L'usage du compas de proportion, expliqué & demontré d'une maniere courte & facile, & augumenté d'un Traité de la division des champs

avec 1 pl. dépl. et
diagr. ds le texte

L'USAGE DU COMPAS DE PROPORTION,

Expliqué & demontré d'une maniere courte & facile, & augmenté d'un Traité de la diviſion des Champs.

PAR Mr. OZANAM,

Profeſſeur en Mathematique.

J. H. Gélieu

Suivant la Copie imprimée à Paris.

A LA HAYE,
Chez HENRY VAN BULDEREN, Marchand
Libraire, dans le Pooten, à l'Enſeigne
de MEZERAY.

M. DC. XCI.

AU LECTEUR.

LES Uſages du Compas de Proportion étant dans un trés-grand nombre, je me ſuis propoſé de vous donner ſeulement icy, Mon cher Lecteur, *ceux qui m'ont ſemblé les plus utiles & les plus generaux, afin que par leur moyen vous puiſſiez facilement trouver les autres de vous-même, ſurtout quand vous aurez bien compris les demonſtrations de ceux que je prétens enſeigner icy le plus briévement qu'il me ſera poſſible. Ainſi je me ſuis contenté de mettre ſeulement dans cét Inſtrument, d'un côté* la Ligne des Parties égales, *pour pouvoir diviſer une Ligne droite ſelon une raiſon donnée :* La Ligne des Plans, *pour pouvoir augmenter & diminuer un Plan ſelon une raiſon donnée :* & la Ligne des Polygones, *pour pouvoir inſcrire dans un Cercle un Polygone regulier ; & de l'autre côté*, la Ligne des Cordes, *pour la meſure des Angles*, & la Ligne des Solides, *pour pouvoir augmenter & diminuer un Solide ſelon une raiſon donnée.*

DE L'USAGE DU COMPAS DE PROPORTION.

LE Compas de Proportion eſt un Inſtrument de Mathematique, dont on peut ſe ſervir trés-commodément pour reſoudre promptement & facilement les Problemes les plus utiles & les plus neceſſaires dans toutes les parties de Mathematique, & principalement dans la Geometrie pratique, tant ſur le papier que ſur le terrain.

Bien que la conſtruction de cét Inſtrument ne ſoit pas inconnuë aux Ouvriers, qui travaillent aux Inſtrumens de Mathematique ; neanmoins je ne laiſſeray pas de l'enſeigner icy briévement pour les Lignes que nous nous ſommes propoſées d'y mettre, ſçavoir pour les Lignes *des Parties égales*, *des Plans*, *des Polygones*, *des Cordes*, & *des Solides*, étant facile à leur imitation d'y ajoûter les autres lignes, dont on peut avoir beſoin dans la pratique, comme *la Ligne des Tangentes*, pour la deſcription des Cadrans Solaires, *la Ligne des Metaux*, &c.

Conſtruction du Compas de Proportion.

AYant determiné la longueur du Compas de proportion, que vous voulez conſtruire, comme de ſix pouces, ce qui eſt le plus ordinaire, & la largeur, comme de ſix lignes, preparez deux Regles de leton, ou de quelqu'autre matiere ſolide, ayant cette même longueur & cette même largeur, pour les jambes de vôtre Compas, leſquelles doivent être mobiles à l'entour de leurs extremitez, que l'on doit pour cette fin joindre enſemble par le moyen d'une charniere, enſor-

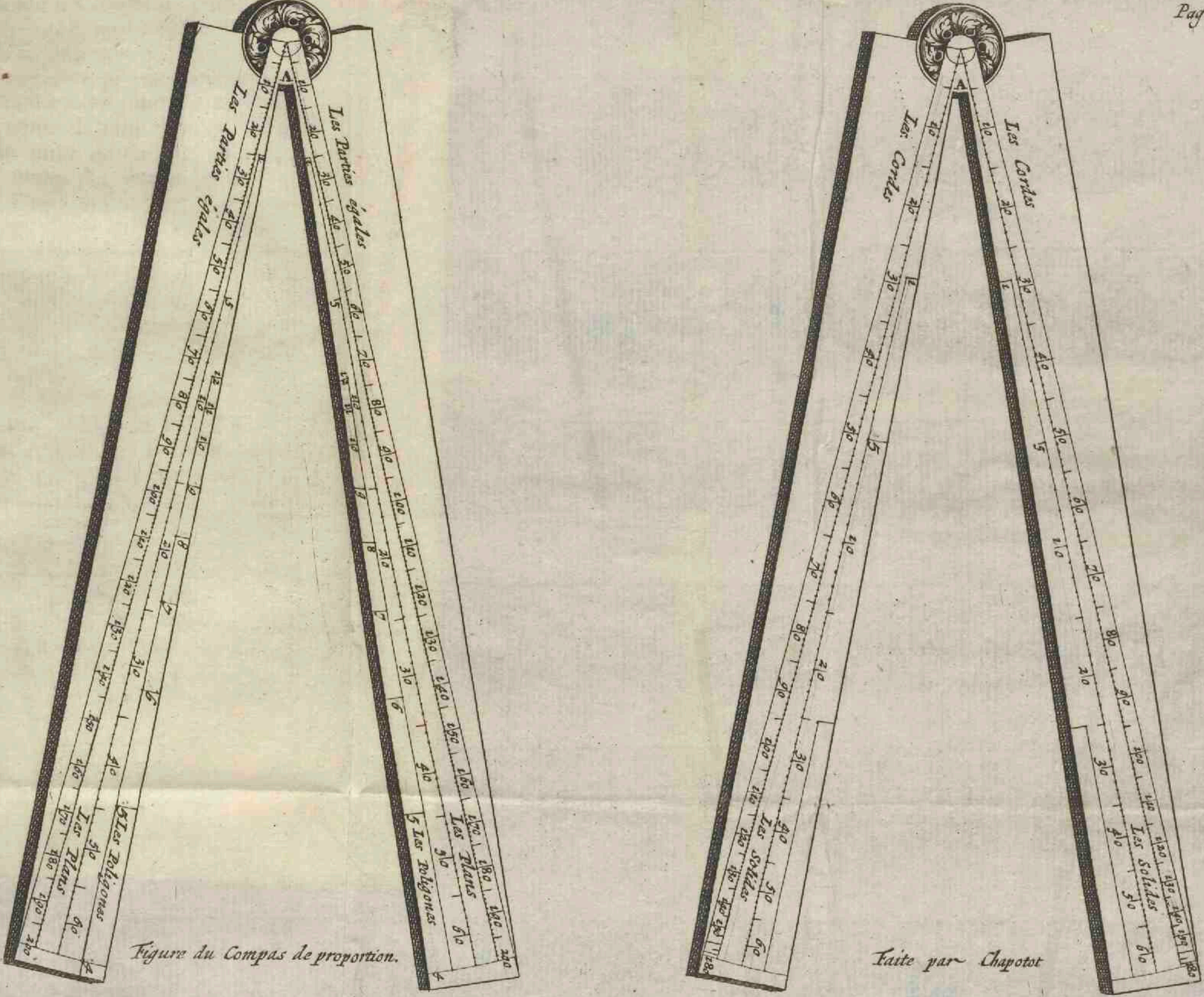


Figure du Compas de proportion.

Faite par Chapotot

enſorte que le Compas de proportion ſe puiſſe fermer & ouvrir comme l'on voudra par un mouvement, qui ſoit autant égal & uniforme qu'il ſera poſſible, pour s'en pouvoir ſervir plus commodément.

Le centre de cette charniere ſera pris pour le centre du Compas de proportion, comme A, duquel on doit tirer deſſus chaque jambe de côté & d'autre toutes les lignes qu'on veut ajoûter au Compas de proportion, pour ſon uſage, & premierement *la Ligne des Parties égales*, ainſi appellée, parce qu'elle eſt diviſée en un certain nombre de parties égales, tel que l'on veut, & le plus grand ſera le meilleur, afin que l'uſage en ſoit plus univerſel. Ce nombre eſt ordinairement 200, dans une longueur de ſix pouces, & bien que la diviſion de cette ligne en 200 parties égales ſoit facile; neanmoins pour ne rien laiſſer à deviner, je diray icy en peu de mots la maniere de faire cette diviſion.

Parties égales.

La longueur de vôtre Ligne étant determinée ſur chaque jambe, diviſez-la depuis le centre du Compas de proportion juſqu'à ſon extremité, en deux parties égales, dont chacune vaudra 100. Diviſez encore chacune de ces deux parties

ties égales en deux autres parties égales, dont chacune vaudra 50. Diviſez enſuite chacune de ces parties égales en deux autres parties égales, & chacune de ces nouvelles parties égales en cinq parties égales, & enfin chacune de ces dernieres parties égales encore en cinq parties égales, & la Ligne propoſée ſe trouvera diviſée en ſes 200 parties égales, que vous ſeparerez de cinq en cinq par de petites lignes, auſquelles vous ajoûterez des chifres de 10, en 10, ſeulement, en les contant depuis le centre A, juſqu'à l'autre extremité, où le nombre 200 ſe trouvera.

Proche la Ligne des parties égales, on pourra ajoûter ſur la même ſurface du Compas de proportion *la Ligne des Plans*, ainſi appellée, parce qu'elle comprend depuis le centre A, les côtez homologues d'un certain nombre de Plans ſemblables multiples du premier & plus petit par les nombres naturels 2, 3, 4, &c. Ce nombre eſt ordinairement 64, dans une longueur de ſix pouces, telle que nous l'avons icy ſuppoſée; ſi bien que l'extremité de cette ligne repreſente le côté du 64^{e} Plan, c'eſt-à-dire d'un Plan 64 fois plus grand qu'un autre Plan ſemblable, dont le côté homologue eſt égal à la

Plans.

à la 8^e partie de toute la ligne des Plans, parce que la Racine quarrée de 64 eſt 8; & c'eſt pour cela qu'on a choiſi ce nombre quarré 64, afin que ſa Racine quarrée 8 étant exacte, on ait auſſi exactement le côté homologue du premier & du plus petit Plan ſemblable, parce que ce côté eſt égal à la 8^e partie du côté homologue du 64^e Plan, puiſque la Racine quarrée de 64 eſt 8, & que les Plans ſemblables ſont entr'eux comme les quarrez de leurs côtez homologues, par 20. 6.

Pour trouver le côté homologue de ce premier & plus petit Plan, & par ſon moyen les côtez homologues de tous les autres Plans ſemblables, doubles, triples, quadruples, & ainſi enſuite juſqu'au 64^e, & plus grand Plan, diviſez à part le côté de ce plus grand Plan, ou la ligne des Plans en un certain nombre de parties égales, qui ſoit diviſible par la Racine quarrée 8 du plus grand Plan 64, & le nombre le plus grand ſera le meilleur, comme en 1000 parties égales, ce qui ſera facile dans une longueur de ſix pouces; & diuiſez ce nombre 1000, par la même Racine quarrée 8 du plus grand Plan 64, & le quotient donnera exactement 125 parties pour la quantité du côté du premier Plan. C'eſt pourquoy ſi l'on porte 125 parties ſur la ligne des Plans depuis le centre A, on aura un point qui terminera la longueur du côté homologue du premier Plan, par le moyen duquel on trouvera aiſément les longueurs des côtez homologues des autres Plans ſemblables multiples; comme ſi on veut trouver le côté homologue d'un Plan double, on multipliera par 2, le quarré 15625, du nombre 125, des parties du côté du premier Plan, & on prendra la Racine quarrée du produit 31250, laquelle donnera environ 177 parties pour le côté homologue du Plan double : C'eſt pourquoy ſi on porte 177 parties ſur la Ligne des Plans, depuis le centre A, on aura un ſecond point, qui terminera la longueur du côté du ſecond Plan : ainſi des autres.

C'eſt de cette maniere que nous avons ſupputé la Table ſuivante, qui montre le nombre des parties des côtez homologues de tous les Plans ſemblables, doubles, triples, quadruples, &c. à l'égard du plus petit côté de 125, ou du plus grand de 1000 parties.

1	125	17	515	33	718	49	875
2	177	18	530	34	729	50	884
3	216	19	545	35	739	51	892
4	250	20	559	36	750	52	901
5	279	21	573	37	760	53	910
6	306	22	586	38	770	54	918
7	330	23	599	39	780	55	927
8	353	24	612	40	790	56	935
9	375	25	625	41	800	57	944
10	395	26	637	42	810	58	952
11	414	27	650	43	819	59	960
12	433	28	661	44	829	60	968
13	450	29	673	45	839	61	976
14	467	30	684	46	848	62	984
15	484	31	696	47	857	63	992
16	500	32	707	48	866	64	1000

Cette Table ſe peut ſupputer par une autre maniere, qui eſt plus facile que la precedente, parce qu'elle peut ſervir de la même façon pour un autre nombre du plus grand Plan que 64, lors que ce nombre ne ſera pas quarré, & qu'il ne diviſera pas exactement le quarré du nombre des parties du côté du même plus grand Plan; ce qui empêchera le côté du premier Plan d'être exact, & de pouvoir s'en ſervir pour trouver commodément les côtez homologues des Plans ſemblables multiples. Dans ce cas on pourra trouver ces côtez plus facilement en cette ſorte.

Faites une Regle de trois directe, dont le premier terme ſoit le plus grand Plan, comme icy 64, le ſecond ſoit le Plan ſemblable, dont on cherche le côté homologue, comme par exemple 5, pour un Plan quintuple du plus petit, & le troiſiéme ſoit le quarré du nombre des parties du côté du plus grand Plan, comme icy 1000000, & la Racine quarrée du quatriéme terme 78155, donnera environ 279 parties pour le côté homologue du Plan quintuple, comme il eſt évident par 20. 6. Ainſi des autres.

Polygones. Enfin proche la Ligne des Plans, on pourra ajoûter *la Ligne des Polygones*, ainſi appellée, parce qu'elle comprend depuis le centre A, les côtez d'un certain nombre de Polygones reguliers inſcrits dans un même cercle, le *Quarré* y étant compris, & non le *Triangle*, pour n'être pas d'un grand uſage. Ce nombre eſt ordinairement 8, en commençant depuis le *Quarré* juſqu'au *Dodecagone*, les autres Polygones n'étant pas d'un ſi grand uſage, parce que les Polygones reguliers

ne

ne ſervent ordinairement que pour la fortification des Places regulieres, & qu'il ſe trouve rarement une Place reguliere de plus de douze Baſtions.

Puiſque les côtez des Polygones reguliers inſcrits dans un même cercle diminuent à meſure qu'ils ont plus de côtez, il s'enſuit que le côté du Quarré eſt le plus grand de tous, & que par conſequent on le doit faire égal à la longueur de la ligne des Polygones, que nous avons ſuppoſée de ſix pouces, en la prenant depuis le centre A.

Ayant ainſi determiné la longueur du côté du Quarré, on le diviſera en tel nombre de parties égales que l'on voudra, & le plus grand ſera le meilleur, comme en 1000, pour trouver dans ces parties la valeur des côtez des autres Polygones, & premierement le côté de l'*Exagone*, ou le Rayon du cercle commun à tous ces Polygones, ce qui ſera facile, parce que ce Rayon eſt le côté d'un triangle iſoſcele rectangle, dont l'hypotenuſe eſt égale au côté du Quarré. C'eſt pourquoy ſi on multiplie ce côté que nous avons ſuppoſé de 1000 parties, par luy même, on aura 1000000 pour ſon quarré, dont la moitié 500000 ſera par conſequent le quarré du Rayon, par 47. 1.

C'eſt pourquoy ſi on prend la Racine quarrée de cette moitié 500000, on aura 707 parties pour le Rayon, ou pour le côté de l'Exagone, que l'on pourra auſſi trouver par cette analogie:

Comme le Sinus Total - - - - 100000
Au côté du Quarré - - - - - - 1000
Ainſi le Sinus de 45 *degrez* - - - 70710
Au côté de l'Exagone - - - - - 707

Par le moyen du côté de l'Exagone ainſi trouvé on trouvera les côtez de tel autre Polygone qu'on voudra, par cette analogie:

Comme le Sinus Total,
Au double du côté de l'Exagone;
Ainſi le Sinus de la moitié de l'angle du centre du Polygone,
Au côté du Polygone qu'on cherche.

C'eſt de cette maniere que nous avons conſtruit la Table ſuivante, qui montre la quantité des côtez des Polygones reguliers depuis le *Quarré* juſqu'au *Dodecagone*; & il ſera facile de la prolonger autant que l'on voudra, pour les Polygones de plus de côtez, & par ſon moyen de marquer les côtez ſur la ligne des Polygones, en portant les parties qu'ils contiennent depuis le centre A ſur la même ligne des Polygones. Cela eſt trop clair, ſans

ſans qu'il ſoit beſoin d'en donner un exemple particulier, & c'eſt pour cela auſſi que nous ne nous ſommes pas arrêté à donner la démonſtration des deux analogies precedentes.

Polygones	*coſtez*
Quarré	1000
Pentagone	831
Exagone	707
Eptagone	613
Octogone	540
Enneagone	484
Decagone	437
Endecagone	398
Dodecagone	366

Il ne reſte plus qu'à vous enſeigner la maniere de mettre de l'autre côté, c'eſt à dire ſur l'autre ſurface de chaque jambe du Compas de Proportion, les lignes des Cordes & des Solides, & premierement *la ligne des Cordes* en cette ſorte.

Ayant

Cordes. Ayant tiré du centre A, ſur chaque jambe du Compas de proportion, la ligne des Cordes, ainſi appellée, parce qu'elle comprend les cordes de tous les degrez du demi cercle, qui a pour Diametre la longueur de cette ligne, laquelle doit être égale de côté & d'autre; portez les cordes de tous les degrez de ce demi cercle diviſé exactement en ſes 180 degrez, en les prenant depuis l'une des deux extremitez du Diametre, depuis le centre A, ſur chaque ligne des Cordes, & y marquez autant de points, qui repreſenteront les degrez du demi cercle: Separez ces points ou degrez de cinq en cinq par de petites lignes, pour les pouvoir conter plus facilement, & y ajoûtez les chifres de 10 en 10, en commençant à conter depuis le centre A, jusqu'à l'extremité du Compas de proportion, où le 180^{e} degré ſe trouvera.

On pourroit auſſi marquer les degrez ſur cette ligne des Cordes, par le moyen d'une Table qui ſuppoſeroit la longueur de la ligne des Cordes diviſée en 1000 parties égales; mais comme cette maniere ne me ſemble pas ſi ſimple, ni ſi exacte que la precedente, je n'en parleray pas davantage.

Proche la ligne des Cordes, on pourra mettre *la ligne des Solides*, ainſi appellée, parce qu'elle comprend les côtez homologues d'un certain nombre de Solides ſemblables multiples du premier & plus petit, par les nombres naturels 2, 3, 4, &c. Ce nombre eſt ordinairement 64, dans une longueur de ſix pouces, telle que nous l'avons icy ſuppoſée, ſi bien que l'extremité de cette ligne repreſente le côté du 64 Solide, c'eſt-à-dire d'un Solide 64 fois plus grand qu'un autre Solide ſemblable, dont le côté homologue eſt égal à la 4e partie de toute la ligne des Solides, parce que la Racine cubique de 64, eſt 4; & c'eſt pour cela que l'on a choiſi ce nombre cubique 64, afin que ſa Racine cubique 4, étant exacte, on ait auſſi exactement le côté homologue du premier & plus petit Solide ſemblable, parce que ce côté eſt égal à la 4e partie du côté homologue du 64e Solide, puiſque la Racine cubique de 64 eſt 4, & que les Solides ſemblables ſont comme les cubes de leurs côtez homologues, par 33. 11. Solides.

Pour trouver le côté homologue de ce premier & plus petit Solide, & par ſon moyen les côtez homologues de tous les

les

les autres Solides ſemblables, doubles, triples, quadruples, & ainſi en ſuite juſques au 64ᵉ & plus grand Solide; diviſez à part le côté de ce plus grand Solide, ou la ligne des Solides, en un certain nombre de parties égales, qui ſoit diviſible par la Racine cubique 4, du plus grand Solide 64, & le nombre le plus grand ſera le meilleur, comme en 1000 parties égales; & diviſez ce nombre 1000, par la même Racine cubique 4, du plus grand Solide 64, & le quotient donnera exactement 250 parties pour la quantité du côté du premier Solide. C'eſt pourquoy ſi l'on porte 250 parties ſur la ligne de Solides depuis le centre A, on aura un point, qui terminera la longueur du côté homologue du premier Solide, par le moyen duquel on trouvera aiſément les longueurs des côtez homologues des autres Solides ſemblables multiples; comme ſi on veut trouver le côté homologue d'un Solide double, on multipliera par 2 le cube 15625000 du nombre 250 des parties du côté du premier Solide, & on prendra la Racine cubique du produit 31250000, laquelle donnera environ 315 parties pour le côté homologue du Solide double. C'eſt pourquoy ſi on porte te 315 parties ſur la ligne des Solides depuis le centre A, on aura un ſecond point, qui terminera le côté du ſecond Solide. Ainſi des autres.

C'eſt de cette maniere qu'on a ſupputé la Table ſuivante, qui montre le nombre des parties des côtez homologues de tous les Solides ſemblables, doubles, triples, quadruples, &c. à l'égard du plus petit côté de 125 ou du plus grand de 1000 parties.

1	250	17	643	33	802	49	914
2	315	18	655	34	810	50	921
3	360	19	667	35	818	51	927
4	397	20	678	36	825	52	933
5	427	21	689	37	833	53	939
6	454	22	700	38	840	54	945
7	478	23	711	39	848	55	951
8	500	24	721	40	855	56	956
9	520	25	731	41	862	57	962
10	538	26	740	42	869	58	967
11	556	27	750	43	876	59	973
12	572	28	759	44	882	60	978
13	588	29	768	45	889	61	984
14	602	30	777	46	896	62	989
15	616	31	785	47	902	63	995
16	630	32	794	48	908	64	1000

Cette Table ſe peut ſupputer par une autre maniere, qui eſt plus facile que la precedente, parce qu'elle peut ſervir de la même façon pour un autre nombre du plus grand Solide que 64, lors que ce nombre ne ſera pas cubique, & qu'il ne diviſera pas exactement le cube du nombre des parties du côté du même plus grand Solide; ce qui empêchera le côté du premier Solide d'être exact, & de pouvoir s'en ſervir pour trouver commodement les côtez homologues des Solides ſemblables multiples. Dans ce cas on pourra trouver ces côtez plus facilement en cette ſorte.

Faites une Regle de trois directe, dont le premier terme ſoit le plus grand Solide, comme icy 64, le ſecond ſoit le Solide ſemblable, dont on cherche le côté homologue, comme par exemple 5, pour un Solide quintuple du plus petit, & le troiſiéme ſoit le cube du nombre des parties du côté du plus grand Solide, comme icy 1000000000, & la Racine cubique du quatriéme terme 78125000, donnera environ 427 parties pour le côté homologue du Solide quintuple, comme il eſt évident par 33. 11. Ainſi des autres.

USA-

USAGE DE LA LIGNE DES PARTIES EGALES.

LA ligne des Parties égales ſert pour diviſer une ligne droite d'une grandeur donnée en parties égales, pour luy ajoûter ou pour en retrancher telle partie que l'on voudra; pour tracer un Plan ſur le papier; pour ſervir d'Echelle à ce Plan, & y connoître la meſure de toutes ſes parties par rapport à une Ligne connuë: ce qui eſt d'une trés-grande utilité dans la Fortification, où l'on peut connoître ſans Trigonometrie, & ſans aucune Echelle particuliere, la quantité d'une Courtine, d'une Face, d'un Flanc, &c. le côté interieur du Polygone, ou bien la Ligne de defenſe étant ſuppoſée d'une grandeur connuë, laquelle eſt d'environ 120 toiſes dans un Fort Royal.

PROBLEME I.

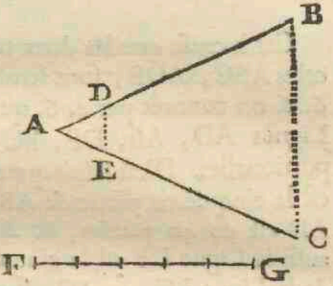
Diviſer une ligne donnèe en autant de parties égales que l'on voudra.

POur diviſer une Ligne donnée en un nombre donné de parties égales, il en faut porter la longueur ſur la ligne des parties égales du Compas de proportion, à un nombre de part & d'autre, qui ſoit diviſible par le nombre donné, en ſorte que le Compas de proportion ſoit ouvert d'une telle maniere, que la diſtance de ce nombre dans chaque Ligne des parties égales, ſoit égale à la ligne donnée. Aprés quoy, le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, on prendra avec le compas commun de côté & d'autre ſur la même Ligne des parties égales, la diſtance du nombre qui viendra en diviſant par le nombre donné, le nombre auquel on a appliqué la longueur de la ligne donnée ſur les parties égales; & cette diſtance diviſera la Ligne donnée en autant de parties égales qu'il a été propoſé.

EXEM-

EXEMPLE.

Qu'il faille diviſer par exemple en cinq parties égales la Ligne donnée FG. Suppoſons que les deux Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des parties égales du Compas de Proportion, en ſorte que A ſoit le centre, & les extremitez B, C, les points 200. Parce que ce nombre 200 eſt diviſible par 5, il pourra ſervir pour la diviſion de la Ligne propoſée FG, en cinq parties égales; ſçavoir en ouvrant le Compas de proportion, en ſorte que la diſtance BC, de 200 à 200, ſoit égale à la Ligne propoſée FG; & en prenant la diſtance DE de 40 à 40, qui eſt la cinquiéme partie de 200, car je ſuppoſe que la marque 40 eſt en D & en E: & cette ouverture DE, diviſera la ligne propoſée FG, en cinq parties égales, com-



me

me il étoit propoſé; c'eſt à dire que la Ligne DE, ſera la cinquiéme partie de la Ligne donnée FG, ou de ſon égale BC.

DEMONSTRATION.

Car à cauſe que les deux triangles iſoſceles ABC, ADE, ſont ſemblables, par *6. 6.* on connoît par 4. *6.* que les quatre Lignes AD, AB, DE, BC, ſont proportionelles. D'où il ſuit que comme AD eſt la cinquiéme partie de AB, parceque AD eſt de 40 parties, & AB de 200, auſſi la Ligne DE eſt la cinquiéme partie de la Ligne BC, ou FG, ſon égale. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

Au lieu d'appliquer la longueur de la Ligne donnée FG, de 200 à 200, on l'auroit pû appliquer de 100 à 100, qui eſt un nombre diviſible par 5, & alors on auroit pris la diſtance de 20 à 20, qui eſt la cinquiéme partie de 100, pour avoir auſſi la cinquiéme partie de la Ligne propoſée FG; mais il auroit falu ouvrir davantage le Compas de proportion, ce qui eſt moins commode dans la pratique,

tique, & c'eſt pour cela que nous nous ſommes ſervi du nombre 200, lequel étant plus éloigné du centre A, ne demande pas une ſi grande ouverture du Compas de proportion.

Si on ne peut pas appliquer ſur la Ligne des parties égales la longueur de la Ligne donnée FG, pour être trop grande, on en appliquera ſeulement la moitié, ou le tiers, pour en trouver la cinquiéme partie, comme il a été enſeigné; & le double ou le triple de cette partie ſera la cinquiéme partie de toute la Ligne propoſée FG. Il peut arriver d'autres cas, leſquels n'étant pas de grande conſequence, ne meritent pas que nous en parlions icy davantage.

PROBLEME II.

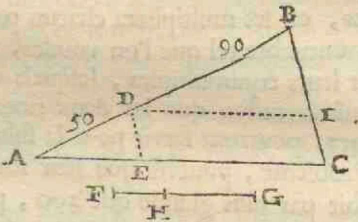
Couper une Ligne donnée ſelon une raiſon donnée.

APpliquez la Ligne donnée ſur la Ligne des Parties égales de part & d'autre, en ſorte que le Compas de proportion ſoit tellement ouvert, que la diſtance du nombre égal à la ſomme des deux termes de la raiſon donnée, pris de côté & d'autre ſur la Ligne des Parties égales, ſoit égale à la Ligne donnée; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez avec le compas commun ſur chaque Ligne des Parties égales, la diſtance du nombre égal à l'un des deux termes de la raiſon donnée, pour la porter enſuite ſur la Ligne propoſée depuis l'une de ſes deux extremitez, & cette Ligne ſe trouvera coupée ſelon la raiſon donnée.

EXEMPLE.

Qu'il faille diviſer la Ligne donnée FG, en deux parties, dont la raiſon ſoit égale à celle des deux nombres donnez 50, 90. Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des parties égales du Compas de proportion, que le centre ſoit A, que les deux points B, C, également éloignez du centre A, ſoient les points marquez 140, qui eſt la ſomme des deux termes 50, 90, de la raiſon donnée; & que les deux points D, E, auſſi également éloignez du centre A, ſoient les points marquez 50, qui eſt l'un des deux nombres de la raiſon donnée.

Ayant ouvert le Compas de proportion, en ſorte que la diſtance BC, de 140 à 140, ſoit égale à la ligne donnée FG, prenez la diſtance DE, de 50 à 50, & la portez ſur la Ligne donnée FG, depuis ſon extremité F en H; & les deux parties FH, GH, ſeront dans la raiſon des deux nombres donnez 50, 90.



DEMONSTRATION.

Car ſi l'on tire par le point D, à la Ligne AC, la parallele DI, on aura CI, égale à DE, & par conſequent à FH, parce que l'on a fait FH égale à DE: & à cauſe de BC, égale à FG, par la conſtruction, on aura BI égale à GH; & parce que AD eſt de 50 parties, & AB de 140, & par conſequent DB, de 90, & que par 2. 6. la raiſon des Lignes CI, BI, eſt égale à celle des deux AD, DB, 50, 90, il s'enſuit que la raiſon des deux Lignes FH, GH, égales aux deux CI, BI, eſt égale auſſi à celle des deux nombres donnez 50, 90. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

Si les deux nombres donnez ſont trop petits, on les multipliera chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pour avoir leurs équimultiples, leſquels étant en même raiſon que les deux nombres donnez, pourront ſervir pour la ſolution du Probleme, pourvû que leur ſomme ne ſoit pas plus grande que 200, parce que le plus grand nombre des parties égales ne paſſe pas 200.

On fera tout le contraire, quand les deux nombres donnez ſeront trop grands, c'eſt-à-dire qu'on les diviſera chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pour avoir deux autres nombres plus petits, dont on pourra ſe ſervir à la place des deux donnez, puiſqu'ils ſeront dans la même raiſon, comme étant ſemblables parties aliquotes des deux nombres donnez.

Il eſt évident que s'il falloit couper la

Ligne FG, en parties proportionnelles à plus que de deux nombres donnez, il faudroit ajoûter enſemble tous ces nombres donnez, pour avoir leur ſomme, & travailler comme il vient d'être enſeigné.

Si les deux termes de la raiſon donnée ſont des fractions de diverſe eſpece, on les reduira en d'autres fractions de même denomination, & en negligeant le denominateur commun, on ſe ſervira des numerateurs à la place des fractions propoſées.

PROBLEME III.

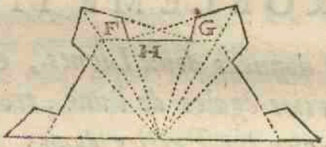
Etant données deux Lignes, & les Parties égales de l'une, trouver les Parties égales de l'autre.

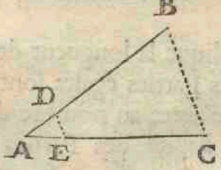
SI on applique la longueur de la Ligne, dont les Parties égales ſont connuës, de côté & d'autre au nombre de ces Parties ſur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, & que l'on porte la longueur de l'autre ligne, ſur la même Ligne de ces Parties égales, ſans changer

ger l'ouverture du Compas de proportion, en ſorte que cette longueur s'accorde de part & d'autre à un même nombre ; ce nombre ſera celuy des Parties égales qu'on cherche.

EXEMPLE.

Que la ligne FG, ſoit par exemple le côté interieur d'un Polygone fortifié, & que ce côté étant ſuppoſé de 120 Parties égales, ou de 120 toiſes, il faille trouver dans ces mêmes parties la quantité de la Demi-gorge FH. Suppoſons comme à l'ordinaire, que les lignes AB, AC, ſoient





ſoient chacune la Ligne des Parties égales du Compas de proportion ; que le centre ſoit A, & que les deux points B, C, ſoient les points marquez 120. Ayant ouvert le Compas de proportion, en ſorte que la diſtance BC de 120 à 120, ſoit égale à la Ligne donnée FG, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez avec le Compas commun la longueur de l'autre ligne donnée FH, ſur la Ligne des parties égales, en ſorte que cette longueur réponde de côté & d'autre en deux points également éloignez du centre A, c'eſt à dire du même nombre des parties égales, comme D, E: & ſi ce nombre ſe rencontre par exemple 26, c'eſt à dire, ſi chacune des Lignes égales AD, AE, ſe trouve de 26 parties, on conclura que la ligne FH, contient 26 parties ſemblables à celles dont FG en comprend 120.

DEMONSTRATION.

Car dans les deux triangles iſoſceles ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que la raiſon des deux Lignes BC, DE, ou de leurs égales FG, FH, eſt égale à celle des deux AB, AD, ou des deux nombres 120, 26. C'eſt pourquoy la Ligne FG étant de 120 parties égales, il eſt de neceſſité que la Ligne FH contienne 26 de ces mêmes Parties. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

On pourra connoître de la même façon la quantité d'une Face, d'un Flanc, d'une Courtine, & de toutes les autres Lignes d'un Polygone fortifié. Mais ſi la Ligne FG ſe trouve trop grande pour pouvoir être appliquée ſur la Ligne des Parties égales, on ſe ſervira de ſa moitié ou de ſon tiers, en prenant pareillement la moitié ou le tiers du nombre de la Ligne DE, pour la Ligne FH. Et ſi le nombre des parties ſuppoſées de la Ligne FG eſt trop grand, on ſe ſervira auſſi de la moitié ou du tiers de ce nombre, aprés quoy on prendra le double ou le triple du nombre des Parties égales que l'on trouvera pour la Ligne FH, pour avoir en ce double, ou en ce triple, le veritable nombre des Parties égales de la même Ligne FH.

PROBLEME IV.

Etant donnée une Ligne, & le nombre des Parties égales qu'elle contient, en retrancher tel nombre que l'on voudra de ces Parties.

AYant appliqué la longueur de la Ligne donnée de côté & d'autre, au nombre des Parties égales qu'elle contient, ſur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, portez la diſtance du nombre des Parties égales qu'on veut retrancher, priſe de part & d'autre ſur la même Ligne des Parties égales du Compas de proportion ainſi ouvert, ſur la Ligne propoſée depuis l'une de ſes extremitez vers l'autre extremité, & le Probleme ſera reſolu.

EXEMPLE.

Reprenons la Figure precedente, & qu'il faille retrancher du côté interieur FG, que nous ſuppoſons de 120 toiſes, la ligne FH, de 26 toiſes, telle que doit être la Demi-gorge dans l'Exagone, ſelon nôtre Metode nouvelle de fortifier, qui convient parfaitement bien aux meilleures maximes de la Fortification. Appliquez la Ligne donnée FG, ſur chaque Ligne des Parties égales AB, AC, du Compas de proportion, de 120 à 120, enſorte que la diſtance BC, de 120 à 120, ſoit égale à la Ligne propoſée FG; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez la diſtance DE de 26 à 26, ſur la Ligne donnée FG, depuis ſon extremité F en H; & la ligne FH ſera de 26 Parties égales, dont la ligne FG en comprend 120; dont la demonſtration eſt tout-à-fait la même que celle du Probleme precedent.

SCOLIE.

Vous voyez par la pratique de ce Probleme & du precedent, que la Ligne des Parties égales du Compas de proportion peut trés-commodément ſervir d'Echelle pour quelque Plan que ce ſoit, pourvû que l'on ſçache la quantité d'un de ſes côtez; & que l'on peut aiſément tracer un Plan ſur le papier, & le reduire en un Volume plus grand ou plus petit de la maniere

niere que l'on voudra. Cela eſt trop clair pour en parler davantage.

Je diray ſeulement que ſi la Ligne F G eſt trop grande, on ſe ſervira de ſa moitié ou de ſon tiers, & on prendra le double ou le triple du nombre donné pour la Ligne F H; Et que ſi le nombre des parties ſuppoſées de la Ligne F G eſt trop grand, on ſe ſervira auſſi de la moitié ou du tiers de ce nombre, en prenant pareillement la moitié ou le tiers du nombre donné pour la Ligne FH.

PROBLEME V.

Trouver une Ligne égale à la circonference d'un Cercle donné.

PUiſque le Diametre d'un cercle eſt à ſa circonference, environ comme 100 eſt à 314, ou comme 50 eſt à 157, comme nous avons démontré dans nôtre *Geometrie Pratique*; Il s'enſuit que ſi on applique le Diametre du Cercle donné de 50 à 50, ſur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, & que le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, on prenne ſur la même Ligne des Parties égales la diſtance de 157 à 157, on aura la longueur de la circonference qu'on cherche.

SCOLIE.

Si on ne peut pas ouvrir commodément le Compas de proportion, en portant la longueur du Diametre du cercle donné de 50 à 50 pour être trop grande, on la portera de 100 à 100, & alors la diſtance de 157 à 157, donnera ſeulement la moitié de la circonference du cercle propoſé.

Si tout au contraire en connoiſſant la circonference d'un Cercle, on vouloit trouver ſon Diametre, il faudroit appliquer la longueur de cette circonference de 157 à 157, ſur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, & prendre la diſtance de 50 à 50 ſur la même Ligne des Parties égales du Compas de proportion ainſi ouvert, pour avoir le Diametre qu'on cherche.

PROBLEME VI.

Ouvrir le Compas de proportion, en ſorte que l'angle des deux lignes des Parties égales ſoit droit.

FOrmez de deux nombres quelconques, comme de 6, 12, ce Triangle rectangle 180, 144, 108; & ayant pris ſur la Ligne des Parties égales depuis le centre du Compas de proportion, 180 parties, appliquez cette longueur ſur la même Ligne des Parties égales, de part & d'autre de 108 à 144, & le Compas de proportion ſe trouvera ouvert à un Angle de 90 degrez, à l'égard de la Ligne des Parties égales, comme il eſt évident par 47. 1.

SCOLIE.

Si les nombres du Triangle rectangle ſont trop petits, on ſe ſervira de leurs doubles, ou de leurs triples, comme il faudroit ſe ſervir de leurs moitiez, ou de leurs tiers, s'ils êtoient trop grands: Mais pour empêcher que cela n'arrive, il faut que les deux nombres generateurs ſoient tels, que la ſomme de leurs quarrez ne paſſe pas 200, parce que la Ligne des parties égales ne contient pas plus de 200 parties.

Pour former un Triangle rectangle de deux nombres donnez, on prendra la ſomme de leurs quarrez pour l'hypotenuſe, la difference des mêmes quarrez pour un côté, & le double du produit de ces deux mêmes nombres pour l'autre côté.

Ce Probleme ſe peut propoſer & reſoudre plus generalement, en faiſant que l'angle des deux Lignes des parties égales ſoit égal à un angle donné, en cette ſorte.

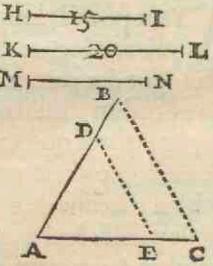
Ayant pris depuis le centre du Compas de proportion, ſur la Ligne des parties, le nombre des parties que contient le Sinus de la moitié de l'angle propoſé pour un Sinus total de 200 parties, appliquez cette longueur ſur la même Ligne des parties égales, de côté & d'autre toûjours de 100 à 100, & les deux Lignes des parties égales feront un angle égal au propoſé.

PROBLEME VII.

A trois lignes données trouver une quatriéme proportionnelle.

AYant porté la longueur des deux premieres Lignes données, chacune ſur la Ligne des parties égales du Compas de proportion, qu'il ne ſera pas neceſſaire d'ouvrir, parce que cette tranſpoſition ſe doit faire depuis le centre, pour ſçavoir combien chacune de ces deux Lignes contient de parties égales, écrivez ſur chacune le nombre des parties égales qu'elle comprendra, pour vous en ſouvenir; & ayant appliqué la longueur de la troiſiéme Ligne donnée de part & d'autre ſur la Ligne des parties égales du Compas de proportion, à un nombre égal à celuy des parties égales de la premiere ligne donnée; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des parties égales, la diſtance de côté & d'autre du nombre égal à celuy des parties égales de la ſeconde Ligne donnée, & cette diſtance donnera la longueur de la quatriéme Ligne proportionnelle qu'on cherche.

EXEMPLE.



Comme s'il ſaut trouver aux trois Lignes données HI, KL, MN, une quatriéme proportionnelle : en portant la longueur HI de la premiere ligne donnée, ſur la ligne AB, ou AC, des parties égales du Compas de proportion, depuis le centre A en D, ou en E, on trouve que ce point D, ou E, eſt 15, par exemple, on marquera 15 ſur la ligne HI : & pareillement en portant la longueur de la ſeconde ligne donnée KL, ſur la meme Ligne AB ou AC, des parties égales, depuis le centre A, en B, ou en C, on trouve que ce point B ou C, eſt par exemple 20 ; on écrira 20 ſur la ſeconde ligne KL. Aprés cela ouvrez le Compas de proportion, en ſorte que la diſtance DE de 15 à 15, ſur la ligne des parties égales, ſoit égale à la troiſiéme ligne donnée MN ; & alors la diſtance BC, de de 20 à 20, ſera la quatriéme proportionnelle qu'on cherche, c'eſt-à-dire que les quatre lignes HI, KL, MN, BC, ſeront proportionnelles.

DEMONSTRATION.

Car on connoît par 4. 6. dans les deux Triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, que les quatre lignes AD, AB, DE, BC, ſont proportionnelles; & parce que les trois premieres AD, AB, DE, ſont égales aux trois données HI, KL, MN, il eſt de neceſſité que les quatre lignes HI, KL, MN, BC, ſoient auſſi proportionnelles. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

Il eſt évident par 16. 5. qu'on peut prendre la troiſiéme ligne donnée MN, pour la ſeconde KL, & celle-cy pour celle-là; ce qui peut en quelque rencontre faciliter la pratique de ce Probleme.

Si les deux premieres lignes données ſont plus longues que le Compas de proportion, on en portera la longueur ſur une echelle plus grande, diviſée exactement

ment en parties égales, pour pouvoir connoître le nombre des parties égales qu'elles contiennent: ou bien on pourra en leur place porter ſur la Ligne des parties égales du Compas de proportion leurs moitiez ou leurs tiers, pour avoir le nombre de leurs parties égales, qui ſera pris pour celuy des deux Lignes propoſées; parce qu'ainſi on trouvera toûjours la même ligne quatriéme proportionnelle, comme il eſt évident par 11. 5.

Si la troiſiéme Ligne donnée eſt auſſi trop grande, pour pouvoir être appliquée ſur le Compas de proportion, on en appliquera ſeulement la moitié ou le tiers; & alors, le double ou le triple de la quatriéme proportionnelle qu'on trouvera, ſera la quatriéme Ligne proportionnelle qu'on cherche: ou bien on ſe ſervira de la moitié ou du tiers de la premiere & de cette troiſiéme; & la quatriéme proportionnelle qu'on trouvera, ſera celle qu'on cherche.

COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Probleme, on peut aiſément trouver à deux Lignes données une troiſiéme proportionnelle; ſçavoir

voir en ajoûtant aux deux Lignes données, une troiſiéme égale à la deuxiéme, & en cherchant à ces trois Lignes une quatriéme proportionnelle, comme il vient d'être enſeigné.

On pourra auſſi facilement trouver à trois figures ſemblables données, une quatriéme figure ſemblable proportionnelle; ſçavoir en cherchant aux côtez homologues des trois figures données, une quatriéme ligne proportionnelle, qui ſera le côté homologue de la figure qu'on cherche: & pareillement à trois Cercles donnez, ou à trois Spheres données, un quatriéme Cercle, ou une quatriéme Sphere proportionnelle; ſçavoir en cherchant à leurs trois Diametres, un quatriéme Diametre proportionnel.

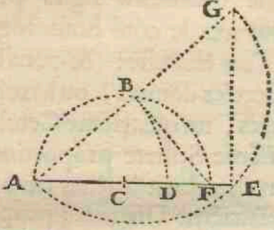
Enfin on peut aiſément ſur une Ligne donnée décrire un Plan ſemblable à un Plan donné, augmenter ou diminuer une Ligne donnée, ſelon une raiſon donnée, & reſoudre pluſieurs autres Problemes, dont la conſtruction ſera facile à inventer à celuy qui aura bien compris la theorie & la pratique de ce Probleme, & des precedens.

Or comme les Lignes proportionnelles ſont d'un frequent uſage dans la Geome-

Geometrie, j'enſeigneray icy en paſſant une maniere prompte & facile pour

Trouver geometriquement à deux Lignes données une troiſiéme proportionnelle, & à trois une quatriéme.

Premierement pour trouver aux deux Lignes données AC, AD, une troiſiéme proportionnelle, inſcrivez dans le demi-cercle ABF, décrit de l'extremité C, par l'autre extremité A, de la premiere Ligne donnée AC, la droite AB, égale à l'autre Ligne donnée AD; & décrivez du centre B, par la même extremité A, une circonference de cercle AEG, qui rencontre icy la premiere Ligne donnée AC, prolongée, au point E, & termine la Ligne AE, qui ſera troiſiéme proportionnelle aux deux données AC, AD.



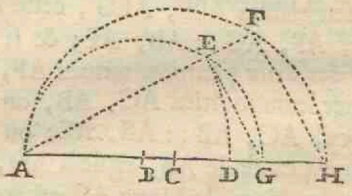
DEMONSTRATION.

Car ſi on prolonge l'Arc AE, juſqu'à ce qu'il coupe la Ligne AB, prolongée, en G, & qu'on tire les droites EG, BF, on aura dans les deux Triangles Rectangles ſemblables ABF, AEG, cette Analogie, AF, AG : : AB, AE; & ſi à la place des deux premiers termes AF, AG, on met leurs moitiez AC, AB, on aura celle-cy, AC, AB : : AB, AE: où l'on voit qu'à cauſe de AB, égale à AD, par la conſtruction, la Ligne AE eſt troiſiéme Proportionnelle aux deux données AC, AD; ce qu'il faloit démontrer.

Si la ſeconde Ligne donnée AD, ſe trouve trop grande, pour pouvoir être inſcrite dans le demi-cercle ABF, on n'y inſcrira que ſa moitié, ou que ſon tiers; & alors le double ou le triple de la Ligne AE, ſera la troiſiéme proportionnelle qu'on cherche.

Secondement, pour trouver une quatriéme proportionnelle aux trois Lignes données AB, AC, AD, qui doivent être miſes d'un même côté en Ligne droite, & partir d'un même point, tel qu'eſt icy le point A, décrivez par ce point

point commun A, des extremitez B, C, de la premiere & de la ſeconde Ligne donnée AB, AC, les deux Arcs AEG, AFH; & inſcrivez dans le premier AEG, la droite AE, égale à la troiſiéme Ligne



donnée AD; & cette Ligne AE, étant prolongée juſqu'à la circonference du ſecond Arc AFH, donnera la longueur AF de la quatriéme Ligne proportionnelle qu'on cherche; de ſorte que les quatre Lignes AB, AC, AD, AF, ſeront proportionnelles.

DEMONSTRATION.

Car ſi on achéve les demy-cercles AEG, AFH, & qu'on tire les droites EG, FH, on aura dans les deux Triangles Rectangles ſemblables AEG, AFH, cette Analogie, AG, AH :: AE, AF; &

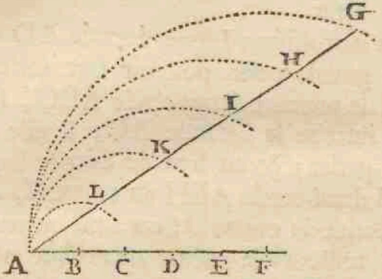
& ſi à la place des deux premiers termes AG, AH, on met leurs moitiez AB, AC, & au lieu de la Ligne AE, ſon égale AD, on aura cette autre Analogie, AB, AC :: AD, AF; ce qu'il faloit démontrer.

Si la troiſiéme Ligne donnée AD eſt trop grande pour pouvoir être inſcrite dans le premier demy-cercle AEG, il y faut inſcrire la ſeconde AC, ſi elle eſt plus petite; & au lieu de décrire le ſecond demi-cercle AFH du centre C, on le décrira du centre D: car ainſi on trouvera toûjours la même quatriéme proportionnelle AF; parce que, par 11. 5. il eſt permis de changer de place aux deux dernieres Lignes Données AC, AD.

Ou bien n'inſcrivez dans le premier demi-cercle AEG, que la moitié ou le tiers de la Ligne trop grande AD; & alors la moitié ou le tiers de la Ligne AF terminée par le ſecond demi-cercle AFH décrit du centre C, ſera la quatriéme proportionnelle qu'on cherche.

On pourra par le même principe trouver à deux Lignes données une troiſiéme proportionnelle, en ajoûtant aux deux Lignes données une troiſiéme égale à la ſeconde, comme nous avons déja dit ailleurs.

Mais on peut auſſi par le même principe, diviſer une Ligne donnée en autant de parties égales que l'on voudra, comme vous allez voir.



Parcourez ſur la Ligne indefinie AF cinq parties égales d'une grandeur volontaire, aux points A, B, C, D, E, F, ſi vous voulez diviſer la Ligne donnée en cinq parties égales ; & décrivez des centres B, C, D, E, F, par le même point A, autant de circonferences de cercles. Aprés cela appliquez la Ligne donnée ſur le plus grand cercle, en commençant depuis A, laquelle par exemple ſoit AG ; & cette Ligne AG ſe trouvera diviſée par les autres circonferences de cercles en cinq parties égales, aux points H, I, K, L, comme il eſt aiſé à démontrer.

USA-

USAGE DE LA LIGNE DES PLANS.

LA Ligne des Plans, ſert pour trouver avec facilité un Plan multiple, ou ſoû-multiple d'un Plan ſemblable donné; d'augmenter & de diminuer un Plan ſelon une raiſon donnée; de trouver entre deux Lignes données une moyenne proportionnelle; & pour reſoudre pluſieurs autres Problemes de Geometrie, entre leſquels nous ajoûterons icy ſeulement ceux qui ſont les plus neceſſaires, & qui viennent le plus en pratique; parce que les autres étant d'une Theorie plus profonde, & d'une pratique moins ordinaire, doivent être reſolus d'une maniere auſſi plus Geometrique, & plus ſcientifique.

PROBLEME I.

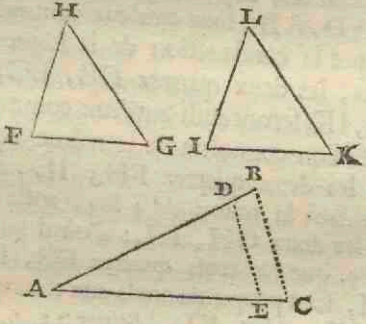
Etant donné un Triangle, trouver un autre Triangle ſemblable en raiſon donnée.

APpliquez la longueur d'un côté du Triangle donné, ſur la Ligne des Plans du Compas de proportion, à un nombre égal de part & d'autre au premier terme de la raiſon donnée: & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Plans, la diſtance de côté & d'autre du nombre égal au ſecond terme de la raiſon donnée, pour avoir la longueur du côté homologue du Triangle qu'on cherche. C'eſt de la même façon que l'on trouvera les côtez homologues aux deux autres côtez du Triangle propoſé.

EXEMPLE.

Soit donné le Triangle FGH, & qu'il luy faille trouver un autre Triangle ſemblable, en ſorte que le Triangle FGH, ſoit à celuy qu'on cherche, comme par exemple 3 à 4.

Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion, que le centre ſoit A, que les points marquez 4, ou du quatriéme Plan, ſoient B, C, & que les points marquez 3, ou du troiſiéme Plan ſoient D, E. Pour trouver le côté homologue à l'un des côtez du Triangle donné FGH, comme au côté FG, portez la longueur de ce côté FG, ſur la Ligne des Plans AB, AC, de côté & d'autre de 3 à 3, en ſorte que la diſtance DE, de 3 à 3, ſoit égale au même côté FG; & alors la diſtance BC, de 4 à 4, ſera le côté IK homologue au côté FG: & l'on trouvera de la même façon le côté IL homologue au côté FH, & le côté KL homologue au côté GH; & le Trian-



Triangle IKL ſera celuy qu'on cherche, c'eſt-à-dire qu'il ſera ſemblable au Triangle donné FGH, & que ce Triangle FGH ſera au Triangle IKL, comme 3 à 4.

DEMONSTRATION.

Car dans les deux Triangles iſoſceles ſemblables, ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que les quatre Lignes DE, BC, AD, AB, ſont proportionnelles, & par 22. 6. que leurs quarrez ſont auſſi proportionnels; & parce que les deux quarrez AD, AB, ſont entr'eux comme 3 à 4, par la conſtruction de la Ligne des Plans, les deux quarrez DE, BC, ou FG, IK, ſeront auſſi entr'eux comme 3 à 4; & l'on connoîtra de la même façon, que les deux quarrez FH, IL, ſont auſſi dans la raiſon de 3 à 4, auſſi bien que les deux GH, KL: d'où il ſuit par 11. 5. que les trois quarrez FG, FH, GH, ſont proportionnels aux trois quarrez IK, IL; KL, & par 22. 6. que les trois côtez du Triangle FGH, ſont ptoportionnels aux trois côtez du Triangle IKL. C'eſt pourquoy par 5. 6. ces deux Triangles ſeront ſemblables, & par 19. 6. le Triangle FGH ſera au Triangle IKL,

IKL, comme 3 à 4; ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

Si les deux termes de la raiſon donnée ſont trop grands, on prendra leurs ſoûmultiples, en les diviſant chacun par un même nombre tel que l'on voudra: & s'ils ſont trop petits, on prendra leurs Multiples, en les multipliant chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pourvû que le plus grand nombre qui viendra, ne ſurpaſſe pas 64, parce que dans le Compas de proportion le plus grand Plan n'eſt que 64.

Si les deux termes de la raiſon donnée ont leurs Racines quarrées préciſes, on ſe ſervira de ces Racines quarrées, mais au lieu de travailler ſur la Ligne des Plans, on travaillera ſur la Ligne des parties égales: car ainſi les côtez homologues des deux Triangles ſemblables ſeront dans la raiſon de ces Racines quarrées, & par 19. 6. les deux Triangles ſeront dans la raiſon des deux nombres donnez.

Enfin ſi les deux termes de la raiſon donnée ſont des fractions de differente eſpece, on les reduira en deux autres fractions de même denomination, & en negligeant le Denominateur commun, on ſe ſervira des deux Numerateurs à la place des deux fractions propoſées, pour travailler ſur la Ligne des Plans comme il a été enſeigné.

COROLLAIRE.

On pourra de la même façon à un cercle donné trouver un autre cercle en raiſon donnée, en travaillant par le Diametre du cercle donné pour avoir le Diametre du cercle qu'on cherche; & pareillement à un Polygone donné trouver un autre Polygone ſemblable en raiſon donnée, en reduiſant le Polygone donné en Triangles par une ou pluſieurs Diagonales, & en cherchant autant de Triangles ſemblables dans la raiſon donnée, leſquels étant joins enſemble donneront le Polygone qu'on cherche.

Ainſi vous voyez qu'on peut à l'aide de ce Probleme augmenter & diminuer un Polygone donné, ou un cercle donné, ſelon une raiſon donnée; parce que cette raiſon peut être de plus grande ou de moindre inégalité.

PROBLEME II.

Trouver la raiſon de deux Plans ſemblables donnez.

POrtez la longueur d'un des côtez du plus petit des deux Polygones donnez, ſur la Ligne des Plans du Compas de proportion, à un même nombre de part & d'autre tel que l'on voudra; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez ſur la même Ligne des Plans la longueur du côté homologue de l'autre Plan donné, pour voir à quel nombre égal de côté & d'autre cette longueur répond: & ce ſecond nombre avec le premier auquel répond le côté homologue du premier Plan donné, feront les deux termes de la raiſon qu'on cherche.

EXEMPLE.

Reprenons la Figure precedente, & qu'il faille trouver la raiſon des deux Triangles ſemblables donnez FGH, IKL. Suppoſons que les deux Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Plans

Plans du Compas de proportion, & que le centre ſoit A. Ayant porté la longueur du côté FG de côté & d'autre ſur la Ligne des Plans au nombre 3, par exemple, en ſorte que la diſtance DE, de 3 à 3, ſoit égale au côté FG: laiſſez le Compas de proportion ainſi ouvert, & portez la longueur du côté IK, homologue au côté FG, ſur la même Ligne des Plans, à un même nombre de part & d'autre, comme de B en C, où ſoit par exemple le nombre 4. Cela étant, je dis que le Plan FGH eſt au Plan IKL, comme 3 à 4; dont la demonſtration eſt tout-à-fait la même que celle du Probleme precedent.

SCOLIE.

Si le côté du plus grand Plan donné eſt trop grand, pour pouvoir être appliqué ſur le Compas de proportion, qui ſeroit trop peu ouvert, il faut porter la longueur du côté du plus petit Plan donné ſur un même nombre de la Ligne des Plans, le plus proche du centre qu'il ſera poſſible, afin que le Compas de proportion étant ainſi plus ouvert, on puiſſe y porter la longueur du côté homologue du plus grand Plan donné.

Mais ſi le côté du plus petit Plan donné ſe trouve trop grand pour pouvoir être appliqué ſur la Ligne des Plans à un même nombre de part & d'autre, comme nous avons dit, il le faudra porter depuis le centre ſur la même Ligne des Plans, & auſſi le côté homologue du plus grand Plan donné, pour avoir les deux nombres des côtez homologues des deux Plans donnez, & ces deux nombres en exprimeront la raiſon.

Que ſi ces deux côtez homologues ſe trouvent encore trop grands, on ſe ſervira de leurs moitiez ou de leurs tiers: & pour ne pas tomber dans cette difficulté, ſi l'on peut, on ſe ſervira dans chaque Plan donné des deux plus petits côtez homologues, lors que les deux Plans donnez ſeront irreguliers.

Ce Probleme ſe peut auſſi reſoudre aſſez facilement par le moyen de la Ligne des parties égales du Compas de proportion, ſçavoir en cherchant à deux côtez homologues des deux Plans donnez une troiſiéme Ligne proportionnelle, comme il a été enſeigné au *Probleme VI. de l'Uſage de la Ligne des Parties égales*: parce que par 20. 6. les nombres des parties égales que contiendront la premiemiere & la troiſiéme proportionelle, ſeront les deux termes de la raiſon qu'on cherche.

COROLLAIRE.

Comme les Cercles ſont dans la raiſon des quarrez de leurs Diametres, par 2. 12. on voit aiſément que l'on peut par le moyen de ce Probleme trouver avec la même facilité la raiſon de deux cercles donnez en ſe ſervant de leurs Diametres, comme de deux côtez homologues, &c.

PROBLEME III.

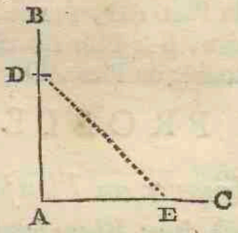
Ouvrir le Compas de proportion, en ſorte que les deux Lignes des Plans faſſent un Angle droit.

AYant pris avec le Compas commun ſur la Ligne des Plans, depuis le centre du Compas de proportion, la longueur d'un nombre de Plans tel que l'on voudra, appliquez cette longueur ſur la même Ligne des Plans de part & d'autre à un même nombre égal à la moitié du precedent, & alors les deux Lignes des Plans

Plans ſeront au centre un angle droit.

EXEMPLE.

Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion, dont le centre ſera par conſequent en A. Suppoſons encore que les points B, C, ſoient chacun les points du trente-deuxiéme Plan, par exemple; que les points D, E, ſoient chacun le point du 16e. Plan, moitié du premier 32. Je dis que ſi vous ouvrez le Compas de proportion, en ſorte que la diſtance DE, de 16 à 16, ſoit égale à AB, ou à AC, l'Angle A ſera droit.



DEMONSTRATION.

Car puiſque AB, ou DE, eſt 32, & que AD eſt 16, moitié de 32. le quarré DE ſera par la conſtruction de la Ligne des Plans, double du quarré AD, ou AE, & par conſequent égal aux deux quarrez AD, AE; d'où il ſuit par 48. 1. que l'angle A eſt droit. Ce qu'il faloit démontrer.

COROLLAIRE.

Il ſuit évidemment de la pratique de ce Probleme, que ſi la Ligne DE eſt plus grande en puiſſance que le double de la Ligne AD, c'eſt-à-dire que ſi le Plan AB, égal à DE, eſt plus grand que le double du Plan AD, l'angle A ſera obtus; & aigu, ſi le Plan AB eſt moindre que le double du Plan AD.

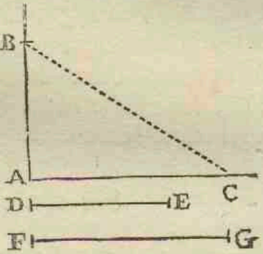
PROBLEME IV.

Trouver un Plan ſemblable & égal à deux Plans ſemblables donnez.

AYant porté deux côtez homologues tels que l'on voudra des deux Plans donnez ſur la Ligne des Plans du Compas de proportion, en commençant depuis le centre, pour connoître le nombre des Plans de chacun, & ayant ouvert le Compas de proportion à angle droit, par le Probleme precedent, la diſtance des deux nombres trouvez priſe de côté & d'autre ſur la Ligne des Plans, donnera le côté homologue d'un Plan ſemblable & égal aux deux donnez.

EXEMPLE.

Qu'il faille trouver le côté homologue d'un Plan ſemblable & égal à deux Plans ſemblables donnez, dont deux côtez homologues ſont les Lignes DE, FG. Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion, dont le centre eſt A; que le côté DE étant porté ſur la Ligne des Plans AB, depuis le centre A en B, ce point B ſoit le 4^{e} Plan; & que l'autre côté FG étant pareillement porté ſur l'autre Ligne des Plans AC, depuis le centre A en C, que ce point C ſoit le 9^{e}. Plan. Cela étant ſuppoſé, le Compas de proportion étant ouvert à angle droit, en ſorte que l'angle A ſoit droit, la diſtance BC, de 4 à 9, priſe de



de côté & d'autre ſur la Ligne des Plans, ſera le côté homologue d'un Plan ſemblable & égal aux deux donnez, dont DE, FG, ſont deux côtez homologues.

DEMONSTRATION.

Car, par 47. 1. le quarré BC étant égal aux deux quarrez AB, AC, ou DE, FG, la Ligne BC ſera par 31. 6. le côté homologue d'un Plan ſemblable & égal aux deux donnez, dont DE, FG, ſont deux côtez homologues. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

Si les côtez DE, FG, ne peuvent pas être portez ſur la Ligne des Plans, pour être trop grands, on en portera ſeulement la moitié ou le tiers; & alors le double ou le triple de la diſtance BC ſera le côté homologue qu'on cherche.

Ce Probleme ſe peut auſſi reſoudre, ſans qu'il ſoit beſoin d'ouvrir à angle droit le Compas de proportion, comme vous verrez dans la methode que nous enſeignerons pour ajoûter enſemble deux Solides ſemblables, par le moyen de la Ligne

gne des Solides, cette methode étant la même pour les Plans, excepté qu'on doit ſe ſervir de la Ligne des Plans.

COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Probleme on peut ſe vanter de ſçavoir la maniere d'ajoûter enſemble autant de Plans ſemblables que l'on voudra, en ajoûtant enſemble les deux premiers, & en ajoûtant à la ſomme le troiſiéme, & ainſi en ſuite.

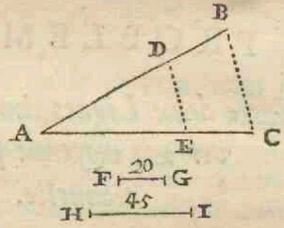
On peut auſſi facilement trouver un cercle égal à pluſieurs cercles donnez, en travaillant par leurs Diametres conſiderez comme les côtez homologues d'autant de Plans ſemblables.

PROBLEME V.

Entre deux Lignes données, trouver une moyenne proportionnelle.

AYant porté chacune des deux Lignes données ſur la Ligne des parties égales du Compas de proportion, ou ſur quelque autre Ligne diviſée en parties égales, pour ſçavoir le nombre des parties égales que chacune contient, appliquez la longueur de la plus grande Ligne donnée de part & d'autre ſur la Ligne des Plans du Compas de proportion, à un nombre égal à celuy de ſes parties égales, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la Ligne des Plans, de côté & d'autre, la diſtance du nombre égal à celuy des parties égales de la plus petite des deux Lignes données, pour avoir la moyenne proportionnelle qu'on cherche.

EXEMPLE.



Qu'il faille trouver une moyenne proportionnelle entre les deux Lignes données FG, HI, dont la plus petite FG contienne par exemple 20 parties égales, & la plus grande HI en contienne 45. Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion, dont

dont le centre eſt A: que les points B, C, ſoient chacun le 45^{e} Plan, & les points D, E, chacun le 20^{e} Plan. Appliquez la longueur de la plus grande Ligne donnée HI, ſur la Ligne des Plans de part & d'autre aux points B, C, en ſorte que la diſtance BC, de 45 à 45, ſoit égale à la plus grande Ligne donnée HI; & alors la diſtance DE, de 20 à 20, ſera moyenne proportionnelle entre les deux Lignes données FG, HI.

DEMONSTRATION.

Car dans les Triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on a par 4. 6. cette Analogie, AB, AD :: BC, DE, ou AB, AD :: HI, DE, à cauſe de BC, égale à HI, par la conſtruction: c'eſt pourquoy, par 22. 6. on aura celle-cy, ABq, ADq::HIq, DEq; & ſi à la place des deux premiers termes ABq, ADq, on met les deux nombres 45, 20, qui ſont en même raiſon, par la conſtruction de la Ligne des Plans, ou bien ſi à la place de ces deux nombres 45, 20, on met les deux Lignes HI, FG, qui ſont auſſi en même raiſon, on aura cette autre Analogie, HI, FG :: HIq,

HIq, DEq; & enfin ſi aux deux premiers termes HI, FG, on donne la hauteur commune HI, on aura cette Analogie HIq, FGHI :: HIq, DEq, où l'on voit, que le Rectangle FGHI eſt égal au quarré DE, & que par 17. 6. la Ligne DE eſt moyenne proportionnelle entre les deux Lignes données FG, HI. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

Si les nombres des parties égales des deux Lignes données ſont trop grands, on ſe ſervira de leurs moitiez, ou de leurs tiers, comme il faudroit ſe ſervir des doubles, ou des triples des deux mêmes nombres, s'ils étoient trop petits.

Ce Probleme ſe peut auſſi reſoudre par le moyen de la Ligne des parties égales, mais comme la ſolution en eſt plus longue, nous n'en parlerons par davantage.

COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Probleme, on peut aiſément reduire un Plan en quarré, comme par exemple un cercle, en cherchant

chant entre ſon rayon & la moitié de ſa circonference une moyenne proportionnelle: un Triangle, en cherchant entre un de ſes côtez & la moitié de ſa perpendiculaire une moyenne proportionnelle: & telle autre Figure plane que l'on voudra, parce qu'on la peut aiſément reduire en Triangle.

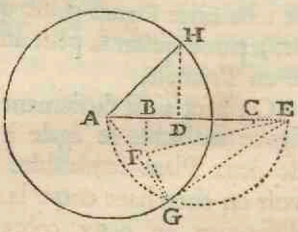
On peut auſſi facilement trouver une figure ſemblable & égale à la difference de deux Plans ſemblables donnez, ſçavoir en cherchant entre la ſomme & la difference de deux côtez homologues quelconques une moyenne proportionnelle, qui ſera le côté homologue de la figure qu'on cherche, &c.

Or comme l'uſage d'une moyenne proportionnelle eſt trés conſiderable dans la Geometrie, nous ajoûterons icy, pour ceux qui aiment la ſpeculation des Mathematiques, une methode curieuſe pour

Trouver Geometriquement entre deux Lignes données, une moyenne proportionnelle.

Que les deux Lignes données ſoient AB, AC, que je ſuppoſe placées en Ligne droite, l'une ſur l'autre, & tirées du du même point A, pour avoir une conſtruction plus facile, telle qu'eſt la ſuivante.

Ayant prolongé la plus grande Ligne donnée AC en E, en ſorte que la Ligne CE ſoit égale à la plus petite Ligne donnée AB; & ayant tiré à la Ligne AB, par ſon extremité B, la perpendiculaire BF égale à la même Ligne AB, inſcrivez dans un demicercle décrit alentour de la Ligne AE, la Ligne EG, égale à la Ligne EF, & décrivez du centre A, par le point G, une circonference de cercle, qui ſe trouve icy coupée par la Ligne Locale AH, qui fait en A avec AC un Angle demidroit, au point H, duquel on doit tirer à la ligne AC, la perpendiculaire AD; & la Ligne AD ſera moyenne proportionnelle entre les deux données AB, AC.



DEMONSTRATION.

Car dans le Triangle rectangle AGE, on a par 47. 1. AGq, ou AHq, ou 2 ADq ∽ AEq-EGq ; & à cauſe de AEq ∽ ACq † CEq † 2 ACE, par 4. 2. ou de AEq ∽ ACq † ABq † 2 CAB, parce que l'on a fait CE égale à AB, & encore à cauſe de EGq, ou EFq ∽ BFq † BEq, par 47. 1. ou de EFq ∽ ABq † ACq, on aura 2 ADq ∽ 2 CAB ; & par conſequent ADq ∽ CAB, & l'on connoîtra par 17. 6. que la Ligne AD eſt moyenne proportionnelle entre les deux données AB, AC. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

Cette conſtruction a été tirée de l'Equation conſtitutive du Probleme, que nous avons reduite en deux lieux, ſçavoir en un lieu à la Ligne droite, & en un lieu au cercle, en cette ſorte.

Si l'on ſuppoſe AB ∽ a, AC ∽ b, & AD ∽ x, on aura xx ∽ ab, pour l'Equation conſtitutive du Probleme, que l'on reduira en deux lieux, en ſuppoſant premierement ce lieu à la Ligne droite, $x \dagger y \propto b$ pour avoir $x \propto b\text{-}y$, & par conſequent $xx \propto bb\text{-}2by \dagger yy$, d'où ôtant le double de l'Equation conſtitutive, ſçavoir $2xx \propto 2ab$, on aura ce lieu au cercle, $-xx \propto bb\text{-}2ab\text{-}2by \dagger yy$, dont le rayon eſt R. ab, que l'on peut trouver geometriquement ſans ſuppoſer l'invention d'une moyenne proportionnelle, ſçavoir par la ſouſtraction des deux quarrez aa, bb, du quarré $aa \dagger 2ab \dagger bb$ de la ſomme $a \dagger b$ des deux Lignes données AB, AC, comme vous avez vû dans la conſtruction.

Si vous voulez un lieu à un autre cercle, & par conſequent une autre conſtruction, mettez $x \dagger y$ à la place de b, ce qui ſe peut faire à cauſe du lieu ſuppoſé à la Ligne droite $x \dagger y \propto b$; & l'Equation conſtitutive $xx \propto ab$, ſe changera en celle-cy $xx \propto ax \dagger ay$, dont le double $2xx \propto 2ax \dagger 2ay$ étant ôté de $xx \propto bb\text{-}2by \dagger yy$, on aura cét autre lieu au cercle, $-xx \propto bb\text{-}2ax\text{-}2ay\text{-}2by \dagger yy$, dont le rayon eſt R. $2aa \dagger 2ab$, lequel on peut trouver auſſi Geometriquement ſans aucune moyenne proportionnelle, ſçavoir par l'addition des deux quarrez aa, $aa \dagger 2ab \dagger bb$, & par la ſouſtraction

tion du quarré bb, comme vous verrez dans nôtre grand Traité d'Algebre, lors qu'il aura le bonheur de paroître.

On peut encore trouver un lieu à un autre cercle donné, & par conſequent une troiſiéme conſtruction; car dans le lieu ſuppoſé à la Ligne droite $x \dagger y \backsim b$, on trouvera $y \backsim b-x$, & par conſequent $yy \backsim bb-2bx \dagger xx$, d'où ôtant $2xx \backsim 2ax \dagger 2ay$, qui eſt le double de l'Equation conſtitutive changée, on aura cét autre lieu au cercle, $yy-2ax-2ay \backsim bb-2bx-xx$, dont le rayon eſt R. $2aa-2ab \dagger 2bb$, que l'on peut trouver pareillement ſans aucune moyenne proportionnelle, ſçavoir par la ſeule addition des trois quarrez aa, bb, $aa-2ab \dagger bb$, comme vous verrez dans nôtre grand Traité d'Algebre, où nous avons expliqué & démontré à fonds ces deux dernieres conſtructions, & ce n'eſt pas le lieu icy d'en dire davantage. Ceux qui voudront ſçavoir plus particulierement la maniere de reſoudre par deux lieux les Equations de deux dimenſions, pourront voir *nos deux Traités des lieux Geometriques & de la conſtruction des Equations*, qui ſont precedez d'un Traité *des Lignes du premier genre*.

USAGE DE LA LIGNE DES POLYGONES.

LA Ligne des Polygones ſert principalement à diviſer un cercle donné en autant de parties égales que l'on voudra; ce qu'il faut ſçavoir faire dans l'Architecture militaire, pour la fortification des Places regulieres, & quelquefois auſſi dans l'Architecture civile, pour la deſcription des quarreaux faits en Polygones propres pour paver une Sale. Elle ſert auſſi dans la Geometrie, comme par exemple, pour couper une Ligne donnée dans la moyenne & extreme raiſon, pour tracer un Triangle iſoſcele, où l'angle à la baſe ſoit double de l'angle au ſommet, &c.

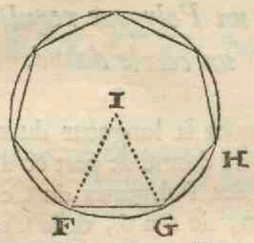
PROBLEME I.

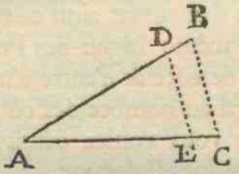
Décrire un Polygone regulier dans un cercle donné.

APpliquez la longueur du rayon du cercle donné de part & d'autre ſur la Ligne des Polygones du Compas de proportion, de 6 à 6, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Polygones, la diſtance de côté & d'autre d'un même nombre égal au nombre des côtez du Polygone que vous voulez décrire, pour avoir le côté de ce Polygone.

EXEMPLE.

Qu'il faille décrire un Eptagone regulier dans le cercle donné FGH, dont le centre eſt I, & le rayon IF, ou IG. Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion, dont le centre eſt A: que les points B, C, ſoient chacun les points de l'Exagone, & les points D, E, chacun le point de l'Eptagone. Ayant appliqué la longueur du rayon IF, ou IG, ſur la Ligne des Polygones de part &





d'autre de B en C, en ſorte que la diſtance BC, de *6* à *6*, ſoit égale au rayon IF, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez la diſtance DE, de 7 à 7, laquelle donnera la longueur du côté FG, ou GH, de l'Eptagone regulier inſcriptible dans le cercle donné FGH.

DEMONSTRATION.

Car dans les deux Triangles iſoſceles ſem-

ſemblables ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que la raiſon des deux Lignes AB, AD, eſt égale à celle des deux BC, DE: c'eſt pourquoy comme AD eſt le côté d'un Eptagone regulier inſcrit dans un cercle, dont le rayon eſt AB, par la conſtruction de la Ligne des Polygones, il eſt de neceſſité que DE, ou FG, ſoit auſſi le côté d'un Eptagone regulier inſcrit dans un cercle, dont le rayon eſt BC, ou IF. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

Si le rayon du cercle donné eſt trop grand, pour pouvoir être appliqué ſur la Ligne des Polygones, on en appliquera ſeulement la moitié ou le tiers, & alors le double ou le triple de la Ligne qu'on trouvera, ſera le côté du Polygone qu'on cherche.

Quand le Polygone qu'on veut décrire au dedans du cercle donné, aura plus de douze côtez, on ne pourra plus ſe ſervir de la Ligne des Polygones; & dans ce cas on ſe ſervira de la Ligne des Cordes, par le moyen de laquelle on fera l'arc FG d'autant de degrez qu'en doit avoir l'angle du centre I, leſquels on trou-

trouvera en diviſant 360 degrez par le nombre des côtez du Polygone.

PROBLEME II.

Décrire ſur une Ligne donnée un Polygone regulier.

AYant appliqué la longueur de la Ligne donnée de part & d'autre ſur la Ligne des Polygones du Compas de proportion, à un nombre égal à celuy des côtez du Polygone qu'on veut décrire, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Polygones, de côté & d'autre la diſtance de *6* à *6*, laquelle ſera le rayon du cercle propre à décrire le Polygone. C'eſt pourquoy ſi avec cette ouverture on décrit des deux extremitez de la Ligne donnée deux arcs de cercle, l'interſection de ces deux arcs donnera le centre de ce cercle.

EXEMPLE.

Reprenons la Figure precedente, & ſuppoſons que ſur la Ligne donnée FG, il il faille décrire un Eptagone regulier. Suppoſons auſſi que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion, dont le centre eſt A; que les points B, C, ſoient chacun le point de l'Exagone, & les points D, E, chacun le point de l'Eptagone. Appliquez la longueur de la Ligne donnée FG, ſur la Ligne des Polygones de part & d'autre aux points D, E, en ſorte que la diſtance DE, de 7 à 7, ſoit égale à la Ligne donnée FG; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, décrivez avec la diſtance BC, de 6 à 6, priſe ſur la même Ligne des Polygones, des deux extremitez F, G, deux arcs de cercle, dont le point de ſection I, ſera le centre du cercle circonſcriptible, de ſorte que la Ligne BC ſera le rayon du cercle propre à décrire le Polygone.

DEMONSTRATION.

Car dans les deux Triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on connoît par 4. *6*. que la raiſon des deux Lignes AD, AB, eſt égale à celle des deux DE, BC; & comme la Ligne AD eſt le côté d'un

Eptagone regulier inſcrit dans un cercle, dont le rayon eſt AB, par la conſtruction de la Ligne des Polygones, il faut que la Ligne DE, ou FG, ſoit auſſi le côté d'un Eptagone regulier, inſcrit dans un cercle, dont BC eſt le rayon. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

Si la Ligne donnée eſt trop petite, pour pouvoir être appliquée ſur la Ligne des Polygones, il en faut appliquer le double ou le triple, & alors la moitié ou le tiers de la Ligne qu'on trouvera, ſera le rayon du cercle circonſcrit.

Quand le Polygone qu'on veut décrire ſur la Ligne donnée, aura plus de douze côtez, on ne pourra pas ſe ſervir de la Ligne des Polygones, & alors le centre I du cercle circonſcript, ſe trouvera par le moyen de la Ligne des Cordes, en tirant des deux extremitez F, G, de la ligne donnée FG, les deux rayons FI, GI, qui faſſent avec la Ligne donnée FG, chacune un angle égal au demi-angle du Polygone, lequel demi-angle eſt égal au complement de la moitié de l'angle du centre.

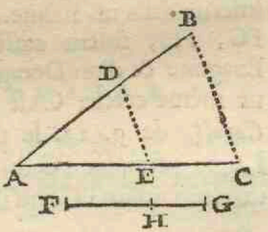
PROBLEME III.

Couper une Ligne donnée dans la moyenne & extreme raiſon.

APpliquez la longueur de la Ligne donnée ſur la Ligne des Polygones du Compas de proportion de part & d'autre, de 6 à 6 ; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Polygones de côté & d'autre la diſtance de 10 à 10, laquelle donnera le plus grand ſegment de la Ligne propoſée.

EXEMPLE.

Qu'il faille couper la Ligne donnée FG, en H, dans la moyenne & extreme raiſon. Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion, dont le centre eſt A. Que les points



points B, C, ſoient chacun le point de l'Exagone, & les points D, E, chacun le point du Decagone. Ayant appliqué la longueur de la Ligne donnée FG ſur la Ligne des Polygones de part & d'autre de B en C, en ſorte que la diſtance BC, de 6 à 6, ſoit égale à la Ligne donnée FG; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, la diſtance DE, de 10 à 10, donnera la longueur du grand Segment FH.

DEMONSTRATION.

Car dans les deux Triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que la raiſon des Lignes AB, AD, eſt égale à celle des deux BC, DE, ou FG, FH; & comme AD, AB, ſont les côtez d'un Decagone & d'un Exagone inſcrits dans un même cercle, il faut que FG, FH, ſoient auſſi les côtez d'un Exagone & d'un Decagone inſcrits dans un même cercle. C'eſt pourquoy par le *Coroll.* de 9. 13. le point H diviſe la Ligne propoſée FG dans la moyenne & extreme raiſon. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

Si la Ligne donnée eſt trop longue, pour pouvoir être appliquée ſur la Ligne des Polygones, on en appliquera ſeulement la moitié, ou le tiers, & alors le double ou le triple de la Ligne qu'on trouvera, ſera le plus grand ſegment de la Ligne propoſée.

Ce Probleme ſe peut auſſi reſoudre ſur la Ligne des Cordes, ſçavoir en appliquant la Ligne donnée ſur la Ligne des cordes, de 60 à 60, & en prenant ſur la même Ligne des cordes la diſtance de 36 à 36, qui donnera le grand ſegment de la Ligne propoſée, parce que le côté de l'Exagone eſt la corde de 60 degrez, & le côté du Decagone la corde de 36 degrez, dans un même cercle.

COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Probleme on peut aiſément reſoudre cette Equation de deux dimenſions, $xx \dagger ax \backsim aa$; ſçavoir en coupant la Ligne repreſentée par la lettre a, dans la moyenne & extreme raiſon : car le plus grand ſegment de cette Ligne ainſi coupée, ſera la racine veritable de l'Equation propoſée $xx + ax \propto aa$, & le plus petit ſera la racine veritable de celle-cy, $xx - 3ax \propto -aa$, comme il ſera aiſé à démontrer à celuy qui entendra l'Algebre.

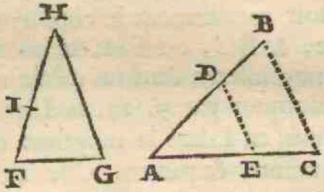
PROBLEME IV.

Décrire ſur une baſe donnée un Triangle iſoſcele, où l'un des angles à la baſe ſoit double de l'angle au ſommet.

APpliquez la longueur de la baſe donnée, de part & d'autre ſur la Ligne des Polygones du Compas de proportion, de 10 à 10, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Polygones de côté & d'autre la diſtance de *6* à *6*, pour avoir la longueur de chacun des deux côtez du Triangle qu'on cherche.

EXEMPLE

Qu'il faille décrire ſur la baſe donnée FG, un Triangle iſoſcele FGH, en ſorte que l'angle F, ou G, ſoit double de l'angle H. Suppoſons que les deux Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion, dont le centre eſt A. Que les points B, C, ſoient chacun le point 6, & les points D, E, chacun le point 10. Appliquez la Ligne donnée FG ſur la Ligne des Polygones de part & d'autre, de D en E, en ſorte que la diſtance DE, de 10 à 10, ſoit égale à la baſe donnée FG: & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez la diſtance BC, de 6 à 6, pour avoir le côté FH, ou GH du Triangle qu'on cherche.



DEMONSTRATION.

Pour la démonſtration, faites HI égale à FG, ou à DE; & parce que dans les Triangles iſoſceles ſemblables ADE, ABC, on a par 4. 6. cette Analogie, AD, AB :: DE, BC, & que AD eſt le côté d'un Decagone, & AB le côté d'un Exagone, inſcrits dans un même cercle, il faut que DE, ou FG, ou HI, ſoit pareillement le côté d'un Decagone, & BC, ou FH, le côté d'un Exagone, inſcrits dans un même cercle: c'eſt pourquoy par 9. 13. la Ligne FH eſt coupée en I dans la moyenne & extreme raiſon, & par 10. 4. le Triangle FGH ſera celuy qu'on cherche. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

Ce Probleme ſe peut auſſi reſoudre par le moyen de la Ligne des Cordes, ſçavoir en appliquant ſur cette Ligne des cordes la longueur de la Ligne donnée de part & d'autre, de 36 à 36, & en prenant ſur la même Ligne des cordes la diſtance de 60 à 60, qui donnera le côté du Triangle qu'on cherche.

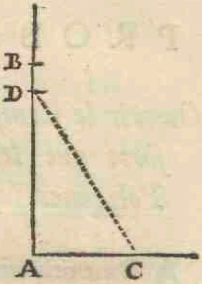
PROBLEME V.

Ouvrir le Compas de proportion en ſorte que les deux Lignes des Polygones faſſent un angle droit.

AYant pris avec le Compas commun, ſur la Ligne des Polygones, depuis le centre du Compas de proportion, la longueur du côté du Pentagone, appliquez cette même longueur ſur la même Ligne des Polygones de côté & d'autre, de 10 à 6, & alors les deux Lignes des Polygones feront au centre un angle droit.

EXEMPLE.

Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion dont le centre eſt A. Suppoſons encore que AB ſoit le côté du Pentagone, AD le côté de de l'Exagone, & AC, le côté du Decagone. Je dis que ſi l'on ouvre le Compas de proportion, en ſorte que la diſtantance CD de 10 à 6, ſoit égale au côté AB du Pentagone, l'angle A ſera droit.



DEMONSTRATION.

Car puiſque le quarré AB, ou CD, du côté du Pentagone, eſt égal au quarré AC du côté du Decagone, & au quarré AD du côté de l'Exagone, par 10. 13. il eſt de neceſſité par 48. 1. que l'Angle A ſoit droit. Ce qu'il faloit démontrer.

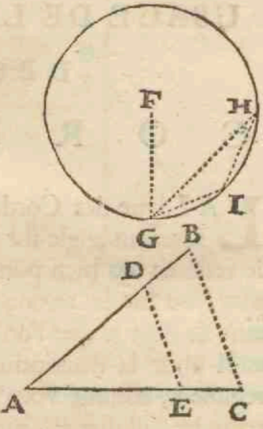
USAGE DE LA LIGNE DES CORDES.

LA Ligne des Cordes ſert pour meſurer un angle ſur le papier, ou ſur le terrain: ou bien pour faire ſur le papier, ou ſur le terrain, un angle d'autant de degrez que l'on voudra. Elle ſert auſſi pour la deſcription des Polygones reguliers, comme vous avez vû, & pour reſoudre pluſieurs autres Problemes, dont les principaux & les plus neceſſaires ſeront ſeulement icy declarez.

PROBLEME I.

Prendre ſur la circonference d'un Cercle donné, un Arc d'autant de degrez que l'on voudra.

APpliquez le Rayon du Cercle donné, ſur la Ligne des Cordes du Compas de proportion, de part & d'autre,



tre, toûjours de 60 à 60, parce que le Rayon d'un Cercle eſt égal à la Corde de 60 degrez : & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Cordes, de côté & d'autre, la diſtance du nombre égal à celuy des degrez propoſez, & la tranſportez ſur la circonference du Cercle donné, pour avoir un Arc d'autant de degrez qu'il étoit propoſé.

EXEMPLE.

Que le Rayon du Cercle donné ſoit FG, & qu'il faille prendre ſur ſa circonference un Arc, par exemple de 80 degrez. Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Cordes du Compas de proportion, dont le centre eſt A. Que AB, ou AC, ſoit la Cor-

Corde de 80 degrez, & AD, ou AE, la Corde de 60 degrez. Ayant appliqué la longueur du Rayon FG, de part & d'autre de D en E, en ſorte que la diſtance DE, de 60 à 60, ſoit égale au Rayon FG, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez la diſtance BC, de 80 à 80, ſur la circonference du Cercle donné, depuis G en H, pour avoir l'arc GIH de 80 degrez.

DEMONSTRATION.

Car dans les Triangles Iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on connoît, par 4. 6. que la raiſon des Lignes AD, AB, eſt égale à celle des Lignes DE, BC, ou FG, GH: & comme AB eſt la Corde de 80 degrez à l'égard du Rayon AD, par la conſtruction de la Ligne des Cordes, il eſt de neceſſité que GH ſoit auſſi la corde de 80 degrez, à l'égard du Rayon FG, & que par conſequent l'arc GH ſoit de 80 degrez. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

On peut par une operation contraire, trouver les degrez d'un Arc, dont on connoît le demi-Diametre; ſçavoir en appliquant ce demi-Diametre de 60 à 60 ſur la Ligne des Cordes, & en tranſportant la Corde de l'Arc propoſé ſur la même Ligne des Cordes, en ſorte que l'on rencontre de part & d'autre un même nombre de degrez, car ce nombre marquera la quantité de l'Arc propoſé.

COROLLAIRE.

On peut par le moyen de ce Probleme, faire à un point donné d'une Ligne donnée ſur le papier, un Angle d'autant de degrez que l'on voudra: ou bien connoître la quantité d'un Angle rectiligne donné ſur le papier, puiſque la meſure d'un tel Angle eſt un Arc de Cercle décrit de ſa pointe. D'où il eſt aiſé de conſtruire ſur une Baſe donnée un Triangle iſoſcele, où l'Angle de la baſe ſoit à l'Angle du ſommet en raiſon donnée, en faiſant à chaque extremité de la baſe donnée, un Angle, dont les degrez ſe trou-

trouveront, en multipliant 90 degrez par le double du terme homologue à l'Angle de la baſe, & en diviſant le produit par la ſomme du même double & de l'autre terme.

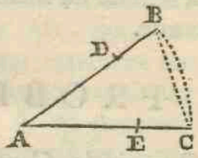
PROBLEME II.

Ouvrir le Compas de proportion, en ſorte que l'Angle des deux Lignes des Cordes ſoit d'autant de degrez qu'on voudra.

SI on prend depuis le Centre du compas de proportion ſur l'une des deux Lignes des Cordes, la Corde correſpondante aux degrez propoſez, & qu'on en applique la longueur ſur les Lignes des Cordes de côté & d'autre, de 60 à 60, le Compas de proportion ſe trouvera ouvert comme l'on demande.

EXEMPLE.

Qu'il faille ouvrir le Compas de proportion en ſorte que les deux Lignes des Cordes faſſent un Angle, par exemple, de de 40 degrez. Suppoſons que les Lignes AD, AE, ſoient chacune la Corde de 40 degrez, & les Lignes AB, AC, chacune la Corde de 60 degrez. Je dis que ſi on applique la Corde AD, ou AE, de 40 degrez de côte & d'autre, de B en C, en ſorte que la diſtance BC, de 60 à 60, ſoit égale à la Corde AD de 40 degrez, l'Angle A ſera auſſi de 40 degrez.



DEMONSTRATION.

Car ſi l'on décrit du centre A, par les points B, C, l'Arc de Cercle BC, & que l'on conſidere que la Ligne AD eſt la Corde de 40 degrez à l'égard du Rayon AB, qui eſt la Corde de 60 degrez, on connoîtra aiſément que la Ligne BC, égale à la Ligne AD, eſt auſſi la Corde de 40 degrez: & comme elle eſt la Corde de l'Arc BC, il s'enſuit que l'Arc BC, & par conſequent l'Angle A, eſt auſſi de 40 degrez. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

On peut par une operation contraire à la precedente, connoître l'ouverture du Compas de proportion à l'égard de la Ligne des Cordes: car ſi on porte depuis le centre du Compas de proportion ſur la ligne des Cordes, la diſtance de 60 à 60, priſe de part & d'autre ſur la même Ligne des Cordes, on rencontrera le nombre des degrez de l'ouverture qu'on cherche.

C'eſt à cauſe de cela que l'on ajoûte quelquefois au Compas de proportion des pinnules placées ſur la Ligne des Cordes, pour pouvoir meſurer un Angle ſur la terre, ou pour en faire un ſur la terre d'autant de degrez que l'on voudra: mais j'aimerois mieux me ſervir d'un demi-Cercle bien diviſé, le Compas de proportion n'étant propre que pour travailler promtement ſur le papier. C'eſt pourquoy je negligeray icy d'expliquer pluſieurs uſages, qui ne ſont que d'une pure curioſité.

PRO-

PROBLEME III.

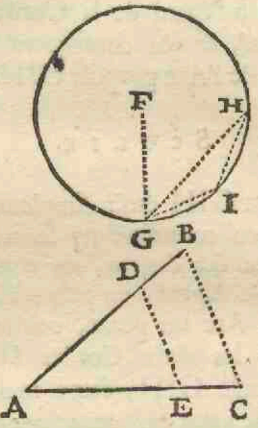
Trouver le demi-diametre d'un Arc de Cercle donné, dont on connoît les degrez.

SI on applique la Corde de l'Arc donné ſur la Ligne des Cordes du Compas de proportion, de côté & d'autre au nombre des degrez de l'Arc propoſé, & qu'on laiſſe le Compas de proportion ainſi ouvert, la diſtance de 60 à 60 priſe ſur la même Ligne des Cordes, donnera la longueur du Rayon qu'on cherche.

EXEMPLE.

Que l'Arc de Cercle GH ſoit par exemple de 80 degrez, & qu'il en faille trouver le Rayon FG. Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Cordes du Compas de proportion, dont le centre eſt A. Que AB, ou AC, ſoit la Corde de 80 degrez, & AD, ou AE, la Corde de 60 degrez. Je dis que ſi on applique la Corde GH ſur

ſur la Ligne des parties égales du Compas de proportion, de part & d'autre de B en C, en ſorte que la diſtance BC,



de 80 à 80, ſoit égale à cette Corde GH, la diſtance DE, de 60 à 60, ſera égale au Rayon FG.

DEMONSTRATION.

Car dans les Triangles Iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que la raiſon des Lignes AB, AD, eſt égale à celle des Lignes BC, DE, ou GH, GH, DE: & comme AD eſt le Rayon à l'égard de la Corde AB de 80 degrez par la conſtruction de la Ligne des Cordes, il eſt de neceſſité que DE ſoit auſſi le Rayon à l'égard de la Corde GH de 80 degrez, & par conſequent le demi-diametre de l'Arc propoſé GIH.

SCOLIE.

Si l'Arc GIH étoit ſimplement donné, ſans en connoître ny le centre, ny le nombre des degrez, on trouvera ce nombre de degrez, en prenant à volonté ſur cet Arc un point, comme I, & en tirant les deux Cordes IG, IH, dont l'Angle GIH, étant meſuré, & ſon double étant ôté de 360 degrez, le reſte donnera le nombre qu'on cherche.

COROLLAIRE.

On peut par le moyen de ce Probleme, trouver aiſément le centre d'un Cercle, ou d'un Arc de Cercle donné, ou bien faire paſſer par trois points donnez une circonference de Cercle: car ſi on prend ſur le Cercle donné un Arc à volonté, pour en connoître les degrez, comme

comme il a eſté enſeigné dans le Scolie precedent, & qu'à l'intervalle du Rayon que l'on trouvera, on faſſe de deux points quelconques de l'Arc donné, ou des trois points donnez, deux Arcs de Cercles, qui s'entre-coupent, la ſection de ces deux arcs donnera le centre du Cercle qu'on cherche.

USAGE DE LA LIGNE
DES
SOLIDES.

LA Ligne des Solides à l'égard des Corps, a les mêmes Uſages que la Ligne des Plans à l'égard des Surfaces, comme vous allez voir dans les Problemes ſuivans.

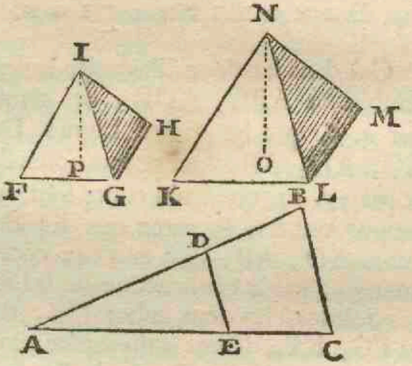
PROBLEME I.

Etant donnée une Pyramide, trouver une autre Pyramide ſemblable en raiſon donnée.

APpliquez la longueur d'un côté de la Pyramide donnée, ſur la Ligne des Solides du Compas de proportion à un nombre égal de part & d'autre au premier terme de la raiſon donnée: & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Solides la diſtance de côté & d'autre du nombre égal au ſecond terme de la raiſon donnée, pour avoir la longueur du côté homologue de la Pyramide qu'on cherche. C'eſt de la même façon que l'on trouvera les côtez homologues aux autres côtez de la Pyramide propoſée.

EXEMPLE.

Soit donnée la Pyramide FGHI, & qu'il luy faille trouver une autre Pyramide ſemblable, en ſorte que la Pyramide FGHI ſoit à celle qu'on cherche, comme me par exemple 16 à 54. Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Solides du Compas de proportion, dont le centre eſt A. Que les points marquez 54, ou du 54^e Solide ſoient B, C, & que les points marquez 16, ou du 16^e Solide ſoient D, E. Pour trouver le côté homologue à l'un des côtez de la Pyramide donnée FGHI, comme au côté FG, portez la longueur de ce



côté FG ſur la Ligne des Solides AB, AC, de côté & d'autre de D en E, en ſorte que la diſtance DE, de 16 à 16, ſoit égale au même côté FG, & alors la diſtance BC, de 54 à 54, donnera la

lon-

longueur du côté KL homologue au côté FG; & l'on trouvera de la même façon le côté LM homologue au côté GH, & pareillement la hauteur NO homologue à la hauteur IP, & ainſi des autres, & la Pyramide KLMN ſera celle qu'on cherche, c'eſt à dire qu'elle ſera ſemblable à la Pyramide donnée FGHI, & que cette Pyramide FGHI ſera à la Pyramide KLMN, comme 16 à 54.

DEMONSTRATION.

Car dans les deux Triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que les quatre Lignes DE, BC, AD, AB, ſont proportionnelles, & par 37. 11. que leurs cubes ſont auſſi proportionnels; & parce que les deux cubes AD, AB, ſont entr'eux comme 16 à 54, par la conſtruction de la Ligne des Solides, les deux cubes DE, BC, ou FG, KL, ſeront auſſi entr'eux comme 16 à 54, & par 8. 12. la Pyramide FGHI ſera à la Pyramide KLMN, auſſi comme 16 à 54, parce que ces deux Pyramides ſont ſemblables, par la conſtruction, & par *Def.* 9. 11. Ce qu'il faloit démontrer.

Sco-

SCOLIE.

Si les deux termes de la raiſon donnée ſont trop grands, on prendra leurs ſoûmultiples, en les diviſant chacun par un même nombre tel que l'on voudra : & s'ils ſont trop petits, on prendra leurs multiples, en les multipliant chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pourvû que le plus grand nombre qui viendra, ne ſurpaſſe pas 64, parce que dans le Compas de proportion le plus grand ſolide n'eſt que 64.

Si les deux termes de la raiſon donnée ont leurs Racines cubiques exactes, on ſe ſervira de ces Racines cubiques à la place des deux nombres donnez, mais au lieu de travailler ſur la Ligne des Solides, on travaillera ſur *la Ligne des parties égales* : car ainſi les côtez homologues des deux Pyramides ſemblables ſeront dans la raiſon de ces Racines cubiques, & par 8. 12. les deux Pyramides ſeront dans la raiſon des deux nombres donnez.

Enfin, ſi les deux termes de la raiſon donnée ſont des fractions de differente eſpece, on les reduira en deux autres frac-

fractions de même denomination, & en negligeant le denominateur commun, on ſe ſervira des deux numerateurs à la place des deux fractions données, pour travailler ſur la Ligne des Solides comme il a été enſeigné.

COROLLAIRE.

On pourra de la même façon à une Sphere donnée trouver une autre Sphere en raiſon donnée, en travaillant par le Diametre de la Sphere donnée, pour avoir le Diametre de la Sphere qu'on cherche; & pareillement à un Cone ou à un Cylindre donné, trouver un Cone ou un Cylindre ſemblable en raiſon donnée, en travaillant par le Diametre de la baſe & par la hauteur du Cone ou du Cylindre donné, pour avoir le Diametre de la baſe & la hauteur du Cone ou du Cylindre qu'on cherche.

On pourra auſſi de la même façon à quelque autre Corps donné que ce ſoit, trouver un Corps ſemblable en raiſon donnée, en travaillant ſéparément pour chaque côté du Solide donné, pour avoir le côté homologue du Solide qu'on cherche.

Ainſi vous voyez qu'on peut à l'ayde de ce Probleme augmenter ou diminuer un Solide donné, & par conſequent une Sphere donnée, & auſſi un Cone & un Cylindre donné, ſelon une raiſon donnée, parce que cette raiſon donnée peut être de plus grande ou de moindre inégalité.

PROBLEME II.

Trouver la raiſon de deux Solides ſemblables donnez.

PОrtez la longueur d'un des côtez du plus petit des deux Solides donnez ſur la Ligne des Solides du Compas de proportion, de part & d'autre à un même nombre tel que l'on voudra; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez ſur la même Ligne des Solides la longueur du côté homologue de l'autre Solide donné, pour voir à quel nombre égal de côté & d'autre cette longueur répond; & ce ſecond nombre avec le premier auquel répond le côté homologue du premier Solide, ſeront les deux termes de la raiſon qu'on cherche.

EXEMPLE.

Reprenons la Figure precedente, & qu'il faille trouver la raiſon des deux Pyramides ſemblables données FGHI, KLMN. Suppoſons que les deux Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Solides du Compas de proportion, dont le centre eſt A. Ayant porté la longueur du côté FG de part & d'autre ſur la Ligne des Solides au nombre 16 par exemple, en ſorte que la diſtance DE, de 16 à 16, ſoit égale au côté FG; laiſſez le Compas de proportion ainſi ouvert, & portez la longueur du côté KL homologue au côté FG, ſur la même Ligne des Solides, à un même nombre de côté & d'autre, comme de B en C, où ſoit par exemple le nombre 54: cela étant, je dis que le Solide FGHI eſt au Solide KLMN, comme 16 à 54; dont la démonſtration eſt la même que celle du Probleme precedent.

SCOLIE.

Si le côté du plus grand Solide donné eſt trop grand, pout pouvoir être applipliqué ſur le Compas de proportion, qui ſeroit trop peu ouvert, il faut porter la longueur du côté du plus petit Solide donné ſur la Ligne des Solides, le plus proche du centre qu'il ſera poſſible, afin que le Compas de proportion étant ainſi plus ouvert, on puiſſe y porter la longueur du côté homologue du plus grand Solide donné.

Mais ſi le côté du plus petit Solide donné ſe trouve trop grand, pour pouvoir être appliqué ſur la Ligne des Solides à un même nombre de part & d'autre, comme nous avons dit, il le faudra porter depuis le centre ſur la même Ligne des Solides, & auſſi le côté homologue du plus grand Solide donné, pour avoir les deux nombres des côtez homologues des deux Solides donnez, & ces deux nombres en exprimeront la raiſon.

Que ſi ces deux côtez homologues ſe trouvent encore trop grands, on ſe ſervira de leurs moitiez, ou de leurs tiers: & pour ne pas tomber dans cette difficulté, ſi l'on peut, on ſe ſervira dans chaque Solide donné des deux côtez homologues les plus petits, lorſque les deux Solides donnez ſeront irreguliers.

Ce Probleme ſe peut auſſi reſoudre par

le moyen de la Ligne des parties égales du Compas de proportion, ſçavoir en cherchant à deux côtez homologues des deux Solides donnez une troiſiéme Ligne proportionnelle, & à ces trois Lignes une quatriéme proportionnelle, comme il a eſté enſeigné au *Probl.* VII. *de l'Uſage de la Ligne des parties égales*, parce que par 33. 11. les nombres des parties égales que contiendront la premiere & la quatriéme proportionnelle, ſeront les deux termes de la raiſon qu'on demande.

COROLLAIRE.

Comme les Spheres ſont dans la raiſon des cubes de leurs Diametres, par 18. 12. on void aiſément que l'on peut par le moyen de ce Probleme trouver avec la même facilité la raiſon de deux Spheres données, en ſe ſervant de leurs Diametres, comme de deux côtez homologues. Et pareillement on pourra trouver la raiſon de deux Cones, ou de deux Cylindres ſemblables donnez, en ſe ſervant des Diametres de leurs baſes, &c.

PROBLEME III.

Ouvrir le Compas de proportion, en ſorte que l'Angle des deux Lignes des Solides ſoit droit.

AYant pris ſur la Ligne des Solides depuis le centre du Compas de proportion, le côté du 15^{e} Solide, appliquez-en la longueur ſur la même Ligne des Solides, de part & d'autre, de 3 à 8; & le Compas de proportion ſe trouvera ouvert à un Angle de 90 degrez à l'égard de la Ligne des Solides, parce que le quarré du côté du 15^{e} Solide eſt à peu prés égal au quarré du côté du 3^{e} Solide, & au quarré du côté du 8^{e} Solide, ſans qu'il s'en manque ſeulement une milliéme partie de la longueur du Compas de proportion, ce qui eſt de petite conſequence pour la pratique, comme l'on peut voir dans la Table des Solides, qui vous fera connoître que l'on peut auſſi appliquer la longueur du plus grand & 64^{e} Solide, priſe depuis le centre ſur la Ligne des Solides, de part & d'autre, de 3 à 52, ou de 9 à 40, ou bien encore de 16 à 30, ſans que l'erreur ſoit ſeulement d'une milliéme partie de la longueur du plus grand Solide.

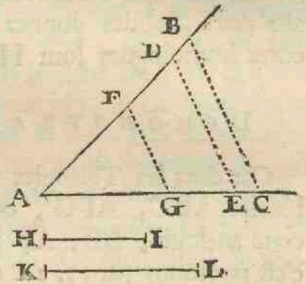
PROBLEME IV.

Trouver un Solide ſemblable & égal à deux Solides ſemblables donnez.

SUppoſant que l'un des côtez du premier Solide donné ſoit d'un nombre de Solides tel que l'on voudra, appliquez-en la longueur ſur la Ligne des Solides du Compas de proportion, de part & d'autre à ce nombre ſuppoſé; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, portez la longueur du côté homologue du ſecond Solide donné, ſur la même Ligne des Solides, en ſorte que cette longueur réponde de côté & d'autre à un même nombre: & alors la diſtance du nombre égal à la ſomme de ces deux nombres, priſe de part & d'autre ſur la Ligne des Solides, donnera le côté homologue du Solide qu'on cherche.

EXEMPLE.

Qu'il faille trouver le côté homologue d'un Solide ſemblable & égal à deux Solides ſemblables donnez, dont deux côtez homologues ſoient les Lignes HI, KL. Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Solides du Compas de proportion, dont le centre eſt A. Suppoſons encore que les deux points F, G, ſoient chacun le point par exemple du 8e Solide, auquel on appliquera ſi l'on veut, la longueur du côté HI, en ſorte que la diſtance FG, de 8 à 8, ſoit égale à ce côté HI, pour appliquer enſuite ſur la même Ligne des Solides la longueur de l'autre côté KL, de part & d'autre de D en E, en ſorte que les points D, E, ſoient chacun également éloignez du centre A, c'eſt à dire d'un même nombre de Solides, qui ſoit



par exemple 27; en ſorte que la diſtance DE, de 27 à 27, ſoit égale à cét autre côté KL. Cela fait, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, je dis que la diſtance BC, de 35 à 35, qui eſt la ſomme des deux nombres precedens 8, 27, qui expriment la raiſon des deux Solides donnez, eſt égale au côté homologue d'un Solide ſemblable & égal aux deux Solides donnez, dont deux côtez homologues ſont HI, KL.

DEMONSTRATION.

Car dans les Triangles iſoſceles ſemblables ABC, AFG, on a par 4. 6. cette analogie, AB, AF :: BC, FG: c'eſt pourquoy par 37. 11. on aura celle-cy, ABc, AFc::BCc, FGc; & ſi à la place des deux premiers termes ABc, AFc, on met les deux Nombres 35, 8, qui ſont en même raiſon, parce que AB eſt le côté du 35e Solide, & AF le côté du 8e, on aura cette autre analogie, 35, 8 :: BCc, FGc; & en diviſant, on aura celle-cy, 27, 8 :: BCc-FGc, FGc; & ſi à la place des deux premiers termes 27, 8, on met les deux cubes AD, AF, qui ſont en même raiſon, parce

parce que AD eſt le côté du 27e Solide, & AF le côté du 8e, ou bien ſi à la place de ces deux AD*c*, AF*c*, on met les deux DE*c*, FG*c*, qui ſont en même raiſon, à cauſe des Triangles iſoſceles ſemblables ADE, AFG, on aura cette autre analogie, DE*c*, FG*c* :: BC*c*-FG*c*, FG*c*, où l'on void que le cube DE, ou KL, eſt égal à la difference des deux BC, FG, ou HI, & que par conſequent le cube BC, eſt égal à la ſomme des deux HI, KL. D'où il ſuit par 33. 11. que la ligne BC eſt un côté homologue d'un Solide ſemblable & égal aux deux Solides ſemblables donnez, dont deux côtez homologues ſont les lignes HI, KL. Ce qu'il faloit démontrer.

SCOLIE.

Pour n'avoir pas un Nombre trop grand dans la ſomme des deux Nombres qui expriment la raiſon des deux Solides donnez, on donnera au côté du premier Solide donné un Nombre de Solides le plus petit que l'on pourra, afin que l'autre nombre des Solides du côté homologue du ſecond Solide, ſoit auſſi

plus

plus petit, & qu'ainſi la ſomme de ces deux nombres ſe puiſſe trouver ſur la Ligne des Solides.

COROLLAIRE.

Il ſuit aiſément de la pratique de ce Probleme, que l'on peut ajoûter enſemble plus de deux Solides ſemblables donnez, ſçavoir en ajoûtant enſemble les deux premiers, & en ajoûtant à la ſomme le troiſiéme, & ainſi enſuite.

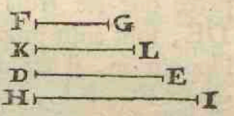
On peut auſſi facilement trouver une Sphere égale à pluſieurs Spheres données, en travaillant par leurs Diametres conſiderez comme les côtez homologues d'autant de Solides ſemblables: & trouver pareillement un Cone, ou un Cylindre égal à pluſieurs Cones, ou à pluſieurs Cylindres donnez, ſçavoir en travaillant par les Diametres de leurs baſes, & par leurs hauteurs, &c.

On peut auſſi à l'imitation de ce Probleme, trouver un Solide ſemblable & égal à la difference de deux Solides ſemblables donnez, ſi au lieu d'ajoûter enſemble les deux nombres de leur raiſon, on ôte le plus petit du plus grand, &c.

LEMME.

Si de quatre Lignes, les trois premieres ſont proportionnelles, & que le Cube de la troiſiéme ſoit égal au Solide ſous la premiere, & le Quarré de la quatriéme, ces quatre Lignes ſeront dans une proportion continuë.

JE dis que ſi des quatre Lignes FG, KL, DE, HI, les trois premieres FG, KL, DE, ſont proportionnelles, & que le Solide FGHI*q*, ſous la premiere FG, & le quarré de la quatriéme HI, ſoit égal au Cube de la troiſiéme DE, ces quatre Lignes FG, KL, DE, HI, ſeront continuellement proportionnelles.



DEMONSTRATION.

Puiſque par la Suppoſition le Solide FGHI*q*, eſt ſuppoſé égal au Cube DE, on aura par 34. 11. cette analogie, FG, DE :: DE*q*, HI*q*; & ſi on donne aux deux premiers termes FG, DE, la hauteur commune DE, on aura cette autre analogie, FGDE, DE*q* :: DE*q*, HI*q*; & ſi à place du Plan FGDE, on met le quarré KL, qui luy eſt égal, par 17. 6. à cauſe des trois proportionnelles FG, KL, DE, on aura cette autre analogie, KL*q*, DE*q* :: DE*q*, HI*q*, où l'on void par 22. 6. que les trois lignes KL, DE, HI, ſont proportionnelles : & parce que les trois lignes FG, KL, DE, ſont auſſi proportionnelles, par la ſuppoſition, il eſt de neceſſité que les quatre FG, KL, DE, HI, ſoient continuellement proportionnelles. Ce qu'il faloit démontrer.

PROBLEME. V.

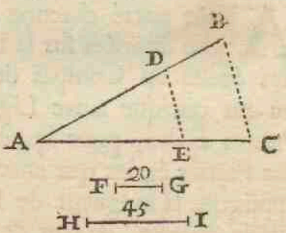
Entre deux Lignes données, trouver deux Moyennes proportionnelles.

AYant porté chacune des deux Ligne données ſur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, ou ſur quelque autre Ligne diviſée en Parties égales, pour ſçavoir le nombre des Parties égales que chacune contient, appliquez la longueur de la plus grande Ligne donnée, de part & d'autre ſur la Ligne des Solides du Compas de proportion, à un nombre égal à celuy de ſes Parties égales; & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la même Ligne des Solides, de côté & d'autre, la diſtance du nombre égal à celuy des Parties égales de l'autre Ligne donnée, pour avoir la plus grande des deux Moyennes proportionnelles qu'on cherche, entre laquelle & la plus petite Ligne donnée, une Moyenne proportionnelle, ſera la plus petite des deux Moyennes qu'on cherche.

EXEM-

EXEMPLE.

Qu'il faille trouver deux Moyennes proportionnelles entre les deux Lignes données FG, HI, dont la plus petite FG contienne par exemple 20 Parties égales, & la plus grande HI en contienne 45. Suppoſons que les Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Solides du Compas de proportion, dont le centre eſt A: que les points B, C, ſoient chacun le 45e Solide, & les points D, E, chacun le 20e Solide. Appliquez la longueur de la plus grande Ligne HI ſur la Ligne des Solides, de part & d'autre aux points B, C, en ſorte que la diſtance BC, de 45 à 45, ſoit égale à la plus grande Ligne donnée HI; & alors la diſtance DE, de 20 à 20, ſera la plus grande des deux Moyennes proportionnelles qu'on cherche, c'eſt-à-dire la troiſiéme de quatre continuellement proportionnelles, dont



dont FG eſt la premiere, & HI la quatriéme : & ſi entre cette troiſiéme trouvée DE, & la premiere FG, on trouve une Moyenne proportionnelle, on aura la ſeconde.

DEMONSTRATION.

Car dans les Triangles iſoſceles ſemblables ABC, ADE, on a par 4. 6. cette analogie, AB, AD :: BC, DE, ou AB, AD :: HI, DE, à cauſe de BC égale à HI, par la conſtruction; c'eſt pourquoy par 37. 11. on aura celle-cy, AB*c*, AD*c* :: HI*c*, DE*c*: & ſi à la place des deux premiers termes AB*c*, AD*c*, on met les deux nombres 45, 20, qui ſont en même raiſon, par la conſtruction de la Ligne des Solides, ou bien ſi à la place de ces deux nombres 45, 20, on met les deux Lignes HI, FG, qui ſont auſſi en même raiſon, on aura cette autre analogie, HI, FG :: HI*c*, DE*c*: & enfin ſi aux deux premiers termes HI, FG, conſiderez comme des hauteurs, on donne la baſe commune HI*q*, on aura cette derniere analogie, HI*c*, FGHI*q* :: HI*c*, DE*c*, où l'on void que le Solide FGHI*q* eſt égal

égal au cube DE. D'où il ſuit, par le Lemme precedent, que la Ligne DE eſt la plus grande des deux Moyennes proportionnelles qu'on cherche. Ce qu'il faloit démontrer.

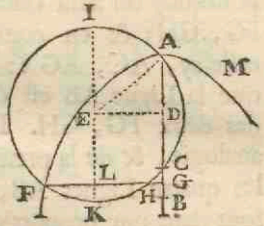
SCOLIE.

Si les nombres des Parties égales des deux Lignes données ſont trop grands, on ſe ſervira de leurs moitiez, ou de leurs tiers, comme il faudroit ſe ſervir des doubles ou des triples des deux mêmes nombres, s'ils étoient trop petits.

Or comme l'uſage de deux Moyennes proportionnelles entre deux Lignes données, eſt abſolument neceſſaire pour la reduction d'un ſolide en cube, nous ajoûterons icy, pour finir agreablement ce Traité, une maniere facile de

Trouver geometriquement entre deux Lignes données, deux Moyennes proportionnelles.

Pour trouver deux Moyennes proportionnelles entre les deux Lignes données AB, AC, diviſez l'une de ces deux, comme AC, en deux également au point D, & luy tirez par ce point D, la la perpendiculaire DE, égale à la moitié de l'autre Ligne donnée AB, pour décrire du centre E, par les points A, C, une circonference de Cercle AIFK. Aprez cela décrivez par le point A, ſur l'axe AC, la Parabole FAM, dont le Parametre ſoit AC; & par la ſection F du Cercle & de la Parabole, tirez la droite FG, perpendiculaire à l'axe AC; & les deux Lignes AG, FG, ſeront les deux Moyennes qu'on cherche: de ſorte que les quatre Lignes AB, AG, FG, AC, ſeront dans une continuelle proportion.



DEMONSTRATION.

Car ſi on tire le Diametre IK perpendiculaire à la Ligne FG, ou parallele à l'axe AB, les deux Lignes LF, LH, ſeront égales entr'elles, par 3. 3. enſuite de quoy, on connoîtra aiſément que la ſomme des deux Lignes FG, GH, eſt égale à la Ligne AB.

Cela étant ſuppoſé, on conſiderera que

que par la proprieté de la Parabole, on a cette analogie, AC, FG :: FG, AG, & que par la proprieté du Cercle, on a celle-cy, CG, GH :: FG, AG. C'eſt pourquoy on aura celle-cy, AC, CG :: FG, GH; & en compoſant, on aura celle-cy, AC, AG :: FG, AB, parce que la Ligne AB eſt égale à la ſomme des deux FG, GH. De cette derniere analogie, & de la premiere, il ſuit que les quatre Lignes AB, AG, FG, AC, ſont dans une proportion continuë. Ce qu'il faloit démontrer.

Nous avons donné dans nôtre grand Traité d'Algebre, douze manieres differentes & trés-ſimples, pour la ſolution de ce Probleme: mais comme celle-cy me ſemble la plus facile de toutes, outre que ce n'eſt pas icy le lieu d'en parler davantage, nous mettrons fin à ce Traité, pour venir plûtôt au ſuivant.

Fin du premier Traité.

TRAITÉ
DE LA
DIVISION
DES
CHAMPS.

TRAITÉ
DE LA
DIVISION
DES
CHAMPS.

LA diviſion des Champs ſert pour partager une piece de terre entre deux ou pluſieurs perſonnes, en ſorte que chacune en ait une portion égale, ou telle autre partie que l'on voudra. Pour proceder par ordre, nous commencerons par le Triangle, qui eſt la premiere des Figures, pour aller enſuite aux Figures de quatre côtez, & en aprés aux Polygones, comme vous allez voir dans les Chapitres ſuivans.

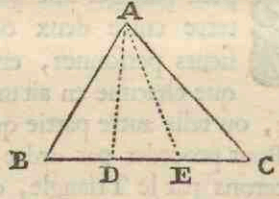
CHAPITRE I.

De la diviſion des Triangles.

PROBLEME I.

Diviſer le Triangle donné ABC, *en autant de Parties égales qu'on voudra, par des Lignes tirées de l'angle donné* A.

SI vous le voulez diviſer en trois Triangles égaux, par exemple, diviſez le



côté BC oppoſé à l'angle A, en trois Parties égales aux points D, E, & menez les droites AD, AE, & les trois Triangles BAD, DAE, EAC, ſeront égaux par 38. 1.

Sco-

SCOLIE.

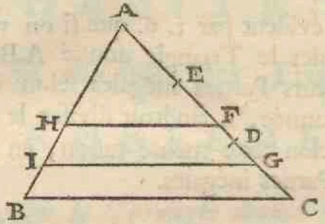
Il eſt évident par 1. 6. que ſi on vouloit diviſer le Triangle donné ABC, en pluſieurs Parties inégales ſelon une raiſon donnée, il faudroit diviſer le côté BC ſelon cette même raiſon, en autant de Parties inégales.

PROBLEME II.

Diviſer le Triangle donné ABC, *en autant de Parties égales qu'on voudra, par des Lignes paralleles au côté* BC.

SI vous le voulez diviſer en trois Parties égales par exemple, diviſez l'un des deux autres côtez AB, AC, comme AC, en trois également aux deux points D, E, & coupez le même coté AC aux deux points F, G, en ſorte que la Partie AF ſoit Moyenne proportionnelle entre AC, CD, & la Partie AG Moyenne proportionnelle entre AC, CE. Aprés cela tirez

tirez par les deux points F, G, au côté BC, les paralleles FH, GI, leſquelles diviſeront le Triangle propoſé ABC, en trois Parties égales.



DEMONSTRATION.

Car puiſque les deux Triangles AHF, ABC, ſont ſemblables, ils ſont dans la raiſon des Quarrez AF, AC, qui eſt la même que celle des Lignes CD, AC, à cauſe des trois proportionnelles CD, AF, AC; & parce que CD eſt le tiers de AC, le Triangle AHF eſt auſſi le tiers du Triangle ABC.

Pareillement de ce que les Triangles AIG, ABC, ſont ſemblables, ils ſont dans la raiſon des Quarrez AG, AC, qui eſt la même que celle des Lignes CE, AC, à cauſe des trois proportionnelles CE, AG, AC; & parce que CE

CE eſt les deux-tiers de AC, le Triangle AIG eſt auſſi les deux-tiers du Triangle ABC. D'où il eſt aiſé de conclure que les deux Trapezoïdes BIGC, HIGF, ſont chacun le tiers du même Triangle ABC, & qu'ainſi le Triangle propoſé ABC eſt diviſé en trois Parties égales par les deux Lignes GI, FH, qui ſont paralleles au côté BC. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

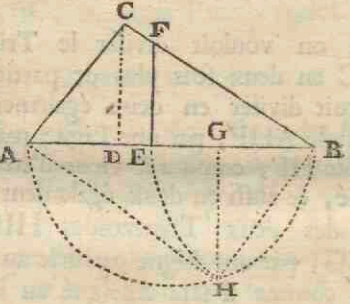
SCOLIE.

Si on vouloit diviſer le Triangle ABC en deux fois plus de parties, il faudroit diviſer en deux également le Triangle AHF, par une Ligne parallele au côté HF, comme il vient d'être enſeigné, & auſſi en deux également chacun des deux Trapezoides HIGF, IBCG, par une Ligne parallele au côté IG, comme il ſera enſeigné au Probl. X. Chap. II.

PROBLEME III.

Diviſer en deux également le Triangle ABC, *par une Ligne perpendiculaire au côté* AB.

AYant diviſé le côté AB en E, en ſorte que le Quarré BE ſoit égal à la moitié du Rectangle ſous le côté



AB, & le ſegment BD terminé par la perpendiculaire CD, tirez du point E, au côté AB, la perpendiculaire EF, qui diviſera en deux également le Triangle propoſé ABC.

DEMONSTRATION.

Dans les Triangles ſemblables CDB, FEB, on a cette analogie, BD, CD :: BE, EF; c'eſt pourquoy ſi aux deux premiers termes BD, CD, on donne la hauteur commune AB, & aux deux derniers la hauteur commune BE, on aura celle-cy, ABD, ABCD :: BE*q*, BEF, où l'on void que puiſque le Rectangle ABD eſt double du Quarré BE, il faut que le Rectangle ABCD ſoit auſſi double du Rectangle BEF; & en prenant leurs moitiez, on connoîtra que le Triangle ABC eſt double du Triangle FEB. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

Pour trouver le point E, diviſez le ſegment BD en deux également au point G, & tirez par ce point G au même ſegment BD, la perpendiculaire GH, qui ſera terminée en H par un demi-cercle décrit à l'entour du côté AB; & il n'y aura plus qu'à faire BE égale à BH, dont le Quarré, ou le Rectangle ABG, eſt bien la moitié du Rectangle ABD.

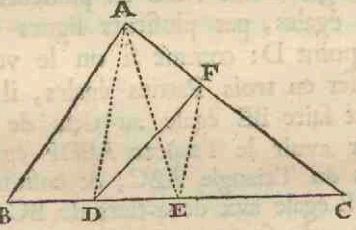
SCOLIE.

On peut de la même façon diviſer le Triangle donné ABC, en autant de Parties égales qu'on voudra, par des Lignes perpendiculaires au côté AB: comme ſi on le vouloit diviſer par exemple en trois Parties égales, il faudroit premierement prendre la Ligne BG, égale au tiers du Segment BD, pour avoir le Quarré BE, égal au tiers du Rectangle ABD, & par conſequent le Triangle BEF égal au tiers du propoſé ABC. Il faudroit enſuite prendre la Ligne BG égale aux deux-tiers du Segment BD, &c. Mais il ne faut pas que le point F tombe au de-là du point C.

PROBLEME IV.

Diviſer le Triangle donné ABC *en deux également, par une Ligne tirée du point donné* D *ſur le côté* BC.

AYant tiré du point donné D, à l'angle oppoſé A, la droite AD, tirez par le point E, milieu de BC, à la Ligne AD, la parallele EF, & menez la droite DF, qui diviſera le Triangle propoſé ABC, en deux également.



DEMONSTRATION.

Car ſi on joint la droite AE, on

connoîtra par 1. 6. que le Triangle BAE eſt la moitié du Triangle ABC; & parce que le Trapeze ABDF eſt égal au Triangle BAE, comme nous avons démontré dans nôtre Geometrie pratique, il s'enſuit que le Trapeze ABDF eſt auſſi la moitié du Triangle ABC, & qu'ainſi le Triangle propoſé ABC ſe trouve diviſé en deux également par la droite DF. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

SCOLIE.

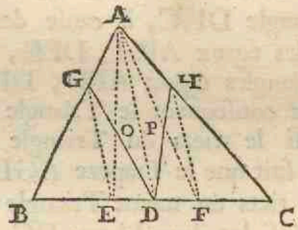
On peut par cette maniere diviſer le Triangle donné ABC en pluſieurs Parties égales, par pluſieurs lignes tirées du point D: comme ſi on le vouloit diviſer en trois Parties égales, il faudroit faire BE égale au tiers de BC, pour avoir le Trapeze ABDF égal au tiers du Triangle ABC, & enſuite faire BE égale aux deux-tiers de BC, &c. Mais cela ſe concevra mieux dans le Probleme ſuivant.

PRO-

PROBLEME V.

Diviſer le Triangle donné ABC, *en autant de Parties égales que l'on voudra, par des Lignes tirées du point donné* D *ſur le côté donné* BC.

POur le diviſer en trois Parties égales par exemple, diviſez le côté donné BC, auſſi en trois Parties égales, aux deux points E, F; & ayant tiré la droite AD, tirez-luy par les deux points E, F, les paralleles EG, FH, pour avoir ſur les côtez AB, AC, les deux points G, H; par leſquels on tirera au point donné D, les droites



DG, DH, qui diviſeront le Triangle propoſé ABC en trois Parties égales.

DEMONSTRATION.

Car ſi on méne les droites AE, AF, on connoîtra par 1. 6. que chacun des deux Triangles BAE, CAF, eſt le tiers du Triangle ABC; & parce que le Triangle BAE eſt égal au Triangle BGD, à cauſe des Triangles égaux GOA, DOE, parties des Triangles égaux GAE, GDE, le Triangle BGD ſera auſſi le tiers du Triangle ABC. Par un ſemblable raiſonnement, on connoîtra que le Triangle CAF eſt auſſi égal au Triangle DHC, à cauſe des deux Triangles égaux APH, DPF, parties des Triangles égaux AFH, DFH, & que par conſequent le Triangle DHC eſt auſſi le tiers du Triangle ABC. D'où il ſuit que le Trapeze AGDH eſt auſſi le tiers du même Triangle ABC, & qu'ainſi les deux Lignes DG, DH, diviſent le Triangle propoſé ABC en trois parties égales. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

SCOLIE.

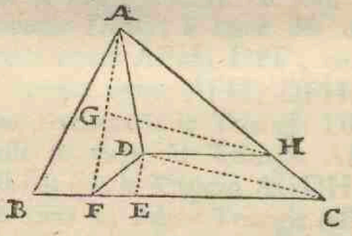
Si on vouloit diviſer le Triangle donné ABC en deux fois plus de parties, on devroit diviſer par *Probleme I.* chacun des deux Triangles DGB, DHC, en deux également par des Lignes tirées de l'Angle D, & auſſi le Trapeze AGDH en deux également, par une Ligne tirée du même Angle D, comme il ſera enſeigné au *Probleme VII. Chap. II.*

PRO-

PROBLEME VI.

Tirer du point donné D, *au dedans du Triangle donné* ABC, *trois Lignes, en ſorte que l'une paſſe par l'Angle donné* A, *& que les trois diviſent le Triangle donné* ABC *en trois parties égales.*

AYant fait BE, égal au tiers de BC, tirez à la Ligne DE, par l'Angle donné A, la parallele AF, & à la Ligne DC, par le point G, milieu de AF, la parallele GH. Enfin tirez du point donné D, par les trois points A, F, H,



F, H, les Lignes DA, DF, DH, qui diviſeront le Triangle propoſé ABC, en trois parties égales.

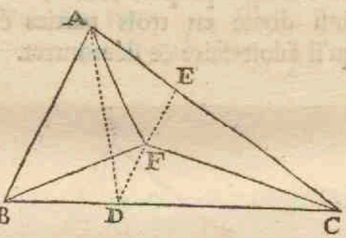
DEMONSTRATION.

Car il eſt déja bien évident que le Trapeze ABFD eſt le tiers du Triangle ABC, & nous démontrerons au *Probleme VII. Chapitre II.* que l'autre Trapeze ACFD, eſt diviſé en deux également par la droite DH. D'où il ſuit que le Triangle propoſé ABC, ſe trouve ainſi diviſé en trois parties égales. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

PROBLEME VII.

Diviſer le Triangle donné ABC, *en trois parties égales, par trois Lignes tirées aux trois Angles* A, B, C.

AYant pris ſur l'un des côtez, comme ſur BC, ſa troiſiéme partie BD, tirez par le point D, au côté adjacent AB, la parallele DE, & par ſon point du milieu F, tirez les trois Lignes FA, FB, FC, qui diviſeront le Triangle propoſé ABC, en trois parties égales.



DEMONSTRATION.

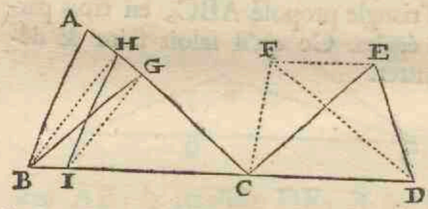
Car il eſt déja bien évident que le Triangle AFB eſt le tiers du Triangle ABC, parce qu'il eſt égal au Triangle ABD, qui eſt le tiers du Triangle ABC, par 1. 6. Il eſt évident auſſi que chacun des deux autres Triangles AFC, BFC, eſt le tiers du même Triangle ABC, parce qu'ils ſont égaux entr'eux, à cauſe des deux Triangles égaux CFD, CFE, & des trois égaux AFD, AFE, BFD, par 38. 1. D'où il ſuit que les trois Lignes FA, FB, FC, diviſent le Triangle propoſé ABC, en trois parties égales. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

PRO-

PROBLEME VIII.

Retrancher du Triangle donné ABC, *un Triangle égal au donné* CDE, *& ayant un Angle égal à l'un de ceux du Triangle donné* ABC.

AYant fait au point D, l'Angle CDF, égal à l'Angle ACB, par la droite DF, qui ſera terminée en F par la Ligne EF, parallele au côté CD, faites CI égale à DF, & CH égale à CD, & menez la droite HI, qui retranchera le Triangle CIH égal au Triangle CDE.



DEMONSTRATION.

Car on connoît par 4. 1. que le Triangle

gle CIH eſt égal au Triangle CDF: & parce que le Triangle CDF eſt égal au Triangle CDE par 37. 1. il ſuit que le Triangle CIH eſt auſſi égal au Triangle CDE. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

PROBLEME IX.

Retrancher du Triangle donné ABC, *un Triangle égal au donné* CDE, *par une Ligne tirée de l'Anglé donné* B.

AYant fait une conſtruction ſemblable à celle du Probleme precedent, & de plus ayant tiré par le point I, à la Ligne BH, la parallele IG, menez la droite BG, qui retranchera le Triangle CBG, égal au donné CDE.

DEMONSTRATION.

Car à cauſe des deux paralleles CD, EF, le Triangle DCF eſt égal au donné CDE, par 37. 1. & à cauſe des quatre proportionnelles CB, CH, CI, CG, ou ou CB, CD, DF, CG, & des deux angles égaux BCG, CDF, le Triangle BGC ſera égal au Triangle CFD, & par conſequent au donné CDE, par 15. 6. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

PROBLEME X.

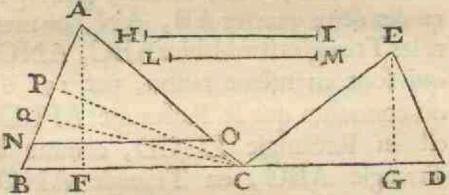
Retrancher du Triangle donné ABC, *un Triangle égal au donné* CDE, *par une Ligne tirée par le point* I *donné ſur le côté* BC.

AYant fait au point D, l'angle CDF, égal à l'angle ACB, par la droite DF, terminée en F par la Ligne EF, parallele au côté CD, cherchez aux trois Lignes IC, CD, DF, une quatriéme proportionnelle CH, & menez la droite HI, qui retranchera le Triangle CHI, égal au donné CDE, & la démonſtration s'en fera comme au Probleme precedent.

PROBLEME XI.

Retrancher du Triangle donné ABC, *un Triangle égal au donné* CDE, *par une Ligne parallele au côté donné* BC.

AYant trouvé entre la baſe BC, & la hauteur AF, une moyenne proportionnelle HI, & pareillement entre



la baſe CD, & la hauteur EG, une moyenne proportionnelle LM, cherchez aux trois Lignes HI, LM, AB, une quatriéme proportionnelle AN; & tirez par le point N, au côté donné BC, la parallele NO, qui retranchera le Triangle ANO égal au donné CDE.

DEMONSTRATION.

Car puiſque les quatre Lignes HI, LM, AB, AN, ſont proportionnelles, on aura cette Analogie HI*q*, LM*q* :: AB*q*, AN*q*; & ſi à la place du quarré HI, on met le Rectangle AFBC, qui luy eſt égal, à cauſe des trois proportionnelles AF, HI, BC, & à la place du quarré LM, le Rectangle EGCD, qui luy eſt égal, parce que la Ligne LM a eſté faite moyenne proportionnelle entre les deux EG, CD; & enfin qu'à la place des deux quarrez AB, AN, on mette les Triangles ſemblables ABC, ANO, qui ſont en même raiſon, par *19. 6*: on connoîtra que le Rectangle AFBC, eſt au Rectangle EGCD, comme le Triangle ABC, au Triangle ANO. Et encore ſi à la place des deux Rectangles AFBC, EGCD, on met leurs moitiez, ou les Triangles ABC, CDE; on connoîtra que les quatre Triangles ABC, CDE :: ABC, ANO, ſont proportionnels, & que par conſequent le Triangle ANO doit eſtre égal au Triangle donné CDE. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

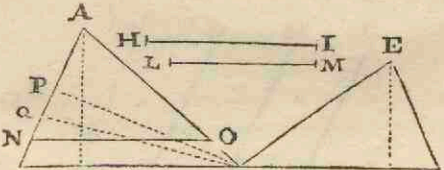
SCO-

SCOLIE.

Ce Probleme ſe peut réſoudre autrement & plus facilement en cette ſorte. Ayant trouvé à la hauteur CP, à la hauteur EG, & à la baſe CD, une quatriéme proportionnelle AQ, cherchez entre AB, AQ, une moyenne proportionnelle AN; & tirez par le point N, au côté donné BC, la parallele NO, qui retranchera le Triangle ANO égal au donné CDE.

DEMONSTRATION.

Car puiſque les quatre Lignes CP, EG, CD, AQ, ſont proportionnelles, le Rectangle CPAQ ſera égal au Rectangle CDEG; c'eſt pourquoy leurs Motiez, ou les Triangles AQC, CDE,



ſeront

ſeront auſſi égaux : & parce que les Triangles ſemblables ABC, ANO, ſont dans la raiſon des quarrez AB, AN, qui eſt la même que celle des Lignes AB, AQ, ou des Triangles ABC, AQC ; le Triangle ANO ſera égal au Triangle AQC, & par conſequent au Triangle donné CDE.

Nous pourrions ajoûter icy pluſieurs autres Problemes touchant la diviſion des Triangles, par des Lignes tirées d'un point donné au dedans ou au dehors du Triangle propoſé : mais comme ces ſortes de Problemes ſont plus curieux qu'utiles, & que leur conſtruction eſt plus embaraſſée, nous les laiſſerons pour venir plûtôt à la diviſion des Figures de quatre côtez.

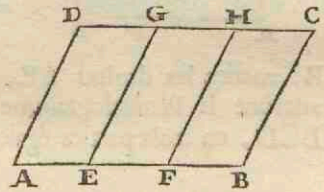
CHAPITRE II.

De la Diviſion des Quadrangles.

PROBLEME I.

Diviſer le Parallelogramme donné ABCD, *en autant de parties égales qu'on voudra, par des Lignes paralleles au côté donné* AD, *ou* BC.

SI vous le voulez diviſer en trois parties égales, par exemple, diviſez le



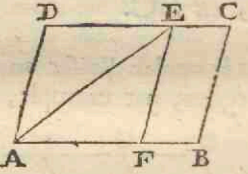
côté AB en trois également aux points E, F, par où vous tirerez à l'autre côté AD, les paralleles EG, FH, qui di-

diviſeront le Parallelogramme propoſé ABCD, en trois parties égales, comme il eſt évident par 36. 1.

PROBLEME II.

Diviſer le Parallelogramme donné ABCD, *en trois parties égales, en commençant par l'Angle donné* A.

AYant fait les deux Lignes CE, BF, égales chacune au tiers du côté AB, menez les droites AE, EF, qui diviſeront le Parallelogramme propoſé ABCD, en trois parties égales.



DEMONSTRATION.

Car il eſt déja bien évident par 1. 6. que le Parallelogramme EFBC eſt le tiers du propoſé ABCD, & par 34. 1. que l'autre ADEF eſt diviſé en deux également par la Diagonale AE. Donc, &c.

PROBLEME III.

Diviſer le Parallelogramme donné ABCD, *en trois parties égales, en commençant par le point* E *donné ſur le côté* AB.

AYant diviſé le côté AB en trois parties égales, aux points F, G,

faites DI égale à EG, & diviſez IC en deux également au point K, & EB en deux également au point L, pour tirer les droites EI, KL, qui diviſeront le Parallelogramme propoſé ABCD, en trois parties égales.

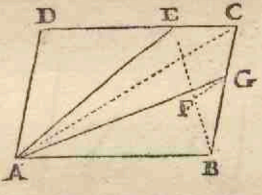
DEMONSTRATION.

Car ſi l'on tire par le point F, au côté AD, la parallele FH, la Ligne DH ſera égale à la Ligne AF, & par conſequent à la Ligne FG: & ſi des deux Lignes égales EG, DI, on ôte les deux égales FG, DH, il reſtera la Ligne EF égale à la Ligne HI; ce qui fait que les deux Triangles équiangles OEF, OHI, ſont égaux, par 26. 1. & que par conſequent le Trapezoïde AEID eſt égal au Parallelogramme AFHD, & conſequemment au tiers du Parallelogramme propoſé ABCD. Et parce que l'autre Trapezoïde EBCI, ſe trouve diviſé en deux également par la droite KL, comme nous démontrerons au Probleme VI. il s'enſuit que le Parallelogramme propoſé ABCD, eſt diviſé en trois parties égales par les Lignes IE, KL. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

PROBLEME IV.

Diviſer le Parallelogramme donné ABCD, en trois parties égales, par deux Lignes tirées de l'Angle donné A.

AYant fait la Ligne CE égale au tiers du côté CD, & ayant tiré par le point F, milieu de la Ligne BE, à la



Diagonale AC, la parallele FG, menez les deux Lignes AE, AG, qui diviſeront le Parallelogramme propoſé ABCD, en trois parties égales.

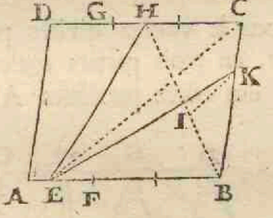
DEMONSTRATION.

Car il a eſté demontré au Probleme II. que le Triangle ADE eſt égal au tiers du Parallelogramme propoſé ABCD; & il ſera demontré au Probleme VII. que la Ligne AG diviſe le Trapeze ABCE en deux également. D'où il ſuit que les Lignes AE, AG, diviſent le Parallelogramme propoſé ABCD, en trois parties égales. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

PROBLEME. V.

Diviſer le Parallelogramme donné ABCD, *en trois parties égales, par deux Lignes tirées du point donné* E *ſur le côté donné* AB.

AYant fait les Lignes AF, DG, égales chacune au tiers du côté AB, & la Ligne GH égale à la Ligne EF; tirez par le point I, milieu de la Ligne BH, à la Ligne EC, la parallele IK, & menez les deux Lignes EH, EK, qui diviſeront le Parallelogramme propoſé ABCD, en trois parties égales.



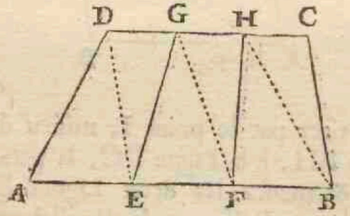
DEMONSTRATION.

Car il a eſté démontré au Probleme III. que le Trapezoïde AEHD eſt le tiers du Parallelogramme ABCD, & le reſte ſe démontrera au Probleme VII.

PROBLEME VI.

Diviſer le Trapezoïde donné ABCD, *en autant de Parties égales qu'on voudra.*

SI vous le voulez diviſer par exemple, en trois parties égales, diviſez chacun des côtez paralleles AB, CD,

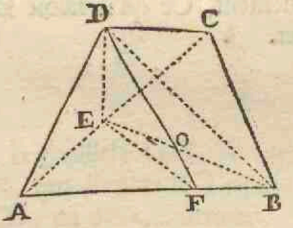


en trois parties égales aux points E, F, G, H, & menez les droites EG, FH, FH, qui diviſeront le Trapezoïde propoſé ABCD, en trois parties égales, puiſque ces trois ſont compoſées de Triangles égaux, &c.

PROBLEME VII.

Diviſer le Trapeze donné ABCD, *en deux également, par une Ligne droite tirée de l'Angle donné* D.

AYant tiré par le point E, milieu de la Diagonale AC, la droite EF, parallele à l'autre Diagonale BD, menez



la droite DF, qui diviſera le Trapeze propoſé ABC D, en deux parties égales.

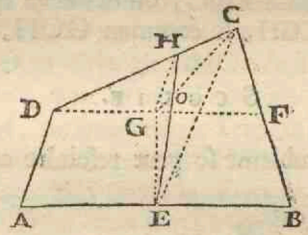
DEMONSTRATION.

Car ſi aux Triangles égaux DEA, DEC, on ajoûte les Triangles égaux AEB, CEB, on aura le Trapeze ADEB, égal au Trapeze CDEB : & à cauſe du Trapeze ADEB, égal au Triangle ADF, & du Trapeze CDEB égal au Trapeze CDFB, parce que les deux Triangles DEO, BFO, ſont égaux, comme l'on connoîtra en ôtant des deux Triangles égaux DEB, DFB, le Triangle commun DOB ; il s'enſuit que le Triangle ADF, eſt égal au Trapeze CDFB, & qu'ainſi la Ligne DF diviſe le Trapeze donné ABCD, en deux également. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

PROBLEME VIII.

Diviſer le Trapeze donné ABCD, *en deux également, par une Ligne droite tirée du point* E *milieu du côté* AB.

AYant tiré par l'Angle D, au côté donné AB, la parallele DF, tirez par ſon point du milieu G, à la Ligne EC, la parallele GH, & menez la droite EH, qui diviſera le Trapeze propoſé ABCD, en deux également.

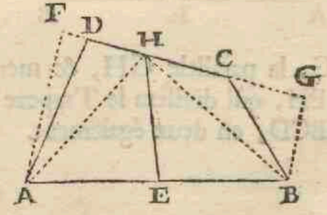


DEMONSTRATION.

Car ſi aux deux Trapezoïdes AEGD, BEGF, qui ſont égaux par le Probleme VI. on ajoûte les Triangles GCD, GCF, qui ſont auſſi égaux, par 38. 1. on aura le Pentagone AEGCD égal au Trapeze EGCB, ou le Trapeze AEHD égal au Trapeze EHCB, à cauſe des deux Triangles égaux EGO, CHO, comme l'on connoîtra en ôtant des deux Triangles égaux EGC, EHC, le Triangle commun EOC, ou des deux égaux EGH, CGH, le commun GOH, &c.

SCOLIE.

Ce Probleme ſe peut reſoudre autrement, & trés-facilement en cette ſorte. Ayant tiré des deux points A, B, ſur



le côté CD, les deux perpendiculaires AF, BG, cherchez aux trois Lignes AF † BG, BG, CD, une quatriéme proportionnelle DH, & menez la droite EH, qui diviſera le Trapeze propoſé ABCD, en deux parties égales.

DEMONSTRATION.

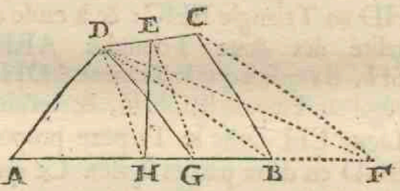
Car puiſque par la conſtruction, nous avons cette Analogie, AF † BG, BG :: CD, DH; en diviſant, on aura celle-cy, AF, BG :: CH, DH; & le Rectangle AFDH ſera égal au Rectangle BGCH, & par conſequent le Triangle AHD au Triangle BHC: & à cauſe de l'égalité des deux Triangles AEH, BEH, il s'enſuit que le Trapeze ADHE eſt égal au Trapeze BCHE, & qu'ainſi la Ligne EH diviſe le Trapeze propoſé ABCD en deux parties égales. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

Ce même Probleme ſe peut auſſi reſoudre par le moyen du ſuivant, qui eſt plus general.

PROBLEME IX.

Diviſer le Trapeze donné ABCD, *en deux également, par une Ligne droite tirée du point* E *donné ſur le côté* CD.

AYant tiré de l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallele CF, qui rencontre le côté AB, prolongé en F, diviſez AF en deux également au point



G; & ayant tiré de l'Angle D, à la Ligne EG, la parallele DH, menez la droite EH, qui diviſera en deux également le Trapeze propoſé ABCD.

DEMONSTRATION.

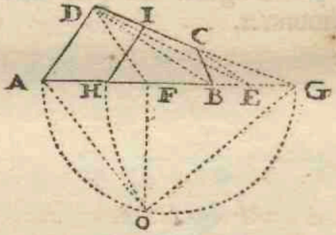
Car à cauſe du Triangle ADF, égal au Trapeze ABCD, comme nous avons démontré dans nôtre Geometrie pratique, ſa moitié, ou le Triangle ADG, ſera auſſi la moitié du Trapeze ABCD: & parce que ce même Triangle ADG, eſt égal au Trapeze ADEH, à cauſe des paralleles EG, DH, il ſuit que ce Trapeze ADEH, eſt auſſi la moitié du donné ABCD, & que par conſequent la Ligne DG diviſe le Trapeze donné ABCD en deux parties égales. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

PRO-

PROBLEME X.

Diviſer le Trapeze donné ABCD, en deux également, par une Ligne parallele au côté donné AD.

AYant tiré par l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallele CE, qui rencontre icy le côté AB prolongé en E, & ayant diviſé AE en deux également au point F, prolongez le côté CD, juſqu'à ce qu'il rencontre le côté AB prolongé en G, & abaiſſez du point F, ſur AG, la perpendiculaire FO, qui ſera finie en O, par un demi-cercle décrit à l'entour de AG. Faites enfin



GH

GH égale à GO, & tirez par le point H, au côté AD, la parallele HI, qui diviſera le Trapeze propoſé ABCD en deux parties égales.

DEMONSTRATION.

Car à cauſe du Triangle ADE, égal au Trapeze ABCD, comme nous avons démontré dans nôtre Geometrie pratique, ſa moitié ou le Triangle ADF, ſera égal au Trapeze BCDF: & parce que le Triangle AOG eſt rectangle, par 31. 3. les deux Triangles AOG, FOG, ſeront ſemblables, par 8. 6. & par 4. 6. la Ligne GO, ou ſon égale GH, ſera moyenne proportionnelle entre les deux AG, GF; c'eſt pourquoy la raiſon de ces deux Lignes AG, GF, ſera égale à celle des deux quarrez AG, GH, par Coroll. 20. 6. laquelle raiſon eſt la même que celle des Triangles ſemblables ADG, HIG, par 19. 6. Et comme la raiſon des mêmes Lignes AG, GF, eſt auſſi égale à celle des deux Triangles ADG, FDG, par 1. 6. on conclud aiſément, que la raiſon des deux Triangles ADG, HIG, eſt égale à celle des deux Triangles ADG,

ADG, FDG, & que par conſequent le Triangle HIG eſt égal au Triangle FDG; c'eſt pourquoy ſi de chacun on ôte le Triangle commun BCG, il reſtera le Trapeze BCIH, égal au Trapeze BCDF, ou à la moitié du Trapeze donné ABCD. D'où il ſuit que la droite HI diviſe le Trapeze propoſé ABCD, en deux parties égales. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

SCOLIE.

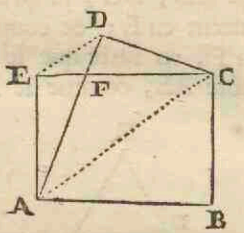
Ce Probleme ſe peut reſoudre autrement, & aſſez facilement, pourvû que l'on ſçache reduire un Trapeze en Trapezoïde, & diviſer un Trapezoïde en deux également par une Ligne parallele à l'un des deux côtez paralleles. Ce que nous enſeignerons icy briévement.

Pour reduire premierement le Trapeze ABCD, en Trapezoïde, tirez de l'Angle A, au côté BC, la parallele AE, qui ſera finie en E, par la Ligne DE, parallele à la Diagonale AC; & menez la droite EC, & le Trapezoïde ABCE ſera égal au Trapeze propoſé ABCD.

DE-

DEMONSTRATION.

Car ſi des deux Triangles égaux AEC, ADC, par 37. I. on ôte le

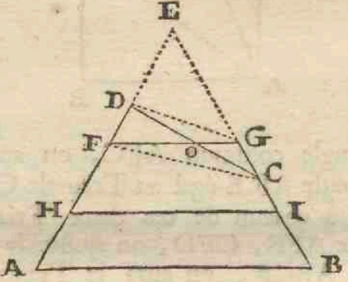


Triangle commun AFC, on aura le Triangle AF E égal au Triangle CFD; & ſi à chacun de ces deux Triangles égaux AFE, CFD, on ajoûte le Trapeze ABCF, on aura le Trapezoïde ABCE, égal au Trapeze donné ABCD. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

Bien que cette methode ſoit courte & facile, neanmoins elle ne ſe trouve pas propre pour nôtre deſſein, qui eſt de diviſer un Trapeze en deux également; parce que dans cette réduction il y a deux côtez qui changent. C'eſt pourquoy nous enſeignerons icy une autre methode

methode pour réduire un Trapeze en Trapezoïde, en changeant ſeulement un côté.

Pour donc reduire le Trapeze ABCD, en Trapezoïde, prolongez les deux côtez AD, BC, juſqu'à ce qu'ils ſe rencontrent en E; & coupez le côté AE en F, en ſorte que le côté BE ſoit au côté AE, comme le Rectangle



CED, au quarré EF, ce qui eſt facile. Aprés cela menez la droite CF, & luy tirez par le point D, la parallele DG. Enfin menez la droite FG, qui ſera parallele au côté AB; & le Trapezoïde ABGF ſera égal au Trapeze propoſé ABCD.

DE-

DEMONSTRATION.

Car à cauſe des Triangles ſemblables EFC, EDG le Rectangle FEG, ſera égal au Rectangle CED, & l'on pourra faire cette Analogie, FEG, EFq :: CED, EFq; & à cauſe que EF eſt une hauteur commune aux deux premiers Rectangles, on pourra faire celle-cy, EG, EF :: CED, EFq. Et ſi au lieu des deux derniers termes CED, EFq, on met les deux Lignes BE, AE, qui ſont en même raiſon par la conſtruction, on aura cette derniere Analogie, EG, EF :: BE, AE, laquelle fait connoître par 6. 6. que le petit Triangle EFG eſt ſemblable au grand EAB, & que par conſequent le côté FG eſt parallele au côté AB; & qu'ainſi la figure ABGF eſt un Trapezoïde, lequel eſt égal au Trapeze propoſé ABCD, à cauſe de l'égalité des deux Triangles FDC, FGC, par 37. 1. deſquels ôtant le Triangle commun FOC, il reſtera le Triangle FOD égal au Triangle COG; c'eſt pourquoy ſi à chacun de ces deux Triangles égaux FOD, COG, on ajoûte le Pentagone commun ABCOF, on aura le Trapeze ABCD égal au Tra-

pe-

pezoïde ABGF. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

Il ne reſte plus qu'à vous enſeigner la maniere de diviſer en deux également le Trapezoïde ABGF, par une Ligne parallele au côté AB; ce qui ſe fera en cette ſorte.

Coupez le côté AE en H, en ſorte que le quarré EH, ſoit la moitié de la ſomme des deux EA, EF; & menez par le point H, à la Ligne AB, la parallele HI, qui diviſera le Trapezoïde ABGF, & par conſequent le Trapeze propoſé ABCD, en deux également.

DEMONSTRATION.

Car puiſque la ſomme des quarrez EA, EF, eſt double du quarré EH, par la conſtruction, les trois quarrez EF, EH, EA, & par conſequent les Triangles ſemblables EFG, EHI, EAB, qui ſont en même raiſon, par 19. 6. ſeront en proportion arithmetique: c'eſt pourquoy l'excez du ſecond ſur le premier, ſçavoir le Trapeze HIGF, ſera égal à l'excez du troiſiéme ſur le ſecond, c'eſt à dire au Trapeze ABIH. Ainſi la Ligne HI diviſe en deux parties égales le

Trapezoïde ABGF, & par conſequent le Trapeze propoſé ABCD. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

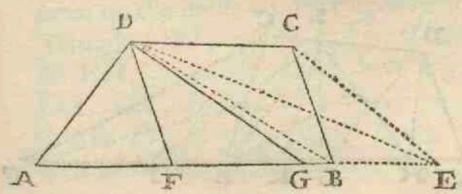
COROLLAIRE.

Il ſuit de la pratique de ce Probleme, & du *Probleme VI.* une maniere aiſée pour diviſer un Trapezoïde donné, en quatre parties égales, par deux Lignes perpendiculaires entr'elles.

PROBLEME XI.

Diviſer le Trapeze donné ABCD, *en trois parties égales, par deux Lignes tirées de l'Angle donné* D.

AYant tiré de l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallele CE, qui



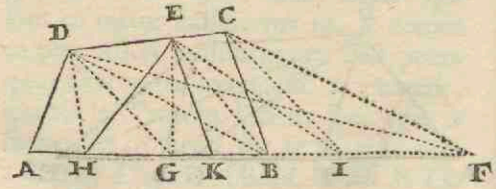
rencontre le côté AB prolongé en E,

diviſez la Ligne AE, en trois parties égales, aux points F, G, & menez les droites DF, DG, qui diviſeront le Trapeze propoſé ABCD, en trois parties égales, à cauſe du Triangle ADE, qui eſt égal au Trapeze ABCD, & qui eſt diviſé en trois également par les droites DF, DG: il faut prendre garde que le point G ne doit pas paſſer au delà du point B.

PROBLEME XII.

Diviſer le Trapeze donné ABCD, *en trois parties égales, par deux Lignes tirées du point* E, *donné ſur le côté* CD.

AYant tiré de l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallele CF, qui



rencontre le côté AB prolongé en F,

fai-

faites AG égale à un tiers de AF; & ayant tiré à la Ligne GE la parallele DH, & à la Ligne BE la parallele CI, faites HK égale à la moitié de HI, & menez les droites EH, EK, qui diviſeront le Trapeze propoſé ABCD, en trois parties égales.

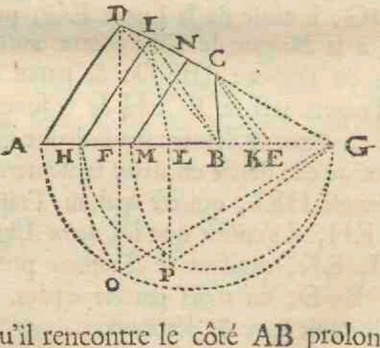
DEMONSTRATION.

Car puiſque le Triangle ADF eſt égal au Trapeze ABCD, & que le Triangle ADG en eſt le tiers, par 1. 6. à cauſe de la baſe AG égale au tiers de la baſe AF, par la conſtruction, le Trapeze ADEH, qui eſt égal au Triangle ADG, à cauſe de la Ligne EG, parallele à la Diagonale DH, ſera auſſi le tiers du Trapeze ABCD: & parce que le Trapeze reſtant BCEH ſe trouve diviſé en deux également par la droite EK, parce qu'elle diviſe en deux également le Triangle HEI, qui eſt égal au Trapeze BCEH, il s'enſuit que les deux Lignes EH, EK, diviſent le Trapeze propoſé ABCD, en trois parties égales. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

PROBLEME XIII.

Diviſer le Trapeze donné ABCD, *en trois parties égales, par deux Lignes paralleles au côté donné* AD.

AYant tiré par l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallele CE, qui rencontre icy le côté AB prolongé en E, & ayant fait AF égale au tiers de AE, prolongez le côté CD, juſques à ce qu'il rencontre le côté AB prolongé en G; & cherchez entre AG, GF, une moyenne proportionnelle GH, & tirez



tirez par le point H, au côté AD, la parallele HI. Aprés cela tirez par le même point C, à la Ligne IB, la parallele CK; & ayant diviſé HK en deux également au point L, cherchez entre HG, GL, une moyenne proportionnelle GM, pour tirer par le point M, au même côté AD, la parallele MN: & le Trapeze propoſé ABCD ſe trouvera diviſé en trois parties égales, par les deux paralleles HI, MN.

DEMONSTRATION.

Car on démontrera, comme dans le Probleme X. que le Trapeze ADIH eſt le tiers du propoſé ABCD; & que la Ligne MN diviſe en deux également le Trapeze HBCI, qui eſt égal aux deux-tiers du propoſé ABCD. D'ou il eſt aiſé de conclure que les deux Lignes HI, MN, diviſent le Trapeze propoſé ABCD, en trois parties égales. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

PROBLEME XIV.

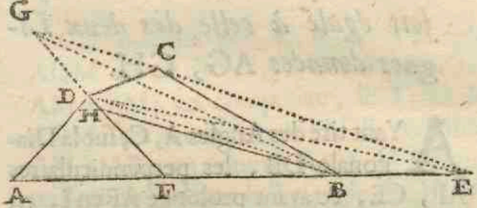
Diviſer le Trapeze donné ABCD, *en trois parties égales, par deux Lignes tirées des deux Angles oppoſez* B, D.

AYant tiré de l'Angle C, à la diagonale DB, la parallele CE, qui rencontre le côté AB prolongé en E, faites AF égale à un tiers de AE, & menez la droite DF, laquelle eſtant prolongée rencontrera la parallele CE, auſſi prolongée, en G; & ayant diviſé la Ligne FG en deux également au point H, menez la droite BH: & les deux Lignes DF, BH, diviſeront le Trapeze propoſé ABCD, en trois parties égales.

DEMONSTRATION.

Car puiſque la baſe AF, du Triangle ADF, eſt le tiers de la baſe AE, du Triangle ADE, qui eſt égal au Trapeze ABCD, ce Triangle ADF ſera par 1. 6. le tiers du Triangle ADE, & par conſe-

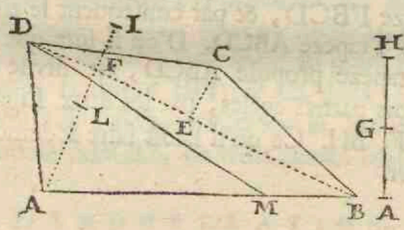
conſequent du Trapeze ABCD: & pareillement parce que la baſe FH, du Triangle FBH, eſt la moitié de la baſe FG du Triangle FBG, qui eſt égal au Trapeze FBCD, ou aux deux-tiers du Trapeze ABCD, ce Triangle FBH eſt la moitié du Triangle FBG, ou du Trapeze FBCD, & par conſequent le tiers du Trapeze ABCD. D'où il ſuit que le Trapeze propoſé ABCD, eſt diviſé en trois parties égales, par les deux Lignes DF, BH. Ce qu'il faloit faire & démontrer.



PROBLEME XV.

Diviſer le Trapeze donné ABCD, *en deux parties, dont la raiſon ſoit égale à celle des deux Lignes données* AG, GH.

AYant tiré des Angles A, C, ſur la Diagonale DB, les perpendiculaires AF, CE, & ayant prolongé AF en I, en ſorte que FI ſoit égale à CE, diviſez AI en L, en ſorte que les quatre Lignes AH, AG, AI, AL, ſoient proportionnelles: & parce que le point L tombe icy ſur la perpendiculaire AF, du Triangle ADB, diviſez ſon côté AB en M, en ſorte que les quatre Lignes AF, AL, AB, AM, ſoient proportionnelles; & menez la droite



droite DM, qui diviſera le Trapeze propoſé ABCD, en deux parties ADM, BCDM, dont la raiſon eſt égale à celle des deux Lignes données AG, GH.

DEMONSTRATION.

Car puiſque par 1. 6. le Triangle ADM eſt au Triangle BDM, comme AM à BM; en compoſant, le Triangle ADM ſera au Triangle ADB, comme AM à AB, ou comme AL à AF: & pareillement puiſque le Triangle ADB eſt au Triangle CDB, comme AF à CE, ou FI; en compoſant, le Triangle ADB ſera au Trapeze ABCD, comme AF à AI: & ſi à la place du Triangle ADB, & de la Ligne AF, on met le Triangle ADM, & la Ligne AL, qui ſont en même raiſon, comme il vient d'être démontré, on connoîtra que le Triangle ADM eſt au Trapeze ABCD, comme AL à AI; c'eſt pourquoy en diviſant, le Triangle ADM eſt au Trapeze BCDM, comme AL à LI, ou comme AG à GH. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

SCOLIE.

On void aiſément que par le moyen de ce Probleme, on peut retrancher d'un Trapeze donné, telle partie que l'on voudra, & de plus reſoudre le Probleme VII. & diviſer un Trapeze donné en autant de parties égales que l'on voudra.

PROBLEME XVI.

Retrancher d'un Trapeze donné, une figure égale à une figure donnée.

SI l'on reduit en Triangle le Trapeze propoſé, comme nous avons fait dans pluſieurs Problemes de ce Chapitre, & que de ce Triangle on retranche une figure égale à la donnée par les preceptes du Chapitre precedent, le Probleme ſera reſolu.

Ou bien on conſiderera la raiſon de la figure donnée au Trapeze donné; & à l'aide du Probleme precedent, on diviſera le Trapeze donné ſelon cette raiſon.

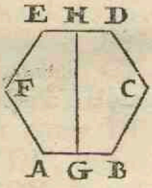
CHAPITRE III.

De la Diviſion des Polygones.

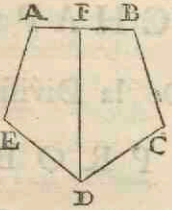
PROBLEME I.

Diviſer nn Polygone regulier en deux également, par une Ligne tirée du milieu de l'un de ſes côtez.

PRemierement ſi le Polygone regulier eſt compoſé d'un nombre pair de côtez, comme l'Exagone ABCDEF, on diviſera deux de ſes côtez oppoſez & paralleles, comme AB, DE, chacun en deux également, aux points G, H; par où l'on menera la droite GH, qui diviſera en deux parties égales l'Exagone propoſé ABCDEF.



Mais ſi le Polygone propoſé eſt compoſé d'un nombre impair de côtez, comme le Pentagone ABCDE, on diviſera l'un de ſes côtez comme AB, en deux également, au point F; par où l'on tirera à l'Angle oppoſé D, la droite DF, qui diviſera le Pentagone propoſé ABCDE, en deux parties égales.

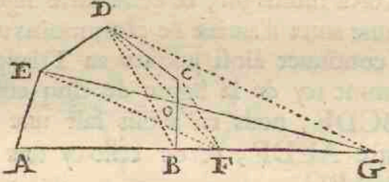


Nous ne donnons pas la démonſtration de ces deux pratiques, parce qu'elle eſt évidente; car on void aiſément que chaque Polygone ſe trouve diviſé en deux Trapezes égaux, puiſque les Angles & les côtez de l'un, ſont égaux aux Angles & aux côtez de l'autre.

LEMME.

Reduire un Polygone propoſé en Triangle.

Pour reduire en Triangle un Polygone, comme par exemple le Pentagone ABCDE, tirez à l'une de ſes Diagonales, comme à la Diagonale DB, par l'Angle voiſin C, la parallele CF, qui rencontre icy le côté oppoſé AB prolongé en F; & menez la droite DF, pour avoir le Trapeze AEDF, égal au Pentagone propoſé ABCDE, à cauſe du Triangle DOC égal au Triangle BOF: c'eſt pourquoy il n'y a qu'à reduire en Triangle ce Trapeze AEDF; ce qui ſe fera en tirant à ſa Diagonale EF,



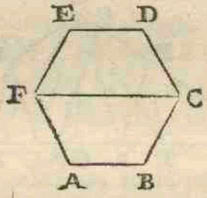
par l'Angle D, la parallele DG, qui rencontre icy le côté AF prolongé en G, par où vous menerez la droite EG, & vous aurez le Triangle AEG, égal au Trapeze AEDF, ou au Pentagone propoſé ABCDE, à cauſe du Triangle EOD égal au Triangle FOG.

Ainſi vous voyez que l'on peut aiſément reduire en Triangle tel Polygone que l'on voudra, parce qu'on le peut toûjours réduire en une figure d'autant de côtez moins un, & cette autre figure en une autre d'autant de côtez moins un, & continuer ainſi juſques au Triangle. Comme icy de la figure de cinq côtez ABCDE, nous en avons fait une de quatre AEDF, & de celle-cy une de trois AEG.

PROBLEME II.

Diviſer un Polygone regulier en deux également, par une Ligne parallele à l'un de ſes côtez.

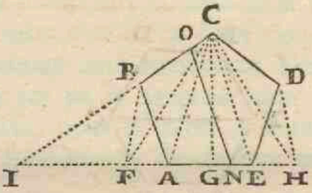
PRemierement ſi le Polygone regulier eſt pair, comme l'Exagone ABCDEF, & qu'on le veüille diviſer en deux également par une Ligne parallele au côté donné AB, on tirera cette Ligne par les deux Angles F, C, qui ſont diametralement oppoſez & également éloignez du côté donné AB. La démonſtration en eſt trop claire pour en parler icy davantage.



Mais ſi le Polygone propoſé eſt impair, comme le Pentagone ABCDE, on le diviſera en deux également par une Ligne parallele au côté donné AB, par une methode

methode qui convient à toutes ſortes de Polygones, comme vous allez voir.

Ayant reduit par le Lemme precedent, le Pentagone propoſé ABCDE, au Triangle FCH, comme icy, par le moyen des deux Lignes BF, DH, paralleles aux deux Diagonales CA, CE; diviſez la baſe FH en deux également, au point G, & menez la droite CG, pour avoir le Triangle FCG égal à la moitié du Triangle FCH, ou du Pentagone propoſé ABCDE. Tirez enſuite par le point C, au côté donné AB, une Ligne parallele, qui ſe trouve icy la même que la Diagonale CE, parce que le Pentagone propoſé ABCDE eſt regulier. Ainſi cette parallele donnera ſur le côté AE, prolongé quand il en ſera beſoin, le point E; & le côté BC, prolongé, donnera ſur le même côté AE, auſſi prolongé,



le

le point I. C'eſt pourquoy vous chercherez entre les Lignes IE, IG, une moyenne proportionnelle IN ; & vous tirerez par le point N, au côté donné AB, la parallele NO, qui diviſera le Pentagone propoſé ABCDE, en deux parties égales.

DEMONSTRATION.

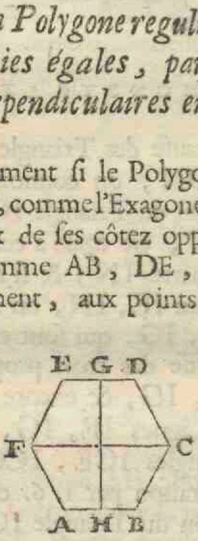
Car à cauſe des Triangles ſemblables ICE, ION, on connoît par 19. 6. que la raiſon du Triangle ICE, au Triangle ION, eſt égale à celle du quarré IE, au quarré IN ; & ſi à la place des deux quarrez IE, IN, on met les deux Lignes IE, IG, qui ſont en même raiſon, à cauſe des trois proportionnelles IE, IN, IG, & encore ſi à la place des deux Lignes IE, IG, on met les deux Triangles ICE, ICG, qui ſont en même raiſon par 1. 6. on connoîtra que la raiſon du Triangle ICE, au Tridngle ION, eſt égale à celle du Triangle ICE, au Triangle ICG, & que par conſequent le Triangle ICG eſt égal au Triangle ION ; & ſi de chacun on ôte le Triangle commun IBA, il reſtera le Trapeze ABCG, égal au Trapeze ABON,

ABON, c'eſt à dire au Triangle FCG, ou à la moitié du Pentagone propoſé ABCDE.

PROBLEME III.

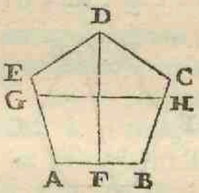
Diviſer un Polygone regulier en quatre parties égales, par deux Lignes perpendiculaires entr'elles.

PRemierement ſi le Polygone regulier eſt pair, comme l'Exagone ABCDEF, diviſez deux de ſes côtez oppoſez & paralleles, comme AB, DE, chacun en deux également, aux points G, H, & menez la droite GH, & le Diametre CF. Il eſt évident que ces deux Lignes CF, GH, ſont perpendiculaires entr'elles, & qu'elles diviſent l'Exagone propoſé ABCDEF, en quatre parties égales.



Mais ſi le Polygone propoſé eſt impair, comme le Pentagone ABCDE, diviſez l'un de ſes côtez, comme AB, en deux également, au point F, par lequel vous tirerez à l'Angle oppoſé D, la droite DF, qui ſera perpendiculaire au même côté AB, & diviſera le Pentagone propoſé ABCDE en deux parties égales.

Aprés cela diviſez par le Probleme II. le même Pentagone ABCDE en deux également par la droite GH, parallele au même côté AB; ce qui fera que cette parallele GH ſera perpendiculaire à la Ligne DF, & que ces deux perpendiculairez DF, GH, diviſeront le Pentagoné propoſé ABCDE, en quatre parties égales.

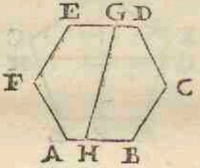


PRO-

PROBLEME IV.

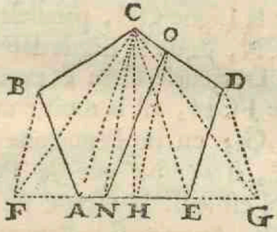
Diviſer un Polygone regulier en deux également, par une Ligne tirée d'un point donné ſur l'un de ſes côtez.

PRemierement ſi le Polygone regulier eſt pair, comme l'Exagone ABCDEF, & qu'il le faille diviſer en deux également par une Ligne tirée du point donné G, ſur le côté DE: prenez ſur le côté parallele AB, depuis l'Angle A opposé à l'Angle D, la Ligne AH égale à la Ligne DG, ou depuis l'Angle B opposé à l'Angle E, la Ligne BH égale à la Ligne EG, & menez la droite GH, qui diviſera le Polygone proposé ABCDEF, en deux parties égales, comme il eſt aiſé à démontrer.



Mais

Mais ſi le Polygone propoſé eſt impair, comme le Pentagone ABCDE, & qu'on le veüille diviſer en deux également par une Ligne tirée du point



donné O, ſur le côté donné CD, ſuivez cette regle generale pour toutes ſortes de Polygones.

Ayant reduit le Pentagone propoſé ABCDE, au Triangle FCG, & ayant diviſé ſa baſe FG, en deux également au point H, tirez les Lignes HC, HO, & à la Ligne HO la parallele CN, qui donnera ſur la baſe AE, le point N, par où tirant au point donné O, la droite NO, elle diviſera le Polygone propoſé ABCDE, en deux parties égales.

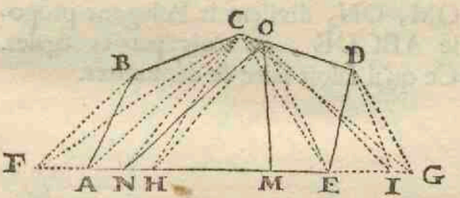
DEMONSTRATION.

Car il eſt évident que le Pentagone ABCON, eſt égal au Triangle FCH, à cauſe de la Ligne OH, parallele à la Diagonale CN, & de la Ligne BF parallele à l'autre Diagonale CA: & parce que le Triangle FCH, eſt la moitié du Triangle FCG, ou du Pentagone propoſé ABCDE, il s'enſuit que le Pentagone ABCON eſt auſſi la moitié du propoſé ABCDE, & qu'ainſi le Pentagone propoſé ABCDE eſt diviſé en deux également par la droite NO. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

PROBLEME V.

Diviſer le Polygone donné ABCD, *en trois parties égales, par deux Lignes tirées du point donné* O, *ſur le côté donné* CD.

AYant reduit le Polygone propoſé ABCDE au Triangle FCG, &



ayant fait FH égale au tiers de FG, menez les droites HO, HC, & tirez à la droite HO, par le point C, la parallele CN, qui donnera ſur la baſe AE, le point N, par lequel & par le point donné O, vous menerez la droite NO.

Aprés cela reduiſez la figure NEDO au Triangle NOI; & ayant diviſé ſa baſe NI en deux également, au point M,

me-

menez par ce point M, au point donné O, la droite OM; laquelle avec la precedente ON, diviſera le Polygone propoſé ABCDE en trois parties égales.

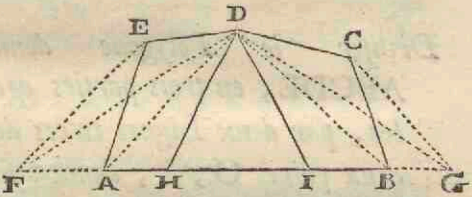
DEMONSTRATION.

Car on démontrera comme dans le Probleme precedent, que le Pentagone ABCON eſt le tiers du propoſé ABCDE, & que le Triangle NOM eſt la moitié du Trapeze NEDO. D'où l'on conclud aiſément que les deux Lignes OM, ON, diviſent le Polygone propoſé ABCDE, en trois parties égales. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

PROBLEME VI.

Diviſer en trois parties égales le Polygone donné ABCDE, *par deux Lignes tirées de l'Angle donné* D.

AYant reduit le Polygone propoſé ABCDE au Triangle FDG, diviſez ſa baſe FG en trois parties égales,



aux points H, I; & menez les deux Lignes DH, DI, qui diviſeront le Polygone propoſé ABCDE, en trois parties égales.

DEMONSTRATION.

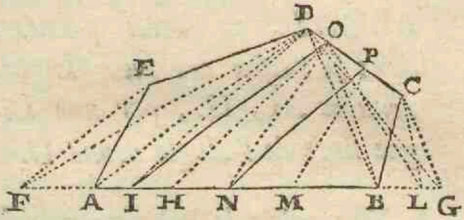
Car on démontrera, comme auparavant, que le Trapeze AEDH, eſt le tiers du Polygone propoſé ABCDE; & comme le Triangle HDI en eſt auſſi le tiers, il s'enſuit que le Polygone propoſé ABCDE ſe trouve diviſé en trois parties égales, par les deux Lignes DH, DI. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

PROBLEME VII.

Diviſer le Polygone donné ABCDE, *en trois parties égales, par deux Lignes tirées des deux points* O, P, *donnez ſur le côté* CD.

AYant reduit le Polygone propoſé ABCDE au Triangle FDG, & ayant fait FH égale au tiers de la baſe FG, tirez par le point D, à la Ligne HO, la parallele DI, & menez la droite OI. De même ayant reduit le Trapeze IBCO au Triangle IOL, & ayant diviſé

viſé la baſe IL en deux également, au point M, tirez à la Ligne MP, par le point O, la parallele ON, & menez la



droite PN ; & le Polygone propoſé ABCDE ſe trouvera diviſé en trois parties égales, par les deux Lignes OI, PN.

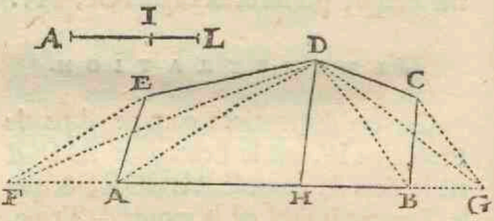
DEMONSTRATION.

Car on démontrera comme dans le Probleme IV. que le Pentagone AEDOI eſt le tiers du propoſé ABCDE, & que le Trapeze IOPN eſt la moitié du Trapeze IBCO, & par conſequent égal au tiers du Polygone propoſé ABCDE; & que par conſequent le Trapeze reſtant NBCP, eſt auſſi le tiers du même Polygone ABCDE. D'où il ſuit que ce Polygone ABCDE, eſt diviſé en trois parties égales, par les deux Lignes OI, PN.

PROBLEME VIII.

Diviſer le Polygone donné ABCDE, *en deux parties, dans la raiſon des deux Lignes données* AI, IL, *par une Ligne tirée de l'Angle donné* D.

AYant reduit le Polygone propoſé ABCDE, au Triangle FDG, diviſez ſa baſe FG dans la raiſon donnée AI, IL, au point H, enſorte que les quatre Lignes AI, IL, FH, GH, ſoient proportionnelles; & menez la droite DH, qui diviſera le Polygone propoſé ABCDE, en deux parties AEDH, BCDH, proportionnelles aux deux Lignes données AI, IL.



DEMONSTRATION.

Car on connoîtra aiſément que le Trapeze AEDH eſt égal au Triangle FDH; & que le Trapeze BCDH, eſt égal au Triangle GDH: & comme les Triangles FDH, GDH, ſont proportionnels aux deux Lignes FH, GH, ou aux deux données AI, IL, il s'enſuit que les deux Trapezes AEDH, BCDH, ſont auſſi proportionnels aux deux Lignes données AI, IL. Ce qu'il faloit faire & démontrer.

Les Problemes que nous omettons icy, & qui ne peuvent être d'uſage, ſe reſoudront facilement, à l'imitation des precedens. C'eſt pourquoy nous mettrons fin à ce Traité.

FIN.

TRAITÉ
DE LA
DIXME,
OU DES
FRACTIONS
DECIMALES.

AVERTISSEMENT.

On ſçait par experience, quelle difficulté il y a dans la pratique ordinaire de cette partie de l'Arithmetique qui regarde les Fractions; & l'on trouve trés-peu de gens qui n'en ſoient auſſi-tôt rebutez. On a donc cherché le moyen de ſe délivrer de cét embarras, & l'on n'a pas eu de peine à le trouver. Voicy ce que c'eſt :

On ſuppoſe premierement que toute Quantité entiere ſe diviſe en 10 parties égales, qui s'appellent *Primes*; & chaque dixiéme ou *Prime*, encore en 10 parties, qui s'appellent *Secondes*, ce qui fait 100; puis chaque centiéme ou *Seconde*, en dix parties, qui s'appellent *Tierces*, ce qui fait 1000, & ainſi à l'infini, en procedant toûjours de dix en dix, ſuivant le beſoin que l'on peut avoir de ces ſubdiviſions, pour parvenir à une plus grande préciſion; & cette partie d'Arithmetique s'appelle à cauſe de cela ſimplement *la Dixme*, par Stevin, qui s'en attribuë l'invention.

De plus il faut ſçavoir que le Signe de l'Entier, eſt un petit Zero renfermé dans un petit Cercle, ainſi, (0), & ſe met au deſſus de l'Entier ou à côté. Ainſi 3 Toiſes par exemple, s'exprimeront par $\overset{(0)}{3}$, ou 3 (0), c'eſt à dire 3 Entiers, ou 3 Commencemens. Mais le Signe des Primes eſt (1); celuy des Secondes eſt (2); des Tierces (3), &c. Ainſi ce Nombre Decimal

(0)(1)(2)(3)(4)
3 8 2 4 5 9, ou ſimplement 382459 (4).

ſignifiera 38 Entiers, 2 Primes, 4 Secondes, 5 Tierces, & 9 Quartes; c'eſt à dire 38 Entiers, & $\frac{2459}{10000}$.

Mais avant que de paſſer aux Operations, je traiteray premierement de quelques Reductions qui ſont neceſſaires pour les mieux comprendre & les pratiquer.

CHAPITRE I.

DES REDUCTIONS.

I. REDUCTION.

REduire une Fraction ordinaire en Fraction Decimale.

1°. Ecrivez à part le Numerateur de la Fraction propoſée, & y joignez un Zero.

2°. Diviſez ce Nombre, ainſi augmenté, par le Dénominateur de la Fraction propoſée.

3°. Prenez le Quotient de cette Diviſion, & faites en le Num. d'une nouvelle Fraction, prenant 10 pour ſon Dénominateur: & cette nouvelle Fraction ſera égale à la propoſée, pourvû que la Diviſion n'ait laiſſé aucun reſte. Mais ſi cette Diviſion a laiſſé quelque reſte aprés elle, joignez un ſecond Zero enſuite du premier, & continuez la Diviſion à l'ordinaire, & placez le nouveau chifre du Quotient enſuite du premier que vous aurez pris pour le Num. de vôtre Fract. Decim. Puis joignez auſſi un ſecond Zero au Dénom. de cette Fract. afin d'avoir 100 au lieu de 10.

Que s'il reſte encore quelque choſe au Dividende, continuez la Diviſion juſqu'à ce qu'il ne reſte rien, augmentant à meſure le Num. & le Dénom. de la Fraction Decim. celuy-là du nouveau chifre du Quot. & celuy-cy d'un nouveau Zero; aprés quoy la Fraction Decimale ſera égale à la propoſée.

Mais ſi en continuant la Diviſion, on trouve toûjours quelque reſte, on pourra s'arrêter aprés la troiſiéme ou quatriéme; aprés quoy ce qui reſtera étant negligé, n'apportera aucune erreur ſenſi-

ſenſible dans l'uſage, & ſurtout ſi ce reſte eſt moindre que la moitié du Diviſeur, & s'il eſt plus grand, on pourra ajoûter une Unité au Numerateur de la Fraction Decimale; & par ce moyen on ne s'éloignera pas beaucoup de la préciſion: & l'on en approchera tant que l'on voudra, en continuant encore la Diviſion; car tant plus on la continuëra, & tant plus la Fraction Decimale ſera juſte.

1. EXEMPLE.

Soit donnée la Fraction $\frac{3}{5}$ à reduire en Fraction Decimale.

1°. Ecrivez le Numerateur 3 à part, & joignez y un Zero, cela ſera 30.

2°. Diviſez ce Nombre 30 par le Dénominateur 5; le Quotient ſera 6.

3°. Au deſſous de ce Quotient écrivez 10, & faites un trait de plume entre-deux, cela fera $\frac{6}{10}$, pour la Fraction Decimale demandée; laquelle ſera préciſément égale à la propoſée $\frac{3}{5}$, d'autant qu'il n'eſt rien reſté ſur la Diviſion.

$$\frac{3}{5}. \qquad \frac{\cancel{3}\cancel{0}}{\cancel{5}} \Big(\frac{6}{10}.$$

2. EXEMPLE.

Soit propoſé de reduire la Fraction $\frac{3}{4}$ en Fraction Decimale.

1°. Ecrivez le Num. 3 à part, & joignez y un Zero cela ſera 30.

2°. Diviſez ce Nombre 30 par le Dénominateur 4; le Quotient ſera 7.

3°. Au deſſous de ce Quotient écrivez 10, avec un trait de plume entre-deux; cela ſera $\frac{7}{10}$, pour une Fraction Decimale, laquelle repréſente $\frac{3}{4}$; mais d'autant qu'elle s'éloigne trop de la juſteſſe, à cauſe du reſte 2, qui eſt demeuré aprés la Diviſion, lequel repréſente $\frac{2}{4}$ (ou $\frac{1}{2}$) de $\frac{1}{10}$, ce qui fait $\frac{1}{20}$, & qu'ainſi $\frac{7}{10}$ eſt une Fraction moindre de $\frac{1}{20}$ que $\frac{3}{4}$: D'autant, dis-je, qu'il reſte quelque choſe ſur cette premiere Diviſion, je joints un Zero à ce reſte, ce qui fait 20, que je diviſe encore par 4 ; le Quotient eſt 5, ſans aucun reſte. Ecrivez donc 5 enſuite du Numerateur 7 de la Fraction Decimale, & joignez un Zero à ſon Dénominateur 10 ; cela donnera $\frac{75}{100}$ pour la Fraction Decimale, laquelle ſera préciſement égale à $\frac{3}{4}$, puis qu'il n'eſt rien reſté ſur la Diviſion.

$$\frac{3}{4}. \qquad \begin{array}{c} \cancel{2} \\ \cancel{3}\cancel{0}\cancel{0} \\ \hline \cancel{4}\cancel{4} \end{array} \Big(\frac{75}{100}.$$

3. EXEMPLE.

Soit propoſé de reduire $\frac{2}{3}$ en Fraction Decim.

Les Operations ſuivantes feront connoître que cette Fraction ne ſe peut reduire en Fraction Decimale, qui luy ſoit égale préciſément, puis qu'il reſtera toûjours quelque choſe ſur la derniere Diviſion. Mais aprés la 4. diviſion on aura pourtant $\frac{6666}{10000}$ pour une Fraction Decimale qui approchera aſſez prés de la juſteſſe. Et d'autant que le reſte 2 ſurpaſſe la moitié du Diviſeur 3, on pourra ajoûter 1 au Numerateur 6666, afin d'avoir $\frac{6667}{10000}$, au lieu de $\frac{6666}{10000}$.

$$\frac{2}{3}. \qquad \begin{array}{c} \cancel{2}\cancel{2}\cancel{2}\,2 \\ \cancel{2}\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0} \\ \hline \cancel{3}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3} \end{array} \Big(\frac{6666}{10000} \qquad .$$

II. REDUCTION.

REduire une Fraction Decim. en parties Decim.

1°. Prenez le Numerateur de cette Fraction & l'écrivez à part, en le conſiderant comme un Nombre entier.

2°. Au deſſus du dernier chifre de ce Nombre écrivez ſon Signe, qui expoſera le nombre des

Zero

Zero du Dénominateur de la Fraction propoſée.

3°. Au deſſus du penultiéme chifre de ce même Nombre, écrivez ſon Signe, moindre de 1 que celuy du dernier, & ainſi de ſuite ſur les autres chifres, en diminuant toûjours de 1 le Signe de chacun.

1. EXEMPLE.

Soit propoſé de reduire $\frac{75}{100}$ en parties Decimales.

1°. Ecrivez 75 à part.

2°. Sur le 5 mettez ſon Signe (2), à cauſe des deux Zero du Dénominateur 100.

3°. Sur le 7 mettez pour Signe (1). Ainſi vous aurez $\overset{(1)}{7}\;\overset{(2)}{5}$, qui ſignifieront 7 Primes, & 5 Secondes, pour la valeur de $\frac{75}{100}$.

$$\frac{75}{100} \text{ ég. à } \overset{(1)}{7}\;\overset{(2)}{5} \text{ c'eſt à dire } \frac{7}{10} \;\&\; \frac{5}{100}$$

2. EXEMPLE.

Soit propoſé de reduire $\frac{6667}{10000}$ en parties Decimales.

En voicy l'Operation, qui eſt aiſée à entendre.

$$\frac{6666}{1000} \text{ ég. à } \overset{(1)}{6}\;\overset{(2)}{6}\;\overset{(3)}{6}\;\overset{(4)}{7}.$$

C'eſt à dire 6 Primes, 6 Secondes, 6 Tierces, & 7 Quartes, ou $\frac{6}{10}$, $\frac{6}{100}$, $\frac{6}{1000}$, & $\frac{7}{10000}$.

III. REDUCTION.

REduire une Fraction ordinaire en parties Decimales.

Faites la même choſe que dans la 1. Reduction pour ce qui eſt de la Diviſion. Mais au lieu de former du Quotient une Fraction Decimale, en y ſouſcrivant l'Unité avec des Zero, conſiderez ce Quotient comme un Nombre entier; & au deſſus de chaque chifre marquez les Signes (1) (2) (3) &c. comme dans la Reduction precedente.

1. EXEMPLE.

Soit propoſé de reduire $\frac{3}{5}$ en parties Decimales. L'Operation ſeule ſuffira pour faire entendre la choſe, & l'on trouvera que $\frac{3}{5}$ ſe reduiſent à $\overset{(1)}{6}$.

$$\frac{3}{5}. \qquad \frac{\cancel{3}\cancel{0}}{\cancel{5}} \qquad \left(\begin{matrix}(1)\\ 6\end{matrix}\right.$$

2. EXEMPLE.

Soit propoſé de reduire $\frac{3}{4}$ en parties Decimales. Voicy l'Operation, elle ſuffira.

$$\frac{3}{4}. \qquad \begin{array}{c}\cancel{2}\\ \cancel{3}\cancel{0}\cancel{0}\\ \hline \cancel{4}\cancel{4}\end{array} \qquad \left(\begin{matrix}(1) & (2)\\ 7 & 5.\end{matrix}\right.$$

3. EXEMPLE.

Qu'il faille reduire $\frac{2}{3}$ en parties Decimales. Voicy l'Operation, elle ſuffira.

$$\frac{2}{3}. \qquad \begin{array}{c}\cancel{2}\cancel{2}\cancel{2}(2\\ \cancel{2}\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}\\ \hline \cancel{3}\cancel{3}\cancel{3}\cancel{3}\end{array} \qquad \left(\begin{matrix}(1) & (2) & (3) & (4)\\ 6 & 6 & 6 & 7.\end{matrix}\right.$$

IV. REDUCTION.

REduire les parties ordinaires d'une Eſpece de Quantité en Fraction ordinaire.

1°. Reduiſez par la Multiplication toutes les parties à la dénomination des plus petites qui vous ſont données, & le Produit ſera le Numerateur de vôtre Fraction.

2°. Reduiſez auſſi par la Multiplication l'Entier en ces mêmes plus petites parties données, & vous aurez le Dénominateur.

1. EXEMPLE.

Soit propoſé de reduire 4 pieds, 8 pouces, 6 lignes, en Fraction ordinaire d'une Toiſe.

(Il faut d'abord ſuppoſer que la Toiſe ſe diviſe en 6 pieds, le pied en 12 pouces, & le pouce en 12 Lignes.)

1°. Reduiſez les 4 pieds en 48 pouces, en multipliant 12 par 4. A ces 48 pouces joignez les 8 pouces propoſez, cela ſera 56 pouces. Multipliez 56 pouces par 12 (lignes,) vous aurez 672 lignes. A ce nombre joignez les 6 lignes propoſées, & vous aurez 678 lignes pour la valeur des parties propoſées d'une Toiſe, à ſçavoir 4 pieds, 8 pouces, 6 lignes. Et ce nombre (678) ſera le Numerateur de vôtre Fraction.

2°. Reduiſez auſſi la Toiſe en lignes, en multipliant premierement 6 pieds par 12 (pouces,) cela donnera 72 pouces, qui étant multipliez par 12 (lignes,) donneront enfin 864 lignes, pour la valeur d'une Toiſe; & ce nombre ſera vôtre Dénominateur: ainſi vous aurez $\frac{678}{864}$ d'une Toiſe pour la Fraction demandée.

12 pouc.	56 pouc.
4 pieds.	12 lign.
48	112
8	56.
56	672
	6
	678 lign. pour le Num.

12 pouc.	56 pouc.
4 pieds.	12 lign.
72	144
	72.
	864 lign. pour le Dénom.

2. EXEMPLE.

Soit propoſé de reduire 10 Onces 6$\frac{1}{2}$ gros en Fraction ordinaire. Soyez premierement averty que la Livre à peſer ſe diviſe en 16 Onces; & l'Once en 8 gros; aprés quoy

1°. Multipliez 10 Onces par 8 gros; cela ſera

80 gros. Joignez-y les 6 gros propoſez, vous aurez 86 gros. Doublez ce Nombre à cauſe du demi-gros, vous aurez 172 demi-gros; à quoy vous ajoûterez 1, cela ſera 173 demi-gros, pour les parties propoſées de la Livre; & ce ſera vôtre Numerateur.

2°. Reduiſez la Livre entiere en demi gros, multipliant 16 Onces par 8 (gros,) & vous aurez 128 gros. Doublez ce Nombre, & vous auaurez enfin 256 demi gros, pour la valeur de la Livre; & ce nombre ſera vôtre Dénominateur. Ainſi vous aurez $\frac{173}{256}$ d'une Livre pour la Fraction demandée.

10 Onc.	16 Onc.
8 gros	8 gros
80 gros	128 gros
6	2
86 gros	256 demi-gros pour le Dénominateur.
2	
172 demi-gros	
173 demi-gros pour le Numerateur.	

V. REDUCTION.

Reduire les parties ordinaires d'une Eſpece de Quantité, en parties Decimales.

1°. Reduiſez les parties propoſées en Fraction ordinaire par la Reduction precedente.

2°. Reduiſez cette Fraction en parties Decimales par la 3. Reduction, & vous aurez vos parties Decimales demandées.

I. EXEMPLE.

Soit propoſé de reduire 4 Pieds, 8 pouc. 6 lignes, en parties Decimales.

1°. Reduiſez ces parties en Fraction ordinaire par la Reduction precedente; vous trouverez $\frac{113}{144}$ d'une Toiſe.

2°. Re-

2°. Reduiſez cette Fraction en parties Decimales par la 3. Reduction, & vous aurez $\overset{(1)}{7}\ \overset{(2)}{8}\ \overset{(3)}{4}\ \overset{(4)}{7}$, pour les parties Decimales requiſes ; en voicy l'Operation.

$$\frac{678}{864}.\qquad \begin{array}{r} \cancel{6}(1 \\ \cancel{4}\cancel{0}\cancel{2}(9 \\ \cancel{3}\cancel{2}8\cancel{4}(2 \\ \underline{\cancel{6}\cancel{7}8\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}} \\ \cancel{8}\cancel{6}\cancel{4}\cancel{4}\cancel{4}\cancel{4} \\ \cancel{8}\cancel{6}\cancel{6}\cancel{6} \\ \cancel{8}\cancel{8} \end{array} \left(\begin{array}{cccc} (1) & (2) & (3) & (4) \\ 7 & 8 & 4 & 7. \end{array}\right.$$

2. EXEMPLE.

Soit propoſé de reduire 10 Onces 6 $\frac{1}{2}$ gros en parties Decimales d'une Livre.

1°. Reduiſez cela en Fraction ordinaire ; vous trouverez $\frac{173}{256}$ d'une Livre.

2°. Reduiſez cette Fraction en parties Decimales ; & vous aurez enfin $\overset{(1)}{6}\ \overset{(2)}{7}\ \overset{(3)}{5}\ \overset{(4)}{8}$, dont voicy l'Operation.

$$\frac{173}{256}.\qquad \begin{array}{r} (2 \\ \cancel{1}\cancel{2}\cancel{0} \\ \cancel{1}\cancel{0}\cancel{4}\cancel{8}\ \ 8 \\ \underline{\cancel{1}\cancel{7}\cancel{3}\cancel{0}\cancel{0}0\cancel{0}} \\ \cancel{2}\cancel{5}\cancel{6}\cancel{6}\cancel{6}\cancel{6} \\ \cancel{2}\cancel{5}\cancel{5}\cancel{5} \\ \cancel{2}\cancel{2} \end{array} \left(\begin{array}{cccc} (1) & (2) & (3) & (4) \\ 6 & 7 & 5 & 8. \end{array}\right.$$

VI. REDUCTION.

Reduire des parties Decimales en parties ordinaires d'un Eſpece de Quantité.

1°. Multipliez vôtre Nombre Decimal, par vôtre Entier reduit en ſes plus grandes parties. Puis de ce Produit retranchez autant de chifres, de la droite à la gauche, que vous déſignera le dernier Signe de vôtre Nomb. Decim. Et ce qui reſtera à la gauche, ſera le nombre des plus hautes parties de vôtre Entier.

2°. Mul-

2°. Multipliez ce Nombre retranché, par une des plus hautes parties reduite aux ſiennes prochainement moindres. Puis du Produit retranchez auſſi autant de chifres, de la droite à la gauche, que vous en avez retranché du premier Produit; & ce qui vous reſtera à la gauche, ſera le Nombre des parties moyennes de vôtre Entier; & ainſi de ſuite.

I. EXEMPLE.

Soit propoſé de reduire $\overset{(1)}{7}\ \overset{(2)}{8}\ \overset{(3)}{4}\ \overset{(4)}{7}$ d'une Toiſe, en Pieds, pouces, & lignes.

1°. Multipliez 7847 par 6 (pieds,) qui ſont les plus hautes parties de la Toiſe: vous aurez 47082. Puis de ce Nombre retranchez les quatre derniers Chifres, ainſi, 4|7082; parce que le dernier ſigne de vôtre Nombre Decimal eſt (4); & il vous reſtera à gauche 4, qui feront déja 4 Pieds.

2°. Multipliez les Chifres retranchez 7082, par 12, (pouces,) qui ſubdiviſent immediatement le Pied; & vous aurez 84984. Coupez en les quatre derniers chifres, ainſi, 8|4984; & vous aurez à gauche 8, c'eſt à dire 8 pouces.

3°. Multipliez le Nombre retranché 4984, par 12 (lignes,) qui ſubdiviſent immediatement le pouce; & vous aurez 59808. Coupez-en les quatre derniers chifres, ainſi, 5|9808; & il vous reſtera à gauche 5, qui feront 5 lignes. Mais d'autant que les quatre chifres retranchez (9808) valent $\frac{9808}{10000}$ d'une Ligne, & que cette Fraction approche de l'Entier, vous ajoûterez encore 1 ligne avec les 5; & ainſi vous aurez 6 lignes, leſquelles vous joindrez aux 4 Pieds, 8 pouces, afin d'avoir en tout 4 Pieds, 8 pouces 6 lignes, pour la valeur de vos parties Decimales propoſées. Voicy les operations.

(1)
7

(1)(2)(3)(4)
7 8 4 7.

7847
6 Pieds.
Pieds 4|7082
12 Pouces.
4164
7082.
Pouces 8|4984
12 Lignes.
9968
4984.
Lignes 5|9808

2. EXEMPLE.

Soit propoſé de reduire $\overset{(1)}{6}\ \overset{(2)}{7}\ \overset{(3)}{5}\ \overset{(4)}{7}$ d'une Livre à peſer, en parties ordinaires, c'eſt à dire en Onces & gros.

Multipliez 6757 par 16 (Onces ;) vous aurez 108112. Coupez en les quatre derniers chifres ainſi, 10|8112; il reſtera à gauche 10, c'eſt à dire 10 Onces.

2°. Multipliez le reſte (8112) par 8 gros; vous aurez 64896. Coupez en les quatre derniers chifres, ainſi, 6|4896; il vous reſtera à gauche 6, c'eſt à dire 6 gros. Et d'autant que le reſte (4896) vaut $\frac{4896}{10000}$ d'un gros, c'eſt à dire preſque un demi-gros, vous joindrez ce demi-gros avec les 6; & ainſi vous aurez en tout 10 Onces $6\frac{1}{2}$ gros pour les parties demandées de la livre. Voicy les operations.

(1)(2)(3)(4)
6 7 5 7.

6757
16 Onc.
40542
6757.
Onc. 10|1112
8 gros.
Gros . 6|4896

CHA-

CHAPITRE II.

DES OPERATIONS.

ADDITION.

Pour ajoûter enſemble pluſieurs parties Decimales arrangez les Nombres comme des Entiers, rempliſſant par des Zero la ſuite des parties, ſi elle eſt interrompuë, comme auſſi celle de leurs Signes, & diſpoſant les chifres enſorte que les Signes égaux ſoient l'un ſur l'autre, c'eſt à dire les Entiers ſur les Entiers, les Primes ſur les Primes, les Secondes ſur les Secondes &c. Puis faites l'Addition à l'ordinaire; & la ſomme qui en viendra, ſera celle qu'il vous faut; à laquelle vous donnerez les mêmes Signes que ceux des Nombres particuliers dont elle eſt compoſée.

1. EXEMPLE.

Soit propoſé d'ajoûter enſemble ces trois Nombres,

$$\begin{array}{ccc} (0)(1)(2)(3) & (0)(1)(2)(3) & (0)(1)(2)(3) \\ 3\,8\;4\;2\;6, & 4\;1\;0\;5, & 6\;3\;9\;6. \end{array}$$

Arrangez ces trois Nombres comme des Entiers, & faites l'Addition à l'ordinaire; & la ſomme qui en viendra, à ſçavoir $\overset{(0)}{4\,8}\;\overset{(1)}{9}\;\overset{(2)}{2}\;\overset{(3)}{7}$, ſera celle des Nombres propoſez.

$$\begin{array}{rr} & (0)(1)(2)(3) \\ & 3\,8\;4\;2\;6 \\ & 4\;1\;0\;5 \\ & 6\;3\;9\;6 \\ \hline \text{Somme} & 4\,8\;9\;2\;7\;(3) \end{array}$$

2. EXEMPLE.

Soit propoſé d'ajoûter enſemble ces trois Nombres,

$$\begin{array}{ccc} (0)(2) & (1)(3) & (0)(2) \\ 5\;3, & 8\;2, & 4\;1\;9. \end{array}$$

Suppléez par des Zero les parties qui manquent, & rempliſſez la ſuite des Signes ; puis ajoûtez à l'ordinaire, & vous aurez pour ſomme
(0)(1)(2)(3)
4 6 9 2 2.

$$\begin{array}{r} (0)(1)(2)(3)\\ 5\ 0\ 3\ 0\\ 8\ 0\ 2\\ 4\ 1\ 0\ 9\ 0\\ \hline \text{Somme } 4\ 6\ 9\ 2\ 2\ (3). \end{array}$$

3. EXEMPLE.

Soit propoſé d'ajoûter enſemble ces Nombres,
(0)(1)(2)(3) (0)(3) (0)(1)(3)
3 2 0 9, 1 9 4, 2 5 2.

Suppléez les parties & les Signes qui manquent, puis operez à l'ordinaire, & vous trouverez
(0)(1)(2)(3)
pour ſomme 2 4 7 1 5.

$$\begin{array}{r} (0)(1)(2)(3)\\ 3\ 2\ 0\ 9\\ 1\ 9\ 0\ 0\ 4\\ 2\ 5\ 0\ 2\\ \hline \text{Somme } 2\ 4\ 7\ 1\ 5\ (3). \end{array}$$

4. EXEMPLE.

Soit propoſé d'ajoûter enſemble ces quatre Nombres,
(0) (0)(3)(4) (3)(4) (0)(1)(4)
2 6, 3 1 6, 4 2, 7 8 3.

Suppléez les parties & les Signes qui manquent ; puis operez à l'ordinaire, & vous trouve-
(0)(1)(2)(3)(4)
rez 3 6 8 0 6 1 pour la ſomme demandée.

$$\begin{array}{r} (0)(1)(2)(3)(4)\\ 2\ 6\ 0\ 0\ 0\ 0\\ 3\ 0\ 0\ 1\ 6\\ 4\ 2\\ 7\ 8\ 0\ 0\ 3\\ \hline \text{Somme } 3\ 6\ 8\ 0\ 6\ 1\ (4). \end{array}$$

SOUSTRACTION.

POur Souſtraire un Nombre Decimal d'un autre, on n'aura pas de peine à le faire, apres avoir compris l'Addition. Car il n'y a qu'à ſuppléer les parties & les Signes qui pourroient manquer, & arranger les chifres enſorte que les Signes égaux ſoient l'un ſur l'autre ; puis operer à l'ordinaire, comme ſi c'étoit des Entiers.

1. EXEMPLE.

Soit propoſé de ſouſtraire

(0)(1)(2)(3) (0)(1)(2)(3)
6 4 2 9 8 de 8 2 1 0 2.

Faites la Souſtraction à l'ordinaire, comme ſi c'étoit des Entiers ; & vous trouverez pour reſtant
(0)(1)(2)(3)
1 7 8 0 4.

(0)(1)(2)(3)
8 2 1 0 2
6 4 2 9 8
Reſte 1 7 8 0 4 (3).

2. EXEMPLE.

Soit propoſé de Souſtraire

(0)(2) (0)(1)(3)
2 6 de 8 3 6.

Suppléez les parties qui manquent, comme dans l'Addition ; puis ſouſtrayez à l'ordinaire, & vous trouverez pour reſtant
(0)(1)(2)(3)
6 2 4 6.

(0)(1)(2)(3)
8 3 0 6
2 0 6 0
6 2 4 6 (3).

3. EXEMPLE.

Soit propoſé de ſouſtraire

(2)(3) (0)(1)
9 3 de 4 8.

Suppléez & ſouſtrayez comme auparavant ; & vous

vous trouverez pour reſtant $\overset{(0)}{4}\;\overset{(1)}{7}\;\overset{(2)}{0}\;\overset{(3)}{7}$.

$$\begin{array}{rrrrl} (0)&(1)&(2)&(3)& \\ 4&8&0&0& \\ &&9&3& \\ \hline 4&7&0&7&(3). \end{array}$$

MULTIPLICATION.

POur multiplier un Nombre Decimal par un autre, rempliſſez premierement la ſuite des Signes, ſi elle eſt interrompuë; puis multipliez à l'ordinaire, comme ſur des Nombres entiers. Et le Produit qui viendra, ſera celuy que vous cherchez.

Mais pour les Signes que vous devez donner à ce Produit, joignez enſemble le dernier Signe du Multiplicande, & le dernier du Multiplicateur; & donnez la ſomme, ou le tout, pour Signe au dernier chifre du Produit.

I. EXEMPLE.

Soit propoſé de multiplier

$\overset{(0)}{3}\;\overset{(1)}{9}\;\overset{(2)}{8}$ par $\overset{(0)}{2}\;\overset{(1)}{6}\;\overset{(2)}{4}$.

Multipliez à l'ordinaire, & vous aurez pour Produit $\overset{(0)}{1}\overset{}{0}\;\overset{(1)}{5}\;\overset{(2)}{0}\;\overset{(3)}{7}\;\overset{(4)}{2}$.

$$\begin{array}{rrrrrrl} &&&3&9&8&(2) \\ &&&2&6&4&(2) \\ \hline &&1&5&9&2& \\ &2&3&8&8&.& \\ 7&9&6&.&.&& \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Produit}\quad 1\;0\;5\;0\;7\;2\;(4).$$

2. EXEMPLE.

Soit propoſé de multiplier

$\overset{(0)}{2}\;\overset{(2)}{8}\;\overset{(3)}{4}$ par $\overset{(1)}{1}\;\overset{(2)}{2}$.

Suppléez & multipliez à l'ordinaire; & vous trouverez pour Produit $\overset{(1)}{2}\;\overset{(2)}{5}\;\overset{(3)}{0}\;\overset{(4)}{0}\;\overset{(5)}{8}$.

$$\begin{array}{r} 2084\,(3) \\ 12\,(2) \\ \hline 4168 \\ 2084. \\ \hline \text{Produit } 25008\,(5). \end{array}$$

DIVISION.

POur diviſer un Nombre Decimal par un autre, ſuppléez & diviſez à l'ordinaire ; puis au dernier chifre du Quotient qui viendra, donnez pour Signe la difference des derniers Signes du Dividende & du Diviſeur, & vous aurez le Quotient demandé.

Que ſi le dernier Signe du Diviſeur excede celuy du Dividende, joignez un Zero, ou plus, au Dividende, afin d'égaler ſon dernier Signe à celuy du Diviſeur. Puis diviſez à l'ordinaire ; & le Quotient ſera celuy que vous cherchez. Et pour trouver le Signe de ſon dernier chifre, ſouſtrayez à l'ordinaire le dernier Signe du Diviſeur du dernier Signe du Dividende ; & ce qui reſtera, ſera auſſi pour le dernier Signe du Quotient.

Enfin s'il reſtoit quelque choſe au Dividende aprés la Diviſion faite, joignez y pluſieurs Zero de ſuite, & augmentez les Signes dans leur ſuite naturelle, afin d'avoir un Quotient plus précis ; car tant plus vous ajoûterez de Zero, & plus vôtre Quotient approchera de la préciſion.

I. EXEMPLE.

Soit propoſé de diviſer

$$1\,0\,\overset{(0)}{5}\,\overset{(1)}{0}\,\overset{(2)}{7}\,\overset{(3)}{2}\ \text{par}\ \overset{(0)}{3}\,\overset{(1)}{9}\,\overset{(2)}{8}.$$

Diviſez à l'ordinaire, & vous trouverez pour Quotient $\overset{(0)}{2}\,\overset{(1)}{6}\,\overset{(2)}{4}$.

$$\begin{array}{r} \cancel{8}\cancel{0} \\ \cancel{2}\cancel{1}\cancel{4}\cancel{9}\cancel{0} \\ \cancel{1}\cancel{0}\cancel{8}\cancel{0}\cancel{7}\cancel{2}(4) \\ \hline \cancel{3}\cancel{9}\cancel{8}\cancel{8}\cancel{8}(3) \\ \cancel{3}\cancel{9}\cancel{9} \\ \cancel{3} \end{array} \left(\begin{array}{ccc}(0)&(1)&(2)\\ 2&6&4.\end{array}\right.$$

2. EXEMPLE.

Soit propoſé de diviſer

$$\begin{array}{lcl}(1)(2)(5) & & (0)(2)(3)\\ 2\ \ 5\ \ 8 & \text{par} & 2\ \ 8\ \ 4.\end{array}$$

Suppléez & diviſez à l'ordinaire, & vous trouverez pour Quotient $\overset{(1)}{1}\ \overset{(2)}{2}$.

$$\begin{array}{r} \cancel{4}\cancel{1}\cancel{6} \\ \cancel{2}\cancel{5}\cancel{0}\cancel{0}8(5) \\ \hline \cancel{2}\cancel{0}8\cancel{4}\cancel{4}(3) \\ \cancel{2}\cancel{0}8 \end{array} \left(\begin{array}{cc}(1)&(2)\\ 1&2.\end{array}\right.$$

3. EXEMPLE.

Soit propoſé de diviſer

$$\begin{array}{lcl}(0)(1)(2)(3) & & (1)(2)(3)\\ 3\ \ 5\ \ 8\ \ 5\ \ 6 & \text{par} & 6\ \ 6\ \ 4.\end{array}$$

Diviſez à l'ordinaire, & vous trouverez pour Quotient $\overset{(0)}{54}$, c'eſt a dire 54 Entiers; où l'on a (0) pour le Signe du dernier chifre, d'autant que (3) moins (3) fait (0).

$$\begin{array}{r} \cancel{2}\cancel{6} \\ \cancel{2}\cancel{5}8\cancel{5}\cancel{6}(3) \\ \hline \cancel{6}\cancel{6}\cancel{4}\cancel{4}(3) \\ \cancel{6}\cancel{6} \end{array} \left(\begin{array}{cc} & (0)\\ 5&4.\end{array}\right.$$

4. EXEMPLE.

Soit propoſé de diviſer

$$\begin{array}{lcl}(0)(1)(2) & & (1)(2)(3)\\ 2\ \ 3\ \ 1 & \text{par} & 3\ \ 8\ \ 5.\end{array}$$

Joignez premierement un Zero au Dividende, afin de rendre ſon dernier Signe au moins égal au dernier Signe du Diviſeur. Vous aurez donc $\overset{(0)}{2}$

$\overset{(0)}{2}\;\overset{(1)}{3}\;\overset{(2)}{1}\;\overset{(3)}{0}$ à diviſer par $\overset{(1)}{3}\;\overset{(2)}{8}\;\overset{(3)}{5}$. Et faiſant la diviſion à l'ordinaire, vous trouverez pour Quotient $\overset{(0)}{6}$.

$$\frac{\cancel{2}\,\cancel{3}\,\cancel{1}\,\cancel{0}\,(3)}{\cancel{3}\,8\,\cancel{8}\,(3)}\;\left(\begin{matrix}(0)\\6.\end{matrix}\right.$$

5. EXEMPLE.

Soit propoſé de diviſer

$\overset{(0)}{4}\;\overset{(1)}{7}\;\overset{(2)}{0}\;\overset{(3)}{1}$ par $\overset{(1)}{9}\;\overset{(2)}{4}\;\overset{(3)}{5}$.

Diviſez d'abord à l'ordinaire; & d'autant qu'il reſtera quelque choſe au Dividende, joignez trois ou quatre Zero à ce reſte, & continuez la Diviſion: & vous trouverez pour Quotient $\overset{(0)}{4}\;\overset{(1)}{9}\;\overset{(2)}{7}\;\overset{(3)}{4}$, ou $\overset{(0)}{4}\;\overset{(1)}{9}\;\overset{(2)}{7}\;\overset{(3)}{5}$, y ajoûtant 1, parce que le reſte 570 eſt plus grand que la moitié de de 945, qui eſt le Diviſeur.

$$\begin{array}{r}
(5\\
\cancel{7}\,\cancel{4}\,\cancel{3}\,(7\\
\cancel{0}\,\cancel{2}\,\cancel{0}\,\cancel{8}\,\cancel{5}\,\big|\\
\cancel{4}\,\cancel{7}\,\cancel{0}\,\cancel{1}\,\cancel{0}\,\cancel{0}\,\big|\,0\,(6)\\
\hline
\cancel{0}\,\cancel{4}\,\cancel{8}\,\cancel{5}\,\cancel{5}\,\cancel{8}\,(3)\\
\cancel{0}\,\cancel{4}\,\cancel{4}\,\cancel{4}\\
\cancel{0}\,\cancel{0}
\end{array}\;\left(\begin{matrix}(0)(1)(2)(3)\\4\;\;9\;\;7\;\;4.\end{matrix}\right.$$

Comme les Extractions des Racines ne ſont que de vrayes Diviſions, où le Diviſeur eſt inconnu, & doit être égal au Quotient: ſi l'on a bien compris les Regles de la Diviſion ordinaire, on n'aura pas de peine à les appliquer aux Extractions des Racines. Car il n'y a qu'a operer à l'ordinaire, & donner pour dernier Signe à vôtre Racine, la moitié de celuy du Nombre propoſé. Ainſi vous trouverez, par exemple que la Racine quarrée de $\overset{(0)}{14}\;\overset{(1)}{4}\;\overset{(2)}{4}$, eſt $\overset{(0)}{3}\;\overset{(1)}{8}$. Et la Racine Cubique de $\overset{(0)}{13}\;\overset{(1)}{8}\;\overset{(2)}{2}\;\overset{(3)}{4}$ eſt $\overset{(0)}{2}\;\overset{(1)}{4}$.

FIN.

Tk.