*, komt *a l*: dan is, van *a l d a* bekent, *a l*, *l d* voren gevonden, en *a l d* recht; waar door gevonden wert de gront van de stijl *a d*: *het eerste begeerde*: dan is, van *a d b a*, bekent, *a d*, *a b*, beyde alree gevonden, en *a d b* recht; hier door is openbaar de hoek *d a b*, de verheffing der stijl boven de Vlakte van de Zonnewijzer, *het tweede begeerde*.

Voorts, dewijl *k g* is onder *a* in de Zuydelijke, en boven in de Noordelijke, als in de 7, 8 *en* 10 Figuur, of ter contrary als in de 9 *en* 10 Figuur, en om dat *e* kan zijn in *b c*, als in de 7, of in zijn verlengde als in de 8, 9 *en* 10 Figuur:

Figuur: en ook, om dat in de achterover hellende tegen 't Zuyden, of in de vooroverhellende tegen het Noorden, *e b* kan zijn korter als *e g*, gelijk in de 9 *Figuur*, of langer als in de 8 *en* 10 *Figuur*: of, 't welk het zelfde veroorzaakt, dat *eab*, Schilboog van de Polus hoogte, minder is in de 9 *Figuur*, of meerder in de 8 *en* 10 *Figuur*, als de hoek *e a g*, de hoek van de Helling, en daar door verandering kan veroorzaakt worden, als in de 10 *Figuur* vertoont is, zoo kan hier uyt lichtelijk de volgende Regel gemaakt werden.

Regel op de Hellende afwijkende van 't Zuyden of Noorden.

,, Verkiest een punt in de Zonnewijzer, die wy het ,, Centrum van de Zonnewijzer zullen noemen, naar ,, u welgevallen, en trekt daar uyt een Verticale lijn, ,, zoo lang als gy wilt, *neerwaarts* in de *Zuydelijke*, ,, maar *opwaarts* in de *Noordelijke*: maakt dan op deze ,, een halfront, en trekt uyt het voornoemde Centrum een lijn, makende met de middellijn een hoek ,, die even is aan de Helling:

,, Van het punt, daar deze het half ront snijt, trekt ,, een lijn tot het ander eynde van de middellijn: dan ,, een uyt het Centrum van de Zonnewijzer, bepalende met de lijn, die met de Verticaal de hoek der Helling afmeet, een hoek even aan de Schilboog van de ,, Polus hoogte, *van de hoek der Helling af* (of aan de ,, zelve verknocht) in de Zuydelijke voorover hellende, of in de Noordelijke achterover hellende; maar ,, *daar na toe* in de Zuydelijke achterover hellende, of ,, in de Noordelijke voorover hellende; snijdende de ,, getogene uyt het ander eynde van de middellijn.

,, Daarna trekt uyt het punt van 't halfront, daar ,, de eerst getogene lijn het zelvige snijt, als middelpunt, met de ondertogene van de Schilboog der Polus hoogte als straal, op de zelvige straal een boog, ,, en telt in deze, van deze straal beginnende, de afwijking; van het punt, daar de telling eyndigt, trekt een Perpendiculaar op de voornoemde straal.

,, Van 't punt der stoting haalt een rechthoekige ,, door de Verticaal, en neemt de lengte van de ondergetogene van de afwijking, en stelt die in deze rechthoekige door de Verticaal, van de Verticaal beginnende, aan de contrary zijde van de Verticaal als de ,, afwijking is, dat is, *Bewesten* indien de afwijking ,, ten *Oosten* is, en *Beoosten* indienze ten *Westen* is: van ,, 't punt daar deze eyndigt, trekt een lijn tot het Centrum, die is de *Substilaris*, behalven dan, wanneer ,, de ondergetogene van de Schilboog der afwijking ,, korter is als de ondertogene der Helling, en de ,, Zonnewijzer achterover hellende tegen 't *Zuyden* ,, staat, of voorover tegen 't *Noorden*, want in zodanigen geval is de *Substilaris* de verlengde van deze.

,, Om de hoek van de stijl te vinden, zo trekt uyt ,, het punt daar de *Substilaris* de rechthoekige door ,, de Verticaal stoot, een Perpendiculaar, en uyt het ,, Centrum tot deze lijn, een lijn die even is aan de ,, lijn, de welke met die geene die door het halfront ,, getogen is, de Schilboog van de Polus hoogte be ,, vat: de hoek begrepen van deze en de *Substilaris*, ,, is *de hoek van de stijl*.

Toepassing.

Indien *in de Figuren* 11, 12, 13, 14 *en* 15. *a* het Centrum, en *a g* de Verticaal is, *neerwaarts* in de *Zuydelijke*, en *opwaarts* in de *Noordelijke*, zo beschrijft op de zelve een halfront naar believen, en trekt uyt het eene eynde *a*, *a* E, makende met *a g* de hoek *g a* E even aan de Helling, snijdende het half ront in E: dan uyt *a*, het Centrum, *a* B, bepalende met *a* E de hoek E *a* B even aan de Schilboog van de Polus hoogte: aan de hoek der Helling *g a* E *verknocht* in de *Zuydelijke voorover hellende* (gelijk in de 11 *en* 12 *Figuur*) of in de *Noordelijke achterover hellende*; maar *daar na toe* in de *Zuydelijke achterover hellende* (gelijk in de drie volgende Figuren) of in de *Noordelijke voorover hellende*, snijdende de getogene van *g* door E in B.

Dan trekt uyt E als middelpunt, met E B als straal, de boog B *b*, en telt, van B beginnende, de afwijking B *b*; en trekt uyt *b*, daar de telling eyndigt, *b o* rechthoekig op E B, stootende E B in *o*: dan uyt *o*, *o l*, rechthoekig door de Verticaal *a g*, of door zijn verlengde; en maakt *l d* even aan *b o*; aan de contrary zijde van *a g* als de afwijking is, dat is aan de *Westzijde* van *a g* in de geene de welke ten *Oosten* wijken, en aan de *Oostzijde* in de geene de welke ten *Westen* wijken: dan trekt *a d*, die is de Substilaris indien *o* buyten E *g* valt, als in de drie eerste Figuren, maar in *g* E vallende, als in de twee laatste Figuren, zo is de Substilaris de verlengde aan *a*: dan trekt uyt *d* de lijn *d* B rechthoekig op *a d*, en uyt *a*, tot *d* B, de lijn *a* B, even aan *a* B; zoo is *d a* B de hoek van de stijl.

't Bewijs.

De zekerheit van deze bewerking wert lichtlijk bespeurt uyt de vergelijking van dit met de voorbereyding, dusdanig: *a g* hier kan men aanmerken even te zijn aan *a g* aldaar, dewijlze beyde naar believen genomen zijn: *g a* E is gelijk *g a e*, beyde gelijk de Helling, en *a* E *g* gelijk *a e g* recht; dies is *a* E gelijk *a e*; en daarom, dewijl E *a* B is gelijk *e a b*, beyde de Schilboog van de Polus hoogte, en *a* E B gelijk *a e b* recht, zoo is *a* B gelijk *a b*, en E B gelijk *e b*: ook, om dat *b* E *o* is gelijk *o b e*, of *c e g*, beyde gelijk de afwijking, *b o* E gelijk *b o e* recht, en *b* E, of B E gelijk *b e*, daarom is *b o* hier gelijk *e o* aldaar, en Eo hier als *b o* aldaar, dies is *g o* hier als *b k* ginder: en dewijl *o g l* is gelijk *a g e*, of gelijk *d k*, *b*, en *o l g* gelijk *k d b* recht, daarom is *g l* hier gelijk *d k*, of *g l* aldaar, en by gevolg *a l* alhier gelijk *a l* daar: en door dien *l d*, of *b o* hier gelijk *e o*, of *l d* daar, en *a l d* hier gelijk *a l d* ginder, recht is, zoo is dan ook *l a d* en *a d* in beyde gelijk: en overzulx is *a d*, hier gevonden, de Substilaris: en om dat *a d* B gelijk *a d b* recht, en *a* B, of *a* B gelijk *a b* is, daarom is *d a* B gelijk *d a b*, de hoek van de stijl.

Het heeft my goet gedacht, dit geval, te weten, de Hellende die afwijken, dus omstandelijk te verhanhandelen, niet alleenlijk om dat het tot bevesting van de regel vereyscht wiert, maar ook om dat ik my dies te geruster nu van zoodanige bekommerlijke betogingen zoude mogen ontslaan: Ik zal de andere standen alleenlijk doceren met een of meer van de termen van deze gelijk nul te nemen, en ik zal my volkomentlijk hier mede vergenoegt houden, zonder hen met eenige redenkaveling te bekrachtigen, om dat ik wete dat dezelve in deze manier van doen overtollig is; dat in 't algemeene waar is wert noyt vals in het bezondere gevonden.

II. LIT. *Van de Hellende tegen 't Oost of West.*

Deze komen in allen deelen over een met die van de voorgaande, alleenlijk dat in dit geval de afwijking altijt is 90 graden, of dat, in de Figuren van de voorbereyding, het punt *b* nu valt in 't punt *o*, of *o* in *b*, waar door men ziet dat de As neerwaarts zal hellen in de voorover, en opwaarts in de achterover hellende, en by gevolg mede *ad*; ook dat deze *a d* Bezuyden *a g* valt in de voorover, en Benoorden in de achterover hellende: en in de Figuren van de toepassingen, dat de Boog B *b* nu is een vierendeel ronts, of dat het punt *o* valt in het punt E: *o l d* moet men nu trekken uyt E, en *l d* maken als E B, om dat deze E B als dan gelijk *b o* is.

Men kan de voorgaande regel tot deze gebruyken: maar op dat gy, deze willende maken, met minder woorden zoude belemmert wesen, soo zullen wy de voorgaande regel herhalen, alleenlijk uytlatende het geen in deze niet te pas komt.

REGEL op de Hellende tegen 't Oost of West.

„ Verkiest het Centrum van de Zonnewyzer, en „ trekt daar uyt een Verticale lijn in lengte naar belie- „ ven, neerwaarts in de voorover, en opwaarts in de „ achterover hellende, en maakt daar op een half ront; „ en trekt uyt het voornoemde Centrum een lijn ma- „ kende met de middellijn een hoek die even is aan de „ Helling.

„ Van het punt daar deze het halfront snijt, trekt „ een lijn tot het ander eynde van de middellijn: dan „ haalt uit het Centrum van de Zonnewyzer een lijn, „ bepalende met de lijn, die met de Verticaal de hoek „ der Helling afmeet, een hoek even aan de Schilboog „ van de Polus hoogte, snydende de getogene uyt het „ ander eynde van de middellijn.

„ Van het punt, alwaar de lijn, die met de Verticaal „ de hoek der Helling afmeet, het halfront snijt, haalt „ een rechthoekige door de Verticaal, en neemt de „ lengte der ondertogene van de Schilboog der Polus „ hoogte, en stelt die in deze rechthoekige door de „ Verticaal, van de Verticaal beginnende, aan de „ Zuydz. in de voorover, en aan de Noordz. in de ach- „ terover hellende, van het punt daar deze eyndigt, „ trekt een lijn tot het Centrum, die is de *Substilaris*.

„ Om de hoek van de stijl te vinden, zo trekt, uyt „ het punt daar de *Substilaris* de rechthoekige door de „ Verticaal stoot, een Perpendiculaar, en uyt het Cen- „ trum tot deze streep, een lijn die even is aan de lijn, „ dewelke met die geene die door het halfront geto- „ gen is, de Schilboog van de Polus hoogte bevat: de „ hoek, begrepen van deze en de *Substilaris*, is de *hoek* „ *van de stijl*.

Deze Regel komt van woort tot woort overeen met die op de hellende en afwykende; alleenlijk is in deze nagelaten de hoedanigheden die uyt de afwyking geboren wierden, en in plaats van die is gestelt het geene boven aangewezen is, dat deze eygen zijn: de vergelijking zal dit bevestigen.

Toepassing.

In de Figuren 16, 17, 18 *en* 19. *a* voor het Centrum verkoren hebbende, zoo trekt daar uyt de Verticaal *a g*, neerwaarts in de voorover, en opwaarts in de achterover hellende, in lengte naar believen, en maakt op *a g* een half ront; en trekt uyt *a* de rechte *a* E, bepalende met *a g* de hoek E *a g*, even aan de Helling: dan uyt *g*, door E, de rechte *g* E; en uyt *a*, *a* B, zoodanig dat E *a* B even is aan de Schilboog van de Polus hoogte: dan uyt E, E *l d*, rechthoekig door *a g*; en uyt *l*, *l d*, even aan EB; aan de Zuydzyde van *a g* in de *voor*, en aan de *Noortzyde* in de *achterover* hellende: dan uyt *d*, *d B*, rechthoekig op *a d*, en dan *a B* zulx dat die gelijk is aan *a* B; zoo is *d a B* de *hoek van de stijl*.

III. LIT. *Van de Verticale afwykende.*

Nu moeten wy de eygenschappen die de Helling veroorsaken, in de eerste regel voorby gaan, de andere moeten wy alle behouden: in dit geval is *e* in *g*, en over zulx sijn de lynen *a g* en *a c* beyde in de Verticaal *a e*; 't punt *d* in *k*, en daarom *l* in *g*, of in *e*; dies zijn *d* en *k* beyde in *o*, en *l* en *g* beyde in *e*: in de Figuren van de toepassing is nu *g a* E gelijk niets, en daarom E in *g*; dan valt *o l d* langs *o g*, daarom *l* in *g*: *b b* voor de afwyking nemende, zoo is E *o* gelijk *l d*, en de lyn *a* B trekkende aan die zyde van *a g* daar *a d* moet vallen, zoo komt alsdan *o* in *d*: en over zulx volgt deze

REGEL op de Verticale afwykende van het Zuyden of Noorden.

Verkiest een punt in de Zonnewyzer voor het Centrum, en trekt daar uyt een Verticale lijn zoo lang als gby wilt, neerwaarts in de Zuydelijke, en opwaarts in de Noordelijke, en trekt door deze Verticale lijn een Horizontale, of een rechthoekige.

Dan uyt het Centrum een lijn bepalende met de Verticale een hoek even aan de Schilboog van de Polus hoogte, aan de contrary zijde als de afwijkinge is, dat is, Bewesten de Verticaal zoo de afwijking Beoosten, en Beoosten, als de afwyking Bewesten is.

Dan trekt uyt de snee van de Horizontale en Verticale lijn als Centrum, en met de ondertogene van de Schilboog der Polus hoogte als straal, een boog, en telt in de zelve, van de Verticaal beginnende, de afwijking; en van het punt daar de telling eyndigt, een Perpendiculaar op de ondertogene van de voornoemde straal.

Van 't punt daar deze de straal stoot, een lijn tot het Centrum, deze is de Substilaris.

Om de hoek van de stijl te vinden; zoo trekt van dit punt der stoting een Perpendiculaar op de Substilaris, *en uyt*

uyt het Centrum tot deze een lijn die even is aan de lijn die met de Verticaal de Schilboog van de Polus hoogte bevat; de hoek begrepen van deze en de Substilaris *is de* hoek van de ſtijl.

Toepassing.

In de Figuren 20 *en* 21. *a* voor het Centrum verkoren hebbende, zo trekt daar uyt de Verticaal *a c*, neerwaarts in de Zuydelijke, en opwaarts in de Noordelijke, hier door haalt *c* B rechthoekig; dan *a* B, Bewesten *a c*, indien de afwijking Beooſten is, gelijk in de 1 en 3 Figuur, en Beooſten indienze Beweſten is, als in de 2 en 4 Figuur, zoodanig dat *c a* B even is aan de Schilboog van de Polus hoogte: dan uyt *c* (met *c* B als Straal, en Boog *b b* B, van *b*, in *a c*, of zijn verlengde, beginnende; en telt van *b* na *b*, de afwyking *b b*, en trekt *b d* rechthoekig op *c* B; dan *a d*, die is de *Substilaris.*

Dan *d* B rechthoekig op *a d*, en *a B* gelijk *a* B; zoo is *d a* B de *hoek van de ſtijl.*

IV. Lit. *Van de Verticale tegen 't Ooſt of Weſt.*

Dit geval komt over een met het laaſt voorgaande alleenlijk daar in verſchillende dat de afwyking nu altyt 90 graden is, of dat het punt *b* valt in het punt B, en by gevolg is nu *a* B de Subſtilaris: en de hoek *d a* B, de hoek van de ſtyl, is nu gelijk niets, om dat *d B* die nu gelyk *d b* is, verdwynt; en overzulx is de As *a B* evenwydig aan de Subſtilaris, en daarom formeeren wy deſe

Regel, Op de Verticale tegen het Ooſt of Weſt.

Verkieſt een punt in de Zonnewyzer voor het Centrum, en trekt daar uyt een Verticale lijn, zoo lang als gy wilt: dan haalt uyt het Centrum een lyn, bepalende met de Verticaal een hoek even aan de Schilboog van de Polus hoogte, beweſten alsſe tegen 't Ooſten ſtaat, en beooſten alsſe het Weſten aanſiet: deſe is de Subſtilaris. *Boven deſe moet de ſtijl evenwydigh daar aan gehecht worden.*

V. Lit. *Van de Hellende tegen 't Zuyden of Noorden.*

Nu moeten wy de hoedanigheden van de afwyking nalaten, en de andere alle behouden: nu is *c* en *k* beyde in *g*, en *d* in *l*; zulx dat de Perpendiculaar *a g* is de Subſtilaris, en de hoek van de ſtyl is even aan de ſom of het verſchil van de Helling en Schilboog van de Polus hoogte, om dat de hoek *g a e* en *e a b*, nu beyde in een zelfde Vlak vallen. Dit ziet men mede in de Figuren op de toepaſſing, 't punt *o* is nu in B, en dewyl *b o* gelijk o is, daarom ook *l d*, en over zulx is *d* in *l*: dies is *a g* de Subſtilaris, en B *a g* de hoek van de ſtyl: wy formeren dan hier op de volgende Regel.

Regel, Op de Hellende tegen het Zuyden of Noorden.

Verkieſt een punt in de Zonnewyzer voor het Centrum, en trekt daar uyt een Verticale lijn, zoo lang als gy wilt neerwaarts in de Zuydelijke voorover bellende, of in de achterover bellende, en dat de Helling minder is als de Schilboog van de Polus hoogte, of in de Noorder als de voorover belling meerder is, anders opwaarts: deze is de Subſtilaris.

De hoek van de ſtyl *is even aan de ſom van de Helling en Schilboog van de Polus hoogte, in de Zuydelijke voorover bellende, of in de Noordelijke achterover bellende, maar is even aan haar verſchil, in de Zuydelijke achterover bellende, of in de Noordelijke voorover bellende.*

VI. Lit. *Van de Verticale tegen het Zuyden of Noorden.*

Dit geval komt over een met het laaſt voorgaande, uytgenomen dat nu de Helling gelijk niets is: de Verticaal *a g* blyft de Subſtilaris, maar de hoek van de ſtyl *g a* B is nu even aan de Schilboog van de Polus hoogte E *a* B, om dat *g a* E, in dit geval, gelijk nul is: dies blyft deze

Regel, Op de Verticale tegen het Zuyden of Noorden.

De Verticale lijn is de Subſtilaris, *en de hoek dewelke de ſtijl met deze moet maken, neerwaarts in de Zuydelijke, en opwaarts in de Noordelijke, is even aan de Schilboog van de Polus hoogte.*

VII. Lit. *Van de Horizontale.*

De Regel op deze, zouden wy mede konnen doceren door de hellende tegen 't Zuyden of Noorden, met de Helling gelijk 90 graden te nemen; maar om dat dit klaarder blykt uyt de inſtructy die hier voren gegeven is, zoo zullen wy alleenlijk zeggen:

Regel, Op de Horizontale.

De gront van de ſtijl is de lijn die recht Zuyden en Noorden ſtrekt, en de hoek die de ſtijl met deze moet maken, is even aan de Polus hoogte ten Noorden.

De toepaſſing van deze vier laatſte regelen werden hier niet bygevoegt, om datze geen duyſterheit altoos in zich hebben.

III. Hooftstuk.
Van de trekking der Uurlijnen.

Het eerſte, van de oprechting des ſtijls, dus verhandelt hebbende, blijft over het tweede, dat is de trekking van de uurlijnen. Om een Regel op deze te vinden, zoo zal het noodig zijn dat wy de hoedanigheden van deze lijnen wat naukeuriger gaan onderzoeken als wy tot noch toe gedaan hebben. Hier voren is gezegt, dat de ſtraalen van de Zon, om yder punt van de As, het geheele Jaar deur, in gelijke tijt gelijke hoeken bevatten; en om dat de ondervinding leert, dat deze ſtraalen tweemaal des Jaars, wanneer de zon in de Æquinoctiaal komt, de As rechthoekig ſtooten, zoo volgt dat de ſtraalen, die de As rechthoekig ſtooten, in gelijke tijt, om de As, ook gelijke hoeken zullen bevatten; en dewijl deze ſtraalen alle

 in

in een zelfde Plat-vlak zijn, na de vijfde propositie des elfden Boeks Euclidius, zoo zijn alle de punten, alwaar deze ſtraalen eenig Plat-vlak ſtooten, alle in een rechte liny, na de darde propositie van 't zelfde Boek: dat is, indien *in Fig.* 22. *vr*, *tr*, *sr* ſtraalen zijn die de As *ar* rechthoekig ontmoeten, zoo zijn deze alle in een zelfde Plat-vlak *vrs*, en deze ſtoten *in Fig.* 23. het Vlak *q* in de punten *v*, *t*, *s*, die alle in een rechte lijn *vs* zijn.

En indien deze ſtraalen een Plat vlak (*q*) ſtooten, dat de As ſnijt, als hier in *a*, zoo zullen de lijnen, die uyt *a* door deze ſtotende punten *v*, *t*, *s* getrokken werden, de ſneeden zijn van dit Vlak *q*, en de vlakken die van de As en deze ſtraalen begrepen zijn, om dat deze getrokkene lijnen *a v*, *a t*, *a s* zoo wel in 't Vlak van de hoeken *a r v*, *a r t*, *a r s*, als in het voornoemde Vlak *q* zijn, ter oorzaak dat *a* en *v* in beyde deze vlakken *a r v*, en in *q* zijn.

Maar wanneer het voornoemde Vlak *q*, op het Vlak van de hoek *v r a*, rechthoekig ſtaat, af zoodanig dat de As, weerzijts verlengt zijnde, het Vlak *q*, mede verlengt zijnde, niet en kan ontmoeten, of dat het daar aan evenwijdig is *als in Fig.* 24, zoo zullen de lijnen, die uit de geſeyde punten *v*, *t*, *s*, rechthoekig, op, of door de lijn *v s*, getogen werden, de ſneden zijn van de platte vlakken, die bepaalt werden door de As en de lijnen *r v*, *r t*, *r s*, om dat deze *a v*, &c. de ſneden moeten wezen van deze vlakken en het Vlak *q*, dewelke beyde rechthoekig ſtaan op het Vlak van de hoek *s r v*, na de 19 des 11 Euc.

Voorts, dewijl de vlakken van de hoeken *s r a*, *t r a*, *v r a* de uurs vlakken zullen moeten wezen, als *s r t*, *t r v* yder het vierentwintigſte deel van de ruymte om *r* is; en om dat *s a*, *t a*, *v a* de ſneden zijn van deze vlakken en het Vlak *q*, en om dat alrede getoont is, dat de ſchaduw van de As *a r*, het geheele Jaar deur, het Vlak *q*, in deze ſneden *a v*, &c. op een zelfde uur van den dag, zullen komen te ſtooten, en ook, om dat van deze ſneden alrede gevonden is het punt *a*, ingeval dat *q* de As ſnijt, of dat de hoeken van deze en *s v* recht zijn, ingeval dat *q* aan de As evenwijdig is, zo is'er niets overig als de punten *s*, *t*, *v* te vinden, of de lijn *s v*, en dan in de zelvige de punten *s t v*.

Om de lijn *sv* te vinden, zoo laat ons aanmerken dat de twe vlakken *q* en *s r v*, van de welke *s v* de gemeene ſnee is, beyde rechthoekig ſtaan op het Vlak dat van de ſtijl, of van de As, en van de Subſtilaris begrepen is, om reden dat dit laaſte Vlak, het welk van de ſtijl en van de Subſtilaris bepaalt wert, rechthoekig ſtaat op het Vlak *q*; en ook zoodanig op het Vlak *srv*, om dat de As *a r* perpendiculariter op *s r v* gerecht is, en dat dit Vlak, van de Subſtilaris en de ſtijl, van *a r* begint, zulx dat *s v* rechthoekig moet ſtaan op het Vlak van de ſtijl en Subſtilaris begrepen, door de 19 des 11 Euclidis, en daarom ook rechthoekig op de Subſtilaris, waar door dan *s v* bepaalt wert, om dat de Subſtilaris alrede gevonden is. Deze *s v* zullen wy de naam van de Æquinoctiale lyn, of van de Æquinoctiaal laten behouden, gelijkze alrede zoodanig van andere genoemt wert, om datze de ſnee is van het Vlak *s r v*, dat evenwydig aan de Æquinoctiaal is, en van 't Zonnewyzers Vlak.

De punten *s*, *t*, *v* zullen lichtelijk konnen gevonden werden, wanneer een van deſe bekent is, gelijk terſtont zal getoont werden. Om een van deſe te vinden, zoo laat ons aanmerken, dat yder van deſe ſtippen de ſnee is van de Æquinoctiaal *sv*, en van yder Uurvlak dat de Zonnewyſer *q* ontmoet, of liever, van *sv* en de Uurlynen *as*, *at*, *av*: En om dat het Vlak van 12 uren, of het Meridiaans-vlak, het gemeenſte, of het bekentſte is, als ſtrekkende recht Zuyden en Noorden, zoo laat ons dit verkieſen, behalven alleenlijk in de rechtſtandige die 't Ooſt of Weſt aanzien, of welkers vlakte evenwydig aan het Meridiaans-vlak is, om dat in zoodanigen geval dit Meridiaans vlak niet zal konnen dienen: laat ons, in dit geval, daar toe verkieſen het vlak van 6 uren, het welk in het Ooſt en Weſt punt, de Æquinoctiaal rechthoekig ſnyd.

Om de ſneden van deſe twee vlakken, en het Zonnewyzers-vlak, te bepalen, zoo laat ons gedenken wanneer de vlakte van de Zonnewyzer recht 't Zuyden, Noorden, Ooſt of Weſt aanziet, 't zy dat het in de twee eerſte rechthoekig of ſcheef hoekig, en in de twee laatſte maar alleenlijk rechthoekig op den Horizont ſtaat; dat een van deze twee Uurs-vlakken, in zoodanigen geval, het Zonnewyzers-vlak rechthoekig zal komen te ontmoeten, en dewyl het vlak van de Subſtilaris en de ſtyl begrepen, ook het zelfde doet, en deſe Uurs-vlakken mede aan de ſtyl verknocht zijn, zo blykt, dat de Subſtilaris, in zodanigen geval, de ſnee is van een deſer Uurs-vlakken en het Zonnewyzers-vlak, de welke alrede gevonden is: maar wanneer de Vlaktens tegen 't O: of W: hellen, zoo is de ſnee van 't Horizontaal en 't Zonnewijzers-Vlak de Meridiaan van 12, en willende in deſe die van 6 uren gebruyken, zoo is in de Figuuren van de toepaſſing, op de hellende die afwijke *b e* evenwijdig aan de gront van 't Zonnewijzers-Vlak, *c* komt als dan daar *k* is; en dan zal de lyn die uyt *c* tot *a* getogen wert, de ſnee van 't Uurvlak van 6 uren aanwyſen. Nu wanneer de Zonnewyzers-vlakte van een van deſe vier Geweſten afwykt, en echter rechthoekig op den Horizont ſtaat, zo is deſe ſnee de Verticale lyn aan de Subſtilaris verknocht, om dat als dan het Meridiaans-vlak alleenlijk genoeg is, en om dat het zelvige Meridiaans en de Zonnewyzers-vlak beyde rechthoekig op den Horizont ſtaan, en daarom ook hare gemeene ſnee, de welke dien volgens Verticaal is, na de 19 des 11 Eucl. Maar wanneer het Zonnewyzers-vlak daar-enboven noch hellende is, zoo is het (in de voornoemde Figuren) de lyn *a c*, welke wy op deſe wyſe konnen vinden: van de $\triangle$ *e g c e* is bekent, *g e c* gelijk *obc*, de afwyking, de lyn *g e* alree gevonden, en de hoek *e g c* recht, waar door men vint *g c*; en om dat *a g* alrede getrokken is, en *a g c* recht is, zoo vintmen daar door *a c*: en dewyl *c* in de verlengde van *g k* aan *g* is, in 't eerſte voorval: of in *g k*, of in zijn verlengde aan *k*, gelijk blykt in de andere Figuren, zoo kan gemaak werden deze

RE-

Regel, Om de Meridionale lyn te vinden.

In de rechtſtandige tegen de vier Geweſten, isze de Subſtilaris: in de rechtſtandige en afwykende isze de Verticaal die uyt het Centrum van de Zonnewyzer getrokken wert; en in de hellende tegen 't Ooſt of Weſt, is de ſnee van 't Horizontaal en Zonnewyzers-Vlak de Meridiaan van 12 uuren, maar die van 6 uuren, is 't (*trekkende*, in de Figuren 16, 17, 18 en 19. *uyt* g, gc, *evenwydig, en gelijk* ld, *dan uyt* c) *de lyn* ca: *maar in de afwykende en hellende wertze op deſe wyze gevonden.* Trekt in de Figuren 11, 12, 13, 14 en 15. *uyt* (g) *het eynde van de Verticaal een lyn* (gC) *evenwydig aan de lijn* (aE) *die met de Verticaal de hoek van de helling bepaalt, en zoo lang tot datſe de lyn* (bE) *of zijn verlengde ſnyt, die getrokken wert door het punt* (b) *alwaar de telling der afwyking eyndigt, en door het Centrum* (E) *uyt de welke de boog getrokken is, daarin deze afwyking genomen wert (die wy ſtraal noemen) de lenkte der lyn* (gC) *begrepen tuſſen dit ſnydende punt en het eynde van de Verticaal; zet uyt dit eynde, op de Verticaal rechthoekig van de Subſtilaris af; indien de ſnyding* (C) *geſchiet in de verlengde ſtraal aan het Centrum, en na de Subſtilaris, als de ſnyding in de ſtraal of in zijn verlengde van de boog afgeſchiet; dan trekt een lyn uyt het Centrum van de Zonnewyzer, of het eynde* (c) *van deze lyn die perpendiculaar op de Verticaal ſtaat, deze is de Meridionale lyn.*

De *Toepaſſing* van deſe Regel is overtollig, om dat daar in de lynen zelfs aangeweſen werden: op de hellende die afwyken, zal ik egter dit zeggen: Men moet g C evenwydig aan aE trekken, zoo lang tot datze bE, of zijn verlengde ſnyt in C, en dan moet men de lengte van gC rechthoekig uyt g, op ag ſtellen, van ld af, indien C in de verlengde bE aan E is, en na ld toe, als het anders is; komt gc; dan ac trekkende, zoo heeft men de begeerde Meridionale lyn.

De zekerheit van het eerſte blykt klaarlijk uyt het geene alreede gezegt is, en van het laatſte op deſe wyze: gE is gelijk ge, gEC of bEo gelijk gec, en EgC gelijk egc, recht dies is gC, of gc hier, gelijk gc daar: voorts, dewyl ag gelijk ag is, om datze beyde genomen werden naar believen, en in beyde cag recht is, daarom is ac de Meridionale lyn, zo wel hier als daar; en alzoo blykt de zekerheit van de geſtelde Regel.

Een van de voornoemde punten s, t, v, alzo bekent hebbende, by voorbeelt, *in de Figuren* 25, 26 en 27. het punt t, at voor de Meridionale lyn nemende, zo konnen wy lichtelijk bekennen dat de andere punten s en v &c. lichtelijk zoude konnen gevonden werden, indien de lyn tr in lengte en in ſtant, dat is de hoek de welke zy met sv bevat, bepaalt was, om dat de hoeken trv, trs alrede bekent zijn, te weten, yder het vierentwintigſte deel van de ruymte om r, of yder van 15 graden.

Om dan tr, mitsgaders zijn ſtant te vinden, zoo laat ons aanmerken dat de lyn vz niet alleenlik rechthoekig ſtaat op ad, maar ook op zr, om dat vz de ſnee is van de vlakken q en srv, die beyde rechthoekig op rad ſtaan: indien dan t in z is, dat is, in de Subſtilaris ad, zoo is dan niet alleenlijk bepaalt zijn ſtant, te weten rechthoekig te ſtaan op sv, maar ook zijn lengte, om dat zr, of tr alle de As rechthoekig ſtoten in r, ter oorſaake ar perpendiculaar op srv ſtaat: maar indien 't buyten ad valt, als in de afwykende, dan is van de driehoek $ztrz$ bekent, zt, zr, en tzr recht, daar door dan lichtelijk gevonden wert de lengte van tr, en zijn ſtant, dat is, de hoek ztr: zulx dat vereyſcht wert, om de Uurlynen te trekken, de volgende Regel.

Regel, Om de Uurlynen op de Zonnewyzers te trekken.

Trekt, door de Subſtilaris, een lyn rechthoekig naar believen, en uyt het punt daar deze hen ſnyt, een lyn, rechthoekig op de ſtyl, de lenkte van deze laatſte, zet in de Subſtilaris, van de ſnee beginnende; van het punt daar deze eyndigt; trekt een lyn tot de ſnee van de Æquinoctiaal en de Meridiaan, zoo de laatſte van de Subſtilaris verſcheyden is:

Dan trekt, uyt het overgebrachte punt in de Subſtilaris, lynen makende met de lyn, die tot de Meridiaan, of tot de Subſtilare lyn getogen is, hoeken yder van 15 gr.

Van de punten daar deze de Æquinoctiaal ſnyden, trekt lynen tot het Centrum van de Zonnewyzer, indien de ſtyl de Vlakte, of haar verlengzel, ſtoot, of rechthoekig op de Æquinoctiaal, indien de ſtyl aan de Vlakte van de Zonnewyzer evenwydig is:

Deze getogene lijnen zijn de Uurlijnen.

Toepaſſing.

Indien, *in de Figuren* 28, 29 *en* 30. ab de Styl, ad de Subſtilaris, en ac de Meridiaan is, zoo trekt vs rechthoekig door ad, naar believen, ſnydende ad in z, en ac in t: dan trekt zr rechthoekig op ab, en maakt zR in ad zoo lang als zr.

Dan maakt tRv, tRs, &c. yder van 15 graden, ſnydende de Æquinoctiaal vs in v, t, &c.

Dan trekt van v, t, &c. lynen tot a, indien de As de Vlakte ſtoot, als in *Fig.* 28 *en* 29. maar rechthoekig op de Æquinoctiaal sv, ingeval de Vlakte aan de As evenwydig is, gelijk in *Fig.* 30.

De getogene av, at, &c. beneffens de Meridiaan, zijn de begeerde Uurlynen.

't Bewys.

De zekerheit van deſe Regel blykt t'eenemaal uyt 't geſeyde: zr hier is gelijk zr daar, om dat in beyde az genomen is naar believen, en daarom als even groot konnen aangemerkt werden; zar is in beyde gelijk; en zra in beyde recht; en over zulx is zr, of zR hier gelijk zr aldaar: en dewyl tzR gelijk tzr recht, en tz in beyde een zelfde is, daarom is tR gelijk tr, en ztR gelijk ztr, en bygevolg, om dat alsdan Rtv gelijk rtv is, en tRv gelijk trv genomen wert, is tv hier gelijk tv daar; en alzo met alle andere; en daarom zijn de ſtippen v, t, s, die hier gevonden zijn, de zelfde van ginder, en over zulx zijn av, at, as de begeerde Uurlynen.

Aanmerking.

Dewyl de Uurlynen dichter by een, of verder van malkander zullen vallen, naar dat zr korter of langer

ger is, en om dat deze zich schikt na dat *a z* genomen wert, zoo zal 't, om de minste faute in de bewerking te begaan, noodig zijn, dat men *a z* zoo lang neme als 't mogelijk is: maar, wanneer gebeurt dat de stijls hoek zeer eng is, en dat, by gevolg, de Uur-lijnen zeer dicht by malkander zullen moeten vallen, indien dat menze in een punt van de Zonnewyzers Vlakte wil doen te zamen komen, zo is 't best *dat men een lijn evenwijdig aan de As* a b *trekt, dewelke verder van de Substilaris afstaat*, gelijk *in de Figuren* 31 *en* 32, *R R*, zoo zal *z R* langer komen als anders, *maar dan moet men twee Æquinoctialen trekken, en twee Perpendicularen, uyt de sneden van deze en de Substilaris, op de As, en dan moet men in beyde deze Æquinoctialen de punten* s, v &c. *vinden*, dan zijn *t t*, *s s*, *v v*, de Uur-lijnen. Maar wanneer de Substilaris en de Meridiaan verscheyden zijn, *als in Fig.* 32. *zoo moet men, om* t *te vinden, een andere Meridiaan trekken, evenwijdig aan de eerste, doch zodanig dat* z r *tot* z R *is als* z t *tot* z T, want dan zal de nieuwe As, en de nieuwe Meridiaan, verlengt zijnde, in een zelfde punt de verlengde Substilaris ontmoeten, 't welk zoodanig wezen moet: want *a c* is *in Fig.* 33. evenwijdig aan A C, om dat de Meridiaans vlakken *a b c* A B C paralel zijn, en om dat *a c* en A C, de Meridiaans-lijnen, de sneden zijn van dese en *q*: en *a c* en *a b* ontmoeten de verlengde Substilaris *d* A in een zelfde punt *a*.

IV. HOOFTSTUK.

Van de Tekenen des Zodiacx.

ALs men de tekenen van den Zodiac op een Zonnewijzer wil hebben: of de linien waar door men zien kan in wat teken van de Ecliptica de Zon is, zoo moet de schaduw alleenlijk over een punt vallen, ten minsten moet het een punt wezen dat dit zal aanwijzen: maar om deze zaak wel te verstaan, zo laat ons hare natuur naukeuriger gaan onderzoeken.

Aanmerkende *in de Figuren* 34 *en* 35. het Vlak *tsrt* voor het Æquinoctiaals-vlak, en *a r* voor de As, zo zal de schaduw van het punt *r* langs de Æquinoctiaal *t s* vallen, op dien dag als de Zon in de Evenaar is, of in het begin van ♈ en ♎, maar op een andere dag zal de schaduw van het punt *r* langs de kromme *w x y* vallen, op een andre dag weer langs een andere diergelijke kromme: indien men dan veele van zoodanige lijnen op de Zonnewijzer aftekende, men zoude dagelijks konnen zien, niet alleenlijk in wat teken, maar ook in wat graad van de Ecliptica dat de Zon was, en by gevolg mede de dag van het Jaar, en de hoegrootheit van de Zons declinatie, doch dit zoude een Zonnewijzer t'eenemaal belemmeren, en daarom werden gemeenlijk, behalven de Æquinoctiaal, maar zes van deze lijnen op een Zonnewijzer afgetekent, dat is alleenlijk die geene langs de welke de schaduw van het punt *r* valt, als de Zon in het begin van elk teken is.

Om dan een Regel uyt te vinden, waar door men deze lijnen zoude konnen aftekenen, zoo aanmerkt dat de hoeken *w r t*, *x r z*, *y r s* alle gelijk zijn, volgens de gronden hier voren gelegt, dat is alle zoo groot als de Zons declinaty op dien dag is: *in Figuur* 34, alwaar de As de Vlakte *q* scheef hoekig stoot, zijn de hoeken *a r t*, *a r z*, *a r s* alle recht; gelijk mede, *in Figuur* 35, de hoeken *r t w*, *r z x*, *r s y*, &c. (hier is de As *a r* evenwijdig aan *q*, en *in Fig.* 40. staat 'er rechthoekig op) voorts is, *in de Figuren* 34 *en* 40. gegeven, of alrede bepaalt, de As *a r*, en in alle de lengte van de lijn *r t*, *r z*, *r s*.

Wyders, indien, *in Figuur* 36, *r* het Centrum van de aarde is, en *r* A zijn As; A*l*, A ♈, ♈ *l* elk een vierde part van een ront, zoo is ♈ *l* de Æquinoctiaal: *l e* gelijk 23. 32', of de grootste declinaty nemende, zoo is ♈ *e* de Zons weg, of de Ecliptica: de bogen *e* P, P Q, Q ♈ gelijk stellende, en trekkende A P L, A Q L, ook de lijnen *l r*, L *r*, L *r*, *e r*, P *r*, Q *r*, zoo zijn de hoeken L *r* Q, L *r* P, *l r e*, of *l r b*, *l r p*, *l r e*, nemende *l b* gelijk L Q, en *l p*, gelijk L P, gelijk de voornoemde hoeken *w r t*, *z r x*, *s r y*, te weten de hoek van de Zons declinaty: en indien wy *e m*, P M, Q M voor hangende aanmerken, zoo weten wy, uyt het geene in de Driehoekxmeting pag. 83. bewezen is, dat *em* tot P M, of *p i*, is, als *e r* tot P *b*, die evenwydig *e r* nemende, dat is, als de straal tot Sinus van ♈ P, of van 60 graden: en dewijl het punt *p in Fig.* 37. gevonden word door de lijn *g n*, trekkende eerst uyt *m* als middelpunt, met *m e* als straal, het vierendeel ronts *e g k*, en dan uyt *g* (*g k* de twee darde van *k e* zijnde, of *k g* 60 graden) *g n* evenwydig *k m*, om dat nu *e m* mede tot *n m*, *g c*, of *p i* is, als de straal *e m* *g c*, Sinus van 60 graden *k g*, zoo vinden wy daar uyt op wat wyze de hoeken van de declinaty bepaalt werden, en uyt dit en het vorige te zamen de volgende

REGEL, Om de tekenen des Zodiacx op een Zonnewyzer te beschryven; met zijn Toepassing.

Bereyt eerst de Driehoek en zijne ingetogene lijnen, op deze wijse: maakt in Fig. 38. e r f *gelijk* 47. 4' *en* r e *gelijk* r f; *dan op* e f *een halfront; en dese gedeelt in zes gelijke deelen: en uyt de deelen* g, h, &c. *getogen de Perpendicularen* g n, h o, &c. *snijdende de boog* e l f, *in* p, q, l, &c. *dan uyt* r, *door* p, q, &c *de rechte* r p, r q, &c. *lang genoeg; en dan* a r *rechthoekig door* l r: *Voorts*,

Als de As de Zonnewyzer *scheefhoekig* stoot, *als Fig.* 34.

Maakt r a *in Fig.* 39. *gelijk* r a *in de Zonnewyzer: dan neemt in* r l, *de lengte* r t *in de Driehoek, gelijk* r t *in de Zonnewijzer, en trekt hier* a t w, *snijdende de lijnen des Driehoeks in* w, &c. *dan neemt de lengte* t w *in de Driehoek, en set die over in de Zonnewyzer van* t *na, of van* a, *even gelijk hier: en zoo met de andere in deze.*

Als

Als de As *evenwijdig* is aan de Zonnewyzer, *als in Fig.* 35.

Maakt r t, (*in* r l) *in de Drieboek gelijk* r t *in de Sonnewyzer, en trekt* t w *rechthoekig op* r l; *en brengt dese* t w *over in de Sonnewijzer van* t *af, aan weerzyden: en zoo, &c.*

Als de As de Zonnewyzer *rechthoekig* stoot, *als in Fig.* 40.

Maakt r a *in de Drieboek gelijk* r a *in de Sonnewyzer; en trekt* a w *evenwydig* r l, *lang genoeg, snydende* r q, *of zijn verlengde in* w: *dan trekt in de Sonnewyzer, uyt zijn Centrum* a *als middelpunt, met deze* a w *als straal, een ront, deze is de begeerde kromme* w x y: *en zoo in de andre tekens van deze.*

Dan voegt men de tekens by deze kromme na gelegentheit van de zaak, dat kenlijk is.

't Bewijs.

De vinding van de hoeken der Zons declinaty, door behulp van de gemaakte Driehoek, is het zelfde dat in de voorbereyding voorgedragen is, en daarom blykt de zekerheit van dese zaak: het andere bevestigen wy door vergelijking op dese wyze:

Op Fig. 34. alwaar de As de Zonnewyzer *scheefhoekig* stoot: In de Figuur op de Zonnewyzer, en in de gemaakte Driehoek, is *a r* gelijk *a r*, *t r* gelijk *t r*, *a rt* gelijk *a rt* recht, en *w r t* gelijk *w r t*, daarom is *t w* in de laatste gelijk *t w* in de eerste.

Op Fig. 35. alwaar de As *evenwydig* aan de Zonnewyzer is: in beyde de voornoemde Figuren is *rt* gelijk *r t*, *t r w* gelijk *t r w*, en *r t w* gelijk *r t w* recht; daarom is *t w* in de eene Fig. als *t w* in d'andere.

Op Fig. 40. alwaar de As op de Zonnewyzer *rechthoekig* staat: in beyde is *a r* gelijk *a r*, *r a w* gelijk *raw* recht, en *a w r* gelijk *a w r*, en daarom *a w* gelijk *a w* in beyde de Figuren.

Tweede Deel.

Van de Regelen *door de welke de Zonnewyzers* Telkunstig *beschreven werden.*

Nu zullen wy de hoeken telkunstig leeren vinden, die in het voorgaande deel meetkunstig gevonden zijn, te weten die geene de welke niet openbaar zijn; dat is, de wijte van de hoek die de Substilaris met de Verticaal maakt; de wijte van de stijl en de Substilaris; de wijte van de Meridiaan en de Verticaal; en de wijte van de hoeken die de Uurlijnen met malkander bepalen: en wy voegen deze zaak hier by, om dat velehen op deze wijze willen maken, of ten minsten om dat het in 't gebruik is, en zommige het beter keuren, gelijk het ook in der waarheyt minder faut onderworpen is, als de uytrekening wel gedaan wert, maar heeft meerder moeyten in zich, ten waar in zommige gevallen, gelijk in de Horizontale, en in de Verticale tegen 't Zuyden of Noorden, om dat den getallen, of de wijte van de hoeken der Uurlijnen, van deze onveranderlijk zijn op een zelfde Polus hoogte; en deze eens uytgerekent zijnde konnen altijt dienen.

Wy zullen de zelfde order volgen, dat is, wy zullen deze mede vindender wijze voordragen, en ook van het swaarste beginnen, en eyndigen by het lichtste, dat is van de hellende die afwyken, en eyndigen by de andere, en dat om de zelfde reden: wy zullen mede eerst de styl leeren oprechten, en daarna de Uurlynen leren vinden; de tekenen des Zodiacx zullen wy niet op dese wyse leren aftekenen, maar wy zullen het by 't vorige laten.

I. Hooftstuk.

Van de Regelen tot de Oprechtingh van de styl.

Op de hellende die afwyken.

Om een Regel op dese te vinden, zoo aanmerkt, van de *Figuren* 41 *en* 42. *q* voor de Vlakte van de Zonnewyzer, staande scherphoekig op den Horizont *l m*, *l m*, *a b* voor de As, stootende *q* in *a*, dewelke het Centrum is van de Sphæra: *v b e*, *p b d* voor twee bogen, ontmoetende malkander in de Aspunt *b*, daar van de eerste getogen is uyt *v*, het Toppunt van de Horizont, tot de Horizont; en de tweede uyt *p*, de top van *q*, tot *q*; waar door de eerste rechthoekig valt op de Zichteynder, en de tweede zoodanig op *q*; zulx dat *b d* is de styls hoek, en *g d* de hoek die de Substilaris *a d*, met de Verticaal *a g* bevat:

Om dese te vinden, zoo considereert dat van de Driehoek *v b p v*, bekent is *v b*, Schilboog van de Polus hoogte *b e*, *b v g* gelijk *l e*, de afwyking van het Zuyden of Noorden, en *p v*, de Schilboog van de Helling *g v*: hier door vint men *v p b* gelijk *d g*, en *p b*, Schilboog van *b d*.

Voorts, dewyl men klaarlijk bespeurt, dat de Substilaris altyt aan de andere zyde van de Verticaal is als de afwyking is; en om dat de As *a b* onder de Vlakte van de Zonnewyzer komt te vallen, als *p o* meerder is als een vierendeel ronts, om dat alsdan *p b*, die de schuynse is, nootsakelijk ook meerder als een vierendeel ronts moet wesen, en over zulx *a b*, aan de andere zyde van de Vlakte *q* valt, als *p* genomen is; daarom blykt niet alleenlijk hoe men de volgende Regel zal vinden, maar ook met eenen hare zekerheit.

Regel, *Op de Hellende afwykende van de vier Gewesten.*

I. Om de Hoek van de styl te vinden.

Gelijk de straal,

Tot Sinus complement van de afwijking (pvb)

Alzoo Tangens complement van de Polus hoogte (b e)

Tot Tangens van een vierde boog (vo) *welkers verschil met* (pv) 90 *Graden, min de Helling, in de vooroverhellende tegen 't Zuyden, en in de achteroverhellende tegen 't Noorden, of met* 90 *graden, en de helling in de achterover hellende tegen 't Zuyden, en voorover hellende tegen 't Noorden, als de Helling* (vg) *minder is als de vierde boog* (vo): *maar haar zom in de andere gevallen, is een vyfde boog* (po.) *en dan:*

Gelijk

Gelijk Sinus complement van de vierde boog (vo)
Tot Sinus complement van de vijfde boog (po)
Alzoo Sinus van de Polus hoogte (be)
Tot Sinus van de stijls verheffing (bad)

II. Om de hoek van de Substilaris en de Verticaal te vinden.

Gelijk de straal ,
Tot Tangens van de stijls verheffing (db)
Alzoo Tangens van de vijfde boog (po)
Tot Sinus complement van de hoek der Substilaris en de Verticaal , (gd) in alle gevallen , uytgenomen wanneer de vierde boog (vo) grooter is als de Schilboog van de Helling , in de zuydelijke voorover , en in de Noordelijke achterover hellende , in welke gevallen dit complement van 180 *graden moet afgetrokken werden om het begeerde te hebben.*

Deze gevonden hebbende , zoo trekt uyt het verkorene Centrum de Verticaal , neerwaarts in de Zuydelijke , en opwaarts in de Noordelijke ; en uyt het zelve Centrum haalt een lijn die met de Verticaal een hoek maakt even aan de gevondene hoek der Substilaris en de Verticaal : aan de contrary zijde van de afwijking , dat is , Bewesten de Verticaal indien de afwijking Beoosten is , en Beoosten alsze Bewesten is , deze is de Substilaris ; behalven dan wanneer de vierde boog (vo) korter is als de Helling (vg) en dat de Zonnewijzer achterover helt tegen 't Zuyden , of voorover tegen het Noorden , want in zoodanigen geval is de Substilaris de verlengde van deze : hier boven als gront recht de stijl met de gevondene hoek.

Toepassing. Fig. 43.

Op 52. 25′ Polus hoogte , helt een Zonnewijzer achterover tegen het Zuyden 10. 6 , en wijkt af ten Oosten 20 : 36 : Vrage &c.

Sinus compl. 20:36 , afwijking 9.9715876
Tang.compl. 52:25′,Polus hoogte 9.8862878
————verg.
Tangen — 35:47 , vierde boog 9.8578754 vo.
afget : van 100:— , 90 *graden en de Helling* 10 *gr.*
———— *om dat de Zonnewijzer achter-*
rest *vijf.* boog 64:13′, *over helt tegen 't Zuyden , en om dat de Helling,*10 *gr. minder is als de vierde boog* 35:47.

Sinus compl. 64:13′ , vijfde boog 9.6384585
Sinus —— 52:25, Polus hoogte 9.8989812
————verg.
19.5374397
Sinus compl. 35:47, vierde boog 9.9091461
————afg.
Sinus —— 25: 9′, *stijls verhef.* 9.6282936
Tangens — 25: 9′, stijls verhef. 9.6716345
Tangens — 64:13′, vijfde boog 10.3159989
————verg.
Sinus compl. 13:37′ , *Subst. hoek* 9.9876334

Indien dan *in Fig.* 44. *a* voor het Centrum van de Zonnewijzer genomen wert , en dat *ag* na de Horizont recht neerwaarts gaat , zoo moet men *ad* trekken aan de linker hant , of aan de Westzijde van *ag* , om dat de afwijking Oostelijk is, en zodanig dat *g a d* begrijpt 13 . 37′ , de gevondene hoek van de Substilaris en de Verticaal : hier boven moet men uyt *a* de stijl hechten , makende met *ad* een hoek van 25 : 9′.

Op de hellende tegen 't Oost of West.

Nu is *e* in *m*, of de hoek *b v p* is 90 graden, of recht; en dewijl de Substilaris *a d* nu Benoorden de Verticaal *a g* is , en opwaarts staat, in de achterover hellende , en Bezuyden , en neerwaarts, in de voorover hellende , zoo volgt daar uyt deze

REGEL *op de hellende tegen 't Oost of West.*

I. Om de hoek van de stijl te vinden.

Gelijk de straal ,
Tot Sinus van de Polus hoogte (be)
Alzoo Sinus van de helling (vg)
Tot Sinus van stijls verheffing (bd)

II. Om de hoek van de Substilaris en de Verticaal te vinden.

Gelijk de straal ,
Tot Sinus complement van de Helling (vg)
Alzoo Tangens van de Polus hoogte (be)
Tot Tangens complement van de hoek der Substilaris en de Verticaal (gd)

Dit gevonden hebbende , zoo trekt , uyt het Centrum van de Zonnewijzer , een lijn makende met de Verticaal een hoek die even is aan de gevondene hoek der Substilaris en Verticaal , aan de Noortzijde van de Verticaal, en opwaarts , in de achterover hellende , maar aan de Zuytzijde , en neerwaarts , in de voorover hellende : hier boven als gront recht de stijl met de gevondene hoek.

Toepassing. Fig. 45.

Op 52. 25′ Polus hoogte , staat een Zonnewijzers Vlakte vlak tegen 't Oost , en helt achterover 10 graden : Vrage &c.

Sinus —— 52.25′,Polus hoogte 9.8989812
Sinus —— 10. 6 , Helling — 9.2396702
————verg.
Sinus —— 7.55 , *stijls verhef.* 9.1386514
Sinus compl. 10. 6 , Helling — 9.9933515
Tangens — 52.25′,Polus hoogte 10.1137122
————verg.
Tang. compl. 38. 6 , *Subst. hoek* 10.1070637

Indien dan *in Fig.* 46. *a* voor het Centrum van de Zonnewijzer genomen wert, en *a g* een Verticaal is , opwaarts gaande, om dat de Vlakte achterover helt, zo trekt *ad* , aan de rechter hand , of aan de Noortzijde van *ag* , om dat de Zonnew. achterover helt, maken-
de

de met *ag* de hoek *g a d*, gelijk de gevondene 38 graden, de hoek van de Subſtilaris en de Verticaal; hier boven, uyt *a*, hegt de ſtyl, makende met *a d* een hoek van 7 graden 55 minuten.

Op de Verticale afwykende van de vier Geweſten.

Nu is *g* in *v*, of *p* in *l*, of *v p* doet 90 graden, of is een vierendeel ronts. En dewyl de Subſtilaris *a d* neerwaarts ſtaat in de Zuydelijke, of die het Zuyden aanſien, en opwaarts in de Noordelijke, en aan de andere zyde van de Verticaal is als de afwyking is, zo volgt daar uyt deſe

REGEL, *Op de Verticale afwykende.*

I. Om de hoek van de ſtyl te vinden.

Gelijk de ſtraal,

Tot Sinus complement van de Polus hoogte (bc)

Alzoo Sinus complement der afwijking van het Zuyden of Noorden, (p v b)

Tot Sinus van de ſtijls hoek. (b d)

II. Om de hoek van de Subſtilaris en de Verticaal te vinden.

Gelijk de ſtraal,

Tot Sinus van de afwijking van 't Zuyd. of N. (pvb)

Alzo Tangens complement van de Polus hoogte (bc)

Tot Tangens van de hoek der Subſtilaris en de Verticaal (d g, *of* d a g)

Dit gevonden hebbende, zoo trekt, uyt het Centrum van de Zonnewyzer, een lijn bepalende met de Verticaal een hoek even aan de gevondene hoek van de Subſtilaris en de Verticaal, aan de contrary zyde van de Verticaal als de afwijking is, dat is, aan de Weſtzyde indien de afwijking ten Ooſten is, en aan de Ooſtzyde indien ze ten Weſten is; neerwaarts in de Zuydelijke, en opwaarts in de Noordelijke: hier boven, als gront, recht de ſtijl in de gevondene hoek.

Toepaſſing.

Op 52. 25′ Polus hoogte, wil men een Zonnewyzer maken op een Verticaal Vlak dat van 't Zuyden na het Ooſten afwykt 20. 30: Vrage &c.

Sinus compl. 52. 25′, Polus hoogte		9. 7852691
Sinus compl. 20. 30, afwyking		9. 9715876
		——— verg.
Sinus ———	34. 50, *ſtyls verhef.*	9. 7568567
Sinus ———	20. 30, afwyking	9. 5443253
Tang. compl. 52. 25, Polus hoogte		9. 8862878
		——— verg.
Tang. ———	15. 5, *Subſt. hoek*	9. 4306131

Als *in Fig.* 44. *a* het Centrum van de Zonnewyzer is, zoo trekt de Verticaal *a g*, recht neerwaarts, om dat de Zonnewyzer tegen het Zuyden gekeert ſtaat, en ook *a d* aan de linker zyde, of beweſten *a g*, om dat de afwyking beooſten is, en zodanig dat *g a d* (die nu is 15. 5′) de gevonde hoek van de Subſtilaris en de Verticaal begrijpt; hier boven, uyt *a*, hecht de ſtyl in zulker voegen dat de hoek van deſe en *ad* is 34. 50, de gevondene ſtijls verheffing.

Tot de andere gevallen heeft men geen uytrekening van doen, en daarom zal ik de regelen, daar toe dienende, hier zimpelijk byvoegen; en zoodanig als in 't eerſte deel geſtelt zijn.

REGEL op de Hellende vlak tegen het Zuyden of Noorden.

Uyt het Centrum van de Zonnewyzer, trekt een Verticaal zoo lang als gy wilt; neerwaarts in de Zuydelyke voorover hellende, of in de achterover hellende, en dat de Helling minder is als de Schilboog van de Polus hoogte, of in de Noordelijke als de voorover helling meerder is, anders zijnde zoo trekt hen opwaarts: deze is de Subſtilaris.

De hoek van de ſtijl en de Subſtilaris is even aan de ſom van de Helling en Schilboog van de Polus hoogte, in de Zuydelijke voorover hellende, of in de Noordelijke achterover hellende; maar is even aan haar verſchil, in de Zuydelijke achterover hellende; en in de Noordelijke voorover hellende.

REGEL op de Verticale tegen 't Zuyden of Noorden.

De Verticaal uyt het Centrum; neerwaarts in de Zuydelijke, en opwaarts in de Noordelijke, is de Subſtilaris; en de hoek van de ſtijl met deze is even aan de Schilboog van de Polus hoogte.

REGEL op de Verticale tegen 't Ooſt of Weſt.

Trekt, uyt een punt van de Horizontale lijn, een lijn makende met deze een hoek, aan de Noortzyde, even aan de Polus hoogte, deze is de gront van de ſtijl; boven dewelke de ſtijl evenwydig aan deze gront moet gehecht werden.

REGEL op de Horizontale.

De gront van de ſtijl is de lijn die recht Zuyden en Noorden ſtrekt; en de hoek die de ſtijl met deze ten Noorden moet maken is even aan de Polus hoogte.

Wy en maken geen Toepaſſing op deze vier laatſte Regelen, gelijk wy in het eerſte Deel op hen ook niet gedaan hebben, ter oorzake dat alles zeer klaar is, en by gevolg gy niet zult konnen doolen.

II. HOOFTSTUK.

Van de Uur-lijnen.

DEwijl de Uur lijn van 12, of van 6 uuren, de voornaamſte is van alle de Uur-lijnen, ter oorzake dat de andere haar naar deze moeten voegen, gelijk men alreede weet, zoo zullen wy deze eerſt leren vinden, en daar na de andere.

Die van 6 uuren wert alleenlijk gezocht in de Verticale tegen 't Ooſt of Weſt, om dat die van 12 uuren daar op niet kan getrokken werden: in beyde zullen wy ze de *Meridiaan* noemen, ſchoon die van 12 uuren dit alleenlijk verdient.

REGEL, Om de Meridiaan te vinden.

In de rechtstandige tegen de vier Gewesten, is ze de Substilaris: in de rechtstandige en afwykende is ze de Verticaal die uyt het Centrum van de Zonnewyzer getrokken wort, in de hellende tegen 't Oost of West is ze de snee van 't Horizontale en Sonnewijzers Vlak: in de afwykende die Hellen vint men ze door deze Regel.

Gelijk de straal,
Tot Sinus van de Helling (gv)
Alzoo Tangens van de afwyking (gvc)
Tot Tangens van de hoek tussen de Verticaal en de Meridiaan (gc, *of* gac)

Deze Meridionale lyn stelt aan de zelve zyde van de Verticaal als de afwijking is, dat is, aan de Oostzyde als de afwyking beoosten is, en aan de Westzyde alsze bewesten is, in de zuydelijk voorover en in de noordelijke achterover hellende: maar aan de andere zyde in de andere getallen.

De zekerheit van dese Proporty blykt om dat van de Driehoek *v c g v*, bekent is *g v* de Helling, *g v c* de afwyking, en *c g v* recht, en dat *a c* de Meridiaan is, in de Figuren hier voren op de hellende die afwyken gestelt.

Toepassing.

Nemende het meergemelde voorbeelt, alwaar de vlakte van 't Zuyden na 't Oosten afwykt 20. 36, en achterover helt 10 graden, op 52. 25' Polus hoogte.

Sinus	— 10. 6,	Helling —	9. 2396702
Tangens —	20. 30,	Afwyking —	9. 5727377
Tangens —	3. 43,	Mer. hoek	8. 8124079

Dan moet men *a c* aan de Westzyde van de Verticaal *a g* trekken (om dat de Zonnewijzer tegen het Zuyden staat, achterover helt, en de afwyking beoosten is) zoodanig dat *g a c* is de wyte van de gevondene 3. 43 m.; zoo is *a c* de Meridiaan, of de lyn van 12 uuren.

Van de andere Uur-lynen.

Aanmerkt, van de *Figuren* 47, 48 *en* 49. *q* voor de Vlakte van de Zonnewyzer, *a* voor het Centrum, *a b* voor de As, *a d* voor de Substilaris, en *a c* voor de Meridionale lyn: hier voren is alrede gevonden *b d*, en *c d*, en om dat *b d c* recht is, zoo vint men lichtelijk *d b c*: dan is, van de Driehoeken *b d e b*, bekent *b d*, *b d e* recht, en *d b e*, om dat *c b e* 15 graden is wanneer *a e* een uur vroeger of later zal aanwyzen als *a c*; hier door vint men lichtelijk *e d*, of de hoek *e a d*: en alzoo is openbaar hoe men de lyn *a e* zal konnen trekken; en zoo met de andere.

Het blykt, indien de stijl *a b* perpendiculariter op *q* staat, dat dan *c* is in *d*, en dat *e d* is gelijk *d b e* 15 graden, om dat *b d*, en *b e* alsdan elk 90 graden doen; en dewijl *a* het Centrum van *e d* is, zoo volgt dat *d a e*, in zoodanigen geval, 15 graden is. (48ste *Figuur*.

Indien *a b* aan *q* evenwydig is, of dat *q* rechthoekig op het Æquinoctiaal vlak *m o n o* staat gelijk in *Figuur* 49. zoo loopen de Uur-lynen en de Substilaris, alle evenwydig, om dat, *a* voor de top van *m o n o* nemende, de quadranten *b a o b*, *b a f b*, *b a g b* en de Zonnewyzers Vlakte *q*, alle rechtstandig op *m o n o* zijn, en by gevolg ook hare sneden *ad*, *ac*, *ae*, en daarom dese alle evenwydig aan *a b*, en ook aan malkander, en staan alle rechthoekig op de lyn *m n*, de snee van *q* en *m o n o*, ter oorsake dat *a d m* recht is; en dewyl *a d* alrede hier voren gevonden is, zoo is dan openbaar de Æquinoctiaal *mn*: maar staat te considereren dat de hoeken *dbc*, *cbe*, elk 15 graden doen, om dat de As rechthoekig op *m o n o* staat, even als *in Fig.* 48. en dat de hoek *b d c* recht is; en overzulx is *c d* Raaklyn van 15 graden, ten aansien dat *d b* de straal is, en *e d* Raaklyn van 30 graden, en zoo voort, waar door de punten *c*, *e*, &c. openbaar zijn, die wy alleenlijk in dese van doen hebben. Uyt dese hoedanigheden vinden wy niet alleenlijk, maar blykt ook de zekerheit van de volgende

REGEL, Om de hoeken te vinden die de Uurlynen met de Meridiaan, of met malkanderen maken.

1. Geval. *Als de As* rechthoekig *op de vlakte van de Sonnewyzer staat. Trekt lijnen uyt het Centrum van de Sonnewyzer, die met de Meridiaan, en ook onderling met malkander, hoeken bepalen van* 15 *Graden wyt, deze zijn de begeerde Uurlijnen.*

2. Geval. *Als de As* scheefhoekig *op de Vlakte van de Sonnewyzer staat. Soekt de hoek die de Uurlijnen met de Meridiaan maken, volgens deze Regel.*

I. *Gelijk de straal,*
Tot Sinus van de stijls verheffing (b d)
Alzoo Tangens complement van de hoek tussen de Meridiaan en de Substilaris (c d, *of* d a c)
Tot Tangens complement van de hoek d b c.

Hier door zijn openbaar de hoeken d b e, *om dat* c b e 15 *Graden is: Dan*

II. *Gelijk de straal,*
Tot Sinus van de stijls verheffing,
Alzoo Raaklijn d b e,
Tot Raaklijn d e, *of* d a e, *de hoek begrepen van de Substilaris en de begeerde Uurlijn.*

3. Geval. *Als de As* evenwydig *aan de vlakte van de Sonnewyzer is. Trekt een lijn* (m n) *rechthoekig door de Substilaris, en deelt de lengte die de stijl boven de Sonnewyzer verheven is (als* d b*) in 1000 gelijke deelen, en zoekt Raaklijn van* 15 *Graden, hieraf snyt de twee achterste letters, het overige past af in de verheffing des stijls* (d b) *en zet de opening van deze Passer, van* d *af, in de Æquinoctiaal* (m n *die de rechthoekige is door de Substilaris* a d) *deze in* c *eindigende, zoo trek door* c *een Perpendiculaar door de Æquinoctiaal als* ca, *deze is een uur voor of na de uur die de Substilaris aanwijst: de tweede vintmen Raaklijn van* 30 *Gr. nemende, en zoo voort, altyt* 15 *Graden by het voorgaande voegende.*

Maar het is gemakkelijker deze Uurlijnen zodanig te vinden als hier voren geleert is; de lengte d b, *in* d a, *of in zijn verlengde*, *van* d *af*, *metende*, *en dan uyt dit punt lijnen trekkende die hoeken van* 15 *Graden onderling bevatten*, *door de ſneden van deze en de Æquinoctiaal* m n *vint men de Punten*,c,e,&c. *en de reſt als voren*, *welke manier van doen uyt het bovenſtaande mede openbaar is.*

Toepaſſing.

Op 't I. *Als de As* rechthoekig *op de vlakte van de Zonnewijſer ſtaat:* dit geval en vereiſt geen uitlegging.

Op 't II. *Als de As* ſcheef hoekig *op de vlakte van de Zonnewijſer ſtaat.* Nemende het meer genoemde exempel, alwaar de vlakte afwijkt van 't Zuyden ten Ooſten 20. 36. en achterover helt 10 Graden, op 52, 25′. Polus hoogte.

I. Sinus ——	25. 9′,	ſtijls verheff.	9.6283782
Tang. compl.	3.43′,	Merid. hoek	11.1873593
Tang. compl.	8.41′,	de hoek *dbc*	10.8157375
	15.—		
II. Tangens	23.41,	de hoek *dbe*	9.6420908
Sinus ——	25. 9,	ſtijls hoek	9.6283782
Tangens	10.34′,	de hoek *dae*	9.2704690

Zoo is *ae* de Uur-lijn van 11 uuren voor de middag in dit geval. Om hen van 1 uur na de middag te vinden, zoo moet men 8. 41′ van 15 graden aftrekken, reſt 6. 19′ voor de hoek *dbe*: hier door vint men, voor de hoek *dae*, aan de andere zyde, dat is, voor de Uur-lijn van 1 uur na de middag, 2. 42′. Om de Uur-lijnen naaſt aan deze te vinden, zoo moet men 15 graden by 23. 41′, en by 6. 19′, vergaderen, en obſerveren de tweede proporty: en zoo vervolgens met de andere.

Op 't III. *Als de As* evenwydig *aan de vlakte van de Zonnewijzer is.* Als *in Fig.* 50. *ad* de Subſtilaris is, zo moet men daar door *mn* rechthoekig trekken, en, *db* voor de hoogte van de ſtijl nemende, en hen in 1000 gelijke deele deelende, zo moet men daar in 268 deelen afpaſſen, en die van *d* na *m*, en ook na *n*, in *mn* afmeten, en door het punt *c*, daar dit eyndigt, de lijn *ca*, evenwydig aan *da*, trekken, dan heeft men de Uur-lynen naaſt aan *ad*, de lijn van 6 uren: op de zelfde wyze moet *ed* lang wezen 577, *df* 1000, of gelijk *db*, *dg* 1732, en de andere 3732 van deze deelen.

Rl. 15. ó is	268
Rl. 30. ó is	577
Rl. 45. ó is	1000
Rl. 60 ó is	1732
Rl. 75. ó is	3732

Nu achte ik voldaan te hebben, om dat alle de ſtanden, die de vlakte van een Zonnewyzer konnen hebben, verhandelt zijn, niet alleenlijk Meetkonſtig, maar ook Telkonſtig, waar uyt openbaar is hoe men hen op en in alle formen van platvlakkige lichamen kan beſchryven, gelijk *Scultetus* ons leert, dat is op en in een Cubicq, Pyramide, of Naalde, of alle andere, hoedanig ook van geſtalte, en welke ſtant men hen ook zoude mogen toevoegen, afwykende of hellende, of beyde deze te gelijk, dewijl deze niet anders zijn als compoſitien van de gene die wy afgehandelt hebben, ter oorzake dat yder vlak van hen, bezonder aangemerkt, geen andere ſtant kan hebben als wy alrede aangemerkt hebben: Maar om U L. in alles te voldoen, zelfs in de irreguliere ſuperficien, die op alle onbepaalde wijze gebogen zijn, zo zullen wy zeggen, dat gy niet anders te doen hebt als op deſe een ſtijl te hechten, die naar de Pool toe wijſt, dat op veelderhande wyſen kan geſchieden, waar van deſe eene is. Hebt een Horizontale Zonnewyzer, welke op die Polus hoogte paſt, en voegt hen aan deſe ongeſchikte vlakte, die de ſtant heeft, zo hy zal blyven ſtaan, zoodanig dat hy Horizontaal is, en dat de Uur-lijn van 12 uren recht Zuyden en Noorden ſtrekt; het eerſte wert geprobeert door een Water pas, of Lootlijn, en het tweede hen drayende tot dat hy de rechte tijt aanwijſt, het 12 uren zijnde als gy dit doet (welke tijdt men uyt een ander Zonnewyzer, of op een andere wyſe moet weten, die zeker gaat) hen drayende tot dat de ſchaduw van de Stijl op deſe 12 uren valt, of een andere uur, welke men dan verkieſt, en zeker weet. In deſe geſtalte maakt, of hout hen vaſt: dan hecht de ſtijl op de irreguliere vlakte zoodanig dat hy correſpondeert in de draat, die in het Centrum van de Horizontale vaſt zijnde, uytgeſtrekt weſende, langs de ſtijl van deze Horizontale gaat, of dat hy aan deſe draat evenwydig is: zo is de ſtijl na behoren gevoegt. Om de Uur-lynen op deſe ongeſchikte af te teken, zoo wacht tot dat de Horizontale volmaakt op een uur wijſt, en tekent dan af de ſchaduwe van de ſtijl der irreguliere op deſe ongeſchikte, deſe is de Uur-lijn op hen die de Horizontale aanwijſt, en zoo met alle de andere Uurlijnen; en dan zal deſe zoo volmaakt zijn als de Horizontale, gelijk licht te bevatten is.

Op deſe wyſe kan men met kleene moeyten ook de Sonnewyſers maken op de platvlakkige. De afwyking wetende, ſoo heeft men de tijd niet van doen, dewijl men hen dan ſoo veel graden kan omdrayen. De ſtijl vint men als voren: het Centrum is de plaats daar de uytgeſtrekte draat, langs de As, de ſuperficie ſtoot. De Uurlijnen konnen in deſe, zonder te wachten, getrokken werden, lijnen trekkende van het Centrum door of naar het punt daar de draat de vlakte ſtoot, hy als voren vaſt zijnde, en hen uytgeſtrekt houdende over de Uurlijnen van de Horizontale die men aftekenen wil.

Op deſe wyſe kan men de tekenen des Zodiax, of de punten der voornoemde kromme lynen, zeer gemakkelijk trekken, een kopere driehoek gemaakt hebbende van zulken gedaante als wy hier voren beſchreven hebben, hem in de lijn *ara*, op de As van de Zonnewyzer vaſt makende, zoodanig dat *r* komt ter plaatze daar de knop zal zijn, die het begeerde zal aanwyzen, maar hy moet, dus vaſt zijnde, om *ara* als As konnen gedraayt werden. Dan moet men in *r* een draat vaſt maken, en hen uytgeſtrekt over de lynen *re*, *rp*, *rq*, *rl*, &c. houden, en waar hy de Uurlijnen van de Zonnewijzer ſtoot, de punten aftekenen, en alzoo zal de kromme, door deze punten getogen, de voornoemde kromme lijnen wezen: zoo ze over *re* gehouden is, zoo zal ze die van ♋, en over *r p* uytgestrekt wezende, die van ♊ en ♌ afbeelden, en zoo voort. Welke zaak geen demonstraty vereyscht, als zich zelfs van zijn deugt verzekerende.

Om de helling en de afwijking te vinden, zoo kan men tot het eerste van de helling, een vierkant bert maken, en daar in een halfront *a d b* verdeelen in 180 graden, daar af dat *d* het midden is *als in Fig.* 51; en in het centrum van dit, als in *c*, een Loot-lijn hechten, daar van het loot onbelemmert in een circulare sleuf *g b* hangt; indien dan de zijde *a e* tegen een verhevene vlakte gevoegt werdt, daar op men een Zonnewijzer wil maken, zoo zullen de graden, tussen *c d* en de Loot-lijn begrepen, aanwijzen, hoe veel deze vlakte helt van de Verticaal af; maar de zijde *e f* daar op voegende, zoo zullen de selve graden te kennen geven, hoe veel deze superficie van de Horizontale lijn afwijkt. Tot het tweede, van de afwijking, zou men wel een Compas op dit bert konnen hechten, dat op een ander, in het Centrum *c* drayende, zulx dat het met eenen op de Cirkel *a d b* wees, vast gemaakt was, en dan *a b* tegen de vlakte voegen, waar door men de Zuyd-en Noordstreek, of de afwijking van de vlakte zoude konnen vinden; maar dewijl dit zeer onzeker gaat, zoo zal het best zijn dat men het zoekt als voren geleert is, door middel van de Horizontale Zonnewijzer, of door middel van een stok *a b* omtrent de vlakte *c d* perpendiculaar in de aarde te steken *als in Fig.* 52, wanneerder ruymte is, en dan de kortste schaduw *a e* af te tekenen, die verlengt zijnde tot *c d*, door de hoek *dca*, de Schilboog van de afwijking zal aanwijzen, de wijte van *d c a* door het voornoemde Instrument afmetende, de zijde *a b* aan *c d* voegen, of ook wel door rekening, afmetende de lengte *ac*, *cd*, *d a*, (*d* na believen nemende) waar door men de wijte van de hoek *d c a* kan vinden.

MATHE-

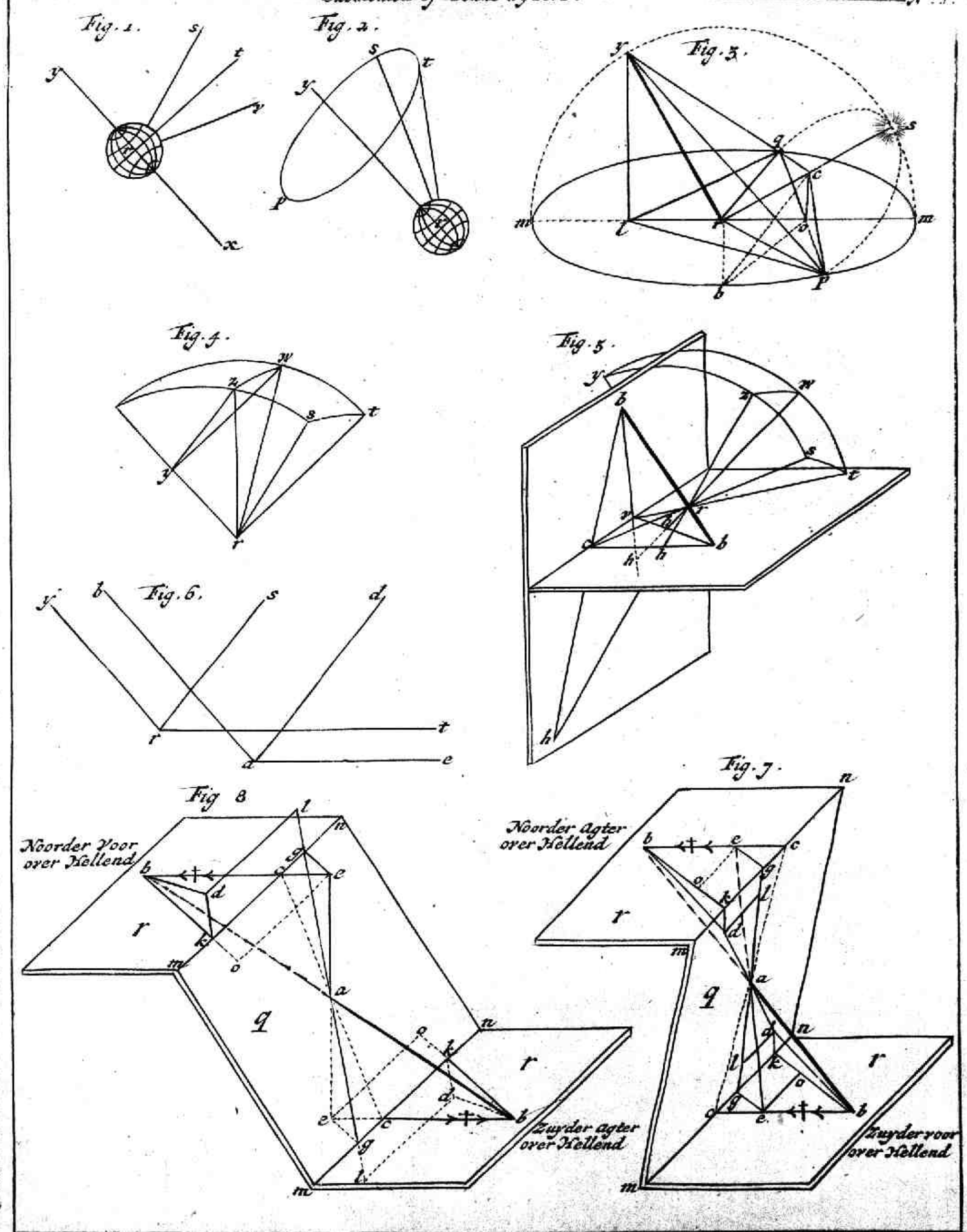


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig 8
Noorder Voor over Hellend
Zuyder agter over Hellend
Noorder agter over Hellend
Zuyder voor over Hellend

MATHEMATICA, of WISKONST,

HET TIENDE BOEK,

Van de

PERSPECTIEF, of TEKENKONST.

I. HOOFTSTUK.

Van de hoedanigheden of Eygenschappen, die in dese wetenschap moeten aangemerkt werden.

ZOdanig wert die wetenschap genoemt dewelke leert door Regelen aftekenen de omtrek van een gegeve bepaalde Figuur, op een gegeve Platvlak, met een gegeve stant, voor of achter het voorwerp geplaast zijnde, zoodanig als of wy de omtrek van het Voorwerp zelfs zagen, het oog op de behoorlijke plaats houdende.

Ik zegge *door Regelen* de *omtrek* van een bepaalt Voorwerp, en niet eenvoudig het Voorwerp, om door dese woorden uyt te sluyten het gene de Schilderkonst eygen is: wy gaan door Regelen, zy alleenlijk op het gezicht: wy tekenen af alleenlijk de omtrek van 't geheel, en van sijn deelen in 't besonder, zy van alle tussen plaatsen: wy alleenlijk van de bepaalde Voorwerpen, zy van alle zonder onderscheit. Dese dingen alle moeten zoo wel op de schaduw, die het voorwerp van zich geeft, verstaan worden, als op het Voorwerp zelfs, om dat wy dit mede zullen verhandelen: wy zullen in dese maar alleenlijk aftekenen de omtrek, en niet de vermeerdering of vermindering; en alleenlijk die schaduw, dewelke door het licht van de Zon, of van de keers komt, en niet het gene van den dag veroorsaakt wort, dat de Schilders buyten dese noch moeten waarnemen; van gelijken mede of het komt door een venster, of eenige andere opening, groter als een punt zijnde.

De Schilderkonst observeert alles, de Perspectief alleenlijk het voornaamste; de eerste gaat zonder wetten, de tweede met Regelen: de eerste kan dien volgens missen, maar de andere niet. Als men door de Perspectief het ruwe, of de omtrek bepaalt, en door de Schilderkonst de tussenplaats vervult, zo zal het werk volmaakt zijn. De Schilderkonst heeft dan de Perspectief van noden, maar de Perspectief niet de Schilderkonst. Een Schilder die dit beyden heeft kan volmaakt zijn.

Wy zullen onderstellen dat gy de gronttekening, en de verheventekening, dat is, de *Ichnograpia*, en de *Orthograpia*, alreede weet, om dat gy de fondamenten der Meetkonst alrede geleerd hebt.

Wy sullen zonder omswier ter zake komen, om dat het niet nootsakelijk is de bepalingen van zommige worden, die wy gebruyken zullen, hier affonderlijk te stellen, om datse geen duysterheit in sich zullen hebben, gelijk in het gevolg zal blyken. Alleenlijk zullen wy zeggen, dat wy het geene, daar de aftekening op gedaan wert, *Glas* zullen noemen, eensdeels om dat wy het als doorsichtig willen aangemerkt hebben, om dies te beter zommige dingen te verbeelden, en anderdeels om dat andere het zoodanig noemen, schoon het gemeenlijk papier, doek, of een plank is, daar de aftekening op gedaan werd.

Ik wil dat gy my toestaat, *dat de aftekening van een punt de snee van de straal, of van zijn verlengde is, die van het oog tot het voorwerp gaat in een rechte lini, en het glas.*

Ik begeer mede dat gy kennisse draagt van de volgende Hoedanigheden, of Eygenschappen, om datse ons dienstig zijn.

I. VOORSTEL.

Indien het Voorwerp een rechte lyn is, zoo is de Aftekening mede een rechte lijn.

Dat is, indien *in Fig.* 1. QT, een Voorwerp zijnde, een rechte lyn is, zoo is LP de aftekening, mede een rechte lyn. De zekerheyt *van dit*, *blykt* uyt de 3 Prop. des 11 boeks Euclidis, aanmerkende dat ATQA een Platvlak is, zoo wel als het Glas, en dat LP, de aftekening, hare gemeene snee is, en by gevolg een rechte lyn is.

II. VOORSTEL.

Indien het Voorwerp een rechte lijn is, die evenwydig aan het glas loopt, zoo is de Aftekening van deze mede een rechte lyn, die evenwydig aan het Voorwerp is.

't Bewijs. Men kan het Voorwerp, TQ, in een Vlak aanmerken te wesen, dat evenwydig aan het Glas is, en dan sijn LP en TQ de sneden van dese evenwydige Vlakken en het Vlak ATQA, en overzulx is LP de Aftekening, evenwydig aan TQ het Voorwerp, na de 16 Prop. des 11 boeks Euclides, 't geen te bewysen was.

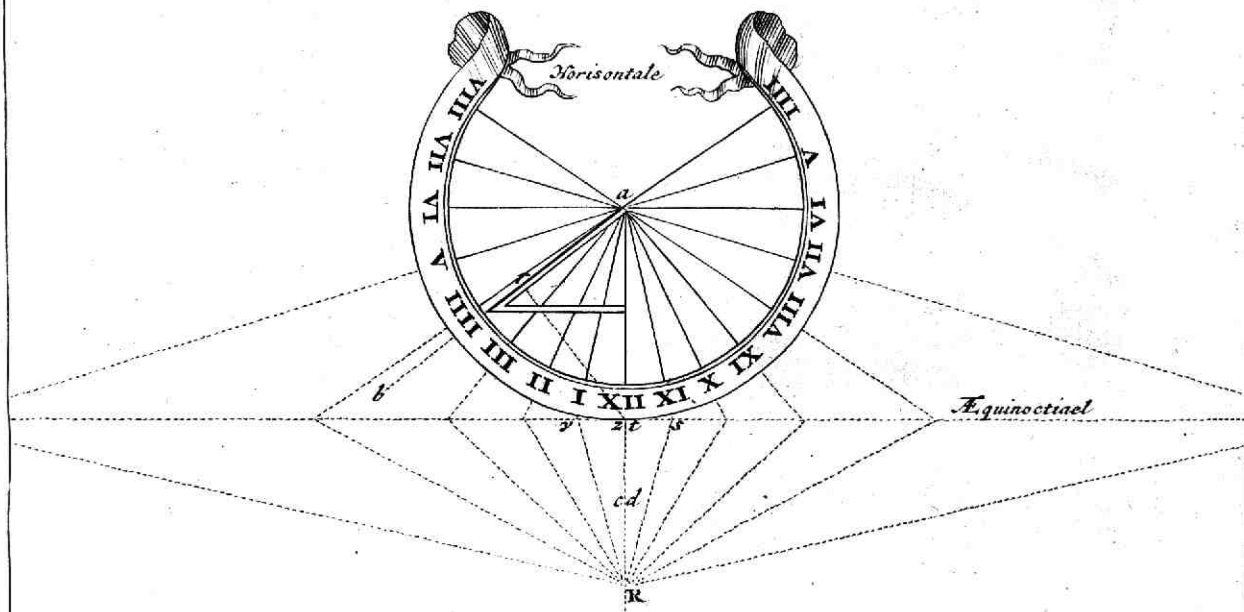
III. VOORSTEL.

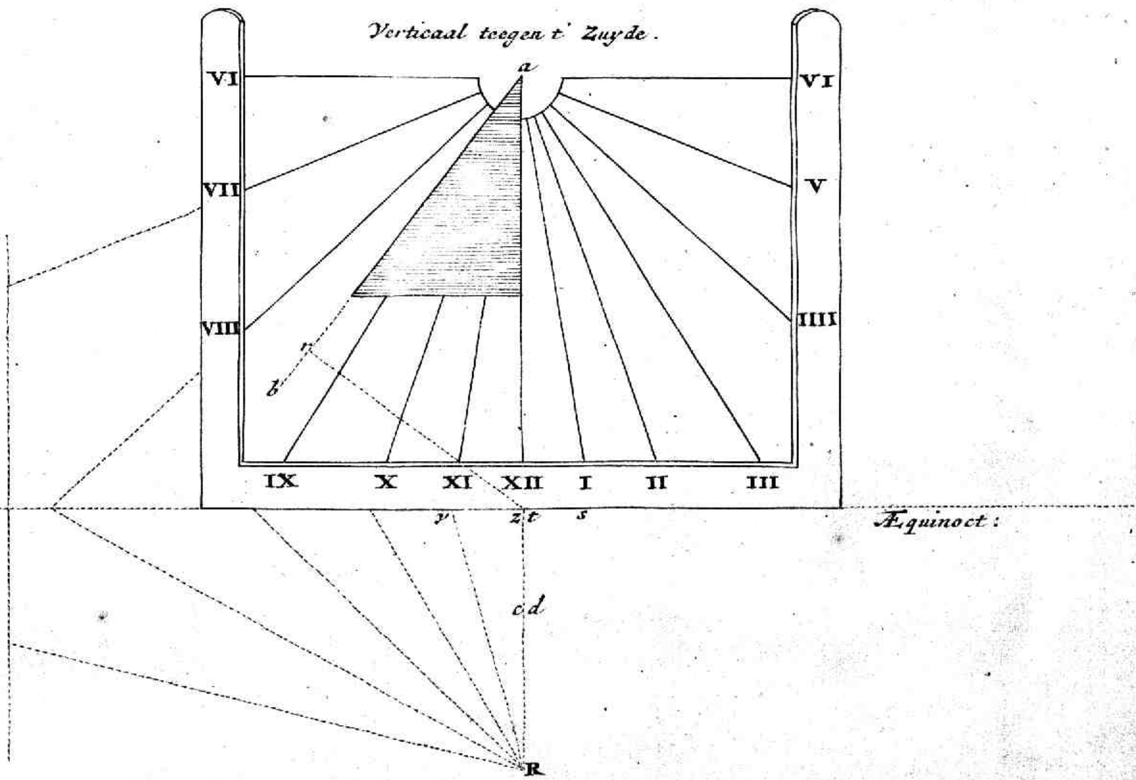
Indien verscheyde lynen aan het Glas onderling evenwydig zijn, zoo zijn de Aftekeningen onderling mede evenwydig.

Dit is een gevolg van het tweede Voorstel. Indien *in Fig.* 2. TQ, YZ onderling evenwydig zijn, zoo zijn PL, WX aan malkandere evenwydig.

PL is evenwydig aan TQ na 't 2 Voorstel, TQ

Voorbeelde Van Sonne Wyzers op 52.30 Poolis Hoogte. N°. 1.





evenwijdig YZ na 't gegeve, en YZ evenwijdig WX na 't 2 Voorſtel, dies is PL evenwijdig aan WX na onze eerſte kundigheyt. 't Begeerde.

IV. VOORSTEL.

Soo een Plat-vlakkige Fig. evenwijdig aan het Glas is, zoo is de Aftekening gelijkformig aan het Voorwerp.

Indien *in Fig.* 3. het Voorwerp *v* evenwijdig aan het Glas HI is, zoo zal de Aftekening *a* gelijkformig aan *v* wezen.

't Bewijs. KG is evenwijdig aan CB, en KL aan CD, na het 2 Voorſtel, en daarom is de Hoek GKL zoo wijt als de hoek BCD: en zoo met alle andere: dies zijn de Figuren gelijkhoekig.

Voorts, GK — BC = KA — CA

Ook KL — CD = —

dies is GK — KL = BC — CD, en zoo met alle andere.

Dewijl de hoeken gelijk, en de zijden om deze evenredig zijn, zoo zijn dan de Figuren gelijkformig, 't geen, &c.

V. VOORSTEL.

Indien het voorwerp een oneyndige lijn is, die onevenwijdig aan het Glas loopt, of die het Glas ſtoot, zoo is de Aftekening van deze de lijn die op het Glas getrokken wert, van dit ſtootende punt, tot het punt in 't Glas alwaar de ſtraal, die evenwydig aan het Voorwerp loopt, het Glas ontmoet.

Dat is, indien *in Fig.* 4. DT onevenwijdig aan het Glas is, zulx dat hy het zelvige ſtoot in D, en dat AO de ſtraal is die evenwijdig aan DT is, en het plat ontmoet in O; zoo zal DO de Aftekening zijn van DT, indien DT, oneyndig aan T is, maar van deze is DP de Aftekening.

't Bewijs. Dewijl AO en DT evenwijdig zijn, daarom zijn AT en DO beyde in het Vlak daar in dat AO en DT zijn (7 des 11 Eucl.) of alle deze lijnen zijn in een zelfde vlak, en daarom ſnijden DO en AT malkander waarlijk, en dewijl de eene DO in het Glas is, daarom is P mede in het Glas: en alzoo blijkt dan dat de Aftekening van alle de punten van DT in DO zullen vallen: nader aan D als T nader aan D is, en verder van D af na O als T verder van D af is: T in 't oneyndig van D verder af nemende zoo komt P in 't oneyndig nader aan O: en om dat PO hier door minder wert als de minſte grootheyt die bedacht kan werden, zoo wert PO gelijk niets, en daarom DO voor de Aftekening van de oneyndige DT aan T genomen, 't geen &c.

VI. VOORSTEL.

Indien verſcheyde lijnen, onevenwijdig aan het Glas, onderling evenwijdig zijn; zoo vergaren de Aftekeningen van deze alle, verlengt zijnde, in het punt alwaar de Straal, die evenwydig aan het Voorwerp loopt, het Glas ſtoot.

Dit is openbaar uyt het V. Voorſtel, om dat *in Fig.* 5. een zelfde ſtraal AO, evenwijdig aan DT zijnde, mede evenwijdig aan YX is: DP, de Aftekening van DT, is in DO, en YZ, de Aftekening van YX, is in YO: en daarom vergaderen deze, verlengt zijnde, in O, 't geen &c.

VII. VOORSTEL.

Indien in een zelfde Vlak, verſcheyde lijnen, by partyen, onderling evenwijdig zijn, onevenwijdig aan het Glas; zoo vergaren de aftekeningen van deze niet alleenlijk in verſcheyde punten, maar deze punten alle zijn ook in de lijn die op het Glas, evenwijdig is, aan de ſnee van het Glas en het Vlak daar in de voorwerpen zijn.

Indien *in Fig.* 6. DT, YX; ook DQ, YN, twee partijen van evenwijdige lijnen zijn, die alle in een zelfde Vlak zijn, welk Vlak het Glas ſnijt met de liny DY; zoo zullen de aftekeningen van de eerſte party vergaren in het punt O, en de andere in het punt *o*: en getogen hebbende O*o*, zoo zal deze evenwijdig aan DY zijn.

't Bewijs. AO is evenwijdig aan DT, en A*o* evenwijdig aan DQ, na het vijfde Voorſtel, maar DT, DQ zijn in een zelfde Vlak, daarom is het Vlak OA*o* evenwijdig aan het Vlak TDQ (15 des 11 Eucl.) of aan het Vlak daar in dat de voorwerpen zijn; en dewijl O*o* en DY de ſneden van deze evenwijdige Vlakken en het Glas zijn, daarom is O*o* evenwijdig aan YD, na de 16 des 11 Eucl. 't geen &c.

Nota. Wy hebben in de Figuren alleenlijk het Voorwerp achter het Glas geſtelt, om de menigte te ſchuwen, gy kontze mede voor het Glas voegen: en de letteren ſtellende zodanig als wy gedaan hebben, gy zult zien dat het zelfde ſchrift op beyde de gedaantens der Figuren even eens paſt: dit tot narichting.

II. HOOFTSTUK.

Van de Algemeene Regelen tot de Perſpectief, het Glas recht of ſcheef op den Horizont ſtaande.

Dewijl de punten de lijnen bepalen, deze de Vlakken, en de Vlakken de lichamen, zo zal 't genoeg zijn dat wy alleenlijk Regelen geven op de aftekening van een Punt; en om dat dit punt kan gegeven werden, of in de Horizont, of in de lucht, zoo zullen wy twee zoodanige van noden hebben. En dewijl het Glas voor het Voorwerp of daar achter kan zijn; Rechtſtandig op den Horizont, ſcheefhoekig, of daar aan evenwijdig, zoo zullen wy deze alle aanmerken.

Als 't Glas op de Horizont ſtaat recht *of* ſcheefhoekig.

Dewijl in dit geval gegeve is de ſnee van het Glas en den Horizont, dat is het Glas-gront; de hoek die het Glas met den Horizont maakt; de Zienders voet, en zijn lenkte, of de hoogte van zijn oog boven deze voet, zoo kan hier op gemaakt werden, deze

Algemeene Voorbereyding.

Trekt in de Figuren 7, 8 en 9. *uyt de ziender Voet* V, *de lijn* VN rechthoekig *door het Glas-gront* G, *ſnijdende dezelve in* B; *dan maakt* BO, *in* BN, *gelijk de Zienders hoogte* AV, *zoo het Glas op de Horizont* rechthoekig ſtaat; *maar* ſcheef hoekig *ſtaande, zoo maakt* NBK *gelijk de Helling van 't Glas, en* BK *gelijk* AV, *de Zienders hoogte; en trekt door* K *de lijn* KO, rechthoekig *op* BK, *ſnijdende* BN *in* O: *dan neemt in* KO, *of in zijn verlengde*, KA *gelijk* VB, *de tienders afstant*; van O af *als het Glas van u afhelt*, *maar* na O toe *als het Glas na u toehelt*.

Dan neemt de lengte VB *als het Glas recht staat*, *maar de lenkte* OA *als het scheef staat*, *en stelt die*, *van* O *beginnende*, rechthoekig na, van, *of* evenwydig *aan het Glas gront*, als in de Figuren 10, 11 en 12.

Na *het Glas gront* toe, *zo het Voorwerp* T *aan de zelve zijde van het Glas gront is als* O *daar van af is*, *en het Glas* voor *het Voorwerp is*; *of het Voorwerp aan de* andere *zijde*, *en het Glas* achter *'t Voorwerp*, Fig. 10.

Van *het Glas gront* af, *zoo het Voorwerp aan* de andere *zijde is*, *en het Glas* voor *het Voorwerp is*, *of het Voorwerp aan de* zelfde *zijde*, *en het Glas* achter *het Voorwerp*, Fig. 11.

Evenwydig *aan het Glas gront*, *in alle gevallen van het Glas en het Voorwerp*, Fig. 12.

Komt het punt C.

Nota. Het punt O zullen wy noemen het *Oogpunt*: het punt C het *Afstandig-punt*: en indien door O een lyn getogen wert, evenwydig aan het Glas gront, die zullen wy de naam van *Horizontale lyn* geven, of simpelijk *Horizont* noemen.

ALGEMEENE REGEL.

Om te vinden de Aftekening van een punt in de Horizont.

Trekt, in de Figuren 13, 14, 15, 16, 17 en 18. *uyt het Voorwerp* T, *een perpendiculaar op het Glas gront* G, *slotende het zelvige in* D. *Indien* OC rechthoekig na *of* van *het Glas gront genomen is*, *zoo is dit genoeg*, *maar* OC *aan het Glas gront* evenwydig *genomen hebbende*, *zoo neemt de lengte van dese perpendiculaar* TD *en stelt de zelvige in het Glas gront*, *uyt de raking* D, *na de* andere *zijde van* D *als* C *van* O *is*, *indien het Glas* voor *het Voorwerp is*, *maar na de* zelve *zijde*, *indien het daar* achter *is*, *komt het punt* t.

Dan trekt van het Oogpunt O, *tot de raking* D, *de lyn* OD; *en van* C *tot het Voorwerp* T, indien C in BN of zijn verlengde is, *anders tot* t, *mede een lyn*; *dese twee malkander*, *of hare verlengdens*, *snydende in* P, *zoo is* P *de aftekening van het punt* T.

Om de aftekening van een punt in de lucht te vinden, zoo moet eerst afgetekent zijn het punt, alwaar de lyn, die uyt het punt in de lucht getogen wert evenwydig aan het Glas, de Horizont stoot: dit punt zullen wy de gront noemen, en door T afbeelden: indien het Glas rechthoekig staat, zo is dit punt recht onder het punt in de lucht, maar scheef staande, zoo is het in de lyn, of in zijn verlengde, die getrokken wert uyt het punt perpendiculariter onder het punt in de lucht, rechthoekige tot het Glas gront.

ALGEMEENE REGEL.

Om te vinden de aftekening van een punt in de lucht.

Laat, in de Figuren 19, 20 en 21. T *het voornoemde Gront-punt wesen. Trekt uyt* T *een Perpendiculaar op het Glas gront*, *slootende het zelvige in* D: *dan meet af de distanty van* T *tot het punt in de lucht*, *en stelt deze wyte in* TD *van* D *na* T, *komt het punt* d, *ook van* T *in de verlengde* TD, *komt* H: *dan trekt* O d, *en ook* CH, *snydende malkander*, *of hare verlengdens*, *in* R: *zoo is* R *de begeerde aftekening*.

Indien de aftekening van het Gront-punt T alrede gevonden is, *zoo trekt alleenlijk* O d, *of* C H, *en uyt* P (*de aftekening van* T) *een Perpendiculaar van het Glas gront af*, *slootende* O d, *of* CH *in* R: *zoo is dese* R *het begeerde*.

't Bewijs van de Voorbereiding en de twee Regelen.

Aanmerkt, van de *Figuren* 22, 23, 24, 25 en 26. A voor het oog, *t* voor het Voorwerp in de gront, en *b* voor het zelvige in de lucht; zo is A *t* en A *b* de straal: en als men neemt dat dese 't Glas snyden in P en in R, zoo zijn P en R de aftekeningen van de punten *t* en *b*.

Indien A O en *t* D, mede A O en *b d*, evenwydig waren; en het Glas stieten in de punten O, D, en *d*: en dat dan ook O C paralel was aan DT, en O C aan *d* H, en getogen wierden O D, C T, mede O *d*, CH: zoo zullen de lynen OD, CT, malkander snyden in het voornoemde punt P, en O *d*, CH malkander in het punt R, mits alvorens C O zoo lang nemende als O A, D T als D *t*, en *d* H als *d b*: dat ik dus probere:

Dewyl dan, volgens de supposity, AO en D *t* evenwydig zijn, zoo zijn D O en A *t* beyde in het Vlak van dese evenwydige, en overzulx snyden D O en A *t* malkander waarlijk; en hare snee moet in het Glas wesen, om dat de eene O D daar in is; en dewyl van de lyn A *t*, het punt P alleenlijk in het Glas is, zoo blykt dan datze malkander snyden in de aftekening P.

Ik segge dat A *t* en C T ook malkander snyden in dit punt P, kan het in *p* geschieden, zoo is het, om de gelijkhoekigheit der driehoeken A O P, D *t* P, ook C O *p*, D T *p*,

$$OP - DP = AO - Dt$$
$$Op - Dp = CO - DT$$

Maar AO is gelijk CO, en D *t* is gelijk D T, door het gestelde, daarom

$$OP - DP = Op - Dp$$

$$\llcorner\; OP \qquad\qquad \llcorner\; Op$$

zoo is $OP - DO = Op - DO$ vergaart

Maar de tweede is gelijk de vierde, daarom ook O P gelijk O *p*; en overzulx is *p* in P.

Zoo snyden dan de lynen D O en A *t*, mede A *t* en CT malkander in een zelfde punt P, en daarom ook D O en C T. Door de snee van de lynen O D en C T wert dan, op het Glas, bepaalt de aftekening van het punt *t*. Op de zelfde manier bewyst men mede dat R, de snyding van de lynen O *d*, C H, bepaalt de aftekening van het punt *b*.

Hier mede zijn de twee Regelen bewesen, om dat dese niet anders insluyten als het geene hier onderstelt-ſtelt wert: uytgezondert het laatſte van de tweede Regel, daar in geſupponeert wert dat P R, de lijn getrokken, tuſſchen de aftekeningen P en R, rechthoekig na het Glas-gront daalt, dat dus beveſtigt wert.

Om de gelijkhoekigheyt van de Driehoeken COP, DPT; CRO, *d*RH, is 't.

OP —— DP = OC —— DT
OR —— *d*R = OC —— *d*H

Maar dewijl D T gelijk *d* H is, daarom is 't

OP —— DP = OR —— *d*R

En daarom is PR evenwydig aan D *d* : maar D *d* is rechthoekig op het Glas-gront, en over zulks P R mede.

Nu is 'er dan niet anders overig te beveſtigen als de deugt van de Voorbereiding, dat is, dat de punten O, C, D en T, die daar door gevonden werden, de zelfde zijn die in het bovenſtaande daar voor genomen zijn: de twee laatſte blyken van zelfs, en de twee eerſte op deze wyze:

Laat ons voor vaſt ſtellen dat A O evenwijdig aan D *t* is, zoo is hy ook evenwydig aan V B, ingeval dat VB paralel aan D *t* is; of dat V B D zoo wel als *t* D B recht is: en dan zijn A O, V B in een zelfde Vlak dat rechthoekig op de Horizont ſtaat, om dat AV deſe geſtalte heeft, door het gegeven: en B O is de ſnee van dat Vlak en het Glas, en is daarom rechthoekig op GD: als het Glas recht ſtaat zoo is BO zo lang als A V, maar ſcheef ſtaande zoo is B O de Hypothenuſa van een rechthoekigen Triangel, wiens eene been, BK, gelijk is aan de Zienders hoogte, en welkers hoek, tuſſen deſe twee, afmeet de helling van het Glas, gelijk hier de hoek K B O.

Het punt B moet dan gevonden werden, door VB, de voets afſtant van het Glas, rechthoekig op het Glas-gront te trekken; de lijn BO, met BO perpendiculariter op het Glas gront te voegen; en het punt O, met de lengte BO zoodanig te nemen als nu even verhaalt is: laat ons zien of de voorbereiding deze dingen obſerveert.

Ze trekt uyt V, de voet, VB rechthoekig op het Glas-gront, in lengte, als de afſtant, waar doorze B vint, dan haaltze B O perpendiculariter op het Glas-gront, door welke daat datze deſe BO verkrijgt; de lengte (BO) neemtſe mede na behooren, want ze neemt hem zoo lang als de Zienders hoogte ingeval het Glas recht ſtaat, anders maaktſe de Driehoek B K O, daar af B K gelijk de Zienders lengte, K B O gelijk de helling, en BKO recht is: zulks dat het punt O wel gevonden wert.

Om het punt C te examineeren, zoo moet men alleenlijk regard nemen dat A O zoo lang is als V B en KO, ingeval het Glas van u af helt, maar als V B min KO, ingeval als het na u toeneygt, en dit obſerveert de voorbereiding, gelijk klaarlijk blijkt; over zulks is het punt C, dat daar door gevonden wert, het waarachtige.

En dewijl het evenveel is hoedanig dat O C en DT genomen werden, alsſe ſlechts evenwydig zijn, en dat C neerwaarts genomen wert als T opwaarts valt, gelijk blijkt uyt het voornoemde bewijs, daar in getoont is dat P en *p* een zelfde punt was, zoo kan men lichtelijk toeſtaan de deugt van de voorbereyding met alle het geene daar in aangemerkt is.

Deze twee regelen, of liever voorbeelden, zullen dienen tot de oploſſing van alle de werkſtukken die in de Perſpectief konnen voorvallen, het Glas gegeven zijnde als voren: en zoo men in de bewerking gedurig toepaſt de eygenſchappen van de hoedanigheden die hier vooren aangetekent zijn, zoo zal men geen ding vergeefs doen, maar men zal alles zoo kort uytvoeren als mogelijk is. En op dat de toepaſſing van deſe beyde, voor de onbewuſte, eenige ſwarigheit zal veroorſaken, zoo zullen wy, van yder zoort, hier eenige, en dat van de enkelſte voorvallen, oploſſen, en daar in toepaſſen de regels en hoedanigheden die nu voorgedragen zijn.

III. HOOFTSTUK.

Inhoudende de uytwerking van verſcheyde exempelen, zonder ſchaduw, het Glas rechthoekig op den Horizont ſtaande.

WY zullen alleenlijk dit geval van het Glas nemen, om dat het ander van kleen gebruik is. Tot voldoening zullen wy, in 't leſte van dit Hoofſtuk, twee voorbeelden ſtellen, die op de ſcheve ſtant van het Glas ſullen paſſen.

I. LIT. *Van de Lijn.*

Deze is, of in de Horizont, of in de lucht.

Aanmerking. Verſtaat by Horizont niet alleenlijk de Horizont zelfs, maar ook alle het geene Horizontaal is, en waar op het Paneel, of Glas, ſteunt.

Op het eerſte. De lijn in de Horizont zijnde.

I. Is een lijn in de Horizont, *onevenwydig* aan de gront van het Glas, zoo zoekt, door de eerſte regel, de aftekening van beyde zijn paalen (gelijk in de *Figuren 27 en 28*, alwaar, door dezelve Regel, gevonden zijn de punten P en L, de aftekening van T en Q, de palen van het Voorwerp, en dan is getogen LP, de aftekening zijnde van Q T) ten waar dat zijn eene eynde in de gront van het Glas was, door dien het als dan maar nodig is de aftekening van zijn andere paal te vinden, als in de *Figuren 29 en 30.* te zien is.

II. Is de lijn *evenwydig* aan het Glas-gront, zoo zoekt alleenlijk de aftekeningen van zijn eene Paal, en trekt uyt dit punt een lijn evenwydig aan het Voorwerp, zoo ver tot datze de lijn ontmoet, die door de aftekening van de andere paal gaat, gelijk in de *Figuuren 31 en 32.* te zien is, om dat de aftekening, in zodanigen geval, evenwydig aan de gront van het Glas is, volgens het tweede Voorſtel.

III. *Als 'er verſcheyde onderlinge evenwydige lijnen, oneven-*

onevenwijdig aan het Glas-gront, gegeven zijn, zoo geeft het gemeenlijk verkorting, dat men hare aftekening vint door middel van het Vergaar punt, dat gevonden wert, *verlengende de Aftekening van een dezer lijnen tot datze de Horizontale lijn stoot*, of dus (als C in BO, of in zijn verlengde genomen is) *trekkende uyt het afstandige punt*, C, *een lijn evenwijdig aan het Voorwerp, tot aan de Horizontale lijn*: welke beyde regelen volgen, of zijn openbaar uyt het VI Voorstel; gelijk te zien is in *de Figuren* 33, 34, 35 *en* 36: in de drie laatste zijn de gegevene lijnen alle even lang, en daar om heeft het minder moeyte in.

Op het tweede. De streep in de lucht zijnde.

I. Is een lijn in de lucht, *onevenwijdig* aan het Glas, zoo zoekt, door de tweede regel, de aftekening van beyde zijn palen, ten waar de eene in het Glas was; gelijk te zien is in de *Figuren* 37, 38, 39, 40, 41, 42 *en* 43, waar in HN het Voorwerp, en RK de aftekening is. In de *Figuren* 37, 39, 40 *en* 42. wert gebruykt het eerste Lit van de voornoemde regel, vindende alleenlijk de aftekening van de punten die in de lucht zijn, zonder behulp van hare Gront-punten: maar in de 38 *en* 41*ste* is de Gront-tekening gebruykt, en door des selfs behulp wert de Lucht-tekening gevonden, na het darde Lit van de voornoemde regel.

In de *Figuren* 37 *en* 38. is de lijn geheel in de lucht: in de 39, 40 *en* 41*ste* raaktse met het eene eynde de Horizont, in de 40*ste* heltse rechthoekig van het Glas af, en in de 41*ste* heltse zoodanig daar na toe; en in de 42 *en* 43*ste* raaktze met de eene paal N het Glas.

II. *Is een lijn evenwijdig aan het Glas*, zoo zoekt alleenlijk de aftekening van zijn eene paal, en trekt een lijn van dese aftekening, paralel aan het Voorwerp, tot datse de lijn, die door de andere aftekening gaan moet, ontmoet: gelijk te zien is in de *Figuren* 44, 45, 46 *en* 47; om dat, in zulken geval, de aftekening evenwydig aan het Voorwerp is, volgens het tweede Voorstel.

III. *Indien 'er verscheyde onderlinge evenwijdige lijnen, onevenwijdig aan het Glas, gegeven zijn*, zoo geeft het gemeenlijk verkorting, dat men hare aftekeningen vint door middel van het Vergaar-punt, dat gevonden wert, verlengende de aftekening van twee lijnen tot datse malkander ontmoeten: of anders, hebbende het Vergaar-punt van de Horizontale lijnen, onder dese, gevonden als hier voren, (het afstandig punt C in de Perpendiculaar BO nemende) te weten, met uyt C, tot de Horizontale lijn, een lijn te trekken, evenwydig aan de lijn in de Horizont, onder de verhevene, zoo trekt, *uyt het punt* Z, *daar deze de Horizont stoot, een lijn, rechthoekig door de Horizont, en dan uyt* C *tot deze, een ander die evenwijdig aan het Voorwerp, of aan de verhevene lijn is, de snee van deze twee is het Vergaar-punt.* Gelijk te zien is in de *Figuren* 48 *en* 49.

Het punt Z gevonden hebbende, zoo wert X mede gevonden, makende ZD gelijk ZC, en dan ZDX gelijk de hoek die het voorwerp met den Horizont maakt, de snee van DX en ZX is dit vergaarpunt, volgens het VI Voorstel. Deze bewerking wert in *Figuur* 48. uytgevoert.

Indien de verhevene lijn evenwydig aan de Horizont is, zoo valt X in Z, gelijk in *Figuur* 50.

II. Lit. *Van het Vlak.*

Dit is of in de Horizont, of in de Lucht.

Zoekt de Aftekening van de lijnen die het Vlak omvangen, door het laast voorgaande: alle de verkortingen die in de lijnen geobserveert zijn komen in deze mede te pas, gelijk de Figuren van 51 tot 63 toe, *afbeelden.*

In de zeven eerste Figuren zijn de voorwerpen in den Horizont, of leggen Vlak op de gront neer, en in de overige Figuren staan de Vlakken op de Horizont, of zijn in de Lucht verheven.

In *Figuur* 51. leyt het Vlak STQS op de gront neer, zonder eenige bepaling.

In de *Figuren* 52, 54 *en* 55. zijn de zyden 1: 3. 1: 4. 2: 3. rechthoekig na het Glas-gront toe, en de zyden 3: 2. 1: 2. 4: 3. zijn daar aan evenwydig.

In de 53 *en* 55*ste* *Figuur* stoot de eene zyde het Glas.

In *Figuur* 56. is een Vloer afgetekent, van vierkante Steenen, wiens zyden evenwydig en ook rechthoekig aan het Glas-gront zijn, op de gemakkelijkste wyze, door middel van de lynen C 1, C 2: O is het oog, en ook het vergaarpunt van de zyden die rechthoekig na het Glas-gront toe lopen; OC de Horizontale lijn, en C het afstandig punt. De lijnen C 2, C 1, lopen door de diagonalen van de steenen.

In *Figuur* 57. is het zelfde afgetekent, maar daar in ziet men de steenen over dwars: de afstant OC wort in de Horizont weerzijts van het oogpunt genomen: in CC vergaren de aftekeningen van de zyden der steenen, en in O de hoeklijnen.

In *Figuur* 58. is het vlak, NHY, verheven in de Lucht, zonder eenige bepaling, nergens het Glas, of de gront, rakende, en aan geen ding evenwydig.

In *Figuur* 59. staat het voorwerp, en de twee zyden 4: 1. 2: 3. rechthoekig op de gront.

In *Figuur* 60. staat het voorwerp schuyns op de gront neer, rakende met zijn eene zyde, 3: 2, de gront van het Glas.

In *Figuur* 61. is afgetekent een vierkant, staande rechthoekig op den Horizont, en met zijn Vlakte evenwydig aan het Glas: In de 62*ste* ziet men de aftekening van een vierkant dat perpendiculaar op de gront staat, en rechthoekig van het Glas af, welkers eene zyde, 3: 2, het Glas stoot.

In *Figuur* 63. worden de aftekeningen van twee vierkanten vertoont, wiens Vlaktens paralel aan de Horizont lopen, en de zyden evenwydig, en rechthoekig na 't Glas: De eene aftekening is van zodanigen vierkant dat lager, en het ander van een dat hoger is als het oog.

III. LIT. *Van het Lichaam.*

Zoekt de aftekening van de Vlakken die het Lichaam bepalen, door het laast voorgaande: Alle de verkortingen, in het Vlak aangemerkt, konnen in dese dieven.

In *Figuur 64.* wert vertoont de aftekening van een Pyramidisch Lichaam door vier Vlakken, ongelijk van groote, bepaalt, rakende, met zijn eene punt, L, het Glas-gront: de andere punten, Y, H, N, zijn verheven, welkers verheffing door de lynen YS, HQ, NT, afgemeten wert. 't Lichaam, WLKWR, is de aftekening.

In *Figuur 65.* is te zien de aftekening van een Cubicq, staande met zijn eene Vlakte aan 't Glas.

In *Figuur 66.* wert mede een Cubicq in Perspectief gebracht, rakende met zijn eene kant het Glas; maar daar boven is gevoegt een Pyramide; en is gemaakt door middel van de twee vergaarpunten.

In *Figuur 67.* is te sien de aftekening van een kruys, bestaande uyt zeven gelijke Teerlingen raken-de met de zyde, die na u gekeert staat, het Glas: en is gemaakt door behulp van de gront en van de verheventekening.

In *Figuur 68.* wort de aftekening van een Cubicq vertoont, staande voor het Glas, stootende met zijn achterste zyde het zelvige.

Twee voorbeelden, het Glas scheef op den Horizont staande.

In de *Figuren 69 en 70.* is mede een Cubicq in Perspectief gebracht, maar in dese staan de Glasen scheefhoekig op den Horizont. In *Figuur 69.* helt het Glas na het Voorwerp toe, en in *Figuur 70.* helt het daar van af, in de hoek KBO: in beyde is de eene zyde van het Voorwerp evenwydig aan de gront van het Glas. By elk is gevoegt, tot meerder verlichting, een Figuur, vertoonende dit alles in Perspectief.

IV. HOOTSTUK.

Van de Beschaduwing.

ALle het gene op den Horizont verheven staat geeft een schaduw van sich, eenig licht, zylings, daar tegen aan schynende.

De lichten, die wy observeren zullen, zijn of Zon, of Keers.

De schaduw valt, of op den Horizont, of op een Horizontaal Vlak, of op een dat niet Horizontaal is: op een, of op meer van deze te zamen.

Als de schaduw op den Horizont valt, of op een Vlak dat daar aan evenwydig is.

En voor eerst.

I. LIT. *Van de Zons schaduw.*

De stralen, die op een zelfde tyt van de Zon komen, zegt men alle evenwijdig te wezen: ter oorsake van hare groote lengte: niet alleenlijk die stralen die recht van de Zon af komen, maar ook die de welke langs de Horizont vallen, door de verheffing van een perpendiculaare lijn. En hier om komen de aftekeningen van de stralen alle in een punt te zamen; de Horizontale alle in een punt van de Horizontale lijn, en de andere, die direct van de Zon komen, alle in een punt van de lijn, die rechthoekig getogen wert door de Horizontale, door het vergaarpunt van de Horizontale stralen, in geval dat de stralen onevenwydig aan het Glas zijn; maar daaraan evenwijdig zijnde, zoo leert ons de reden, dat deze mede evenwijdig aan het Glas, en aan het Glas-gront zijn, als de lijn die de schaduw maakt rechthoekig op den Horizont staat: daarom formeren wy hier uyt de volgende.

ALGEMEENE REGEL.

Om de Zons schaduw af te tekenen.

Op een Glas, of Paneel, daar op een verheve lijn alrede in perspectief gebracht is.

I. Als de Zon Vlak van ter zijden komt.

Aan de andere zijde van het Voorwerp als de Zon is, trekt, uyt het Horizontale punt des Voorwerps, dat rechthoekig onder het verhevene punt staat, een lijn evenwydig aan het Glas-gront, en dan, door het verhevene punt, een ander makende met deze een hoek even aan de Zons hoogte: zoo ze gegeven is, anders trekt ze na believen, van deze is de Horizontale lijn de begeerde schaduw, als de gegeve lijn rechthoekig op de Horizont staat, maar scheefhoekig daar op staande, zoo trekt een lijn, door het Horizontale punt des Voorwerps, tot de zamenkomst van deze getoge lijnen, die is de begeerde schaduw.

II. Als de Zon van vooren, of van achteren komt, recht, of schuyns.

Kiest een punt in de Horizontale lijn, in 't oogpunt als de Zon recht van vooren of van achteren komt; maar schuyns komende, zoo kiest een punt buyten het oogpunt, aan de rechter zijde als de Zon van vooren komt, en aan de rechter zijde van ons is, of alsse van achteren komt, en aan de linker zijde van ons is: anders zijnde: zoo kiest het punt aan de linker zijde: dit is 't vergaarpunt van de Horizontale stralen.

Dan trekt, door dit vergaarpunt, een lijn, rechthoekig door de Horizontale lijn, en kiest, in de zelve, een punt naar believen, ver van dit punt af, of na daar by, naar dat de Zon hoog of laag aangemerkt wert te wezen: boven de zichteynder als de Zon van vooren komt, naar beneden zoose van achteren komt: dit is 't vergaarpunt der stralen die eygentlijk van de Zon af komen, en wert gemeenlijk de Zon genoemt.

Dan trekt, uyt het eerste vergaarpunt, een lijn, door het Horizontale punt des Voorwerps, rechthoekig onder het punt in de Lucht; en, uyt het tweede vergaarpunt, (of uyt de Zon) een lyn door het punt in de Lucht, tot dat dese de eerst getogene snyt.

De lijn, begrepen tusschen dese snee en het voornoemde Horizontale punt, is de begeerde schaduw, zo het Voorwerp op de Horizont rechtstandig is, maar scheef daar op staande, zoo is het de lijn die men trekt, van 't Horizontale punt des Voorwerps, tot dese snee.

Als

Als de Zons hoogte, en zijn streek, ten opzicht van het Glas-gront, gegeven is.

Zoo moeten dese vergaarpunten op de volgende wyse bepaalt werden.

Genomen G was *in Fig.* 71. het Glas-gront: O het oog, C het distanty punt, en *a b* was een straal van de Zon op de Horizont vallende.

Trekt C Z, evenwydig aan *a b*, snydende de Horizontale lyn in Z: dan door Z de perpendiculaar X Z X: dan Z *d* gelijk Z C: dan *d* X, zoodanig dat de hoek Z *d* X is gelijk aan de Zons hoogte snydende de perpendiculaar in X.

Dan is Z het vergaarpunt van de straalen die langs den Horizont vallen, en X het zelvige van die de welke recht van de Zon komen.

Ik zal dese Regel niet Demonstreren, om datze sich zelfs verklaart, het VI. Voorstel daarby voegende: zal over zulx ten eersten komen tot de oeffening.

Toepassing.

Op het I. Lit van deze Regel. De Zon Vlak van ter zyden komende

In alle de *Figuren van* 72 *tot* 79. is *a c* het subject, *a b* zijne schaduw, en *d* het Horizontale punt rechthoekig onder het verhevene punt *c*.

In *Figuur* 72. staat de lyn *a c* rechthoekig op den Horizont, in de 74 en 76ste het Vlak, en in de 79ste de Vlakken van 't lichaam: maar in de 73, 75, 77 en 78ste *Figuur*, is alles scheef hoekig.

In alle dese zijn de lynen *d b*, *d b*, &c. evenwydigh aan het Glas-gront, en alle de lynen *c b*, *c b*, &c. onderling evenwydig.

De hoek *c b d* meet af de Zons hoogte.

Op het II. Lit van deze Regel. De Zon recht of scheefhoekig van vooren of van achteren komende.

In dese is mede *a c* het subject, *a b* zijn schaduw als de Zon van vooren komt, *a* B als hy van achteren komt, en *d* het Horizontale punt recht onder het verhevene *c*.

In alle de *Figuren van* 80 *tot* 88. staat *a c* rechth. op den Horizont, uytgenomen in de 82 en 83ste *Fig.*

In de *Figuren* 80, 85 *en* 86. komt de schaduw alleenlijk van voren, in de 81ste alleenlijk van achteren, maar in de 82, 83 en 84ste vint mense van beyde afgetekent.

In *Fig.* 83. is, van het Vlak *a c a a*, de schaduw *a b a a* als de Zon van voren komt, en *a* B *a a* alsze van achteren komt: in *Fig.* 84. *a b b b a* de schaduw op het eerste, en *a* B B B *a* op het tweede geval.

In *Figuur* 86. wort de schaduw van het lichaam A, niet alleenlijk op de vloer vertoont, maar ook op het lichaam B, diens Vlakte, boven de Horizont, Horizontaal verheven is.

In de *Figuren* 87 *en* 88. werden de schaduwen gevonden van twee Cubiquen, staande rechtstandig op den Horizont, waar van d'eene Vlakte evenwydig aan het Glas is: in *Fig.* 87. helt het Glas achterover, en in *Fig.* 88. voorover, zoo veel als de hoek K B O begrypt. 't Zijn de gene die hier voor alrede in Perspectief gebracht zijn.

II. Lit. *Van de Keers, of Lamps-schaduw.*

In dese komt in consideraty de grote der Vlam van de Keers, of van de Lamp, als het Voorwerp niet merkelijk grooter is als dese Vlam: maar veel grooter zijnde, zoo kan men de Vlam voor een punt aanmerken, zonder eenig merkelijk abuys te begaan.

Om dese hare schaduw op een paneel af te tekenen, op het welke een verheven subject in Perspectief gelegt is, en daarin dat gegeven is de aftekening van de Vlam, en het Horizontale punt, rechthoekig onder dese Vlam, zoo volgt, ten regard van een lijn, dese algemeene Regelen.

Om de schaduw van een Keers, of van een Lamp, af te tekenen.

Op een Glas, of Paneel, daarop een verheve lijn in Perspectief gebracht is.

I. Het subject merkelijk grooter als de Vlam zijnde.

Regel. *Trekt uyt het punt, rechthoekig onder de Vlam, een lijn, door het Horizontale punt des Voorwerps, en dan een andere lijn uyt de Vlam, over het verhevene punt van het subject; de snee van dese twee bepaalt het eynde van de schaduw; en de lijn die getogen wert van dit punt tot het Horizontale punt des Voorwerps, de schaduw zelfs.*

Toepassing. Laat *in de volgende Figuren*, X de Vlam zijn, Z het punt in de Horizont, rechthoekig onder dese: *a c* het Voorwerp, rechtstandig in de eerste, en scheef in de twee daar aan volgende Figuren: *d* het perpendiculare punt onder *c*.

Uyt Z en X, door *d* en *c*, trekt Z *d b*, X *c b*, malkander snydende in *b*, zoo is *a b* de schaduw van *a c*.

Als de Vlam voor ons is, zoo is Z boven het Glasgront, als in de *Figuren* 89 *en* 90. maar de Vlam achter ons van daan komende, zoo is Z onder het Glasgront, als in *Figuur* 91.

Wy zullen ons vergenoegt houden met dese Regel dus simpelijk te verklaren, zonder hen te bewysen, om dat wy oordeelen, dat gy minder aandagt te gebruyken hebt in het ondersoeken van zijne waarheit, als in het lesen van onse demonstraty. Aamerkende dat X Z en *c d* beyde rechthoekig op den Horizont staan, zoo is het openbaar dat *b* de schaduw is van *c*, en by gevolg *a b* van *a c*.

Aanmerking. Men moet Z, de gront van de Vlam, altyt nemen in het Vlak waar op dat de schaduw valt, of in zijn verlengde, welverstaande als dit vlak Horizontaal is, gelijk blykt in *Figuur.* 94.

In *Figuur* 92. wert de schaduw van een cubicq vertoont: in *Figuur* 93. van een Tafel de Keers daarop staande: in *Figuur* 94. wert mede de schaduw van de Tafel gevonden, het licht schuyns van ter zyden komende, en daar wert de schaduw van de stok, op de Tafel staande, niet alleenlijk op de Vloer, maar ook op de Tafel zelfs vertoont, en daarom moeten de twee punten ZZ gevonden werden, de laagste op de Vloer, en de hoogste in het verlengde Vlak van de Tafel onder X. In *Figuur* 95. ziet gy bepaalt de schaduw die een cubicq van zich geeft door de twee lichten XX: de Keers maakt de schaduw *a*BBB*aa*, en de Lamp de schaduw *abbbaa:* de plaats, die deze twee schaduwen gemeen is, is duysterder als de andere.

II. Het subject kleender als de Vlam zijnde.

REGEL. *Doet als vooren, doch, in plaats dat aldaar maar een lijn uyt het midden van de Vlam getrokken is, zoo trekt nu lijnen uyt het bovenste en onderste van de Vlam, of ook van ter zyden, zoo het noodig is.*

By voorbeelt, trekt Z *d b* als vooren, en dan twee lijnen uyt het bovenste en onderste van de Vlam, over het bovenste en onderste van het subject, als *in Fig.* 96. X*cb*, zoo is *bb* de schaduw van *cc*, kleender zijnde als het Voorwerp.

Zoo X *c b*, de verlengde van Z*d*, niet en raakt, het is een teken van dat de schaduw in de lucht eyndigt, of dat se de vloer niet en stoot.

Noteert dat *bb* de swaarste schaduw is van *cc*, maar datter rontom *b b* ook een andere, die flauwer is, zal gesien werden, die men bepaalt trekkende uyt het bovenste van de Vlam, en door het onderste van het Voorwerp; ook uyt het onderste van de Vlam, door het bovenste van het subject, en zoo mede van ter zyden, lijnen die de gront stooten; om reden dat *b b* de plaats is daar geen licht altoos kan komen, en dit andere, schoon niet geheel, echter van een deel van de Vlam verlicht wert.

En dewijl, in deze zaak, niets is dat eenige swarigheyt heeft, zoo zullen wy het hier by laten, en ons vergenoegen met alleenlijk te zeggen, dat men dit zelfde altijt moet waarnemen in de schaduw die het vuur veroorsaakt, of het subject grooter is of niet, om dat de Vlam van het vuur ongelijk grooter is als de Vlam van een Keers, of van een Lamp; dat is, men moet lijnen trekken van de voornaamste uytterste delen van het vuur, als van het bovenste, het onderste, en van beyde de eynde, &c. om de schaduw te bepalen.

Als de schaduw valt op een Vlak dat niet Horizontaal is.

I. Als het Vlak Perpendiculariter op de Horizont staat.

REGEL. *Werkt na de voorgaande Regel, trekkende* db, ab, cb. *Dan (onderstellende dat het Perpendiculare Vlak de lijnen* d b *en* a b *snijt in* f *en* e) *trekt* f g *rechthoekig op het Glas-gront, of evenwijdig* d c, *snydende* c b *in* g: *zoo is* f g *de begeerde schaduw als* a c *rechtstandig is, anders is het* e g.

Toepassing. In de *Figuren* 97. *en* 98. is *a e g* de schaduw van de lijn *a c: a e* op den Horizont, en *e g* op het Perpendiculaar Vlak.

In *Figuur* 99. staat het Vlak A rechthoekig na het Glas toe, en het subject, *ac*, is aan het Glas evenwydig, of staat rechthoekig op het Vlak A: *a g* is de schaduw.

In *Figuur* 100. staat het Vlak A evenwydig aan het Glas, en het subject, *a c*, rechthoekig daar na toe, of is perpendiculaar op A: *a g* is de schaduw.

In *Figuur* 101. is *a e* B *e e g e a a* de schaduw van het Voorwerp *acaa*.

II. Als het Vlak scheef op den Horizont staat.

REGEL. *Observeert de voorgaande Regel, daar door het punt* b *zoekende: dan vint* q, *het punt in 't gegeve Vlak, rechthoekig boven of beneden* b, *dus:* besiet de Figuren van 102 tot 108.

Is de gront van 't Vlak onevenwydig aan de gront van het Glas, *zoo trekt* b p *evenwijdig aan het Glasgront; dan* p q *evenwijdig aan de lijn* l m, *aanmerkende* l m *voor de snee van het Glas en het Vlak, snydende de perpendiculaar* b q *in* q: *maar*

Is de gront van 't Vlak evenwydig aan de gront van 't Glas, *zoo neemt, uyt het oogpunt* o, o h, *in de Horizontale lijn, even aan de zienders voets afstant van het Glas-gront; dan* h r, *opwaarts als het Glas achter over helt, en neerwaarts als het voor over helt, snydende de perpendiculaar* o r *in* r, *makende de hoek* o h r *gelijk aan de verheffing van het Vlak boven den Horizont: dan uyt* o, *door* b, *de rechte* o b p; *ook* r p: *dan* b q *rechthoekig van of na het Glas-gront, snydende* r p *in* q.

Dan, in beyde de gevallen, q f, *snijdende, of zijn verlengde,* c X, *of zijn verlengde, in* g; *dan* g e, *die is de begeerde schaduw op het Vlak, het subject een lijn zijnde.*

Aanmerking. Indien *l m*, de snee van het Glas en het Vlak, niet gegeven was, zoo kan men de hoek *m l g*, of *b p q*, op deze wyse vinden.

Trekt *l s* rechthoekig op de gront van het Vlak, en *s t g* daar aan evenwydig: dan *s l t* gelijk de neyging van het Vlak tot den Horizont: dan *g m* gelijk *s t*, en rechthoekig op *l g:* dan *l m:* zoo is *g l m* de begeerde hoek, of *l m* de begeerde snee.

TOEPASSING.

In de *Figuren* 102 *en* 103. hellen de Vlakken van het Voorwerp af, en in *Figuur* 104. helt het daar na toe, en de gront van het Vlak is in dese drie onevenwydig aan de gront van het Glas.

In de *Figuren* 105 *en* 106. helt het Vlak achter over, en in *Figuur* 107. helt het voor over: in yder van deze is de gront van het Vlak evenwydig aan de gront van het Glas, en de Zon komt van achteren.

In dese zes Figuren is het Voorwerp *a c* een lijn, scheef op de gront staande, en zijn schaduw is *a e g*.

In *Figuur* 108. is *a e g e a* de schaduw van de Pyramide.

Verklaring over deze twee laatste Regelen.

Op de I. Regel. Wy zullen alleenlijk bewysen dat *g* de schaduw is van *c*, om, dat wy oordeelen de rest dan openbaar te wesen. Het Vlak *c b d c* staat rechthoekig op de Horizont, om dat *c d* dese stant heeft, en dewijl het Vlak ook perpendiculaar staat, zo is *f g*, de snee

snee van het Vlak A en het Vlak *c b d c*, mede perpendiculaar op de Horizont, en daarom evenwydig aan *d c*, en ook evenwydig in Perspectief gelijkse hier getekent staan, om dat het Glas hier recht staande, genomen wert: maar *f g* wert evenwydig aan *d c* getrokken, daarom vintse *g*, de Aftekening van *c*.

Op de II. Regel. Indien *q* een punt is in het Vlak, recht onder of boven *b*, zoo is *b q* evenwydig *d c*, om datse beyde rechthoekig op den Horizont staan, en overzulx snyen *c b*, *q f*, of hare verlengdens, malkander waarlijk, om datse in een zelfde Vlak zijn; en dewyl *f g* in het Vlak is, zo is de snee *g* de begeerde Aftekening van *c*. Maar *q* is zodanigen punt. Want *q* hier voor nemende, zoo is het Vlak *q b p* evenwydig aan het Vlak *m k l*, om dat *b p* evenwydig *k l* is, en de driehoeken zijn ook gelijkhoekig: maar wy hebbense gelijkhoekig gemaakt, en Paralel aan malkander, zoo is dan *q* in het Vlak, om dat het geen verandering geeft offe in Perspectief leggen (gelijk *q b p q* doet) of niet, ter oorsake datse gelijkformig blyven, terwyl de eene *m k l m*, in het Glas is.

De Aanmerking zal ik niet verklaren, om dat het openbaar is als men sich selfs maar de zaak voor oogen brengt.

V. HOOFTSTUK.

Als het Glas op den Horizont leyt, of daar aan evenwijdig is.

WY hebben goet gevonden dese zaak op het lest te verhandelen, om dat het van weynig gebruyk is: Om dit werk te volmaken voegen wy het daar by.

Men moet weten, dat alle Horizontale subjecten, haar op dit Glas, of op dit Paneel, in de zelfde gedaante vertoonen, of dat de Aftekening gelijkformig is aan het Voorwerp: daarom zullen wy dese gevallen, als openbaar zijnde, voorby gaan, en toonen alleenlijk hoedanig dat men de verhevene dingen, op dit Glas, zal Aftekenen, en ook hare schaduw.

Om het Voorwerp zelfs in Perspectief te brengen.

Gebruykt daartoe de Regel die gegeven is om de schaduw van een Keers af te tekenen, vergelijkende ons oog met de Vlam van de Keers, en onse voet met de voet van de Kandelaar, of het Horizontale punt recht onder de Vlam, zo komt alles overeen, de schaduw aldaar, nu voor de Aftekening nemende.

Dat is, in de Voorbeelden aldaar aangetekent, en hier gevoegt, *in de Figuren* 109, 110 *en* 111., X voor het oog, en Z voor onse voet: *a b*, dat aldaar de schaduw was, is hier de begeerde Aftekening.

Dit onderscheyt moet men aanmerken: de punten *a* en *d* zijn aldaar de punten in Perspectief, maar hier zijnse de waarachtige in de Horizont.

Om de schaduw in Perspectief te brengen.

I. Van de Keers of Lamps-schaduw.

Gebruykt hier toe de zelfde Regel die gy van doen hebt om het Voorwerp zelfs in Perspectief te brengen.

Gelijk in *Figuur* 111. te zien is: *a c* het subject wesende, zoo is *a b* de schaduw.

Indien het Voorwerp, een Perpendiculare lijn zijnde, alrede in Perspectief gebracht is, zoo kan men de schaduw vinden op de wyse alsse in de *Figuren* 112 *en* 113. gevonden is: de Vlam eerst in Perspectief brengende, en dan uyt dese, en de voet van de Vlam Z, twee lynen trekkende, over de eynden van de Aftekening *d b*, zoo is *d* B de schaduw van het subject daar van dat *a b* de aftekening is.

II. Van de Zons schaduw.

Om dese af te tekenen, zoo staat aan te merken, dat de Zons stralen langs de gront evenwydig vallen, en by gevolg dat se ook zoodanig moeten getekent werden, en dat de andere, die recht van de Zon afkomen, alle op het Glas, in dat punt zullen te zamen komen, alwaar de straal, die uyt het oog getogen wort, evenwydig aan de straalen van de Zon, het Paneel stoot: dit punt wert in de straal, die uyt de Zienders voet langs de Horizont valt, gekosen naar believen, indien de Zons hoogte niet bepaalt wert (nader by de voet geeft de meeste hoogte) maar die gegeven zijnde, zoo wertse gevonden op de dese wyze.

Laat, *in Figuur* 114. ZS de straal van de Zon wesen, langs de Horizont. Trekt Z *p* rechthoekig op OZ, dan O *p*, zoodanig, dat Z O *p* is als de schilboog van de Zons hoogte: dan neemt ZS zoo lang als Z *p*; zoo is S de Zon in Perspectief, of het vergaarpunt der stralen die direct van de Zon komen.

De aftekening van de Zon, of het punt S hebbende, zoo vint men de rest op dese wyse.

Zoekt het punt *b* als vooren: dan trekt S *b*: dan *d* B evenwydig ZS, snydende S *b* in B: dan *a* B, die is de begeerde schaduw van de lyn *a c*.

Anders, trekt *d* B evenwydig ZS, en zoo lang als *p l*: dan *a* B, die is &c. maar in zoodanigen geval moet de Perpendiculaar, *n l*, zoo lang sijn als *c d*.

In de *Figuren* 115, 116 *en* 117. hebt gy de aftekening, en de schaduw van een cubicq: in *Figuur* 115. staatse op gront, of op het Glas; maar in de *Figuren* 116 *en* 117. isse daar boven verheven: in de 115 en 116 de komt de schaduw van de Keers, en in de 117 de van de Zon.

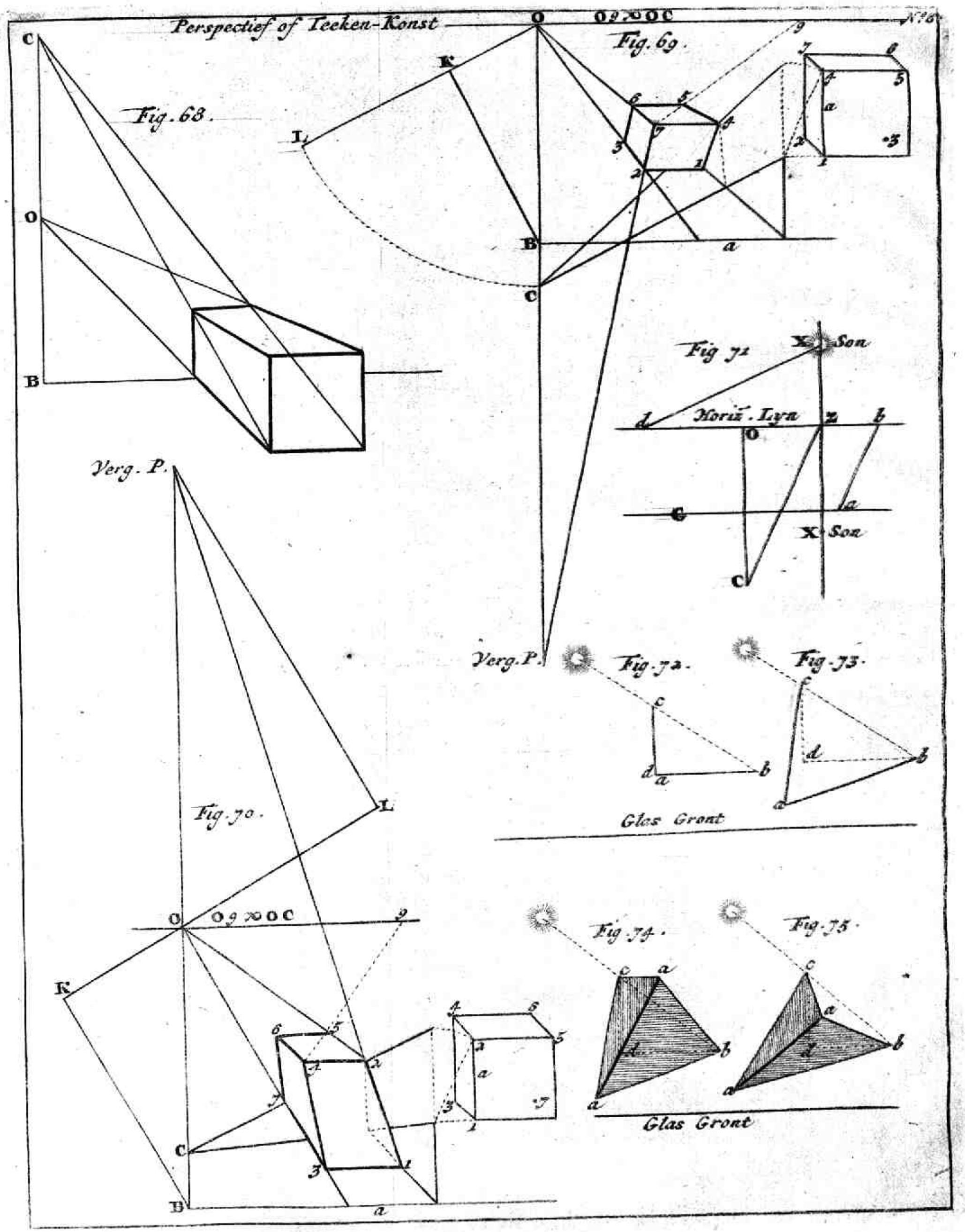
In dese alle is het Glas onder het subject, het daar boven nemende, zoo is alles het zelfde, alleenlijk met dit onderscheyt dat de zienders voet dan in het punt van 't Glas moet genomen werden dat recht boven u hooft is, en Z, de voet van de Vlam, in het punt van 't Glas dat recht boven de Vlam is. De Zons schaduw kan op zoodanigen Glas of Paneel niet vallen.

In de wetten, die U L. hier voorgedragen zijn, is geheel geen duysterheyt, gelijk gy zult toestaan, wanneer gy u de saak voor oogen brengt, of krachtig in beelt.

Wy zullen dan afkorten, om dat wy oordeelen in alles voldaan te hebben. Wy hebben het Paneel alle ſtanden toegevoegt die het hebben kan, rechtſtandig, ſcheef, en Horizontaal. Het Voorwerp alle gedaante, en, ten opzicht van het Glas, alle ſtanden; zoo wel voor als achter, en de ſchaduwen hebben wy op allerley wyze laten vallen, en op allerley vlaktens laten ſchynen: Horizontale, verticale, en hellende. De regelen zijn volmaakter als de voorbeelden. Ik hebbe, genoegzaam, alle de exempelen zoodanig genomen, dat daar in, het Voorwerp achter het Glas valt, om dat de Schilders dit geval gemeenlijk van doen hebben: het daar voor nemende, zoo kan men zeer vreemde dingen daar door vertoonen de Coleuren daat by voegende. Men kan een Balk uyt een muur doen komen, gelijk wy een cubicq hebben laten doen. Men kan een lege kamer zoodanig beſchilderen dat hy zoude ſchynen met ſtoelen, banken, &c. geſtoffeert te weſen; datter menſchen aan een Tafel zaten; iets aan de Balk hing, als men in deſe Kamer van buyten door een gat keek, dat voor het oogpunt genomen was.

Maar zulke ſlag van zaken, en ook veele irreguliere, of ongeſchikte, kan men gemakkelijk door een draat verrichten, die vaſt makende in dat punt het welk voor het oogpunt zal genomen werden: deſe draat dan uytgeſtrekt houdende, over of na het Voorwerp toe, en het punt tekenende op het Paneel, (dat in de Kamer, de Vloer, de Zolder, en de Wand is) daar deſe draat hen raakt, of na toe wyſt, zoo heeft men de aftekening van het punt des Voorwerps daar over, of na toe, deſe draat gaat. Indien men het oog hout, daar de draat vaſt gemaakt is, zoo zal de zichtſtraal het ampt van de draat bekleden.

Men zal, in de practyk van deſe konſt, noch verſcheyde ſwarigheden ontmoeten, die een wangeſtalte in de aftekening zullen baren: men moet het voorwerp niet al te na aan het oog ſtellen, of het niet al te groot nemen, om reden dat het geſicht geen wyde hoek en bevat: 10, 20, a 30 graden wyte is groot genoeg. Een grooter diſtanty, tuſſen het oog en het Voorwerp, maakt een geſchikter aftekening, maar is zoo duydelijk niet. Het oog te hoogh neemende, maakt een ongeſchikte gedaante, en te leeg nemende, doet weynig beſcheyt zien. Hoe men het Glas nader aan het Voorwerp neemt, hoe de aftekening grooter zal zijn, en verder, kleender; doch de gedaante blyft het zelfde. Deſe dingen alle beveele ik de Schilders en oeffenaars van deſe konſt, om datſe eygender aan de practijk als aan de Theory zijn.


Perspectief of Teeken-Konst
N°8
Fig. 68.
Fig. 69.
Fig. 70.
Fig 71
Fig. 72.
Fig. 73.
Fig. 74.
Fig. 75.
Verg. P.
Horiz. Lyn
Son
X Son
Glas Gront
Glas Gront
O 9 ∞ O C

MATHEMATICA, of WISKONST,

HET ELFDE BOEK,

Van de

DIOPTRICA, of DEURZICHTKUNDE.

Met een Byvoegzel van de

CATOPTRICA, of SPIEGELKUNDE.

Dit is het tweede deel van de Optica. De gebogene, of geknikte ſtraalen is nu ons ſubject, gelijk in het voorgaande,ons voorwerp, de recht deurgaande is geweeſt. Daarin hebbe wy geleert, door middel van de recht deurgaande ſtralen, de Voorwerpen, op een plat Vlak, zoodanig aftekenen dat ze ſcheenen weſentlijk in de natuur te weſen, als een Schilder het zijne daar by voegde: nu zullen wy, door middel van de geknikte,de Voorwerpen naukeurig leeren zien. Niet alleen die ons gewoonlijk voorkomen,maar ook zelfs de ongenaakbare aan den Hemel, en de onzichtbare op der aarde: waar door men wonderheden aan den Hemel ziet, en miraculeuze op de aarde, in de kleen en onzichtbare ſchepzelen en gewaſſen, zoo dat dit een van de nuttelijkſte wetenſchappen van de ganſche Matheſis is.

De ondervinding leert ons dat de eene menſch verder kan zien als den ander, en dat elk een afſtant heeft waarop hy de Voorwerpen het naukeurigſte kan beſchouwen: hen korter of langer nemende dat het gezicht dan verduyſtert. En, ſchoon de genaakbare op deze afſtant konnen gebracht werden, zoo is zulx nochtans onmooglijk in de Hemelſche: veeltijts kannen de toegankelijke niet wel zoodanig naderen, ten minſten komt het menigmaal ſeer ongelegen: boven dit konnen de zeer kleene dingen op deze diſtanty niet wel gezien werden, om datze in zoodanigen geval onzichtbaar worden: het zal dan een nuttelijke, en een zeer gerieffelijke zaak moeten genoemt werden, die te wege brengt, dat men de Voorwerpen wel kan zien, zonder aan deſe afſtant gebonden te zijn. En om dat een gefatſoeneert Glas dit veroorſaakt, als men het Voorwerp daar door ziet, zoo wert deſe wetenſchap deurſichtkunde genoemt, en is beſich omtrent de gebogene, of eygentlijk, de geknikte ſtraalen, door dien het Glas de ſtraalen een knak geeft, die anders in een rechte lijn tot ons oog komen.

En dewijl deſe konſt haar onderwint het geſicht te verbeteren, en om dat de dingen beſt verhandelt worden die uyt haare oorſaken getrokken werden, en om dat deſe niet wytluſtig zijn, en uyt het zien zelfs voort komen, zoo zal ik de vrymoedigheid nemen UL. het oog te ontleden, en toonen op wat wyſe wel of qualijk geſien wert; of liever, ik zal UL. het gevoelen van Carteſius, naar onſe Methode, voordragen,ſchoon dat dit zaken zijn die de Matheſis mag onderſtellen, en alleenlijk de natuurkunde raken.

I. DEEL.

Van het wel en qualijk zien.

OM een ding wel te zien, werden drie zaken vereyſcht; licht genoeg; het beelt groot genoeg; en dat de ſtraalen wel vergaaren: een van deſe drie ontbrekende zo ziet men qualijk; gelijk in 't gevolg zal blyken.

By wel zien, verſtaan wy niet alleenlijk de omtrek van de zaak te zien, maar ook alle zijne beſonderheden; en by qualijk zien daar dit laatſte gebreekt.

Het wel of qualijk zien is niet anders als een naukeurige, of een ruwe aanſchouwing van de veruwen, of coleuren, waat mede de Voorwerpen haar aan ons vertoonen, om dat dit het eenigſte is waar door wy met ons oog het eene van het ander onderſcheyden, en waar door wy konnen zeggen datter een Voorwerp is, zonder het door 't gevoel te weten.

Als wy dan deſe zaak van de gront afzullen verhandelen, gelijk wy belooft hebben, zo zullen wy genootſaakt zijn de natuur van de veruwen te kennen. En dewyl het licht en de ſtraalen de middelen zijn waar door wy de coleuren bekennen, zoo laat ons deſe eerſt onderzoeken, en laat ons zien wat wy daar by verſtaan moeten.

Van het Licht.

Dit is een doening, waar door de voorwerpen haar aan ons vertoonen, en wert onmiddelijk veroorſaakt door de Zon, of door eenig ander licht, dat uyt zich ſelfs een beweging heeft, waar door het, rontom hem af, in de lucht, en andere deurſchynige matery, een roering, veroorſaakt, dewelke in een punt des tijts, voort gaat tot in 't oneyndig. Indien gy onderſtelt dat in de ruymte ront om de Zon, een zeer dunne en fyne Matery is, die alle tuſſenheden vervult, zo zult gy lichtelijk zien dat daar uyt zodanigen

over-

over snelle beweging zal moeten voortkomen, en toestaan, dat, als de Zon hem om sijn As beweegt, dat dit een roering in deselve tyt moet geven aan de fyne stof, die omtrent ons is, door dien dese als aan malkander vast is, en, om een voorbeelt by te brengen, als een stok is, die, wanneer hy aan 't eene eynde gestooten wert, de zelve stoting, in 't selfde moment, aan 't ander eynde verwittigt, hoe lang dat hy ook is: om dat wy in de fyne stof, een zelfde verbinding van de deelen stellen als in de stok is, door dien wy zeggen datse alle tussenheden vervult; en als gy hier op let, dat wy de alderfynste hier toe uytkiesen, zoo kont gy de gelijkenis toestaan, te meer, wanneer gy aanmerkt datter geen ydel kan zijn, ten waar een zodanige die in dese geen hindernis geeft.

Ik hebbe onmiddelijk gezegt, om dat wy veeltyts licht ontfangen door middelen, gelijk van de Maan, van een Siegel, en van alle ondoorschynige lichamen, waarop het licht van de Zon, of Keers, of iets dat waarlijk licht is, vallende, weer om stuyt, naar alle kanten.

Van de Straalen.

By *Straalen* zullen wy niet anders verstaan, als de koers van hare doening, of van 't licht, en zullen derhalven hen door lynen bepalen; door rechte wanneer dese koers recht, en door kromme wanneerse gebogen is: wy zullen in dese niet anders als de rechte aanmerken, om dat de andere ons niet dienstig zijn: wy zullen zeggen dat *in* Fig. 1. het licht van de Zon A volgens de rechte lijn AB geschiet, die wy nemen dat van de Zon af komt, naar alle kanten, niet door een beweging, maar, gelijk als in de stok aangemerkt is door een stoting; en, indien zommige van dese een ondoorschynig lichaam D ontmoeten, zoo zullen wy zeggen datse daar van af weerom slaan, en dat dese stuytende straalen, BC, BC, in een rechte lini voortgaan, en dat het de straalen van het Voorwerp D zijn: en, D doorschynent zijnde, datse hen deurlaat gaan, ten minsten veel daar van, met rechte lijnen, geknikt of ongeknikt haar koers vervolgende, als hier BE, BE.

Indien D volkomen glas en effen is, zoo stuyten de straalen op een bepaalde wyse weerom, gelijk hier na zal getoont werden, maar niet effen zijnde, zo verstroyen zy haar naar alle kanten. Als D volkomen digt en hart is, zo stuyten alle de stralen weer te rug, maar dese eygenschap niet hebbende, zoo komense slegs voor een gedeelte weerom: zommige smoren daarin, gelijk in het fluweel, in het water, &c. en zommige gaan deur, als in het Glas, en in andere deurschynige lichamen.

Van de Coleuren.

Door dese onderscheydene weerstuiting werden de Voorwerpen veruwen toegevoegt, of daar door wert gesegt dat de subjecten gecoleurt zijn. De plaats van de welke dat het veele straalen weerom doet keeren, zegt men wit te wesen; daar het geen straalen van weerom smyt, swart; weynige, donker; matige, grau; en zoo de deeltjens, waar uyt de weerstuytende straalen bestaan, door de deelen van het Voorwerp, in haar omstuyting, met een krachtige draying om haar As aangedaan werden, zoo segt men de plaats, daar ze van af komen, root te wesen; een mindere draying hebbende, geel; en noch minder, groen; en een flauwe draying hebbende, zoo zegtmen datse van een blauwe plaats van daan komen, schoon wy geen coleur aan de Voorwerpen toe eygenen: men siet dit in een bel van water, in een druppel, of in veel druppelen waters, gelijk in de Regenboog, als de Zon daar tegen aan schijnt, ook in een Glas dat driekantig geslepen is: gelijk *Cartesius* dit tracht te bevestigen in sijn Meteora, daar hy van de Regenboog handelt.

Op wat wyze dat men wel ziet.

De natuur van de coleuren, of veruwen, aangewesen hebbende, zoo staat ons te ondersoeken op wat wyse dese van ons gesien werden: en op dat gy dit wel zout begrypen, zoo zullen wy u eerst het oog ontleden.

Aanmerkt *Figuur* 2. voor een oog dat in 't midden door gesneden is: A B C B A is een vlies dat het geheele oog om vat, welkers gedaante rontagtig is: DEF is een ander van binnen aan dit gevoegt, dunder als dit buytenste zijnde: ZH is de gezicht zenuw, de welke bestaat uyt een ontelbaar getal van fijne of dunne draatjens, welkers eynden, naar 't oog toe, haar in de geheele ruymte G H verspreyden, alwaar zy haar met een ontelbaar menigte, van aders en slagaders, vermengende, zeker zoort van boven maten dun en teer vlies maken, 't welk gelijk een darde vlies is dat de gront van het tweede vlies bedekt; haare andere eynden zijn aan de herzenen vast, en zoodanig, wanneer de eynden, die haar in de ruymte G H I, verspreyden, geraakt werden, dat terstont de ziel hier af kennisse draagt, door de roering van deze andere eynden: K, L, M, zijn drieërley zeer dunne deurschynende vochten, die de gehele spacy vervullen, de welke van dese vliesen omvat werden, en hebben yder zoodanigen gestalte als de Figuur af beelt.

De ervarentheit leert ons dat de vocht, die in L is, welke men de kristalijne noemt, de straalen by na op een selfde manier doet buygen als het Glas, of als het kristal, en dat de andere vochten, K en M, dit wat minder doen, by na als het gemeen water. In 't eerste vlies is het deel, B C B, deurschijnig, en een weynig ronder als het ander BAB. In het tweede vlies is de binnenste vlakte van het deel EF, 't welk naar de gront van het oog strekt, geheel swart en duyster, en heeft in 't midden een ront gaatje FF, dat men de oogappel noemt, en dat van buyten aan te sien zoo swart, en in 't midden van 't oog is.

Het oog zoodanig dan geschapen zijnde, gelijk de ondervinding leert, zoo konnen wy daar door bekennen op wat wijse wy de veruwen wel of qualijk zien, of wanneer het gesicht goet of niet goet en is: want de straalen, die *in* Fig. 3. van het punt *v* komen, en

na

na de oogappel ſtrekken, zullen het oog intreden, en indienze dan door de vochten van het oog, K, L, M, zoodanig gebogen werden, datze in een punt te zamen komen, en dat juyſt achter in de gront van het oog, als in R zoo zullen de zenuwen in R, een roering ontfangen, die na mate ſterk of flauw zal zijn, naar dat het licht dat van V komt, krachtig of onkrachtig is; 't zelfde mede geſchiedende van de punten Y en X, in S en T, zoo zal de ziel daar door, in een punt des tijts, of gelijkelijk, gewaar werden de drie bewegingen der zenuwen, die in R, S, T eyndigen, en alzo zalze oordeelen dat de Voorwerpen V, X, Y, of wit, of graau, of matig, of donker zijn, naar dat het van de zenuwen, of ſtark, of flauw wort aan gedaan. Indien het Voorwerp een menſch is, zoo zullen de zenuwen omtrent R, S, T, een onderſcheydene beweging ontfangen, naar mate van de kracht, of doening der ſtraalen, die van deze menſch afkomen, en het oog intreden; en alzoo zal, omtrent R, S, T, een beelt gemaakt zijn, met de gedaante van deze menſch over een komende, alleenlijk hier in beſtaande, dat zommige zenuwen ſterk, andere middelmatig, andere weynig, en andere weer op een andere wijs geraakt werden.

En dewijl wy weten dat de punten des Voorwerps, die met onderſcheydene coleuren konnen aangedaan werden, ontelbaar zijn, of ten minſten dat ze in een overgroot getal beſtaan, en dat de zenuwen, die omtrent R, S, T, zijn, of daar af het beelt geformeert wert, telbaar, of minder moeten wezen, zoo volgt, ſchoon dat alle de ſtraalen van een punt des Voorwerps, weder in een punt, op de gront van 't oog, te zamen quamen, dat evenwel de ſtralen, van twee en meer punten des Voorwerps na aan den andere gelegen, met onderſcheydene coleuren geveruwt, op een zelfde zenuw zullen moeten komen te vallen, en daar door maken dat de ziel het onderſcheyt van deze coleuren niet zal konnen gewaar werden, ja dat het geen van alle wel zal zien, maar een die van deze gemengt is. En alhoewel dit niet volkomen en is te remedieren, zoo is het nochtans zeker dat dit verminderen zal, wanneer het beelt in de gront van het oog grooter wert, en by gevolg wort tot het welzien vereyſcht dat het beelt groot genoeg is.

Twee dingen zien wy dan dat tot het wel zien gehoren: de zamenkoming der ſtralen in de gront van het oog, en de genoegzame grootheyt van het beelt. En om dat wy bevinden dat wy by veele gelegentheden wel konnen zien, zoo mogen wy dan, als ten hoogſten waarſchijnlijk, beſluyten dat deze dingen haar alzoo in de natuur toedragen, en dit wert niet weynig bekrachtigt, wanneer men ziet de Voorwerpen die buyten zijn, op een wit kleet, of op wit papier verſchijnen, in een donkere Kamer, daar alleenlijk een gat is, dat met een Glas gevult wert, 't welk een weynig bultig geſlepen is: als men het Glas met de oogappel, en het doek met de gront van het oog vergelijkt, zoo zal men zien dat dit een volkomene overeenkoming heeft: in het oog treet geen ander licht in als het gene dat door de oogappel komt, in de Kamer, ook geen ander als dat door het Glas komt: De voorwerpen ſtaan op dit doek verkeert, de menſchen gaan met het hooft om laag, om dat de ſtraalen op het Glas kruyſſchen, in het oog mede, om datze op de oogappel ſnijden, gelijk men lichtelijk bekent, als men aanmerkt dat de ſtraalen van V in R, en die van Y in T, te zamen komen.

Maar wy hebben het eerſte punt, dat tot het wel zien vereyſcht wert, over geſlagen, te weten, *licht genoeg te* hebben: de natuur heeft ons hier van wel verzien, ten minſten wy en konnen door konſt hier niet byvoegen, als alleenlijk in dingen die op zeer kleene Voorwerpen konnen toegepaſt werden, gelijk hier na zal blijken. Men kan ook wel te veel licht hebben, om dat alsdan de zicht-zenuwen al te ſterk geraakt worden, gelijk dan wanneer wy tegen de Zon zien, welkers beweging ons noch by blijft ſchoon wy ons gezicht elders heen gewent hebben, dat wy konnen bemerken aan de plekken die wy dan noch meenen te zien. Als wy te weynig licht ontfangen, zoo openen wy ons oogappel, op dat het van een punt meerder ſtralen zouden in laten, en daar door het licht vermeerderen: en in te ſterken licht zijnde, zoo trekken wy hen toe, op datter minder ſtralen zouden intreden; en dit geſchiet zoo gewillig, door de ingeſchapene natuur, dat wy het aan ons zelfs niet konnen gewaar werden.

Op wat wyze dat men qualijk ziet.

Als het licht niet genoeg is; als de ſtraalen niet effen op de gront van het oog te zamen komen; en als het beelt niet groot genoeg is, zoo ziet men qualijk, om dat deze dingen tot het wel zien vereyſcht werden, gelijk nu alrede getoont is. Het eerſte is kenlijk, en het tweede en darde blijkt om dat, dit weg genomen zijnde, de ſtraalen van een zelfde punt des Voorwerps op verſcheyde zicht-zenuwen; van verſcheyde punten op een zelfde zenuw; en van veele punten op veele zenuwen, verwart door een zouden ſtooten, en alzoo maken dat de ziel of weynig, of geen onderſcheyt in de coleuren des Voorwerps zoude konnen zien, en by gevolg het Voorwerp niet wel beſchouwen: alle, of by na alle de veruwen zouden haar voor hem gemengt vertoonen, en alzoo het eene deel niet van het ander onderſcheyden. De Boſſchen en Bergen, die wy van zeer verre zien, ſchijnen alle blau, ſchoonze waarlijk met veele coleuren geveruwt zijn: en alle andere dingen die al te ver van ons af zijn, en dit geſchiet niet alleenlijk om dat de ſtralen, naar zommige gezichten, al te vroeg vergaren, maar ook, om dat het beelt, naar alle gezichten, al te kleen is, naar proportie van het geene dat wy zien.

De gebreken van het gezicht naukeuriglijk kennende, zoo zal het tijt werden dat wy na middelen omzien waar door wy hen mochten weg nemen, is 't niet geheel, ten minſten voor een gedeelte. Maar om dat wy hier in niet zullen vorderen, voor dat wy weten op wat wijze de ſtralen gebogen werden, alsze in 't Glas in treden, zoo laat ons dit eerſt naukeuriglijk gaan onderzoeken.

II. DEEL.

Van de *Refractio, of Straalbreking.*

ZOdanig noemen wy het geene in dit Deel zal verhandelt werden, om dat hier in onderzocht zal werden op wat wyse dat de straalen geknikt of gebroken werden, die van het eene Lichaam gaan tot in het ander; uyt de Lucht in het Glas, of uyt het Glas in de Lucht.

Twee eygenschappen hebben wy in dese te onderzoeken: hoedanig de straalen gebroken werden, en door wat middel veele van dese te zamen konnen gebracht werden.

I. HOOFTSTUK.

Van de Breking der straalen in of uyt het Glas gaande.

WY voegender by, in of uyt het *Glas* gaande, om de breking, die zy in andere deurschynende Lichamen krygen, als in het water, in het ys, &c. hier van af te zonderen; niet zoo zeer om dat het volgende alleenlijk op het Glas zoude passen, maar om dat wy geen andere buyging van doen hebben om tot ons oogwit te geraken: de manier is generaal, en ons inzicht particulier.

Wy zullen dit Hoofstuk door bepalingen, onderstellingen, voorstellen, en leringen af handelen, dewijl wy oordelen dat deze order hier in dienstiger is als de andere, die ongebonden is, op dat men de dingen bequamelijk van een zoude konnen onderscheyden.

1. *Bepaling.* Buygstraal is de straal in beyde de Lichamen wanneer se gebogen of gebroken is; als *in Fig.* 4. S R C.

Dese doening hietmen *Wanstraaling*, *Straalbreking*, of *Refractio.*

2. *Bepaling.* Raak, of Buygpunt, is het punt der Superficie van het Lichaam alwaar de straal het zelvige raakt, of gebogen wert: als R.

3. *Bepaling.* Raakstraal is de straal die in het raakpunt eyndigt: als S R.

4. *Bepaling.* Wanstraal is de straal die van het raakpunt begint: als R C.

5. *Bepaling.* Wanhoek (*Angulus Refractionis*) is de hoek die van de verlengde Raakstraal en de Wanstraal begrepen wert: als C R L.

Vier zaken zullen wy onderstellen.

I. Onderstelling. *De straalen breken in het raakpunt recht linisch.*

II. Onderstelling. *Een straal ontmoet een effen krom Lichaam op gelyke wyze als by de Raaklijn gemoet die door dit Raakpunt getogen wert.*

III. Onderstelling. *De Vlakte van een zelfde doorschijnent Lichaam verandert de kracht van alle de stralen, daar op komende, evenveel.*

IV. Onderstelling. *Een straal verwijdert, in gelyke tijt, gelyke afstant van de lijn die rechthoekig op het Lichaam staat, en door het raakpunt gaat.*

Van dese onderstellingen zijn de twee eerste klaar uyt zich zelfs; de darde kan lichtelijk toegestaan werden, als men aanmerkt, dat de schuynigheyt van een straal, op dit Lichaam, geen verandering, in zijn resistenty, kan maken, wanneer hy slechts intreet: de vierde kan niet toegestaan werden, ten zy men gedenkt, dat de superfity van het Lichaam, de straal alleenlijk hinderlijk, of voordelig is, aan zijne voortgang, rechthoekig van deze superficie af; en om dit wel te verstaan, zoo moet men twee'erley beweging in een straal aanmerken die schuyns op een Lichaam aan komt, een voor zo veelze het Lichaam nadert, en een voor zoo veelze ter rechter of ter slinker hant afwijk, gelijk *in Fig.* 5. SR, deze heeft een beweging waar door ze de superficie A B nadert en een waar doorze na de rechterhant afgaat, of, waar doorze van de loot lijn SD verwijdert. Alsze de vlakte A B, in R, ontmoet, zo wertse, door dese vlakte, of door het buytenste van het Lichaam, niet Mathematisch, maar natuurlijk aangemerkt, alleenlijk in de snelte van de voortgang, of geholpen, of tegen gehouden; of eigentlijk, zy ontmoet aldaar, in dit Lichaam, of minder, of meerder resistenty, ten opsigt alleen van de lootlijn die door AB gaaat, en niet in zijn beweging na B: zoo dat (in geval de perpendicularen S D, T O, V C evenver van den anderen afstaan de Wanstraal R C, in de zelve tijt aan V C zal komen, die de raakstraal van doen heeft gehadt om van S tot R over te gaan.

Om dit volkomen toe te staan, zoo moet men de eygenschap van de Natuur der straalen hier byvoegen men moetze als een gestotene stok aanmerken, en evenwel zoo volkomen niet, of men moet eenige overkorte tijt stellen tussen het begin en het eynde van een straal. Als men gedachtig is, dat de Zon, in de alderfijnste deeltjens, die alle tussenheden vervullen, en overzulx, gelijk als aan een geschakelt, in de geheele ruymte zijn, een beweging, by forme van een dreuning, veroorzaakt, die eenige de minste tijt van doen heeft om tot ons te komen, om dat de geburige deeltjens malkander moeten stooten, en dat deze deeltjens in het eene Lichaam volmaakter aan een gevoegt zijn als in het ander, dat het Glas dit beter heeft als de Lucht, en by gevolg het eerste deze doening beter voortzet als het tweede, of minder resistenty aan de gedurige werken de oorzaak geeft, zo zal men een groote verlichting vinden.

I. VOORSTEL.

Zoo uyt eenig punt van de perpendiculaar, die door het raakpunt gaat, twee rechthoekige lijnen getogen werden, een op de raak straal, en een op de verlengde Wanstraal (of een op de wanstraal, en een op de verlengde raak straal:) zoo heeft die op de raakstraal, zulke reden tot die op de verlengde wanstraal, als de snelte van de wanstraal, tot de snelte van de raakstraal: of ze zijn *kerig evenredig met de snelte van de straalen daarop dat ze vallen.*

Toepassing. Indien *in de drie Figuren* No. 6. A B de vlakte van 't Lichaam is dat de straal buygt; R het raakpunt; S R de raakstraal; R C de wanstraal; en R P de perpendiculaar door het raakpunt: indien dan, in deze een punt gekosen wert naar believen, als P, en daar uyt getogen werden PL, PN, de eerste rechthoekig op SR, of op zijn verlengde, en de twede op de verlengde R C, of op R C zelve: zoo zal P L zijn tot P N als de snelte van de Wanstraal R C, tot de snelte van de raakstraal S R.

't Bewijs. Laat *in Fig.* 7. uyt R, als middelpunt, een ront getogen werden, snijdende de raakstraal in S, en de wanstraal in C; ook door R de perpendiculaar RT; uyt S de rechthoekige ST, en uyt C zoodanig CO. Wy zullen onderstellen dat de raakstraal, in 't punt van de raking, met het darde van zijn snelte vermeerdert wert.

De straal heeft dan een derde minder tijt van doen om van R tot C te komen, alsse van doen gehadt heeft om van S tot R over te gaan, om dat R C, R S evenlang zijn, en overzulx is C O een derde korter als S T, volgens de vierde onderstelling, of C O is 2 tegen S T 3: of S T is tot C O, als de snelte van de wanstraal, R C, tot de snelte van de raakstraal, SR; welke overeenkoming dat men de voortgang der stralen ook geeft. En dewijl *in Fig.* 8. P L gelijk S T, en P N gelijk O C is (om dat de driehoeken P R L P, STRS, yder twee hoeken en een zijde daar tegen over, of gelijk, of gemeen hebben) zoo mag men ook zeggen, dat PL tot PN is, als de snelte van de wanstraal, tot de snelte van de raakstraal, of *p l* tot *p n*, om dat deze de zelfde reden tot malkander hebben als P L tot P N. 't Geen te bewijsen was.

I. *Gevolg.*

Indien het geviel dat C O grooter moest zijn als de halve middellijn R B, dat lichtelijk geschieden kan, wanneer de raakstraal op de vlakte AB zeer flau komt te vallen, en als hy een Lichaam ontmoet dat meerder tegenstant biet, gelijk dan wanneer AB water was, *als in Fig.* 9. zoo zou de wanstraal weerom moeten stuiten, gelijk men zulx menigmaal ziet gebeuren: maar wanneer OC aan RB gelijk is, zoo zou 'er geen weerstuyting noch doorgang zijn, maar de wanstraal R C zou langs R B vallen.

II. *Gevolg.*

S T en O C zullen beyde gelijk niets zijn, wanneer de raakstraal rechthoekig de vlakte A B stoot: en wanneer z'er scheefhoekig opkomt, zoo zal O C noyt gelijk niet konnen wezen, of de wanstraal zal, in zoodanig geval, de superficie perpendiculariter niet konnen intreden, om dat als dan de snelte van deze stralen zoude moeten wezen als iets tot niets, 't geen onmooglijk is, ten waar de raakstraal, in R komende, zijn kracht t'enemaal verloor, en in zulken geval zou 'er geen refracty wezen.

III. *Gevolg.*

De voornoemde perpendicularen, op twee raakstralen en hare twee wanstralen getoge, zijn evenredig: dat is, *pn* zal tot *pl* zijn, als PN tot PL. *als in de* 3 *Figuuren* No. 10.

Want, *p n* is tot *p l*, als de snelte van de raakstraal,
ook is P N tot P L, — tot de snelte van de wanstraal, na dit Voorstel.

Daarom *p n* tot *p l*, als P N tot P L, dewijl alle de stralen, in snelte, een zelfde reden tot malkander hebben, volgens de darde onderstelling.

Lering.

Hier uyt volgt, om de refracty van eenig deurschijnent Lichaam te vinden, dat het genoeg is het zelvige te vinden van een straal alleen, dewijlze alle een zelfde reden hebben. Gelijk om te vinden de refractie van het Glas RQPR, *in Fig.* 11. of de refractie van alle de stralen, die uyt het voornoemde Glas, door de superficie RP in de Lucht treden, zo is't genoeg de refractie te vinden van een straal alleen die hier door passeert; als hier van de straal A B I, zijn breking geschiedende in B. Indien men uyt P trekt P V, rechthoekig op de superficie B P, zoo zullen V I en P I de refracty van dit Glas afmeten.

Want, indien men *in Fig.* 12. BO haalt rechthoekig op de vlakte van het Glas BP, snijdende de verlengde IP in O, en dan uyt O, op de raak en verlengde wanstraal, de perpendicularen OS, OT, die de reden van de refracty afmeten, zoo zal V I tot P I zijn, als O S tot O T: dat men dus bevestigt.

Dewijl, de driehoeken O B S O, O B P O, gelijkhoekig zijn, om dat B O P is gelijk S B O, ter oorzake dat S B, O P evenwijdig en O B P en S beyde recht zijn,

Daarom is 't, $OS - OB = BP - OP$
ook, $OT - OB = BP - BV$, om dat T en BPV beyde recht zijn, en TBO gelijk ZBV, of gelijk B V P is.

En dewijl de middelste, in beyde deze proportien, gelijk zijn, daarom is de ▭ OS, OP gelijk de ▭ OT, B V, en by gevolg is

$OS - OT = BV - OP$
maar, $BV - OP = VI - PI$, om dat P V evenwijdig is aan O B, door dien O B P gelijk B P V recht is.

daarom, $OT - OS = VI - PI$
of, $VI - PI = OT - OS$, gelijk gezegt is.

Dit bewijs anders.

V P I is gelijk B O P, of OBS
en BVP is gelijk T B O

Dies is, VI tot PI, als sinus VPI, of sinus OBS, tot sinus BVP, of sinus TBO; dat is, als OS tot OT.

II. Voorstel

Zoo twee stralen, in een wanstralend Lichaam, intreden;

treden: soo maakt die straal de grootste wanhoek die het schuynste op de Vlakte valt.

Toepassing. In *Figuur* 13 is *g* C *d* de wanhoek van de straal AC, en *f* C *e* de wanhoek van de straal BC: ik zegge dat *g* C *d* grooter is als *f* C *e*, om dat A C S scherper is als B C S.

't Bewijs. Na 't darde gevolg van 't eerste Voorstel,

is $pf - ne = mg - ld$
$pf \qquad\qquad mg$

——————————— afg.

$pf - ke = mg - bd$

Dewyl pf kleender is als mg, zoo is ook ke kleender als bd.

Voorts, kef is kleender als bdg, om dat de boog yf kleender is als de boog dg: hebbende dan bdq gelijk gemaakt aan kef; zoo is $bdqb$ gelijkhoekig aan $kefk$, en dienvolgens is qd grooter als fe, en overzulx dg noch groter, en daarom g C d groter als f C e, 't geen te bewyzen was.

III. VOORSTEL.

Als een straal gegaan is door een deurschynent evenwijdig Lichaam, soo is de uytgaande straal evenwijdig aan de ingaande.

Toepassing. Indien *in Fig.* 14. DF een deurschynent Lichaam is, waar van dat de superficien D C, E F evenwydig zijn: zoo zal de uytgaande straal, E H, evenwydig zijn aan de ingaande A C.

't Bewijs. Stelle de reden van de refracty als *s* tot *r*

zoo is AB — EF $=$ *s* — *r*

ook HG — DC $=$ —

ergo AB — EF $=$ HG — DC

maar EF is ∞ DC, daarom ook AB ∞ HG

ook is CA ∞ EH, om datse beide ∞ EC zijn, en G ∞ B recht.

Daarom is AEG ∞ ACB, en, by gevolg, HEK, of E L D ∞ A C L; en overzulx is EH, de uytgaande straal, evenwydig aan AC, de ingaande.

II. HOOFTSTUK.

Van de buyging der straalen door geformeerde Glazen.

IN het voorgaande Hooftdeel hebben wy ondersocht de buyging der stralen die door platvlakkige Lichamen geschieden, nu zullen wy zulx doen van de kromme, of van de hol of bultige, niet alleenlijk hoedanig een straal daar door gebogen wert, maar, voornamelijk, op wat wijze veele evenwijdige daar door te zamen komen, of die naar een punt strekken, daar door evenwijdig werden, om dat wy weten dat wy deze buyging van doen hebben: en dewijl de ouden ons hiertoe de circulare hebben voorgeschreven, als *Ceplerus*, en ons *Cartesius* de Hyperbolische, en ook de Ovaalse voordraagt, als veel volmaakt zijnde, zoo zullen wy ons overgeven, om deze eens te onderzoeken, om te bezien welke van deze wy hebben te verkiezen.

In twee voorname zaken hebbe wy hen te examineren; in hare natuur ten opzicht van de vergaring der stralen, en in de gemak of ongemakkelijkheyt van hare making.

Belangende het eerste, in twee leden konnen wy deze onderzoeking schiften: hoedanig de evenwijdige stralen, gebogen zijnde, te zamen komen, of die naar een punt strekken, evenwijdig worden, en hoedanig de andere, die van een tamelijk ver af gelegen punt komen. Het eerste dient tot de Verrekijkers daar mede, datmen den Hemel wil beschouwen, en 't twede om de voorwerpen te zien die een mijl 2, 3 of 4. van ons af zijn.

I. LIT. *Van de vergaring en verstroyinge der evenwijdige stralen.*

Deze zijn twee'erley, of evenwydig aan de As, of onevenwydig.

I. *Van de evenwydige aan de As.*

De evenwydige aan de As vergaren in de Hyperbolische, en in de Ellippische, alle in een zelfde punt, of verstroyen zoodanig datse schynen alle van een zelfde punt te komen; maar in de circulare niet, echter naby.

De Betoging van het eerste geschiet op deze wyze.

Aanmerkt, van de *Figuren* 15, 16, 17 *en* 18, DK voor de As; H en I voor de Brant-punten; AB voor zodanigen straal ontmoetende de kromme in B; van binnen in de Hyperbole, en van buyten in de Ellips: *Zoo dan dese straal, in* B, *soodanig gebroken wert dat hy de As* DK *nadert, en dat* H I *tot* D K *de selve reden heeft als de refracty: soo sal de buygstraal,* B I, *de As,* DK, *of sijn verlengde, stooten in het Brant-punt* I, *en niet alleenlijk sal dese straal dit doen, maar ook alle de straalen die evenwijdig aan de As sijn, sullen, in dit glas gekomen sijnde, in* I *te samen komen.*

Om dit te bewysen, zoo aanmerkt B N voor een lijn, die de kromme, in B, rechthoekig stoot: NQ perpendiculariter op AB; B F zoodanig op de As, of op zijn verlengde; en N M zulken een op de buygstraal, of op zijn verlengsel.

Indien wy het punt naar believen, of onbepaalt, nemen, en dat wy bewysen, dat D K tot HI is, als N Q tot N M, dat is, als de reden van de refracty, zoo zullen wy achten voldaan te hebben, om dat alsdan bewesen is dat het geseyde waarachtig is van alle de straalen, ter oorsake dat dese twee laatste lijnen NQ, N M, altijt een selfde reden hebben, men nemen het punt B ook waar men wil.

Staat dan te bewysen, dat DK tot HI is, als NQ tot NM. *Appollonius* leert ons dat BI ∓ BH is gelijk DK: — in de Hyperbole, en + in de Ellipsis.

en dat BN, de hoek HBM, deelt in twee gelijke deelen.

Indien men trekt H O evenwydig aan B N, tot datse B I, of zijn verlengde, stoot in O, zoo is O H B gelijk H B N, of gelijk M B N, of gelijk B O H, en daarom BO ∞ BH, dies is BI ∓ BO, dat is OI gelijk DK.

En

En dewyl de driehoeken, MNI, FBI, gelijkhoekig zijn, om datſe in M en in F beyde een rechte, en in I een gemeene hoek hebben,

$$\text{daarom is BF, of } NQ - BI = NM - NI$$
$$\text{of } NQ - NM = BI - NI$$
$$\text{ook is OI, of } DK - HI = \smile$$
$$\text{ergo } DK - HI = NQ - NM,$$

't geen te bewyſen was.

Nu de onderſoeking op het Ront.

Het Ront heeft deſe eygenſchap niet, om reden dat BN, die de kromte rechthoekig ſtoot, altyt in een zelfde punt de As ontmoet, te weten in het centrum van de cirkel: dat het hier om is blykt op deſe wyſe:

Laat *in de Figuren* 19 *en* 20. R nu het punt zijn, alwaar de buygſtraal, of zijn verlengde, de verlengde ND raakt. NQ, of BF, is tot NM, als BR tot NR, gelijk nu even getoont is, en dewyl de twee eerſte, BF, NM, een ſelfde reden behouden, ſoo is'er ook altyt een ſelfde reden tuſſen de twee laatſte, BR, NR: indien dan alle de ſtralen in een ſelfde punt R ſoude konnen te ſamen komen, ſoo moeſte R vaſt en onveranderlijk zijn, want dan ſoude NR altyt even lang blyven, om dat N vaſt is, en daarom dan BR mede: nu is het ſeker dat BR langer en langer wert als men B verder en verder van D afneemt. dies is het onmogelijk dat R vaſt blyft, of dat alle de buygſtralen in een ſelfde punt vergaren.

Dewyl wy dan ſien dat het ront de vereyſchte eygenſchap niet en heeft, en door ervaring bevinden datſe tot deſe zaak gebruykelijk is, zoo laat ons onderſoeken hoe veerſe hier van afwykt. Een zeer kleen verſchil kan in deſe dingen niet merkelijk zijn, dewyl alles Mechaniſch is, en het oog mede eenige onvolmaaktheyt onderworpen is, gelijk wy alrede aangeweſen hebben.

In 't ruwe konnen wy lichtelijk zien, dat het ront, omtrent D, meerder volmaaktheyt zal hebben als verder daar van af, en hoe verder hoe meerder inperfecty, om reden dat BR minder verandering onderworpen is na by aan D als verder daar van af, de bogen tuſſchen beyden gelijk nemende; en hierom zullen alle de ſtralen, die na by aan de As, uyt of in het Glas gaan, zeer na in een zelfde punt vergaren: maar dewyl het in deſe daar wat nau op aan komt, zo laat ons dit door getallen bepalen, en dat zonder de Tafel Sinus te gebruyken, of zonder uytrekening van hoeken, om dat zoodanigen calculaty een weynig van ſijne naukeurigheyt verlieſt: en laat ons niet alleenlijk zoeken de lengte van de lyn DR, maar ook van RI en SI; I voor het zoo genaamde brantpunt, en SI voor een perpendiculaar aanmerkende.

Nemende de reden van de refracty als 2 tot 3, en de halve middellyn, NB, op 100000. 00 deelen, zoo is

$$DR \infty - 100000.00 + \tfrac{9}{5}FN + \sqrt{\square\,\tfrac{9}{5}FN - 1800000000.0000}, \text{ 1 Fig.}$$
$$DR \infty + 100000.00 + \tfrac{4}{5}FN + \sqrt{\square\,\tfrac{4}{5}FN + 800000000.0000}, \text{ 2 Fig.}$$

Als men dan BF neemt tot zoodanigen lengte als hier onder aangetekent is, zoo vint men de volgende getallen.

	Op de 1 Fig.			*Op de 2 Fig.*		
BF ∞ 20000. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 10000. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 9000. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 8000. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 7000. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 6000. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 5000. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 4000. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 3000. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 2000. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 1000. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 900. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 800. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 700. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 600. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 500. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 400. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 300. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 200. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 100. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	
BF ∞ 00. 00 ſoo is DR	: RI	, SI	, DR	, RI	, SI	

Men ſiet dan, uyt deſe getallen, hoedanig de evenwydige ſtralen vergaren, en dat de tweede Figuur, al waar ſe van buyten op de bult vallen, dit beter doet als de eerſte, in de welke zy de holte ſtoten: dit ſiet men niet alleenlijk, om dat RI, in de tweede Figuur, minder is als in de eerſte, maar ook, om dat deze differenty, in de tweede Fig. op 300000.00 moet aangemerkt werden, en in de eerste Figuur maar op 200000.00, 't welk men volmaaktelijk bespeurt in de lengte S I, dewyl hier in dese over een koming is waargenomen.

Men ziet mede dat de stralen tamelijk wel vergaren wanneer de boog niet groot, of dat B F niet lang is.

II. *Van de onevenwijdige aan de As.*

De onderlinge evenwydige stralen, die onevenwydig aan de As zijn, vergaren, in geen van de voornoemde gedaantens, niet alle volmaaktelijk in een zelfde punt; evenwel beter in de Hyperbole en in de Ellipsis als in 't Ront: beter in de Ellipsis als in de Hypenbole; en beter in het ront daarse de bult stoten, als daarin daarse de holte raken. En op dat men, het geene ik zegge, zekerlijk zoude weten, zoo zullen wy de uytrekening hier by voegen.

Aanmerkt, van de *Figuren* 21 *en* 22. QB, QB, voor twee evenwydige stralen, onevenwydig aan de As ND, die de kromme in BB, evenver van D afraken, dan snyt de As de rechte BB, in tween gelijk en rechthoekig in F: laat R het punt zijn alwaar de buygende stralen te zamen komen, en R S een perpendiculaar wesen, zoo zullen de lynen, DS, RS, afmeten hoedanig dat dese QB, QB vergaren: wy hebben dan niet anders te vinden als de lengte van dese twee lynen. Om die te verkrygen, zoo aanmerkt dat N het punt is, alwaar BN, BN, de perpendicularen op de raaklynen, die de kromme in BB stooten, de As snyden; en voorts, NQ, NM voor rechthoekige op de raak en verlengde wanstralen, de welke de reden van de refracty afmeten, of die tegen malkander zijn als 2 tot 3. Voor 't laatst, laten BA, BA, lynen zijn die evenwydig aan de As loopen, en NA, NA op dese rechthoekig vallen, A V, A V, ook zoodanig op QB, QB.

Dewyl het punt B genomen wert naar believen, zoo is daar door BF gegeven, dese gelijk a stellende, en nemende DI in de Hyperbole op 200000, en in de Ellipsis op 300000, zoo is

In de Hyperbole.

$$FD \infty - 100000 + \sqrt{6400000000 + \tfrac{4}{5}aa},$$
$$FN \infty \text{———} \tfrac{4}{5}\sqrt{6400000000 + \tfrac{4}{5}aa}, \text{ en}$$
$$BN \infty \text{———} \sqrt{10000000000 + \tfrac{9}{4}aa}.$$

In de Ellipsis.

$$FD \infty + 180000 - \sqrt{32400000000 - \tfrac{9}{5}aa},$$
$$FN \infty \text{———} \tfrac{9}{5}\sqrt{32400000000 - \tfrac{9}{5}aa}, \text{ en}$$
$$BN \infty \text{———} \sqrt{10000000000 + \tfrac{4}{9}aa}.$$

In het Ront.

$$FD \infty \; 100000 - \sqrt{10000000000 - aa},$$
$$FN \infty \text{———} - \sqrt{10000000000 - aa}, \text{ en}$$
$$BN \infty \; 100000.$$

En dewyl de hoek V B A gegeven is, zo is dan bekent de reden van A B, of F N, tot A V: dese als b tot 1 nemende: zoo is

$NQ \infty a\sqrt{\frac{bb-1}{bb}}$, en daarom $NM \infty 1\tfrac{1}{2}a\sqrt{\frac{bb-1}{bb}}$.

Hier door is BM openbaar, om dat BN bekent, en de hoek in M recht is. Stellende dan $BM \infty c$: $MN \infty d$: $FN \infty e$, zoo is.

$$\frac{cd + ac, a}{dd = aa} \infty FY \text{ of } Fy$$

Hier door vint men dan F Y en F y. En om dat evenredig zijn,

$Fy + FY$ —— $Fy - FY = BF$ —— RS
als y in de verlengde F D aan D valt;
$Fy - FY$ —— $Fy + FY = BF$ —— RS
als y in de verlengde F D aan F valt,
zoo vint men hier door R S. En dewyl
BF —— $BF + RS = FY$ —— FS evenredig zijn, zoo vint men daar door FS, waar uyt DS openbaar is.

Op dese wyse hebbe ik gevonden de volgende getallen, stellende

	Hyperbole	1 Ront	Hyperb.	1 Ront	Ellipsis	2 Ront	Ellipsis	2 Ront
BF ꝏ 20000, DS ꝏ		,	:RS ꝏ	,	DS ꝏ	,	:RS ꝏ	,
BF ꝏ 10000, DS ꝏ		,	:RS ꝏ	,	DS ꝏ	,	:RS ꝏ	,
BF ꝏ 9000, DS ꝏ		,	:RS ꝏ	,	DS ꝏ	,	:RS ꝏ	,
BF ꝏ 8000, DS ꝏ		,	:RS ꝏ	,	DS ꝏ	,	:RS ꝏ	,
BF ꝏ 7000, DS ꝏ		,	:RS ꝏ	,	DS ꝏ	,	:RS ꝏ	,
BF ꝏ 6000, DS ꝏ		,	:RS ꝏ	,	DS ꝏ	,	:RS ꝏ	,
BF ꝏ 5000, DS ꝏ		,	:RS ꝏ	,	DS ꝏ	,	:RS ꝏ	,

Men ziet dan uyt de lengte van de lijn D S, dat de Hyperbole en de Ellipsis, deze evenwijdige straalen, die echter onevenwijdig aan de As zijn, beter, of nader by een doet vergaren als het ront, wanneer het Glas, of de boog B D B, tamelijk groot is, maar uyt de lengte van de lijn R S blijkt alsdan ook het tegendeel, te weten, dat het ront hier in de andere overtreft: en om dat een deel van R S zoo veel te estimeren is als $66\tfrac{2}{3}$ deelen van D S, in de Hyperbole en het eerste van het ront, en als 150 deelen van DS, in de Ellipsis en het tweede van het ront, daarom zullense, ten desen aansien, by na in gelijke waarde konnen gestelt werden, gelijk mede als BDB tamelijk kleen is, dewyl men vint, als BF ꝏ 1000, of als BDB omtrent 69 minuten is, datter alsdan geen merkelijk verschil is, en noch kleender zijnde, dat het onderscheyt mede noch kleender wert. En dewyl de vergaring van dese stralen meerder te achten is als de vergaring van de evenwydige aan d'As, ter oorsake dat de laatste maar een enkele is, daar de andere een grote menigte uytmaken, of, om dat de laatste maar een punt van 't Voorwerp vertoonen, en de andere alle

alle de andere punten moeten afbeelden, zoo zal het ront, in de vergaring van de evenwijdige ſtraalen, genoegzaam zoo veel te eſtimeren zijn als een van de andere.

II. Lit. *Van de vergaring der ſtralen die van een tamelijk ver afgelegen punt komen.*

Uyt het geene nu getoont is van de zamenkoming der evenwijdige ſtralen, konnen wy bekennen, zonder eenige uytrekening, hoedanig die ſtralen zullen moeten vergaren die van een tamelijk ver afgelegene punt komen, te weten, datze een weynig verder van de top D, zullen te zamen komen als de evenwijdige; en verder, als dit punt, daar de raakſtralen van af komen, nader is, alsdan wanneer het verder is; want, indien *in de Figuren* 23 *en* 24. R het vergaarpunt van de evenwijdige ſtralen A B, A B is, zoo zal I het konnen zijn van *a*B, *a*B, mits I D langer als R D ſtellende.

En dit zal het gebrek van het ront, het welk de evenwijdige ſtralen te na aan de top D doet te zamen komen, een weynig vergoeden, al het punt *a* niet al te na, noch ook niet al te ver van D af is; Ja op zekere maat daar van af zijnde, zal het dit gebrek by na geheel weg nemen, als de boog B D B niet boven de 2 graden groot is, welke groote tot het gebruyk genoeg is, gelijk hier na zal getoont werden. Om deze D *a* te bepalen, zoo beſchout de volgende uytrekening.

Laat, in de *Figuren* 25 *en* 26, I het brantpunt wezen, en N het middelpunt van de boog B D. Stellende N B ∞ 100000, zoo is N I, in de 1 Figuur, ∞ 300000, en in de 2 Figuur ∞ 200000. Indien men BF ∞ 1000 neemt, zoo is B D omtrent 35 minuten, en zijn twee voud, 1 gr. 10, is de groote van het Glas, dat middelmatig is. Aanmerkende N Q, NM, B F, voor rechthoekige op B C; de verlengde B I, en op C I, zoo vint men, door B N, B F, FN ∞ 99995; zoo is FD ∞ 5, en daarom F I ∞ 200005, in de 1 Figuur, en ∞ 299995 in de 2 Figuur. Door F I, BF vint men, in de 1 Fig. B I ∞ 200007. 5, en in de 2 Figuur ∞ 299996. 7 dan:

B I ——— B F = N I ——— N M

200007.5 } 1000 { 300000? komt 1499.94, 1 Figuur
299996.7 } 1000 { 200000? komt *666.67*, 2 Figuur

Dies is, in de 1 Figuur, N Q ∞ 999. *96*, en in de 2 Figuur ∞ 1000. 00; door deze NQ en BN, vint men, in beyde de Figuren, B Q ∞ 99995: dan:

□BF = □NQ — ▭BFN + ▭BQN = BF ——— FC
79 9984 ——— 199986000. 2 = 1000? komt 2499875000. 1 Fig.
0 ——— 199990000.0 = 1000? komt *in 't oneynd.*, 2 Fig.

Daarom is, in de eerſte Figuur, D C ∞ 24998. 75005, daar af dat B N, of de halve middellijn van het ront, van de welke BD een boog is, doet 100000, zulx dat D C, ongeveer, 25000 maal langer is als BN, of 12500 maal langer als D I: en dewyl D I de lengte van de Verrekijker is, gelijk hier na zal blyken, en de lengte van deze op 6 voeten ſtellende, daar van de 12 een Rijnlantze roede uyt maken, zo zal DC lang wezen 75000 voeten, en om dat 22800 van deſe voeten een duitſe mijl doen, zo zal D C $3\frac{11}{38}$ duytſe mylen lang wezen: de Verrekijker 3 maal langer zijnde, zoo zal D C ook 3 maal langer wezen, dat is $9\frac{33}{38}$, of na by 10 mijlen. In het tweede ront heeft D C, genoegzaam, een oneyndige lengte, of CB is ten naaſten by evenwydig aan de As C D, en by gevolg kan een Verrekijker, van deze gemaakt, dienen tot de beſchouwing der voorwerpen die uyttermaten verre van ons af zijn, of eygentlijk, de ſtralen daar van af komende, zullen in het brantpunt vergaren.

III. Lit. *Van de making, of de formering van deze krommegeſtaltens.*

Dewijl de Hyperbole en de Ellipſis beyde van twee beweginge, en de cirkel maar van een enkele afhangt, zoo is 't kenlijk dat het ront veel gemakkelijker zal konnen gemaakt werden als een van de twee andere, om dat het veel lichter is, een beweging te doen als twee, na een bepaalde overeenkoming: dit beveſtigt ook de ondervinding: wat krachten de beſte werklieden hebben ingeſpannen, om de Hyperboliſche glazen te ſlijpen, zoo hebbenze nochtans niet een te voorſchijn konnen brengen, daar, integendeel, de circulare met menigte gemaakt werden, zelfs van de ſlechtſte bazen. Aan het werktuyg, dat Carteſius daar toe ordineert, kan men zien dat dit niet licht te doen is: tot de circulare heeft men niet anders van doen als een ronde kom, of kloot; in de Hyperboliſche en in de ovaalſe moet de refracty van het Lichaam, ('t zy Glas of iets anders) daar aan dat men deſe gedaante wil voegen, bekent zijn, dat in de circulare, van het eerſte ront, niet nootſakelijk is: en dewijl de refracty van het Glas, daar af men hen gemeenlijk maakt, tot noch toe niet naukeuriglijk bekent is; en om dat het ook geloofſlijk is, dat alle het Glas niet een zelfde breking heeft, zo geeft dit noch een merkelijke ſwarigheid aan de Glaſen die Carteſius wil invoeren.

IV. Lit. *Van de buyging der ſtralen alſ ſe in en door gefatſoeneerde Glazen komen.*

Wy hebben nu getoont welke kromme ſuperficien dienſtig zijn, om de evenwydige ſtralen, daar in tredende, naar een punt te doen buygen; of de wanſtralen zelfs, of hare verlengdens; nu zullen wy deze kromme Vlaktens aan een Glas toe-eygenen, en zien wat geſtalte deſe zullen moeten hebben, om de evenwydige ſtralen, die naar een punt gebogen werden, daar in te doen volharden; en die naar een punt

toe

toe lopen, en evenwijdig gebogen werden, daar in te bewaren.

Om dit te verrichten, moet men weten, dat het Glas minder resistenty aan een straal doet als de Lucht, en by gevolg, datse daar in snelder voort gaat, en daarom, in het Glas komende, na de perpendiculaar, die op de superficie getrokken wert, toebuygt, en dat men zijn loop, of zijn koers, bewaart, met hen rechthoekig op de superficie te laten intreden: Het eerste bevestigt de ondervinding; en het tweede is om dat se in zoodanigen geval, geen buyging onderworpen is.

Uyt het eerste volgt, dat, *in Figuur* 27. 't Lichaam *a* Glas, en het Lichaam *b* lucht moet wesen, ter oorsake dat de wanstraal B C, met B P, (de perpendiculaar op de vlakte B D) een grooter hoek maakt als de raakstraal A B, met N B: 't zelfde heeft mede plaats *in Figuur* 30. om dat N B C dan mede grooter is als ABP: maar het is recht anders in de 28 *en* 29. *Figuur*, alwaar het Lichaam *a* lucht, en *b* Glas moet wese, dewijl aldaar, de wanstraal kleender hoek met de perpendiculaar maakt als de raakstraal: in de 28. *Figuur* is CBP kleender als ABN, en in de 29. *Figuur* is CBN kleender als ABP.

Uyt het tweede volgt, dat de stralen in haar koers, die sy genomen hebben, niet verhindert sullen werden, maar hare loop behouden, als, in het lichaam van het Glas, de lyn L O L getrokken wert, die in de 27 *en* 28 *Figuur*, een rechte lijn moet wesen, en in de 29 *en* 30 *Figuur*, een stuk van een cirkel, wiens middelpunt naukeuriglijk I is: en dit is soo klaar dat het walgelijk sou wesen soo m'er meer af seyde.

Als men de Glasen, na de *Figuren* 29 *en* 30. wil formeren, soo moet de refracty van het Glas bekent wesen, om dat men de lengte O I van doen heeft om de kloot, of kom te verkiesen, waar door men LOL formeert, dat in de 27 *en* 28 *Figuur* niet nodig is.

III. DEEL.

Van middelen waar door de Voorwerpen wel gezien werden.

NU komen wy eygentlijk ter zake: het gene wy nu alrede verhandelt hebben is alleenlijk gedaan om dit wel te verrichten: die gebreken van 't gesicht weg te nemen, voor soo veel door konst geschieden kan, is het gene wy voornemen in dit deel te verhandelen: en dewyl dese twe'erley zijn, te weten, het qualijk vergaren der stralen, en het al te kleene beelt dat dese in de gront van 't oog formeren, soo sullen wy dese verhandeling in twee Hoofdelen verrichten.

I. HOOFTSTUK.

Om de stralen wel te doen vergaren.

HIer toe wert niet anders vereyscht, als dat de stralen, die van de Voorwerpen af komen, eerse het oog intreden, op de refracty van 't oog gebogen werden. Om dit wel te doen, soo laat ons optellen hoe veelderley ogen datter konnen zijn die een besondere refracty hebben.

I. LIT. *Van de refracty der ogen.*

Wy konnen drie'erley refracty in de ogen optellen of ten minsten wy konnen hen in drien verdelen: in ogen die de staalen, op de gront van 't oog, wel vergaren die van een punt komen, of die evenwydig zijn; of die naar een punt toe strekken: de twee eerste hebben de autheuren aangemerkt, het laatste voeg ik'er by, schoon ik niet en weet datter zoodanige gezichten zijn: dewijl ik geen strijdigheyt vinde, zoo laat ik de verdeling dus zijn koers lopen.

Aanmerkt *in de Figuren* 31, 32 *en* 33. ABA voor de oogappel van d'ogen *abc*: CD voor de gront: FA, FB, FA voor de stralen die d'oogappel ABA ontmoetende, door de vochten in het oog zijnde, zoodanig gebogen werden, datse in I, een punt in de gront van 't oog, te zamen komen. De straalen FA, FB, FA, zijn evenwijdig in *b*; in *a* komense van F, en in *c* gaan z'er na toe.

De refracty van *a* is bequaam om de Voorwerpen wel te konnen zien die naby zijn; *b* die ver zijn; en *c* geen van beyde, echter de verre afgelegen beter als die dichter aan 't oog zijn.

De refracty van *a* heeft meestendeel plaats in de Jonge lieden, van *b* in de oude, en die van *c* zal ik aan de stok-oude toe-eygenen: of beter; *a* in de bysiende; *b* in de versiende; en *c* in de geene die qualijk van ver, en evenwel noch erger van naby konnen zien.

Om dan wel te zien, zoo kan het lichtelijk gebeuren dat het Voorwerp te ver afgelegen is voor *a*, en te na by voor *b* en *c*: de *Figuuren* 34, 35 *en* 36. vertonen zulx volmaaktelijk: de stralen die uyt *g* komen vergaren te vroeg in *b*, en die uyt G komen te laat na H.

II. LIT. *Van de middelen waar door de stralen op de refracty van het oog gebogen werden.*

Om dan wel te zien, zoo moeten de stralen die van *g* of van G komen, zodanig gebogen werden, eerse het oog intreden, als offe van F quamen. *Besiet de voornoemde Figuren.*

Dese buyging kan te weeg gebracht werden door middel van een geformeert Glas tussen het oog en het Voorwerp te houden. By voorbeelt. Zoo *pqr* en *s* Glasen zijn, *Besiet de Figuuren* 37, 38, 39 *en* 40. waar van de buyten vlakte, die het Voorwerp aansiet als LOL, de gedaante van een kloot heeft, daar van G het brantpunt is, en de andere vlakte, NEN, de gestalte van een andere kloot, daaraf dat F het brantpunt is, zoo zullen alle de stralen, NA, NA, zoodanig de oogappel intreden als offe van F quamen, om dat de stralen GL, GL, in L evenwijdig aan de middellijn GB buigen, en in N weer op zulken manier als offe van F quamen. Alle de stralen dan, die van de punten des Voorwerps G komen, zullen, op de gront van 't

oog

oog CD, in I vergaren, dewyl ze het oog intreden als offe van F komen, op de welke de refracty van 't oog geſchikt is.

Indien, van 't Glas *p*, de zyde naar 't Voorwerp LOL, plat is, *als in Fig.* 41. zoo zal 't voor de byſiende, of die de refracty van 't oog *a* hebben, konnen dienen, om de Voorwerp wel en onderſcheydentlijk te zien die ver van hen af zijn, te weten 10, 20, 50, of 100 voeten, of meer: want BG voor 100 voeten nemende, en, om dat de oogappel, ABA, naulijx het 60ſte of 70ſte deel van een voet is, zulx dat BG, in zoodanigen geval, wel 6000, of wel 7000 maal langer is als ABA, of liever, wel 12000, of wel 14000 maal langer als AB, de helft van de oogappel, of beter GO als OL, zulx dat de hoek OGL naulijx $\frac{1}{4}$ van een minuit is, en by gevolg, dat het niet merkelijk kan verſchillen indien men G A en G B evenwydig ſtelt te weſen, of de zijde LOL plat. En indien men, in 't Glas *r*, de zyde naar 't oog, NEN, plat conſidereert, *als in Fig.* 42. zoo zal het voor de over, of ſtok-oude lieden konnen dienen, de welke van verre noch eenigſints konnen zien: en, aanmerkende BF voor een diſtanty als boven, te weten van 100 voeten of daar omtrent, zoo zullen NF, NF, genoegſaam evenwydig weſen, en, in zulken geval, zal het Glas *r* voor het oog *c* konnen dienen, of de refracty van het oog *b* zal alsdan genoegſaam over een komen met de refracty van 't oog *c*. Dit zijn de twee formen van Glaſen de welke tot noch toe in 't gebruyk zijn: Voor de byſiende de eene zyde hol, en voor de verſiende bultig, en in beyde de andere zyde plat.

Dewyl de Jonge lieden, of de byſiende, gemeenlijk die Voorwerpen het klaartſte, of onderſcheydentlijkſte konnen ſien, die omtrent 1 : $\frac{3}{4}$: of $\frac{1}{2}$ voet van het oog af zijn, en de Oude, of de verſiende, als het Voorwerp 2 : $2\frac{1}{2}$: of 3 voet van hen is, zoo moet men het Glas *p* ſlypen op een kloot diens middellijn 1 : $\frac{3}{4}$, of $\frac{1}{2}$ voet is, en 't Glas *r* in een Kom, diens middellyn 2, $2\frac{1}{2}$, ofte 3 voeten lang is.

In 't kort, de form van het Glas moet zodanig zijn, dat de middellyn van de kloot, of de Kom, daarop, of in het Glas geſlepen wert, even is aan de diſtanty die het Voorwerp van het oog af moet zijn, om zonder Glas het op 't beſte te zien.

III. Lit. *Waarom een hol Glas verkleent, en een bultig Glas vergroot.*

Het holle Glas *p* zal de Voorwerpen verkleenen, en het bultige *r* zalſe vergroten: de *Figuren* 43 *en* 44. vertoonen zulx klaarlyk, aanmerkende dat de ſtraalen, die van de uytterſte punten der Voorwerpen komen, en door het midden van de oogappel gaan, als H L N B C, K L N BD, de groote van het beelt CD bepalen, gelijk in het eerſte deel beweſen is, en dat de verlengde BN, de ſtraal HL ontmoeten in M, in de eerſte Figuur, en in de tweede, datſe gaat door H: en men ziet dan klaarlijk, dat de Voorwerpen, ten opſicht van hare middellynen, genoegſaam evenredig verklenen naar datſe nader aan 't oog gebracht werden; en vergrooten naar datſe, door deſe middel, van het oog verwydert worden, dat is, PM tot KH, als BF tot BG: invoegen, by aldien BF het 10de deel van BG, of BG het 10de deel van BF was, zoo zoude PM ook 10 maal kleender, of grooter zijn als KH, en by gevolg, hare vlakte, of de groote der Voorwerpen, 100 maal: verſtaat dit alles van de Voorwerpen, en niet van de beelden die in het oog gevormt werden, om dat deſe (of CD) genoegſaam even groot zullen zijn, of de ziening gedaan wert met of zonder een Glas, ter oorſake dat de hoek NBN na genoeg aan de hoek HBK gelijk is: Ik zegge na genoeg, om dat het holle Glas *p* het beelt egter een weynig zal verkleenen, en het bultige zal het een weynig vergrooten; om dit naukeuriglijk te verſtaan, zoo beſiet de volgende rekening.

Uytrekening op 't holle Glas, Fig. 45.

Stellende de boog NE 2 graden: en QZG 20 graden

QLR 20 graden, zijn Sinus is 34202 QR,
daarom, 3 — 34202 — 2?
komt 22801 NT, Sinus van 13. 11′, NLT
2. — XNK
blyft 11. 11, LNY

LNY 11. 11′, zijn Sinus is 19395 LY,
daarom, 2 — 19395 — 3?
komt 29092 MP, Sinus van 16. 55′, MNP
2. —, XNK
verg. 18. 55 NBG
20. — QZG
afg.
blyft 1. 5, 't verſchil.

Uytrekening op 't bultige Glas, Fig. 46.

Stellende de boog NE 2 graden: en NZG 18. 55′

NZG, of MNX 18. 55′
PNX 2. —
MNP 16. 55, zijn Sinus is 29092 MP
daarom, 3 — 29092 — 2?
komt 19395 LY, Sinus van 11. 11′ LNY
2. — GKN
13. 11 NLT

NLT 13. 11′, zijn Sinus is 22801 NT
daarom, 2 — 22801 — 3?
komt 34202 QR, Sinus van 20. 6, QLR, of LBG.

Men ziet dan, als men een Voorwerp aanſiet, welkers uytterſte linien een hoek van 40 graden, in 't midden van de oogappel, maakt: dat het holle Glas *p* zal veroorſaken, dat deſe ſtralen, wanneer ze daar door gegaan zijn, aldaar een hoek zullen bepalen van 37. 50: En, een Voorwerp hebbende dat op de zelfde manier een hoek van 37. 50 maakt, zal, door middel van het bultige Glas *r*, een hoek bepalen van 40 graden: zulx dat het holle Glas eenigsints de beelden verkleent, en het bultige vergroot.

IV. LIT. *Hoe men dese Glazen op de bequaamste manier zal hebben te gebruyken.*

Het Glas *p* moet op zijn maat van het oog afgehouden werden, en het Glas *r* op sijn maat van het Voorwerp.

Want in *p*, het oog het Glas, (*in Figuur* 47.) of het Glas het oog, (*in Figuur* 48.) naderende; en, in *r*, het Glas het voorwerp, (*in Figuur* 49.) of het Voorwerp het Glas, (*in Figuur* 50.) zoo verstroyen de stralen meer en meer naar dat de nadering vermeerdert, en de straalen vergaderen meer en meer als het tegendeel geschiet.

De zekerheyt van 't gezeyde, in de nadering, kan men lichtelijk bespeuren, aanmerkende de voornoemde Figuren: considererende *a b* voor het genadert oog; *p* en *r* voor de genaderde Glasen; *f* voor het genadert schynbaar Voorwerp, en *g* voor het waarachtige genadert Voorwerp: In de eerste van dese Figuren nadert het oog het Glas, en in de tweede het Glas het oog: in beyde geeft het een zelfde effect, om dat het, in yder, de straalen het oog zoodanig doet intreden, als offe van een punt quamen, dat zo veel dichter aan het oog was, als dese nadering bedraagt, en, by gevolg, ontmoeten de stralen het oog alsdan met scherper hoeken als anders voor dese nadering, of verstroyen meerder, gelijk men sien kan dat *f a b* scherper is als F A B:

In de tweede Figuur is zulx openbaar, en in de eerste als men aanmerkt dat de hoeken *z a b*, ZAB, gelijk zijn, en dat *z a f* grooter is als Z A F, om dat de eerste de uytwendige hoek is van de △ F*a* AF, en de tweede zijn onverknochte inwendige. In de andere Figuren siet men het zelfde uytgewerkt door de nadering van het Glas en het Voorwerp, en men bekent lichtelijk de reden waarom de straal *g n a* scherphoekiger op het oog komt te vallen als G N A, of dat de hoek *n a b* scherper is als de hoek N A B. Wat het contrary aangaat in de verwydering, 't is onnodig ik dat verklare, om dat het niet swaar is zulx door omkering van dit te bevestigen.

De nadering dan verjongt de ziening, en de verwydering veroutse. Alsmen dan, om wel te zien, een hol Glas verder van het oog moet afhouden als men gewoon is te doen, het is een teken dat het Glas te jong is, of dat de holte te groot is: zo mede in het bultige, als men het verder, als naar gewoonte, van het Voorwerp moet afhouden, het is een teken dat het Glas te jong, of de bultigheyt te kleen is.

En waart zake dat een hol, of bultig Glas, niet op zijn behoorlijke stant van het oog, of van het Voorwerp, afzijnde, daarop dat het geslepen is, de straalen zoo wel dede vergaderen als anders, wanneer het op sijn rechte distanty is, een van dese Glasen was genoeg voor alle gesichten: gelijk men ziet, dat het oog *c* geen andere Glasen voor zijn refracty gebruykt als het Glas *r*, dat voor *b* geslepen is.

't Is best dat de bysiende, de holle zyde van het Glas naar het oog toe houden, en de versiende de platte zyde; maar zulx niet doende, het zal een weynig verschil veroorsaken, gelijk de volgende uytrekening bevestigt.

Uytrekening van de refracty als de holte naar 't oog is, als Fig. 51.

Stellende de boog E N 10 graden, zoo is E K N, of M N P, mede 10 graden, zijn hoekmaat is 17365 voor M P: dan

2 — 3 — 17365?
komt 26047 voor QR, zijnde
hoekmaat van 15.6′ QNR
hier van 10. — SNR

rest 5.6 QNS, *de refracty als het Glas met sijn holte naar 't oog toe is.*

Uytrekening van de refracty, als de holte van 't oog af is, als Fig. 52.

Stellende de boog E N, als voren, op 10 graden, zo is MNP mede 10 graden, zijn hoekmaat is 17365 voor M P: dan

3 — 2 — 17365?
komt 11577 voor VY, zijnde
hoekmaat van 6.39′ VNY
dit van 10. — SNY

rest 3.21 VNS, of TVN
Sinus 3.21′
dan: 2 — 5843 — 3?
komt 8764 voor QR, Sinus van 5.2′,
voor de hoek QVR, *de refracty als het Glas met sijn holte van het oog af is.*

Zulx dat een Glas groter refracty geeft als de holte naar het oog, dan als wanneer de holte naar het voorwerp is. Zoo dat het eerste de beelden meer verkleent als het tweede, of het eerste jonger is als het tweede.

Dese uytrekening past mede op het bultige Glas *r*, gelijk men zal bevinden de voorgaande uytrekening met de volgende *Figuren* 53 *en* 54. vergelijkende.

Een bultig Glas geeft dan mede grooter refracty als de bult naar het Voorwerp is, en kleender alsse naar 't oog staat: 't eerste verkleent dan de beelden een weynig ten opsicht van het tweede, of is een weynig jonger, even als het holle Glas *p*.

V. LIT. *Andere Brillen voor de By- en Verziende.*

Men kan dese twee Glasen, of Brillen, noch een andere gedaante toe voegen; of men kan de refracty van dese gesichten noch door andere gestalte van Glasen te gemoet komen. *Besiet de Figuuren* 55 *en* 56. Voor de Bysiende zal men de eene Vlakte, L O L, die het Voorwerp aansiet, hol ma-

maken, en de form van een kloot geven, daar van dat F het brantpunt is, of zoodanig dat F O driemaal langer is als de halve middellijn van dese kloot; en de andere vlakte, N E N, die naar 't oog is, moet men bultig maken, en de gedaante van een andere kloot toevoegen, van de welke dat E F naukeuriglijk de halve middelijn is. Deselve gestalte moet het ander Glas *r* mede hebben, dat voor de versiende geschikt is, alleenlijk met dit onderscheyt, dat G O de halve middellijn van de holle vlakte moet wesen, en G E driemaal de halve middelijn van de bult N E N.

In 't eerste Glas *p*, zullen de evenwijdige stralen G L, G L, die van het Voorwerp komen, in 't Glas intredende, zoodanig gebogen werden als offe van F quamen, en de bult N E N zal hen in dese koers niet beletten, om datse deselve rechthoekig ontmoet ter oorsake dat F daar af het middelpunt is, waar van datse schijnen te komen: en in 't tweede Glas *r*, wert de raakstraal GL in zijn poging niet belemmert, wanneerse in het Glas komt, om dat G het middelpunt van dese vlakte L O L is; en daar uytgaande werdense evenwijdig aan de As G B gebogen, om dat G het brantpunt van dese superficie, N E N, is.

Dese Glasen hebben eenige meerder volmaaktheyt als de voorgaande, om dat de evenwijdige stralen nader aan het brantpunt te zamen komen, gelijk hier voren getoont is; maar deselvige hebben ook wederom meerder moeijelijkheyt om hen te fatsoeneren; eensdeels om dat men aan dese 2 kromme gestaltens moet geven, en aan de voorgaande maar een; en andersdeels, dat meerder zwarigheyt heeft, om dat men alvorens de refracty van 't Glas moet kennen, om de distanty FE of GO te hebben, die men van noden heeft, om datse naukeuriglijk de halve middelijn van het ront, N E N, of L O L, moet wezen, welke refracty tot noch toe niet volmaaktelijk bekent is, of ten minsten, dit voor by gaande, men zal een deser kromme vlaktens zo lang moeten afslijpen, in een zelfde Kom, of op een zelfde Kloot, of hen zo lang proberen in andere en andere formen te slijpen, tot dat de proef toont dat het op 't naaste gevonden is, of dat dese twee kromtens op het volmaakste over-een komen. En om dese oorsaak stelle ik de voorgaande boven dese, dewijl in de eerste dese zwarigheyt geheel geen plaats heeft: maar die hen echter op dese wijse naukeuriglijk wist te slijpen, ik twijffel niet, of hy zou het loon van zijn arbeyt, door de deugt deser Glasen, wel tweevoudig ontfangen.

VI. LIT. *Van het Vergrootglas, of Microscopium.*

Als een Voorwerp zoo kleen is, dat het een al te kleenen beelt in het oog formeert wanneer het op de distanty is die de refracty van het oog vereyscht om het wel te zien, of dat het al te na aan het oog gebracht moet werden, om een beelt te maken dat groot genoeg is, waar door alsdan de straalen, van het zelfde naar 't oog schietende, niet met de refracty van 't oog overeen komen, zoo zullen de bultige Glasen, *q* en *r*, konnen dienen om zoodanige Voorwerpen, op een zeer korte distanty, wel te zien, met te maken dat de buyten vlakte, LOL, zeer krom is, *Besiet de Figuuren* 57, *en* 58. zulx dat de middellijn van de Kom, daarse in geslepen wert, niet en over treft de helft, of het vierde part van een duym, of eygentlijk, datse over-een komt met GO, de afstant die het Voorwerp van het Glas moet af zijn om het groot genoeg te konnen zien.

Door dese middel zal het beelt, dat op de gront van 't oog geformeert wert, merkelijk vergrooten, ja de middellijn van 't zelvige by na in gelijke evenredigheyt met de nadering van 't Voorwerp, zulx dat, in geval zodanigen Voorwerp, door middel van dit, Glas, 100 maal nader aan het oog gebracht wert, de middellijn van het beelt ook omtrent 100 maal langer zal zijn, of het beelt zelve omtrent 10000 maal groter, waar door het ook 10000 maal onderscheydelijker zal konnen gesien werden. Maar om dat het licht zeer krachtig zal moeten wesen, dat op zoodanige kleene Voorwerpen valt, zal 't machtig genoeg zijn om zulken groote menigte van stralen, van een zelfde punt komende, door het Glas heen te dringen, zoo kan m'er een brantspiegel, Q L O L Q, byvoegen, *als in* Figuur 57. de form van een ront hebbende, daar van G het brantpunt is; of zoodanig dat G O de helft van zijn halve middellijn is, want alsdan zullen alle de stralen, evenwijdig aan GO, na genoeg in G vergaderen, naar datse tegen dese brantspiegel gestooten hebben; en alsoo zal 't Voorwerp zeer krachtig verlicht zijn. Of men kan, tot dien eynde, een ander groot bultig Glas *d*, *als in* Figuur 58. in een instrument vast stellen, zulx dat de distanty GK onveranderlijk blyft, en zoo groot is als de middellyn van dit Glas; dan zullen de stralen, die door *d* komen, alle na genoeg op het Voorwerp in G te zamen komen, en by gevolg het zelvige, zeer krachtig verlichten, gelijk de ondervinding bevestigt. Indien men het licht van de Zon door *d* wil laten komen, zoo moet de buyten vlakte, ZX, plat wesen; maar hen door een keers, willende verlichten, zoo zal het best zijn dat ZX eenige verheventheyt hebben, na de maat dat men de keers van *d* af hout. De buyten vlakte van 't Glas, LOLNN, moet, naar de zyde van 't oog, plat zijn voor de versiende, en hol voor de bysiende, als hier voren getoont is.

II. HOOFTSTUK.
Om het Beelt te vergroten: of van de Verrekijkers.

OM de Voorwerpen klaar en onderscheidentlijk te zien, die al te ver af gelegen zijn (hoedanig alle hemelse zijn; en ook de aartsche, die een myl, twee, of drie, en meer van ons af zijn, als men ze wil beschouwen) zoo moet men het beelt vergroten, dewyl het in zoodanigen geval te kleen is: om dit zonder nadering te doen, zoo moet men de stralen, van zoodanige Voorwerpen komende, door middel van een Glas, doen te zamen neygen, naar een punt dat ver van het Glas af is, en de zelfde onderscheppen eerze vergaren, door een ander Glas, dat hen wederom op de refracty van het oog doet buygen, en dan zalder, op de gront van 't oog, zoodanigen vergroting in 't Beelt geschieden, als of het oog zo lang gemaakt wiert als het eerste Glas van het punt af is daar in de straalen te zamen komen. By Voorbeelt, indien *in Fig.* 59. 't Glas *r*, alle de evenwydige stralen, op de gront van 't oog CD, doet te samen nygen, en dat het ander Glas *p* maakt, dat dese, eerse vergaderen, het oog op zijn behoorlijke refracty ontmoeten, het gene niets anders te wege brengt, als datse waarlijk op de gront van 't oog te zamen komen, 't geen de refracty van 't oog zoude beletten, zoo'er dit Glas *p* niet tusschen gevoegt wiert, zoo zal het Beelt, op CD, zoo groot gemaakt werden als of het oog de lengte van OI hadde, ter oorsake dat alle de stralen, die door *r* gaan, op de gront van 't oog vergaren, zonder te kruyssen; en dewyl het zeker is, dat de langste ogen de grootste Beelden ontfangen, van gelijke gelijk afstandige Voorwerpen, zoo is 't mede zeker, dat het Beelt, naar proporty, groter zal werden naar dat men OI langer neemt: en om dat men in dese zaak aan geen lengte gebonden is, zoo blijkt dat men door dese middel het beelt in 't oneyndig kan vergroten.

Om 't gebruyk van dese inventy te hebben, zoo is 't nodig, dat men dese twee Glazen, door een buys te zamen voegt, hen in de eynde van dezelve vast stellende *als in de Figuren* 60 *en* 61. Aangaande de form der Glazen, men kan het Glas *r*, aan de zyde die het Voorwerp aan ziet, als PQN, plat maken *als* Fig. 60. en de ander zyde de gedaante van een kloot geven, diens middellijn OI is, of dat I het brantpunt van dese bult is; en 't Glas *p*, moet aan de binnen zyde, DEF, hol zijn; en zoodanig dat het voornoemde punt I het brantpunt is, of dat EI de middellijn van de cirkel DEF is; de andere vlakte ABC, die naar het oog toe is, moet men plat maken voor de versiende, of voor de refracty van 't oog *b*; hol voor de byziende, of voor 't oog *a*; en dat even op deselve manier als hier voren geleert is, om dat de stralen PF, ND, in 't Glas *p* in tredende, hier zoo wel evenwydig aan EB, of aan de As lopen, als in de voorgaande Figuren de straalen GL, om dat I het brantpunt van beyde de vlaktens PON en DEF is.

Of, zo men de vlakte ABC alleenlijk plat maakt, gelijk gemeenlijk gedaan wert, om voor alle gezichten te konnen dienen, zoo moeten de byziende de buys een weynig verkorten, met hen in te schuyven, en de over verziende een weynig verlengen met hen uyt te halen, om dat de verkorting de stralen, die uyt de vlakte ABC na 't oog schieten, een weynig verstroijen, en de verlenging een weynig te zamen voegen.

Het buytenste Glas *r* kan men ook een andere gedaante toe voegen, te weten, men kan de buyten vlakte, PON, bultig maken, *als Fig.* 61. en zodanig dat I het brantpunt van de cirkel PON is, of dat OI driemaal de halve middellijn van dit ront PON lang is, en de binnen vlakte, PQN, moet men als dan hol maken, en zulken form geven dat QI daaraf naukeuriglijk de halve middellyn is, op dat alle de stralen, die, van 't Voorwerp komende, en het Glas ingetreden zijnde, naar I neygende in dese poging niet belet werden: wat het ander Glas *p* belangt, men kan het de gedaante laten behouden die wy het hier even te voren toe gevoegt hebben, of men kan het mede veranderen, gevende de binnen Vlakte, DEF, de vorm van een kloot, daaraf dat het voornoemde punt I de midstip is, op dat de stralen PF, ND, het Glas ontmoetende, niet gebogen werden, maar haar loop in een rechte lijn behouden tot aan de buyten Vlakte ABC, de welken men hol moet maken, en zoodanig dat I het brantpunt is, als men hebben wil dat de stralen, evenwydig aan de As zijnde, uyt dit Glas in de Lucht komende, evenwydig zullen lopen, of dat het zal passen op de refracty van het oog *b*.

Dewyl'er veele stralen in 't buytenste Glas *r* zullen in treden, die, in de buys gekomen zijnde, tegen zijne zyden zullen stooten, zoo moet men de buys van binnen swart maken, om dese straalen, die de ziening verduysteren, om datse, gestooten hebbende, geen coleur, maar alleenlijk eenig licht, het oog toebrengen, dat voor een onderscheydene ziening schadelijk is, daar door te doen smoren.

't Glas *p*, dat naar 't oog toe is, behoeft, of niet, of zeer weynig groter als de oogappel te wesen, of ten minsten het deel dat niet gedekt is, om dat het, groter zijnde, daarom niet te meerder stralen in het oog zal laten inkomen.

De groote van 't Glas *r*, dat naar 't Voorwerp is, kan na 't Glas *p*, en de lengte van de buys, te zamen gevoegt met de lengte van het oog, geproportioneert zijn; of liever, de groote van het Glas *r* mag evenredig zijn met de afstant van sijn brantpunt, als de groote van *p* tot de afstant van zijn brantpunt; dat is PN tot OI, als AC tot EI; of, IE tot AC, als IO tot PN, of AC tot de middellijn van de holte FED, als PN tot de middellyn van zijn bult PON; zulx dat de bult, PON, zoodanigen gedeelte van een kloot mag zijn, als de holte FED.

Indien wy nemen dat IE een duym is, waar van dat de 10 een voet doen, en dat de groote, of de middellijn van de oogappel AC, is het tiende deel van zoodanigen duym; en willende een Verrekyker maken van 10 voeten lang, zoo mag men PN, de groote van het buytenste Glas, nemen op een voet en een tiende van een duym, volgens dese uytrekening:

100 duym EO ?
1 duym EI ?

IE AC ——
1 duym — 1$\frac{1}{10}$ duym — 101 duym OI ?

komt 10. 1 duym, of 1 voet en een tiende van een duym voor PN.

Ik zegge dat het zoedanigen groote mag hebben, en niet moet hebben, om dat het kleender mag wezen: 't zou zeer beswaarlijk wesen een Glas van dese groote

groote te fatzoeneren, ik laat ſtaan een van 3 voet middellijns, dat tot een kyker van 30 voeten, naar deze proporty, zoude vereyſt werden: 't zal ook misſchien nuttelijker wezen hen kleender te maken, om dat het licht anderzints zeer kragtig zal weſen, dewijl alle de ſtralen, die door het Glas NP komen (dat in zoodanigen geval 100 maal groter zoude weſen als het Glas *p*) in 100 maal kleender plaats getrokken werden alſe tot aan *p* genadert zijn, overzulx zoude het oog omtrent 100 maal kragtiger licht ontfangen, als het gewoonlijk geniet, wanneer het zonder deze kyker ziet, en by gevolg het gezicht quetſen, of onverdraaglijk maken: een kleen Glas geeft ook een onderſcheydentlyker ziening, om dat de ſtralen beter vergaren.

Als men tot een kyker van 10 voeten lang, een Glas ſlijpt van 3 duym middellijns, daar van de 10 een voet doen, dat al vry groot is op zoodanigen lengte, zoo zal het Glas een ſtuk van een kloot weſen waar van de boog is omtrent 3 gr. 26′ in de eerſte Verrekyker: hen 20 voeten lang nemende, zo zal de boog maar doen de helft 1 gr. 43′: En het Glas op een half voet nemende, als de kyker 40 voeten lang is, zoo zal de boog maar doen 1 gr. 26′. In de tweede Verrekyker, daar in het buytenſte Glas na 't voorwerp bultig is, is de boog anderhalf maal groter.

Dewijl de hoek FOD kleender is in een lange als in een korte verrekyker, en om dat deze het geene bepaalt dat van 't voorwerp zal konnen geſien werden, zo kan men beſluyten, dat men met een groote verrekyker minder voorwerps zal konnen zien als met een kleene, en by na evenredig naar mate dat het langer of korter is, te weten, na zijn middellijn te rekenen.

Eindelijk, dewijl wy weten, dat de middellijn van het beelt evenredelijk vergroot naar mate van dat het oog verlengt, en om dat een Verrekyker in zulken geval, de lengte van het oog repreſenteert, zoo volgt dat, door deſe middel, de diameter van een beelt zoo veel malen groter wort als de buys langer is als het oog, en daarom het beelt zelve als zijn vierkant: invoegen dat, indien de kyker 10 voeten lang is, en het oog het tiende deel van een voet, zoo zal het beelt, door middel van de kyker in het oog geformeert werdende, omtrent 10000 maal groter zijn als of men het zonder deſe beſchoude, en over zulx zal het 10000 maal klaarder en onderſcheydentlyker gezien werden: Ik zeggen omtrent, om dat de refracty van de ſtralen deze uytrekening onnaukeuriglijk maakt.

Van een volmaakter Vergroot-Glas als het voorgaande.

Als men het oog aan het Glas *r* voegt, en 't Glas *p* naar 't voorwerp, en dat men de Vlakte ABC, die nu plat is, zeer bultig ſlijpt, zulx dat zijn brantpunt daar zeer dicht aan is, en men het Voorwerp in dit punt legt, zo zal dit werktuyg in een Vergroot-Glas veranderen, dat veel volmaakter is als het geene wy alrede door een Glas aangeweſen hebben, om dat het nu is of wy hen, dicht na 't oog gebracht hebbende, met een oog zien dat zoo groot is als deſe buys lang is.

Zodanige Vergroot-Glaſen vint men gemaakt die van een zeer goede uytwerking zijn, of die het beelt uyttermaten veel vergroten: De Glazen van deſe zijn echter een weynig anders van gedaante: 't Glas *p* is vlak aan de eene zyde FED, en 't Glas *r* bultig aan beyde de zyden: en hierom moet het eerſte, *p*, een weynig nader aan het Voorwerp zijn, dewijl dit maakt dat de ſtralen, die anders, hier door gegaan zijnde, evenwydig zoude lopen, nu zo wel verſtroyen als de holte zulx te weeg brengt, doch niet zoo volmaakt: en het tweede, *r*, moet dichter aan *p* gevoegt werden als anders, om dat de tweede bult dit vereyſcht, zullen de ſtralen, daar door gegaan zijnde, niet naar een punt, gelijkze andersʒints doen zoude, maar evenwydig naar 't oog toe ſchieten.

BYVOEGSEL
Van de
CATOPTRICA,
of
SPIEGELKUNDE.

IN het voorgaande hebben wy van de buygende ſtralen geſproken, nu zullen wy de ſtuytende verhandelen. Deſe wetenſchap wert Spiegelkunde genoemt, om dat de Stuyting niet als door Spiegels veroorzaakt wert, welke gemeenlijk effen geſlepene Glazen zijn, die aan de eene zyde verfoyleit, of met quikzilver, of met andere matery, bedekt zijn, waar door de ſtralen genootzaakt werden weerom te ſtuyten: men maaktſe ook wel van ſtaal, of van eenige andere zeer harde en ondoorſchynbare ſtof, die glad en effen kan geſlepen werden, waar door ze van een zelfde uytwerking zijn als de verfoyleide Glazen: en dewijl ondervonden wert dat deſe de beelden op veelderley wyſe vertonen, en voornamelijk wanneer de Spiegels hol of bultig zijn, zulx dat het een verwondering baart in den aanſchouwer, zoo vinden wy ons genootſaakt deſe by der hant te nemen, ten eynde wy zouden mogen zien uyt welke oorſaken deſe effecten voort komen: en laat ons tot dien eynde doen, boven 't geene hier voren gedaan is, de volgende bepalingen, op dat wy een en de zelfde taal mogen voeren.

1. *Bepaling.* Stuytpunt is het punt der ſuperficie alwaar de raakſtraal hen ontmoet, als *in Fig. 62.* R.

2. *Bepaling.* Stuytſtraal is de weerſtuytende ſtraal die van het ſtuytpunt; begint als RC.

3. *Bepaling.* Stuythoek (*Angulus reflectionis*) is de hoek begrepen door de ſtuytſtraal en de vlakte van 't ſtuytende lichaam, onder de ſtuytſtraal: als BRC.

En daarenboven doen deſe

Onderſtelling. *In de weerſtuyting behout een ſtraal zijn voorige kragt: of, de ſtuytſtraal is even zoo kragtig als de raakſtraal.*

Men zal deze onderstelling lichtelijk konnen toe ftaan, wanneer men gedenkt, dat niet alleen de deeltjens van een ftraal, maar ook die van het lichaam, waar op dat hy valt, volkomen hart zijn; en dat een ftraal zoo gemakkelijk om hoog gaat als om leeg, ter oorzake datze geen swaarte onderhavig is.

En laat ons daar uyt bewijzen, dat ons heel dienftig zal zijn, dit

VOORSTEL. *In de effene vlaktens, is de ftuythoek even aan de raakhoek.*

Toepaßing. Indien *in Fig.* 63. A B de fuperficie is van een vaft effen lichaam; S R de raak, en R C de ftuytftraal: zoo zal de ftuythoek, CRB, even zijn aan de raakhoek S R A.

't Bereytzel. Laat uyt R, als middelpunt, een kring getrokken werden, met een ftraal naar believen, fnydende de ftralen in S en C; en uyt S en C, op R G, die rechthoekig ftaat op A B, de perpendicularen S g, C G.

't Bewijs. Dewijl R C zoo lang is als RS, zo komt de ftraal zoo ras van R tot C, als van S tot R, naar de bovenftaande onderftelling; en dan is, na de vierde onderftelling van het tweede deel van het voorgaande, CG gelijk S g: en, om dat de hoeken S g R, C G R beyde recht zijn, door 't bereytzel, en by gevolg gelijk, daarom is CRG gelijk S R g, om dat deze beyde fcherp zijn; dies is C R B gelijk S R A, dat is de ftuythoek even aan de raakhoek, 't geen te bewyzen was.

Gevolg. *De hoeken die de raak en ftuytftraal met de perpendiculaar maken, die op de fuperficie in 't ftuitpunt ftaat, zijn gelijk*: dat is, S R G gelijk C R G.

Nu ter zake.

De Spiegels zijn van gedaante plat, bultig, of hol: en de twee laatfte circulaar of anders:

Wy zullen van de kromme alleenlijk de circulare verhandelen, eensdeels om dat tot noch toe geen andere geflepen werden, en andersdeels, om datze by na de zelfde effecten moeten hebben.

En om niet gehouden te zijn een zaak meer als eenmaal te herhalen, zoo zullen wy deze drie foorten gelijkelijk verhandelen.

Evenwel zullen wy daar na elk zijne effecten afzonderlijk by een voegen, op dat gy van elks eygentfchappen, in 't bezonder, een goede geheugenis zoud kunnen maken.

Wy hebben in hen te onderzoeken de plaats van 't beelt ten opzicht van de Spiegel, de groote ten opzicht van 't Voorwerp; de veranderingen van deze beyde ingeval het Voorwerp van plaats verandert; en de ftant van het beelt of het recht of verkeert ftaat.

In de plaats zullen wy niet onderzoeken hoe ver het beelt van de Spiegel af is, noch ook niet wat overeenkoming datter tuffchen deze is en die van het Voorwerp, maar wy zullen alleenlijk onderzoeken of deze afftanden gelijk of ongelijk zijn, wie den andere daar in overtreft, en ofze aan een zelfde, of aan onderfcheydene zyden van de Spiegel zijn: zoo ver zullen wy ook maar gaan in de groote; wy zullen alleenlijk gaan onderzoeken of het beelt gelijk is aan het Voorwerp, en zoo niet, wie dan het grootfte is.

Deze dingen werden gekent met alleenlijk de gedaante van de Spiegel te bepalen, ofze plat of bultig of hol is: de andere zaken, als de plaats van het Voorwerp, van de Spiegel, en die van het oog, behoeven niet gegeven te zijn, wy zullen hen wel een plaats toe voegen, maar daar aan niet gehouden zijn.

Cartefius berifpt de ouden, als *Euclides* en andere, dat zy de plaats van de beelden in de kromme Spiegels hebben willen bepalen, of uytvinden, om dat zy de afftant van het oog niet daar by voegen, die daar toe contribueert: maar ik zegge, indien zy geen andere inzicht, als ik, gehad hebben, dat zy aan defe afftant niet gebonden waren, maar alleenlijk aan de geftalte van de Spiegels, gelijk ik gezegt hebbe, en in 't volgende zal blijken.

Euclides *bepaalt de plaats van de beelden door twee lijnen, daar van de eene de ftuytftraal is die naar het midden van de oogappel ftrekt, en daar van de andere gaat van 't Voorwerp af tot het centrum van de Spiegel, of rechthoekig door de fuperficie, en hy zegt het beelt te wezen in de fnee van deze twee lijnen.* En om dat dit, op een veel gemakkelyker wyfe, niet alleenlijk de plaats van het beelt bepaalt, maar ook zijne groote; zoo zal ik de onderwyzing na deze gronden hier by voegen.

Cartefius *bepaalt de plaats van het beelt door de zamenkoming van die twee ftuytftralen, of hare verlengdens, die tuffen zich de heele oogappel bevatten; en de groote door die twee ftuytftralen die in het midden van de oogappel het oog intreden en van de uytterfte eynden van 't Voorwerp af komen.*

I. VOORSTEL.

In alle de gedaantens is het beelt achter de Spiegel, op alle afftanden der Voorwerpen van de Spiegel, uitgenomen in de holle, als het fubject buyten de kring is die door de twee ftuytpunten gaat, en door noch een punt dat van deze twee, en ook van het centrum der holte, even ver af is, want in zoodanigen geval is het beelt voor de Spiegel.

Na Cartefius.

Toepaßing. Indien *in de Figuren* 64, 65, 66, 67 *en* 68. S een Spiegel, C een Voorwerp, NP de oogappel, en C F, C G twee raak, en FN, GP hare ftuytftralen zijn, welke, of hare verlengdens, malkander ontmoeten in L: zoo zal L het beelt van C, achter de Spiegel wezen, in alle de Figuren, behalven als C, in de holle Spiegel, buyten de cirkel *q* C G F *q* is *als in* Fig. 68.; *q* voor een punt nemende, dat van F, G en Q (die het centrum van de holte is) even ver af is, want dan is L voor de Spiegel.

't Bewijs. Aanmerkt DFQ, E G Q voor lijnen die de vlakte rechthoekig fnyden. Na 't gevolg van het voorgaande Voorftel is C F D gelijk D F N, of gelijk Q F L; ook C G E gelijk EGP, of gelijk QGL; en dewijl D F G is gelijk aan Q F G *in Fig.* 64. of grooter *in* Figuur 65., en ook *in Figuur* 66. daarom

om is LFG gelijk CFG *in Fig. 64.* kleender *in Fig. 65.* en grooter *in Fig. 66.* om deselve reden is DGF gelijk CGF, *in Fig. 64.* kleender *in Fig. 65.* en groter *in Fig. 66.* en om dat de driehoeken C F G C, L F G L de lyn F G gemeen hebben, zoo blykt dat F L G F is gelijk aan F C G F *in Fig. 64.* kleender *in Fig. 65*, en grooter *in Fig. 66*: of, F G C F aan de andere zyde van F G omgesmeten zijnde, dat C zal vallen in L *in Fig. 64*, buyten L *in Fig. 65.* en binnen L *in Fig. 66.*

En alzoo blijkt dat de platte en bultige Spiegels het beelt altijt vertonen achter de Spiegel, en by wylen mede in de holle als FL,GL, naar L toe, van malkander verwyderen:en, om te weten wanneer dit plaats heeft, zoo laat ons onderzoeken wanneer dese moeten evenwydig lopen.

F L evenwydig G L, of N F evenwydig P G stellende, zoo is NFQ, of AF*p*, gelijk P*p*Q, of F*p*A, dies is F A G gelijk het dubbelt van F *p* G, of gelijk twee maal de hoek Q, en twee maal de hoek QG*p*, of F A G is gelijk A G C en 2 maal Q, maar F A G is ook gelijk A G C en A C G, dies is A G C + 2Q gelijk A G C + A C G, of, de gelijke weg genomen, 2 Q gelijk A C G: dies is C over al in de kring die door de punten F G *q* getrokken wort, dewyl de hoek F *q* G het tweevoud is van de hoek Q. C dan binnen dese cirkel zijnde, zoo zal L achter, en daar buyten zijnde, voor de Spiegel vallen, gelijk in *Figuur 68.* te zien is, het Voorwerp in C stellende.

Na Euclides.

Toepassing. De *Figuren 69, 70, 71 en 72.* zijn van betekenis als de voorgaande, uytgenomen dat hier maar een raakstraal C F, en een stuytstraal F N is, van de welke de laatste F N naar het midden van de oogappel toestrekt.

't Bewijs. Dewyl FCL gelijk is aan DFC *in Fig. 69.* kleender *in Fig. 70.* zoo is dan F C L kleender als N F C, en overzulx naderen C L en N F, verlengt zijnde, malkander in dese Figuren: en by gevolg is het beelt in de platte en bultige achter de Spiegels. In de *Figuren 71 en 72.* *q* voor een punt nemende dat van Q en F even ver af is, zoo is, *in Fig. 71.* L achter, en, *in Fig. 72.* L voor de Spiegel, om dat, *in Fig. 71.* FQC kleender is als QFN, en, *in Fig. 72.* grooter. C in *q* zijnde zoo maakt het geen beelt, gelijk hier boven, als C was in de cirkel *q* F G *q*, om dat Q*q* evenwydig aan FN is.

II. Voorstel.

In alle de gedaantens verwydert het beelt de Spiegel als het Voorwerp sulx doet, uitgenomen in de holle als het beelt voor de Spiegel is, in welk geval het nadert: in de bultige komt het noyt voor by het centrum, hoe ver het voorwerp ook van de Spiegel af is.

't Bewijs. Het eerste blijkt volkomen, het Voorwerp in de verlengde GC stellende, als in *c*, in de *Figuren 64, 65, 66 en 68.* dewijl dan F*n* moet vallen tussen DF of QF en FN, om dat *c*F tussen D F of Q F en CF is: waar door het punt *l* verder van de Spiegel afvalt, in de *Figuren 64, 65 en 66.* en hen nadert *in Fig. 68.* Het tweede wert dus bevestigt: *in Fig. 65.* is de hoek E G P kleender als de hoek D F N, om dat G rechter onder C is als F, daarom is ook L G Q kleender als L F Q, en by gevolg is LFG + LGF te zamen kleender als Q G F + QFG, en overzulx is L wy 'er als Q: zoo L altijt gelijk aan Q was, zoo zou L nader aan de vlakte S wesen als Q, om dat dan L in de omtrek van de cirkel zoude vallen die door de punten F, G en Q gaat, van welke cirkel geen punt verder van de superficie af is als het punt Q; en dewijl L nu noch wy 'er is als Q, zoo blykt dat L altijt binnen de omtrek van dit ront valt, of dat L altijt nader aan de Spiegel is als Q: zoo kan dan L, of het beelt, noit voor by het centrum Q komen.

Na Euclides. Het eerste blijkt uyt de Figuren, *c* in de verlengde F C aan C stellende, gelijk *in de Figuren 69, 70, 71 en 72.* het tweede, om dat F Q C altijt scherp moet vallen, dewijl Q F C altijt bot is.

III. Voorstel.

't Beelt is soo groot als 't Voorwerp in de platte, kleender in de bultige, en grooter in de holle als het achter de Spiegel is, maar daar voor sijnde is het kleender en ook groter.

Toepassing. Aanmerkt *in de Figuren 73, 74, 75 en 76.* A B voor het Voorwerp, K M voor het beelt, en I voor het midden van de oogappel, en de rest als blijkt; zoo zal K M gelijk zijn aan A B in de 73. kleender in de 74. en groter in de 75. *Figuur*; en kleender en ook groter in de 76. *Figuur.*

't Bewijs. Men bewyst lichtelijk dat KRT gelijk is aan ART, ook MTR, gelijk aan BTR *in Fig. 73.* kleender in de 74. en groter in de 75. Waaruyt blykt dat KM kleender is als AB in de 74. grooter *in de 75. Fig.* en gelijk in de 73. om dat daar KM en AB evenver van de Spiegel af zijn: en alsoo blykt het gezeyde als het beelt achter de Spiegel is: nu als het daar voor is.

Dese doen de stuytstralen kruyssen, gelijk hier voren *in Figuur 68.* en doen daarom hier de raakstralen kruyssen, gelijk hier *in Figuur 76.* in Z. Dewyl de hoek BTQ kleender is als ARQ, of haar tweevoud B T I kleender als A R I; en om dat Q T R is gelijk QRT, zoo volgt dat ZTR + ZRT te zamen kleender is als ITR + IRT, of dat TZR wy'er is als I: stellende KM het beelt te wesen van AB, zoo zal HO, het beelt van X Y, nader aan de Spiegel wesen als KM, en zal dien volgens ook groter wesen: maar om dat XY en AB ongelijk meer verschillen als HO en KM, om dat AZB wy'er is als I, zoo volgt, AB ter plaatse van XY brengende, dat dan zijn beelt veel kleender als K M zal moeten wesen; en gelijk de verwydering het beelt verkleent, zoo groot hen de naderingh; en om dat beyde dese veranderingen onbepaalt zijn, zoo blykt dan dat het beelt zal konnen kleender zijn als het Voorwerp, en ook grooter.

Na-

Na Euclides. *Besiet de Figuren* 77, 78, 79 *en* 80. In de platte is het openbaar, om dat AK en BM evenwydig lopen, en in de andere om dat die in Q te zamen komen: in de bultige, om dat QK altijt korter is als Q A; in de holle als het beelt achter de Spiegel is, om dat QK langer is als QA; en in dezelve wanneer het beelt daar voor is, om dat QK korter en ook langer kan wesen als QA.

IV. VOORSTEL.

Als het Voorwerp verder van de Spiegel afgebracht wert, zoo blijft het beelt even groot in de platte, wort kleender in de bultige, en grooter in de holle als het beelt daar achter is, maar kleender als het daar voor is.

't Bewijs. In de platte is het openbaar, om dat het beelt altijt gelijk aan 't Voorwerp is: In de bultige blijkt dat HO, het beelt van XY, kleender is als KM, het beelt van A B, om dat R K, T M, van RT af, malkander naderen: is dan 't beelt van XY kleender als KM, zoo zal het beelt van AB, als A B ter plaatze van X Y is; noch kleender zijn als K M: en alzoo blijkt dat de verwydering in deze het beelt verkleent. En op dezelve manier blijkt in de holle dat de verwydering hen vergroot als het beelt achter de Spiegel is, om dat R K, T M, van R T af, verstroyen; en als het beelt daar voor is, dat de verwyding hen doet verkleenen, is alrede getoont in het bewijs op het laatste Voorstel.

Na Euclides blijkt het op deselve manier. In de platte is 't openbaar: in de bultige om dat HO, het beelt van X Y, kleender is als K M, het beelt van AB, daarom AB, die kleender is als X Y, gebracht hebbende daar X Y is, zoo zal zijn beelt nootzakelijk kleender moeten zijn als K M: zoo blijkt het mede *in Fig.* 79. op de holle: *in Fig.* 80. geschiet de demonstraty als hier boven.

V. VOORSTEL.

De platte en bultige Spiegels vertonen het beelt recht, gelijk mede de holle als het beelt daar achter is, maar daar voor zijnde zoo vertoont de Spiegel hen verkeert.

't Bewijs. Dit is openbaar uyt het voorgaande, om dat, in geen geval, de stuytstralen kruyssen, als in 't leste op de holle, voor vast stellende dat dese kruyssing het beelt doet omkeren, gelijk men alrede weet.

Dewijl dese voorstellen alle de eygenschappen bevatten die wy in de Spiegels ondervinden, zoo zullen wy hier van afkorten, en optellen de hoedanigheden van yder in 't bezonder, die wy van hen door malkander hebben bevestigt.

De platte Spiegels vertoonen een beelt dat in alle delen gelijkmatig is aan 't Voorwerp, en zijn stant is recht, en zoo ver achter de Spiegel als het Voorwerp daar voor is.

De bultige Spiegels vertoonen een beelt dat altijt kleender is als het Voorwerp: wort kleender en groter als het Voorwerp van de Spiegel afgaat, of hen nadert: zijn stant is recht; en achter de Spiegel; maar noyt zoo ver van de Spiegel als het Voorwerp daar van af is; het is verder achter de Spiegel als het Voorwerp verder is, maar komt noyt voor by het centrum.

De holle Spiegels leveren alles uyt: zy vertoonen een beelt dat groter is als het Voorwerp, als het subject hen zeer na by is: dan staat het beelt recht, en is achter de Spiegel; verder daar van af als het Voorwerp: wanneer men het subject van de Spiegel doet verwyderen, zoo vergroot het beelt, en dit op zekere stant komende, (in de omtrek van de voornoemde cirkel) zoo verdwijnt alles, en men ziet niets; en noch verder daar van af komende, zoo ziet men het beelt verkeert; en als men zijn ogen daar na gevoegt heeft, zoo ziet men dat het is voor de Spiegel, en dat het kleender wert, en meer de Spiegel nadert, als het Voorwerp verder afgehouden wert: als het beelt en het Voorwerp evenver van de Spiegel afstaan zo zijnze even groot.

Dewijl de stuythoek even aan de raakhoek moet wezen, zoo ziet men waarom, in een Spiegel, niet altijt een Voorwerp kan gezien werden, maar alleenlijk dan wanneer dit kan gebeuren.

Om dat niet alleenlijk in de platte, maar ook in andere, wanneer het beelt achter de Spiegel is, het beelt verder van de Spiegel af is als het Voorwerp van hen verwydert, zoo blijkt waarom het geen verst van de Spiegel af is, ook het verst daar achter vertoont wert, en by gevolg, waarom alles het onderste boven staat als de Spiegel horizontaal leyt.

Dewijl men alles in een Spiegel ziet, daar van dat de stuytstralen in het oog konnen komen: en by gevolg het beelt van een beelt, zoo mag men besluyten, twee Spiegels by een voegende, zoodanig datze na den anderen toe hellen, zo zal men een Voorwerp, dat tusschen hen gevoegt is, niet alleen in een Spiegel eens, maar verscheyde malen zien, het oog na deze eene Spiegel gewent hebbende: eerst het beelt van dit Voorwerp dat deze Spiegel vertoont; daar na het beelt van 't beelt dat dit subject in de andere Spiegel maakt; en daar noch meerder andere die door reflecty haar in deze Spiegel vertoonen.

Indien *in Fig.* 81. O het oog, V een Voorwerp, en S en P twee vlakke Spiegels zijn, die naar malkander toe hellen; en zoo dan V A raak, en A O zijn stuytstraal is, zo zal het oog O het beelt V zien in G, aanmerkende A G, in de verlengde A O, zoo lang als V A: V B raak, B C zijn stuyt, en C O weer deze zijn stuytstraal zijnde; en zoo B H, in de verlengde C B, gelijk is aan B V, en C E, in de verlengde C O, gelijk is aan C H, zoo zal E het beelt wezen van V, dat door weerkaatzing van de Spiegel P, in de Spiegel S, gezien wert: en ingeval GD raak, D F zijn stuytstraal, en F O stuytstraal van deze laatste is, zoo zal L het beelt van G wezen, door reflecty van de Spiegel P, aanmerkende F L gelijk F K, en D K gelijk D G: en gelijk L het beelt is van het beelt G, zoo zal ook weer een ander het beelt konnen zijn van het beelt L, en zoo in 't oneyndig: maar de beelden zullen op 't lest zo flauw werden dat men hen niet meer zal konnen zien. Indien men noch een Spiegel neemt, die, gelijk de Spie-

Byvoegsel van de Catoptrica of Spiegel Kunde.

N.º 10

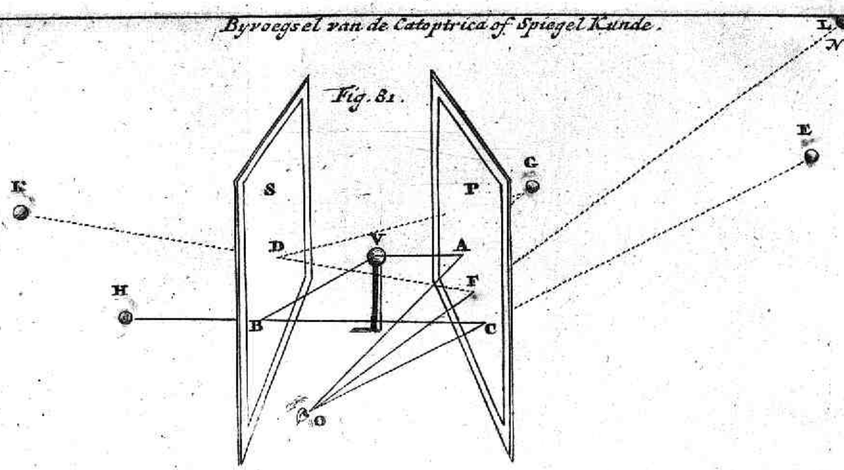


Fig. 81.

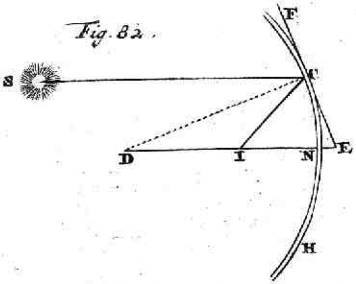


Fig. 82.

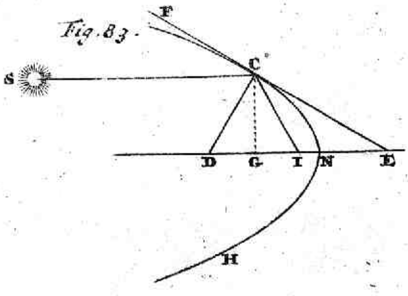


Fig. 83.

Spiegel P, op S reflexeert, zoo zal men noch op meerderley wysen de beelden van het Voorwerp zien, dewijl het kenlijk is, dat alle de Spiegels, die in S konnen weerkaatzen, waar naar het oog gewent is, een zelfde uytrekening zullen hebben als de Spiegel P. En hier uyt werden de perspectiven gemaakt, die, in een kleene spaty, een onmetelijke ruymte vertoonen, vol bomen, of andere zaken, naar dat het Voorwerp is, daar nochtans het Voorwerp zeer simpel is.

Van de Brant-Spiegels.

De holle Spiegels konnen dienen om iets in brant te steken, dewijlse de stralen, die van de Zon komen, by na alle in een punt doet vergaren, waar door het de dingen aansteekt daar dit punt op komt te vallen.

Indien *in Fig.* 82. HNC een holle Spiegel is, wiens middelpunt D is; en SC een straal is die van de Zon afkomt; zoo zal de stuytstraal CI, de middellijn DN, die evenwydig aan SC is, ontmoeten in het punt I; welk punt I in 't midden tusschen D en E is, CE voor een raaklijn aanmerkende: en alle de stralen, die van de Zon in de Spiegel vallen, zullen in en omtrent I, weerom stuytende, te zamen komen, de Spiegel HC een kleen deel van een ront zijnde.

't Bewijs. Dewijl SC evenwydig is aan DN, zoo is IDC gelijk SCD, of gelijk DCI, en by gevolg IC gelijk DI; en om de zelfde reden mede IEC gelijk SCF, of ICE; dies is IC gelijk IE, en daarom DI gelijk IE; en dewijl dit met alle stralen zoo is, zoo ziet men dat I, daarze alle te zamen komen, een vast punt zoude zijn, ingeval dat ED noyt langer of korter wiert; maar dewijl dese ED altijt langer wert als NC grooter wort, en by gevolg mede DI, zoo ziet men dat I geen vast punt is: maar om dat ED veel minder verandering onderworpen is als C dichter by N is, als dat hy verder daar van af gaat; zoo mag men dan besluiten dat alle de stralen by na in een zelfde punt zullen te zamen stuyten als de Spiegel niet van te groten boog is, en dat dit punt omtrent het vierde part van de middellijn van de Spiegel zal afwezen, niet meer maar wel min.

Men ziet, indien het centrum D zoo veel van N afweek als E doet, dat I altijt evenver van N zoude afwezen; en om dat dit plaats heeft in de parabole, zo laat ons zien of die een vast brantpunt heeft.

Op de wyze van hier boven blijkt dat I het midden van ED is: en uyt de natuur van de parabole heeft Apollonius bewesen dat N het midden van GE is, en dat GD altijt is gelijk de helft van de rechte zyde, CG voor een perpendiculaar aanmerkende *als in Fig.* 83. daarom noemende de rechte zyde r, GN, of NE p, en NI q, zoo is DI $\infty\, p + \frac{1}{4} r$, dit van DN $\infty\, p + \frac{1}{2} r$, rest $\frac{1}{4} r$ voor NI: en om dat C hier onbepaalt genomen is, zoo blijkt niet alleenlijk dat alle de stuytstralen die de Zon in dese Spiegel werpt, in I zullen te zamen komen, maar ook dat dit punt, in alle parabolische Spiegels, het vierde part van de rechte zyde van de Spiegel af is.

Van dit punt heeft deze kromme lijn by de Neerduytsen de naam van brander gekregen. Hoe de Spiegel flauwer, of minder gebogen is, hoe de rechte zyde langer is, en by gevolg, hoe verder I van N zal afwesen, of hoe verder men met dese Spiegel zal konnen branden.

De stralen, die op de bult weer stuyten, verstroyen zoodanig als ofze van I quamen, en om dat dit geen effect doet, zoo wert dese eygenschap niet gedacht; gelijk ook niet de Vlakke Spiegels, die de stralen zoodanig weer doet stuyten als 'er op komen.

MATHEMATICA, of WISKONST,

HET TWAALFDE BOEK,

Van de

MECHANICA, of WEEGKONST.

Zodanig noemen wy de wetenschap die middelen aanwyst waar door niet alleen gelijke, maar ook ongelijke zwaarigheden, drukkingen, of persfingen, gelijk gemaakt, of gebalanceert werden, zulx dat den eenen den andere niet en kan over halen.

Symon Stevin, bepaalt hen dus: Weegkonst (zegt hy) is die, de welke leert de redenen, de evenredigheden, en de gedaante van de gewichten, of de zwaarheden van de lichamen.

Met het woort *drukkingen* bepalen wy niet alleenlijk de swaarte, maar ook alle het andere dat in dese konst plaats heeft; en onder het woort *middelen* is reden, evenredigheden, en alles besloten dat men kan optellen om de ongelijke drukkingen gelijk te maken.

Dewyl het voornaamste eynde van dese konst is middelen aan te wysen, door de welke men met een kleene forze, of kracht, een veel grooter kan overwegen, en om dat dit het eenigste is dat wy in dese betrachten, zoo zullen wy onse geheele handeling daar naar voegen, en wy zullen ons vergenoegt houden als wy dit bereykt hebben: andere Schryvers, en voornamelijk Symon Stevin, zullen u meerder besonderheden voordragen, die meer speculatief als practisch zijn, waarom wy hen nalaten te beschryven.

Wy zullen dese wetenschap zonder definitien, of zonder bepalingen, af handelen, om dat wy geen namen zullen gebruyken, die enkelijk genomen, haar zelfs niet en verklaren, of eens ontledigt zijnde, niet met gemak zullen konnen onthouden werden.

En, om een kleene wetenschap, niet met een lange beschryving, voor te dragen, zoo zullen wy ten eersten ter zake komen, mits UL. eerst wat ophoudende met een hoedanigheyt die de gront is van alle het geene wy zullen verhandelen: maar staat my toe dat ik de volgende kundigheden, als waarheden, mag invoeren, op dat ik dese gront daar door bekrachtige.

I. Kundigheit. *Om een gewicht* A, drie *voet te beffen, is* drie *maal zoo veel kracht van noden, als om dese* A een *voet op te lichten.*

II. Kundigheit. *Om* drie *maal de swaarte van een gewicht* A, *een voet op te beffen, is* drie *maal zo veel kracht van doen als om dese* A *een voet te lichten.*

Uyt dese twee kundigheden blykt de volgende eygenschap in de heffing der zwaarheden.

Als de gewichten weerkerig evenredig zijn met de beffing, zoo zijn de krachten gelijk: en omgekeert: *als de krachten gelijk zijn, zoo zijn de gewichten weerkerig evenredig met de heffing.*

Dat is, *in de Figuren* 1. indien B tot C weerkerig evenredig is als FD tot GE, zo is'er zo veel kracht van noden om B van F tot D te heffen, als om C van G tot E te beuren: en zoo B met zekere kracht van F tot D geheven wert, en C met deselve kracht van G tot E, zoo is B tot C als GE tot FD; of B is tot C weerkerig evenredig als FD tot GE.

Laat C driemaal swaarder zijn als B; en GE 1 voet en FD 3 voet wesen.

'tBewys. 1. *Kund.* Om A te heffen 3 voet: en ook
2. *Kund.* Om 3 A te heffen 1 voet is 3 *maal zoo veel kracht van noden, als om* A *te beffen* 1 *voet.*

Men moet dan zo veel kragts gebr. om A te heff. 3 v. als om 3 A te heff. 1 v.

Of, om B te heffen tot D, als om C te heffen tot E.

Maar B is tot C als GE tot FD, om dat FD zoo menigmaal GE begrypt als C de B; of B is tot C weerkerig evenredig als FD tot GE.

Ergo men moet gelijke krachten gebruyken om de heffing weerkerig evenredig te maken met de wichten: of, de gewichten weerkerig evenredig zijnde met de heffing, zoo zijn de krachten gelijk, 't geen te bewysen was.

Op 't omkeersel. Indien *in de Figuren* 2. B, C, GE, FD, niet evenredig zijn, zoo laten B, C, GE, FH, evenredig wesen.

De kracht is gelijk
heffende B van F tot H, en C van G tot E: 1 lit: ook
heffende B van F tot D, en C van G tot E: d'onderst.
en om dat de heffing van C, van G tot E, in beyde gemeen is, daarom is de kracht gelijk om
B te heffen van F tot H, en ook van F tot D
dat ongerymt is: dies is het onmogelijk dat eenige andere als B, C, GE, FD, evenredig zijn. 't Geen, &c.

Men siet lichtelijk dat men, in plaats van 3 A en 3 voet te gebruyken, mag nemen 4 A en 4 voet, of een ander getal, heel of gebroken, naar believen: ja dat de gewigten weerkerig evenredig zijn met de heffing schoon datse door geen getal konden afgemeten, of vergeleken werden.

Ik heb hier een voorbeelt van opheffing genomen, dat is, in een lyn die perpendiculariter den Horizont stoot, maar men kan klaarlijk zien, dat dit plaats moet

moet grypen in alle andere gevallen, als in Horizontale drukkingen, weerstrevingen, en andere: zulx dat, wy mogen invoeren en ook gebruyken, tot een

ALGEMEENE BEGINZEL.

Twee zwaarheden, of drukkingen, zullen balanceren, of de eene zal de andere niet konnen overhalen, wanneer, ingeval van overhaling, de zwaarheden, of drukkingen, weerkerig evenredig zijn, met de hoegrootheyt der overhaling, te weten, in die lijn, waar in de zwaarheden zwaar zijn, of waar in dat de drukkingen geschieden.

Uyt dese eene hoedanigheyt zal openbaar zijn alle het geene wy van 't vermogen der Mechanische Instrumenten zullen komen te zeggen, gelijk in 't gevolg zal blyken: Wy zullen dit niet in alle toonen, maar alleenlijk in de voornaamste, waar uyt al de rest zal konnen begrepen werden, dewylse tog alle van eenige weynige af hangen; de Onsel, de Hevel, het Katrol, en de Schroef zijn de voornaamste, de andere zijn van dese meest te zamen geset.

Van de ONSEL.

Dit is een Schaal, of een Balans, die met ongelijke ermen balanceert, of daar mede gelijk op weegt ongelijke gewichten: wy zeggen van dese dat

De swaarheden, die hier mede gebalanceert werden, weerkerig evenredig zijn met de ermen.

Indien *in Fig.* 3. CED een Balans is van ongelijke ermen CE, ED, vast en beweeglijk in E, en dat aan de eynden C en D hangen de gewichten A en B, die van zoodanigen zwaarte zijn dat CD daar door Horizontaal blyft hangen: zoo zal A tot B zijn, als ED tot EC; of A tot B weerkerig evenredig, als CE tot ED, dat op dese manier bevestigt wert.

Stellende dat D gedaalt is tot in F, zoo moet C geresen zijn tot in G; en, getogen hebbende de perpendicularen HF, GI, zoo is 't

A — B = HF — GI na 't alg. beginsel
maar EF — EG
of ED — EC = om dat de △en EFH, EGI ge-
dies is A — B = ED — EC lijkhoekig zijn.

Of A is tot B weerkerig evenredig als EC tot ED, of de gewichten met de ermen, dat te bewysen was.

Hier uyt is openbaar op wat wyse dat een Onsel moet gemaakt werden, te weten, dat men niet anders te doen heeft als een Balans te maken, diens eene erm langer is als de andere, en echter zoodanig datse Horizontaal hangt, en dan dese beyde ermen in eenige gelijke deelen te verdeelen, gelijk in de voornoemde Figuren gedaan is.

Van de Balans GF (*Fig.* 4.) gelijk wichtig, of Horizontaal hangende, als'er de gewichten A en B af zijn, dat op verscheyde wysen kan gedaan werden, zijn beyde de ermen EG, EF, daaraf dat de eerste veel langer is als de tweede, van E beginnende, gedeelt in eenige evengroote deelen, zulx dat de deelen in de eene erm niet langer zijn als die in d'andere. Indien dan in de haak L eenige zwaarte gehangen wert, als hier B, en dat die met A, 1 pont swaar zijnde, gelijkwichtig bevonden wert, wanneer C in de tiende kerf, van E af te tellen, is, of als EC 10 maal langer is als EL, zoo is het zeker dat B 10 ponden zwaar is; en A in de 24 kerf hangende, dat B 24 ponden zwaar is: maar B in de haak D hangende, zoo zoude B maar 5, of 12 ponden zwaar wesen. Indien elk deel van d'erm EG noch in 16 andere gelijke deeltjens gedeelt is, zo kan men de ponden en oncen vinden die B zwaar is.

Van 't KATROL.

Dit Instrument is genoeg bekent. Indien *in de twee Figuren* No. 5. ELKA touwen zijn, geschoren wesende door de Katrollen K en L, daar van het eene eynde, aan K, vast is in E, en aan welkers ander eynde hangen de wichten AA, en zoo dese gelijkwichtig hangen met de zwaarheden BB, die aan de Katrollen LL vast zijn: zoo zal, in de eerste Fig. B 2 maal zwaarder zijn als A, om dat het tou *eens* door L geschoren is, en 4maal in de twede Fig. om dat het tou, daarin, door L *tweemaal* gaat; en zo in het oneyndig, altyt dubbelt opklimmende: waar uyt volgt, door L geen tou geschoren zijnde, of het Katrol L weg wesende, zoo zal B even zoo zwaar wesen als A.

't Bewys. In de 1 Fig. A 2 voet dalende, maakt dat B 1 voet rijst, om dat het tou dubbelt is tussen K en L; het deel KA niet rekenende. In de 2 Fig. A 4 voet dalende, maakt dat B 1 voet ryst, om dat het tou tussen K en L viervoudig is.

dies is in de { 1 Fig. A — B = 1 — 2 ; 2 Fig. A — B = 1 — 4 } na 't alg. beg.

't Geen te bewysen was, en zoo in 't oneyndig.

B 300 pont wegende, zoo zal een Man aan KA hyssende, in de 1 Fig. een last van 150, en in de 2 Fig. een van 75 pont hebben te lichten, of liever het zal hem zoo zwaar vallen om te balanceren, de weerstreving in de verschuyving der touwen niet rekenende. B 1000 pont wegende, en het tou door L 5 maal geschoren wesende; zoo sal hy, het tou KA vast houdende, maar een last van 100 pont gewaar werden, te weten, het tiende deel van 1000, om dat het tou tussen K en L dan 10 maal is, en by gevolg B dan maar 1 rijst tegen dat A 10 neerdaalt. In 't kort.

In de Katrollen zijn de gewichten, die hen balanceren, evenredig als 1 tot het getal der touwen tussen dese twee Katrollen geschoren; het losse eynde niet mede rekenende, ingeval de gewichten aan een zelfde zijde zijn, anders al.

Want het is gelijke veel of men KA in A vast hout, of KL in C, en overzulx moet LC mede gerekent werden wanneer men de hant aan KL in C slaat. Maar dewyl in beyde de gevallen het tou evenveel maalen door L geschoren blyft, zoo mag men zeggen

In de Katrollen sijn de gewichten, die hen balanceren evenredig als 1 tot een getal dat 2 maal grooter is als de *hoe menigmalen die het tou door dat Catrol geschoren is, waar aan het eene gewicht vast is.*

Van het WINDAAS.

Dit is een Rol waar aan een Rat vast is, het welk, door middel van een tou, dat in dit Rat klemt, omgetrokken wert: gelijk *de Figuren 6, 7 en 8*. aan de Rol FG is vast het Rat HD, welk Rat, door middel van het tou DB, wert omgetrokken door de man M, en by gevolg mede de Rol FG, die de swaarte A ophaalt, om dat het tou NL aan dese A en de Rol vast is.

Ik zegge, dat het gewicht in B, of de kracht die de man M gebruyken moet om de swaarte A gelijkwichtig te houden, tot A zoodanigen reden heeft, als de halve middellijn van de Rol, tot de halve middellijn van het Rat; dat is, B tot A als EC tot ED.

't Bewijs. B zal dalen tegen dat A zal rijzen na reden van de omtrek van het Rat tot de omtrek van de Rol, dat kenlijk is; of na reden van de middellijn van het Rat tot de middellijn van de Rol, om dat dese evenredig zijn, naar ons 52 Voorstel van 't 1 deel der Meetkunst, dat is naar reden van ED tot EC.

Maar B is tot A weerkerig evenredig als de daling van B tot de ryzing van A, na ons algemeen beginsel.

Dies is B tot A weerkerig evenredig als ED tot EC, of gelijkredig, B tot A als EC tot ED, 't geen, &c.

Indien de halve middellijn van het Rat 10 maal groter is als de halve middellijn van de Rol, dat is als ED 10 maal langer is als EC, zo zal een man, in B, de kracht van 100 pont aan het tou brengende, daar mede een last van 1000 pont konnen balanceren die aan LN vast is: en de kracht een weynig vermeerderende, de swaarte A konnen op halen: hoe groter het Rat is, naar proporty van de dikte van de Rol, hoe lichter dat een zelfde last opgehaalt wert, of hoe minder kracht de man in B hoeft te gebruyken om A op te hyssen.

Indien men twee zodanige Windasen aan een voegt, als *in Fig.* 8. zo zal men daar door noch meerder gewelt konnen doen, wel verstaande wanneer de Spil van 't eerste Rat het Rat van het twede omtrekt, en als aan de Spil van dit laatste de last vast is. Beyde de middellynen van de Raders 10 tegens hare Spillen 1 zijnde, zoo zal 100 pont kracht in B, 10000 pont last in A, konnen balanceren, dat is 100 maal meer. Want de kracht die in B gebruykt wert, wert 10 maal groter gevoelt aan de Spil van het eerste Rat, of aan het tweede Rat, en dese kracht aan het tweede Rat werkt 10 maal krachtiger op zijn Spil, waar aan de last vast is, zulx dat de kracht 10 maal 10, dat is 100 maal, in dit geval, vergroot wert.

Spil		Rad
3	—	25
2	—	15
6	—	375
1	—	$62\frac{1}{2}$

Indien de middenlijn van de Spil van 't eerste Rat, was tot de middellijn van het Rat, als 3 tot 25, en van het twede Rat als 2 tot 15, zo zou de proporty der krachten zijn als *6* tot 375 (of als 1 tot $62\frac{1}{2}$) dat is, als het vermenigvuldigde van de deelen der Spillen tot die van de Raders.

Zoo men dan zoodanigen Instrument maakte van drie Raders, en dat hare middellijnen, van de Spillen tot hare Raders, waren als 2 tot 23
als 3 tot 29
en als 1 tot 7
——— vere.

Zo waren de krachten als *6* tot 4669 om hen te balanceren: zoo dan

Het vermenigvuldigde van de deelen der Spillen, is gelijkredig tot dat van de Raders, als de krachten om hen te balanceren.

Uyt het geene nu gezeit is, kan afgemeten werden de kracht, of het vermogen van de meeste instrumenten die gebruykt werden, en in 't algemeen de kracht van alle rader werken, of die door Raders omgevoert werden, om dat dese zoo wel, als het voorgaande, haar kracht doen op de circumferenty der circulen, of op de omtrekken van de Raders, voor by gaande het gewelt datter moet gebruykt werden om hen te doen omgaan, dat men gewaar wert als men zoodanigen instrument beweegt zonder dat het iets anders uytwerkt als dat het omgaat: dese kracht, zeg ik, moet men niet rekenen als men het vermogen van het werktuyg, voor zoo veel de konst belangt, wil onderzoeken: hoe meerder Raders het heeft hoe meerder kracht tot deze zimpele beweging vereyscht wert, of hoe meerder weerstreving het geeft. Wanneer de instrumenten zeer net gemaakt zijn, of als de raders maar zimpelijk malkander aan roerden, zoo zoude het al vry licht omgevoert werden, al bestondt het al uyt veel raders, maar wanneerse klemmen, en niet wel op malkander passen; gelijk het gemeenlijk gebeurt, schoonze wel gesmeert zijn, zo gaat het werk echter met horten en stoten beswaarlijk om, en dit duurt zoo lang tot dat de oneffenheden afgesleten zijn, wanneer het werk gemeenlijk eerst wel gaat. En op dat gy u van het eerste zoudt mogen versekeren, te weten van haar vermogen, want het laatste raakt de ondervinding, zoo zullen wy de voornaamste werktuygen van dese slag UL. voordragen, en tonen dat het geseyde plaats in hen heeft, en voor eerst.

Van de DOMMEKRACHT.

Dit voert dese naam om dat het een overgrote kracht betoont met zeer weynig ommeslag, en als uyt een verborgen oorzaak voort komende, om dat de raders, waar door het zijn uytwerking doet, door het hout, waar in ze besloten zijn, bedekt zijn, zulx dat het als dommelijk, of zonder reden, deze kracht schijnt voort te brengen. Aanmerkt *Fig.* 9. alle van yzer: AMCD voor een kromme Spil, gebogen in C en M, aan wiens eynde D vast is een Rat met tanden, zoo kleen als doenlijk is, mits dat de tanden sterk genoeg blijven; welkers tanden klemmen in de tanden van het grote Rat E, dat vast is aan de Spil KE; en aan het eynde F weer een kleen Rat, gelijk in D is, welkers tanden klemmen in die van het groot Rat G, vast zijnde aan de Spil LH; aan wiens eynde H gevoegt is een kleen Rat als voren,

wiens

wiens tanden klemmen in de tanden van de ſtaaf BI; zoo nu iemant met de hant de beugel M A omdrayt, van A na N, die zal daar door de ſtaaf BI opwaarts doen gaan, doch zeer traagſaam: deſe raders en ſtaaf in een bak, van hout of yzer, vaſt zijnde, waar door de raders in deſe geſtalte blyven, te weten de ſpillen CD, KF, LH Horizontaal en parabel aan malkander, en de ſtaaf los blyft ruſten aan het rat H, op zijne tanden, zoo zal men een groot gewelt met dit Inſtrument konnen doen, mits B onder de laſt voegende, en de balk op de gront neder ſtellende, de beugel omdrayende als boven, dewyl het hantvatzel A een grote beweging zal moeten doen tegens B een kleene, want MC, of de ſtraal van de cirkel AN, 10 doende tegen de ſtraal van 't rat D 1; en deſe 1 tegen die van KE 6, en deſe 6 tegen die van F weer 1, en deſe 1 tegen die van L G weer 6, en deſe 6 tegen die van H weer 1, zoo zal de kracht die in A moet gebruykt werden, zijn tegen die ze in B doet, als 1 tegen 360: want de kracht die in A gebruykt wert is 10 maal ſtarker in D, of in E; en deſe vermeerdert zijn kracht in K, of in F 6 voudig, zulx datſe in F, of G 60 maal ſtarker is als in A, en dewyl G 6 maal meerder forſe doet in L, of in H, of in I, of in B, zoo is dan de kracht in B 360 maal grooter als de kracht in A. Een man in A de kracht van 100 pont gebruykende, zou daar door in B een laſt van 36000 ponden balanceren.

de kracht

in A 1	tegen	in C.D.of E	10
in E 1	——	K,F,of G	6
in G 1	——	L.H,of B	6
			verm.
in A 1	——	in B	360

Men ziet klaarlijk dat het gewelt van dit Inſtrument in 't oneyndig kan vermeerdert werden met de raders te vermeerderen, waarom *Stevin* het ook een almagtig werktuyg heet: mede, dat het gewelt groter wert met meerder onderſcheyt tuſſen de kleene en groote raders te maken: want in deſe de proporty over al als 1 tegen 10 zijnde, zoo zou de proporty van de krachten, in A en B, zijn als 1 tegen 1000; en vier ſpillen nemende, als 1 tegen 10000; en de erm CM noch eens ſoo lang nemende, als 1 tegen 20000. Men kan aan D gevoeglijk twee beugels vaſt maken, te weten in de verlengde CD aan D noch een die aan de andere zyde uytkomt, en dan konnen gevoeglijk 4 perſonen dit Inſtrument doen bewegen, waar doorſe in B 4 maal grooter gewelt zullen uytwerken; gelijk men ziet dat daar door heele Schepen met lading en al opgeheven werden.

Men kan zoodanigen Inſtrument ook gebruyken met een ſware laſt voort te trekken, mits het een rol te doen bewegen: maar dan zullen yzere kettingen, in plaats van touwen gebruikende, dikwils als glas breken.

Van het Braatspit, *en andere diergelijke Werktuygen.*

Dit is een rol die met doorgeſchoren ſtukken, of met hantſpaken, omgevoert wert: *gelijk in Fig.* 10. de rol FG, door de ſtokken, of hantſpaken D, D, &c. Aan deſe ſtokken douwende, zoo zal men daar door een groote forſe doen aan het tou LN, dat om deſe rol geſlingert is, zoodanig dat het klemt: dit gewelt kan met gemak zeer groot gemaakt werden, om dat men de kracht van veel menſchen hier toe kan gebruyken, met veel ſtokken in deſe rol te ſteken, en die zo lang te nemen, dat aan een erm van een ſtok twee, drie, of meer lieden te gelijk konnen douwen. Die het verſte van de rol afdout, doet het meeſte gewelt, en dit vermindert naar reden datſe de As van de rol nader komen.

want de kr. in D is tot de kr. in C, of in, L als CO tot OD
ook de kr. in E —— OE

Ergo de kracht in D tot de kracht in E, als OD tot OE, of de krachten evenredig met de langheit der ermen.

Indien door de voornoemde rol geſchoren zijn 3 ſtokken, of dat daar aan gevoegt zijn 6 ſpaken, en dat aan elk een man douwt, wiens forſe, die gemeenlijk met de borſt gepleegt wert, valt in D, en dat hy een forſe doet van 100 pont, zoo zal aan LN de kracht van 6000 pont gebruykt werden, ingeval dat OD 10 maal langer is als OC: want yder man doet aan LN de kracht van 100 pont: en zoo aan elke ſpaak noch een man gevoegt wert, die zijn forſe in E doet; EO 6 maal langer als OC ſtellende, zo zullen deſe aan LN een geweldt van 3600 ponden toebrengen, en daarom deſe 12 lieden te zamen een van 9600 ponden.

Als het touw LN door katrollen geſchoren is, waar aan het gene vaſt is dat bewogen moet werden, zoo wert hier door het gewelt vermeerdert naar mate van de kracht van het katrol, diens vermogen hier voren bepaalt is.

De twe Inſtrumenten (*als de Figuren* 11 *en* 12.) zijn van een gerieflijk gebruyk, als weynig omſlag hebbende, beyde zijn het rollen daarom een tou geſlingert is, waar aan de laſt vaſt is: en wert omgedrait, het eerſte door een kruk, en het tweede door een loſſe hantſpaak, die t'elkens uytgetrokken wert, wanneer een klink de rol vaſt hout. Het gewelt, dat de man moet gebruyken, is tot de halve middelyn van de rol OC, als de laſt A tot OD, zoo, in de laatſte Figuur, de handen aan de ſpaak in D geſlagen zijn; maar het gewelt dat de man aan OD moet toebrengen zal hem de eene tyt gemakkelijker vallen als de andere, om dat hy de ſwaarte van zijn lichaam daar toe mede kan gebruyken, en voornamelijk in het twede werktuyg, alwaar de meeſte forſe kan geſchieden omtrent DH. Met het tweede kan een groote kracht geſchieden, als het tou, dat om de rol geſlingert is, door katrollen gaat, *als in Fig.* 13. daar van de eene S aan dit werk vaſt is, en de loſſe aan de ſwaarte A, die hier door opgeheven wert: en noch groter kracht als aan D een katrol vaſt is, en wederom een ander aan de gront, door de welke een tou eenige malen geſchoren is, en dat het loſſe eynde van dit tou om een braatſpit gewonden wert, *als in Fig.* 14. gelijk men ziet dat zulks gebruykelijk is in de Bokken, dat zekere hechte ſchuyten zijn, waar door gemakkelijk ſware palen uyt de gront geheven werden, of andere ſware geſonkene laſten uyt het water gelicht werden, maar het gewelt dat de arbeiders zullen moeten gebruyken, zal af en toe neemen, naar mate dat de lijnen langer of korter wert, die uyt O getrokken wort rechthoekig op D P, P voor het punt nemende daar in het katrol op de gront vaſt is. Zoo P O is gelijk O D, zoo zal de arbeyt gedurig verlichten, om dat deſe Perpendiculaar altijt langer wert, D neerwaarts getrokken werdende; gelijker hier OQ langer is als O S, en korter als O V: het gewelt van de arbeyders zoude altijt gelijk blyven, en ook hare arbeyt op het lichtſte vallen, om dat de voornoemde Perpendicularen O S, O V altijt zoo lang als O D zullen vallen, als P beweeglijk was in de lijn P Q, en zoodanig dat hy altijt in de lijn was die op O D rechthoekig ſtaat, gelijk hier in Q, aanmerkende O D Q voor een rechte hoek, wanneer D ter plaatſe is alwaar hy hier getekent ſtaat; maar dewijl zulks niet wel te doen is, zoo is het beſt dat het katrol P in P, of een weynig verder naar Q, vaſt gemaakt wert.

In de KRAAN *als Fig.* 15. wert geen ander gewelt gedaan, als dat de man, of de mannen, door de ſwaarte van haar lichamen, toebrengen; en men moet deze krachten niet afmeten naar de halve middellijnen O C, O K, maar naar de lengte van de lijnen O C, O D, aanmerkende DB voor een loot-lijn volgens de welke de man ſwaar is, of dat hy uit zijn voet B rechthoekig getoogen is op de Horizontale O K. Men kan zeer gemakkelijk twee zulke raders dit werktuyg toevoegen, die zoo wijt zijn dat twee arbeyders nevens den andere daar in konnen loopen, en dan zal dit een groote forſe doen op het tou dat om de rol, of ſpil, F G, geſlingert is, of zal een groote laſt opheffen, het loſſe eynde van dit tou door een verheven katrol, geſchoren zijnde, aan welk eynde de laſt A vaſt is. En noch meerder als dit laatſte eynde noch eenige malen door twee katrollen geſchoren is, en dat aan een van die de laſt hangt. Het gewelt wert grooter of kleender naar mate dat O D langer of korter wort; en hierom moet men trachten zoo hoog op te loopen, als mogelijk is.

O D tegens O C zijnde als 6 tegens 1; het tou lopende door 2 katrollen, waar door het in yder 3 maal geſchoren is; zoo zullen 4 mannen, yder 150 ponden wegende, een laſt van 21600 ponden konnen balanceeren.

Van de SCHROEF.

Dit is een rol met een keep, ſlangs wyze daarom lopende, klemmende in een balk, welke rol door een hantſpraak omgedrayt zijnde, of door iets anders zodanigen uytwerking doende, maakt een groote forſe: gelijk de werktuygen, *Figuren* 16 *en* 17. Het eerſte wert een Pers, en het tweede een Vyzel genaamt. FG is de rol die ſlangswyſe gekeept is: de balk daar in dat hy klemt, is B in de eerſte, en A in de tweede Figuur; en daar hy op ruſt, is A in de eerſte, en B in de tweede Figuur. De ſchroef F G, door de hantſpraak OD, in D omgedrayt werdende, zal een groote kracht op A doen: het zal neerdrukken in de Pers, en opheffen in de Vyzel; want D, of de ſchroef eens omgaande, zoo zal A ſlegts zoo veel neer of opgaan als de eene keep van den anderen af is: of de kracht in A, is tot de kracht in D, als de cirkel die D maakt, tot de afſtant tuſſchen de kepen: hierom, hoe de kepen dichter aan een zijn: hoe de kracht van dit Inſtrument grooter is; of eygentlijk, hoe deſe diſtanty kleender deel van de omtrek van de ſchroef zelfs is. Deſe diſtanty het vijfde deel van de omtrek van de ſchroef FG weſende, zoo mag men zeggen dat de ſchroef zelfs de kracht vijfmaal vergroot, de reſt doet de ſpraak, hoe hy langer is, hoe het gewelt grooter is.

De lengte van de ſpraak O D, tot de halve middellijn, of tot de halve dikte van de ſchroef, weſende als 20 tot 1, en de afſtant der kepen tot de omtrek van de ſchroef als 1 tot 5, zoo zal ymant aan D de kracht van 200 ponden toebrengende, aan A een kracht doen van 20000 ponden; en zoo dan aan D katrollen vaſt zijn, waar door een tou driemaal geſchoren is, dat om een braatſpit vaſt is, daar aan dat 6 mannen drukken, yder met een forſe van 200 ponden, wiens afſtant van de ſpil is tot zijn halve middellijn als 10 tot 1, zoo zullenſe aan A een gewelt van 7200000 ponden doen op de dingen die daar door gedrukt werden.

Indien men de ſchroef door een kruk drayt, en hy een rat voort drijft, daar aan een ſpil is, *als Fig.* 18. zo zal dit een ſeer eenvoudig werktuyg weſen, en zal echter grote kracht op de ſpil van het rat doen: gelijk in de voorn: Figuren, de kruk achtmaal langer zijnde als de halve middellijn van de ſchroef, en de omtrek van deſe ſchroef tot de diſtanty der kepen als 4 tot 1, en de middellijn van het rat tot die van zijn ſpil als 10 tot 1, zo zal 100 ponden krachts in D, 32000 ponden krachts op de ſpil A doen.

100	
8	
800	ſchroef
4	
3200	rat
10	
32000	ſpil.

De ſchroef en de BYTEL zijn van een vermoogen, en daarom is nu de kracht van de laatſte openbaar: zo men hem in het hout ſlaat van C tot I, *beſiet de Figuren* 19. zo ſpleyt het hout van A tot G, (C G evenwydig aan BD ſtellende, en CI rechthoekig op AB,) zulx dat hy de lengte A I indringt tegen dat hy het hout doet ſpleyten in de lengte AG: en dewijl het laatſte merkelijk minder is als het eerſte, wanneer de Bytel ſcherp is, zoo is de kracht die hy op het hout doet, merkelijk groter als de kracht die op de Bytel moet gedaan werden om hem in te drukken, om dat deſe evenwydig zijn met deſe CI, AG, of FE met HK, FE voor een Perpendiculaar op H K aanmerkende, dat is, de kracht op de Bytel, tot de kracht op het hout, als de dikte van de Bytel H K tot zijn lengte F E.

Van

Van de kracht die de wint doet op de wieken van een Molen.

Dese doet een gelijke forse op alle de deelen van een wiek, maar de kracht; diese op de spil doet, is ongelijk, vermeerdert en verminderd naar maate datse de wiek ver of dicht by de spil ontmoet.

Stellende *in Fig.* 20. de delen OB, BC, CD, &c. alle gelijk, zo doet de stooting van de wint, die de wiek in C ontmoet, tweemaal zoo veel kracht op de spil als de stoting in B, en die in E tweemaal zoo veel als die in C, of viermaal zoo veel als die in B; in D doetse driemaal zoo veel kracht op O als in B, en in F vijfmaal zoo veel: in 't kort, de forse die de wint door zijn stoting op de wiek, op de spil doet, is evenredig met de lengte die hy van het punt O af is, en by gevolg is ze evenredig met de lijnen BG, CH, DI, EK, FL, om dat dese gelijkredig met OB, OC, OD, OE, OF zijn, de eerste onderling evenwydig stellende; en dewijl de wint over al vat, of de wiek over al stoot, zoo doetse op de lijn OF een kracht die vergeleken kan werden met de driehoek OFLO, om dat alle de lijnen GB, HC, &c. die in een ontelbaar menigte bestaan, de driehoek OFLO uytmaken, hen eenige breete toeschryvende, gelijk elk deel van de wint, die op OF stoot, moet toege-eygent werden: hen eens zo stark stellende, zoo kan de kracht vergeleken werden met de driehoek OFMO, FM tweemaal langer nemende als FL: en om dat een wiek over al even breet is, zo volgt dat de kracht, die de wint op de wiek doet, een zelfde proporty heeft met de kracht die hy op dese lijn doet, of dat de kracht op de wiek is tot de superficie van de wiek, als de kracht op de lijn tot de lengte van de lijn: en ook, op twee even lange wieken, die niet even breet zijn, een zelfde wint blasende, zijn de krachten op de wieken evenredig met de breete van de wieken. Vorders, dewijl de driehoeken OBGO, OCHO, &c alle gelijkhoedig zijn met de driehoek OFLO, zoo volgt, indien twee wieken van gelijke breete, ongelijk in lengte zijn, en een zelfde sterkte van wint gevoelen, dat de krachten die dese op de spil doen, evenredig zijn met de vierkanten van de lengte deser wieken: en ongelijk, beyde in lengte en breete zijnde, dat de krachten evenredig zijn met de vierkanten der lengtens vermenigvuldigt met de breetens: invoegen, zijn twee wieken evenlang, en in breete als 2 tot 3, zo zijn hare krachten als 2 tot 3: zijnse even breet, en in lengte als 2 tot 3, zoo zijn de krachten als 4 tot 9: en, zijnse in breete als 2 tot 3, en in lengte als 4 tot 5, zoo zijn hare krachten als 32 tot 75: en, de lengte en breete beyde als 2 tot 3 wesende, zo zijn hare krachten als 8 tot 27, dat is als de teerlingen van de lengtens, of van de breetens.

4 — 5 lengte
——— V
16 — 25
2 — 3 breete
——— verm.
32 — 75 krachten

Stellende de kracht van de wint, die hy op de wiek, op een voet in 't vierkant, doet, op 1 pont, zoo zal de forse op de spil van een wiek, die 50 voeten lang, en 7 voeten breet is, zijn 8750 ponden.

50 lengte
50
—— verm.
2500
——
1250 de helft
7 breete
——
8750 ponden.

Men moet weten dat de wint niet rechthoekig op de wieken mag vallen, om datse dan noyt en zouden omgaan, maar scheefhoekig, en daarom zal de kracht op veer na zoo groot niet konnen wezen, dewijl deze afneemt naar dat de lijn, daar de wint Perpendiculaar opvalt, korter is. Zoo de breete van de wiek is ID *in Fig.* 21. en de wint daar op valt volgens de lijnen PD, PI, die evenwydig zijn, en DN een rechthoekige is op dese twee laatste, zoo moet de kracht die dese wint op de wiek doet, niet afgemeeten werden naar de breete van de wiek DI, maar naar de lengte van de Perpendiculaar DN, die korter is als DI; en wert noch korter als de wint noch schuynder op de wiek valt; en de reden hier van is, om dat de wiek geen meer wint vangt, of vat, als dese Perpendiculaar DN lang is, 't geen kenlijk is; want, I tot Q bewegende, zoo zal die wiek geen meer wint vatten als tussen de lijnen QP, DP besloten is, daarse te voren die tussen IP, DP gevoelde; en over zulks zijn in dese twee standen de krachten der winden op de wieken; als DN tot DR.

Men maakt de wieken gemeenlijk met een buyk, of in 't midden meer aflopende als aan de eynden, en voornamelijk aan de uytterste eynden, op datse meer kracht op de wiek zouden doen, dewijl daar door de wint, die dicht aan de uytterste eynden de wiek stoot, zoo licht niet by het uytterste afschampt, maar nader naar de spil gedreven wort, en daar door te meerder forse op het zeyl doet.

Van de kracht die het water doet tegens een rat aanlopende.

In de Watermolens, of die door een lopent water omgevoert werden, in plaats van door wint, is dit gebruykelijk. 't Vermogen van dese wert gekent door het gene het rat op 't diepste in 't water komt: aanmerkende *in Fig.* 22. AB rechthoekig op het water FG, voort lopende van F na G. Op AD doet het water geen meer gewelt als het doen zoude op EH, ingeval AD niet in 't water was, en dewijl AD, het water vattende, belet dat AB, van H tot aan E, geen drukking en gevoelt (om dat het water, in DHEGD besloten, niets anders doet als dat het met de omdraying ven het rat, voort loopt, zonder op EH te perssen) maar alleenlijk van B tot H, en om dat het water op AC geheel geen gewelt en doet, door dien BE zulks volkomen belet, zoo blijkt dat de kracht die het lopende water op dit rat doet, of eygentlijk op de spil AL, alleenlijk moet afgemeten werden door 't geene het op EB zoude doen, wanneer dat AD geen water en vatte: als AD en AB even diep in het water steken, zoo doet het water het minste gewelt, om dat het rat dan het minste water vat.

Om het vermogen te kennen, zoo moet men weten,

ten, dat dit op de zelfde manier moet afgemeeten werden, als in de wiek gedaan is, ingeval AB geheel in 't water ſtont; maar dewijl dit of noyt of zelden geſchiet, zo weet dat dit gevonden wert met het vermogen op A D af te trekken van het vermogen op A B; dat is, om reden in de wiek gegeven, als het vierkant van A B min het vierkant van A E. Invoegen, zoo het rat AB lang was 10, en breet 3 voeten, en dat het 2 voet diep in 't water quam; zoo zou zijn kracht op de ſpil zijn 540 ponden, wanneer een teerlingze voet water een kracht van 10 voeten by bracht door de forſe van zijn looping, gelijk blijkt uyt de nevenſtaande uytrekening.

lengte 10 voet
——— √
100
2 ———
50
3 breete
pond. ———
1 — 10 — 150?
komt 1500 ponden het heele rat
— 100 vierk. A B.
64 vierk. A E.
———
100 — 36 — 1500 ponden?
komt 540 ponden

Indien alles was als voren, en dat het rat maar half zo lang was, zo zou zijn forſe op de ſpil zijn als 240 ponden, meer als de helft minder: maar ingeval het rat dan ook maar half zoo veel waters vatte, zo zoude zijn kracht maar zijn als 135 ponden, het vierde part van 't eerſte 540 ponden.

De langſte raders doen dan, alle het andere gelijk ſtellende, de meeſt forſe op de ſpillen, maar verwekken ook een trager uytvoering: doch deſe en zijn niet evenredig alsſe even veel waters vatten; gelijk men ziet dat 540 meer als twee maal zoo veel is als 240, en echter een rat van 10 voet de ſpil maar even twee maal zo langſaam beweegt als een rat van 5 voet.

Hier uyt is openbaar het vermogen van de ſcheprаders, die aan de Watermolens gemeenlijk gebruykt worden om het water te lichten, 't water FB dan ſtil ſtaande: nu beneemt A C de werking van A B, gelijk hier boven A D deê, voor zoo veel A C nu het water vat: B E meet nu ook af de heele forſe die het rat in 't water moet doen om hen voort te dryven, en door de circulare beweging om het punt A, om hoog te ſmyten. De kleenſte raders doen nu de meeſte forſe, maar lichten minder water, om dat zijn circumferenty kleender is als die van de groote.

Van de Zeylagie van een Schip.

Dit zullen wy maar in 't ruwe verhandelen, om dat onſe kleene ondervindig niet meer toelaat: de Scheeps-Timmerlieden, en naukeurige Schippers, zouden veel licht beter hier van oordeelen: laat ons echter by brengen 't geene in ons vermogen is: en laat ons een balk voor een ſchip en een plank voor een zeyl nemen, en hen tot een ſchip en tot een zeyl fatzoeneren. Laat dan *in Fig.* 23. GF een balk zijn, dryvende in het water, en A C een plank over al even breet, rechthoekig en recht over dwars daar op ſtaande; te weten zoodanig dat de hoeken EAB en EAD beyde recht zijn; aan de balk zoo vaſt zijnde als of het een zelfde ſtukhouts was.

Zoo de wint rechthoekig op A C blaaſt, zoo zal deſe balk voorwaarts moeten dryven, zonder zich na de eene of de andere zyde te drayen: eygentlijk zal hy trachten tweederley bewegingen gelijk te doen, een voorwaarts als wy geſeyt hebben, en een om AD als As, de eerſte blijkt om dat de wint die koers neemt, en de tweede om dat de wint meerder kracht op A C, omtrent B C doet, als omtrent A D; gelijk wy in dat van de wiek getoont hebben; maar om dat het water de draying van de balk om AD niet toe en laat, en dit ook door het geene het achterſte eynde, A E, ſwaarder is als voorſte, A G, meede zoude konnen belet werden, zoo wort men geen andere als de eerſte beweging, voorwaarts, gewaar; de tweede maakt alleenlijk dat de balk met de neus wat dieper in 't water dringt als het achterſte, wanneer AE niet ſwaarder en is als AG.

Wanneer de wint van ter zijden komt volgens de lijnen P I, P K, die evenwijdig zijn, zoo zal de balk driërley beweging te gelijk trachten te doen, een om A B; een om A D; en een volgens de lijn E G voorwaarts.

De eerſte om A B geſchiet, om dat in de heele ruymte achter A C, begrepen tuſſen Q B A M en de plank (B Q, A M evenwijdig aan P I ſtellende) geen drukkende lucht is, maar wel daar voor; de tweede, om reden als nu alrede gezeyt is: en de darde om dat de wint op A C geen andere kracht doet, daar tegen aanblazende, als volgens de Perpendiculaar op AC, die evenwijdig aan EG is, om dat AD rechthoekig op E G ſtaar, en by gevolg de balk alleenlijk voorwaarts drijft, wel verſtaande als A C volkomen hart effen en glat is; en ſchoon een zeyl geen van deze eygenſchappen heeft, zoo moeten wy hen echter zoodanig aanmerken: en dewijl men maar een beweging voorwaarts wil hebben, zoo moeten wy trachtan de eerſte weg te nemen, dewijl de tweede geen plaats heeft.

Als men aan 't achter eynde F A een plank hecht, als hier N O, die men om N L, als As, kan bewegen, zoo ſal men hier door de eerſte beweging om AB, geheel konnen te niet doen; want deze ſchuyns van de wint af houdende, gelijk hy hier getekent ſtaat, zoo zal de balk, voortgaande, het water tegen deſe N O aandringen, volgens de lijnen R N, S T, en alzoo pogen deſe plank te doen drayen om de As L N, maar om dat dit niet zal konnen geſchieden wanneer men N O in deze ſtant vaſt hout, zoo zal de balk by de wint af moeten drayen, om deze L N, dewijl 'er dan geen ander middel is om deze ſtoting op N O te ontgaan: nu, A C de balk tegen, en N O hen by de wint trachtende te doen drayen, zoo zal hy geen van beyden konnen doen, wanneer deſe even krachtig op L N werken; en om dat de kracht van de laatſte N O zeer gemakkelijk kan vermindert en vermeerdert werden, met N O meerder of minder

ſchuynte

ſchuynte te geven, door de ſpaak of ſtok ZL, die aan deze vaſt is, zoo ziet men dat N O bequaam is, niet alleenlijk om altijt een kracht te vinden die de andere om A B balanceert, maar ook die hen overweegt, en doet een contrary keer by de wint afneemen, en ook die hen op een maat naar believen in de wint doet omdrayen, en hen dan in elke ſtant of koers, die men hebben wil, doet houden, dewijl het zeer gemakkelijk is N O een ſchuynte toe te voegen die deze draying na genoeg balanceert.

Zijt gedachtig dat de balk zoo veel in zijn gang voorwaarts verhindert wert als N O ſtoting van het water ontfangt, en wederom dat deze hindernis minder is in een ſlappe voortgang als in een ſtijve, anderzints zou het de balk by gelegentheit, als de wint ſlappelijk wayde, geheel konnen doen ſtil ſtaan.

Indien A C dus dwars over de balk ſtaat, zoo zal hy niet voorwaarts konnen lopen, ten zy de wint in het geheel of ten deele van achteren komt, want die vlak van ter zijden komende, zoo zal IV te niet gaan, en by gevolg zalder geen drukking op A C wezen; maar A C ſchuyns op de balk ſtaande, gelijk *in Fig.* 24. zoo zal hy gedwongen werden voort te gaan, ſchoon de wint ten deele van voren komt, om dat dan I V noch eenige lengte kan hebben, en om dat men die kan behouden met A C noch ſchuynder te ſtellen als men noch ſcherper by de wint wil zeylen; maar dan openbaart zich een andere ſwarigheit, dewijl de wint, op A C blaſende, deſe A C drukt volgens de lijn die Perpendiculaar op A C ſtaat, zoo dat A C dan zal pogen zeylings af te wijken, en by gevolg mede de balk, te weten volgens de lijn Y X; hen rechthoekig op A D aanmerkende: en dewijl deze lijn voorwaarts vordert de lengte X W, en vlak zeylings de lengte Y W, op de diſtanty X Y, zoo zal de balk alleenlijk moeten voorwaarts gaan, indien men YW weg neemt; en dewijl dit voor een groot gedeelte kan uytgevoert werden met omtrent D, wat voorwaarts, daar Y X de zy van de balk ſnyt, X voor het midden van A D aanmerkende, een plank te hechten, die leger als de balk in 't water ſchiet, zoo wert dit ten dien eynde ook gebruykt: als deze plank Perpendiculaar in 't water ſtaat, zoo doet hy de meeſte kracht, of hout het meeſte tegen, gelijk kenlijk is. Men ziet dan, dat men door deze middel, mits A D dus ſchuyn te ſtellen, zeer ſcharp by de wint zal konnen zeylen, maar noyt recht daar tegen aan: A D evenwijdig aan E G makende, zoo zal de balk geheel niet konnen voort gaan, om dat, in zoodanigen geval, W in X komt, of X W, die de voorwaartze gang is, verdwijnt.

Wy hebben dan alzoo aangeweſen de middelen, waar door men een dryvent lichaam, niet alleenlijk voor, maar by na tegen de wint doet aanlopen, en koers nemen naar believen, zonder daar uyt te ſpatten: ſtaat nu te onderzoeken op wat wyze men hen de meeſte ſnelte zal konnen geven, 't is wel zeker, hoe grooter A C is, hoe grooter ook de voortgang zal zijn, maar dewijl de werktuygen deſe vermeerdering niet als met bepaling toelaten, eensdeels om dat het anderzints wel alles van boven neer zoude komen, en anderdeels om dat het Vaartuyg ook wel zoude konnen omſlaan, zoo ſtaat ons andere middelen uyt te vinden om deſe de meeſte ſnelte te doen nemen.

't Is kennelijk dat een lichaam in 't oneyndig zoude voortgaan, met de ſelfde ſnelte die het in den beginne ontfangen hadde, indien 'er geen weerſtreving en was die dit belette. Zoo men deſe weerſtreving kan verminderen, zoo zal men hen langer zijn beweging doen behouden: heel weg te nemen is niet mogelijk.

Als de balk voort gedreven wert, zoo zal het water voor de boeg in een rechte lijn voor uyt geſtoten werden, maar dewijl dan achter zoo veel ledigheit komt als voor weg geſtoten wort, en om dat het water over al tracht even hoog te blyven, zoo zal het geene dat voor de boeg, door de wegſtoting, opgeheven wert, naar achteren pogen te gaan, en by gevolg zal men, door de voortgang van de balk, een beweging in 't water maken, volgens de kromme lijnen WYX: *in Fig.* 25. de forſe die gebruikt moet werden, om deſe beweging te maken, is de reſiſtenty, die de balk voortgaande, ontmoet; en dewijl het openbaar is, datter minder kracht toe vereyſcht wert, om een zelfde quantiteyt waters, in een zelfde tijt, een korte weg voort te ſtuwen, als een lange, zo blijkt dat men meerder Zeylagy hier aan zal geven indien men de kanten G en H wegneemt, om dat het weg geſtotene water, voor de boeg, dan aanſtonts een circulaire beweging zal ontfangen, en alzo maken dat de kromme W Y X korter wert; en van achteren de punten E en F mede weg nemende, zoo zal dit hen naar achteren toe noch minder verkorten: ja het zal noch beter zijn als men deſe beyde eynden, en voornamelijk het voorſte, daarenboven noch ſpitsachtig maakt, en eenigzints omgebogen, om dat dit het water noch ſluyker by de balk naar het achter eynde zal bewegen: En indien men de balk onder, voor de boeg, mede zijn kantigheit beneemt, zoo zal het water voor de boeg een drukking ontfangen, niet alleen zeylings, maar ook neerwaarts, 't welk maken zal dat veel water onder de balk duur naar achteren zal gaan, dat de alderkortſte lijn is, 't geen mede verlichting toebrengt; en hen achter mede zulken gedaante gevende, zoo zal het noch meerder voordeel doen, om dat het water alsdan tegens het achter eynde van de balk zal aandringen, om de poging die het daar heeft om opwaats te gaan, door de ſchuynte die de balk dan heeft, dat hen eenigzints voortzet; en zoo men deſe kromte aan de zijden van de balk mede maakt, zoo zal het noch beter zijn, dewijl dan veel water onder de balk, en ſluyk by de zijden heen, zal ſchieten, dat de minſte weerſtreving geeft. Deſe balk zoo beſchaaft, en hen hol gemaakt hebbende, wert de naam van Schuyt of Schip gegeven; en de opſtaande plank van zeyldoek, of andere beweegelijke matery, gemaakt zijnde, wert Zeyl, de achterſte plank N O, Roer, en de zeylingze omtrent D en A, Swaart genoemt.

Men geeft deze drie veelderley gedaante, en doen echter by na een zelfde uytwerking, zy konnen wel te kleen, maar niet licht te groot zijn als men hen bequaamlijk kan gebruyken en voeren.

Wy zullen van het zeyl noch iets dienen te zeggen, om dat het van zeyldoek gemaakt wesende, een bocht maakt, die wy in de plank A C niet aangewesen hebben; en wy zeggen dat dit hinderlijk is, om heel scherp by de wint te doen zeylen; als het zeyl vlak is zo kan men het over al wint laten vatten, hoe scherpse ook in hen blaast, maar bocht hebbende, zoo zal veeltyts alleenlijk een deel van het zeyl vatten, als *in Fig.* 26. alleenlijk B D, en een stuk van het ander deel, als AC, zal tegenhouden, om dat de wint van achteren kómt: en laat mense ruym genoeg daar in blasen, *als in Fig.* 27. zoo zal de wint in B sterker effect doen als in C, om datse in B het zeyl rechthoekiger stoot, 't welk veroorsaakt een draying om A: zulks dat de minste bocht de beste is: maar voor de wint, en ook ruymschoots zeylende, zoo doet het weynig of geen schade; het maakt wel dat het zeyl minder wint vat, maar het maakt ook dat de wint, by de kanten van het zeyl, zoo licht niet uyt en spat, en by gevolg hout het beter wint, dat dies te meerder drukking veroorsaakt.

MATHE-

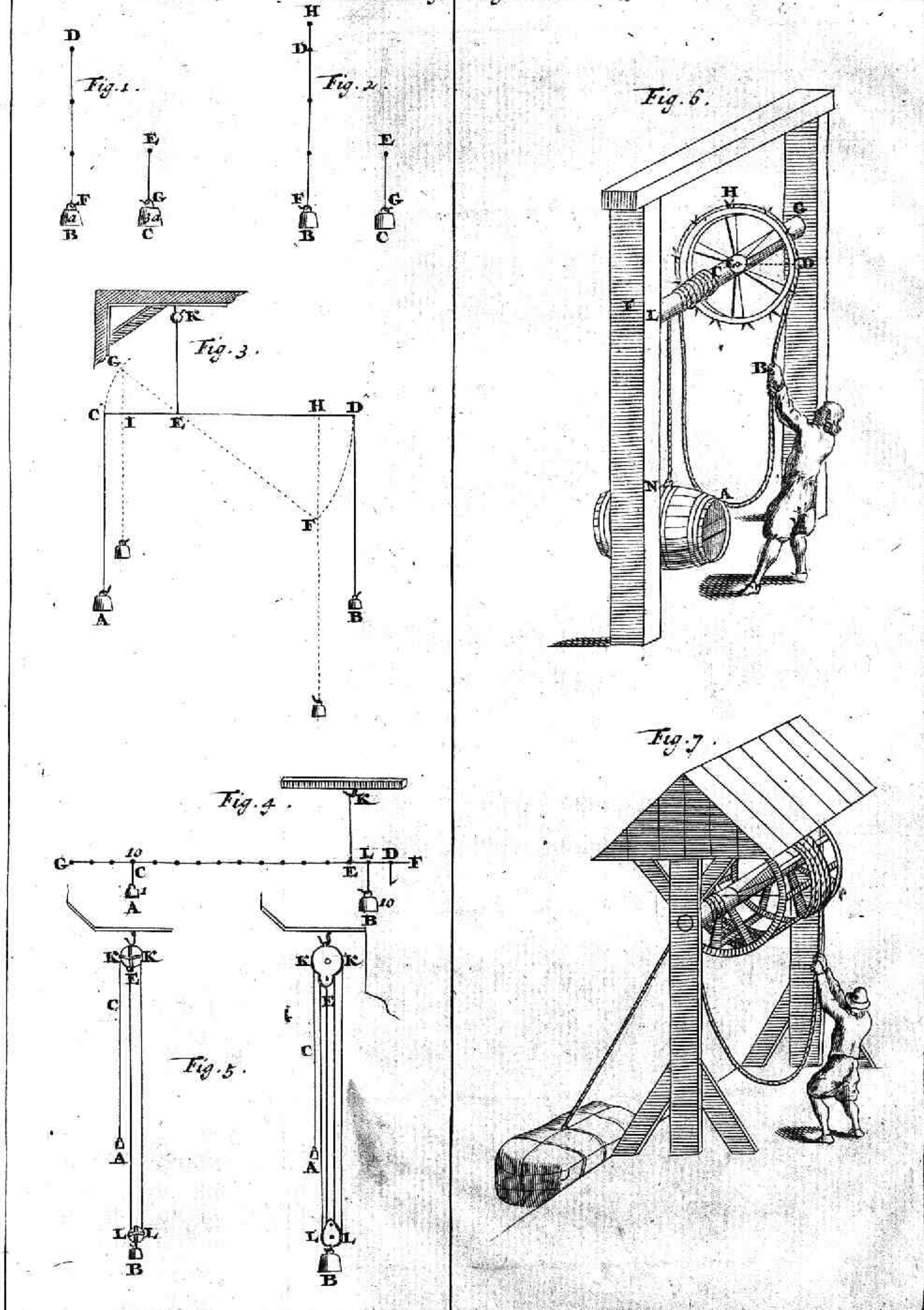


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.

MATHEMATICA, of WISKONST,

HET DARTIENDE BOEK,

Van de

ALGEBRA, of STELKONST.

Met een Byvoegzel van de

KEGELSNEDEN.

DIt is het voornaamste stuk van de geheele Mathesis: al wat in de voorgaande konsten niet wel kan nagespeurt werden, wert hier door gemeenlijk uytgevonden, wanneer de fondamenten, waar uyt het begeerde voortkomt, of waar op het gevest is, alrede bekent zijn, en anders niet. De Questien, of de Vraagstukken op te lossen is het voornaamste doelwit van dese wetenschap, en daar in wertse ook met de meeste nuttigheyt gebruykt, en voornamelijk wanneerse swaar zijn, of dat men geen middel en ziet om het begeerde door het gegevene te vinden. Wy bepalen hen dus:

Algebra, *anders* Stelkunst *genaamt, is een wetenschap, die met behulp van een teken voor het begeerde te stellen, en dat als bekent in de ontbinding gebruikende, vint het begeerde.*

Algebra is tweërley, of alleenlijk het begeerde door een teken afbeeldende, of zulks mede doende met de bekende hoegrootheden. De Ouden hebben de eerste manier gebruykt, en de laatste is voornamelijk door Cartesius ingevoert: de eerste is simpel Algebra genaamt, en de tweede Algebra Specioza, of ook Letter Algebra.

De eerste ontbint alleenlijk de Questy, maar de tweede wyst aan op wat wyse alle zoodanige Vraagstukken konnen ontbonden werden met behulp van de gemeene Tel of Meetkunst: de eerste manier is noyt anders gebruykt, en kan ook niet wel toegepast werden als aan questien waar in de gegevene getallen zijn: maar de tweede is toepasselijk in beyde, waar in de gegevene getallen, en ook waar inze lijnen zijn: en om dese reden isse doorgedrongen.

Als men drie getallen wil vinden, zoodanig, dat het gemultipliceerde van het eerste met het tweede is 6, van het twede met het darde 12, en van het darde met het eerste 8, zoo vint de eerste manier, niet alleenlijk voor de begeerde getallen tekens stellende, dat de getallen zijn 2,3,4: maar de tweede manier wijst aan, tekens stellende zoo wel voor de gegevene getallen 6, 12, 8, als voor de begeerde, dat men deze laaste vint, trekkende de vierkante wortel uyt het quotient, deelende het vermenigvuldigde van twee dezer getallen 6,12, 8, door het overige: en dewijl dit dient tot een regel, zoo kan men dese bewerking altijt in zoodanige Vraagstuk gebruyken, hoedanig de getallen ook gegeven zijn: de gegeve getallen 12,20, 15 wezende, zoo vint men door dese aanwijsing, of door deze regel, dat de begeerde getallen zijn 3, 4, 5, zonder de Algebra weer te gebruyken.

De Ouden stelden voor het begeerde een ꝝ. voor zijn vierkant een ℨ, voor zijn teerling een ℭ, voor zijn vierkants vierkant een ℨℨ, &c. maar de nieuwe stellen voor het begeerde x, of y, of z, dat is de drie, of meer achterste letteren van 't $a\ b\ c$, en voor de gegevene stellenze de voorste letteren, als a, b, c, d, &c.

Beyde gebruykenze noch dese tekenen, als $+$ en $-$: de eerste $+$ betekent plus, meer, of en, en de tweede $-$ minus of min: het eerste dient om te koppelen, en het tweede om af te scheyden: en passen, of gehooren alleenlijk aan die getallen, of aan die quantiteyten waar voor datze gevoegt zijn, van $+a-b$ moet de $+$ gerekent werden te gehoren tot de a, en de $-$ tot de b, om datze voor deze staan.

't Geen deze konst alleen eygen is, is, datse door middel van addity, substracty, multiplicaty, divisy, en worteltrekking, tracht, in de Vraagstukken, een zelfde hoegrootheit, door twee onderscheydene gedaantens van merktekens af te beelden, of door die middel een Æquatie te vinden, door welkers oplossing dan het begeerde gevonden, of de voornoemde regel openbaar is.

Drie voorname zaken konnen wy in deze wetenschap aanmerken, de bewerking van de voornoemde tekens ten aanzien van de addity, substracty, multiplicaty, divisy, en worteltrekking, in 't geheel en in 't gebroken; in de vinding der Æquatien; en in hare oplossing; en daarom zullen wy dese konst in drie deelen afhandelen; maar wy zullen het tweede het laatste beschrijven, om reden die wy daar toe hebben u naderhant zullen bekent werden.

I. DEEL.

Van de Specien.

Dat is, hoe men de tekenen zal adderen, subſtraheren, multipliceren, divideren, en uyt hen de vierkante wortel zal extraheren, alſe rationaal, en ook als ſe irrationaal zijn.

I. HOOFTSTUK.

Van de Specien in de rationale quantiteyten.

DEwyl men iets anders moet waarnemen, in deſe bewerking, wanneer de tekenen $a\,b\,c$, &c. of de quantiteyten, gelijk wy hen voortaan noemen zullen, de tekenen $+$ of $-$ niet by zich hebben, en wat anders als die voor hen ſtaan, daarom zullen wy genootſaakt weſen deſe in tween te ſplitſen.

I. LIT. *Van de Specien ſonder $+$ of $-$.*

Weeſt gedachtig datmen voor yder quantiteit, daar geen getal voor en ſtaat, de eenheit kan ſtellen, of aanmerken dat z'er voor is. Voor a kan men ſtellen $1\,a$, of men kan conſidereren de 1 daar voor te ſtaan.

Op de Vergaring (*Additio*)

REGEL. *Indien de quantiteiten gelijk zijn, zo vergaart de getallen die daar voor ſtaan, en voegt daar achter de zelve quantiteit: maar ongelijk zijnde, zoo voegtſe nevens malkander, en tuſſen beiden het teken* $+$

Toepaſſing. a En a vergarende, zoo ſtelt voor het beloop $2\,a$: a, a en a adderende, ſtelt $3\,a$: $2\,a$ en $3\,a$ vergarende, ſtelt $5\,a$, en zoo voort. a en b willende by een voegen, zoo ſtelt voor het beloop $a + b$, of $b + a$; $2\,a$ en $3\,b$ adderende, komt $2\,a + 3\,b$: $4\,a$, $3\,a$, en $2\,x$ vergarende, zoo is het beloop $7\,a + 2\,x$.

Op de Aftrekking (*Subſtractio*)

REGEL. *Indien de quantiteiten gelijk zijn, zoo ſubſtraheert de getallen die daar voor ſtaan, en voegt achter de reſt de zelfde quantiteit: maar zooſe ongelijk zijn, zoo voegtſe nevens malkander, mits voor het aftrekſel het teken — ſtellende.*

Toepaſſing. Willende $2\,a$ aftrekken van $3\,a$, zo is, na de regel, de reſt a; a van $3\,a$ willende ſubſtraheren, zoo is de uytkomſt $2\,a$, en zoo voort, *op dat de aftrekking ſcheyde dat de vergaring t'zamen gevoegt heeft:* b van a willende aftrekken, zoo is de reſt $a - b$, of $-b + a$; en $2\,b$ van $3\,c$ afnemende, zoo is de reſt $3\,c - 2\,b$, en zoo voort.

Op de Vermenigvulding (*Multiplicatio*)

REGEL. *Multipliceert de getallen die voor de quantiteiten ſtaan, en voegt daar achter, nevens malkander, de quantiteiten die men met den anderen wil vermenigvuldigen.*

Toepaſſing. $2\,a$ met $3\,b$ vermenigvuldigende, zoo is het vermenigvuldigde $6\,a\,b$, of $6\,b\,a$; dat van $2\,a$ met c is $2\,a\,c$; dat van a met b is $a\,b$; dat van a met b met c is $a\,b\,c$; dat van $2\,a\,b$ met $3\,c$ is $6\,a\,b\,c$; dat van $6\,b\,c$ met a is $6\,b\,c\,a$, of $6\,a\,b\,c$, en zoo voort.

Weet dat men voor $a\,a$ ook wel ſtelt a^2, maar voornamelik als'er meer als twee gelijke nevens malkanderen ſtaan; voor $a\,a\,a$ ſteltmen a^3, voor $x\,x\,x\,x$ ſtelt men x^4, voor $a\,b\,c\,c\,c$ ſtelt men $a\,b\,c^3$, en zo voort.

Vermenigvuldigt.	$2\,a\,b$	$\frac{1}{2}\,a\,a$	a^3	$6\,a^3$
met	$3\,c\,d$	$2\,a\,b$	$2\,b^3$	$\frac{1}{2}\,a^4$
komt	$6\,a\,b\,c\,d$	$a\,3\,b$	$2\,a^3\,b^3$	$4\,a^7$

Op de Deeling (*Additio*)

REGEL. *Indien de quantiteit van den Deeler in het deeltal begrepen is, zoo deelt de getallen, die'er voorſtaan, en voegt daar achter de quantiteiten die het deeltal meerder by zich heeft: maar zoo de quantiteit des Deelers niet in die van het geene gedeelt moet werden begrepen is, zoo ſtelt de Deeler onder het dividendum, en tuſſen beiden een ſtreep.*

Toepaſſing. $6\,a\,b$ door $3\,a$ willende deelen, zoo is de uytkomſt $2\,b$; $a\,a$ door a deelende, zoo isſe a; a^3 door a deelende, zoo isſe $a\,a$; $a\,b\,c$ door b deelende, zoo isſe $a\,c$; $6\,a^3\,b$ door $2\,a\,b$ deelende, zoo isſe $3\,a\,a$; $3\,a^3\,b^3$ door $3\,a^3$ deelende, zoo isſe b^3, $4\,a\,b$ door $a\,b$ deelende, zoo isſe 4, *op dat de deeling breke dat de vermenigvulding gemaakt heeft.* a willende door b deelen, zoo is de uytkomſt $\frac{a}{b}$; $3\,a$ door $2\,b$, zoo isſe $\frac{3\,a}{2\,b}$: deelende $a\,b\,c$ door $d\,c$, zoo is het quotient $\frac{a\,b\,c}{d\,c}$, doch meeſtendeel ſtelt men daar voor $\frac{a\,b}{d}$: *in het dividendum en in den Deeler eerſt wegnemende het geene zy gelijk hebben, als hier de c, en dan de ſtelling doende onder malkander.* Op de zelve manier is $\frac{3\,a^3\,b}{2\,c\,d}$ het quotient deelende $3\,a^3\,b^3$ door $2\,c\,d\,b\,b$, en zoo in alle diergelijke.

Op de Worteltrekking.

REGEL. *Uyt het getal dat voor de quantiteyt ſtaat trekt de wortel, na de regel gegeven in de telkunſt, en voegt achter deze wortel, van de twee gelijke letteren een. Zoo men de* $\sqrt{}$q. *trekt, van de drie een als men de* $\sqrt{}$c. *Van de vier een als men de vierkante vierkante wortel extraheert, en zoo voort.*

Toepaſſing. Na deſe regel, uyt $9\,a\,a$ de $\sqrt{q}$. trekkende, komt $3\,a$; uyt $16\,a\,a\,b\,b$, komt $4\,a\,b$; uyt $a\,a\,b\,b$, komt $a\,b$: uyt $8\,a^3$ de $\sqrt{c}$. trekkende, komt $2\,a$; en uyt $64\,a^3\,b^3$, komt $4\,a\,b$: uyt $16\,a^4\,b^4$, de $\sqrt{\sqrt{q}}$. extraherende, komt $2\,a\,b$: en zoo in het oneyndig.

II. LIT. *Van de Specien met $+$ en $-$*

Op de Vergaring (*Additio*)

REGEL. Op de gelijke quantiteyten.

De tekens gelijk zijnde, zoo vergaart de quantiteyten en ſtelt voor het beloop het zelvige teken.

De

De tekens ongelijk *zijnde, zoo trekt de quantiteyten van malkander af, en ſtelt voor de reſt het teken van het grootſte:* gelijk volgt

$$\begin{array}{ccccc} +2a & -2b & +3a & -3b & +2a \\ +a & -b & -2a & +2b & -2a \\ \hline +3a & -3b & +a & -b & 0 \end{array}$$

Waar uyt openbaar is het volgende:

$$\begin{array}{ccc} aa+2a-3 & 3b+5c & 3aa-6a+7 \\ aa+a-6 & 2b-3c & aa+2a-3 \\ \hline 2aa+3a-9 & 5b+2c & 4aa-3a+4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 2aa+3ab+bb & 3a^3-abb+2aab+b^3 \\ 4ab+3aa & -4a^3-5aab+3abb \\ \hline 7ab-aa+bb. & -a^3+2abb-3aab+b^3 \end{array}$$

Regel. Op de ongelijke quantiteyten.

Voegtſe nevens malkander met de zelvige tekens.

$$\begin{array}{ccc} a+b & a^3-b^3 & a^4 \\ c-d & c^3 & -c^4+d^4 \\ \hline a+b+c-d. & a^3-b^3+c^3. & a^4-c^4+d^4 \end{array}$$

Op de *Subſtractio.*

Regel. Op de gelijke quantiteyten.

Als de tekens gelijk *zijn, zoo trekt de quantiteiten van malkander, en ſtelt voor de reſt het zelvige teken zoo het aftrekſel het kleenſte is, anders het contrary teken.*

Als de tekens ongelijk *zijn, zoo vergaart de quantiteiten, en ſtelt voor het beloop het teken van 't geene daar 't afgetrokken wert.* Gelijk volgt:

$$\begin{array}{ccccc} +3a & -2b & -aa & +3a & -b \\ +a & -b & -2aa & -2a & +2b \\ \hline +2a & -b & +aa & +5a & -3b \end{array}$$

Waar uyt openbaar is het volgende:

$$\begin{array}{ccc} 2aa+3a-6 & 3a+2b & 3aa-2a+6 \\ aa+2a-4 & a+3b & 2aa-3a+9 \\ \hline aa+a-2 & 2a-b & aa+a-3. \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} a+b & a-b & 3aa-2a+6 \\ a-b & a+b & 2aa+a-3 \\ \hline +2b & -2b & aa-3a+9 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 3abc & a^3+aab-abb-b^3 \\ -abc+a^3 & aab-2a^3+c^3-abb \\ \hline 4abc-a^3 & 3a^3-b^3-c^3 \end{array}$$

Regel. Op de ongelijknamige quantiteyten.

Voegtſe nevens malkander, mits de tekens van het aftrekſel omkerende, dat is voor een + een —, en voor een — een + ſtellende.

$$\begin{array}{ccc} a+b & a-b & -aa+bb \\ c+d & c-d & -cc \\ \hline a+b-c-d & a-b-c+d & -aa+bb+cc \end{array}$$

Op de *Multiplicatio.*

Regel. *Vermenigvuldigende* gelijke *tekens met malkander, zoo ſtelt altijt +, en* ongelijke *altijt —* of anders:

Is de vermeniger + zoo ſtelt de zelfde tekens van het geene vermenigvuldigt wert, en is hy — zoo ſtelt de contrary tekens.

$$\begin{array}{cccc} +a & -a & +a & -a \\ +b & -b & -b & +b \\ \hline +ab & +ab & -ab & -ab \end{array}$$

Waar uyt openbaar is het volgende

$$\begin{array}{ll} a-b+c & a-b+c \\ \hline \quad +c \text{ verm.} & \quad -c \text{ verm.} \\ ac-bc+cc & -ac+bc-cc \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} a+b & aa+2a-3 \\ a+b & a-1 \\ \hline aa+ab & a^3+2aa-3a \\ \quad +ab+bb & \quad -aa-2a+3 \\ \hline aa+2ab+bb & a^3+aa-5a+3 \end{array}$$

multiplicerende $a+b$ met $a-b$, komt $aa-bb$

multiplicerende $2a-b+3$ met $a-4$, komt $2aa-ab-5a+4b-12$.

multiplicerende $aa-ab+bb$ met $a+b$, komt a^3+b^3.

multiplicerende $4a^3+3aa-2a+1$ met $aa-5a+6$, komt $4a^5-17a^4+7a^3+29aa-17a+6$.

't Bewijs van deze Regel.

't Is klaar dat + met + vermenigvuldigt werdende + voort brengt: indien men een van de vermenigers vermindert zoo is 't zeker dat het vermenigvuldigde mede zal minder weſen, en hen tot niets brengende, dat het product ook tot niets zal gebracht zijn, en hen noch meerder verklenende, dat is gelijk — makende, dat het vermenigvuldigde ook minder als niets, dat is — zal moeten weſen; waar uyt blijkt dat + met —, of ongelijke tekens met malkander vermenigvuldigt, — zal moeten voort brengen: en dewijl dit product effectivelijk ſoo veel kleender wert als die quantiteyt groter wert (dat is, dat — 7 zoo veel kleender is als — 4, als de 7 groter is als de 4) ſoo blijkt dat het vermenigvuldigde ſal vermeerderen, de andere vermeniger, die + gebleven is, verminderende; hen dan tot niets verminderende, ſoo ſal het product zich ook tot niets vermeerderen; en hen noch meer verminderende, dat is tot — makende, zoo zal het product in + moeten veranderen, op dat het van niets tot iets zoude vermeerderen; en alzoo blijkt dat — met — vermenigvuldigt, + moet voort brengen, zoo

wel als $+$ *met* $+$, *en daarom gelijke tekens met malkander* $+$, *en ongelijke* $-$, *dat de regel behelſt. Dit kan ook dienen op de deeling, om dat die het tegendeel is van de vermenigvulding.*

Somtijts wert het vermenigvuldigde alleenlijk afgebeelt door zekere manier van ſtelling, zonder waarlijk te multiplicceren, te weten, men ſtelt de vermeniger, en het geene vermenigvuldigt moet werden, nevens malkander, met tuſſchenvoeging van de letter M, of eenig ander teken, mits een ſtreep halende boven de vermeniger en het geen gemultipliceert moet werden indienze gekoppelde quantiteyten zijn:

Als $\overline{a+b}\,M\,\overline{c+d}$, of $\overline{a+b},, \overline{c+d}$ ſtelt men voor het vermenigvuldigde van $a+b$ met $c+d$: en $\overline{a+b},, c$ voor het zelvige van $a+b$ met c, en $\overline{a+b},, -c$ voor dat van $a+b$ met $-c$: waar uyt openbaar is het volgende:

$$\begin{array}{lll} \overline{a+b},,c & \overline{a+b},,-ce & \overline{a+b},,ce \\ \underline{\qquad\qquad d} & \underline{\qquad\qquad\qquad d} & \underline{\qquad\qquad c-f} \\ \overline{a+b},,cd & \overline{a+b},,-ced & \overline{a+b},,ce,,\overline{c-f} \end{array}$$

Op de *Diviſio.*

REGEL. *Deelende* gelijke *tekens door malkander ſtelt altijt* $+$, *en* ongelijke *altijt* $-$.

$$\frac{+ab}{+a}\Big/ +b \qquad \frac{-ab}{-a}\Big| +b \qquad \frac{+ab}{-a}\Big| -b \qquad \frac{-ab}{+a}\Big/ -b$$

Waar uyt openbaar is het volgende:

$$\frac{ab+ac}{a}\Big| b+c, \text{ of dus } a\,\frac{ab+ac}{b+c}.\quad a\,\frac{ab+aa-ac}{b+a-c}$$

$$-a\,\frac{ab-aa}{-b+a}.\quad \frac{ab+ac}{b+c}\Big| a.\quad \frac{acx+dx}{ac+d}\Big/ x.\quad \frac{ay-y}{a-1}\Big/ y$$

Deelende $da-ac+df-cf$ door $d-c$, komt $a+f$
Deelende $aa+2ab+bb$ door $a+b$, komt $a+b$
Deelende $aa-2ab+bb$ door $a-b$, komt $a-b$
Deelende $aa-bb$ door $a+b$, komt $a-b$
Deelende a^3+b^3 door $a+b$, komt $aa+bb-ab$
Deelende $y^6-8y^4-124yy-64$ door $yy-16$, komt $y^4+8yy+4$
Deelende $y^6+aay^4-2ccy^4-a^4yy+c^4yy-a^6-2a^4cc-aac^4$
Door $yy-aa-cc$, komt $y^4+2aayy-ccyy+a^4+aacc$.

Op de Worteltrekking.

Wy zullen dit alleenlijk door voorbeelden verrichten, om dat de regelen van deſe over een komen met die van de Telkunſt, welke U L. alrede bekent zijn.

Gegeven zijnde de $\sqrt{q}$. te trekken uyt $aa+2ab+bb$

$$\begin{array}{r|l} aa & +2ab+bb \text{ gegeve} \\ \hline a & \qquad\quad +b \text{ uytkomſt} \\ \hline & +2a \text{ deeler} \end{array}$$

de $\sqrt{q}$. uyt aa is a, ſtelt in de uytkomſt, en verdubbelt, komt voor de Deeler $+2a$; hier mede deelt $+2ab$, komt $+b$, deſe ſtelt mede in de uykomſt, en trekt zijn vierkant, als $+bb$, van het gegevene: en dewijl hier mede alle de quantiteyten van het gegevene gebruykt zijn, zoo betoont het dat $a+b$ de vierkante wortels uyt $aa+2ab+bb$ is, dat lichtelijk getoeſt wert: en zoo met de volgende.

uyt $a^4-2aabb+b^4$ is de $\sqrt{q}.\ aa-bb$
uyt $64xx-160x+100$ is de $\sqrt{q}.\ 8x-10$
uyt $aa+2ac+cc-2ab-2bc+bb$ is de $\sqrt{q}.\ a+c-b$.
uyt $a^3+3aab+b^3$ is de $\sqrt{c}.\ a+b$.

$$\begin{array}{r|l} a^3 & +3aab+3abb+b^3 \\ \hline a & \qquad\qquad\qquad +b \\ \hline & +3aab+3abb+b^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} +a \text{ zijn } \square \text{ is } +aa & & \\ 3 & \text{———} & 3 \text{ genit.} \\ \hline +3a & & +3aa \\ +b^3+bb & & +\ b \\ \hline +3abb & & +3aab \end{array}$$

De $\sqrt{c}$. uyt a^3 is a, die ſtelt in de uytkomſt: zijn vierkant is $+aa$, deze beyde vermenigvuldigt met de genituur van de cubicq, als met 3 en 3, komt $+3a$ en $+3aa$: het laatſte vermenigvuldigt met $+b$, en het ander met zijn vierkant, komt $+3abb+3aab$: en dewijl dit met de cubicq van $+b$, dat is met $+b^3$, gelijk is aan het overige van het gegevene, zoo betoont het dat $a+b$ de $\sqrt{c}$. is uyt $a^3+3aab+3abb+b^3$.

uyt $a^3-3aab+3abb-b^3$ is de $\sqrt{c}.\ a-b$, en uyt $27x^6-54x^5+171x^4-188x^3+285xx-150x+125$ is de $\sqrt{c}.\ 3xx-2x+5$.

Uyt het gezeyde is openbaar hoe men de $\sqrt{}\sqrt{}$ en andere hooger wortelen ſal extraheren.

Aanmerking.

Wy hebben de ſpecien alleenlijk in de geheele quantiteyten verhandelt, en gaan die van de breuken geheel voor by, om reden dat die nu openbaar zijn, dewijl men in deſe geen andere regelen heeft te obſerveren als die in de getallen moeten waargenomen werden, die in onſe Telkunſt aangetekent zijn, en ik heb liever dat gy hen daar uyt vaſt leert, als dat gy hen uyt de bewerking met de quantiteyten zoud kundig werden, om reden dat het laatſte u moeylijk zal vallen: de regels kennende, zo heeft men het al: en over zulks recommandere ik u die ten hoogſten, als een zaak daar aan veel gelegen is: die wel van buyten kennende zo neemt u exercity met de exempelen die wy daar van in onſe Algebra geſtelt hebben van pagina 11 tot 20.

Evenwel zal ik het voornaamſte, of dat in deze konſt van een zeer groot gebruik is, hier kortelijk byvoegen, om hen als in een opſlag te konnen zien, en daar door gemakkelijk onthouden, overſlaande het geene ik vertrouwe dat u bekent zal weſen, of dat in deſe plaats te lang zou vallen.

1. *De breuken blyven even groot als men de Teller en*

Noemer

Noemer door een zelfde hoegrootheit divideert of multipliceert.

2. *De selve gelijke Noemers hebbende, zoo vergaart men in de additie, en substraheert men in de substractie, de Tellers, en voegt onder de uitkomst de gemeene Noemer.*

3. *Als men een heel by een breuk wil vergaren, of daar van aftrekken, zulks dat de uytkomst de gedaante van een deurgaande breuk heeft, zoo moet men eerst het heel met de Noemer multipliceeren, en dan de uytkomst by de Teller voegen; onder het zelfde teken in de vergaring, en onder het contrary in de aftrekking.*

4. *Willende een breuk met een heel multipliceren, zoo vermenigvuldigt de Teller, of deelt de Noemer zoo het kan door dit heel: en willende de breuk daar door divideren, zoo doet het tegendeel, vermenigvuldigende de Noemer, of deelende de Teller zoo het kan: de uytkomst is het begeerde, behoudende het ander van de breuk.*

5. *Als men een breuk met zijn noemer multipliceert, zoo is de uytkomst de Teller: en met een quantiteyt daar in de Noemer effen opgaat, de uytkomst is het vermenigvuldigde van het quotient met de Teller.*

II. HOOFTSTUK.

Van de specien in de irrationale quantiteyten.

GElijkerwijs de breuken voortkomen uit die quantiteyten welkers eene door de ander, zonder overschot niet kan gedeelt werden, alzoo komen ook voort de Surdische of irrationale quantiteyten, uyt die geene waar uyt de de wortel niet te vinden is.

$\sqrt{2}$, $\sqrt{ab}$, $\sqrt{c.\,aab}$, en $\sqrt{ab+cc}$ werden surdische, of irrationale quantiteyten genaamt, om dat uyt 2, uyt ab, uyt $ab+cc$, niet de $\sqrt{q}$, en aab om dat daar uyt niet de $\sqrt{c.}$ kan getrokken werden.

Deze en diergelijke te reduceeren, te adderen, te substraheren, te multipliceren, te divideren, en de wortel daar uyt te extraheren is het geene wy voornemen in dit Hooftdeel af te handelen, om dat het in deze konst van veel gebruyk is.

Dewijl alle de regelen, die wy in dese zullen komen voor te dragen, voortkomen uyt twee hoedanigheden, zoo zal het best zijn dat wy deze voor af stellen, op dat men voor af de gront, waar uyt se voort komen, zoude weten, en hen vindender wijse verstaan.

I. Hoedanigheit. *Als twee grootheden met een darde vermenigvuldigt werden, zoo is de som van hare producten even aan het vermenigvuldigde van haar som met dit darde; en haar rest aan haar rest.*

Toepassing.. Indien a en b twee grootheden zijn, dewelke met een darde c vermenigvuldigt werden, zoo is de som van hare producten, $ac+bc$, even zoo veel als of men de som van dese a en b dat is $a+b$, met het darde c vermenigvuldigt, gelijk blykt uyt het nevenstaande, om dat het beyde $ac+bc$ voort brengt: waar uyt volgt dat $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}$ gelijk is aan $5\sqrt{3}$, vergarende de heeltallen 2 en 3; en uyt het contrary dat $5\sqrt{3}-2\sqrt{3}$ gelijk is aan $3\sqrt{3}$, aftrekkende de heeltallen.

$$\begin{array}{ll} a \quad b & a+b \\ \underline{\qquad\qquad} c & \underline{\qquad\qquad} c \\ ac+bc \infty & ac+bc \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 2 \quad 3 & 2+3\text{, of } 5 \\ \underline{\qquad\qquad} \sqrt{3} & \underline{\qquad\qquad} \sqrt{3} \\ 2\sqrt{3}+3\sqrt{3} \text{ is gelijk} & 5\sqrt{3}. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 5 \quad 2 & 5-2\text{, of } 3 \\ \underline{\qquad\qquad} \sqrt{3} & \underline{\qquad\qquad} \sqrt{3} \\ 5\sqrt{3}-2\sqrt{3} \text{ is gelijk} & 3\sqrt{3} \end{array}$$

II. Hoedanigheit. *Indien de hoegrootheit van een wortel quantiteyt met de hoegrootheyt van zoodanigen wortel quantiteyt gemultipliceert, of gedivideert wert, zoo is het product, of het quotient der hoegrootheyt even zoodanigen wortel quantiteyt.*

Toepassing. Indien $\sqrt{a}$ met $\sqrt{b}$ vermenigvuldigt of gedeelt wert, zoo is de uytkomst in de vermenigvulding $\sqrt{ab}$, en in de deeling $\sqrt{\frac{a}{b}}$: $\sqrt{c.\,a}$ met $\sqrt{c.\,b}$ multiplicerende of dividerende, zoo is de uytkomst in de vermenigvulding $\sqrt{c.\,ab}$, in de deeling $\sqrt{c.\,\frac{a}{b}}$ en zoo voort, altijt zijns gelijke voort brengende.

$$\begin{array}{ll} \sqrt{a} & \sqrt{a} \\ \sqrt{b} & \sqrt{b} \,/\, \sqrt{\frac{a}{b}} \\ \underline{\quad} \text{ verm.} & \\ \sqrt{ab} & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \sqrt{c.\,a} & \sqrt{c.\,a} \\ \sqrt{c.\,b} & \sqrt{c.\,b} \,/\, \sqrt{c.\,\frac{a}{b}} \\ \underline{\qquad} \text{verm.} & \\ \sqrt{c.\,ab} & \end{array}$$

De zekerheit hier van ziet men uyt het nevenstaande, aanmerkende dat de gegevene aan malkander gelijk zijn, en by gevolg dat de uytkomsten gelijk moeten wesen, en ook gelijk bevonden werden, dewijl het kenlijk is dat ab is $\infty \sqrt{aabb}$, en ook $\infty \sqrt{c.\,a^3 b^3}$, en dat $\frac{a}{b} \infty$ is aan $\sqrt{\frac{aa}{bb}}$, en ook $\infty \sqrt{c.\,\frac{a^3}{b^3}}$

$$\begin{array}{lll} & a \infty \sqrt{aa} & a \infty \sqrt{aa} \\ & b \infty \sqrt{bb} & b \infty \sqrt{bb} \\ \text{verm.} & \underline{\qquad\qquad} & \underline{\qquad\qquad} \text{ged.} \\ & ab \infty \sqrt{aabb} & \frac{a}{b} \infty \sqrt{\frac{aa}{bb}} \\ & a \infty \sqrt{c.\,a^3} & a \infty \sqrt{c.\,a^3} \\ & b \infty \sqrt{c.\,b^3} & b \infty \sqrt{c.\,b^3} \\ \text{verm.} & \underline{\qquad\qquad} & \underline{\qquad\qquad} \text{ged.} \\ & ab \infty \sqrt{c.\,a^3 b^3} & \frac{a}{b} \infty \sqrt{c.\,\frac{a^3}{bb}} \end{array}$$

Van de Reducty der Surdische quantiteyten.

Om de Surdische quantiteyten, die van ongelijke wortelen zijn, tot een zelfde te brengen.

Als om $\sqrt{ab}$, en $\sqrt{c.\,aab}$, of $\sqrt{^2}\,ab$ en $\sqrt{^3}\,aab$, te brengen onder een zelfde wortel.

REGEL. *Zoekt het kleenste getal waar in de tallen der worteltekens effen opgaande deelbaar zijn, en vermenigvuldigt de quantiteyten van de gegevene soodanig in zich als het quotient aanwijst, deelende het gevondene getal door het tal dat by yder wortelteken staat; en stelt voor het product zoodanigen wortelteken als het gevondene kleenste getal af beelt.*

Toepassing. Gegeven zijnde $\sqrt{^2}\,ab$ en $\sqrt{^3}\,aab$ (of $\sqrt{ab}$ en $\sqrt{c.\,aab}$) zoo zoekt eerst het kleenste getal daar in dat 2 en 3 (de tallen die by de $\sqrt{}$ gevoegt zijn) effen op gaan, komt 6: deelt dan deze 6 door 2 en 3, komt 3 en 2, te kennen gevende dat de quantiteyten van die van $\sqrt{^2}\,ab$, 3 maal in zich moet vermenigvuldigt werden,

werden, of teerlingse wyze, en dat die van $\sqrt{3}\,aab$, 2 maal, of quadraatse wyze moet gemultipliceert werden; dit doende komt $a^3 b^3$ en $a^4 bb$: voor yder gestelt $\sqrt{^6}$, om dat 6 het kleenste getal is, komt voor het begeerde $\sqrt[6]{a\ b^3}$ en $\sqrt[6]{a^4 bb}$, of $\sqrt{qc.\ a^3 b^3}$ en $\sqrt{qc.\ a^4 bb}$.

Op gelijke wyze, $\sqrt{ab}$ en $\sqrt{\sqrt{a^3 b + ab^3}}$ onder een wortel teken brengende, zoo zullen de uytkomsten zijn $\sqrt{\sqrt{aabb}}$ en $\sqrt{\sqrt{a^3 b + ab^3}}$.

De zekerheit van de regel blijkt uyt deze bewerking:

$$\sqrt[3]{\frac{\sqrt[2]{ab}}{\sqrt[2]{a^3b^3}}\;\sqrt[3]{}.} \qquad \overline{\sqrt[6]{a^3b^3}\infty\sqrt[2]{ab}} \qquad\qquad \sqrt[2]{\frac{\sqrt[3]{aab}}{\sqrt[3]{a^4bb}}\;\sqrt[2]{}.} \qquad \overline{\sqrt[6]{a^4bb}\infty\sqrt[3]{aab}}$$

Aanmerkende dat de vermenigvulding van de quantiteyten, dat is van de letteren, in zich cubicq of quadraatse wyze, het wortelteken $\sqrt{^2}$ of $\sqrt{^3}$ niet en verandert, volgens de tweede hoedanigheit, en dat de trekking van de $\sqrt{^3}$, of de $\sqrt{^2}$, zonder de letteren te veranderen, alleenlijk het wortelteken verandert, en zulken wortelteken voort brengt, dat de vermenigvulding der talletjes die by de $\sqrt{}$ staan, te kennen geeft, volgens de regelen van de gemeene worteltrekking.

Als eenige quantiteyt rationaal is, dat is geen Surdisch, zoo behoeft men die alleenlijk in zich te vermenigvuldigen zoodanig als het teken van die geene vertoont daar aan datze evennamig moet gebracht werden: by voorbeelt, om a en $\sqrt{ab}$ onder een teken te brengen, zoo behoeft men alleenlijk a in zich eens te vermenigvuldigen, komt aa, en daar voor het teken $\sqrt{}$ te voegen, en dan is $\sqrt{aa}$ en $\sqrt{ab}$ onder een zelfde teken: hebbende a en $\sqrt{c.\ abb}$, zoo vint men $\sqrt{c.\ a^3}$ en $\sqrt{c.\ abb}$. en zoo in alle andere gevallen.

Om het rationale uyt een Surdische quantiteyt weg te nemen.

Veeltijts gebeurt het dat men een Surdische quantiteyt tot een eenvoudiger gedaante kan reduceren, met het geene daar in rationaal is, daar uyt weg te nemen, te weten de zoodanige die effen opgaande deelbaar zijn door een rationaal quadraat, cubicq, &c. $\sqrt{75\,aa}$ kan herleyt werden tot $5a\sqrt{3}$, dat van een eenvoudiger gedaante is; en geschiet volgens deze

REGEL. *Deelt de gegeve quantiteyt door een rationaal quadraat, cubicq, &c. en voegt het quotient achter de wortel van dit quadraat, cubicq, &c. als vermeniger.*

Toepassing. Willende $\sqrt{75\,aa}$ zodanig reduceren, zoo deelt hen door $\sqrt{25\,aa}$, komt $\sqrt{3}$, dit achter de wortel van $\sqrt{25\,aa}$, dat is achter $5a$, als vermeniger, komt $5a\sqrt{3}$; even zijnde aan het gegevene $\sqrt{75\,aa}$, om dat het gedivideert en gemultipliceert is met een zelfde hoegrootheyt $\sqrt{25\,aa}$ en $5a$. Men brengt hen ook tot $a\sqrt{75}$, de deeling door $\sqrt{aa}$ doende; tot $5\sqrt{3\,aa}$, zulks door $\sqrt{25}$, en tot $10\,a\sqrt{\tfrac{3}{4}}$, het zelvige door $\sqrt{100\,aa}$ verrichtende.

Op de zelve wyze reduceert men $\sqrt{12}$ tot $2\sqrt{3}$, $\sqrt{300}$ tot $10\sqrt{3}$, of tot $20\sqrt{\tfrac{3}{4}}$: $\sqrt{a^3 - aab}$ tot $a\sqrt{a-b}$, om dat het gedeelt kan worden door $\sqrt{aa}$: $\sqrt{a^3 - 2aab + abb}$ tot $a - b\sqrt{a}$: $\sqrt{\frac{bb}{a}}$ tot $\frac{b}{a}\sqrt{a}$, vermenigvuldigende eerst de teller en noemer van $\sqrt{\frac{bb}{a}}$ met $\sqrt{a}$, komt $\sqrt{\frac{bba}{aa}}$, en dan de deeling doende door $\sqrt{\frac{bb}{aa}}$.

Hebbende $\sqrt{\frac{aaoomm}{ppzz} + \frac{4aam^3}{pzz}}$, zo brengt eerst de laatste term onder de zelfde noemer met de eerste de teller en noemer eerst beyde met $\sqrt{p}$ multiplicerende, en dan bevint men dat de geheele quantiteyt deelbaar is door $\sqrt{\frac{aamm}{ppzz}}$, en dewijl het quotient $\sqrt{oo + 4mp}$ is, zoo blijkt dat het gereduceerde is $\frac{am}{pz}\sqrt{oo + 4mp}$.

Op de zelve manier wert $\sqrt{c.\ a^4 bb}$ gereduceert tot $a\sqrt{c.\ abb}$: $\sqrt{c.\ 32}$ tot $2\sqrt{c.\ 4}$, of tot $4\sqrt{c.\ \tfrac{1}{2}}$. $\sqrt{c.\ a^6 - a^4 bb}$ tot $a\sqrt{c.\ a^3 - abb}$, en zoo met alle andere.

Van de communicanten, of meetbare Surdische quantiteyten.

Als twee of meer Surdische quantiteyten door een zelfde wortel quantiteyt, gedeelt zijnde, rationale quadraten, cubiquen, &c. voort brengen, zo noemt men die *communicanten*, *commensurabele*, of meetbare grootheden.

Als $\sqrt{12}$ en $\sqrt{27}$, deze beyde door $\sqrt{3}$ gedeelt zijnde, brengen voort $\sqrt{4}$ en $\sqrt{9}$, of 2 en 3, dies noemt men $\sqrt{12}$ en $\sqrt{27}$ *communicanten*.

Om de *communicanten* onder een zelfde Surdische quantiteyt te reduceren.

REGEL. *Reduceert een van de gegevene tot een eenvoudiger gedaante: dan deelt de overige door het Surdisch van dit eerste, men heeft het rationale.*

Toepassing. Om $\sqrt{12}$ en $\sqrt{27}$ onder een zelfde Surdische quantiteyt te brengen: reduceert $\sqrt{12}$ als boven, komt $2\sqrt{3}$; dan deelt $\sqrt{27}$ door deze $\sqrt{3}$, komt $\sqrt{9}$, of 3, deze 3 met het Surdisch $\sqrt{3}$ vermenigvuldigt, komt $3\sqrt{3}$ voor het tweede: en men heeft $2\sqrt{3}$ en $3\sqrt{3}$.

Op deze zelfde wyse reduceert men $\sqrt{75}$ en $\sqrt{147}$ tot $5\sqrt{3}$ en $7\sqrt{3}$: $\sqrt{32}$ en $\sqrt{72}$ tot $4\sqrt{2}$ en $6\sqrt{2}$: $\sqrt{50}$, $\sqrt{72}$ en $\sqrt{98}$ tot $5\sqrt{2}\,6\sqrt{2}$, en $7\sqrt{2}$: $\sqrt{3}$ en $\sqrt{48}$ tot $1\sqrt{3}$ en $4\sqrt{3}$.

$\sqrt{a^4 + aabb}$ en $\sqrt{b^4 + aabb}$ zoodanig reducerende men vint $a\sqrt{aa + bb}$ en $b\sqrt{bb + aa}$.

Op de addity *en* substracty *der Surdische quantiteyten.*

REGEL. Op de communicanten.

Reduceertze als voren, en vergaart in de addity, en trekt af in de Substracty, het rationale; en voegt by de *de som, of by de rest, als vermeniger, het Surdische, komt het begeerde.*

Toepassing. Willende vergaren $\sqrt{12}$ by $\sqrt{27}$, zoo reduceertze, komt $2\sqrt{3}$ en $3\sqrt{3}$: vergaart de rationale 2 en 3, komt 5, en voegt daar nevens de gemeene vermeniger $\sqrt{3}$, komt voor het beloop $5\sqrt{3}$. Trekkende 2 van 3, zoo bekomt men $1\sqrt{3}$, of $\sqrt{3}$, voor de rest trekkende $\sqrt{12}$ van $\sqrt{27}$, of $2\sqrt{3}$ van $3\sqrt{3}$.

Op de zelve manier vint men dat van $\sqrt{75aa}$ en $\sqrt{27aa}$, dat is van $5a\sqrt{3}$ en $3a\sqrt{3}$, haar som is $8a\sqrt{3}$, en haar verschil $2a\sqrt{3}$. hebbende $\sqrt{3}$ en $2\sqrt{3}$, zoo is haar som $3\sqrt{3}$, en haar verschil $\sqrt{3}$: maar hebbende $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ en $\sqrt{3}$, zoo is haar som $1\frac{2}{3}\sqrt{3}$, en haar verschil $\frac{1}{3}\sqrt{3}$, of $\sqrt{\frac{1}{3}}$.

Hebbende $\sqrt{a^4 + aabb}$ en $\sqrt{aabb + b^4}$, zoo is haar som $\overline{a + b}\sqrt{aa + bb}$, en haar verschil $\overline{a - b}\sqrt{aa + bb}$.

Gegeven zijnde $\sqrt{\frac{4aabb - 4aaxx}{bb}}$ en $\sqrt{bb - xx}$, zoo is haar som $\frac{2a + b}{b}\sqrt{bb - xx}$, en haar verschil $\frac{2a - b}{b}\sqrt{bb - xx}$.

Indien 't geen communicanten, maar incommensurabele, of onmeetbare zijn.

Regel. *Vergaart of trekze van malkander af door het teken + of —.*

Toepassing. Om $\sqrt{2}$ by $\sqrt{3}$ te vergaren, men stelt voor de som $\sqrt{2} + \sqrt{3}$; en om $\sqrt{3}$ van $\sqrt{5}$ af te trekken, zoo stelt men voor de rest $\sqrt{5} - \sqrt{3}$: gegeven zijnde $\sqrt{a + b}$ en $\sqrt{a - b}$, zoo is haar som $\sqrt{a + b} + \sqrt{a - b}$, en haar verschil $\sqrt{a + b} - \sqrt{a - b}$.

Op de *multiplicaty* der Surdische quantiteyten.

Regel. *Brengtze onder gelijke tekens indienze ongelijk zijn: dan vermenigvuldigt de hoegrootheden met malkander, en stelt voor de uytkomst het zelfde teken, komt het begeerde.*

Toepassing. Om te vermenigvuldigen $\sqrt{2}$ met $\sqrt{3}$, zoo multipliceert 2 met 3, komt 6, daar voor stelt het zelvige teken, komt $\sqrt{6}$ voor het vermenigvuldigde van $\sqrt{2}$ met $\sqrt{3}$. Op gelijke wijs, multiplicerende $\sqrt[3]{2}$ met $\sqrt[3]{3}$, komt $\sqrt[3]{6}$: $\sqrt{ab}$ met $\sqrt{cd}$, komt $\sqrt{abcd}$.

Voor het gemultipliceerde van $\sqrt{aa + bb}$ met $\sqrt{aa - bb}$ vint men $\sqrt{a^4 - b^4}$; en voor dat men $\sqrt{bc}$ met a, of met $\sqrt{aa}$, vint men $\sqrt{aabc}$, of $a\sqrt{bc}$.

Vermenigvuldigende $a + \sqrt{bc}$ met $a + \sqrt{bc}$, dat is $a + \sqrt{bc}$ in zich zelfs, of vierkantze wyze, komt $aa + bc + 2a\sqrt{bc}$: multiplicerende $3 - \sqrt{2}$ in 't vierkant komt $11 - 6\sqrt{2}$: vermenigvuldigende $2 + \sqrt{3}$ met $3 + \sqrt{3}$, komt $9 + 5\sqrt{3}$: ook $\sqrt{ab + \sqrt{aa - bb}}$ met $\sqrt{ab - \sqrt{aa - bb}}$, komt $ab - aa + bb$: en $\sqrt{aa + bb + \sqrt{aa - bb}}$ met $\sqrt{aa + bb - \sqrt{aa - bb}}$, komt $2bb$.

Indien de gegevene communicanten zijn, zo zal het product rationaal wezen, of daar uyt zal de wortel konnen getrokken werden.

Multiplicerende $\sqrt{12}$ met $\sqrt{27}$, dat communicanten zijn, zoo is het product $\sqrt{324}$, of 18. $\sqrt{75aa}$ met $\sqrt{27aa}$ vermenigvuldigende, komt $45aa$: en $\sqrt{a^4 - aabb}$ met $\sqrt{aabb + b^4}$, komt $a^3b + ab^3$.

Maar wanneer de communicanten in de gereduceerde order staan, zoo gebruikt men daar toe deze

Regel. *Vermenigvuldigt de rationale quantiteyten, en de uytkomst noch met de wortel quantiteyt zonder teken hen aanmerkende, komt het begeerde.*

$a\sqrt{2}$
$b\sqrt{2}$
——
ab
— 2
$2ab$

Toepassing. Gegeven zijnde $a\sqrt{2}$ te vermenigvuldigen met $b\sqrt{2}$, zoo multipliceert de rationale, als a met b, komt ab, en dit noch met 2, het Surdische zonder aanmerking van zijn teken, komt $2ab$ voor het begeerde.

Op de zelve manier doende, men vint voor het vermenigvuldigen van $5a\sqrt{3}$ met $3a\sqrt{3}$, $45aa$: en voor dat van $a\sqrt{aa + bb}$ met $b\sqrt{aa + bb}$, $a^3b + ab^3$.

Op de *Divisio* der Surdische quantiteyten.

Regel. *Brengtze onder gelijke tekens indienze ongelijke hebben: dan deelt de hoegrootheden, zonder aanmerking van de tekens, door malkander, en stelt voor de uytkomst het zelvige teken, komt het begeerde.*

Toepassing. Om te divideren $\sqrt{6}$ door $\sqrt{3}$: zoo deelt 6 door 3, de tekens verwerpende om datze gelijk zijn, komt 2, hier voor stelt het zelvige teken, komt $\sqrt{2}$ voor het begeerde. Op gelijke wyze, deelende $\sqrt[3]{6}$ door $\sqrt[3]{2}$, komt $\sqrt[3]{3}$: en $\sqrt{abcd}$ door $\sqrt{ab}$, komt $\sqrt{cd}$.

$\sqrt{a^4 - b^4}$ door $\sqrt{aa + bb}$, komt $\sqrt{aa - bb}$.
$\sqrt{a^3b - ab^3}$ door $\sqrt{aa - bb}$, komt $\sqrt{ab}$.
$\sqrt{aabc}$, of $a\sqrt{bc}$ door a, komt $\sqrt{bc}$.
$ab + b\sqrt{bc}$ door $a + \sqrt{bc}$, komt b.
$\sqrt{a^4 + 2a^3b - 2ab^3 - b^4}$ door $a + b$, komt $\sqrt{aa - bb}$.

Vermenigvuldigt eerst de deler a + b *in zich zelfs, om hen in gelijke tegens te hebben, komt* $\sqrt{aa + 2ab + bb}$ *voor de deler.*

deelt $a^3 + abb$ door $\sqrt{a^4 + aabb}$, komt $\sqrt{aa + bb}$.
deelt $aa + bb$ door $\sqrt{aa + bb}$, komt $\sqrt{aa + bb}$.
deelt $\overline{aa + bb},a$ door $\sqrt{aa + bb}$, komt $a\sqrt{aa + bb}$
deelt $aa - bc$ door $a + \sqrt{bc}$, komt $a - \sqrt{bc}$.

Om dat deze uyt letters bestaat, daarom volgt hier in

de

de gemeene koers van de Divisy, deelende simpelijk aa — bc *door* a $+\sqrt{}$ bc, *men vint de uytkomst, gelijk hier onder.*

dividendum $aa - bc, - a\sqrt{bc}$, komt $a - \sqrt{bc}$.
divisor $a + \sqrt{bc}$.
$\sqrt{bc} + a$

En zoo mede in de twee volgende.

deelt $a^3 + bc\sqrt{bc}$ door $a + \sqrt{bc}$, komt $aa + bc - a\sqrt{bc}$.

deelt $a^3 b - abbc$ door $aa + a\sqrt{bc}$, komt $ab - b\sqrt{bc}$.

deelt $9 + 5\sqrt{3}$ door $3 + \sqrt{3}$, komt $2 + \sqrt{3}$.

Maar in deze, alwaar de tweenamige divisor uyt getallen bestaat, moet men eerst deze Divisor multipliceren met zijn tegendeel, of risiduum, *om een beeltal te bekomen, en ook het* dividendum, *of het getal om te deelen, als beyde met* $3 - \sqrt{3}$, *gelijk volgt.*

Divisor $3 + \sqrt{3}$ *Dividendum* $9 + 5\sqrt{3}$.
Risidium $3 - \sqrt{3}$ —— $3 - \sqrt{3}$.
—— verm. —— verm.
komt $*6$, deeler $12 + 6\sqrt{3}$.
$*6$ ——
$2 + \sqrt{3}$ *'t quot.*

deelt $2\sqrt{3}$ door $2 + \sqrt{3}$, komt $-6 + 4\sqrt{3}$.
deelt $26 - 14\sqrt{3}$ door $4 - 2\sqrt{3}$, komt $5 - \sqrt{3}$.
deelt $\sqrt{20} + \sqrt{14}$ door $\sqrt{10} + \sqrt{6}$, komt $\sqrt{12\frac{1}{2}} + \sqrt{8\frac{3}{4}} - \sqrt{7\frac{1}{2}} - \sqrt{5\frac{1}{4}}$

Deze Regel, even gelijk als in de multiplicaty, past mede op de communicanten, en in de zoodanige is het quotient ook altyt rationaal.

deelende $\sqrt{108}$ door $\sqrt{12}$, komt $\sqrt{9}$, of 3.
en $\sqrt{75aa}$ door $\sqrt{27aa}$, komt $1\frac{2}{3}$.

Maar als de communicanten gereduceert zijn, zo kan men opvolgen deze

REGEL. *Deelt alleenlijk de rationale quantiteyten, het quotient is het begeerde.*

Toepassing. Om $ab\sqrt{cd}$ te deelen door $a\sqrt{cd}$, zo deelt alleenlijk de rationale, als ab door a; komt b voor het quotient.

deelende $12\sqrt{2}$ door $2\sqrt{2}$, komt 6.

deelende $a\sqrt{aa + bb}$ door $b\sqrt{aa + bb}$, komt $\frac{a}{b}$.

deelende $c\sqrt{ab}$ door $\sqrt{ab}$, komt c.

Op de uytrekking der vierkante wortel uyt een binomium, of een tweenaming getal.

Dewijl de Suridische quantiteyten voort komen om dat uyt de zelvige geen wortel kan getrokken werden, zoo zal het ook onmogelijk zijn uyt de zoodanige de $\sqrt{q}$ te trekken, anders als met byvoeging van het teken $\sqrt{}$: uyt $\sqrt{ab}$ zal de radix quadraat niet anders konnen getrokken werden als met byvoeging van het teken $\sqrt{}$, dat is met te stellen $\sqrt{\sqrt{ab}}$. Maar uyt een tweenaminge, of binomium, zal het zomtijts mogelijk wezen volgens deze.

REGEL. Om de $\sqrt{q}$ uyt een binomium te trekken. *Trekt de vierkanten der deelen van malkander, en uyt de rest de* $\sqrt{}$ q, *en de uytkomst vergaart en trekt ook af van het grootste deel van 't binomium, uyt de helft van de som en rest trekt de* $\sqrt{}$ q, *of stelt daar voor het teken* $\sqrt{}$, *en koppeltze met zoodanige tekens + of — als de deelen van het gegevene gekoppelt zijn, komt het begeerde.*

Aanmerking. Indien men uyt de rest, trekkende de vierkanten der deelen van malkander, de $\sqrt{q}$ niet kan trekken, zoo behoeft men niet verder te gaan, om dat dit een bewijs is dat de $\sqrt{q}$ uyt het tweenamige niet zal konnen getroken werden.

Toepassing. Om de $\sqrt{q}$ te trekken uyt $aa + bc + 2a\sqrt{bc}$: de deelen van dit gegevene zijn $aa + bc$ en $2a\sqrt{bc}$; hare vierkanten zijn $a^4 + 2aabc + bbcc$ en $4aabc$: deze van valkander getrokken rest $a^4 - 2aabc + bbcc$: hier uyt de $\sqrt{q}$ komt $aa - bc$: dit by en van het grootste deel $aa + bc$, komt $2aa$ en $2bc$: gehalveert, komt aa en bc: uyt yder de $\sqrt{q}$ komt a en $\sqrt{bc}$: deze gekoppelt met +, om dat het gegeve zoodanig gekoppelt is, komt $a + \sqrt{bc}$ voor de $\sqrt{q}$ uyt $aa + bc + 2a\sqrt{bc}$

uyt $a + b - 2\sqrt{ab}$ is de $\sqrt{q}$. $\sqrt{a} - \sqrt{b}$.

uyt $mm + \frac{pxx}{m} + x\sqrt{4pm}$ is de $\sqrt{q}$, $m + x\sqrt{\frac{p}{m}}$

uyt $3 + \sqrt{5}$ is de $\sqrt{q}$. $\sqrt{2\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$.
—— $\sqrt{}$
9 5*
5 *
——
4 *Indien dit irrationaal is, so is* $3 + \sqrt{5}$ *mede sood.*
$\sqrt{}$ ——
2 —— 2
3 —— 3 *'t grootste deel.*
verg. —— —— afg.
5 1
2 —— ——
$2\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
$\sqrt{}$ —— ——
$\sqrt{2\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ *'t begeerde.*

uyt $33 + \sqrt{800}$ is de $\sqrt{q}$ $5 + \sqrt{8}$.
uyt $18 + \sqrt{308}$ is de $\sqrt{q}$, $\sqrt{11} + \sqrt{7}$.
uyt $11\frac{1}{4} + \sqrt{125}$ is de $\sqrt{q}$ $2\frac{1}{2} + \sqrt{5}$.
uyt $\overline{a+b}\sqrt{ab} + 2ab$ is de $\sqrt{q}$. $\sqrt{\sqrt{a^3b}} + \sqrt{\sqrt{ab^3}}$

de deelen zijn $\overline{a+b}\sqrt{ab}$ en $2ab$.
—— —— $\sqrt{}$
$a^3b + 2aabb + ab^3$ en $4aabb$.
$4aabb$ ——
—— afg.
$a^3b - 2aabb + ab^3$
$\sqrt{}$ ——
$*\overline{a-b}\sqrt{ab}$
$\overline{a+b}\sqrt{ab}$ $\overline{a+b}\sqrt{ab}$ *grootste deel.*
$*\overline{a-b}\sqrt{ab}$ $*\overline{a-b}\sqrt{ab}$
verg. —— —— afg.
$2a\sqrt{ab}$ $2b\sqrt{ab}$.
2 —— —— —— ——
$a\sqrt{ab}$ $b\sqrt{ab}$.
$\sqrt{}$ —— —— —— ——
$\sqrt{\sqrt{a^3b}} + \sqrt{\sqrt{ab^3}}$ *'t begeerde.*

uyt

uyt $14 - \sqrt{2} - 6\sqrt{5 - \sqrt{2}}$ is de $\sqrt{q}$. $3 - \sqrt{5 - \sqrt{2}}$

de deelen zijn $14 - \sqrt{2}$ en $6\sqrt{5 - \sqrt{2}}$.

$198 - 28\sqrt{2}$ en $180 - 36\sqrt{2}$.

Haar verschil is $18 + 8\sqrt{2}$: hier uyt de $\sqrt{q}$ trekkende volgens voorgaande leering, gelijk hier neven, trekkende de vierkanten der deelen van malkander, &c. komt $4 + \sqrt{2}$: dit by en van het grootste deel $14 - \sqrt{2}$, komt 18 en $10 - 2\sqrt{2}$

18 $8\sqrt{2}$
324 128
128
196
$\sqrt{}$ 14, dit by en van 18
komt 32 en 4
2
16 en 2
$\sqrt{}$
$4 + \sqrt{2}$

2
9 en $5 - \sqrt{2}$
$\sqrt{}$
$3 + \sqrt{5 - \sqrt{2}}$ 't beg.

't Bewijs van dese Regel.

Of de ontleding over een voorbeelt waar uyt de deugt van de Regel op dese gegeven lichtelijk sal konnen bespeurt werden.

$\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ *is een quant. wiens deel. zijn* $\sqrt{a}$ *en* $\sqrt{b}$.

zijn $\Box$ *is* $a + b \pm 2\sqrt{ab}$, *van 't welk de Surdische quantiteyt,* $2\sqrt{ab}$, *2 maal het vermenigvuldigde is van* $\sqrt{a}$ *met* $\sqrt{b}$, *of 2maal het vermenigvuldigde der deelen van de* $\sqrt{q}$ *uyt* $a + b \pm 2\sqrt{ab}$.

wiens deelen zijn $a + b$ *en* $\pm 2\sqrt{ab}$.

en hare $\Box$ *en* $aa + 2ab + bb$ *en* $*4ab$, *deze* $4ab$, *is 2 maal 2, dat is 4maal het vermenigvuldigde van* a *met* b, *om dat sijn* $\sqrt{}$, *dat is* $2\sqrt{ab}$, *het zelvige 2 maal is van* $\sqrt{a}$ *met* $\sqrt{b}$: *en alzoo is* B *altijt het 2 voud van* A; *en overzulx* B *getogen van* A *zoo zalmen altijt* — A *hebben, en daarom zal ook* C *altyt rationaal wezen, en sijn wortel* $a - b$ *zijn, dit by het grootste deel* $a + b$ *vergaart, zoo zal* b *altyt verdwynen, om datze van contrary tekens zijn, en men zal het 2 voud van* a *hebben, om dat hy 2 maal met* + *in de addity gevonden wert: en om de zelve reden zal men, in de aftrekking, altijt het 2 voud van* b *behouden. In het overige van de bewerking is geheel geen swarigheyt, alleenlijk gewaar werdende dat dese* a *en* b *altyt de zelvige gebleven zijn die in de eerste quantiteit* $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ *gegeven waren.*

$\underbrace{aa + 2ab + bb}_{*4ab}$ I B
afg.
rest $aa - 2ab + bb$ C
$\sqrt{}$
komt $a - b$
by een van $a + b$
komt 2a *en* 2b
2
a *en* b
$\sqrt{}$
$\sqrt{a}$ *en* $\sqrt{b}$
gekoppelt, komt $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$,
het eerste gegevene, of de $\sqrt{q}$
uyt $a + b \pm 2\sqrt{ab}$.

II. Deel.

1. *Van de natuur der Æquatien.*
2. *Van hare Reducty.*
3. *Van hare Ontbinding.*

In het voorgaande deel hebben wy de bewerking der Specien afgehandelt, nu komen wy tot het gene nu even genoemt is: het laatste van de Ontbinding is het geene men in deze begeert, de Reducty dient alleenlijk om dit te verkrijgen, en hare natuur te kennen kan ons in de herleyding dienstig wezen.

Wanneer een of meer quantiteyten gelijk zijn aan een of meer andere, of gelijk aan nul, zoo wert dit *Æquatie* genoemt, anders mede *Vergelijking*. Indien $ax \infty b$, of $ax - b \infty 0$ is, zoo noemt men dit een *Æquatie*; ook als $x^3 + axx \infty bbx + c^3$ *of* $x^3 + axx - bbx - c^3 \infty 0$ *is*, en alle diergelijke.

Deze zijn, ten aanzien van de onbekende quantiteyt x, van veelderley gedaantens,

als $x - a \infty 0$
$xx - ax + bb \infty 0$
$x^3 - axx - bbx + c^4 \infty 0$
$x^4 + ax^3 + bbxx - c^3x + d^4 \infty 0$
$x^5 - ax^4 - bbx^3 + c^3xx - d^4x - e^5 \infty 0$.

En zoo in 't oneyndig altijt de volgende term een x minder by sich hebbende als de voorgande, of ook xx, of x^3 &c. te weten, dat het onderscheyt, dat nu een x is, dan twee x, of drie x, &c. is.

De tekens konnen anders wezen alsze hier gestelt zijn, zommige + die hier —, en — die hier + zijn: by a moet men verstaan alle het bekende van die term; by bb alle dat van die, en zoo voort, wantze komen ons gemeenlijk niet zoo eenvoudig voor: zommige van deze termen konnen ook gelijk 0 wezen, of daar niet in zijn, uytgenoomen de eerste, of de laaste, om darze, in zoodanigen geval, een andere gedaante konnen aannemen.

De eerste noemt men een Æquatie van een dimensie, of afmeting; de tweede van twee; de derde van drie, en zoo voort, naar dat x op het meeste eens, twee, driemaal, &c. daar in gevonden wert: de vier eerste worden yder met een onderscheydene naam genoemt, de eerste heet men simpele; de tweede vierkante, de darde teerlingze, en de vierde vierkante vierkante Æquaty, maar de andere noemt men als boven naar mate dat x daar in opklimt.

De wortel, of de hoegrootheyt x, noemt men *ware* alsze grooter is als niets, of als o, minder *valze*, en *inbeeldige* alsze door geen quantiteyt kan afgebeelt werden. $x \infty + a$ zijnde zo is hy een ware; $x \infty - a$ zijnde een valze, en $x \infty$ iets dat niet getekent kan werden is een inbeeldige, of een verdichte.

I. HOOFTSTUK.

Van de natuur der Æquatien.

Om deſe te kennen zoo zullen wy'er een formeren.

Stelle $x \infty + a$, of $x - a \infty 0$; *een* ware *wortel*
en $x \infty - b$, of $x + b \infty 0$; *een* valſe *wortel*

verm.

$$\begin{array}{l} \textit{komt } xx - ax \\ \qquad + bx - ab \infty 0 \end{array}$$

, een Æquaty hebbende een ware wortel a *en een valze* b.

ſtelle noch $x - c \infty 0$ *een* ware *wortel.*

verm.

$$\left.\begin{array}{l} \textit{komt } x^3 - axx \\ \quad + bxx - abx \\ \quad - cxx + acx \\ \qquad\quad - bcx + abc \end{array}\right\} \infty 0, \left\{\begin{array}{l} \textit{een Æquatie} \\ \textit{hebbende twe} \\ \textit{ware wortels} \\ \text{a } \textit{en } c \textit{, en een} \\ \textit{valze } \text{b.} \end{array}\right.$$

I. LIT. *Hoe veel wortels yder Æquaty kan hebben.*

Dewyl wy klaarlijk zien dat de hooft-term (zodanig noemen wy de eerſte van deſe twee Æquatien xx en x^3) van een vergelijking met een onbekende quantiteyt vermeerdert wert, wanneer menſe met een nieuwe wortel vermenigvuldigt, zoo kan men aanmerken *dat yder Æquaty zoo veel wortelen heeft als de onbekende hoegrootheyt in de hooft-term gevonden wert*: gelijk, in de eerſte vergelijking, wert in de hooft-term xx, de onbekende quantiteyt x tweemaal gevonden, en heeft ook twee wortels; en in de tweede de x driemaal, en heeft drie wortels, a, b, c.

II. LIT. *Dat alle wortels niet zakelijk, maar dat zommige alleenlijk inbeeldig zijn.*

Hoewel dat in yder Æquaty zoo veel wortels konnen aangemerkt werden als de onbekende quantiteyt in de Hooft-term gevonden wert, gelijk nu even gezeit is, zoo zijnder nochtans niet altyt zo veel zakelijke, of waarachtige wortelen in alle vergelijkingen begrepen, maar in zommige zijn eenige radices alleenig inbeeldig, dat is, die door geen hoegrootheit konnen uytgedrukt worden. De Æquatie $x^3 - 6xx + 13x - 10 \infty 0$, heeft maar een dadelijke wortel, als 2, en de andere zijn alleen by gedachten, of konnen niet afgebeelt werden, noch door een Simpel, noch door een Surdudiſche quantiteyt. Dat x in deſe $\infty 2$ is toeſt men op deſe wyſe:

$$\begin{array}{rl} x \infty + 2\text{, of } x^3 & \infty + 8 \\ - 6xx & \infty - 24 \\ + 13x & \infty + 26 \\ - 10 & \infty - 10 \end{array}$$

vergaart.

$x^3 - xx + 13x - 10 \infty 0$, *de vorige vergelijking*

Maar men zal x niet gelijk een ander getal konnen ſtellen Simpel of Surdiſch, aangedaan met + of —, dat deſe proef ſal konnen uitſtaan: de inbeeldige wortelen zijn $x \infty + 2 + \sqrt{-1}$, en $x \infty + 2 - \sqrt{-1}$: hier werdenſe wel uytgedrukt, maar het zijn geen waarachtige wortelen, of ze zijn niet dadelijk, om dat het Surdiſche $\sqrt{-1}$, geen dadelijk getal is, dewyl het — by ſich heeft; ter oorſake dat geen getal, + of —, in ſich gemultipliceert, wederom — zal uytleveren, maar altyt +.

III. LIT. *Het bekende van de tweede term is het beloop, of de ſom van alle de wortelen.*

Niet alleenlijk uyt de menigvulding, waar door de voornoemde Æquatien gemaakt zijn, maar ook uyt de vergelijkingen zelfs kan men klaarlijk zien, *dat het bekende van de tweede term de ſom is van alle de wortels, alleenlijk de tekens contrary nemende, zo de hooft-term + is, maar met de zelve tekens zo die — is.*

In de eerſte Æquaty is de tweede term $-ax + bx$, of haar bekende $-a + b$, het beloop zijnde van de wortelen van deſe Æquatie, indien men de tekens verandert, welke $+a - b$ zijn: en in de tweede Æquaty zijn de deelen van de tweede term $-axx + bxx - cxx$, of het bekende $-a + b - c$, de ſom weſende van de wortels van deſe vergelijking, de tekens mede omkerende: en indien men deſe Æquatien van 0 aftrekt, of alle de tekens omkeert, zo zal de hooft-term — weſen; het bekende van de tweede term der eerſte Æquaty zal zijn $+a - b$, en dat van de tweede $+a - b + c$, het beloop van hare wortels zonder de tekens te veranderen.

IV. LIT. *De laatſte term, of de bekende, is het vermenigvuldigde van alle de wortelen door malkander.*

Dat de laatſte term, of de bekende, gemaakt wort uyt de vermenigvulding van alle de wortelen door malkander, blykt niet alleenlijk uyt de termen van de geförmeerde Æquatien, maar ook zeer klaar uyt de vinding zelfs: in de eerſte vergelijking is de laatſte term ab, het gemultipliceerde van de wortelen van die Æquaty, en in de tweede is ze abc, het zelvige van die Æquaty.

V. LIT. *Wat het bekende van alle de andere termen is.*

De andere termen, uytgenomen de eerſte, tweede, en de laatſte, die nu verklaart zijn, *beſtaan uyt de ſom van het vermenigvuldighde der wortelen door malkander, zoo menigmael als*

$$\left.\begin{array}{l} x^3 - axx \\ \quad + bxx - abx \\ \quad - cxx + acx \\ \qquad\quad - bcx + abc \end{array}\right\} \infty 0$$

$$x + d \qquad \infty 0$$

verm.

$$\left.\begin{array}{l} x^4 - ax^3 \\ \quad + bx^3 - abxx \\ \quad - cx^3 + acxx \\ \qquad\quad - bcxx + abcx \\ \quad + dx^3 - adxx \\ \qquad\quad + bdxx - abdx \\ \qquad\quad - cdxx + acdx \\ \qquad\qquad - bcdx + abcd \end{array}\right\} \infty 0$$

als men zulks anders en anders kan doen, niet van alle, maar alleenig van twee in de darde term, van drie in de vierde, van vier in de vijfde, en zoo voort, altijt van een wortel minder als het de zoo veelde term is, mits de tekens behoudende in de darde, omkeerende in de vierde, behoudende in de vijfde, en wederom omkeerende in de zeste, en zoo voort, om de andere term de tekens behoudende en omkerende, mits dat de hoofi-term + is, en de vergelijking gelijk aen o is, op welke wijs wy hen altijt willen aangemerkt hebben. In de nevenstaande Æquaty is het bekende van de darde term $- ab + ac - bc - ad + bd - cd$, de som zijnde van het vermenigvuldigde van twee wortels zoo lang verwisselt als men kan, mits de tekens behoudende: want, van de wortels $+a, -b, +c, -d$, multipliceeren de $+a$ met $-b$, komt $-ab$; de $+a$ met $+c$, komt $+ac$, de $+a$ met $-d$, komt $-ad$; de $-b$ met $+c$, komt $-bc$; de $-b$ met $-d$, komt $+bd$; en de $+c$ met $-d$, komt $-cd$; welke alle de producten zijn die men door verwisseling kan bekomen, en die te zamen het bekende van de darde term uyt maaken: de $+a, -b, +c$ met malkander vermenigvuldigt, komt $-abc$; de $-b, +c, -d$, komt $+bcd$; de $+c, -d, +a$, komt $-acd$; en de $-d, +a, -b$, komt $+abd$, het bekende van de vierde term, mits de tekens omkerende.

VI. Lit. *Yder Vergelijking is, effen opgaande, deelbaar door een van zijne wortelen.*

Dat yder Æquaty, effen opgaande, deelbaar is door een van zijne wortelen, of liever, door een Æquaty dewelke gelijk aan nul is, waar van de eene term is de onbekende quantiteyt, en de andere een bekende, die met zijn behoorlijke teken aangedaan zijnde, een van de wortelen afbeelt, is klaar uyt het voorgaande, om dat daar uyt lichtelijk gezien wert dat yder Æquaty bestaat uyt de vermenigvulding van een zijner wortelen en een ander Æquaty. De tweede vergelijking bestaat uyt de multiplicaty van $x - c$, daar van de c een van sijne wortelen is, in de eerste Æquaty: en 't is gelijke veel of de wortel waar, vals, of inbeeldig is.

VII. Lit. *Hoe veel ware, en hoe veel valze wortelen sommige vergelijkingen konnen hebben.*

Als een vergelijking, aan de welke geen term ontbreekt, in zijn behoorlijke form, en gelijk aan nul, gestelt is, *zoo zalze zoo veel* ware *wortelen konnen hebben als 'er* ongelijke, *en* valse, *als 'er* gelijke tekens, *twee en twee, malkander onmiddelijk volgen*; dat is, zy kan zoo veel ware wortelen hebben: als het teken $-$ het teken $+$ volgt, of, het teken $+$ het teken $-$, en zoo veel valse als de $+$ de $+$, of als de $-$ de $-$ verknochtelijk volgt.

In de Æquaty $x^3 - 2xx + 33x + 90 \infty 0$, zijn de twee en twee onmiddelijke volgende $+ x^3$ en $- 2xx$, ook $- 2xx$ en $+ 33x$, mede $+ 33x$ en $+ 90$: uyt $+ x^3$, $- 2xx$, en uyt $- 2xx + 33x$, mag men besluyten dat de Æquaty kan hebben twee ware wortelen, om dat in deze beyde ongelijke teken malkander volgen, in 't eerste $+$ en $-$, en in 't tweede $-$ en $+$; en om dat men noch heeft $+ 33x$ en $+ 90$, alwaar twee gelijke tekens $+$ en $+$ volgen, zoo blijkt het, na deze regel, dat deze Æquaty ook kan hebben een valze wortel. hebbende $x^4 + 4x^3 - 19xx + 106x - 120 \infty 0$, zoo mag men zeggen dat deze kan hebben drie ware wortelen en een valze.

De zekerheit van het gezeyde kan men lichtelijk bekennen uyt de voornoemde Æquatien, want, nemende in de eerste, a grooter als b, zoo heeft men $+, -, -$, betoonende dat de vergelijking heeft een ware en ook een valse wortel, gelijk ze die ook in der daad heeft: en nemende b grooter als a, zoo heeft men $+ + -$, aanwijsende het zelfde. Stellende, in de tweede Æquaty, b grooter te zijn als $a + c$, zoo is dan ook $ab + bc$ grooter als $aa + 2ac + cc$ en daarom ook grooter als ac; men heeft dan $+ + - +$, toonende dat de vergelijking heeft een valse en twee ware wortelen, gelijkse die ook heeft: maar nemende b kleender als $a + c$, zoo heeft men $+ - \pm +$, aanwijzende het zelfde als boven, en alzoo blijkt, uyt deze Æquatien het gene gesegt is.

II. Hooftstuk.

Van de Reducty der Æquatien.

Dit is het geene wy in dit Hooftdeel tot ons onderwerp nemen. Twe'erley Reducty, of Herlijding, kan men doen, een waar door de wortel niet verandert, en een waar door ze verandert: zullen deze daarom ook afzonderlijk verhandelen.

I. Deel. *Van Reducty waar door de wortel niet en verandert.*

Hier in konnen wy wederom twee leden in optellen, of een Reducty in een Æquaty, of een die uyt twee of meer een vint.

Van de Reducty over een Æquaty.

I. Lit. *Hoe men door Addity, Substracty, Multiplicaty, Divisy, en Worteltrekking hen kan reduceren.*

Indien 'er twee of meer gelijknamige quantiteyten aan een zelfde zijde staan, zoo vergaartse, met aanmerking van haar tekens.

Als hebbende $x \infty a + b + a$ zoo vergaart de gelijke $+ a + a$, komt $x \infty 2a + b$: en hebbende $x \infty a + b - 3a$, zoo vint men, daar door $x \infty - 2a + b$, en $x \infty a + b - a$ hebbende, zoo vint men $x \infty b$.

Maar inden 'er alleen gelijknamige aan weerzijden staan, zoo brengt die, welke men weg, of gelijk

lijk o wil hebben; aan de andere zyde, onder zijn contrary teken, en vergaartſe.

Hebbende $x - a \infty 3a$, en willende $-a$ weg hebben, zoo brengt hen aan de andere zyde, onder zijn contrary teken, dat is onder een $+$, om dat hy een $-$ is, en vergaartſe aldaar; men vint dan $x \infty + 4a$: maar willende de $3a$ weg hebben, men vint, door die middel, $x - 4a \infty 0$. En hebbende $x + a \infty 3a$, zoo vint men, die aan de linker zijde wegnemende, $x \infty 2a$, en die aan de rechter zyde $x - 2a \infty 0$.

Indien'er aan de eene zijde een of meer hoegrootheden zijn, die men daar van daan wil hebben, zoo brengt hen aan de andere zyde onder zijn contrary teken.

Hebbende $x - a \infty b$, en willende $-a$ aan de linker zyde weg hebben, zo brengt hen aan de rechte zyde, onder het contrary teken $+$, komt $x \infty b + a$: en hebbende $x - b \infty 0$, en willende de $-b$ weg hebben, zoo vint men $x \infty b$.

Hebbende $xx - ax + bx \infty cc$, en begerende alleenlijk xx aan de linker zyde over te laten, zoo vint men, na deſe regel, $xx \infty + ax - bx + cc$. En hebbende $d^3 - ccx \infty 2bxx - x^3$, en begeerende alleenlijk x^3, onder het teken $+$, aan een zyde te hebben, zoo brengt $-x^3$ met zijn contrary teken, over aan de linker zyde, en $d^3 - ccx$, onder hare contrary tekens, aan de rechter zyde, komt $x^3 \infty 2bxx + ccx - d^3$: maar begeerende aan de rechter zyde alles weg te hebben, men vint $x^3 - 2bxx - ccx + d^3 \infty 0$.

Men zal zien dat deſe overbrenging, met het contrary teken, geſchieden mag, indien men aanmerkt dat zulks van een $-$ niet anders is als een weerzytſe vergaring van een $+$, en van een $+$ niet anders als een zoodanige aftrekking van een $+$: want

hebbende $x - a \infty 3a$		en $x + a \infty 3a$	
$+a \infty a$		$+a \infty a$	
verg.			afg.
komt x	$\infty 4a$	en x	$\infty 2a$

Zijnde de zelfde uytkomſten die hier voren daar op gevonden zijn door de overbrenging onder het contrary teken.

Dat de uytkomſten, in deſe laatſte bewerking gelijk moeten weſen, blykt uyt deſe twee kundigheden: gelijke by gelijke gedaan, zoo zijn de ſommen gelijk, en, gelijke van gelijke afgetogen, zoo zijn de reſten gelijk.

Indien men heeft $xx \infty 4x$, men ziet dat deſe eenvoudiger kan gebracht werden met hen weerzyts door x te deelen, en dat de weerzytſe uytkomſten zullen moeten gelijk weſen, om dat gelijke door een zelfde gedeelt werden, zulks dat men vint $x \infty 4$.

en hebbende $x^4 \infty ax^3 - bbxx$

xx ———————

men vint $xx \infty ax - bb$, delende alles door xx.

en hebbende $ax + bx \infty bb$

$a + b$ ———————

men vint $x \infty \frac{bb}{a+b}$ deel. alles door $a + b$

Maar hebbende $axx - bxx \infty aax - bbx + abc$, en deelende alles door $a - b$, men vint $xx \infty ax + bx + \frac{abc}{a-b}$

Indien men heeft $\frac{x}{2} \infty 3$, men ziet dat men hen eenvoudiger kan maken, met ze weerzyts met de noemer 2 te multipliceeren, om dat de breuk, in zodanigen geval, zal verdwynen; en de weerzytſe uytkomen zullen, gelijk weſen, om dat gelijke met een zelfde gemultipliceert werden: dies vint men $x \infty 6$.

Hebbende $x \infty \frac{ab}{x}$, men vint $xx \infty ab$, hen beyde met x vermenigvuldigende.

Hebbende $\frac{xx}{x-b} \infty a$, men vint $xx \infty ax - ab$ hen beyde met $x - b$ multipliceerende, of $xx \infty ax - b$.

Hebbende $\frac{xx}{a} \infty \frac{bb}{c}$, zoo vermenigvuldigtſe in het kruys, dat is, d'een zijn teller met d'ander zijn noemer, komt $xxc \infty bba$; ik zegge ∞, om dat het een ſelfde uytkomſt geeft of men dus doet, dan of menſe eerſt beyde met a vermenigvuldigt, en dan noch met c, of eens met ac, gelijk men zal ondervinden.

Op de zelve wyſe, hebbende $\frac{xx}{a} \infty \frac{xx - ax - bb}{x}$, vint men $x^3 \infty axx - aax + abb$.

Maar hebbende $\frac{x^3}{xx - aa} \infty \frac{ax - aa}{x + a}$ zoo deelt eerſt de noemers door beyde $x + a$, komt $\frac{x^3}{x - a} \infty \frac{ax - aa}{1}$, en dan in het kruys, komt $x^3 \infty axx - 2aax + a^3$. En, indien men heeft $\frac{aax - bbx}{x + b} \infty \frac{a^3 - abb}{x}$, zoo deelt eerſt beyde de tellers door $aa - bb$, komt $\frac{x}{x + b} \infty \frac{a}{x}$ en dan in het kruys, komt $xx \infty ax + ab$ op gelijke manier, hebbende $\frac{axx - bxx}{bb - bx} \infty \frac{aa - ab}{b}$ vint men $xx \infty - ax + ab$, deelende eerſt beyde de tellers door $a - b$, en beyde de noemers door b, en dan in 't kruys.

Hebbende $\frac{ax^3 - bx^3}{xx + ax + aa} \infty ab - bb$, of $\infty \frac{ab - bb}{1}$, men vint $x^3 \infty bxx + abx + aab$.

Hebbende $x - \frac{ab}{x} + \frac{cd}{p} - \frac{fg}{c} + b \infty 0$.

——————————— xec.

Men vint $ecxx - abec + ccdx - fgex + ecbx \infty 0$, alles met xec multipliceerende, het vermenigvuldigde zijnde van alle de noemers

Heeft men $xx \infty 9$, zoo trekt uyt beyde de $\surd q$, komt $x \infty 3$: hebbende $x^3 \infty 27$, zoo trekt uyt beyde

beyde de $\sqrt{c}$, komt mede $x \infty 3$: gegeven zijnde $xx \infty aa + 2ab + bb$, zoo vint men, op de zelve wyze, $x \infty a + b$: en $x^4 - 10x^3 + 25xx \infty 33 + \sqrt{800}$ hebbende, zoo vint men $xx - 5x \infty 5 + \sqrt{8}$.

II. LIT. *Hoe men de Surdische quantiteyten uyt een vergelijking kan wegnemen.*

Hebbende $\sqrt{x} \infty 3$, beyde in 't vierkant gemultipliceert, men vint $x \infty 9$: hebbende $\sqrt{x} \infty \sqrt{3}$, men vint, op de zelve manier, $x \infty 3$. gegeven zijnde $\sqrt{c.}\, x \infty 2$, beyde cubitz gemultipliceert, komt $x \infty 8$. Als men heeft $xx - ax + a\sqrt{bc} \infty 0$.

Als een Surdische quantiteyt, zonder eenige rationale, aan een zyde alleen is; zoo verdwijnt het Surdische wanneer men de Æquaty weerzijts in 't vierkant multipliceert, gelijk blijkt uyt het geene nu even gedaan is: daarom

$$\text{of } a\sqrt{bc} \infty -xx + ax.$$

———————————— $\surd$

$$\text{of } aabc \infty x^4 - 2ax^3 + aaxx$$
$$\text{of } x^4 - 2ax^3 + aaxx - aabc \infty 0$$

en hebbende $xx - x\sqrt{ab} + c\sqrt{de} \infty 0$

Dewijl twee Surdische, aan een zijde voegende, en, hem in 't vierkant multiplicerende, een zodanige voort brengt; daarom

$$\text{of } xx \infty x\sqrt{ab} - c\sqrt{de}$$

———————————— $\surd$

$$\text{zoo is } x^4 \infty xxab + ccde - 2cx\sqrt{abde}$$
$$\text{of } x^4 - abxx - ccde \infty -2cx\sqrt{abde}$$

———————————— $\surd$

$$\text{of } x^8 - 2abx^6 + aabbx^4 - 2ccddx^4 + 2abccdexx + c^4ddee \infty 4ccabdexx.$$

en hebbende $x^3 - xx\sqrt{\underset{a}{2}} + x\sqrt{\underset{b}{3}} - \underset{p}{2}\sqrt{\underset{c}{5}} \infty 0$

of $x^3 \infty xx\sqrt{a} - x\sqrt{b} + p\sqrt{c}$; in 't vierk. zo is $x^6 \infty ax^4 + bxx + cpp - 2x^3\sqrt{ab} + 2xxp\sqrt{ac} - 2xp\sqrt{bc}$

of $\dfrac{x^6 - ax^4 - bxx - cpp}{2} \infty -x^3\sqrt{ab} + xxp\sqrt{ac} - xp\sqrt{bc}$

of $\dfrac{x^6 - ax^4 - bxx - cpp}{2} \infty q$ stellende,

zo heeft men $q \infty -x^3\sqrt{ab} + xxp\sqrt{ac} - xp\sqrt{bc}$

Nu moet men een van de Surdische quantiteyten, die men begeert, bey de rationale q voegen, komt

$$q + xp\sqrt{bc} \infty -x^3\sqrt{ab} + xxp\sqrt{ac}$$

of, beyde in 't vierkant gemultipliceert,

$qq + 2pqx\sqrt{bc} + xxppbc \infty x^6ab - 2x^5ap\sqrt{bc} + x^4ppac$, of $2pqx + 2x^5ap\sqrt{bc} \infty x^6ab + x^4ppac - qq - xxppbc$

$$\text{of } \sqrt{bc} \infty \frac{x^6ab + x^4ppac - qq - xxppbc}{2pqx + 2x^5ap} \infty r$$

$$\text{of } \sqrt{bc} \infty r$$

———————— $\surd$

of $bc \infty rr$. Dewijl de r een Æquaty is van zes dimenzien, zoo blijkt dat de gegeve vergelyking niet zal konnen rationaal gemaakt werden ten zy hy opklimt tot 12 afmetingen.

Gegeven zijnde $x^4 - x^3\sqrt{a} - xx\sqrt{b} - x\sqrt{c} - \sqrt{d} \infty 0$, of, dat ten opzicht van de Surdische quantiteyten het zelfde is,

$$p \infty \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d}$$

———————————— $\surd$

of $pp \infty a + b + c + d + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ac} + 2\sqrt{ad} + 2\sqrt{bc} + 2\sqrt{bd} + 2\sqrt{cd}$ stellende $q \infty \dfrac{pp - a - b - c - d}{2}$, en voegende die Surdische allenig aan een zyde die met een zelfde letter aangedaan zijn, genomen met a, men heeft

$$q - \sqrt{bc} - \sqrt{bd} - \sqrt{cd} \infty \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{ad}$$

———————————— $\surd$

$$\begin{array}{llll} qq + bc + bd + cd - 2q\sqrt{bc} + 2d\sqrt{bc} & \infty & 2a\sqrt{bc} & \\ \quad\quad \sqrt{bd} + 2c\sqrt{bd} & & \sqrt{bd} & \\ \quad\quad \sqrt{cd} + 2b\sqrt{cd} & & \sqrt{cd} & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{stell. } qq + bc + bd + cd - ab - ac - ad \infty r & ab \\ 2q - 2d + 2a \infty s & ac \\ 2q - 2c + 2a \infty t & ad \\ 2q - 2b + 2a \infty v & \end{array}$$

$$\text{zoo is } s\sqrt{bc} + t\sqrt{bd} \infty r - v\sqrt{cd}$$

———————————— $\surd$

$$ssbc + ttbd + 2stb\sqrt{cd} \infty rr + vvcd - 2rv\sqrt{cd}$$

$$\text{of } \underbrace{2stb + 2rv}_{l}\sqrt{cd} \infty \underbrace{rr - ssbc - ttbd + vvcd}_{w}$$

$$\text{of } l\sqrt{cd} \infty w$$

———————— $\surd$

of $llcd \infty ww$, een rationale Æquaty, dewijl ze viermaal is gequadraheert, en om dat de gegevene een is van vier dimensien, daarom is deze rationale een van 64 afmetingen.

Van de Reducty over twee en meer Æquatien.

III. LIT. *Wanneer men zoo veel Æquatien heeft als men in hen te zamen onbekende quantiteyten vint: een vergelijking te vinden datter maar een is.*

Wy zullen x voor de onbekende quantiteyt nemen die wy willen laten over blyven, en y en z &c. die wy 'er uyt willen reduceren.

I. *Als men twee Aquatien heeft.*

Indien in de eene y alleenlijk simpel, of zijn vierkant, of zijn teerling &c. gevonden wert.

Zoekt uyt de Æquatie, daar in y zodanig gevonden wert, wat y is, en stelt, in de andere Æquatie, het geene daar aan gelijk is in plaats van y, zijn vierkant in plaats van y y, en zoo voort.

Hebbende $x^3 - ayy - bxy + a^3 \infty 0$; en $xy \infty aa$

Uyt de leste $xy \infty aa$, vint men, $y \infty \dfrac{aa}{x}$, dit, in de eerste Æquatie, gestelt in plaats van y, en zijn vierkant $\dfrac{a^4}{xx}$ in plaats van yy

Komt $x^3 - \dfrac{a^5}{xx} - baa + a^3 \infty 0$, een Æquatie zijnde daar in dat maar een onbekende quantiteyt x gevonden wert: en wy zien, hoe hoog y in de eerste

Æquaty

Æquaty opklimt, dat het begeerde door dese middel gevonden wert.

Hebbende $x^3 - ayy - bxy + a^3 \infty 0$; en $xyy \infty a^3$ zoo vint men uyt de leste $yy \infty \frac{a^3}{x}$, en $y \infty a\sqrt{\frac{a}{x}}$, dit in de eerste gestelt, komt $x^3 - \frac{a^4}{x} - abx\sqrt{\frac{a}{x}} + a^3 \infty 0$.

Hebbende $x^3 - ayy - bxy + y^3 \infty 0$; en $xyy \infty a^3$, zoo vint men

$$x^3 - \frac{a^4}{x} - abx\sqrt{\frac{a}{x}} + \frac{a^4}{x}\sqrt{\frac{a}{x}} \infty 0$$

Hebbende $y^3 + xxy \infty b$, en $x^3 + xyy \infty a$, men vint

$$\overline{\frac{a}{x} - xx}\sqrt{\frac{a}{x} - xx} + xx\sqrt{\frac{a}{x} - xx} \infty b$$

$$\text{of } \frac{a}{x}\sqrt{\frac{a}{x} - xx} \infty b, \text{ of } x^3 \infty \frac{a^3}{aa+bb}$$

Indien y in beyde de Æquatien even eens gevonden wert: dat is simpel yy, of y^3 &c. zonder eenige andere gedaante te hebben, het is zeker; dat men uyt een van de gegevene vergelijkingen maar slegts yy, of y^3 heeft te zoeken, en het komende in plaats in d'andere te stellen: of hen beyde op dese yy, of y^3 te reduceeren, en de andere aan malkander te vergelijken.

Indien y in beyde vertoont een vierkante Æquaty, *vergelijkt yder aan* yy, *de resten vergeleken, komt een Æquaty daar in* y *simpel is: door deze laatste, en een van de gegevene, vint men de begeerde vergelijking volgens het voorgaande.*

Hebbende $xxy + axy - byy \infty 0$, en $yy + xy - bb \infty 0$.

Reduceert yder op yy, of op het zelvige met een zelvige letter vermenigvuldigt.

$$\frac{yy \infty - xy + bb}{\qquad\qquad\qquad} b$$

komt $xxy + axy \infty byy$ en $byy \infty - bxy + b^3$ dies is $xxy + axy \infty - bxy + b^3$.

Uyt dese leste, en een van de gegevene, vint men, hen gereduceert hebbende,

$$\begin{array}{l} x^4 + 2ax^3 + aaxx - b^4 \infty 0 \\ \quad\;\; + b \;\; + ab \end{array}$$

Hebbende $x^4 - aayy + y^4 \infty 0$, en $y^4 + xxyy - b^4 \infty 0$.

zoo vint men $2x^8 + aax^6 + 2b^4x^4 - aab^4xx + b^8 - a^4b^4 \infty 0$.

Indien y in de eene ryst tot een cubicq, en in de andere tot een quadraat Æquaty.

Vermenigvuldigt de vierkante met y, *komt een cubicq Æquaty; reduceert dan dese en de gegeve teerlingse op* y^3, *het geene dat aan* y^3 *gelijk is vergeleken komt een vierkante: dan heeft men twee vierkante, dese en een van de gegevene: over zulks werkt als boven.*

$$\begin{array}{lrl} \text{Hebbende} & x^3 + ayx - ayy - y^3 & \infty 0 \;A \\ \text{en} & ay + 2ay - 2ax & \infty 0 \;B \\ & \overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} & y \\ & y^3 + 2ayy - 2axy & \infty 0: \text{ uyt} \end{array}$$

dese en A vint men

$y^3 \infty - 2ayy + 2axy$, en $y^3 \infty x^3 + ayx - ayy$, dies is $- 2ayy + 2axy \infty x^3 + ayx - ayy$

of $ayy \infty axy - x^3$: uyt dese en B vint men na het voorgaande, om dat in dese beyde y maar tot het vierkant opklimt.

$$x^3 + 6aax + 2a^3 \infty 0.$$

Indien y in beyde rijst tot een cubicq Æquaty.

Reduceert ze beyde op y^3, *'t geene aan dese gelijk is levert uyt een vierkante Æquaty: door dese vierkante, en een van de gegevene cubicq Æquatien, vint men de begeerde volgens het laatste.*

Hebbende $x^3 - ayx - ayy + y^3 \infty 0$
en $y^3 + 2ayy - 2axy - axx \infty 0$

beyde op y^3 gereduceert, en vergeleken, komt

$x^3 - ayx - ayy \infty - 2ayy + 2axy + axx$

of $ayy \infty 3axy + axx - x^3$: door dese en een van de gegevene vint men de begeerde Æquaty volgens het laatste, te weten

$$0 \infty + 3a^5 + 20a^4x + 26a^3xx - 13aax^3 + 3ax^4 - x^5.$$

Uit het gezeide blijkt op wat wijze men in alle gevallen in deze heeft te handelen, y mag ook tot zoo hogen Æquaty opklimmen alsse wil: dewijl men gesien heeft, twee gelijke hebbende, hoe men daar door een vint die van een dimensie minder is, en door deze, en een van de gegevene, een ander die mede zoo veel afmetingen heeft: zulks dat men dan twee heeft die beide een dimensie minder hebben als de gegevene, en om dat men door deze twee wederom twee andere kan vinden, die elk ook een afmeting minder hebben, zoo blijkt dat men in 't oneindig kan aflopen, en alzoo eindelijk moet komen tot een van een dimensie.

En dewijl men de ongelijke tot gelijke brengt, met de minste te vermenigvuldigen met het geen de meeste hoger is, zoo blijkt dat men zoo wel die Æquatien zal konnen reduceren die twee of meer dimensien verschillen, als die maar een differeren,

Hebbende $y^4 + 2xy^3 - a^3y + x^4 \infty 0$, en $yy \infty - xy + aa$.

Welke, ten aansien van y, twee dimensien verschillen; zoo maakt men hen gelijk, met de laagste $yy \infty - xy + aa$ met yy te vermenigvuldigen; en dan kan men doen als voren: dit doende men zal vinden

$$- 2x^5 + ax^4 + 2aax^3 + a^3xx - 2a^4x + a^5 \infty 0$$

II. Als men drie of meer Æquatien heeft.

Zoekt uit twee Æquatien wat de y *is, op de manier als nu geleert is, het geene aan deze gelijk is, stelt in plaats van* y, *en zijn vierkant in plaats van* yy, *en zoo voort, in de andere vergelijkingen die niet gebruikt zijn, zoo is in deze maar* z, *door dese, en een van de twee andere zoekt* z, *op de voorgaande manier, dewijl men als dan maar twee Æquatien heeft te observeren: en alzoo blijkt, wetende hoe men drie Æquatien tot twee zal maken, mede hoe men vier op drie zal brengen, en by gevolg hoe men in 't oneindig in deze kan voortgaan.*

Heb-

Hebbende $xxyz \infty a^4 : yyxz \infty b^4 : zzxy \infty c^4$.

Zoekt uyt de eerste of darde wat y is, om dat hy in dese enkel gevonden wort; genomen uyt de eerste, komt $y \infty \frac{a^4}{xxz}$, dit in de tweede en darde gestelt in plaats van y,

komt $\frac{a^8}{zx^3} \infty b^4$, en $\frac{za^4}{x} \infty c^4$.

Nu hebben wy twee Æquatien, daar uyt reduceert z op de vorige wyze, komt ten laatste $x \infty \frac{a^3}{bc}$.

Hebbende $xy \infty a : yz \infty b : zx \infty c$, men vint, dese manier opvolgende, $xx \infty \frac{ac}{b}$.

Door de eerste gevonden hebbende wat y is, en het geene hier aan gelijk is, gestelt in plaats van y in de tweede, zoo heeft men door de komende, en de darde Æquaty, twee daar in alleenig x en z in zijn; de z door dese weg genomen, komt het begeerde.

Hebbende $xyy \infty a : yzz \infty b : zxx \infty c$: zoo vint men $x^9 \infty \frac{ac^4}{bb}$.

Hebbende $x^3 - ayy + xyz \infty 0 : xz \infty bb : zy \infty cc$, zoo vint men $x^5 + ccx^3 - ab^4 \infty 0$: en hebbende als voren; maar in plaats dat wy nu hebben $xy \infty bb$, dan $xxy \infty bbz$, zoo vint men $x^5 + ccx^3 - abbcc \infty 0$.

Hebbende $x^3 + yz \infty 2 : y^3 + xz \infty 3 : z^3 + xy \infty 4$.

Uyt $x^3 + yz \infty 2$, vint men $y \infty \frac{2 - x^3}{z}$, dit in de tweede en darde Æquaty gestelt in plaats van y, komt

Voor de tweede $zx^4 - 3z^3 - x^9 + 6x^6 - 12x^3 + 8 \infty 0$, en

Voor de darde $z^4 - 4z - x^4 + 2x \infty 0$.

Uyt dese twee vint men een daarin alleenlijk x is, op de wyse als voren geleert is.

Hier mede zullen wy van dese reducty afkorten, oordeelende dat gy de weg ziet hoe men, in dese, in het oneyndig kan voortgaan.

II. DEEL, Van de Reducty waar door de wortel verandert.

I. LIT. *Hoe men de wortelen van een vergelijking kan veranderen door vergaring, aftrekking, vermenigvulding en deeling van een gegeve quantiteyt.*

Om een vergelijking zoodanig te maken dat zijn wortelen, zonder die te kennen, met een gegeve quantiteyt vermeerdert, vermindert, vermenigvuldigt, of gedeelt zijn, zoo behoeft men niet anders te doen:

REGEL. *Als in plaats van de onbekende quantiteyt, een ander te stellen die zoo veel grooter, kleender, of zoodanig is als dan vereyscht wert.*

Op de Additio *of Vermeerdering.*

Van de Æquaty $xx - 2x - 15 \infty 0$, begeert men de onbekende quantiteyt met 2 te vermeerderen, of de zelve zodanig te maken dat de wortels 2 grooter zijn.

Dies moet z (zoo zullen wy de onbekende quantiteyt van de begeerde Æquaty noemen) zijn $\infty x + 2$, of $x \infty z - 2$: daarom stelt $z - 2$ in plaats van x, en zijn vierkant, $zz - 4z + 4$, in plaats van xx, men vint $zz - 6z - 7 \infty 0$: en dewyl de wortelen van de eerste Æquaty waren $+5$ en -3

$$
\begin{array}{rl}
z - 2 \infty x & \\
\hline
zz - 4z + 4 \infty & xx \\
- 2z + 4 \infty & - 2x \\
- 15 \infty & - 15 \\
\hline
zz - 6z - 7 \infty & xx - 2x - 15
\end{array}
\quad \text{verg.}
$$

$$
\begin{array}{rr}
+5 & -3 \\
2 & 2 \\
\hline
\end{array}
$$

verg. zoo zullense van dese zijn $+7$ en -1.

Op gelijke manier, indien men van de Æquaty $x^3 - 2xx - 33x + 90 \infty 0$, de onbekende wortel x, met 3 begeert te vermeerderen, zoo is $z \infty x + 3$, of $z - 3 \infty x$, en over zulks

$$
\begin{array}{rl}
z^3 - 9zz + 27z - 27 \infty & x^3 \\
- 2zz + 12z - 18 \infty & - 2xx \\
- 33z + 99 \infty & - 33x \\
+ 90 \infty & + 90 \\
\hline
\text{of } z^3 - 11zz + 6z + 144 \infty & x^3 - 2xx - 33x + 90
\end{array}
$$

de wort. van de eerste Æquaty waren $+5, -6, +3$.

$$
\begin{array}{rrr}
3 & 3 & 3 \\
\hline
\end{array}
\quad \text{verg.}
$$

en van de tweede Æquaty zijnse nu $+8, -3, +6$.

Op de Substracty, *of Vermindering.*

Indien men van de voornoemde Æquaty $x^3 - 2xx - 33x + 90 \infty 0$, de onbekende wortel x met 3 wil verminderen, zoo heeft men $z \infty x - 3$, of $z + 3 \infty x$.

$$
\begin{array}{rl}
\text{of } z^3 + 9zz + 27z + 27 \infty & x^3. \\
- 2zz - 12z - 18 \infty & - 2xx \\
- 33z - 99 \infty & - 33x \\
+ 90 \infty & + 90 \\
\hline
\text{of } z^3 + 7zz - 18z\ * \infty & x^3 - 2xx - 33x + 90
\end{array}
$$

de wort. van de eerste Æquaty waren $+5, -6, +3$

$$
\begin{array}{rrr}
3 & 3 & 3 \\
\hline
\end{array}
\quad \text{afg.}
$$

en van dese zijnse nu $+2, -9, *$

Op gelijke manier, indien men (hebbende $x^3 - 4axx + aax + 6a^3 \infty 0$) de onbekende wortel met a begeert te verminderen, zoo heeft men $z \infty x - a$, of $z + a \infty x$: en men vint $z^3 - azz - 4aaz + 4a^3 \infty 0$

de wort. van d'eerste Æquaty waren $+2a, -a + 3a$

$$
\begin{array}{rrr}
a & a & a \\
\hline
\end{array}
\quad \text{afg.}
$$

en zijn van dese $+a, -2a + 2a$

Op de Vermenigvulding.

Indien men van de Æquaty $xx - 2x - 15 \infty 0$, de onbekende wortel met 3 begeert te vermenigvuldigen, zoo heeft men $z \infty 3x$, of $\frac{z}{3} \infty x$, en $\frac{zz}{9} \infty xx$ overzulx heeft men $\frac{zz}{9} - \frac{2z}{3} - 15 \infty 0$, of alles met 9 vermenigvuldigt, $zz - 6z - 135 \infty 0$ voor de begeerde Æquaty.

Van de eerste waren de wortelen $+5, -3$
verm. met $+3$

En van dese zijn de wortelen $+15, -9$

Op gelijke wys, indien men van de Æquaty $x^3 - axx + bx - c \infty 0$, de onbekende wortel x, met d begeert te multipliceeren, zoo heeft men $dx \infty z$, of $x \infty \frac{z}{d}$, $xx \infty \frac{zz}{dd}$, en $x^3 \infty \frac{z^3}{d^3}$: en

Alzoo $\frac{z^3}{d^3} - \frac{azz}{dd} + \frac{bz}{d} - c \infty$ de vorige Æq. $\infty 0$
d^3 verm.

of $z^3 - adzz + bddz - cd^3 \infty 0$.

Maar dewyl men ziet dat dese Æquaty $z^3 - adzz + bddz - cd^3 \infty 0$, met de gegevene $x^3 - axx + bx - c \infty 0$, nergens anders in verschilt als dat de tweede term met d, de darde met zijn vierkant dd, en de vierde met zijn teerling d^3, vermenigvuldigt is, en om dat men ook klaarlijk ziet datter geen ander verschil kan zijn, om dat de vermeniger d zoo menigmaal in de noemer van de breuke $\frac{z^3}{d^3}$, $\frac{zz}{dd}$, $\frac{z}{d}$, gevonden wert als'er de quantiteyt z in de teller is, daarom behoeft men niet anders te doen,

Als in de termen van de gegevene Æquati, soo menigmaal de vermeniger in te voegen, als de onbekende quantiteit, ten opsicht van sijn hooft-term, ontbreekt.

Gelijk in de tweede term $-axx$, ontbreekt eens x ten opzicht van de hooft-term x^3, dies voegt hier by d eenmaal, komt $-adzz$; by $+bx$ ontbreekt de x 2 maal, dies voegt hier by d tweemaal, komt $+ddbz$: en om dat $-c$, de x 3 maal gebreekt, zoo voegt'er by d driemaal, komt $-d^3c$: en alzo heeft men voor de geheele Æquaty als vooren $z^3 - adzz + bddz - cd^3 \infty 0$

Of de termen in haar behoorlijke order staande, en de ledige, zoo'er zijn, vervult hebbende, soo kan men de gegevene Æquati met een Geometrice progressie vermenigvuldigen, daar van de eerste term is de eenheit, en de tweede de gegevene vermeniger, stellende de eenheit onder de hooft-term, en zoo vervolgens: gelijk volgt:

gegeven zijnde $x^3 - xx + bx - c \infty 0$
$1 \quad d \quad dd \quad d^3$
verm.

$z^3 - addzz + bddz - cd^3 \infty 0$

geg. zijnde $x^4 * - axx + bx - c \infty 0$, zo vervultse,
komt $x^4 + 0x^3 - axx + bx - c \infty 0$
$1 \quad d \quad dd \quad d^3 \quad d^4$
verm.

$z^4 \quad * - addzz + bd^3z - cd^4 \infty 0$, nemende d voor de vermeniger.

Op de Deeling.

Indien men de onbekende quantiteit van de Æquaty $z^3 - adzz + bddz - cd^3 \infty 0$, door d begeert te deelen, zoo heeft men $\frac{z}{d} \infty x$, of $z \infty dx$, en $zz \infty ddxx$, &c. en stellende dx in plaats van z, en zijn vierkant in plaats van zz, en zoo vervolgens, men bekomt

$$\frac{d^3x^3 - ad^3xx + bd^3x - cd^3 \infty 0}{d^3}$$

of $x^3 - axx + bx - c \infty 0$

Maar om dat de deeling het contrary is van de vermenigvulding, *soo kan men de Æquaty door een Geometrice progressy, als voren, deelen*; gelijk volgt:

$z^3 - adzz + bddz - cd^3 \infty 0$
$1 \quad d \quad dd \quad d^3$
gedeelt

komt $x^3 - axx + bx - c \infty 0$

en hebb. $x^4 - dx^3 - abxx * + bbdd \infty 0$
$1 \quad d \quad dd \quad d^3 \quad d^4$
gedeelt

komt $z^4 - z^3 - \frac{ab}{dd}zz * + \frac{bb}{dd} \infty 0$

Uyt dese bewerkingen konnen verscheyde leringen getogen werden.

II. Lit. *Dat men met de ware wortelen te vermeerderen de valse vermindert, en omgekeert, met hen te verminderen de valse vermeerdert.*

Datmen met de ware wortelen te vermeerderen de valse vermindert, en met hen te verminderen, de valze vermeerdert, blykt niet alleenlijk uyt het voorgaande, maar ook hier uyt, dat de valse wortel — zijnde, door de addity minder wert, daar in tegendeel de ware daar door vermeerdert wort.

III. Lit. *Hoe men de valze wortels tot ware kan brengen.*

En hier uyt blykt dat men, om alle de wortelen van een vergelijking tot ware te maken, niet anders te doen heeft, *als de onbekende quantiteit met sodanigen bekende quantiteit te vermeerderen, datse de grootste valse wortel overtreft, of ten minsten daaraan gelijk is.*

By Voorbeelt. Gegeven zijnde $x^3 - 8xx - x + 8 \infty 0$, en vermeerderende de onbekende quantiteyt met 2, dat is $x + 2 \infty z$, of $z - 2 \infty x$, zoo vint men $z^3 - 14zz + 37z - 30 \infty 0$. van de eerste Æquaty waren

de wortelen $+1, +8, -1$, dat is 2 ware en 1 valse
$2 \quad 2 \quad 2$
vergaart

dies sijnse van dese $+3, +10, +1$, alle 3 ware wortel.

IV. Lit. *Hoe men maakt dat alle plaatsen van een vergelijking vervult worden.*

Door dit verminderen of verminderen van de wor-

telen

telen kan men maken dat al de termen van een vergelijking vervult werden, want $x^3 ** - c \infty 0$ hebbende, en ftellende $x + a \infty z$, of $x \infty z - a$, zoo bekomt men

$$z^3 - 3azz + 3aaz - a^3 \atop \qquad\qquad\qquad\quad - c \quad \infty 0$$

In plaats van de gegevene $x^3 ** - c \infty 0$, mits dat de wortel x met a vermeerdert is, of mits dat z is $\infty\, x + a$, of $x \infty z - a$. En het blykt hoe weynig dat men ook voor a neemt, dat alle de plaatfen zullen vervult wefen.

V. Lit. *Hoe men de gebrokens van een Æquaty kan weg doen zonder de hooft-term te veranderen.*

Het vermenigvuldigen van de onbekende quantiteyt kan ook dienen om alle gebrokens, van een vergelijking, zoodanig weg te nemen dat de hooft-term blyft gelijkze dan is, of zonder eenige verandering in de zelve te maken, met alleenlijk de zelve met een *Geometrice progrefſy te vermenigvuldigen daar van de eerſte term is de eenheit, en de tweede het vermenigvuldigde van de noemers der gebrokens, of een quantiteyt daar in al de noemers effen opgaan, indien'er veel zijn, anders de noemer zelfs indien'er maar een is.* By voorbeelt:

hebbende $x^3 - \frac{1}{2}xx + \frac{2}{3}x - 4 \infty 0,$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 6 & 36. & 216 \\ \hline x^3 - & 3xx + & 24x - & 864 \infty 0 \end{array}$$

Zoo moetmen voor de tweede term 6 nemen, zijnde het vermenigvuldigde van de noemers 2 en 3.

en hebb. $x^3 + \frac{3}{4}xx - \frac{5}{6}x + 1 \infty 0,$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 12 & 144 & 1728 \\ \hline x^3 + & 9xx - & 120x + & 1728 \infty 0 \end{array}$$

Zo is't genoeg dat men voor de tweede term neemt 12, om dat de noemers 4 en 6 daarin effen opgaan.

en hebb. $x^3 - \frac{1}{2}xx + \frac{1}{4}x - 2\frac{1}{2} \infty 0,$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 4 & 8 \\ \hline x^3 - & xx + & x - & 20 \infty 0 \end{array}$$

Zo is't genoeg dat men voor de tweede term twee neemt, gelijk te fien is.

en hebb. $x^3 - xx + \frac{4}{9}x - 2 \infty 0,$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 3 & 9 & 27 \\ \hline x^3 - & 3xx + & 4x - & 54 \infty 0 \end{array}$$

Zo is't genoeg dat men voor de tweede term 3 neemt, de $\sqrt{q}$. uit de noemer 9.

Men kan defe wegneming van de gebrokens ook door deeling te weeg brengen, maar dewyl dit langer is, zoo zal 't genoeg zijn U L. dat verwittigt te hebben.

VI. Lit. *Hoe men in fommige gevallen de Surdifche quantiteyten, van een vergelijking, kan weg nemen, fonder de hooft-term te veranderen.*

Dit vermenigvuldigen van de onbekende quantiteyt kan ook dienen om, in zommige gevallen, de Surdifche quantiteyten van een Æquaty weg te doen, zonder de hooft-term te veranderen. By voorbeelt.

Indien men de Æq. $x^3 - xx\sqrt{2} + 3\frac{1}{2}x - 3\sqrt{2} \infty 0,$
verm. met de prog. $1 \quad \sqrt{2} \quad 2 \quad 2\sqrt{2}$

zo heeft men $y^3 - 2yy + 7y - 12 \infty 0,$ een Æquaty zijnde welkers termen alle Rationaal zijn: en y is $\infty\, x\sqrt{2}$.

en hebbende $x^4 * - bbxx + aax\sqrt{bc} - c^4 \infty 0$ gem. met de progr. $1, \sqrt{bc}, bc \quad bc\sqrt{bc} \quad bbcc$

zo heeft men $y^4 * - b^3cyy + aabbccy - bbc^6 \infty 0$: dan is $y \infty x\sqrt{bc}$

$$\begin{array}{ccc} xx - & x\sqrt{cd} + & ab \infty 0 \\ 1 & \sqrt{cd} & cd \\ \hline yy - & cdy + & abcd \infty 0 \end{array}$$

Wanneer, in een vierkante Æquaty, de tweede term alleenlijk Surdifch is, zoo kan men die altyt door defe manier wegnemen, gelijk hier in het nevenftaande.

VII. Lit. *Hoe men de bekende quantiteyt van een der termen kan maken gelijk een ander die men wil.*

Dit multipliceren dient daar mede toe. *Men vermenigvuldigt die term met een breuk daar van de noemer is het bekende dat men weg wil hebben, en de teller het geene men in de plaats begeert: de eerſte term vermenigvuldigt men met de eenheit, de tweede met defe breuk, zoo men de tweede term zoodanig wil herſtelt hebben, met fijn* $\sqrt{q}$. *zoo het de darde is, met fijn* $\sqrt{c}$. *foo het de vierde is, met fijn* $\sqrt{}\sqrt{}$, *foo het de vijfde is, en foo voort; en dan laat men defe daar de tweede mede gemultipliceert wert, en de eenheit, in een Geometrice progrefſy voort lopen.* By voorbeelt,

hebbende $x^4 + 0x^3 - aaxx - abbx + aabb \infty 0$
zo v.hen met $1 \quad \frac{b}{a} \quad \frac{bb}{aa} \quad \frac{b^3}{a^3} \quad \frac{b^4}{a^4}$

komt $y^4 \quad * \quad - bbyy - \frac{b^5}{aa}y + \frac{b^6}{aa}$

Om dat wy in de darde term, voor aa willen hebben bb, daarom ftellen wy onder de tweede term zijn $\sqrt{q}$. en laten dan de progrefſy voort loopen. Nu is $y \infty \frac{a}{b}x$.

hebbende $x^3 - 2xx + 5x - 7 \infty 0$
gem. met $1 \quad \sqrt{c}\frac{6}{7} \quad \sqrt{c}\frac{36}{49} \quad \frac{6}{7}$

komt $y^3 - 2\sqrt{c}\frac{6}{7}yy + 5\sqrt{c}\frac{36}{49}y - 6 \infty 0$.

 Om

Om dat wy de laatſte term gelijk 6 wilden hebben, daarom ſtelden wy onder de tweede $\sqrt{c.\frac{6}{7}}$, dat is de cubicq wortel uit het geene onder de laatſte term ſtaat ter oorzake dat hy de vierde is. Nu is $y \propto x \sqrt{c\, \frac{6}{7}}$.

VIII. LIT. *Hoe men de tweede term van een Æquaty wegneemt; of hoe men de ſom van alle de wortels maakt gelijk aan niets.*

Dewijl in het 3de Lit van 't eerſte deel getoont is dat het bekende van de tweede term de ſom is van de wortelen, zoo volgt, wanneer die weg genomen, of gelijk niets gemaakt wert, dat als dan de ſom der wortelen gelijk niets zal zijn, of dat de ſom van de ware wortelen gelijk zal zijn aan de ſom van de valſe. Om dan een Æquaty zoodanig te reduceren ('t welk veel gebruyk heeft) zoo doet volgens deſe.

REGEL. *Stelt de Æquaty $\propto 0$, en reduceert ze ſoodanig dat de hooft-term alleenlijk beſtaat uyt de onbekende quantiteyt, indien ze ſoodanig niet en is: dan deelt het bekende van de tweede term door het getal der afmetingen van de eerſte term, en de uytkomſt voegt by een ander onbekende quantiteyt, aangedaan met het teken $+$, indien de eerſte en tweede term onderſcheydene tekens hebben; maar met $-$, indien ze gelijke tekens hebben; het komende ſtelt over al in plaats van de onbekende quantiteyt.*

Toepaſſing.

gegeven $x^3 - 3axx + abx - c^3 \propto 0$

$$\begin{array}{rrrrcl} y^3 & +3ayy & +3aay & +a^3 & \propto & x^3 \\ & -3ayy & -6aay & -3a^3 & \propto & -3axx \\ & & +aby & +aab & \propto & +abx \\ & & & -c^3 & \propto & -c^3 \\ \hline y^3 & * & -3aay & -2a^3 & & \\ & & +aby & +aab & & \\ & & & -c^3 & \propto & 0 \end{array}$$

Indien gegeven is $x^3 - 3axx + abx - c^3 \propto 0$, en begeert wert dat de tweede term weggenomen wert, of dat de Æquaty zoodanig gereduceert wert, dat al de wortels te ſamen geaddeert gelijk niets uytmaken, zoo deelt (dewijl de Æquaty gelijk aan niets is, en de Hooft-term alleenlijk uyt de onbekende quantiteyt beſtaat) het bekende van de tweede term, zijnde $3a$, door 3, om dat de eerſte term uyt drie dimenſien beſtaat, komt a, dit voegt by een ander onbekende quantiteyt, als by y, aangedaan met het teken $+$, om dat de eerſte en tweede term contrary tekens hebben, als de eerſte $+$ en de tweede $-$, komt $y + a$, dit ſtelt overal in plaats van x, zijn vierkant in plaats van xx, en zijn teerling in plaats van x^3, &c. zijn vierkant vermenigvuldigt met $-3a$ in plaats van $-3axx$, en zoo voort, men vint

$$\begin{array}{l} y^3 * -3aay - 2a^3 \\ \quad + aby + aab \propto x^3 - 3axx + abx - c^3 \\ \quad - c^3 \end{array}$$

of $\begin{array}{l} y^3 * -3aay - 2a^3 \\ \quad + aby + aab \propto 0 \\ \quad - c^3 \end{array}$, een Æquat. zijnde van de welke $y + a$ is $\propto x$, of $y \propto x - a$.

Op gelyke manier neemt men weg de tweede term van de Æquaty.

$$\begin{array}{lrrrrrcl} & y^4 & +16y^3 & +71yy & -4y & -420 & \propto & 0 \\ \hline & z^4 & -16z^3 & +96zz & -256z & +256 & \propto & +y^4 \\ & & +16z^3 & -192zz & -768z & -1024 & \propto & +16y^3 \\ & & & +71zz & -568z & +1136 & \propto & +71yy \\ & & & & -4z & +16 & \propto & -4y \\ & & & & & -240 & \propto & -420 \\ \hline \text{verg.} & & & & & & & \\ \text{komt} & z^4 & * & -25zz & -60z & -36 & \propto & 0 \end{array}$$

nemende $z - 4 \propto y$, of $z \propto y + 4$

De wortels van de eerſte Æquaty waren

$$\begin{array}{rrrrl} +2, & -5, & -6, & -7 & \\ 4 & 4 & 4 & 4 & \\ \hline +6, & -1, & -2, & -3 & \text{vergaart} \end{array}$$

Om dat $z \propto y + 4$ is, of om dat de wortels met 4 vermeerdert zijn.

De ware wortel 6 doet zoo veel als de ſom van de valze, en alſoo zijnde geſamentlijk gelijk aan 0.

Dewyl de wegneming van de tweede term, in de Æquatien van drie en vier dimenſien, van veel gebruyk is, en om dat het moeylijk zoude vallen altijt deſen arbeyt onderworpen te weſen, zoo zullen wy op deſe beyde een regel formeeren: noemende het bekende van de tweede term a, van de darde b, van de vierde c, en van de vijfde d.

Op de Æquatien van drie dimenſien.

$$\begin{array}{llllll} \text{Voor} & +x^3 & axx & bx & c & \propto 0 \\ \text{Stelt} & +y^3 & * & -\frac{1}{3}aay & \frac{2}{27}a^3 & \\ & & & b & \frac{1}{3}ab & \Big\} \propto 0 \\ & & & & c & \end{array}$$

En aangaande de tekens die uytgelaten zijn:

Heeft men $+a$ ſtelt $+\frac{2}{27}a^3$, en $-a$ ſtelt $-\frac{2}{27}a^3$
Heeft men $+b$ ſtelt $+b$, en $-b$, ſtelt $-b$

Heeft men $+a+b$, of $-a-b$ ſtelt $-\frac{1}{3}ab$
en $+a-b$, of $-a+b$ ſtelt $+\frac{1}{3}ab$

Heeft men $+c$ ſtelt $+c$, en $-c$, ſtelt $-c$

Heeft men $+a$, zoo is $x \propto y - \frac{1}{3}a$
$-a$, zoo is $x \propto y + \frac{1}{3}a$

Op de Æquatien van vier dimenſien.

$$\begin{array}{lllllll} \text{Voor} & +x^4 & ax^3 & bxx & cx & d & \propto 0 \\ \text{Stelt} & +y^4 & -\frac{3}{8}aayy & \frac{1}{8}a^3y & -\frac{3}{256}a^4 & & \\ & & b & \frac{1}{2}ab & -\frac{1}{16}aab & & \Bigg\} \propto 0 \\ & & & c & \frac{1}{4}ac & & \\ & & & & d & & \end{array}$$

En

En aangaande de tekens die uytgelaten zijn:

Heeft men $+a$ ſtelt $+\frac{1}{8}a^3$, en $-a$ ſtelt $-\frac{1}{8}a^3$

$$\text{Heeft men}\begin{cases} +a+b, \text{ ſtelt } +b-\frac{1}{2}ab+\frac{1}{16}aab \\ +a-b, \text{ ſtelt } -b+\frac{1}{2}ab-\frac{1}{16}aab \\ -a+b, \text{ ſtelt } +b+\frac{1}{2}ab+\frac{1}{16}aab \\ -a-b, \text{ ſtelt } -b-\frac{1}{2}ab-\frac{1}{16}aab \end{cases}$$

$$\text{Heeft men}\begin{cases} +a+c, \text{ ſtelt } +c-\frac{1}{4}ac \\ +a-c, \text{ ſtelt } -c+\frac{1}{4}ac \\ -a+c, \text{ ſtelt } +c+\frac{1}{4}ac \\ -a-c, \text{ ſtelt } -c-\frac{1}{4}ac \end{cases}$$

Heeft men $+d$, ſtelt $+d$, en $-d$ ſtelt $-d$

Heeft men $+a$, zoo is $x \infty y-\frac{1}{4}a$

$-a$, zoo is $x \infty y+\frac{1}{4}a$

Andere REGEL om de tekens te ſtellen op beyde de Æquatien.

Stelt voor b, c, d, *en daar men* a *van drie afmetingen heeft, als voor* a^3, *het zelfde teken, en voor de andere ſtelt zodanigen teken als uyt hare vermenigvulding voortkomt*, a *met een contrary teken aanmerken*.

Toepaſſing, op beyde de vergelijkingen.

$$\begin{array}{llllll} & & a & b & c & \\ \text{Hebbende } x^3 & - & 6xx & -12x & +100 & \infty\, 0 \\ \text{Zo vintm. } y^3 & * & -12y & -16 & & \\ & & -12 & -24 & & \infty\, 0 \\ & & & +100 & & \end{array}$$

$$\text{of } y^3 \;*\; -24y+60 \infty 0, \text{ en x is } \infty\, y+2$$

$$\begin{array}{llllll} & a & b & c & d & \\ \text{Hebbende } x^4 & +4x^3 & -3xx & -8x & +4 & \infty\, 0 \\ \text{Zo vintm. } y^4 & * & -6yy & +8y & -3 & \\ & & -3 & +6 & -3 & \infty\, 0 \\ & & & -8 & +8 & \\ & & & & +4 & \end{array}$$

$$\text{of } y^4 \;*\; -9yy+6y+6 \infty 0, \text{ en x is } \infty\, y-1.$$

De zekerheyt van de eerſte Regel blijkt op dzee wijze: Om dat men by y voegt het bekende van de tweede term, gedeelt door het getal der afmetingen, zoo volgt dat het bekende aan de tweede term van 't eerſte gevonden dat aan de Hoofterm x^3 gelijk is, gelijk moet zijn aan het zelvige van de gegevene; dit blijkt mede van het tweede gevondene dat aan de tweede term $-3axx$ gelijk is, om dat yy met $3a$, het bekende van de tweede term, vermenigvuldigt wert, zoo zijn dan de bekende quantiteyten gelijk. Om de contrarieteit van tekens te toonen. Zoo aanmerkt, ten eerſten, dat $+3ayy$ (zijnde de tweede term van 't komende dat aan de Hoofterm van de gegevene gelijk is) altijdt van een contrary teken zijn zal als de tweede term van de gegevene: want de twee eerſte termen van dit gevondene zijn altijdt van een zelfde teken, indien men $+(a)$ genomen heeft, en van een contrary als men $-$ genomen heeft en om dat men $+$ neemt als de twee eerſte termen van de gegevene Æquaty met contrary tekens aan gedaan zijn, en $-$ als ze een zelfde hebben, en om dat, in beyde, de Hooftermen van een ſelfde teken moeten zijn, zo blijkt dan dat altijt de tweede term van dit komende met een contrary teken aan gedaan is als de tweede term van de gegevene: ten tweeden, dat het teken van de eerſte term van de komende Æquaty, gelijk aan de tweede term van de gegevene, altijt gelijk is aan die van 't tweede der gegevene, als het teken van $-3ayy$ aan $-axx$, om dat in beyde de yy en de xx altijt met een ſelfde teken, $+$, aangedaan zijn, en dan beyde met een ſelfde teken, $-3a$ vermenigvuldigt werden. Waar uyt dan blijkt het tweede, te weten, dat de tekens van $+3ayy$ en $-3ayy$ altijt contrary moeten vallen, en overzulx dat de tweede term altijt zal moeten verdwijnen.

III. HOOFTSTUK.

Van de ontbinding der Æquatien.

Dit is het voornaamſte deel van de Algebra, en ook 't onvolmaakſte, was dit volkomen uitgevonden, men mocht zeggen dat deze konſt voltoit was, daar'er nu noch veel aan gebreekt: de queſtien zijn met een tamelijke opmerking tot een Æquaty te brengen, maar deze zijn met deſelve mate van aandacht niet te ſolveren: laten wy echter voortbrengen het gene daar in uytgevonden is, ten minſten voor zoo veel ons bekent is, en ons trooſten dat het geene gebreekt in de minſte voorvallen plaats heeft, gelijk in 't gevolg zal blijken.

Om deſe met ordere te verhandelen, zoo laat ons aanmerken dat deſe zijn, of ſimpel, of zamen geſet.

By ſimpele Æquatie verſtaan wy die, waar in de onbekende quantiteit is enkel, of zijn vierkant, of zijn teerling, en zo voort, zonder eenige andere gedaante; en by zamen geſette verſtaan wy die gene daar in deſe in een andere geſtalte gevonden wert, of die voortgekomen konnen zijn uyt de vermenigvulding van twee, drie, of meer zodanige ſimpele, gelijk de vierkante, de teerlingſe, &c.

De ſimpele kond gy alrede ontbinden, om dat gy in een Æquaty kond vinden het geene aan een uytgekipte quantiteyt, of aan zijn vierkant, of aan zijn teerling, &c. gelijk is: evenwel, om de order te voldoen, zullen wy hen hier herhalen.

Van de Oploſſing der ſimpele Æquatien.

ALGEMEENE REGEL.

Reduceert de Æquatie ſoodanig dat de term, of al de termen, die de begeerde by zich hebben, alleenlijk aan een zijde ſtaan: dan deelt alles door het bekende dat met het onbekende vermenigvuldigt is, komt het geene aan de onbekende gelijk is, zoo ſe enkel is: dubbelt zijnde *de zoo is de* $\surd$q. *het begeerde, drievoudig de* $\surd$c. *en zoo voort.*

Toepassing.

Hebbende $ax \infty bb + ac$
a ——— gedeelt,
zoo is $x \infty \frac{bb + ac}{a}$

Hebbende $ax - bb \infty cx + aa$, herschikt, komt $ax - cx \infty bb + aa$, en gedeelt door $a - c$, het bekende dat met x gemultipliceert is, komt $x \infty \frac{bb + aa}{a - b}$: hebbende $bx + x \infty bb$, zoo vintmen $x \infty \frac{bb}{b + 1}$; en $ax + bb \infty aa - bx$ hebbende, zoo vint men $x \infty a - b$.

Gegeven zijnde $axx \infty b^3$, zoo is $x \infty \sqrt{\frac{b^3}{a}}$, en gegeven zijnde $a^3 x^3 \infty x^3 + bba^4$, zoo is $x \infty \sqrt{c.} \frac{bba^4}{a^3 - 1}$.

De Æquatien zoodanig gereduceert wesende, zoo zullen wy de waarde van x, of de begeerde quantiteyt, volkomen leren vinden.

De volkomene oplossing van de Telkunstige simpele Æquatien.

Dit wort te wege gebracht door de specien van de gemeene telkunst: de quantiteyten wyzen aan op wat wyze men daarin vorderen moet.

Hebbende $x \infty \frac{bb}{a} + c$, zo wijst dese aan datmen x vint vermenigvuldigende b met b, delende de uytkomst door a en by het quotient vergarende c. En op dese wyse in alle andere. Hierom, $a \infty 2$, $b \infty 4$, en $c \infty 3$ wesende, zoo is $bb \infty 16$, en $\frac{bb}{a} \infty 8$, en by gevolg $\frac{bb}{a} + c$, of $x \infty 11$.

Hebbende $x \infty \frac{bb}{b + 1}$, en gegeven zijnde $b \infty 5$, zoo is $x \infty 4\frac{1}{6}$.

Hebbende $x \infty \sqrt{\frac{b^3}{a}}$, en gegeven wesende $b \infty 2$, en $a \infty 3$, zoo is $x \infty \sqrt{2\frac{2}{3}}$: maar $x \infty \sqrt{c.} \frac{bba^4}{a^3 - 1}$ wezende, zo is $x \infty \sqrt{c.} 12\frac{6}{13}$.

Uyt dit weynige kont gy zien hoe men hier in, in alle gevallen, zal moeten handelen.

De volkomene oplossing van de Meetkunstige simpele Æquatien.

Als de questy meetkunstig is, of wanneer de quantiteyten afbeeltsels van rechte lijnen zijn, zo heeft die meerder swarigheyt in, om dat men niet gewoon is lijnen met lijnen te multipliceren, te divideren, en eenige wortel daar uyt te extraheren: doch dit zal haast verdwijnen acht nemende op het weynige dat wy nu zullen voordragen.

Als van *vier evenredige* de eerste de eenheyt is, zoo weet men dat de vierde het vermenigvuldigde is van de tweede en darde; en de tweede (of de darde) de eenheyt wezende, dat de vierde het quotien is, delende de darde (of de tweede) door de eerste: en

Als van *drie gedurige evenredige* een van de uytterste de eenheyt is, dat dan de middelste de $\surd q$. is uyt de andere uytterste: of liever.

Een zekere menigte van gedurige evenredige hebbende, van de welke de eerste de eenheyt is, zoo weten wy dat de tweede de $\surd$ uyt de laaste is, te weten zoodagen $\surd$ als die quantiteyt de hoe veelste term is, de eerste niet mede rekenende. Gelijk in het nevenstaande is a de $\surd^2$ uyt aa, of uyt B, de $\surd^3$ uyt C, de $\surd^4$ uyt D, en de $\surd^5$ uyt E; en zoo voort in 't oneyndig.

$1 : a : aa : a^3 : a^4 : a^5$
A B C D E

Uyt het geene nu gezeit is volgt willende een lijn a met een ander b multipliceren, dat het vermenigvuldigde, ab, de vierde evenredige zal zijn, nemende een ander, als eerste, voor de eenheyt: willende b door a divideren, dat het quotient, $\frac{b}{a}$, de vierde evenredige zal wezen, daar van a de eerste is, en een ander, die men voor de eenheyt stelt, de tweede, (of darde) en b de overige: uyt a willende de $\surd q$ trekken, dat men een midden-evenredige moet zoeken tussen deze a en een ander dien men voor de eenheyt uytkiest; de $\surd^3$, dat men een tweede evenredige moet zoeken daar van a de vierde en een ander lijn de eerste is; en zoo voort: zoo zijn dan openbaar de volgende regelen.

Regel om twee lijnen met malkander te vermenigvuldigen:

Zoekt een vierde evenredige, daar af een zekere lijn, naar believen genomen, de eenheit is, en de twee gegevene de twede en darde.

Toepassing. Indien *in Fig.* 1. a en b de gegevene lijnen zijn en r, naar believen genomen, de eenheyt afbeelt. Trekt twee verkochte lijnen BD, BE en meet af $BA \infty r$, $BC \infty a$, en $AD \infty b$; en trekt AC; en uyt D, evenwijdig aan deze AC, DE, zoo is EC de begeerde, of ∞ab.

Want BA is tot BC, als DA tot EC

1 —— a = b, — ab

Of meet af $BC \infty b$, en $AD \infty a$, zoo is EC als voren ∞ab.

Regel. Om twee lijnen door den anderen te divideren.

Zoekt een vierde evenredige, daar van de eerste is de divisor, de tweede de eenheyt, genomen naar believen, en de darde de lijn die gedeelt moet werden.

Toepassing. Indien *in Fig.* 2. de lijnen a en b gegeven zijn, en r de eenheyt is, en dat a door b moet gedeelt werden. Trekt twee rechte BD, BE, in B verknocht: neemt dan BA gelijk de deler b, $BC \infty r$, en $DA \infty a$: trekt dan AC, en daar aan evenwijdig uyt D, de rechte DE, zoo is EC de begeerde, of $\infty \frac{a}{b}$.

Want BA is tot BC, als AD tot EC,

b —— 1 = a — $\frac{a}{b}$.

Of neemt $BC \infty a$, en $AD \infty r$, zoo is EC, als voren, $\infty \frac{a}{b}$.

Om uyt een gegeve lijn eenige wortel te trekken.

REGEL. Op de vierkante wortel.

Zoekt

Zoekt een midden evenredige tussen de gegeve lijn en een ander die de eenheit vertoont.

Toepassing. Indien *in Fig.* 3. a de lyn is waaruyt de $\sqrt{q}$. moet getrokken werden, en r de eenheyt. Voegt GH ∞ a aan FG ∞ r, en maakt op FH een half ront, en trekt uyt G, de perpendiculaar GI, die is de begeerde, of $\infty \sqrt{a}$,

Want FG GI GH zijn gedurig evenredig
1 —— x —— a

Dies is $xx \infty a$, of $x \infty \sqrt{a}$

Anders. Maakt *in Fig.* 4. op FH, gelijk de grootste a, of r, als hier ∞ a, een half ront, en meet in FH af, FG ∞ de kleenste r, of a, dat is hier r; en trekt uyt G de perpendiculaar GI; dan FI, die is de begeerde, of is $\infty \sqrt{a}$,

Want FG FI FH zijn gedurig evenredig
1 —— x —— a

En daarom is $xx \infty a$, of $x \infty \sqrt{a}$, als voren.

Regel op de Cubicq wortel.

Beschrijft, met eenheit r, *als rechte zijde, de Parabole* FA, als in Fig. 5. *daar van dat* AC *de As is, en neemt* AC ∞ $\frac{1}{2}$ r; *en haalt uyt* C *de perpendiculaar* CD ∞ $\frac{1}{2}$ a: *dan trekt uyt* D, *door de top* A, *een ront, snijdende de Parabole in* F, *en uyt* F *de perpendiculaar* FG, *die is de begeerde, of* $\infty \sqrt{c.\,a}$.

Want, stellende CG *of* DH ∞ v *en* FG x, *zoo is 't* ☐DA,

$$\left.\begin{array}{l}+\frac{1}{2}a - x\\ -\frac{1}{2}a + x\end{array}\right\}\text{FH}$$

☐DC ☐AC —————— $\sqrt{}$

of ☐DF $\infty \frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}rr \infty \frac{1}{4}aa - ax + xx + vv$ ☐DF

of $\frac{1}{4}rr \infty - ax + xx + vv$

Maar uyt de natuur van de parabole is de ▭ van AG met de rechte zijde gelijk het vierkant van FG; dies is

$rv + \frac{1}{2}rr \infty xx$, of $v \infty \frac{xx}{r} - \frac{1}{2}r$

—————— $\sqrt{}$

of $vv \infty \frac{x^4}{rr} - xx + \frac{1}{4}rr$, dit in de bovenstaande Æquaty gestelt in plaats van vv, komt

$\frac{1}{4}rr \infty - ax + \frac{x^4}{rr} + \frac{1}{4}rr$

of $\frac{x^4}{rr} \infty ax$

—————— rr

of $x^4 \infty arrx$

x ——————

of $x^3 \infty arr$

$\sqrt{c.}$ ——————

of $x \infty \sqrt{c.\,arr}$, of $x \infty \sqrt[3]{a:r}$, als eenheyt wesende, daaruyt latende.

Anders. Beschrijft *in Fig.* 6. de Parabole ABF als voren, dat is met r als rechte zijde; dan op AE, die rechthoekig op de As AG staat, een ander ACF, daar af de lyn a de rechte zyde is, snydende de eerste in F, zoo trekt uyt F, op de As AG, de perpendiculaar FG, die is de begeerde, of is $\infty \sqrt{c.\,a}$.

Want hebbende getogen FE evenwydig aan AG, en stellende AG of FE ∞y, en FG of AE ∞x, zoo is 't, uyt de parabole ABF, $ry \infty xx$, en uyt de andere ACF, $ax \infty yy$: door reducty van dese vint men $x \infty \sqrt[3]{a}$ als voren.

Regel op de andere wortelen in 't oneyndig.

Beschrijft op AG *als As, met* r *als rechte zijde, de parabole* ABF, *van het eerste geslacht; en op* AE; *die rechthoekig op* AG *staat, als As, met* a *als rechte zijde; een parabole van het tweede geslacht als men de* $\sqrt[5]{}$ *moet trekken, van het darde als men de* $\sqrt[7]{}$ *moet hebben; van het vierde geslacht, als men de* $\sqrt[9]{}$ *wil trekken, en zoo in 't oneyndig, altijt een geslacht hoger alsmen twee wortelen wil hoger hebben.*

Om de andere wortelen, die tussen dese zijn, te trekken, als om $\sqrt[4]{}$, $\sqrt[6]{}$, $\sqrt[8]{}$, *&c. zoo moet men, om* $\sqrt[4]{}$ *te hebben, uyt* a *tweemaal de* $\sqrt[2]{}$ *trekken; om* $\sqrt[6]{}$ *te hebben, eens, uyt* a, $\sqrt[3]{}$, *en dan uyt het komende* $\sqrt[2]{}$; *om* $\sqrt[8]{}$ *te vinden, trekt eerst* $\sqrt[4]{}$, *en dan noch* $\sqrt[2]{}$; *om* $\sqrt[10]{}$ *te hebben, eerst* $\sqrt[5]{}$, *en dan noch* $\sqrt[2]{}$.

Indien, *in Fig.* 7. FG en GK elk ∞r, en GH ∞a is, zoo is GL $\infty \sqrt[4]{a}$; GN $\infty \sqrt[8]{a}$; en GO $\infty \sqrt[16]{a}$: Maar zoo GH $\infty \sqrt[3]{a}$ is, zoo is GI $\infty \sqrt[6]{a}$, GL $\infty \sqrt[12]{a}$, &c. En zoo GH $\infty \sqrt[5]{a}$ is, zo is GI $\infty \sqrt[10]{a}$, GL $\infty \sqrt[20]{a}$, en zoo in 't oneyndig.

Hebbende dan $x \infty ab$, $\infty \frac{a}{b}$, $\infty \sqrt[2]{a}$, $\infty \sqrt[3]{a}$, $\infty \sqrt[4]{a}$, $\infty \sqrt[5]{a}$, &c. Men weet dan hoemen x zal vinden: hieruyt is openbaar alle het overige.

Hebbende $x \infty \frac{ab}{c}$, $\infty \frac{ac}{b}$, $\infty \sqrt[2]{ac} \infty \sqrt[3]{acc}$, $\infty \sqrt[4]{ac^3}$, $\infty \sqrt[5]{ac^4}$, en nemende c voor de eenheyt, zo heeftmen $x \infty ab$, $\infty \frac{a}{b}$, $\infty \sqrt[2]{a} \infty \sqrt[3]{a}$, $\infty \sqrt[4]{a}$, $\infty \sqrt[5]{a}$, even als hier boven.

Hebbende $x \infty \frac{aab}{cc}$, en nemende c voor de eenheyt, zo heeft men $x \infty aab$; en dan vint men x, multiplicerende a met a, en de uytkomst noch met b; of eerst a met b, en de uytkomst noch met a: maar a voor de eenheyt nemende, zoo heeft men $x \infty \frac{b}{cc}$, en dan moetmen c met c vermenigvuldigen, en door de uytkomst de lyn b delen,

En hebbende $x \infty \frac{a^4}{c^3} + c$, en nemende c voor de eenheyt, zoo heeft men $x \infty a^4 + 1$: dies moetmen a met a multipliceren, en de uytkomst, aa, noch met a, en dit komende, a^3, noch met dezelvige (of aa hebbende noch met deselve aa) komt a^4, hier aan c gevoegt, komt $a^4 + 1$, of x.

Hebbende $x \infty \sqrt{\frac{aab}{c}}$, of $x \infty a\sqrt{\frac{b}{c}}$, en nemende $a \infty$ de eenheyt, zoo heeft men $x \infty \sqrt{\frac{b}{c}}$, dies moet men b door c delen, en uyt het quotient de $\sqrt{q}$. trekken.

Hebbende $x \infty \sqrt{3aa}$, of $x \infty a\sqrt{3}$, en nemende a voor de eenheyt, zoo heeft men $x \infty \sqrt{3}$: dies moet men uyt 3 de $\sqrt{q}$. trekken, dat geschiet, makende *in Fig.* 8. GH ∞ 3 maal de lengte van a, en GF ∞ 1 maal, zoo is GI $\infty \sqrt{3}$, of ∞ x.

Weest gedachtig dat het de kortste bewerking geeft, die lijn voor de eenheyt nemende, welke het meeste in de vergelijking gevonden wert.

Men

Men kan dezelve lijnen vinden zonder aanmerking van een lijn voor de eenheyt te nemen; maar om dat het veel gemakkelijker is een voor de eenheyt nemende, zoo zullen wy het hier by laten; gy echter begeerte daar toe hebbende, kont iets hier van vinden in onze Algebra pag. 49 en 50: pag. 51 vint gy het volgende, dat ik hierby voege om dat het van een zeer goet gebruykt is.

Hebbende $x \propto \sqrt{aa + bb}$, zoo is x de schuynze van een rechthoekigen driehoek, waaraf a en b de beenen zijn (of men moet een zoodanige maken waar van dese a en b de benen zijn:) want *in Fig.* 9. AB $\propto a$, en BC $\propto b$ wezende, zoo is het □ A C $\propto \overline{aa + bb}$, of A C zelfs $\propto \sqrt{aa + bb}$.

Hebbende $x \propto \sqrt{aa - bb}$, zoo is a de schuynze, b het eene been, en x het ander. Zo men dan *in Fig.* 10. op A C $\propto a$, als middellijn, een halfront ABC maakt, en daar in A B als pees neemt zoo lang als b, zoo is B C $\propto x$.

Hebbende $x \propto \sqrt{aa + bb + cc - dd}$; zoo maakt *in Fig.* 11. op AB $\propto a$, de perpendiculaar B C $\propto b$; en op AC zoodanig CD $\propto c$, en dan op AD een halfront; daar in AE $\propto d$ nemende, zoo is E D $\propto \sqrt{aa + bb + cc - dd}$.

Hebbende $x \propto \sqrt{\frac{1}{2}aa}$ zoo moetmen op a een half ront maken, *als in Fig.* 12. de pees van de helft van dit half ront zal de lijn a wezen.

Meer dingen waren op deze wijze voor te dragen, maar om datze niet algemeen zijn zoo zullen wy het hierby laten.

Van de oplossing der zamengezette Æquatien, of die meer als simpel zijn.

Deze konnen wesen rationaal, of irrationaal.

By rationale verstaan wy een die een rationale wortel heeft, dat is, waarin de onbekende quantiteyt, of zijn vierkant, &c. gelijk is aan een hoegrootheyt die rationaal, of niet surdisch is.

Van de oplossing der Æquatien die een rationale wortel hebben.

Wanneer een Æquaty een of meer rationale wortelen heeft, dat zeer dikwils gebeurt, zoo kanmen door een simpele divisy, of eer, door een divisor te vinden, met weynig moeyten, een van hare wortelen bekomen: *Want, gevonden hebbende een tweenamige, dat is, een waar van de eene term gheelijk is onbekent, en de andere bekent, die de Æquaty, gelijk aan o zijnde; effen opgaande deelt, zoo betoont het dat niet alleenlijk de uytkomst gelijk aan niets is, maar ook den deler, en overzulx bekomt men, zoo doende een zeer eenvoudige Æquaty, waar door de waarde van de onbekende quantiteyt openbaar is.* By Voorbeelt, hebbende gevonden voor den divisor $x - a$, en dewijl dese $\propto$ o is, zoo is $x \propto a$, of a is de waarde van de wortel, en hebbende gevonden voor den divisor $xx - ab$, zoo is $x \propto \sqrt{ab}$, en $x + b$ gevonden hebbende, zoo is $x \propto - b$, en zoo voort, dat zich van zelver wijst. Maar dewijl het moeyelijk zoude zijn zoodanigen deler te vinden, zonder eenige verdere kennis te hebben, zoo laat ons optellen alle 't geene daartoe dient. In 't 4 Lit van 't eerste Hooftstuk is gezegt dat de laaste term bestaat uyt het vermenigvuldigde der wortelen, of, op 't nauste genomen, uyt het vermenigvuldigde van de bekende termen der Æquatien, daar uyt dezelve te zamen gezet is: hier uyt volgt dat het bekende van deze divisor zodanig moet wezen dat de bekende term van de gegeve Æquaty daar door deelbaar is; en om datmen lichtelijk kan vinden alle de geheele quantiteyten, waar door dat deze term kan gedeelt werden, zoo heeft men niet anders te doen, als te onderzoeken door welke van deze, gevoegt met — of + by de onbekende quantiteyt, (of zijn vierkant, &c.) de gegeve Æquaty, effen opgaande, deelbaar is (zooze geen gebrokens of surdische quantiteyten by zich heeft, maar die by zich hebbende, zoo moetmen die eerstelijk weg nemen, gelijk in het tweede Hooftstuk geleert is) want indien in de Æquaty gebrokens of surdische quantiteyten by zich heeft, zoo zullen alle de wortelen niet heel, of rationaal wezen.

Gelijk, van de Æquaty $x^3 - 2axx + abx - aab \propto$ o is de leste term
$$\quad\quad\quad + aax$$
aab, deelbaar door 1, a, b, aa, ab, en aab; dies voegt een van deze met + of — by de onbekende quantiteyt x, indien men een letter neemt, anders by x x, indien men twee neemt, en zoo voort; en onderzoekt of de gegeve Æquaty door 't zamengevoegde, als door $x + a$, $x - a$, $x + b$, of $x - b$, &c. deelbaar is, men zal in deze bevinden door $x - a$; dies is $x \propto a$ een van de wortelen, en van 't quotient, $xx - ax + ab$, zijn de wortelen $\frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa - ab}$.

Geliijk mede van de Æquaty $x^3 - 3xx - 10x + 24 \propto 0$, is de leste term, 24, deelbaar door 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24: dies voegt een van deze, met + of —, by de onbekende quantiteyt x en onderzoekt of door 't komende de gegeve Æquaty deelbaar is; men zalze bevinden deelbaar te zijn door $x - 2$, door $x + 3$, en door $x - 4$; dies zijn de wortelen 2, — 3, en 4. En hebbende $x^3 - 4\frac{1}{2}xx + 8x - 7\frac{1}{2} \propto 0$, zoo vermenigvuldigt de wortelen van de Æquaty met 2, komt $x^3 - 9xx + 32x - 60 \propto 0$; de laaste term, 60, is deelbaar door 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60; en men vint dat de Æquaty deelbaar is door $x - 5$; dies is $x \propto 5$ in de gereduceerde Æquaty, maar gedeelt door 2, komt $x \propto 2\frac{1}{2}$ in de gegeve Æquaty.

Maar dewijl het wat moeyelijk valt de Æquatien te deelen, zoo zullen wy hier een manier beschrijven dewelke een weynig lichter is, zijnde genomen uyt de divisy van vooren naar de gemeene manier.

Maakt dat de termen vervult zijn, met byvoeging van + of — o in de plaats van de ontbrekende te zetten. Dan trekt de quantiteyt diemen onderzoeken wil (hem aanmerkende met zijn teken) van de tweede term, de rest vermenigvuldigt met de genomene quantiteyt, en 't vermenigvuldigde trekt van de volgende term, en zoo ver-

vervolgens tot den eynde: indien dan de laatste rest o is, zo is de genomene den deler, of de wortel, en anders niet.

By Voorbeelt. Gegeven zijnde $x^3 - 3xx - 10x + 24 \infty 0$, en willende ondersoeken of $+3$ den deler is; zoo trekt $+3$ van de tweede term -3, rest -6; dit vermenigvuldigt met de genomene $+3$, komt -18; dit trekt van de volgende term -10, rest $+8$; dit wederom met $+3$ vermenigvuldigt komt $+24$; dit van de volgende term $+24$, rest o: dies is $+3$, of $x+3$, den deler, of x is $\infty -3$, de wortel; en het quotient is $xx - 6x + 8 \infty 0$. Getekent met *a*.

$x^3 - 3xx - 10x + 24 \infty 0$
$+3$
——— af.
$-6a$
$+3$
——— verm.
$-18 \ldots -18$
——— af.
$+8a$
$+3$
——— verm.
$+24 \ldots +24$
——— afg.
o

Op gelijk manier vintmen effen op te gaan, of het laatste vermenigvuldighde met de laatste term gelijk te wesen, in grootheyt en in teken, nemende -2: dies is $x - 2$ den deler, en het quotient $xx - x - 12 \infty 0$.

$x^3 - 3xx - 10x + 24 \infty 0$
deler -2
——— af.
-1
-2
——— verm.
$+2 \ldots +2$
——— af.
-12
-2
——— verm.
$+24 \infty -$

Maar nemende -6, zoo vintmen voor 't laatste vermenigvuldigde -48, dat ongelijk aan $+24$ is, en daarom is -6, of $x-6$ geen deler.

$x^3 - 3xx - 10x + 24 \infty 0$
-6
———
$+3$
-6
———
$-18 \ldots -18$
———
$+8$
-6
———
-48 on. ∞

En hebbende $x^3 * + abx + aab \infty 0$, zo vervult de tweede term $- aax$

Komt $x^3 + 0xx + abx + aab \infty 0$, en ondersoekt het met $+a$, komt op 't laatst $+aab$, gelijk sijnde aan de laatste term; dies is $+a$, of $x+a$ den deler: en het quotient $xx - ax + ab$.

deler $+a$. $-aax$
——— af.
$-a$
$+a$
——— verm.
$-aa \ldots -aa$
——— af.
$+ab$
$+a$
——— verm.
$+aab \infty -$

En zo met alle andere.

Wanneer de Æquaty telkunstig is, zoo kan men de genomene quantiteyt, die alsdan een tal is, zeer licht proberen ofze niet goet is, *vergaderende al de bekende quantiteyten (mits de eenheyt voor die term aanmerkende daar geen getal voor staat) en delen het beloop door de genomene quantiteyt + of — de eenheyt: zo de deeling niet effen op gaat, het is een teken dat de genomene quantiteyt niet goet is, maar effen opgaande, zo onderzoekze door deling, of na de voorsz. manier.*

By Voorbeelt. Van de Æquaty $x^3 - 3xx - 10x + 24 \infty 0$, doen de bekende quantiteyten in een somma $+12$, aanmerkende voor x^3 te staan de eenheyt: en nemende, om te proberen, 3, hier by vergaart en afgetogen de eenheyt, komt 4 en 2, door welke beyde de 12, effen opgaande, deelbaar is; dies zal deze 3 misschien den deler wesen: maar nemende 6, hier by en afgetogen 1, komt 7 en 5, door welke de 12 ondeelbaar is, en daarom moet dese 6 verworpen werden.

$+1$
-3
-10
$+24$
——— verg.
$+12$

Als men de eenheyt by 't genomene getal toe gedaan heeft, zoo moet het +, en afgetogen zijnde, — wezen.

Men kan dit ook gebruyken in de Æquatien die uyt letteren bestaan, mits voor yder letter een besonder getal nemende.

By Voorbeelt. Hebbende $x^3 * + abx + aab \infty 0$, en stellende. $- aax$

$a \infty 1$, en $b \infty 2$, zoo heeftmen $x^3 * + x + 2 \infty 0$, dese vergaart, komt 4; de delers van de leste term 2, zijn 1 en 2: daarom dese onderzocht, men vint dat het deelbaar is door 1 en de eenheyt, of door 2 min de eenheyt; dies moet het ondersocht werden door $+1$, of door -2: men vint dat het alleenlijk kan geschieden door $+1$, daarom is $x+1$, of $x + a$ den deler van de gegevene Æquaty.

De zekerheyt van deze regel zal lichtelijk bespeurt werden, indien men aanmerkt dat alleenlijk de getallen van een Æquaty gedeelt wort door de getallen van den deler, met aanmerking van de tekens, zulx dat, als $x^3 - 3xx - 10x + 24$ deelbaar is door $x + 3$, zoo zullen de getallen van de gegevene Æquaty, als $+1 - 3 - 10 + 24$, ook deelbaar moeten wezen door de getallen van de deler, zijnde $1 + 3$; of de zom van 't geene gedeelt moet werden, als 12, door de zom van den deler. Dat de tekens van + of — in dezen geen zwarigheyt geven is openbaar door de natuur van de Rekenkunst. Waarom men de eenheyt vergaart en aftrekt van het getal daar mee dat men de divisy wil toetzen, wort lichtelijk bekent, aanmerkende dat de deeling altijt gedaan werd door een tweenaminge, waar van de eene term de onbekende quantiteyt is, daar voor men altijt kan aanmerken dat de eenheyt staat.

Willende een Æquaty deelen door $x + 3$ zoo is 't (aanmerkende de getallen) even zo veel als of men ze wilde deelen door $1 + 3$, of door 4, vergaderende by het getal om te proberen, als by de 3, de eenheyt: en willende de Æquaty deelen door $x - 3$, zoo is 't even zoo veel als of men se wilde deelen door $1 - 3$, of door 2. Zoo dat altijt de eenheyt by 't getal om te de-

delen moet vergaart of daar van afgetogen werden.

Van de oplossing der ondeelbare Æquatien door nadering.

Als de Æquaty ondeelbaar is, zo kan men de wortel ten naasten by vinden op een zeer lichte manier ten opzicht van de konst, maar op een zeer moeyelijke ten opzicht van de arbeyt, mits een tal nemende na believen, en dat dan proberende: 't welk beter door een Voorbeelt als door een regel zal konnen verklaart worden.

Is de Æquaty Meetkunstig zo meet af de lijnen die bekent gegeven zijn, en wiens kentekens in dese Æquaty gevonden werden; dat is, meet af, zo na als doenlijk is, als een van dese 1 (of een ander getal is) wat dan de andere zijn: dan stelt de getallen, die met dese lijnen over een komen, in plaats van de lijnen, men heeft een telkunstige Æquaty. *By Voorbeelt.*

Gegeven zijnde $x^3 + axx + abx - acd$
$\qquad\qquad\quad - bb \quad - abd \; \Big\} \infty 0$
$\qquad\qquad\quad - cd$

en afgemeten hebbende dat a lang is 2 deelen, tegens b 3, tegens c 4, en tegens d 5: zoo vintmen, de getallen stellende in plaats van de letters, $x^3 + 2xx - 23x - 70 \infty 0$.

Gegeven zijnde $x^3 + 2xx - 23x - 70 \infty 0$, of $x^3 + 2xx - 23x \infty 70$, of $x^3 + 2xx \infty 23x + 70$; anders $\overline{x+2}, x, -23, x \infty 70$, of $\overline{x+2}, xx \infty 23x + 70$: nemende dan $x \infty 1$, zoo is $x + 2 \infty 3$, en $\overline{x+2}, xx$ ook 3, dat minder als $23x + 70$ is, dies is, 1 voor x te nemen, te weynig: Stelle overzulx $xx \infty 10$, komt $x + 2 \infty 12$, en alzo $\overline{x+2}, xx \infty 1200$, meerder als $23x$, dat is 230, en dan noch $+ 70$, dat is te zamen 300; overzulx is $x \infty 10$ te veel; nemende daarom $x \infty 5$, komt te weynig; maar $x \infty 6$ nemende komt te veel; nemende overzulx $x \infty 5.5$, dat is $5\frac{5}{10}$, of $5\frac{1}{2}$, komt te veel; dies neme ik $x \infty 5.2$, komt noch te veel; stelle daarom $x \infty 5.1$, komt te weynig; overzulx neme ik $x \infty 5, 15$ (dat is tusschen 5.2 en 5.1) komt te veel; dan $x \infty 5.13$, komt te weynig, en $x \infty 5.14$ nemende, komt te veel; ik stel dan $x \infty 5.135$ (dat is tusschen 5.13 en 5.14) komt te veel, en $x \infty 5.134$ nemende komt te weynig; zoo dat de waarde van x doet meer als $5\frac{134}{1000}$, en minder als $5\frac{135}{1000}$; en op zoodanigen manier zulx vervolgende men kan de waarde van de wortel zoo na krygen als men begeert.

Op zodanigen manier kan men zomtijts zeer licht vinden de wortel van een rationale Æquaty.

Om den arbeyt van deze zoeking eenigzints te verlichten, op dat men niet dus blindelings daar na taste, zo zal ik toonen *op wat wijze men kan vinden, in vele gelegentheden, tussen wat palen de groote der ware wortelen begrepen is.*

By Voorbeelt. Hebbende de voorgaande Æquatie, $x^3 + 2xx - 23x - 70 \infty 0$, of $x^3 - 23x \infty 70 - 2xx$

Zoo blijkt, als $x^3 - 23x$ meer is als 0, dat dan $70 - 2xx$ ook meer is als 0.

of x^3 *groter* als $23x$: en 70 *groter* als $2xx$
of xx *groter* als 23   of 35 *groter* als xx

zulx dat het vierkant van de wortel groter is als 23, en kleender als 35; of dat x kleender is als 6, en groter als 4, ja niet veel kleender kan zijn als 5; of eygentlijk als 4.8, de $\sqrt{q}$ uyt 23 zeer na by: zulx dat men hen ten eersten had konnen nemen gelijk 5, en zulx toetzen.

Hebbende $x^3 - px + q \infty 0$, of $x^3 + q \infty px$
zoo is x^3 *kleender* als px, en px *groter* als q,

of x *kleender* als $\sqrt{p}$, en x *groter* als $\frac{q}{p}$

x is dan kleender als $\sqrt{p}$, en grooter als $\frac{q}{p}$; tussen welke palen hy dan besloten is.

Hebbende $x^3 + px - q \infty 0$, of $x^3 + px \infty q$,
zoo is px *kleender* als q, en ook x^3 *kleender* als q

of x *kleender* als $\frac{q}{p}$ A   of x *kleender* als $\sqrt{c.q}$
of xx *kleender* als $\sqrt{c.qq}$
of x^3 *kleender* als $x\sqrt{c.qq}$

dies is $x\sqrt{c.qq}$ dan *groter* als x^3, en daarom $x\sqrt{c.qq} + px$ *groter* als q

of x *groter* als $\frac{q}{p + \sqrt{c.qq}}$ B

Anders, x *kleender* als $\frac{q}{p}$

of xx *kleender* als $\frac{qq}{pp}$

of x^3 *kleender* als $\frac{qq}{pp}x$, dies is $\frac{qq}{pp}x + px$ *groter* als q

of x *groter* als $\frac{q}{\frac{qq}{pp} + p}$ C

De wortel is dan kleender als A, en groter als B, of als C.

Hebbende $x^3 - px - q \infty 0$, of $x^3 \infty px + q$
zoo is x^3 *groter* als px,
of x *groter* als $\sqrt{p}$ A
of x^3 *groter* als $xx\sqrt{p}$
of $xx\sqrt{p}$ *kleender* als $px + q$
of xx *kleender* als $x\sqrt{p} + \frac{q}{\sqrt{p}}$

of x *kl.* als $\frac{1}{2}\sqrt{p} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{q}{\sqrt{p}}}$ B.

x is dan groter als A, en kleender als B.

Hebbende $x^4 \infty 2xx + 3x + 5$
zo is x^4 *gr.* als $2xx$; ook x^4 *gr.* als $3x$; ook x^4 *gr.* als 5
of x *gr.* als $\sqrt{2}$; of x *gr.* als $\sqrt{c.3}$; of x *gr.* als $\sqrt{\sqrt{5}}$.
elk met x^3 vermenigvuldigt, komt $x^3\sqrt{2}$ *groter* als $2xx$, $x^3\sqrt{c.3}$ *groter* als $3x$, en $x^3\sqrt{\sqrt{5}}$ *groter* als 5: deze in de plaats gezet, komt

x^4 *kleender* als $x^3\sqrt{2} + x^3\sqrt{c.3} + x^3\sqrt{\sqrt{5}}$
of x *kleender* als $\sqrt{2} + \sqrt{c.3} + \sqrt{\sqrt{5}}$.

x is dan groter als $\sqrt{2}$, of als $\sqrt{c.3}$, of als $\sqrt{\sqrt{5}}$, en kleender als $\sqrt{2} + \sqrt{c.3} + \sqrt{\sqrt{5}}$.

Dat

x^3 *groter* als $2xx$ A

xx ————

xx *groter* als 2 B

$\surd$ ————

x *groter* als $\surd 2$ C

———— x

$x\surd 2$ D

———— xx

$x^3\surd 2$ E

Dat $x^3\surd 2$ groter is als $2xx$, blijkt, om dat D groter is als B, en dit, om dat C met C, dat is $\surd 2$ met $\surd 2$ gemultipliceert zijnde, B zoude uytbrengen, maar nu wert C gemultipliceert met x, die groter is. $\surd 2$: dies is D dan groter als B, en, by gevolg, mede E groter als A. Om dezelve reden is $x^3\surd c.\,3$ groter als 3, en $x^3\surd\surd 5$ groter als 5.

Aangewesen hebbende hoe men in de Rationale Æquatien, in 't algemeen, een quantiteyt kan vinden die volkomen gelijk is aan de onbekende, en in de irrationale een die nagenoeg, ja tot het oneyndig nader daar mede overeenkomt, zo laat ons dese laatste eens in 't bysonder ondersoeken, en zien hoe ver wy daar in konnen procederen, of, ten minsten, aanwysen het geen daar van bekent is, en laat ons van de minste voortgaan tot de meerdere, om reden dat in de mindere het meeste gevordert is, waar door gy zult zien waar het stuyt.

De simpele Æquatien hebben wy alrede ontbonden; de naaste aan dese zijn de vierkante.

Van de oplossing der vierkante Æquatien.

Dese, gereduceert zijnde, bestaan uyt drie termen: een daar van is bekent: een ander bestaat uyt het vermenigvuldigde van de onbekende quantiteyt, of zijn vierkant, of zijn teerling, &c. met een bekende hoegrootheyt; en de overige uyt het vierkant van het onbekende dat by de laastgenoemde gevoegt is: zulx datse hebben, ten opsicht van de tekens, dese drie gedaantens.

$$xx \infty + ax + b$$
$$xx \infty - ax + b$$
$$xx \infty + ax - b$$

of deze $x^4 \infty + axx + b$

$$x^4 \infty - axx + b$$
$$x^4 \infty + axx - b$$

Of noch andere daar in x opklimt tot x^6 en x^3; of tot x^8 en x^4, of tot x^{10} en x^5, en zoo in 't oneyndig.

Maar de tweede term wegnemende, zoo kan men se alle onder een geval betrekken, dat is onder

$yy \infty c$, of $y^4 \infty c$, en zoo voort: Maar dan is,

in 't 1 gev. $x \infty \pm y + \frac{1}{2}a$, en y, of $\surd c$, $\infty \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$;

in 't 2 gev. $x \infty \pm y - \frac{1}{2}a$, en y, of $\surd c$, $\infty \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$;

in 't 3 gev. $x \infty \pm y + \frac{1}{2}a$, en y of $\surd c$, $\infty \sqrt{\frac{1}{4}aa - b}$;

Dies is, in

$xx \infty + ax + b$, de $x \infty + \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$. — vals

$xx \infty - ax + b$, de $x \infty - \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$. — vals

$xx \infty + ax - b$, de $x \infty + \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa - b}$

Dat men lichtelijk kan ondervinden waarachtig te wesen, de moeyten nemende van zulx te ondersoeken gelijk wy U L. dat in de eerste zullen voordragen.

Hebbende $xx \infty + ax + b$, of $xx - ax - b \infty 0$ zoo moetmen nemen, $y + \frac{1}{2}a \infty x$

$$\begin{array}{llll} \text{dies is } yy & + ay + \frac{1}{4}aa & \infty & + xx \\ & - ay - \frac{1}{2}aa & \infty & - ax \\ & - b & \infty & - b. \\ \hline \end{array}$$

$$\text{of } yy \; * \; \left.\begin{array}{l} -\frac{1}{4}aa \\ -\;\; b \end{array}\right\} \infty 0$$

of $yy \infty + \frac{1}{4}aa + b$, of $y \infty \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$; en daarom $x \infty \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$.

Maar, om dat men ook mag stellen $-y + \frac{1}{2}a \infty x$

$$\begin{array}{llll} \text{want dan is } yy & - ay + \frac{1}{4}aa & \infty & + xx \\ & + ay - \frac{1}{2}aa & \infty & - ax \\ & -\;\; b & \infty & - b \\ \hline \end{array}$$

$$\text{of } yy \; * \; \left.\begin{array}{l} -\frac{1}{4}aa \\ -\;\; b \end{array}\right\} \infty 0$$

of $yy \infty + \frac{1}{4}aa + b$, of $y \infty \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$,

Als voren: maar om dat nu $-y + \frac{1}{2}a \infty x$ is, daarom is nu $x \infty + \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$, zoo dat men vint, beyde deze gevallen aanmerkende,

$xx \infty + \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$, 't geene hier boven daar voor gestelt is: en op deze wyse vintmen ook wat x is in de twee andere Æquatien.

Men kan het zelfde ook bekomen zonder de tweede term weg te nemen, dus: op de eerste Æquaty, alwaar $xx \infty + ax + b$ is.

Nemende $x \infty y \pm z$ $\quad$ $x \infty y \pm z$

———— $\surd$ ———— $+a$

zoo is $xx \infty yy \pm 2yz + zz$, en $+ax \infty + ay \pm az$

en daarom is $yy \pm 2yz + zz \infty + ay \pm az + b$

nemende van deze de $\pm 2yz \infty \pm az$

$\pm 2z$ ————

zoo is $y \infty \frac{1}{2}a$

En om dat de overige dan aan malkander gelijk zijn, zoo is dan

$$yy + zz \infty + ay + b$$
$$\text{of } \tfrac{1}{4}aa + zz \infty + \tfrac{1}{2}aa + b$$
$$\text{of } zz \infty + \tfrac{1}{4}aa + b$$

$\surd$ ————

$$\text{of } z \infty \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + b}.$$

Wy hebben dan gevonden dat y is $\infty \frac{1}{2}a$, en $z \infty \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$, en dewijl x is $\infty y \pm z$, zoo blijkt dat $x \infty + \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$ is, het zelfde dat hier even daar voor gevonden is: op de zelfde wyze vintmen het aangetekende in de andere gevallen.

En dewijl wy zien, dat in de afbeelding van de wortel, het rationale over al is $\frac{1}{2}a$, de helft van het bekende van de tweede term aangedaan met het zodanigen teken, en dat het eerste deel van het Surdische over al zijn vierkant is, te weten $+\frac{1}{4}aa$, en dat het andere deel de leste term is, aangedaan met het zelfde teken;

en dat tussen het rationale en surdische overal staat $\pm$ zoo mogen wy stellen, dese

ALGEMEENE REGEL. Op de vierkante Æquatien.

Stelt x ∞ *de helft van de bekende quantiteyt die met* x *vermenigvuldigt is,* + *of* — *de* $\surd$q. *uyt het vierkant van dese helft vergaart by de bekende term: de tekens zoodanig stellende als zy zelfs mede brengen.*

Weest gedachtig dat de tweede wortelen, van de twee eerste vergelijkingen, vals zijn, te weten

$+\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$

en $-\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$, dat is minder als niet; het eerste om dat $\sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$ groter is als $\frac{1}{2}a$, en het twede om dat alles — is: mede dat, in de darde vergelijking; geen wortel zal te vinden zijn als b groter is als $\frac{1}{4}aa$, om dat het vierkant van + of — altyt + is, en het zelvige alhier — zoude zijn.

Indien men heeft $x^4 \infty axx + b$, en stell. $y \infty xx$, zoo heeft men $yy \infty ay + b$, en de wortel van dese is na de bovenstaande Regel

$$y \infty + \tfrac{1}{2}a \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + b}$$
$$\text{of } xx \infty + \tfrac{1}{2}a \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + b}$$
$$\text{en daarom is } x \infty \sqrt{+\tfrac{1}{2}a \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + b}}.$$

Waar uyt blijkt, om de waarde van x *te vinden, uyt een vierkante Æquaty van* vier, zes, acht, &c. *dimensien, dat men niet anders te doen heeft als de wortel te trekken naar de gestelde regel op die van twee afmetingen, mits alleenlijk uyt het komende de* $\surd$q. *trekkende alsse is van* vier, *de* $\surd$c. *alsse is van* zes: *en de* $\surd\surd$ *alsse is van* acht *dimensien, en zoo* voort in 't oneyndig. *En overzulks is van*

$$x^4 \infty + axx + b, \text{de } x \infty \sqrt{+\tfrac{1}{2}a \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + b}}$$
$$x^4 \infty - axx + b, \text{de } x \infty \sqrt{-\tfrac{1}{2}a \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + b}}$$
$$x^4 \infty + axx - b, \text{de } x \infty \sqrt{+\tfrac{1}{2}a \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}aa - b}}$$
$$\text{en } v. x^6 \infty + ax^3 + b, \text{de } x \infty \sqrt{c.+\tfrac{1}{2}a \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + b}} \text{ \&c.}$$

Maar, alzoo de voorgaande regel wil dat de eene term geheellijk bestaat uyt de onbekende quantiteyt; dat veeltyts breuken veroorsaakt, als de term xx, x^4, &c. met een of meer bekende quantiteyten vermenigvuldigt is; als, hebbende $cxx \infty ax + b$, zo kan men de Æquatie in dese order laten staan, en trekken uit $ax + b$ de $\surd q$, als voren, *behalven dat men alleenlijk de bekende term,* + b, *eerst met die quantiteyt vermenigvuldigt, dewelke by* xx *gevoegt is,* dat is, *hier met* c, *en dan dese* c, *als deler, voegen onder de geheele bekomene wortel.* Zulx dat na dese regel

$$\text{van } cxx \infty ax + b, \text{de } x \infty \frac{\frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa + cb}}{c} \text{ is.}$$

Dat dese bewerking een en deselfde uytkomst geeft met de voorgaande, blykt op dese wyze.

Boven is gegeven $cxx \infty ax + b$

c ———— gedeelt

komt $xx \infty \frac{ax}{c} + \frac{b}{c}$, hieruyt de wortel na de 1 regel, komt $x \infty \frac{\frac{1}{2}a}{c} \pm \sqrt{\frac{\frac{1}{4}aa}{cc} + \frac{b}{c}}$

———— c. verm.

$cx \infty \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa + bc}$

c ———— ged.

of $x \infty \frac{\frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa + bc}}{c}$ even sijnde met het geene hier boven naar dese regel gevonden is.

Uyt het geene nu, wegens de hoegrootheyt der wortelen, in de voornoemde Æquatien, aangetekent is, blykt niet alleenlijk, hoe men de groote van een wortel practice kan vinden tot een oneyndige nadering, als de questy telkunstig is, maar ook volkomen alsse Meetkunstig is, om dat de fondamenten van dese beyde bekent zijn: als de Æquaty telkunstig is, en dat $a \infty 10$, en $b \infty 9$ is, zo blykt dat $x \infty 5 \pm \surd 34$ is in de eerste Æquaty, $\infty - 5 + \surd 34$ in de tweede, en $\infty 5 \pm \surd 16$ in de darde; en dewyl de $\surd q$. uyt 34 na genoeg is 5.831, zoo mag men zeggen dat de wortel, in de eerste Æquaty, na genoeg is 10.831, in de tweede 0.831, en in de darde volkomen 9, of 1. Als de questy meetkunstig, en dat *in Fig.* 13. LN ∞ $\frac{1}{2}a$, en LM, of Lm, $\infty \surd b$ is, zo blykt dat MO ∞ x zal wesen in de eerste, MP in de tweede, en mo, of ook mp in de darde, aanmerkende de hoek NLM voor een rechte; N voor het middelpunt van het ront OLP, en NL voor de middellyn van het halfront LmN: want dewyl NL $\infty \frac{1}{2}a$, en LM of Lm ∞ $\surd b$ is, zo volgt dat MN is $\infty \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$, en N$m$ $\infty \sqrt{\frac{1}{4}aa - b}$, en by gevolg dat MO is $\infty \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$, MP $\infty - \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + b}$, en mo $\infty \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - b}$ en mp $\infty \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - b}$, de wortelen van de voornoemde Æquatien.

Maar dewyl het alzo gemakkelijk is de lengte van de wortelen te vinden uyt de Æquatien zelfs, als uyt het geene van hare wortelen aangetekent is; zoo zal het best zijn op dese een besondere regel te stellen, hen aanmerkende in dese gedaantens.

$$xx \infty + px + qq$$
$$xx \infty - px + qq$$
$$xx \infty + px - qq$$

REGEL. Op de Meetkunstige vierkante Æquatien.

Uyt N *als middelpunt, met* NL, $\infty \frac{1}{2}$ p, *als straal; beschrijft het ront* LPO *als in de Figuren* 14, 15 *en* 16. *dan* LM ∞ q, *rechthoekig op* NL: *dan* MPO *door de midstip als men heeft* + qq; *maar evenwydig* LN *als men heeft* — qq, *snydende en stotende het ront in* P *en* O.

In

In *Figuur* 14. is MO $\propto x$ als men heeft $+p$, MP als men heeft $-p$; en MO en MP beyde $\propto x$ *in Fig.* 15. op het darde geval als men heeft $-qq$.

De zekerheyt hier van blijkt door de proef. In *Figuur* 14. MO $\propto x$ nemende, zoo is de $\square$ POM $\propto px$, hier by 't vierkant LM, of de $\square$ PMO, dewijl dese gelijk zijn, komt de $\square$ POM $+$ $\square$ PMO, of 't vierkant MO, dat is $xx \propto px + qq$, de eerste Æquaty. MP $\propto x$ nemende, zoo is de $\square$ OPM $\propto px$, dit van de $\square$ OMP $\propto qq$, het vierkant LM, rest het vierkant MP, of $xx \propto -px + qq$, de tweede Æquaty. In *Figuur* 16. de perpendicularen PS, OR getrokken hebbende, en de rest als te zien is, zoo is 't $\square$ LO $\propto$ de $\square$ RLQ, en 't $\square$ LP $\propto$ de $\square$ SLQ: nemende dan LR, LS, die gelijk zijn aan MO, MP, yder gelijk x, zoo is 't $\square$ LO, en 't $\square$ LP yder gelijk px, hier af 't $\square$ LM $\propto qq$, rest het $\square$ MO, en het $\square$ MP, zijnde elk xx, $\propto px - qq$, de darde Æquaty.

Heeft men $x^4 \propto pxx + qq$, zoo doet als voren, en trekt uyt het komende MP, of MO, de $\sqrt{q}$, men heeft x: hebbende $x^6 \propto px^3 + qq$, zoo trekt 'er uyt de $\sqrt{c}$, en hebbende $x^8 \propto p\,x^4 + qq$ de $\sqrt{\sqrt{}}$, en zo voort in 't oneyndig.

Wy zullen afkorten, met alleenlijk U L. indachtig te maken, dat in beyde deze formen van Æquatien, by de quantiteyten, a en p, verstaan wert alle het bekende vermenigvuldigt met x, en by b en qq de geheele bekende term, of termen. Indien men heeft $cxx \propto adx + bef$, of door c gedeelt $xx \propto \frac{ad}{c}x + \frac{bef}{c}$, zo wert hier by a en ook by p verstaan $\frac{ad}{c}$, en by b, en ook by qq, $\frac{bef}{c}$; en zoo in alle andere.

Van de ontbinding der ondeelbare Tel- en Meetkunstige Cubicq Æquatien.

Als een zoodanige deelbaar is zoo kanze niet te zamen gezet zijn als uyt drie simpele, of een simpele en een vierkante; en in beide heeftze dan een rationale wortel die gevonden wert door het voorgaande; die vals zijnde zo vint men een ware, zo z'er in is, uyt de overige Æquatie, de gegevene door deze wortel delende; die dan bestaat uyt twee simpele, of uyt een vierkante, waar uyt de wortelen gevonden werden volgens het gene nu even geleert is: blijft alzoo niets overig als de ondeelbare op te lossen.

Van de ontbinding der Ondeelbare telkunstige Cubicq Æquatien.

Als men in deze de tweede term weg doet, zoo kan men de wortelen van hen afbeelden door een Surdische quantiteyt, maar door geen eenvoudig getal, heel of gebroken, ten zy dat uyt deze Surdische de wortel kan getrokken werden; en dan is de wortel rationaal, in welk geval de wortel door deling kan gevonden werden, en by gevolg is deze regel dan ondienstig.

De tweede term weg doende, zo heeft men alle de gevallen van dese Æquatien in de drie volgende.

$$x^3 \propto * + px + q$$
$$x^3 \propto * - px + q$$
$$x^3 \propto * + px - q$$

Om een Regel op dese te vinden, waar door de waarde van x uytgedrukt wert, zo slaat de weg in die wy gebruykt hebben om de wortels in de vierkante Æquatien te vinden: dus:

Stelt $x \propto y + z$, zoo is $x^3 \propto y^3 + 3yyz + 3yzz + z^3$, en $px \propto py + pz$:

Dan is $y^3 + 3yyz + 3yzz + z^3 \propto py + pz + q$ *in 't eerste voorval.*

Stellende $3yyz + 3yzz \propto py + pz$,

$y + z$ ———————— *gedeelt*

$3y$ $\frac{\text{of } 3yz \propto p}{}$ *gedeelt*

of $z \propto \frac{\frac{1}{3}p}{y}$

zoo is $y^3 + z^3 \propto q$, of $z \propto \sqrt{c.\,q - y^3}$,

of $y^3 \propto q - z^3$, of $y \propto \sqrt{c.\,q - z^3}$

of $y^3 \propto q - \frac{\frac{1}{27}p^3}{y^3}$, stellende $\frac{\frac{1}{3}p}{y}$, in plaats van z

of $y^6 \propto qy^3 - \frac{1}{27}p^3$, een vierkante Æquaty van 6 dimensien.

of $y^3 \propto +\frac{1}{2}q \pm \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}$

of $y \propto \sqrt{c.\,+\frac{1}{2}q \pm \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}}$

dies is $z \propto \sqrt{c.\,+\frac{1}{2}q \mp \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}}$

en daarom is $x \propto \sqrt{c.\,+\frac{1}{2}q \pm \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}} + \sqrt{c.\,+\frac{1}{2}q \mp \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}}$. 1. geval alwaar $x^3 \propto * + px + q$ is.

$x \propto \sqrt{c.\,+\frac{1}{2}q \pm \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{27}p^3}} + \sqrt{c.\,+\frac{1}{2}q \mp \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{27}p^3}}$. 2. geval alwaar $x^3 \propto * - px + q$ is.

$x \propto \sqrt{c.\,-\frac{1}{2}q \pm \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}} + \sqrt{c.\,-\frac{1}{2}q \mp \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}}$. 3. geval alwaar $x^3 \propto * + px - q$ is.

Dese wortelen op het 2 en 3 geval vintmen uit die op de eerste, alleenlijk de tekens hier zodanig veranderende alsse inde Æquatien anders sijn, waargenomen hebbende dat het teken van p omkeert, en dat van q blijft.

Hebbende $x^3 \infty * 6 + x + 40$, overeenkomende met het 1 geval,

Zoo is $x \infty \sqrt{c.\,20 + \sqrt{392}} + \sqrt{c.\,20 - \sqrt{392}}$

Uyt $20 + \sqrt{392}$ en uyt $20 - \sqrt{392}$ yder de $\sqrt{c.}$ trekkende.

Komt $2 + \sqrt{2}$ en $2 - \sqrt{2}$, dies is $x \infty 4$.

Hebbende $x^3 \infty * - 3x + 36$, overeenkomende met het 2 geval,

Zoo is $x \infty \sqrt{c.\,18 + \sqrt{325}} + \sqrt{18 - \sqrt{325}}$:

Uyt $18 + \sqrt{325}$ en uyt $18 - \sqrt{325}$ yder de $\sqrt{c.}$ trekkende,

Komt $1\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}}$ en $1\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$, dies is $x \infty 3$.

Hebbende $x^3 \infty * 6x - 40$, overeenkomende met het 3 getal.

Zo is $x \infty \sqrt{c.\,-20 + \sqrt{392}} + \sqrt{c.\,-20 - \sqrt{392}}$

Uyt $-20 + \sqrt{392}$ en uyt $-20 - \sqrt{392}$ de $\sqrt{c.}$ trekkende,

Komt $-2 + \sqrt{2}$ en $-2 - \sqrt{2}$, dies is $x \infty -4$

Een valse wortel, de Æquaty daar door delende,

Komt $xx - 4x + 10 \infty 0$, of $xx \infty 4x - 10$

of $x \infty 2 \pm \sqrt{-6}$ een wortel die maar inbeelding is, zulx dat in dese Æquaty geen wortel is als een valse 4.

Aanmerking. Men ziet in de wortel op het 1 en 3 geval, dat $\frac{1}{4}qq$ altyt grooter moet zijn als $\frac{1}{27}p^3$, wanneer men dese regel wil op volgen: maar die kleender vindende, zoo kan men hen oplossen volgens dese Regel.

Gelijk $\sqrt{\frac{1}{3}p}$,
Tot de straal,
Alzoo $\frac{q}{\frac{1}{3}p}$,
Tot pees van een boog A: dan
Gelijk de straal,
Tot $\sqrt{\frac{1}{3}p}$,
Alzoo pees van het derdedeel van de boog A, *en ook*
Alzoo pees van het derdedeel van 't compl. A *tot* 360 *gr.*
Tot twee wortelen, *wiens som is de darde.*

De twee eerste wortelen zijn de valse, en de darde de ware in 't eerste geval; maar de twee eerste zijn de ware, en de darde de valse in het darde geval.

By Voorbeelt: Hebbende $x^3 \infty * \overset{p}{192}x - \overset{q}{576}$

Hier in is $\frac{1}{4}qq$ kleender als $\frac{1}{27}p^3$. $\sqrt{\frac{1}{3}p}$ is 8, en $\frac{q}{\frac{1}{3}p}$ is 9: Daarom

8 — 100000 — 9? komt 112500, pees van 68.28' A
zijn vervultsel is 291.32

Het derdedeel van dese bogen is 22.56 en 97.16, wiens pesen zijn 39588 en 149984.

daarom:

$$100000 - 8 - \left\{ \begin{array}{l} 39588\,?\ \text{komt}\ \ 3.16704 \\ 149984\,? -\ \text{en}\ 11.99872 \end{array} \right.\quad (\textit{wortelen})$$

wiens som is 15.16576

En om dat dit voorbeelt overeenkomt met het darde geval, daarom zijn de twee eerste wortelen, 3.16704 en 11.99872, de valse en de darde, 15.16576, de ware.

Deze Regel wert op deze manier bevestigt. Aanmerkt, van Fig. 17. NQ *voor het derde van de boog* NQTP, *en* PV *voor het derde van de boog* PVN: *de lijn* QS *evenwijdig aan* TO, *en de boog* VW *gelijk de boog* TPV: *Voorts de rest als blijkt. Dewijl de boog* QP *het dubbelt is van de boog* NQ, *daarom is de hoek* QNP *gelijk aan de hoek* NOQ, *en om dat* NQO *aan beyde de driehoeken*, NQR, NQO, *gemeen is*, *daarom zijnze gelijkhoekig*, *en by gevolg*.

NO — NQ = NQ — QR:

En wederom, dewijl SQR *gelijk is aan* QOT, *om dat* QS, TO *evenwijdig zijn*, *en* SRQ *gelijk aan* ORP, *of aan* OQT *is*, *ter oorzake dat* QT, RP *paralel zijn, daarom is* QRSQ *gelijkhoekig aan* QOTQ *of aan* QONQ, *overzulks is 't*

NO — NQ = QR — SR:

En dewijl PM *is gelijk aan* PT, MS *aan* QT, *en* RN *aan* NQ, *daarom is* NP + SR *driemaal zoo lang als* NQ, *om dat* NQ, QT, TP *alle, gelijk gezegt is, evenlang zijn.*

Om dit alles, stellende NO ∞m, NP ∞n; *en* NQ ∞x, *is 't*

NO NQ NQ QR
$m - x - x$? *komt* $\frac{xx}{m}$

QR RS
en wederom — $\frac{xx}{m}$? *komt* $\frac{x^3}{mm}$

Zoo is dan $n + \frac{x^3}{mm} \infty 3x$

of $mmn + x^3 \infty 3mmx$

of $x^3 \infty 3mmx - mmn$, *deze*

vergeleken met $x^3 \infty\ px - q$, darde gev.

komt $3mm \infty p$: *en* $mmn \infty q$

of $m \infty \sqrt{\frac{1}{3}p}$ *of* $n \infty \frac{q}{mm}$, *of* $\frac{q}{\frac{1}{3}p}$:

Wy vinden dan, als wy in het darde geval stellen NQ ∞x, *dat de straal doet* $\sqrt{\frac{1}{3}p}$, *en dat de pees van de boog, die driemaal groter is als de boog van* NQ, *dat is* NP, *doet* $\frac{q}{\frac{1}{3}p}$: *deze twe leste zodanig dan nemende, zo moet de eerste* NQ *zijn* ∞x, *de wortel van de darde Æquaty. En dewijl het even veel is of men* NQ, *of* x, *neemt voor de pees van het darde deel van de kleene boog* NQP, *of van de grote* NVP, *gelijk men zien kan het bovenstaande met zoodanigen Figuur*, als Fig. 18. *vergelijkende*, *en ook uyt de natuur van de zaak zelfs*, *om datter geen bepaling gedaan is*, *of de boog*, *daar af* NP *de pees is*, *grooter of kleender moet wezen als een halfront*, *zoo zeg ik dat* PV *zoo wel* x *is als* NQ: *en deze zijn beyde ware wortelen*, *en overzulks is haar som de valze*, *om dat deze zoo groot moet wezen als de twee andere: en om dat* PW *zoo groot als* PT *en* PV *te zamen is*, *daarom is* PW *de valze wortel in dit geval.*

Dat PW *is* ∞ PT + PV *bewijst men dus. Dewijl de boog* PT *het derdedeel is van de boog* PTN, *en* PV *het derde van* PVN, *daarom is de boog* TPV *het derde van het heele ront*; *en om dat de boog* VW *aan de boog* TPV *gelijk is*, *zoo is dan* TVWT *een gelijkzijdigen driehoek.*

Stel-

Stellende yder zijde $\infty\ z$, TP ∞ x, *en* PY ∞ *y*.

Dewijl na ons 50 *Voorstel der Meetkonst*

$$\square\, PT, VW + \square\, PV, TW \text{ is } \infty\ \square\, TV, PW.$$
$$\text{of} \quad xz \quad + \quad yz \quad \infty \quad z, PW.$$
$$z \overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \text{ged.}$$
$$\text{Daarom is } x + y \infty PW.$$

Op PW *is zoo lang als* PT *en* PV *te samen.*

Om de gestelde Regel goet te maken, zoo heeftmen alleenlijk aan te merken dat NO *hier is* $\sqrt{\frac{1}{3}p}$, *en in de tafel Sinus de straal; en* NP *hier is* $\frac{q}{\frac{1}{3}p}$, *en in de tafel Sinus pees van het drievoud van de boog* NQ; *zulks dat men door de eerste vergelijking vint de lenkte van de pees* NP *in vergelijking dat* NO *doet* 100000, *de Radius in de tafel Sinus; dese hebbende zoo heeftmen de boog* NQP, *en daar door de boog* NQ, *en door dese de pees* NQ, *te weten in de tafel Sinus. Maar om dat wy zijne ware lenkte moeten hebben in vergelijking dat* 100000, *of* NO, *doet* $\sqrt{\frac{1}{3}p}$, *daarom geschiet de twede vergelijking, die ons de ware lenkte uytlevert, na reden dat* NO *doet* $\sqrt{\frac{1}{3}p}$. *En alzoo is de regel volkomen bevesticht.*

Wy zullen alleenlijk noch toonen dat in dit ront altijt $\frac{1}{4}qq$ *kleender is als* $\frac{1}{27}p^3$.

$$\text{NP} \infty \frac{q}{\frac{1}{3}p}$$
$$2 \overline{\qquad\qquad}$$
$$\tfrac{1}{2}\text{NP, of } \frac{\frac{1}{2}q}{\frac{1}{3}p} \text{ kleender als } \sqrt{\tfrac{1}{3}p},\ \text{NO}$$
$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad} \checkmark$$
$$\text{of } \frac{\frac{1}{4}qq}{\frac{1}{9}pp} \text{ kleender als } \tfrac{1}{3}p$$
$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \ \tfrac{1}{9}pp$$
$$\text{of } \tfrac{1}{4}qq \text{ kleender als } \tfrac{1}{27}p^3.$$

Om dan een eynde van dese ondeelbare telkunstige Æquatien te maken, zoo staat aan te merken dat dese regelen niet konnen dienen als wanneer de vergelijking ondeelbaar is, en dat men de wortel wil vinden in 't oneydig nader en nader, met de trekking der quadraat en cubicqwortel uyt een onredelijk getal, door byvoeging van nullen, even als in de ondeelbare vierkante Æquatien door de $\sqrt{q}$. maar dese moeyten niet willende doen, zoo siet men de groote der wortelen afgebeelt in Surdische quantiteyten, met getallen waar uyt de $\sqrt{q}$. en de $\sqrt{c}$. moet getrokken werden, als in de vierkante met de $\sqrt{q}$. en dit is dan het uytterste dat men in dese gaan kan: en alsoo achten wy hen zoo volmaakt verhandelt te hebben als de natuur van de zaak lyden kan, ze telkunstig zijnde, maar om dat de Meetkunst geen irrationale lynen heeft, gelijk de telkunst getallen, zoo zullen wy een volkomene soluty van dese konnen voortbrengen: ziet hier wat *Cartesius* en *van Schoten* daar toe uytgevonden hebben.

Ontbinding van de ondeelbare Meetkunstige Æquatien van drie Dimensien.

Op drie'erley wyse kanmen dese solveren: of met de $\sqrt{q}$. en de $\sqrt{c}$. te trekken uyt een gegeve lyn, of met wegneming van de tweede term, of zonder die daar uyt te reduceren.

1. *Door trekking van de* $\sqrt{q}$. *en* $\sqrt{c}$.

In dit geval gebruykt de aantekening der wortelen zo nu alrede genoteert zijn. Stellende $\frac{1}{4}qq \pm \frac{1}{27}p^3 \infty n$ zoo ziet men dat de wortelen zijn

$x \infty \sqrt{c.\ +\frac{1}{2}q + \sqrt{n}} + \sqrt{c.\ +\frac{1}{2}q - \sqrt{n}}$, op $x^3 \infty * + px + q$

$x \infty \sqrt{c.\ +\frac{1}{2}q + \sqrt{n}} + \sqrt{c.\ +\frac{1}{2}q - \sqrt{n}}$, op $x^3 \infty * - px + q$

$x \infty \sqrt{c.\ +\frac{1}{2}q + \sqrt{n}} + \sqrt{c.\ -\frac{1}{2}q - \sqrt{n}}$, op $x^3 \infty * + px - q$.

En by gevolg dat men niet anders te doen heeft als uyt n de $\sqrt{q}$. te trekken, en dan uyt $\frac{1}{2}q + \sqrt{n}$, of uyt $\frac{1}{2}q - \sqrt{n}$, of uyt $-\frac{1}{2}q + \sqrt{n}$, of uyt $-\frac{1}{2}q - \sqrt{n}$, de $\sqrt{c}$. En dewyl dit dingen zijn die wy alrede verhandelt hebben, zoo zullen wy niet anders doen als door een voorbeelt de memory ververschen.

Indien *in Fig.* 19. FG de eenheyt, en GH ∞ *n*, dat is $\infty\ \frac{1}{4}qq \pm \frac{1}{27}p^3$ is, zoo is de perpendiculaar GI $\infty \sqrt{n}$, dit by of van $\frac{1}{2}q$, of $\frac{1}{2}q$ hier van, komt by voorbeelt de lijn *m*: dan uyt *m* de $\sqrt{c}$. beschryvende met de eenheyt, als rechte zijde, de Parabole FA, *als Fig.* 20. en in de As, AL, nemende AC ∞ de helfte van de eenheyt, en uyt C trekkende de perpendiculaar CE $\infty\ \frac{1}{2}m$, en uyt E, als centrum, met EA als straal, het ront, snydende de Parabole in F, zoo is de perpendiculaar FL de begeerde $\sqrt{c}$. uyt *m*: en dewyl in yder Æquaty, de wortel *x* bestaat uyt een twee tweenamige, die geen ander onderscheyt hebben als dat in de eene is $+\sqrt{n}$ en in de ander $-\sqrt{n}$, zoo blykt dat men op een Æquaty tweemaal dese werking zal moeten doen, en dat de som van dese twee lynen, FL, de begeerde wortel zal wesen, ingeval $\frac{1}{4}q$ grooter is als $\frac{1}{27}p^3$, maar die kleender zijnde, zoo kan dit niet dienen om hen te vinden.

2. *Door wegneming van de tweede term.*

In zoodanigen geval behoudense dese gedaante.

$$x^3 \infty * \quad px \quad q$$

En werden opgelost volgens dese

ALGEMEENE REGEL.

Trekt de oneyndige lijn AD, *als in de Figuren* 21 *en* 22. *en verkiest in de zelve de stip* A: *Beschrijft dan op* AD *als As, door* A *als top, met de eenheyt als rechte zijde, de Parabole* GAG, *neerwaarts.*

Neemt in de As AD, AC *gelijk de helft van de rechte zijde: ook* CD *gelijk* $\frac{1}{2}p$, *neerwaarts alsmen heeft* $+p$, *en opwaarts alsmen heeft* $-p$.

Trekt uyt D *de lijn* DE, *rechthoekig op* AD, *gelijk* $\frac{1}{2}q$; *en uyt* E *als middelpunt, met* EA *als straal, het ront* GAG.

Uyt de punten G, *daar dit ront de Parabole snyt, haalt de* *de perpendicularen op de As* AD, *als* GK, GK, &c. *deze zijn de begeerde wortelen.*

De ware vallen aan die zyde van de As daar het punt E *is als men heeft* $+ q$, *en aan de andere zyde als men heeft* $- q$, *de andere zijn de valze.*

3. *De tweede term niet weg genomen zijnde.*

In zoodanigen geval behoudenze dese gedaantens.

$$x^3 \infty \; nxx \; px \; q$$
$$x^3 \infty \; nxx \; * \; q$$

En werden opgelost volgens deze

ALGEMEENE REGEL.

Op AL (in Fig. 23.) *na believen genomen, als As, met de eenheyt als rechte zyde, door* A *als Top, beschrijft de parabole* GAG, *neerwaarts.*

Trekt uyt A, *naar de rechter zyde, de perpendiculaar* AB, *zoo lang als* n: *en uyt* B, *de rechte* BF *evenwijdig aan de As, snijdende de Parabole in* F: *dan* FL *rechthoekig op de As.*

Meet af, in de As, LC *gelijk de eenheyt, neerwaarts; ook* CM *gelijk* p; *neerwaarts als men heeft* $+ p$, *en opwaarts als men heeft* $- p$.

Vint D, *het midden van* AM, *of van* AC *indien* $p \infty o$ *is, en trekt uyt* D *de perpendiculaar* DE.

Zo lang als $\frac{q + np}{2}$ *als men heeft* $- n$, *en dat* p *en* q *ongelijke tekens hebben; of als men heeft* $+ n$, *en dat ze gelijke tekens hebben; maar* DE *zoo lang als* $\frac{q - np}{2}$, *als men heeft* $+ n$, *en dat* p *en* q *ongelijke tekens hebben, of* $- n$ *en datze gelijke hebben: of* $\infty \frac{1}{2} q$ *als* $p \infty o$ *is.*

Aan de rechter zyde als q *groter is als* np, *en aan de linkerzyde als* q *kleender is als* np.

Haalt uyt E *als middelpunt, met* EF *als straal, een ront snijdende de parabole in de punten* G. *Dan zijn de perpendicularen op de As, die uyt deze punten* G *getogen werden, de wortelen.*

Die aan de rechter zijde vallen zijn de ware, en die aan de linker zyde de valse, als men heeft $- n$, *en aan de linker zyde de ware, en aan de rechter de valse als men heeft* $+ n$.

Van de vierkante vierkante Æquatien.

In deze konnen wy de wortel niet af beelden door een Surdische quantiteyt, gelijk in de vierkante en cubicq Æquatien gedaan is, en daarom en konnen wy in hen niet procederen, wanneer de vergelijking telkunstig is, als by nadering, ten waar hy te zamen gezet was uyt twee vierkante vergelijkingen, dat men op dese wyze kan ondertasten, de twede term eerst weg genomen hebbende.

Hebbende $+ x^4 * px x \;\; qx \;\; r \infty o$

Zo maakt deze $\left. + y^6 \;\; 2py^4 + ppyy - \frac{qq}{4r} \right\} \infty o$

Voor de uytgelatene tekens stelt als volgt.

Heeft men $+ p$, stelt $+ 2p$, anders $-$

Heeft men $+ r$, stelt $- 4r$, anders $+$

Dan ondersoekt of dese cubicq Æquatie deelbaar is door $yy +$ of $-$ enige bekende quantiteyt, volgens de manier zoo alrede geleert is. Indien zulx niet kan geschieden, zo is 't een teken dat de gegeve Æquaty niet te zamen gezet is uyt twee vierkante, maar die vindende, zoo is 't een bewijs dat ze bestaat uyt de twee volgende vierkante vergelijkingen

$$+ xx - yx + \tfrac{1}{2} yy \;\; \tfrac{1}{2} p \;\; \frac{q}{2y} \infty o$$
$$+ xx + yx + \tfrac{1}{2} yy \;\; \tfrac{1}{2} p \;\; \frac{q}{2y} \infty o$$

Voor de uytgelatene tekens stelt als volgt.

Heeftm. $+ p$, zet in beyde $+ \frac{1}{2} p$, anders $-$

Heeftm. $+ q$, zet $+ \frac{q}{2y}$ in de gene daar $- yx$ staat

en $- \frac{q}{2y}$ in de gene daar $+ yx$ staat

anders zet het contrary teken.

Toepassing. Hebbende $z^4 + 4z^3 - 3zz - 8z + 4 \infty o$, zoo neemt de tweede term weg, komt $x^4 * - 9xx + 6x + 6 \infty o$, en dan is $x \infty z + 1$.

Hier uyt formeert de cubicq Æquatie volgens het bovenstaande

Komt $y^6 - 18y^4 + 57yy - 36 \infty o$.

En deze onderzogt ofze deelbaar is door $yy \pm$ een rationaal getal, volgens voorgaande lering, komt door $yy - 3 \infty o$; dies is $yy \infty 3$, en $y \infty \sqrt{3}$.

Hier door maakt de twee vierkante Æquatien,

Komt $xx - x\sqrt{3} - 3 + \sqrt{3} \infty o$

en $xx + x\sqrt{3} - 3 - \sqrt{3} \infty o$

Hier uyt vintmen $x \infty + \sqrt{\tfrac{3}{4}} \pm \sqrt{3\tfrac{3}{4} - \sqrt{3}}$

en $x \infty - \sqrt{\tfrac{3}{4}} \pm \sqrt{3\tfrac{3}{4} + \sqrt{3}}$

En dewijl $x - 1 \infty z$ is, zoo zijn de wortelen van de gegeve Æquaty.

$$z \infty - 1 + \sqrt{\tfrac{3}{4}} \pm \sqrt{3\tfrac{3}{4} - \sqrt{3}}$$
$$\text{of } z \infty - 1 - \sqrt{\tfrac{3}{4}} \pm \sqrt{3\tfrac{3}{4} + \sqrt{3}}.$$

Gegeven zijnde $x^4 - 17xx - 20x - 6 \infty o$, zo vintmen voor de wortelen van dese $+ 2 + \sqrt{7} : - 2 + \sqrt{7} : + 2 + \sqrt{2}$; en $- 2 + \sqrt{2}$.

Hebbende $z^4 - 2az^3 + \begin{matrix} 2aazz \\ - cc \end{matrix} - 2a^3 z + a^4 \infty o$

Zo vintmen $\left. x^4 * \begin{matrix} + \frac{1}{2} aaxx \\ - cc \end{matrix} \begin{matrix} - a^3 x \\ - acc \end{matrix} \begin{matrix} + \frac{5}{16} a^4 \\ - \frac{1}{4} aacc \end{matrix} \right\} \infty o$

De twede term weg nemende, en dan is $x + \frac{1}{2} \infty z$.

Hier uyt vint men $\left. y^6 \begin{matrix} + aay^4 \\ - 2cc \end{matrix} \begin{matrix} - a^4 yy \\ + c^4 \end{matrix} \begin{matrix} - a^6 \\ - 2a^4 cc \\ - aac^4 \end{matrix} \right\} \infty o$

En daar uyt, door deling, $yy \infty aa + cc$

Dies is $xx - x\sqrt{aa + cc} + \frac{1}{4} aa - \frac{1}{2} a\sqrt{aa + cc} \infty o$

en $xx + x\sqrt{aa + cc} + \frac{1}{4} aa + \frac{1}{2} a\sqrt{aa + cc} \infty o$

Is de gegeve Æquaty meetkonstig, zo stelt $\sqrt{aa + cc} \infty p$, en $\frac{1}{4} aa - \frac{1}{2} a\sqrt{aa + cc}$, of $\frac{1}{4} aa - \frac{1}{2} ap$, en ook $aa + \frac{1}{4} ap$, yder ∞qq, zoo heeft men

$$xx - px + qq \infty o, \text{ en } xx + px + qq \infty o$$

Uyt de eerste zoekt de lijn die aan x gelijk is door het voorgaande, gelijk *in Fig.* 24. alwaar a en c, de gegeve lijnen, rechthoekig op de anderen gestelt werden,

den, waar door NG is $\infty \sqrt{aa + cc}$, of ∞p. Aanmerkt vorders L voor het midden van NG, en NE voor de $\frac{1}{4}$ van ND, waar door EL $\infty \frac{1}{2}p - \frac{3}{4}a$ is: ook LH ∞ ND, en LM voor een perpendiculaar op EH, stotende het halfront op dese EH in M, zo is LM $\infty \sqrt{\frac{1}{2}pa - \frac{3}{4}aa}$, of ∞q. Dan is getogen MNO, snydende en stotende het ront, dat uyt N door L getrokken is, in P en O. Zoo is MO de ware wortel van dese, om dat wy $- qq$ hebben, om reden dat $\frac{1}{2}p$ grooter is als $\frac{3}{4}a$, of om dat $\frac{3}{4}aa - \frac{1}{2}ap$, die gelijk qq is, een $-$ is.

Oplossinge van de Meetkunstige vierkante vierkante Æquatien die niet te zamen geset zijn, de tweede term weg genomen wesende.

En dan behoudense dese gedaante

$x^4 \infty * \; pxx \; qx \; r$

En werden opgelost volgens dese

Algemeene Regel.

Verkiest, in de Figuren 25 en 26. in de oneyndige lijn AD, *de stip* A *na believen; en trekt door dese* A *als top, op* AD *als As, met de eenheyt als rechte zijde, de parabole* GAG, *neerwaarts.*

Neemt, in de As AD, AC, *gelijk de helft van de rechte zijde: Ook* CD *gelijk* $\frac{1}{2}p$; *neerwaarts als men heeft* $+p$, *en opwaarts als men heeft* $-p$.

Trekt uyt D, *de lijn* DE, *rechthoekig op* AD, *gelijk* $\frac{1}{2}q$, *en dan* EA.

In de verlengde EA, *aan* A, *maakt* AS *gelijk de rechte zijde; en* AR, *aan de andere zijde, gelijk* r; *en trekt op deze* RS *een half ront* RHS; *en dan de perpendiculaar* AH.

Hebbende $+r$, *zoo trekt uyt* E *als middelpunt, een ront dat door* H *gaat*, als Fig. 25. *maar hebbende* $-r$, *zoo maakt eerst op* AE *een halfront*, als Fig. 26. *en neemt daarin* AI *gelijk* AH, *en trekt dan uyt* E *door* I *dese cirkel.*

Uyt de punten G, *daar dese kring de parabole snijt, trekt, op de As, de loot-lijnen* GK: *dese zijn de begeerde wortelen.*

De ware vallen aan die zijde van de As daar het punt E *is alsmen heeft* $+q$, *en aan de andere zijde alsmen heeft* $-q$; *de andere zijn de valse.*

Hier by zal ik afkorten: men kan wel een Regel vinden, om de vierkante vierkante Æquatien te ontbinden zonder de tweede term weg te nemen, even gelijk als in de cubicq Æquatie gedaan is, door de snee van een Parabole en een ront: maar om dat die van Cartesius merkelijk korter is, zoo zullen wy ons vergenoegen met hierna zulx alleenlijk in een voorbeelt aan te wysen; gelijk mede de regel die hy beschryft om die van 5 en 6 Dimensien te solveren. Alleenlijk zal ik het volgende hier noch byvoegen.

Regel. Om de Æquatien op te lossen die twee gelijke wortelen hebben.

De Æquaty ∞ o geschikt hebbende, en in zijn behoorlijke form gestelt wesende, en geen term gebrekende, zoo vermenigvuldigt de termen van de Æquaty met een Arithmetice progressy, van o beginnende en met de eenheyt op of afklimmende: de o voegende onder een term die men wil, en dit zoo menigmaal doende alsmen wil, of kan: de komende Æquaty, of Æquatien zijn ∞ o.

En dan vintmen door reducty lichtelijk het begeerde.

Toepassing.

Hebbende	y^4	$- py^3$	$+ qyy$	$- ry$	$+ s \infty 0$	
gem. met	0	1	2	3	4	opkl.
of met	4	3	2	1	0	afkl.
of met	-1	0	1	2	3	opkl.
of met	$+3$	$+2$	$+1$	0	-1	afkl.
Komt	$*$	$- py^3$	$+ 2qyy$	$- 3ry$	$+ 4s \infty 0$	
ook	$4y^4$	$- 3py^3$	$+ 2qyy$	$- ry$	$* \infty 0$	
ook	$- y^4$	$*$	$+ qyy$	$- 2ry$	$+ 3s \infty 0$	
ook	$3y^4$	$- 4py^3$	$+ qyy$	$*$	$- s \infty 0$	

Hier hebben wy vier vergelijkingen die alle gelijk o zijn: twee van dese zijn genoeg om door reducty de waarde van y te vinden: welke twee men ook verkiest, men vint $y \infty \frac{+2qr - 12ps}{-9pr + 4qq}$

Weest gedachtig datmen door de twee eerste met minder moeiten de waarde van y *vint, als door de twee andere, om dat de eerste van een dimensie minder zijn; en dewijl dit voort gekomen is om dat de o onder de eerst of laatste term gestelt was, zoo observeertmen dit gemeenlijk, ten zy men door iets anders daar in belet wiert.*

Hebbende	y^3	$- pyy$	$- qy$	$+ r \infty 0$
	0	1	2	3
	3	2	1	0
Komt	$*$	$- pyy$	$- 2qy$	$+ 3r \infty 0$
ook	$3y^3$	$- 2pyy$	$- qy$	$* \infty 0$

Door reducty van dese vintmen $y \infty \frac{9r - pq}{2pp + 6q}$

Hebbende $ayy + lyy + aly - 2avy + avv - ass \infty 0$, zoo moetmen alles door $a + l$ divideren, om de hoofterm in zijn behoorlijke form te hebben.

Komt $yy + \frac{al - 2av}{a + l}y + \frac{avv - ass}{a + l} \infty 0$, en dan moet
hen v. met 2 1 0, men om dat wy willen dat de quantiteyt s zal verdwynen.
Komt $2yy + \frac{al - 2av}{a + l}y * \infty 0$

of $v \infty y + \frac{by}{a} + \frac{1}{2}l$. Zoekende de waarde van v.

Hebbende $qyy - ryy + qry - 2qvy + qvv - qss \infty 0$, en willende ss weg hebben, en de uytkomst op v reduceeren, men vint $v \infty y - \frac{ry}{q} + \frac{1}{2}r$.

Hebbende $y^4 - 2cryy + rryy - 2drry + ccrr + ddrr - rrss \infty 0$, en willende ss weg hebben, zoo vintmen $y^3 - cry + \frac{1}{2}rry - \frac{1}{2}drr \infty 0$.

$$\text{Hebbende } \left.\begin{array}{l} y^3 + byy + 2bsy + bss \\ \quad + 2syy + ssy \\ \quad\quad - aay \end{array}\right\} \infty\, 0, \text{ en willende } s \text{ weg reducer.}$$

$$\begin{array}{lllll} \text{verm. met } 3 & 2 & 1 & 0 \\ \text{en ook met } 0 & -1 & -2 & -3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Komt } 3yy + 2by + 2bs \;*\; \infty\, 0 \\ \quad + 4sy + ss \\ \quad\quad - aa \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{en ook } * - byy - 4bsy - 3bss \;\infty\, 0 \\ \quad + 2syy - 2ssy \\ \quad\quad + 2aay \end{array}$$

Door reducty van dese twee vintmen $s \infty \frac{\frac{1}{2} aab}{yy + 2by + bb}$

Dit in een van de twee gevondene Æquatien gestelt in plaats van s, men vint een vergelijking van vier Dimensien daar in geen s gevonden wert.

Dit zal genoeg zijn tot toepassing van de Regel.

Nu zal ik waarlijk afkorten, met u alleenlijk te verwittigen, zoo ons, van een Æquaty, eenige andere hoedanigheyt bekent is als datze twee gelijke wortels heeft, dat men (om hen te solveren, of om daar in zoo veel te vorderen als doenlijk is) een Æquaty moet toestellen van zo veel Dimensien als de gegevene, welke de bekende hoedanigheyt insluyt, en dat men dan de gelijknamige termen, ten opsigt van de onbekende quantiteyt, die men in beyde gelijk stelt te wesen, met den anderen moet vergelyken, en zoeken door dese vergelijking de groote van de quantiteyten, die in de toegestelde Æquaty, buyten de onbekende, gevonden werden, en dan zal sig op doen alle het voordeel dat men kan bekomen met de voorgestelde condity te weten. Indien gy begerig zijt hier van een klaarder denkbeelt te hebben, zoo kont gy opslaan de Algebra van Kinkhuysen, van Pag. 74, tot 88. Welke dingen ik nalate om datse van weynig gebruyk zijn.

III. DEEL.

Van de vinding der Æquatien,

en de

Ontbinding der Questien.

Dit is het laatste Deel van dese konst: Hoe men in de Questien de Æquatien zal vinden is eygentlijk het geene wy tegenwoordig voornemens zijn te verhandelen; evenwel zullen wy meestendeel de vraagstukken geheel oplossen, en alsoo alle het voorgaande weer te berde brengen, niet alleenlijk om UL. te vergenoegen, maar ook op dat gy het zelvige beter in uwe geheugnis zoudet in drukken.

Wat een Æquaty is hebben wy in het begin al gezegt: datse in een bepaalt Voorstel kan gevonden werden is zeker, en blijkt om dat, in zoodanigen Questy, het begeerde van het gegevene afhangt, en, by gevolg, dat het daar door kan uytgevonden werden alsmen hare onderlinge aan een schakeling kent, met een afleiding te doen, beginnende van het gegevene, en, by trappen voortgaande, waar door men 't begeerde nadert tot datmen het bekomt, het zelvige begeerde dan met een merkteken x, y, of z afgebeelt hebbende, zoo zietmen datmen hier door een Æquatie vint, om dat dit gevondene, en deze x, y, of z aan den anderen gelijk moeten zijn. En gelijk de afleiding gedaan kan werden van voren naar achteren, dat is, van het gegevene voortgaande tot het begeerde, zoo kanse ook meede geschieden van agteren naar voren; wanneer men voor het begeerde een merkteken stelt, en dat, als of het bekent waar, in de leyding gebruykt; en dan vintmen een hoegrootheyt, daar in de onbekende quantiteyt mede is, die gelijk is aan een van de bekende, dat ook een vergelijking geeft: en, zoo men de leyding gemeng doet, dat is, ten dele van voren en ten dele van achteren, zulx dat men hen onderwege doet te zamen komen, zoo vintmen een zelfde hoegrootheyt door twe 'erley quantiteyten afgebeelt: zulx datmen in elk geval, of in yder manier van leyding, een Æquatie vint, wanneer men voor het begeerde een teken stelt gelijk de Algebra doet. Indien de twe benen van een regthoekigen driehoek gegeven zijn gelijk a en b, zoo is 't kenlijk dat daar door de schuynse bepaalt is, of dat die daar door kan gevonden werden, hen dan, als onbekent zijnde, gelijk x stellende, zoo weten wy dat $xx \infty aa + bb$ is: Tusschen twee gegeve getallen a en b een middenevenredige te vinden, weten wy dat doenlijk is, dese begeerde gelijk x stellende, zoo is 't zeker dat $ab \infty xx$ is: En, tot drie gegevene a, b, c, een vierde evenredige willende vinden, en die gelijk x nemende, zoo weten wy dat $\frac{bc}{a} \infty x$ is, om dat het vermenigvuldigde van b met c gedeelt door a moet x uytleveren; of $\frac{bc}{x} \infty a$, of $\frac{ax}{b} \infty c$, of $\frac{ax}{c} \infty b$, of $ax \infty bc$, om dat van vier evenredige het vermenigvuldigde van de uytterste en middelste gelijk is: en zoo in ontallijke andere.

Men ziet dan, alsmen een onbekende hoegrootheyt van een questy, als bekent zijnde, gebruykt, dat men in een bepaalde een Æquaty kan vinden; waar uyt volgt datter in zoodanigen vraagstuk twee vergelijkingen zullen konnen gevonden werden, wanneermen twee onbekende quantiteyten als bekent stelt, en daarom ook drie, alsmen 'er drie neemt, en zoo in 't oneyndig, te weten, altijt zoo veel Æquatien als 'er onbekende quantiteyten genomen werden: want, wert met een te nemen, een gevonden, zoo moet ook met twee te nemen, twee, en met drie te nemen, drie konnen gevonden werden, &c. Tussen a en b twee middelevenredige te vinden, weten wy dat een bepaalde zaak is, om dat de twee uytterste alle de midden evenredige bepalen die tusschen hen zijn, alwaar 't ook tot een oneyndige menigte: de eerste, naast aan a, gelijk x, en de twede daar aan gelijk y stellende, zo weten wy dat $xx \infty ay$, en $yy \infty bx$ is: en, tusschen dese a en b drie zoodanige willende vinden, zo weten wy, die gelijk x, y, z stellende, dat $xx \infty ay$, $yy \infty xz$, en $zz \infty yb$ is, en wy zien dat in beyde dese voorstellen zoo veel vergelijkingen konnen gevonden werden

als

als'er onbekende hoegrootheden genomen worden.

En dewyl 't kenlijk is datmen een bepaalde Queſty onbepaalt maakt alsmen een hoegrootheyt minder bekent geeſt als van noden is om hen te binden, zoo blykt datmen een Æquaty minder zal vinden als'er onbekende quantiteyten genomen zijn, wanneer een term te weynig gegeven is, twee als'er twee, en drie als'er drie gebreken, te weten, altyt zoo veel Æquatien minder als'er termen te weynig bekent gegeven zijn, om datmen deſe, die te weynig gegeven zijn, met onbekende zal moeten vervullen.

Hieruyt blykt, alsmen in een voorgeſtelde Queſty zoo veel vergelijkingen niet en kan vinden als'er onbekende Quantiteyten genomen werden, ſchoon men alle de conditien van 't vraagſtuk, openbare of ingeſlotene, in de vinding van deſe Æquatien heeft waargenomen, dat dit Voorſtel onbepaalt is, en dat 'er zoo veel hoegrootheden te weynig bekent gegeven zijn als'er Æquatien te weynig gevonden worden, en by gevolg datmen zoo veel quantiteyten van de onbekende voor bekent mag nemen, en hen zulken groote toevoegen alsmen wil.

Dit weynige vooraf wetende, zoo zullen wy het voorgenomene ten principale verhandelen, en, om 't zelvige met order te doen, zoo zullen wy zeggen dat in de Queſtien, de Æquatien gevonden werden *onmiddelijk* of *middelijk*, dat is, of datmen geen middelen en hoeft te gebruyken om daartoe te geraken, of dat menſe al moet gebruyken.

De onmiddelijke kan men in tween ſchiſten, in *volſtrekte* en in *onvolſtrekte*, dat is, of daarin dat de Æquaty, of de Æquatien volkomen gegeven zijn, of niet volkomen, maar datſe alleenlijk openbaar zijn door de eygenſchappen die men alrede weet, hoedanige in de boeken van Euclides aangeteekent ſtaan, van dewelke wy enige, en dat van de voornaamſte, in ons eerſte boek, en in ons I. Hoofſtuk deel van het darde, geſtelt hebbende.

I. Hooftstuk.

Van de ontbinding der Queſtien, waar in de Æquatien volſtrekt gegeven zijn.

Als in een Voorſtel de Æquaty, of de Æquatien, volſtrekt gegeven zijn, zoo heeftmen niet anders te doen als het vraagſtuk ſimpelijk op te volgen, om dat het ons, in zodanigen geval, de weg aanwyſt hoemen hen zal vinden: meeſtendeel heeft dit plaats in de telkunſtige Queſtien, en ook ſomtyts in de Meetkunſtige, hoedanig de volgende zijn.

1. *Een getal te vinden wiens helft, wiens darde, en wiens vierde part te zamen* 1 *meer doet als het getal.*

Hier in zien wy volſtrekt, x voor 't begeerde getal nemende, dat $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x$, dat is $\frac{13}{12}x \infty x + 1$, is

$$\overline{}\ 12$$
$$\text{of } 13x \infty 12x + 12$$
$$12x \infty 12x$$
$$\overline{}\ \text{afg.}$$
$$\text{of } x \infty 12 \text{ is.}$$

2. *Iemant, gevraagt werdende naar zijn ouderdom? Antwoort, ware ik noch een maal zoo out, noch een half, noch een derde maal, en dan noch* 15 *jaren, zoo ſoude ik* 100 *jaren out weſen: Vrage naar zijne ouderdom? Komt* 30 *jaren.*

3. *Twee Harders hebben eenige Schapen:* A *ſegt tegen* B *geeſt my een Schaap van de uwe, zoo hebbe ik twee maal zoo veel Schapen als gy behout: neen ſegt* B, *het is redelijker dat gy my een van de uwe overlaat, om dat wy dan elk evenveel zullen hebben: Vrage hoeveel Schapen yder heeft? Antwoort* A 7, *en* B 5.

Hier in ſijn twee Æquatien volſtrekt gegeven, want de Schapen van A $\infty\ x$, en die van B $\infty\ y$ ſtellende, zo blykt uyt de condity die A voorwerpt, dat $x + 1 \infty 2$ maal $y - 1$, of dat $x + 1 \infty 2y - 2$ is; en uyt de voorſlag van B, dat $y + 1 \infty x - 1$ is: door reducty van deſe beyde vintmen $x \infty 7$ en $y \infty 5$.

4. *Eender heeft twee zilvere Koppen* A *en* B, *met een dekſel, waardig* 18 *gulden: legtmen het dekſel op de Kop* A, *zoo is die met dit dekſel tweemaal zoo veel waardig als de Kop* B; *en voegtmen het dekſel op de Kop* B, *zoo is die met het zelvige* $1\frac{1}{4}$ *maal zoo veel waardig als de Kop* A: *Vrage na de waarde van elke Kop? Antwoort* A *is waardig* 36 *en* B 27 *gulden.*

De guldens die de Kop A waardig is, $\infty\ x$, en die B waardig is, $\infty\ y$ ſtellende, zoo blykt uyt het geſeyde, dat $x + 18 \infty 2y$, en $y + 18 \infty 1\frac{1}{4}x$ is, waar uyt het begeerde, met behulp van de reducty, gevonden wert.

5. *Twee getallen te vinden wiens ſomme is* 12, *en wiens vermenigvuldigde is* 35: *komt voor hen* 5 *en* 7.

6. *Een getal te vinden, zoodanig, als men by zijn vierkant* 3 *vergaart, en ook van het zelvige* 4 *afitrekt, en dan deſe twee uitkomſten met den anderen vermenigvuldigt, dat het product gelijk* 0 *is: Vrage, &c. komt* 2.

x Voor het begeerde getal nemende, zoo is de eene uytkomſt $xx + 3$, en de andere $xx - 4$, deſe vermenigvuldigt, komt $x^4 - xx - 12 \infty 0$.

$$\text{of } x^4 \infty xx + 12$$
$$\surd\overline{}\ \textit{na de regel.}$$
$$xx \infty 4,\ \text{of } x \infty 2.$$

7. *Iemant heeft drie vaten* A, B, C, *waar van dat* A *vol is, en de twee andere zijn leeg:* B *vullende uit* A *zoo blijft in* A *noch zijn* $\frac{1}{3}$: *en* C *vullende uit* A *zoo blijft in* A *noch zijn* $\frac{5}{9}$; *maar* B *en* C *uit* A *willende volmaken zoo komt men* 4 *mingelen te kort: Vrage hoeveel mingelen ieder vat groot is? Antwoort* A 36, B 24, *en* C 16 *mingelen.*

De mingelen van A $\infty\ x$, van B $\infty\ y$, en van C $\infty\ z$ ſtellende, zoo zietmen, uyt de eerſte vulling, dat y is $\infty \frac{2}{3}x$: om dat $\frac{2}{3}x$ uyt A moet gegaan zijn in de vulling van B, dewyl in A noch zijn $\frac{1}{3}$ overbleef: uyt de tweede vulling blykt dat z is $\infty \frac{4}{9}x$, om de zelve reden; en uyt de darde dat $y + z$ is $\infty 4$: en door reducty van deſe Æquatien vint men de aangeteekende getallen.

8. *Vint een getal welkers vierkant min* 2 *maal het getal gelijk is aan* $6 + 4\surd 3$.

x Voor het getal nemende, zoo blykt dat $xx - 2x \infty 6 + 4\sqrt{3}$ is, of $xx \infty 2x + 6 + 4\sqrt{3}$, en daarom $x \infty 1 + \sqrt{\overline{7 + 4\sqrt{3}}}$: uyt het Surdische van dit de $\sqrt{q}$. getrokken naar voorgaande lering, gelijk hier neven uyt gewerkt staat, men vint voor zijn wortel $2 + \sqrt{3}$, hier by 1, om dat x zoo veel grooter is, komt $x \infty 3 + \sqrt{3}$.

$* \; 7 + 4\sqrt{3}$

$\overline{\quad}\sqrt{} \; \overline{\quad}\sqrt{}$

$49 \quad 48$

$48 \; - 1$

$\overline{\quad}$ afg.

$\sqrt{\dfrac{1}{1 - 1}}$

$* \; 7 - 7$

verg. $\overline{\qquad\qquad}$ afg.

8 en 6

$2 \; \overline{\qquad}$

4 en 3

$\sqrt{-} \; \sqrt{-}$

$2 + \sqrt{3}$ de wortel.

9. *Zoekt een getal welkers vermenigvuldigde van sijn helft met zijn darde zoo veel doet als het getal vergaart by $3 + \sqrt{18}$: Vrage &c.? komt $6 + \sqrt{18}$.*

10. *En soekt'er twee welkers verschil is 5, en vermenigvuldigde $21 + \sqrt{567}$: Vrage &c.? komt $7 + \sqrt{7}$ en $2 + \sqrt{7}$.*

11. *Drie hebben een Paart gekocht voor 85 guldens: om het selvige te betalen zoo eischt den eerste van de twe andere de helft van hare somme en segt dan het Paart alleen te konnen betalen: den tweede eischt het derde deel van de twee andere haar gelt om het Paart alleen te konnen betalen: maar den derden moet het vierde part van de twee andere haar somme daartoe hebben: nu wert gevraagt hoeveel gelt ieder heeft? Antwoort de eerste heeft 25, de tweede 55, en de darde 65 guldens.*

12. *Drie personen hebben ieder eenig gelt: den eersten segt tegens de twee andere hadde ik noch een rosenobel, dat is 11 guldens, soo soude ik soo veel hebben als gy met u beiden: de tweede segt tegens de andere hadde ik die soo soude ik tweemaal soo veel hebben als gy lieden, en de derde het selfde hebbende, soude dan driemaal soo veel hebben als de andere: nu wert gevraagt hoe veel ieder heeft? Antwoort de eerste heeft 1, de tweede 5, en de darde 7 guldens.*

Stellende voor de guldens die yder heeft x, y, en z, zoo vintmen door het geseyde de volgende Æquatien.

$$x + 11 \infty y + z$$
$$y + 11 \infty 2x + 2z$$
$$\text{en } z + 11 \infty 3x + 3y$$

En door hare herleyding de voornoemde getallen.

13. *Twee getallen te vinden welkers vermenigvuldigde is 35, en de somme der vierkanten 74. Men vint voor de getallen 5 en 7.*

14. *Drie getallen te vinden, zoodanig zijnde dat het vermenigvuldigde van een van hen met het vierkant van zijn volgende uitbrengen drie, gegeven getallen a, b, c.*

x, y, en z de begeerde getallen zijnde, zoo blykt dat xyy is ∞a: $yzz \infty b$: en $zxx \infty c$.

Uyt de laatste gezogt wat z is, en zijn vierkant geset in de twede in plaats van zz, men vint $\frac{ycc}{x^4} \infty b$, of $ycc \infty bx^4$, of $y \infty \frac{bx^4}{cc}$: het vierkant van dit in de eerste Æquaty gevoegt in plaats van yy, men heeft $\frac{bbx^9}{c^4} \infty a$, of $x^9 \infty \frac{ac^4}{bb}$. x Gevonden hebbende zoo blykt uyt de eerste Æquaty dat y is $\infty \sqrt{\frac{a}{x}}$, en uyt de laatste dat z is $\infty \frac{c}{xx}$.

Gegeven zijnde $a \infty 18$, $b \infty 48$, en $c \infty 16$, zo vintmen dat de begeerde getallen zijn 2, 3, 4.

15. *Zoekt twee getallen, alsmen de eene vermenigvuldigt met de $\sqrt{q}$. van de andere, dat de producten zijn* a *en* b.

x en y voor de getall. nem. zo is $x\sqrt{y} \infty a$, en $y\sqrt{x} \infty b$

$\overline{\qquad\qquad\qquad}\sqrt{}$

of $xxy \infty aa$, en $yyx \infty bb$,

En, $a \infty 12$, en $b \infty 18$ gegeven zijnde, zoo zijn de begeerde getallen 4 en 9.

16. *Drie getallen te vinden, van deselvige natuur, dat de uitkomsten zijn 36, 80, 75: komt voor hen 9, 16, 25.*

17. *In een gegeve lijn* AB ∞a, *of in sijn verlengde* (Fig. 27.) *het punt* C *te vinden, sulks dat het vierkant* BC *is gelijk de rechthoek* BAC.

Stellende BC ∞x, zoo hebben wy $xx \infty - ax + aa$, als C in AB, en $xx \infty aa + ax$, als C in zijn verlengde aan B is. Willende dese oplossen, en hen vergelijkende met de termen van de Æquatien die hier voren in de ontbinding van de vierkante vergelijkingen gebruykt zijn, dat is met $xx \infty - px + qq$, en met $xx \infty + px + qq$, zoo vintmen dat in beyde p en q elk ∞a zijn, en by gevolg datmen hen ontbint, trekkende *in Fig.* 28. uyt A, AN rechthoekig op AB, zo lang als de helft van AB, en dan uyt N, met NA, een ront; dan BNO getogen hebbende, zo is BP de lengte van BC, in de eerste Æquaty, of als C in AB moet vallen; maar BO op de tweede Æquaty, of als C in zijn verlengde aan B is.

18. *Maar willende het punt* C *gevonden hebben, zodanig dat de cubicq van* BC *gelijk is aan de balk, of het paralellepipedum, daar van het vierkant van* AB *de Gront is, en* AC *sijn hoogte.*

Zoo vintmen, de lynen AB, BC nemende als boven, $x^3 \infty - aax + a^3$, in 't eerste geval, als C in AB is; maar $x^3 \infty + aax + a^3$, in 't tweede geval, als C in de verlengde AB aan B is.

Van dese Æquatien, $a \infty 1$ stellende, zo heeftmen $x^3 \infty - x + 1$, en $x^3 \infty + x + 1$. En hen vergelijkende met die waarop de regel gevest is, die zodanige vergelijkingen oplost, zoo vint men dat p en q elk ∞ 1 zijn, en by gevolg blykt, uyt dese regel, dese soluty.

Trekt *in Fig.* 29. op AC als As, uyt A als top, met de eenheyt, dat is de gegeve AB, of a, als rechte zyde, de parabole GAG: dan neemt in AD, AC $\infty \frac{1}{2}a$, zo lang mede CD, opwaarts in 't eerste geval, en neerwaarts in het tweede: Dan trekt uyt D, DE, recht-

hoekig

hoekig op AK, en zoo lang als $\frac{1}{2}a$: dan uyt E, door a, de cirkel AG, ſnydende de parabole in G; en uyt G, GK perpendiculariter op AC, zo zijn deze GK, GK $\propto x$, dat is zoo lang als BC moet weſen in het gegevene.

19. *Zoekt twee getallen, zodanig, als men de ſom haarder vierkanten vermenigvuldigt met het kleenſte dat 'er komt 910, en, als men het dubbelde product van deſe getallen vergaart by het vierkant van haar verſchil dat de ſom is 130: Vrage &c.? komt voor de getallen 7 en 9.*

Stellende het grootſte $\propto x$
het kleenſte $\propto y$
zoo is haar verſchil $\propto x - y$

$$\begin{array}{rl} & \overline{\qquad\qquad\qquad} \surd \\ & xx - 2xy + yy \\ \text{en haar dubbelde product} & + 2xy \\ & \overline{\qquad\qquad\qquad} \text{verg.} \\ & \text{komt } xx + yy * \propto 130. \end{array}$$

Of de zom haarder vierkanten $\propto 130$, dit met het kleenſte vermenigvuldigt, komt $130y \propto 910$, of $y \propto 7$, het kleenſte getal.

Zoo is dan uyt *, $xx + 49 \propto 130$, $x \propto 9$, het grootſte getal.

20. *Vint twee getallen, als men het vierkant van 't kleenſte trekt van haar vermenigvuldigde dat de reſt is $7\frac{1}{2}$, en trekkende de cubicq van 't kleenſte, van 't product multiplicerende het vierkant van 't grootſte met het kleenſte, dat de reſt is $63\frac{3}{4}$: Vrage &c.? Komt voor de getallen 3 en $5\frac{1}{2}$; ook $1\frac{1}{4}$ en $7\frac{1}{4}$.*

21. *Twee andere te vinden van die natuur, als men het grootſte met de $\surd q$ uyt haar ſom multipliceert, datter komt 10, en alsmen het vierkant van het grootſte met het kleenſte multipliceert, datter komt 20: Vrage &c.? Komt $\surd c.\ 80$ en $\surd c.\ 1\frac{1}{4}$.*

x voor het grootſte, en y voor het kleenſte nemende, zoo blijkt dat $x\sqrt{x+y} \propto 10$, of zijn vierkant, $x^3 + xxy \propto 100$ is, en ook dat $xxy \propto 20$ is: dies is $x^3 + 20 \propto 100$, of $x \propto \surd c.\ 80$. En uyt $xxy \propto 20$, blijkt dat $y \propto \frac{20}{xx}$ is:

Hierom, $x \propto \surd c. 80$, beyde in 't vierkant,

Komt $xx \propto \surd c. 6400$: dies is $y \propto \frac{20}{\surd c. 6400}$, of $\propto \surd c.\ \frac{8000}{6400}$, het bovenſte mede teerlingſer wyſe multiplicerende, of $y \propto \surd c.\ 1\frac{1}{4}$.

22. *Zoekt twee getallen, welkers verſchil der vierkanten, vermenigvuldigde, en ſom der getallen, alle gelijk zijn.*

Stelle 't grootſte $\propto x$
't kleenſte $\propto y$, zo is $xx - yy \propto xy \propto x + y$.

Uyt $xy \propto x + y$ vintmen $y \propto \frac{x}{x-1}$, dit gevoegt in plaats van y, in deſe Æquatie $xx - yy \propto xy$,

$$\text{Komt } xx - \frac{xx}{xx - 2x + 1} \propto \frac{xx}{x-1}$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} xx - 2x + 1 \text{ verm.}$$

Komt $x^4 - 2x^3 + xx - xx \propto x^3 - xx$
of $x^4 \propto 3x^3 - xx$
xx $\overline{\qquad\qquad}$
of $xx \propto 3x - 1$
of $x \propto 1\frac{1}{2} \pm \surd 1\frac{1}{4}$

In de reducty y overlatende, gelijk x hier gedaan is, zoo vint men $yy \propto y + 1$, of $y \propto \frac{1}{2} \pm \surd 1\frac{1}{4}$.

Maar dewyl wy hier boven gevonden hebben dat $y \propto \frac{x}{x-1}$ is, zoo blijkt dat wy y zullen konnen vinden met $1\frac{1}{2} \pm \surd 1\frac{1}{4}$ te deelen door het zelvige min 1, dat is door $\frac{1}{2} \pm \surd 1\frac{1}{4}$; en men zal bevinden dat deſe deeling het zelfde voorbrengt.

$$\begin{array}{llll} \text{Deler} & \frac{1}{2} \pm \surd 1\frac{1}{4} & \text{Deeltal} & 1\frac{1}{2} \pm \surd 1\frac{1}{4} \\ \text{Riſiduum} & \frac{1}{2} \mp \surd 1\frac{1}{4} & & \frac{1}{2} \mp \surd 1\frac{1}{4} \\ & \overline{\qquad\qquad} & & \overline{\qquad\qquad} \text{ verm.} \\ \text{komt} & -1 & \text{en} & -\frac{1}{2} \pm \surd 1\frac{1}{4} \end{array}$$

Nu het leſte gedeelt door 't eerſte, komt als boven $y \propto \frac{1}{2} \pm \surd 1\frac{1}{4}$.

Niet alleen in deze Queſty, maar ook in vele andere, geeft het een merkelyke verkorting in de bewerking, dat men voor de onbekende niet ſimpelijk ſtelt x en y, maar dat men voor het eene neemt $x + y$, en voor het ander $x - y$, want, in dit vraagſtuk, hen zoodanig nemende, zoo bevinden wy dat $4xy \propto xx - yy \propto 2x$ is: het eerſte is het verſchil van hare vierkanten, het tweede is haar vermenigvuldigde, en het darde is haar ſom.

Door reducty van $4xy \propto 2x$, vint men $y \propto \frac{1}{2}$: dit in $xx - yy$ geſtelt in plaats van de y, komt $xx - \frac{1}{4} \propto 2x$, of $x \propto 1 \pm \surd 1\frac{1}{4}$: hier by en van $y \propto \frac{1}{2}$, komt voor de getallen als boven, en dat zonder de voorgaande moeylijke diviſy te doen, of zonder hen op beyde de onbekende quantiteyten te herleyden.

Indien men de vijfde Queſty op deze wyze oploſt, men krygt een ſimpele Æquaty daar men anders een vierkante vint.

Want $x + y$ en $x - y$ voor de getallen nemende, zoo is haar ſom $2x \propto 12$, dies $x \propto 6$; en haar vermenigvuldigde is $xx - yy$, of $36 - yy \propto 35$, dies is $y \propto 1$; en daarom zijn de getallen 7 en 5. En men komt hier toe door een ſimpele Æquaty $36 - yy \propto 35$.

23. *Twee getallen te vinden welkers verſchil is 4, en welkers verſchil der cuben vermenigvuldigt met de ſom van hare quadraten is $25961\frac{1}{2}$.*

Stellende voor hen $x + y$ en $x - y$, zoo is haar verſchil $2y \propto 4$; dies is $y \propto 2$, en by gevolg zijn de getallen $x + 2$ en $x - 2$: het verſchil van hare cuben is $12xx + 16$, en de ſom van hare quadraten $2xx + 8$, deze met malkander vermenigvuldigt, komt $24x^4 + 128xx + 128 \propto 25961\frac{1}{2}$

Of $48x^4 \infty - 256xx + 51667$

$\pm$ 2 ———— 48

-128 *

————$\surd$———— verm.

$+16384$ $2480016+$

———— $16384+$

————

$2496400+$

$\surd$ ————

$1580+$

$*\ 128-$

————

$1452+$

± 48 ————

$30\frac{1}{4} \infty xx$

$\surd$ ————

$5\frac{1}{2} \infty x$

$2 \infty y$

————

de getallen $\begin{cases} 7\frac{1}{2} \infty x+y \\ 3\frac{1}{2} \infty x-y \end{cases}$

24. *Twee getallen te vinden wiens vermenigvuldigde is 60, wiens vierkant van haar verſchil even is aan de ſom der getallen: Komt voor hen 10 en 6.*

25. *Twee andere te vinden wiens vermenigvuldigde is 6, en wiens verſchil der vierkanten even is aan de ſom der getallen: Komt 2 en 3.*

26. *Vint twee andere, welkers vermenigvuldigde even is aan haar ſom, en welkers ſom der vierkanten doet 80: Komt $5+\surd 15$, en $5-\surd 15$.*

27. *Zoekt twee getallen, wiens ſom vermenigvuldigt met het verſchil haarder vierkanten voort brengt 2048; en wiens verſchil vermenigvuldigt met de ſom haarder vierkanten uitlevert 1028: Komt voor hen 17 en 15.*

28. *Zoekt twee andere, wiens vermenigvuldigde vergaart by haar ſom, voortbrengt 143, en welkers ſom afgetrokken van de ſom der vierkanten, uitlevert 266.*

Men vint, de getallen ſtellende als voren,

$xx - yy + 2x \infty 143$, en $2xx + 2yy - 2x \infty 266$

2 ————

of $xx + yy - x \infty 133$

———— $xx - yy + 2x \infty 143$

————

vergaart, komt $2xx + x \infty 276$

of $x \infty 11\frac{1}{2}$

———— $\surd$

$xx \infty 132\frac{1}{4}$

$2x \infty 23$

————

$xx + 2x \infty 155\frac{1}{4}$

$143 \infty 143$

————

afgetogen, reſt $xx + 2x - 143 \infty 12\frac{1}{4} \infty yy$

————

of $3\frac{1}{2} \infty y$

de getallen zijn dan 15 en 8.

29. *Twee andere te vinden wiens ſom is 12, en de ſom der cuben 468:*

30. *Item wiens verſchil is 2, en verſchil der cuben 218.*

31. *Item wiens vierkant van 't grootſte min het kleenſte, en wiens vierkant van 't kleenſte en het grootſte beyde is 73.*

$x+y$ en $x-y$ voor hen nemende, zo vintmen ligtelijk

dat $xx + 2xy + yy - x + y$ is $\infty 73$

en ook $xx - 2xy + yy + x + y$ is $\infty 73$

———————— afget.

reſt $4xy - 2x \infty 0$

of $4xy \infty 2x$ of $y \infty \frac{1}{2}$

Zo is dan het grootſte $x+\frac{1}{2}$, en het kleenſte $x-\frac{1}{2}$, en daar door vintmen dat $x \infty 8\frac{1}{2}$ is, en, by gevolg, dat de getallen zijn 9 en 8.

32. *Twe tallen te vinden, wiens vermenigvuldigde is het vijfde deel van het vierkant van haar ſom, en wiens ſom der cuben gedeelt door de ſom der getallen uytbrengt 16: Vrage &c.? Komt $\surd 10 + \surd 2$ en $\surd 10 - \surd 2$.*

33. *Twee andere te vinden, wiens ſomme even is aan haar vermenigvuldigde, en welkers ſom der vierkanten, vergaart by de ſom der getallen, voortbrengt 30: Vrage &c.? Komt $3+\surd 3$ en $3-\surd 3$.*

34. *Twee andere te vinden, wiens ſom der cuben, gedeelt door de ſom van de getallen, uytlevert 400; en 't verſchil der cuben, door 't verſchil, 600: Vrage &c.? Komt $5\surd 7 + 5\surd 3$, en $5\surd 7 - 5\surd 3$.*

35. *Twee te vinden, wiens verſchil der vierkanten vermenigvuldigt met haar verſchil voortbrengt 75, en wiens ſom der vierkanten vermenigvuldigt met haar ſom uytlevert 100: Vrage &c.? Komt $2\frac{1}{2} + \surd 3\frac{3}{4}$ en $2\frac{1}{2} - \surd 3\frac{3}{4}$.*

36. *Twee andere te vinden, wiens ſom der cuben, vermenigvuldigde, en ſom der getallen, even veel uytbrengt.*

Men vint voor hen $\frac{3}{4} \pm \surd \frac{13}{16} + \sqrt{-\frac{1}{8} \mp \frac{1}{2}\surd \frac{13}{16}}$

en $\frac{3}{4} \pm \surd \frac{13}{16} - \sqrt{-\frac{1}{8} \mp \frac{1}{2}\surd \frac{13}{16}}$.

37. *En wil men hebben dat het verſchil der cuben, 't vermenigvuldigde, en 't verſchil der getallen evenveel doet.*

Zo v. men voor hen $-\frac{3}{4} + \surd \frac{13}{16} + \sqrt{-\frac{1}{8} + \frac{1}{2}\surd \frac{13}{16}}$

en $+\frac{3}{4} - \surd \frac{13}{16} + \sqrt{-\frac{1}{8} + \frac{1}{2}\surd \frac{13}{16}}$

Wy hebben hier voren geſegt, dat het veeltyts een merkelijke verkorting in de bewerking geeft, wanneer men voor de begeerde neemt $x+y$ en $x-y$, in plaats van ſimpelijk x en y daar voor te ſtellen; en op dat gy dit beveſtigt zoud zien, zoo zullen wy U L. daar van een ſtaaltje toonen, met het 26 Vraagſtuk op te loſſen, nemende x en y voor de begeerde getallen.

Uyt de Queſty blijkt dat

$x + y \infty xy$, en $xx + yy \infty 80$ is; en hier uyt dat het eveneens is of men de laatſte Æquaty op x of op y reduceert, om datſe in deſe twee Æquatien eveneens gevonden werden, en by gevolg mede dat x en y even groot zullen weſen, of, zoo x een benomium is, dat y zijn riſiduum zal weſen.

De

De reducty makende dat x overblijft, zo vinden wy
$$x^4 - 2x^3 - 78xx + 160x - 80 \infty 0.$$

Een Æquaty zijnde van vier Dimensien, waar in geen rationale wortel is, want zulx willende ondersoeken, volgens de regelen die daar van gegeven zijn, zo zal men bevinden dat het niet zal willen gelukken. Blijft dan alleen overig te onderstaan of men hen kan deelen in twee vierkante Æquatien: en dewijl wy dan alvorens de tweede term moeten weg nemen, en om dat wy bevinden dat het vierdepart van 2 (het bekende by de tweede term) een breuk is, en by gevolg dat men in breuken zal vervallen, die dan weer zullen moeten weg genomen werden, zoo zullen wy ten eersten dese Æquaty met een Geometrice progressy multipliceren, waar af de eerste term 1, en de tweede 2 is, om dat wy daar door de voornoemde swarigheyt zullen voor komen.

$$\begin{array}{llllll} x^4 - & 2x^3 - & 78xx + & 160x - & 80 \infty 0 & \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & \text{progr.} \end{array}$$

verm.

komt $z^4 - 4z^3 - 312zz + 1280z - 1280 \infty 0$

En dan is $z \infty 2x$. Van dese Æquaty de twede term wegnemende, met $v + 1 \infty z$ te stellen, zo vint men
$$v^4 * - 318vv + 648v - 315 \infty 0$$

En hier uyt de cubicq Æquaty formerende, gelijk daar toe van noden is om het begeerde te voltrekken, volgens de regel daar van gegeven, men vint
$$y^6 - 636y^4 + 102384yy - 419904 \infty 0$$

En ondersoekende waar door dese zal konnen gedeelt werden, men zal zulx vinden te konnen geschieden door $yy - 324$, dat schijn heeft om dat de getallen, by dese termen staande, te zamen doen $- 318155$, en dat de laatste term 419904, onder andere getallen, ook deelbaar is door 324, en dat het getal, $- 318155$, effen opgaat door dese 324 min 1, dat is door 323. De deeling dan doende door $yy - 324 \infty 0$, men vint $y^4 - 312yy + 1296 \infty 0$.

Dewijl wy dan weten dat $yy \infty 324$, of $y \infty 18$ is, zo konnen wy licht vinden een van de vierkante Æquatien waar in dat $v^4 * - 318vv + 648v - 315 \infty 0$, kan gedeelt werden, volgens de lessen aldaar aangetekent, waar voor wy vinden
$$vv - 18v + 21 \infty 0$$
$$\text{of } v \infty 18v - 21$$
of $v \infty 9 \pm \sqrt{60}$. hier by 1, om dat $z \infty v + 1$ is, k. $z \infty 10 \pm \sqrt{60}$. dit door 2 gedeelt, dewijl $z \infty 2x$ is, k. $x \infty 5 \pm \sqrt{15}$. En dewijl men voor y mede zo veel zoude vinden wanneer men y over gelaten hadde, zoo blijkt dat y ook $\infty 5 \pm \sqrt{15}$ is: maar om dat men het Surdische beyde $+$, of beyde $-$ nemende, het gegevene van de Questy niet en voldoet, en dewijl het in onse keur is of men $+$ of $-$ wil stellen, zoo zullen wy zeggen dat $x \infty 5 + \sqrt{15}$ en $y \infty 5 - \sqrt{15}$ is, dat de zelfde getallen zijn die hier voren zo gemakkelijk gevonden zijn

Had men de eerste Æquaty
$$\begin{array}{ll} x^4 - 2x^3 - 78xx + 160x - 80 \infty 0 \\ \text{ged. door } xx + 8x - 8 \quad \infty 0 \end{array}$$

zo zoum. $xx - 10x + 10 \infty 0$ gevonden hebben, en daar door de voornoemde getallen; maar wie zou dit konnen denken.

Uyt $xx + 8x - 8 \infty 0$ vint men ook $x \infty -4 + \sqrt{24}$, en daarom is $y \infty -4 - \sqrt{24}$: dese getallen voldoen mede de condity van de Questy, maar het eene is minder als niet.

Wanneer men dan een Vraagstuk heeft, en voornamelijk daar in naar twee dingen gevraagt wert, waar in de begeerde door x en y af beeldende, de laatste Æquaty hoog steygert, zoo moet men zich niet ontzien hen weer op een vergelijking te brengen, nemende $x + y$ en $x - y$ voor de geene daar na gevraagt wert, om dat de laatste moeyte ongelijk minder zal wesen als die welke men besteden moet om de hooggesteygerde Æquatie tot een eenvoudige te reduceren.

38. *Drie getallen te vinden wiens somme is 9. vermenigvuldigde 24, en som der vierkanten 29: Vrage &c.? Komt 2. 3. 4.*

Voor de begeerde getallen x, y, z stellende, zo blijkt volstrekt dat
$$x + y + z \infty 9; xyz \infty 24; \text{en } xx + yy + zz \infty 29 \text{ is:}$$

Uyt de eerste vintmen $y \infty 9 - x - z$. Dit gestelt in de twee andere in plaats van y, men heeft
$$9xz - xxz - xzz \infty 24$$
$$\text{en } 2xx + 2xz - 18x + 2zz - 18z + 52 \infty 0$$

De eerste van dese op zz gereduceert, en ook de tweede, en 't geene daar aan gelijk is vergeleken, komt, de gelijke weg gedaan hebbende, en alles met x gemultipliceert wesende.
$$2x^3 - 18xx + 52x - 48 \infty 0$$
$$\underline{2 \qquad\qquad\qquad\qquad}$$
$$\text{of } x^3 - 9xx + 26x - 24 \infty 0$$

Men ziet dat de laatste term deelbaar is door 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24; en om te kennen welke van dese moeten verworpen werden, zoo telle ik op de tallen van de termen, de tekens $+$ en $-$ gaaslaande, bevinde daar voor $- 6$: wy zien dan dat 8, 12 en 24 moeten verworpen werden, om dat die meer als de eenheyt groter zijn als dese 6. De 6 proberende met 1 daar af en by te doen, men vint hen mede verwerpelijk: de 3 en 4 komt niet te pas als in de afneming van 1, en de 1 niet als in de byvoeging van 1: men heeft dan niet anders de deeling te ondersoeken als door $x + 1$, $x + 2$, $x - 2$, $x - 3$, $x - 4$:

Men vint het te konnen geschieden door $x - 2$, $x - 3$, en door $x - 4$, en daarom zijn dese 2, 3, 4 de wortelen van dese Æquaty. De deeling door een, als door $x - 2$ gedaan hebbende, zoo vintmen $xx - 7x + 12 \infty 0$; en daar uyt ook $x \infty 3$, en ook $\infty 4$. En dewijl alle de onbekende quantiteyten, in de drie eerste Æquatien, op een zelfde wyze gevonden werden, niet alleenlijk ten aanzien van de hoegrootheden zelfs, maar ook ten opzicht van de tekens, die over al $+$ zijn, zoo blijkt dat men de zelfde Æquaty zal vinden die wy op x gevonden hebben, als wy hen op y reduceren, en ook de zelfde als wy hen op z herleyden, alleenlijk dat daar in y zal zijn gelijk in dese x is, of ook z als wy hen daar op maken; en by gevolg zullen de wortelen van hen mede 2, 3, 4 wesen. 2 tot

de

de wortel uytkiesende van de vergelijking daar x in is, zo mogen wy zeggen dat 3 hen is alsse op y, en 4 alsse op z herleyt is: zulx dat wy mogen besluyten dat 2, 3, 4 de begeerde getallen zijn: dat ook door de proef zal bevestigt werden.

39. *Drie tallen te vinden wiens somme is 9, somme der vierkanten 29, en somme der cuben 99: Vrage &c.? Komt 2, 3, 4.*

De onbekende als voren nemende, men vint
$x+y+z \infty 9 : xx+yy+zz \infty 29$: en $x^3+y^3+z^3 \infty 99$

Uyt de eerste blijkt dat $y \infty 9-x-z$ is, dit in de twe andere gevoegt in plaats van y en gereduceert, komt

$$zz \infty 9z - xz - xx + 9x - 26$$

en $9zz - xzz \infty 81z + xxz - 16xz + 81x - 9xx - 210 - 18xz$.

De eerste van dese met $9-x$ gemultipliceert, om het voorste aan malkander gelijk te hebben, en de rest vergeleken en gereduceert, komt

$$x^3 - 9xx + 26x - 24 \infty 0$$

De zelfde Æquaty die in het laatste Voorbeelt gevonden is, en daarom zijn de wortelen van dese ook 2, 3, 4: en dewijl, in de drie eerste Æquatien, mede de onbekende, in alle delen, gelijk gevonden werden, daarom zijn de onbekende, of de begeerde getallen, mede 2, 3, 4; dat de proef ook bevestigt.

40. *Twee getallen te vinden welkers vermenigvuldigde is 6, en wiens som der vierkanten vermenigvuldigt met de som der getallen voort brengt 65: Vrage &c.? Komt 2 en 3.*

De getallen $\infty x+y$ en $x-y$ nemende, zo vint men

$$8x^3 * - 24x - 65 \infty 0$$

1	2	4	8	progressy verm.

$$8z^3 * - 96z - 520 \infty 0 : z \infty 2x$$

$$8 \overline{\qquad\qquad}$$

$$z^3 * - 12z - 65 \infty 0$$

Dezes deelbaar door

41. *Een Arithmetische progressy van vier termen te vinden, met de eenheyt opklimmende, wiens vermenigvuldigde is 100.*

Stellende de eerste ∞x, zoo is de tweede $\infty x+1$, darde $\infty x+2$, en de vierde $\infty x+3$. Vermenigvuldigt, komt

$$x^4 + 6x^3 + 11xx + 6x \infty 100$$
$$\text{of } x^4 + 6x^3 + 11xx + 6x - 100 \infty 0$$

Men zal bevinden dat deze Æquaty ondeelbaar is door $x+$ of $-$ eenig getal: ze is dan niet voort gekomen uit de multiplicaty van een simpele van een en een van drie Dimensien: staat dan te onderzoeken of ze kan voortgebracht wezen uyt de vermenigvulding van twee vierkante. Neme dan tot dien eynde eerst de tweede term weg.

Komt $y^4 - 2\frac{1}{2}yy - 99\frac{7}{16} \infty 0$.

En dewijl hier de laatste term op een na mede verdwenen is, of om dat men een vierkante Æquaty van vier Dimensien gekregen heeft, zoo behoeft men niet verder te gaan.

Uyt deze vintmen dat y is $\infty \sqrt{\sqrt{101}+1\frac{1}{4}}$, en daarom is $x \infty \sqrt{\sqrt{101}+1\frac{1}{4}} - 1\frac{1}{2}$; het eerste: het tweede is dan $\sqrt{\sqrt{101}+1\frac{1}{4}} - \frac{1}{2}$; het derde $\sqrt{\sqrt{101}+1\frac{1}{4}} + \frac{1}{2}$; en het vierde $\sqrt{\sqrt{101}+1\frac{1}{4}} + 1\frac{1}{2}$, dewijl men ziet dat men een vierkante Æquaty verkrijgt me $y \infty x - 1\frac{1}{2}$ te nemen, zoo blijkt ook met eenen dat men deze zelfde vierkante zoude ten eerste bekomen hebben, wanneer men voor het eerste gestelt hadde $y - 1\frac{1}{2}$.

42. *Zoekt een Arithmetise progressi van vijf termen, welkers vierkanten doen 110, en teerlingen 680.*

Stelt voor de getallen $x-2y : x-y : x : x+y : x+2y$ zoo zijnze in de begeerde progressy, en men vint daar door, op een gemakkelijke wijze, dat de getallen zijn $4-\sqrt{12} : 4-\sqrt{3} : 4 : 4+\sqrt{3} : 4+\sqrt{12}$.

Dit zal genoeg zijn van die Questien waar in de Æquatien volstrekt voor gedragen werden, zonder eenige bewimpeling, daar zijn ook andere waar in dit mede plaats heeft, doch echter met bewinpeling, in de eene bedekter als in de ander, die openbaar werden als men op het voorgestelde recht denkt: en om dat men dit gemeenlijk gebrekkelijk doet, zoo zullen wy u in eenige Voorbeelden dwingen zoodanigen aandagt te nemen, waar door dan de Æquatien zullen openbaar wezen zonder op eenige eygenschappen, die uyt de Tel-of Meetkonst volgen, hier toe van noden te hebben: Gy weet, om te vinden wat 3 ellen laken beloopt, tot 7 gulden de el rekende, dat men de 3 met de 7 moet vermenivuldigen, en dat het product, 21, het geene is dat de 3 ellen kosten, en by gevolg, dat $xy \infty 21$ is, stellende $x \infty$ de ellen, en y de guldens zoo yder elle kost. En hier van zijt gy versekert, zonder dat gy eenige van de voornoemde hoedanigheden behoeft te weten.

43. *Eender ontfangt 5 pistoletten en 6 ducaten voor 64 guldens, en te zelven pryze ook 10 pistoletten en 4 ducaten voor 94 gulden: Vrage na de prijs van de pistolet, en ook na die van de ducaat? Antwoort die van de pistolet is 7 guldens 14 stuivers, en die van de ducaat 4 gulden en 5 stuivers.*

x Voor de prys in guldens van de pistolet, en y voor die van de ducaat stellende, zoo moet men de 5 pistoletten met de x, en de 6 ducaten met de y multipliceeren (en dit is alleen het geene in dese bewimpelt, of duyster voorgedragen is) en dan de som van dese, te weten $5x+6y$, gelijk met 64 stellen volgens de eerste condity: en om deselve reden is $10x+4y \infty 94$: wy hebben dan

$$5x + 6y \infty 64, \text{ en } 10x + 4y \infty 94$$

Door reducty van dese twee vintmen $x \infty 7\frac{7}{10}$, en $y \infty 4\frac{1}{4}$ gulden, of 7 gulden 14 stuyvers, en 4 gulden 5 stuyvers.

44. *Een Brouwer hebbende 20 tonnen bier van 8 gulden de ton, wil daar by doen eenige tonnen bier van 3 gulden de ton, zulks dat het gemengde bier is van 5 gulden de ton: Vrage hoe veel tonnen van 3 gulden hy daar toe nemen moet? Antwoort 30 ton.*

In dese is de zelfde bewimpeling: gedachtig zijnde dat

dat men de prijs van elke ton met de hoeveelheyt der tonnen moet multipliceren, om de guldens te hebben die dese tonnen waardig zijn, en datze gemengt of ongemengt de zelfde waarde behouden, zoo verdwijnt dese duysterheyt.

x Voor de hoeveelheyt van de begeerde tonnen nemende, zoo is 't daar door kenlijk dat $3x + 160$ zo veel doet als $100 + 5x$: want $3x$ is de waarde van het bier dat men 'er by wil doen, en 160 is de prijs van de 20 ton tot 8 gulden: $100 + 5x$ is het vermenigvuldigde van alle de tonnen, $20 + x$, met de prijs van het gemengde 5 gulden; en dewijl de menging de waarde niet en verandert, gelijk gezegt is, zo blijkt dat

$$3x + 160 \infty 100 + 5x \text{ is.}$$

Of, door reducty, $x \infty 30$, het begeerde.

45. *Een Vrouw koopt een Web linnen voor 30 guldens: had zy 10 ellen minder gehad, zoo zou haar d'el 3 stuivers meerder gekost hebben: hoe veel ellen heeft zy gekocht? Antwoort* 50 *ellen.*

Stellende x voor de menigte van de ellens, en y voor de hoeveelheyt van de stuyvers die een elle kost, zo is 't kenlijk dat $xy \infty 600$ stuyvers is, om dat 30 guldens zoo veel stuyvers doen: uyt de tweede condity blijkt dat de ellens zouden zijn $x - 10$, en de prijs van yder el $y + 3$, dese vermenigvuldigt, komt $xy - 10y + 3x - 30 \infty 600$, om dat de prijs van 't geheel het zelfde blijft: wy hebben dan

$$xy \infty 600, \text{ en } xy - 10y + 3x - 30 \infty 600$$

Deze beyde op y gereduceert, en de rest vergeleken, komt $x \infty 50$, 't begeerde.

46. *Een Kolonel heeft* 600 *Ruyters in Batalje gestelt, zodanig, wanneer hy de ryen* 10 *mannen verkort, zo is de front* 2 *ryen langer: Vrage hoe veel ruyters in een gelit, en in een rey gestelt zijn? antwoort* 10 *in een gelit, en* 60 *in een rey.*

Stellende x voor de Ruyters die in een gelit, en y voor die in een rey staan, zoo blijkt dat $xy \infty 600$ is, om dat het vermenigvuldigde van de reyen met de leden het volk uyt levert: volgens de tweede condity staan in een rey $y - 10$, en dan in een gelit $x + 2$, deze gemultipliceert: komt $xy - 10x + 2y - 20 \infty 600$: door reducty van deze beyde Æquatien vint men het bovenstaande.

47. *Twee Kapiteynen* A *en* B *hebben yder een Kompagnie soldaten;* A *heeft* 40 *man meer als* B: *deelen yder uyt aan hare Kompagnie* 1200 *gulden,* B, *aan yder man* 5 *gulden meer als* A: *Vrage hoe veel mannen yder heeft? Antwoort* A 120, *en* B 80.

Stellende voor de soldaten $x + 40$ en x, en voor de guldens die aan elk van haar uytgedeelt wert y en $y + 5$, zoo vint men $yx + 40y + 1200$, en $xy + 5x \infty 1200$: en daar door $x \infty 80$, dies, &c.

48. *Eender heeft gekocht twee lappen laken,* A *en* B *te zamen lang* 20 *ellen, yder lap voor* 40 *gulden; waar door hem yder el van de lap* A *kost* $7\frac{1}{2}$ *gulden meerder als die van de lap* B: *Vrage na de lengte van yder lap, en de prijs die een el van yder kost? Antwoort* A *is lang* 4 *el, en kost d'el* 10 *gulden;* B *is lang* 16 *el, en kost d'el* $2\frac{1}{2}$ *gulden.*

Stellende x voor de ellen van de lap A, en y voor de guldens van yder el van B, zoo zijn de ellen van B $20 - x$, en de prijs van A, $y + 7\frac{1}{2}$ gulden: en men vint daar door $xy + 7\frac{1}{2}x \infty 40$, en $-xy + 20y \infty 40$.

49. *Een Veltoverste stellende zijn volk in een vierkante slagorder, zoo blijven der* 284 *man over, en neemt hy in yder zijde* 1 *man meer zoo komt hy* 25 *man te kort: Vrage hoe veel volk heeft hy? Antwoort* 24000 *man.*

Hier in wert de Æquaty vry bedekt voorgedragen, x voor het volk nemende dat in een zyde staat, in 't eerste geval wanneer hem 284 mannen overblyven, zoo blijkt dat $xx + 284$ al zijn volk is, gedachtig zijnde dat xx het vierkant van x is: in het tweede geval is dan yder zyde $\infty x + 1$, wiens vierkant $xx + 2x + 1$, 25 man meer is als hy heeft, zo heeft hy dan $xx + 2x - 24$ mannen, dat gelijk is aan $xx + 284$: dies is $xx + 284 \infty xx + 2x - 24$, of $x \infty 154$ mannen, of $xx \infty 23716$, hier by 284, komt 24000 voor de hoeveelheyt van zijn volk.

50. *Eender in een hogaart geplukt hebbende zeekere appelen, en hebbende drie poorten te passeren, vereert aan de eerste poort de helft en een appel; aan de tweede de helft van de rest en ook een appel, en aan de darde ook de helft van zijn overige appelen en noch een appel daar en boven, en behout dan noch maar* 1 *appel over: Vrage na de appelen die hy geplukt heeft? Antwoordt* 22.

Stelle x voor zijn geplukte appelen

Zo heeft hy $\frac{1}{2}x + 1$ vereert aan de *eerste* poort, dit van x

rest $\frac{1}{2}x - 1$, zijn *eerste* overschot

$\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$

$+ 1$

$\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$, de vereer. aan de *twede* poort

dit van $\frac{1}{2}x - 1$, zijn *eerste* overschot

rest $\frac{1}{4}x + 1\frac{1}{2}$, zijn *tweede* overschot

$\frac{1}{8}x - \frac{3}{4}$

$+ 1$

$\frac{1}{8}x + \frac{1}{4}$ de verer. aan de *darde* poort,

dit van $\frac{1}{4}x - 1\frac{1}{2}$ zijn *tweede overschot*

rest $\frac{1}{8}x - 1\frac{3}{4}$, zijn *darde* overs. $\infty 1$ app.

En daarom is $x \infty 22$.

51. *Een Vader stervende laat na eenige Kinderen, met zeker goet, en wert bevonden, volgens Testament, zijn uytterste wille te wesen dat zijn outste Kint zal hebben* 1000 *gulden met noch het vijfde part van het resterende:*

het tweede 2000 gulden en daar en boven noch het vijfde deel van het geene datter dan noch over blijft: het derde 3000 gulden en het vijfde deel van de rest, en zoo voort, yder Kint 1000 gulden meer, en dan noch het vijfde deel van het overige: naar zoodanigen deling wert bevonden dat yder Kint evenveel ontfangen heeft: Vrage hoe veel Kinderen zijnder geweest, en hoe veel gulden heeft yder genoten? Antwoort daar zijn geweest 4 Kinderen, en yder heeft ontfangen 4000 gulden.

Stelle x voor het nagelatene goet
Hier af 1000 gulden

rest $x - 1000$, eerste rest
5

$\frac{1}{5}x - 200$
$+ 1000$

$\frac{1}{5}x + 800$ 't gelt van 't *eerste* kint, dit van x

rest $\frac{4}{5}x - 800$, voor de andere te zamen,
hier af 2000

blijft $\frac{4}{5}x - 2800$, *tweede* rest,
5

$\frac{4}{25}x - 560$
$+ 2000$

$\frac{4}{25}x + 1440$, 't gelt van het *tweede* kint.

En dewijlze alle evenveel ontfangen hebben, en bygevolg het tweede kint zoo veel als het eerste, daarom is

$$\tfrac{4}{25}x + 1440 \infty \tfrac{1}{5}x + 800.$$

Of $x \infty 16000$, zo veel de Vader nagelaten heeft, en overzulx is $\frac{1}{5}x + 800 \infty 4000$, het gelt van het eerste kint, en ook van yder van de andere; en het hele kapitaal door 4000 delende, zoo vintmen 4, zoo veel kinderen de erffenis gebeurt hebben.

52. *Een Koning belegert een stadt met drie hopen volks, Spanjaarden, Ungaren en Duytzen: tot aanmoeding belooft den Koning haar te zamen te zullen geven 901 Rijxdaalders: de Spanjaarden bedingen yder 2 Rijxdaalders als zy de eerste in de bestorming zijn; de Ungaren yder 3 Rijxdaalders zoo zy de eerste aanval doen; en de Duitzen yder 4 Rijxdaalders als zy het eerste beginnen. Nu is het zoodanig, wie ook eerst de storm begint, dat dan de andere hebben elk een Rijxdaalder: Vrage na de knechten van yder natie? Antwoort de Spanjaarden zijn 318; de Ungaren 159, en de Duitzen 106.*

53. *Eender koopt twee vaatjens brandewijn, houdende te zamen 60 stopen, en kosten te zamen 120 gulden 5 stuyvers; het grootste is vol rinze, en kost 39 gulden meer als het kleenste, dat vol franse is: maar in geval in het grootste franse, en in het kleenste rinse had geweest, zoo zoudense beide evenveel gekost hebben: Vrage hoe veel st. de stoop van yder soort gekost heeft, en hoe veel stopen yder vaatje gebouden heeft? Antwoort de stoop rinze wijn heeft gekost $45\frac{1}{2}$ stuyver, en de stoop franse $32\frac{1}{2}$ stuiver, het grootste vaatje heeft gehouden 35, en het kleenste 25 stopen.*

Stellende voor de stopen van 't grootste vaatje x, zo zijn die van 't kleenste $60 - x$: mede dat de stoop rinse heeft gekost y, en de stoop franse z stuyvers. Het vaatje rinze kost dan xy, en het vaatje franse $60z - xz$ stuyvers: uyt de som van deze vintmen dat $xy + 60z - xz \infty 2405$ stuyvers, en uyt haar verschil dat $xy - 60z + xz \infty 780$ stuyvers is. En om datze even veel zoude kosten als het grootste vaatje met franse, en het kleenste met rinse gevult was, zo vinden wy daar door dat $xz \infty 60y - xy$ is: door reducty van de drie Æquatien, de x overlatende, vint men $x \infty 35$, waar door de rest openbaar is.

Andere reducty.

$$xy + 60z - xz \infty 2405$$
$$xy - 60z + xz \infty 780$$

Deze geaddeert komt $2xy \infty 3185$, en gesubstraheert $120z - 2xz \infty 1625$ uyt de eerste van dese vint men $y \infty \frac{1592\frac{1}{2}}{x}$

en uyt de laatste $z \infty \frac{812\frac{1}{2}}{60 - x}$

De prysen zoo de stoop van yder kost. Hier om het eerste vermenigvuldigt met $60 - x$, de stopen van het kleenste vaatje, en het laatste met x, de stopen van het grootste, komt, volgens de laatste condity,

$$\frac{1592\frac{1}{2}, \overline{60 - x}}{x} \infty \frac{812\frac{1}{2}x}{60 - x}$$

of; in 't kruys vermenigvuldigt

$$1592\tfrac{1}{2}, \overline{60 - x}, \overline{60 - x} \infty 812\tfrac{1}{2}xx$$

65 ——————— z

$$49, \overline{60 - x}, \overline{60 - x} \infty 25xx$$

$\surd$ ———————

$$7, \overline{60 - x} \infty 5x$$
$$\text{of } 420 - 7x \infty 5x$$
$$\text{of } x \infty 35\text{, als boven.}$$

II. HOOFTSTUK.

Van de ontbinding der Questien waar in de Æquatien onvolstrekt, en echter onmiddelijk gegeven zijn.

ALs dit in een Vraagstuk plaats heeft zo moet men nauwe toezicht nemen op het voorgestelde, gedachtig zijnde de eygenschappen die het gegevene en het begeerde mede brengen, te weten de geene die alrede geleert zijn, en dan zal kenbaar wesen op welke wyze men zoo veel Æquatien zal konnen vinden als 'er van noden zijn: men zal veelrijts hier in konnen missen, dewijl het niet in onse macht is op die hoedanigheden te denken welke hier toe dienstig zijn, en die echter alrede bekent zijn, en men daar van bewust zou wezen ingeval ymant hen ons indachtig maakte: wanneer dit gebeurt zo zullen wy de Æquaty, of Æquaquatien, die vereyscht werden, gemeenlijk middelijk konnen vinden, en in zodanigen gelegentheyt tellen wy hen onder de geene die wy hier naar zullen verhandelen: ziet hier eenige staaltjens waar in wy de vergelijkingen, die van noden zijn, wel onvolstrekt gegeven, echter onmiddelijk zullen vinden.

54. *Tusschen twee gegeve getallen, 4 en 9, een middenevenredige te vinden.*

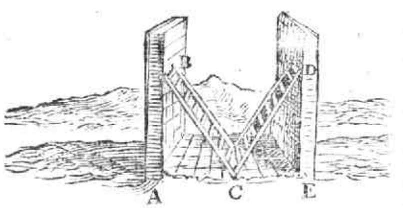
Hier in is de Æquaty niet volstrekt, doch echter onmiddelijk gegeven door de woorden *een middenevenredige*, dewijl hier uyt blijkt dat het vierkant van het begeerde gelijk is aan het vermenigvuldigde van de 4 met de 9, dat is, x voor het begeerde getal nemende, dat $xx \infty 36$ is. Of $x \infty 6$.

55. *Tusschen twee gegeve getallen, 8 en 27, twee meddenevenredige te vinden.*

De begeerdens gelijk x en y stellende, zo blijkt, op de zelfde manier, dat $xx \infty 8y$, en $yy \infty 27x$ is, waar door men vint dat $x \infty 12$, en $y \infty 18$ is.

56. *Van de driehoek* (Fig. 30.) *recht in* B, *is gegeven* $AB \infty 8$, *en* AC *en* BC *te zamen* 16: *Vrage na* AC *en* BC *yder in 't bezonder?*

Stelle $AC \infty x$, zoo doet $BC \infty 16 - x$, en dewyl wy weten, uyt de 47 des eersten Euclidis, dat het vierkant van AC zoo groot is als die van AB en BC te zamen, zoo blijkt dat $xx \infty 256 - 32x + xx + 64$ is, of $x \infty 10$, voor AC; zoo is dan BC 6.



57. *Twee muren die regthoekig op de gront staan, zijn van den anderen af 35 voeten, dat is voor de distanty* EA: *tegens een van deze, als* ED, *is een ladder gerecht, rakende de muur in* D, *zoodanig, dat* ED *lang is 20 voeten: hem omslaande, zoo raakt hy de andere muur in* B, *zulx dat* AB *is 15 voeten: nu wert gevraagt na de lengte van deze ladder.*

Dewijl de hoeken E en A recht zijn, en om dat $CD \infty CB$ is, daarom blijkt dat het vierkant ED, en het vierkant EC, te zamen zo groot zijn als de twee vierkanten AB, AC, als beyde aan de vierkanten CD, CB gelijk wesende. Stellende $EC \infty x$; zo is $CA \infty 35 - x$, en daarom is $400 + xx \infty 1450 - 70x + xx$, of $x \infty 15$, voor EC: door EC en ED vintmen dan CD lang te wezen 25 voeten, 't begeerde.

58. *Op een gegeve lijn* AC, *een rechthoekigen driehoek te maken, wiens zyde gedurig evenredig zijn.*

Neme *in Fig.* 31. AC voor de Hypothenuza, en stelle die gelijk a, 't eene been $BC \infty x$, en het ander $AB \infty y$.

Nemende a, y, x voor de gedurige evenredige, zo is

$$yy \infty ax, \text{ en } aa \infty xx + yy.$$

In de laatste Æquaty de ax in plaats van yy gestelt, k.

$$aa \infty xx + ax, \text{ of } xx \infty - ax + aa.$$

De termen van deze vergelijkende met die waar op de regel gevest is, die dient om de vierkante meetkunstige Æquatien op te lossen, of ook hier uyt dat $x \infty - \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + aa}$, blijkt, om de driehoek te vinden, dat men AE rechthoekig op AC moet stellen, en hen zoo lang nemen als de helft van AC, en dat dan, CE trekkende, en daar in EF met EA gelijk nemende, CF zoo lang als x zal wezen; want CE is $\infty \sqrt{1\frac{1}{4}aa}$, en daarom $FC \infty - \frac{1}{2}a + \sqrt{1\frac{1}{4}aa}$: hier om, op AC een halfront trekkende, en daar in CB gelijk CF makende, en dan de punten A en B met een rechte lijn te zamen voegende, zoo zal ABCA de begeerde driehoek wezen, om dat de hoek ABC, door middel van het halfront, recht gemaakt is.

49. *Van een Rechthoek is gegeven de inhout gelijk 12, en de hoeklijn gelijk* $\sqrt{26}$: *de zyden te vinden: Komt daar voor* $\sqrt{8}$ *en* $\sqrt{18}$.

60. *Van een driehoek, recht in* B als Fig. 32. *is gegeven de schuynze* $AC \infty a$, *en de perpendiculaar uyt de rechte hoek, als* $BD \infty b$: *de lengte van* AB, BC *te vinden.*

Stellende $AB \infty x$, $BC \infty y$, en $DC \infty z$; zo is $AD \infty a - z$: door aanmerking van de voornoemde 47 Proposity des 1. Boeks Euclidis zijn openbaar drie Æquatien, te weten zoo veel als 'er van noden, of als 'er onbekende quantiteyten genomen zijn.

Uyt de $\triangle$ ABCA vintmen $aa \infty xx + yy$; uyt ABDA $xx \infty aa - 2az + zz + bb$; en uyt de $\triangle$BDCB $yy \infty bb + zz$.

Als men gedachtig is dat de $\square$ AC, BD gelijk is aan de $\square$ AB, BC, als beyde de dubbelde inhout van de $\triangle$ ABCA gevende, en dat het vierkant AC gelijk is aan de vierkanten van AB en BC te zamen, zoo is het genoeg twee Æquatien te vinden, om dat daar uyt voort komen deze vergelijkingen $ab \infty xy$, en $aa \infty xx + yy$, waar in dat alleenlijk twee onbekende hoegrootheden, x en y, gevonden werden, en by gevolg die daarom genoeg zijn om een van hen te bepalen: en alzoo is z onnut.

Gedachtig wezende dat het vierkant van AB ∞ is aan de $\square$ CAD, en dat het zelvige vierkant mede gelijk is aan de vierkanten van AD en DB te zamen, zoo heeft men ook maar twee Æquatien van noden, om dat daar in maar twee onbekende quantiteyten, x en z, zullen gevonden werden: zoo mede als men denkt dat het vierkant van BC gelijk is aan die van BD en DC, en ook gelijk aan de $\square$ ACD, waar in y en z alleenlijk zullen gevonden werden.

En, u invallende, dat het vierkant van DB gelijk is aan de $\square$ ADC, zoo heeft men maar een vergelyking van doen, om dat daar in maar een onbekende, te weten z, zal gevonden werden, als hebbende $bb \infty az - zz$.

Ik drage dit voor om te tonen dat 'er een merkelijk verschil is of men de eene eygenschap in een questy aanmerkt of de ander: maar dewijl het niet in onze macht is altijt de kortste weg te vinden, zoo moeten wy ons vergenoegt houden wanneer wy een pat hebben dat ons ter begeerder plaatze brengt, dit bekomen hebbende zo magmen wel eens omzien naar een ander dat korter zoude mogen wezen, maar dat niet spoedig vindende, zoo kan men zich houden aan het geene alrede gevonden is, te meer, dewijl men door reducty van de gevondene Æquatien, waar nemende de regel die wy gegeven hebben om waarschijnlijk tot de eenvoudigste Æquaty te geraken, veeltijts het zelfde zal vinden, ja zomtijts een die merkelijk beter is. De drie eerste Æquatien op z reducerende, men vint mede $bb \infty az - zz$

of $zz \infty az - bb$.

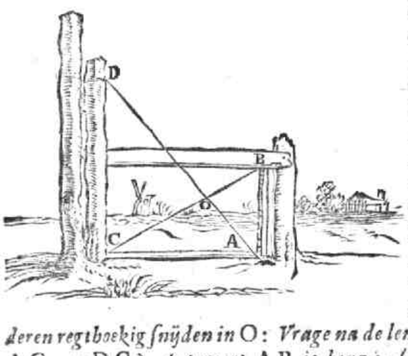
Is de questy telkunstig, en dat gegeven is $a \infty 25$, en $b \infty 12$, zoo vint men daar door $x \infty 16$, of $\infty 9$, en by gevolg zijn de twee beenen 15 en 20.

Maar is de questy meetkunstig, zoo kan men de lengte van de lijn, die wy z genoemt hebben, vinden met *in Fig.* 33. NL gelijk $\frac{1}{2}a$ te nemen, en daar mede de boog LPO te trekken, en dan LM rechthoekig op NL te voegen, zoo lang als b, en uyt M de rechte MPO te halen, evenwydig aan NL, om dat dan MP, of ook MO, de ware lengte van z zal wesen, waar uyt dan de driehoek openbaar is: of men kan dese driehoek zelfs vinden, als men *in Fig.* 34. op AC een halfront maakt, en uyt A de lijn AM trekt, zo lang als b, en rechthoekig op dese AC, en dan MB haalt evenwydig aan AC, snydende het voornoemde halfront in B, B, en dan de lijnen AB, BC trekt, om dat dan ABCA de begeerde driehoek zal wesen.

61. *Een rechthoekigen driehoek te maken, waar van de perpendiculaar, die op de schuynze valt, is gelijk een gegeve lijn a, en de som, of ook het verschil van de benen, is gelijk een ander gegeve lijn b.* (Fig. 35.)

62. *Van zodanigen driehoek is gegeven de schuynze* AC *gelijk* 25, *en de reden van* DC *tot* AB *als* 2 *tot* 5: *de lengte van* BC *te vinden, aanmerkende* BD *voor een perpendiculaar:* komt daar voor $\sqrt{-50+50\sqrt{26}}$.

63. *Een boer heeft een hek,* ABCD, *laten maken, van de welke de kruys latten, lang zijn,* BC 13, *en* AD $19\frac{1}{2}$ *voet, die den anderen regthoekig snijden in* O: *Vrage na de lengte* AB, AC, *en* DC? *Antwoort* AB *is lang* $2\sqrt{13}$, AC $3\sqrt{13}$, *en* DC $4\frac{1}{2}\sqrt{13}$ *voeten.*



Dewijl de hoeken BAC, ACD recht zijn, en ook de hoeken in O, zo blijkt dat AO midden evenredig is tussen BO en OC, en CO tussen AO en OD; of dat BO, AO, OC, OD gedurig evenredig zijn.

BO ∞x, AO ∞y, 13 ∞a, en $19\frac{1}{2} \infty b$ stellende, zo is OC $\infty a - x$, en OD $\infty b - y$: en daarom zijn

$$x : y : a - x : b - y$$

continue proportionale, en by gevolg is

$yy \infty ax - xx$, en $aa - 2ax + xx \infty by - yy$,

Dese Æquatien op x gereduceert, komt

$$bbxx + aaxx \infty 2a^3 x + bbax - a$$

$$\text{of } x \infty \frac{a^3}{bb+aa}$$

Dat is, $x \infty 4$; en om dat $yy \infty ax - xx$ is, zoo vintmen 6 voor y: en dan is openbaar hoe men alle het overige zal vinden.

64. *In een ront zijn getrokken vier verknochte rechte lijnen* AB, BC, CD, DA: als in de Figuren 36. *waar van dat* AB *lang is* 33, BC 25, CD 16, *en* AD 60: *Vrage zoo de lijnen* AB, DC *verlengt werden tot datze te zamen komen in* E, *of zooze in* E *malkander snyden, hoe lang dat* BE *en* CE *zullen wezen.*

Stellende AB, 33, ∞a, BC, 25, ∞b, CD, 16, ∞c, AD, 60, ∞d; BE ∞x, en CE ∞y, zoo is AE $\infty a \pm x$, en DE $\infty c \pm y$: $+$ in de eerste en $-$ in tweede Figuur.

Om dat de $\square$ en AEB, DEC malkander gelijk zijn, na de 36 en 35 des 3 Euclides, daarom is

$$ax \pm xx \infty cy \pm yy.$$

En om de gelijkheyt van de hoeken CBE, ADE, zijn de $\triangle$ en BEC, ADE gelijkhoekig, om datze in E een hoek gemeen of gelijk hebben, en by gevolg is 't BE tot BC, als DE tot AD

$$x - b = c \pm y - d$$

en daarom $dx \infty bc \pm by$

Deze Æquatien gereduceert op x, men vint

$$x \infty \frac{dbc \pm abb}{dd - bb}, \text{ of } x \infty \frac{\overline{dc + ab}, b}{dd - bb}$$

Hier door vintmen, in de eerste Figuur, voor x 15, en, in de tweede, voor x $1\frac{16}{119}$: voor y, in de eerste 20, en in de tweede $13\frac{33}{119}$.

65. *Twee Progressen te vinden van vier termen, de eene Arithmetisch en de ander Geometrisch, zoodanig als men de Arithmetische trekt van de Geometrische dat de resten zijn* 3, 5, 9, 16.

66. *Van een gegeven lijn b, een rechthoekigen driehoek te maken, welkers inhout zoo groot is als het vierkant van een gegeve lijn a.*

Stelle *in Fig.* 37. AB ∞x, BC ∞y, en de schuynze AC ∞z, zoo is

$z + x + y \infty b$, en $2xy \infty aa$, en $zz \infty xx + yy$

de tw. laatste geadd., k. $zz + aa \infty xx + 2xy + yy$

$$\text{of } \sqrt{zz + aa} \infty x + y.$$

Deze $\sqrt{zz + aa}$, in de eerste Æquaty, gestelt in plaats van $x + y$,

Komt $z + \sqrt{zz + aa} \infty b$

$$\text{of } z \infty \frac{\overline{b+a}, \overline{b-a}}{2b}$$

Uyt de eerste Æquaty blijkt dat $x + y \infty b - z$, of ∞c is,

∞c is, om dat dese $b - z$ nu bekent is: uyt $x + y \infty c$, en $2xy \infty aa$, vintmen

$$xx \infty cx - \tfrac{1}{2} aa$$

Waar door de driehoek openbaar is.

67. *Drie gedurige evenredige te vinden wiens som is* ∞b, *en vermenigvuldigde* ∞a.

Stellende $xx : xy : yy$ voor de begeerde getallen, zo zijnze gedurig evenredig: haar vermenigvuldigde is $x^3 y^3 \infty a$.

$$\sqrt{c.}\ \overline{\qquad}$$

Zoo is $xy \infty \sqrt{c.a} \infty p$, het *middelste*.

Nu is bekent het middelste ∞p, en haar som ∞b

dies is $xx + p + yy \infty b$

of $xx + yy \infty b - p \infty q$

of $yy \infty q - xx$

$$\overline{\qquad\qquad}\ xx$$

of $pp \infty xx$, $yy \infty qxx - x^4$

of $xx \infty \tfrac{1}{2} q \pm \sqrt{\tfrac{1}{4} qq - pp}$, het *eerste*.

of $yy \infty \tfrac{1}{2} q \mp \sqrt{\tfrac{1}{4} qq - pp}$, het *darde*.

Gegeven zijnde $a \infty 216$, en $b \infty 19$, zoo zijn de gedurige evenredige 4, 6, 9.

Anders. Stellende $x : y : z$ voor de begeerde: Zoo is $yy \infty xz$: $x + y + z \infty b$: en $xyz \infty a$.

Uyt de leste vintmen $xz \infty \frac{a}{y}$. Zo is dan volgens de eerste $\frac{a}{y} \infty yy$, of $y \infty \sqrt{c.a} \infty p$, of $yy \infty pp$. Zoo is dan volgens de eerste $pp \infty xz$, of $z \infty \frac{pp}{x}$. Dan toont de tweede dat $x + p + \frac{pp}{x} \infty b$ is, of $x + \frac{pp}{x} \infty b - p \infty q$. en daarom is x en y als hier bov. de xx en yy gevonden is.

68. *Drie zodanige te vinden wiens som van de uytterste is gelijk* a, *en som van haar aller quadraten gelijk* b.

$x : y : z$ voor hen nemende, zoo is

$$yy \infty xz : x + z \infty a : xx + yy + zz \infty b$$

In de darde xz in plaats van yy stellende, om dat die, volgens de eerste, gelijk zijn, zo hebben wy twee vergelijkingen daar maar x en z in zijn, te weten:

$$x + z \infty a, \text{ en } xx + xz + zz \infty b.$$

De eerste met z verm. om hen met de twede, ten aanzien van z, gelijk te maken, komt $xz + zz \infty az$; deze, en de laatste van deze twe, beyde op zz gereduceert, en vergeleken, komt $az \infty b - xx$: de bovenstaande $x + z \infty a$, of $z \infty a - x$, ook met a vermenigvuldigt, k. $az \infty aa - ax$: Zo is dan $aa - ax \infty b - xx$, of $xx \infty ax + b - aa$.

$a \infty 100$, en $b \infty 8000$ gegeven zijnde, zo zijn de begeerde getallen $50 \pm 10\sqrt{5} : 20\sqrt{5} : 50 \mp 10\sqrt{5}$.

69. *Drie andere zodanige te vinden wiens vermenigvuldigde is* 216, *en som der vierkanten* 133.

70. *Drie sulke te vinden wiens som is* a, *en de som der vierkante* b.

Nu is $yy \infty xz : x + y + z \infty a : xx + yy + zz \infty b$.

Uyt de eerste vintmen $z \infty \frac{yy}{x}$, dit in de twee andere in plaats van z gestelt, en gereduceert, komt

$yy \infty ax - xy - xx$: en $y^4 \infty bxx - yyxx - x^4$.

Deze twee tegens den anderen gereduceert, men vint eyndelijk $y \infty \frac{aa - b}{2a}$: maar dit vintmen veel korter, uyt de eerste y zoekende, en het geen hier aan gelijk is in de twe andere stellende, waar voor men dan vint

$$x + \sqrt{xz} + z \infty a : \text{ en } xx + xz + zz \infty b.$$

By de laatste noch xz weerzijts vergadert, men heeft $xx + 2xz + zz \infty b + xz$, uyt elk de $\sqrt{q}$.

komt $x + z \infty \sqrt{b + xz}$

uyt de eerste van dese bl. dat, $x + z \infty a - \sqrt{xz}$ is

dies is $\sqrt{b + xz} \infty a - \sqrt{xz}$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad}\ \sqrt{}$$

$$b + xz \infty aa - 2a\sqrt{xz} + xz$$

of $\frac{aa - b}{2a} \infty \sqrt{xz}$, of ∞y, als voren.

71. *Zoekt vier gedurige evenredige, zoodanig, dat het vermenigvuldigde van het eerste met het tweede is* 10, *en dat van het darde met het vierde is* 2560.

72. *Vier soodanige andere te vinden wiens somme doet* 10, *en de som van hare quadraten* 80.

Stelle voor de begeerde getallen $x + y$, $z + v$, $z - v$, $x - y$. Zo is haar som $2x + 2z \infty 10$, of $x + z \infty 5$, en de som van hare quadraten is $2xx + 2zz + 2yy + 2vv \infty 80$, of $xx + zz + yy + vv \infty 40$.

Dewyl uyt de natuur van de gedurige evenredige, het vierkant van het twede gelijk is aan de rechthoek van 't eerste en darde, en dat van het darde gelijk aan het vermenigvuldigde van het tweede en vierde, zoo volgt dat

$$zz + 2zv + vv \infty zx + zy - vx - vy$$
$$\text{en } zz - 2zv + vv \infty zx - zy + vx - vy \text{ is.}$$

Nu hebben wy zo veel Æquatien als wy'er van noden hebben, maar wy zullen, op dat de bewerking korter zoude vallen, noch een vyfde vinden, met het vermenigvuldigde van de twe middelste gelijk te stellen aan dat van de twee uytterste, waar door wy vinden dat $zz - vv \infty xx - yy$ is, of $zz + yy \infty vv + xx$, en wy zullen, om dat dese uyt de natuur van de evenredigheyt volgt, uyt de twee laatste, die mede daar uyt voortkomen, maar een vinden tot ons gebruyk, aftrekkende de kleenste van de grootste, waar door wy vinden $4zv \infty 2zy - 2vx$, of $2zv \infty zy - vx$.

Uyt $xx + zz + yy + vv \infty 40$, en uyt $zz + yy \infty vv + xx$, blykt dat $zz + yy \infty 20$, en $vv + xx \infty 20$ is, te weten elk gelijk de helft van 40. Nemende dan, van de gevondene Æquatien de alder eerste, deeze twee laatste, en de alderleste, zoo hebben wy

$x + z \infty 5 : zz + yy \infty 20 : vv + xx \infty 20 : 2zv \infty zy - vx$.

Uyt de eerste blykt dat $z \infty 5 - x$ is, hier door z weggenomen in de tweede en vierde Æquaty, komt dat wy hebben,

$yy \infty -5 + 10x - xx : vv + xx \infty 20 : 10v - xv \infty 5y - xy$.

Uyt de leste vintmen $v \infty \frac{5y - xy}{10 - x}$, zijn vierkant in de twede van dese Æquatien gestelt in plaats van vv, en gereduceert, zoo hebben wy noch

$yy \infty -5 + 10x - xx : 2000 - 400x - 80xx + 20x^3 \infty 25yy - 10xyy + xxyy$.

De laatste op yy gebragt, en vergeleken met het gene in de eerste aan yy gelijk is, en gereduceert, komt

$$xx \infty + 14x - 42\tfrac{1}{2}$$

of $x \infty + 7 - \sqrt{6\tfrac{1}{2}}$, dit van 5, rest dat
$z \infty - 2 + \sqrt{6\tfrac{1}{2}}$ is, om dat $x + z \infty 5$ is

$zz \infty\ 10\tfrac{1}{2} - 4\sqrt{6\tfrac{1}{2}}$, dit van 20, rest
$yy \infty\ 9\tfrac{1}{2} + 4\sqrt{6\tfrac{1}{2}}$, om dat $zz + yy \infty 20$ is.

of $y \infty \sqrt{9\tfrac{1}{2} + 4\sqrt{6\tfrac{1}{2}}}$, of $\sqrt{9\tfrac{1}{2} + \sqrt{104}}$

$x \infty + 7 - \sqrt{6\tfrac{1}{2}}$

$xx \infty + 55\tfrac{1}{2} - 14\sqrt{6\tfrac{1}{2}}$, dit van 20, rest
$vv \infty - 35\tfrac{1}{2} + 14\sqrt{6\tfrac{1}{2}}$, om dat $vv + xx \infty 20$ is.

of $v \infty \sqrt{-35\tfrac{1}{2} + 14\sqrt{6\tfrac{1}{2}}}$, of $\sqrt{-35\tfrac{1}{2} + \sqrt{1274}}$:
de beg. get. zijn dan $+7 - \sqrt{6\tfrac{1}{2}} + \sqrt{+9\tfrac{1}{2} + \sqrt{104}}$:
$-2 + \sqrt{6\tfrac{1}{2}} + \sqrt{-35\tfrac{1}{2} + \sqrt{1274}}$:
$-2 + \sqrt{6\tfrac{1}{2}} - \sqrt{-35\tfrac{1}{2} + \sqrt{1274}}$:
$+7 - \sqrt{6\tfrac{1}{2}} - \sqrt{+9\tfrac{1}{2} + \sqrt{104}}$:

73. *Van een rechtlinische driehoek* (als de Figuren 38.) ABCA *is gegeven de basis* BC $\infty 2a$, *de som der benen*, BA *en* AC *te samen*, *gelijk* b, *en het verschil tussen de perpendiculaar* AD *en de schuynze* AC ∞c: *Vrage na* AB, AC.

Laat G het midden van BC wezen.

Stellende AD ∞x, en DG ∞y, zo is AC $\infty x + c$, DC $\infty a + y$, DB $\infty a - y$, of $\infty y - a$, en AB $\infty b - c - x$.

Men vint lichtelijk, om dat van de driehoeken, ABDA, ACDA, alle de zyden afgebeelt zijn, twee Æquatien, en daar in door reducty de y overlatende.

$$yy \infty + \frac{4ac}{b}y + bc - 2ay - cc - aa$$

De Questy telkunstig zijnde, en gegeven wezende $2a \infty 21$, $b \infty 33$, en $c \infty 8$, zoo is.

$$yy \infty - 10\tfrac{8}{11}y + 89\tfrac{3}{4}$$

Of $y \infty 5\tfrac{1}{2}$, en daar door vintmen $x \infty 12$, dies is AB 13, en AC 20.

Maar de Questy meetkunstig zijnde, zoo moet men hen vergelijken met

$$yy \infty - py + qq$$

Wy zeggen $-py$, om dat $2a$ grooter is als $\frac{4ac}{b}$

b

of $2ab$ grooter als $4ac$

$2a$

of b grooter als $2c$, dat kenlijk is.

Dan is $\tfrac{1}{2}p \infty a - \frac{2ac}{b}$, en $q \infty \sqrt{bc - cc - aa}$

Het geene hier gelijk is aan $\tfrac{1}{2}p$, en aan q, gevonden hebbende, zo is openbaar hoemen y zal vinden: maar het lust ons om dese volkomen op te lossen, op een wyse die wel hier uyt volgt, doch zoo niet of se heeft noch iets besonders in, 't welke men door geen regel kan doen zien: men vint hen alleenlik door schikking, en dat zeer gevallig, zulks dat hier in d'een weynig voordeel heeft boven d'ander: het kost moeyten, en alle Vraagstukken schikken sich niet alle evenwel hier toe: in zommige kan het alleenlijk met aardigheit gebruykt werden. Siet hier onse *Constructi.* Trekt *in Fig.* 39. door G, de perpendiculaar MGS, zulx dat GM is zoo lang als c, en MS als $\tfrac{1}{2}b$: dan beschryft uyt S, met SM als straal, een boog, snydende de verlengde BC in Q. Dan maakt de pees MP zoo lang als GC; en, getogen hebbende SP, zo haalt GT evenwydig aan MP. Dan beschryft op QG een half ront, en trekt daar in QN gelijk GB, en maakt NR gelijk GT. Dan uyt R, met RN als straal, een boog NG, snydende GR in O: dan neemt GD gelijk GO. Dan haalt door D, op BC rechthoekig, ADX. Dan CV neerwaarts, evenwydig AX, zoo lang als $\tfrac{1}{2}c$, en meet af DX gelijk $2\tfrac{1}{2}c$. Dan trekt XV, en op dese rechthoekig VA, snydende de verlengde XD in A: dan AB, AC, zoo is ABCA de begeerde driehoek, dat men dus probeert.

SM MP SG

$\tfrac{1}{2}b - a = \tfrac{1}{2}b - c$: k. $a - \frac{2ac}{b} \infty$ GT $\infty \tfrac{1}{2}p \infty$ NR

GZ $\infty b - c$, verm. met GM ∞c, k. $bc - cc \infty \square$GQ
$aa \infty \square$GN

afg.

Rest $bc - cc - aa \infty \square$GN

Zoo is dan $\sqrt{bc - cc - aa} \infty$ GN ∞q: en dewyl NR $\infty \tfrac{1}{2}p$ is, daarom is GO, of GD ∞y: voorts dewyl $cc + 2cx$ is $\infty aa + 2ay + yy$, dat is
$\infty \square$DC $\infty \square a + y$

en om dat XVA recht is, daarom is 't

XY DC, of YV YV YA
$2c$ — $a + y$ — $a + y$ —.
* verm.

komt $cc + 2cx$
* $2c$

$\tfrac{1}{2}c + x \infty$ YA
$\tfrac{1}{2}c \infty$ YD

afg.

Rest $x \infty$ DA

en daarom is ABCA de begeerde driehoek.

74. *Van de driehoek* Fig. 40. *is* ABC *recht*; *en is gegeven* DC ∞ a, *en* FC ∞ b: *Vrage na de driehoek*: *aanmerkende* BD *voor een perpendiculaar*, *en* BF *zoo lang als* AB.

Stellende AB ∞x, AD, of DE ∞y, en BD ∞z: men vint lichtelijk.

$xx \infty yy + zz : bb + 2bx + xx \infty aa + zz$: en $zz \infty ay$

Deze op x reducerende, zoo verkrijgt men

$$\left.\begin{matrix} x^4 + 4bx^3 + 6bbxx + 4b^3x + b^4 \\ -2aaxx - 2aabx - 2aabb \end{matrix}\right\} \infty o$$

De-

Dewijl deze niet kan gedeelt werden door $x \pm b$, zoo neme uyt hen de tweede term weg, vinde dan

$$y^4 * - 2aayy + 2aaby - aabb \infty 0$$

En dan is $y - b \infty x$, of $y \infty b + x$, dat is, y zo groot als de zyde B C: deſe gebragt tot een cubicq Æquaty, om te zien of ze uyt twee vierkante kan te zamen geſet weſen, komt

$$\left.\begin{array}{l} z^6 - 4aaz^4 + 4a^4 \quad zz - 4a^4bb \\ \qquad\qquad + 4aabbzz \end{array}\right\} \infty 0$$

En dewijl deſe ook niet deelbaar is door $zz \pm$ eenige bekende quantiteyt, waar door de leſte term, $4a^4bb$, deelbaar is, zoo blijkt dat het voorſtel lichamelijk is, of dat het door geen cirkel kan ontbonden werden.

Vergelijkende dan $y^4 \infty * + 2aayy - 2aaby + aabb$
met $y^4 \infty * + apyy - aaqy + a^3r$

Zoo is $p \infty 2a$: $q \infty 2b$: en $r \infty \frac{bb}{a}$: a, of de lijn DC voor de eenheit nemende.

Hebbende dan *in Fig.* 41. op A D als As, met a, of D C als rechte zyde, getogen de parabole A G, zoo moet men A D zoo lang nemen als $1\frac{1}{2}$ maal DC, en uyt D de perpendiculaar D E rechten, zo lang als F C: dan E A S getogen hebbende, en A S ∞ D C, en A R ∞ de derde evenredige tot a en b nemende, zoo moet men op R S een halfront maken, en uyt A de rechthoekige A H haalen: het ront dat dan uyt E door H getogen wert, de parabole, aan de andere zyde van de As als E is, in G ſnydende, zoo is de perpendiculaar GK ∞y, of is de zyde B C: waar door de reſt openbaar is.

Indien de Queſty telkunſtig is, en gegeven was DC ∞ 5, en F C ∞ 2, zoo zoumen vinden $x^4 + 8x^3 - 26xx - 68x - 84 \infty 0$, en gewaar worden dat deze ondeelbaar was door $x \pm$ eenig getal: en hen tot een cubicq Æquaty brengende, zou men verkrygen $z^6 - 100z^4 + 2900zz - 10000 \infty 0$, en ook bevinden dat deze ondeelbaar was door $zz \pm$ eenig getal, en alzoo magmen beſluyten dat de gevondene Æquaty $x^4 + 8x^3 - 26xx - 68x - 84 \infty 0$ ondeelbaar is, en by gevolg dat de wortel moet gevonden werden door nadering, of ook wel op de bovenſtaande wyze, hebbende alvorens DG in vijf gelyke delen verdeelt, nemende AD $\infty 7\frac{1}{2}$, DE ∞ 2, A S ∞ 5, en A R $\infty \frac{4}{5}$ van deſe deelen, dan zouden de deelen, die KG van deſe begreep, aanwyzen het getal dat aan B C moet toege-eygent werden: doch dit is eer ſpeculatief als practice. De vinding door nadering zal de hoegrootheyt van de wortel beter aanwyzen.

III. Hooftstuk.

Van de ontbinding der Queſtien waar in de Æquatien middelijk gevonden werden.

Als in een Vraagſtuk de Æquaty, of de Æquatien, door middelen moeten gevonden werden, zoo moet'er al groote omzichtigheit gebruikt werden om deze middelen te vinden, en voornamelijk wanneer ſe wat ver van de hant af zijn: nu is het niet genoeg dat men nauwe toeſicht neemt op de natuur van het gegevene en ook van het begeerde, en beſiet welke eygenſchappen daar uyt voortkomen, maar men moet noch andere tuſſenheden vinden die in de Queſty niet uytgedrukt ſtaan, door welkers middel de gegevene en de begeerdens, met bekende hoedanigheden, aan een gebonden zijn, of van den anderen af hangen; en om dat deſe tuſſenpalen t' elkens anders en anders zijn, naar dat de Queſtien anders en anders vallen, zoo kan men, om deſe middelen te vinden, geen regelmaat voorſchrijven, maar men moet, in yder vraagſtuk, daar toe nauwe toezicht gebruyken: en om dat de vinding van deze veel van het geval, of van de loping der gedachten, af hangt, die men met geen andere toom kan teugelen, als met op de natuur van het voorgeſtelde te doen denken, zoo kan men niet anders als dit recommanderen. Veeltijds zal men hier van afwijken wat pooging men ook doet; en als men 'er al by blijft, zoo zal men menigmaal een verkeerde weg inſlaan; en wanneer men al op de rechte weg is, zoo ſal men by wijlen die niet tot den eynde toe uythouden: men zal dan veelmalen, wat aandacht men ook gebruikt, op die tijt de vereyſchte Æquatien niet vinden, welke men op een ander tijt, beter invallen treffende, met gemak, en ook wel veel korter, bekomt: en hier om moet men de moet niet terſtont laten vallen, wanneer het ten eerſten juyſt niet wil gelukken, maar men moet het werk op een ander tyt, wanneer men fris van geeſt, en luchtig van gedachten is, hervatten: als men gevoelt dat de geeſt altijt omtrent het zelfde blijft hangen, of dat men begint te malen, dat is, dat de invallen wel een keer ſchijnen te willen nemen, maar dat men bevint dat zy terſtont weer op het zelfde uyt komen, zoo moet men voor al uyt ſcheyden, en, op een andere tijt dit weer by der hant nemende, zoo moet men het vorige niet licht weer op halen, om de oude rosmeulen niet weer te doen lopen, maar men moet trachten een andere weg in te ſlaan; de natuur van de zaak, als gerecommandeert is, altijt voor oogen houdende.

Dit is het generale dat men in deſe kan voor dragen, het particuliere is, dat deſe tuſſen palen, of deſe middelen, waar door men de Æquatien bekomt, veel tijts in de telkunſtige Queſtien is een vierde evenredige, of een darde, of een middenevenredige, en in de meetkunſtige vraagſtukken, datſe daar in *veeltijts zijn* perpendicularen, paralellen, en zomtijts ook ronden, of andere krommelijnen: om dit met vrucht te doen, zo moet men pogen zoodanige te trekken die de eygenſchappen van de Queſty bepalen, of die de geene, die door tekens, bekende of onbekende, alrede afgebeelt, en ook alrede zoodanig gevonden zijn, aan den anderen zoodanig voegen, dat hare relaty, of hare betrekking, door een bekende eygenſchap, kenbaar is. En om dat dit dingen ſijn van dewelke men niet wel een goede bevatting kan hebben, als naar dat men hen heeft

heeft zien toe-eygenen, daarom zullen wy eenige voorbeelden ſtellen, waar in wy het gezeyde zullen toepaſſen: maar laat ons eerſt noch een weynig nauwer bepalen de betrekking in de meetkunſtige voorſtellen, waar in by na al de ſwarigheyt gelegen is, op dat men niet genootzaakt werde t'elkens een zelfde zaak op te halen.

Weet dan dat de betrekking bepaalt wert door zodanige lijnen, of door grootheden, die tuſſchen die dingen, waar van ze de relaty zullen afmeten, maar enkelt konnen weſen, dat is, die geen andere als deſe toelaten.

Om deſe reden wert de betrekking van een punt tot een punt afgemeten door de rechte lijn die van de eene tot de andere getrokken wort: van een punt tot twee punten door de geene die tuſſen deſe gehaalt werden; maar wert met meerder vrucht ook bepaalt door de perpendiculaar die uyt de eene valt op de lijn die door de twee andere gaat, en door de deelen van deſe laatſte begrepen tuſſchen de loot-lijn en de twee laatſte punten. De relaty van de punten A, B en C *beſiet de Figuren van* 42 *tot* 47. wert afgemeten door de lijnen AB, BC, CA, maar ook, dat meer te pas komt, door de perpendiculaar BD, en de deelen AD, CD.

De betrekking van een punt tot een lijn wort bepaalt door de perpendiculaar die van dit punt op deſe lijn getrokken wort, om dat geen andere aan deſe konnen gelijk weſen: en het is evenveel of de lijn recht of krom is. De relaty van het punt B tot de lijn AC, wert afgemeten door de perpendiculaar BD: waar uyt volgt, indien AC een kring is, dat BD, of zijn verlengde, moet gaan door de midſtip. En om dat hier uyt openbaar is dat de betrekking, die een punt tot de beenen van een rechtlinſchen hoek heeft, bepaalt wert door de twee loot-lynen die uyt dit punt op deſe benen vallen, zo is het echter zulx datze ook afgemeten wert door de lijnen die men uyt dit punt trekt evenwydig aan de beenen tot de beenen: gelijk hier het punt B, tot AD, AC, door de lijnen BD, BC, of door BC, CA, of door BD, DA.

In een rout moet men altijt waarnemen het centrum, en poſeren de lengte van de halve middellijn: in een parabole de rechte zyde, in een hyperbole, en ook in een Ellipſis, de rechte en verkeerde; en in deſe drie laatſte ook wel de Diameter, de applicata, en de hoek daar mede zy de Diameter ſtoot, om dat dit zaken zijn die hen bepalen.

Als men lijnen wil trekken, paralel aan andere, zo poogt men dit aan zodanige te doen die alrede door merktekenen afgebeelt zijn, om dat men daar door, veeltijts, merkelijk in zijn oogwit zal vorderen.

Nu dan tot voorbeelden, die ons het gezeyde niet alleenlijk beter zullen doen bevatten, maar ook maken zullen dat wy het beter zullen onthouden. Vele van deſe zullen wy geheel oploſſen, om reden die hier voren daar van gegeven is.

75. *Een Koopman, op Intereſt nemende* 600. *gl., betaalt daar voor, ten eynde van twee Jaren,* 661 *gl.* 10 *ſt., rekenende elke Jaar intereſt van de vervallene intereſt: Vrage hoe hoog de intereſt ten hondert in 't Jaar is gerekent? Antwoort tegens* 5.

Dewijl wy weten, dat men vint wat men ten eynde van de twee Jaren voor kapitaal en intereſt betalen moet, op de volgende wyze, x ſtellende voor kapitaal en intereſt van 100 in een jaar.

$$100 — x — 600 ? \text{ k. A. kap. en inter. over 1 Jaar.}$$
$$\text{en dan: } 100 — x — A ? \text{ k. } 661\tfrac{1}{2} \text{ gl. ditto over 2 Jaren.}$$

Zo zien wy dat een vierde evenredige, die hier A is, als middel moet gebruykt werden om de afgebeelde en bekende door evenredigheyt aan een te binden, en by gevolg, deſe $\infty\, y$ ſtellende, dat men heeft twee Æquatien, te weten zoo veel als 'er van noden zijn, om dat $100 : x : 600 : y$, en $100 : x : y : 661\tfrac{1}{2}$, evenredig zijn, en dat overzulx $100\, y$ is $\infty\ 600\, x$, of $y \infty 6\, x$, en ook $x\, y \infty 66150$: uyt de laatſte, de y weg genomen, blijft $6\, xx \infty 66150$, of $x \infty 105$, kapitaal en intreſt van 100 in een jaar, dies is 5 de begeerde Intereſt.

Men had a gemakkelijk konnen vinden ſonder y daar voor te ſtellen, en men zou daar voor $6x$ bekomen hebben, en by gevolg zou men, in de twee vergelyking, dit in plaats van a ſtellende, vinden $6\, x\, x \infty 66150$.

Zoo men letters in plaats van de getallen ſtelt, zoo zal men, daar men nu alleenlijk de Queſty oploſt, dan een regel vinden waar door men alle zodanige vraagſtukken ſolveert.

$600 \infty a : 661\tfrac{1}{2} \infty b$: en $100 \infty c$ ſtellende, mits x nemende voor 't zelfde van hier boven, zo is 't

$$c — x — a ? \text{ komt } \frac{ax}{c}, \text{ kap. en Int. over 1 jaar.}$$

$$\text{en dan, } c — x — \frac{ax}{c} ? \text{ komt } \frac{axx}{cc}, \text{ ditto over 2 jaar.}$$

$$\text{dies is } \frac{axx}{cc} \infty b, \text{ of } x \infty \sqrt{\frac{bcc}{a}}.$$

Hier uyt ziet men, niet alleen in dit, maar ook in alle zodanige Vraagſtukken, daar in het 2 jaren gelopen heeft, dat men het laatſte kapitaal met het vierkant van 100 moet multipliceren, en, dit product door het eerſte kapitaal gedeelt hebbende, dat men uyt het quotient de $\sqrt{q}$. moet trekken, om het kapitaal en een jaar Intereſt van 100 te bekomen, dewyl men a en b zoo hoog kan ſtellen als men begeert. En men ziet niet alleen dit, maar ook, uyt de manier der bewerking, dat de laatſte vierde evenredige, die gelijk aan het laatſte kapitaal is; die hier $\frac{axx}{cc}$ is, zal moeten beſtaan uyt een breuk, daar van de teller voort gekomen is uyt a, het eerſte kapitaal, vermenigvuldigt met zoo veel malen de x als het jaren op Intereſt geſtaan heeft, om dat men klaarlijk ziet, uyt de voornoemde bewerking, dat dit in elk jaar met een x vermeerdert, en dat de noemer zal beſtaan uit zo veel malen de c met den anderen vermenigvuldigt, als het jaren geſtaan heeft, en dat om de zelfde reden: en by gevolg, dat het gene aan x gelijk is, dewijl het bekende, in de reducty, flecht het onderſte boven keert, en de teller dan met b noch vermenigvuldigt wert, zal beſtaan

ſtaan uyt een quantiteyt, die te kennen geeft, dat men het laatſte kapitaal, met zo veel malen 100 moet vermenigvuldigen als het eerſte Jaren op Intereſt geſtaan heeft, dat men dit product dan moet deelen door dit eerſte en dat men uyt het quotient zoodanigen wortel moet trekken als de Jaren aan wyzen, te weten $\sqrt{}^2$ als het 2, $\sqrt{}^3$ als het 3, en $\sqrt{}^4$ als het 4 Jaren geſtaan heeft, en dat deſe wortel dan het kapitaal en Intereſt van 100 in een Jaar zal weſen.

Wy zien dan niet alleenlyk, dat de eerſte manier, die de Oude gebruykt hebben, maar ſimpelijk de voorgeſtelde Queſty ſolveert, en dat de tweede een regel aan wyſt hoedanig men alle zoodanige Vraagſtukken zal ontbinden, maar ook met eenen hoe men alle die van zoodanigen natuur zijn, kan bewerken, ſchoonſe eenig verſchil hebben, gelijk in deſe de Jaren: doch dit laatſte wert alleenlijk bekent uyt de manier der bewerking, gelyk nu even getoont is.

76. *Als 1200 gl. 4 Jaren zodanig op Intereſt geſtaan heeft, en dat men, ten eynde van die tijt voor kapitaal en Intereſt ontfangt 1756 gl. 18⅕ ſt., zoo vintmen dat de Intereſt gerekent is tegens 10 ten hondert in 't jaar,* dewyl dan $x \infty \sqrt{}\sqrt{}\frac{bc+}{a}$ is, of ∞ 110.

Vergeef het my dat ik deſe manier van doen, met alvorens de middelen te verwittigen, die gebruykt moeten werden, om tot de vereyſchte Æquatien te geraken, als voor my zeer moeylijk zijnde, nalate, en ik een ander weg inſlaa, hen eerſt vindende, en u dan zulx voordragende, dat my gemakkelijker is, en u het zelve voordeel zal bybrengen.

77. *Een Dienſtmaagt, ter markt gaande, om te kopen appelen en peeren, bevint dat 10 appelen koſten 1 ſt. en 25 peeren 2 ſtuyvers: Vrage hoe veel zy van elks moet kopen, om te beſteeden 9 en een halve ſtuyver, en om te hebben 100 ſtuks? Antwoort 75 appelen en 25 peeren.*

Stelle de menigte der appelen ∞x, en die van de peeren ∞y.

dan: voor 10 app. geeftſe 1 ſt. wat voor x app.? k. $\frac{x}{10}$ ſt.
en, voor 25 peer. geeftſe 2 ſt. wat voor y peer? k. $\frac{2y}{25}$ ſt.

zoo is $9\frac{1}{2}$ ſt. $\infty \frac{x}{10} + \frac{2y}{25}$ ſt.
50
of $475 \infty 5x + 4y$
ook is $100 \infty x + y$

Hier door vintmen $x \infty 75$, de *appelen*,
dies is $y \infty 25$, de *peeren*.

De middelen zijn hier de $\frac{x}{10}$ en de $\frac{2y}{25}$, door welkers ſom de vergelijking gevonden is, als gelijk zijnde aan het geene beſteet moet werden.

78. *Een Koopman, geladen hebbende twee ſchepen met wijn, in het eene ſchip 150, en in het ander 240 vat, by een tol komende, betaalt voor het eerſte ſchip een vat wijn en ontfangt 6 gl. te rug, en voor het tweede mede een vat, en daar en boven noch 18 gl. Vrage op hoe veel guldens het vat is gerekent geweeſt? Antwoort op 46 gulden.*

Stelle x voor de waarde van een vat, en y voor de tol die hy voor een vat gegeven heeft: zo is 't
voor 1 vat bet. hy y, wat voor 150 Vaten? k. $x - 6$
– – wat voor 240 Vaten? k. $x + 18$

Men vint, door vermenigvulding van de uytterſte en middelſte.

door de eerſte proporty $x - 6 \infty 150y$
door de twede proporty $x + 18 \infty 240y$
hier door krijgtmen $x \infty 46$.

De middel, om tot deze Æquatien te komen, is geweeſt dat wy y ſtelden voor de guldens die voor een vat wijn aan tol betaalt is, daar door waren de proportien, en uyt deſe de Æquatien, openbaar.

79. *Als 12 appellen en 15 peeren koſten 3, en, ten zelven prijſe, 10 appelen en 50 peeren 5 ſtuyvers: hoe veel appelen koſten een ſtuyver, en ook hoe veel peeren? Antwoort 6 appelen koſten 1 ſt., en 15 peeren mede zoo veel.*

80. *Gegeven zijnde een halfront*, als Fig. 48. *en, in de middellijn, de punten* B *en* D, *even ver van de midſtip* C: *het punt* A *te vinden, waar uyt dat men de lijnen* AB, AC, AD *mag trekken, zoodanig dat ze gedurig evenredig zijn.*

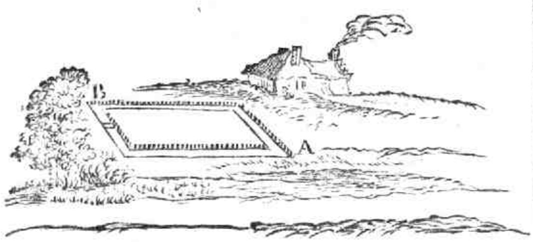
Dewijl het halfront gegeven is, en ook de punten B en D, zoo is dan bekent AC ∞a; BC, en ook CD ∞b; AB ∞x, en AD ∞y ſtellende, zoo is daar door openbaar dat $aa \infty xy$ is, dat een Æquaty is, maar wy moetender twee hebben. Van de Driehoeken BACB, DACD zijn wel alle de zijden bekent, maar dit formeert geen Æquaty: wy moeten dan naar middelen om zien om deſe te bekomen. Indien men de perpendiculaar AE trekt, en die ∞z, en CE ∞v ſtelt, zoo is BE $\infty a - v$, en ED $\infty a + v$. Nu hebben wy drie rechthoekige driehoeken, waar van alle de zijden afgebeelt zijn, dat by gevolg drie Æquatien verwekt, die wy nu van doen hebben, om dat wy noch twee onbekende Quantiteyten genomen hebben.

uyt BAEB vintmen $xx \infty aa - 2av + vv + zz$
uyt DAED vintmen $yy \infty aa + 2av + vv + zz$, en
uyt CAEC vintmen $aa \infty zz + vv$.

Zulx dat wy nu zoo veel Æquatien gevonden hebben als wy van doen hadden, en dat alleenlijk door middel van een perpendiculaar te trekken. De Æquatien op v reducerende men vint $v \infty \sqrt{\frac{1}{4}bb + \frac{1}{2}aa}$, en daarom het punt A op deſe wijſe. Maakt *in Fig.* 49. op CG een halfront, en trekt, uyt het centrum H, de perpendiculaar HF: dan FG: dan FI $\infty \frac{1}{2}$ CD: dan uyt C door I een ront, ſnijdende de middelijn in E: dan de perpendiculaar EA, ſtootende de omtrek in A zo is A het begeerde punt, en AD, AC, AB de begeerde lynen: want het □ CF is $\infty \frac{1}{2}aa$: en 't □ FI $\infty \frac{1}{4}bb$, dies is CI, of CE $\infty \sqrt{\frac{1}{4}bb + \frac{1}{2}aa}$.

81. *Van de driehoek* Fig. 50. *doet* AB 15, AC 13, AG $\sqrt{148}$, *en* BG *is* ∞ GC: *Vrage na* BC? *komt*

82. *Indien van de zelve gegeven is* BG $7\frac{1}{2}$, GC $6\frac{1}{2}$, AG $\sqrt{146\frac{1}{4}}$, *mits dat* AG *de hoek* BAC *deelt in tweën gelijk, zoo wert gevraagt na de lengte van* AB *en* AC.



83. *Een Heer hebbende een rechthoekig ſtuk Lants* AB *lang* 80 *en breet* 50 *roeden; begeert daar in een Vyver te laten graven, 7 voeten diep: zulx dat de aarde, uit deſe Vijver komende, het blijvende Lant, dat overal even breet moet weſen, verhoogt 2 voeten: Vrage na de breete van dit blijvende lant? Antwoort* $32\frac{1}{2} - \surd\, 278\frac{7}{16}$, *of na genoeg* $15\frac{5}{8}$ *roeden.*

84. *Een gelijkzydigen driehoek* als Fig. 51. *te maken, wiens grootte even is aan de rechthoek van twee gegeve lijnen p en q.*

Hier in konnen wy mede niet vorderen zonder middel van de perpendiculaar C D te trekken: deze deelt de baſis AB in tween gelijk, om dat AC gelijk BC is. Stellende AD, of D B $\infty\ x$, zoo is A B, AC, BC elk $\infty\ 2x$; en CD $\infty\ y$ nemende, zoo is, door de driehoek ADCA, openbaar dat $4xx \infty xx + yy$ is, en, om dat het vermenigvuldigde van AD met CD de inhout van de driehoek geeft, zoo blijkt dat $xy \infty pq$ is.

Men had de perpendiculaar niet behoeven te trekken, indien men de inhout van de driehoek wilde vinden door middel van de drie zijden, welkers regel ymant niet licht zoude invallen te gebruyken, en ook veeltijts niet weten. Dus

$3x - 3x - 3x$ halve ſom der 3 zyden
$2x - 2x - 2x$ elke zyde

$\underbrace{x - \quad x - \quad x}$, vermenigvuldigt.
komt x^3
3 x halve ſom.
verm.
$3x^4$
$\surd$
komt $xx\surd 3 \infty pq$, de inhout.

Door deſe middel had men de trekking van de perpiculaar in het 80ſte voorbeelt konnen ontgaan, om dat alle de zyden afgebeelt waren, en om dat de inhouden van de $\triangle$ en BACB, DACD gelijk zijn, ter oorſake datſe even hoog zijn, en gelijke gronden hebben, waar op men een Æquatien hadde konnen formeren, zonder een onbekende quantiteyt meerder te ſtellen: maar deze bewerking zoude vry wat moeilijker hebben gevallen.

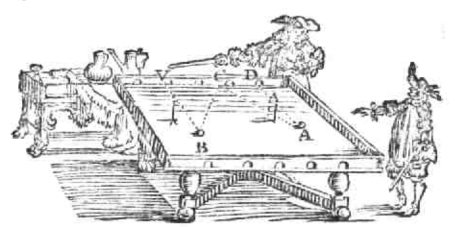
85. *Van een gelijkzijdigen driehoek, is de eene zijde of de baſis, verlengt 6 roeden, en dan is de afſtant van de top des driehoeks en het uytterſte van dit verlengſel,* 10 *roeden: Vrage na de zyden des driehoeks? Antwoort* $-3 + \surd\, 7$.

86. *Gegeven zijnde drie oneindige te zamen komende lijnen*, AB, AC, CB als Fig. 52. *uit een punt van een der zelver, als uit* D, *twee perpendicularen te trekken op de twee andere, als* DG, DH, *welke te zamen zoo lang zijn als een gegeve lijn p.*

Men moet weten dat AB, AC, en BC bekent zijn, om dat de lijnen gegeven zijn; en ook de perpendicularen BF, CE, die evenwydig zijn aan DG, DH, waar door men driehoeken bekomt die met andere gelijkhoekig zijn: als FCBF met GCDG, en ECBE met HDBH, zulks dat de zyden van de twee eerſte, en ook van de twee laatſte evenredig zijn.

Stellende C B $\infty\ a$, B F $\infty\ b$, CE $\infty\ c$: DG ∞ x, en DB $\infty\ y$, zoo is DH $\infty\ p -$ x, en daarom

CE BC DH DB
$c - a = p - x - y$: dies $cy \infty ap - ax$
BF BC DG DC
$b - a = x - a + y$: dies $ab + by \infty ax$.



87. *In een Troktafel zijn twee ballen* A *en* B: *men begeert de bal* A *te ſpeelen, of te ſlaan tegen de bal* B: *Vrage, indien 't in geen rechte lijn geſchieden kan, door hindernis van de poort, of van de pen, waar de ſtuyting* C *zal moeten geſchieden, om de bal* B *te raken?*

Aanmerkt AD, BV voor perpendicularen; en meet of haare lengte; gelijk mede D V: A D $\infty\ 2\frac{1}{2}$; B V ∞ 3, en DV ∞ 5 voet vindende, zoo vintmen daar door D C $\infty\ 2\frac{3}{11}$ voet, conſidererende dat de hoeken A C D, BCV gelijk zijn uyt kracht van de weerſtuyting.

88. *Gegeven ſijnde een hoek* CBD, als de Figuren 53. *en een ſtip* A *binnen of buyten deſe hoek: binnen deze hoek een lijn* CD *te trekken, gaande door* A, *of ſtrekkende daar na toe, zulks dat hy zoo lang is als een gegeve lijn p.*

Stelle AD ∞ x, zoo is AC $\infty\ p -$ x, als A binnen de hoek gegeven is.

Trekke tot middelen, om een Æquatie te vinden, *in de Figuren* 54. AH evenwydig aan B D; AI zoodanig aan C B, en A K rechthoekig op B D; de twee laatſte om de hoek en de lijn A D te bepalen, en de eerſte om B C te binden: en dewijl deze hare lengte vaſt is, om dat A gegeven is, zoo ſtelle A H $\infty\ g$, K I $\infty\ f$, en A K $\infty\ e$; voorts I D $\infty\ y$, zoo is K D $\infty\ y - f$.

Om dat van de $\triangle$ AKDA de h. K recht is, daarom is
$yy - 2fy + ff + ee \infty$ xx
of $yy - 2fy + nn \infty$ x x: ſtelllende AI $\infty\ n$.

En

En om dat de △ en AIDA, CHAC gelijkhoekig zijn, daarom is 't

$$p - x \text{———} g = x \text{———} y$$

Of $py - xy \infty gx$, of $y \infty \frac{gx}{p-x}$, dit in de eerste Æquaty in plaats van y, en zijn vierkant in plaats van yy stellende, en gereduceert, men heeft

$$\begin{aligned} x^4 - 2px^3 + ppxx + 2pfgx - pp\,nn \infty 0 \\ - ggxx + 2pnnx \\ - nnxx \\ - 2fgxx \end{aligned}$$

Of, stellende AB ∞s, om dat zijn vierkant $ss \infty gg + nn + 2fg$ is,

$$\begin{aligned} x^4 - 2px^3 + ppxx + 2pfgx - pp\,nn \infty 0 \\ - ssxx + 2pnnx \end{aligned}$$

dewijl deze s s niet in de laatste term is, en maar eens gevonden wert, daarom is de Æquaty ondeelbaar volgens de twaalfde Regel van de Heer I. Hudde.

89. *Gegeven zijnde een parabole; een punt in de As; en een perpendiculaar op deze As: een lijn uit het gegeve punt te trekken tot de voornoemde perpendiculaar, zoodanig dat het stuk van de zelfde, begrepen tussen de perpendiculaar en de parabole, zoo lang is als een gegeve lijn.*

90. *In een gegeve ront een driehoek te maken van een gegeven Inhout, wiens zyden gedurig evenredig zijn.*

Laat *in Fig.* 55. ABCA de begeerde driehoek wezen, en AEBCA het gegeve ront, daar af CE de middel lijn is.

Trekke, tot vinding van de Æquatie, de perpendiculaar CD.

Stelle CE ∞a, de inhout ∞bb, en de drie zyden AC ∞xx, AB ∞xy, en BC ∞yy, zoo zijn deze zyden gedurig evenredig: blijft over dat de inhout is ∞bb.

Wy weten dat CE tot CA is als CB tot CD

dat is $a - xx - yy$? k. $\frac{xxyy}{a} \infty$ CD

$xy \infty$ AB

verm. ———

komt voor de dubbelde Inhout $\frac{x^3y^3}{a} \infty 2bb$

of $x^3y^3 \infty 2abb$

$\sqrt{c.}$ ———

$xy \infty \sqrt{c.}\,2abb$

$b \infty$ eenheyt. of $xy \infty \sqrt{c.}\,2a$

De lengte van xy gevonden hebbende, zo is de perpendiculaar CD daar door openbaar, en by gevolg mede de driehoek.

91. *Een gegeve lijn* AB *zoodanig te deelen in* C *dat de gelijkzijdige pyramide op* AC *even is aan de cubicq op* CB.

Aanmerkt, *in Fig.* 56. ADCA voor de basis van de Pyramide, L voor zijn top, en LN voor de hangende uyt deze top. Trekkende DNV, zoo is die rechthoekig op AC, en deelt hen in tween gelijk, en NV is als de helft DN, dat alles kenbaar is.

Stelle AV, of VC ∞x, zo zijn alle de zyden van de Pyramide $\infty 2x$, en CB $\infty a - 2x$, de heele AB ∞a nemende: vorders

$2x \infty$ AD

——— $\sqrt{}$

$4xx \infty \square$ AD

$xx \infty \square$ AV

———

$3xx \infty \square$ DV

$\sqrt{}$ ———

$\sqrt{3xx} \infty$ DV ——— $\sqrt{3xx} \infty$ DV

3 ——— 2 $\qquad x \infty$ AV

$\sqrt{\frac{4}{3}xx} \infty$ DN $\qquad$ ——— verm.

——— $\sqrt{}$ $\qquad \sqrt{3x^4} \infty$ Inh. ADCA

$\frac{4}{3}xx \infty \square$ DN

$4xx \infty \square$ DL

———

$2\frac{2}{3}xx \infty \square$ LN

$\sqrt{}$ ———

$\sqrt{2\frac{2}{3}xx} \infty$ LN

3 ———

$\sqrt{\frac{8}{27}xx} \infty \frac{1}{3}$ LN

$\sqrt{3x^4} \infty$ Inh. ADCA

——— verm.

$\sqrt{\frac{8}{9}x^6} \infty$ Inh. van de Pyramide

of $x^3\sqrt{\frac{8}{9}} \infty$ —

$\sqrt{c.}$ ———

$x\sqrt{qc,\frac{8}{9}} \infty a - 2x$, de zyde van de cubicq.

of $2x + \sqrt{qc,\frac{8}{9}} \infty a$

of $x \infty \frac{a}{2 + \sqrt{qc,\frac{8}{9}}}$.

Om deze x te vinden, zoo maakt *in Fig.* 57. op EF, die men neemt na believen, een halfront, en deelt hen in G, zulx dat FG het negende deel daar af is, of EG de $\frac{8}{9}$; en trekt uyt G de perpendiculaar GH, zoo is EH de $\sqrt{q}$ uyt $\frac{8}{9}$, aanmerkende EF voor de eenheyt. Dan beschryft, op FE als As, uyt M, het midden FE, als top, met FE als rechte zyde, de parabole MN: dan uyt E de perpendiculaar EK, zoo lang als de helft EH: en trekt uyt K als centrum een kring door de top M, die de parabole in N snydende, zoo is de rechthoekige NP de $\sqrt{c}$, uyt EH, of is $\infty \sqrt{qc.\frac{8}{9}}$. Dan verlengt PN tot Q, zulks dat NQ zo lang is als twemaal EF, of NS en SQ eik gelijk EF, en voegt aan Q, QR ∞ de gegeve lijn AB en trekt PR, en, aan deze evenwydig, ST, zoo is

$$\text{QT} \infty x, \text{ om dat hy } \infty \frac{a}{2 + \sqrt{qc\frac{8}{9}}} \text{ is.}$$

Welkers twee voud de lengte van het deel AC aenwijst.

92. *Gegeven zijnde drie lijnen, een ront te trekken, daar in deze drie, aan een gevoegt, konnen getrokken werden, mits dat de lijn, die de losse einden bint, gaat door de midstip.*

Aanmerkt de zaak alrê als gedaan; AB, BC, CD *In de Figuren* 58, 59 *en* 60. voor de gegeve lijnen; AD voor de vierde die door het centrum van het ront gaat, waar in deze getrokken zijn, die de eynden van de eerste en laatste te zamen voegt. De gegevene konnen op drie'erley wyze getrokken worden, gelijk de voornoemde figuren vertoonen.

Laten wy AB $\infty\ a$, BC $\infty\ b$, CD $\infty\ c$, en AD $\infty\ x$ stellen.

Om deze te binden, de lijnen AC, DB getogen hebbende, en van deze, AC $\infty\ z$, en BD $\infty\ y$ stellende, zo zijn de middelen openbaar waar door wy drie Æquatien konnen vinden, om dat alle de getogene door quantiteyten afgebeelt zijn, en ons de Meetkonst toont hoemen zoo veel Æquatien zal vinden.

Om dat van de driehoeken ABDA, ACDA, de hoeken in B, en C, recht zijn, zoo blijkt dat

$yy \infty xx - aa$

en $zz \infty xx - cc$ is.

verm.

of $yyzz \infty x^4 - aaxx + aacc$ is.
$\qquad\qquad - ccxx$

En uyt ons 50ste Voorstel van de Meetkonst, volgt dat

$+zy \infty bx + ac$ is in de 1 fig.

$+zy \infty bx - ac$ —— 2 fig.

$-zy \infty bx - ac$ —— 3 fig.

√

$yyzz \infty bbxx \pm 2abcx + aacc$

$+$ in de 1, en $-$ in de 2 en 3 fig.

En by gevolg is

$$\left.\begin{array}{l} x^4 - aaxx + aacc \\ \quad - ccxx \end{array}\right\} bbxx \pm 2abcx + aacc$$

$$\text{of } x^3 \infty \begin{array}{l} aax \\ bbx \\ ccx \end{array} \pm 2abc$$

overeenk. met $x^3 \infty apx \pm aaq$, 1 en 3 geval.

Vergeleken, komt $p \infty \frac{aa+bb+cc}{a}$, en $q \infty \frac{2bc}{a}$ nemende de lijn a voor de eenheyt.

Hebbende *in Fig.* 61. met a als rechte zyde, een parabole g AG getogen, waar af AK de As is, zo moet men, hebbende AC gelijk $\frac{1}{2}a$ genomen, CD $\infty \frac{aa+bb+cc}{2a}$ neerwaarts nemen, om dat wy hebben $+p$, en de perpendiculaar DE $\infty \frac{bc}{a}$: dan moet men uyt E als middelpunt, door de top A, een ront trekken: deze parabole in de punten, G, G, g, snydende en daar uyt getogen hebben de perpendicularen op de As, zoo zal de gene die aan de zyde daar E is, als g K, de middellijn van het ront op de eerste trekking wezen, dewijl daar in $+q$ is, en de twe andere zal de zelvige op de twe laatste trekkingen zijn, om dat daar in $-q$ plaats heeft.

93. *Gegeven zijnde een halfront: als Fig. 62. in de middellijn het punt* B *te vinden, zulks, trekkende* BA *tot den omtrek zoo lang als een gegeve lijn d, dat* AC *is gelijk aan* BC.

Stelle de middellijn QC $\infty\ 2a$, BC en AC elk $\infty\ x$, en trekken, tot middel om Æquatien te vinden, de perpendiculaar AH, die $\infty\ z$, en HC $\infty\ y$ stellende, zoo vinden wy lichtelijk dat

$dd \infty xx - 2xy + yy + zz$

$zz \infty 2ay - yy$

en $xx \infty zz + yy$ is.

en door reducty $x^3 \infty 2axx - add$

overeenkom. met $x^3 \infty nxx - aaq$, $a \infty$ eenh. nemende dies is $n \infty 2a$, en $q \infty \frac{dd}{a}$.

Hebbende getogen CL rechthoekig op QC, zoo moet men, op die als As, door C als top, met de helft QC als rechte zyde, de parabole RCF halen: dan uyt Q, QR, evenwydig CL, snydende de brander in R; dan RLF rechthoekig door de As, tot dat hy hen aan de andere zyde in F stoot: dan LO, neerwaarts, gelijk de helft QC: dan CO in S in tween gelijk: dan uyt S, de perpendiculaar SE zo lang als $\frac{dd}{2a}$ (dat is gelijk QV, aanmerkende QT $\infty\ d$, en TV voor een hangende) aan de zyde daar LF is: dan uyt E als middelpunt door F, een ront, snydende de parabole aan de andere zyde in G: dan uyt G, GB, evenwydig CL, zoo is B het begeerde punt.

94. *Gegeven zijnde een rechtlinische hoek*, BAC, *als in Fig.* 63. *en een punt* C *in een van de beenen: uyt dit punt* C *een lijn* CB, *tot het ander been, te trekken, zoodanig dat* ACB *tweemaal wyer is als* ABC.

Ik haale, uyt A als centrum, met AC als straal, het halfront EDCF, snydende CB in D, zoo is DB ∞ AC, want, DA getrokken hebbende, zo is DBA + DAB ∞ ADC, of ACD, maar DBA is de helft ACD, ergo DAB de andere helft, of DAB ∞ DBA, dies is DB ∞ DA, of ∞ AC.

Getrokken hebbende ED, CF, zoo is EDBE gelijkhoekig aan CFBC, om dat B gemeen, en EDB gelijk CFB is.

stellende AC $\infty\ a$, en BE $\infty\ x$, en CF $\infty\ b$, zo is 't

BF —— BD —— CF

$x + 2a$ —— a —— b? komt $\frac{ab}{x+2a} \infty$ ED

En hebbende DG getrokken, zulx dat EDG is gelijk EAD, zoo is EDGE gelijkhoekig aan EDAE, om datze in E een hoek gemeen hebben, daarom

DA —— DE —— DE

$a - \frac{ab}{x+2a} - \frac{ab}{x+2a}$? komt $\frac{abb}{xx+4ax+4aa} \infty$ EG.

En om dat de darde DGE gelijk is aan de darde ADE, of aan AED, daarom is DGA ∞ DEB, en overzulx AG ∞ BE, of $\infty\ x$, dies is EG $\infty\ a - x$

daarom $\frac{abb}{xx+4ax+4aa} \infty a - x$

of $x^3 \infty -3axx + 4a^3$
$\qquad\qquad\qquad\quad - abb$

weet dat $4a^3$ grooter als abb is

a

of $4aa$ grooter als bb

√

of $2a$ grooter als b, gelijk blijkt, om dat $2a$ de middellijn, en b maar een pees is.

Dies

Dies komt de gevondene Æquaty over een met

$$x^3 \infty - nxx + q$$

En $a \infty$ d'eenheit nemende, zo is $n \infty 3a$, en $q \infty \frac{4aa - bb}{a}$

Om het punt B te vinden, zoo moet men *in Fig. 64.* op AB uyt E, de perpendiculaar EL trekken; en op die als As, door E als top, met EA als rechte zyde, de parabole VETW: dan uyt R (hebbende FR ∞ FA genomen) de lyn RW, evenwydig EL, snydende de parabole in W: dan WL rechthoekig op EL; en hebbende LO ∞ EA genomen, zoo moet men uyt S, het midden van EO, de rechthoekige SM trekken, tot dat hy de verlengde perpendiculaar CA outmoet in M: dan uyt M als midstip, door W een ront, snydende de parabole aan de zyde daar SM is, in T: dan TV rechthoekig door de As, en uyt V de lyn VB, evenwydig LE, zoo is B het begeerde punt.

't Vierkant EC is ∞ $4aa - bb$, en daarom EA, of SM $\infty \frac{4aa - bb}{2a}$, of $\infty \frac{1}{2}q$, gelyk hy wesen moeste.

95. *Op een gegeve lijn* AB, in Fig. 65. *een gelijkbeenigen driehoek*, ABCA, *te maken*, *wiens hoeken op de gront*, CAB, CBA, *elk driemaal wyer zijn als de hoek in de top*, C.

Aanmerkende de hoek C voor 1, zoo doen A en ABC elk 3, en overfulx de driehoeken van een driehoek, of twee rechte hoeken, te zamen 7.

Indien ABD, CDE, elk gelyk is aan C, zoo is DB, DE, EC, elk gelijk AB. DB om dat ADB 3 doet, zoo wel als A; DB om dat BDE moet 3 wesen: en dewyl DBE 2 is, zoo is DEB mede 2, en daarom ED ∞ DB ∞ AB: CE blykt om dat die gelijk aan ED is.

Hebbende EF getogen evenwydig aan BA, en DG met DE gelijk genomen, zoo is DGE 3 zoo wel als CFE, en overfulx FEG 1: de driehoeken ABCA, ABDA, FECF, FEGF, zijn dan alle gelijkhoekig. Daarom,

Stellende AB ∞ a, en CA, of CB ∞ x, zoo is 't

CB AB AB, of CE

$$x \text{ ——— } a \text{ ——— } a ? \text{ komt } \frac{aa}{x} \infty \text{ AD, of FE}$$

$$\text{———— } \frac{aa}{x} ? \text{ komt } \frac{a^3}{xx} \infty \text{ FG.}$$

Nu, dewyl FG het geene is dat DC korter is als DE + EC, om dat DG ∞ DE, en CF ∞ CE is, daarom is

$$\text{DC} \infty 2a - \frac{a^3}{xx}, \text{ hier by AD} \infty \frac{aa}{x}$$

$$\text{komt AC, of } x \infty 2a + \frac{aa}{x} - \frac{a^3}{xx}$$

$$\text{of } x^3 \infty 2axx + aax - a^3$$

over een komende met $x^3 \infty \; nxx + \; px - q$

$a \infty$ de eenheit nemende, zoo is $n \infty 2a$, en p en q elk ∞ a. Hebbende een parabole IAR getrokken, op AK als middellyn, door A als top, met AB als regte zyde, zo moet men AH rechthoekig op de As stellen, en die gelijk het dubbelt van AB nemen, en dan HI evenwydig aan AK trekken, welke de parabole in I snydende, zoo moet men IK aan HA paralel halen: dan neemt KL gelijk AB, en LM, neerwaarts, mede zoo lang: dan haalt uyt N het midden AM, de perpendiculaar NO $\infty \frac{1}{2}a$, aan de andere zyde van KI; en trekt uyt O als centrum, door I een ront: die de parabole onder KI snydende aan de zyde daar O is in R, zoo haalt uyt R de rechthoekige RS, die is ∞ x, of gelijk de begeerde beenen CA, CB.

$$\begin{array}{ll} & \text{eenheit} \quad n \quad p \\ \text{Nota.} & a \text{ ——— } 2a \text{ — } a ? \text{ komt } 2a \infty np \\ & \qquad\qquad \text{hier af } a \infty q \\ \hline & \qquad\qquad \text{rest } a \infty q = np. \end{array}$$

96. *Van een gegeve lijn een gelijk beenigen driehoek te maken van een gegeven inhout.*

97. *Een driehoek te maken, zoodanig, dat de lijnen, die getogen werden van de hoeken tot het centrum van 't ingeschreven ront, zoo lang zijn als drie gegeve lijnen* a, b, c.

Aanmerkt, *in Fig. 66.* A B C A voor zoodanigen driehoek, en G voor het centrum van 't ingeschreve ront.

Trekt de perpendicularen GD, GE, GF, die zijn alle gelijk de middellyn van dit ront.

Stelle dese GD, GE, GF, elk ∞ x; AG ∞a BG ∞b, en CG ∞c. men vint lichtelijk

$$\left.\begin{array}{l} \text{A D} \infty \sqrt{aa - xx} \infty \sqrt{r} \\ \text{B E} \infty \sqrt{bb - xx} \infty \sqrt{s} \\ \text{F C} \infty \sqrt{cc - xx} \infty \sqrt{p} \end{array}\right\} \infty q$$

Zoo is dan q de halve somme der drie zyden; deze met GD, of x, vermenigvuldigt, komt qx, voor de inhout van de driehoek.

Indien men elke zyde, in 't besonder, aftrekt van dese halve som, zoo resten de drie gevondene; dese met den andere vermenigvuldigt, komt $\sqrt{rsp}$, en dit noch met q, de halve som, komt $q\sqrt{rsp}$, voor het vierkant van de Inhout, volgens de regel meermalen verhaalt.

$$\text{Zoo is dan } qqxx \infty q\sqrt{rsp}$$

$$q \text{ ———————}$$

$$\text{of } qxx \infty \sqrt{rsp}$$

$$\text{of } xx\sqrt{r} + xx\sqrt{s} + xx\sqrt{p} \infty \sqrt{rsp}$$

$$\text{of } xx\sqrt{r} + xx\sqrt{p} \infty \sqrt{rsp} - xx\sqrt{s}$$

$$\text{———————————— } \sqrt{}$$

$$\text{of } rx^4 + px^4 + 2x^4\sqrt{rp} \infty rsp + sx^4 - 2sxx\sqrt{rp}$$

$$\begin{array}{l} \text{of } 2x^4 + 2sxx\sqrt{rp} \infty rsp + sx^4 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad - rx^4 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad - px^4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{of } 2bbxx\sqrt{rp} \infty aabbcc - aabbxx + 2bbx^4 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad - bbccxx \\ \qquad\qquad\qquad\qquad - ccaaxx \end{array}$$

Beyde in 't vierkant, komt $4b^4x^4rp$, of

$$\begin{array}{l} 4aab^4ccx^4 - 4b^4ccx^6 + 4b^4x^8 \\ \qquad\qquad - 4b^4aax^6 \end{array}$$

 gelijk

gelijk

$$a^4b^4c^4 - 2a^4b^4ccxx + a^4b^4x^4 - 4b^4aax^6 + 4b^4x^8$$
$$- 2b^4c^4aaxx + b^4c^4x^4 - 4b^4ccx^6$$
$$- 2a^4c^4bbxx + c^4a^4x^4 - 4bbccaax^6$$
$$+ 2b^4aaccx^4$$
$$+ 2a^4bbccx^4$$
$$+ 2c^4bbaax^4$$
$$+ 4b^4aaccx^4$$

of $a^4b^4c^4 - 2aab^4c^4xx + a^4b^4x^4 - 4aabbccx^6 \propto 0$
$$- 2bba^4c^4xx + b^4c^4x^4$$
$$- 2cca^4b^4xx + c^4a^4x^4$$
$$+ 2a^4bbccx^4$$
$$+ 2b^4aaccx^4$$
$$+ 2c^4aabbx^4$$

of, stellende $abc \propto v$, en $aabb + bbcc + aacc \propto m$
$$v^4 - 2mvvxx + mmx^4 - 4vvx^6 \propto 0$$
of, alles door vv gedeelt.
$$vv - 2mxx + \frac{mm}{vv}x^4 - 4x^6 \propto 0$$
$$\text{of } \tfrac{1}{4}vv - \tfrac{1}{2}mxx + \frac{mm}{4vv}x^4 - x^6 \propto 0$$
$$\text{of } x^6 \propto \frac{mm}{4vv}x^4 - \tfrac{1}{2}mxx + \tfrac{1}{4}vv$$
over een k. met $x^3 \propto nxx - px + q$

dan is $an \propto \frac{mm}{4vv}$, $a^3p \propto \frac{1}{2}m$, en $a^5q \propto \frac{1}{4}vv$, a voor de eenheit aanmerkende, om dat elke term van 6 dimensien is.

en overzulx is $n \propto \frac{mm}{4avv}$, $p \propto \frac{m}{2a^3}$, en $q \propto \frac{vv}{4a^5}$.

Als men de Wortel, of x gevonden heeft naar de regel van *van Schoten*, zoo moet men daar uyt noch de $\sqrt{q}$ trekken, om de waarde van x te hebben in onze Æquaty.

Ingeval dat de Questy telkunstig is, en gegeven is $a \propto \sqrt{65}$, $b \propto \sqrt{80}$, en $c \propto \sqrt{52}$, zo is $v \propto 520$, en $m \propto 12740$, en overzulx

$$67600 - 6370xx - 150\tfrac{1}{16}x^4 - x^6 \propto 0$$
$$4096 \quad 256 \quad 16 \quad 1 \text{ Arithm.prog.}$$
verm.
$$276889600 - 1630720yy - 2401y^4 - y^6 \propto 0$$
deze is deelbaar door $256 - yy \propto 0$
$$\text{dies is } 256 \propto yy$$
$$16$$
$$\text{of } 16 \propto xx$$
$$\sqrt{}$$
$$\text{of } 4 \propto x$$
dies zijn de zyden AB 15, AC 13, en BC 14.

98. *Op een gegeve lijn a, een driehoek* ABCA (*als* Fig. 67.) *te maken, wiens hoeken op a zijn als* 1 *tot* 4, *en wiens opslaande zijden zijn als r tot s.*

Laat A tot ABC zijn als 1 tot 4; en BC tot AC als r tot s. Stellende BC $\propto x$, zoo is AC $\propto \frac{sx}{r}$

Aanmerkt de hoeken ABF, FBE, EBD, DBC elk zoo wijt als de hoek A: dan zijn gelijk hoekig

ABCA en BDCB
ABDA en BEDB
ABEA en BFEB, om datze elk een hoek in A en B gelijk, en een in C, D, E gemeen hebben: daarom is 't.

AC BC BC
$$\frac{sx}{r} - x - x \text{, komt } \frac{rx}{s} \propto \text{DC}$$
afg.
$$\frac{ss - rr, x}{rs} \propto \text{AD}$$
of nemende $vv \propto ss - rr$, $\frac{vvx}{rs} \propto$ AD

AC AB BC
$$\frac{sx}{r} - a - x \text{ ? komt } \frac{ra}{s} \propto \text{BD, of DF}$$
AD AB BD
$$\frac{vvx}{rs} - a - \frac{ra}{s} \text{ ? komt } \frac{rraa}{vvx} \propto \text{BE}$$
AD BD BD
$$\frac{vvx}{rs} - \frac{ra}{s} - \frac{ra}{s} \text{ ? komt } \frac{r^3aa}{vvsx} \propto \text{DE, dit}$$
van $\frac{vvx}{rs} \propto$ AD, rest $\frac{v^4xx - r^4aa}{vvrsx} \propto$ AE, dan

AE AB BE BF of AF
$$\frac{v^4xx - r^4aa}{vvrsx} - a - \frac{rraa}{vvx} \text{ ? k. } \frac{r^3a^3s}{v^4xx - r^4aa}$$
AF AC DC DF
$$\text{zoo is dan } \frac{r^3a^3s}{v^4xx - r^4aa} \propto \frac{sx}{r} - \frac{rx}{s} - \frac{ra}{s}$$
$$\text{of } \propto \frac{vvx - rra}{rs}$$
$$\text{of } x^3 \propto \frac{rra}{vv}xx + \frac{r^4aa}{v^4}x + \frac{r^4a^3}{v^4}$$
$$1 \quad vv \quad v^4 \quad v^6 \text{ Geom. prog.}$$
$$\text{of } z^3 \propto rrazz + r^4aaz + vvr^4a^3$$
$$\text{dan is } z \propto vvx \text{, of } x \propto \frac{z}{vv}.$$
of $z^3 \propto azz + aaz + vva^3$, $r \propto$ d'eenheit nemende.

Willende deze oplossen volgens de regel van *van Schoten*.

Zoo is $n \propto a$, $p \propto aa$, en $q \propto vva^3$.

99. *Van een gegeve lijn a, een driehoek* ABCA (*als* Fig. 68.) *te maken, hebbende een gegeve Inhout bb, wiens zyden continue proportionaal zijn.*

Trekke, tot vinding van de Æquatien, de perpendiculaar CD, op AB: of op zijn verlengde.

Stelle CD $\propto z$, AC $\propto xx$, AB $\propto xy$, en CB $\propto yy$, zoo zijn de zyden gedurig evenredig,

men vint lichtelijk AD $\propto \sqrt{x^4 - zz}$
$$\text{BD} \propto \sqrt{y^4 - zz}$$
$$\text{dies is } \sqrt{x^4 - zz} \pm \sqrt{y^4 - zz} \propto xy$$
$$\sqrt{}$$
$$x^4 + y^4 - 2zz \pm 2\sqrt{x^4y^4 - x^4zz - y^4zz + z^4} \propto xxyy$$
$$\text{of } \pm 2\sqrt{x^4y^4 - x^4zz - y^4zz + z^4} \propto xxyy - x^4 - y^4 + 2zz$$
$$\sqrt{}$$
$$4x^4y^4 - 4x^4zz + 4z^4 \propto x^4y^4 + x^8 + y^8 + 4z^4$$
$$- 4y^4zz \qquad - 2yyx^6 - 2xxy^6 + 4xxyyzz$$
$$+ 2x^4y^4 - 4x^4zz - 4y^4zz$$
$$\text{of } - x^8 + 2x^6yy + x^4y^4 + 2xxy^6 - y^8 \propto 4xxyyzz$$

Maar dewijl $xyz \propto 2bb$ is, of $z \propto \frac{2bb}{xy}$, zoo zalmen, de z uyt dese laatste Æquaty reducerende, vinden

$- x^8$

$$-x^8+2x^5yy+x^4y^4+2xxy^6-y^8 \propto 16b^4$$

deze gedeelt door $\quad xx+xy+yy \propto a$

komt $-x^6+x^5y+2x^4yy-3x^3y^3+2xxy^4+xy^5-y^6 \propto \frac{16b^4}{a}$

$$x^6+3x^5y+6x^4yy+7x^3y^3+6xxy^4+3xy^5+y^6 \propto a^3$$

$$8x^3y^3 \qquad \propto 8x^3y^3$$

verg.

$$4x^5y+8x^4yy+12x^3y^3+8xxy^4+4xy^5 \propto \frac{16b^4}{a}+a^3+8x^3y^3$$

4

$$x^5y+2x^4yy+3x^3y^3+2xxy^4+xy^5 \propto \frac{4b^4}{a}+\tfrac{1}{4}a^3+2x^3y^3$$

Ged. door $x^4+2x^3y+3xxyy+2xy^3+y^4 \propto aa$

komt $xy \propto \frac{4b^4}{a^3}+\frac{1}{4}a+\frac{2x^3y^3}{aa}$

of $x^3y^3 \propto * +\frac{1}{2}aaxy-\frac{1}{8}a^3-\frac{2b^4}{a}$

Zijnde een cubicq Æquatie daar van de tweede term gebreekt, waar door zeer licht de waarde van xy gevonden wert, volgens de Regel van *Cartesius*.

Nu is z, of DC, openbaar: maar die is niet genoeg om het punt C te bepalen, en daarom moet noch xx, of yy gevonden werden? genomen xx

stellende $xy \propto c$

zoo is $y \propto \frac{c}{x}$

$\sqrt{}$

en $yy \propto \frac{cc}{xx}$

en daarom is $\frac{cc}{xx}+xx+c \propto a$

of $x^4 \propto 2dxx-cc$, stellende $2d \propto a-c$

Hier door vint men $xx \propto d \pm \sqrt{aa-cc}$, waar door het punt C, en by gevolg de geheele driehoek bepaalt wert.

De Questy telkunstig zijnde, en gegeven wezende $a \propto 19$, en $bb \propto \frac{1}{4}\sqrt{1463}$. Zoo heeft men

$$x^3y^3 \propto * +180\tfrac{1}{2}xy-867$$

$$\text{of } x^3y^3 \propto * -180\tfrac{1}{2}xy+867 \propto 0$$

1 4 8 Geom. progr.

verm.

$z^3 * -722z+6936$: dan is $z \propto 2xy$

Welke Æquaty deelbaar is door $z-12 \propto 0$, zoo is dan z, of $2xy \propto 12$

2

of $xy \propto 6 \propto c$

$19 \propto a$

$13 \propto 2d$

2

$6\frac{1}{2} \propto d$

of $xx \propto 9$ of 4

Zoo is dan $yy \propto 4$ of 9

En de zyden van de begeerde driehoek 4: 6: 9 Uyt het quotient, delende $x^3 * -722z+6936 \propto 0$, door $z-12 \propto 0$, als uyt $zz+12z-578 \propto 0$, vintmen noch twee wortels.

als $z \propto -6+\sqrt{614}$ een ware.

en $z \propto -6-\sqrt{614}$ een valse.

Maar deze en konnen niet dienen, de laatste om dat alles minus is, en de eerste om dat dan $xy \propto -3+\sqrt{153\frac{1}{2}}$ is, dat meer is als $6\frac{1}{3}$, het darde deel van 19, 't welk *absurt* is, om dat, van drie gedurige evenredige, de som van de twee uytterste meer is als het dubbelt van het middelste, of het middelste kleender is als de helft van de som der twee uytterste, of als het darde van haar drien.

100. *Gegeven zijnde een seshoek*, ABCDEFA, *van gedaante*, als in Fig. 69. *en een punt* G, *in een van de zyden, als hier in* FA: *een deurgaande lijn* GH *te trekken, snijdende de lijnen* ED, DC, *welke de voornoemde seshoek deelt in tween gelijk.*

Tot vinding van de Æquatien, zoo aanmerkt GQ evenwydig CB, GP evenwydig ED, DL evenwydig GV; GO rechthoekig op ED, GT zoodanig op CDQ, en HS op die wyse op CD, en de rest als te zien is.

stelle VD $\propto x$

GO $\propto a$

GP $\propto b$: Zo is LP $\propto b-x$

DP $\propto c$

DQ $\propto d$

DN $\propto e$: Zo is NV $\propto e-x$

DC $\propto f$

GT $\propto g$

de Inhout van de seshoek $\propto 2pq$

zoo is GE + HRCH $\propto pq$

stelle FN $\propto qr$

zo is GNVG + HRCH $\propto pq-qr \propto qs$

Om de gelijkhoekigheit van de driehoeken DLPD, RVDR, is 't

LP DP VD

$b-x - c - x$? k. $\frac{cx}{b-x} \propto$ RD, dit by $d \propto$ DQ, en van $f \propto$ DC, komt RQ $\propto \frac{db-dx+cx}{b-x}$

en CR $\propto \frac{fb-fx-cx}{b-x}$

$$\begin{array}{ccc} RQ & CR & GT \\ \frac{db - dx + cx}{b - x} & \frac{fb - fx - cx}{b - x} & g\,? \end{array}$$

komt $\frac{gfb - gfx - gcx}{db - dx + cx} \infty HS$

vermenigv. met $\frac{fb - fx - cx}{2b - 2x} \infty \frac{1}{2} CR$

komt $\frac{gffbb - 2gffbx - 2gfbcx + gffxx + 2gfcxx + gccxx}{2dbb - 4dbx + 2bcx + 2dxx - 2cxx}$

Voor de Inhout van de driehoek CRHC: hier by vergaart $\frac{1}{2}ea - \frac{1}{2}ax$ de Inhout van de driehoek GNVG, komt.

$$\frac{\begin{array}{llll} & +2dba & & \\ & -bca & -2dbea & \\ +cax^3 & +dea & +bcea & +dbbea \\ -da & -ceaxx & -dbbax & +gffbb \\ & +gff & -2gffb & \\ & +2gfc & -2gfbc & \\ & +gcc & & \end{array}}{2dbb - 4dbx + 2bcx + 2dxx - 2cxx} \infty qs$$

$$\begin{array}{lllll} & +2dba & & & \\ & -bca & -2dbea & & \\ & +dea & +bcea & & \\ \text{of } +cax^3 & -cea & -dbba & +dbbea & \\ -da & +gffxx & -2gffbx & +gffbb & \infty o \\ & +2gfc & -2gfbc & -2dbbqs & \\ & +gcc & -2bcqs & & \\ & +2cqs & +4dbqs & & \\ & -2dqs & & & \end{array}$$

10. *Een gegeven boog of hoek in een oneven menigte van gelijke deele te deelen.*

De deelen konnen zijn drie, vijf, ſeven, negen, elf, &c.

Laat *in de drie Figuren* 70. BDC de gegeve boog, of BAC de gegeve hoek zijn: zoo is, in beyde de gevallen, gegeven BC, en de gelijke AB, AC.

Aanmerkt A voor het centrum van de boog BDC, de boog BD, of de hoek BAD, voor een van de begeerde deelen, en de punten d, f, n, o, p, r zoodanig datze de boog in even groote deelen afmeten, en dat de lijnen, die uyt deze tot a getrokken worden, de hoek BAC na begeeren ſnyt.

Stellende BD ∞x, AB ∞a, en BC ∞b, zoo zijn deze door bekende eygenſchappen aan een gebonden, trekkende de lijnen als in de voornoemde Figuur, ter oorzake dat de driehoeken DBGD, GAEG, EBHE, HAIH, IBKI, KALA alle gelijkhoekig aan BADB zijn, gedurig hebbenze een hoek in B en A gelijk, en een andere gemeen, of gelijk; in D, in E, en in I gemeen, en in G, in H, en in K gelijk: zulx dat het is

$$\begin{array}{llll} AB & BD & BD & a \infty DA \\ a & x & x\,?\ \text{komt} & \frac{xx}{a} \infty DG \\ & & & \text{afg.} \\ AB & BD & GA & \frac{aa - xx}{a} \infty GA \\ a & x & \frac{aa - xx}{a}\,?\ \text{komt} & \frac{aax - x^3}{aa} \infty GE \\ & & & x \infty BG \\ & & & \text{verg.} \\ & & \text{komt} & \frac{2aax - x^3}{aa} \infty BE \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} AB & BD & BE & \frac{aa - xx}{a} \infty EA \\ a & x & \frac{2aax - x^3}{aa}\,?\ \text{komt} & \frac{2aaxx - x^4}{a^3} \infty EH \end{array} \Big\}\ \text{afg.}$$

$$\frac{a^4 - 3aaxx + x^4}{a^3} \infty AH$$

$$\begin{array}{llll} AB & BD & AH & \\ a & x & \frac{a^4 - 3aaxx + x^4}{a^3}\,?\ \text{k.} & \frac{a^4x - 3aax^3 + x^5}{a^4} \infty HI \\ & & & \frac{2aax - x^3}{aa} \infty BH \\ & & & \text{verg.} \\ & & & \frac{3a^4x - 4aax^3 + x^5}{a^4} \infty BI \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} AB & BD & BI & \\ a & x & \frac{3a^4x - 4aax^3 + x^5}{a^4}\,?\ \text{k.} & \frac{3a^4xx - 4aax^4 + x^6}{a^5} \infty IK, \text{dit} \\ & & \text{van} & \frac{a^4 - 3aaxx + x^4}{a^3} \infty AI \\ & & \text{reſt} & \frac{a^6 - 6a^4xx + 5aax^4 - x^6}{a^5} \infty AK \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} AB & BD & AK & \\ a & x & \frac{a^6 - 6a^4xx + 5aax^4 - x^6}{a^5}\,?\ \text{k.} & \frac{a^6x - 6a^4x^3 + 5aax^5 - x^7}{a^6} \infty KL \\ & & & \frac{3a^4x - 4aax^3 + x^5}{a^4} \infty BK \\ & & & \text{verg.} \\ & & & \frac{4a^6x - 10a^4x^3 + 6aax^5 - x^7}{a^5} \infty BL \end{array}$$

En op deſe wyſe kan men in 't oneyndig voorgaan; maar wy zullen, om een eynde te maken, hier by afkorten.

In de eerſte figuur, by BE, alree gevonden, vergaart EC gelijk BD, of gelijk x, en vergeleken aan BC ∞b, en gereduceert: in de twede figuur, by BI vergaart BE, of BH gelyk IC: en in de derde Figuur, by BL vergaart BI, of BK, die gelyk is aan LC, en vergeleken, en gereduceert als voren, men vint

$x^3 - 3aax + aab \infty o$, de verg. v. 1 boog of h. in 3 gel.
$x^5 - 5aax^3 + 5a^4x - a^4b \infty o$ ——— in 5 gelyk
$x^7 - 7aax^5 + 14a^4x^3 - 7a^6x + a^6b \infty o$ — in 7 gel.

Of, $a \infty$ d'eenheyt nemende,

$x^3 - 3x + b \infty o$
$x^5 - 5x^3 + 5x - b \infty o$
$x^7 - 7x^5 + 14x^3 - 7x + b \infty o$

Op deſe wyſe hadmen het 95 voorbeelt van dit deel mede konnen ſolveren, alwaar ge-eyſt wert een gelyk benigen driehoek te maken, wiens hoeken op de gront het drievout zyn van die in de top; en niet alleen dit, maar ook alle andere, ider hoek op de gront een oneven menigte van die in de top begrypende, als 5maal, 7 maal

7 maal, 9 maal, 11 maal, &c. Want de driehoek BADB een zoodanigen een zijnde, daar van de hoeken op de gront B D, als A D B, A B D, elk het drievoud zijn van de hoek in de top, B A D, in de eerste figuur, het vyfvoud in de tweede, en het zevenvoud in de darde, zoo is de hoek onder de pees in B, als C B A, gelijk de hoek E A B in de eerste, I A B in de tweede, en LAB in de darde. In de eerste is C B A 2 maal zoo groot als BAD, om dat D B G 1 maal zo groot is, en daarom is C B A ∞ E A B, in de tweede is C B A 3 maal de hoek in de top, om dat D B H 2 maal die is, en overzulx C B A ∞ IAB. in de darde is CBA 4 maal die in de top, om dat DBK 3 maal zo wyt is, en daarom C B A ∞ L A B.

zoo is dan, in de 1 fig., B E ∞ A E, of A G
2 fig., B I ∞ A I, of A H
3 fig., B L ∞ AL, of AK.

En dewijl B E, B I, B L, ook AG, AH, AK, hier boven alrede gevonden zijn, zoo zijn openbaar de Æquatien op deze. Welke gereduceert zijnde, en y in plaats van a gestelt hebbende, zoo vint men

$x^3 - yxx - 2yyx + y^3 \infty 0$
$x^5 - yx^4 - 4yyx^3 + 3y^3xx + 3y^4x - y^5 \infty 0$
$x^7 - yx^6 - 6yyx^5 + 5y^3x^4 + 10y^4x^3 - 6y^5xx - 4y^6x + y \infty 0$

Indien de gront gegeven is, gelijk in het voornoemde Voorbeelt, zo is x bekent, en men moet y zoeken: maar zo de beenen gegeven zijn, zo is y bekent, en x moet gevonden werden:

En zo men van een gegeve lijn a zodanige driehoeken wil maken, zoo is $x + 2y \infty a$, of $x \infty a - 2y$, en dan moet men, in de gevondene Æquatien, de x weg reduceeren, en in zijn plaats $a - 2y$ stellen, en het vierkant van dit in plaats van xx, en zo voort. Of men kan y zodanig weg reduceeren.

En wil men hebben dat zoodanige driehoeken van een gegeve inhout zullen wezen, genomen $\infty \frac{1}{2}bb$, zoo is hare inhout $\frac{1}{2}x\sqrt{yy - \frac{1}{4}xx} \infty \frac{1}{2}bb$, of $xx \infty 2yy - 2\sqrt{y^4 - b^4}$, dit leste in plaats van xx, en zijn wortel voor x stellende, men heeft Æquatien die op de begeerde zullen passen. Of, het geene gemakkelijker is, hebben door de voornoemde Æquatien zodanige driehoeken gevonden, x of y naar believen voor bekent nemende, zoo kan men lichtelijk een ander vinden, van een gegeve inhout, die aan deze gelijkformig is.

Hebbende zodanigen driehoek gevonden, met x of y als bekent te nemen, zoo kan men, door het eerste, gemakkelijk, in een gegeven ront een seven hoek beschryven: ABDA *in Fig.* 71. zodanigen een zijnde, zoo trekt uyt A de hangende op B D, en uyt B de rechte B E, zulx dat ABE is gelijk BAE, zoo is E het centrum, en B E de straal van de cirkel daar af dat B D de zyde van de seven hoek is: dan, in B E, of in zijn verlengde, het punt F stellende, zulx dat BF is de straal van het gegeve ront, zoo zal, F G evenwydig aan E D getogen hebbende, BG zijn de zyde van de zevenhoek in het gegeve ront; en zoo mede in de andere: door de tweede Æquaty beschrijft men, op dese wyze, in een gegeve ront een elf, en door de darde een vyftien hoek: maar dit laatste vint Euclides veel gemakkelijker.

102. *Gegeven zijnde* in Fig. 72. ***het half ront*** A B C A: *in de zelve* A C *te trekken, zodanig dat die gelijk is aan* B D, *welke de hoek* A B C ***deelt in*** *tween gelijk.*

Stelle A B ∞ a, A C, of B D ∞ x, en BC ∞ y. Verlenge B D tot den omtrek in E, en trekke A E F tot aan de verlengde B C.

Dewijl EBF is gelijk E B A, en B E F gelijk BEA, recht, daarom is B F gelijk B A, en over zulks is C F ∞ $a - y$

En om dat de driehoeken BDCB, AFCA gelijkhoekig zijn, daarom is 't

BC — BD — AC
$y - x - x$, komt $\frac{xx}{y} \infty$ AF
—————— √

zo is dan $\underbrace{aa - 2ay + yy + xx}_{aa} \infty \frac{x^4}{yy} \infty \square$ A F
volgens de $\triangle$ ACBA

ergo $2aa - 2ay \infty \frac{x^4}{yy}$
of $2aayy - 2ay^3 \infty x^4 \infty a^4 - 2aayy + y^4$
of $y^4 + 2ay^3 - 4aayy + a^4 \infty 0$

Anders. Trekt *in Fig.* 73. C G, evenwydig D B, tot de verlengde AB, zoo is BG ∞ BC ∞ y, om dat G ∞ BCG is: daarom

AG — AC — BG
$a + y - x - y$: komt $\frac{xy}{a+y} \infty$ D C
$\square$DC —————— √

daarom $xx - yy \infty \frac{xxyy}{aa + 2ay + yy} \infty \square$ D C

En om dat men door ABCA vint $aa \infty xx + yy$, zo bekomt men, de x weg reducerende,

$$y^4 + 4ay^3 + 2aayy - 2a^3y - a^4 \infty 0$$
hier van $y^4 + 2ay^3 - 4aayy + a^4 \infty 0$

$$\frac{2ay^3 + 6aayy - 2a^3y - 2a^4 \infty 0}{2a}$$
$$y^3 + 3ayy - aay - a^3 \infty 0$$

Men vint de zelfde Æquaty mede door addyty van deze twee, ook deelende de eerst gevonden door $y - a \infty 0$, en de tweede door $y + a \infty 0$.

103. *In een gegeve ront, van een gegeve lijn, een driehoek te maken, wiens zyden gedurig evenredig zijn.*

Laat *in Fig.* 74. A C B E A het gegeve ront; c de gegeve lijn, en A C B A de begeerde driehoek wezen: en tot vinding van Æquatien getogen zijn de middellijn C E; A E, en de perpendiculaar C D.

Stelle C E ∞ a, C D ∞ z; A C ∞ xx, AB ∞ xy, en CB ∞ yy, zoo zijn de zyden gedurig evenredig, en $xx + xy + yy$ is ∞ c.

Om dat de driehoeken ACEA, BCDB gelijkhoekig zijn, daarom is 't

CE AC CB CD

$a - xx - yy - z$: of $az \infty xxyy$

Door de driehoeken ADCA, BDCB vinden wy, even gelijk in 't 99 Vraagſtuk.

$$-x^8 + 2x^6yy + x^4y^4 + 2xxy^6 - y^8 \infty 4xxyyzz$$

ged. door $xx + xy + yy$ ——————— ∞c

komt $-x^6 + x^5y + 2x^4yy - 3x^3y^3 + 2xxy^4 + xy^5 - y^6 \infty \frac{4xxyyzz}{c}$

$$x^6 + 3x^5 + 6x^4yy + 7x^3y^3 + 6xxy^4 + 3xy^5 + y^6 \infty c^3$$

verg. komt $4x^5y + 8x^4yy + 4x^3y^3 + 8xxy^4 + 4xy^5 \infty \frac{4xxyyzz}{c} + c^3$

4 ———————————————

$$x^5y + 2x^4yy + x^3y^3 + 2xxy^4 + xy^5 \infty \frac{xxyyzz}{c} + \frac{1}{4}c^3$$

$$+ 2x^3y^3 \qquad \infty 2x^3y^3$$

verg. ———————————————

$$x^5y + 2x^4yy + 3x^3y^3 + 2xxy^4 + xy^5 \infty 2x^3y^3 + \frac{xxyyzz}{e} + \frac{1}{4}c^3$$

$$x^4 + 2x^3y + 3xxyy + 2xy^3 + y^4 \infty cc$$

ged. ———————————————

$$xy \infty \frac{2x^3y^3}{cc} + \frac{xxyyzz}{c^3} + \frac{1}{4}c$$

——————————————— c^3

$$c^3xy \infty 2cx^3y^3 + xxyyzz + \frac{1}{4}c^4$$

of $c^3\sqrt{az} \infty 2caz\sqrt{az} + az^3 + \frac{1}{4}c^4$

of $\overline{c^3 - 2caz}\sqrt{az} \infty az^3 + \frac{1}{4}c^4$

———————————————

$$ac^6z - 4c^4aazz + 4cca^3z^3 \infty aaz^6 + \frac{1}{2}ac^4z^3 + \frac{1}{16}c^8$$

of $z^6 ** - 4ccaz^3 + 4c^4zz - \frac{c^6}{a}z + \frac{c^8}{16aa} \infty 0$

$$+ \frac{c^4}{2a}z^3$$

Dewijl dit een Æquatie is van zes dimenſien, waar in de twede en darde term gebreken, zo kan deſe ontbonden werden door de ſnee van een ront en een parabole van het tweede geſlacht, dat is een wiens tuſſen ſchepte evenredig zijn met de teerlingen van de toegepaſte, gelijkze in de parabole van het eerſte geſlacht evenredig zijn met de vierkanten van deze. En op dat men hier van verſekert ſoude weſen, en ook met eenen zien op wat wyze de voorgaande Regelen gevonden zijn, zo zullen wy het volgende u lieden voordragen.

Aanmerkt *in de Figuren* 75 *en* 76. de kromme AGG voor een parabole zodanig als gezeit is, waar van dat AD de As is; en E voor het middelpunt van de kring G G, die de eerſte ſnijt in G G, waar uytgetogen zijn GK, GK rechthoekig op de As, en zodanig mede ED.

Stelle de rechte zyde van de parabole ∞e; AD ∞f; D E ∞g, en de halve middelijn E G ∞v.

Haale E M rechthoekig op de verlengde K G.

A K is $\infty \frac{z_3}{ee}$,

en daarom DK $\infty f - \frac{z^3}{ee}$ D in de verl. AK aan K

of $\infty \frac{z^3}{ee} - f$. D in A K.

of $\infty \frac{z^3}{ee} + f$. D in de verl. AK aan A

———————————————

$$\left.\begin{array}{l} \frac{z^6}{e^4} \mp \frac{2f^3z}{ee} + ff \infty \square EM \\ xx \mp 2gz + gg \infty \square GM \end{array}\right\} \infty vv$$

om dat GM $\infty \left\{\begin{array}{l} g - z \\ z - g \end{array}\right\}$ als DE en K G aan een zelfde zyde van de As zijn.

Of $\infty g + z$ als DE en KG aan onderſcheydene zyden van de As zijn. Gereduceert, komt

$$z^6 ** \mp 2eefz^3 + e^4zz \mp 2e^4gz \left.\begin{array}{l} + ffe^4 \\ + gge^4 \\ - vve^4 \end{array}\right\} \infty 0$$

Deze vergeleken met onſe gevondene Æquaty

$$z^6 ** - 4ccaz^3 + 4c^4zz - \frac{c^6}{a}z + \frac{c^8}{16aa} \infty 0$$

$$+ \frac{c^4}{2a}z^3$$

Bevinde hen, ten aanzien van de termen over een te komen: in de tekens is aan te merken dat $+2e^4gz$ geen plaats kan hebben, om dat wy $-\frac{c^6}{a}z$ hebben, en by gevolg dat $g + z$, in dit Vraagſtuk, niet te pas komt, of dat E D en G K niet aan onderſcheydene, maar aan een zelfde zyde moeten vallen.

Zo hebben wy vier Æquatien, en dat zoo veel als 'er onbekende quantiteyten moeten gevonden werden: weet dat e, f, g en v de geene zijn die bepaalt moeten werden.

Wy hebben dan $\mp 2eef \infty -4cca + \frac{c^4}{2a}$

$$e^4 \infty 4c^4$$

$$-2e^4g \infty -\frac{c^6}{a}$$

$$ffe^4 + gge^4 - vve^4 \infty \frac{c^8}{16aa}$$

Uyt de tweede vinden wy $ee \infty 2cc$, of $e \infty c\sqrt{2}$, de

recht-

rechte zyde. Uyt de derde blijkt dat $2ae^4g \infty c^6$, of $g \infty \frac{cc}{8a}$ of $\infty \frac{\frac{1}{4}cc}{2a}$ is, de e wegnemende, voor de lengte van de lijn E D.

Uyt de eerste vinden wy $f \infty \pm a \mp \frac{cc}{8a}$, of $f \infty \pm a \mp g$, voor de groote van de lijn A D.

En uyt de vierde vint men $v \infty \sqrt{ff + gg - \frac{c^4}{64aa}}$ of $v \infty f$, voor de lengte van de halve middellijn E G, die in deze gelijk A D moet wezen, om dat $v \infty f$ is.

Waar uyt blijkt dat D niet in de verlengde AK aan A kan vallen, dewijl EG langer moet wezen als DA, zal de kring de Parabole snyden, of v als f, die hier gelijk zijn. Zoo dat AD neerwaarts moet genomen werden, of in de As.

En by gevolg kan $f \infty -a + g$ geen plaats grypen, om dat deze vergelijking daar uyt voort gekomen is, maar alleenlijk $f \infty a - g$; zulks dat $\frac{cc}{8a}$, die gelijk g is, kleender moet wesen als a, of cc als $8aa$, of $\frac{1}{2}c$ als $a\sqrt{2}$, dat is, de lijn c moet zoodanig gegeven wezen dat zijn helft korter is als de Diagonaal van het vierkant van de middellijn van het gegeve ront.

Om hen dan op te lossen, zoo trekt *in Fig.* 77. uyt T als middelpunt, met T C ∞a, als straal, het halfront C F S, en neemt, daar in, C F $\infty \frac{1}{2}c$, en haalt, uyt F, de Perpendiculaar F A, zo is A C $\infty \frac{cc}{8a}$, of ∞g: dan neemt, in F L, F I ∞ F C, zoo is C I $\infty c\sqrt{\frac{1}{2}}$ of zijn tweevoud gelijk $c\sqrt{2}$, of ∞e. Trekt door A als top, op A F als As, met het dubbelt van C I als rechte zyde, de Parabole A G, van het tweede geslacht. En dewijl A C ∞g is, daarom is A T $\infty a - g$, of ∞f: dies maakt A D ∞ A T, en trekt, uyt D, de rechte D E, gelijk en evenwydig aan A C; zoo is E het centrum van het ront dat de parabole moet snyden: en dewijl v gelijk f, of ∞ A T, of gelijk A D, of gelijk E C is, daarom trekt, uyt E, door C, het ront C G G, en deze de parabole in G G snydende, zoo haalt uyt G G de lijnen G K, G K, rechthoekig op de As: deze zijn gelijk z. En alhoewel men hier van volkomen verzekert kan wezen, met het geene nu gedaan is wel na te zien, zo zullen wy UL echter voldoen met een

Proef. Aanmerkende de punten K, G, M alle in een lijn, en de hoek in M recht.

Dewijl de rechte zyde gelijk $c\sqrt{2}$ is, daarom is A K $\infty \frac{z^3}{2cc}$; en om dat A C $\infty \frac{cc}{8a}$ is, daarom is A T, of A D $\infty a - \frac{cc}{8a}$; en over zulks is DK, of

$$\text{EM} \infty a - \frac{cc}{8a} - \frac{z^3}{2cc}, \text{ of } \infty -a + \frac{cc}{8a} + \frac{z^3}{2cc}$$

$$\square\text{EM} \infty aa - \frac{cc}{4} + \frac{c^4}{64aa} - \frac{az^3}{cc} + \frac{z^6}{4c^4} + \frac{z^3}{8a}$$

$$\square\text{GM} \infty \frac{c^4}{64aa} - \frac{2ccz}{8a} + zz, \text{ om dat GM} \infty \frac{cc}{8a} - z \text{ of } \infty z - \frac{cc}{8a} \text{ is}$$

En dewijl GE ∞ AT, of $\infty a - \frac{cc}{8a}$ is

Daarom is $\square$GE $\infty aa - \frac{cc}{4} + \frac{c^4}{64aa}$, gelijk zijnde aan de som van de nu even gevondene vierkanten van EM en GM: en over zulks vint men door vergelijking van deze

$$z^6 ** - 4ccaz^3 + 4c^4zz - \frac{c^5}{a}z + \frac{c^8}{16aa} \infty 0$$
$$+ \frac{c^4}{2a}z^3$$

de gevondene Æquaty. En daarom is alles, wat tot noch toe gedaan is, wel.

Om hen volkomen op te lossen, zoo moet men in het gegevene ront, de middellijn BN trekken, *als in Fig.* 78 en daar in B L gelijk een van de gevondene K G nemen; en dan uyt L, op B N, de Perpendiculaar LA tot het ront halen, zoo is de rechte AB de gront van de begeerde driehoek, of ∞xy, om dat zijn vierkant $xxyy \infty az$, dat is de rechthoek N B L is gelijk het moet wezen, om dat wy in 't aldereerst deze vergelijking gevonden hebben: dan moet men, om de andere zyden te vinden, BV rechthoekig op deze AB maken, en zo lang nemen als BL, en door V de evenwydige aan B A trekken; en daar deze het ront snijt, in C, C, tot C, uyt A en B de rechte A C, B C halen, die maken met AB de begeerde driehoek. En zo men de andere KG neemt, en slaat deselve weg in, men vint een andere driehoek van de vereysche condity.

En alsoo ziet men op wat wyze men een Æquaty van zes dimensien, waar in de tweede en darde term ontbreeken, en waar in de vijfde term + is, kan ontbinden door de snee van een Ront en een Parabole van het tweede geslacht. Indien men zodanigen Æquaty van vijf dimenzien daar door wilde solveren, zo moeste het ront door de top A getogen werden, om dat dan $vve^4 \infty ffe^4 + gge^4$, of $vv \infty ff + gg$ moet wezen, zal de laatste term verdwynen, 't welk niet als in zodanigen geval plaats heeft. Indien men een van zes dimenzien hier door wilde ontbinden, waar in de tweede, darde en vierde term ontbraken, zo moet men de Perpendiculaar D E uyt de top A trekken, en met de rest handelen als voor heen, om dat dan de term $\mp 2eefz^3$ gelijk o moet wezen, dat niet geschieden kan ten zy $f \infty 0$ is, of dat het punt D in het punt A valt. En zoo men zoodanigen een van vijf dimensien daar door wilde solveren, zo moet men het zelfde doen, mits dat het ront door de top A gaat. Indien men het ront uyt het punt D trekt, of dat men $g \infty 0$ neemt, zo kan het dienen tot de oplossing van een zodanigen Æquaty waar in de leste term op een na gebreekt, om dat g, gelijk o zijnde, de term $\mp 2e^4gz$ verdwijnt.

Maar indien de tweede en derde term niet gebreken, zoo kan men de soluty vinden door de regel die Cartesius ons voorschrijft om een van zes dimensien

ſien te ſolveren, waar van geen term ontbreekt, waar in alle de wortelen waar, en waar in het bekende van de derde term grooter is als het vierkant van 't bekende van de helft van de tweede term, door middel van de ſnee van een ront en zeekere kromme, die hy beſchrijft door de ſnee van een Parabole en een rechte lijn, gelijk in zijn Geometria op het eynde te zien is. Wy zullen tot contentement alleenlijk een voorbeelt daar door ontſluyten.

Laat $x^5 - 5x^3 + 5x - b \propto 0$ hier toe verkoren wezen, dat een Æquatie is die gevonden wert om een hoek, of een boog in vijf gelijke deelen te deelen, daar af dat b de pees van de geheele boog, en x die van zijn vijfde deel is, en de eenheit de halve middellijn, gelijk deze hier voren daar op gevonden is.

Vermenigvuldigende hen dan met x, om hen tot ſes dimenſien te hebben

komt $x^6 - 5x^4 - 5xx - bx \propto 0$.

Hier in moeten alle de termen gevult werden, en alle de wortelen waar weſen. Stelle over zulks $y - 2 \propto x$.

$$
\begin{array}{rl}
\text{Zoo is } y^6 - 12y^5 + 60y^4 - 160y^3 + 240yy - 192y + 64 \propto & + x^6 \\
- 5y^4 + 40y^3 - 120yy + 160y - 80 \propto & - 5x^4 \\
+ 5yy - 20y + 20 \propto & + 5xx \\
- by + 2b \propto & - bx
\end{array}
$$

Vergaart, komt

$$
\begin{array}{l}
y^6 - 12y^5 + 55y^4 - 120y^3 + 125yy - 52y + 4 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad - by + 2b
\end{array} \propto 0
$$

Hier in zijn alle de termen compleet, de wortelen waar, en 't bekende van de derde term, 55, is grooter als 36, het vierkant van de helft van 't bekende des tweeden terms, nae behooren.

Had men $y - 1 \propto x$ genomen, zo zouder een term ontbroken hebben, en de twee leſte zoude beyde + gekomen hebben.

Men vint dan, volgens de regel die hy ons voorſchrijft

de lijn AB $\propto 6$

de rechte zyde $\propto \sqrt{\frac{26 + \frac{1}{2}b}{l} + 19}$, ſtellende $l \propto \sqrt{1 + \frac{1}{2}b}$

DE of BL $\propto \frac{2l}{3n}$ .... de rechte zijde $\propto n$ nem.

LH $\propto \frac{26 + \frac{1}{2}b}{2nl}$

IH $\propto \frac{60 + 2l}{nn} + \frac{78 + 1\frac{1}{2}b}{nnl}$

en LP $\propto \frac{\sqrt{12.5 + 2al}}{n}$

Carteſius gebruykt deze regel om tuſſen twee gegeve lijnen a en b vier midden evenredige te vinden, waar door men x voor de naaſte aan a ſtellende, vint $x^5 \propto a^4 b$. Men kan in deze de hoegrootheit x ook vinden door de ſnee van een Parabole van het eerſte en een van het tweede geſlacht: dus, zoo *in Fig.* 79. A G V een Parabole is van het tweede geſlacht, daar af dat a de rechte zyde, A de top, en A K de As is, zoo moet men, uyt A als top, op A S als As, die rechthoekig op A K ſtaat, een ander van het eerſte geſlacht trekken, daar af dat b de rechte zyde is: deze de eerſte in G ſnydende, zoo zal de Perpendiculaar G K de hoegrootheit van x wezen, want AK is dan $\frac{x^3}{aa}$, of G S, hen evenwydig AK ſtellende, welkers vierkant $\frac{x^6}{a^4}$ is gelijk bx, om dat A S gelijk K G is, dies is $x^5 \propto a^4 b$.

Zoo men tuſſen a en b zes middel evenredige wil gevonden hebben, zoo heeft men $x^7 \propto a^6 b$, en dan moet men deſelve weg inſlaan, alleenlijk voor de eerſte Parabole, A G V, een van het derde geſlacht nemende: en acht willende vinden, een van het vierde geſlacht, en zoo in 't oneyndig.

Men kan door zodanige kromme ook andere Æquatien ontbinden, doch geen andere als daar in de tweede en derde term ontbreeken.

IV. HOOFTSTUK.

Voorbeelden op de Æquatien die twee gelijke wortelen hebben.

104. *En gegeve lijn* A B als Fig. 80. *in* C *te deelen, zodanig dat de rechthoek* ACB *de grootſte is.*

Stelle A B $\propto a$

A C $\propto x$, zo is C B $\propto a - x$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad} \; x$$

en de ▭ A C B $\propto ax - xx \propto$ een vlak dat ik pq noeme.

Dies is $ax - xx - pq \propto 0$, welke vergelijking twee gelijke wortels moet hebben, aanmerkende x voor deze wortels, om dat de ▭ A C B maar op een wyze de grootſte kan wezen, en by gevolg dat x maar eenderley kan weſen, of dat deſe vierkante Æquaty geen twee wortelen heeft die aan malkander konnen ongelijk wezen.

1 2 0 *arith. prog.*

$$ax - 2xx \propto 0$$

of $x \propto \frac{1}{2}a$, betoonende dat C in het midden van A B moet vallen:

Hier uyt blijkt dat, van alle rechthoeken, die een zelfde omtrek hebben, het vierkant het grootſte is.

105. *In een gegeve ront een rechthoek te maken zoo groot als 't mogelijk is.*

Aanmerk *van Fig.* 81. ABCDA voor 't begeerde. De hoeklijn AC is nootzakelijk de middelijn van 't ront.

Stelle A C $\propto a$, en A B $\propto x$, zo vint men

$x\sqrt{aa - xx} \propto pq$ de inhout

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \; \surd$$

$aaxx - x^4 \propto ppqq$

2 4 0 *arithm. progr.*

$2aaxx - 4x^4 \propto 0$, of $x \propto \sqrt{\frac{1}{2}aa}$, te kennen gevende dat het vierkant de grootſte rechthoek is.

106. *Een*

106. *Een gegeve rechte lijn* AB, als Fig. 82. *in* C *te deelen, zoodanig, dat de balk, hebbende het vierkant* AC *als gront, en* CB *als hoogte, het aldergrootste is.*

Stelle AB $\infty\ a$, en AC $\infty\ x$, zoo vint men lichtelijk $axx - x^3$ gelijk $\infty\ p^3$, dit laaste gelijk de grootste balk nemende, zoo vint men daar door $x \infty \frac{2}{3} a$: dies is BC het derde deel van AB.

107. *Op een gegeve lijn* AB *een driehoek te maken*, als Fig. 83. *wiens opstaande zijden zoo lang zijn als een gegeve lijn, mits dat hy de grootste van allen is.*

Stelle AB $\infty\ a$, de gegeve lyn $\infty\ b$, en BC $\infty\ x$, zoo is AC $\infty\ b - x$: voorts de Perpendiculaar op AB $\infty\ y$.

Men vint $\sqrt{bb - 2bx + xx - yy} + \sqrt{xx - yy}$ $\infty\ a$, en hier door

$$2a\sqrt{xx - yy} \infty aa - bb + 2bx$$

$$\sqrt{}$$

$$\begin{array}{l} 4aaxx - 4aayy \infty + a^4 + 4aabx + 4bbxx \\ \qquad\qquad\qquad + b^4 - 4b^3x \\ \qquad\qquad\qquad - 2aabb \end{array}$$

Maar dewyl $\frac{1}{2}ay$ is $\infty\ pq$, de grootste inhout, zoo is $4aayy \infty 16ppqq$, dit dan in plaats van $4aayy$ stellende, men heeft

$$\begin{array}{l} 4aaxx - 16ppqq \infty + a^4 + 4aabx + 4bbxx \\ \qquad\qquad\qquad + b^4 - 4b^3x \\ \qquad\qquad\qquad - 2aabb \end{array}$$

$$\begin{array}{lllllll} prog. & 2 & 0 & & 0 & 1 & 2 \\ \hline \text{komt} & 8aaxx & \infty & 4aabx & - 4b^3x & + 8bbxx & \end{array}$$

of $x \infty \frac{1}{2} b$

Aanwyzende dat de gelijkbenige driehoek, op AB gemaakt, de grootste is.

108. *Van een gegeve lijn een gelijkbenige driehoek te maken zoo groot als mogelijk is.*

Men vint dat de gelijkzydige de grootste is.

109. *Gegeven zijnde een Parabole*, als Fig. 84. *daar af dat* BD *de middellijn en* CD *de applicata is: het punt* F *te vinden, waar uit men* FO *tot* BC *kan trekken, evenwijdig aan de applicata* CD, *zoodanig dat hy de langste is.*

Stelle BD $\infty\ a$, DC $\infty\ b$: BI ∞ x, IF $\infty\ z$, en FO $\infty\ p$.

$$\begin{array}{llll} BD & DC & BI & z \infty IF \\ a - & b - & x: \text{komt } \frac{bx}{a} \infty IO & \end{array}$$

$$\underline{\qquad\qquad\qquad} \text{ afg.}$$

rest $z - \frac{bx}{a} \infty FO \infty p$ de grootste.

Zoo de kromme is een Parabole van 't eerste geslacht, zoo is 't

$$\begin{array}{llll} BI & BD & \square IF & \square DC \\ x - & a = & zz - & bb \end{array}$$

En daarom $x \infty \frac{aaz}{bb}$, dit in de bovenstaande Æquaty gestelt in plaats van x, komt

$$z - \frac{zz}{b} \infty p$$

$$\underline{\qquad\qquad} \ b$$

$$\begin{array}{lll} bz - zz \infty bp & & \\ 1 \quad 2 \quad 0\ prog. & & \\ \hline bz - 2zz \infty 0, \text{ of } z \infty \frac{1}{2} b. \end{array}$$

Maar indien de kromme een is van het tweede geslacht, zoo is 't

$$\begin{array}{llll} BI & BD & \text{cub. } IF & \text{cub. } DC. \\ x - & a = & z^3 - & b^3 \end{array}$$

En daarom $x \infty \frac{az^3}{b^3}$, of $z - \frac{z^3}{bb} \infty p$

$$\underline{\qquad\qquad\qquad} \ bb$$

$$\begin{array}{l} \text{of } bbz - z^3 \infty bbp \\ \quad 1 \quad\ 3 \qquad 0\ prog. \\ \hline bbz - 3z^3 \infty 0, \text{ of } z \infty b\sqrt[2]{\tfrac{1}{3}} \end{array}$$

Is de kromme van 't 3 geslacht, zo vint men $z \infty b\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

4 geslacht ——— $z \infty b\sqrt[4]{\frac{1}{5}}$

5 geslacht ——— $z \infty b\sqrt[5]{\frac{1}{6}}$

En zoo voort in 't oneyndig.

Men vint dan het punt F,

In die van 't 1 geslacht. als men *in Fig.* 84. uyt het midden van DC een lijn paralel aan de Diameter trekt tot aan de kromme.

In die van het 2 geslacht. als men *in Fig.* 85. op DC een halfront maakt, daar in DG gelijk het derde van DC afpast, uyt G de Perp. GH trekt, en dan, DK met DH gelijk genomen hebbende, uyt K deze evenwydig aan de middellijn haalt.

In die van het 3 geslacht. men moet *in Fig.* 86. op DC de Perpendiculaar DN trekken, zoo lang als de helft DC, en dan uyt N de rechthoekige NM: dan uyt G, aanmerkende DG $\infty\ \frac{1}{4}$ van DC, de evenwydige aan DN, snydende NM in M: dan moet men op DN als As, uyt D als top, met DC als rechte zyde, de parabole DQ maken, die van het ront, dat uyt M als middelpunt beschreven wort, en door D gaat, in Q gesneden wort: dan moet men QK evenwydig aan ND halen; en dan uyt K, KF evenwydig aan BD, als voren, zoo is F het begeerde punt in deze.

In die van 't 4 geslacht vint men *in Fig.* 87. het punt K, als men op DC, als voren, een half ront maakt, DG $\infty\ \frac{1}{5}$ DC neemt, en, de Perpendiculaar GH getogen hebbende, dat men dan DL aan DH gelijk neemt, en uyt L noch een rechthoekige LR trekt, en dan DK met DR gelijk afmeet, zoo is K het punt, waar uyt &c.

Maar *in die van het 5 geslacht*, kan men *in Fig.* 88. het punt K bekomen, beschryvende op DN als As, en DC als rechte zyde een Parabole DQ van het tweede geslacht, en op DC als As een ander van het eerste geslacht; daar af het sesde part van DC de rechte zyde is, mits dat haar beyder toppen in D komen: uyt haar gemeene snee Q, de rechte QK haalende, evenwydig ND, zoo is K het gezochte punt, waar uyt &c.

110. *De kromme lijn* ADEIA (Fig. 89.) *is beschreven door de verschuyving van de lyn* CD, *zoo lang wezende als* AB, *die altijt door het punt* A *gaat, terwijl het eynde* C *langs de halve ronden* ACB, GFA *verknocht blijft: men vraagt naar de grootste breete* HI?

Stelle AB, of DC $\infty\ a$; en DA $\infty\ y$, zo is AC ∞ $a - y$.

Trekke CB en DQ evenwydig B A, tot dat hy AE ontmoet in L.

AB AC DA

$a - a-y - y$? komt $\frac{ay-yy}{a} \infty DQ \infty b$

Zo is dan $yy - ay + ab \infty 0$

$2 \quad 1 \quad 0$ *progressy.*

$2yy - ay \infty 0$, of $y \infty \frac{1}{2}a$

110. *Maar indien men twee gelijke Parabolen neemt in plaats van de ronden, zoo vint men de grootste breete.*

Stelle *in Fig.* 90. CD $\infty\, a$; de rechte zyde $\infty\, b$: AC $\infty\, y$, zoo is AD $\infty\, a - y$: de tussenschepte AO $\infty\, x$, zoo is CO $\infty \sqrt{bx}$: DQ $\infty\, b$

AC AO AD DQ

$y - x = a - y - b$

Zo is $\frac{ax}{b+x} \infty y$

$$\frac{aaxx}{bb+2bx+xx} \infty yy \infty bx + xx$$

Hier door vint men

$$\left.\begin{array}{l} x^{3} + bxx + 2bbx + bbb \\ \quad + 2bxx + bbx \\ \qquad - aax \end{array}\right\} \infty 0$$

$3 \quad 2 \quad 1 \quad 0$ *progressy.*

$0 - 1 - 2 - 3$ *progressy.*

$$\text{Komt } \left.\begin{array}{l} 3xx + 2bx + 2bb \\ \quad + 4bx + bb \\ \qquad - aa \end{array}\right\} \infty 0 \text{ A}$$

$$\text{en ook } \left.\begin{array}{l} -bxx - 4bbx - 3bbb \\ \quad + 2bxx - 2bbx \\ \qquad + 2aax \end{array}\right\} \infty 0$$

Door vergelijking van dese twee vint men

$$b \infty \frac{\frac{1}{2}aab}{xx+2bx-bb} - x$$

$$\text{of } b \infty \frac{\frac{1}{2}aab}{vv} - x\text{, stellende } v \infty b + x$$

't Geene aan b gelijk is, stellende in de Æquatie A, in plaats van b, men vint

$$-aa + \frac{aabx + aabb}{vv} + \frac{\frac{1}{4}a^4bb}{v^4} \infty 0$$

aa ——— v^4

$$-v^4 + \underbrace{bvvx + bbvv}_{bv^3} + \tfrac{1}{4}aabb \infty 0$$

of $v^4 - bv^3 ** - \frac{1}{4}aabb \infty 0$

$1 \quad 4 \quad 256$

$q^4 - 4bq^3 ** - 64aabb \infty 0 : q \infty 4v$

of $p^4 * - 6bbpp - 8bp^3 - 3b^4 - 64aabb \infty 0 : p + b \infty q$

of $p^4 * - 6pp - 8p - 64aa - 3 \infty 0 : b \infty$ d'eenheit.

Dewijl b de eenheit is, zoo kan de gegeve parabole dienen om deze Æquaty op te lossen.

p Gevonden hebbende, zoo moet men daar van 3 maal de rechte zijde aftrekken, en het vierde part van de rest moet men van A tot O meten, en dan de Perpendiculaar O C trekken: dan de rechte C A D, die zal de kromme AHE stoten in 't begeerde punt H. HI evenwijdig AB trekkende, zoo is HI de grootste breete.

Want q is $\infty\, 4v$, en ook $\infty\, p + b$

dies is $4v$, of $4x + 4b \infty p + b$, of $x \infty \frac{p-3b}{4}$

Nu zal ik afkorten, om dat U L. voorgedragen zijn de fondamenten van deze konst, of liever het algemeene; in het bezondere zult gy, u de moeiten troostende van andere Autheuren te deursnuffelen, by u selfs konnen vorderen. Wy hebben de specien verhandelt, de reducty van de Æquatien geleert, de soluty van de selve getoont voor soo veel dit bekent is, en de vinding aangewezen voor zoo veel ons doenlijk was, of als wy dienstig oordeelden, dat alle het geene is dat wy in dese beoogde: met voordacht gaan wy de onbepaalde questien voor by, om dat gy hen kont ontbinden, slegts zoo veel onbekende voor bekent nemende als van noden is om hen bepaalt te maken, zoo m 'er geen condity byvoegt; en deze daar by voegende, gelijk, om in de telkunstige rationale getallen te hebben, of om, in de meetkunstige, de plaats te vinden waar in alle de punten zijn; zoo kont gy u dienen van het geene in onze Algebra UL. daar van voorgedragen wert, daarin gy stof tot vergenoeging zult vinden: deze dingen zijn aan de Tel of Meetkunst alleen eygen; de Algebra wert daar toe maar gebruykt tot een hulpmiddel; en over zulks hebben wy reden om hem in deze voor by te gaan.

Ik moet u echter noch met een byvoegsel belasten, niet zoo zeer om dat het tot oeffening van deze konst kan dienen, als wel om dat het kortelijk de voornaamste eygenschappen van de Kegelsneden bevat, welkers kennisse u misschien aangenaam zal wesen.

BYVOEGSEL,

Behelzende de voornaamste Eygenschappen van de

KEGELSNEDEN.

Algebraize bewezen.

ALs men een Kegel deursnijt, zonder de Top te raken, en ook niet evenwijdig aan de gront, zoo openbaren dese sneden drie 'erley formen, waar van de omtrekken Kegelsneden genaamt werden.

De snee *evenwijdig* aan een van de zijden doende, zoo hebben de Ouden hen *Parabole genoemt*, als in *Figuur* 91. *onevenwijdig* aan de zijde, zulks datze de verlengde *gront* raakt, *Ellipsis*; als in *Figuur* 92. en en datze de verlengde *zijde* raakt, *Hyperbole*, als in *Figuur* 93. BAC is dese kromme in alle de drie Figuren.

Wy zullen dese op een andere wyze doen voortkomen, even gelijk de Heer *Joan de Wit* gedaan heeft, door de snee van twee rechte lynen op een platvlak, maar zullen de eygenschappen niet op een ontknopende wyse verhandelen, gelijk hy doet in zijn boek de *Linea Curvarum*, hen bewysende op die manier als wy in het darde boek de beginselen van de Meetkunst bewesen hebben, op welke manier *Apollonius Pergæus* acht boeken van dese zaak beschreven heeft, waar van ons alleenlyk de vier eerste door den druk ter hant gekomen zyn; maar wy zullen hen Algebraize verhandelen gelijk *Kinkbuyzen* doet, doch een weynig anders na onse methode, eens deel om daar door te korter te wesen, en ander deels om dese konst daar door te oeffenen.

Wy zullen dese drie Kegelsneden gelijkelijk verrichten, gelijk de ouden gedaan hebben, om dat het de kortheit zal bevorderen, en ook om dat hare overeenkoming beter zoude blyken.

Nu dan ter zake.

Eerste Bepaling.

Van de Parabole. Fig. 94. *Indien het punt* N, *en de lijnen* VN, VH *vast, en de hoeken* NVH, ENF, GDH *gelijk zijn, en zoo de lijn* NF *aan de lijn* GD, *in* D, *verknocht is: zoo zal, wanneer* GD *geschoven wert van* V *na* H, *de snee van* NE *en* DG *een kromme lijn beschryven, die wy* Parabole, *of Brantsnee zullen noemen.*

Van de Ellipsis. Fig. 95. *Indien de lijnen* NQ, HF *vast zijn, en malkander snijden in* M, *en zoo de lyn* CGD *aan de lijnen* NQ, HF *verknocht is, in de punten* G *en* D, *zoodanig dat* DG, *en ook* GC, *altijt even lang blyven: zoo zal, wanneer de stip* G *geschoven wert van* M *na* Q, *en weer te rug na* N, *en wederom tot* M, *ondertussen dat het punt* D *gegaan heeft langs de lijn* HF, *de stip* C *de kromme* NHCQFN *beschrijven, die wy* Ellipsis, *ovaal, of lang-ront zullen noemen.*

Van de Hyperbole. Fig. 96. *Indien het punt* N, *de lijn* HF, *en de hoek* CGD *vast zijn, en dat de streep* NCD *aan de stip* N *verknocht is: zo zal, wanneer* GD *langs* FH *geschoven wert, mits dat* GD *altijt even lang blijft, de snee van* ND *en* CG, *of haar verlengdens, dat is het punt* C, *twee kromme lijnen beschryven, die wy* Hyperbolen, *of wassende sneden zullen noemen.*

II. Bepaling. N *noemt men de top.* Voorts

In de *Parabole*. Indien VN verlengt wert aan N, en dat uyt C een rechte CL getogen wert op dese verlengde, zulks dat de hoek CLN gelijk is aan de hoek NVD, CND.

In de *Ellipsis*. Als CMS getrokken wert, wanneer CGD op NQ rechthoekig staat.

In de *Hyperbole*. Wanneer NR getrokken wert evenwydig aan CG, en dan RH, RM elk zoo lang genomen zijn als GD; en gehaalt wort NMQ, daaraf dat M het midden is; ook HNS tot dat hy de verlengde MS, die evenwydig aan GC is, ontmoet in S, en NL de verlengde van MN aan N is.

En in beyde de *Ellipsis* en *Hyperbole*. Indien NV de derde evenredige tot NQ en HS, en CL de evenwydige aan HS is.

Zoo noemt men

III. Bep. M *de midstip.*

IV. Bep. NL *de middellijn, maar wanneer de hoek* NLC *recht is, de As.*

V. Bep. NQ *de dwerse*, (transversa) *anders de volstrekte middellijn, en de hoek* LNC *recht wesende de volstrekte As.*

VI. Bep. HS *de verkeerde.*

VII. Bep. NV *de rechte zijde* (latus rectus.)

VIII. Bep. CL *de toegepaste* (applicata.)

IX. Bep. NL *de tussenschepte* (intercepta.)

X. Bep. SM, HM *(ook verlengt zijnde) in de* Hyperbole, de *naderende* (Asymtoton.)

Aanmerking. In de *Ellipsis* is HM gelijk FM, beyde zoo lang wesende als GC: en MN gelijk MQ, elk even zynde aan CD. De *Hyberbole*, aan de andere zyde van de hoek HMS, zal gaan door het punt Q dat de Top daar af zal wesen, gelijk men ziet, voegende D in M, om dat C dan zal vallen in Q, ter oorsake dat dan MG gelijk MR is.

I. Voorstel. I. Werkstuk.

Gegeven zijnde de Top; de middellijn; de rechte zijde, en de hoek van de toegepaste op de middellijn: de Kegelsnede te trekken.

Voorbereyding.

Van de Werktuygen om hen te trekken.

Maakt dese van koper, of van hout, of van iets anders dat daar toe bequaam is.

Op de *Parabole*. *Fig.* 97. Aanmerkt het eerste Instrument van dese gedaante te wesen: dat *NV* lang en kort kan gemaakt werden, naar believen; de hoeken *NVH*, *GDH*, *END* wyt en nau, en, hem sekere gestalte gegeven hebbende, dat men ze zoodanig kan behouden.

Op de *Ellipsis*. *Fig.* 98. Laat het tweede zoodanig wesen, dat *GD*, *GC* kan lang en kort, en *HMN* wyt en nau gemaakt werden: ook datse die gestalte behout die men hen geefr.

Op de *Hyperbole*. *Fig.* 99. Maar laat, in het darde werktuyg, *GD* kort en lang, en *DGC* wyt en nau konnen gemaakt werden, naar believen: en voort die gestalte konnen behouden die men aan hen toevoegt.

't Gegeve. Laat VN de rechte zyde, Z. de hoek van de applicata op de middellyn, N de top, en NQ de diameter wesen: de volstrekte in de *Ellipsis* en *Hyperbole*.

't Werk.

Op de *Parabole*. Maakt *NV* gelijk NV, en *NVH*, *GDH*, *END* elk zoo wyt als Z: dan legt het werktuyg met *N* op N, zulks dat *NV* komt in de verlengde NQ aan N: de rey *DG* bewegende, zoo

zal

zal de pen, of de stift *C*, in de sleuven van *NE*, *DG* bewogen werdende, de begeerde Parabole beschryven.

Op de *Ellipsis*. Zoekt *in Fig.* 100. M, het midden van NQ, en trekt MH zoodanig dat HMQ zoo wijt is als Z: en maakt MH zoo lang als de helft van de midden evenredige tussen NQ en NV. Dan trekt HG rechthoekig op NQ, en verlengt hen aan G, tot dat HD so lang is als MQ; en haalt DM. Maakt dan *HMN in Fig.* 98. gelijk DMG *in Fig.* 100. *DG* gelijk DG, en *GC* gelijk GH: en voegt het instrument met *M* op M, en met *NQ* op NQ, zoo zal, de rey *DG* bewegende, de stift *C* de begeerde *Ellipsis* beschrijven.

Op de *Hyperbole*. Zoekt *in Fig.* 101. M, het midden van NQ, en trekt MH zoodanig dat HMQ zoo wijt is als Z: en maakt MH zoo lang als de helft van de midden evenredige tussen NQ en NV. Dan vint R, het midden van HM, en trekt NR. Maakt dan *DG in Fig.* 99. so lang als RH, *in Fig.* 101. en *DGC* zoo wijt als HRN; en voegt de rey *GD* langs HM; en zet in N een stift die altijt in de sleuf van *DN* blijft, en beweegt *GD*, zo zal de stift *C*, in beyde de sleuven van de zyden *DN*, *GC* lopende, de begeerde *Hyperbole* beschryven.

Men behoeft geen bewijs hier by te voegen, om dat alles openbaar is uyt het voorgaande.

II. VOORSTEL. I. BESCHOUWING.

In de Parabole *is het vierkant van de applicata zoo groot als de rechthoek van de rechte zijde en de tussenschepte. In de* Ellipsis, *en ook in de* Hyperbole, ***is de rechte zijde, tot de volstrekte middellijn, als het vierkant van de applicata, tot de rechthoek van de deelen der middellyn begrepen tussen deze toegepaste en beyde de eynden van de volstrekte middellyn***: *en in de* Hyperbole *alleen, is de rechthoek van de lyn, begrepen tussen de* Hyperbole *en* Asymtote, *evenwydig aan de andere* Asymtote, *en het deel in de eerste* Asymtote *tussen deze en de midstip, even aan het vierkant van zoodanigen een die uyt de top getogen wert.*

Toepaßing. Indien NV de rechte zyde, NQ de volstrekte middellyn, en LC de toegepaste is: zoo is, in *(Fig.* 102.*)* de *Parabole*, het □LC gelijk de ▭ VNL: en, in *(Fig.* 103.*)* de *Ellipsis* en *(Fig.* 104.*)* de *Hyperbole*, NV tot NQ, als 't □LC tot de ▭ NLQ. En, wegens de *Asymtote*, is de ▭ CGM gelijk het □NR, CG evenwydig RN stellende.

't BEWYS.

Op de PARABOLE.

Aanmerkt *in Fig.* 102. de lynen VH, DN, NE, DG voor de zelfde van hier boven.

De driehoeken NVDN, NCLN zijn gelykhoekig.

Want VNC is ∞ CLN + LCN

DNC is ∞ CLN

——————— afg.

dies is DNV ∞ LCN

Maar NVD is ∞ CLN, na de eerste Bep.

Ergo NVDN is gelykhoekig aan NCLN, en daarom is 't

VN — CL = VD — NL

Maar CL is gelijk VD, om dat DC evenwydig aan VL, en DVN gelijk CLN is. Dies, CL gestelt in plaats van VD, komt

VN — CL = CL — NL

en daarom is 't □CL ∞ ▭ VNL, 't geen, &c.

Op de ELLIPSIS.

Aanmerkt *in Fig.* 103. HM, HGD, en DM voor de zelfde van hier voren, en daar en boven RC zoo lang als DH, LB evenwydig aan MD, CEB zoodanig aan HD, en RA op NQ rechthoekig.

Stelle GD, of RT ∞a: DM ∞b: MR ∞c: ML ∞z: LB ∞v, en NQ $\infty 2q$. Zoo is 't

MD MR DG

b — c — a? komt $\frac{ca}{b} \infty$ RA.

RT RA TC

a — $\frac{ca}{b}$ — q — a? komt $\overline{q-a}, \frac{c}{b} \infty$ CE

HG CE MD LB

$q - a$ —— $\overline{q-a}, \frac{c}{b} = b$ —— v

Hier op een vergelijking gemaakt, en gereduceert komt c ∞v, of MR ∞ LB: dies is RB gelijk en evenwydig aan ML, om dat MR, LB deze hoedanigheit hebben

Zoo is dan ook RB ∞z.

Stelle voorts LC ∞y.

HM ∞d.

en NV ∞r, de rechte zyde.

Zoo is 't HM LC DH

d — y — q? komt $\frac{qy}{d} \infty$ BC

——————— √

$\frac{qqyy}{dd} \infty$ □BC

$zz \infty$ □RB

——————— verg.

komt $\frac{qqyy}{dd} + zz \infty$ □RC ∞qq

of $qqyy \infty ddqq - ddzz$

dies is dd —— qq

——— 4

of $4dd$ — $4qq = yy$ —— $qq - zz$

NQ HS NV

maar $2q$ — $2d$ — r zyn gedurig evenr: [illegible]g.

daarom is $2qr \infty 4dd$, en over zulks is 't

$2qr$ —— qq

$2q$ ——————

of r —— $q = yy$ —— $qq - zz$

Dat is NV — NQ = □LC — NLQ, 't geen &c.

Om dat $qq - zz$ het vermenigvuldige is van NL $\infty q + z$ met NQ $\infty q - z$.

Op de HYPERBOLE.

Weest gedachtig dat de getogene lynen van dese de zelfde

zelfde zijn van hier voren, uytgenomen dat CB de verlengde van LC is.

Stelle *in Fig.* 104. RH, RM, of GD ∞ a: NH ∞ d: NM ∞ q: ML ∞ z: LC ∞ y: GB ∞ v: en de rechte zyde NV ∞ r.

Zoo is 't

MN MH ML

q — $2a$ — z? komt $\frac{2az}{q}$ ∞ MB

$2a$ ∞ MH, v ∞ GB } afgetog.
a ∞ GD vergaart.

komt $\frac{2az}{q} - a - v$ ∞ HD. voorts

RH HN GB

a — d — v? komt $\frac{dv}{a}$ ∞ CB: zo is LB ∞ $\frac{dv}{a} + y$.

MN ML NH LB

en daarom, $q - z = d - \frac{dv}{a} + y$: hier door

vint men $adz - aqy$ ∞ dqv, of v ∞ $\frac{adz - aqy}{dq}$

of $adzv - aqyv$ ∞ $dqvv$: ook is 't

NH HD CB BD

$d - \frac{2az}{q} - a - v = \frac{dv}{a} - a - v$, hier door

vint men $2azdv - aaqd$ ∞ $dqvv$

Zoo is dan $2azdv - aaqd$ ∞ $adzv - aqyv$

of v ∞ $\frac{aqd}{dz + qy}$ ∞ $\frac{adz - aqy}{dq}$

of $qqyy$ ∞ $ddzz - ddqq$

of $dd - qq$

of $4dd - 4qq = yy - zz - qq$

NQ HS NV

maar $2q - 2d - r$ zijn gedurig evenredig.

daarom is $2qr$ ∞ $4dd$, en overzulks is 't

$2qr - 4qq$

$2q$

of $r - 2q = yy - zz - qq$

dat is NV — NQ = □LC — ▭NLQ, 't geen te bewyzen was.

Om dat $zz - qq$ het vermenigvuldige is van NL ∞ $z - q$, met LQ ∞ $z + q$

Wegens de Asymtote.

RN — RD of MG = GC — GD of RN

dies is de ▭MGC ∞ het □RN, 't geen te bewyzen was.

Byvoegfel op de Ellipsis en Hyperbole.

Het vierkant van de verkeerde HS, *heeft zulke reden tot het vierkant van de volstrekte middellijn* NQ, *als het vierkant van de toegepaste* LC, *tot de voornoemde rechthoek* NLQ.

Want boven is gevonden

□HS	□NQ	□LC	▭NLQ
$4dd$ —	$4qq$ =	yy —	$qq - zz$, Ellipsis; $zz - qq$, Hyperbole.

III. VOORSTEL. II. BESCHOUWING.

De vierkanten van de toegepaste zijn evenredig met de tussenschepte in de Parabole; *maar met de rechthoeken van de deelen der middellijn begrepen tussen de applicata en de eynden van de volstrekte middellijn, in de* Ellipsis, *en ook in de* Hyperbole.

Toepassing. Aanmerkende NL voor de middellyn en LC, *LC* voor toegepaste. Zoo is 't in de *Parabole*, □LC tot □*LC*, als NL tot *NL*: en in de *Ell.* en *Hyp.* — als ▭NLQ tot ▭*NLQ*.

't BEWYS.

Op de Parabole. Fig. 105.

□LC ∞ ▭VNL, □*LC* ∞ ▭VN*L* } II. Voorstel.

ergo □LC — □*LC* = ▭VNL — ▭VN*L*

of □LC — □*LC* = NL — N*L*, 't geen &c. (VN ged.)

Op de Ellipsis en Hyperbole. Fig. 106 en 107.

NV — NQ = □LC — ▭NLQ

L = □*LC* — ▭N*LQ* ergo

□LC — □*LC* = ▭NLQ — ▭N*LQ* 't geen &c.

IV. VOORSLEL. III. BESCHOUWING.

In de Kegelsneden snyt de Diameter de toegepaste in tween gelijk.

Toepassing. In Fig. 108. NL de Diameter, en LC de toegepaste wesende, die verlengt zijnde de kromme ontmoet in *C*: zoo is CL ∞ *CL*.

't Bewijs. Dit blykt uyt het II. Voorstel, om dat het vierkant CL zoo groot is als het vierkant C*L*, als beyde zoo groot wezende als de rechthoek van LN en de rechte zyde, in de *Parabole*; of beyde de zelfde reden hebbende als de rechthoek van de deelen tussen L en de eynden van de volstrekte middellyn; te weten als de rechte zyde tot de volstrekte middellyn.

V. VOORSTEL. IV. BESCHOUWING.

Indien in de Figuuren 109, 110 en 111. KC *de Kegelsnede raakt in* C; KL *de middellijn, en* CL *de toegepaste is: zoo is* KN *gelijk* NL *in de* Parabole: *maar in de twee andere is 't*

KN *tot* NL, *als* NQ *tot* NQ — 2 NL, Ellip.
— NQ + 2 NL, Hyp.

't BEWYS.

Trekt NX evenwydig aan CL.

Stelle de rechte zyde ∞ r, NQ ∞ q, CL ∞ x, NL ∞ y, NK ∞ v, NX ∞ s.

NK NX KL CL

$v - s = v + y - x$

dies is $x \infty \overline{v+y},\ \frac{s}{v}$

of $xx \infty \overline{vv+2vy+yy},\ \frac{ss}{vv}$, of $\frac{ssvv+2ssvy+ssyy}{vv}$

Op de Parabole.

Nu is $ry \infty \overline{vv+3vy+yy},\ \frac{ss}{vv}$

$$\begin{array}{lccl} & 0+1 & 0-1 & \textit{arithm.progr.} \\ \text{verm.} & \overline{} & \overline{} & \end{array}$$

komt $vv - yy \infty 0$, of $v \infty y$, dat is KN ∞ NL, 't geen, &c.

Op de Ellipsis en Hyperbole.

Na 't II. Voorstel is 't

$$\begin{array}{lcccl} \text{R. zyde} & \text{NQ} & & \square\text{CL} & \text{▭NLQ} \\ r - & q & = & xx - & qy \mp yy: -\textit{Ellip.} + \textit{Hyp.} \end{array}$$

dies is $\frac{rqy \mp ryy}{q} \infty xx \infty \frac{ssvv+2ssvy+ssyy}{vv}$

$$\text{of } \begin{array}{l} ssvvq + 2ssvqy + ssqyy \\ - vvrqy \pm vvryy \end{array} \infty 0$$

$$\left.\begin{array}{ccc} 0 & +1 & +2 \\ +2 & +1 & 0 \end{array}\right\} \textit{Arith.progr.}$$

verm.

$$\text{komt } \begin{array}{l} +2ssvqy + 2ssqyy \\ - vvrqy \pm 2vvryy \end{array} \infty 0$$

$$\text{en } \begin{array}{l} 2ssvvq + 2ssvqy \\ - vvrqy \end{array} \infty 0$$

Zoo is dan, de eerste vergelyking delende door y, en de tweede door v,

$$\begin{array}{l} 2ssvq + 2ssqy \\ -vvrq \pm 2vvry \end{array} \infty \begin{array}{r} 2ssvq + 2ssqy \\ -vrqy \end{array}$$

$$\text{of } -vvrq \pm 2vvry \infty -vrqy$$

$$-vr\ \overline{}$$

$$\text{of } vq \mp 2vy \infty qy$$

$$\text{of } v \infty \frac{qy}{q \mp 2y}$$

dat is, $v - y = q - q \mp 2y$

of KN — NL = NQ — $\left\{\begin{array}{l} \text{NQ} - 2\text{NL}, \textit{Ellipsis.} \\ \text{NQ} + 2\text{NL}, \textit{Hyperb.} \end{array}\right.$

't geen bewesen moest werden.

AANMERKING op de *Ellipsis* en op de *Hiperbole.*

Indien men by $\frac{qy}{q \mp 2y} \infty$ NK, vergaart $y \infty$ NL, zo

vint men KL $\infty \frac{qy \mp yy}{\frac{1}{2}q \mp y}$

Waar uyt blijkt dat ML tot NL is, als LQ tot KL, of dat de ▭ MLK ∞ de ▭ NLQ is.

En ingeval NL de As is, en dat CZ rechthoekigh op KC staat, zoo is LZ de darde evenredige tot KL, LC.

En by gevolg is deze LZ in de Parabole gelyk de helft van de rechte zyde.

Want, het $\square$LC, ∞ ry zijnde, deelende door KL $\infty 2y$, komt LZ $\infty \frac{1}{2}r$.

Maar in de twee andere is L Z $\infty \frac{\frac{1}{2}rq \mp ry}{q}$

of $\infty \frac{\overline{\frac{1}{2}q \mp y,\ r}}{q}$

dies is, NQ — lat. rect. = LM — LZ. *Ell.* en *Hip.*

Want, $\frac{rqy \mp ryy}{q} \infty xx \infty \square$ CL deelende door $\frac{qy \mp yy}{\frac{1}{2}q \mp y} \infty$ KL

komt, als boven, $\frac{\frac{1}{2}rq \mp ry}{q}$ voor LZ.

VI. VOORSTEL. V. BESCHOUWING.

Indien uyt een punt van de Kegelsnee, een lijn getogen wert, in de Parabole *evenwydig aan de Diameter; maar in de* Ellipsis *en in de* Hyperbole *door het centrum; die is ook een Diameter; en de applicatæ op deze zijn evenwijdig aan de raaklijn die door het genomene punt gaat.*

Toepassing. Indien *in de Figuren* 112, 113 *en* 114. uyt eenig punt van de kromme, als uyt C, de lijn CG getogen wert, in de Parabole evenwydig aan de middellijn NP, maar in de twee andere door de midstip M: zoo is dese zoo wel een middellijn als NP: maar de toegepasten tot deze middellijn gehorende, als DG, AG, moeten evenwijdig aan de raaklijn CK wezen, die door het punt C getrokken wert.

't Bewijs.

Wy hebben alleenlijk te bewysen dat de lijn CG de lijn AD in tween gelijk snijt, om te toonen dat CG de middellijn, en de evenwydige aan KC, als DG, de toegepaste is, om dat de middellijn en de applicata deze condity insluyten.

Trekt DR, AB, GP alle evenwydig CL; de toegepaste uyt C op NR; en door G de rechte FGH, evenwydig aan deze laatste.

stelt CL ∞a: LK ∞b: GP ∞c.

Onderstellende dat het geene, dat te bewyzen is, waarachtig is, zoo is DH ∞ AF, en GA ∞ FG.

DH ∞x: en GH ∞z nemende, zo is DR $\infty x+c$: en AB $\infty x-c$.

Nemende dat AD evenwydig aan KC is, zoo is 't

$$\begin{array}{ccccccc} \text{KL} & & \text{LC} & & \text{GH} & & \text{DH} \\ b & - & a & = & z & - & x \end{array}: \text{ of } z \infty \frac{bx}{a}$$

Stelle vorders; de rechte zyde ∞r: de Diameter NQ ∞q: en de lijn NL ∞y, zoo is 't

Op de Parabole.

NP ∞d nemende, zo is NR $\infty d+z$, en NB $\infty d-z$ en daarom

$$\begin{array}{l} \text{▭VNR} \infty rd + rz \infty xx + 2cx + cc \square\text{DR} \\ \text{▭VNB} \infty rd - rz \infty xx - 2cx + cc \square\text{AB} \end{array}$$

$$\overline{}$$

$$\text{afg. rest } 2rz \infty 4cx$$

$$\text{of } rz \infty 2cx$$

En

En om dat in deze $b \infty 2y$ is, naa 't laatste voorstel; $aa \infty ry$ naa 't tweede; en $c \infty a$, daarom is $rz \infty 2ax$

of $z \infty \frac{2ax}{r} \infty \frac{bx}{a}$

——————— in 't kruys

$2aax \infty rbx$

of $2ryx \infty rbx$: ry voor aa stellende

of $2ryx \infty 2ryx$: $2y$ voor b stellende

of $o \infty o$

Op de Ellipsis en Hyperbole.

LM ∞d nemende, zoo is 't

CL	LM	GP	
a —	d —	c	komt $\frac{dc}{a} \infty$ PM ∞e

Zoo is dan MR $\infty z - e$, en MB $\infty z + e$; en by gevolg NR $\infty \frac{1}{2}q + z - e$; R $\infty \frac{1}{2}q - z + e$; NB $\infty \frac{1}{2}q - z - e$, en BQ $\infty \frac{1}{2}q + z + e$.

na 't II. Voorstel is r tot q.

als $xx + 2cx + cc$ (□DR) tot $\frac{1}{4}qq - zz + 2ze - ee$ (▭NRQ)

en ook als $xx - 2cx + cc$ (□AB) tot $\frac{1}{4}qq - zz - 2ze - ee$ (▭NBQ) afg.

en daarom als $4cx$ ——— tot ——— $4ze$

of als cx ——— tot ——— ze

Zoo is dan $r - q = cx - ze$

of $\frac{qcx}{rc} \infty z \infty \frac{bx}{a}$

of $\frac{qca}{rb} \infty e \infty \frac{dc}{a}$

of $qaa \infty rbd$

Uyt het laatste voorstel blijkt dat b is $\infty \frac{qy \mp yy}{\frac{1}{2}q \mp y}$

en om dat d is $\infty \frac{1}{2}q \mp y$

en $aa \infty \frac{qy \mp yy,\ r}{q}$

En om reden dat $r - q = aa$ (□LC) $- qy \mp yy$ (▭NLQ) evenredig zijn, zoo volgt, d'een voor d'ander stellende in de Æquaty $qaa \infty rbd$

dat $qy \mp yy,\ r \infty qy \mp yy,\ r$ is

of $o \infty o$

Dewijl wy dan in beyde $o \infty o$ gevonden hebben, zoo blijkt dat het voorgestelde waarachtig is, om reden dat wy het als waar wezende, in de uytrekening, ondersteld hebben: wy zouden deze uytkomst niet gevonden hebben indien het gesupponeerde niet waarachtig was geweest.

VII. VOORSTEL. II. WERKSTUK.

Gegeven zijnde een Kegelsnede: het Centrum, de Top; een middellijn; en ook zijn volstrekte middellijn te vinden.

't Werk.

Trekt, binnen de Kegelsnede, twee evenwydige lijnen CC, *CC*, *als in de Figuren* 115, 116 *en* 117. stootende de kromme; en haalt door haar beyder midden L en *L*, de rechte *L* L: deze is de middellijn.

Hen verlengende tot de kromme, zoo is het stootende punt N of Q de top. Deze NQ is de volstrekte middellijn in de *Ellipsis als Fig*. 116. en zijn midden het Centrum: maar in de *Hyperbole* vint men hen zoekende noch een middellijn MG *in Fig*. 117. deze de eerste, verlengt zijnde, snydende in M, zoo is MN de halve, en zijn dubbelt NQ, de heele volstrekte middellijn in de *Hyperbole*: M is het Centrum.

Deze dingen vereysschen geen demonstraty, also alles openbaar is uyt het gezeyde.

VIII. VOORSTEL. III. WERKSTUK.

Gegeven zijnde een Kegelsnede: de As te vinden.

't Werk.

In de *Parabole, Fig*. 118. Zoekt een middellijn NQ na het voorgaande, hier door trekt rechthoekig *CC*, en door zijn midden L, L A evenwydig NQ: die is de As.

In de *Ellipsis* en *Hyperbole*. (*Fig*. 119 *en* 120) Zoekt het Centrum M door het voorgaande, en trekt uyt M als middelpunt een boog, snydende de kromme in C en *C*: door zijn midden L, en het Centrum M, trekt een lijn ML: deze is de As.

IX. VOORSTEL. IV. WERKSTUK.

Gegeven zijnde een Kegelsnede: uyt een gegeve punt van de kromme een raaklijn, en ook een rechthoekige te trekken.

Laat C het gegeve punt in de kromme wezen.

't Werk.

Zoekt een Diameter, Top, en het Centrum, volgens het VII. Voorstel: laat N de Top, N L de Diameter, NQ de volstrekte, M het Centrum, en CL de applicata wezen.

Op de Parabole.

Neemt, *in Fig*. 121. in de verlengde N L, aan de Top

Top N, N K zoo lang als NL, en trekt KC: die raakt de kromme in C, volgens het V. Voorſtel.

Op de Ellipſis en Hyperbolo.

Neemt *Fig.* 122 *en* 123. in L C, L S gelijk N L, en trekt MS, en aan deze evenwydig, uyt Q, Q T, ſtootende L C, of zijn verlengde in T: dan maakt LK gelijk L T, en trekt K C: deze raakt de kromme in C.

Want QN $\infty\ q$, en N L $\infty\ y$ ſtellende, als in het V. Voorſtel.

ML NS QL

Zoo is 't, $\frac{1}{2}q \mp y - y = q \mp y$ ∷ komt $\frac{qy \mp yy}{\frac{1}{2}q \mp y} \infty$ L T

En zoo veel doet mede LK na 't V. Voorſtel, en daarom is K C de raaklijn door C, om dat wy L K mede zoo lang, te weten als L T, nemen.

De raaklijn getrokken hebbende, zoo is de rechthoekige op de kromme openbaar, dewijl men niet anders te doen heeft als uyt C, op C K, een Perpendiculaar, CZ, te maken, die is de begeerde.

Anders.

De As, en de rechte zyde bekent, of gevonden zijnde.

Laat *in de Figuren* 124, 125 *en* 126. NL de As, en NV de rechte zyde wezen: ook M de Midſtip.

't Werk.

Trekt CL rechthoekig op de As.

Op de *Parabole.* Neemt *in Fig.* 124. L Z, in de verlengde N L aan L, zoo lang als de helft van de rechte zyde, en trekt ZC, die is de begeerde volgens de aanmerking op het V. Voorſtel.

Op de *Ellipſis* en *Hyperbole.* Laat *in de Figuren* 125 *en* 126. N V, de rechte zyde, rechthoekig ſtaan op de As N Q.

Trekt QV, en uyt M, MY evenwydig QV, ſtootende LC, of zijn verlengde in Y; en maakt L Z, in de verlengde NL aan L, zoo lang als L Y, en trekt Z C, die is de begeerde.

Want, ſtellende N Q $\infty\ q$: NV $\infty\ r$: en NL $\infty\ y$, even als in 't V. Voorſtel, zoo is 't

QN NV ML

$q - r = \frac{1}{2}q \mp y$ ∷ komt $\frac{\frac{1}{2}qr \mp ry}{q} \infty$ L Y

Of LZ, om dat wy hen gelijk genomen hebben: maar zoo lang is ook L Z in de aanmerking op het voornoemde V. Voorſtel, dies ſtaat ZC rechthoekig op de kromme, gelijk hy aldaar zodanig geconſideteert is.

X. VOORSTEL. VI. BESCHOUWING.

Indien men, in de Parabole, *in de As twee punten* A *en* M *verkieſt* als in Fig. 127. *elk het vierde part van de rechte zyde, van de Top* N, *af: en zo men dan door* M *een rechthoekige door de As haalt, als* M O; *zoo zullen alle de rechte, die uyt eenig punt van de kromme getogen werden, een tot* A, *en een ander rechthoekig op* M O, *als* C A, C O, *altijt even lang wezen.*

En zoo men in de Ellipſis *en* Hyperbole, *twee punten* A *en* O *neemt* in de Figuren 128 en 129. *evenver van de eynde der volſtrekte middellijn* N Q; *in deze* N Q *in de* Ellipſis, *maar in hare verlengde in de* Hyperbole, *zulks dat hare diſtanty* A O *is de midden evenredige tuſſen de volſtrekte As* N Q, *en deze* N Q *min de rechte zyde in de* Ellipſis, *maar is dezelve in de* Hyperbole, *zoo zullen de lijnen die uyt eenig punt van de kromme, tot de voornoemde punten getogen werden, te zamen* (AC + CO) *in de* Ellipſis, *maar haar verſchil* (CO − AC) *in de* Hyperbole, *zoo lang wezen als de As* N Q.

En de raaklijn K C, *door het genomene punt van de kromme getogen, zal gelijke hoeken maken met deze getrokkene lijnen, dat is,* ACK *zal zoo wijt als* K C O *wezen.*

De punten A *en* O *noemt men Brant-punten.*

't Bewijs.

Om dit te weeg te brengen, zoo zullen wy onderſtellen dat de kromme N C voortgekomen is, of dat ze deze eygenſchap heeft, dat de lijnen AC, CO, in de Parabole, altijt evenlang zijn, en in de *Ellipſis*, dat haar ſom even is aan de As NQ, en in de *Hyperbole* haar verſchil: en laat ons zien of deze kromme in het eerſte geval een Parabole, in 't tweede een *Ellipſis*, en in het derde een *Hyperbole* is.

Laat ons aanmerken dat C Z de geene is die rechthoekig op de kromme, of op de raaklijn K C ſtaat, en C L voor de applicata, of voor de rechthoekige op de As.

Stelle voor eerſt N A, of Q O $\infty\ a$: N Q $\infty\ q$: CA $\infty\ z$; zoo is CO $\infty\ q \mp z$: L N $\infty\ y$: CZ $\infty\ s$: Z N $\infty\ v$; zoo is ZL $\infty\ v - y$, en L A $\infty\ y - a$, of $a - y$.

't□ZL van 't□ZC, reſt 't□LC $\infty\ ss - vv + 2vy - yy$

't□LA van 't□CA, reſt 't□LC $\infty\ zz - yy + 2ay - aa$

zoo is dan $ss - vv + 2vy - yy \infty\ zz - yy + 2ay - aa$

of $y \infty \frac{zz - aa - ss + vv}{2v - 2a}$.

Op de Parabole.

In deze is *in Fig.* 130. C O gelijk LM, of z is $\infty\ y + a$: dies is $y \infty\ z - a$,

zoo is dan $z - a \infty \frac{zz - aa - ss + vv}{2v - 2a}$

of

$$\left.\begin{array}{r} \text{of } zz - 2vz - 3aa \\ +2az - ss \\ +vv \\ +2av \end{array}\right\} \infty\, 0$$

$$2 \quad 1 \quad 0 \quad \textit{arith. progr.}$$

verm.

komt $\begin{array}{l} 2zz - 2vz \\ +2av \end{array} \infty\, 0$, of $z \infty v - a$, dat is $CA \infty AZ$,

Of de hoek AZC zoo wyt als de hoek ACZ: en, om dat AZC + K, en ook ACZ + ACK te zamen elk een rechte hoek doen, daarom is K, of KCO, zoo wyt als A CK: een van de zaken die te bewyzen was.

Het tweede blykt op deze manier.

CO is gelijk LM, of $z \infty a + y$, of zz, of

$\square AC \infty aa + 2ay + yy$

hier af $\square LA \infty aa - 2ay + yy$

rest $\square LC \infty 4ay$

Waar uyt blykt dat het vierkant van LC altyt gelijk is aan de rechthoek van LN en een zelfde andere die hier gelijk $4a$ is: zulks dat de kromme NC is een Parabole: en AN, of NM is gelijk aan het vierde part van de rechte zyde, om dat $4a \infty r$, of $a \infty \frac{1}{4} r$ is.

Op de Ellipsis en Hyperbole.

In deze is *in de Figuren* 131 *en* 132. $ON \infty q \mp a$: en om dat $NL \infty y$ is, zoo is

$OL \infty q \mp a \mp y$; zijn $\square$ is $qq + aa + yy \mp 2aq \mp 2qy + 2ay$

$CO \infty q \mp z$: zijn $\square$ is $qq \mp 2qz + zz$

afgetogen, rest het $\square CL \mp 2qz + zz - aa - yy \pm 2aq \pm 2qy - 2ay$

hier voren is gevonden $\square CL\; zz - yy + 2ay - aa$

door vergelijking van deze vint men $y \infty \dfrac{qz - aq}{q \mp 2a}$

hier vooren is gevonden $y \infty \dfrac{zz - aa - ss + vv}{2v - 2a}$

zoo is dan $\dfrac{qz - aq}{q \mp 2a} \infty \dfrac{zz - aa - ss + vv}{2v - 2a}$

$$\left.\begin{array}{l} \text{of } \; qzz - 2qvz - ssq \\ \mp 2azz + 2aqz \mp vvq \\ \qquad \pm 2a^3 \\ \qquad \pm 2ass \\ \qquad + 2avv \\ \qquad + 2aqv \\ \qquad - 3aaq \end{array}\right\} \infty\, 0$$

$$2 \quad 1 \quad 0 \quad \textit{arith. progr.}$$

$\begin{array}{l} 2qzz - 2qvz \\ \mp 4azz + 2aqz \end{array} \infty\, 0$, of $v \infty \dfrac{qz + aq \mp 2az}{q} \infty ZN$:

hier van $NA \infty a$, rest $ZA \infty \dfrac{qz \mp 2az}{q}$

dat is q tot $q \mp 2a$, als z tot $\dfrac{qz \mp 2az}{q}$

of $CO \pm CA$ tot AO, als CA tot ZA,

of, stellende CP, in CO, of in zijn verlengde, zo lang te wezen als CA

PO tot AO, als CP tot ZA

Zoo is dan AP evenwydig CZ: en dewyl $CPA \infty CAP$ is, en daarom ook $OCZ \infty ZCA$; en by gevolg KCO *gelijk* KCA, om dat ZCK weerzyts recht is: 't welk een van die twee is die bewezen moesten werden.

Het ander blijkt op deze manier:

Hier boven is $y \infty \dfrac{qz - aq}{q \mp 2a}$; waar uyt blijkt dat z, of $CA \infty \dfrac{qy \pm 2ay + aq}{q}$ is: van dit zijn vierkant afgetogen het vierkant van $AL \infty yy - 2ay + aa$ wezende, rest voor het vierkant CL.

$$\frac{\mp 4qayy + 4aayy + 4qqay \mp aaqy}{qq}$$

$$\text{of } \frac{+4qa \mp 4aa, \mp yy + qy}{qq} A$$

zulks dat het is

$qq - 4qa \mp 4aa = \mp yy + qy - \square CL$

En dewijl $\mp yy + qy$ gelijk is aan de ▭ NLQ, zo blijkt dat het vierkant van LC altijt een zelfde reden heeft tot de ▭ NLQ; en by gevolg dat deze kromme van de begeerde natuur zijn, volgens 't twede Voorst.

Stellende de rechte zyde ∞r, zoo is 't

$q - r = \mp yy + qy$: komt $\dfrac{\mp yy + qy, r}{q} \infty \square CL$

dewijl dit gelijk aan A is, zoo vint men daar door

$a \infty \pm \frac{1}{2} q \mp \sqrt{\frac{1}{4} qq \mp \frac{1}{4} qr} \infty NA$, of ∞OQ.

dies is $2a \infty \pm q \mp \sqrt{qq \mp qr}$

of $q \mp 2a \infty \sqrt{qq \mp qr} \infty AO$

En om dat $\sqrt{qq \mp qr}$ of AO de midden evenredige is tussen q en $q \mp r$, dat is tussen de volstrekte As, en de zelfde *min* de rechte zyde in de *Ellipsis*, maar *en* in de *Hyperbole*, even gelijk in het begin gezeyt is, zoo blijkt dat alle het beslotene waarachtig is: 't geen te bewyzen was.

Byvoegsel.

Uyt dit Voorstel is openbaar op wat wyze men een Kegelsnede door een draat kan beschryven; de Brantpunten en de Top gegeven zijnde.

Op de *Parabole*. Indien *in Fig.* 133. de Ry EO, langs de Ry MO, rechthoekig kan geschoven werden, en dat aan E, een punt van de zelve, een tou, of draat vast is, zoo lang wezende als EO, daar van het andere eynde A aan een ander Ry vast is, die rechthoekig, in M, op MO staat, welke in en uyt kan geschoven werden; zoo zal de pen in C, gedurig tegen EO gedrukt werdende, een halve parabole NC beschryven, daar-van AM de As is, en N, het midden tussen A en M, de Top; en AM de helft van de rechte zyde is, of AN zijn vierde part; om dat AC altijt gelijk aan CO is, en CO gedurig rechthoekig op MO staat, die de rechthoekige door de As is.

Op de *Ellipsis*. Indien *in Fig* 134. NQ een Ry is: waar aan een draat ACO vast is, zoodanig dat menze langer en korter kan maken, en daar van men de eynden A en O nader en verder van een kan brengen, zoo zal dit werktuyg konnen dienen, om op een gegeve As NQ, en uyt gegeve brantpunten A en O, een halve *Ellipsis* te beschryven, met de draat zo lang te maken als NQ, en hen uytgerekt te houden door de pen C terwyl hy bewogen wert.

Op de *Hyperbole*. Als *in Fig*. 135. AO en EO twee verknochte Ryen zyn, in O beweeglijk wezende; en dat in de eene O C, als hier in E, een draat vast is, welkers ander eynde aan de ander in A verknocht is, zulks dat A nader aan O, en ook verder daar van af kan geschoven werden; zo zal dit instrument konnen gebruykt werden, om op een gegeve As AN, met een gegeve volstrekte As NQ, uyt gegeve Brantpunten A en O, een halve *Hyperbole* te beschryven, de draat maar zoo veel korter wezende als EO, als NQ lang is, de stift C altyt tegen EO drukkende, terwyl hy bewogen wert.

Door de tweede eygenschap, te weten, dat de raaklyn K C altyt gelijke hoeken maakt met de lynen CA, CO, konnen noch andere werktuygen toe gestelt werden, om deze kromme te trekken: maar om dat de aangetekende de eenvoudigste zijn, en de gemakkelijkste om te gebruyken, zoo zullen wy het hier by laten, en wyzen de nieusgierige in de Mathematische oeffening by van *Schoten* beschreven, die deze dingen wytluftig en naukeurig verhandelt.

EYNDE.

NAREDEN.

NU is verhandelt de geheele Mathesis: de Architectura Civilis, of de burgerlijke Boukunst, en ook de gronden van de Sangkunst zijn van ons overgeslagen, om dat wy hen buyten de deelen van de Wiskonst stellen: de wetenschappen die men volkomen kan verstaan, zonder eenige kennis van de Mathematica te hebben, laten wy niet toe dat daar onder getelt worden, hoedanig wy oordeelen deze te wezen: om de zelve reden hebben wy ook in de Mechanica achterwegen gelaten de Pompen, de Waterschroef, en de Fonteinen, &c.

Eer ik mijn affscheid neme, zoo moet ik u noch eenige dingen in 't korte voordragen, die misschien nuttelijk zullen wezen. Men moet niet denken dat nu alles wel is, dat men een volmaakte wiskonstenaar is; dat men nu alles zal onthouden wat men'er tegenwoordig afweet; en dat men de vereischte verbetering van 't verstant alrede verkregen heeft: men moet liever denken dat alles noch vry onvolmaakt is; gelijk het ook zoodanig is: dat in de Mathesis noch veel te leeren is, (niet dat noodsakelijk tot yeder konst behoort, maar dingen die voor byvoegselen verstrekken, en die echter nuttelijk en vermakelijk zijn) dat men niet alles zal onthouden dat men nu weet, en dat de hebbelijkheit van het verstant in veel dingen noch kan verbetert werden.

Men moet dan in deze studi noch niet rusten, ten waare voor een korten tijt, om hen daar na met dies te meerder lust te hervatten.

't Eerste dat men behoorde te doen, is te overleggen in welke zaken dat men zich swak bevint, en die dan in 't ruwe te overzien, ten eynde men van hen zoo goede bevatting hebbe als van het andere.

Daarna zal 't nuttelijk wezen dat men alles herhaalt, van vooren af beginnende, doch niet al te veel zeffens, alleenlijk een weynig tijts dagelijks daar toe gebruykende, op zoodanigen manier als vereyscht wert om een zaak wel te verstaan en lang te onthouden, waarnemende de order die wy in ons onderwijs gebruykt hebben; de fondamentele zaken naukeurig onderzoekende, met inzicht om hen te onthouden, de moeyten daar toe vereyscht werdende, daar toe aanwendeden; die van minder belang zijn zo naukeurig niet, en de rest maar ter loops.

Dit gedaan hebbende, zoo zal 't goet zijn dat men van yeder wetenschap, tafelscher wyze, *een*

een beschryving make, in't kort aantekening doende van de inhout van de Deelen, van de Hooftstukken, en van de Leden van dien: dit zal ons bequaam maken, niet alleen om een kort begrijp van yeder wetenschap te hebben, maar ook om van hen met order te konnen redenkavelen; een goet verhaal toont eerst de zaak in't geheel, daar na zijn voornaamste deelen, en eyndelijk alles in't bezonder; doch dit leste wert meestendeel nagelaten om niet walgelijk te wezen.

Dit volbracht zijnde, en willende verder in de Mathesis voort gaan, zo kan men de curieusetyten die in het volgende, of in andere boeken aangeteken zijn, doorlopen, op zulken manier als men wil, zonder eenige order in't eene of in't ander te houden, alleenlijk op schoon papier, daar tussen gebonden, het geene men breeder uytgevoert heeft, of dat men 'er by wil genoteert hebben, daar by voegende, of ook wel achter, of in dit werk, om dat het zeer nuttelik voor de Memory is, dat men van elke zaak een boek heeft dat men voor een basis van die wetenschap kan gebruyken, waar in alle het geene, dat daar toegehorig is, te vinden is, op dat men hier in lezende, gedachtig wort alle het geene men in die zaak gedaan heeft; en hoe dit boek korter en beknopter is hoe het beter is, als maar by yder slag van saken aangetekent is wat van die materie elders te vinden is.

En om dezelve reden is het ook goet, terwyle men studeert, dat men weynig Autheuren gebruykt, alsze slegs van de beste zijn die van die stof handelen.

Als men een boek wil bestuderen, zoo is't goet dat men hen eerst doorbladert, ten eynde dat men komt te kennen de inhout en de swier in't kort; daar nadat men het zelfde doet wat naukeuriger, op dat men ten naasten by weete wat hier en daar verhandelt wert, en eyndelijk dat men zulks doet zonder iets over te slaan. Het geene men naar twee of driemaal herlezens niet en kan bevatten moet men op die tijt voor by gaan, mits zulks aantekenende; op een ander tijt, of verder gelezen hebbende, valt het veeltijts van zelver toe, of wert gekent met een herlezing: de kennis van het volgende hangt niet altijt af van de verstaning van het voorgaande, en daarom moet men't werk niet laten steken wanneer men komt te stuyten.

Indien het een wetenschap is waar in men noit gedaan heeft, zo moet men de weg inslaan die wy in de Mathesis aangewezen hebben, van hen tafelscher wyze een aantekening makende, en dat dan by dit boek voegende; ook hier en daar, waar ons dunkt duystere passagien te wezen, een verklaring daar by doende, ook wel by eenige korte een uytbreyding: de memory groeyt aan door een wel geregelde arbeyt.

Als men buyten de boeken wil gaan, en by zich zelfs studeren, of als men een zaak tracht uyt te vinden zonder eenig behulp; of dat men een ander, daar men alrede eenige kennis af heeft, zoekt te verbeteren, zoo moet men al vry een naukeuriger aandagt gebruyken, en het zal dienstig zijn dat men wete

Dat alles wat door argumentering, of door redenering vinbaar is, zoodanig aan een geschakelt moet wezen, dat het eene het ander insluyt; dat de beginselen de gevolgen stellen, en de gevolgen de beginselen; en dat dese dingen alle in ons verstant zijn, volstrekt in de Mathesis, maar onvolstrekt in meest alle de andere wetenschappen: de beginselen van de Wiskonst zijn zelfs in het verstant, maar van veele andere konsten moeten dese verkregen werden door de zinnen, gelijk in de Natuurweet geschiet; het begrip dat de ziel van dese beginselen ontfangt zijn de fondamenten van de gevolgen, die door redenvoering daar van afgeleyt werden: dit begrip met de zaak evenmatig zijnde, en de gevolgen wel afgeleit wezende, zoo zijn de besluyten zoo wel waarachtig als die van de Wiskonst, doch geven aan ons geen volkomen vergenoeging, ten zy wy zoodanigen contentement nemen in het begrip dat wy van de fondamenten ontfangen hebben, door middel van de zinnen verkregen: dit is het eenigste verschil tussen de Mathesis en andere wetenschappen, wiens beginselen ons van buyten moeten aankomen: en hier uyt kan men zien dat de overnatuurweet, of de Metaphysica, en andere, die hare beginselen niet van de sinnen ontlenen, zoo zeker konnen zijn als de Wiskonst: en ook dat men in alle wetenschappen de zelfde order kan gebruiken die in de Mathematica gepractiseert wert, de beginselen alleenlijk voor af stellende.

Voor af wetende het geene nu gezegt is, zoo is't eenigste dat men te doen heeft, zijn gedachten stip aan de zaak te binden, van ons wendende, zoo veel ons doenlijk is, alle de denkingen die buiten dese zijn: vindende dat men afgedwaalt is, zoo moet men de eygenschappen van het beginsel, of de beginselen, of die wy daar voor aannemen, dat tot noch toe dan maar de zaak is, weer herhalen, en zoo eene herhaling niet genoeg is, zoo moet men zulks meermalen doen, op datmen dese zijne hoedanigheden wel by der hant heeft: dan moet men niet zeer werkelijk met zijn gedachten wezen; de drift is ons hinderlijk: men moet alleenlijk gedult oeffenen, en zijn gedachten laten gaan om ende by dese eygenschappen, met inzicht of men kan gewaar werden wat uyt dese volgt, of ook wel, waar van dese zoude mogen afhangen, de oorzaken zoekende; men moet alleen lydende wesen, de zaak moet ons zijn naaste gevolgen, of zijne naaste oorzaken van zelfs vertoonen, onze aandacht maar slegs dicht ront om de zaak voegende.

Dewijl dit alle het geene is dat ik voorneemens was U L. voor te dragen, zoo zal ik niet anders zeggen, als dat ik wensche dat alles mag strekken tot uwen voordeel, uwen naastens dienst, en tot de eere Gods, biddende dat de Heere daar toe zijnen Zegen gelieve te verleenen.

BERIGHT aan den BOEKBINDER,

Om de Figuren in dit Werk wel in te binden.

III. Boek. GEOMETRIA of MEETKONST, heeft 14 Platen, en worden alle vervolgens ingebonden, van No. 1. tot 14. aan 't laatste blad op Folio 74.

V. Boek ASTRONOMIA of STARREKONST, heeft 14 Platen, en komen vervolgens aan 't laatste blad op Fol. 132. uytgenomen No. 7. die tot Fol. 110. No. 8. die tot Fol. 113. No. 9. die tot Fol. 116. en No. 10. die tot F. 117. behoren.

VI. Boek. LANTMEETKONST en 't WYNROYEN, heeft 5 Platen, die vervolgens aan 't laatste blad op Fol. 148. komen.

VIII. Boek. FORTIFICATIE of VESTINGBOUW, heeft 7 Platen, waar van No. 1. aan 't eerste blad op Fol. 181. en de rest vervolgens aan 't laatste blad op Fol. 196 en 197. moeten geplaatst werden.

IX. Boek. GNOMONICA of SONNEWYSERS, heeft 6 Platen, van No. 1 tot 6. benevens noch 8 Platen van No. 1 tot 8. zynde voorbeelden van Sonnewyzers, welke alle op 't laatste blad op Fol. 212. eerst de 6 eerste, en daar na de 8 laatste, moeten gebonden worden.

X. Boek. PERSPECTIEF of TEEKENKONST, heeft 16 Platen, die alle vervolgens aan 't laatste blad Fol. 222. moeten komen.

XI. Boek. DIOPTRICA of DEURZIGTKUNDE, met het byvoegsel van de CATOPTRICA of SPIEGELKUNDE, heeft 10 Platen, die alle vervolgens van No. 1 tot 10. aan 't laatste bl. tussen Fol. 240 en 241. moeten gestelt werden.

XII. Boek. MECHANICA of WEEGKONST, heeft 3 Platen, dewelke vervolgens aan 't laatste blad Fol. 250. moeten zyn.

XIII. Boek. ALGEBRA of STELKONST, heeft 13 Platen van No. 1 tot 13. en komen alle vervolgens aan 't laatste blad Fol. 318.

NB. Alle dese Platen moeten het wit papier niet afgesneden werden, maar sodanig ingebonden worden, dat deselve konnen buyten het Boek uytslaan, uytgenomen die geene, die op haar Folio moeten gestelt werden.

Eynde des geheele Werks.

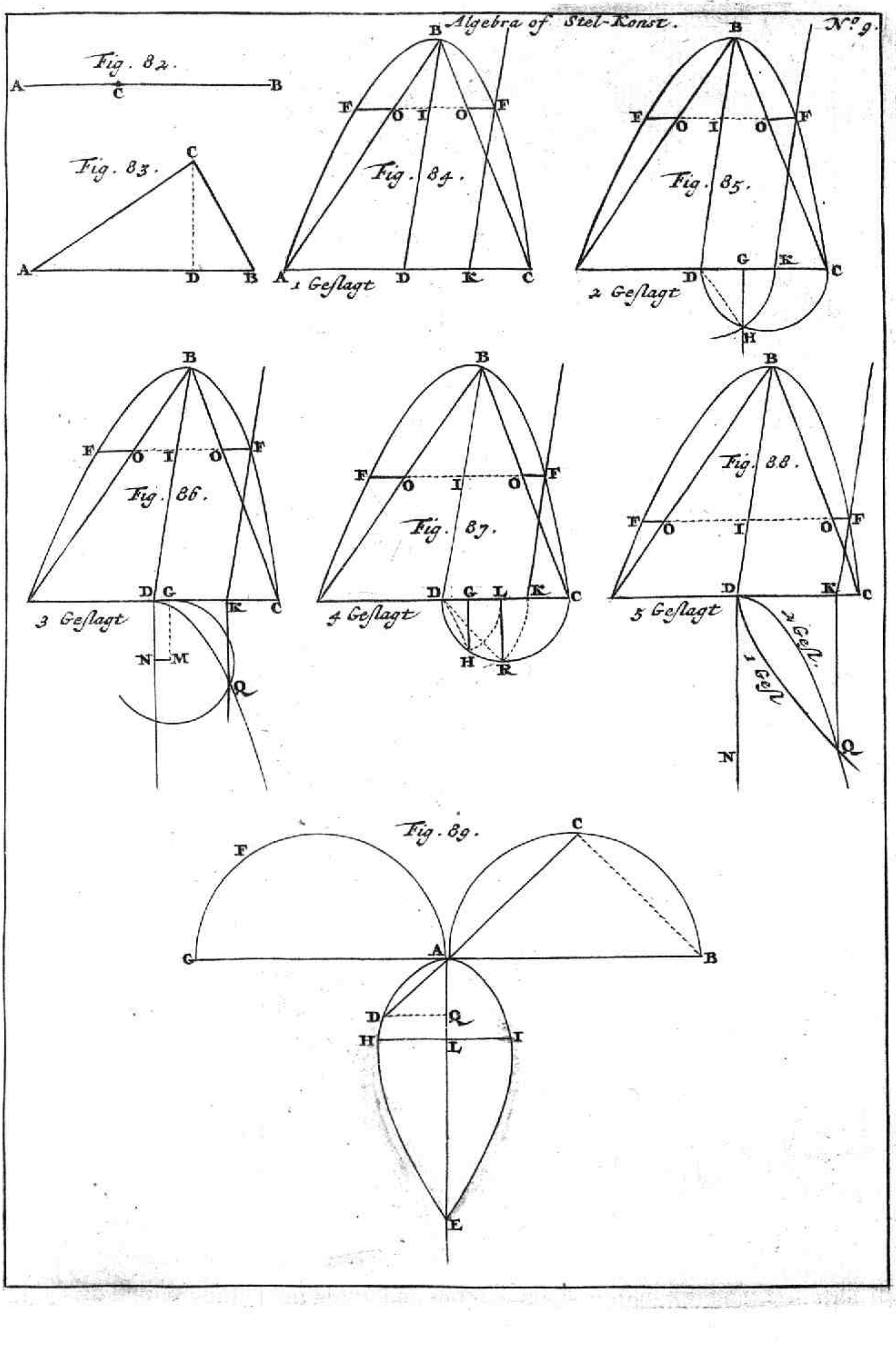


Fig. 82.
Fig. 83.
Fig. 84.
1 Geslagt
Fig. 85.
2 Geslagt
Fig. 86.
3 Geslagt
Fig. 87.
4 Geslagt
Fig. 88.
5 Geslagt
2 Gesl.
1 Gesl.
Fig. 89.