



De storingsvrijheid van ontvangers voor draadloze telegrafie

<https://hdl.handle.net/1874/277590>

1922

DE STORINGSVRIJHEID VAN
ONTVANGERS VOOR
DRAADLOOZE TELEGRAFIE



A. KOERTS



A. qu.
192

DE STORINGSVRIJHEID VAN ONTVANGERS
VOOR DRAADLOOZE TELEGRAFIE

*Aan de nagedachtenis van mijn Vader
en aan mijn Vrouw*

RIJKSUNIVERSITEIT TE UTRECHT



1779 3641

DE STORINGSVRIJHEID VAN ONTVANGERS
VOOR DRAADLOOZE TELEGRAFIE

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN

DOCTOR IN DE WIS- EN NATUURKUNDE

AAN DE RIJKS-UNIVERSITEIT TE UTRECHT

OP GEZAG VAN DEN RECTOR MAGNIFICUS

J. F. NIERMEYER

HOOGLEERAAR IN DE FACULTEIT DER LETTEREN EN WIJSBEGEERTE

VOLGENS BESLUIT VAN DEN SENAAT DER UNIVERSITEIT

TEGEN DE BEDENKINGEN VAN DE

FACULTEIT DER WIS- EN NATUURKUNDE

TE VERDEDIGEN OP

MAANDAG 30 OCTOBER 1922 DES NAMIDDAGS TE 4 UUR

DOOR

ALBERTUS KOERTS

GEBOREN TE KIEL-WINDEWEER



I N H O U D

	BLADZ.
Inleiding	1
Hoofdstuk I.	
Trillingsstelsels in het algemeen.	
§ 1. Berekening van de stroom en spanning in electrische stelsels waarop een uitwendige electromotorische kracht van de gedaante $e^{i\omega t}$ werkt	3
§ 2. Berekening van de spanningen bij een willekeurige uitwendige electromotorische kracht. . . .	7
§ 3. Oplossing bij gegeven aanvangswaarden . . .	10
Hoofdstuk II.	
Algemeene beschouwingen omtrent het probleem der luchtstoringen.	
§ 1. Bespreking der methoden die voor het elimineeren van storingen worden toegepast	14
§ 2. De aard der storingen	21
Hoofdstuk III.	
Invloed van de selectiviteit op de storingsvrijheid.	
§ 1. Storingsvrijheid bij twee magnetisch gekoppelde gelijke kringen	24
§ 2. Invloed van verschillen in demping en afstemming	28
§ 3. Differentiaal-schakelingen	32
§ 4. Berekening van de stroomsterkte in stelsels van n gekoppelde kringen	33
§ 5. Herleiding van de uitdrukking voor de stroomsterkte	39
§ 6. Berekening van de storingsenergie in den n^{den} kring.	41
§ 7. Bepaling van de storingsvrijheid.	46
§ 8. Stelsels met trioden in cascade-schakeling . .	47
§ 9. Bespreking van een door Pupin en Armstrong voorgestelde anti-storingsschakeling	51

Hoofdstuk IV.

Eenzijdige richtwerking en ontvangst onder aarde.

§ 1. Combinatie van verticale antenne en raam . . . 54

§ 2. Ontvangst onder aarde 59

Hoofdstuk V.

Gerichte ontvangst.

§ 1. Richtingseigenschappen van stelsels van antennes
voor ongedempte golven 64

§ 2. Richt-effect voor storingen 67

§ 3. Voorbeelden van gerichte stelsels 70

Samenvatting 76

Bij het verschijnen van dit proefschrift wensch ik aan allen, die tot mijn vorming hebben medegewerkt mijn dank te brengen.

In de eerste plaats geldt mijn dank U, Hoogleeraren van de Wis- en Natuurkundige Faculteit der Universiteit te Utrecht. In het bijzonder dank ik U, hooggeachte Promotor ORNSTEIN, voor de belangstelling en aanmoediging, die ik steeds van U heb mogen ondervinden en niet het minst voor de bereidwilligheid waarmede Gij wildet optreden als mijn Promotor voor een zoo geheel buiten Uw bijzondere studierichting liggend onderwerp.

Ook wensch ik U te gedenken, Hooggeleerde KAPTEIJN. De herinnering aan Uw persoonlijkheid is mij dierbaar als weinig andere, en de herinnering aan den eenvoud en de klaarheid van Uw betoog houdt mij nog dikwijls geboeid.

INLEIDING.

In dit proefschrift trachten wij een vollediger inzicht te krijgen in de verschijnselen die door luchtstoringen in draadloze ontvangers worden opgewekt, dan op grond van de bestaande litteratuur mogelijk is. Als voornaamste doel stond ons daarbij oorspronkelijk voor oogen een onderzoek naar de mogelijkheid om door vergrootte selectiviteit het storingsprobleem (theoretisch) op te lossen. Toen bleek, dat op deze wijze slechts een zeer onvolkomen oplossing mogelijk is, die, zooals trouwens a priori te verwachten was, voor draadloze telephonie absoluut onbruikbaar is, hebben wij ook de andere bestaande methoden voor het elimineeren van storingen aan een systematisch theoretisch onderzoek onderworpen. Hierbij zijn alleen die methoden onderzocht, waarbij geen gebruik wordt gemaakt van gelijkrichters of storingsbeperkers of -begrenzers. Deze laatste toch zijn geen eigenlijke storingsbevrijders, doch beschermen slechts het waarnemingsinstrument, eventueel het oor, tegen te groote effecten.

Behalve de selectieve ontvangers, die van bijzonder belang zijn, omdat zij slechts beperkte ruimte behoeven, komen in aanmerking de gerichte ontvangers, de ontvangers onder aarde en de z.g. compensatie-schakelingen (*récepteurs différentiels*) ¹⁾.

Het storingsprobleem is vooral van belang geworden, nu gebleken is, dat het draadloos verkeer op groote afstanden zeer groote bezwaren ondervindt van de luchtstoringen. Terwijl de atmosfeer aan den eenen kant het verkeer over groote afstanden bevordert en mogelijk maakt, veroorzaakt zij aan den anderen kant enorme moeilijkheden, die snel toenemen bij het grooter worden der te overbruggen afstanden. De luchtstoringen, die hun oorsprong vinden in de atmosfeer, maken het noodig de zendenergie vele malen grooter te kiezen, dan in verband met de volmaaktheid der ontvangtechniek op zich zelve noodzakelijk zou zijn. De verhouding der veldsterkte van het sein en die der storingen mag op de plaats van ontvangst niet beneden een

1) Bethenod Radioelectricité III, nr. 2, 1922.

bepaald minimum dalen. Dit minimum wordt voor groote afstanden moeilijk te bereiken, de eenvoudigste methode toch — het vergrooten der seinenergie — die voor kleine afstanden zonder bezwaar kan worden toegepast, stuit op groote technische, doch vooral ook op oeconomische bezwaren.

Er moet daarom worden uitgezien naar een mogelijkheid om het minimum der veldsterkte van het sein te verlagen. De in de laatste jaren sterk gevoelde behoefte naar een middel hiertoe, maakt het probleem der luchtstoringen weer actueel. Ook al ware thans een volkomen betrouwbare verbinding tusschen twee willekeurige punten op aarde mogelijk, dan moet toch ieder middel, dat de benodigde energie vermindert, van belang geacht worden en uit deze overwegingen is dit proefschrift ontstaan.

De indeeling van het onderzoek is als volgt.

In hoofdstuk I wordt de integratie der vergelijkingen voor een stelsel gekoppelde trillingen besproken. De volgende hoofdstukken behandelen de voornaamste methoden die toegepast zijn voor het vergrooten der storingsvrijheid. De storingsvrijheid wordt voor verschillende stelsels berekend en de uitkomsten worden onderling vergeleken.

In dit proefschrift wordt onder storingsvrijheid verstaan de verhouding van de energie door het sein per periode tot de door de storing in totaal toegevoerde energie bij gelijke veldsterkte van storing en sein. In een enkel geval (zie pag. 26) wordt de verhouding der spanningseffecten berekend ¹⁾.

De storing wordt weergegeven door een gedempte aperiodische electromotorische kracht van den vorm Ee^{-qt} , waarin q positief is. Het zal blijken, dat deze onderstelling een beeld van de storingsverschijnselen geeft, dat op bevredigende wijze met de werkelijkheid overeenkomt.

1) Dit heeft, daar de beschouwde kring geringe demping heeft, en afgestemd is op het sein, geen invloed.

HOOFDSTUK I.

Trillingsstelsels in het algemeen.

§ 1. *Berekening van den stroom en de spanning in electrische stelsels waarop een uitwendige electromotorische kracht van de gedaante $e^{i\alpha t}$ werkt.*

Het probleem dat ons thans zal bezig houden vormt een bijzonder geval van het uit de mechanica bekende algemeene trillingsprobleem ¹⁾. Een fraaie oplossing van genoemd vraagstuk, waarbij de methode van Fourier op bijzondere wijze wordt toegepast is gegeven door Wagner ²⁾; wij zullen ons van dezelfde methode bedienen om de stroomen en spanningen te berekenen in een willekeurig gekoppeld stelsel van electrische kringen zooals deze bij de ontvangst van draadlooze seinen gebruikt worden.

Wij onderstellen dat de zelfinductie, de capaciteit en de weerstanden in de ketens constant zijn en dat op den eersten kring een zuiver periodieke electromotorische kracht werkt. De differentiaalvergelijkingen zijn dan lineair en met constante coëfficiënten en het meest algemeene stelsel bezit den vorm:

$$\begin{aligned} a_{11} \ddot{x}_1 + b_{11} \dot{x}_1 + c_{11} x_1 + a_{12} \ddot{x}_2 + \dots &= A_1 e^{i\alpha t}, \\ a_{21} \ddot{x}_1 + b_{21} \dot{x}_1 + c_{21} x_1 + a_{22} \ddot{x}_2 + \dots &= 0, \\ \vdots \\ a_{n1} \ddot{x}_1 + b_{n1} \dot{x}_1 + c_{n1} x_1 + \dots &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

De getallen a_{11} , b_{11} , c_{11} en α zijn reële constanten, A_1 echter kan complex zijn. De grootheden x_1 , x_2 , x_n zijn de coördinaten, in ons geval zijn het de spanningen of de stroomsterkten; $\ddot{x}_1$ is geschreven voor $\frac{d^2 x_1}{dt^2}$.

1) Vg. bijv. Routh, Dynamics of a system of rigid bodies.

2) Archiv für Elektrotechnik 1916.

Voor het stationaire geval zijn de oplossingen:

$$x_m = A_1 \frac{\Delta_{1m}(i\alpha)}{\Delta_n(i\alpha)} e^{i\alpha t}, \text{ enz.} \quad (2)$$

waarin

$$\Delta_n(i\alpha) = \begin{vmatrix} a_{11}(i\alpha)^2 + b_{11}i\alpha + c_{11} & \dots & a_{1n}(i\alpha)^2 + b_{1n}i\alpha + c_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1}(i\alpha)^2 + b_{n1}i\alpha + c_{n1} & \dots & a_{nn}(i\alpha)^2 + b_{nn}i\alpha + c_{nn} \end{vmatrix},$$

terwijl Δ_{1m} de onderdeterminant is, behoorende bij den m^{den} term van de eerste rij van $\Delta_n(i\alpha)$.

Daar de vergelijkingen lineair zijn, kunnen wij ons beperken tot de beschouwing van een enkele uitwendige kracht; voor het geval van meer uitwendige krachten geeft de som der gedeeltelijke oplossingen de geheele oplossing.

In (1) en (2) is A_1 nog volkomen onbepaald, evenals α . Vatten wij A_1 op als functie van α en vermenigvuldigen wij met $d\alpha$ en integreeren wij vervolgens tusschen de grenzen $-\infty$ en $+\infty$ dan is de uitwendige kracht in (1) voorgesteld als Fourierintegraal

$\int_{-\infty}^{+\infty} A_1(\alpha) e^{i\alpha t} d\alpha$, en de bijbehorende oplossing is

$$x_m = \int_{-\infty}^{+\infty} A_1(\alpha) \frac{\Delta_{1m}(i\alpha)}{\Delta_n(i\alpha)} e^{i\alpha t} d\alpha \quad (2').$$

Stelt men $A_1(\alpha) = \frac{1}{2\pi i} \frac{1}{\alpha - \omega}$ dan is

$$\int_{-\infty}^{+\infty} A_1(\alpha) e^{i\alpha t} d\alpha = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\alpha - \omega} e^{i\alpha t} d\alpha = e^{i\omega t} \quad (3).$$

Het bewijs hiervoor kan zeer eenvoudig worden gegeven door de beschouwing van de contourintegraal:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{e^{i\alpha t}}{\alpha - \omega} d\alpha,$$

die uitgestrekt wordt over de reële as en een halven cirkel in het oneindige van de positief imaginaire zijde van het complexe vlak.

De integraal langs den halven cirkel genomen heeft de waarde nul ¹⁾ voor $t > 0$, en dus is:

1) Whittaker and Watson. Modern Analysis sec. ed. blz. 115. § 6.222.

$$\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{1}{\alpha - \omega} e^{i\alpha t} d\alpha = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\alpha - \omega} e^{i\alpha t} d\alpha = e^{i\omega t}, \text{ voor}$$

$t > 0$, indien ω binnen de contour C ligt, d. w. z. indien het imaginaire deel van ω positief is en $e^{i\omega t}$ een gedempte trilling voorstelt.

Voor $t < 0$ beschouwen wij de contour langs de reële as en een halven cirkel in het oneindige van de negatief imaginaire zijde van het complexe vlak. Daar bij de omtrent $i\omega$ gemaakte onderstelling binnen deze contour geen polen van de functie onder het integraal liggen, is de waarde nul. Verder is de integraal langs den halven cirkel gelijk aan nul en dus ook de integraal langs de reële as, zoodat

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\alpha - \omega} e^{i\alpha t} d\alpha = 0 \text{ voor } t < 0.$$

Door de integraal (3) is dus de uitwendige electromotorische kracht voorgesteld als een functie van t , die voor $t < 0$ nul is en voor $t > 0$ gelijk aan $e^{i\omega t}$. Vatten wij deze integraal op als een som van zuiver periodieke krachten, die ten allen tijde op het stelsel hebben gewerkt, dan zullen deze krachten elk den stationairen toestand teweeg gebracht hebben en het is dus te verwachten, dat (2') de volledige oplossing voorstelt voor het geval de kracht $e^{i\omega t}$ op het tijdstip $t = 0$ begint te werken, terwijl het stelsel voor dien tijd in rust is.

Dan moet voldaan zijn aan de voorwaarden:

$x_1 = x_2 = \dots = x_n = \dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dots = \dot{x}_n = 0$ voor $t = 0$ indien wij onder x de spanningen verstaan, en dus moet:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta_{1m}(i\alpha)}{\Delta_n(i\alpha)} \frac{d\alpha}{\alpha - \omega} &= 0 \\ \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta_{1m}(i\alpha)}{\Delta_n(i\alpha)} \frac{i\alpha d\alpha}{\alpha - \omega} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

$\Delta_{1m}(i\alpha)$ en $\Delta_n(i\alpha)$ zijn polynomia resp. van den $2n - 2^{\text{den}}$ en den $2n^{\text{den}}$ graad.

De beide integralen (4) kunnen als contourintegralen worden opgevat. De integraties langs den ondersten en den bovensten halven cirkel leveren namelijk weer nul. Verder liggen in den ondersten

halven cirkel geen polen van de functie onder het integraalteeken, zoolang de trillingen van het stelsel gedempt zijn, wat voor physische stelsels in den regel het geval is. Hieruit volgt, dat beide integralen (4) inderdaad nul zijn en dat dus de gevonden oplossing (3) aan de beginvoorwaarden voldoet.

Noemen wij de wortels van de verg. $\Delta_n(i\alpha) = 0$, $\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_{2n}$, dan is, daar deze wortels door i gedeeld en ω de polen zijn van de functie onder het integraalteeken,

$$x_m = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta_{1m}(i\alpha)}{\Delta_n(i\alpha)} \frac{1}{\alpha - \omega} e^{i\alpha t} d\alpha$$

$$= \frac{\Delta_{1m}(i\omega)}{\Delta_n(i\omega)} e^{i\omega t} + \sum_{r=1}^{2n} R_{1r}(\lambda_r) e^{\lambda_r t}, \dots \dots \dots (5)$$

waarin $R_{1r}(\lambda_r) = \lim_{i\alpha = \lambda_r} \frac{\Delta_{1m}(\lambda_r)}{\lambda_r - i\omega} \frac{i\alpha - \lambda_r}{\Delta(i\alpha)}.$

De beperking, dat het reële deel der λ 's negatief moet zijn, is voor physische stelsels geen bezwaar; men kan zich echter wel van deze beperking bevrijden. Het resultaat is dan niet meer physisch te interpreteren en men kan niet meer spreken van een trillingsstelsel. Ook λ_r zuiver imaginair komt practisch niet voor. Het bewijs, dat de gevonden oplossing ook in deze gevallen voldoet, is echter eenvoudig en worde hier daarom even aangeduid.

Is λ_r imaginair, dan heeft de gevonden integraal (3) geen beteekenis meer en in dit geval beschouwe men de contour, die ontstaat uit de eerst beschrevene door aan de negatieve zijde van het complexe vlak een halven cirkel om de pool $\frac{\lambda_r}{i}$ te beschrijven ter vervanging van het gedeelte van de reële as door dit punt.

Is λ_r complex en het reële deel positief, dan kan men weer een soortgelijke contour beschouwen, en om de pool $\frac{\lambda_r}{i}$ een lus leggen, of ook een contour beschouwen die bestaat uit de reële as, een halven cirkel in het oneindige van de positief-imaginaire zijde van het complexe vlak en een cirkel, of een willekeurige gesloten lijn om de pool $\frac{\lambda_r}{i}$.

Indien de contouren op deze wijze gewijzigd worden is het niet meer juist de contour integraal te vervangen door een integratie langs de reële as. De uitkomst (5) blijft echter geldig en is de oplossing voor willekeurige waarden der λ 's. Op de

beschreven wijze kan dus een willekeurig stelsel lineaire differentiaalvergelijkingen met constante coëfficiënten met één onafhankelijk veranderlijke worden geïntegreerd. De orde der vergelijkingen is willekeurig. Ook behoeft het reële deel van $i\omega$ niet negatief te zijn, maar kan $i\omega$ een willekeurig getal zijn.

Indien twee of meer wortels samenvallen, kan men met behulp van de theorie der residuen gemakkelijk de voor dit geval geldende oplossingen vinden. Verder is natuurlijk de methode geldig voor stelsels vergelijkingen van willekeurige orde.

Ten slotte kan men uit de voor de spanning gevonden uitdrukkingen de stroomsterkte gemakkelijk berekenen.

§ 2. Berekening van de spanningen bij een willekeurige. uitwendige electromotorische kracht.

De voorafgaande beschouwingen kunnen in verschillende richting worden uitgebreid. In de eerste plaats zullen wij als uitwendige electromotorische kracht een willekeurige functie van t aannemen en aan deze functie alleen de beperkingen opleggen, dat zij in den vorm van een Fourierintegraal kan worden voorgesteld en dat zij nul is voor alle waarden van $t < 0$ en continu voor $t > 0$. Aan de twee eerste eischen voldoen de in de draadlooze telegrafie optredende luchtstoringen.

Beperken wij ons voorloopig tot een enkelen kring, dan is

$$a\ddot{x} + b\dot{x} + cx = f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\alpha) e^{i\alpha t} d\alpha \quad (6),$$

en als oplossing vinden wij hier

$$x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi(\alpha)}{a(i\alpha)^2 + b i\alpha + c} e^{i\alpha t} d\alpha = \frac{1}{2\pi a} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi(\alpha)}{(i\alpha - \lambda)(i\alpha - \lambda^*)} e^{i\alpha t} d\alpha \quad (7)$$

waarin λ en λ^* geconjugueerd complexe grootheden zijn.

De uitdrukking (7) is in elk geval een oplossing van de vergelijking (6) en in verband met de onderstelling, dat $f(t) = 0$ voor $t < 0$ is het te verwachten, dat ook voldaan is aan de beginvoorwaarden

$$x = \dot{x} = 0 \text{ voor } t = 0.$$

Om dit te bewijzen gaan wij uit van de Fourierintegraal in den gewonen vorm ¹⁾,

1) Bijv. Weber die partiellen Differentialgleichungen der math. Physik. I, blz. 51 (1910).

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha \int_0^{\infty} f(x) e^{i\alpha(t-x)} dx. \quad (8)$$

Door de formule (8) met het tweede lid van (6) te vergelijken volgt:

$$\varphi(\alpha) = \int_0^{\infty} f(x) e^{-i\alpha x} dx. \quad (9)$$

Substitutie van (9) in (7) geeft:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2\pi a} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\alpha t} d\alpha}{(i\alpha - \lambda)(i\alpha - \lambda^*)} \int_0^{\infty} f(x) e^{-i\alpha x} dx \\ &= \frac{1}{2\pi a} \int_0^{\infty} f(x) dx \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\alpha(t-x)}}{(i\alpha - \lambda)(i\alpha - \lambda^*)} d\alpha. \end{aligned}$$

De integraal van $-\infty$ tot $+\infty$ kan als contourintegraal worden opgevat en wij vinden:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi a} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\alpha(t-x)}}{(i\alpha - \lambda)(i\alpha - \lambda^*)} d\alpha &= \frac{1}{a} \frac{1}{\lambda - \lambda^*} (e^{\lambda(t-x)} - e^{\lambda^*(t-x)}) \\ &\text{voor } t-x > 0, \\ &= 0 \text{ voor } t-x \leq 0, \end{aligned}$$

en dus

$$x = \frac{1}{a} \frac{1}{\lambda - \lambda^*} \int_0^t f(x) dx (e^{\lambda(t-x)} - e^{\lambda^*(t-x)}).$$

Dit is de bekende oplossing van (6) voor de beginwaarden $x = \dot{x} = 0$.

Bij de toepassing op het door ons gestelde probleem is het in hoofdzaak te doen om de eigentrillingen en ter bepaling hiervan vatten wij (7) weer op als contourintegraal en krijgen dan voor de door de storing opgewekte eigentrillingen:

$$x = \frac{1}{a} \frac{1}{\lambda - \lambda^*} \{ \varphi(\lambda) e^{\lambda t} - \varphi(\lambda^*) e^{\lambda^* t} \} \quad (10).$$

Dat inderdaad $\frac{1}{2\pi a} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi(\alpha)}{(i\alpha - \lambda)(i\alpha - \lambda^*)} e^{i\alpha t} d\alpha$ en ook

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\alpha) e^{i\alpha t} d\alpha$$

vervangen mogen worden door integralen langs de contour van pag. 4, blijkt als volgt:

Voor oneindig groote reële waarden van α is volgens een bekend theorema van Riemann ¹⁾ $\int_0^{\infty} f(x) e^{-i\alpha x} dx$ oneindig klein van de orde $\frac{1}{\alpha}$, en dus is het gedeelte van de contourintegraal $\frac{1}{2\pi} \int_C \varphi(\alpha) e^{i\alpha t} d\alpha$ langs den halven cirkel aan de positief imaginaire zijde van het complexe vlak gelijk aan nul en het zelfde geldt voor $\frac{1}{2\pi a} \int_C \frac{\varphi(\alpha) e^{i\alpha t}}{(i\alpha - \lambda)(i\alpha - \lambda^*)} d\alpha$.

Hieruit blijkt, dat elke Fourierintegraal op deze wijze als contourintegraal kan worden geïnterpreteerd en de integratie kan dus steeds worden uitgevoerd met behulp van de theorie der residuen. Tevens is duidelijk, dat (10) inderdaad de optredende eigentrilling voorstelt, daar niet te verwachten is, dat $\varphi(\alpha)$ zelf ook een of meer polen $\frac{\lambda}{i}$ en $\frac{\lambda^*}{i}$ heeft.

De toepassing op simultane stelsels is geheel analoog aan de voor de bijzondere functie $e^{i\omega t}$ gegeven afleiding en op dezelfde wijze kan ook worden aangetoond, dat voor het geval een of meer der λ 's positieve reële deelen hebben, of zuiver imaginair zijn de uitkomst ongewijzigd blijft.

Is de uitwendige kracht in het stelsel (1) gegeven door (8), dan is

$$\begin{aligned} x_m &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\alpha) \frac{\Delta_{1m}(i\alpha)}{\Delta_n(i\alpha)} e^{i\alpha t} d\alpha = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta_{nn}(i\alpha)}{\Delta_n(i\alpha)} \int_0^{\infty} f(x) e^{i\alpha(t-x)} dx \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} f(x) dx \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta_{1m}(i\alpha)}{\Delta_n(i\alpha)} e^{i\alpha(t-x)} d\alpha = \int_0^t f(x) dx \cdot \sum_{r=1}^{2n} R_m(\lambda_r) e^{\lambda_r(t-x)} \\ &= \sum_{r=1}^{2n} R_m(\lambda_r) \int_0^t e^{\lambda_r(t-x)} f(x) dx, \end{aligned}$$

en deze uitdrukking voldoet aan de beginwaarden $x_1 = x_2 = \dots$
 $x_n = \dot{x}_1 \dots = \dot{x}_n = 0$.

1) Whittaker and Watson Modern Analysis sec ed. blz. 166 § 9.21.

Is voor $t < 0$, $f(t) \neq 0$, dan moet, om aan de beginwaarden te voldoen een integraal van de vergelijkingen zonder tweede lid worden toegevoegd. Het gemakkelijkst vindt men dan de geldende

oplossing door $e^{i\alpha t}$ voor te stellen als $\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha^{i\beta t}}{\beta - \alpha} d\beta$.

Elke partieele kracht $e^{i\alpha t} d\alpha$ levert dan een bijdrage tot de gezochte oplossing van de gedaante:

$\frac{d\alpha}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\beta t}}{\beta - \alpha} \cdot \frac{\Delta_{1m}(i\beta)}{\Delta_n(i\beta)} d\beta$, en de totale integraal is

$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\alpha) d\alpha \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta_{1m}(i\beta)}{\Delta_n(i\beta)} \frac{e^{i\beta t}}{\beta - \alpha} d\beta$, waarvan de waarde

meer met behulp van de theorie der residuen kan worden berekend.

De gevonden resultaten kan men ook verkrijgen door uit te gaan van de uitdrukking $x_m = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_m(\alpha) e^{i\alpha t} d\alpha$ en de functies φ_m te bepalen.

§ 3. Oplossing bij gegeven aanvangswaarden.

Indien gevraagd wordt een stelsel homogene vergelijkingen te integreeren zoodanig dat voor $t = 0$, $x_r = x_{r0}$, $\dot{x}_r = \dot{x}_{r0}$, dan kunnen wij de oplossing vinden door in het tweede lid krachten van passenden aard te laten werken en de oplossingen te zoeken met de aanvangswaarden $x_m = \dot{x}_m = 0$.

Om dit aan te toonen bedenke men, dat een oplossing van den vorm

$$x_m = \sum_{r=1}^{2n} P_{mr} e^{\lambda_r t}, \quad \dots \quad (12)$$

gezocht moet worden, zoodanig dat

$$\left. \begin{aligned} \sum_{r=1}^{2n} P_{mr} &= x_{m0}, \\ \text{en } \sum_{r=1}^{2n} \lambda_r P_{mr} &= \dot{x}_{m0}. \end{aligned} \right\} \dots \quad (13)$$

Voor het geval, dat krachten werken zijn de oplossingen bij toepassing van de methode van § 2 van den vorm:

$$x_m = f_m(t) + \sum_{r=1}^{2n} Q_{mr} e^{\lambda_r t}, \quad \dots \quad (14)$$

en uit de aanvangswaarden voor dit geval volgt,

$$\left. \begin{aligned} \sum_{r=1}^{2n} Q_{mr} &= -f_m(0) \\ \sum_{r=1}^{2n} \lambda_r Q_{mr} &= -\frac{df_m}{dt}(t=0). \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

Men ziet dus dat, indien

$$\left. \begin{aligned} -f_m(0) &= x_{m0}, \\ \text{en } -\frac{df_m}{dt}(t=0) &= \dot{x}_{m0}, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15')$$

de som $\sum_{r=1}^{2n} Q_{mr} e^{\lambda_r t}$ in het tweede lid van (14) de gezochte oplossing is.

Uit 15' vinden wij $f_m(t) = -x_{m0} - \dot{x}_{m0}t$, en indien wij dus de krachten zóó kiezen, dat de particuliere integralen zijn:

$$-x_{m0} - \dot{x}_{m0}t,$$

dan is de gezochte oplossing gevonden.

De krachten kunnen wij bepalen door in de homogene vergelijkingen x_m door de uitdrukking $-x_{m0} - \dot{x}_{m0}t$ te vervangen. Het resultaat van deze substitutie brengen wij aan als kracht in het tweede lid der oorspronkelijke vergelijkingen, die wij vervolgens op de in § 2 beschreven wijze integreeren.

De uitbreiding voor stelsels van hoogere orde is van zelf gegeven. In plaats van de particuliere integraal $-x_{m0} - \dot{x}_{m0}t$ moet dan worden genomen $x_m = -x_{m0} - \dot{x}_{m0}t - \ddot{x}_{m0}t^2 \dots$. Eveneens volgt uit de theorie der residuen onmiddellijk op welke wijze het resultaat door gelijke wortels gewijzigd wordt.

Voor de vergelijkingen (1) geeft de substitutie $x_m = -x_{m0} - \dot{x}_{m0}t$:

$$a_{11}\ddot{x}_1 + b_{11}\dot{x}_1 + c_{11}x_1 + \dots = -\sum_{k=1}^n b_{1k}\dot{x}_{k0} + c_{1k}x_{k0} - t \sum_{k=1}^n c_{1k}\dot{x}_{k0},$$

of, indien wij $-\sum_{k=1}^n (b_{1k}\dot{x}_{k0} + c_{1k}x_{k0})$ door A_1 en $-\sum_{k=1}^n c_{1k}\dot{x}_{k0}$ door B_1 vervangen:

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{x}_1 + b_{11}\dot{x}_1 + c_{11}x_1 + \dots &= A_1 + B_1t, \\ a_{21}\ddot{x}_1 + b_{21}\dot{x}_2 + c_{21}x_2 + \dots &= A_2 + B_2t, \text{ enz.} \end{aligned}$$

De tweede leden worden als Fourierintegralen geschreven. In den gewonen vorm zijn deze integralen niet convergent en wij kiezen daarom de contour op de op blz. 6 beschreven wijze. In

plaats hiervan kan men ook alle A 's en B 's vermenigvuldigen met $e^{-\delta t}$ ($\delta > 0$) en in de uitkomst $\delta = 0$ stellen. Dan kan de Fourierintegraal in de gewone gedaante worden toegepast.

Passen wij de eerste methode toe dan is:

$$x_m = \frac{1}{2\pi i} \int_C \left\{ \left(\frac{A_1}{\alpha} + \frac{B_1}{i\alpha^2} \right) \frac{\Delta_{1m}(i\alpha)}{\Delta_n(i\alpha)} + \left(\frac{A_2}{\alpha} + \frac{B_2}{i\alpha^2} \right) \frac{\Delta_{2m}(i\alpha)}{\Delta_n(i\alpha)} + \dots \right\} e^{i\alpha t} d\alpha$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \int_C \left\{ \sum_{k=1}^n \left(\frac{A_k}{\alpha} + \frac{B_k}{i\alpha^2} \right) \frac{\Delta_{km}(i\alpha)}{\Delta_n(i\alpha)} \right\} e^{i\alpha t} d\alpha.$$

Deze uitdrukking bevat, behalve de gezochte oplossing de toegevoegde particuliere integraal $-x_{m0} - \dot{x}_{m0} t$.

Integratie geeft:

$$x_m = -x_{m0} - \dot{x}_{m0} t + \left(\frac{A_1}{\lambda_1} + \frac{B_1}{i\lambda_1^2} \right) R_{1m}(\lambda_1) + \left(\frac{A_1}{\lambda_2} + \frac{B_1}{i\lambda_2^2} \right) R_{1m}(\lambda_2) + \dots$$

$$+ \left(\frac{A_2}{\lambda_1} + \frac{B_1}{i\lambda_1^2} \right) R_{2m}(\lambda_1) + \dots$$

$$+ \text{enz.}$$

$$= -x_{m0} - \dot{x}_{m0} t + \sum_{r=1}^{2n} \left(\frac{A_1}{\lambda_r} + \frac{B_1}{i\lambda_r^2} \right) R_{1m}(\lambda_r)$$

$$+ \sum_{r=1}^{2n} \left(\frac{A_2}{\lambda_r} + \frac{B_2}{i\lambda_r^2} \right) R_{2m}(\lambda_r) + \dots$$

$$= -x_{m0} - \dot{x}_{m0} t + \sum_{k=1}^n \sum_{r=1}^{2n} \left(\frac{A_k}{\lambda_r} + \frac{B_k}{i\lambda_r^2} \right) R_{kr}(\lambda_r).$$

Vervangen wij hierin A_k en B_k door de bovenvermelde waarden dan is

$$x_m = -x_{m0} - \dot{x}_{m0} t + \sum_{k=1}^n \sum_{r=1}^{2n} \left\{ \frac{\sum_{l=1}^n (b_{kl} \dot{x}_{l0} + c_{kl} x_{l0})}{\lambda_r} + \frac{\sum_{l=1}^n c_{kl} \dot{x}_{l0}}{i\lambda_r^2} \right\} R_{km}(\lambda_r) e^{\lambda_r t}.$$

Deze uitdrukking voldoet aan de voorwaarden $x_m = \dot{x}_m = 0$ voor $t = 0$ en de som in het tweede lid stelt dus de gezochte oplossing voor.

Door combinatie van deze oplossing en die van § 2 kan de integraal van het stelsel (1) onder alle mogelijke voorwaarden worden gevonden en natuurlijk in het algemeen voor een stelsel van lineaire differentiaalvergelijkingen met één onafhankelijk veranderlijke en met constante coëfficiënten.

De in dit hoofdstuk gevonden resultaten gaan wij nu eerst toepassen om een algemeen inzicht te krijgen in het storingsprobleem in de draadlooze telegrafie om vervolgens enkele bijzondere gevallen te bespreken.

HOOFDSTUK II.

Algemeene beschouwingen omtrent het probleem der luchtstoringen.

§ 1. *Bespreking der methoden, die voor het elimineeren van storingen worden toegepast.*

Ondanks de tallooze voorgestelde hulpmiddelen voor het elimineeren van storingen, waren tot vóór 1918 geen resultaten van beteekenis bereikt. Eerst in het genoemde jaar is men er in Amerika in geslaagd, de seinen der groote Europeesche stations vrij regelmatig te ontvangen, ook gedurende de maanden van hevige storingen, die anders iedere ontvangst onmogelijk maakten. De gunstige resultaten in dat jaar verkregen, worden door Austin ¹⁾ hoofdzakelijk toegeschreven aan de toevallige ontdekking van het feit, dat een groot deel der storingen uit een bepaalde richting kwam en de naar aanleiding daarvan ingevoerde toepassing van ontvangers met eenzijdige richtwerking. Deze ontvangers, bestaande uit een raamantenne en een open antenne hebben een nieuw hulpmiddel ter bestrijding der luchtstoringen gebracht, dat de laatste jaren veelvuldig is toegepast. Behalve de eenzijdige ontvangers zijn ook ontvangstelsels bekend geworden, waarbij de antenne onder aarde ligt en ten slotte zijn ook na dien tijd enkele andere systemen gepubliceerd met bijzondere richteigenschappen.

Het verschil tusschen deze in de laatste jaren toegepaste methoden en de oudere, waarbij men de eliminatie trachtte te bewerkstelligen door bijzondere sehakeling en koppeling der ontvangkringen, wordt vaak op deze wijze uitgedrukt, dat bij de eerste de eliminatie plaats vindt vóór den ontvanger, terwijl bij de oudere daarentegen de eliminatie in de ontvangkringen zelf plaats heeft. Deze wijze van uitdrukken schijnt minder juist; bij een combinatie toch bijv. van een raamantenne met een open antenne, die gezamenlijk op een derden kring werken, tot een stelsel met eenzijdige richtwerking,

1) Jahrbuch der drahtlosen Telegrafie und Telephonie Bnd. 19 Heft 2.

kan men niet zeggen dat de beide antennes niet tot den ontvanger behoren, er is hierbij veeleer sprake van de compensatie van een storing uit een bepaalde richting. Hetzelfde is ten slotte ook het geval bij twee of meer op bepaalde afstanden van elkander geplaatste antennes, die een gericht stelsel vormen. Hierbij worden storingen uit bepaalde richtingen gecompenseerd, en men kan dus in het algemeen spreken van compensatiemethoden ofschoon in dit laatste geval de benaming gericht stelsel duidelijker schijnt. Behalve door de compensatiemethoden waarbij twee of meer op dezelfde plaats opgestelde antennes op een gemeenschappelijken kring werken kan men de storingseffecten trachten te verminderen door de selectiviteit (afstemscherpte), te vergrooten; onder bepaalde omstandigheden kunnen hiermede zeer goede resultaten worden bereikt, ofschoon de compensatiemethoden van den lateren tijd in vele gevallen den voorrang hebben.

De oudste van deze compensatieschakelingen zijn aangegeven door Fessenden en sedert zijn er een geheele reeks bekend geworden. De leidende gedachte bij al deze schakelingen is deze, dat men twee of meer antennes bezigt voor welke de storingsvrijheid verschillend is en deze tegengesteld laat werken op een gemeenschappelijken kring. Deze gedachte bevat wel een kern van waarheid, maar drukt niet alle te stellen eischen uit. De juiste formuleering van de eischen waaraan twee antennes, die voor een compensatieschakeling gebezigd worden moeten voldoen is deze, dat bij gelijke eigentrilling de storingsvrijheid verschillend moet zijn. Zoolang niet voldaan is aan den eisch van gelijke eigentrillingen kan men hoogstens de bij een storing optredende opgedrongen trillingen compenseeren. In normale gevallen echter is de eigentrilling de eigenlijke storende trilling. Een direct bewijs hiervoor leveren de verschijnselen bij zwevingsontvangst waargenomen, indien men de demping van den ontvangkring zeer gering maakt, terwijl het falen van vrijwel alle vroegere compensatieschakelingen een indirect bewijs vormt. Neemt men aan, dat de eigentrilling overweegt boven de opgedrongen trilling, dan kan op grond van de in het voorgaande hoofdstuk afgeleide resultaten gemakkelijk bewezen worden, dat het combineeren van een aantal kringen geen resultaat oplevert, zoolang de eigentrillingen van het gecombineerde stelsel ver uiteenliggen en dat het combineeren van twee antennes alleen dan zin heeft, wanneer ze van verschillend type zijn, d. w. z. alleen de combinatie van een gesloten antenne (raam) met een open of gestrekte antenne kan verbetering brengen in de storingsvrijheid.

Werkt namelijk een uitwendige electromotorische kracht $E e^{i\omega t}$

op den eersten kring van een stelsel van n gekoppelde kringen, dan is de stroomsterkte in den m^{den} kring:

$$i_m = \frac{E}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i\alpha \Delta_{1m}(i\alpha)}{\Delta_n(i\alpha)} \frac{e^{i\alpha t}}{\alpha - \omega_0} d\alpha. \quad (\text{Vgl. (2') hoofdst. I}).$$

$\Delta_{1m}(i\alpha)$ en $\Delta_n(i\alpha)$ zijn polynomia met reële coëfficiënten en dus is

$$i_m = \frac{E}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i\alpha (i\alpha - \nu_1) (i\alpha - \nu_1^*) (i\alpha - \nu_2) (i\alpha - \nu_2^*) \dots (i\alpha - \nu_{n-1}^*) e^{i\alpha t} d\alpha}{(i\alpha - \lambda_1) (i\alpha - \lambda_1^*) (i\alpha - \lambda_2) (i\alpha - \lambda_2^*) \dots (i\alpha - \lambda_n^*) (\alpha - \omega_0)} \quad (1),$$

indien alle kringen zelfinductie, weerstand en capaciteit bezitten en onder weglating van een constantsenfactor.

Voor een sein met frequentie ω wordt

$$i_m = E \frac{i\omega (i\omega - \nu_1) (i\omega - \nu_1^*) (i\omega - \nu_2) \dots e^{i\omega t}}{(i\omega - \lambda_1) (i\omega - \lambda_1^*) (i\omega - \lambda_2) \dots} \quad (2).$$

Nu wordt steeds afstemming toegepast: d. w. z. een der eigenfrequenties wordt zoo goed mogelijk in overeenstemming gebracht met de frequentie van het sein. Laat nu bijv. het imaginaire deel $i\omega_1$ van λ_1 gelijk aan $i\omega$ zijn. Stellen wij dan $\lambda_1 = -\delta_1 + i\omega_1$ zoo vinden wij in verband met (2) voor het sein

$$\begin{aligned} i_m &= E e^{i\omega t} \frac{i\omega (i\omega - \nu_1) (i\omega - \nu_1^*) \dots}{\delta_1 \{i(\omega_1 + \omega) - \delta_1\} (i\omega - \lambda_2) (i\omega - \lambda_2^*) \dots} = \\ &= \frac{E}{2\delta_1} \varphi(i\omega) e^{i\omega t} \text{ en dus als het sein den vorm } E(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \text{ bezit,} \\ i_m &= \frac{E}{2\delta_1} \left(\varphi(i\omega) e^{i\omega t} + \varphi(-i\omega) e^{-i\omega t} \right). \end{aligned}$$

De eigentrilling opgewekt door de storing bedraagt:

$$i_m = \frac{E}{2} \left(\frac{\varphi(\lambda_1)}{\lambda_1 - i\omega_0} e^{\lambda_1 t} + \frac{\varphi(\lambda_1^*)}{\lambda_1^* - i\omega_0} e^{\lambda_1^* t} \right)$$

De verhouding van de amplitude van het sein tot die van de corresponderende eigentrilling is dus:

$$\frac{|\varphi(i\omega)|}{|\varphi(\lambda_1)|} \frac{|\lambda_1 - i\omega_0|}{\delta_1}$$

Een belangrijke rol speelt hier de dempingsconstante δ_1 en schijnbaar kan door δ_1 willekeurig klein te nemen de gevonden verhouding en dus de storingsvrijheid, willekeurig groot gemaakt worden. Voor extreem kleine dempingen mag echter niet meer alleen met den stationairen toestand gerekend worden en in de praktijk worden, vooral bij gehoorontvangst, de storingen veel

hinderlijker, daar zij volkomen hetzelfde karakter aannemen als de seinen. Bij schrijfontvangst bestaat dit laatste bezwaar niet, echter wordt het seintempo bij zeer kleine dempingen vertraagd, daar de stationaire toestand eerst wordt bereikt na een tijd, die van dezelfde orde of grooter is dan de tijdsduur van een seinteekeken.

Overigens blijkt uit de gevonden uitdrukking, dat de invloed van de demping volkomen onafhankelijk is van de gebezigde schakeling. De werking van de schakeling wordt weergegeven door $\frac{|\varphi(i\omega)|}{|\varphi(\lambda_1)|}$ en daar bij één kring $\varphi = 1$, moet om verbetering te krijgen $|\varphi(i\omega)| > |\varphi(\lambda_1)|$ zijn. Daar $\varphi(i\omega)$ en $\varphi(\lambda_1)$ slechts weinig verschillen is de verhouding van de amplitude der eigenfrequentie λ_1 tot die van het sein, practisch onafhankelijk van de toegepaste schakeling. Wijken nu de eigenfrequenties λ_2, λ_3 enz. aanmerkelijk af van λ_1 dan blijkt onmiddellijk, dat verbetering van de storingsvrijheid is uitgesloten. Dan behoeft namelijk in den beschouwden kring alleen met *die* eigenfrequentie rekening gehouden te worden, die met de frequentie van het sein correspondeert. Dat dit zoo is ziet men in door te bedenken, dat het steeds mogelijk is een op deze frequentie afgestemden kring los met het stelsel te koppelen. De andere frequenties hebben op dezen kring dan slechts geringen invloed.

Liggen twee of meer eigenfrequenties dicht bijeen, dan gelden de bovenstaande beschouwingen niet; men krijgt dan stelsels met bijzondere selectieve eigenschappen, die onder geschikte voorwaarden aanmerkelijke verbetering kunnen geven. Deze stelsels zijn zooals in de inleiding reeds is aangeduid van belang, omdat zij in tegenstelling met de andere systemen geen groote afmetingen vereischen. De storingsvrijheid van dergelijke stelsels wordt in het volgende hoofdstuk berekend.

Werken nu twee stelsels, bij elk waarvan een gestrekte antenne in wisselwerking met het stralingsveld staat, op een gemeenschappelijken kring, dan kunnen wij altijd een derde stelsel bedenken van gekoppelde kringen met zelfinductie, weerstand en capaciteit, waarvan er slechts één als antenne dient, dat aequivalent is aan de eerstgenoemde combinatie; uit een beschouwing der differentiaalvergelijkingen volgt dit onmiddellijk ¹⁾. Het zelfde geldt indien de beide antennes raamantennes zijn en in deze

1) Vgl. Hoofdstuk III § 3.

gevallen heeft het bezigen van twee of meer antennes geen bijzonder effect.

Indien echter de antenne van het eene stelsel een raam is en die van het andere een gestrekte antenne, krijgt de zaak een ander aanzien. Als electromotorische kracht moet worden opgevat de lijnintegraal van de elektrische veldsterkte langs de antenne.

Nemen wij het aardoppvlak als xy vlak, dan kunnen wij de elektrische veldsterkte van een zich in horizontale richting voortplantende golf voorstellen door $E_z = E e^{i\omega(t - \frac{x \cos \varphi + y \sin \varphi}{c})}$, als φ den hoek tusschen de x as en de voortplantingsrichting voorstelt. De totale, op de verticale antenne werkende electromotorische kracht is dan $\mathcal{E} = E h e^{i\omega t}$, indien de antenne in het punt $x = y = 0$ gedacht wordt en h de werkzame hoogte is. Voor een raam met oppervlak O , welks windingsvlak in het xz vlak ligt wordt de totale electromotorische kracht $\mathcal{E}' = \int_O E_z ds$, genomen langs den omtrek, en indien de afmetingen van het raam klein zijn ten opzichte van de golflengte vinden wij $\mathcal{E}' = - \cos \varphi \frac{O}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t}$

$= - \frac{i\omega O}{c} E e^{i\omega t} \cos \varphi$. Voor een raam met n windingen is dus

de totale electromotorische kracht $\mathcal{E}' = - \frac{i\omega O n}{c} E e^{i\omega t} \cos \varphi$, waarin φ de hoek van het windingsvlak met de voortplantingsrichting is.

Uit de omstandigheid, dat de afhankelijkheid van de invallende golf van t bij de raamantenne op andere wijze tot uiting komt dan bij de verticale antenne, volgt onmiddellijk dat de verhouding van storing tot sein bij een raam anders is dan bij een verticale antenne, ook indien de eigentrillingen van beide dezelfde zijn, en dit verschil geeft de mogelijkheid om raam en verticale antenne te combineeren tot een compensatieschakeling.

De verhouding van storing tot sein varieert echter behalve met het karakter van de storing ook nog met φ , zoodat volledige compensatie slechts te verwachten is voor een bepaalde richting en voor een bepaald storingstype. Door Abraham ¹⁾ is de storings-

1) Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie, Bnd. XIV, 1919. Het zij hier opgemerkt dat de berekening van de door de storing aan de antenne medegedeelde energie van A. niet juist is, daar A. als beginwaarden voor i en $\frac{di}{dt}$ nul aanneemt, terwijl in werkelijkheid i en v , de stroomsterkte

vrijheid van een raam vergeleken met die van een antenne, voor een aperiodische storing $e - q^t$, en daarbij heeft hij voor het eerst op het verschil in de storingsvrijheid van het raam en de antenne den nadruk gelegd.

De berekening van de storingsvrijheid voor de antenne en het raam, d. w. z. de verhouding van de door een sein aan de daarop afgestemde antenne en raam gedurende een periode medegedeelde energie tot de door een storingsgolf in totaal medegedeelde energie geeft als resultaat voor de antenne, $S_A = \frac{1}{2} (q^2 + \omega^2) \frac{T}{\delta}$ en voor het raam, $S_R = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{q^2} (q^2 + \omega^2) \frac{T}{\delta}$.

In deze formules stelt T de periode van het sein voor.

Dit verschil in storingsvrijheid is voor het eerst door Pickard ¹⁾ gebezigd voor het compenseeren van storingen uit een bepaalde richting met behulp van een raam en een verticale antenne. Een groot voordeel van de door Pickard en later ook door anderen gebezigde combinatie is de eenzijdige richtwerking, waardoor het gelukt storingen uit tegengestelde richting als het sein, te elimineeren, terwijl zelfs bij geschikt gekozen voorwaarden eliminatie van storingen uit dezelfde richting als het sein mogelijk is (zie hoofdstuk IV, § 1). Door Austin ²⁾ worden een aantal in 1918 gebezigde schakelingen, hoofdzakelijk bestaande uit combinaties van een raam met een draad in de aarde, besproken, die voor het meerendeel eenzijdige richtwerking vertoonen of althans door Austin ondersteld worden te bezitten. Daar eenzijdige richtwerking alleen dan kan optreden wanneer in de totale uitwendige electromotorische kracht een gedeelte aanwezig is dat onafhankelijk is van φ , zooals uit het voorgaande duidelijk zal zijn, en een horizontaal in aarde liggende draad dezelfde richtingseigenschappen moet bezitten als een raam, kan de onderstelling van Austin alleen dan juist zijn indien de gebezigde antennes tevens werken als

en de spanning nul zijn voor $t = 0$. Met deze beginwaarden vindt men voor de energie in de antenne $\frac{h^2 E^2}{L} \left[-\frac{1}{2} \frac{1}{(q - \delta) + \omega^2} + \frac{\omega^2 + \delta^2 + q^2}{(\omega^2 + q^2 - \delta^2)^2 + 4 \omega^2 \delta^2} \right]$ en voor het raam $\frac{O^2 q^2}{c^2} \frac{E^2}{L} \left[-\frac{1}{2} \frac{1}{(q - \delta)^2 + \omega^2} + \frac{\omega^2 + \delta^2 + q^2}{(\omega^2 + q^2 - \delta^2)^2 + 4 \omega^2 \delta^2} \right]$, als L de zelfinductie is en δ en ω resp. dempingsconstante en hoekfrequentie van de eigentrilling. Voor $q \gg \delta$ gaat de uitdrukking tusschen vierkante haken over in $\frac{1}{2} \frac{1}{q^2 + \omega^2}$.

1) Proceedings of the Institute of Radio-engineers, vol. 8, nr. 5, 1920.

2) Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie. Bnd. 16, Heft 16, 1921.

De twee antennes van elke combinatie kunnen met voordeel door een enkel raam worden vervangen, terwijl het ook uit practische overwegingen de voorkeur verdient alle ramen gelijk te maken, zoodat hun ontvangend vermogen het zelfde is, in plaats van zooals Bellini voorstelt, dit afhankelijk te maken van de rangorde in de opstelling. De compensatie vindt plaats door de in de verschillende ramen opgewekte electromotorische krachten, naar één kring over te brengen. Het phaseverschil hangt af van de voortplantings-richting.

In hoofdstuk V zijn de richtings-eigenschappen van eenige dezer stelsels berekend en worden o. a. enkele der door Weagant ¹⁾ ontworpen stelsels nader besproken.

§ 2. *De aard der storingen.*

A priori schijnt de aard der storingen, d. w. z. het verloop met den tijd, dus de golfvorm, van groot belang. Onderstelt men echter, zooals wij gedaan hebben, dat de eigentrillingen het hoofdbestanddeel vormen van de storing, dan is de golfvorm van ondergeschikte beteekenis. Wij kunnen dan de storing beschouwen, als een ontlasting bij gegeven aanvangsspanningen en stroomsterkten en het zal duidelijk zijn, dat het hierbij slechts van zeer ondergeschikt belang is of in den beginne de energie is opgehoopt in een electrisch veld of in een magnetisch veld. De door ons ingevoerde onderstelling wordt door de praktijk volkomen gerechtvaardigd en de vorm van de storing komt alleen nog tot uiting in de wijze waarop verschillend afgestemde kringen op een zelfde storingsgolf reageeren. Door Austin ²⁾ en door Wolf ³⁾ zijn waarnemingsresultaten over het verloop van de sterkte der storingen met de golflengte van den ontvanger gepubliceerd. Daar de waarnemingen op geheel verschillende wijze zijn uitgevoerd zijn zij niet vergelijkbaar. Austin bepaalt de storingsintensiteit door instelling van een hoorbaarheidsmeter op zoodanige wijze, dat gemiddeld 10 storingen per minuut hoorbaar zijn en vindt als resultaat een toename der storingsintensiteit, die het grootst is in het golflengtegebied van 10 000—18 000 Meter. Deze toename vindt men zoowel in de ochtendwaarnemingen als in de namiddagwaarnemingen, ofschoon het gebied van de stijging niet volkomen hetzelfde is en ook niet

1) Proceedings of the Institute of Radio-engineers vol. 7 n^o. 3, 1919

2) Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie, Bnd. 17 Heft 6.

3) Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie, Bnd. 19 Heft 4.

steeds even scherp is aan te geven. In de ochtendwaarnemingen van Wolf komt wel een stijging van de intensiteit met de golflengte voor, doch veel minder sterk dan bij Austin. In de avondwaarnemingen van Wolf daarentegen (door Austin worden geen avondwaarnemingen vermeld) is de intensiteit bij 2000 M. groter dan bij 12000 M. De conclusie van Wolf is, dat in de storingsintensiteit als functie van de golflengte een zelfde dagelijksche gang valt op te merken, als in de seinsterkte bij verschillende golflengten.

Deze dagelijksche variatie wordt nog nader geaccentueerd als men er rekening mee houdt, dat een belangrijk deel der door Wolf waargenomen storingen moeten worden toegeschreven aan statische ontladingen. Reeds de Groot ¹⁾ onderstelde, dat die storingen, welke een min of meer aanhoudend geluid in de telefoon veroorzaken, dat doet denken aan het koken van water, een gevolg zijn van statische ontladingen en deze onderstelling wordt bevestigd door de omstandigheid, dat bij dit type storing meestal een gelijkstroom in de ontvang antenne optreedt. Daar de energie van deze storingen onafhankelijk is van de golflengte, moet men ze van het totaal aftrekken om een beeld te krijgen van de intensiteit der storingen, die hun oorsprong elders hebben en zich als golven voortplanten.

Op grond van het in hoofdstuk I verkregen resultaat is dan de door Wolf gevonden overeenkomst, waarop trouwens reeds eerder de aandacht is gevestigd, gemakkelijk in verband te brengen met de intensiteitsvariatie der seingolven. De voortplantingsvoorwaarden zijn voor de lange spectraal componenten veel gunstiger dan voor de korte en veel minder afhankelijk van den tijd van den dag en aangezien het effect van een storing uitsluitend wordt bepaald door de amplitude van de in de buurt der eigengolflengte van den ontvanger gelegen spectraal-componenten is het bedoelde verschijnsel volkomen in overeenstemming met de dagelijksche variatie in de seinsterkte voor verschillende golflengten. Tevens is duidelijk, dat het verschijnsel in sterkere mate optreedt bij storingen, wier oorsprong op grooten afstand ligt dan bij dicht bij den ontvanger onstane storingen en uit het bestaan van het genoemde verschil zelve kan met groote waarschijnlijkheid worden afgeleid, dat een aanmerkelijk deel der storingen op grooten afstand moet zijn ontstaan.

Veel meer kan men uit de genoemde waarnemingen niet afleiden. Het karakter van individuele storingen kan men eerst eenigszins

1) Electrician 79, pag. 846, 1917.

benaderen, wanneer men tegelijkertijd met verschillend afgestemde kringen de storingen ontvangt en ze registreert. Den juisten golfvorm kan men dan nog niet vaststellen, maar men kan langs dezen weg een denkbeeld krijgen van de wijze waarop de amplituden der elementaire golven zijn verdeeld. Het nut van een dergelijke kennis schijnt overigens twijfelachtig.

Wij gaan thans over tot de bespreking van eenige der belangrijkste methoden voor het elimineeren der storingen.

Voor het geval, dat de storing niet is op te vatten als een continue functie van t kan men de door een afgestemden kring opgenomen energie niet op volkomen dezelfde wijze als in het voorgaande in verband brengen met de „intensiteit van het spectrum” in de omgeving van de eigentrilling. Voor een storing e^{-qt} bijvoorbeeld, die gedurende den tijd T op het stelsel werkt is de Fourierintegraal

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(1 - e^{-(q+i\alpha)T}) e^{i\alpha t}}{\alpha i q} d\alpha, \text{ en de stroomsterkte}$$

$$I = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{i\alpha (1 - e^{-(q+i\alpha)T}) e^{i\alpha t}}{L(\alpha - iq)(i\alpha - \lambda)(i\alpha - \lambda^*)} d\alpha.$$

Berekent men nu de totale door de storing aan den kring medegedeelde energie dan met behulp van de formule $u = \int_0^T E I dt$ dan vindt men

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{L} \left\{ \frac{1 - e^{-qT}}{2(q+\lambda)(q+\lambda^*)} + \frac{\lambda}{(-q+\lambda)(q+\lambda)(\lambda - \lambda^*)} (e^{-qT} + \lambda T - 1) - \right. \\ &\quad \left. \frac{\lambda^*}{(-q+\lambda^*)(\lambda^*+q)(\lambda - \lambda^*)} (e^{-qT} + \lambda^* T - 1) \right\} \\ &= \frac{1}{L} \left(+ \frac{1}{2} \frac{e^{-2qT} - 1}{q^2 + \omega^2} + \frac{1 - e^{-qT} \cos \omega T}{q^2 + \omega^2} \right) \end{aligned}$$

voor een ongedempten oscillator.

Daar de amplitude van de met de eigen frequentie van den ontvangenden kring overeenkomende spectraal-component evenredig is met $\sqrt{\frac{1 - e^{-qT} \cos \omega T}{q^2 + \omega^2}}$ kan alleen indien e^{-qT} klein is tegenover 1, de intensiteitsverdeling worden afgeleid uit de door den oscillator opgenomen energie.

HOOFDSTUK III.

Invloed van de selectiviteit op de storingsvrijheid.

§ 1. *Storingsvrijheid bij twee magnetisch gekoppelde, gelijke kringen.*

Na den enkelen afgestemden kring (primaair ontvanger) vormt de uit twee gekoppelde kringen bestaande ontvanger (secundair-ontvanger) het eenvoudigste ontvangstelsel. Voor ongedempte golven wordt de theorie van dezen ontvanger o. a. behandeld in het bekende leerboek van Rein, terwijl voor gedempte golven een studie door Riegger¹⁾ is gepubliceerd. Overigens zijn een zeer groot aantal publicaties verschenen over de theorie van twee gekoppelde trillingskringen. Voor de berekening van de storingsvrijheid zijn de beschreven methoden echter minder geschikt en wij zullen daarom de in hoofdst. I afgeleide methode toepassen.

De vergelijkingen voor v_1 en v_2 , de spanningen in den eersten en den tweeden kring zijn:

$$\left. \begin{aligned} L_1 C_1 \frac{d^2 v_1}{dt^2} + r_1 C_1 \frac{dv_1}{dt} + v_1 + M C_2 \frac{d^2 v_2}{dt^2} &= E e^{-qt}, \\ L_2 C_2 \frac{d^2 v_2}{dt^2} + r_2 C_2 \frac{dv_2}{dt} + v_2 + M C_1 \frac{d^2 v_1}{dt^2} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1),$$

en hieruit volgt

$$v_2 = \frac{E M C_1}{2\pi L_1 L_2 C_1 C_2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha^2 e^{i\alpha t} d\alpha}{(i\alpha + q)(i\alpha - \lambda_1)(i\alpha - \lambda_1^*)(i\alpha - \lambda_2)(i\alpha - \lambda_2^*)} \quad (2)$$

waarin λ_1 , λ_1^* , λ_2 en λ_2^* de wortels zijn van de vergelijking

$$\Delta(i\alpha) = (i^2 \alpha^2 L_1 C_1 + i\alpha r_1 C_1 + 1)(i^2 \alpha^2 L_2 C_2 + i\alpha r_2 C_2 + 1) + (i\alpha)^4 M^2 C_1 C_2 = 0.$$

De wortels van deze vergelijking zijn eenvoudig te vinden indien $L_1 C_1 = L_2 C_2$ en $r_1 C_1 = r_2 C_2$; dan is n.l.

1) Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie Bnd 8 & 9.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 (\lambda_1^*) &= -\frac{r_1}{2L_1(1+k)} (+) i \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1} \frac{1}{1+k} - \frac{r_1^2}{4L_1^2(1+k)^2}}, \\ \text{en} \\ \lambda_2 (\lambda_2^*) &= -\frac{r_1}{2L_1(1-k)} (+) i \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1} \frac{1}{1-k} - \frac{r_1^2}{4L_1^2(1-k)^2}}, \end{aligned} \right\} (3),$$

waarin $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$, de koppeling der ketens karakteriseert.

Uit (2) vinden wij door integratie:

$$\begin{aligned} v_2 = \frac{EMC_1}{L_1 L_2 C_1 C_2} \bigg\{ & \frac{q^2 e^{-qt}}{(q + \lambda_1)(q + \lambda_1^*)(q + \lambda_2)(q + \lambda_2^*)} + \\ & + \frac{\lambda_1^2 e^{\lambda_1 t}}{(\lambda_1 + q)(\lambda_1 - \lambda_1^*)(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_2^*)} + \\ & + \frac{\lambda_1^{*2} e^{\lambda_1^* t}}{(\lambda_1^* + q)(\lambda_1^* - \lambda_1)(\lambda_1^* - \lambda_2)(\lambda_1^* - \lambda_2^*)} + \\ & + \frac{\lambda_2^2 e^{\lambda_2 t}}{(\lambda_2 + q)(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_1^*)(\lambda_2 - \lambda_2^*)} + \\ & + \frac{\lambda_2^{*2} e^{\lambda_2^* t}}{(\lambda_2^* + q)(\lambda_2^* - \lambda_1)(\lambda_2^* - \lambda_1^*)(\lambda_2^* - \lambda_2)} \bigg\} (4). \end{aligned}$$

Voor het geval aan de bovengenoemde voorwaarden $L_1 C_1 = L_2 C_2$ enz. voldaan is, zijn de dempingsconstanten en de hoekfrequenties der eigentrillingen δ_1 , δ_2 , ω_1 en ω_2 door de volgende betrekkingen verbonden met de dempingsconstante δ en de hoekfrequentie ω van de eigentrilling der afzonderlijke kringen voor de koppeling:

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \frac{\delta}{1+k} & \omega_1 &= \frac{\omega}{\sqrt{1+k}} \\ \delta_2 &= \frac{\delta}{1-k} & \omega_2 &= \frac{\omega}{\sqrt{1-k}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

gelijk blijkt uit (3), waarbij $\frac{r_1}{4L_1^2(1+k)^2}$ en $\frac{r_1}{4L_1^2(1-k)^2}$ verwaarloosd zijn tegenover $\frac{1}{L_1 C_1(1+k)}$ en $\frac{1}{L_2 C_2(1-k)}$.

Bepalen wij ons tot zeer kleine dempingen en zwakke koppeling dan kunnen wij δ tegenover ω verwaarloozen en ook δ_1 en δ_2 tegenover ω_1 en ω_2 . Nemen wij verder aan, dat q groot ten opzichte van δ is, dan wordt, voor ons geval:

$$\begin{aligned} v_2 = \frac{EMC_1}{L_1 L_2 C_1 C_2} \bigg\{ & -\frac{q^2 e^{-qt}}{(q^2 + \omega_1^2)(q^2 + \omega_2^2)} + \frac{e^{-\delta_1 t}}{(q^2 + \omega_1^2)(\omega_1^2 - \omega_2^2)} \times \\ & (\omega_1^2 \cos \omega_1 t - \omega_1 q \sin \omega_1 t) - \frac{e^{-\delta_2 t}}{(q^2 + \omega_2^2)(\omega_1^2 - \omega_2^2)} \times \\ & (\omega_2^2 \cos \omega_2 t - \omega_2 q \sin \omega_1 t) \bigg\} \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

Als effect van de storing kunnen wij opvatten de uitdrukking $I_{st} = \int_0^\infty v_2^2 dt$ en met behulp van (5) en (6) vinden wij, onder verwaarloozing van den term met e^{-qt} in (6) en van k tegenover 1:

$$I_{st} = \int_0^\infty v_2^2 dt = \frac{E^2}{8} \frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{k^2 \omega^4}{(q^2 + \omega^2)(4\delta^2 + k^2 \omega^2)\delta}.$$

Voor een ongedempt sein met de hoekfrequentie ω vinden wij het effect $I_s = \int_0^T v_2^2 dt = \frac{1}{2} E^2 \omega^4 \frac{C_1}{C_2} \frac{k^2}{(4\delta^2 + k^2 \omega^2)^2}$, zoodat dus, wanneer de veldsterkten van sein en storing dezelfde waarde hebben, de storingsvrijheid van den gekoppelde ontvanger S_2 wordt:

$$S_2 = \frac{I_s}{I_{st}} = \frac{4(q^2 + \omega^2)\delta T}{4\delta^2 + k^2 \omega^2} \dots \dots \dots (7)$$

Hieruit blijkt, dat de koppelingsfactor k een zeer grooten invloed heeft op de storingsvrijheid. Voor die waarde van de koppeling, waarbij het ongedempte sein in den tweeden kring maximum is, dus indien $k^2 \omega^2 = 4\delta^2$, is de storingsvrijheid $\frac{1}{2} (q^2 + \omega^2) \frac{T}{\delta}$ dus volkomen dezelfde als bij een enkelen kring ¹⁾. Wil men dus met den gekoppelde ontvanger grootere storingsvrijheid bereiken tegen aperiodische storingen, dan moet de koppeling zoo zwak mogelijk worden gekozen. Als uiterste grens voor de verbetering in de storingsvrijheid ten opzichte van die van den primairontvanger vinden wij den factor 2, voor zéér zwakke koppeling ($k = 0$).

Het zal duidelijk zijn, dat de vorm van de storing slechts weinig invloed heeft wat de verbetering in de storingsvrijheid ten opzichte van die van één enkelen kring betreft, zoo lang aangenomen wordt, dat de werking van de storing voornamelijk in de energie der eigentrilling tot uiting komt. Voor vormen van storingen, waarbij dit niet het geval is, zijn de voorgaande betrekkingen niet geldig. Voor een gedempte storingsgolf $e^{-\delta_3 t} \cos \omega_3 t$ of $e^{\lambda_3 t}$ zooals die door een storenden zender worden uitgezonden, vinden wij:

1) Vergelijking pag. 19 hoofdstuk II.

$$\begin{aligned}
v_2 &= \frac{EMC_1}{2\pi L_1 L_2 C_1 C_2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha^2 e^{i\alpha t} d\alpha}{(i\alpha - \lambda_3)(i\alpha - \lambda_1)(i\alpha - \lambda_1^*)(i\alpha - \lambda_2)(i\alpha - \lambda_2^*)} \\
&= -\frac{EMC_1}{L_1 L_2 C_1 C_2} \left[\frac{\lambda_3^2 e^{\lambda_3 t}}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1^*)(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2^*)} + \right. \\
&\quad + \frac{\lambda_1^2 e^{\lambda_1 t}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_1^*)(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_2^*)} \\
&\quad + \frac{\lambda_1^{*2} e^{\lambda_1^* t}}{(\lambda_1^* - \lambda_3)(\lambda_1^* - \lambda_1)(\lambda_1^* - \lambda_2)(\lambda_1^* - \lambda_2^*)} + \\
&\quad + \frac{\lambda_2^2 e^{\lambda_2 t}}{(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_1^*)(\lambda_2 - \lambda_2^*)} \\
&\quad \left. + \frac{\lambda_2^{*2} e^{\lambda_2^* t}}{(\lambda_2^* - \lambda_3)(\lambda_2^* - \lambda_1)(\lambda_2^* - \lambda_1^*)(\lambda_2^* - \lambda_2)} \right].
\end{aligned}$$

Het reële deel stelt de spanning v_2 voor, opgewekt door het reële deel $e^{-\delta_3 t} \cos \omega t$ van $e^{\lambda_3 t}$. De volledige berekening voert tot een zeer gecompliceerde uitdrukking, die voor discussie nauwelijks vatbaar is. Men kan echter gemakkelijk de amplituden der opgedrongen trilling en der eigentrillingen met elkaar vergelijken.

Wordt λ vervangen door $-\delta + i\omega$ enz., dan vinden wij voor de amplituden der opgedrongen trilling en der eigentrillingen respectievelijk, afgezien van den factor $\frac{EMC_1}{L_1 L_2 C_1 C_2}$, de uitdrukkingen:

$$\frac{\omega_3^2}{(\omega_3 + \omega_1)(\omega_3 + \omega_2) \sqrt{(\delta_1 - \delta_3)^2 + (\omega_3 - \omega_1)^2} \sqrt{(\delta_2 - \delta_3)^2 + (\omega_3 - \omega_2)^2}},$$

$$\frac{1}{4} \frac{1}{k\omega \sqrt{(\delta_1 - \delta_3)^2 + (\omega_3 - \omega_1)^2}}, \quad \frac{1}{4} \frac{1}{k\omega (\omega_3 + \omega_1)},$$

$$\frac{1}{4} \frac{1}{k\omega \sqrt{(\delta_2 - \delta_3)^2 + (\omega_3 - \omega_1)^2}} \text{ en } \frac{1}{4} \frac{1}{k\omega (\omega_3 + \omega_2)}, \text{ wanneer steeds } \frac{\delta}{\omega} \ll 1 \text{ wordt aangenomen.}$$

Indien δ_3 aanmerkelijk groter is dan δ_1 en δ_2 overwegen de amplituden der vrije trillingen, hetgeen ook het geval is, indien ω_3 niet al te dicht bij ω_1 en ω_2 ligt.

Komt daarentegen ω_3 nagenoeg overeen met ω_1 en ω_2 en is δ_3 bovendien van dezelfde grootte als δ_1 en δ_2 , dan begint de opgedrongen trilling meer en meer aan belangrijkheid te winnen om, wanneer δ_3 kleiner wordt dan δ_1 en δ_2 , bij gelijkheid van ω_3, ω_1 en ω_2 de overhand te nemen. Voor zoover sprake is van lucht-

storingen komt dit geval natuurlijk niet voor, terwijl ook bij de storingen van gedempte zenders meestal aanzienlijke golflengteverschillen aanwezig zijn en er dus geen essentieele verschillen optreden met aperiodische storingen; alleen is de verbetering van de storingsvrijheid bij gebruik van twee kringen grooter voor zwak gedempte storingen dan voor sterk gedempte.

§ 2. Invloed van verschillen in demping en afstemming.

Men heeft op verschillende wijze getracht de storingsvrijheid van den gekoppelde ontvanger te verbeteren. Hiertoe werd of één der kringen ontstemd of men gaf de antenne een zeer groote demping, zoodat deze bijna aperiodisch werd. In verband met de algemeene beschouwingen in hoofdstuk II behoeft het geen nadere toelichting, dat van dergelijke maatregelen hoegenaamd niets te verwachten is. Een andere vraag is wat de invloed is van kleine verschillen in de eigentrillingen der kringen vóór de koppeling. Om dezen invloed te berekenen gaan wij uit van (4) en vervangen daarin λ_1 en λ_2 door $-\delta_1 + i\omega_1$ en $-\delta_2 + i\omega_2$. Dan is, met dezelfde nauwkeurigheid als tot dusver:

$$v_2 = \frac{EMC_1}{L_1 L_2 C_1 C_2} \left\{ \frac{\omega_1^2 e^{-\delta_1 t + i\omega_1 t}}{(q + i\omega_1) 2i\omega_1 i(\omega_1 + \omega_2) \{(\delta_2 - \delta_1) - i(\omega_2 - \omega_1)\}} \right. \\ \frac{\omega_1^2 e^{-\delta_1 t - i\omega_1 t}}{(q - i\omega_1) 2i\omega_1 i(\omega_1 + \omega_2) \{\delta_2 - \delta_1 + i(\omega_2 - \omega_1)\}} \\ + \frac{\omega_2^2 e^{-\delta_2 t + i\omega_2 t}}{(q + i\omega_2) 2i\omega_2 i(\omega_1 + \omega_2) \{\delta_2 - \delta_1 - i(\omega_1 - \omega_2)\}} - \\ \left. \frac{\omega_2^2 e^{-\delta_2 t - i\omega_2 t}}{(q - i\omega_2) 2i\omega_2 i(\omega_1 + \omega_2) \{\delta_1 - \delta_2 + i(\omega_1 - \omega_2)\}} \right\}. \quad (10)$$

De eenige uitdrukking, die hier moeilijkheden oplevert, is de vorm $\delta_2 - \delta_1 - i(\omega_2 - \omega_1)$, daar niet onmiddellijk duidelijk is of het reële dan wel het imaginaire deel het belangrijkste is, en op welke wijze deze uitdrukking van de koppeling afhangt.

Reeds eerder is gevonden dat slechts het geval van zeer zwakke koppeling in aanmerking komt. Voor dit geval kunnen λ_1 en λ_2 gemakkelijk worden gevonden. Zij volgen uit de vergelijking:

$$(L_1 C_1 \lambda^2 + r_1 C_1 \lambda + 1)(L_2 C_2 \lambda^2 + r_2 C_2 \lambda + 1) - k^2 \lambda^4 L_1 L_2 C_1 C_2 = 0. \quad \dots (11)$$

Voor $k = 0$ vindt men voor de λ 's de wortels der vergelijkingen $L_1 C_1 \lambda^2 + r_1 C_1 \lambda + 1 = 0$ en $L_2 C_2 \lambda^2 + r_2 C_2 \lambda + 1 = 0$. Wij stellen deze door λ_1' , λ_1^{*} en λ_2' , λ_2^{*} voor. De wortels van de volledige vergelijking kunnen dan door $\lambda_1 = \lambda' + \Delta \lambda'$, $\lambda_2 = \lambda_2' +$

$\Delta \lambda_2'$ enz. uitgedrukt worden. Substitueeren wij deze waarden in de vergelijking (11) dan vinden wij na eenige herleiding de volgende vergelijking voor $\Delta \lambda_1'$:

$$\Delta \lambda_1'^2 \{ (2\lambda_1' L_1 C_1 + r_1 C_1) (2\lambda_1' L_2 C_2 + r_2 C_2) + L_1 C_1 (L_2 C_2 \lambda_1'^2 + r_2 C_2 \lambda_1' + 1) - 6k^2 L_1 L_2 C_1 C_2 \lambda_1'^2 \} + \Delta \lambda_1' \{ (2\lambda_1' L_1 C_1 + r_1 C_1) (L_2 C_2 \lambda_1'^2 + r_2 C_2 \lambda_1' + 1) - 4k^2 \lambda_1'^3 L_1 L_2 C_1 C_2 \} - k^2 L_1 L_2 C_1 C_2 \lambda_1'^4 = 0$$

onder verwaarloozing van termen van de derde orde.

Dit geeft $\Delta \lambda_1' = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} + b}$, waarbij:

$$a = \frac{(2\lambda_1' L_1 C_1 + r_1 C_1) (L_2 C_2 \lambda_1'^2 + r_2 C_2 \lambda_1' + 1) - 4k^2 L_1 L_2 C_1 C_2 \lambda_1'^3}{(2\lambda_1' L_1 C_1 + r_1 C_1) (2\lambda_1' L_2 C_2 + r_2 C_2) + L_1 C_1 (L_2 C_2 \lambda_1'^2 + r_2 C_2 \lambda_1' + 1) - 6k^2 L_1 L_2 C_1 C_2 \lambda_1'^2},$$

$$b = \frac{k^2 L_1 L_2 C_1 C_2 \lambda_1'^4}{(2\lambda_1' L_1 C_1 + r_1 C_1) (2\lambda_1' L_2 C_2 + r_2 C_2) + L_1 C_1 (L_2 C_2 \lambda_1'^2 + r_2 C_2 \lambda_1' + 1) - 6k^2 L_1 L_2 C_1 C_2 \lambda_1'^2}$$

Aangezien voor $k=0$, dus $b=0$, $\lambda_1 = \lambda_1'$, dus $\Delta \lambda_1' = 0$, moet de positieve wortel genomen worden.

$$\Delta \lambda_1' = -\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + b}.$$

De uitdrukking $\sqrt{\frac{a^2}{4} + b}$ neemt een eenvoudigen vorm aan, indien $\frac{a^2}{4} \gg b$ of indien $\frac{a^2}{4} \ll b$ is; in het eene geval vinden wij namelijk,

$$\Delta \lambda_1' = -\frac{a}{2} + \frac{a}{2} \left(1 + \frac{4b}{a^2}\right)^{1/2} = +\frac{b}{a} + \frac{b^2}{a^3} \dots \approx \frac{b}{a}, \dots \dots (12)$$

en in het tweede geval

$$\Delta \lambda_1' = -\frac{a}{2} + b^{1/2} \left(1 + \frac{a^2}{4b}\right)^{1/2} = -\frac{a}{2} + b^{1/2} \left(1 + \frac{1}{8} \frac{a^2}{b}\right) \approx b^{1/2} (13)$$

Het geval $b \ll \frac{a^2}{4}$, dat steeds optreedt als k extreem klein is, geeft,

$$\Delta \lambda_1' = \frac{b}{a} = \frac{k^2 L_1 L_2 L_1 C_2 \lambda_1'^4}{(2\lambda_1' L_1 C_1 + r_1 C_1) (L_2 C_2 \lambda_1'^2 + r_2 C_2 \lambda_1' + 1) - 4k^2 L_1 L_2 C_1 C_2 \lambda_1'^2}$$

Verder is $\lambda_1' = -\delta_1' + i\omega_1'$, en $\lambda_1' + \Delta \lambda_1' = -\delta_1' - \Delta \delta_1' + i\omega_1' + i\Delta \omega_1' = \delta_1 + i\omega_1$, en daar de verandering van λ_1' en dus ook die van δ_1' en ω_1' evenredig is met k^2 , kan deze verandering beneden elke willekeurig vastgestelde grens worden gehouden.

Gezocht wordt de uitdrukking $\delta_1 - \delta_2 - i(\omega_1 - \omega_2)$, en in verband met het bovenstaande is het duidelijk dat hiervoor, zoolang k zeer klein is, geschreven mag worden

$$\delta_1' - \delta_2' - i(\omega_1' - \omega_2').$$

Is in het bijzonder $L_1 C_1 = L_2 C_2 = \frac{1}{\omega^2}$ d. w. z. zijn de resonantie frequenties voor beide kringen dezelfde,

$$\text{dan is } \omega_1'^2 = \omega^2 - \delta_1'^2, \quad \omega_1' = \omega \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\delta_1'^2}{\omega^2} \dots\right),$$

$$\omega_2'^2 = \omega^2 - \delta_2'^2, \quad \omega_2' = \omega \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\delta_2'^2}{\omega^2} \dots\right),$$

$$\text{zoodat } \omega_1' - \omega_2' = \frac{1}{2} \frac{\delta_2'^2 - \delta_1'^2}{\omega} = \frac{1}{2} (\delta_2' - \delta_1') \frac{\delta_1' + \delta_2'}{\omega}.$$

Dus is $\omega_1' - \omega_2'$ zeer klein ten opzichte van $\delta_2' - \delta_1'$. Na de koppeling blijft deze verhouding bestaan, en wij kunnen in de voor v_2 gevonden uitdrukking (10), $\delta_2 - \delta_1 + i(\omega_1 - \omega_2)$ vervangen door $\delta_2 - \delta_1$, waardoor (10) overgaat in:

$$v_2 = \frac{EMC_1}{L_1 L_2 C_1 C_2} \left(\frac{\omega_1'^2 e^{-\delta_1 t + i\omega_1 t}}{(q + i\omega_1) 2i\omega_1 i(\omega_1 + \omega_2) (\delta_2 - \delta_1)} - \frac{\omega_1'^2 e^{-\delta_1 t - i\omega_1 t}}{(q - i\omega_1) 2i\omega_1 i(\omega_1 + \omega_2) (\delta_2 - \delta_1)} \right. \\ \left. + \frac{\omega_2'^2 e^{-\delta_2 t + i\omega_2 t}}{(q + i\omega_2) 2i\omega_2 i(\omega_1 + \omega_2) (\delta_2 - \delta_1)} - \frac{\omega_2'^2 e^{-\delta_2 t - i\omega_2 t}}{(q - i\omega_2) 2i\omega_2 i(\omega_1 + \omega_2) (\delta_2 - \delta_1)} \right),$$

waaruit, in de onderstelling dat ω_1 en ω_2 slechts weinig verschillen, zoodat $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega$, na eenige berekening gevonden wordt:

$$I_{st} = \int_0^\infty v_2^2 dt = \frac{1}{16} \frac{E^2 M^2 C_1^2}{L_1^2 L_2^2 C_1^2 C_2^2} \frac{1}{q^2 + \omega^2} \frac{1}{(\delta_2 - \delta_1)^2} \left(\frac{1}{\delta_1} + \frac{1}{\delta_2} - \frac{4}{\delta_1 + \delta_2} \right) \\ = \frac{1}{16} \frac{E^2 M^2 C_1^2}{L_1^2 L_2^2 C_1^2 C_2^2} \frac{1}{q^2 + \omega^2} \frac{1}{\delta_1 \delta_2 (\delta_1 + \delta_2)}.$$

Het effect van het sein is onder de gekozen voorwaarden:

$$I_s = \int_0^T v_2^2 dt = \frac{1}{32} \frac{E^2 M^2 C_1^2}{L_1^2 L_2^2 C_1^2 C_2^2} \frac{T}{\delta_1^2 \delta_2^2}, \text{ en de storingsvrijheid dus} \\ S_2 = \frac{1}{2} \frac{\delta_1 + \delta_2}{\delta_1 \delta_2} (q^2 + \omega^2) T \dots \dots \dots (14)$$

Zoodra dus de dempingen der beide kringen gaan verschillen neemt de storingsvrijheid af.

Zijn ω_1' en ω_2' verschillend, zóó dat $(\delta_1 - \delta_2) \ll (\omega_1 - \omega_2)$, dan wordt onder verwaarloozing van den term met $e - q t$,

$$v_2 = \frac{E M C}{L_1 L_2 C_1 C_2} \left\{ \frac{\omega_1}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \frac{e^{-\delta_1 t}}{q^2 + \omega_1^2} (\omega_1 \cos \omega_1 t - q \sin \omega_1 t) \right. \\ \left. - \frac{\omega_2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \frac{e^{-\delta_2 t}}{q^2 + \omega_1^2} (\omega_2 \cos \omega_2 t - q \sin \omega_2 t) \right\} \\ I_{st} = \int_0^\infty v_2^2 dt = \frac{E^2 M^2 C_1^2}{L_1^2 L_2^2 C_1^2 C_2^2 (\omega_1 - \omega_2)^2} \left\{ \frac{(\omega_1^2 + q^2) \omega_1^2}{4 \delta_1 (q^2 + \omega_1^2)^2} + \right. \\ \left. \frac{(\omega_2^2 + q^2) \omega_2^2}{4 \delta_2 (q^2 + \omega_2^2)^2} - \frac{\omega_1 \omega_2 (\omega_1 \omega_2 + q^2) (\delta_1 + \delta_2)}{(\delta_1 + \delta_2)^2 + (\omega_1 - \omega_2)^2 (q^2 + \omega_1^2) (q^2 + \omega_2^2)} \right\}.$$

Wanneer wij in deze uitdrukking δ_1 en δ_2 tot elkaar laten naderen en verder stellen $\omega_1 = \omega_2 (1 + a)$, waarin a een kleine grootheid is waarvan de kwadraten kunnen worden verwaarloosd tegenover 1, dan is

$$I_{st} = \frac{E^2}{8} \frac{C_1}{C_2} \frac{k^2 \omega^4}{\delta (4 \delta^2 + a^2 \omega^2) (q^2 + \omega^2)}.$$

Voor het effect aan het sein vinden wij in dit geval

$$I_s = \frac{E^2}{32} \frac{C_1}{C_2} \frac{k^2 \omega^4}{\delta^2 (a \omega + \delta)^2} T,$$

en dus is de storingsvrijheid

$$S_2 = \frac{I_s}{I_{st}} = \frac{1}{4} \frac{4 \delta^2 + a^2 \omega^2}{(\delta + a \omega)^2} \frac{q^2 + \omega^2}{\delta} T. \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Uit de uitdrukkingen (14) en (15) blijkt, dat zoowel kleine verschillen in de demping van de kringen als kleine verschillen in de afstemming ongunstig werken op de storingsvrijheid.

Bij de afleiding van deze uitkomsten is k extreem klein ondersteld en door a en b in de uitdrukking (12) te berekenen kan men de grens van k bepalen, waarbinnen de gevonden uitkomsten geldig zijn. Wordt k grooter dan moeten de veranderingen in de λ 's berekend worden met behulp van (13). Het resultaat blijft ook in dit geval, dat elke afwijking van de oorspronkelijke voorwaarden $L_1 C_1 = L_2 C_2$ en $R_1 C_1 = R_2 C_2$ de storingsvrijheid vermindert voor dezelfde waarde van k . Onder de eerst aangenomen voorwaarden is dus de storingsvrijheid bij dezelfde signaalsterkte het grootst en bij de samenstelling van een gekoppelden ontvanger dient dus als eisch gesteld te worden, dat de beide hierbij voorkomende trillingskringen dezelfde eigentrilling hebben. Is aan deze voorwaarde voldaan dan is het mogelijk bij zeer zwakke koppeling een tweemaal zoo groote storingsvrijheid te bereiken als met een enkelen kring.

§ 3. *Differentiaal-schakelingen.*

Nauw verwant met de gekoppelde ontvangers zijn de zg. differentiaal-schakelingen, waarbij twee antennes, waarvan de eene is afgestemd op het sein, terwijl de andere eenigszins ontstemd is ten opzichte van de eerste, gebezigd worden. Beide antennes zijn in wisselwerking met het stralingsveld en hun opvangend vermogen, d.w.z. de door het stralingsveld in beide geïnduceerde electromotorische kracht, is gelijk. De differentiaalvergelijkingen voor de spanningen zijn:

$$\left. \begin{aligned} L_1 C_1 \frac{d^2 v_1}{dt^2} + r_1 C_1 \frac{dv_1}{dt} + v_1 &= E e^{-qt} \\ L_2 C_2 \frac{d^2 v_2}{dt^2} + r_2 C_2 \frac{dv_2}{dt} + v_2 &= E e^{-qt} \end{aligned} \right\} \dots \dots (16)$$

Hierbij is ondersteld, dat geen wederzijdsche koppeling bestaat tusschen beide antennes. Beide kringen werken tegengesteld op een derden kring. De grondgedachte van dit stelsel is deze, dat twee nagenoeg gelijk afgestemde kringen op een willekeurige electromotorische kracht nagenoeg op de zelfde wijze aanspreken, op een volkomen bepaalde kracht echter van de frequentie, waarop een der beide ontvangketens is afgestemd, verschillend. Doordat de beide antennes tegengesteld werken op een derden kring zouden de door een storing opgewekte spanningen elkaar opheffen, terwijl het sein behouden blijft.

Tellen wij beide vergelijkingen (16) op en trekken ze vervolgens van elkander af, daarbij $v_1 + v_2$ en $v_1 - v_2$ respectievelijk vervangende door v_3 en v_4 , dan gaat het stelsel (16) over in:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} (L_1 C_1 + L_2 C_2) \frac{d^2 v_3}{dt^2} + \frac{1}{2} (r_1 C_1 + r_2 C_2) \frac{dv_3}{dt} + \\ &+ v_3 + \frac{1}{2} (r_1 C_1 - r_2 C_2) \frac{dv_4}{dt} + \frac{1}{2} (L_1 C_1 - L_2 C_2) \frac{d^2 v_4}{dt^2} = 2 E e^{-qt} \\ &\frac{1}{2} (L_1 C_1 + L_2 C_2) \frac{d^2 v_4}{dt^2} + \frac{1}{2} (r_1 C_1 + r_2 C_2) \frac{dv_4}{dt} + \\ &+ v_4 + \frac{1}{2} (r_1 C_1 - r_2 C_2) \frac{dv_3}{dt} + \frac{1}{2} (L_1 C_1 - L_2 C_2) \frac{d^2 v_3}{dt^2} = 0 \end{aligned}$$

Dit zijn de vergelijkingen van twee gekoppelde kringen, met volkomen dezelfde constanten. Voor $r_1 C_1 - r_2 C_2 = 0$ is de koppeling magnetisch en in andere gevallen gemengd galvanisch en magnetisch. De aard van de koppeling is echter, zoolang slechts zwakke koppeling beschouwd wordt, van betrekkelijk geringen invloed en de zooeven gevonden resultaten kunnen onmiddellijk ook op dit geval worden toegepast. Een groot voordeel van deze

combinatie is, dat automatisch voldaan is aan de bij het magnetische geval gevonden voorwaarde van gelijke eigentrillingen. Hier tegenover staat de moeilijkheid om de beide antennes onafhankelijk van elkaar te maken, zooals bij de opstelling der vergelijkingen (16) is ondersteld. Worden raamantennes gebezigd dan is tusschen deze een koppeling van overwegend magnetischen aard aanwezig en in dit geval kan men op een voudige wijze de onderlinge inductie compenseeren. In beginsel echter is het hier besproken stelsel volkomen equivalent aan den gekoppelden ontvanger en bij de keuze tusschen beide kan men zich dus uitsluitend laten leiden door practische overwegingen. In plaats van twee kringen kan men er natuurlijk ook meer bezigen, bijvoorbeeld drie. Een er van wordt afgestemd op het sein en de afstemming der beide andere wordt iets hooger en iets lager gekozen. Deze combinatie kan op analoge wijze worden herleid tot een gekoppeld stelsels van drie kringen.

§ 4. *Berekening van de stroomsterkte in stelsels van n gekoppelde kringen.*

De bij den gekoppelden ontvanger verkregen resultaten leiden van zelf tot de vraag, wat er in het algemeen bereikt zal kunnen worden door vergrooting van het aantal kringen. Er werd reeds eerder op gewezen, dat van het vergrooten van het aantal kringen alleen dan goede resultaten te verwachten zijn, wanneer de eigentrillingen van het gevormde stelsel dicht bijeen liggen en in verband met de bij den gekoppelden ontvanger verkregen uitkomsten ligt het voor de hand een stelsel te kiezen, dat bestaat uit een aantal gelijke, zeer zwak met elkander gekoppelde trillingskringen. De wijze, waarop de afzonderlijke kringen met elkander gekoppeld zijn, kan hierbij voorloopig in het midden worden gelaten. Men komt op deze wijze tot een bijzonder geval van de onder den algemeenen naam van „filters” samengevatte stelsels. Dergelijke filters bestaan in den regel uit n kringen, die alle, behalve de twee eindkringen, gelijk zijn en op dezelfde wijze met elkaar zijn gekoppeld. Carson ¹⁾ heeft een algemeene theorie van deze filters gegeven.

Bij de opstelling der vergelijkingen leidt het invoeren van de volgende ²⁾, in de electrotechniek veel gebruikte symbolische schrijf-

1) Proceedings of the American Institute of El. Eng. April 1919.

2) Vgl. bijv. Pierce Electric Oscillations and Electric Waves 1920.

Hieruit volgt:

$$i_m = E \frac{\Delta_{1m}(i\alpha)}{\Delta_n(i\alpha)} e^{i\alpha t},$$

waarin Δ_n den determinant der coëfficiënten en Δ_{1m} den onderdeterminant, behoorende bij den m^{den} term van de eerste rij van Δ_n voorstelt. Men kan $1 : \frac{\Delta_{1m}}{\Delta_n}$ als complexe impedantie opvatten.

Begint nu de electromotorische kracht

$$E e^{i\omega t} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\alpha t} d\alpha}{\omega - \alpha} \dots \dots \dots (18)$$

op het oogenblik $t=0$ op het stelsel te werken, terwijl dit tot dat oogenblik in rust is geweest, dan is

$$i_m = \frac{E}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta_{1m}(i\alpha)}{\Delta_n(i\alpha)} \frac{e^{i\alpha t}}{\alpha - \omega} d\alpha \dots \dots \dots (19)$$

waarbij eventueel de integratie tusschen de grenzen $-\infty$ en $+\infty$ vervangen kan worden door een integratie langs een geschikt gekozen contour.

Om de integraal te berekenen moeten wij het residu behoorende bij de polen van de functie onder het integraalteeken kennen. De polen zijn $\alpha = \omega$ en de wortels van $\Delta_n(i\alpha) = 0$, als vergelijking in α .

Om deze wortels te vinden deelen wij de vergelijkingen (1) door $z_2 - z_3$. Schrijven wij ter bekorting $-\frac{z+z_1+z_2}{z_2-z_3} = x$, $-\frac{z+2z_2}{z_2-z_3} = p$, $-\frac{z+z_2+z_n}{z_2-z_3} = y$, dan is:

$$\Delta_n(i\alpha) = (z_2 - z_3)^n \begin{vmatrix} x & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 1 & p & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & p & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & y \end{vmatrix}.$$

Duiden wij verder

$$\begin{vmatrix} p & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 1 & p & 1 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 1 & p & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & y \end{vmatrix}$$

aan door $\Delta_n(y)$, dan is:

$$\begin{aligned} \Delta_n(i\alpha) &= (z_2 - z_3)^n \{x \Delta_{n-1}(y) - \Delta_{n-2}(y)\} \\ &= (z_2 - z_3)^n \{xy \Delta_{n-2}(p) - 2(x+y) \Delta_{n-3}(p) + \Delta_{n-4}(p)\}. \end{aligned}$$

Door bijzondere keuze van x en y kunnen wij de uitdrukking tusschen accoladen in een eenvoudigen vorm brengen.

Kiezen wij $z_1 = z_n = z_2 = 0$, dan is $x = y = p = \frac{z}{z_3}$ en is $\Delta_n(i\alpha) = (-z_3)^n \Delta_n(p)$, hetgeen beantwoordt aan het geval van n gelijke, op gelijke wijze magnetisch gekoppelde kringen.

Het zelfde kunnen wij verkrijgen door te nemen $z_3 = 0$, $z_1 = z_n = z_2$; hieruit blijkt dat inductieve en directe koppeling volkomen equivalent zijn; z_2 is natuurlijk thans een inductantie.

Voor $z_2 = \frac{1}{i\alpha C}$ hebben wij een stelsel statisch gekoppelde kringen.

De keuze $z_3 = z_1 = z_n = 0$, $z_2 = i\alpha L_2$, $z = i\alpha L + r + \frac{1}{i\alpha C}$ voert tot den X stopper van Marconi ¹⁾.

In de hier aangeduide gevallen gelukt de oplossing van de vergelijking $\Delta_n(i\alpha) = 0$ op eenvoudige wijze. We zullen het geval $z_3 = 0$, $z_1 = z_2 = z_n$ in het bijzonder behandelen, dus n gelijke, op gelijke wijze gekoppelde kringen. Wij krijgen:

$$\Delta_n(i\alpha) = z_2^n \Delta_n(p).$$

Verder is, (3):

$$i_m = \frac{E}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{z_2} \frac{\Delta_{1m}(p)}{\Delta_n(p)} \frac{e^{i\alpha t}}{(\alpha - \omega)} d\alpha.$$

Daar de determinant $\Delta_n(p)$ symmetrisch is, is $\Delta_{km}(p) = \Delta_{mk}(p)$, terwijl bovendien gemakkelijk is aan te toonen, dat

$$\Delta_{km}(p) = \Delta_{k-1}(p) \Delta_{n-m}(p) \text{ voor } k \leq m.$$

Wij kunnen dus $\Delta_{1m}(p)$ vervangen door $\Delta_0(p) \Delta_{n-m}(p)$, waaruit volgt:

$$\begin{aligned} i_m &= \frac{E}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{z_2} \frac{\Delta_0(p) \Delta_{n-m}(p)}{\Delta_n(p)} \frac{e^{i\alpha t}}{\alpha - \omega} d\alpha \\ &= \frac{E}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{z_2} \frac{\Delta_{n-m}(p)}{\Delta_n(p)} \frac{e^{i\alpha t}}{\alpha - \omega} d\alpha \dots \dots \dots (20) \end{aligned}$$

daar $\Delta_0 = 1$.

1) Fleming. Electric Wave Telegraphy 2nd ed. pag. 816.

Vervangen wij p door $2 \cos \theta$, dan wordt $\Delta_n(p) = \Delta_n(2 \cos \theta) = \frac{\sin(n+1)\theta}{\sin \theta}$,¹⁾

zoodat $\Delta_n(p) = 0$ voor

$$\theta_k = \frac{k\pi}{n+1}; \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

De wortels van de vergelijking $\Delta(i\alpha) = 0$ zijn dus gegeven door de vergelijkingen:

$$p = -\frac{z + 2z_2}{z_2} = 2 \cos \frac{k\pi}{n+1}; \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Om voor deze wortels een bepaalde uitdrukking te vinden is het noodig z en z_2 nader te definieeren.

Nemen wij: $z = i\alpha L + r + \frac{1}{i\alpha C}$ en $z_2 = i\alpha L_2$ (d. w. z. magnetische koppeling), dan moet dus

$$i\alpha(L + 2L_2) + r + \frac{1}{i\alpha C} = -2i\alpha L_2 \cos \frac{k\pi}{n+1}$$

$$\text{of} \quad i\alpha_k = -\frac{1}{2} \frac{r}{\left(L + 2L_2 + 2L_2 \cos \frac{k\pi}{n+1}\right)} \pm$$

$$i \sqrt{\frac{1}{\left(L + 2L_2 + 2L_2 \cos \frac{k\pi}{n+1}\right)C} - \frac{r^2}{4\left(L + 2L_2 + 2L_2 \cos \frac{k\pi}{n+1}\right)^2}} \quad (21)$$

De residuen zijn (vgl. 3),

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi i} \cdot \frac{e^{i\alpha_k t}}{\alpha_k - \omega} \cdot \Delta_{1m}(i\alpha_k) \cdot \lim_{\alpha = \alpha_k} \frac{\alpha - \alpha_k}{\Delta_n(i\alpha)} \\ &= \frac{1}{2\pi i} \frac{e^{i\alpha_k t}}{\alpha_k - \omega} \frac{\Delta_{n-m}(\theta_k)}{i\alpha_k L_2} \lim_{\theta = \theta_k} \frac{\theta - \theta_k}{\Delta_n(\theta)} \left(\frac{d\alpha}{d\theta}\right)_{\alpha_k} \\ &= \frac{1}{2\pi i} \frac{e^{i\alpha_k t}}{\alpha_k - \omega} \cdot \frac{1}{i\alpha_k L_2} \cdot \frac{\sin(n-m+1)\theta_k}{\sin \theta_k} \cdot \\ & \quad \frac{\sin(\theta_k + \theta - \theta_k) \cdot (\theta - \theta_k)}{\sin(n+1)(\theta_k + \theta - \theta_k)} \left(\frac{d\alpha}{d\theta}\right)_{\alpha_k} \end{aligned}$$

en daar $\theta_k = \frac{k\pi}{n+1}$, gaat dit over in:

1) Rayleigh. Theory of Sound 1st. ed. Vol. I, pag. 131.

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2\pi i} \frac{e^{i\alpha_k t}}{\alpha_k - \omega} \cdot \frac{\sin(n-m+1) \frac{k\pi}{n+1}}{\sin \frac{k\pi}{n+1}} \cdot \frac{\sin \frac{k\pi}{n+1}}{(-1)^k (n+1)} \\
& \quad \frac{2\alpha_k^2 C}{2 + i\alpha_k r C} \cdot \sin \frac{k\pi}{n+1} \\
& = \frac{(-1)^k}{2\pi i} \frac{e^{i\alpha_k t}}{i\alpha_k - i\omega} \cdot \frac{2\alpha_k^2 C}{2 + i\alpha_k r C} \cdot \frac{\sin(n-m+1) \frac{k\pi}{n+1} \sin \frac{k\pi}{n+1}}{n+1} \quad (22)
\end{aligned}$$

Het residu bij de pool $\alpha = \omega$ is

$$\frac{1}{2\pi i} \frac{\Delta_{1m}(i\omega)}{i\omega L_2 \Delta_n(i\omega)} e^{i\omega t} \dots \dots \dots (23)$$

Dit gedeelte beantwoordt aan de opgedrongen trilling terwijl de overige deelen op de vrije trillingen betrekking hebben. In 't algemeen kan de opgedrongen trilling worden verwaarloosd, daar wij zullen aannemen, dat ω van alle α_k 's aanmerkelijk afwijkt; wij houden ons dus verder uitsluitend bezig met de eigentrillingen. Vervangen wij in de gevonden residuen $i\alpha_k$ door λ_k , dan vinden wij

$$\begin{aligned}
i_m = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1} 2C}{n+1} \sin \frac{k\pi}{n+1} \cdot \sin \frac{n-m+1}{n+1} k\pi & \left(\frac{\lambda_k^2 e^{\lambda_k t}}{(2 + \lambda_k r C)(\lambda_k - i\omega)} + \right. \\
& \left. + \frac{\lambda_k^{*2} e^{\lambda_k^* t}}{(2 + \lambda_k^* r C)(\lambda_k^* - i\omega)} \right) \dots \dots \dots (24)
\end{aligned}$$

en dus i_n , de stroomsterkte in den laatsten kring, die voor ons de belangrijkste is, wordt:

$$\begin{aligned}
i_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \frac{2C}{n+1} \cdot \sin^2 \frac{k\pi}{n+1} & \left(\frac{\lambda_k^2 e^{\lambda_k t}}{(2 + \lambda_k r C)(\lambda_k - i\omega)} \right. \\
& \left. + \frac{\lambda_k^{*2} e^{\lambda_k^* t}}{(2 + \lambda_k^* r C)(\lambda_k^* - i\omega)} \right) \dots \dots \dots (25)
\end{aligned}$$

De hier verkregen uitdrukking voor i_m is weinig overzichtelijk, en zij is niet geschikt om er op analoge wijze als bij den gekoppelde ontvanger de storingsvrijheid mede te berekenen. Een merkwaardige eigenschap springt echter in het oog wanneer men den factor $\sin \frac{n-m+1}{n+1} k\pi$ beschouwt. Deze factor wordt nul, indien $\frac{k(n-m+1)}{n+1}$ een geheel getal is, zoodat in den m^{den} kring die eigentrillingen ontbreken, waarvoor deze uitdrukking geheel

is. Voor $m = 3$ ontbreekt bijvoorbeeld in den 2^{den} kring de 2^{de} eigentrilling.

§ 5. *Herleiding van de uitdrukking voor de stroomsterkte.*

Om de uitdrukking voor i_m in een geschikteren vorm te brengen maken wij gebruik van de omstandigheid dat λ_k en λ_k^* gevonden zijn als functies van $\cos \frac{k\pi}{n+1}$. Voor i_m kunnen wij dus schrijven:

$$i_m = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \frac{2C}{n+1} \sin \frac{k\pi}{n+1} \sin \frac{n-m+1}{n+1} k\pi f \left(\cos \frac{k\pi}{n+1} \right) \quad (26)$$

De functie $f \left(\cos \frac{k\pi}{n+1} \right)$ kan in een Fourierreeks worden ontwikkeld:

$$f \left(\cos \frac{k\pi}{n+1} \right) = \frac{1}{2} b_0 + b_1 \cos \frac{k\pi}{n+1} + \dots + b_r \cos \frac{rk\pi}{n+1},$$

$$\text{waarin } b_r = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(\cos x) \cos rx dx.$$

Gesubstitueerd in (26) geeft dit:

$$\begin{aligned} i_m &= \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \frac{2C}{n+1} \sin \frac{k\pi}{n+1} \cdot \sin \frac{n-m+1}{n+1} k\pi \left(\frac{1}{2} b_0 + b_1 \cos \frac{k\pi}{n+1} + \dots + b_r \cos \frac{rk\pi}{n+1} \dots \right) \\ &= \frac{2C}{n+1} \left\{ \frac{1}{2} b_0 \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \sin \frac{k\pi}{n+1} \sin \frac{(n-m+1)k\pi}{n+1} \right. \\ &\quad + b_1 \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \sin \frac{k\pi}{n+1} \cdot \sin \frac{n-m+1}{n+1} k\pi \cos \frac{k\pi}{n+1} \\ &\quad + b_2 \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \sin \frac{k\pi}{n+1} \sin \frac{n-m+1}{n+1} k\pi \cos \frac{2k\pi}{n+1} + \dots \quad (27) \end{aligned}$$

De algemeene term van deze reeks is

$$\begin{aligned} &\frac{2C}{n+1} b_r \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \sin \frac{k\pi}{n+1} \sin \frac{n-m+1}{n+1} k\pi \cos \frac{rk\pi}{n+1} \\ &= \frac{2C}{n+1} b_r \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \frac{1}{4} \left(\cos \frac{n-m+r}{n+1} k\pi - \cos \frac{n-m+r+2}{n+1} k\pi \right. \\ &\quad \left. + \cos \frac{-n+m+r}{n+1} k\pi - \cos \frac{-n+m+r-2}{n+1} k\pi \right). \quad \dots \quad (28) \end{aligned}$$

Dit zijn vier termen van het type $\sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \cos k\pi$ of

$$+ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} e^{iku} = \frac{1}{2}.$$

Elk der vier termen van (28) kan dus worden opgevat als een som van twee meetkundige reeksen, die gemakkelijk te bepalen zijn:

$$\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} e^{iku} = \frac{1}{2} \frac{e^{iu} + (-1)^{n+1} e^{(n+1)iu}}{1 + e^{iu}}$$

$$\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} e^{-iku} = \frac{1}{2} \frac{e^{-iu} + (-1)^{n+1} e^{-(n+1)iu}}{1 + e^{-iu}},$$

en dus

$$\sum (-1)^{k+1} \cos \frac{s k \pi}{n+1} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{e^{\frac{is\pi}{n+1}} + (-1)^{n+1} e^{is\pi}}{1 + e^{\frac{is\pi}{n+1}}} + \frac{e^{\frac{is\pi}{n+1}} + (-1)^{n+1} e^{-is\pi}}{1 + e^{-\frac{is\pi}{n+1}}} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \{ 1 + (-1)^{n+s+1} \}.$$

Een uitzondering vormen de waarden $s = (n+1), 3(n+1) \dots$

Uit de reeks $\sum (-1)^{k+1} \cos \frac{s k \pi}{n+1}$ blijkt onmiddellijk, dat voor deze waarden de som gelijk aan $-n$ is.

Met behulp van deze uitkomsten kunnen wij de coëfficiënten van b_0, b_1 enz., uit de ontwikkeling (27) van i_m bepalen.

Stellen wij $\sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \cos \frac{s k \pi}{n+1}$ door $A(s)$ voor, dan is de

coëfficiënt van b_r afgezien van den factor $\frac{2C}{n+1}$.

$$\frac{1}{4} \{ -A(n-m+r+2) + A(n-m+r) + A(-n+m+r) - A(-n+m+r-2) \} =$$

$$= \frac{1}{8} \{ +1 + (-1)^{2n-m+r+3} - 1 - (-1)^{2n-m+r+1} - 1 - (-1)^{m+r+1} + (-1)^{m+r-1} \} = 0,$$

zoolang geen der exponenten gelijk is aan $n+1$ of een oneven veelvoud daarvan.

Is $n-m+r+2 = n+1$, dus $r = m-1$ dan krijgen wij:

$$\frac{1}{4} \{ -A(n+1) + A(n-1) + A(-n+2m-1) + A(-n+2m-3) \}$$

$$= \frac{1}{4} \{ n + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} (-1)^{2n} \} = \frac{1}{4} (n+1)$$

en hieruit volgt:

$$i_m = \frac{C}{2} (b_{m-1} - b_{m+1} - b_{2n-m+1} + b_{2n-m+3}$$

$$+ b_{2n+m+1} - b_{2n+m+3} - b_{4n-m+3} + b_{4n-m+5} \dots),$$

en dus, (26):

$$i_m = \frac{C}{\pi} \int_0^\pi f(\cos x) \{ \cos(m-1)x - \cos(m+1)x - \cos(2n-m+1)x \\ + \cos(2n-m+3)x + \dots \} dx, \quad \dots \quad (29)$$

waarvoor ook kan worden geschreven:

$$\frac{2C}{\pi} \int_0^\pi f(\cos x) \sin x \{ \sin mx - \sin(2n+2-m)x + \dots \} dx \quad \dots \quad (30)$$

Hierin is:

$$f(\cos x) = \left\{ \frac{\lambda_x^2 e^{\lambda_x t}}{(2 + \lambda_x r C)(\lambda_x - i\omega)} + \frac{(\lambda_x^*{}^2 e^{\lambda_x^*{} t})}{(2 + \lambda_x^*{} r C)(\lambda_x^*{} - i\omega)} \right\} \quad (31),$$

terwijl

$$\lambda_x = -\frac{1}{2} \frac{r}{(L + 2M \cos x)} + \\ + i \sqrt{\frac{1}{(L + 2M \cos x)C} - \frac{r^2}{(4L + 2M \cos x)^2}} \quad \dots \quad (32)$$

als $L + L_2$ vervangen wordt door L en L_2 door M .

§ 6. Berekening van de storingsenergie in den laatsten kring.

Het is ons in hoofdzaak te doen om de storingsvrijheid van den laatsten kring van het stelsel en hiertoe moeten wij de integraal $r \int_0^\infty i_n^2 dt$ berekenen, terwijl de storing den vorm $e - q^t$ bezit.

Blijkbaar kan i_n worden voorgesteld in de algemeene gedaante

$$i_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \{ \varphi(x) e^{t\psi(x)} + \varphi^*(x) e^{t\psi^*(x)} \} \chi(x) dx, \text{ en dus is} \\ r \int_0^\infty i_n^2 dt = \frac{4r}{\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^\pi \{ \varphi(x) e^{t\psi(x)} + \varphi^*(x) e^{t\psi^*(x)} \} \\ \{ \varphi(y) e^{t\psi(y)} + \varphi^*(y) e^{t\psi^*(y)} \} \chi(x) \chi(y) dt dx dy \\ = \frac{4r}{\pi^2} \int_0^\pi \int_0^\pi \left\{ \frac{\varphi(x)\varphi(y)}{\psi(x) + \psi(y)} + \frac{\varphi^*(x)\varphi(y)}{\psi^*(x) + \psi(y)} + \right. \\ \left. + \frac{\varphi^*(x)\varphi^*(y)}{\psi^*(x) + \psi^*(y)} \right\} \chi(x) \chi(y) dx dy.$$

De vier termen tusschen accoladen zijn paarsgewijze geconjugceerd complex en het is dus voldoende de twee eerste te beschouwen.

Worden $\varphi(x)$, $\psi(x)$ enz. door de volledige uitdrukkingen vervangen dan wordt de 1^{ste} term:

$$\frac{r C^2}{\pi^2} \int_0^\pi \int_0^\pi \frac{\lambda_x^2}{(2 + \lambda_x r C)(\lambda_x + q)} \cdot \frac{\lambda_y^2}{(2 + \lambda_y r C)(\lambda_y + q)} \cdot \frac{1}{\lambda_x + \lambda_y} \cdot \{ \cos(n-1)y - 2 \cos(n+1)y + \dots \} \{ \cos(n-1)x - 2 \cos(n+1)x + \dots \} dx dy \quad (33)$$

en de 2^{de}

$$\frac{r C^2}{\pi^2} \int_0^\pi \int_0^\pi \frac{\lambda_x^2}{(2 + \lambda_x r C)(\lambda_x + q)} \cdot \frac{\lambda_y^{*2}}{(2 + \lambda_y^* r C)(\lambda_y^* + q)} \cdot \frac{1}{\lambda_x + \lambda_y^*} \cdot \{ \cos(n-1)y - 2 \cos(n+1)y + \dots \} \{ \cos(n-1)x - 2 \cos(n+1)x + \dots \} dx dy \quad (34)$$

Bij vergelijking der beide termen blijkt onmiddellijk, dat de 2^{de} verreweg de belangrijkste is. Immers men heeft $\lambda_x + \lambda_y^* = -\delta_x - \delta_y + i(\omega_x - \omega_y)$ en $\lambda_x + \lambda_y = -\delta_x - \delta_y + i(\omega_x + \omega_y)$ waaruit volgt, dat de verhouding van de orde van grootte der termen gelijk aan $\frac{\delta}{\omega}$ is, zoolang de koppeling zwak blijft, hetgeen wij aannemen. De verschuiving der eigen-frequenties tengevolge der koppeling is in dit geval gering en wij kunnen den eersten term weglaten.

De gevonden uitdrukking (34) kan onmiddellijk worden geschreven in de gedaante:

$r C^2 (a_{n-1, n-1} - 2 a_{n+1, n+1} + \dots)$ waarbij onder $a_{n-1, n-1}$ de coëfficiënt van $\cos(n-1)x \cos(n-1)y$ in de Fourier-ontwikkeling van

$$\left(\frac{\lambda_x^2}{2 + \lambda_x r C} \frac{1}{\lambda_x + q} \cdot \frac{\lambda_y^{*2}}{2 + \lambda_y^* r C} \frac{1}{\lambda_y^* + q} \frac{1}{\lambda_x + \lambda_y^*} \right)$$

moet worden verstaan.

De bepaling is dus mogelijk door deze uitdrukking te ontwikkelen volgens opklimmende machten van $\cos x$ en $\cos y$ en vervolgens elk dezer termen te ontwikkelen naar een reeks met opklimmende argumenten en de afzonderlijke bijdragen tot $a_{n-1, n-1}$ enz. der aldus gevonden termen te sommeeren.

Voor kleine waarden van n is de berekening van $a_{n-1, n-1}$ vrij eenvoudig, voor grootere daarentegen wordt de ontwikkeling zeer omslachtig. Ter vereenvoudiging nemen wij aan dat $\frac{\delta}{\omega}$ zéér klein is en steeds tegenover 1 verwaarloosd kan worden. De integraal (34) gaat dan over in

$$\frac{r C^2}{4 \pi^2} \frac{\omega^4}{q^2 + \omega^2} \int_0^\pi \int_0^\pi \frac{1}{\lambda_x + \lambda_y^*} \left(\cos(n-1)x - 2 \cos(n+1)x + \dots \right) (\cos(n-1)y - \dots) dx dy \quad (35),$$

als wij bovendien afzien van den invloed der koppeling op de eigenfrequenties.

In $\frac{1}{\lambda_x + \lambda_y^*}$ komen $\cos x$ en $\cos y$ alleen voor in de vormen $L + 2 M \cos x$ en $L + 2 M \cos y$ of $L(1 + \frac{2 M}{L} \cos x) =$
 $= L(1 + 2 k \cos x)$ enz.

Ontwikkeling naar opklimmende machten van $\cos x$ en $\cos y$ geeft:

$$b_0 + b_{10} k \cos x + b_{01} k \cos y + b_{20} k^2 \cos^2 x + b_{11} k^2 \cos x \cos y + b_{02} k^2 \cos^2 y + \dots$$

Door elk dezer termen weer te ontwikkelen in reeksen naar opklimmende argumenten ontstaat de gezochte Fourierreeks.

Daar wij alleen $a_{n-1, n-1}$ noodig hebben, behoeven wij slechts te letten op de termen, die $\cos(n-1)x \cos(n-1)y$ bevatten, zoodat wij alleen die termen $b_{jl} \cos^j x \cos^l y$ behoeven te zoeken, waarin

$$j \geq n-1 \text{ en tevens } l \geq n-1.$$

Verder is de term $b_{jl} \cos^j x \cos^l y$ van de orde $j+l$ in k . Voor $\text{Lim. } k = 0$, en dit is, zooals uit de resultaten bij den gekoppelden ontvanger is gebleken, de voorwaarde voor het bereiken van de grootste storingsvrijheid, kunnen wij dus volstaan met $b_{n-1, n-1}$.

Nu is (vgl. 32), indien wij $\frac{r}{2L}$ en $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ vervangen door δ en ω ,

$$\frac{1}{\lambda_x + \lambda_y^*} = \frac{1}{-\frac{\delta}{1+2k\cos x} + \frac{i\omega}{\sqrt{1+2k\cos x}} - \frac{\delta}{1+2k\cos y} - \frac{i\omega}{\sqrt{1+2k\cos y}}} \quad (36)$$

en bij verwaarloozing van $\frac{\delta}{\omega}$ ten opzichte van 1 is dus, na ontwikkeling van de breuken in den noemer van (36):

$$\frac{1}{\lambda_x + \lambda_y^*} = \frac{1}{-2\delta - i\omega(k\cos x - k\cos y + \frac{3}{2}k^2\cos^2 x - \frac{3}{2}k^2\cos^2 y + \dots)} \quad (36')$$

Deze uitdrukking kan weer ontwikkeld worden in den vorm:

$$-\frac{1}{2\delta} \left[1 - \frac{i\omega}{\delta} \left\{ k(\cos x - \cos y) + \frac{3}{2}k^2(\cos^2 x - \cos^2 y) + \dots \right\} + \left(\frac{i\omega}{\delta} \right)^2 \left\{ k(\cos x - \cos y) + \frac{3}{2}k^2(\cos^2 x - \cos^2 y) + \dots \right\}^2 + \dots \right] \quad (37)$$

Bij de eerste der voorgaande uitdrukkingen kan de ontwikkeling worden afgebroken bij de $(n-1)^{\text{ste}}$ macht van x , bij de laatste daarentegen eerst bij de $2(n-1)^{\text{ste}}$.

In (37) is de m^{de} term van den vorm tusschen accoladen

$$(-1)^n k^m \frac{2m!}{2^m (m!)^2} (\cos^m x - \cos^m y),$$

en dus

$$\frac{1}{\lambda_x + \lambda_y^*} = -\frac{1}{2\delta} \left[\left(1 - \frac{i\omega}{2\delta} \sum_{m=1}^{n-1} (-1)^m \frac{2m!}{2^m (m!)^2} k^m (\cos^m x - \cos^m y) \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{i\omega}{2\delta} \right)^2 \left\{ \sum_{m=1}^{n-1} (-1)^m \frac{2m!}{2^m m!^2} k^m (\cos^m x - \cos^m y) \right\}^2 + \dots \right] (38).$$

De eerste dezer termen levert geen bijdrage tot het product $\cos^{n-1} x \cos^{n-1} y$, de tweede evenmin; in den derden term komt $\cos^{n-1} x \cos^{n-1} y$ echter wel voor, met den coefficient $\frac{\omega^2}{4\delta^2} k^{2n-2} \frac{(2n-2)!}{2^{2n-2} (n-1)!^2}$ en dit is dus tevens bijdrage van dezen term tot a_{n-1} , $n-1$.

Op deze wijze kunnen de bijdragen van elk der termen uit de ontwikkeling (38) worden berekend en wij vinden ze gerangschikt in een reeks van opklimmende machten van $\frac{\omega^2}{4\delta^2}$ en daar dit een zeer groot getal is kunnen wij, zoo lang n althans niet zeer groot wordt, volstaan met den laatsten term, die wordt berekend uit:

$$\frac{\omega^{2n-2}}{(2\delta)^{2n-2}} \left\{ \sum_{m=1}^{n-1} (-1)^m \frac{2m!}{2^m m!^2} k^m (\cos^m x - \cos^m y) \right\}^{2n-2}$$

Hierbij behoeft alleen rekening te worden gehouden met het eerste gedeelte $\frac{\omega^{2n-2}}{(2\delta)^{2n-2}} \{ (-1) \cdot k (\cos x - \cos y) \}^{2n-2}$, daar de volgende termen van de som Σ aanleiding geven tot hoogere machten van k dan de $(2n-2)^{\text{de}}$.

In $(\cos x - \cos y)^{2n-2}$ is de coefficient van $\cos^{n-1} x \cos^{n-1} y$ gelijk aan:

$$\frac{(2n-2) \dots (2n-n)}{(n-1)!} = \frac{(2n-2)!}{(n-1)!^2},$$

zoodat de totale bijdrage van den laatsten term is:

$$\frac{1}{2\delta} \cdot \frac{\omega^{2n-2}}{(2\delta)^{2n-2}} \frac{(2n-2)!}{(n-1)!^2} k^{2n-2}.$$

De voorgaande bijdrage is afkomstig van

$$\left\{ \sum_{m=1}^{n-1} (-1)^m \frac{2^m m!}{2^m m!} k^m (\cos^m x - \cos^m y) \right\}^{2n-4}$$

en voor de berekening hiervan kan de reeks Σ bij den derden term worden afgebroken. Wij krijgen dan:

$$\begin{aligned} & \{ -k (\cos x - \cos y) + \frac{3}{2} k^2 (\cos^2 x - \cos^2 y) - \\ & \quad - \frac{5}{2} k^3 (\cos^3 x - \cos^3 y) \}^{2n-4} = \\ & = k^{2n-4} (\cos x - \cos y)^{2n-4} \{ -1 + \frac{3}{2} k (\cos x + \cos y) - \\ & \quad - \frac{5}{2} k^2 (\cos^2 x + \cos x \cos y + \cos^2 y) \}^{2n-4} = \\ & = k^{2n-4} (\cos x - \cos y)^{2n-4} [1 - (2n-4) \{ \frac{3}{2} k (\cos x + \cos y) + \\ & \quad + \frac{5}{2} k^2 (\cos^2 x + \cos x \cos y + \cos^2 y) \} + \\ & \quad + \frac{3}{4} k^2 (\cos^2 x + 2 \cos x \cos y + \cos^2 y) + \dots]. \end{aligned}$$

De coëfficiënt van $\cos^{n-1} x \cos^{n-1} y$ hierin is, afgezien van het teeken, gelijk aan $\frac{2n(n+2)}{n-1} \cdot \frac{(2n-1)!}{(n-2)!^2}$, zoodat de verhouding van de laatste twee termen der reeksontwikkeling voor den coëfficiënt van $\cos^{n-1} x \cos^{n-1} y$ is:

$$\begin{aligned} & \frac{\omega^2}{2\delta^2} \cdot \frac{(2n-2)!}{(n-1)!} \cdot \frac{(n-2)!^2 (n-1)}{2n(n+2)(2n-4)!} = \\ & = \frac{\omega^2}{2\delta^2} \cdot \frac{(2n-2)(2n-3)}{2(n+2)n(n-1)} = \frac{\omega^2}{2\delta^2} \cdot \frac{2n-3}{n(n+2)}. \end{aligned}$$

Deze verhouding is van de orde $\frac{\omega^2}{n\delta^2}$ en dus is het voor praktisch voorkomende waarde van n volkomen geoorloofd de ontwikkeling te beperken tot den laatsten term.

Bedenklijker schijnt op het eerste gezicht het verwaarloozen van $\delta \{ 2k (\cos x + \cos y) + 4k^2 (\cos^2 x + \cos^2 y) + \dots \}$ tegen over $i\omega \{ k (\cos x - \cos y) + \dots \}$ in (36') en het vervangen van

$$\frac{\lambda_x^2 \cdot \lambda_y^2}{(2 + \lambda_x rC)(\lambda_x + q)(2 + \lambda_y rC)(\lambda_y + q)} \text{ door } \frac{\omega^4}{4(q^2 + \omega^2)} \text{ in (34).}$$

Bij een nader onderzoek blijkt echter, dat hierbij de verwaarloosde grootheden ten opzichte van de overblijvende van dezelfde orde zijn als in de ontwikkeling (38) de voorlaatste term ten opzichte van den laatsten.

Als eindresultaat vinden wij dus voor den gezochten term uit de ontwikkeling van $\frac{1}{\lambda_x + \lambda_y^*}$ de uitdrukking:

$$\frac{1}{2\delta} \left(\frac{\omega}{2\delta} \right)^{2n-2} \frac{(2n-2)!}{(n-1)!^2} k^{2n-2} \cos^{n-1} x \cos^{n-1} y.$$

Daar

$$\cos^n x = \frac{1}{2^{n-1}} \left(\frac{1}{2} b_0 + b_1 \cos x + \dots b_n \cos n x \right),$$

waarin

$$b_m = \frac{n!}{\frac{n-m}{2}! \frac{n+m}{2}!} \left(b_m = 0 \text{ voor } n-m \text{ oneven} \right),$$

is dus ten slotte

$$a_{n-1, n-1} = \frac{1}{2\delta} \left(\frac{\omega}{2\delta} \right)^{2n-2} \frac{(2n-2)!}{(n-1)!^2} k^{2n-2},$$

en dus

$$r \int_0^\infty i_n^2 = \frac{r}{8} C^2 \frac{\omega^4}{q^2 + \omega^2} \frac{1}{2\delta} \left(\frac{\omega}{2\delta} \right)^{2n-2} \frac{1}{2^{n-4}} \cdot \frac{(2n-2)!}{(n-1)!^2} k^{2n-2} \quad (39).$$

§ 7. Bepaling van de storingsvrijheid.

Voor de berekening van de storingsvrijheid hebben wij nog noodig de door een sein van constante amplitude in den n^{den} kring opgewekte energie.

De stroomsterkte is

$$i_n = E \frac{\Delta_{1n}(i\omega)}{\Delta_n(i\omega)} e^{i\omega t} = \frac{E}{i\omega M} \frac{\sin \theta}{\sin(n+1)\theta} e^{i\omega t}.$$

$$\text{Hierin is } 2 \cos \theta = \frac{ir}{\omega M} = e^{i\theta} + e^{-i\theta},$$

dus,

$$e^{i\theta} = \frac{ir}{2\omega M} \pm i \sqrt{\frac{r^2}{4\omega^2 M^2} + 1}.$$

Hieruit volgt:

$$i_n = \frac{E e^{i\omega t}}{i\omega M} \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{e^{(n+1)i\theta} - e^{-(n+1)i\theta}} = \frac{E e^{i\omega t}}{i\omega M} e^{-ni\theta} \dots \quad (40),$$

voor het geval k zeer klein wordt, daar dan

$$e^{i\theta} = \frac{ir}{2\omega M} + i \sqrt{\frac{r^2}{4\omega^2 M^2} + 1} = \frac{ir}{\omega M},$$

zoodat $e^{-i\theta}$ en $e^{-(n+1)i\theta}$ resp. ten opzichte van $e^{i\theta}$ en $e^{(n+1)i\theta}$ verwaarloosd kunnen worden. Dan is

$$i_n = \frac{E e^{i\omega t}}{i\omega M} \cdot \frac{\omega^n M^n}{i^n r^n},$$

en

$$r \int_0^T i_n^2 dt = \frac{T}{2} E^2 \omega^{2n-2} M^{2n-2} \frac{1}{r^{2n-1}},$$

waarbij natuurlijk i_n onder het integraalteeken het reële deel is van i_n in (40).

Voeren wij δ en ω weer in en den koppelingsfactor $k = \frac{M}{L}$ dan is

$$r \int_0^T i_n^2 dt = \frac{T E^2}{2 L} k^{2n-2} \frac{\omega^{2n-2}}{(2\delta)^{2n-2}} \frac{1}{2\delta} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (41)$$

De storingvrijheid S_n vinden wij door het effect van het sein (41) te deelen door het effect der storing (39) en dus,

$$S_n = \frac{T}{2} \cdot \frac{E^2}{L} k^{2n-2} \frac{\omega^{2n-2}}{2\delta^{2n-2}} \frac{1}{2\delta} \cdot$$

$$\frac{8 (q^2 + \omega^2) 2\delta}{r C^2 \omega^4} \left(\frac{2\delta}{\omega} \right)^{2n-2} 2^{2n-4} \cdot \frac{(n-1)!^2}{(2n-2)!} \frac{1}{k^{2n-2}} =$$

$$= \frac{q^2 + \omega^2}{\delta} T \cdot \frac{(n-1)!^2 2^{2n-3}}{(2n-2)!}, \text{ zoodat dus}$$

$$S_1 = \frac{q^2 + \omega^2}{2\delta} T$$

$$S_2 = \frac{q^2 + \omega^2}{\delta} T$$

$$S_3 = \frac{4}{3} \frac{q^2 + \omega^2}{\delta} T$$

$$S_4 = \frac{8}{5} \frac{q^2 + \omega^2}{\delta} T$$

$$S_5 = \frac{64}{35} \frac{q^2 + \omega^2}{\delta} T$$

$$S_6 = \frac{128}{63} \frac{q^2 + \omega^2}{\delta} T.$$

De storingsvrijheid neemt dus toe met het aantal kringen. Voor groote waarden van n vindt men met behulp van de formule van Stirling:

$$S_n = \frac{1}{2} \sqrt{n\pi} \frac{q^2 + \omega^2}{\delta} T.$$

§ 8. Stelsels met trioden in cascade-schakeling.

Uit de gevonden resultaten blijkt, dat de storingsvrijheid wel toeneemt met het aantal kringen, maar dat elke volgende kring minder verbetering brengt dan zijn voorganger, zoodat men zich in de praktijk zal bepalen tot een niet al te groot aantal kringen.

Bovendien is de koppeling tusschen de opeenvolgende kringen

zeer zwak en verliest men dus een groot deel van de seinsterkte. Het is daarom gewenscht versterking toe te passen en het ligt voor de hand daartoe de zg. afgestemde versterkers te bezigen, waarbij een aantal opeenvolgende afgestemde kringen door trioden zijn gekoppeld. De voorgaande beschouwingen zijn in hoofdzaak ook op deze versterkers van toepassing.

In fig. (2) is zulk een afgestemde versterker weergegeven, waarvan de opeenvolgende afgestemde kringen 1, 2 n alle gelijk zijn. De gelijkstroombatterijen zijn weggelaten.

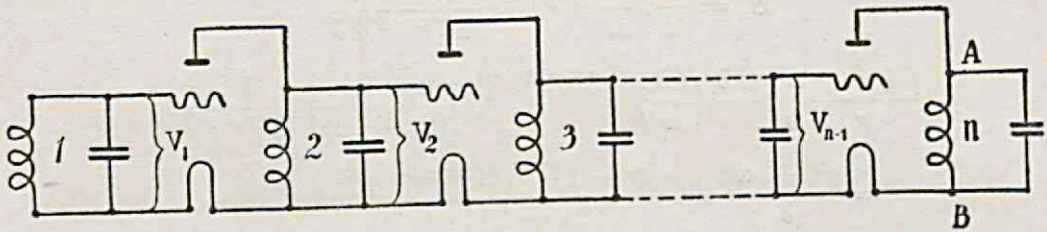


Fig. 2.

Verder is z de complexe impedantie van elk der afgestemde kringen tusschen de punten A en B genomen. Deze kringen denken wij ons samengesteld uit een zelfinductie-spoel met de zelfinductie L en den weerstand r en een condensator met de capaciteit C , zoodat voor de hoekfrequentie α ,

$$z = \frac{(i \alpha L + r) \frac{1}{i \alpha C}}{i \alpha L + r + \frac{1}{i \alpha C}}.$$

Noemen wij de complexe impedantie van den eersten kring z_1 dan is hij een uitwendige electromotorische kracht $E e^{i \alpha t}$, de stroomsterkte $i_1 = \frac{E e^{i \alpha t}}{z_1}$ en de spanning van den eersten rooster is dus $\frac{E e^{i \alpha t}}{i \alpha C z_1}$ als C de capaciteit van den eersten condensator is.

Voor de spanningen der volgende roosters vinden wij, in aanmerking nemende dat de vergelijking voor den anodestroom als functie van roosterspanning en anodespanning is: $i_a = a v_r + b v_a$, de vergelijkingen:

$$\begin{aligned} (1 + b z) v_2 &= \frac{a z E}{i \alpha C z_1} \\ - a z v_2 + (1 + b z) v_3 &= 0 \\ \vdots & \\ - a z v_{n-1} + (1 + b z) v_n &= 0. \end{aligned}$$

De oplossing dezer vergelijkingen levert geen moeilijkheden en het is gemakkelijk in te zien dat de resultaten analoog zijn aan die van het reeds besproken geval.

Veelal wordt in dergelijke stelsels terugkoppeling toegepast, d.w.z. een deel der energie van een der kringen wordt teruggeleid in den eersten kring. Bij de schakeling van fig. 2 kan dit bijvoorbeeld geschieden door den n den kring te laten vervallen en in plaats daarvan de anode van de laatste triode te verbinden met den rooster van de eerste.

De vergelijkingen zijn dan:

$$\begin{aligned} (1 + bz)v_1 &+ az v_{n-1} = \frac{z}{z_3} E, \\ -az v_1 + (1 + bz)v_2 &= 0, \\ &\vdots \\ &\vdots \\ -az v_{n-2} + (1 + bz)v_{n-1} &= 0. \end{aligned}$$

Deelen wij alle vergelijkingen door $-az$ en stellen $\frac{1+bz}{-az} = p$ dan is de verg. voor de eigentrillingen

$$\Delta_{n-1} = \begin{vmatrix} p & 0 & 0 & . & . & . & . & -1 \\ 1 & p & 0 & . & . & . & . & 0 \\ 0 & 1 & p & . & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & . & . & 1 & p \end{vmatrix} = p^{n-1} + (-1)^{n-1} = 0.$$

De eigentrillingen zijn dus voor $n-1$ even gegeven door

$$p = e^{\frac{2ki\pi}{n-1}}, \text{ en voor } n-1 \text{ oneven door } p = e^{\frac{(2k+1)i\pi}{n-1}}, \text{ waarbij } k = 0, 1, \dots, n-2.$$

Verder is $p = \frac{1+bz}{-az}$, zoodat:

$$1 + bz + \left(\cos \frac{2k\pi}{n-1} + i \sin \frac{2k\pi}{n-1} \right) az = 0,$$

$$\text{of } 1 + bz + \cos \frac{(2k+1)\pi}{n-1} + i \sin \frac{(2k+1)\pi}{n-1} = 0.$$

Voor $n-1$ even vinden wij dus na substitutie van

$$z \text{ door } \frac{(i\alpha L + r) \frac{1}{i\alpha C}}{i\alpha L + r + \frac{1}{i\alpha C}} :$$

$$1 + \frac{b(i\alpha L + r)}{i^2\alpha^2 LC + i\alpha r C + 1} + \frac{a(i\alpha L + r)}{i^2\alpha^2 LC + i\alpha r C + 1} \left(\cos \frac{2k\pi}{n-1} + i \sin \frac{2k\pi}{n-1} \right) = 0,$$

en dus ten slotte, wanneer $i\alpha$ wordt vervangen door λ

$$\lambda^2 LC + \lambda \left(r C + b L + a L \cos \frac{2k\pi}{n-1} + i a L \sin \frac{2k\pi}{n-1} \right) + 1 + b r + a r \cos \frac{2k\pi}{n-1} + i a r \sin \frac{2k\pi}{n-1} = 0.$$

De terugkoppeling heeft dus in de eerste plaats invloed op de demping der eigentrillingen.

Op dezelfde wijze als voor magnetisch gekoppelde kringen kan hier de storingsvrijheid worden berekend. De dempingen en de hoekfrequenties der diverse eigentrillingen loopen meer uiteen naarmate $rC + bL$ grooter is, indien men althans, zooals gebruikelijk is, één der eigentrillingen een geringe demping geeft. Daarom is te verwachten, dat, naarmate de demping der oorspronkelijke eigentrillingen kleiner is, de resultaten beter zullen zijn. De terugkoppeling is dus niet volkomen gelijkwaardig met het verminderen der demping door den weerstand te verkleinen. Een stelsel met geringe natuurlijke demping is superieur aan een stelsel met kunstmatig verminderde demping.

Onder dezelfde gezichtspunten vallen ten deele ook de stelsels waarbij men inplaats van alle kringen oorspronkelijk de zelfde eigenfrequentie te geven deze voortdurend laat verspringen, waarbij dan telkens aan elken kring een ongedempte hulptrilling wordt toegevoegd, die interfereert met de daarin reeds aanwezige eigentrilling. Koppelt men dezen kring aan een triode, dan treedt in den anodekring, tengevolge van de gelijkrichtende eigenschappen, een stroom op met een frequentie gelijk aan de som of het verschil der beide eerste frequenties. Deze anodekring kan men vervolgens koppelen met een op een der „zwevingsfrequenties” afgestemden kring. Deze methode vindt bijvoorbeeld toepassing bij een normalen ontvanger met gehoorontvangst wanneer men den kring die de telefoon bevat afstemt op de zwevingsfrequentie.

De wijze van koppelen verschilt, maar overigens zijn de vergelijkingen van het zelfde type als in de besproken gevallen en van een verdere voortzetting van dit beginsel is geen beter resultaat te verwachten dan voor het koppelen van gelijke kringen.

§ 9. *Bespreking van een door Pupin en Armstrong voorgestelde anti-storingsschakeling.*

Van de vele octrooischriften, die schakelingen beschrijven ter vermindering van het effect van storingen, en wier waarde over 't algemeen niet zeer hoog kan worden aangeslagen, worde hier ten slotte het Amerikaansche octrooischrift n^o. 1273241, van Pupin en Armstrong besproken, omdat daar een nieuw beginsel wordt ingevoerd.

In de antenne wordt een hooge weerstand aangebracht en deze weerstand wordt met behulp van een teruggekoppelde triode gecompenseerd. Het bijzondere van de beschreven schakeling bestaat nu hierin, dat de roosterzijde van de triode door een kunstlijn, d. w. z. een niet-quasistationaire keten, verbonden is met de antenne, zoodat de terugwerking van de anodeketen op de antenne wordt vertraagd. Het doel der uitvinders is om aldus een schakeling te verkrijgen, die wel gevoelig is voor een periodieke EMK van langen duur, maar niet voor een uitwendige kracht van korten duur, een sterk gedempte stoot dus bijv. In fig. 3 wordt de eenvoudigste vorm van het schakelschema weergegeven.

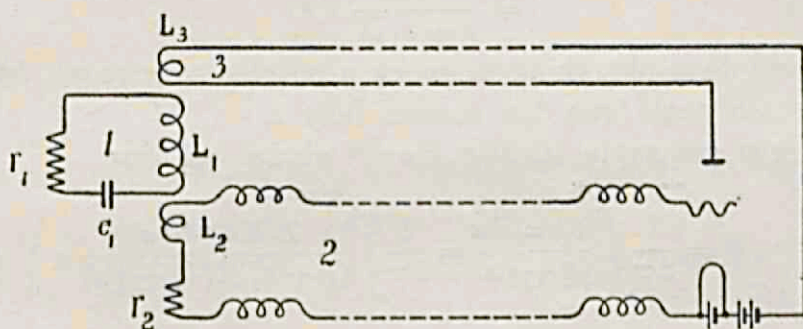


Fig. 3.

Hierin stelt 1 de antenne, 2 de kunstlijn en 3 de terugkoppelingsskring voor. In den kring 2 nemen wij een koppelings-zelfinductie L_2 en een weerstand r_2 op. De zelfinductie en capaciteit per lengte-eenheid van de kunstlijn 2 stellen wij voor door L en C , de weerstand zij nul, en de totale lengte l . Verder onderstellen wij de koppelingen tusschen 1 en 2 en tusschen 3 en 1 zóó zwak, dat de terugwerking verwaarloosd kan worden. Wij kunnen dan voor een periodieke kracht $E e^{i\alpha t}$ de stroomsterkte i_1 in 1 berekenen met behulp van de volgende vergelijkingen:

- (1) $i_1 z_1 = E e^{i\alpha t} + i\alpha M_2 i_3.$
- (2) $i\alpha M_1 i_1 - (r_2 + i\alpha L_2) i_2(0) - v_2(0) = 0.$
- (3) $i_2(l) = 0.$

$$(4) \quad (i\alpha L + r) i_2 = \frac{\partial v_2}{\partial x}.$$

$$(5) \quad i\alpha C v_2 = -\frac{\partial i_2}{\partial x}.$$

$$(6) \quad i_3 = av_2c + bva = av_2(l) - i\alpha L_3 b i_3.$$

Deze vergelijkingen hebben de volgende beteekenis:

1 in de trillingsvergelijking voor de antenne, welke impedantie z_1 is, 2 en 3 geven de voorwaarden aan de beide einden van de kunstlijn waarbij $x=0$ op het eene en $x=l$ op het andere einde van de lijn betrekking heeft en uit 4 en 5 vinden wij de wijze, waarop i_2 van x , den afstand langs de kunstlijn afhangt, terwijl 6 de vergelijking voor den stroom in den anodekring van de triode is.

Wij vinden na eenige berekening

$$i_1 = \frac{E \left\{ (r_2 + i\alpha L_2) \left[\sqrt{\frac{L}{C}} (1 - e^{2i\alpha l \sqrt{LC}}) - (1 + e^{2i\alpha l \sqrt{LC}}) \right] e^{i\alpha t} \right.}{\frac{2a\alpha^2 M_1 M_2}{1 + i\alpha b L_3} + z_1 \left\{ (r_2 + i\alpha L_2) \left[\sqrt{\frac{C}{L}} (1 - e^{2i\alpha l \sqrt{LC}}) - (1 + e^{2i\alpha l \sqrt{LC}}) \right] \right\}} \\ = \frac{EX}{z + z_1 X} e^{i\alpha t}$$

indien wij de uitdrukking tusschen accoladen vervangen door X en de eerste term van den noemer door z .

Voor een gedempte storing Ee^{-qt} vinden wij dus

$$i_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i_1(\alpha) d\alpha}{q + i\alpha} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{EX e^{i\alpha t} d\alpha}{(z + z_1 X)(q + i\alpha)},$$

waarbij eventueel de integratie langs de reële as vervangen moet worden door een integratie langs een geschikt gekozen contour.

Door deze integraal te berekenen met behulp van de theorie der residuen krijgen wij i_1 uitgedrukt als een reeks van eigen trillingen met een opgedrongen trilling van den vorm Ae^{-qt} . Wordt nu weer op de gewone wijze één der resonantiefrequenties gelijk gekozen aan die van het sein, dan bestaat tusschen de amplitude van de bij deze resonantiefrequentie behoorende eigen trilling en die van het sein, een soortgelijke betrekking als in vroegere gevallen, zoodat een aanmerkelijke verbetering van de storingsvrijheid niet te verwachten is.

De op bovenstaande wijze verkregen ontwikkeling in eigenfuncties is niet bijzonder geschikt om het verloop van den stroom

i_1 met den tijd te volgen. Een beter denkbeeld hieromtrent kan men zich aldus vormen:

De vergelijking voor i_1 kan gebracht worden in den vorm:

$$i_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E X e^{i\alpha t} d\alpha}{(q + i\alpha)(z + z_1 X)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E e^{i\alpha t}}{(q + i\alpha) z_1} \left(1 - \frac{z}{z_1 X} + \frac{z^2}{z_1^2 X^2} - \dots\right) d\alpha$$

Een nadere beschouwing van de laatste uitdrukking leert dat i_1 kan worden opgevat als een reeks van met tijdsintervallen $l\sqrt{LC}$ (tijd van voortplanting langs l) op elkaar volgende stooten, terwijl ieder dier stooten weer opgebouwd is uit met tijdsintervallen $2l\sqrt{LC}$ (terugkaatsing bij $x = 0$) op elkaar volgende bewegingen. Dit is dus volkomen in overeenstemming met de voorstelling, die men zich kan maken zonder eenige berekening uit te voeren, op grond van de wetenschap dat een zekere tijd noodig is voor de voortplanting langs 2 en dat bij $k = 0$ en bij $x = l$ terugkaatsing optreedt.

De storingsvrijheid kan op analoge wijze worden berekend als in de vroegere gevallen. Koppelen wij een vierden kring zeer zwak met den eersten dan wordt de stroomsterkte hierin

$$i_4 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha^2 E M X e^{i\alpha t}}{L_4 (q + i\alpha)(z + z_1 X)(i\alpha - \lambda_4)(i\alpha - \lambda_4^*)} d\alpha = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\alpha) e^{i\alpha t} d\alpha,$$

en de aan dezen kring door de storing medegedeelde energie:

$$\begin{aligned} U &= -\frac{r_4}{4\pi^2} \int_0^\infty dt \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\alpha) e^{i\alpha t} d\alpha \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\beta) e^{i\beta t} d\beta = \frac{r_4}{4\pi^2 i} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\alpha) d\alpha \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi(\beta)}{\alpha + \beta} d\beta \\ &= -\frac{r_4}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\alpha) \varphi(-\alpha) d\alpha = -i r_4 \sum_{k=1}^{\infty} R(\alpha_k) \varphi(-\alpha_k), \end{aligned}$$

indien α_k (k van één tot oneindig) de polen zijn van $\varphi(\alpha)$, terwijl is aangenomen, dat alle eigentrillingen positieve demping hebben. Is bovendien de vierde kring afgestemd op het sein, dan zijn de voornaamste termen van de reeks, waarin U is ontwikkeld die welke bij de beide met de seinfrequentie overeenkomende eigentrillingen behooren en er is geen essentieel verschil met stelsels, waarbij een eindig aantal eigentrillingen voorkomt, welke te voren zijn besproken. De invoering van de kunstlijn brengt dus geen bijzondere verbetering in de storingsvrijheid.

HOOFDSTUK IV.

Eenzijdige richtwerking en ontvangst onder aarde.

§ 1. Combinatie van verticale antenne en raam.

Een belangrijke plaats zijn in de afgelopen jaren de eenzijdig gerichte ontvangers gaan innemen. Zoolang de beide antennes gemeenschappelijk op een derden kring werken, zonder dat hun onderlinge koppeling van belang is, is de theorie zeer eenvoudig. De vergelijkingen voor v zijn resp. voor het raam en voor een open antenne met de werkzame hoogte h :

$$LC \frac{d^2 v}{dt^2} + rC \frac{dv}{dt} + v = \frac{\omega O}{c} E_o \sin \omega t \cos \varphi,$$

$$LC \frac{d^2 v'}{dt^2} + rC \frac{dv'}{dt} + v' = h E_o \cos \omega t, \quad (1)$$

waarbij is ondersteld, dat L , C en r voor beide antennes gelijk zijn.

Bij afstemming, dus voor $LC = \frac{1}{\omega^2}$ vinden wij:

$$rC \frac{dv}{dt} = ri = \frac{\omega O}{c} E_o \sin \omega t \cos \varphi$$

$$rC \frac{dv'}{dt} = ri' = h E_o \cos \omega t \quad (2).$$

Daar i en i' een phaseverschil van $+\frac{\pi}{2}$ of $-\frac{\pi}{2}$ hebben, is compensatie alleen mogelijk, wanneer i en $\frac{di'}{dt}$ of $\frac{di}{dt}$ en i' lineair worden gecombineerd. Het resulterende sein is dan bijv. evenredig met $i + a \frac{di'}{dt}$, waarbij a van de schakeling afhangt. De ontvangen energie is evenredig met $\left(i + a \frac{di'}{dt}\right)^2 = \rho$ en de ontvangkaracteristiek wordt

$$\rho = \left(h + a \frac{\omega^2 O}{c} \cos \varphi\right)^2 (3)$$

In fig. 4 is de door Austin gebezigde schakeling weergegeven. Een omgekeerde L antenne I wordt gekoppeld met een raam-antenne II. De capaciteit van de antenne bestaat uit de capaciteit C vermeerderd met de capaciteit C' van het horizontale deel van de antenne. De eigen zelfinductie van de antenne verwaarloozen wij, en wij stellen den weerstand r_3 die geen principieele

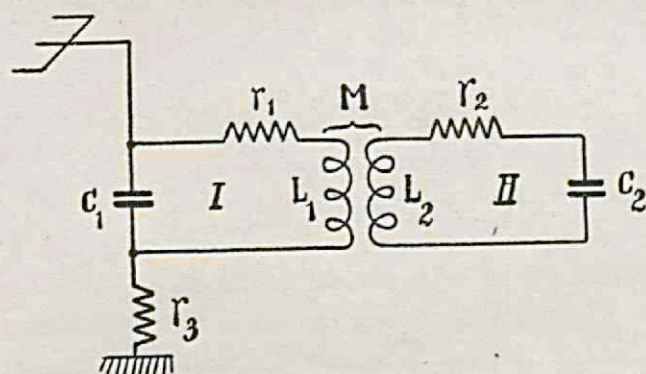


Fig. 4.

beteekenis heeft gelijk aan nul. De zelfinducties, capaciteiten en weerstanden zijn op de gebruikelijke wijze aangeduid. De kringen I en II worden gelijk afgestemd; door de raamantenne te draaien kan de richting van het golf-

front der storingen bepaald worden; de voortplantingszin blijft nog onbepaald. Om dezen te leeren kennen wordt de koppeling tusschen L_1 en L_2 zoo ingesteld, dat de statische storing maximum is en bij omkeering van de koppeling minimum.

De absolute richting van de storing wordt dan bepaald door in te stellen op de seinen van een station, waarvan de ligging bekend is. Stilzwijgend wordt hier dus aangenomen, dat voor een storing dezelfde richtingsbepaling geldt als voor een sein. Hierin ligt een zeker gevaar, hetgeen uit de hieronder volgende beschouwingen zal blijken. De vergelijkingen voor de stroomsterkten zijn:

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + r_1 i_1 + \frac{1}{C' + C_1} \int i_1 dt + M \frac{di_2}{dt} = \frac{h C'}{C_1 + C'} E e^{i\omega t}.$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} + r_2 i_2 + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + M \frac{di_1}{dt} = -i \frac{\omega O}{c} E e^{i\omega t} \cos \varphi.$$

De eigen zelfinductie van de antenne is verwaarloosd en de serie weerstand r_3 is gelijk aan nul gesteld.

Nemen wij bovendien aan dat

$$L_1 = L_2 = L, C' + C_1 = C_2 = C \text{ en } r_1 = r_2 = r,$$

dan is

$$i_1 = \frac{\frac{h C'}{C} \left(i \omega L + r + \frac{1}{i \omega C} \right) - \omega^2 M \frac{O}{C} \cos \varphi}{\left(i \omega L + r + \frac{1}{i \omega C} \right)^2 + \omega^2 M^2} E e^{i\omega t}.$$

Voor een sein met de hoekfrequentie $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ treedt dus volkomen eenzijdige richtwerking op, wanneer $\frac{hC'}{C} r = \omega^2 M \frac{O}{c}$. Voor andere frequenties is een volkomen afscherming niet mogelijk.

Voor de storing e^{-qt} is de electromotorische kracht in de antenne

$$hEe^{-qt} = \frac{hE}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\alpha t}}{\alpha - iq} d\alpha \text{ en in het raam } \frac{qOE}{c} e^{-qt} = \frac{qOE}{2\pi i c} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\alpha t}}{\alpha - iq} d\alpha$$

en dus

$$i_1 = \frac{E}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\frac{hC'}{C} \left(i\alpha L + r + \frac{1}{i\alpha C} \right) - i\alpha q M \frac{O}{c} \cos \varphi}{\left(i\alpha (L-M) + r + \frac{1}{i\alpha C} \right) \left(i\alpha (L+M) + r + \frac{1}{i\alpha C} \right)} \frac{e^{i\alpha t}}{\alpha - iq} d\alpha.$$

Daar ons voornamelijk de richtwerking interesseert, kunnen wij volstaan met de beschouwing van den teller van de functie onder het integraalteeken. De wortels van den noemer noemen wij $\lambda_1, \lambda_1^*, \lambda_2$ en λ_2^* . De eigentrilling $e^{\lambda_1 t}$ heeft dan den factor

$\frac{hC'}{C} \lambda_1 M - \lambda_1 q M \frac{O}{c} \cos \varphi$ (λ_1 is een wortel van den eersten factor in den noemer).

De amplitude van deze vrije trilling is dus maximum voor $\cos \varphi = -1$ en minimum voor $\cos \varphi = +1$. Het eenzijdige richteffect is dus van hetzelfde karakter als bij een sein van de frequentie ω .

Voor de tweede vrije trilling wordt de corresponderende factor $-\left(\frac{hC'}{C} \lambda_2 M + \lambda_2 q M \frac{O}{c} \cos \varphi \right)$, dus maximum voor $\cos \varphi = +1$ en minimum voor $\cos \varphi = -1$. De richtwerking is dus wel eenzijdig, maar juist tegengesteld aan die voor het sein.

Voor de opgedrongen trilling ten slotte wordt de richtwerking bepaald door

$$-\frac{hC'}{C} \left(qL - r + \frac{1}{qC} \right) + q^2 M \frac{O}{c} \cos \varphi,$$

zoodat de richtwerking dezelfde is als voor een ongedempt sein.

Voor de opgedrongen trilling en de eigentrilling met de grootste hoekfrequentie en de grootste damping is dus het richteffect hetzelfde als voor het sein, terwijl voor de tweede eigentrilling het richteffect juist tegengesteld is, en het is zaak bij de bepaling

van de voortplantingsrichting der storingen op de door Austin beschreven wijze hierop te letten.

Verder is duidelijk, dat er, zoo lang de koppeling zeer zwak is, geen sprake zal zijn van eenzijdige richtwerking ten opzichte van storingen. Dan liggen immers de beide eigentrillingen zeer dicht bij elkaar en zij zullen dus op een zwak gekoppelden derden kring in gelijke mate werken. Eerst wanneer de koppeling zoo sterk wordt, dat de eigentrillingen ver uiteen komen te liggen, treedt ten opzichte van aperiodische storingen ook eenzijdige richtwerking op.

Stemt men dan een derden kring af op een der eigenfrequenties dan is het mogelijk een storing uit een bepaalde richting te verzwakken. Valt de frequentie van het sein samen met die van de laagste eigentrilling, dan worden aperiodische storingen uit dezelfde richting als het sein komende verzwakt, daar bij de vereischte sterke koppeling geen noemenswaardige eenzijdige richtwerking meer bestaat voor het sein. Voor den stroom in den tweeden kring gelden soortgelijke beschouwingen.

Wij kunnen voor den eenzijdigen ontvanger op analoge wijze als vroeger de storingsvrijheid bepalen. Voor het eerstgenoemde geval van onderling niet gekoppelde antennes vinden wij, indien voor het sein, waarop beide antennes zijn afgestemd, een volkomen eenzijdige richtwerking bestaat:

$$S_{\text{raam} + \text{open antenne}} = 2 \frac{\omega^2 (\omega^2 + q^2)}{\omega^2 + \frac{1}{2}q^2} \frac{T}{\delta}.$$

Bij vergelijking met de storingsvrijheid van het raam alleen $S_R = \frac{\omega^2}{q^2} (\omega^2 + q^2) \frac{T}{\delta}$ en voor de open antenne $S_A = \frac{1}{2} (\omega^2 + q^2) \frac{T}{\delta}$ blijkt, dat voor zeer groote waarden van q de slechte eigenschappen van het raam overheerschen, echter minder dan bij het raam alleen, tengevolge van de werking van de open antenne. Voor kleine waarden van q overheerschen de ongunstige eigenschappen van de open antenne, ook weer in geringere mate, terwijl voor tusschengelegen waarde een twee à drievoudige verbetering wordt verkregen. Hierbij worde er op gewezen, dat deze resultaten zijn verkregen in de onderstelling, dat de eigentrillingen van beide antennes dezelfde zijn en dat de storingen gelijkmatig over alle richtingen verdeeld zijn (vgl. pg. 66).

Behalve de genoemde combinaties zijn er nog vele andere, waarmede eenzijdige richtwerking kan worden verkregen, mogelijk. Ook kan men andere storingen dan zuiver aperiodische elimi-

neeren. Zijn bijvoorbeeld gegeven twee stelsels met de impedanties z_1 en z_2 , gekoppeld door de impedantie z dan zijn de vergelijkingen voor de stroomsterkten:

$$\begin{aligned} i_1 (z_1 + z) - i_2 z &= E_1 \\ - i_1 z + i_2 (z_2 + z) &= E_2 \end{aligned}$$

en dus

$$i_1 = \frac{E_1 (z_2 + z) + E_2 z}{(z_1 + z)(z_2 + z) - z^2}.$$

Zij verder $E_1 = h E e^{\lambda t}$ en $E_2 = -\frac{O}{c} E \lambda e^{\lambda t} \cos \varphi$, dan is, indien de eigentrillingen λ_1 en λ_2 zijn:

$$\begin{aligned} z_2 (\lambda_1) \{z_1 (\lambda_1) + z (\lambda_1)\} + z (\lambda_1) z_1 (\lambda_1) &= 0, \\ \text{en } z_2 (\lambda_2) \{z_1 (\lambda_2) + z (\lambda_2)\} + z (\lambda_2) z_1 (\lambda_2) &= 0. \end{aligned}$$

In den factor van $e^{\lambda t}$, $e^{\lambda_1 t}$ en $e^{\lambda_2 t}$ treden op de uitdrukkingen

$$h E \{z_2 (\lambda) + z (\lambda)\} - \frac{O}{c} E \lambda z (\lambda) \cos \varphi,$$

$$h E z_2 (\lambda_1) + z (\lambda_1) - \frac{O \lambda E}{c} z (\lambda_1) \cos \varphi,$$

$$\text{en } h E z_2 (\lambda_2) + z (\lambda_2) - \frac{O \lambda E}{c} z (\lambda_2) \cos \varphi.$$

Bij een nadere beschouwing van deze uitdrukkingen blijkt weer, dat het mogelijk is om een gedempte storing uit een willekeurige richting, die eventueel weer samen kan vallen met die van het sein, te elimineeren. De resultaten, die men bereikt worden evenals in de vorige gevallen voor een groot deel bepaald door de omstandigheid of alle storingen nagenoeg van hetzelfde type zijn of dat groote verschillen aanwezig zijn.

§ 2. *Ontvangst onder aarde.*

De eerste met succes bekroonde pogingen om met onderaardsche antennes storingen te elimineeren zijn in 1919 en 1920 medege- door Hoyt Taylor ¹⁾. In de desbetreffende publicaties legt de schrijver er den nadruk op dat bij het zoeken naar een schakeling voor het compenseeren van storingen twee antennes noodig zijn met verschillende storingsvrijheid. Reeds in hoofdstuk II is er op gewezen, dat de gelijkheid der eigentrillingen als tweede eisch moet worden gesteld. Een dergelijk stel antennes vindt Hoyt Taylor door eenerzijds een raamantenne te bezigen en anderzijds een „aardantenne”, bestaande uit een horizontalen in de aarde, of een onder water liggenden draad.

1) Proceedings of the Institute of Radioengineers Vol. 7, Nrs. 3, 4 & 6, 1919.

In 't algemeen blijkt de storingsvrijheid van den aarddraad beter dan die van het raam te zijn, terwijl bij de combinatie van beide zéér gunstige effecten worden verkregen. Ofschoon de schrijver niet nader ingaat op de mogelijke oorzaken voor het geconstateerde verschil in storingsvrijheid, blijkt het geleidingsvermogen van den bodem een zeer groote rol te spelen. Het mag aan de eene kant niet te klein aan de anderen kant niet te groot zijn. Voor een juiste beoordeeling van de werking eener onderaardsche antenne dient allereerst het electromagnetische veld in de aarde bekend te zijn. Op grond van de vroeger in hoofdstuk II verkregen resultaten kunnen wij echter ook hier verwachten, dat de amplitude der eigentrilling, opgewekt door een storing bepaald wordt door de amplitude van die deelen van het spectrum waarin de storing ontleed kan worden, die dicht in de buurt liggen van de resonantiefrequentie.

Als electromotorische kracht kan opgevat worden de lijnintegraal van de elektrische veldsterkte langs de antenne, d. w. z. de horizontale component van de totale elektrische veldsterkte, waarvan het bestaan is bewezen door Austin ¹⁾. De richtwerking van den aarddraad is onder deze omstandigheden dezelfde als die van een raam, terwijl overigens ten opzichte van de ontvangst van storingen dezelfde verschillen bestaan tusschen de horizontale onderaardsche antenne en het raam als tusschen de normale verticale antenne en het raam. Het verschil in storingsvrijheid wordt dus gekenmerkt door den factor $\frac{q^2}{\omega^2}$ en hierop is de mogelijkheid gebaseerd om een bepaald storingstype te elimineeren.

In tegenstelling met de combinatie verticale-antenne-raam, is hier de eliminatie onafhankelijk van de richting, waaruit de storing komt. Het meerdere of mindere effect van de compensatie hangt er grootendeels van af of de storingen alle min of meer naderen tot een bepaald type of dat er groote verschillen zijn.

Bij een compensatieschakeling als de hier bedoelde, behoeft het dus geen verwondering te wekken, dat bepaalde typen van storingen beter worden geëlimineerd dan andere. Daar echter in 't algemeen alle storingen, die voorkomen, een gedempt karakter hebben, is wel aan te nemen, dat voor alle storingstypen verbetering intreedt, al behoeft die in sommige gevallen niet groot te zijn.

Als verdere belangrijke eigenschap van de aardantenne is de ongevoeligheid tegen zuiver statische verschijnselen in de omgeving

1) Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie Bnd. 18 nr. 1, 1921.

van den ontvanger te beschouwen. Een niet onbelangrijk deel toch der totale storingsenergie moet op rekening van deze statische verschijnselen worden geschreven, die als stille ontladingen optreden en aanleiding geven tot eigentrillingen der antennes. Het is duidelijk, dat deze eigenschap der aardantenne samenhangt met het geleidingsvermogen van den bodem. Zoodra dit van eenige beteekenis is, komen in het medium, dat de antenne omgeeft geen potentiaalverschillen meer voor en kunnen dus ook geen ontladingen optreden.

Er is echter nog een tweede reden aan te geven, waarom het geleidingsvermogen van den bodem niet te klein mag zijn. Ligt n.m. een geleider in een diëlectricum, op eenigen afstand van een geleidend oppervlak, en evenwijdig daaraan, dan zal door de capaciteit tusschen geleider en oppervlak steeds „raam“-werking ontstaan.

Een horizontale draad, evenwijdig aan de oppervlakte van de aarde is steeds onder genoemde conditie, daar altijd een goed geleidende laag (grondwater) min of meer in de nabijheid ligt. Zou bijv. de bodem boven het grondwater volkomen diëlectrisch zijn, dan kan zelfs vrijwel de geheele werking als open antenne van een in dit diëlectricum liggenden draad verloren gaan, zoodat alleen de raamwerking overblijft en in dit geval zou combinatie met een tweede raamantenne natuurlijk geen zin hebben. Is daarentegen de draad aan alle kanten omringd door een goeden geleider dan is raamwerking uitgesloten ¹⁾.

Het veld in de aarde kan betrekkelijk eenvoudig worden berekend. Gemakshalve zullen we een nog iets meer vereenvoudigd geval beschouwen en wel dat van een geleidende plaat

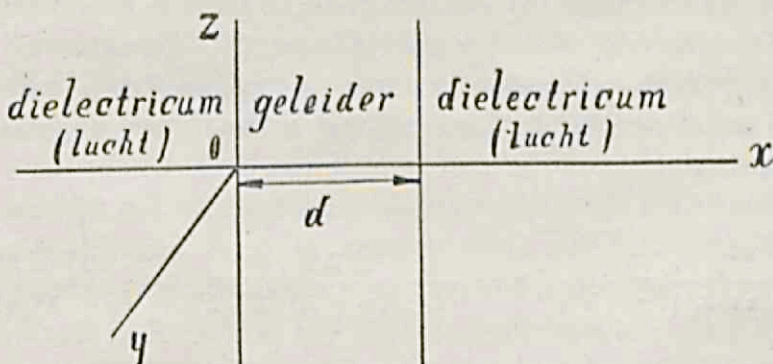


Fig. 5.

waarop loodrecht een vlakke periodieke golf valt. De vlakken $x=0$ en $x=d$ nemen we als de begrenzing van de plaat en ter

weerszijden zij lucht, fig. 5.

1) Raamwerking treedt natuurlijk nooit op bij een rechten draad, die in een homogeen medium ligt.

Voor het medium links en rechts van de geleidende plaat en in de plaat zijn de vergelijkingen van Maxwell respect., indien de golf gepolariseerd is in het vlak $z O x$,

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

en

$$\frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} E_z = \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

$$-\frac{\mu}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

indien ε , μ en σ de dielectriciteitsconstante, de permeabiliteit en het geleidingsvermogen van het materiaal van de plaat voorstellen. Wij vinden, door de grensvoorwaarden bij $x=0$ en $x=d$ in acht te nemen en er op te letten, dat rechts van de plaat alleen voortplanting in de positieve richting mogelijk is voor de elektrische veldsterkte in de plaat:

$$E_z = \frac{2 E e^{i\alpha t}}{\left(1 - \frac{\rho}{i\alpha\mu}\right)^2 - \left(1 + \frac{\rho}{i\alpha\mu}\right)^2 e^{\frac{2d}{c}\rho}} \left\{ \left(1 - \frac{\rho}{i\alpha\mu}\right) e^{\frac{x}{c}\rho} - \left(1 + \frac{\rho}{i\alpha\mu}\right) e^{\frac{2d-x}{c}\rho} \right\},$$

als $\varphi = + \sqrt{-\alpha^2 \mu \varepsilon + 4\pi \mu \sigma i \alpha}$ en $E e^{i\alpha \left(t - \frac{x}{c}\right)}$ de invallende golf is.

De extinctie-coëfficient is

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{-\alpha^2 \varepsilon \mu + \sqrt{\alpha^4 \varepsilon^2 \mu^2 + 16 \pi^2 \sigma^2 \alpha^2}}$$

Verder is de uitdrukking (5) een analytische functie van α en dus is het theorema van Cauchy geldig voor (5). Bouwen wij nu weer op de gewone wijze de storing e^{-qt} op, en laten deze werken op een antenne met de eigentrilling λ en λ^* dan krijgen wij voor de storing

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{L} \frac{E_z}{(q+i\alpha)(i\alpha-\lambda)(i\alpha-\lambda^*)} d\alpha = \frac{1}{L} \left\{ \frac{\lambda E_z(\lambda)}{(q+\lambda)(\lambda-\lambda^*)} + \frac{\lambda^* E_z(\lambda^*)}{(q+\lambda^*)(\lambda^*-\lambda)} \right\}$$

hierbij weer alleen rekening houdende met de eigentrilling.

De extinctie-coëfficient voor $\lambda = -\delta + i\omega$ blijkt nu te zijn

$$\kappa_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(-\omega^2 + \delta^2) \varepsilon \mu - 4\pi \mu \sigma \delta + \sqrt{\{(-\omega^2 + \delta^2) \varepsilon \mu - 4\pi \mu \sigma \delta\}^2 + (4\pi \mu \sigma \omega - 2\delta \omega \varepsilon \mu)^2}}$$

en is dus in het algemeen iets kleiner dan voor het ongedempte sein waarvan de frequentie gelijk is aan de resonantie-frequentie van de antenne. Verder wordt het verschil groter naarmate het geleidingsvermogen σ groter wordt, terwijl natuurlijk bij toenemende diepte de verhouding van de seinsterkte tot de storing ook geringer wordt en afneemt volgens de wet $e - (x_1 - x_2)x$ als x_1 de extinctie-coëfficiënt voor het sein en x_2 , die voor de eigentrilling voorstelt. Op den duur blijft dus alleen de storing over. Dergelijke omstandigheden kunnen bijvoorbeeld optreden binnen ijzeren loodsen of binnen gebouwen van gewapend beton, waar, zooals meermalen geconstateerd is, de omstandigheden voor ontvangst betrekkelijk ongunstig zijn, ofschoon een deel der storingen, namelijk die door statische verschijnselen (hangende onweerswolken) hierbij geëlimineerd worden. Tot op zekere hoogte heeft de bekende kooi van Dieckmann een zelfden invloed.

Is intusschen het geleidingsvermogen niet zoo groot als hierboven ondersteld werd, dan is ook de verandering in de verhouding sein-storing met de diepte gering en kan op de reeds aangegeven wijze compensatie worden toegepast, terwijl de storingsvrijheid dan op analoge wijze kan worden berekend als in de vorige §, waarbij alleen de in de lineaire antenne opgewekte stroom ook den factor $\cos \varphi$ krijgt.

Uit deze gezichtspunten beschouwd komt de werking van de onderaardsche antenne dus hierop neer, dat door het leggen in een geleidend medium de raamwerking wordt opgeheven, zoodat als werkzame electromotorische kracht alleen overblijft de lijnintegraal van de elektrische veldsterkte genomen langs den draad. Hieruit wordt tevens op eenvoudige wijze de richtwerking der aardantenne verklaard.

Er zij hier nogmaals uitdrukkelijk op gewezen, dat deze beschouwingen alleen gelden, zoolang de eigentrillingen het voornaamste bestanddeel van de storing vormen.

In plaats van een horizontale onderaardsche antenne kan natuurlijk ook een bovengrondsche horizontale draad worden gebezigd, mits hij zóó hoog is aangebracht, dat het capaciteitseffect ten opzichte van de aarde niet merkbaar is. Het effect van storingsgolven is hetzelfde als bij een aardantenne; voor zuiver statische ontladingen is natuurlijk hier geen verbetering te verwachten.

HOOFDSTUK V.

Gerichte ontvangst.

§ 1. *Richtingseigenschappen van stelsels van antennes voor ongedempte golven.*

In hoofdstuk II zijn de voornaamste gerichte stelsels reeds aangeduid en is gewezen op de beteekenis van de gerichte ontvangst. De beschouwingen van Bellini ¹⁾ die op deze zaken betrekking hebben zijn onvolledig, omdat hij steeds heeft aangenomen, dat de stelsels op een afstand van $\frac{1}{2} \lambda$ geplaatst zijn. Op deze wijze worden niet de beste resultaten bereikt. Wij zullen daarom uitgaan van een stelsel ramen, die op onderling gelijke afstanden in een rechte lijn zijn geplaatst, en bepalen hoe de richtingseigenschappen van dezen afstand afhangen. Indien de verschillende ramen niet in hetzelfde golfvront liggen, treden phase-verschillen op tusschen de in de verschillende ramen geïnduceerde electromotorische krachten. Daar in de richting van het sein een maximale ontvangsterkte gewenscht is, wordt ondersteld, dat deze phaseverschillen voor het sein bij de overbrenging naar een gemeenschappelijken ontvangkring gecompenseerd worden. Verder wordt ondersteld, dat de windingsvlakken in de voortplantingsrichting liggen.

Na al deze beperkingen zijn wij alleen nog vrij in de keuze van den onderlingen afstand, en het ontvangend vermogen van elk der ramen en tenslotte de richting, waarin zij worden opgesteld. Twee wijzen van opstelling bezitten bijzondere beteekenis, ten eerste de opstelling van alle ramen met hun middelpunten loodrecht op de voortplantingsrichting, ten tweede deze, waarbij de middelpunten in de voortplantingsrichting geplaatst zijn. De berekeningen en diagrammen van Bellini hebben betrekking op

1) Bellini Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie. Bnd. 1 Nr 8, 1908, Bnd. 2 Nr 4 en 6, 1909, Bnd. 9 Nr. 5, 1914.

de eerste opstelling, terwijl door Weagant ¹⁾ voor het eerst voor ontvangst de tweede methode in praktijk is gebracht. De theorie van beide stelsels kan gemakkelijk worden afgeleid uit een iets algemeener geval. Zij l de lijn, die de middens der ramen verbindt, ψ de hoek van l met de x -as, χ de hoek van het windingsvlak met l en φ de richting, waaronder een golf invalt. De elektrische veldsterkte van de invallende golf is $E_x = e^{i\omega(t - \frac{x \cos(\varphi + y \sin \psi)}{c})}$.

De in de verschillende ramen geïnduceerde electromotorische krachten zijn dan

$$E_1 = \frac{i\omega}{c} O_0 n_0 \cos(\chi + \psi - \varphi) e^{i\omega t},$$

$$E_2 = \frac{i\omega}{c} O_1 n_1 \cos(\chi + \psi - \varphi) e^{i\omega\left(t - \frac{d \cos(\varphi - \psi)}{c}\right)},$$

$$E_3 = \frac{i\omega}{c} O_2 n_2 \cos(\chi + \psi - \varphi) e^{i\omega\left(t - \frac{2d \cos(\varphi - \psi)}{c}\right)} \text{ enz.,}$$

als O , n en d resp. oppervlak; aantal windingen en afstand der ramen voorstellen. Deze electromotorische krachten denken we ons overgebracht naar een gemeenschappelijk punt en daar gesommeerd. Bij de overbrenging kunnen dan phase veranderingen $0, \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{n-1}$ optreden, zoodat de totale electromotorische kracht wordt:

$$E = \frac{i\omega}{c} \cos(\chi + \psi - \varphi) e^{i\omega t} \{ O_0 n_0 + O_1 n_1 e^{i|\psi_1 - \frac{\omega d}{c} \cos(\varphi - \psi)|} + \\ + O_2 n_2 e^{i|\psi_2 - \frac{2\omega d}{c} \cos(\varphi - \psi)|} + \dots \}.$$

Daar, in verband met de omtrent de phasehoeken ψ_1, ψ_2 enz. gemaakte onderstellingen, $\psi_1 = \frac{\omega d}{c} \cos(-\psi)$ is, als wij het ontvangmaximum in de richting van de x -as leggen, wordt, afgezien van een constante het reële deel van E gelijk aan

$$E_x = \cos(\chi + \psi - \varphi) \left[\{ a_0 + a_1 \cos(u - \psi_1) + a_2 \cos 2(u - \psi_1) + \dots \} \sin \omega t \right. \\ \left. + \{ a_1 \sin(u - \psi_1) + a_2 \sin 2(u - \psi_1) + \dots \} \cos \omega t \right],$$

als $u = \frac{\omega d}{c} \cos(\varphi - \psi)$, terwijl tevens $\psi + \chi = 0$ of π .

Is de kring, waarop deze totale electromotorische kracht werkt, afgestemd op het sein, dan is de totale stroomsterkte met de electromotorische kracht in phase en het kwadraat van de amplitude is evenredig met

1) Proceedings of the Institute of Radio-engineers, Vol. 7 Nr. 3, 1919.

$$\begin{aligned}
& \cos^2 \varphi \left[\{ a_0 + a_1 \cos(u - \psi_1) + \dots a_{n-1} \cos(n-1)(u - \psi_1) \}^2 + \right. \\
& \quad \left. \{ a_1 \sin(u - \psi_1) + \dots a_{n-1} \sin(n-1)(u - \psi_1) \}^2 \right] = \\
& = \cos^2 \varphi \{ a_0^2 + a_1^2 + a_2^2 + \dots a_{n-1}^2 \\
& + 2 a_0 a_1 \cos(u - \psi_1) + 2 a_0 a_2 \cos 2(u - \psi_1) + \dots 2 a_0 a_{n-1} \cos(n-1)(u - \psi_1) \\
& + 2 a_1 \cos(u - \psi_1) (a_2 \cos 2(u - \psi_1) + a_3 \cos 3(u - \psi_1) + \dots a_{n-1} \cos(n-1)(u - \psi_1)) \\
& + 2 a_2 \cos 2(u - \psi_1) (a_3 \cos 3(u - \psi_1) + \dots a_{n-1} \cos(n-1)(u - \psi_1)) \\
& \vdots \\
& + 2 a_1 \sin(u - \psi_1) (a_2 \sin 2(u - \psi_1) + \dots a_{n-1} \sin(n-1)(u - \psi_1)) \\
& + 2 a_2 \sin 2(u - \psi_1) (a_3 \sin 3(u - \psi_1) + \dots a_{n-1} \sin(n-1)(u - \psi_1)) \} \\
& = \cos^2 \varphi \{ a_0^2 + a_1^2 + \dots a_{n-1}^2 + 2(a_0 a_1 + a_1 a_2 + \dots a_{n-2} a_{n-1}) \cos(u - \psi_1) + \\
& \quad 2(a_0 a_2 + a_1 a_3 + \dots a_{n-3} a_{n-1}) \cos 2(u - \psi_1) + \dots 2 a_0 a_{n-1} \cos(n-1)(u - \psi_1) \} \quad (1)
\end{aligned}$$

Is nu I_0 de amplitude van den stroom voor $\varphi = 0$ en $I(\varphi)$ bij den invalshoek φ , dan kan men het richtingsvermogen van de geheele combinatie weergeven door den „richtingsfactor”

$$R_n = \frac{\int_0^{2\pi} I_0^2 d\varphi}{\int_0^{2\pi} I^2(\varphi) d\varphi} = \frac{2\pi I_0^2}{\int_0^{2\pi} I^2(\varphi) d\varphi},$$

welke de verhouding voorstelt van de door een verticale antenne en de door het gerichte stelsel ontvangen energie, indien ondersteld wordt, dat de golven gelijkmatig uit alle richtingen komen.

Vervangen wij in (1) $a_0^2 + a_1^2 + \dots$, $a_0 a_1 + a_1 a_2 + \dots$, door A_0, A_1 , enz. en $(u - \psi_1) = \frac{\omega d}{c} (\cos \varphi - \psi) - \cos(-\psi)$

door $x (\cos(\varphi - \psi) - \cos \psi)$, dan is

$$I^2(\varphi) = \cos^2 \varphi \{ A_0 + A_1 (e^{ix \cos(\varphi - \psi)} \cdot e^{ix \cos - \psi} + e^{-ix \cos(\varphi - \psi)} \cdot e^{-ix \cos - \psi}) + \dots \}.$$

Verder is

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi e^{ix \cos(\varphi - \psi)} d\varphi &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (1 + \cos 2\varphi' \cos 2\psi - \sin 2\varphi' \sin 2\psi) e^{ix \cos \varphi'} d\varphi' = \\
&= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (1 + \cos 2\varphi' \cos 2\psi) e^{ix \cos \varphi'} d\varphi' = \pi \{ J_0(x) - \cos 2\psi J_2(x) \},
\end{aligned}$$

waarin J_0 en J_2 Besselsche functies voorstellen.

Daar $J_0(x) = J_0(-x)$ en $J_2(x) = J_2(-x)$, wordt:

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi} I^2(\varphi) d\varphi &= \pi \{ A_0 + 2 A_1 \cos(x \cos - \psi) \{ J_0(x) - \cos 2\psi J_2(x) \} \\
&\quad + 2 A_2 \cos(2x \cos - \psi) \{ J_0(2x) - \cos 2\psi J_2(2x) \} + \dots \}
\end{aligned}$$

Voor n gelijke ramen, wier middelpunten in hetzelfde golfvront liggen wordt de richtingsfactor dus

$$R_n = 2 \frac{n + 2(n-1) + 2(n-2) + \dots}{n + 2(n-1)\{J_0(x) + J_2(x)\} + 2(n-2)\{J_0(2x) + J_2(2x)\} + \dots}$$

$$= \frac{2n^2}{n + 2(n-1)\{J_0(x) + J_2(x)\} + 2(n-2)\{J_0(2x) + J_2(2x)\} + \dots} \quad (2)$$

en voor n ramen, wier middelpunten in de voortplantingsrichting liggen:

$$R_n = \frac{2n^2}{n + 2(n-1)\cos x\{J_0(x) - J_2(x)\} + 2(n-2)\cos 2x\{J_0(2x) - J_2(2x)\} + \dots} \quad (3)$$

Zelfs bij deze zeer eenvoudige onderstellingen is het niet mogelijk een algemeene uitdrukking te vinden voor *die* waarde x , waarbij de richtingsfactor het grootst is. Zeer veel nut zou een dergelijke uitdrukking trouwens ook niet hebben, daar uit den aard der zaak bij het toenemen van n de afmetingen der stelsels grooter worden en bij de thans algemeen gebruikelijke golflengten voor het verkeer op groote afstanden krijgen deze stelsels reeds voor kleine waarden van n reusachtige afmetingen.

Wij zullen ons daarom beperken tot de bespreking van enkele bijzondere gevallen met een beperkt aantal ramen.

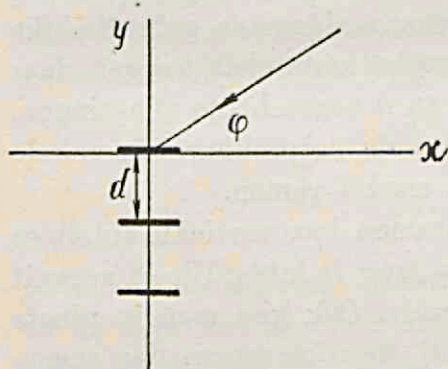
Het zij nog opgemerkt, dat men de ramen door verticale antennes kan vervangen door den factor $\cos \varphi$ weg te laten. Uit R_n vervalt dan de factor 2, terwijl ook J_2 vervalt. Ook kan men in plaats van, zooals stilzwijgend is ondersteld, de afmetingen der ramen zóó klein te kiezen, dat de magnetische veldsterkte over 't geheele oppervlak van het raam als constant kan worden beschouwd, gemakkelijk overgaan naar grootere afmetingen. Neemt men bijvoorbeeld een raam, waarvan de horizontale afmetingen gelijk zijn aan de totale afmeting der hiervoor besproken stelsels, dus $(n-1)d$, dan krijgt men soortgelijke richtingsdiagrammen. Een bezwaar is dat in dergelijke gevallen bij afmetingen grooter dan de golflengte niet de grondgolf van het raam gelijk gemaakt kan worden aan die van het sein, maar dat men een der harmonische trillingen op de seingolf moet afstemmen. Een soortgelijk bezwaar doet zich trouwens voor bij de overbrenging der electromotorische krachten naar den gemeenschappelijken kring, indien de afstanden tusschen de ramen zeer groot worden; van principieel belang is dit echter niet.

§ 2. Richt-effect voor storingen.

In de voorgaande § is bij de bepaling van den richtings-factor een ongedempte vlakke golf aangenomen, waarop het ontvangststelsel is afgestemd. Dit houdt tevens in, dat de oorsprong der

golven gelegen is op afstanden, die groot zijn in vergelijking met de afmetingen van het ontvangstelsel. Voor storingen van lokalen oorsprong gelden dus de beschouwingen zeker niet. Ligt daarentegen de oorsprong der storingen ver verwijderd en zijn de storingen weer van dien aard, dat de eigentrillingen het belangrijkste deel vormen, dan ondergaat de uitdrukking voor R_n slechts weinig verandering.

Om den richtingsfactor voor een storing te vinden nemen wij aan, dat de storingen door electrisch equivalente leidingen naar een gemeenschappelijken kring worden overgebracht. Een in de richting φ invallende storing treft dan de verschillende ramen op de tijdstippen $0, \frac{d}{c} \sin \varphi, \frac{2d}{c} \sin \varphi$, enz. — vgl. fig. 6, en



de totale electromotorische kracht heeft dus de gedaante

$$E = f(t) + f\left(t - \frac{d}{c} \sin \varphi\right) + f\left(t - \frac{2d}{c} \sin \varphi\right) + \dots$$

waarbij $f(u) = 0$ voor $u < 0$.

Voor een aperiodische storing $e - qt$ is, afgezien van een constanten factor,

Fig. 6.

$$E = q \cos \varphi \{e^{-qt} + e^{-q\left(t - \frac{d}{c} \sin \varphi\right)} + \dots\}$$

$$= q \cos \varphi \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\alpha t}}{\alpha - iq} (1 + e^{-i\alpha \frac{d}{c} \sin \varphi} + e^{-i\alpha \frac{2d}{c} \sin \varphi} + \dots) d\alpha$$

en dus wordt de stroomsterkte:

$$I = \frac{q \cos \varphi}{L} \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i\alpha e^{i\alpha t}}{(\alpha - iq)(i\alpha - \lambda)(i\alpha - \lambda^*)} (1 + e^{-i\alpha \frac{d}{c} \sin \varphi} + \dots) d\alpha.$$

De totale opgenomen energie is dus:

$$U = \int_0^\infty E I dt = - \frac{q^2 \cos^2 \varphi}{4\pi^2} \int_0^\infty dt \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{+\infty} d\beta \frac{i\alpha e^{i(\alpha+\beta)t} (1 + e^{-i\alpha \frac{d}{c} \sin \varphi} + \dots)}{(\alpha - iq)(i\alpha - \lambda)(i\alpha - \lambda^*)(\beta - iq)} \times \\ \times (1 + e^{-i\beta \frac{d}{c} \sin \varphi} + \dots).$$

Denken wij ons hierin de functie onder het integraalteeken met $e^{-\eta t}$ ($\eta > 0$) vermenigvuldigd, dan zal, wanneer wij in de verkregen uitkomst $\eta = 0$ nemen, de eindwaarde onveranderd blijven. Integreeren wij nu eerst naar t , dan is

$$U = \lim_{\eta=0} \frac{q^2 \cos^2 \varphi}{4 \pi^2 L} \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{+\infty} d\beta \frac{i\alpha (1 + e^{-i\alpha \frac{d}{c} \sin \varphi} + \dots) (1 + e^{-i\beta \frac{d}{c} \sin \varphi} + \dots)}{i(\alpha + \beta + i\eta) (\alpha - iq) (i\alpha - \lambda) (i\alpha - \lambda^*) (\beta - iq)}$$

$$= \lim_{\eta=0} \frac{q^2 \cos^2 \varphi}{4 \pi^2 L} \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha \frac{i\alpha (1 + e^{-i\alpha \frac{d}{c} \sin \varphi} + \dots)}{(\alpha - iq) (i\alpha - \lambda) (i\alpha - \lambda^*)} \int_{-\infty}^{+\infty} d\beta \frac{1 + e^{-i\beta \frac{d}{c} \sin \varphi} + \dots}{i(\alpha + \beta + i\eta) (\beta - iq)}.$$

De integraal naar β verschilt alleen dan van nul, wanneer de pool $(-\alpha - i\eta)$ aan de andere zijde van de reële as ligt als de pool iq en de waarde er van is:

$$2\pi \frac{1 + e^{(i\alpha + \eta) \frac{d}{c} \sin \varphi} + \dots}{\alpha + i(q + \eta)},$$

zoodat dus:

$$U = \lim_{\eta=0} \frac{q^2 \cos^2 \varphi}{2\pi L} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i\alpha (1 + e^{-i\alpha \frac{d}{c} \sin \varphi} + \dots) (1 + e^{i\alpha \frac{d}{c} \sin \varphi - \eta \frac{d}{c} \sin \varphi} + \dots)}{(\alpha - iq) \{\alpha + i(q + \eta)\} (i\alpha - \lambda) (i\alpha - \lambda^*)} d\alpha$$

$$= \frac{q^2 \cos^2 \varphi}{2\pi L} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i\alpha \{n + (n-1) (e^{i\alpha \frac{d}{c} \sin \varphi} + e^{-i\alpha \frac{d}{c} \sin \varphi}) + (n-2) (e^{2i\alpha \frac{d}{c} \sin \varphi} + e^{-2i\alpha \frac{d}{c} \sin \varphi}) + \dots\}}{(\alpha - iq) (\alpha + iq) (i\alpha - \lambda) (i\alpha - \lambda^*)} d\alpha$$

$$= \frac{iq^2 \cos^2 \varphi}{L} \left[\frac{n}{2i} \frac{1}{(q - \lambda)(q - \lambda^*)} + (n-1) \left\{ \frac{-qe^{-q \frac{d}{c} \sin \varphi}}{2i q (q + \lambda)(q + \lambda^*)} + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{i\lambda e^{\lambda \frac{d}{c} \sin \varphi}}{(\lambda^2 - q^2)(\lambda - \lambda^*)} + \frac{i\lambda^* e^{\lambda^* \frac{d}{c} \sin \varphi}}{(\lambda^{*2} - q^2)(\lambda^* - \lambda)} - \frac{qe^{-q \frac{d}{c} \sin \varphi}}{2i q (q - \lambda)(q - \lambda^*)} \right\} +$$

$$+ (n+2) \left\{ \frac{-qe^{-2q \frac{d}{c} \sin \varphi}}{2i q (q + \lambda)(q + \lambda^*)} + \dots \right\} + \dots \Big] =$$

$$= \frac{q^2 \cos^2 \varphi}{L} \left\{ \frac{n}{2} \frac{1}{(q - \delta)^2 + \omega^2} + (n-1) \left[\frac{2\delta q e^{-q \frac{d}{c} \sin \varphi}}{\{(q - \delta)^2 + \omega^2\} \{(q + \delta)^2 + \omega^2\}} + \right. \right.$$

$$+ \frac{e^{-\delta \frac{d}{c} \sin \varphi}}{(q^2 + \omega^2 - \delta^2)^2 + \omega^2 \delta^2} \left\{ (q^2 + \omega^2 + \delta^2) \cos \frac{\omega d}{c} \sin \varphi - \frac{\delta}{\omega} (\omega^2 + q^2 - \delta^2) \sin \frac{\omega d}{c} \sin \varphi \right\}$$

$$+ \dots \dots \dots \Big\}$$

Voor $\delta \ll q$ en $\delta \ll \omega$ gaat dit over in:

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{q^2 + \omega^2} \cos^2 \varphi \left\{ n + 2(n-1) e^{-\delta \frac{d}{c} \sin \varphi} \cos \frac{\omega d}{c} \sin \varphi + \right. \\ \left. + 2(n-2) e^{-2\delta \frac{d}{c} \sin \varphi} \cos \frac{2\omega d}{c} \sin \varphi + \dots \right\},$$

een uitdrukking, die een zeer groote analogie vertoont met de vroeger gevondene voor een ongedempte golf (1).

Den richtingsfactor kunnen wij op analoge wijze bepalen als vroeger en wij vinden

$$R_n = 2 \frac{n + 2(n-1) + 2(n-2) + \dots}{n + (n-1) \left\{ J_0 \left(\frac{\omega d}{c} + \frac{i\delta d}{c} \right) + J_2 \left(\frac{\omega d}{c} + \frac{i\delta d}{c} \right) + J_0 \left(\frac{\omega d}{c} - \frac{i\delta d}{c} \right) + J_2 \left(\frac{\omega d}{c} - \frac{i\delta d}{c} \right) + \dots \right\}} \\ = \frac{2n^2}{n + 2(n-1) \left[J_0 \left(\frac{\omega d}{c} \right) + J_2 \left(\frac{\omega d}{c} \right) - \frac{\delta^2}{\omega^2} \left\{ J_0'' \left(\frac{\omega d}{c} \right) + J_2'' \left(\frac{\omega d}{c} \right) \right\} + \dots \right] + \dots} \quad (4).$$

Voor normaal voorkomende waarden van $\left(\frac{\delta}{\omega} \right)^2$ is R_n gelijk aan de voor ongedempte golven gevonden waarden. Wordt echter δ grooter dan geldt dit niet meer; dan mag trouwens de toegepaste verwaarloozing niet meer worden gebezigd.

§ 3. Voorbeelden van gerichte stelsels.

I. Twee ramen wier middelpunten in hetzelfde golfvront liggen, dus loodrecht op de voortplantingsrichting van het sein.

De vergelijking van het energie-diagram is, indien, zooals wij verder steeds zullen aannemen, doen het ontvangvermogen voor alle antennes van één stelsel hetzelfde is:

$$U = 2 \cos^2 \varphi (1 + \cos x \sin \varphi),$$

$$\text{en} \quad R_2 = \frac{4}{1 + J_0(x) + J_2(x)}.$$

Hierin is $x = \frac{\omega d}{c} = \frac{2\pi d}{\lambda}$, als λ de golflengte is.

R_2 is maximum als de uitdrukking $J_0(x) + J_2(x)$ haar grootste negatieve waarde heeft en dit is het geval voor $x = 5.1$, en wij vinden,

$$R_2 = 4.61.$$

De afstand der beide ramen is hierbij $d = \frac{x}{2\pi} \lambda = 0.81 \lambda$,

dus ruim vier vijfde golflengte. De storingsvrijheid is 2,3 maal zoo groot als die van een enkel raam.

In fig. 7 is het energie-diagram weer gegeven voor den gunstigsten afstand. Bij de uitzetting van het diagram zijn U , de ontvangen energie en φ , de richting van ontvangst, als pool-coördinaten opgevat.

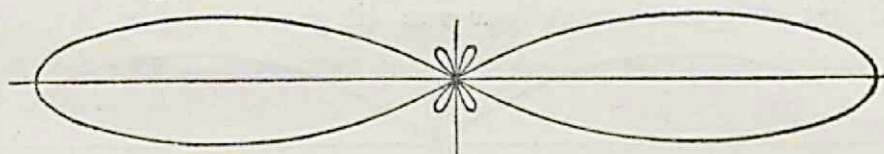


Fig. 7.

II. Twee ramen met in de voortplantingsrichting gelegen middelpunten (stelsel van Weagant).

De vergelijking van het energie-diagram is:

$$U = 2 \cos^2 \varphi (2 + \cos x (1 - \cos \varphi)).$$

De richtingsfactor is:

$$R_2 = \frac{4}{1 + \cos x (J_0(x) - J_2(x))}.$$

De gunstigste afstand is hier slechts een weinig grooter dan $1/4 \lambda$, dus aanmerkelijk kleiner dan in het voorgaande geval. De maximumwaarde van R_2 is 4.06, een weinig kleiner dan die van geval I. In fig. 8 is het energie-diagram weergegeven voor $d = 1/2 \lambda$, een afstand door Weagant in een zijner stelsels toegepast.

Daar $\cos \pi \{J_0(\pi) - J_2(\pi)\} = 0.8$ is, is in dit geval $R_2 = 2,2$, dus slechts iets grooter dan voor een enkel raam.

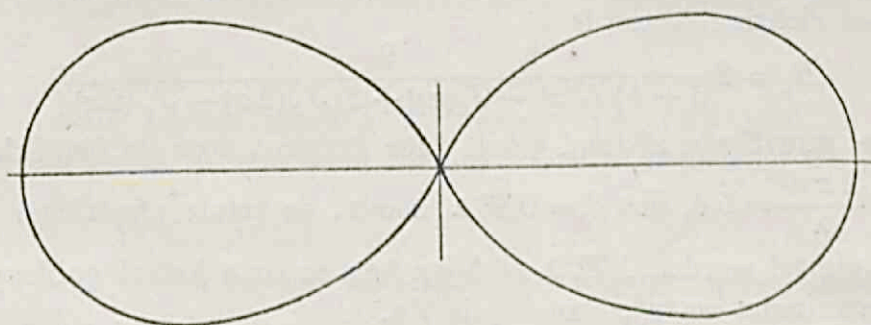


Fig. 8.

III. Twee verticale antennes loodrecht op de voortplantingsrichting van het sein. De vergelijking van het energie-diagram is:

$$U = 2 (1 + \cos x \sin \varphi),$$

en de richtingsfactor

$$R_2 = \frac{2}{1 + J_0(x)}.$$

Voor $x = 3.8$ is R_2 maximum. De waarde is $R \frac{2}{1-0.4} = 3.33$.

De richtingsfactor is dus kleiner dan bij twee ramen, maar de verkregen verbetering ten opzichte van één antenne is groter dan de door twee ramen gegeven verbetering tegenover één raam. De gunstigste afstand is hier een weinig groter dan $\frac{1}{2} \lambda$. Fig. 9 stelt het energie-diagram voor van dit geval.

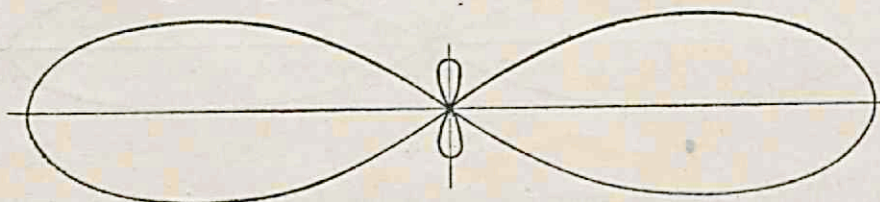


Fig. 9.

Voor twee verticale antennes in de voortplantingsrichting is de richtingsfactor iets kleiner dan in het voorgaande geval, wegens den factor $\cos x$, waarmede $J_0(x)$ dan vermenigvuldigd wordt.

Bij al deze combinaties komen één of meer richtingen voor waaruit geen energie wordt ontvangen, n. l. $\sin \varphi = \frac{\pi}{2x}, \frac{3\pi}{2x}, \frac{5\pi}{2x}$ enz.

(I en III) en $(1 - \cos \varphi) = \frac{\pi}{2x}, \frac{3\pi}{2x}$, enz. (II). Men kan dus door x groter te laten worden een willekeurig aantal richtingen uitsluiten.

IV. Drie ramen loodrecht op de voortplantingsrichting. De vergelijking van het energie-diagram is:

$$U = \cos^2 \varphi (3 + 4 \cos x \sin \varphi + 2 \cos 2x \sin \varphi)$$

en de richtingsfactor is

$$R_3 = 2 \frac{9}{3 + 4 \{J_0(x) - J_2(x)\} + 2 \{J_0(2x) - J_2(2x)\}}$$

De gunstigste afstand wordt hier gegeven door de betrekking $x = \frac{2\pi d}{\lambda} = 5.4$, dus $d = 0.86 \lambda$, zoodat de totale afmetingen van het stelsel worden 1.72λ of bijna een en drie kwart golflengte. De maximum waarde van R_3 is 7.4.

In fig. 10 is het energie-diagram van deze combinatie weer gegeven.

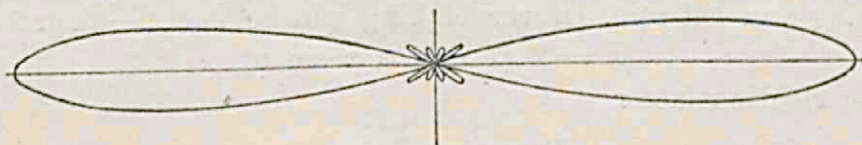


Fig. 10.

V. Drie verticale antennes loodrecht op de voortplantingsrichting. Het energie-diagram en de richtingsfactor zijn

$$U = (3 + 4 \cos x \sin \varphi + 2 \cos 2x \sin \varphi)$$

$$R_3 = \frac{9}{3 + 4 J_0(x) + 2 J_0(2x)}$$

Het maximum van R_3 ligt bij $x = 4,53$ of $d = 0,72 \lambda$, zoodat de totale afmeting worden $1,44 \lambda$. De maximum-waarde van R_3 is 5,8, dus iets geringer dan voor drie ramen. Het energie-diagram is weergegeven in fig. 11.

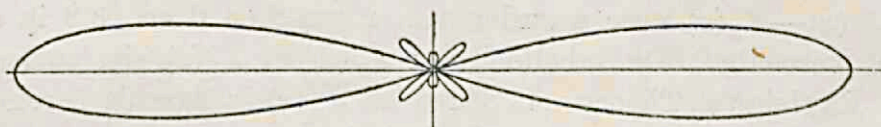


Fig. 11.

Voor vier ramen is de maximum-waarde van den richtingsfactor ongeveer 10, terwijl de onderlinge afstand $0,88 \lambda$ is en de totale afmetingen dus $2,64 \lambda$, hetgeen bij de grootste der gebezigde golflengten neerkomt op ongeveer 50 KM.

Bij het toenemen van het aantal wordt de gunstigste afstand grooter. Verder beginnen de maximum-waarden der richtingsfactoren voor ramen en open antennes tot elkaar te naderen en bij drie of vier antennes is het verschil niet zeer groot meer. Het gebruik van antennes is in zooverre te verkiezen, dat de seinsterkte grooter is dan bij ramen. Hier staat tegenover, dat de raamantenne minder afhankelijk is van de plaatselijke gesteldheid (bodem) dan de verticale antenne, zoodat bij gebruik van ramen de eigentrillingen der verschillende antennes gemakkelijker gelijk gemaakt kunnen worden.

Overigens zijn de berekende resultaten natuurlijk die, welke onder ideale omstandigheden kunnen worden verkregen en er valt weinig van te zeggen in hoeverre deze in de praktijk kunnen worden benaderd.

Men kan de verschillende diagrammen nog varieeren door het ontvangend vermogen der verschillende antennes te veranderen; principieele verschillen ontstaan echter hierdoor niet.

Uit de richtingsdiagrammen der figuren 7—11 blijkt, dat het hoekgebied, waaruit de storingen niet of met slechts geringe sterkte worden ontvangen reeds spoedig zéér aanzienlijk wordt. Zijn er bepaalde storingscentra aanwezig, dan is het zaak de opstelling zóó te kiezen, dat deze binnen dit gebied komen te liggen. Er zijn nog natuurlijk velerlei andere combinaties mogelijk dan de hierboven aangeduide; zoo kan men elk raam vervangen

door een combinatie van een verticale antenne en een raam of door een combinatie van een horizontale antenne en een raam. In het eerste geval krijgt men eenzijdig gerichte stelsels, in het tweede gerichte stelsels, die voor een bepaald storingstype ongevoelig zijn, onafhankelijk van de richting.

De vraag welk stelsel de voorkeur verdient kan niet algemeen worden beantwoord daar plaatselijke omstandigheden een groote rol spelen.

Hieronder zijn de waarden van $J_0(x)$, $J_1(x)$, $J_2(x)$, $J_0(x) + J_2(x)$ en $J_0(x) - J_2(x)$ voor waarden van x tusschen 0 en 13.2 in een tabel vereenigd. De tabellen voor $J_0(x)$ en $J_1(x)$ zijn ontleend aan Rayleigh's Theory of Sound en $J_2(x)$ is daaruit berekend met behulp van de recurrente betrekking

$$\frac{2}{x} J_1(x) = J_0(x) + J_2(x).$$

Voor practisch voorkomende gevallen kan men met behulp van de gegeven tabel de richtingsfactoren met voldoende nauwkeurigheid bepalen.

x	$J_0(x)$	$J_1(x)$	$J_2(x)$	$J_0(x) + J_2(x)$	$J_0(x) - J_2(x)$
0.0	1.000	0.000	0.000	1.000	1.000
0.3	0.978	0.148	0.011	0.989	0.967
0.6	0.912	0.287	0.044	0.956	0.868
0.9	0.808	0.406	0.095	0.902	0.713
1.2	0.671	0.498	0.160	0.831	0.512
1.5	0.512	0.558	0.232	0.744	0.280
1.8	0.340	0.582	0.306	0.646	0.034
2.1	0.167	0.568	0.375	0.541	— 0.208
2.4	0.003	0.520	0.431	0.434	— 0.429
2.7	— 0.142	0.442	0.470	0.327	— 0.612
3.0	— 0.260	0.339	0.486	0.226	— 0.746
3.3	— 0.344	0.221	0.478	0.134	— 0.822
3.6	— 0.392	0.096	0.445	0.053	— 0.837
3.9	— 0.402	— 0.027	0.388	— 0.014	— 0.790
4.2	— 0.377	— 0.139	0.311	— 0.066	— 0.687
4.5	— 0.321	— 0.231	0.218	— 0.103	— 0.538
4.8	— 0.240	— 0.299	0.116	— 0.124	— 0.356
5.1	— 0.144	— 0.337	0.012	— 0.132	— 0.156
5.4	— 0.041	— 0.345	— 0.087	— 0.128	0.046
5.7	0.069	— 0.324	— 0.174	— 0.114	0.234
6.0	0.157	— 0.277	— 0.243	— 0.092	0.393
6.3	0.224	— 0.208	— 0.290	— 0.066	0.514
6.6	0.274	— 0.125	— 0.312	— 0.038	0.586
6.9	0.298	— 0.035	— 0.308	— 0.010	0.606
7.2	0.295	0.054	— 0.280	0.015	0.575
7.5	0.266	0.135	— 0.230	0.036	0.496
7.8	0.215	0.201	— 0.164	0.052	0.379
8.1	0.148	0.248	— 0.086	0.061	0.234
8.4	0.069	0.271	— 0.005	0.064	0.074
8.7	— 0.013	0.270	0.075	0.062	— 0.087
9.0	— 0.090	0.245	0.145	0.055	— 0.235
9.3	— 0.158	0.200	0.201	0.043	— 0.358
9.6	— 0.209	0.140	0.238	0.029	— 0.447
9.9	— 0.240	0.068	0.254	0.014	— 0.494
10.2	— 0.250	— 0.007	0.248	— 0.001	— 0.498
10.5	— 0.237	— 0.079	0.222	— 0.015	— 0.458
10.8	— 0.203	— 0.142	0.177	— 0.026	— 0.380
11.1	— 0.153	— 0.191	0.118	— 0.034	— 0.271
11.4	— 0.090	— 0.223	0.051	— 0.039	— 0.141
11.7	— 0.021	— 0.233	— 0.019	— 0.040	— 0.003
12.0	0.048	— 0.223	— 0.085	— 0.037	0.133
12.3	0.111	— 0.194	— 0.142	— 0.032	0.253
12.6	0.163	— 0.149	— 0.186	— 0.024	0.349
12.9	0.199	— 0.091	— 0.213	— 0.014	0.412
13.2	0.217	— 0.022	— 0.221	— 0.004	0.438

SAMENVATTING.

Vatten wij de resultaten van dit proefschrift samen, dan blijken de verschillende besproken methoden voor het verbeteren der storingsvrijheid alle hun bijzondere voor- en nadeelen te bezitten en al naar omstandigheden zal in een bepaald geval de eene of de andere methode de voorkeur verdienen.

De in hoofdstuk III besproken methode, het vergrooten van de selectiviteit of de afstemscherpte bezit het voordeel, dat zij in bijna alle omstandigheden kan worden toegepast en in het bijzonder ook nog na de andere methoden. De nadeelen zijn dat de seinsterkte snel afneemt, dat de met elken volgenden kring verkregen verbetering geringer wordt en dat een absoluut constante seingolf wordt vereischt. Het eerste nadeel weegt, in verband met de volmaaktheid der bestaande versterkers niet zeer zwaar, de eisch echter van volkomen onveranderlijkheid der golflengte zal zijn van overwegenden invloed. Eerst wanneer men er in geslaagd is golven van constante lengte op te wekken kunnen de theoretisch mogelijke resultaten ten volle bereikt worden.

Een principieel bezwaar van deze methode is ook, dat zij voor draadlooze telefonie niet geschikt is. De eerste der in hoofdstuk IV besproken methoden, (eenzijdige ontvangst) heeft het voordeel storingen uit een bepaalde richting, die eventueel met die van het sein kan samenvallen, te elimineeren. Een bezwaar is, dat alleen storingen van een bepaald type kunnen worden geëlimineerd. Dit zelfde bezwaar geldt voor de tweede methode van hoofdstuk IV. Hierbij worden echter de storingen verzwakt onafhankelijk van hun richting, wat onder bepaalde omstandigheden een voordeel is.

Verder is de bruikbaarheid voor draadlooze telefonie een groot voordeel tegenover de methode van hoofdstuk III, terwijl ook de eischen, die aan de onveranderlijkheid der golflengte gesteld worden

lang niet zoo hoog zijn. Voor de bedoelde stelsels moet evenwel een vaste opstelling worden gebezigd en toepassing is dus alleen mogelijk bij landstations.

Het laatste geldt eveneens voor de in hoofdstuk V besproken gerichte stelsels, die overigens het voordeel bezitten, dat alle storingstypen in dezelfde mate worden verzwakt, en dat de theoretisch bereikbare resultaten zéér gunstig zijn. Een bezwaar vormen de groote afmetingen, die dergelijke stelsels krijgen, terwijl ook de juiste instelling en regeling moeilijkheden opleveren.

Om ten slotte de beste resultaten te bereiken kan men de verschillende methoden combineeren. Van algemeen standpunt bezien kunnen dan de gunstigste resultaten verwacht worden van de in hoofdstuk V aangeduide stelsels, indien elk afzonderlijk raam of elke antenne vervangen wordt door een combinatie van een raam met een horizontale antenne. Men kan dan vervolgens door het bezigen van meer kringen de selectiviteit vergrooten. Op deze wijze verkrijgt men in de eerste plaats gunstige richtings-eigenschappen, verder kan een bepaald type storing vrijwel geheel geëlimineerd worden, terwijl ten slotte door de vergrootte selectiviteit de storingsvrijheid nog verder wordt verbeterd.

Het laat zich aanzien dat bij de samenstelling van een dergelijk stelsel zeer vele experimenteele moeilijkheden te overwinnen zullen zijn. Met zekerheid kan echter worden aangenomen, dat op de beschreven wijze een zéér aanzienlijke verbetering in de storingsvrijheid verkregen kan worden.

STELLINGEN.

I.

De door Brillouin voorgestelde afleiding van den stralingsweerstand is te verkiezen boven de gebruikelijke.

Brillouin, Radioelectricité III pag. 147.

II.

De wijze, waarop Mandersloot de spectraal-intensiteit van een gedempten oscillator definieert, is voor critiek vatbaar.

Mandersloot, diss. Utrecht 1914.

III.

Van het voorstel van Vogel om de verticale antenne in de draadlooze telegrafie te vervangen door een horizontaal raam is geen resultaat te verwachten.

F. v. Vogel Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie
Bnd. 19 pag. 197.

IV.

Bij de verklaring van de richtwerking van de omgekeerde L-antenne mag de invloed van de capaciteit van het horizontale deel ten opzichte van de aarde, niet worden verwaarloosd.

V.

Het is wenschelijk bij het onderwijs in de natuurkunde, meer dan tot dusver in den regel geschiedt, op de practische toepassingen te wijzen en in het bijzonder de theoretische problemen te releveeren, die door de techniek worden gesteld.

VI.

De triode is een bij uitstek geschikt hulpmiddel voor het meten van zeer kleine capaciteiten en belooft goede diensten te zullen bewijzen voor het uitvoeren van nauwkeurige wisselstroommetingen.

VII.

Bij het toetsen van de formule van Bateman $\left(W_n = \frac{e^{-\nu}}{n!} \nu^n \right)$ is het beter ν te berekenen uit de afzonderlijke waarnemingen dan de experimenteele en theoretische waarschijnlijkheden te vergelijken.

Vgl. Phil. Mag. Oct. 1910, blz. 698—707.

VIII.

Beschouwingen als gegeven door Poincaré in „La science et l'hypothèse” omtrent waarschijnlijkheidsrekening zijn bij uitstek geschikt om het inzicht in het doel en de beteekenis der waarschijnlijkheidsrekening te verruimen.

IX.

De wijze waarop Whittaker en Watson in hun leerboek „Modern Analysis” een logische opbouw der analyse geven, waarbij de aan de meetkunde ontleende beschouwingen slechts een conventionele beteekenis hebben, is weinig bevredigend.

Whittaker and Watson Modern Analysis, Appendix.

X.

De wijze waarop Czuber de differentiatie onder het integraal-teeken behandelt laat, is af te keuren.

Czuber Integral und Differentialrechnung II pag. 159—161.

XI.

De uitbreiding van de formule

$$y = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^x (e^{\lambda_1(x-\xi)} - e^{\lambda_2(x-\xi)}) f(\xi) d\xi,$$

die de differentiaal-vergelijking

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a \frac{dy}{dx} + by = f(x)$$

oplost, tot simultane stelsels, is:

$$y_p = \sum_{s=1}^m \sum_{r=1}^n R_{sp}(\lambda_r) \int_0^x e^{\lambda_r(x-\xi)} f_s(\xi) d\xi.$$

Hierin is m het aantal vergelijkingen, n de graad van de vergelijking, gevormd door den determinant $\Delta(\lambda)$, verkregen door $\frac{d}{dx}$ te vervangen door λ , nul te stellen en $R_{sp}(\lambda_r)$ het residu, behoorende bij de pool λ_r van de uitdrukking $\frac{\Delta_{sp}(\lambda)}{\Delta(\lambda)}$, waarbij $\Delta_{sp}(\lambda)$ de onderdeterminant is van den p^{den} term der s^{de} rij.

Vgl. Diss. blz. 9.

A.