

M. C. van Doorn

PLAATSBEPALING OP ZEE

DOOR

HOOGTELIJNEN

RE EN
KUNDE
RECHT

40

4

20

Gand, 1888. Rug. Vandenbroeck.

gec.

PLAATSBEPALING OP ZEE

DOOR

HOOGTELIJNEN.

46407

DOOR

M. C. VAN DOORN,

Luitenant ter zee 1^{ste} klasse,

*belast met het onderwijs in de Stuurmanskunst aan het Kon. Inst. voor de
Marine te Willemsoord.*

Met 24 figuren en een Kaartnet
met Schaal.

RIJKSUNIVERSITEIT TE UTRECHT



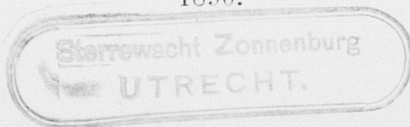
1976 5019

HELDER.

C. DE BOER JR.

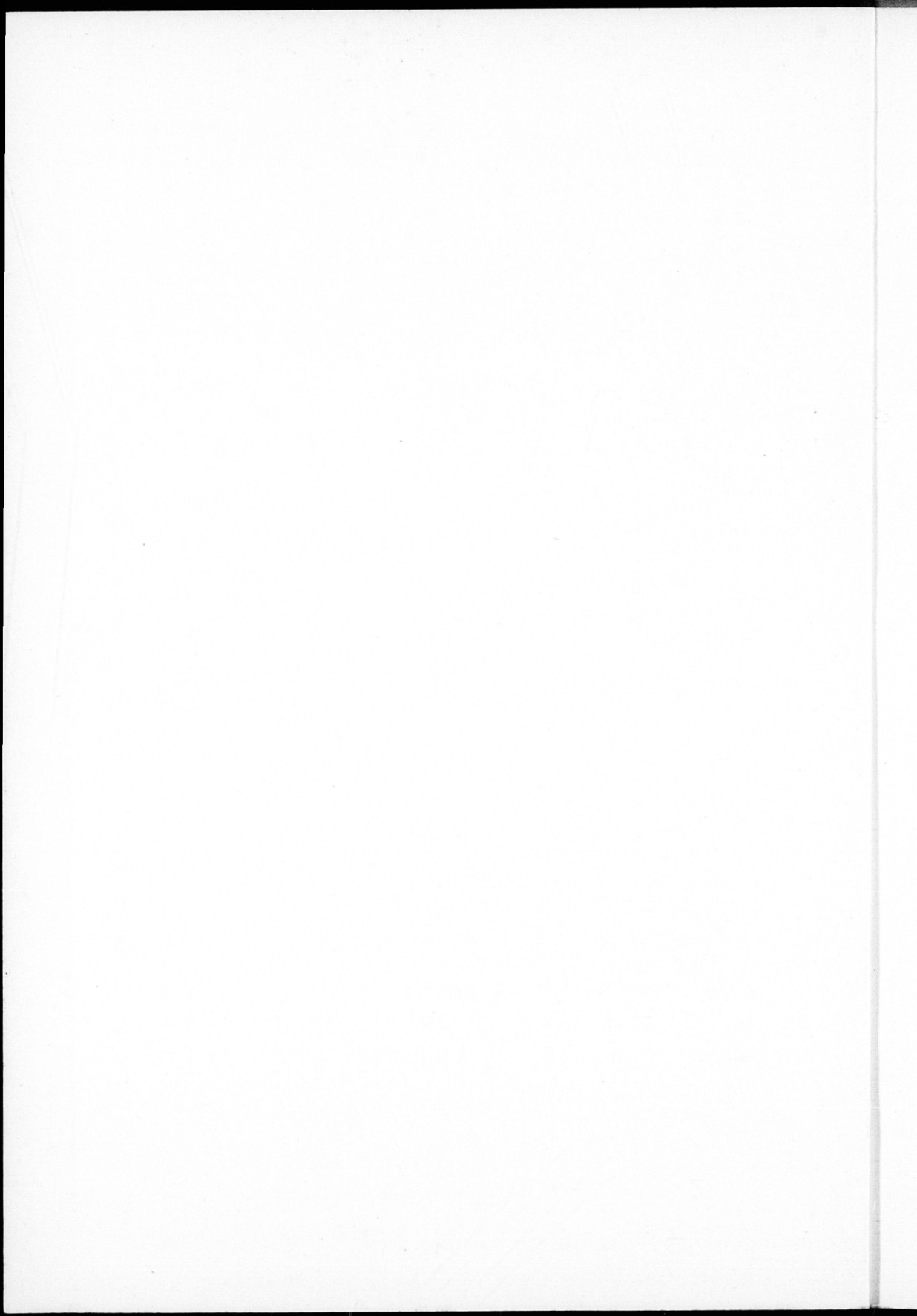
1890.

XIII 68



INHOUD.

	Blz.
Voorbericht	1
HOOFDSTUK I.	
Aardsche projectiën	3
HOOFDSTUK II.	
Benaderde plaatsen	12
HOOFDSTUK III.	
Hoogtelijnen.	30
HOOFDSTUK IV.	
Hoogtekrommen	37
HOOFDSTUK V.	
Bepaling van de standplaats door snijding van hoogtelijnen	50
Plaatsverandering tusschen de waarnemingen	57
Het verbeteren der uitkomst voor de waarschijnlijkste	
fout in het behoud tusschen de waarnemingen	64
Oplossing door constructiën	65
Invloed van fouten in de gegevens	71
Berekening van een middagbestek volgens de gewone	
methode, en volgens de methode met behulp van hoogte-	
lijnen	78
SCHEMA'S.	
Breedte en lengte der benaderde plaats	90
Plaatsbepaling door twee hoogten	92
VRAAGSTUKKEN TOT OEFENING	96



VOORBERICHT.

Met dit werkje heb ik getracht eene handleiding te geven voor de kennis en de toepassing der méthodes van plaatsbepaling op zee, die op het gebruik van hoogtelijnen berusten. Het praktische nut van eene dergelijke opvatting van het vraagstuk wordt, sedert de SUMNER-methode is bekend geworden, meer en meer gevoeld en aan den Franschen zeeofficier MARCQ-SAINT-HILAIRE komt de eer toe, aan het vraagstuk in die richting de meest algemeene oplossing te hebben gegeven. In het verdienstelijk werk »La nouvelle navigation astronomique" van YVON ~~DE~~ VILLARCEAU en AVED DE MAGNAC vinden wij deze oplossing behandeld en het moet zeker daaraan worden toegeschreven, dat zij bij ons onder de oneigentlijke benaming van methode VILLARCEAU vrij algemeen bekend is geworden.

Het doel, dat ik mij voornamelijk voor oogen gesteld heb, is een eenigszins afgerond geheel te geven voor hen, die de stuurmanskunst reeds hebben beoefend en van deze nieuwe wijze van werken wenschen gebruik te maken. Met voordacht maak ik van deze laatste uitdrukking gebruik, want men bedenke wel, dat zelfs bij de strengste wiskundige oplossing van het vraagstuk der plaatsbepaling de resultaten onzeker blijven, wanneer de omstandigheden zoo ongunstig zijn, dat onvermijde-

lijke waarnemingsfouten gevoelig op de uitkomst werken. Het gebruik van hoogtelijnen geeft echter het groote voordeel, dat juist die invloed zoo gemakkelijk te zien is. Steeds heb ik getracht de zaken zoo eenvoudig mogelijk uit de figuren duidelijk te maken en daar naar mijn oordeel de voordeelen der methode het meest op den voorgrond treden bij oplossingen door constructie, zijn deze eenigszins meer uitvoerig behandeld dan gewoonlijk gedaan wordt. Worden deze constructiën prijs gegeven, dan gaat een groot voordeel, namelijk de aanschouwelijke beoordeeling der uitkomsten, verloren.

WILLEMSOORD, 1 Mei 1889.

M. C. VAN DOORN.

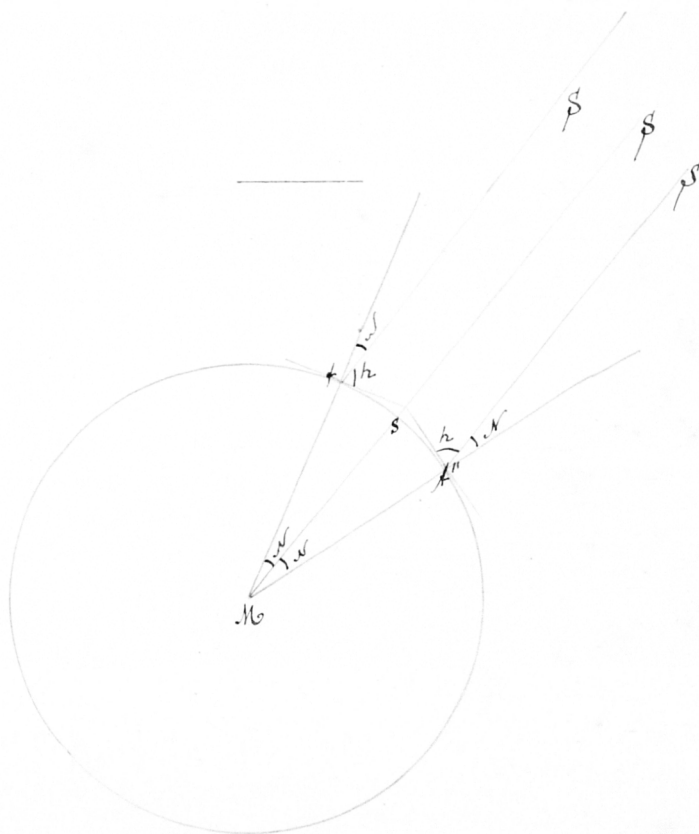
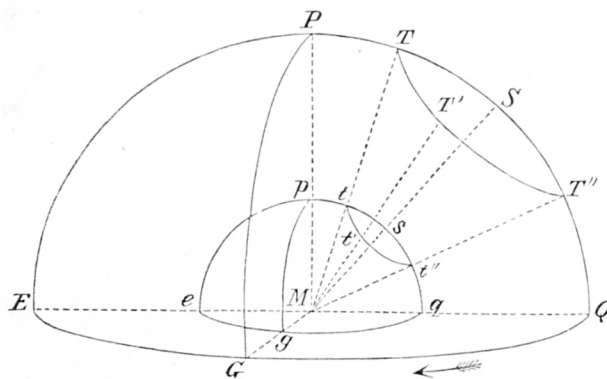


Fig. 1.



alle plaatsen op aarde, waar op ~~het~~ het oogenblik, dat het hemellicht zich in S bevindt, een topsafstand TS zal worden waargenomen. Deze plaatsen op aarde zijn gelegen op den cirkelomtrek $tt't'$, die op het oppervlak ontstaat, wanneer alle punten van den cirkel $TT'T'$ door rechte lijnen met het middelpunt M der aarde worden ver-

eenigd. Derhalve is de op deze wijze geprojecteerde cirkel $tt't''$ de meetkundige plaats op aarde, waarop de waarnemer zich moet bevinden. Elke hoogtemeting geeft zulk een cirkel op aarde, en wanneer slechts het middelpunt bekend is, kan met een krommen passer zulk eene meetkundige plaats op eene aardglobe beschreven worden. Voor straal neme men dan tusschen de passerpunten een boog van een grooten cirkel der aardglobe, die evenveel graden, minuten enz. bevat, als de bevonden topsafstand bedraagt. Klaarblijkelijk is dit middelpunt het snijpunt s dat op het aardoppervlak ontstaat, wanneer het punt S door eene rechte lijn SM met het middelpunt der aarde wordt vereenigd. Dit snijpunt s wordt de *aardsche projectie van het hemellicht* genoemd.

Verandert het hemellicht niet van declinatie, dan volgt het tengevolge der dagelijksche beweging des hemels een parallel van den aardbol, terwijl bij declinatieverandering de denkbeeldige afgelegde weg eene spiraalvormige kromme wordt. De cirkels op aarde, waarvan s het middelpunt is, worden gelijke-hoogtecirkels of *hoogteparallellen* genoemd. Laatstgenoemde benaming verdient de voorkeur, omdat de kleine cirkels aan de hemelsche sfeer, die het toppunt tot pool hebben, ook wel gelijke-hoogtecirkels genoemd worden. De ligging van de aardsche projectie van een hemellicht wordt even als elk ander punt op aarde bepaald door *aardsche breedte* en *aardsche lengte*, en wanneer voortaan korthedshalve gesproken wordt van aardsche breedte of lengte van een hemellicht, worden daarmede de aardsche breedte of lengte van de aardsche projectie bedoeld. Uit de figuur nu blijkt dadelijk, dat de aardsche breedte of de boog sq gelijk is aan de declinatie van het hemellicht op het oogenblik der waarneming. Stelt verder pg den meridiaan van Greenwich voor, dan is ook de boog gq de aardsche lengte. Aan de sfeer wordt die lengte gemeten door den boog GQ , zoodat de aardsche lengte gelijk is aan den uurhoek van het hemellicht ten opzichte van den meridiaan van Greenwich. Die uurhoek of de tijd Greenwich van het hemellicht op het oogenblik der waarneming kan altijd met behulp van den tijdmetr worden gevonden, zoodat door eene hoogtemeting met daarbij behorende tijdmeteraanwijzing de cirkel, waarop de waarnemer zich bevinden moet, volkomen bepaald is. Nemen wij nu de aardsche lengte altijd

Westelijk, dan is in het algemeen: *Aardsche lengte in tijd = Tijd Greenwich van het hemellicht* en wanneer het de zon geldt: *Aardsche lengte in tijd = Ware tijd Greenwich.*

Deze ware tijd Greenwich wordt gevonden door op de aanwijzing van den tijdmeter den stand tot middelbaren tijd Greenwich toe te passen, waarna door toepassing van de tijdvereffening de ware tijd Greenwich wordt gevonden. Daar echter de wijzerplaat van een tijdmeter slechts in 12 uren verdeeld is, verkeert men dan nog in onzekerheid of de aldus verkregen tijd Greenwich geldt voor na 12^u 's nachts of voor na 12^u 's middags. Deze twijfel wordt echter dadelijk opgeheven door met behulp van de gegiste lengte en den gegisten tijd a/b na te gaan, hoe groot de Westelijke uurhoek voor Greenwich ongeveer zijn moet. Heeft men bijvoorbeeld eene waarneming gedaan des morgens te 8^u op 90° W.l^e bij eene tijdmeter-aanwijzing = 10^u 14^m, terwijl de stand van den tijdmeter 4^u (+) bedraagt, dan is:

$$\begin{array}{ll} \text{Aanw. tijdm.} \dots = 10^u 14^m & \text{Gegiste tijd a/b.} = 8^u \text{ 's morg.} \\ \text{Stand} \dots\dots\dots = 4^u 0^m (+) \text{ W.l}^e \text{ in tijd.} \dots = 6^u & \\ \text{Midd. tijd Greenw.} = 14^u 14^m & \text{Gegiste tijd Gr.} = 14^u = 2^u \text{ 's nam.} \end{array}$$

De westelijke uurhoek van de zon is dus, op het oogenblik der waarneming, te Greenwich ongeveer 2^u, derhalve moet de aardsche lengte van de zon ook ongeveer dit bedrag bezitten. In dit geval moet dus de tijd Greenwich, die de tijdmeter geeft, met 12^u worden verminderd. Had men zich daarentegen op 90° O.l^e bevonden, dan is:

$$\text{Gegiste tijd a/b} = 8^u \text{ 's morg.}$$

$$\text{O.l}^e \text{ in tijd} = 6^u$$

$$\text{Gegiste tijd Gr.} = 2^u \text{ 's morg.}$$

of Westelijke uurhoek zon te Greenwich = aardsche lengte zon in tijd = 14^u ongeveer.

Voorbeeld. Den 10^{en} Januari 1888 des morgens ongeveer te 11^u 30^m is op 22° 30' geg. W.l^e eene waarneming gedaan op het oogenblik, dat de tijdmeter 3^u 12^m 24^s aanwijst. Indien de tijdmeter 2^u 16^m 12^s vóór is op den middelbaren tijd Greenwich, vraagt men de aardsche breedte en lengte van de zon voor dat oogenblik?

Aanw. tijdm.	$= 3^u 12^m 24^s$	Gegiste tijd a b	$= 11^u 30^m$'s morg.
Stand	$= 2^u 16^m 12^s (-)$	Wl ^e in tijd . .	$= 1^u 30^m$
Midd. tijd Greenw. . .	$= 0^u 56^m 12^s$	Gegiste tijd Gr.	$= 13^u 0^m = 1^u$ van 10 Jan.
Tijdvereffening . . .	$= 7^m 40^s (-)$	10 Jan. te 0 ^u m.t. Gr.	
Ware tijd Greenw. . .	$= 0^u 48^m 32^s$	Tijdv.	$= 7^m 39^s, 1$ afr. m.t.
Aardsche lengte in tijd	$= 0^u 48^m 32^s$	Verand. in 56 ^m . . .	$= 0^s, 9 (+)$
		10 Jan. te 0 ^u 56 ^m m.t.	
		Gr. Tijdv. . .	$= 7^m 40^s, 0$

10 Jan. te 0 ^u m. t. Gr. ☉ Z. decl. . . .	$= 21^\circ 59' 55''$
Verand. in 56 ^m	$= 21'' (-)$
10 Jan. te 0 ^u 56 ^m m.t. Gr. ☉ Z. decl. . .	$= 21^\circ 59' 34''$
Aardsche breedte	$= 21^\circ 59' 34''$ Z.

Daar Aardsche lengte = Tijd Greenw. van het hemellicht is, kunnen wij met behulp van de bekende formule:

$$W^e. \text{uurh. } \odot + R. O. \odot = W^e. \text{uurh. } * + R. O. *,$$

ook gemakkelijk de aardsche lengte van elk ander hemellicht vinden. In de formule wordt dan de $W^e.$ uurh. $\odot$, de $W^e.$ uurh. $\odot$ te Greenwich, terwijl de $R. O. \odot$ voor dat oogenblik wordt genomen. Het eerste lid der vergelijking stelt dan de $R. O.$ van den meridiaan van Greenwich voor en deze verminderd met de $R. O.$ van de ster, geeft den Westelijken uurhoek van de ster te Greenwich of de aardsche lengte. Dikwijls is het dan gemakkelijk de middelbare zon te gebruiken, waarvan de $R. O.$ onder het hoofd »Sidereal time» in den nautical almanac wordt gevonden. In den almanak van Buys vindt men haar onder het hoofd »Sterretijd op den middelbaren middag». Was bij voorbeeld in bovenstaand voorbeeld de aardsche breedte en lengte van Spica gevraagd, dan vinden wij in den zeemansalmanak:

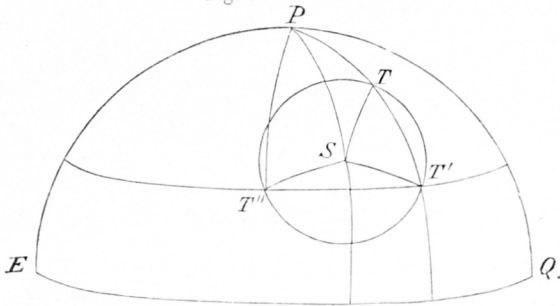
$$10 \text{ Jan. } 1888 \text{ Z. decl. Spica} = 10^\circ 34' 28''$$

$$» » R. O. \text{ Spica} = 13^u 19^m 16^s, 9.$$

Aanw. Tijdm.	$= 3^u 12^m 24^s, 0$	10 Jan. te 0 ^u m.t. Gr.	
Stand	$= 2^u 16^m 12^s, 0 (-)$	R. O. midd. ☉ . .	$= 19^u 17^m 48^s, 5$
Midd. tijd Greenw. . .	$= 0^u 56^m 12^s, 0$	Verand. in	
R. O. midd. ☉	$= 19^u 17^m 57^s, 7$	56 ^m $= 9^s, 86 \times 0,93 =$	$9^s, 2$
R. O. merid. van Gr. $=$	$20^u 14^m 9^s, 7$	10 Jan. 0 ^u 56 ^m m.t. Gr.	
R. O. Spica	$= 13^u 19^m 16^s, 9$	R. O. midd. ☉ . . .	$= 19^u 17^m 57^s, 7$
W ^e .uurh. Spica te Gr. $=$	$6^u 54^m 52^s, 8$		
Aardsche lengte Spica $=$	$6^u 54^m 52^s, 8$	Aardsche br. Spica $=$	$10^\circ 34' 28''$ Zuid.

Het gebruik van de middelbare zon geeft bekorting omdat men dan geene tijdvereffening behoeft toe te passen.

Fig. 2.



Denken wij ons nu alle punten en denkbeeldige lijnen aan de hemelsche sfeer op dezelfde wijze als nu geschied is op het bolvormig oppervlak der aarde geprojecteerd, dan verkrijgen wij

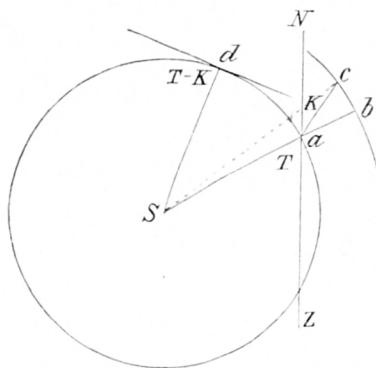
daarop eene gelijkvormige voorstelling van alle bolvormige figuren, die wij aan de sfeer voor onze berekeningen gebruiken. Bepalen wij ons voorloopig tot den pooldriehoek en stelt bijv. in figuur 2 T de plaats van den waarnemer op aarde voor, S de aardsche projectie van het hemellicht en P de aardsche pool, dan is driehoek PTS dezelfde driehoek als de pooldriehoek aan de sfeer en de cirkel, die uit S met den boogvormigen straal TS wordt beschreven, de hoogteparallel en wel voor een waarnemer die uit een punt T een topsafstand ST verkreeg, op het oogenblik dat de aardsche projectie van het hemellicht het punt S is. Door dit overbrengen op het oppervlak der aarde kunnen wij nu de bogen, hoeken en punten, die wij voor onze berekeningen gebruiken, in direct verband beschouwen met onze werkelijke standplaats op aarde, waardoor dikwijls meer aanschouwelijk zal blijken welke eigenaardigheden zich bij de oplossingen der vraagstukken voor de plaatsbepaling kunnen voordoen. Zoo zien wij bijvoorbeeld dadelijk uit figuur 2 dat de breedteberekening uit den pooldriehoek met de gegevens topsafstand, uurhoek en declinatie, twee uitkomsten T en T' moet geven en dat voor het punt T' de breedte kleiner is dan de gelijknamige declinatie. Evenzoo dat de berekening van den uurhoek met de gegevens breedte, topsafstand en declinatie twee uitkomsten moet geven, omdat de breedteparallel de hoogteparallel in twee punten T' en T'' snijdt. De eene uitkomst geeft een Oostelijke, de andere een Westelijke uurhoek, doch overigens zijn zij aan elkander gelijk omdat beide driehoeken PT'S en PT''S door de gelijkheid der

zijden gelijk en gelijkvormig zijn. Ook zien wij nu meer gemakke-
lijk hoe het hemellicht zich ten opzichte van den waarnemer
verplaatst, terwijl het ook een belangrijk voordeel mag genoemd
worden, dat wij nu de gegiste plaats in verband met de hoogte-
parallel, dat is in verband met de meetkunstige plaats waarop het
schip zich bevinden moet, kunnen beschouwen. In het volgende
hoofdstuk zal dit nader worden aangetoond.

Ten einde onze bedoeling duidelijker te maken zullen wij
het gebruik van aardse projectiën op eenige bekende vraag-
stukken der stuurmanskunst toepassen en daarvoor beginnen met de
herleiding eener hoogte tot een ander toppunt.

Zij in figuur 3 a de plaats op aarde van een waarnemer, die
een topsafstand S a heeft waargenomen en die zich daarna met een
koers K naar een punt c verplaatst; de afgelegde verheid $a c = V$

Fig. 3.



en de peiling van het hemellicht of
hoek $ZTS = T$ stellende, zal $\angle cab$
 $= T - K$ zijn. Nu verlangt de waar-
nemer te weten hoe groot de topsa-
fstand van S op het oogenblik der
hoogtemeting in het punt c zou zijn
waargenomen en het is duidelijk dat
deze topsafstand in de figuur voor-
gesteld wordt door den boog S b, die
gevonden wordt door den boog S a te
verlengen en uit S als middelpunt

een cirkel te beschrijven gaande door het punt c. De correctie C,
die dan op den topsafstand S a of op de gemeten hoogte moet toege-
past worden, wordt dan voorgesteld door het boogje a b, en het
driehoekje a b c als plat en rechthoekig in b beschouwende is:

$$ab = ac \cos. cab.$$

$$\text{of } C = V \cos. (T - K).$$

Wij zien nu dadelijk, dat het gebruik van bovenstaande for-
mule slechts nauwkeurig blijft voor zulke kleine verplaatsingen van
den waarnemer, dat het driehoekje abc nog als plat mag beschouwd
worden. Peilt de waarnemer het hemellicht dwars op zijn koers,
zooals in het punt d, dan geeft de formule $C = 0$ en het is dui-

delijk dat dit alleen waar blijft, zoolang het stukje, dat op de raaklijn of de koerslijn wordt afgelegd, nog als samenvallend met de hoogteparallel der eerste meting mag beschouwd worden. Evenzoo blijkt gemakkelijk uit de figuur dat de afgelegde verheid in grootte rechtstreeks op den topsafstand of de hoogte overgaat, wanneer koers en peiling samenvallen, of wel het hemellicht recht vooruit of recht achteruit gepeild wordt. Brengt de koers den waarnemer dichter bij S, dan zou op de tweede plaats de topsafstand kleiner zijn bevonden, dan op de eerste en mitsdien de hoogte grooter zijn gemeten, terwijl bij verwijdering van S het omgekeerde het geval zou zijn. Van daar de praktische regel voor de hoogteherleiding tot een ander toppunt:

Hemellicht voorlijker dan dwars. . . C (+).

» achterlijker » » . . . C (—).

» dwars C = 0.

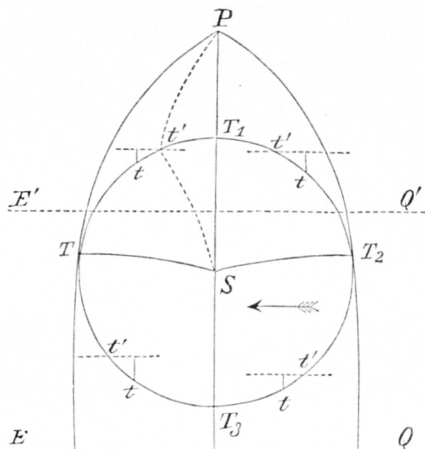
» recht vooruit C = + V.

» » achteruit C = — V.

Een ander vraagstuk, dat zeer geschikt is om met behulp van aardse projectiën te worden beschouwd, is het verbeteren der tijdmetierlengte voor eene fout in de breedte, en wel omdat dan eene aanschouwelijke voorstelling wordt verkregen van de verschillende gevallen, waarin Oost of West wordt verkregen. Zij namelijk S fig. 4 weder de aardse projectie van de zon, waaruit als middelpunt eene hoogteparallel met een topsafstand ST is beschreven, EQ de aardse equator en P de noordpool der aarde, dan zal voor alle waarnemers, die zich op deze hoogteparallel bevinden, de breedte gelijknamig zijn met de declinatie. De verplaatsing van S tengevolge der dagelijksche beweging geschiedt in de richting van het pijltje; derhalve is het voor alle waarnemers op den halven cirkel T_1T_3 voormiddag, terwijl het voor waarnemers op de andere helft van den cirkel, die de zon reeds in den meridiaan hebben gehad, achtermiddag is. In de punten T en T_2 wordt de zon in den eersten verticaal gezien; in de punten T_1 en T_3 in den meridiaan. Wij weten dat de beide eerste punten het geval opleveren, dat eene fout in breedte geen invloed op de lengte uitoefent, doch de figuur toont aan, dat dit slechts binnen zekere grenzen doorgaat, want de fout

in breedte mag niet' grooter worden dan het stuk, dat de rakende meridiaan nog als samenvallend met de hoogteparallel mag beschouwd

Fig. 4.



worden. Een waarnemer nu in een punt t , gelegen tusschen T en T_1 , zal wanneer hij zijn uurhoek voor eene grootere breedte berekent, den uurhoek uit driehoek $Pt'S$ oplossen en dus het punt t' , dat is eene Oostelijker standplaats vinden, terwijl verder uit de figuur blijkt, dat in de opvolgende quadranten eene hoogere breedte beurtelings West en Oost zal geven. Klaarblijkelijk hangt het teeken van $\triangle P$ direct van het azimuth af, en

zal de lijn, die loodrecht op de azimuthale richting van het hemellicht wordt getrokken, en dus de plaatselijke richting van de hoogteparallel aangeeft, altijd bepalen of hoogere breedte *Oost* dan wel *West* geeft.

Beschouwen wij nu de formule, waarnaar Tafel XXXII van BROUWER berekend is, namelijk:

$$- \triangle P = \left\{ \frac{\text{tg. } b}{\text{tg. } P} - \frac{\text{tg. } d}{\sin. P} \right\} \triangle b \text{ of } - \triangle P = (A-B) \triangle b.$$

en schrijven wij deze onder de gedaante:

$$- \triangle P = \frac{\cos. P \text{ tg. } b - \text{tg. } d}{\sin. P} \triangle b.$$

dan is voor het oogenblik dat de zon zich in den eersten verticaal bevindt, dus voor het punt T of T_2 ,

$$\cos. P = \frac{\text{tg. } d}{\text{tg. } b} \text{ of } \cos. P \text{ tg. } b - \text{tg. } d = 0 \dots \dots, (1).$$

Voor de opvolgende punten t tusschen T door T_1 tot T_2 is P altijd kleiner en b altijd grooter dan in vergelijking (1), derhalve ook $\cos. P \text{ tg. } b$ altijd grooter dan $\text{tg. } d$, dus $A-B$ altijd positief. Daarentegen is tusschen T door T_3 tot T_2 , $A-B$ altijd negatief want $\text{tg. } b$ wordt nabij T en T_2 dadelijk kleiner dan in vergelijking (1),

terwijl $\cos. P$ begint met nagenoeg niet te veranderen. Daarna wordt $b < d$ dus $\cos. P \text{ tg. } b < \text{tg. } d$ en misdien $A - B$ negatief. De figuur in verband met de formule beschouwd, geeft dus als regel:

$$\begin{array}{ll} A - B \text{ positief hogere breedte geeft } & \left\{ \begin{array}{l} \text{voormiddags Oost.} \\ \text{namiddags West.} \end{array} \right. \\ A - B \text{ negatief } \quad \gg \quad \gg \quad \gg & \left\{ \begin{array}{l} \text{voormiddags West.} \\ \text{namiddags Oost.} \end{array} \right. \end{array}$$

Teekent men eene dergelijke figuur voor Zuiderbreedte, dan ziet men gemakkelijk in, dat ook dan dezelfde regel doorgaat. Zijn breedte en declinatie ongelijknamig, dan komt de zon boven den horizon niet in den eersten verticaal; $\triangle P$ kan dan nimmer = 0 worden, hetgeen de formule ook aangeeft doordien ze door de verandering van het teeken der declinatie overgaat in

$$- \triangle P = (A + B) \triangle b.$$

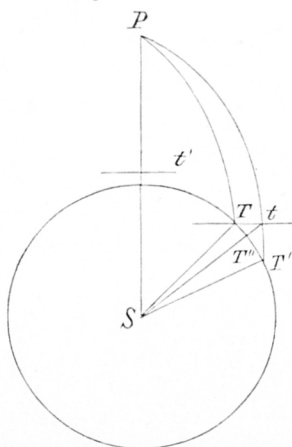
Trekken wij nu in de figuur den equator als de lijn $E'Q'$ dan verkeeren alle plaatsen, die daarboven gelegen zijn, in het bedoelde geval, en aanstonds blijkt uit de figuur, dat des voormiddags hogere breedte altijd Oost en des namiddags altijd West moet geven.

HOOFDSTUK II.

Benaderde plaatsen.

Nu wij gezien hebben dat ééne hoogtemeting slechts een cirkel op aarde geeft, waarop de waarnemer zich bevinden moet, is het ook duidelijk, dat in het algemeen ééne hoogtemeting onvoldoende is voor absolute plaatsbepaling. Hiervan is uitgezonderd het geheel theoretische geval, dat het hemellicht juist in top staat, want dan valt de aardsche projectie van het hemellicht samen met de plaats van den waarnemer. Eerst wanneer meer dan ééne hoogte wordt gemeten, kan door snijding der hoogteparallellen plaatsbepaling worden verkregen. Eene hoogtemeting stelt ons echter in staat het gegist bestek te verbeteren of de ware plaats, die op de gevonden hoogteparallel moet gelegen zijn, te benaderen. Zij namelijk in fig.

Fig. 5.



5 t de gegiste plaats van den waarnemer, S de aardsche projectie van het hemellicht op het oogenblik dat een topsafstand ST is waargenomen, zoodat de ware plaats op den omtrek van den cirkel ST moet gelegen zijn. Trekken wij nu de breedteparallel van het punt t, dan zal het snijpunt T met de hoogteparallel de benaderde plaats zijn, die de berekening der tijdmetrelengte geeft. Immers daarvoor berekenen wij uit driehoek PTS den uurhoek SPT met de gegevens declinatie, hoogte en gegiste breedte, en deze uurhoek toegepast op de aardsche

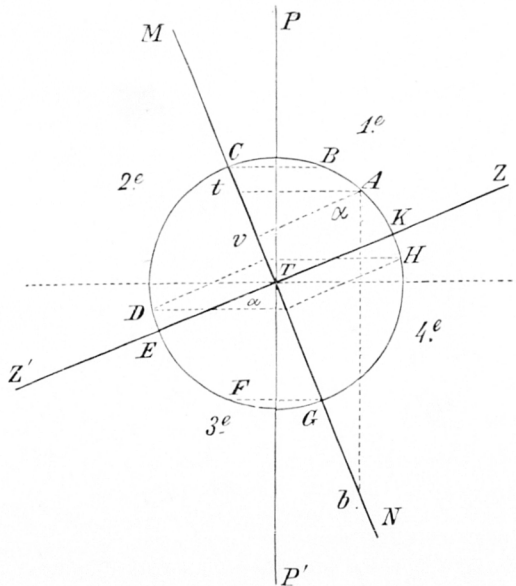
lengte van het hemellicht geeft de bedoelde lengte.

Trekken wij nu den meridiaan van de gegiste plaats t , dan zal het snijpunt T' de benaderde plaats zijn, die verkregen wordt door de breedteberekening uit den pooldriehoek $PT'S$, waarvan de declinatie, de hoogte en de gegiste uurhoek SPT' zijn gegeven.

Eene derde benaderde plaats is het snijpunt T'' van MARCQ-SAINT-HILAIRE, dat verkregen wordt door de gegiste plaats t door een grootcirkelboog met de aardsche projectie S te vereenigen. Dit is het punt, dat door VILLARCEAU in zijne »*Nouvelle navigation astronomique*» »Le point le plus rapproché» wordt genoemd, omdat het van alle punten der hoogteparallel het dichtst bij de gegiste plaats ligt. Zoolang dus die gegiste plaats de eenige aanwijzer is voor de ware, wordt door T'' als benaderde of verbeterde plaats aan te nemen op de meest rationeele wijze benaderd. Het punt T'' luistert als 't ware het best naar de eenige aanwijzing. Terwijl men zich nu bij de twee eerstgenoemde benaderingsmethoden uitsluitend ten doel stelt om of alleen de lengte of alleen de breedte te benaderen, tracht men bij de laatste methode zoowel de lengte als de breedte gelijktijdig te benaderen. De beide eerste maken slechts van een gedeelte der aanwijzing gebruik, want slechts eene der coördinaten van de gegiste plaats wordt als gegeven ingevoerd; de laatste gebruikt de aanwijzing geheel, want zoowel de lengte als de breedte der gegiste plaats zijn noodig om de benaderde plaats T'' te vinden. Zoowel voor de tijdmetrelengte als voor de hier bedoelde breedtebepaling is men aan zekere omstandigheden gebonden; voor de eene is een azimuth van omstreeks 90° voordeelig, voor de andere een azimuth van omstreeks 0° of 180° , zoodat wat voor de eene gunstig is, ongunstig wordt voor de andere. Naarmate voor deze methoden de omstandigheden ongunstiger worden, zal ook de kans op benadering geringer worden en begint men zelfs gevaar te loopen, dat het vraagstuk geene oplossing meer geeft. Voor een punt t' bijvoorbeeld, waarvan de breedteparallel geene snijding meer geeft met de hoogteparallel, zal de berekening der tijdmetrelengte een onbestaanbaar geval opleveren. Daarentegen geeft de berekening der benaderde plaats volgens MARCQ-SAINT-HILAIRE altijd oplossing, terwijl het van het azimuth bij de hoogtewaarneming zal afhangen of de lengte dan wel de breedte de meeste kans heeft van benaderd

te zijn. Uitgezonderd het geval dat geene benadering meer kan verkregen worden, omdat de gegiste plaats juist op de hoogteparallel valt, mag aangenomen worden, dat voor toepassing in de praktijk MARQ-SAINT-HILAIRE altijd benadering geeft. Kans op geen benadering kan alleen ontstaan, wanneer de misgissing zoo groot en de straal der hoogteparallel zoo klein is, dat de gegiste plaats haar karakter als aanwijzer begint te verliezen. En dit zal nimmer voorkomen zoo lang nog mag worden aangenomen dat het gedeelte der hoogteparallel, waarop de benaderde en de ware plaats zijn gelegen, nog als rechte lijn verloopt. Dan toch zal de benaderde plaats altijd dicht bij de onbekende ware plaats moeten gelegen zijn dan de gegiste, zoodat ook daarom de aldus benaderde plaats *het dichtst bij liggende punt* kan genoemd worden. Echter is het juister en leidt het tot beter begrip der zaak om de ligging *het dichtst bij den aanwijzer* voorop te stellen. De grootcirkelboog van de gegiste plaats naar de aardsche projectie van het hemellicht geeft de azimuthale richting van het hemellicht uit de gegiste plaats aan, zoodat die richting ook wel het gegist azimuth wordt genoemd.

Fig. 6.



Beschouwen wij thans de betrekkelijke waarden der drie methoden eenigszins nader:

Zij fig. 6 T de ware plaats van het schip, MN een gedeelte der hoogteparallel, dat zoo klein is, dat het nog als eene rechte lijn mag beschouwd worden, terwijl wij verder ook aannemen, dat het gedeelte der aardoppervlakte, dat wij voor onze beschouwingen noodig hebben, nog een plat vlak blijft, waarop richtingen door

rechte lijnen kunnen aangegeven worden. De lijn ZZ' loodrecht op MN geeft dan de richting van het azimuth, de lijn PT die van den meridiaan van T aan. Voorts stellen wij $\angle Z'TP'$ of het gegist azimuth $= \alpha$ en de misgissing $= a$.

Beschrijven wij nu uit T als middelpunt een cirkel met de misgissing a als straal, dan ontstaat de gegiste-plaatscirkel, die door de lijnen MN en ZZ' in vier quadranten verdeeld wordt. Beginnen wij nu met voor de gegiste plaats het punt A aan te nemen, dan geeft de tijdmetrelengetberekening het punt t , SAINT-HILAIRE het punt v en de breedteberekening het punt b . Beschouwen wij nu achtereenvolgens de vier quadranten links omgaande, dan zien wij:

- 1^e. Quadrant. SAINT-HILAIRE geeft altijd beter benadering dan tijdmetrelenget en altijd benadering, die de tijdmetrelenget van B tot C niet meer geeft.
- 2^e. » Tijdmetrelenget geeft beter benadering tot aan punt D . Van D tot E geeft SAINT-HILAIRE weer beter benadering.
- 3^e. » SAINT-HILAIRE geeft altijd beter benadering. De tijdmetrelenget geeft geene benadering van F tot G .
- 4^e. » Tijdmetrelenget geeft beter benadering van G tot H . Van H tot K weder SAINT-HILAIRE.

Hieruit blijkt, dat de twee sectoren, waarin de tijdmetrelenget beter benadering geeft, kleiner zijn dan die, waarin SAINT-HILAIRE betere benadering geeft, terwijl bovendien zich gevallen voordoen, waarin de tijdmetrelenget geene benadering geeft. Daar nu de betrekkelijke ligging van de gegiste plaats ten opzichte van de ware geheel onbekend is, volgt uit het bovenstaande, dat de SAINT-HILAIRE-methode betere kansen van benadering geeft dan de tijdmetrelenget-methode. Construeert men dergelijke figuren voor azimuthen, die kleiner zijn, dan zullen de sectoren, waarin de tijdmetrelenget beter benadering geeft, steeds kleiner worden, totdat bij een azimuth van 0° of 180° de ~~de~~ tijdmetrelenget in het geheel geene benadering meer geeft. Daarentegen zullen voor grootere azimuthen die sectoren wel grooter worden en dus de kansen voor de tijdmetrelenget wel verbeteren, maar eerst bij een azimuth van 90° worden de kansen voor beide methoden gelijk. Dergelijke figu-

$$Tb' = Td \sec. \alpha = a \sec. \alpha \cos. \beta$$

De gemiddelde fout der enkele uitkomst f_b noemende wordt dus weder:

$$f_b = a \sec. \alpha \frac{1 + \cos. 1^\circ + \cos. 2^\circ + \dots + \cos. 89^\circ}{90}$$

De maximumfout, die SAINT-HILAIRE kan geven, is natuurlijk $= a$, en voor een willekeurig punt $D = a \cos. \beta$, zoodat het geene nadere toelichting behoeft, dat deze voor bedoelde gemiddelde fout geeft:

$$f_v = a \frac{1 + \cos. 1^\circ + \cos. 2^\circ + \dots + \cos. 89^\circ}{90}$$

Voor de gemiddelde fouten vinden wij dus de verhouding:

$$f_v : f_t : f_b = 1 : \operatorname{cosec}. \alpha : \sec. \alpha.$$

De methode der benaderde plaats volgens SAINT-HILAIRE bezit dus de kleinste gemiddelde fout en heeft dus als benaderingsmethode de grootste waarde. Nu zien wij uit fig. 6:

$$Av = Av.$$

$$At = Av \operatorname{cosec}. \alpha$$

$$Ab = Av \sec. \alpha$$

waaruit blijkt dat ook de afstanden der drie benaderde plaatsen tot de gegiste plaats zich verhouden als de gemiddelde fouten en derhalve de waarde van elke methode geheel bepaald wordt door den afstand tot de gegiste plaats. Denken wij ons nu in plaats van de hier gebruikte platte, de bolvormige figuren, dan blijft ook de benaderde plaats volgens SAINT-HILAIRE op den kleinsten afstand van de gegiste plaats, en moet deze dus evenzeer de beste kansen op benadering geven.

Daar volgens de waarschijnlijkheidsleer de gewichten van benaderde uitkomsten omgekeerd evenredig zijn met de quadraten der gemiddelde fouten dier uitkomsten, zijn de gewichten van onze drie uitkomsten:

$$\text{Voor SAINT-HILAIRE:} \dots 1$$

$$\gg \text{Tijdmeterlengte:} \dots \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 \alpha} = \sin^2 \alpha$$

$$\gg \text{Breedteberekening:} \dots \frac{1}{\sec^2 \alpha} = \cos^2 \alpha.$$

Laten wij thans nagaan wat het resultaat zal zijn, wanneer wij de uitkomsten Tijdmeterlengte en Breedteberekening tot ééne uit-

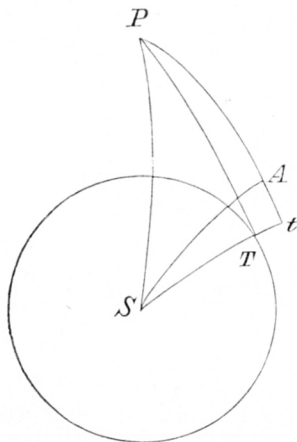
komst combineeren, en daarvoor beide volgens hun gewicht in rekening brengen. Om de uitkomsten b en t in grootte figuurlijk voor te stellen, kunnen wij natuurlijk een willekeurig punt op de lijn MN aannemen.

Nemen wij voor het gemak het punt v , dan worden de twee bedoelde uitkomsten in grootte voorgesteld door vt en $-vb$ (fig. 6). Vermenigvuldigen wij verder iedere uitkomst met haar gewicht en deelen wij de som der producten door de som der gewichten, dan is:

$$\begin{aligned} \text{Meest waarschijnlijke uitkomst} &= \frac{vt \sin^2. \alpha - vb \cos^2. \alpha}{\sin^2. \alpha + \cos^2. \alpha} = \\ &= Av \cotg. \alpha \sin^2. \alpha - Av \tan g. \alpha \cos^2. \alpha = 0. \end{aligned}$$

Hieruit blijkt dus, dat het punt v als uitkomst verkregen wordt en bijgevolg dat de uitkomst SAINT-HILAIRE wordt verkregen, wanneer de twee uitkomsten tijdmetrelengte en breedteberekening ieder volgens hun gewicht in rekening worden gebracht. Strikt genomen, mogen de kansen van benadering voor SAINT-HILAIRE en tijdmetrelengte eerst gelijk beschouwd worden, wanneer de waarnemer zich op 0° breedte bevindt en ook de declinatie van het hemellicht $= 0$ is. Dan toch wordt de breedteparallel een grootcirkelboog, en geven beide methoden hetzelfde snijpunt.

Fig. 8.



De ligging van de verbeterde standplaats volgens SAINT-HILAIRE, die wij voortaan korthedshalve de benaderde plaats zullen noemen, kan op de navolgende wijze worden berekend. Zij fig. 8 t de gegiste standplaats en S de aardsche projectie van de zon op het oogenblik dat een topsafstand $= ST$ is waargenomen. Alsdan is in drieh. PtS :

$$\begin{aligned} Pt &= 90^\circ - \text{gegiste breedte} = 90^\circ - b. \\ \angle SPT &= \text{uurh. voor de plaats } t = P. \\ PS &= 90^\circ - \text{declinatie} = 90^\circ - d. \end{aligned}$$

Deze uurhoek voor de gegiste plaats t wordt gevonden door op den middelbaren tijd Greenwich op het oogenblik der waarneming de tijdvereffening en de gegiste lengte in tijd toe te passen. Men verkrijgt dan den gegisten waren tijd aan

boord, of den uurhoek van de ware zon op de gegiste plaats. Is een ander hemellicht dan de zon waargenomen, dan kan daarvan de uurhoek voor de gegiste plaats worden gevonden met de bekende formule:

$$\odot W^e. \text{ uurh. } + R. O. \odot = * W^e. \text{ uurh. } + R. O. *$$

Men behoeft dan den middelbaren tijd niet door toepassing der tijdvereffening tot waren tijd te herleiden, indien men slechts de rechte opklimming van de middelbare zon gebruikt, die onder het hoofd »Sidereal time" op blz. II van elke maand in den nautical almanac wordt gevonden.

Alsnu kan uit drieh. PtS de topsafstand $St = n$, die de gegiste topsafstand wordt genoemd, worden berekend als volgt:

$$\cos. St = \cos. PS \cos. Pt + \sin. PS \sin. Pt \cos. SPt.$$

$$\cos. n = \sin. b \sin. d + \cos. b \cos. d \cos. P.$$

$$\frac{\cos. n}{\sin. d} = \sin. b + \cos. b \cotg. d \cos. P.$$

Stellende $\cotg. d \cos. P = \text{tang. } \varphi$ dan wordt:

$$\frac{\cos. n}{\sin. d} = \sin. b + \cos. b \text{ tang. } \varphi = \frac{\sin. b \cos. \varphi + \cos. b \sin \varphi}{\cos. \varphi}$$

$$\cos. n = \frac{\sin. (b + \varphi)}{\cos. \varphi} \sin. d.$$

Dit is de gewone bekende formule voor de hoogteberekening, en waarbij moet worden acht gegeven op de teekens: zijn breedte en declinatie ongelijknamig dan geeft men d het negatieve teeken. terwijl ook $\cos. P$ negatief wordt, wanneer P grooter dan 6 uur is. Het eenige verschil dat de teekens kunnen aanbrengen is, dat φ positief of negatief moet genomen worden dus $b + \varphi$ of $b - \varphi$. Vindt men $\text{tang. } \varphi$ negatief dan kan ook in plaats van φ negatief te nemen, de stompe waarde van φ of $180^\circ - \varphi$ worden gebruikt, waardoor dezelfde uitkomst zal verkregen worden. Noemen wij nu den topsafstand, die door waarneming gevonden is, n' dan is:

$$Tt = n - n' = p.$$

Dit verschil in topsafstand, dat ook het verschil is in de waargenomen en de berekende hoogte, zullen wij voortaan het *hoogteverschil* noemen.

Voor de berekening van den hoek $PtS = t$, dien wij vroeger het gegist azimuth hebben genoemd, laten wij uit S een loodrechten boog SA op Pt neder, alsdan is in den bolvormigen rechth. drieh. SAP :

$$\text{tang. } AP = \text{tang. } SP \cos. SPA = \cotg. d \cos. P = \text{tang. } \varphi \text{ derhalve:}$$

$$AP = \varphi \text{ en } At = Pt - AP = 90^\circ - (b + \varphi)$$

Voorts is in de bolv. rechth. driehoeken: APS en AtS:

$$\text{tang. AS} = \sin. AP \text{ tang. SPA} = \sin. At \text{ tang. StA.}$$

$$\text{of: } \sin. \varphi \text{ tang. P} = \cos. (b + \varphi) \text{ tang. t.}$$

$$\text{dus } \cotg. t = \frac{\cos. (b + \varphi)}{\sin. \varphi} \cotg. P.$$

Omtrent de teekens valt op te merken, dat $\cos. (b + \varphi)$ negatief wordt, wanneer $b + \varphi$ grooter dan 90° wordt, dat $\sin. \varphi$ negatief wordt, wanneer φ negatief is en $\cotg. P$ neg. wordt, wanneer P grooter dan 6° is; $\cotg. t$ kan dus positief of negatief worden. In het laatste geval neemt men de stompe waarde $180^\circ - t$.

Alsnu is in drieh. PTt bekend:

$$Tt = p$$

$$Pt = 90^\circ - b$$

$$\angle PtT = t$$

zoodat daaruit PT of het complement der breedte van de benaderde plaats en $\angle TPt$ of het lengteverschil tusschen de benaderde en de gegiste plaats kan worden gevonden. Die berekening kan echter veel vereenvoudigd worden door het hoogteverschil p te beschouwen als een stukje van een loxodroom, waarvan het berekende azimuth t de koershoek is. Daar p eene kleine waarde voorstelt is dit voor de praetijk altijd geoorloofd. Men leidt dus de ligging van de benaderde plaats af uit die der gegiste plaats met behulp der gewone koers- en verheidsrekening voor eene verheid $= p$ en een koershoek $= t$. De streektabel in graden (Tafel VI^A, BROUWER 2^e ed.) is daarvoor zeer gemakkelijk, terwijl de $\Delta 1$ het gemakkelijkst gevonden wordt, door de afwijking te vermenigvuldigen met den nat. secans van de gegiste breedte. (Tafel IV^B, BROUWER 2^e ed.). Ten einde zich niet met den koers waarin T van t ligt te vergissen, verdient het aanbeveling een figuurtje te teekenen, zoodra men den gegisten topsafstand en het azimuth heeft berekend.

Is dan de berekende topsafstand kleiner dan de waargenomen, dan ligt de gegiste plaats binnen de hoogteparallel en moet de koers van t naar T van het hemellicht afgaande worden genomen, dus juist tegengesteld aan het berekende azimuth. Is de berekende topsafstand grooter dan de waargenomen, zoodat de gegiste plaats

buiten de hoogteparallel valt, dan moet de koers evenals het azimuth worden genomen, dus alsof naar het hemellicht toe werd gestuurd. Dit maakt voor het opzoeken in de streektabel geen verschil; men neemt voor t altijd de scherpe waarde in volle graden en zoekt voor eene verheid p de verand. breedte en de afwijking, die vermenigvuldigd met $\sec. b$ dadelijk de verand. lengte geeft. Als hulpmiddel om vergissingen te voorkomen, kan nog dienen, dat het hoogteverschil $p = n - n'$ negatief zijnde, ook het azimuth tegengesteld moet worden genomen om den koers van t naar T te verkrijgen.

[Ten einde te doen zien, dat geen fout van beteeekenis wordt gemaakt, wanneer het hoogteverschil p als een stukje van een loxodroom wordt beschouwd, zullen we de breedte van de benaderde plaats, die wij b' zullen noemen en $\angle Tpt$ of het lengteverschil $= \triangle l$ tusschen de benaderde en de gegiste plaats ook direct uit drieh. PtT berekenen. Wanneer dan daarbij de vereenvoudigingen worden toegepast, die voor kleine hoeken geoorloofd zijn, komt men geheel terug op de loxodromische oplossing. Wij hebben namelijk:

$$\cos. PT = \cos. Tt \cos. Pt + \sin. Tt \sin. Pt \cos. PtT$$

$$\sin. b' = \cos. p \sin. b + \sin. p \cos. b \cos. t$$

$$\frac{\sin. b'}{\cos. p} = \sin. b + \text{tang. } p \cos. b \cos. t$$

$$\text{stellende } \text{tang. } p \cos. t = \text{tang. } \varphi'$$

$$\frac{\sin. b'}{\cos. p} = \sin. b + \cos. b \text{ tang. } \varphi'$$

$$\sin. b' = \frac{\sin. (b + \varphi')}{\cos. \varphi'} \cos p.$$

Nu is $\text{tang. } \varphi'$ altijd kleiner dan $\text{tang. } p$ dus $\varphi' < p$ en daar p reeds eene kleine waarde voorstelt, mogen we dus zoowel $\cos. p$ als $\cos. \varphi' = 1$ stellen. Alsdan wordt:

$$\sin. b' = \sin. (b + \varphi')$$

$$\text{of: } b' = b + \varphi'$$

φ' stelt dus ten naastenbij de veranderde breedte voor tusschen de gegiste plaats en de benaderde plaats en daar φ' wordt gevonden door de formule:

$$\text{tang. } \varphi' = \text{tang. } p \cos. t$$

$$\text{of: } \varphi' \text{ tang. } 1'' = p \cos. t \text{ tang. } 1''$$

$$\text{of: } \varphi' = p \cos. t.$$

kunnen wij dus ook de veranderde breedte φ' uit de streektabel

vinden, door voor een koershoek = het gegiste azimuth t en eene verheid p de veranderde breedte op te zoeken.

Voor de berekening van $\triangle l$ tusschen de gegiste en de benaderde plaats geeft ons driehoek PTt :

$$\begin{aligned} \sin. Tt : \sin. TPt &= \sin. PT : \sin. PtT. \\ \text{of: } \sin. p : \sin. \triangle l &= \cos. b' : \sin. t. \\ \text{dus } \sin. \triangle l &= \frac{\sin. p \sin. t}{\cos. b'}. \end{aligned}$$

Ook deze formule kunnen wij, omdat $\triangle l$ en p kleine waarden voorstellen, aldus schrijven:

$$\begin{aligned} \triangle l \sin. 1'' &= \frac{p \sin. t \sin. 1''}{\cos. b'} \\ \text{of } \triangle l \cos. b' &= p \sin. t. \end{aligned}$$

Beschouwen wij dus weder p als verheid en t als gestuurden koers, dan wordt $\triangle l \cos. b'$ de afwijking, die weder in de streektafel kan opgezocht worden, en die door vermenigvuldiging met $\sec. b'$ of door middel van taf. VII van BROUWER tot $\triangle l$ kan herleid worden. Hieruit blijkt, dat, wanneer men bij de rechtstreekse berekening der breedte en lengte van de benaderde plaats de vereenvoudiging, die voor kleine bogen geoorloofd is, toepast, eigenlijk de uitkomst berekend wordt, alsof Tt een stukje van een loxodroom voorstelt.]

Is nu het waargenomen hemellicht de zon, dan is dus de loop der bewerking als volgt:

Herleid de aanwijzing van den tijdmetr door toepassing van stand tot middelb. tijd Greenw. op het oogenblik der waarneming.

Herleid daarmede de declinatie en tijdvereffening tot het oogenblik der waarneming.

Herleid den middelb. tijd Greenw. door toepassing der verbeterde tijdvereffening tot waren tijd Greenw., waarop de gegiste lengte in tijd toegepast wordt om den gegisten waren tijd $a. b$ te vinden. Voor de verdere berekening gebruikt men den Oostelijken of Westelijken uurhoek altijd kleiner dan 12 uur.

Herleid de gemeten hoogte tot ware middelpuntshoogte.

Bereken den gegisten topsafstand en het gegiste azimuth.

Bereken de breedte en lengte der benaderde plaats met koers- en verh. rekening uit de gegiste plaats.

Voorbeeld. Den 10^{en} Mei 1888, des morgens ongeveer te 9^u 30^m, is op 52° 10' geg. N.br. en 5° 20' geg. O.l^e met het oog 5 meter boven water waargenomen: Aanw. tijd. = 5^u 14^m 12^s ⊙ h = 44° 40'.

Indien op dat oogenblik de tijdmet 3^u 51^m 48^s na is op den middelb. tijd (greenw. vraagt men de breedte en lengte der benaderde plaats?

Aanw. tijd. = 5^u 14^m 12^s, 0 10 Meite 0^u m.t. Gr. ⊙ N. decl. = 17° 48' 29" Tijdvereff. = 3^m 46^s, 9 (Bij t. midd. tijd)

Stand = 3^u 51^m 48^s, 0 Verand. in — 2^u, 9 = 1' 52" (—) = 0^s, 2 (—)

Midd. tijd Gr. = 9^u 6^m 0^s, 0 Verb. deel. = 17° 46' 37" verb. Tijd. = 3^m 46^s, 7.

Tijdvereff. = 3^m 46^s, 7

Ware tijd Gr. = 9^u 9^m 46^s, 7

Geg. O.l^e in tijd = 21^m 20^s, 0

Geg. ware t. a. b. = 9^u 31^m 6^s, 7

Geg. ⊙ O^e. uurl. = 2^u 28^m 53^s, 3 l cos. = 9.901075 l cotg. = 0.119387

l cotg. d = 0.494009 l sin = 9.484744

Gen. ⊙ h = 44° 40' 0" tang. φ = 0.305084

k = 3' 58" φ = 68° 4' 6" l sec. = 0.427708 l cosec. = 0.632625

Sch. loc. ⊙ h = 44° 36' 2" b = 52° 10'

R — p = 0' 53" b + φ = 120° 14' 6" l sin. = 9.936498 l cos. = 9.702041 (—)

Ware ⊙ h = 44° 35' 9" l cos. n = 9.848950 l cotg. t = 9.854053 (—)

¹/₂ m = 15' 52" n = 45° 4' 14" t = 125° 33'

Ware ⊕ h = 44° 51' 1" n' = 45° 8' 59" Azim. = N. 125° 33' 0.

n' = 45° 8' 59" n — n' = p = 4' 45" (—)

De berekende topsafstand is kleiner dan de waargen. De gegiste plaats valt dus binnen de hoogte-parallel, zoodat de koers van t naar T' Z 125¹/₂° W = N. 54¹/₂° W. is. Volgens tafel VIa van Brouwer 2^e ed. Voor 54¹/₂° koers. geeft 4.75 verh. 2.7 verand. br. en 3.8 afw.

N.br. t = 52° 10' O.l^e. t = 5° 20'

Verand. N. = 2.7 Verand. W. = 6.2

N.br. T = 52° 12.7 O.l^e. T = 5° 13.8

Middelb. = 52° 11' nat. sec. = 1.63

Δ l = 1.63 × 3.8 = 6.2.

Voorbeeld. Den 2ⁿ Aug. 18 . . . op 52°30' gegiste N.br. en 32°15' geg. W.l.^e is des avonds ongeveer te 7^u waar-

genomen:

Indien de tijd. 2^u51^m30^s na is op den middelb. tijd Gr. vraagt men de breedte en lengte der benaderde plaats?

Men vindt in den almanac. 2 Aug. te 0^u m. t. Gr. AR midd. ☉ = 8^u44^m14^s 7

2 » » » » » AR Venus = 10^u20^m3^s 7 Ndecl. = 11°59' 3"

3 » » » » » AR » = 10^u24^m41^s 6 N » = 11°31' 52"

E. H. Verschilz. Venus = 5^u 6

Aanw. tijd. = 6^u14^m28^s 2 Aug. te 0^u Gr. AR midd. ☉ = 8^u44^m14^s 7 . . . AR Venus = 10^u20^m 3^s 7 . . . Ndecl. = 11°59' 3"

Stand. = 2^u51^m30^s (+) verand. in 9^u 1

Midd. t. Gr. = 9^u 5^m58^s 2 Aug. te 9^u 1 AR midd. ☉ = 8^u45^m44^s 4 . . . AR Venus = 10^u21^m49^s 1

Geg. W.l.^e in tijd. = 2^u 9^m

Geg. midd. t. a. b. = 6^u56^m58^s

AR midd. ☉ = 8^u45^m44^s 4

Geg. AR merid. = 15^u42^m42^s 4

AR Venus = 10^u21^m49^s 1

G.W.^e uurh. Ven. = 5^u20^m53^s 3

d = 11°48'45"

l. cos. = 9.230012

l. cotg. = 0.679566

l. sin. = 9.311137

l. tg. φ = 9.909578

φ = 39° 4' 41"

b = 52° 30'

φ + b = 91° 34' 41"

l. sin. = 9.999835

l. cos. n . . . = 9.420949

n . . . = 74°42'58"

n' . . . = 74°37'14"

n - n' = p = 5'44" (+)

p = 5'7

In 8 str. geeft 5'7 verh. 5,7 afw. = 9'3 verand. l.

N.br. t = 52° 30'

W.l.^e t = 32° 15'

verand. Z = 0'

verand. W = 9'3

N.br. T = 52° 30'

W.l.^e T = 32° 24' 3.

Gen. h. Venus . . . = 15° 30'

k . . . = 3' 51"

Sch. loc. h . . . = 15° 26' 9"

R . . . = 3' 28"

Ware loc. h . . . = 15° 22' 41"

p . . . = 5"

Ware hoogte . . . = 15° 22' 46"

n' . . . = 74° 37' 14"

Voorbeeld. Den 22^{en} Februari 18... op 48° 48' geg. Z.br. en 7° geg. W.l^e is ongeveer te 6^u 's avonds waargenomen: Aanw. Tijd. = 3^u 44^m 2^s. Gemeten hoogte Aldebaran = 23° 18' 30" Kind. = 3' 58".

Indien de stand van den tijdruiter 1^u 56^m 45^s, 5 (+) bedraagt, vraagt men de breedte en lengte der benaderde plaats?

Men vindt in den almanac: 22 Febr. te 0^u m.t. Gr. AR midd. ☉ = 22^u 9^m 20^s, 77

AR Aldebaran = 4^u 27^m 43^s, 5. N decl. = 16° 13' 13".

Aanw. tijd. = 3^u 44^m 2^s, 0

Stand = 1^u 56^m 45^s, 5 (+)

Midd. tijd Gr. = 5^u 40^m 47^s, 5

Geg. W.l^e in tijd. . = 0^u 28^m

Geg. midd. t. a. b. . = 5^u 12^m 47^s, 5

AR midd. ☉ = 22^u 10^m 10^s, 97

Geg. AR merid. = 27^u 23^m 4^s, 47

AR * = 4^u 27^m 43^s, 5

Geg. W^e. * uurh. = 22^u 55^m 21^s, 0

O^e. * uurh. = 1^u 4^m 39^s l cos. = 9.982487

d = 16° 13' 13" l cotg. = 0.536239 (—) l sin. = 9.446120

l tg. φ = 0.518726 (—)

Gem. h Ald. = 23° 18' 30"

K = 3' 58"

Sch. h. Ald. = 23° 14' 32" b + φ = 24° 20' 58" (—) l sin. = 9.615214

R = 2' 15"

Ware h = 23° 12' 17"

n' = 66° 47' 43"

l cos. n = 9.599121

n = 66° 35' 25"

n' = 66° 47' 43"

l cotg. t = 0.516476 (—)

t = 163° 4'

Azim. = Z. 163° 40'

n - n' = 12' 18" (—) koers v. t naar T: N. 163° 4' W. = Z. 17° W.

p = 12' 3" (—)

In 17° koershoek geeft 12' 3" verh. 11,7 verand. br. en 3,8 afw. = 5', 77 verand. lengte

Z.br. t = 48° 48' W.l. t = 7° 0'

Verand. Z = 11' 42" Verand. W. = 5' 46"

Z.br. T = 48° 59' 42" W.l^e. T = 7° 5' 46".

Voorbeeld. Den 6^{en} Mei 18... op 36° 15' gegiste Z.br. en 44° 40' geg. O.l.^e is met het oog 13 voet boven water des namidd. ongeveer te 5^u 20^m waargenomen:

Aanw. Tijdmeter = 3^u 14^m 36^s Maans bovenrandshoogte = 17° 45' 10".

Indien de tijdmeter 0^u 56^m 16^s vóór is op den midd. tijd Greenw. vraagt men de breedte en lengte der benaderde plaats?

Men vindt in den almanac: 6 Mei te 2^u m. t. Gr. ζ AR = 13^u 7^m 20^s 75 verand. in 10^m 17^s 73

» » » » » ζ Zdecl. = 8° 25' 29" 5 » » » 136" 9 (+)

» » » » » ζ ½ m. = 14' 46" 5 ζ E. H V = 54' 5" 8

» » » » » » = 14' 45" 4 » » » = 54' 1" 7

» » » » » » AR midd. $\odot$ = 2^u 57^m 9^s 24

Aanw. tijdm... = 3^u 14^m 36^s 0

Stand = 0^u 56^m 16^s 0 (-) 6 Meite 0^u m. t. Gr. AR midd. $\odot$ = 2^u 57^m 9^s 24... ζ ½ m. = 14' 46" 5 ζ EHV = 54' 5" 8

Midd. tijd Gr. = 2^u 18^m 20^s 0 verand. in 2^u 3 = 22^s 7 = 0" 2 = 0" 8

Geg.O.l.^e in tijd = 2^u 58^m 40^s 0 te 2^u 3^m t. Gr. AR. m. $\odot$ = 2^u 57^m 31^s 9... ζ ½ m. = 14' 46" 3 ζ EHV = 54' 5"

» midd. t. a. b. = 5^u 17^m 0^s 0 6 Meite 2^u n. t. Gr. ζ AR = 12^u 7^m 20^s 75... ζ decl. = 8° 25' 29" 5 taf. XVIII = 4"

AR midd. $\odot$.. = 2^u 57^m 31^s 9 verand. in 18^m 3 = 32^s 44 = 4' 6" 4 ζ H.V. ... = 541"

Geg. AR. merid. = 8^u 14^m 31^s 9 te 2^u 18^m 3 ζ AR. = 13^u 7^m 53^s 19... ζ decl. = 8° 29' 36". Term. taf. XX = 48' 28"

26

l. cos. = 9,457447 l. cotg. = 9,476073

l. cotg. = 0,825846 l. sin. = 9,169364

l. tg. φ = 0,283293 l. sec. = 0,335412 l. cosec. = 0,052121

φ = 62° 29' 15" δ = 36° 15'

b + φ = 98° 44' 15" l. sin. = 9,994930 l. cos. = 9,181580 (-)

l. cos. n. = 9,499706 l. cotg. t. = 8,709774 (-)

n = 71° 34' 41" t. = 92° 56'

n' = 71° 44' 43" Azim. = Z. 93° 00

p = n - n' = 10' (-) Koers van t naar T: N 93° W = Z 87° W.

In 87° koers h. geeft 10' verh. ... 0',5 verand. br. en 10' afw. = 12',4 verand. l.^e.

Z.br. t = 36° 15' O.l.^e t = 44° 40'

verand. Z = 0',5 verand. W = 12',4

Z.br. T = 36° 15',5 O.l.^e T = 44° 27',5

De rechtstreeksche berekening van de ligging der benaderde plaats, zonder koers- en verheid-rekening, geschiedt het eenvoudigst met behulp der Neperiaansche analogieën. Noemen wij namelijk het complement van de gegiste breedte a den gegisten uurhoek P , en het complement van de declinatie Δ , dan is in den bolv. driehoek $P t S$: *te fig 8*

$$\text{tang. } \frac{1}{2} (S + t) = \frac{\cos. \frac{1}{2} (a - \Delta)}{\cos. \frac{1}{2} (a + \Delta)} \cotg. \frac{1}{2} P.$$

$$\text{tang. } \frac{1}{2} (S - t) = \frac{\sin. \frac{1}{2} (a - \Delta)}{\sin. \frac{1}{2} (a + \Delta)} \cotg. \frac{1}{2} P.$$

Hieruit kan de hoek S worden opgelost en vervolgens uit drieh. $P S T$ (T de benaderde plaats) de hoeken $S P T$ en $S T P$ op dezelfde wijze worden gevonden. Noemende namelijk hoek $S P T$, of den uurhoek van de benaderde plaats P' , hoek $S T P$ of het azimuth voor de benaderde plaats T , en den waargenomen topsafstand ST weder n' , dan is:

$$\text{tang. } \frac{1}{2} (T + P') = \frac{\cos. \frac{1}{2} (\Delta - n')}{\cos. \frac{1}{2} (\Delta + n')} \cotg. \frac{1}{2} S$$

$$\text{tang. } \frac{1}{2} (T - P') = \frac{\sin. \frac{1}{2} (\Delta - n')}{\sin. \frac{1}{2} (\Delta + n')} \cotg. \frac{1}{2} S.$$

De breedte der benaderde plaats of $90^\circ - P T = b'$ wordt verder gevonden door de formule:

$$\cos. b' = \frac{\sin. S \sin. n'}{\sin. P'}.$$

Deze oplossing is streng nauwkeurig en heeft het voordeel, dat ook werkelijk het azimuth voor de benaderde plaats zelf wordt berekend. De berekening is wel eenigszins langwijziger dan de reeds opgegeven oplossing, doch de kans op vergissingen is gering, omdat men voor P' altijd eene waarde verkrijgen moet, die weinig van den gegisten uurhoek P verschilt. Zijn breedte en declinatie ongelijknamig, dan moet $\Delta = 90^\circ + d$ worden genomen en ook zal niet licht de hoek t voor hoek S worden genomen, wanneer men slechts bedenkt, dat even als bij het grootcirkelzeilen de hoek S de hoek van afvaart is voor een grootcirkeltrek van de aardse projectie van het hemellicht naar de gegiste standplaats.

Als voorbeeld zullen wij het navolgende vraagstuk volgens beide methoden oplossen:

Den 10^{en} Juni 18.... op 48° 54' gegiste N.br. en 22° 45' gegiste W.l.^e is met het oog 12 voet boven water ongeveer 's morgens te 9^u 30^m waargenomen: Aanwijzing tijd. = 8^u 13^m 44^s ⊙ h = 50° 57'.

Indien op dat oogenblik de stand van den tijdmetr tot midd. tijd Greenw. 2^u 47^m 30^s (+) bedraagt, vraagt men de breedte en lengte der benaderde plaats? Men vindt in den almanac:

10 Juni te 0^u midd. tijd. Gr. ⊙ N. decl. = 23° 4' 21" verand. in 1^u...., 10", 8 (+)
 » » » » » Tijdvereff. = 0^m 44^s, 5 » » » » 0^s, 5 (—)
 (Bijtellen bij midd. tijd).

1^e oplossing.

Aanw. tijd. = 8^u 13^m 44^s, 0
 Stand. = 2^u 47^m 30^s, 0 (+)
 Midd. tijd Gr. = 11^u 1^m 14^s, 0
 Tijdvereff. = 0^m 45^s, 0 (+)
 Ware tijd Gr. = 11^u 1^m 59^s, 0
 Geg. W.l. in tijd .. = 1^u 31^m 0^s, 0
 Geg. ware tijd a. b. = 9^u 30^m 59^s, 0
 O^e. P = 2^u 29^m 1^s, 0 l cos. = 9.900890 l cotg. = 0.118882
 d = 23° 4' 10" l sin. = 9.593116
 l tg. φ = 0.271577
 φ = 61° 50' 58" l sec. = 0.326251 l cosec. = 0.054674
 b = 48° 54'
 b + φ = 110° 44' 58" l sin. = 9.970876 l cos. = 9.549349 (—)
 l cos. n = 9.890243 l cotg. t = 9.722905 (—)
 n = 39° 2' 33" t = 117° 51'
 n' = 38° 51' 20" Azim. = N. 118° 00'

n — n' = p = 11' 13" koers van t.... T: Z. 62° 0.

In 62° koershoek geeft 11' 2 verh. 5,3 verand. br. en 9' 9 afw. = 15' verand. l^e.

Nbr. t = 48° 54' W.l.^e t = 22° 45'

Verand. Z. = 5' 3 verand. 0 = 15'

N.br. T = 48° 48' 7 W.l.^e T = 22° 30'.

2^e oplossing.

$$P = 2^u 29^m 1^s 0 \quad \frac{1}{2} P = 1^u 14^m 30^s,5$$

$$\Delta = 66^\circ 55' 50''$$

$$a = 41^\circ 6'$$

$$a - \Delta = 25^\circ 49' 50'' \quad (-) \quad \frac{1}{2} (a - \Delta) = 12^\circ 54' 55'' \quad (-) \quad 1 \cos. = 9,988871 \quad 1 \sin. \dots = 9,349297 \quad (-)$$

$$a + \Delta = 108^\circ 1' 50'' \quad \frac{1}{2} (a + \Delta) = 54^\circ 0' 55'' \quad 1 \sec. = 0,230940 \quad 1 \operatorname{cosec.} \dots = 0,091959$$

$$\frac{1}{2} P = 1^u 14^m 30^s,5 \quad 1 \cotg. = 0,472288 \quad 1 \cotg. \dots = 0,472288$$

$$1 \operatorname{tg.} \frac{1}{2} (S + t) = 0,692099 \quad 1 \operatorname{tg.} \frac{1}{2} (S - t) = 9,913544 \quad (-)$$

$$\frac{1}{2} (S + t) = 78^\circ 30' 52''$$

$$\frac{1}{2} (S - t) = 39^\circ 20' 4'' \quad (-)$$

$$S = 39^\circ 10' 48''$$

$$\Delta = 66^\circ 55' 50''$$

$$n' = 38^\circ 51' 20''$$

$$\Delta - n' = 28^\circ 4' 30'' \quad \frac{1}{2} (\Delta - n') = 14^\circ 2' 15'' \quad 1 \cos. = 9,986833 \quad 1 \sin. \dots = 9,384813$$

$$\Delta + n' = 105^\circ 47' 10'' \quad \frac{1}{2} (\Delta + n') = 52^\circ 53' 35'' \quad 1 \sec. = 0,219462 \quad 1 \operatorname{cosec.} \dots = 0,098263$$

$$\frac{1}{2} S = 19^\circ 35' 24'' \quad 1 \cotg. = 0,448687 \quad 1 \cotg. \dots = 0,448687$$

$$1 \operatorname{tg.} \frac{1}{2} (T + P') = 0,654982 \quad 1 \operatorname{tg.} \frac{1}{2} (T - P') = 9,931763$$

$$\frac{1}{2} (T + P') = 77^\circ 31' 14''$$

$$\frac{1}{2} (T - P') = 40^\circ 31' 2''$$

$$T = 118^\circ 2' 16'' \quad \text{Azim.} = N. 118^\circ 0$$

$$P' = 37^\circ 0' 12'' \quad 1 \operatorname{cosec.} = 0,220503$$

$$\text{in tijd} = 2^u 28^m 0^s,8 \quad 1 \sin n' = 9,797516$$

$$\text{ware tijd a. b.} = 9^u 31^m 59^s,2 \quad 1 \sin S = 9,800552$$

$$\gg \text{Gr.} = 11^u 1^m 59^s,0 \quad 1 \cos. b' = 9,818571$$

$$W.l^e \text{ in tijd} = 1^u 29^m 59^s,8$$

$$\text{Benaderde plaats } W.l^e = 22^\circ 30'$$

$$N.br. = 48^\circ 48' 45''.$$

Deze rechtstreeksche oplossing verdient de voorkeur boven die uit driehoek PtT , waarbij men altijd in kleine hoeken vervalt.

HOOFDSTUK III.

Hoogtelijnen.

Behalve dat één hoogte ons in staat stelt de gegiste standplaats te verbeteren, m. a. w. de ware plaats te benaderen, geeft zij ons tevens een lijn op aarde, waarop zich het schip bevinden moet. Deze lijn is een gedeelte der hoogteparallel omstreeks de gegiste standplaats, doch daar zulke cirkelbogen in de wassende kaart overgaan als kromme lijnen, waarvan de constructie minder eenvoudig is, brengt men koorden of raaklijnen in kaart, die *hoogtelijnen* worden genoemd. Men neemt dan aan, dat op zulk eene hoogtelijn de ware plaats van het schip moet gelegen zijn, doch daarvoor moet zij ook nagenoeg samenvallen met de kromme en dus de ware plaats van het schip niet te ver van het raakpunt of van het middelpunt der koorde zijn gelegen. Dit nagenoeg samenvallen van hoogtelijn en kromme zal men des te eerder mogen aannemen, naarmate de hoogteparallel minder sterk gekromd is; van daar, dat groote topsafstanden voordeelig voor het gebruik van hoogtelijnen zijn. Op het gebruik en het nut der hoogtelijnen voor de practijk werd het eerst de aandacht gevestigd door den Amerikaanschen gezagvoerder SUMNER. Deze bevond zich in den winter van 1837 met zijn schip onder de Iersche kust, en had sedert het passeeren van den meridiaan van 21 W.l°. geene observatiën voor plaatsbepaling kunnen verkrijgen. De bestemming was Greenock en in den nacht van 17 December volgens gegist bestek nog 10 g. m. van Tuscar-licht staande, werd met ZO. wind en dik ruw weder ONO. sturende, zoo hoog mogelijk aan den wind gehouden. Met den dag was nog niets in 't zicht, het weder stormachtig en eerst des morgens te 10^u

30^m kon eene goede zonshoogte worden gemeten. De daarmede berekende tijdmetrelengte gaf 15' Oostelijker dan de gegiste, doch aangezien ongeveer 135 g. m. waren afgelegd zonder behoorlijke plaatsbepaling, verdiende de gegiste breedte, die voor de berekening was gebruikt, weinig vertrouwen. Daarom berekende hij met dezelfde hoogte en declinatie nog tweemaal de lengte, waarbij de breedte beurtelings 10' Noorderlijker en Zuidelijker dan de eerstgebruikte genomen werd. De drie aldus berekende punten werden op de kaart afgezet, waaruit bleek, dat ze juist op eene rechte lijn waren gelegen, waarvan de richting ONO. dicht langs het lichtschip van Small viel. Aanstonds zag hij in, dat die lijn een gedeelte der hoogteparallel moest zijn, waarop het schip zich bevinden moest; daardoor kon hij veilig den koers ONO., waarmede die lijn gevolgd werd, behouden en SUMNER had de zelfvoldoening van reeds binnen het uur het practische nut zijner beschouwingen te ondervinden, toen ook werkelijk het lichtschip van Small vooruit in 't zicht kwam.

Door de breedte slechts 10' te laten veranderen gebruikte SUMNER zulk een klein gedeelte van de hoogteparallel, dat de kromming niet merkbaar was op de kaart, vooral ook, omdat op die breedte in den winter de waargenomen topsafstand groot moet zijn geweest. Eigenlijk toch waren het twee koorden van de kromme, die in de wassende kaart de hoogteparallel voorstelt, en dus loxodromen tusschen de drie benaderde plaatsen, die de berekening van de tijdmetrelengte voor drie verschillende breedten geeft. Aannemende nu, dat die koorden nog als samenvallend met de kromme mogen beschouwd worden, zal men hetzelfde mogen aannemen van de raaklijn aan de kromme, gaande door het middelste der drie gebruikte punten, en het is dan ook deze raaklijn, die wel voor hoogtelijn wordt genomen. Die raaklijn staat namelijk loodrecht op de azimuthale richting in het raakpunt en berekent men dus met de tijdmetrelengte het azimuth met dezelfde gegevens, dan zal de lijn, gaande door de plaats die de tijdmetrelengteberekening geeft en loodrecht getrokken op de berekende azimuthale richting van het hemellicht, de gevraagde hoogtelijn zijn. De vraag is slechts, aan welken eisch moet eene raaklijn aan de kromme in de eerste plaats voldoen, zal ze als hoogtelijn mogen gebruikt worden; deze is, dat

het gebruikte raakpunt de beste kansen moet opleveren van dicht bij de ware plaats te zijn gelegen, en zooals wij bij de behandeling der benaderde plaatsen hebben gezien, zijn die kansen het beste voor de benaderde plaats van MARCQ-SAINT-HILAIRE. Bovendien behoort bij de berekening van deze benaderde plaats die van het azimuth, zoodat eene hoogtelijn volgens SAINT-HILAIRE onmiddellijk na het berekenen van de ligging der benaderde plaats in kaart kan gebracht worden. Men behoeft daarvoor slechts een rechte lijn te trekken, gaande door de benaderde plaats, loodrecht op de azimuthale richting van het hemellicht. Strikt genomen begaat men eene kleine fout door het azimuth van de gegiste plaats gelijk aan dat van de benaderde plaats te nemen, want de grootcirkelboog, waarop die beide plaatsen liggen, snijdt elken opvolgenden meridiaan onder verschillende hoeken. Maar wij hebben ook gezien dat geene fout van beteekenis wordt gemaakt, wanneer het grootcirkelboogje tusschen die beide plaatsen als een loxodroom wordt aangenomen, en dan mag ook het azimuth als onveranderd worden beschouwd.

Verlangt men in plaats van eene raaklijn eene koorde van SUMNER als hoogtelijn te gebruiken, dan kan men de gegiste breedte bij de tijdmetrelengeteberekening meermalen laten veranderen en op die wijze een aantal punten der hoogteparallel, en daarmee een gebroken lijn in kaart brengen, die zeer nauwkeurig de meetkunstige plaats van het schip voorstelt. Echter is deze berekening vrij langwijdig, want elke tijdmetrelengete moet worden berekend, omdat voor het hier genoemde doel geen gebruik mag worden gemaakt van de tafels zooals XXXII van BROUWER, waarin de verandering in lengte voor 1' misgissing in breedte wordt gevonden. Berekent men namelijk met deze tafels de lengten voor eenige verschillende breedten, dan zal men altijd vinden, dat de verkregen punten op één rechte lijn zijn gelegen, en wel, omdat men verschillende punten van eene raaklijn aan de kromme berekent. Genoemde tafels zijn namelijk berekend naar de formule:

$$-dP = \left\{ \frac{\text{tg. } b}{\text{tg. } P} - \frac{\text{tg. } d}{\sin. P} \right\} db.$$

Voert men in deze formule het azimuth in door de waarden:

$$\sin. P = \frac{\cos. h}{\cos. d} \sin. T \text{ en}$$

$$\cos. P = \frac{\sin. h - \sin. b \sin. d}{\cos. b \cos. d}$$

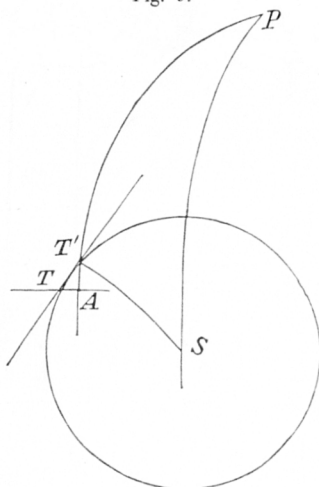
te substitueeren dan wordt:

$$dP = \frac{db}{\cos. b \operatorname{tg}. T}$$

of daar $dP = dl$ is

$$\Delta l = \frac{\Delta b}{\cos. b \operatorname{tg}. T}$$

Fig. 9.



Trekken wij nu (fig. 9) door het punt T van eene hoogteparallel eene raaklijn en nemen wij het stukje TT' van die raaklijn zoo klein, dat het nog als samenvallend met den cirkel mag beschouwd worden, dan zal het driehoekje TAT', dat gevormd wordt door de parallel van T en den meridiaan van T' te trekken, als plat en rechthoekig in A mogen beschouwd worden. Alsdan is:

$$AT = AT' \operatorname{tg}. TT' \quad A = AT' \operatorname{cotg}. PT'S$$

of $\text{afw.} = \Delta b \operatorname{cotg}. T$

$$\text{bijgevolg: } \Delta l = \text{afw. sec. } b = \frac{\Delta b}{\cos. b \operatorname{tg}. T}.$$

Dezelfde formule dus als hierboven gevonden en waaruit blijkt, dat tafel XXXII van BROUWER ons verschillende punten van de raaklijn TT' doet vinden, maar geen punten van de hoogteparallel zelf, waardoor wij koorden in kaart zouden kunnen brengen. Eigenlijk doet deze tafel ons verschillende punten vinden van een loxodroom, waarvan de koershoek $= T$ is. Tevens blijkt hieruit, dat tafel XXXII slechts nauwkeurig blijft voor een beperkt aantal minuten misgissing in breedte. Wordt die misgissing te groot, dan zal vooral bij een azimuth, dat 0° of 180° nadert, het gevonden punt der raaklijn belangrijk van den cirkelboog kunnen afwijken. Heeft men den uurhoek voor de tijdmetrelengte of een gegisten topsafstand voor eene benaderde plaats berekend, dan kan tafel XXXII ook dienen om op gemakkelijke wijze het azimuth te vin-

den. Wij hebben namelijk $\cotg. T = \frac{\text{afw.}}{\Delta b}$ of voor $\Delta b = 1'$ is $\cotg. T = \Delta 1 \cos. b$. Hierin is $\Delta 1 = A \pm B$ uit bedoelde tafel en dat met behulp van tafel VIII van BROUWER tot afw. herleid, geeft onmiddellijk de nat. $\cotg.$ van het azimuth. Tafel IV^A BROUWER 2^e editie geeft de natuurlijke cotangenten en mitsdien onmiddellijk het azimuth. Hierbij zij men indachtig dat tafel IV^A voor een straal = 100000 is gegeven zoodat de gevonden afwijking nog met dit getal moet vermenigvuldigd worden. Omtrent de scherpe of stompe waarde van T die men aldus vindt, kan nimmer twijfel bestaan, indien men slechts bedenkt dat de stompe waarde moet genomen worden, wanneer het hemellicht rijzende is en den eersten verticaal reeds gepasseerd is, of wanneer het dalende den eersten verticaal nog niet bereikt heeft. Is de declinatie grooter dan de gelijknamige breedte, zoodat het hemellicht niet in den eersten verticaal komt, dan moet altijd de scherpe waarde van T worden genomen. Overigens geldt weer de bekende regel voor de benoeming van het azimuth, namelijk gelijknamig met de breedte en geteld naar het Oosten of Westen al naar gelang het hemellicht rijzend of dalend is.

Voorbeeld 1. Op 40° N.br., terwijl de zons N.declinatie = 15° is, vindt men voor den zons Oostelijken uurh. 3^u 32^m. Men vraagt het azimuth?

In tafel XXXII voor $P = 3^u 32^m$ en $b = 40^\circ$ $A = 0.632$

» » » » » » » $d = 15^\circ$ $B = 0.335$

$$A - B = 0.297 = 0.227 \text{ afw.}$$

$$\text{nat. } \cotg. T = 22700. \quad T = 77^\circ 12'$$

$$\text{Azimuth. N. } 102^\circ 48' 0.$$

De stompe waarde van T moet genomen worden omdat blijkens taf. XXIV van BROUWER, waarin de uurhoek gevonden wordt voor het oogenblik dat het azimuth = 90° is, de zon den eersten verticaal reeds gepasseerd is.

2. Op 20° Z.br., terwijl de zons N.decl. 12° bedraagt, vindt men voor den zons Westelijken uurh. 2^u 44. Men vraagt het azimuth?

In tafel XXXII voor $P = 2^u44^m$ en $b = 20^\circ \dots A = 0.419$

« » » » » » » » $d = 12^\circ \dots B = 0.324$

$$A + B = 0.743 = 0.6984 \text{ afw.}$$

$$\text{nat. cotg. } T = 69840. \quad T = 55^\circ 4'$$

$$\text{Azimuth } \dots Z. 124^\circ 56' W.$$

De stompe waarde van T moet genomen worden omdat br. en decl. ongelijknamig zijn, en het hemellicht dus beneden den horizon den 1^{en} verticaal passeert.

3. Op 10° N.br., terwijl de zons N.decl. 22° bedraagt, vindt men voor den zons oostelijken uurh. 4^u20^m . Men vraagt het azimuth? In tafel XXXII voor $P = 4^u20^m$ en $b = 10^\circ \dots A = 0.082$

« » » » » » » » $d = 22^\circ \dots B = 0.446$

$$A - B = 0.364(-) = 0.360 \text{ afw.}$$

$$\text{nat. cotg. } T = 36000. \quad T = 70^\circ 12'$$

$$\text{Azimuth } \dots N. 70^\circ 12' O$$

De scherpe waarde van T moet genomen worden, omdat de gelijknamige declinatie grooter is dan de breedte, en het azimuth dus altijd kleiner dan 90° moet zijn.

In plaats van de hier gevolgde redeneering kan ook de navolgende regel worden gebruikt:

Is $A - B$ positief of $A + B$ genomen dan is T stomp.

Is $A - B$ negatief of $-A - B$ genomen dan is T scherp.

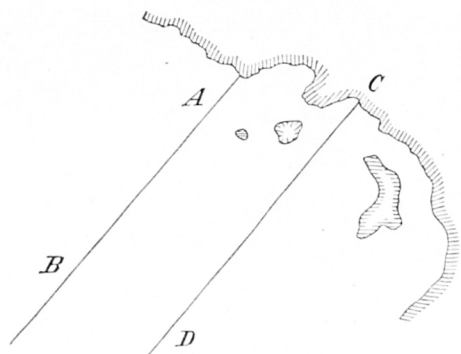
$$\text{Dit volgt uit de formule: } -\triangle P = \left\{ \frac{\text{tg. } b}{\text{tg. } P} - \frac{\text{tg. } d}{\sin. P} \right\} \triangle b \text{ of}$$

$-\triangle P = (A - B) \triangle b$, waarnaar de tafel berekend is. Is de vorm tusschen haakjes positief dan wordt $\triangle P$ dus ook afw, = nat. cotg. T negatief en bijgevolg $T > 90^\circ$. Het omgekeerde heeft plaats wanneer de vorm tusschen haakjes negatief wordt.

Het practische nut van eene hoogtelijn treedt vooral op den voorgrond, wanneer het schip zich nabij de kust of gevaren bevindt. Wij zagen reeds bij het aangehaalde voorbeeld van SUMNER hoe de hoogtelijn kan gebruikt worden om met goede kans van veilig varen eenig punt van de kust aan te loopen, zonder dat die kust in 't zicht of de afstand tot die kust bekend behoeft te zijn. Daar-

voor behoeft echter het punt dat men wil aanloopen niet juist op de hoogtelijn te zijn gelegen. Stel bijv. dat AB fig. 10 de hoogtelijn is die een waarnemer door eene hoogtemeting op de kaart heeft

Fig. 10.



kunnen afzetten en dat C de bestemmingsplaats is. Trekt ^{men} van nu uit C een lijn evenwijdig aan AB, dan is het duidelijk, dat men na de hoogtemeting slechts een koers en verheid behoeft te maken, waardoor men op de lijn CD komt en dat dan de richting der hoogtelijn den koers aangeeft, waarmede het punt C kan aangeloopt worden.

In sommige gevallen kan door het lood worden uitgemaakt op welk punt van de hoogtelijn het schip zich bevinden moet, terwijl in de nabijheid van gevaren het raadplegen der hoogtelijn dikwijls beslissen kan, hoe het best kan gehandeld worden.

Hoewel wij nu hebben aangenomen, dan in het algemeen de hoogtelijnen mogen beschouwd worden als samenvallend met de kromme lijnen, die in de wassende kaart de hoogteparallellen voorstellen, zoo zal het bij sterke kromming toch kunnen voorkomen, dat de hoogtelijnen spoedig van de krommen afwijken en dus niet nauwkeurig genoeg de meetkunstige plaats van het schip voorstellen. De algemeene kromming zal bij groote topsafstanden het geringst zijn, maar de hoogteparallellen gaan in de wassende kaart als lijnen van veranderlijke kromming over, en het bruikbare der hoogtelijn zal dus ook afhangen van de plaats, waar de waarnemer zich op de hoogteparallel bevindt. Ten einde dus meer volledig te kunnen nagaan welke gevallen gunstig of ongunstig zijn voor het gebruik van hoogtelijnen, dienen wij de hoogteparallellen in de wassende kaart eenigszins nader te beschouwen.

HOOFDSTUK IV.

Hoogtekrommen.

[De kromme lijnen, die ontstaan, wanneer hoogteparallelten van den bol worden overgebracht in de wassende kaart, worden *hoogtekrommen* genoemd. Hierbij kunnen zich drie gevallen voordoen:

1. dat de pool buiten de hoogteparallel valt of: $d+n < 90^\circ$
 2. dat de hoogteparallel door de pool gaat of: $d+n = 90^\circ$
 3. dat de pool binnen de hoogteparallel valt of: $d+n > 90^\circ$;
- n is de topsafstand, d de declinatie van het waargenomen hemellicht.

Beginnende met het eerste geval zoo eenvoudig mogelijk te stellen, door $d=0$ te nemen, dan bevindt zich de aardsche projectie van het hemellicht in den equator en het vlak van de hoogteparallel zal loodrecht staan op het vlak van den equator. De hoogteparallel wordt dus in de wassende kaart uitgerekst in de richting der meridianen en wel evenveel boven den equator als daar beneden. Wij verkrijgen dan eene gesloten kromme, waarvan de gedaante eenige overeenkomst vertoont met de ellips (fig. 11). Deze figuur is symmetrisch ten opzichte van twee assen; de groote as $= 2a$ valt samen met den meridiaan van het middelpunt en de kleine as $= 2b$ met den equator. Klaarblijkelijk is dan:

$$a = VB b$$

en daar de halve kleine as evenveel equator-minuten bevat als de topsafstand n is ook:

$$a = VB n.$$

Is d niet gelijk nul, zooals bij het hemellicht, waarvan in

Fig. 11.

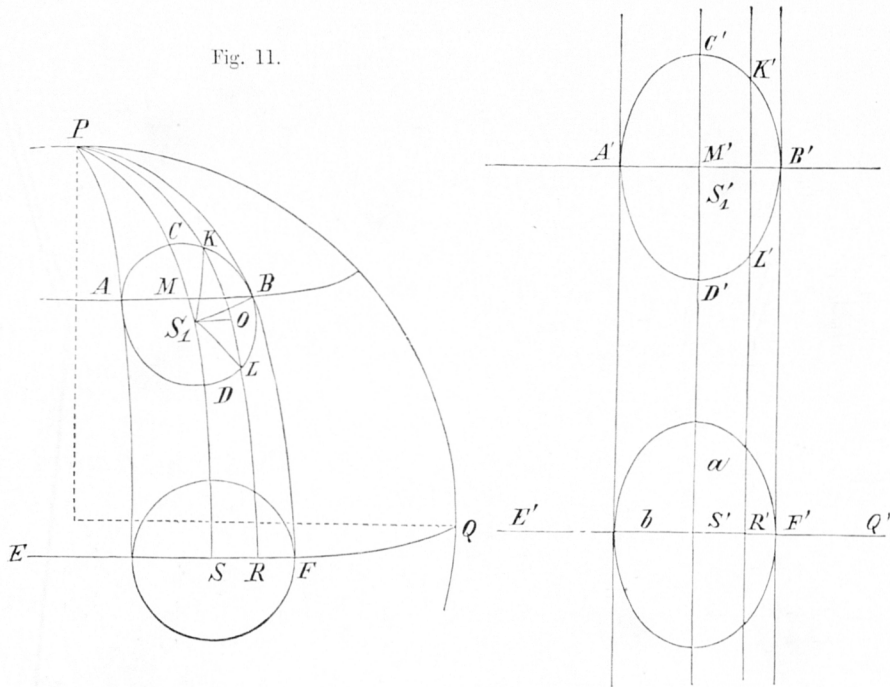


fig. 11 het punt S_1 de aardse projectie voorstelt, dan zal, zoolang de pool slechts buiten de hoogteparallel valt, de kromme gesloten blijven en symmetrisch zijn ten opzichte van den meridiaan van S_1 . Trekken wij nu op den bol twee meridianen PA en PB, die de hoogteparallel aan weerszijden raken, dan zullen diezelfde meridianen in de wassende kaart de kromme aan weerskanten raken en de rechte lijn A'B', die de beide raakpunten vereenigt, zal de parallel AB van den bol voorstellen. Deze kromme nu zal ook symmetrisch zijn t. o. van de lijn A'B'. Het gedeelte van de hoogteparallel op den bol boven de parallel AB zal namelijk juist zooveel meer worden uitgerekt als het gedeelte beneden de parallel, dat beide deelen in de wassende kaart gelijk en gelijkvormig worden. Ligt namelijk het punt M op eene breedte φ dan is in de kaart:

$$M'S' = VB \varphi = \text{nep. log. tg. } (45^\circ + \frac{1}{2} \varphi) = \text{nep. log. } \sqrt{\frac{1 + \sin. \varphi}{1 - \sin. \varphi}}$$

Voorts is in den bolvormigen driehoek PBS_1 :

$$\cos. PB = \frac{\cos. PS_1}{\cos. S_1 B} \text{ of } \sin. \varphi = \frac{\sin. d}{\cos. n}.$$

Door substitutie wordt dus

$$\begin{aligned} M'S' &= \frac{1}{2} \text{ nep. log. } \frac{\cos. n + \sin. d}{\cos. n - \sin. d} = \frac{1}{2} \text{ nep. log. } \frac{\sin. (90^\circ - n) + \sin. d}{\sin. (90^\circ - n) - \sin. d} = \\ &= \frac{1}{2} \text{ nep. log. tg. } \frac{1}{2} (90^\circ - n + d) \cotg. \frac{1}{2} (90^\circ - n - d) \\ \text{of: } M'S' &= \frac{1}{2} \text{ nep. log. tg. } \{45^\circ + \frac{1}{2} (d - n)\} \text{ tg. } \{45^\circ + \frac{1}{2} (d + n)\} = \\ &= \frac{1}{2} \{VB (d + n) + VB (d - n)\}. \end{aligned}$$

Nu ligt in de bolvormige figuur het punt C op de breedte $d + n$ en het punt D op de breedte $d - n$, zoodat in de kaart:

$C'S' = VB (d + n)$ en $D'S' = VB (d - n)$ is. Wij verkrijgen dus:

$$M'S' = \frac{1}{2} (C'S' + D'S')$$

$$\text{of: } M'C' = M'D',$$

waaruit blijkt, dat het punt M' middelpunt der kromme wordt.

Trekken wij nu op den bol den meridiaan KL van een willekeurig punt der hoogteparallel en laten wij uit S_1 een loodrechten boog $S_1 O$ op KL neder, dan is, omdat driehoek $KS_1 L$ gelijkbeenig is, $KO = OL$. Stellen wij nu $KO = n'$ en $PO = 90^\circ - d'$, dan is in den rechthoekigen bolvormigen driehoek $KS_1 O$:

$$\cos. n = \cos. S_1 O \cos. n' \text{ en}$$

in den rechthoekigen bolvormigen driehoek POS_1 :

$$\sin. d = \cos. S_1 O \sin. d'$$

$$\text{derhalve is } \sin. \varphi = \frac{\sin. d}{\cos. n} = \frac{\cos. S_1 O \sin. d'}{\cos. S_1 O \cos. n'} = \frac{\sin. d'}{\cos. n'}.$$

Door eene zelfde herleiding als hierboven zullen wij nu vinden:

$$M'S' = \frac{1}{2} \{VB (d' + n') + VB (d' - n')\} = \frac{1}{2} (K'R' + L'R').$$

Daar zulks voor alle punten van de hoogteparallel het geval zal zijn, is dus de kromme volkomen symmetrisch ten opzichte van de lijn $A'B'$ en verdeelt deze as de kromme in 2 deelen, die volkomen gelijk en gelijkvormig zijn.

De halve groote as $M'C'$, a noemende, is:

$$a = \frac{1}{2} (C'S' - D'S') = \frac{1}{2} \{VB (d + n) - VB (d - n)\}.$$

Dit ontwikkelende wordt:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} \text{ nep. log. } \frac{\text{tg. } \{45^\circ + \frac{1}{2} (d + n)\}}{\text{tg. } \{45^\circ + \frac{1}{2} (d - n)\}} = \frac{1}{2} \text{ nep. log. } \frac{-\cotg. \frac{1}{2} (d - 90^\circ + n)}{\text{tg. } \frac{1}{2} (d + 90^\circ - n)} = \\ &= \frac{1}{2} \text{ nep. log. } \frac{\cos. \frac{1}{2} (d - 90^\circ + n) \cos. \frac{1}{2} (d + 90^\circ - n)}{\sin. \frac{1}{2} (d + 90^\circ - n) \sin. \frac{1}{2} (d - 90^\circ + n)} \end{aligned}$$

$1^\circ 90^\circ$

$$\begin{aligned} \text{of: } a &= \frac{1}{2} \text{ nep. log. } \frac{\cos. d + \cos. (90^\circ - n)}{\cos. d - \cos. (90^\circ - n)} = \frac{1}{2} \text{ nep. log. } \frac{\cos. d + \sin. n}{\cos. d - \sin. n} = \\ &= \frac{1}{2} \text{ nep. log. } \frac{1 + \frac{\sin. n}{\cos. d}}{1 - \frac{\sin. n}{\cos. d}} \end{aligned}$$

De recht. bolv. drieh. PBS_1 geeft ons weder:

$$\sin. BS_1 = \sin. PS_1 \sin. S_1PB$$

$$\text{of: } \sin. n = \cos. d \sin. SF.$$

$$\sin. SF = \frac{\sin. n}{\cos. d}$$

En daar de boog SF evenveel equatorminuten bevat als $M'B' = b$ van de kaart, is dus ook

$$\sin. b = \frac{\sin. n}{\cos. d}$$

Door substitutie wordt dus:

$$a = \frac{1}{2} \text{ nep. log. } \frac{1 + \sin. b}{1 - \sin. b} = \frac{1}{2} \text{ nep. log. tg.}^2 (45^\circ + \frac{1}{2} b)$$

$$\text{of: } a = \text{nep. log. tg.} (45^\circ + \frac{1}{2} b) = VB b.$$

Dezelfde verhouding dus, die wij tusschen de groote en kleine as vonden, voor het geval dat de declinatie gelijk nul was. Hieruit volgt de eigenschap der gesloten hoogtekrommen: *Alle hoogtekrommen, die ontstaan uit hoogteparallellen, die een zelfde paar meridianen raken, zijn gelijk en gelijkvormig.* Hoe hoog of wij ons zulk een rakenden cirkel in fig. 11 ook opgeschoven denken en hoe klein of dientengevolge de straal ook wordt, de projectie in de wassende kaart verandert niet en heeft voor elk stel meridianen eene bepaalde standvastige grootte.

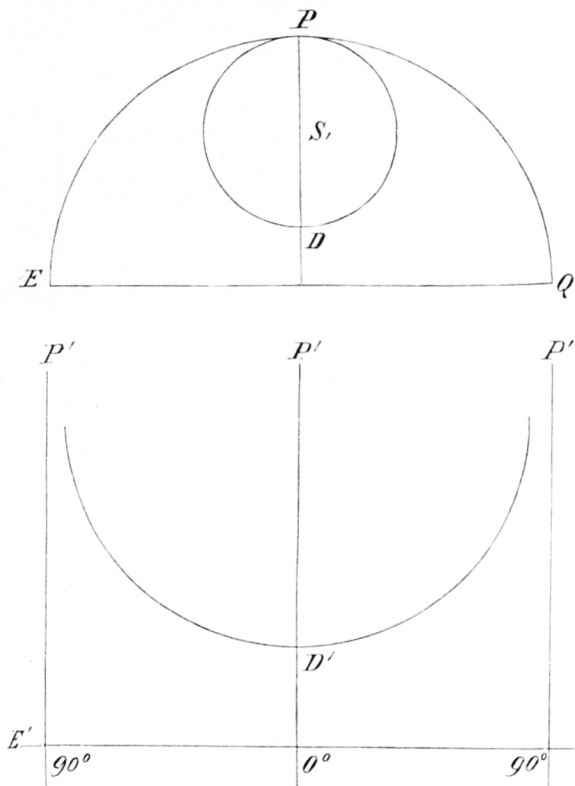
Nu wij gezien hebben, dat het middelpunt der kromme de projectie is van het punt M der bolvormige figuur, is het ook duidelijk, dat het punt S_1 geen middelpunt blijft, wanneer het in de wassende kaart wordt overgebracht. Wel komt het dan op den meridiaan $C'S'$ te liggen, maar op lagere breedte dan het middelpunt der kromme. Wij vonden namelijk voor de breedte φ van het punt M:

$$\sin. \varphi = \frac{\sin. d}{\cos. n}.$$

waaruit ook blijkt, dat φ altijd grooter dan d , dat is grooter dan de aardsche breedte van het hemellicht moet zijn.

In het tweede geval, dat de hoogteparallel door de pool gaat, zullen de twee meridianen, die ieder op 90° afstand van den meridiaan van S_1 worden getrokken, de hoogteparallel in de pool raken. De pool ligt in de wassende kaart op oneindigen afstand, zoodat de hoogtekromme moet bestaan uit twee oneindig voortloopende

Fig. 12.



takken, die naar de pool gericht zijn, en de twee genoemde meridianen steeds blijven naderen. Deze meridianen zijn in dit geval asymptoten aan de hoogtekromme en het buigpunt D' der twee takken zal op den afstand VB ($d-n$) van den equator zijn gelegen. (Fig. 12).

In het derde geval eindelijk, dat de pool binnen de hoogteparallel valt, zal de kromme eveneens bestaan uit twee symmetrische takken ten opzichte

van den meridiaan, die door de aardsche projectie van het hemellicht gaat. De geheele kromme neemt dan echter de gedaante aan eener golflijn, waarvan wij ons op de volgende wijze eene voorstelling kunnen maken. (Fig. 13). In de bolvormige figuur stelt de cirkel CADB de hoogteparallel voor en het vlak PAB het meridiaanvlak, dat loodrecht staat op het meridiaanvlak van S_1 . Trekken

deelte ACB van de hoogteparallel in de wassende kaart overgebracht, en daarbij den meridiaan PCE als middelsten meridiaan genomen, dan zouden wij eene kromme lijn hebben verkregen, zooals door de gestippelde lijn in de figuur der wassende kaart is aangegeven. Door echter het punt C naar C_1 en naar C_2 over te brengen, hebben wij de twee symmetrische helften der gestippelde kromme lijn omgeslagen en wordt eene golflijn $C_1A'D'B'C_2$ verkregen met twee keerpunten A' en B' , waar de kromming tegengesteld wordt. Van deze kromme kunnen we weder de lijnen $A'B'$ en $C'D'$ de assen noemen, en de as $A'B'$, die nu voor alle krommen van deze gedaante de constante waarde van 180 equatorgraden heeft, verdeelt elken tak der golflijn weder in twee deelen, die symmetrisch, doch tegengesteld gekromd zijn. Daarvoor moeten we dus weer bewijzen, dat M' het middelpunt der kromme of:

$$M'Q' = \frac{1}{2} (C'Q' + D'Q') = \frac{1}{2} \{ VB(180^\circ - d - n) + VB(d - n) \} \text{ is.}$$

Noemende daarvoor de breedte van 't punt M weder φ , dan is:

$$M'Q' = VB \varphi = \text{nep. log. tg. } (45^\circ + \frac{1}{2} \varphi) = \text{nep. log. } \sqrt{\frac{1 + \sin. \varphi}{1 - \sin. \varphi}}$$

Nu is de bolvormige driehoek PAS_1 in P rechthoekig en bijgevolg:

$$\cos. AS_1 = \cos. AP \cos. PS_1$$

$$\text{of } \cos. N = \sin. \varphi \sin. d$$

$$\sin. \varphi = \frac{\cos. n}{\sin. d}$$

en dus door substitutie:

$$M'Q' = \frac{1}{2} \text{nep. log. } \frac{\sin. d + \cos. n}{\sin. d - \cos. n}$$

en deze vorm op dezelfde wijze ontwikkelende als bij het eerste geval, wordt weder:

$$M'Q' = \frac{1}{2} \{ VB(180^\circ - d - n) + VB(d - n) \}.$$

Het punt M' is dus weder middelpunt en voor de lengte der halve as $C'D'$ vinden wij weder:

$$M'C' = \frac{1}{2} C'D' = \frac{1}{2} (C'Q' - D'Q') = \frac{1}{2} \{ VB(180^\circ - d - n) - VB(d - n) \}.$$

Eene nadere beschouwing van de as, die evenwijdig loopt aan den equator, doet ons zien, dat het azimuth van het hemellicht, wanneer dit van Noord of Zuid tot 90° geteld wordt, altijd het grootste bedrag heeft op die punten, waar die as de hoogtekrommen snijdt. Valt de pool buiten de hoogteparallel, zoodat de gesloten

kromme ontstaat, dan zijn die punten de raakpunten der meridianen, en bijgevolg is in die punten het azimuth $= 90^\circ$. Valt echter de pool binnen de hoogteparallel, zoodat de golflijn verkregen wordt, dan kunnen uit de pool geen rakende meridianen getrokken worden, maar zal het azimuth het grootste bedrag verkrijgen op die punten van den cirkel, waar de uurhoek $= 6^u$ is, dat is in de punten A en B van het derde geval. De pooldriehoek geeft ons namelijk

$$\sin. T = \frac{\cos. d}{\sin. n} \sin. P$$

en daar voor eene bepaalde hoogteparallel d en n standvastig zijn, verkrijgt T hare grootste waarde voor $P = 6^u$.

Beide soorten van hoogtekrommen worden dus symmetrisch verdeeld door de parallel, gaande door de punten der kromme, waar het azimuth van het hemellicht de grootste waarde bereikt.

Nemen wij nu den equator der wassende kaart als abcissen-as, en den meridiaan van het middelpunt der kromme als ordinaten-as aan, dan blijkt uit de beschouwing onzer figuren dadelijk, dat voor een willekeurig punt der kromme, liggende op eene breedte φ' , de coördinaten zijn:

$$\begin{aligned} x &= P \\ y &= VB \varphi' = \text{nep. log. tg. } (45^\circ + \tfrac{1}{2} \varphi'). \end{aligned}$$

De pooldriehoek geeft ons weer de betrekking tusschen P , φ' , d en n , zoodat we de gegevens bezitten om eene vergelijking samen te stellen, waarin de veranderlijken x en y met de constanten d en n voorkomen.

Dit zoude dan de vergelijking der hoogtekromme opleveren. De waarde van y doet echter zien, dat we dan een transcendentale vorm verkrijgen en voor ons doel is de elementaire behandeling der kromme, die hier is gegeven, ruim voldoende. Het algemeene denkbeeld toch, dat we nu hebben gekregen van de drie hoofdvormen, die de kromme in drie verschillende gevallen kan aannemen, heeft reeds doen zien, dat de grootste kromming bij de Noordelijkste of Zuidelijkste punten der krommen wordt gevonden. Voor een waarnemer, die zich nabij deze punten op de kromme bevindt, zal x of de uurhoek van het hemellicht klein zijn, waaruit volgt, dat een kleine uurhoek eene ongunstige omstandigheid kan zijn voor het ge-

bruik van hoogtelijnen, die men als samenvallend met de kromme wenschte te beschouwen. Voorts zien we in fig. ~~7~~^F, dat voor een zelfde hemellicht, wanneer dus d standvastig is, de gesloten hoogtekromme eene meer en meer uitgerekte gedaante zal verkrijgen, naarmate de topsafstand grooter is waargenomen. Zoowel de kleine als de groote as groeien dan aan, maar de vergrooting der laatste geschiedt veel sneller dan die der eerste. Daarom zijn ook verschillende gesloten hoogtekrommen niet gelijkvormig. Is bijv. $d = 0$ en n dicht bij 90° , dan zal de kromme nagenoeg met een meridiaan der kaart samenvallen, en dus de rechte lijn beginnen te naderen. Is daarentegen bij $d = 0$, n zeer klein, dan zal de kromme zeer weinig van den cirkelvorm afwijken, zoodat op lage breedten van die eigenschap kan gebruik gemaakt worden, om in plaats van hoogtelijnen cirkels in kaart te brengen als meetkundige plaatsen van den waarnemer. Denken wij ons nu de rakende meridianen aan zulk eene kleine hoogteparallel getrokken, dan zullen ook op hoogere breedten van alle hoogteparallelten, die tusschen deze meridianen zijn begrepen, de projectiën in de wassende kaart dezelfde kromme opleveren, die nagenoeg den cirkelvorm heeft. Deze behooren echter bij kleinere topsafstanden naarmate de declinatie van het hemellicht grooter wordt en de waarnemer zich dus op hoogere breedte bevinden moet om nog kleine topsafstanden te kunnen waarnemen. Op hooge breedte zal men dus ook nog van dien cirkelvorm partij kunnen trekken, doch de topsafstanden moeten dan kleiner worden waargenomen, dan op lage breedte, hetgeen alleen mogelijk is bij hemellichten, waarvan de declinatie weinig met de gelijknamige breedte verschilt.

Willen wij nu om de eigenschappen der hoogtekrommen meer volledig na te gaan, de kromming dier lijnen nader beschouwen, dan kan dit geschieden met behulp der kromtestraal. De waarde van de kromtestraal wordt gevonden als volgt:

Zij het zeer kleine boogje $OO' = ds$ een element van de hoogtekromme (fig. 14); OT en $O'T'$ raaklijnen aan de punten O en O' , die de abscissen-as onder de hoeken a en a' snijden; c' het middelpunt van kromming en $CO' = C'O' = r$ de kromtestraal, dan zal het element OO' samenvallen met het cirkelboogje OO' dat uit

C' als middelpunt met $C'O$ als straal wordt beschreven. De kleine verandering in de richting der raaklijnen is dan $a - a' = da = \angle OC'O$.

Voor elke kromtestraal is nu: $OO' = OC' da$

$$\text{of } r = \frac{ds}{da} \dots \dots \dots (1)$$

Voorts is in het rechthoekig driehoekje $OO'O''$:

$$(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2$$

$$ds = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

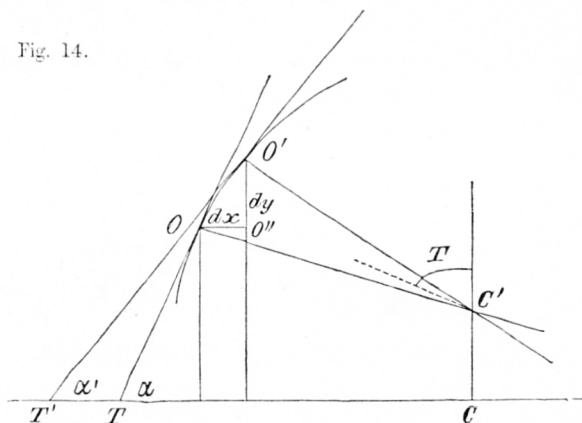
$\frac{dy}{dx}$ is gelijk aan de tangens van den hoek, dien de raaklijn aan het element met de abscissen-as maakt. Dezen hoek T noemende is:

$$ds = dx \sqrt{1 + \text{tg.}^2 T.}$$

$$ds = dx \sec. T. \dots \dots \dots (2)$$

Daar eene raaklijn aan de hoogteparallel loodrecht staat op de azimuthale richting van het hemellicht, is die hoek T gelijk aan het azimuth van het hemellicht en geeft ons den pooldriehoek TPS :

Fig. 14.



$$\sin. n : \cos. d = \sin. P : \sin. T$$

$$\text{of, daar } P = x \text{ is: } \sin. x = \frac{\sin. n}{\cos. d} \sin. T,$$

differentiërende voor x en T veranderlijk:

$$\cos. x dx = \frac{\sin. n}{\cos. d} \cos. T dT.$$

Deze waarde in (2) gesubstitueerd:

$$d s = \frac{\sin. n}{\cos. d \cos. P} d T,$$

of, daar $d T = d a$ is, wordt vergelijking (1):

$$r = \frac{d s}{d a} = \frac{\sin. n}{\cos. d \cos. P}.$$

Met deze formule kan voor iedere waarde van P , dat is voor iedere waarde van de abcis x de kromtestraal worden berekend. In de waarde $\frac{\sin. n}{\cos. d \cos. P}$ is de straal der aarde $= 1$ aangenomen,

Willen we dus de grootte van r in equatorminuten uitdrukken, dan moet die waarde met $\frac{360 \times 60}{2\pi} = 3437,75$ worden vermenigvuldigd.

Wij vinden dan voor r :

$$r = \frac{\sin. n}{\cos. d \cos. P} 3437,75 \text{ equatorminuten.}$$

We zien dat voor $P = 90^\circ$, $\cos. P = 0$ en mitsdien r oneindig groot wordt, hetgeen wil zeggen, dat dan de kromme in dat punt als eene rechte lijn verloopt. Dit heeft plaats bij de keerpunten A' en B' van de golflijn, waar $P = 6^\circ$ is.

Bij de gesloten kromme heeft P de grootste waarde aan de uiteinden der kleine as, zoodat daar de kromming het geringst zal zijn.

Voor $P = 0^\circ$ of $\cos. P = 1$ heeft r de kleinste waarde, zoodat de grootste kromming wordt gevonden bij de Noordelijkste punten der kromme.

Laten we alleen n grooter worden, dan neemt ook r toe, zoodat in 't algemeen groote topsafstanden minder gekromde lijnen zullen geven.

Laten we alleen d grooter worden, dan wordt $\cos. d$ kleiner en dus r ook grooter, zoodat, al het overige gelijk blijvende, een hemellicht met groote declinatie eene minder gekromde lijn geeft. Wij zien dit bij de golflijn. Nadert toch het hemellicht de pool, dan zullen de Noordelijkste en Zuidelijkste punten der golflijn dichter bij elkander komen, en wordt de declinatie eindelijk 90° , dan wordt r weder oneindig groot en de kromme gaat in eene rechtlijnige parallel over.

Voor 180°

Vierde
delijkste

Is $d = 0$ of bevindt zich het hemellicht in den equator, dan wordt:

$$r = \frac{\sin. n}{\cos. P}$$

voor het punt, waar dan de kromme den equator snijdt, wordt $P = n$, dus:

$$r = \text{tang. } n.$$

en voor $P = 0$, dan is aan de uiteinden der groote as:

$$r = \sin. n.$$

Hieruit volgt, dat bij aangroeiende waarden van n de kromming aan de uiteinden der kleine as afneemt in reden van de tangens en dus veel sneller dan aan de uiteinden der groote as, waar de kromming afneemt in reden van den sinus van denzelfden hoek. Dit verschil in aangroeiing zal het meest merkbaar zijn bij groote topsafstanden, want de sinus van een hoek dicht bij 90° verandert langzaam, de tangens snel. Naarmate dus van een hemellicht grootere topsafstanden worden waargenomen, zullen de hoogtekrommen eene meer uitgerekte gedaante verkrijgen en niet aan elkander gelijkvormig blijven. Daar bij kleine topsafstanden $\text{tang. } n$ en $\sin. n$ slechts weinig van elkander zullen verschillen, bewijst ons de formule ook, dat de hoogtekromme dan nagenoeg de gedaante van een cirkel aanneemt. Wordt eindelijk in de formule $r = \frac{\sin. n}{\cos. P}$ $n = 90^\circ$, dan wordt

de gelijke-hoogtecirkel een meridiaan en P zal dus op alle punten van die lijn $= 90^\circ$ zijn. Daardoor wordt $\cos. P = 0$ en r oneindig groot, dus de kromme eene rechte lijn in de wassende kaart.

Wij zien dus dat voor eene bepaalde hoogtekromme de mate van kromming in eenig punt geheel bepaald wordt door den uurhoek en het geringste zal zijn, wanneer deze zijn grootste waarde verkrijgt.

Omtrent groote topsafstanden zij nog het navolgende opgemerkt. Wil men door twee hoogten van een hemellicht met kleine declinatie, bijv. de zon, de plaats van het schip bepalen, dan zal men op hooge breedte gemakkelijker dan op lage breedte twee groote topsafstanden kunnen waarnemen met een behoorlijk verschil in azimuth. Zulk een hemellicht bereikt op lage breedte eene groote hoogte en daarom zal dikwijls een der topsafstanden klein moeten worden

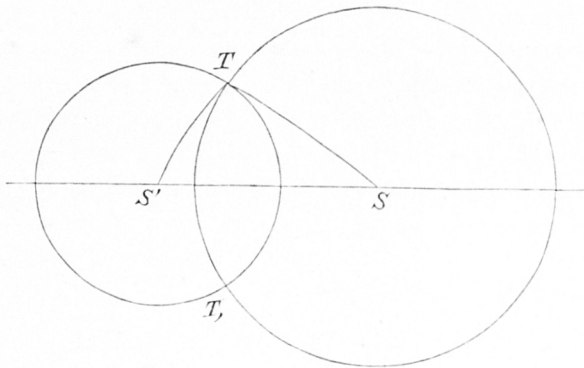
waargenomen om nog een behoorlijk verschil in azimuth met de andere waarneming te verkrijgen. Kleine topsafstanden zijn minder geschikt voor het gebruik van hoogtelijnen, zoodat men zich daarvoor op hooge breedte in gunstiger omstandigheden bevindt dan op lage breedte.]

HOOFDSTUK V.

Bepaling van de standplaats door snijding van hoogtelijnen.

Daar eene hoogtemeting slechts eene cirkel op aarde geeft, waarop de waarnemer zich bevinden moet, zal in het algemeen eerst plaatsbepaling worden verkregen, wanneer door het meten van meer dan eene hoogte snijding dier cirkels ontstaat. Bepalen wij ons voorloopig tot twee hoogten van de zon. Zij S fig. 15 de aardsche projectie van dit hemellicht bij de eerste, S' die projectie bij de tweede hoogtemeting. Beschrijven wij dan uit die punten cirkels op het aardoppervlak met de waargenomen topsafstanden als stralen, dan zal de plaats van den waarnemer zoowel het snijpunt T als het snijpunt T_1 kunnen zijn. Uit de twee standplaatsen wordt op de oogenblikken der waarneming de zon verschillend gepeild; derhalve beslist het azimuth welke van de twee uitkomsten moet genomen worden. De ligging van zulk een snijpunt wordt geheel bepaald door de aardsche projectiën van het hemellicht en door de gemeten hoogten en daar die aardsche projectiën weder volkomen bepaald zijn door de declinatie en den tijd Greenwich op de oogenblikken der waarneming, is het duidelijk dat eene fout in den tijd Greenwich door de tijdmeters geene verandering brengt in de betrekkelijke ligging der punten S en S' , maar slechts eene Oostelijke of Westelijke verplaatsing der geheele figuur kan veroorzaken. Eene fout der tijdmeters gaat dus altijd rechtstreeks over op de lengte der uitkomst en heeft geen invloed op de breedte. De declinatie

Fig. 15.



mogen wij aanne-
men als nauwkeu-
rig bekend, doch in
de gemeten hoogten
mogen fouten ver-
wacht worden.

Daarom is het voor
eene plaatsbepaling
door twee hoogte-
metingen een eer-
ste vereischte dat

de snijdingshoek der hoogteparallelten gunstig, d. i. ongeveer 90° is, want dan zullen fouten in de topsafstanden de geringste verplaatsing van het snijpunt veroorzaken. De snijdingshoek nu is gelijk aan het verschil in azimuth bij de twee hoogtemetingen, zoodat zoo mogelijk altijd voor een behoorlijk verschil in azimuth moet worden gezorgd. Eene ongunstige snijding geeft veel kans op eene zwakke plaatsbepaling, doch kan nog eene goede lengte- of breedtebepaling opleveren, wanneer eene der hoogten dicht bij den eersten verticaal of dicht bij den meridiaan is gemeten. Dit blijkt dadelijk uit den stand der hoogtelijnen, zooals wij later voor verschillende gevallen zullen nagaan.

Het snijpunt der hoogteparallelten kan uit een stelsel bolvormige driehoeken worden gevonden. Wij vervallen dan geheel in de zoogenaamde rechtstreeksche oplossing van het vraagstuk der Plaatsbepaling door twee hoogtemetingen, die vrij omslachtig is en in de practijk zelden gebruikt wordt. Bij de nieuwere methoden nu tracht men die oplossing te vereenvoudigen door in plaats van het snijpunt der hoogteparallelten zelf het snijpunt te nemen van de raaklijnen, die wij als hoogtelijnen in de wassende kaart leerden kennen. De raakpunten moeten dan zoo dicht bij de ware plaatsen zijn gelegen, dat die raaklijnen nog als samenvallend met de hoogte-krommen kunnen beschouwd worden en dus geen verschil in uitkomst kan verkregen worden, dat voor de practijk van beteekenis is. Zooals wij reeds gezien hebben, geven de benaderde plaatsen van MARCQ ST. HILAIRE de meeste kans van aan de hier genoemde voor-

Zoekt men nu in die streektabel voor een koers $= \alpha^{\circ}$ de veranderde breedte voor eene verheid $= p$, dan heeft men de waarde $p \cos. \alpha$ en zoekt men dan in dezelfde kolom de verheid voor eene afwijking $= p' - p \cos. \alpha$ dan heeft men onmiddellijk AT. Ook met behulp van Tafel IV^A (2^e ed.), gevende de natuurlijke secanten en tangenten, kan deze oplossing zeer gemakkelijk geschieden.

De ligging van het snijpunt T wordt eenigszins gemakkelijker gevonden, indien men de eerste benaderde plaats A als gegiste plaats bij de tweede waarneming aanneemt. Men berekent dan voor de tweede hoogte den topsafstand en het azimuth voor het punt A, en het gevonden hoogteverschil $AE = p''$ geeft dan voor tweede benaderde plaats het punt E. Alsdan geeft drieh. AET:

$$p'' = AT \sin. \alpha,$$

zoodat men slechts voor een koershoek $= \alpha$ en eene afwijking $= p''$ de verheid in de streektabel behoeft op te zoeken om onmiddellijk AT te vinden. In den regel zal deze wijze van oplossing geen verschil opleveren met de vorige, want de punten t en A liggen zoo dicht bij elkander, dat het verschil in azimuth voor die twee punten van geen beteekenis is en zeker geen verschil zal veroorzaken in den stand der hoogtelijnen, waarvan wij slechts kleine gedeelten gebruiken.

Wat de meerdere of mindere nauwkeurigheid van de eene wijze van oplossing boven de andere betreft, valt op te merken, dat in het algemeen het gebruik van hoogtelijnen de geringste fout zal veroorzaken, wanneer de misgissing klein is. Daar nu de eerste benaderde plaats A altijd dichter bij de ware plaats moet liggen dan de oorspronkelijke gegiste plaats t, zou de laatste de voorkeur verdienen. Wij zien echter uit het hier gegeven voorbeeld, dat de benaderde plaats B dichter bij de ware plaats T ligt dan E, hetgeen dus weer in het voordeel is van de eerste oplossingswijze. Dit kan echter even goed plaats grijpen met E en zelfs in meer gevallen dan met B, omdat E reeds door eene benaderde plaats is gevonden. Daarom zouden wij altijd aan de tweede wijze, die bovendien eenvoudiger is, de voorkeur geven.

Voorbeeld. Den 3^{en} April 18.... op 28° 50' geg. W.l. is waargenomen des voor- middags met het oog 17 voet boven water;

Aanw. tijd. = $4^h 15^m 40^s \odot h = 30^\circ 2' 40''$

$$\gg 6^{\mathrm{h}}20^{\mathrm{m}}14^{\mathrm{s}} \odot \mathrm{h} = 50^{\circ}41'20''$$

Indien de tijdmeter 541^m16^s na is op den middelb. tijd Gr., vraagt men de breedte en lengte uit de zijding der hoogtelijnen te bepalen? Men vindt in den abnanac:

3 April te 0^u midd. tijd Gr. $\odot$ N. decl. = $58^{\circ}24'58''$,3 verand. in 1^u .. $57''$,46 (+)

Tidy. = 3m17s.5 » » 1^u...0s.749 (—)

aftrekken midd. tijd.

 $\text{Te } 0^{\text{a}}$ midd. tid Gr. $\odot$ N. decl. = $5^{\circ}24'58''.3$ Stand = 5^u11^m16^s(+)Midd. tijd Gr. . . . = $9^u 26^m 56^s$ ————— $2^u 55' (-)$

Tidvereff. = 3m19s,5 (—)

Ware tiid, Gr. . . . = 9u23m36s.5

Geo. W. le in tijd. = 0u47m24s.0

Geo. ware tid a. b. = $\overline{8^{u}36^{m}12^{s}.5}$

[illegible]
$$\text{I cotg. d} = 1.026332 (-) \text{I sin.} = 8.971754 (-)$$
$$1\phi = 0.825691 (-)$$
$$\alpha = 81^{\circ}30'13''(-) \quad \text{l sec.} = 0.830482(-) \quad \text{l cosec.} = 0.004793(-)$$
 $b = 28030'$
$$b + \varphi = 53^{\circ} 0' 13'' (-) \quad l \sin. = 9.902370 (-) \quad l \cos. = 9.779426$$
$$\cos. n = 9.704606 (+) \log. t = 9.693395 (-)$$

$n = 59^{\circ}34'1''$ $t = 116^{\circ}16'19''$

$$\alpha' = 59^{\circ}46'59'' \quad \text{Azim.} = \text{Z. } 116^{\circ}16'19'' \text{ } 0.$$

$\rho = 12^{\circ}58'(-) \gg N. 63^{\circ}43'41''0.$

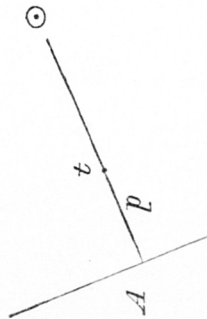
In 64° koershoek geeft $13'$ ver. br. en $11,7$ afw. Koers van t naar A. Z 64° W.

Afgev. Zbr. = 28°30'

ver. Z = 5,7

bek. Zbr. = 28°35'7

middeelbr. = $28^{\circ}33'$ nat. sec. = $1,138\ 11,7 \times 1,138 = 1,3'3$ ver. l^e.



De eerste benaderde plaats

Aanw. tijd. = $6^h 20^m 14^s$

Stand. = $5^u 11^m 16^s$ (+)

Midd. tijd Gr. = $11^h 31^m 30^s$ = $0^u,5$ (—)

Tijdsvereff. = $3^m 17^s,9$ (—)

Ware tijd Gr. = $11^h 28^m 12^s,1$

Geg. W.l.^e in tijd. = $0^u 47^m 24^s,0$

Geg. ware tijd a.b. = $10^u 40^m 48^s,1$

Geg. O^e. P. = $1^u 19^m 11^s,9$

1 cos. = $9,973536$

1 cotg. d = $1,023767$ (—) 1 sin = $8,974296$ (—)

1 tg. φ = $9,997303$ (—)

φ = $84^{\circ} 15' 15''$ (—) 1 sec. = $0,999498$ (+) 1 cosec. = $0,002187$ (—)

b = $28^{\circ} 30'$

b + φ = $55^{\circ} 45' 15''$ (—) 1 sin. = $9,917311$ (—) 1 cos. = $9,750311$

cos. n = $9,891105$ (+) 1 cotg. t' = $0,196179$ (—)

n = $38^{\circ} 54' 6''$

n' = $39^{\circ} 7' 27''$ Azim. = $Z. 147^{\circ} 31' 19''$ 0.

p' = $13^{\circ} 21''$ (—) » = $N. 32^{\circ} 28' 41''$ 0.

11,2 ver. br. en 7,1 afw. Koers van t naar B. $Z. 32^{\circ} 30' W.$

Afgev. Zbr. = $28^{\circ} 30'$

ver. Z. = $11',2$

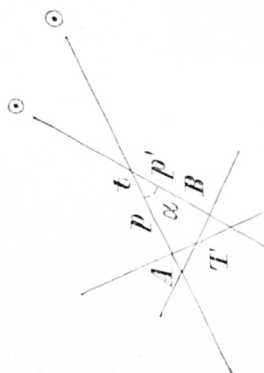
bek. Zbr. = $28^{\circ} 41',2$

middelbr. = $28^{\circ} 36'$ nat. sec. = $1,139$

afw. = $7,1$

ver. lengte = $8',1$

De tweede benaderde plaats B ligt dus op $28^{\circ} 41',2$ Z.br. en $11^{\circ} 59',1$ W.l.^e



Blijkens het figuurtje is nu:

$$AT = (p' \sec. \alpha - p) \cotg. \alpha \quad BT = (p \sec. \alpha - p') \cotg. \alpha$$

$$\text{of: } AT \sin. \alpha = p' - p \cos. \alpha \quad BT \sin. \alpha = p - p' \cos. \alpha,$$

terwijl α in volle graden $= 31^\circ$ is.

De streektafel geeft ons dan:

$$AT \sin. \alpha = 13',3 - 11',2 = 2',1 \quad \text{en} \quad BT \sin. \alpha = 13',0 - 11',5 = 1',5$$

$$\text{en: } AT = 4' \quad BT = 3'.$$

Voorts is de koers van A naar TN. $64^\circ 0' + 90^\circ = N. 154^\circ 0' = Z. 26^\circ 0'$.

van B naar TN. $32^\circ 0' - 90^\circ = \dots\dots\dots N. 58^\circ W.$

In 26° koerssh. geeft $4'$ verh. $3',6$ verand. br. en $1',8$ afw. $= 2'$ verand. l^e.

$$Z.\text{br. A} = 28^\circ 35',7 \quad W.\text{l}^e. A = 12^\circ 4',3$$

$$\text{verand. Z.} = \underline{\quad 3',6 \quad} \quad \text{verand. 0.} = \underline{\quad 2' \quad}$$

$$Z.\text{br. T} = 28^\circ 39',3 \quad W.\text{l}^e. T = 12^\circ 2',3.$$

In 58° koershoek geeft $3'$ verh. $1',6$ verand. br. en $2',5$ afw. $= 2',9 \triangle l^e$.

$$Z.\text{br. B} = 28^\circ 41',2 \quad W.\text{l}^e. B = 11^\circ 59',1$$

$$\text{verand. N.} = \underline{\quad 1',6 \quad} \quad \text{verand. W.} = \underline{\quad 2',9 \quad}$$

$$Z.\text{br. T} = 28^\circ 39',6 \quad W.\text{l}^e. T = 12^\circ 2'.$$

Lossen wij nu het vraagstuk op de tweede manier op, namelijk door A als de gegiste plaats bij de tweede hoogtemeting aan te nemen, dan verkrijgen wij:

$$Z.\text{br. A} = 28^\circ 35',7 \quad W.\text{l}^e. A = 12^\circ 4',3 \quad \text{in tijd} = 0^h 48^m 17^s,2.$$

$$\text{Ware tijd Gr.} \dots = 11^h 28^m 12^s,1$$

$$\text{Geg. W.l}^e. \text{ in tijd} = 0^h 48^m 17^s,2$$

$$\text{Geg. ware t. a. b.} = 10^h 39^m 54^s,9 \quad \text{Geg. O}^e. P. \dots = 1^h 20^m 5^s,1$$

$$l \cos. P = 9.972928 \dots\dots\dots l \cotg. = 0.438434$$

$$l \cotg. d = 1.023767(-) \quad l \sin. = 8.974296$$

$$l \text{ tg. } \varphi = 0.996695(-)$$

$$\varphi = 84^\circ 14' 46''(-) \quad l \sec. = 0.998889 \quad l \text{ cosec.} = 0.002194(-)$$

$$b = 28^\circ 35' 42''$$

$$b + \varphi = 55^\circ 39' 4''(-) \quad l \sin. = 9.916779 \quad l \cos. = 9.751457$$

$$l \cos. n = 9.889964 \quad l \cotg. t = 0.192085(-)$$

$$n = 39^\circ 5' 15'' \quad t = 147^\circ 17'$$

$$n' = 39^\circ 7' 27'' \quad \text{Azim} = Z. 147^\circ 17' 0.$$

$$p'' = 2' 12'' \quad \gg \quad = N. 32^\circ 43' 0.$$

Koers van A naar E Z. $33^\circ W.$

Het verschil in azimuth α is weder 31° en daar $AT \sin. \alpha = p'' = 2',2$ is, vinden wij dus voor AT nagenoeg dezelfde waarde als door de eerste wijze van oplossing verkregen werd.

PLAATSVERANDERING TUSSEN DE WAARNEMINGEN.

Verandert het schip tusschen de waarnemingen van plaats, dan zou men de eerste gemeten hoogte kunnen herleiden tot de tweede waarnemingsplaats met behulp der bekende formule $C = v \cos. (T - K)$. Het vraagstuk wordt dan geheel teruggebracht tot het behandelde, namelijk alsof beide hoogten op de tweede waarnemingsplaats waren gemeten. Op deze wijze zou met de becijfering moeten gewacht worden tot het behoud in het tijdsverloop tusschen de waarnemingen bekend is. Dit is echter niet noodig, want de berekening met eene herleide eerste hoogte zou voor de tweede waarnemingsplaats hetzelfde hoogteverschil p geven als men met de oorspronkelijke eerste hoogte voor de eerste gegiste plaats zou vinden. Zij namelijk t fig. 17 weder de gegiste plaats op het oogenblik der eerste hoogtemeting, terwijl men zich tusschen de waarnemingen van t naar t' verplaatst, dan zal, aannemende dat het azimuth voor de betrekkelijk dicht bij elkander liggende punten t en t' voor hetzelfde oogenblik niet noemenswaardig verschilt, voor de plaats t' de berekende topsafstand een bedrag $= A'C$ grooter worden gevonden.

Herleiden wij nu den eersten waargenomen topsafstand tot de plaats t' door de formule $C = v \cos. (T - K)$ dan wordt deze hetzelfde bedrag grooter, want in de figuur is:

$$A'C = AA' \cos. AA'C = tt' \cos. (NA'C - NA'A) = v \cos. (T - K).$$

Het hoogteverschil p verandert dus door de herleiding niet, waarbij zij opgemerkt, dat ook bij het gebruik van bovenstaande formule het azimuth voor de punten t en t' voor hetzelfde oogenblik als onveranderd beschouwd wordt.

Hieruit volgt dus dat de benaderde plaats A' , die men voor de tweede gegiste plaats met de herleide hoogte berekent, hetzelfde

In 2 str. geeft 12' verh. 11,1 verand. br. en 4,6 afw. = 5,2 $\triangle$ l.

Z.br. A = 28° 35',7 W.l^e. A = 12° 4',3

verand. N = 11',1 verand. W = 5',2

Z.br. A' = 28° 24',6 W.l^e. A' = 12° 9',5 in tijd = 48^m38^s.

Ware tijd Gr. = 11^u28^m12^s,1

Geg. W.l^e. in tijd = 0^u48^m38^s,0

Geg. ware tijd a.b. = 10^u39^m34^s,1

Geg. O^e. P. = 1^u20^m25^s,9 l cos. = 9,972687 l cotg. = 0,436395

l cotg. d = 1,023767 (—) l sin. = 8,974296

l tang. φ = 0,996454 (—)

φ = 84° 14'34" (—) l sec. = 0,998640 l cosec. = 0,002198 (—)

b = 28° 24'36"

b + φ = 55° 49'52" l sin. = 9,917716 l cos. = 9,749435

l cos. n = 9,890652 l cotg. t = 0,188028 (—)

n = 38° 58'35" t = 147° 2'

n' = 39° 7'27" Azim. = Z. 147° 2'0.

p'' = 8'52" (—) = N. 33° 0.

A'T sin. α = 8',9 koers van A' naar E Z. 33° W.

α = 31°

A'T = 17',3 koers van A' naar T = N. 64° 0. + 90° =

= N. 154° 0. = Z. 26° 0.

In 26° koershoek geeft 17',3 verh. 15,6 $\triangle$ b en 7,6 afw. = 8,6 $\triangle$ l.

Z.br. A' = 28° 24',6

W.l^e. A' = 12° 9',5

Verand. Z. = 15',6 verand. O. = 8',6

Z.br. T = 28° 40',2 W.l^e. T = 12° 0',9

Wij kunnen nu met behulp der berekening, die wij voor hetzelfde vraagstuk hebben gegeven voor het geval, dat het schip niet van plaats verandert, gemakkelijk bovenstaande berekening controleeren. Wij hebben toen bij de tweede wijze van oplossing den 2^e topsafstand voor een punt A berekend, en even goed als wij eene hoogte tot eene andere waarnemingsplaats kunnen herleiden, kunnen wij dit met een berekenen topsafstand doen. De vraag is dan slechts, wat wij in het punt A' voor onzen berekenen topsafstand op het oogenblik der 2^e waarneming zouden hebben verkregen. Het is duidelijk dat deze in dit geval een bedrag C = v cos. (T—K)

kleiner zou zijn gevonden dan in het punt A, want met de koers NNW nadert men het hemellicht en dat daarbij T uit de formule $C = v \cos. (T-K)$ het azimuth bij de 2^e hoogtemeting voorstelt.

Wij vinden Azimuth bij de 2^e hoogte N. $32\frac{1}{2}^{\circ}$ O

Koers van A naar A' N. $22\frac{1}{2}^{\circ}$ W.

$$T - K = \frac{\quad}{55^{\circ}}.$$

derhalve: $C = 12' \cos. 55^{\circ} = 6',8 = 6'48''$

Wij vonden: berekende topsafstand voor A = $39^{\circ} 5'15''$

$$C = \frac{\quad}{6'48''}$$

berekende topsafstand voor A' = $38^{\circ}58'27''$

De berekening op bladz. 59 gaf $38^{\circ}58'35''$ zoodat geen verschil van beteekenis wordt verkregen.

Men kan dus het vraagstuk ook oplossen door beide topsafstanden te berekenen voor de eerste waarnemingsplaats en daarna den tweeden berekendden topsafstand te herleiden tot de 2^e waarnemingsplaats om het tweede hoogteverschil voor de laatste plaats te vinden. Deze manier zou bijvoorbeeld kunnen gevolgd worden, wanneer men bij bestendig weder, zooals in de passaten, nagenoeg zeker is van eene tweede zonshoogte op een bepaald oogenblik te kunnen meten. Heeft men dan de eerste hoogte gemeten, en daarmede de ligging der eerste benaderde plaats verkregen, dan berekent men vervolgens den topsafstand en het azimuth voor diezelfde, of voor de gevonden benaderde plaats, maar nu voor eene latere aanwijzing van het observatie-horologe, die men geschikt acht voor de tweede waarneming.

Zoodra nu het behoud tusschen de waarnemingen bekend is, herleidt men dezen vooruitberekenden topsafstand tot de tweede waarnemingsplaats en zorgt dat de tweede hoogte op het oogenblik van bedoelde aanwijzing wordt gemeten. Het hoogteverschil voor de tweede waarnemingsplaats is dan dadelijk bekend, zoodat men op die wijze reeds zeer spoedig na de tweede waarneming de uitkomst verkrijgen kan. De kans op vergissingen bij dergelijke herleidingen is uiterst gering, want men behoeft slechts in het oog te houden, dat wanneer de zon wordt genaderd ook de topsafstand kleiner wordt en omgekeerd. In de practijk is het een voordeel, wanneer de becijfering vooruit en dus zonder overhaasting kan geschieden.

Voorbeeld. Den 15^{en} Augustus 18... op 40°45' geg. N.br. en 152° geg. W.l^e is waargenomen:
des voorm. ongeveer 11^u Aanw. Tijdm. = 7^u12^m5^s $\odot$ h = 60° 4'10"
des nam. $\gg$ 2^u35^m $\gg$ = 10^u47^m5^s $\odot$ h = 46°33'30"
Kinduiking = 3'33" Stand. Tijdm. tot midd. tijd Greenw. = 2^u04^m40^s (+)

Kimduiking = 3'33" Stand. Tijdm. tot midd. tijd Greenw. = $2^{\text{u}}0^{\text{m}}40^{\text{s}}$ (+)

Indien het schip om de NW. koerst met 8 mijlsvaart, vraagt men de breedte en lengte der 2^e Standplaats? Men vindt in den almanac, 15 Aug. te 0^u midd. tijd Greenw. ☉ N.decl. = 13°56'41" in 1^u. 47,70 (—) » » » » » Tijdvereff. = 4^m13^s,8 in 1^u0^s,49 (—) (Aftrekken van midd. tijd).

Aanw. tijd. . . . = 7^u12^m 5^s.0

Stand = 2^u 0^m 40^s 0 (+)

Midd. t. Gr. = 9^u12^m45^s.0

$$\mathrm{Tidv} \dots = 4^m 9^{s.3} (-)$$

Ware t. Gr. = 9^u 8^m35^s.7

Geg. W.^{le} in tijd. = 10^u 8^m

Geg. ware t. a. b. $\overline{11^u \ 0^{m35s} 7}$

Geg. $O^e.P \dots = 0^u59^m24^s,3$

$$d = 13^{\circ}49'29''$$

Gem. $\odot$ h = 60° 4' 10"

$$k = 33, 33'$$
$$\odot b = 60^{\circ} 0' 37''$$
$$\overline{R} = 33''$$
$$\Theta_1 = 600 \text{ } ^\circ \text{ } \mu''$$
$$\frac{\partial}{\partial t} = 60^\circ 0' 4''$$

1564 ————— 1565

 $\Theta_h = 60^{\circ}15'58''$
$$n' = 2904, 2''$$

In 306

verandering tusse

Te 0^u midd. t. Gr. ⊙ N.decl. = 13°5'41" Tijdsvereff. = 4^m13^s.8
Verand. in 9^u.2 = 7'12" (—) = 4^s.5
Te 9^u.2 m. t. Gr. ⊙ d = 13°49'29" Tijdsvereff. = 4^m9^s.3

Te 9^h 2 m. t. Gr. $\odot$ d = 13^o 49' 29" Tidvereff. = 4^m 9^s 3

$$\begin{array}{rcl} \text{l. cos.} & = & 9,985245 \\ \text{l. cotg.} & = & 0,608922 \\ & & \text{l. sin.} = 9,378312 \\ & & \dots\dots\dots \text{l. cotg.} = 0,576478 \end{array}$$
$$\text{l. sec.} = 0.607801 \quad \text{l. cosec.} = 0.013637$$
$$\begin{array}{l} \text{l. sin.} = 9,951917 \\ \text{l. cos.} = 9,649020 \text{ (—)} \end{array}$$
$$\text{l. cos. n} = \overline{9,938030} \quad \text{l. cotg. t} = \overline{0,239135} \quad (-)$$
$$n = 29^{\circ}53'8'' \quad t = 150^{\circ}$$
$$\alpha' = 29^{\circ}44'2''$$

$p = n - n' = 9', 6'' (+)$ Koers van t naar A Z. 30° . O.
rand. br. en $4', 6$ afw. = $6'$ verand. l^e.

$$W.l.e.t = 152^{\circ}$$

Verand. 0 = 6'

$$\overline{WJ^e A} = 151054'$$
$$W. = 26.9$$

WILEY-VCH

Verand. Z = 7,9

Nbr. A = 40°37'1

$$N_{\text{em}} = 20.4$$

	THE III, IV;—
2, 12, 20, 28,	IN
36, 44, 52,	A
60, 68, 76,	AND
84, 92, 100,	OF
108, 116, 124,	THE
132, 140, 148,	OF
156, 164, 172,	THE
180, 188, 196,	OF
204, 212, 220,	OF
228, 236, 244,	OF
252, 260, 268,	OF
276, 284, 292,	OF
300, 308, 316,	OF
324, 332, 340,	OF
348, 356, 364,	OF
372, 380, 388,	OF
396, 404, 412,	OF
420, 428, 436,	OF
444, 452, 460,	OF
468, 476, 484,	OF
492, 500, 508,	OF
516, 524, 532,	OF
540, 548, 556,	OF
564, 572, 580,	OF
588, 596, 604,	OF
612, 620, 628,	OF
636, 644, 652,	OF
660, 668, 676,	OF
684, 692, 700,	OF
708, 716, 724,	OF
732, 740, 748,	OF
756, 764, 772,	OF
780, 788, 796,	OF
804, 812, 820,	OF
828, 836, 844,	OF
852, 860, 868,	OF
876, 884, 892,	OF
900, 908, 916,	OF
924, 932, 940,	OF
948, 956, 964,	OF
972, 980, 988,	OF
996, 1004, 1012,	OF
1020, 1028, 1036,	OF
1044, 1052, 1060,	OF
1068, 1076, 1084,	OF
1092, 1100, 1108,	OF
1116, 1124, 1132,	OF
1140, 1148, 1156,	OF
1164, 1172, 1180,	OF
1188, 1196, 1204,	OF
1212, 1220, 1228,	OF
1236, 1244, 1252,	OF
1260, 1268, 1276,	OF
1284, 1292, 1300,	OF
1308, 1316, 1324,	OF
1332, 1340, 1348,	OF
1356, 1364, 1372,	OF
1380, 1388, 1396,	OF
1404, 1412, 1420,	OF
1428, 1436, 1444,	OF
1452, 1460, 1468,	OF
1476, 1484, 1492,	OF
1500, 1508, 1516,	OF
1524, 1532, 1540,	OF
1548, 1556, 1564,	OF
1572, 1580, 1588,	OF
1596, 1604, 1612,	OF
1620, 1628, 1636,	OF
1644, 1652, 1660,	OF
1668, 1676, 1684,	OF
1692, 1700, 1708,	OF
1716, 1724, 1732,	OF
1740, 1748, 1756,	OF
1764, 1772, 1780,	OF
1788, 1796, 1804,	OF
1812, 1820, 1828,	OF
1836, 1844, 1852,	OF
1860, 1868, 1876,	OF
1884, 1892, 1900,	OF
1908, 1916, 1924,	OF
1932, 1940, 1948,	OF
1956, 1964, 1972,	OF
1980, 1988, 1996,	OF
2004, 2012, 2020,	OF
2028, 2036, 2044,	OF
2052, 2060, 2068,	OF
2076, 2084, 2092,	OF
2100, 2108, 2116,	OF
2124, 2132, 2140,	OF
2148, 2156, 2164,	OF
2172, 2180, 2188,	OF
2196, 2204, 2212,	OF
2220, 2228, 2236,	OF
2244, 2252, 2260,	OF
2268, 2276, 2284,	OF
2292, 2300, 2308,	OF
2316, 2324, 2332,	OF
2340, 2348, 2356,	OF
2364, 2372, 2380,	OF
2388, 2396, 2404,	OF
2412, 2420, 2428,	OF
2436, 2444, 2452,	OF
2460, 2468, 2476,	OF
2484, 2492, 2500,	OF
2508, 2516, 2524,	OF
2532, 2540, 2548,	OF
2556, 2564, 2572,	OF
2580, 2588, 2596,	OF
2604, 2612, 2620,	OF
2628, 2636, 2644,	OF
2652, 2660, 2668,	OF
2676, 2684, 2692,	OF
2700, 2708, 2716,	OF
2724, 2732, 2740,	OF
2748, 2756, 2764,	OF
2772, 2780, 2788,	OF
2796, 2804, 2812,	OF
2820, 2828, 2836,	OF
2844, 2852, 2860,	OF
2868, 2876, 2884,	OF
2892, 2900, 2908,	OF
2916, 2924, 2932,	OF
2940, 2948, 2956,	OF
2964, 2972, 2980,	OF
2988, 2996, 3004,	OF
3012, 3020, 3028,	OF
3036, 3044, 3052,	OF
3060, 3068, 3076,	OF
3084, 3092, 3100,	OF
3108, 3116, 3124,	OF
3132, 3140, 3148,	OF
3156, 3	

N.br. A' = 4057,5

Aanw. Tijdln. = $10^u 47^m 5^s,0$
 Stand = $2^u 0^m 40^s,0$ (+)
 Midd. tijd Gr. = $12^u 47^m 45^s,0$
 Tijdvereff. = $4^m 7^s,5$ (-)

Ware tijd Gr. = $12^u 43^m 37^s,5$
 Geg. W.l.e. in tijd. = $10^u 9^m 23^s,5$

Geg. ware tijd a.b. = $2^u 34^m 14^s,0$ l cos. = 9.893192
 $d = 13^u 46^m 40^s$ l cotg. = 0.610459 l sin. = 9.376862

l tg. $\varphi = 0.573651$

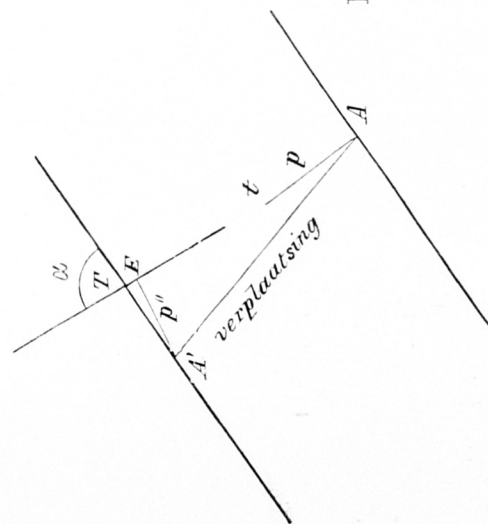
$\varphi = 72^u 35^m 21^s$ l sec. = 0.524007 l cosec. = 0.020368
 $b = 40^u 57^m 28^s$

$b + \varphi = 113^u 32^m 49^s$ l sin. = 9.962243 l cos. = 9.601517 (-)

l cos. $n = 9.863112$ l cotg. $t = 9.720372$ (-)
 $n = 43^u 08^m 36^s$ t = $117^u 43^m$

$n' = 43^u 15^m 2^s$ Azim. = N. $117^u 43^m$ W.

$n - n' = 6' 26''$ (-) koers van A' naar EZ. $117^u 43^m 0^s = N. 62^u 00'$
 $p'' = 6', 4$ (-) 1^e azim. = N. $150^u 00'$.



$\alpha = 88^u$
 $A'T \sin. \alpha = p'' = 6', 4$
 $A'T = 6', 5$

koers van A' naar T = N $60^u 00'$.

In 60^u koershoek geeft $6', 5$ verh. $3', 3$ verand. br. en $5', 6$ afw. = $7', 4$ verand. l.
 $N.br. A' = 40^u 57^m 5^s$ W.l.e. A' = $152^u 20^m 9^s$
 Verand. N = $3', 3$ verand. O = $7', 4$

N.br. T = $41^u 0^m 8^s$ W.l.e. T = $152^u 13^m 5^s$.

In plaats van de azimuthen op bovenstaande wijzen te berekenen had dit ook zooals vroeger is aangetoond met behulp van Taf. XXXII kunnen geschieden, vooral omdat eene nauwkeurigheid tot in volle graden voldoende is. Wij hebben aldan :

1^e azimuth, voor uurh. = 1^u, $b = 40^{\circ}45'$ en $d = 13^{\circ}50'$ $A = 3.261$

$B = 0.952$

$$-\triangle l = A - B = 2.264 = 1.715 \text{ afw.} = \text{nat. cotg. Azim. } (---)$$

Azim. = 150°

2^e azimuth, voor uurh. = 2^u34^m $b = 41^{\circ}d = 13^{\circ}47'$ $A = 1.093$

$B = 0.396$

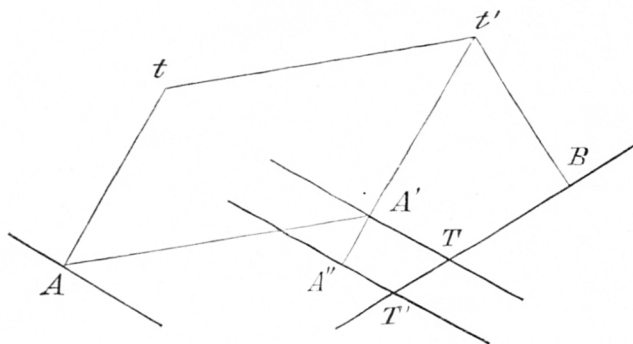
$$-\triangle l = A - B = 0.697 = 0.528 \text{ afw.} = \text{nat. cotg. Azim. } (---)$$

Azim. = 118° .

HET VERBETEREN DER UITKOMST VOOR DE WAARSCHIJNLIJKE FOUT IN
HET BEHOUD TUSSCHEN DE WAARNEMINGEN.

Wanneer wij verschil vinden tusschen den waargenomen en den berekenden topsafstand dan is dit natuurlijk een gevolg van de fout in het gegist bestek. Immers ware die fout nul en de gegiste plaats ook de ware, dan zou ook dit hoogteverschil gelijk nul moeten zijn. Stel nu dat men des morgens te 8^u bij de eerste hoogtemeting een hoogteverschil At heeft gevonden (Fig. 18) en dat dit verschil

Fig. 18.



ontstaan is sedert het middagsbestek van den vorigen dag, dan zal, aannemende dat eene fout in het gegist bestek regelmatig over het geheele etmaal gemaakt wordt, het hoogteverschil in een tijdsverloop van 20 uur evenzeer regelmatig van nul tot eene waarde gelijk At zijn aangegroeid. Wordt de tweede hoogte nu twee uur later dan de eerste gemeten, terwijl het schip zich tusschen de waarnemingen een bedrag tt' verplaatst heeft, dan zou, voor de tweede waarnemingsplaats, het te 8^u gevonden hoogteverschil ook eene aangroeiing voor twee uur hebben ondergaan. Immers de fout in het gegist bestek is dan ook een evenredig gedeelte voor 2 uur grooter geworden. In plaats dus van op de tweede waarnemingsplaats het eerste hoogteverschil gelijk At te nemen, kan de meest waarschijnlijke waarde daarvan worden gevonden door de evenredigheid:

$$20^u : 22^u = At : x.$$

Wil men dit in rekening brengen en vindt men bijv. voor x eene waarde gelijk $A''t'$, dan is het duidelijk, dat nu $A''T'$ de verplaatste hoogtelijn wordt en niet T maar T' als de meest waarschijnlijke plaats op het oogenblik der tweede waarneming moet worden aangenomen. Op dezelfde wijze zou men de meest waarschijnlijke hoogteverschillen voor het oogenblik van middag kunnen berekenen door de evenredigheden:

$$20^u : At = 24^u : x$$

$$22^u : Bt' = 24^u : x'$$

Beschouwt men dan t' als de gegiste plaats op den middag, dan heeft men, door de ligging van het snijpunt T voor deze hoogteverschillen te berekenen, reeds een middagbestek, dat in geval van geen middagsbreedte de beste kansen van waarschijnlijkheid bezit. Men bedenke hierbij, dat op deze wijze eigenlijk hetzelfde gehandeld wordt als bij het verbeteren der tijdmetrelengte voor de fout in de breedte, die men op den middag vindt. Ook dan wordt die fout in breedte regelmatig over het geheele etmaal verdeeld en een evenredig gedeelte genomen voor het verbeteren van de tijdmetrelengte. Echter zal deze wijze van handelen het meest aanbeveling verdienen bij regelmatige bestekken met geringe koersveranderingen en weinig afwisselende omstandigheden.

Het is duidelijk dat men aldus de uitkomst verbetert voor de waarschijnlijke fout in het behoud tusschen de waarnemingen, want ware dit behoud volkomen juist, dan zou ook de fout in het gegist bestek op de tweede waarnemingsplaats even groot zijn als op de eerste en mitsdien ook het eerste hoogteverschil niet zijn veranderd.

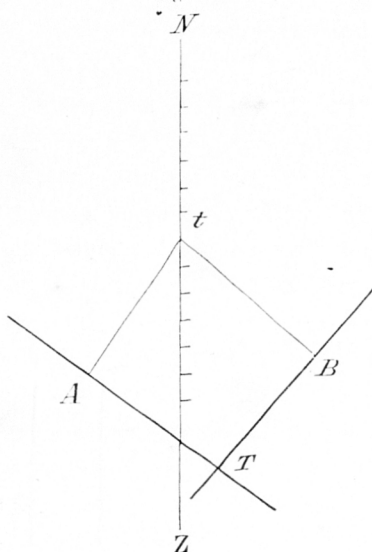
OPLOSSING DOOR CONSTRUCTIE.

De oplossing van het vraagstuk wordt veel eenvoudiger, wanneer na het berekenen der hoogteverschillen en azimuthen, de ligging van het snijpunt der hoogtelijnen door constructie bepaald wordt.

Men vermijdt dan de herhaalde koers- en verheidrekeningen, die het vraagstuk vrij omslachtig maken, terwijl bovendien de constructie eene aanschouwelijke voorstelling van het vraagstuk geeft, waardoor

de kans op vergissingen met teekens of richtingen uiterst gering wordt. Ook blijkt dan dadelijk of de plaatsbepaling door eene gunstige snijding der hoogtelijnen verkregen is, en in hoeverre zij dus, hetzij als lengte- hetzij als breedtebepaling, het meeste vertrouwen verdient. Gebruikt men voor de oplossing eene gewone zeekaart, namelijk de wassende kaart, dan behoeft men de tweede gegiste standplaats t' (fig. 18) slechts op lengte en breedte op de kaart te plaatsen. Van dat punt worden de hoogteverschillen p en p' in de vereischte azimuthale richtingen afgezet, en door de dan verkregen punten de loodlijnen op die richtingen getrokken, waardoor de twee hoogtelijnen met hun snijpunt worden verkregen. De ligging van dit snijpunt wordt dan verder door afpassing bepaald. Verlangt men de uitkomst voor de waarschijnlijke fout in het behoud tusschen de waarnemingen te verbeteren, dan berekent men op de aangewezen wijze de meest waarschijnlijke waarde van p op de tweede waarnemingsplaats, door de veranderingen van p evenredig met den verloopenden tijd te stellen. Men zij hierbij indachtig, dat de hoogteverschillen op de kaart moeten aangepast worden met de breedteminuten der wassende kaart voor de gemiddelde breedte, waarop men zich bevindt, want men verkrijgt de topsafstanden in minuten van een grooten cirkel of in kwartmijlen, waarvoor de staande rand der wassende kaart voor iedere breedte de maat geeft. Het gebruik van de kaart zelf geeft het voordeel, dat men reeds na de eerste observatie de in kaart gebrachte hoogtelijn in verband met nabijliggende kusten of gevaren kan beschouwen, maar voor eene eenigszins nauwkeurige oplossing van het vraagstuk is de schaal dikwijls te klein. Bovendien is de kaart aan boord niet altijd onder ieders bereik, zoodat meestal van constructieoplossingen zonder kaart wordt gebruikt gemaakt. Dit kan op de navolgende wijze gemakkelijk geschieden. Door een willekeurig punt t (fig. 19), dat men als de tweede gegiste plaats aanneemt, trekt men eene rechte lijn NZ als meridiaan en verdeelt deze in een aantal gelijke deeltjes, die dan de grootten der breedteminuten voorstellen voor de breedte, waarop men zich bevindt. Met deze breedteminuten worden de hoogteverschillen tA en tB in de vereischte richtingen met een graadboog afgezet, en vervolgens de hoogtelijnen getrokken, waar-

Fig. 19.



door het snijpunt T wordt verkregen. Het breedteverschil van T met t kan dadelijk met dezelfde breedteminuten worden afgestapt, doch voor het lengteverschil dier twee punten dienen wij te weten, hoeveel equatorminuten de loodrechte afstand van het punt T tot den meridiaan NZ bevat. Daar wij nu weten, dat onze breedteminuten vergrootte equatorminuten zijn en wel vergroot in reden van den secans der breedte, behoeven wij slechts af te passen hoeveel breedteminuten het punt T van den meridiaan NZ ligt en het gevonden getal te

vermenigvuldigen met den secans der breedte, waarop men zich bevindt.

Het product geeft dan het gevraagde aantal equatorminuten of het lengteverschil tusschen t en T.

Voor 60° breedte hebben wij bijvoorbeeld: nat. sec. $60^\circ = 2$, dus:

1 breedtemin. = 1 equatormin. $\times 2 = 2$ equatormin.

10 » = 20 » enz.

Heeft men geen tafel voor de nat. sec., dan kan ook tafel IX van BROUWER, waarin de vergrootende breedten worden gevonden, voor deze herleiding van breedte- tot equatorminuten worden gebruikt.

Men vindt namelijk aldaar onder aan de kolommen de gemiddelde verschillen voor 0,1 minuut en vermenigvuldigt men zulk een verschil met 10, dan verkrijgt men de grootte van 1 breedteminuut voor de middelbreedte van de kolom, uitgedrukt in equatorminuten. Die gemiddelde verschillen zijn dan ook niets anders dan de natuurlijke secanten van de middelbreedte der kolom, waaronder zij geplaatst zijn. Tafel IX doet tevens zien, dat zelfs op hooge breedte het aangroeien der breedteminuten zoo langzaam plaats heeft, dat geen merkbare fout wordt gemaakt door voor de constructie eene gemiddelde grootte der breedteminuut aan te nemen.

Het afpassen der gevraagde breedte en lengte zal natuurlijk

nog vlugger en gemakkelijker kunnen geschieden met behulp van eene schaal, waarop de betrekkelijke grootte van de breedte en de lengteminuten der wassende kaart voor iedere breedte- wordt aangegeven. Het kaartnet met schaal, dat daarvoor door den Luitenant ter zee 2^e klasse G. L. GOEDHART in het »Marineblad'', n^o. 7, 3^e jaargang, aan de hand wordt gedaan, is vooral zeer practisch en geeft ongetwijfeld de meest eenvoudige, duidelijke en gemakkelijke oplossing van het vraagstuk. Op karton of bordpapier geplakt, zooals het bij dit werk is gevoegd, kan het jaren lang voor constructiën dienen en voor practisch gebruik aan boord veel gemak opleveren.

De schaal is op de navolgende wijze ingericht. De lijn $a b$ is in gelijke deelen verdeeld, die de grootte der equatorminuten voorstellen. In het punt b is eene loodlijn op $a b$ opgericht en de schuine lijnen, die in het punt a convergeeren, maken de hoeken met $a b$, die door de cijfers langs de loodlijn worden aangegeven. Elke schuine lijn wordt weder in gelijke deelen verdeeld door de loodlijnen, die uit alle deelpunten van $a b$ worden opgericht. Daar nu op zulk eene schuine lijn één verdeeling gelijk is aan de equatorminuut vermenigvuldigd met den secans van den hoek, dien zulk eene schuine lijn met $a b$ maakt, geeft iedere schuine lijn de grootte der breedteminuten voor de breedte, die gelijk is aan het aantal graden, waarmede de schuine lijn is gemerkt. Men heeft dus eene constante equator- of lengteminuut terwijl voor het afpassen, de breedteminuten die men noodig heeft, dadelijk kunnen gevonden worden.

Het kaartnet bevat eene in graden verdeelde kompasroos om het afpassen van richtingen zonder graadboog meer gemakkelijk te maken. Voorts stellen de rechte evenwijdige lijnen meridianen voor, die om de drie minuut zijn getrokken en dienen om breedteverschillen gemakkelijk in de goede richting af te passen. Neemt men nu het middelpunt der kompasroos als de gegiste plaats aan, dan kunnen de hoogteverschillen p en p' gemakkelijk met fijne potloodlijnen in de vereischte richtingen worden afgezet. Vervolgens trekt men op de bekende wijze de hoogtelijnen, en het breedte- en lengte-verschil van het snijpunt met de gegiste plaats of het middelpunt der roos kan nu gemakkelijk met behulp van de schaal

worden afgepast. Voor het afpassen van p en p' gebruikt men de breedteminuten van de breedte waarop men zich bevindt, terwijl er op gelet dient te worden dat p en p' naar het hemellicht toe moeten afgezet worden, wanneer de gegiste topsafstand grooter is dan de waargenomen en omgekeerd van het hemellicht af wanneer de eerste kleiner is. Verandert men tusschen de waarnemingen van plaats, dan neemt men het middelpunt der roos beurtelings als eerste, als tweede en als gegiste standplaats op den middag aan. Het kaartnet geeft dan eerst de benaderde plaats, die de eerste hoogtemeting geeft, met de daarbij behoorende hoogtelijn. Heeft men daarna door de tweede hoogtemeting het tweede hoogteverschil van het middelpunt der roos kunnen afzetten en de tweede hoogtelijn kunnen trekken, dan zal het snijpunt met de eerste hoogtelijn de plaats van het schip bij de tweede waarneming geven, en wel t. O. van het middelpunt der roos, dat nu de tweede gegiste plaats is geworden. Immers, wij hebben gezien, dat (de fout in het behoud tusschen de waarnemingen buiten rekening latende) de tweede gegiste plaats voor de eerste hoogtemeting een zelfde hoogteverschil en azimuth zou geven. Het is duidelijk dat het gevonden snijpunt nu ook de ware plaats op den middag zal voorstellen, wanneer het middelpunt der roos als gegiste plaats op den middag wordt aangenomen. Desverkiezende kan men weder de meest waarschijnlijke waarden van p en p' op den middag berekenen, door het bedrag der hoogteverschillen evenredig aan de verloopende tijden sedert het laatst gebeterd bestek te stellen. Men heeft dan als 't ware reeds een middagsbestek gereed, dat nog maar alleen behoeft gecontroleerd te worden door de middagsbreedte. Deze geeft natuurlijk nog eene parallel als hoogtelijn en snijden de drie hoogtelijnen elkander niet in een punt, dan neemt men voor de lengte op den middag het snijpunt met de hoogtelijn, die de beste lengtebepaler is. Verder geeft de richting en afstand van het middelpunt der roos tot het aangenomen snijpunt onmiddellijk de richting en kracht van den stroom gedurende het etmaal. Ook kan het gebeterd behoud in het etmaal gemakkelijk met dit kaartnet worden afgepast. Daarvoor zet men van het middelpunt der roos de veranderde lengte gedurende het etmaal af en van het verkregen punt de veranderde breedte, af,

gepast op de schaal. Het alsdan verkregen punt wordt door eene rechte lijn met het middelpunt der roos vereenigd en de snijding van die lijn met den kompasrand geeft onmiddellijk den koers van het gebeterd behoud. De verheid of de afstand der bedoelde punten kan weder met breedteminuten van de schaal worden afgepast. Daar de ruimte op het kaartnet daarvoor te beperkt kan zijn, kan men de verand. lengte en de verand. breedte van het etmaal ook door 4 deelen, en dan op dezelfde wijze afzetten, waardoor de verheid dadelijk in geographische mijlen wordt gevonden. Voor zeer groote behouden zijn quadranten van het kompas in de vier hoeken van het kaartnet geplaatst, waarvan de bestemming nu wel duidelijk zal zijn.

Trekt men door het middelpunt der kompasroos eene parallel, dan zal het snijpunt dier lijn met de hoogtelijn de betrekkelijke ligging geven van het punt, dat de tijdmetrelengteberekening zou geven. Tevens kan dan gemakkelijk worden afgepast hoewel Oost of West eene hoogere breedte zal geven.

Het kaartnet met schaal is dus niet alleen gemakkelijk voor eene vlugge en nauwkeurige oplossing door constructie, maar geeft ons ook zonder berekening reeds korten tijd na de middagshoogte nagenoeg het geheele middagbestek.

Het behoeft geen nadere toelichting dat de oplossing van het vraagstuk geene verandering ondergaat, wanneer meer dan twee hoogten zijn gemeten of wanneer andere hemellichten dan de zon hetzij gelijk of ongelijktijdig zijn waargenomen. De berekening bepaalt zich altijd tot hoogteverschillen en azimuthen voor eene gegiste plaats, en uit de min of meer gunstige snijding der hoogtelijnen kan de waarde der plaatsbepaling worden beoordeeld. Bij meer dan twee hoogten verkrijgt men bovendien contrôle door het al of niet dicht bij elkander vallen der snijpunten van de hoogtelijnen, terwijl in verband met gunstige snijdingen de meest waarschijnlijke standplaats gemakkelijk kan worden gekozen. De oplossingsmethode heeft het voordeel van zoo algemeen mogelijk te zijn, want zij voorziet in alle gevallen, die zich bij het vraagstuk der plaatsbepaling door meer dan eene hoogtemeting kunnen voordoen.

Heeft men het tweede hoogteverschil berekend voor de plaats A', die men verkrijgt door op de eerste benaderde plaats A de gemaakte

koers en verheid tusschen de waarnemingen toe te passen, dan kan men weder het middelpunt der kompasroos voor het punt A' nemen. Voor dit punt is dan het eerste hoogteverschil = 0, zoodat men de eerste hoogtelijn evenwijdig aan zich zelve naar het middelpunt der kompasroos moet verplaatsen. Het tweede hoogteverschil en de tweede hoogtelijn worden dan weder op de gewone wijze van A' afgezet, en het snijpunt dier laatste hoogtelijn met de verplaatste geeft de plaats van het schip ten opzichte van het punt A'.

INVLOED VAN FOUTEN IN DE GEGEVENS.

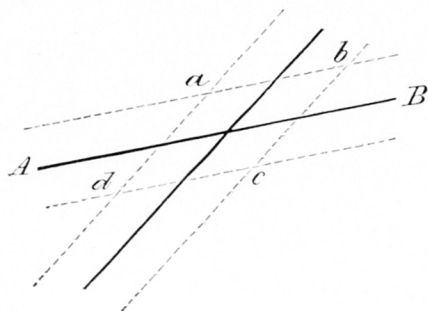
De fouten, die in de gegevens kunnen verwacht worden, zijn:
Fouten in de gemeten hoogten.

Fouten in den stand van den tijdmet.

In het algemeen zullen fouten in de hoogten den meesten invloed op het resultaat uitoefenen, wanneer de hoogtelijnen elkander ongunstig snijden. Dit heeft plaats wanneer het verschil in azimuth bij de hoogtelijnen te klein of te groot is. (dicht bij 0° of 180°). Een verschil in azimuth van 90° geeft loodrechte snijding, en foutieve hoogtelijnen zullen dan de geringste verplaatsing van het snijpunt veroorzaken. Daar eene fout in hoogte eene hoogteparallel geeft, die met een foutieven topsafstand beschreven is, kunnen wij den invloed voor verschillende gevallen gemakkelijk nagaan, door de maximumfouten aan weerszijden van een willekeurig punt der hoogtelijn in de richting van het azimuth af te zetten, waarvoor weer de breedteminuten moeten genomen worden van de wassende kaart voor de breedte, waarop men zich bevindt. De lijnen, die door de verkregen punten evenwijdig aan de hoogtelijn worden getrokken, geven dan de grenzen aan, waarbinnen de ware hoogtelijn moet gelegen zijn. Trekt men deze grenslijnen voor beide hoogtelijnen, zooals in fig. 20 door gestippelde lijnen is gedaan, dan ontstaat eene ruit a b c d, waarbinnen de ware plaats moet gelegen zijn, wanneer we de fout der tijdmeters voorloopig buiten beschouwing laten.

Bij den stand der hoogtelijnen, zooals in fig. 20, blijkt nu dadelijk dat de maximumfout, die in de breedte kan gemaakt worden, kleiner is dan de maximumfout, die in Oostelijke of Westelijke

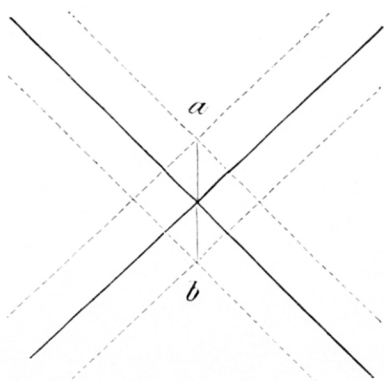
Fig. 20.



richting kan gemaakt worden, zoodat de plaatsbepaling de meeste waarde als breedtebepaling bezit. Eene nadere beschouwing der figuur doet zien dat dit een gevolg is van den stand der hoogtelijn AB, die blijkbaar bij eene hoogte behoort, die met een klein azimuth (dicht bij 0° of 180°) is gemeten. Ware die

hoogte in den meridiaan gemeten, dan zou de aangenomen fout in hoogte rechtstreeks op de breedte overgaan, even als het geval is bij eene middagsbreedte. De maximumfout, die dan in Oostelijke of Westelijke richting kan gemaakt worden, zal kleiner zijn naarmate de andere hoogte dichter bij den eersten verticaal is gemeten. Tot zoo lang is zij echter altijd grooter dan de fout in de hoogte. Is eene hoogte in den meridiaan en eene hoogte in den eersten verticaal gemeten, dan heeft de plaatsbepaling voor breedte en lengte gelijke waarde en dit zal bij loodrechte snijding der hoogtelijnen altijd het geval blijven, onverschillig bij welk azimuth de hoogten zijn gemeten; echter kunnen in het laatste geval de fouten in hoogten vergroot overgaan, zooals blijkt uit fig. 21, geteekend voor beide azimuthen $= 45^\circ$ en waarin $a b$ de maximumfout voorstelt, die in

Fig. 21.



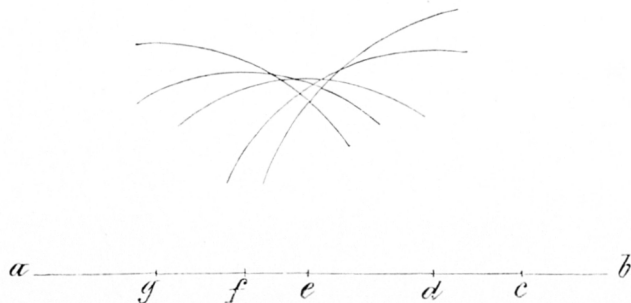
eene fout in Oostelijke of Westelijke richting, omdat de figuur deze

de breedte kan gemaakt worden. Men houde dus slechts in het oog dat hoogtelijnen, behoorende bij een klein azimuth, de richting der breedteparallellen naderen en mitsdien goede *breedtebepalers* zijn, terwijl hoogtelijnen, die bij hoogten behooren, die dicht bij den eersten verticaal zijn gemeten, de richting der meridianen naderen en bijgevolg goede *lengtebepalers* zijn. Met voordacht werd gesproken over

fout laat zien en niet de fout in lengte, die voor eene zelfde hoogtefout grooter wordt, naarmate men zich op hoogere breedte bevindt. Het spreekt echter van zelve, dat voor de beoordeeling der waarde van de plaatsbepaling in den eenen of anderen zin alleen de absolute fout, die in eene der beide richtingen kan gemaakt worden, in aanmerking komt.

Verkeert men tusschen de keerkringen in het geval dat de zonsdeclinatie weinig met de gelijknamige breedte verschilt, dan wordt het moeielijk twee zonshoogten met een behoorlijk verschil in azimuth te meten. De zon beweegt zich dan nagenoeg den geheelen dag nabij den eersten verticaal en eerst omstreeks het oogenblik van doorgang zal het azimuth snel veranderen. Kort voor den doorgang bevindt de zon zich dicht bij het Oosten, kort na den doorgang dicht bij het Westen. De eenige manier om dan nog een behoorlijk verschil in azimuth te verkrijgen, is, dat men eene hoogte kort voor en eene hoogte kort na den doorgang meet. Deze waarneming is echter niet gemakkelijk, want de zon bereikt eene groote hoogte in den meridiaan en door de snelle verandering van het azimuth moet telkens boven een ander punt van de kim worden gemeten. De omstandigheden zijn dan ook ongunstig voor alle methoden om door zonshoogten de breedte te bepalen, terwijl goede lengtebepalers gemakkelijk te verkrijgen zijn. Op lage breedte, zooals tusschen de keerkringen, mag echter worden aangenomen, dat voor topsafstanden kleiner dan 10° de hoogtekrommen in de wasende kaart nagenoeg den cirkelvorm verkrijgen, zoodat deze cirkels als de hoogtekrommen zelf in plaats van de hoogtelijnen gemakke-

Fig. 22.

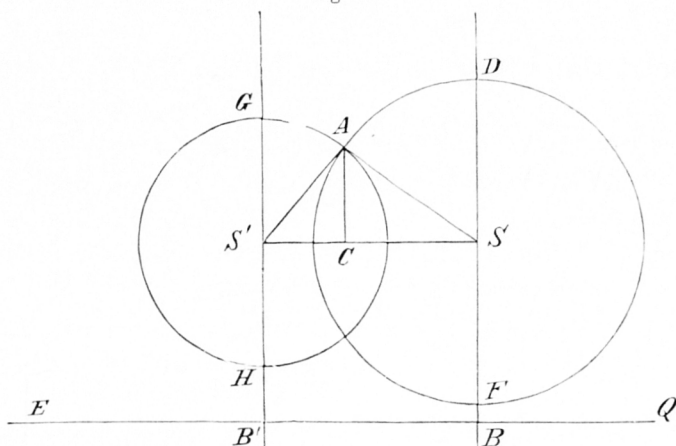


lijk in kaart kunnen gebracht worden. Men meet dan kort voor en kort na den doorgang snel achtereen eene serie zonshoogten. Stelt dan de lijn ab , fig. 22, de parallel van de wassende kaart voor op eene breedte gelijk aan de declinatie van de zon op het oogenblik der waarnemingen, dan neemt men een willekeurig punt c aan voor de aardsche projectie van de zon op het oogenblik der eerste hoogtemeting. Uit dat punt beschrijft men dan een cirkelboog met den waargenomen topsafstand als straal. De minuten voor het afpassen van den topsafstand kunnen dan weder van de schaal voor de breedteminuten worden genomen. Op dezelfde wijze beschrijft men cirkelbogen met de waargenomen topsafstanden uit de aardsche projectiën d, e, f , enz., die bij de volgende hoogtemetingen behooren en uit de snijdingen der cirkelbogen kan dan door afpassing dikwijls de breedte vrij nauwkeurig worden benaderd. De afstanden cd, de, ef , enz. zijn de tijdsverloopen tusschen de waarnemingen tot boog herleid, en afgestapt met de equatorminuten en onderdeelen van dezelfde schaal. Voor de lengte past men het lengteverschil van het aangenomen snijpunt met een der punten c, d af, en past dit verschil toe op de aardsche lengte van die aardsche projectie, welke men genomen heeft. Deze wijze van oplossing laat dadelijk zien of de gemeten hoogten veel of weinig goede breedtebepalers hebben opgeleverd, en in hoeverre dus de breedtebepaling vertrouwen verdient.

Desverkiezende kan men de constructie op kleine schaal ruw weg verrichten, de twee beste hoogten uitzoeken en vervolgens het vraagstuk op de gewone wijze door gedeeltelijke berekening en constructie oplossen. Men verkeert dan echter in minder gunstige omstandigheden voor het gebruik van hoogtelijnen, want bij kleine topsafstanden zijn de hoogtekrommen sterk gekromd. De navolgende oplossing van »Navigationslehrer" PREUSS te Elsfléth zou dan de voorkeur verdienen.

Zij namelijk S (fig. 23) de aardsche projectie van de zon bij de eerste hoogtemeting vóór den doorgang en S' de aardsche projectie bij de tweede hoogtemeting na den doorgang, dan bevat SS' evenveel equatorminuten als het verschil der aardsche lengten van de zon bij de eerste en tweede waarneming. Dit verschil is dus gelijk

Fig. 23.



aan dat tusschen de twee tijden Greenwich, dat is gelijk aan het tijdsverloop V tusschen de waarnemingen. De declinatieverandering buiten rekening latende, is $SB = S'B' = VBd$, terwijl, indien wij den meridiaan van het snijpunt A trekken, $SC = P$ den Oostelijken uurhoek bij de eerste waarneming en $S'C = P'$ den Westelijken uurhoek bij de tweede waarneming voorstelt; beide uurhoeken uitgedrukt in equatorminuten. Noemende de waargenomen topsafstanden N en N' en de stralen $SA = r$ en $S'A = r'$, dan is:

$$SA = r = SD = \frac{1}{2}(BD - BF) = \frac{1}{2}\{VB(d + N) - VB(d - N)\}$$

$$S'A = r' = S'G = \frac{1}{2}(B'G - B'H) = \frac{1}{2}\{VB(d + N') - VB(d - N')\}$$

$$AC^2 = r^2 - P^2 = r'^2 - P'^2$$

$$r^2 - P^2 = r'^2 - (V - P)^2$$

$$r^2 - P^2 = r'^2 - V^2 + 2VP - P^2$$

$$P = \frac{r^2 - r'^2 + V^2}{2V} = \frac{1}{2}V + \frac{(r + r')(r - r')}{2V}$$

en daar $P' = V - P$ is:

$$P' = \frac{1}{2}V - \frac{(r + r')(r - r')}{2V}.$$

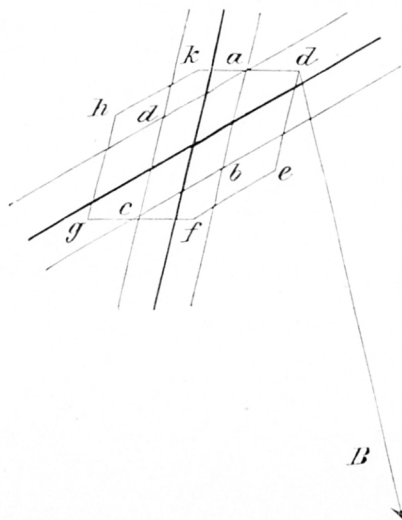
Voorts is:

$$AC = \sqrt{r^2 - P^2} = \sqrt{(r + P)(r - P)}.$$

Men vindt dan AC uitgedrukt in equatorminuten, en dit, gevoegd bij de vergrootende breedte van de declinatie der zon, geeft de vergrootende breedte van het snijpunt A .

Eene fout in den stand van den tijdmetr geeft voor alle aard-sche projectiën van het hemellicht dezelfde fout in de aard-sche lengte. Mitsdien brengt dat geene verandering in de betrekkelijke ligging onderling van de middelpunten der hoogteparallellen, maar zal eene Oostelijke of Westelijke verplaatsing der geheele figuur worden veroorzaakt. Het verkregen snijpunt der hoogtelijnen kan dus zooveel Oostelijker of Westelijker zijn gelegen als de maximum-fout bedraagt, die men tengevolge der onvolkomenheid van de tijd-meters wil aannemen. Op de breedte der uitkomst heeft dus die fout geen invloed. Dit is ook natuurlijk, want het vraagstuk der plaatsbepaling door twee hoogtemetingen geeft eigenlijk tot uitkomst de breedte en den uurhoek of den tijd aan boord, en op dit laatste alleen wordt de foutieve tijd Greenwich, dien de tijdmetr geeft, toegepast. Nemen wij nu voor de fouten in hoogten en voor de fout in lengte, die de tijdmetr geven kan, maximumwaarden zoowel in positieven als in negatieven zin aan, dan kan gemakke-lijk op de kaart eene figuur worden geconstrueerd, waardoor de grenzen bepaald worden, waarbinnen hoogstwaarschijnlijk de plaats van het schip moet gelegen zijn. De maximumfouten in hoogte geven

Fig. 24.



krijgen wij een zeshoek $d e f g h k$, waarbinnen de ruit blijft als

dan, zooals vroeger reeds verklaard is, de ruit $a b c d$ als grens-figuur. De geheele ruit kan echter zoo-veel Oostelijker of Westelijker liggen als de maximumfout in lengte door de tijd-meters bedraagt, en wanneer wij dus dat bedrag aan weerszij-den van de hoekpunten a, b, c en d in Ooste-lijke en Westelijke richting afzetten, ver-

zij het aangenomen bedrag in die richtingen verschoven wordt. De zeshoek geeft dus de grenzen aan, waarbinnen de plaats van het schip volgens alle mogelijke kansrekeningen moet gelegen zijn en de beschouwing dier figuur kan bijdragen om veilig varen zoo-veel mogelijk te verzekeren. Stel bijvoorbeeld, dat bij A gevaren zijn gelegen en dat men uit d een koers dB heeft afgezet, waarmee men vrijloopt, dan is het duidelijk, dat op welke plaats men zich ook binnen den zeshoek mocht bevinden, die koers nog verder van het gevaar zou leiden en dus in alle opzichten verantwoord is.

Heeft men meer dan twee hoogten gemeten, dan zullen de waarnemingsfouten, gevoegd bij de kleine fouten, die het gevolg kunnen zijn van het gebruik van hoogtelijnen, gemakkelijk kunnen veroorzaken, dat meerdere snijpunten ontstaan. Heeft men n hoogten gemeten, dan zal het grootste getal snijpunten, dat verkregen kan worden, voorgesteld worden door $\frac{n(n-1)}{2}$. Deze snijpunten

zullen in het algemeen een veelhoek vormen, en wanneer aan alle hoogtelijnen hetzelfde gewicht mocht toegekend worden, zou de meest waarschijnlijke plaats worden aangegeven door het punt, dat zoodanig gelegen is, dat de som der vierkanten van de afstanden tot de hoogtelijnen een minimum is. Eene algemeene oplossing van het vraagstuk om de meest waarschijnlijke plaats te vinden voor het geval dat meer dan twee hoogtelijnen elkander niet in een punt snijden, werd reeds in 1877 door den heer A. BERTOT, oud-officier der Fransche Marine, gegeven. Daar echter in de practijk de gewichten van verschillende hoogtelijnen wel nimmer als gelijk zullen aangenomen mogen worden, vooral omdat men bij meer dan twee hoogtemetingen meestal in nachtelijke waarnemingen vervalt, handelt men het veiligst en gemakkelijkst, als men de meest waarschijnlijke plaats in verband met de beste snijdingen der hoogtelijnen, die het meeste vertrouwen verdienen, door schatting bepaalt.

Ten slotte geven wij hier nog een voorbeeld van een volledig middagbestek, zooals dit voor gewone gevallen in zee bijna dagelijks voorkomt, uitgecijferd volgens beide methoden. Daarbij worden eenige aanwijzingen en opmerkingen gegeven opdat het tevens zou kunnen dienen als leiddraad bij het practisch bestekcijferen. Hieraan wordt dikwijls de behoefte gevoeld door hen, die de stuurmanskunst hoofdzakelijk theoretisch hebben beoefend en daardoor nog minder vertrouwd zijn met de hulpmiddelen, die voor vlug en handig cijferen in de practijk kunnen toegepast worden. Ook het verband tusschen de verschillende wijzen zal daardoor beter in het oog vallen.

Den 13^{en} April 1889 des middags te 12^u bevindt men zich op 38° 43',8 N.br. en 18° 12' W.l^e. In de opvolgende wachten is gezeild:

AM. ZtW.	7 mijl.
PV. ZZW.	8 »
EW. ZtW. $\frac{1}{2}$ W.	8 »
HW. Z. $\frac{3}{4}$ O	6 »
DW. ZtO $\frac{3}{4}$ O.	8 »
VM. ZtO $\frac{3}{4}$ O.	7 »

Op de DW. te 7^u 30^m is met het oog 17 voet boven water waargenomen:

Aanwijzing tijdmetr = 4^u 15^m 22^s $\odot$ h = 23° 30'.

Zon gepeild volgens standaardkompas N. 105° 0. Stand tijdmetr. tot m. t. Gr. voor dat oogenblik 4^u 29^m 2^s,4 (+) dag. gang = 2^s,8 (—).

Op den VM. te 11^u is waargenomen:

Aanwijzing tijdmetr = 7^u 45^m 24^s $\odot$ h = 60° 15' 30"

terwijl de gemeten onderrandsmiddagshoogte 63° 40' 30" bedraagt.

Men vraagt het middagsbestek op den 14^{en} April?

1. *Berekening van de Tijdmetr lengte en de miswijzing van het standaardkompas.* Daarvoor moet de gegiste breedte te 7^u 30^m bekend zijn, zoodat begonnen wordt met de gestuurde koersen en verheden die volgens het journaal van den middag op 13 April tot den volgenden morgen 7^u 30^m zijn gemaakt, naar het plat te kopelen. Men berekent tevens de gegist bekomen lengte te 7^u 30^m omdat deze gewoonlijk wordt ingevuld op het Tijdmetr lengte briefje,

dat 's morgens wordt ingeleverd. Voor de berekening der miswijzing van het kompas kan men gebruik maken van de Azimuth-tafelen van LABROSSE, waaruit bij bekende breedte, declinatie en uurhoek het azimuth voldoende nauwkeurig voor de practijk kan worden gevonden. De berekening geschiedt echter ook gemakkelijk door de sinus-formule:

$$\sin. T = \frac{\sin. P \cos. d}{\cos. h.}$$

mits men acht geve op de gevallen, waarin T scherp of stomp moet worden genomen.

Koers.	Str.	Verh.	VERANDERD.			
			N.	Z.	O.	W.
ZtW.	1	28	—	27,5	—	5,5
ZZW.	2	32	—	29,6	—	12,2
ZtW. ¹ / ₂ W.	1 ¹ / ₂	32	—	30,6	—	9,3
Z ³ / ₄ O.	3 ³ / ₄	24	—	23,7	3,5	—
ZtO ³ / ₄ O.	1 ³ / ₄	28	—	26,4	9,4	—

137,8 12,9 27,0

12,9

137,8 / 14,1 \ 0,102 = tg. K

Afgev. N.br. = 38° 43',8 VB = 2524,13 Afgev. W.l^e = 18° 12',0

Verand. Z = 2° 17',8 Verand. W. = 17',7

Bekom. N.br. = 36° 26',0 VB = 2350,21 Bekom. W.l. = 18° 29',7

v = 173,92

tg. K = 0,102

Δ l = 17',7

Aanw. tijdm. = 4^u 15^m 22^s,0

14 Apr. te 0^u

Stand. = 4^u 29^m 2^s,4 (+)

m. t. Gr. ⊙ Nd. = 9° 34' 51'',6 in 1^u .. 53'',8 (+)

m. t. Greenw. = 8^u 44^m 24^s,4

verand. in 3^u,27 = 2' 55'',6

= 8^u 73 = -3^u,27

verb. decl. . . . = 9° 31' 56'',0

Δ = 80° 28' 4''.

Gem. ⊙ h = 23° 30'

k = 4' 6'' (—) 14 Apr. te 0^u

Sch. ⊙ h = 23° 25' 54''

m. t. Gr. Tijdv. = 0^m 11^s,5 in 1^u .. 0^s.63 (—)

R = 2' 14'' (—)

verand. in 3^u,27 = 2^s,1

p + ¹/₂ m = 16' 7'' (+)

verb. Tijdv. = 0^m 13^s,6 (aftr. midd. t.)

h = 23 39' 47''

$$\begin{aligned}
 b &= 36^{\circ}26' & 1 \text{ sec.} &= 0.094448 \\
 \Delta &= 80^{\circ}28' 4'' & 1 \text{ cosec.} &= 0.006039 \dots 1 \sin. = 9.993961 \\
 h &= 23^{\circ}39'47'' \dots \dots \dots & 1 \text{ sec.} &= 0.038142 \\
 2z &= 140^{\circ}33'51'' & 1 \sin. P &= 9.965772 \\
 \varepsilon &= 70^{\circ}16'55'' & 1 \cos. &= 9.528135 & 1 \sin. T &= 9.997875 \\
 \varepsilon - h &= 46^{\circ}37' 8'' & 1 \sin. &= 9.861416 & T &= 95^{\circ}40'.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 \sin. \frac{1}{2} P &= 9.490038 & \text{Berek. Azim.} &= N. 95^{\circ}40'0 \\
 1 \sin. \frac{1}{2} P &= 9.745019 & \text{Gep.} & \gg = N. 105^{\circ} 0'0 \\
 \frac{1}{2} P &= 2^{\text{u}}15^{\text{m}} 6^{\text{s}} & \text{Miswijzing} &= 9^{\circ}20'(-)W. \\
 P &= 4^{\text{u}}30^{\text{m}}12^{\text{s}}
 \end{aligned}$$

Ware t. a. b. = $7^{\text{u}}29^{\text{m}}48^{\text{s}}$ (T moet stomp worden genomen, omdat volgenstafel XXIV
Tijdv. = $0^{\text{u}} 0^{\text{m}}13^{\text{s}},6$

Midd. t. a. b. = $7^{\text{u}}30^{\text{m}} 1^{\text{s}},6$ van BROUWER de zon den eersten
Midd. t. Gr. = $8^{\text{u}}44^{\text{m}}24^{\text{s}},4$ verticaal reeds gepasseerd is.)

$$\begin{aligned}
 W.l^{\circ} \text{ in tijd} &= 1^{\text{u}}14^{\text{m}}22^{\text{s}},8 \\
 W.l^{\circ} &= 18^{\circ}35'42''
 \end{aligned}$$

Ten einde later, wanneer de middagsbreedte bekend is, deze lengte voor de misgissing in breedte te kunnen verbeteren, zoekt men den invloed dier misgissing in taf. XXXII van BROUWER. Men vindt alsdan $10'$ Noord geeft $1',2$ Oost, hetgeen ook op het Tijdmeterlengtebriefje genoteerd wordt.

Heeft men zooals hier het azimuth tegelijk met de tijdmeterlengte berekend, dan kan de invloed der misgissing in breedte ook gemakkelijk worden berekend zonder tafel XXXII met behulp der formule: (zie bladz. 33)

$$\begin{aligned}
 \Delta P &= \frac{\Delta b}{\cos. b \operatorname{tg}. T} \text{ of voor } \Delta b = 1 \\
 \Delta 1 &= \sec. b \operatorname{cotg}. T.
 \end{aligned}$$

Wij zouden alsdan hebben gevonden:

$$\begin{aligned}
 1 \sec. b &= 0.094448 \\
 1 \operatorname{cotg}. T &= 8.996624 \\
 1 \Delta 1 &= 9.091072 \\
 \Delta 1 &= 0.123
 \end{aligned}$$

of: $10'$ Noord geeft $1',23$ Oost.

Deze manier is zeer gemakkelijk, want daar wij 1 sec. b reeds voor de tijdmetrelengteberekening hebben gebruikt, behoeft men slechts één logarithme op te zoeken om het gevraagde onmiddellijk nauwkeurig te vinden. Bij tafel XXXII moet op het gezicht meestal twee maal geïnterpoleerd worden. Men vindt dus daarmede het gevraagde niet veel vlugger en in den regel minder nauwkeurig. Omtrent de vraag of hoogere breedte Oost of West geeft kan bij deze berekening niet licht twijfel bestaan, wanneer men zooals bijvoorbeeld in dit geval aldus redeneert: De zon wordt ongeveer $O.\frac{1}{2}Z$. gepeild. De hoogtelijn, waarop het schip zich bevindt, heeft dus eene richting $N.\frac{1}{2}O.$, en een Noordelijker punt van die lijn ligt op eene meer Oostelijke lengte. Derhalve Noord geeft Oost.

Een azimuth volgens LABROSSE of eene verbeterde peiling is voor deze wijze van berekenen reeds voldoende nauwkeurig.

Verder zij nog opgemerkt dat het hoogteverschil p , dat voor de berekening der benaderde plaats volgens Sr. HILAIRE wordt gebruikt, ook uit de nu berekende tijdmetrelengte en het azimuth kan worden afgeleid. Beschouwen wij namelijk het kleine driehoekje tT'' (fig. 5) als plat en rechthoekig in T'' , dan kan men zich gemakkelijk overtuigen uit de figuur dat altijd:

$$p = tT \sin. \text{azim. is,}$$

onverschillig of de gegiste plaats binnen of buiten de hoogteparallel ligt. tT is gelijk aan het lengteverschil tusschen de gegiste en de tijdmetrelengte vermenigvuldigd met den cosinus van de gegiste breedte, en wij zouden dus hier vinden:

$$\text{Tijdm. lengte.} \dots = 18^{\circ} 35' 42''$$

$$\text{Gegiste lengte.} \dots = 18^{\circ} 29' 42''$$

$$\text{Verschil.} \dots \dots = 6'$$

$$\text{Nat. cos. geg. br.} = 0,8$$

$$tT = 4',8$$

$$\text{Nat. sin. azim.} \dots = 0,995$$

$$p = 4',77$$

2. *Berekening der buitenmiddagsbreedte.* Daarvoor moet de

eerste hoogte (in dit geval die van de tijdmetrelengte) tot de 2^e waarnemingsplaats worden herleid met de bekende formule

$$c = V \cos. (T - K).$$

Van 7^u30^m tot 11^u is gemaakt: ZtO.³/₄O. 6¹/₄ mijl of N. 160° O. 25'.

Wij hebben derhalve: Ber. Azim. bij 1^e h = T = N. 96° O.

$$K = N. 160° O.$$

$$T - K = 64°$$

$$\text{dus } c = 25' \cos. 64° = 11' (+).$$

1 ^e hoogte = 23°39'47"	2 ^e aanw. tijdm. = 7 ^u 45 ^m 24 ^s	Te 0 ^u ⊙ N. decl. = 9°34'51",6
c = 11'	1 ^e » » = 4 ^u 15 ^m 22 ^s	Verand. in 1 ^u ,5 = 1'20",7
h = 23°50'47"	2V = 3 ^u 30 ^m 2 ^s	Verb. ⊙ decl. = 9°33'31",0
	V = 1 ^u 45 ^m 1 ^s	
Gem. ⊙ h = 60°15'30"	$\frac{1}{2} (A + A') = 6u 0m23s$	
k = 4' 6"	Stand = 4 ^u 29 ^m 2 ^s	
sch. ⊙ h = 60°11'24"	Tijd Gr. = 10 ^u 29 ^m 25 ^s	
R = 0'33" (—)	= 10 ^u ,5 = — 1 ^u ,5	
p + $\frac{1}{2}$ m = 16' 3" (+)		
h' = 60°26'54"		
h = 23°50'47"		
h' — h = 36°36' 7"		
h' + h = 84°17'41"		
$\frac{1}{2} (h' - h) = 18°18' 3" \text{ l sin.} = 9.496949$	l cos. = 9.977459	
$\frac{1}{2} (h' + h) = 42° 8'50" \text{ l cos.} = 9.870066$	l sin. = 9.826747	
l sin. V = 9.645770		
l cos. d = 9.993928	l sin. = 9.220255	
sin. A = 9.639698		
A = 25°51'45" l cosec. = 0.360302	l sec. = 0.045833	l sec. = 0.045833
l sin. Q = 9.727317		l cos. N = 9.266088
Q = 32°15'27" l sec. = 0.072805		N = 79°21'57"
	l cos. R = 9.922844	R = 33° 9' 5"
	R = 33°9'5"	N — R = 46°12'52"

$$1 \cos. (N-R) = 9.840095$$

$$1 \cos. Q = 9.927170$$

$$1 \sin. Br. = 9.767265$$

$$N.br. = 35^{\circ}48'48''$$

$$\text{Verbet. voor decl. verand.} = 2'16''$$

$$N.br. = 35^{\circ}51' 4''$$

Dit is dan de breedte op het oogenblik dat de tweede hoogte is gemeten. Voor het bestekbriefje moet echter die breedte tot den middag herleid worden, om voor het geval dat men geene middagsbreedte heeft kunnen verkrijgen daarmede een gebeterd bestek te kunnen opmaken. Wij hebben dus: Van 11^u tot 12^u is behouden $ZtO.^{3/4}O. 7'$, hetgeen $6',6 \triangle$ br. geeft. Derhalve:

$$\text{Buitenmiddagsbr. te } 11^u = 35^{\circ}51' 4'' N.$$

$$\triangle Z. = 6'36''$$

$$\text{Buitenmiddagsbr. te } 12^u = 35^{\circ}44'28'' N.$$

Het spreekt van zelve dat in de verandering Zuid van 11^u tot 12^u ook weder misgissing kan bestaan. Men zou ook hiervoor eene verbetering kunnen aanbrengen door de fout in de gegiste breedte, die men te 11^u vindt, regelmatig over het geheele etmaal te verdeelen. Bijvoorbeeld:

$$\text{Gegiste br. te } 11^u = 36^{\circ} 2',5$$

$$\text{Buitenmidd. br. » » } = 35^{\circ}51',1$$

$$\text{Misgissing in } 23^u = 11',4$$

$$\text{» } 1^u = 0',5$$

Wij zijn dus per uur gemiddeld $0,5$ breedteminuut Zuidelijker opgegaan, dan het gegiste bestek aangeeft. Dit in rekening bringende van 11^u tot 12^u wordt:

$$\text{Benaderde buitenmidd. br. te } 12^u = 35^{\circ}44'.$$

Laatstgenoemde verbetering wordt in de practijk nagenoeg nimmer in rekening gebracht, doch de gevallen kunnen zich voordoen, dat men hiermede rekening moet houden.

3. *Berekening van het gegist bestek op den middag en vooruitberekening van eene gegiste middagshoogte.* Gewoonlijk wordt in zee tegen 11^u30^m het behoud van den VM. opgemaakt of bij gelijkmatige

vaart zoo vroeg mogelijk aan den officier van het bestek opgegeven. Dit bekend zijnde hebben wij dus:

Te 7^u30^m is: $\triangle$ br. = 137',8 Z. afw. = 14',1 West.

Van 7^u30^m tot 12^u is gemaakt: $ZtO.^{3/4}O.$ 8 mijl = 32'.

In 1^{3/4} streek geeft 32' verh. 30',1 $\triangle$ br. ~~X~~ en 10',8 afw. Oost.

Geeft in het etmaal: 137,8 + 30,1 = 167',9 $\triangle$ br. en

14',1 - 10',8 = 3',3 afw. = 4',1 $\triangle$ l.

derhalve koers: Zuid W/Z. West, verh. = $\frac{167.9}{4}$ = 42 mijl.

Afgev. Nbr. = 38°43',8 afgev. W.l^e = 18°12'

$\triangle$ Z. = 2°47',9 $\triangle$ W. = 4',1

bek. N.br. = 35°55',9 bek. W.l^e = 18°16',1.

gen. gez. koers en verh. Zuid W/Z. West . . . 42 mijl.

Het vooruit berekenen van eene gegiste gemeten middagshoogte geschiedt met behulp van de gegist bekomen breedte op den middag en de middagsdeclinatie en geeft het gemak, dat men uit het verschil tusschen deze vooruit berekende hoogte en de werkelijk gemeten middagshoogte onmiddellijk de middagsbreedte kan opmaken. Wij hebben dus:

Ware tijd a. b. = 0^u Te 0^u ware tijd Gr. $\odot$ N. d = 9°34'52"

Geg. WL. in tijd = 1^u13^m verand. in 1^u,2 = 1' 4"

Ware tijd Gr. = 1^u13^m middagsdeclinatie = 9°35'56"
= 1^u,2

De zon gaat boven het Zuiden door den meridiaan derhalve is

$b = d + N$ of $N = b - d.$

Geg. br. te 12^u = 35°55'54"

middagsdecl. = 9°35'56"

$N = 26°19'58''$

geg. midd. h = 63° 40'2"

K = 4' 6" (+)

R = 28" (+)

$p + \frac{1}{2} m = 16' 3'' (-)$

Geg. gem. midd. h = 63°28'33"

Uit deze berekening blijkt tevens dat eene grootere hoogte een kleinere waarde voor b dus eene Zuidelijker breedte moet geven.

4. *Berekening van het gebeterd bestek.* Is men met de voorafgaande berekeningen te 12^u gereed, dan kan ook het gebeterd bestek, zoodra de middagshoogte bekend is, spoedig worden opgemaakt. In ons voorbeeld is:

$$\begin{array}{rcl} \text{Gemeten } \odot \text{ middagshoogte} & = & 63^{\circ}40'30'' \\ \text{Gegiste } \odot & \text{»} & = 63^{\circ}28'33'' \\ \hline \text{Misgissing in breedte} & = & 11'57'' \\ \text{Gegist bekomen N.br.} & = & 35^{\circ}55'54'' \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Middagsbreedte} = 35^{\circ}43'57'' \text{ Noord.}$$

De misgissing moet van de gegiste breedte worden afgetrokken omdat we reeds gezien hebben, dat eene grootere hoogte eene Zuidelijker breedte geeft. Alsnu kan de tijdmetrelengte van 's morgens voor de misgissing in breedte worden verbeterd. Daarvoor wordt weer aangenomen dat de gevonden fout in breedte regelmatig in het geheele etmaal gemaakt is, en de fout in de gegiste breedte op het oogenblik der tijdmetrelengte wordt dus gevonden door de evenredigheid: $24^u : 19^u,5 = 12' : x$

$$x = 9',7.$$

De ware breedte was dus op het oogenblik der Tijdmetrelengte waarneming $9',7$ Zuidelijker en daar wij toen vonden $10'$ Noord geeft $1',2$ Oost geeft dus $9',7$ Zuid $1',2$ West. De Tijdmetrelengte te 7^u30^m verbeterd voor misgissing in breedte wordt dus:

$$18^{\circ}35'42'' \text{ W.} + 1'12'' \text{ W.} = 18^{\circ}36'54''.$$

Hierop toegepast de Δl van 7^u30^m tot 12^u zijnde

$$18^{\circ}29',7 - 18^{\circ}16',1 = 13',6 \text{ Oost}$$

geeft voor de tijdmetrelengte op den middag:

$$18^{\circ}36'54'' - 13'36'' = 18^{\circ}23'18'' \text{ West.}$$

Wij hebben derhalve:

$$\text{Afgelv. N.br.} = 38^{\circ}43',8 \text{ VB} = 2524,13 \text{ afgev. W.l}^{\circ} = 18^{\circ}12'$$

$$\text{Middags N.br.} = 35^{\circ}44' \text{ VB} = 2298,24 \text{ Tijdm. W.l}^{\circ} = 18^{\circ}23'18''$$

$$\Delta Z. = 2^{\circ}59',8 \quad V = 225,89 \quad \Delta W = 11'18''$$

$$\text{tg. } K = \frac{11.3}{225.89} = 0.05 \quad K = \frac{1}{4} \text{ str.}$$

In $\frac{1}{4}$ str. geeft $179'.8 \triangle b \dots 180'$ verh. = 45 mijl.

Gebeterde koers en verh. $Z\frac{1}{4}W$. 45 mijl.

De richting en kracht van den stroom kan desverlangd op de bekende wijze worden berekend.

Om in de practijk het gebeterd bestek vlug te kunnen inleveren, handelt men dikwijls als volgt: Zoodra de middagshoogte en dus ook de misgissing in breedte bekend is, past men die misgissing toe op de $\triangle$ br. van het gegist bestek en verkrijgt dan de $\triangle$ br. van het verbeterd bestek. Heeft men nu van te voren den nat. cos. opgezocht van de middelbr., dan vermenigvuldigt men deze met de $\triangle l$ van het gebeterd bestek en verkrijgt dan de afwijking. Deze gedeeld door de $\triangle b$ geeft onmiddellijk tang. K , en de streektabel de verheid. Deze manier geeft ook het voordeel, dat de verheid nauwkeuriger wordt gevonden wanneer de koers dicht bij Oost of West mocht vallen.

Omtrent de tijdm. lengte op den middag valt nog op te merken, dat deze nog aangedaan blijft met de fout in lengte, die van 7^u30^m tot 12^u kan gemaakt zijn. Men zou haar op dezelfde wijze kunnen verbeteren als bij de buitenmiddagsbreedte is aangegeven, namelijk door de gevonden fout in lengte te 7^u30^m , weder te beschouwen alsof ze regelmatig in de 24^u gemaakt wordt, doch ook deze verbetering wordt in de practijk hoogst zelden noodig geacht.

BEREKENING VOLGENS ST. HILAIRE.

1. *Berekening van de benaderde plaats te 7^u 50^m en van de miswijzing van het standaardkompas.* Wij vonden voor de gegiste plaats te 7^u 30^m ware $\odot h = 23^{\circ} 39' 47''$, N.br. = $36^{\circ} 26'$ Wl^e. = $18^{\circ} 29',7$, in tijd = 1^u 13^m 58^s,8

Aanw. tijdm. = $4^u 15^m 22^s,0$
 Stand = $4^u 29^m 2^s,4 (+)$

m. t. Greenw. = $8^u 44^m 24^s,4$
 Tijdsvereff. = $0^m 13^s,6 (-)$

Waret. Greenw. = $8^u 44^m 10^s,8$
 geg. Wle in tijd = $1^u 13^m 58^s,8$
 geg. ware t. a. b. = $7^u 30^m 12^s,0$
 geg. Oe P = $4^u 29^m 48^s,0$
 d = $9^o 31' 56'',0$

$$l \cot g. = 9.618295$$

$$l \cos. = 9.583754 \dots \dots \dots$$

$$l \cot g. = 0.774895 \quad l \sin. = 9.219066$$

$$l \lg. \varphi = 0.358649$$

$$\varphi = 66^o 21' 9''$$

$$b = 36^o 26'$$

$$l \sec. = 0.396738$$

$$l \csc. = 0.038090$$

Ber. Azim. = N. $96^o 0$.

Gep. » = N. $105^o 0$.

Miswijz. = $9^o (-)$ West.

$$l \sin. = 9.989096$$

$$l \cos. = 9.344995 (-)$$

$$l \cot g. T = 9.001380 (-)$$

$$T = 95^o 44'$$

$$n = 66^o 15' 28''$$

$$n' = 66^o 20' 13''$$

$$p = 4' 45''$$

$$= 4' 76 (-)$$

$$= 5' 8 \triangle 1.$$

$$W. 1^e t = 18^o 29' 7$$

$$\triangle W. = 5' 8$$

$$W. 1^e A = 18^o 35' 5$$

$$N. br. t = 36^o 26' 0$$

$$\triangle N = 0' 5$$

$$N. br. A = 36^o 26' 5$$

2. *Berekening der benaderde plaats en de plaats van het schip bij tweede hoogte.* Daarvoor wordt de plaatsverandering tusschen $7^u 30^m$ en 11^u op de eerste benaderde plaats toegepast en de alsdan verkregen plaats als giste plaats op het oogneblik der tweede hoogtemeting gebruikt. Wij hebben dus:

$$N. br. A = 36^o 26' 5 \quad W. 1^e A = 18^o 35' 5$$

$$\triangle Z = 23' 5 \quad \triangle O = 10' 4$$

$$N. br. A' = 36^o 3' 0 \quad W. 1^e A' = 18^o 25' 1$$

$$\text{in tijd} = 1^u 13^m 40^s, 4.$$

Aanw. tijdm. = $7^u45^m24^s,0$
 Stand. = $4^u20^m2^s,0$
 Midd. tijd Gr. = $12^u14^m26^s,0$
 Tijdsverf. = $0^m11^s,4$
 Ware tijd Gr. = $12^u14^m14^s,6$
 Geg. W.L. in tijd. = $1^u13^m40^s,4$
 Geg. ware tijd a. b. = $11^u0^m34^s,2$
 Geg. O^e P. = $0^u59^m25^s,8$
 d = $9^o35'2''$

l cos. = 9.985232 l cotg. = 0.576286
 l cotg. = 0.772504 l sin. = 9.221392

l tg. φ = 0.757736
 φ = $80^o5'28''$ l sec. = 0.764265 l cosec. = 0.006528
 b = $36^o3'$

Ware $\odot$ h = $60^o26'54''$
 n' = $29^o33'6''$

b + φ = $116^o8'28''$ l. sin. = 9.953137 l cos. = 9.644028 (—)
 l cos. n = 9.938794 l cotg. T = 0.226842
 n = $29^o42'35''$ T = $149^o20'$
 n' = $29^o33'6''$ Azim. = N. $149^o20'0$.
 p' = $9^o,5$ (+) 1^e » = N. $95^o44'0$.
 α = $53^o36'$.

$9^o,5 = A'T \sin. 53^o36'$
 koers van A' naar T Z. 6^o W.

A'T = $11^o,8$

In 6^o koershoek geeft $11^o,8$ verh. $11^o,7 \triangle$ br. en $1^o,2$ afw. = $1^o,5 \triangle$ 1

N.br. A' = $36^o3'$ W.l^e. A' = $18^o25',1$
 $\triangle$ Z = $11^o,7$ $\triangle$ W. = $1^o,5$

N.br. T = $35^o51',3$ W.l^e. T = $18^o26',6$.

Dit is volgens St. HILAIRE de plaats van het schip te 11^u. Het behoud van 11^u tot 12^u geeft 6',6 $\triangle$ br. Zuid en 3' $\triangle$ 1 Oost, zoodat volgens deze berekening de plaats van het schip op den middag zou zijn :

$$\text{Nbr.} = 35^{\circ}44',7 \text{ W.l.} = 18^{\circ}23',6.$$

De aldus gevonden lengte behoeft op den middag niet meer verbeterd te worden, zoodat het gebeterd bestek vlugger kan opgemaakt worden. Bovendien is de kans op nauwkeurigheid grooter, want de tijdmetrelengte op den middag volgens de eerste methode bezit eene misgissingfout, die van 7^u30^m af loopt, terwijl voor deze lengte die fout slechts voor het tijdsverloop na 11^u kan gemaakt zijn. Ook zal in den regel de aldus gevonden breedte weinig van de middagsbreedte verschillen, zoodat in de meeste gevallen, vooral wanneer de tweede hoogte niet ver van den middag gemeten is, het geheele bestek reeds te 12^u gereed kan zijn. De middagshoogte kan dan meer als contrôle waarneming worden gemeten. Voor het geval dat dit werkelijk een groot verschil in breedte zou opleveren, kan het gebeterde bestek nog eens met de middagsbreedte berekend worden, dat dan altijd toch nog vlugger geschieden kan dan volgens de oude methode. Verder zij nog opgemerkt, dat bij meer tijdmeters, bijv. drie, de berekening van het snijpunt der hoogtelijnen of van de plaats van het schip niet afzonderlijk voor elken tijdmetr behoeft te geschieden. Wij hebben toch reeds gezien, dat eene fout in de tijdmeters slechts eene Oostelijke of Westelijke verplaatsing van het snijpunt kan veroorzaken. Heeft men dus uit de gelijktijdige aanwijzingen der drie tijdmeters op het oogenblik der waarneming drie tijden Greenw. opgemaakt, dan blijkt daaruit hoeveel meer Oost of West de twee tijdmeters geven, die niet voor de berekening zijn gebruikt en kan de lengte volgens elken tijdmetr op het bestekbriefje worden ingevuld.

Het opmaken van het bestek wordt natuurlijk nog eenvoudiger, wanneer de constructie-methode met behulp van het hierbij gevoegde kaartnet wordt toegepast op de wijze, zooals vroeger is aangegeven.

SCHEMA'S.

Breedte en lengte der benaderde plaats.

t. GEGISTE PLAATS.

A. BENADERDE PLAATS.

A. Door Zonshoogte.

Aanw. tijdm.	=	Te 0 ^u m. t. Gr. $\odot$ decl.	=	Tijdvereff.	=		
Stand.	=		Verand.	=	Verand.	=	
Midd. tijd Gr.	=	Verb. $\odot$ decl.	= d	=	Verb. Tijdv.	=	
Tijdvereffening.	=						
Ware tijd Gr.	=						
Geg. lengte in tijd	=						
Geg. ware tijd a. b.	=						
Geg. uurh. = P	=	l cos.	=	l cotg.	=		
	d	=	l cotg.	=	l sin.	=	
		l tg. φ	=				
Gem. $\odot$ h	=	φ	=	l sec.	=	l cosec.	=
K	=	Geg. breedte	=				
Sch. $\odot$ h	=	b + φ	=	l sin.	=	l cos.	=
Straalb.	=			l cos. n	=	l cotg. t	=
Loc. $\odot$ h	=	Gegiste topsafst.	= n	=	t	=	
p $\pm \frac{1}{2}$ m	=	Waargen. "	= n'	=	Azim.	=	
$\oplus$ h	=	Hoogteverschil	= n — n'	= p	=	koers van t naar A	=
n'	=						
In.....koersh. geeft.....	verh. (p).....	verand. br. en.....	afw.	=	verand. lengte.		
	Breedte t	=	Lengte t	=			
	Verand.	=	Verand.	=			
	Breedte A	=	Lengte A	=			

Het azimuth is gelijknamig met de breedte en wordt naar het Oosten of Westen geteld al naar gelang het hemellicht rijzend of dalend is.

Zijn breedte en declinatie ongelijknamig, dan moet d negatief worden genomen. Hierdoor wordt φ en ook cotg. t door cosec. φ negatief en moet dus voor t de stompe waarde worden genomen.

Zijn breedte en declinatie gelijknamig dan kan p > 6^u worden. Alsdan wordt cos. P, cotg. P en cosec. φ negatief. Mitsdien cogt. t

positief en moet de scherpe waarde van t worden genomen. Is echter $P < 6^u$ dan beslist $b + \varphi >$ of $< 90^\circ$ of $\cotg. t$ neg. of pos. wordt en of dus de stompe dan wel de scherpe waarde van t moet worden genomen.

Is het hoogteverschil $n - n'$ positief dan is koers van t naar $A =$ azimuth. Is $n - n'$ negatief dan is koers van t naar A tegengesteld aan het azimuth.

De uurhoek wordt Oostelijk of Westelijk altijd $< 12^u$ genomen.

B. Door Stershoogte.

Aanw. tijdm.	=	Te 0 ^u m. t. Gr. R. O. midd. $\odot$	=
Stand	=	verand.	=
Midd. tijd Gr.	=	verb. R. O. midd. $\odot$	=
Geg. lengte in tijd	=		
Geg. midd. t. a. b.	=		
Geg. W ^e uurh. midd. $\odot$	=		
R. O. midd. $\odot$	=		
Geg. R. O. meridiaan	=		
R. O. *	=		
Geg. W ^e uurh. *	=		
Geg. * $P = \dots l. \cos.$	=	$l. \cotg.$	=
* decl. = $l. \cotg.$	=	$l. \sin.$	=
	$l. \tan g. \varphi$	=	
Gem. * h.	=	φ	= $l. \sec.$ = $l. cosec.$ =
K. =	Geg. breedte	=	
Schijnb. * h =	$b + \varphi$	= $l. \sin.$	= $l. \cos.$ =
Straalb. =		$l. \cos. n$	= $l. \cotg. t$ =
* h. =		n =	t =
n' =	Waargen. topsafst. *	= n' =	Azim. =
	Hoogteverschil = $n - n'$	=	koers van t naar A =
In. koershoek geeft. verh. verand. br. en. afw. =	verand. lengte.		
	Breedte t =	Lengte t =	
	verand. =	verand. =	
	Breedte A =	Lengte A =	

Omtrent de teekens enz. valt hetzelfde op te merken als bij de zon. Is de hoogte van eene planeet gemeten dan moet de declinatie en rechte opklimming der planeet uit den almanac tot het oogenblik der waarneming worden herleid.

C. Door Maanshoogte.

		Te 0 ^u midd. t. Gr. R. O. midd. $\odot$ =	
		verand. =	
Aanw. tijdm. =		verb. R. O. midd. $\odot$ =	
Stand. =			
Midd. tijd Gr. =	Te... m. t. Gr. R. O. $\odot$ =	$\odot$ decl. =	
Geg. lengte in tijd =	verand. =	verand. =	
Geg. midd. t. a. b. =	verb. R. O. $\odot$ =	verb. $\odot$ decl. =	
Geg. W ^e uurh. midd. $\odot$ =	Te... m. t. Gr. $\odot$ $\frac{1}{2}$ m. =	$\odot$ E.H.V. =	
R. O. midd. $\odot$ =	verand. =	verand. =	
Geg. R. O. meridiaan =	verb. $\odot$ $\frac{1}{2}$ m. =	verb. $\odot$ E.H.V. =	
R. O. $\odot$ =		C. taf. XVIII =	
Geg. W ^e uurh. $\odot$ =		H. V. =	
Geg. $\odot$ P =	l. cos. =	l. cotg. =	
verb. $\odot$ decl. =	l. cotg. =	l. sin. =	
Gem. $\odot$ h. =	l. tang. φ =		
K =	φ =	l. sec. =	l. cosec. =
Schijnb. $\odot$ h. =	Geg. breedte =		
Term. taf. XX =	b + φ =	l. sin. =	l. cos. =
$\odot$ h. =		l. cos. n =	l. cotg. t =
verb. $\odot$ $\frac{1}{2}$ m. =		n =	t =
$\odot$ h. =		n' =	Azim. =
n' =		n - n' =	koers van t naar A =
In.....koershoek geeft.....verh.....verand. br. en.....afw. =		verand. lengte.	
	Breedte t =	Lengte t =	
	verand. =	verand. =	
	Breedte A =	Lengte A =	

Omtrent de teekens enz. valt hetzelfde op te merken als bij de zon.

Plaatsbepaling door twee hoogten.

A. Twee zonshoogten met plaatsverandering tusschen de waarnemingen.
Oplossing geheel door berekening.t. 1^e GEGISTE WAARNEMINGSPLAATS.A. BENADERDE PLAATS DOOR 1^e HOOGTEMETING.A'. 2^e GEGISTE WAARNEMINGSPLAATS, VERKREGEN

DOOR TOEPASSING VAN PLAATSVERANDERING OP A.

T. PLAATS VAN HET SCHIP (SNIPUNT DER HOOGTELIJNEN).

Aanw. tijdm. bij 1 ^e hoogte	=.....	Te 0 ^u m. t. Gr. $\odot$ decl.	=.....	Tijdvereff.	=.....
Stand " " "	=.....	Verand.	=.....	Verand.	=.....
Midd. tijd Gr. " " "	=.....	$\odot$ decl. bij 1 ^e hoogte	=.....	Tijdv. bij 1 ^e hoogte	=.....
Tijdvereff. bij " " "	=.....				
Ware tijd Gr. " " "	=.....				
Lengte geg. plaats in tijd	=.....				
Gegiste ware t. a. b.	=.....				
" uurh. bij 1 ^e hoogte	=.....	l cos.	=.....	l cotg.	=.....
$\odot$ decl. " " "	=.....	l cotg.	=.....	l sin.	=.....
Gem. 1 ^e hoogte	=.....	l tg. φ	=.....		
K	=.....	φ	=.....	l sec.	=.....
Sch. $\odot$ hoogte	=.....	Geg. br. punt t	=.....		
Straalb.	=.....	b + φ	=.....	l sin.	=.....
loc. $\odot$ h	=.....			l cos.	=.....
p $\pm \frac{1}{2}$ m	=.....			l cos. n	=.....
$\odot$ h	=.....			l cotg. t	=.....
n'	=.....			n	=.....
n' =				n' =	
In.... koershoek geeft.... verh. (p).... verand. br. en.... afw.	=.....			Verand. lengte.	
Breedte t	=.....			Lengte t	=.....
Verand.	=.....			Verand.	=.....
Breedte A	=.....			Lengte A	=.....
Tusschen de waarnemingen verand.	=.....			Verand.	=.....
Breedte A'	=.....			Lengte A'	=.....

Aanw. tijdm. bij 2 ^e hoogte	=.....	Te 0 m. t. Gr. $\odot$ decl.	=.....	Tijdvereff.	=.....
Stand " " "	=.....	Verand.	=.....	Verand.	=.....
Midd. tijd Gr. " " "	=.....	$\odot$ decl. bij 2 ^e hoogte	=.....	Tijdv. bij 2 ^e hoogte	=.....
Tijdvereff. " " "	=.....				
Ware tijd Gr. " " "	=.....				
Lengte geg. plaats A' in tijd	=.....				
Gegiste ware tijd a. b.	=.....				
" uurh. bij 2 ^e hoogte	=.....	l cos.	=.....	l cotg.	=.....
$\odot$ decl. " " "	=.....	l cotg.	=.....	l sin.	=.....
Gem. 2 ^e hoogte	=.....	l tg. φ	=.....		
K	=.....	φ	=.....	l sec.	=.....
Sch. $\odot$ hoogte	=.....	Geg. br. punt A'	=.....		
Straalb.	=.....	b + φ	=.....	l sin.	=.....
loc. $\odot$ h	=.....			l cos.	=.....
p $\pm \frac{1}{2}$ m.	=.....			l cos. n	=.....
$\odot$ h	=.....			l cotg. t	=.....
n'	=.....			n	=.....
n' =				n' =	
2 ^e hoogteverschil, n - n' = p'	=.....			Azimuth bij 2 ^e h	=.....
" " 1 ^e h	=.....				
Vershil	=.....			α	=.....
A'T sin. α	=.....			p'	
A'T	=.....				
koers van A' naar T loodrecht op 1 ^e azim.					
In.... koersh. (A' naar T) geeft.... verh. (A'T).... verand. br. en.... afw.	=.....			Δ l.	
Breedte A'	=.....			Lengte A'	=.....
Verand.	=.....			Verand.	=.....
Breedte T	=.....			Lengte T	=.....

Bovenstaande schema geeft de eenvoudigste oplossing door berekening. Bij de oplossing gedeeltelijk door constructie met behulp van het kaartnet met schaal, neemt men voor het punt A' het middelpunt der kompasroos, en trekt daardoor de 1^e hoogtelijn loodrecht op het 1^e azimuth. Het punt, waardoor de 2^e hoogtelijn moet getrokken worden, verkrijgt men door het 2^e hoogteverschil p' in de vereischte richting van A' af te zetten. Het verschil in ligging tusschen het snijpunt T der hoogtelijnen en het punt A' wordt vervolgens met behulp der schaal afgepast.

Oplossing door gedeeltelijke constructie.

t. 1^e GEGISTE WAARNEMINGSPLAATS.

t'. 2^e " " VERKREGEN DOOR
TOEPASSING DER PLAATSVERANDERING OP t.

A. 1^e. BENADERDE PLAATS.

B. 2^e. " "

T. PLAATS VAN HET SCHIP (SNIJPUNT DER HOOGTELIJNEN).

De berekening van het eerste hoogteverschil p en de koers van t naar A geschiedt als in het vorige schema. Voor het tweede hoogteverschil p' en den koers van t' naar B moet de gegiste breedte en lengte van het punt t' worden gebruikt.

De berekening bepaalt zich tot de hoogteverschillen en azimuthen. Voor de verdere oplossing door constructie neemt men voor het punt t' het middelpunt der kompasroos, zet van daar de hoogteverschillen in de vereischte richtingen af en trekt de hoogtelijnen. Het verschil in ligging der punten t' en T wordt met behulp der schaal afgepast.

B. Twee verschillende hemellichten.

De berekening der hoogteverschillen voor de maan, eene ster of eene planeet kan geschieden volgens de schema's, die voor de berekening der ligging van de benaderde plaats zijn gegeven. Het

snijpunt der hoogtelijnen kan dan verder op dezelfde wijze worden gevonden als voor de zon is opgegeven.

Meet men de hoogten van twee of meer hemellichten kort achter elkander, dan kan voor alle hoogten dezelfde gegiste plaats worden gebruikt. Deze gegiste plaats wordt dan weder het middelpunt der kompasroos, en het verschil in ligging met het snijpunt der hoogtelijnen wordt weder het gemakkelijkst door afpassing gevonden.

VRAAGSTUKKEN TOT OEFENING.

1, Den 3^{en} Februari 18.... op 39° 17' gegiste N.br. en 35° 12' gegiste W.l°. is met het oog 15 voet boven water des namiddags ongeveer te 2^u 30^m waargenomen:

Aanwijzing tijdmetr = 5^u 40^m 38^s ⊙ h. = 25° 48'

Indien de stand van den tijdmetr tot midd. tijd Greenwich op dat oogenblik 0^u 52^m 30^s (—) bedraagt, vraagt men de breedte en lengte der benaderde plaats?

Men vindt in den almanac:

3 Febr. te 0^u midd. t. Gr. ⊙ Z. decl. = 16° 35' 34" verand. in 1^u. 44", 0 (—)

» » » » » » Tijdvereff. = 14^m 2^s, 2 » » » 0^s, 27 (+)

(Aftrekken van midd. tijd.)

Antwoord. N.br. = 39° 22', 9 W.l° = 35° 6', 5.

2. Den 22^{en} Maart 18... op 52° 30' gegiste N.br. en 5° 44' gegiste O.l°. is met het oog 16 voet boven water des avonds ongeveer 9 uur waargenomen:

Aanwijzing tijdmetr = 6^u 14^m 20^s Gem. hoogte Sirius = 14° 51'

Indien op dat oogenblik de stand van den tijdmetr tot midd. tijd Greenw. 2^u 21^m 40^s (+) bedraagt, vraagt men de breedte en lengte der benaderde plaats?

Men vindt in den almanac:

22 Maart te 0^u midd. tijd. Gr. R. O. midd. ⊙ = 0^u 0^m 42^s, 96

R. O. Sirius = 6^u 40^m 15^s, 2.

Z. decl. » = 16° 34' 9"

Antwoord. N.br. = 52° 19', 5 O.l° = 5° 32', 1

3. Den 9 April 18.... op $49^{\circ}26'$ gegiste N.br. en $18^{\circ}46'$ gegiste W.l^e is met het oog 15 voet boven water des avonds ongeveer te 10^u30^m waargenomen:

$$\text{Aanwijzing tijdmetr} = 9^u40^m4^s \text{ } \overline{C} h = 42^{\circ}52'$$

Indien op dat oogenblik de stand van den tijdmetr tot midd. tijd Greenw. $2^u1^m56^s(+)$ bedraagt, vraagt men de breedte en lengte der benaderde plaats?

Men vindt in den almanac:

9 Apr. te 0^u midd. t. Gr. R. O. midd. $\odot = 1^u11^m40^s,9$

» » 11^u » » » » $\overline{C} = 8^u33^m58^s,05$ verand. in $10^m..21^s,635$

» » 11^u » » » $\overline{C}$ N. decl. $= 20^{\circ}29'0'',8$ » » » $51^s,36(-)$

» » 0^u » » » $\overline{C}_{\frac{1}{2}}m. = 15'24'',6$ $\overline{C}$ E. H. V. $= 56'27'',3$

» » 12^u » » » $\overline{C}_{\frac{1}{2}}m. = 15'31'',3$ $\overline{C}$ E. H. V. $= 56'51'',9$.

Antwoord. N.br. $= 49^{\circ}28',9$ W.l^e $= 18^{\circ}35',1$

4. Den 10^{en} Januari 18... op $45^{\circ}12'$ gegiste N.br. en $24^{\circ}52'$ geg. W.l^e is met het oog 18 voet boven water des avonds ongeveer 10^u waargenomen:

Aanwijzing tijdmetr $= 8^u9^m40^s$ middelpts. hoogte Saturnus $31^{\circ}2'$

Indien op dat oogenblik de stand van den tijdmetr tot midd. tijd Greenw. $3^u26^m20^s(+)$ bedraagt, vraagt men de breedte en lengte der benaderde plaats?

Men vindt in den almanac:

10 Jan. te 0^u midd. t. Gr. R. O. midd. $\odot = 19^u20^m47^s,61$

» » » » R. O. Saturnus $= 9^u26^m44^s,02$

11 » » » » R. O. » $= 9^u26^m28^s,35$

10 » » » » N. decl. » $= 16^{\circ}12'1'',6$

11 » » » » N. decl. » $= 16^{\circ}13'25'',8$

E. H. V. Saturnus $= 1''$.

Antwoord, N.br. $= 45^{\circ}14'$ W.l^e $= 25^{\circ}10',8$.

5. Den 25^{en} Aug. 18... op 12°52' gegiste Z.br. en 82°37' gegiste O.l^e. is met het oog 14 voet boven water des namiddags ongeveer te 3^u30^m waargenomen:

Aanwijzing tijdmetr. = 11^u40^m24^s $\odot$ h = 33°15'

Indien de stand van den tijdmetr. op dat oogenblik 1^u40^m52^s (—) bedraagt, vraagt men de breedte en lengte der benaderde plaats?

Men vindt in den almanac:

25 Aug. te 0^u midd. t. Gr. $\odot$ N.decl. = 10°37'0",9 verand. in 1^u...52" (—)

Tijdvereff. = 1^m50^s,6 » » 1^u...0^s,68 (—)

(Aftrekken van midd. tijd).

Antwoord. Z.br. = 12°47',9 O.l^e = 82°26',8.

6. Den 1^{en} April 18.... op 34°32' gegiste Z.br. en 60°45' gegiste O.l^e is des voormiddags ongeveer te 8^u, met het oog 12 voet boven water waargenomen:

Aanwijzing tijdmetr. = 3^u14^m28^s $\odot$ h = 20°54'10".

Ruim 2 uur later, nadat het schip zich sedert deze waarneming om de OZO. 3 mijl verplaatst heeft, wordt waargenomen:

Aanwijzing tijdmetr. = 5^u38^m30^s $\odot$ h = 44°34'20".

Indien de stand van den tijdmetr. tot midd. tijd Greenw. 0^u45^m32^s(+) bedraagt, vraagt men de breedte en lengte der tweede waarnemingsplaats?

Men vindt in den almanac:

1 Apr. te 0^u midd. t. Gr. $\odot$ N.decl. = 4°43'46",6 verand. in 1^u...57",8 (+)

» » » » » » Tijdvereff. = 3^m50^s,16 » » 0^s,75 (—)

(Aftrekken van midd. tijd).

Antwoord. Z.br. = 34°20',9 O.l^e = 60°37',8.

De oplossing volgens LOBATTO en HAZEWINKEL met inachtneming der declinatie-verandering tusschen de waarnemingen voor de breedte geeft:

Z.br. = 34°20',7 O.l^e = 60°38',3.

7. Den 23^{en} Januari 18... op 40°10' gegiste N.br. en 42°45' gegiste W.l^e is des namiddags ongeveer te 1^u met het oog 4 meter boven water (kind. = 3'33") waargenomen:

Aanwijzing tijdm. = 6^u22^m43^s ⊙ h = 29°25'

Ongeveer 2³/₄ uur later, nadat het schip zich sedert deze waarneming om de ZOtZ. 3¹/₂ mijl heeft verplaatst, wordt waargenomen:

Aanwijzing tijdm. = 9^u10^m12^s ⊙ h = 11°50'

Indien de stand van den tijdmetr tot midd. tijd Greenw. 2^u29^m33^s,5 (—) bedraagt, vraagt men de breedte en lengte der tweede waarnemingsplaats?

Men vindt in den almanac:

23 Jan. te 0^u midd. t. Gr. ⊙ Z.decl. = 19°19'32" verand. in 1^u..35",7 (—)

» » » » » » Tijdvereff. = 12^m12^s,2 » » » 0^s,62 (+)
(Aftrekken van midd. tijd).

Antwoord. N.br. = 39°43',7 W.l^e = 42°15',7.

De oplossing volgens LOBATTO en HAZEWINKEL, de breedte verbeterd voor de declinatie-verandering tusschen de waarnemingen, geeft:

N.br. = 39°43',6 W.l^e = 42°18',3.

8. Den 10^{en} Aug. 18... op 28°34' gegiste Z.br. en 32°17' gegiste W.l^e is des morgens ongeveer 9 uur, met het oog 5 meter boven water (kind. = 3'58") waargenomen:

Aanwijzing tijdm. = 4^u14^m38^s ⊙ h = 27°17'

Ongeveer 2¹/₂ uur later, nadat het schip zich sedert deze waarneming om de NWtW. 4 mijl verplaatst heeft, wordt waargenomen:

Aanwijzing tijdm. = 6^u44^m42^s ⊙ h = 45°35'.

Indien de stand van den tijdmetr tot midd. t. Greenw. 5^u5^m32^s (—) bedraagt, vraagt men de breedte en lengte der tweede waarnemingsplaats?

Men vindt in den almanac:

10 Aug. te 0^u midd. t. Gr. ⊙ N.decl. = 15°22'39" verand. in 1^u..44",3 (—)

» » » » » » » Tijdvereff. = 5^m3^s,3 » » » 0^s,38 (—)
(Aftrekken van midd. tijd).

Antwoord. Z.br. = $27^{\circ}58',6$ W.l^e. = $32^{\circ}41',3$.

De oplossing volgens LOBATTO en HAZEWINKEL, de breedte verbeterd voor de declinatie-verandering tusschen de waarnemingen, geeft:

Z.br. = $27^{\circ}57',9$ W.l^e. = $32^{\circ}44',3$.

9. Den 3^{en} April 18... op $28^{\circ}30'$ gegiste Z.br. en $11^{\circ}50'$ gegiste W.l^e. is des voormiddags ongeveer te 8^u30^m , met het oog 17 voet boven water, waargenomen:

Aanwijzing tijdm. = $4^u15^m40^s$ $\odot$ h = $30^{\circ}2'40''$. Ruim 2 uur later:

Aanwijzing tijdm. = $6^u20^m14^s$ $\odot$ h = $50^{\circ}41'20''$.

Indien de tijdmeter $5^u11^m16^s$ na is op den midd. tijd Greenw. vraagt men de breedte en lengte?

Men vindt in den almanac:

3 Apr. te 0^u midd. t. Gr. $\odot$ N.decl. = $5^{\circ}24'58'',3$ verand. in $1^u.57'',46(+)$.

» » » » » » Tijdsvereff. = $3^m17^s,5$ » » » $0^s,749(-)$
(Aftrekken van midd. tijd).

Antwoord. Z.br. = $28^{\circ}39',7$ W.l^e = $12^{\circ}2',1$.

De oplossing volgens LOBATTO en HAZEWINKEL, de breedte verbeterd voor de declinatie-verandering tusschen de waarnemingen, geeft:

Z.br. = $28^{\circ}39'$ W.l^e = $12^{\circ}0',8$.

10. Den 10^{en} Februari 18... op $52^{\circ}10'$ gegiste N.br. en $22^{\circ}30'$ gegiste W.l^e. is des morgens ongeveer te 9^u15^m door waarneming verkregen:

Aanwijzing tijdm. = $8^u54^m10^s$ zons ware middelp.t'shoogte = $14^{\circ}29'$ en ruim 2^u later, nadat het schip zich sedert deze waarneming om de ZZW. 3 mijl heeft verplaatst:

Aanwijzing tijdm. = $10^u55^m12^s$ zons ware middelp.t'shoogte = $22^{\circ}53'18''$. Indien de stand van den tijdmeter $2^u5^m20^s$ (+) bedraagt, vraagt men de breedte en lengte van de tweede waarnemingsplaats?

Men vindt in den almanac:

10 Feb. te 0^u midd. t. Gr. $\odot$ Z. decl. = $14^{\circ}21'4''$ verand. in $1^u..49''$ (—)

» » » » » » » Tijdvereff. = $14^m27^s,1$ » » » 0^s.

(Aftrekken van midd. tijd).

Antwoord: Nbr. = $52^{\circ}5',6$ W.l^e. = $22^{\circ}32',1$.

De oplossing volgens LOBATTO en HAZEWINDEL, de breedte verbeterd voor de declinatie-verandering tusschen de waarnemingen, geeft:

N.br. = $52^{\circ}5',5$ W.l^e. = $22^{\circ}36',5$.

11. Den 16^{en} Juli 18... op $52^{\circ}25'$ gegiste N.br. en 5° gegiste O.l. is met het oog 17 voet boven water des avonds ongeveer te 8^u45^m gelijktijdig gemeten:

Aanw. tijdm. = $5^u30^m3^s$ $\overline{C}$ h = $15^{\circ}34'20''$ middelpuntshoogte Jupiter = $18^{\circ}54'40''$.

Indien de stand van den tijdmetr $2^u56^m29^s$ (+) bedraagt, vraagt men de breedte en lengte der waarnemingsplaats?

Men vindt in den almanac:

16 Julite 0^u midd. t. Gr. R.O. midd. zon = $7^u38^m18^s,2$

» » » » » » » $\overline{C}$ $\frac{1}{2}$ m. = $16'3'',1$ $\overline{C}$ E. H. V. = $58'48'',5$

» » » 12^u » » » $\overline{C}$ $\frac{1}{2}$ m. = $16'10'',3$ » = $59'14'',8$

» » » 8^u » » » $\overline{C}$ R.O. = $17^u22^m5^s,1$ verand. in $10^m..25^s,099$

» » » » » » » $\overline{C}$ Z. decl. = $20^{\circ}15'26'',2$ » » » $1''.6$ (—)

» » » 0^u » » » R.O. Jupiter = $15^u2^m9^s,8$ Z. decl. = $16^{\circ}12'55''$

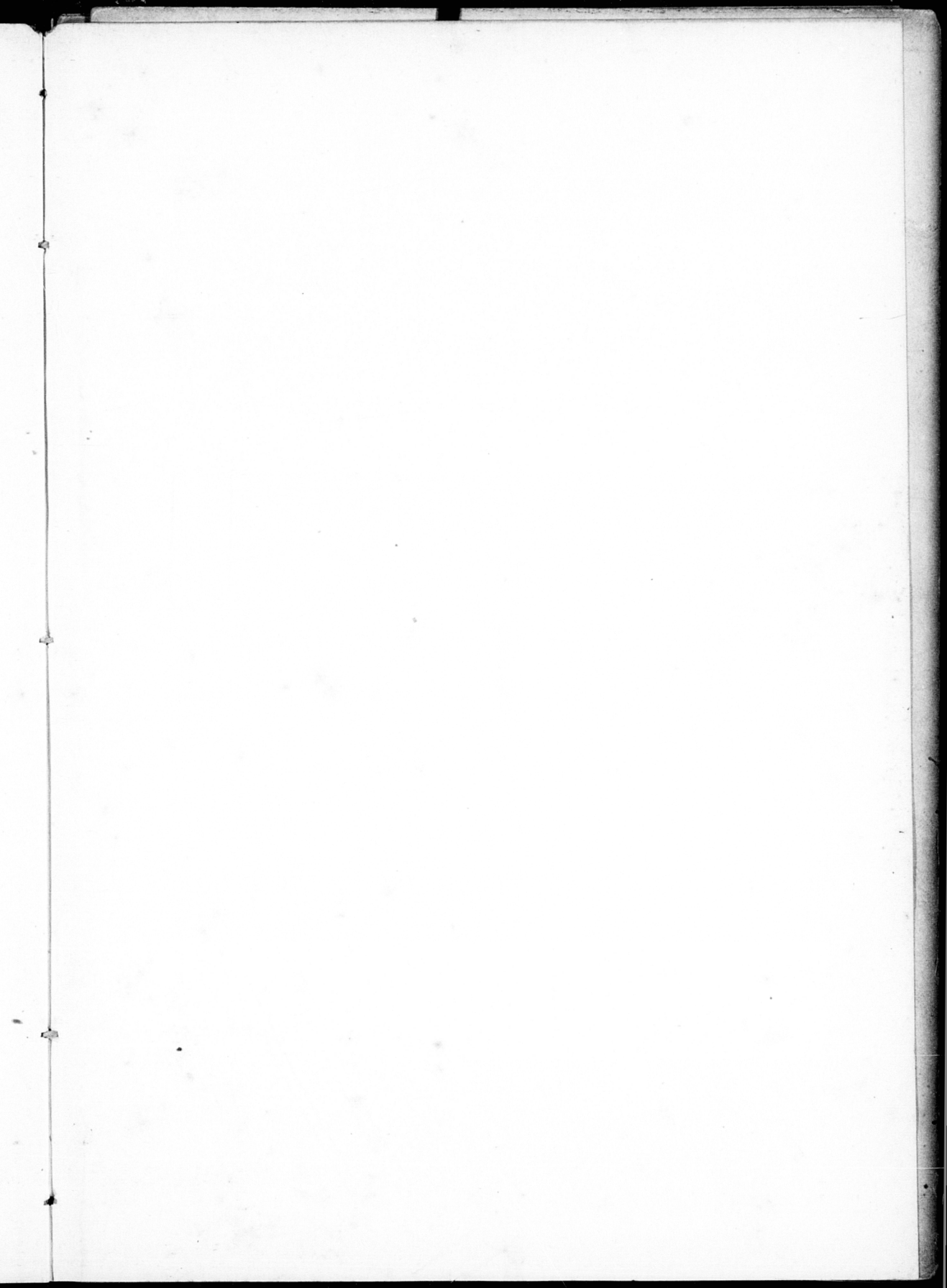
17 » » » » » » » R.O. Jupiter = $15^u2^m11^s,0$ » = $16^{\circ}13'16'',2$

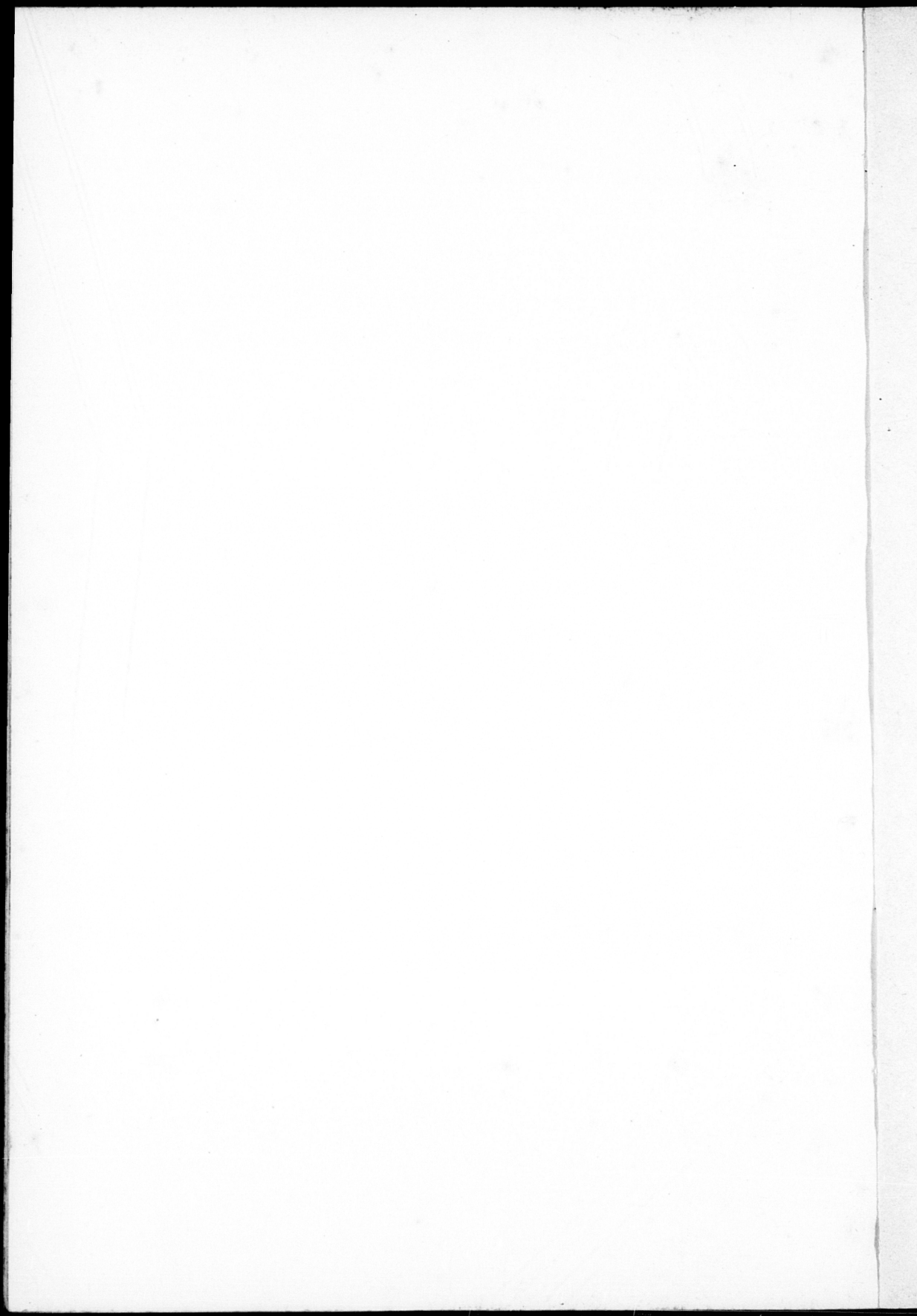
E. H. V. Jupiter = $1'',8$.

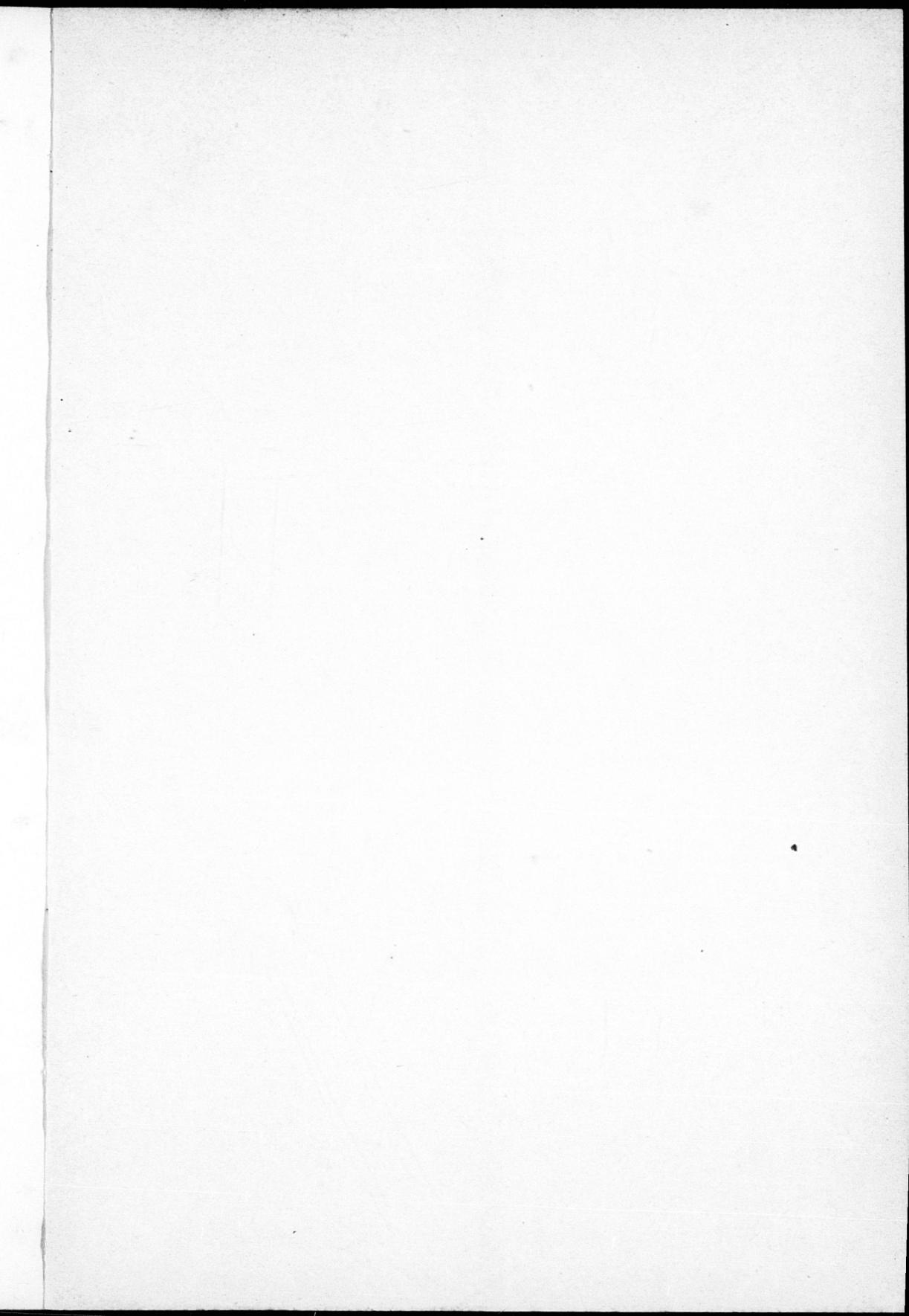
Antwoord. N.br. = $52^{\circ}35'$ O.l^e. = $5^{\circ}9',7$.

De rechtstreeksche oplossing geeft:

N.br. = $52^{\circ}35',4$ O.l^e. = $5^{\circ}8',5$

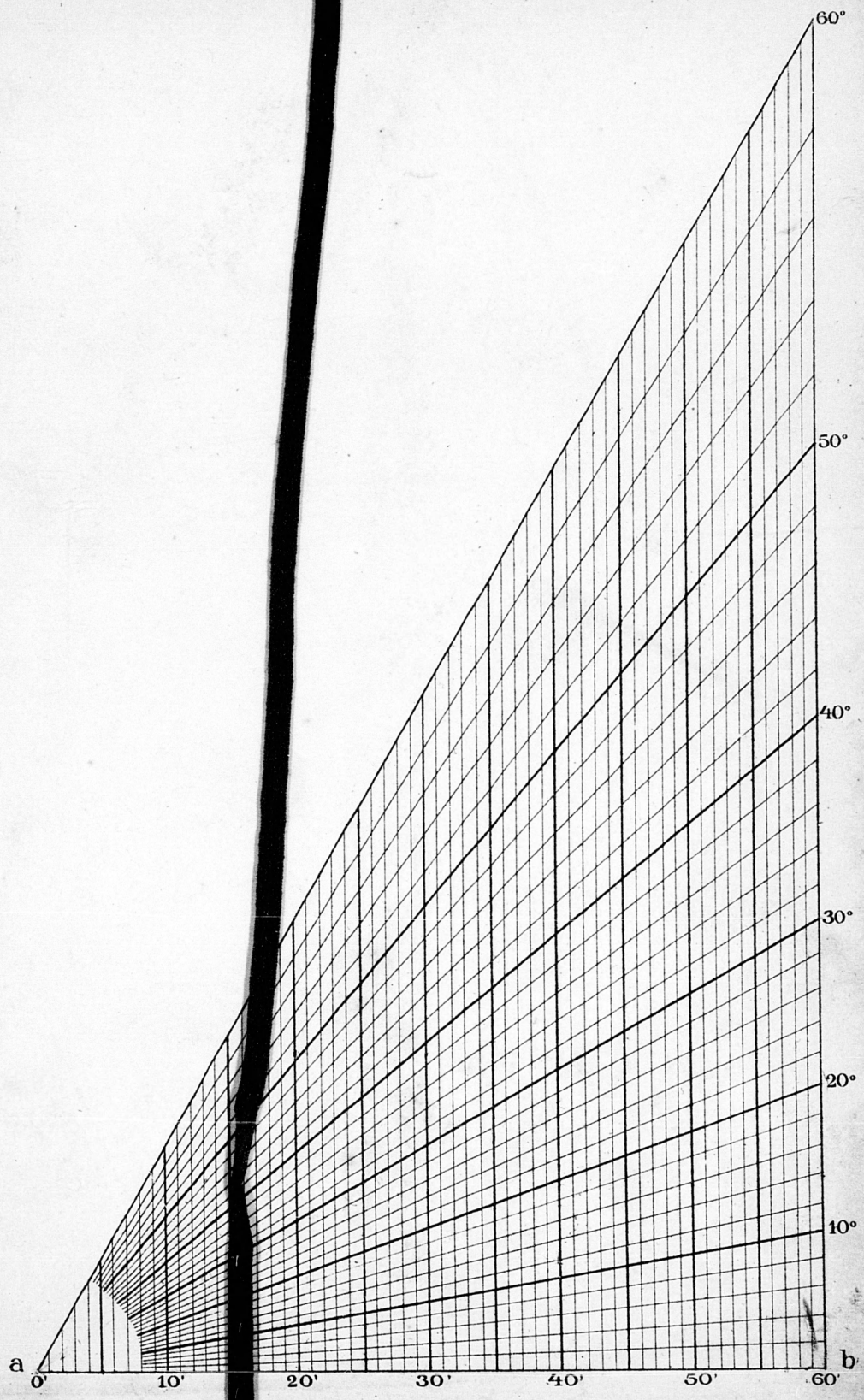






1/4 West.
4/1 now

15/5



$$\text{afreuk} = \text{sl} =$$

$$\text{afreuk} = \text{sl} =$$

$$\text{gez. bekk} =$$

$$\text{gez. bekk} =$$

$$H =$$

$$o^{\text{nd}} d =$$

$$\text{out. bf} =$$

$$V =$$

$$u =$$

$$v =$$

$$T =$$

$$d =$$

$$\text{bf} =$$

$$\text{sl} =$$

$$\text{mit. Gw} =$$

$$h =$$

$$h =$$

$$b =$$

$$\text{sec} =$$

$$\text{sc} =$$

$$s =$$

$$\text{cosc} =$$

$$h =$$

$$22 =$$

$$15h =$$

$$2 =$$

$$\text{cos} =$$

$$h =$$

$$2-h =$$

$$\text{sin} =$$

$$2 \sin \frac{1}{2} P =$$

$$\sin \frac{1}{2} P =$$

$$\frac{1}{2} P =$$

$$P =$$

$$\text{mit. } \frac{1}{6} =$$

$$\text{bf} =$$

$$\text{Kovers overh. sl afw.}$$

$$\text{mit. } \frac{1}{6} =$$

$$H =$$

$$V =$$

$$T =$$

$$T' =$$

$$\text{sl} =$$

$$\text{sl} =$$

$$\text{mit. Gw} =$$

$$=$$

$$\text{mit. } \frac{1}{6} =$$

$$=$$

$$\text{Lengte} =$$

$$=$$

$$A =$$

$$B =$$

$$A/B =$$

afroth =
ab =

afroth =
al =

gerbekt =

gerbekt =

hl =

v =

ouk =

ouk =

T =

st =

mig =

h =

b =

A =

2.2 =

2 =

2 - h =

sea =

conce =

con =

sin =

2sin $\frac{1}{2}P$ =

2sin $\frac{1}{2}P$ =

wig =

wf =

mig =

ger h =

st =

h =

st =

h =

P =

P =

K

v

ab

afw

hl =

v =

T =

st =

mig

mig

mig

length =

T =

=

=

=

=

=

=

=

=

=

A =

B =

A - B =

afroth =
ab =

afroth =
al =

gerbekt =

gerbekt =

U =
V =

oud =
a =

ouhof =
a =

T =

a =

hof =

st =

mit g =

ger h =

h =

ge =

b =

sea =

h =

a =

conce =

st =

22 =

h =

2 =

co =

2 - h =

sin =

2 sin $\frac{1}{2} P$ =

$\frac{1}{2} P$ =

2 sin $\frac{1}{2} P$ =

P =

mit % =

hof =

K

v

ab

afw

mit % =

U =

V =

T =

T' =

A =

st =

=

B =

mit g

=

mit %

=

A - B =

length =

=

=

=

afreokk =
sl =

afreokk =
sl =

geybekk =

geybekk =

u =

oⁿ d =

subf =

v =

a =

cc =

T =

d =

sl =

bf =

mifras =

h =

h =

b =

see =

sl =

d =

cooc =

h =

22 =

15h =

2 =

co =

h =

2-h =

sin =

2am $\frac{1}{2}$ P =

2m $\frac{1}{2}$ P =

$\frac{1}{2}$ P =
P =

mifras =

bf =

Kuero verk. al afw.

mifras =

u =

v =

T =

T' =

sl =

sl =

mifras =

=

mifras =

=

Length =

=

A =

B =

A-B =

afgew. 2. h₂ =
ab =

afgew. 2. h₂ =
ab =

gef. h₂ =

gef. h₂ =

h₂ =
v =

rud =

out hf =

T =

a =

a =

st =

d =

hf =

mit g =

gem. h =

h =

te =

b =

vcc =

h =

a =

ccc =

st =

2.2 =

h =

Σ =

co =

Σ - h =

sin =

tan $\frac{1}{2}$ P =

$\frac{1}{2}$ P =

tan $\frac{1}{2}$ P =

P =

mit $\frac{1}{6}$ =

hf =

k

v

ab

afw.

mit $\frac{1}{6}$ =

h₂ =

v =

T =

T₂ =

st =

st =

A =

mit g =

=

B =

mit $\frac{1}{6}$ =

=

A - B =

Length =

=

=

=

afreok₂ =

ab =

afreok₂ =

ab =

gepbeht₂ =

gepbeht₂ =

$\mathcal{H}_1$

v_1

$s^u d_1$

a_1

out₁ =

b_1

T_1

u_1

d_1

af_1

mit₁ =

h_1

b_1

a_1

oc_1

$evoc_1$

h_1

re_1

h_1

$15h_1$

22_1

2_1

cos_1

h_1

$2-h_1$

sin_1

$don \frac{1}{2} P_1$

$sin \frac{1}{2} P_1$

$\frac{1}{2} P_1$

P_1

$mit \frac{1}{6} =$

$af_1 =$

k_1

v_1

ab_1

afw_1

$mit \frac{1}{6} =$

$\mathcal{H}_2$

v_2

T_2

u_2

T'_2

u'_2

$mit \frac{1}{6} =$

2

$mit \frac{1}{6} =$

2

$2exp_1 =$

2

$=$

$=$

A_2

B_2

$A-B_2 =$

