Utrecht University Library
Partner in Science
Universiteit Utrecht

Traité d'optique

https://hdl.handle.net/1874/358130

Utrechts Universiteitsmuseum
UM 14

C 13 SM1 3 Houd

TRAITÉ D'OPTIQUE,

PAR M. SMITH,

Professeur d'Astronomie & de Philosophie expérimentale à Cambridje,

TRADUIT DE L'ANGLAIS

ET CONSIDÉRABLEMENT AUGMENTÉ.

QUID tam mirabile, quàm particulam corporis quandam ita fabricatam esse, ut ejus opere animal sentiat procul positorum corporum figuram, positum, motum quemlibet, distantiam; idque etiam cum colorum varietate, quò distinctiùs ea dignosceret? Nihil est in quo manifestiùs Geometriæ Artem Deus exercuerit. Hugenii Cosmotheoros. pag. 40.

A BREST,

Chez ROMAIN MALASSIS, Imprimeur ordinaire du Roi & de la Marine.

Et se trouve A PARIS,

Chez DURAND, Libraire, Rue Saint Jacques, à la Sagesse.

M. DCC. LXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

Utrechts Universiteitsmuseum

UM 14



PRÉFACE DU TRADUCTEUR.

L'OPTIQUE, comme la plupart des Sciences Phyſico-Mathématiques, porte entierement ſur des faits. C'eſt à l'obſervation & à l'expérience qu'elle doit ſes principes, & ce n'eſt que par elles qu'elle peut recevoir les nouveaux degrés de perfection dont elle eſt ſuſceptible. Ainſi on ne doit pas être ſurpris qu'elle ait fait ſi peu de progrès chez les Anciens. On ſait qu'ils ne ſentirent point aſſez la néceſſité indiſpenſable d'obſerver de près la nature & de l'interroger ſans ceſſe, pour tacher de découvrir les loix ſelon leſquelles elle opere. Il leur était cependant facile de voir que ſans cela il n'y aurait jamais de certitude dans les principes, que les difficultés de toute eſpece ſe multiplieraient, & que cette Science vieillirait ſans ſortir de l'enfance : c'eſt en effet ce qui lui eſt arrivé. Ses principes ont toujours été pour la plupart environnés de nuages, & elle a été chez eux pendant des ſiécles entiers ſans faire de progrès ſenſibles ; & nous ne craignons pas d'avancer qu'elle doit preſque tout aux efforts des Modernes.

Il eſt aſſez probable, ſelon M. Montucla *, que les premiers traits de cette Science ſortirent de l'École de Platon. Du moins conjecture-t-on avec quelque fondement que la propagation de la lumière en ligne droite & l'égalité des angles d'incidence & de réflexion

* Nous devons avertir que le peu d'hiſtorique que l'on va trouver, a été fait en ſuivant pas à pas M.r Montucla dans ſon excellente Hiſtoire des Mathématiques.

en furent connus ; puiſque bientôt après on voit ces vérités admiſes comme principes. Les Platoniciens tenterent auſſi d'expliquer la manière dont ſe fait la viſion, mais leurs efforts ſe réduiſirent à en donner une explication abſurde & ridicule. Euclide qui était Platonicien, compoſa un traité ſur l'Optique, que nous avons, dans lequel il traite de la grandeur ſous laquelle les objets nous paraiſſent, & du lieu où l'on voit l'image dans les miroirs ; il fait dépendre la grandeur apparente uniquement de l'angle ſous lequel on apperçoit l'objet, & il ſuppoſe le lieu apparent de l'image dans les miroirs, au point de concours du rayon réfléchi & de la perpendiculaire menée de l'objet ſur le miroir.

Ptolemée, l'Auteur de l'Almageſte, écrivit auſſi ſur l'Optique. Son Ouvrage qui était conſidérable, ne nous eſt pas parvenu. On ſait ſeulement par le Moine Bacon, qu'il connut la réfraction aſtronomique, & qu'il expliqua d'une manière aſſez ſatisfaiſante le phénomene de la grandeur de la lune à l'horiſon, en l'attribuant au grand nombre d'objets interpoſés qui donnent néceſſairement l'idée d'une diſtance conſidérable. On ſoupçonne fort Alphazen, Écrivain Arabe, de n'avoir fait que le copier dans ſon grand Ouvrage ſur l'Optique. Celui-ci fut traité de même par Vitellion qui ne fit gueres que démontrer d'une manière moins compliquée ce qu'il avait donné. Ils eſſayerent vainement d'expliquer la manière dont ſe fait la viſion ; ils firent auſſi quelques tentatives pour déterminer la loi de la réfraction ; mais elles furent ſans ſuccès.

Dans le tems à peu près où Vitellion écrivait, c'eſt-à-dire, ſur la fin du 13^{e} ſiecle, Un Florentin nommé

Salvino Degl' Armati inventa les verres lenticulaires ou à lunettes. M.r Manni, ſavant Italien, qui nous l'apprend, cite en preuve un monument qui exiſtait dans la Cathédrale de Florence avant les réparations faites à ce Temple vers le commencement du ſiecle paſſé, ſur lequel on liſait cet Épitaphe : *Qui giace Salvino d'Armato degl' Armati, di Firenze, Inventor delli occhiali, &c. MCCCXVII.* Occhiali eſt le mot par lequel il déſigna ces verres. Salvino ayant fait un ſecret de ſa découverte, un Religieux italien nommé *Alexander de Spina*, entreprit de la faire de ſon côté & y réuſſit. Ce fait eſt rapporté dans une Lettre de Redi à Paul Falconieri, où il cite une Chronique manuſcrite conſervée dans la Bibliotheque des Freres-Prêcheurs de Piſe, dans laquelle on liſait ces mots : *Frater Alexander de Spina, vir modeſtus & bonus, quæcumque vidit & audivit facta, ſcivit & facere : ocularia ab aliquo primò facta, & communicare nolente, ipſe fecit & communicavit corde hilari & volente.* Ce bon Pere mourut en 1313 à Piſe.

En 1575, Maurolicus de Meſſine entreprit d'expliquer la maniere dont ſe fait la viſion. On voit qu'il toucha d'aſſez près à cette découverte, puiſqu'il connut l'uſage du criſtallin, comme il paraît par ſon Livre *de lumine & umbra.* Il fut le premier qui réſolut la queſtion propoſée par Ariſtote : pourquoi la lumière du ſoleil paſſant par un trou de figure quelconque, donne-t-elle une image circulaire, en la recevant à une diſtance un peu conſidérable, ſur un plan parallele à celui du trou, tandis qu'à une petite diſtance cette image eſt ſemblable à ce trou? Dans le même tems Porta donna dans ſon Livre de la Magie naturelle, les principes de

la Chambre obſcure ; ce qui eut dû le conduire, par une application toute ſimple, à la découverte de la manière dont ſe fait la viſion. Il eſt vrai que cette application qui lui échapa, ne tarda pas à être faite. Kepler profitant des idées de Maurolicus & de Porta, reconnut bien-tôt que l'œil eſt une vraie Chambre obſcure, que le criſtallin y fait fonction de verre convexe, & que le fond de l'œil tient la place de la muraille où ſe peignent les objets. Dans le même Ouvrage où il explique ſi heureuſement la viſion, il examine le principe d'Euclide & des Anciens ſur le lieu de l'image dans les miroirs, & prouve qu'il a beſoin de reſtriction. Il y conclut *à priori*, dit M.r Montucla, l'ellipticité apparente du ſoleil voiſin de l'horiſon, découverte vulgairement attribuée au P. Scheiner.

Dans le même tems un Italien nommé *Antonio de Dominis*, Archevêque & mauvais Phyſicien, tomba par une eſpece de hazard ſur la véritable explication de l'arc-en-ciel. Ce phénomene auſſi ancien que le monde, qui dans tout les tems fut un ſujet d'admiration & de curioſité, avait été juſqu'alors une enigme inſoluble. Il eſt vrai que ſon explication était encore loin d'être complette : elle eut beſoin d'être perfectionnée par Deſcartes. Il fit même de vains efforts pour expliquer l'arc-en-ciel extérieur. Il le prétendait produit, comme l'autre, par une réflexion précédée & ſuivie d'une réfraction, & jamais il ne lui vint en penſée qu'il ne pouvait l'être que par deux réflexions ; ce fut M.r Deſcartes qui le découvrit. Quant à l'origine & l'ordre des couleurs de ces arcs, comme elles dépendent de la différente réfrangibilité de la lumière,

l'explication en était réſervée à M.r Newton.

Il paraît que c'eſt encore à peu près dans le même tems, c'eſt-à-dire, vers la fin du 16e ſiecle ou au commencement du ſiecle dernier qu'il faut placer la découverte du téleſcope dioptrique. Suivant l'opinion communément reçue, cette admirable invention eſt dûe entierement au haſard; elle appartient, ſelon M.r Deſcartes, à Jacques Metius, d'Alcmaer, Ville de la Nort-Hollande. Cet homme qui prenait plaiſir, dit M.r Deſcartes, à faire des miroirs & des verres brûlans, ayant à cette occaſion des verres de différentes formes, s'aviſa de regarder au travers de deux de ces verres, dont l'un était convexe & l'autre concave; & il les appliqua ſi heureuſement aux extrémités d'un tuyau, que la premiere lunette en fut compoſée.

M.r Borel qui vers le milieu du ſiecle dernier fit des recherches ſur le véritable Inventeur de cet inſtrument, rapporte, dit M.r Montucla, cinq témoignages dont deux en donnent l'honneur à un nommé Zacharie Jans, Lunetier de Middelbourg, & trois à un certain Jean Lapprey Lunetier de la même Ville. Cependant à en juger par divers faits détaillés dans une Lettre d'un Envoyé des Etats d'Hollande, que rapporte auſſi M.r Borel, il paraît que Jans était le véritable Inventeur, & que ce qui avait donné occaſion de regarder Lapprey comme tel, c'eſt que ſur diverſes queſtions qui lui furent faites par un inconnu qui cherchait l'Inventeur du téleſcope & qui le prit pour lui, il en dévina la compoſition & la dévoila le premier. Mais on ne fut pas longtems ſans reconnaître la mépriſe. Suivant la même Lettre, le microſcope compoſé fut auſſi inventé par Jans, &

même avant le téleſcope. Ainſi la gloire n'en eſt point dûe à Corneille Drebbel, comme on le croit communément.

Auſſi-tôt que cette découverte fut faite, les Aſtronomes s'empreſſerent d'en profiter. Galilée qui était à Veniſe lorſque la nouvelle lui en parvint, ſe mit en tête de déviner la compoſition de cet inſtrument & y réuſſit; il en fit même un qui groſſiſſait trente-trois fois en diametre. Ce ſont vraiſemblablement ſes ſuccès qui l'ont fait regarder par quelques-uns comme inventeur du téleſcope dioptrique. Kepler ne manqua pas de s'occuper de ſon côté de la nouvelle découverte, & ce fut ſur-tout à la théorie qu'il s'attacha; mais peu s'en fallut qu'un obſtacle qu'il trouva dès ſes premiers pas, ne lui en interdît tout-à-fait l'entrée. La loi de la réfraction était inconnue; lui-même avait fait déja ſes efforts pour la déterminer, ſans pouvoir réuſſir. Il fallait cependant la trouver ou renoncer abſolument à toute théorie. Il fit donc de nouveaux efforts, mais qui ne furent pas plus heureux que les premiers; ils ſe réduiſirent à trouver une loi qui pouvait ſuppléer dans ſes recherches à la véritable. Il obſerva que tant que l'angle d'incidence ne paſſe pas 30°, la réfraction en eſt à peu de choſe près le tiers. Muni de cette loi, Kepler parvint bien-tôt à ſa théorie, dont un des premiers fruits qu'il en retira, fut d'apprendre qu'on pouvait ſubſtituer un oculaire convexe à l'oculaire concave employé juſqu'alors dans les lunettes, ce qui le mit en poſſeſſion de la lunette aſtronomique; mais il ne ſentit point aſſez tout le mérite de cette découverte, & il ne l'exécuta point. Ce fut

le P. Scheiner qui l'exécuta le premier, & dans le même ouvrage où il en explique la conſtruction, il donne auſſi celle du téleſcope qui redreſſe les objets au moyen d'une certaine combinaiſon de deux oculaires. Comme cette combinaiſon a des inconvéniens, le P. de Rheita en chercha un autre & imagina la combinaiſon connue de trois oculaires qui produit le même effet, c'eſt à-dire, redreſſe les objets & même mieux ſans avoir les inconvéniens de l'autre.

Snellius, Mathématicien Hollandais, fut plus heureux que Kepler dans la recherche de la loi de la réfraction. Il trouva que le rapport ſuivant lequel la lumière ſe rompt eſt celui des co-ſécantes des angles d'incidence & de réfraction. M.r Deſcartes ſubſtitua à ce rapport celui des ſinus qui eſt plus ſimple, & tenta de donner une explication de cette loi. M.r de Fermat qui ne put jamais goûter l'explication Cartéſienne, voulut en donner une autre : & depuis M.rs Leibnitz & Huyghens en ont donné chacun une. Mais leurs explications, toutes ingénieuſes qu'elles ſont, ont cedé à celle de M.r Newton, qui les a preſque fait oublier.

Si l'on excepte l'invention de la lunette terreſtre, qu'on doit, comme nous l'avons dit, au P. de Rheita, l'Optique prit peu d'accroiſſement depuis M.r Deſcartes juſqu'en 1663 où Jacques Grégori publia ſon *Optica promota*. C'eſt à cette époque que commencent les progrès rapides qu'on lui a vu faire pendant près de 40 ans. Grégori propoſa dans cet ouvrage des vues nouvelles pour la perfection des inſtrumens optiques ; examina la forme des images des objets, produites par

les miroirs ou les verres ; fit connaître le téleſcope catoptrique, découverte par laquelle il eſt ſi univerſellement connu. Barow dans ſes *Lectiones Opticæ* publiées en 1674, ſe fraya une route nouvelle, diſcuta différentes queſtions qui n'avaient point été traitées, ou ne l'avaient été qu'imparfaitement ; telle eſt celle du lieu apparent des objets vus par réflexion ou par réfraction : il prouva l'inſuffiſance du principe des anciens & lui en ſubſtitua un autre ſi ſatisfaiſant qu'il fut adopté par M.r Newton même. M.r de Tſchirnauſen inventa les cauſtiques. Mr. Huyghens perfectionna conſidérablement la Dioptrique, & l'Art de travailler les verres lui dut preſque tout ; il excella lui-même dans la pratique de cet Art : il ſe fit des objectifs de plus de 200 pieds de foyer. Le P. Grimaldi eſt encore du nombre de ceux qui mériterent bien de l'Optique. Dans le tems à peu près où Grégori publia ſon *Optica promota*, il fit la découverte de la diffraction de la lumière, & la remarque importante de la dilatation du faiſceau des rayons ſolaires, cauſée par le priſme.

Malgré les efforts de ces hommes illuſtres, une ſombre nuit cachait encore bien des vérités importantes. M.r Newton parut & la lumière avec lui. On peut dire que la nature n'eut de ſecrets pour ce grand homme, qu'autant qu'il ne chercha pas à lui en arracher. Mais auſſi avec quel art ne l'interrogea-t-il pas ! Le priſme, cet inſtrument ſtérile dans les mains de Grimaldi, fut dans les ſiennes l'inſtrument des plus grandes découvertes ; telles ſont celles des ſept eſpeces de couleurs dont la lumière eſt compoſée, de leur réfrangibilité inégale, de leur inaltérabilité, &c. Des expériences également

ingénieuſes & ſubtiles le conduiſirent à former des conjectures plus que probables ſur la cauſe des couleurs des corps. Il donna le premier une explication ſimple & naturelle de la réflexion & de la réfraction de la lumière. L'ordre & l'arrangement des couleurs de l'arc-en-ciel tenant à la différente réfrangibilité de la lumière, il n'eſt pas beſoin de dire qu'il en donna une explication complette : nous ne parlons pas non plus de ſon téleſcope catoptrique ; il n'eſt perſonne qui ne connaiſſe cette excellente invention.

Après toutes les découvertes faites par M.r Newton & par tous les hommes illuſtres, dont nous avons parlé, on avait une choſe à deſirer ; c'était un corps d'ouvrage, où elles fuſſent toutes raſſemblées avec netteté & avec ordre. M.r Smith ſatisfit en cela les vœux des Opticiens, en 1738, dans le traité dont nous donnons aujourd'hui la traduction. On verra même, en le liſant, qu'il fit plus, qu'il ajoûta aux découvertes déja faites & que l'Optique lui a des obligations.

L'eſpece d'efferveſcence que la découverte des lunettes achromatiques commença à occaſionner dans les eſprits il y a quelques années, a dû naturellement faire naître & repandre le goût de l'Optique ; mais ceux qui parmi nous veulent s'en inſtruire, voyent avec regret que nous n'avons que des élémens en ce genre, & ſe trouvent par conſéquent dans la néceſſité de recourir à des ouvrages étrangers. C'eſt dans la vue de leur être utile, que je me ſuis déterminé à achever cette traduction de l'ouvrage de M.r Smith, dont je n'avais d'abord fait que quelques parties pour mon

uſage particulier, & à lui faire voir le jour. On croira ſans peine que nul autre motif n'a pu m'animer : car qui ignore, ſi l'on en excepte les traducteurs, qu'il n'y a aucun mérite à entreprendre cette eſpece de travail, qu'il n'en eſt point de plus humiliant (je ne parle pas de l'ennui & du dégoût extrêmes qui l'accompagnent), aucun qui ſuppoſe en général moins de talens, aucun enfin qui décele plus la ridicule manie de faire gémir la preſſe à quelque prix que ce ſoit.

Afin de me rendre le plus utile qu'il me ſerait poſſible, j'ai ajoûté à l'ouvrage non-ſeulement tout ce qui s'eſt fait en Optique depuis le tems où il fut publié, du moins tout ce qui eſt parvenu à ma connaiſſance, mais encore beaucoup de choſes connues certainement de M.r Smith, qu'il aurait pu y inſérer. Je ne diſſimulerai pas que j'ai fait auſſi quelques retranchemens ; je me le ſuis cru d'autant plus permis qu'ils ne portent que ſur des choſes qui n'ont qu'un rapport très-éloigné à l'Optique, ou qui lui ſont étrangeres. Telle eſt la deſcription de quelques inſtrumens aſtronomiques, dont la vraie place eſt dans un traité d'aſtronomie, & pour laquelle nous renvoyons à l'aſtronomie de M.r de la Lande, où l'on en trouvera une très-détaillée. Telle eſt encore l'expoſition des découvertes faites dans le ciel, par le ſecours des lunettes & des téleſcopes. Comme la ſeule raiſon qui ait pu déterminer l'Auteur à les inſérer dans ſon ouvrage, ne peut être que parce qu'elles ont été faites avec des inſtrumens Optiques, on a peine à concevoir comment elle lui a paru aſſez forte pour leur faire occuper une place

qui leur convient ſi peu. J'aimerais autant qu'il eût rapporté toutes les obſervations des Naturaliſtes faites avec le microſcope, par la raiſon que cet inſtrument appartient à l'Optique.

Les notes que l'Auteur avait rejettées à la fin de ſon ouvrage, ont été placées, après les avoir élaguées pour la plupart, aux endroits auxquels elles appartiennnent ; il m'a paru que c'était leur place naturelle. A la reſerve de la théorie des lunettes achromatiques, & de la deſcription de l'héliоſtat, j'ai mis ſous la forme de notes tout ce que j'ai ajoûté, afin de ne pas trop groſſir le Volume.

J'aurais bien deſiré pouvoir y ajoûter l'eſſai de M.r Juvin, ſur la viſion diſtincte & indiſtincte ; mais je n'aurais pu le faire ſans rendre ce Volume, déja trop conſidérable, d'une groſſeur énorme, & ſans en retarder encore la publication que des occupations continuelles & la lenteur de l'impreſſion ont fait porter beaucoup au-delà du terme pour lequel je m'étais engagé.

FIN DE LA PRÉFACE.

TABLE DES CHAPITRES.

LIVRE PREMIER,

Contenant une exposition simple & facile de l'Optique.

CHAPITRE I. *De la lumière.* pag. 1.

CHAP. II. *Des principaux effets des surfaces réfléchissantes & réfringentes sur la lumière.* 6.

CHAP. III. *De l'œil & de la manière dont se fait la vision.* 35.

CHAP. IV. *De la vision par les verres & les miroirs.* 67.

CHAP. V. *Des idées acquises par la vue.* 90.

CHAP. VI. *De l'origine & de la cause des couleurs.* 175.

CHAP. VII. *De la cause de la réfraction, de la réflexion, de l'inflexion & de l'émission de la lumière.* 214.

CHAP. VIII. *De la transparence, de l'opacité & des couleurs des corps naturels.* 233.

LIVRE SECOND.

Dans lequel l'Optique est traitée avec l'étendue & l'exactitude convenables, à l'aide de la Géométrie & du Calcul.

CHAPITRE I. *Détermination du foyer des rayons réfléchis par une surface donnée.* 253.

CHAP. II. *Détermination du lieu, de la grandeur & de la situation des images formées par des rayons réfléchis.* 258.

CHAP. III. *Détermination du foyer des rayons qui tombent presque perpendiculairement sur une surface réfringente, sur une lentille ou sur une sphere.* 261.

CHAP. IV. *Détermination du lieu, de la grandeur & de la situation des images formées par des rayons rompus.* 278.

CHAP. V. *Dans lequel un objet étant vu par des rayons réfléchis successivement par un nombre quelconque de surfaces planes ou sphériques, ou par des rayons rompus en traversant un nombre quelconque de lentilles de telle espece qu'on voudra, ou un nombre quelconque de milieux différens dont les surfaces sont planes ou sphériques, on détermine la*

distance, la grandeur, la situation apparentes de cet objet, le degré de distinction & de clarté avec lequel on l'apperçoit, le plus grand angle sous lequel il est vu & la portion qu'on en découvre, avec une application aux téleſcopes & aux microſcopes. 281.

CHAP. VI. *Détermination du foyer des rayons qui traverſent un nombre quelconque de milieux différens, & de la grandeur de l'image d'un petit objet, que forment les rayons partis de cet objet, après avoir été rompus par ces milieux, avec des conſtructions générales qui font connaître les variations de la diſtance apparente d'un objet & de la diſtance réelle de ſon image, occaſionnées par un mouvement direct de l'œil, de l'objet ou des milieux.* 314.

CHAP. VII. *Détermination des foyers des rayons qui tombent avec une obliquité quelconque ſur tel nombre qu'on voudra de ſurfaces réfléchiſſantes & réfringentes de quelque eſpece que ce ſoit; & des propriétés des cauſtiques.* 330.

CHAP. VIII. *Détermination des aberrations occaſionnées par la réfraction différente des rayons de lumière, & de celles qui proviennent de la figure ſphérique des ſurfaces réfringentes & réfléchiſſantes.* 363.

CHAP. IX. *Un téleſcope dioptrique & catoptrique étant donné, dont l'ouverture & l'oculaire ſont déterminés par expérience, trouver la longueur, l'ouverture & l'oculaire d'un autre téleſcope qui repréſente un objet avec autant de clarté & de diſtinction que le téleſcope donné, & le groſſiſſe un certain nombre de fois.* 376.

CHAP. X. *Détermination de la forme qu'il faut donner aux objectifs compoſés de deux ou trois lentilles, pour qu'ils ſoient exempts des aberrations de réfrangibilité & de ſphéricité.* 398.

CHAP. XI. *De la théorie des aberrations appliquée à la recherche des limites de perfection des microſcopes dioptriques & catoptriques; & détermination des proportions de ces inſtrumens.* 483.

CHAP. XII. *Détermination des figures, poſitions, grandeurs & diſtances apparentes des grands objets vus par des rayons tombant ſur des ſurfaces réfléchiſſantes ou réfringentes, ſoit perpendiculairement ou preſque perpendiculairement, ſoit avec tel degré d'obliquité qu'on voudra.* 545.

CHAP. XIII. *De l'Arc-en-ciel.* 576.

LIVRE TROISIEME.

De la manière de tailler les verres & les miroirs des téleſcopes; & deſcription des inſtrumens d'Optique.

CHAPITRE I. *De la manière de tailler & de polir les verres.* 597.

CHAP. II. *De la manière de fondre, tailler & polir les miroirs des téleſcopes.* 632.

CHAP. III. *De la manière de centrer les objectifs.* 646.

CHAP. IV. *Description de l'Hélioſtat.* 653.
CHAP. V. *Description de la lunette aërienne.* 661.
CHAP. VI. *Description d'un téleſcope Newtonien fait par M. Molineux pour* JEAN V, *Roi de Portugal ; & de quelques autres machines pour porter cette eſpece de téleſcope & le téleſcope Grégorien.* 672.
CHAP. VII. *Description de l'Octant de M. Halley* 679.
CHAP. VIII. *Description de quelques inſtrumens catadioptriques.* 690.
CHAP. IX. *Description de différentes Chambres obſcures ; & de leur uſage dans la Peinture.* 692.
CHAP. X. *Description de la Lanterne magique.* 696.
CHAP. XI. *Du Méchaniſme de différens microſcopes ; & de quelques obſervations faites avec cet inſtrument.* 702.
ADDITIONS. 721.

TRAITÉ D'OPTIQUE.

LIVRE PREMIER,

Contenant une exposition simple & facile de l'Optique.

CHAPITRE PREMIER.

De la Lumière.

1. TOUT corps Lumineux ou par lui-même, ou par une lumière empruntée, excite en nous une sensation qui nous instruit de sa présence. C'est dans l'organe de la vue que s'accomplit tout le Méchanisme de cette sensation. Il consiste dans l'impression d'un fluide d'une subtilité extrême mis en mouvement par le corps lumineux, dans toutes les directions possibles. Ce fluide est connu sous le nom de *Lumière*. Quelle que soit la manière dont le corps lumineux ou illuminé communique le mouvement aux particules

qui la compoſent, il eſt viſible qu'en conſéquence de la détermination ſimple qu'elles en recoivent, elles doivent ſe mouvoir en ligne droite. Un corps ſemblable peut être conſideré comme plongé au centre d'une Sphere formée de corpuſcules lumineux, qu'il meut ſuivant les rayons de cette Sphere.

2. Ce ſont ces rayons ou files d'atomes lumineux que nous nommons *Rayons de lumière*. On a déja fait entrevoir que ces rayons ſont toujours droits tant qu'aucun obſtaele ne les oblige de ſe détourner. Différens Phénomenes confirment cette vérité : tels ſont la projection des ombres derrière les corps éclairés ; l'effet connu de la lumière lorſqu'elle paſſe par le petit trou d'une chambre obſcure pleine de pouſſière ou de fumée ; l'impoſſibilité d'appercevoir un corps, ou du moins quelques-unes de ſes parties, lorſque quelqu'autre corps vient s'interpoſer entre l'œil du ſpectateur & lui, &c. Tout rayon de lumière peut donc être repréſenté par la ligne droite que décrivent les particules de lumière.

Fig. 1. 3. Si un rayon de lumière tombe obliquement ſur une ſurface polie, il eſt dérangé de ſa route par *Réfléxion* ou par *Réfraction*, & voici comme ſe fait ce dérangement. Imaginons le papier ſur lequel la figure eſt tracée, perpendiculaire a la ſurface d'une eau tranquille, & que leur interſection commune RS eſt rencontrée en C par un rayon de lumière qui ſe meut dans l'air ſuivant AC. Suppoſant alors PCQ perpendiculaire à la ſurface de l'eau, ſi le rayon eſt réfléchi, il décrira une droite CB inclinée à la perpendiculaire CP, ſous un angle PCB égal à l'angle PCA.

Fig. 2. Mais ſi le rayon qui vient le long de AC entre dans l'eau en C, loin de continuer ſa route, il ſe détourne en C, & décrit une droite CE inclinée à la perpendiculaire CQ ſous un angle ECQ plus petit que l'angle ACP ; & CE eſt toujours tellement diſpoſée, que, ſi de C pris pour centre, on décrit un cercle qui coupe CA en A & CE en E, les perpendiculaires AD, EF menées des points A & E ſur PQ, ſont toujours dans le même rapport, quelle que ſoit la grandeur de l'angle ACP. Dans le paſſage de l'air dans l'eau, EF eſt toujours les trois quarts de AD.

4. Dans l'un & l'autre cas, AC eſt nommé *le rayon incident*, CB *le rayon réfléchi*, CE *le rayon rompu*, C *le point d'incidence*, PCQ *la perpendiculaire d'incidence*, quelques-uns la nomment auſſi *la Cathete d'incidence*, ACP *l'angle d'incidence*, BCP *l'angle de*

réfléxion, *ECQ l'angle de réfraction*, *AD le ſinus d'incidence*, & *EF le ſinus de réfraction.*

5. On appelle *milieu* un eſpace vuide, ou tout corps ſolide ou fluide qui livre paſſage à la lumière; & cette propriété eſt connue ſous le nom de *tranſparence* ou de *diaphanéité.* Il paraît que le pouvoir dont jouiſſent les milieux de réfléchir & de rompre la lumière, eſt à proportion plus grand, qu'ils ont plus de denſité. Il faut cependant excepter certaines ſubſtances graſſes ou ſulphureuſes tranſparentes, qui réfractent plus fortement la lumière qu'elles ne devraient à raiſon de leur denſité.

6. Comme les propriétés précédentes de la Réfléxion & de la Réfraction ſont appuyées ſur l'expérience, qu'elles ſont générales & qu'elles forment les premiers fondemens de toute l'Optique, on leur a donné le nom de loix de la réfléxion & de la réfraction. Les voici énoncées d'après M. Newton.

7. *Les angles de réfléxion & de réfraction ſont dans le même plan que l'angle d'incidence*, c'eſt-à-dire, dans le plan qui paſſe par le rayon incident, & par la perpendiculaire d'incidence.

8. *L'angle de réfléxion eſt égal à l'angle d'incidence.*

9. Delà il ſuit que le rayon incident & le rayon réfléchi ſont également inclinés à la ſurface réfléchiſſante.

10. On en conclu encore que, lorſque le rayon incident eſt perpendiculaire à la ſurface réfléchiſſante, il eſt réfléchi dans la perpendiculaire ſelon laquelle il eſt venu rencontrer cette ſurface.

11. *Un rayon qui, après avoir été réfléchi ou rompu, retourne directement rencontrer la ſurface réfléchiſſante ou refringente au point d'incidence, ſouffre une nouvelle réfléxion ou réfraction, qui l'oblige de reprendre la route qu'il ſuivait en tombant ſur cette ſurface.*

12. *Dans le paſſage d'un milieu rare dans un milieu plus denſe, la réfraction porte le rayon vers la perpendiculaire*, ou ce qui eſt le même, *l'angle de réfraction eſt plus petit que l'angle d'incidence.*

13. *Le ſinus d'incidence AD & le ſinus de réfraction EF ſont exactement, ou du moins à très-peu près dans un rapport conſtant.* Ainſi qu'un autre rayon *aC* ſe réfracte dans la droite *Ce*, ſi on mene les ſinus *ad*, *ef*, le rapport de *ad* à *ef* eſt le même que celui de *AD* à *EF.* Lorſque la réfraction ſe fait de l'air dans l'eau, on ſçait par expérience que le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction à peu près comme 4 à 3; dans le paſſage de l'air dans le Fig. 4.

verre, le rapport de ces ſinus eſt de 3 à 2, ou plus exactement de 31 à 20.*

14. Cette dernière régle mene aux conſéquences ſuivantes;

Fig. 2, 3, & 4. 1°. que lorſque l'angle d'incidence ACP croît, l'angle de réfraction correſpondant ECQ croît en même-tems, leurs ſinus AD, EF, ne pouvant conſerver leur rapport, s'ils ne croiſſent enſemble l'un & l'autre. De même, ſi l'angle d'incidence diminue, l'angle de réfraction éprouve une diminution correſpondante.

15. 2°. Que lorſqu'un rayon rencontre perpendiculairement une ſurface réfringente, il ne ſe détourne point & continue ſa route ſur le prolongement de la perpendiculaire qu'il ſuivait à ſon incidence.

Fig. 2. 16. 3°. Que l'infléxion du rayon rompu eſt d'*autant plus grande que l'angle d'incidence eſt plus grand.* Soit AC prolongée en G, l'arc EG & l'angle ECG, augmenteront ſans ceſſe par l'accroiſſement continuel de l'angle ACP, ce dont il eſt facile de s'aſſurer par cette conſidération fort ſimple; que ſi l'angle d'incidence, au paſſage de l'air dans l'eau, eſt droit à peu de choſe près, & par conſéquent que le rayon incident ſoit preſque parallele à la ſurface de l'eau, le détour que le rayon ſouffre en C, ſelon EC, eſt auſſi

Fig. 3. conſidérable que le repréſente la figure 3, dans laquelle le ſinus de réfraction EF, qui eſt toujours les trois quarts de AD, eſt dans le cas préſent, à peu près les trois quarts du rayon du cercle; ce qui donne environ 48° $\frac{1}{2}$ pour l'angle de réfraction ECQ, & conſéquemment 41° $\frac{1}{2}$ à peu près, pour ſon complément ECS qui meſure la quantité dont le rayon s'écarte de la route qu'il ſuivait à la ſurface de l'eau. Si le rayon paſſe de l'air dans le verre, la déviation ſera encore plus grande, le rapport de réfringence, qui eſt de 31 à 20, ou ſimplement de 3 à 2, étant plus grand que celui qu'on vient d'employer. Dans cette nouvelle ſuppoſition on trouvera environ 40° pour l'angle ECQ, & 50° pour l'angle ECS.

17. Si le rayon eſt obligé de rétrograder ſuivant EC, il eſt clair que la réfraction le dirigera dans la droite CA, & que par conſéquent il ſe détournera préciſément de la même quantité: mais ſi l'angle d'incidence eCQ eſt un peu plus grand que 48° $\frac{1}{2}$ dans

* Ces rapports ſouffrent quelques legers changemens relatifs aux diverſes eſpèces de rayons colorés, dans leſquels tout rayon de lumière ſe décompoſe; mais eu égard à leur très-grande petiteſſe, nous les négligerons pour le préſent.

l'eau, ou que 40° dans le verre, le rayon eC ne pourra paſſer dans l'air, & toute réfraction deviendra impoſſible ; il ſe réfléchira dès-lors ſuivant Cf, faiſant l'angle de réfléxion QCf, égal à l'angle d'incidence QCe, comme on verra par les expériences du ſixième Chapitre. Ainſi *il y a des limites pour les angles d'incidence, relatives à la nature des milieux, au-delà deſquelles la réfraction ceſſe d'avoir lieu, & ſe change en réfléxion.*

18. Il eſt aiſé de s'aſſurer de la vérité de ces loix & des conſéquences qu'on en tire, par les procédés ſuivans. Sur une planche unie $KLMN$, ſoit décrit un cercle $PRQS$, le plus grand qu'il eſt poſſible ; ſoient menés deux diamétres PQ, RS, perpendiculaires l'un à l'autre ; & après avoir pris les arcs égaux PA, PB, ſoient menées les droites CA, CB. Ayant enſuite piqué trois épingles perpendiculairement à la planche aux points A, B, C, on la plongera perpendiculairement dans l'eau, juſqu'en RS. Regardant alors par les épingles A & C, on verra l'image de l'épingle B dans l'eau ſur le prolongement de AC. Le rayon qui vient de l'épingle B eſt donc réfléchi à la ſurface de l'eau en C, le long de AC, à l'œil du ſpectateur. Comme l'épingle piquée en C altérerait le poli de la ſurface de l'eau, ſi elle venait à y toucher, il faut avoir ſoin de la mettre un peu plus haut que le centre du cercle, dans la ligne CA. La ſurface de tout autre corps ſolide ou fluide, peut également ſervir à faire la même expérience. S'il s'agit de la ſurface d'un ſolide, on coupera le cercle ſelon ſon diamétre RS, & on en diſpoſera la moitié RPS perpendiculairement à la ſurface réfléchiſſante. Fig. 4.

Soit menée ſur la même planche la droite AB qui coupe CP en D. Après avoir pris ſur DB & CS, des parties DH & CI égales chacune aux trois quarts de DA, par les points H & I, ſoit menée la droite HIE, laquelle rencontre la circonférence en E ; & EF tirée de E perpendiculairement ſur PQ, ſera égale à DH ou aux trois quarts de DA. Si ayant enſuite piqué une épingle en E, on plonge la planche dans l'eau, comme ci-devant, & qu'on place l'œil dans la ligne où ſont les épingles A & C, on verra l'épingle E. La réfraction que le rayon qui part de cette épingle ſouffre en C, lui fait donc décrire la droite CA ; & par conſéquent au paſſage de l'eau dans l'air, le rapport de réfringence eſt de 3 à 4. Si on pique d'autres épingles dans la

ligne CE, on les verra toutes sur le prolongement de AC, & la ligne entière CE paraît dans l'eau comme si elle n'était autre chose que la droite AC continuée. Ce qui prouve que le rayon qui vient de l'épingle E parcourt une ligne droite dans l'eau, & ne se rompt qu'à sa surface. Au contraire, si le Soleil est à la hauteur convenable pour que l'ombre de l'épingle A co-incide avec AC, on remarquera que l'ombre réfractée co-incidera avec CE.

Fig. 5 & 6. 19. Enfin, il est bon d'observer qu'un rayon de lumière est réfléchi ou rompu par une surface sphérique, comme il le serait par un plan qui toucherait cette surface au point d'incidence. Car qu'un rayon AC rencontre en un point quelconque C, une surface sphérique MCN représentée par l'arc MCN dont le centre est O; par les points O & C soit tirée la droite PQ, à laquelle on menera ensuite RCS perpendiculaire, laquelle représente un plan touchant la surface sphérique en C; il est clair que ce point C étant commun aux deux surfaces MCN & RCS, le rayon qui les rencontre dans ce point, est également détourné de sa route, quelle que soit la surface sur laquelle il tombe.

CHAPITRE II.

Des principaux effets des Surfaces réfléchissantes & réfringentes sur la Lumière.

APRÈS avoir considéré la réflexion & la réfraction d'un rayon simple par une surface unique, nous allons présentement examiner ce qui arrive lorsqu'un ou plusieurs pinceaux de rayons sont réfléchis ou rompus par une seule surface; ensuite nous détaillerons les différentes circonstances des réfractions qu'ils souffrent en traversant les surfaces des verres plans & sphériques; & enfin nous nous occuperons de la formation des images par ces verres. Quoique l'on puisse développer avec assez d'étendue par les loix précédentes, sans le secours de la Géométrie, les différens phénomenes des réfractions occasionnées par les verres, elle est cependant indispensable, si l'on veut en déterminer les quan-

tités exactes, au moyen d'un auſſi petit nombre de loix. Ainſi, comme nous nous en interdiſons l'uſage * dans ce premier Livre, nous ajoûterons à la fin de ce Chapitre quelques expériences, par leſquelles il ſera facile de trouver les meſures préciſes qu'on voudra connaître.

20. Chaque point d'un corps lumineux envoie ſans ceſſe des rayons dans toutes les directions imaginables. Ces rayons illuminent d'autres corps qui les réfléchiſſent & les envoient à leur tour ſelon toutes les directions. Pour mettre un peu d'ordre dans ce que nous devons dire, remarquons que cette multitude de rayons qui viennent des objets viſibles, ſe peut diſtribuer de cette manière. On conſidere la ſurface d'un objet comme compoſée d'élémens ou de lignes (phiſiques,) & chacune d'elles comme une ſuite de points (phiſiques) que l'on conçoit envoyer des rayons en tous ſens. A la place de l'objet, on a coûtume de prendre une ligne qui le repréſente; & tout changement qui arrive à cette ligne, ſoit dans ſa grandeur apparente, ſoit dans ſa diſtinction ou ſa clarté, eſt cenſé appartenir à l'objet dont elle tient la place.

21. Lorſque des rayons divergent d'un point Q, ou convergent vers ce point, on le nomme *Foyer*. ** On appelle *Pinceau* ou *Faiſceau de rayons*, une portion quelconque des rayons qui partent d'un point, ou qui tendent à s'y réunir. Telle eſt par exemple la partie QBC ou QBA. On regarde ces rayons comme paralleles, lorſque le point d'où ils ſont partis, ou vers lequel ils convergent, peut être ſuppoſé à une diſtance infinie. Fig. 9.

22. Les 7^e. & 8^e. Figures repréſentent un faiſceau de rayons paralleles QC, réfléchis par un plan poli ACB, ſelon d'autres paralleles Cq, qui font, avec ce plan, le même angle que les rayons incidens.

23. On voit dans la 9^e. Figure toutes les circonſtances de la réfléxion qu'un pinceau de rayons QAB partis d'un point viſible Q, ſouffre à la rencontre d'un plan poli ACB. Le rayon QC, perpendiculaire au plan, eſt réfléchi dans la même ligne; (*Art.* 10.)

* On prévient que ce n'eſt que dans le texte qu'on évitera de s'en ſervir.

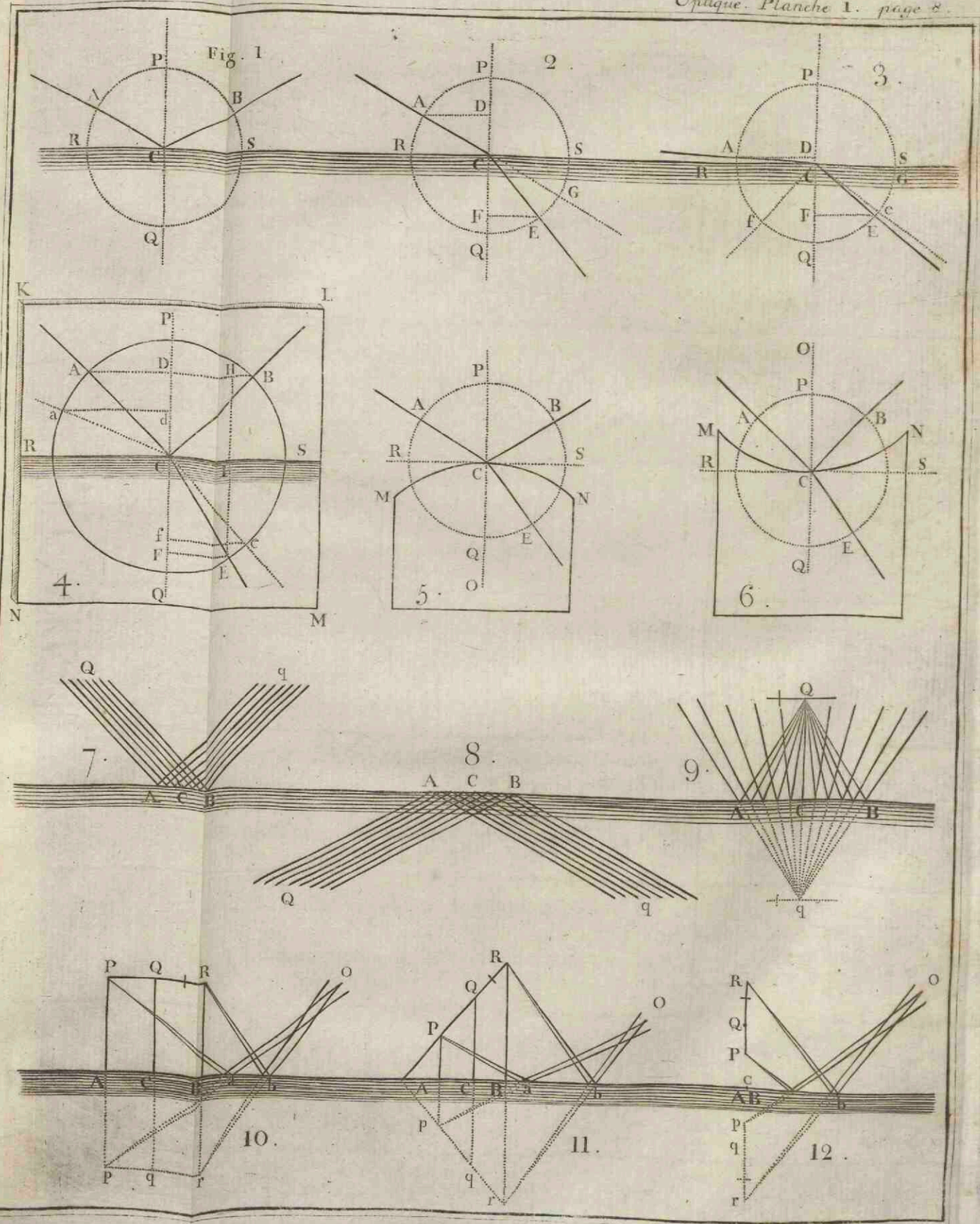
** Comme les rayons ne ſe réuniſſent pas toujours au point vers lequel ils ſont dirigés, on appelle ce point *Foyer réel*, ou ſimplement *Foyer*, quand ils s'y raſſemblent effectivement; & *Foyer virtuel* ou *imaginaire* quand ce ne ſont que leurs prolongemens qui vont y concourir. Tel eſt le point où tendent des rayons qui rencontrent un verre concave ou un miroir convexe, comme on verra dans la ſuite.

les autres ſont réfléchis avec d'autant plus d'obliquité qu'ils s'écartent davantage du rayon perpendiculaire; de ſorte que ſi l'on conſidere la figure avec un peu d'attention, on reconnaîtra aiſément que les rayons réfléchis, prolongés au-delà du plan, s'y réuniſſent dans un point q de la perpendiculaire QC prolongée, auſſi éloigné de ce plan que le point Q. Lors donc qu'un point unique Q envoie des rayons ſur un plan réfléchiſſant, les directions nouvelles qu'ils acquerent par la réfléxion, les font diverger d'un point auſſi unique q placé, de l'autre côté du plan, à la même diſtance que Q.

24. Au contraire, ſi par les moyens qui ſeront indiqués ci-après, on fait converger les rayons incidens vers le point q, leur foyer après avoir été réfléchis par la ſurface ACB, ſera au point Q.

Fig. 10, 11 & 12. 25. Ce qu'on a dit du point Q, eſt également applicable à tous les autres points d'un objet PQR; car par la même raiſon que le point Q & ſon foyer q ſont de chaque côté de ce plan à diſtances égales, les points PR & leurs foyers p, r, ſont auſſi de part & d'autre de ce plan, à des diſtances reſpectivement égales dans les droites Pp, Rr qui le traverſent perpendiculairement. Comme il en eſt de même de tout autre point de l'objet PQR, on voit à l'inſpection ſeule des figures, que les foyers p, q, r, & tels autres qu'on voudra, étant dans le même ordre que les points correſpondans P, Q, R, ils forment une ligne imaginaire parfaitement ſemblable & égale à la ligne PQR, & dont la ſituation de l'autre côté du plan, eſt abſolument la même que celle de PQR. Cette ligne pqr eſt appellée l'*image* de l'objet PQR.

Fig. 14 & 17. 26. Si des rayons paralleles tombent ſur une ſurface ſphérique, concave ou convexe repréſentée par l'arc de cercle ACB, la réfléxion les fera converger vers un foyer T, s'ils tombent ſur le côté concave de la ſurface; ils divergeront au contraire d'un point ſemblable, s'ils tombent ſur le côté convexe. Dans l'un & l'autre cas, le rayon QC, qui paſſe par le centre E de la ſurface réfléchiſſante, & la rencontre perpendiculairement en C, rejaillit ſuivant la même droite CQ; mais (*Art.* 10 & 19) eu égard à la courbure de cette ſurface, les autres rayons paralleles à CQ, la rencontrent avec des obliquités différentes. Chaque rayon fait toujours avec la perpendiculaire, au point où il tombe, un angle d'incidence


Fig. 1
P
N
B
R
C
S
Q
2.
P
A
D
R
C
S
G
F
E
Q
3.
P
A
D
S
R
C
G
F
c
E
Q
K
L
P
A
D
H
B
a
d
R
C
S
f
F
c
E
4.
Q
N
M
P
A
B
R
S
C
M
N
E
Q
O
5.
O
P
M
A
B
N
R
S
C
E
Q
6.
Q
q
7.
A
C
B
8.
A
C
B
Q
q
Q
9.
A
C
B
q
P
Q
R
O
A
C
B
a
b
P
q
r
10.
R
Q
P
O
A
C
B
a
b
p
q
r
11.
R
Q
P
O
C
A
B
b
p
q
r
12.

cidence DAE d'autant plus grand, qu'il eſt plus éloigné de QC; & par conſéquent (*Art.* 8. & 19.), l'angle de réfléxion EAT croît à meſure que le point d'incidence A s'éloigne de C. D'où l'on voit, pour peu qu'on y faſſe attention, que ſi la ſurface réfléchiſſante eſt concave, les rayons réfléchis doivent converger & ſe réunir, ſinon parfaitement, au moins à peu près, en un point T du rayon direct QC; & qu'au contraire ils divergent d'un point ſemblable, ſi la ſurface eſt convexe. En obſervant de plus près toutes les circonſtances de cette réfléxion, & conſultant d'ailleurs l'expérience, on trouve que le foyer T *eſt au milieu du demi-diamétre* CE.

27. Dans les cas précédens, ſi les rayons incidens partent du point T, ils ſont réfléchis parallélement à la droite CTE, menée par le centre E de la ſurface réfléchiſſante. Mais ſi T s'approche de E, qu'il tombe, par exemple, en q, les angles d'incidence qAE, & par conſéquent les angles de réfléxion EAQ, qui leur ſont égaux, deviendront plus petits; & s'il s'approche de C, ils deviendront plus grands. Les rayons réfléchis tels que AQ, qui auparavant étaient paralleles au rayon direct EC, ſeront alors inclinés à ce rayon, & auront pour foyer un point Q ſitué, par rapport à T, du même côté que q. Les diminutions ſimultanées des angles d'incidence & de réfléxion, lorſque q ſe meut de T vers E, de même que leurs accroiſſemens contemporains, lorſqu'il s'approche de C, font voir que le point q, d'où partent les rayons incidens, & ſon foyer Q *ſe meuvent toujours en ſens oppoſés*; que ſi l'un s'éloigne ou s'approche du centre E, ou de la ſurface C, l'autre s'en éloigne ou s'en approche en même-tems; & qu'ils y parviennent à la fois, ſi l'arc AC eſt très-petit. Il eſt très-remarquable que les propriétés des ſurfaces réfléchiſſantes concaves & convexes, ſont parfaitement ſemblables, & ſe changent les unes dans les autres, en imaginant que les rayons incidens viennent en ſens contraires dans les mêmes lignes prolongées. Fig. 13, 14, &c. juſqu'à 18.

28. Ces Figures montrent aſſez clairement comment ſe forme l'image pqr d'un objet PQR, par des rayons réfléchis à la rencontre d'une ſurface concave ou convexe ACB. Le foyer q étant dans le rayon QC perpendiculaire à la ſurface réfléchiſſante, lequel paſſe par le centre E, il eſt clair que le foyer ou point de réunion p d'un pinceau de rayons qui vient de tout autre point P, Fig. 19, 20, &c. juſqu'à 24.

eſt néceſſairement dans le rayon perpendiculaire PA qui paſſe auſſi par le centre E.

29. Delà il ſuit que ſi l'objet PQR eſt aſſez petit, ou aſſez éloigné de la ſurface réfléchiſſante, pour que tous les points P, Q, R, en puiſſent être cenſés à diſtances égales, les diſtances de tous les points p, q, r de l'image, à la même ſurface, pourront auſſi être régardées comme égales. Il faut de plus remarquer que quand l'image & l'objet ſont du même côté du centre, l'image eſt droite; qu'elle eſt renverſée lorſqu'ils ſont de différens côtés, & qu'elle eſt plus grande ou plus petite que l'objet, ſelon qu'elle eſt plus éloignée ou plus proche du centre, que l'objet. Tout cela eſt viſible à l'inſpection des Figures, l'objet & ſon image étant terminés par deux droites Pp, Rr qui ſe coupent au centre E. L'image eſt donc à peu près égale à l'objet, lorſqu'elle ſe rencontre avec lui à
Fig. 25. la ſurface (*Art.* 27.), ou au centre. Car dans ce dernier cas, lorſque l'objet & l'image ſont au centre, les rayons partis du point Q, qui y eſt placé, vont après la réflexion ſe réunir en un point q, qui co-incide auſſi avec ce centre; & faiſant Ep égale à EP, comme EC leur eſt perpendiculaire, les angles PCE, ECp ſeront égaux, & par conſéquent le rayon PC ſe réfléchira en p. Si l'on prend tout autre point d'incidence A peu éloigné de C, la droite AE ſera à peu près perpendiculaire ſur Pp; & par conſéquent les angles PAE, EAp étant à peu de choſe près égaux, le rayon PA ſera réfléchi à très-peu près en p, de même que le rayon PC.

30. Dans la 26^e. Figure, QC repréſente un faiſceau de rayons paralleles, tombant obliquement ſur un plan réfringent ACB. Ces rayons, après avoir été rompus, conſervent leur parallélifme, puiſque les angles d'incidence étant tous égaux entr'eux, les angles de réfraction le ſont auſſi (*Art.* 14.). Par la même
Fig. 26 & 27. raiſon, ſi ces rayons ſont rompus une ſeconde fois par une autre plan réfringent parallele ou incliné au premier, ils ſortent encore paralleles. *

Fig. 28 & 29. 31. Les rayons d'un pinceau QAB qui viennent en divergeant d'un point Q, tomber ſur un plan réfringent ACB, prennent en le traverſant, les mêmes directions que s'ils venaient directement

* Ceci n'eſt exactement vrai que des rayons de la même couleur, comme on l'expliquera dans *le ſixième Chapitre.*

& ſans détour d'un autre point q ſitué dans le rayon QC perpendiculaire au plan. Car ce rayon traverſe la ſurface ſans ſe briſer, tandis que les autres, tels que QA, ſont obligés de ſe détourner, & ſe rompent d'autant plus qu'ils tombent dans des points plus éloignés de C (*Art.* 16.), parce que les angles d'incidence QAE, & par conſéquent les angles de réfraction correſpondans, croiſſent à proportion (*Art.* 14.). Par cette raiſon, tous les rayons rompus divergent à très-peu près d'un point q, placé du même côté que Q, par rapport à la ſurface AB.

Si la ſurface réfringente termine une maſſe de verre, QC eſt à qC (*fig.* 28.), comme 2 à 3, & (*fig.* 29.), comme 3 à 2. Si elle termine une maſſe d'eau, QC & qC ſont entr'elles dans la première de ces Figures, comme 3 à 4, & comme 4 à 3 dans la ſeconde. Elles ſuivent les rapports de réfringence propres à ces milieux (*Art.* 13.). Si on faiſait converger les rayons incidens vers q, il eſt évident qu'après la réfraction ils concoureraient en Q.

32. On peut aiſément appliquer ce qui a été dit, dans le 25^e^. Article, à la formation de l'image pqr d'un objet PQR par un plan réfringent ACB. Il ſuffit de ne point perdre de vue que les rapports de Ap à AP, de Br à BR, &c. ſont tous égaux.

33. Les circonſtances qui accompagnent la réfraction d'un faiſceau de rayons paralleles, qui tombent ſur une ſurface ſphérique réfringente ACB, ſont repréſentées dans les Figures 32, 33, 34 & 35. On y remarque comment ces rayons ſe trouvent diſpoſés par la réfraction à converger vers un point T, ou à en diverger. Le rayon QC qui paſſe par le centre de la ſurface, & la rencontre perpendiculairement, la traverſe ſans ſe briſer, tandis que les autres étant paralleles à QC, la rencontrent, à cauſe de ſa courbure, ſous des obliquités différentes, & d'autant plus grandes qu'ils ſont plus éloignés de QC, & par conſéquent ſe briſent & changent de plus en plus de direction (*Art.* 16.). Ainſi on apperçoit avec un peu d'attention, que les rayons rompus convergent & vont ſe réunir, au moins à peu près, dans un point T du rayon QC prolongé, s'il eſt néceſſaire, lorſque la réfraction les porte vers ce rayon; & qu'ils vont en divergeant de ce point, lorſqu'elle les en écarte. On peut découvrir la route qu'ils ſuivent, au moyen d'une perpendiculaire EA, menée à un point A de la ſurface, & de la poſition connue du milieu plus denſe. D'où il ſuit que, ſi

la ſurface de ce milieu eſt convexe, les rayons rompus convergent vers T, & qu'ils en divergent au contraire, ſi elle eſt concave.

Si le corps réfringent eſt une maſſe de verre, la plus grande des deux diſtances CT, TE eſt à la plus petite, comme 3 à 2; ſi c'eſt une maſſe d'eau, elles ſont comme 4 à 3, c'eſt-à-dire, dans les rapports de réfringence qui conviennent à la nature de ces milieux.

Fig. 36, 37, 38 & 39. 34. Dans les cas qu'on vient d'examiner, ſi l'on ſuppoſe que les rayons incidens partent du point T, ils deviennent paralleles, après avoir été rompus, au rayon perpendiculaire TC qui paſſe par le centre E. Mais ſi T eſt partout ailleurs en Q ſur la droite TC prolongée, s'il eſt néceſſaire, les angles d'incidence & de réfraction augmentent ou diminuent. Les rayons rompus qui étaient paralleles à TC, s'inclinent par conſéquent à cette ligne, & ont leur foyer q de l'autre côté de la ſurface réfringente, ſi Q en eſt plus éloigné que T; & s'il l'eſt moins, ils l'ont du même côté que Q. Le point Q & ſon foyer q ont pluſieurs propriétés dont voici la plus remarquable. Puiſque les angles d'incidence & de réfraction augmentent ou diminuent en même-tems (*Art.* 14.), les points Q, q *ſe meuvent toujours du même côté*, dans la ligne QE prolongée. Donc *lorſqu'ils ſe trouvent du même côté de la ſurface ou du centre, ſi l'un s'en éloigne ou s'en approche, l'autre s'en éloigne ou s'en approche auſſi*; & par conſéquent, s'ils s'en approchent, ils deviendront continuellement plus voiſins l'un de l'autre, juſqu'à ce qu'enfin ils co-incident tous deux au centre ou à la ſurface, lorſque l'arc AC eſt très-petit. Si les points Q, q *ſont de différens côtés de la ſurface ou du centre, tandis que l'un s'en éloigne, l'autre s'en approche, & vice versâ.*

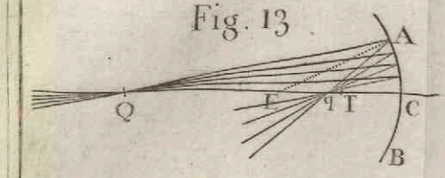
Fig. 38 & 39.

Fig. 36 & 37.

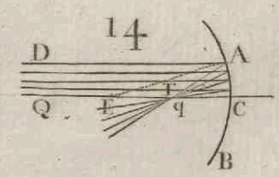
35. On voit dans les Figures 40, 41 & 42, de quelle manière l'image pqr d'un objet PQR eſt formée par différens pinceaux de rayons rompus par une ſurface ſphérique, qui ont pour axes PEp, QEq, REr. Les propriétés de ces images ſont les mêmes que celles des images produites par la réfléxion à la rencontre d'une ſurface ſphérique; ainſi on peut conſulter le 29ᵉ Article, où l'on a décrit la formation de celles-ci.

Fig. 43. 36. Un rayon de lumière EF qui rencontre obliquement un morceau de verre, ou tel autre milieu qu'on voudra, terminé par deux plans paralleles AB, CD, en ſort après deux réfractions, l'une en F & l'autre en G, parallélement à ſa première direction

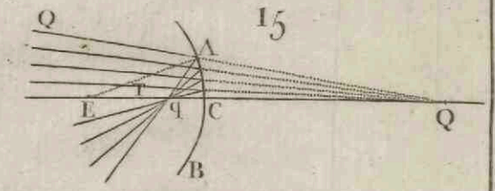
Fig. 13



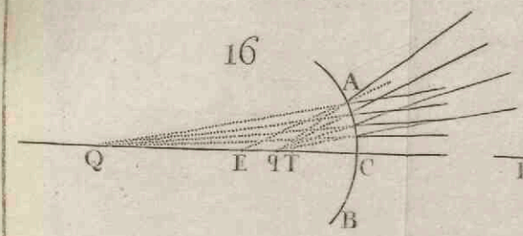
14



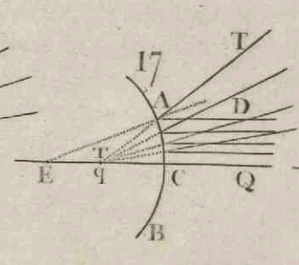
15



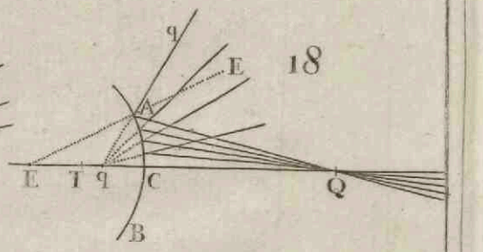
16



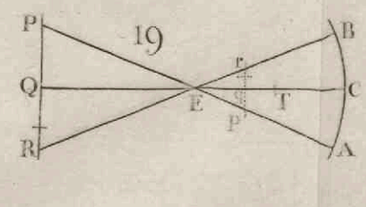
17



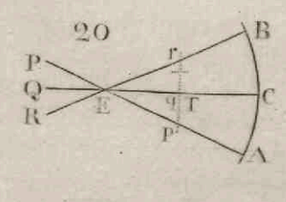
18



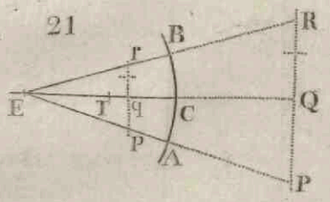
19



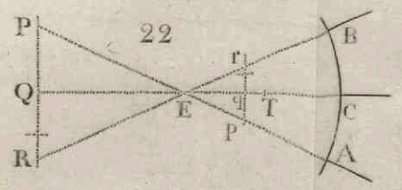
20



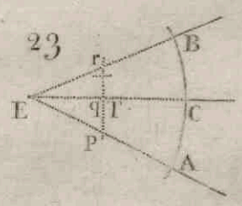
21



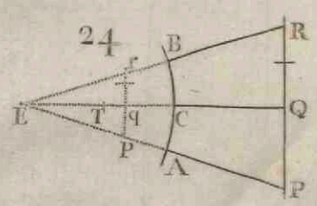
22



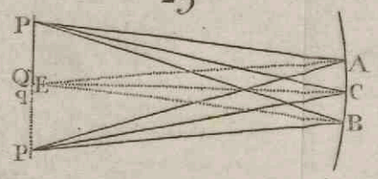
23



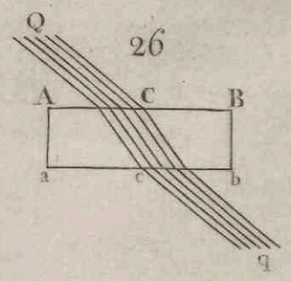
24



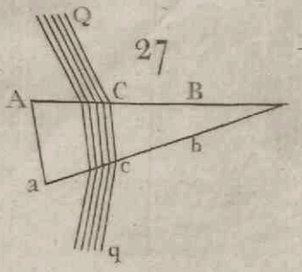
25



26



27



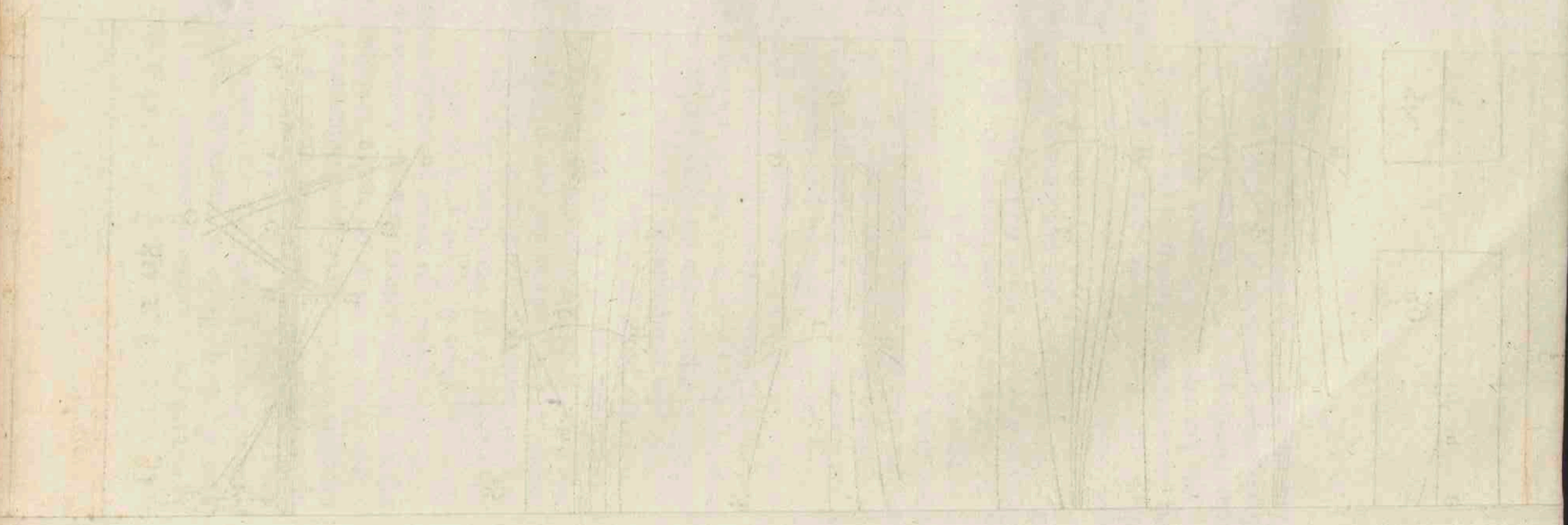
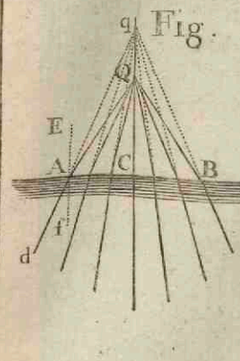
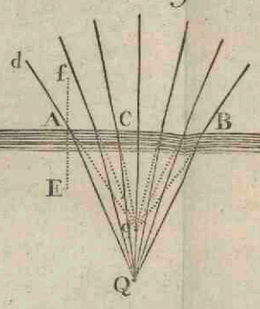


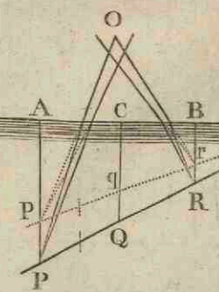
Fig. 28



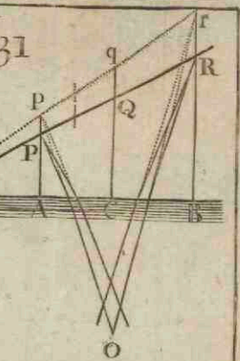
29



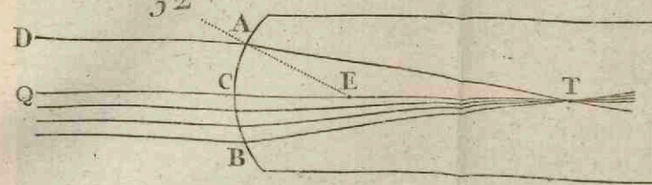
30



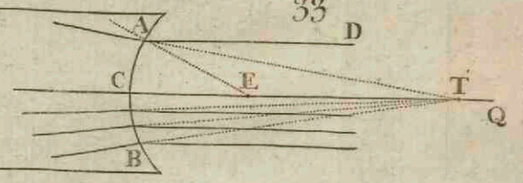
31



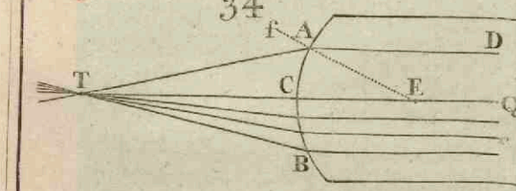
32



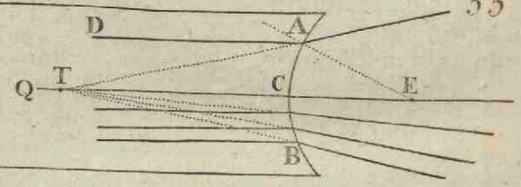
33



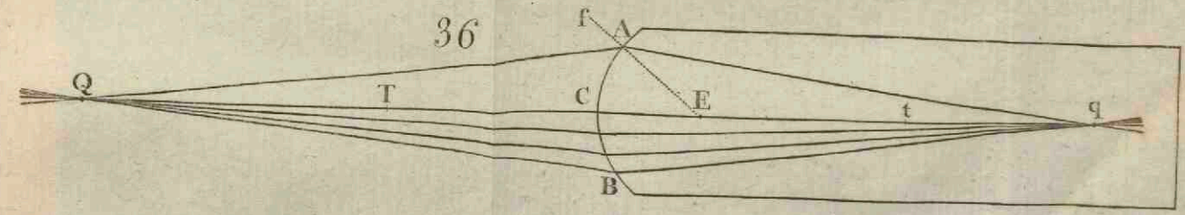
34



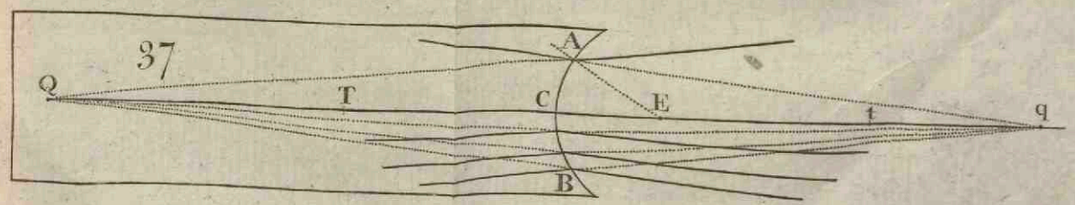
35



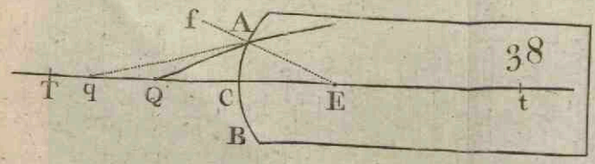
36



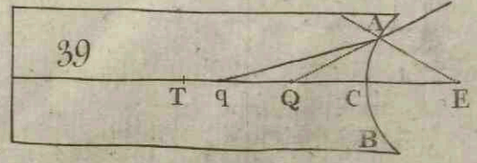
37



38



39



EF. Car puiſque la droite *FG* que le rayon décrit en traverſant le verre, eſt également inclinée aux deux plans paralleles qui le terminent, il eſt clair qu'elle doit être également briſée en *F* & en *G*; & comme elle l'eſt en ſens contraire, il s'enſuit que ſes deux parties *EF* & *GH* qui repréſentent la route du rayon avant ſon entrée dans le milieu, & après ſa ſortie, ſont paralleles.

37. Les droites que décrivent le rayon incident *EF* & le rayon émergent *GH*, prolongées, ſont d'autant plus proches l'une de l'autre que le verre eſt plus mince, & que le rayon incident le rencontre moins obliquement, parce qu'alors les infléxions en *F* & en *G* ſont plus petites. Donc ſi le verre au lieu d'être plan, eſt un peu courbe, comme dans la Figure 44, les droites *EF* & *GH* ſeront encore à peu près paralleles. Car le rayon *EFGH* eſt rompu par les ſurfaces courbes *AB*, *CD*, comme il le ſerait par deux plans qui toucheraient ces ſurfaces en *F* & en *G* (*Art.* 19.). Or ces plans ſont à peu près paralleles, puiſque l'on ſuppoſe *FG* peu inclinée entre ces ſurfaces.

38. On entend communément par *Lentille* un verre dont un côté *EF* eſt plan, & l'autre eſt une portion *ACB* de la ſurface d'une ſphere, ou dont les deux côtés *ACB*, *EDF* ſont les portions de deux ſurfaces de mêmes ou de différentes ſpheres. Souvent on l'appelle tout ſimplement *Verre*. *L'Axe* d'une lentille ou d'un verre eſt une droite qui le traverſe perpendiculairement dans ſa plus grande ou ſa plus petite épaiſſeur; il paſſe par conſéquent par les centres *G* & *H* de ſes ſurfaces. Le *Centre* d'un verre eſt au milieu de la portion *CD* de l'axe compriſe dans le verre. La Figure 45 repréſente un verre plan convexe, la 46^e^ un verre plan concave; les Figures 47 & 48, repréſentent l'une un verre convexe, & l'autre un verre concave des deux côtés; & les Figures 49 & 50 deux verres concaves d'un côté & convexes de l'autre, dont le premier eſt appellé *Ménifque*. Il faut bien ſe ſouvenir que l'épaiſſeur *CD* de tous ces verres eſt généralement ſi petite, qu'il eſt rare qu'on ſoit obligé d'y avoir égard. Fig. 45, 46, &c. juſqu'à 50.

39. Un verre auquel on donne la forme d'un Priſme triangulaire, ſe nomme tout ſimplement *Priſme*. Ce verre vu directement par le bout, eſt repréſenté par le triangle *ABC*, comme dans la Figure 52. Fig. 51.

Fig. 52, 53 & 54. 40. Lorſqu'un rayon $EFGH$ ſe rompt aux deux côtés AB, BC d'un Priſme, il en ſort incliné plus ou moins, vers la partie la plus épaiſſe de ce Priſme, ſelon que l'angle réfringent ABC eſt plus grand ou plus petit; &, cet angle étant invariable, *la réfraction totale du rayon eſt conſtante*, quel que ſoit l'angle ſous lequel il rencontre le Priſme, pourvu que les réfractions ſoient petites.

Fig. 52. Car, ſuppoſant en premier lieu que le rayon FG conſidéré lorſqu'il traverſe l'intérieur du Priſme, ſoit également incliné aux côtés AB, BC de ce Priſme, comme dans la Figure 52, il eſt viſible par la poſition ſeule des perpendiculaires à ces côtés, aux points F & G, que les réfractions qu'il y ſouffre, l'inclinent néceſſairement vers le côté AC.

Fig. 53. Maintenant que FG devienne inégalement inclinée aux côtés AB, BC, & prenne, en tournant par degrés, la poſition fg, il eſt clair que tandis que ſon obliquité ſur le côté AB diminue, elle augmente ſur l'autre côté BC. Ainſi ſuppoſant qu'un rayon ſuive cette droite variable fg, & vienne à traverſer les deux côtés du Priſme, il ſe briſera de plus en plus en paſſant à travers le côté BC, tandis qu'en ſortant par le côté AB, ſon infléxion ira toujours en diminuant; de ſorte que la réfraction totale du rayon, égale à la ſomme des réfractions particulières qu'il ſouffre aux côtés du Priſme, ſe
Fig. 54. conſervera à peu près la même dans toutes ſes poſitions. Si la droite fg continue de tourner, non ſeulement juſqu'à ce que le détour qui a lieu en f, devienne nul, mais encore juſqu'à ce qu'il ſe faſſe de l'autre ſens vers l'angle réfringent B, alors il retranchera des accroiſſemens continuels que reçoit le détour plus conſidérable qui a lieu en g; & par conſéquent, la réfraction totale ſera encore la même.

Fig. 53. Lorſque fg eſt perpendiculaire à AB, ſi le ſecond côté BC s'approche par dégrés du premier AB, en tournant au tour de B, l'inclinaiſon du rayon qui décrit fg ſur le côté BC, & par conſéquent ſon détour en g, iront toujours en diminuant, & deviendront enfin nuls, par l'évanouiſſement de l'angle réfringent ABC. Enfin, ſi pluſieurs rayons paralleles rencontrent le Priſme, ils en ſortent encore paralleles (*Art.* 30.). La quantité dont un rayon ſe détourne ne dépend donc point du plus ou du moins d'épaiſſeur de la partie du Priſme qu'il traverſe, ni de ſes inclinaiſons aux côtés de ce Priſme, mais elle eſt proportionnée à la grandeur de l'angle

réfringent ABC, d'autant plus exactement que cet angle eſt plus aigu, & les réfractions à ſes côtés plus petites.

41. Par la même raiſon lorſqu'un rayon $EFGH$ traverſe une lentille convexe ou concave près de ſes bords, ou une ſphere à quelque diſtance de ſon centre, il ſe détourne à ſon émergence, de ſa première direction, *en s'inclinant vers la plus grande épaiſſeur du verre*; parce que les réfractions en F & en G, ſont les mêmes que ſi le rayon rencontrait deux plans FA, GC qui toucheraient la ſurface ſphérique en F & en G (*Art.* 19.); & que par conſéquent on peut conſidérer les ſurfaces du verre comme ayant la même inclinaiſon que les côtés d'un Priſme. Fig. 55, 56, &c. juſqu'à 62.

42. Il ſuit des deux derniers Articles, que plus un rayon traverſe un verre près de ſon centre, moins il ſe détourne de ſa route en ſortant; que s'il paſſe par le centre, ſes parties incidente & émergente ſont paralleles, ou ne ſont qu'une même ligne, lorſque le rayon co-incide avec l'axe du verre. A meſure que le rayon FG s'approche du centre du verre, l'angle fait par les plans tangens FA, GC, diminue, & enfin s'évanouit, lorſqu'ils deviennent paralleles. Fig. 63, 64, &c. juſqu'à 70.

43. Lorſqu'un pinceau de rayons tombe ſur un verre, le rayon qui paſſe par le centre de ce verre eſt ce que l'on nomme l'*Axe* de ce pinceau. Et parce que ſes parties incidente & émergente EF, & GH ne forment qu'une même ligne ou deux lignes paralleles (*Art.* 42.), nous pouvons conſidérer ce rayon dans tout ſon cours comme une ligne droite, dont il ne différe pas ſenſiblement lorſque le verre a aſſez peu d'épaiſſeur pour qu'on puiſſe la négliger, & que le pinceau ne le rencontre pas avec trop d'obliquité. Car les paralleles EF, & GH, prolongées, deviennent plus proches à proportion que la droite FG eſt plus courte, & que le rayon eſt moins rompu en F & en G.

44. *Les réfractions totales des rayons*, tels que $EFGH$ & $efgh$, qui traverſent une Sphere à diſtances égales de ſon centre, *ſont égales*. Car dans ce cas, les cordes FG, fg étant égales, ſont également inclinées à la ſurface de la Sphere, & par conſéquent les réfractions du rayon $EFGH$ en F & en G ſont égales, priſes ſéparément & enſemble, à celles du rayon $efgh$ en f & en g; ainſi l'angle fait par les parties incidente & émergente d'un rayon quelconque, prolongées juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent, eſt égal à l'angle fait par les parties incidente & émergente d'un Fig. 71 & 74.

autre rayon, auſſi prolongées juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent; & c'eſt-là ce qu'il faut entendre quand nous diſons que leur réfraction totale eſt égale.

Fig. 72 & 73. 45. Il y a encore *égalité dans les réfractions totales des rayons* tels que $EFGH, efgh$ qui ſe coupent dans un point quelconque donné d'une lentille, ou qui la traverſent à diſtances égales de ſon centre, pourvu cependant que leur incidence ne ſoit pas d'une obliquité trop grande. Imaginons dans le verre une ligne FG d'abord également inclinée à ſes côtés, enſuite tournant un peu au tour d'un de ſes points, & prenant la poſition fg; il eſt clair qu'à meſure qu'elle s'incline d'avantage ſur un des côtés Ff du verre, elle s'incline moins ſur l'autre côté Gg; par conſéquent, qu'un rayon qui ſuivrait la droite variable fg, traverſe les deux côtés de la lentille, le détour qu'il ſouffrira en ſortant par le côté Ff, augmentera de plus en plus, tandis que celui qu'il ſouffrira, en traverſant l'autre côté Gg, ira en diminuant; enſorte que la réfraction totale du rayon, égale à la ſomme de ſes réfractions particulières, ſe conſervera à peu près la même dans toutes ſes ſituations. On peut continuer de faire tourner la droite fg autour du point qui lui a déja ſervi de centre de rotation, non ſeulement juſqu'à rendre nul le détour en g, mais même juſqu'à ce qu'il ſe faſſe dans le ſens oppoſé : alors il retranche des accroiſſemens continuels que reçoit le détour plus conſidérable qui a lieu en f, & maintient par conſéquent la réfraction totale de la même quantité. Pour que cette réfraction ſe conſerve la même, la ſeule condition néceſſaire eſt que les rayons FG, fg traverſent la lentille à des diſtances de l'axe les plus égales qu'il eſt poſſible, ne pouvant y avoir de changement dans la réfraction totale qu'autant qu'il y en a dans cette diſtance (*Art.* 40.), puiſque ce n'eſt qu'alors que les plans tangens, que lon conſidére comme formant l'angle réfringent d'un Priſme, changent d'inclinaiſon.

Fig. 76, 79, 82, 85, 88 & 91. 46. Lorſqu'un faiſceau conſidérable de rayons paralleles tombe directement, ou avec peu d'obliquité, ſur la ſurface d'un verre plus épais dans ſon milieu que vers ſes bords, la réfraction porte toujours les rayons émergens vers celui qui paſſe par le centre du verre; elle les en écarte au contraire, ſi ce ſont les bords du verre qui ont plus d'épaiſſeur que le milieu (*Art.* 41.); & parce qu'à diſtances égales autour du centre, les rayons ſe détournent également dans tous ces verres, & qu'à proportion que ces diſtances ſont plus grandes

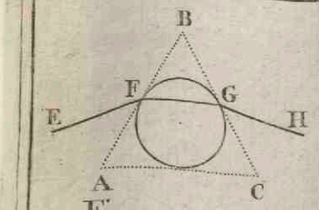
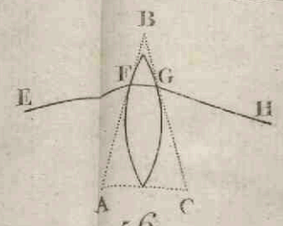
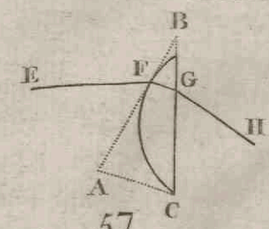


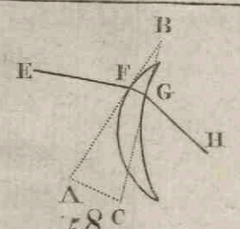
Fig. 55



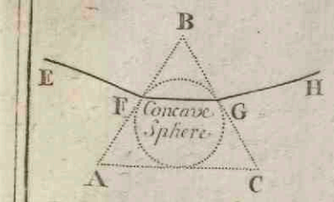
56



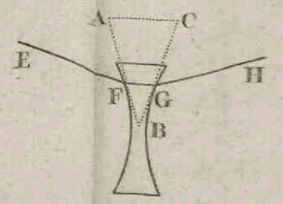
57



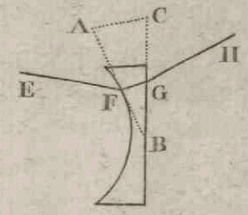
58



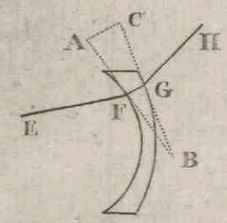
59



60

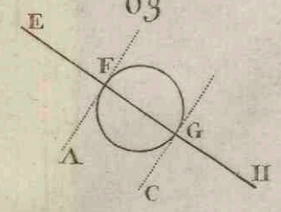


61

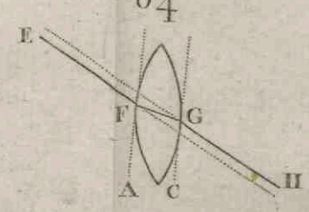


62

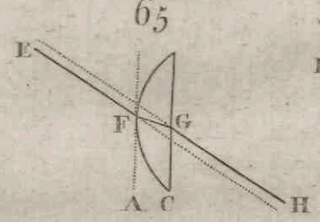
63



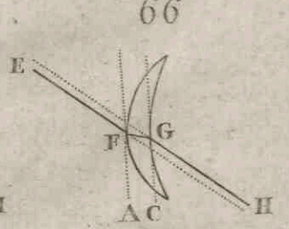
64

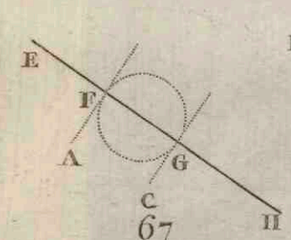


65

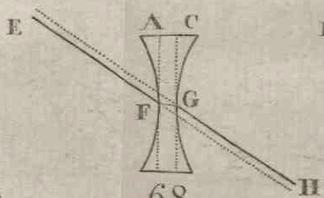


66

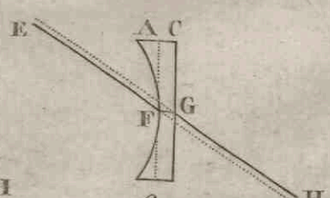




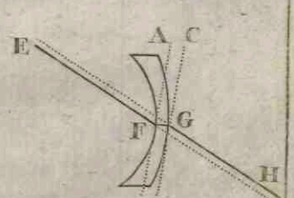
67



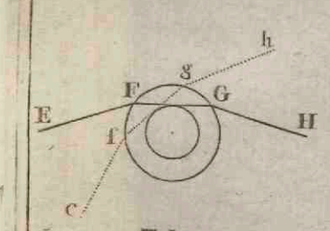
68



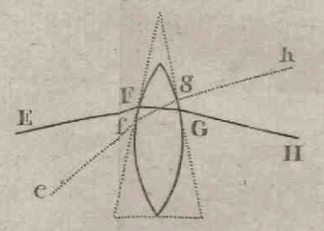
69



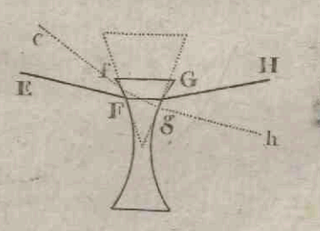
70



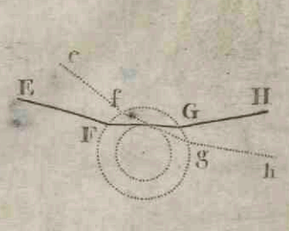
71



72



73



74

grandes, ils se détournent d'avantage, les rayons émergens convergent à peu près vers un point F du rayon qui passe par le centre, si le verre est convexe ; ils divergent au contraire d'un point semblable F, s'il est concave.

47. Si des rayons paralleles viennent, en suivant des routes opposées, tomber sur les deux surfaces d'une lentille, les distances de leurs foyers au centre de cette lentille sont égales, soit que ces surfaces soient toutes deux courbes & de sphéricités égales ou inégales, ou que l'une d'elles soit plane & l'autre sphérique. Car deux rayons quelconques qui viennent directement opposés l'un à l'autre, ou qui sont également éloignés de l'axe commun des faisceaux auxquels ils appartiennent, rencontrent le verre à distances égales de son centre, s'y brisent également, & vont par conséquent couper l'axe à distances égales EF, Ef du centre de ce verre. Lorsque des rayons rencontrent un verre parallélement à son axe, leurs foyers F, f sont nommés *Foyers principaux*, ou simplement *Foyers* de ce verre, & EF ou Ef *sa distance focale.*

48. Il est clair que des rayons qui, étant partis du foyer F, vont tomber sur le verre convexe ou plan convexe auquel il appartient, ou qui rencontrent un verre concave, avec des directions tendantes à son foyer F, sortent paralleles à l'axe du pinceau FE. Donc si l'on suppose que le point F d'où viennent actuellement les rayons incidens, ou vers lequel ils sont dirigés, s'éloigne du verre, qu'il aille, par exemple, en Q, les rayons, après leur émergence, auront leur foyer q de l'autre côté du verre, soit qu'ils concourent en effet dans ce point, ou que ce ne soit que leurs prolongemens qui s'y réunissent ; mais si Q est plus près du verre que F, le foyer q réel ou virtuel des rayons émergens sera du même côté que Q ; parce que dans toutes ces directions différentes qu'on donne successivement aux rayons incidens, ils sont toujours également rompus, pourvu qu'ils conservent leurs distances respectives au centre du verre (*Art.* 44. & 45.). Par conséquent si l'un des deux points * Q, q, *se meut dans l'axe du pinceau, l'autre ira du même côté.* Si le verre est entre le point Q & son foyer q, *tandis que l'un s'en approche, l'autre s'en éloigne ;* s'ils sont du même côté du verre, *ils s'en*

Fig. 75, 76, &c. jusqu'à 92.

* Comme chacun de ces points Q, q, peut être pris pour le point qui envoie les rayons, & l'autre pour leur foyer réel ou virtuel, on les trouve souvent désignés l'un & l'autre sous le nom de *Foyers correspondans.*

éloignent ou *s'en approchent enſemble*, & deviennent d'autant plus voiſins l'un de l'autre, qu'ils s'en approchent davantage, juſqu'à ce qu'enfin l'un venant à co-incider avec la ſurface du verre, l'autre y co-incide auſſi au moins à très-peu près, en ſuppoſant toutes fois que le verre ſoit très-mince, & que les rayons ſoient très-proches de l'axe. Le défaut de la première de ces conditions, eſt cauſe que ces points ne peuvent tomber ſur la ſurface d'une ſphere, les points d'incidence & d'émergence étant trop éloignés l'un de l'autre.

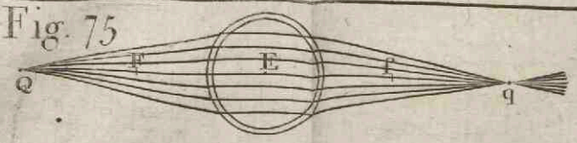
On doit remarquer que les propriétés des ſurfaces & verres concaves ſont les mêmes que celles des convexes, ce qui ſe conçoit facilement, en ſuppoſant que les rayons ſuivent des routes contraires dans les mêmes lignes prolongées, & changeant, ſelon les cas, leur divergence en convergence, ou leur convergence en divergence, comme on l'a repréſenté dans les Figures.

Fig. 93, 94, &c. juſqu'à 100

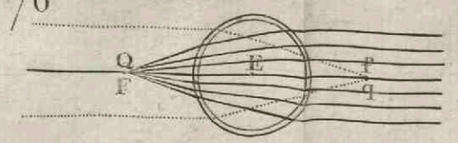
49. Si différens points Q & R qui envoient des rayons ſur la ſurface d'un verre, ſont à diſtances quelconques égales de ſon centre, les rayons émergens auront auſſi leurs foyers q & r *à diſtances égales de ce centre*, ſur les droites EQ, ER prolongées, pourvu que les rayons ne tombent pas trop obliquement ſur le verre. Soit pris dans le verre un point quelconque A, peu éloigné de l'axe Qq que décrit le rayon qui va du point Q à ſon foyer q, & ſoit menée la droite AE; ſi l'on imagine que la figure $QAEq$ tourne un peu autour du centre E, & prenne la poſition $RBEr$, les extrêmités des droites EQ, EA, Eq, décriront de petits arcs QR, AB, qr, dont E ſera le centre commun; alors qu'un autre rayon parti de R, paſſe par B, en conſéquence de la réfraction qu'il aura ſouffert en entrant dans le verre, il ſortira dirigé au point r, ſoit qu'il concoure dans ce point avec l'axe du pinceau qui vient de R, ou que ce ne ſoit que ſon prolongement; parce que deux rayons QAq, RBr, qui traverſent le verre à diſtances égales AE, BE de ſon centre, ſe détournent également (*Art.* 44. & 45.). Il eſt évident que les autres rayons qui viennent de R auront auſſi le même point r pour foyer réel ou virtuel, puiſque ce point eſt dans l'axe du pinceau (*Art.* 46.).

50. Donc les faiſceaux de rayons paralleles, qui ne tombent pas trop obliquement ſur le même côté ou ſur les côtés oppoſés de tel verre qu'on voudra, ont toujours leurs foyers à diſtances égales de ſon centre. Car le raiſonnement précédent convient

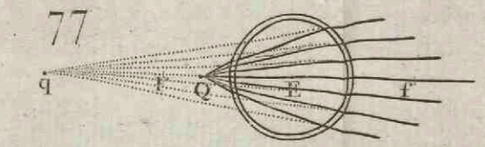
Fig. 75



76



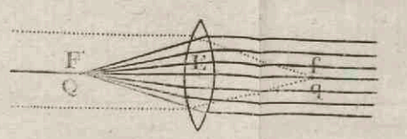
77



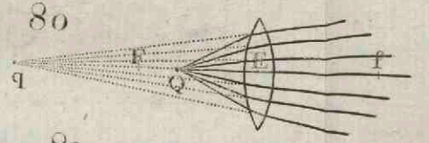
78



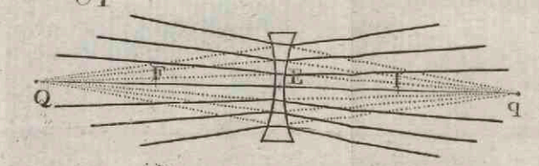
79



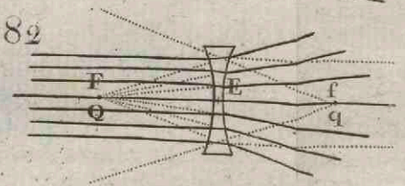
80



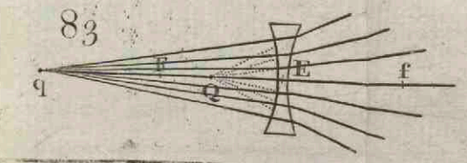
81



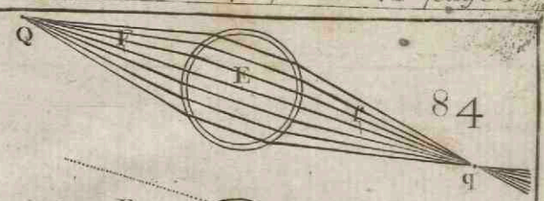
82



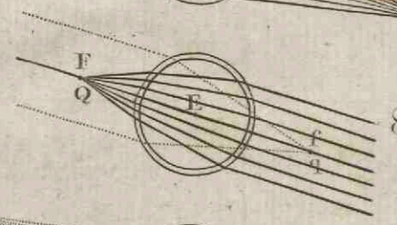
83



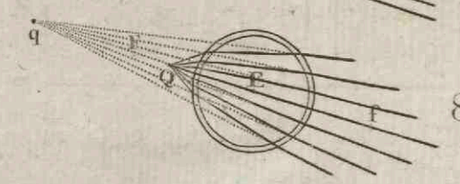
84



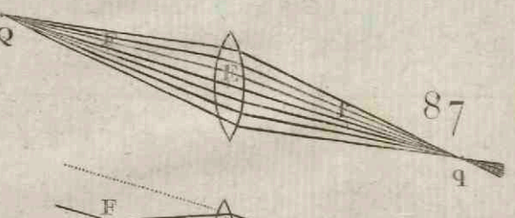
85



86



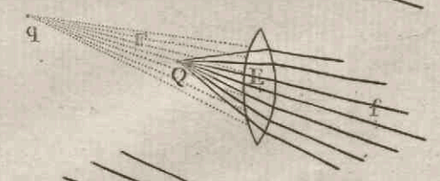
87



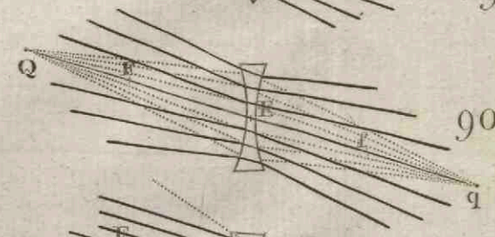
88



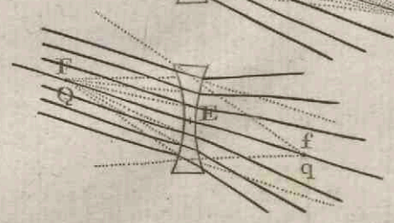
89



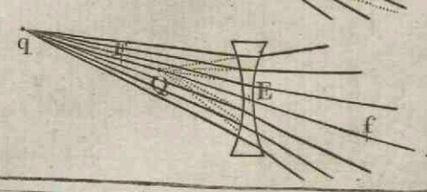
90



91



92



également au cas où les distances Eq, Er deviennent infinies: ce qui est le cas des rayons paralleles. Fig. 97, & 98.

51. Donc si le point radieux Q est donné, & que l'on demande le foyer ou point de réunion q des rayons émergens ou de leurs prolongemens, il faudra après avoir mené l'axe QE du pinceau, décrire du centre E & du demi-diamétre EF, égal à la distance focale du verre trouvée par expérience, l'arc FG qui coupe quelque part en G, un des rayons incidens QA; joignant ensuite EG, & menant Aq parallele à cette droite, le point q où cette parallele coupera l'axe du pinceau, sera le foyer cherché. Car supposant qu'outre le rayon GA, il y en ait d'autres qui partent de G, ou qui y soient dirigés, tous sortiront parallélement à leur axe GE prolongé (*Art.* 50.). Fig. 101, 102, 103, & 104.

52. Voici encore une autre manière de considérer la réfraction d'un pinceau de rayons qui traversent des verres de figure quelconque, & de découvrir leur point de concours. La réfraction à la première surface AB, donne aux rayons de nouvelles directions en conséquence desquelles ils concoureraient eux ou leurs prolongemens dans un point T, s'ils ne souffraient point de réfration à la seconde surface. Regardant ce point comme envoyant des rayons sur cette surface, il est clair que la réfraction qu'ils y souffrent, les dirige tous vers un autre point F; or, c'est ce point qui est le foyer cherché. Soit, par exemple, Q le point qui envoie des rayons sur un Prisme, & soit QC perpendiculaire à son premier côté AB. Si on prolonge QC d'une quantité QT, égale à sa moitié, T sera le foyer des rayons QA, QB, &c. après leur réfraction à la surface AB (*Art.* 31.); & comme les rayons incidens en a & en b, sur la seconde surface ab, peuvent être considérés comme venant de ce point, si de Tc perpendiculaire à ab, on retranche une partie Tq, qui en soit le tiers, les rayons émergens prolongés concourront au point q, qui par conséquent en sera le foyer (*Art.* 31.). Fig. 105, 106, &c. jusqu'à 110.

Donc si l'angle réfringent d'un Prisme est peu ouvert, & les rayons peu réfractés, le point d'où viennent les rayons incidens & le foyer des rayons émergens, sont toujours à des distances à très-peu près égales de ce Prisme. Car alors les perpendiculaires TC & Tc sont égales, à peu près; & dans le verre, QC & qc en sont respectivement les deux tiers.

Fig. 110. Donc lorſque les plans AB & ab ſont paralleles, TC, & Tc co-incident ; & Qq eſt le tiers de Cc épaiſſeur du verre.

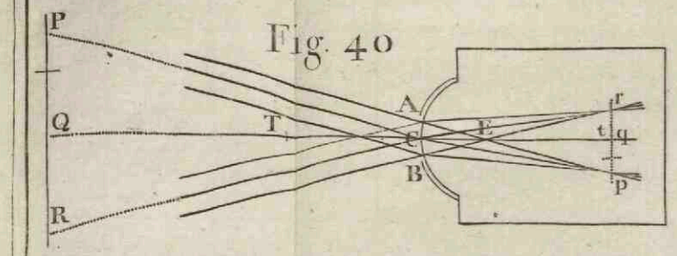
Fig. 111 & 112. 53. Une image pqr formée par un verre terminé par des plans paralleles AB, ab, eſt droite, parallele & égale à l'objet PQR; elle eſt du même côté du verre que l'objet, mais plus près du verre d'un tiers de ſon épaiſſeur ; parce que nous avons montré que les foyers p, q, r de chacun des pinceaux qui viennent des points P, Q, R, en ſont plus près de cette quantité, & que ces foyers ſont dans les droites, PA, QC, RB menées de chaque point de l'objet perpendiculairement au verre.

Fig. 113. 54. Une image formée par un Priſme, eſt toujours droite & égale à l'objet ; & l'un & l'autre ſont toujours du même côté, & à diſtances égales de ce Priſme, pourvu cependant que les rayons ſoient peu réfractés, & que l'angle réfringent du Priſme ait peu d'ouverture. Soient deux rayons PE, QE qui viennent des extrémités de l'objet, paſſant par un point E, ſi proche du ſommet de l'angle réfringent, qu'on puiſſe regarder comme nulles les diſtances de leurs points d'incidence & d'émergence. Puiſque les détours entiers des rayons PEN, QEO ſont égaux (*Art.* 40.), ces rayons ſe couperont en faiſant l'angle PEQ égal à l'angle NEO, ou à l'angle pEq formé par les rayons émergens prolongés du côté de l'objet ; & parce que la diſtance Ep du foyer p du pinceau appartenant au point P, eſt égale à EP (*Art.* 25.), la diſtance Eq du foyer q ſera auſſi égale à EQ; & par conſéquent l'image pq eſt droite, égale à l'objet, & du même côté du Priſme, à la même diſtance que l'objet.

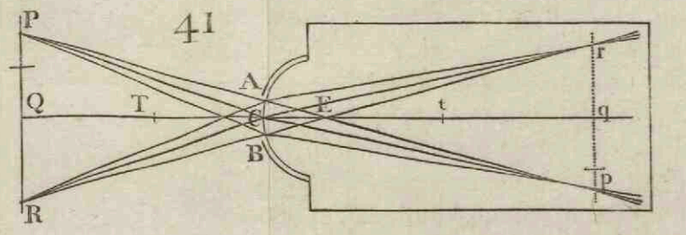
Fig. 114, 115 & 116. On aurait pu prouver les mêmes choſes, en imaginant que les deux rayons PA, QB partis des extrémités de l'objet, ſoient paralleles, ou ſe rencontrent en un point quelconque E ; parce que les rayons émergens (prolongés) ſeront paralleles dans le premier cas (*Art.* 30) ; & que dans le ſecond ils ſe couperont dans un point e, du même côté du Priſme, à la même diſtance que le point E (*Art.* 52), & feront des angles égaux en E & en e, comme lorſqu'ils traverſent le Priſme près du ſommet de l'angle réfringent.

Fig. 117, 118, &c. juſqu'à 125. 55. On voit dans ces Figures la formation de l'image d'un objet, par différens pinceaux réfractés en traverſant un verre de figure quelconque. Comme les axes PEp, QEq, REr de ces pinceaux

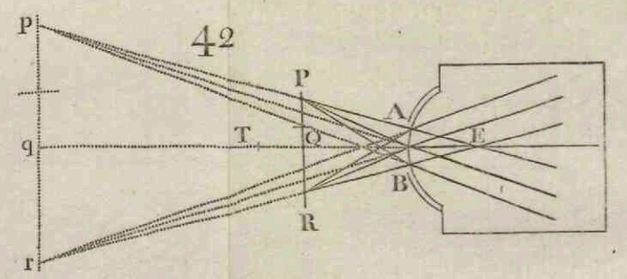
Fig. 40

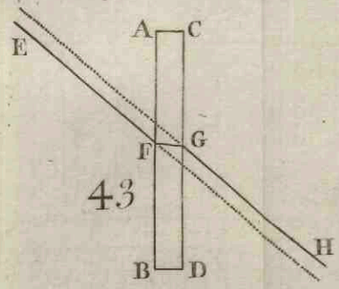


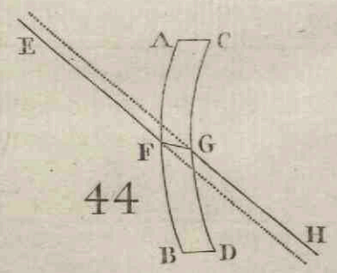
41



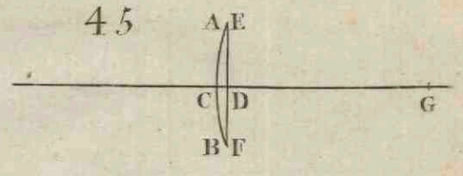
42



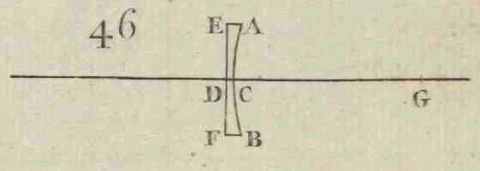




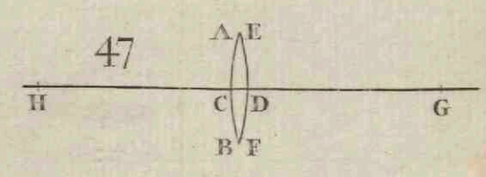
45



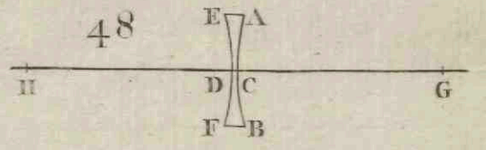
46



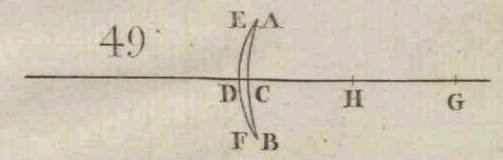
47



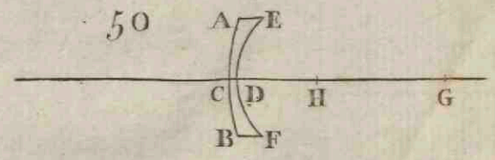
48

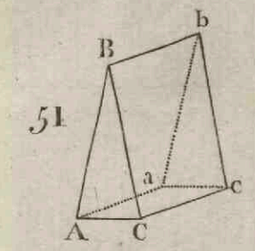


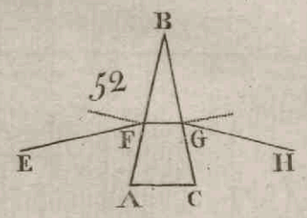
49

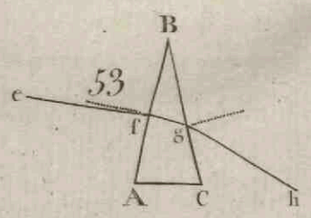


50









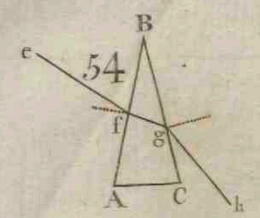
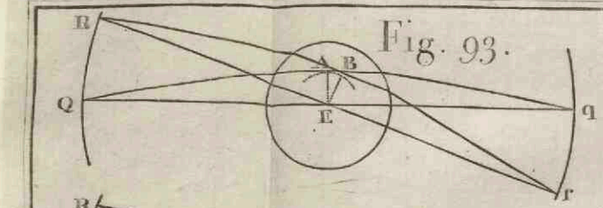
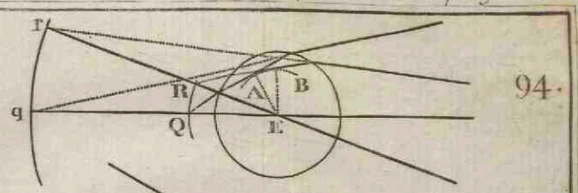


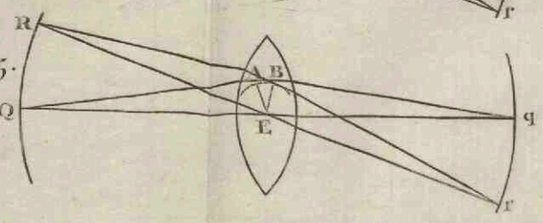
Fig. 93.

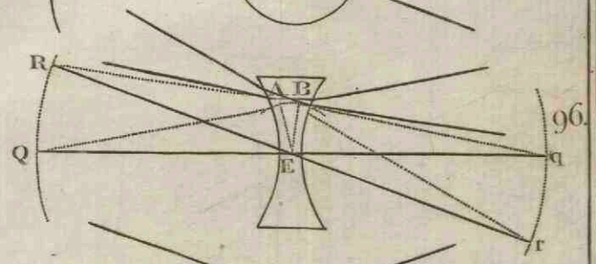




94.

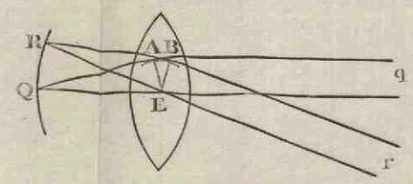
95.

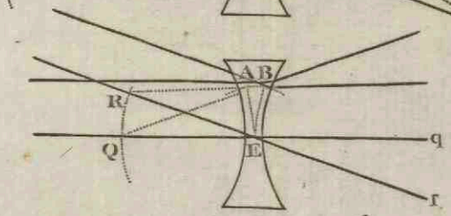




96.

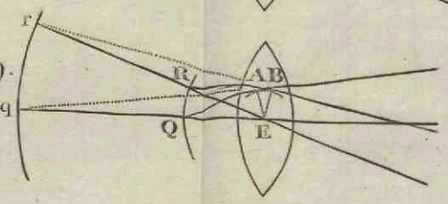
97.

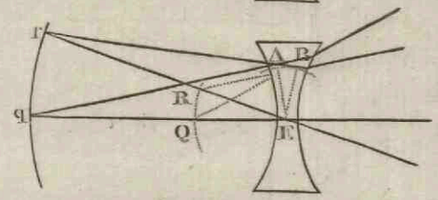




98.

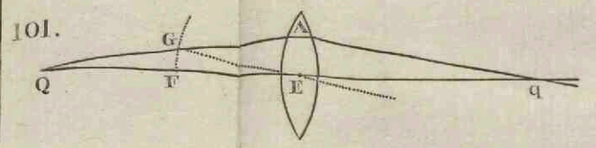
99.

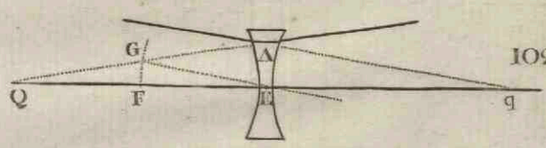




100.

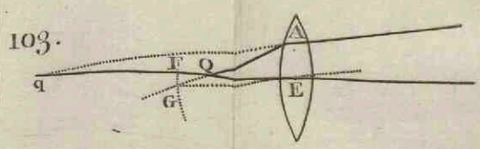
101.

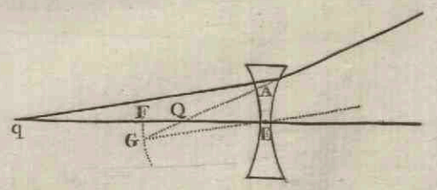




102.

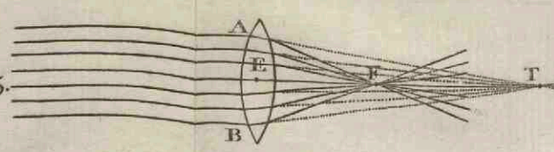
103.



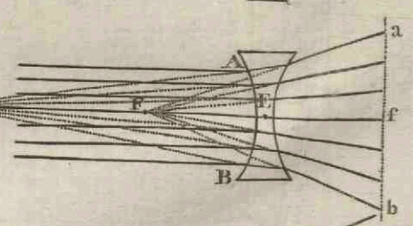


104.

105.

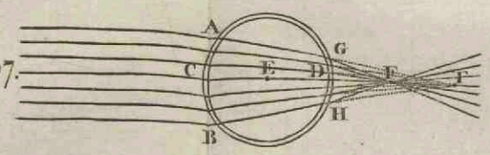


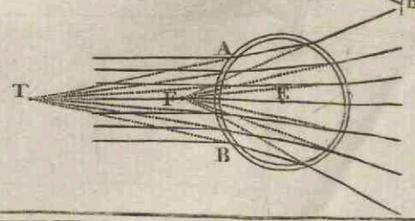
T



106.

107.





108.

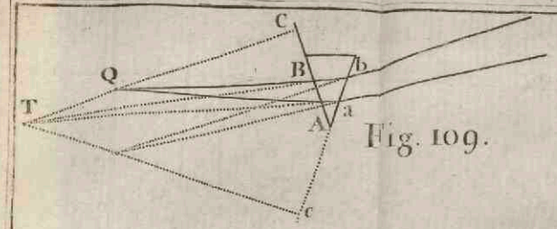
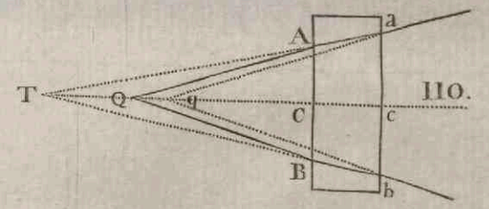
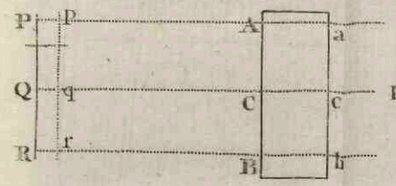


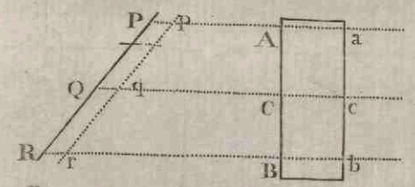
Fig. 109.



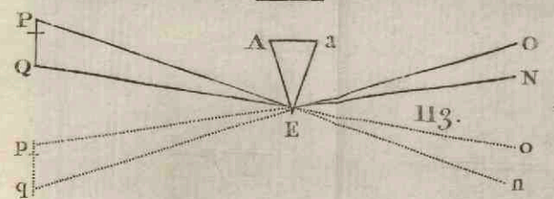
110.



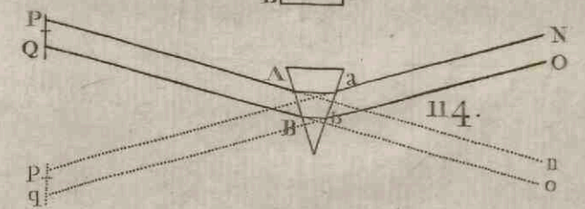
111.



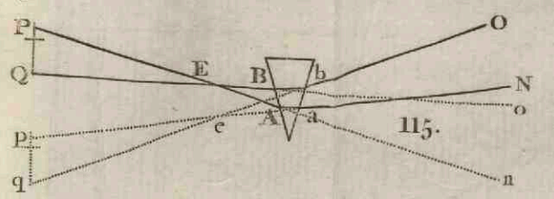
112.



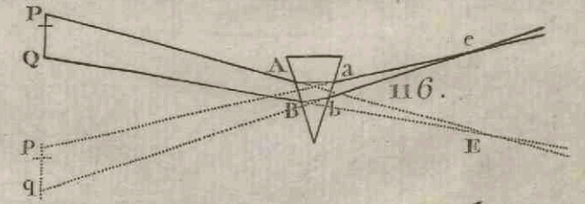
113.



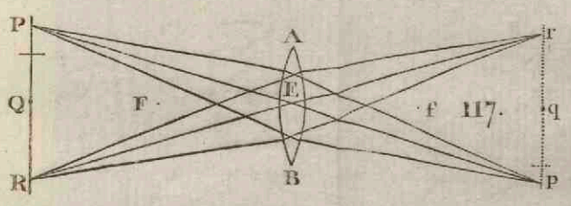
114.



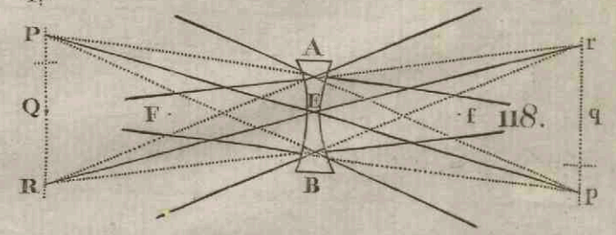
115.



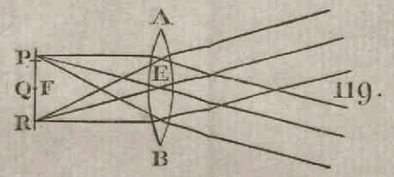
116.



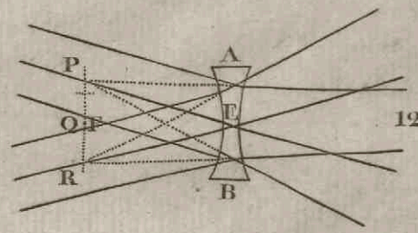
117.



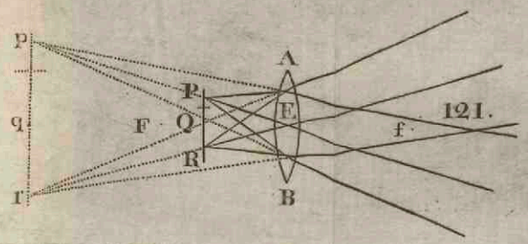
118.



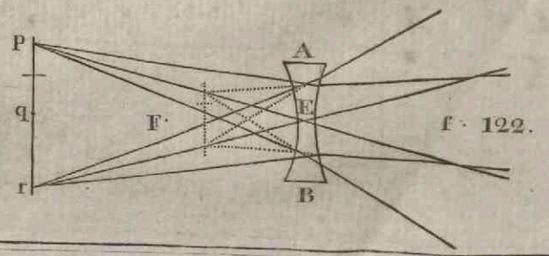
119.



120.



121.



f. 122.

paſſent ſans ſe rompre par le centre du verre, les propriétés de ces images ſont les mêmes que celles des images produites par de ſimples ſurfaces réfringentes ou réfléchiſſantes, dont on a donné la deſcription (*Art.* 29.); excepté que l'image d'un objet qui touche une ſphere, ne co-incide point avec l'objet à la ſurface de cette ſphere, mais en reſte à quelque diſtance, par la raiſon expoſée à la fin du 48ᵉ article. La théorie nous apprend que l'image d'un arc de cercle eſt à peu près circulaire (*Art.* 49.); & que s'il s'agit d'un petit objet placé à une diſtance conſidérable du verre, dont par conſéquent l'image doit être très-petite, ſa figure & celle de ſon image ne différent pas ſenſiblement, ſoit qu'on les regarde l'une & l'autre comme des arcs de cercle, ou comme des lignes droites. Sur-tout ſi l'on conſidére que les rayons d'un pinceau ne concourent pas éxactement dans un point unique de l'axe, mais rencontrent cet axe en différens points, qui en compoſent une partie ſenſible, comme il paraîtra par les expériences ſuivantes.

56. Lorſque des rayons tombent ſur la ſurface brute & inégale de quelque corps opaque ou tranſparent, on conçoit qu'ils ne ſont point réfléchis ou rompus régulièrement, comme ils le ſeraient par des ſurfaces parfaitement égales & polies, & qu'ils ſe diſperſent de différens côtés, ſans conſerver aucun ordre, ni avoir de cours déterminé.

Deſcription d'expériences très-ſimples, par leſquelles on prouve les propriétés précédentes des ſurfaces réfringentes & réfléchiſſantes, & l'on en découvre de nouvelles.

57. PREMIÈRE EXPÉRIENCE. *Au moyen de laquelle on découvre ſuivant quelle loi la lumière diminue, en s'éloignant du point lumineux.* Si on fait paſſer la lumière qu'envoie un point *A* par un trou carré *b c d e*, & qu'on la reçoive ſur un plan *B C D E* parallele au trou, ſi la diſtance *A B* de ce plan au point *A*, eſt double de la diſtance *A b* du trou, les dimenſions de l'eſpace éclairé *B D* ſeront doubles de celles du trou *b d*; elles ſeront triples, ſi *A B* eſt triple de *A b*, & ainſi de ſuite; c'eſt de quoi on peut s'aſſurer aiſément, au moyen d'une bougie placée en *A*. Fig. 126.

58. L'Eſpace éclairé *B D*, à une diſtance *A B* double de *A b*, ſera donc quatre fois plus grand que le trou; à une diſtance tri-

ple, il ſera neuf fois plus grand ; à une diſtance quadruple, ſeize fois, &c. mais il eſt évident que la même quantité de lumière ne peut éclairer quatre fois plus d'eſpace, ſans ſe diſperſer quatre fois davantage, & être par conſéquent quatre fois plus faible ; que répandue ſur un eſpace neuf fois plus grand, elle doit être neuf fois plus faible, &c. Ainſi, *La force ou intenſité de la lumière diminue comme le carré de la diſtance au point lumineux augmente* * les

* 1. Il eſt bien vrai que l'intenſité de la lumière qui s'éloigne du point lumineux par des rayons qui en divergent, ſuit la raiſon inverſe du carré des diſtances à ce point, lorſque le milieu qu'elle traverſe eſt parfaitement libre, & qu'il ne ſe fait aucune perte de lumière. Mais ſi le milieu en intercepte & en éteint une partie, l'intenſité de la lumière diminue ſuivant une autre loi.

2. Pour la découvrir, ſuppoſons le milieu d'une denſité uniforme, & prenons d'abord le cas ou les rayons ſont paralleles, afin que la lumière ne ſouffre d'affaibliſſement que de la part du milieu qu'elle traverſe. Mr. Bouguer a fait voir le premier qu'elle diminue alors *ſelon une progreſſion géométrique.*

En effet, ſuppoſons avec lui que la quantité de parties de ce milieu qui interceptent la lumière, ſoit le $\frac{1}{n}$ eme du volume total. Si on imagine ce milieu, ou corps diaphane diviſé en tranches d'une épaiſſeur égale au diamétre de ces petites parties, il eſt viſible que m repréſentant le nombre ou la quantité de rayons qui tombent ſur la première tranche, $m \times \frac{n-1}{n}$ ſera la quantité qui ſortira de cette première tranche ; que $m \times \left(\frac{n-1}{n}\right)^2$ ſera la quantité qui ſortira de la ſeconde ; que $m \times \left(\frac{n-1}{n}\right)^3$ exprimera le nombre qui ſortira de la troiſième, & ainſi de ſuite, puiſqu'il ſe perd toujours, en traverſant chaque tranche, la $\frac{1}{n}$ eme partie des rayons qui ſe préſentent pour y entrer.

Si on repréſente en général par l'unité, la quantité de rayons qui tombent ſur la première ſurface du milieu diaphane, la loi de l'affaibliſſement de la lumière ſera exprimée par cette ſuite de termes $\frac{n-1}{n}$, $\left(\frac{n-1}{n}\right)^2$, $\left(\frac{n-1}{n}\right)^3$, &c.

3. Puiſque la lumière diminue ſelon une progreſſion géométrique, lorſqu'elle ſe propage ſuivant des rayons paralleles, dans un milieu homogene, il eſt évident qu'on peut repréſenter ſes forces lorſqu'elle en a traverſé différentes épaiſſeurs, par les ordonnées d'une Logarithmique qui ait pour axe l'épaiſſeur du corps. Suppoſons avec l'Auteur célébre de cette théorie, que $ABCD$ (*fig.* 127.), repréſente un milieu diaphane homogene, & concevons-le diviſé en tranches d'une égale épaiſſeur. Que BP repréſente la quantité de lumière qui entre dans le milieu perpendiculairement à ſon côté AB, & QF ſa quantité ou ſa force, après avoir traverſé l'épaiſſeur BF de la première tranche ; il eſt clair que ſi on fait paſſer par les deux points P & Q une logarithmique $PQVZ$ qui ait pour axe l'épaiſſeur BC, ſes autres ordonnées RH, SK, TM, &c. qui diminuent en progreſſion géométrique, repréſenteront les forces de la lumière lorſqu'elle aura traverſé les épaiſſeurs BH, BK, BM, &c.

4. Si le milieu était d'une tranſparence différente, on ſent bien que la logarithmique ne ſerait plus la même. S'il en avait davantage, il faudrait que la lumière traverſât une plus grande épaiſſeur pour faire la même perte, & par conſéquent il y aurait plus de diſtance entre les ordonnées ; s'il en avait moins, une épaiſſeur plus petite affaibliſſant la lumière de la même quantité, elles ſeraient plus proches.

Par exemple, ſi le corps $abcd$ (*fig.* 128.) eſt quatre fois moins tranſparent, ou préſente quatre fois plus d'obſtacles au paſſage de la

quantités de lumière reçues sur une surface quelconque placée successivement à des distances doubles, triples, quadruples, &c. de ce point, ne sont donc que $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, &c. de la quantité totale lumière, il est clair qu'une tranche de ce corps quatre fois moins épaisse que celles du corps $ABCD$ (*fig.* 127.), l'affaiblira également. Les ordonnées de la logarithmique $pqvz$, qui représentent les diverses forces de la lumière lorsqu'elle traverse le corps $abcd$, seront donc quatre fois plus proches que leurs égales dans la logarithmique $PQVZ$.

Mais les ordonnées de ces deux courbes étant égales, les parties correspondantes de leurs axes comprises entre telles ordonnées égales qu'on voudra, sont proportionnelles, & suivent le rapport des soutangentes. Par conséquent lorsque la lumière entre dans différens milieux, il faut qu'elle en traverse *des épaisseurs proportionnelles* pour être également affaiblie; & ces épaisseurs sont entr'elles comme les soutangentes des logarithmiques qui appartiennent à ces milieux.

5. Ainsi, faisant dépendre, comme Mr. Bouguer, le dégré de transparence du chemin plus ou moins grand que fait la lumière pour diminuer de la même quantité, *les transparences spécifiques des milieux seront entr'elles comme les soutangentes de leurs logarithmiques.*

6. Pour ne point laisser cette Théorie sans application, supposons qu'on demande la quantité de lumière qui traverse une épaisseur quelconque d'un milieu diaphane, lorsqu'on sçait déja ce qu'il en passe au travers d'une épaisseur connue.

Lorsque la lumière entre dans un milieu, une partie est toujours réfléchie & éteinte à la surface. Si elle a une seconde surface de ce milieu à traverser, il est clair qu'elle y fait une perte nouvelle. Dans certains cas, l'affaiblissement que ces deux surfaces occasionnent, monte, selon Mr. Bouguer, à un dixième. Un tel affaiblissement n'est point à négliger, & doit être déduit, pour le mieux, de la quantité de lumière qui se présente pour entrer dans le milieu.

Cela posé, si la quantité de lumière qui entre effectivement dans le milieu, & celles auxquelles elle est réduite, lorsqu'elle en a traversé différentes épaisseurs BF, BH, &c. (*fig.* 127.), sont en progression géométrique, ou ce qui est la même chose, les ordonnées PB, QF, RH, &c. de la logarithmique, qui les représentent, les épaisseurs BF, FH, &c. seront égales. Mais ces ordonnées étant en progression géométrique, leurs logarithmes sont en progression arithmétique, & par conséquent les différences de ces logarithmes sont aussi égales. Il y aura donc même rapport d'une de ces différences, à une des épaisseurs BF, que de tel nombre qu'on voudra prendre de ces mêmes différences, à un pareil nombre d'épaisseurs égales à BF: d'où il suit que si PB représente la quantité de lumière qui entre dans un milieu diaphane, QF la quantité à laquelle elle est réduite, après avoir traversé l'épaisseur BF, on aura la quantité VN, à laquelle elle sera réduite, quand elle aura traversé une autre épaisseur donnée BN, en faisant cette analogie, BF : Log. PB—Log. QF : : BN : Log. PB—Log. VN, ou BF : Log. $\frac{PB}{QF}$: : BN : Log. $\frac{PB}{VN}$. Ce quatrième terme nous apprenant le rapport suivant lequel la lumière diminue, en traversant l'espace BN, on aura aisément VN, pourvu que l'on connaisse PB.

Mr. Bouguer ayant trouvé, par exemple, que la lumière diminue dans le rapport de 2500 à 1681, en traversant une masse d'air grossier de 7469 toises, on demande dans quel rapport elle diminuera lorsqu'elle en traversera une épaisseur de 60000 toises. On fera 7469 toises, sont à 0,172372 logarithme du rapport de 2500 à 1681, comme 60000 toises, à 1,384699 logarithme de 24,25, à peu près, rapport cherché de la diminution de la lumière lorsqu'elle a traversé les 60000 toises.

7. Réciproquement, lorsqu'on sçait quelle diminution souffre la lumière en traversant une épaisseur connue d'un corps, si on cherche l'épaisseur qu'elle en doit traverser pour souffrir telle autre diminution qu'on voudra, il n'y aura qu'à renverser l'analogie

tale que cette ſurface recevrait à la première diſtance. Comme cette diminution que ſouffre la lumière à meſure qu'elle ſe propage, provient de ſa divergence, on ſent bien que cette diminution,

précédente, & dire Log. $\frac{PB}{QF} : BF ::$ Log. $\frac{PB}{VN} : BN$, dans laquelle BF eſt l'épaiſſeur connue, qui fait diminuer la lumière dans le rapport $\frac{PB}{QF}$, & BN l'épaiſſeur requiſe pour l'affaiblir dans le rapport repréſenté par $\frac{PB}{VN}$.

Suppoſant avec Mr. Bouguer, que 10 pieds d'eau de mer faſſent diminuer la lumière dans le rapport de 3 à 2, on trouve par cette analogie qu'à 311 pieds de profondeur dans la mer, la lumière du ſoleil eſt 300000 fois plus faible, & par conſéquent égale à la lumière de la pleine lune ſur la terre, que Mr. Bouguer à montré être plus faible que celle du ſoleil dans ce rapport.

8. Cette analogie peut encore ſervir à faire connaître combien un milieu eſt plus tranſparent qu'un autre. Tout ſe réduit à trouver les épaiſſeurs que ces milieux doivent avoir pour affaiblir la lumière de la même quantité, il n'importe laquelle. Ainſi on trouve qu'il faut 0,2479 de pouces d'eau de mer, pour la faire diminuer d'un centième, ou dans le rapport de 100 à 99. On trouve auſſi que 189 toiſes d'air groſſier cauſent la même diminution. Ces deux épaiſſeurs comparées montrent que l'air eſt *environ 4575 fois plus tranſparent que l'eau de la mer.*

9. On peut encore comparer les tranſparences des milieux, par la connaiſſance des ſoutangentes des logarithmiques qui leur appartiennent. Or, ces ſoutangentes ſont faciles à calculer, dès-lors que l'on connaît celle de la logarithmique des tables; car ayant le rapport de l'affaibliſſement de la lumière, lorſqu'elle a traverſé une certaine épaiſſeur BF du corps diaphane (*fig.* 127.), il eſt clair que tout ſe réduit à faire cette proportion. Le logarithme de $\frac{PB}{QF}$ qui repréſente ce rapport, eſt à l'épaiſſeur BF, comme 0,4342948, ou tout ſimplement 4342948 ſoutangente de la logarithmique des tables, eſt à la ſoutangente de la logarithmique cherchée.

C'eſt ainſi que Mr. Bouguer trouve que la ſoutangente de la logarithmique qui appartient à l'eau de mer, eſt de $24\frac{2}{3}$ pieds, & que celle de la logarithmique, dont les ordonnées repréſentent les forces de la lumière qui traverſe l'air groſſier, eſt de 18818 toiſes.

10. Si le corps lumineux n'eſt point aſſez éloigné pour que ſes rayons ne puiſſent plus être conſidérés comme paralleles, leur divergence, en s'éloignant de ce corps, diminue l'intenſité de leur lumière. Or, la loi de cette diminution ſuit, comme l'on ſçait, le rapport inverſe du carré des diſtances au point lumineux. Par conſéquent, ſi l'on a égard en même-tems à l'affaibliſſement occaſionné par le défaut de tranſparence du milieu, on voit que les forces diverſes de la lumière ſeront en *raiſon compoſée de la raiſon inverſe des carrés des diſtances & de la raiſon directe des ordonnées de la logarithmique* qui appartient au milieu qu'elle traverſe.

Ces différentes forces peuvent encore être exprimées par cette ſerie $\frac{n-1}{n}$, $\left(\frac{n-1}{2n}\right)^2$, $\left(\frac{n-1}{3n}\right)^3$, $\left(\frac{n-1}{4n}\right)^4$, &c. n étant la quantité de rayons interceptés par chaque tranche égale du milieu.

Si le milieu n'eſt point homogene, qu'il n'ait pas partout la même denſité, on ſent bien que la lumière diminue alors, en le traverſant, ſelon d'autres loix. Comme cette nouvelle branche de la théorie, dont nous venons de donner une legere idée, nous écarterait trop, nous renvoyons *à l'excellent Traité de la Gradation de la Lumière, de Mr. Bouguer*, dont nous avons extrait ce qu'on vient de voir.

ni

ni par conſéquent la loi ſuivant laquelle elle ſe fait, n'a plus lieu quand le point lumineux eſt, ou peut être cenſé à une diſtance infinie ; car alors les rayons qu'il envoie ſont ſenſiblement paralleles, & on reçoit la même quantité de lumière à toutes les diſtances.

59. *Les angles formés à l'œil par des rayons qui viennent des parties égales d'un petit objet, ſont égaux.* Soit diviſée la ſoutendante *B C* d'un petit angle *B A C*, ou ce qui eſt la même choſe, la corde de l'arc qui le meſure, dans un nombre quelconque de parties égales *B H*, *H I*, *I C*, & que par les points de diviſion, on mene au ſommet *A* de l'angle, les droites *H A*, *I A*, elles partageront cet angle dans le même nombre de parties à très-peu près égales entr'elles. Ces angles partiels ſeraient même exactement égaux, ſi la droite *B C* pouvait être priſe pour l'arc *B C*, qui meſure l'angle *A*, & ils approcheront d'autant plus de cette égalité parfaite, que l'angle ſera plus petit. Auſſi la propoſition n'eſt-elle bien exacte que lorſqu'il s'agit de très-petits angles. Fig. 129.

60. *De petits angles ſoutendus par la même perpendiculaire ſont réciproquement comme ſes diſtances à leurs ſommets.* Si la diſtance *A B* eſt double ou triple de *A b*, la ſoutendente *B C* ſera double ou triple de la ſoutendante *b c* du même angle *A*. Soit diviſée *B C* en parties *B H*, *H I*, *I C* chacune égale à *b c*, & ſoient menés les rayons *H A*, *I A*, ils partageront l'angle *B A C* en autant de parties égales. Donc ſi deux angles *b A c*, *B A H* ont une même ou des ſoutendantes égales *b c*, *B H*, la grandeur du premier *b A c* ſera à celle du ſecond *B A H*, comme la ſeconde diſtance *B A*, à la première *b A*.

61. II. EXPÉRIENCE. *Si on veut avoir la diſtance focale d'une ſphere réfringente d'eau ou de verre*, il faut coller ſur une partie de la ſurface d'une ſphere creuſe de verre, un morceau de papier gris, percé d'un trou rond d'environ un pouce, & après avoir rempli d'eau cette ſphere, en expoſer la partie couverte au Soleil, de manière que ſes rayons tombant perpendiculairement ſur le trou, paſſent par le milieu de la maſſe d'eau ; ces rayons iront au ſortir de la ſphere, ſe réunir dans un point, qui en ſera éloigné *de la valeur d'un demi-diamétre*, comme on peut s'en aſſurer en les recevant ſur un papier placé à cette diſtance. En ſe rappellant le 37^e^. Art. on ne peut douter que cet effet ne ſoit entiérement dû Fig. 107.

aux réfractions occasionnées par la masse d'eau, & nullement au verre qui la renferme. On peut au reste s'en procurer la certitude la plus complette, en répétant l'expérience avec la sphere vuide. Car si on reçoit sur un papier la lumière qui passe par le trou, on y verra toujours un cercle lumineux de même grandeur que le trou, quelle que soit la distance de ce papier à la sphere. La même expérience peut se faire, si l'on veut, avec une bouteille ronde & mince. Si on fait l'expérience avec une sphere solide de verre, on trouvera que le foyer des rayons rompus est éloigné de cette sphere d'*un quart de son diamétre.*

62. III. EXPÉRIENCE. *Si on ne demande le foyer ou point de concours qu'après une seule réfraction*, toutes choses restant les mêmes que dans l'expérience précédente, on collera un morceau de papier blanc bien fin sur la partie de la surface de la sphere opposée au trou, dont le papier gris est percé. Faisant ensuite tomber sur le papier blanc, la lumiere du Soleil qui passe par le trou, si on mesure le diamétre GH de la portion illuminée de ce papier, on la trouvera d'environ la moitié du diamétre AB du trou. Ce qui montre que, si on suppose à la masse d'eau assez d'étendue, pour permettre aux rayons convergens AG, BH de continuer leur route, sans se détourner, ils concourront dans un point ou foyer T, dont la distance DT, à la partie de la sphere la plus proche, sera environ la moitié (*Art.* 57.) de la distance CT de ce même foyer, à la partie la plus éloignée de cette sphere, & sera par conséquent égale au diamétre CD; donc CT est à TE comme 4 à 3; ce qui confirme ce qui a été dit dans le 33e. Article. Si on colle le papier blanc sur la partie de la surface d'une sphere solide de verre, opposée à celle où est le trou, le diamétre GH du cercle lumineux ne sera que le tiers de AB; & par conséquent les rayons AB, GH convergeront vers un point T éloigné de D d'un tiers (*Art.* 57.) de sa distance à C; ainsi CT est à TE, comme 3 à 2, ce qui s'accorde encore avec le 33e. Article. Si on fait l'expérience avec une bougie placée à une grande distance de la sphere, à mesure qu'on en approchera cette bougie, le diamétre du cercle GH croîtra continuellement; ce qui fait voir que le foyer T s'éloigne de la sphére, & confirme par conséquent le 34e. Art.

Fig. 105. 63. IV. EXPÉRIENCE. *Si on cherche la distance focale d'un verre convexe*, on en couvrira une des surfaces avec un morceau

de papier percé de plusieurs trous d'épingle, & ayant exposé directement ce verre au Soleil, on remarquera que les rayons qui passent par ces trous, étant reçus sur un papier peu éloigné du verre, y formeront autant de petites taches blanches qui se rapprocheront les unes des autres, à mesure qu'on éloignera le papier, & finiront par se réunir en une seule tache ou foyer. Il est facile de mesurer la distance de ce foyer au verre, & c'est ce que nous avons appellé *Distance focale*. Or cette distance ne changera pas sensiblement, soit qu'on présente l'autre surface au Soleil (*Art.* 47.), ou qu'on l'incline un peu aux rayons incidens (*Art.* 50.); & pourvu que cette petite inclinaison ne déplace point le milieu ou centre du verre, le foyer, cette tache unique qu'on voit sur le papier, se conservera sensiblement au même endroit. Ce qui prouve que l'axe d'un faisceau oblique, de même que celui d'un faisceau direct, ne souffre aucun détour (*Art.* 43.). Si on éloigne davantage le papier du verre, les taches lumineuses s'écarteront les unes des autres.

64. V. EXPÉRIENCE. *Si on a besoin de la distance focale d'un verre concave*, on le présentera au soleil, après l'avoir couvert d'un côté, comme le verre de l'expérience précédente; & on verra les taches s'écarter l'une de l'autre, à mesure qu'on éloignera le papier du verre. D'où l'on voit que les rayons émergens divergent continuellement d'un point placé du côté de la surface éclairée. Si la distance $a\,b$ de deux taches quelconques, est double de la distance $A\,B$ des deux trous correspondans du papier qui couvre le verre, le plan ou papier $a\,f\,b$ sera éloigné du verre, d'une quantité $E\,f$ égale à sa distance focale $E\,F$ (*Art.* 57.); ce qui donne le moyen de la mesurer. Fig. 106.

On découvrira de même, par ces expériences, que la distance focale $E\,F$ d'un verre plan convexe, ou plan concave, est égale au diamétre de la sphere dont sa surface convexe ou concave fait partie : ce qui prouve le 33e. Article. La seule attention qu'il faudra avoir de plus, sera d'exposer le côté plan perpendiculairement aux rayons incidens, afin qu'ils le traversent sans se rompre. Comme la distance focale $E\,F$ d'un verre dont les deux surfaces sont toutes deux convexes ou concaves & d'égale sphéricité, est égale au demi-diamétre de sphéricité, la distance focale d'un verre inégalement convexe ou concave, est par conséquent d'une longueur intermédiaire entre le diamétre & le demi-diamétre de sphéricité.

de celle des ſurfaces qui a le plus de courbure. Car ſi l'une des ſurfaces d'un verre également convexe ou concave, devient continuellement moins courbe, & s'applatit, ſa diſtance focale croît, par dégrés (*Art.* 40. & 41.), & devient égale au diamétre de ſphéricité de la ſurface courbe reſtante.

On peut répéter les mêmes expériences avec un miroir concave ou convexe couvert d'un papier ſemblablement percé de trous d'épingle, ce qui ſervira à confirmer le 26e. Article.

Fig. 130. 65. VI. EXPÉRIENCE. La diſtance focale EF d'un verre convexe étant connue, on enchaſſera ce verre dans un morceau de carton CE, percé pour cet effet d'un trou convenable, que l'on placera enſuite perpendiculairement ſur une longue table, ou ſi l'on veut, ſur le plancher. Par le point C, qui répond directement au-deſſous du milieu ou centre du verre, ſoit menée une droite indéfinie AB perpendiculaire au plan du carton, ſur laquelle on portera la diſtance focale du verre de C en F, de F en I, de I en II, de II en III, &c. & de l'autre côté de C en f, de f en 1, de 1 en 2, de 2 en 3, &c. prenant enſuite $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. de la diſtance focale, on les portera de F vers I, & de f vers 1 en écrivant $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, aux points de diviſion, comme on le voit dans la Figure. Enfin, après avoir fermé la chambre bien exactement, ſi on met une bougie Q ſur le point de diviſion I, les rayons qui traverſent le verre, ſe réuniront en q ſur un papier placé au-deſſus du point de diviſion oppoſé 1; ſi on éloigne la bougie en II, & le papier en $\frac{1}{2}$, les rayons ſe réuniront encore; ce qui arrivera toujours, non-ſeulement en donnant à la bougie & au papier, des mouvemens correſpondans, tels que le papier occupe ſucceſſivement les endroits marqués $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. lorſque la bougie ſe trouvera ſur ceux déſignés par III, IV, &c. mais encore en les tranſportant partout ailleurs ſur la droite AB. Ce qui confirme le 48e. Article. De plus on remarque que *fq varie réciproquement comme FQ.*

66. VII. EXPÉRIENCE. Les choſes reſtant les mêmes, ſi on place une bougie à côté de la premiére, à la même diſtance du verre, la réunion de ſes rayons formera une autre image ſur le papier q, de l'autre côté de l'axe QEq; & l'on trouvera que

la distance entre les deux images, est à celle des deux bougies, comme la distance des images au verre, est à celle des bougies. Ces observations confirment les raisons pour lesquelles l'image d'une bougie unique est renversée sur le papier, & change de grandeur en changeant de place. Car ce qui à été remarqué au sujet des deux bougies, est encore applicable à deux points quelconques de la même. Ces expériences jettent, comme on voit, un grand jour sur ce qu'on a dit de la formation des images (*Art.* 55.); on peut répéter les mêmes expériences, en substituant un miroir concave au verre convexe.

67. VIII. EXPÉRIENCE. Si les rayons du soleil, de la lune, ou d'une bougie éloignée qu'une lentille convexe E rassemble en q, sont reçus avant leur réunion sur un miroir AB, ils iront, après s'être réfléchis, se réunir au point ou foyer Q, à une distance du miroir égale à celle de q; ce dont il est facile de s'assurer en recevant les rayons réfléchis sur un papier placé en Q. Donc si l'on suppose que les rayons réfléchis, après s'être réunis au foyer Q, soient renvoyés directement de ce point sur le miroir AB, ils prendront, en se réfléchissant, les mêmes directions que s'ils venaient immédiatement de q; ce qui prouve le 23^e^. & le 24^e^. Article. Si on place la lentille dans un trou fait au volet d'une fenêtre d'une chambre obscure, la 132^e^. figure montre comment l'image d'un objet extérieur PQR, peinte dans une situation renversée pqr sur un plan vertical opposé à l'objet, peut paraître droite au spectateur, qui, ayant le dos tourné vers la lentille, voit cette image réfléchie $p'q'r'$ sur un plan horisontal. Fig. 131.

68. IX. EXPÉRIENCE. Quelle que soit la forme & la grandeur du trou fait au papier dont on couvre une des surfaces d'une lentille, l'image d'un objet a toujours la même figure & la même grandeur que quand la lentille n'est point couverte, parce que telle petite partie qu'on voudra d'un faisceau de rayons, a toujours même foyer que le faisceau entier; mais elle n'a plus la même clarté, & la diminution qu'elle souffre de ce côté là, est proportionnée à celle de l'ouverture de la lentille, réduite à la largeur du trou; car il est clair que la quantité de lumière qui illumine chaque point de l'image, doit diminuer à proportion qu'on rend cette ouverture plus petite. Si la lentille est fort épaisse & fort grande, on peut en diminuant son ouverture, rendre l'image sensiblement plus distincte; puisqu'alors on n'a

plus rien à craindre des rayons, qui tombent sur les bords de ce verre, lesquels ne se réunissent jamais exactement au même point que ceux qui tombent plus près du milieu du verre, & jettent par conséquent de la confusion sur l'image. L'expérience suivante va rendre ceci plus sensible.

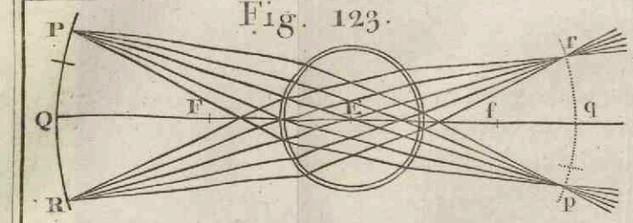
Fig. 133. 69. X. EXPÉRIENCE. Si on reçoit la lumière du soleil ou d'une bougie, qui traverse une sphere ou bouteille de figure ronde, pleine d'eau, sur un papier placé parallélement à l'axe du faisceau, & très-près de cet axe, on y verra une figure lumineuse terminée par deux courbes d'une lumière très-vive, appellées *Caustiques*, qui en s'éloignant de la sphere s'approchent l'une de l'autre, & par conséquent de l'axe du faisceau, & le rencontrent à la fin en faisant un angle aigu, dont le sommet est le foyer du faisceau lumineux.

L'éclat de ces courbes fait juger, à l'aide de la Figure, qu'elles sont formées par les intersections successives de chaque rayon avec celui qui le suit; & par conséquent l'éclat du papier dans l'intérieur de ces courbes, est nécessairement occasionné par cette multitude d'intersections qui se font dans la figure, tandis que leur défaut fait regner l'obscurité en dehors.

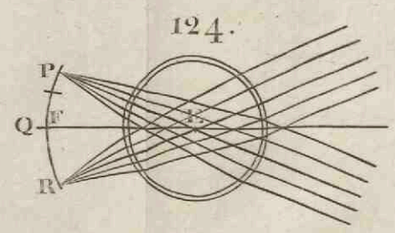
La figure & la position de la Caustique font aussi connaître que chaque rayon coupe le suivant dans un point de la courbe, avant
Fig. 134. de rencontrer l'axe. Car si chaque rayon coupait celui qui en est le plus proche, dans un point de l'axe, tous couperaient cet axe dans un seul & même point; ainsi la partie illuminée du papier serait composée de deux espaces angulaires, terminés, non par des courbes, mais par des droites qui se coupent au foyer, & par conséquent chaque espace angulaire serait également illuminé, à distances égales de part & d'autre du foyer, ce qui est contraire à l'expérience.

Fig. 135. Et si chaque rayon ne coupait le suivant qu'après avoir traversé l'axe, leurs intersections successives engendreraient une courbe, dont les deux branches feraient comme avant, un angle aigu au foyer, mais qui en s'éloignant de la sphere, iraient en s'écartant de plus en plus de l'axe, comme le représente la Figure; ce qui est contraire aussi à l'expérience. Concluons donc de la position & de la figure de la Caustique, que chaque rayon ne rencontre l'axe qu'après avoir coupé celui qui le suit immédiatement; que le foyer du faisceau lumineux est au point de l'axe, où les rayons

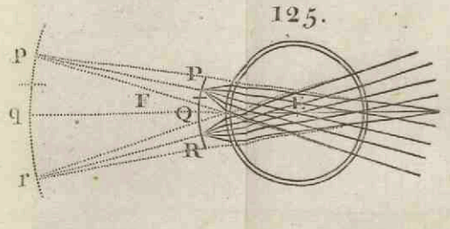
Fig. 123.

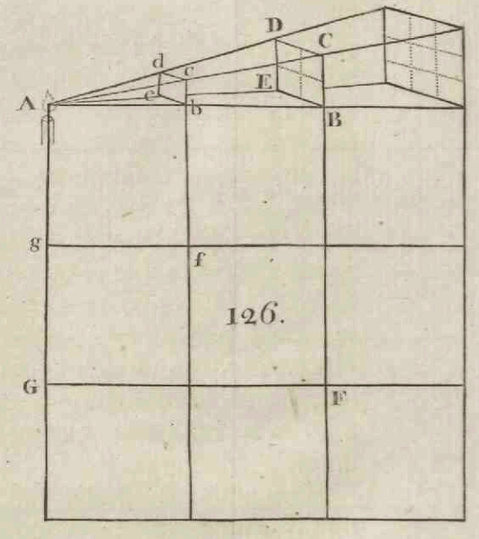


124.



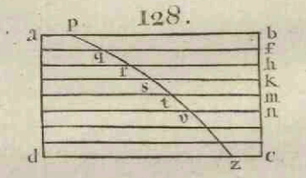
125.

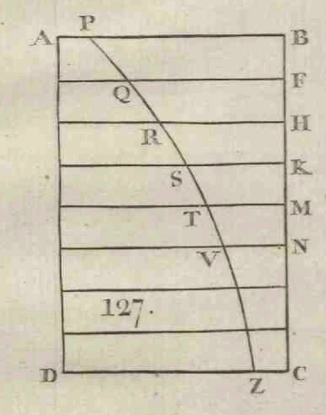




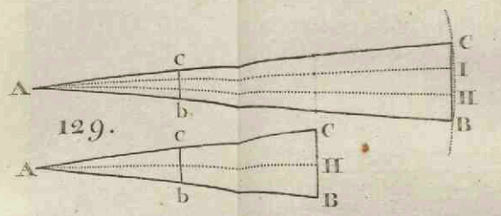
126.

128.



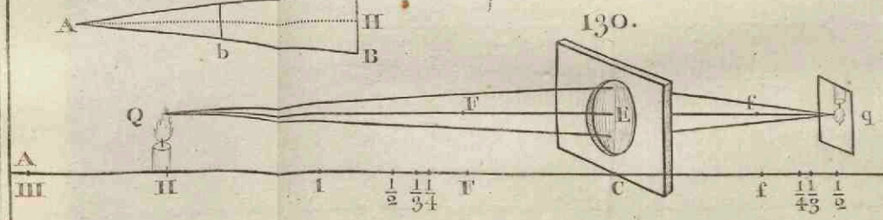


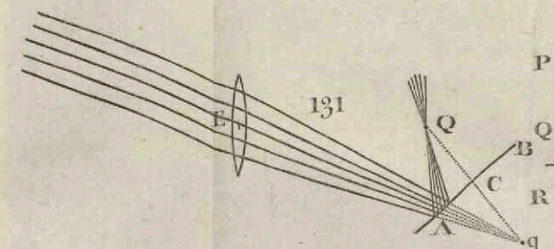
127.



129.

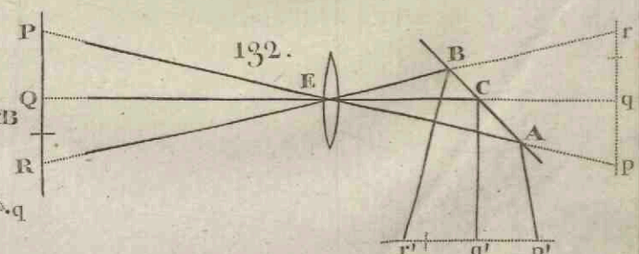
130.





131.

132.



les plus proches de cet axe vont le rencontrer ; & que les rayons incidens qui ſont les plus écartés de l'axe, ſont ceux qui le traverſent dans des points plus éloignés du foyer.

70. Par conſéquent puiſque l'infléxion totale d'un rayon ne change point, tant qu'il traverſe la ſphere à diſtances égales de ſon centre, il s'enſuit qu'en approchant graduellement la bougie de la ſphere, les rayons les plus proches de ſon centre de part & d'autre, ſortiront d'abord paralleles à l'axe du faiſceau, & auſſitôt après divergeront d'un point de cet axe derrière la bougie ; qu'alors les rayons les plus voiſins de ceux-là de chaque côté du centre, ſortiront à leur tour paralleles à l'axe, & divergeront auſſitôt après d'un autre point de cet axe plus éloigné derrière la bougie que le premier, & ainſi de ſuite. Lors donc que les rayons émergens divergent, ces rayons pris deux à deux prolongés derrière le point lumineux, traverſent l'axe avant de ſe couper, & leurs interſections ſucceſſives forment une Cauſtique imaginaire compoſée de deux branches qui font un angle aigu, dont le ſommet eſt au foyer, & qui vont en s'écartant de l'axe, à meſure qu'elles s'éloignent de la ſphere. Fig. 136. Fig. 137. Fig. 138. Fig. 139.

71. Lorſqu'un large faiſceau de rayons traverſe une lentille convexe, ſes rayons engendrent auſſi après les réfractions, une Cauſtique, ou quelque portion d'une Cauſtique, qui prend naiſſance au foyer du faiſceau, & eſt plus ou moins étendue, ſelon que la lentille eſt compoſée de ſegmens plus ou moins grands de ſpheres de mêmes convexités que ces ſegmens. Car ſi on conçoit que deux plans AB, ab ſéparent d'une ſphere à travers laquelle il paſſe des rayons, deux ſegmens oppoſés ACB, acb, & que ces ſegmens ſoient appliqués l'un à l'autre, les réfractions que ſouffriront ces rayons en traverſant ces ſegmens ainſi diſpoſés, ſeront à peu près les mêmes que s'ils avaient à traverſer la ſphere entière ; & par conſéquent les Cauſtiques engendrées par la lentille & par la ſphere, auront des propriétés ſemblables. Fig. 140 & 141.

Il eſt facile de confirmer ce qu'on vient de dire ſur la génération des Cauſtiques, en couvrant une partie de la ſphere, ou une des ſurfaces d'un grand verre convexe, avec un grand cercle de papier gris, dont on aura percé le diamétre de trous d'épingle également éloignés les uns des autres. Car la lumière qui paſſera

par ces trous, formera autant de taches lumineuſes, à diſtances égales l'une de l'autre, ſur un papier placé près du verre perpendiculairement aux rayons. Mais ſi l'on éloigne le papier du verre, les intervalles entre les taches extérieures deviendront plus petits que ceux des taches intérieures, & par conſéquent elles ſe réuniſſent plutôt.

Fig. 142. 72. Au contraire, ſi on couvre du même cercle une des ſurfaces d'une lentille concave, lorſqu'on éloignera le papier de cette lentille, ce ſeront les intervalles entre les taches extérieures qui deviendront plus grands que ceux des taches intérieures; ce qui fait voir que les points d'où les rayons extérieurs divergent, ſont plus proches du verre que ceux d'où divergent les rayons intérieurs. Il faut remarquer que cette expérience ne réuſſira point avec des verres concaves ordinaires, tels que ceux dont ſe ſervent les perſonnes qui ont la vue courte; ils ne ſont ni aſſez concaves, ni aſſez larges, ni aſſez épais pour rendre cet effet ſenſible.

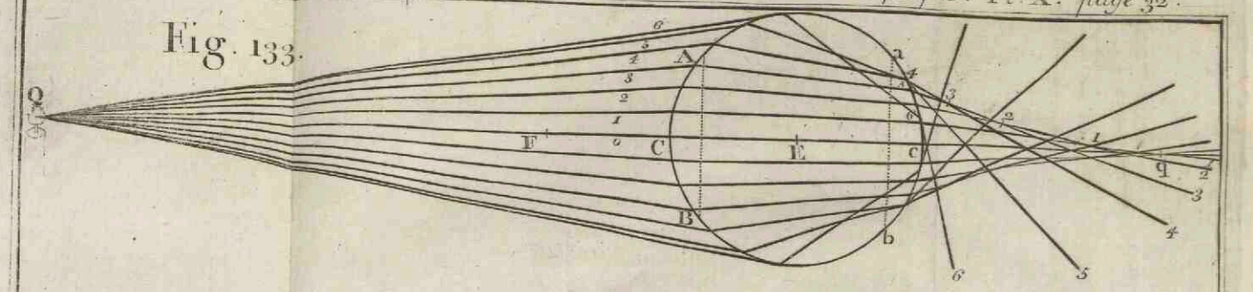
73. On voit par ces Cauſtiques tant réelles qu'imaginaires, que les rayons extérieurs d'un faiſceau ſont graduellement trop rompus, ou ce qui revient au même, les intérieurs trop peu pour pouvoir ſe réunir tous en un ſeul point; & que par conſéquent les angles d'incidence des rayons extérieurs à la première & à la ſeconde ſurface de la ſphere ou de la lentille, ſont trop grands pour que cette réunion puiſſe avoir lieu.

Fig. 143 & 144. 74. Les rayons d'un faiſceau qui traverſe une ſurface unique, engendrent auſſi après les réfractions, des Cauſtiques ſemblables aux précédentes; elles n'en different qu'en ce qu'elles s'approchent, ou s'éloignent de l'axe plus lentement; ce qui provient de ce que la convergence ou divergence de chaque couple de rayons contigus, n'eſt produite que par une ſeule réfraction.

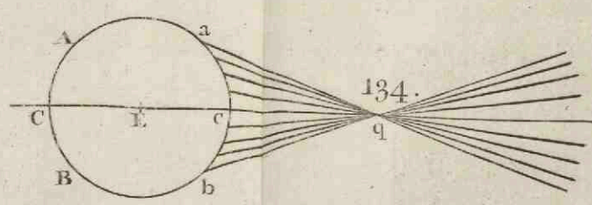
Fig. 145 & 146. 75. On démontrera dans le Livre ſuivant, que les rayons d'un large faiſceau qui rencontre un plan réfringent, divergent après avoir été rompus des différens points d'une Cauſtique imaginaire qui prend naiſſance au foyer des rayons voiſins de l'axe du faiſceau, & va en s'éloignant du plan réfringent, lorſque la réfraction ſe fait en paſſant d'un milieu rare dans un milieu plus denſe; & s'en approche au contraire lorſque le paſſage a lieu d'un milieu denſe dans un milieu rare.

76. La 147^e. Figure repréſente une Cauſtique formée des interſections

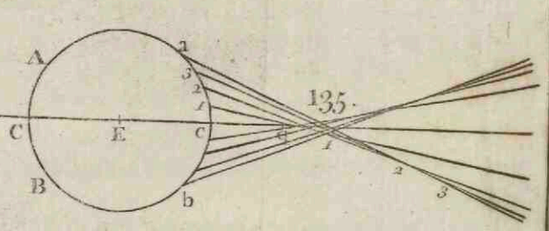
Fig. 133.



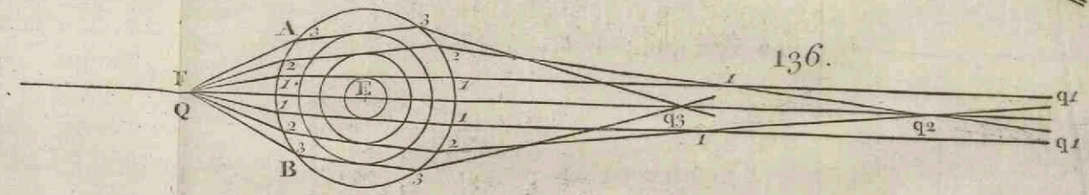
134.



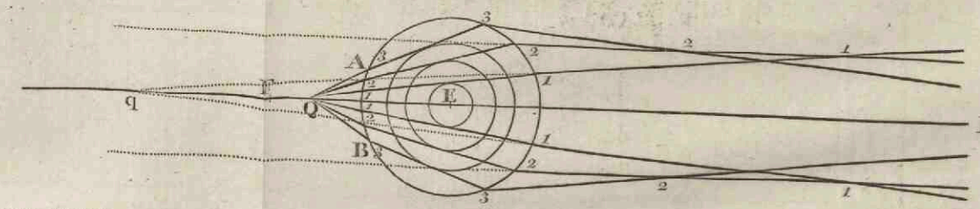
135.



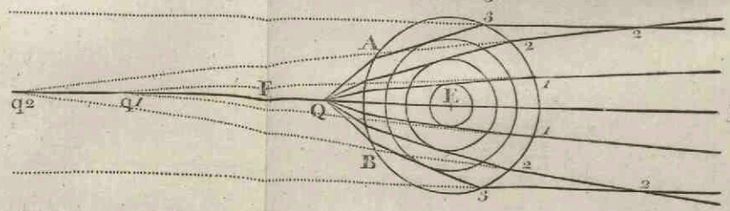
136.



137.



138.



139.

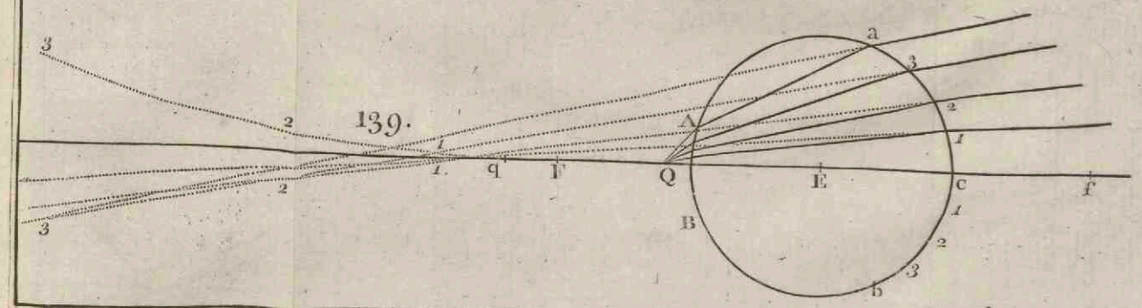
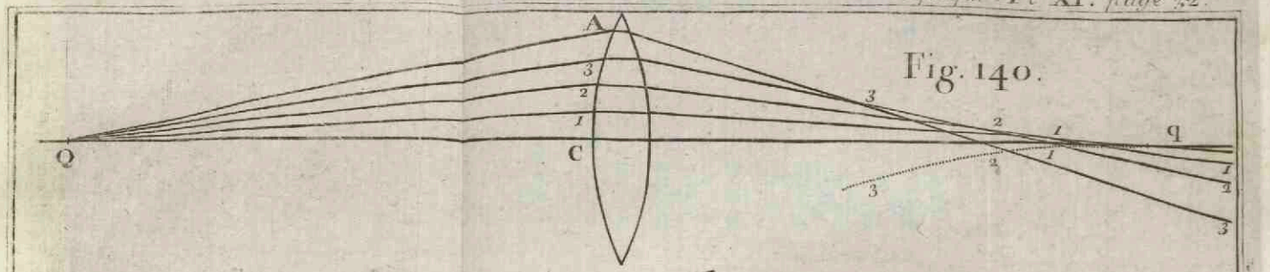
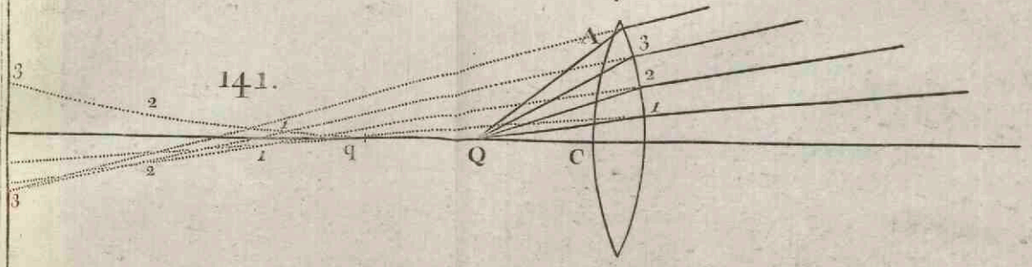


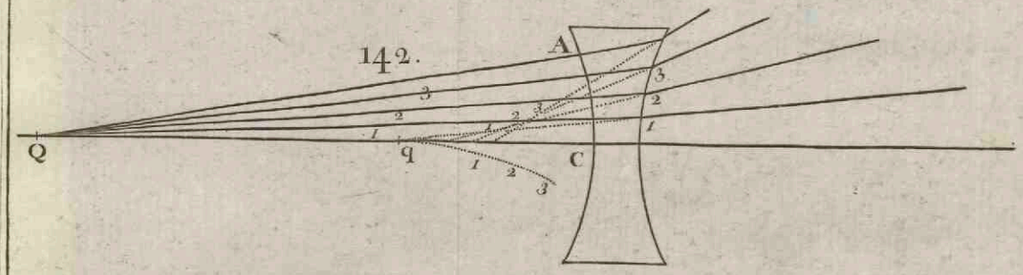
Fig. 140.



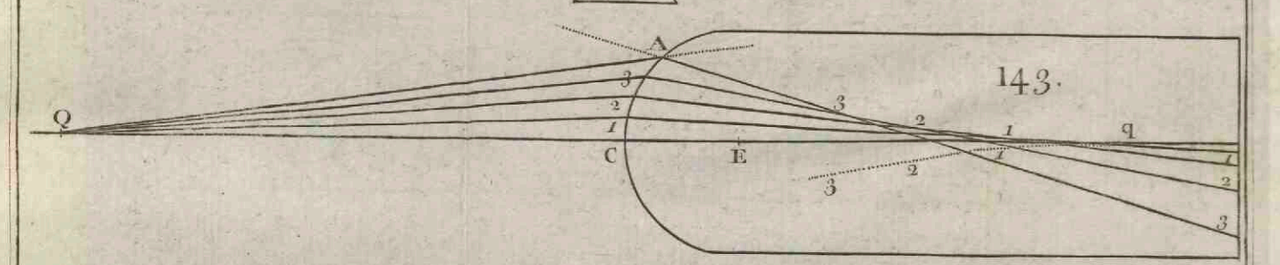
141.



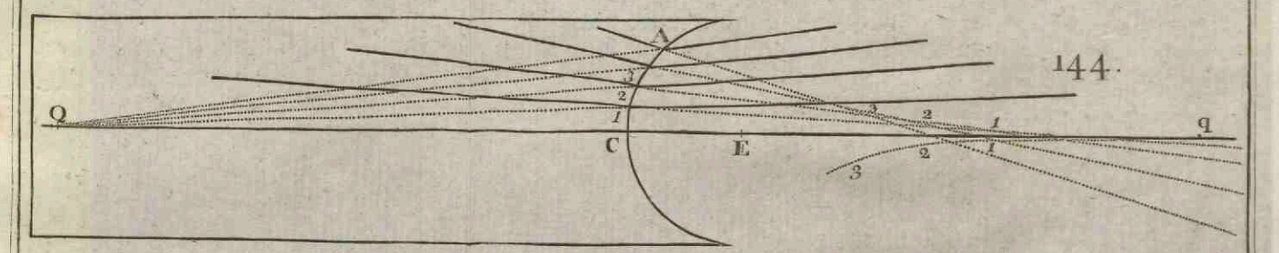
142.



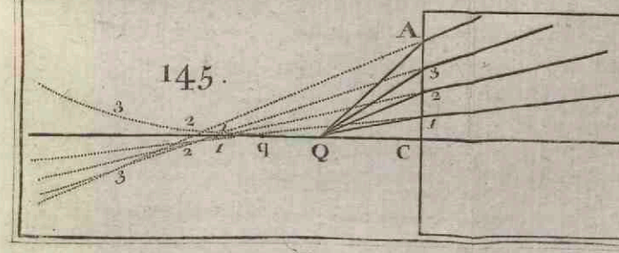
143.



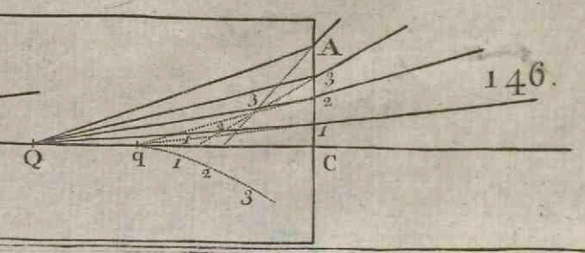
144.



145.



146.



ſections ſucceſſives des rayons contigus d'un large faiſceau, réfléchis par une ſurface concave ſphérique ou cilindrique. On peut voir de ces cauſtiques ſur la ſurface du lait, ou de quelque mélange de liqueurs opaque & blanchâtre contenu dans une coupe de porcelaine blanche, ou ſur le fond d'une tabatière bien polie intérieurement vers les bords, lorſque la lumière d'une bougie, du ſoleil ou d'une fenêtre éloignée tombe deſſus.

77. Les points d'incidence reſtant les mêmes, imaginons que toutes les lignes décrites par les rayons réfléchis ſe rapprochent du centre, juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent toutes au foyer du faiſceau; alors ſuppoſant que les rayons rebrouſſent chemin ſuivant ces mêmes lignes, ils s'éloigneront tous, après cette ſeconde réfléxion, du point d'où ils étaient partis d'abord, & iront, en avançant vers le centre, du côté oppoſé à celui d'où ils viennent. Les rayons extérieurs, dont les premières interſections avec l'axe étaient les plus éloignées du centre, couperont maintenant l'axe, de l'autre côté de ce centre, dans des points qui en approcheront le plus. Par conſéquent, quand le point lumineux eſt placé entre le foyer principal & le centre, il ſe forme une autre cauſtique au-delà de ce centre. Fig. 147 & 148.

78. C'eſt pourquoi, ſi le point lumineux s'avance vers la ſurface réfléchiſſante, lorſqu'il parvient au foyer principal, les rayons les plus voiſins de l'axe ſe réfléchiſſent d'abord parallélement à cet axe, & divergent auſſi-tôt après d'un point de cet axe derrière la ſurface; les plus proches de ceux-là deviennent à leur tour paralleles à l'axe, & divergent enſuite d'un autre point de cet axe, derrière la ſurface, comme le premier, mais un peu plus loin. Ainſi chaque couple de rayons réfléchis contigus, étant prolongé derrière la ſurface réfléchiſſante, traverſera l'axe avant de ſe couper; & de ces interſections ſucceſſives, de chacune deſquelles les rayons divergent deux à deux, il naîtra, derrière la ſurface, une cauſtique imaginaire formant un angle aigu au foyer, & qui va, en s'écartant de l'axe, à meſure qu'elle s'éloigne de la ſurface. Fig. 148, 149, 150 & 151.

79. Les points d'incidence ne changeant point, ſuppoſons que les rayons, au lieu de couper l'axe, en différens points, dans la Figure 151, le rencontrent au ſeul point Q, comme dans la Figure 152, & aillent en divergeant de ce point, tomber ſur le côté

convexe de la ſurface réfléchiſſante, leurs prolongemens, après la réfléxion, loin de ſe réunir au point *q*, d'où ces rayons venaient en premier lieu, s'en écarteront tous, & engendreront par leurs interſections une cauſtique imaginaire; & les interſections de l'axe & des rayons les plus éloignés de cet axe, qui auparavant ſe faiſaient le plus loin de la ſurface, s'en feront le plus près, après la réfléxion (*Art.* 27.).

80. Dans toutes ces cauſtiques par réfraction & par réfléxion, engendrées par des ſurfaces planes & ſphériques, le concours de deux rayons contigus prolongés, quand il eſt néceſſaire, ſe fait toujours plus loin de l'axe, ſuivant que leurs points d'incidence en ſont eux mêmes plus éloignés. Il eſt bon de remarquer que, ſi un pinceau ou cone de rayons rencontre un plan réfléchiſſant, les rayons réfléchis n'engendrent point de cauſtique, parce qu'ils divergent exactement d'un point unique (*Art.* 23.).

81. Par tout ce qui vient d'être dit, on voit qu'une ſurface ſphérique, dont on ſçait que la courbure eſt par-tout la même, ne peut ni réfléchir, ni réfracter les rayons d'un faiſceau un peu conſidérable, en un ſeul point, & que pour qu'une ſimple ſurface puiſſe produire cet effet, elle doit devenir moins courbe, ou s'applatir par dégrés, à meſure qu'elle s'éloigne de ſon axe (*Art.* 73. & 76.), comme le repréſente la Figure 153; que ſi une des ſurfaces d'une lentille eſt convexe & ſphérique, il faut que l'autre ſoit convexe dans le milieu, pour rapprocher le point de concours des rayons voiſins de l'axe du faiſceau, & concave vers ſes bords, pour porter plus loin la réunion des rayons les plus écartés de cet axe; elle doit avoir une forme ſemblable à la Figure 154. Cependant la réfléxion & & la réfraction occaſionnées par les ſurfaces ſphériques & les lentilles, rapprochent & reſſerrent tellement les rayons du milieu d'un faiſceau, & les rayons extérieurs à ceux-là ſont répandus en ſi petite quantité ſur un plan perpendiculaire à l'axe, placé au foyer des premiers, que la confuſion qu'ils jettent ſur l'image, par leur mélange avec les rayons des autres faiſceaux, eſt rarement ſenſible, lorſque le verre a une ouverture médiocre. Et comme la diverſe réfrangibilité des rayons de différentes couleurs, dont nous parlerons dans le 6^e^. Chapitre, produit des aberrations beaucoup plus grandes que celles qui proviennent de la ſphéricité, on ſent combien il ſerait peu néceſſaire de donner aux verres d'autre

figure que la sphérique ; surtout si l'on considére les difficultés presque insurmontables qu'on aurait à vaincre pour la leur donner.

CHAPITRE III.

De l'Œil & de la manière dont se fait la Vision.

82. D'APRÈS ce qui a été dit dans les Articles 33 & 35, on peut construire un œil artificiel assez passable, au moyen d'un hémisphere transparent ABC, qui représente la partie antérieure de l'œil, & d'un autre concentrique DqE, opposé au premier, qui en représente le fond, donnant à ce dernier hémisphere un demi-diamétre Oq triple du demi-diamétre OB du premier ; & ensuite rempliſſant d'eau la cavité qu'ils forment l'un & l'autre. Par ce moyen, les rayons de lumière qui partent des points P, Q, R, &c. d'objets éloignés, se réuniſſent, après s'être rompus à la surface ABC, en autant de points p, q, r, de la cavité DqE, & y peignent une image. Et parce qu'une surface sphérique ne rassemble pas exactement en un point tous les rayons d'un faiſceau un peu considérable (*Art.* 81.), mais seulement ceux qui sont très-voisins de l'axe, on peut remédier à cet inconvénient, en couvrant le cercle AC qui appartient au petit hémisphere, à la reserve d'un trou médiocre qu'on lui laissera à son centre O ; ce qui vaut beaucoup mieux pour ce qu'on se propose, que si on couvrait l'hémisphere même en lui laissant une ouverture à son milieu B. Car dans ce dernier cas, la surface ABC ne recevrait pas des rayons des points lateraux P, R, si directement que ceux qu'elle reçoit du milieu de l'objet, au lieu que faisant le trou au centre O, le passage est égal pour tous les rayons. Fig. 155.

83. Quoique cette construction de l'œil ne paraisse point trop imparfaite à la première vue, cependant nous allons voir dans le moment que l'Auteur de la Nature en a sagement varié quelques circonstances, & ajoûté d'autres absolument nécessaires, afin de lui procurer toute la perfection dont elle est susceptible. D'abord

il n'a point fait uſage de l'hémiſphere entier *ABC*, il n'en a conſervé que la partie moyenne, ſupprimant des côtés tout ce qui peut l'être, ſans diminuer l'étendue du champ qu'on peut embraſſer d'une ſeule vue. Enſuite il a rapproché les extrêmités *E* & *D* du grand hémiſphere, de celles de la portion qu'il a conſervée du petit, en leur donnant plus de courbure. Par ce double changement, l'œil a pris une forme plus arrondie, & par conſéquent plus commode pour ſe mouvoir avec facilité en tous ſens, dans la cavité qui le contient. La forme qu'il lui a donnée eſt celle qu'on voit dans la Figure 156, qui repréſente un œil humain coupé ſelon ſon axe.

84. * La cavité dans laquelle l'œil eſt logé appartient au crane, & ſe nomme *Orbite* †. Un nerf qu'on appelle *Nerf Optique* §, entre dans cette cavité, s'y épanouit, & forme par ſon épanouiſſement le globe de l'œil, qui par conſéquent eſt compoſé extérieurement des parties qui conſtituent les nerfs. La *Dure-mere* ¶, première enveloppe du nerf Optique & des autres nerfs, eſt auſſi la première à former en s'épanouiſſant, le globe que nous décrivons. Elle prend alors le nom de *Sclérotique* **, qu'elle conſerve tant

Fig. 156.

* *La Deſcription de l'Œil qu'on donne ici, eſt différente de celle de l'Auteur, qui eſt trop abregée. Pour la faire, de même que les Notes, où l'on a cru devoir rejetter les détails, on a conſulté une partie des meilleurs Anatomiſtes, tels que Mrs. Le Cat, Winſlow, Duverney, Petit, &c.*

11. † L'orbite eſt intérieurement d'une figure aſſez irrégulière, & approchante de la conique. Elle a beaucoup de profondeur. Ses bords ſont plus ſaillans en deſſus & en deſſous; & dans ces endroits l'os eſt d'un tiſſu plus dur & plus compacte, ſans doute pour défendre plus ſûrement l'œil contre les corps extérieurs.

12. § Les nerfs Optiques ſont ſéparés en partant du cerveau, leur origine commune & celle de tous les nerfs; ils ſe portent vers le devant de la tête en ſe rapprochant, s'uniſſent & ſe ſéparent de nouveau, s'écartent l'un de l'autre de la valeur de 115°. ou 116°. environ, entrent chacun après 7 lignes de chemin, à peu près, dans un trou oſſeux qui conduit à l'orbite, dans laquelle ils s'introduiſent à la fin, après un trajet de deux lignes environ dans l'eſpèce de canal que forme ce trou.

13. ¶ La dure-mere, première enveloppe du nerf Optique, ſe diviſe en entrant dans l'orbite en deux lames, l'une aſſez mince qui tapiſſe l'orbite, l'autre plus épaiſſe, qui continue d'envelopper le nerf & concourt à ſa formation. C'eſt de l'angle que font ces deux lames que naiſſent les muſcles de l'œil.

Le nerf Optique ſe continue au milieu des muſcles quinze lignes environ dans l'orbite, avant de s'ouvrir pour former le globe; à la racine de ſon épanouiſſement, la dure-mere forme une bride circulaire par laquelle elle étrangle le nerf.

14. ** La ſclérotique ou cornée opaque eſt compoſée de pluſieurs couches étroitement unies enſemble. Son tiſſu eſt dur & compacte, aſſez ſemblable à une eſpèce de parchemin. Elle eſt fort épaiſſe au fond de l'œil, à l'endroit où le nerf Optique s'ouvre & s'épanouit pour former le globe, & ſon épaiſſeur diminue par degrés vers la portion oppoſée.

Quoique nous diſions que la dure-mere

qu'elle eſt opaque. C'eſt la tunique la plus épaiſſe & la plus forte du globe de l'œil. Sa partie antérieure *ABC*, où elle devient plus mince & plus fléxible, eſt tranſparente & fait partie d'une ſphere plus petite que celle de l'œil, ce qui lui donne plus de ſaillie, & rend par conſéquent l'œil plus ſuſceptible de recevoir des rayons des parties latérales des objets. Cette partie ſe nomme *Cornée tranſparente*, pour la diſtinguer de la ſclérotique *ATYC*, à laquelle on donne le nom de *Cornée opaque*.

La *Pie-mere*, ſeconde enveloppe du nerf Optique ainſi que des autres nerfs, ſituée immédiatement ſous la dure-mere, ſe dilate & s'épanouit comme elle, & double intérieurement toute la cornée opaque. Elle eſt compoſée de deux lames, dont l'une vraiment membraneuſe, s'applique exactement à la cornée opaque & ſe confond à la fin avec elle, près de la cornée tranſparente ;

forme en s'ouvrant cette première membrane de l'œil qu'on nomme ſclérotique, & que nous prenions par conſéquent la ſclérotique pour une continuation de la dure-mere, nous ne prétendons pas affirmer que cela ſoit effectivement. Nous ne faiſons que nous conformer à l'opinion qui nous a paru la plus générale. Aux Anatomiſtes célébres qui le penſent, on en peut oppoſer d'autres non moins célébres, tels que Mrs. Duverney & Winſlow, qui le nient formellement, & regardent la ſclérotique comme une membrane particulière. (*Voyez les Œuvres Anatomiques de Mr. Duverney, & l'expoſition Anatomique de Mr. Winſlow*).

La cornée tranſparente eſt compoſée pareillement de couches ou lames très-étroitement unies ; mais quoique la continuation de la cornée opaque, elle eſt d'un tiſſu différent. Elle eſt percée d'une multitude de pores imperceptibles, par leſquels s'échappe continuellement une liqueur très-ſubtile qui s'évapore à meſure qu'elle ſort.

A parler exactement, la cornée tranſparente *n'eſt point une portion de ſphere ;* c'eſt plutôt *une portion d'un ſpheroïde un peu allongé ;* ce qui ſuit néceſſairement de la diſpoſition des muſcles droits qui compriment l'œil ſelon la direction de ſon axe, & le tirent en même tems vers le fond de l'orbite.

La grande convexité de la cornée eſt d'un avantage ſenſible. Servant de terme à un fluide d'une denſité différente que l'air, elle occaſionne des réfractions plus fortes ; & comme la denſité de ce fluide eſt plus grande que celle de l'air, les rayons ſe détournent en approchant de la cathete d'incidence ; ils commencent dès-lors à ſe rapprocher, & par une ſuite néceſſaire, ceux qui tomberaient ſur l'Iris, ſont obligés de paſſer par la prunelle ; par conſéquent elle reçoit une plus grande quantité de rayons, ce qui fait qu'on apperçoit plus clairement les objets. Cette diſpoſition des rayons après être entrés dans l'œil, eſt comme on voit, très-favorable à ceux qui viennent des objets latéraux. Ainſi cette ſaillie de la cornée a encore la propriété d'augmenter l'étendue de la vue. Cependant la cornée ne doit pas être trop convexe ; ſi elle l'était trop, elle romprait trop les rayons, & la viſion deviendrait confuſe pour les raiſons qu'on expoſera dans la ſuite.

Suivant Mr. Petit, la cornée tranſparente eſt une portion de ſphere dont le diamétre eſt ordinairement de $7, 7\frac{1}{4}$, ou $7\frac{1}{2}$ lignes ; ſa corde eſt de $5, 5\frac{1}{4}$ ou $5\frac{1}{2}$ lignes ; & ſon épaiſſeur eſt le plus ſouvent de $\frac{2}{12}$ ou de $\frac{3}{12}$ de ligne. (*Hiſt. de l'Acad. des Sciences. An. 1728*).

l'autre qu'on nomme la *Choroïde* *, n'eſt qu'un compoſé de nerfs & de vaiſſeaux qui ſortent de la ſurface interne de la première. Ces vaiſſeaux portent une eſpece d'encre qui donne une couleur noirâtre à cette dernière lame, & forment avec les nerfs, en s'ouvrant en partie les uns & les autres, ce tiſſu velouté qu'on remarque à la choroïde. C'eſt ce velouté dont Ruyſch a fait une tunique particulière, qui porte ſon nom.

Vers la partie antérieure de l'œil, la choroïde ſe débouble. Sa partie antérieure forme cette couronne colorée qu'on nomme l'*Iris* †, au milieu de laquelle eſt un trou rond auquel on donne le nom de *Prunelle*. ¶ Cette couronne eſt compoſée de fibres muſ-

15. * Les Anatomiſtes ne paraiſſent pas plus d'accord ſur l'origine de la choroïde, que ſur celle de la ſclérotique. Parmi ceux qui nient qu'elle ſoit une expanſion de la pie-mere, on retrouve encore Mrs. Winſlow & Duverney. Il ſemble cependant que Mr. le Cat ait décidé la queſtion, par la découverte qu'il a faite de cette première membrane, appliquée exactement à la ſclérotique, dont il a montré, à l'Académie des Sciences, la continuité avec la pie-mere. Car cette continuité une fois bien conſtatée, il eſt clair qu'il ne doit plus reſter de doute ſur l'origine de la choroïde, puiſque cette lame n'eſt qu'un tiſſu de vaiſſeaux nerveux & liquoreux, qui ſortent de la face interne de celle dont nous venons de parler.

A l'endroit où la cornée s'unit à la ſclérotique, la choroïde quitte le globe, & forme cette cloiſon, percée du trou de la prunelle, qui ſépare le petit ſegment du globe d'avec le grand ſegment; c'eſt cette cloiſon qu'on nomme plus particuliérement *Uvée*. A une ligne & plus de diſtance des deux cornées, la première lame de la choroïde s'attache étroitement à la cornée opaque. Autour de cette adhérence elle change de couleur, & forme comme un ceintre blanc de la même largeur que cette adhérence; près le bord de la ſclérotique, ce ceintre paraît plus fort qu'ailleurs, & d'un tiſſu particulier. La lame externe forme, ſuivant Mr. le Cat, ce ceintre en ſe redoublant.

C'eſt à ce ceintre, nommé *Orbiculo-Ciliaire* par quelques-uns, que la choroïde change de nom & prend celui d'uvée. Les deux lames de la choroïde, qui juſques-là avaient toujours été unies l'une à l'autre, ſe ſéparent à ce ceintre. La lame externe devient la lame antérieure de l'uvée, & la lame interne ou de Ruyſch, forme la lame poſtérieure; de ſorte que les deux lames de l'uvée ne ſont autre choſe que les lames mêmes de la choroïde continuées. La lame antérieure forme cette couronne colorée que nous avons nommé l'iris; & la lame poſtérieure divers plis en forme de feuillets, qu'on nomme *Procès-Ciliaires*.

16. † L'iris a des fibres muſculaires qui ſont diſtribuées en deux plans différens; ſçavoir, un plan de fibres orbiculaires autour de la circonférence de la prunelle, & un plan de fibres rayonnées attachées par un bout au plan orbiculaire, & par l'autre bout au bord le plus grand de l'uvée.

Comme les unes & les autres ſont ſuſceptibles de contraction & de dilatation, il eſt aiſé de concevoir la manière dont elles agiſſent. Lorſque celles qui ſont circulaires viennent à ſe contracter, il eſt clair qu'elles doivent rétrecir la prunelle, & c'eſt par ce Méchaniſme qu'on empêche qu'il n'entre dans l'œil trop de lumière. Les fibres droites font un effet contraire. Forcées de ſe tendre & de s'allonger lorſque les autres ſe contractent, elles reprennent leur premier état, leurs premières dimenſions, par la force de leur reſſort; & ſervent par là à dilater la prunelle, quand les fibres circulaires ceſſent de ſe reſſerrer, & ſont dans l'inaction.

17. ¶ Quand nous diſons que la prunelle eſt au milieu de l'iris, nous ne prétendons pas parler ſtrictement; car il eſt rare qu'elle s'y

culaires, dont les unes ſont droites, les autres circulaires. Les premières ſont dirigées au centre de la prunelle, comme autant de rayons; elles ſervent à ouvrir & dilater la prunelle, lorſque l'œil a beſoin de recevoir plus de lumière. Les autres ſont toutes concentriques au trou de la prunelle; leur emploi eſt de la rétrecir, lorſqu'une lumière vive affecte trop ſenſiblement l'organe.

La partie poſtérieure de la choroïde forme la *Couronne Ciliaire** *DE*. Elle tient comme enchaſſé, directement vis-à-vis le trou de la prunelle, un corps tranſparent *FG* aſſez ſolide, de forme lenticulaire, plus convexe vers le fond de l'œil que vers le devant, qu'on nomme le *Criſtallin*. †

trouve exactement: elle eſt d'ordinaire un peu vers le nez.

18.* Mr. Winſlow décrit ainſi la couronne ou les procès-ciliaires. » Les plis ou procès-ciliaires ſont de petites duplicatures » rayonnées & ſaillantes de la lame poſtérieure de l'uvée. Leur contour répond » en partie au contour du ceintre blanc de » la lame externe. Ce ſont des feuillets » oblongs & poſés de champ; leurs extrémités poſtérieures ou voiſines de la choroïde, ſont fort déliées & vont en pointe. » Leurs extrêmités voiſines de la prunelle » ſont larges, ſaillantes, & ſe terminent en » angles aigus. On découvre dans la duplicature de chaque plis ciliaire, un raiſeau » vaſculaire très-fin. On a prétendu pouvoir » y montrer des fibres charnues. »

Les plis des procès-ciliaires entrent dans de petites rainures ou ſillons pratiqués dans l'humeur vitrée, ou plutôt dans la membrane qui la contient, & s'attachent au bord de la partie antérieure de la capſule du criſtallin, par des fibres qu'ils y jettent, & par des vaiſſeaux limphatiques qui ſont diſtribués à travers la ſurface de chaque feuillet. On croit qu'ils contribuent à retenir fermement le criſtallin & l'humeur vitrée dans leur ſituation naturelle; mais ce ne ſont peut-être pas là les uſages les plus importans auxquels ils ſont propres; il en eſt d'autres dont on parlera dans la ſuite.

19. † Le criſtallin, ainſi nommé, parce qu'il a la tranſparence du criſtal, eſt compoſé d'une multitude de lames ſphériques fibreuſes, parſémées de vaiſſeaux, étroitement unies & fort tranſparentes. Lewenhoeck en compte juſqu'à 2000. Les lames extérieures ſont plus molles que celles qui ſuivent intérieurement, leſquelles ſont plus dures à meſure qu'on approche du centre. Il eſt plus près de la cornée que du fond de l'œil. Placé dans une cavité à la partie antérieure de l'humeur vitrée, il y eſt retenu par une membrane très-fine & déliée qui l'enveloppe, qu'on nomme par cette raiſon *Capſule du Criſtallin*. On lui donne auſſi le nom d'*Arachnoïde*, à cauſe de ſa fineſſe. Selon Mr. Petit, ce corps eſt parfaitement iſolé, & n'a aucune communication avec ſa capſule. Si cela eſt, ce cas eſt bien extraordinaire, & peut être le ſeul de cette eſpèce dans la nature. Cette capſule eſt adhérente par ſa partie poſtérieure à la membrane qui renferme l'humeur vitrée. Ces deux membranes ne ſont cependant vraiment adhérentes qu'à la circonférence du criſtallin, ou de la cavité où il loge. Là elles ſont ſi étroitement unies, qu'il faut un inſtrument tranchant pour les ſéparer. Ailleurs elles ſe ſéparent aiſément ſans ciſeau ni ſcalpel.

Mr. Winſlow ne fait point de cette capſule une membrane particulière. Il dit, que la tunique qui renferme l'humeur vitrée eſt compoſée de deux lames étroitement collées, qui s'écartent l'une de l'autre au bord de la cavité de l'humeur vitrée, pour former la capſule du criſtallin. La lame externe couvre ſa face antérieure, & l'interne ſa face poſtérieure, & revêt en même-tems la cavité

La partie medullaire* du nerf Optique, cette troiſième ſubſtance qui en occupe le centre, de même que de tous les nerfs, s'épanouit comme les membranes précédentes, & forme une toile blanche, baveuſe & très-mince, appliquée à la choroïde. Cette toile qu'on nomme *Retine*, ſe termine à la couronne ciliaire, & eſt la dernière & la plus intérieure des tuniques de l'œil.

L'eſpace qui regne entre la cornée tranſparente, le criſtallin & la couronne ciliaire, eſt rempli d'une eau claire & limpide, qu'on appelle l'*Humeur Aqueuſe*, dans laquelle l'iris nage. Cet eſpace ſe trouve naturellement diviſé par l'iris en deux autres qui communiquent par le trou de la prunelle. Celui qui eſt compris

de l'humeur vitrée où ce corps eſt reçu.

La portion antérieure de la capſule eſt plus épaiſſe que l'autre, & de plus eſt élaſtique.

Cette capſule a différens uſages. Elle retient le criſtallin dans le chaton de l'humeur vitrée, ſans qu'il puiſſe changer de ſituation. Elle le ſépare de l'humeur aqueuſe, & empêche qu'il n'en ſoit inceſſamment baigné, ce qui gonflerait & le rendrait opaque en écartant inégalement ſes fibres. Les vaiſſeaux limphatiques des procès ciliaires qui la nourriſſent, verſent une liqueur fort tranſparente dans ſa cavité, dont le criſtallin eſt ſans ceſſe humecté. Cette liqueur empêche que le criſtallin ne ſe deſſéche, & lui fournit ſa nourriture.

Le criſtallin perd de ſa convexité avec le tems, comme tout le monde ſçait; il n'a point de couleur, & eſt parfaitement tranſparent juſqu'à l'âge de 25 à 30 ans, après quoi il prend dans ſon centre une legere couleur de jaune, qui enſuite devient toujours plus foncée, & s'étend vers la circonférence. Dans les vieillards, ſa couleur reſſemble à celle de l'ambre jaune. Sa conſiſtance eſt différente auſſi, ſuivant l'âge, & va toujours en augmentant. C'eſt par le centre qu'il commence à devenir plus ſolide.

Ce corps dont la force réfractive eſt plus grande que celle de l'humeur aqueuſe & de l'humeur vitrée, & dont la forme eſt lenticulaire, eſt très-important à la viſion. C'eſt une lentille placée entre des milieux moins denſes qu'elle, qui reçoit des rayons déja convergens, mais qui cependant ne le ſont point encore aſſez, auxquels elle acheve de donner toute la convergence qui leur eſt néceſſaire pour ſe raſſembler ſur le fond où doit ſe faire leur réunion.

Son diamétre dans l'homme a d'ordinaire depuis 4 lignes, juſqu'à 4 lignes $\frac{1}{2}$; ſon épaiſſeur eſt de 2 lignes, & de 2 lignes $\frac{1}{4}$. Sa ſurface antérieure eſt une portion de ſphere dont le diamétre eſt de 6 lignes, 6 lignes $\frac{1}{2}$, juſqu'à 9 lignes, & quelquefois de 12 lignes. Sa ſurface poſtérieure eſt une portion de ſphere dont le diamétre eſt de 5 lignes, & 5 lignes $\frac{1}{2}$, mais rarement. (*Mém. de l'Acad. an. 1730.*)

20. *Cette moëlle fait au principe de ſon épanouiſſement, un petit bouton par lequel il ſemble qu'elle ſoit terminée. C'eſt ce qui a fait croire à Mr. Winſlow & à d'autres, que la retine n'était point une expanſion de la ſubſtance médullaire du nerf Optique. On ne peut cependant douter, dit le ſçavant Auteur des remarques ſur l'Anatomie d'Heiſter, » qu'elle n'en ſoit une ſuite; » elle en ſort par des filets inſenſibles dé- » pouillés de leur membrane, & ces filets » forment une pulpe médullaire qui tapiſſe » tout le fond de la cavité de l'œil, & » s'étend juſqu'à la couronne ciliaire. »

entre

entre la cornée transparente & l'iris, qu'on nomme *Chambre antérieure* *, est plus considérable que celui qui est terminé par l'iris, la couronne ciliaire & le cristallin, auquel on donne le nom de *Chambre postérieure*. Entre le fond de l'œil & le cristallin, regne un autre espace beaucoup plus grand que les précédens, rempli d'une espéce de gelée transparente, qu'on appelle l'*Humeur vitrée* †, dans la surface antérieure de laquelle le cristallin est logé

21. * La grandeur de la chambre antérieure de l'œil est de 11,542 lignes cubiques; la chambre postérieure est de 7,354; & ces deux chambres contiennent environ 4 grains d'humeur aqueuse. La distance de la surface intérieure de la cornée au cristallin est de 1 ligne $\frac{1}{4}$. La chambre antérieure a d'ordinaire $\frac{1}{3}$ de ligne ou 1 ligne de hauteur. C'est la distance de l'iris à la cornée. La hauteur de la chambre postérieure est ordinairement de $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{8}$ de ligne. Toutes ces mesures sont de Mr. Petit (*Hist. de l'Acad. an. 1728.*)

22. † L'humeur vitrée occupe environ les trois quarts de l'œil.

La tunique qui la renferme, ou sa lame interne, si cette tunique en contient deux, jette dans toute la masse de cette humeur quantité d'allongemens cellulaires, & de cloisons entre-coupées d'une si grande finesse, qu'il n'y en a aucune apparence dans l'état naturel, & que le tout ensemble ne parait que comme une masse très-uniforme, & également transparente dans toute son épaisseur.

23. Lorsque la lumière passe de l'air dans l'humeur aqueuse, Mr. Jurin trouve que le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, est à peu près de 4 à 3; en passant de l'humeur aqueuse dans le cristallin, ce rapport est de 13 à 12; & en passant du cristallin dans l'humeur vitrée, il est de 12 à 13.

24. Pour ne rien omettre d'essentiel dans la description de l'œil, nous ne devons point laisser ignorer que la partie du fond de l'œil opposée directement à la prunelle, ou à la cornée, est différente de celle où le nerf Optique s'ouvre pour former le globe. Elle est toujours plus éloignée du nez que l'origine de l'épanouissement du nerf qui est toujours un peu au-dessus, & à côté vers le nez.

Les détails dans lesquels on vient d'entrer, ne regardent que les parties dont le globe de l'œil est principalement formé. Il en est d'autres dont nous allons tenter de donner quelque idée, qui lui appartiennent moins essentiellement, telles que les deux tuniques dont il est revêtu extérieurement; l'une qui fait ce qu'on appelle *le Blanc de l'œil*, & que pour cela on nomme *Albuginée*; & l'autre qui recouvre celle-ci, qu'on appelle *Conjonctive*. Nous finirons par dire un mot des autres parties, tant extérieures qu'intérieures, qui servent, soit à le conserver & à le défendre, soit à le mouvoir.

25. L'albuginée est une expansion tendineuse des muscles de l'œil, laquelle en revêt toute la convexité antérieure jusqu'à l'extrêmité de la sclérotique où elle se joint à la cornée qu'elle couvre de $\frac{1}{3}$ ou de $\frac{1}{2}$ ligne. Cette membrane est très-adhérente à la sclérotique.

26. La conjonctive est une membrane très-mince, lâche & fléxible, dont un des usages est de contribuer à assujettir l'œil dans son orbite, en lui laissant toutefois la liberté de se mouvoir dans tous les sens. Cette membrane s'étend sur tout le devant de l'œil, se replie au bord de l'orbite, & forme ensuite la surface interne de ces espéces de voiles que nous nommons *Paupieres*. Cette dernière portion de la conjonctive plus connue sous le nom de *Membrane interne* des paupieres, est percée d'une multitude de petits trous par lesquels sort le fluide qui vient de la glande lacrimale. Ce fluide auquel on donne le nom de *Larmes*, sert à nettoyer la cornée, & à la tenir toujours transparente en l'humectant. Comme il descend par pe-

comme un diamant dans ſon chaton. La puiſſance réfractive de ces humeurs eſt moindre que celle du criſtallin.

Telles ſont les parties qui compoſent le globe de l'œil, & lui appartiennent eſſentiellement.

tites gouttes de la paupière ſupérieure à l'inférieure, & que ces gouttes abandonnées à elles-mêmes, ne ſe répandant pas aſſez uniformément ſur la ſurface de l'œil, cauſeraient des réfractions inégales, la nature y a pourvu en donnant aux paupières la faculté d'exécuter ces mouvemens vifs & alternatifs, que nous nommons *Cillemens*, à l'aide deſquels elles étendent également le fluide néceſſaire à la conſervation de la tranſparence de la cornée, & empêchent par conſéquent qu'il ne nuiſe à la viſion. La paupière ſupérieure, la plus grande & la plus mobile dans l'homme, eſt principalement chargée de cet emploi.

27. Tout le monde ſçait que chaque œil a deux paupières, l'une ſupérieure & l'autre inférieure, & qu'elles s'uniſſent ſur les deux côtés du globe. On nomme *Angle interne*, ou *grand Angle*, leur concours du côté du nez, & on appelle *Angle externe*, ou *petit Angle*, leur concours du côté des tempes. Elles ſont compoſées d'abord de la peau, la même qui couvre les autres parties du viſage, mais plus fine & plus ſouple; d'une bande de fibres charnues, demi-circulaires, étroitement collées à la peau, & attachées à chaque coin de l'œil; d'un cartilage en forme d'arc qui les borde, auquel on donne le nom de *Tarſe*, & de la membrane qui recouvre leur ſurface interne, que nous avons nommée conjonctive.

La paupière ſupérieure deſcend, & l'inférieure monte par l'action de ces fibres demi-circulaires, qui tiennent à la peau, & qui ont leurs points d'appuis aux deux coins des yeux. C'eſt en ſe contractant, & par conſéquent en devenant plus droites qu'elles produiſent cet effet. Pour découvrir l'œil, il n'y a que la paupière ſupérieure qui agit, ce qu'elle fait à l'aide d'un muſcle particulier qui la releve. Cette paupière a plus de mouvement que l'autre, & ſert ordinairement à nettoyer l'œil, & à y répandre les larmes; l'inférieure n'a point de muſcles pour l'abaiſſer, ainſi elle ne contribue à découvrir l'œil, que parce que ſes fibres n'étant plus en action, elles reprennent leur première courbure. Les muſcles des ſourcils contribuent auſſi à relever les paupières.

Outre l'uſage indiſpenſable dont elles ſont pour nettoyer lœil & conſerver la tranſparence de la cornée, elles ſervent encore à défendre l'œil des impreſſions trop fortes d'une vive lumière, & à le garantir de la fumée, de la pouſſiere, & de tous les petits corps qui pourraient lui nuire & l'offenſer; à quoi il paraît que contribuent auſſi ces petits poils qu'on nomme *Cils*, dont les bords des paupières ſont garnis.

28. Les ſourcils ſont ces éminences en forme d'arcs, recouvertes de poils, qui ſont au-deſſus de chaque orbite. Ces poils ſont forts & un peu roides; ils ſont couchés obliquement; leurs racines ſont du côté du nez, & leurs pointes tournées du côté des tempes. Les ſourcils ont divers mouvemens, ils s'élevent, s'abaiſſent, ſe froncent, &c. Ils retiennent tout ce qui peut deſcendre le long du front, & incommoder la vue. Ils ſont encore très-utiles quand une trop forte lumière qui vient d'en-haut peut bleſſer les yeux; on l'évite en les frongant & en les abaiſſant.

Tel eſt l'organe de la vue. Tout merveilleux qu'il eſt, & fait avec une intelligence infinie, il eut cependant été preſque inutile, s'il n'avoit eu la faculté de ſe mouvoir en tous ſens, & de ſe diriger vers tous les objets. Une grande mobilité lui était par conſéquent abſolument néceſſaire pour en faire un organe accompli, & parfaitement propre aux uſages auxquels il était deſtiné. Six muſcles qu'on diſtingue par rapport à leurs directions, en quatre droits & deux obliques, lui procurent cette qualité ſi eſſentielle & ſi indiſpenſable. Les quatre droits & un des obliques prennent naiſſance, au fond de l'orbite, de l'angle formé par la diviſion des deux lames de la dure-mere, & ſont par conſéquent une production de cette membrane. Ils appartiennent particulièrement à la lame qui tapiſſe l'orbite. Les quatre muſ-

85. Rien n'eſt ſi facile maintenant que de concevoir comment les différentes ſubſtances diaphanes renfermées dans la cavité de l'œil, contribuent à former une image diſtincte *p q r* d'un objet *P Q R*, ſur le fond deſtiné à la recevoir. D'abord il eſt certain que les rayons dont ſont compoſés les pinceaux qu'envoient les différens points *P*, *Q*, *R*, de l'objet *P Q R*, ſe briſent, en approchant de la cathete d'incidence, lorſqu'ils traverſent la cornée *A B C*, puiſqu'ils entrent dans un milieu plus denſe que l'air; & comme ce milieu eſt terminé par une ſurface convexe, ces rayons qui n'étaient que peu divergens, ou même paralleles, deviennent convergens. Mais cette convergence n'étant point aſſez grande pour faire tomber les ſommets des pinceaux ſur le fond de l'œil, il fallait un nouveau milieu, qui par ſa figure & ſa force réfractive, pût l'augmenter autant qu'il eſt néceſſaire. Or, le criſtallin *F G* qui eſt d'une forme lenticulaire, & dont la force réfractive eſt plus grande que celle des humeurs entre leſquelles il eſt placé, a tout ce qu'il faut pour donner aux rayons les nouveaux degrés de convergence qui leur manquent. Car, lorſqu'ils rencontrent ſa ſurface antérieure, la réfraction les rapproche de l'axe de chacun des pinceaux qu'ils compoſent, par la même raiſon que lorſqu'ils ont traverſé la cornée *A B C*. Par conſéquent leur convergence eſt augmentée, & il eſt viſible qu'elle augmente encore en traverſant la ſurface poſtérieure. Comme ces rayons paſſent alors dans un milieu moins denſe que celui où ils étaient, il ſe rompent en s'éloignant de la cathete d'incidence; & la ſurface de ce milieu étant concave, ils Fig. 156.

cles droits forment comme une eſpéce de cone, dont l'axe eſt occupé par le nerf Optique; ils deviennent plus plats & plus larges, en s'éloignant du ſommet, embraſſent l'œil, & s'inſerent extérieurement à ſa plus grande circonférence; devenus adhérens à la ſclérotique, ils continuent de l'être juſqu'à la cornée, & forment la tunique albuginée. Outre ces quatres muſcles nous avons dit qu'il y en avait deux autres qu'on nomme obliques. L'un eſt le grand oblique, & vient du fond de l'œil comme les précédens; l'autre qu'on appelle petit oblique, parce qu'il eſt plus court que l'autre, prend ſon origine vers le bord de la partie inférieure de l'orbite au-deſſous du grand angle. Comme ce que nous diſons des muſcles eſt fort abregé, ceux qui voudront plus de détail, n'ont qu'à recourir à la deſcription qu'en donne Mr. Winſlow dans les *Mém. de l'Acad. des Sc. de 1721, & 1726*, & à *ſon Expoſition Anatomique*. Tous ces muſcles ſont enveloppés d'une grande quantité de graiſſe qui entretient la ſoupleſſe des fibres. C'eſt au moyen de tous ces muſcles que l'œil exécute ſes mouvemens, & ſe dirige vers les objets qu'on veut voir. Peut-être n'eſt-ce pas là leur ſeul uſage; peut-être ſervent-ils encore à allonger & à accourcir l'œil, lorſqu'il s'agit de voir des objets proches & éloignés.

continuent de ſe rapprocher des axes de leurs pinceaux. Ils deviennent donc plus convergens, & ce degré de convergence qu'ils acquerent, eſt préciſément de la quantité néceſſaire, lorſque les objets ſont à la portée de la vue, pour faire tomber les ſommets p, q, r de leurs pinceaux exactement ſur le fond de l'œil, & y former par conſéquent une image pqr de l'objet PQR. Cette image eſt renverſée, parce que les axes des pinceaux ſe croiſent en traverſant le criſtallin, comme ſi ces pinceaux tombaient ſur un verre lenticulaire.

Le rayon QOq qui traverſe l'œil ſans ſe réfracter, & qui paſſe par conſéquent par le centre de la cornée, & de toutes les humeurs, ſe nomme *Axe Optique.* *

29.* L'endroit du fond de l'œil où tombe l'axe Optique, répondant directement au trou de la prunelle, eſt différent de celui où le nerf Optique s'ouvre pour former le globe. Il eſt un peu plus bas & à côté, en tirant vers la tempe.

30. Les images ne ſe peignent point avec la même netteté partout au fond de l'œil. Il n'y en a qu'une très-petite portion où elles ſoient bien diſtinctes; c'eſt celle qui a pour centre le point où ce fond eſt rencontré par l'axe Optique. Auſſi ne voit-on bien diſtinctement d'un ſeul regard qu'une petite partie de l'objet, tout le reſte s'apperçoit confuſément.

30. On regarde communément la retine comme l'organe immédiat de la vue; il faut cependant convenir que l'opinion qui attribue cette fonction à la choroïde, eſt appuyée ſur des expériences & des obſervations qui paraiſſent déciſives. Ce ſentiment dont on ſçait que Mr. Mariotte eſt l'Auteur, eſt expoſé dans tout ſon jour dans *le Traité des Sens de Mr. le Cat.* L'impuiſſance de le préſenter plus favorablement, nous a déterminé à l'expoſer d'après lui, en abregeant toutefois autant qu'il nous ſera poſſible.

Mr. le Cat commence d'abord par rapporter l'expérience qui apprit à Mr. Mariotte que la partie médullaire du nerf Optique eſt incapable de ſenſation.

32. Mr. Mariotte ſçachant que le nerf Optique ne s'ouvre pas au milieu du fond de l'œil, mais un peu plus haut & à côté vers le nez, & voulant ſçavoir ce qui arriverait ſi l'image d'un objet tombait directement ſur la moëlle de ce nerf, attacha à la hauteur de ſes yeux contre un mur ſombre, un petit cercle de papier blanc pour fixer ſa vue; enſuite à la diſtance d'environ deux pieds de ce cercle, à droite & un peu plus bas, il en attacha un autre un peu plus grand; cela fait, il ferma l'œil gauche, & ſe tenant d'abord à peu de diſtance du mur, il ſe mit à regarder le premier cercle avec l'œil droit; il apperçut en même tems l'autre cercle qui était à droite; & s'étant éloigné peu à peu, il continua toujours de le voir, juſqu'à ce qu'étant parvenu à la diſtance de dix pieds, il le perdit abſolument de vue. Il crut d'abord que l'obliquité de l'objet était cauſe qu'il ceſſait de le voir; mais il ſe détrompa bien vîte en remarquant que des objets qui étaient plus éloignés du premier cercle ſur la droite, s'appercevaient aiſément. Il répéta & varia ſon expérience de différentes manières, & après un mur examen, il en conclut que les images qui tombent ſur la partie médullaire du nerf Optique, ne cauſent aucune ſenſation.

Mr. le Cat a lui-même répété cette expérience, & elle lui a parfaitement réuſſi dès le premier eſſai, à cette différence près que ce n'était qu'à la diſtance de huit pieds qu'il perdait de vue le ſecond papier, placé à deux pieds du premier; plus loin ou plus près, ce ſecond papier ſe découvrait.

Il ne s'eſt pas contenté d'une première expérience, il l'a répétée en mettant un

86. L'image d'un objet eſt donc formée d'autant de points diſtincts qu'il y en a dans l'objet qu'elle repréſente ; & cette image n'eſt bien parfaite qu'autant que ces points ne ſe confondent point,

grand quarré de papier à la place du ſecond cercle qu'il perdait de vue ; & s'étant éloigné à la même diſtance de huit pieds, il a remarqué qu'il diſparaiſſait entiérement dans le centre de ce papier, un eſpace circulaire d'environ neuf pouces de diamétre. Il fit cette expérience à toutes ſortes de diſtances, & il obſerva que lorſqu'il mettait le grand papier à quatre pieds du premier, & qu'il s'éloignait à ſeize pieds, il perdait de vue un cercle de dix-huit pouces de diamétre ; que ce même papier étant à ſix pieds, & lui à vingt-quatre pieds, il ceſſait de voir un cercle de vingt-ſept pouces, &c. d'où il conclut en général, que pour que le ſecond papier diſparaiſſe, il faut le placer à côté & un peu au-deſſous du premier, au quart de la diſtance environ du premier papier à l'œil.

33. Il eſt donc démontré que nous perdons de vue un objet ou celle de ſes parties, dont l'image tombe ſur la portion médullaire du nerf Optique. Heureuſement que cette portion qui eſt ſans ſenſibilité, n'occupe qu'une très-petite partie du fond de l'œil. C'eſt un petit eſpace circulaire dont le diamétre eſt peut-être $\frac{1}{79}$ du diamétre de l'œil, & dont le centre eſt éloigné de $\frac{7}{25}$ de ces mêmes parties de l'axe Optique. (*Eſſai de Phiſique de Muſſchenbroek, tom. 2. pag. 563.*)

Donc puiſque la partie médullaire du nerf Optique eſt ſans ſenſibilité, la retine qui en eſt une expanſion, n'en a pas non plus. Donc elle ne peut être l'organe immédiat de la vue. Telle eſt la conſéquence que Mr. Mariotte tire de ſon expérience ; & il ne paraît pas en effet qu'on en puiſſe tirer d'autre. » Mais, ajoûte Mr. le Cat, indépendamment de cette obſervation frappante ſur l'impuiſſance du nerf Optique, » ce que la Chirurgie nous apprend de l'inſenſibilité de la ſubſtance du cerveau, » ſemblait devoir ſuffire pour en conclure » que la partie moëlleuſe des nerfs ne peut » être l'organe d'aucune ſenſation, ni par » conſéquent de la viſion ; cependant cette » expérience ſeule contre une opinion reçue n'était pas aſſez forte ; on lui aurait » oppoſé mille ſubterfuges ; on ſerait convenu que la moëlle du cerveau & des » nerfs, n'eſt pas ſenſible au tranchant du » ſcalpel, mais on aurait ſoutenu qu'elle » l'eſt à la lumière proportionnée à ſa délicateſſe. Il fallait donc des faits, tels que » l'expérience de Mr. Mariotte, pour faire » ſoupçonner d'erreur les partiſans de la retine ; & il fallait encore à Mr. Mariotte » un homme auſſi habile que Mr. Mery, » pour conſtater par de profondes recherches anatomiques, ce que le Phyſicien » avait commencé à établir par l'expérience » d'Optique. Mr. Mery plongea un chat » dans un ſceau d'eau, & lui examina le » fond des yeux. Quand l'œil eſt plongé, » on en voit plus diſtinctement les parties » internes. Il vit donc que la retine était » auſſi tranſparente que toutes les humeurs » de l'œil, & il en conclut que cette membrane n'était pas plus l'organe immédiat » de la vue, que le criſtallin & l'humeur » vitrée, puiſque les rayons la traverſaient » auſſi facilement qu'ils traverſent les autres » humeurs. »

Mais on dit ; la retine, quoique tranſparente, a cependant une ſorte d'opacité aſſez ſemblable à celle du papier huilé. Si on dépouille la partie poſtérieure d'un œil de bœuf de ſes premières tuniques, en ne laiſſant que la retine, & qu'on mette cet œil au trou de la chambre obſcure, on verra les images des objets peintes ſur cette retine.

A cela on répond, » que cette médiocre » opacité de la retine, prouve qu'elle intercepte un peu de lumière, qu'elle en » modere l'impreſſion, & non pas qu'elle » eſt l'organe de la vue ; au contraire, puiſque la retine n'arrête que très-peu de lumière, qu'elle la laiſſe preſque toute » paſſer ; donc elle n'eſt pas l'organe de la » vue ; car un organe doit arrêter tout ſon » objet & le fixer en entier. Cet organe eſt » donc plutôt la membrane ſur laquelle la

qu'ils ſont bien diſtincts, & gardent le même ordre que les points correſpondans de l'objet. Lors donc que les ſommets des pinceaux ne tombent pas exactement ſur le fond de l'œil, & que les

» retine laiſſe tomber toute cette lumière » qui lui échape, & qui eſt abſorbée en en» tier par cette ſeconde membrane. »

34. Mr. Pecquet s'efforça d'expliquer l'expérience de Mr. Mariotte, en diſant, que ſi l'on perd de vue la partie de l'objet dont l'image tombe ſur le centre du nerf Optique, c'eſt parce qu'il ſe trouve en cet endroit dans la retine, un tronc de vaiſſeaux ſanguins, qui intercepte l'action des rayons. Mais comment ſe perſuader que la lumière ne puiſſe traverſer des vaiſſeaux auſſi fins & auſſi déliés que ceux de la retine, lorſqu'on ſçait qu'elle en traverſe librement de beaucoup plus gros ? Si cela était, combien les images ne ſeraient-elles pas défectueuſes, puiſque la retine eſt parſemée d'un très-grand nombre de ces petits vaiſſeaux. N'eſt-il pas évident que par-tout où la lumière en rencontrerait, ſon impreſſion ſerait nulle, & n'affecterait ni la retine ni la choroïde ? Les images manqueraient donc abſolument dans tous ces endroits; ce que l'expérience démontre faux.

35. Mr. le Cat rapporte une autre objection qui fut faite par Mr. Perrault. Cet Académicien dit, que la retine étant tranſparente, la choroïde lui eſt néceſſaire pour lui renvoyer les rayons, comme le mercure eſt néceſſaire à une glace de miroir; & que la choroïde venant à manquer ſous la retine au centre du nerf Optique, la retine ſe trouve dans le cas d'une glace, dont on aurait ôté le mercure en quelqu'endroit.

Mais il eſt viſible qu'il ſe trompe dans ſa comparaiſon. Le mercure renvoie les rayons; la choroïde eſt une eſpéce de velours noir qui les abſorbe tous, & n'en renvoie par conſéquent aucun à la retine. Si ſa comparaiſon eſt vraie, c'eſt lorſqu'il convient que la viſion manquant où la choroïde manque, cette membrane eſt auſſi eſſentielle à la viſion que le mercure à l'effet des miroirs. De même que le mercure fait tout dans la réfléxion des images, de même auſſi la choroïde remplit ſeule les fonctions d'organe de la vue. C'eſt de l'impreſſion qui s'y fait que naît la ſenſation; & la retine ne fait comme la glace, que laiſſer paſſer les images.

» D'ailleurs, continue Mr. le Cat, la » choroïde raſſemble toutes les qualités re» quiſes pour former l'organe qu'on cherche. » Elle eſt une continuation de la pie-mere, » qui eſt le véritable organe général des » ſenſations; la choroïde eſt ſolide, élaſti» que, extrêmement ſenſible. Elle forme » une eſpece de velours noir tout propre à » abſorber les rayons ou l'image, & par » conſéquent à en recevoir toute l'impreſ» ſion. On ſçait que les mammelons de la » langue abſorbent les ſucs ſavoureux; que » l'intérieur du nez retient les vapeurs odo» rantes, &c. c'eſt une ſtructure preſque » générale dans les organes des ſenſations, » & il n'y en a point où cette ſtructure ſoit » plus eſſentielle que dans l'organe immé» diat de la vue; car ſi cet organe n'avait » pas abſorbé l'image, & qu'il l'eut réfléchie, » elle ſe fut éparpillée dans toute la cavité » de l'œil, les réfléxions ſe fuſſent multi» pliées, & il y aurait eu dans tout cet or» gane une confuſion étrange de rayons & » d'impreſſions, & nulle image, nulle ſen» ſation diſtincte. C'eſt pour cela en partie, » que les vieillards en qui l'encre de la cho» roïde perd de ſon beau noir, ne voient » plus les objets avec la même netteté, » mais avec une ſorte de confuſion. La cho» roïde eſt donc la ſeule membrane de l'œil » propre à faire l'organe immédiat de la » vue. »

36. Mais voici de nouvelles preuves plus directes, & qui ſemblent détruire le reſte d'incertitude où l'on pourrait être encore, ſur le ſentiment que nous expoſons.

» Quand nous voulons examiner, dit » Mr. le Cat, la bonté d'un œil, nous met» tons la perſonne vis-à-vis d'un beau jour, » nous lui fermons les deux yeux; enſuite » nous ouvrons ſubitement l'œil que nous » voulons examiner; on remarque alors le » mouvement que fait l'iris à l'entrée de la » lumière dans cet organe; ſi elle ſe reſſerre » beaucoup, l'œil eſt très-bon; ſi elle ſe » reſſerre peu, on peut aſſurer que cet œil

rayons arrêtés avant ou après leur réunion, ſont répandus dans des eſpaces circulaires plus ou moins grands, l'image devient confuſe, & par conſéquent la viſion. Or, c'eſt ce qui arriverait infailliblement, ſi l'œil ne ſouffrait pas des changemens relatifs aux diverſes diſtances des objets. * Car s'il reſtait toujours dans

» voit faiblement ; & ſi elle eſt immobile, » cet œil ne voit point du tout. »

» Le bon œil reſſerre ſa prunelle, parce » que l'organe immédiat de la vue eſt frapé » par une lumière vive, qui l'éguillonne & » met ſes fibres en contraction. Le mauvais » œil reſte immobile, parce qu'un mauvais » œil eſt celui qui n'eſt plus ſenſible à l'im- » preſſion de la lumière, & que cette même » inſenſibilité fait qu'il n'eſt pas excité à la » contraction de ſes fibres. C'eſt donc le » même organe qui ſent l'impreſſion de la » lumière, & qui contracte ſes fibres en » conſéquence. Or, l'iris qui ſe contracte » ainſi, eſt la continuation de la choroïde, » & elle n'a aucune connexion avec la re- » tine ; donc la choroïde eſt l'organe im- » médiat de la vue. »

» Les accidens qui arrivent aux yeux, » prouvent encore pour la choroïde. S'il » ſurvient à l'œil une inflammation, une » tenſion douloureuſe, l'organe immédiat » devenu trop ſenſible, ſe trouve bleſſé par » la lumière ordinaire, & ſuffiſamment » ébranlé par la plus faible lumière, comme » on l'a vu par les obſervations de ces per- » ſonnes qui voyaient dans les ténébres. » Mais de toûtes les parties du fond de l'œil » frappées par les rayons, il n'y a que la » choroïde qui ſoit ſuſceptible de douleur, » de tenſion, d'érétiſme, puiſque la retine » n'eſt qu'une bave molle & inſenſible ; » donc la choroïde eſt l'organe immédiat » de la vue. »

A quoi ſert donc la retine ? Mrs. Mariotte & le Cat répondent qu'un de ſes principaux uſages eſt de modérer l'impreſſion de la lumière, qui eſt obligée de pénétrer au travers avant d'arriver à la choroïde, & de la mettre, pour ainſi dire, à l'uniſſon de cet organe.

37. * Si l'on eſt certain qu'il doit ſe faire des changemens dans l'œil pour voir à différentes diſtances, il faut convenir qu'on ne ſçait pas trop en quoi ils conſiſtent, & qu'on n'a là deſſus que des probabilités.

38. Pluſieurs, parmi leſquels on compte Mr. Huyghens, prétendent que le criſtallin s'approche de la cornée, quand on veut regarder des objets proches ; mais quand même il pourrait aller juſqu'à la toucher, il ne s'éloignerait point encore aſſez du fond de l'œil pour y faire tomber les ſommets des pinceaux, & on n'aurait point par conſéquent de viſion diſtincte.

39. Nous ſerions tentés de ne point citer l'opinion de ceux qui ſoutiennent que le criſtallin peut changer de figure, ſelon les cas, par l'action des plis ciliaires ; quiconque connaît la ſolidité de ce corps, & la faibleſſe des agens, qui doivent, ſelon cette opinion, en varier la figure, ne peut qu'être ſurpris qu'on les en ait ſeulement ſoupçonnés.

40. D'autres penſent que les muſcles font prendre au globe même différentes formes, ſelon l'exigence des cas ; que lorſqu'on veut voir des objets éloignés, les muſcles ſe contractent, raccourciſſent l'œil ſelon ſon axe, & rapprochent par conſéquent l'un de l'autre la partie antérieure de l'œil & le fond ; que pour les objets proches, ces muſcles le preſſent ſuivant ſon équateur, & l'obligent de s'allonger dans le ſens de ſon axe ; ce qui met plus de diſtance entre le fond & la partie antérieure.

Cette opinion a quelques dégrés de vraiſemblance que les autres n'ont pas. Mais le Méchaniſme qu'elle ſuppoſe, eſt encore loin de ſatisfaire abſolument à ce qu'on demande. On ſçait que la diſtance du fond de l'œil aux ſurfaces réfringentes qui ſont vers ſa partie antérieure, ne peut varier aſſez pour que les rayons s'y réuniſſent dans tous les cas. Il a donc fallu ſe tourner d'un autre côté, & voici ce qu'on a trouvé de mieux. Mr. Jurin eſt l'Auteur du ſentiment ingénieux que nous allons expoſer.

le même état, il n'y aurait que ceux qui se trouveraient à une certaine distance, dont les rayons se réuniraient bien exactement sur le fond de l'œil. Les rayons des objets qui seraient à une dis-

41. Il fait d'abord remarquer que la cornée est une membrane flexible & élastique, capable de céder à une force externe ou interne, & reprenant d'elle-même sa première forme, aidée d'ailleurs de la pression de l'humeur aqueuse.

42. Il observe ensuite que l'uvée est une membrane musculaire, susceptible de se resserrer, & de se réduire à de moindres dimensions, laquelle prend son origine dans cette protubérance du ceintre orbiculo-ciliaire, qui regne le long de l'intérieur de la cornée, à l'endroit où elle se joint à la sclérotique. Il nomme uvée ce que nous avons dit être sa lame antérieure.

43. Considérant ce qui arrive quand la prunelle se rétrecit, il en infére que cette protubérance a des fibres circulaires, au moyen desquelles elle peut se resserrer. Car quand les fibres circulaires de l'iris, qu'il appelle le *petit Anneau musculaire*, se contractent, les fibres droites, obligées de s'étendre, tirent nécessairement un peu en dedans le bord de l'uvée qui tient à la cornée, & par conséquent le bord de la cornée même; mais ce bord de l'uvée ne peut être tiré en dedans, sans se resserrer & se réduire à une circonférence plus petite qu'auparavant. Le bord de l'uvée qui joint à la cornée, doit donc avoir des fibres circulaires pour pouvoir se resserrer, de même que le bord de l'uvée qui borde la prunelle. A quoi servirait d'ailleurs une partie aussi forte & aussi adhérente à la cornée, si elle n'avait pas une force musculaire capable de vaincre une résistance considérable ? Ainsi tout porte à croire que cette protubérance a des fibres circulaires; & Mr. Jurin l'appelle à cause de cela, *le grand Anneau musculaire de l'uvée.*

44. Si on joint à ces observations ce que nous avons dit de la capsule du cristallin, & qu'on se rappelle que les plis ciliaires qui sont insérés & retenus au bord de la portion antérieure de cette capsule, tiennent par l'autre bout à la protubérance dont nous parlons, & sont des fibres musculaires capables de se resserrer, quoique d'ailleurs plus faibles que celles de l'iris, il sera facile de suivre Mr. Jurin dans l'explication qu'il donne des changemens qui arrivent dans l'œil, quand nous voulons voir distinctement à toutes les distances. Voici comme il raisonne.

D'abord quand l'œil est en repos, & que les parties ne font aucun effort, on voit distinctement les petits objets à une distance moyenne déterminée, qui peut être pour la plûpart des yeux de 15 à 16 pouces. C'est la distance ordinaire à laquelle on lit un caractere médiocre, & où l'on voit parfaitement, sans que l'œil fasse d'effort.

45. Si on veut voir des objets plus près que de 15 à 16 pouces, je suppose, dit ce célébre Physicien, que le grand anneau musculaire de l'uvée se resserre, & augmente par là la convexité de la cornée. Par conséquent les rayons se rompent davantage; ce qui compense leur trop grande divergence en entrant dans l'œil. Aussi-tôt que nous ne regardons plus ces objets, cet anneau cesse d'agir, & la cornée reprend, par son ressort, la convexité qui lui est ordinaire quand nous regardons à 15 ou 16 pouces.

46. Quand on veut regarder des objets plus éloignés que de 15 ou 16 pouces, je suppose que les plis ciliaires se contractent, ce qu'ils ne peuvent faire sans tirer à eux, & un peu en devant, les bords de la surface antérieure de la capsule où ils sont retenus. En même tems la liqueur contenue entre la capsule & le cristallin reflue nécessairement du milieu aux bords de cette surface antérieure, un peu élevés, par la contraction des plis ciliaires; & par conséquent cette surface devient moins convexe. Ainsi considérant le cristallin, sa capsule & l'eau contenue entre deux, comme ayant tous une même force réfractive, (supposition très-permise, tant que l'expérience ne prouvera pas le contraire) & ne composant qu'un corps unique de forme lenticulaire, il est clair que sa surface antérieure étant moins convexe, les rayons doivent moins se briser, & se réunir plus tard. Aussi-tôt que les plis ciliaires cessent de se contracter, la surface antérieure de la capsule qui était

tance

tance moindre, auraient leurs points de concours au-delà de ce fond, & ceux des objets plus éloignés, les auraient en deçà. Quand les objets ſont proches, il faut donc que les humeurs

tendue, reprend ſa première figure par ſon élaſticité.

Comme cette capſule eſt une membrane très-délicate, qui contient une liqueur entr'elle & le criſtallin, il n'eſt point étonnant qu'elle puiſſe obéir auſſi-tôt à l'action d'un muſcle auſſi faible que le plis ciliaire, tandis que ce muſcle ne peut applatir le criſtallin même, à cauſe de ſa ſolidité.

47. Mais, dira-t-on, pourquoi n'avoir pas rendus plus forts les plis ciliaires, & ne les avoir pas attachés immédiatement au criſtallin? Tout ſe ſerait réduit alors à tirer le criſtallin en dehors, & à l'applatir; & on n'eut pas eu beſoin de la capſule ni de l'eau qu'elle contient, dont il paraît qu'on pouvait ſe paſſer.

Mr. Jurin qui ſe fait cette objection, répond que ce moyen, quoique plus ſimple que celui que la nature met en uſage, n'eut pas auſſi bien ſatisfait à ſes vues. Car les plis ciliaires partant du bord de la cornée à l'endroit où elle ſe joint à la ſclérotique, il eſt viſible que s'ils étaient plus forts, lorſqu'ils viendraient à ſe reſſerrer, ils tireraient la cornée en dedans, en tirant le criſtallin à eux, & augmenteraient par conſéquent la convexité de la cornée, en même tems qu'ils diminueraient celle du criſtallin, d'où réſulteraient des effets contraires, puiſque l'augmentation de convexité de la cornée diſpoſe l'œil pour les objets proches, & l'applatiſſement du criſtallin pour les objets éloignés. Or, on n'a rien à craindre de ſemblable, les plis ciliaires étant auſſi faibles qu'ils le ſont; ils ne peuvent affecter ſenſiblement la cornée, & peuvent cependant procurer l'avantage de voir de loin au moyen de la capſule & de l'eau qu'elle contient.

48. J'avais cru d'abord, ajoûte Mr. Jurin, que les deux ſurfaces de la capſule devenaient moins convexes lorſque ſes bords étaient tirés un peu en dehors; mais conſidérant depuis combien la ſurface poſtérieure eſt adhérente par ſes bords à la membrane de l'humeur vitrée, & que de la manière que cette humeur tient enchaſſé le criſtallin & ſa capſule, elle doit néceſſairement empêcher que le bord de la capſule vienne en dehors; me rappellant d'ailleurs la ſituation & l'inſertion des plis ciliaires, je me ſuis convaincu qu'il ne peut y avoir que la ſurface antérieure qui puiſſe s'applatir & donner à l'œil la faculté de voir les objets éloignés.

Telle eſt l'hypotheſe ingénieuſe de Mr. Jurin; mais il était bon de s'aſſurer ſi elle était auſſi ſolide que ſéduiſante, & ſi elle ſe ſoutiendrait dans les détails. Or, c'eſt ce que ſon célébre Auteur a eu le plaiſir de trouver; le calcul auquel il l'a ſoumiſe, n'a ſervi qu'à lui donner de nouveaux degrés de vraiſemblance.

49. Si on voit diſtinctement un objet placé ſucceſſivement à trois différentes diſtances de l'œil, telles que la première étant la plus petite à laquelle on puiſſe le voir diſtinctement, la ſeconde ſoit double de cette première, & la troiſième infinie; il eſt remarquable qu'il doit ſe faire à peu près d'auſſi grands changemens dans la figure de l'œil, pour voir diſtinctement à la première & à la ſeconde diſtance, qui ne différent pas beaucoup, que pour voir diſtinctement à la ſeconde & à la troiſième, dont la différence eſt infinie. Soit $BCDE$ (*Fig.* 157.) l'axe de l'œil infiniment prolongé; BC, BD, BE, les trois différentes diſtances de l'objet à la cornée AB; & CA, DA, EA, trois rayons qui tombent ſur un point quelconque donné de la cornée à l'axe de laquelle EA eſt parallele.

Préſentement pour former une viſion diſtincte des points C, D, E, il eſt clair qu'il faut que les rayons CA, DA, EA, ſe rompent ſucceſſivement, de manière que chacun d'eux aille ſe rencontrer avec l'axe de l'œil, au même point F de la rétine.

50. Suppoſons en premier lieu le point F donné, ou ce qui revient au même, la longueur de l'axe BF invariable; il eſt évident que la quantité de la réfraction doit être différente pour chaque rayon; & parce que la diſtance CD eſt ſuppoſée égale à CB ou CA, l'angle CAD eſt égal à l'angle CDA, & par conſéquent à l'angle DAE.

de l'œil deviennent plus convexes, afin de rompre davantage les rayons, & d'accélérer leur réunion ; & quand les objets ſont éloignés, elles doivent au contraire s'applatir, afin de rompre moins les rayons, & empêcher par conſéquent qu'ils ne ſe réuniſſent trop-tôt. Peut-être n'eſt-il pas impoſſible qu'elles ſoient aidées dans le premier cas par l'allongement ; & dans le ſecond, par l'accourciſſement du globe même de l'œil, occaſionné par l'action de ſes muſcles.

87. Cette deſcription de l'œil & de la cauſe de la viſion, eſt encore confirmée par cette obſervation, que ſi l'on dépouille le fond de l'œil de ſa ſclérotique, on y voit au travers des autres membranes plus minces, les images des objets peintes très-diſtinctement. Or ces images, faiſant une impreſſion ſenſible, que le mou-

C'eſt pourquoi, ſi on imagine que chaque rayon retourne du point F ſucceſſivement aux points C, D, E, la quantité totale de ſes réfractions doit être d'abord diminuée de l'angle CAD, & enſuite de ſon égal DAE ; les changemens de figures des diverſes ſurfaces réfringentes de l'œil, doivent donc être à peu près les mêmes, ſoit que l'objet s'écarte de C en D, ou qu'il s'écarte de D en E.

51. En ſecond lieu, ſuppoſons invariables les figures des ſurfaces réfringentes, & ſoit F (*Fig.* 158.) leur foyer principal, c'eſt-à-dire, le point où les rayons qui tombent paralleles ſur la cornée, ſe réuniſſent après leurs réfractions à ces ſurfaces ; ſoit G un autre foyer principal où des rayons qui tombent paralleles ſur la ſurface poſtérieure du criſtallin, vont ſe réunir après avoir été rompus par ces mêmes ſurfaces. Je trouve par le calcul que BG n'eſt que 0,5 ou 0,6 de pouce, & que par conſéquent faiſant GC égale à CD, ſi l'on prend les diſtances de l'objet depuis G, au lieu de les prendre depuis B, le cas préſent ſera peu différent du précédent. Maintenant que les rayons d'un pinceau venant de C, ſe réuniſſent en c après les réfractions, & que ceux qui viennent de D, concourent en d ; par l'Article 373, on a Fc réciproquement comme GC, de même que ſi les rayons n'étaient rompus que par une lentille (*Art.* 240.) ; c'eſt-à-dire, que $Fc : Fd :: GD : GC :: 2 : 1$; ce qui fait voir que les déplacemens cd & dF du fond de l'œil ſont égaux, tandis que la diſtance GC varie du ſimple au double, & enſuite à l'infini.

52. Enfin, ſi nous ſuppoſons que la viſion diſtincte ſoit dûe, partie au déplacement du fond de l'œil, partie aux changemens de figures des ſurfaces réfringentes, on comprend aiſément que tous ces différens changemens pris enſemble, ſont les mêmes dans l'un & l'autre cas.

53. Donc ſi ceux qui ont la vue courte, qu'on appelle Miopes, peuvent lire un petit caractere à deux diſtances différentes, dont la plus grande ſoit ſeulement double de la plus petite, ce que nous croyons qu'ils peuvent faire pour la plûpart, il s'enſuit que leurs yeux ſouffrent d'auſſi grands changemens, que ceux que doivent éprouver des yeux parfaits pour voir diſtinctement à toutes les diſtances intermédiaires entre l'infini & la plus grande de ces deux diſtances ; & c'eſt par cette raiſon qu'un Miope voit diſtinctement à toutes les diſtances par le ſecours d'un ſeul verre concave d'une figure convenable ; car autrement il ſerait forcé de ſe ſervir de verres de figures différentes, ſuivant les diverſes diſtances.

54. Delà il ſuit que le défaut des vues courtes ne vient point d'un défaut de puiſſance dans l'œil pour varier ſa figure ; mais que la ſomme totale des réfractions eſt trop grande rélativement à la diſtance du fond de l'œil à la cornée.

vement le long des fibres des nerfs Optiques tranſmet auſſi-tôt au cerveau, ſont la cauſe de la viſion. Car l'étroite correſpondance de l'œil & du cerveau, fait que ſi les images ſont parfaites, on voit l'objet parfaitement *, & que quand elles ne le ſont pas, la viſion ſe reſſent de leurs défauts, & eſt imparfaite comme elles. Si l'œil eſt teint de quelque couleur particulière, comme dans la jauniſſe, de ſorte que les images tracées au fond de l'œil ſoient teintes de cette couleur, tous les objets paraiſſent teints auſſi de la même couleur.

* Nous avons déjà fait entrevoir qu'une des conditions néceſſaires à la perfection de la viſion, eſt que les objets ſe peignent diſtinctement au fond de l'œil, & par conſéquent que les rayons qu'ils envoient de leurs diverſes parties, ſe réuniſſent dans autant de points diſtincts de ce fond, qu'il y a de points dans l'objet d'où ils viennent. Mais une autre condition auſſi importante, c'eſt que les rayons qui vont ſe réunir dans chacun de ces points, ſoient en aſſez grand nombre pour y faire une impreſſion ſenſible; & qu'outre l'avantage de voir diſtinctement, on ait encore celui de voir clairement.

55. La clarté de la viſion dépend donc de la quantité de lumière reçue dans l'œil. Or, cette quantité de lumière dépend elle-même de deux choſes : que l'objet ſoit aſſez lumineux ou aſſez éclairé, & qu'il envoie par conſéquent des rayons en aſſez grand nombre; & que la prunelle puiſſe s'ouvrir beaucoup. Nous n'avons pas beſoin de faire obſerver que cette lumière ne doit pas être trop forte; on ſçait qu'alors elle ferait une impreſſion trop vive, & pourrait bleſſer l'organe.

56. Tout le monde croit qu'on voit plus clairement des deux yeux que d'un ſeul, & il eſt certain qu'on a raiſon. Cependant la différence n'étant pas auſſi conſidérable, qu'on pourrait ſe l'imaginer, il convenait de chercher à s'en aſſurer, & à découvrir même, s'il étoit poſſible, en quoi elle conſiſte.

C'eſt encore à Mr. Jurin qu'on doit ce qui s'eſt fait là-deſſus. Pour découvrir d'abord ſi on voit en effet plus clairement un objet des deux yeux que d'un ſeul, voici comme il s'y prit. Il mit un morceau de papier blanc directement devant lui, & appliquant contre ſa tempe droite le côté d'un livre qui avançait beaucoup plus que ſon viſage, il le diſpoſa de manière à cacher, pour ſon œil droit ſeulement, la moitié droite de ce papier, tandis que des deux yeux il en voyait la moitié gauche. Regardant alors le papier des deux yeux, il remarqua qu'il était diviſé en deux parties égales par une ligne obſcure; que la moitié du papier qui était à la droite de cette ligne, paraiſſait conſidérablement plus ſombre que celle qui était à la gauche. Il obſerva de même d'autres objets, & il trouva conſtamment que la partie qu'il ne voyait que d'un œil, était évidemment plus obſcure que celle qu'il voyait des deux yeux. Lorſqu'il appliquait le livre contre ſa tempe gauche, il appercevait la même différence; ce qui prouve qu'il avait les deux yeux d'égale force.

Quand il regardait de même une page d'un livre diviſée en deux colonnes, il trouvait que la colonne qu'il voyait des deux yeux, était beaucoup plus diſtincte & plus liſible, que celle qu'il ne voyait que d'un œil. Cette différence était plus ſenſible, quand en faiſant l'expérience à la lumière d'une bougie, le livre était tellement éloigné, qu'il avait peine à lire des deux yeux; car alors la colonne qu'il ne voyait que d'un œil, n'était pas liſible.

57. Mais ce n'était pas aſſez de s'être aſſuré qu'on voit plus clairement des deux yeux que d'un ſeul, il fallait encore découvrir qu'elle était la différence. Dans cette vue, il attacha d'abord une feuille de papier blanc contre un mur; puis à la diſtance d'environ trois pieds, il plaça une bougie de manière que ſa flamme ſe trouvait à peu près à la hauteur & vis-à-vis le milieu de ce papier; mais donnant cependant un peu à droite, à ſix pieds de diſtance du papier, &

88. Si l'âge, ou quelque maladie deſſéche les humeurs de l'œil, de ſorte que par la diminution de leur volume, la cornée & le criſtallin s'applatiſſent, la lumière n'eſt plus aſſez réfractée, & par une ſuite néceſſaire de ce défaut de réfraction, les ſommets des pinceaux ne tombant plus ſur le fond de l'œil, mais plus loin, l'image loin d'être compoſée de points diſtincts qui repréſentent les points correſpondans de l'objet, n'eſt plus qu'un aſſemblage de cercles lumineux qui anticipent les uns ſur les autres. Par conſéquent cette image eſt confuſe, & l'on ne voit l'objet que confuſément; & plus il regnera de confuſion dans l'image, plus il en regnera dans l'apparence de l'objet. Voilà préciſément en quoi conſiſte le défaut de la vue dans les gens âgés, & qui nous apprend pourquoi on parvient à remédier à ce défaut par le ſecours des lunettes *. Car les verres de ces lunettes étant convexes, ſup-

vis-à-vis le milieu de ſa moitié gauche, il plaça une autre bougie dont la flamme était auſſi à la même hauteur que celle de la première. Enſuite au moyen d'un livre qu'il mit entre la moitié gauche du papier & la ſeconde bougie, il empêcha que cette moitié n'en fût éclairée. Cette moitié ne ſe trouvant plus éclairée que par une ſeule bougie, paraiſſait conſidérablement plus ſombre, que la moitié droite qui était éclairée par les deux.

La différence d'éclat des deux moitiés du papier eſt aiſée à connaître; la ſeconde bougie étant deux fois plus éloignée, la moitié droite du papier n'en devait recevoir que le quart de la lumière qu'elle recevait de la bougie la plus proche; & par conſéquent l'éclat de cette moitié était à celui de la moitié gauche, comme 5 à 4.

58. Tout étant ainſi diſpoſé, & les bougies éclairant également, Mr. Jurin appliqua un livre contre ſa tempe droite, de manière qu'il cachât à l'œil droit, la moitié droite du papier. Regardant alors le papier des deux yeux, la moitié droite qui avait cinq degrés de lumière, & n'était vue que de l'œil gauche, lui parut évidemment plus blanche que la moitié gauche, qui avait quatre degrés de lumière, & qu'il voyait des deux yeux. Par conſéquent un objet vu des deux yeux ne paraît pas d'un quart plus lumineux que lorſqu'on ne le voit que d'un œil.

Mettant enſuite la ſeconde bougie à 9 pieds de diſtance du papier, il trouva que la moitié droite du papier qui recevait 10 degrés de lumière, & qu'il ne voyait que d'un œil, paraiſſait un peu plus blanche que la moitié gauche qui ne recevait que 9 degrés de lumière, & qu'il voyait des deux yeux.

59. Il porta un pied plus loin la même bougie, de ſorte que les diſtances des deux bougies au papier étant comme 3 à 10, les quantités de lumière qu'elles envoyaient ſur la moitié droite du papier, étaient comme 100 à 9, ou environ comme 11 à 1. La moitié droite du papier vue d'un œil, paraiſſait encore un peu plus blanche que la moitié gauche vue des deux yeux. Mais ayant porté la ſeconde bougie à 12 pieds du papier, la moitié droite de ce papier vue d'un œil, parut un peu plus ſombre que la moitié gauche vue des deux yeux. D'où il ſuit que lorſque la ſeconde bougie était environ à 11 pieds du papier, la moitié droite vue d'un œil, & la moitié gauche vue des deux yeux, devaient paraître de la même blancheur.

60. Donc un objet vu des deux yeux paraît plus clair d'environ $\frac{1}{13}$, que quand on ne le voit que d'un ſeul. Il faut cependant ne regarder ce réſultat que comme un à peu près; car il eſt difficile de faire là-deſſus des expériences bien exactes.

61.* Pour déterminer les verres propres à ſuppléer aux défauts de la vue, il faut chercher les limites de la viſion confuſe & diſ-

pléent au peu de convexité de l'œil ; en contribuant à rendre plus grande la ſomme totale des réfractions, ils ſont cauſe que les rayons convergent plus qu'ils n'auraient fait ; & lorſque ces verres ont le

tincte, c'eſt-àdire, les diſtances où un objet commence à paraître confus, pour les Presbites, en meſurant la diſtance la plus petite à laquelle ils peuvent voir diſtinctement, & lire un caractere médiocre ; & pour les Miopes, en meſurant la plus grande & la plus petite diſtances auxquelles ils peuvent voir diſtinctement, & lire un petit caractere. Si on veut une détermination plus exacte, il ſera facile de l'avoir en diſpoſant près de l'œil, & un peu au-deſſous, une des extrêmités d'une longue regle, & remarquant les plus grandes & les plus petites diſtances auxquelles des lignes menées ſuivant la longueur de cette regle, commencent à paraître confuſes. Je donnerai toujours la préférence aux verres les moins concaves ou les moins convexes dont on puiſſe ſe ſervir pour voir diſtinctement, comme étant les plus convenables aux vues défectueuſes : on en verra bientôt la raiſon.

62. Soit Eq (*Fig.* 159.) la moindre diſtance à laquelle un Presbite voit diſtinctement un petit objet, & EQ la plus petite diſtance à laquelle il cherche à le voir auſſi avec netteté. Soit pris du côté de q une troiſième proportionnelle QF à Qq & à QE ; & EF ſera la diſtance focale d'une lentille convexe avec laquelle il pourra voir diſtinctement un objet placé entre Q & F, & peut-être au-delà de F ; car les rayons qui viennent de Q, ſortiront du verre, & entreront dans l'œil comme s'ils venaient directement de q à l'œil nud (*Art.* 239) ; & ſuppoſant que Q s'éloigne de l'œil, q s'en éloignera auſſi à l'infini en parcourant ſucceſſivement les différens endroits auxquels l'œil nud peut voir diſtinctement : ainſi les rayons réfractés ayant la même divergence, que s'ils partaient de ces lieux, procureront une viſion diſtincte de l'objet placé par-tout où l'on voudra, depuis Q juſqu'en F, & même au-delà, ſi la perſonne peut voir diſtinctement par des rayons convergens.

63. Donc ſi un Presbite veut voir diſtinctement à une diſtance la moitié plus petite que Eq, c'eſt-à-dire, deux fois plus près qu'à la vue ſimple, le verre qui lui conviendra le mieux eſt une lentille convexe qui ait Eq pour diſtance focale, & il verra diſtinctement avec cette lentille à toute diſtance qui ne ſera pas moindre que la moitié de Eq ; car ſuppoſant que Qq & QE ſoient égales, la proportion précédente nous apprend que le point F tombe ſur le point q.

64. Soit EF (*Fig.* 160.) la plus grande diſtance à laquelle un Miope voit diſtinctement un objet placé en F ; EF ſera la diſtance focale du verre concave le meilleur dont il puiſſe ſe ſervir pour voir diſtinctement les objets éloignés. Car les rayons d'un pinceau, qui viennent d'un objet éloigné, & par conſéquent tombent paralleles ſur la lentille, en ſortiront pour entrer dans l'œil, comme s'ils étaient venus directement à l'œil nud d'un objet ſitué en F. L'image d'un objet éloigné tracée ſur le fond de l'œil par des rayons réfractés au travers de cette lentille, ſera donc auſſi diſtincte que celle d'un objet placé en F, qui ſerait vu par des rayons directs.

65. Soit EQ (*Fig.* 161.) la moindre diſtance à laquelle la même perſonne voit diſtinctement un objet à la vue ſimple ; ſi on prend une troiſième proportionnelle Qq à QF & à QE, & qu'on mette Qq du côté de F, le point q ſera le point le plus proche où elle puiſſe voir diſtinctement avec la lentille dont on vient de parler. Car par l'Article 239 les rayons d'un pinceau, qui tombent ſur la lentille en convergeant vers Q, après les réfractions convergeront vers q ; & au contraire, les rayons qui viennent de q, ſortiront de la lentille en divergeant de Q ; & ſuppoſant que le point q s'éloigne de l'œil, le point Q s'éloignera auſſi en paſſant par tous les lieux auxquels l'œil nud peut voir diſtinctement. Si au contraire, le point q s'approche de l'œil, le point Q s'en approchera auſſi, mais il ceſſera (par la ſuppoſition) d'être apperçu diſtinctement à la vue ſimple.

66. Par conſéquent, ſi l'eſpace QF compris entre les limites de la viſion confuſe, n'eſt pas moindre que QE, on verra diſtinctement avec un verre dont la diſtance focale ſoit EF, les objets placés par-tout où l'on voudra au-delà de F, qui détermine la portée de la vue ſimple ; car dans ce cas Qq ne peut être

degré convenable de convexité, le point de concours des rayons de chaque pinceau tombe exactement sur le fond de l'œil.

89. Les Miopes, c'est-à-dire, ceux qui ont la vue courte, ont un

plus grand que QF, comme il est évident par la proportion précédente.

67. Mais si un Miope veut des lunettes à verres concaves pour lire ou écrire, supposons que la distance Eq (*Fig.* 162.) ne soit pas plus grande qu'il ne faut pour cet effet, & que QF soit l'intervalle compris entre les limites de la vision confuse; soit pris du côté de q une troisième proportionnelle FG à Fq & à FE; un verre concave qui aura EG pour distance focale, sera le meilleur dont il puisse se servir pour lire & écrire. Car par l'Art. 239, les rayons d'un pinceau qui tombent sur ce verre en convergeant vers F, convergeront vers q après les réfractions; & au contraire des rayons qui viendraient de q, sortiraient en divergeant de F. Par conséquent le Miope dont nous parlons, verra distinctement un objet aussi éloigné que le point q; il le verra aussi plus près que F, si QF n'est que la moitié de EF. Car supposant que les rayons tombent sur la lentille en convergeant vers Q, soit fait $QG : QE :: QE : QH$, les rayons rompus convergeront en H; & par conséquent le point H sera le point le plus proche qu'on puisse appercevoir distinctement au travers de la lentille. Mais si Q coupe EF en deux également, il est clair que QH est moindre que QF, parce que QG, QF, QH sont en proportion continue.

68. Ainsi, toute personne peut se fournir de lunettes convenables à sa vue quoiqu'éloignée des lieux où elles se vendent, en envoyant à l'ouvrier leurs distances focales calculées par les regles précédentes. Il est vrai que si on est à portée de choisir soi-même, on est bien plus sûr de réussir en éprouvant les verres qu'on trouve: sur quoi il faut observer de donner toujours la préférence aux verres les moins concaves ou les moins convexes de ceux qui conviennent à la vue au défaut de laquelle on veut suppléer. Ce sont ces verres que j'ai calculés, & que je regarde comme les plus convenables. Car puisqu'on ne peut les mettre tout contre l'œil, moins un verre est concave, moins il diminue les images des objets peints sur le fond de l'œil. Il y aura encore un autre avantage à le préférer aux autres; à force de s'en servir, les membranes & les humeurs de l'œil prendront insensiblement la figure qui est nécessaire pour voir les objets les plus éloignés qu'il est possible; & empêchera par conséquent que l'œil ne devienne Miope de plus en plus. D'un autre côté, moins un verre est convexe, moins il amplifie les images des objets peints sur le fond de l'œil; & par l'usage qu'on en fait, l'œil prend insensiblement la forme convenable pour voir des objets aussi proches qu'il est possible: mais ces deux avantages ne sont pas les seuls à considérer. Réunis, ils peuvent en produire un troisième, celui d'empêcher toute augmentation dans le défaut dont l'œil presbite est affecté. Car lorsque la peinture faite sur le fond de l'œil est très-grande, il n'est pas nécessaire qu'elle soit tout-à-fait aussi distincte, que si elle étoit plus petite, pour qu'on puisse distinguer le même nombre de parties dans un objet. Par conséquent l'œil a plus de liberté de s'éloigner de la conformation qu'exige l'usage du verre, & il reprend plus aisément celle qui lui est devenue la plus naturelle, & pour laquelle il incline le plus, qui est celle qui ne lui permet que de voir les objets éloignés.

69. C'est une remarque générale que ceux qui n'ont coutume de regarder que des objets éloignés, comme Navigateurs, Payſans, Chasseurs, &c. ont besoin de lunettes beaucoup plutôt que d'autres: on sçait aussi que le plus grand nombre des Miopes se trouve dans cette classe d'hommes composée de gens de Lettres & d'Artistes, qui sont dans l'habitude de regarder des objets très-proches; d'où il paraît que l'œil, de même que toute autre faculté animale, vient insensiblement à conserver la forme qu'il est accoutumé de prendre.

70. Dans le grand nombre de Miopes que nous voyons, il n'y en a vraisemblablement que fort peu qui soient nés tels. Ils n'acquierent en général ce défaut qu'à l'âge de 20 ou de 25 ans: ainsi peut-être est-il possible de le prévenir en accoutumant leurs yeux, tandis qu'ils sont jeunes, à prendre toutes sortes de

défaut contraire ; leurs yeux ſont trop convexes. La réfraction étant alors trop conſidérable, les rayons convergent trop, & ſe réuniſſent avant d'avoir atteint le fond de l'œil. Par conſéquent, l'image, ni

formes, à quoi ils peuvent réuſſir en regardant à travers des verres de toutes figures, en liſant, écrivant & travaillant avec des lunettes de différentes convexités. Car, quelque grand que ſoit le pouvoir dont l'œil jouit, de prendre la forme qui eſt néceſſaire, ſelon les cas, pour voir diſtinctement, ce pouvoir peut s'affaiblir & perdre de ſon étendue, par le défaut de variété dans l'uſage qu'on fait de cet organe. J'ai entendu dire qu'il y avait des gens qui avaient aſſez d'étendue & de ſoupleſſe dans la vue pour voir diſtinctement à travers des verres de toutes ſortes de figures ; & vraiſemblablement beaucoup d'enfans ont la même faculté, & peuvent la conſerver par la pratique. C'eſt une erreur de croire que leurs yeux puiſſent ſouffrir de cet exercice ; l'unique ſoin qu'on doive s'impoſer, eſt de les empêcher de regarder des objets trop lumineux.

71. Il eſt remarquable que les Miopes écrivent fort petit, & préférent de lire un caractere menu, ſans doute parce qu'ils en embraſſent davantage d'un ſeul coup d'œil ; pour l'ordinaire ils regardent peu ceux avec qui ils parlent, parce qu'ils ne peuvent ſaiſir tout à la fois les mouvemens de leurs yeux & de leurs traits, & par cette raiſon ne ſont attentifs qu'à écouter ce qu'on leur dit. Ils voyent plus diſtinctement & un peu plus loin à une forte lumière qu'à une faible, parce qu'une vive lumière oblige la prunelle de ſe reſſerrer : d'où réſulte néceſſairement une diminution dans le diamétre des pinceaux lumineux, & par conſéquent dans leur mêlange réciproque ; ce qui fait que la confuſion apparente eſt moindre. C'eſt par cette raiſon que les Miopes ferment en partie les paupières, quand ils veulent voir diſtinctement des objets dont la diſtance excede la portée de leur vue. Ils y gagnent d'ailleurs un autre avantage. Les paupières en ſe fermant exercent une preſſion ſur l'organe qui l'applatit, & lui donne par conſéquent la faculté de voir des objets éloignés.

72. M. Huyghens a déterminé la convexité des verres dont les plongeurs peuvent ſe ſervir dans la Mer ; il a trouvé que ſi les verres doivent être également convexes des deux côtés, leur courbure doit être la même que celle de la cornée qui fait partie d'une ſphere, dont le diamétre eſt environ 7, lignes $\frac{1}{4}$. Il eſt certain, dit Mr. Huyghens, que les poiſſons hors de l'eau, & les autres animaux plongés dans l'eau, ne voyent point diſtinctement. Les plongeurs ne voyent dans l'eau que comme les vieillards au travers d'un verre concave. Car puiſqu'on a trouvé par expérience que l'humeur aqueuſe a à peu près le même pouvoir réfractif que l'eau, il s'enſuit que quand l'œil eſt plongé dans l'eau, les rayons ne ſe rompent point en entrant. La cornée, il eſt vrai, a peut-être un pouvoir réfractif, différent de celui de l'eau ; mais comme elle eſt fort mince & terminée par des ſurfaces paralleles, contigues à des fluides également réfringens, les rayons paſſeront droit au travers : ainſi les rayons paralleles qui tombent convergens ſur le criſtallin, par les réfractions qu'ils ſouffrent en pénétrant la cornée & l'humeur aqueuſe, lorſque l'œil eſt hors de l'eau, conſervent dans la ſuppoſition préſente leur parallélisme en le rencontrant. Le criſtallin ne peut donc pas les réunir dans un point ſur le fond de l'œil ; leur réunion ſe fait au-delà, & par conſéquent la viſion eſt confuſe. Quant aux poiſſons conſidérés hors de l'eau, les réfractions qui ſe font alors à leur cornée, ſont très-grandes, au lieu que dans l'eau il n'y en a point du tout, ou très-peu. Les rayons doivent donc ſe croiſer avant d'arriver au fond de l'œil, & produire une apparence confuſe.

73. Ainſi, pour procurer aux plongeurs l'avantage de voir diſtinctement, il faut trouver quelle doit être la convexité d'une lentille capable de donner aux rayons, avant qu'ils traverſent le criſtallin, le même degré de convergence qu'ils ont ordinairement lorſque l'œil eſt hors de l'eau. Pour cela, il faut ſe ſouvenir que le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction dans le paſſage de l'eau dans le verre, comme 9 à 8, & que la ſurface de la cornée eſt une portion d'une ſphere dont le diamétre eſt d'environ 7 lignes $\frac{1}{4}$. Soit AC (*Fig.* 163.) une ſection de cette ſurface qui paſſe par ſon centre B, & ſoit le ſinus d'in-

la vision qui en résulte, ne peut être distincte. Les objets proches sont les seuls qui puissent être apperçus avec netteté, parce que la grande divergence des rayons qui en viennent, compense l'excès des réfractions, & ils ne concourent alors qu'au fond de l'œil. Pour remédier à ce défaut, on se sert d'un verre concave, dont on sçait que la propriété est de disperser les rayons; en le prenant d'une courbure convenable, les rayons incidens acquierent en le traversant, le degré de divergence avec lequel ils doivent rencontrer l'œil, pour ne se réunir que sur le fond où ils doivent peindre l'image. Dans un âge avancé, cette grande divergence peut devenir superflue, même contraire à la vision, & les rayons peuvent concou-

cidence au sinus de réfraction dans le passage de l'air dans l'humeur aqueuse, comme 4 à 3. Prenant donc BD, triple du demi-diamétre BA, il est certain que les rayons paralleles dans l'air, concourront en D (*Art.* 224.), après avoir été réfractés par l'humeur aqueuse; mais l'œil étant dans l'eau, cette réfraction est nulle. Il faudra donc appliquer sur la cornée AC une lentille convexe qui puisse rassembler les rayons paralleles au point D. Soit EAF cette lentille dont une des surfaces est plane, & l'autre convexe, qui est tournée vers l'œil, & soit AH son demi-diamétre. Donc puisque les rayons paralleles se réunissent en D, on a $HD : DA :: 9 : 8$, c'est-à-dire, dans le rapport de réfringence du verre dans l'eau (*Art.* 225.), & par conséquent $HA : AD :: 1 : 8$; mais nous avons $AD : AB :: 4 : 1$, ou $:: 8 : 2$; on trouvera donc en composant, $HA : AB :: 1 : 2$; ainsi AB étant de 3 lignes $\frac{5}{8}$, AH sera de 1 ligne $\frac{13}{16}$, qui est ce que nous cherchions. Mais si à la place d'une lentille plane d'un côté & convexe de l'autre, on en demande une également convexe des deux cotés, il faut qu'elle ait des courbures égales à celle de la cornée (*Art.* 235.), c'est-à-dire, que ses deux surfaces soient des portions d'une sphere de 7 lignes $\frac{1}{4}$ de diamétre. Telle est la détermination donnée par Mr. Huyghens. (*V. sa Dioptriq.*)

74. On est communément dans l'opinion que le défaut de réfraction des rayons visuels à la cornée d'un œil de poisson, est compensé par la sphéricité du cristallin; de sorte qu'il n'est pas nécessaire que la distance du fond de l'œil à la cornée soit plus grande que dans les autres animaux, dont le cristallin est lenticulaire; mais c'est une erreur. Car si on imagine une lentille formée de deux petits segmens égaux du cristallin sphérique, sa distance focale sera plus courte que celle de la sphere totale mesurée depuis sa surface la plus éloignée, des trois quarts de son diamétre, quel que soit le pouvoir réfractif du milieu environnant; ce qui se déduit aisément des Articles 227 & 232. Aussi remarque-t-on que les poissons ont, à proportion de leur grosseur, les yeux plus grands que les autres animaux. Il est vrai que le cristallin sphérique donne à l'œil la faculté d'embrasser plus d'objets d'un seul regard, pourvu cependant que la cornée ait assez de saillie, & que la prunelle soit assez large, comme on l'observe d'ordinaire dans les yeux des poissons. La raison en est que les rayons des objets latéraux tombent perpendiculairement sur la surface d'un cristallin sphérique, & obliquement sur un lenticulaire. Par conséquent les images des objets latéraux peints sur une rétine concentrique à un cristallin sphérique, seront aussi distinctes que celles des objets placés directement devant l'œil; au moyen de quoi les animaux dont les yeux sont disposés de chaque côté de la tête, auront l'avantage de voir autour d'eux d'un seul coup d'œil; qualité précieuse dans la vision, & très-utile à la conservation de l'animal. Dans les poissons elle peut compenser le défaut de ne point entendre.

rir exactement au fond de l'œil, avec les directions quils ont naturellement en partant des objets, parce qu'alors l'œil devenu plus applati, peut acquérir la figure de ceux qui sont bien conformés; car on sçait que les Miopes voyent plus distinctement les objets éloignés dans leur vieillesse; & c'est pour cela qu'on croit vulgairement que leur vue dure plus long-tems.

90. En déterminant la grandeur des images sur le fond de l'œil, on n'a besoin de considérer qu'un seul rayon dans chaque pinceau, parce que quand l'image est distincte, tous les rayons d'un même pinceau sont rassemblés dans un point unique sur le fond de l'œil; ou ce qui revient au même, nous pouvons regarder la prunelle comme resserrée & réduite à un point; & pour plus de simplicité, & aider l'imagination, nous pouvons supposer que le point O est un petit trou fait au centre d'un hémisphere creux & obscur $D\,q\,E$, qui n'admet que les rayons qui le traversent sans se rompre. Car alors les diamétres ou longueurs des images pqr croîtront ou décroîtront comme l'angle $p\,O\,r$, ou comme l'angle $P\,O\,R$; & nous allons voir dans le moment que l'œil a cette propriété. Fig. 155.

91. *Les diamétres ou grandeurs des images des objets formées sur le fond de l'œil, sont toujours proportionnels aux angles que les rayons, qui viennent des extrémités de l'objet, font en se croisant au centre de la prunelle*, pourvu que ces angles soient petits. Car soient deux ou tant d'objets que l'on voudra, $P\,Q$ & $p'q'$ paralleles ou inclinés l'un à l'autre, lesquels soutendent le même angle $P\,O\,Q$ ou $p'\,O\,q'$ formé dans l'œil par les rayons partis de leurs extrémités. Comme les rayons de lumière partis de P & de p' qui suivent la même route $P\,p'\,O$, souffrent les mêmes réfractions, & rencontrent par conséquent le fond de l'œil au même point p; par la même raison, ceux qui viennent de Q & de q', iront aussi le rencontrer au même point q. Donc les images $p\,q$ des objets $P\,Q$, $p'\,q'$ qui soutendent le même angle que forment dans l'œil les rayons partis de leurs extrémités, seront de même grandeur: ce qu'il fallait premièrement prouver. Fig. 164.

Maintenant on trouve par expérience que les images des objets formées sur le fond d'un œil, sont parfaitement semblables dans toutes leurs parties aux objets qu'elles représentent; c'est-à-dire, que les proportions des parties $p\,q$, $q\,r$, de l'image entière $p\,q\,r$, sont les mêmes que celles des parties $P\,Q$, $Q\,R$ de l'objet $P\,Q\,R$. Mais le rapport de ces parties $P\,Q$, $Q\,R$ est à peu près

le même que celui des angles POQ, QOR qu'elles soutendent: ainsi, la proposition est prouvée pour les objets PQ, QR, qui sont à la même distance de l'œil. Et puisque nous venons de prouver que les objets PQ & $p'q'$ ont la même image pq, il s'ensuit que les images des objets $p'q'$ & QR suivent le rapport des angles $p'Oq', QOR$, que les rayons qui viennent des extrémités de ces objets, font en se croisant au centre de la prunelle. Ces angles sont nommés *Angles Optiques* ou *Visuels*

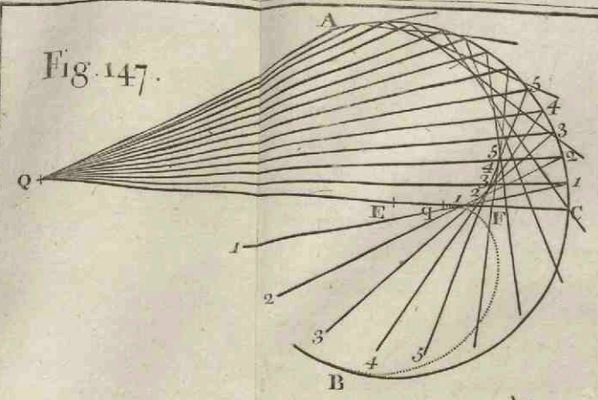
92. Quand un objet s'approche ou s'éloigne de l'œil, *le diamétre de son image sur le fond de l'œil, augmente ou diminue en raison inverse de la distance de cet objet à l'œil*, pourvu que l'angle visuel soit assez petit. Car le diamétre de l'image augmente ou diminue comme l'angle visuel (*Art. 91.*); & cet angle, lorsqu'il est assez petit, augmente ou diminue en raison inverse de la distance de l'objet à l'œil (*Art. 60.*).

93. Le degré de clarté de l'image d'un objet formée sur le fond de l'œil, *est toujours le même à quelques distances que l'œil soit de l'objet*, pourvu qu'aucun des rayons ne soit intercepté en chemin, & que la prunelle conserve la même ouverture. Par exemple, supposons que l'œil devienne deux fois plus proche de l'objet, les dimensions de l'image deviendront doubles, & par conséquent l'image deviendra quadruple. Mais la quantité des rayons reçus par une même ouverture de prunelle, à une distance de moitié plus petite, est aussi quadruple; la lumière est donc de la même intensité que lorsque l'objet était à une distance double de celle-ci.

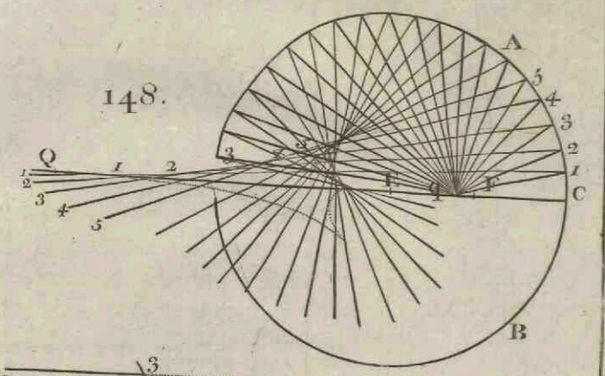
94. Il suit delà que le défaut de clarté des objets éloignés est occasionné par l'opacité de l'atmosphere qui absorbe & disperse une partie de la lumière qui devrait arriver à l'œil. C'est par cette raison que le soleil, la lune & les étoiles paraissent très-faibles à l'horison, & qu'à mesure qu'ils s'élevent, ils deviennent plus lumineux *; car il se perd d'autant plus de rayons, que l'espace qu'ils ont à

75.* Mr. Bouguer désirant connaître combien la lumière des astres augmente ou diminue par leur changement de hauteur au-dessus de l'horison, fit diverses expériences sur la lumière de la lune, considérée à différentes hauteurs, lorsque cette planete est dans son opposition avec le soleil. Il trouva qu'à 19° 16′ & à 66° 11′ de hauteurs apparentes, les forces de sa lumière sont comme les nombres 1681 & 2500; ou, ce qui revient au même, que la première de ces forces n'*est environ que les deux tiers de la seconde*. Or, comme les rayons du soleil & des autres astres, doivent souffrir la même diminution en traversant l'atmosphere, le même rapport exprimera encore celui des forces de la lumière du soleil & des astres, quand ils parviennent aux mêmes

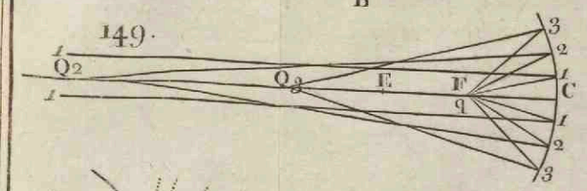
Fig. 147.

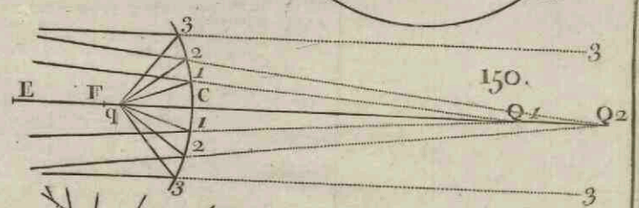


148.

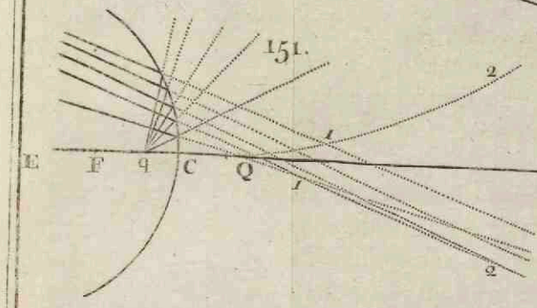


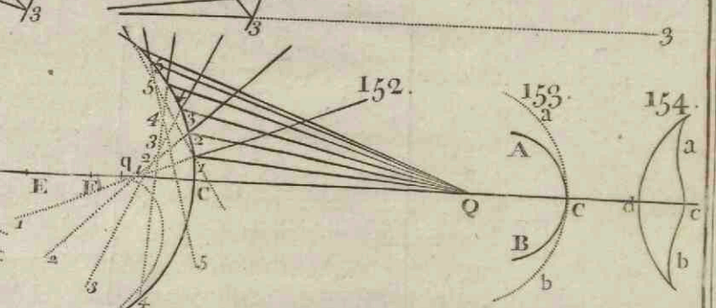
149.



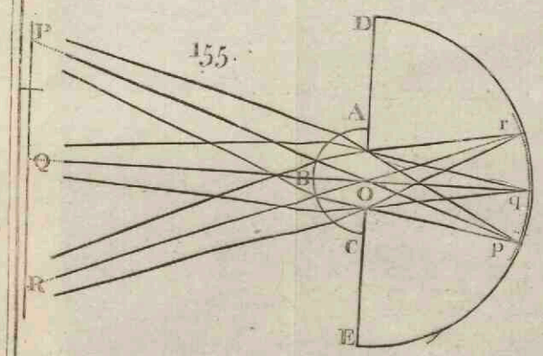


151.

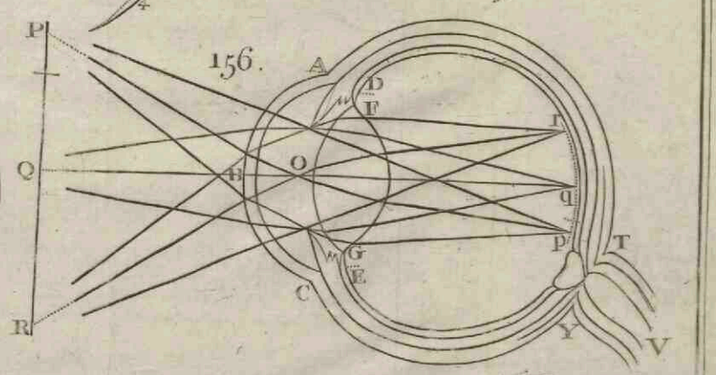


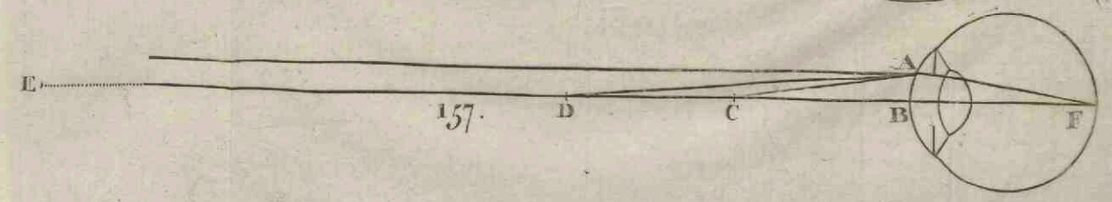


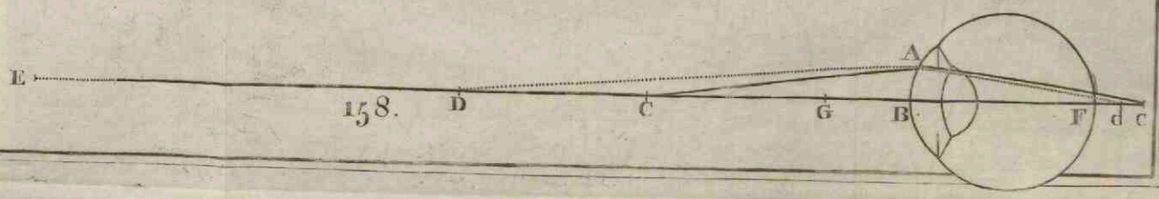
155.



156.







traverſer a plus d'étendue & de denſité. Or, quand les aſtres ſont à l'horiſon, ou près de l'horiſon, outre que le trajet que la lumière eſt obligée de faire dans l'atmoſphere, eſt plus long, elle trouve en

hauteurs. Mr. Bouguer ne ſe détermina à obſerver la lune, lorſqu'elle avait 19° 16′ & 66° 11′ de hauteur, que parce que le ſoleil a au Croific à midi, où il réſidait alors, les mêmes hauteurs apparentes aux jours des ſolſtices d'hiver & d'été; ce qui lui apprenait combien le ſoleil nous éclaire plus dans une ſaiſon que dans l'autre. Il trouva auſſi que la lune éclaire environ 2000 fois moins à l'horiſon, que lorſqu'elle eſt à la hauteur de 66° 11′. Il en eſt de même du ſoleil. Mais comme il le remarque lui-même, ce rapport eſt ſujet à de très-grandes variétés; ce qui vient ſans doute de ce que la partie baſſe de l'atmoſphere eſt preſque toujours inégalement chargée de vapeurs, &c. Voici comme il trouva le rapport de 1681 à 2500 pour les forces de la lumière de la lune, à 19° 16′ & à 66° 11′ de hauteur.

Le 23 de Novembre 1725, la lune étant à 19° 16′ de hauteur vers 10 $\frac{1}{2}$ heures du ſoir, ſa lumière reçue perpendiculairement ſur le fond d'une eſpèce de boëte, ſur lequel il recevait ſéparément la lumière de quatre bougies, qui ſervait de terme de comparaiſon, lui parut égale à la lumière de ces quatre bougies lorſqu'elles étaient éloignées de 50 pieds. Le lendemain à trois heures du matin environ, la lune étant encore un peu éloignée du méridien, & ayant 66° 11′ de hauteur, il trouva que ſa lumière était égale à celle de ces quatre bougies éloignées de 41 pieds. Or les carrés 1681 & 2500 des diſtances 41 & 50 pieds exprimant les forces de la lumière des quatre bougies, dans la première & dans la ſeconde obſervation, expriment auſſi les forces de la lumière de la lune qui leur étaient égales. Donc ces forces ſont entr'elles à 19° 16′ & à 66° 11′ de hauteur, comme 1681 à 2500. C'eſt par un procédé ſemblable qu'il découvrit qu'elle éclaire environ 2000 fois moins à l'horiſon qu'à 66° 11′ de hauteur.

76. Il eſt clair qu'on trouverait de même les forces de la lumière de la lune, à tous les degrés de hauteur où elle parvient; & les rapports ſuivant leſquels ſa lumière augmente ou diminue à meſure qu'elle monte ou qu'elle deſcend, ſerviraient également pour les autres aſtres lorſqu'ils ſe trouveraient à de pareilles hauteurs. Mais ſans être obligé de multiplier les obſervations, Mr. Bouguer eſt parvenu à découvrir non-ſeulement ces rapports, mais même les forces diverſes de la lumière des aſtres, ſelon leurs hauteurs au-deſſus de l'horiſon.

77. Ayant recherché la diminution que la lumière ſouffre en traverſant un milieu d'une denſité variable, tel que l'athmoſphere, il a trouvé que de 10000 rayons qui viennent de toutes hauteurs traverſer l'athmoſphere, il n'en parvient à l'œil que les quantités exprimées dans la table ſuivante.

Degrés de hauteur apparente.	*Nombre des rayons.*	*Degrés de hauteur apparente.*	*Nombre des rayons.*	*Degrés de hauteur apparente.*	*Nombre des rayons.*
0	6	10	3149	35	6963
1	47	11	3472	40	7237
2	192	12	3773	50	7624
3	454	13	4050	60	7866
4	802	14	4301	66 11′	7968
5	1201	15	4535	70	8016
6	1636	19 16′	5358	80	8098
7	2031	20	5474	90	8123
8	2423	25	6136		
9	2797	30	6613		

Voyez *le Traité de la Gradation de la lumière.*

approchant de la terre, un plus grand nombre de parties propres à l'intercepter, parce que les vapeurs y ſont plus denſes & plus épaiſſes que par-tout ailleurs; au lieu que quand les objets s'élevent, elle rencontre moins de ces mêmes parties, l'eſpace qu'elle a à traverſer eſt plus court, & par conſéquent elle fait une perte moins grande.

95. La ſenſibilité de l'œil ou le pouvoir qu'il a de diſcerner les objets par leurs divers degrés de lumière, eſt extrême. On trouve, par exemple, que la lumière du ſoleil eſt à celle de la lune *, conſidérés l'un & l'autre à des hauteurs égales,

78. * Des expériences ſemblables apprirent à Mr. Bouguer que le ſoleil nous éclaire environ 300000 fois plus que la lune. Quant à notre Auteur, il trouve par la théorie, que le ſoleil ne nous éclaire que 90000 fois davantage. La différence entre ces deux rapports vient principalement de la perte de la lumière à la ſurface de la lune, de laquelle on n'a pu tenir compte dans la théorie. Voici comme M. Bouguer procéda dans la recherche du rapport qu'il voulait découvrir.

79. Pour pouvoir comparer la lumière de ces deux aſtres, il ſe ſervit de celle d'une bougie, comme d'une meſure commune; & la lumière du ſoleil étant extrêmement forte, il fit uſage d'un verre concave de lunette, qui pouvait, en diſperſant ſes rayons, l'affaiblir autant qu'il le deſirait, & par des degrés connus. Le 22 Septembre 1725, jour de la pleine lune, il fit un de ſes eſſais. Ayant fermé toutes les fenêtres d'une chambre, & le ſoleil étant élevé de 31°, il en fit entrer la lumière par un trou d'une ligne de diamétre, auquel il avait appliqué le verre concave. La Lumière reçue à une diſtance de 5 ou 6 pieds, où la divergence des rayons était de 108 lignes, & où par conſéquent la lumière était 11664 fois plus faible, puiſqu'au lieu d'un eſpace d'une ligne de diamétre, elle en occupait un de 108, lui parut exactement égale à la lumière d'une bougie ſituée à 16 pouces de diſtance. La nuit, lorſque la lune fut à la même hauteur, il trouva qu'en recevant ſa lumière fort proche du verre, & lorſque ſa divergence n'était que de 8 lignes, elle était égale à celle de la bougie éloignée à 50 pieds. Il ſe ſervit du même verre concave, afin que ſon défaut de tranſparence cauſât une ſemblable diminution dans les deux obſervations.

Mais la lumière de la lune n'ayant été affaiblie que 64 fois par le verre concave, il eſt clair que pour la faire diminuer 11664 fois de même que celle du ſoleil, il aurait fallu mettre enſuite la bougie, non à 50 pieds, mais à 675. Puis donc que la lumière du ſoleil & celle de la lune affaiblies le même nombre de fois 11664, ſont reſpectivement égales à celle d'une bougie placée à 16 pouces & à 675 pieds, ou 8100 pouces, il s'enſuit que la lumière du ſoleil eſt à celle de la lune comme 65610000, carré de 8100, à 256, carré de 16; ainſi, il paraît que le ſoleil nous éclaire environ 256289 fois plus que la lune.

80. Par un milieu pris entre d'autres épreuves & celle-ci, Mr. Bouguer conclut que le ſoleil nous éclaire environ 300000 fois plus que la lune, lorſqu'elle eſt dans ſes moyennes diſtances à la terre; car telle était alors à peu près ſa diſtance, lorſqu'il fit ſes obſervations. On a ſoin de faire remarquer l'éloignement où la lune ſe trouvait, parce que comme il varie beaucoup, ſa lumière ſouffre des changemens conſidérables. Sa diſtance à la terre, lorſqu'elle eſt apogée, étant à ſa diſtance, quand elle eſt périgée, à peu près comme 8 à 7, les forces de ſa lumière ſeront dans ces deux poſitions comme les carrés de ces deux nombres pris dans un ordre renverſé, c'eſt-à-dire, environ comme 3 à 4.

81. M. Euler ayant découvert par une ſçavante analyſe, quelle lumière une planete

dans un rapport qui n'eſt pas moindre que celui de 90000 à 1, lorſque la lune eſt pleine, ni moindre que celui de 180000 à 1, quand elle eſt dans ſes quartiers; & le rapport des parties des

peut nous réfléchir, ſelon ſes diverſes ſituations par rapport à la terre, trouve que la lumière de la lune, quand elle eſt pleine, n'eſt que la $\frac{1}{374000}$ partie de celle du ſoleil, rapport plus petit que celui que M. Bouguer a trouvé par ſes expériences; ce qui eſt d'autant plus ſurprenant, comme M. Euler en convient lui-même, qu'il ſuppoſe dans toutes ſes recherches que les parties des planetes, & par conſéquent celles de la lune, réfléchiſſent parfaitement la lumière: ſuppoſition qui ne peut être vraie, quand ce ne ſerait que par rapport aux taches qu'on y remarque. La lumière de la lune devrait donc être encore plus faible que le calcul ne la donne, ſi les parties élevées & ſaillantes de ſa ſurface, qui réfléchiſſent fortement la lumière, ne compenſaient, & même beaucoup au-delà, celles qui la réfléchiſſent peu ou point du tout: ce qui fait que la lumière de la lune, loin d'être plus faible, eſt au contraire plus forte que le calcul ne la donne. (*Voyez le ſçavant Mémoire de M. Euler, dans le volume de l'Hiſt. de l'Acad. de Berlin de l'année 1750.*)

82. Voyons préſentement comme l'Auteur trouve & démontre le rapport qu'il établit entre les lumières qu'on vient de comparer.

Soit le petit cercle *c f d g* (*Fig. 165.*) qui repréſente le globe de la lune, dont la moitié eſt éclairée par le ſoleil; le grand cercle *a e b*, une ſurface ſphérique, concentrique à la lune, & qui touche la terre; *a b* un diamétre quelconque de cette ſurface perpendiculaire à un grand cercle de la lune repréſenté par ſon diamétre *c d*; *e* un lieu de la même ſurface, recevant directement la lumière de l'hémiſphere éclairé de la lune *f d g*. Maintenant la ſurface de la lune étant brute & inégale, comme celle de la terre, on ne peut douter que chacune de ſes petites parties ne réfléchiſſe la lumière du ſoleil de tous les côtés, qu'elle que ſoit l'obliquité de ſon incidence. Ainſi, ſi le ſegment *d f* renvoyait ſeul la lumière, les points *a*, *e* en ſeraient également illuminés; de même, ſi l'autre ſegment *d g* était le ſeul qui la renvoie, il illuminerait également les points *b* & *e*. Par conſéquent ſi la lumière que reçoit le point *a*, étoit augmentée de celle que reçoit le point *b*, elle deviendrait égale à celle que la pleine lune envoie en *e*; & concevant que la lumière des différens points de l'hémiſphere *k a e h*, ſoit augmentée de même de celle des points oppoſés de l'hémiſphere *h b i k*, ce dernier hémiſphere reſtera entiérement obſcur, tandis que le premier ſera uniformément illuminé par la lumière de la pleine lune, laquelle provient de celle qu'un grand cercle de la lune, qu'on nomme ſon *Diſque*, recevrait immédiatement du ſoleil, & dont il ſerait uniformément éclairé. Donc les quantités de lumière étant les mêmes ſur les deux ſurfaces, la denſité de la lumière incidente du ſoleil eſt à la denſité de la lumière de la pleine lune, comme l'hémiſphere *h e k* eſt au diſque de la lune; ou, ce qui revient au même, comme un hémiſphere de tel rayon qu'on voudra, dont le centre eſt à l'œil, à la partie de cet hémiſphere que paraîtrait occuper le diſque de la lune, à très-peu près, l'angle viſuel qu'il ſoutend, étant très-petit; ou bien encore, comme le rayon de l'hémiſphere au ſinus verſe du demi-diamétre apparent de la lune; ou comme 10000000 à 1106 $\frac{2}{3}$; ou comme 90400 à 1, ſuppoſant le demi-diamétre horiſontal moyen de la lune de $16' 7''$.

83. A parler ſtrictement, cette regle ne fait découvrir que le rapport de la lumière que la lune réfléchit à la terre, à celle que la lune reçoit du ſoleil; & celle-ci n'eſt égale à la lumière que nous recevons nous-mêmes du ſoleil, que lorſque la lune eſt dans ſes quadratures. Mais la force de la lumière qu'elle reçoit alors, eſt plus grande que la force de celle qu'elle reçoit, lorſqu'elle eſt pleine, dans le rapport du carré de 366 à celui de 365 environ; c'eſt-à-dire, à peu près comme le carré de la diſtance du ſoleil à la lune lorſqu'elle eſt pleine, au carré de ſa diſtance à la terre. Ainſi, la lumière que

lumières de ces deux aſtres, quelles qu'elles ſoient, réfléchies à nos yeux par un même objet éclairé de jour par l'un, & de nuit par l'autre, ne peut guere différer de celui des deux lumières totales. Suppoſant que l'ouverture de la prunelle puiſſe être huit à neuf fois plus petite le jour que la nuit, c'eſt-à-dire, d'un diamétre environ trois fois plus petit, on trouve que le rapport de la quantité de la lumière du jour, qu'un objet réfléchit à nos yeux, eſt à la quantité de lumière de la lune que le même objet réfléchit la nuit; ou ce qui eſt la même choſe, le rapport de la clarté d'un objet vu de jour & de nuit, n'eſt pas moindre que celui de 20000 à 1, la lune étant dans ſes moyennes diſtances à la terre, & donnant par conſéquent une lumière moyenne. Je dis que ce rapport n'eſt pas moindre, parce que les nombres précédens ſont déduits d'une regle fondée ſur le principe que la lune réfléchit toute la lumière qu'elle reçoit du ſoleil : ſuppoſition qui ne peut être vraie, à cauſe des parties obſcures très-conſidérables qu'on remarque ſur ſon diſque, & que d'ailleurs il y a bien de l'apparence qu'une grande partie de la lumière incidente eſt éteinte, même dans les endroits les plus brillans.

Voici la regle que je viens de citer. La lumière du jour eſt à celle de la lune comme la ſurface d'un hémiſphere, dont le centre eſt à l'œil, eſt à la partie de cette ſurface que paraît occuper

la lune nous réfléchit dans ſon plein, ſerait à celle qui nous vient immédiatement du ſoleil, comme 1 à 90900, s'il ne ſe perdait pas des rayons à la ſurface de la lune.

84. En ſecond lieu, je dis que la lumière de la pleine lune eſt à toute autre lumière de la lune, comme le diſque entier à la partie de la ſurface de la lune qui paraît illuminée, rapportée & projettée ſur un plan. Car ſoit la terre en b (*Fig. 166.*), dl perpendiculaire à fg, & gm perpendiculaire à cd; il eſt clair que gl eſt égale à dm, & que gl eſt égale à une ſection perpendiculaire des rayons incidens ſur l'arc dg, lequel vu de b, paraît égal à dm, l'inégalité des diſtances de chacun des points de cet arc étant inappréciable à l'œil. Donc ſi on conçoit la ſurface de la lune compoſée d'un nombre infini de cercles paralleles à $cfdg$ (comme on le voit repréſenté en A), ce qui a été dit du cercle $cfdg$, convenant également à chacun de ces cercles, il ſuit que la partie éclairée de la ſurface viſible de b, rapportée ſur un plan où elle eſt repréſentée par le croiſſant $pdqmp$, comme on voit en B, ſera égale & ſemblable à une ſection perpendiculaire aux rayons incidens ſur cette même partie, repréſentée en C par le croiſſant $pgqlp$. Enfin, comme le diſque entier eſt à ce croiſſant dans le rapport des quantités de lumière qu'ils reçoivent, & que la lumière que réfléchit chaque petite partie eſt également affaiblie & rarefiée par ſa divergence, lorſqu'elle parvient à l'œil en b, qu'on peut regarder comme également éloigné de toutes ces petites parties, il s'enſuit que la lumière de la pleine lune, eſt à celle du croiſſant, comme le diſque entier $pdqc$ au croiſſant $pdqmp$.

85. Ainſi, multipliant ce rapport par celui de la Note précédente, on trouvera que la lumière du ſoleil eſt à celle de la lune, comme la ſurface d'un hémiſphere dont le centre eſt à l'œil, à la partie de cette ſurface que la portion éclairée de la lune paraît occuper.

la partie illuminée de la lune ; de ſorte que ſi le ciel entier était ſuppoſé couvert d'autant de lunes qu'il en peut contenir, il produirait la lumière du jour : proportion qui ſuit aſſez clairement des conſidérations ſuivantes, au moyen deſquelles je vais tâcher de la faire entendre, quoique je l'aye trouvée par une autre voie. Nous devons la lumière du jour à une infinité de réflexions des rayons du ſoleil faites par l'air & par tous les corps qui nous environnent; ſans cela, nous n'appercevrions rien, même en plein jour, que le ſoleil, les étoiles & tous les corps lumineux par eux-mêmes. Auſſi remarquons-nous que la lumière du jour eſt à peu de choſe près la même, ſoit que le ſoleil paraiſſe ou ne paraiſſe pas dans le lieu où nous ſommes, parce que la terre, l'air, les nuages, juſqu'à la diſtance de 100 à 150 lieues autour de nous, nous réfléchiſſent la lumière ; de ſorte que le ſoleil peut très-bien ne pas paraître en quelqu'endroit, ſans que la lumière du jour en ſouffre de diminution ſenſible. De plus, on voit la lune dans le jour comme un nuage d'une clarté moyenne, certains nuages paraiſſant avoir plus d'éclat qu'elle, & d'autres moins. Ainſi les rayons du ſoleil que les nuages peuvent nous réfléchir, étant interceptés la nuit, & la lune étant la ſeule qui nous en renvoie, il s'enſuit que la lumière du jour eſt à celle de la lune, comme la ſomme des ſurfaces apparentes de tous les nuages qu'on peut voir, à la ſurface apparente de la partie viſible de la lune conſidérée comme le ſeul nuage qui ſoit éclairé; & ces deux lumières, quelles que ſoient les diſtances de la lune & des nuages, ſont exactement les mêmes que ſi ces corps étaient tous à égale diſtance de nous, & qu'ils compoſaſſent la ſurface d'un hémiſphere (*Art.* 93.), dont les parties ſont les véritables meſures des quantités de lumière que nous recevons.

96. Des expériences faites ſur les rayons du ſoleil & de la lune, avec des miroirs concaves & de grands verres convexes, montrent encore l'énorme différence des lumières de ces deux aſtres. Les rayons du ſoleil réunis dans un petit eſpace circulaire au foyer de ces inſtrumens, produiſent une chaleur beaucoup plus vive que les fourneaux les plus actifs, puiſqu'ils fondent & calcinent les métaux les plus durs, & vitrifient les briques & les pierres, ſouvent en moins d'une minute ; au lieu que ſi l'on raſſemble avec ces verres & ces miroirs les rayons de la lune, on ne voit pas qu'ils excitent la plus legere chaleur ; ils n'affectent pas même le

thermométre le plus ſenſible ſur la boule duquel on fait tomber le le foyer où ils ſont réunis, quoique cependant ils ſoient alors conſidérablement plus denſes. En meſurant la largeur du petit cercle que forment au foyer les rayons réunis du ſoleil ou de la lune, & la comparant à celle du verre ou du miroir, on trouve que quelques-uns de ces verres & de ces miroirs raſſemblent les rayons incidens dans un eſpace deux mille fois plus petit que celui qu'ils occupaient à leur incidence. Mais par le calcul de l'Article précédent, la lumière de la pleine lune doit être condenſée quatre-vingt-dix mille fois pour acquérir une denſité & une chaleur égales à la lumière directe du ſoleil. Ainſi comme on a trouvé par des expériences faites avec ces verres & ces miroirs, que les degrés de chaleur ſont proportionnels à la denſité des rayons réunis, il n'eſt point étonnant que la chaleur des rayons de la lune, qui raſſemblés aux foyers des verres ou des miroirs, ſont quarante ou cinquante fois moins denſes que ceux du ſoleil, ne produiſe aucun effet ſenſible *.

97. Le Docteur Hook aſſure qu'avec la meilleure vue du monde on ne peut diſtinguer dans le ciel un eſpace tel que celui que paraît occuper une tache de la lune, ou la diſtance de deux étoiles, lorſque l'angle viſuel que cet eſpace ſoutend, eſt moindre qu'une demi-minute; & même que ſur cent perſonnes, à peine y en a-t-il une ſeule qui puiſſe diſtinguer un eſpace d'une minute. Si l'angle viſuel n'eſt que de cette quantité, les deux étoiles n'en paraiſſent qu'une à la vue ſimple. J'ai été témoin d'une expérience où un de mes amis, qui avait les yeux meilleurs qu'aucun de la compagnie, put à peine appercevoir un cercle blanc placé ſur un fond noir, ou un cercle noir ſur un fond blanc, quand ſon diamétre ſoutendait un angle viſuel plus petit que les deux tiers d'une minute, ou, ce qui eſt la même choſe, quand la diſtance de ce cercle à l'œil, excédait 5156 fois ſon diamétre: ce qui s'accorde aſſez bien avec l'obſervation du Docteur Hook. Delà, je trouve par une regle expoſée dans le 8e. Chap. du Livre ſuivant, que le diamétre de l'image

86. *Si, comme Mr. Bouguer l'a trouvé par ſes expériences, la lumière de la lune eſt 300000 fois plus faible que celle du ſoleil, ce qui paraît devoir approcher beaucoup plus de la vérité que le rapport trouvé par l'Auteur, & qu'il y ait des verres ou des miroirs capables de condenſer 2000 fois la lumière, comme il le prétend, celle de la lune condenſée ce nombre de fois, aura alors 150 fois moins de denſité que la lumière du ſoleil; & il ſera par conſéquent encore moins étonnant qu'elle n'affecte point, ainſi condenſée, le thermométre le plus ſenſible.

de

de ce cercle sur le fond de l'œil, ne devait avoir au plus que la $\frac{1}{8000}$ partie d'un pouce ; une aussi petite partie doit être regardée comme un point sensible du fond de l'œil. On peut se former une idée de l'extrême petitesse de ce point, en remarquant que le cheveu le plus fin est visible à la longueur du bras.

98. La grandeur apparente d'un objet est *une quantité d'étendue visible proportionnelle à l'angle que deux rayons, qui viennent des extrémités de l'objet, font en se croisant dans l'œil, c'est-à-dire, à l'angle visuel**. Car on voit les extrémités de l'objet dans la direction de ces rayons † ; & suivant que ces rayons font un angle plus grand

87. * Si l'on entendait ici par grandeur apparente d'un objet, la grandeur même de l'image qui se forme au fond de l'œil, on aurait raison de dire que la grandeur apparente dépend de l'angle visuel, & lui est proportionnelle ; car l'image est en effet proportionnelle à cet angle. Mais on entend par grandeur apparente celle sous laquelle un objet paraît à nos yeux ; & alors on ne voit pas qu'on puisse dire que la grandeur apparente *soit simplement proportionnelle à l'angle visuel* : il paraît qu'il faut encore avoir égard *à la distance apparente*, c'est-à-dire, à l'éloignement auquel l'objet nous paraît être. Car on a déja fait cette remarque qu'un géant de six pieds, vu à six pieds de distance, & un nain d'un pied vu à un pied de distance, sont vus l'un & l'autre sous le même angle, & que cependant le géant paraît beaucoup plus grand ; ce qui ne devrait pas être, si les grandeurs sous lesquelles le géant & le nain nous paraissent, n'étaient proportionnelles qu'aux angles sous lesquels nous les voyons.

88. La grandeur apparente étant prise dans le sens sous lequel on la considère, ce n'est que quand la distance apparente est ou peut être supposée la même, qu'on a raison de dire que la grandeur apparente est proportionnelle à l'angle visuel. C'est pour cela que quand les objets sont fort éloignés de l'œil, leurs grandeurs apparentes, c'est-à-dire, les grandeurs dont on les voit, *sont proportionnelles aux angles visuels*. Car lorsque deux corps sont fort éloignés, la différence de leurs distances, quelque grande qu'elle soit, ne peut être apperçue par nos yeux, & nous les jugeons par conséquent à la même distance apparente. Donc si deux objets sont fort éloignés, & que leurs grandeurs réelles soient comme leurs distances réelles, ces objets paraîtront de la même grandeur, parce qu'ils seront vus sous des angles égaux. (*Encyclopédie, tome premier, page 542.*)

89. † On est dans l'opinion que tout point visible est toujours apperçu *dans la direction du rayon qui vient de ce point à l'œil*. Quoique ce principe soit admis par tous les Opticiens, on ne peut cependant se dissimuler qu'il souffre de très-grandes difficultés.

Il est bien vrai que quand le rayon visuel ne souffre point de réfraction, ce qui arrive quand il se confond avec l'axe Optique, on voit le point de l'objet d'où ce rayon est parti, dans la direction suivant laquelle il est venu. Mais ce rayon vient-il de quelque partie latérale de l'objet, il entre obliquement dans l'œil ; les réfractions qu'il souffre en traversant les humeurs de l'œil, le détournent de sa route, & la partie de ce rayon qui frappe le fond de l'œil, n'est plus en ligne droite avec celle qui entre dans l'œil. Suivant quelle direction voit-on alors le point de l'objet ? Dira-t-on, comme on le pense communément, que c'est dans la direction du rayon qui entre dans l'œil ? Mais comment se persuader qu'on apperçoive un point dans une direction selon laquelle le rayon qui en part, n'affecte point l'organe ? Car, ajoûte M. d'Alembert, de qui nous tenons ces remarques, » ce n'est point la partie du » rayon qui entre dans l'œil, qui produit la

ou plus petit, en entrant dans l'œil, l'image occupe ſur le fond de l'œil un eſpace plus grand ou plus petit, & occaſionne par conſéquent la ſenſation d'une étendue viſible plus grande ou plus petite.

99. *La grandeur apparente d'un objet, lorſque l'angle viſuel eſt petit, eſt réciproquement comme ſa diſtance à l'œil*; c'eſt-à-dire, que ſi l'objet s'approche de l'œil, ſa grandeur apparente augmente comme ſa diſtance réelle diminue; & que s'il s'en éloigne, elle diminue comme ſa diſtance augmente. Car la grandeur apparente d'un objet eſt (*Art. précéd.*) une quantité d'étendue viſible proportionnelle à l'angle que l'objet ſoutend à l'œil; & cet angle augmente, quand il eſt petit, à peu près comme la diſtance réelle entre l'œil & l'objet diminue *.

» viſion; c'eſt la partie qui vient tomber au » fond de l'œil, après avoir été rom- » pue, & qui ne ſe trouve point en ligne » droite avec la partie du rayon viſuel qui » entre dans l'œil. Comment & par quel » principe l'ame demêle-t-elle que l'objet » n'eſt pas dans la direction du rayon qui » produit immédiatement la ſenſation, mais » dans une autre direction ſuivant laquelle » elle n'eſt point réellement affectée ? »

Pour ſe délivrer de cette difficulté, abandonnera-t-on le ſentiment reçu, & dira-on qu'on voit l'objet dans la direction de la partie du rayon qui frappe le fond de l'œil? ce qui ſemble peut-être d'abord plus vraiſemblable. Mais alors tout point placé hors de l'axe Optique, paraîtrait où il n'eſt pas, & on verrait toujours les objets, même ceux qui ſont le plus à la portée de la vue, d'une grandeur différente de celle qu'ils ont en effet. Mr. d'Alembert trouve qu'un objet paraîtrait d'environ un treizieme plus grand qu'il ne doit.

Il y a plus; c'eſt que ſuivant les loix de la Méchanique, le point viſible ne devrait pas même paraître dans la direction de cette partie du rayon incident, mais dans la direction de la perpendiculaire, à l'endroit du fond de l'œil où elle fait ſon impreſſion; car elle n'agit véritablement que ſuivant cette perpendiculaire. Quoiqu'il paraiſſe plus naturel d'eſtimer & de juger le point viſible dans cette derniere direction, il eſt cependant très-vrai qu'on verrait encore moins le point viſible où il eſt, & que la grandeur apparente de l'objet s'éloignerait encore davantage de ſa grandeur réelle. Selon Mr. d'Alembert, l'objet paraîtrait plus grand d'un tiers qu'il ne doit. D'ailleurs, y ayant une perpendiculaire pour chaque œil, toutes les fois que ces perpendiculaires ne ſeraient pas dans un même plan, on verrait double le point viſible qui ne ſerait point dans l'axe Optique; ce qui eſt contraire à l'expérience.

90. Suivant donc quelle ligne apperçoit-t-on un point viſible qui n'eſt point dans l'axe Optique? Mr. d'Alembert répond que cela eſt à la vérité très-difficile à déterminer avec exactitude; que cependant, comme l'expérience prouve que les objets de peu d'étendue, qui ſont à la portée de la vue, ne paraiſſent pas ſenſiblement plus grands qu'ils ne ſont en effet, on a lieu de croire que le point viſible eſt vu *ſenſiblement à ſa place*, & par conſéquent *ſuivant la direction du rayon qui vient de ce point*. Pourquoi cela? Mr. d'Alembert n'entreprend point de l'expliquer, & l'on ſent bien que nous ſommes infiniment éloignés d'oſer le tenter.

Il va plus loin, & prétend prouver que les objets mêmes qui ſont placés dans l'axe Optique, ne ſont pas toujours vus dans cet axe. Voyez, dans le premier Volume de ſes Opuſcules Mathématiques, ſon Mémoire qui a pour titre : *Doutes ſur différentes queſtions d'Optique.*

91.* Tous ceux qui écrivent ſur l'Optique, diſent que les grandeurs apparentes des objets éloignés, ou ce qui eſt le même, les grandeurs ſous leſquelles ils paraiſſent à nos

100. Pour distinguer d'une manière plus marquée la grandeur apparente d'un objet vu à la vue simple, de la grandeur sous laquelle on le voit au travers des verres ou dans des miroirs, & en même tems pour abréger, on la nomme souvent sa *vraie grandeur*; & en parlant de la grandeur apparente d'un objet, nous entendrons toujours la grandeur apparente de son diamétre ou de sa longueur ou largeur, ou de quelqu'autre ligne principale appartenant à cet objet, & non la grandeur de sa surface ou solidité, à moins que nous n'ayons soin de le spécifier.

yeux, sont réciproquement comme les distances. Mais cette proposition n'est vraie que lorsque les angles visuels sont fort petits, *comme d'un ou de deux degrés*; alors il est vrai de dire que les grandeurs apparentes ou les angles visuels, sont *à peu près* en raison réciproque des distances. Si ces angles sont plus grands, rien n'est si facile que de démontrer que les grandeurs apparentes d'un même objet vu à différentes distances, ou les angles visuels, sont en moindre raison que la réciproque des distances.

CHAPITRE IV.

De la Vision par des verres & des miroirs.

101. UN petit objet, ou un point quelconque d'un objet, vu par des rayons rompus ou réfléchis, *paraît toujours dans la direction du rayon rompu ou réfléchi qui entre dans l'œil.* Dans les expériences qui ont servi à prouver les loix de la réflexion & de la réfraction (*Art.* 18.), l'épingle piquée en *B*, vue par un rayon réfléchi à la surface de l'eau, paraît en quelque lieu de la ligne *AC* prolongée, que le rayon visuel *BCA* décrit en entrant dans l'œil, après sa réflexion en *C*. Et par la même raison que la réfraction à la surface de l'eau fait paraître la droite entière *CE* plus élevée qu'elle n'est, de sorte qu'on la voit comme si elle était une continuation de la droite *AC*, une rame droite plongée obliquement dans l'eau, paraît brisée comme si sa partie plongée était effectivement rompue à la surface de l'eau, & élevée vers cette surface. Car on apperçoit cette partie de la rame dans la direction que la réfraction fait prendre aux rayons en sortant de l'eau; & par conséquent comme elle les rap- Fig. 4.

proche de la ſurface, ils entrent dans l'œil avec la direction qu'ils auraient s'ils partaient d'un endroit de l'eau plus élevé que celui qu'occupe réellement la rame. De même, ſi l'œil étant en O, on voit un point quelconque P d'un objet par un rayon PAO rompu deux fois en traverſant un priſme, un verre convexe ou concave, une ſphere, &c. ou par un rayon PAO réfléchi par un miroir plan ou ſphérique, on le verra toujours dans la direction AO qu'aura le rayon après ſa dernière réfraction ou réflexion. Enfin, ſi on met l'œil en O, & qu'on apperçoive à travers un verre à facettes, un objet P, on le verra d'un ſeul coup d'œil en autant de différens lieux p, $p1$, $p2$, ſuivant autant de directions différentes OA, OB, OC, que le verre a de faces DE, EF, FG, différemment inclinées à la ſurface oppoſée DH. Car on peut conſidérer ces faces comme autant de priſmes différens traverſés par les rayons viſuels $PIAO$, $PKBO$, $PLCO$, qui après s'être rompus, le premier en I & en A, le ſecond en K & en B, le troiſième en L & en C, entrent dans l'œil en O ſelon autant de directions différentes AO, BO, CO.

Fig. 167, 168, &c. juſqu'à 178.

Fig. 179.

Nous ſçavons maintenant la raiſon pour laquelle nous voyons toujours un objet ou un point d'un objet dans la direction du rayon après ſa dernière réflexion ou réfraction. Car l'endroit du fond de l'œil où ſe peint ſon image, eſt le même que ſi l'objet était véritablement dans la direction de ce rayon, & qu'il fût vu par des rayons directs; & comme nous n'avons point de ſenſation des réflexions ou réfractions qu'on ſouffert les rayons avant de parvenir à l'œil, & que nous ne devons celle que nous avons, qu'à leur impreſſion ſur un endroit déterminé du fond de l'œil, le jugement que nous portons du lieu de l'objet, eſt le même que celui que nous avons coutume d'en porter dans le cas ordinaire de la viſion directe. Nous verrons dans le Chapitre ſuivant comment nous jugeons du lieu & de la ſituation d'un objet : on y verra que c'eſt abſolument l'effet de l'expérience.

102. Il ſuit clairement de ce qui vient d'être dit, qu'un point quelconque P d'un objet PQ vu par des rayons rompus ou réfléchis, paraît toujours en quelque point de la droite pO menée du point correſpondant p de ſa dernière image, à l'œil placé en O; parce que tous les rayons qui partent de P, ſont dirigés après la dernière réfraction ou réflexion, comme s'ils venaient du point

Fig. 167, 168, &c. juſqu'à 179.

correſpondant *p* de la dernière image, ou comme s'ils y allaient. On verra dans le 111^e Article la raiſon pour laquelle nous diſons la dernière image.

103. On apperçoit également la raiſon pour laquelle un objet vu par des rayons rompus ou réfléchis, paraît quelquefois droit & quelquefois renverſé. Car lorſque les rayons rompus ou réfléchis AO, CO, ſont diſpoſés l'un par rapport à l'autre, de la même manière que deux rayons qui viennent directement des mêmes points de l'objet à l'œil, la ſituation reſpective de ces points paraît la même dans l'un & l'autre cas (*Art. 101.*). Mais ſi les rayons qui viennent de ces points, ſe ſont croiſés avant d'arriver à l'œil, ils ont alors une ſituation contraire à celle des deux rayons qui viendraient directement des mêmes points à l'œil; & conſéquemment ces deux points paraiſſent au travers du verre ou dans le miroir, dans une ſituation renverſée (*Art. 101.*). Et on peut ajoûter que dans le premier cas, l'image tracée ſur le fond de l'œil, eſt dans la même ſituation que ſi on ôtait le verre ou le miroir: il n'y a de différence que dans ſa grandeur. Dans le ſecond cas au contraire, elle eſt dans une ſituation renverſée.

104. La grandeur apparente d'un objet PQ, vu par des rayons rompus ou réfléchis, ſoit que d'ailleurs il paraiſſe droit ou renverſé, eſt meſurée par l'angle AOC*, que les deux rayons AO, CO, qui viennent de ſes extrémités P, Q, font après leur dernière réfraction ou réflexion en ſe croiſant dans l'œil; ou dans d'autres termes, un objet paraît plus grand ou plus petit à proportion que l'angle AOC eſt lui-même plus grand ou plus petit; parce qu'on voit ſes extrémités dans les directions OA, OC, qu'ont les rayons, après leur dernière réfraction ou réflexion (*Art. 101.*); & que la grandeur de ſon image ſur le fond de l'œil eſt toujours proportionnelle à celle de l'angle que ces rayons font en ſe croiſant dans l'œil (*Art 91.*).

92. * Cet Article & le ſuivant montrent que l'Auteur eſt dans le ſentiment, que la grandeur apparente d'un objet vu par un verre ou par un miroir, eſt ſimplement proportionnelle à l'angle viſuel ſous lequel on voit ſon image. Mr. d'Alembert qui a déja remarqué que dans la viſion directe il eſt faux que la grandeur apparente de l'objet dépende uniquement de l'angle viſuel, paraît encore ſoupçonner ce même principe de n'être pas généralement vrai dans la viſion réfléchie ou réfractée. On ne peut que regretter qu'il ne ſe ſoit pas étendu plus qu'il n'a fait ſur les raiſons qui le portent à en juger ainſi. (*Voyez l'Encyclopédie au mot Dioptriq. & ſon Mém. déja cité dans le I. tom. de ſes Opuſc. Math.*)

105. Ainſi, la grandeur apparente d'un objet PQ, *eſt meſurée par l'angle* pOq, que les rayons qui viennent des extrémités p & q de ſa dernière image pq, font au centre de la prunelle. Car les droites AO, pO, ne ſont qu'une ſeule ligne continuée, de même que CO, qO; & par conſéquent les angles AOC, pOq, ſont les mêmes, lorſque l'image eſt placée devant l'œil; & ils ſont égaux quand elle eſt derrière.

106. Il ſuit delà que la grandeur apparente d'un objet augmente ou diminue à proportion que l'œil s'approche ou s'éloigne de ſa dernière image (comme ſi elle était elle-même un objet) placée devant ou derrière l'œil; car l'image étant fixe, l'angle pOq, lorſqu'il eſt petit, croît ou diminue en raiſon inverſe de Oq (*Art 60.*).

Fig. 180, 181, 182 & 183. 107. Donc ſi la dernière image eſt infiniment éloignée, ou, ce qui eſt le même, ſi l'objet eſt placé au foyer principal d'une lentille, d'une ſphere ou d'un miroir concave, ſa grandeur apparente, en quelqu'endroit qu'on mette l'œil, *ſera invariablement la même;* & de plus égale à ſa grandeur apparente à l'œil nud, ſuppoſé au centre de la ſphere, de la lentille ou du miroir concave. Car puiſque tous les rayons d'un faiſceau quelconque ſont paralleles à ſon axe PE, l'angle COA, qui meſure la grandeur apparente, l'œil étant dans un point quelconque O, eſt toujours égal à l'angle QEP fait au centre E.

Fig. 184 & 185. *La grandeur apparente de l'objet ſera encore invariable*, en quelqu'endroit qu'il ſoit, ſi l'œil eſt placé au foyer principal d'un verre ou d'un miroir qui faſſe converger vers l'œil les rayons paralleles. Car ſi on conçoit que ces rayons retournent de l'œil à l'objet, ils le rencontreront aux mêmes points d'où ils étaient partis, en quelqu'endroit de l'axe du verre que cet objet ſoit tranſporté, & il ne peut pas y avoir d'autres rayons que ceux-là qui retournent des mêmes points de l'objet, à l'œil placé où on l'a ſuppoſé. Par conſéquent les différentes parties de l'objet ſeront toujours vues ſous les mêmes angles, & par cette raiſon paraîtront de la même grandeur (*Art. 104*).

108. La grandeur apparente d'un objet vu par des rayons rompus ou réfléchis, étant meſurée par l'angle que font dans l'œil les rayons partis des extrémités de ſa dernière image (*Art. 105.*), & ſa grandeur apparente à l'œil nud ſuppoſé par-tout

où l'on voudra, étant mesurée par l'angle formé dans l'œil par les rayons partis des extrémités de l'objet même (*Art. 98.*); il s'ensuit que la première grandeur apparente est à la seconde, comme le premier angle est au second.

109. Donc la grandeur apparente d'un objet vu par le secours d'un verre ou d'un miroir, *sera toujours égale à sa grandeur apparente à la vue simple*, l'œil étant au même endroit dans l'un & l'autre cas. 1°. Lorsque l'objet touche une des surfaces d'une lentille mince, ou une simple surface réfringente, ou un miroir; car alors l'image est égale à l'objet, ou à peu près, & co-incide avec lui (*Art. 55 & 29.*). 2°. Lorsque l'œil est appliqué contre une lentille mince, ou contre un miroir. Parce qu'alors le rayon PAO, en allant de l'objet à l'œil, traverse la lentille à très-peu près dans son milieu, & décrivant par conséquent une ligne sensiblement droite (*Art. 42.*), il fait avec l'axe à peu près le même angle qu'un rayon direct; & quand le point d'incidence A co-incide avec C dans un miroir, les rayons incidens & réfléchis PA, AO, prolongés, font aussi des angles égaux avec l'axe ou perpendiculaire QC; par conséquent l'objet paraîtra sous le même angle qu'à la vue simple. 3°. Quand l'œil est placé au centre d'un miroir concave. Parce que les rayons incidens & réfléchis PA, AO co-incident avec le rayon direct PE (*Art. 10.*), & conséquemment font les mêmes angles avec l'axe. 4°. Lorsque l'objet est au centre d'un miroir concave. Car l'image formée par réflexion, est au centre, de même que l'objet, & lui est égale (*Art. 29*). 5°. Lorsqu'un rayon venant directement de P en O, fait avec l'axe un angle égal à l'angle AOC, que le rayon rompu ou réfléchi PAO fait avec le même axe. Fig. 172, 174 & 178.

110. Ces cas exceptés, la grandeur apparente d'un objet vu au travers d'un verre concave, *est toujours plus petite que la vraie*; & si on regarde l'objet au travers d'un verre convexe ou d'une sphere, *la grandeur apparente est plus grande que la vraie, si on le voit dans une situation droite*; car les réfractions qu'un rayon PAO qui va d'une des extrémités de l'objet à l'œil, souffre en traversant le verre concave, l'écartent de l'axe, & par conséquent l'angle qu'il fait à l'œil avec l'axe, est plus petit que celui qu'il ferait avec cet axe, s'il venait di-

rectement de cette extrémité à l'œil. Au contraire, le même rayon se rompt en passant au travers du verre convexe, en s'approchant de l'axe, & fait par conséquent un plus grand angle à l'œil que le rayon direct. Or les grandeurs apparentes sont mesurées par ces angles.

111. Ce qui a été jusqu'ici démontré concernant la grandeur apparente d'un objet PQ, a encore lieu, si on suppose que l'objet PQ soit une image formée par un ou plusieurs autres verres ou miroirs. Car soit que les rayons viennent de l'objet ou de l'image, leur divergence est la même; & c'est par cette raison que j'ai toujours appellé pq la dernière image de l'objet.

Fig. 167. 168, &c. jusqu'à 178.

112. La position O de l'œil étant donnée, si on veut déterminer quelle partie d'un objet on peut voir par une ouverture ou portion donnée AC d'un verre ou d'un miroir, il faut mener OA au bord de cette ouverture, & la prolonger jusqu'à ce qu'elle coupe l'image en p; ensuite par le centre du verre ou du miroir, mener pE, laquelle rencontre l'objet en P, & détermine la partie PQ qu'on peut voir par l'ouverture AC. Car le pinceau entier de rayons qui vient du point P de l'objet, appartient au point correspondant p de l'image, après la réfraction ou la réflexion (*Art. 43.*); & par conséquent quelqu'un de ses rayons va tomber dans l'œil en suivant la droite AO menée par p. Si l'image est à une distance infinie, tous les rayons qui appartiennent au point p, seront paralleles à l'axe du pinceau: on déterminera donc PQ en tirant EP parallele à OA. Dans un miroir plan, pP doit être menée du point p parallélement à qQ, ou, ce qui est le même, perpendiculairement au miroir, afin de déterminer la partie PQ visible par l'ouverture AC; car on peut considérer ce miroir comme ayant son centre à une distance infinie.

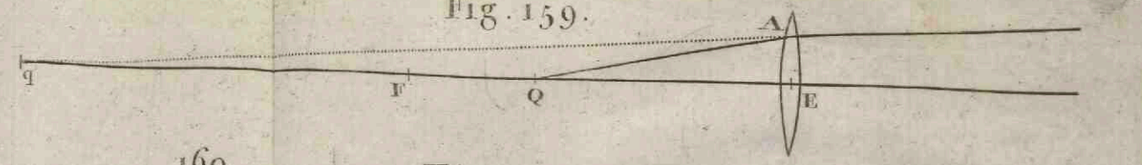
Fig. 180, 181, 182 & 183.

Fig. 175.

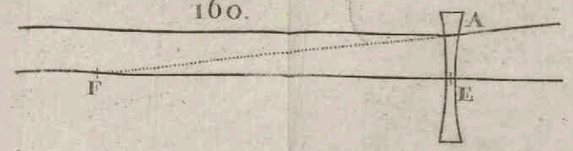
113. Delà il suit que si le verre ou le miroir, & l'objet sont dans une position fixe & constante, la partie de l'objet qu'on peut découvrir par une ouverture donnée, diminue continuellement à mesure que l'œil s'éloigne, à moins que l'image ne soit derrière l'œil. Car alors cette partie visible de l'objet ne diminue que jusqu'à ce que l'œil parvienne à l'image, & lorsqu'il l'a passée, elle croît continuellement: la raison en est que l'objet

&

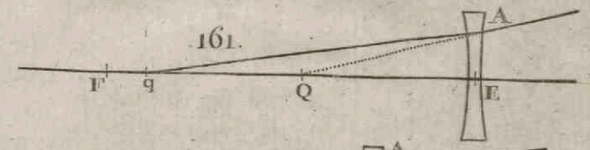
Fig. 159.



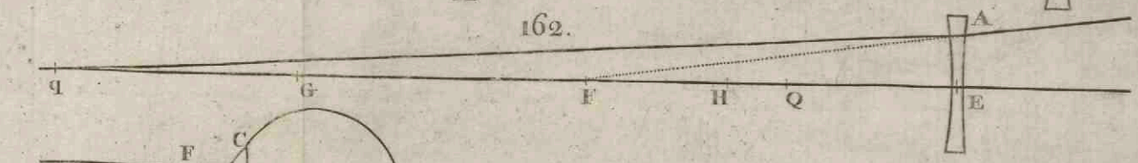
160.

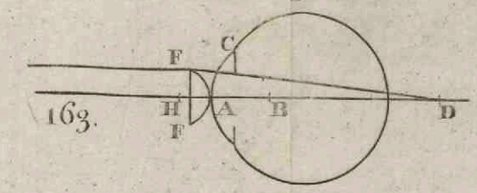


161.

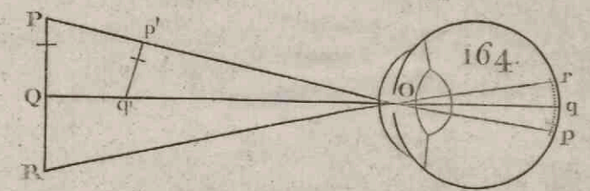


162.

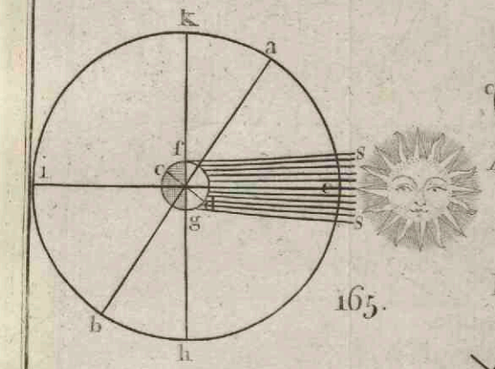




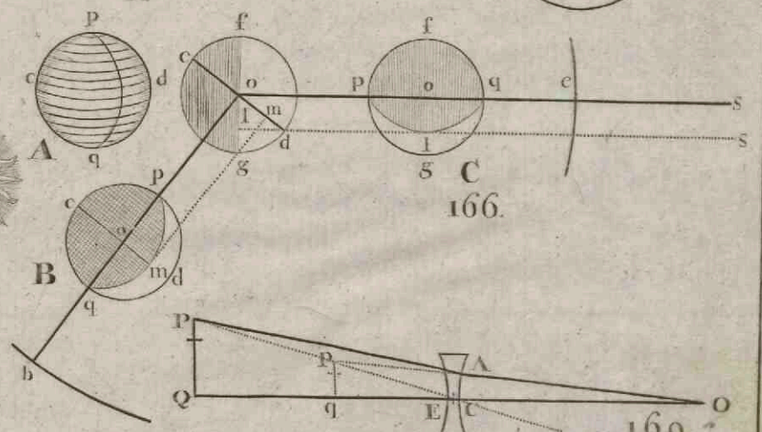
163.



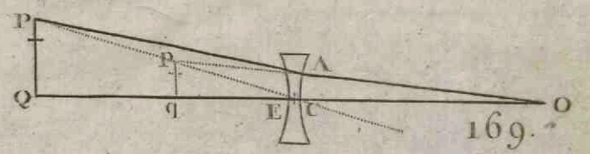
164.



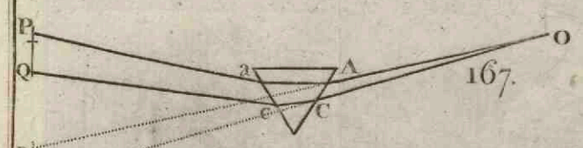
165.



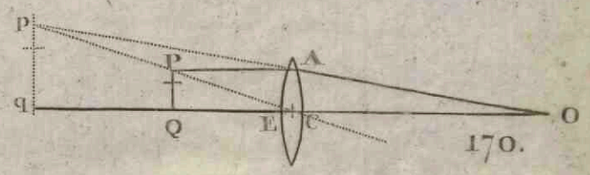
166.



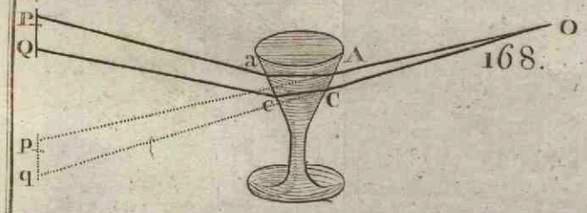
169.



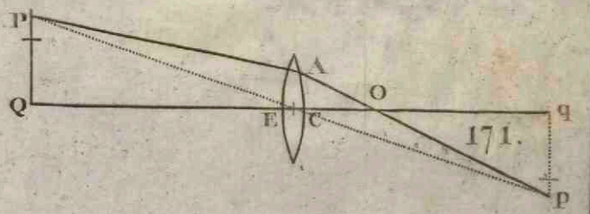
167.



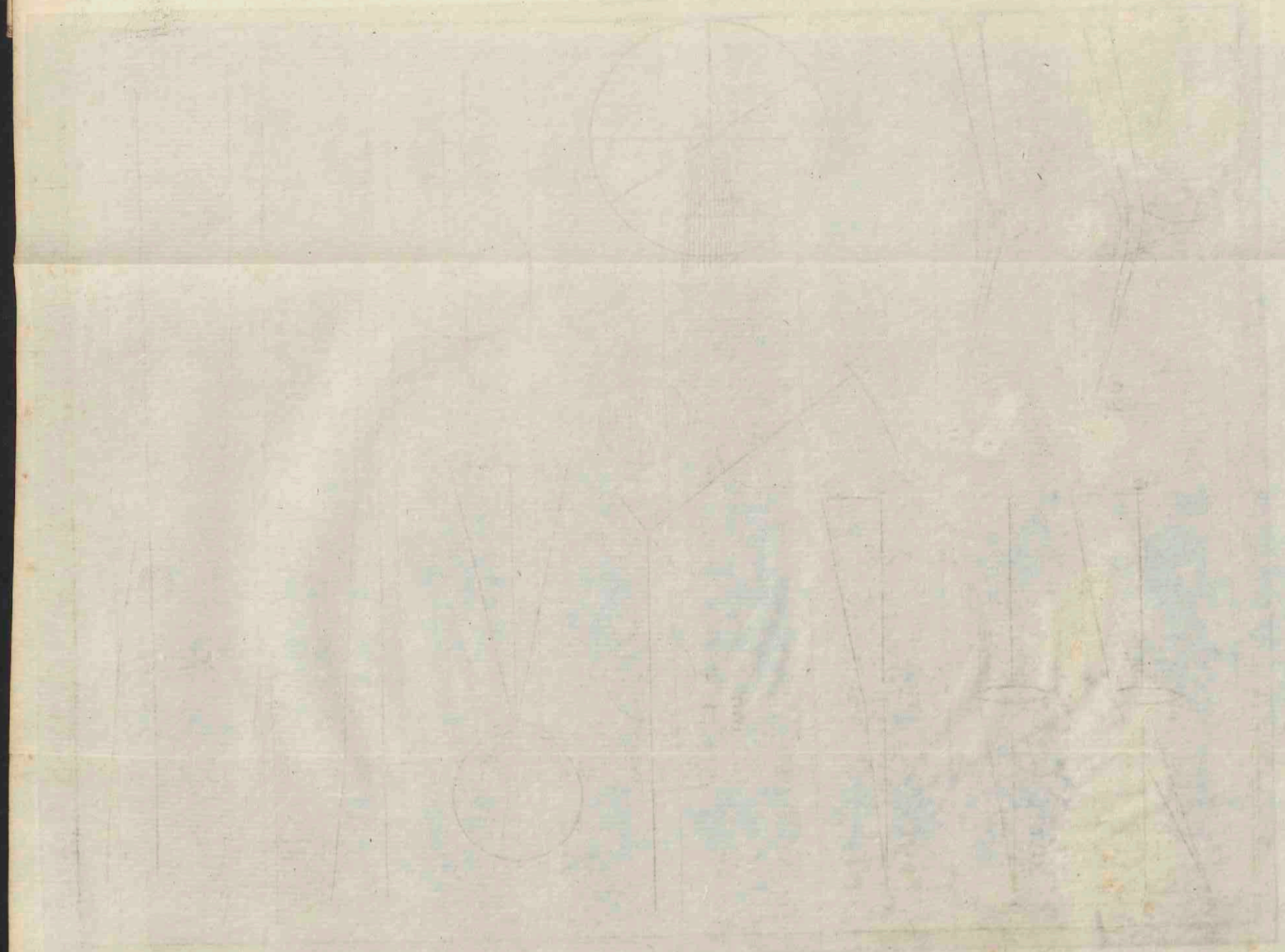
170.



168.



171.



& l'image ayant des places conſtantes & fixes, doivent augmenter ou diminuer tous les deux à la fois, puiſqu'ils ſont terminés l'un & l'autre par deux droites Pp, Qq, qui ſe rencontrent au centre E du verre ou du miroir.

114. Ainſi, la partie que l'œil peut découvrir eſt la plus grande, quand l'œil eſt contre le verre ou le miroir, & la plus petite, lorſqu'il eſt contre l'image; & dans ce dernier cas, elle paraît infiniment augmentée. Car ſi on conçoit la diſtance Oq infiniment diminuée, les parties pq, PQ déterminées par les droites AOp, pEP ſeront auſſi diminuées infiniment l'une & l'autre. Mais la grandeur de l'angle en O, ſoutendu par pq ou par AC, reſte finie, tandis que l'angle en O ſoutendu par PQ, ſouffre une diminution infinie: le premier de ces angles eſt donc infiniment plus grand que le ſecond, & par conſéquent la grandeur apparente de la petite partie PQ ſurpaſſe infiniment la vraie (*Art. 108.*). Elle paraît auſſi infiniment confuſe, lorſque la prunelle, au lieu de ne faire qu'un point, comme nous le ſuppoſons, eſt ouverte à l'ordinaire: on en verra la raiſon dans les Articles ſuivans.

115. Quand une perſonne ſe voit elle-même dans un miroir plan, il lui paraît toujours en occuper la même partie, en quelqu'endroit qu'elle ſe mette, & les dimenſions de cette partie du miroir, telles que ſa longueur & ſa largeur, ſont toujours la moitié des dimenſions correſpondantes, c'eſt-à-dire, de la longueur & de la largeur de la partie de la perſonne repréſentée dans le miroir*. Car lorſque O & Q co-incident, OC eſt la moitié de Oq ou de Qq (*Art. 23.*), & par conſéquent AC eſt la moitié de pq ou de PQ (*Art. 57.*). Fig. 173.

116. Juſqu'ici nous avons conſidéré la prunelle comme n'étant pas plus grande qu'un point, & comme n'admettant qu'un ſeul des rayons qui viennent de chaque point de l'objet (*Art. 90.*); de ſorte que l'image ſur le fond de l'œil devrait être diſtincte dans tous les cas. Mais lorſque la prunelle eſt ouverte, comme

* Il en eſt de même de tout objet ſitué parallélement au miroir. Les dimenſions de la partie du miroir que ſon image paraît occuper, ne ſont que la moitié de celles de l'objet repréſenté.

Delà il ſuit que pour ſe voir tout entier dans un miroir ſitué verticalement, il faut qu'il ait la moitié de la hauteur & de la largeur de celui qui s'y regarde debout.

dans ſon état naturel, ſi l'image formée par le verre ou par le miroir, eſt à une diſtance de l'œil moindre que la plus petite diſtance à laquelle nous pouvons voir les objets diſtinctement à la vue ſimple, l'apparence de l'objet vu par les verres ou par les miroirs, eſt confuſe; parce que les rayons divergent trop d'une image ſi proche, pour pouvoir être briſés par les différentes humeurs de l'œil, autant qu'il eſt néceſſaire pour former une image diſtincte ſur le fond de l'œil. D'un autre côté, ſi les rayons convergent vers des points ſitués derrière l'œil, & que par conſéquent ils y forment une image, les réfractions qu'ils ſouffrent dans l'œil, les obligent de former une peinture diſtincte de l'objet, avant d'être arrivés ſur le fond de l'œil, parce que l'œil n'eſt point accoutumé à prendre la figure convenable pour voir diſtinctement par des rayons convergens : ainſi, la viſion ſera confuſe dans les deux cas; mais il eſt facile de la rendre diſtincte de la manière ſuivante.

117. Nous pouvons voir diſtinctement les objets que nous ne voyons que confuſément par des rayons directs, réfractés ou réfléchis, ſoit en regardant par un petit trou fait à une plaque mince ou à un papier, ſoit en faiſant uſage d'une lentille convexe ou concave, d'une courbure convenable; & pourvu que le trou ou la lentille ſoit tout contre l'œil, la grandeur apparente & la ſituation de l'objet ſeront les mêmes dans les deux cas. Car ſi le trou eſt ſi petit qu'il ne donne paſſage qu'à un ſeul des rayons partis de chaque point d'un objet, ces rayons rencontreront tous le fond de l'œil en autant de points diſtincts, & y formeront une image diſtincte. Et lorſque les pinceaux de rayons rencontreront une lentille de peu d'épaiſſeur, leurs axes la traverſeront dans ſon milieu en ligne droite (*Art. 43.*), & par conſéquent rencontreront le fond de l'œil aux mêmes points que quand ils paſſent par le trou. Or, ſuppoſant que la lentille ait une figure telle que les rayons ſoient briſés par ce verre & par les humeurs de l'œil, autant qu'ils doivent l'être pour ſe réunir aux axes de leurs pinceaux au fond de l'œil, l'image ſera encore diſtincte, & elle ſera de la même grandeur & dans la même ſituation qu'auparavant; il n'y aura de différence dans les effets du trou & de la lentille, que dans les degrés de clarté de l'image peinte ſur le fond de l'œil.

118. Un microſcope ſimple * n'eſt autre choſe qu'un très-petit globule de verre, ou une petite lentille convexe, dont la diſtance focale eſt fort courte. Un petit objet pq qu'on apperçoit diſtinctement par le ſecours d'une petite lentille AE, contre laquelle on applique l'œil, paraît d'autant plus grand qu'il ne paraîtrait à la vue ſimple, ſi l'œil était placé à la plus petite diſtance qL, d'où il peut le voir diſtinctement, que cette dernière diſtance qL eſt plus grande que la première qE. Car ayant mis l'œil contre la lentille EA, afin de découvrir une auſſi grande partie de l'objet qu'il eſt poſſible d'un ſeul aſpect (*Art. 114.*), ſoit éloigné ou approché l'objet pq juſqu'à qu'on le voie très-diſtinctement, ſuppoſons que ce ſoit à la diſtance Eq; alors ſi on conçoit ôtée la lentille AE, & à ſa place une plaque mince, percée d'un trou d'épingle, l'objet paraîtra auſſi diſtinctement & auſſi grand (*Art. 117.*), que lorſqu'on le voyait au travers de la lentille; il aura ſeulement moins d'éclat. Et dans ce dernier cas, il paraîtra plus grand qu'on ne le voit à la vue ſimple, à la diſtance qL, dans le rapport de l'angle pEq à l'angle pLq (*Art. 98.*), ou de la dernière diſtance qL à la première qE (*Art. 60.*). Fig. 186 & 187.

119. Puiſque l'interpoſition de la lentille n'a d'autre effet que de rendre l'apparence diſtincte, en rompant les rayons de chaque pinceau, autant qu'il eſt néceſſaire pour qu'ils puiſſent enſuite ſe réunir au fond de l'œil, il eſt clair que l'objet ne paraît ſi amplifié, que parce qu'on le voit diſtinctement à une diſtance beaucoup plus petite qu'à la vue ſimple. Si l'œil eſt aſſez bien conformé pour voir diſtinctement par des faiſceaux de rayons paralleles, la diſtance Eq de l'objet à la lentille eſt alors la diſtance focale de cette lentille. Si la lentille eſt un petit globule

93. * Mr. Huyghens remarque qu'en fait de microſcopes ſimples, il y a toujours de l'avantage à ſe ſervir d'une petite lentille convexe préférablement à un globule qui amplifierait autant, parce qu'il y a trois fois plus de diſtance entre l'objet & la lentille, qu'entre l'objet & le point le plus proche du globule; & que par conſéquent il eſt bien plus facile d'éclairer l'objet en ſe ſervant de la lentille, qu'en ſe ſervant du globule.

94. Cependant comme une lentille, pour amplifier beaucoup, doit être d'un foyer très-court, par exemple, de quelques lignes & au-deſſous, & eſt par cette raiſon très-difficile à travailler, on ſe contente d'ordinaire d'un globule. Or il eſt facile de s'en procurer en faiſant fondre un très-petit fragment de verre pur à la flamme bleue d'une bougie, par le moyen d'une aiguille mouillée à laquelle il ſe tient attaché. Une goutte d'eau miſe avec un bec de plume dans un trou rond fait à une plaque de cuivre très-mince, forme encore un bon microſcope.

rond, dont le diamétre ſoit de $\frac{1}{15}$ de pouce, ſa diſtance focale Eq étant les trois quarts de ſon diamétre (*Art. 61.*), ſera de $\frac{1}{20}$ de pouce; & ſi qL eſt de 8 pouces, diſtance ordinaire à laquelle on apperçoit les petits objets, le globule amplifiera dans la raiſon de 8 à $\frac{1}{20}$, ou de 160 à 1.

Fig. 188. 120. La lunette ordinaire dont ſe ſervent les Aſtronomes, eſt compoſée de deux verres convexes de la manière ſuivante. PQ repréſente le demi-diamétre d'un objet éloigné, pq ſon image formée par un verre convexe L, qu'on nomme *Objectif*, parce qu'il eſt le plus proche de l'objet, ou parce qu'il lui eſt expoſé directement. Dans l'axe de ce verre QLq prolongé, eſt placé un autre verre plus convexe que le premier, ayant auſſi QLq pour axe, & ſon foyer au même point q que l'objectif; de ſorte que EL eſt la ſomme de leurs diſtances focales. Dans cette diſpoſition des verres, je dis que ſi on met l'œil quelque part en O, on verra l'objet diſtinctement, mais renverſé & amplifié *dans la raiſon de* qL *à* qE, c'eſt-à-dire, *comme la diſtance focale de l'objectif à celle de l'autre verre.* Ce dernier ſe nomme *Oculaire.*

Car les rayons qui divergent du point q de l'image pq, étant réfractés par l'oculaire, arrivent à l'œil placé en O, ſuivant des paralleles à l'axe qEO, parce que qE eſt la diſtance focale de l'oculaire; & par la même raiſon, les rayons qui divergent de tout autre point p de l'image pq, ſortent de l'oculaire après leurs réfractions en A, parallélement au rayon pE, qui eſt l'axe d'un pinceau oblique de rayons, dont une partie va rencontrer l'oculaire en divergeant de p. Ainſi, l'œil qui voit diſtinctement par des faiſceaux de rayons paralleles, étant placé à l'interſection commune O de ces différens faiſceaux, verra diſtinctement tous les points de l'objet.

Quant à la grandeur apparente de l'image pq, ou de l'objet PQ, elle eſt meſurée par l'angle EOA (*Art. 104.*), ou par ſon égal qEp; mais la grandeur apparente de l'objet à l'œil nud ſuppoſé en L, eſt meſurée par l'angle QLP ou par ſon égal qLp, l'axe oblique PLp étant droit (*Art. 43.*). Ainſi, la grandeur apparente de l'objet vu avec la lunette, eſt à ſa grandeur à la vue ſimple, comme l'angle qEp à l'angle qLp, &

par conſéquent comme la dernière diſtance qL eſt à la première qE (*Art. 60.*) *.

121. L'objet qu'on voit renverſé dans cette lunette, paraît

95.* Voici comme Mr. Huyghens démontre les effets des lunettes. Les verres L, E (*Fig. 189 & 190.*) étant placés à l'ordinaire (*Art. 120 & 123.*), ſoit priſe ſur leur axe commun EL, prolongé du côté de l'objet, LN égale à Lq diſtance focale de l'objectif LM. Un rayon quelconque PNM qui paſſe par N, & tombe ſur l'objectif LM, prend ſa route, après s'y être réfracté, ſuivant une droite MA parallele à l'axe LE; traverſant enſuite l'oculaire AE, il y ſouffre un detour en vertu duquel il va au foyer principal O, ou en diverge, ſi l'oculaire eſt concave. Ainſi l'objet PQ paraît dans ces deux lunettes ſous l'angle AOE, tandis qu'on le voit à l'œil nud placé en N ſous l'angle PNQ. La grandeur apparente dans la lunette eſt donc à la grandeur apparente à la vue ſimple, comme l'angle AOE à l'angle PNQ ou LNM; ou bien, parce que $LM = AE$, comme la diſtance focale LN à la diſtance focale EO (*Art. 60.*).

96. Si on ajoûte deux autres oculaires égaux BF, CG à la lunette aſtronomique, comme dans l'Article 121, & que O ſoit le foyer commun des verres AE, BF, le rayon AO, après avoir traverſé le verre BF, ſuivra la droite BC parallele à l'axe, & par conſéquent ſortira du dernier oculaire, dirigé au foyer principal D de cet oculaire, où l'œil étant placé, verra l'objet droit & amplifié dans le même rapport que ci-deſſus; parce que GD étant égale à FO, l'angle CDG eſt égal à l'angle BOF, ou à l'angle AOE.

97. Cette excellente combinaiſon de verres fut découverte à Rome, vraiſemblablement par Campani. On eſt dans l'uſage de mettre à l'endroit qu'occupe la première image q ou la ſeconde q', une ſurface plane, noire & opaque, percée d'un trou rond d'un diamétre à peu près égal à celui de la plus grande image. On la nomme *Diaphragme*. Ses bords arrêtent & abſorbent non-ſeulement les rayons inutiles, mais encore interceptent une partie de ces bandes colorées connues ſous le nom d'*Iris*, qui bordent les images. Ce n'eſt pas cependant que les iris ſoient plus apparentes dans les lunettes à trois oculaires que dans celles qui n'en ont qu'un, elles ſont au contraire plus petites. Car quoique trois oculaires multiplient les réfractions, néanmoins les couleurs engendrées par les réfractions des deux premiers verres ſe trouvent un peu corrigées & diminuées par les réfractions des deux derniers oculaires, qui ſe font en ſens contraire des premières. Tout cela eſt évident ſi on conſidére que les bords d'une lentille produiſent les mêmes effets que ceux d'un priſme.

98. Juſqu'ici nous avons ſuppoſé l'intervalle LE, qui ſépare les deux verres convexes, égal à la ſomme de leurs diſtances focales. Préſentement ſoit cet intervalle plus grand ou plus petit que cette ſomme, ſelon le défaut de l'œil de l'obſervateur (*Art. 128.*); ſoit EF (*Fig. 191, 192, 193 & 194.*) la diſtance focale de l'oculaire, & Lq celle de l'objectif. Je dis que la grandeur apparente eſt à la vraie, comme LF à FE; c'eſt-à-dire, comme l'intervalle compris entre les verres, moins la diſtance focale de l'oculaire, à la diſtance focale de l'oculaire. Car les axes de tous les faiſceaux qui paſſent par L, comme PLA, auront, après leur ſortie de l'oculaire, un point de concours G, où plaçant l'œil, on verra l'objet PQ ſous l'angle AGE. Mais L pouvant être conſidéré comme un point d'où partent des rayons qui tombent ſur l'oculaire, on aura $LF : LE :: LE : LG$ (*Art. 239.*); & par conſéquent $LF : FE :: LE : EG$ :: l'angle EGA : l'angle ELA (*Art. 60.*) ou PLQ; c'eſt-à-dire, comme la grandeur apparente à la vraie.

99. D'où il ſuit que, ſelon que l'intervalle des verres eſt plus grand ou plus petit que la ſomme de leurs diſtances focales, le rapport de la grandeur apparente à la vraie, *eſt plus grand ou plus petit que celui de leurs diſtances focales.*

100. Si on allonge la lunette, le lieu de l'image ou foyer q (*Fig. 193 & 194.*), eſt plus éloigné de l'oculaire que de ſa diſtance focale; par conſéquent les rayons vont en

Fig. 195. droit & distinct, en ajoûtant deux nouveaux oculaires, disposés entr'eux, & par rapport au premier, de manière qu'ils soient tous éloignés les uns des autres de la somme de leurs distances focales. Si ces distances focales sont toutes égales, l'amplification de l'objet est la même qu'auparavant. Car les faisceaux de rayons paralleles EOF, AOB, &c. formeront après avoir traversé le verre FB, une seconde image $p'q'$; & le foyer p' d'un faisceau oblique quelconque OB, sera déterminé par l'intersection de la ligne $p'q'$ perpendiculaire à l'axe commun des verres & de l'axe oblique Fp' parallele aux rayons incidens OB (*Art.* 55.). Ce point p' étant le foyer des rayons qui vont rencontrer le dernier verre GC, les rayons émergens CD, seront paralleles à leur axe oblique $p'G$; parce que les rayons qui viennent de q' sont supposés sortir parallélement à l'axe des verres. Si donc on place l'œil en D, où tous les faisceaux de rayons paralleles se coupent mutuellement, on verra distinctement l'objet dans sa situation naturelle (*Art.* 103.) *. Lorsque les verres F & G sont parfaitement égaux, l'image $p'q'$ est exactement au milieu de l'espace qui les séparent : ainsi les triangles $p'Fq'$, $p'Gq'$ sont égaux. Par conséquent l'angle CDG qui mesure maintenant la grandeur apparente de l'objet, l'œil étant placé en D, sera égal

convergeant à leur sortie de ce verre, & forment une seconde image $p'q'$ de l'objet PQ, sur un plan placé à une distance qq', troisième proportionnelle à qF & à qE (*Art.* 239.). Et la grandeur apparente de cette image, vue à l'œil nud à une distance égale à $q'G$, est la même que si on pouvait la voir distinctement de G au travers de la lunette, les angles $p'Gq'$ & AGE étant égaux : cette image paraît donc un peu plus grande que si la lunette avait conservé la longueur qu'exige la vision distincte. Le même raisonnement est également applicable à la lunette Batavique.

C'est au moyen de cet allongement que quelques Astronomes observent les éclipses & les taches du soleil. On peut encore les observer en se servant à l'ordinaire de la lunette, pourvu qu'on ait soin d'armer l'œil d'un verre plan enfumé, ou d'enfumer l'oculaire même.

Nous donnerons dans le Livre suivant la construction des lunettes à trois verres. Nous ne devons pas cependant laisser ignorer que les lunettes que nous venons de décrire à deux ou à quatre verres, leur sont préférables ; elles ont plus de champ, & les iris y sont moins fortes, comme Mr. Huyghens l'a remarqué.

101. * Il est vrai qu'avec cette lunette on voit les objets dans leur situation naturelle ; mais cet avantage est compensé par la perte d'un autre. La lumière ayant deux verres de plus à traverser que dans la lunette astronomique, on conçoit qu'il doit s'en intercepter une plus grande quantité, & que par conséquent on doit voir les objets avec moins de clarté. Quand ces lunettes ont au-delà de 20 pieds de longueur, on ne peut plus s'en servir pour regarder les objets terrestres ; car alors ils grossissent extrêmement, & on commence à appercevoir les parties grossieres répandues dans l'athmosphere, qui étant dans une agitation continuelle, causent une espece de tremblement dans l'apparence de l'objet. (*Essai de Physique de Musschenbroek.*)

à l'angle $p'Gq'$, ou à $p'Fq'$, ou à BOF, ou à AOE qui mesurait la grandeur apparente, quand l'œil était en O.

122. Dans une lunette d'une longueur déterminée, la quantité d'objets qu'on peut embrasser d'un seul coup d'œil, qui est ce qu'on nomme *le Champ* de la lunette, *dépend de la largeur de l'oculaire**. Car suivant que AE est plus grande ou plus petite, l'angle ALE ou son égal PLQ est aussi plus grand ou plus petit; & il est clair que cet angle embrasse tous les objets qui peuvent être apperçus à la fois d'un même côté de l'axe de la lunette †. Fig. 188 & 195.

123. La différence de la lunette astronomique à la lunette Batavique ou de Galilée, consiste en ce qu'au lieu de disposer un oculaire convexe entre l'œil & l'image, afin de rendre paralleles les rayons de chacun des faisceaux qui doivent entrer dans l'œil, on emploie un oculaire concave AE qu'on place entre l'objectif & l'image, à la même distance de cette image que le premier, ou, ce qui est le même, de manière que son foyer co-incide avec celui de l'objectif. Cet oculaire écarte les rayons de chaque pinceau, qui concourraient en q & en p, précisément de la quantité nécessaire pour les rendre paralleles, & les faire entrer tels dans l'œil: ce qui est évident, si on conçoit que les rayons rebroussent chemin, & aillent de nouveau traverser l'oculaire dont nous supposons que la distance focale est Eq. Dans ces lunettes, il faut, pour qu'il entre dans l'œil le plus grand nombre de pinceaux qu'il est possible, *l'appliquer tout contre l'oculaire*; & alors supposant un des rayons émergens d'un pinceau oblique, prolongé suivant AO, la grandeur apparente de l'objet vu dans la lunette, sera mesurée par l'angle AOE (*Art. 104.*), ou par son égal qEp, qui est à l'angle qLp ou QLP qui mesure la grandeur apparente à la vue simple, comme qL à qE, ainsi que dans la première lunette. Il est clair par le 103e Article, que dans cette lunette les objets sont vus dans une situation droite. Fig. 196.

124. Le champ de cette lunette ou la quantité d'objets qu'on peut voir par son secours, ne dépend point de la largeur de l'oculaire,

* On ne peut cependant jouir de tout l'effet de la lunette, en laissant à l'oculaire toute sa largeur, à cause que la lumière qui tombe sur ses bords ne s'y réfracte pas aussi régulierement que celle qui la rencontre vers le milieu.

† L'axe commun des verres d'une lunette, est ce qu'on nomme l'*Axe* de la lunette.

comme dans la lunette aſtronomique, mais *de la largeur de la prunelle* * ; parce que la prunelle eſt plus petite que l'oculaire, & que les faiſceaux latéraux vont en s'éloignant de l'axe des verres, au lieu de s'en approcher. Auſſi cette lunette a t'elle *moins de champ que la première*, & par conſéquent eſt d'un uſage moins commode.

125. Le téleſcope par réflexion de M. Newton †, amplifie

102.* La prunelle étant naturellement très-petite, & le devenant encore davantage à proportion de la lumière qu'elle reçoit, il s'enſuit, comme on l'a remarqué depuis long-tems, que le champ de cette lunette eſt d'autant plus petit que l'objet eſt plus lumineux, & que l'oculaire eſt d'un plus grand foyer; & parce qu'on ne peut pas employer des oculaires d'un foyer auſſi court qu'on le voudrait, par le peu de clarté qu'auraient alors les images tracées au fond de l'œil, & par conſéquent à cauſe de l'obſcurité qui regnerait dans la viſion; & qu'à proportion que les objectifs ſont d'un plus long foyer, il faut néceſſairement augmenter celui des oculaires, on voit que plus cette lunette a de longueur, moins elle a de champ. C'eſt par cette raiſon que les objets très-éloignés, ne pouvant être apperçus diſtinctement qu'avec de longues lunettes, on ne ſe ſert plus de celles-ci pour ces ſortes d'objets. Celles qu'on fait maintenant ne paſſent guere 12 à 15 pouces.

103. Dans cette lunette, de même que dans la lunette aſtronomique & la lunette à quatre verres, ſi l'objet s'approche, ſon image s'éloigne à proportion (*Art. 48.*); & par conſéquent il faut éloigner l'oculaire, en allongeant la lunette, afin que l'image ſoit toujours au foyer de l'oculaire: ce qui donne la commodité de voir des objets proches comme des objets éloignés, en allongeant la lunette pour les premiers, & l'accourciſſant juſqu'à un certain terme pour les autres.

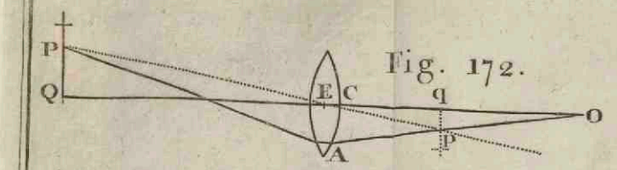
104. † Pluſieurs années auparavant que Mr. Newton eut inventé ſon téleſcope par réflexion, Jacques Gregori en avait imaginé un dont il donna la deſcription dans ſon *Optica promota*, publiée en 1663. Celle qui ſuit différe de la ſienne, en ce qu'il donne une figure parabolique à ſon grand miroir, & une elliptique au petit, au lieu que depuis on eſt dans l'uſage de les faire tous deux ſphériques, l'exécution des autres préſentant des difficultés preſque inſurmontables. On doit à Mr. Hallei le premier téleſcope de cette eſpece.

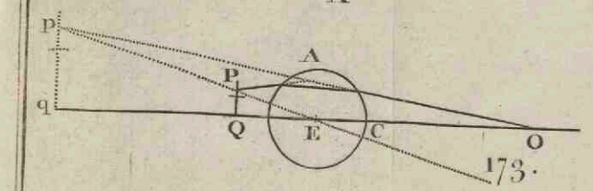
105. On ſe propoſe donc de faire un téleſcope par réflexion avec deux miroirs concaves de métal, & un oculaire convexe, & d'en examiner les effets. Soient les diſtances focales données du petit miroir, du grand & de l'oculaire, reſpectivement égales aux lignes t, T, q; & dans une droite donnée $ctqCl$ (*Fig. 197.*), qui leur ſerve d'axe commun, ſoient priſes du même côté, & dans le même ſens, $ct = t$, $tq = T$, $qC = \frac{t \times t}{T}$, & $ql = q$; ſoit enſuite placé l'oculaire en l, le petit miroir en c, & le grand en C, de manière que ces miroirs ſe préſentent mutuellement leur côté concave. Maintenant ſoient des rayons incidens QA, QB réfléchis par le grand miroir au petit, qui à ſon tour les lui réfléchiſſe. Si on pratique une ouverture d'une grandeur médiocre au milieu C de ce miroir, par laquelle les rayons réfléchis par le petit miroir ayent la liberté de paſſer, les réfractions qu'ils ſouffrent en traverſant l'oculaire kl les rendant paralleles; je dis, que ſi on place l'œil dans un point o de leur direction, on verra diſtinctement un objet éloigné dans ſa ſituation naturelle, & amplifié dans le rapport du carré de la diſtance focale du grand miroir, au rectangle des diſtances focales du petit & de l'oculaire.

106. Car les rayons QA, QB d'un faiſceau, paralleles à l'axe du téleſcope, ſe réuniront au foyer principal T du grand miroir; après s'y être croiſés, ils iront tomber ſur le petit miroir acb, d'où ils ſeront réfléchis au point q. Car puiſque la diſtance focale $TC = T = tq$ par conſtruction, ſi on retran-

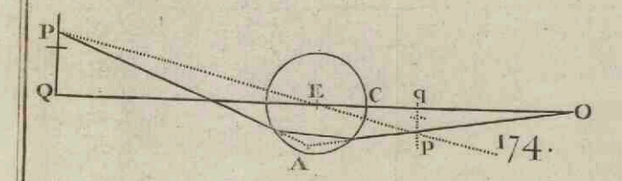
le

Fig. 172.

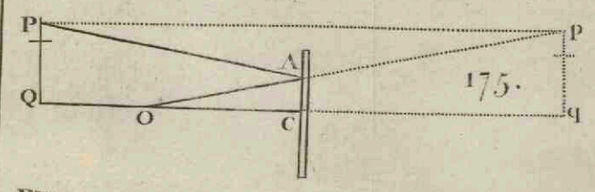




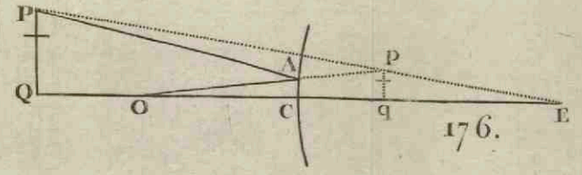
173.



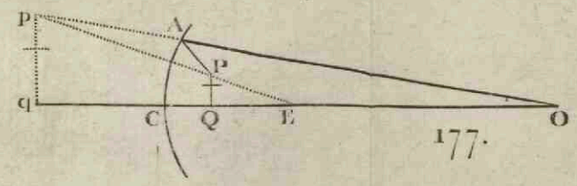
174.



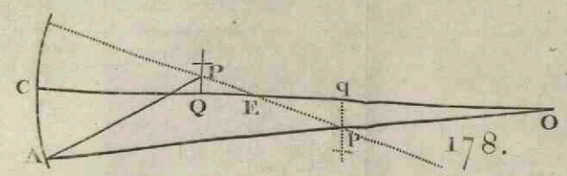
175.



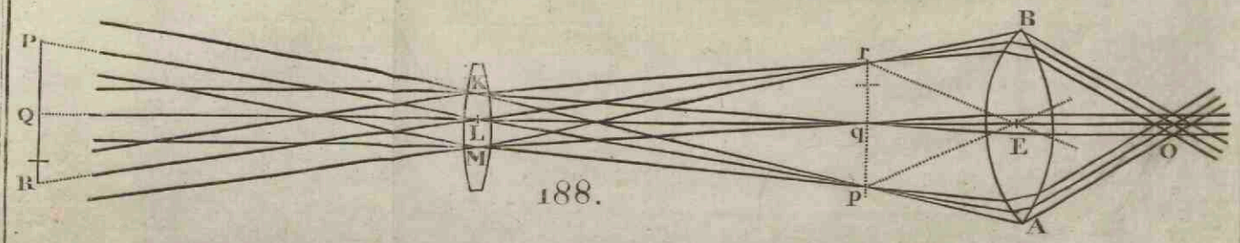
176.



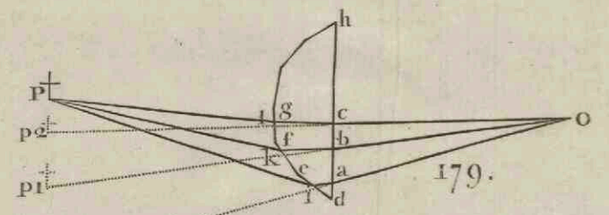
177.



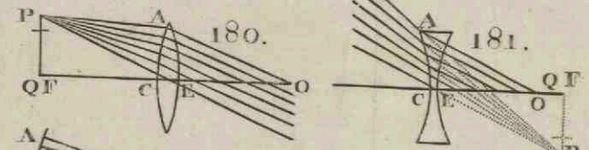
178.



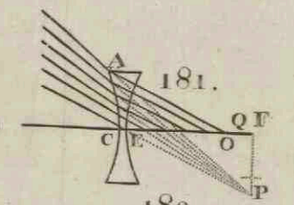
188.



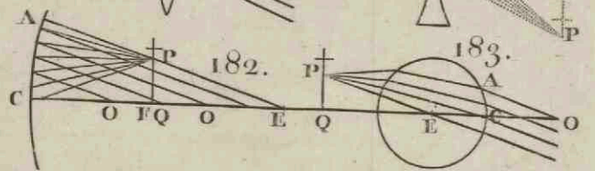
179.



180.

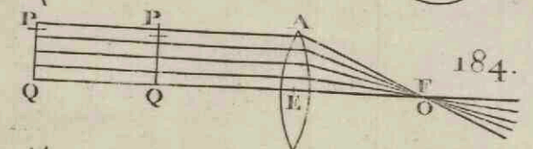


181.

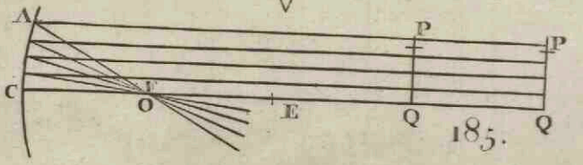


182.

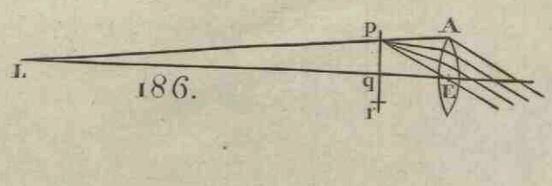
183.



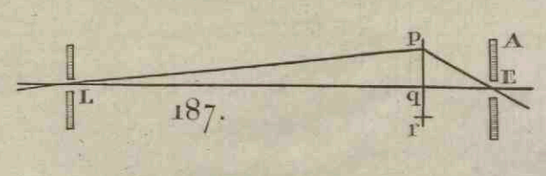
184.



185.



186.



187.



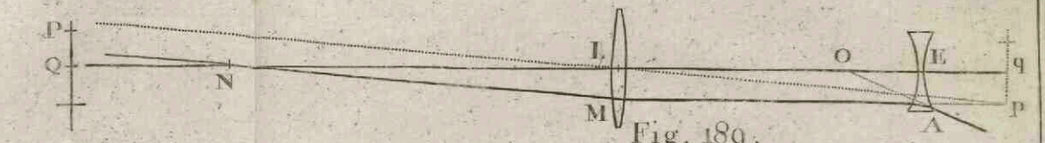
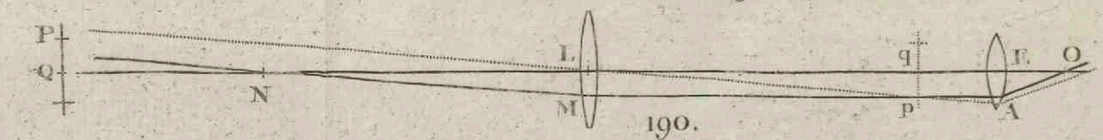
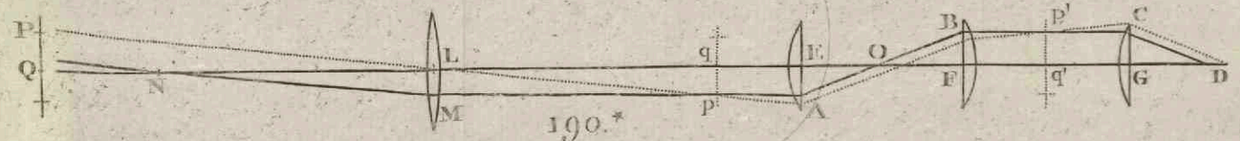


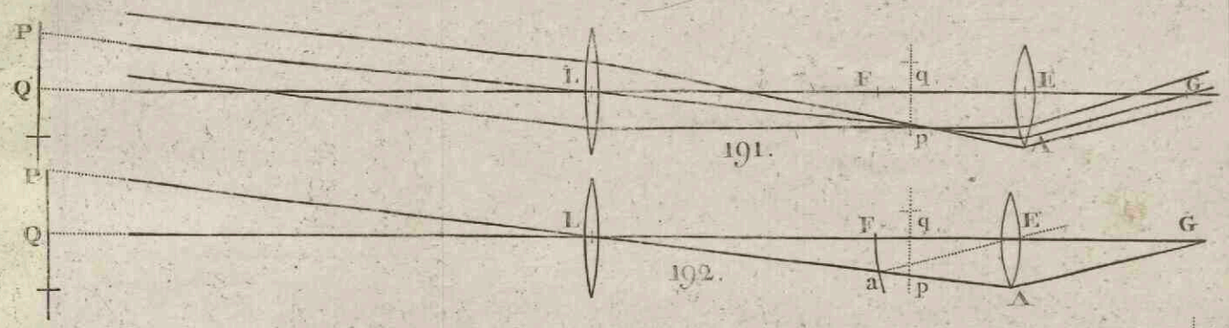
Fig. 189.



190.

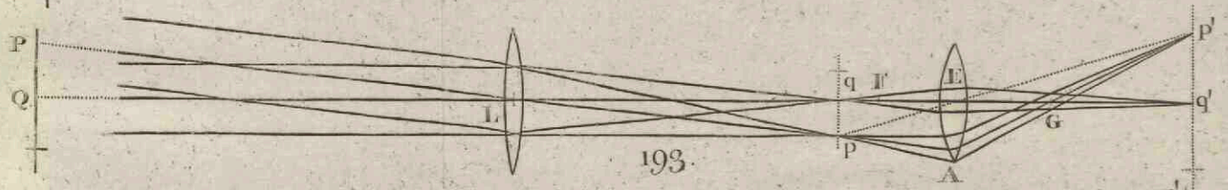


190.*

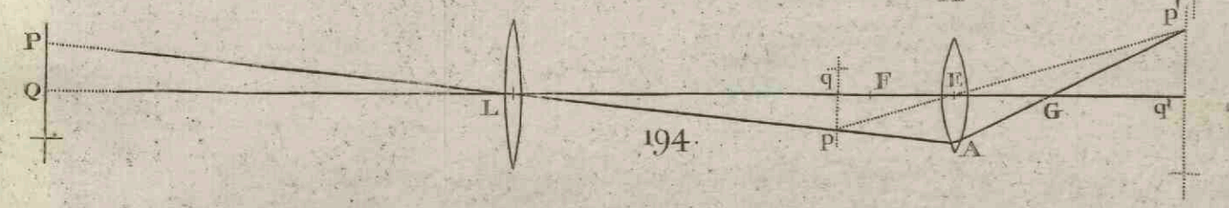


191.

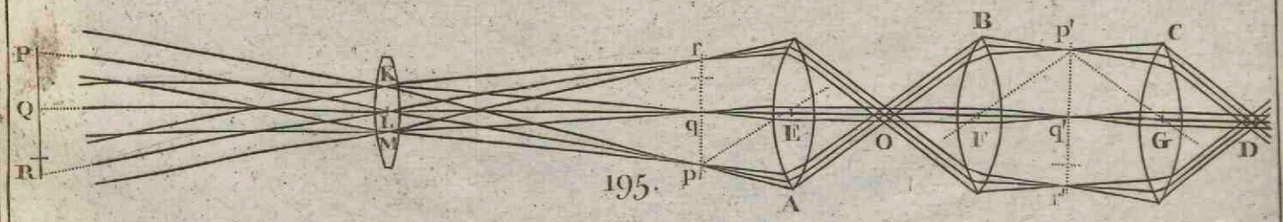
192.



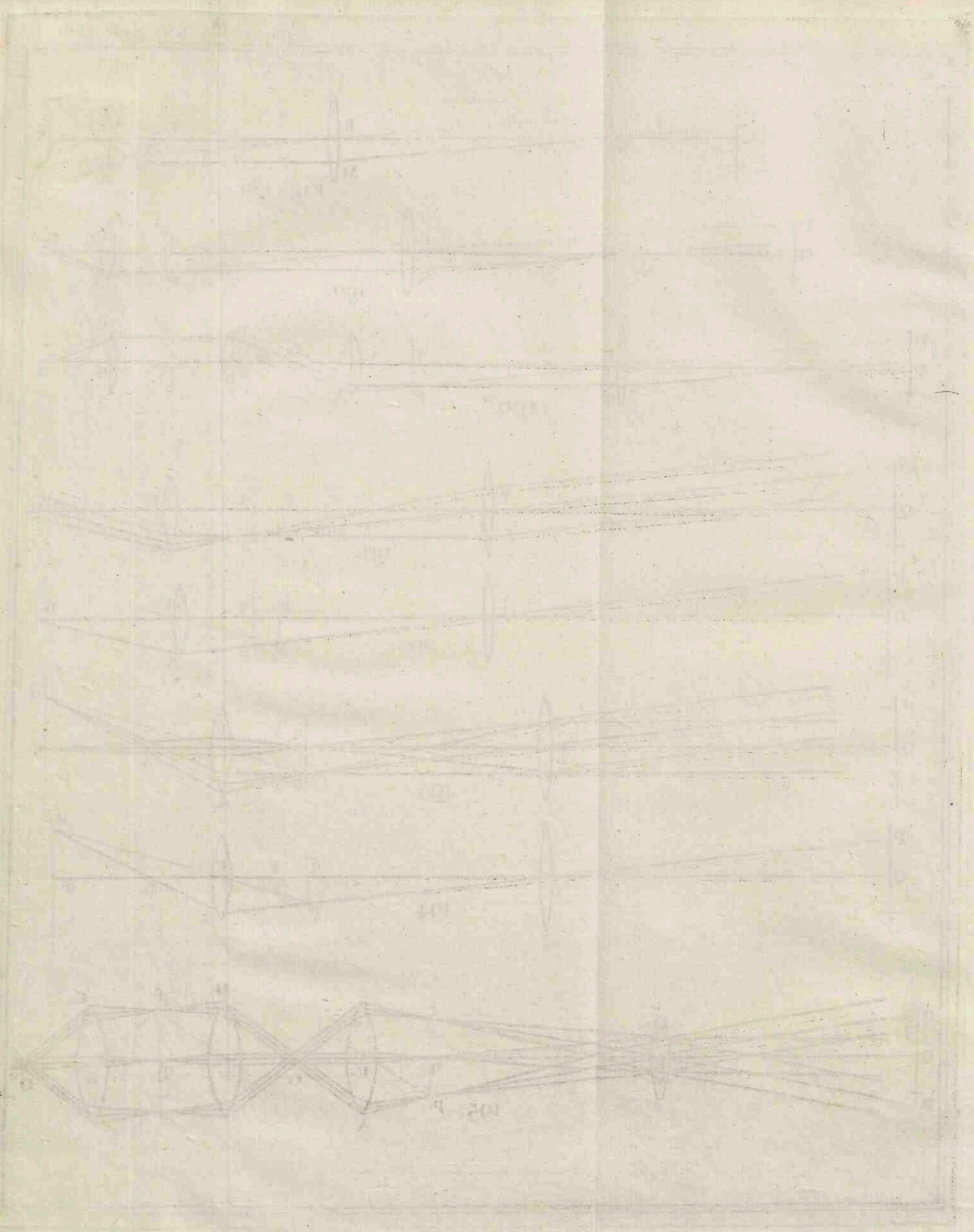
193.



194.



195.



le diamétre d'un objet éloigné *dans le rapport de la diſtance focale du miroir à celle de l'oculaire, & fait voir l'objet renverſé.* Que Fig. 198. *S T* ſoit une image d'un objet éloigné *P Q* engendrée par la

che de part & d'autre la partie commune *T q*, il reſtera $t T = q C = \frac{t \times t}{T}$ par conſtruction, c'eſt-à-dire, qu'on aura *t T*, *t c*, *t q* en proportion continue, comme cela doit être (*Art. 207.*); & puiſque *q l* eſt la diſtance focale de l'oculaire *k l*, les rayons qui viennent de *q*, en ſortiront paralleles, & par conſéquent produiront une apparence diſtincte du point *Q* d'où ils étaient partis.

107. Soit *S T* (*Fig. 199.*) l'image de l'objet *P Q* formée par la réflexion à la rencontre du grand miroir; elle ſera terminée par la droite *P E S* menée par le centre *E* de ce miroir parallélement aux rayons *P A*, *P A* qui viennent de *P* (*Art. 215.*). Les rayons qui vont de cette image *S T* rencontrer le petit miroir, s'y réfléchiſſent, & forment enſuite une ſeconde image *p q*, qui ſera terminée par la droite *S e p* menée par le centre *e* de ce petit miroir (*Art. 215.*); & les rayons qui divergent de *p*, ſortiront de l'oculaire *k l* ſuivant des droites *k o* paralleles à *p l*, menées par le centre de l'oculaire (*Art. 46.*). Ainſi l'objet *P Q* paraîtra droit, parce que les rayons *k o* ſont du même côté de l'axe commun *Q l o*, que le point *P* d'où ils ſont partis.

108. Sur la ſeconde image *p q* ſoit priſe une ligne *q s* égale à la premiére image *T S*; ſi l'image *p q* était égale à *q s*, on verrait l'objet au travers de l'oculaire, ſous un angle égal à *q l s* (*Art. 107 & 111.*), qui eſt à l'angle *P E Q* ou *S E T*, ſous lequel on le verrait de *E* à la vue ſimple, comme *T E* ou *T C* à *q l*; ainſi l'amplification de l'objet ſe ferait dans le même rapport que dans le téleſcope de Mr. Newton. Mais puiſque les triangles *e p q*, *e S T* ſont ſemblables, & que nous avons *t q* : *t e* : : *t e* : *t T*, & par conſéquent *t q* : *t e* : : *e q* : *e T* : : *p q* : *S T* ou *q s*, on voit que *p q* eſt plus grande que *q s*, & qu'ainſi l'angle viſuel *k o l*, ou *p l q* eſt plus grand que *q l s*, dans la raiſon de *t q* à *t e*. Donc l'objet étant plus amplifié qu'on ne l'a ſuppoſé, dans la raiſon de *t q* à *t e*, ou par conſtruction, dans celle de *T C* à *t c*, l'amplification totale ſuivra le rapport du carré de *T C* au rectangle de *t c* & de *q l*.

109. Pour voir des objets proches, il faut un peu éloigner le petit miroir du grand, ce qui ſe peut toujours par la mobilité qu'on a ſoin de lui donner. La raiſon en eſt, que tandis qu'un objet éloigné s'approche, ſon image *T S* s'approche de *t*, & que *t T* diminuant, ſon réciproque *t q* augmente (*Note 106.*).

110. Donc ſi un miope veut ſe ſervir de ce téleſcope, comme l'oculaire eſt communément fixé, il faut qu'il rapproche un peu le petit miroir du grand; car alors l'intervalle *T t* diminue, & ſon réciproque *t q* augmente. Les rayons tomberont donc ſur l'oculaire en divergeant d'un point moins éloigné que de ſa diſtance focale; par conſéquent ils en ſortiront divergeans, & ils entreront tels dans l'œil.

111. En portant plûs loin la diminution de l'intervalle des deux miroirs, les rayons réfléchis peuvent, en paſſant par l'ouverture faite au grand miroir, aller former une image *p q* derrière ce miroir par tout où l'on voudra; éloignant enſuite l'oculaire de l'image autant qu'il l'était avant, la viſion ſera encore diſtincte, & l'objet paraîtra plus amplifié qu'avant dans le même rapport que la raiſon de *t q* à *t e*, ou *t c*, eſt devenue plus grande que celle de *T C* à *t c*, ce qui eſt évident par la démonſtration donnée dans la Note 108. Mais en groſſiſſant l'image *p q*, elle devient plus obſcure & plus imparfaite, comme on le fera voir ci-après, & conſéquemment l'apparence de l'objet eſt moins claire & moins diſtincte. De plus, l'image étant plus grande, on en voit moins d'un ſeul coup d'œil avec un oculaire donné; & par conſéquent on découvre une moindre partie de l'objet.

112. Toutes choſes étant fixées dans leurs places, le diamétre d'un objet qu'on peut appercevoir d'un ſeul coup d'œil, eſt proportionnel à la largeur de l'oculaire, en ſuppoſant toutefois que l'ouverture du grand miroir ne limite pas l'apparence de l'objet;

réflexion à la rencontre d'un grand miroir concave $A\,C$, & terminé par les lignes $P\,E\,S\,A$, $Q\,E\,T\,C$, menées par ſon centre E. Alors, comme on ne peut appercevoir cette image par le ſecours

car l'angle de réflexion $p\,c\,e$, au milieu du petit miroir, étant égal à l'angle d'incidence $e\,c\,S$, il eſt clair que tandis que $p\,q$ & $k\,l$ ſont augmentées ou diminuées dans un rapport quelconque, l'image $S\,T$ & l'objet $P\,Q$ ſont auſſi augmentés ou diminués dans le même rapport.

113. Préſentement, ſi on donne beaucoup de diamétre à un oculaire d'une diſtance focale & d'une courbure données, il deviendra trop épais; ainſi les rayons qui tomberont ſur ſes bords, les rencontreront trop obliquement, & cette obliquité ſera cauſe qu'il s'en réfléchira beaucoup, & que ceux qui paſſeront, ſouffriront des réfractions trop grandes par rapport à celles qu'éprouvent les pinceaux qui paſſent par le milieu de cette lentille (*Art. 73.*). C'eſt pourquoi ſi on veut augmenter le nombre de parties viſibles d'un objet, il faut faire tomber ſon image $p\,q$ (*Fig. 200 & 201.*) derrière le grand miroir, à deux ou trois pouces de ſon ouverture, & obliger les rayons qui vont former cette image, de paſſer par un verre convexe $f\,g$ fort mince & large, en plaçant ce verre derrière & contre le grand miroir. Ce verre augmentera néceſſairement la convergence des rayons, qui par conſéquent formeront une image $v\,x$ plus proche de ce verre, & plus petite que l'image $p\,q$, toutes les deux étant terminées par la droite $p\,v\,g$ menée par le centre de ce verre (*Art. 55.*). Les rayons de chaque pinceau divergeant de cette nouvelle image $v\,x$, il faut leur préſenter enſuite un autre verre convexe $h\,i$ qui les rende paralleles & les faſſe entrer tels dans l'œil. On réuſſira cependant encore mieux, en employant un ménisque dont on tournera la convexité vers les pinceaux incidens $f\,u\,h$, parce que les rayons traverſeront ſes bords avec moins d'obliquité que s'ils paſſaient à travers un verre de toute autre figure.

114. Les places qu'il faut faire occuper à ces oculaires, & leurs diſtances focales étant données, il eſt facile de trouver une regle pour découvrir le pouvoir amplifiant d'un téleſcope. On la verra expoſée dans la Note 131. Mais comme on peut aiſément ſe tromper dans la meſure d'auſſi petites diſtances, il vaut mieux le découvrir par l'expérience, ſoit à la manière de Galilée, en regardant deux cercles inégaux, l'un à la vue ſimple, l'autre avec le téleſcope; ſoit en comparant ce téleſcope avec une lunette dont le pouvoir amplifiant eſt connu, ou peut l'être plus facilement (*Art. 120.*). Un de ces téleſcopes de 16 pouces de long, amplifie environ autant qu'une lunette de 15 à 16 pieds. *Voyez les Tables du Chap. 7 du Liv. ſuivant.*

115. Pour empêcher les rayons collatéraux qui paſſant par les côtés du petit miroir, pénétrent par l'ouverture du grand, de même que ceux qui ſont réfléchis par les bords imparfaits de ces deux miroirs, d'entrer dans l'œil, il faut mettre au lieu x de l'image, une ſurface mince & plate percée d'un trou d'un diamétre égal à celui de cette image, & pratiquer un autre petit trou en o, où tous les faiſceaux ſe croiſent avant d'entrer dans l'œil. Le diamétre de ce trou ne doit pas être plus grand que celui du faiſceau principal en o: il eſt encore eſſentiel de déterminer bien exactement les endroits où doivent être ces deux trous; ſans cela le téleſcope ne produirait pas un bon effet.

116. Si la diſtance focale du petit miroir eſt égale à une ligne donnée t, & qu'on veuille le placer de manière qu'il réfléchiſſe à un point donné q (*Fig. 202.*) les rayons qui lui viennent du foyer donné T, il faut couper $T\,q$ en deux également en m, & élever à $m\,T$ une perpendiculaire $T\,n$ égale à la diſtance focale t; enſuite joignant $m\,n$, prendre du côté de T, $m\,t$ égale à $m\,n$, & t ſera le point où doit tomber le foyer du petit miroir. Car ſoit décrit du centre m & avec le demi-diamétre $m\,n$ ou $m\,t$, un demi-cercle qui coupe l'axe une ſeconde fois en ζ; on aura $q\,\zeta = T\,t$, & par conſéquent $T\,\zeta = t\,q$. On aura auſſi $T\,n$ moyenne proportionnelle entre les ſegmens $t\,T$, $T\,\zeta$ du diamétre $t\,\zeta$; c'eſt-à-dire, que la diſtance focale t ou $t\,c$, eſt moyenne proportionnelle entre $T\,t$ & $t\,q$. Ainſi les rayons qui viennent de T, ſeront réfléchis par le

d'un oculaire placé directement devant elle, parce qu'on intercepterait les rayons qui tombent sur le miroir, on dispose entre ce grand miroir & l'image, un petit miroir plan ac, incliné

petit miroir au point donné q (*Art. 207.*).

117. Et si on veut connaître la distance focale du petit miroir, lequel ayant son foyer en un point donné t, réfléchit les rayons qui lui viennent d'un point T, à un point donné q, soit divisée Tq en deux également en m, & du centre m, & avec le demi-diamétre mt, soit décrit un cercle qui coupe dans un point n une perpendiculaire indéfinie élevée en T, & on aura Tn égale à la distance focale requise.

118. Étant donnés le grand miroir, l'oculaire convexe, & l'intervalle Tq entre les deux images d'un objet éloigné, supposons qu'on demande la distance focale du petit miroir, & la place qu'il doit occuper pour que le télescope grossisse l'objet dans telle raison donnée qu'on voudra. Cette raison donnée étant composée de la raison donnée de CT à ql, & de celle de tq à tc (*Note 111.*), cette dernière raison est aussi donnée, pour laquelle mettant celle de n à 1, soit prise tT à Tq comme 1 à $nn-1$, & on aura tT; prenant ensuite tc à tT, comme n à 1, on aura la position & la grandeur de tc. Car puisque les lignes inconnues tT, tc, tq, sont en proportion continue dans la raison donnée de 1 à n, on aura $tT : tq :: 1 : nn$ & par conséquent $tT : Tq :: 1 : nn-1$.

119. Quelquefois on emploie dans ces télescopes un petit miroir convexe au lieu d'un concave. Si leurs distances focales sont égales, & qu'on mette le sommet du miroir convexe de (*Fig. 203.*), au point e où était le centre du concave, le télescope amplifiera dans le même rapport qu'auparavant, mais il fera voir l'objet renversé; on redressera, si l'on veut, cette apparence au moyen de trois oculaires convexes, comme dans les lunettes.

Car les rayons d'un pinceau qui vont en convergeant du grand miroir à son foyer T, étant reçus sur le petit miroir convexe de, il les réfléchira au même point q où ils l'étaient auparavant par le petit miroir concave bc. Car le point t étant le foyer principal de ces deux miroirs, on aura tT, te (ou tc), & tq en proportion continue, comme auparavant (*Art. 207.*). Par un point quelconque S de la première image ST, & par le centre e du petit miroir concave, soit menée Sep qui termine l'image pq formée par ce miroir (*Art. 215.*); de même par le centre c du petit miroir convexe de, & par le même point S, soit tirée cSr qui termine l'image qr formée par ce miroir. Ces images qp, qr, sont de différens côtés de l'axe; ainsi l'objet paraîtra dans des positions opposées. Mais ces images étant égales, il est évident qu'on verra l'objet également amplifié. Car on a $tq : te :: te : tT :: tq \mp te : te \mp tT$, c'est-à-dire : : $eq : eT$: : $cq : cT$. Et les triangles peq, TeS étant semblables, de même que qcr & TcS, on a $pq : ST$: : $eq : eT$: : $cq : cT$: : $qr : ST$; ainsi pq est égale à qr.

120. Le télescope de Gregori ayant la propriété de faire voir les objets dans leur situation naturelle, est presque le seul dont on se serve pour les objets terrestres. Quant à la clarté & à la distinction avec lesquelles il fait appercevoir toute espece d'objets, il est inférieur à celui de Mr. Newton : il est moins clair, parce que la lumière ayant un verre de plus à traverser, fait une perte plus grande. On voit moins distinctement, parce que ce n'est que la seconde image qu'on apperçoit. Or cette image doit être bien moins parfaite, bien moins distincte que la première. Les rayons pour former celle-ci, n'ont souffert qu'une réflexion, & par conséquent ses imperfections ne peuvent être que très-legeres & peu sensibles. La seconde au contraire n'est formée qu'après que les rayons se sont réfléchis deux fois, l'une à la rencontre du grand miroir, & l'autre à la rencontre du petit, & qu'ils se sont ensuite réfractés au travers du verre au-delà duquel ils vont former cette seconde image. Elle doit donc avoir toutes les imperfections que deux réflexions suivies d'une réfraction peuvent occasionner. Mais dans le télescope de Mr. Newton, il n'y a point de seconde image, il n'y en a qu'une seule:

de 45° à l'axe de ce grand miroir, afin de donner une direction plus commode aux différens faiſceaux de rayons qui viennent du miroir AC, en les obligeant de ſe réfléchir de côté, lorſqu'ils rencontrent le petit miroir. Il naît de cette nouvelle réflexion une ſeconde image st, égale à la première ST (*Art.* 24 & 25.). Soit tl la diſtance focale d'un petit oculaire convexe kl; les rayons qui viennent d'un point quelconque s, ſortiront de cet oculaire, dirigés au point o, où on ſuppoſe l'œil, ſuivant des droites ko paralleles à l'axe oblique sl: ainſi la grandeur apparente de l'objet PQ, rélativement à l'œil placé en o, ſera meſurée par l'angle kol ou slt (*Art.* 104.), tandis qu'à la vue ſimple, ſi on place l'œil en E, elle eſt meſurée par l'angle PEQ ou SET. La grandeur apparente de l'objet vu dans le téleſcope, eſt donc à la grandeur apparente à la vue ſimple, comme l'angle slt à l'angle SET, ou parce que les ſoutendentes st, ST ſont égales, comme ET à lt (*Art.* 60.), ou comme CT à lt, lorſque l'objet eſt fort éloigné (*Art.* 26.). Il faut remarquer que le miroir plan acb eſt de beaucoup trop grand en comparaiſon du miroir ſphérique AC; il n'a été repréſenté tel que pour éviter la confuſion dans les différentes lignes qu'on a été obligé de tirer. Quant à la poſition renverſée de l'image de l'objet, la raiſon en eſt évidente par l'Article 103. Ce téleſcope étant compoſé de miroirs & de verres, eſt pour cela nommé téleſcope *Catadioptrique*. Il en eſt de même de tous ceux qui ſont compoſés de verres & de miroirs.

126. Comme les téleſcopes dioptriques * ne groſſiſſent beau-

très-nette & très-vive qui eſt celle qu'on apperçoit au travers de l'oculaire.

121. Ces inſtrumens ont au reſte pluſieurs déſavantages qui leur ſont particuliers. Ils exigent des précautions infinies dans leur conſtruction & même dans leur uſage. On rencontre d'aſſez grandes difficultés à donner une figure bien régulière aux miroirs, & à la leur conſerver en les poliſſant. Ces miroirs ſe terniſſent d'ailleurs très-promptement. D'un autre côté ces inſtrumens ont peu de champ, & ce n'eſt pas ſans peine qu'on parvient à les diriger aux objets, &c.

122. * Deux obſtacles, dont l'un avait été regardé comme inſurmontable par Mr. Newton même, ſe ſont oppoſés juſqu'à nos jours au racourciſſement & à la perfection des lunettes ou téleſcopes dioptriques.

123. Le premier vient de la figure ſphérique des verres qui ne permet qu'aux rayons très-proches de l'axe de ſe réunir ſenſiblement dans un point. Les autres qui ſont à quelque diſtance de cet axe, le rencontrent plutôt, & paſſant plus ou moins près du point de réunion des premiers, troublent par-conſéquent l'image, & la rendent confuſe & mal terminée. Juſqu'à préſent on n'a remédié à cet inconvenient, qu'en donnant peu d'ouverture aux objectifs. Effectivement on empêche par-là que les rayons trop écartés de l'axe n'entrent dans la lunette, & n'aillent troubler l'image.

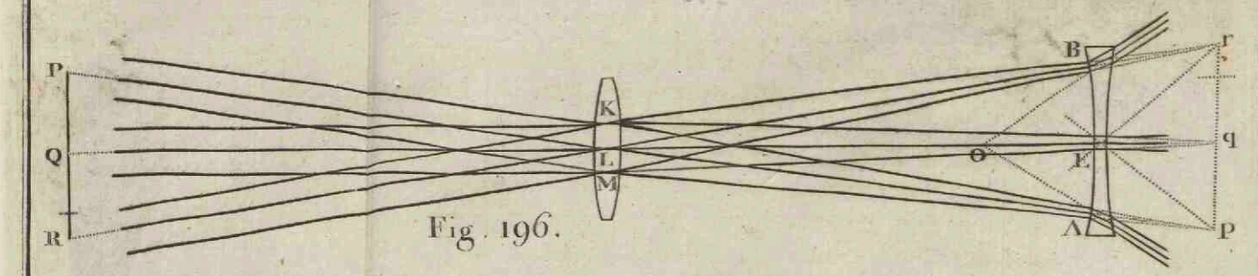
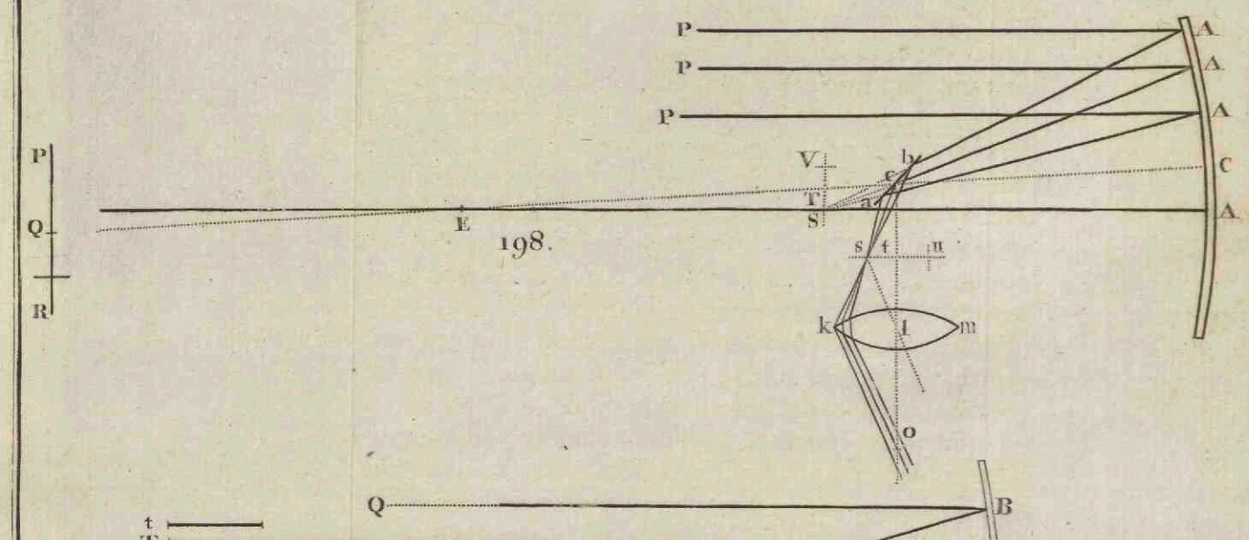
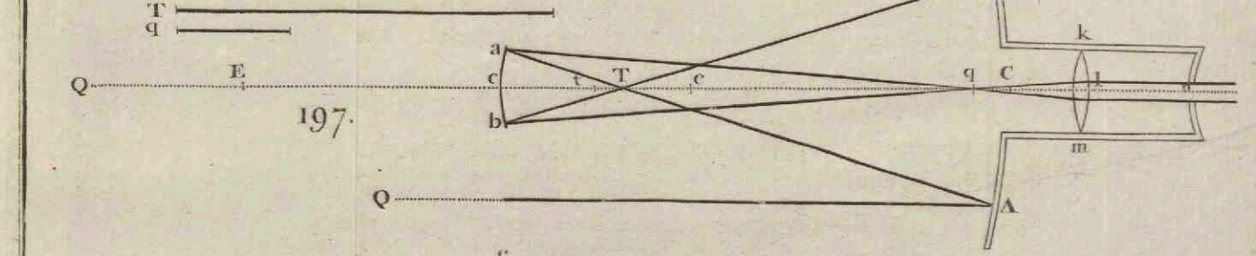


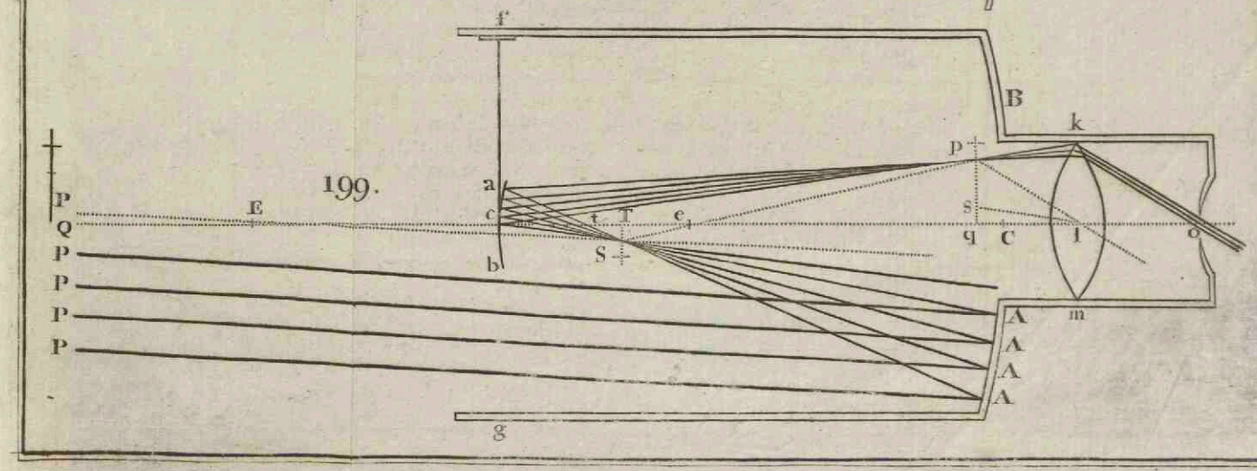
Fig. 196.



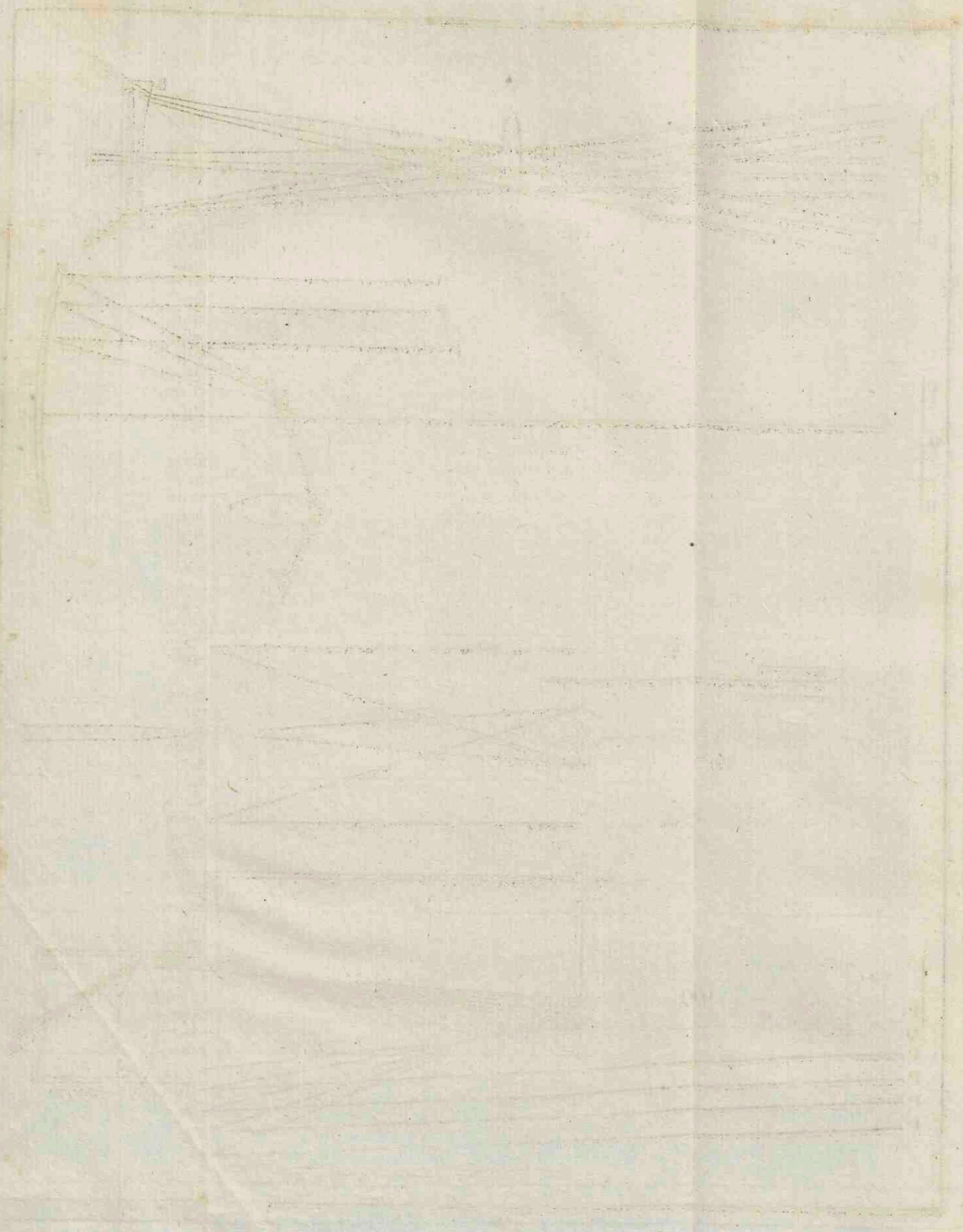
198.



197.



199.



coup, qu'autant qu'ils ſont très-longs, ce qui les rend embarraſſans & difficiles à manier, M. Newton s'étant propoſé de les rendre plus courts, & regardant comme invincibles les obſtacles

Cet obſtacle eſt cauſe en partie que lorſqu'on veut voir un objet plus amplifié, on n'a pas la liberté en conſervant le même objectif, d'employer des oculaires auſſi courts qu'on le voudrait; parce qu'alors les faiſceaux de rayons paralleles qui ſortent de l'oculaire, faiſant en entrant dans l'œil un angle d'autant plus ouvert, que l'oculaire eſt d'un foyer plus court, y peindraient une image plus groſſe à la vérité, mais moins claire à proportion, & par conſéquent on ne verrait plus que faiblement. Or pour regagner ce qu'on aurait perdu à cet égard, & voir avec la même clarté qu'auparavant, il faudrait néceſſairement augmenter le diamétre de l'ouverture de l'objectif, à proportion qu'on aurait diminué le foyer de l'oculaire. Mais c'eſt ce qui ne ſe peut, puiſqu'en augmentant l'ouverture, on rendrait le paſſage aux rayons qu'il eſt ſi important d'exclure, par la confuſion qu'ils occaſionneraient dans l'image peinte au foyer de l'objectif. Lors donc qu'on veut augmenter le pouvoir amplifiant d'une lunette, ſans nuire d'ailleurs à la clarté, il faut augmenter la longueur du foyer, à proportion qu'on augmente le diamétre de l'ouverture, afin que l'objectif ſoit toujours de la même étendue, ou ce qui eſt la même choſe, du même nombre de degrés, & que par conſéquent on évite encore ces rayons mal réunis qui troubleraient l'image.

124. Quoique ce défaut de réunion occaſionné par la figure ſphérique des verres, faſſe un obſtacle aſſez grand au raccourciſſement des lunettes, on ſerait encore heureux ſi c'était le ſeul qu'on eut à détruire. Le ſecond eſt bien plus redoutable, & a été long-tems regardé comme indeſtructible. Celui-ci vient de la nature même de la lumière, qui, comme on l'expliquera dans le 6e. Chapitre, ſe décompoſe en traverſant les verres en rayons de couleurs & de réfrangibilités différentes, d'où réſultent ces franges colorées qui bordent les images formées par réfraction. Heureuſement que ces franges colorées qui ont lieu toutes les fois que les rayons ſont rompus, ne ſont pas ſenſibles lorſqu'ils le ſont très-peu. Or, les rayons paralleles à l'axe d'un verre, & qui s'éloignent peu de cet axe, ne ſouffrent qu'une médiocre inflexion. Auſſi l'image qu'ils forment au foyer de ce verre, ne ſe reſſent-elle point ſenſiblement de la ſéparation des rayons: on ne la voit point environnée de couleurs. Voilà donc une raiſon nouvelle & très-puiſſante de n'employer que le moins d'ouverture qu'il eſt poſſible, & par conſéquent d'augmenter le foyer de l'objectif, & la longueur de la lunette, toutes les fois qu'on veut avoir une plus grande ouverture.

125. Il eſt donc impoſſible d'augmenter le pouvoir amplifiant des téleſcopes dioptriques, en diminuant ſeulement la longueur du foyer de l'oculaire, puiſqu'étant obligé, pour voir toujours avec la même clarté, d'augmenter à proportion le diamétre de l'ouverture des objectifs, les images deviendraient confuſes par les deux cauſes que nous venons d'aſſigner, défaut qu'il n'a pas été poſſible d'éviter juſqu'à ces derniers tems, qu'en augmentant, comme nous l'avons dit, le foyer des objectifs, à proportion qu'on leur donne plus d'ouverture.

126. L'obſtacle que la diverſe réfrangibilité apporte au raccourciſſement des lunettes, avait toujours paru inſurmontable. Il parut tel à Mr. Newton même, qui perdant toute eſpérance de le vaincre jamais, & deſirant toujours de perfectionner les téleſcopes, fut obligé de tourner ſes vues du côté de la réflexion, parce qu'elle ne décompoſe point la lumière comme la réfraction. Les rayons quoiqu'inégalement réfrangibles, ſe réfléchiſſent tous ſous des angles égaux à ceux d'incidence; de ſorte que dans la réflexion de la lumière dans les miroirs concaves (de même que dans toute eſpece de miroirs) on n'a rien à craindre de la cauſe qui altere les images engendrées par les verres. Auſſi les images formées par les miroirs ſont-elles incomparablement plus diſtinctes & plus nettes que celles que formeraient des lentilles de même foyer. Voilà pourquoi on eſt le maître d'employer des oculaires d'un

qui naiſſent de la réfraction, prit le parti de ſubſtituer la réflexion à la réfraction, & imagina en conſéquence le téleſcope que nous venons de décrire. Pour voir juſqu'à quel point il a réuſſi, il ne faut que jetter les yeux ſur la table, que nous donnons dans le Livre ſuivant, des longueurs des deux eſpèces de téleſcopes, qui groſſiſſent également les objets, en les faiſant voir avec la même netteté. La raiſon pour laquelle on ne peut raccourcir les téleſcopes dioptriques autant que les téleſcopes par réflexion, & leur conſerver en même tems leur pouvoir amplifiant, en diminuant de plus en plus le foyer de leurs oculaires, conſiſte en ce que les images formées par les réfractions au travers des objectifs, étant beaucoup plus imparfaites que celles qui ſont formées par la réflexion des miroirs concaves, ne peuvent être autant amplifiées par le ſecours d'oculaires d'un foyer ſi court (*Art. 118.*), ſans paraître confuſes ; & la cauſe principale de ces imperfections dans les images formées par réfraction, eſt l'inégale réfrangibilité des rayons de différentes couleurs, comme nous l'expliquerons dans la ſuite.

Fig. 204. 127. Un *Microſcope double* eſt compoſé de deux verres convexes, placés, comme le repréſente la figure, l'un en E, l'autre en L. Le verre L, voiſin de l'objet PQ, eſt très-petit & très-convexe, & par conſéquent ſa diſtance focale LF très-courte ; la diſtance LQ du petit objet PQ, eſt un peu plus grande que LF, enſorte que l'image pq peut être formée à une très-grande diſtance du verre (*Art. 48.*), & peut être par conſéquent beaucoup plus grande que l'objet même (*Art. 55.*). Cette image pq étant vue au travers d'un oculaire con-

foyer beaucoup plus court dans les téleſcopes par réflexion, que dans les téleſcopes dioptriques, & qu'avec bien moins de longueur, ces téleſcopes font voir avec netteté les objets conſidérablement plus amplifiés. Mr. Hallei conſtruiſit un téleſcope de cette eſpece, de cinq pieds de long, qui faiſait autant d'effet, & même ſurpaſſait une lunette de 123 pieds, dont Mr. Huyghens avait donné l'objectif à la Société Royale de Londres.

127. Comme les miroirs de métal qu'on eſt obligé d'employer dans la conſtruction de ces téleſcopes, réfléchiſſent, ſelon la remarque de Mr. Newton, beaucoup moins de rayons à proportion, que les verres n'en tranſmettent, il eſt évident que s'il y avait quelque moyen de détruire les imperfections que cauſe aux images la diverſe réfrangibilité de la lumière, les verres ſeraient bien préférables aux miroirs. Or c'eſt à quoi on a eu le bonheur de réuſſir dans ces derniers tems. On doit au célébre Mr. Euler l'idée heureuſe qui a fait abſolument changer de face cette partie ſi intéreſſante de l'Optique. On verra dans ſon lieu en quoi conſiſte cette idée, & juſqu'à quel point de perfection la ſcience des lunettes a été portée par ſon ſecours. On peut dire que les efforts réunis de cet homme ſi célébre & de pluſieurs autres grands Géométres, en ont fait une ſcience toute nouvelle.

vexe AE, dont la distance focale est qE, paraît distincte de même que dans une lunette, & on a l'avantage de voir l'objet considérablement plus gros qu'il n'est effectivement, par les raisons suivantes. La première, parce que si nous regardons son image pq à la vue simple, elle nous paraîtra beaucoup plus grande que l'objet vu à la même distance, étant en effet plus grande que l'objet dans le rapport de Lq à LQ (*Art. 55.*). La seconde, parce que cette image vue au travers de l'oculaire, paraît amplifiée dans le rapport de la distance la plus petite à laquelle on peut l'appercevoir distinctement à la vue simple, à la distance focale qE de l'oculaire (*Art. 118.*). Par exemple, si ce dernier rapport est égal à celui de 5 à 1, & que le premier, celui de Lq à LQ, soit de 20 à 1, composant ces deux rapports, on trouvera que l'objet paraîtra 100 fois plus grand qu'à la vue simple *.

128. * Voici comme on peut calculer le pouvoir amplifiant d'un microscope double ou composé. Lorsque l'objet paraît distinct, soient mesurées les distances LQ & LE (*Fig. 204.*), de même que Eq distance focale de l'oculaire. Retranchant alors Eq de EL, on aura Lq; & l'on aura aussi le quotient de Lq divisé par LQ. Divisant ensuite la plus petite distance à laquelle on apperçoit distinctement les petits objets, qui est communément de 6 à 8 pouces, par la distance focale Eq, on aura un autre quotient, qui, multiplié par le premier, donne le nombre de fois dont le diamétre de l'objet est amplifié, comme nous le disons dans cet Article. Car les triangles pLq, PLQ étant semblables, l'objet PQ est contenu dans son image pq, autant de fois que LQ est contenue dans Lq. Mais la regle étant plus générale que cette démonstration qui suppose que les rayons de chaque faisceau sortent paralleles de l'oculaire, ou que l'image pq co-incide avec son foyer principal, nous allons la démontrer d'une autre manière.

129. Soit l'image pq (*Fig. 205.*) formée à telle distance qu'on voudra de l'oculaire AE, dont EF soit la distance focale. Du centre E & du demi-diamétre EF, soit décrit un arc FG qui coupe l'axe PLA d'un faisceau oblique en G. Soient menées GE & AO parallele à GE; le rayon PLA se réfractera dans cette droite AO (*Art. 51.*). Soit menée PR parallele à AO ou à GE, & supposant l'œil nud placé dans un point quelconque N de l'axe LQR prolongé, soit jointe PN. Maintenant puisque l'angle PLQ ou FLG (*Art. 43.*) est très-petit, on peut prendre l'arc FG pour une droite perpendiculaire à l'axe LE; ainsi les figures $LPQR$, $LGFE$, sont semblables. Par conséquent on a $QR : QL :: FE : FL$, ce qui donne $QR = \frac{QL \times FE}{FL}$. Mais la grandeur apparente de l'objet vu du point O au travers des verres, est à sa grandeur apparente, vu de N à la vue simple, comme l'angle AOE ou PRQ à l'angle PNQ, ou comme QN à QR ou $\frac{QL \times FE}{FL}$, ou bien encore comme $QN \times FL$ à $QL \times FE$, ou enfin comme $\frac{QN}{FE} \times \frac{FL}{LQ}$ est à 1.

130. D'où l'on voit qu'on peut augmenter la grandeur apparente de l'objet, soit en l'approchant de l'objectif, & conséquemment en aggrandissant son image, soit en regardant l'image à travers un oculaire d'un foyer plus court. Mais alors il se rencontre un double inconvénient qui ne permet pas de porter l'amplification de l'objet aussi loin qu'on le voudrait. Le premier vient de ce qu'il

128. Pour rendre les lunettes & les microſcopes propres aux vues courtes, il ſuffit de rapprocher un peu les verres E & L l'un de l'autre, afin que les rayons de chaque faiſceau ne ſortent pas paralleles, mais divergeans, & entrent tels dans l'œil: la grandeur apparente en ſouffrira quelqu'altération, mais legère & à peine ſenſible.

129. L'apparence d'un objet vu par le ſecours d'une lunette ou d'un microſcope donné, *eſt plus ou moins claire, ſuivant l'ou-*

faut donner plus d'ouverture à l'objectif, afin qu'il admette plus de lumière (*Art. 129.*), ce qui augmente les imperfections de l'image (*Art. 81.*); & le ſecond conſiſte en ce que le nombre des parties viſibles d'un objet diminue, ſoit en aggrandiſſant l'image, ſoit en la regardant à travers un oculaire plus petit. Il y a donc des bornes au-delà deſquelles on ne doit jamais porter l'amplification de l'objet. Nous conſidérerons dans le Livre ſuivant la première limitation qu'on éprouve; & voici comme on empêche la ſeconde d'avoir lieu.

131. Lorſqu'on veut avoir beaucoup de champ, ou ce qui eſt la même choſe, qu'on veut embraſſer une plus grande étendue d'un objet, on met ordinairement un verre convexe aſſez large AE (*Fig. 206.*) entre l'objectif L & l'image pq, formée par cet objectif; car ce verre AE réduira l'image pq à une plus petite $p'q'$, terminée par la droite pE (*Art. 55.*); & alors tous les rayons qui vont en divergeant de cette image $p'q'$ peuvent tous être reçus ſur un oculaire ae moins large, dont ils ſortent paralleles ou divergeans, & entrent tels dans l'œil placé en o, où les pinceaux ſe croiſent. Alors ayant donné à ces verres la diſpoſition qu'on aura trouvé par expérience être convenable, il eſt facile de voir diſtinctement en faiſant varier par degrés la diſtance LQ. Pour lors ſoient meſurées les diſtances LQ, LE, Ee, de même que les diſtances focales EF & ef des deux oculaires, par l'Art. 63, & faiſant $LF : LE :: LE : Ll$, on aura Ll, de laquelle ſi l'on retranche Lf, il reſtera fl; & la grandeur apparente de l'objet vu au microſcope, ſera à ſa grandeur apparente, vu à la vue ſimple, à la diſtance QN, comme $\frac{QN}{QL} \times \frac{FL}{FE} \times \frac{fl}{fe}$ à 1.

132. Car des centres E, e (*Fig. 207.*), & avec les demi-diamétres EF, ef ſoient décrits les arcs FG, fg, & ſoit l'axe $PLGA$ d'un faiſceau oblique qui coupe FG en G; & joignant GE, le rayon LA ſera d'abord réfracté dans la droite Al parallele à GE (*Art. 51.*); & par conſéquent les triangles LGE, LAl étant ſemblables, on aura $LF : LE$ ou $LG : LA$ (*Art. 204.*) $:: LE : Ll$. Que le rayon Al coupe l'arc fg en g, & l'oculaire ea en a, il ſortira rompu ſuivant une droite ao parallele à ge (*Art. 51.*); de ſorte que ſi on place l'œil en o, on verra l'objet PQ ſous l'angle aoe. Mais cet angle aoe ou feg eſt à l'angle flg comme fl à fe (*Art. 60.*); & cet angle flg ou FEG eſt à l'angle FLG comme FL eſt à FE (*Art. 60.*); & enfin l'angle FLG ou PLQ eſt à PNQ, comme QN à QL (*Art. 60.*); par conſéquent l'angle aoe eſt à l'angle PNQ comme $\frac{QN}{QL} \times \frac{FL}{FE} \times \frac{fl}{fe}$ à 1.

133. Ce nouveau verre n'eſt utile que pour procurer plus de champ. Car on perd d'ailleurs du côté de la clarté, puiſque plus on multiplie les verres, plus il y a de lumière interceptée & éteinte par les réflexions qui ſe font à leurs ſurfaces; & un ſeul oculaire amplifiera toujours davantage & plus diſtinctement que deux.

134. Les microſcopes compoſés ont quelques avantages ſur les ſimples; ils ont beaucoup plus de champ; l'objet étant toujours placé plus loin de l'objectif, qu'il ne pourrait l'être d'un microſcope ſimple, il eſt beaucoup plus facile de l'éclairer auſſi fortement qu'il eſt néceſſaire pour le bien voir. Mais ces microſcopes groſſiſſent moins en général que les ſimples, & font voir les objets moins clairement & moins diſtinctement.

verture

verture de l'objectif. Car ſuppoſant qu'on couvre ce verre avec un morceau de papier, à la reſerve d'un petit eſpace qu'on laiſſera découvert au milieu, les grandeurs des images pq formées au foyer des verres, ni celles des images tracées au fond de l'œil, ne ſeront point altérées; mais l'ouverture de l'objectif étant diminuée, chaque faiſceau ſera compoſé d'une moindre quantité de rayons, & il y en aura par conſéquent moins à former chaque point de ces images; ce qui les fera paraître plus obſcures. Si conſervant le même objectif, on conſerve auſſi ſon ouverture, les objets paraîtront avec plus ou moins d'éclat, ſuivant que la diſtance focale de l'oculaire ſera plus ou moins longue, c'eſt-à-dire, ſuivant que la lunette ou le microſcope amplifiera moins ou plus (*Art.* 120. & 127.). Car la même quantité de lumière répandue ſur une plus petite ou plus grande image, ou partie du fond de l'œil, la rend plus claire ou plus obſcure.

130. Juſqu'ici nous avons toujours ſuppoſé l'œil placé en quelque point O de l'axe commun des ſurfaces réfringentes ou réfléchiſſantes; ſuppoſons-le maintenant en quelque point o de la droite Oo perpendiculaire à l'axe Qq. Nous diſons que toutes les apparences ſeront les mêmes, ou qu'au moins elles ne ſeront pas ſenſiblement différentes de ce qu'elles étaient auparavant. Car ſoit pq la dernière image d'un objet, & PQ la pénultieme, ou l'objet même; ſoient menées les droites po, qo, qui rencontrent la ſurface la plus proche en a & en c; ſi on met l'œil en o, on verra les points P & Q dans les directions de ces droites oa, oc. Ainſi, menant pO, qui rencontre la ſurface en A, il eſt évident que, puiſque les directions OA, oa, ſelon leſquelles on voit le point P, ſont du même côté des directions OC, oc, ſuivant leſquelles on apperçoit le point Q, la ſituation apparente des extrémités P, Q, eſt la même dans les deux poſitions que l'on donne à l'œil, auſſi bien que la grandeur apparente, qui eſt meſurée par l'angle aoc (*Art.* 104.), ou par l'angle poq, ou par pOq, ou par AOC. Car les petits angles poq, pOq, étant ſoutendus par la même image pq, à des diſtances po, qO, de o & de O à très-peu près égales, ſont auſſi à peu de choſe près égaux. La clarté apparente de l'objet eſt auſſi la même, parce que dans tous les points du plan perpendiculaire repréſenté par Oo, la denſité des rayons qui entrent dans la prunelle, eſt à peu près la Fig. 208.

même (*Art. 58.*). Car les rayons viennent de la dernière image *pq*, ou vont s'y rendre de même que si c'était un corps lumineux. Enfin, le degré de distinction apparente ou de confusion est encore le même, parce que les angles formés en *p* & en *q*, soutendus par la prunelle placée en *O* & en *o*, ou, les inclinaisons mutuelles des rayons de chaque pinceau, approchent très-fort d'être égales.

131. Voici une observation générale sur la vision, qui mérite qu'on s'en souvienne. C'est que la distinction & la confusion apparentes d'un objet dépendent *de l'inclinaison mutuelle des rayons d'un pinceau quelconque, lorsqu'ils entrent dans l'œil* (*Art. 116.*); la grandeur apparente dépend *de l'inclinaison des rayons de différens pinceaux les uns aux autres, en entrant dans l'œil* (*Art. 104.*); la situation apparente est déterminée *par la situation réelle des pinceaux extrêmes, quand ils entrent dans l'œil* (*Art. 103.*); enfin la clarté & l'obscurité apparentes sont absolument dépendantes *de la quantité de rayons dans chaque pinceau* (*Art. 68.*).

CHAPITRE V.

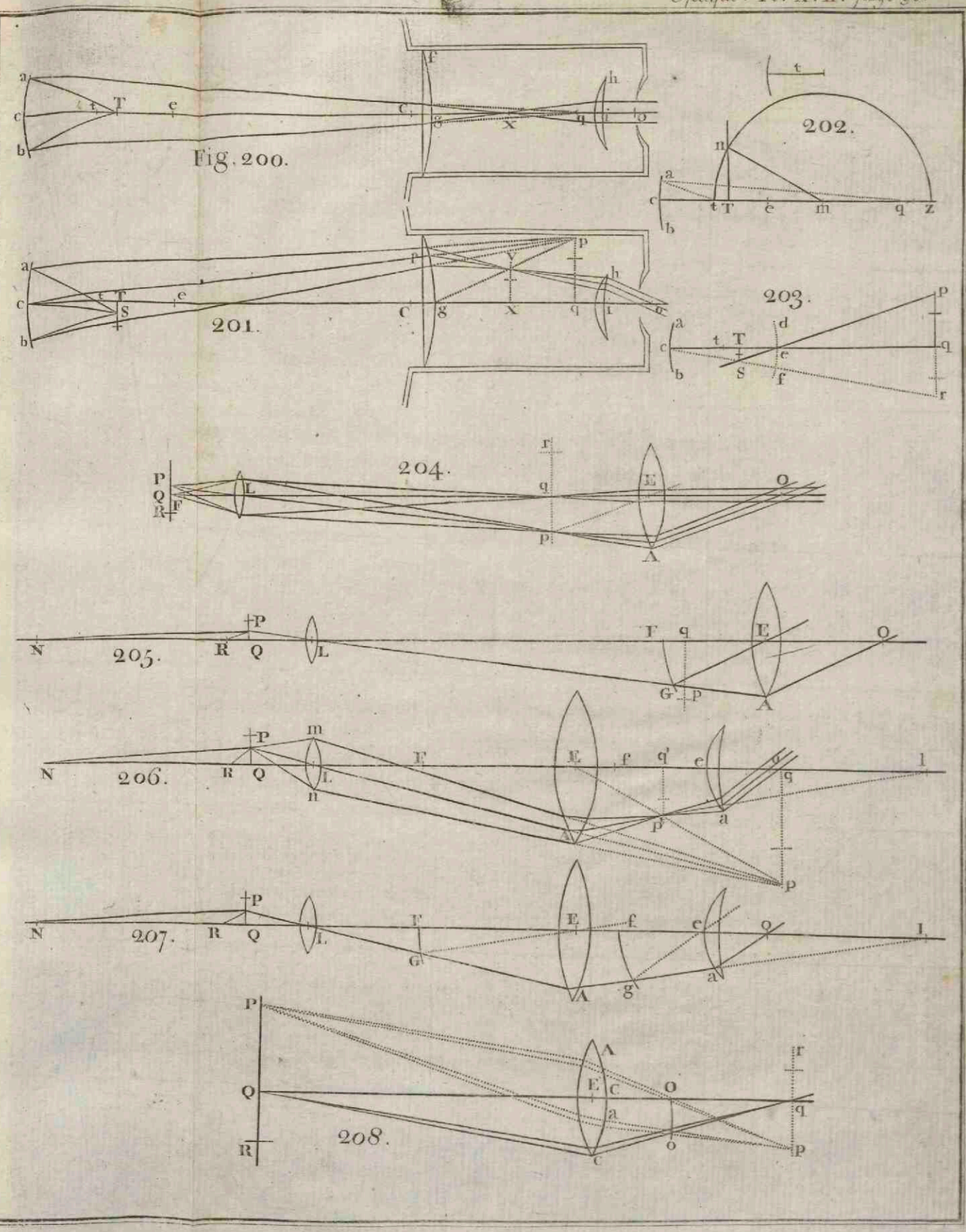
Des idées acquises par la vue.

132. POUR pouvoir rendre raison de différentes apparences de la vision, il est nécessaire d'examiner comment nous acquérons par la vue les idées des objets. On connaît le Problême célèbre que Molineux proposa à Locke. On demandait si rendant la vue à un aveugle de naissance devenu homme fait *, auquel on aurait

* Peut-être sera-t-on curieux de savoir comment cette question a été résolue par les Philosophes.

135. Mr. Molineux qui la proposa à Locke, & qui tenta de la résoudre, prononça que l'aveugle ne distinguerait pas le globe du cube; » car, dit ce Philosophe, quoique » l'aveugle ait appris par expérience, de » quelle manière le globe & le cube affec- » tent son attouchement, il ne sait pourtant » pas encore que ce qui affecte son attou- » chement de telle ou de telle manière, » doit frapper ses yeux de telle ou de telle » façon; ni que l'angle avancé du cube, » qui presse sa main d'une manière inégale, » doive paraître à ses yeux tel qu'il paraît » dans le cube. »

136. Locke dit: » je suis tout-à-fait du senti- » ment de Mr. Molineux. Je crois que l'aveu- » gle ne serait pas capable, à la première vue, » d'assurer, avec quelque confiance, quel » serait le cube, & quel serait le globe, » s'il se contentait de les regarder, quoi- » qu'en les touchant, il pût les nommer &


Fig. 200.
201.
202.
203.
204.
205.
206.
207.
208.

appris à distinguer par l'attouchement un globe d'un cube de même métal & à peu près de même grandeur, il pourrait les discerner en les voyant, sans les toucher, & dire quel est le

» les distinguer sûrement par la différence » de leurs figures, que l'attouchement lui » ferait connaître. »

137. Mr. Jurin prétend que, suivant Molineux même, le sens de la question n'est pas, comme Locke paraît l'avoir cru, que l'aveugle décide, à la première vue, & sans avoir le tems de raisonner sur ce qu'il voit, quel est le globe & quel est le cube; mais que l'un & l'autre étant exposés au grand jour, & placés sur une table, l'aveugle ait la liberté de tourner autour, de les considérer attentivement de différens côtés, & de s'aider du raisonnement pour pouvoir les discerner plus sûrement. Il est constant que la question prise dans ce sens, est bien différente de celle que Locke a résolue, & que par conséquent on ne peut pas affirmer qu'il ait été précisément de la même opinion que Mr. Molineux. De la manière que Locke l'a considérée, on ne peut douter qu'il n'ait eu raison; mais en est-il de même de Mr. Molineux, qui considere ce problême avec les restrictions que nous venons de faire remarquer? Mr. Jurin prétend que non, & soutient que l'aveugle pourra distinguer alors le globe du cube: voici comme il le fait raisonner.

138. » Les deux corps que je vois devant » moi, sont, à ce qu'on me dit, l'un un » globe, & l'autre un cube; ils sont donc » d'une figure différente, & ils occasion- » nent en moi des sensations différentes » aussi. J'apprends donc par le peu d'expé- » rience que j'ai déja du nouveau sens que » j'ai acquis, que la diversité des corps en » produit dans la manière dont ils l'affec- » tent; & ma raison me dit que cela » doit être ainsi. Car si deux corps ont des » figures semblables, chacun d'eux doit » m'affecter de la même manière. Au con- » traire, si je me sens affecté différemment » par deux ou un plus grand nombre de » corps, je dois conclure que cette diver- » sité de sensations est occasionnée par la » diversité des figures de ces corps. »

» Mais je me trouve la vue différem- » ment affectée par un de ces corps, lors- » que je le regarde de différens côtés, & » que j'en observe chaque partie; il faut » donc que ces parties soient différentes » l'une de l'autre, & par conséquent le » corps n'est pas semblable par-tout. »

» Il n'en est pas de même de l'autre » corps. De quelque côté que je le consi- » dere, il me donne toujours la même » sensation; donc il est par-tout le même. »

» Or, je me souviens que, lorsqu'étant » encore aveugle, on me donna un globe » & un cube à toucher. En raisonnant sur » ce que je touchais, de la même manière » que je le fais maintenant sur ce qu'on » présente à mes yeux, je m'apperçus qu'un » globe & un cube sont non-seulement » d'une figure différente, mais même » qu'un globe était un corps parfaitement » semblable dans toutes ses parties, au lieu » qu'un cube ne l'était pas, & me paraiſ- » sait composé de parties tout-à-fait diffé- » rentes l'une de l'autre. Ce corps donc que » mes yeux m'apprennent être par-tout » semblable, est indubitablement le globe, » & l'autre est le cube. »

139. Ainsi, conclut Mr. Jurin, notre aveugle distinguera le globe du cube, si on lui laisse la liberté d'examiner ces corps, comme il le jugera à propos, & de raisonner en conséquence.

140. Mais le raisonnement de cet aveugle a-t-il effectivement assez de force pour qu'il ne craigne pas de s'être trompé dans la distinction qu'il a faite des deux corps. Si on lui donne un peu plus de philosophie que Mr. Jurin ne paraît lui en accorder, outre qu'il se seroit bien gardé de décider avec tant d'assurance, ne pourrait-il pas ajoûter? » Mais cependant, qui m'a assuré qu'en » approchant de ces corps, & en ap- » pliquant mes mains sur eux, ils » ne tromperont pas subitement mon » attente, & que le cube ne me ren- » verra pas la sensation de la sphere, & » la sphere celle du cube? Il n'y a que » l'expérience qui puisse m'apprendre s'il y » a conformité de rélation entre la vue & » le toucher: ces deux sens pourraient être

globe & quel eſt le cube. Ces deux Philoſophes ſe décidérent pour la négative ; & leur ſentiment a été depuis confirmé par l'expérience. On a trouvé que les perſonnes auxquelles on reſti-

» en contradiction dans leur rapport, ſans » que j'en ſuſſe rien ; peut-être même cro- » rai-je que ce qui ſe préſente actuellement » à ma vue, n'eſt qu'une pure apparence, » ſi l'on ne m'avait informé que ce ſont » là les mêmes corps que j'ai touchés. Celui- » ci me ſemble à la vérité devoir être le » corps que j'appellais cube, & celui-là » le corps que j'appellais ſphere ; mais on » ne me demande pas ce qu'il m'en ſemble, » mais ce qui en eſt, & je ſuis obligé de con- » venir que je ne ſuis nullement en état » de ſatisfaire à cette dernière queſtion. »

141. On ne peut s'empêcher de convenir qu'en conſéquence de réflexions auſſi ſolides, l'aveugle né ne ſe trouvât bien éloigné d'affirmer que le corps qu'il s'eſt d'abord perſuadé être le globe, le ſoit réellement, & que l'autre ſoit le cube ; & s'il veut diſſiper ſes doutes, il ne paraît pas qu'il ait d'autre parti à prendre, que de s'aſſurer par le toucher de la vérité de ſa déciſion.

142. L'Auteur *de la Lettre ſur les aveugles, à l'uſage de ceux qui voyent*, examine la même queſtion ; mais il la prend d'une manière plus générale que Mr. Molineux ne l'a propoſée ; & ſous le point de vue ſous lequel il la conſidere, elle en embraſſe deux autres. Dans la première, on peut, dit-il, demander ſi l'aveugle né » verra, auſſi-tôt que l'opération de la » cataracte ſera faite. Dans la ſeconde, » au cas qu'il voye, s'il verra ſuffiſamment » pour diſcerner les figures ; s'il ſera en état » de leur appliquer sûrement, en les voyant, » les mêmes noms qu'il leur donnait au » toucher, & s'il aura démonſtration que » ces noms leur conviennent. »

143. Les obſervations de Cheſſelden ſemblent décider la première de ces queſtions. L'Auteur de la Lettre eſt donc fondé à croire que la viſion ſe fait d'une manière très-imparfaite dans un aveugle né, auquel on vient de rendre la vue, ou dans un enfant qui ouvre les yeux pour la première fois ; & que l'un & l'autre doivent voir d'abord très-confuſément. Ainſi, loin que l'aveugle puiſſe diſtinguer un globe d'un cube, on peut répondre qu'il ne verra pas même diſtinctement deux figures différentes. Mais il penſe que ſes yeux s'expérimenteront d'eux-mêmes, ſans le ſecours du toucher, qu'à la longue il les verra, de même que les autres objets, aſſez diſtinctement pour en diſcerner au moins les limites les plus groſſières. La raiſon qu'il en donne, ſemble d'abord aſſez forte ; c'eſt que l'œil diſtinguant de lui-même les couleurs, ſans avoir beſoin du toucher, les limites des couleurs ſuffiront à la longue à l'aveugle pour diſcerner la figure ou le contour des objets. » Comme » ce n'eſt point le toucher, dit l'Auteur de » la lettre, qui apprend à l'œil à diſtinguer » les couleurs, il s'enſuit que ſi on pré- » ſente à un aveugle, à qui on vient de » reſtituer la vue, un cube noir, avec une » ſphere rouge, ſur un grand fond blanc, » il ne tardera pas à diſcerner les limites » de ces figures. »

144. Il tardera, ſi on veut, tout le tems néceſſaire pour que l'organe acquiere les diſpoſitions convenables pour être propre à la viſion ; mais quelque ſoit ce tems, long ou court, quelles que ſoient ces diſpoſitions réquiſes pour bien voir, » il faut con- » venir, ajoûte l'Auteur de la lettre, que » ce n'eſt point le toucher qui les lui donne, » que cet organe les acquiert de lui-même, » & que par conſéquent il parviendra à » diſtinguer les figures qui s'en peindront, » ſans le ſecours d'un autre ſens. »

145. L'aveugle parviendra donc à voir diſtinctement les objets, ſans que ſes yeux ayent eu beſoin du toucher pour acquérir l'aptitude néceſſaire. Mais » dans la ſuppo- » ſition qu'il acquît cette aptitude dans un » tems fort court, ou qu'il l'obtînt en agi- » tant ſes yeux dans les ténébres où l'on » aurait eu l'attention de l'enfermer, & de » l'exhorter à cet exercice, pendant quel- » que tems après l'opération & avant les » expériences, » s'enſuit-il delà que ſi on expoſe à ſa vue un globe & un cube, ſans l'avertir d'abord que ce ſont les deux corps qu'il ſait diſcerner par le toucher, il puiſſe

tuait la vue, par l'abaiſſement de la cataracte, ne diſtinguaient point les objets à la vue ſeule, quelque différence de figure & de grandeur qu'il y eut entr'eux. M. Cheſſelden a donné dans

deviner que l'un eſt celui qu'il appelle globe, & l'autre celui qu'il appelle cube. On peut répondre que non. Car n'y ayant aucune rélation entre le ſens du toucher & celui de la vue, comment les apparences de cercle & de carré, ſous leſquelles ces corps frappent ſa vue, les lui feraient-t-elles reconnaître pour ceux qu'il aurait touchés? Il faudrait pour cela, que les ſenſations de la vue fuſſent capables de rappeller celles du toucher, ce qui ne peut être, puiſque ces deux ſens n'ayant point de rélation, il n'eſt pas vraiſemblable que les ſenſations qui en viennent, puiſſent en avoir aucune. Donc ſi on expoſe aux yeux de l'aveugle un globe & un cube, ſans l'avertir que ce ſont les deux corps qu'il a appris à diſtinguer par l'attouchement, il ne pourra jamais dire que l'un eſt un globe & l'autre un cube. Mais ſi on a ſoin de l'en avertir, les reconnaîtra-t-il, & ſera-t-il en état de leur donner les noms qui leur conviennent?

146. L'Auteur de la Lettre répond d'abord que ſi c'eſt un homme groſſier & ſans connoiſſance, il prononcera au hazard; de ſorte qu'il n'y aura aucun fond à faire ſur ſon jugement, ou peut-être qu'il conviendra ingénuement qu'il n'apperçoit rien dans les objets qui ſe préſentent à ſa vue, qui reſſemble à ce qu'il a touché.

147. Venant enſuite à un Métaphyſicien, » il ne doute nullement que celui-» ci ne raiſonnât dès l'inſtant où il com-» mencerait à appercevoir diſtinctement les » objets, comme s'il les avait vus toute ſa » vie; & qu'après avoir comparé les idées » qui lui viennent par les yeux, avec celles » qu'il a priſes par le toucher, il ne dit » avec la même aſſurance, que ceux qui » voyent: je ſerais tenté de croire que » c'eſt ce corps que j'ai toujours nommé » cercle, & que c'eſt celui-ci que j'ai » toujours appellé carré; mais je me gar-» derai bien de prononcer que cela eſt ainſi. » Qui m'a révélé que ſi j'en approchais, ils » ne diſparaîtraient pas ſous mes mains? » Que ſçais-je ſi les objets de ma vue » ſont deſtinés à être auſſi les objets de » mon attouchement? J'ignore ſi ce qui » m'eſt viſible, eſt palpable; mais quand » je ne ſerais point dans cette incertitude, » & que je croirais ſur la parole des per-» ſonnes qui m'environnent, que ce que je » vois eſt réellement ce que j'ai touché, » je n'en ſerais guere plus avancé. Ces » objets pourraient fort bien ſe transformer » dans mes mains, & me renvoyer par le » tact, des ſenſations toutes contraires à » celles que j'en éprouve par la vue. » Meſſieurs, ajoûterait-il, ce corps me » ſemble le carré, celui-ci le cercle; mais » je n'ai aucune ſcience qu'ils ſoient tels au » toucher qu'à la vue. »

148. Un Géométre, Sauderſon par exemple, dira de même, que s'il en croit ſes yeux, l'une des figures qu'il voit eſt un carré, l'autre eſt un cercle, parce qu'il lui paraît pouvoir, au moyen de certaines lignes tirées, démontrer ſur l'une les propriétés du carré qu'il connaît déja par le toucher, & ſur l'autre les propriétés du cercle; » mais cependant, aurait-il dit, » peut-être que quand j'appliquerai mes » mains ſur ces figures, elles ſe transfor-» meront l'une en l'autre; de manière que » la même figure pourrait me ſervir à dé-» montrer aux aveugles les propriétés du » cercle, & à ceux qui voyent, les pro-» priétés du carré. Peut-être que je verrais » un carré, & qu'en même tems je ſentirais » un cercle. Non, aurait-il repris, je me » trompe. Ceux à qui je démontrais les » propriétés du cercle & du carré, ne tou-» chaient point mes figures & ſe conten-» taient du témoignage de leurs yeux; » cependant ils me comprenaient. Ils ne » voyaient donc pas un carré, quand je » ſentais un cercle; ſans quoi nous ne nous » fuſſions jamais entendus; mais puiſqu'ils » m'entendaient tous, tous les hommes » voyent donc les uns comme les autres; » je vois donc carré ce qu'ils voyaient carré, » & circulaire ce qu'ils voyaient circulaire. » Ainſi voilà ce que j'ai toujours nommé » carré, & voilà ce que j'ai toujours nommé » cercle. »

les *Tranſactions Philoſophiques*, N°. 402, & dans le 55me Article du *Tatler*, une relation très-curieuſe des obſervations qu'il avait faites ſur la manière dont un jeune homme de 13 ans, auquel il avait abaiſſé les cataractes, commença à voir. Nous allons l'inſérer ici telle à peu près qu'il l'a donnée.

133. Avant de commencer le recit de mes obſervations, je dois avertir que ce jeune homme n'était point parfaitement aveugle. Il diſtinguait le jour de la nuit, & toutes les perſonnes qui, comme lui, ne ſont privées de la vue que par des cataractes *, ont la

L'Auteur ſubſtitue le cercle à la ſphere & le carré au cube, parce que comme on ne peut douter que ce n'eſt que par l'expérience jointe au toucher, que nous jugeons des diſtances, celui qui ſe ſert de ſes yeux pour la première fois, ne doit voir que des ſurfaces, & qu'il ne ſait ce que c'eſt que ſaillie; car la ſaillie d'un corps à la vue ne conſiſte qu'en ce que quelques-uns de ſes points paraiſſent plus voiſins de nous que les autres.

149. Nous regrettons de ne pouvoir citer le ſentiment de Mr. l'Abbé de Condillac ſur cette queſtion, n'ayant pas dans le moment entre les mains l'ouvrage où il l'expoſe. Nous ſavons ſeulement que dans l'examen qu'il en fait, il obſerve que les conditions que les deux corps ſoient de même métal, & à peu près de même groſſeur, ſont abſolument ſuperflues. Ce qui ne peut être conteſté, dit l'Auteur de la lettre, puiſque n'y ayant aucune liaiſon eſſentielle entre la ſenſation de la vue & celle du toucher, on pourrait voir deux pieds de diamétre à un corps qui diſparaîtrait ſous la main. Au reſte on pourra juger du ſentiment de Mr. de Condillac, à l'aide de l'extrait que nous donnerons bientôt de quelques endroits de ſon Traité des Senſations, concernant la vue.

150. * Cette cauſe de cœcité connue ſous le nom de *Cataracte*, conſiſte, ſelon ce qu'on a cru juſqu'à nos jours, dans l'opacité du criſtallin; mais un examen plus approfondi de cette maladie, a fait connaître depuis peu qu'elle n'a pas toujours ſon ſiége dans cette partie. Mr. Tenon, (*Mém. des Savans Étrangers, Tom. III.*) vient de prouver invinciblement par une ſuite d'obſervations délicates & curieuſes, que la cataracte réſide ſouvent dans la membrane qui enveloppe le criſtallin. Il fait voir que dans cette maladie le criſtallin eſt ſouvent tranſparent, & que c'eſt l'opacité de la capſule qui le rend inutile, & intercepte la lumière; que ſoit que le criſtallin ſoit tranſparent ou opaque, cette membrane eſt altérée & malade dans les deux cas, mais beaucoup plus dans le dernier, au point qu'elle eſt quelquefois preſque ruinée, & que c'eſt la raiſon pour laquelle le criſtallin tombe ſouvent de lui-même, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'ouvrir cette capſule; qu'enfin une nouvelle preuve qu'elle eſt certainement altérée, c'eſt que ſes débris reſtés dans l'œil, peuvent empêcher de voir parfaitement, & que par conſéquent il faut, pour la perfection de l'opération, la détruire le plus qu'il eſt poſſible; qu'au reſte, il ne faut pas toujours compter avoir rendu la vue au malade par l'extraction du criſtallin, & la deſtruction de la capſule antérieure, parce qu'il peut très-bien arriver que la capſule poſtérieure ſe trouve opaque. Il paraîtrait s'enſuivre que dans tous les cas où le criſtallin eſt tranſparent, il ſuffirait pour rendre la viſion, de le priver de ſa capſule. » Mais, comme le remarque Mr. Tenon, » la difficulté de ſçavoir ſi le criſtallin eſt » opaque ou tranſparent dans une cataracte » capſulaire antérieure, celle qu'on trouve- » rait à détruire cette capſule ſans intéreſſer » le criſtallin & le déranger, & de plus la » crainte qu'étant privé de ſes membranes, » il ne le fût auſſi de ſa nourriture & ne » perdît ſa tranſparence; toutes ces choſes, » dis-je, doivent nous obliger à nous com- » porter toujours comme ſi le criſtallin était » opaque, & nous inſpirer des précautions » pour ruiner cette capſule. »

151. L'opération de la cataracte ne s'eſt pas

même faculté. Il distinguait même à une forte lumière, le blanc, le noir & le rouge vif qu'on appelle écarlate, ce que font aussi pour la plûpart les aveugles de cette espece; mais il lui était impossible d'appercevoir la forme des objets.

On ne lui fit d'abord l'opération que sur un œil, quoiqu'il distinguât auparavant plusieurs couleurs à une forte lumière, les faibles idées qu'il s'en était formées, ne se trouverent pas suffisantes pour qu'il put les reconnaître, lorsqu'il les vit en effet: il disait que ces couleurs qu'il voyait, n'étaient pas les mêmes que celles qu'il avait vues autre fois. Le rouge écarlate lui parut la plus belle de toutes les couleurs, & il la trouva la plus gaie & la plus agréable de celles qu'il discernait étant aveugle, au lieu que la première fois qu'il vit du noir, il en fut affecté desagréablement; cependant il s'y fit: mais voyant quelques mois après une Négresse, il se sentit saisi d'horreur.

Lorsqu'il vit pour la première fois, il était si éloigné de pouvoir juger en aucune façon des distances, qu'il croyait que tous les objets indifféremment touchaient ses yeux (ce fut l'expression dont il se servit) comme les choses qu'il palpait, touchaient sa peau. De tous les objets, ceux qui sont unis & d'une forme régulière, lui parurent les plus agréables, quoiqu'il ne pût former

toujours faite comme aujourd'hui. Anciennement & jusqu'à ces derniers tems, la méthode qu'on suivait, consistait à percer la cornée opaque pour y introduire une aiguille convenable, avec laquelle on détachait le cristallin du lieu qu'il occupe; après quoi on le rangait dans la partie inférieure de l'œil, au-dessous de la prunelle. Comme la cataracte peut remonter après avoir été abaissée, & que cette méthode présente encore d'autres inconveniens, Mr. Mery proposa dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de 1707, l'extraction totale du cristallin par une incision faite à la cornée. Par une sorte de fatalité attachée aux vues & aux découvertes utiles, cette pratique, malgré son importance, resta long-tems dans l'oubli. Ce n'a été que dans ces derniers tems que Mr. Daviel a pensé le premier à suivre les vues de Mr. Mery. Sa méthode, qui est celle qu'on suit maintenant, consiste à inciser d'abord la cornée transparente inférieurement près de l'albuginée; puis on acheve de couper demi-circulairement la cornée transparente à droite & à gauche jusqu'au dessous de la prunelle. Ensuite on ouvre la partie antérieure de la capsule du cristallin, & on emporte ce corps hors de l'œil; ce qui est bientôt fait. Mais il faut avoir attention, comme Mr. Tenon le remarque, de ruiner la capsule afin qu'elle ne forme plus elle-même d'obstacle à la lumière.

L'opération faite, les bords de la cornée transparente se rejoignent à la cornée opaque; l'humeur aqueuse se repare, & l'œil se trouve rétabli en peu de tems. Quoiqu'il recouvre la faculté dont il était privé, la somme totale des réfractions des rayons qui y entrent, n'étant plus la même, & étant nécessairement diminuée, les rayons ne se rassemblent qu'imparfaitement sur le fond de l'œil, & la vision n'est point distincte. On corrige ce défaut, comme on sait, au moyen d'un verre convexe qu'on met devant l'œil.

aucun jugement de leur figure, ni dire pourquoi ils lui plaiſaient le plus. Il ne connaiſſait la forme d'aucun objet, & ne diſtinguait aucunes choſes d'une autre, quelques différentes qu'elles fuſſent de figure & de grandeur. Lorſqu'on lui montrait des choſes qu'il connaiſſait auparavant par le toucher, il les regardait attentivement, pour les reconnaître une autre fois; mais ayant trop d'objets à retenir à la fois, il en oubliait la plus grande partie. J'apprends, diſait-il, mille choſes dans un jour, & j'en oublie tout autant. Il fut bien ſurpris que ce qu'il aimait le mieux, ne fût pas le plus agréable à ſes yeux; il s'attendait de trouver plus belles que les autres les perſonnes qu'il aimait le plus. Il ne conſidéra pendant long-tems les tableaux, que comme des plans colorés. Ce ne fut qu'après l'eſpace de deux mois qu'il découvrit qu'ils repréſentaient des corps ſolides, & il parut avoir fait cette découverte tout-à-coup. Lorſqu'il commença à reconnaître que ces tableaux repréſentaient des corps ſolides, il s'attendait à trouver en effet des corps ſolides en touchant la toile du tableau, & il fut extrêmement ſurpris, lorſqu'en touchant les parties, qui par la lumière & les ombres lui paraiſſaient rondes & inégales, il les trouva plates & unies comme le reſte; il demandait quel était le ſens qui le trompait, ſi c'était la vue ou le toucher?

Mais ſon étonnement fut extrême, lorſqu'on lui montra le portrait en mignature de ſon pere. Il ne concevait pas comment un viſage auſſi large pouvait tenir dans un ſi petit eſpace: cela lui paraiſſait auſſi impoſſible, diſait-il, que de mettre un muid dans une pinte.

Dans les commencemens il ne pouvait ſupporter qu'une très-petite lumière, & tous les objets lui paraiſſaient fort grands; mais à meſure qu'il en voyait de plus grands, les premiers lui ſemblaient ſe rappetiſſer. Il croyait qu'il n'y avait rien au-delà des limites de ce qu'il voyait; quoiqu'il ſût bien que la chambre où il était, ne faiſoit qu'une partie de la maiſon, il ne pouvait comprendre comment toute la maiſon pouvait paraître plus grande. Il ne ſe prêta qu'avec peine à l'opération, tant il attendait peu d'avantage du nouveau ſens qu'elle devait lui procurer; & il ne ſe détermina à la ſouffrir que par le deſir qu'il avait de ſavoir lire & écrire. Il diſait qu'il ne concevait pas qu'il pût avoir plus de plaiſir à diverſifier ſes promenades, qu'à reſter dans ſon jardin

qu'il

qu'il connaiſſait parfaitement. Il n'imaginait pas comment il pourrait ſe conduire à l'œil dans ceux où il n'avait pas été ; il avait même remarqué que ſon état de cœcité lui procurait l'avantage d'aller par-tout dans l'obſcurité, plus aiſément & plus ſûrement que ceux qui voyent ; avantage qu'il conſerva long-tems après qu'on lui eût rendu la vue : il parcourait de nuit toute la maiſon ſans lumière. A chaque nouvel objet qu'il voyait, il goûtait un plaiſir nouveau, & ſi vif qu'il ne pouvait l'exprimer. Un an après l'opération, on le mena à Epſom, où la vue eſt très-variée & très-étendue, il fut enchanté du ſpectacle, & il l'appella une nouvelle manière de voir. Plus d'un an après, lui ayant fait l'opération ſur l'autre œil, il vit d'abord de ce ſecond œil, les objets beaucoup plus grands que de l'autre, mais cependant moins grands qu'il ne les avait vus du premier œil ; & lorſqu'il regardait un objet des deux yeux, il diſait qu'il lui paraiſſait une fois plus grand qu'avec ſon premier œil ſeul ; mais il ne le voyait pas double : au moins n'en a-t-il rien dit.

134. Mr. Cheſſelden rapporte dans un autre Mémoire, qu'il avait également reſtitué la vue à d'autres aveugles de cette eſpèce, qui ne ſe ſouvenaient pas d'avoir jamais vu ; & il aſſure que lorſqu'ils commençaient à apprendre à voir, ils avaient dit les mêmes choſes que le jeune homme dont on vient de parler *, à cette différence près qu'ils détaillaient moins les particula-

152.* Tout ce qu'on peut conclure d'obſervations faites ſur des gens qui ne ſont point dans l'habitude de réfléchir, & qu'on ne croira certainement jamais bien capables de comparer leur nouvel état avec l'ancien, ni d'en détailler les particularités avec exactitude, c'eſt que dans un aveugle né auquel on vient d'extraire les cataractes, ou dans un enfant qui ouvre les yeux pour la première fois, (car il paraît qu'il doit en être la même choſe de l'un & de l'autre), le ſens de la vue eſt d'abord très-confus ; qu'il ne ſe perfectionne que peu à peu ; que par conſéquent nous ſommes obligés d'apprendre à voir à peu près comme à parler ; & qu'enfin le ſens de la vue encore novice & peu exercé, a beſoin du toucher & de l'expérience pour rectifier ſes jugemens.

153. „ Au reſte, dit l'Auteur de la Lettre „ ſur les aveugles, on cherche à reſtituer la „ vue à des aveugles nés ; mais ſi l'on y „ regardait de plus près, on trouverait, je „ crois, qu'il y a bien autant à profiter „ pour la Philoſophie, en queſtionnant un „ aveugle de bons ſens. On apprendrait „ comment les choſes ſe paſſent en lui ; on „ les comparerait avec la manière dont elles „ ſe paſſent en nous, & l'on tirerait peut-„ être de cette comparaiſon, la ſolution des „ difficultés qui rendent la théorie de la „ viſion & des ſens ſi embarraſſée & ſi „ incertaine.... Si l'on voulait donner quelque certitude à des expériences, il faudrait du moins que le ſujet fût préparé de „ longue main, qu'on l'élevât, & peut-„ être qu'on le rendit Philoſophe.... Il

rités de leur nouvel état ; & tous avaient ceci de commun, que n'ayant jamais eu beſoin de mouvoir leurs yeux pendant le tems de leur cœcité, ils étaient fort embarraſſés comment pouvoir le faire, & les diriger ſur l'objet qu'ils voulaient regarder : ce ne fut que par degrés & avec le tems qu'ils acquirent cette faculté.

135. Examinons préſentement par quels moyens un aveugle né, à qui on a abaiſſé les cataractes, peut apprendre à diſcerner les lieux, les grandeurs, les figures & les diſtances des objets *. Puiſqu'il ne peut tourner l'œil vers un objet en particulier, dont

» ſerait très-à-propos de ne commencer » les obſervations que long-tems après » l'opération. Pour cet effet, il faudrait trai- » ter le malade dans l'obſcurité, & s'aſſurer » bien que ſa bleſſure eſt guérie & que ſes » yeux ſont ſains.... Mais ce n'eſt pas tout : » ce ſerait encore un point fort délicat, que » de tirer parti d'un ſujet ainſi préparé, & » que de l'interroger avec aſſez de fineſſe, » pour qu'il ne dit preciſément que ce qui » ſe paſſe en lui.... Les plus habiles gens » & les meilleurs eſprits ne ſeraient pas » trop bons pour cela. Préparer & interroger » un aveugle né, n'eut point été une occu- » pation indigne des talens réunis de » Newton, Deſcartes, Locke & Leibnitz. »

154. Mr. l'Abbé de Condillac donne *dans ſon Traité des Senſations* de nouvelles vues pour faire ces obſervations, trop ſages & trop judicieuſes, pour que nous ne croyions pas obliger les Lecteurs en les rapportant ici. » Une précaution à prendre, dit ce célébre » Métaphiſicien, avant l'opération des cata- » ractes, ce ſerait de faire réfléchir l'aveugle » né ſur les idées qu'il a reçues par le tou- » cher ; en ſorte qu'étant en état d'en rendre » compte, il pût aſſurer ſi la vue les lui » tranſmet, & dire de lui-même ce qu'il » voit, ſans qu'on fût preſqu'obligé de lui » faire des queſtions. »

155. » Les cataractes étant abaiſſées, il » ſerait néceſſaire de lui défendre l'uſage de » ſes mains, juſqu'à ce qu'on eut reconnu » les idées auxquelles le concours du tou- » cher eſt inutile. On obſerverait ſi la » lumière qu'il apperçoit lui paraît fort éten- » due ; s'il lui eſt poſſible d'en déterminer » les bornes ; ſi elle eſt ſi confuſe qu'il n'y » puiſſe pas diſtinguer pluſieurs modifica- » tions. Après lui avoir montré deux cou- » leurs ſéparément, on les lui montrerait » enſemble ; & on lui demanderait s'il recon- » nait quelque choſe de ce qu'il a vu.... » On examinerait ſur-tout s'il diſcerne les » grandeurs, les figures, les ſituations, » les diſtances & le mouvement. Mais il » faudrait l'interroger avec adreſſe, & éviter » toutes les queſtions qui indiquent la » réponſe.... Un moyen bien ſûr pour » faire des expériences capables de diſſiper » tous les doutes, ce ſerait d'enfermer dans » une loge de glace l'aveugle à qui on vien- » drait d'abattre les cataractes. Car ou il » verra les objets qui ſont au-delà, & ju- » gera de leur forme & de leur grandeur, » ce qui prouverait que l'œil juge, ſans » avoir tiré aucun ſecours du tact, ou il » n'appercevra que l'eſpace borné par les » côtés de ſa loge, & ne prendra tous ces » objets que pour des ſurfaces différemment » colorées, qui lui paraîtront s'étendre à » meſure qu'il y portera la main ; ce qui » ferait voir alors que l'œil ne juge qu'après » avoir conſulté le tact. »

156.* Ce ſera toujours une choſe étrange & inconcevable pour le commun des hommes, que de prétendre que l'œil ne juge par lui-même, ni des diſtances, ni des ſituations, ni des grandeurs, ni même des figures des objets ; qu'il eſt dans la néceſſité de s'inſtruire, & que ſon maître eſt le ſens du toucher. Il n'eſt preſque perſonne qui ne croye que nous avons toujours vu, comme nous voyons, tant il eſt difficile d'imaginer que les idées d'étendue, de grandeur, de diſtance, &c. ſi intimément unies par l'habitude aux ſenſations de couleur & de lumière, en ayent jamais été

le toucher lui a appris la place, ſuppoſons d'abord ſon œil en repos, & qu'après avoir appris à diſcerner ſa main ou le bout de ſon doigt, il le meuve doucement en haut & en bas. Pen-

ſéparées, & qu'elles ne puiſſent être ſuggerées que par le toucher.

157. Il eſt cependant actuellement hors de doute que nos yeux ont beſoin d'apprendre à voir, & que c'eſt le toucher qui les inſtruit. Mais les Philoſophes ne ſont pas également d'accord ſur l'étendue des ſecours qu'ils retirent de ce ſens. Tous juſqu'à Berkelai ont trop limité les inſtructions qu'ils ſont obligés d'en recevoir. Il eſt le premier qui ait avancé que le toucher nous eſt néceſſaire pour apprendre à voir des grandeurs, des figures, des objets en un mot, & que ſans ſes leçons, nos yeux ne diſtingueraient rien de tout cela. L'analiſe que Mr. l'Abbé de Condillac a faite des ſens de la vue & du toucher, ou plutôt de ce qu'ils nous apprennent ſéparément & réunis, en faiſant celle des connaiſſances que nous devons à nos ſens, confirme le ſentiment de Berkelai. Après avoir montré que nos yeux ne voyent par eux-mêmes que de la lumière & des couleurs, qu'ils n'apperçoivent ni étendue, ni grandeur, ni figure, &c. qu'enfin ils n'ont aucune connaiſſance des objets qui agiſſent ſur eux, fait voir enſuite que le toucher eſt le ſeul de nos ſens qui puiſſe immédiatement & par lui-même, découvrir les différens corps dont nous ſentons les impreſſions, diſcerner leurs formes, leurs grandeurs, leurs ſituations, &c. D'où il conclut avec raiſon la néceſſité de ce ſens pour montrer aux yeux les objets qui occaſionnent leurs ſenſations, leur apprendre à les voir colorés, étendus, figurés, &c. à répandre en un mot ſur eux la lumière & les couleurs.

158. En effet, Mr. de Condillac ayant remarqué que les ſenſations de lumière & de couleur (de même que toutes nos ſenſations) ne ſont que des manières d'être, que des modifications de notre ame; que par conſéquent comme elle ne les éprouve qu'en elle, il eſt impoſſible qu'elle les apperçoive hors d'elle; on ne peut plus douter que les ſenſations de lumière & de couleur ne peuvent porter avec elles les idées d'étendue, de grandeur, de figure, &c. de ſorte que nos yeux n'ont par eux-mêmes d'autre propriété que de modifier l'ame, ſans qu'ils puiſſent jamais lui donner connaiſſance des objets qui occaſionnent ſes manières d'être. Eh! comment le pourraient-ils? la ſenſation produite par l'impreſſion de la lumière ſur le fond des yeux, n'eſt-t-elle pas comme terminée & circonſcrite par la partie de l'organe qui reçoit l'impreſſion? » L'extrémité du rayon, dit » Mr. de Condillac, qui frappe la rétine, » produit une ſenſation; mais cette ſenſa- » tion ne ſe rapporte pas d'elle-même à » l'autre extrémité du rayon; elle reſte » dans l'œil, elle ne s'étend point au-delà; » & l'œil eſt alors dans le même cas qu'une » main qui au premier moment qu'elle tou- » cherait, ſaiſirait le bout d'un bâton. Il eſt » évident que cette main ne connaîtrait que » le bout qu'elle tiendrait, elle ne ſaurait » encore rien découvrir de plus dans ſa » ſenſation. »

159. Loin donc de rapporter les ſenſations de lumière & de couleur aux objets qui les occaſionnent, & d'appercevoir comme nous faiſons ces objets colorés, étendus, figurés, &c. nous ne pourrions pas même, avec nos yeux ſeuls, découvrir ces objets, & nous ne verrions jamais que de la lumière & des couleurs. Mais il y a plus, nous ignorerions juſqu'à la manière de mouvoir nos yeux, juſqu'à leur mobilité même. C'eſt ce que Cheſſelden a remarqué dans tous ceux auxquels il a reſtitué la vue.

160. Le toucher ayant la faculté de connaître par lui-même les objets, d'en diſtinguer les formes, les grandeurs, &c. était donc abſolument néceſſaire pour faire appercevoir aux yeux ceux dont ils reçoivent les impreſſions, en leur apprenant à rapporter leurs ſenſations à l'extrémité des rayons; pour les conduire ſur les diverſes parties de la ſurface de ces objets, afin de leur en faire diſtinguer l'étendue, la figure, la grandeur, &c. & leur procurer par conſéquent, en leur apprenant à ſe fixer ſur les objets, l'habitude des mouvemens propres à la viſion. Mais de quelle manière peut-il s'y

dant ce mouvement, il ne peut s'empêcher d'appercevoir quelqu'eſpèce de changement dans ce qu'il voit, occaſionné par le mouvement correſpondant de l'image de ſon doigt ſur différentes

prendre pour les inſtruire ? Quelles expériences, quelles obſervations leur fera-t-il faire, pour qu'ils rapportent, ſouvent à des diſtances immenſes, ce qu'ils ne ſentent qu'en eux-mêmes ? On eſt frappé de la ſimplicité, & en même tems de la vérité de celles que Mr. de Condillac imagine que ce ſens peut employer. Nous ne pouvons nous refuſer au plaiſir d'en rapporter quelques-unes, ne fut-ce que pour inſpirer au Lecteur le deſir de voir l'excellent ouvrage d'où nous les tirons, & auquel nous ſommes forcés de renvoyer pour les preuves de pluſieurs vérités que nous n'avons pu qu'énoncer.

161. » Suppoſons, dit ce judicieux & » ſavant Métaphiſicien, que l'œil s'ouvre » pour la première fois à la lumière. Il eſt » certain que notre ame ſera modifiée ; » mais cette modification n'eſt qu'en elle, » & elle ne ſaurait encore être étendue ni » figurée. „

» Si quelque circonſtance nous fait porter » la main ſur nos yeux, auſſi-tôt le ſenti» ment que nous éprouvions, s'affaiblit ou » s'évanouit tout-à-fait. Nous retirons la » main, ce ſentiment ſe reproduit. En répé» tant ces expériences, nous jugeons bientôt » ces ſenſations de notre ame ſur l'organe » que notre main touche. „

» Mais les rapporter à cet organe, c'eſt » les étendre ſur toute la ſurface extérieure » que la main ſent. Voilà donc déja les » modifications ſimples de l'ame, qui pro» duiſent au bout des yeux le phénomene » de quelque choſe d'étendu ; c'eſt l'état » où ſe trouva d'abord l'aveugle de Chef» ſelden, lorſqu'on lui eut abaiſſé les » cataractes. „

162. » Par curioſité ou par inquiétude, » nous portons la main devant nos yeux, » nous l'éloignons, nous l'approchons, & » la ſurface que nous voyons en eſt plus » lumineuſe ou plus obſcure. Auſſi-tôt nous » attribuons ces changemens au mouvement » de notre main ; & comme nous ſavons » qu'elle ſe meut à une certaine diſtance, » nous commençons dès-lors à juger les » couleurs à quelque diſtance de nos yeux. „

163. » Alors nous touchons un corps » que nous avons devant les yeux ; je le » ſuppoſe d'une ſeule couleur, bleu, par » exemple. Dans cette ſuppoſition le bleu, » qui paraiſſait auparavant à une diſtance » indéterminée, doit actuellement paraître » à la même diſtance que la ſurface que la » main touche, & cette couleur s'étendra » ſur cette ſurface, comme elle s'eſt d'abord » étendue ſur la ſurface extérieure de l'œil. » La main dit en quelque ſorte à la vue, » *le bleu eſt ſur chaque partie que je par*» *cours* ; & la vue à force de répéter ce » jugement, s'en fait une ſi grande habi» tude, qu'elle parvient à ſentir le bleu où » elle l'a jugé. „

164. » Par de ſemblables expériences, » nous accoutumons inſenſiblement nos » yeux à ſe fixer ſur les objets que nous » touchons ; nous leur donnons l'habitude » de ſe mouvoir ; & bientôt ils découvrent » d'eux-mêmes les objets que la main ſaiſit, » & ſur leſquels elle ſemble répandre la » lumière & les couleurs. „

165. » En conduiſant la main, des yeux » ſur les corps, & des corps ſur nos yeux, » nous meſurons les diſtances. Si nous » approchons enſuite ces mêmes corps & » que nous les éloignions alternativement, » en étudiant les impreſſions que nos yeux » reçoivent chaque fois, nous nous accou» tumerons inſenſiblement à lier ces im» preſſions avec les diſtances connues par » le tact, & nous verrons les objets tantôt » plus près, tantôt plus loin, parce que » nous les verrons où nous les touchons. »

166. » Si nous jettons les yeux ſur un » globe, l'impreſſion que nous en recevons » ne repréſentera qu'un cercle plat mêlé » d'ombre & de lumière ; nous ne verrons » donc pas un globe, nous ne démêlerons » pas même un cercle ; car nos yeux n'au» ront point encore appris à régler leurs » mouvemens pour ſaiſir l'enſemble d'une » figure. Mais touchant le globe, & condui» ſant de la main notre vue ſur toute la » ſurface, nous jugerons que la couleur que

parties du fond de ſon œil. S'il obſerve alors avec aſſez de ſoin pour s'en reſſouvenir, la ſenſation qu'il aura éprouvée, lorſqu'il portait ſon doigt quelque part, par exemple, au-deſſus de ſon œil,

» nous voyons s'étend & prend de la ron-
» deur & du relief. En réitérant cette expé-
» rience, nous répéterons le même juge-
» ment. Par-là nous lierons les idées de
» rondeur & de convexité à l'impreſſion
» que fait ſur nous un certain mélange
» d'ombre & de lumière ; de ſorte que
» toutes les fois que nos yeux appercevront
» un ſemblable mélange d'ombre & de
» lumière, ils jugeront la ſurface qui la
» réfléchit convexe & ronde, ils jugeront
» que c'eſt celle d'un globe, & par conſé-
» quent qu'ils voyent un globe. »

167. » Nous apprendrons également à
» voir un cube, nos yeux faiſant une étude
» des impreſſions qu'ils reçoivent au mo-
» ment que la main ſent les faces & les
» angles de cette figure ; nous contracterons
» l'habitude de remarquer dans les différens
» degrés de lumière, les mêmes angles &
» les mêmes faces ; & ce n'eſt qu'alors que
» nous diſcernerons un globe d'un cube.
» L'œil ne parvient donc à voir diſtincte-
» ment une figure que parce que la main lui
» apprend à en ſaiſir l'enſemble. Il faut
» qu'elle le conduiſe ſur toutes les parties
» viſibles d'un corps, qu'elle les lui faſſe
» remarquer, & qu'en même tems l'œil
» étudie les diverſes impreſſions de la
» lumière qu'il en reçoit. . . . »

168. » La main dirigeant les yeux ſur les
» différentes parties d'un objet, ils les
» apperçoivent donc où le toucher leur
» apprend qu'elles doivent être : ils voyent
» en haut ce qu'il leur fait juger en haut,
» en bas ce qu'il leur fait juger en bas ; en
» un mot, ils voyent les objets dans la
» même ſituation que le tact les repréſente. »

» Le renverſement de l'image n'y met
» aucun obſtacle, parce que tant qu'ils n'ont
» pas été inſtruits, il n'y a proprement ni
» haut ni bas pour eux. Le toucher qui
» peut ſeul découvrir ces ſortes de rapports,
» peut ſeul auſſi leur apprendre à en juger. »

» D'ailleurs ne voyant au-dehors que
» parce qu'ils rapportent les couleurs ſur
» les objets que la main touche, il faut
» néceſſairement qu'ils s'accordent à porter
» ſur les ſituations les mêmes jugemens que
» le toucher. »

169. » Comme chaque œil fixe l'objet
» que la main ſaiſit, chacun rapporte les
» couleurs à la même diſtance, au même
» lieu ; & comme le renverſement de
» l'image ne leur empêche pas de voir un
» objet dans ſa vraie ſituation, la même
» image quoique double, ne leur empêche
» pas de le voir ſimple. La main les force
» à juger d'après ce qu'elle ſent en elle-
» même, en les obligeant de rapporter
» au-dehors les ſenſations qu'ils éprouvent
» en eux ; elle les leur fait rapporter à cha-
» cun ſur l'unique objet qu'elle touche, & au
» ſeul endroit même où elle le touche. Il n'eſt
» donc pas naturel qu'ils le voyent double. »

170. » Par la même raiſon, elle leur
» apprend au même inſtant à juger des
» grandeurs. Dès qu'elle leur fait voir les
» couleurs ſur ce qu'elle touche, elle leur
» apprend à les étendre chacune ſur toutes
» les parties qui les leur envoient : elle
» deſſine devant eux une ſurface dont elle
» marque les bornes. Ainſi, ſoit que la
» main éloigne ou qu'elle approche un
» objet, il leur paraît de la même grandeur,
» quoiqu'alors l'image augmente ou dimi-
» nue ; comme il leur paraît ſimple & dans
» ſa ſituation, quoique l'image ſoit double
» & renverſée. »

171. » Enfin elle leur fait voir le mouve-
» ment des corps ; parce qu'elle les accou-
» tume à ſuivre les objets qu'elle fait paſſer
» d'un point de l'eſpace à l'autre. »

172. C'eſt ainſi que nos yeux parvien-
draient à juger de la diſtance, de la figure, de la ſituation, de la grandeur & du mouvement des objets, qui ne paſſent point la portée de la main. Mais quant à ceux qui ſont plus éloignés, nous les verrions à l'extrémité de l'eſpace auquel nos expériences auraient borné notre vue, parce que le toucher n'aurait point encore appris aux yeux à voir au-delà. Nous ne pourrions diſtinguer que leur figure & leur ſituation ; mais nous nous tromperions néceſſairement ſur leur grandeur comme ſur leur diſtance. Les idées

toutes les fois qu'il éprouvera une ſenſation pareille, occaſionnée par une autre image du même ou d'un objet différent, formée au même endroit du fond de l'œil, il conclura que cet objet, dont le lieu lui eſt inconnu, eſt au-deſſus de ſon œil, ou à l'endroit où il avait tenu ſon doigt. Par de ſemblables obſervations faites avec ſa main, multipliées & répétées, il peut apprendre à diſcerner à la vue, non-ſeulement le mouvement d'un corps, mais encore ſuivant quelle direction ſe fait ce mouvement par rapport à lui-même, & par conſéquent à connaître l'étendue & ſa ſituation, ce qui le conduira à diſtinguer les figures des corps. Il peut encore apprendre à connaître les figures, en parcourant les contours des corps avec ſon doigt, & en obſervant les diverſes inflexions & variétés de ſes mouvemens; & en général en comparant les idées engendrées par la vue, avec celles qui lui viennent du toucher. Et venant à remarquer que l'apparence d'un même objet change ſelon que l'œil s'en appro-

de grandeur, que le toucher nous aurait donné l'habitude d'unir aux diverſes impreſſions que les objets qui ne ſont point au-delà de la portée de la main, font ſur nos yeux, ne ſerviraient qu'à nous jetter dans l'erreur.

173. Mais il ſerait facile de redreſſer nos jugemens. Si un objet eſt trop éloigné pour que nous puiſſions le ſaiſir avec la main, approchons de lui juſqu'à le toucher, enſuite éloignons-nous en, & faiſons cet exercice pluſieurs fois; inſenſiblement nous nous accoûtumerons à le voir hors de la portée de la main. Par le mouvement que nous aurons fait pour nous en éloigner, nous jugerons à peu près de ſa diſtance; & nous aurons l'idée de ſa grandeur par le ſouvenir que nous aurons conſervé de celle dont nous l'aurons jugé lorſque nous en étions à la portée de la main. S'il vient à ſe mouvoir, nous appercevrons ſon mouvement par les changemens qui arriveront aux impreſſions qui ſe font ſur nos yeux.

Nous comportant pour les autres objets éloignés dont nous pourrons approcher, comme nous aurons fait pour le premier, & faiſant attention aux impreſſions de lumière ou de couleur que nous en recevons, en même tems que nous acquerons des idées de leur diſtance & de leur grandeur, nous nous formerons inſenſiblement l'habitude de lier différentes idées de diſtance & de grandeur aux différentes impreſſions de la lumière & des couleurs; & cette habitude rendra cette liaiſon ſi étroite, qu'à la fin les impreſſions de la lumière que nous recevons des objets, détermineront nos jugemens ſur leur grandeur, ſur leur diſtance & ſur leurs mouvemens, comme ſur leurs figures. Nous parviendrons donc à diſtinguer les objets que nous n'aurons point touchés, que nous ne pourrons même toucher, à juger de leurs grandeurs, de leurs figures, &c. pourvu que nous en recevions des ſenſations ſemblables ou à peu près. » Car » le tact, dit Mr. de Condillac, ayant » une fois lié différens jugemens à différentes impreſſions de lumière, ces im» preſſions ne peuvent plus ſe reproduire, » que les jugemens ne ſe répétent & ne ſe » confondent avec elles. »

Il y a encore bien des choſes à dire ſur la manière dont les yeux achevent de s'inſtruire, pour leſquelles nous renvoyons au Traité des Senſations. Nous nous contenterons d'avoir indiqué par quelle voie le ſavant Auteur de cet excellent ouvrage conçoit que le toucher leur apprend à voir au-dehors ce qu'ils ne ſentent qu'en eux-mêmes, & à démêler les objets qui occaſionnent leurs ſenſations.

che ou s'en éloigne, il apprendra à juger des distances des objets à son œil, aussi bien que de leurs distances respectives, par les variétés qu'il observera dans leurs grandeurs apparentes. Enfin, voyant nécessairement les objets avec d'autant plus de netteté qu'ils sont plus voisins de l'axe de l'œil prolongé, & plus confusément à proportion qu'ils en sont plus éloignés, lorsque quelque mouvement fortuit de l'œil ou de la tête, lui fera tout-à-coup paraître confus un objet qu'il voyait distinctement, le souvenir de l'avoir apperçu avec netteté, le portera à tenter de se remettre en possession de cet avantage, par un mouvement déterminé & volontaire de l'œil ou de la tête; & par de semblables essais souvent répétés, il acquerra la faculté de diriger naturellement l'œil vers tel objet qu'il voudra. Par un exercice semblable ou peu différent de celui-ci, il apprendra également à tourner avec facilité les deux yeux vers le même objet. On voit enfin par tout ce qui a été dit, que nos idées ou perceptions des objets sensibles acquises par la vue, se forment de cette manière : ayant commencé par comparer les premières perceptions qui nous viennent par la vue & par les autres sens, le souvenir qui nous en reste, nous fait reconnaître à l'instant que l'objet que nous appercevons, affectera le sens qui est susceptible de son impression; ce dont nous sommes assurés aussi-tôt par l'épreuve que nous en faisons, & que nous trouvons semblable aux premières.

136. Or si c'est la mémoire des mêmes sensations excitées aux mêmes endroits du fond de l'œil, quoique d'ailleurs inconnus, qui occasionne le même jugement du lieu d'un objet, il est certain que les images renversées sur le fond de l'œil, seront aussi propres à faire naître les mêmes idées, que si elles avaient toujours été droites ou dans telle autre situation qu'on voudra. Il est seulement nécessaire que l'objet & son image changent ensemble de place, suivant une loi fixe & constante, quelle qu'elle soit *.

137. *L'Axe de l'œil* est une ligne menée par le milieu de la prunelle & du cristallin, & qui conséquemment aboutit au Fig. 210.

* Nous avons vu aussi (*Note 168.*), que les yeux ne jugeant de la vraie situation des objets que par les leçons du toucher, le renversement des images tracées au fond de l'œil, ne peut empêcher que nous ne les jugions dans leur situation naturelle.

milieu du fond de l'œil *, de ſorte que l'axe optique n'eſt autre choſe que cet axe prolongé. Lorſque les axes optiques ſont paralleles ou qu'ils ſe coupent mutuellement dans un point, les deux points de milieu des rétines, ou deux points quelconques à diſtances égales & du même côté de ces points, ſoit à droite ou à gauche, ſoit au-deſſus ou au-deſſous, ou dans telle direction oblique qu'on voudra, ſont nommés *Points correſpondans*. Or l'expérience a appris que nous voyons ſimple un objet ou un point d'un objet, toutes les fois que l'image s'en peint ſur des points correſpondans des rétines †, & qu'au contraire on le voit

174. * Selon Mr. Jurin, l'axe de l'œil, depuis la ſurface extérieure de la cornée juſqu'à la rétine, eſt communément de 9 lignes $\frac{2}{5}$.

175. † Lorſque nous regardons un objet, tout le monde ſait qu'il s'en peint une image dans chaque œil, & l'on a toujours été perſuadé que l'ame eſt affectée par l'impreſſion de ces deux images, de ſorte que l'objet doit naturellement nous paraître double. On convient encore que ſi l'objet nous paraît unique, ce n'eſt que parce que le toucher a appris aux yeux à rectifier leurs jugemens, & à voir ſimple & unique ce qu'il leur montrait être tel; enfin qu'il n'y a que les objets dont les images ſe peignent ſur des parties correſpondantes des rétines, que nous voyons ſimples, parce que nos yeux étant conduits & guidés par le toucher, ont dû néceſſairement ſe diriger de la même manière au point de l'objet, que le toucher leur montrait être unique, & par conſéquent n'ont contracté l'habitude de voir ſimple que les objets dont les images ſe peignaient en même tems ſur des parties correſpondantes des rétines. D'où il ſuit que lors qu'un objet ſe trouve repréſenté ſur des parties des rétines qui ne ſe correſpondent point, nous devons le voir néceſſairement double, parce que nous n'avons point pris l'habitude de rectifier une ſenſation qui n'eſt point ordinaire.

On croit donc que lorſque nous voyons ſimple comme quand nous voyons double, l'ame reçoit l'impreſſion des deux images, qu'elle en eſt véritablement affectée; & que ſi dans la viſion ordinaire il ne réſulte des deux images que la perception d'un objet unique, ce n'eſt que par l'habitude qu'on s'eſt fait de réunir & de confondre les deux ſenſations en une ſeule, toutes les fois qu'elles ſont occaſionnées par des impreſſions égales & ſimultanées ſur des parties tout-à-fait ſemblables & égales des deux yeux.

176. Cette opinion ſi naturelle, & ſi nous oſons dire, ſi vraie, que dans la viſion l'ame eſt réellement affectée par les impreſſions ſimultanées des deux images, a été attaquée depuis peu par un de nos habiles Phyſiciens (*Mém. des Savans Étrang. tom. III.*) Des expériences très-ingénieuſes & bien propres à en impoſer, ont fait penſer à Mr. du Tour que l'ame n'eſt affectée que par une ſeule image, & que l'autre ne lui eſt nullement ſenſible. D'où il s'enſuivrait que la raiſon pour laquelle nous voyons les objets ſimples, eſt que l'ame ne reçoit que l'impreſſion d'une ſeule image.

177. Voici une des expériences qui ont fait ôter à l'une des images tracées ſur des endroits correſpondans des deux rétines, le pouvoir d'affecter l'ame. Si on regarde des deux yeux le point *A* (*Fig. 209.*), ſuppoſé à quatre ou cinq pouces de diſtance, & qu'on place ſur les axes optiques *EA*, *GA*, en deçà du point *A* de leur interſection, deux petits cercles égaux de taffetas, l'un bleu en *D*, l'autre jaune en *C*, il eſt viſible qu'ils ſe peindront ſéparément dans les deux yeux, le bleu dans un œil, le jaune dans l'autre. Cependant on ne diſcerne qu'une ſeule tache, qu'on juge

double

double lorſqu'elle ne s'y peint pas. Car nous nous ſommes formé l'habitude lorſque nous fixons un objet, de diriger les axes optiques au point que nous regardons, parce que les images de

ſituée dans la ligne *AA* qui coupe en deux parties égales l'angle *DAC*; des deux images il ne réſulte dans l'ame que la perception d'un objet unique; & cette tache ne paraît point verte, ce qui devrait cependant être, ſelon Mr. du Tour, ſi la perception de cette tache unique était le produit combiné des impreſſions ſimultanées des deux images. On n'y démêle pas même la plus legere teinte de vert; elle paraît ou bleue ou jaune, ou mi-partie de ces deux couleurs. D'où Mr. du Tour conclut que l'ame n'eſt, ni ne peut être affectée à la fois par deux points correſpondans des deux images, parce que ſelon lui, ſi elle en était réellement affectée, ces deux points qui dans la perception de l'objet ſe trouveraient appliqués l'un ſur l'autre, ne ſeraient repréſentés que par un ſeul qui ſerait coloré en vert.

178. Mais de ce qu'on n'apperçoit jamais qu'une tache bleue ou jaune, ou mi-partie de ces deux couleurs, eſt-il bien certain qu'on doive en conclure que l'ame n'eſt réellement affectée à la fois que par l'impreſſion du bleu, ou par celle du jaune, & qu'elle ne l'eſt point par toutes les deux? L'ame ne pourrait-elle pas être ſenſible aux impreſſions ſimultanées de deux points correſpondans des deux images, éprouver en même-tems la ſenſation de bleu & celle de jaune, & n'appercevoir cependant que bleu ou jaune le point unique où elle les rapporte, puiſqu'elle ne peut les y rapporter qu'en les appliquant l'une ſur l'autre, & que d'ailleurs il n'eſt pas poſſible que par cette application ce point paraiſſe vert. Car les couleurs n'étant que des modifications ſimples de notre ame, l'une d'elles ne peut être produite par deux autres de quelque manière qu'elles ſe combinent. D'un autre côté pouvons-nous voir autre choſe que ce qui eſt peint dans nos yeux? Lors donc qu'il n'y a que du bleu & du jaune, comment ſerait-il poſſible que nous viſſions du vert, même en rapportant ce bleu & ce jaune à un ſeul point?

179. Au reſte quand il ſerait vrai que dans l'expérience citée, l'ame n'eſt affectée que par l'impreſſion d'une ſeule image, peut-on en inferer qu'il en doive être de même dans la viſion ordinaire & ſimple? Quelle différence n'y a-t-il pas de ce cas extraordinaire & embarraſſant pour l'ame, au cas général ſi ſimple pour elle & ſi familier. Ici deux filets nerveux égaux & ſemblables des rétines ſont frappés & ébranlés de la même manière par la même eſpece de rayons; là ils le ſont d'une façon tout-à-fait différente, puiſqu'ils éprouvent l'action de rayons de différente eſpece; de ſorte que dans ce dernier cas, les impreſſions étant eſſentiellement différentes, & peut-être un peu inégales, on aurait quelque raiſon au moins apparente de ſoupçonner que l'ame n'eſt ſenſible qu'à l'une d'elles. Mais lorſque les impreſſions ſont tout-à-fait pareilles, qu'elles ſont, ſi on peut parler ainſi, abſolument à l'uniſſon, quelle raiſon a-t-on de penſer qu'il n'y en ait qu'une de ſenſible? Pourquoi l'ame ſerait-elle affectée par l'une & ne le ſerait-elle pas par l'autre? Il ſerait abſurde de dire que pouvant être très-ſouvent inégales, la plus forte ſerait la ſeule qui aurait le pouvoir d'affecter l'ame; car enfin on demanderait pourquoi on voit toujours plus diſtinctement & plus clairement des deux yeux que d'un ſeul. Quoique la différence ſoit peu conſidérable, même lorſque les yeux ſont auſſi égaux qu'il eſt poſſible, il eſt certain qu'elle eſt aſſez ſenſible pour être apperçue, & qu'il n'eſt perſonne qui ne ſoit bien ſûr voir mieux des deux yeux que d'un ſeul. Or cela ne forme-t-il pas une preuve ſans replique, que l'ame eſt ſenſible aux deux impreſſions, qu'elle éprouve en effet deux ſenſations que l'habitude de rapporter au même point, fait confondre en une ſeule plus forte que chacune d'elles, peut-être par la raiſon que deux ſons parfaitement à l'uniſſon, n'en forment qu'un plus fort que chacun d'eux. Au reſte voyez une Diſſertation ſur le même ſujet que Mr. l'Abbé de Rochon, habile Mathématicien, doit faire paraître inceſſamment.

ce point, tombant alors sur le milieu des rétines, sont plus distinctes que si elles se peignaient par-tout ailleurs * ; & puisque les images de l'objet entier sont égales & renversées à l'égard des axes optiques, tout point collatéral de l'objet sera peint sur des points correspondans des rétines. Cette habitude de diriger les axes optiques au point qu'on veut voir, est si forte, qu'il est très-difficile de faire autrement ; de sorte que si on ferme un œil, tandis qu'on fait mouvoir l'autre, on sent, en posant le doigt sur la paupière de l'œil fermé, qu'il suit tous les mouvemens de l'œil ouvert. Mais si les axes optiques ne sont point dirigés au même point, comme cela arrive lorsqu'on louche † ou qu'on presse l'œil un peu de côté avec le doigt, les objets

180. * Cette direction des axes optiques au point qu'on regarde, n'est pas seulement nécessaire pour faire tomber sur des parties homogenes des rétines les images de ce point, & par conséquent pour le voir simple ; elle l'est encore pour pouvoir le juger à sa véritable place. Car ce n'est pas assez que le point visible soit dans la direction de l'axe optique pour être jugé dans sa vraie place, il faut encore qu'il soit vu des deux yeux à la fois, & qu'il se trouve par conséquent au point de concours des deux axes. Cette vérité se prouve aisément par l'expérience suivante. On suspend un anneau à un fil fort fin à la hauteur de l'œil, & on le dispose de manière qu'on n'en voye point l'ouverture. On prend un bâton long de trois pieds, auquel on attache transversalement un autre petit bâton ; puis fermant un œil, on tâche d'enfiler l'anneau avec ce petit bâton ; mais c'est d'abord sans succès, & l'on n'y parvient qu'après bien des tentatives inutiles. Au lieu que si on ouvre les deux yeux, on enfile l'anneau souvent du premier coup. (*Essai de Physique de Musschenbroek.*)

† On dit que quelqu'un louche quand les axes de ses deux yeux ne se dirigent pas au même point. Ce défaut est connu sous le nom de *Strabisme*. On ne sait pas encore trop ce qui l'occasionne. Quoiqu'il en soit, voici ce que les Physiciens en ont pensé & en pensent maintenant.

181. On s'est persuadé d'abord qu'il provient d'un défaut de correspondance entre les muscles des deux yeux, qui n'agissant pas de concert, ne peuvent pointer en même tems les deux yeux au même objet ; mais on s'est trompé. Car lorsque les deux yeux sont ouverts, & qu'on porte le bon œil en haut ou en bas, à droit ou à gauche, l'autre le suit toujours dans tous ses mouvemens, & se tourne du même côté dans le même instant. Une autre preuve qu'il n'y a point de défaut de correspondance dans les yeux des louches, c'est que si on leur fait fermer le bon œil, & qu'on appuie le doigt sur sa paupière, tandis que le mauvais œil agit seul, on sentira que le bon œil suit tous les mouvemens du mauvais.

182. D'autres pensent que le strabisme est occasionné par une inégalité de force dans les muscles des yeux, ou ce qui est la même chose, par quelque défaut dans les muscles du mauvais œil. On voit assez combien cette opinion est peu différente de la précédente ; aussi n'est-elle pas mieux fondée. Car lorsque le bon œil est fermé, le mauvais se meut par l'action de ses muscles dans toutes les directions possibles, aussi librement qu'un bon œil, il se pointe & se dirige vers l'objet aussi regulierement & aussi directement.

183. Mr. de la Hire place dans l'œil même le défaut qui occasionne le strabisme. Il suppose que dans un œil bien conformé, la partie du fond de l'œil dont l'axe occupe le centre, est d'une plus grande sensibilité que le reste ; de sorte que les objets ne se

paraiſſent doubles, & il eſt évident qu'alors les images de l'objet ne tombent point ſur des endroits correſpondans des rétines.

peignent nulle part ailleurs auſſi diſtinctement; & que par conſéquent nous dirigeons les axes de nos yeux vers le point de l'objet que nous voulons voir, afin que l'image tombant ſur cet endroit, en ſoit plus diſtincte & mieux ſentie; que ſi cette partie ne ſe trouve point correſpondre exactement à l'extrémité de l'axe dans l'un ou l'autre des deux yeux, qu'elle ſoit un peu à côté, l'œil qui a ce défaut ne dirige point ſon axe à l'objet de même que l'autre œil. Par un mouvement naturel qui porte toujours à voir le plus diſtinctement qu'il eſt poſſible, il tourne ſa partie ſenſible vers l'objet, de manière que la droite qui paſſe par le centre de cette partie, rencontre l'axe de l'autre œil prolongé, c'eſt-à-dire, ſon axe optique au point viſible.

184. Mais cette explication n'eſt pas plus heureuſe que les autres. Mr. Jurin en a montré la fauſſeté, en faiſant remarquer ce qui arrive aux ſtrabites, quand ils ferment le bon œil. L'autre abandonne auſſi-tôt la ſituation qu'il avait priſe, ſelon Mr. de la Hire, pour recevoir plus diſtinctement l'image de l'objet, & ſe retourne directement vers lui. Il eſt donc faux que l'œil écarte ſon axe de la direction du point viſible, pour mieux lui préſenter la partie de ſon fond, que Mr. de la Hire prétend avoir plus de ſenſibilité; puiſque lorſqu'il agit ſeul, il pointe, comme faiſait l'autre, directement à l'objet, afin de le voir diſtinctement.

Il paraît au-contraire, ajoûte Mr. Jurin, que celui qui eſt louche ne fait prendre à l'un de ſes yeux, la fauſſe direction qu'on lui remarque, que pour éviter, autant qu'il eſt poſſible, de voir de cet œil, loin de chercher à s'en ſervir dans le deſſein d'y voir mieux. Selon ce ſavant Phyſicien, tous les louches ne voyent donc diſtinctement que d'un œil, de celui qui pointe & dirige ſon axe à l'objet.

185. Mr. de Buffon penſe auſſi que les louches ne voyent que d'un œil, & le confirme par l'expérience. » Faites placer, » dit-il, une perſonne louche à un beau » jour vis-à-vis une fenêtre; préſentez à » ſes yeux un petit objet, comme une » plume à écrire, & dites-lui de la regar- » der; examinez ſes yeux, vous reconnaî- » trez aiſément l'œil qui eſt dirigé vers » l'objet. Couvrez cet œil avec la main, » & ſur le champ la perſonne qui croyait » voir des deux yeux, ſera fort étonnée de » ne plus voir la plume; & elle ſera obli- » gée de redreſſer ſon autre œil, & de le » diriger vers cet objet pour l'appercevoir. » Cette obſervation eſt générale pour tous » les louches. Ainſi il eſt ſûr qu'ils ne » voyent que d'un œil. »

186. Mais quelle eſt la cauſe de la fauſſe direction que prend l'œil louche? A quoi devons-nous enfin attribuer le ſtrabiſme? On ne peut douter que l'origine de ce défaut dans pluſieurs louches, ne ſoit une mauvaiſe habitude qu'on peut ſouvent détruire. Mais cette cauſe n'étant que particulière, Mr. de Buffon a cherché à en aſſigner une plus générale. Il prétend que l'inégalité de force dans les yeux eſt la cauſe la plus ordinaire du ſtrabiſme. Cette inégalité, lorſqu'elle eſt aſſez grande, doit néceſſairement ſelon lui, produire le regard louche, & voici comment il conçoit qu'elle l'occaſionne.

187. D'abord il remarque que lorſque nos yeux ſont égaux, nous voyons plus diſtinctement & plus clairement avec deux qu'avec un; que lorſqu'ils ſont un peu inégaux, c'eſt-à-dire, qu'ils ont la viſion diſtincte chacun dans des limites un peu différentes, nous voyons (au moins ſelon lui) auſſi bien ou mieux avec un ſeul qu'avec tous les deux; & qu'enfin lorſque les forces, ou les limites de la viſion diſtincte de chacun des deux yeux, ſont trop différentes, alors nous ne voyons plus que confuſément avec les deux yeux, de ſorte que nous nous trouvons obligés pour voir diſtinctement, de détourner l'œil faible & de le mettre dans une ſituation où il ne puiſſe pas nuire. Cependant que l'image eſt diſtincte & correcte dans l'un des deux yeux, il arrive qu'elle eſt confuſe dans l'autre; & l'on conçoit que la confuſion de

Fig. 211 & 212. Par la même raiſon, ſi pendant que les axes optiques *NM*, *OM* ſont dirigés vers un point remarquable *M*, nous conſidérons un objet ou image *q*, placé quelque part dans l'angle

cette dernière image, affecte la ſenſation commune qui réſulte de celles que cette image & l'image diſtincte occaſionnent, & que par conſéquent la viſion eſt alors bien moins nette, que ſi l'ame ne recevait que l'impreſſion de l'image diſtincte. Que quelqu'un, par exemple, voye diſtinctement d'un œil depuis 12 juſqu'à 20 pouces, & de l'autre depuis 8 juſqu'à 14, il eſt clair que depuis 14 juſqu'à 20, l'image ſe peint confuſément dans l'œil qui a le moins d'étendue, tandis qu'elle ſe trace correctement dans l'œil qui en a le plus, & que la viſion eſt par conſéquent plus imparfaite que ſi on ne regardait l'objet qu'avec l'œil le plus fort. Quand donc nous avons les yeux trop inégaux pour qu'ils puiſſent voir enſemble le même objet diſtinctement, comme toutes les fois que nous voyons confuſément, nous faiſons naturellement effort pour voir plus diſtinctement, nous faiſons prendre à nos yeux la ſituation la plus favorable pour voir avec netteté, nous détournons celui qui nuit à la viſion, & l'autre reſte ſeul dirigé à l'objet.

188. Mais eſt-on ſûr, dira-t-on, que l'inégalité de force dans les yeux doive produire le ſtrabiſme ? Ne peut-il pas ſe trouver des louches qui ayent les deux yeux égaux ?

Mr. de Buffon oppoſe des faits à cette objection, & répond que dans tous les louches qu'il a examinés, il a toujours trouvé une différence très-ſenſible dans la diſtance à laquelle leurs yeux appercevaient les objets ; & il ajoûte qu'il a toujours remarqué que l'œil difforme était celui qui voyait le moins loin.

Cette réponſe n'eſt pas cependant ſans replique ; car l'œil difforme pourrait très-ſouvent ne voir moins loin que par le défaut d'exercice qui aurait diminué inſenſiblement ſon étendue, & éteint une partie de ſes forces ; de ſorte que primitivement les deux yeux euſſent pu être égaux ou à peu près.

189. On peut encore objecter qu'il doit être aſſez inutile pour éviter la confuſion, de détourner l'œil faible, parce que de quelque côté qu'il ſe tourne, il doit recevoir d'autres images qui doivent troubler la ſenſation autant qu'elle pourrait l'être de la part de l'image indiſtincte de l'objet qu'on regarde directement.

Mr. de Buffon répond à cela, que ces images étant tout-à-fait différentes, & n'ayant aucune reſſemblance avec l'objet qu'on regarde du bon œil, les ſenſations qui en réſultent doivent être beaucoup plus ſourdes que ne ſerait celle d'une image ſemblable ; ce qu'il confirme par ſa propre expérience. Il dit qu'ayant la vue fort courte & les yeux un peu inégaux, lorſqu'il lui eſt arrivé de ſe ſervir des deux yeux pour lire un petit caractere, il voyait les lettres mal terminées, qu'elles lui paraiſſaient nettes au-contraire lorſqu'il dirigeait ailleurs l'œil faible, & qu'il ne les regardait que de l'œil le plus fort : ce qui prouve que les images différentes de l'objet, ne troublent aucunement la ſenſation ; il n'y a que les images ſemblables, quand elles ne ſe réuniſſent pas exactement. Il y a donc de l'avantage à écarter l'œil faible, afin qu'il s'y peigne une image différente de celle de l'objet qu'on apperçoit du bon œil.

190. On fait encore d'autres objections auxquelles Mr. de Buffon répond d'une manière également plauſible. Au reſte il faut bien ſe garder d'en conclure que ſon hypothéſe ſoit parfaitement établie. Si on l'examine avec quelqu'attention, on la trouve ſujette à d'autres difficultés que celles qu'il s'eſt propoſées. Ce qu'il y a de certain, c'eſt que quoique l'inégalité de force dans les yeux puiſſe occaſionner le ſtrabiſme, cette cauſe n'eſt pas ſi commune ni ſi générale que le penſe Mr. de Buffon ; & il convient lui-même que le ſtrabiſme peut avoir d'autres cauſes. (*Mém. Acad. 1743.*)

191. Mr. l'Abbé Nollet eſt porté à croire par des obſervations qu'il dit avoir faites ſur un grand nombre de louches, qu'il y en a de deux ſortes : » Que les uns le ſont » néceſſairement, & toujours par une mau» vaiſe conformation de l'organe, & les

NMO, ou dans ſon oppoſé fait par le prolongement des axes optiques, cet objet *q* paraîtra en deux endroits, tels que *a* & *b*, ſur les directions des rayons viſuels *Nq*, *Oq* (*Art. 101.*). Car les images de l'objet *q*, ſitué entre les axes optiques, étant renverſées par rapport à ces axes, tombent néceſſairement ſur des portions des rétines ſituées en ſens contraire à l'égard de ces axes, & par conſéquent ſur des endroits qui ne ſe correſpondent point; & c'eſt-là ce qui peut occaſionner la double apparence; parce que dans l'uſage ordinaire de nos yeux les images ne ſont jamais ſituées de cette manière; il ne peut y avoir que celles de deux objets *A* & *B* placés de part & d'autre de la marque *M*. Un de ces objets ſeul étant du même côté des deux axes, aurait ſes images ſur des points correſpondans des rétines, & par conſéquent paraîtrait ſimple. Ajoûtez à cela que d'un ſeul coup d'œil nous ne regardons généralement d'autres objets que ceux qui ſont autour de la marque *M*, à diſtances à peu près égales des yeux, & non ceux qui ſe trouvent dans une ligne qui s'éloigne directement de nous. Car les diſtances de ces objets à l'œil étant différentes, on ne peut les voir diſtinctement tous à la fois, parce qu'il faut pour cet effet changer néceſſairement les diſtances du point de concours des axes optiques, de même que la forme de l'œil, afin que les images formées par des rayons partis d'objets différemment éloignés, ſoient ſucceſſivement diſtinctes.

De même ſi des rayons partis d'un objet *Q*, forment après avoir été rompus ou réfléchis, une image *q* de cet objet derrière les yeux, & qu'un verre ou miroir *AB* ſoit aſſez large pour faire tomber les rayons dans les deux yeux, l'objet *Q* paraîtra toujours Fig. 213, 214 & 215.

» autres ſeulement par habitude ou par » diſtraction; que les premiers voyent des » deux yeux le même objet, & le voyent » ſimple; que les derniers ou ne voyent que » d'un œil à la fois, ou voyent double ce » qu'ils regardent; que ceux-ci par atten- » tion ſur eux-mêmes, peuvent ſe corriger » avec le tems; mais qu'il eſt preſque » impoſſible que la vue des autres ſe » redreſſe, ſur-tout s'ils ſont nés avec ce » défaut, ou qu'ils l'ayent contracté depuis » long-tems. » (*Leçons de Phyſ. tom. v.*)

192. Comme il eſt des louches dans leſquels ce défaut peut être corrigé, Mr. de Buffon avertit que le moyen le plus ſimple & le plus efficace, eſt de couvrir le bon œil pendant un tems, afin que l'œil difforme ſoit obligé d'agir & de ſe tourner directement vers les objets; en peu de tems il en prendra l'habitude, & ſera en état d'agir avec ſon collegue. Au reſte cette méthode ne peut réuſſir, ſelon la remarque de Mr. de Buffon, que ſur des yeux peu inégaux. Il n'eſt pas difficile de voir que des louches de cette eſpece ne le ſont point devenus par une inégalité naturelle de force dans les yeux, mais par diſtraction & par habitude.

double. Car pour voir distinctement, nous sommes accoutumés de diriger les axes optiques à quelque point M situé devant nous. Mais les rayons visuels ANq, BOq par lesquels nous appercevons l'objet, concourent en q derrière les yeux, & par conséquent doivent tomber dans l'intérieur de leurs axes en C & en D, qui ne sont point des endroits correspondans.

Je trouve par expérience que la distance apparente des deux endroits où l'on voit l'objet, est à peu près proportionnelle à la somme des arcs CE, DF sur les rétines, ou à la somme des angles aNM, bOM que chaque axe optique fait avec chaque rayon visuel, si ces arcs sont tous les deux intérieurs ou tous les deux extérieurs aux axes optiques; mais si l'un est intérieur & l'autre extérieur à ces axes, la distance apparente des deux endroits où l'objet paraît, est mesurée par la différence de ces arcs. Car si j'ai supposé jusqu'ici l'objet dans les angles faits par les axes optiques, ce n'a été que pour montrer plus clairement l'effet de la double apparence, & je ne dois pas laisser ignorer qu'on voit encore l'objet double, lorsqu'il est placé sur l'un ou l'autre des axes, ou en dehors de tous les deux, mais beaucoup plus près ou beaucoup plus loin que leur concours. J'ai aussi toujours remarqué que dans toutes ses situations, chaque image a ou b paraît vis-à-vis le même objet A ou B lorsque les deux yeux sont ouverts, comme lorsqu'on en a un de fermé. Et lorsque l'objet, ou l'image q formée par le verre ou par le miroir, est entre les yeux & la marque qu'on regarde, l'œil gauche apperçoit l'image apparente qui est à droit, & l'œil droit celle qui est à gauche, ce dont il est facile de s'assurer en ouvrant & fermant chaque œil tour-à-tour: mais lorsque l'objet, ou son image formée par le verre ou par le miroir, est au-delà de la marque ou derrière les yeux, l'œil droit apperçoit l'image apparente qui est à droit, & l'œil gauche celle qui est à gauche.

Fig. 216 & 217.

Fig. 211.

Fig. 212.

Delà il est évident que les deux endroits a & b où paraît l'objet q, ne peuvent être les mêmes que sa place véritable; qu'ils sont entre la marque qu'on regarde & elle, sans en être que peu éloignés.

Fig. 218. On remarque encore une double apparence, si après avoir appliqué le bout d'une longue regle entre les sourcils, de manière qu'elle ne s'incline ni de part ni d'autre, & que ses deux côtés

regardent l'un la droite & l'autre la gauche, on dirige enſuite l'œil à un objet éloigné; car alors le côté droit de la regle vu par l'œil droit paraît à gauche, & le côté gauche à droit, comme le repréſente la 218e. Figure, dans laquelle PQ eſt la regle, pq une de ſes images vue par l'œil N, & $p'q'$ ſon autre image vue par l'œil O.

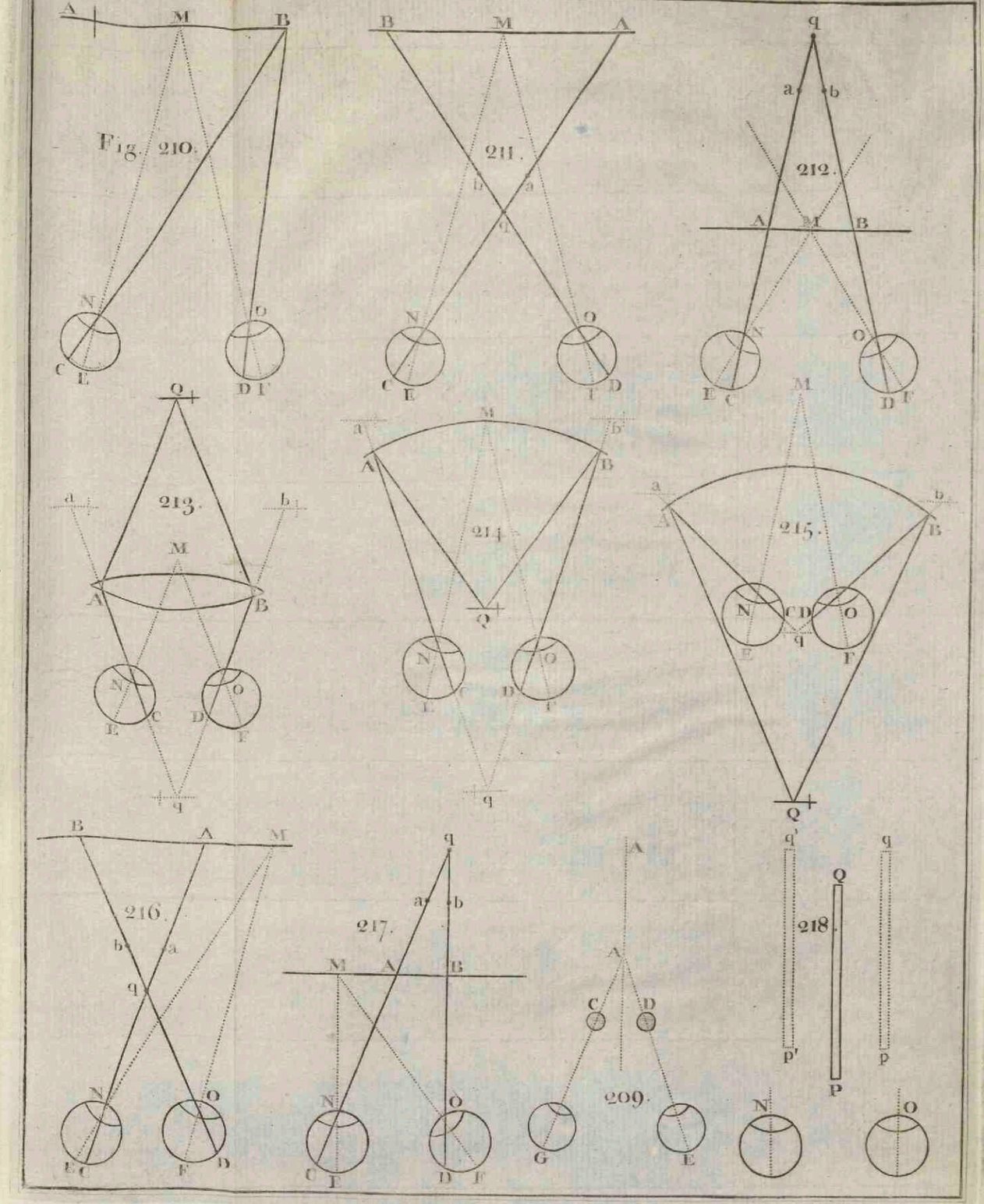
Mais puiſque nous voyons des deux yeux l'objet que nous regardons, & que par conſéquent nous éprouvons une double ſenſation, pourquoi ne le voyons nous pas double? On peut ſe contenter de répondre que c'eſt parce que dans l'uſage ordinaire de nos yeux, dans leſquels les images de l'objet tombent toujours ſur des parties correſpondantes des rétines, le toucher nous a originairement & conſtamment appris que l'objet était ſimple, & qu'en conſéquence nous avons lié l'idée de la place unique qu'il occupe avec la double ſenſation qu'il occaſionne; ce qui ſe trouve confirmé par ce qui arrive quand l'objet n'eſt point repréſenté ſur des parties correſpondantes des rétines, comme dans les cas extraordinaires dont on a parlé ci-deſſus. Car alors on voit l'objet double, ou ce qui eſt le même, on le juge en deux lieux différens; ce qui eſt une conſéquence directe de la manière dont nous voyons habituellement. Mr. Cheſſelden rapporte qu'un homme étant devenu louche par l'effet d'un coup à la tête, vit les objets doubles pendant long-tems, mais que peu à peu il vint à juger ſimples les plus familiers, & que par la ſuite il les jugea tous ſimples comme auparavant, quoique ſes yeux euſſent toujours la mauvaiſe diſpoſition que le coup avait occaſionnée. On ſent combien ce fait appuie ce que nous diſions, que les jugemens que nous portons du nombre & des places des objets ſont entiérement l'effet de l'expérience, qui lie conſtamment les idées de leur nombre & de leurs places, avec les ſenſations réſultantes des impreſſions faites ſur des parties correſpondantes des rétines; de ſorte que ſi un animal avait cent yeux, dans l'uſage ordinaire qu'il en ferait, il verrait toujours les objets ſimples, & centuples dans des cas extraordinaires, tels que ceux qu'on a rapportés.

138. L'idée que nous nous formons de la diſtance à laquelle nous paraît un objet, que l'on nomme *ſa diſtance apparente*, eſt celle d'une diſtance réelle meſurée, ſoit avec la main, ſoit avec le corps

en marchant, ou autrement. Elle nous eſt ſuggerée par la grandeur apparente de l'objet lorſqu'il eſt ſeul, comme lorſque nous voyons un oiſeau dans l'air, un aſtre au travers d'une lunette, &c. Mais ſi nous voyons l'objet environné d'autres objets, comme il arrive ordinairement, nous jugeons de ſa diſtance, tant par ſa grandeur apparente, que par celles des objets intermédiaires entre l'œil & lui. Par exemple, ſi nous en ſommes ſéparés par des champs, des bois, des rivieres, &c. l'étendue de ces différens objets influe beaucoup ſur le jugement que nous portons de ſa diſtance *. Car qu'eſt-ce que la grandeur ou étendue apparente d'un objet, ſinon la diſtance apparente entre deux de ſes extrémités ? & la diſtance que nous appercevons entre deux objets, ou celle d'un objet quelconque à nous, ſinon l'étendue ou grandeur apparente des objets intermédiaires ? Et comme il nous arrive rarement de voir les objets ſeuls, à moins que ce ne ſoit au travers des verres ou dans les miroirs, on ne peut douter que nous ne jugions de leurs diſtances entr'eux, & relativement à nous, par les idées que nous avons de la grandeur de ces objets intermédiaires, en quoi l'on n'ignore pas que nous avons encore beſoin du ſecours de l'expérience & de l'habitude ; car tout le monde ſait que ceux à qui une grande pratique a rendu la meſure des diſtances familiere, comme Arpenteurs, Canonniers, &c. eſtiment les diſtances au coup d'œil, avec bien plus de juſteſſe que ceux qui n'ont pas la même expérience. Quelquefois nous jugeons qu'un corps s'approche de nous par le ſeul accroiſſement de ſa grandeur apparente & réciproquement ; quelquefois nous jugeons à la premiere vue de la diſtance d'un corps qui eſt immobile, quand il nous eſt connu & familier. Car ayant trouvé par l'expérience qu'à une grandeur apparente déterminée d'un corps connu, répond conſtamment une certaine diſtance auſſi déterminée, la ſenſation de la grandeur apparente de ce corps, excite auſſi-tôt & immédiatement l'idée que nous nous ſommes formée de ſa

* Cela eſt ſi vrai, que plus les objets interpoſés entre nous & celui de la diſtance duquel nous voulons juger, ſont en grand nombre & ont d'étendue, plus nous jugeons cet objet éloigné ; & que quand ces objets intermédiaires ſont inviſibles, ou qu'ils ſont trop petits pour être apperçus, nous jugeons alors l'objet beaucoup plus proche qu'il n'eſt en effet.

diſtance ;


Fig. 210.
211.
212.
213.
214.
215.
216.
217.
218.
209.

distance ; & il est clair que cette sensation a souvent tout ce qu'il faut pour réveiller sur le champ cette idée. Car que la distance d'un objet varie, son image tracée au fond de l'œil ne souffre de changement que dans sa grandeur ; sa figure, sa couleur, sa clarté & sa distinction, n'en éprouvent point de sensible dans beaucoup de cas ; & l'on sait que pour qu'une idée en fasse naître une autre, il suffit de les avoir toujours remarquées accompagnées l'une de l'autre.

Enfin j'ai trouvé par quantité d'expériences faites avec toutes sortes de verres, que lorsqu'on fait augmenter la grandeur apparente d'un objet par quelque mouvement imprimé au verre, à l'œil ou à l'objet, il paraît toujours approcher, & qu'au contraire il paraît s'éloigner lorsque sa grandeur apparente diminue * ; il faut cependant excepter un cas particulier ou deux dont on

* Voici quelques-unes des expériences par lesquelles je me suis assuré (c'est l'Auteur qui parle) que dans la vision réfléchie ou réfractée, la distance apparente de l'objet diminue, lorsque sa grandeur apparente augmente, & réciproquement, de même que dans la vision directe.

193. I. Exp. Si on regarde des objets éloignés au travers d'un verre concave, & qu'on éloigne l'œil de ce verre en tenant l'autre fermé, les grandeurs de ces objets paraîtront diminuer continuellement, & leurs distances rélativement à l'œil paraîtront augmenter sans cesse. Le contraire arrive quand on avance l'œil vers la lentille.

194. II. Exp. Si tenant l'œil fixe au même endroit, on éloigne le verre par degrés, les grandeurs apparentes des objets éloignés iront sans cesse en diminuant, & leurs distances apparentes de l'œil augmenteront continuellement, même quand on éloignerait le verre jusqu'à la moitié de la distance réelle des objets. Si on rapproche le verre de l'œil, on voit tout le contraire.

195. III. Exp. Si on se sert d'un miroir convexe au lieu du verre concave, les grandeurs & les distances apparentes des objets éloignés, situés latéralement derrière l'œil, éprouveront des changemens réciproques comme dans les expériences précédentes.

196. IV. Exp. Qu'on regarde maintenant des objets éloignés au travers d'un verre convexe, & qu'après avoir placé l'œil tout contre ce verre, on l'en écarte, les grandeurs apparentes des objets augmenteront continuellement, & leurs distances apparentes de l'œil diminueront pendant tout le tems qu'on les verra droits ; & lorsqu'ils viendront à paraître renversés, si on continue d'éloigner l'œil, leurs grandeurs apparentes diminueront, & leurs distances apparentes de l'œil augmenteront continuellement.

197. V. Exp. Si supposant l'œil toujours au même endroit, on met d'abord le verre tout contre, & qu'ensuite on l'éloigne par degrés, les grandeurs & les distances apparentes des objets éloignés, varieront réciproquement & dans le même ordre que dans l'expérience précédente, quand même on porterait le verre jusqu'à la moitié de la distance des objets.

198. VI. Exp. Si au lieu d'un verre convexe on se sert d'un miroir concave d'une grande sphéricité, les grandeurs & les distances apparentes à l'œil des objets éloignés, situés latéralement derrière l'œil ou la tête, éprouveront de même des changemens réciproques. On peut voir dans les Articles 106 & 110 la raison de ces changemens dans la grandeur apparente. Quant aux changemens correspondans de la distance apparente, nous en donnerons bientôt une raison qui aura lieu dans tous les cas.

parlera ci-après ; & ces expériences me paraiſſent mettre la queſtion à l'abri de toute diſpute. Car ne regardant au travers de ces verres qu'un objet unique & d'un œil ſeul, comment,

199. Il faut remarquer que les changemens de la grandeur & ceux de la diſtance apparente ſe correſpondent tellement, que ſi la première varie avec promptitude ou avec lenteur, la ſeconde variera de même promptement ou lentement ; ce dont on s'aſſure aiſément, ſoit en mouvant l'œil ou le verre avec viteſſe ou avec lenteur, ou en ſe ſervant de verres d'une courbure plus grande ou plus petite. Les variations lentes de la grandeur & de la diſtance apparentes, ſe font encore remarquer dans les miroirs plans.

200. On remarque de plus dans toutes ces expériences, que quand l'œil eſt contre le verre ou le miroir, les grandeurs & les diſtances apparentes de tous les objets ſont les mêmes qu'à la vue ſimple, & que lorſque l'œil & le verre ſont ſéparés l'un de l'autre, la diſtance apparente varie réciproquement, comme la grandeur apparente ; c'eſt-à-dire, que lorſque l'une devient double ou triple, l'autre eſt réduite à la moitié ou au tiers de ce qu'elle était, autant qu'il eſt poſſible de s'en aſſurer à la vue ; ce que chacun peut voir par lui-même en comparant les apparences des mêmes objets vus au travers d'un verre ou dans un miroir, & à la vue ſimple par les côtés de ce verre ou de ce miroir.

201. Mais de ſemblables rapports de diſtances & même de grandeurs apparentes, ne pouvant être déterminés exactement à la vue ſeule, ſur-tout lorſqu'ils ſont exprimés par de grands nombres, une regle générale déduite des rapports & des expériences les plus ſimples, eſt abſolument néceſſaire pour conduire nos recherches dans des cas plus compliqués, & examiner juſqu'à quel point les apparences & les cauſes que nous leur aurons aſſignées s'accordent en quantité.

202. On eſt d'ailleurs d'autant plus fondé à établir une ſemblable regle, que dans la viſion réfléchie ou réfractée, comme dans la viſion ſimple, les diſtances apparentes des objets qu'on apperçoit clairement, ne ſont nullement ſoumiſes au pouvoir de l'imagination, & qu'elle n'y peut rien changer ; que par conſéquent elles ſont déterminées en elles-mêmes, & qu'elles ont des rapports & des cauſes qui le ſont. C'eſt ce que prouve l'expérience ſuivante, en faiſant voir que tout le monde s'accorde dans le jugement que chacun porte de la meſure de la diſtance apparente dans la viſion par les verres ou par les miroirs. Pluſieurs perſonnes ayant voulu eſſayer de lire avec un téleſcope de Gregori une Gazette placée fort loin, je leur demandai ſéparément à quelle diſtance elles la jugeaient, & quelle était celle à laquelle je devais m'approcher ou m'éloigner d'elle, pour que je leur paruſſe à la vue ſimple à la même diſtance que celles où elles jugeaient la Gazette. Ayant marqué les différens endroits où chacune d'elles m'avait dit de m'arrêter, j'y trouvai peu de différence ; ce qui eſt d'autant plus remarquable que l'expérience fut faite aſſez groſſiérement ; que les objets étaient de différentes eſpéces ; & que les ſpectateurs étaient d'âges différens : quelques-uns d'eux étaient des enfans.

203. Puis donc qu'il eſt de fait que les quantités de la grandeur & de la diſtance apparentes ont entr'elles une liaiſon conſtante & régulière, il ne reſte plus que d'en rechercher l'origine. En décrivant les expériences ci-deſſus, j'ai ſuppoſé les objets éloignés, non qu'elles ne réuſſiſſent pas également quand les objets ſont proches, mais parce qu'elles ſont un peu plus ſimples, & que d'ailleurs l'œil peut d'un ſeul aſpect appercevoir un plus grand nombre d'objets éloignés dans toutes ſortes de poſitions. Ce qui fait voir que c'eſt la même cauſe agiſſant de la même manière dans tous les cas, qui occaſionne les jugemens que nous portons de leurs diſtances. Or puiſque quiconque regardera ces objets au travers d'un verre concave, conviendra les trouver tous plus petits dès la première vue, préciſément comme s'il les appercevait à la vue ſimple à une plus grande diſtance, rien de plus clair, ce me ſemble, que cette apparence plus petite

lorſqu'on ne voit rien dans l'eſpace qui ſépare cet objet de l'œil, les différentes grandeurs apparentes de cet objet ſuggereraient-elles les idées de différentes quantités de cet eſpace qu'on ne voit point, ſi ces idées n'étaient pas ordinairement accompagnées l'une de l'autre, avant qu'il fût queſtion de ſe ſervir des verres ?

Je trouve auſſi qu'en altérant les degrés de clarté & de diſtinction apparentes d'un objet, ſoit en regardant par de petits trous d'épingle, ou au travers de lentilles de différentes figures que je mettais contre mon œil ; ſoit enfin en employant ces deux moyens à la fois, c'eſt-à-dire, en regardant par les trous d'épingle au travers des verres en les mettant l'un contre l'autre & contre mon œil ; il n'en réſulte aucun changement ſenſible dans la grandeur (*Art. 109* & *117.*) ni dans la diſtance apparentes. La raiſon en eſt que nous n'avons point appris à juger à la vue ſimple de ces choſes par la confuſion ou la diſtinction apparente. Ainſi quoique dans l'uſage que nous faiſons de ces verres nous appercevions très-bien les différens degrés de confuſion & de diſtinction, nous n'en ignorons pas moins à quelle diſtance ils peuvent appartenir.

On peut dire la même choſe des degrés de clarté & d'obſcurité. De jour les objets paraiſſent avoir la même clarté à toutes les diſtances médiocres de l'œil (*Art. 93.*) ; & la nuit que nous les voyons plus obſcurément, nous conſervons à-peu-près les mêmes idées de leurs diſtances.

C'eſt principalement par les couleurs & les ombres des corps que nous diſcernons leurs formes ou figures apparentes, & la figure jointe à la couleur les partage naturellement en diverſes eſpeces ; mais ces deux qualités étant permanentes, il n'eſt pas poſſible qu'on diſtingue par elles les diſtances apparentes.

Si on applique l'œil au bout d'une ligne indéfinie, il eſt certain qu'on ne diſtingue & qu'on ne ſent nullement la divergence des rayons qui partent de ſes différens points. Nous ne pouvons donc juger de la diſtance par la divergence des

excite auſſi-tôt l'idée d'une diſtance plus conſidérable, parce que nous ſommes faits dès l'enfance à lier conſtamment ces deux idées ; & la même choſe ſe peut dire des apparences plus grandes, & par conſéquent plus proches des objets vus au travers d'un verre convexe, ou dans un miroir concave. Nous entrerons ſur tout cela dans un peu plus de détail dans les Notes de l'Article 148.

rayons qu'envoient des points visibles. Quelquefois il est vrai il résulte de cette divergence certains degrés de distinction & de confusion ; mais on ignore, comme je l'ai déja dit, le rapport qu'ils ont avec la distance. De plus, dans la vision par les verres & par les miroirs, nous avons des idées d'autant de différens degrés de distance, lorsque les rayons ont leur point de concours derrière l'œil, & que par conséquent ils y entrent convergens, comme lorsqu'ils l'ont devant, & que l'œil les reçoit divergens, comme on le fera voir ci-après. La divergence des rayons qu'envoie un objet, n'est donc point ce qui nous le fait paraître à l'endroit où il est. C'est aussi un fait que dans la peinture & dans la perspective *, les idées que nous nous formons à la vue des lieux des objets qu'un tableau représente, sont tout-à-fait différentes des idées raisonnées que nous nous formons des endroits d'où les rayons divergent ; différence qui est occasionnée par les différentes grandeurs apparentes des objets connus peints dans le tableau. Il n'est pas moins évident que les jugemens que nous portons à la vue des endroits des parties éloignées d'une longue promenade ou d'une galerie, de ceux des nuages & des corps célestes, sont absolument différens des jugemens raisonnés que nous portons de ceux d'où les rayons viennent en divergeant, comme on le verra bientôt plus en détail.

La grandeur des angles du triangle formé par les axes optiques & l'intervalle des deux yeux, ne peut rien nous apprendre

204. * C'est avec raison que pour montrer que les objets ne paraissent pas toujours à l'œil nud aux endroits d'où les rayons divergent, mais fréquemment dans d'autres endroits, où leur grandeur apparente les fait juger : nous citons en preuve la perspective & la peinture. Car voici les maximes qui y sont universellement suivies. 1°. De diminuer les dimensions des figures des objets, à proportion que les objets mêmes sont plus éloignés de l'œil, afin que par les grandeurs des figures on puisse toujours juger de la distance des objets. 2°. De rendre les contours des figures plus faibles ou plus sensibles, selon que les objets sont plus ou moins éloignés. 3°. Enfin de ne point marquer les parties les plus petites des petites figures, sur-tout celles qui se trouvent sur leur contour, & de ne faire qu'esquisser le reste legerement & d'une manière vague & indéterminée, à proportion que les objets sont plus éloignés. Parce que tandis qu'un objet s'éloigne de l'œil, la grandeur apparente de cet objet entier, de même que celle de ses diverses parties, décroît continuellement, & son contour ne formant qu'une ligne, ne paraît bientôt plus que faiblement, & se confond peu après avec les couleurs des objets contigus : il disparaît alors, & bientôt les parties les plus petites qui en sont voisines, en font autant, de même que toutes les autres petites parties ; de sorte qu'à la fin il ne reste plus que l'apparence des parties grossieres d'une figure confuse indéterminée. Or, ce que l'on remarque dans tout cela, c'est principalement la diminution de la grandeur apparente du tout & de ses parties.

non plus ſur la diſtance. Car ces angles changent néceſſairement tous en tournant la tête de côté, tandis que nous regardons un objet juſqu'à ce qu'à la fin nous le voyons d'un œil ſeul à la même diſtance qu'avec les deux : ce qui montre en même tems que l'apparence faible & confuſe des objets collatéraux n'occaſionne point de changement dans les idées que nous avons de leurs diſtances.

Je crois donc pouvoir conclure de tout ce qui vient d'être dit, que l'*idée de la grandeur de l'objet eſt ce qui nous donne celle de ſa diſtance* *.

205. * Il ne faut pas cependant en conclure que nous ne jugions jamais de la diſtance que par la grandeur apparente. Cette cauſe eſt bien la principale & celle dont l'influence ſe fait le plus ſouvent remarquer, ſur-tout quand les objets ne ſont point trop éloignés, & que nous les appercevons diſtinctement eux & leurs diſtances ; mais elle n'eſt certainement pas la ſeule, au moins dans la viſion directe. Il eſt d'autres cauſes dont l'Auteur même admet quelquefois le pouvoir, qui concourent, dans certains cas, à nous faire juger de la diſtance, & qui modifient la cauſe générale.

206. Nous avons déja remarqué qu'un objet paraît plus ou moins éloigné, ſuivant qu'on apperçoit plus ou moins d'objets interpoſés entre l'œil & lui ; & même a-t-on lieu de croire que le nombre de ces objets & leur étendue, ſont ce qui nous détermine le plus dans le jugement que nous portons de ſa diſtance.

207. Quelquefois ce n'eſt pas tant la grandeur apparente d'un corps que nous connaiſſons qui nous fait juger de ſa diſtance, que la comparaiſon que nous faiſons de cette même grandeur avec ſa grandeur réelle. Nous ſavons par exemple qu'une tour a 300 pieds de haut ; lorſque nous en ſommes éloignés, elle nous paraît petite & peu élevée : nous nous en jugeons alors à une grande diſtance. (*Eſſai de Phyſique de Muſſchembroek.*)

208. La diſtinction & la clarté avec leſquelles nous voyons les objets, contribuent encore à nous faire juger de leurs diſtances ; & l'effet de ces deux cauſes combinées, eſt comme l'on ſait, de nous faire juger l'objet plus proche ; parce qu'effectivement nous ne voyons pour l'ordinaire d'une manière claire & diſtincte que les objets proches, & que par conſéquent l'idée de proximité ſe trouve liée à celles de netteté & de clarté.

209. C'eſt ce qui fait que nous jugeons éloignés les objets qui nous paraiſſent faibles & indiſtincts : à quoi contribue encore l'habitude où nous ſommes de ne voir qu'indiſtinctement & faiblement les objets éloignés. Ce qui provient d'un côté de la trop grande petiteſſe de l'image tracée au fond de l'œil, dont les parties trop rapprochées ſe pénétrent en quelque ſorte & ſe confondent ; & de l'autre de ce que les rayons de lumière qu'envoie l'objet, ſont interceptés en partie par l'air groſſier compris entre l'objet & l'œil ; ce qui fait qu'on le voit plus faiblement à proportion qu'il eſt plus éloigné, la lumière faiſant alors une perte d'autant plus conſidérable.

210. Cependant il faut convenir qu'il y a des phénomenes qui ſemblent dépendre de ces cauſes dont l'Auteur rend raiſon d'une manière aſſez plauſible, à l'aide du principe de la grandeur apparente. Par exemple, pourquoi certains objets éloignés fort étendus, comme des Montagnes, des Villes, &c. vus au travers d'un air plus tranſparent & plus pur que d'ordinaire, paraiſſent ſenſiblement plus proches qu'ils ne paraiſſent en général lorſque l'air eſt plus groſſier & chargé de vapeurs. Voici ſon explication. L'idée d'une grandeur plus petite ou plus grande, n'eſt pas une ſimple idée d'une plus petite ou d'une plus grande

139. Delà il ſuit qu'un objet vu par réfraction ou par réflexion, *paraît à la même diſtance de l'œil, que celle où nous le jugeons d'ordinaire à la vue ſimple, lorſque nous le voyons de la même grandeur qu'à travers les verres ou dans les miroirs* *. Pour déter-

ſurface uniforme ; elle renferme de plus l'idée d'un nombre plus petit ou plus grand de parties diſtinctes de l'objet connu, non imaginées, mais actuellement apperçues. Or puiſque les petites parties d'un objet connu, dont un air groſſier nous dérobe ordinairement la vue, ſe découvrent & s'apperçoivent plus clairement dans un air plus pur, l'objet doit paraître un peu plus près à travers l'air plus pur, qu'à travers l'air plus groſſier, & preſqu'à la même proximité à laquelle on le verrait, ſi on s'en approchait aſſez pour découvrir autant de petites parties dans un air plus groſſier, qu'on en a apperçu d'une plus grande diſtance dans un air plus pur. Je dis, preſqu'à la même proximité ; parce que l'objet entier nous paraiſſant plus grand lorſque nous le voyons de plus près, ſon apparence plus grande contribuera de ſon côté, s'il nous eſt connu & familier, à en diminuer la diſtance apparente ; à quoi contribuera auſſi la vue d'une moindre étendue de pays interpoſée.

* La détermination de la diſtance apparente d'un objet vu par réflexion ou par réfraction, ou ce qui revient au même, du lieu où nous rapportons l'image dans un verre ou dans un miroir, eſt une des queſtions les plus difficiles de l'Optique. Aucune d'elles n'a autant exercé les Opticiens, & ne leur a fait faire tant d'efforts. On va voir s'ils ont été heureux.

211. Euclides, Alphaſen, le P. Tacquet & preſque tous les Opticiens avaient pris pour principe, qu'un objet vu par réflexion ou par réfraction, eſt apperçu à l'endroit où le rayon réfléchi ou rompu prolongé, coupe la perpendiculaire menée de l'objet ſur la ſurface réfléchiſſante ou réfringente. La vérité de ce principe dans les miroirs plans, & l'expérience d'une ligne droite plongée en partie & perpendiculairement dans l'eau, dont l'image de la partie plongée paraît, du moins à la première vue & dans certaines circonſtances, former une ligne droite avec la partie hors de l'eau, furent ſelon toute apparence ce qui les déterminerent à étendre ce principe aux autres ſurfaces. En y réfléchiſſant un peu, il était cependant facile d'appercevoir que cela faiſait des cas bien différens.

212. Il y aurait eu moins de différence entre ces cas, s'il était tombé dans l'eſprit des anciens Opticiens de placer l'image dans l'endroit où le rayon réfléchi ou rompu rencontre la perpendiculaire menée de l'objet, non à la ſurface réfléchiſſante ou réfringente, mais à la ligne droite qui touche cette ſurface au point de réfraction ou de réflexion. » Car enfin, dit Mr. d'Alembert, Auteur de cette idée, ce point eſt » celui par lequel le rayon viſuel eſt envoyé à l'œil ; & ce rayon y eſt envoyé » de la même manière, que ſi le rayon » incident tombait ſur une ſurface plane, » qui touchât au point de réflexion ou de » réfraction, la ſurface réfléchiſſante ou » rompante. Il ſerait donc plus naturel de » rapporter le lieu de l'image à la perpendiculaire menée ſur cette tangente, qu'à » la perpendiculaire menée ſur la ſurface, » laquelle eſt abſolument indépendante de » la poſition du rayon réfléchi ou rompu, » & du point réfléchiſſant ou rompant. »

213. Au reſte, ſi les anciens Opticiens ont eu tort d'étendre trop leur principe, nous devons convenir qu'il y en a eu, tels que le P. Tacquet, qui ſe ſont apperçus qu'il y avait des cas où l'expérience lui était contraire. Mais ils étaient bien loin de ſoupçonner qu'elle ne lui était rien moins que favorable dans le cas même où elle leur ſemblait l'être le plus. C'eſt du moins ce que Barow a prétendu prouver. Selon lui, l'expérience que nous avons rapportée, faite avec l'attention convenable, ne ſert qu'à montrer l'inſuffiſance de ce principe. Si on plonge, dit-il, en partie & perpendiculairement dans l'eau un fil blanc chargé d'un plomb à ſon extrémité inférieure, & qu'on regarde obliquement, on apperçoit diſtinctement l'image de la partie plongée,

miner cette distance dans tous les cas, imaginons qu'un rayon *OA* parte de l'œil placé en *O*, & qu'après la dernière réfraction ou réflexion, il ait pour foyer le point *o* dans l'axe com- Fig. 219, 220, &c. jusqu'à 248.

qu'on voit par réfraction, séparée de l'image de la partie hors de l'eau, qu'on voit par réflexion. Cette dernière image étant certainement dans la perpendiculaire, la premiere n'y est donc pas; ce qui prouverait, si les choses sont comme Barow le dit, que dans la réfraction, l'image de l'objet ne paraît point à l'endroit où le rayon rompu & la cathete d'incidence se coupent.

214. Il ne s'agirait plus que de savoir si l'expérience de Barow est bien vraie, bien exacte. Mr. d'Alembert en doute fort. L'ayant répétée, il a remarqué que quand le fil & l'eau sont bien en repos, les deux images paraissent presque toujours se confondre, ou du moins se couvrir. Au reste, si cette expérience est contraire au principe des anciens, ou du moins ne prouve point en sa faveur, Mr. d'Alembert en cite une autre plus commune qui paraît lui être favorable, au moins quant à la réfraction aux surfaces planes. » Un bâton plongé, dit-il, » obliquement dans l'eau, & vu de côté, » est vu brisé, & la partie brisée semble » être dans le même plan perpendiculaire » où se trouve la partie qui est hors de » l'eau : ce qui prouve que dans ce cas » l'image de chaque point est vue dans la » cathete d'incidence. »

215. D'où nous pouvons conclure avec le savant Géometre que nous venons de citer, que le principe des anciens qui est vrai dans le cas de la réflexion sur les surfaces planes, pourrait l'être encore au moins sensiblement dans celui de la réfraction aux mêmes surfaces; mais il ne paraît pas qu'il soit applicable au cas de la réflexion ou de la réfraction aux surfaces courbes. Nous rapporterons plus bas une expérience qui le renverse totalement dans ce cas; & nous devons ajoûter que Mr. d'Alembert fait une remarque qui lui est également contraire. C'est que si ce principe avait lieu dans les miroirs convexes, l'image de l'objet paraîtrait quelquefois hors du miroir, ce qui ne semble pas devoir jamais arriver.

216. Barow mécontent de ce principe, & l'ayant entiérement rejetté, en chercha un autre. Celui qu'il trouva semble d'abord bien mieux fondé, plus général, & pour tout dire a été suivi par Mr. Newton même. Selon Barow un point quelconque d'un objet vu par réflexion ou par réfraction, paraît toujours au point de concours des rayons réfléchis ou rompus qui entrent dans l'œil. Car les rayons du faisceau qu'un point d'un objet envoie sur la surface réfléchissante ou réfringente, arrivent à l'œil & entrent dans la prunelle, après avoir souffert une ou plusieurs réfractions ou réflexions, comme s'ils venaient du point où ils concourraient étant prolongés. » Les rayons *OF*, *Of* » (*Fig. 249.*) qui partent d'un objet, & » qui sont réfléchis ou rompus avant d'arri- » ver à l'œil & d'entrer dans la prunelle » *LN*, y arrivent comme s'ils venaient » directement du point *E*, où les rayons » réfléchis ou rompus *FL*, *fN* concour- » raient étant prolongés, s'il est nécessaire. » Or comme les rayons *FL*, *fN* sont fort » près l'un de l'autre, à cause du peu de » largeur de la prunelle, leur point de » concours *E* est sensiblement le même que » si les rayons *FL*, *fN* étaient infiniment » proches; c'est-à-dire, que c'est le point où » le rayon *FL* touche la caustique par » réflexion ou par réfraction, & par consé- » quent ce point est celui, où selon Barow, » l'on voit l'objet. (*Mr. d'Alembert, Opus- » cules Mathémat.*) »

217. Tout vraisemblable que paraît ce principe, Barow avoue lui-même que l'expérience lui est quelquefois contraire. Il en rapporte à la fin de ses Leçons un cas que voici. Qu'on place un point visible *A* (*Fig. 250 & 251.*) au-delà du foyer d'un verre convexe ou d'un miroir concave *EBF*, & qu'on mette ensuite l'œil quelque part entre le verre ou le miroir, & l'image *Z*. Suivant le principe dont nous parlons, on devrait voir cet objet à une distance immense. Car moins les rayons par lesquels on apperçoit un objet, ont de divergence en entrant dans l'œil, plus (*seclusis prænotionibus & præjudiciis*, pour

mun OCQ de toutes les ſurfaces ; ſoit un objet PQ ſitué perpendiculairement à OQ, rencontré par ce rayon au point P ; & ſoit enfin menée parallélement à l'axe OQ une droite Pp'

me ſervir des termes de Barow) il doit paraître éloigné ; & quand ils ſont paralleles on doit le juger le plus éloigné qu'il eſt poſſible. Il ſemble donc que ſi les rayons ſont convergens, on doive le voir plus loin encore, ſi cela ſe pouvait. Cependant l'expérience prouve le contraire. Selon la différente poſition de l'œil entre les points B & Z, on voit l'objet A différemment éloigné, mais on ne le voit preſque jamais au-delà de l'endroit où il eſt (ſi même cela arrive jamais) ; on le voit au contraire ſouvent beaucoup plus près, ſuivant la place qu'occupe l'œil ; nous devons même ajoûter que plus les rayons qui entrent dans l'œil ſont convergens, plus l'objet paraît proche. Si on applique l'œil tout contre le verre ou le miroir en B, on voit l'objet confuſément, à peu près à ſa place au travers du verre, & dans le miroir, à une diſtance égale à celle où il eſt de ce miroir. Si on éloigne l'œil du verre ou du miroir comme en O, la confuſion augmente & l'œil parait s'approcher. Si l'œil s'éloigne davantage, la proximité apparente augmente avec la confuſion. Enfin lorſque l'œil ſera fort près de l'image ou point de concours des rayons, comme en Q, l'objet paraîtra tout contre l'œil, & la confuſion ſera extrême.

218. Il eſt viſible que dans cette expérience l'œil ne reçoit que des rayons convergens, dont par conſéquent le point de concours eſt derrière lui, loin d'être devant. Cependant il voit l'objet devant lui, & juge au moins confuſément de ſa diſtance. Cette expérience ſemble donc renverſer le principe de Barow, & il avoue lui-même qu'elle forme une difficulté à laquelle il ne connaît point de réponſe. Mais il obſerve en même-tems qu'elle détruit ſans retour le principe des anciens, & que même elle avait forcé long-tems auparavant le P. Tacquet de l'abandonner. Effectivement ce Pere avait examiné ce qui arrive quand l'objet étant au-delà du centre d'un miroir concave, on met l'œil près du miroir ; & ayant remarqué qu'on voyait l'image droite, quoiqu'elle dût paraître renverſée ſi elle était dans les perpendiculaires (qui ſe coupent néceſſairement au centre du miroir) menées par les extrémités de l'objet ſur le miroir, en conclut que le principe qu'il ſuivait était faux, & dès-lors le rejetta tout-à-fait.

219. La difficulté que nous avons rapportée d'après Barow contre ſon principe, n'eſt pas cependant auſſi forte qu'il l'avait penſé. Mr. d'Alembert croit même qu'elle l'affaiblit peu. » Car, dit ce grand Géo» metre, quand les rayons entrent dans » l'œil convergens, la viſion doit être » confuſe ; & le principe ne peut s'étendre » qu'aux rayons qui entrent dans l'œil diver» gens. 1°. Parce que ces rayons ſont les » ſeuls qui puiſſent produire une viſion » diſtincte, & par conſéquent une vue » nette de l'image ; 2°. parce que les rayons » convergens ſe réuniſſent derrière l'œil, » où certainement on ne peut rapporter » l'image dont on n'a d'ailleurs qu'une » viſion confuſe. »

220. Ainſi en réduiſant ce principe dans de juſtes limites, c'eſt-à-dire, en le bornant aux rayons qui entrent divergens dans l'œil, il paraît que l'expérience citée ne lui porte point d'atteinte. Il pourrait donc ſubſiſter s'il ne ſouffrait pas d'ailleurs d'autres difficultés auxquelles on ne voit pas de réponſe.

221. D'abord il eſt facile de faire voir que la divergence des rayons qui entrent dans l'œil, nous inſtruit ſouvent auſſi peu de la diſtance ou du lieu apparent que leur convergence, qui ne doit rien nous apprendre du tout. Car ſi on répéte l'expérience dont nous venons de parler, ſoit avec la lentille, ſoit avec le miroir, en mettant un verre concave contre l'œil, on s'apperçoit ſur le champ que ce verre ne change point la diſtance apparente de l'objet ; ce dont on s'aſſure aiſément en ôtant & remettant alternativement le verre concave, & en comparant les apparences. Si la diſtance focale Bb (*Fig. 252 & 253.*) du verre concave B eſt plus petite que celle du verre convexe A, les rayons qui viennent

qui

qui coupe en p' le rayon OA prolongé, s'il eſt néceſſaire. Alors ſuppoſant que l'objet ſoit tranſporté en $p'q'$, & qu'enſuite on le regarde à la vue ſimple ; puiſqu'on le voit ſous le même angle

d'un point Q d'un objet éloigné, tomber ſur le verre A, & qui ont, après l'avoir traverſé, leur point de concours en q, étant interceptés & réfractés de nouveau par le verre concave B, entreront dans l'œil en divergeant d'un point k, pourvu que les verres A & B ſoient aſſez près l'un de l'autre, pour que le foyer b du verre B tombe entre ce verre & l'image q (*Art. 48.*). Il eſt clair alors que l'objet paraît à la même diſtance, ſoit qu'on regarde au travers du verre, & qu'on apperçoive par conſéquent l'objet par des rayons qui divergent de k, ou qu'ôtant cet oculaire on voye l'objet par des rayons qui concourent en q. La diſtance apparente de l'objet ne dépend donc point des endroits où les rayons ont leur concours. Ce qui achève de le prouver, c'eſt que faiſant tomber ce concours par tout où l'on voudra, en appliquant contre l'œil en B différens verres concaves ou convexes, la diſtance apparente eſt toujours la même que celle à laquelle on voit l'objet quand ces verres n'y ſont pas. Enfin ſi l'on recule l'œil & l'oculaire vers le point de concours q ; pendant que le foyer principal b s'approche de q, & paſſe au-delà, le point k s'éloigne à l'infini, & delà revient enſuite par derrière l'œil ; & cependant la diſtance apparente varie pendant tout ce tems-là exactement dans la même proportion que dans l'expérience de Barow, dans laquelle les rayons entrent dans l'œil en convergeant vers un point q derrière la tête. Or, tout cela montre clairement que la divergence des rayons ne ſert nullement à nous faire juger de la diſtance, au moins avec un œil ſeul. Ces expériences prouvent également contre le principe des anciens.

222. Les mêmes expériences répétées ſur des objets vus dans un miroir ordinaire, montrent que des verres concaves ou convexes appliqués contre l'œil, n'apportent aucun changement dans la diſtance apparente de ces objets, quoique la dernière image de laquelle les rayons qui entrent dans l'œil divergent, ou vers laquelle ils convergent après avoir traverſé ces différens verres, tombe dans des endroits différens & tels qu'on juge à propos. Voilà donc encore le principe de la divergence en défaut.

223. Mais ce n'eſt pas ſeulement dans la viſion réfléchie ou réfractée que ce principe eſt inſuffiſant : dans la viſion ſimple il manque abſolument. Ceux qui ſe ſervent de lunettes & de verres concaves pour remédier aux défauts de leurs yeux, voyent très-diſtinctement au travers ; il en eſt de même de ceux qui n'ont pas ces défauts, pourvu que les verres ne ſoient ni trop convexes ni trop concaves. Or lorſqu'ils mettent ces verres contre leurs yeux, ils apperçoivent les objets à peu près de la même grandeur & à la même diſtance qu'à la vue ſimple. Mais alors les rayons des pinceaux n'entrent point dans l'œil en divergeant du lieu où eſt l'objet : ſi le verre eſt concave, ils y entrent comme s'ils venaient de beaucoup plus près ; & s'il eſt convexe, comme s'ils partaient de beaucoup plus loin, ou même qu'ils concouruſſent derrière l'œil ; & cependant l'objet paraît à ſa place ordinaire. Lors donc que nous regardons un objet à la vue ſimple, la divergence des rayons qui en viennent ne peut être cauſe qu'il nous paraiſſe à l'endroit où il eſt. Nous ne ſommes pas même ſûrs de l'y voir en effet quand il eſt près de nous ; peut-être ne le voyons-nous qu'aux environs. Quant aux objets éloignés, il eſt évident qu'on ne les voit point, même à la vue ſimple, aux endroits où l'on ſait qu'ils ſont, mais quelquefois plus près, quelquefois plus loin, &c. On en peut voir des exemples dans les Art. 158, 159, &c. juſqu'à 163, & dans les Art. 169 & 170, & dans les Notes qui leur appartiennent. La divergence des rayons qui viennent d'un objet n'eſt donc point ce qui nous le fait rapporter dans ſon lieu, même à la vue ſimple.

224. Mr. d'Alembert fait d'autres difficultés. Il commence d'abord par montrer que ſi le principe de Barow était vrai, on devrait voir ſouvent l'image double. » Car » la poſition des yeux peut être telle, dit-» il, que les rayons réfléchis ou rompus » qui entrent dans chaque œil, & qui par-

$p'Oq'$ ou AOC qu'on le voyait, au travers du verre ou dans le miroir, lorſqu'il était en PQ, on le verra auſſi de la même grandeur, & conſéquemment à la même diſtance dans l'un &

» tent d'un même point, ſoient ſenſible-
» ment différens, & forment entr'eux un
» grand angle. Suppoſant donc que ces
» rayons concourent entr'eux, il faudrait
» que ce concours fût le même que le
» point E (*Fig.* 249.) de la cauſtique pour
» chaque rayon. Or c'eſt ce qui arrivera
» très-rarement. Dans tout autre cas, il y
» aura deux points E ou deux lieux de
» l'image très-ſenſiblement différens pour
» chaque œil, & par conſéquent l'image
» paraîtrait double : ce qui eſt contraire à
» l'expérience. Donc l'image n'eſt pas vue
» au point E. »

225. Il y a plus, c'eſt que d'un œil ſeul on devrait, ſelon la remarque de Mrs. Bouguer & d'Alembert, toujours voir deux images. Comme on pourrait avoir quelque difficulté à comprendre ceci, nous allons, en ſuivant Mr. Bouguer, entrer dans quelque détail. Prenons comme lui le cas ſimple d'une ſurface ſphérique réfléchiſſante engendrée par la révolution de l'arc ADI (*Fig.* 254.) autour de l'axe AC, ſur laquelle le point lumineux L envoie des rayons ; & ſuppoſons que les rayons LD, Ld rencontrent l'arc ADI en deux points D & d infiniment proches ; il eſt certain qu'ils ſe réfléchiront ſuivant deux droites DM, dm, qui concourront dans un point G de la cauſtique OGI de cet arc. Les rayons réfléchis entreront donc dans l'œil comme s'ils venaient de ce point G. Mais il ne tombe pas ſeulement des rayons au-deſſous ou au-deſſus de D, il en tombe encore à côté comme en d' ; or ceux-ci ne concourent point après avoir été réfléchis au point G avec les premiers. Le rayon Ld' qui frappe la ſurface réfléchiſſante au point d' infiniment près & à côté du point D, eſt réfléchi ſuivant une droite $d'm'$ qui concourt avec le rayon réfléchi DM au point E de l'axe CA qui paſſe par l'objet, ou, ce qui eſt le même, de la perpendiculaire menée de cet objet ſur la ſurface réfléchiſſante. Car les rayons incident & réfléchi Ld', $d'm'$ ſont dans un plan différent des rayons LD, DM, & ces deux plans ont la perpendiculaire ou axe CL pour commune ſection. Les rayons réfléchis ont donc deux points de concours différens, ſelon qu'ils tombent au-deſſus ou au-deſſous de D, ou qu'ils tombent à côté.

226. Il en eſt de même des rayons rompus. Il eſt viſible, par exemple, que les rayons qu'envoie un objet O (*Fig.* 255.) plongé dans une eau ſtagnante dont la ſurface eſt repréſentée par BAb, ont de même, après avoir été rompus, deux points de concours G & E différens l'un de l'autre. Le premier G appartient aux rayons DM, dm, dont l'un dm eſt directement au-deſſus de l'autre DM, & le ſecond E appartient aux rayons DM, $d'm'$ qui ſont immédiatement à côté l'un de l'autre. Le point de concours E eſt dans la perpendiculaire menée de l'objet O à la ſurface de l'eau.

227. Maintenant puiſque des rayons réfléchis ou rompus ont deux points de concours G & E, & que par conſéquent il y a pour chaque ſurface réfléchiſſante ou rompante deux cauſtiques, nous devons d'un œil ſeul, ſi le principe eſt vrai, appercevoir deux images. Car ſi le trou de la prunelle n'était qu'une fente verticale extrêmement étroite, il eſt clair que nous ne verrions que l'image G, & que ſi cette fente était horiſontale, ce ſerait l'image E que nous appercevrions excluſivement à l'autre. Nous devrions donc voir les deux images, puiſque le trou de notre prunelle étant rond, il eſt également ſuſceptible de recevoir les rayons qui concourent en G & ceux qui concourent en E, & que d'ailleurs on ne voit pas pourquoi on n'appercevrait qu'une ſeule de ces deux images. D'où l'on peut conclure avec Mr. d'Alembert, qu'il y aurait telle poſition des yeux, où il y aurait pour chacun deux images diſtinctes, de ſorte qu'il s'en trouverait aſſez ſouvent quatre & au moins trois, l'une dans la perpendiculaire menée de l'objet ſur la ſurface réfléchiſſante ou réfringente, les deux autres dans les cauſtiques.

228. Nous ne devons pas omettre ici

l'autre cas (*Art. 138.*). C'eſt pourquoi, ſi, lorſque l'objet eſt placé en $p'q'$, ſa diſtance apparente de l'œil nud eſt repréſentée par ſa diſtance réelle Oq', cette même droite Oq' repréſentera

que Berkelai *dans ſon Eſſai ſur une Théorie nouvelle de la Viſion*, avait déja prouvé, *à priori*, l'inſuffiſance de ce principe, en conſéquence l'avait rejetté & lui en avait ſubſtitué un autre, mais qui n'eſt pas plus vrai, & qu'il n'eût certainement pas manqué de rejetter auſſi, s'il avait conſulté davantage l'expérience. La divergence des rayons qui entrent dans l'œil, ne nous apprenant rien ſur la diſtance ou le lieu apparent, il imagina que nous pouvons en juger à l'aide de la confuſion apparente, qui réſulte ſouvent de cette divergence. Et voici la raiſon qu'il en donne, laquelle eſt aſſez plauſible.

229. Un objet qui eſt aſſez près de l'œil pour commencer à paraître confus, le paraît davantage quand on l'approche, & la confuſion augmente à proportion qu'on l'approche davantage. Or comme l'on trouve que cela arrive toujours ainſi, les idées de certaines diſtances ſe lient bientôt à certains degrés de confuſion; l'idée d'une diſtance plus petite ſe lie à celle d'une confuſion plus grande, & l'idée d'une diſtance plus grande à celle d'une confuſion moindre.

L'apparence confuſe de l'objet, continue Berkelai, paraît donc déterminer le jugement que l'eſprit porte de la diſtance dans ces cas où les plus célébres Opticiens prétendent que nous en jugeons par la différente divergence avec laquelle les rayons qui viennent du point viſible, entrent dans la prunelle.

230. Ce qui aura probablement contribué à le perſuader de la vérité de ſon principe, c'eſt ſon accord au moins apparent avec l'expérience de Barow. En effet, à meſure qu'on éloigne l'œil du verre ou du miroir, on apperçoit l'objet plus confuſément, & en même-tems on le voit à proportion plus proche.

231. Mais comment peut-on juger alors de ſa diſtance ? Voici comme Berkelai l'explique. Lorſque la confuſion eſt la même, ſoit qu'elle ſoit occaſionnée par la trop grande divergence des rayons, comme quand nous regardons à la vue ſimple des objets trop proches, ou qu'elle provienne au-contraire de leur convergence, comme dans l'expérience de Barow, elle doit produire le même effet ſur l'ame. Car l'œil ou plutôt l'ame n'ayant de perception que de la confuſion même, ſans jamais entrer en conſidération de la cauſe qui l'occaſionne, attache conſtamment la même idée de diſtance au même degré de confuſion, ſoit que cette confuſion naiſſe de la divergence ou de la convergence des rayons. D'où il ſuit que, lorſqu'on regarde un objet Z au travers d'un verre QS (*Fig. 257.*) qui rend convergens les rayons ZQ, ZS qui en viennent, on doit le juger à cette proximité à laquelle, s'il ſe trouvait réellement, il enverrait dans l'œil des rayons aſſez divergens pour produire exactement le même degré de confuſion dans l'apparence de l'objet, qu'on y en remarque à l'occaſion de la convergence; ou, ce qui revient au même, qu'on doit rapporter l'objet au point d'où les rayons partiraient (*Fig. 256.*) avec le degré de divergence convenable pour rencontrer le fond de l'œil, avant leur réunion, dans un eſpace DC égal à celui qui, dans la Figure 257, reçoit les rayons convergens, après leur réunion. Tout cela doit s'entendre, dit Berkelai, abſtraction faite des autres circonſtances qui accompagnent la viſion, telles que la figure, la grandeur, la faibleſſe, &c. des objets viſibles, qui toutes contribuent à nous faire juger de la diſtance.

232. S'il eſt vrai, comme le penſe Berkelai, que nous jugions de la diſtance par la confuſion apparente, il a raiſon d'en conclure qu'on rapporte l'objet qu'on apperçoit au travers du verre, à l'endroit d'où il enverrait à l'œil des rayons aſſez divergens pour occaſionner la même confuſion que les rayons convergens par leſquels on l'apperçoit. Cette conſéquence eſt très-juſte; mais elle fait voir que tout objet vu le moins confuſément qu'il eſt poſſible au travers des verres, doit toujours paraître à un pied ou deux de diſtance au plus de l'œil; parce que c'eſt à cette diſtance, &

auſſi ſa diſtance apparente, au travers du verre ou dans le miroir, lorſqu'il était en PQ. Ainſi j'appellerai Oq' la diſtance apparente de l'objet PQ, & $p'q'$ l'objet apparent.

même en-deçà, que le commun des hommes ceſſe de voir diſtinctement à la vue ſimple. Mais dans l'expérience de Barow, on voit les objets confuſément à toutes ſortes de diſtances apparentes, qui n'excédent pas leur diſtance apparente à la vue ſimple. Car l'objet étant placé au-delà du foyer du verre, on l'apperçoit confuſément, quoiqu'on mette l'œil tout contre le verre, à cauſe que les rayons entrent convergens dans l'œil; & ſi l'on éloigne par degrés l'objet du verre, ou ce qui eſt le même, qu'en tenant le verre toujours contre l'œil, on s'éloigne ſoi-même par degrés de l'objet, la confuſion augmentera (*Art. 48.*) avec la diſtance apparente, laquelle eſt toujours la même à peu près qu'on la trouverait à la vue ſimple ſi on ôtait le verre (*Art. 117.*). Bien plus, on peut changer la confuſion apparente comme l'on voudra, en ſe ſervant de verres de différentes convexités, ſans qu'il en réſulte de changement dans la diſtance réelle & apparente. Il ſuit donc du peu de conformité de ces apparences avec la conſéquence que Berkelai tire de ſon principe, que le principe même eſt inſuffiſant; & par conſéquent ſi on voit l'objet d'autant plus proche qu'on le voit plus confus lorſqu'on éloigne l'œil du verre, ce n'eſt que par cas fortuit, eu égard à la confuſion, & parce que la grandeur apparente augmente avec elle.

233. Qu'on mette contre le verre convexe avec lequel on aura fait la dernière expérience, un verre concave d'un foyer beaucoup plus court, contre lequel on applique enſuite l'œil, on verra confuſément l'objet au travers de ces deux verres, à cauſe de la trop grande divergence des rayons qui entrent dans l'œil. Mais ſi on ſépare ces verres & qu'on les éloigne l'un de l'autre par degrés, la confuſion diminuera, deviendra nulle, & augmentera enſuite de nouveau, tandis que la diſtance apparente de l'objet décroîtra continuellement. On découvre pourquoi la confuſion ſouffre ces changemens, en examinant les circonſtances du mouvement de la ſeconde image k dans la Note 221; & dans le moment on va l'expliquer avec plus de détail.

234. Renverſons maintenant l'ordre des verres, c'eſt-à-dire, ſuppoſons qu'on applique contre l'œil un verre convexe d'un foyer un peu plus grand que le verre concave ou le miroir convexe, employé dans les trois premières expériences (*Note 193 & ſuiv.*), & qu'on répete enſuite ces mêmes expériences, on remarquera les mêmes variations dans la diſtance & dans la grandeur apparentes, que ſi on ne ſe ſervait point du verre convexe (*Art. 117.*); mais actuellement la confuſion & la diſtance apparentes augmenteront ou diminueront toujours enſemble: ce qui eſt entiérement oppoſé au principe de Berkelai. Voici pourquoi la confuſion éprouve ces changemens. Soit le verre concave en A (*Fig. 258 & 259.*); l'objet éloigné en Q, ſon image formée par ce verre en q, dont par conſéquent les rayons divergent en tombant ſur le verre convexe B; & ſoit une ſeconde image en k formée par ce dernier verre, de laquelle les rayons divergent ou vers laquelle ils convergent, en entrant dans l'œil appliqué en B. Maintenant puiſqu'on a ſuppoſé la diſtance focale Bb du verre convexe B plus grande que Aq, il s'enſuit que, lorſque les verres ſont proches l'un de l'autre, l'image q eſt plus proche de l'oculaire B que ſon foyer b, & pour lors les rayons entrent dans l'œil divergens, comme s'ils venaient de l'image k; & la viſion ſera diſtincte, ſi k n'eſt pas trop près de l'œil. Mais tandis qu'on écarte ces verres l'un de l'autre (*Fig. 259.*), & que l'intervalle qb diminue, devient nul & enſuite négatif, la diſtance Bk augmente, devient infinie, enſuite négative & diminue derrière l'œil (*Art. 48.*); ainſi, comme l'œil reçoit des rayons qui deviennent de plus en plus convergens, la confuſion augmentera, tandis que la diſtance apparente augmente (*Note 193.*), comme elle faiſait lorſqu'on ne ſe ſervait point du verre convexe (*Art. 117.*).

235. Quant à ce que Berkelai ajoûte,

Quand le point P & le rayon OA par lequel on le voit, ſont de part & d'autre de l'axe OQ, le point p' & la ligne $p'q'$ ſont derrière l'œil, & par conſéquent on doit voir à l'œil

qu'il faut faire abſtraction des autres circonſtances de la viſion, telles que la figure, la grandeur, la faibleſſe, &c. des objets, je répons (c'eſt l'Auteur qui parle) que ſi on applique contre l'œil ſucceſſivement différens verres, & que ſe tenant toujours à la même diſtance de celui qui eſt directement expoſé à l'objet, & que nous ſuppoſons fixe, on regarde ce même objet ſuppoſé fixe auſſi, on n'apperçoit point, malgré la différence de ces verres, d'altération ſenſible dans la figure, la grandeur & la faibleſſe de cet objet; & cependant la confuſion qui ſouffre des changemens très-frappans, qui même s'évanouit & fait place à la diſtinction, n'en occaſionne point de ſenſibles dans la diſtance apparente de l'objet, dans aucune des expériences que j'ai faites.

236. Concluons donc que la confuſion qui regne dans l'apparence d'un objet, ne peut nous inſtruire de ſa diſtance, & que Berkelai n'a point été par conſéquent plus heureux que Tacquet, Barow & les autres. Il nous ſemble qu'il n'en eſt pas tout-à-fait de même de notre Auteur. Si le jugement que nous portons de la diſtance dans la viſion ſimple, eſt principalement déterminé par la grandeur apparente, c'eſt une conſéquence qui paraît naturelle qu'il le ſoit auſſi par cette même grandeur dans la viſion réfléchie ou réfractée. Car les objets nous ayant toujours paru à la vue ſimple, plus proches ou plus éloignés à proportion qu'ils nous paraiſſaient plus grands ou plus petits, & nous étant par conſéquent accoûtumés à lier l'idée d'une plus courte diſtance avec celle d'une apparence plus grande, & l'idée d'une plus grande diſtance à celle d'une apparence plus petite; ne ſemble-t-il pas naturel lorſqu'en regardant au travers des verres ou dans les miroirs, nous appercevons les objets amplifiés ou rapetiſſés, que nous les jugions alors rapprochés dans le premier cas, & éloignés dans le ſecond; & que plus ces verres ou ces miroirs nous les font paraître grands ou petits, plus nous les jugions proches ou éloignés, & que nous les rapportions à la même diſtance ou à peu près, à laquelle nous les jugerions à la vue ſimple, s'ils nous paraiſſaient de la même grandeur qu'à travers les verres ou dans les miroirs. Si la même grandeur apparente doit en général donner toujours la même idée de diſtance, qu'un objet nous paraiſſe d'une certaine grandeur au travers d'un verre, ou à la vue ſimple, ne devons nous pas le juger également à la même diſtance?

237. Tout plauſible que paraît ce principe, il n'eſt pas cependant ſans difficultés; & il eſt certain qu'il aurait beſoin d'être confirmé par de nouvelles expériences; du moins ſerait-il néceſſaire de répéter & de varier avec le plus grand ſoin celles que nous avons rapportées (*Notes 193, 194, &c.*)

Parmi les difficultés dont ce principe eſt ſuſceptible, en voici quelques-unes qui méritent d'être remarquées.

238. 1°. Il eſt certain que dans le miroir convexe l'image eſt toujours plus petite que l'objet; deſorte qu'en conſéquence du principe, elle doit paraître plus éloignée du miroir que l'objet même; cependant tout le monde convient qu'elle l'eſt moins.

239. 2°. Dans le miroir concave, lorſque l'image eſt derrière le miroir, elle eſt plus grande que l'objet; elle devrait donc paraître plus près du miroir que cet objet, ce qui n'eſt pas; elle eſt au contraire toujours plus loin.

240. 3°. De ce que le verre convexe amplifie l'apparence de l'objet, il s'enſuivrait qu'on devrait voir cet objet plus près qu'à la vue ſimple. Il paraît cependant que c'eſt tout le contraire, & qu'un objet vu au travers d'un verre lenticulaire, paraît plus éloigné qu'à l'œil nud: ce dont il eſt facile de s'aſſurer par divers moyens, mais dont le plus ſimple & le plus convaincant eſt celui dont Mr. Montucla dit qu'il ſe ſervit pour en convaincre pluſieurs perſonnes qui croyaient qu'on voit l'objet rapproché. » Je les invitai, dit-il, à regarder de » haut en bas, au travers d'un pareil verre, » le bord d'une table, & de tâcher enſuite

nud cette ligne renverſée. Mais ſi on préfere que $p'q'$ ſoit toujours devant l'œil, dans ce cas il faut renverſer l'objet PQ, & le faire couler le long de l'axe; & ſon extrémité P touchera le rayon viſuel OA prolongé, à la même diſtance de l'œil qu'auparavant, parce que les angles oppoſés AOC, $p'Oq'$ ſont égaux.

140. D'où il s'enſuit que tandis qu'on fait mouvoir l'œil, l'objet ou le verre ou miroir, *la diſtance apparente de l'objet croît ou décroît en raiſon inverſe de ſa grandeur apparente.* Car la même diſtance apparente du même objet vu en $p'q'$ à la vue ſimple, varie dans la raiſon inverſe de la même grandeur apparente (*Art.* 99.).

141. Donc *la diſtance apparente* Oq' *d'un objet* PQ *vu au travers d'un verre ou dans un miroir, eſt à ſa diſtance apparente* OQ, *vu à la vue ſimple, comme ſa grandeur apparente à la vue ſimple, à ſa grandeur apparente dans le verre ou dans le miroir.* Car ſuppoſons menée une droite OP, laquelle a été omiſe dans les figures pour les rendre plus ſimples; puiſque PQ & $p'q'$ ſont égales, la première diſtance Oq', eſt à la dernière OQ, comme le dernier angle POQ, au premier $p'Oq'$ (*Art.* 60.).

Ayant déterminé dans le Chapitre précédent le rapport des grandeurs apparentes des objets aux vraies dans la plûpart des cas, leurs diſtances apparentes ſe trouvent auſſi déterminées par cette regle. Mais comme la queſtion de la diſtance apparente

» avec le doigt de le toucher. Il n'y en eut » aucune qui ne portât le doigt plus bas » qu'il ne fallait, loin de le porter plus haut, » comme elles auraient dû faire, ſi elles » euſſent jugé l'objet plus proche. » (*Hiſt. des Mathém. tom. II.*)

241. Mr. Montucla trouve dans l'expérience dont Barow fit uſage contre le principe des anciens, une difficulté aſſez embarraſſante. » Suivant l'opinion de Mr. Smith, » dit-il, lorſqu'on voit obliquement de » dehors une eau tranquille, une perpendi- » culaire à la ſurface de cette eau plongée » au dedans, chacune de ſes parties paraît » d'autant plus diminuée qu'elle eſt plus » profondement placée. Ainſi, ſi chaque » partie devait paraître d'autant plus éloi- » gnée qu'elle eſt plus diminuée, les parties » les plus baſſes devraient paraître au-delà » de la perpendiculaire, & l'apparence de » la ligne entière ſerait une courbe placée » au-delà de cette perpendiculaire; cepen- » dant, ſelon Barow, c'eſt une courbe qui » tombe en deçà. »

242. On peut auſſi reprocher à l'Auteur, que dans la détermination générale qu'il donne de la diſtance apparente, en conſéquence de ſon principe, il ſuppoſe que la grandeur de l'image eſt ſimplement proportionnelle à l'angle optique: or il y a ici quelqu'incertitude. Nous avons déja fait remarquer (*Note* 92.) qu'un de nos plus grands Géometres penſait que cela n'eſt pas exactement vrai. (*Mr. d'Alembert, Opuſcules Mathématiques, & dans l'Encyclopédie au mot Dioptrique.*)

n'a été traitée que très-imparfaitement par les Écrivains d'Optique, nous allons entrer dans quelque détail, & tâcher de la ſuivre un peu plus loin. Pour cela nous déduirons tous les cas de la diſtance apparente immédiatement de ſa définition (*Art.* 139.), ſans le ſecours de ces premières démonſtrations.

142. La diſtance apparente Oq' & la vraie OQ ſont égales; 1°. lorſque l'objet touche une lentille mince ou une ſimple ſurface réfringente ou réfléchiſſante; parce qu'alors les points P, A, p' co-incident. 2°. Lorſque l'œil touche une lentille mince ou un miroir; car quand les points O, A, C co-incident ſur le côté d'une lentille, le rayon viſuel paſſe à très-peu près par le milieu de cette lentille, & par conſéquent ſes parties incidente & émergente prolongées, ſont à peu près paralleles & co-incidentes (*Art.* 42.), ce qui fait que les points P, p' co-incident à peu près; & lorſque les points O, A, C co-incident à la ſurface d'un miroir, les rayons incident & réfléchi prolongés font des angles égaux avec la perpendiculaire QCq', & par conſéquent les triangles PCQ, $p'Cq'$ ſont égaux. 3°. Quand l'œil eſt au centre d'un miroir concave; parce qu'alors les rayons incident & réfléchi, & conſéquemment $p'q'$ & PQ co-incident. 4°. * Lorſqu'un rayon PO qui vient directement à l'œil, fait un angle POQ égal à l'angle AOC ou à l'angle $p'Oq'$; car pour lors les triangles $POQ, p'Oq'$ ſont égaux. Cela arrive dans un miroir concave, lorſque l'objet eſt très-près du centre. Pour s'en aſſurer, ſoit prolongé l'objet PQ juſqu'à ce qu'il coupe le rayon réfléchi en p; puiſque les angles POQ, $p'Oq'$ ou pOQ ſont ſuppoſés égaux, les droites PQ, pQ ſeront auſſi égales: ainſi une droite QA coupera l'angle PAp en deux parties à peu près égales, lorſque A eſt très-près de C, comme

Fig. 241 & 242.

Fig. 239.

Fig. 225 & 240.

* *Lorſqu'un rayon PO qui vient directement à l'œil, fait un angle POQ égal à l'angle AOC ou à l'angle p'Oq'.* Ce cas ſe peut réſoudre de cette manière. Dans l'axe d'un verre quelconque dont le centre eſt E (*Fig.* 260.), ſoient priſes EG & EH égales chacune au double de la diſtance focale, & ſoit EQ diſtance de l'objet au verre, plus grande que EH; prenant enſuite OG à GE, comme EH eſt à HQ, ſi on met l'œil au point O, on verra l'objet Q au travers de la lentille au même endroit où on le verrait du même point à la vue ſimple. Si la place de l'œil eſt donnée, on pourra avoir celle de l'objet par la même proportion: laquelle peut ſe démontrer ou par l'Article 139, ou par le premier terme de la ſuite de l'Article 247, en mettant la valeur de la diſtance apparente $OP' = OP$.

ferait une droite menée du centre E, & conſéquemment les points Q, E ſont preſque co-incidens.

Fig. 243, 244 & 245. 143. *La diſtance apparente d'une objet vu au travers d'une lunette ou d'un microſcope, eſt à ſa diſtance apparente à la vue ſimple, comme ſa grandeur apparente à la vue ſimple, à ſa grandeur apparente dans la lunette ou dans le microſcope.* Car ſuppoſant que AC étant l'objectif, on mette l'œil en O contre l'oculaire, le rayon viſuel AO paſſera ſans ſouffrir de détour (*Art. 42.*); ainſi, la grandeur & la diſtance apparentes de l'objet ſeront les mêmes que s'il n'y avoit point d'oculaire ; & comme, lorſque la viſion eſt diſtincte, les rayons de chaque pinceau ſortent de l'oculaire paralleles, la grandeur & par conſéquent la diſtance apparentes continueront d'être les mêmes, tandis que l'œil eſt écarté, qu'elles étaient avant (*Art. 107.*).

La diſtance apparente d'un objet vu dans une lunette, eſt donc à ſa diſtance apparente à la vue ſimple, comme la diſtance focale de l'oculaire à la diſtance focale de l'objectif, par les Articles 120 & 141 ; ce qui ſe peut encore démontrer indépendamment du 120e. Soit pq l'image d'un objet éloigné, terminée par la droite PCp ; qC la diſtance focale de l'objectif ; & qO celle de l'oculaire. Alors ſuppoſant qu'ayant mis l'œil en C, on regarde l'objet à la vue ſimple ; puiſque les angles $p'Oq'$, PCQ ont des ſoutendantes égales $p'q'$ & PQ, la diſtance apparente Oq' dans la lunette, eſt à ſa diſtance apparente CQ à l'œil nud placé en C, comme le dernier angle PCQ au premier $p'Oq'$ (*Art. 60.*), ou comme l'angle oppoſé pCq à l'angle oppoſé pOq, ou enfin, parce que la ſoutendente pq leur eſt commune, comme la dernière diſtance focale qO à la première qC.

Fig. 246, 247 & 248. On peut encore prouver la même proportion, AC repréſentant l'oculaire d'une lunette ou d'un microſcope, & l'objectif étant placé en o, foyer correſpondant de O. Car ſoit pq l'image d'un objet éloigné PQ, terminée par la droite PoA ; ſi qo & qC ſont les diſtances focales des verres ſuppoſés en o & en C, le rayon AO ſera parallele à pC (*Art 50.*). Or, la diſtance apparente Oq' eſt à la diſtance apparente oQ à l'œil nud ſitué en o, comme le dernier angle PoQ au premier $p'Oq'$, ou comme l'angle oppoſé poq à l'angle oppoſé AOC, ou à ſon égal pCq, ou enfin, comme la dernière diſtance qC à la première qo.

144.

144. Un objet vu au travers d'un verre ou dans un miroir, *paraît derrière, contre ou devant ce verre ou ce miroir*, ſuivant que $p'q'$ ou PQ, grandeur réelle de cet objet, eſt plus grande, égale ou plus petite que AC, partie du verre ou du miroir, par laquelle on l'apperçoit. Car puiſque $p'q'$ & AC ſoutendent toutes deux le même ou des angles viſuels égaux, Oq' ſera plus grande, égale ou plus petite que OC, ſelon que $p'q'$ ou PQ eſt plus grande, égale ou plus petite que AC. Fig. 219, 220, &c. juſqu'à 248.

D'où il ſuit qu'un objet paraît toujours derrière une ſurface quelconque, un verre ou un miroir, lorſque cette ſurface, ce verre ou ce miroir ne peut rendre paralleles les rayons qui divergent de l'œil; parce qu'alors PQ ou $p'q'$ ſera toujours plus grande que AC.

Cette regle eſt vraie dans un globe ou dans un nombre quelconque de ſurfaces, en prenant A pour le concours des parties incidente & émergente du rayon viſuel prolongé, & une perpendiculaire menée de A ſur l'axe, au lieu de l'ouverture d'un ſimple verre ou miroir.

145. La ſimilitude conſtante des triangles $Ap'P$, AOo, fait voir que le rapport de Ap' à AP, c'eſt-à-dire, des diſtances de l'objet apparent & de l'objet véritable au verre ou au miroir, eſt le même que le rapport de AO à Ao, c'eſt-à-dire, des diſtances de l'œil & de ſon foyer correſpondant à ce verre ou à ce miroir. Par conſéquent, dans le cas des réfractions à une ſurface plane, ce rapport eſt le même que celui du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction d'un rayon qui vient de l'objet à l'œil (*Art. 31.*), lequel dans le paſſage de l'eau dans l'air, eſt de 3 à 4; & dans la réflexion à un miroir plan, c'eſt un rapport d'égalité (*Art. 23.*). Fig. 231 & 232.

146. C'eſt pourquoi, dans ces deux cas*, l'objet paraît à la

243. * *C'eſt pourquoi dans ces deux cas l'objet paraît à la place de ſon image.* Cela deviendra plus évident en prolongeant Pp' (*Fig. 231.*) juſqu'à ce qu'elle coupe le plan réfringent CA à angles droits en D. Car ſuppoſant que P envoie des rayons tels que PA, puiſque Dp' eſt à DP dans le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction (*Art. 223.*), il ſuit que tandis que le point P ſe mouvra le long de l'objet PQ, le point ou foyer correſpondant p' décrira une image $p'q'$ égale & parallele à PQ (*Art. 244.*).

244. Dans le ſecond cas qui eſt celui où le plan CAD eſt réfléchiſſant (*Fig. 232.*), puiſque Dp' eſt égale à DP, tous les rayons qui viennent de P, divergeront de p' après les réflexions (*Art. 202.*); & par conſéquent tandis que P ſe meut le long de PQ, le foyer p' décrira une image $p'q'$ parallele & égale à PQ.

245. On a cité d'autres cas dans l'Art. 142.

place de ſon image, non parce que les rayons entrent dans l'œil en divergeant de cet endroit, qu'on n'apperçoit point, mais parce que l'objet eſt égal à ſon image ; & conſéquemment ſa grandeur & ſa diſtance apparentes ſont les mêmes que s'il était dans la place de ſon image, & qu'il fût vu à la vue ſimple. Mais ſi l'image d'un objet étant plus petite que lui, on le met au lieu qu'elle occupe, il paraîtra plus gros (*Art. 105.*) & par conſéquent plus proche à la vue ſimple, qu'au travers du verre ou dans le miroir (*Art. 138.*) ; c'eſt-à-dire, qu'on verra l'objet dans le verre ou dans le miroir, plus loin que n'eſt la place de ſon image : & au contraire. Et en général, *la diſtance apparente d'un objet eſt à la diſtance réelle de ſa dernière image, comme la grandeur réelle de l'objet à la grandeur réelle de cette image ;* parce que l'objet apparent $p'q'$ & la dernière image ſoutendent le même angle viſuel.

Fig. 219, 220, &c. juſqu'à 248.

147. Si, tandis que l'œil & le verre ou le miroir gardent conſtamment la même poſition, on éloigne par degrés l'objet du verre ou du miroir, nous pouvons ſuppoſer fixes les lignes OA, Ao, & n'attribuer de mobilité qu'à la parallele Pp' ; d'où il eſt évident, & ſur-tout encore par la ſimilitude conſtante du triangle variable PAp' au triangle invariable oAO, que dans tous les verres & les miroirs qui ne peuvent rendre le rayon AP parallele à l'axe, pendant que AP croît, Ap' & Op' croîtront auſſi continuellement, en quelqu'endroit que l'œil ſoit placé ; & que Op' croîtra auſſi continuellement dans tout autre verre ou miroir qui peut faire prendre au rayon AP une route parallele à l'axe, lorſque

dans leſquels un petit objet eſt égal à ſon image, & paraît à ſa place, lorſqu'il touche un verre mince, ou une ſurface réfléchiſſante ou réfringente ; ou lorſqu'il eſt placé au centre d'un miroir concave ; ou enfin lorſqu'il eſt au centre d'une ſimple ſurface ſphérique qui termine un milieu denſe.

246. Il ne ſe préſente plus, je crois, qu'un cas de ce genre ; ſavoir, lorſque la diſtance EQ d'un objet PQ (*Fig. 261 & 262.*) au centre d'une lentille convexe ou d'une ſphere, ou d'une ſimple ſurface ſphérique qui termine un milieu denſe, eſt égale à la ſomme des deux diſtances focales de cette lentille, de cette ſphere, ou de cette ſurface convexe. Car alors la diſtance oppoſée Eq de ſon image eſt auſſi égale à cette ſomme (*Art. 236.*), & par conſéquent l'objet PQ eſt égal à ſon image pq (*Art. 245.*), & devrait paraître dans la place de cette image, par la regle générale dont il eſt parlé à la fin de cet Article ; ſavoir que Oq' diſtance apparente de l'objet, eſt à Oq diſtance de ſon image, comme l'objet PQ ou $p'q'$ eſt à ſon image pq : ce qui eſt évident, à cauſe des triangles ſemblables $Op'q'$, Opq.

Après ce qu'on vient de dire, il eſt très-clair qu'un objet ne peut paraître à la place qu'occupe ſon image, au moins à la vue ſimple, que lorſqu'il lui eſt égal.

l'œil eſt ſitué quelque part entre ce verre ou ce miroir & ſon foyer principal. Mais ſi on met l'œil à ce foyer, Ap' étant nulle, Op' ſera conſtamment égale à ſa diſtance focale ; & lorſque l'œil eſt ſitué au-delà du foyer, Op' diminuera juſqu'à ce que P arrive en o, & après qu'il aura paſſé ce point o, Op' augmentera continuellement juſqu'à ce qu'elle égale OA, lorſque oP eſt égale à oA; elle croîtra auſſi juſqu'à ce qu'elle ſoit égale à OP, lorſque l'angle POQ devient égal à $p'Oq'$ ou à AOC, c'eſt-à-dire, lorſque la grandeur vraie de l'objet & ſa grandeur apparente deviennent égales.

148. La diſtance apparente ſouffrira encore de ſemblables variations, en ſuppoſant fixes l'objet & le verre ou le miroir, tandis qu'on éloignera par degrés l'œil du verre ou du miroir ; c'eſt-à-dire, que dans tous les verres & les miroirs, qui ne peuvent rendre paralleles les rayons divergens, tandis que AO croît, Op' croît auſſi continuellement, en quelqu'endroit que l'objet ſoit placé ; & dans les autres verres ou miroirs, qui peuvent rendre les rayons paralleles, Op' augmente auſſi, lorſque l'objet eſt quelque part entre ce verre ou ce miroir & ſon foyer principal. Mais ſi l'objet eſt ſitué à ce foyer même, Op' ſera conſtamment égale à ſa diſtance focale ; & lorſque l'objet eſt placé au-delà de ce foyer, Op' décroît juſqu'à ce que o arrive en Q, & après que o aura paſſé ce point Q, elle augmente continuellement, juſqu'à ce qu'elle devienne égale à OA, & puis à OP, comme dans l'Article précédent *.

* Les phénomenes des mouvemens apparens dans les verres ou dans les miroirs, n'étant déduits de la définition de la diſtance apparente donnée Article 139, que par le ſecours de la Géométrie, je crois devoir entrer dans quelque détail, en les comparant d'une manière plus directe avec de ſemblables phénomenes vus à la vue ſimple. On en ſentira mieux d'ailleurs les difficultés invincibles & les contradictions qui ſe préſentent, quand on veut tenter de les expliquer par le principe reçu de la divergence des rayons du lieu de l'image.

247. Tout le reſte demeurant le même, ſoit jointe OP (*Fig. 263, 264 & 265.*), & par le centre du verre ſoit menée PE, laquelle coupe en p le rayon viſuel OA prolongé. La perpendiculaire pq à l'axe ſera alors l'image de l'objet PQ (*Art. 55* ou *245.*); & lorſqu'on applique l'œil contre le verre, les angles pOq, POQ ſeront à très-peu de choſe près égaux (*Art. 43.*)

248. I. CAS. Delà pendant que l'œil s'éloigne du verre en quelque point O (*Fig. 263.*), ſi la diſtance Oq eſt moindre que OQ, l'angle pOq décroîtra plus vîte, ou dans un plus grand rapport que l'angle POQ (*Art. 60.*) ; & par conſéquent la grandeur apparente de l'objet fixe PQ au travers de la lentille, décroîtra auſſi plus vîte qu'elle ne ferait à la vue ſimple, ſi on ôtait la lentille. Mais ſuppoſant qu'en même tems on éloignât de l'œil nud l'objet PQ

Car le verre ou le miroir & l'objet étant fixes, la place & la grandeur de l'image de l'objet le ſont auſſi ; & cette image étant au-delà du verre ou du miroir dans les deux premiers cas, l'angle

Voyez les Fig. 169, 170, 171, & une partie de celles de la Planche 14.

parallélement à lui-même, en lui faiſant occuper ſucceſſivement différentes places $p'q'$, avec la vîteſſe convenable pour qu'il ſoutende un angle viſuel décroiſſant $p'Oq'$ conſtamment égal à l'angle pOq formé par les rayons rompus, la grandeur apparente de cet objet à la vue ſimple, deviendrait alors conſtamment égale à ſa grandeur apparente au travers du verre ; il paraîtrait par conſéquent s'éloigner de l'œil nud avec la vîteſſe avec laquelle il paraîtra s'éloigner au travers du verre, tandis qu'il reſte fixe au même endroit PQ.

249. Car les deux images tracées ſur le fond de l'œil étant toutes deux diſtinctes & conſtamment égales & ſemblables, & n'ayant nulle ſenſation des réfractions que les rayons ont ſouffertes, mais ſeulement de la grandeur de l'image qui en réſulte, les ſenſations de cette image décroiſſante doivent nous faire porter le même jugement que nous avons coutume de porter à l'occaſion de ſenſations pareilles d'une ſemblable image décroiſſante d'un objet qui s'éloigne de nous, & que nous voyons à la vue ſimple.

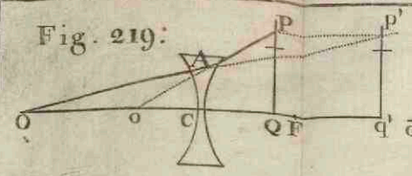
250. II. CAS. Soit maintenant la diſtance Oq (*Fig. 264.*) plus grande que OQ. Tandis que l'œil s'éloigne du verre en quelque point O, l'angle pOq décroît plus lentement, ou dans un moindre rapport que l'angle POQ (*Art. 60.*). Par conſéquent la grandeur apparente de l'objet PQ au travers du verre, décroit plus lentement qu'elle ne ferait à la vue ſimple, ſi on ôtait ce verre (*Art. 106 & 108.*). Mais ſuppoſant qu'on approchât en même-tems l'objet PQ de l'œil nud parallélement à lui-même, en lui faiſant occuper ſucceſſivement différentes places $p'q'$, avec la vîteſſe néceſſaire pour qu'il ſoutende un angle viſuel décroiſſant $p'Oq'$, toujours égal à l'angle pOq formé par les rayons rompus, la grandeur apparente de cet objet à l'œil nud, deviendrait alors conſtamment égale à ſa grandeur apparente au travers du verre : il paraîtrait donc s'approcher de l'œil nud avec la même vîteſſe qu'on le verra s'approcher au travers du verre, tandis qu'il reſte à la même place PQ.

251. III. CAS. Enfin ſi l'image fixe pq (*Fig. 265.*) eſt derrière l'œil, & que l'œil s'éloigne du verre en quelque point O, l'angle AOE ou l'angle pOq augmentera préſentement pendant que l'angle POQ diminue ; & en conſéquence la grandeur apparente de l'objet au travers du verre augmentera, tandis que ſa grandeur apparente à la vue ſimple décroîtrait, ſi le verre était ôté. Mais ſi on faiſait avancer l'objet vers l'œil nud parallélement à lui-même, en lui faiſant occuper ſucceſſivement différentes places $p'q'$, avec la vîteſſe convenable pour qu'il ſoutende un angle viſuel croiſſant $p'Oq'$, toujours égal à pOq ou à AOE, la grandeur apparente de cet objet à la vue ſimple, deviendrait conſtamment égale à ſa grandeur apparente au travers du verre ; il paraîtrait donc s'approcher de l'œil nud, avec la même vîteſſe qu'on le verra s'approcher au travers du verre, tandis qu'il eſt réellement toujours au même endroit PQ ; ſur-tout ſi on regarde cet objet par un trou d'épingle, afin de le voir diſtinctement.

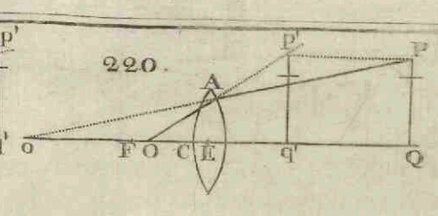
252. Que, lorſqu'on applique l'œil contre une ſimple ſurface réfringente AC (*Fig. 266.*), le rayon viſuel rompu DCp coupe, au point r, une droite Pp' parallele à l'axe, l'objet PQ paraîtra à l'endroit où eſt la perpendiculaire rs (*Art. 139.*) ; & tandis que l'œil s'éloigne de C, & va en quelque point O, on peut faire voir, comme ci-deſſus, que la diſtance apparente de l'objet fixe PQ, varie dans la même proportion qu'elle varierait à la vue ſimple, ſi on éloignait l'objet égal rs de la place rs avec la vîteſſe convenable pour qu'il ſoutende toujours l'angle viſuel variable pOq ou AOC.

253. Ainſi pendant que l'œil s'éloigne d'un plan réfringent AC (*Fig. 267.*), l'objet PQ paraît toujours à la place de ſon image pq ſans en ſortir jamais, parce qu'elle co-incide avec la perpendiculaire rs, & eſt de même grandeur qu'elle.

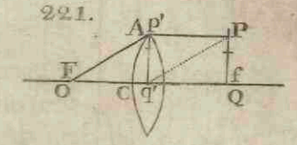
Fig. 219.



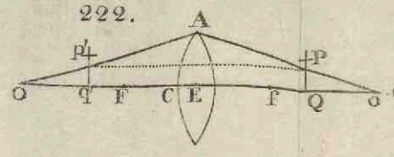
220.



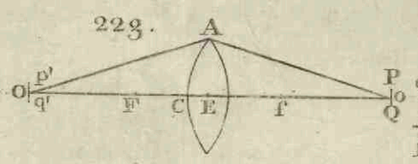
221.



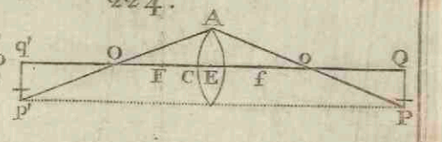
222.



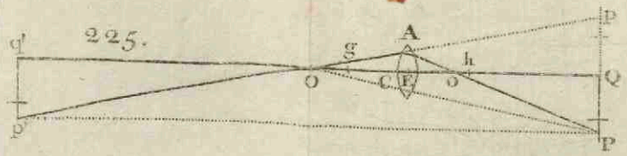
223.



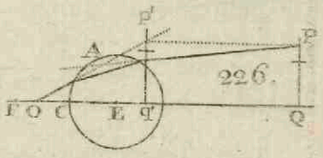
224.



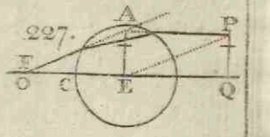
225.



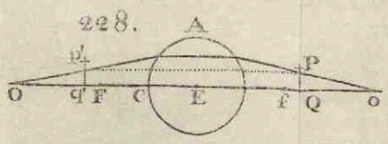
226.



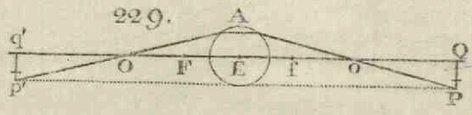
227.



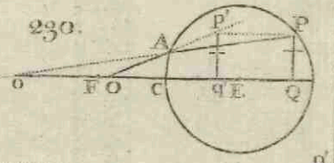
228.



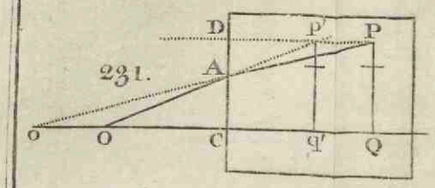
229.



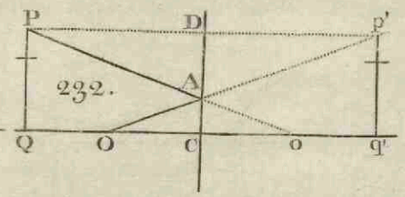
230.



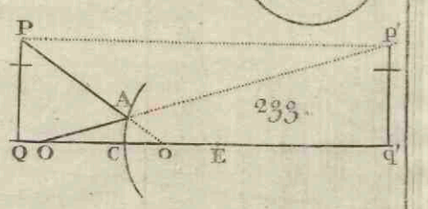
231.



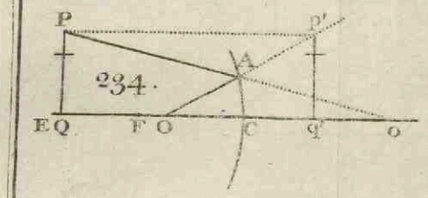
232.



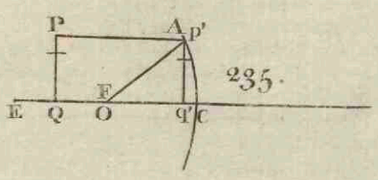
233.



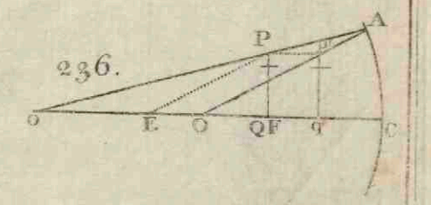
234.



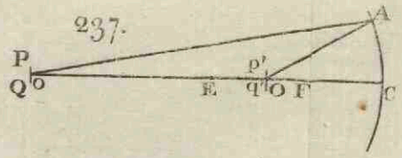
235.



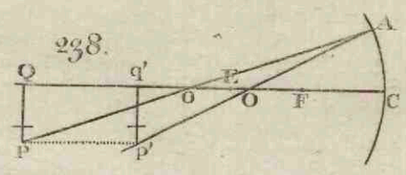
236.



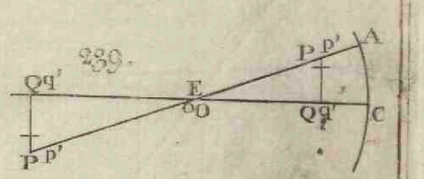
237.



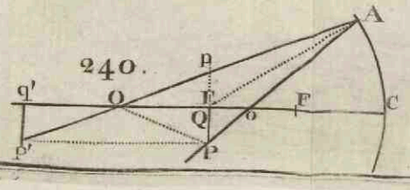
238.



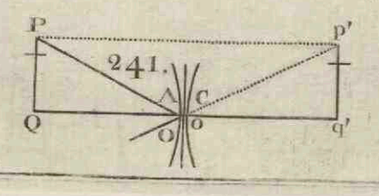
239.



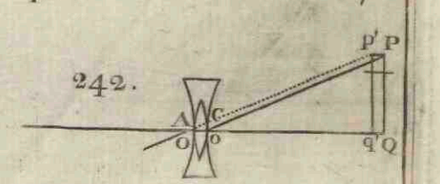
240.

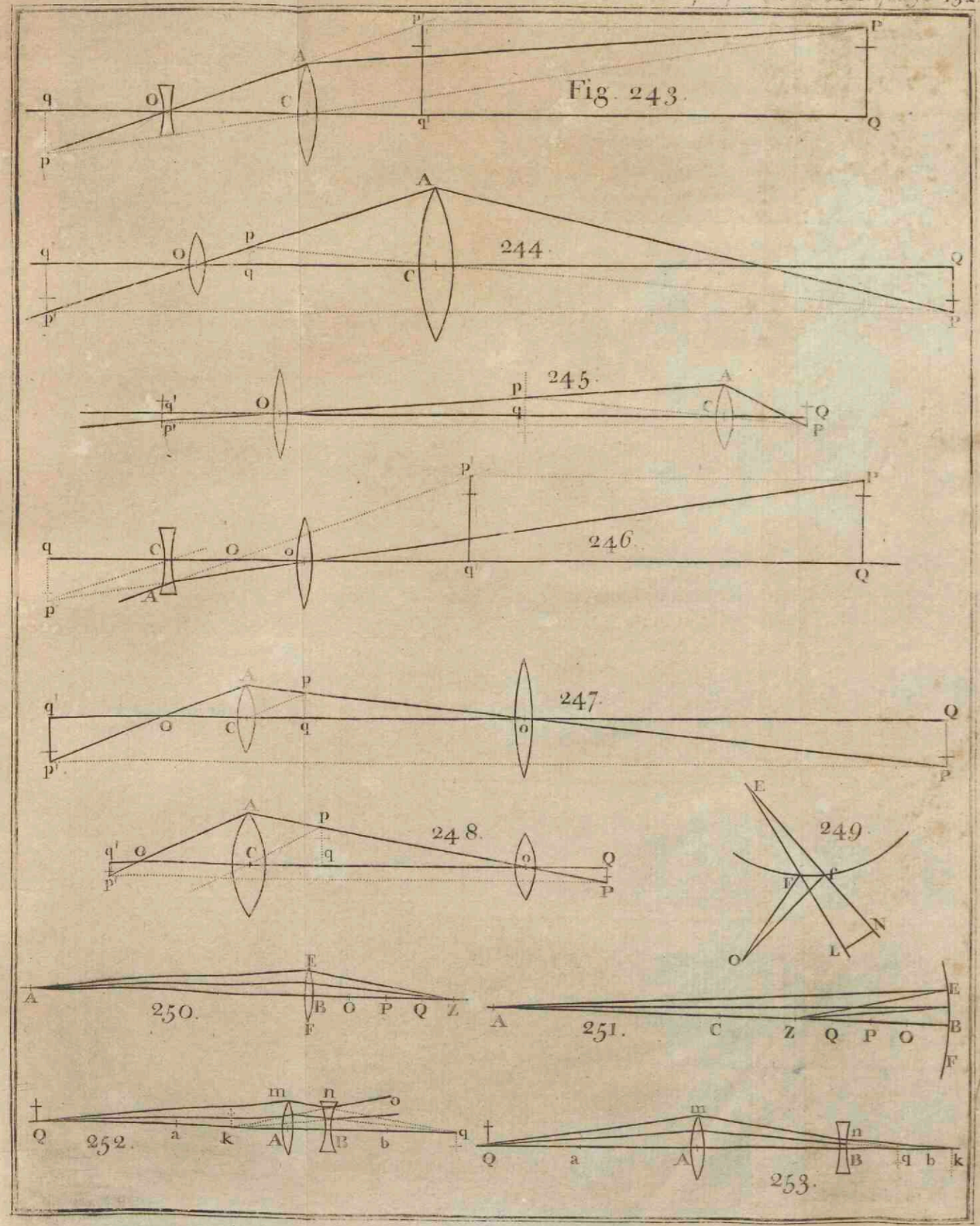


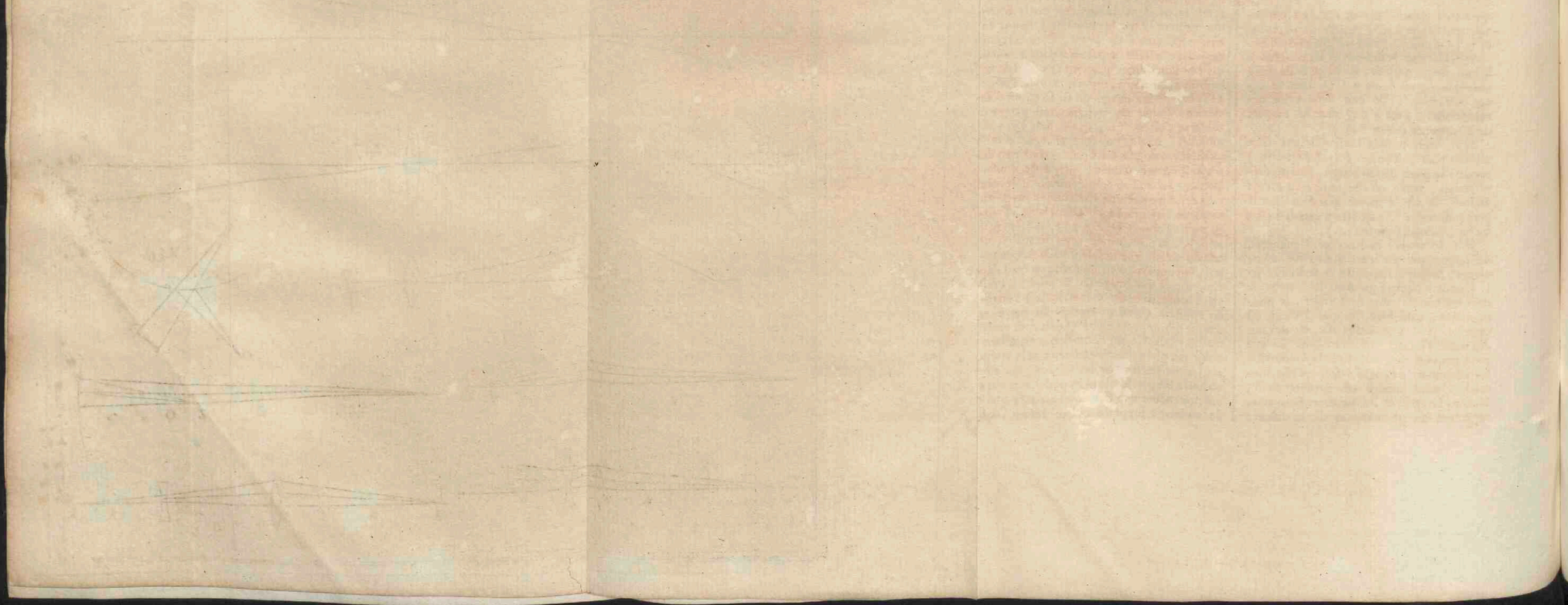
241.



242.




Fig. 243.
244.
245.
246.
247.
248.
249.
250.
251.
252.
253.



visuel qu'elle soutend diminue continuellement, tandis que l'œil s'éloigne d'elle & du verre ou du miroir, & par conséquent l'objet apparent & constant $p'q'$ soutendra cet angle décroissant, à des

254. Car étant accoutumés à certains degrés connus d'accroissement dans la grandeur apparente d'un objet immobile duquel nous approchons, & à de semblables degrés de diminution lorsque nous nous en éloignons, il faut nécessairement que la grandeur apparente dans les verres ou dans les miroirs, de même qu'à la vue simple, souffre des changemens plus considérables, pour attribuer quelque mouvement à l'objet, & croire qu'il s'approche ou qu'il s'éloigne.

255. Que, lorsqu'on applique l'œil contre une surface réfléchissante AC (*Fig. 268* & *269.*), le rayon visuel réfléchi DCp coupe en r la droite Pp' parallele à l'axe, l'objet PQ paraîtra à l'endroit où est la perpendiculaire rs (*Art. 139.*). Et lorsque l'œil s'éloigne de C, & va en quelque point O, on expliquera les variations de la distance apparente comme ci-dessus, en concevant que l'objet égal rs vu à l'œil nud, commence à se mouvoir de l'endroit rs où il est.

256. Dans les réflexions & les réfractions à une simple surface, il est aisé de faire voir que Cs est égale à CQ dans le cas des réflexions ; & que dans celui des réfractions, Cs est à CQ dans le rapport de réfringence (*Note 243.*).

257. Ainsi lorsque l'œil s'éloigne d'un miroir plan, l'objet PQ (*Fig. 270.*) paraît à la place de son image, sans en sortir jamais, parce qu'elle tombe au même endroit, & est de même grandeur que la perpendiculaire rs ; ajoûtez à cela la raison qu'on a donnée (*Note 254.*).

258. Je trouve que ces conséquences, de même que plusieurs autres de même espece, déduites toutes de la définition de la grandeur apparente dans les verres ou dans les miroirs, sont conformes aux phénomenes, aussi-bien lorsque l'image est derrière l'œil que lorsqu'elle est devant. Au reste l'image n'est introduite ici que pour pouvoir déterminer par la Géométrie les variations de l'angle visuel qu'elle soutend. Quand l'image est derrière l'œil, Barow, Gregori & les meilleurs Écrivains, regardent les phénomenes de la distance comme inexplicables, par le principe reçu de la divergence des rayons. Mais lorsque l'image est devant l'œil, ils prétendent qu'on voit l'objet à l'endroit où elle est ; ce qui se trouve en effet conforme à la raison & aux phénomenes, par la co-incidence des effets de différentes causes, dans deux ou trois cas déja cités (*Note 243 & suiv.*), mais ne s'accorde en général ni avec l'un ni avec l'autre, comme je l'ai montré (*Note 221.*), & que je vais le faire voir encore d'une autre manière.

259. Car mettant à part les sensations de différens degrés de grandeur apparente, pourquoi ne voit-on pas toujours l'objet dans la place de son image, lorsqu'il est plus grand ou plus petit qu'elle, comme lorsqu'il lui est égal ? & quand on recule ou qu'on avance l'œil, pourquoi l'objet paraît-il en repos dans le dernier cas, & en mouvement dans le premier ; tantôt en arrière & tantôt en avant, avec certains degrés de vîtesse apparente dans certains cas ? Si l'on admet qu'ayant mis l'œil à un endroit quelconque, on voit toujours l'objet à la place de son image qui est fixe, on doit encore l'y voir en mettant l'œil par-tout ailleurs ; c'est-à-dire, qu'on doit l'y voir toujours, quoiqu'on fasse changer continuellement de place à l'œil. Il n'est rien de si clair, ce me semble, que cette conséquence ; cependant considérons cela encore sous cet autre point de vue. Supposons qu'on mette un objet réel égal & semblable à l'image pq de l'objet PQ (*Fig. 263*, &c. jusqu'à *269.*), à la place pq de cette image ; il est certain qu'à la vue simple il paraîtrait en repos, soit que l'œil s'en approche ou qu'il s'en éloigne ; & son image sur le fond de l'œil étant toujours égale & semblable à l'image de l'objet PQ vu au travers du verre ou dans le miroir, cet objet PQ doit aussi paraître immobile. Ce qui étant directement contraire aux phénomenes généraux de la vision par les verres ou par les miroirs, montre combien est peu fondée l'hypothése de ceux qui prétendent que l'objet paraît à la place de son image supposée même devant l'œil.

distances de l'œil de plus en plus grandes : mais lorsque l'objet est au foyer principal, l'angle qui mesure sa grandeur apparente, est invariable, & conséquemment Op' est aussi invariable & égale à la distance focale ; & lorsque la distance de l'objet au verre ou au miroir surpasse sa distance focale, son image est du même côté du verre ou du miroir que l'œil, & l'œil en s'éloignant du verre ou du miroir, s'approche de l'image qui est fixe, y passe, & s'en éloigne ensuite ; de sorte que la grandeur apparente augmente d'abord & ensuite diminue, & par conséquent la distance apparente commence par diminuer, puis devient nulle, & ensuite augmente continuellement (*Art. 140.*).

Fig. 271, 272, 273 & 274.

149. Deux personnes NO, PQ qui se regardent au travers d'un verre AC, se voyent à la même distance l'une de l'autre. Car que deux rayons PAO, NAQ se coupent mutuellement dans un point quelconque du verre, & que les rayons visuels OA, QA prolongés rencontrent les paralleles Pp', Nn', en p' & n' ; les perpendiculaires $p'q'$, $n'o'$ feront les objets apparens (*Art. 139.*). Maintenant puisque les inflexions des rayons NAQ, PAO sont égales (*Art. 45.*), les angles NAO, PAQ sont aussi égaux, & comme ils sont petits, NO est à PQ comme AO est à AQ (*Art. 57.*), ou comme l'angle AQC à l'angle AOC (*Art. 60.*) ; c'est-à-dire, que les objets apparens $n'o'$, $p'q'$ sont proportionnels aux angles visuels AQC, AOC, & par conséquent leurs distances des yeux Q & O sont égales, comme dans tous les cas de la vision à la vue simple.

150. D'où il suit que si le verre occupe successivement deux places différentes C, D également éloignées des extrémités de l'intervalle OQ, le même œil verra toujours l'objet à la même distance. Car Oq' distance apparente de l'objet PQ étant égale à Qo' distance apparente de l'objet NO vu au travers du verre par l'œil placé à la distance QC de ce verre, elle sera aussi égale à la distance apparente de l'objet PQ vu au travers du même verre, reculé à la distance OD égale à QC.

151.* Si, lorsque l'intervalle compris entre l'œil & l'objet, est

* Si l'on veut se former une idée plus exacte & plus étendue des variations de la distance apparente dans tous les cas, que par les Articles précédens & celui-ci, voici quelques constructions géométriques à l'aide desquelles il sera facile de les appercevoir toutes.

260. I. CAS Qu'un objet soit fixe

fixe & conſtant, on meut par degrés un verre concave d'un bout à l'autre, la diſtance apparente de l'objet augmente d'abord & enſuite diminue ; & elle eſt la plus grande de toutes, lorſque le

dans un point quelconque Q (*Fig. 275, 276*, &c. juſqu'à *283.*) de l'axe QC d'un verre ou d'un miroir fixe en C, dont la diſtance focale eſt CF ; & ſoit l'image de l'objet Q au point q déterminé par l'Article 207 ou 236. Sur l'axe CQ ſoit élevée une perpendiculaire CK égale à CQ, & ſoit jointe Kq ; & pendant que l'œil O ſe meut le long de l'axe CO, imaginons qu'il emporte avec lui une droite OD toujours perpendiculaire à l'axe, & terminée en D par la droite Kq prolongée, dont la poſition eſt fixe & conſtante : je dis que cette perpendiculaire OD ſera continuellement égale aux diſtances auxquelles l'œil mobile O verra ſucceſſivement l'objet fixe Q ; lorſque OD eſt au-deſſus de l'axe, l'objet paraît droit, & renverſé lorſqu'elle eſt en deſſous.

261. Les figures repréſentent toutes les poſitions différentes de la ligne Kq à l'axe du verre ou du miroir, occaſionnées par les diverſes poſitions de l'objet fixe Q, & de ſon image q par rapport au foyer principal F.

262. II. CAS. Suppoſons maintenant l'œil fixe en quelque point O (*Fig. 284, 285*, &c. juſqu'à *292.*) de l'axe OC d'un verre ou d'un miroir fixe en C, dont le foyer ſoit en f ; & ſoit l'image de l'œil O au point o que l'on trouve par l'Article 207 ou 236. Sur l'axe CO ſoit élevée une perpendiculaire CO' égale à CO, & ſoit jointe $O'o$; tandis que l'objet Q ſe meut dans l'axe QC, ſuppoſons qu'il emporte avec lui une droite QD toujours perpendiculaire à l'axe, & terminée en D par la droite $O'o$ prolongée, dont la poſition eſt fixe & invariable : je dis que cette perpendiculaire QD ſera continuellement égale aux diſtances auxquelles l'œil qui eſt fixe en O, verra ſucceſſivement l'objet mobile Q ; lorſque QD eſt au-deſſus de l'axe, l'objet paraît droit, autrement il paraît renverſé.

263. III. CAS. Suppoſons préſentement que l'œil & l'objet ſoient fixes, le premier dans un point quelconque O de l'axe d'un verre C (*Fig. 293, 294* & *295.*), dont la diſtance focale eſt une ligne donnée f, le ſecond dans un autre point quelconque Q de cet axe. Sur l'intervalle QO compris entre l'œil & l'objet, ſoit conſtruit un carré $QOKO'$; & ſoit le côté KO' oppoſé à l'intervalle QO, une ordonnée à l'axe d'une parabole KDO', qui ait pour parametre la diſtance focale f, & dont les branches tendent vers OQ, ſi le verre eſt concave, & dans la région oppoſée, s'il eſt convexe ; pendant que le verre C ſe meut dans l'axe OQ, ſuppoſons qu'il emporte avec lui une droite CD toujours perpendiculaire à l'axe, terminée en D par la parabole KDO' : je dis que cette perpendiculaire CD ſera continuellement égale aux diſtances auxquelles l'œil O verra ſucceſſivement l'objet Q, tous deux étant fixes, l'un en O, l'autre en Q ; l'objet paraît droit, lorſque CD eſt du côté de KO', autrement on le voit renverſé.

264. Si l'intervalle OQ (*Fig. 296.*) de l'œil & de l'objet eſt plus grand que quatre fois la diſtance focale f du verre convexe, on en retranchera, par ſes deux extrémités, les parties Off & Qff égales chacune au double de la diſtance focale f, ce qui laiſſera dans le milieu la partie $ffff$, entre laquelle & l'intervalle OQ, on cherchera une moyenne proportionnelle GH qu'on placera dans cette droite OQ, de manière que ſes extrémités G & H ſoient également diſtantes de O & de Q. Je dis que la parabole paſſera par les points G & H ; & c'eſt pourquoi lorſque le verre convexe paſſera l'un ou l'autre de ces points, l'objet paraîtra renverſé. Voyez cet Article 151.

265. IV. CAS. Soient l'œil & l'objet fixes aux points quelconques O & Q (*Fig. 297* & *298.*) de l'axe QOC d'un miroir C, dont le foyer principal eſt F. Sur l'intervalle OQ ſoit conſtruit un parallélogramme rectangle $QOKL$ qui ait pour hauteur la diſtance focale CF ; & ſoit le côté KL oppoſé à l'intervalle QO, une ordonnée à l'axe d'une parabole DLK, dont le parametre ſoit la diſtance focale CF, & qui

verre eſt exactement au milieu de l'intervalle. Mais ſi on fait parcourir le même intervalle à un verre convexe, la diſtance apparente de l'objet diminue d'abord, enſuite augmente & eſt la

renferme dans ſa concavité l'intervalle QO. Si l'on conçoit que pendant que le miroir ſe meut le long de l'axe CF prolongé, le foyer F emporte avec lui une perpendiculaire FD à cet axe, terminée en D par la parabole DLK : je dis que cette perpendiculaire ſera continuellement égale aux diſtances auxquelles l'œil qui eſt fixe en O, verra ſucceſſivement l'objet Q; & ſi le parallélogramme QK eſt ſitué ſur l'axe du miroir, lorſque le miroir eſt concave, & en-deſſous, lorſqu'il eſt convexe, l'objet paraît droit ou renverſé, ſelon que FD eſt en deſſus ou en deſſous de l'axe.

266. Et ſi l'on conçoit que l'œil & l'objet changent de places, la diſtance apparente & la poſition de l'objet ſeront encore les mêmes qu'auparavant.

267. Soit diviſée OQ en deux également en M; le cercle décrit de M pris pour centre, & du rayon MK ou ML, coupera l'axe du miroir aux points G & H par où paſſe la parabole; & ſitôt que le foyer F paſſe le point G, l'objet commence à paraître renverſé.

268. Ainſi lorſque l'intervalle OQ (*Fig.* 299 & 300.) de l'œil & de l'objet eſt nul, c'eſt-à-dire, que l'œil ſe voit lui-même dans un miroir mobile, les lignes MK, MG, MH deviennent égales chacune à la diſtance focale CF.

269. V. CAS. Si l'œil & l'objet ſont toujours à la même diſtance OQ (*Fig.* 301 & 302.) l'un de l'autre, pendant qu'ils ſe meuvent dans l'axe d'un miroir fixe en C (comme ſi l'on regardait dans ce miroir le bout d'une regle à l'autre extrémité de laquelle on aurait appliqué l'œil), ſoient diviſés l'intervalle OQ, & le demi-diametre CE du miroir en deux également, l'un en M, l'autre en F; & ſoit $CELK$ un parallélogramme rectangle, dont la hauteur CK ſoit à MQ, comme MQ à CF; ſoit enfin le côté KL oppoſé au demi-diametre CE, une ordonnée à l'axe d'une parabole DKL, qui ait CF pour parametre, & qui renferme dans ſon intérieur le demi-diametre CE. Je dis que pendant que la regle OQ ſe meut dans l'axe CE prolongé, MD qui lui eſt perpendiculaire, toujours terminée par la parabole, ſera continuellement égale aux diſtances auxquelles l'œil O rapportera ſucceſſivement l'objet Q; & ſi le parallélogramme $CKLE$ eſt ſitué ſur l'axe CE du miroir, lorſque le miroir eſt concave, & en deſſous, lorſqu'il eſt convexe, l'objet paraît droit ou renverſé, ſelon que MD eſt en deſſus ou en deſſous de l'axe.

270. Soient priſes FG & $FH = \pm\sqrt{CF^2 + MQ^2}$, & la parabole coupera l'axe aux points G & H; & lorſque M paſſe le point G, auſſi-tôt l'on voit l'objet renverſé.

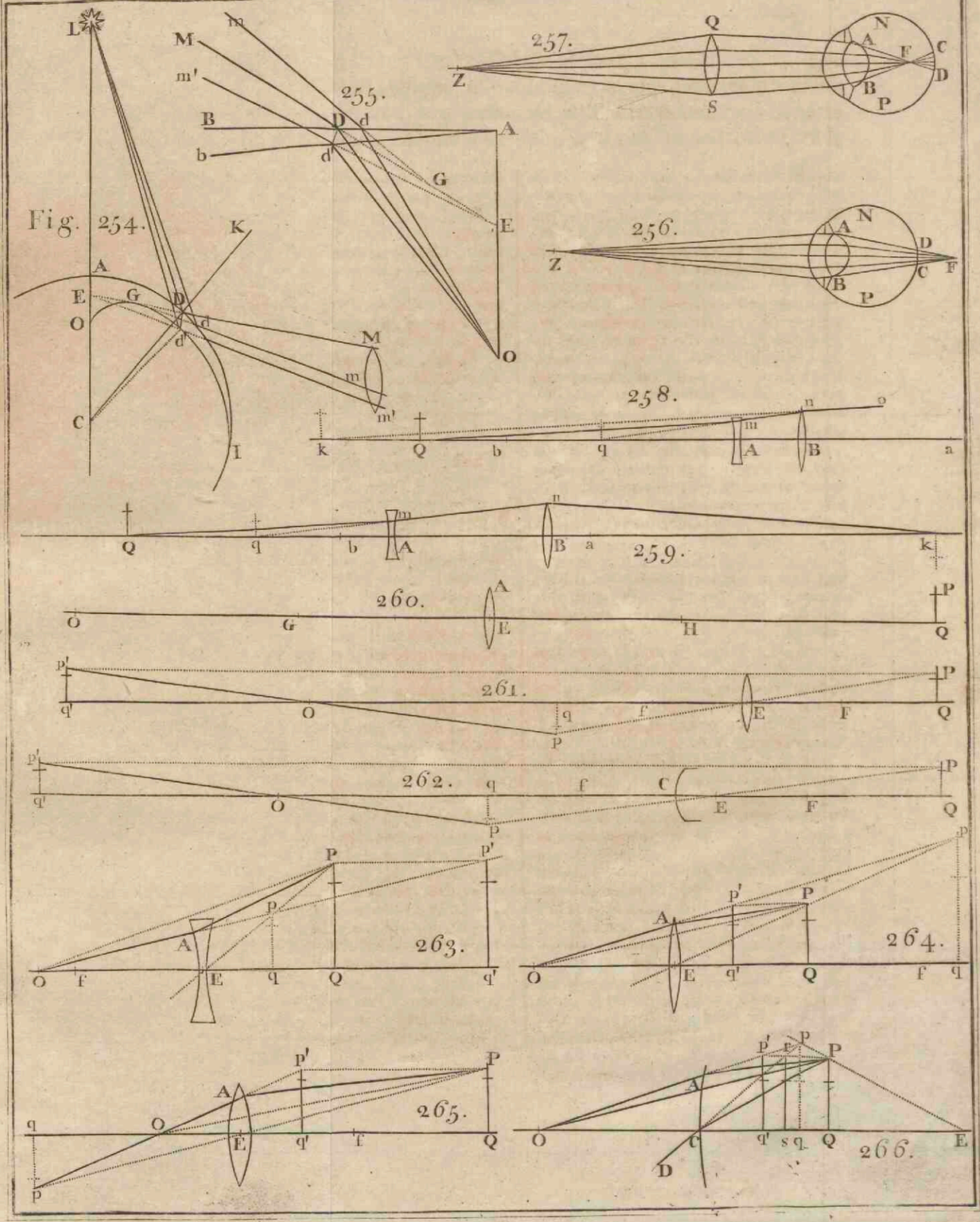
271. Si la longueur de la regle ou de l'intervalle OQ (*Fig.* 303 & 304.) devient nulle, c'eſt-à-dire, que l'œil ſe voye lui-même ſe mouvoir, la parabole paſſera par C & par E, & la diſtance FV de ſon ſommet au point F, ſera égale à ſon parametre FC ou FE.

272. Dans toutes ces conſtructions, la grandeur apparente de l'objet eſt toujours réciproquement comme la perpendiculaire mobile, qui repréſente ſa diſtance apparente. Quoiqu'il ſoit facile d'en démontrer tous les cas en peu de mots, comme j'ai aſſez inſiſté ſur ce ſujet, je ne m'y arrêterai pas. Si on veut chercher ſoi-même cette démonſtration, il eſt aiſé de la déduire de l'Art. 139 ou 247, ou encore du 389e. Je vais finir par indiquer en général les précautions qu'il faut prendre, au cas qu'on veuille faire un examen plus approfondi de cette théorie par l'expérience.

273. D'abord il faut bien ſe garder de faire aucune expérience dans un lieu trop reſſerré, ou dans lequel les choſes ſe trouvent tellement ſituées rélativement à l'Obſervateur, au verre ou à l'objet, qu'elles ne laiſſent pas à l'imagination le pouvoir d'agir librement. Par exemple, qu'étant à quelque diſtance d'une perſonne placée à un bout d'une chambre, je la regarde au

plus

Fig. 254.


L
M
m
m'
B
b
D
d
d'
A
G
E
O
K
C
I
255.
257.
Q
Z
S
N
A
F
C
D
B
P
256.
258.
k
Q
b
q
m
n
o
a
259.
260.
G
H
261.
q'
f
262.
263.
264.
265.
266.

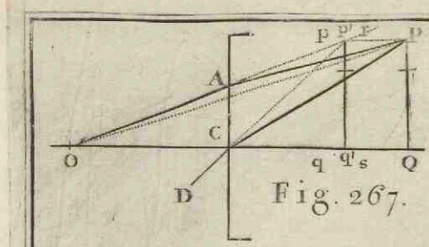
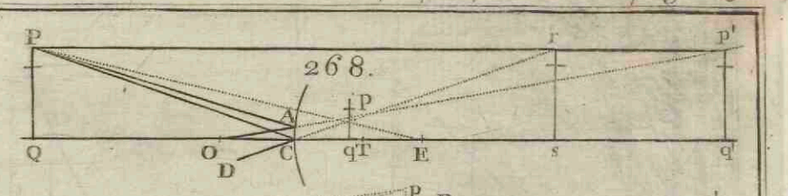
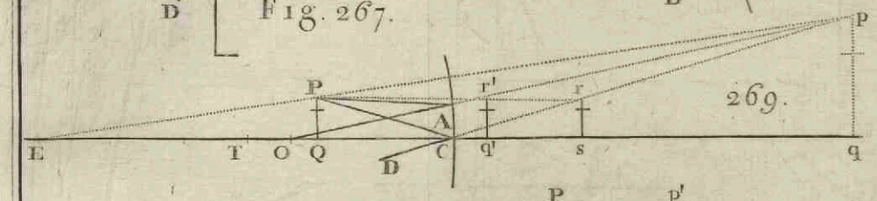


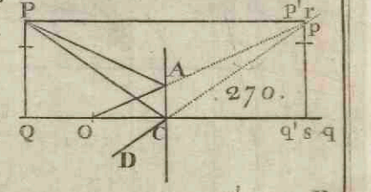
Fig. 267.



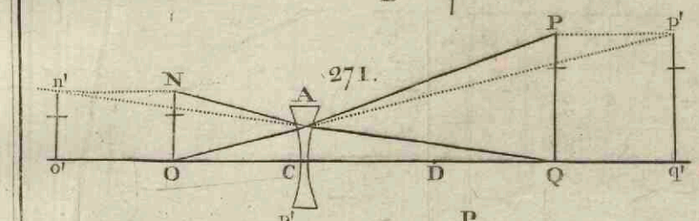
268.



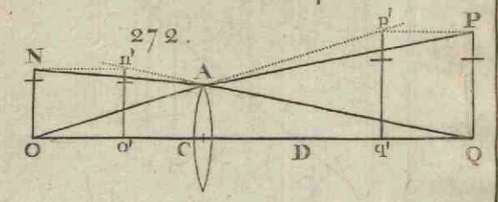
269.



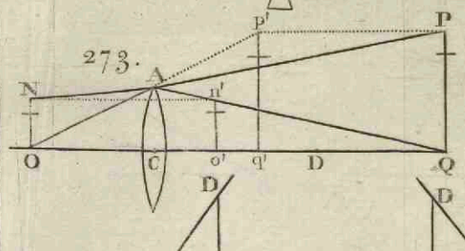
270.



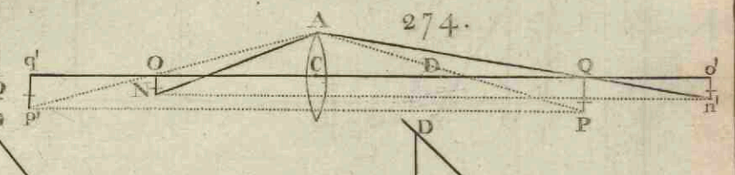
271.



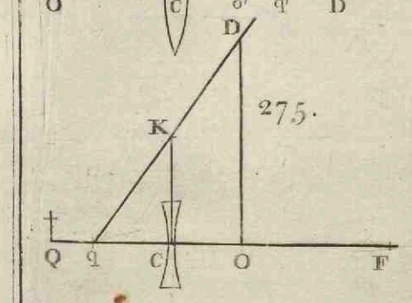
272.



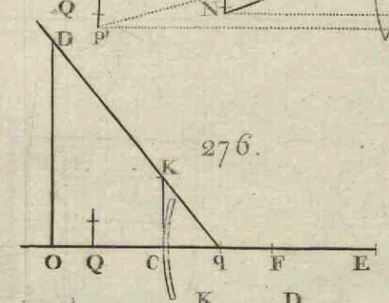
273.



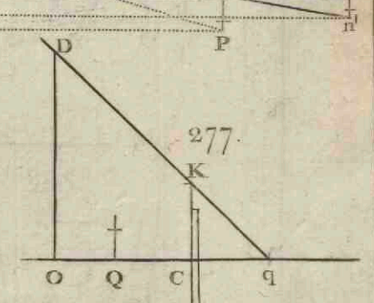
274.



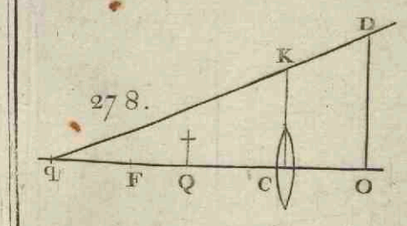
275.



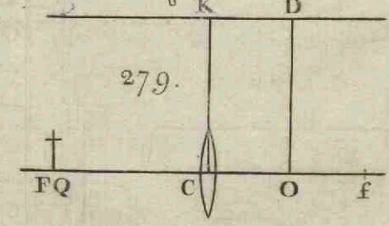
276.



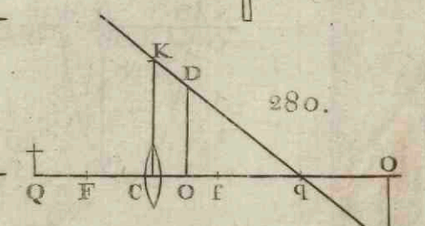
277.



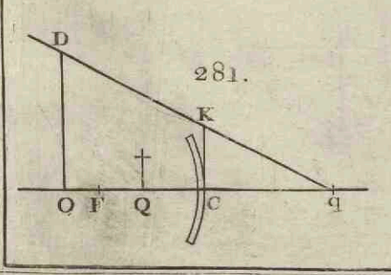
278.



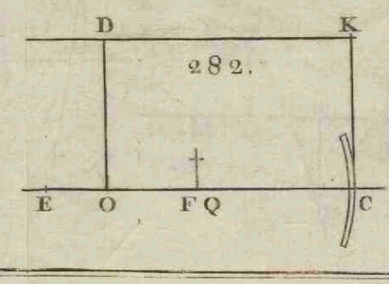
279.



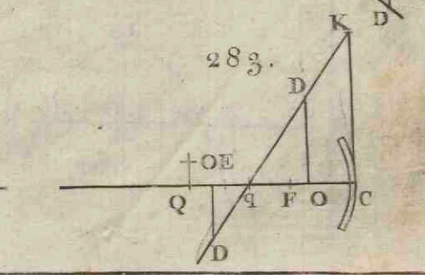
280.



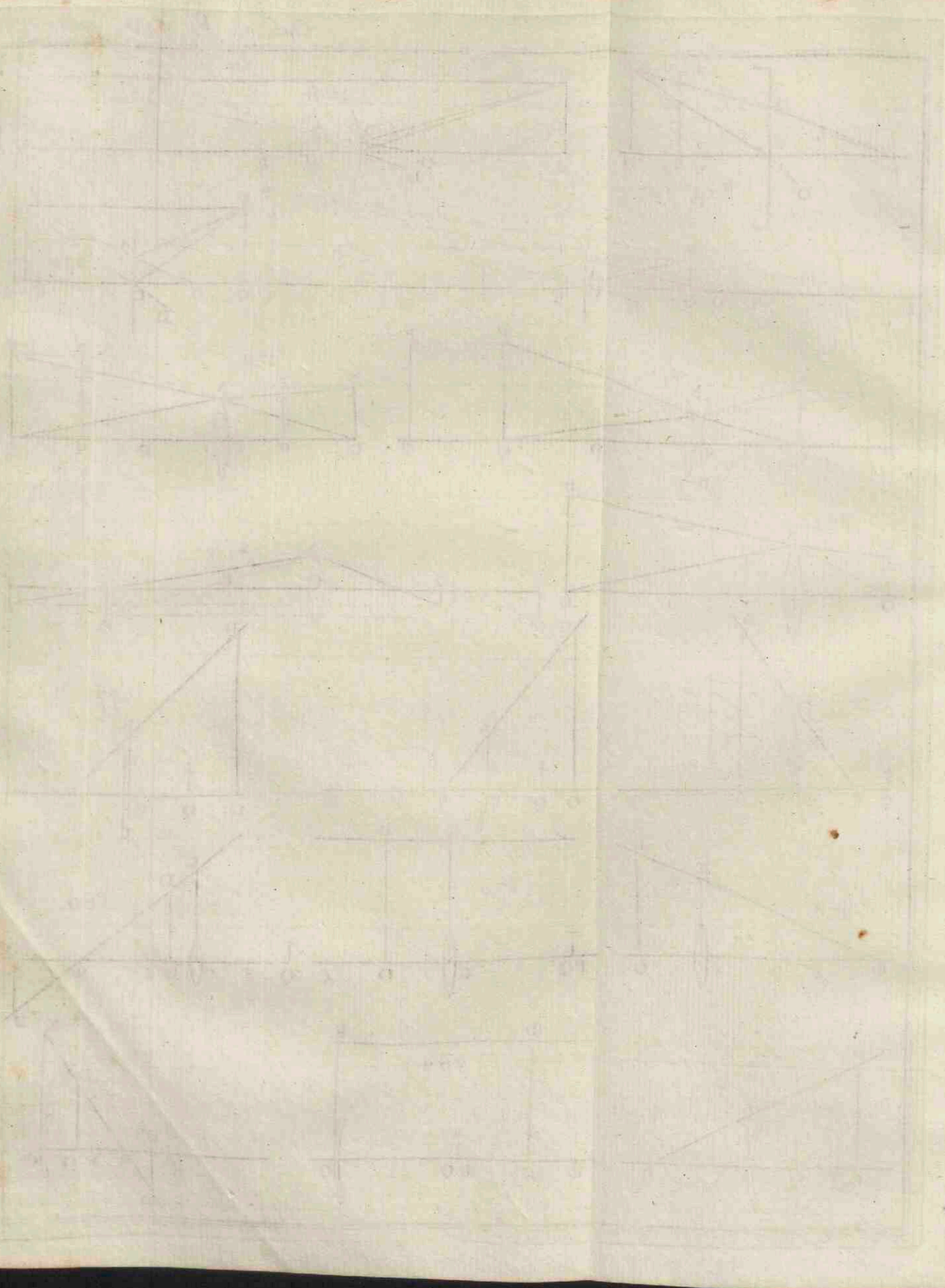
281.



282.



283.



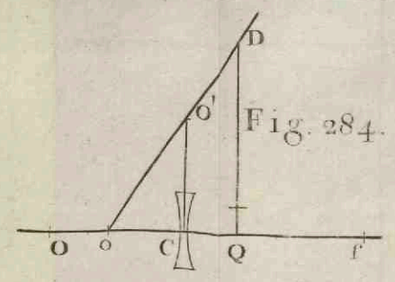
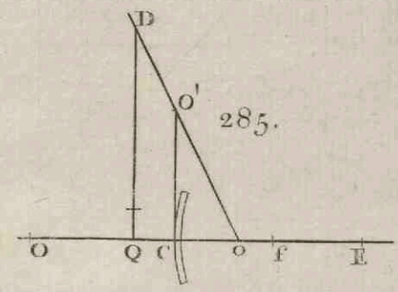
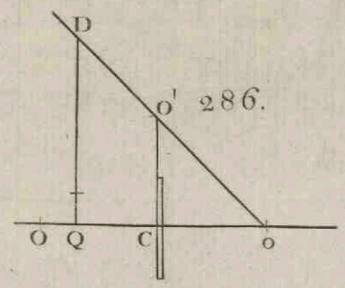


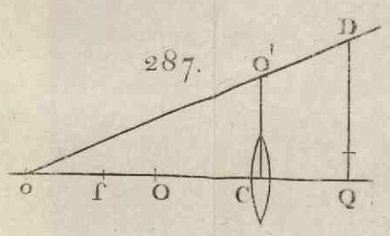
Fig. 284.



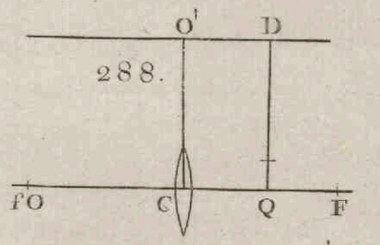
285.



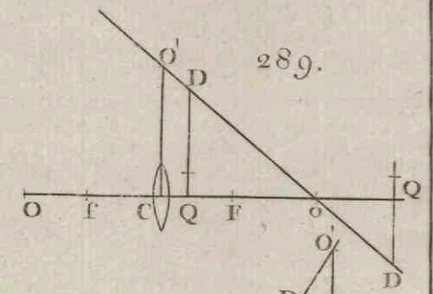
286.



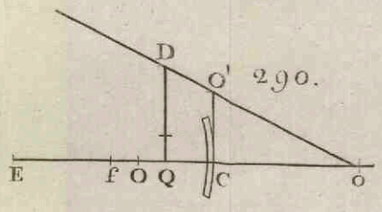
287.



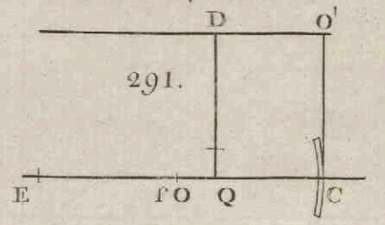
288.



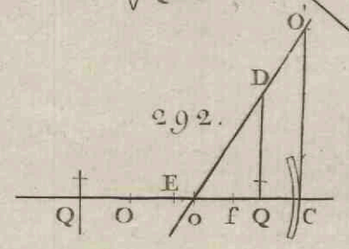
289.



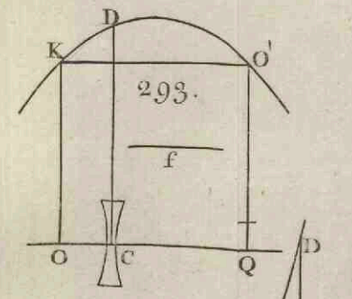
290.



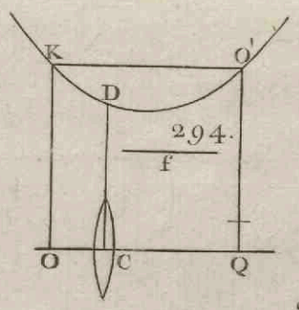
291.



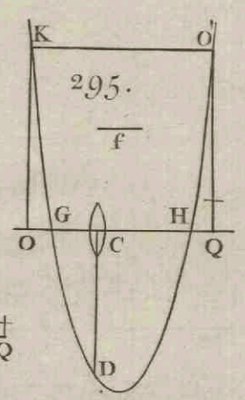
292.



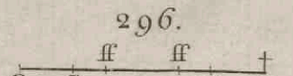
293.
f



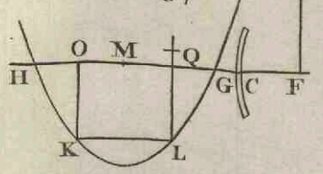
294.
f



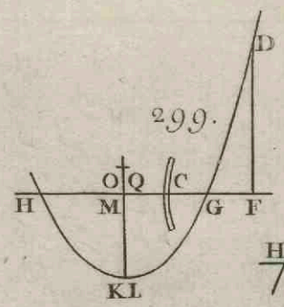
295.
f



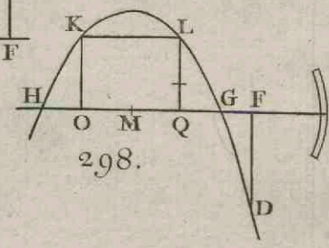
296.
f



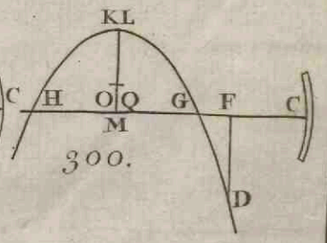
297.



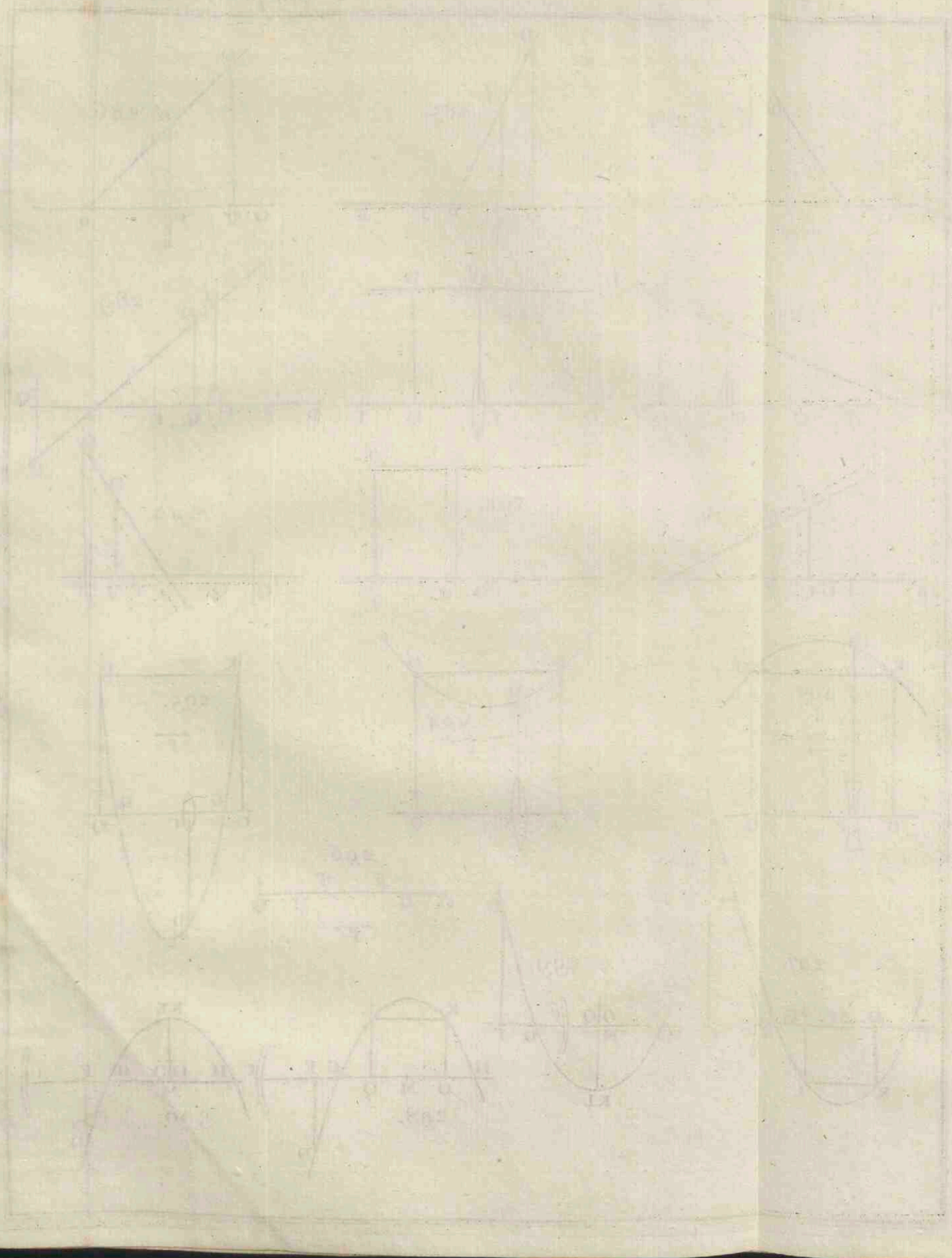
299.



298.



300.



plus petite de toutes, lorſque le verre eſt préciſément au milieu de l'intervalle, pourvu que cet intervalle ſoit plus petit que quatre fois la diſtance focale du verre; mais s'il eſt égal à quatre

travers d'un verre concave, que j'éloigne par degrés de mon œil, cette perſonne me paraîtra de plus petite en plus petite, & s'éloigner un peu. Cependant malgré cette continuelle diminution apparente, je ne puis l'imaginer plus éloignée que le bout de la chambre, quoiqu'une partie du bout de cette chambre me paraiſſe auſſi diminuée, parce que j'en vois plus évidemment le reſte à la vue ſimple, par des rayons directs qui viennent en raſant la circonférence du verre. Mais ſi je fais une expérience ſemblable dans un lieu ſpacieux & libre, dans une plaine, par exemple, l'objet que je conſidererai me paraîtra s'éloigner de plus en plus du lieu où je le vois à la vue ſimple par les côtés du verre, pourvu que la ligne dans laquelle j'éloigne le verre, ſoit exactement dirigée à l'objet, ou du moins ne paſſe que peu au-deſſus ou à côté. Car ſi cette ligne tombe au-deſſous, il paraîtra dans le verre en-deçà de ſon lieu apparent à la vue ſimple, dans lequel cas je ſerai porté à le croire plus près qu'il n'eſt réellement, parce que la vue directe du terrein intermédiaire ne permet pas à mon imagination de s'exercer librement lorſque je regarde au travers du verre.

274. Un autre obſtacle au pouvoir de l'imagination, peu différent du précédent, eſt la diminution continuelle du nombre d'objets ou de parties d'un objet vus au travers d'un verre concave, à meſure qu'on éloigne ce verre de l'œil (*Art.* 113. & 114.); étant très-difficile d'imaginer qu'une partie d'un objet connu ou d'un ſyſtême d'objets, s'éloigne du reſte qu'on voit à la vue ſimple occuper toujours la même place. Il faut dire la même choſe de l'approche des objets qu'on conſidere au travers d'un verre convexe qu'on éloigne de l'œil. Concluons donc que les expériences ne peuvent bien réuſſir que dans des plaines ou dans des champs fort vaſtes, où les objets étant plus éloignés, & ſoutendant des angles optiques plus petits, ſont compris dans le verre plus dans leur entier, & où non-ſeulement l'imagination eſt bien plus à ſon aiſe, mais encore l'eſprit étant moins préoccupé par la connaiſſance des diſtances & des ſituations des objets que dans une chambre, jouit plus de la liberté néceſſaire pour bien ſaiſir la différence des idées qu'on a en regardant au travers des verres, de celles qu'on a en regardant à la vue ſimple.

La théorie qu'on a expoſée juſqu'ici n'eſt pas ſans difficultés, & l'Auteur ne le diſſimule pas. C'eſt à quoi il était naturel de s'attendre, après avoir vu que le principe qui lui ſert de baſe, en éprouve lui-même. Nous nous contenterons de rapporter la ſuivante.

275. On a remarqué dans l'Art. 144, qu'un objet vu au travers d'un verre convexe, ou dans un miroir concave, doit paraître derrière ſi le diametre réel de l'objet eſt plus grand que le diametre de la partie du verre ou du miroir par laquelle on le voit; que ſi le diametre de l'objet eſt égal à celui de cette partie, l'objet doit paraître alors toucher le verre ou le miroir; & qu'enfin il doit paraître devant quand ſon diametre eſt plus petit. D'où il ſuit que l'objet PQR, placé à telle diſtance CQ (*Fig.* 305, 306 & 307.) qu'on voudra du verre ou du miroir AC, paraîtra toucher le verre ou le miroir lorſque l'œil eſt à ſon foyer principal F (*Art.* 148.); & que ſi cet objet eſt à une diſtance du verre ou du miroir plus grande que le double de la diſtance focale CF ou Cf, il paraîtra encore toucher le verre ou le miroir, lorſque l'œil ſera placé dans un autre point O, que l'on trouve en diviſant la diſtance CQ en deux également en o, en ſuppoſant enſuite des rayons partir de ce point o, dont on cherche le foyer ou point de réunion O, après les réfractions ou réflexions. Car ſi l'on conçoit que de l'œil ſitué au point O, il parte un rayon quelconque OA, & qu'après avoir été rompu ou réfléchi à un point quelconque A du verre ou du miroir, & avoir paſſé par o, ce rayon rencontre l'objet PQR en R, il eſt clair qu'on verra ce point R par un rayon qui retournera en ſuivant les mêmes lignes RA, AO. Et puiſque oQ a été faite égale

fois cette distance focale, l'objet paraîtra toucher l'œil, lorsque le verre est au milieu, parce qu'on le voit infiniment grand &

à oC, QR côté du triangle rectangle oQR sera égal au côté AC du triangle rectangle oCA; & ainsi la portion QR de l'objet PQR vue par réfraction ou par réflexion, paraitra au même endroit que si on l'avait mise dans la place AC, & qu'on l'eut ensuite regardée du même point O à la vue simple (*Art. 139.*).

276. Delà il est évident que si CQ est égale à $2Cf$, le point o co-incidera avec le foyer principal f, & par conséquent le foyer correspondant O sera à une distance infinie; & si CQ est plus petite que $2Cf$, & conséquemment Co plus petite que Cf, le point O tombera derrière le verre ou le miroir, où l'œil ne peut aller; enfin si l'objet Q est très-éloigné, le point O tombera très-près de F.

277. Présentement soit q le lieu de l'image de l'objet PQR, que l'on trouve par l'Article 236; alors si nous supposons que l'œil s'éloigne de C en F, l'objet apparent devrait le suivre & s'approcher jusqu'à toucher le verre ou le miroir; si l'œil continue de s'éloigner & qu'il aille de F en q, pendant ce tems-là, l'objet apparent devrait traverser le verre ou le miroir en continuant de suivre l'œil, & s'en approcher continuellement jusqu'à le toucher en arrivant ensemble en q; & si l'œil s'écarte encore davantage du verre ou du miroir, & qu'il aille de q en O, l'objet apparent devrait retourner de q en C; enfin l'œil continuant de s'éloigner, & marchant par conséquent en arrière du point O, l'objet apparent devrait traverser de nouveau le verre ou le miroir, & s'éloigner derrière.

278. Telle devrait être la marche apparente de l'objet suivant la théorie, pendant que l'œil s'éloigne continuellement du verre ou du miroir. Mais par des expériences faites avec des verres convexes, je trouve que l'objet apparent n'avance & ne suit l'œil que jusqu'à ce qu'il touche le verre, ce qui arrive quand l'œil est parvenu en F; qu'il y reste comme adhérent pendant tout le tems que l'œil met à aller de F en O; & qu'il commence à retourner & à s'éloigner derrière le verre sitôt que l'œil a passé le point O.

279. Mais lorsque l'objet n'est pas placé loin du centre d'un grand miroir concave, quoiqu'il ne paraisse point s'avancer devant le miroir, tandis que l'œil s'éloigne du foyer f (*Fig. 307.*), & parcourt l'intervalle fq, compris entre ce foyer & l'image q, cependant lorsque l'œil aura passé cette image, l'objet paraîtra souvent devant le miroir, surtout si on le regarde des deux yeux. Ce qui fait voir que la force des sensations réunies des deux images tracées sur des parties correspondantes des rétines, jointe peut-être au sentiment de l'action par laquelle nos yeux tournent & dirigent leurs axes, nous sont de quelque secours dans notre appréhension de distance; au lieu que nous sommes privés de ces secours, lorsqu'ayant l'œil placé entre f & q, on voit l'objet soit faiblement, quoique distinctement, au travers d'un trou d'épingle, soit confusément en regardant toujours d'un œil seul, mais sans trou d'épingle, soit enfin que nous le voyions double & toujours confusément, en le regardant des deux yeux.

280. On ne décidera point si on ne pourrait pas imaginer l'expérience, en se servant d'une lentille fort large, de manière que l'objet pût paraître devant la lentille. Mais ce qu'il y a de certain, c'est qu'en ceci l'expérience commune paraît absolument contraire à la théorie. Par exemple, qu'on mette les doigts contre la surface postérieure d'un globe creux de verre plein d'eau, ou à peu de distance de cette même surface, & qu'on touche la surface antérieure avec les doigts de l'autre main, les premiers paraîtront beaucoup plus grands & plus gros que ceux-ci, & par conséquent devraient, selon la théorie, paraître plus proches; ce qui est contraire à l'expérience constante, tant de la vue que du tact, puisque les doigts qui sont derrière le globe ne sont pas vus seuls & isolés, mais joints à la main & au bras dont on apperçoit une partie à la vue simple derrière le globe. Au reste le préjugé que donne la connaissance de quelqu'autre objet placé derrière le globe ou le verre convexe, ne formerait-il point un obstacle à l'apparence de l'objet devant le globe ou le verre ?

infiniment confus ; & lorſque cet intervalle eſt plus grand que quatre fois la diſtance focale, l'objet paraîtra infiniment grand & confus, & par conſéquent infiniment proche de l'œil, quand le verre ſe trouve dans deux endroits, tels que C & D, également éloignés de l'œil & de l'objet ; de ſorte que tandis que le verre va d'un bout à l'autre de l'intervalle, la diſtance apparente diminue d'abord, enſuite augmente juſqu'à ce que le verre parvienne au milieu, puis elle diminue, & enfin augmente de nouveau juſqu'au moment où il atteint le bout de l'intervalle ; & lorſque le verre eſt au milieu, la diſtance apparente de l'objet eſt plus petite, égale ou plus grande que ſa vraie diſtance, ſelon que l'intervalle entier eſt moindre, égal ou plus grand que huit fois la diſtance focale du verre ; & par conſéquent, s'il eſt plus grand que huit fois cette diſtance focale, la diſtance apparente ſera égale à la vraie, lorſque le verre ſe trouve entre C & D, dans deux endroits également éloignés de ces deux-là & du milieu ; & tout cela tandis que la grandeur apparente de l'objet augmente, lorſque ſa diſtance apparente diminue, & au contraire (*Art. 140.*) ; comme on le trouvera en faiſant l'expérience. On découvre la raiſon de toutes ces apparences à l'aide d'une regle aiſée contenue dans le Livre ſuivant.

152. Lorſqu'un objet PR eſt incliné à l'axe d'un verre ou d'un miroir, on peut déterminer ſon inclinaiſon apparente comme ci-devant (*Art. 139.*), en menant les droites Pp', Rr' paralleles à l'axe OC, leſquelles rencontrent en p' & en r' les rayons OA, OB prolongés, par leſquels on voit les points P & R, & menant enſuite la ligne $p'r'$, qui ſera l'objet apparent ; parce que ſes extrémités p', r', vues à la vue ſimple, ſont les places apparentes, dans le verre ou dans le miroir, des extrémités de deux autres objets que l'on conçoit toucher les extrémités de l'objet incliné PR, & être perpendiculaires à l'axe du verre ou du miroir (*Art 139.*) ; obſervant, comme ci-devant, que quand PR & AB ſont de différens côtés de l'axe, il faut pour appercevoir à la vue ſimple l'objet apparent incliné $p'r'$, tourner la vue du côté oppoſé à celui vers lequel elle eſt dirigée, ou bien prendre ſur les rayons Op', Or' prolongés du côté oppoſé à celui où ils ſont, deux autres diſtances Op, Or, reſpectivement égales à ces mêmes rayons. Alors ſi on ôte le verre ou le miroir, on verra la ligne Fig. 308, 309, &c. juſqu'à 313.

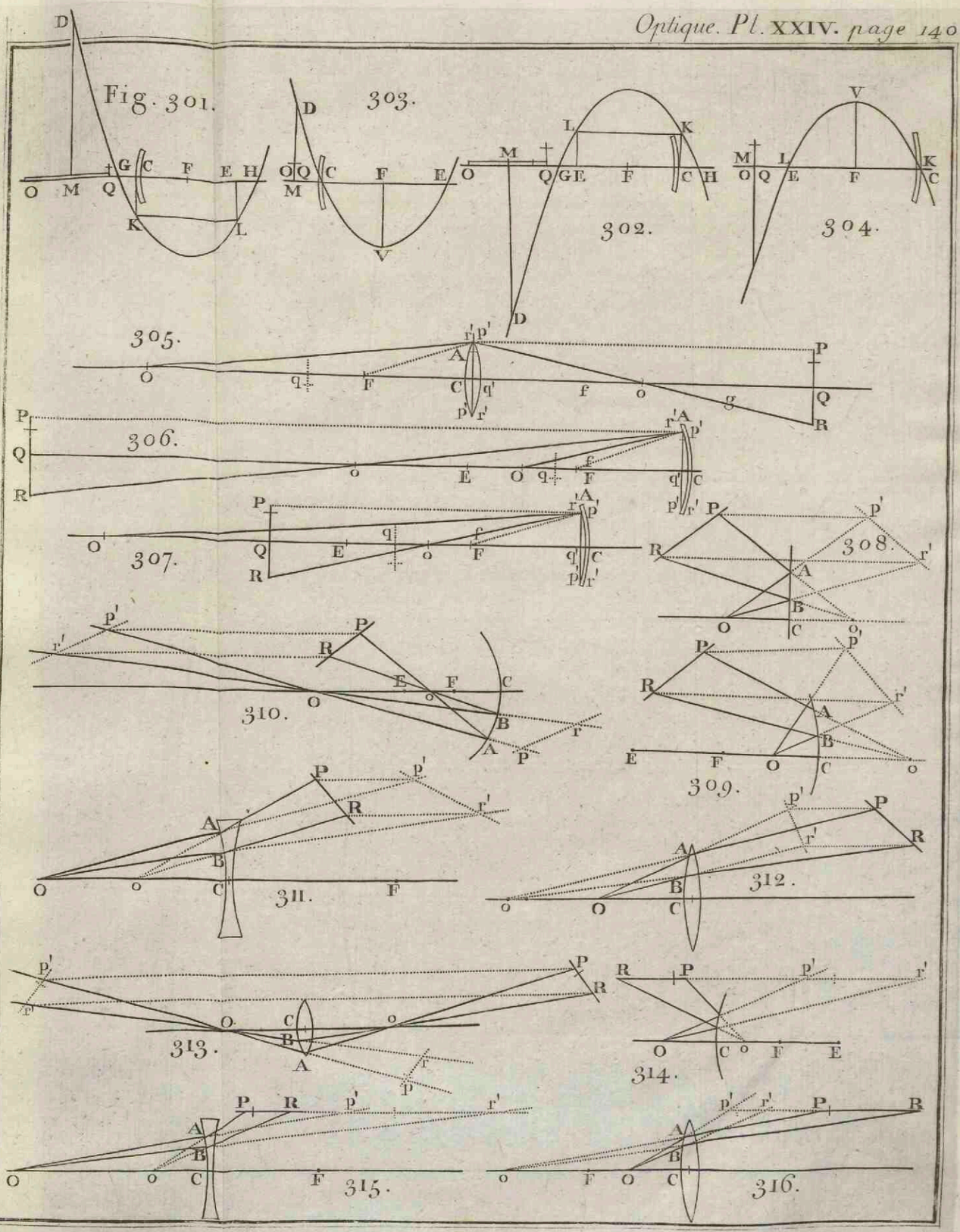
pr au même lieu & dans la même position qu'on voit l'objet PR dans le verre ou dans le miroir.

Fig. 314, 315 & 316. 153. Ainsi, si un objet PR est parallele à l'axe du verre ou du miroir, il n'y aura qu'à le prolonger jusqu'à ce qu'il coupe les rayons visuels OA, OB l'un en p', l'autre en r'; & la ligne $p'r'$ paraîtra à la vue simple à la même place & dans la même position que celles dans lesquelles on apperçoit l'objet PR au travers du verre ou dans le miroir. Il faut observer que quoique les places réelles des lignes PR, $p'r'$ soient paralleles à l'axe, cependant elles ne paraissent pas telles à la vue simple; elles paraissent converger vers les parties éloignées de l'axe, par une raison qu'on exposera Art. 156.

Fig. 133 & suiv. Il est aisé de voir par la description des caustiques donnée Art. 69 & suiv. & par les figures qu'on y a expliquées, qu'il est très-possible de donner au bord d'une plaque mince une courbure qui ait la figure & le degré de convexité convenables pour que, si on l'applique dans la concavité d'une branche d'une caustique donnée, elle touche chaque rayon dans un point de sa convexité différent de celui où elle touchera tout autre (*Voyez les Art. 445 & 446.*). On peut donner à ce bord convexe même le nom de branche de la caustique; & il est représenté dans les figures suivantes par la courbe $p3pv$ ou $q3qy$, &c.

Fig. 317, &c. jusqu'à 321. 154. Delà, si on met l'œil dans un point quelconque o, pris par-tout où l'on voudra, excepté sur la caustique même formée par les réfractions ou les réflexions de tous les rayons qu'envoie le point P, on peut trouver le rayon visuel par lequel on voit ce point P, en menant de l'œil o une droite qui touche, sans la couper, une branche de la caustique dans un point $3p$. Et si on imagine qu'un fil arrêté par un bout à l'extrémité de cette branche la plus éloignée de l'œil, enveloppe une partie de sa convexité, & soit étendu depuis le point où il la quitte, dans une ligne droite $3po$, on verra toujours le point P dans les directions successives de ce fil, tandis que l'œil ou la caustique elle-même se meut de côté.

155. Si on voit un petit objet rond dans une situation renversée au travers d'une sphere, ou dans une portion d'un miroir concave, assez large pour former une caustique, on le verra aussi gros & aussi près qu'il est possible, en mettant l'œil dans


Fig. 301.
303.
302.
304.
305.
306.
307.
308.
309.
310.
311.
312.
313.
314.
315.
316.

une droite menée par cet objet & par le centre de la ſphere ou du miroir; & ſi on meut de côté l'œil, la ſphere ou l'objet même, on le verra diminuer & s'éloigner par degrés; & il peut arriver des apparences toutes contraires, dans un moindre degré, lorſqu'on voit l'objet droit, dans les cas ſpécifiés par les Figures. Tout cela peut ſe démontrer ainſi.

Par le centre E de la ſphere ou du miroir, ſoient menées les deux droites EP, EQ, qui touchent les côtés oppoſés du petit objet rond PQ; & de tous les rayons qui partent du point P, que le plus proche de la droite PEp, ait pour foyer le point p, après les réfractions ou réflexions; & que le reſte engendre une cauſtique, dont les branches pv, px ſont toujours convexes vers l'axe PEp du pinceau (*Art. 69 & ſuiv.*). Soient auſſi qy & qz les branches d'une autre cauſtique engendrée par le pinceau qui vient de Q, dont l'axe eſt QEq. Du centre E, & d'un demi-diametre quelconque El, ſoit décrit un arc $lmno$ qui coupe en l & en n les axes Pp, Qq prolongés s'il eſt néceſſaire; & de l'œil d'abord placé en m dans l'angle lEn formé par les axes des deux pinceaux, ſoient menées les droites $m2p$, $m2q$ qui touchent une branche de chaque cauſtique; & l'on verra l'objet PQ ſous l'angle viſuel $2pm2q$ (*Art. 154.*). Enfin, de l'œil maintenant placé dans un point quelconque o hors l'angle lEn, ſoient tirées deux autres droites $o3p$, $o3q$ qui touchent une branche de chaque cauſtique en $3p$ & en $3q$; & alors on verra l'objet PQ ſous l'angle viſuel $3po3q$ (*Art. 154.*). Fig. 317, &c. juſqu'à 321.

Préſentement tandis que l'œil ſe meut de côté dans l'arc mno, un des points de contingence $2p$ ſe meut continuellement dans la même branche de $2p$ en $3p$; & l'autre point $2q$ va d'abord de $2q$ en q dans la même branche où il eſt, & retourne enſuite le long de l'autre branche de la même cauſtique depuis ſa pointe q juſqu'au point $3q$. Ainſi les rayons viſuels $3po$, $3qo$ que l'œil, lorſqu'il eſt en o, reçoit, viennent des branches des deux cauſtiques, qui ſont l'une & l'autre du même côté de leurs axes Ep, Eq.

Soit un arc de cercle quelconque décrit du centre E, lequel coupe les deux branches $3pp$, $3qq$ dont on vient de parler, la premiere au point v & la ſeconde en y, & leurs axes reſpectifs Ep, Eq, l'un en c, l'autre en d: Or, comme à cauſe de l'éga-

lité des deux distances EP, EQ résultante de la figure circulaire qu'a l'objet PQ, les deux caustiques sont égales, il est aisé de voir que l'arc cv est égal à l'arc dy, & que par conséquent l'arc vy compris entre les deux branches dont il est question, est égal à l'arc correspondant cd compris entre leurs axes. Et cette même propriété ayant lieu dans tout arc de cercle décrit du même centre E, il est clair que ces branches se rapprochent l'une de l'autre à mesure qu'elles deviennent plus voisines du centre E.

Fig. 317 & 318. C'est pourquoi lorsqu'ayant mis l'œil quelque part dans l'arc mno, on voit l'objet renversé, il paraît le plus gros lorsque l'œil est entre les axes Ep, Eq; & l'œil venant à se mouvoir latéralement dans le même arc mno, l'objet paraît de plus petit en plus petit & conséquemment plus éloigné (*Art. 138.*), parce que l'angle visuel diminue. Et l'on apperçoit sans peine, en considérant les Figures 319, 320 & 321, que le contraire peut arriver quand l'objet paraît droit *.

On conçoit aisément qu'il y a une même variété d'apparences, non-seulement lorsque l'œil est en repos & que l'objet se meut latéralement dans un cercle PQ, dont le centre est E, mais encore lorsque le centre E de la sphere ou du miroir se meut lui-même dans un cercle dont le centre est à l'objet.

Fig. 322. 156. Des paralleles ABC, DEF vues obliquement paraissent converger & se rapprocher de plus en plus à mesure qu'elles s'éloignent de l'œil, parce que les grandeurs apparentes de leurs intervalles perpendiculaires AD, BE, CF, &c. sont continuellement plus petites. Et par la même raison elles paraissent converger vers une ligne imaginaire OG, qu'on conçoit passer par l'œil, & leur être parallele.

281. * Si on veut examiner cette théorie, lorsque l'œil est placé dans la caustique vpx, c'est-à-dire, entre sa pointe p & le centre de la sphere ou du miroir concave, il faudra, pour voir distinctement, regarder par un trou d'épingle. Et si on l'examine en regardant une bougie allumée, ou tout autre petit objet lumineux, au travers d'un verre à boire plein d'eau ou de quelqu'autre liqueur claire, l'objet paraîtra, à proprement parler, toujours droit, par-tout où l'œil sera placé; il ne paraîtra renversé que dans le sens latéral, lorsque les pointes p & q sont devant l'œil, c'est-à-dire, qu'alors sa gauche paraîtra à droite, & sa droite à gauche. La raison en est que les réfractions, dans le sens vertical, des rayons qui traversent le verre, suivent les mêmes loix que si ces rayons passaient au travers d'un prisme dont l'angle réfringent serait tourné en bas (auquel la figure conique du verre peut être comparée); & que les réfractions, dans le sens latéral ou horisontal, suivent les mêmes loix que dans la sphere.

C'eſt la raiſon pour laquelle les parties éloignées d'une promenade ou du pavé d'une longue galerie, paraiſſent aller toujours en montant, & que celles du plafond de cette même galerie paraiſſent baiſſer continuellement, & s'approcher de l'horiſontale OG. C'eſt encore par la même raiſon que la ſurface de la mer vue d'une éminence, paraît s'élever par degrés en s'éloignant de la côte; & que tout édifice fort haut paraît s'incliner ſur le ſpectateur qui eſt au pied; parce que ſes parties ſupérieures ſemblent s'approcher d'une verticale OG qui paſſe par ſon œil.

157. La grandeur apparente d'une ligne AB vue très-obliquement à une diſtance donnée OA, augmente & diminue dans la même proportion que la diſtance perpendiculaire OP de l'œil à la ligne AB prolongée, pourvu que la diſtance AO ſoit très-grande par rapport à AB. Car ſoit le rayon BO qui coupe en C une droite AC perpendiculaire à AB; l'œil étant ſuppoſé s'élever ou s'abaiſſer dans la perpendiculaire OP, la ligne AC augmentera & diminuera dans le même rapport que OP, & par conſéquent l'angle AOC ſoutendu par AC, augmentera & diminuera auſſi dans le même rapport (*Art.* 59.) : Or cet angle meſure la grandeur apparente de AB (*Art.* 98.). Fig. 323.

Ainſi, les grandeurs apparentes des parties égales AB, $a'b'$ d'une ligne PAa' fort éloignées de l'œil, & vues très-obliquement, *ſont en raiſon réciproque des carrés de leurs diſtances à l'œil.* Soit, par exemple, Ob' double de OB; l'angle OBP ſera double de l'angle $Ob'P$, & en conſéquence, puiſque AB & $a'b'$ ſont égales, la perpendiculaire AC ſera double de $a'c'$; & comme elle eſt vue deux fois plus proche que $a'c'$, elle paraîtra quatre fois plus grande que $a'c'$. De même, ſi Ob' eſt triple de OB, la droite AC ſera triple de $a'c'$; & comme on la voit trois fois plus proche que $a'c'$, elle paraîtra neuf fois plus grande que $a'c'$, & ainſi de ſuite.

D'où il ſuit que les intervalles apparens d'une rangée de colomnes diminuent dans un plus grand rapport que leurs hauteurs apparentes.

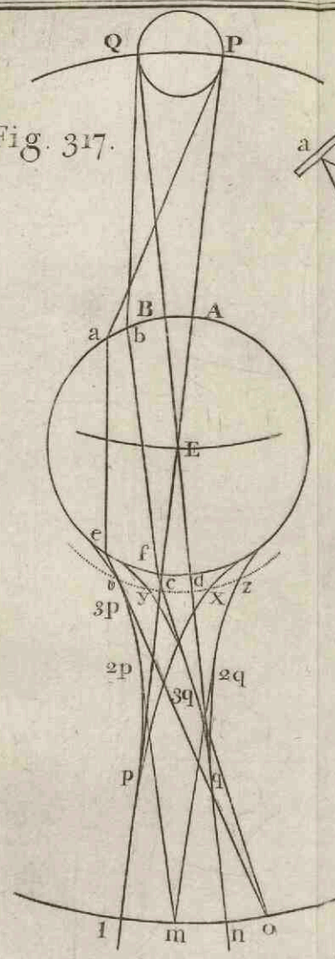
158. Cette prompte diminution des grandeurs apparentes des parties éloignées de lignes ou de diſtances fort grandes, fait que nous jugeons très-difficilement & avec bien de l'incertitude de la grandeur ou quantité de ces diſtances. Car quelques grandes

que ſoient en elles-mêmes les différences de pluſieurs diſtances ou hauteurs, on ne pourra à la fin appercevoir ces différences par l'extrême petiteſſe des angles viſuels qu'elles ſoutendent, occaſionnée par leur obliquité ; de ſorte qu'alors ces diſtances ou hauteurs inégales paraîtront égales.

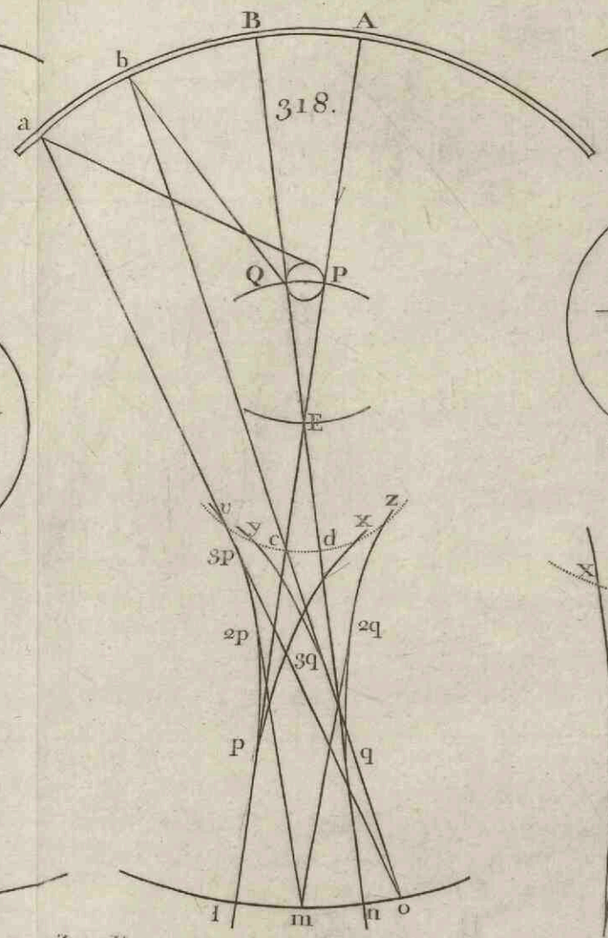
159. Lorſqu'une ſurface eſt inégale, les diſtances des objets à l'œil paraiſſent plus courtes que lorſqu'elle eſt parfaitement plane. Car certaines inégalités du terrein n'étant point viſibles, telles que les creux, les vallées, les rivieres, lorſqu'elles ſont aſſez baſſes pour n'être point apperçues, &c. la diſtance apparente des objets qui ſont au-delà, en eſt néceſſairement diminuée. Par la même raiſon les parties éminentes qui dérobent la vue du terrein qui eſt derrière, ſont cauſes que les objets ſitués au-delà, qu'elles laiſſent appercevoir, ſont jugés plus proches qu'ils ne ſont. Il n'eſt perſonne qui n'ait remarqué que les bords d'une riviere paraiſſent ſe toucher lorſqu'on en eſt à une certaine diſtance, & qu'elle eſt aſſez baſſe pour qu'on ne l'apperçoive point; de ſorte que ceux qui voyagent dans un pays qui leur eſt inconnu, ſont ſouvent incertains de l'endroit où paſſe une riviere, & ne ſavent ſi les objets qu'ils voyent vis-à-vis d'eux ſont en-deçà ou au-delà de cette rivière. De même quand on regarde une girouette, on ne peut diſtinguer à la vue ſeule, à une médiocre diſtance, ſi elle appartient réellement à l'édifice au haut duquel elle eſt poſée, ou à ceux qui ſont derrière. De même le ſoleil, la lune, les nuages, les ſommets des montagnes, & tous les objets qui ſont à l'horiſon, paraiſſent tous à la même diſtance, lorſqu'on les voit dans la même direction.

160. Les quatre derniers Articles nous fourniſſent l'explication de pluſieurs illuſions auxquelles la viſion eſt ſujette ; nous allons en rapporter ici quelques-unes. Puiſqu'une ligne ou une diſtance vue obliquement paraît plus grande à proportion qu'on éleve l'œil pour la mieux appercevoir, il s'enſuit que ſi nous nous trouvons à quelque diſtance d'une ſurface ou d'un terrein qui va en montant, nous jugeons cette ſurface ou ce terrein plus long que s'il était de niveau, ſur-tout ſi, dans ſes parties éloignées, ſa largeur eſt diminuée avec art. Car ne remarquant point, ou ne faiſant point attention qu'il va réellement en montant, nous nous en formons la même idée que d'une ſurface de niveau plus longue

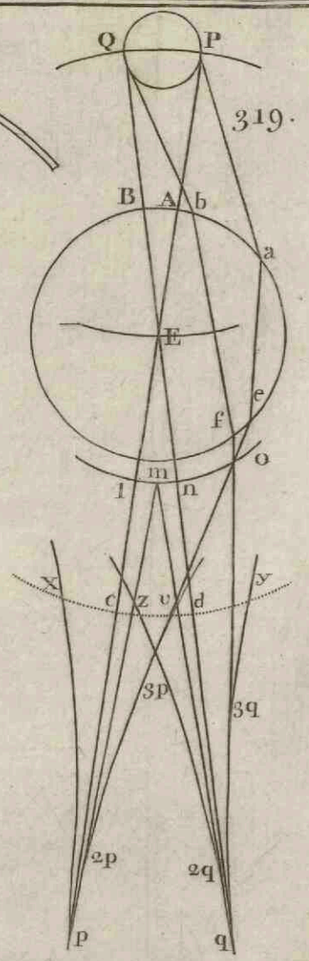
Fig. 317.



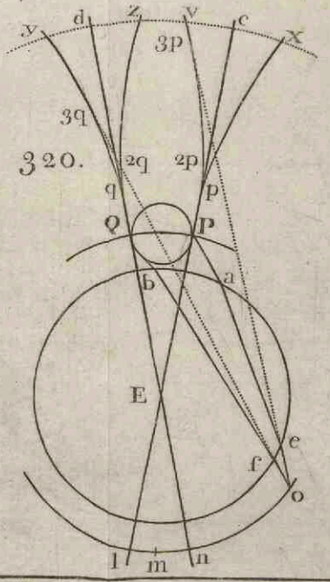
318.



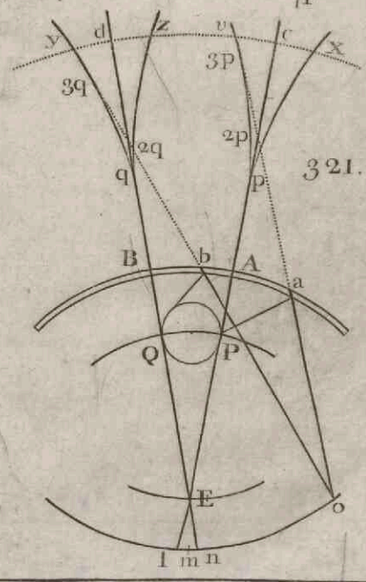
319.



320.



321.



longue & par-tout d'une même largeur. Or, puiſque d'un côté la pente du terrein vers l'œil du Spectateur, & de l'autre la diminution graduelle de ſa largeur ſont cauſes, lorſque l'on n'y fait point attention, qu'on le voit plus long, & par conſéquent que ſa largeur paraît moins diminuer que ſi la même étendue était de niveau & également large par-tout, il s'enſuivrait que ſi un terrein dont les côtés ſont paralleles, s'éleve doucement, ſon inclinaiſon ſeule pourrait aggrandir aſſez l'apparence de leurs parties éloignées, pour faire paraître ces mêmes côtés paralleles ou même divergens; ce qui eſt contraire à l'apparence ordinaire des côtés paralleles. On éprouve une illuſion de cette eſpece, lorſqu'on regarde de la maiſon de Mr. North à Rougham, dans la Province de Norfolk, une vue de rangs d'arbres paralleles qui eſt en face. Mr. Folkes de qui je l'ai appris, ayant été aſſuré par Mr. North même que ces rangées d'arbres qui lui paraiſſaient divergentes, étaient effectivement paralleles, fut d'abord extrêmement ſurpris d'une apparence auſſi extraordinaire; mais après un peu de réflexion, il reconnut que cette illuſion était occaſionnée par une élevation douce du terrein où les arbres étaient plantés, & par une pente legere d'un demi-mille depuis la maiſon juſqu'au commencement de la plantation *.

282. * Deux rangées d'arbres paralleles paraiſſent concourir lorſqu'on conſidere d'une de ſes extrémités l'allée qu'elles forment; & l'effet optique dont il eſt ici queſtion, occaſionné par l'inclinaiſon du terrein, étant totalement contraire à cette apparence, on pourrait demander ſuivant quelles lignes il faudrait planter les deux rangées d'arbres, le terrein étant horiſontal, pour que l'allée qu'elles forment, vue d'une de ſes extrémités, paraiſſe également large par tout.

283. D'abord il eſt certain que les deux rangées doivent, pour paraître paralleles, s'éloigner de plus en plus l'une de l'autre. Mais doivent-elles en s'écartant former des lignes droites ou des lignes courbes? pluſieurs tels que les PP. Fabri & Tacquet, perſuadés que la grandeur apparente des objets dépend uniquement de l'angle viſuel, avaient trouvé, en partant de ce principe, qu'elles devaient être courbes, & former deux demi-hyperboles oppoſées; ce qui ne peut être, le principe dont ils s'étaient ſervi étant défectueux.

284. En effet, nous avons déja eu occaſion de remarquer que la grandeur apparente des objets ne dépend pas ſeulement de l'angle viſuel; qu'il faut encore avoir égard à leur diſtance apparente, laquelle fait paraître les objets d'autant plus grands que nous les jugeons plus éloignés; de ſorte que la grandeur apparente croiſſant avec l'angle viſuel & la diſtance apparente, on peut la regarder comme le produit de l'un par l'autre. Car qu'un objet nous paraiſſe toujours également éloigné, mais qu'il ſoutende des angles triples ou quadruples, il nous paraîtra trois ou quatre fois plus grand. Suppoſons enſuite qu'étant toujours vu ſous le même angle, il paraiſſe trois ou quatre fois plus éloigné, nous le jugerons encore alors trois ou quatre fois plus grand, parce qu'il n'y a qu'une grandeur réelle-

Il m'a encore raconté qu'en entrant de nuit dans une rue éclairée par un rang de lanternes, il lui était ſouvent arrivé de ſe tromper ſur le côté de la rue où elles étaient. Voici

ment triple ou quadruple, qui puiſſe empêcher qu'un objet ſitué trois ou quatre fois plus loin, ne paraiſſe trois ou quatre fois plus petit. Si on joint donc la diverſité des angles à celle de l'éloignement; ſi l'objet ſoutient un plus grand angle, & s'il paraît outre cela plus loin, nous le jugerons d'autant plus grand qu'il ſera vu ſous un plus grand angle, & qu'il nous paraîtra en même tems plus éloigné; ſa grandeur apparente ſera comme le produit de l'angle viſuel & de la diſtance apparente. (*Mém. de l'Acad. an. 1755.*)

285. Mr. Varignon qui avait d'abord réſolu le problême dont il s'agit, en partant du principe du P. Tacquet, & était tombé dans la même ſolution, tenta encore de le réſoudre, en prenant pour principe que la grandeur apparente eſt proportionnelle au produit de l'angle viſuel par la diſtance. Mais quelle fut ſa ſurpriſe lorſqu'il trouva qu'au lieu de rendre l'allée plus large à meſure qu'elle s'éloigne du ſpectateur, afin qu'elle paraiſſe de la même largeur par-tout, il faut au contraire la rétrecir; qu'en ſuppoſant une rangée d'arbres en ligne droite, la ſeconde rangée doit être une courbe qui s'approche toujours de la première: ce qui eſt réellement abſurde.

286. Ce qui conduiſit Mr. Varignon à une concluſion ſi étrange, c'eſt qu'au lieu des diſtances apparentes combinées avec l'angle viſuel, ce fut les diſtances réelles qu'il fit entrer dans ſon calcul. Cette remarque eſt dûe à Mr. Bouguer qui conſidere la même queſtion dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1755, & fait voir que la direction que doivent avoir deux rangées d'arbres pour paraître paralleles, doit être celle de deux lignes droites divergentes. Et nous devons ajoûter que Mr. d'Alembert annonce dans le 1er. volume de ſes Opuſcules, avoir trouvé la même choſe long-tems auparavant.

287. Comme dans les grandes diſtances, la diſtance apparente *eſt généralement plus courte que la vraie*, le ſol d'une longue allée qui eſt horiſontal, paraît s'élever dans l'éloignement. Car dès-lors que la longueur des rayons viſuels qui viennent des différens points du terrein à l'œil, nous paraît diminuée, les endroits du terrein que nous regardons, doivent paraître un peu plus haut, en avançant pour ainſi dire le long de ces rayons pour s'approcher de nous; en ſorte que le plan réel de l'allée ne nous paraît que comme un plan incliné qui a moins de longueur que lui, & dont les différens points ſont beaucoup plus proches que les points du plan réel qu'ils repréſentent. Or ce ſont les diſtances des points de ce plan incliné, ou ce qui eſt le même, les diſtances apparentes des points du plan réel, qu'il faut introduire dans le calcul, & qui multipliées par la grandeur des angles viſuels doivent former un produit conſtant, ſi on veut avoir les points par où doivent paſſer les côtés de l'allée qui paraîtront paralleles.

288. » Si AB (*Fig. 325.*) eſt le ſol de » l'allée, dit Mr. Bouguer, que nous ſup- » poſons parfaitement plan & de niveau à » l'égard du point A, ce ſol paraîtra avoir » la ſituation Ab pour le Spectateur, dont » l'œil eſt en O, le point D paraîtra en d, » le point C en c, &c. Si nous déſignons » outre cela par Y la grandeur des angles » ſous leſquels paraiſſent les largeurs de » l'allée, il faudra que les produits de la » grandeur variable Y, (ou plus exactement de la tangente de cet angle. *Mr. d'Alembert, Opuſc. Mathém.*) multipliée » par les diſtances apparentes Od, Oc, » Ob, &c. ſoient continuellement conſtans, » puiſque ces produits repréſentent les gran- » deurs ou largeurs apparentes qu'on veut » rendre égales; ainſi les angles Y (ou » leurs tangentes) ſeront pour tous les » points D, C, B, en raiſon réciproque » des diſtances apparentes; & il en réſulte » que Mr. Varignon rendait ces mêmes » angles trop petits dans ſes calculs, puiſ- » qu'il les faiſait en raiſon réciproque des » diſtances réelles, qui ſont plus grandes » que les apparentes. »

289. » Mais voici, ajoûte Mr. Bouguer, une

comme il explique cette mépriſe. Soit O le Spectateur ; A, B, C, D les lanternes qui ſont à ſa droite ; AaO, BbO, CcO, DdO les rayons qu'elles lui envoyent. Préſentement ſi on ſup- Fig. 324.

» manière beaucoup plus ſimple de conſi-
» dérer la queſtion, & de la réſoudre même
» ſans calcul. Le plan AB paraît ſitué en
» Ab par la manière dont il affecte les yeux
» du Spectateur : lorſqu'on veut donc
» qu'une figure tracée ſur le terrein, paraiſſe
» ſous une forme déterminée malgré l'alté-
» ration optique qu'elle doit ſouffrir, on
» n'a qu'à l'imaginer d'abord ſur la ſurface
» inclinée Ab, en lui laiſſant exactement
» toutes ſes proportions : la projettant
» enſuite ſur le plan horiſontal AB, par
» des lignes qui partent du point O, on
» aura la figure qu'il faudra réellement tra-
» cer ſur le ſol pour qu'elle produiſe l'effet
» demandé.... C'eſt donc ſur ce plan
» apparent Ab qu'il faut concevoir tracées
» les deux paralleles qui doivent repréſenter
» les deux rangées d'arbres ; & les projet-
» tant enſuite ſur le plan réel AB par des
» lignes qui partent de l'œil O, on aura les
» directions qu'il faut donner aux deux ran-
» gées d'arbres. »

» On voit aiſément que pour projetter
» ſur le plan horiſontal AB les deux lignes
» droites paralleles, imaginées à côté l'une
» de l'autre, le long du plan incliné Ab,
» il faut faire paſſer deux autres plans par
» ces deux lignes & par l'œil O du Specta-
» teur. Ces deux plans ſe couperont dans
» une ligne OX parallele à Ab ou aux
» deux paralleles, & ils donneront, en
» rencontrant le plan horiſontal, les dire-
» ctions des deux rangées d'arbres. Ces
» deux directions ſeront ici des lignes droi-
» tes ; & il n'eſt pas moins évident qu'elles
» ſeront divergentes par rapport au Specta-
» teur ; car elles partiront du point Z qui
» eſt derrière lui, & qui eſt le point de
» rencontre de l'horiſon & de la ligne XO
» prolongée. »

290. Mr. d'Alembert remarque que la divergence des allées pourrait être différente, ſelon la diſtance AA' des deux premiers arbres, & ſelon la hauteur de l'œil AO. » Par exemple, dit-il, ſi l'angle dAB
» était toujours conſtant ou à peu près, il
» eſt viſible que ZX étant parallele à Ab,
» & par conſéquent l'angle OZA étant
» conſtant, l'angle AZA' qui exprime la
» divergence des deux rangées d'arbres,
» varierait ſelon que AO & AA' varie-
» raient. »

» Il pourrait donc très-bien arriver,
» continue Mr. d'Alembert, qu'une allée
» d'arbres plantée pour être vue parallele
» d'un certain point de vue, ne le paraîtrait
» plus, lorſqu'on ſe mettrait à un autre
» point ; & qu'une perſonne placée à un
» certain point de vue pourrait la voir
» paralleles, lorſqu'une autre perſonne de
» taille fort différente, placée au même
» endroit, ne la verrait pas de même. C'eſt
» ſur quoi l'expérience ſeule peut nous
» inſtruire. »

291. De la manière dont Mr. Bouguer conſidere le problême, il eſt clair que tout ſe réduit à trouver l'inclinaiſon du plan apparent Ab. Car une fois connue, il ne s'agira plus que de faire paſſer par l'œil O une ligne qui faſſe le même angle avec le plan réel : cette ligne ira rencontrer le terrein au point où concourent les deux côtés divergens de l'allée.

292. Mais comment déterminer l'angle du plan apparent avec le plan réel ? Mr. Bouguer imagine d'abord de former ſur le terrein un angle de trois ou quatre degrés avec deux longues ficelles, dans l'intérieur duquel ſe plaçant, en tournant le dos vers ſon ſommet, on avance ou l'on recule juſqu'à ce que les deux ficelles paraiſſent, malgré leur divergence, paralleles l'une à l'autre. Alors faiſant paſſer une ligne par le ſommet de l'angle & par le point où était l'œil, elle ſera inclinée au terrein de la même quantité que le plan apparent ; & il eſt clair que la diſtance horiſontale où l'on était du ſommet de l'angle, ſera au ſinus total, comme la hauteur de l'œil ſera à la tangente de l'inclinaiſon demandée.

293. Voici encore une autre manière de trouver cette inclinaiſon. On placera ſur le terrein, dans une même droite AB (*Fig. 325.*), trois objets D, C & B, à des diſtances inégales l'un de l'autre, &

poſe que le ſpectateur ſe trompe ſur la diſtance de la lanterne la plus proche A, & que lui paraiſſant moins brillante & moins vive que les autres, il la juge par conſéquent plus éloignée, &

l'on reculera ou l'on avancera juſqu'à ce que ces diſtances paraiſſent égales. On meſurera la diſtance AD de l'Obſervateur au premier D de ces objets, & la hauteur OA de ſon œil au-deſſus du plan; ayant repréſenté le tout dans une figure, on cherchera une ligne Ab, qui, partant du point A qui repréſente dans la figure le point du terrein où s'eſt placé l'Obſervateur, ſoit coupée en parties égales dc, cb par les trois rayons viſuels OD, OC, OB: il eſt clair que cette ligne fera avec AB qui repréſente le plan réel, le même angle que le plan apparent avec le plan réel du terrein.

294. J'ai trouvé, dit Mr. Bouguer, par ces différens moyens, que l'inclinaiſon du plan apparent était ſouvent de 4 ou 5 degrés, & quelquefois de 2 ou 2 $\frac{1}{2}$ degrés. Et l'on voit qu'il n'eſt poſſible d'obtenir cette inclinaiſon qu'à peu près; parce qu'elle varie ſuivant les circonſtances, par exemple, ſuivant la manière dont le terrein eſt éclairé, l'intenſité de la lumière, la couleur du ſol, l'endroit de l'œil où ſe peint l'objet.

295. Mr. Bouguer remarque de plus, que ſi le terrein n'eſt pas horiſontal, & qu'il aille en s'élevant, l'angle que le plan apparent fait avec le plan réel, eſt d'autant plus grand que le plan réel s'éleve davantage ſur l'horiſon. Une montagne dont la pente fait avec l'horiſon un angle de 35 à 37 degrés, ceſſe d'être praticable; & cependant on juge ſon inclinaiſon de 60 à 70 degrés. L'angle que le plan apparent fait avec le plan réel, étant d'autant plus petit que le plan réel approche d'être horiſontal, il eſt viſible que ſi le plan réel s'abaiſſe & s'incline au-deſſous de l'horiſon, cet angle ira toujours en diminuant juſqu'à une certaine inclinaiſon du plan réel, où il deviendra nul, & le plan apparent ſe confondra par conſéquent avec le plan réel, de ſorte que les deux rangées d'arbres plantées paralleles ſur le terrein, paraîtront telles. Si le plan réel s'incline davantage, l'angle dont nous parlons, devient négatif, c'eſt-à-dire, qu'alors le plan apparent eſt au-deſſous du réel; ou ce qui revient au même, que l'inclinaiſon paraît plus grande qu'elle n'eſt réellement. D'où il s'enſuivrait que dans un cas ſemblable il faudrait rendre convergentes les deux rangées d'arbres qu'on planterait ſur le plan réel, pour qu'elles paruſſent paralleles.

296. Au reſte, ſelon Mr. Bouguer, le plan apparent auquel nous rapportons un terrein horiſontal, n'eſt pas exactement une ſurface plane, mais une ſurface courbe dont la ligne, qui en repréſente la coupe, approche beaucoup d'une hyperbole extrêmement ouverte, dont le centre eſt plus ou moins avant dans terre ſous les pieds de l'Obſervateur, ſelon que l'Obſervateur eſt plus ou moins élevé au-deſſus du terrein. Mais cette courbe différe aſſez peu de la ligne droite, au moins à une certaine diſtance où elle commence à ſe confondre ſenſiblement avec ſon aſſimptote; de ſorte que ce qui a été dit juſqu'ici, peut ſubſiſter comme ſi elle était véritablement une ligne droite. On obſervera ſeulement lorſqu'on voudra déterminer l'inclinaiſon du plan apparent, de ne point ſe ſervir d'objets trop voiſins.

297. Il ſuit delà que nous voyons une vaſte plaine ou une mer tranquille, non comme une ſurface plane, mais comme une eſpece de conoïde concave extrêmement large, dont nous occupons le fond. Quoique la plaine ſoit horiſontale, ſes extrémités paraiſſent s'élever autour de nous comme celles d'un baſſin: la même choſe arrive à l'horiſon de la mer. Si nous nous tranſportons ſur quelque montagne, ajoûte Mr. Bouguer, ce cercle que nous voyons autour de nous, quoique plus bas de plus en plus, s'éleve en apparence encore plus que nous.

298. Lors donc qu'on voudra conſtruire ſur le terrein quelque figure, dont on demandera un certain effet, laquelle aura quelques parties très-proches, & d'autres très-éloignées du Spectateur, il faudra avoir égard à la figure conoïdale que prend

qu'il la rapporte, par exemple, en *a*, il jugera en conſéquence les autres à la ſuite de celle-ci en *b*, *c*, *d*, quoique cependant elle les précéde toutes ; & par cette tranſpoſition apparente, elles lui paraîtront néceſſairement dans une ligne ſituée à ſa gauche *.

Nous jugeons qu'un objet que nous appercevons ſeul eſt dans une ſituation oblique par rapport à nous, parce que celles de ſes parties qui ſont proches, nous paraiſſent plus grandes & plus diſtinctes que celles qui ſont éloignées. C'eſt pourquoi ſi l'objet eſt à une diſtance aſſez conſidérable, ou d'une figure aſſez uniforme pour que nous n'appercevions point une différence ſemblable dans la manière dont ſes diverſes parties frappent notre vue, nous ſommes ſujets à nous tromper ſur ſa ſituation. Car on Fig. 324. peut voir un objet ſous le même angle *AOD*, dans les deux poſitions obliques *AD* & *ad*.

Delà vient que nous nous trompons quelquefois ſur la poſition d'une girouette, & que prenant l'extrémité la plus proche d'une aile de moulin à vent pour la plus éloignée, il nous arrive de nous méprendre ſur le ſens de ſon mouvement. Car ſi le Spectateur qu'on ſuppoſe en *O* à peu près dans le plan Fig. 326. des ailes prolongé, ſe perſuade que l'extrémité *A* la plus éloignée d'une aile *AE*, eſt en effet la plus proche, le mouvement réel

la ſurface apparente. Une ligne droite qui paſſe ſur le terrein à peu de diſtance du Spectateur, paraît preſque toujours ſenſiblement courbe de part & d'autre de l'endroit où elle eſt la plus voiſine de l'œil ; & par conſéquent preſque toutes les figures tracées ſur le terrein, ſont ſujettes de la part de ſa figure apparente à une altération optique qui paraît avoir échappé à tous ceux qui ont traité juſqu'à préſent de la perſpective. » Si un cercle, dit Mr. Bouguer, » eſt tracé à nos pieds, & qu'il ſoit aſſez » petit pour ne point ſortir des limites de » l'eſpace qui nous paraît ſenſiblement plan, » ce cercle ne nous paraîtra rien perdre de » ſa figure régulière ; s'il eſt au contraire » ſitué à une diſtance conſidérable, il pren- » dra l'apparence d'une ellipſe, pourvu » qu'il ne ſoit pas trop grand. Mais s'il par- » ticipe aux deux ſituations, ſi par un côté » il eſt aſſez voiſin de nous, & par l'autre » aſſez éloigné, il ne nous paraîtra ni cer- » cle ni ellipſe ; il aura du rapport avec » une de ces ovales de Mr. Deſcartes, qui » eſt plus courbe dans une de ſes moitiés » que dans l'autre. » Telle doit être l'apparence d'un baſſin conſidérable.

299. * On n'a pas beſoin de faire remarquer que la plus brillante de ces lumières ſur laquelle le Spectateur vient à jetter la vue, peut occaſionner de même cette mépriſe ; parce que dans quelqu'endroit de la file qu'elle ſe trouve, ſitôt qu'elle lui paraît la plus brillante, il la juge plus proche que les autres, & par conſéquent elle lui paraît comme ſi elle était la première de la file, & dès-lors la juge ſuivie de celles qui la précédent : tranſpoſition apparente qui ne peut avoir lieu que par le changement de leur ſituation de gauche à droite. (*Mr. de Buffon, Hiſt. Natur.*)

des ailes se faisant selon l'ordre des lettres A, B, C, D, E; lorsque A parvient en B, si l'on mene BO qui coupe le cercle $ABCDE$ en D, il est clair que le Spectateur ayant d'abord imaginé l'extrémité A en E, ne la rapportera pas ensuite en B, mais en D; ainsi il jugera que le mouvement se fait de E en D en sens contraire du mouvement réel qui se fait de A en B. C'est par la même cause que nous sommes quelquefois incertains dans quel sens se fait le mouvement d'un cercle de bougies allumées que nous voyons tourner à une certaine distance, & que nous prenons quelquefois à la vue simple une surface convexe pour une concave; ce qui nous arrive plus fréquemment, lorsque nous regardons des cachets, des pierres gravées, & différentes empreintes au travers d'un verre convexe, ou avec un microscope double; ou encore lorsque nous appercevons au travers des lunettes, les montagnes & les vallées qui sont à la surface de la lune, sur-tout si elles font paraître l'objet renversé : mépriſe dans laquelle nous jettent les jugemens imparfaits que nous portons des distances des parties de l'objet, & que fortifie encore la projection des ombres qu'occasionne l'obliquité de la lumière incidente.

Quand les objets sont extraordinairement grands, nous sommes encore sujets à nous tromper dans l'estime que nous faisons de leur distance; par exemple, lorsqu'en voyageant nous découvrons une ville considérable, un château, une fort grande montagne, &c. nous jugeons ces objets beaucoup plus près que nous ne les trouvons ensuite. Car l'expérience nous ayant accoutumés à lier les idées de certaines quantités de distances connues, aux grandeurs apparentes d'objets connus d'une grosseur ordinaire; & les grandeurs apparentes de ces grands objets dont nous parlons, vus à des distances considérables, étant les mêmes que celles d'objets plus petits à des distances moindres, il n'est point étonnant qu'elles fassent naître l'idée ordinaire d'une distance plus petite liée à des objets plus communs. Cela est d'autant plus évident, que nous sommes supposés ne pas connaître le pays ni les inégalités du terrein interposé entre ces objets & nous.

Les animaux & tous les petits objets que nous appercevons dans des vallées contigues à de grandes montagnes, nous paraissent extrêmement petits; parce que nous jugeons ces montagnes plus près de nous que si elles étaient moins grandes; & la petitesse de ces

animaux, dont nous nous jugeons plus voiſins que nous ne ſommes en effet, ceſſerait bientôt de nous étonner, ſi nous les croyions plus éloignés. De même, ſi nous regardons du bas d'une montagne ou d'un édifice conſidérable, de petits objets ſitués ſur le ſommet de cette montagne ou au haut de cet édifice, nous les croyons auſſi extrêmement petits *, non-ſeulement par la raiſon qu'on vient d'expo-

300. * Une erreur à peu près ſemblable, eſt celle dans laquelle nous tombons dans l'enfance à l'âge de 3 ou 4 ans ſur la grandeur apparente des objets qui ſont à quelque diſtance de nous; nous les jugeons toujours plus petits qu'ils ne ſont réellement; parce que n'ayant point encore d'idée de leur diſtance, nous ne pouvons rectifier le jugement que nous portons de cette grandeur, lequel n'eſt produit que par l'impreſſion de l'image ſur le fond de l'œil.

301. Et quoique l'expérience nous enſeigne en peu de tems à corriger cette erreur pour les objets de niveau ou pour ceux que nous voyons à une médiocre hauteur, nous nous trompons comme auparavant ſi nous regardons du haut d'un édifice un peu élevé, ou que nous regardions d'en-bas quelqu'objet ſitué ſur le haut de cet édifice; & faute d'expérience nous tombons dans la même erreur, quoiqu'avancés en âge; parce que nous ceſſons de pouvoir juger de la grandeur d'un objet ſitôt qu'il eſt à une diſtance qui n'eſt point ordinaire pour nous, comme lorſqu'elle eſt trop grande, ou que l'intervalle de cette diſtance n'eſt point dans la direction ordinaire. » Ayant acquis, dit » Mr. de Buffon, les premières idées de la » grandeur des objets en meſurant, ſoit » avec la main, ſoit avec le corps, en » marchant, la diſtance de ces objets réla- » tivement à nous; & toutes ces expérien- » ces par leſquelles nous avons rectifié les » idées de grandeur que nous en donnait » le ſens de la vue, ayant été faites hori- » ſontalement, nous n'avons pu acquérir » la même habitude de juger de la gran- » deur des objets élevés ou abaiſſés au- » deſſous de nous, parce que ce n'eſt pas » dans cette direction que nous les avons » meſurés par le toucher; & c'eſt par cette » raiſon & faute d'habitude à juger les » diſtances dans cette direction, que lorſque » nous nous trouvons au-deſſus d'une tour » élevée, nous jugeons les hommes & les » animaux qui ſont au-deſſous beaucoup » plus petits que nous ne les jugerions en » effet à une diſtance égale qui ſerait hori- » ſontale, c'eſt-à-dire, dans la direction or- » dinaire. Il en eſt de même d'un coq ou » d'une boule qu'on voit au-deſſus d'un » clocher; ces objets nous paraiſſent être » beaucoup plus petits que nous ne les ju- » gerions être en effet, ſi nous les voyions » dans la direction ordinaire & à la même » diſtance horiſontalement à laquelle nous » les voyons verticalement. » (*Hiſtoire Naturelle, tom. VI. Edition in-12*).

302. Une erreur très-fréquente dans laquelle nous tombons tous, regarde la grandeur apparente des corps qui ſont très-éclairés & très-lumineux, & de ceux qui le ſont très-peu. Car ayant toujours remarqué les objets d'autant plus clairs & plus lumineux qu'ils étaient plus proches, & par conſéquent l'effet naturel de l'éclat avec lequel les objets ſe préſentent à nos yeux, étant de les rapprocher, nous devons néceſſairement juger les objets très-éclairés & très-lumineux, plus proches qu'ils ne ſont, & en conſéquence les juger plus petits; parce que jugeant toujours de l'étendue & de la grandeur des corps par la comparaiſon que nous faiſons de leur grandeur apparente avec leur diſtance, nous devons juger plus petit un objet qui paraît rapproché. C'eſt par cette raiſon que les colines paraiſſent moins grandes & moins élevées quand elles ſont couvertes de neige, & que le feu & la flamme paraiſſent ſi petits, lorſqu'on les voit à une grande diſtance pendant la nuit.

303. Les objets que nous appercevons obſcurément & faiblement nous paraiſſent au contraire plus grands; parce qu'étant accoutumés à voir fort éloignés les objets

ſer, mais encore parce que nous jugeons cette montagne ou cet édifice moins élevé à proportion que s'il était plus petit, tant à cauſe de ſa grandeur extraordinaire, que de la plus grande obliquité de ſes parties ſupérieures aux rayons viſuels. Deſchales rapporte qu'étant au pied d'une montagne, il apperçut une troupe de corbeaux qui dirigeaient leur vol par-deſſus, que d'abord il les crut plus haut que la montagne, ſans doute parce qu'ils lui paraiſſaient exceſſivement petits par rapport à elle, & que cependant ils employerent une demi-heure à parvenir au ſommet. Le *Monument* excede le ſommet des maiſons qui lui ſont contigues de cinq fois leur hauteur, & néanmoins il ne paraît d'en-bas plus élevé que de deux ou trois fois cette même hauteur, à cauſe de ſa grandeur peu commune, & de ſon obliquité à la vue.

Aguilonius fait mention d'une erreur ſur la diſtance qu'il avait ſouvent remarquée avec étonnement. Dans les matinées chaudes de l'été, lorſque des brouillards s'élevent d'une terre humide, nous les voyons ſouvent très-près de nous dans un endroit que nous connaiſſons; mais viennent-ils à quitter la terre & à monter, ils paraiſſent, dit-il, ſi éloignés que je ne les croirais jamais au-deſſus de cet endroit, ſi je ne les y avais apperçus auparavant. La raiſon en eſt qu'ils ſe préſentent alors à la vue de la même manière & dans la même direction que les nuages qui ſont dans l'horiſon, dont on ne peut appercevoir la différence des diſtances, faute de quelque ſurface viſible interpoſée entr'eux, telle que la ſurface de la terre.

Ceux qui voyagent de nuit ou à l'entrée de la nuit, remarquent que des objets proches, tels que des arbres, des maiſons, &c.

qui nous paraiſſent ſombres & faibles, l'obſcurité & la faibleſſe qui regnent dans l'apparence d'un objet, nous le font néceſſairement juger plus éloigné, & par conſéquent plus grand. » C'eſt ce qu'on remarque particulierement lorſqu'on regarde » des objets obſcurs à l'entrée de la nuit; » car ces objets paraiſſent alors toujours » plus éloignés & plus grands que lorſqu'on » les voit pendant le jour. C'eſt auſſi par » la même raiſon que la diſtance apparente » & la grandeur des objets paraiſſent augmentées, lorſqu'on les voit à travers un » air chargé de brouillard. Car une plus » grande quantité de lumière étant interceptée, ou irrégulierement briſée dans ſon » paſſage à travers le brouillard, il en entrera moins par la prunelle, & elle agira » par conſéquent d'une manière plus faible » ſur la rétine. Donc l'objet ſera réputé à » une plus grande diſtance, & plus grand » qu'il n'eſt. L'erreur de la vue qui provient de cette cauſe, eſt ſi grande, qu'un » animal éloigné a été quelquefois pris pour » un animal beaucoup plus gros, étant » vu dans un tems de brouillard. (*Mr. Formey, Encyclopédie au mot* Diſtance.)

paraiſſent

paraiſſent ſouvent très-grands & très-éloignés. Peut-être cela vient-il de ce que ne pouvant diſtinguer l'étendue du terrein interpoſé, ils les rapportent à la partie du ciel qui termine l'horiſon, laquelle eſt plus claire que ces objets; ce qui les leur fait croire plus éloignés & par conſéquent plus grands.

161. Si la ſurface de la terre était exactement plane, la diſtance de l'horiſon viſible, à l'œil, ſerait à peine 5000 fois plus grande que la hauteur de l'œil ſur le terrein, c'eſt-à-dire, en ſuppoſant l'œil élevé de 5 à 6 pieds, cette diſtance ſerait tout au plus de cinq mille; & tous les objets ſitués plus loin, paraîtraient dans l'horiſon viſible. Car ſoit OP la hauteur de l'œil au-deſſus de la ligne PA, tirée ſur la ſurface de la terre; un objet AB d'une hauteur égale à PO, qui ſera éloigné de 5000 fois cette hauteur, ſera à peine viſible à cauſe de la petiteſſe de l'angle AOB (*Art. 97.*). On ne pourra donc appercevoir une longueur ou une diſtance quelconque AC qui s'étend au-delà de A, quelque grande qu'elle puiſſe être. Car AC & BO étant paralleles, le rayon CO coupera toujours AB en quelque point D entre A & B; l'angle AOC ou AOD ſera donc toujours moindre que AOB, & par conſéquent AD ou AC ſera inviſible. Ainſi les objets & les nuages, tels que CE & FG, placés à quelque diſtance que ce ſoit au-delà de A, aſſez élevés pour être viſibles ou pour ſoutendre un angle viſuel plus grand que AOB, paraîtront à l'horiſon AB, puiſqu'il eſt impoſſible d'appercevoir AC. Fig. 327.

162. Delà ſi nous ſuppoſons une très-longue file d'objets, ou un mur $ABZY$ d'une très-grande longueur ſur ce vaſte plan, & que ſa diſtance perpendiculaire OA à l'œil O, ſoit égale ou plus grande que la diſtance Oa de l'horiſon viſible, il ne paraîtra pas droit, mais circulaire, comme s'il était conſtruit ſur la circonférence $acegy$ de l'horiſon; & ſi l'on ſuppoſe ce mur continué indéfiniment, ſes parties extrêmes YZ paraîtront dans l'horiſon en yz où l'horiſon eſt rencontré par la droite Oy parallele à ce mur. Car ſuppoſant un rayon YO, il eſt viſible que l'angle YOy devient d'une petiteſſe inſenſible. Imaginons que la moitié $OAYy$ du plan horiſontal tourne avec le mur qui eſt deſſus, autour de l'horiſontale Oy, juſqu'à ce qu'elle devienne perpendiculaire à l'autre moitié LMy, & que le mur forme Fig. 328.

un vaſte plafond parallele à ce plan ; ce mur ou plutôt ce plafond aura pour lors l'apparence de la figure concave des nuages qui ſont au-deſſus de nous. Mais il ne conſervera pas la forme demi-circulaire qu'il paraiſſait avoir à l'horiſon, il paraîtra beaucoup plus applati ; parce que le plan de l'horiſon eſt une ſurface viſible, au centre de laquelle l'œil ſe conſidérant comme placé, juge néceſſairement à la même diſtance les objets qui touchent aux limites apparentes de ce plan, ou qui ſont au-delà ; au lieu qu'il n'y a rien de ſenſible dans le plan vertical qui paſſe par l'œil & le plafond, que la ſection commune *Oy*, & que par conſéquent les diſtances apparentes des plus hautes parties du plafond ſont diminuées par degrés en montant de cette ligne. Maintenant ſi le ciel eſt entiérement couvert de nuages de même peſanteur, ils flotteront dans l'air à des hauteurs égales au-deſſus de la terre, & compoſeront par conſéquent une ſurface, ſemblable à un vaſte plafond, auſſi plate que la ſurface viſible de la terre ; ainſi ſa concavité ne ſera point réelle : elle ne ſera qu'apparente ; & lorſque les nuages ſont à des hauteurs inégales, comme on ignore leurs formes & leurs grandeurs réelles, on peut rarement diſtinguer les diſtances inégales de ceux qui paraiſſent dans les mêmes directions, à moins qu'ils ne ſoient très-près de nous, ou qu'ils ne ſoient emportés par des courans d'air qui aillent en différens ſens ; de ſorte que la figure apparente de la ſurface entière formée par tous les nuages, eſt la même dans les deux cas. Et tout le monde convient que lorſque le ciel n'eſt couvert qu'en partie, ou qu'il ne l'eſt point du tout, nous conſervons à peu près la même idée que nous nous ſommes formée de ſa courbure, lorſqu'il était entiérement couvert. Mais ſi quelqu'un prétendait que la lumière réfléchie par l'air pur, ſuffit ſeule pour donner cette idée, c'eſt ce que je ne diſputerai point *.

304. * Voici deux obſervations de l'Auteur qui confirment bien l'explication qu'il donne de la courbure apparente du ciel. Étant, dit-il, ſur le bord de la mer au pied des falaiſes, qui dans cet endroit s'étendaient à peu près en ligne droite auſſi loin que je pouvais voir, & regardant l'horiſon de la mer, il ne me parut point former un demi-cercle dont mon œil fut le centre. Les extrémités de l'arc horiſontal contigues aux falaiſes me paraiſſaient toujours plus éloignées que le reſte de cet arc, & les diſtances des parties intermédiaires me paraiſſaient diminuer par degrés à meſure que je portais mon œil des extrémités vers le milieu de l'arc. J'apperçus auſſi un vaiſſeau éloigné qui me parut couper en deux parties preſque égales la moitié de

163. La concavité du ciel nous paraît comme une portion d'une ſurface ſphérique plus petite qu'un hémiſphere ; je veux dire, que le centre de cette concavité eſt beaucoup au-deſſous de l'œil ; & en prenant un milieu entre pluſieurs obſervations, je trouve que la diſtance apparente de la partie du ciel, qui paraît toucher l'horiſon, eſt généralement trois ou quatre fois plus grande que la diſtance apparente de celle qui eſt au-deſſus de nous. Car ſoit la concavité apparente du ciel repréſentée par l'arc *ABCD* ; *O* la place de l'œil ; *OA* & *OC* les diſtances apparentes horiſontale & verticale dont on veut ſavoir le rapport. Il faut d'abord obſerver le ſoleil ou la lune ou quelqu'étoile ou même un nuage, lorſqu'il ſe trouve dans une telle poſition *B*, que les arcs apparens *BA*, *BC* compris l'un entre l'horiſon & l'objet, l'autre entre l'objet & le zénith, ſemblent être égaux ; prenant enſuite la hauteur de l'objet *B* avec un quart de cercle ou avec quelqu'autre inſtrument, ou bien la déduiſant, par le calcul, du tems connu de l'obſervation, on aura l'angle *AOB*. C'eſt pourquoi ſi, après avoir mené *OB* dans la poſition qu'on aura ainſi déterminée, & pris un point *B* par-tout où l'on voudra dans cette ligne, on cherche dans la verticale *CO* prolongée vers le bas, le centre *E* d'un cercle *ABC*, dont les arcs *BA*, *BC* compris entre le point *B* & les côtés de l'angle droit *AOC*, ſoient égaux, l'arc *ABCD* repréſentera la figure apparente du ciel. Car nous jugeons à la vue de la diſtance entre deux objets que nous voyons dans le ciel, par la grandeur de la partie du ciel que nous appercevons entr'eux, de même que ſur la terre nous jugeons de la diſtance entre deux objets par Fig. 329.

l'arc horiſontal, compriſe entre les falaiſes & la perpendiculaire menée du milieu de cet arc, ſur la ligne que formaient ces falaiſes. L'angle fait par cette dernière ligne & celle qui paſſait par le vaiſſeau, me ſemblait beaucoup plus petit que l'angle ſuivant fait par la ligne menée par le vaiſſeau & la perpendiculaire citée ; ce qui s'accorde avec des obſervations ſemblables ſur le ciel rapportées dans l'Article ſuivant, & montre que la diverſité des objets nous donne toujours l'idée d'une plus grande diſtance.

305. Dans la 329e. Figure, *AOD* eſt la ligne que forment les falaiſes ; *OC* la perpendiculaire à cette ligne ; *O* la place de l'Obſervateur ; *ABCD* l'horiſon de la mer ; *B* le lieu apparent du vaiſſeau éloigné, que je jugeai à peu près au milieu de l'arc *ABC*, quoique l'angle *AOB* parût beaucoup plus petit que l'angle *BOC*.

306. Une autrefois je fis la même obſervation dans un autre endroit, étant monté ſur le haut de falaiſes très-élevées ; il me parut que la mer s'élevait un peu vers les nuages qui étaient dans l'horiſon, comme le bord d'une ſoucoupe, particuliérement à l'endroit où elle paraiſſait la plus faible & la plus obſcure.

l'étendue du terrein qui les ſépare. On peut en conſtruiſant une équation du troiſiéme dégré, trouver géométriquement le centre E; on le peut trouver auſſi aſſez vîte & avec aſſez d'exactitude par le tatonnement, en examinant ſi les deux cordes BA, BC de l'arc ABC tracé par conjecture, ſont égales, & changeant ſon rayon BE juſqu'à ce qu'elles le ſoient. Or il m'a paru par pluſieurs obſervations faites ſur le ſoleil, la lune & les étoiles, que ces aſtres paſſaient au point B de l'arc vertical ABC, qui le diviſe également, lorſque leur hauteur apparente ou l'angle AOB était d'environ 23°; ce qui donne pour le rapport de OC à OA celui de 3 à 10 ou de 1 à $3\frac{1}{3}$ à peu près *. Lorſque le ſoleil n'avait que 30° de hauteur, l'arc ſupé-

* Il eſt aiſé de déduire delà que l'arc CA ou CD eſt d'environ 33°. 24′; & que le rayon CE de cet arc eſt environ ſix fois plus grand que la verticale CO.

307. Mr. Folkes à qui j'ai communiqué la détermination que je donne de la figure du ciel, m'a dit, après l'avoir approuvée, qu'il avait ſouvent obſervé que le ciel paraiſſait avoir une figure conchoïdale, telle qu'elle eſt repréſentée par la courbe $ABCD$ de la Figure 330. J'ai remarqué auſſi la même choſe; mais il eſt aiſé de voir qu'il n'en réſulte point de changement ſenſible dans le rapport de la diſtance apparente de l'endroit du ciel qui eſt au zénith, à la diſtance apparente de la partie du ciel qu'on voit à l'horiſon, ni dans la manière de le déterminer.

308. Il m'a fait encore remarquer qu'on pouvait approcher juſqu'à un certain point par le calcul, de la diſtance apparente du ſoleil ou de la lune dans tel endroit B du ciel que ce ſoit; que pour cela il n'y avait qu'à imaginer une verticale BP; obſerver quelqu'objet un peu apparent près de P où l'on imagine que la verticale rencontre la ſurface de la terre; & pour moins s'y tromper, le prendre au jugement & à l'eſtime de pluſieurs perſonnes raſſemblées en O, puis meſurer la diſtance OP & l'angle BOP de la hauteur du ſoleil, après quoi, il était facile par différens moyens de trouver le côté OB du triangle OBP. On peut avoir l'angle BOP aſſez exactement pour ce qu'on ſe propoſe maintenant, en plantant perpendiculairement un bâton pb, & en meſurant la longueur de ſon ombre pO.

309. Ainſi la figure apparente ABC du ciel étant déterminée par cet Article, on aura la diſtance apparente du ſoleil à telle autre hauteur qu'on voudra, de même que la hauteur apparente d'un nuage vertical ou du ciel en C.

310. La figure apparente du ciel étant plutôt conchoïdale que ſphérique, ſelon les obſervations de Mr. Folkes & de l'Auteur même, le rapport de l'horiſontale OA à la verticale apparente OC, eſt donc ce qu'il y a de plus certain dans la détermination que l'Auteur donne de la courbure apparente du ciel; de ſorte qu'on ne doit conſidérer l'arc de cercle CBA que comme un à peu près déterminé par induction plutôt que par obſervation, en conſéquence des deux points A & C; & même, avec un peu d'attention, il eſt aiſé de voir que la figure apparente du ciel ne doit point avoir exactement la courbure de cet arc.

311. Car il paraît comme le remarque Mr. de Mairan (*Mém. Acad. année 1740.*), que cet arc n'eſt pris que pour exprimer l'apparence qui réſulte du jugement des diſtances, abſtraction faite du changement que la réfraction peut y occaſionner, auquel cependant il convient d'avoir égard, les rayons viſuels obligés de traverſer deux milieux très-différens, l'air de notre atmoſphere & l'éther, changeant néceſſairement cet arc dans un arc de courbe différent, qui exprime la vraie courbure apparente

rieur paraiſſait toujours moindre que l'inférieur, & il me ſemblait au contraire toujours plus grand lorſque le ſoleil n'était qu'à 18° ou 20° de hauteur.

164. Je me ſuis d'autant plus attaché à la recherche de la figure apparente du ciel, que je ne trouve pas que juſqu'ici elle ait été déterminée, quoiqu'elle ſoit abſolument néceſſaire pour pouvoir expliquer d'une manière ſatisfaiſante diverſes apparences remarquables dans le ciel. Suppoſant, par exemple, que l'arc *ABC* repréſente cette concavité apparente, je trouve que le diametre du ſoleil ou de la lune paraît plus grand à l'horiſon qu'à telle hauteur qu'on voudra meſurée par l'angle *AOB*, dans le rapport de ſes diſtances apparentes *OA*, *OB*. Les nombres qui expriment ces rapports ſont placés dans la Table ci-jointe à côté des hauteurs correſpondantes du ſoleil ou de la lune. On a auſſi repréſenté ces apparences par le moyen de la Figure 331, dans laquelle des globes égaux diſpoſés dans un quart de circonférence *FG* décrit du centre *O*, repréſentent le globe de la lune aux diverſes hauteurs exprimées dans la Table, tandis que des globes inégaux placés dans la concavité *ABC* entre les rayons viſuels que l'œil placé en *O* reçoit de la circonférence de la lune, à ces mêmes hauteurs, marquent les diverſes groſſeurs apparentes de cette planette. Les diametres des globes inégaux *A* & *B* qui repréſentent le globe apparent de la lune, ſont par conſéquent dans le même rapport

Fig. 331.

Hauteurs du ſoleil ou de la lune en degrés.	Diametres apparens ou diſtances apparentes.
00	100
15	68
30	50
45	40
60	34
75	31
90	30

du ciel, & que Mr. de Mairan trouve être d'une figure ſenſiblement conchoïdale (en partant toutefois du principe des anciens ſur le lieu de l'image); ce qui s'accorde avec les obſervations de Mr. Folkes & de Mr. Smith, à cette legere différence près, trop petite à la vérité pour troubler l'accord de la théorie & de l'obſervation, que cette courbe qui dans la plus grande partie de ſon cours s'écarte peu de l'arc ſuppoſé, qui même eſt prête à ſe confondre avec lui à ſon ſommet, s'en écarte ſenſiblement par ſes extrémités, qu'elle a néceſſairement un peu élevées au-deſſus de celles de cet arc. Et l'on conçoit ſans peine le changement de l'arc ſuppoſé en un autre, en vertu de la réfraction, en conſidérant cet arc comme la courbure réelle du fond du ciel que l'on n'apperçoit qu'à travers deux milieux différens. Car alors il eſt viſible que ce n'eſt point cet arc qu'on doit appercevoir, mais ſon image produite par les réfractions que ſouffrent les rayons en traverſant ces milieux.

312. Quant à la voûte apparente que forment les nuages dont le ciel eſt quelque-

que leurs distances apparentes OA, OB (*Art. 57.*) ; & il est certain qu'ils doivent paraître dans le même rapport que celui qu'ils ont réellement dans la surface où ils sont, parce que nous jugeons dans cette même surface tous les objets que nous voyons dans le ciel (*Art. 161 & 162.*) ; de sorte que l'apparence est exactement la même que si on avait peint la lune sur une surface réelle ABC, en diverses endroits de cette surface suivant les proportions qu'on a assignées ci-dessus ; dans lequel cas nous devrions certainement juger les grandeurs réelles des peintures plus larges de la lune basse ou peu élevée, être réellement plus grandes, quoique les grandeurs visibles de ces peintures, qui répondent à des images égales sur le fond de l'œil, soient parfaitement égales *.

fois couvert, elle doit avoir au moins sensiblement la courbure de l'arc circulaire dont on a parlé. Car les nuages sont si peu élevés, & par conséquent la force réfringente de l'air où ils se trouvent d'ordinaire, est si peu différente de celle de l'air à la surface de la terre, que la réfraction ne doit pas changer sensiblement l'apparence de cet arc. (*Voyez les Mém. de l'Acad. an. 1740.*)

313. Au reste, il faut convenir que la différence qu'il doit y avoir entre la courbure apparente du ciel étoilé & celle de la voûte que forment les nuages, n'est point assez grande pour pouvoir être apperçue ; aussi les jugeons nous tout-à-fait semblables.

314. * Je fais voir en général dans cet Article & dans le suivant, pourquoi la lune paraît toujours plus grande au méridien qu'à l'horison. Je dis en général, parce que, de tems à autre, la lune horisontale paraît de différentes grandeurs dans le même horison, & que quelquefois elle paraît d'une grandeur extraordinaire. Je serais porté à croire que cela vient principalement de la grandeur extraordinaire qu'a alors son image sur le fond de l'œil, laquelle est supposée invariable dans la théorie présente. Il serait facile d'examiner cela avec quelqu'attention, en mesurant les diametres de la lune horisontale avec un micrometre, ou parce qu'on a rarement cet instrument à portée de soi, en faisant note de l'année, du jour du mois & des hauteurs du barometre & du thermometre. Car si par plusieurs observations semblables on venait à découvrir que la lune horisontale paraît la plus grande, généralement lorsqu'elle est dans son perigée, dans les soirées les plus chaudes de l'été, le barometre étant bas, & le thermometre haut ; & qu'au contraire elle paraît la plus petite généralement lorsqu'elle est apogée, dans les matinées les plus froides de l'hiver, le barometre étant haut & le thermometre bas ; comme ces causes sont indépendantes l'une de l'autre, & qu'elles concourent toutes à augmenter l'image de la lune dans le premier cas, & à la diminuer dans le second, on pourrait raisonnablement en conclure que ces apparences extraordinaires de la lune sont principalement occasionnées par le concours de ces trois circonstances.

315. Comme la lune à l'horison paraît rarement elliptique (*Note 348.*), & que d'ailleurs deux ou trois jours avant ou après qu'elle soit pleine, sur-tout dans les soirées d'automne, son disque paraît un peu échancré, lorsqu'on voudra comparer les aires des disques de différentes pleines lunes, on pourra les supposer égales aux cercles qui auraient pour diametres les diametres verticaux des disques ; parce que ces diametres sont sujets à des changemens plus petits & plus réguliers que les autres. Or, comme ces diametres verticaux apparens varient tant par la distance de la lune à la terre, que par ses réfractions horisontales qui dépendent de la densité de l'air, c'est-à-dire,

165. Par la même raiſon tous les autres objets que nous voyons dans le ciel, & les diſtances des étoiles, doivent paraître, de même que le ſoleil & la lune, plus grands à l'horiſon, que

de ſa gravité & de ſon degré de chaleur, je trouve par un calcul groſſier de leurs plus grandes variations dans nos climats, que ces diametres apparens, lorſque la pleine lune eſt la plus grande & la plus petite, ſont à peu près dans le rapport de 36 à 25, ou preſque comme 3 à 2.

316. Mais il faut obſerver que nous ne comparons point dans notre eſprit une apparence extraordinairement grande de la lune, avec une apparence extraordinairement petite ; nous la comparons avec l'idée que nous nous ſommes faite de ſa grandeur la plus ordinaire à l'horiſon, dont le diametre moyen ſe trouve en cherchant une moyenne géométrique entre ſes diametres déterminés ci-deſſus, lorſque cette planete eſt la plus grande & la plus petite poſſible, plutôt qu'une moyenne arithmétique, parce que nous la voyons dans un tems froid, un plus grand nombre de fois que dans le chaud, & par conſéquent plus ſouvent de ſa plus petite grandeur que de ſa plus grande, à cauſe des réfractions, qui raccourciſſent ſes diametres, plus conſidérables & d'une plus longue durée. Ainſi le diametre de la lune lorſqu'elle eſt la plus grande, eſt à ſon diametre lorſqu'elle eſt d'une grandeur moyenne ordinaire, dans la raiſon ſouſdoublée de 36 à 25, ou comme 6 à 5.

317. Pour confirmer mon hypothéſe ſur la grandeur extraordinaire de la lune, je n'ai que cette ſeule obſervation. Étant à un demi-mille de Cambridge, j'apperçus le 27 Juillet 1732, vers les huit heures du ſoir, la lune d'une grandeur extraordinaire, de la couleur qu'on lui connaît, qui ſe levait au-deſſus de la Ville, le vent étant à l'oueſt & le barometre un peu au-deſſus du variable. Il paraît par l'Almanach que la lune était alors près de ſon perigée, & eu égard à la partie de laquelle le vent ſouffla dans ce mois, on ne peut douter qu'il ne fit chaud, & que par conſéquent les réfractions ne fuſſent petites ; car je ne conſultai point le thermometre, ne penſant point alors à cette hypothéſe. Des trois cauſes aſſignées ci-deſſus, nous en avons donc ici deux qui s'accordent avec la théorie, & la troiſième, ſavoir, le barometre qui tient à peu près le milieu. Mais je crois que celle-ci contribue moins à la grandeur apparente de la lune qu'aucune des deux autres.

318. Puiſque la peinture de la lune conſidérée à l'horiſon, eſt toujours plus ou moins diminuée par les réfractions, & que celle de la lune au méridien dans ſa plus grande hauteur qui eſt pour nous de 60 à 65 degrés, l'eſt à peine ſenſiblement, il ſuit que dans ces deux poſitions, les diametres de ſes diſques conſidérés comme des portions de la concavité du ciel, doivent être dans un moindre rapport que leurs diſtances apparentes. Car dans la théorie que j'établis dans le préſent Article, la peinture de la lune eſt ſuppoſée invariable pendant qu'elle monte ou qu'elle deſcend. Le rapport de ces diſtances apparentes eſt par la Table de cet Article, environ de 1 à 3, ou de 3 à 9, lequel ſerait auſſi le rapport des diametres des diſques circulaires dans la ſurface apparente du ciel, ſans les réfractions que je juge diminuer généralement le diſque de la lune quand elle eſt à l'horiſon, dans le rapport de deux cercles, dont les diametres ſont à peu près comme 9 à 8. C'eſt pourquoi le diametre du diſque de la lune à 60 ou 65 degrés de hauteur, eſt généralement à celui de ſon diſque, étant à l'horiſon, comme 3 à 8. Ces diſques ſont repréſentés par les cercles 3 & 8 dans la Figure 333, afin que l'on puiſſe juger à la vue de leur proportion.

319. Mais dira-t-on, puiſque lorſqu'on eſt ſur le haut d'une montagne, on jouit d'un horiſon plus vaſte, plus étendu, que quand on eſt au bas, ne paraîtrait-il pas devoir s'enſuivre de la théorie qu'on a établie, que la lune vue à l'horiſon du haut d'une montagne, devrait paraître plus grande que d'en-bas. Je ſuis porté à croire que cela n'eſt pas, & même que cela ne doit pas être ; car il faut conſidérer que l'aſpect actuel de la lune & de l'horiſon peut beaucoup moins donner une idée

port de leurs distances apparentes Ok & Oh (*Art. 57.*); ce qui est précisément ce que j'ai avancé des grosseurs & distances apparentes de la lune à diverses hauteurs.

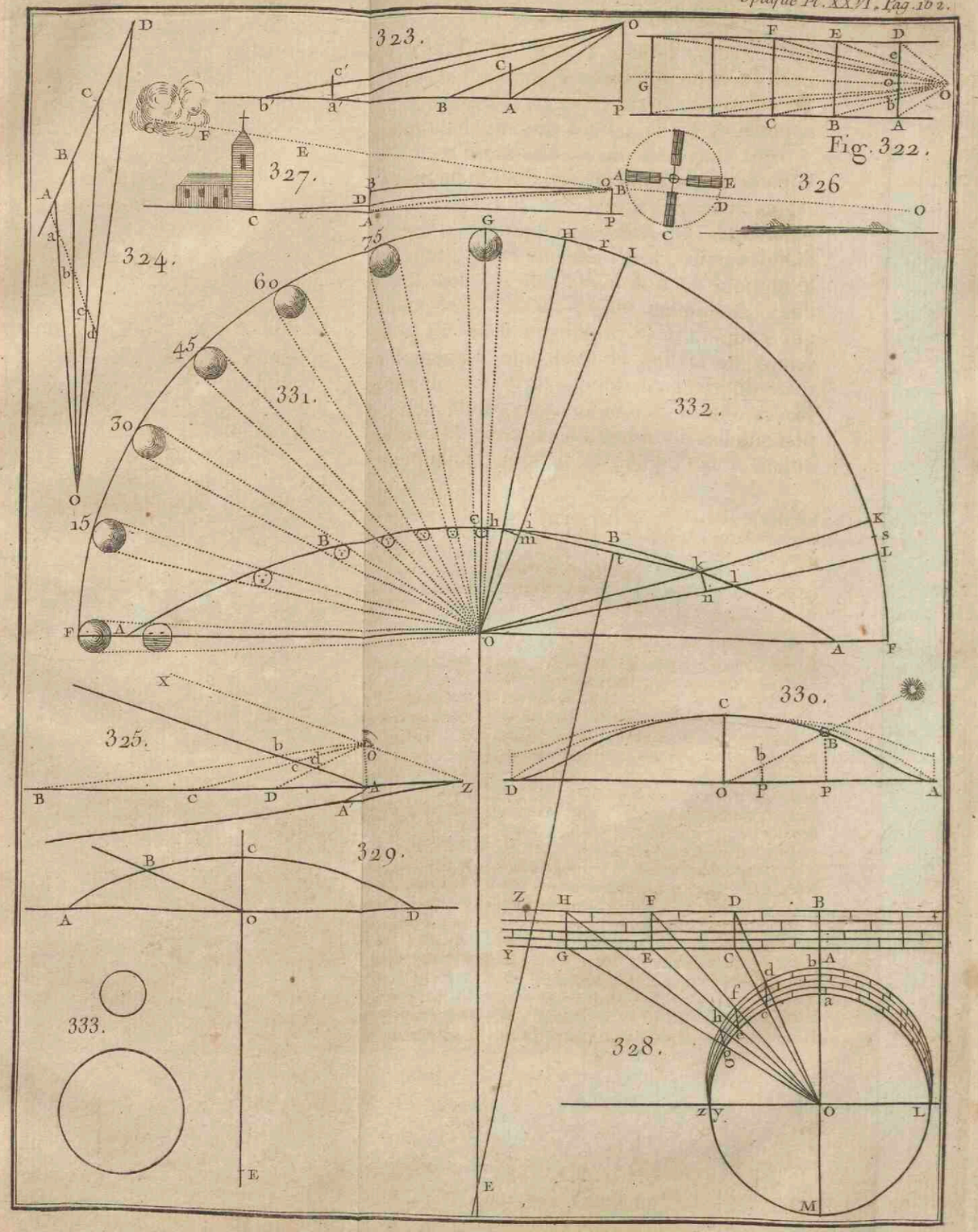
166. Delà nous tirons une autre méthode de trouver la figure apparente du ciel au moyen des observations précédentes d'étoiles. Après avoir pris une droite Ok d'une longueur arbitraire, pour représenter la distance apparente d'une des étoiles à l'œil de l'Observateur, soit prise une autre droite Oh qui soit à Ok dans le rapport de KL à HI; & joignant hk que l'on coupera en deux également en t, on lui élevera la perpendiculaire tE qui coupera CO prolongée dans un point E, lequel sera le centre de la surface sphérique qui représente la courbure apparente du ciel; ce que je n'ai pas besoin de démontrer. Si les étoiles observées sont dans un cercle vertical, ou qu'il s'en faille peu qu'elles n'y soient, il convient de corriger de la réfraction * les distances HI, KL, & sur-tout la dernière.

325. * La quantité dont un rayon de lumière se courbe, lorsqu'il traverse obliquement l'atmosphere, est ce qu'on nomme *Réfraction Astronomique.*

326. Pour se former une idée de la route qu'un rayon suit en traversant l'atmosphere, imaginons que le plan de la figure passe par ce rayon & par le centre V de la terre (*Fig. 334.*), autour duquel supposons décrits, depuis la surface de la terre jusqu'au haut de l'atmosphere, une multitude de cercles Oo, Pp, Qq, &c. à de très-petits intervalles l'un de l'autre; & quoique la densité, & par conséquent la force réfractive de l'atmosphere diminue continuellement à mesure qu'on s'éleve, nous la supposerons d'abord uniforme dans l'espace compris entre deux cercles qui se suivent, & nous ne la considérerons changer qu'en passant d'un espace à l'autre.

327. Présentement soit O l'œil du Spectateur; YOZ une ligne qui passe par son œil & par son zénith; $SRQPO$ la route d'un rayon qui vient d'une étoile S. Il est clair que le rayon SR, venant à passer en R du vuide ou de l'éther dans l'atmosphere, se rompt en approchant de la perpendiculaire VR; qu'en passant en Q dans un air plus dense que celui où il est entré d'abord, il se détourne en s'approchant de la perpendiculaire VQ, & qu'il continue toujours de se rompre, en s'approchant de la cathete d'incidence, en passant dans les autres parties de l'atmosphere comprises dans les espaces renfermés par les cercles suivans, puisque la densité augmente d'une partie à l'autre en descendant, jusqu'à ce qu'enfin il entre dans l'œil en O, suivant la direction OP qui marque celle suivant laquelle on verra l'étoile.

328. Soit prolongé le rayon SR jusqu'à la rencontre en V de la verticale YOZ; il rencontrera en même tems en X le rayon OP prolongé par lequel on voit l'étoile. Il est clair, par ce qu'on a déja dit, que la distance apparente de l'étoile au zénith, mesurée par l'angle XOZ, est plus petite que sa vraie distance mesurée par l'angle XVZ; & par conséquent que l'angle OXV qui est la différence de ces deux angles, exprime l'effet total de toutes les réfractions, qui consiste, comme l'on voit, à faire paraître l'étoile plus élevée qu'elle n'est. Mais à cause du changement continuel de la densité qui augmente sans cesse en descendant, supposons présentement les cercles Rr, Qq, Pp infiniment proches, (& par conséquent en nombre infini) afin que le rayon de lumière se rompe, comme il fait effectivement, à chaque instant; il est


323.
Fig. 322.
327.
326
324.
331.
332.
330.
325.
329.
333.
328.

167. C'eſt parce que la concavité apparente du ciel eſt moindre qu'un hemiſphere, que les couleurs des arcs-en-ciel intérieur & extérieur, de même que l'intervalle de ces arcs,

viſible que ce que nous venons de dire des réfractions qu'il ſouffrait en R, Q, P, &c. lorſque les cercles réfringens étaient à une diſtance finie les uns des autres, ſe doit dire également de celles qu'il ſouffre actuellement que nous les ſuppoſons infiniment proches; & que comme il ſe rompt continuellement, ce ne ſont point les côtés finis d'un poligone qu'il décrit, mais les portions infiniment petites d'une courbe continue, ſituée, comme l'on voit, dans un plan vertical, laquelle exprime ſa véritable route en traverſant l'atmoſphere pour arriver à l'œil. Il eſt évident que SX & OX ſeront les tangentes de cette courbe, l'une au haut de l'atmoſphere où cette courbe prend naiſſance, & l'autre à l'œil où elle ſe termine. Nous n'avons pas beſoin d'ajoûter que l'angle OXV formé par ces tangentes, exprime la réfraction totale comme auparavant.

329. Nous avons ſuppoſé la diſtance vraie de l'étoile au zénith meſurée par l'angle SVZ, parce qu'une ligne droite ON tirée de l'œil à l'étoile, ferait un angle inſenſible avec le rayon SRV, l'étoile étant à une diſtance immenſe, & la courbure du rayon très-petite, particuliérement vers le haut de l'atmoſphere. Si ſa courbure était circulaire, la plus grande diſtance OV entre les lignes ON, VS, ſerait à peine de trois milles ou de 1,086 lieues.

330. La réfraction totale d'un rayon qui vient parallélement à l'horiſon eſt la plus grande de toutes; & ſi l'aſtre d'où vient le rayon s'éleve continuellement juſqu'à paſſer par le zénith, elle diminue ſans ceſſe, & devient nulle lorſque l'aſtre eſt parvenu au zénith. Car ſi l'on ſuppoſe actuellement l'étoile en s à une plus grande hauteur que celle où elle était, le rayon sr rencontrant le cercle réfringent Rr moins obliquement que le rayon SR, la réfraction en r ſera moindre qu'en R, & par une ſuite néceſſaire le petit côté rq ſera moins incliné au cercle réfringent Qq que le petit côté RQ; ainſi la réfraction ſera plus petite en q qu'en Q: d'où l'on voit que la ſomme des réfractions en r, q, p, &c. ſera moindre que celle des réfractions en R, Q, P, &c. c'eſt-à-dire, que l'angle OXV diminuera continuellement juſqu'à ce qu'il devienne nul, le rayon venant du zénith. Il eſt clair que cet angle eſt le plus grand qu'il eſt poſſible, lorſque le rayon vient horiſontalement, parce qu'il rencontre alors les cercles réfringens avec le plus d'obliquité, & que par conſéquent les réfractions qu'il ſouffre ſont les plus grandes de toutes.

331. L'endroit du ciel où un aſtre nous paraîtrait ſi le rayon qui en vient ne ſouffrait point de réfraction, peut ſe nommer ſon *lieu vrai* pour le diſtinguer de celui où nous le rapportons en conſéquence de la réfraction, qu'on peut appeller ſon *lieu apparent*; & l'arc de grand cercle compris entre le lieu vrai & le lieu apparent, ou l'angle NOX meſuré par cet arc, ou enfin ſon égal OXV formé par les tangentes aux extrémités de la courbe que le rayon décrit, eſt ce qu'on nomme la *réfraction de l'aſtre*. L'arc de grand cercle compris entre les deux lieux vrais de deux aſtres, ſe nommera donc la *diſtance vraie* de ces aſtres, & celui qui eſt compris entre leurs lieux apparens, ſera appellé leur *diſtance apparente*.

332. La diſtance apparente de deux aſtres qui ſont dans un même cercle vertical, & du même côté du zénith, eſt d'autant plus petite que leur diſtance vraie, que la réfraction de l'aſtre le plus élevé eſt plus petite que celle de l'aſtre qui l'eſt le moins. Car ſi les réfractions des deux aſtres étaient égales, leur diſtance apparente ſerait égale à la vraie. Ainſi plus la réfraction de l'aſtre le plus élevé eſt petite, plus leur intervalle apparent differe du véritable, & la différence eſt viſiblement égale à celle des deux réfractions.

333. Si les deux aſtres ſont de différens côtés du zénith & dans le même cercle vertical, leur diſtance apparente ſera moindre que la vraie, de la ſomme de leurs réfractions.

paraiſſent moins larges en haut qu'en bas, & que leurs largeurs paraiſſent augmenter par degrés en deſcendant, quoique les angles viſuels qu'elles ſoutendent ſoient les mêmes par-tout.

334. Nous venons de voir que la diſtance apparente de deux aſtres qui ſont dans un même vertical, eſt plus petite que la vraie: il en eſt de même de la diſtance apparente de deux aſtres qui ſont dans des verticaux différens. Car l'effet de la réfraction étant d'élever les aſtres dans leurs verticaux, leſquels concourent tous au zénith, elle les fait paraître plus près que ce point de concours, & par conſéquent plus près l'un de l'autre qu'ils ne devraient. La diſtance apparente eſt donc encore plus petite que la vraie, lorſque les aſtres ſont dans des verticaux différens.

Puiſque la réfraction fait paraître les aſtres où ils ne ſont pas, on ſent combien il eſt néceſſaire de pouvoir corriger cette ſource d'erreur. C'eſt pour cela qu'on a cherché à déterminer les réfractions pour toutes les hauteurs, & qu'on en a dreſſé des tables. Voici une idée de quelques-unes des méthodes qu'on y a employées.

335. La première dont on s'eſt d'abord ſervi, a été d'obſerver avec un grand quart de cercle bien diviſé & vérifié, les hauteurs apparentes d'un aſtre qui paſſe par le zénith ou très-près de ce point, à tous les degrés, depuis le voiſinage de l'horiſon juſqu'à celui du zénith, & de marquer au moyen d'une pendule reglée avec le plus grand ſoin, l'inſtant où il eſt parvenu à chacune de ces hauteurs. En ſuppoſant la hauteur du pole connue, on calcule la hauteur où l'aſtre a dû réellement ſe trouver aux inſtans où on l'a obſervé; & la différence entre les hauteurs obſervées & les hauteurs calculées donne la réfraction qui convient à chaque hauteur. Mais cette méthode eſt ſujette à quelques inconvéniens (*Voyez les Mém. de l'Acad. année 1755.*)

336. Dominique Caſſini calcula vers 1662, une table de réfractions la plus exacte qui ait paru juſqu'à ces derniers tems, par une autre méthode qu'il imagina, laquelle a été perfectionnée depuis. Telle qu'on la trouve dans les Élemens d'Aſtronomie de Mr. Caſſini le fils, elle ſuppoſe qu'on ait déterminé par obſervation la réfraction qui convient à deux différens degrés de hauteur, & que l'atmoſphere ou la matière réfractive ſoit d'une denſité uniforme par-tout, & d'une certaine épaiſſeur que l'on détermine par le ſecours de ces deux réfractions. On trouve (*Élemens d'Aſtronomie de Mr. Caſſini*, pag. 15 & 16.) en ſuppoſant la réfraction horiſontale de $32' 20''$, & la réfraction qui convient à 10° de hauteur, de $5' 28''$, que la hauteur AB (*Fig. 335.*) de l'atmoſphere ſuppoſée eſt de 2000 toiſes, & que le rapport du ſinus d'incidence LMH au ſinus de réfraction FMH d'un rayon qui entre immédiatement de l'éther dans cette atmoſphere, eſt le même que celui des ſinus de $88°\ 32' 10''$ & de $87°\ 59' 50''$, ou de 10000000 à 9997155. Le rapport des ſinus d'incidence & de réfraction étant conſtant, il eſt facile de trouver la réfraction qui convient à tous les degrés de hauteur apparente d'un aſtre, lorſqu'il eſt, par exemple, en N; car dans le triangle CAN on a CA, CN & l'angle CAN, & par conſéquent l'on trouve l'angle ANC ou GNE; & il ne reſte plus qu'à faire cette analogie 9997155 eſt à 10000000, comme le ſinus de ANC ou de GNE au ſinus de KNG; retranchant de cet angle l'angle GNE, il reſtera l'angle KNE qui exprime la réfraction qui convient à la hauteur apparente de l'aſtre.

337. Cette méthode fait trouver les réfractions à toutes les hauteurs aſſez exactement telles que l'obſervation les donne: elle eſt très-utile pour déterminer les réfractions à de grandes hauteurs, & ſuppléer à cet égard à la précédente qui ne peut donner alors que des déterminations incertaines & peu exactes.

Cette méthode n'étant pas cependant abſolument parfaite, le voyage que Mr. l'Abbé de la Caille fit en 1751 au Cap de Bonne Eſpérance, lui fit naître l'idée d'une autre qui en eſt toute différente ainſi que de la première, & qui ne renferme preſqu'aucun de leurs inconvéniens. Mais comme elle demande, pour être expoſée

Ayant déterminé de nouveau la courbure apparente du ciel, d'après l'eſtime faite par un ami, des largeurs apparentes de l'arc-en-ciel intérieur, à deux hauteurs différentes, je l'ai trouvée

avec clarté, qu'on entre dans un aſſez grand détail, nous nous trouvons forcés de renvoyer le Lecteur qui deſirera la connaître, au volume des Mémoires de l'Académie pour l'année 1755; & nous paſſons tout de ſuite à quelques obſervations générales ſur les réfractions, dont pluſieurs nous ſont fournies par ce ſavant Aſtronome.

338. Les réfractions qui ſe font près de l'horiſon au-deſſous de 7 degrés de hauteur, ſont extrêmement irrégulières, changeantes, & ne peuvent être aſſujetties à aucune loi; parce qu'aux environs de l'horiſon, certaines circonſtances qui tiennent à des cauſes purement accidentelles, telles, par exemple, que les vapeurs, les fumées, les exhalaiſons, les tranſpirations d'arbres & de plantes, &c. doivent altérer d'une manière très-ſenſible, & faire varier ſans ceſſe la qualité réfringente de l'air. Et c'eſt pour cette raiſon que Mr. l'Abbé de la Caille n'a rien voulu ſtatuer ſur les réfractions qui ont lieu au-deſſous de 6° de hauteur.

339. Ces cauſes accidentelles étant toujours dans le voiſinage de la terre, & ne s'élevant jamais fort haut, Mr. l'Abbé de la Caille juge que paſſé 20 degrés de hauteur, on n'a plus à craindre les changemens qu'elles peuvent occaſionner dans les réfractions. Au-deſſus de cette hauteur, les réfractions ſuivent une loi aſſez uniforme: elles ſont *aſſez exactement comme les tangentes des diſtances au zénith.*

340. Mais la réfraction n'eſt pas toujours la même dans le même lieu. Comme elle dépend de la denſité de l'air, qui varie preſque continuellement par les changemens qu'éprouvent le poids & le degré de chaleur de ce fluide, elle change preſque ſans ceſſe. Si le poids de l'air augmente & que ſa chaleur diminue, ſa denſité, & par conſéquent la réfraction augmente; elle diminue au contraire ſi l'air devient moins peſant & la chaleur plus grande. Mais les changemens du poids & de la chaleur de l'air étant indiqués par ceux du barometre & du thermometre, pour parvenir à connaître les variations auxquelles la réfraction eſt ſujette de la part des deux cauſes que nous venons de citer, il paraît que le ſeul parti qu'il y ait à prendre, eſt de tâcher de découvrir leur rapport avec celles de ces deux machines.

341. Or les expériences d'Hauksbée faites ſur un air condenſé au double & au triple (que nous rapporterons dans les Notes du Chapitre ſuivant), ayant appris que la réfraction eſt proportionnelle à la denſité de l'air, & cette denſité ſuivant le rapport du poids de ce fluide indiqué par la hauteur du mercure dans le barometre, il s'enſuit *que la variation de la réfraction eſt à la réfraction totale, comme la variation du barometre eſt à ſa hauteur moyenne* qu'on peut ſuppoſer de 28 pouces; de ſorte que ſi la hauteur du barometre augmente ou diminue d'un pouce, la réfraction augmente ou diminue d'un 28e. de ſa quantité moyenne. Au reſte, cette regle n'eſt ſenſiblement exacte, qu'autant que l'aſtre n'eſt pas trop proche de l'horiſon.

342. Quant à la variation qu'introduit dans la réfraction le plus ou le moins de chaleur répandue dans l'atmoſphere, & qui répond par conſéquent à la variation du thermometre, Mr. l'Abbé de la Caille l'a déterminée par l'obſervation. Il a trouvé que dix degrés d'élevation dans le thermometre de Mr. de Reaumur, diminuaient les réfractions d'un 27e. de la réfraction moyenne, & réciproquement. (Il appelle réfraction moyenne celle qui a lieu dans l'état le plus ordinaire de l'atmoſphere à Paris, indiqué par 28 pouces de hauteur dans le barometre, & 10 degrés du thermometre de Mr. de Reaumur au-deſſus de la congélation). A l'aide de ces déterminations, & d'une formule qui lui fut communiquée par Mr. Mayer, célebre Aſtronome de Gottingue, Mr. l'Abbé de la Caille a dreſſé une table des changemens des réfractions qui répondent aux différentes hauteurs du barometre & du thermometre: On la trouvera ci-après.

343. Les réfractions ſont en général,

à peu près telle que les méthodes précédentes me l'avaient donnée. C'eſt par la même cauſe qu'une couronne, cet anneau lumineux qu'on voit quelquefois autour du ſoleil ou de la lune,

ſelon Mr. Bouguer, plus grandes la nuit que le jour d'environ $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{7}$, pourvu toutefois qu'il s'agiſſe de hauteurs apparentes au-deſſus de 7 à 8 degrés; & il paraît que c'eſt un peu avant le lever du ſoleil qu'elles ſont les plus grandes, parce qu'alors le froid eſt le plus grand, & que par conſéquent l'atmoſphere plus condenſée doit avoir perdu le plus de ſa hauteur, au moins par ſa partie inférieure. Nous diſons d'après Mr. Bouguer que c'eſt principalement par en bas que ſe fait le changement de dilatation; car il fait voir que ſi l'atmoſphere ſe condenſait, ou ſe dilatait par-tout proportionnellement, ce changement n'en produirait preſqu'aucun dans la réfraction. On prouve d'ailleurs facilement que les changemens de dilatation de l'atmoſphere ne peuvent avoir lieu qu'à peu de hauteur. » L'air eſt trop » diaphane, dit Mr. Bouguer, pour con» tracter beaucoup de chaleur par l'action » immédiate des rayons du ſoleil qui le » traverſent; il s'échauffe par le voiſinage » de la terre & par celui des corps qu'il » touche : la chaleur qu'il a acquiſe doit » enſuite ſe communiquer de proche en » proche, elle doit ſe tranſmettre peu-à» peu aux couches ſupérieures; mais elle » doit toujours le faire aſſez lentement, » pour qu'il ſurvienne en bas quelque chan» gement tout contraire qui s'oppoſe au » premier progrès. Voilà pourquoi l'atmoſ» phere ne peut pas ſe dilater par-tout pro» portionnellement; ſes différentes couches » ne prennent pas le même degré de cha» leur aſſez vîte, pour pouvoir participer » aux mêmes variations, & il doit regner » en haut dans tous les tems un certain » degré de froid. Les plus grands change» mens ſe font donc toujours en bas, ce » qui y rend le paſſage d'une dilatation à » l'autre moins gradué ou plus bruſque, » d'où réſulte néceſſairement des effets plus » ſenſibles à l'égard des réfractions, & des » effets qui dépendent preſque abſolument » des circonſtances locales. » (*Mém. de l'Acad. an. 1749.*)

344. De ce que les couches de l'atmoſphere ont moins de denſité à proportion qu'elles s'élevent, il paraît naturel d'en conclure que les réfractions ſont d'autant plus petites, qu'on eſt plus élevé au-deſſus du niveau de la mer; & c'eſt ce que l'obſervation a confirmé. Mr. Bouguer a obſervé au Perou, qu'au niveau de la mer la réfraction horiſontale était de $27'$; qu'à Quito qui eſt élevé de 1479 toiſes au-deſſus du niveau de la mer, elle était de $22' 50''$. A la Croix de Pitchincha, à la hauteur de 2044 toiſes, elle ſe trouva de $20' 48''$; & ſur Chimboraço, à 2388 toiſes, elle n'était que de $19' 45''$. Or ces réfractions étant ſenſiblement comme les racines carrées de l'excès de 5158 toiſes (hauteur au-deſſus de laquelle l'atmoſphere réfractive ne produit plus d'effet ſenſible, au moins dans la zone torride) ſur la hauteur de chaque poſte au-deſſus du niveau de la mer, Mr. Bouguer en a conclu que pour trouver aſſez exactement la réfraction horiſontale qui convient à un lieu élevé dans la zone torride, il n'y a qu'à faire cette proportion: la racine carrée de 5158 toiſes eſt à $27'$, réfraction horiſontale au niveau de la mer, comme la racine carrée de l'excès de 5158 toiſes ſur la hauteur du poſte propoſé, ſera à la réfraction horiſontale requiſe.

345. Il y a déja du tems que l'on ſait que les réfractions ne ſont pas tout-à-fait les mêmes par toute la ſurface de la terre; que, par exemple, elles ſont ſenſiblement plus petites dans la zone torride que dans les zones temperées. Mais au-delà des tropiques la différence diminue très-promptement, ſelon Mr. l'Abbé de la Caille; à 10 $\frac{1}{2}$ degrés des tropiques, les réfractions ſont déja preſque égales à celles qu'on obſerve à Paris; elles ne ſont plus petites que d'environ $\frac{1}{40}$. Et comme ſous le cercle polaire, elles ſont ſenſiblement les mêmes qu'à Paris, ce ſavant Aſtronome en conclut que les réfractions moyennes ſont à très-peu près les mêmes dans toute l'étendue des

ne paraît point concentrique à ces aſtres, mais ovale & excentrique, ayant ſon plus grand diametre perpendiculaire à l'horiſon, & l'extrémité inférieure de ce diametre plus éloignée de

zones temperées, & que par conſéquent on peut, ſans craindre de faire des erreurs ſenſibles, s'y ſervir par-tout d'une même table de réfractions.

346. Celle que nous donnons ici eſt de cet Aſtronome. Elle eſt le fruit d'un travail très-long, très-penible, recommencé pluſieurs fois; & les obſervations les plus mul-

TABLE DES RÉFRACTIONS,

ſuivant Mr. l'Abbé de la Caille & Mr. Bradley.

Les ſix derniers nombres ſont de Mr. Newton.

Diſt. appar. au zénit.	Réfract. de Mr. de la Caille.	Réfract. de Mr. Bradley.	Hauteur apparente	Diſt. appar. au zénit.	Réfract. de Mr. de la Caille.	Réfract. de Mr. Bradley.	Hauteur apparente	Diſt. appar. au zénit.	Réfract. de Mr. de la Caille.	Réfract. de Mr. Bradley.	Hauteur apparente
D.	M. S.	M. S.	D.	D.	M. S.	M. S.	D.	D.	M. S.	M. S.	D.
1.	0. 1,1	0. 1,0	89.	31.	0. 40,0	0. 34,2	59.	61.	1. 59,1	1. 42,4	29.
2.	0. 2,3	0. 2,0	88.	32.	0. 41,6	0. 35,5	58.	62.	2. 4,0	1. 46,6	28.
3.	0. 3,5	0. 3,0	87.	33.	0. 43,2	0. 36,8	57.	63.	2. 9,2	1. 51,2	27.
4.	0. 4,6	0. 4,0	86.	34.	0. 44,9	0. 38,2	56.	64.	2. 14,7	1. 56,2	26.
5.	0. 5,8	0. 5,0	85.	35.	0. 46,6	0. 39,6	55.	65.	2. 20,5	2. 1,6	25.
6.	0. 7,0	0. 6,0	84.	36.	0. 48,3	0. 41,1	54.	66.	2. 26,6	2. 7,4	24.
7.	0. 8,2	0. 7,0	83.	37.	0. 50,1	0. 42,6	53.	67.	2. 33,0	2. 13,7	23.
8.	0. 9,3	0. 8,0	82.	38.	0. 51,9	0. 44,2	52.	68.	2. 39,8	2. 20,3	22.
9.	0. 10,5	0. 9,0	81.	39.	0. 53,8	0. 45,9	51.	69.	2. 47,0	2. 27,2	21.
10.	0. 11,7	0. 10,0	80.	40.	0. 55,8	0. 47,6	50.	70.	2. 54,7	2. 35,1	20.
11.	0. 12,9	0. 11,0	79.	41.	0. 57,9	0. 49,4	49.	71.	3. 3	2. 43,9	19.
12.	0. 14,1	0. 12,0	78.	42.	1. 0,0	0. 51,2	48.	72.	3. 12	2. 53,6	18.
13.	0. 15,4	0. 13,0	77.	43.	1. 2,1	0. 53,1	47.	73.	3. 23	3. 4,5	17.
14.	0. 16,6	0. 14,0	76.	44.	1. 4,3	0. 55,0	46.	74.	3. 35	3. 16,9	16.
15.	0. 17,8	0. 15,1	75.	45.	1. 6,5	0. 57,0	45.	75.	3. 49	3. 29,9	15.
16.	0. 19,1	0. 16,2	74.	46.	1. 8,8	0. 59,0	44.	76.	4. 5	3. 45,5	14.
17.	0. 20,3	0. 17,3	73.	47.	1. 11,2	1. 1,1	43.	77.	4. 24	4. 3,0	13.
18.	0. 21,6	0. 18,4	72.	48.	1. 13,7	1. 3,3	42.	78.	4. 45	4. 23,2	12.
19.	0. 22,9	0. 19,5	71.	49.	1. 16,3	1. 5,5	41.	79.	5. 9	4. 46,6	11.
20.	0. 24,2	0. 20,6	70.	50.	1. 19,0	1. 7,9	40.	80.	5. 37	5. 14,8	10.
21.	0. 25,5	0. 21,7	69.	51.	1. 21,9	1. 10,4	39.	81.	6. 10	5. 48,5	9.
22.	0. 26,8	0. 22,9	68.	52.	1. 24,9	1. 13,0	38.	82.	6. 51	6. 29,4	8.
23.	0. 28,2	0. 24,1	67.	53.	1. 28,0	1. 15,7	37.	83.	7. 41	7. 20,5	7.
24.	0. 29,6	0. 25,3	66.	54.	1. 31,2	1. 18,5	36.	84.	8. 42	8. 27,8	6.
25.	0. 31,0	0. 26,5	65.	55.	1. 34,6	1. 21,4	35.	85.	9. 2	9. 54,3	5.
26.	0. 32,4	0. 27,8	64.	56.	1. 38,1	1. 24,4	34.	86.	10. 48	11. 51,1	4.
27.	0. 33,9	0. 29,1	63.	57.	1. 41,8	1. 27,6	33.	87.	15. 2	14. 35,6	3.
28.	0. 35,4	0. 30,4	62.	58.	1. 45,8	1. 31,0	32.	88.	17. 8	18. 35,0	2.
29.	0. 36,9	0. 31,7	61.	59.	1. 50,0	1. 34,6	31.	89.	23. 7	24. 28,6	1.
30.	0. 38,4	0. 33,0	60.	60.	1. 54,4	1. 38,4	30.	90.	33. 45	33. 0,0	0.

la lune ou du ſoleil que l'extrémité ſupérieure, ſuivant la deſcription que donne Mr. Newton dans ſon Optique, d'un de ces anneaux qu'il obſerva autour de la lune. Car il paraît par la

tipliées en ont confirmé l'exactitude. Nous y en ajoûtons une autre conſtruite au moyen d'une regle très-ſimple de Mr. Bradley; ſavoir, que *les réfractions ſont proportionnelles aux tangentes des diſtances apparentes au zénith diminuées de trois fois la réfraction.* Ainſi le triple de la réfraction horiſontale étant de 1° 39′, il faudra pour trouver la réfraction qui convient, par exemple, à 45° de hauteur apparente, en la ſuppoſant d'abord d'environ 1′, faire cette proportion: Tang. 88° 21′ : Tang. 44° 57′

Dénominateur d'une fraction dont le numérateur eſt 1, *& dont la valeur exprime la partie variable de la réfraction.*

DEGRÉS du Thermom.	Hauteur du Barometre en pouces & en lignes.								
	27.4 ôtez	27.5 ôtez	27.6 ôtez	27.7 ôtez	27.9 ôtez	27.10 ôtez	27.11 ôtez	28.0 ôtez	
+ 26.	12.	12.	13.	14.	14.	15.	16.	17.	6. —
+ 24.	13.	14.	14.	15.	17.	17.	18.	19.	4. —
+ 22.	15.	15.	16.	17.	19.	20.	22.	23.	2. —
+ 20.	16.	18.	18.	19.	22.	24.	25.	27.	0.
+ 18.	19.	20.	22.	23.	26.	28.	31.	34.	2. +
+ 16.	22.	24.	25.	27.	32.	35.	40.	45.	4. +
+ 14.	26.	28.	31.	34.	43.	48.	54.	68.	6. +
+ 13.	29.	31.	35.	38.	50.	58.	70.	90.	7. +
+ 12.	32.	35.	40.	45.	61.	75.	95.	135.	8. +
+ 11.	36.	40.	46.	54.	81.	103.	149.	270.	9. +
+ 10.	42.	48.	54.	67.	112.	167.	333.	ajoûtez	10. +
+ 9.	50.	58.	70.	90.	192.	435.	ajoûtez	270.	11. +
+ 8.	61.	75.	95.	133.	ajoûtez	ajoûtez	227.	135.	12. +
+ 7.	89.	105.	147.	263.	455.	196.	123.	90.	13. +
+ 6.	111.	167.	323.	ajoûtez	169.	114.	85.	68.	14. +
+ 5.	189.	303.	ajoûtez	278.	104.	80.	65.	55.	15. +
+ 4.	ajoûtez	ajoûtez	233.	137.	75.	62.	52.	45.	16. +
+ 3.	476.	196.	125.	90.	59.	50.	43.	39.	17. +
+ 2.	172.	114.	86.	68.	48.	42.	38.	34.	18. +
+ 1.	105.	82.	65.	55.	41.	37.	33.	30.	19. +
— 0.	76.	62.	52.	45.	36.	33.	29.	27.	20. +
— 1.	59.	50.	43.	39.	32.	29.	27.	25.	21. +
— 2.	48.	42.	37.	34.	28.	26.	25.	23.	22. +
— 3.	41.	37.	32.	30.	26.	24.	22.	21.	23. +
— 4.	36.	33.	29.	27.	24.	22.	21.	19.	24. +
— 5.	32.	29.	27.	25.	22.	20.	19.	18.	25. +
	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	DEGRÉS du Thermom.
	28.8	28.7	28.6	28.5	28.3	28.2	28.1	28.0	
	Hauteur du Barometre en pouces & en lignes.								

théorie

théorie d'Huyghens sur ces couronnes (autrement nommées *Halos*), que les rayons qui en occasionnent l'apparence, composent la surface d'un cone, dont la section faite par un plan perpendiculaire au

:: 33′ 0″ à 57″ réfraction pour 45°. Cette regle a lieu pour toutes les hauteurs; & l'on voit qu'elle s'accorde assez au-dessus de 20° de hauteur, avec ce que nous avons dit (*Note 339.*) qu'au-dessus de 20°, les réfractions étaient comme les tangentes des distances au zénith. Car alors les réfractions n'étant pas même de 3′, les tangentes des distances diminuées de trois fois la réfraction, ont sensiblement le même rapport que celles des distances simples.

347. A la suite de ces deux Tables de réfractions, comprises en une seule, nous mettons celle dont nous avons parlé, qui contient les variations des réfractions qui répondent à celles du barometre & du thermometre. Elle contient, pour chaque hauteur de ces deux machines, le dénominateur d'une fraction dont le numérateur est toujours l'unité, & dont la valeur exprime la partie variable de la réfraction moyenne. Si, par exemple, le barometre est à 27 pouces 9 lignes, & le thermometre à 18°, le nombre 26 qui répond à ces deux hauteurs, marque que la réfraction moyenne doit être diminuée d'un vingt-sixième.

348. La figure ovale sous laquelle nous voyons le soleil ou la lune, lorsque ces astres sont à l'horison, est un des effets occasionnés par la réfraction; parce qu'élevant davantage le bord inférieur de leur disque où se termine leur diametre vertical, que le bord supérieur, elle rend par conséquent le diametre vertical plus petit que le diametre horisontal qui ne souffre point d'altération; la différence entre ces diametres est même souvent assez considérable, le diametre horisontal étant souvent au diametre vertical comme 5 à 4, sur-tout les matins que l'air étant plus froid, plus dense & plus humide, les réfractions sont plus fortes. Au reste, à moins que la lune horisontale ne soit exactement dans son plein, le défaut d'illumination d'une portion à droite ou à gauche de son disque, détruit en partie l'ellipticité de sa figure, & la réduit à une forme plus ronde, quoiqu'un peu irrégulière, qui est celle sous laquelle on la voit souvent. Et c'est aux environs de l'équinoxe de l'automne à son lever, & vers l'équinoxe du printems à son coucher, que la pleine lune paraît la plus ronde, parce que l'écliptique étant alors très-oblique à l'horison, le défaut d'illumination tombe plus exactement sur l'une des extrémités du diametre horisontal. Ainsi la lune ne paraît que très-rarement ovale; & cela est encore plus rare dans des soirées fort chaudes, les réfractions étant alors très-petites.

349. La réfraction horisontale étant généralement équivalente au diametre apparent du soleil ou de la lune, il est clair que tous les corps célestes sont entiérement visibles, lorsqu'ils sont réellement encore au-dessous de l'horison. C'est par cette raison qu'on a vu plusieurs fois à l'horison la lune totalement éclipsée, tandis que le soleil était encore visible dans la partie opposée.

350. C'est encore par les réfractions que les rayons du soleil souffrent en traversant notre atmosphere, en conséquence desquelles ils entrent dans l'ombre de la terre, que la lune, quoique totalement éclipsée, c'est-à-dire, entiérement plongée dans cette ombre, est cependant encore visible, paraissant d'un rouge sombre à peu près de la couleur du fer lorsqu'il est presque rouge. Car soit le soleil représenté (*Fig. 336.*) par le grand cercle *a b*, & la terre par le petit *c d*; soient les lignes *a c e*, *b d e* tangentes à l'un & à l'autre, lesquelles se coupent en *e* au-delà de la terre. L'espace angulaire *c e d* représentera la figure conique de l'ombre de la terre, laquelle serait totalement privée des rayons du soleil, si aucun d'eux ne souffrait de la part de l'atmosphere cette inflexion qui les y fait entrer. Supposons que la force réfractive de l'atmosphere ait pour terme le cercle *h i* concentrique à la terre, de sorte que les rayons *a h* & *b i* qui touchent ce cercle, ne souffrent aucun détour, & se croisent en *k*. Les deux rayons intérieurs & les plus voisins de ceux-ci, qui partent des mêmes points *a* & *b*, étant courbés en dedans par la réfraction

rayon que l'œil reçoit du soleil ou de la lune, est circulaire & concentrique à ces astres; & c'est pourquoi la surface apparente du ciel coupant obliquement ce cone, la section qu'elle forme, qui est

qu'ils souffrent en traversant le bord de l'atmosphere, se croiseront dans un point l un peu plus proche de la terre que k. De même deux rayons intérieurs & voisins de ces deux derniers, se croiseront dans un point m un peu plus proche de la terre que l, parce qu'ayant eu à traverser un air plus dense & d'une plus grande étendue que les premiers, ils ont souffert des réfractions plus fortes. Il est clair qu'il en sera de même des intersections successives des rayons intérieurs à ceux que nous venons de considérer : elles iront toutes en s'approchant continuellement de la terre jusqu'en n, que je suppose appartenir aux deux rayons qui viennent en rasant la terre en o & en p, & qui par conséquent est la dernière de toutes. Il est clair que l'espace compris entre ces rayons on, np, sera la seule partie de l'ombre de la terre entiérement privée des rayons du soleil. Soit fmg une partie de l'orbite de la lune, lorsque la partie obscure onp de l'ombre terrestre étant la plus longue, cette planete se trouve en même tems la plus proche de la terre; je vais faire voir qu'alors tm est à tn environ comme 4 à 3, & que par conséquent la lune, quoique centralement éclipsée en m, peut être cependant visible au moyen de ces rayons que les réfractions, en traversant l'atmosphere, dispersent & y font tomber, & qui en sont ensuite réfléchis à la terre.

351. Car soient prolongées les parties incidente & émergente aq, rn (*Fig. 337.*) d'un rayon $aqorn$ qui touche la terre en o, jusqu'à ce qu'elles se coupent en u, & soit prolongée aqu jusqu'à ce qu'elle rencontre en x l'axe st prolongé; & joignant us & um, puisque les réfractions d'un rayon horisontal passant de o en r, ou de o en q, seraient semblables & égales, l'angle extérieur nux est double de la quantité de la réfraction horisontale ordinaire; l'angle aus est celui sous lequel on apperçoit de la terre le demi-diametre du soleil; l'angle ust est égal à la parallaxe horisontale du soleil; & l'angle umt à la parallaxe horisontale de la lune, l'élevation du point u au-dessus de la surface de la terre étant trop petite pour causer une erreur sensible dans la grandeur de ces angles : les valeurs de ces angles sont celles qui suivent.

Le plus petit demi-diametre apparent du soleil, ou l'angle aus.	15′	50″
La parallaxe horisontale du soleil, ou l'angle ust.	00	10
Leur différence, ou l'angle txu.	15	40
Le double de la réfraction horisontale, ou l'angle nux. . . .	67	30
Leur somme, ou l'angle tnu.	83	10
La plus grande parallaxe horisontale de la lune, ou l'angle tmu.	62	10

352. Ainsi on aura $tm : tn ::$ (angle thu : angle tmu (*Art. 60.*) :: 83′ 10″ : 62′ 10″ ::) 4 : 3 en nombres ronds; ce qu'il fallait prouver. On déduit aisément de la plus grande parallaxe horisontale de la lune, qui est de 62′ 10″ que sa plus petite distance tm est d'environ $55\frac{1}{3}$ demi-diametres de la terre, & que par conséquent la plus grande longueur tn de la partie obscure de l'ombre étant les $\frac{3}{4}$ de tm, est d'environ $41\frac{1}{2}$ demi-diametres.

353. L'angle mun qui est la différence des angles tnu & tmu, est de 21′, c'est-à-dire, environ les deux tiers de 31′ 40″ qui exprime le diametre apparent du soleil. D'où il suit que le point de milieu m de la lune centralement éclipsée, est illuminé par des rayons qui viennent des deux tiers de chaque diametre du disque du soleil & passent par un côté de la terre, & par des rayons qui viennent des deux tiers opposés des mêmes demi-diametres, & passent par l'autre côté de la terre. Ce qu'on voit aisément, si supposant le rayon $aqorn$ inflexible, on imagine que son point de milieu o glisse sur la terre, tandis que la partie rn s'approche du point m (*Art. 44.*) jusqu'à le toucher; car alors la partie opposée qa décrira par son extrémité a sur le disque du soleil les deux tiers du diametre de cet astre (*Art. 59.*). On n'a pu donner dans la Figure, aux angles num, aus, leur vraie propor-

abſolument la même que la projection de la couronne ſur cette ſurface apparente, doit être d'une figure ovale comme celle que Mr. Newton a décrite. On lit dans les Tranſact. Philoſ. N°. 369,

tion, à cauſe de la diſtance immenſe du ſoleil & de ſon extrême grandeur, par rapport à la terre.

354. Ayant mené la ligne $a\,t\,a^{l}$ (*Fig. 338.*), il eſt remarquable que tous les rayons incidens $a\,q$, $a\,q^{l}$ qui viennent d'un point quelconque du ſoleil à la circonférence de la terre, ſeront réunis dans un point a^{l}, dont la diſtance $t\,a^{l}$ eſt moindre que $t\,m$ dans le rapport de 62 à 67 environ; de ſorte qu'il ſe formera en $a^{l}b^{l}$ une image du ſoleil, de laquelle les rayons divergeront en allant tomber ſur la lune. Car l'angle $t\,a^{l}u$ eſt la différence des angles $x\,u\,a^{l}$, $u\,a\,t$ trouvés ci-deſſus; & $t\,a^{l} : t\,m ::$ ang. $t\,m\,u$: ang. $t\,a^{l}u$ (*Art. 60.*) $:: 62^{l}\,10^{ll} : 67^{l}\,30^{ll}$.

355. Les rayons extérieurs & voiſins de $a\,q$ & de $a\,q^{l}$, traverſant une partie moins denſe & moins étendue de l'atmoſphere, ſe réuniront dans un point de l'axe $a\,t\,a^{l}$ un peu plus éloigné de la terre que le premier a^{l}; & comme les autres rayons extérieurs auront, par la même raiſon, leur point de réunion à des diſtances de la terre de plus en plus grandes, il ſe formera une ſuite infinie d'images du ſoleil, dont les diametres & les degrés d'éclat croîtront à proportion qu'elles ſeront plus éloignées de la terre.

356. D'où l'on voit pourquoi la lune paraît toujours plus ſombre & plus obſcure lorſqu'elle eſt éclipſée dans ſon périgée, que lorſqu'elle l'eſt dans ſon apogée. Quant à ſa couleur qui eſt entre le rouge ſombre & l'orangé, voici ce me ſemble, d'où elle provient. La couleur bleue du ciel montre évidemment que les rayons bleus ſont réfléchis en plus grand nombre par l'air pur que ceux d'une autre couleur, & conſéquemment que de tous les rayons que le ſoleil nous envoie, ceux-ci nous parviennent en moindre quantité; & il nous en parvient d'autant moins qu'ils ont un plus long trajet à faire dans l'atmoſphere. C'eſt à cauſe de cela que la couleur ordinaire du ſoleil & de la lune au méridien eſt la plus blanche, & qu'elle tire inſenſiblement ſur le jaune, l'orangé & le rouge, à proportion que ces aſtres ſont moins élevés, c'eſt-à-dire, à proportion que les rayons traverſent une plus grande étendue d'air. Or, dans les éclipſes de lune, les rayons font un trajet bien plus long dans l'atmoſphere, en la traverſant de part en part & s'y briſant, avant d'aller rencontrer la lune, outre celui qu'ils ſont obligés d'y faire encore pour parvenir à nos yeux, après avoir été réfléchis par cette planete; les rayons bleus doivent donc faire une perte encore beaucoup plus grande à proportion que les autres, de ſorte que la couleur qui réſulte des rayons tranſmis doit être entre un rouge ſombre & un orangé, ſelon la regle de Mr. Newton, pour trouver la couleur réſultante du mélange de pluſieurs autres. Le bord circulaire de l'ombre dans une éclipſe partiale paraît rouge, parce que les rayons rouges ſont ceux qui ſe rompent le moins, & par conſéquent ſe trouvent ſeuls dans la ſurface conique de l'ombre, au dedans de laquelle les autres ont été forcés d'entrer par les réfractions plus fortes qu'ils ont ſouffertes.

357. Mais l'air n'a pas ſeulement la propriété de rompre les rayons de lumière, il a encore celle de les réfléchir; & c'eſt principalement par cette dernière propriété que les objets éclairés ſont illuminés ſi uniformement de tous les côtés. Conjointement avec la réfraction elle nous procure encore un autre avantage, celui de ne faire ſuccéder le jour & la nuit l'un à l'autre que par des degrés inſenſibles, de produire enfin ce que nous nommons *le Crépuſcule*.

358. Pour ſe former une idée du commencement du crépuſcule, de ſon accroiſſement & de ſa fin, ſuppoſons que les rayons du ſoleil venant dans la direction $s\,a\,b$ (*Fig. 339.*), illuminent un ſegment de l'atmoſphere repréſenté par le ſegment ombré $a\,b\,g\,a$, terminé en bas par la ligne $a\,b$ qui touche la ſurface de la terre en d, & en haut par l'arc $a\,g\,b$. De l'extrémité b oppoſée au ſoleil, ſoit menée une ligne $b\,e$ qui touche la ſurface de la

que la figure ovale d'une de ces couronnes fut obſervée par Mr. Whiſton, & que ſon excentricité le fut par Mr. Halley : & moi même ayant eu occaſion depuis quelques années, d'obſerver de

terre dans un autre point e ; & ſuppoſant que les rayons ne ſe rompent point, le Spectateur qui eſt en e, peut appercevoir une faible lumière qui lui eſt réfléchie de b par l'air ou les vapeurs, & qui vient en raſant ſon horiſon eb. Que par le mouvement diurne de la terre, le Spectateur ſoit tranſporté de e en f, & ſon horiſon be dans la poſition fg qui coupe db en h ; de f il verra la partie bgh du ſegment lumineux $bgab$ par des rayons réfléchis de tous côtés par chaque point de cette même partie bgh ; & enfin lorſque la terre l'aura porté en d, il verra le ſegment lumineux entier $agba$ & en même tems le ſoleil dans ſon horiſon da.

359. C'eſt en partant delà que les anciens Mathématiciens déterminerent la hauteur de l'atmoſphere qu'ils trouverent être de 50 milles, & voici comme ils s'y prirent. Au moment que la première & la plus faible lumière ſe faiſait appercevoir dans l'Eſt de l'horiſon eb, ils obſerverent les hauteurs ou poſitions de quelques-unes des étoiles les plus brillantes, au moyen deſquelles ils calculerent de combien de degrés le ſoleil était alors au-deſſous de l'horiſon, & trouverent qu'il était environ de 18° ; ces 18° étant la meſure de l'angle dbm formé par l'horiſon db, & l'horiſon eb prolongé, ou de l'angle dce compris entre les perpendiculaires cd, ce menées du centre de la terre à ces deux horiſons, ils conclurent avec raiſon que les vapeurs illuminées en b, étaient ſituées dans la droite cb qui coupe en deux également cet angle dce de 18°. Or, dans le triangle rectangle cdb, le rayon cd eſt à la ſécante cb de l'angle dcb de 9°, comme 10000 à 10125, ou comme 4000 à 4050. Ainſi le demi-diametre de la terre étant d'environ 4000 milles (le mille anglais équivaut à 826 toiſes françaiſes), on aura cb égale à 4050 ; & par conſéquent l'élevation des vapeurs en b au-deſſus de la ſurface de la terre eſt de 50 milles, en ſuppoſant toutefois que les rayons horiſontaux db, be ne ſoient point réfractés : conſidération qu'Alphazen fut obligé de négliger, ne ſachant combien il fallait donner à la réfraction.

360. Et ces rayons db, be (*Fig. 340.*) ſouffrant des réfractions continuelles, en traverſant les différentes couches de l'atmoſphere, & décrivant en conſéquence les courbes db', $b'e$, la hauteur de la matière réfractive en b' au-deſſus de la ſurface de la terre, ſera réduite à 44 $\frac{1}{2}$ milles, ſelon la regle ſuivante donnée par Mr. Halley. De l'angle dce de 18° il faut retrancher le double de la réfraction horiſontale, c'eſt-à-dire, environ un degré ; & la ſécante de la moitié du reſte qui eſt à peu près de 8° $\frac{1}{2}$ étant de 10111, il s'enſuivra que 10000 eſt à 111 comme le demi-diametre de la terre, ou 4000 milles à 44, 4 milles.

361. Car ſuppoſant que deux rayons partent de d & e, ſuivant les lignes horiſontales db, eb, & qu'après avoir décrit les courbes db', eb', ils ſe coupent l'un & l'autre en b' proche le haut de l'atmoſphere ; ils en ſortiront peu après dans des lignes droites $b'c'$, $b'd'$, qui s'écartent chacune de leurs horiſons reſpectifs db, eb, d'environ un demi-degré. Ainſi les perpendiculaires cp, cq aux lignes $b'c'$, $b'd'$ prolongées, s'écarteront chacune des perpendiculaires cd, ce aux deux mêmes horiſons db, eb, des angles égaux pcd, qce, d'un demi-degré chacun, & elles ſeront à peu près égales au demi-diametre de la terre ; parce que la courbure des rayons $b'd$, $b'e$, près de b', eſt extrêmement petite. Ainſi cb' eſt la ſécante de l'angle $b'cp$, en prenant cp ou cd pour rayon, c'eſt-à-dire, de l'angle dcb diminué de l'angle dcp égal à la réfraction horiſontale. Il faut de plus obſerver que le rayon $a'db'$ vient du ſoleil, ſitué, non dans l'horiſontale adb, mais dans la tangente sa' de la courbe $a'd$, inclinée d'un demi-degré à l'horiſontale adb ; c'eſt pourquoi la tangente $b'd'$ au rayon réfléchi $b'e$, étant inclinée à l'autre horiſon eb de la même quantité, l'angle formé par les tangentes sa', $b'd'$, doit être égal à l'angle abm formé par les deux

ces anneaux autour de la lune, je les ai toujours remarqués plus ou moins ovales, ſuivant que la lune était plus baſſe ou plus élevée. Je n'en ai point vu autour du ſoleil, depuis que je m'en ſuis formé cette idée; mais le D. Walker de notre Collége m'a dit qu'ayant obſervé ces anneaux ovales depuis pluſieurs années, il ſe ſouvenait d'en avoir vu un ou deux autour du ſoleil, lorſque cet aſtre était très-élevé, & par conſéquent lorſque l'ellipticité de leur figure était moins aiſée à diſtinguer, que ſi le ſoleil eut

horiſontales $b\,d$, $b\,e$.

362. Delà il ſuit que la hauteur de la dernière couche de l'atmoſphere qui réfléchit la lumière, étant environ de $44\frac{1}{2}$ milles, eſt à peu près la 90e partie du demi-diametre de la terre; & qu'un rayon $a'\,d\,b'$ paſſant horiſontalement par un endroit quelconque d de la ſurface de la terre, s'abaiſſe au point b' où il ſort de la dernière couche réfléchiſſante de l'atmoſphere, après avoir décrit la courbe $d\,b'$, de $5\frac{1}{2}$ milles au-deſſous de la tangente $d\,b$ de l'endroit d; que la diſtance $d\,b'$ eſt d'environ de 600 milles; & que par conſéquent un lieu quelconque d eſt conſtamment illuminé pendant le jour par des rayons réfléchis de chaque partie d'un ſegment de l'atmoſphere, dont la hauteur eſt d'environ $44\frac{1}{2}$ milles, & dont le cercle de la baſe a environ 1200 milles de diametre.

363. Le ſinus d'incidence au paſſage du vuide dans l'air commun, eſt au ſinus de réfraction, comme 1000000 à 999736 (*Note 418.*); ainſi lorſque l'angle d'incidence eſt droit ou très-approchant d'un droit, le plus grand angle de deviation, compris entre le rayon rompu & le rayon incident prolongé, eſt de près de $79'$. Et cet angle étant petit, ſera diminué, à très-peu près, dans la raiſon ſouſdoublée de la denſité de l'air, comme Mr. Newton le fait voir dans ſon Optique; & dans le troiſième Livre de ſes Principes, on trouve qu'à la hauteur d'un demi-diametre de la terre au-deſſus de ſa ſurface, ſi l'air atteint juſques-là, il doit être plus rare qu'ici-bas dans un rapport beaucoup plus grand que celui de tout l'eſpace renfermé dans l'orbe de Saturne, à un globe d'un pouce de diametre.

364. Delà on peut raiſonnablement conclure, qu'à hauteurs égales ſur l'horiſon, la réfraction éleve également le ſoleil & toutes les planetes, puiſqu'elles ſont toutes beaucoup au-delà de cet air raréfié, & que leurs lumières, provenant toutes du ſoleil, ſont toutes également réfrangibles. On ſait auſſi par les obſervations aſtronomiques que la lumière qui nous vient des étoiles fixes, ſouffre la même réfraction que celle du ſoleil & des planetes; ainſi à même hauteur ſur l'horiſon, tous les aſtres ont la même réfraction.

365. Un autre effet du pouvoir réfractif & particuliérement du tremblement continuel de l'air & des vapeurs qui y ſont répandues, eſt la ſcintillation des étoiles. Le tremblement des ombres des grandes tours eſt encore un des effets du tremblement de l'air, & c'eſt un de ceux où il ſe manifeſte le plus. Mais ſi on regarde les étoiles au travers de lunettes qui ayent de grandes ouvertures, leur ſcintillation n'a plus lieu, ou du moins eſt très-peu ſenſible. Car les rayons de lumière, dit Mr. Newton, qui paſſent par différentes parties de l'ouverture, tremblant chacun à part, & en conſéquence de leurs tremblemens différens & quelquefois contraires, tombant en même tems ſur différens points du fond de l'œil, ces tremblemens ſont trop prompts & trop confus pour être apperçus ſéparement. Et tous ces points illuminés produiſent un large point lumineux, compoſé de ce grand nombre de points tremblans, mêlés confuſément & inſenſiblement par des tremblemens fort courts & fort prompts, & par là font paraître l'étoile plus large qu'elle n'eſt en effet, & ſans aucun tremblement dans ſon tout. (*Optique de Mr. Newton, traduct. Franc.*)

été à une moindre hauteur. Or l'angle visuel formé par les rayons qui partent des extrémités du diametre d'une couronne, ayant toujours été observé de 45 ou de 46 degrés, j'estime que lorsqu'une couronne approche beaucoup de l'horison par sa partie inférieure, & par conséquent que sa figure apparente est la plus
Fig. 341. ovale, le diametre vertical apparent *ab* est divisé par la lune environ dans le rapport de 2 à 3 ou à 4, & qu'il est à peu près au diametre horisontal *cd*, mené par le centre de la lune, comme 4 à 3. L'ovale qu'on voit dans la figure a été tracée suivant ces proportions, afin qu'on puisse la comparer avec l'apparence d'une couronne lorsqu'il s'en présentera.

168. Ce qu'on a dit de la projection ovale d'une couronne, est applicable au soleil ou à la lune, dont les projections sont aussi ovales, particuliérement près de l'horison; mais il est difficile de juger si elles ont effectivement cette apparence, parce que cette projection ovale est si petite & si éloignée, qu'il n'est gueres possible que nous appercevions de différence sensible dans les distances de ses parties inférieure & supérieure de l'œil, & conséquemment que nous n'avons pour en juger d'autre perception que celle de la figure de son image tracée au fond de l'œil. Et même au contraire, on a souvent remarqué le soleil ovale à l'horison dans une position opposée, & l'on trouve par les Tables des réfractions que les angles soutendus par son diametre horisontal & par son diametre vertical, sont entr'eux dans le rapport de 5 à 4 à peu près, à cause que le rayon qui part du point le plus bas du disque, est plus réfracté que celui qui part du point le plus élevé : au moyen de quoi l'image du soleil sur le fond de l'œil devient ovale, & par conséquent l'apparence qu'elle occasionne.

169. Cette théorie est encore confirmée par les apparences des queues des cométes qui paraissent toujours sous la forme d'un arc céleste, quelles que soient leur figure réelle, leur grandeur & leur situation dans l'espace absolu. Enfin il me paraît que les jugemens que nous portons du lieu, de la grandeur, de la figure & de la position apparentes de tout objet éloigné dans le ciel, comme du soleil, de la lune, des cométes, des constellations, des arcs-en-ciel, des couronnes, & de tous les autres météores, sont absolument les mêmes qu'ils seraient si nous voyions

leurs projections faites par les rayons visuels sur une surface réelle qui aurait la courbure apparente du ciel, & en occuperait la place.

CHAPITRE VI.

De l'origine & de la cause des Couleurs.

170. POUR rendre ce Livre plus complet, j'ajoûte ici la théorie des couleurs * de Mr. Newton. Je vais l'exposer en faisant usage de ses propres expressions autant qu'il me sera possible, & en rapportant les expériences par lesquelles il l'a prouvée.

171. I. EXPÉRIENCE. (*Opt. de Mr. Newton, Édit. Franç. p. 26 & suiv.*). Ayant pratiqué au volet d'une fenêtre d'une chambre fort obscure un trou rond *F* d'environ un tiers de pouce de diametre, j'appliquai à ce trou un prisme triangulaire de verre *ABC*, afin de rompre le faisceau de rayons solaires *SF* introduits par le trou : ce faisceau s'écartait, à sa sortie du prisme, de sa première direction, en s'élevant au-dessus, & allait peindre sur le mur opposé de la chambre une image colorée du soleil représentée par *PT* †. Dans cette expérience & dans les suivantes, l'axe du prisme (c'est-à-dire la ligne qui traverse le milieu du prisme d'un bout à l'autre, parallélement au bord de l'angle réfringent) était perpendiculaire à l'axe du faisceau. En faisant tourner doucement ce prisme autour de son axe, je remarquai que l'image colorée du soleil peinte sur le mur par la lumière rompue, descendait d'abord & ensuite montait; & lorsqu'entre la descente & l'ascension, elle parut stationnaire, j'arrêtai le prisme & le fixai dans la situation où il était alors §. Fig. 342.

* Il est peut-être superflu d'avertir que les couleurs ne sont considérées dans ce Chapitre, que comme propriétés de la lumière & des corps qui la renvoyent, & nullement comme sensations.

† Mr. Newton donne le nom de *Spectre* à cette image colorée du soleil.

366. § Dans cette position du prisme, les réfractions que souffraient les rayons à ses côtés, étaient égales; de sorte, dit Mr. Newton, que quand je voulais que les réfractions aux deux côtés du prisme fussent égales, je remarquais l'endroit où l'image colorée du soleil s'arrêtait entre sa descente & sa montée, & lorsque l'image tombait dans cet endroit, je fixais le prisme.

Je reçus alors cette lumière rompue perpendiculairement sur une feuille de papier blanc *MN* que je plaçai contre le mur opposé de la chambre, & j'observai la figure & les dimensions de l'image solaire *PT* que cette lumière traçait sur le papier. Cette image était oblongue, avait les côtés rectilignes & paralleles, & était arrondie par les bouts. Elle était terminée assez distinctement par ses côtés, mais par ses bouts elle l'était très-confusément, la lumière s'y affaiblissant par degrés avant de s'évanouir entiérement. A la distance de dix-huit pieds & demi du prisme, la largeur de l'image était d'environ deux pouces & un huitième, sa longueur d'environ dix pouces & un quart, & celle de ses côtés rectilignes d'environ huit pouces. L'angle réfringent *ACB* du prisme qui dilatait la lumière dans cet espace était de 64° *. Avec un angle plus petit, l'image perdait de sa longueur, mais sa largeur restait la même. Il faut observer de plus que les rayons allaient en droite ligne du prisme à l'image, & que par conséquent ils avaient entr'eux, en sortant du prisme, l'inclinaison d'où provenait la longueur de l'image : cette inclinaison était de plus de deux degrés & demi. L'image *PT* était colorée ; ses couleurs les plus vives, à commencer leur énumération par le bas, étaient le rouge, l'orangé, le jaune, le vert, le bleu, l'indigo & le violet, avec une multitude infinie de nuances intermédiaires.

172. Notre Auteur conclut de cette expérience & de plusieurs autres qu'on rapportera ci-après, que la lumière du soleil est composée du mêlange de plusieurs especes de rayons colorés, entre lesquelles il y en a, qui, à incidences égales, se réfractent plus que les autres, & que par cette raison on nomme plus réfrangibles. Le rouge en *T* étant plus près de l'image circulaire que les rayons directs du soleil auraient tracée en *Y* sans l'interposition du prisme, appartient aux rayons qui ont été les moins rompus. Les autres couleurs, l'orangé, le jaune, le vert, le bleu, l'indigo & le violet s'écartant davantage de l'image *Y* que le rouge, appartiennent à des rayons qui ont souffert des réfractions plus grandes, de sorte que les rayons qui ont été le plus

* Il est aisé de remarquer, dans cette expérience, que l'étendue en longueur du spectre solaire dépend de l'angle réfringent du prisme, & de l'intervalle qu'on met entre le prisme & le papier sur lequel tombe le spectre.

rompus

rompus ſont ceux qui ont produit les couleurs les plus élevées. Car Mr. Newton a prouvé, par un raiſonnement mathématique *, que lorſque le priſme eſt dans la ſituation dont on a parlé ci-

367. * Voici le raiſonnement de Mr. Newton. Soit EG (*Fig. 342.*) le volet de la fenêtre, F le trou pratiqué dans ce volet par où le faiſceau de rayons ſolaires eſt introduit dans la chambre, ABC le priſme, XY le ſoleil, MN le papier ſur lequel ſe peint l'image du ſoleil, & PT l'image même dont les côtés ſont rectilignes & paralleles, & dont les extrémités P & T ſont arrondies. Soient $YKHP$ & $XLIT$ deux rayons dont le premier qui part du bord inférieur du ſoleil, va tomber ſur le papier à l'extrémité ſupérieure de l'image, après avoir ſouffert deux réfractions en traverſant le priſme, l'une en K & l'autre en H; & le ſecond qui part du bord ſupérieur du ſoleil, va ſe rendre à l'extrémité inférieure de l'image, après avoir été réfracté en L & en I. Puiſque les réfractions aux deux côtés du priſme ſont ſuppoſées égales, c'eſt-à-dire, que la réfraction en K eſt égale à celle qui a lieu en I, & que la réfraction en L eſt égale à la réfraction en H, de ſorte que la ſomme des réfractions en K & en L des rayons incidens, eſt égale à celle des réfractions en I & en H des rayons émergens, il s'enſuit que les réfractions en K & en H forment une ſomme égale à celle des réfractions en I & en L, & que par conſéquent les deux rayons s'écartant également de leurs routes primitives, ſont inclinés l'un à l'autre au ſortir du priſme, comme ils l'étaient avant d'y entrer; c'eſt-à-dire, de la valeur d'un demi-degré qui répond au diametre du ſoleil. La longueur PT de l'image ſoutendrait donc un angle d'un demi-degré, de même que ſa largeur; d'où il s'enſuivrait que l'image ſerait ronde: & il eſt bien évident que cela devrait être ainſi, dans la ſuppoſition que les deux rayons $XLIT$ & $YKHP$, & tous les autres qui forment l'image PT, fuſſent également réfrangibles. Donc puiſqu'on trouve par l'expérience que cette image n'eſt point ronde, qu'elle eſt au contraire très-allongée, il s'enſuit que les rayons qui, par une réfraction plus grande, vont tomber à l'extrémité ſupérieure P de l'image, doivent être plus réfrangibles que ceux qui vont ſe rendre à l'extrémité inférieure T, à moins que l'inégalité de réfraction ne ſoit accidentelle. (*Optiq. de Mr. Newton, pag. 31 & 32.*).

368. Il ne reſte donc plus que de tâcher de s'aſſurer d'une manière à diſſiper tous les doutes, que l'inégalité des réfractions que les rayons ſouffrent, n'eſt point accidentelle, ni qu'elle ne provient point de ce que chacun des rayons eſt dilaté &, pour ainſi dire, fendu & éparpillé en pluſieurs rayons divergens; qu'au contraire elle eſt conſtante & régulière, c'eſt-à-dire, qu'à incidences égales, il y a néceſſairement des rayons plus rompus que les autres, & qui le ſont conſtamment.

369. Or il y a un moyen aſſez ſimple de s'en aſſurer; c'eſt de faire ſubir aux rayons, lorſqu'ils ſont ſortis du priſme, dans la première expérience, une nouvelle réfraction, non dans le même ſens, mais de côté; à quoi l'on parvient facilement en plaçant verticalement un ſecond priſme DH (*Fig. 343.*) après le premier ABC, de manière que la lumière réfractée ſoit obligée de paſſer au travers. Car s'il était vrai que les rayons ne fuſſent ſimplement que dilatés & éparpillés par les réfractions qu'ils ſouffrent en traverſant le premier priſme, de ſorte que ce fût delà d'où proviendrait la longueur de l'image du ſoleil, le ſecond priſme devrait dilater & éparpiller de côté chacun des rayons ſortis du priſme ABC, préciſément comme celui-ci a dilaté de bas en haut les rayons qu'il a reçus immédiatement du ſoleil, & produire par conſéquent en largeur ce que le premier a produit en hauteur; d'où il devrait néceſſairement réſulter une image carrée $pp't t'$ du ſoleil, compoſée de bandes colorées de même longueur que la première image PT, leſquelles ne ſeraient autre choſe que les portions colorées de cette image PT étendues & dilatées par la diſperſion des rayons qui les teignent, occaſionnée par le ſecond priſme.

370. Mais cela n'arrive pas. La largeur

dessus, c'est-à-dire, que l'image est stationnaire, & par conséquent aussi bas qu'il est possible, cette image devrait être ronde comme la tache qui est en Y, si tous les rayons qui la produisent étaient

de l'image PT reste la même & n'augmente point. Tout le changement que cette image éprouve, c'est qu'au lieu d'être verticale, elle est inclinée comme on le voit représenté en pt; ce qui est une suite évidente des réfractions croisées des deux prismes. Son extrémité supérieure P est la partie que la réfraction a le plus déplacée, & transportée le plus loin du lieu qu'elle occupait. Son extrémité inférieure T est celle qu'elle a le moins dérangée : ce qui prouve que les rayons qui teignaient l'extrémité P de l'image, tels que les bleus & les violets, souffrent des réfractions plus considérables en traversant le second prisme, que les rayons rouges & jaunes qui formaient l'extrémité T; & que par conséquent ils sont encore les plus réfrangibles après leur passage au travers du premier prisme.

371. Mr. Newton ayant placé un troisième prisme au-delà du second, & ensuite un quatrième, afin, dit-il, que par tous ces prismes, l'image pût être souvent rompue de côté, a toujours trouvé que les rayons qui souffraient dans le premier prisme une plus grande réfraction que le reste, en souffraient aussi une plus grande dans tous les autres, sans jamais que l'image fût dilatée de côté. C'est donc avec raison, ajoûte-t-il, que les rayons qui sont constamment plus rompus que les autres, sont réputés plus réfrangibles (*Optiq. de Mr. Newton, pag. 35 & suiv.*).

372. Mais pour rendre cela plus sensible, remarquons que les rayons qui sont également réfrangibles, tombent tous (*Note 367.*) sur un cercle qui répond au disque du soleil, & que par conséquent l'image colorée PT doit être considérée comme composée d'images circulaires qui anticipent les unes sur les autres, en aussi grand nombre qu'il y a d'especes de rayons différemment réfrangibles. Or, si l'image circulaire Y du soleil formée par un faisceau de rayons non réfractés, était convertie dans l'image oblongue PT, par la dilatation & l'éparpillement de chacun des rayons en particulier, ou par quelqu'autre irrégularité dans la réfraction du premier prisme, il faudrait par la même raison, qu'en vertu de la réfraction croisée du second prisme qui dilaterait à son tour les rayons, chacun des cercles qui composent cette image, fût étendu de même & transformé dans une figure oblongue ; de sorte que la largeur de l'image PT se trouverait alors autant augmentée que la longueur de l'image Y l'avait été auparavant par la réfraction du premier prisme ABC ; & par conséquent les portions colorées de l'image PT produite par le premier prisme, acquérant la même longueur que cette image, il en résulterait nécessairement une image carrée $pp't t'$.

373. Donc puisque la largeur de l'image PT n'est point augmentée par la réfraction du second prisme, il est certain que par cette réfraction les rayons ne sont ni fendus ni dilatés, ni irrégulièrement dispersés de quelqu'autre manière que ce soit ; mais que chaque cercle est transporté tout entier dans un autre endroit par une réfraction régulière & uniforme ; que la plus grande réfraction transporte le cercle AG en ag; que par une réfraction moindre, le cercle BH va occuper la place bh, & ainsi des autres. L'image inclinée pt est donc composée de même que la première PT de cercles disposés en ligne droite, & de même grandeur que ceux qui composent l'image PT; & comme il en est de même de l'image nouvelle que l'on forme en mettant tant de prismes qu'on voudra après ceux-là, on doit en conclure que les rayons qui teignent chacun de ces cercles, ont absolument le même degré de réfrangibilité qu'ils conservent toujours, & que les rayons de différens cercles diffèrent en réfrangibilité, selon un rapport déterminé & constant (*Optiq. de Mr. Newton, pag. 39 & suiv.*).

374. Voici encore des expériences qui prouvent la réfrangibilité inégale des rayons de diverses couleurs. Si au moyen de deux prismes disposés convenablement vis-à-vis de deux trous peu éloignés l'un de l'autre, faits au volet d'une fenêtre d'une chambre bien fermée, on se procure deux images

Fig. 334.

335.

341.

340.

339.

336.

337.

338.

342.

également rompus. Ainſi puiſque l'on trouve par l'expérience que cette image n'eſt point ronde, mais qu'elle eſt environ cinq fois plus longue que large, il s'enſuit que tous les rayons n'ont point été rompus également : les expériences ſuivantes confirmeront cette vérité.

II. EXPÉRIENCE. Au faiſceau de rayons ſolaires SF tranſmis dans la chambre par le trou fait au volet de la fenêtre, j'oppoſai à la diſtance de quelques pieds du trou un priſme ABC, de manière que ſon axe fût perpendiculaire à ce faiſceau. Enſuite je regardai le trou F au travers du priſme, & faiſant tourner ce priſme autour de ſon axe pour faire monter & deſcendre l'image pt du trou, lorſ- Fig. 344.

colorées du ſoleil, dont le rouge de l'une co-incide avec le violet de l'autre, & qu'on reçoive ces deux couleurs ainſi mêlangées ſur un petit cercle de papier blanc, qui paraîtra par conſéquent teint en pourpre, c'eſt-à-dire, de la couleur du mêlange : ſi on regarde ce petit cercle coloré, au travers d'un priſme, d'abord à une petite diſtance, enſuite à une plus grande, à meſure qu'on s'en éloigne, on apperçoit ſon image ſe ſéparer de plus en plus, à cauſe de l'inégale réfraction des deux couleurs mêlangées ; & enfin elle ſe partage en deux images diſtinctes, l'une rouge & l'autre violette, dont la dernière eſt plus éloignée du papier que la première, & par conſéquent eſt celle qui a ſouffert la plus grande réfraction (*Optiq. de Mr. Newton, pag. 52.*).

375. Si au lieu de faire tomber deux couleurs priſmatiques ſur le petit cercle de papier, on l'avait couvert d'un mêlange de deux poudres colorées, l'une rouge, l'autre bleue, on eut vu également au travers du priſme deux images, l'une rouge & l'autre bleue.

376. Qu'on place fort près l'un de l'autre deux cercles de papier d'un pouce de diametre, l'un ſur le rouge d'une image colorée du ſoleil, & l'autre ſur le violet d'une ſeconde image colorée voiſine de la première ; & qu'après avoir couvert de noir le mur qui eſt derrière ces cercles, dans la crainte qu'il ne réfléchiſſe quelque lumière qui puiſſe troubler l'expérience, on regarde ces cercles ainſi illuminés au travers d'un priſme, qu'on tienne de manière que la réfraction ſe faſſe vers le cercle rouge ; à meſure qu'on s'éloignera de ces cercles, ils s'approcheront l'un de l'autre de plus en plus juſqu'à co-incider ; & ſi l'on continue de s'en éloigner, ils ſe ſépareront de nouveau dans un ordre contraire à celui ſuivant lequel ils ſe ſont approchés, le violet étant emporté au-delà du rouge par la grande réfraction qu'il ſouffre (*Optiq. de Mr. Newton, pag. 54.*).

377. C'eſt la réfrangibilité différente des rayons de lumière qui fait que les corps naturels, ſur-tout les blancs, étant regardés au travers d'un priſme, paraiſſent colorés par leurs bords, d'un côté de rouge & de jaune, & au côté oppoſé de bleu & de violet, tandis que l'eſpace compris entre ces bords colorés, paraît de la couleur dont on le voit à la vue ſimple ; car les rayons qu'envoie, par exemple, un morceau de papier blanc, ſouffrant des réfractions inégales en traverſant le priſme, chaque eſpece de rayons donne une image du papier teinte de ſa couleur, qui tombe dans un endroit différent de ceux où tombent les autres images de ce papier, produites par les autres eſpeces de rayons ; de ſorte que les bordures qu'on apperçoit aux côtés oppoſés du papier, ſont les extrémités même de ces images couchées les unes ſur les autres, tandis que l'eſpace blanc compris entre ces bordures n'eſt autre choſe que l'eſpace occupé par les portions de toutes ces images, qui ſe couvrent mutuellement, & auquel répondent par conſéquent des rayons mêlés dans une proportion convenable pour produire le blanc.

qu'entre ſes deux mouvemens oppoſés elle me parut ſtationnaire, j'arrêtai le priſme afin que les réfractions, aux deux côtés de l'angle réfringent, puſſent être égales comme dans l'expérience précédente. Le priſme ainſi diſpoſé, je regardai le trou *F* au travers, & je remarquai que la longueur de ſon image *pt* formée par les rayons rompus, contenait pluſieurs fois ſa largeur; que la partie *p* de cette image formée par les rayons les plus réfractés paraiſſait violette; que celle qui l'était en *t* par les rayons qui avaient été le moins rompus, paraiſſait rouge; & que les parties intermédiaires étaient indigo, bleu, vert, jaune, orangé, ſelon l'ordre dans lequel je viens de les nommer à commencer par le bas. Ayant ôté le priſme de la lumière du ſoleil, & ayant enſuite regardé au travers de ce priſme le trou éclairé par la lumière des nuages, je remarquai encore la même choſe. Cependant ſi les rayons étaient tous également rompus ſelon un certain rapport des ſinus d'incidence & de réfraction, comme on le ſuppoſe communément, l'image formée par la lumière réfractée aurait dû paraître ronde: on doit donc croire d'après ces deux expériences, qu'à incidences égales il y a une inégalité de réfractions très-conſidérable (*Optique de Mr. Newton, pag. 33 & 34*).

C'eſt la découverte de cette propriété fondamentale de la lumière qui a dévoilé tout le miſtere des couleurs. Or, comme nous avons lieu de le remarquer, notre Auteur n'en fut pas ſeulement redevable aux expériences qu'on avait faites avant lui, mais encore à ſes grandes connaiſſances en géométrie, à laquelle il était néceſſaire qu'il eut recours, pour déterminer quelle devrait être la figure de l'image du ſoleil, d'après le principe reçu juſqu'alors d'une réfraction égale de tous les rayons. Lorſqu'il eut fait cette découverte, il ſe propoſa d'en donner une preuve oculaire, & voici l'expérience qu'il imagina dans cette vue.

III. EXPÉRIENCE. Je fis au milieu de chacune des deux planches minces *DE*, *de* un trou rond d'un tiers de pouce de diametre, & en ayant fait un autre *F* beaucoup plus large au volet de la fenêtre d'une chambre fort obſcure, afin d'introduire dans la chambre un gros faiſceau de rayons du ſoleil, je plaçai derriere le volet, vis-à-vis du trou, un priſme *ABC* pour réfracter ce faiſceau, comme dans les expériences précédentes. Derrière & tout proche de ce priſme j'élevai verticalement une de mes planches *DE* en la plaçant

Fig. 345.

de manière que le milieu de la lumière rompue pût passer par le trou *G* que j'y avais pratiqué, tandis que le reste était intercepté par la planche. Ensuite, à la distance d'environ douze pieds de cette première planche, j'élevai la seconde *de* aussi verticalement, que je plaçai de manière qu'elle pût laisser passer par l'ouverture *g* que j'y avais faite, le milieu de la lumière réfractée qui, après avoir été transmise par le trou de la première planche, avait été tomber sur le mur opposé, & que le reste étant reçu sur cette planche *de*, pût y peindre une image colorée du soleil. Immédiatement au-delà de cette seconde planche, je disposai un autre prisme *abc* afin de rompre la portion de lumière colorée, qui avait passé par l'ouverture *g*. Tout étant ainsi arrangé, je fis tourner doucement le premier prisme *ABC* sur son axe, afin qu'en faisant monter & descendre l'image peinte sur la seconde planche *de*, toutes ses parties pussent passer successivement par le trou de cette planche, & rencontrer chacune à leur tour le prisme qui était au-delà. En même tems je marquai sur le mur opposé les endroits *M* & *N* où cette lumière tombait après avoir été rompue par le second prisme; & je reconnus, à la différence de ces endroits *M* & *N*, que la lumière qui avait souffert la plus grande réfraction dans le premier prisme *ABC*, & formait l'extrémité bleue de l'image peinte sur la planche *de*, souffrait encore en traversant le second prisme *abc*, une réfraction plus grande que la lumière qui teignoit en rouge l'autre extrémité de l'image. Car lorsque la partie inférieure de la lumière qui tombait sur la planche *de*, venait à passer par le trou *g*, elle allait rencontrer le mur en bas, en *M*; & quand la partie supérieure de cette lumière était transmise par le même trou *g*, elle allait tomber sur le mur plus haut, en *N*; enfin lorsque quelque portion intermédiaire de cette même lumière passait à son tour par le trou *g*, l'endroit du mur où elle tombait, était toujours entre *M* & *N*. Il est évident que les trous faits dans les planches ne changeant jamais de position, l'incidence des rayons sur le second prisme était la même pour tous : cependant il y avait des rayons plus réfractés, & d'autres qui l'étaient moins. Ceux qui avaient le plus souffert de la réfraction, en traversant le premier prisme, étaient encore ceux que le second brisait le plus. C'est donc avec juste raison qu'on peut nommer *rayons plus réfrangibles*

ceux qui ſont conſtamment plus rompus que les autres (*Opt. de Mr. Newton, pag. 45 & ſuiv.*).

Notre Auteur prouve auſſi par des expériences faites avec un verre convexe que les lumières réfléchies par les corps naturels, qui ſont de couleurs différentes, ont auſſi des degrés différens de réfrangibilité, & qu'elles different à cet égard préciſément comme les rayons ſolaires *.

378.* Voici ces expériences. Qu'on peigne traverſalement une bande de carton d'un pouce & demi de large, & de cinq à ſix de long, de deux couleurs différentes, de rouge, par exemple, & d'un bleu foncé, & que l'ayant placée enſuite ſur le plancher d'une chambre à la diſtance convenable de la fenêtre, pour que le jour tombe bien deſſus, & parallélement à la largeur de la fenêtre, on la regarde à quelque diſtance au travers d'un priſme, dont la longueur ſoit parallele à cette bande, & dont l'angle ſoit tourné en haut; on appercevra cette bande plus haut qu'elle n'eſt, avec cette circonſtance très-frappante, que ſa portion bleue ſera plus élevée que la rouge, comme ſi elles avaient été coupées & placées à des hauteurs différentes. Ce ſera tout le contraire ſi l'angle du priſme eſt tourné en bas. La lumière que l'œil reçoit de la portion bleue du papier après avoir traverſé le priſme, ſouffre donc une plus grande réfraction que la lumière qui vient de la portion rouge, & eſt par conſéquent plus réfrangible. (*Voyez l'Opt. de Mr. Newton, pag. 19 & ſuiv.*)

379. Qu'on enveloppe le carton peint de rouge & de bleu foncé de pluſieurs tours d'un fil de ſoie noire très-délié, & que l'ayant mis dans une ſituation verticale, on l'éclaire fortement avec une ou deux bougies placées vis-à-vis l'endroit de ce carton où les deux couleurs ſont ſéparées. Qu'on place une large lentille de verre d'environ de trois pieds de foyer à la même hauteur & vis-à-vis ce carton coloré, à la diſtance d'environ ſix pieds : il ſe peindra de l'autre côté de cette lentille, à ſix pieds environ de diſtance, une image du carton coloré ſur un papier qu'on placera verticalement & perpendiculairement aux rayons qui viennent de la lentille. Tout étant ainſi diſpoſé & la chambre bien fermée, ſi l'on recule ou qu'on avance le papier, afin d'avoir le plus diſtinctement qu'il eſt poſſible, les images des parties rouge & bleue du carton coloré, ce que les fils de ſoie font connaître par la netteté avec laquelle ils paraiſſent terminés ; on remarque, quand le papier eſt à cette diſtance du verre, où la portion rouge du carton eſt peinte diſtinctement, que la portion bleue eſt tellement confuſe, qu'on a peine à diſtinguer les traits noirs qui doivent y paraître marqués, & que pour que cette portion bleue ſoit peinte diſtinctement, il faut approcher le papier d'un pouce & demi environ de la lentille, mais qu'alors la portion rouge eſt ſi confuſe, que les traits qu'on doit y voir s'apperçoivent à peine. Le foyer des rayons bleus eſt donc plus proche que celui des rayons rouges, & par conſéquent ces rayons ont ſouffert une plus grande réfraction.

380. Un Auteur Italien ayant cherché à éluder cette expérience, en objectant que ſi l'image bleue du papier ſe peignait plus près de la lentille que celle de la portion rouge, cette différence ne devait être attribuée qu'à la différente inclinaiſon des rayons bleus & rouges en tombant ſur la lentille : le Docteur Deſaguliers répondit à cette mauvaiſe objection par l'expérience ſuivante. » Il fit faire (*Mr. Montucla, Hiſt. des Mathém.*) une boëte quadrangulaire, » percée au devant d'un trou rond, & dans » laquelle deux lumières cachées pouvaient » illuminer fortement le fond oppoſé, ſans » qu'il ſe répandit aucune lumière dans la » chambre. Sur ce fond & directement vis-» à-vis ce trou, était une ouverture car-» rée diviſée en bandes & en cellules, par » des fils de ſoie noire très-déliée. Au » devant du trou rond, il plaça une lentille » de quelques pieds de foyer, à la diſtance

173. IV. EXPÉRIENCE. Mais les rayons du ſoleil ne different pas ſeulement quant à la réfrangibilité, *ils different encore quant à la réflexibilité, & les plus réfrangibles ſont auſſi les plus réflexibles.* Ayant choiſi un priſme iſoſcele ABC dont les angles à la baſe BC étaient égaux chacun à 45°, & dont le troiſieme en A était droit, je reçus ſur un de ſes côtés AC à peu près perpendiculairement, un faiſceau de rayons ſolaires FM introduit dans une chambre bien fermée, par un trou F d'un tiers de pouce de diametre fait au volet de la fenêtre; & tournant doucement ce priſme autour de ſon axe, juſqu'à ce que la lumière qui avait paſſé au travers d'un de ſes angles ACB, & en était ſortie décompoſée en rayons de diverſes couleurs MG, MH, commençât à être réfléchie ſuivant MN, par la baſe BC, qui juſqu'alors lui avait livré paſſage, je remarquai que les rayons tels que MH, qui avaient ſouffert la plus forte réfraction, étaient réfléchis plutôt que les autres*. Pour mieux m'aſſurer que les rayons qui s'évanouiſſaient en H étaient réfléchis & entraient dans le faiſceau MN compoſé de la lumière que la baſe BC du priſme avait réfléchie, je fis paſſer ce faiſceau de lumière réfléchie au travers d'un autre priſme VXY; & cette lumière ayant été rompue par ce dernier priſme, je la reçus ſur une feuille de papier blanc placée à quelque diſtance du priſme, ſur laquelle elle peignit en pt les couleurs ordinaires du ſpectre. Alors faiſant tourner le premier priſme ABC ſur ſon axe, ſuivant l'ordre des lettres A, B, C, j'obſervai que lorſque les rayons MH, qui avaient été les plus réfractés par ce premier priſme, & paraiſſaient Fig. 346.

» d'environ le double de ce foyer. Lorſ- » qu'on plaçait à l'ouverture carrée une » ſurface rouge, ſi après avoir trouvé ſon » image diſtincte ſur le carton placé au-delà » de la lentille, l'on changeait cette ſurface » en une bleue, l'image n'était plus diſtincte, » & il fallait approcher le carton ». Or il eſt viſible qu'ici tout eſt ſemblable, l'incidence des rayons bleus & rouges étant abſolument la même. Ainſi il ne peut reſter de doutes ſur la différente réfrangibilité de ces rayons.

381. * Il eſt aiſé de voir que les rayons MH doivent être en effet les premiers à ſe réfléchir. On a vu (*Art.* 17.) que lorſqu'un rayon paſſe d'un milieu denſe dans un autre qui l'eſt moins, il y a une obliquité d'incidence au-delà de laquelle il ne peut paſſer dans le ſecond milieu: ſi le ſinus d'incidence eſt tel que le ſinus de réfraction ſoit plus grand que le ſinus total, il eſt certain que le rayon loin de pénétrer dans le ſecond milieu, quelque rare qu'il ſoit, ſe réfléchira. Or les rayons MH étant toujours plus rompus que les autres, ils ſeront par conſéquent les premiers qui ceſſeront de pouvoir pénétrer dans l'air, & qui ſe réfléchiront. Ainſi il eſt évident que les rayons qui ſont les plus réfrangibles, doivent être auſſi les plus réflexibles.

bleus & violets, commencerent à être totalement réfléchis, la portion bleue & violette *p* de l'image *pt*, qui appartenait aux rayons qui avaient ſouffert la plus forte réfraction dans le ſecond priſme, devint ſenſiblement plus vive, tandis que le rouge & le jaune en *t* reſterent auſſi faibles qu'ils l'étaient; & qu'enſuite lorſque le reſte de la lumière compoſé de vert, de jaune & de rouge, fut réfléchi dans ſon entier, & eut diſparu en *G*, l'autre portion *t* de l'image *pt* peinte des mêmes couleurs, devint auſſi vive que la première. Ce qui prouve inconteſtablement que les rayons qui, à même incidence que les autres ſur la baſe *BC*, avaient ſouffert la plus grande réfraction, étaient auſſi les premiers réfléchis par cette même baſe. Il n'eſt point queſtion ici d'aucune réfraction aux côtés *AC*, *AB* du priſme, parce que les rayons ſolaires entrent dans ce priſme & en ſortent perpendiculairement ou preſque perpendiculairement à ces côtés, & que par conſéquent ils n'y éprouvent point de réfraction, ou du moins ſi peu, que les angles d'incidence ſur la baſe *BC* n'en ſouffrent point d'altération ſenſible, ſur-tout ſi les angles à cette baſe *BC* du priſme ſont chacun de 40°. Car les rayons *FM* commencent à être totalement réfléchis, lorſque l'angle *CMF* eſt d'environ 50° (*Art. 17.*); de ſorte qu'ils feront alors un angle droit avec *AC* (*Opt. de Mr. Newton, pag. 56 & ſuiv.*).

Par cette expérience on voit auſſi que le faiſceau de lumière *MN* réfléchi par la baſe du priſme, étant d'abord augmenté par les rayons les plus réfrangibles, & enſuite par ceux qui le ſont le moins, eſt compoſé de rayons différemment réfrangibles.

J'appelle *lumière ſimple & homogene* celle dont les rayons ſont également réfrangibles; & celle dont les rayons ont différens degrés de réfrangibilité, je la nomme *lumière hétérogene ou compoſée*. Je traite d'homogene la première, non que je veuille aſſurer qu'elle l'eſt à tous égards, mais parce que les rayons qui conviennent en réfrangibilité, conviennent au moins dans toutes les autres propriétés que je conſidere dans la ſuite.

J'appelle les couleurs des lumières homogenes, *couleurs homogenes, primitives & ſimples*, & je nomme *hétérogenes & compoſées* les couleurs des lumières hétérogenes. Car celles-ci ſont toujours compoſées des lumières homogenes, comme il paraîtra par ce que nous dirons ci-après (*Opt. de Mr. Newton, pag. 5.*).

Je

Je nomme *rayons rouges*, ceux qui paraiſſent rouges ou plutôt qui font paraître les objets ſous cette couleur; & ceux qui nous font paraître les objets jaunes, verts, bleus ou violets, je les appelle *rayons jaunes, verts, bleus, & violets.* Et s'il m'arrive quelquefois de parler de la lumière & des rayons qui la compoſent, comme s'ils étaient colorés, je prie le Lecteur de ſe ſouvenir que je ne prétends point alors parler philoſophiquement & proprement, mais groſſierement & ſelon les idées que le peuple ſerait ſujet à ſe former en voyant ces expériences. Car, à parler exactement, les rayons ne ſont point colorés, & il ne ſe trouve en eux qu'un certain pouvoir, qu'une diſpoſition particulière propre à exciter une ſenſation de telle ou telle couleur. Car de même que dans le corps ſonore le ſon ne conſiſte que dans un mouvement de vibration; que dans l'air il n'eſt que ce même mouvement tranſmis depuis l'objet; qu'enfin dans *le ſenſorium* c'eſt le ſentiment de ce mouvement ſous la forme du ſon; de même les couleurs ne conſiſtent dans les objets que dans une diſpoſition à réfléchir telle ou telle eſpece de rayons plus abondamment que toute autre, & dans les rayons qu'en une diſpoſition à tranſmettre tel ou tel mouvement juſques dans *le ſenſorium*, où ſe font les ſenſations de ces mouvemens connues ſous le nom de couleurs (*Opt. de Mr. Newton, pag. 139 & 140.*).

174. Par la démonſtration mathématique déja citée (*Art. 172.*), il eſt certain que les rayons qui ſont également réfrangibles, tombent tous ſur un cercle qui répond au diſque apparent du ſoleil: ce qui va être prouvé dans le moment par voie d'expérience. Maintenant ſoit AG le cercle que tous les rayons les plus réfrangibles, qui émanent du diſque entier du ſoleil, illumineraient & peindraient ſur le mur oppoſé, s'ils étaient ſeuls; EL le cercle peint par tous les rayons les moins réfrangibles, s'il n'y avait qu'eux; BH, CI, DK, &c. les cercles que peindraient ſucceſſivement ſur le mur autant d'eſpeces intermédiaires, ſi le ſoleil envoyait chacune d'elles ſéparément de toutes les autres; enfin ſoit imaginée une infinité d'autres cercles intermédiaires qu'une infinité d'autres eſpeces intermédiaires de rayons tracerait ſucceſſivement ſur le mur, ſi le ſoleil envoyait ſucceſſivement chacune de ces eſpeces ſéparée du reſte. Or, comme Fig. 347.

toutes ces especes de rayons émanent toutes à la fois du soleil, il faut que les rayons qui composent ces diverses especes, peignent tous ensemble une infinité de cercles égaux qui se suivant sans interruption, selon leurs degrés de réfrangibilité, forment l'image oblongue *PT* que j'ai décrite dans la première expérience.

175. Or, si on pouvait diminuer les diametres de ces cercles, sans rien changer aux distances & aux positions de leurs centres, ils anticiperaient moins les uns sur les autres, & par conséquent le mêlange des rayons hétérogenes diminuerait à proportion.

Fig. 347. Soient les cercles *AG*, *BH*, *CI*, &c. dont nous venons de parler; & soient *ag*, *bh*, *ci*, &c. autant de cercles plus petits couchés en pareil ordre entre deux droites paralleles *ae*, *gl* avec les mêmes distances entre leurs centres, & illuminés par les mêmes especes de rayons que les premiers; c'est-à-dire, que le cercle *ag* soit illuminé par des rayons de la même espece que le cercle correspondant *AG*, & les autres cercles *bh*, *ci*, *dk*, *el*, *fm* illuminés chacun par la même espece de rayons que chacun des cercles correspondans *BH*, *CI*, *DK*, *EL*, *FM*. Dans la figure *PT* composée des grands cercles, trois d'entr'eux *AG*, *BH*, *CI*, sont tellement engagés, & prennent si fort les uns sur les autres, que les trois especes de rayons qui illuminent ces cercles, se trouvent mêlées ensemble & avec une multitude d'autres especes de rayons intermédiaires, en *QR* dans le milieu du cercle *BH*: on apperçoit un mêlange semblable dans presque toute la longueur de la figure *PT*. Mais dans la figure *pt* composée des petits cercles, les trois petits cercles *ag*, *bh*, *ci*, qui répondent aux trois grands dont je viens de parler, n'anticipent point les uns sur les autres; il n'y a même aucun endroit dans ces trois petits cercles, où deux des trois especes de rayons dont ils sont illuminés, soient mêlées ensemble, au lieu que dans la figure *PT* ces trois especes le sont en *QR*. Ainsi pour diminuer le mêlange des rayons, on n'aura qu'à diminuer les diametres des cercles *.

382. * Il est facile de prouver que le mêlange diminue dans le même rapport que les diametres des cercles. Si l'on rend, dit Mr. Newton, les diametres des cercles trois fois plus petits qu'ils n'étaient, comme leurs centres restent toujours à la même distance, le mêlange sera trois fois moindre, & il le sera dix fois, si on rend ces diametres dix fois plus petits, & ainsi de tel autre rapport de diminution qu'on voudra de ces diametres; de sorte que le mêlange des rayons dans le spectre *PT*, est à leur mêlange

Or, l'on eſt ſûr d'obtenir cette diminution, ſi l'on peut rendre le diametre du ſoleil, auquel ces diametres répondent, plus petit qu'il n'eſt, ou, ce qui revient au même, ſi, hors de la chambre à une grande diſtance du priſme, on oppoſe aux rayons du ſoleil un corps opaque percé d'un trou rond au milieu, afin d'intercepter toute la lumière du ſoleil, à l'exception de celle qui venant du milieu du diſque de cet aſtre, peut être tranſmiſe au priſme par cette ouverture. Par ce moyen les cercles *AG*, *BH*, &c. ne répondront plus au diſque entier du ſoleil, mais ſeulement à cette partie du ſoleil qui peut être vue de l'endroit où eſt ce priſme, au travers du trou, c'eſt-à-dire, à la grandeur apparente de ce trou vu de cet endroit. Mais afin que ces cercles puiſſent répondre plus diſtinctement à ce trou, il faut mettre immédiatement avant le priſme, une lentille, au moyen de laquelle l'image du trou, c'eſt-à-dire, chacun des cercles *AG*, *BH*, &c. ſera diſtinctement tracé ſur le papier en *PT*; en s'y prenant de cette manière, il ne ſera pas néceſſaire de placer ce trou fort loin, pas même au-delà de la fenêtre. C'eſt pourquoi au lieu de l'employer, je me contentai d'en faire un au volet de ma fenêtre, dont je me ſervis de la manière ſuivante (*Opt. de Mr. Newton, pag. 69 & ſuiv.*).

V. EXPÉRIENCE. Ayant introduit dans ma chambre, après l'avoir bien fermée, la lumière du ſoleil par un petit trou rond fait au volet de la fenêtre, je la reçus à dix ou douze pieds de cette fenêtre ſur une lentille *MN*, qui me donna une image diſtincte du trou *F* ſur un papier placé en *I*. Immédiatement après cette lentille je préſentai un priſme *ABC*, à travers lequel la lumière obligée de paſſer, étant néceſſairement réfractée, l'image ronde produite ſur le papier par la lentille, avant l'interpoſition du priſme, était transformée dans une image oblongue *pt*, ayant les côtés paralleles. Enſuite je reçus cette nouvelle image ſur un autre papier que je plaçai à une diſtance du priſme à peu près égale à celle de la première image *I*, avançant le papier vers le priſme, ou l'en éloignant juſqu'à ce que Fig. 348.

dans le ſpectre *pt*, comme la largeur du ſpectre *PT* eſt à celle du ſpectre *pt*, parce que ces largeurs ſont égales aux diametres des cercles colorés qui compoſent ces ſpectres. Or il ſuit delà que le mêlange des rayons dans l'image *pt* eſt au mêlange des rayons dans la lumière directe du ſoleil, comme la largeur de cette image eſt à l'excès de la longueur de cette image ſur ſa largeur. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 70.*)

j'euſſe trouvé la diſtance à laquelle les côtés rectilignes de l'image *pt* étaient marqués le plus diſtinctement. Car alors les petites images circulaires du trou qui compoſaient cette image de la même manière que les cercles *ag*, *bh*, *ci*, &c. compoſent la figure *pt*, étaient terminées très-diſtinctement ; & comme elles ne s'engageaient l'une dans l'autre que le moins qu'il était poſſible, il s'enſuit que le mêlange des rayons hétérogenes était devenu auſſi petit qu'il pouvait l'être *. Les cercles *ag*, *bh*, *ci*, &c. qui compoſent l'image *pt*, ſont égaux chacun au cercle *I* ; ainſi en diminuant le trou *F*, ou en éloignant la lentille de ce trou, on peut les diminuer tant qu'on voudra, tandis que leurs centres conſervent toujours leurs mêmes diſtances. On peut donc, en diminuant la largeur de l'image *pt*, ſéparer, autant qu'on le deſirera, les cercles colorés qui la compoſent. Si, rélativement aux vues qu'on peut avoir, on trouve que cette image ſoit trop étroite, il eſt facile de lui donner plus de largeur, en ſubſtituant au trou rond *F* un trou allongé à peu près en forme de parallélogramme, dont la longueur ſoit parallele à celle du priſme. Car ſi cette ouverture a un pouce ou deux de long, & ſeulement un dixieme ou un vingtieme de pouce de large, & même encore moins, la lumière de l'image *pt* ſera auſſi ſimple ou même plus

* Cette expérience eſt délicate, & exige des précautions indiſpenſables pour y réuſſir. Ne ſerait-ce point pour en avoir négligé quelqu'une, que Mrs. Mariotte, le Cat & autres, l'ont tentée ſans ſuccès, & qu'en conſéquence pluſieurs d'entr'eux ſe ſont imaginés trouver Mr. Newton en défaut ; comme ſi l'impuiſſance de leurs efforts eut pu être une raiſon légitime de révoquer en doute une expérience qui avait réuſſi dans des mains ſi habiles ?

383. Mr. Newton recommande de rendre la chambre auſſi obſcure qu'il eſt poſſible, dans la crainte que quelque lumière étrangere ne ſe mêle avec celle de l'image *pt*, & n'en détruiſe la ſimplicité ; que la lentille ſoit bien travaillée ; que l'angle réfringent du priſme ſoit aſſez ouvert, comme de 65 à 70° ; que ce priſme ſoit d'un verre bien homogene, ſans bulles ni veines, & que ſes faces ſoient exactement planes & parfaitement polies. Il faut de plus couvrir les bords du priſme & de la lentille avec du papier noir collé deſſus, afin d'empêcher toute réfraction irrégulière. Il faut encore intercepter avec du papier noir, la partie de la lumière du trait ſolaire introduit dans la chambre, qui eſt inutile à l'expérience, parce que cette lumière inutile étant réfléchie de tous les côtés dans la chambre, ſe mêlerait avec l'image & la troublerait.

384. Mr. l'Abbé Nollet à qui cette expérience a toujours parfaitement réuſſi, ajoûte quelques autres conditions à celles-ci ; par exemple, que l'ouverture par laquelle paſſe le faiſceau de rayons, ſoit au plus d'une ligne de large ; que la lentille ſoit environ à 12 pieds loin de cette ouverture ; qu'elle ſoit d'un foyer un peu long, comme de 9 ou 10 pieds. Tout cela obſervé joint aux autres précautions que recommande Mr. Newton, l'expérience réuſſit parfaitement, & l'on trouve que l'image *pt* eſt un peu plus de 70 fois plus longue que large, & par conſéquent la lumière de cette image eſt plus de 69 fois moins compoſée que la lumière directe du ſoleil (*Leç. de Phy. tom. v.*).

qu'auparavant ; l'image ſera beaucoup plus large, & par conſéquent plus propre aux expériences. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 72 & ſuiv.*).

176. La lumière homogene eſt toujours rompue réguliérement ſans que les rayons ſoient dilatés, fendus ou diſperſés ; & nous ne voyons confuſément, au travers des corps réfringens, les objets qui nous envoyent une lumière hétérogene, qu'à cauſe de la différente réfrangibilité des diverſes eſpeces de rayons : en voici la preuve d'après les expériences ſuivantes.

VI. EXPÉRIENCE. Je fis tomber ſur un morceau de papier noir percé au milieu d'un trou rond d'environ un cinquieme ou un ſixieme de pouce de diametre, l'image de lumière homogene décrite dans l'Article précédent, enſorte que quelque partie de la lumière pût paſſer par le trou du papier, au-delà duquel je plaçai un priſme afin de rompre la lumière tranſmiſe par ce trou. Ayant enſuite reçu cette lumière homogene perpendiculairement ſur un papier blanc, que je plaçai à deux ou trois pieds du priſme, l'image ne ſe trouva point allongée comme elle l'était dans la premiere Expérience, lorſqu'elle était produite par la lumière compoſée du ſoleil, mais elle me parut, autant que j'en pus juger à la vue, parfaitement ronde, ſa longueur n'étant pas plus grande que ſa largeur* : ce qui prouve

385. * Cette expérience demande auſſi quelques précautions pour qu'elle réuſſiſſe ; ſans quoi, l'image n'eſt point parfaitement ronde, elle eſt un peu allongée, & elle eſt toujours terminée à ſes extrémités par quelque petite frange de couleurs différentes de la ſienne. Ces précautions ſont à peu près les mêmes que celles qu'exige la cinquième expérience. Il faut, dit Mr. l'Abbé Nollet, que la chambre ſoit parfaitement obſcure ; parce que ſi elle ne l'eſt pas, la lumière qui s'y trouve répandue, paſſant en partie par le trou de la planche avec le rayon homogene, & entrant encore avec lui dans le priſme, s'y décompoſe, & ajoûte par conſéquent à l'image des couleurs qu'elle n'aurait pas ſans cela.

386. Une autre condition auſſi eſſentielle eſt que le rayon qu'on ſoumet à cette épreuve, ſoit bien homogene & bien pur, autrement il ſe décompoſe lui-même en traverſant le priſme, & donne une image au bord de laquelle on apperçoit différentes couleurs.

387. Il faut donc que le priſme, qui a ſéparé ce rayon des autres, ſoit d'un verre bien net, & que ſes côtés ſoient bien plans & bien polis, afin d'éviter toute réfraction irrégulière, & que de ce chef le rayon ſoit auſſi homogene qu'il eſt poſſible.

388. Voici encore des faits qui prouvent l'inaltérabilité des couleurs. Qu'on faſſe paſſer un faiſceau de rayons bien homogenes au travers de morceaux de verre fort épais, de couleurs bien foncées, différentes de la ſienne ; ou il eſt réfléchi par ces verres, ou il paſſe en partie, ſans que ſa couleur en ſoit altérée le moins du monde. Préſentez, par exemple, un verre bleu à un rayon rouge ; ou il ſe réfléchira, ou il traverſera en partie le verre ſans changer nullement de couleur : ce qui détruit l'opi-

que cette lumière était rompue régulièrement ſans aucune dilatation des rayons, & forme une preuve oculaire de la propoſition mathématique citée dans le 172^e^ Art. (*Opt. de Mr. Newton, p. 79.*).

VII. EXPÉRIENCE. Après avoir reçu un faiſceau de rayons homogenes ſur un cercle de papier d'un quart de pouce de diametre, & un faiſceau de rayons du ſoleil non rompu, blanc & hétérogene, ſur un autre cercle de même diametre, je m'éloignai de quelques pieds de ces cercles, & enſuite je les regardai au travers d'un priſme. Le cercle illuminé par la lumière compoſée du ſoleil parut très-allongé, comme dans la ſeconde Expérience, ſa longueur étant pluſieurs fois plus grande que ſa largeur, tandis que l'autre cercle illuminé par une lumière homogene, conſerva ſa figure & parut diſtinctement terminé, comme lorſqu'on le regardait à la vue ſimple: ce qui prouve la propoſition énoncée au commencement de cet Article. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 80.*).

VIII. EXPÉRIENCE. J'expoſai des mouches & autres petits objets à une lumière homogene, & les regardant au travers d'un priſme, je vis leurs parties marquées auſſi diſtinctement que ſi je les avais regardées à la vue ſimple. Mais ayant regardé auſſi au travers d'un priſme les mêmes objets éclairés à l'ordinaire par la lumière du ſoleil, je les vis terminés très-confuſément, de ſorte que je ne pouvais en diſtinguer les petites parties. Je préſentai de même les caracteres d'une impreſſion fort menue à une lumière homogene & enſuite à une lumière compoſée; & les ayant regardés au travers d'un priſme, ils me parurent ſi confus dans le dernier cas, qu'il me fut impoſſible de les lire, au lieu que dans le premier je les voyais aſſez diſtinctement pour les lire avec beaucoup de facilité; il me ſemblait même les voir auſſi diſtinctement que quand je les regardais à la vue ſimple. Dans ces deux cas, je regardai les mêmes objets, dans la même ſituation, au travers du même priſme, & à la même

nion de ceux qui penſaient que les couleurs ſont des modifications que la lumière acquiert par la réfraction & par la réflexion, ou en paſſant au travers d'un milieu diaphane.

389. Des rayons homogenes reçus ſur telle ſurface réfléchiſſante que ce ſoit, ne changent pas davantage de couleur. En effet, il eſt viſible que les effets de ces ſurfaces ſe réduiſent à reſſerrer ou dilater la lumière qu'elles reçoivent, ou même à la réfléchir avec le degré de denſité qu'elle avait en les rencontrant; & que par conſéquent elles ne peuvent occaſionner aucune altération dans ſa couleur.

distance ; il n'y avait de différence que dans la lumière dont ces objets étaient éclairés, qui dans un cas était simple, & dans l'autre composée : ainsi il est hors de doute que la distinction de la vision dans le premier cas, & sa confusion dans le second, provenait de la différence dans les lumières qui avaient successivement illuminé les mêmes objets. Voilà donc encore une nouvelle preuve de la vérité de la proposition énoncée (*Opt. de Mr. Newton, pag. 81.*).

177. Il est très-remarquable que dans ces trois Expériences la réfraction n'a jamais causé aucun changement, aucune altération à la couleur de la lumière homogene. Mais il y a plus, c'est que ces couleurs qui ne pouvaient être changées par les réfractions, ne l'étaient pas non plus par les réflexions. Car tout corps blanc, gris, rouge, jaune, vert, bleu, violet, comme le papier, les cendres, la mine de plomb rouge, l'orpiment, l'indigo, la cendre bleue, l'or, l'argent, le cuivre, l'herbe, les fleurs bleues, les violettes, les bulles d'eau teintes de différentes couleurs, les plumes de paon, la teinture de bois Néphrétique, &c. tout cela exposé à une lumière homogene rouge, paraissait entiérement rouge, à une lumière bleue, entiérement bleu, à une lumière verte, entiérement vert, & ainsi des autres couleurs. Tous ces corps plongés dans une lumière homogene, de quelque couleur qu'elle fût, paraissaient totalement de cette même couleur, avec cette seule différence que quelques-uns réfléchissaient cette lumière plus fortement, & d'autres d'une manière plus faible. Mais je n'ai point encore trouvé de corps qui en réfléchissant une lumière homogene, pût en changer sensiblement la couleur.

De tout cela il suit évidemment que si la lumière du soleil n'était composée que d'une seule espece de rayons, il n'y aurait dans le monde qu'une seule couleur ; qu'il ne serait pas possible d'en produire aucune de nouvelle, soit par réfraction ou par réflexion ; & que par conséquent la diversité des couleurs dépend de ce que la lumière est composée de rayons de différentes especes (*Opt. de Mr. Newton, pag. 138 & 139.*).

178. Le spectre *pt* formé par les rayons séparés dans la cinquieme Expérience, à prendre de son extrémité *p* teinte par les rayons les plus réfrangibles, jusqu'à son autre extrémité *t* où tombaient les moins réfrangibles, contenait les couleurs suivantes

dans cet ordre, violet, indigo, bleu, vert, jaune, orangé, rouge, avec une infinité de nuances intermédiaires ; de ſorte qu'on voyait autant de couleurs différentes, qu'il y avait d'eſpeces de rayons de réfrangibilités différentes. Or, puiſque la réfraction ni la réflexion n'apportent aucun changement dans ces couleurs, il s'enſuit que toute lumière homogene a ſa couleur propre, qui répond à ſon degré de réfrangibilité * (*Opt. de Mr. Newton, pag. 136.*).

179. Chaque rayon homogene conſidéré à part, eſt rompu ſuivant une ſeule & même loi, enſorte que ſon ſinus d'incidence eſt à ſon ſinus de réfraction dans un rapport invariable ; c'eſt-à-dire, qu'il y a pour chaque rayon coloré un rapport de réfraction qui differe des autres, & n'appartient qu'à lui ſeul. C'eſt encore par

390. * Les ſept couleurs du ſpectre étant auſſi bien ſéparées & auſſi diſtinctes qu'elles le ſont dans la cinquième expérience, & leur inaltérabilité étant d'ailleurs appuyée ſur les preuves les plus fortes, l'exiſtence de ſept couleurs vraiment primitives & ſimples dans la lumière, peut donc être miſe au rang des vérités les mieux prouvées. Cependant des Phyſiciens d'un mérite connu, parmi leſquels on trouve Mr. du Fay, n'ont cru la lumière compoſée que de cinq couleurs primitives, & même Mr. du Fay réduiſit-il ce nombre-là à trois, le rouge, le jaune & le bleu. Ces Phyſiciens devaient cependant remarquer que les couleurs qu'ils excluaient du nombre des primitives, ſont inaltérables & diſtinguées comme elles, par des degrés de réfrangibilité propres à chacune & abſolument invariables. Envain objectera-t-on que ces couleurs, le vert, par exemple, ſe peuvent compoſer avec celles qu'ils admettaient comme primitives, ou du moins qu'on s'en procure de très-ſemblables. Car enfin ce vert & toutes ces couleurs factices ſe décompoſent au travers du priſme, ce que ne font pas les couleurs auxquelles on prétend les ſubſtituer. Qu'au moyen de deux priſmes qui ayent leurs angles réfringens tournés l'un en haut, l'autre en bas, placés vis-à-vis de deux trous faits au-deſſus l'un de l'autre au volet d'une fenêtre, on ſe procure deux ſpectres colorés, diſpoſés en ſens contraire, dont les couleurs ſoient ſéparées comme dans la cinquième expérience ; & qu'enſuite ayant fait paſſer le bleu de l'un & le jaune de l'autre par deux trous ronds & égaux faits à une planche placée verticalement, on reçoive ces rayons bleus & jaunes ſur un carton diſpoſé auſſi verticalement, à une diſtance convenable de cette planche, pour que ces rayons coincident ſur ce carton, & y peignent une image ronde, qui, comme l'on ſait, ſera verte ; ſi on regarde cette image compoſée au travers d'un priſme, elle paraîtra un peu ovale, & on verra l'une des couleurs compoſantes déborder l'autre, parce qu'elles appartiennent à des rayons de réfrangibilités différentes, qui ſe ſéparent néceſſairement en traverſant le priſme ; au lieu que ſi ayant bouché un des trous de la planche, on fait paſſer par l'autre le vert d'un des ſpectres, & qu'on le reçoive ſur le carton, l'image qu'il donnera, vue au travers du priſme, paraîtra toujours ronde & d'une couleur uniforme dans toute ſon étendue, à cauſe que les rayons qui la produiſent, ont tous la même réfrangibilité.

391. Comme il en ſerait de même des autres couleurs compoſées, comparées aux couleurs ſimples, concluons que le vert, l'orangé, l'indigo, le violet ſont des couleurs ſimples comme le rouge, le jaune & le bleu, puiſqu'elles ne ſe décompoſent point, & qu'elles ſont diſtinguées, comme celles-ci, par des degrés de réfrangibilité différens que rien ne peut altérer.

l'Expérience

l'Expérience que Mr. Newton s'en eſt aſſuré, & qu'il a déterminé les nombres qui expriment les différens rapports dont il s'agit *. Par exemple, ſi un faiſceau de rayons ſolaires hétérogenes paſſe du verre dans l'air, ou, ce qui eſt la même choſe, ſi on ſuppoſe que des rayons de toutes les couleurs ſe ſuccedent l'un à l'autre dans la même droite AC, & que leur ſinus commun d'incidence AD dans le verre, ſoit diviſé en 50 parties égales, les ſinus de réfraction dans l'air EF & GH des rayons les moins réfrangibles & les plus réfrangibles, ſeront de 77 & de 78 de ces parties. Et comme chaque couleur a différens degrés ou différentes nuances, les ſinus de réfraction de toutes les nuances du rouge auront tous les degrés intermédiaires de grandeur depuis 77 juſqu'à $77\frac{1}{8}$; ceux de tous les degrés d'orangé depuis $77\frac{1}{8}$ juſqu'à $77\frac{1}{5}$; ceux de tous les jaunes depuis $77\frac{1}{5}$ juſqu'à $77\frac{1}{3}$; ceux des verts depuis $77\frac{1}{3}$ juſquà $77\frac{1}{2}$; ceux des bleus depuis $77\frac{1}{2}$ juſqu'à $77\frac{2}{3}$; ceux des rayons indigo depuis $77\frac{2}{3}$ juſqu'à $77\frac{7}{9}$; enfin ceux des violets depuis $77\frac{7}{9}$ juſqu'à 78. Fig. 349.

392. * Avant de faire voir comment Mr. Newton trouve le rapport de réfraction des différentes eſpeces de rayons colorés, il convient de commencer par donner la méthode par laquelle il détermine le rapport de réfraction des rayons d'une réfrangibilité moyenne, c'eſt-à-dire, de ceux qui vont tomber au milieu du ſpectre. On a remarqué dans l'Article 171, que, lorſque l'axe du priſme eſt perpendiculaire au faiſceau de rayons ſolaires, & que la réfraction porte en haut, en faiſant tourner doucement le priſme autour de ſon axe, l'image colorée du ſoleil peinte ſur le mur ou ſur un papier, deſcend & enſuite monte; & que ſi on fixe le priſme dans la poſition où il ſe trouve lorſque cette image eſt ſtationnaire, c'eſt-à-dire, lorſqu'elle s'arrête entre la deſcente & l'aſcenſion, les rayons ſouffrent en ſortant du priſme, des réfractions égales à celles qu'ils éprouvent en y entrant.

Car pendant la deſcente de l'image, il eſt clair que la ſomme de ces deux réfractions diminue continuellement, & qu'enſuite elle augmente pendant ſon aſcenſion; ainſi il y a deux ſituations du priſme, l'une avant que le ſpectre ſoit ſtationnaire, l'autre après, dans leſquelles la ſomme des réfractions à ſes côtés eſt la même, ce qui fait que le ſpectre tombe au même endroit de la muraille. Le rayon DE (*Fig. 350 & 351.*) dans la première de ces deux poſitions, & le rayon $d'e'$ dans la ſeconde, qui traverſent l'angle réfringent du priſme, ſont également inclinés à ſes côtés AB, BC, mais en ſens contraires, c'eſt-à-dire, que les triangles BDE, $Be'd'$ ſont ſemblables. Car ſuppoſant que cela ſoit, & que les rayons aillent dans l'un & l'autre ſens, ſuivant les droites DE, $d'e'$, les réfractions qu'ils ſouffrent en ſortant en D & en e', ſont égales, de même que celles qu'ils ſouffrent en ſortant en E & en d'; & par conſéquent la ſomme des réfractions inégales en D & en E, eſt égale à celle des réfractions qui ont lieu en d' & en e': & par cela même l'image ſe peint au même endroit du mur dans les deux poſitions ſuſdites du priſme. Mais l'expérience montre qu'à proportion que cet endroit approche davantage de celui où l'image eſt

180. On peut obtenir, par voie de compoſition, des couleurs qui, à la vue, ſoient ſemblables à celles des lumières homogenes, mais non par rapport à l'immutabilité de la cou-

ſtationnaire, ces deux poſitions du priſme approchent davantage de celle où il eſt lorſque l'image s'arrête entre ſa deſcente & ſon aſcenſion. Ainſi les angles ſur les côtés DE, $d'e'$ (*Fig. 352.*) des triangles ſemblables BDE, $Be'd'$, approchent en même tems par degrés, de l'égalité, & deviennent enfin égaux, lorſque l'image eſt ſtationnaire; & par conſéquent les réfractions en D & en E ſont alors égales; de ſorte que le priſme étant ſuppoſé iſoſcele, le rayon rompu DE eſt parallele à ſa baſe AC.

393. Dans cette ſituation du priſme qui donne l'image ſtationnaire, l'angle de réfraction d'un rayon, à ſon entrée dans le priſme, eſt égal à la moitié de l'angle réfringent ABC (*Fig. 353.*). Car ſoit menée LDK perpendiculaire à AB, & BQ perpendiculaire à la baſe DE du triangle iſoſcele DBE, qui diviſera par conſéquent en deux également l'angle vertical B de ce triangle: il eſt clair que l'angle de réfraction QDK ſera égal à la moitié QBD de l'angle réfringent du priſme.

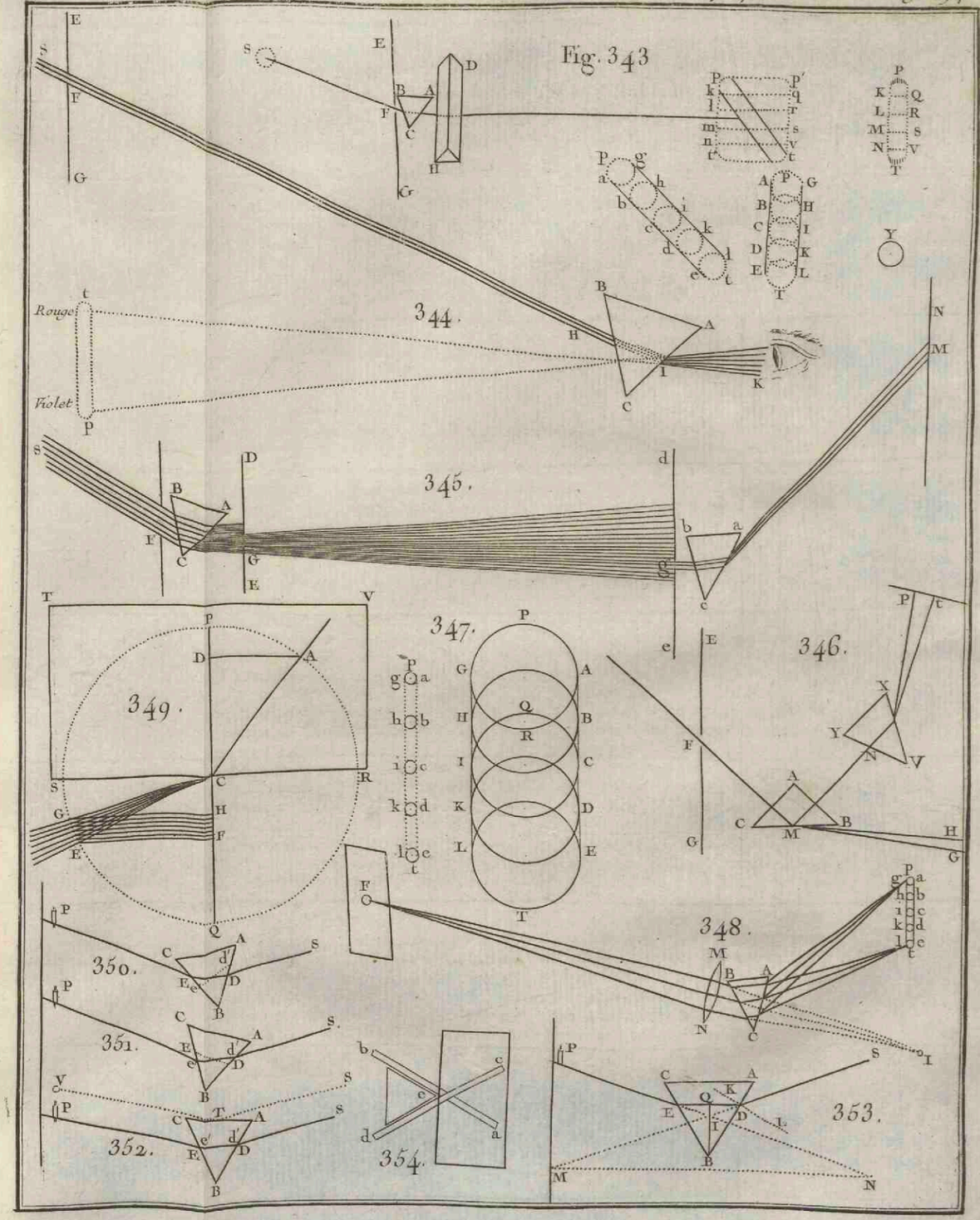
394. Or, il eſt facile de meſurer cet angle réfringent au moyen de deux regles, (auxquelles on fait faire un angle) qu'on diſpoſe ſur une table bien unie, de manière qu'elles ne portent qu'en partie ſur cette table, & changeant l'angle que ſont ces deux regles, juſqu'à ce quelles co-incident avec les côtés de l'angle réfringent du priſme placé entr'elles. Car alors traçant ſur la table l'angle qu'elles y forment, on aura l'angle réfringent, comme il eſt évident par la Figure 354, où les regles ſont ab, cd, & le priſme eſt e.

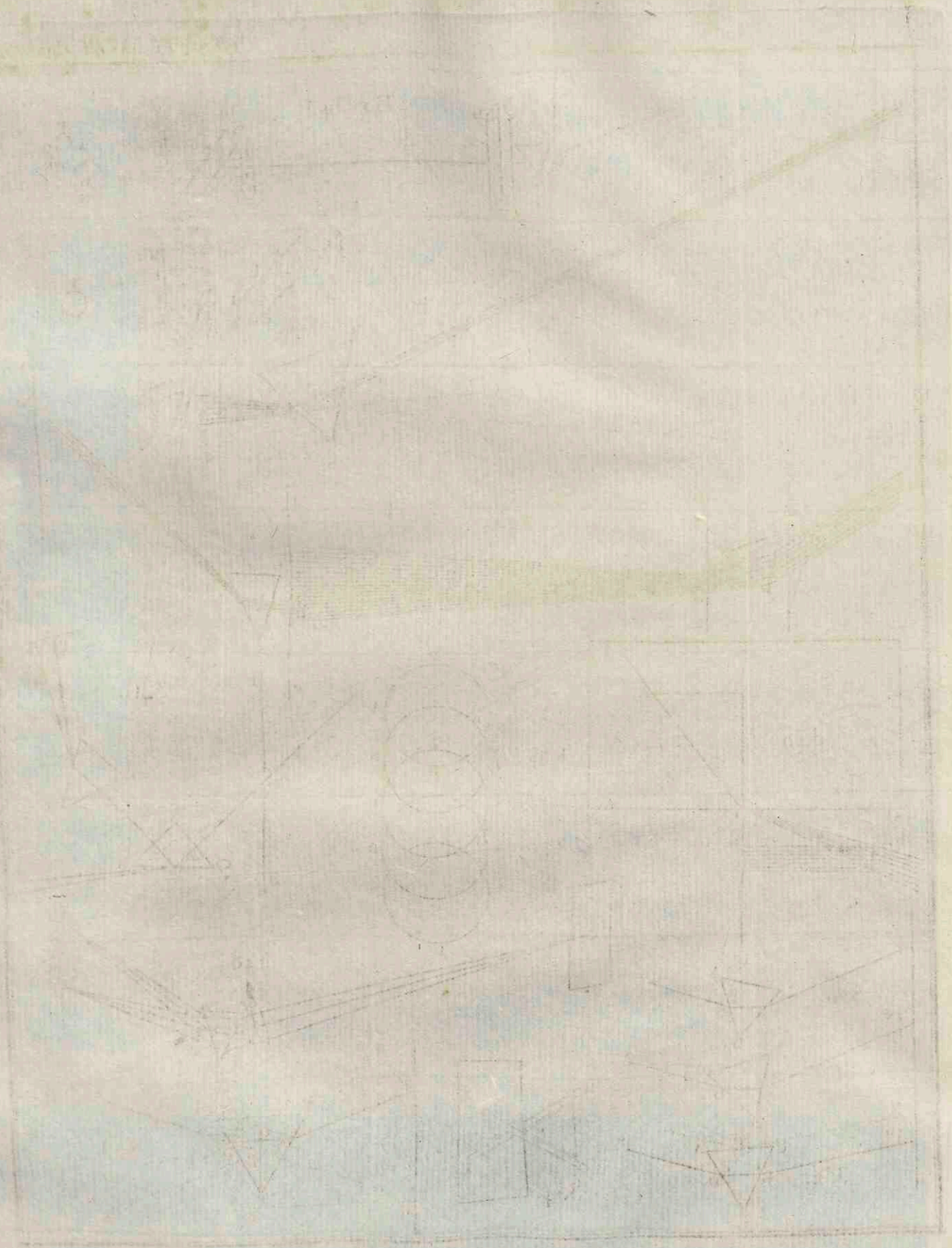
395. Le priſme étant placé comme ci-deſſus, pour connaître l'angle d'incidence SDL (*Figure 353.*) on meſurera, avec un quart de cercle, les angles du rayon incident SD & du rayon émergent EP avec l'horiſon; la moitié de leur ſomme ajoûtée à l'angle de réfraction EDK déja trouvé, donnera l'angle d'incidence SDL. Car ſoient ces rayons prolongés juſqu'à ce qu'ils rencontrent en M & en N, une horiſontale quelconque MN, après s'être croiſés en I; les angles en M & N ſeront les angles de ces rayons avec l'horiſon. Or, ces deux angles ſont enſemble égaux à l'angle extérieur MIE, qui eſt égal aux deux angles intérieurs du triangle IDE; ainſi la moitié de la ſomme des angles des deux rayons avec l'horiſon, eſt égale à l'un de ces angles égaux IED ou IDE: or l'angle IDE ajoûté à l'angle de réfraction EDK, donne l'angle d'incidence IDK ou SDL. Donc, &c.

396. Si le ſoleil s'éleve aſſez pour que le rayon émergent EP devienne parallele à l'horiſon, alors l'angle en N s'évanouira; & ſi le ſoleil s'éleve davantage, le rayon émergent s'inclinera en en-bas, & l'angle en N deviendra alors négatif: c'eſt pourquoi dans ce dernier cas, ce ſera la moitié de la différence des angles des deux rayons avec l'horiſon qu'il faudra ajoûter à la moitié de l'angle réfringent du priſme, pour avoir l'angle d'incidence.

397. Voici une application que Mr. Newton a donnée de cette méthode; il s'agiſſait de déterminer la réfraction moyenne au paſſage de l'air dans le verre. L'angle réfringent du priſme, dont il ſe ſervit, était de 62° 30′; la moitié de cet angle qui eſt 31° 15′ eſt l'angle de réfraction dans le priſme, dont le ſinus eſt 5188, le rayon étant 10000. L'axe de ce priſme étant parallele à l'horiſon, & l'image du ſoleil ſur la muraille étant ſtationnaire, il obſerva avec un quart de cercle l'angle que les rayons d'une réfrangibilité moyenne, c'eſt-à-dire, ceux qui tombaient au milieu de l'image colorée, faiſaient avec l'horiſon; ajoûtant enſuite cet angle avec la hauteur du ſoleil obſervée en même tems, il trouva l'angle PIM formé par les rayons émergens & les incidens de 44° 40′, dont la moitié 22° 20′ ajoûtée à l'angle de réfraction 31° 15′, donne 53° 35′ pour l'angle d'incidence, dont le ſinus eſt 8047; & le rapport de ces ſinus en nombres ronds eſt de 20 à 31. Il eſt clair qu'au paſſage du verre dans l'air, le rapport de 31 à 20 donne celui du ſinus d'incidence au ſinus

Fig. 343





leur & à la conſtitution réelle de la lumière. Ces couleurs ſont moins vives & moins foncées à proportion qu'elles ſont plus compoſées ; elles peuvent même en être affaiblies au

de réfraction pour les mêmes rayons de réfrangibilité moyenne (*Opt. de Mr. Newton, pag. 90 & 91*).

398. La bonté de cette méthode eſt frappante : elle n'exige d'autres inſtrumens qu'un quart de cercle & un priſme. La réfraction du rayon étant doublée, l'erreur où l'on peut tomber dans la pratique, ne peut être que la moitié de ce qu'elle ſerait ſi la réfraction était ſimple. De plus, il eſt très-facile de placer le priſme dans la ſituation réquiſe, & quand il n'y ſerait pas tout-à-fait, pourvu qu'il ne s'en faille que peu de choſe, la place de l'image ou la ſomme des deux réfractions n'en ſerait pas moins la même ; comme on peut s'en aſſurer en en faiſant l'épreuve, & ce qui eſt d'ailleurs évident, la ſomme des réfractions étant alors la moindre de toutes. Car on ſait que les variations des quantités engendrées par le mouvement, ſont généralement inſenſibles lorſque ces quantités deviennent les plus grandes ou les moindres poſſibles.

399. Voyons maintenant comment Mr. Newton trouva le rapport de réfraction des rayons les plus & les moins réfrangibles au paſſage du verre dans l'air. De la longueur 9 pouces $\frac{3}{4}$ ou 10 pouces de l'image du ſoleil, que le priſme, dont nous venons de parler, lui avait donné à la diſtance d'environ 18 pieds & demi, il retrancha la largeur de cette image qui était de 2 pouces $\frac{1}{8}$, afin d'avoir la longueur que l'image aurait ſi le ſoleil n'était qu'un point, laquelle ſe trouva par conſéquent de 7 pouces $\frac{3}{4}$ environ ; il eſt clair que cette longueur eſt la ſoutendante de l'angle que les rayons les plus réfrangibles, & ceux qui le ſont le moins, font en ſortant du priſme, après y être entrés, en ſuivant les mêmes lignes. Cet angle eſt donc de 2° 0′ 7″, la diſtance de l'image à l'endroit du priſme où ſe forme cet angle, étant de 18 pieds & demi. Or, la moitié de cet angle eſt celui que ces rayons font avec les rayons d'une réfrangibilité moyenne, à leur ſortie du priſme ; & le quart de cet angle, c'eſt-à-dire, 30′ 2″ donne l'angle que formeraient ces rayons émergens de plus petite & de plus grande réfrangibilité, avec les mêmes rayons émergens de réfrangibilité moyenne, s'ils co-incidaient avec eux dans le priſme, & s'ils ne ſouffraient de réfraction qu'en ſortant de ce priſme. Car ſi en vertu des deux réfractions égales que ſouffrent les rayons, l'une en entrant, l'autre en ſortant du priſme, le rayon le plus réfrangible & le moins réfrangible, ſont avec le rayon de moyenne réfrangibilité, à leur émergence, un angle qui ſoit la moitié de 2° 0′ 7″, il s'enſuit qu'en vertu d'une réfraction ſeule, le rayon le plus réfrangible & celui qui l'eſt le moins, feront à leur émergence avec le rayon de réfrangibilité moyenne, un angle qui ſera environ le quart de 2° 0′ 7″ ; & ce quart ajoûté à l'angle de réfraction des rayons de moyenne réfrangibilité qu'on a trouvé de 53° 35′, & retranché enſuite de ce même angle, donne l'angle de réfraction des rayons les plus réfrangibles de 54° 5′ 2″, & celui des moins réfrangibles de 53° 4′ 58″, dont les ſinus ſont 8099 & 7995, l'angle commun d'incidence étant de 31° 15′ dont le ſinus eſt 5188. Ces ſinus ſont en nombres ronds les plus petits, comme 78, 77 & 50 (*Optiq. de Mr. Newton, pag. 91 & ſuiv.*).

400. Mr. Newton chercha enſuite le rapport de réfraction des autres rayons colorés, & ce fut une propriété tout-à-fait ſingulière du ſpectre qui le lui donna. Par des meſures exactes & répétées, il trouva que les eſpaces colorés du ſpectre étaient d'une étendue égale & proportionnelle aux différences que laiſſent entr'elles les diviſions du Monochorde qui donne les notes de l'octave *re*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*, *ſi*, *ut*, *re*, c'eſt-à-dire, que ſi on mene par les confins des couleurs du ſpectre, des lignes tranſverſales & perpendiculaires aux côtés rectilignes *MG*, *FA*, elles les diviſeront comme l'eſt une corde de muſique qui rendrait outre le ſon principal, le ton au-deſſus, la tierce mineure, la quarte, la quinte, la ſixte majeure, la ſeptième mineure &

point de disparaître absolument, le mêlange devenant blanc ou gris. On peut aussi former des couleurs composées, qui diffèrent plus ou moins des couleurs des lumières homogenes. Car

l'octave ; desorte que prolongeant MG en X (*Fig. 355.*), en faisant $MX = MG$, si l'on prend GX, nX, kX, fX, eX, cX, aX, MX, dans le rapport des nombres 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$; ou si l'on veut, en supposant GX de 720 parties, dans le rapport de ceux-ci, 720, 640, 600, 540, 480, 432, 405, 360, les intervalles Ma, ac, ce, ef, fk, kn, nG, seront les espaces occupés par les couleurs du spectre, le rouge, l'orangé, le jaune, le vert, le bleu, l'indigo & le violet.

Or, comme ces intervalles ou espaces, dit Mr. Newton, soutendent les différences des réfractions des rayons qui vont jusqu'aux limites de ces couleurs, on peut les considérer, sans craindre d'erreur sensible, comme proportionnels aux différences des sinus de réfraction de ces rayons, qui ont un sinus commun d'incidence ; & puisque le sinus commun d'incidence des rayons les plus & les moins réfrangibles, au passage du verre dans l'air, est aux sinus de réfraction de ces rayons, comme 50 à 78 & 77 (*Note précédente*), pour trouver les sinus de réfraction des autres especes, on n'aura qu'à diviser la différence des sinus de réfraction 77 & 78 dans le même rapport que GM, & l'on aura 77, $77\frac{1}{8}$, $77\frac{1}{5}$, $77\frac{1}{3}$, $77\frac{1}{2}$, $77\frac{2}{3}$, $77\frac{7}{9}$, 78, pour les sinus de réfraction des autres rayons de différentes réfrangibilités, qui passent du verre dans l'air, leur sinus commun d'incidence étant 50 (*Optique de Mr. Newton, pag. 142 & 143.*)

401. Cette étendue égale & proportionnelle des espaces colorés du spectre aux différences des longueurs du Monochorde qui donnent les sept tons du mode mineur, a d'abord fait soupçonner de l'analogie entre les tons & les couleurs. Mais un examen un peu approfondi de cette prétendue analogie, ayant fait connaître qu'elle manquait dans les points les plus essentiels, a montré combien elle est destituée de fondement. *Voyez là-dessus un curieux Mémoire de Mr. de Mairan, imprimé parmi ceux de l'Académie de 1737.*

402. Mr. d'Alembert dans ses savantes recherches sur les moyens de perfectionner les lunettes, en adoptant les méthodes de Mr. Newton pour déterminer la réfraction moyenne, & celle des rayons les plus & les moins réfrangibles par le secours du prisme, donne une espece de commentaire de la méthode pour trouver la réfraction de ces rayons extrêmes, qu'on sera vraisemblablement bien aise de trouver ici.

Soit un faisceau de rayons solaires FD (*Fig. 356.*) tombant sur un prisme triangulaire isoscele BAC fixé dans la situation où il se trouve, lorsque l'image qu'il donne est stationnaire : ce faisceau après s'être rompu en D, aura ses rayons de moyenne réfrangibilité DE paralleles à la base BC, lesquels sortiront du prisme, suivant une direction EI telle que l'angle $CEI = BDF$. L'angle HDE que ces rayons font dans le prisme après s'être rompus en D, avec la cathete d'incidence ODH, sera égal à la moitié de l'angle réfringent BAC, comme nous l'avons fait voir. Soit l'angle FDO ou $IEL = k$; l'angle BAC du prisme $= 2a$, & par conséquent HDE ou $HED = a$; P le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant de l'air dans le prisme, pour les rayons de moyenne réfrangibilité. On aura sin. $k = P$ sin. a. Soit $P - dP$ le rapport que nous venons de nommer, pour les rayons De les moins réfrangibles. Il est clair qu'on aura sin. $k = (P - dP)$ sin. $(a + EDe) = (P - dP)$ (sin. $a +$ EDe cos. a), d'où l'on tire dP sin. $a = P.$ EDe cos. a. On aura de même sin. $iel =$ $(P - dP)$ sin. $(a - EDe) = (P - dP)$ (sin. $a - EDe$ cos. $a) = P$ sin. $a - dP$ sin. a $- P.$ EDe cos. $a =$ sin. $k - 2\,dP$ sin. a. Soit l'angle des rayons de moyenne réfrangibilité EI avec les rayons les moins réfrangibles ei, exprimé par dk, de sorte que l'angle iel soit $= k - dk$; on aura donc sin. $(k - dk) =$ sin. $k - dk$ cos. $k =$ sin. $k -$

un mêlange de rouge & de jaune homogenes, produit un jaune orangé, ſemblable à la vue à l'orangé, qui, dans la ſuite des couleurs priſmatiques, ſe trouve entre le rouge & le jaune;

$2\,dP$ ſin. a, ce qui donne $dk = \frac{2\,dP \text{ ſin. } a}{\text{cof. } k}$. L'angle que font les rayons les plus réfrangibles avec les moins réfrangibles, ſera par conſéquent $\frac{4\,dP \text{ ſin. } a}{\text{cof. } k}$; & le quart de cet angle $\frac{dP \text{ ſin. } a}{\text{cof. } k}$ exprimera l'angle que feraient, à leur ſortie du priſme, les rayons les plus ou les moins réfrangibles avec les rayons de moyenne réfrangibilité, s'ils coincidaient avec eux dans le priſme, ou qu'ils rencontraſſent le côté par où ils ſortent, ſous le même angle d'incidence a. Car déſignant par $d'k$, l'angle que feraient alors les rayons les plus ou les moins réfrangibles avec les rayons moyens, l'angle de réfraction de ceux-ci étant toujours k, les ſinus de réfraction de ces rayons de plus grande & de plus petite réfrangibilité, ſeront exprimés par $(P \pm dP)$ ſin. $a = P$ ſin. $a \pm dP$ ſin. $a =$ ſin. $k \pm d'k$ cof. k, ce qui donne $d'k = \frac{dP \text{ ſin. } a}{\text{cof. } k}$.

403. La méthode de Mr. Newton ayant fait trouver 78 & 77 pour les ſinus des rayons les plus & les moins réfrangibles, en paſſant du verre dans l'air, 50 étant le ſinus commun d'incidence, on aura par conſéquent $(P + dP)$ ſin. $50 = 78$ & $(P - dP)$ ſin. $50 = 77$; ce qui donne $77\frac{1}{2}$ pour le ſinus de réfraction des rayons de moyenne réfrangibilité, $P = \frac{77\frac{1}{2}}{50} = \frac{31}{20}$, & $dP = \frac{1}{100}$, excès du rapport de réfraction des rayons les plus réfrangibles dans le verre, ſur celui des rayons moyens, ou de ceux-ci ſur les rayons les moins réfrangibles.

404. Il eſt évident, comme l'obſerve Mr. d'Alembert, qu'on peut déterminer, par les mêmes méthodes de Mr. Newton expoſées Notes 395, 396, 397 & 399, P & dP dans un priſme fait de toute autre matière réfringente. Et il ajoûte que cette méthode peut ſervir également à trouver ces mêmes quantités, ſi la matière eſt fluide, par exemple, de l'eau commune. Pour cela il faudra l'enfermer, dit Mr. d'Alembert, dans un priſme de verre creux en dedans, dont les côtés ſoient deux glaces, dans chacune deſquelles les ſurfaces ſoient paralleles : ce priſme fera ſenſiblement le même effet qu'un priſme d'eau pure.

On peut auſſi trouver P & dP par le ſecours de lentilles faites de la matière réfringente dont on veut connaître le pouvoir réfractif : voici les méthodes qu'en donne Mr. d'Alembert.

405. D'abord pour déterminer P, c'eſt-à-dire, la réfraction moyenne, la méthode eſt facile & ſuſceptible de beaucoup d'exactitude : elle ſe réduit à chercher par expérience le foyer de la lentille dont la courbure doit être connue. Car nommant b la diſtance de l'objet, a & c les rayons des deux ſurfaces de la lentille que nous ſuppoſerons convexe, z la diſtance du foyer, on a $z = \frac{1}{(P-1)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right) - \frac{1}{b}}$ comme on le démontrera dans le Livre ſuivant, & par conſéquent $\frac{1}{z} = (P-1)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right) - \frac{1}{b}$. Ainſi connaiſſant z, b, a, c, par obſervation, on connaîtra tout de ſuite P. S'il s'agit de trouver la réfraction dans un fluide, on en remplira l'intérieur d'une lentille creuſe, d'un verre de très-peu d'épaiſſeur, & dont les deux ſurfaces, l'extérieure & l'intérieure, ſoient l'une & l'autre de même courbure ou concentriques : cette lentille fera ſenſiblement le même effet que ſi elle était toute du fluide qu'elle contient.

406. Pour trouver dP, Mr. d'Alembert emploie une lentille plane convexe de pluſieurs pieds de foyer, dont voici l'uſage. On obſervera, dit ce grand Géometre, à la diſtance D' le foyer des rayons ſolaires les moins réfrangibles, c'eſt-à-dire, des rayons rouges, & à la diſtance D'' le foyer des rayons les plus réfrangibles, c'eſt-à-dire, des rayons violets. Et ſuppoſant, comme nous l'avons déja fait, que

mais par rapport à la réfrangibilité, la lumière de ce dernier orangé eſt homogene, & celle de l'autre eſt hétérogene; la couleur de l'un regardée au travers du priſme, ne change point,

les valeurs de P, pour les rayons les moins & les plus réfrangibles ſoient $P-dP$ & $P+dP$, & que le rayon de la convexité de la lentille ſoit $=R$, il eſt facile de déduire de l'expreſſion du foyer de la Note précédente, relativement à la ſuppoſition d'une lentille plane convexe, l'objet étant à une diſtance infinie, $P-dP=\frac{R}{D'}+1$, & $P+dP=\frac{R}{D''}+1$, d'où l'on tire $dP=\frac{R}{D''}-\frac{R}{D'}$, & la valeur de P, pour les rayons moyens, ſera ſenſiblement, dit Mr. d'Alembert, $\frac{R}{2D'}+\frac{R}{2D''}+1$.

407. Il eſt viſible que ces méthodes feront trouver également P & dP dans une lentille faite d'une autre matière réfringente. On peut auſſi meſurer le pouvoir réfractif d'une matière, au moyen d'une lentille convexe des deux côtés, de pluſieurs pieds de foyer, dont les convexités ſoient égales, en plaçant, comme l'a fait Mr. Newton, l'objet à une diſtance double de la diſtance focale, & par conſéquent à une diſtance égale à celle du foyer, ce qui paraît faire un des cas les plus favorables pour déterminer les réfractions des différens rayons au moyen d'une lentille convexe des deux côtés, la différence de leurs foyers étant beaucoup plus ſenſible, que lorſque les rayons tombent paralleles ſur la lentille. Dans le verre commun elle l'eſt quatre fois davantage (*Voyez les Mem. de l'Acad. an. 1756.*).

408. Mr. d'Alembert donne d'autres méthodes pour déterminer la réfraction moyenne, & la réfraction des rayons les plus & les moins réfrangibles, dans différentes matières réfringentes, au moyen de priſmes adoſſés faits de ces matières; mais il paraît donner la préférence à celles que nous avons expoſées d'après Mr. Newton & lui, par leſquelles on détermine les mêmes choſes dans chaque matière ſéparément (*Voyez le III. vol. de ſes Opuſcules*). Mr. Clairaut donne auſſi des méthodes ſemblables dans les Mem. de l'Acad. de 1756.

409. Avant d'aller plus loin, il ne ſera peut-être pas hors de place de faire mention d'une propriété de la lumière très-remarquable, que Mr. Newton a fait connaître; ſavoir, que ſi un rayon de lumière paſſe de l'air dans pluſieurs milieux contigus terminés par des plans paralleles, par exemple, à travers de l'eau & du verre, & qu'à ſa ſortie de ces milieux, il repaſſe dans l'air, le rayon émergent ſera toujours parallele au rayon incident. Car ſi ſur un morceau de glace, par-tout de même épaiſſeur, on verſe un peu d'eau ou tout autre fluide, & qu'enſuite le tenant parallele à l'horiſon, afin que le fluide ſoit d'une égale épaiſſeur par-tout, on reçoive deſſus les rayons du ſoleil, on trouvera que ces rayons ſortiront de ces deux milieux ſuivant une direction parallele à celle qu'ils avaient en y entrant.

410. Delà il ſuit que ſi un rayon traverſe pluſieurs milieux réfringens terminés par des plans paralleles, il ſera incliné aux ſurfaces du dernier milieu, comme s'il n'avait ſouffert qu'une ſeule réfraction, en paſſant immédiatement du premier milieu dans le dernier. Soient, par exemple, Aa, Bb, Cc (*Fig. 357*), les ſurfaces paralleles d'une maſſe d'eau & d'une maſſe de verre contigues, & ſuppoſons que le rayon DE ſe briſe dans l'eau, ſuivant EF, & enſuite ſelon FG, dans le verre, & qu'un rayon PQ parallele à DE rencontre immédiatement le verre, & s'y briſe ſuivant QR: je dis que les rayons rompus FG, QR ſeront paralleles. Car ſoient ces rayons ſortant du verre dans l'air, ſuivant les droites GH, RS; GH étant parallele à RS, puiſqu'elle l'eſt à DE (*Note 409.*), ou à PQ ſuppoſée parallele à DE, il s'enſuit que les réfractions en G & en R ſont égales; par conſéquent les rayons FG & QR ſont paralleles; ainſi ils ſont également inclinés aux rayons incidens DE, PQ; c'eſt-à-dire, que la ſomme des

tandis que celle de l'autre change & se décompose dans les couleurs qui la forment, par leur mêlange, le rouge & le jaune. On peut de même avec des couleurs homogenes qui se suivent,

réfractions que l'un souffre en *E* & en *F*, est équivalente à la réfraction simple de l'autre en *Q*.

411. Cette proposition est encore vraie, dans le cas où ces différens milieux sont en nombre infini, & leur épaisseur infiniment petite, de sorte que le rayon de lumière est rompu à chaque instant, & décrit par conséquent une ligne courbe.

412. Delà, le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant d'un milieu dans un autre, est composé du rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction en passant du premier milieu dans un troisième, tel qu'on voudra, & du rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction en passant de ce troisième milieu dans le second. Car soient *I K*, *LM*, *NO* (*Fig. 357.*) des perpendiculaires aux surfaces réfringentes, aux points *E*, *F*, *G*, où le rayon se brise. Le sinus de l'angle *EFL* ou *FEK* est au sinus de l'angle *DEI* comme 3 à 4, & le sinus du même angle *DEI* ou *HGO*, est au sinus de *FGN* ou de *GFM*, comme 31 à 20, & par conséquent le sinus de *EFL* est au sinus de *GFM* comme 3 × 31 à 4 × 20, ou comme 93 à 80, rapport de la réfraction de l'eau dans le verre.

413. Si ayant exposé un prisme creux de verre plein d'eau, au faisceau de rayons solaires introduit par le trou d'une chambre bien fermée, on le vuide ensuite, l'image du soleil qui se peignait en *P* (*Fig. 353*), sur la muraille opposée, lorsqu'il était plein, descendra tout de suite en *M*, où la droite *SD* continuée rencontrerait la muraille, parce que les réfractions aux surfaces extérieures & intérieures des deux glaces, qui forment l'angle réfringent du prisme, se corrigent l'une l'autre (*Note 410*). Supposant actuellement le prisme rempli d'air condensé, & que la force réfractive de cet air est plus grande que celle de l'air extérieur, le même effet s'ensuivra encore, à proportion de cette force, à l'exception que dans ce cas l'image *P* ne descendra pas tout d'un coup, mais graduellement, à cause que l'air intérieur ne s'échappe que par degrés. Par conséquent (*Fig. 358*), si on suppose l'air pompé du prisme, les réfractions se feront alors vers le bas ; & si on laisse rentrer l'air dans le prisme, pendant ce tems-là l'image *P* paraîtra monter par degrés. Si l'on suppose que dans ces expériences, les rayons reviennent du mur à l'œil d'un spectateur placé en *S*, il verra d'abord l'endroit *P* sur le mur, & pendant le tems que l'air condensé s'échape du prisme dans le premier cas, ou que l'air extérieur y rentre dans le second, il verra tous les points de la ligne *PM*, paraissant successivement dans la même direction *SD* ; & si la muraille *PM* est trop-éloignée, il n'aura qu'à, pour voir plus clairement & plus distinctement les mêmes apparences, se servir d'une lunette au foyer de laquelle il ait mis un fil très-fin pour diriger sa vue.

414. La première expérience de ce genre a été faite en Angleterre par Mr. Lowthorp. Mais son procédé étant très-compliqué, & quelques personnes en France en ayant soupçonné les résultats, Mr. Hauksbée fut chargé dix ans après par la Société Royale de Londres de répéter l'expérience d'une manière plus simple & qui dissipât tous les doutes. Voici comme il rend compte lui-même de tout ce qu'il fit à cette occasion (*Expér. phys. méchan. par Mr. Hauksbée, trad. par Mr. de Bremond, I. vol. pag. 108 & suiv.*)

» Pour faire l'expérience d'une manière
» qui ne laissât rien à desirer, je fus
» chargé de faire un instrument exprès,
» sous les yeux de Mr. Halley. Cet instru-
» ment consistait dans un prisme de cuivre
» triangulaire ; on avait pratiqué sur deux
» de ses faces des rainures propres à rece-
» voir des verres exactement plans & du
» plus beau poli. A la troisième face on
» avait soudé un tuyau avec un robinet
» pour y pouvoir appliquer successivement
» la machine à pomper l'air, & la machine
» à le condenser. Les verres étaient si
» bien cimentés & attachés sur le prisme,

composer de nouvelles couleurs semblables aux couleurs homogenes intermédiaires : ainsi du mêlange du jaune & du vert résulte la couleur moyenne entr'elles deux ; & si à cette couleur

» qu'ils étaient en état de résister à la » pression intérieure ou extérieure de l'air. » L'instrument tout entier tournait sur son » axe, de façon qu'il pouvait recevoir » les rayons de lumière au degré d'obli- » quité que l'on desirait. Pour une plus » grande sûreté, j'adaptai à l'instrument » le tuyau d'épreuve, afin de découvrir » la moindre ouverture qui se formerait » au ciment. L'angle formé par les deux » plans de verre approchait de 64°. Cet » instrument ainsi préparé, fut ajusté à une » lunette d'environ 10 pieds de long, de » manière que l'axe de la lunette passait » par le milieu du prisme, & dans le » foyer de la lunette on avait mis un fil » très-fin pour diriger la vue.

415. » Le 15 Juin (V. S.) 1708 au matin, » le barometre étant à 29, 7 $\frac{1}{2}$ & le ther- » mometre à 60 degrés, nous choisimes » un objet convenable, très-distinct & » élevé, éloigné de 2588 pieds ; après » avoir pompé l'air contenu dans le prisme, » nous l'appliquames à la lunette, & le che- » veu horisontal qui était dans le foyer, » couvrait une marque sur notre objet, » qu'on voyait distinctement à travers le » vuide, les deux verres étant également » inclinés au rayon visuel. On laissa ensuite » rentrer l'air dans le prisme, & on vit » l'objet s'élever par degrés au-dessus du » cheveu à mesure que l'air rentrait ; & à » la fin le cheveu se trouva cacher une » marque qui était 10 $\frac{1}{4}$ pouces au-dessous » de la première : toutes les fois qu'on ré- » péta l'expérience, elle réussit toujours » de même.

416. » Nous appliquames ensuite au prisme » la machine à condenser, & nous » y fimes entrer une autre atmosphere (Mr. Hauksbée entend par atmosphere un volume d'air égal à celui que contenait le prisme), » de sorte que la den- » sité de l'air renfermé dans le prisme, » était, suivant le tuyau d'épreuve, double » de celle de l'air extérieur, le mercure » s'élevant dans le tuyau au double de la » hauteur où il s'élevait avant par le poids » de l'atmosphere. Nous plaçames encore » le prisme devant la lunette, & laissant » sortir l'air du prisme par le robinet, l'ob- » jet, qui, dans la première expérience, » paraissait s'élever, parut alors descendre » par degrés, & le fil s'arrêter enfin sur un » objet plus élevé que le premier du même » intervalle de 10 $\frac{1}{4}$ pouces. On répéta de » même cette expérience plusieurs fois, » & elle eut le même succès.

417. » Nous injectames encore une autre » atmosphere, en sorte que nous rendimes » l'air trois fois plus condensé que dans son » état ordinaire, ce que prouvait la hauteur » du mercure qui était devenue triple, & » en faisant sortir cet air condensé, on » voyait l'objet 21 pouces plus bas que le » cheveu ; mais la grande pression de cet » air entrouvrant le ciment, nous ne pu- » mes répéter cette expérience autant de » fois que la précédente.

418. » Or, le rayon étant de 2588 pieds, » 10 $\frac{1}{4}$ pouces soutendent un angle PIM » (*Fig. 358.*) de 68″, dont la moitié 34″ est » la valeur de langle QDI, qui étant re- » tranché de l'angle QDK ou de l'angle » QBD de 32°, donne l'angle KDI » ou LDS de 31° 59′ 26″. Ainsi le » sinus d'incidence dans le vuide, est au » sinus de réfraction dans l'air commun, » comme 1000000 à 999736 ».

419. Il paraît par ces expériences que les soutendantes des angles de déviation PIM, & par conséquent les angles mêmes, engendrés par la puissance réfractive de l'air, suivaient le rapport de ses densités, marquées par les différens degrés d'élevation du mercure dans le tuyau d'épreuve. Et puisque la densité de l'atmosphere est directement comme son poids, & réciproquement comme son degré de chaleur, on peut avoir le rapport de sa densité, dans quelque tems que ce soit, par les hauteurs du barometre & du thermometre. Et delà Mr. Hauksbée conclut qu'on aura en même tems le rapport des réfractions

on

on ajoûte du bleu, on aura un vert qui tiendra le milieu entre les trois couleurs qui entrent dans sa composition. Si à ce vert mêlangé on ajoûte un peu de rouge & de violet, il restera encore vert, mais il deviendra moins vif & moins foncé; & si on augmente la quantité du rouge & du violet, ce vert deviendra toujours plus faible, jusqu'à ce que par la supériorité des couleurs ajoûtées, il soit comme éteint, & changé en blanc ou en quelqu'autre couleur. De même, si on ajoûte à une lumière homogene quelconque, la lumière ordinaire du soleil, qui est composée de rayons de toutes les especes, cette couleur ne s'évanouira point, ni ne changera d'espece, mais elle sera plus faible; & elle s'affaiblira d'autant plus qu'on y fera entrer une

de l'air, c'est-à-dire, des angles de déviation susdits. Mais avant de pouvoir compter sur l'exactitude de cette conclusion, je pense, dit Mr. Smith, qu'on doit examiner auparavant si la chaleur & le froid seuls ne pourraient pas altérer la puissance réfringente de l'air, tandis que sa densité reste la même. On en peut faire l'épreuve en échauffant l'air condensé ou raréfié, renfermé dans le prisme, un moment avant qu'il soit appliqué à la lunette, & examinant ensuite si le cheveu qui est au foyer de cette lunette, couvre toujours la même marque pendant tout le tems que l'air se réfroidit.

420. Supposant que la pompe ait pu raréfier l'air du prisme au même degré que celui de la couche supérieure de l'atmosphere, il n'est pas difficile de voir que la réfraction que souffre le rayon en passant de l'air raréfié du prisme dans l'air ordinaire, est sensiblement égale à celle qu'un rayon souffre en traversant l'atmosphere sous le même angle d'incidence. Car la réfraction totale de la lumière en traversant l'atmosphere, depuis ses couches les plus élevées & les plus raréfiées jusqu'aux plus basses & les plus denses, est égale à la réfraction que la lumière souffrirait en passant sous la même obliquité immédiatement de la première couche de l'atmosphere dans la plus basse, c'est-à-dire, dans l'air dense & grossier que nous respirons: or, l'air raréfié du prisme étant supposé avoir la même raréfaction que l'air de la couche la plus élevée de l'atmosphere, la lumière se rompt donc en passant du prisme dans l'air grossier, comme elle se romprait en passant de la première couche de l'atmosphere dans cet air grossier; donc, &c.

421. Mr. Newton a donné dans son Optique une table des sinus d'incidence & de réfraction pour un assez grand nombre de solides & de fluides, & y en a joint une autre des forces avec lesquelles ces corps rompent & réfléchissent la lumière; & il trouve que ces forces sont à peu près proportionnelles aux densités de ces mêmes corps, à l'exception des corps gras & sulphureux, lesquels rompent davantage la lumière, que d'autres corps de même densité. Mr. Hauksbée a donné une autre table du rapport de réfraction de plusieurs liqueurs, particuliérement des Chimiques; & lorsqu'il dit que les corps ne rompent pas la lumière à proportion de leurs gravités spécifiques, il entend seulement que lorsque les sinus d'incidence sur différens corps sont les mêmes, le rapport des sinus de réfraction n'est pas le même que le rapport réciproque de leurs pesanteurs spécifiques; ce qui est très-vrai, mais n'est nullement contraire à la regle de Mr. Newton pour le rapport de leurs forces. Par cette regle & par les expériences précédentes, je trouve que la force réfractive de l'air est comme sa densité, son degré de chaleur étant donné.

plus grande quantité de la lumière du ſoleil. Enfin, ſi on mêle le rouge & le violet en différentes proportions, on produira différens pourpres qui ne reſſembleront jamais, à la vue, à la couleur d'aucune lumière homogene ; & il eſt clair que ſi on mêle à ces pourpres du jaune & du blanc, il en réſultera de nouvelles couleurs (*Opt. de Mr. Newton*, *pag. 149 & 150.*).

181. On peut compoſer avec des couleurs, le blanc & toutes les couleurs griſes entre le blanc & le noir ; & la lumière blanche du ſoleil eſt compoſée de toutes les couleurs primitives mêlées dans une proportion convenable.

Fig. 359. IX. EXPÉRIENCE. Qu'on reçoive l'image ſolaire PT ſur une lentille MN de ſix à huit pieds de foyer, dont la largeur excede quatre pouces, laquelle ſoit éloignée du priſme ABC d'environ ſix pieds ; cette lentille rendra convergente la lumière colorée qui ſort du priſme divergente, & la raſſemblera à ſon foyer G, où l'on diſpoſera perpendiculairement à cette lumière, un papier blanc DE, pour la recevoir. Si on approche ce papier de la lentille, & qu'enſuite on l'éloigne, on remarquera que, près de la lentille, comme en de, le ſpectre pt, ſur le papier, aura ſes couleurs très-fortes ; qu'en éloignant enſuite le papier de la lentille, ces couleurs ſe rapprocheront continuellement ; & que venant alors à ſe mêler de plus en plus, elles ne ceſſeront de s'affaiblir mutuellement juſqu'à ce que le papier parvienne au foyer G, où étant parfaitement mêlangées, elles s'évanouiront entiérement, & ſe convertiront dans une lumière blanche, toute la lumière paraiſſant alors ſur le papier comme un petit cercle blanc. Si l'on continue d'éloigner le papier de la lentille, les rayons qui convergeaient auparavant, ſe croiſeront au foyer G, d'où ils iront en divergeant, & feront voir les mêmes couleurs, mais dans un ordre renverſé ; de ſorte que le papier étant arrêté, par exemple, en $d'e'$, le rouge t qui auparavant était en bas, ſe trouve alors en haut, & le violet p qui était en haut, ſe trouve en bas.

Remettons préſentement le papier au foyer G, où la lumière paraît entiérement blanche & circulaire, & conſidérons-en la blancheur. Je dis que cette blancheur eſt compoſée des couleurs qui appartiennent aux rayons convergens. Car ſi on empêche que quelqu'une de ces couleurs ou pluſieurs ne paſſent au travers

de la lentille, la lumière ceſſera auſſi-tôt d'être blanche, & prendra la couleur qui réſulte du mêlange des couleurs non interceptées. Si on rend enſuite aux couleurs interceptées la liberté de paſſer, combinées de nouveau avec cette couleur compoſée, elles rétabliront le blanc par leur mêlange. Ainſi, ſi le violet, le bleu & le vert ſont interceptés, le jaune, l'orangé & le rouge qui reſtent, compoſeront ſur le papier une eſpece d'orangé; ſi après cela on permet le paſſage aux couleurs interceptées, elles tomberont ſur cet orangé compoſé; & par leur mêlange avec cette couleur, elles reproduiront le blanc. Si ce ſont le rouge & le violet qu'on empêche de paſſer, les autres couleurs, le jaune, le vert & le bleu compoſeront ſur le papier une eſpece de vert; qu'on laiſſe paſſer enſuite le rouge & le violet, ils ſe mêleront avec ce vert, & on verra renaître le blanc. Or, dans cette compoſition, d'où réſulte le blanc, les rayons de différente eſpece ne ſouffrent aucun changement dans leurs qualités *colorifiques* en agiſſant l'un ſur l'autre; ils ne font que ſe mêler, & c'eſt de leur mêlange ſeul que réſulte le blanc. Tout cela va être mis dans un nouveau jour par ce que nous allons dire.

Si après avoir mis le papier au-delà du foyer G, comme en $d^{l}e^{l}$, on intercepte & on laiſſe paſſer alternativement le rouge, le violet qui reſte ſur le papier n'en ſouffrira aucun changement, ce qui devrait cependant arriver, ſi les différentes eſpeces de rayons agiſſaient mutuellement les unes ſur les autres au foyer G, où ces rayons ſe croiſent. Il en ſera de même du rouge qui eſt ſur le papier; ſi l'on refuſe & l'on permet alternativement le paſſage au violet, ce rouge n'en ſouffrira point de changement.

Si après avoir remis le papier au foyer G, on regarde au travers du priſme HIK, l'image blanche circulaire tracée en G, & que cette image tranſportée en rv par la réfraction du priſme, y paraiſſe teinte de diverſes couleurs, ſavoir, de violet en v, de rouge en r, & des autres couleurs intermédiaires; ſi à fréquentes repriſes on défend & enſuite on permet alternativement au rouge l'entrée de la lentille, on le verra diſparaître & reparaître en r autant de fois; mais le violet en v n'en ſouffrira aucun changement. De même, ſi on intercepte le bleu à ſon entrée dans la lentille, & ſi on le laiſſe paſſer alternativement, le bleu en v diſparaîtra & reparaîtra autant de fois, ſans qu'il arrive aucun

changement au rouge en *r*. Le rouge eſt donc produit par des rayons d'une certaine eſpece, & le bleu par ceux d'une autre; & ces rayons n'agiſſent point l'un ſur l'autre au foyer *G*, où ils ſe croiſent: il en eſt de même des autres couleurs.

Je conſidérai de plus, que ſi ayant rendu convergens & par conſéquent inclinés l'un à l'autre, les rayons les plus réfrangibles *Pp*, & les moins réfrangibles *Tt*, on diſpoſait au foyer *G* le papier très-obliquement par rapport à ces rayons, il pourrait réfléchir une de ces deux eſpeces de rayons plus abondamment qu'il ne réfléchirait l'autre, & qu'au moyen de quoi la lumière réfléchie ſerait teinte, dans ce foyer, de la couleur des rayons dont les eſpeces domineraient, pourvu que ces rayons conſervaſſent chacun leurs couleurs ou qualités colorifiques dans le blanc compoſé qu'ils produiſent à ce foyer. Car s'ils ne les y conſervaient pas, & que chaque eſpece de rayons en particulier vint à y prendre une diſpoſition propre à exciter en nous la ſenſation du blanc, ces ſortes de réflexions ne pourraient leur faire perdre leur blancheur. J'inclinai donc très-obliquement le papier aux rayons, comme on le voit repréſenté en $2d'2e'$, afin que les rayons les plus réfrangibles *Pp*, étant reçus plus directement que les autres, puſſent être réfléchis en plus grande quantité; & bientôt le blanc ſe changea ſucceſſivement en bleu, indigo & violet. Après cela, j'inclinai le papier du côté oppoſé, comme on le voit en $2D2E$, afin que les rayons les moins réfrangibles *Tt* tombant avec moins d'obliquité, ils ſe trouvaſſent en plus grand nombre que les autres dans la lumière réfléchie, & le blanc diſparut, auquel ſuccéderent le jaune, l'orangé & le rouge.

Enfin, j'imaginai un inſtrument *XY* en forme de peigne, compoſé de ſeize dents larges d'environ un pouce & demi, & éloignées l'une de l'autre de deux pouces environ. Plaçant ſucceſſivement les dents de cet inſtrument immédiatement avant la lentille, j'interceptai une partie des couleurs au moyen de la dent interpoſée, tandis que les autres couleurs qui avaient la liberté de paſſer par les intervalles qui ſéparaient cette dent de ſes voiſines, allaient tomber ſur le papier *DE*, & y formaient une image ronde du ſoleil. J'avais d'abord eu ſoin de placer le papier de manière que l'image pût paraître blanche, toutes les fois qu'on ôterait le peigne: or, comme par l'interpoſition des

dents du peigne, une partie des couleurs, à la réunion desquelles l'image devait sa blancheur, était interceptée, l'image perdait sa blancheur, & prenait toujours une couleur composée de celles qui n'avaient pas été interceptées; & cette couleur variait continuellement par le mouvement que j'imprimais au peigne; de sorte que chaque dent passant à son tour devant la lentille, on voyait toujours le rouge, le jaune, le vert, le bleu & le pourpre se succéder l'un à l'autre. Je fis passer successivement toutes les dents vis-à-vis de la lentille, & lorsqu'elles passaient lentement, on voyait sur le papier une succession continuelle de couleurs. Mais si je les faisais passer assez rapidement pour que ces couleurs se succédassent avec trop de promptitude pour pouvoir être distinguées l'une de l'autre, chacune d'elles disparaissait entiérement. On ne voyait plus ni rouge, ni jaune, ni vert, ni bleu, ni pourpre; du mêlange confus de toutes ces couleurs, il n'en provenait qu'une seule d'un blanc uniforme; & cependant il n'y avait aucune partie dans la lumière que le mêlange des couleurs rendait blanche, qui le fut réellement: une partie était rouge, l'autre jaune, une troisième verte, une quatrième bleue & une cinquième pourpre; de sorte que chaque partie conserve la couleur qui lui est propre, jusqu'à ce qu'elle aille faire son impression dans le *sensorium*. Si les impressions se suivent avec assez de lenteur pour pouvoir être apperçues séparément, toutes les couleurs excitent autant de sensations distinctes qui se succédent comme elles. Si au contraire ces impressions se suivent avec trop de promptitude pour qu'on puisse les appercevoir, chacune séparément, il résulte de toutes ces impressions une sensation commune qui n'est celle d'aucune couleur en particulier, mais qui tient de toutes indifféremment; & cette sensation est une sensation de blanc. Une succession précipitée & rapide fait que les impressions des différentes couleurs sont confondues dans le *sensorium*; & de cette confusion résulte une sensation mixte. Si on meut circulairement avec vîtesse, un charbon allumé, on voit un cercle qui paraît être tout de feu, parce que la sensation qu'excite le charbon dans les différens endroits du cercle qu'il parcourt, se conserve dans le *sensorium* jusqu'à ce que le charbon revienne au lieu où il était quand il a fait son impression. Ainsi lorsque les couleurs se suivent avec

une extrême rapidité, l'impreſſion de chacune d'elles ſubſiſte dans le *ſenſorium*, juſqu'à ce qu'elles ayent toutes fait leur impreſſion, & que la première couleur revienne ; de ſorte que les impreſſions de toutes les couleurs qui ſe ſuivent avec tant de promptitude, ſe trouvent toutes à la fois dans le *ſenſorium*, & conjointement y excitent une ſenſation unique réſultante de celles de toutes ces couleurs. Il eſt donc évident par cette Expérience que les impreſſions de toutes les couleurs étant mêlées & comme confondues, excitent & produiſent une ſenſation du blanc, c'eſt-à-dire, que le blanc eſt compoſé de toutes les couleurs mêlées enſemble (*Opt. de Mr. Newton, pag. 163 & ſuiv.*).

X. EXPÉRIENCE. Juſqu'ici j'ai produit, dit Mr. Newton, du blanc en mêlant les couleurs priſmatiques ; préſentement pour voir ce qui réſulterait du mêlange des couleurs des corps naturels, qu'on prenne une eau de ſavon, & qu'on l'agite juſqu'à ce qu'elle ſoit en écume : ſi après que cette écume ſera un peu répoſée, on la regarde avec attention, on remarquera par-tout diverſes couleurs ſur la ſurface des différentes bulles dont elle eſt compoſée ; mais ſi on s'en éloigne aſſez pour ne pouvoir diſtinguer ces couleurs l'une de l'autre, toute l'écume paraîtra d'un blanc parfait (*Opt. de Mr. Newton, pag. 167.*).

XI. EXPÉRIENCE. J'ai auſſi tenté de compoſer du blanc en mêlant enſemble les poudres colorées dont ſe ſervent les Peintres ; & j'ai obſervé que toutes les poudres colorées abſorbent & éteignent une partie conſidérable de la lumière dont elles ſont illuminées. Car elles deviennent colorées en réfléchiſſant la lumière de leur propre couleur en plus grande quantité, & celle des autres couleurs en plus petite quantité ; elles ne réfléchiſſent pas cependant la lumière de leur propre couleur auſſi abondamment que les corps blancs. Si, par exemple, on expoſe de la mine de plomb rouge, & un papier blanc à la lumière rouge du ſpectre coloré formé dans une chambre bien fermée, par la réfraction du priſme, comme dans la cinquieme Expérience, le papier paraîtra plus lumineux que la mine, & par conſéquent il réfléchit les rayons rouges en plus grand nombre qu'elle. Si on les expoſe à la lumière de quelqu'autre couleur, la quantité de cette lumière réfléchie par le papier, ſurpaſſera bien davantage celle de la lumière que la mine réfléchira : il en eſt de même

des poudres des autres couleurs. Ainſi nous ne devons point attendre que le mêlange de ces poudres produiſe un blanc clair & net, comme celui du papier, mais un blanc ſombre & obſcur, tel que celui que peut produire un mêlange de lumière & d'obſcurité, ou de blanc & de noir, c'eſt-à-dire, une eſpece de gris ou de brun, ou de roux, de la couleur, par exemple, des ongles humains, des ſouris, des cendres, des pierres ordinaires, du mortier, de la pouſſiere, &c. J'ai ſouvent compoſé cette eſpece de blanc obſcur, en mêlant des poudres colorées. Ainſi une partie de mine de plomb rouge combinée avec cinq parties de vert de gris, me donna une couleur brune ſemblable à celle d'une ſouris. Car ces deux couleurs conſidérées ſéparément, étaient tellement compoſées des autres, que par leur union elles faiſaient un mêlange de toutes les couleurs. J'employai moins de mine de plomb que de vert de gris; parce que la couleur de la mine de plomb a bien plus d'éclat que celle du vert de gris. Avec une partie de mine de plomb & quatre parties de cendre bleue, je compoſai une couleur brune qui tirait un peu ſur le pourpre; ayant ajoûté un mêlange d'orpiment & de vert de gris, dans une proportion convenable, cette couleur perdit la teinte de pourpre qu'elle avait, & devint d'un brun clair: mais l'Expérience réuſſit beaucoup mieux ſans mine de plomb, en la faiſant de cette autre manière. J'ajoûtai peu à peu à l'orpiment d'un certain pourpre vif & éclatant, dont les Peintres ſe ſervent, juſqu'à ce que l'orpiment ceſſât d'être jaune, & devînt d'un rouge pâle; je fis entrer dans le mêlange autant de vert de gris & d'azur qu'il en était néceſſaire, pour qu'il devînt d'un gris ou blanc pâle, tel qu'il n'approchât pas plus de l'une de ces couleurs que de l'autre: ce gris ou blanc ſe trouva ſemblable à celui des cendres, ou du bois fraîchement coupé, ou de la peau humaine. Comme l'orpiment réfléchiſſait plus de lumière qu'aucune des autres poudres, il contribuait plus que le reſte à la blancheur de cette couleur compoſée: au reſte, les poudres de la même eſpece, ayant différens degrés de bonté, il eſt aſſez difficile de déterminer dans quelle proportion elles doivent être employées. On conçoit cependant qu'il faut diminuer ou augmenter la doſe, ſelon que la poudre eſt d'une couleur plus ou moins foncée, plus ou moins vive.

Or, comme ces couleurs griſes & brunes peuvent auſſi être produites par un mêlange de blanc & de noir, & qu'elles ne different par conſéquent du blanc parfait, que par le degré de clarté, & non par l'eſpece de la couleur, il eſt évident que pour les rendre parfaitement blanches, il n'eſt beſoin que d'en augmenter ſuffiſamment l'éclat; & au contraire ſi en augmentant leur éclat, on peut les rendre parfaitement blanches, on pourra auſſi en conclure qu'elles ſont de même eſpece, pour la couleur, que les blancs les plus parfaits, & qu'elles n'en different que par la quantité de lumière : pour m'en convaincre, je fis l'expérience ſuivante. Je pris le tiers du dernier mêlange gris, compoſé, comme on a vu, d'orpiment, de pourpre, d'azur & de vert de gris, dont je mis une couche aſſez épaiſſe ſur le plancher de ma chambre à l'endroit où le ſoleil donnait par une fenêtre ouverte, & je plaçai dans l'ombre tout auprès de cette couche, un morceau de papier blanc de la même grandeur; je m'éloignai enſuite à douze ou dix-huit pieds, juſqu'à ce qu'il ne me fût plus poſſible de diſcerner l'inégalité de la ſurface de la poudre, ni les petites ombres que produiſaient ſes parties les plus groſſieres; alors cette poudre me parut d'une très-grande blancheur; elle ſurpaſſait même la blancheur du papier, ſur-tout ſi l'on rendait un peu plus forte l'ombre où était le papier, en interceptant la lumière réfléchie par les nuages; dans lequel cas, le papier comparé à la poudre, paraiſſait d'un gris pareil à celui dont cette poudre paraiſſait avant. Mais en mettant le papier dans un endroit où le ſoleil donne à travers les vitres de la fenêtre, ou en fermant la fenêtre, pour que le ſoleil n'illumine la poudre qu'au travers des vitres, ou bien en augmentant ou diminuant par quelqu'autre moyen ſemblable, la lumière que reçoivent la poudre & le papier, on peut rendre la lumière qui illumine la poudre, plus forte que celle qui éclaire le papier, dans la proportion convenable pour que la poudre & le papier paraiſſent exactement de la même blancheur. Or, ſi l'on conſidere que le blanc de la poudre expoſée au ſoleil, était compoſé des couleurs que les poudres compoſantes ont chacune au ſoleil, on doit néceſſairement conclure de cette Expérience, ainſi que de la précédente, que différentes couleurs mêlées enſemble, peuvent produire un blanc parfait (*Opt. de Mr. Newton, pag. 167 & ſuiv.*).

182.

182. Les couleurs des corps naturels proviennent de ce qu'ils réfléchiſſent une certaine eſpece de rayons plus abondamment qu'aucune autre. Le minium & le cinnabre réfléchiſſent les rayons les moins réfrangibles, c'eſt-à-dire, les rayons rouges en plus grand nombre; & c'eſt pour cela que ces ſubſtances paraiſſent rouges. Les violettes réfléchiſſent les rayons les plus réfrangibles en plus grande quantité, & c'eſt delà que vient leur couleur. Il en eſt de même des autres corps; chacun d'eux réfléchit les rayons de ſa propre couleur, en plus grand nombre que ceux de toute autre eſpece; de ſorte que c'eſt de l'eſpece de rayons qui domine dans la lumière réfléchie que chaque corps tire ſa couleur.

XII. EXPÉRIENCE. Car ſi l'on plonge des corps de différentes couleurs dans les lumières homogenes, qu'on s'eſt procurées dans la cinquième Expérience, on trouvera, comme moi, que chaque corps a plus d'éclat, & eſt plus lumineux dans la lumière qui eſt de ſa couleur. Le cinnabre ou vermillon n'a jamais plus d'éclat que lorſqu'il eſt placé dans un rouge homogene; au lieu que dans le vert il en a beaucoup moins, & moins encore ſi on le met dans le bleu. L'indigo placé dans un violet bleu, a plus d'éclat; & ſi on l'en éloigne, en lui faiſant traverſer ſucceſſivement le vert, le jaune & le rouge, ſon éclat diminue par degrés. Une ſubſtance verte réfléchit plus fortement le vert, puis le bleu & le jaune qui compoſent le vert, qu'elle ne réfléchit les autres couleurs, le rouge & le violet. Mais pour rendre ces Expériences plus ſenſibles, il faut faire choix des corps qui ont les couleurs les plus fortes & les plus vives, & comparer deux de ces corps de couleurs différentes. Par exemple, ſi on expoſe enſemble le cinnabre & l'outremer ou quelqu'autre bleu qui ait beaucoup d'éclat, à une lumière rouge homogene, ils paraîtront rouges tous deux; mais le cinnabre ſera d'un rouge très-vif, & aura beaucoup d'éclat, & l'outremer d'un rouge faible, ſombre & obſcur. Si on les expoſe enſemble à une lumière bleue homogene, ces deux ſubſtances paraîtront bleues toutes deux, avec cette différence, que l'outremer ſera d'un bleu qui aura beaucoup d'éclat & de vivacité, & le cinnabre d'un bleu faible & ſombre. Or, cela montre évidemment que le cinnabre réfléchit la lumière rouge bien plus abondamment que l'outre-

mer, & que l'outremer réfléchit la lumière bleue en beaucoup plus grande quantité que le cinnabre. La même Expérience réuſſit également avec le minium & l'indigo, ou avec deux autres corps colorés quelconques, pourvu qu'on faſſe les compenſations que demandent la différente vivacité ou faibleſſe de leurs couleurs.

Non ſeulement la cauſe à laquelle j'attribue les couleurs des corps naturels, eſt la vraie, mais c'eſt encore la ſeule qu'on puiſſe aſſigner; ce qui ſe trouve confirmé par cette conſidération, que la couleur d'une lumière homogene ne peut être changée par la réflexion des corps naturels. Car ſi les corps ne peuvent occaſionner, par réflexion, aucun changement dans la couleur de quelque eſpece de rayons que ce ſoit, ces corps ne ſauraient paraître colorés par d'autre moyen qu'en réfléchiſſant les rayons qui ſont de leur couleur, ou ceux qui par leur mêlange doivent la produire (*Opt. de Mr. Newton, pag. 202 & ſuiv.*).

Quant aux liqueurs colorées tranſparentes, il eſt à remarquer que leur couleur varie avec leur épaiſſeur. Par exemple, une liqueur rouge contenue dans un verre conique qu'on tient entre l'œil & la lumière, paraît au fond du verre où elle a peu d'épaiſſeur, d'un jaune pâle; un peu plus haut, où elle a plus d'épaiſſeur, elle eſt d'une couleur d'orangé; plus haut où elle en a encore davantage, elle devient rouge; enfin à l'endroit où ſon épaiſſeur eſt la plus grande, le rouge dont elle paraît, eſt le plus foncé & le plus obſcur. Car on doit penſer qu'une ſemblable liqueur arrête fort aiſément les rayons indigo & violets, moins aiſément les verts, & plus difficilement les rouges; & que ſi le volume de cette liqueur n'a que l'épaiſſeur convenable pour qu'elle puiſſe arrêter un nombre ſuffiſant de rayons violets & indigo, ſans diminuer beaucoup le nombre des autres rayons, ces autres rayons doivent compoſer un jaune pâle. Mais ſi le volume de la liqueur a aſſez d'épaiſſeur pour qu'elle arrête auſſi un grand nombre de rayons bleus & quelques-uns des verts, le reſte doit compoſer un orangé. Lorſqu'elle commence à acquérir aſſez d'épaiſſeur pour arrêter auſſi une multitude de rayons verts, & un nombre conſidérable de rayons jaunes, les autres doivent commencer à compoſer du rouge; & ce

rouge doit devenir plus foncé & plus obſcur, à meſure que, par l'accroiſſement de ſon épaiſſeur, la liqueur arrête davantage les rayons jaunes & les orangés ; de ſorte qu'à l'exception des rayons rouges, il y en a peu qui puiſſent paſſer au travers * (*Opt. de Mr. Newton, pag. 206 & 207.*).

422. * Mr. Newton rapporte au même endroit, que le D. Halley plongeant dans la mer, renfermé dans un vaſe deſtiné à cet uſage, un jour qu'il faiſait un fort beau ſoleil, trouva qu'après avoir été enfoncé pluſieurs braſſes dans l'eau, la partie ſupérieure de ſa main ſur laquelle le ſoleil donnait directement au travers de l'eau & d'une petite fenêtre de verre par où la lumière entrait dans le vaſe, paraiſſait d'un rouge ſemblable à celui d'une roſe de damas ; & que l'eau d'au-deſſous & la partie inférieure de ſa main illuminée par la lumière réfléchie de cette eau, paraiſſaient vertes. On peut conclure delà, dit Mr. Newton, que l'eau de la mer réfléchit fort aiſément les rayons violets & bleus ; mais qu'elle laiſſe paſſer les rouges fort librement & abondamment, juſqu'à une très-grande profondeur. Car par cela même que le rouge domine dans les plus grandes profondeurs de l'eau, la lumière directe du ſoleil y doit paraître rouge ; & à meſure que la profondeur eſt plus grande, ce rouge doit être plus plein & plus foncé ; & aux profondeurs où les rayons violets ne peuvent gueres pénétrer, les rayons bleus, les verts & les jaunes étant réfléchis d'en bas en plus grande quantité que les rouges, doivent compoſer du vert (*Opt. de Mr. Newton, pag. 208.*).

423. Les couleurs dont il eſt queſtion dans tout ce Chapitre, ſont réelles & permanentes ; elles ne dépendent que des propriétés de la lumière, & de la ſurface extérieure des objets. Il en eſt d'autres qui paraiſſent dépendre de l'organe bien plus que de la lumière. Telles ſont les couleurs, qu'on voit par un trop grand ébranlement, par une trop grande fatigue de l'œil, que Mr. de Buffon a nommées *couleurs accidentelles*, ſur leſquelles ce célébre Académicien a donné un mémoire très-curieux inſéré dans le volume des Mém. de l'Acad. année 1743. Nous allons tâcher d'en donner une idée, après avoir dit un mot des cauſes par leſquelles elles ſont engendrées. Tout ce qu'on va voir eſt tiré tant de l'Hiſtoire même de l'Académie de la même année, que du Mémoire.

424. Lorſqu'après avoir regardé fixement le ſoleil couchant, on ferme les yeux, ſon diſque qui reſte empreint dans l'imagination, paraît ſucceſſivement de diverſes couleurs : on le voit blanc, jaune, rouge, vert, bleu ou violet, & enfin noir, à peu près ſelon l'ordre des couleurs priſmatiques ; quelquefois ces couleurs n'ont point d'ordre & ne ſe manifeſtent que par repriſes. Tout cela dépend de l'ébranlement plus ou moins grand du nerf optique, & du plus ou moins de tems pendant lequel il ſe conſerve.

425. Si on reçoit un coup ſubitement ſur les yeux, ſi on les a mal diſpoſés ou fatigués, on voit encore des couleurs ; & tous ces effets auront lieu toutes les fois que, par quelque cauſe que ce puiſſe être, les fibres du nerf optique, ſeront ébranlées, agitées, comme elles le ſont par la lumière & les couleurs. Car il eſt certain qu'alors on doit éprouver les mêmes ſenſations que ſi l'organe recevait l'impreſſion actuelle des corps lumineux ou colorés ; ainſi les couleurs accidentelles & variables peuvent être engendrées par une infinité de cauſes.

426. Mais ſi ces couleurs naiſſent d'ordinaire du trop grand ébranlement, ou de la tenſion trop forte de l'œil, toute eſpece d'ébranlement ou de tenſion ne les produit pas indifféremment ; il faut faire entrer en conſidération la couleur de l'objet, dont l'impreſſion trop forte ou trop longue a vivement agité les fibres du nerf optique. Ainſi le rouge naturel produit le vert accidentel, le jaune produit le bleu, le vert produit le pourpre, le bleu produit le rouge, le noir produit le blanc, & le blanc produit le noir. Mr. de Buffon eſt le premier qui ait remarqué ce rapport, cette

Si on mêle enſemble deux liqueurs de couleurs fortes & chargées, l'une rouge, par exemple, l'autre bleue, ayant chacune aſſez d'épaiſſeur, c'eſt-à-dire, étant en aſſez grande quantité, pour que leur couleur ſoit ſuffiſamment foncée; quoique priſes ſéparément elles ſoient aſſez tranſparentes, leur mêlange cependant ſera opaque. Car ſi l'une ne laiſſe paſſer que les rayons

correſpondance ſiſtématique entre les couleurs accidentelles & les réelles; & c'eſt par une ſuite d'expériences également curieuſes & déciſives qu'il y a été conduit: Nous allons en rapporter quelques-unes.

427. Si on regarde fixement & long-tems une tache ou une figure rouge ſur un fond blanc, par exemple, un petit carré rouge, on verra naître autour du petit carré rouge une eſpece de couronne d'un vert faible; & ſi, ceſſant de regarder le carré rouge, on porte l'œil ſur quelqu'autre endroit du fond blanc, on y appercevra très-diſtinctement un carré d'un vert tendre tirant un peu ſur le bleu, & de la même grandeur que le rouge. Cette apparence, dit Mr. de Buffon, ſubſiſte d'autant plus que le rouge a fait une plus forte impreſſion, & ne s'évanouit qu'après qu'on a porté l'œil ſucceſſivement ſur différens objets, dont les impreſſions nouvelles & variées ont delaſſé & remis l'organe dans ſon état ordinaire.

428. En regardant fixement & long-tems un carré jaune ſur un fond blanc, on voit naître autour une couronne d'un bleu pâle; & portant enſuite l'œil ſur un autre endroit du fond blanc, on voit un carré bleu de même grandeur que le jaune. Il a paru à Mr. de Buffon & à d'autres perſonnes à qui il fit répéter les mêmes expériences, que cette impreſſion occaſionnée par le jaune, était plus forte que celle qui l'avait été par le rouge, & que la couleur bleue qu'elle produiſait, s'effacait plus difficilement & durait plus de tems que le vert produit par le rouge; ce qui ſemble prouver, dit Mr. de Buffon, ce que Mr. Newton n'a fait que conjecturer, que le jaune eſt de toutes les couleurs celle qui fatigue le plus nos yeux.

429. On trouve de même, que le vert produit un pourpre pâle, le bleu un rouge pâle, le noir un blanc beaucoup plus vif que celui du fond, &c. On ſent combien il eſt aiſé de varier toutes ces apparences, & d'en produire de différentes, en changeant de fond, & en variant la couleur & la figure des taches. Il faut obſerver qu'on réuſſira mieux avec des couleurs brillantes, telles que celles des métaux polis, qu'avec les couleurs mattes comme ſont celles du papier & des étoffes. Ces couleurs ayant plus d'éclat, doivent produire une impreſſion plus vive & d'une plus longue durée.

430. Mr. de Buffon a remarqué de plus que ces couleurs accidentelles combinées & mêlées avec les naturelles, donnent les mêmes couleurs que ces dernières mêlées avec d'autres de même nature; par exemple, ſi une couleur accidentelle bleue produite par le jaune, tombe ſur un fond jaune, elle devient verte.

431. Mr. de Buffon fait mention dans ſon Mémoire d'un phénomene très-ſingulier qu'il a obſervé: c'eſt que les ombres des corps, qui, par leur eſſence doivent être noires, puiſqu'elles ne ſont que la privation de la lumière, ſont colorées au lever & au coucher du ſoleil. Il a remarqué que les ombres des arbres & d'autres objets, qui tombaient ſur une muraille blanche, étaient bleues, quelquefois d'un bleu fort vif, d'autres fois d'un bleu pâle, d'autres fois enfin d'un bleu foncé. Mr. Bouguer donne la raiſon phyſique de ce phénomene à la fin de ſon Traité de la gradation de la lumière. » Il eſt » cauſé, dit cet homme célébre, par la couleur » aërienne de l'atmoſphere qui éclaire ces » ombres, & dans laquelle les rayons bleus » dominent. Ils réjailliſſent obliquement en » quantité, pendant que les rayons rouges, » qui vont ſe perdre plus loin en ſuivant la » ligne droite, ne peuvent pas modifier » l'ombre, parce qu'ils ne ſe réfléchiſſent » pas, ou qu'ils ſe réfléchiſſent beaucoup » moins ». Mais pour bien entendre ceci, liſez les dernières pages du Traité cité.

rouges, & l'autre les rayons bleus, il n'en pourra paſſer aucun au travers de leur mêlange. C'eſt ce que Mr. Hook éprouva par haſard, avec deux coins de verre remplis l'un d'une liqueur rouge, l'autre d'une liqueur bleue, & ce qu'il remarqua avec étonnement, s'attendant d'autant moins à cet effet, que la raiſon en était inconnue (*Opt. de Mr. Newton, pag. 209*).

Puis donc que les corps deviennent colorés en réfléchiſſant ou en tranſmettant telle ou telle eſpece de rayons plus abondamment que toutes les autres, on doit imaginer qu'ils arrêtent & éteignent les rayons qu'ils ne réfléchiſſent point, ou qu'ils ne laiſſent point paſſer. Car qu'on tienne entre l'œil & la lumière une feuille d'or, la lumière paraîtra d'un bleu verdâtre: il faut donc que les rayons bleus ayent la liberté d'entrer dans l'intérieur de l'or quand il eſt en maſſe, où, après des réflexions ſans nombre dans ſes pores, ils s'éteignent, tandis qu'il réfléchit extérieurement les rayons jaunes: ce qui le fait paraître de cette couleur. Et de même, à peu près, qu'une feuille d'or eſt jaune par une lumière réfléchie, & bleue par une lumière tranſmiſe, de même auſſi certaines liqueurs, telles que la teinture de bois Néphrétique & certaines eſpeces de verre, laiſſent paſſer une eſpece de rayons en plus grande quantité, & en réfléchiſſent une autre, & à cauſe de cela paraiſſent de différentes couleurs, ſelon les différentes poſitions de l'œil par rapport à la lumière. Un corps tranſparent que la lumière qu'il tranſmet fait paraître d'une certaine couleur, peut auſſi paraître de la même couleur par la lumière réfléchie, ſi la lumière de cette couleur eſt réfléchie par la première ſurface de ce corps.

CHAPITRE VII.

De la cauſe de la réfraction, de la réflexion, de l'inflexion & de l'émiſſion de la lumière.

183. ON a cru juſqu'ici que la cauſe de la réflexion de la lumière devait être attribuée au choc de la lumière contre les parties ſolides & impénétrables des corps. Les conſidérations ſuivantes vont montrer combien cette opinion eſt peu fondée.

En premier lieu, dans le paſſage de la lumière du verre dans l'air, il ſe fait une réflexion auſſi forte, ou même un peu plus forte, que dans ſon paſſage de l'air dans le verre; & elle eſt beaucoup plus conſidérable que lorſqu'elle paſſe du verre dans l'eau. Or il ne paraît pas probable que les parties de l'air réfléchiſſent plus fortement la lumière que celles de l'eau ou du verre; & même quand cette ſuppoſition ſerait permiſe, on n'en ſerait pas plus avancé; car quand on a pompé l'air d'un récipient de verre, la réflexion eſt auſſi forte ou même plus forte qu'auparavant.

En ſecond lieu, ſi la lumière dans ſon paſſage du verre dans l'air, rencontre la ſurface qui ſépare les deux milieux ſous un angle plus petit que 40° ou 41°, elle eſt totalement réfléchie; ſi ſon incidence eſt moins oblique, elle paſſe preſque toute au travers. Or, il ſerait abſurde de dire que la lumière rencontrât, ſous une certaine obliquité, aſſez de pores dans l'air, pour que ſa plus grande partie pût paſſer, tandis que, ſous une autre obliquité, ce milieu ne lui préſenterait que des parties capables de la réfléchir en entier, ſur-tout ſi l'on conſidere que lorſqu'elle paſſe de l'air dans le verre, quelque oblique que ſoit ſon incidence, le verre lui offre des pores en aſſez grand nombre pour la laiſſer paſſer en grande partie. Si on prétendait que ce n'eſt pas l'air qui réfléchit la lumière, que ce ſont les dernières parties de la ſurface du verre, la difficulté ſubſiſterait toujours la même; ſans compter que cette ſuppoſition eſt inintelli-

gible, & qu'on en reconnaît bientôt la fauſſeté, en appliquant en quelqu'endroit de la ſurface poſtérieure du verre, de l'eau à la place de l'air. Car alors les rayons qui ont une obliquité convenable, comme de 45 à 46', pour être tous réfléchis lorſque l'air touche le verre, ſont tranſmis en grande partie, lorſque l'eau eſt contigue au verre : ce qui prouve que leur réflexion ou leur tranſmiſſion, dépend uniquement de la conſtitution de l'air & de l'eau, qui touchent la ſurface poſtérieure du verre, & non du choc de la lumière contre les parties ſolides de cette ſurface.

En troiſième lieu, ſi les rayons colorés dans leſquels un trait de lumière introduit dans une chambre obſcure, a été décompoſé par le priſme, ſont reçus ſucceſſivement ſous la même inclinaiſon ſur un ſecond priſme placé loin du premier (en ſuivant un procédé ſemblable à celui de la 3^e Expérience), ce ſecond priſme peut être tellement incliné aux rayons incidens, qu'il réfléchiſſe tous les rayons bleus, tandis qu'il tranſmettra les rouges en aſſez grand nombre. Or ſi la réflexion eſt occaſionnée par les parties de l'air ou du verre, je demande pourquoi, l'incidence étant la même, les rayons bleus rencontreraient tous ces parties, qui par conſéquent les réfléchiraient, tandis que les rouges trouveraient aſſez de pores pour pouvoir paſſer en grande quantité.

Enfin ſi les rayons de lumière étaient réfléchis par leur choc contre les parties ſolides des corps, leurs réflexions de deſſus les corps polis ne pourraient pas être auſſi régulières qu'elles le ſont. Car on ne ſe perſuadera jamais, qu'en poliſſant le verre avec de la potée, du ſable ou du tripoli, ces ſubſtances puiſſent procurer, par le frottement, aux plus petites parties du verre, un poli aſſez parfait, pour que toutes leurs ſurfaces ſoient véritablement planes ou ſphériques, & diſpoſées toutes du même ſens, de manière qu'elles compoſent toutes enſemble une ſurface unique & parfaitement unie. Tout ce que peuvent faire ces poudres, quelle que ſoit la petiteſſe de leurs particules, ſe réduit à briſer les petites éminences qui ſe rencontrent ſur la ſurface qui doit être polie; à détruire, autant qu'il eſt poſſible, toutes ſes petites aſperités; à rendre enfin les ſillonnemens de cette ſurface inſenſibles à la vue. D'où il ſuit que ſi la lumière

était réfléchie par son choc contre les parties solides du verre, elle serait aussi dispersée par les verres les plus polis que par ceux qui le sont le moins : de sorte que l'on est encore à savoir comment le verre, quoique sillonné, & d'un poli toujours imparfait, peut réfléchir la lumière aussi régulièrement qu'il le fait. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 307 & suiv.*).

184. Or on ne peut gueres satisfaire à cette question, qu'en admettant pour cause de la réflexion d'un rayon de lumière, une puissance repulsive uniformément répandue à la surface de tout corps réfléchissant, en vertu de laquelle le rayon incident est obligé de rejaillir sans qu'il y ait de contact immédiat, loin d'être repoussé, comme on l'a cru, par les parties superficielles du corps. Je vais faire voir par les Expériences suivantes, que les parties d'un corps ont en effet le pouvoir d'agir sur la lumière à quelque distance.

XIII. EXPÉRIENCE. Je plaçai à deux ou trois pieds de distance d'un trou d'un quart de pouce de diametre, par lequel la lumière du soleil entrait dans ma chambre, un carton noirci des deux côtés, percé au milieu d'un trou d'environ les trois quarts d'un pouce carré, pour laisser passer la lumière. Derrière ce trou j'appliquai au carton une lame de couteau très-aiguisée, dans la vue d'intercepter quelque partie de la lumière transmise par le trou. Les plans du carton & de la lame de couteau étaient paralleles entr'eux & perpendiculaires aux rayons. Lorsque je les eus disposés de manière qu'il ne tombât aucune partie de la lumière sur le carton, & qu'elle passât toute par le trou, une partie rencontrant le tranchant de la lame de couteau, tandis que le reste passait à côté, je reçus cette dernière partie sur un papier blanc placé à deux ou trois pieds au-delà du couteau, & j'y remarquai deux traits d'une lumière faible qui s'élançaient de deux endroits du faisceau de lumière dans l'ombre, comme les queues des cométes. Mais parce que la lumière directe du soleil effaçait, par son éclat sur le papier, ces faibles traits, au point que je ne les appercevais qu'avec peine, je fis un petit trou au milieu de ce papier, afin que cette lumière passât au travers, & fût tomber sur un morceau de drap noir que j'avais mis derrière le papier ; alors je vis très-distinctement les deux traits lumineux ; ils étaient semblables, à peu près de même longueur

longueur & de même largeur, & d'une même intenſité de lumière. Près de la lumière directe du ſoleil, cette lumière était aſſez forte pendant l'eſpace d'environ un quart ou une moitié de pouce, & dans tout ſon progrès depuis cette lumière directe, elle décroiſſait par degrés, & devenait enfin imperceptible. La longueur totale de ces traits lumineux, meſurés ſur le papier à la diſtance de trois pieds du couteau, était d'environ 6 à 8 pouces, de ſorte qu'elle ſoutendait un angle, dont le ſommet était au tranchant du couteau, de dix, douze & même quatorze degrés.

XIV. EXPÉRIENCE. Je mis une autre lame de couteau près de la première, en la plaçant de manière que leurs tranchans fuſſent paralleles & vis-à-vis l'un de l'autre, & que quelque partie du faiſceau de rayons ſolaires qui tombait ſur les deux lames, eût la liberté de paſſer entre les deux tranchans. Lorſque ces tranchans étaient éloignés l'un de l'autre d'environ la 400^e^ partie d'un pouce, le trait lumineux était diviſé par le milieu en deux parties qui laiſſaient entr'elles une ombre ſi épaiſſe & ſi noire, que toute la lumière qui paſſait entre les deux lames ſemblait s'être pliée & détournée des deux côtés. Si on approchait les deux lames plus près l'une de l'autre, l'ombre devenait plus large, & les traits lumineux devenaient plus courts, l'accourciſſement ſe faiſant par leurs termes intérieurs contigus à l'ombre : lorſque les couteaux vinrent à ſe toucher, toute la lumière diſparut & l'ombre prit ſa place.

Delà je conclus que les rayons qui ſont les moins pliés, & qui vont ſe rendre aux extrémités intérieures de ces traits lumineux, ſont ceux qui paſſent à la plus grande diſtance du tranchant des lames, & que cette diſtance eſt d'environ la 800^e^. partie d'un pouce, lorſque l'ombre commence à ſe manifeſter entre les traits lumineux. Quant aux rayons qui paſſent plus près des tranchans des lames, ils ſouffrent des inflexions plus grandes, leſquelles le ſont d'autant plus qu'ils paſſent plus près de ces tranchans; & ces rayons vont former les parties des traits lumineux qui s'éloignent de plus en plus de la lumière directe. Car lorſque les lames s'approchent juſqu'à ſe toucher, les parties de ces traits qui ſont les plus éloignées de la lumière directe, s'évanouiſſent les dernières. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 446 & ſuiv.*)

Par ces Expériences & par d'autres qu'il faut lire dans l'Ou-

vrage même d'où celles-ci ſont tirées, Mr. Newton fait voir que dans certains cas les corps agiſſent ſur la lumière par une force d'attraction, & dans d'autres par une force de répulſion. Il a trouvé, par exemple, que les ombres des cheveux, des fils, des épingles, des pailles, & de tous les corps menus & déliés placés dans un très-petit faiſceau de rayons ſolaires introduit dans une chambre obſcure, ſont beaucoup plus grandes qu'elles ne ſeraient, ſi les rayons qui raſent ces corps ne ſe détournaient pas de leur chemin rectiligne. Mr. Newton a remarqué que l'ombre d'un cheveu projettée à la diſtance de dix pieds ſur un papier, avait trente-cinq fois plus de diametre que le cheveu même *.

432. * Comme l'on pourrait ſoupçonner que le phénomene de l'agrandiſſement de l'ombre du cheveu peut être occaſionné par la réfraction de l'air, pour prouver le contraire, Mr. Newton mit le cheveu entre deux plaques de verre polies qu'il avait mouillées, en ſorte qu'il ſe trouvait plongé dans l'eau qui rempliſſait l'intervalle de ces deux verres; il expoſa enſuite ces deux plaques perpendiculairement au trait de lumière qui lui avait ſervi, & l'ombre du cheveu ſe trouva, à la même diſtance, de la même grandeur qu'auparavant. Il remarqua auſſi que les ombres des ſillons tracés ſur des plaques polies de verre, de même que celles des veines qui peuvent ſe rencontrer dans ces plaques, étaient beaucoup plus larges qu'elles n'auraient dû être. D'où Mr. Newton conclut que la grande largeur de ces ombres vient de quelqu'autre cauſe que de la réfraction de l'air.

433. Mr. Newton explique enſuite comment à dû ſe faire l'agrandiſſement de l'ombre du cheveu. Soit *X* le milieu du cheveu (*Fig. 360.*); *ADG*, *BEH*, *CFI*, trois rayons paſſant d'un côté & près du cheveu à différentes diſtances; *KNQ*, *LOR*, *MPS*, trois autres rayons paſſant de l'autre côté du cheveu, à pareilles diſtances; *D*, *E*, *F* & *N*, *O*, *P* les endroits où les rayons ſont pliés en paſſant à côté du cheveu; *G*, *H*, *I*, & *Q*, *R*, *S*, les endroits où les rayons tombent ſur le papier *GQ*; *IS* la largeur de l'ombre du cheveu ſur le papier; & *TI*, *VS* deux rayons qui vont en droite ligne aux points *I* & *S*, le cheveu étant ſuppoſé ôté. Il eſt évident que toute la lumière compriſe entre ces deux rayons, ſe plie en paſſant près du cheveu, & s'écarte de l'ombre *IS*; car ſi quelque partie de cette lumière ne ſouffrait point d'inflexion, elle tomberait ſur le papier au-dedans de l'ombre, & illuminerait le papier dans cet endroit, ce qui eſt contraire à l'expérience. Et parce que lorſque le papier eſt à une grande diſtance du cheveu, l'ombre eſt fort large, & que par conſéquent les rayons *TI*, *VS* ſont fort éloignés l'un de l'autre, il s'enſuit que le cheveu agit ſur les rayons de lumière à une diſtance conſidérable dans le tems qu'ils paſſent à côté de lui. Mais ſon action eſt plus forte ſur les rayons qui paſſent à de moindres diſtances; & elle s'affaiblit toujours de plus en plus, à meſure que les rayons paſſent à de plus grandes diſtances, comme on le voit repréſenté dans la Figure: c'eſt delà qu'il arrive que l'ombre du cheveu eſt beaucoup plus large, à proportion de la diſtance du papier au cheveu, lorſque le papier eſt plus près du cheveu, que lorſqu'il en eſt plus éloigné. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 480.*)

434. Mais l'augmentation de l'ombre du cheveu n'eſt pas la ſeule choſe remarquable dans cette expérience. Aux deux côtés de cette ombre projettée ſur le papier, on voit trois bandes ou franges colorées, paralleles entr'elles, diſtinctes & ſéparées l'une de l'autre. La plus proche de l'ombre eſt la plus large & la plus lumineuſe; la plus éloignée eſt la plus étroite & la plus faible. On apper-

Et voici comme il s'explique au ſujet de ces forces d'attraction & de répulſion. Les métaux diſſous dans des acides, n'attirent qu'une très-petite quantité de ces acides; ainſi leur pouvoir attra-

çoit dans la première de part & d'autre, en venant de l'ombre, les couleurs ſuivantes, VIOLET, indigo, bleu pâle, vert, jaune, rouge; dans la ſeconde, en ſuivant le même ordre, BLEU, jaune, rouge; & dans la troiſieme, BLEU PALE, jaune pâle & rouge. Le trou par lequel paſſe le trait de lumière qui frappe le cheveu, & par conſéquent le trait lui-même doit être fort petit: le diametre de celui avec lequel Mr. Newton fit ſon expérience, était d'un quarante-deuxieme de pouce. Pour diſtinguer plus facilement les couleurs des franges, en leur donnant plus de largeur, il faut diſpoſer le papier obliquement par rapport à la lumière, comme le conſeille & l'a pratiqué Mr. Newton.

435. Mais ce n'eſt pas ſeulement aux côtés de l'ombre du cheveu que ſe manifeſtent les franges colorées; les ombres de tous les corps expoſés au trait de lumière dans lequel on plonge le cheveu, ſont auſſi bordées de franges tout-à-fait pareilles. On remarque encore les mêmes phénomenes, lorſqu'on regarde le ſoleil au travers des barbes d'une plume ou auprès des bords d'un chapeau; on apperçoit alors une infinité de petits arcs-en-ciel ou franges colorées.

436. L'inflexion de la lumière à la ſurface ou près de la ſurface des corps, d'où réſultent l'agrandiſſement de l'ombre de ces corps & les franges qui l'accompagnent, eſt ce que Grimaldi, qui en a fait la découverte, a nommé *Diffraction*. Cette propriété de la lumière eſt auſſi connue ſous le nom d'*Inflexion*.

437. Mr. de Mairan a eſſayé d'expliquer la grande largeur de l'ombre du cheveu & des corps ſemblables, avec les couleurs qu'on voit aux côtés de cette ombre, en ſuppoſant le cheveu enveloppé d'une atmoſphere très-ſubtile, qui offre plus de réſiſtance à la lumière que l'air, & dont la denſité ou réſiſtance croît en approchant du cheveu ou en général du corps diffringent. Dans cette ſuppoſition l'ombre trop grande à raiſon de la diſtance, n'eſt plus l'ombre du fil, mais celle de ſon atmoſphere; les couleurs qui paraiſſent aux deux côtés de l'ombre proviennent des réfractions que les rayons ont ſouffertes en traverſant cette atmoſphere; de ſorte que la diffraction n'eſt, ſelon Mr. de Mairan, qu'une ſimple réfraction. Malheureuſement on ne peut expliquer par cette atmoſphere pluſieurs effets de la diffraction, à moins qu'on ne la ſuppoſe très-compoſée; & même en la ſuppoſant telle, il paraît bien difficile qu'elle fourniſſe une explication un peu ſatisfaiſante de la multiplicité des ſuites de couleurs, diſtinctes & ſéparées l'une de l'autre. (*Voyez les Mémoires de l'Acad. année 1738.*)

438. Les franges dont nous venons de parler ſe manifeſtent auſſi dans l'expérience des lames de couteau. Voici la deſcription qu'en donne Mr. Newton. A meſure que les couteaux s'approchaient l'un de l'autre, un peu avant que l'ombre parut entre les deux traits lumineux, il commença à ſe manifeſter des franges ſur les extrémités intérieures de ces traits, aux deux côtés de la lumière directe; trois d'un côté, produites par le tranchant d'un des couteaux, & trois de l'autre, produites par le tranchant de l'autre couteau. Elles étaient d'autant plus diſtinctes que les couteaux étaient plus éloignés du trou; ſi on diminuait ce trou, les franges devenaient encore plus diſtinctes, de ſorte que je pouvais quelquefois diſtinguer de faibles traces d'une quatrième frange au-delà de ces trois. A meſure que les couteaux continuaient de s'approcher, les franges devenaient plus diſtinctes & plus amples juſqu'à ce qu'elles euſſent diſparu. La frange extérieure diſparut la première, celle du milieu après, & enſuite l'intérieure. Quand elles eurent toutes diſparu, & que la ligne lumineuſe qui était au milieu de ces franges, fut devenue extrêmement large, de ſorte qu'elle ſe répandait des deux côtés dans les deux traits lumineux décrits dans la 13e Expérience, l'ombre ayant commencé à paraître au milieu de cette ligne, & à la partager en

ctif ne peut agir qu'à une très-petite distance : & de même qu'en algebre les quantités négatives commencent où les affirmatives disparaissent, de même en méchanique la vertu répulsive doit paraître où l'attraction vient à cesser. Or les réflexions & les inflexions des rayons lumineux portent à croire qu'il existe une force de cette nature ; car dans ces deux cas les rayons sont repoussés, sans qu'il y ait de contact immédiat entr'eux & les corps qui occasionnent ces réflexions ou ces inflexions.

Cela paraît suivre aussi de l'émission de la lumière, tout rayon, aussi-tôt qu'il est lancé du corps lumineux par le mouvement de vibration des parties de ce corps, & qu'il est sorti de la sphere de son attraction, étant poussé avec une vîtesse extrême. Car la force qui est suffisante pour le repousser dans la réflexion, peut l'être encore quand il s'agit de lui imprimer ce mouvement rapide que nous lui connaissons. La production de l'air & des vapeurs annonce aussi l'existence du pouvoir dont nous parlons. Les particules que la chaleur ou la fermentation détache des corps, ne sont pas plutôt hors des limites de l'attraction du corps d'où elles émanent, qu'elles s'éloignent, non-seulement de lui, mais encore les unes des autres avec beaucoup de force, s'écartant quelquefois jusqu'à occuper un espace un million de fois plus grand que celui qu'elles occupaient auparavant, lorsqu'elles étaient sous la forme d'un corps dense & compacte. Il ne paraît pas qu'on puisse rendre raison de cette contraction & expansion prodigieuses, en supposant l'air composé de parties élastiques & rameuses, ou contournées en spirale, ni par quelqu'autre supposition que ce soit, que par celle d'une puissance répulsive. C'est

deux lignes lumineuses, alla en augmentant jusqu'à ce que toute la lumière eut disparu. Cette extension des franges était si grande que les rayons qui allaient jusqu'à la frange intérieure, paraissaient environ vingt fois plus courbés, lorsque cette frange était prête à s'évanouir, que lorsqu'on retirait un des couteaux. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 450.*)

439. D'où & de la 14^e^ Expérience, M^r^. Newton conclut que la lumière de la premiere frange passait près du tranchant du couteau à plus d'un 800^e^ de pouce ; que la lumière de la seconde frange passait plus loin du tranchant du couteau que celle de la première frange ; que celle de la troisième passait encore plus loin de ce tranchant, & que les traits lumineux décrits dans la 13^e^ & 14^e^ Expérience, passaient plus près des tranchans des couteaux que la lumière d'aucune de ces franges. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 451.*)

440. Dans la 13^e^ Expérience il ne paraissait point de franges, dit M^r^. Newton ; elles s'élargissaient si fort à cause de la largeur du trou fait au volet de la fenêtre, qu'elles rentraient l'une dans l'autre, & produisaient en se joignant ensemble, une lumière continue dans le commencement des traits lumineux.

encore en vertu de ce même pouvoir qu'il ſemble que les mouches marchent ſur l'eau ſans ſe mouiller les pieds ; que les objectifs des grandes lunettes couchés l'un ſur l'autre ne ſe touchent que difficilement ; & qu'enfin on a tant de peine à procurer ce contact immédiat de deux marbres polis, dans lequel ils ſont cependant ſi adhérens.

186. Cette puiſſance qui agit ſur la lumière eſt infiniment plus forte que celle de la gravité : le raiſonnement ſuivant en fournit une preuve. M^r. Newton a démontré que tous les corps s'attirent l'un l'autre par la force de la gravité, & que les forces par leſquelles deux ſpheres homogenes attirent des particules de matière placées très-près de leurs ſurfaces, ſont entr'elles comme les diametres de ces ſpheres ; c'eſt-à-dire, que ſi un milieu réfringent eſt ſpherique & de la même denſité que la terre, l'attraction de la terre près de ſa ſurface ſera plus grande que celle de ce milieu près de ſa ſurface, dans le même rapport que le diametre de la terre eſt plus grand que celui de ce milieu ; rapport preſque infini, eu égard aux conceptions humaines. Nous ſavons cependant que l'attraction de la terre détourne à peine ſenſiblement de la ligne droite un boulet qui vient de ſortir de la bouche du canon, & que la plus petite partie de ce boulet, ſi elle était ſéparée du reſte, ne s'écarterait pas davantage du chemin rectiligne que le boulet même ; parce que la gravité agiſſant ſur tous les corps proportionnellement à leur maſſe, les fait deſcendre tous avec la même vîteſſe. Une particule de lumière dont la vîteſſe eſt comme infinie par rapport à celle du boulet, ſerait donc infiniment moins détournée de la ligne droite, par l'attraction de toute la terre, que la petite partie du boulet, & encore infiniment moins par l'attraction du milieu ſphérique, qui, comme nous venons de le dire, eſt infiniment moindre que celle de la terre. Mais l'Expérience nous apprend qu'elle eſt très-ſenſiblement détournée de ſa route ; elle éprouve donc alors l'action de quelqu'autre puiſſance de ce milieu, qui près de ſa ſurface, eſt infiniment plus conſidérable que la force de la gravité.

187. Il eſt difficile de déterminer la véritable loi de cette puiſſance réfringente, ou les divers degrés de cette force à diſtances données de la ſurface réfringente. Quoiqu'il en ſoit, puiſque nous ſavons que les effets de la gravité qui décroiſſent

comme les carrés des distances du centre augmentent, sont très-sensibles à de grandes distances, nous pouvons en conclure que la puissance réfractive d'un milieu, que nous avons montré devoir être, à la surface de ce milieu, infiniment plus grande que la force de la gravité, & qui s'évanouit cependant à une distance très-petite de cette surface, doit décroître dans un rapport beaucoup plus grand que la pesanteur.

188. Il paraît raisonnable de conclure que les corps réfléchissent & rompent la lumière par une seule & même puissance, qui s'exerce différemment suivant les diverses circonstances * ;

441. * On ne peut disconvenir que dans les expériences des lames de couteau, on ait lieu de croire la lumière attirée par le tranchant des lames, & qu'en conséquence on ne soit fondé à supposer dans certains corps une force d'attraction par laquelle ils agissent sur la lumière, lorsqu'elle vient à passer dans leur voisinage.

442. Le phénomene de l'agrandissement de l'ombre du cheveu & de tous les corps menus frappés, comme lui, par un trait de lumière, porte de même à croire ces corps revêtus d'une puissance, par laquelle ils repoussent la lumière qui passe près de leur surface.

443. Mais il ne paraît pas qu'on soit aussi fondé à prendre ces forces attractives & repulsives pour une même puissance qui attire ou repousse la lumière suivant les circonstances ; & tout ce que dit Mr. Newton pour faire recevoir cette supposition, & l'ériger en principe, est certainement très-ingénieux, mais n'a pas à beaucoup près la force nécessaire pour persuader.

444. Au reste, que les forces attractives & repulsives dont il est question, soient ou ne soient pas la même force agissant diversement, selon les circonstances, il est toujours vrai qu'on est fondé à les admettre, & qu'on explique fort heureusement par elles les cas les plus difficiles de la réfraction & de la réflexion. En supposant, ce qui est vraisemblable, les milieux doués d'une force attractive proportionnelle à leur densité (en exceptant toutefois les substances grasses & sulphureuses) on voit dans l'art. 191 & dans les suivans, avec quelle facilité on explique tous les phénomenes de la réfraction.

445. Un rayon va-t-il pour entrer obliquement dans un milieu dense, sitôt que ce rayon, ou plus exactement chacun des corpuscules dont il est composé, en est assez près pour en ressentir l'impression, sa vîtesse augmente dans le sens perpendiculaire à la surface réfringente, jusqu'à ce que le corpuscule ait pénétré dans le milieu dense à la profondeur où cesse entiérement l'action du premier milieu, & où par conséquent il est également attiré de toutes parts. Le mouvement de ce corpuscule étant accéléré pendant qu'il traverse l'espace renfermé entre les limites des forces attractives des deux milieux, il se détourne sans cesse en décrivant une courbe qui présente sa concavité vers la surface réfringente, & qui se continue au-delà de cette surface dans le milieu dense jusqu'à la profondeur où le corpuscule cesse d'éprouver l'action du milieu qu'il a quitté ; & alors le corpuscule continue de se mouvoir en suivant la direction du dernier petit côté de la courbe, avec une vîtesse uniforme plus grande, comme il est évident, que celle qu'il avait avant. On voit assez, sans qu'on le dise, que l'incurvation que le rayon a soufferte, l'a rapproché de la cathete d'incidence.

446. Si le corpuscule sort de ce milieu dense pour rentrer dans celui où il était, sa vîtesse diminue dans le sens perpendiculaire, aussi-tôt qu'il est parvenu assez près de la surface réfringente pour être plus attiré vers l'intérieur du milieu, où il est encore, que vers l'extérieur ; & alors

parce que lorſque la lumière paſſe du verre dans l'air, auſſi obliquement qu'il eſt poſſible, ſi elle rencontre avec un peu plus d'obliquité la ſurface commune de ces deux milieux, elle

il ſe meut d'un mouvement retardé, juſqu'à ce qu'après avoir traverſé la ſurface réfringente, il ſoit parvenu dans le milieu où il repaſſe au-delà des limites du pouvoir attractif de celui qu'il abandonne. Dans tout ſon trajet, il eſt viſible qu'il décrit une courbe convexe vers le milieu où il rentre, qui ſe termine dans ce milieu aux confins de l'eſpace où le milieu denſe exerce ſon action, & dans la tangente de laquelle ce corpuſcule continue ſon mouvement avec une vîteſſe uniforme égale à celle qu'il avait en premier lieu. Si les ſurfaces réfringentes ſont paralleles, il eſt évident que la courbe dont nous parlons, eſt parfaitement égale & ſemblable à celle que le corpuſcule avait décrite à ſon incidence dans le milieu denſe, mais ſituée en ſens contraire, de ſorte que le rayon ſe trouve par ſon incurvation nouvelle, écarté de la perpendiculaire d'une quantité préciſément égale à celle dont la précédente l'en avait rapproché, & ſort par conſéquent ſelon une direction parallele à celle qu'il avait en entrant.

447. Il eſt clair que l'obliquité d'un rayon qui paſſe d'un milieu denſe, dans un rare, peut être telle que ſa dernière inflexion dans ce milieu rare, ou le dernier petit côté de la courbe que chacune de ſes particules décrit, ſoit parallele à la ſurface réfringente; & alors le rayon ſuit dans le milieu où il eſt paſſé, une route parallele à cette ſurface, en raſant celle juſqu'où s'étend l'activité du milieu denſe.

448. Mais ſi l'on ſuppoſe l'incidence du rayon un peu plus oblique, alors il s'infléchit parallélement à la ſurface réfringente, avant d'avoir franchi l'eſpace où le milieu denſe qu'il a abandonné, exerce ſon action; & forcé d'obéir à la force qui continue de le ſolliciter, & qui l'attire ſans ceſſe, on voit qu'il doit retourner en décrivant une branche de courbe égale & ſemblable à celle qu'il a décrite en ſortant, & reprendre par conſéquent dans le milieu denſe, l'obliquité qu'il y avait avant d'en ſortir. On ſent très-bien que dans ce changement de réfraction en réflexion, le rayon ne pénétre pas toujours dans le milieu rare: ce qui arrive toutes les fois que l'inclinaiſon eſt aſſez grande pour que le rayon s'infléchiſſe parallélement à la ſurface réfringente, ſoit à cette ſurface même, ſoit avant de l'avoir atteinte.

449. Il ſuit de ce qu'on vient de dire, que lorſque la lumière paſſe d'un milieu denſe dans un milieu rare, plus ces milieux différeront en denſité, & par conſéquent en force attractive, moins il lui faudra d'obliquité pour être réfléchie: de ſorte qu'il ne lui en faudra jamais moins que lorſque le milieu contigu au milieu denſe, ſera exactement vuide.

450. Il eſt évident que le changement de réfraction en réflexion ne peut avoir lieu dans le paſſage d'un milieu rare dans un milieu denſe; car quelle que ſoit l'inclinaiſon du rayon, ſa vîteſſe dans le ſens perpendiculaire à la ſurface réfringente, eſt toujours augmentée par l'action du milieu denſe, & par conſéquent le rayon paſſe néceſſairement dans le milieu denſe.

451. La conſtance du rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, ſe déduit avec la même facilité de la même hypotheſe des forces attractives des milieux. Car ſoit g la vîteſſe d'un corpuſcule de lumière à l'inſtant où il entre dans la ſphere d'activité du milieu dans lequel il doit paſſer; b la diſtance de la ſurface de ce milieu où la force attractive commence à agir; q le ſinus de l'angle que le rayon fait avec une perpendiculaire à la ſurface réfringente; x la diſtance de cette ſurface, à laquelle on ſuppoſe le corpuſcule arrivé; X la force attractive à cette diſtance, réſultante de l'action combinée des deux milieux ſur le corpuſcule; v ſa vîteſſe dans la direction de cette force, & γ le ſinus de cette même direction & de celle du corpuſcule à cet inſtant.

Le principe des forces accélératrices, donne $-Xdx=vdv$, d'où l'on tire par l'intégration $vv+2\int Xdx=$ à une conſtante que l'on trouve en mettant

eſt réfléchie en entier (*Art. 173*); (car la lumière ayant été réfractée par le pouvoir du verre, ſous l'incidence la plus oblique qu'il eſt poſſible, ſi-tôt que l'incidence devient plus oblique,

pour vv le carré $gg(1-qq)$ de la vîteſſe du corpuſcule, dans le ſens perpendiculaire à la ſurface réfringente, à la diſtance b où a commencé l'action de la force attractive, & pour $2\int X\,dx$ qu'on exprimera généralement par $2X'$, la fonction $2A$ qui exprime ce que devient $2\int X\,dx$, lorſque $x=b$. On aura donc $vv+2X'=gg-ggqq+2A$, ou $vv+ggqq=gg+2A-2X'$; mais la vîteſſe parallélement à la ſurface réfringente étant conſtante, on a $gq=\frac{v\zeta}{\sqrt{1-\zeta\zeta}}$, qui donne $vv+ggqq=\frac{ggqq}{\zeta\zeta}$; donc on aura enfin $\frac{q}{\zeta}=\sqrt{[1+\frac{2(A-X')}{gg}]}$; équation qui apprend, qu'à diſtances égales de la ſurface réfringente, ou de celle où les rayons une fois parvenus dans le milieu réfringent, ceſſent d'être attirés, les ſinus des angles que ſont ces rayons, avec les perpendiculaires à ces ſurfaces, ſont en raiſon conſtante, à cauſe que A & X' ſont des fonctions de ces diſtances ſuppoſées conſtantes, & que g eſt la vîteſſe primitive du rayon. Donc puiſque le rapport de q à ζ eſt conſtant, le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction l'eſt auſſi; car à la fin du mouvement curviligne du rayon, ζ exprime le ſinus de réfraction. Ceci eſt tiré de M^r. Clairaut, *Mém. de l'Acad. an. 1756.*

452. Il eſt clair que la vîteſſe du rayon après ſon paſſage dans le milieu réfringent, eſt à celle qu'il avait avant, comme le ſinus d'incidence au ſinus de réfraction.

453. Quoique par la théorie préſente l'on prouve que les ſinus d'incidence & de réfraction ſont généralement en rapport conſtant, & que ſur différentes autres preuves, tous les Opticiens admettent l'invariabilité de ce rapport, cependant M^r. d'Alembert ne la croit bien établie que lorſque les angles d'incidence & de réfraction ſont petits. Nommant h le ſinus d'incidence, il prend pour exprimer le ſinus de réfraction (quelle que ſoit la cauſe qui la produit) la ſuite indéfinie $ha+h^m a'+h^n a''+$, &c. dans laquelle a, a', a'', ſont des fonctions qui dépendent de la vîteſſe & de la maſſe des corpuſcules de lumière, & de la différence de denſité des deux milieux; & m, n, &c. des nombres poſitifs plus grands que l'unité. Or comme cette formule fait voir que les ſinus d'incidence & de réfraction ſont en raiſon ſenſiblement conſtante, lorſque h eſt fort petit, le ſinus de réfraction ſe réduiſant ſenſiblement à ha, quelle que ſoit la cauſe de la réfraction, M^r. d'Alembert conclut que l'invariabilité du rapport des ſinus d'incidence & de réfraction eſt aſſez bien établie par la théorie, lorſque ces angles ſont petits; au lieu qu'il n'en eſt pas de même quand ils ſont grands : il n'y a alors, ſelon ce grand Géometre, que l'expérience qui puiſſe nous aſſurer de cette invariabilité. Et il eſt évident que les expériences qu'on entreprendra dans cette vue, doivent être faites avec beaucoup de ſoin & d'exactitude & à différentes repriſes ſur des angles fort grands. (*Opuſc. Math. tom. III.*)

454. Si, comme on l'a fait pour expliquer la diverſe réfrangibilité des rayons colorés, on ſuppoſe à ces rayons des vîteſſes différentes, il ſera facile d'en déterminer le rapport. Car ſoit g la vîteſſe des rayons d'une eſpece quelconque, & $\frac{1}{m}$ leur rapport de réfraction, g' la vîteſſe des rayons d'une autre eſpece, & $\frac{1}{m'}$ leur rapport de réfraction, on aura (en ſuppoſant toujours que le milieu agiſſe de la même manière ſur les rayons de différentes couleurs) $\frac{1}{m}=\sqrt{[1+\frac{2(A-X')}{gg}]}$, & $\frac{1}{m'}=\sqrt{[1+\frac{2(A-X')}{g'g'}]}$, d'où l'on déduit aiſément $\frac{1}{mm}-1:\frac{1}{m'm'}-1::g'g':gg$, & par conſéquent $\frac{g}{g'}=\frac{m\sqrt{1-m'm'}}{m'\sqrt{1-mm}}$.

455. Si, par exemple, on demandait le rapport de la vîteſſe des rayons rouges à cette

cette force devient trop puiſſante pour laiſſer paſſer aucun rayon, & en conſéquence occaſionne des réflexions totales :) à quoi l'on peut ajoûter que les ſurfaces des corps tranſparens qui ont la plus grande force réfringente, réfléchiſſent auſſi la plus grande quantité de lumière, comme nous le verrons dans le Chapitre ſuivant.

189. Des différens rapports des ſinus d'incidence & de réfraction dans un grand nombre de corps, Mr. Newton conclut que les forces des corps pour réfléchir & rompre la lumière, ſont à très-peu près proportionnelles à leurs denſités, à l'exception cependant des corps gras & ſulphureux, leſquels rompent la lumière plus fortement que les autres corps de même denſité. Sur quoi il ſemble, dit Mr. Newton, qu'on ſoit en droit d'attribuer le pouvoir réfringent de tous les corps principalement, ſinon entiérement, aux parties graſſes & ſulphureuſes qu'ils contiennent. Car il eſt probable que les corps abondent plus ou moins en ſoufres ; & comme la lumière réunie par un miroir ardent, agit plus fortement ſur les corps ſulphureux, les convertit en feu & en flamme, de même, toute action étant réciproque, les ſoufres doivent agir le plus puiſſamment ſur la lumière. Or on ne peut révoquer en doute l'action mutuelle des corps & de la lumière l'un ſur l'autre, ſi l'on conſidere que les corps les plus

celle des violets, ayant vu ci-devant que le rapport de réfraction des premiers eſt $\frac{77}{50}$, & que celui des ſeconds eſt $\frac{78}{50}$, on aurait en ſuppoſant que g & $\frac{1}{m}$ ſoient pour les rayons rouges, & g' & $\frac{1}{m'}$ pour les violets, $\frac{g}{g'} = \frac{\sqrt{28 \times 28}}{\sqrt{27 \times 27}} = 1 + \frac{1}{44}$ à peu près ; c'eſt-à-dire, que la viteſſe des rayons rouges eſt de $\frac{1}{44}$ plus grande que celle des rayons violets. (*Voyez le troiſième Volume des Opuſcules de Mr. d'Alembert.*)

456. On a tenté de ſubſtituer à l'attraction que les milieux réfringens ſont ſuppoſés exercer ſur la lumière, une cauſe méchanique. On a imaginé ces milieux environnés d'une atmoſphere très-déliée qui pouſſe la lumière vers eux ; on a donné aux milieux plus denſes une atmoſphere plus forte, & on a ſuppoſé que quand deux milieux réfringens ont une ſurface commune, leurs atmoſpheres ſe confondent & n'en font plus qu'une qui pouſſe les corpuſcules de lumière vers le milieu le plus denſe. On voit aiſément que ces atmoſpheres fourniſſent une explication de la réfraction tout-à-fait ſemblable à celle de Mr. Newton ; tout ce qu'il y a à obſerver, c'eſt que la force des petites atmoſpheres ceſſe ſi-tôt que le corpuſcule atteint la ſurface réfringente, au lieu que l'attraction ne ceſſe d'agir, comme nous l'avons vu, ſur le corpuſcule, que lorſqu'il eſt parvenu dans le milieu réfringent à une certaine profondeur. Au reſte l'explication de la réfraction par de petites atmoſpheres, ſouffre des difficultés. (*Voyez le Traité des fluides de Mr. d'Alembert*, *Art.* 330).

denſes qui réfléchiſſent & rompent le plus fortement la lumière, ſont auſſi ceux qui s'échauffent le plus au ſoleil en été, par l'action de la lumière réfléchie ou réfractée du ſoleil. Si on conçoit que les corps ayent une denſité exactement proportionnelle à leur pouvoir réfringent, on pourra la nommer leur denſité réfringente.

190. La direction de la force réfractive d'un milieu ſur les particules de la lumière eſt par-tout perpendiculaire à la ſurface réfringente. Car ſoit que cette force ſoit une attraction réelle, ſoit que le milieu ſoit traverſé par un fluide ſubtil & élaſtique, plus denſe par degrés & plus élaſtique hors de ce milieu que dedans, lequel par cette plus grande élaſticité pouſſe la lumière vers le milieu, & par conſéquent que la force dont nous parlons, ſoit une véritable impulſion, ou qu'enfin elle ſoit tout ce qu'on voudra, pourvu que le milieu ſoit uniforme dans toutes ſes parties, ſon pouvoir immédiat ſur la lumière même, ou ſur le fluide ſubtil qui agit ſur elle, aura le même degré de force dans chaque point d'un plan parallele à la ſurface réfringente, quoique ſon degré de force change en allant de ce plan à celui qui en eſt le plus proche, & delà à tous ceux qu'on peut imaginer dans l'eſpace où ce pouvoir s'étend de part & d'autre de la ſurface du milieu réfringent. Ainſi l'étendue de ce pouvoir ſera terminée par deux plans paralleles l'un à l'autre & à cette ſurface ; & l'eſpace renfermé entr'eux, peut être nommé l'eſpace d'activité, ſoit que la force qui s'y exerce ſoit attractive ou répulſive. Tout cela ſuppoſé, je dis que la force du milieu agira ſur la lumière, ſoit en l'attirant, ſoit en la repouſſant, ſuivant des perpendiculaires à ſa ſurface. Car ſoit p une particule de lumière ſur laquelle agiſſe une puiſſance quelconque qui ſoit uniforme dans la ligne de parallele à la ſurface réfringente AB, & pc perpendiculaire à ces paralleles, coupant de en c ; il eſt évident que la puiſſance qui agit en c, mouvra la particule p dans la droite pc ; & prenant deux points quelconques d, e, de part & d'autre, & à égales diſtances de c, les forces en d & en e étant égales, & agiſſant à égales diſtances pd, pe également inclinées à pc, ne peuvent mouvoir p dans d'autre direction que ſuivant celle de pc ; & ce qui a été dit des forces égales dans la ligne de, eſt applicable à celles qui agiſſent dans les autres

Fig. 361 & 362.

lignes paralleles à AB, c'eſt-à-dire, à la puiſſance totale du milieu réfringent.

191. Maintenant lorſqu'un rayon de lumière entre perpendiculairement dans l'eſpace d'activité, ſes particules ſont accélérées ou retardées dans la même direction perpendiculaire, ſelon que la force du milieu agit dans le ſens de la direction de leur mouvement, ou dans un ſens contraire; & après que ces particules ont traverſé cet eſpace dans ſon entier, elles recommencent à ſe mouvoir d'une vîteſſe uniforme. Mais ſi un rayon op ou sr entre obliquement dans l'eſpace d'activité $klmn$, la force du milieu agiſſant alors obliquement ſur les particules de ce rayon, les détournera de leur route, en leur faiſant décrire une courbe pqr, pendant qu'elles traverſent cet eſpace. Car la lumière ayant comme tous les corps, la propriété de ſe mouvoir en ligne droite tant qu'aucune force oblique ne trouble ſon mouvement, on peut raiſonnablement en conclure que, lorſqu'elle ſouffre l'impreſſion d'une force ſemblable, elle doit ſuivre les loix du mouvement que ſuivent généralement tous les autres corps. Ainſi la force du milieu exerçant obliquement ſon action ſur la lumière, puiſque la direction que nous avons ſuppoſée à la lumière en dernier lieu eſt oblique à cette force, elle la détournera & lui fera prendre à chaque inſtant une direction nouvelle; mais ſi-tôt que la lumière aura traverſé tout l'eſpace d'activité, elle ſe mouvra en ligne droite; car étant attirée ou repouſſée également de tous les côtés, ſon mouvement eſt auſſi libre que ſi elle ne l'était point du tout, ou que ſi elle ſe mouvait dans un eſpace vuide. Fig. 363.

Ainſi on voit que la réfraction de la lumière ſe fait de la même manière, que ſi une pierre était lancée dans la direction op, & obligée par ſa peſanteur de s'en éloigner, & de décrire une courbe pqr, ou qu'étant jettée ſuivant sr, elle ſe détournât & décrivît la courbe rqp en montant; après quoi, ſuppoſant que l'attraction de la terre ne paſſe pas la ligne kl, la pierre continuerait ſon mouvement dans une ligne droite po. Or la gravité de la pierre peut être aſſez grande, ou la force de projection aſſez faible, ou enfin la direction du mouvement aſſez oblique à l'horiſontale kl pour que la pierre ne puiſſe s'élever juſqu'à cette ligne: dans ce cas elle deſcendra du point le plus élevé de ſa route, en décrivant une courbe parfaitement ſemblable Fig. 364.

& égale à celle qu'elle avait décrite en montant ; & ſi l'on ſuppoſe que la peſanteur ceſſe par-tout au-deſſous de la ligne *mn*, la pierre continuera de ſe mouvoir dans la direction du dernier petit côté de cette courbe. Ceci forme un cas pareil à celui des réflexions à la ſurface ultérieure des milieux denſes, lorſque le rayon incident eſt tellement incliné à cette ſurface, qu'il y eſt réfléchi & forcé par conſéquent de reſter dans ce milieu. Juſqu'ici j'ai ſuppoſé le milieu réfringent contigu à un eſpace vuide ; mais la réflexion & la réfraction ſe font de la même manière à la ſurface commune de deux milieux quelconques. Car puiſque les forces ſéparées des milieux agiſſent dans les mêmes lignes perpendiculaires à leur ſurface commune, & ſuivant des directions oppoſées, la lumière ſera affectée par la différence de ces forces de la même manière que ci-devant ; & ſi les milieux ont des forces égales, elles ſe détruiront l'une l'autre, & il n'y aura par conſéquent ni réflexion, ni réfraction. On a déja obſervé que l'eſpace d'activité eſt d'une largeur extrêmement petite, & que l'on peut conſéquemment conſidérer dans les expériences, l'incurvation du rayon comme ſe faiſant dans un point phyſique.

192. Pour produire, ſuivant cette théorie, toutes les couleurs avec leurs différens degrés de réfrangibilité, il ne faut qu'une choſe, c'eſt que les rayons de lumière ſoient compoſés de parties de groſſeurs différentes pour chaque eſpece de rayons *. Les plus petites donneront le violet, la plus faible & la plus

* Les rayons colorés étant différemment réfrangibles, on a cherché quelle en pouvait être la cauſe. On conçoit facilement qu'il a fallu recourir aux hypothéſes, & qu'on en a fait de différentes. Nous ne parlerons que de celles qui ſuppoſent la Théorie de M^r. Newton ſur la réfraction.

457. D'abord on a fait dépendre la différente réfrangibilité de la différence des maſſes des particules de la lumière ; parce qu'on s'eſt perſuadé que des maſſes différentes devaient être détournées différemment par l'action des milieux ; que celles qui étaient plus conſidérables devaient l'être moins, & que celles qui étaient plus petites, devaient l'être davantage ; & en conſéquence on a ſuppoſé les rayons rouges compoſés des corpuſcules lumineux qui avaient le plus de groſſeur, & les violets de ceux qui en avaient le moins. Mais lorſqu'on a penſé à cette hypothéſe, on n'a pas ſans doute fait attention que, ſuivant les principes de méchanique, un très-gros boulet & une balle lancés obliquement, ſuivant la même direction, & en leur donnant la même viteſſe, décrivent, abſtraction faite de la réſiſtance de l'air, la même courbe ; & qu'il en doit être de même des corpuſcules de lumière, quelle que ſoit la différence de leur maſſe, lorſqu'ils ſont entrés dans l'eſpace où le milieu réfringent exerce ſon action.

458. On a attribué avec plus de raiſon la différence des réfrangibilités à la diffé-

obſcure des couleurs, & ſeront celles que les ſurfaces réfringentes détourneront le plus de leur route; les autres à proportion qu'elles auront plus de groſſeur, produiront des couleurs

rence des viteſſes des corpuſcules lumineux. Dans cette hypothéſe, les rayons rouges ſont compoſés des parties qui ſe meuvent avec le plus de viteſſe; les rayons violets ſont ceux dont les parties en ont le moins; & les autres eſpeces de rayons colorés ont des viteſſes intermédiaires. Or il eſt viſible qu'avec ces viteſſes différentes, il faut néceſſairement que les corpuſcules lumineux décrivent dans l'eſpace d'activité des milieux, des courbes différentes, & conſéquemment que les rayons colorés ſe ſéparent l'un de l'autre en traverſant cet eſpace.

459. Cette hypothéſe, quoique plus fondée que l'autre, ſouffre cependant des difficultés. On objecte, par exemple, que ſi les rayons ont des viteſſes différentes, comme on le ſuppoſe, il doit néceſſairement arriver que dans l'apparition ſubite d'un corps lumineux très-éloigné, par exemple, dans l'émerſion des ſatellites de Jupiter, il y ait une différence ſenſible dans le tems que ces rayons mettent à en venir; & que les rayons rouges faiſant leur impreſſion avant les autres, enſuite les orangés, conjointement avec ces rouges, &c. le corps lumineux ou le ſatellite, paraiſſe d'abord rouge, enſuite d'un rouge mêlé d'orangé, puis de l'eſpece d'orangé réſultant du rouge, de l'orangé & du jaune mêlés enſemble, &c. avant de paraître blanc: ce qu'on n'obſerve cependant jamais.

460. Et pour rendre l'objection plus preſſante, on a fait remarquer que quand Jupiter eſt en quadrature avec le ſoleil, tems auquel on obſerve le plus commodément les éclipſes des ſatellites de Jupiter, la lumière eſt environ $41'$ à venir de cette planette à la terre; que par conſéquent dans les immerſions & dans les émerſions des ſatellites, il doit y avoir près d'une minute de différence entre l'arrivée des rayons rouges & des rayons violets, puiſque nous avons vu ci-devant que la différence de viteſſe de ces rayons eſt d'un 44^e; ainſi le ſatellite devrait paraître violet au moment de l'immerſion, & rouge au moment de ſon émerſion. Or on n'a rien obſervé de ſemblable; donc l'on ſuppoſe fauſſement que les rayons ayent des viteſſes différentes.

461. On peut répondre avec Mr. de Mairan, que cette objection ſuppoſe en nous au moment de l'illumination du ſatellite, une ſoudaineté de ſentiment qui eſt phyſiquement impoſſible, & qui eſt démontrée telle par l'expérience. » Car a-t-on » conſtaté, dit Mr. de Mairan, que depuis » le commencement de l'émerſion, juſqu'à » celui de la perception, il ne ſe ſoit pas » écoulé 6, 15 ou 20 ſecondes, & autant » de tems qu'il en faut pour le mêlange » des rayons colorés? ou plutôt n'eſt-il pas » certain qu'il s'en eſt écoulé beaucoup » davantage? Le premier ſatellite de Jupi- » ter, celui dont les immerſions & les » émerſions ſont les plus promptes, eſt, par » les Tables de Mr. Caſſini, environ $7'$ à » s'éclipſer, ou à ſe dégager entiérement » de l'ombre. Quelle eſt donc la portion » de ſon diſque qui doit en être dégagée, » pour que ſon illumination devienne ſen- » ſible ſur la terre? Eſt-ce la moitié, le » tiers ou le quart? & mille circonſtances » phyſiques de la part de l'objet ou de » l'Obſervateur, n'y apporteront-elles » point de variation? Ce qui eſt conſtant, » c'eſt que d'une lunette de 10 pieds à » une de 16, la différence eſt déja d'en- » viron $30''$, dont la plus longue lunette » voit le premier ſatellite plutôt, ou le » perd plus tard. Prolongez la lunette, & » vous aurez $40''$, $50''$, &c. de manière » qu'il eſt à préſumer qu'avec les plus » grandes & les plus excellentes lunettes » dont on ſe ſoit ſervi juſqu'à préſent, » on eſt demeuré bien loin de ce premier » inſtant d'illumination que l'objection ſup- » poſe, & par conſéquent que le mêlange » des parties de la lumière de différente » réfrangibilité a eu plus de tems qu'il n'en » faut pour ſe faire à la diſtance, & au lieu » même où ſe trouve l'Obſervateur».

» Les ſatellites de Saturne, ajoûte Mr.

plus fortes & plus brillantes, comme le bleu, le vert, le jaune & le rouge, & ſeront plus difficilement & par conſéquent moins
Fig. 365. détournées à proportion de leur groſſeur. Car les particules de différentes groſſeurs qui entrent dans l'eſpace d'activité *klmn*, en ſuivant la route *op*, ayant des forces différentes, peuvent décrire différentes courbes *pa*, *pb*, *pe*, & par conſéquent ſortiront de cet eſpace ſous des angles différens.

» de Mairan, près de deux fois auſſi éloi-
» gnés de la terre que ceux de Jupiter, ni
» les Fixes même ne fourniſſent rien de plus
» favorable à l'objection. Au contraire,
» comme les vîteſſes de la lumière ſont ſup-
» poſées uniformes dans l'hipothéſe, & que
» ſes radiations ou illuminations à diverſes
» diſtances, ſuivent la raiſon inverſe des
» carrés, il eſt vraiſemblable que la diffi-
» culté de l'appercevoir, & que les inter-
» valles de tems, entre ſon apparition &
» notre perception, croîtront bien davan-
» tage que ceux que donnent les différentes
» vîteſſes de ſes parties ». (*Mém. de l'Acad. année 1738.*)

462. Au reſte, pourquoi ne faire dépendre la différence de réfrangibilité que de la maſſe ou de la vîteſſe des corpuſcules lumineux, ſans y faire entrer pour quelque choſe l'action du milieu réfringent ? quelle néceſſité y a-t-il de ſuppoſer, comme on le fait dans ces hypothéſes, que le milieu agit de la même manière ſur toutes les eſpeces de rayons ? ne ſerait-on pas auſſi fondé & peut-être plus à prétendre que l'intenſité de ſon action eſt différente pour les rayons de chaque eſpece. » Les corpuſ-
» cules de lumière de différente réfrangibi-
» lité, dit Mr. d'Alembert, peuvent diffé-
» rer entr'eux, non-ſeulement par la vîteſſe
» mais auſſi par la maſſe, par la figure,
» par la nature de la matière qui les com-
» poſe; or n'eſt-il pas poſſible que ſi les
» rayons different de la ſorte, l'action que
» le milieu réfringent exerce ſur les corpuſ-
» cules de lumière, ait une intenſité d'action
» différente pour les différentes ſortes de
» rayons. » (*Voyez le troiſieme volume de ſes Opuſcules.*)

463. De la correſpondance de la couleur & du degré de réfrangibilité des rayons colorés, il paraît ſuivre que ſi les rayons ont des vîteſſes différentes dont leur réfrangibilité dépende, leur couleur en dépend auſſi. Or ſuppoſant en même tems que les milieux denſes attirent effectivement les rayons à leur entrée, & par conſéquent en augmentent la vîteſſe, il en réſulterait, ſuivant Mr. d'Alembert, que les rayons qui paſſent, par exemple, de l'air dans l'eau, devraient être dénaturés à leur paſſage, enſorte que les rayons rouges deviendraient ou plus rouges ou d'une couleur différente, & que les rayons violets deviendraient rouges & même d'un rouge plus foncé que ne l'étaient les rayons rouges avant d'entrer dans l'eau. Car par la Note 454 on a $\frac{g'}{g} = \frac{m'\sqrt{1-mm}}{m\sqrt{1-m'm'}} > m'$ (à cauſe que m' & m ſont des fractions qui different peu l'une de l'autre), & par conſéquent la vîteſſe $\frac{g'}{m'}$ des rayons violets dans le milieu réfringent où ils ſont entrés, eſt plus grande que la vîteſſe g des rayons rouges avant leur paſſage dans ce milieu.

464. Mr. d'Alembert paraît ſoupçonner que ce pourrait être pour cette raiſon, ou du moins pour quelqu'autre ſemblable, que les plongeurs voyent dans l'eau les objets de couleur rouge, comme le prouve l'Expérience de Mr. Halley, rapportée Note 422.

465. Et s'il eſt vrai que la vîteſſe de la lumière reçoive de l'augmentation, lorſqu'elle paſſe d'un milieu rare dans un milieu denſe, cette augmentation de vîteſſe doit avoir lieu dans ſon paſſage au travers de l'atmoſphere; mais alors ne devrait-elle pas dénaturer la couleur des rayons, telle quelle eſt au ſortir du corps du ſoleil ? (*Mr. d'Alembert, Opuſc. Math. tom. III*).

193. Ainſi la réfraction peut ſéparer & écarter l'un de l'autre les rayons de différente eſpece dont la lumière eſt compoſée, tandis que la réflexion ne peut rien de ſemblable. Car ſi les corpuſcules lumineux ont à leur incidence une direction *op* ſi oblique à l'eſpace d'attraction *klmn*, qu'ils ſoient tous repouſſés dans le même milieu, ils retourneront ſuivant des paralleles *rs*, *tv*, *xy*, inclinées à cet eſpace ſous les mêmes angles que la ligne *op* qu'elles ſuivaient à leur incidence : de même que pluſieurs boulets de différentes groſſeurs tirés avec un canon *op* dans une ſituation fixe quelconque, & chaſſés avec des forces différentes, décriront différentes courbes telles que *pdr*, *pet*, *pfx*, &c. & cependant rencontreront tous la terre en *r*, *t*, *x*, &c. ſous des angles égaux chacun à l'angle d'élévation en *p*. Or l'eſpace d'activité étant très-étroit, les paralleles *rs*, *tv*, *xy*, &c. ſeront tellement ſerrées, que les ſenſations produites par les particules de lumière ſéparées, ne ſe diſtingueront point, & par conſéquent que la lumière réfléchie & la lumière incidente paraîtront de la même couleur. Et lorſque la lumière incidente eſt compoſée de différens rayons, quoique les particules de chaque rayon ſoient un peu ſéparées après la réflexion, & ſe meuvent dans différentes lignes, cependant ces différentes lignes ſeront mêlées enſemble, & conſéquemment la lumière réfléchie paraîtra blanche ou de la même couleur que la lumière incidente. Fig. 365.

194. Par ce que j'ai cité de M^r. Newton dans le 185^e Article, ſon ſentiment ſur la cauſe de la réflexion de la lumière, & ſur la manière dont elle ſe fait à la rencontre des corps opaques, & à la première ſurface des corps tranſparens, paraît ſe réduire à ceci. Suppoſons que la puiſſance attractive du milieu denſe *ABCD* ſe termine à la ligne *kl*, & qu'à cette ligne commence la force répulſive, laquelle s'étende juſqu'à la parallele *hi* ; il eſt clair que ſi un rayon *op* paſſe de l'air dans l'eſpace *hikl* où la répulſion a lieu, il ſera obligé de ſe détourner ſans ceſſe par l'oppoſition perpetuelle de la puiſſance répulſive, & décrira par conſéquent une courbe *pqr*, juſqu'à ce qu'il ſorte de cet eſpace en *r* ſous un angle égal à celui ſous lequel il y était entré, après quoi il continuera ſon mouvement dans une ligne droite *rs*. Tel eſt le cours du rayon lorſque ſon mouvement eſt faible, ou que la force répulſive eſt aſſez grande pour l'empêcher d'entrer dans Fig. 366.

l'eſpace d'attraction *klmn*; car s'il entre dans cet eſpace, au lieu d'être réfléchi, il ſera rompu & paſſera dans le milieu denſe. Et dans le vrai, les ſurfaces de tous les corps tranſparens réfléchiſſent toujours une partie de la lumière incidente, tandis qu'elles rompent le reſte. M^r. Newton conſidere auſſi la cauſe de cet effet dans ſon Optique.

195. Delà il ſemble ſuivre que la puiſſance répulſive d'un milieu denſe eſt moins étendue ou plus faible que la force attractive. Car ſi l'inflexion d'un rayon produite par la puiſſance répulſive, n'était pas moindre que l'inflexion contraire occaſionnée par l'attractive, la réfraction au paſſage dans un milieu denſe, ne ſe ferait pas toujours vers la perpendiculaire, comme cela arrive toujours. Nous devons obſerver encore qu'un rayon rompu eſt courbé à ſon paſſage dans le milieu réfringent, ſucceſſivement en deux ſens différens, de ſorte que la courbe qu'il décrit en traverſant l'eſpace où regnent les forces répulſive & attractive, eſt d'abord concave vers le milieu où il eſt, & enſuite convexe, le point d'inflexion de cette courbe étant à la ſurface qui ſert de limites au pouvoir des deux forces; & M^r. Newton a remarqué qu'un rayon ſouffre un détour ſemblable en paſſant près des parties ſaillantes & anguleuſes des corps. Il s'enſuit encore que la puiſſance répulſive ne s'étend pas à une diſtance ſenſible du milieu, car ſi elle avait quelqu'étendue, on s'en appercevrait par une incurvation ſenſible du rayon, ce qui eſt contraire à l'expérience.

CHAP.

CHAPITRE VIII.

De la tranſparence, de l'opacité & des couleurs des corps naturels.

196. LES ſurfaces des corps tranſparens qui réfléchiſſent la lumière en plus grande quantité, ſont celles qui ont la plus grande force réfringente, c'eſt-à-dire, celles qui ſéparent des milieux dont les denſités réfringentes différent le plus ; & dans les confins des milieux également réfringens, il ne ſe fait point de réflexion. On apperçoit aiſément l'analogie qu'il y a entre la réflexion & la réfraction, ſi l'on conſidere que lorſque la lumière paſſe obliquement d'un milieu dans un autre, qui rompt les rayons en les écartant de la perpendiculaire, plus la denſité réfringente de ces milieux eſt différente, moins il faut d'obliquité dans l'incidence, pour occaſionner une réflexion totale (*Art. 17*). Les ſurfaces qui rompent le plus la lumière, réfléchiſſent donc le plutôt toute celle qui tombe deſſus ; d'où l'on doit conclure qu'elles ont la plus grande force réfléchiſſante.

Mais ce qui rend la vérité de cette propoſition encore plus ſenſible, c'eſt qu'à la ſurface qui ſépare deux milieux tranſparens, tels que l'air, l'eau, l'huile, le verre commun, le criſtal, les verres métalliques, les verres d'Iſlande, &c. la réflexion eſt plus ou moins forte, ſelon que la puiſſance réfringente de cette ſurface eſt plus ou moins grande. Car la réflexion eſt plus forte à la ſurface commune de l'air & du ſel gemme, qu'à celle de l'air & de l'eau ; plus forte encore à celle de l'air & du verre commun ou du criſtal, & encore plus à celle de l'air & du diamant. Si l'on plonge dans l'eau quelqu'un de ces corps ſolides tranſparens ou d'autres ſemblables, la réflexion en devient beaucoup plus faible qu'auparavant ; elle le devient encore davantage, ſi on les plonge dans des liqueurs plus réfringentes que l'eau, telle que l'huile de vitriol ou l'eſprit de térébenthine bien rectifié. Si on imagine l'eau diviſée en deux parties par une

ſurface quelconque, il ne ſe fait point de réflexion à cette ſurface, ou ce qui eſt la même choſe, dans les confins de ces deux parties. Dans les confins de l'eau & de la glace la réflexion eſt très-petite; dans les confins de l'eau & de l'huile elle eſt un peu plus grande; elle l'eſt encore davantage dans les confins de l'eau & du ſel gemme, & plus encore dans les confins de l'eau & du verre ou du criſtal, ou d'autres ſubſtances plus denſes, ſelon qu'il y a plus ou moins de différence dans les forces réfringentes de ces milieux : d'où il ſuit que la réflexion doit être faible dans les confins du verre commun & du criſtal, & qu'elle doit être plus forte dans les confins du verre commun & d'un verre métallique, quoique je ne m'en ſois pas encore aſſuré par aucune expérience. Mais dans les confins de deux verres d'égale denſité, par exemple, de deux objectifs d'un long foyer appliqués & preſſés doucement l'un contre l'autre, il ne ſe fait point de réflexion ſenſible. Car on peut voir les objets par des rayons tranſmis obliquement au travers de la tache ronde & noire que forment ces verres à l'endroit où ils ſe touchent, tandis qu'on ne le peut au travers des autres endroits où la lumière eſt réfléchie, & où il y a de l'intervalle entre les verres. Il en doit être de même de la ſurface qui ſépare deux morceaux de criſtal, ou deux liqueurs, à laquelle il ne ſe fait point de réflexion. Ainſi la raiſon pour laquelle des milieux d'une tranſparence uniforme, tels que l'eau, le verre, le criſtal, &c. ne réfléchiſſent point ſenſiblement la lumière, ſi ce n'eſt à leurs ſurfaces extérieures, par leſquelles ils touchent à d'autres milieux d'une denſité différente de la leur, c'eſt que toutes leurs parties contigues ont abſolument la même denſité; de ſorte que cette uniformité de denſité des parties contigues de ces milieux, eſt une condition néceſſaire à la tranſparence de la maſſe entière. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 284 & ſuiv.*)

197. Les plus petites parties de preſque tous les corps naturels ſont en quelque ſorte tranſparentes; & l'opacité des corps eſt occaſionnée par la multitude de réflexions que la lumière ſouffre dans leur intérieur. C'eſt ce qui a déja été remarqué par d'autres, & dont ceux qui ont fait quelqu'uſage du microſcope conviendront aiſément. On peut auſſi s'en aſſurer en mettant tel corps qu'on voudra vis-à-vis du trou par lequel on introduit un

trait de lumière dans une chambre bien fermée ; car quelque grande que ſoit l'opacité de ce corps, s'il a un degré ſuffiſant de tenuité, il paraîtra alors très-évidemment tranſparent. Il faut cependant excepter de ce nombre les corps blancs métalliques, qui par leur exceſſive denſité ſemblent réfléchir preſque toute la lumière qui tombe ſur leur première ſurface, à moins que ces ſubſtances ne ſoient réduites en très-petites parties, étant diſſoutes dans des menſtruës convenables ; car alors elles deviennent tranſparentes. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 287.*)

198. Les corps opaques & colorés ont entre leurs parties pluſieurs eſpaces qui ſont ou vuides, ou remplis par des milieux dont la denſité eſt différente de celle de ces parties. Ainſi l'eau remplit tous les petits intervalles que laiſſent entr'eux les corpuſcules colorés dont une liqueur eſt impregnée & teinte ; l'air ſe rencontre par-tout entre les parties aqueuſes qui compoſent les nuages & les brouillards ; & quoiqu'il y ait entre les parties des corps durs, des eſpaces qui ne contiennent ni air ni eau, ils ne ſont peut-être pas pour cela abſolument vuides, & il ſe peut qu'ils ſoient remplis de quelqu'autre ſubſtance. Cette propoſition eſt évidente par les deux Articles précédens. Car par le dernier de ces Articles, il y a quantité de réflexions produites par les parties intérieures des corps, qui ſelon le premier, n'auraient pas lieu ſi ces parties étaient contigues, & par conſéquent ſi ces corps étaient des maſſes continues & ſans pores, puiſque nous avons vu, dans l'Article 196, que les réflexions ne ſe font qu'aux ſurfaces qui ſéparent des milieux de denſités différentes.

Ce qui prouve encore que cette interruption, cette diſcontinuité de parties, eſt la cauſe principale de l'opacité des corps, c'eſt que les corps opaques deviennent tranſparens ſi-tôt qu'on remplit leurs pores d'une ſubſtance d'une denſité égale ou preſqu'égale à celle de leurs parties. Ainſi le papier imbibé d'eau ou d'huile, la pierre qu'on nomme *Oculus mundi* trempée dans l'eau, le linge huilé, & nombre d'autres corps imbibés de liqueurs qui pénétrent & s'inſinuent dans leurs pores, deviennent par-là plus tranſparens qu'ils n'étaient avant. Au contraire les corps les plus diaphanes peuvent devenir opaques juſqu'à un certain point, ſoit en faiſant évacuer leurs pores aux ſubſtances qui les

rempliſſent, ſoit en diviſant leurs parties : tels ſont les ſels, le papier mouillé, la pierre nommée *Oculus mundi*, &c. après qu'ils ont été bien ſéchés : la corne ratiſſée ; le verre pulvériſé ; la térébenthine & l'eau, remuées & agitées enſemble, juſqu'à ce qu'elles ſoient mêlées imparfaitement ; enfin l'eau élevée en pluſieurs petites bulles, ou ſeule en forme d'écume, ou mêlée avec de l'huile de térébenthine ou d'olive, ou avec quelqu'autre liqueur convenable avec laquelle l'eau ne s'incorpore pas parfaitement. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 288 & ſuiv.*)

199. Mais pour que les corps ſoient opaques & colorés, la petiteſſe de leurs parties, & celle de leurs interſtices ne doivent pas paſſer certains termes. Car les corps les plus opaques, diviſés en parties extrêmement petites, par exemple, les métaux diſſous dans des acides, &c. deviennent parfaitement tranſparens ; & il n'y a point de réflexion ſenſible à l'endroit où les ſurfaces des objectifs dont on a parlé dans l'Article 196, ſont très-proches l'une de l'autre, ſans cependant ſe toucher. De même ſi après avoir couvert une bulle d'eau de ſavon d'un verre fort tranſparent, pour la défendre de l'agitation de l'air extérieur, on la laiſſe repoſer juſqu'à ce qu'elle ſoit devenue très-mince par l'écoulement de l'eau vers le bas, il ſe formera au haut de cette bulle où elle eſt la plus mince, une tache noire & ronde, comme entre les objectifs ; & cette tache ſe dilatera continuellement, juſqu'à ce que la bulle creve. Or cette tache paraît noire & tranſparente parce qu'à cet endroit de la bulle il ne ſe fait point de réflexion ſenſible, au lieu que les côtés de la bulle qui ont plus d'épaiſſeur que le haut, paraiſſent colorés & opaques par une forte réflexion.

Je crois que ce ſont là les cauſes de la tranſparence de l'eau, du ſel, du verre, des pierres, & d'autres ſubſtances ſemblables. Car diverſes conſidérations portent à croire que ces corps ont autant de pores ou d'interſtices entre leurs parties que les autres, mais que leurs parties ſont trop petites, & leurs interſtices trop étroits, pour occaſionner des réflexions à leurs ſurfaces communes. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 290.*)

200. Les taches noires qu'on apperçoit au haut de la bulle d'eau de ſavon, & au milieu des objectifs appliqués & preſſés l'un contre l'autre, ſont toujours environnées d'une multitude

d'anneaux concentriques de toutes sortes de couleurs*; & comme la couleur de chaque anneau est la même dans toute sa circonférence, & qu'elle est différente dans différens anneaux, il est

* Ce que l'Auteur dit dans cet Article des anneaux colorés qui se manifestent entre les objectifs & sur la surface de la bulle d'eau, étant un peu succinct, & ayant cependant des applications utiles, nous croyons devoir y suppléer en détaillant un peu plus les singularités principales de ce curieux phénomene. (*Ce qu'on va voir est extrait du II Liv. de l'Opt. de Mr. Newton.*)

466. Mr. Newton ayant pressé fortement deux prismes l'un contre l'autre, afin de faire toucher le plus qu'il était possible deux de leurs côtés qui se trouvaient un peu convexes, remarqua avec surprise, autour de l'endroit où ces côtés se touchaient, des lignes colorées en forme de chonchoïdes. Frappé de la singularité du phénomene, il se proposa de le suivre & de l'examiner avec toute l'attention dont il était capable, & dans cette vue substitua aux prismes des objectifs d'un long foyer.

467. Il appliqua un verre convexe des deux côtés, de 50 pieds de foyer, sur le côté plan d'un verre plan convexe dont le foyer était de 14 pieds. En pressant legerement ces deux verres, il observa plusieurs anneaux différemment colorés sortir successivement du centre, lesquels croissaient en diametre & diminuaient en même tems en largeur à mesure qu'il pressait davantage; & lorsqu'il eut porté la pression assez loin, il se forma au centre commun de ces anneaux une tache noire & ronde, qui devenait d'autant plus grande qu'il comprimait davantage les verres : ayant ensuite diminué par degrés cette pression, jusqu'à la rendre nulle, les diametres des anneaux diminuerent aussi-tôt, en même tems leurs largeurs augmenterent, & les couleurs dont ces anneaux étaient formés, & par conséquent les anneaux mêmes furent successivement se perdre au centre.

468. Tous ces anneaux étaient séparés les uns des autres par d'autres anneaux qui paraissaient sombres & obscurs. Leurs couleurs, lorsque les verres étaient assez comprimés pour que la tache noire parût au centre, étaient en allant de cette tache à la circonférence ; bleu, blanc, jaune, rouge; VIOLET, bleu, vert, jaune, rouge; POURPRE, bleu, vert, jaune, rouge; VERT, rouge; BLEU verdâtre, rouge; BLEU verdâtre, rouge pâle; BLEU verdâtre, blanc rougeâtre. Dans les premières successions, ces couleurs étaient presque toutes très-vives. Le jaune & le rouge occupaient, dans les deux premières, le plus d'espace. Dans la 3^e & la 4^e, le vert, qui dans les premières était faible, était très-vif, & le rouge perdait beaucoup de son éclat, sur-tout dans la 4^e où il était très-imparfait. Les couleurs des dernières successions étaient de plus en plus faibles, & après la dernière succession qui n'était presque pas sensible, l'on n'appercevait plus que du blanc. Ces anneaux s'observent constamment avec le même ordre de couleurs, quels que soient les verres convexes dont on se serve, pourvu qu'ils ayent peu de courbure : des verres trop convexes ne font rien voir.

469. Mr. Newton attribuant la génération de ces couleurs aux diverses épaisseurs de la lame d'air comprise entre ces verres, mesura d'abord les diametres des six premiers anneaux dans les endroits où ils étaient le plus vivement colorés, qui étaient ceux où paraissait le jaune le plus vif, afin de pouvoir déterminer l'intervalle des verres dans ces endroits, ou l'épaisseur de l'air qui produisait ce jaune, & parvenir ensuite à déterminer l'épaisseur de l'air qui produisait chaque autre couleur. Il trouva que les carrés de ces diametres étaient dans la progression arithmétique des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, 11. Et l'un des verres étant plan & l'autre sphérique, leurs intervalles dans les endroits où ces anneaux paraissaient, devaient être dans la même progression. Ayant aussi mesuré les diametres des anneaux obscurs, il trouva que leurs carrés étaient dans la progression des nombres pairs 2, 4, 6, 8, 10, 12. Il est évident que les épaisseurs de l'air dans ces anneaux, étaient dans la même progression.

470. Il substitua d'autres objectifs au précédent afin d'être plus sûr de ces résul-

clair (tant par la figure sphérique des objectifs & de la bulle, que par la pesanteur uniforme des particules de l'eau qui descendent par-tout graduellement), que l'épaisseur de la lame d'air

tats, & au moyen des diametres dont il s'agit, mesurés avec la plus grande exactitude, & des diametres des spheres de ces objectifs, il détermina l'épaisseur de la lame d'air à l'endroit le plus obscur du premier anneau sombre; il la trouva de $\frac{1}{89000}$ de pouce, dont la moitié multipliée par la progression 1, 3, 5, 7, &c. donne l'épaisseur de la lame d'air, aux endroits les plus lumineux des anneaux colorés, c'est-à-dire, à ceux où paraissait le jaune le plus vif. Ainsi ces épaisseurs étaient $\frac{1}{178000}$, $\frac{3}{178000}$, $\frac{5}{178000}$, &c. & celles de l'air aux endroits les plus obscurs des anneaux sombres, étaient $\frac{2}{178000}$, $\frac{4}{178000}$, &c.

471. Au moyen des épaisseurs calculées de la lame d'air aux endroits les plus brillans des anneaux, Mr. Newton parvint à déterminer ses épaisseurs à chacune des couleurs de ces divers anneaux, & en forma une Table : il donne aux couleurs du premier anneau le nom de *couleurs du premier ordre*; celles du second anneau, il les appelle *couleurs du second ordre*, & ainsi des autres. On apprend par cette Table que l'épaisseur d'une lame d'air qui réfléchit le bleu du premier ordre, lequel ressemble assez au bleu du ciel, est de $2\frac{2}{3}$ millionniemes de pouce; que celle d'une lame d'air qui réfléchit le blanc du premier ordre, qui est très-vif & très-lumineux, auquel on peut rapporter celui des métaux blancs, est de $5\frac{1}{4}$ millionniemes; que les épaisseurs des lames d'air qui réfléchissent l'écarlate, le rouge, l'orangé & le jaune du second ordre, qui sont les plus foncés & les plus nets de tous, sont de $19\frac{2}{3}$, $18\frac{1}{3}$, $17\frac{2}{9}$, $16\frac{2}{7}$ millionniemes de pouce; qu'enfin celles des lames d'air qui réfléchissent le vert du 3e ordre (auquel il semble qu'on doive rapporter celui de toutes les plantes) qui est le meilleur de tous, & le bleu & le pourpre ou violet du même ordre qui sont les plus parfaits, sont respectivement de $25\frac{1}{3}$, $23\frac{2}{3}$, & 21 millionniemes de pouce.

472. Nous ne devons pas omettre que Mr. Newton observa que les anneaux paraissaient plus petits, quand il mettait l'œil perpendiculairement au-dessus des verres, dans l'axe des anneaux; & que lorsqu'il les regardait obliquement, ils devenaient plus grands & se dilataient à mesure qu'il éloignait l'œil de cet axe. Ils se dilataient si fort que lorsqu'on les regardait le plus obliquement, l'endroit de la lame d'air où ils se trouvaient, était plus de douze fois plus épais que celui où ils paraissaient quand on les regardait perpendiculairement.

473. Mr. Newton apperçut aussi des anneaux colorés en regardant au travers des deux objectifs contigus. La tache du centre qui avant paraissait noire, parut blanche, & les couleurs depuis cette tache étaient, ROUGE jaunâtre; NOIR, violet, bleu, blanc, jaune, rouge; VIOLET, bleu, vert, jaune, rouge, &c. Ces couleurs étaient très-faibles; mais si la lumière traversait fort obliquement les verres, elles devenaient assez vives. En comparant ces anneaux produits par une lumière transmise avec les premiers que donnait une lumière réfléchie, il trouva que le blanc était opposé au noir, le rouge au bleu, le jaune au violet, &c. c'est-à-dire, que l'endroit des verres qu'on voyait blanc, lorsqu'on regardait dessus, paraissait noir en regardant au travers; que l'endroit qui paraissait bleu dans le premier cas, paraissait rouge dans le second, & *vice versâ*, &c.

474. Ayant fait couler une goutte d'eau entre les deux objectifs, les anneaux devinrent plus petits & leurs couleurs plus faibles; & il trouva que les diametres de ces anneaux étaient aux diametres des anneaux semblables produits par la lame d'air, environ comme 7 à 8; d'où il conclut que les épaisseurs des lames d'eau & d'air correspondantes aux mêmes couleurs, étaient à peu près comme 3 à 4, qui est le rapport de réfraction de l'eau dans l'air : ce qui porte Mr. Newton à croire que si quelqu'autre milieu remplissait l'espace compris entre les objectifs, les épaisseurs de ce nouveau milieu & de la lame d'air qui produisent les mêmes couleurs, seraient dans le rapport de réfraction de ce milieu dans l'air.

contenue entre les verres, & celle de la bulle ſont les mêmes dans toute l'étendue du même anneau, & différentes dans différens anneaux. D'où l'on voit que la couleur particulière d'un

475. Tels ſont en abregé les principaux effets de la lumière ordinaire du jour, réfléchie ou tranſmiſe par une lame d'air ou d'eau interpoſée entre les objectifs. Ces verres illuminés dans une chambre bien fermée, par une lumière homogene, ſoit qu'elle leur fût réfléchie, ſoit qu'ils la reçuſſent directement, préſenterent encore à Mr. Newton des effets ſemblables, c'eſt-à-dire, qu'ils lui donnerent auſſi des anneaux, mais qui différaient de ceux qui ſont dûs à la lumière du jour, en ce qu'ils n'étaient que d'une ſeule couleur, de celle qui illuminait les verres, & qu'ils étaient plus diſtincts & en plus grand nombre. Nous ajoûterons à ce qu'on en dit dans le préſent Article, que les carrés des diametres de ces anneaux formés par une couleur priſmatique quelconque, étaient en progreſſion arithmétique, de même que les carrés des diametres des anneaux obſcurs compris entr'eux, préciſément comme les carrés des diametres des anneaux formés à la lumière du jour.

Toutes ces apparences étant produites par une *Lamelle* d'un milieu très-rare terminé par un plus denſe, tel que l'air ou l'eau compris entre deux verres, Mr. Newton examina quelles ſeraient celles que produiraient des lames d'un milieu denſe environné de toutes parts d'un plus rare, telles, par exemple, que des bulles d'eau, des plaques de talc de Moſcovie, &c. environnées d'air de tous côtés.

476. Une bulle d'eau de ſavon fut la première lame de cette eſpece qu'il obſerva. Après l'avoir miſe ſous un verre bien tranſparent, pour la défendre de l'agitation de l'air, il remarqua d'abord ſon ſommet environné d'anneaux concentriques différemment colorés. A meſure qu'elle s'aminciſſait par l'écoulement de l'eau dont elle était formée, ces anneaux ſe dilataient peu à peu, ſe répandaient ſur toute la bulle, & deſcendaient par ordre juſqu'au bas, où ils s'évanouiſſaient ſucceſſivement. Après que toutes les couleurs eurent paru au haut de la bulle, il ſe forma au centre des anneaux une petite tache noire comme celle qu'on apperçoit entre deux objectifs appliqués & preſſés l'un contre l'autre, laquelle ſe dilatait continuellement juſqu'à devenir de la largeur de la moitié ou des trois quarts d'un pouce avant que la bulle crevât : elle n'était pas uniformément noire ; elle renfermait pluſieurs autres taches rondes plus petites, beaucoup plus noires qu'elles ; & Mr. Newton s'aſſura que toutes ces taches réfléchiſſaient un peu la lumière.

477. Les couleurs de ces bulles étaient plus étendues & plus vives que celles de la couche d'air interpoſée entre les verres. Leur ordre était en commençant par le bas ; ROUGE, bleu ; ROUGE, bleu ; ROUGE bleu ; ROUGE, vert ; ROUGE, jaune, vert, pourpre ; ROUGE, jaune, vert, bleu, violet ; ROUGE, jaune, blanc, bleu, noir. Les couleurs des premières ſucceſſions étaient très-faibles ; celles des dernières étaient les plus vives, & elles avaient pour la plupart beaucoup d'éclat.

478. En regardant ſous différentes obliquités les anneaux colorés qui venaient à paraître au haut de la bulle, Mr. Newton trouva qu'ils ſe dilataient ſenſiblement à meſure qu'il regardait plus obliquement, quoiqu'il s'en fallût beaucoup qu'ils ſe dilataſſent autant que les anneaux (dont il a été parlé) formés par une lame d'air fort mince. Lorſqu'on les regardait avec le plus d'obliquité, l'épaiſſeur de l'eau à l'endroit où les anneaux ſe trouvaient alors, était à ſon épaiſſeur à l'endroit où ils paraiſſaient lorſqu'ils étaient vus par des rayons perpendiculaires, comme 15 ou 15 $\frac{1}{2}$ à 10 ; de ſorte que les épaiſſeurs de la lame d'air aux endroits où le même anneau ſe trouvait ſucceſſivement dans ces deux poſitions de l'œil, étant entr'elles dans le rapport de 12 à 1 (*Note* 472), l'accroiſſement des anneaux produits par la lame d'eau, eſt 24 fois moindre que celui des anneaux qu'on apperçoit ſur une lame d'air.

479. Mr. Newton remarqua que ſouvent la même partie de ces bulles, ou des parties de la même épaiſſeur vues ſous diffé-

anneau quelconque dépend d'une épaiſſeur particulière de la lame d'air ou de la bulle d'eau, à l'endroit où la lumière eſt réfléchie à l'œil. La lumière tranſmiſe au travers des objectifs ou de la

rentes obliquités, paraiſſaient de couleurs différentes; il obſerva des changemens ſemblables de couleur, mais plus petits, relatifs aux diverſes poſitions de l'œil, dans pluſieurs autres lames minces plus denſes que l'eau; & il trouva que le changement de couleur cauſé par l'obliquité de l'œil, eſt moindre dans un corps mince, à proportion que ce corps eſt plus denſe.

480. En regardant la lumière au travers de ces bulles, il obſerva que les portions annulaires, qui paraiſſaient d'une couleur lorſqu'elles étaient vues par une lumière réfléchie, paraiſſaient alors d'une autre couleur. Telle portion annulaire qui, par exemple, paraiſſait bleue par une lumière réfléchie, paraiſſait rouge par la lumière qu'elle tranſmettait. Et en général dans toutes les lames d'air, d'eau, de verre, &c. dans l'endroit même où il ſe fait une réflexion d'une certaine couleur, il s'y fait une tranſmiſſion d'une couleur différente.

481. Mr. Newton ayant mouillé des feuilles de talc de Moſcovie, qui, par leur grande tenuité, faiſaient paraître des couleurs ſemblables à celles des bulles d'eau, ces couleurs devinrent plus faibles & plus languiſſantes, ſur-tout lorſqu'il mouillait ces lames du côté oppoſé à l'œil; mais il n'apperçut jamais d'altération du côté de la couleur. D'où il conclut que la raiſon pour laquelle une lame a l'épaiſſeur convenable pour produire une certaine couleur, ſe tire uniquement de ſa denſité, & nullement de la denſité du milieu environnant. Il n'y a que la vivacité de la couleur ſur laquelle cette dernière denſité influe; car la couleur a toujours d'autant moins d'éclat que cette denſité eſt plus grande.

482. Mr. Newton obſerve encore que les couleurs produites par un corps mince tranſparent plus denſe que le milieu qui l'environne, ſont toujours plus brillantes & plus vives que celles que réfléchirait une lame d'un milieu plus rare que celui qui l'environne, dans le même rapport. Des plaques de verre très-minces environnées d'air, font paraître des couleurs beaucoup plus vives que celles que produiſent des lames d'air reſſerrées entre deux verres.

483. Puiſque nous avons vu que l'épaiſſeur de l'air était à l'épaiſſeur de l'eau, lorſque l'eau & l'air faiſaient paraître les mêmes couleurs entre les mêmes verres, comme 4 à 3, & que les couleurs des corps minces ne varient point, quoiqu'on change le milieu environnant, il s'enſuit que l'épaiſſeur d'une lame d'eau qui fait paraître quelque couleur que ce ſoit, ſera des $\frac{3}{4}$ de l'épaiſſeur de l'air qui produit la même couleur. Et l'on doit inférer de ce qui a été établi au même endroit, qu'une lame de verre doit avoir les $\frac{20}{27}$ de l'épaiſſeur d'une lame d'air, pour réfléchir la même couleur; & qu'en général pour qu'une lame mince d'un milieu quelconque réfléchiſſe la même couleur qu'une lame d'air, il faut que ſon épaiſſeur ſoit à celle de cette lame d'air dans le rapport de réfraction de ce milieu dans l'air. L'on peut donc aiſément trouver les épaiſſeurs que doivent avoir des lamelles d'eau, de verre, ou de quelqu'autre milieu réfringent, pour réfléchir les couleurs dont il a été queſtion Note 471.

Ce que nous venons de rapporter de Mr. Newton, rapproché & mis ſous un même point de vue, ſe réduit donc aux faits ſuivants.

484. 1°. Qu'une lame tranſparente trop mince ne réfléchit point la lumière, & la laiſſe paſſer toute entière.

485. 2°. Que de pluſieurs lames minces tranſparentes de la même matière, dont l'une réfléchit le violet, l'autre le bleu, la 3e le vert, la 4e le jaune, la 5e le rouge, la 6e le blanc, la plus mince de toutes eſt celle qui réfléchit le violet, la plus épaiſſe celle qui réfléchit le blanc, & que les épaiſſeurs des autres lames ſont intermédiaires entre les épaiſſeurs de celles-ci, & vont en augmentant depuis celle qui réfléchit le bleu juſqu'à celle qui réfléchit le rouge.

Au reſte quand nous diſons que la plus épaiſſe de toutes ces lames eſt celle qui renvoie le blanc, cela n'eſt exactement vrai que dans la ſuppoſition que le blanc

bulle

bulle d'eau produit auſſi des anneaux colorés ; c'eſt-à-dire, qu'en mettant ces objectifs ou cette bulle entre l'œil & la lumière, on apperçoit encore des anneaux, mais dont les couleurs ſont différentes

qu'elle réfléchit, n'ait que peu d'éclat tel que celui du papier, du linge & de la plupart des corps blancs. Car ſi l'on ſuppoſe qu'elle réfléchiſſe un blanc vif & lumineux, tel que celui du 1^er ordre, elle doit être une des plus minces.

486. 3°. Que la même couleur peut être réfléchie par des lames minces de différentes épaiſſeurs ; mais non avec la même force & la même pureté : les plus minces, à l'exception cependant de celles qui ont le plus grand degré de tenuité, la réfléchiſſent plus fortement, & paraiſſent de la couleur la plus vive & la plus homogene ; au lieu que les plus épaiſſes la réfléchiſſent toujours faiblement & ſouvent mêlangée ; de ſorte que leur couleur eſt plus ou moins faible & imparfaite.

487. 4°. Que des lames plus épaiſſes que les dernières dont on vient de parler, ou réfléchiſſent une couleur différente, ce qu'elles ne font que faiblement, ou ne renvoyent que du blanc ; c'eſt-à-dire, réfléchiſſent toutes les couleurs dans la proportion convenable pour produire le blanc.

488. 5°. Qu'une lame qui réfléchit une couleur, en tranſmet toujours une autre toute différente. Si, par exemple, elle réfléchit le rouge, elle tranſmettra le bleu ; ſi elle réfléchit le jaune, elle laiſſera paſſer le violet.

489. 6°. Que la couleur d'une lame ne dépend que de la denſité & de l'épaiſſeur de cette lame, & nullement du milieu qui l'environne : il n'y a que la vivacité qui en dépende ; car plus ce milieu eſt rare, plus la couleur a d'éclat.

490. 7°. Que toutes choſes égales d'ailleurs, une lame plus denſe que le milieu environnant, paraît toujours d'une couleur plus vive qu'une lame plus rare que le milieu dont elle eſt environnée.

491. 8°. Que dans la plupart des cas la couleur d'une lame varie ſelon la poſition de l'œil ; que les lames qui ſont plus rares que le milieu environnant, ſont celles dont la couleur éprouve les plus grandes variations, en conſéquence des diverſes obliquités ſous leſquelles on les regarde ; que la couleur de celles qui ſont au contraire d'une denſité plus grande que le milieu qui les environne, en éprouve de beaucoup moindres ; qu'enfin ſi elles ſont conſidérablement plus denſes que ce milieu, leur couleur n'en éprouve que très-peu, ou même eſt permanente.

492. 9°. Si la première d'un certain nombre de lames dont les épaiſſeurs croiſſent ſelon la progreſſion des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, &c. réfléchit une lumière homogene, la ſeconde la tranſmettra, la 3^e la réfléchira, & ainſi de ſuite ; de ſorte que les lames des rangs impairs 1, 3, 5, 7, &c. réfléchiront des rayons de la même eſpece que ceux que tranſmettront les lames des rangs pairs 2, 4, 6, 8, &c.

Mais ce n'eſt pas ſeulement entre les ſurfaces courbes des objectifs qu'il ſe manifeſte des couleurs ; on a apperçu encore le même phénomene entre deux ſurfaces planes ; & cette découverte eſt dûe à Mr. l'Abbé Mazeas, qui en détaille les particularités les plus frappantes dans les Mémoires de Berlin de 1752.

493. Si on fait gliſſer deux glaces de miroir l'une ſur l'autre, en les preſſant le plus également qu'il eſt poſſible, on éprouve bientôt de la réſiſtance, quelquefois vers le milieu, d'autrefois vers les extrémités des glaces ; & l'on apperçoit dans cet endroit pluſieurs lignes colorées, les unes d'un rouge pâle, les autres d'un vert languiſſant, leſquelles en continuant de frotter, ſe multiplient, deviennent d'une couleur plus vive, & bientôt ſont accompagnées de pluſieurs autres diſperſées avec elles, tantôt ſans ordre & tantôt dans un ordre régulier ſous la figure de cercles ou d'ellipſes concentriques. Au centre de ces ellipſes on voit une lame elliptique parfaitement ſemblable à une lame d'or qu'on aurait interpoſée entre les verres : cette lame eſt entourée de rouge pourpré, après lequel viennent les couleurs ſuivantes, qui, avec ce rouge, forment les ellipſes dont il eſt queſtion ; ſçavoir, bleu, vert, jaune

rentes de celles que la lumière réfléchie fait paraître aux mêmes endroits.

Telles ſont les apparences des anneaux colorés produits par verdâtre, rouge, vert tendre, rouge, vert affaibli, rouge languiſſant, avec quelques-autres ſucceſſions de vert & de rouge très-faibles & peu ſenſibles.

494. La lame elliptique que nous avons comparée à une lame d'or, eſt rarement d'une couleur uniforme. On voit ſouvent à ſon centre un eſpace de figure elliptique d'un bleu peu foncé, dont la couleur s'affaiblit en s'éloignant du centre, & ſe perd par degrés dans le jaune. Cet eſpace, cette lame elliptique bleue, eſt preſque toujours de peu d'étendue & même quelquefois aſſez peu ſenſible, à moins qu'on ne regarde avec une certaine obliquité; car alors il paraît plus grand, & à meſure qu'on regarde plus obliquement, il augmente en grandeur de même que toutes les ellipſes colorées. Pendant cette augmentation on voit ſe former à ſon centre une tache noire qui prend auſſi de l'étendue, mais en changeant de couleur; elle devient à peu près de celle du biſtre, au moins par ſes bords; car pour le milieu il eſt preſque toujours beaucoup plus clair.

495. En preſſant les verres au centre de la lame d'or, on fait naître la lame bleue, ſi elle n'exiſte pas déja: continuant la preſſion, elle s'agrandit & bientôt paraît à ſon centre la tache noire qui ne tarde pas à prendre la couleur du biſtre par ſes bords, tandis que ſon milieu s'éclaircit & paraît tranſmettre la lumière. En un mot la preſſion fait naître les mêmes apparences que le changement de ſituation de l'œil, à l'exception cependant que la dilatation de cette tache & de toutes les couleurs qu'occaſionne cette preſſion, eſt moins grande que celle qui eſt occaſionnée par l'autre cauſe. Quelquefois le frottement des deux ſurfaces ſuffit pour mettre les choſes dans l'état où nous venons de dire que la preſſion les met.

496. Si pour mieux obſerver la ſucceſſion des couleurs & déterminer plus ſûrement leur eſpece, on deſire avoir les couleurs mieux ſéparées & plus vives, il faut prendre, comme l'a fait M^r. Mazeas, deux verres taillés en forme de priſmes & d'un angle très-aigu, tels que ſont les biſeaux des glaces, & les joindre enſemble par leurs côtés plans, en ſe ſervant du frottement. On remarquera alors le long de la ſurface du contact, des couleurs très-vives, dont il ſera très-facile d'obſerver l'ordre & l'eſpece.

497. Lorſque les couleurs ſont formées, les glaces ſe tiennent collées avec beaucoup de force, & demeurent toujours ainſi adhérentes, ſans aucun changement ni altération de couleur. Cette adhérence eſt ſouvent ſi forte qu'on ne peut la vaincre & ſéparer les verres, qu'en les expoſant au feu.

498. Si l'on ſépare ſubitement les deux glaces, & qu'on les joigne enſuite par une ſimple appoſition, ſouvent la moindre preſſion ſuffira pour engendrer des couleurs, & l'on appercevra une lame elliptique d'un rouge faible au centre de laquelle paraîtra une tache d'un vert tendre, qui s'élargira par la preſſion, deviendra une ellipſe verte ayant à ſon centre une tache rouge, laquelle s'élargira à ſon tour en jettant de ſon centre une tache verte; & après quelques-autres ſucceſſions ſemblables de rouge & de vert, naîtront auſſi du même centre, en continuant de preſſer de plus en plus, les autres couleurs dans le même ordre ſelon lequel elles ont été primitivement engendrées par le frottement.

499. La preſſion engendre donc des couleurs entre deux ſurfaces planes comme entre deux ſurfaces courbes, mais avec cette différence que ce n'eſt jamais qu'après que ces deux ſurfaces planes en ont donné par le frottement. Si on n'en a point produit auparavant par cette voie, la preſſion la plus forte n'en donne point.

500. Si l'on ſuſpend les glaces colorées au-deſſus de la flamme d'une bougie, les couleurs diſparaiſſent tout-à-coup, & lorſque les glaces ſont grandes, elles ſe retirent vers leurs extrémités; & tenant la flamme toujours au même endroit, ces bandes colorées ſe rétreciſſent de plus en plus, & à la fin deviennent des lignes

la lumière ordinaire du jour. Mais si dans une chambre bien fermée on fait tomber une lumière homogene sur les objectifs, les anneaux qu'on voit sur ces verres par la réflexion de cette

imperceptibles. Si on retire la flamme, elles reprennent leurs premières places, & forment le même ordre qu'auparavant.

501. Nous avons vu que Mr. Newton attribuait la génération des couleurs engendrées entre deux objectifs à la lame d'air qui s'y trouve resserrée. Quoiqu'il paraisse que ce soit l'origine la plus raisonnable qu'on leur puisse donner, on ne peut se dissimuler que l'expérience que nous allons rapporter inspire des doutes assez fondés. » La » matière contenue entre mes verres, dit » Mr. Mazeas, & qui devait y être bien » comprimée, puisqu'il arrivait souvent que » ces verres adhéraient avec tant de force » qu'on ne pouvait les séparer que par » l'action du feu, cette matière, dis-je, » sortait avec précipitation d'entre les verres » aux approches de la flamme ; & celle des » objectifs mis à la même épreuve, ne don- » nait aucun changement, ni aucune altéra- » tion sensible ; il me fallait échauffer ces » objectifs jusqu'à rompre le verre inférieur » le plus près de la flamme, avant de remar- » quer la moindre dilatation dans les an- » neaux colorés. On ne peut pas dire que » ce phénomene arrivait dans les verres » plans, parce qu'ils étaient moins compri- » més que les objectifs ; car en exposant » mes glaces au-dessus de la flamme, je » les ai souvent comprimées avec force par » le moyen de tenailles, & cette compres- » sion quelque violente quelle fût, ne retar- » dait aucunement l'effet de la flamme. J'ai » fait mettre ensuite mes verres & ceux » de Mr Newton dans le vuide, en sus- » pendant les miens par le moyen d'un fil » au haut du récipient, & tenant ceux de » Mr. Newton comprimés par le moyen » de deux ressorts ; après avoir fait pomper » l'air pendant une demi-heure d'un reci- » pient fort étroit, je n'ai remarqué aucun » changement de part ni d'autre. »

502. Mais si c'est une même matière qui produit les couleurs entre les deux surfaces planes & entre les deux objectifs, d'où vient cette dilatation d'un côté, & cette insensibilité de l'autre, aux approches d'un même degré de chaleur ? si c'est l'air qui donne les anneaux colorés dans les deux objectifs, d'où vient cette inaltération constante dans ces mêmes anneaux, lorsqu'on est moralement sûr qu'il ne se trouve plus d'air dans le récipient ? Telles sont les réflexions qui se présentent naturellement après l'exposition de cette expérience, & que Mr. Mazeas ne manque pas de mettre devant les yeux, sans chercher toutefois à infirmer le sentiment de Mr. Newton. Et même il rapporte un fait qui est beaucoup en sa faveur : c'est que quand l'air adhere à quelque corps en très-petite quantité, il est tellement attiré par ce corps, qu'on a beaucoup de peine à l'en séparer, comme l'ont prouvé Mr. Hales (*Statique des Végétaux*), & Mr. Gowin Knight (*Essais sur le Magnetisme*) ; & comme Mr. l'Abbé Nollet dit l'avoir souvent éprouvé, en voulant retirer l'air de quelque tube fort étroit.

503. Mr. Mazeas rapporte encore un fait bien singulier & bien embarrassant. Ayant placé sur une braise ardente deux de ses verres plans, après les avoir fait passer par différens degrés de chaleur pour les empêcher de se rompre, il frotta par le moyen d'une verge de fer, le verre supérieur contre l'inférieur ; & quoique prêts à se rougir par l'ardeur du feu, il parvint à former des cercles & des ellipses dans le même ordre & dans le même arrangement qu'on a vu ci-devant ; lorsqu'il cessait d'appuyer sur les verres, les couleurs paraissaient s'évanouir ; si-tôt qu'il recommençait à frotter, les couleurs reparaissaient, & cela jusqu'à ce que les verres commencerent à rougir & à s'unir par la fusion des surfaces selon lesquelles ils se touchaient.

504. Si l'on applique du mercure sur une des surfaces extérieures des verres colorés, les couleurs ne paraissent plus, quoique les verres adherent toujours avec la même force. Cet évanouissement des couleurs provient, selon Mr. Mazeas, de la force & de la multitude des rayons réfléchis par le mercure, qui affectent trop vivement l'organe, &

lumière, paraiſſent tous de la couleur de cette lumière ; & ces anneaux colorés ſont ſéparés par des anneaux obſcurs comme la tache du milieu, & la lumière qui tombe aux endroits des verres

l'empêchent de ſentir l'impreſſion des rayons réfléchis de deſſus la ſurface mince.

505. Enfin Mr. Mazeas imagina de préſenter ſes verres à la lumière de la lune, à laquelle les ayant inclinés, ils lui donnerent encore des couleurs dont les plus remarquables étaient le blanc, le rouge, & le violet que la lumière du ſoleil ne lui avait jamais procuré.

506. Pour peu qu'on y réfléchiſſe, on voit aiſément que les phénomenes obſervés par Mr. Newton & par Mr. Mazeas, ſe réduiſent tous à celui d'une lame mince ; c'eſt-à-dire, que c'eſt une lame mince tranſparente, quelle qu'elle ſoit, qui donne les couleurs dont il a été queſtion juſqu'ici. Mais comment ces couleurs ſont-elles produites ? qui peut occaſionner, de la part de ces lames, cette décompoſition de rayons, cette réflexion des uns, cette tranſmiſſion des autres ? Mr. Newton a tenté de l'expliquer, en imaginant des accès de facile réflexion & de facile tranſmiſſion dans ces lames ; de ſorte que la raiſon pour laquelle, parmi les rayons incidens, les uns ſont réfléchis, les autres tranſmis, eſt que les uns ſe trouvent dans des accès de facile réflexion, & les autres dans des accès de facile tranſmiſſion, & il obſerve que les intervalles de ces accès ſont à très-peu près, comme les racines cubiques des carrés des longueurs du Monochorde qui donnerait le mode mineur *re, mi, fa, ſol, la, ſi, ut, re.*

507. L'explication que nous ne faiſons qu'indiquer, & qu'il faut lire dans l'Optique de Mr. Newton, n'étant pas à beaucoup près auſſi ſatisfaiſante qu'elle eſt ingénieuſe, n'a pas été fort accueillie, & même un des plus grands Géometres de ce ſiécle l'a abſolument rejettée (*Mr. Euler, Mém. de l'Acad. de Berlin, année 1752*). Elle renferme ſelon lui, une ſuppoſition qui lui paraît tout-à-fait inſoutenable ; ſçavoir, que l'apparence des couleurs eſt occaſionnée par la réflexion des rayons par les ſurfaces des lames minces. Ses raiſons ſont :

508. 1°. Que ſi nos yeux étaient frappés par des rayons réfléchis par ces ſurfaces, nous ne devrions pas voir ces ſurfaces mêmes, mais plutôt les corps lumineux d'où les rayons ſeraient originairement partis, de même que nous ne voyons pas la ſurface des miroirs, mais les objets dont les rayons ont été réfléchis par cette ſurface ; d'où Mr. Euler conclut que puiſque nous voyons les ſurfaces mêmes des lames minces, & non les images des corps qui y envoyent des rayons, nous ne les voyons pas par des rayons réfléchis.

509. 2°. Que dans la viſion réfléchie, ce n'eſt que dans une certaine ſituation que nous recevons la même ſenſation ; que ſitôt que nous changeons de place par rapport à la ſurface réfléchiſſante, nous ne voyons plus la même choſe. Donc puiſqu'on apperçoit les mêmes couleurs de quelque point qu'on regarde la plupart des lames minces, ce ne peut être la réflexion qui en occaſionne l'apparence.

510. 3°. Nous ne rapportons point ſur la ſurface réfléchiſſante ce que nous voyons par les rayons qu'elle nous réfléchit, nous le rapportons à l'endroit où tombe l'image réelle ou imaginaire que forme les rayons réfléchis, lequel n'eſt jamais ſur la ſurface. Puis donc que nous appercevons les couleurs ſur les lames minces mêmes, c'eſt une nouvelle preuve que nous ne les voyons point par des rayons réfléchis.

511. D'un autre côté comment eſt-il poſſible, ajoûte Mr. Euler, qu'un point d'une lame colorée ne réfléchiſſe que les rayons d'une certaine couleur, & qu'il éteigne tous les autres, & cela de quelque côté que ſoient venus les rayons incidens ? de plus comment ſe peut-il que les rayons réfléchis ſe repandent de toutes parts ? Ces difficultés jointes aux raiſons précédentes, ont tout ce qu'il faut, ſuivant Mr. Euler, pour convaincre que les couleurs des lames minces ne ſont point engendrées par la réflexion des rayons, ce qu'il avait déja affirmé, pour les mêmes raiſons, des

auxquels ces anneaux répondent, les traverſent ſans changer de couleur, & tracent ſur un papier blanc placé au-delà de ces verres, des anneaux de la même couleur que la ſienne, comme on le

couleurs des corps naturels.

512. Le ſentiment de Mr. Euler ſe trouve encore confirmé par cette conſidération, que quantité de corps opaques étant bien polis, font l'effet des miroirs & repréſentent les objets qui leur envoyent des rayons (ce que font auſſi les lames minces, comme on peut le remarquer dans les bulles de ſavon), & qu'en même tems on apperçoit ces corps & ces lames avec leur couleur propre, laquelle ne varie point ſelon la poſition de l'œil, tandis que les objets repréſentés changent continuellement. Or de ce que cette dernière apparence eſt ſujette à varier, on eſt en droit d'en conclure qu'elle eſt occaſionnée par la réflexion, puiſque les objets ainſi repréſentés varient néceſſairement ſuivant la poſition de l'œil, tandis que la couleur de ces corps & de ces lames étant permanente, elle ne peut, par cela même qu'elle ne change point, être l'effet de la réflexion, & doit par conſéquent avoir une origine différente.

513. Donc, conclut Mr. Euler, puiſque les rayons par leſquels on apperçoit les couleurs des lames minces, ne ſont point réfléchis, & ſont envoyés de chaque point des ſurfaces de ces lames dans toutes les directions imaginables, il faut qu'ils y ſoient engendrés, ou que chaque élement de leur ſurface acquiere la faculté de produire des rayons, comme le font les corps lumineux. Ainſi quelle que ſoit la diſpoſition des particules d'un corps lumineux, en vertu de laquelle elles produiſent des rayons, j'en conçois, dit Mr. Euler, une toute ſemblable dans les particules d'un corps opaque en général, & en particulier dans les lames minces, tandis qu'elles nous paraiſſent colorées.

514. Il s'agit donc de tâcher de découvrir quelle eſt la diſpoſition réquiſe dans les particules d'un corps pour qu'il envoye des rayons. Or pour cela il faut remonter à la génération de la lumière, ſur laquelle il y a deux ſentimens, l'un qui en fait une émanation réelle du corps lumineux, & que Mr. Euler rejette entiérement, l'autre qui la ſuppoſe produite comme le ſon, c'eſt-à-dire, qui la fait conſiſter dans un mouvement de vibration extrêmement rapide communiqué à l'éther par le mouvement de vibration des particules du corps lumineux; de ſorte que, ſelon cette hypothéſe, tout corps dont les molecules ſont ſuſceptibles de recevoir un mouvement de vibration aſſez vif pour exciter dans l'éther ou dans les autres milieux diaphanes qui l'environnent, ce tremblement rapide, dans lequel conſiſte la lumière, ce corps, dis-je, a le pouvoir de produire des rayons, & d'en envoyer dans toutes ſortes de directions. Et comme dans cette même hypothéſe, la diverſité des couleurs ne peut dépendre que de nombres d'impreſſions différens qui ſe font au fond de l'œil dans un tems donné, & que par conſéquent les rayons de chaque couleur ont une viteſſe ou fréquence de vibrations déterminée, en vertu de laquelle ils excitent la ſenſation de la couleur particulière à cette fréquence, il s'enſuit que pour qu'un corps paraiſſe d'une couleur, il faut que ſes particules puiſſent prendre un mouvement de vibration déterminé, & tel préciſément que les particules de l'éther auxquelles il ſe communique, doivent l'avoir, pour exciter la ſenſation de cette couleur, lorſqu'elles viennent à faire leur impreſſion.

515. Selon ce ſentiment chaque couleur qu'on apperçoit ſur une lame mince, doit donc venir d'un mouvement de vibration déterminé, excité dans les particules qui conſtituent l'endroit de cette lame où elle paraît. Il ne s'agit donc plus que de ſavoir ſi ces particules ſont effectivement de nature à pouvoir faire des vibrations plus ou moins vives, & enſuite quel eſt l'agent qui les met en jeu & leur donne les différens mouvemens de vibration qu'elles communiquent à l'éther, leſquels en ſe propageant juſqu'au fond de l'œil, excitent les ſenſations de diverſes couleurs.

516. Ayant déja eu occaſion de remarquer que les particules des corps ſont tranſparentes, on ne peut douter qu'elles ne

Fig. 367. voit repréſenté dans la figure. Il faut de plus obſerver que les diametres, largeurs & intervalles des anneaux de lumières homogenes de différentes couleurs, ſont tous différens, les anneaux

ſoient élaſtiques, & conſéquemment ſuſceptibles de recevoir différens mouvemens de vibration très-vifs & très-rapides, ſelon leur degré d'élaſticité & leurs dimenſions. Il ne doit donc plus reſter de doute ſur la raiſon pour laquelle une lame mince donne des couleurs, & en change ſuivant ſon épaiſſeur. Car la matière même étant diaphane, elle eſt élaſtique, & comme elle eſt fort mince, les molecules qui en forment l'épaiſſeur, prennent, ſi-tôt qu'elles ſont ébranlées, le mouvement de vibration convenable pour produire des rayons d'une certaine couleur. Et comme la vîteſſe des vibrations dépend des dimenſions des molecules de la lame, & par conſéquent de ſon épaiſſeur, on voit pourquoi la couleur varie avec l'épaiſſeur.

517. Il reſte donc ſeulement à expliquer par quelle cauſe les particules d'une lame mince ſont ébranlées & font des vibrations. Or l'analogie que Mr. Euler trouve entre le ſon & la lumière, le conduit facilement à la connaiſſance de cette cauſe, laquelle, comme il le fait obſerver, ne peut être qu'une impulſion proportionnée à la petiteſſe de ces particules.

518. On ſait par expérience que de deux cordes de muſique qui ſont à l'uniſſon, ou dont l'une rend l'octave, ou la quinte, ou la tierce de l'autre, ou quelqu'une de leurs octaves, celle dont on tire un ſon, fait auſſitôt raiſonner l'autre, parce que cette première corde communiquant à l'air environnant le mouvement de vibration dont elle eſt animée, il le communique néceſſairement à ſon tour à la ſeconde. Car après la première impulſion qu'il lui a donnée, on conçoit aiſément que toutes celles qu'il lui donne enſuite, concourant avec chaque vibration de cette corde, ou avec deux, ou avec trois, &c. il en réſulte bientôt un frémiſſement & un ſon d'autant plus ſenſibles, que la co-incidence des impulſions eſt plus fréquente. En général pourvu que les tems des vibrations de deux cordes ſoient commenſurables entr'eux, ſi-tôt qu'on en touchera une, l'autre frémira.

519. Une répétition continuelle de chocs preſqu'infiniment petits, imprimera donc à une petite molecule le mouvement de vibration dont elle eſt ſuſceptible, pourvu que les intervalles entre ces impulſions ſoient égaux ou commenſurables au tems d'une vibration de cette molecule. Il eſt d'ailleurs évident que plus ce rapport ſera ſimple, plus la molecule ſera fortement excitée à faire des vibrations, & conſéquemment à produire des rayons. Telle eſt la manière dont Mr. Euler conçoit que les molécules d'une lame extrêmement mince, prennent le mouvement de vibration néceſſaire pour former des rayons, & paraître en conſéquence viſibles ſous la couleur que doit exciter la vîteſſe de vibration de ces rayons.

520. Mais enfin d'où viennent ces petits chocs capables de produire cet effet? Mr. Euler les trouve dans les rayons de lumière qui tombent ſur la lame en l'éclairant: il penſe que le tremblement ou mouvement de vibration extrêmement rapide des particules qui compoſent un rayon, ſe communique aux petites molecules de la lame, & les met ainſi en état de produire elles-mêmes des rayons qui les rendent viſibles; & c'eſt préciſément par ce même méchaniſme que, ſelon lui, nous voyons les corps opaques. Les particules de leurs ſurfaces ſont agitées & miſes en mouvement par la lumière qui les éclaire, ſelon leur degré de reſſort & de groſſeur; & produiſent en conſéquence les rayons par leſquels nous voyons ces corps.

521. D'où l'on voit pourquoi les lames minces ne paraiſſaient point colorées tant qu'elles ne ſont point aſſez minces. Car alors les molecules de ces lames qui en forment l'épaiſſeur, ſont encore trop grandes pour pouvoir être agitées par les rayons de lumière qui les éclairent, ou du moins pour prendre un mouvement de vibration aſſez vif pour engendrer des rayons. Ainſi la lame n'aura dans cet état que la propriété des corps tranſparens, c'eſt-à-dire, de tranſmettre la lumière ſans être viſible elle-même.

formés par un rouge homogene étant les plus grands, ceux qui le ſont par le violet étant les plus petits, & ceux enfin qui ſont engendrés par les autres couleurs priſmatiques, ayant des grandeurs intermédiaires entre celles des rouges & des violets : d'où l'on apperçoit l'origine des différens anneaux colorés formés au grand jour. L'air reſſerré entre les verres, eſt diſpoſé ſelon ſes diverſes épaiſſeurs, en certains endroits à réfléchir, & en d'autres à tranſmettre la lumière de quelque couleur que ce ſoit, & à réfléchir la lumière d'une couleur au même endroit où il laiſſe paſſer la lumière d'une autre couleur. Les apparences ſont encore les mêmes ſi on fait couler de l'eau entre les verres ; les anneaux ſeront ſeulement plus petits.

201. Les parties minces & tranſparentes des corps réfléchiſſent,

522. Mais ſi ces lames ont le degré de tenuité néceſſaire pour que leurs molecules puiſſent prendre un mouvement de vibration aſſez vif pour former des rayons, les rayons de lumière qui frappent ces lames, ne manqueront pas de leur donner celui dont ils ſont animés, ſi elles en ſont ſuſceptibles, de ſorte que venant à trembler avec la même fréquence, elles communiqueront à l'éther environnant le mouvement de vibration qu'elles auront reçu, & produiront par conſéquent des rayons de la même couleur que ceux qui les ont ébranlées. Si la lame n'eſt pas par-tout de la même épaiſſeur, la couleur changera d'un endroit à l'autre, puiſque le mouvement de vibration dépend de l'épaiſſeur.

523. Quoique la couleur varie en général ſelon l'épaiſſeur, cependant la même couleur ſe peut manifeſter dans des endroits d'une lame mince, où l'épaiſſeur eſt différente. La raiſon qu'en donne Mr. Euler, c'eſt que quoiqu'une couleur déterminée ſoit dépendante du nombre de vibrations rendues dans un tems donné, celle qui eſt produite par un nombre de vibrations double ou ſous-double, quadruple ou ſous-quadruple, &c. lui reſſemble ſi fort qu'on ne peut preſque l'en diſtinguer, & qu'elle n'en differe que par rapport à la vivacité. Par conſéquent ſi dans une lame mince, l'épaiſſeur à un endroit, eſt telle, qu'elle donne, par exemple, la couleur rouge, à toutes les autres épaiſſeurs qui feront un nombre de vibrations double ou ſous-double, quadruple ou ſous-quadruple, &c. elle paraîtra encore rouge, mais d'une vivacité différente.

524. Et comme, pour qu'une molecule puiſſe prendre le mouvement de vibration dont elle eſt ſuſceptible, il faut qu'elle ſoit éclairée par une lumière de la même couleur, c'eſt-à-dire, dont le nombre de vibrations ſoit commenſurable à celui de cette molecule ; il s'enſuit que ſi une lame mince n'était éclairée que par des rayons d'une ſeule couleur, par exemple, par des rouges, il n'y aurait que la couleur rouge qui y paraîtrait en diverſes bandes, & les eſpaces entre ces bandes ſeraient deſtitués de couleurs.

525. Enfin une lame mince étant éclairée par la lumière du ſoleil qui renferme des rayons de toutes les couleurs, toutes les particules ſuſceptibles d'un mouvement de vibration capable de donner quelque couleur, en ſont ébranlées, & chacune devrait par conſéquent paraître avec la couleur qui lui convient. Mais il faut conſidérer, dit Mr. Euler, que deux parties contigues ne ſauraient avoir des vibrations différentes, parce que le mouvement de l'une trouble celui de l'autre, d'où il arrive néceſſairement que le mouvement de chaque particule étant un peu altéré, les couleurs n'ont pas tout l'éclat qu'elles pourraient avoir, & different même à cet égard, ſur-tout aux endroits où la lame n'eſt plus ſi mince.

ſelon leurs différentes groſſeurs, des rayons d'une certaine couleur & laiſſent paſſer ceux d'une autre couleur, par les mêmes raiſons que les lames minces ou les bulles réfléchiſſent ou tranſmettent ces rayons ; & c'eſt là à quoi l'on peut, ce me ſemble, attribuer les couleurs des corps *. Car ſi un corps applati & tranſ-

526. * Regardant les petites parties d'un corps compriſes entre ſes pores, comme autant de lamelles extrêmement minces, il ſemble en effet hors de doute que la couleur de ce corps dépend de la denſité & de l'épaiſſeur de ſes petites parties. Il faut donc, toutes choſes égales, que ces particules ſoient les plus minces dans les corps noirs ; que dans les corps violets elles ayent un peu plus d'épaiſſeur, & que dans les bleus, les verts, les jaunes, les rouges, elles ſoient ſucceſſivement plus épaiſſes ; qu'enfin dans les corps blancs elles ſoient les plus épaiſſes de toutes, à l'exception de ceux qui ſont d'un blanc auſſi vif & auſſi lumineux que le blanc du premier ordre, qui doivent être compoſés de particules d'une très-grande tenuité.

527. Les corps de la même couleur n'ayant pas tous le même éclat, on eſt autoriſé à penſer qu'ils ne ſont pas tous compoſés de particules de même groſſeur, & que ceux dont la couleur eſt faible & mêlangée, ont leurs petites parties plus groſſes que les autres ; que ceux qui ont le plus d'éclat, & dont la couleur eſt la plus vive & la plus homogene, ſont compoſés de particules ou lamelles beaucoup plus minces que celles des corps faiblement colorés, mais non cependant du dernier degré de tenuité que comporte la couleur qu'elles réfléchiſſent. Car nous avons vu (*Note 471*) que les lamelles les plus minces de toutes celles qui renvoyent la même couleur, ne ſont pas celles qui réfléchiſſent les couleurs les plus vives.

528. Quant aux corps dont les couleurs ne ſont point homogenes, mais ſont compoſées & réſultent par conſéquent du mêlange de différentes eſpeces de rayons réfléchis, on doit croire que ces corps ſont compoſés de particules de pluſieurs groſſeurs différentes, de celles préciſément que doivent avoir des lamelles de même denſité pour réfléchir les différens rayons dont le mêlange forme la couleur de ce corps. Il ſe pourrait donc auſſi que la plupart des corps blancs ne fuſſent tels, que parce qu'ils ſeraient compoſés de particules de toutes les épaiſſeurs, & par cette raiſon ſuſceptibles de réfléchir des rayons de toutes les couleurs, dans la proportion convenable pour former le blanc.

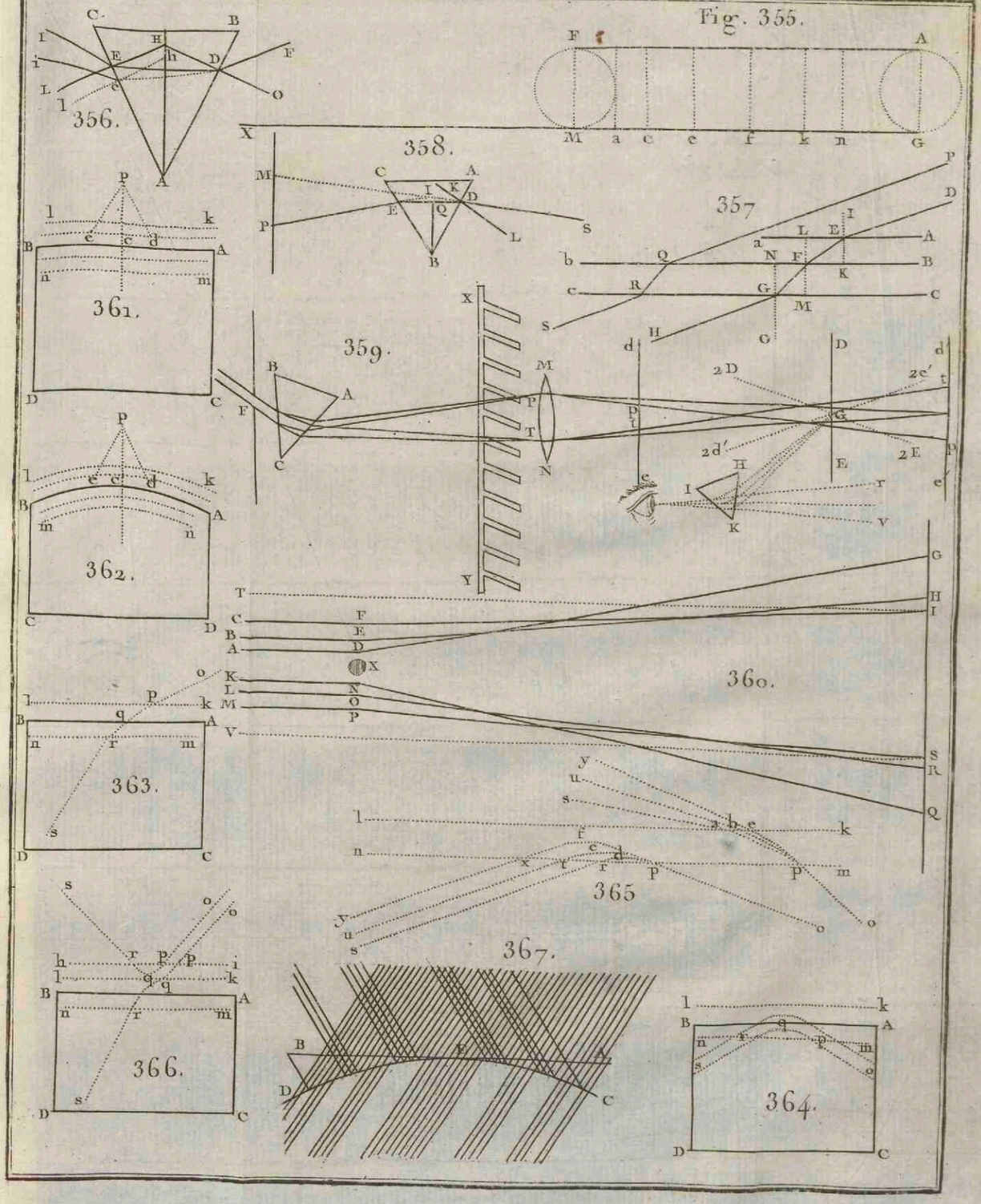
529. A l'égard des rayons de différente eſpece qui ne ſont point réfléchis par les particules de la ſurface des corps, ils ſont tranſmis par ces particules, & ſe perdent & s'éteignent dans l'intérieur des corps par la multitude de réfractions & de réflexions qu'ils y ſouffrent, à moins que ces corps ne ſoient très-minces, auquel cas ils les traverſent en partie. C'eſt en vertu de cette propriété de réfléchir les rayons d'une couleur, & de tranſmettre au moins ceux d'une autre couleur, qu'une feuille d'or paraît jaune par une lumière réfléchie, & d'un bleu verdatre par une lumière tranſmiſe ; & que certaines liqueurs, telles, par exemple, que celle de l'infuſion de bois néphrétique, paraiſſent rouges ou jaunes dans le premier cas, & bleues dans le ſecond.

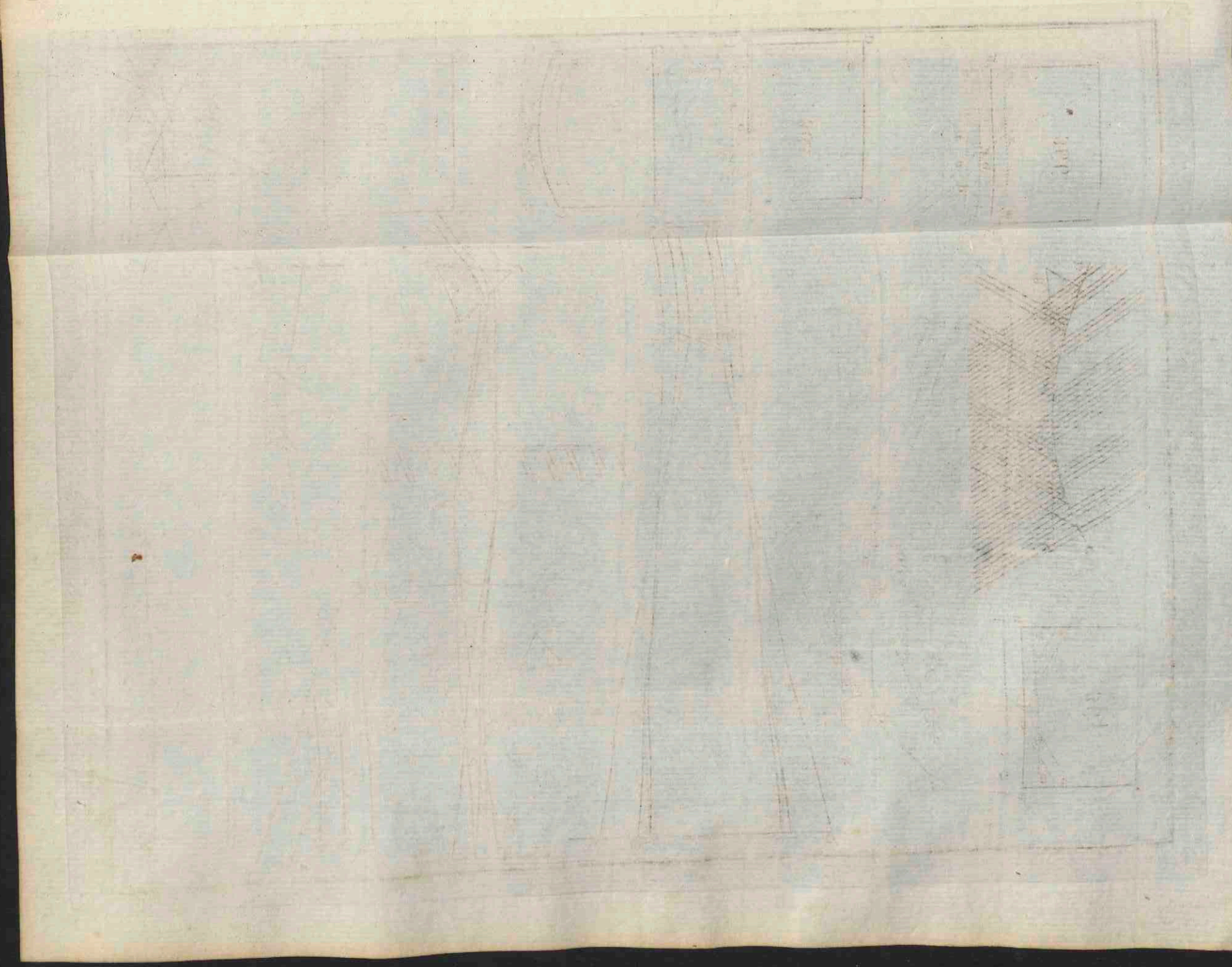
530. On ne peut douter que les particules de la plupart des corps naturels ne ſoient plus denſes que le milieu qui remplit les pores de leur ſurface & l'environne ; & il paraît que c'eſt à la grande denſité de ces particules par rapport à celle de ce milieu, que doit être attribuée l'invariabilité de leur couleur, ſous quelqu'angle qu'on les regarde.

531. Pour les corps dont la couleur eſt changeante & dépend de la ſituation de l'œil, il faut ou que leurs particules ſurpaſſent peu en denſité le milieu qui remplit leurs interſtices, ou même ſoient plus rares. Telle eſt vraiſemblablement la raiſon pour laquelle les queues des paons, certains taffetas, &c. changent de couleur ſuivant la ſituation de l'œil.

532. Enfin la couleur d'un corps quelformé

Fig. 355.





formé en une lame d'une égale épaiſſeur, paraît d'une couleur uniforme par-tout, je ne vois pas pourquoi cette lame réduite en filets ou fragmens de même épaiſſeur qu'elle, ne conſerverait pas ainſi diviſée la couleur qu'elle avait avant de l'être, ni par conſéquent pourquoi un amas de ces filets ne compoſerait pas une maſſe ou une poudre de la couleur de cette lame avant ſa diviſion. Les parties des corps naturels étant à cauſe de leur extrême tenuité, comme autant de fragmens d'une lame mince, doivent donc pour les mêmes raiſons réfléchir les mêmes couleurs.

Or l'on ne peut douter que cela ne ſoit ainſi, ſi l'on conſidere la conformité qui ſe trouve entre les propriétés des parties des corps naturels, & celles des plaques minces. Les plumes colorées de quelques oiſeaux, & particuliérement celles de la queue du paon, paraiſſent au même endroit de la plume de différentes couleurs, ſelon les différentes poſitions de l'œil, de même que les anneaux formés ſur la bulle d'eau, ou entre les objectifs; d'où il ſuit que les couleurs de ces plumes proviennent de la tenuité de leurs parties tranſparentes, c'eſt-à-dire, des filets ou barbes extrêmement fines qui ſortent des groſſes branches latérales de ces plumes. C'eſt pour la même raiſon que des toiles d'araignée d'une très-grande fineſſe, ont paru colorées, comme quelques-uns l'ont remarqué, & que les fibres colorées de certaines ſoies changent de couleur en changeant la poſition de l'œil.

Les ſoies, les draps & autres ſubſtances que l'eau ou l'huile peuvent pénétrer intérieurement, prennent une couleur plus faible & plus ſombre, quand elles y ont été plongées; mais étant ſéchées, elles reprennent leur premier éclat. On voit qu'il en eſt de ces ſubſtances comme des lames minces dont il eſt queſtion dans les Notes 474 & 481.

Les feuilles d'or, certaines eſpeces de verre peint, l'infuſion

conque a, toutes choſes égales, d'autant plus d'éclat que le milieu qui enveloppe ſa ſurface & ſe loge dans ſes pores, eſt plus rare.

533. Quoiqu'on regarde par-tout ici les différens degrés de tenuité des parties des corps naturels comme l'unique cauſe de la couleur de ces corps, il ſemblerait cependant aſſez raiſonnable de faire entrer en conſidération, comme l'a fait Mr. l'Abbé Nollet, la figure & l'arrangement de ces parties, de même que les variétés qui en réſultent dans leur poroſité (*Leçons de Phyſ. Tom. IV.*).

534. Finiſſons par remarquer avec Mr. Newton, que peut-être pourrait-on déduire de la couleur d'un corps, la groſſeur de ſes parties. Car n'eſt-il pas vraiſemblable qu'elles auront l'épaiſſeur d'une plaque mince de même couleur que ce corps, ſi elles en ont la denſité?

de bois néphrétique & quelques autres corps, réfléchiſſent une certaine couleur, & en laiſſent paſſer une autre, de même que les lames minces dont on a parlé dans les Notes 473 & 480.

Dans le nombre des poudres colorées employées par les peintres, il y en a quelques-unes dont la couleur change un peu en les broyant extrêmement fin; ce qui provient ſans doute de la diviſion de ces poudres en plus petites parties, occaſionnée par le broiement, de même que le changement d'épaiſſeur d'une lame mince en produit un dans ſa couleur. C'eſt pour la même raiſon que les fleurs colorées des plantes & des végétaux étant froiſſées, deviennent pour l'ordinaire plus tranſparentes qu'auparavant, ou du moins changent de couleur juſqu'à un certain point. Une choſe qui peut ſervir à confirmer ceci, c'eſt que par le mêlange de différentes liqueurs on peut produire différentes couleurs * & nombre d'autres effets de cette

* Voici pluſieurs de ces effets.

535. Si après avoir fait infuſer à froid & pendant quelques momens des feuilles de roſe dans un peu d'eſprit de vin, on verſe ſur cette infuſion encore blanche, une goutte ou deux d'eau forte, ou d'eſprit de nitre, elle devient tout d'un coup d'un beau rouge couleur de roſe. Si on verſe ſur cette teinture rouge quelque ſel alkali diſſous, comme de la leſſive de potaſſe, ou de l'eſprit de ſel armoniac, elle ſe changera en un beau vert: mais ſi on verſe ſur l'infuſion de roſes du vitriol diſſous dans de l'eau, il en naîtra d'abord une teinture noire comme de l'encre.

536. En jettant un peu d'eau forte dans une infuſion de tourneſol, on change ſubitement ſa couleur bleue en un rouge couleur de feu. Si ayant étendu du ſirop de violettes dans de l'eau claire à parties égales, on mêle avec ce ſirop une liqueur acide, de l'eau forte, par exemple, il deviendra rouge; & ce même ſirop devient vert en y mêlant une liqueur alkaline, comme de l'huile de tartre. Si on mêle enſemble les deux ſirops de violettes ainſi changés, on aura un ſirop bleu, ſuppoſé qu'on ait employé autant d'acide que d'alkali. Si l'alkali domine, tout le mêlange ſera vert; ſi au contraire l'acide s'y trouve en plus grande quantité, le mêlange deviendra rouge.

537. Si on diſſout un peu de vitriol bleu dans une grande quantité d'eau, en ſorte que le tout reſte blanc & tranſparent, & qu'on verſe enſuite dans cette liqueur un peu d'eſprit volatil de ſel armoniac, on aura une liqueur d'un très-beau bleu. Si on y ajoûte peu à peu de l'eau forte, le bleu diſparaîtra & la liqueur redeviendra claire & blanche. Si on verſe ſur de l'eau dans laquelle on a fait fondre un peu de ſublimé corroſif, de l'huile de tartre par défaillance, cette eau perdra ſa limpidité & deviendra d'un rouge opaque de rouille de fer; en ajoûtant à ce mêlange de l'eſprit volatil de ſel armoniac, il paſſe de la couleur rouge au blanc de lait: enfin on lui rend ſa première limpidité, & l'on fait diſparaître toute couleur en y verſant de l'eau forte. Lorſqu'on diſſout de l'étain dans de l'eau regale, & qu'après avoir éclairci cette ſolution avec de l'eau, on y verſe quelques gouttes d'or fondu dans de l'eau regale, on voit paraître une belle couleur de pourpre fort agreable à la vue.

538. Si on fait infuſer pendant peu de tems des noix de galle dans l'eau, en ſorte que cette infuſion demeure blanche, & qu'on y verſe du vitriol commun, ou qui ait été calciné au feu juſqu'à ce qu'il ſoit devenu blanc, ou qu'on l'ait réduit en colcothar rouge, on aura d'abord une teinture

eſpece, leſquels ne peuvent avoir d'autres cauſes que les différentes actions des corpuſcules ſalins d'une liqueur ſur les corpuſcules colorés d'une autre liqueur, ſoit qu'ils les diviſent, ou qu'ils s'uniſſent avec eux, ce qui, en changeant leur groſſeur, peut auſſi changer leur denſité. Il arrive encore, qu'en les atténuant & les diviſant en corpuſcules plus petits, une liqueur colorée devient tranſparente; & qu'en s'uniſſant à eux, ou en en réuniſſant pluſieurs enſemble, deux liqueurs tranſparentes en compoſent une ſeule colorée (*Art. 198*). Car on ſait par expérience combien ces menſtrues ſalins ſont propres à pénétrer & à diſſoudre les ſubſtances auxquelles on les applique, & qu'il y en

noire. Si on verſe ſur cette teinture quelques gouttes d'huile de vitriol ou d'eau forte, toute la couleur noire diſparaîtra, & la teinture reprendra ſon premier éclat. Mais ſi on verſe ſur cette liqueur quelques gouttes de leſſive de potaſſe, tout ce mêlange deviendra d'abord fort noir; & pour lui faire perdre cette noirceur, il ſuffira de verſer deſſus un peu d'eſprit acide.

En réfléchiſſant ſur ce que Mr. Newton dit touchant ces ſortes d'effets, on apperçoit bientôt les raiſons de ceux-ci.

539. L'infuſion de noix de galle verſée ſur la ſolution de vitriol, produit un mêlange dont les parties abſorbent toute la lumière qu'elles reçoivent, ſans en réfléchir que fort peu ou point du tout; d'où il arrive que cette teinture paraît noire; mais nous ignorons quel eſt l'arrangement de ces parties: lorſqu'on verſe ſur cette teinture quelques gouttes d'eau forte, elle redevient auſſi claire que l'eau, & la couleur noire diſparaît; parce que l'eau forte attire d'abord à elle avec beaucoup de violence, le vitriol qui ſe ſépare des noix de galle, leſquelles nagent alors dans leur eau comme elles faiſaient auparavant, en lui laiſſant toute ſa clarté & ſa tranſparence. Dès qu'on verſe enſuite ſur ce mêlange quelques gouttes de leſſive de potaſſe, qui étant un ſel alkali agit fortement ſur l'acide, elles attirent ſur le champ les parties acides de l'eau forte, qui de ſon côté ſe ſépare du vitriol qu'elle avait attiré; de ſorte que le vitriol trouve encore par là le moyen de ſe réunir avec les parties de noix de galle, & de produire la même couleur noire qu'auparavant.

540. Deux liqueurs limpides mêlées enſemble, telles que la ſolution de ſublimé mêlée avec l'huile de tartre, ou avec l'eſprit volatil de ſel armoniac, deviennent opaques, vraiſemblablement parce que dans leur union les molécules deviennent plus groſſières & s'arrangent tout autrement qu'auparavant. Et ſi la limpidité renaît dans le mêlange par l'addition de l'eau forte, c'eſt que cette liqueur acide déſunit les parties qui s'étaient liées enſemble, leur rend leur première tenuité, & l'arrangement régulier qui eſt néceſſaire pour compoſer une maſſe tranſparente & ſans couleur.

541. L'eſprit de nitre fait prendre une couleur rouge au ſirop de violettes, parce qu'en qualité d'acide il diviſe les molécules du ſirop de violettes, & ouvre des pores tels qu'il les faut pour le paſſage des rayons rouges, tandis que l'huile de tartre faiſant un effet tout oppoſé, ne laiſſe des routes ouvertes que pour une lumière plus faible de ſa nature, telle que celle dont les rayons ſont verts.

542. Le ſirop de violettes qui devient rouge à l'aide d'une liqueur acide, redevient bleu dès qu'on verſe deſſus quelque ſel alkali; parce que le ſel alkali agit avec violence ſur la liqueur acide qui ſe ſépare du ſirop & ſe réunit avec l'alkali; & d'où il arrive que le ſirop ſe trouvant ſeul, reprend la même couleur qu'il avait auparavant. (*Voyez les Eſſais de Phyſique de Muſchembroek, & les Leçons de Phyſique de Mr. l'Abbé Nollet, dont ceci eſt extrait.*)

a qui précipitent ce que d'autres diſſolvent. De même ſi l'on conſidere les différens phénomenes de l'atmoſphere, on obſerve que, lorſque les vapeurs commencent à s'élever, elles n'empêchent point la tranſparence de l'air, parce qu'elles ſont diviſées en parties trop petites pour qu'il ſe puiſſe faire aucune réflexion à leurs ſurfaces (*Art. 199*) : mais lorſqu'elles commencent à ſe réunir en globules de toutes ſortes de groſſeurs intermédiaires, pour former des gouttes de pluie, ces globules ayant une fois acquis la groſſeur convenable pour réfléchir certaines eſpeces de rayons, & tranſmettre les autres, peuvent compoſer, ſelon leurs diverſes groſſeurs, des nuages de différentes couleurs ; car je ne vois pas à quoi l'on peut raiſonnablement attribuer la production de ces couleurs, dans une ſubſtance auſſi tranſparente que l'eau, ſi ce n'eſt aux diverſes groſſeurs de ſes globules (*Optique de Mr. Newton, pag. 291 & ſuivantes*).

Fin du premier Livre.

TRAITÉ D'OPTIQUE.

LIVRE SECOND

Dans lequel l'Optique eſt traitée avec l'étendue & l'exactitude convenables, à l'aide de la Géométrie & du Calcul.

CHAPITRE PREMIER.

Détermination du Foyer des rayons réfléchis par une Surface donnée.

THÉOREME I.

202. *SOIT* ACB *un plan réfléchiſſant*, Q *le point d'où partent les rayons incidens*, & QC *perpendiculaire à ce plan; ſi on prolonge cette perpendiculaire juſqu'en* q, *en faiſant* qC *égale à* QC, *le point* q *ſera le foyer des rayons réfléchis.* Fig. 368.

Soit *QA* un rayon incident : on menera *qA* qu'on prolongera vers *O*. Puiſqu'on a fait *Cq* égale à *CQ*, les triangles *CAq*, *CAQ*

ſont égaux ; donc l'angle *DAO* eſt égal à l'angle *CAQ*, & par conſéquent *AO* eſt le rayon réfléchi.

203. COROLL. Donc des rayons qui tombent ſur le miroir *ACB*, avec des directions tendantes en *q*, vont ſe réunir en *Q*, après avoir été réfléchis.

204. LEMME. *Les grandeurs & leurs raiſons qui approchent continuellement de l'égalité, & y parviennent à la fin, peuvent être priſes pour égales dans l'état qui précéde immédiatement celui où elles le ſont exactement ; & dans le phyſique, on peut encore, ſans craindre d'erreur ſenſible, les conſidérer comme telles, dans un état un peu plus éloigné de l'état d'égalité rigoureuſe : on peut dire la même choſe des figures qui approchent continuellement d'être ſemblables ; ſur-tout ſi ces défauts d'égalité ou de ſimilitude ne produiſent, dans le calcul, que des quantités négligeables.*

On ſaiſira plus facilement l'eſprit de ce Lemme par l'application qu'on en va faire aux propoſitions ſuivantes.

Fig. 369 & 370. 205. THÉOREME II. *Si des rayons paralleles* DA, EC *tombent preſque perpendiculairement ſur une ſurface ſphérique* ACB, *le foyer* T *des rayons réfléchis ſera au milieu du demi-diametre* EC, *parallele aux rayons incidens.*

Soit menée *EA*, qui ſera perpendiculaire à la ſurface ſphérique, en *A*. Puiſque *EC* eſt dans le même plan que l'angle d'incidence *DAE*, le rayon réfléchi *Aq* (prolongé dans la Figure 370), rencontrera *EC* quelque part en *q* ; & comme l'angle de réflexion *EAq* eſt égal à l'angle d'incidence *DAE*, ou à l'angle *AEq*, les deux côtés *Aq*, *Eq* du triangle *AEq* ſont égaux, & chacun d'eux plus grand que la moitié du troiſième côté *EA*, ou que *ET* par conſtruction. Suppoſant donc que le point d'incidence *A* s'approche de *C*, les lignes *Eq*, *ET* approcheront ſans ceſſe de l'égalité, & enfin y parviendront lorſque le point *A* co-incidant avec *C*, le triangle *AEq* s'évanouira ; & par conſéquent le foyer des rayons qui tombent à très-peu près perpendiculairement ſur la ſurface, ou le plus près de *C*, doit être réputé en *T* (*Art. 204*).

206. COROLL. D'où il ſuit que ſi *T* eſt un point rayonnant, les rayons qu'il envoie ſur la ſurface réfléchiſſante *ACB*, ſe réfléchiront parallélement à *TE*.

Fig. 371 & 372. 207. THÉOREME III. *Soit* ACB *une ſurface ſphérique*

réfléchiſſante dont le centre eſt E. *Si après avoir coupé en deux également en* T, *un demi-diametre quelconque* EC, *on prend ſur ce demi-diametre du même côté de* T, *deux points* Q *&* q *tels que* TQ, TE, Tq *ſoient en proportion continue, & que les rayons incidens partent du point* Q, *leur foyer, après s'être réfléchi, ſera au point* q **.

Soient AQ le rayon incident & Aq le rayon réfléchi, ou ſon prolongement, faiſant des angles égaux avec la perpendiculaire AE. Le rayon réfléchi Aq, ou ſon prolongement, étant dans le plan d'incidence, coupera quelque part en q, QE prolongée s'il eſt néceſſaire. Soit menée parallélement à Aq, la droite EG qui rencontre AQ en G, & Eg parallele à AQ, rencontrant Aq en g; il eſt clair que les triangles EAG, EAg, ſont ſemblables, iſoſcelles & égaux; & conſéquemment ſi l'on conçoit que le point A s'approche de C & co-incide avec ce point, le parallélogramme $AGEg$ s'évanouiſſant alors, cha-

543. * Le point Q d'où partent des rayons qui vont rencontrer un miroir ſphérique C (*Fig. 373 & 374*), dont le centre eſt E, étant donné, on peut trouver leur point de réunion ou foyer q par cette conſtruction. Par les points donnés Q & E, ſoit menée une droite QE qui rencontre le miroir concave ou convexe en C; ſoit enſuite diviſé en deux également en T le rayon CE de ce miroir; & aux points T & C ſoient élevées les perpendiculaires TG, CH qui coupent aux points G, H, une droite quelconque menée du point Q; joignant les points G, E, & menant une ligne Hq parallele à GE, le point q où cette ligne coupe l'axe QE, ſera le foyer cherché des rayons réfléchis.

544. Car les triangles TQG, CQH étant ſemblables de même que GQE, HQq, on aura $TQ : TE$ ou TC ($::GQ : GH$) $:: EQ : Eq$, & par conſéquent $TQ : TE :: TE : Tq$; proportion démontrée dans le préſent Article.

545. Mais cette conſtruction-ci eſt encore plus ſimple. Dans une perpendiculaire IEK à l'axe QEC, ſoient pris deux points quelconques I, K également éloignés de E, & ſoit menée QI qui coupe la perpendiculaire CH en H: alors ſi l'on mene la droite KH, elle coupera l'axe au foyer cherché q.

546. Car ayant joint le point E & le point G où la perpendiculaire TG coupe la droite QI; puiſque $TC = TE$, on aura $GH = GI$, & conſéquemment puiſque $EK = EI$, KH ſera parallele à EG, comme dans la conſtruction précédente.

547. Donc lorſque le foyer Q (*Fig. 375*) eſt infiniment éloigné, la ligne IH eſt parallele à EC, & par conſéquent le point q co-incide avec T.

548. Au reſte l'analiſe fait trouver les foyers par réflexion d'une manière beaucoup plus ſimple & plus générale. Car Q étant un point ou un objet ſitué ſur l'axe d'un miroir ſphérique concave C (*Fig. 373*), pour avoir le foyer q des rayons qui rencontrent le miroir très-près de l'axe, c'eſt-à-dire, pour avoir Cq, il n'y aura qu'à d'abord mener du centre E le rayon EM au point d'incidence M d'un des rayons, & faiſant enſuite l'angle $EMq =$ l'angle EMQ, Mq qui va rencontrer l'axe en q, ſera le rayon réfléchi; & alors pour déterminer Cq, ou Mq ſon égale, après avoir nommé d la diſtance QC ou QM de l'objet au miroir, r le demi-diametre de ſphéricité, & f la diſtance qC du foyer, il ne reſtera

cun de ſes côtés devient égal à la moitié de la diagonale AE, ou à ET par conſtruction. Mais les triangles ſemblables GQE, gEq donnent $GQ : GE :: gE : gq$; donc lorſque le point A tombe en C, & par conſéquent les points G, g en T, on a $TQ : TE :: TE : Tq$ (*Art.* 204).

208. COROLL. I. Si les rayons incidens partent du point q, Q ſera leur foyer après avoir été réfléchis.

209. COROLL. II. Si le point Q eſt infiniment éloigné, il eſt clair qu'à cauſe de TQ infinie, Tq devient nulle. C'eſt le cas du ſecond Théoreme, puiſqu'alors les rayons doivent être regardés comme paralleles.

Fig. 372. 210. COROLL. III. Le premier Théoreme ſe peut auſſi déduire de ce troiſième. Car ſuppoſant que Q envoie des rayons ſur la ſurface convexe AB ; puiſque TQ, TC, Tq ſont en proportion, leurs différences CQ, Cq deviennent égales, lorſque ces lignes ſont infinies, ce qui arrive lorſque la ſurface réfléchiſſante devient plane, c'eſt-à-dire, d'un rayon infini.

Les figures ſervent, comme il eſt évident, pour le cas des ſurfaces convexes réfléchiſſantes, en ſuppoſant les rayons incidens prolongés au travers de ces ſurfaces.

211. Les démonſtrations de ces deux derniers Théoremes ont dû faire remarquer que la détermination qu'on y donne du foyer des rayons réfléchis, n'eſt point dans la rigueur Géométrique ; elle fait ſeulement découvrir l'interſection de l'axe de la ſurface & des rayons réfléchis les plus proches de cet axe. Quant aux rayons réfléchis qui le ſont moins, ils vont rencon-

plus qu'à faire cette proportion ; $QE(d-r) : Eq(r-f) :: QM$ ou $QC(d) : qM$ ou $qC(f)$, ce qui donnera qC ou $f = \frac{dr}{2d-r}$.

549. Si le miroir était convexe, d devenant alors négative, on aurait $f = \frac{-dr}{-2d-r} = \frac{dr}{2d+r}$; expreſſion qui ſe peut trouver directement ſi l'on veut.

550. La formule générale des foyers pour toutes ſortes de miroirs ſphériques, eſt donc $f = \frac{dr}{2d \mp r}$, qui apprend que, dans le miroir convexe, le foyer eſt toujours derrière le miroir, tandis que dans le concave, il ne tombe derrière que lorſque la diſtance du point rayonnant au miroir eſt $< \frac{1}{2} r$.

551. On détermine au moyen de cette formule avec la dernière facilité l'endroit où tombe l'image d'un objet expoſé à un miroir ſphérique, ſelon les diverſes diſtances de cet objet à ce miroir. On voit, par exemple, que l'objet étant à une diſtance infinie, ſon image tombe dans le miroir concave du même côté, & dans le convexe du côté oppoſé, à une diſtance du miroir égale *au quart du diametre de ſphéricité* ; car d étant $= \infty$, on a $f = \frac{1}{2} r$.

trer

trer l'axe en différens points, qui ſont d'autant plus éloignés du point de réunion des premiers, que ces rayons ſont plus éloignés de l'axe. Un miroir ſphérique ne peut donc réfléchir tous les rayons incidens dans un ſeul point. Cependant lorſqu'on traitera des aberrations des rayons les plus éloignés du vrai foyer, on verra que leur denſité, près ce foyer, eſt incomparablement plus grande qu'elle ne l'eſt à une diſtance un peu conſidérable ; de ſorte que l'on peut regarder comme un point phyſique le foyer des rayons qui tombent, à très-peu de choſe près, perpendiculairement ſur un miroir ſphérique. La même choſe ſe doit entendre du foyer des rayons rompus, comme on aura lieu de le remarquer.

212. D'où il ſuit que le foyer des rayons réfléchis par une ſurface courbe quelconque eſt le même que s'ils étaient réfléchis par une ſurface ſphérique, dont la courbure fût égale à celle de cette ſurface, aux points où elle eſt rencontrée par les rayons incidens.

213. Dans tous ces Théoremes, lorſque les points Q, q ſont du même côté de la ſurface réfléchiſſante, ſi les rayons incidens viennent de Q, ils vont, après avoir été réfléchis, vers q; & ſi, au lieu de partir de Q, ils viennent du côté oppoſé avec des directions tendantes à ce point, ils vont, après la réflexion, du côté oppoſé à q: le contraire arrive lorſque Q & q ſont de différens côtés de la ſurface. Tout cela eſt évident ; car les rayons incidens & les rayons réfléchis vont toujours du côté oppoſé les uns aux autres.

CHAPITRE II.

Détermination du lieu, de la grandeur & de la ſituation des images formées par des rayons réfléchis.

THÉOREME I.

214. *LES images formées par des rayons réfléchis par un miroir plan, ſont ſemblables & égales aux objets qu'elles repréſentent, & leurs parties ſont ſituées derrière le miroir à des diſtances égales à celles des différentes parties de l'objet.*

Fig. 376 & 377. Tout cela eſt évident. Car que l'on abaiſſe d'un nombre quelconque de points P, Q, R d'un objet ſitué comme on voudra par rapport au miroir, des perpendiculaires PA, QC, RB ſur ce miroir, & qu'on les prolonge juſqu'à ce que leurs extrémités p, q, r ſoient auſſi éloignées derrière le miroir que les points P, Q, R; ces points p, q, r qui ſeront les foyers reſpectifs des rayons partis des points P, Q, R, ſeront évidemment dans le même ordre que ces points : leurs diſtances au miroir ſont d'ailleurs reſpectivement égales à celles des points P, Q, R, & l'on voit qu'il en eſt de même des foyers ou images de tous les autres points de l'objet. Toutes ces images particulières formeront donc une image égale à l'objet, ſituée de la même manière & à la même diſtance du miroir.

Fig. 378, 379, 380 & 381. 215. THÉOREME II. *Si l'objet expoſé à un miroir concave ou convexe* AB, *eſt un arc circulaire* PQR *concentrique à ce miroir, ſon image* pqr *ſera auſſi un arc concentrique ſemblable, dont la longueur ſera à celle de l'objet dans le rapport de leurs diſtances au centre commun* E; *& cette image ſera droite ou renverſée, ſelon que l'objet & elle ſeront du même ou de différens côtés du centre.*

Comme le foyer q ſe trouve, en prenant ſur la droite QE menée par le centre du miroir (*Art.* 207), TQ, TE, Tq, en proportion continue, on déterminera le foyer ou image p de tout autre point P, en menant d'abord PEA, en coupant

enſuite EA en deux également en S, & en prenant SP, SE, Sp en proportion continue. Mais les deux premiers termes de cette proportion ſont égaux chacun à chacun aux deux premiers de la précédente ; donc les troiſiemes termes Tq, Sp ſont égaux ; donc Ep eſt égale à Eq. La même choſe étant vraie de chacun des autres points de l'objet circulaire PQR, on voit clairement que l'image pqr de cet objet eſt un arc circulaire concentrique & parfaitement ſemblable, puiſqu'ils ſont terminés l'un & l'autre par les mêmes lignes EPp, ERr ; & par conſéquent leurs longueurs ſont dans le rapport de leurs diſtances EQ, Eq au centre commun E. La 2^e^ partie du Théoreme eſt évidente.

216. COROLL. Un objet circulaire très-petit par rapport à ſa diſtance au centre du miroir auquel il eſt expoſé, approche beaucoup de la figure d'une ligne droite, & par conſéquent ſon image qui lui eſt ſemblable. Une petite ligne droite, placée à une diſtance un peu conſidérable du centre d'un miroir ſphérique, aura donc pour image une ligne ſenſiblement droite, quoique dans la rigueur Géométrique elle ſoit un arc de ſection conique *.

217. On peut déterminer les images de toutes ſortes d'objets, en cherchant par les propoſitions précédentes, celles de leurs contours. Par exemple, ſi le plan des figures PER, pEr,

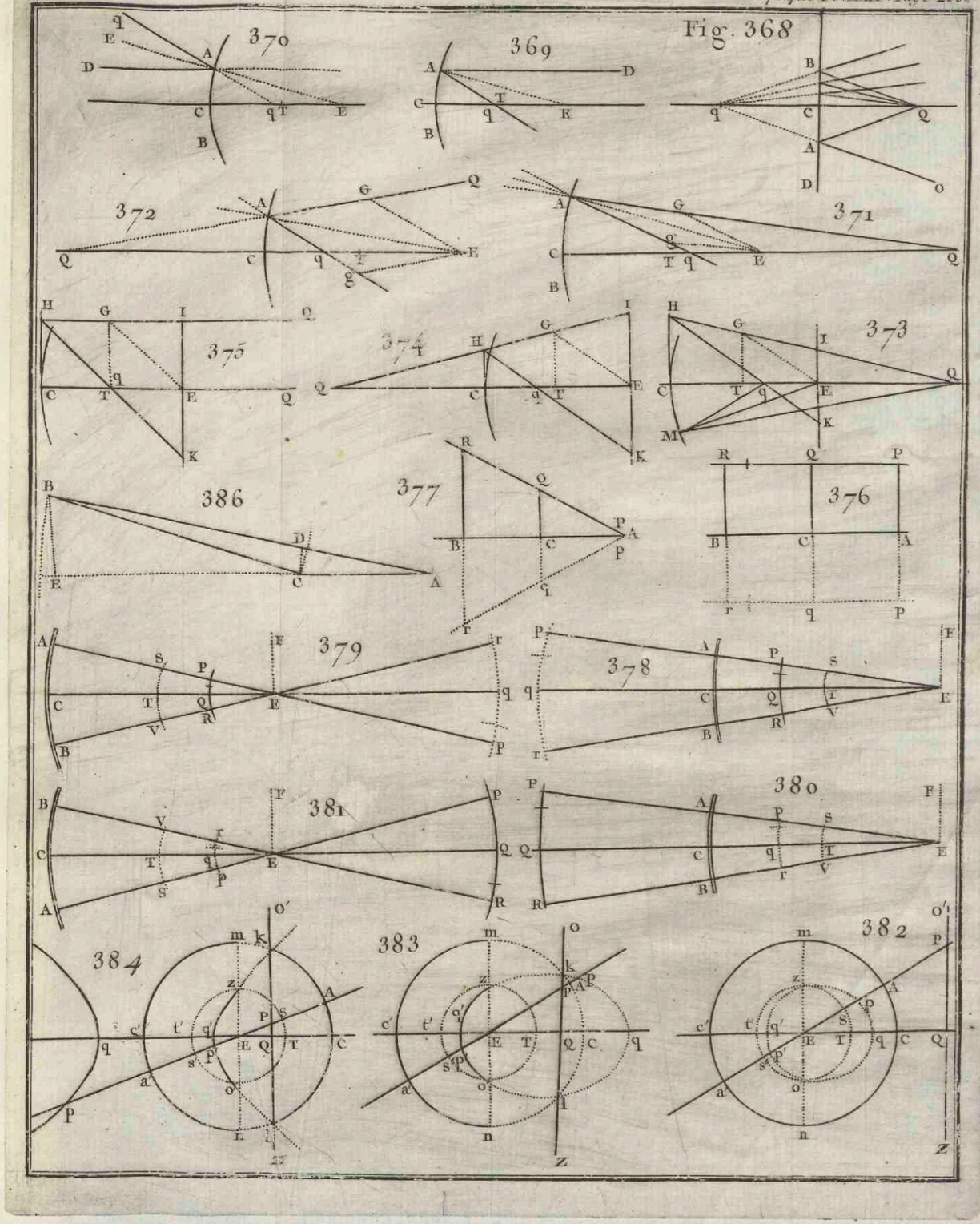
552. * Tout le reſte demeurant comme dans l'Article précédent, ſoit l'objet PQ une ligne droite perpendiculaire à QE (*Fig. 382, 383, 384 & 385*) ; que QE prolongée coupe le cercle réfléchiſſant CA ſuppoſé achevé, en c' à l'oppoſite de C, & le cercle TS en t' à l'oppoſite de T ; ſoit enfin q' le foyer que les rayons incidens qui divergent de Q ou qui convergent vers ce point, ont, après avoir été réfléchis tout près de c' : & ſuivant que la perpendiculaire EQ eſt plus longue ou plus courte que ET, ſoit décrite une ellipſe ou une hyperbole $qpq'p'$, dont E ſoit un des foyers & qq' le grand axe, laquelle coupe une droite quelconque EP prolongée, en p & en p', & le cercle réfléchiſſant, en A & en a' ; l'arc d'ellipſe ou d'hyperbole pq ſera l'image de l'objet PQ formée par les rayons réfléchis par l'arc AC ; l'arc $p'q'$ de la même courbe ſera l'image du même objet PQ, formée par les rayons réfléchis par l'arc oppoſé $a'c'$; & la courbe entière ſera l'image de la ligne infinie $O'PQZ$, formée par les rayons réfléchis par le cercle entier.

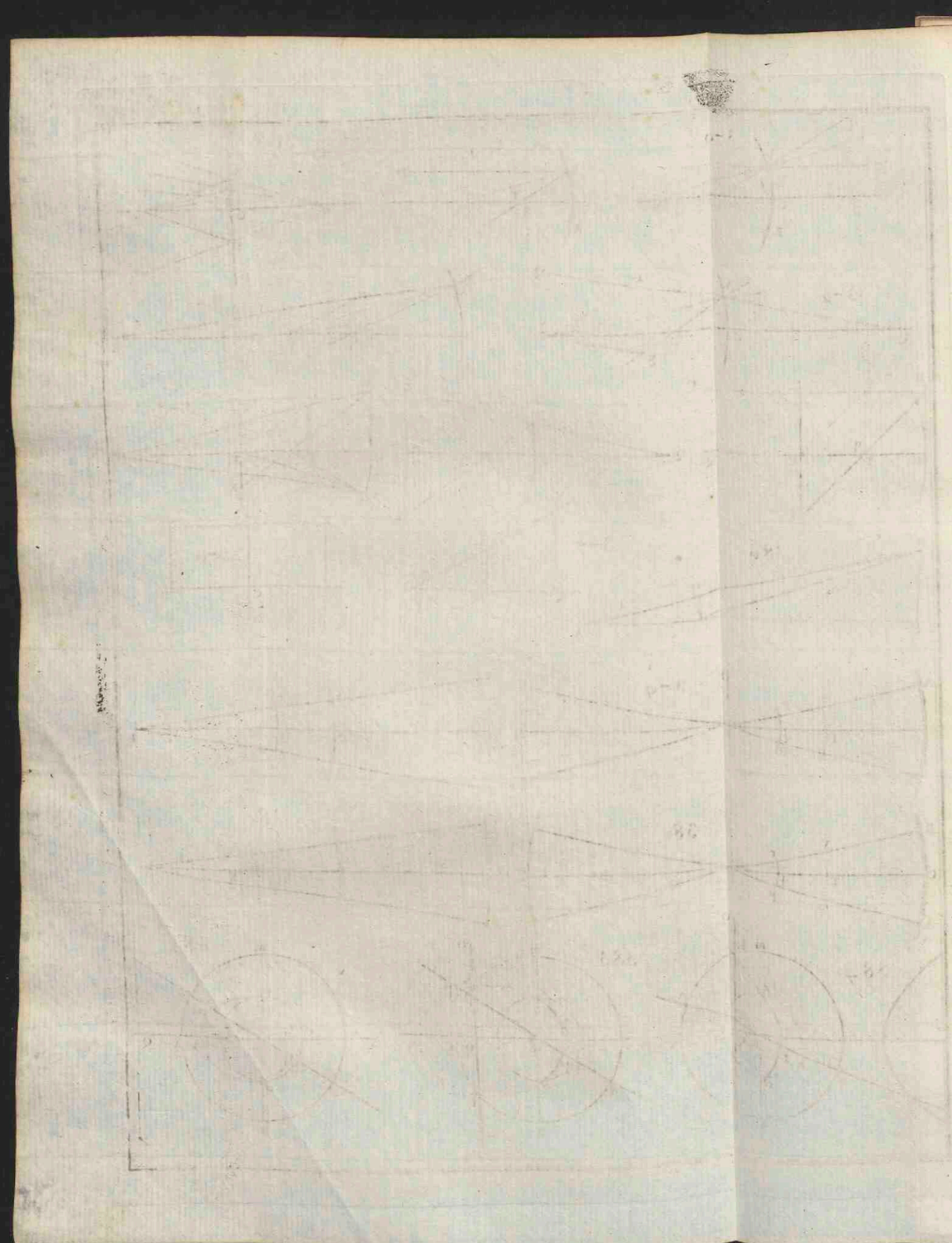
553. Lorſque la perpendiculaire EQ eſt égale à ET, l'ellipſe ou l'hyperbole ſe change en une parabole dont le foyer eſt E, & qui a ſon ſommet en q' ; & lorſque EQ eſt infinie, l'ellipſe co-incide avec le cercle dont le diametre eſt Tt' ou zo' qui eſt le parametre de toutes les courbes.

554. Tout cela ſe peut aiſément prouver, en ſuppoſant qu'un des points, tel que P d'où partent les rayons incidens, ſe meuve dans la ligne PQ, & en cherchant le lieu Géométrique que décrit le foyer correſpondant p, pendant que la ligne PE tourne autour du centre E. On doit au Docteur Barow la découverte de cette figure remarquable de l'image d'une ligne droite préſentée devant un miroir ſphérique. (*Voyez la 17^e^ de ſes Leçons d'Optique où il donne des conſtructions ſemblables aux précédentes, & les démontre.*)

tourne autour de leur diametre commun QEq, la ſurface circulaire engendrée par pqr, ſera l'image de l'objet circulaire engendré par PQR; & ſi les mêmes figures PER, pEr ſe meuvent un peu autour de l'axe EF, ſitué dans leur plan, & perpendiculaire au diametre QEq, la figure curviligne engendrée par pqr, ſera l'image d'une figure ſemblable engendrée par PQR; parce que l'arc réfléchiſſant ACB, engendre en même tems la ſurface ſphérique réfléchiſſante.

218. Mais ſi toute la figure $PERrp$ ſe meut parallélement à elle-même dans une direction EF que nous ſuppoſerons actuellement perpendiculaire à ſon propre plan, en ſorte que l'arc ACB engendre une portion d'une ſurface cilindrique, la figure décrite par pqr ſera toujours l'image de celle qui eſt décrite par PQR; mais elle ne lui ſera pas ſemblable, excepté lorſqu'elles ſont ſituées à diſtances égales de chaque côté du centre E, & que par conſéquent elles ſont égales; & elles s'éloigneront d'autant plus d'être ſemblables, que Eq, EQ, ou leurs longueurs pr, PR différeront l'une de l'autre, leurs largeurs, engendrées par le mouvement dont nous venons de parler, étant toujours égales.


Fig. 368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
386



CHAPITRE III.

Détermination du foyer des rayons qui tombent preſque perpendiculairement ſur une ſurface réfringente, ſur une lentille ou ſur une ſphere.

219. TOUT le monde ſait que le ſinus d'un angle ou d'un arc qui meſure cet angle, eſt une perpendiculaire abaiſſée d'une des extrémités de cet arc ſur le rayon qui paſſe par l'autre extrémité.

220. Les ſinus de très-petits angles ne different pas ſenſiblement des arcs qui meſurent ces angles, & par conſéquent ſont proportionnels aux angles mêmes.

221. LEMME. *Les ſinus des angles d'un triangle quelconque ſont proportionnels aux côtés oppoſés à ces angles.*

La démonſtration de ce Lemme eſt facile & ſe trouve partout.

222. COROLL. De petits angles BAC, BCE, ſoutendus par la même perpendiculaire BE, ſont réciproquement comme leurs côtés BA, BC, ou EA, EC; car l'angle BAC eſt à l'angle BCE, lorſqu'ils ſont très-petits, comme le ſinus de BAC eſt au ſinus de BCE (*Art.* 220), ou comme BC eſt à BA, ou comme EC eſt à EA. Fig. 386.

223. THÉOREME I. *Soit* ACB *un plan réfringent*, Q *le point d'où partent les rayons incidens, ou vers lequel tendent ces rayons, &* QC *perpendiculaire à ce plan : ſi, du même côté de ce plan que* QC, *on détermine dans cette perpendiculaire un point* q *tel que* qC *ſoit à* QC, *comme le ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, ce point* q *ſera le foyer des rayons rompus.* Fig. 387, 388, 389 & 390.

Soient QA & Aq prolongées comme dans les figures, repréſentant l'une un rayon incident, l'autre un rayon rompu qui va rencontrer QC quelque part en q : l'angle AQC ſera égal à l'angle d'incidence, & AqC à l'angle de réfraction. Ainſi le ſinus d'incidence ſera au ſinus de réfraction, comme Aq à AQ

(*Art.* 221), & par conſéquent lorſque *QA* eſt à très-peu-près perpendiculaire au plan *AB*, comme *Cq* à *CQ*.

Fig. 391, 392, 393 & 394.

224. THÉOREME II. *Soit* ACB *une ſurface ſphérique réfringente dont le centre eſt* E, *& ſoient les rayons incidens tels que* DA *paralleles à un demi-diametre quelconque* CE, *ſur lequel prolongé du côté où va le rayon, ou en ſens contraire, ſelon que le milieu denſe eſt convexe ou concave, ſoit priſe* CT *à* CE *comme le ſinus d'incidence à la différence de ce ſinus & du ſinus de réfraction,* & T *ſera le foyer des rayons rompus.*

Soit *AT* le rayon rompu ou ſon prolongement, rencontrant quelque part en *T* le demi-diametre *CE* prolongé : le demi-diametre *EA* étant perpendiculaire à la ſurface réfringente en *A*, l'angle d'incidence ſera égal à l'angle *AEC*, & l'angle *EAT* ſera l'angle de réfraction ou ſon ſupplément. Ainſi le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction, comme *AT* eſt à *TE* (*Art.* 221), & par conſéquent comme *CT* eſt à *TE*, lorſque le point d'incidence *A* eſt infiniment près de *C*, & qu'ainſi les rayons incidens ſont preſque perpendiculaires à la ſurface. Le ſinus d'incidence eſt donc à la différence de ce ſinus & du ſinus de réfraction comme *CT* eſt à *CE*.

225. COROLL. I. *CT* eſt à *TE* comme le ſinus d'incidence au ſinus de réfraction.

226. COROLL. II. Si les rayons incidens partent de *T*, ou tendent vers ce point, les rayons rompus ſeront paralleles à *TE*.

Fig 395 & 396.

227. THÉOREME III. *Si des rayons paralleles tombent ſur une ſphere d'une denſité plus grande ou plus petite que celle du milieu environnant, ſoit leur foyer, après leur première réfraction en entrant dans la ſphere, en* T, *ſur le diametre* CD *prolongé, parallele aux rayons incidens tels que* QA ; *leur foyer au ſortir de la ſphere, après avoir été rompu une ſeconde fois, ſera au milieu* F *de la droite* TD.

Que les rayons incident & émergent *QA*, *FG* prolongés ſe rencontrent en *H*, & ſoit menée la corde *AG* qui repréſente la route du rayon dans l'intérieur de la ſphere ; puiſque les réfractions en *A* & en *G* ſont égales, & que *AH* & *FT* ſont paralleles, les triangles *AHG*, *GFT* ſeront ſemblables & iſoſcelles. Si donc le point *A* s'approche de *C* & va s'y confondre, le point *G* tombe ſur *D*, & le triangle *GFT* s'évanouit ;

par conſéquent GF devient égale à la moitié de GT, ou, ce qui eſt la même choſe, DF eſt égale à la moitié de DT.

228. LEMME. *Dans toute lentille convexe ou concave, il y a toujours un point* E *par lequel chaque rayon venant à paſſer, ſuit, au ſortir de la lentille, une route* aq *parallele à celle* QA *de ſon incidence. Dans une lentille plane convexe ou plane concave, ce point eſt au ſommet de la ſurface courbe, & dans les meniſques il tombe en dehors, du côté de la plus grande courbure.* Fig. 397, 398, 399 & 400.

Soit REr l'axe de la lentille qui joint les centres R, r de ſes ſurfaces A, a. Soient menés deux quelconques de leurs demi-diametres RA, ra paralleles entr'eux, joignant les points A, a, la droite Aa coupera l'axe au point E dont il eſt queſtion. Car les triangles REA, rEa étant ſemblables, RE & Er ſont dans la raiſon donnée des demi-diametres RA, ra, & par conſéquent le point E eſt invariable dans chaque lentille. Suppoſant préſentement que Aa ſoit la route d'un rayon dans l'intérieur d'une lentille comme il eſt alors également incliné aux perpendiculaires aux ſurfaces, les réfractions qu'il ſouffre en ſortant ſont égales, & ſes parties émergentes AQ, aq par conſéquent paralleles. Donc ſi un rayon tombe ſur une lentille avec une direction QA, telle qu'après s'être rompu en entrant, il paſſe par le point E, il ſortira ſuivant une direction aq parallele à celle de ſon incidence. Si l'une des ſurfaces de la lentille eſt plane & l'autre convexe ou concave, l'un des demi-diametres RA, ra ſera infini, & par conſéquent parallele à l'axe de la lentille, & l'autre demi-diametre ſe confondra avec l'axe, de ſorte que les points A, E ou a, E, co-incideront.

229. COROLL. D'où il ſuit que lorſqu'un pinceau de rayons tombe preſque perpendiculairement ſur une lentille qui a peu d'épaiſſeur, la route que ſuit le rayon qui paſſe par le point E, peut-être priſe, ſans erreur ſenſible, pour une ligne droite paſſant par le centre de la lentille; car il eſt clair par la longueur de Aa & la quantité des réfractions qui ont lieu à ſes extrémités, que la diſtance perpendiculaire de AQ, aq (prolongées), diminuera avec l'épaiſſeur de la lentille & l'obliquité du rayon.

230. PROBLÊME I. *Trouver le foyer des rayons paralleles qui tombent à très-peu près perpendiculairement ſur une lentille donnée.*

Soit E le centre de la lentille, R & r les centres de ſes ſurfaces,

Fig. 401, 402, &c. jusqu'à 406.

Rr son axe, gEG une parallele aux rayons incidens sur la surface B, dont le centre est R. Soit mené le demi-diametre BR parallele à gE, sur lequel prolongé soit V le foyer des rayons après leur première réfraction en traversant la surface B; joignant ensuite Vr, laquelle coupe gE prolongée en G, ce point G sera le foyer des rayons après être sortis de la lentille.

Car regardant V comme un point d'où partent des rayons qui vont tomber sur la seconde surface A, ces rayons doivent avoir leur foyer, après avoir traversé cette surface, en quelque point du rayon qui traverse cette surface en ligne droite, c'est-à-dire, dans la ligne Vr menée par son centre r. Mais ce foyer étant évidemment le même que le foyer cherché des rayons incidens sur la surface B, après avoir traversé la lentille, doit aussi se trouver sur celui de ces rayons qu'on regarde comme ne se détournant point, & dont par conséquent la route entière peut être prise pour une ligne droite gEG. Ainsi l'intersection G des deux droites gEG & Vr, est le foyer cherché.

231. COROLL. I. Si les rayons incidens sont paralleles à l'axe Rr, la distance focale EF est égale à EG. Car que les rayons incidens paralleles à gE s'inclinent de plus en plus à l'axe jusqu'à ce qu'ils lui deviennent paralleles, leur premier & leur second foyer V & G décriront des arcs VT & GF qui auront pour centres R & E; car RV étant à RB dans la raison donnée du plus petit des sinus d'incidence & de réfraction à leur différence (*Art.* 224), est invariable; par conséquent EG est aussi invariable, puisqu'elle est à VR qui l'est elle-même, dans la raison donnée de rE à rR, à cause des triangles semblables EGr, RVr.

232. COROLL. II. La dernière proportion donne la regle suivante pour déterminer la distance focale d'une lentille mince. L'intervalle Rr des centres des surfaces, est au demi-diametre rE de la seconde surface, comme le prolongement RV ou RT du demi-diametre de la première surface jusqu'au foyer des rayons rompus par cette surface, est à la distance focale EG ou EF de la lentille, laquelle doit être du même côté que les rayons émergens, ou du côté opposé, selon que la lentille a plus d'épaisseur à son milieu qu'à ses bords, ou qu'elle en a moins.

233. COROLL. III. Delà si des rayons tombent paralleles sur

ſur les deux côtés d'une lentille, les diſtances focales EF, Ef ſont égales. Car ſoit rt le prolongement du demi-diametre Er, juſqu'au premier foyer t des rayons qui tombent paralleles ſur la ſurface A; la même regle qui donne rR eſt à rE comme RT eſt à EF, donne auſſi rR à RE comme rt à Ef. Mais le rectangle ſous rE & RT, eſt égal au rectangle ſous RE & rt; car rE eſt à rt, & RE eſt à RT dans la même raiſon donnée (*Art.* 224); donc Ef & EF ſont égales.

234. COROLL. IV. Dans une lentille de verre convexe ou concave des deux côtés, la ſomme des demi-diametres des ſurfaces (ou leur différence dans un ménifque) eſt à l'un d'eux, comme le double de l'autre à la diſtance focale : car les prolongemens RT, rt des demi-diametres ſont doubles de ces demi-diametres, parce que, dans le verre, ET eſt à TR, & Et eſt à tr comme 3 à 2 (*Art.* 225 & 13).

235. COROLL. V. Delà, ſi les demi-diametres des ſurfaces du verre ſont égaux, la diſtance focale de ce verre eſt égale à l'un de ces demi-diametres : elle eſt auſſi égale à la diſtance focale d'un verre plan convexe ou plan concave, dont le demi-diametre eſt une fois plus court. Car conſidérant le côté plan de ce verre comme ayant un demi-diametre infini, le premier rapport de la derniere proportion peut être pris pour un rapport d'égalité.

236. PROBLÊME II. *Le point d'où partent ou vers lequel tendent des rayons qui tombent ſur une ſimple ſurface, ſur une ſphere ou ſur une lentille, étant donné, trouver le foyer des rayons émergens.*

Soit Q le point d'où partent ou vers lequel tendent les rayons qui vont tomber ſur une ſurface ſphérique, ſur une lentille ou ſur une ſphere dont le centre eſt E; & ſoient d'autres rayons qui viennent paralleles à la ligne QEq en ſens contraire des rayons donnés, dont F ſoit le foyer; alors prenant Ef égale à EF, dans la lentille ou la ſphere, & la prenant égale à CF, dans la ſimple ſurface, on fera $QF : FE :: Ef : fq$; & plaçant fq, par rapport à f, dans un ſens contraire à celui dans lequel FQ ſe trouve par rapport à F, le point q ſera, ſans erreur ſenſible, le foyer des rayons rompus, pourvu que le point Q ne ſoit pas aſſez éloigné de l'axe, ni les ſurfaces aſſez larges, pour que quelqu'un des rayons y tombe trop obliquement.

Car du centre E, & avec les demi-diametres EF & Ef ſoient décrits les deux arcs FG, fg qui coupent un rayon quelconque $QAaq$ en G & g, & ſoient menées EG & Eg : alors ſuppoſant que G ſoit un point d'où partent des rayons tels que GA, les rayons émergens, comme agq, ſeront paralleles à GE (*Art.* 226, 231 & 233); & prenant g auſſi pour un point rayonnant qui envoie des rayons ga, les rayons émergens tels que AGQ, ſeront paralleles à gE. C'eſt pourquoi les triangles QGE, Egq ſeront ſemblables, & par conſéquent $QG : GE :: Eg : gq$; proportion qui devient, lorſque le rayon $QAaq$ eſt très-proche de QEq, $QF : FE :: Ef : fq$ (*Art.* 204). Maintenant lorſque Q s'approche de F & vient à coïncider avec lui, les rayons émergens deviennent paralleles, c'eſt-à-dire, que q s'éloigne à une diſtance infinie; & par conſéquent lorſque Q paſſe de l'autre côté de F, le foyer q paſſe de l'autre côté de f, à une diſtance d'abord infinie, puis diminuant à meſure que Q s'éloigne de F.

237. COROLL. I. Lorſque les rayons n'ont à traverſer qu'une ſimple ſurface AC, le foyer q ſe peut auſſi trouver par cette proportion, $QF : FC :: Cf : fq$, à cauſe que FC & Ef ſont égales, de même que FE & Cf (*Art.* 225).

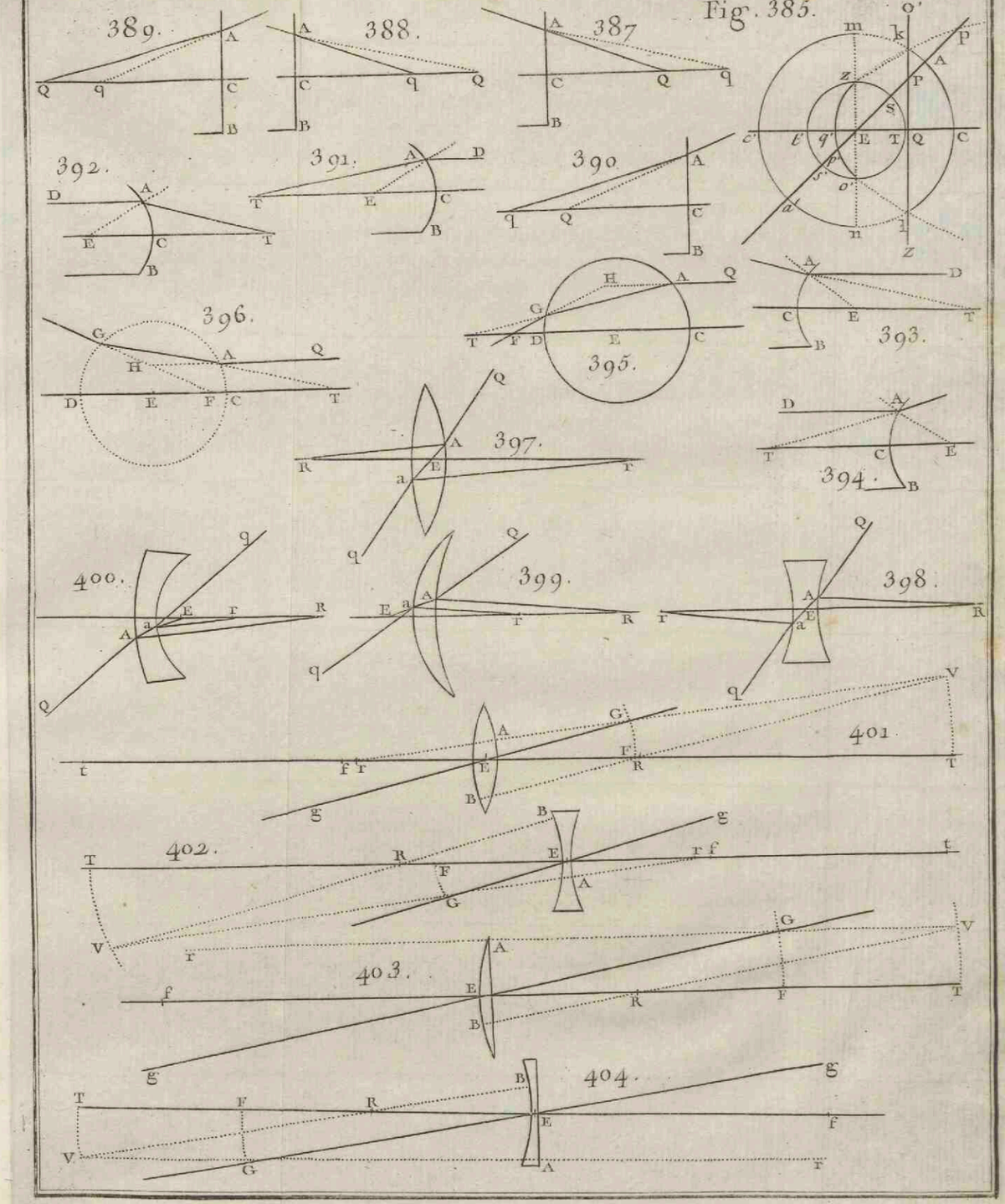
238. COROLL. II. On le peut trouver encore en faiſant cette autre proportion; $QF : QE :: QC : Qq$, & plaçant Qq de manière que ces quatre lignes ſoient toutes d'un même côté par rapport au point Q, ou deux de chaque côté; car les triangles QGE, QAq étant ſemblables, on a $QG : QE :: QA : Qq$.

239. COROLL. III. Dans une ſphere ou une lentille *, on peut trouver le foyer par cette proportion; $QF : QE :: QE : Qq$, &

555. * Le point Q d'où partent les rayons incidens, étant donné, on peut trouver de la manière ſuivante le foyer des rayons rompus en paſſant au travers d'une ſphere ou d'une lentille mince, dont le centre eſt E (*Fig.* 413 & 414). Au foyer F de rayons qui viendraient parallélement à l'axe QE en ſens contraire de ceux qu'envoie le point Q, & au centre E ſoient élevées les perpendiculaires FG, EI à l'axe, leſquelles coupent l'une en G, l'autre en I, une droite quelconque menée par le point Q. Soient joints les points E, G, & la droite Iq menée parallélement à GE, coupera l'axe au foyer q des rayons rompus. Car les triangles QFG, QEI étant ſemblables, de même que QGE, QIq, on aura $QF : QE :: (QG : QI ::) QE : Qq$; proportion qui eſt préciſément la même que celle qui a été démontrée dans le préſent Article.

556. Le foyer q des rayons rompus par une ſimple ſurface ſphérique C, peut ſe trouver en élevant une des perpendiculaires FG (*Fig.* 415) au foyer des rayons qui ſeraient venus parallélement à QE du côté oppoſé à ceux qui appartiennent au point Q, & l'autre perpendiculaire CH au ſommet C de cette ſurface réfringente, laquelle coupe en H une droite quelconque QG; enſuite

Fig. 385.


389.
388.
387
392.
391.
390
396.
395.
393.
397.
394.
400.
399.
398.
401
402.
403.
404.

plaçant Qq du même côté de Q que QF. Car ſoient le rayon incident QA & le rayon émergent qa prolongés juſqu'à ce qu'ils ſe rencontrent en e; les triangles QGE, Qeq étant ſemblables, joignant les points G & E, & menant enfin Hq parallele à GE. Car on a $QF : QC :: (QG : QH ::) QE : Qq$, proportion qui a été démontrée dans l'Article 238.

557. On peut encore trouver le foyer q par cette autre conſtruction. Soient élevées les perpendiculaires CH, EI, leſquelles coupent en H & I une droite quelconque menée par Q & ſur EI; ſoit priſe EK à EI dans le rapport du ſinus de réfraction au ſinus d'incidence d'un rayon quelconque qui appartient au point Q d'où partent ou vers lequel tendent les rayons incidens; & la ligne HK prolongée coupera l'axe en un point q qui ſera le foyer des rayons rompus. Car puiſque $EK : EI ::$ (le ſinus de réfraction au ſinus d'incidence $:: FC : FE$ (*Art.* 224) $::$) $GH : GI$, il s'enſuit que la ligne HK eſt parallele au côté GE du triangle IGE, comme cela doit être par la conſtruction précédente.

558. Delà, ayant le point Q d'où partent les rayons incidens, il eſt facile de trouver leur foyer q, après qu'ils ont été rompus par deux ſurfaces quelconques dont les ſommets ſont C & c, & les centres E & e (*Fig.* 416). Car ayant fait la conſtruction précédente pour la premiere ſurface C, ſoit qKH coupant en h la perpendiculaire en c, & en i la perpendiculaire en e, ſur laquelle prenant ek à ei comme EI eſt à EK, & menant kh, cette droite coupera l'axe Cc prolongé, en un point q' qui ſera le foyer cherché. Car la ſeconde conſtruction n'eſt qu'une répétition de la premiere, parce que q eſt le point où concourent les rayons en tombant ſur la ſeconde ſurface c. Mais dans la pratique il eſt plus facile de déterminer le point k par une ligne menée par les points q & I. Cette conſtruction eſt de M.r Newton, au rapport de Barow. (*Voyez la fin de la 14e de ſes Leçons d'Optique, page 103, & ſon Épître au Lecteur*).

Occupons-nous maintenant de la même recherche, en nous ſervant de l'analyſe, & commençons d'abord par déterminer le foyer relativement à une ſimple ſurface.

559. Soit Q (*Fig.* 417) un point rayonnant placé ſur l'axe QE d'une ſurface ſphérique, qui termine un milieu réfringent S plus denſe que le milieu R où eſt le point rayonnant, & dont le centre eſt E; QH un rayon parti de ce point qui va rencontrer cette ſurface infiniment près de l'axe; Hq le rayon rompu qui concourt avec l'axe en q. Soient menées les perpendiculaires EG & ED aux rayons QH & Hq, leſquelles ſeront les ſinus des angles d'incidence & de réfraction; ſoient faites $QC = a$, $CE = r$, $Cq = f$, $HC = h$, & ſoit le ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, comme 1 à m. Les triangles rectangles QEG, QHC ſemblables donneront $GE = \frac{a+r}{a} h$, & par conſéquent $ED = \frac{ma+mr}{a} h$. Enfin les triangles rectangles ſemblables qHC, qDE donnent $HC - ED : HC :: CE : Cq$, c'eſt-à-dire, $\frac{(1-m)a-mr}{a} h : h ::$

$$r : f = Cq = \frac{ar}{(1-m)a-mr} = \frac{1}{\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a}}$$

diſtance cherchée du foyer à la ſurface réfringente.

560. Nous ferons remarquer en paſſant que l'expreſſion du foyer d'un miroir ſphérique ſe déduit de la précédente, en faiſant $m = -1$. Car l'angle de réfraction devient l'angle de réflexion ou ſon égal, en le ſuppoſant diminuer, devenir nul, enſuite négatif & égal à l'angle d'incidence; par conſéquent le ſinus m de cet angle devient négatif & égal au ſinus d'incidence.

561. Si les rayons tombent paralleles ſur la ſurface réfringente AB, c'eſt-à-dire, que le point rayonnant Q ſoit infiniment éloigné, alors a étant infinie, la diſtance

on a $QG : QE :: Qe : Qq$; or les angles de ces triangles venant à s'évanouir, le point e co-incidera avec E, parce que, dans la ſphere, le triangle Aea eſt iſoſcelle, & que par conſé-

f du foyer de ces rayons ſera $= \frac{1}{\frac{1-m}{r}}$.

562. Si les rayons tombent convergens, c'eſt-à-dire, que le point Q ſoit de l'autre côté de la ſurface réfringente, comme dans la Figure 418, alors a devenant négative, la diſtance f de leur foyer à cette ſurface ſera $= \frac{1}{\frac{1-m}{r} + \frac{m}{a}}$.

563. Si la ſurface réfringente était concave vers le point Q, le rayon r de cette ſurface devenant alors négatif, on aurait dans le premier cas, c'eſt-à-dire, dans celui où les rayons tombent divergens, $f = \frac{1}{\frac{m-1}{r} - \frac{m}{a}}$; dans le cas où ils tombent paralleles, $f = \frac{1}{\frac{m-1}{r}}$, & enfin lorſqu'ils tombent convergens, $f = \frac{1}{\frac{m-1}{r} + \frac{m}{a}}$.

564. Suppoſons que les rayons, au lieu de paſſer du milieu rare dans le plus denſe, paſſent au contraire du plus denſe dans le plus rare; alors le rapport de réfraction eſt $\frac{m}{1}$, enſorte que dans les formules précédentes, il faut mettre m à la place de 1 & 1 à la place de m. Ainſi, ſuppoſant que la ſurface qui ſépare les milieux étant convexe vers les rayons incidens, ces rayons ſoient divergens, la diſtance f de leur foyer, après avoir été rompus, ſera $= \frac{m}{\frac{m-1}{r} - \frac{1}{a}}$. S'ils étaient convergens, on aurait $f = \frac{m}{\frac{m-1}{r} + \frac{1}{a}}$.

Mais toutes ces formules ne donnant que le foyer des rayons qui rencontrent une ſurface ſphérique réfringente infiniment près de l'axe, on peut en deſirer qui donnent le foyer des rayons qui tombent à quelque diſtance de l'axe. C'eſt pourquoi nous allons en mettre ici une pour ce cas-là, laquelle eſt de M.r d'Alembert, & ſe trouve au commencement du IIIe Volume de ſes Opuſcules.

565. Le point d'incidence A étant aſſez près de l'axe, pour qu'on puiſſe regarder & traiter comme aſſez petits les angles BQA, BCA (*Fig.* 417), QB, BC, Bq conſervant les noms qu'on leur a donnés précédemment, & $\frac{1}{m}$ exprimant le rapport du ſinus d'incidence CAG au ſinus de réfraction CAD, ſoit l'angle $ACB = x$, & le ſinus $CG = u$ pour le rayon r; il eſt clair que le ſinus CD ſera $= mu$, que le ſinus $AO = r$ ſin. x, que BO = à très-peu près $\frac{r \text{ ſin. } x^2}{2}$, & que $QA = \sqrt{(QO^2 + AO^2)} = \sqrt{[(a + \frac{r \text{ ſin. } x^2}{2})^2 + rr \text{ ſin. } x^2]}$; & les triangles ſemblables QCG, QAO donnant $QA : AO :: QC : GC$, on aura $u = \frac{(a+r)\, r \text{ ſin. } x}{\sqrt{[(a + \frac{r \text{ ſin. } x^2}{2})^2 + rr \text{ ſin. } x^2]}} =$ (en faiſant $a + r = p$, & en négligeant les quatriemes puiſſances de ſin. x), $\frac{rp \text{ ſin. } x}{a + \frac{rp \text{ ſin. } x^2}{2a}} =$, à très-peu près, $\frac{rp \text{ ſin. } x}{a} - \frac{r^2 p^2 \text{ ſin. } x^3}{2a^3}$; & par conſéquent CD ou $mu = \frac{mrp \text{ ſin. } x}{a} - \frac{mr^2p^2 \text{ ſin. } x^3}{2a^3}$. On a de plus $Cq = \frac{CD}{\text{ſin. } CqD}$; mais ſin. CqD = ſin. (BCA

quent Ae & ae deviennent des demi-diametres de la ſphere. Dans une lentille l'épaiſſeur Aa eſt très-petite.

240. COROLL. IV. Dans tous les cas la diſtance fq varie

$-CAD) = \text{ſin. } BCA \text{ cof. } CAD - \text{ſin. } CAD \text{ cof. } CBA = (1 - \frac{mp}{a}) \text{ ſin. } x + (\frac{mrp^2}{2a^3} + \frac{mp}{2a} - \frac{m^2p^2}{2aa}) \text{ ſin. } x^3$, parce que ſin. $ABC = \text{ſin } x$, cof. $CAD =$ à très-peu près $1 - \frac{\text{ſin. } CAD^2}{2} = 1 - \frac{CD^2}{2rr} = 1 - \frac{m^2p^2 \text{ ſin. } x^2}{2a^2}$, ſin. $CAD = \frac{CD}{r} = \frac{mp \text{ ſin. } x}{a} - \frac{mrp^2 \text{ ſin. } x^3}{2a^3}$, & Cof. $BCA =$ à peu près $1 - \frac{\text{ſin. } x^2}{2}$; on aura donc $Cq = [\frac{mrp}{a} - \frac{mr^2p^2}{2a^3} \text{ ſin. } x^2] : [1 - \frac{mp}{a} + (\frac{mrp^2}{2a^3} + \frac{mp}{2a} + \frac{m^2p^2}{2aa}) \text{ ſin. } x^2]$ & par conſéquent $Bq = r + [\frac{mrp}{a} - \frac{mr^2p^2}{2a^3} \text{ ſin. } x^2] : [1 - \frac{mp}{a} + (\frac{mrp^2}{2a^3} + \frac{mp}{2a} - \frac{m^2p^2}{2aa}) \text{ ſin. } x^2] =$ à peu près $1 : [\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a} + (\frac{m(a+r)^2}{2a^3} + \frac{m^2(a+r)^2}{2aar} - \frac{m^3(a+r)^3}{2a^3r}) \text{ ſin. } x^2]$, en réduiſant, diviſant enſuite haut & bas par le numérateur, & négligeant les quatriemes puiſſances de ſin. x, & remettant pour p ſa valeur $a + r$.

566. Faiſons $m = -1$; cette expreſſion deviendra (*Note 560*) celle du foyer qu'ont, après la réflexion, des rayons qui tombent ſur un miroir ſphérique à quelque diſtance de l'axe; & l'on aura (déſignant par f la diſtance de ce foyer au miroir)

$$f = \frac{1}{\frac{2}{r} + \frac{1}{a} + \frac{1}{r}(1 + \frac{r}{a})^2 \text{ ſin. } x^2}.$$

Si l'on ne voulait que le foyer des rayons qui tombent infiniment près de l'axe de la ſurface réfringente, ſin. x étant alors $= 0$, la formule ſe réduit tout de ſuite à $\frac{1}{\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a}}$; expreſſion qui eſt préciſément la même que celle que nous avons trouvée dans la Note 559, pour la diſtance du foyer de ces rayons à la ſurface réfringente. Il en ſera de même à l'égard du miroir, c'eſt-à-dire, que l'expreſſion générale de ſon foyer ſe changera en celle que nous avons donnée (*Note 549*).

567. Les ſuppoſitions faites dans la Note 559 ſubſiſtant, c'eſt-à-dire, le point rayonnant Q étant ſur l'axe d'une ſurface ſphérique réfringente BA, & les rayons incidens rencontrant cette ſurface infiniment près de l'axe, ſuppoſons actuellement une ſeconde ſurface ſphérique HL (*Fig. 419*) dont la convexité ſoit auſſi tournée vers le point rayonnant, ayant même axe que la premiere, & r' pour rayon, laquelle ſépare le milieu S d'un autre milieu T (plus denſe ſi l'on veut, que le milieu S) que nous ſuppoſerons s'étendre indéfiniment au-delà de cette ſurface; il s'agit de trouver le foyer qu'auront les rayons (déja rompus par la ſurface AB & concourant en q en vertu de cette réfraction), après avoir été rompus par la ſeconde ſurface HL. Or, c'eſt ce qui eſt très-facile: car les rayons tombant ſur la ſurface HL, convergens vers q, pour avoir leur foyer q' après avoir été rompus par cette ſurface, il ne s'agit que de ſubſtituer dans la formule de la Note 562, le rayon de cette ſurface à la place du rayon de la ſurface AB, le rapport de réfraction dans le paſſage du milieu S dans le milieu E, à la place du rapport de réfraction dans le paſſage du milieu R dans le milieu S, qui ſe trouve dans la formule citée, & la diſtance f du point q où concourent les rayons en tombant ſur HL, à la place de a. Nous diſons qu'il faut mettre f à la place de a, tandis que ce devrait être $f - HB$, parce

réciproquement comme FQ, parce que le rectangle (ou le carré) ſous EF & Ef qui ſont les moyens des proportions précédentes, eſt conſtant; & elles ſont toujours diſpoſées en ſens contraires par rapport à f & à F.

que nous ſuppoſons les deux ſurfaces réfringentes aſſez proches l'une de l'autre, pour qu'on puiſſe en négliger l'intervalle dans l'expreſſion générale du foyer, comme faiſant une quantité très-petite par rapport à celles qui entrent dans cette expreſſion (on verra plus bas comment on peut y avoir égard). Suppoſant donc le rapport de réfraction en paſſant du milieu S dans le milieu T, repréſenté par celui de 1 à m', & nommant f' la diſtance Hq' du foyer q', on aura $f' = \frac{1}{\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'}{f}}$, & par conſéquent le foyer des rayons qui viennent de Q & ſont rompus par les deux ſurfaces AB, HL.

Si l'on ſubſtitue dans l'expreſſion précédente de f', la valeur $\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a}$ de $\frac{1}{f}$, on aura $f' = \frac{1}{\frac{1-m'}{r'} + m'\left(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a}\right)}$.

568. Si les rayons, au lieu de paſſer dans un nouveau milieu T, au ſortir du milieu S, repaſſaient dans le milieu d'où ils ſont venus, c'eſt-à-dire, ſi le milieu T était le même que le milieu R, $\frac{1}{m}$ ayant été pris pour exprimer le rapport de réfraction en paſſant du milieu R dans le milieu S, $\frac{m}{1}$ exprimera le rapport de réfraction en repaſſant dans le milieu R; ainſi l'on aura $\frac{m}{1} = \frac{1}{m'}$ & par conſéquent $m' = \frac{1}{m}$; donc on aura alors $f' = \frac{1}{\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) - \frac{1}{a}}$, expreſſion du foyer d'une lentille de peu d'épaiſſeur que traverſent des rayons partis d'un point rayonnant ſitué ſur ſon axe.

569. Si a eſt infinie, c'eſt-à-dire, ſi le point rayonnant eſt infiniment éloigné, ou du moins peut être conſidéré comme tel, $f' = \frac{1}{\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right)}$, expreſſion de la diſtance focale, c'eſt-à-dire, de celle à laquelle ſe réuniſſent les rayons qui tombent paralleles ſur la premiere ſurface de la lentille.

570. Si la ſeconde ſurface HL eſt concave vers le point rayonnant, de ſorte que le milieu S ait la forme d'une lentille convexe des deux côtés, il eſt évident que r' doit avoir le ſigne $-$, puiſqu'il eſt alors d'une poſition contraire à celle qu'il avait, & que dans le calcul, on l'a ſuppoſé avec le ſigne $+$. Donc ſuppoſant toujours que les rayons repaſſent dans le milieu d'où ils ſont venus, $f' = \frac{1}{\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) - \frac{1}{a}}$.

571. Si a eſt infinie, $f' = \frac{1}{\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)}$, expreſſion de la diſtance focale de la lentille.

572. Si les deux ſurfaces ſont d'égale courbure, a étant infinie, on aura en faiſant $\frac{1}{m} = P$, $f' = \frac{r}{2P-2}$, diſtance focale de la lentille.

573. Si l'une des ſurfaces eſt plane, tandis que l'autre eſt convexe, il eſt clair que r ou $r' = \infty$: par conſéquent ſi la ſurface expoſée au point rayonnant eſt plane, la valeur de f' pour les lentilles convexes, deviendra $f' = \frac{1}{\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{a}\right)}$; & ſi la ſeconde ſurface eſt plane,

241. COROLL. V. Si des lentilles convexes différentes qui ont la même distance focale, sont présentées à un point rayonnant à la même distance de ce point, les rayons qu'envoie ce point, la premiere étant convexe, $f' = \frac{1}{(\frac{1}{m} - 1)\frac{1}{r} - \frac{1}{a}}$.

574. Si a est infinie, on aura dans le premier cas $f' = \frac{r'}{P-1}$, & dans le second, $f' = \frac{r}{P-1}$, P étant $= \frac{1}{m}$; ce qui fait voir que nommant R le rayon du côté convexe d'une lentille plane convexe, on aura toujours $f' = \frac{R}{P-1}$, c'est-à-dire, que lorsque l'épaisseur d'une lentille plane convexe est assez petite pour qu'on ne soit point obligé d'y avoir égard, la distance focale est la même, soit qu'on présente aux rayons incidens le côté plan ou le côté convexe de cette lentille.

575. Les rayons étant toujours supposés repasser dans le milieu d'où ils sont venus, si la premiere surface AB est concave vers le point rayonnant, de sorte que le milieu S forme une lentille concave des deux côtés, de peu d'épaisseur, il faut, dans l'expression de f' (*Note 568*) donner le signe — à r; & alors on aura . . . . . $f' = \frac{1}{(\frac{1}{m} - 1)(-\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}) - \frac{1}{a}}$, expression qui étant absolument négative, indique que le foyer est toujours du même côté que le point rayonnant dans les lentilles concaves des deux côtés.

576. Si a est infinie & que les deux rayons soient égaux, $f' = \frac{r}{2-2P}$, distance focale de la lentille.

577. Si une des surfaces de la lentille que nous venons de considérer est plane, r ou r' étant alors $= \infty$, on aura, si c'est celle qui est exposée au point rayonnant, $f' = \frac{1}{(1 - \frac{1}{m})\frac{1}{r'} - \frac{1}{a}}$; si c'est la seconde, $f' = \frac{1}{(1 - \frac{1}{m})\frac{1}{r} - \frac{1}{a}}$; d'où l'on voit que le foyer est toujours du côté du point rayonnant.

578. Si a est infinie, on aura dans le premier cas, $f' = \frac{r'}{1-P}$, & dans le second $f' = \frac{r}{1-P}$. Donc nommant R le rayon du côté concave d'une lentille plane concave de peu d'épaisseur, P exprimant le rapport de réfraction en entrant dans cette lentille, on aura toujours, l'épaisseur étant petite, $f' = \frac{R}{1-P}$, quel que soit le côté de cette lentille qu'on présente au point rayonnant.

579. Si les deux surfaces AB, HL sont concaves vers le point rayonnant, en sorte que le milieu S forme un ménisque dont la concavité soit tournée vers le point lumineux, il faut donner à r & à r' le signe — au lieu du signe + qu'on leur a supposé dans le calcul, puisqu'ils ont alors une position contraire à celles qu'ils avaient. Donc, les rayons repassant dans le milieu d'où ils sont venus, on aura $f' = \frac{1}{(\frac{1}{m} - 1)(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r}) - \frac{1}{a}}$.

580. Ayant vu (*Note 412*) que le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant d'un milieu S dans un autre T, est composé du rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant du premier milieu S dans un troisieme quelconque, & du rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant de ce troisieme milieu dans le second T; il est clair que $\frac{m}{1}$ exprimant le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant du milieu S dans le milieu R, si $\frac{1}{M}$ exprime

auront leur foyer à la même distance de ces lentilles, de sorte que si on les mettait successivement à la même place, le foyer tomberait toujours au même endroit. Car les proportions précédentes

le même rapport, en passant du milieu R dans le milieu T, on aura $\frac{1}{m'} = \frac{m}{M}$, & par conséquent la formule générale de la Note 567 devient

$$f' = \frac{1}{\frac{M}{m}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) - \frac{M}{r} + \frac{1}{r'} - \frac{M}{a}}.$$

581. Si le milieu T, au lieu de s'étendre indéfiniment au-delà de la surface HL, est terminé par une surface sphérique MN (*Fig. 419*) peu éloignée de la surface HL (nous la supposons peu éloignée afin de pouvoir négliger, dans l'expression du foyer, l'intervalle des deux surfaces HL, MN, comme nous avons fait celui des deux surfaces AB, HL) convexe, comme elle, vers le point rayonnant, laquelle sépare le milieu T d'un autre milieu V qui s'étend indéfiniment au-delà de la surface MN; il est clair que les rayons tombant sur cette surface MN, convergens vers le point q', si l'on nomme f'' la distance Mq'' à la surface MN de leur foyer q'', après avoir été rompus par cette surface, r'' le rayon de cette surface, & $\frac{1}{m''}$ le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant du milieu T dans le milieu V, on aura Mq'' ou $f'' = \frac{1}{\frac{1-m''}{r''} + \frac{m''}{f'}} =$ (en substituant la valeur de f' trouvée Note 567) $1 : \left[\frac{1-m''}{r''} + m''\left(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r} - \frac{m'm}{a}\right)\right]$.

582. Si les rayons au sortir de la lentille composée que forment les deux milieux S & T, repassent dans le même milieu que celui d'où ils sont venus, c'est-à-dire, si le milieu V est le même que R, le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction en passant du milieu T dans le milieu R, ayant été supposé, dans la Note 580, $\frac{M}{1}$, on aura $\frac{1}{m''} = \frac{M}{1}$, & par conséquent $m'' = \frac{1}{M}$; ainsi, m'' étant $= \frac{M}{m}$, la formule précédente se changera en celle-ci,

$$f' = 1 : \left[\frac{1}{M}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) + \frac{1}{m}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) + \frac{1}{r''} - \frac{1}{r} - \frac{1}{a}\right];$$

qui se change, si l'on veut, en celle-ci, $f'' = 1 : \left[\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) + \left(\frac{1}{M} - 1\right)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) - \frac{1}{a}\right]$

583. On doit remarquer que si on retourne la lentille, la distance du point rayonnant demeurant la même, la distance du foyer demeure aussi la même. Car à cause que le milieu T se trouve alors avant le milieu S par rapport au point rayonnant, il faut mettre, dans la formule précédente, $\frac{1}{M}$ à la place de $\frac{1}{m}$ & $-\frac{1}{m}$ à la place de $\frac{1}{M}$; & parce que la surface NM se trouve la surface antérieure de la lentille & AB la postérieure, il faut mettre r'' à la place de r, & r à la place de r''; & donner le signe $-$ à r'', r' & r, parce que les trois surfaces ont leur concavité tournée vers le point rayonnant. Or tous ces changemens étant faits, on retrouve précisément la même formule que la précédente.

584. Si le point rayonnant est infiniment éloigné, c'est-à-dire, si $a = \infty$, on a alors

$$f'' = 1 : \left[\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) + \left(\frac{1}{M} - 1\right)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right)\right];$$

expression de la

ne

ne dépendent que de la distance focale de la lentille, & nullement du rapport des demi-diametres de ses surfaces.

242. COROLL. VI. La proportion par laquelle on détermine

distance focale d'une lentille composée de deux matières S & T, au sortir de laquelle les rayons passent dans le même milieu que celui d'où ils sont venus.

585. Si le milieu V est terminé par une surface sphérique OP qui le sépare d'un milieu différent X, lequel s'étend indéfiniment au-delà de la surface OP; nommant f''' la distance Pq''' du foyer q''' des rayons après avoir traversé la surface OP, r''' le rayon de cette surface, $\frac{1}{m'''}$ le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant du milieu V dans le milieu X; il est clair que, supposant la surface OP assez proche de la surface MN, on aura

$$f''' = \frac{1}{\frac{1-m'''}{r'''} + \frac{m'''}{f''}} = \text{(en substituant pour } f'' \text{ sa valeur trouvée, Note 581)}$$

$$1 : \left[\frac{1-m'''}{r'''} + m''' \left(\frac{1-m''}{r''} + \frac{m''-m''m'}{r'} + \frac{m''m'-m''m'm}{r} - \frac{m''m'm}{a}\right)\right].$$

586. Supposons que le milieu X soit le même que le milieu R, ou, ce qui revient au même, que les rayons repassent dans le milieu d'où ils sont venus, au sortir de la lentille composée que forment les trois milieux S, T, V; si l'on a le rapport de réfraction, en passant du milieu R dans le milieu V, & que ce rapport soit exprimé par $\frac{1}{M'}$, on aura (le rapport de réfraction en passant de T dans R étant $\frac{M}{1}$) $\frac{1}{m''} = \frac{M}{M'}$, & par conséquent $m'' = \frac{M'}{M}$; on aura aussi $m''' = \frac{1}{M'}$. Substituant donc à la place de m' sa valeur $\frac{M}{m}$ (*Note 580*), & à la place de m'' & m''' leurs valeurs précédentes, dans l'expression de f''' que nous venons de trouver, on aura $f''' = 1 : \left[\frac{1}{M'}\left(\frac{1}{r''} - \frac{1}{r'''}\right) + \frac{1}{M}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) + \frac{1}{m}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) + \frac{1}{r'''} - \frac{1}{r} - \frac{1}{a}\right]$, expression qui se change en celle-ci,

$$f''' = 1 : \left[\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) + \left(\frac{1}{M} - 1\right)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) + \left(\frac{1}{M'} - 1\right)\left(\frac{1}{r''} - \frac{1}{r'''}\right) - \frac{1}{a}\right].$$

587. Si le milieu V était le même que le milieu S, de sorte que la lentille composée fût de deux matières, dont l'une serait renfermée au-dedans de l'autre, alors m'' serait $= \frac{m}{M}$, & $m''' = \frac{1}{m}$ (les rayons étant toujours supposés repasser, au sortir de la lentille, dans le milieu d'où ils sont venus) & comme $m' = \frac{M}{m}$, on aurait $f''' = 1 : \left[\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'''}\right) + \left(\frac{1}{M} - \frac{1}{m}\right)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) - \frac{1}{a}\right]$, qui se change dans $f''' = 1 : \left[\left(\frac{1}{M} - 1\right)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) + \left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} + \frac{1}{r''} - \frac{1}{r'''}\right) - \frac{1}{a}\right]$.

588. Si le milieu T était le même que le milieu R, en sorte que les rayons eussent à traverser deux lentilles de deux matières différentes fort proches l'une de l'autre, dont l'intervalle fût occupé par le milieu d'où sont venus les rayons, & dans lequel

le foyer pour une ſphere d'une denſité uniforme, ſervira auſſi pour trouver le foyer d'un faiſceau de rayons rompus par un nombre de ſurfaces concentriques, qui ſéparent des milieux uniformes

ils doivent repaſſer au ſortir des deux lentilles, on aurait $m' = \frac{1}{m}$, $m'' = \frac{M'}{1}$, $m''' = \frac{1}{M'}$, & par conſéquent $f''' = 1 : [(\frac{1}{m} - 1)(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}) + (\frac{1}{M'} - 1)(\frac{1}{r''} - \frac{1}{r'''}) - \frac{1}{a}]$. Cette formule ſe peut déduire encore de celle de la Note 586, en faiſant attention que l'intervalle des deux lentilles S & V étant occupé par le milieu R, M eſt $= 1$.

589. La même expreſſion ſe trouve encore en remarquant que la diſtance à laquelle concourent les rayons, en tombant ſur la ſeconde lentille au ſortir de la première, étant f', la diſtance du foyer de cette ſeconde lentille eſt

$$f''' = \frac{1}{(\frac{1}{M'} - 1)(\frac{1}{r''} - \frac{1}{r'''}) + \frac{1}{f'}},$$

dans laquelle il ne reſte plus qu'à ſubſtituer la valeur $\frac{1}{(\frac{1}{m} - 1)(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}) - \frac{1}{a}}$ de f', pour avoir l'expreſſion dont nous parlons.

590. Si on retourne les lentilles compoſées dont il vient d'être queſtion, Notes 586, 587 & 588, la diſtance de l'objet ou point rayonnant demeurant la même, la diſtance du foyer ne change point; ce dont il eſt facile de s'aſſurer.

591. Les formules que nous avons données Notes 568, 569, &c. pour le foyer des lentilles ſimples, avaient ſuffi juſqu'à ces derniers tems, aux beſoins de la Dioptrique, parce qu'il n'avait toujours été queſtion que du paſſage des rayons au travers d'une lentille ſimple. Mais depuis que le ſavant Mr. Euler a appris aux Opticiens qu'on pouvait anéantir ou du moins diminuer conſidérablement les imperfections des inſtrumens de Dioptrique qui naiſſent de la diverſe réfrangibilité des rayons de lumière, au moyen d'objectifs compoſés de matières différemment réfringentes, on s'eſt trouvé obligé de chercher d'autres formules qui exprimaſſent le foyer des rayons qui traverſent pluſieurs milieux différens ſéparés les uns des autres par des ſurfaces ſphériques. C'eſt ce qui nous a fait ajoûter celles qu'on trouve, Notes 581, 582 & ſuivantes, qui ſont de Mr. d'Alembert (*Opuſc. Math. Tom. III*); mais comme nous avons négligé l'épaiſſeur, non ſeulement dans ces formules, mais encore dans celles qui appartiennent aux lentilles ordinaires, & qu'il eſt des cas où il importe d'avoir égard à cet élement, nous allons l'y faire entrer, ce qui eſt très-facile. Commençons par les lentilles ſimples.

592. On doit avoir remarqué dans la Note 566, que la diſtance du point q à la ſurface HL, n'eſt point exactement égale à f, comme nous l'avons ſuppoſé, puiſque f marque la diſtance qB de ce même point à la ſurface AB, mais à $f - e$ (nommant e l'intervalle BH des deux ſurfaces, c'eſt-à-dire, l'épaiſſeur de la lentille). Il faut donc écrire $f - e$ au lieu de f, dans l'expreſſion de f', laquelle ſera par conſéquent $f' = \frac{1}{\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'}{f-e}} = [1 - e(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a})] : [\frac{1-m'}{r'}(1 - e(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a})) + m'(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a})] =$, à très-peu près, $1 : [\frac{1-m'}{r'} + m'(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a}) + m'e(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a})^2]$, en diviſant haut & bas par $1 - e(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a})$,

de denſités différentes. Car ſi des rayons tombent paralleles à une ligne quelconque menée par le centre commun de ces milieux, & ſont rompus par tous ces milieux, la diſtance de leur foyer

& négligeant les termes où e eſt élevée à la 2^e, 3^e, &c. puiſſance.

593. Cette dernière expreſſion ſe peut trouver encore plus facilement. Car en négligeant les termes où e eſt élevée au carré, au cube, &c. on trouve que

$$f' = \frac{1}{\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'}{f} + \frac{m'e}{ff}}.$$

594. Si les rayons repaſſent au ſortir de la lentille, dans le milieu d'où ils ſont venus, comme alors $m' = \frac{1}{m}$, on a

$$f' = \left[1 - e\left(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a}\right)\right] : \left[\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) - \frac{1}{a} + \left(\left(\frac{1}{m} - 1\right)\frac{1}{r} - \frac{1}{a}\right) \times \frac{1-m}{r'} e\right] =, \text{ à très-peu près, } 1 : \left[\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) - \frac{1}{a} + \left(\left(\frac{1}{m} - 1\right)\frac{1}{r} - \frac{2}{a}\right) \times \frac{1-m}{r} e + \frac{me}{aa}\right].$$

595. Si le point rayonnant eſt infiniment éloigné, alors $f' = 1 : \left[\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) + \left(\frac{1}{m} - 1\right) \times \frac{1-m}{r^2} e\right]$, diſtance focale de la lentille, au ſortir de laquelle les rayons repaſſent dans le milieu d'où ils ſont venus.

596. Si les rayons tombent ſur une ſphere réfringente, & qu'ils repaſſent au ſortir de cette ſphere, dans le milieu d'où ils viennent, il faut, dans la valeur exacte de f' (*Note 594*), faire r' négative & égale à r, & $e = 2r$; alors on aura

$$f' = \frac{2m\left(\frac{r}{a} + 1\right) - 1}{2(1-m)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}\right) - \frac{1}{a}}.$$

597. Si a eſt infinie, on aura

$$f' = \frac{2m-1}{2\left(\frac{1-m}{r}\right)}.$$

598. Si le ſecond milieu T forme, comme on l'a ſuppoſé, Note 581, une ſeconde lentille contigue à celle que forme le milieu S, en ſorte que ces deux lentilles ayent HL pour ſurface commune, il eſt clair que nommant e' l'épaiſſeur HM de cette ſeconde lentille, il faudra écrire $f' - e'$, au lieu de f', dans $f'' = \frac{1}{\frac{1-m''}{r''} + \frac{m''}{f'}}$; & l'on trouvera pour une lentille compoſée de deux lentilles contigues de matières différentes, au ſortir de laquelle les rayons paſſent dans un milieu différent de celui d'où ils ſont venus, $f'' =$, à très-peu près, $\frac{1}{\frac{1-m''}{r''} + \frac{m''}{f'} + \frac{m''e'}{f'f'}} = 1 : \left[\frac{1-m''}{r''} + m''\left(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r} - \frac{m'm}{a} + m'e\left(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a}\right)^2\right) + m''e'\left(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r} - \frac{m'm}{a}\right)^2\right]$,

en ſubſtituant pour f' & $f'f'$ leurs valeurs, & négligeant les termes où e & le carré de e ſont multipliés par e', à cauſe que e, e' ſont toujours très-petites par rapport aux rayons des ſurfaces & à la diſtance du point rayonnant.

599. Si le point rayonnant eſt infiniment éloigné, $f'' = 1 : \left[\frac{1-m''}{r''} + m''\left(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r}\right) + m''m'e\left(\frac{1-m}{r}\right)^2 + m''e'\left(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r}\right)^2\right]$.

à ce centre eſt invariable, comme dans une ſphere d'une denſité uniforme.

243. COROLL. VII. Lorſque les points Q & q ſont du même

600. Suppoſons enfin que le milieu V forme une lentille contigue à la lentille T, de ſorte que les trois lentilles V, T, S qui ont les ſurfaces HL, MN pour ſurfaces communes, faſſent une lentille compoſée, au ſortir de laquelle les rayons paſſent dans un milieu quelconque X différent de tous les autres, nommant e'' l'épaiſſeur MP de la dernière lentille V, on aura

$$f''' = \frac{1}{\frac{1-m'''}{r'''} + \frac{m'''}{f''-e''}} = \text{à très-peu près } \frac{1}{\frac{1-m'''}{r'''} + \frac{m'''}{f''} + \frac{m'''e''}{f''f''}}$$

$$= 1 : \Big[\frac{1-m'''}{r'''} + m''' \Big(\frac{1-m''}{r''} \Big) + m''' m'' \Big(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r} - \frac{m'm}{a} + m'e \Big(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a} \Big)^2 \Big) + m''' m'' e' \Big(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r} - \frac{m'm}{a} \Big)^2 + m''' e'' \Big(\frac{1-m''}{r''} + m'' \Big(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r} - \frac{m'm}{a} \Big) \Big)^2 \Big]$$, en ſubſtituant pour f'' & $f''f''$ leurs valeurs, & négligeant les termes ou e, e', & leurs carrés ſont multipliés par e''.

601. Si le point rayonnant eſt infiniment éloigné, $f'' = 1 : \Big[\frac{1-m'''}{r''} + m''' \Big(\frac{1-m''}{r''} \Big) + m'''m'' \Big(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r} \Big) + m'''m''m'e \Big(\frac{1-m}{r} \Big)^2 + m'''m''e' \Big(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r} \Big)^2 + m'''e'' \Big(\frac{1-m''}{r''} + m'' \Big(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r} \Big) \Big)^2 \Big]$.

Juſqu'ici nous n'avons cherché que le foyer des rayons qui tombent, ou peuvent être conſidérés comme tombant infiniment près de l'axe d'une lentille. Tâchons maintenant de découvrir celui des rayons qui tombent à quelque diſtance de l'axe.

602. Pour cela reprenons la formule que nous avons donnée, d'après Mr. d'Alembert, Note 561, pour le foyer des rayons qui tombent ſur une ſurface réfringente, à quelque diſtance de l'axe, & ſuppoſons que la demi-largeur AO de cette ſurface $= k$; on aura ſin. $x = \frac{k}{r}$; & la formule trouvée à l'endroit cité, deviendra

$$f = 1 : \Big[\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a} + \frac{mk^2}{2a} \Big(\frac{1}{a} + \frac{1}{r} \Big)^2 + \frac{m^2k^2}{2r} \Big(\frac{1}{a} + \frac{1}{r} \Big)^2 - \frac{m^3k^2}{2} \Big(\frac{1}{a} + \frac{1}{r} \Big)^3 \Big]$$, en ſubſtituant, pour ſin. x, ſa valeur.

603. Suppoſons actuellement une ſeconde ſurface HL au-delà de la premiere, de ſorte que le milieu S forme une lentille pareille à celle dont il a été queſtion, Note 566, dont la demi-largeur ſoit k; il eſt clair que les rayons étant ſuppoſés tomber convergens ſur la ſeconde ſurface HL, & le point de concours de ceux qui tombent à la diſtance k de l'axe, étant à la diſtance f de cette ſurface, abſtraction faite de l'épaiſſeur, nous aurons pour le foyer cherché de ces rayons $f' = 1 : \Big[\frac{1-m'}{f'} + \frac{m'}{f} - \frac{m'k^2}{2f} \Big(-\frac{1}{f} + \frac{1}{r'} \Big)^2 + \frac{m'^2k^2}{2r'} \Big(-\frac{1}{f} + \frac{1}{r'} \Big)^2 - \frac{m'^3k^2}{2}$

côté des surfaces réfringentes, si les rayons incidens viennent de Q, les rayons rompus iront du côté opposé à q & en divergeront; & si Q n'est que le point de concours des rayons incidens,

$(-\frac{1}{f}+\frac{1}{r'})^3$], expression dans laquelle il faudra substituer à la place de f, sa valeur tirée de la formule précédente.

604. Imaginant une troisième surface MN, au-delà des deux autres, en sorte que les deux milieux S & T forment une lentille composée telle que celle de la Note 581, dont la demi-largeur soit k; on aura pour l'expression du foyer des rayons qui tombent à la distance k de l'axe, $f''=1:$

$$[\frac{1-m''}{r''}+\frac{m''}{f''}-\frac{m''k^2}{2f}(-\frac{1}{f'}+\frac{1}{r''})^2+\frac{m''^2k^2}{2r''}(-\frac{1}{f'}+\frac{1}{r''})^2-\frac{m''^3k^2}{2}(-\frac{1}{f'}+\frac{1}{r''})^3],$$

dans laquelle on aura soin de substituer la valeur précédente de f' où celle de f aura été introduite, au moyen de quoi on aura la valeur de f'' en a.

605. Enfin supposant une quatrième surface OP au-delà des trois premières, en sorte que les trois milieux S, T, V, fassent une lentille composée, dont k soit la demi-largeur, on aura pour le foyer des rayons qui tombent à la distance k de l'axe,

$$f'''=1:[\frac{1-m'''}{r'''}+\frac{m'''}{f''}-\frac{m'''k^2}{2f''}(-\frac{1}{f''}+\frac{1}{r'''})^2+\frac{m''^2k^2}{2r'''}(-\frac{1}{f''}+\frac{1}{r'''})^2-\frac{m'''^3k^2}{2}(-\frac{1}{f''}+\frac{1}{r'''})^3];$$

expression dans laquelle on substituera la valeur de f'' tirée de la dernière formule; ce qui donnera celle de f''' en a. Ces formules seront développées dans la suite. Nous devons avertir qu'elles sont, de même que les précédentes, de Mr d'Alembert (*Opusc. Math. Tom. III.*).

606. Si le point rayonnant Q (*Fig. 420*) est hors de l'axe de la lentille, à une petite distance de cet axe, voici comme on pourra trouver le foyer des rayons que ce point envoie sur la lentille que nous supposons simple & d'une épaisseur quelconque. Par ce point Q & par le centre r de la première surface AB soit menée une ligne Qrq, laquelle sera perpendiculaire à cette surface. Il est certain que le foyer q des rayons partis de Q, rompus par la surface AB, sera un point de cette ligne, que l'on trouvera par la formule donnée, Note 559 (en supposant les rayons tomber très-près du diametre Qr). Soit ensuite menée par ce foyer q & par le centre r' de la seconde surface HL, une droite $qr'E$ qui sera perpendiculaire à cette seconde surface, & dans laquelle sera le foyer q' des rayons, après avoir été rompus par cette surface HL. La distance du point q où concourent les rayons en tombant sur la surface HL étant connue, il est facile de déterminer leur foyer q', qui est évidemment celui qu'on cherche, en se servant de la formule pour le foyer des rayons qui traversent une surface sphérique concave vers le point de concours des rayons incidens.

Il est évident que si au-delà de la surface HL, il y en avait une troisieme, une quatrieme, &c. c'est-à-dire, si la lentille était composée, on trouverait le foyer en continuant de procéder de la manière que nous venons d'indiquer.

607. Si deux points P & Q qui envoient des rayons sur la lentille, sont peu éloignés l'un de l'autre, & à égales distances de la première surface BA, leurs foyers respectifs p' & q' seront à très-peu près à égales distances de la seconde surface HL. Car puisque nous supposons $BP=IQ$, nous avons $Bp=Iq$, & par conséquent $rp=rq$; retranchant rr' de l'un & de l'autre, il restera $r'p=r'q$ à très-peu près, à cause de la petitesse de l'angle qrp; & par conséquent $Hp=Eq$ à très-peu près; donc Hp' & Eq' seront à très-peu près égales.

Ainsi l'image $p'q'$ d'un petit objet PQ perpendiculaire à l'axe d'une lentille, sera aussi à très-peu près perpendiculaire à cet axe.

les rayons rompus auront leur cours vers q : le contraire arrive, lorſque Q & q ſont de différens côtés des ſurfaces réfringentes.

Les Articles 211 & 212 ſont applicables aux réfractions comme aux réflexions.

CHAPITRE IV.

Détermination du lieu, de la grandeur & de la ſituation des images formées par des rayons rompus.

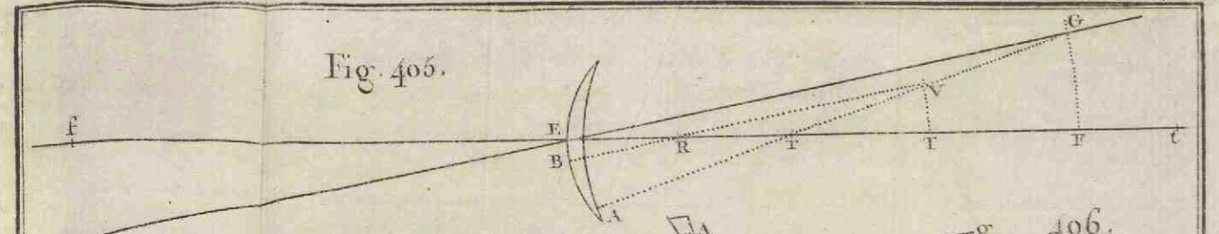
THÉOREME I.

244. *LES images que forment des rayons rompus par des ſurfaces planes, ſont ſemblables aux objets ; & elles ſont toujours droites ou dans une ſituation ſemblable à celle de l'objet, & du même côté par rapport aux plans refringens.*

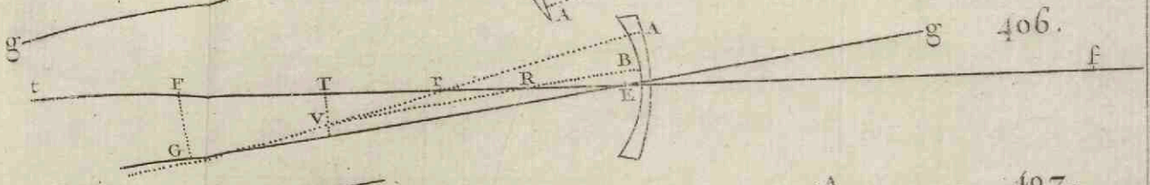
Fig. 421 & 422. Soit PQR un objet qui envoie des rayons ſur un plan réfringent ACB, auquel ſoient menées les perpendiculaires PA, QC, RB, &c. dans leſquelles on prendra Ap, Cq, Br qui ſoient à AP, à CQ, & à BR, dans le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction (*Art.* 223) ; les points p, q, r, &c. formeront une image ſemblable à l'objet, & dans une ſituation ſemblable, les parties pq, qr étant dans le même rapport que PQ, QR: ce qui eſt évident, quand l'objet eſt parallele au plan réfringent ; & lorſqu'il eſt incliné, on voit aiſément que l'objet & l'image étant prolongés, rencontrent le plan au même point D ; & par conſéquent, comme AP, CQ, BR ſont paralleles, on a $pq : qr :: PQ : QR$. De même ſi les rayons qui ont pour foyers p, q, r, ſont rompus de nouveau par un autre plan parallele ou incliné au premier AB, leurs ſeconds foyers formeront une ſeconde image ſemblable à la premiere, & par conſéquent ſemblable à l'objet ; & ainſi de ſuite.

245. THÉOREME II. *Un arc de cercle* PQR *décrit du centre* E *d'une ſurface ſphérique, d'une ſphere, ou d'une lentille, étant conſidéré comme un objet, ſon image* pqr *ſera un arc concentrique ſemblable, dont la longueur ſera à la longueur de l'objet, dans le*

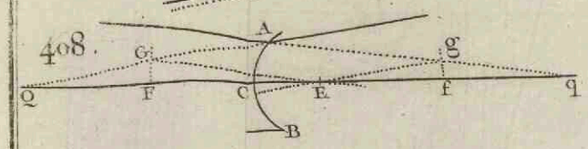
Fig. 405.



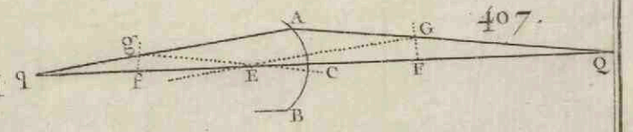
406.



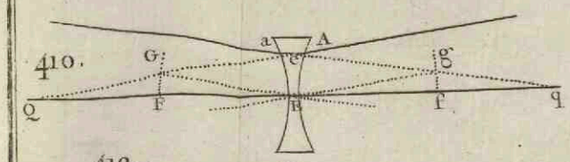
408.



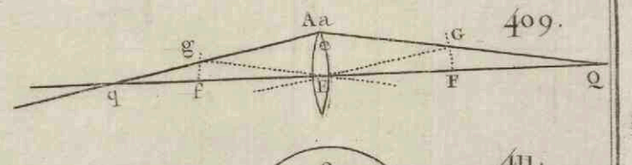
407.



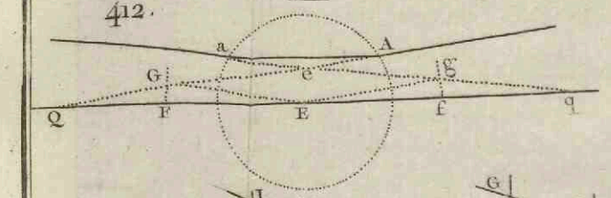
410.



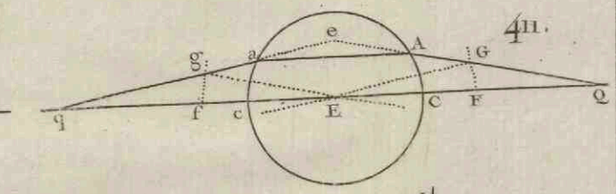
409.



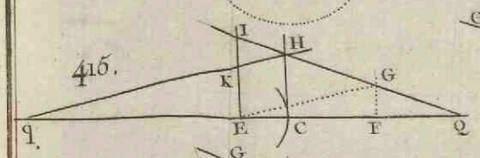
412.



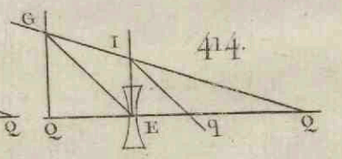
411.



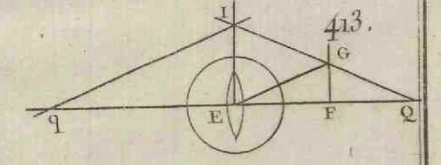
415.



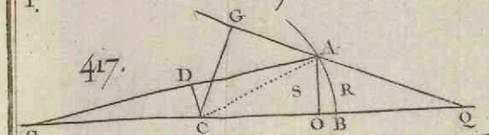
414.



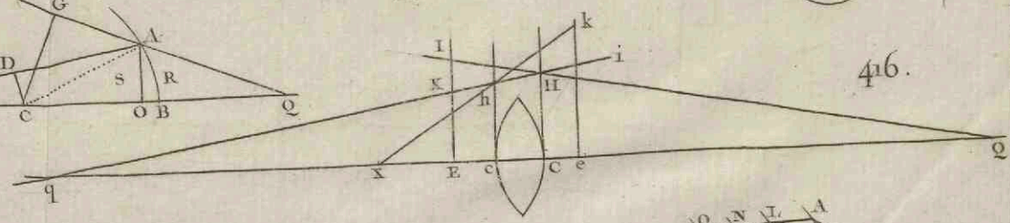
413.



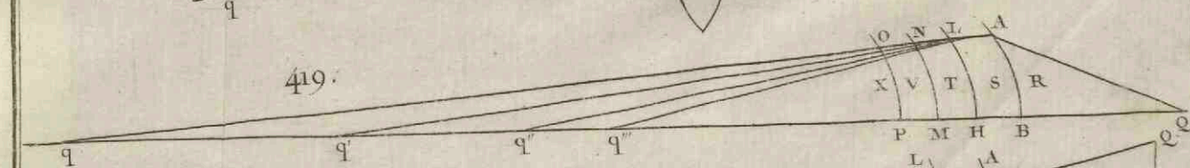
417.



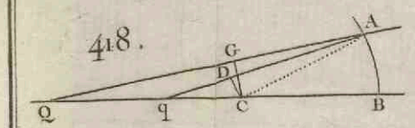
416.



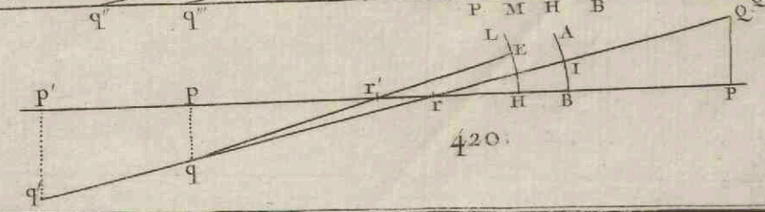
419.



418.



420.



rapport de leurs distances au centre commun E, *& l'image sera droite ou renversée, par rapport à l'objet, suivant qu'elle sera du même côté du centre que l'objet, ou qu'elle sera de l'autre côté.*

Cette proposition est évidente par l'inspection de la Figure 423, dans tous les cas de réfractions occasionnées par des surfaces concentriques, les parties de ces surfaces étant exposées de la même manière aux parties de l'objet concentrique à ces surfaces. Et dans une lentille, les foyers de tous les faisceaux de rayons paralleles sont aussi dans un arc concentrique GFH; ainsi Pp & Qq étant troisiemes proportionnelles, l'une à PG & à PE, l'autre à QF & à QE (*Art.* 239), seront égales, puisque $PG = QF$, & $PE = QE$, & par conséquent l'image pqr est aussi un arc concentrique. Or puisque les axes des faisceaux sont regardés comme des lignes droites, qui passent par E (*Art.* 229), les angles pEr, PER sont égaux; ainsi le rapport de l'image à l'objet est le même que celui de leurs distances au centre E. Enfin, il est visible que suivant que l'image & l'objet sont du même côté du centre, ou de différens côtés, l'image est droite ou renversée. Fig. 423, 424, 425 & 426.

246. COROLL. Un objet circulaire très-petit par rapport à sa distance du centre E, approche beaucoup d'avoir la figure d'une ligne droite, & il en est de même de son image qui lui est semblable. Par conséquent on peut regarder l'image d'un petit objet droit, d'une petite ligne droite, par exemple, placé à une distance considérable du centre d'une surface refringente, d'une lentille ou d'une sphere, comme une ligne sensiblement droite, quoique dans la rigueur géométrique ce soit un arc de section conique *. On peut déterminer par ces propositions les

608. * Car tout le reste demeurant comme dans l'Article 245, soit l'objet PQ (*Fig.* 427, 428 & 429) une droite perpendiculaire à QE q menée par le centre d'une sphere refringente; soit q le foyer d'un pinceau étroit de rayons qui avant leurs réfractions au travers de la sphere, divergent de Q, & q' le foyer d'un autre pinceau de rayons qui, avant de se rompre en traversant la sphere, convergent vers Q; & selon que la perpendiculaire EQ est plus longue ou plus courte que EF distance focale de la sphere, soit décrite une ellipse ou une hyperbole $qpq'p'$, qui ait pour foyer le centre E, & qq' pour premier axe, laquelle coupe en p & en p' une ligne quelconque EP prolongée; & l'arc de section conique pq sera l'image de la droite PQ, formée par les rayons qui viennent de cette droite; & l'arc de section conique opposé $p'q'$ sera l'image de PQ, formée par des rayons convergens vers cette droite PQ; & la section conique entière sera l'image de la ligne infinie $O'PQZ$.

images de tous les objets, en trouvant les images de leurs contours.

609. Lorſque la perpendiculaire EQ eſt égale à EF, l'ellipſe ſe change dans une parabole dont le foyer eſt E & le ſommet q'; & lorſque EQ eſt infinie, l'ellipſe ſe confond avec le cercle dont le diametre eſt Ff ou $\zeta\zeta'$, qui eſt le parametre de toutes les courbes.

610. Delà, lorſque l'angle PEQ que ſoutend au centre d'une lentille mince un petit objet droit, tel qu'une petite ligne droite, eſt petit, l'image de cet objet co-incide à très-peu près avec l'arc d'une ſection conique que l'on détermine de la même manière que pour une ſphere; parce que dans l'un & l'autre cas la relation des foyers correſpondants Q, q, eſt donnée par la même proportion.

611. Maintenant ſuppoſons que les rayons qui divergent de Q (*Fig.* 430), n'ayent qu'une ſurface ſphérique AC à traverſer, de ſorte qu'ils ne ſoient rompus qu'une ſeule fois, & que q ſoit leur foyer; ſuppoſant de plus que cette ſurface ſoit continuée juſqu'à ce qu'elle coupe de nouveau l'axe en c, ſoient d'autres rayons convergens vers Q, rompus en c ſeulement, & ayant en conſéquence q' pour foyer; & ſelon que EQ eſt plus grande ou plus petite que EF, ſoit décrite une ellipſe ou une hyperbole qpq', qui ait le centre E de la ſurface réfringente pour foyer, & qq' pour premier axe, laquelle coupe en p une ligne quelconque PE prolongée; l'arc de ſection conique pq ſera l'image de la perpendiculaire PQ, formée par les rayons qui en divergent, & qui ne ſont rompus que par l'arc AC.

612. Lorſque EQ eſt égale à EF (*Fig.* 430 & 431), l'ellipſe devient une parabole, dont le foyer eſt E & le ſommet q'; & lorſque EQ eſt infinie, l'ellipſe ſe confond avec le cercle dont le diametre eſt $2Ef$, ou ff' ou $\zeta\zeta'$, qui eſt auſſi le parametre de toutes les courbes. (*Voyez la 18^e des Leçons d'Optique de Barow, où il donne des conſtructions ſemblables & les démontre*).

CHAP. V.

CHAPITRE V.

Dans lequel un objet étant vu par des rayons réfléchis ſucceſſivement par un nombre quelconque de ſurfaces planes ou ſphériques, ou par des rayons rompus en traverſant un nombre quelconque de lentilles de telle eſpece qu'on voudra, ou un nombre quelconque de milieux différens dont les ſurfaces ſont planes ou ſphériques, on détermine la diſtance, la grandeur, la ſituation apparentes de cet objet, le degré de diſtinction & de clarté avec lequel on l'apperçoit, le plus grand angle ſous lequel il eſt vu, & la portion qu'on en découvre; avec une application aux téleſcopes & aux microſcopes.

PROBLÊME I.

247. *ÉTANT données les diſtances focales & les ouvertures d'un nombre quelconque de lentilles de telle eſpece qu'on voudra, placées à des diſtances quelconques données l'une de l'autre, de l'œil, & de l'objet; il s'agit de déterminer la diſtance, la grandeur, la ſituation apparentes d'un objet vu au travers de toutes ces lentilles, le degré de diſtinction & de clarté avec lequel on l'apperçoit; enfin l'angle le plus grand ſous lequel il eſt vu, & la portion qu'on en découvre, avec l'ouverture particulière qui limite l'un & l'autre.*

248. Soit PL un objet que l'œil O apperçoit au travers de tant de lentilles qu'on voudra placées en A, B, C, dont les diſtances focales ſont les lignes a, b, c, & qui ont pour axe commun la droite $OABCP$. On peut regarder la diſtance OP comme diviſée par les verres A, B, C, en deux parties telles que OA, AP; OB, BP; OC, CP; ou en trois parties telles que OA, AB, BP; OA, AC, CP; ou en quatre parties comme OA, AB, BC, CP; continuant toujours ainſi autant que le nombre des lentilles le permet. Les produits de ces parties qui ſe correſpondent, diviſés reſpectivement par la diſtance Fig. 432.

focale ou par le produit des distances focales des verres, qui sont placés aux points de division, donneront autant de différentes lignes, qui doivent être considérées comme négatives, si l'on a, aux points de division, un nombre impair de lentilles convexes ; autrement on doit les considérer comme positives. Soit OP' la somme de OP, & de ces différentes lignes (ajoûtées ou retranchées suivant leurs signes) ; cette ligne sera la distance apparente de l'objet.

249. Et sa grandeur apparente sera à sa vraie grandeur (*Art. 100*), comme OP est à OP'.

250. Et si la valeur de OP' est positive, l'objet paraîtra droit, autrement il paraîtra renversé ; ou, pour s'exprimer différemment, on verra l'objet au travers des verres à la même distance, de la même grandeur, & dans la même situation qu'on le verrait à la vue simple, à la distance OP', en le supposant placé en P' dans sa situation naturelle, c'est-à-dire, droit, lorsque OP' est positive, & renversé lorsque OP' est négative.

251. Lorsque OP' est positive, elle doit être placée devant l'œil, autrement elle doit l'être derrière ; supposons ensuite l'œil transporté de O en A, en sorte que sa distance au verre le plus proche s'évanouisse ; & soit Ap' la distance à laquelle il voit l'objet PL, trouvée & placée suivant les mêmes regles que OP'. Soit Ap à Ap' comme AO est à la différence ou à la somme de OP' & de Ap', suivant qu'elles se trouvent du même ou de différens côtés de O & de A ; & soient les points A, p, p' dans le même ordre que les points O, p, P'. Par la situation de ce point p on peut juger du degré de distinction avec lequel on appercevra l'objet ; parce que les rayons qui partent de P, entreront dans l'œil, par la disposition qu'ils auront acquise en traversant les verres, comme si les verres étant ôtés, ils étaient partis de p, lorsque ce point tombe devant l'œil, ou comme s'ils tendaient vers ce point, lorsqu'il tombe derrière.

Fig. 433. 252. Soient les lignes AR, BS, CT les demi-diametres des ouvertures données des verres A, B, C ; & soit Ob' la distance apparente de la ligne BS vue au travers du verre A ; & Oc' la distance apparente de la ligne CT vue au travers des verres A & B, lesquelles se trouveront comme ci-dessus. Soient élevées les perpendiculaires $b's'$ & $c't'$ égales respectivement à BS &

425.

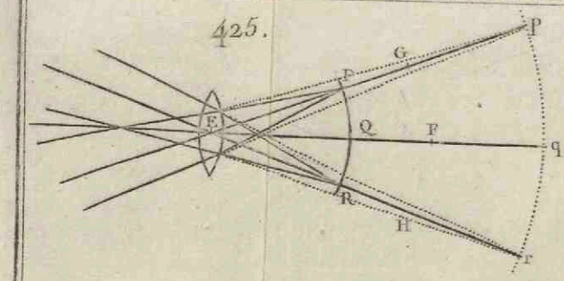
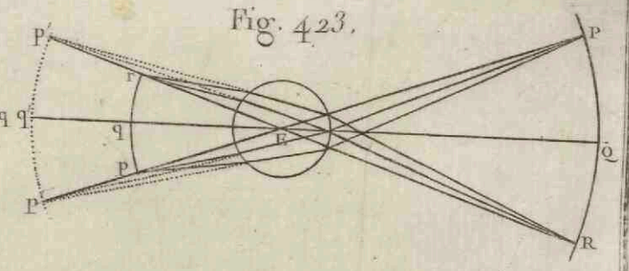
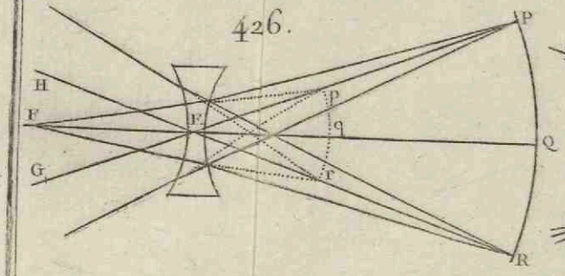


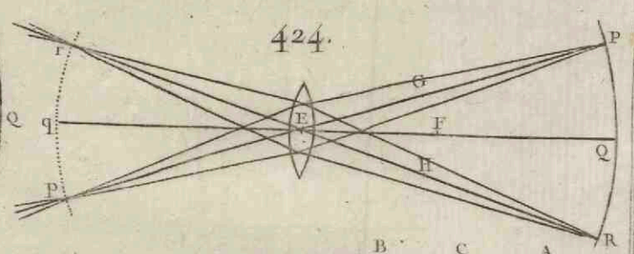
Fig. 423.



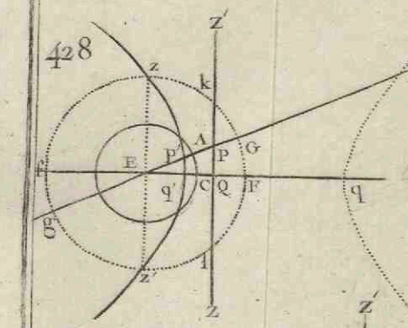
426.



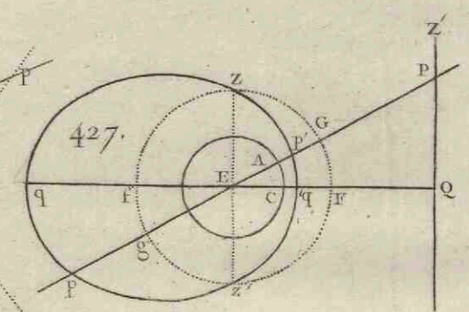
424.

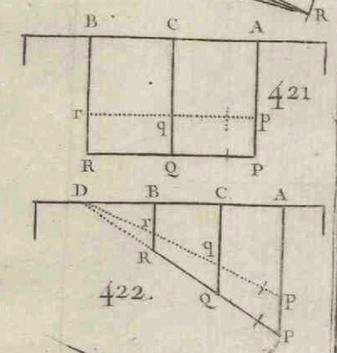


428

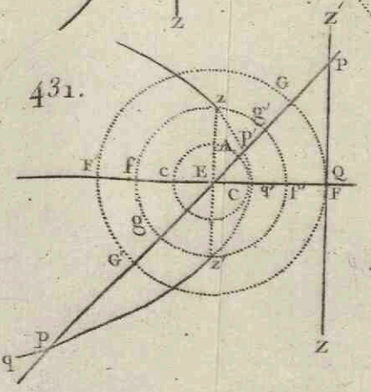


427.

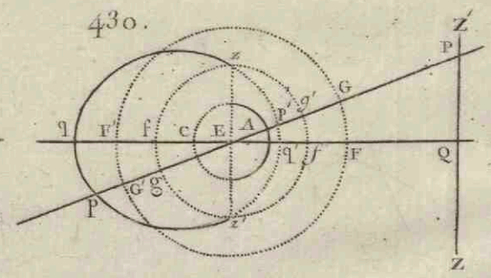


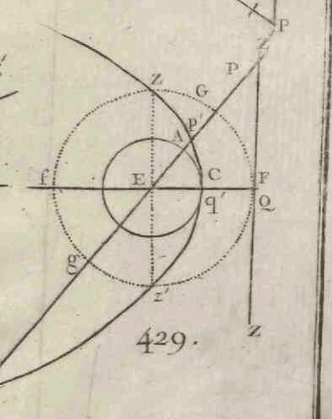


431.



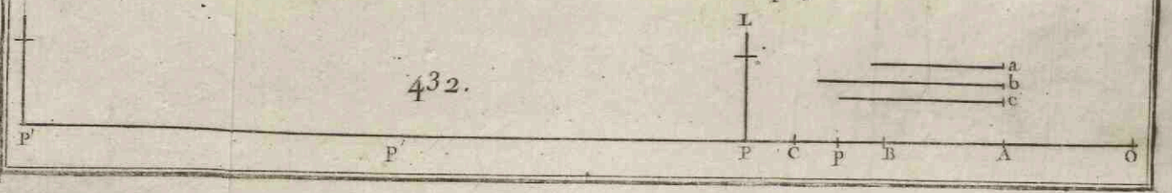
430.





429.

432.



à CT; le plus petit des angles que soutendent en O les perpendiculaires AR, $b's'$, $c't'$, sera la moitié de l'angle le plus grand sous lequel on voit l'objet.

253. Que $b'Os'$ soit cet angle, & que Os' prolongée coupe, en L', une perpendiculaire à l'axe en P'; alors soit prise PL égale à $P'L'$; elle sera le demi-diametre de la partie la plus grande de l'objet PL, que l'œil O puisse appercevoir au travers des ouvertures données de tous les verres : ainsi le demi-diametre PL ou $P'L'$ de la partie visible de l'objet, sera au demi-diametre $b's'$ ou BS de l'ouverture qui borne la vue de l'objet à cette partie, comme la distance apparente OP' de cette même partie, à la distance apparente Ob' de cette ouverture.

254. Et puisque par la supposition l'angle $b'Os'$ est le plus petit de tous les angles que soutendent en O les perpendiculaires AR, $b's'$, $c't'$, il s'ensuit que l'ouverture qui détermine & limite l'angle sous lequel on apperçoit la partie de l'objet qu'on peut découvrir, de même que cette partie, est celle du verre B.

255. Puisque la prunelle change de grandeur selon les divers degrés de lumière qu'elle reçoit, soit NO son demi-diametre lorsque l'objet PL est vu à la distance OP à l'œil nud; & soit OK, dans un plan qui passe par l'œil O, le demi-diametre de l'espace le plus grand (que l'on trouvera de la même manière que PL), qu'un autre œil situé en P puisse appercevoir au travers de tous les verres; ou, ce qui est la même chose, soit OK le demi-diametre de l'espace le plus grand qu'illumine un pinceau de rayons qui vient de P au travers de tous les verres. Si cet espace n'est pas plus petit que l'aire de la prunelle, le point P paraîtra au travers des verres avec le même éclat qu'à la vue simple; s'il est plus petit, le point P paraîtra avec moins d'éclat au travers des verres, qu'à la vue simple, dans le même rapport que cet espace illuminé est plus petit que la prunelle. Ce que nous disons de l'éclat avec lequel l'objet paraîtra, serait exactement vrai, si les verres transmettaient à l'œil tous les rayons incidens, ou s'ils n'en arrêtaient qu'une partie insensible.

256. DÉMONSTRATION. Soit un rayon quelconque $OrstL$ d'un pinceau qu'on suppose aller de l'œil à l'objet, dont f, g, h Fig. 434.

ſoient les foyers, après avoir été ſucceſſivement rompu par les verres Ar, Bs, Ct; & ſoit l'objet rencontré en L par ce rayon. Ce point L ſera vu par le rayon $LtsrO$ retournant ſuivant les mêmes lignes à l'œil O. Soit menée LL' parallele à OP, laquelle rencontre, en L', le rayon viſuel Or prolongé, & ſoit achevé le rectangle $PLL'P'$; OP' ſera la diſtance apparente de l'objet (*Art. 139*). Suppoſons d'abord toutes les lentilles concaves : à cauſe des triangles ſemblables OAr, $OP'L'$, OA eſt à OP' dans le même rapport que Ar eſt à $P'L'$ ou PL; ou en raiſon compoſée de Ar à Bs, de Bs à Ct, & de Ct à PL; ou en raiſon compoſée de fA à $fA+AB$, de gB à $gB+BC$, & de hC à $hC+CP$; & par conſéquent $OP' = OA \times \frac{fA+AB}{fA} \times \frac{gB+BC}{gB} \times \frac{hC+CP}{hC}$. Ainſi l'on connaîtra la diſtance apparente OP', ſi-tôt que l'on aura fA, gB & hC. Or, par l'Article 239, on trouve $fA = \frac{OA \times a}{OA+a}$, $gB = \frac{(fA+AB) \times b}{fA+AB+b}$, $hC = \frac{(gB+BC) \times c}{gB+BC+c}$. Subſtituant ces valeurs, on trouve que ſi l'œil O voit au travers d'un verre unique A, un objet ſitué en B, la diſtance apparente Ob' de cet objet $= OB + \frac{OA \times AB}{a}$; ſi l'œil O voit un objet ſitué en C, à travers deux verres A & B, la diſtance apparente Oc' de cet objet $= OC + \frac{OA \times AC}{a} + \frac{OB \times BC}{b} + \frac{OA \times AB \times BC}{ab}$; ſi l'œil O voit à travers trois verres A, B, C, un objet ſitué en P, la diſtance apparente OP' de cet objet $= OP + \frac{OA \times AP}{a} + \frac{OB \times BP}{b} + \frac{OC \times CP}{c} + \frac{OA \times AB \times BP}{ab} + \frac{OA \times AC \times CP}{ac} + \frac{OB \times BC \times CP}{bc} + \frac{OA \times AB \times BC \times CP}{abc}$: on voit aſſez comment l'on trouverait la diſtance apparente, ſi le nombre des verres était plus grand. Si quelques-unes des lentilles ſont convexes, leurs diſtances focales doivent être conſidérées comme négatives ; car les rayons incidens venant du même côté, les lentilles convexes ont leurs diſtances focales du côté oppoſé à celles des lentilles concaves ; c'eſt pourquoi les termes qui renferment un nombre impair de

lentilles convexes aux points de division, doivent être réputés négatifs.

La détermination de la grandeur apparente est évidente par l'Article 141.

Et celle de la situation apparente par la fin de l'Article 139.

257. Soit achevé le rectangle $LPp'l'$, & soit menée Al' laquelle rencontre OL' en l; la ligne lp menée perpendiculairement à l'axe des verres, sera la dernière image de l'objet PL. Car le même point L est vu par un rayon qui entre dans l'œil O suivant la direction $L'O$, & par un rayon qui entre dans l'œil A selon la direction $l'A$; ainsi le point l où ces directions se coupent, est le foyer des rayons émergens. Présentement les triangles Apl, $Ap'l'$ étant semblables, de même que Opl & $OP'L'$, on a Ap est à Ap', comme Op est à OP', ou comme $Op \mp Ap$, ou OA est à $OP' \mp Ap'$, suivant que p tombe sur le prolongement de OA ou sur OA même, & par conséquent suivant que OP' & Ap' sont du même ou de différens côtés de O & de A. Et les points A, p, p' sont dans le même ordre que les points A, l, l', ou que les points O, l, L', ou que les points O, p, P'. Fig. 435.

258. Que Os' coupe les perpendiculaires AR en r, $c't'$ en t'', $P'L'$ en L'; & soient achevés les rectangles $Bb's's$, $Cc't''t$, $PP'L'L$. L'angle $b'Os'$ étant supposé le plus petit des angles que soutendent en O les perpendiculaires AR, $b's'$, $c't'$, il s'ensuit que Ar est plus petite que AR, & $c't''$ plus petite que $c't'$, ou Ct plus petite que CT. Mais joignant les points r, s, t, L, par les droites rs, st, tL, ces lignes seront décrites par un rayon qui va de O en L; parce que les lignes Or, Ors', Ort'', OrL' sont les différentes distances apparentes des points r, s, t, L vus dans une direction commune Or. Or, dans la construction, $b's'$ a été prise égale à BS, & supposant l'angle visuel $b'Os'$ tant soit peu augmenté, les perpendiculaires égales $b's'$, Bs le seraient aussi; alors Bs deviendrait plus grande que BS, & par conséquent le rayon le plus en dehors Lts serait arrêté en s par le défaut d'une ouverture plus large que BS. Fig. 433 & 436.

259. Dans la supposition que l'angle $b'Os'$ recevrait de l'augmentation, la perpendiculaire $P'L'$ ou PL en recevrait

auſſi ; donc l'angle $b'Os'$ ne pouvant augmenter à moins que BS n'augmente en même tems, PL ne peut être plus grande, & eſt par conſéquent le demi-diametre de l'eſpace le plus grand qu'on puiſſe découvrir de O par toutes les ouvertures données.

260. Et il eſt évident que la viſion eſt bornée par l'ouverture du verre ſitué en B, qu'on apperçoit au travers des verres intermédiaires ſous un angle $b'Os'$ plus petit que celui ſous lequel on appercevrait une autre ouverture quelconque, ſi les autres ouvertures étaient aſſez agrandies pour permettre de la voir.

Fig. 437. 261. Si OK n'eſt pas plus petite que ON, l'aire de la prunelle ſera totalement illuminée par le pinceau qui vient de P. Soit $PtsrN$ un rayon de ce pinceau, coupant l'objectif Ct en t ; & ſuppoſant les verres ôtés, ſoit un rayon direct PMN qui coupe Ct en M. La quantité de rayons rompus qui tombent ſur la ligne NO, eſt à la quantité de rayons directs qui y tomberaient, comme l'angle CPt eſt à l'angle CPM, c'eſt-à-dire, comme la grandeur apparente de la ligne NO eſt à la vraie. C'eſt pourquoi faiſant tourner la figure autour de l'axe OP, la quantité de rayons rompus qui rempliſſent la prunelle, eſt à la quantité de rayons directs qui la rempliraient, comme la grandeur apparente d'une ſurface quelconque ſituée en O, vue de P, eſt à la vraie, ou comme la grandeur apparente d'une ſurface quelconque en P vue de O, à la vraie (*Art.* 262), & par conſéquent comme la grandeur apparente de la ſurface la plus petite, ou point phyſique P, à ſa vraie grandeur ; c'eſt-à-dire, comme l'image du point P tracée ſur le fond de l'œil, par ces rayons rompus, à l'image qu'y traceraient les rayons directs. Ainſi ces images du point P ſont également claires, & l'apparence qu'elles occaſionnent du point P dans l'un & l'autre cas, a le même degré de clarté. Suppoſons maintenant la pru-

Fig. 438. nelle plus large que l'eſpace le plus grand qu'illumine en O un pinceau de rayons qui vient de P ; nous venons de faire voir, dans la ſuppoſition d'une prunelle plus petite & égale à cet eſpace, que des images du point P tracées ſur le fond de l'œil par des rayons rompus & par des rayons directs, auraient le même degré de clarté ; & par conſéquent chacune d'elles ſerait moins claire que quand des rayons directs rempliſſent la prunelle la plus grande, dans le même rapport que la prunelle plus

petite, ou l'eſpace illuminé par les rayons rompus, eſt plus petit que la prunelle plus large, illuminée par des rayons directs. J'ai ſuppoſé diſtincte l'image du point P ſur le fond de l'œil, ou proportionnée à l'angle qui meſure la grandeur apparente de P; mais ſi on la ſuppoſait confuſe, la concluſion n'en ſerait pas moins la même.

262. COROLL. I. Les verres étant fixes, ſi l'on ſuppoſe que l'œil & l'objet changent de places, la diſtance, la grandeur & la ſituation apparentes de l'objet ſeront les mêmes qu'auparavant. Car l'intervalle OP étant le même & étant diviſé dans les mêmes parties par les mêmes verres, donnera le même théorême pour la diſtance apparente que ci-deſſus (*Art.* 248); ſavoir, $PO + \frac{PC \times CO}{c} + \frac{PB \times BO}{b} + \frac{PA \times AO}{a} + \frac{PC \times CB \times BO}{cb} + \frac{PC \times CA \times AO}{ca} + \frac{PB \times BA \times AO}{ba} + \frac{PC \times CB \times BA \times AO}{cba}$.

263. COROLL. II. Lorſqu'un objet PL eſt vu au travers d'un nombre quelconque de verres, la largeur du pinceau principal, en entrant dans l'œil O, eſt à ſa largeur lorſqu'il rencontre l'objectif C, comme la diſtance apparente de l'objet à ſa diſtance réelle de l'objectif, & par conſéquent, dans les lunettes, comme la vraie grandeur de l'objet à ſa grandeur apparente; c'eſt-à-dire, que OK eſt à Ct, comme OP' à PC. Car ſoit menée Kk' parallele à l'axe OP, laquelle coupe en k', Pt prolongée, & ſoit achevé le rectangle $k'KOO'$; PO' eſt la diſtance apparente d'un objet OK vu de P à travers tous les verres; & les triangles $PO'k'$, PCt étant ſemblables, on a OK ou $O'k'$: $Ct :: PO' : PC$ ou $:: OP' : PC$, par le Corollaire précédent. Fig. 437 & 438.

264. COROLL. III. Lorſque les rayons venant de P à travers tous les verres, tombent perpendiculairement ſur un plan fixe en O, leur denſité eſt uniforme dans toute l'étendue de l'aire ou eſpace illuminé. Car ſuppoſant les rayons incidens tous tranſmis, il y aura une même quantité de rayons dans les aires en C & en O, & ces rayons étant uniformement denſes dans l'aire en C, leur quantité eſt comme cette aire, ou comme celle qui eſt en O (à cauſe que ces aires ſont dans un rapport

invariable (*Art.* 263)), & par conſéquent tous ces rayons ſeront d'une denſité uniforme dans l'aire *O*; & quoique la lumière ne ſoit point entiérement tranſmiſe, quelle que ſoit la partie interceptée, la denſité de celle que recevra cette ſurface *O*, n'en ſera pas moins uniforme; car les rayons rencontrant tous preſque perpendiculairement les ſurfaces des verres, chaque partie de la même ſurface en réfléchit & en éteint un égal nombre, & par conſéquent la perte que fait la lumière en traverſant les verres, ſe diſtribue également dans toute l'étendue de la ſurface *O*.

265. COROLL. IV. Cette denſité uniforme des rayons rompus, dans la ſurface *O*, eſt à la denſité uniforme des rayons directs que cette ſurface recevrait du même point *P*, ſi les verres étaient ôtés, comme la grandeur apparente du point *P*, ou d'une ſurface quelconque ſuppoſée en *P*, à la vraie, en ſuppoſant toute la lumière tranſmiſe. Cela eſt facile à voir par la première partie de l'Article 261.

266. COROLL. V. Si la quantité de lumière incidente n'eſt pas diminuée, en traverſant les verres, dans un plus grand rapport que celui de l'ouverture la plus grande de la prunelle à l'ouverture donnée *ON*, & que l'eſpace illuminé ne ſoit pas plus petit que l'ouverture la plus grande, la prunelle ſe dilatera juſqu'à ce qu'elle reçoive la même quantité de lumière que dans la viſion à la vue ſimple (*Art.* 264). Mais ſi l'eſpace illuminé eſt plus petit que l'ouverture donnée de la prunelle, *l'éclat* naturel de l'objet paraîtra diminué dans les verres, en raiſon compoſée de la raiſon de l'ouverture de la prunelle à l'aire illuminée (*Art.* 255), & de celle de la quantité de lumière incidente à la quantité de lumière émergente.

267. COROLL. VI. Il eſt évident qu'on peut voir un objet auſſi clairement à travers des verres qu'à la vue ſimple, mais jamais plus clairement, même quand la lumière incidente ſerait tranſmiſe entiérement par ces verres.

Fig. 438. 268. COROLL. VII. Les verres & l'objet étant fixes, l'éclat apparent du point *P* vu par des rayons rompus, eſt invariable, en quelqu'endroit que l'œil ſoit placé, tant que les rayons qui viennent de ce point rempliſſent la prunelle; mais lorſqu'ils ne la rempliſſent plus, l'éclat apparent varie comme le carré de la diſtance *Op* de la prunelle à la dernière image du point

point P. Car la denſité des rayons, & la grandeur apparente de P, & conſéquemment la grandeur de ſon image au fond de l'œil, varient toutes réciproquement comme le carré de Op (*Art. 58, 206 & 111*). Par conſéquent tant que la prunelle ne varie point, & qu'elle eſt remplie par les rayons, la quantité de lumière qui y entre eſt comme l'aire de l'image de P au fond de l'œil : ainſi cette image eſt toujours également claire ; mais ſi-tôt que les rayons ne rempliſſent pas la prunelle, la quantité de rayons qui y entre eſt invariable, tandis que l'aire de l'image varie réciproquement comme le carré de Op, & par conſéquent que ſa clarté varie directement comme ce même carré : & cela eſt encore ainſi, quelle que ſoit la partie de la lumière incidente qu'interceptent les verres.

269. COROLL. VIII. Lorſque l'objet eſt aſſez éloigné pour que l'on puiſſe conſidérer les diſtances OP, AP, BP, CP comme égales, la diſtance apparente $OP' = OP \times \left(1 + \frac{OA}{a} + \frac{OB}{b} + \frac{OC}{c} + \frac{OA \times AB}{ab} + \frac{OA \times AC}{ac} + \frac{OB \times BC}{bc} + \frac{OA \times AB \times BC}{abc}\right)$.

270. COROLL. IX. Delà, lorſque les points O & h ſont des foyers correſpondans d'un pinceau de rayons rompus par un nombre quelconque de lentilles A, B, C, les angles AOr, Cht, faits par les parties incidente & émergente d'un rayon quelconque avec l'axe des verres, ſont entr'eux comme 1 à $1 + \frac{OA}{a} + \frac{OB}{b} + \frac{OC}{c} + \frac{OA \times AB}{ab} + \frac{OA \times AC}{ac} + \frac{OB \times BC}{bc} + \frac{OA \times AB \times BC}{abc}$. Car, par le Corollaire précédent, ce dernier rapport eſt le même que le rapport de OP à OP', lequel eſt lui-même celui de la grandeur apparente d'un objet éloigné vu de O, à ſa vraie grandeur, vu à la vue ſimple de O ou de h, ou celui de l'angle en O à l'angle en h. Fig. 434.

271. COROLL. X. Donc ſi O eſt le point d'où partent les rayons incidens, leur foyer, après être ſortis du dernier verre C, ſe pourra trouver en prenant Ch à Oc' ou $OC + \frac{OA \times AC}{a}$.

$+\frac{OB\times BC}{b}+\frac{OA\times AB\times BC}{ab}$ comme 1 est à $1+\frac{OA}{a}+\frac{OB}{b}+\frac{OC}{c}+\frac{OA\times AB}{ab}+\frac{OA\times AC}{ac}+\frac{OB\times BC}{bc}+\frac{OA\times AB\times BC}{abc}$, & en plaçant Ch en sens contraire à celui vers lequel vont les rayons, si le second & le troisieme termes de la proportion ont les mêmes signes, autrement on la placera du même sens. Car achevant le rectangle $c'Ctt''$, Ch est à Oc' comme l'angle $c'Ot''$ est à l'angle Cht (*Art. 60*), c'est-à-dire, dans le rapport dont on vient de parler, par le Coroll. précédent.

272. COROLL. XI. Lorsque les distances focales des verres, les distances de ces verres & celles de ces verres à l'objet sont telles que $1+\frac{AP}{a}+\frac{BP}{b}+\frac{CP}{c}+\frac{AB\times BP}{ab}+\frac{AC\times CP}{ac}+\frac{BC\times CP}{bc}+\frac{AB\times BC\times CP}{abc}=0$, les rayons d'un pinceau quelconque tombent paralleles dans l'œil; & alors la distance apparente OP' est égale à $Ap'=AP+\frac{AB\times BP}{b}+\frac{AC\times CP}{c}+\frac{AB\times BC\times CP}{bc}$ ou $=-a\times(1+\frac{BP}{b}+\frac{CP}{c}+\frac{BC\times CP}{bc})$; & cette distance apparente étant invariable, la grandeur, la situation apparentes, & le degré de distinction & d'éclat seront aussi invariables, en quelqu'endroit que l'œil soit placé. Car les rayons venant de L entreront paralleles dans l'œil, lorsque Ol & Al, ou OL' & Al' sont paralleles, & par conséquent lorsque $OP'=Ap'$, ou que $OP'-Ap'=0$. Or en faisant $OA=0$ dans la valeur de $OP'=OP+\frac{OA\times AP}{a}+\frac{OB\times BP}{b}+\frac{OC\times CP}{c}+\frac{OA\times AB\times BP}{ab}+\frac{OA\times AC\times CP}{ac}+\frac{OB\times BC\times CP}{bc}+\frac{OA\times AB\times BC\times CP}{abc}$, nous avons $Ap'=AP+\frac{AB\times BP}{b}+\frac{AC\times CP}{c}+\frac{AB\times BC\times CP}{bc}$, qui étant rétranchée de OP', il reste $OP'-Ap'=1+\frac{AP}{a}+\frac{BP}{b}+\frac{CP}{c}+$

Fig. 435.

$\frac{AB \times BP}{ab} + \frac{AC \times CP}{ac} + \frac{BC \times CP}{bc} + \frac{AB \times BC \times CP}{abc}$ $= 0$; qui donne $- a \times (1 + \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{BC \times CP}{bc}) =$ $AP + \frac{AB \times BP}{b} + \frac{AC \times CP}{c} + \frac{AB \times BC \times CP}{bc} = Ap' = OP'$.

273. COROLL. XII. Delà, lorsque l'objet est assez éloigné pour que l'on puisse considérer les distances OP, AP, BP, CP, comme égales, les rayons qui tombent paralleles sur le premier verre, sortent paralleles du dernier, si les verres sont tellement disposés que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{AB}{ab} + \frac{AC}{ac} + \frac{BC}{bc} + \frac{AB \times BC}{abc} = 0$; & au contraire : alors la distance apparente $OP' = (Ap' =) OP \times (1 + \frac{AB}{b} + \frac{AC}{c} + \frac{AB \times BC}{bc}$ ou $= - a \times OP \times (\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{BC}{bc})$. Par conséquent lorsqu'il y a deux lentilles concaves A, B, la grandeur apparente est à la vraie, comme OP est à OP', ou comme $- \frac{1}{a}$ est à $\frac{1}{b}$; s'il y a trois lentilles concaves A, B, C, comme $- \frac{1}{a}$ est à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{BC}{bc}$; si on en a quatre concaves A, B, C, D, comme $- \frac{1}{a}$ est à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{BC}{bc} + \frac{BD}{bd} + \frac{CD}{cd} + \frac{BC \times CD}{bcd}$. On a négligé par-tout ici l'unité comme étant très-petite par rapport à la distance de l'objet.

274. COROLL. XIII. Puisque l'œil, les verres & l'objet sont placés dans un ordre donné, leurs intervalles OA, AB, BC, &c. doivent être regardés comme étant tous positifs ; & puisque chaque terme de cette équation, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{AB}{ab} + \frac{AC}{ac} + \frac{BC}{bc} + \frac{AB \times BC}{abc} = 0$, qu'on a pour placer trois verres A, B, C, comme on a dit ci-dessus, est positif, la somme des termes ne peut être

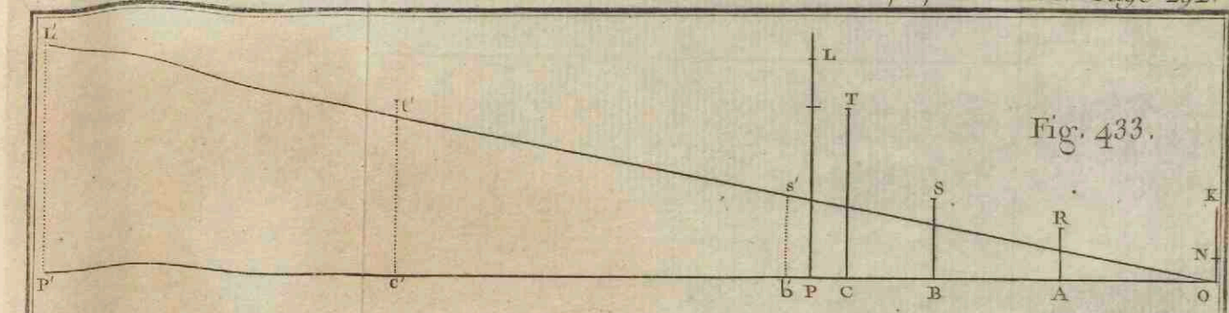
nulle, & par conſéquent les rayons ne peuvent tomber paralleles dans l'œil, à moins que quelqu'une des diſtances focales ne ſoit négative, ou que quelqu'un des verres ne ſoit convexe. Or, dans une lunette compoſée de deux verres concaves A & B, on a $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{AB}{ab} = 0$, ou $AB = -a - b$; ce qui fait voir que l'intervalle AB des deux verres doit être égal à la ſomme ou à la différence de leurs diſtances focales, ſuivant qu'ils ſont tous deux convexes, ou que l'un eſt convexe & l'autre concave. Dans le premier cas, nous avons OP à OP' comme $\frac{1}{a}$ à $-\frac{1}{b}$ ou comme b à $-a$, par le Coroll. XII; & la valeur de OP' étant négative, apprend que l'objet paraîtra renverſé (*Art.* 250). Dans le ſecond cas, nous avons OP à OP' comme b à a, ce qui fait voir que l'objet paraîtra droit.

Fig. 439 & 440.

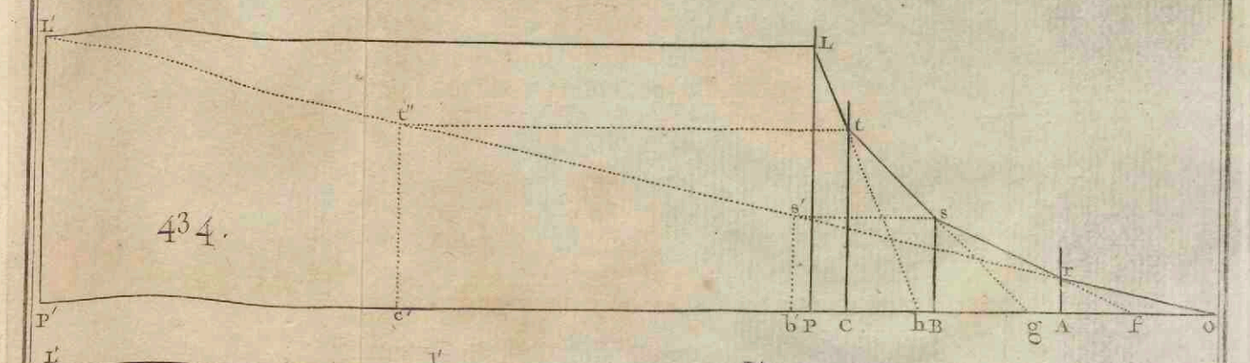
275. COROLL. XIV. pour placer trois verres concaves comme ci-deſſus, on a $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{AB}{ab} + \frac{AC}{ac} + \frac{BC}{bc} + \frac{AB \times BC}{abc} = 0$ (*Art.* 273), ou $b + a + \frac{ab}{c} + AB + (AB + BC) \times \frac{b}{c} + \frac{a \times BC}{c} + \frac{AB \times BC}{c} = 0$, ou $(AB + a + b)(BC + c) + (AB + a)\, b = 0$. Soient tous les verres convexes; alors $AB - a - b$ eſt à $AB - a$ comme b eſt à $BC - c$, proportion qui fait connaître un des intervalles AB, BC, auſſi-tôt qu'on a choiſi l'autre de la grandeur qu'on juge la plus convenable. Et on a OP à OP' comme $\frac{bc}{a}$ à $BC - b - c$ (*Art.* 273); ſi BC eſt poſitive dans cette proportion, ou plus grande que $b + c$, l'objet paraîtra droit (*Art.* 250). Si l'on ſuppoſe $BC - b - c = b$, ou que $BC = 2b + c$, l'objet paraîtra droit & amplifié dans le rapport de OP à OP' ou de c à a, quelle que ſoit la longueur de b. L'autre intervalle AB ſe trouve par la proportion, $AB - a - b$ eſt à $AB - a$ comme b eſt à $BC - c$ ou $2b$, d'où l'on déduit $AB = a + 2b$. Ainſi ſi on prend $b = a$, on aura $AB = 3a$, & $BC = 2a + c$.

Fig. 441.

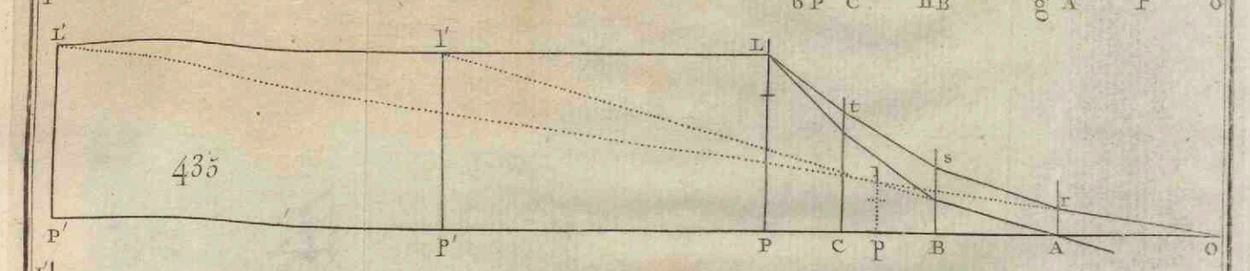
Fig. 433.



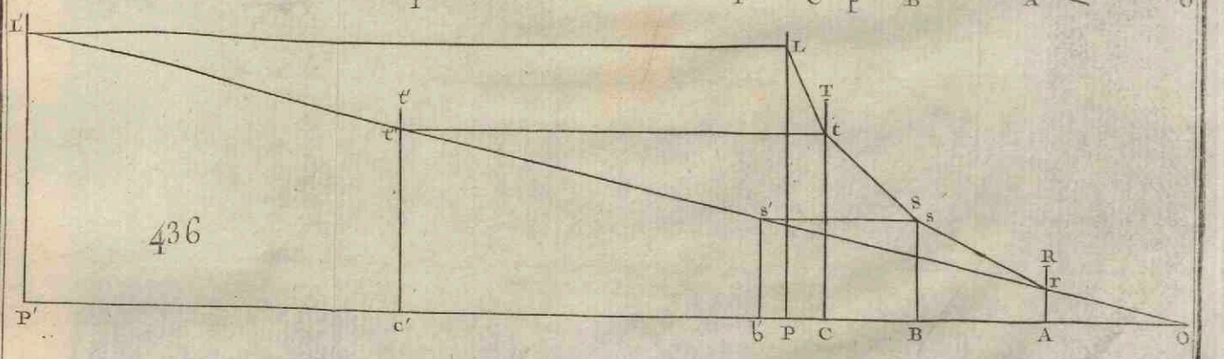
434.



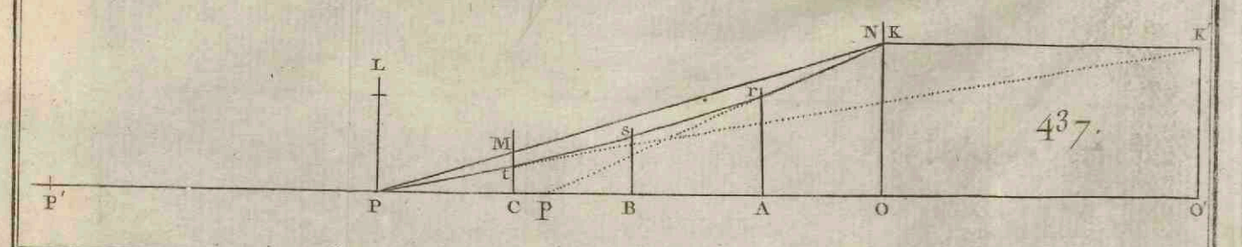
435



436



437.



276. COROLL. XV. Mais pour que les rayons d'un pinceau ſortent paralleles d'un nombre quelconque de verres, il ſuffit que leur dernier foyer co-incide avec le foyer principal du dernier verre. C'eſt pourquoi on pourra prendre tous les intervalles de ces verres, excepté le dernier, tels qu'on les trouvera ſatisfaire le mieux aux autres objets qu'on ſe propoſe; & alors ſi un point quelconque O eſt le point d'où partent les rayons incidens, leurs foyers ſucceſſifs f, g, h, i, &c. après avoir été rompus par les verres A, B, C, D, &c. ſe trouveront aiſément au moyen de ces formules : $fA = \frac{OA \times a}{OA + a}$; $gB = \frac{(fA + AB)b}{fA + AB + b}$; $hC = \frac{(gB + BC)c}{gB + BC + c}$; $iD = \frac{(hC + CD)d}{hC + CD + d}$; &c. Et ces lignes fA, gB, hC, &c. aux ſignes deſquelles il faut toujours avoir égard, doivent être placées du côté où vont les rayons, lorſqu'elles ſont négatives, & du côté oppoſé lorſqu'elles ſont poſitives. Par exemple, dans une lunette compoſée de quatre verres convexes, ſuppoſant que les rayons tombent paralleles ſur l'oculaire A, on doit faire infinie la diſtance AO, & par conſéquent $fA = -a$. Ainſi $gB = \frac{-a + AB}{-a + AB - b} \times -b$, qui, étant faite infinie, afin que les rayons ſoient paralleles entre les verres B & C, donne $-a + AB - b = 0$, ou $AB = a + b$. Delà, quel que ſoit l'intervalle BC, on a $hC = -c$, & par conſéquent $iD = \frac{-c + CD}{-c + CD - d} \times -d$, laquelle étant faite infinie, afin que les rayons puiſſent ſortir paralleles, donne $-c + CD - d = 0$, ou $CD = c + d$. Maintenant lorſque les quatre verres ſont concaves, la grandeur apparente eſt à la vraie, ou OP eſt à OP' comme $-\frac{1}{a}$ eſt à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{BC}{bc} + \frac{BD}{bd} + \frac{CD}{cd} + \frac{BC \times CD}{bcd}$ (*Art.* 273), ou comme $-\frac{bcd}{a}$ eſt à $(DC + d + c)(CB + b) + (DC + d)c$; & lorſque les quatre verres ſont convexes, comme $-\frac{bcd}{a}$ eſt à $(DC - d - c)(CB - b) + (DC - d) \times -c$, ou, parce que $CD = c + d$, comme $-\frac{bcd}{a}$ eſt à $-cc$, ou

Fig 442 & 443.

comme db eſt à ca ; ou enfin, ſuppoſant $b = a$, comme d eſt à c, quelle que ſoit la diſtance focale des verres égaux A & B. Et la valeur de OP' étant poſitive, fait voir que l'objet paraîtra droit (*Art.* 250).

Fig. 444. 277. COROLL. XVI. Dans un microſcope compoſé de deux verres convexes A & B, ſi l'objet PL eſt placé en g que l'on trouve comme dans l'article précédent, les rayons entreront paralleles dans l'œil ; & alors, par le Coroll. XI, la diſtance apparente $OP' = a\left(1 - \frac{BP}{b}\right) = \frac{a}{b}(b - BP) = -\frac{a}{b} + Pb$, en prenant $Bb = b$; ainſi la grandeur apparente eſt à la vraie, ou OP eſt à OP' comme OP eſt à $-\frac{a}{b} + Pb$, c'eſt-à-dire, en raiſon compoſée de b à a & de OP à Pb. La valeur de OP' étant négative, montre que l'on verra l'objet renverſé.

278. COROLL. XVII. Delà, lorſque l'objet eſt éloigné, comme dans les lunettes, la grandeur apparente eſt à la vraie comme b eſt à a ; parce que le rapport de OP à Pb devient un rapport d'égalité.

279. COROLL. XVIII. Puiſque la ſurface de l'objectif eſt la baſe commune de tous les pinceaux qui viennent des différens points de l'objet, ſoit proche, ſoit éloigné, le rayon du milieu de chaque pinceau paſſe en droite ligne par le point du milieu de ce verre. Ainſi l'on peut conſidérer ce point comme ſi les rayons qui occupent le milieu des pinceaux, & qui en ſont comme les axes, venaient de ce point tomber ſur le verre ou les verres ſuivans ; & par conſéquent ſi ces rayons ſortent convergens du dernier verre, & que la prunelle ſoit placée au foyer ou point de concours de ces rayons, elle les recevra tous, quand même elle ſerait contractée en un point ; Fig. 445, 446, 447 & 448. & comme elle eſt plus ouverte, elle recevra auſſi les autres rayons de chaque pinceau, en auſſi grand nombre que ſon ouverture le permettra, & quelquefois les pinceaux tous entiers. En plaçant l'œil à ce foyer, on verra par conſéquent la plus grande partie de l'objet qu'il eſt poſſible ; car ſi l'on meut l'œil en-deçà ou au-delà de ce foyer, juſqu'à ce que la prunelle ſoit ſituée à l'endroit du pinceau compoſé des rayons qui for-

ment les axes des pinceaux, où la section est de même largeur que la prunelle, les rayons extrêmes de ce pinceau commenceront à ne plus entrer dans la prunelle, & alors la portion visible de l'objet commencera à diminuer. De même, si les rayons qui forment les axes des pinceaux sortent divergens d'un foyer situé au-delà de l'oculaire, les rayons extrêmes ou les plus éloignés de l'axe du pinceau qu'ils forment, seront exclus successivement de la prunelle à mesure qu'elle s'éloigne de ce foyer ou de l'oculaire, & par conséquent, dans ce cas, la portion visible de l'objet sera la plus grande lorsque la prunelle est tout contre l'oculaire. Or, on peut trouver de différentes manières ce foyer des rayons émergens, lorsque les rayons incidens partent du centre de l'objectif. Par l'Article 271, si les rayons incidens partent du point B, & que le verre A soit concave, $AO = \frac{AB}{1 + \frac{AB}{a}}$; & si les rayons incidens partent de C, & que les deux verres A & B soient concaves, $AO = \frac{AC + \frac{AB \times BC}{b}}{1 + \frac{AC}{a} + \frac{BC}{b} + \frac{AB \times BC}{ab}}$; & ainsi des autres. Si quelques-uns des verres sont convexes, on doit avoir soin de changer les signes de leurs distances focales. Par exemple, dans une lunette de Galilée, dans laquelle le verre A est concave, & $AB = b - a$, on a $AO = a - \frac{aa}{b}$, où a étant plus grande que $\frac{aa}{b}$, AO est positive, & tombe par conséquent du côté opposé à celui vers lequel vont les rayons (*Art.* 270), qui ainsi sortent de A en divergeant de O; de sorte que l'on découvre le plus grand espace possible, en appliquant l'œil tout contre le verre A. Dans la lunette astronomique $AO = -a - \frac{aa}{b}$, en faisant a négative, parce que l'oculaire est convexe. Le point O est hors la lunette, un peu plus loin de l'oculaire que le foyer principal de ce verre, à cause de la petite quantité $\frac{aa}{b}$ ajoûtée à a. Dans une lu-

Fig 445.

Fig. 446.

Fig. 447. nette composée de deux oculaires convexes placés de manière que $AB = a + 2b$, & $BC = 2b + c$ (*Art.* 275), & où par conséquent $AC = a + 4b + c$, on a, en substituant ces valeurs dans l'expression de AO donnée ci-dessus, $AO = -a - \frac{aa}{b} - \frac{aa}{c}$; ou, lorsque $b = a$, $AO = -2a - \frac{aa}{c}$. Ainsi la place de l'œil n'est éloignée de A que d'un peu plus du double de la distance focale de ce verre.

Fig. 435. 280. COROLL. XIX. La dernière image pl est à l'objet PL, comme la distance Op de cette image à l'œil, est à la distance apparente OP' de l'objet. Car les triangles plO, $P'L'O$ sont semblables, & $P'L'$ est égale à PL *.

281. LEMME. Si l'on intercepte de quelque manière que ce puisse être, & par-tout où l'on voudra, une partie quelconque d'un pinceau de rayons réfléchis ou rompus successivement par différentes surfaces, & qui en conséquence ont successivement différens foyers, comme dans les lunettes & dans les téleſcopes, le reste de ce pinceau qui n'aura pas été intercepté, aura précisément les mêmes foyers. Par conséquent les différentes images formées par les foyers qu'ont successivement plusieurs pinceaux, occuperont les mêmes places, après qu'on aura intercepté une partie quelconque de ces pinceaux, & seront de la même forme & de la même grandeur qu'auparavant. C'est pourquoi pour déterminer les foyers & les images formées par des pinceaux dont une partie est interceptée, on pourra raisonner sur les lignes qui, dans un pinceau, tiendront la place de quelques rayons interceptés, comme si ces rayons ne l'étaient pas, & les décrivaient réellement, ou comme si ces lignes en avaient les propriétés; & toutes les conclusions seront les mêmes dans les deux cas, à l'exception de celles qui concernent l'éclat apparent.

282. PROBLEME II. *Étant données les distances focales & les ouvertures d'un nombre quelconque de surfaces réfléchissantes*

* Le beau théoreme ou plutôt le beau problême dont Mr. Smith a déduit tous ces Corollaires, est de Mr. Cotes. Il en donna la solution peu de tems avant sa mort, & ce fut la dernière invention de ce profond Géometre. Comme il s'était contenté de le résoudre pour un syſtême donné de lentilles ou de surfaces réfringentes, Mr. Smith en étend la solution aux surfaces réfléchissantes.

concaves

concaves ou convexes, placées à telles distances que l'on voudra l'une de l'autre de l'œil & de l'objet; on demande la distance, la grandeur & la situation apparentes d'un objet vu par des rayons réfléchis successivement par toutes ces surfaces, le degré de distinction & de clarté avec lequel on l'apperçoit; enfin le plus grand angle sous lequel il est vu, & la portion qu'on en découvre, avec la surface particulière dont l'ouverture limite l'un & l'autre.

283. Soit l'objet PL vu par des rayons, qui retournant de l'œil situé en O à l'objet situé en P, sont réfléchis successivement par les surfaces sphériques A, B, C, dont les distances focales sont les lignes a, b, c, & qui ont pour axe commun la ligne $OABCP$. Soit prise $OP' = OA + AB + BC + CP + \frac{OA \times (AB + BC + CP)}{a} + \frac{(OA + AB)(BC + CP)}{b} + \frac{(OA + AB + BC) \times CP}{c} + \frac{OA \times AB \times (BC + CP)}{ab} + \frac{OA \times (AB + BC) \times CP}{ac} + \frac{(OA + AB) \times BC \times CP}{bc} + \frac{OA \times AB \times BC \times CP}{abc}$; expression dont les termes divisés par les distances focales d'un nombre impair quelconque de surfaces concaves doivent être considérés comme négatifs, autrement ils doivent être regardés comme positifs; & la ligne OP' sera la distance apparente de l'objet. Fig. 449.

284. Quant à sa grandeur apparente, elle sera à la vraie comme OP est à OP'; & si la valeur de OP' est positive, on verra l'objet droit; autrement on le verra renversé.

285. Lorsque OP' est positive, elle se place devant l'œil, & lorsqu'elle est négative, elle se place derrière; supposons ensuite l'œil transporté de O en A, en sorte que sa distance à la première surface s'évanouisse; & soit Ap' la distance à laquelle il voit l'objet PL, trouvée & placée par les mêmes regles que OP'; soit alors Ap à Ap' comme AO à la différence ou à la somme de OP' & de Ap', suivant que OP' & Ap' sont du même ou de différens côtés de O & de A; & soient les points A, p, p' dans le même ordre que les points O, p, P'. Par la situation de ce point p, on peut juger du degré de distinction avec lequel on verra l'objet; car les rayons venant de P entreront dans

l'œil, par la disposition quils auront acquise par les réflexions, comme s'ils venaient de p, lorsque ce point est devant l'œil, ou comme s'ils tendaient vers ce point, lorsqu'il est derrière.

Fig. 450. 286. Soient AR, BS, CT les demi-diametres des ouvertures données des surfaces A, B, C, & soit Ob' la distance apparente de la ligne BS vue par la réflexion que les rayons ont soufferte à la rencontre de la surface A, & Oc' la distance apparente de la ligne CT, vue par les réflexions à la rencontre des surfaces B & A, lesquelles se trouvent comme ci-devant; soient élevées les perpendiculaires $b's'$ & $c't'$ respectivement égales à BS & à CT. Le plus petit des angles que soutendent en O les perpendiculaires AR, $b's'$, $c't'$, sera la moitié de l'angle le plus grand sous lequel on voit l'objet.

287. Soit $b'Os'$ cet angle, & soit Os' prolongée, laquelle coupe en L' une perpendiculaire à l'axe en P'; & soit prise PL égale à $P'L'$; elle sera le demi-diametre de la portion la plus grande de l'objet que l'œil O puisse appercevoir: ainsi le demi-diametre $P'L'$ de cette partie visible de l'objet sera à $b's'$ ou BS demi-diametre de l'ouverture qui borne la vue de l'objet à cette partie, comme la distance apparente OP' de cette même partie, est à la distance apparente Ob' de cette ouverture.

288. Et comme, par la supposition, l'angle $b'Os'$ est le plus petit des angles en O soutendus par les lignes données AR, $b's'$, $c't'$, on voit que B est la surface dont l'ouverture limite la vision.

289. L'éclat apparent du point P se détermine comme dans la proposition précédente; mais on le peut encore déterminer de cette autre manière. Si un autre œil placé en P peut voir la prunelle entière de l'œil O, ou davantage, par la réflexion des mêmes surfaces, l'œil O verra le point P avec la même clarté que si les furfaces n'y étaient pas; mais si l'œil P ne peut voir qu'une partie de la prunelle O, l'œil O verra le point P moins clairement qu'auparavant dans le même rapport que la partie visible de la prunelle est plus petite que la prunelle entière; supposant que les réflexions n'occasionnent aucune perte aux rayons incidens, ou ne leur occasionnent qu'une perte insensible. Or la portion visible de l'œil O vu du point P peut se déterminer comme ci-dessus.

290. La démonſtration de cette propoſition eſt préciſément la même que celle de la propoſition précédente, en changeant ſeulement les mots de lentilles concaves & de réfractions en ceux de ſurfaces convexes & de réflexions, & en renvoyant à l'Article 207 au lieu de l'Article 239; & ſi on prend les intervalles OA, AB, BC, CP dans le ſens ſuivant lequel vont les rayons, & qu'on les joigne de manière qu'ils faſſent une ligne continue $OABCP$, on voit à l'inſpection du théorême pour la diſtance apparente, que ſon expreſſion en parties de cette ligne ſera abſolument la même que celle du théorême pour les lentilles; ſavoir que $OP' = OP + \frac{OA \times AP}{a} + \frac{OB \times BP}{b} + \frac{OC \times CP}{c} + \frac{OA \times AB \times BP}{ab} + \frac{OA \times AC \times CP}{ac} + \frac{OB \times BC \times CP}{bc} + \frac{OA \times AB \times BC \times CP}{abc}$. Fig. 451 & 452.

Les Corollaires de la propoſition précédente concernant l'éclat apparent ſont auſſi applicables à celle-ci.

291. COROLL. I. Si quelques-unes des ſurfaces réfléchiſſantes ſont planes, on peut les conſidérer comme des portions de ſurfaces ſphériques dont les diametres & les diſtances focales ſont infinies; & alors les termes de la valeur de la diſtance apparente, qui ſont diviſés par ces diſtances focales infinies, s'évanouiront. Ainſi ſi la ſurface B eſt plane, alors $OP' = OA + AB + BC + CP + \frac{OA \times (AB + BC + CP)}{a} + \frac{(OA + AB + BC) \times CP}{c} + \frac{OA \times (AB + BC) \times CP}{ac}$. Et ſi les ſurfaces A, B & C ſont toutes planes, $OP' = OA + AB + BC + CP$, qui eſt la ſomme de toutes les lignes que décrit le rayon le plus proche de l'axe dans ſon trajet depuis l'objet juſqu'à l'œil.

292. COROLL. II Si des rayons venant de l'œil tombent pluſieurs fois ſur un objet $PLMN$, après pluſieurs réflexions à la rencontre des deux ſurfaces A & B, l'objet paraîtra à autant de diſtances différentes. Si, par exemple, les ſurfaces A & B ſont convexes, après une réflexion à la ſurface A, $OP' = OA + AP + \frac{OA \times AP}{a}$; après deux réflexions à la rencontre Fig. 453.

des surfaces A & B, $OP'' = OA + AB + BP + \frac{OA \times (AB + BP)}{a} + \frac{(OA + AB) \times BP}{b} + \frac{OA \times AB \times BP}{ab}$;

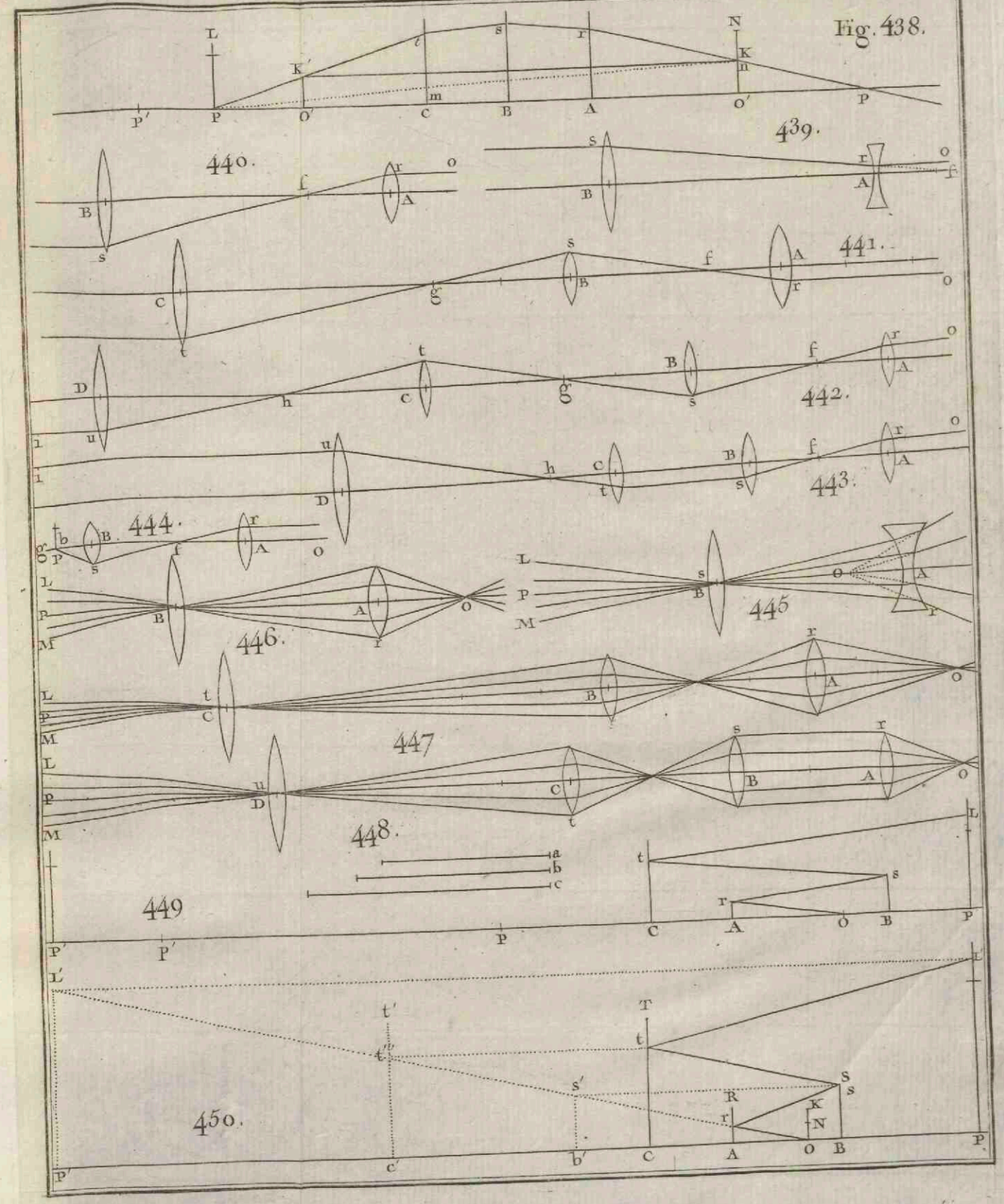
après trois réflexions, l'une à la surface A, l'autre à la surface B, & la 3.e à la surface A, $OP''' = OA + AB + BA + AP + \frac{OA \times (AB + BA + AP)}{a} + \frac{(OA + AB)(BA + AP)}{b} + \frac{(OA + AB + BA) \times AP}{a} + \frac{OA \times AB \times (BA + AP)}{ab} + \frac{OA \times (AB + BA) \times AP}{aa} + \frac{(OA + AB) \times BA \times AP}{ba} + \frac{OA \times AB \times BA \times AP}{aba}$; & ainsi de suite : on voit par le Corollaire précédent quelles seront les distances apparentes, lorsqu'une ou deux surfaces réfléchissantes sont planes. On comprendra aisément qu'après chaque nombre impair de réflexions, on voit un côté de l'objet, & qu'après chaque nombre pair, on voit son côté opposé.

293. COROLL. III. Il est évident aussi par cette proposition & par la précédente, que l'on peut déterminer par les mêmes regles générales, toutes les apparences d'un objet vu par des rayons réfléchis en quelques endroits de leur trajet, par des surfaces telles qu'on voudra, & rompus en d'autres par des lentilles de quelqu'espece que ce soit ; c'est-à-dire, que si quelqu'une des lignes a, b, ou c est la distance focale d'une lentille concave ou convexe, qui occupe la place A, B ou C d'une surface convexe ou concave, le théorême général pour la distance apparente, pour la grandeur, la situation, &c. sera le même qu'auparavant, à l'exception du cours subséquent des rayons. Les Corollaires suivans sont évidens par les démonstrations des Corollaires semblables de la proposition précédente.

294. COROLL. IV. Les surfaces étant fixes, si l'on suppose que l'œil & l'objet changent de place, la distance, la grandeur, la situation apparentes de l'objet seront les mêmes qu'auparavant.

295. COROLL. V. Lorsque l'objet est incomparablement plus éloigné de l'œil & des surfaces que ces surfaces ne le sont l'une de l'autre, alors $OP' = OP \times (1 + \frac{OA}{a} +$

Fig. 438.



$$\frac{OA+AB}{b}+\frac{OA+AB+BC}{c}+\frac{OA\times AB}{ab}+$$
$$\frac{OA\times(AB+BC)}{ac}+\frac{(OA+AB)\times BC}{bc}+\frac{OA\times AB\times BC}{abc}).$$

296. COROLL. VI. Lorſque O & h ſont les foyers correſpondans d'un pinceau de rayons réfléchis ſucceſſivement par un nombre quelconque de ſurfaces ſphériques A, B, C, les angles AOr, Cht, qu'un rayon quelconque fait avec l'axe commun des ſurfaces avant la première réflexion & après la dernière, ſont entr'eux comme 1 à $1+\frac{OA}{a}+\frac{OA+AB}{b}$ Fig. 451.
$$+\frac{OA+AB+BC}{c}+\frac{OA\times AB}{ab}+\frac{OA\times(AB+BC)}{ac}$$
$$+\frac{(OA+AB)\times BC}{bc}+\frac{OA\times AB\times BC}{abc}.$$

297. COROLL. VII. Ayant le point O d'où partent les rayons incidens, pour trouver leur foyer h, après avoir été réfléchis par un nombre quelconque de ſurfaces ſphériques A, B, C, ſoit priſe Ch à $OA+AB+BC+\frac{OA\times(AB+BC)}{a}$
$$+\frac{(OA+AB)\times BC}{b}+\frac{OA\times AB\times BC}{ab},$$ diſtance apparente de la dernière ſurface C, comme 1 eſt à $1+\frac{OA}{a}+$
$$\frac{OA+AB}{b}+\frac{OA+AB+BC}{c}+\frac{OA\times AB}{ab}+$$
$$\frac{OA\times(AB+BC)}{ac}+\frac{(OA+AB)\times BC}{bc}+\frac{OA\times AB\times BC}{abc},$$
obſervant la regle donnée ci-devant pour le ſigne de chaque ligne, & ſoit placée Ch du ſens oppoſé à celui vers lequel vont les rayons après avoir été réfléchis par la ſurface C, ſi le ſecond & le troiſieme termes de la proportion ont les mêmes ſignes, autrement on la placera du côté où vont les rayons, & h ſera le foyer correſpondant de O.

298. COROLL. VIII. Delà il ſuit que ſi les ſurfaces réfléchiſſantes A, B, C, ſont toutes planes, $Ch=OA+AB+BC$, & eſt du côté oppoſé à celui vers lequel vont les rayons après avoir été réfléchis par la ſurface C.

299. COROLL. IX. Si l'objet & les ſurfaces A, B, C,

ſont placés à des diſtances telles que les rayons d'un pinceau quelconque entrent paralleles dans l'œil, la diſtance apparente $OP' = -a \times (1 + \frac{BC + CP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{BC \times CP}{bc})$ ou $= AB + BC + CP + \frac{AB \times (BC + CP)}{b} + \frac{(AB + BC) \times CP}{c} + \frac{AB \times BC \times CP}{bc}$. Et cette diſtance apparente, & par conſéquent la grandeur, la ſituation apparentes, le degré de diſtinction & de clarté avec lequel on verra l'objet, ſeront invariables en quelqu'endroit qu'on place l'œil.

300. COROLL. X. Lorſque les rayons d'un pinceau entrent paralleles dans l'œil, l'objet & les ſurfaces A, B, C, ſont placés à des intervalles tels que $1 + \frac{AB + BC + CP}{a} + \frac{BC + CP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{AB \times (BC + CP)}{ab} + \frac{(AB + BC) \times CP}{ac} + \frac{BC \times CP}{bc} + \frac{AB \times BC \times CP}{abc} = 0$, & par conſéquent, lorſque l'objet eſt éloigné, les intervalles des ſurfaces ſont tels que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{AB}{ab} + \frac{AB + BC}{ac} + \frac{BC}{bc} + \frac{AB \times BC}{abc} = 0$; & réciproquement.

301. COROLL. XI. Dans un téleſcope compoſé de deux ſurfaces convexes A & B, la grandeur apparente de l'objet eſt à la vraie, ou OP eſt à OP', comme $-\frac{1}{a}$ eſt à $\frac{1}{b}$; dans un téleſcope compoſé de trois ſurfaces convexes A, B, C, OP eſt à OP' comme $-\frac{1}{a}$ eſt à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{BC}{bc}$; & pour quatre ſurfaces convexes A, B, C, D, OP eſt à OP' comme $-\frac{1}{a}$ eſt à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{BC}{bc} + \frac{BC + CD}{bd} + \frac{CD}{cd} + \frac{BC \times CD}{bcd}$; & ainſi de ſuite.

Fig. 454 & 455. 302. COROLL. XII. Soient, dans les figures pour les téleſcopes catoptriques, a, b, c, les foyers principaux des ſurfaces données A, B, C; lorſque les rayons d'un pinceau quelconque ſont paralleles avant leur première & après leur dernière

réflexion, l'une à la rencontre de la surface C, l'autre à la rencontre de la surface A, les points c, a doivent être des foyers correspondans, rélativement à la réflexion intermédiaire que ces rayons souffrent à la rencontre de la surface B. C'est pourquoi si ayant pris l'intervalle AB, & conséquemment l'intervalle ab, tels qu'on les juge les plus convenables, on fait ba est à bB comme bB est à bc, le point c sera déterminé (*Art. 207*), & par conséquent le point C & l'intervalle BC le seront aussi. Or, si toutes les surfaces sont concaves, la grandeur apparente est à la vraie, comme $\frac{1}{a}$ est à $-\frac{1}{b}-\frac{1}{c}+\frac{BC}{bc}$ (*Art. préced.*), ou comme $\frac{bc}{a}$ est à $BC-b-c$, ou bc intervalle des foyers b & c; c'est-à-dire, en raison composée de c à a & de b à l'intervalle bc, qui, étant positive, montre que l'on verra l'objet droit (*Art. 285*). Mais si la surface B est convexe, A & C étant concaves, la grandeur apparente sera à la vraie comme $\frac{1}{a}$ est à $\frac{1}{b}-\frac{1}{c}-\frac{BC}{bc}$, ou comme $\frac{b\times c}{a}$ à $c-b-BC$ ou $-bc$ intervalle des foyers b & c; c'est-à-dire, en raison composée de c à a & de b à bc intervalle de b à c, qui, étant négative, montre que l'on verra l'objet renversé. Et si c'est l'intervalle bc, ou le rapport de $\frac{b\times c}{a}$ à l'intervalle bc que l'on détermine d'abord, on déterminera les places de A & de a, en prenant bc, bB, ba en proportion continue.

Pour passer de cette théorie à la pratique, on fait la surface B d'un foyer très-court, & on lui donne très-peu de largeur, dans la crainte qu'elle n'intercepte une trop grande quantité des rayons que l'objet envoie sur la grande surface concave C; au milieu de cette dernière surface on pratique une ouverture médiocre, afin de laisser passer les rayons après avoir été réfléchis par la surface B; & l'on substitue une lentille convexe à la surface concave A, en sorte que le spectateur peut regarder en visant à l'objet. Supposant que cette lentille ait la même distance focale que la surface concave A, la distance, la grandeur, la situation apparentes de l'objet, le degré de distinction & de clarté avec lequel on l'appercevra, seront les mêmes qu'auparavant (*Art. 293*).

303. COROLL. XIII. Delà, ſi la ſurface ſphérique B ſe change en une ſurface plane par l'accroiſſement de ſon demi-diametre & de la diſtance focale bB à l'infini, le rapport de bB à l'intervalle bc deviendra un rapport d'égalité ; & alors la grandeur apparente ſera à la vraie comme c eſt à a, par le Corol-
Fig. 456. laire précédent. Or, lorſque le rapport de Cc à Aa eſt très-grand, le foyer commun a ne peut s'avancer que fort peu au-delà du miroir Ct, quand même l'oculaire ſerait placé dans l'ouverture pratiquée en C ; ainſi Ba & Bc étant préſentement égales, ou Bc étant la moitié de ca, doit être près de la moitié de cC, & par conſéquent la largeur du plan Bs doit être près de la moitié de la largeur de la ſurface concave Ct, pour recevoir le pinceau réfléchi par Ct dans ſon entier ; & alors il interceptera auſſi près de la moitié des rayons incidens qui vien-
Fig. 457. nent de l'objet. Mais ſi le plan Bs eſt placé obliquement, afin de pouvoir réfléchir de côté les rayons à l'oculaire A, ſa diſtance de c & conſéquemment ſa largeur peuvent ſouffrir telle diminution qu'on voudra, ſans altérer la grandeur apparente que le plan n'augmente ni ne diminue ; car ſuppoſant b infinie dans le Coroll. IX, CP ou OP eſt à OP' comme c eſt à $-a$.

Fig. 458. 304. COROLL. XIV. Lorſque les rayons qui viennent d'un objet proche PL, entrent paralleles dans l'œil après avoir été réfléchis par deux ſurfaces concaves B & A, ou après avoir été réfléchis par une ſurface B, & rompus par une lentille convexe A dont la diſtance focale eſt $-a$, la diſtance apparente de l'objet à l'œil placé en un point quelconque O eſt $a \times (1 - \frac{BP}{b})$ (*Art.* 299), ou $-\frac{a}{b} Pb$; qui, étant négative, montre qu'on verra l'objet renverſé (*Art.* 284). Ainſi la grandeur apparente eſt à la vraie, ou la vraie diſtance eſt à la diſtance apparente, comme OP eſt à $\frac{a}{b} Pb$, ou en raiſon compoſée de b à a & de OP à Pb. Dans ces microſcopes par réflexion, l'objet PL étant très-petit, peut n'intercepter que très-peu de rayons, dans leur paſſage de la ſurface B à la lentille A.

305. COROLL. XV. Donc lorſque l'objet eſt éloigné comme dans un téleſcope catoptrique, compoſé d'un large miroir concave & d'un oculaire convexe, la grandeur apparente de l'objet eſt à la vraie comme b eſt à a, parce que le rapport de OP à Pb

à Pb devient un rapport d'égalité, & parce que le plan réfléchissant n'altere en aucune manière la grandeur apparente.

306. COROLL. XVI. La place de l'œil dans les téleſcopes catoptriques, où les rayons du milieu de chaque pinceau ſe coupent, ſe peut trouver en prenant Ba, BA, BO en proportion continue (*Art.* 239); parce que ce qui a été dit de l'objectif d'une lunette, dans l'Art. 299, ſe peut dire auſſi de la ſurface réfléchiſſante B, comme il paraît par l'inſpection de la Fig. 198.

307. PROBLÊME III. *Étant données les diſtances focales & les ouvertures d'un nombre quelconque de ſurfaces qui ſéparent des milieux donnés, & ſont ſituées à telles diſtances que l'on voudra les unes des autres, de l'œil & de l'objet; on demande la diſtance, la grandeur & la ſituation apparentes d'un objet vu au travers de tous ces milieux, le degré de diſtinction & de clarté avec lequel on l'apperçoit; enfin la partie de cet objet qu'on découvre, & l'angle le plus grand ſous lequel on la voit, avec l'ouverture particulière qui limite l'un & l'autre.*

308. Soit PL un objet que l'œil O apperçoit au travers d'un nombre quelconque de ſurfaces ſphériques A, B, C, dont les centres a, b, c ſont dans la ligne OP, & dont les diſtances focales (pour les rayons qui tombent paralleles ſur le côté de ces ſurfaces expoſé à l'œil), ſont les lignes a, b, c. Suppoſons d'abord les demi-diametres Aa, Bb, Cc, tous du même côté de leurs ſurfaces, & ſéparés l'un de l'autre, de l'œil & de l'objet; & ſuppoſons de plus que le milieu contigu au côté concave de chaque ſurface, eſt plus rare que celui qui eſt contigu au côté convexe de la même ſurface. Si l'on prend Fig. 459 & 460.

$$OP' = OP + \frac{Oa \times AP}{a} + \frac{Ob \times BP}{b} + \frac{Oc \times CP}{c} + \frac{Oa \times Ab \times BP}{ab} + \frac{Oa \times Ac \times CP}{ac} + \frac{Ob \times Bc \times CP}{bc} + \frac{Oa \times Ab \times Bc \times CP}{abc},$$

on aura la diſtance apparente de l'objet.

Dans tous les cas, les lignes OP, AP, BP, CP doivent toujours demeurer poſitives dans cette valeur de OP'; mais s'il y a quelqu'une des lignes Oa, Ob, Oc, qui tombe derrière l'œil, elle doit être négative. Si quelqu'une des lignes Ab, Ac, Bc ſe trouve dirigée vers l'œil, elle ſera négative:

& une quelconque des distances focales sera négative, si les densités des milieux étant dans le même ordre que dans le premier cas, le demi-diametre de la surface à laquelle appartient cette distance focale, est situé de l'autre côté de cette surface ; ou si le demi-diametre demeurant dans la position qu'on lui a supposée d'abord, on transpose & on met à la place l'un de l'autre les milieux que sépare cette surface. Le signe de chaque ligne contenue dans la valeur précédente de OP' étant ainsi déterminé, chacun des termes de cette expression qui renfermera un nombre impair quelconque de lignes négatives, doit être regardé comme négatif, autrement on le considerera comme positif ; & OP', ou la somme de tous ces termes, tant positifs que négatifs, sera la distance apparente de l'objet.

309. Et la grandeur apparente de l'objet sera à la vraie comme OP est à OP'.

310. Si la valeur de OP' est positive, on verra l'objet droit ; si elle est négative, on le verra renversé.

311. Si OP est positive, il faut la placer devant l'œil, autrement il faut la placer derrière. Supposons l'œil transporté de O en a, en sorte que sa distance au centre de la surface la plus proche s'évanouisse ; & soit ap' la distance à laquelle il voit alors l'objet, laquelle se trouve & se place par les mêmes regles que OP' ; soit alors ap à ap' comme aO est à la différence ou à la somme de OP' & de ap', suivant qu'elles sont du même ou de différens côtés de O & de A ; & soit l'ordre des points a, p, p' le même que celui des points O, p, P'. Par la situation de ce point p on peut juger du degré de distinction avec lequel on verra l'objet, parce que p est le lieu de la dernière image de cet objet.

312. On détermine la partie de l'objet qu'on découvre, & l'angle sous lequel on l'apperçoit avec l'ouverture qui limite l'un & l'autre, de la même manière que dans la proposition pour les lentilles.

313. Puisque la prunelle change de grandeur, selon les divers degrés de lumière qu'elle reçoit, soit NO son demi-diametre, lorsque l'objet PL est vu à l'œil nud à la distance OP ; & soit OK, dans un plan qui passe par l'œil O, le demi-diametre du plus grand espace, (que l'on trouvera de la même manière

que PL) qu'un autre œil ſitué en P puiſſe appercevoir à travers les milieux; ou, ce qui eſt la même choſe, ſoit OK le demi-diametre du plus grand eſpace illuminé par un pinceau de rayons qui viennent de P à travers les milieux. Si cet eſpace n'eſt pas plus petit que l'aire de la prunelle, l'éclat apparent du point P vu par des rayons rompus, ſera à ſon éclat apparent, ſi on l'appercevait par des rayons directs, au travers d'un milieu uniforme dans lequel il ſerait plongé, dans le rapport compoſé de la grandeur apparente d'une ſurface quelconque ſituée en O, vue de P, à la vraie, & de la vraie grandeur d'une ſurface quelconque en P, vue de O, à ſa grandeur apparente; mais ſi l'eſpace illuminé ſitué en O eſt plus petit que l'aire de la prunelle, l'éclat apparent de P vu par des rayons rompus, ſera à ſon éclat apparent s'il était vu par des rayons directs, dans le rapport compoſé des deux premiers rapports & de celui de l'eſpace illuminé à l'aire de la prunelle. Tel ſerait le rapport de l'éclat apparent, ſi tous les rayons étaient tranſmis par les milieux, ou s'il n'y en avait qu'une partie inſenſible d'arrêtée par les réflexions qu'ils ſouffrent en traverſant les ſurfaces & par l'opacité de la matière.

314. DÉMONSTRATION. La première partie de la Démonſtration de la première de ces propoſitions donne $OP' = OA \times \frac{fA + AB}{fA} \times \frac{gB + BC}{gB} \times \frac{hC + CP}{hC}$; de ſorte que l'on aura OP' ſi-tôt que l'on aura fA, gB, hC. Or, il eſt facile de les trouver par le 238^e^. Article. Car ſuppoſant qu'une ligne quelconque AB ſoit la diſtance focale de la ſurface A, pour les rayons qui tomberaient paralleles ſur le côté de cette ſurface expoſé à l'objet, on a OB eſt à Oa comme OA eſt à Of, & par conſéquent OB eſt à aB comme OA eſt à fA; ainſi puiſque nous ſuppoſons que la ligne a eſt l'autre diſtance focale de cette ſurface, & que par conſéquent elle eſt égale à aB (*Art.* 224), nous avons $fA = \frac{OA \times a}{Oa + a}$, $gB = \frac{(fA + AB)\,b}{fA + Ab + b}$, $hC = \frac{(gB + BC)\,c}{gB + Bc + c}$. Subſtituant ces valeurs, on trouve que ſi l'œil O voit un objet ſitué en B au travers d'une ſurface unique A, la diſtance apparente Ob' de cet objet $= OB + \frac{Oa \times AB}{a}$; Fig. 461.

que si l'œil O voit un objet situé en C au travers de deux surfaces A, B, la distance apparente Oc' de cet objet $= OC + \frac{Oa \times AC}{a} + \frac{Ob \times BC}{b} + \frac{Oa \times Ab \times BC}{ab}$; que si l'œil O voit un objet PL au travers de trois surfaces A, B, C, sa distance apparente $OP' = OP + \frac{Oa \times AP}{a} + \frac{Ob \times BP}{b} + \frac{Oc \times CP}{c} + \frac{Oa \times Ab \times BP}{ab} + \frac{Oa \times Ac \times CP}{ac} + \frac{Ob \times Bc \times CP}{bc} + \frac{Oa \times Ab \times Bc \times CP}{abc}$.

Les regles qu'on a données ci-dessus pour déterminer dans tous les autres cas les signes de chaque ligne qui entre dans cette expression, seront évidentes, si l'on observe que l'ordre & la position des points O, A, B, C, P sont les mêmes dans tous les cas; que l'on peut changer les figures que l'on suppose aux surfaces dans le premier cas, & les positions de leurs centres dans telles autres qu'on voudra, suivant l'exigence du cas, en augmentant leurs demi-diametres Aa, Bb, Cc jusqu'à ce qu'ils deviennent infinis, & ensuite négatifs, s'il est nécessaire; qu'une quelconque de leurs distances focales devient infinie & ensuite négative, lorsque le demi-diametre de la surface à laquelle appartient cette distance focale devient infini & puis négatif, ou lorsque la densité de l'un des milieux qui se touchent, reçoit par degrés des changemens tels qu'elle devienne égale à celle de l'autre, & ensuite plus grande ou plus petite, selon qu'elle était d'abord plus petite ou plus grande; & qu'enfin pendant que se font ces changemens, une ligne quelconque devient négative après avoir été nulle ou infinie un nombre impair de fois, en passant de l'état où elle était dans le premier cas à celui où elle doit être dans un autre.

La Détermination de la grandeur apparente est évidente par l'Article 141, & celle de la situation apparente par la fin de l'Article 139.

Fig. 462. 315. Soit achevé le rectangle $LPp'l'$ & soit menée al' laquelle rencontre OL' en l, la ligne lp menée perpendiculairement à l'axe des surfaces, sera la dernière image de l'objet LP. Car le point L est vu par un rayon qui entre dans l'œil placé en O suivant la di-

rection $L'lO$, & par un rayon qui entre dans l'œil lorſqu'il eſt en a ſuivant la direction $l'la$; ainſi le point l, où les lignes OL', al' ſe coupent, eſt le foyer des rayons émergens. Or, les triangles apl, $ap'l'$ étant ſemblables, de même que les triangles Opl, $OP'L'$, nous avons ap eſt à ap' comme pl eſt à $p'l'$ ou $P'L'$, ou comme Op eſt à OP', ou comme $Op \mp ap$ ou Oa eſt à $OP' \mp ap'$, ſuivant que p tombe ſur le prolongement de Oa ou dans Oa même, & par conſéquent ſuivant que OP' & ap' ſont du même ou de différens côtés de O & de a. Et les points a, p, p' ſont dans le même ordre que les points a, l, l', ou que les points O, l, L', ou que les points O, p, P'.

316. Pour ce qui concerne l'éclat apparent, ſuppoſons d'abord que OK ne ſoit pas plus petite que ON, l'aire de la prunelle ſera entiérement illuminée par le pinceau qui vient de P. Soit $Ptsr N$ un rayon de ce pinceau qui rencontre la ſurface Ct en t, & ſuppoſant les ſurfaces réfringentes ôtées, ſoit un rayon direct PMN qui coupe la ligne Ct en M. Alors la quantité de lumière rompue qui tombe ſur la ligne NO, eſt à la quantité de lumière directe qui y tomberait, comme l'angle CPt eſt à l'angle CPM, c'eſt-à-dire, comme la grandeur apparente de la ligne NO, vue de P, à ſa vraie grandeur. Ainſi faiſant tourner la figure autour de l'axe OP, la quantité de lumière rompue qui remplit la prunelle, eſt à la quantité de lumière directe qui la remplirait, comme la grandeur apparente d'une ſurface quelconque en O, à la vraie. Puis donc que l'éclat réel d'une portion quelconque ou point phyſique du fond de l'œil, eſt directement comme la quantité de lumière qui y tombe, & réciproquement comme ſa propre grandeur, l'éclat apparent du point P vu par des rayons rompus, eſt à l'éclat dont il paraîtrait ſi on le voyait par des rayons directs, dans le rapport compoſé de la grandeur apparente d'une ſurface quelconque ſituée en O, vue de P, à la vraie, & de la vraie grandeur d'une ſurface quelconque ſituée en P, vue de O, à ſa grandeur apparente. Si OK eſt plus petite que ON, alors ſuppoſant une prunelle plus petite dont le demi-diametre ſoit OK, nous venons de faire voir que l'éclat apparent de P vu par des rayons rompus paſſant par cette prunelle plus petite (qui eſt le même que s'ils paſſaient par la plus large), eſt à l'éclat avec lequel il pa-

Fig. 437 & 438.

raîtrait s'il était vu par des rayons directs passant par cette même prunelle plus petite, dans le rapport composé des rapports précédens; & ce dernier éclat apparent de P vu par des rayons directs passant par la prunelle plus petite, est à son éclat apparent s'il était vu aussi par des rayons directs passant par la prunelle plus large, dans le rapport de la prunelle plus petite à la prunelle plus large; & ce rapport étant composé avec le précédent, donne le rapport cherché.

Fig. 459 & 460. 317. COROLL. I. Lorsque l'objet est assez éloigné pour qu'on puisse considérer les distances OP, AP, BP, CP comme égales, la distance apparente $OP' = OP \times \left(1 + \frac{Oa}{a} + \frac{Ob}{b} + \frac{Oc}{c} + \frac{Oa \times Ab}{ab} + \frac{Oa \times Ac}{ac} + \frac{Ob \times Bc}{bc} + \frac{Oa \times Ab \times Bc}{abc}\right)$.

Fig. 461. 318. COROLL. II. Delà, lorsque O & h sont les foyers correspondans d'un pinceau de rayons rompus par un nombre quelconque de surfaces A, B, C, le rapport des angles AOr, Cht, faits par les parties incidente & émergente d'un rayon quelconque avec l'axe des surfaces, est le même que celui de 1 à $1 + \frac{Oa}{a} + \frac{Ob}{b} + \frac{Oc}{c} + \frac{Oa \times Ab}{ab} + \frac{Oa \times Ac}{ac} + \frac{Ob \times Bc}{bc} + \frac{Oa \times Ab \times Bc}{abc}$. Car, par le Coroll. précédent, ce dernier rapport est le même que le rapport de OP à OP', lequel est celui de la grandeur apparente d'un objet éloigné vu de O, à sa vraie grandeur, vu de O ou de h à l'œil nud, ou celui de l'angle en O à l'angle en h.

319. COROLL. III. Delà, Si O est le point d'où partent les rayons incidens, le foyer h des rayons émergens de la dernière surface C peut se trouver en prenant Ch à Oc' ou $OC + \frac{Oa \times AC}{a} + \frac{Ob \times BC}{b} + \frac{Oa \times Ab \times BC}{ab}$ comme 1 est à $1 + \frac{Oa}{a} + \frac{Ob}{b} + \frac{Oc}{c} + \frac{Oa \times Ab}{ab} + \frac{Oa \times Ac}{ac} + \frac{Ob \times Bc}{bc} + \frac{Oa \times Ab \times Bc}{abc}$, & plaçant Ch du sens opposé à celui vers

lequel vont les rayons, si le second & le troisieme termes de cette proportion ont les mêmes signes; autrement on la placera du côté vers lequel ils vont. Car achevant le rectangle $c'Ctt''$, Ch est à Oc' comme l'angle $c'Ot''$ est à l'angle Cht (*Art.* 222), c'est-à-dire, dans le rapport dont on vient de parler.

320. COROLL. IV. Lorsque les distances des surfaces & de l'objet, & leurs distances focales a, b, c, sont telles que $1 + \frac{AP}{a} + \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{Ab \times BP}{ab} + \frac{Ac \times CP}{ac} + \frac{Bc \times CP}{bc} + \frac{Ab \times Bc \times CP}{abc} = 0$, les rayons de quelque pinceau que ce soit entrent paralleles dans l'œil; & la distance apparente OP' est alors égale à $ap' = aP + \frac{ab \times BP}{b} + \frac{ac \times CP}{c} + \frac{ab \times Bc \times CP}{bc}$; & cette distance apparente étant invariable, la grandeur & la situation apparentes, le degré de distinction & de clarté avec lequel on verra l'objet, sera aussi invariable, en quelqu'endroit que l'œil soit placé. Car les rayons entreront paralleles dans l'œil, lorsque les lignes OL', aL' sont paralleles, & par conséquent lorsque $OP' = ap'$, ou que $OP' - ap' = 0$; & la valeur de ap' se trouve en faisant $Oa = 0$, dans la valeur générale de OP' (*Art.* 308).

321. COROLL. V. Delà, lorsque l'objet est assez éloigné pour qu'on puisse considérer les distances AP, BP, CP comme égales, les rayons qui tombent paralleles sur la première surface, sortent paralleles de la dernière, si les surfaces sont disposées de manière que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{Ab}{ab} + \frac{Ac}{ac} + \frac{Bc}{bc} + \frac{Ab \times Bc}{abc} = 0$; & réciproquement: & alors OP' (ou ap') $= OP \times (1 + \frac{ab}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab \times Bc}{bc})$. Soit, par exemple, AB l'axe d'un milieu solide, tel que du verre, & soit F le foyer des rayons qui tombent paralleles sur une des surfaces de ce solide, & redeviennent paralleles après avoir traversé l'autre surface, qu'ils rencontrent dirigés en F; lorsque la surface A est concave & la surface B convexe, en changeant le signe de b (à cause que l'ordre des densités des milieux contigus est Fig. 463.

changé), la première de ces équations donne $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{Ab}{ab} = 0$; d'où l'on tire $b = a + Ab = FA + Ab = Fb$; & la dernière équation donne $OP : OP' :: b : b - ab :: Fb : Fb - ab$, ou $Fa :: bB : aA$ (*Art.* 224) $:: FB : FA$. Et lorsque la surface A est convexe, on trouve encore la même proportion, en changeant le signe de a. Ainsi on pourrait faire une lunette d'un solide continu; mais pour qu'elle amplifiât beaucoup, il faudrait la faire assez longue, & une masse de verre d'une aussi grande longueur ne transmettrait qu'une petite partie des rayons, comme on le trouve par l'Expérience.

Fig. 464.

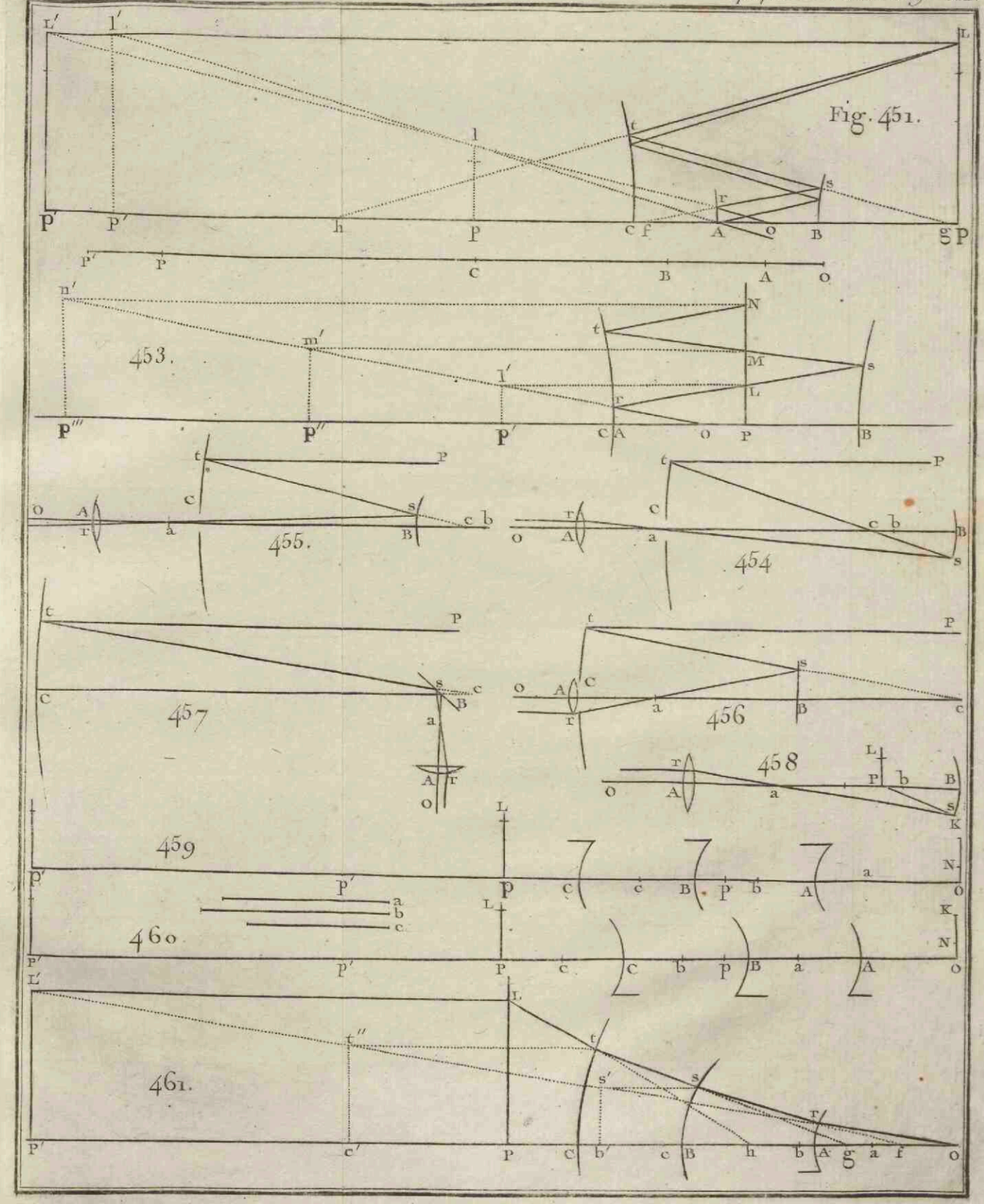
Fig. 465. 322. COROLL. VI. Soit aF la distance focale d'une sphere dont le centre est a ou b & le diametre AB; on verra l'objet PL au travers de cette sphere, à la distance $OP' = OP - \frac{Oa \times aP}{aF}$, si cette sphere est plus dense que le milieu environnant, & à la distance $OP' = OP + \frac{Oa \times aP}{aF}$, si elle est plus rare : expressions qui sont les mêmes que pour une lentille sans épaisseur (*Art.* 248). Car mettant dans la valeur générale de $OP' = OP + \frac{Oa \times AP}{a} + \frac{Ob \times BP}{b} + \frac{Oa \times Ab \times BP}{ab}$, $-a$, $-b$, Oa, Aa, à la place de a, b, Ob, Ab, on a, pour la sphere plus dense que le milieu environnant,

$$OP' = OP - \frac{Oa \times AP}{a} - \frac{Oa \times BP}{b} + \frac{Oa \times Aa \times BP}{ab}$$

$$= OP - Oa \times \left[\frac{AP}{a} + \frac{BP}{a}\left(\frac{a - Aa}{b}\right)\right] = OP - Oa \times \frac{AP + BP}{a} = OP - Oa \times \frac{2aP}{a} = OP - \frac{Oa \times aP}{aF},$$

à cause que $aF = \frac{1}{2}a$, par l'Art. 227. Pour la sphere plus rare que le milieu environnant, il faut changer le signe de aF.

Fig. 434. 323. COROLL. VII. Soit un objet PL vu par l'œil O au travers de tant de milieux qu'on voudra, séparés par des plans paralleles Ar, Bs, Ct; & un rayon étant supposé aller de l'œil à l'objet, soit le sinus d'incidence au sinus de réfraction, en traversant le plan réfringent Ar, comme q est à r, en traversant le


Fig. 451.
453.
455.
454
457
456
458
459
460
461.

le plan Bs, comme r eſt à s, & en traverſant le plan Ct comme s eſt à t; alors ſoit priſe une ligne $OP' = OA + \frac{r}{q} AB + \frac{s}{q} BC + \frac{t}{q} CP$, & l'objet paraîtra à la même diſtance, de la même grandeur, dans la même ſituation & avec le même degré de diſtinction & d'éclat au travers de tous ces milieux, que ſi on le regardait dans un milieu uniforme, à la diſtance OP'.

Ceci peut ſe déduire du théorême général pour OP'; mais on le trouve plus promptement de cette manière. Par l'Article 223, nous avons $fA : OA :: q : r$; $gB : fA + AB :: r : s$; $hC : gB + BC :: s : t$. Ainſi $fA = \frac{q}{r} OA$; $gB = \frac{r}{s} (fA + AB) = \frac{q}{s} OA + \frac{r}{s} AB$; $hC = \frac{s}{t}(gB + BC) = \frac{q}{t} OA + \frac{r}{t} AB + \frac{s}{t} BC$. Mais $OP' = OA \times (1 + \frac{AB}{fA}) \times (1 + \frac{BC}{gB}) \times (1 + \frac{CP}{hC})$, comme ci-deſſus, (*Art.* 314). Subſtituant les valeurs précédentes de fA, &c. on trouvera, lorſqu'il n'y a qu'un plan réfringent Ar, que l'œil O verra un objet ſitué en B, à une diſtance $Ob' = OA + \frac{r}{q} AB$; que lorſqu'il y a deux plans Ar, Bs, il verra un objet ſitué en C, à une diſtance $Oc' = OA + \frac{r}{q} AB + \frac{s}{q} BC$; que lorſqu'il y en a trois Ar, Bs, Ct, il verra un objet ſitué en P, à la diſtance $OP' = OA + \frac{r}{q} AB + \frac{s}{q} BC + \frac{t}{q} CP$; & ainſi des autres. Pour trouver la place de la dernière image, ſoit faite $OA = 0$, alors $Ap' = \frac{r}{q} AB + \frac{s}{q} BC + \frac{t}{q} CP$; d'où l'on voit que $P'L'$ & $p'l'$, & par conſéquent la dernière image pl, tombent toutes au même endroit, & ſont de même grandeur; ce qui rend ce Corollaire très-évident, ſuppoſant, quant à l'éclat, que les ſurfaces ne réfléchiſſent point de rayons, & que tous les milieux ſoient également tranſparens.

CHAPITRE VI.

Détermination du foyer des rayons qui traverſent un nombre quelconque de milieux différens, & de la grandeur de l'image d'un petit objet que forment les rayons partis de cet objet, après avoir été rompus par ces milieux, avec des conſtructions générales qui font connaître les variations de la diſtance apparente d'un objet, & de la diſtance réelle de ſon image, occaſionnées par le mouvement direct de l'œil, de l'objet, ou des milieux.

PROBLÊME I.

324. *ÉTANT donnés les rayons & les poſitions de deux ſurfaces ſphériques qui ſéparent trois milieux donnés, & ſuppoſant que les rayons incidens ſoient paralleles & très-proches de l'axe commun des ſurfaces, en venant dans l'un des milieux extérieurs, on demande leur foyer après les deux réfractions qu'ils ont ſouffertes.*

Fig. 466. Soient a & d, dans l'axe commun AC des ſurfaces AB, CD, les foyers qu'auraient des rayons paralleles à cet axe, dans le milieu intérieur, en conſéquence des réfractions qu'ils ſouffriraient à ces ſurfaces, en paſſant dans les milieux extérieurs. Soient de plus b & c des foyers appartenant à d'autres rayons qui viendraient dans les milieux extérieurs, paralléle-ment à l'axe, & ſeraient rompus par les mêmes ſurfaces, en paſſant dans le milieu intérieur : ces foyers ſont aiſés à trouver par l'Art. 224. Alors ſi l'on prend ſur l'axe, à commencer de a, & dans le ſens oppoſé à celui dans lequel eſt bc par rapport à b, une portion aI qui ſoit à Aa comme Ab eſt à cb, le point I ſera le foyer des rayons qui viennent parallélement à l'axe dans le milieu extérieur contigu à la ſurface CD, après avoir été rompus par cette ſurface & par la ſurface AB, c étant leur foyer après leur première réfraction. De même ſi l'on prend

sur l'axe depuis le point d & dans le sens opposé à celui dans lequel se trouve cb par rapport à c, une portion dK qui soit à Cd comme Cc est à bc, k sera le foyer qu'auront en conséquence de leur double réfraction, d'autres rayons qui viennent parallélement à l'axe, dans l'autre milieu extérieur, tomber sur la surface AB.

Toutes les figures sont pour le cas où les milieux sont successivement plus denses, en allant de gauche à droite; mais les démonstrations servent également, quel que soit l'ordre de ces milieux.

325. PROBLÊME II. *Le point rayonnant étant donné, trouver le foyer des rayons incidens sur l'une des deux surfaces sphériques qui séparent des milieux donnés, après leurs réfractions à ces surfaces.*

Soient a & d, dans l'axe commun AC des surfaces AB, CD, les foyers qu'auraient des rayons paralleles à cet axe, dans le milieu intérieur, en conséquence des réfractions qu'ils souffriraient à ces surfaces, en passant dans les milieux extérieurs : de plus soient I & K les foyers qu'auraient, après avoir été rompus par les deux surfaces, d'autres rayons aussi paralleles à l'axe, qui viendraient dans les milieux extérieurs tomber sur ces surfaces. Soit ensuite P un point rayonnant, I & a les foyers des rayons qu'on a supposé venir en sens contraire des rayons incidens. On déterminera sur l'axe AC, à commencer de K & dans le sens opposé à celui selon lequel IP est disposée par rapport à I, une partie KR qui soit à Kd comme aI est à IP; & le point R sera le foyer des rayons incidens, après leur double réfraction. Fig. 467.

Car faisant $Pa : aA :: Ab : bQ$ portion de l'axe qui doit se prendre depuis b dans le sens opposé à celui selon lequel aP est disposée par rapport à a, Q est le foyer des rayons incidens, après avoir été rompus par la surface AB; & ces rayons allant tomber sur la surface CD après avoir concouru en Q, on fera cette nouvelle proportion, $Qc : cC :: Cd : dR$ partie de l'axe qui se prend depuis d dans le sens opposé à celui selon lequel cQ est placée par rapport à c, & R sera le foyer des rayons, après leurs réfractions aux surfaces AB, CD. Or la première de ces proportions, avec celle par laquelle on a trouvé Fig. 468.

le point I, dans le Problême précédent, donne $Pa \times bQ = bc \times Ia$; & la ſeconde, avec celle dont on s'eſt ſervi au même endroit pour déterminer le point K, donne $Qc \times dR = bc \times dK$. Les deux premiers rectangles donnent $Ia : Pa :: bQ : bc$, d'où l'on tire $PI : Pa :: Qc : bc$ & par conſéquent $PI : Pa :: dK : dR$, en mettant les deux derniers auſſi en proportion; d'où l'on aura $PI : Ia :: dK : KR$.

326. COROLL. Le rectangle $PI \times KR$ étant toujours égal au rectangle donné $Ia \times dK$, eſt invariable; & par conſéquent KR eſt réciproquement comme PI.

327. PROBLÊME III. *Étant donnés les diametres & les poſitions de trois ſurfaces ſphériques qui ſéparent quatre milieux donnés, & ſuppoſant que les rayons incidens, qui viennent à travers un des milieux extérieurs, ſoient paralleles & très-proche de l'axe commun des ſurfaces, on demande leur foyer, après toutes leurs réfractions.*

Fig. 469. Suppoſant les foyers a, d, & I, K déterminés par la propoſition précédente pour deux ſurfaces conſécutives, comme AB & CD; ſoient des rayons paralleles tombant ſur chacun des côtés de la troiſieme ſurface EF, & ayant en conſéquence de la réfraction qu'ils y ſouffrent leurs foyers en e & en f; les rayons paralleles qui viennent dans le milieu extérieur que termine EF tomber ſur cette ſurface, concourant au point e, & tombant enſuite ſur la ſurface CD, on prendra ſur l'axe, à commencer de I & en ſens oppoſé de Ke par rapport à K, une partie IL qui ſoit à Ia comme dK eſt à Ke; & par le Problême précédent, le point I ſera le foyer qu'auront, après toutes les réfractions, les rayons paralleles qui tombent ſur la ſurface EF. Si on fait cette autre proportion, $Ke : eE :: Ef : fM$ portion de l'axe qui doit ſe prendre, à commencer de f, en ſens contraire de eK par rapport à e, le point M ſera le foyer qu'auront, après toutes les réfractions, des rayons paralleles qui viennent dans le milieu extérieur terminé par AB, tomber ſur cette ſurface.

328. PROBLÊME IV. *Le point rayonnant étant donné, trouver le foyer des rayons, après avoir été rompus par un nombre quelconque donné de ſurfaces ſphériques qui ſéparent des milieux donnés.*

CAS I. Soient dans l'axe commun de trois ſurfaces AB, CD, EF, I & f les foyers qu'auraient, en conſéquence des réfractions que ſouffriraient à ces ſurfaces, en paſſant dans les milieux extérieurs, des rayons paralleles à cet axe dans l'un ou l'autre des milieux intérieurs, par exemple, dans le milieu CE; ſoient de plus L & M des foyers appartenant à d'autres rayons qui viendraient dans les milieux extérieurs parallélement à l'axe, & ſeraient rompus par toutes ces ſurfaces; ſoit enſuite P un point rayonnant, L & I les foyers des rayons qu'on a ſuppoſé venir en ſens contraire des rayons incidens; ſi l'on détermine, à commencer de M, & dans le ſens oppoſé à celui ſelon lequel LP eſt placée par rapport à L, une partie MS de l'axe qui ſoit à Mf comme IL eſt à PL, le point S ſera le foyer des rayons incidens, après avoir été rompus par les trois ſurfaces. Fig. 470.

Car le foyer R de ces rayons, après leurs réfractions aux ſurfaces AB, CD, ſe détermine par le ſecond Problême en faiſant $PI : Ia :: dK : KR$; & ces rayons après s'être rencontrés à ce point, allant enſuite tomber ſur la ſurface EF, on fera cette autre proportion; $Re : eE :: Ef : fS$, & le point S ſera le foyer de ces rayons, après leurs trois réfractions. Or, la première de ces proportions & la première de celles du Problême précédent, donnent $PI \times KR = Ke \times LI$, & les ſecondes $Re \times fS = Ke \times fM$; les deux premiers rectangles donnent $LI : PI :: KR : Ke$; d'où l'on tire $PL : PI :: Re : Ke$, & par conſéquent $PL : PI :: fM : fS$, les deux derniers rectangles étant mis en proportion; d'où l'on aura $PL : LI :: fM : MS$. Fig. 471.

Les rayons dont les foyers ſont I & f ont été ſuppoſés paralleles à l'axe dans le milieu CE; ſoient préſentement a & t les foyers d'autres rayons paralleles à l'axe dans l'autre milieu intérieur AC. Puiſque $PL : LI :: fM : MS$, on a $aL : LI :: fM : Mt$, lorſque P tombe en a & conſéquemment S en t; de ſorte qu'à cauſe du rectangle conſtant $LI \times fM$, on a $PL : La :: tM : MS$. Fig. 472 & 473.

329. CAS II. Delà, on peut, par la méthode du troiſieme Problême, trouver le foyer de rayons paralleles rompus par quatre ſurfaces, & enſuite déterminer le foyer des rayons qui tombent divergens ou convergens ſur ces ſurfaces, de la

même manière que dans le cas précédent, & ainſi de ſuite*. Et il eſt aſſez évident, par ces propoſitions, que ſi L & M ſont les foyers principaux du ſyſtême entier des ſurfaces, & I & f les foyers d'autres rayons paralleles dans l'un quelconque des milieux intérieurs, alors $PL : LI :: fM : MS$.

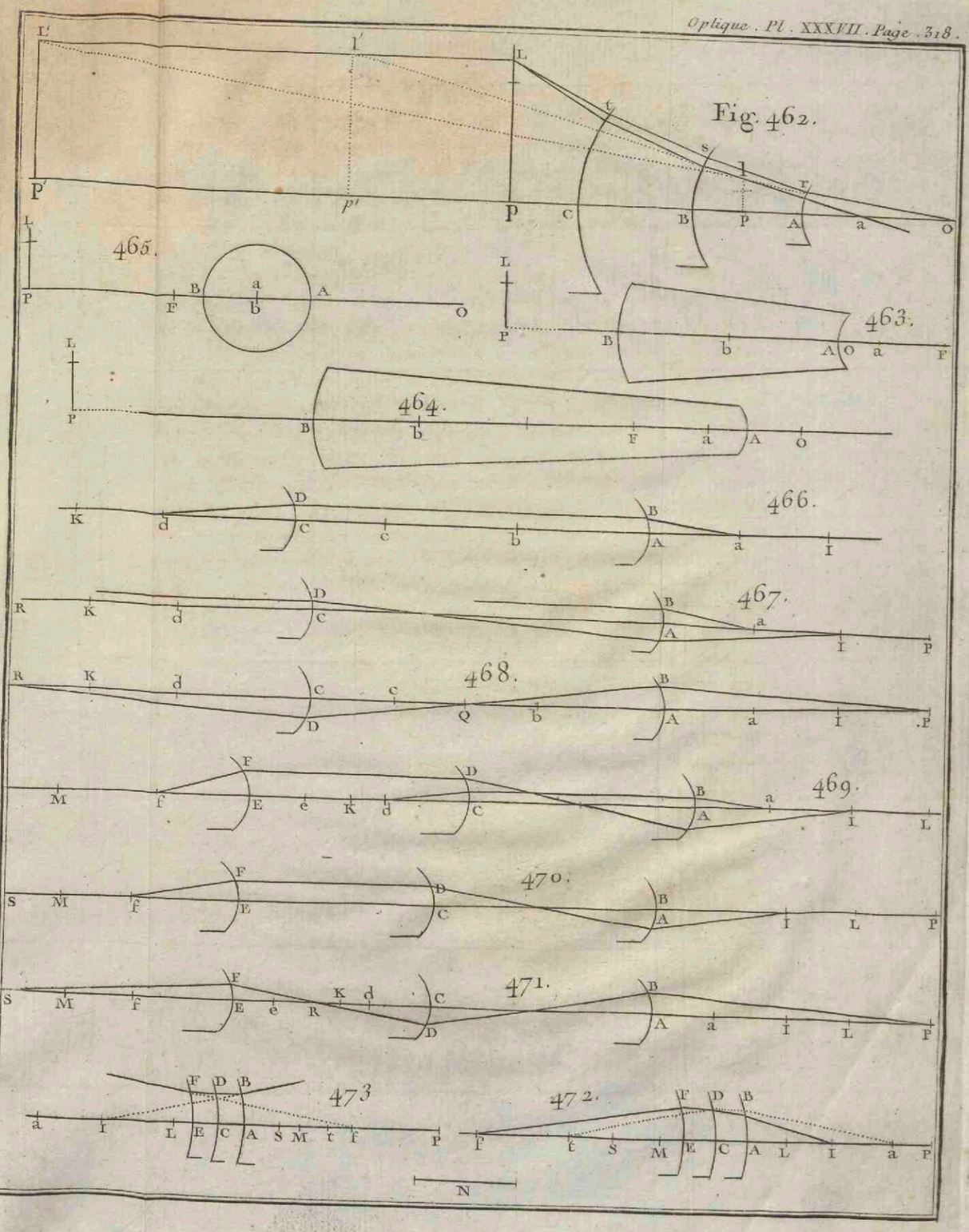
330. COROLL. I. Il eſt clair, par l'analogie qu'il y a entre les regles pour trouver les foyers des rayons rompus par une ſeule ſurface ou par une ſimple lentille, que la regle donnée dans ce Problême pour la détermination du foyer des rayons rompus par un nombre quelconque de ſurfaces, ſervira auſſi pour un nombre quelconque de lentilles de telle eſpece qu'on voudra, placées en A, C, D, &c. dans un même milieu. Ainſi il paraît que la relation entre les foyers correſpondans P, S d'un pinceau de rayons rompus par un nombre infini de ſurfaces ou de lentilles, peut toujours être exprimée par une ſimple proportion, de la même manière que cette relation eſt exprimée pour une ſeule ſurface ou pour une ſimple lentille.

331. COROLL. II. Soit cherchée une moyenne proportionnelle N entre les lignes données LI, fM, ou entre La & tM; elle ſera auſſi moyenne proportionnelle entre les lignes variables PL, MS : & par conſéquent PL eſt réciproquement comme MS, & ces deux lignes ſont en ſens contraire par rapport aux foyers principaux L, M. Si le point S eſt du même côté que le point rayonnant, relativement à la ſurface extrême, du côté de laquelle ce point rayonnant eſt placé, les rayons ſortiront divergens de S, autrement ils ſortiront convergens vers ce point.

Fig. 474. 332. PROBLÊME V. *Étant donné le demi-diametre* Pp *d'un petit objet ſitué perpendiculairement à l'axe commun d'un nombre quelconque de ſurfaces réfringentes, qui ſéparent des milieux donnés, on demande le demi-diametre* Ss *de ſa dernière image.*

Les choſes demeurant les mêmes que dans les Problêmes précédens, il faut prendre une ligne $V = Aa \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$ &c. autant que le nombre des ſurfaces le permet;

* Il eſt peut-être ſuperflu de faire remarquer que, ſuppoſant que les milieux ayent peu d'épaiſſeur, ces Problêmes ſont préciſément les mêmes que ceux qui ont été réſolus par le calcul, dans les Notes ſur le Chapitre IV de ce IIe Livre.


Fig. 462.
465.
463.
464.
466.
467.
468.
469.
470.
471.
473
472.
N

& Ss ſera à Pp comme la ligne conſtante V eſt à PL.

Soient a', c', e', &c. les centres des ſurfaces données A, C, E, &c; Qq, Rr, Ss, &c. les images formées par chacune de ces ſurfaces. Les droites $pa'q$, $qc'r$, $re's$, &c. terminent l'objet & ces images (*Art. 245*). Or, par l'Art. 238, on a $Qb : QA :: Qa' : QP$, d'où l'on tire $Qb : bA :: Qa' : a'P :: Qq : Pp$ à cauſe des triangles ſemblables $Qa'q$, $Pa'p$; & par la même raiſon que $Pp : Qq :: bA : bQ$, $Qq : Rr :: dC : dR$ & $Rr : Ss :: fE : fS$, &c. multipliant ces proportions, on a $Pp : Ss :: bA \times dC \times fE : bQ \times dR \times fS$. Mais par l'Article 237, $Pa : Ab :: Aa : bQ$, & par l'Article 325, $PI : Pa :: dK : dR$, & par l'Article 328, $PL : PI :: fM : fS$; ces trois proportions étant multipliées donnent $PL : Ab :: Aa \times dK \times fM : bQ \times dR \times fS$. Ainſi $Ss \times PL : Pp \times Ab :: Aa \times dK \times fM : bA \times dC \times fE$; d'où l'on déduit $Ss = Pp \times \frac{Aa}{PL} \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$; ou, en prenant une ligne $V = Aa \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$, $Ss = Pp \times \frac{V}{PL}$ *.

* 613. Pour faire quelqu'application de ce Problême, nous allons tenter de déterminer le diametre de l'eſpace qu'occupe au fond de l'œil l'image de l'objet le plus petit qu'on puiſſe appercevoir. On conçoit que ce ne peut être qu'une tentative, & qu'on ne doit point abſolument compter ſur cette détermination, vu l'incertitude où l'on eſt ſur la grandeur de l'angle le plus petit ſous lequel on puiſſe voir un objet; incertitude qu'il ne paraît pas qu'on puiſſe lever, à cauſe que cet angle doit néceſſairement être différent ſelon le degré de lumière, la couleur & la poſition des objets, & la couleur du fond ſur lequel on les rapporte; ſans compter que cet angle n'eſt pas le même, ſuivant la remarque de Mr. Jurin, pour les objets ſimples & pour les objets compoſés. On a vu (*Art. 97*) que Hook faiſait monter cet angle à une minute; d'autres, comme Hevelius, le réduiſent à 30″. Pour tenir une eſpece de milieu entre ces déterminations, nous ſuppoſerons, conformément à l'Expérience rapportée par l'Auteur à l'endroit cité, que quand un objet eſt placé ſur le fond qui peut le mieux faire diſtinguer, l'angle le plus petit ſous lequel on puiſſe l'appercevoir eſt de 40″, ou, ce qui revient au même, que pour être viſible, ſa diſtance ne doit pas excéder 5156 fois ſon diametre.

614. Soit donc ſuppoſé l'objet Pp (*Fig. 475*) d'un diametre, par exemple, d'un pouce, à une diſtance PA égale à 5156 fois ſon diametre, c'eſt-à-dire de 5156 pouces, ou de 429 pieds 8 pouces, dont il s'agit de déterminer le diametre de l'image tracée ſur le fond de l'œil. Soient, ſuivant les Expériences de Mr. Jurin, les rapports de réfraction en paſſant de l'air dans l'humeur aqueuſe, de cette humeur dans le criſtallin, du criſtallin dans l'humeur vitrée, égaux reſpectivement à ceux de 4 à 3, de 13 à 12 & de 12 à 13. Soient, ſelon Mr. Petit, le rayon de la cornée AB de 3 lig. $\frac{5}{4}$, le rayon de la ſurface antérieure DC du criſtallin de 4 lignes, & celui de la ſurface poſtérieure EF de 2 lig. $\frac{1}{2}$, AC diſtance de la cornée au criſtallin de 1 lig. $\frac{1}{4}$ & l'épaiſſeur CE du criſtallin de 2 lignes; ſoit enfin Ss l'image de l'objet Pp tracée

333. COROLL. I. Donc l'image Ss eſt égale à l'objet Pp, lorſque PL eſt égale à V.

334. COROLL. II. L'image Ss eſt directement comme l'objet Pp & réciproquement comme PL, & par conſéquent cette image eſt comme l'angle PLp que l'objet ſoutend au foyer principal L (*Art.* 222).

335. COROLL. III. L'image eſt ſemblable à l'objet dans toutes ſes parties ; car lorſque PL eſt donnée, Ss eſt comme Pp.

336. COROLL. IV. Lorſque l'objet eſt donné, l'image eſt réciproquement comme PL, ou directement comme MS, par l'Article 331.

337. COROLL. V. Si les rayons émergens ſont reçus ſur un plan perpendiculaire qui coupe $e'S$ en X, & $e's$ en x, prenant ſur l'axe, à commencer de L, & dans le ſens oppoſé à celui ſelon lequel Me' eſt diſpoſée par rapport à M, une portion Ll de cet axe égale à $\frac{LI \times fM}{e'M}$, le demi-diametre Xx de l'image confuſe tracée ſur ce plan ſera égal à $\frac{Pp}{PL} \times \frac{e'X}{e'M} \times V$. Car à cauſe des triangles ſemblables, $e'X\zeta$, $e'Ss$, $Xx : sS$ ou $\frac{Pp}{PL} \times V :: e'X : e'M + MS$ ou $e'M + \frac{LI \times fM}{PL}$ (*Art.* 328) $:: e'X \times PL : e'M \times PL + LI \times fM :: \frac{e'X \times PL}{e'M} :$

au fond de l'œil. On trouve aiſément que $Aa = 11$ lig. $\frac{1}{4}$, $Ab = 15$ lig. $Cc = 48$ lignes, $Cd = 52$ lignes, & qu'ainſi $aI = \frac{675}{247}$ lig. ou 2, 73 lig. à peu près, & $dK = \frac{9984}{247}$ lignes (*Art.* 324) ; que de plus $Ee = 32$ lig. $\frac{1}{2}$ & $Ef = 30$ lignes ; que $eK = \frac{20787}{494}$ lignes ; qu'ainſi $IL = 2$, 62 lig. (*Art.* 327) à peu près ; que par conſéquent $PL = PA - Aa + aI + IL = 61866$ lignes, à peu près : enfin on trouve que $fM = \frac{1950 \times 247}{20787}$ lig. (*Art.* 327), on aura Ss (diametre de l'image Ss tracée au fond de l'œil) $= 1$ pouce $\times \frac{45}{61866 \times 4} \times \frac{9984}{247 \times 52} \times \frac{1950 \times 247}{20787 \times 30} = \frac{1}{9160}$ pouce, à peu près ; détermination qu'on ne doit regarder que comme un Eſſai, pour la raiſon expoſée ci-deſſus, & qui d'ailleurs ne peut être abſolument exacte ni générale, à cauſe que les Expériences qui ont donné les rapports de réfraction pour les humeurs de l'œil, ont varié dans les réſultats ; que par conſéquent les rapports que nous avons employés, ne ſont au plus qu'un milieu pris entre tous ces réſultats ; & que d'un autre côté les courbures & les épaiſſeurs des humeurs de l'œil étant très-difficiles à meſurer, ne ſont pas exactement connues, & de plus varient dans les différens ſujets.

PL

$PL + \frac{LI \times fM}{e'M}$ ou $PL + Ll$ ou Pl, par conſtruction; d'où l'on tire $Xx = \frac{Pp}{Pl} \times \frac{e'X}{e'M} \times V$.

338. COROLL. VI. Donc ſi le plan perpendiculaire eſt fixe en un endroit quelconque X, l'image confuſe Xx eſt comme $\frac{Pp}{Pl}$, ou comme l'angle en l, ſoutendu par l'objet (*Art.* 222).

339. COROLL. VII. Donc ſi l'objet eſt donné, l'image Xx eſt réciproquement comme Pl, & eſt auſſi ſemblable à l'objet.

340. PROBLÊME VI. *Trouver le rapport des angles que les parties incidente & émergente d'un rayon quelconque font entr'elles & avec l'axe commun d'un nombre quelconque de ſurfaces qui ſéparent des milieux donnés.*

Les choſes demeurant comme elles étaient, ſoit $PBDFS$ le cours d'un rayon; P & S ſes première & dernière interſections avec l'axe commun des ſurfaces : ſoit priſe une ligne Z égale à $Ab \times \frac{dK}{cC} \times \frac{fM}{eE}$ &c. autant que le nombre des ſurfaces le permet ; l'angle APB ſera à l'angle ESF comme la ligne donnée Z eſt à PL. Fig. 476.

Car $Qb : bA :: Aa : aP$ (*Art.* 237), d'où l'on tire $Qb : Aa :: QA : AP$ :: l'angle APB : l'angle AQB (*Art.* 222). De même $Rd : Cc :: RC : CQ$ :: l'angle CQD : l'angle CRD; & $Sf : Ee :: SE : ER$ :: l'angle ERF : l'angle ESF; & ainſi de ſuite. Multipliant ces proportions, on a $Qb \times Rd \times Sf : Aa \times Cc \times Ee$ :: l'angle P : l'angle S. Mais dans la démonſtration de la ſolution du Probl. précédent, on a $Aa \times dK \times fM : Qb \times Rd \times Sf :: PL : Ab$. Delà on déduit facilement que $Ab \times \frac{dK}{Cc} \times \frac{fM}{Ee} : PL$ :: l'angle P : l'angle S. Retranchant l'angle le plus petit de l'angle le plus grand, on a l'angle fait par le rayon incident avec le rayon émergent, comme il eſt facile de le voir en prolongeant l'un & l'autre juſqu'à ce qu'ils ſe coupent.

341. COROLL. I. Soit AB la moitié de l'ouverture de la première ſurface; le demi-diametre Mm d'une ſection perpendiculaire d'un pinceau émergent de rayons ſera à AB comme la ligne donnée $\frac{LI \times fM}{Z}$ eſt à AP. Car les ſoutendantes des

petits angles étant en raiſon compoſée de ces angles & de leurs côtés, nous avons Mm à AB en raiſon compoſée de MS à AP & de l'angle MSm à l'angle APB, ou de PL à Z, par ce Problême. Donc $Mm = \frac{AB}{AP} \times \frac{MS \times PL}{Z} = \frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM}{Z}$ (*Art.* 329).

342. COROLL. II. Ainſi Mm eſt comme $\frac{AB}{AP}$, ou comme l'angle APB; & par conſéquent, quand AB eſt donnée, Mm eſt réciproquement comme AP.

343. COROLL. III. Si le pinceau émergent eſt coupé par un plan perpendiculaire en tout autre endroit X, le demi-diametre Xx de cette ſection eſt égal à $\frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM - PL \times MX}{Z}$. Car $Xx : Mm$ ou $\frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM}{Z} :: MS - MX : MS :: \frac{LI \times fM}{PL} - MX : \frac{LI \times fM}{PL} :: LI \times fM - PL \times MX : LI \times fM$.

Fig. 477. 344. COROLL. IV. Delà, nous avons la conſtruction ſuivante : ſoit priſe ſur l'axe, à commencer de L, & dans le ſens oppoſé à celui ſelon lequel MX eſt ſituée par rapport à M, une portion LP' de cet axe qui ſoit à LI comme fM eſt à MX; & ſoit priſe, ſur AG perpendiculaire à l'axe, AG à AB comme MX eſt à Z; menant enſuite par G une parallele GH à l'axe, & décrivant entre les aſſimptotes GA, GH, une hyperbole $P'Y$, qui paſſe par le point P'; la perpendiculaire PY ſera égale par-tout au demi-diametre Xx, lorſque le plan eſt fixe en X. Car, par la propriété de l'hyperbole, $GH \times HY = GA \times AP'$; donc $PY = \frac{GA \times AP' - GA \times AP}{AP} = \frac{AG}{AP} \times (LP' - LP) = \frac{AG}{AP} \times (\frac{LI \times fM}{MX} - LP) = \frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM - LP \times MX}{Z} = Xx$ dans le Corollaire précédent.

345. La ligne N ou une moyenne proportionnelle entre LI & fM a ſervi à déterminer la relation de deux foyers quelconques correſpondans P, S, aux foyers principaux L, M (*Art.* 331);

la ligne V ou $Aa \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$, à déterminer le rapport de l'objet P à son image S (*Art. 332*); & la ligne Z ou $Ab \times \frac{dK}{cC} \times \frac{fM}{eE}$, à déterminer le rapport des angles en P & en S qu'un rayon quelconque fait avec l'axe de la surface (*Art 340*). Or je dis que V, N, Z sont en proportion continue dans la raison sous-doublée de $Aa \times Cc \times Ee$ à $Ab \times Cd \times Ef$, & que par conséquent elles sont égales, dans les lentilles. Car $V : Z :: \frac{Aa}{Cd \times Ef} : \frac{Ab}{Cc \times Ee} :: Aa \times Cc \times Ee : Ab \times Cd \times Ef$; & par les Articles 327 & 324, on verra que $N^2 : Z^2$ ou $LI \times fM : \frac{Ab^2}{Cc^2 \times Ee^2} \times dK^2 \times fM^2 :: LI$ ou $\frac{Ia \times dK}{Ke} : \frac{Ab^2}{Cc^2 \times Ee^2} \times dK^2 \times \frac{eE \times Ef}{eK} :: Ia$ ou $\frac{aA \times Ab}{bc} : \frac{Ab^2}{cC^2 \times Ee} \times \frac{cC \times Cd}{bc} \times Ef :: \frac{Aa}{Cd \times Ef} : \frac{Ab}{Cc \times Ee} :: V : Z$ comme avant.

346. PROBLÊME VII. *Trouver la distance apparente d'un objet vu à travers un système quelconque de milieux, & faire voir de quelle manière elle varie, tandis que l'œil, l'objet ou le système se meut en avant ou en arrière.*

Les choses demeurant comme elles étaient, soit divisée LM en deux egalement en T; soient prises dans une perpendiculaire à l'axe, en T, Tv, Tn, $T\zeta$ égales respectivement aux lignes données V, N, Z; & par ζ soit menée lm parallele à LM, laquelle coupe Ll & Mm perpendiculaires à LM, l'une en l, l'autre en m. Soit menée mS que l'on prolongera de part & d'autre; & soit élevée une perpendiculaire OX qui soit terminée par mS; cette perpendiculaire sera égale à la distance apparente de l'objet P vu du point O. Fig. 478 & 479.

De même soit R le foyer correspondant d'un pinceau de rayons qu'on suppose venir de O; soit menée lR que l'on prolongera, la perpendiculaire PY terminée par lR sera aussi la distance apparente de l'objet P vu de O.

Enfin soient prises OG & PH égales chacune à TL ou TM, dans la ligne même OP, si l'ordre des points L, T, M, suit le cours des rayons, & dans ses prolongemens au-delà de O & de P, si ces points sont dans un ordre contraire; & soit prolongée lm, laquelle coupe les perpendiculaires Gg, Hh à l'axe, l'une en g,

l'autre en h; ſoit enſuite gh une ordonnée à l'axe d'une parabole gZh, dont le parametre ſoit la ligne Tv, & dont les branches s'étendent depuis ſon ſommet, du côté où ſe trouvent les perpendiculaires Gg, Hh par rapport à l'axe du ſiſtême; & la perpendiculaire TZ ſera auſſi la diſtance apparente de l'objet P vu de O.

Maintenant ſi l'objet & le ſyſtême ſont fixes, tandis que l'œil ſe meut dans l'axe du ſyſtême, la perpendiculaire mobile OX terminée par la ligne mS, dont la poſition eſt fixe, étant toujours égale à la diſtance apparente, montrera les changemens qu'éprouve cette diſtance. Si l'œil & le ſyſtême ſont fixes, tandis que l'objet ſe meut dans l'axe du ſyſtême, la perpendiculaire mobile PY, terminée par lR, dont la poſition eſt fixe, étant toujours égale à la diſtance apparente, fera voir de quelle manière cette diſtance varie. Enfin, ſi l'œil & l'objet ſont fixes, tandis que le ſyſtême ſe meut le long de ſon axe (les diverſes parties de ce ſyſtême conſervant leurs diſtances reſpectives), la perpendiculaire mobile TZ terminée par la parabole gZh, qui eſt fixe, étant toujours égale à la diſtance apparente, marquera toutes les variations de cette diſtance.

Si une partie du ſyſtême eſt fixe, & que l'autre ſe meuve, ſoit l'image fixe de l'objet formée par la partie immobile du ſyſtême, en P; faiſant pour la partie mobile la même conſtruction que pour le ſyſtême entier, la perpendiculaire TZ donnera, dans ce cas, la diſtance apparente.

Fig. 474. 347. DÉMONSTRATION. Soit menée la ligne pp' parallele à PO laquelle rencontre, en p', le rayon viſuel Os prolongé; & ſoit achevé le rectangle $Ppp'P'$; OP' eſt la diſtance apparente de l'objet Pp (*Art. 139*); & les triangles $OP'p'$, OSs étant ſemblables, on a, $OP' : OS :: P'p'$ ou $Pp : Ss :: PL : V$ (*Art 332.*); c'eſt-à-dire que, ſuppoſant les perpendiculaires OX, Fig. 478 PY, TZ, égales chacune à la diſtance apparente OP', l'on & 479. a OX ou PY ou $TZ : OS :: PL : Tv :: T\zeta : MS$, à cauſe que $PL \times MS = Tn^2 = Tv \times T\zeta$ (*Art. 331 & 345*).

Premierement on a alors $OX : OS :: T\zeta$ ou $Mm : MS$, ce qui fait voir que mS prolongée eſt le lieu géométrique du point X. Secondement on a auſſi $PY : T\zeta$ ou $Ll :: (OS : MS ::) PR : LR$; car $PL \times MS = Tn^2 = OM \times LR$, ce qui donne $OM : MS :: PL : LR$, d'où l'on tire $OS : MS ::$

$PR : LR$. On voit donc que lR prolongée est le lieu du point Y. Enfin on a $TZ = (\frac{PL \times OS}{Tv} = \frac{PL \times OM}{Tv} - \frac{PL \times MS}{Tv} =) \frac{HT \times TG}{Tv} - T\zeta$. Car, par construction, $PL = HT$, $OM = TG$, & $PL \times MS = Tv \times T\zeta$. Soit actuellement le point T transporté en G; alors, comme $TG = 0$, on a, par l'égalité précédente, la perpendiculaire $TZ = -T\zeta = Gg$. Transportant le point T en H, on a $TZ = -T\zeta = Hh$, & par la même égalité, on a $TZ + T\zeta$, c'est-à-dire, $\zeta Z = \frac{h\zeta \times \zeta g}{Tv}$. Soit coupée gh en deux également en A, le point ζ étant transporté en A, ζZ devient $AB = \frac{hA \times Ag}{Tv} = \frac{hA^2}{Tv}$. Soit menée ZC perpendiculaire à AB, alors $BC = (AB - \zeta Z = \frac{hA^2}{Tv} - \frac{hA^2 - A\zeta^2}{Tv} = \frac{A\zeta^2}{Tv} =) \frac{CZ^2}{Tv}$; ce qui fait voir que le lieu du point Z est une parabole dont le parametre est Tv. Fig. 480.

348. Le système étant fixe en tel endroit qu'on voudra, la distance apparente d'un objet situé en P vu de O, sera à la distance apparente d'un objet situé en O vu de P, comme Z est à V. Car soit un rayon $PBDF$ tombant sur un objet situé en O, en un point quelconque K; soit menée Kk' parallele à OP, laquelle rencontre, en k', le rayon PB prolongé, & soit achevé le rectangle $k'KOO'$; alors la distance apparente $PO' : PO ::$ l'angle OPK : l'angle OPk' (*Art.* 222), ou en raison composée de l'angle OPK à l'angle OSK & de l'angle OSK à $O'Pk'$; c'est-à-dire, en raison composée de OS à OP & de PL à Z (*Art.* 340). Ainsi $PO' = \frac{PL \times OS}{Z}$. Mais, dans l'Article précédent, nous avons eu $OP' = \frac{PL \times OS}{V}$; donc $OP' : PO' :: Z : V$. Fig. 481.

349. La construction précédente donnera aussi la distance apparente d'un objet situé en O vu de P, en menant par ν la ligne lm & faisant de $T\zeta$ le parametre de la parabole. La même construction sert aussi pour une lentille ou pour plusieurs, en menant lm par n, & prenant Tn pour le parametre de la parabole. Car, dans les lentilles, les points n, ν, ζ, co-incident Fig. 478 & 479.

(*Art.* 343), & conſéquemment les diſtances apparentes OP' & PO' ſont égales.

Fig. 482. 350. Si les places de l'œil & de l'objet ſont données, & qu'on demande d'interpoſer un ſyſtême donné de ſurfaces ou de lentilles, dans un endroit tel que l'objet paraiſſe à travers ce ſyſtême, à une diſtance donnée; ſoient priſes dans une perpendiculaire quelconque DQD à l'axe OPQ, de chaque côté de Q, QD & QD égales à la diſtance donnée, & par les points D, D, ſoient menées les lignes DZZ, DZZ paralleles à l'axe, leſquelles coupent la parabole en quatre points Z, Z, Z, Z, lorſque cela eſt poſſible; ſoient menées enſuite les perpendiculaires ZT, ZT, &c. à l'axe OP, & ſoit placé le point du ſyſtême donné qui eſt au milieu de l'intervalle LM, ſur l'une quelconque des quatre points T; mettant l'œil en O, on verra l'objet à la diſtance donnée QD ou TZ, comme il eſt évident par la conſtruction précédente.

351. Si la place de l'objet & celle du ſyſtême ſont données, on peut trouver, par la même méthode, l'endroit où l'œil doit être placé pour voir l'objet à une diſtance donnée; de même, ſi la place de l'œil & celle du ſyſtême ſont données, on trouvera l'endroit où doit être l'objet, pour qu'il paraiſſe à une diſtance donnée.

J'ai donné les conſtructions précédentes de la diſtance & de la grandeur apparentes, afin que chacun puiſſe examiner par lui-même juſqu'à quel point elles s'accorderont avec les idées qu'il ſe formera ſur la diſtance & la grandeur des objets, dans les Expériences qu'il jugera à propos de faire. Et j'ajoûte les conſtructions ſuivantes pour la diſtance de la dernière image d'un objet à l'œil, afin de montrer combien eſt grande, dans la plûpart des cas, ſa différence avec la diſtance apparente de l'objet.

352. PROBLÊME VIII. *Il s'agit de faire voir de quelle manière la diſtance de l'œil & de la dernière image d'un objet varie, tandis que l'œil, l'objet ou le ſyſtême réfringent tel qu'il ſoit, ſe meut en avant ou en arrière.*

Fig. 483. Les choſes demeurant comme elles étaient, ſoit priſe une perpendicnlaire Ms' égale à MS, & ſoit menée $s'S$, laquelle coupe en x une perpendiculaire élevée en O; lorſque l'objet

& le syſtême ſont fixes, & que l'œil ſe meut le long de OP, il eſt évident que Ox ſera toujours égale à la diſtance OS de l'œil & de la dernière image de l'objet P.

Soit élevée, en L, une perpendiculaire Lo' égale à MO; ſoit menée $o'p''$ parallele à LP, laquelle coupe, en p'', une perpendiculaire élevée en P; & prenant o' pour centre, $o'L$ & $o'p''$ pour aſſimptotes, ſoit décrite, par le foyer R, une hyperbole laquelle coupe en y la perpendiculaire Pp''; Py ſera la diſtance de la dernière image à l'œil, tandis que l'œil & le syſtême ſont fixes, & que l'objet ſe meut le long de OP. Car puiſque $Pp'' = Lo' = MO$, on aura $Py = OS$ en prenant $p''y = (MS = \frac{Tn^2}{PL} =) \frac{Tn^2}{o'p''}$; d'où l'on a $o'p'' \times p''y = Tn^2$; ce qui fait voir que le lieu du point y eſt une hyperbole, laquelle paſſera par R, parce que $RL \times Lo'$ ou $RL \times MO = Tn^2$.

Enfin ſoit élevée une perpendiculaire $HF = HG$, & ſoit menée FG coupant en E la perpendiculaire nT prolongée, ſur laquelle ſoit priſe $Ee' = \frac{Tn^2}{HT}$, qui ſe placera en deſſous de E, ſi HT ſe trouve du même côté que G par rapport à H, autrement elle doit être placée en deſſus; & prenant F pour centre, FG & FH pour aſſimptotes, ſoit décrite, par le point e', une hyperbole $g'e'd'$; tandis que l'œil & l'objet ſont fixes, & que le point T ſe meut avec le syſtême, la perpendiculaire Te' ſera toujours égale à la diſtance de la dernière image à l'œil. Car, par conſtruction, la ligne Ee' eſt réciproquement comme HT, ou réciproquement comme FE, parce que HT eſt à FE dans la raiſon donnée de HG à FG; c'eſt-à-dire, que la grandeur du rectangle $FE \times Ee'$ eſt invariable, & par conſéquent le lieu du point e' eſt une hyperbole. De plus, par conſtruction, $TE = TG = MO$; ainſi $Te' = (TE - Ee' = MO - \frac{Tn^2}{HT} = MO - \frac{Tn^2}{PL} = MO - MS =) OS$. Fig. 484 & 485.

353. Que l'hyperbole $g'e'd'$ coupe la ligne OP en g' & en d'; lorſque le point T du syſtême eſt parvenu en g' ou en d', la dernière image de l'objet ſitué en P tombe en O où eſt l'œil, parce que $Te' = 0$.

354. Si, deux points O, P étant donnés, on propoſe de trouver

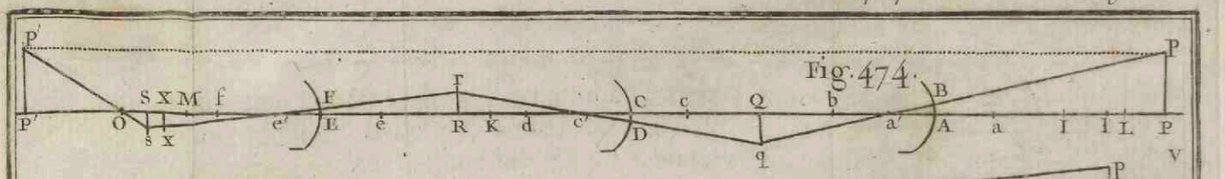
entre ces deux points l'endroit où l'on doit placer une lentille, une ſurface, ou un ſyſtême de lentilles ou de ſurfaces pour que les rayons qui viennent de P concourent en O, après toutes les réfractions ; ſoit menée par n une ligne $G'nD'$ parallele à PO, laquelle coupe, en G' & en D', un demi-cercle qui ait GH pour diametre ; les perpendiculaires $G'g'$, $D'd'$ à l'axe OP donneront les points g', d' où T doit être placée ; car lorſque OS ou Te', c'eſt-à-dire, $TG - \frac{Tn^2}{TH} = 0$, on a $HT \times TG = Tn^2 = g'G'^2 = d'D'^2 = Hg' \times g'G = Hd' \times d'G$, & par conſéquent T doit co-incider avec g' ou d' ; mais il faut que les données ſoient telles que Tn ſoit plus petite que la moitié de HG ; car ſi elle eſt plus grande, il ſera impoſſible que la ligne $G'nD'$ coupe le cercle dont le diametre eſt GH. On a encore une ſolution de cette queſtion dans l'Art. précédent.

355. Lorſque la diſtance de l'image à l'œil devient nulle, la diſtance apparente de l'objet devient nulle en même tems. Car la parabole (*Probl. précéd.*) coupera la ligne OP aux mêmes points g' & d' que l'hyperbole, quand cela eſt poſſible, c'eſt-à-dire, lorſque Tn eſt plus petite que la moitié de GH. On a eu (*Art. 347*) la perpendiculaire TZ, dans la parabole, $= \frac{HT \times TG}{Tv} - T\zeta$, qui étant faite $= 0$, donne $Tv \times T\zeta$ ou $Tn^2 = HT \times TG = Hg' \times g'G$.

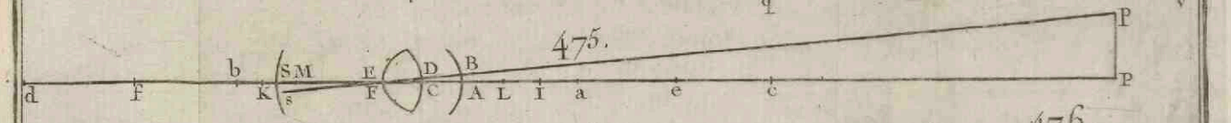
356. Je me ſuis attaché, dans toutes les propoſitions de ce Chapitre, au cas le plus général, celui où le ſyſtême des ſurfaces ou des lentilles a deux foyers principaux comme L & M ; mais les ſurfaces peuvent avoir une ſituation telle que les rayons qui tombent paralleles ſur la première, ſortent paralleles de la dernière. Ce cas particulier, dont je n'ai point fait mention, de peur de détourner l'attention du Lecteur du cas général, ſe peut réſoudre de cette manière. Si, dans le ſecond Problême, on ſuppoſe que les foyers b, c co-incident, les foyers I, K s'éloigneront à une diſtance infinie. Dans ce cas Pa eſt à dR dans la raiſon donnée du rectangle $aA \times Ab$ au rectangle $cC \times Cd$; & Pa & dR ſeront du même côté de a & de d. Car nous avions $Pa = \frac{aA \times Ab}{bQ}$ & $dR = \frac{cC \times Cd}{cQ}$; mais $bQ = cQ$, à cauſe que $bc = 0$. Lorſque dans ce cas & dans de ſemblables,

Fig. 466, 467 & 468.

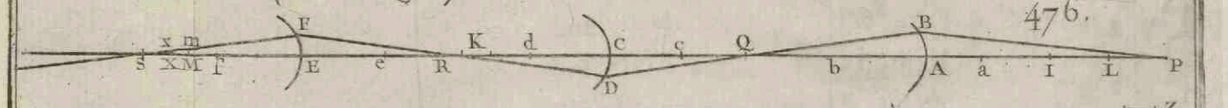
Fig. 474.



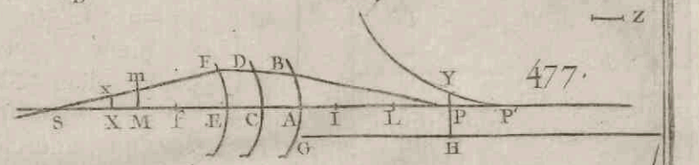
475.



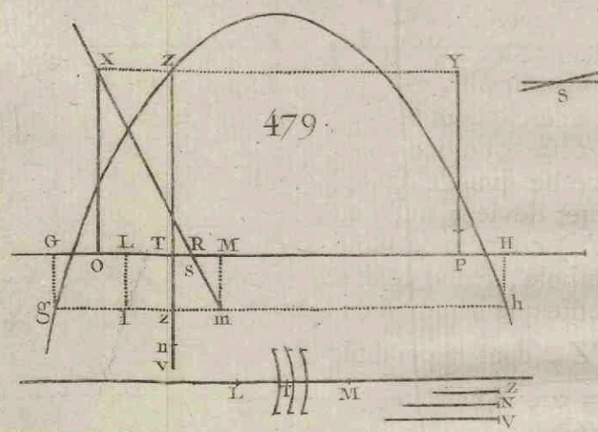
476.



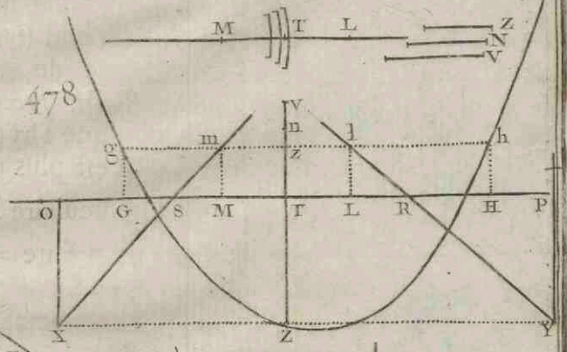
477.



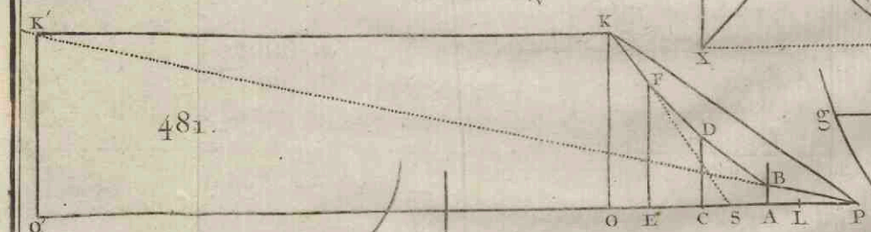
479.



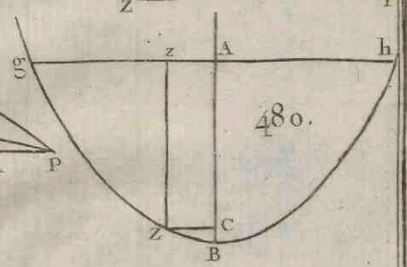
478



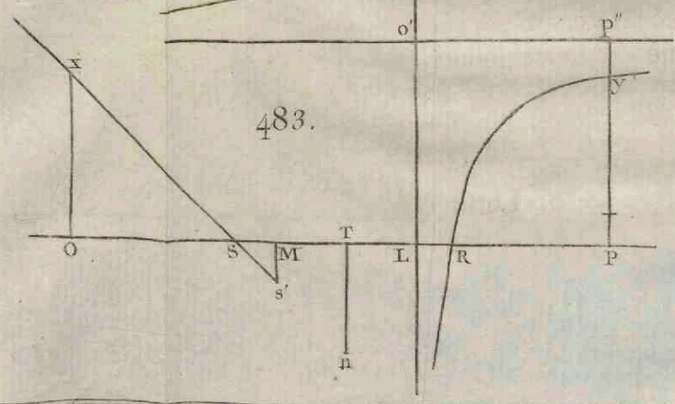
481.



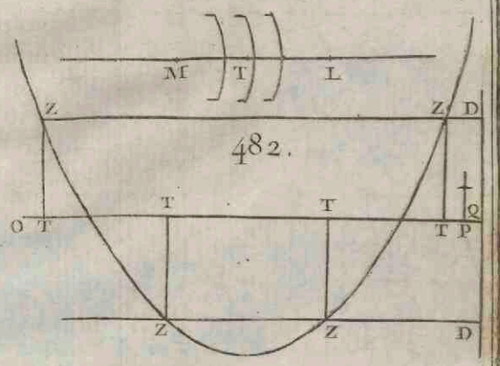
480.



483.



482.



ſemblables, le ſyſtême n'a point de foyers principaux, les lieux géométriques des points X, Y, Z, x, y, e', ſont tous des lignes droites, dans les conſtructions précédentes.

357. On voit par l'analogie qu'il y a entre les regles pour trouver le foyer d'un pinceau de rayons réfléchis par un miroir ſphérique, & celui d'un pinceau de rayons rompus par une ſimple ſurface ſphérique (*Art.* 207 & 236), que les Problêmes & conſtructions de ce Chapitre peuvent aiſément s'adapter aux rayons ſucceſſivement réfléchis par un nombre quelconque de ſurfaces ſpériques ſituées entre des milieux donnés. Et quoique je n'aye fait mention que des ſurfaces ſphériques, néanmoins toutes les concluſions ſont les mêmes pour telles autres ſurfaces qu'on voudra de mêmes courbures que les ſurfaces ſphériques (*Art.* 212).

358. De même, dans le Chapitre ſuivant, où je conſidere les réflexions & les réfractions de rayons qui tombent, ſoit perpendiculairement ou preſque perpendiculairement ſur une courbe quelconque, ſoit avec telle obliquité qu'on voudra, je ne ferai mention que du cercle dont la courbure ſera égale à celle de la courbe à l'endroit où tombe un pinceau étroit de rayons. Et pour le préſent je ne conſidererai dans un pinceau de rayons incidens, que ceux qui ſont dans un même plan, parce que l'on verra dans la ſuite que ceux qui ſont dans des plans différens, ont différens foyers; c'eſt pour cela, qu'à la place d'une ſurface ſphérique, je prendrai un grand cercle de cette ſurface. Enfin il faut remarquer, comme ci-devant (*Art.* 211), que, dans la rigueur géométrique, le foyer d'un pinceau de rayons réfléchis ou rompus, tous dans un même plan, n'eſt autre choſe que l'interſection commune de deux rayons voiſins, dont les points d'incidence ſont au milieu de tous les autres; mais la même interſection conſidérée phyſiquement, peut être appellée le foyer d'un pinceau étroit de rayons tous dans un même plan.

CHAPITRE VII.

Détermination des foyers des rayons qui tombent avec une obliquité quelconque, sur tel nombre qu'on voudra de surfaces réfléchissantes & réfringentes de quelqu'espece que ce soit; & des propriétés des Caustiques.

THÉORÊME I.

Fig. 486 & 487.

359. *Que le rayon* AB *parti du point* A, *rencontre sous telle obliquité qu'on voudra, la concavité ou la convexité d'un cercle ou d'une autre courbe, dont le rayon de courbure en* B *est* CB, *& soit réfléchi suivant* BF *donnée de position; si après avoir mené les sinus d'incidence & de réflexion* CD, CE, *on coupe en deux également leurs co-sinus égaux* BD, BE, *en* a *& en* f, *& qu'on prenne ensuite sur* Bf *prolongée, s'il est nécessaire, une partie* fF *qui soit à* Bf *comme* aB *est à* Aa, *& située par rapport à* Bf *comme* Aa *est par rapport à* aB, *le point* F *sera le foyer d'un pinceau de rayons très-menu réfléchi par l'arc infiniment petit, dont le milieu est* B.

Soit AbF un autre rayon réfléchi en b infiniment près de B; soient menées Cd & Bd' perpendiculaires à Ab, & Ce & Be' perpendiculaires à bF; Bd' sera égale à Be'; car les angles Bbd', Bbe' que Ab & bF prolongées, s'il est nécessaire, font avec l'arc Bb ou sa tangente en b, sont égaux, & par conséquent les petits triangles rectangles Bbd', Bbe' le sont aussi. De plus, Dd & Ee, différences des sinus égaux CD & CE, Cd & Ce, sont aussi égales. Ainsi les triangles BAd', DAd étant semblables, de même que BFe', EFe, on aura $BA : AD :: BF : FE$, & par conséquent $BA \pm AD : AD :: BF \pm FE : FE$, qui donne $\frac{BA+AD}{2} : \frac{BF+FE}{2} :: \frac{BA-AD}{2} : \frac{BF-FE}{2}$; c'est-à-dire, $Aa : Bf :: aB : fF$, ou $Aa : aB :: Bf : fF$*. Et si l'on sup-

* 615. On peut aussi déterminer le point F par le calcul. Soit $AB = a$, BD ou $BE = b$; puisque $AB : AD :: BF : FE$, on a $AB + AD : AB ::$

pose que les rayons tombent sur l'autre côté de la courbe, c'est-à-dire, sur sa convexité, selon la même direction, ils seront réfléchis suivant les mêmes lignes prolongées.

360. COROLL. I. Lorsque le rayon incident AB passe par le centre du cercle réfléchissant, cette proposition devient celle de l'Art. 207.

361. COROLL. II. Le point a est le foyer d'un faisceau très-menu de rayons venant parallélement à FB, & le point f est le foyer d'un autre faisceau de rayons venant parallélement à AB. Car lorsque les points A & F, que l'on peut regarder comme points rayonnans, sont infiniment éloignés, les lignes Dd, Bd', Be', Ee, sont égales.

362. COROLL. III. Soient élevées BG & BH perpendiculaires l'une au rayon incident AB, l'autre au rayon réfléchi BF; soit prise BH égale à BG terminée par l'axe AC prolongé, & soit menée CH; elle coupera le rayon réfléchi au foyer F. Car menant les sinus égaux CD, CE, les triangles BAG, DAC sont semblables, de même que BFH, EFC; ainsi on a $BA : AD :: BF : FE$, ce qui est la propriété du point rayonnant A & de son foyer F, par la démonstration du Théorême. Fig. 488.

363. COROLL. IV. Le point rayonnant A étant donné, si l'on se propose de trouver, dans un cercle réfléchissant, le point B, d'où & des points voisins les rayons soient réfléchis parallélement entr'eux, lorsque cela est possible; on prendra sur CA Fig. 489.

$BE : BF$, ou $2a \mp b : a :: b : BF = \frac{ab}{2a \mp b}$, expression dans laquelle le signe $-$ est pour le cas où la courbe réfléchissante est concave vers le point A, & le signe $+$ pour celui où elle est convexe vers ce point. Dans ce dernier cas, BF ayant toujours une valeur positive, il s'ensuit que le point F est toujours du même côté de la courbe que le centre C. Dans le premier au contraire, c'est-à-dire, lorsque A est du côté concave de la courbe, BF devenant négative, lorsque a est plus petite que $\frac{1}{2}b$, le point F tombe nécessairement alors de l'autre côté de la courbe.

Si le point A est placé sur le rayon de courbure CB prolongé s'il est nécessaire, & que le point d'incidence soit infiniment proche de B, alors BD devient égale au rayon CB que nous nommerons r; par conséquent on aura alors $BF = \frac{ar}{2a \mp r}$, & le point F sera sur le rayon CB ou sur son prolongement. Cette expression est, comme on le voit, absolument la même que celle que nous avons trouvée (*Note 550*), pour le foyer des rayons qui tombent infiniment près de l'axe d'un miroir sphérique : on en conçoit facilement la raison.

prolongée, AG égale à AC, & le cercle décrit avec AG prise pour diametre, coupera le cercle réfléchiſſant aux points cherchés B, B. Soit menée GB; les triangles ABG, ADC ſont ſemblables & égaux, & par conſéquent les côtés AB, AD ſont égaux; ainſi A eſt le point lumineux dont les rayons ſeront réfléchis en B parallélement entr'eux (*Art. 361*).

364. La poſition du rayon réfléchi BF qu'on ſuppoſe donnée dans ce Théorême & dans le Problême ſuivant, peut être déterminée en faiſant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence, ou en inſcrivant dans le cercle réfléchiſſant une corde égale à celle que le rayon incident décrit dans ce cercle, ou par d'autres méthodes qu'il eſt facile d'imaginer.

365. PROBLÊME I. *Étant donné le point rayonnant, trouver le foyer des rayons qu'il envoie ſur la circonférence d'un cercle donné, après que ces rayons ont ſouffert un nombre déterminé de réflexions.*

Fig. 490. Soit $ABCDE$ la route d'un rayon réfléchi aux points B, C, D, de la circonférence d'un cercle. Soient abaiſſés du centre S, ſur les parties extrêmes AB & DE de ce rayon, les perpendiculaires SI, SN; ſoient priſes depuis I & N vers B & vers D, premier & dernier points de réflexion, IT & NV, chacune à IB ou ND, comme l'unité eſt au double du nombre de réflexions; & ſoit A, dans la ligne AB, le point d'où partent les rayons incidens; ſi l'on fait $TA : TI :: VN : VH$, & qu'on place VH, par rapport à VN, dans le même ſens que TA eſt par rapport à TI, le point H ſera le foyer de ces rayons après toutes leurs réflexions.

Car ſoit le rayon infiniment proche $Abcde$ coupé en i, l, m, n par les perpendiculaires SI, SL, SM, SN abaiſſées ſur les parties AB, BC, CD, DE du rayon $ABCDE$, & ſoient les foyers ou interſections de ces deux rayons en F, G, H. Des points B, C, D, ſoient menées ſur les parties Ab, bc, cd du rayon $Abcde$, les perpendiculaires Bb', Cc', Dd', & ſur bc, cd, de les perpendiculaires Bq, Cr, Ds. Ces dernières perpendiculaires Bq, Cr, Ds, ſont égales reſpectivement aux premieres Bb', Cc', Dd'; ce qu'on voit aiſément par la démonſtration du Théorême précéd. Or, puiſque FB, FL, FC ſont entr'elles comme Bq, Ll, Cc', & que $FB + 2FL =$

FC, $Bq + 2Ll$ eſt égal à Cc' ou à Cr. Par la même raiſon $Cr + 2Mm = Dd'$ ou Ds, & ainſi de ſuite. Ainſi Ii, Ll, Mm étant égales, comme on l'a fait voir dans la démonſtration du Théorême précédent, les perpendiculaires Bq, Cr, Ds ſont en progreſſion arithmétique, de même que leurs égales Bb', Cc', Dd', leur différence commune étant $2Ll$ ou $2Ii$. Si donc on exprime par n le nombre de cordes BC, CD, qui joignent les points où le rayon eſt réfléchi avant de parvenir en H, on a $Bb' + 2n.Ii = Ds$ ſoutendante de l'angle DHS, & par conſéquent Ii (ou Nn) : Bb, $+ 2n.Ii :: NH : HD$; qui devient $2n.Ii : Bb' + 2n.Ii :: 2n.NH : HD$, d'où l'on tire $2n.Ii : Bb' :: 2n.NH : HD - 2n.NH$, & par conſéquent $Ii : Bb'$, ou $AI : AB :: NH : HD - 2n.NH$, & enfin $AI : IB :: NH : HD - 2n.NH - NH$, ou $ND - 2n.NH - 2NH$. Ainſi $AI : \frac{1}{2n+2} IB :: NH : \frac{1}{2n+2} ND - NH$; & conſéquemment $AI + \frac{1}{2n+2} IB : \frac{1}{2n+2} IB :: \frac{1}{2n+2} ND : \frac{1}{2n+2} ND - NH$; c'eſt-à-dire, que prenant $IT = \frac{1}{2n+2} IB$ & $NV = \frac{1}{2n+2} ND$, nous avons $TA : TI :: VN : VH$; or $2n + 2$ ou $2(n + 1)$ eſt le double du nombre des réflexions que ſouffre le rayon AB, parce que le nombre de réflexions eſt toujours d'une unité plus grand que le nombre de cordes compriſes entre les réflexions extrêmes.

366. COROLL. I. Si la poſition de AB eſt fixe, VH eſt réciproquement comme TA; & par conſéquent V eſt le foyer des rayons qui viennent parallélement à AB, & T le foyer de ceux qui viennent parallélement à ED; & ces foyers principaux ſe trouvent, comme précédemment, en prenant IT à IB comme l'unité eſt au double du nombre de réflexions.

367. COROLL. II. Les ſoutendantes perpendiculaires Ii, Ll, Mm, des petits angles en A, F, G, &c. ſont égales. Et les petits arcs Bb, Cc, Dd, &c. ſont en progreſſion arithmétique, de même que les perpendiculaires Bb', Cc', Dd', &c. à cauſe que les petits triangles rectangles Bbb', Ccc', Ddd' ſont ſemblables.

Fig. 491 & 492. 368. THÉORÊME II. *Du Centre* C *d'un cercle qui ſepare deux milieux donnés, ſoit menée* CD *perpendiculaire ſur le rayon incident* AB, *&* CE *perpendiculaire ſur le rayon rompu* BF *donné de poſition; ſi un point quelconque* A *eſt le point d'où partent ou vers lequel tendent les rayons qui tombent ſur un petit arc* Bb *de ce cercle, & que* F *ſoit leur foyer après avoir été rompus, les diſtances* BF, EF *ſeront en raiſon compoſée de la raiſon directe des diſtances ſemblables* BA, DA, *de celle des ſinus d'incidence & de réfraction* CD, CE, *& de la raiſon inverſe des co-ſinus* BD, BE.

Soit *AbF* le rayon le plus proche de *ABF*; ſoient menées ſur *Ab* les perpendiculaires *Cd*, *Bd'*, & ſur *bF* les perpendiculaires *Ce*, *Be'*; les triangles rectangles *Bd'b*, *BDC* ſeront ſemblables de même que les triangles rectangles *Be'b*, *BEC*; de ſorte que les figures entières *Be'd'b*, *BEDC* ſeront auſſi ſemblables. On obſervera auſſi que *CD* eſt à *CE*, que *Cd* eſt à *Ce*, & que par conſéquent *Dd* eſt à *Ee* dans le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction; car la ligne *CDd* peut être regardée comme perpendiculaire ſur les deux rayons *AB*, *Ab*, lorſque l'angle *BAb* eſt prêt à s'évanouir. Ainſi les triangles *BFe'*, *EFe* étant ſemblables, de même que *BAd'*, *DAd*, le rapport de *BF* à *EF* ou de *Be'* à *Ee*, qui eſt compoſé des rapports de *Be'* à *Bd'*, de *Bd'* à *Dd*, & de *Dd* à *Ee*, eſt auſſi compoſé des rapports de *BE* à *BD*, de *BA* à *DA* & de *CD* à *CE*, qui leur ſont égaux reſpectivement. On déterminera ci-après, dans le Lemme III, la poſition du rayon briſé *BF*, qu'on ſuppoſe donnée dans ce Théorême & dans les ſuivants.

369. COROLL. I. Lorſque les rayons incidens ſont paralleles, *BF* eſt à *EF* en raiſon compoſée de la raiſon directe des ſinus d'incidence & de réfraction, & de l'inverſe des co-ſinus, *BA* & *DA* devenant égales, lorſque le point *A* eſt infiniment éloigné.

370. COROLL. II. Le rapport des ſoutendantes perpendiculaires *Dd*, *Ee* des petits angles *A* & *F* eſt invariable; car il eſt égal à celui du ſinus d'incidence *CD* au ſinus de réfraction *CE*.

Fig. 493 & 494. 371. THÉORÊME III. *Soit* BH *une ſurface plane réfringente que traverſent des rayons qui partent d'un point quelconque* A, *ou qui concourent à ce point. Soit* ABD *un des rayons incidens,*

485.

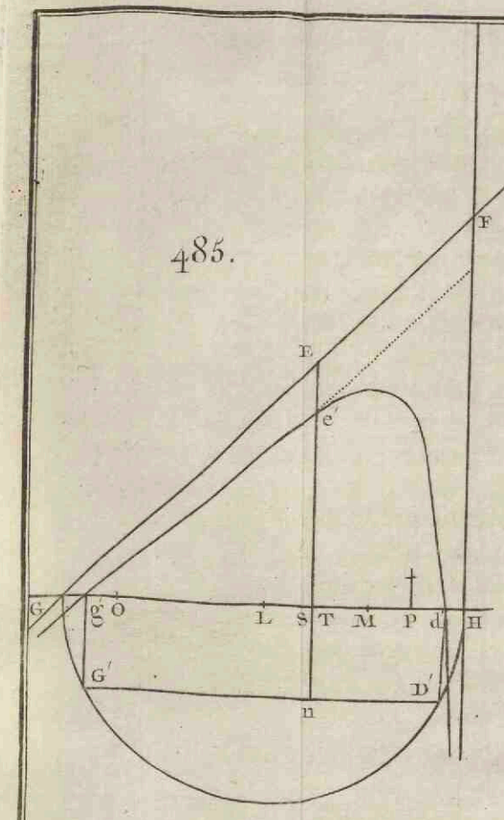
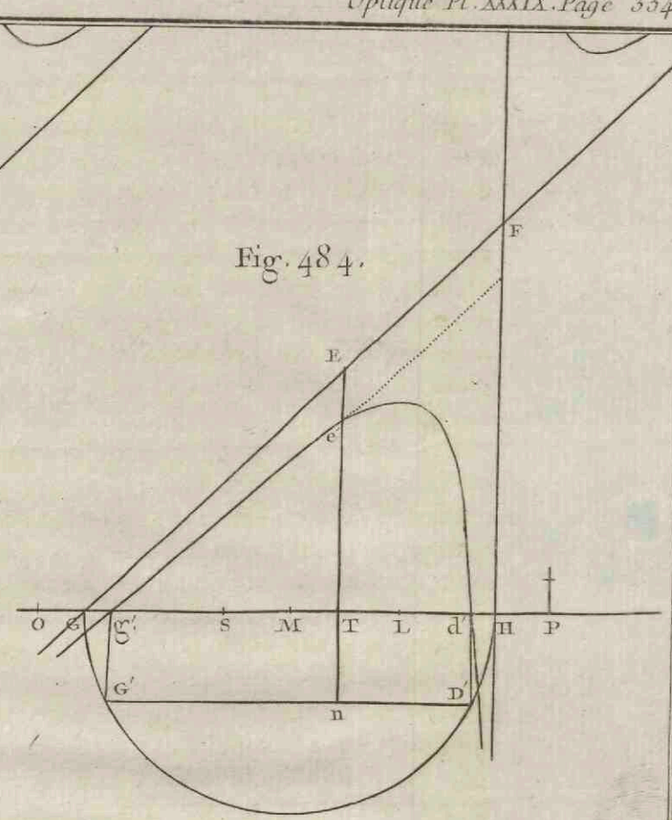
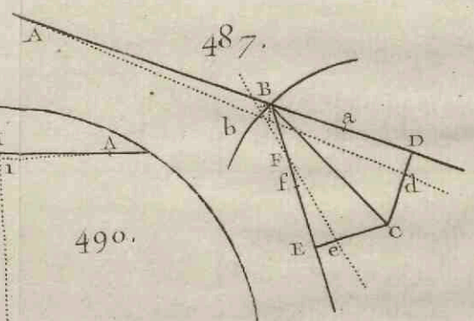


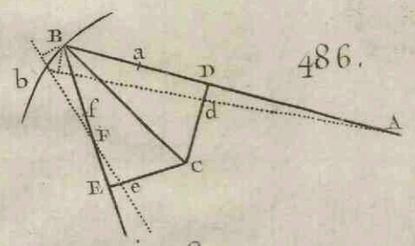
Fig. 484.



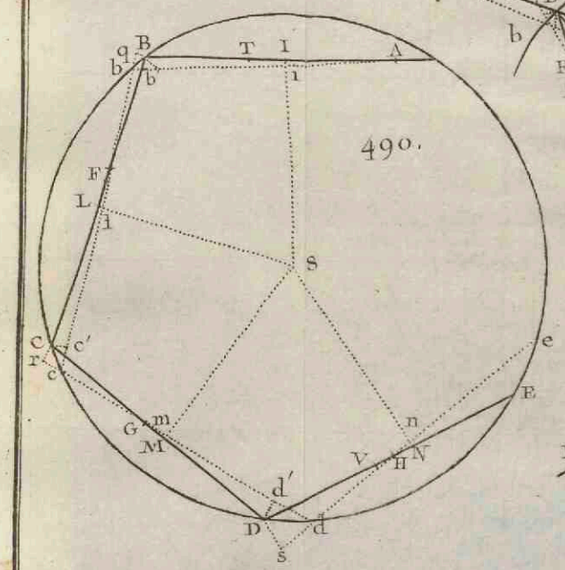
487.



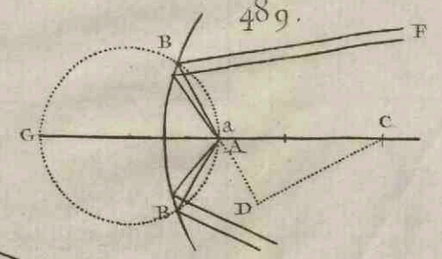
486.



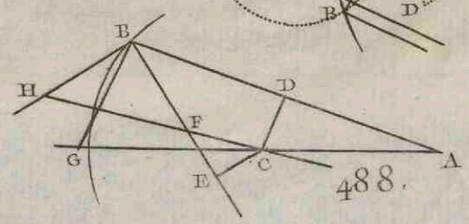
490.



489.



488.



& AH *perpendiculaire à la ſurface réfringente* BH, *laquelle coupe le rayon rompu* EBG *en* G; *ſoient abaiſſées les perpendiculaires* HI, HR *ſur les rayons* AB, BG, *& ſur* BG *ſoit priſe* BF : BA :: RG : IA; F *ſera le foyer des rayons rompus voiſins de part & d'autre de* EBG.

Soit un arc de cercle *BK* dont *C* ſoit le centre, lequel touche la ligne réfringente *BH* en *B*, du côté oppoſé à *A*; ſoient *CD* & *CE* les ſinus d'incidence & de réfraction communs au plan & à la ſurface ſphérique; repréſentant le rapport de $CD \times BE$ à $CE \times BD$ par celui de *m* à *n*, ſi les rayons étaient rompus par l'arc *BK*, nous aurions, par le ſecond Théorême, $BF : EF :: m \times BA : n \times DA$ ou $:: BA : \frac{n}{m} DA$ ou $\frac{n}{m} BA + \frac{n}{m} BD$, & par conſéquent $BF : BE :: BA : \frac{n}{m} BA + \frac{n}{m} BD - BA$ ou $\frac{n}{m} BD$, lorſque les rayons ſont rompus par le plan *BH*; à cauſe que l'arc *BK* co-incide avec ſa tangente *BH*, lorſque ſon rayon *BC* devient infini, & qu'alors, $\frac{n}{m} BA + \frac{n}{m} BD - BA$ étant infinie, on peut en rejetter $\frac{n}{m} BA - BA$ qui eſt finie. Ainſi nous avons $BF : BA :: m \times BE : n \times BD :: CD \times BE^2 : CE \times BD^2$ (en remettant pour *m* & *n* leurs valeurs) $:: \frac{BE^2}{CE} : \frac{BD^2}{CD} :: \frac{HR^2}{BR} : \frac{HI^2}{BI}$ (à cauſe des triangles ſemblables *BEC*, *HRB* & *BDC*, *HIB*) $:: RG : IA$*.

* 616. Au reſte, ce point *F* n'eſt que le foyer des rayons qui ſont dans le plan *ABH*. Car les autres rayons rompus ne couperont *BF*, ni en *F*, ni en quelqu'autre point que ce ſoit, ſi l'on en excepte ceux qui avant d'être rompus, ſont dans la ſurface d'un cone, décrite par la révolution de *AB* au tour de l'axe *AH*, leſquels couperont tous *BF* en *G* où l'axe *AH* coupe ce rayon. Ainſi il y a dans le rayon *BF* deux foyers *F* & *G*; le premier appartient aux rayons qui ſont dans le plan *ABH*, & le ſecond à ceux qui ſont dans des ſurfaces de cones, décrites par les lignes *AB*, *BG* en tournant autour de *AH*. Quant aux autres rayons qui ſont autour de *AB*, ils approchent, après avoir été rompus, le plus de *FB*, quelque part entre *F* & *G*; deſorte que pour un œil qui aurait le centre de ſa prunelle en un point quelonque *O* du rayon *BE*, le lieu de l'image du point *A* doit être répandu dans tout l'eſpace *FG*; ou plutôt, comme l'eſpace *FG* eſt l'image d'un point unique *A*, on doit prendre pour l'image ſenſible de ce point, quelque point unique qui occupe le milieu de tous les rayons qui divergent de cet eſpace en entrant dans

Fig. 495 & 496.

372. THÉORÊME IV. *Soit* AB *un rayon qui tombe en* B *ſur une courbe qui ſépare deux milieux réfringens, &* Bf *donnée de poſition, le rayon rompu qui lui répond. Du centre* C *de courbure en* B, *ou du cercle réfringent, ſoit menée* CE *perpendiculaire au rayon rompu* Bf *prolongé; & ſoit* Bf *à* BE *comme la tangente de l'angle d'incidence à la différence des tangentes d'incidence & de réfraction, & ſoit placée* Bf *du côté où va le rayon rompu, ſi la ſurface du milieu plus denſe eſt convexe, & du côté oppoſé ſi elle eſt concave; f ſera le foyer d'un faiſceau étroit de rayons paralleles à* AB *qui tombent en* B.

Car *Bf* étant à *Ef* en raiſon compoſée de la raiſon directe des ſinus des angles d'incidence & de réfraction, & de l'inverſe de leurs co-ſinus, elles ſont entr'elles comme les tangentes de ces angles, & par conſéquent *Bf* eſt à *BE* comme la tangente d'incidence à la différence des tangentes d'incidence & de réfraction. Quant à la régle pour la poſition de *Bf*, elle eſt fondée ſur ce que les rayons émergens ſont convergens quand le milieu plus denſe eſt convexe, & divergens lorſqu'il eſt concave.

373. COROLL. I. Soit *a* le foyer des rayons qui viennent parallélement à *fB*; alors on a *Bf* eſt à *Da* comme *BE* eſt à *BD*; car *Bf* eſt à *Ef* comme la tangente d'incidence eſt à celle de

l'œil, à peu près au milieu de l'intervalle des points *F* & *G*. Mais comme il faut avoir égard à tous les rayons qui ſont partis de *A*, & entrent enſuite dans la prunelle après avoir été rompus, la détermination de ce point fait un problême extrêmement difficile, à moins qu'on ne ſe contente de le réſoudre en partant de quelque hypotheſe vraiſemblable, au lieu d'en chercher une ſolution rigoureuſe. Par exemple, comme le nombre des rayons qui, étant rompus, ſont dirigés comme s'ils venaient directement de *G* & des points voiſins de *G*, paraît être égal au nombre de ceux qui, après avoir été rompus, ſont dirigés comme s'ils venaient directement de *F* & des points qui en ſont voiſins, on doit placer le lieu *Z* de l'image de *A* entre ces limites, de manière que l'angle que forment deux rayons qui concourent à un point quelconque de la prunelle, ſuivant des directions qui paſſent par *F* & par *G*, puiſſe toujours être coupé en deux également par un rayon qui tombe au même point de la prunelle, ſuivant une direction qui paſſe par *Z*. Dans cette hypotheſe, prenant *O* pour le centre de la prunelle, le point *Z* ſe peut trouver en faiſant $OF + OG : OG :: FG : GZ$. Car on aura, en diviſant, $OF : OG :: FZ : GZ$; ainſi ſuppoſant trois lignes menées des points *F*, *G* & *Z* à un point quelconque de la prunelle, très-proche de ſon centre *O*, l'angle des deux lignes extrêmes ſera toujours coupé, à très-peu près, en deux parties égales par la ligne qui paſſe entr'elles.

Cette remarque eſt dûe à Mr. Newton, de même que la détermination du point *F* que nous avons donnée dans cet Article. On voit aiſément que cette doctrine eſt applicable aux rayons qui traverſent obliquement une ſurface ſphérique, en prenant pour ſon axe une ligne menée par ſon centre & par le point d'où partent les rayons incidens, ou auquel ils concourent.

réfraction,

réfraction, & Ba eſt à Da dans le même rapport, mais renverſé. Donc $Bf : Ef :: Da : Ba$, & par conſéquent $Bf : Da :: BE : BD$.

374 COROLL. II. Le foyer f ſe peut encore trouver de cette manière. Soit menée CE perpendiculaire au rayon rompu Ef, EG perpendiculaire au rayon BC, & Gf parallele aux rayons incidens; cette parallele coupera les rayons rompus à leur foyer f. Car ſoit AB coupée par EG, en H; Gf étant parallele au côté BH du triangle BEH, on a $Bf : BE :: HG : HE$, proportion qui eſt la même que dans le Théorême, à cauſe que GH & GE ſont tangentes des angles d'incidence & de réfraction GBH, GBE.

375. COROLL. III. Delà, on voit que l'angle d'incidence croiſſant continuellement, la diſtance focale Bf va ſans ceſſe en diminuant, juſqu'à ce qu'elle devienne nulle, lorſque l'angle de réfraction devient droit, ou égale au co-ſinus de réfraction, lorſque l'angle d'incidence eſt droit. Par conſéquent la diſtance focale eſt la plus grande, lorſque l'angle d'incidence eſt le plus petit, & alors ce Théorême devient le ſecond du troiſieme Chapitre (*Art.* 224), les tangentes des angles très-petits étant dans le même rapport que les ſinus de ces angles ou que les arcs qui les meſurent.

376. LEMME I. *La quantité infiniment petite dont un angle d'incidence augmente, eſt à celle dont l'angle de réfraction augmente en même tems, comme la tangente de l'angle d'incidence eſt à la tangente de l'angle de réfraction.*

Soient deux rayons AB, aB faiſant un angle infiniment petit ABa, rompus en B ſuivant les lignes BE, Be par un plan ou par une ſurface courbe. D'un point quelconque C de la perpendiculaire BC à cette ſurface, ſoit menée CDd coupant à angles droits, en D & en d, les rayons incidens ou leurs prolongemens; & ſoit auſſi menée CEe faiſant des angles droits en E & en e avec les rayons rompus prolongés, s'il eſt néceſſaire. Puiſque CD eſt à CE & que Cd eſt à Ce dans le même rapport des ſinus d'incidence & de réfraction, on aura Dd à Ee comme CD eſt à CE. Mais les angles infiniment petits ABa ou DBd & EBe qui ſont les petites augmentations ou diminutions ſimultanées des angles d'incidence & de réfraction, Fig. 497 & 498.

ſont entr'eux comme $\frac{Dd}{DB}$ eſt à $\frac{Ee}{EB}$; ils ſeront donc auſſi comme $\frac{CD}{DB}$ eſt à $\frac{CE}{EB}$; c'eſt-à-dire, dans le rapport des tangentes d'incidence & de réfraction.

377. COROLL. Donc ſi les angles d'incidence & de réfraction de l'un des rayons *ABE*, *aBe* ſont invariables, tandis que ceux de l'autre rayon ſouffrent quelque léger changement, les petites augmentations ou diminutions que ceux-ci recevront, ſeront toujours dans un rapport conſtant.

Fig. 495 & 496. 378. THÉORÊME V. *Qu'un rayon* AB *tombant avec telle obliquité qu'on voudra, en* B, *ſur une courbe réfringente, ſoit rompu ſuivant* BF *donnée de poſition ; ſoit* Ba *la diſtance focale de rayons venant parallélement à* FB, & Bf *la diſtance focale d'autres rayons venant parallélement à* AB ; *ſuppoſant enſuite que les rayons incidens viennent d'un point quelconque* A *ou concourent à ce point, ſi l'on fait* Aa *eſt à* aB *comme* Bf *eſt à* fF, *& qu'on place* fF *relativement à* fB, *comme* aA *l'eſt par rapport à* aB, F *ſera le foyer des rayons rompus.*

Fig. 499. Soit *AGF* le rayon le plus proche de *ABF* ; menant *aG* & *fG*, il eſt clair, par les ſuppoſitions qu'on a faites, qu'un rayon *aG* ſera rompu en *G* ſuivant *GH* parallele à *BF*, & qu'un rayon *fG* le ſera ſuivant *GI* parallele à *BA*. Mais l'angle *AGa* eſt à l'angle *FGH* ou *GFf* dans un rapport conſtant (*Art. 377*), dans lequel ſont auſſi les angles *aAG* ou *AGI* & *fGF*, par le même Article. Donc l'angle *AGa* : l'angle *aAG* :: l'angle *GFf* : l'angle *fGF* ; & les ſinus de ces petits angles étant dans le même rapport que ces angles, les côtés oppoſés à ces angles, dans les triangles *AGa*, *GFf*, ſeront auſſi dans le même rapport (*Art. 221*), c'eſt-à-dire, que *Aa* : *aG* :: *Gf* : *fF* ou *Aa* : *aB* :: *Bf* : *fF* (*Art. 204*)*. Que *A* s'approche de *a*, & enfin co-incide avec ce point, alors *fF* deviendra infinie ; & par conſéquent ſi *A* paſſe de l'autre côté de *a*, le point *F* paſſera de l'autre côté de *f*.

* 617. Ce point *F* ſe peut auſſi trouver par le calcul, la courbe *Bb* (*Fig. 492*) étant donnée. Soit *BC* le rayon de courbure au point *B* ; *Ab* un rayon infiniment proche du rayon *AB*, & ſoit menée *bF*. Du point *C* ſoient abaiſſées les perpendiculaires *CD*, *Cd* ſur les rayons incidens prolongés, & *CE*, *Ce* ſur les rayons rompus. Enfin des centres *A* & *F* ſoient décrits les petits arcs *Bd'*, *Be'*,

379. COROLL. Lorſque le rayon ABF eſt donné de poſition, fF eſt réciproquement comme Aa.

380. PROBLÊME II. *Étant donné le point d'où part un pinceau étroit de rayons tombant ſous telle obliquité qu'on voudra, ſur un grand cercle d'une ſphere d'une matière homogene, trouver le foyer des rayons rompus en ſortant de la ſphere, après avoir été réfléchis par ce grand cercle un certain nombre de fois.*

Soit $ABCDEZ$ la route d'un rayon incident en B, réfléchi un certain nombre de fois, par exemple, aux points C & D, & ſortant enſuite en E. Soit A le point d'où partent les rayons incidens; F leur foyer après avoir été rompus en B; G leur foyer, après avoir été réfléchis en C & en D, & H leur foyer Fig. 500.

Soient faites enſuite $AB = a$, $BD = b$, $BE = c$, le petit arc $Bd' = dx$; & ſoit le ſinus d'incidence CD au ſinus de réfraction CE comme 1 eſt à m, le rayon étant $BC = r$. A cauſe des triangles rectangles ſemblables BDC, Bbd'; BEC, Bbe', on a ces analogies, $BD : BC :: Bd' : Bb$; $BE : BC :: Be' : Bb$, & par conſéquent $BD : Bd' :: BE : Be'$, ce qui donne $Be' = \frac{c\,dx}{b}$. Les triangles ABd', ADd donnent $Dd = \frac{a\,dx + b\,dx}{a}$; & à cauſe que $Cd : Ce$ & $CD : CE :: 1 : m$, on a $Ee = \frac{ma\,dx + mb\,dx}{a}$. Enfin les triangles FBe', FEe étant ſemblables, on a $Be' - Ee : Be' :: BF - EF$ ou $BE : BF$, ce qui donne $BF = \frac{acc}{ac - mab - mbb}$, & par conſéquent le point cherché F, après que la poſition du rayon rompu BF aura été déterminée.

618. Si les rayons au lieu de tomber divergens ſur la courbe réfringente, tombent convergens, leur point de concours ſe trouvant alors de l'autre côté de la courbe, a devient négative, & par conſéquent on a alors $BF = \frac{-acc}{-ac + mab - mbb} = \frac{acc}{ac - mab + mbb}$.

619. Si la courbe eſt concave vers les rayons incidens, alors b & c deviennent négatives, & par conſéquent on a $BF = \frac{acc}{mab - ac \mp mbb}$, le ſigne $-$ étant pour le cas où les rayons tombent divergens, & le ſigne $+$ pour celui où ils tombent convergens.

620. Si les rayons incidens étaient paralleles, il eſt clair que a étant $= \infty$, le terme mbb diſparaîtrait dans ces formules.

621. Si les rayons au lieu de paſſer d'un milieu plus rare dans un milieu plus denſe, paſſent au contraire d'un milieu plus denſe dans un plus rare, & que le rapport de réfraction en paſſant dans ce milieu plus rare ſoit égal à celui de m à 1, les formules précédentes deviendront propres à ce cas, en y introduiſant m à la place de 1, & 1 à la place de m.

622. Si le point A était placé ſur le rayon de courbure prolongé s'il eſt néceſſaire, & que les rayons tombaſſent infiniment près du Point B, où ce rayon rencontre la courbe, il eſt clair qu'alors on aurait $b = c = r$, & qu'il ne s'agirait que de ſubſtituer r à la place de b & de c, dans les formules pour les rendre propres à exprimer le foyer cherché, lequel ſerait ſur le rayon de courbure ou ſur ſon prolongement. Ces formules ſe changeront préciſément en celles que nous avons trouvées dans les Notes du Chapitre III de ce Livre pour le foyer des rayons qui tombent infiniment près de l'axe d'une ſurface ſphérique réfringente.

après avoir été rompus en E à leur sortie de la sphere. Pour trouver ces foyers, soient Bf & Ba les distances focales de rayons venant parallélement, les uns à AB, les autres à FB, & soit fait $Aa : aB :: Bf : fF$, ce qui donne le foyer F, en plaçant Ff par rapport à Bf, comme Aa l'est par rapport à aB (*Art. 378*). Du centre S de la sphere, soient menées SL, SN perpendiculaires aux cordes extrêmes BC, DE, & du côté des premier & dernier points de réflexion C & D, soient prises LT & NV, chacune à LC ou ND, comme l'unité est au double du nombre de réflexions ; ensuite, comme F est le point où concourent les rayons incidens en C, il faudra faire $TF : TL :: TL$ ou $VN : VG$, ce qui donnera le foyer G après la dernière réflexion en D, en plaçant VG par rapport à VN, comme TF l'est par rapport à TL (*Art. 365*). Enfin soient Eg & Eh les distances focales de rayons venant parallélement, les uns à ZE, les autres à GE ; les rayons réfléchis se réunissant en G, d'où ils vont tomber ensuite en E, soit fait $Gg : gE :: Eh : hH$, ce qui donnera le foyer cherché H des rayons émergens, en plaçant hH relativement à Eh, comme Gg l'est par rapport à gE (*Art. 378*).

381. COROLL. I. Si l'on suppose que le pinceau incident ait autour du point A un mouvement angulaire dans le plan du cercle $BCDE$, les proportionnelles Aa, aB, Bf, fF changeront toutes de longueur (*Art. 376*), de même que TL ; & lorsque TF, TL, Tf sont en proportion continue, les rayons émergens seront paralleles à EZ. Car nous avions $Gg : gE :: Eh : hH$; donc hH devient infinie, lorsque Gg est nulle, c'est-à-dire, lorsque VG est égale à Vg ou Tf, qui sont toujours égales, parce que les cordes BC, DE le sont ainsi que les réfractions en E & en B. Mais, par construction, TF, TL, VG sont toujours en proportion continue ; donc lorsque VG & Tf sont égales, TF, TL, Tf sont aussi en proportion continue.

382. COROLL. II. Donc si les rayons incidens sont paralleles, les rayons émergens le seront aussi, lorsque Tf & TL deviennent égales, & conséquemment lorsque Lf est à LC comme l'unité est au nombre de réflexions. Car lorsque le point rayonnant A est infiniment éloigné, le foyer F co-incide avec f,

& par conſéquent TF, TL, Tf qui ſont en proportion continue (*Art. précéd.*), deviennent égales.

383. COROLL. III. Donc, menant SM perpendiculaire à AB prolongée, & déſignant par n le nombre des réflexions, ſi les rayons incidens ſont paralleles, les rayons émergens le ſeront auſſi lorſque $BL : BM :: (n + 1) SL : SM$. Car nous avons, par le Coroll. précédent, $n : 1 :: LC$ ou $LB : Lf$, ce qui donne $n + 1$ eſt à 1 comme Bf eſt à Lf, c'eſt-à-dire, en raiſon compoſée de SM à SL & de BL à BM (*Art. 369*); donc, multipliant par le rapport de SL à SM, nous aurons $(n + 1) SL : SM :: BL : BM$.

384. COROLL. IV. Mettant donc $I : R :: SM : SL$, & $m = n + 1$, nous aurons $BM : BS :: \sqrt{(II - RR)} : \sqrt{[(mm - 1) RR]}$; ce qui détermine l'angle d'incidence SBM, lorſque les rayons qui viennent paralleles à AB, ſortent paralleles à EZ. Car à cauſe que $SM : SL :: I : R$, on a $SM \pm SL : SM :: I \pm R : I$; & dans le Coroll. précéd. nous avons $BL \pm BM : BM :: mR \pm I : I$. Mais $SM^2 + BM^2 = SL^2 + BL^2$, ou $SM^2 - SL^2 = BL^2 - BM^2$, ou $(SM + SL)(SM - SL) = (BL - BM)(BL - BM)$ qui donne $SM + SL : BL + BM :: BL - BM : SM - SL$ qui ſe change en $\frac{I+R}{I} SM : \frac{mR+I}{I} BM :: \frac{mR-I}{I} BM : \frac{I-R}{I} SM$; d'où l'on tire $(II - RR) SM^2 = (mmRR - II) BM^2$ qui donne $BM^2 : SM^2 :: II - RR : mmRR - II$, & par conſéquent $BM^2 : BS^2 :: II - RR : (mm - 1) RR$; donc enfin $BM : BS :: \sqrt{(II - RR)} : \sqrt{[(mm - 1) RR]}$.

385. PROBLÊME III. *Étant données les poſitions & la nature de deux courbes qui ſéparent trois milieux donnés, & ſuppoſant que des rayons paralleles qui forment un faiſceau étroit, viennent, à travers un des milieux extérieurs, tomber ſur ces courbes, ſous telle obliquité qu'on voudra; trouver leur foyer, après avoir été rompus par ces courbes.*

Soit $aAbcCd$ un rayon rompu en A & en C par les deux courbes données AB, CD; ſoient, ſur ce rayon, a & d les foyers qu'auraient des rayons paralleles & très-proches de AC dans le milieu intérieur, après avoir été rompus par les courbes Fig. 501.

AB & CD en paſſant de ce milieu dans les milieux extérieurs. Et ſoient b & c les foyers de rayons reſpectivement paralleles à aA & à DC dans les milieux extérieurs, rompus en paſſant dans le milieu interieur. Ces foyers ſe peuvent trouver par l'Article 372. Soit fait enſuite $cb : bA :: aA : aI$, & plaçant aI par rapport à aA, comme bc l'eſt relativement à bA, le point I ſera le foyer des rayons paralleles qui viennent tomber ſur la courbe CD, en traverſant le milieu extrême qu'elle limite, & ſont rompus par cette courbe & la ſuivante AB (*Art* 378); parce que ces rayons ſe réuniſſent en c après leur première réfraction. De même, on fera $bc : cC :: Cd : dH$; & plaçant dH par rapport à dC, comme cb l'eſt relativement à cC, le point H ſera le foyer des rayons paralleles qui viennent en traverſant l'autre milieu extérieur, tomber ſur AB (*Art.* 378).

Fig. 502. 386. COROLL. I. Suppoſons que les deux ſurfaces AB, CD appartiennent à une ſphere d'une matière homogene, dont S ſoit le centre : ſoit menée SM perpendiculaire au rayon incident aA prolongé, & SN perpendiculaire au rayon émergent dC auſſi prolongé. Soient diviſées en deux également aM & dN, l'une en I, l'autre en H; les points I, H ſeront les foyers de rayons qui tombent ſur la ſphere, paralleles à dC & à aA. Car diviſant AC en deux également en L, on a $Lc : LC :: Cd : CN$ (*Art.* 373), qui donne $Lc : cC :: Cd : dN$; mais, par le Théorême, on a bc ou $2Lc : cC :: Cd : dH$, & par conſéquent $2Lc \times dH = cC \times Cd = Lc \times dN$; donc $dH = \frac{1}{2} dN$: on trouve de même que $aI = \frac{1}{2} aM$.

387. COROLL. II. Nous avions (*Art.* 372) Cd eſt à CN comme la tangente du plus petit des angles d'incidence & de réfraction eſt à la différence de leurs tangentes; par conſéquent le foyer H tombe hors la ſphere ou dedans, ſuivant que la tangente la plus petite eſt plus grande ou moindre que la différence de ces tangentes; différence qui croît à l'infini pendant que les angles d'incidence & de réfraction croiſſent, c'eſt-à-dire, pendant que le rayon AC s'écarte de plus en plus du centre de la ſphere.

388. PROBLÊME IV. *Étant donné le point d'où partent les rayons incidens, trouver leur foyer, après avoir été rompus*

par deux courbes données qui ſéparent trois milieux donnés.

Soient, dans le rayon $IaACdH$ donné de poſition, a & d les foyers qu'auraient des rayons paralleles & très-proches de AC dans le milieu intérieur, en conſéquence des réfractions qu'ils ſouffriraient en traverſant AB & CD, en paſſant dans les milieux extérieurs. Soient de plus I & H les foyers d'autres rayons qui viendraient dans les milieux extérieurs, les uns parallélement à CH & les autres parallélement à AI, & ſeraient rompus par les mêmes courbes. Soit actuellement P le point d'où partent les rayons qui tombent ſur la ſurface AB, I & a les foyers de ces rayons qui ſont ſuppoſés venir en ſens contraire des rayons incidens; faiſant $PI : Ia :: dH : HR$, & plaçant HR relativement à Hd, comme IP l'eſt par rapport à Ia, le point R ſera le foyer des rayons partis de P, après avoir été rompus par les courbes AB & CD. Fig 501.

Car faiſant $Pa : aA :: Ab : bQ$, & plaçant bQ comme à l'ordinaire, le point Q ſera leur foyer, après avoir été rompus par AB (*Art. 378*); les rayons tombant donc ſur la courbe CD, après s'être réunis en Q, ſi l'on fait $Qc : cC :: Cd : dR$, & qu'on place dR comme on a coutume, R ſera leur foyer, après les deux réfractions qu'ils auront ſouffertes. Mais, par la première de ces proportions & de celles du Problême précédent, $Pa \times bQ = bc \times aI$, & par les ſecondes, $Qc \times dR = bc \times dH$. Les deux premiers rectangles donnent $Ia : Pa :: bQ : bc$, d'où & des ſeconds on tire $PI : Pa :: dH : dR$, qui devient $PI : Ia :: dH : HR$.

389. COROLL. I. Donc lorſque le rayon $IACH$ eſt donné de poſition, HR eſt réciproquement comme PI, à cauſe que le rectangle $Ia \times dH$ eſt invariable.

390. COROLL. II. On a, dans la ſphere, $PI : IM :: NH : HR$, ce qui donne le foyer R, en plaçant HR par rapport à HN, comme IP l'eſt par rapport à IM; parce que nous avons eu (*Art. 386*) $IM = Ia$, & $HN = Hd$. Fig 502.

391. PROBLÊME V. *Etant données les poſitions & la nature de trois courbes qui ſéparent quatre milieux donnés, & ſuppoſant qu'un faiſceau étroit de rayons paralleles vienne à travers un des milieux extérieurs, tomber, ſous telle obliquité qu'on voudra, ſur ces courbes; trouver leur foyer, après toutes les réfractions.*

Fig 503. Suppoſant les foyers *a* & *d*, *I* & *H* déterminés par le Problême précédent, pour deux ſurfaces qui ſe ſuivent, telles que *AB*, *CD*; ſoit le rayon *CeE* rompu par la ſurface *EF* ſuivant *EfM*; & ſoient *e*, *f* les foyers de rayons venant parallélement, les uns à *ME*, & les autres à *CE*, & rompus enſuite par la ſurface *EF*. Les rayons qui viennent paralleles à *ME* ſe réuniſſant en *e*, & allant enſuite tomber ſur *CD*, on fera *eH* : *Hd* :: *aI* : *IL*, & plaçant *IL* comme on a coutume, le point *L* ſera le foyer des rayons qui tombent paralleles ſur la courbe *EF*, après avoir été rompus par les trois courbes (*Art. 388*). Et ſi l'on fait *He* : *eE* :: *Ef* : *fM*, & qu'on place *fM* comme d'ordinaire, *M* ſera le foyer des rayons qui tombent paralleles ſur la courbe *AB* (*Art. 378*).

392. PROBLÊME VI. *Étant donné le point d'où vient un pinceau étroit de rayons, qui tombent, avec telle obliquité qu'on voudra, ſur un nombre quelconque de courbes données qui ſéparent des milieux donnés, trouver le foyer des rayons émergens.*

Fig 504. Soient *I* & *f* les foyers qu'auraient, en conſéquence des réfractions que ſouffriraient en paſſant dans les milieux extérieurs, des rayons paralleles au rayon donné, & très-proches de ce rayon dans l'un des milieux intérieurs, par exemple, dans le milieu *CE*; & ſoient *L* & *M* les foyers d'autres rayons qui viendraient paralleles, les premiers à *ME* & les autres à *LA*, & ſont enſuite rompus par toutes les courbes. Soit *P* le point d'où partent les rayons incidens, *L* & *I* les foyers de ces rayons qui ſont ſuppoſés venir en ſens contraire des rayons incidens; faiſant *PL* : *LI* :: *fM* : *MS*, & plaçant *MS* par rapport à *Mf*, comme *LP* l'eſt par rapport à *LI*, le point *S* ſera le foyer, après toutes les réfractions, des rayons partis de *P*.

Cela ſe démontre par le Problême précédent, comme on a démontré le cinquieme problême par le quatrieme. Et il eſt facile de voir que la regle qui ſert pour trois ſurfaces eſt applicable à tel autre nombre qu'on voudra. Les mêmes regles & les mêmes démonſtrations ſerviront auſſi pour trouver le foyer de rayons ſucceſſivement réfléchis par un nombre quelconque de courbes, en citant le premier Théorême au lieu du cinquieme.

Des Cauſtiques.

393. Si un nombre infini de rayons incidens *AB*, *AB*, &c. qui ſont tous dans un même plan, ne concourent pas dans un point ou foyer unique, après leur dernière réflexion ou réfraction, mais ſe coupent mutuellement dans une infinité de points, une courbe *FFF* qui touchera chacun des rayons réfléchis ou rompus *BF*, *BF*, &c. prolongés, s'il eſt néceſſaire, ſera nommée *Cauſtique par réflexion* ou *par réfraction*, ſuivant qu'elle touchera des rayons réfléchis ou des rayons rompus. Fig. 505 & 506.

394. COROLL. I. Soient deux tangentes quelconques *BF*, *BF* ſe coupant mutuellement en *G*; ſi l'on ſuppoſe que ces tangentes s'approchent l'une de l'autre juſqu'à co-incider, les points de contact & celui d'interſection s'approcheront les uns des autres, & à la fin co-incideront auſſi. D'où l'on voit qu'un rayon réfléchi ou rompu touche la cauſtique au point où ſon interſection avec le rayon le plus proche s'évanouit, lorſqu'ils ſont ſuppoſés co-incider.

395. COROLL. II. ſi donc l'on conçoit que deux rayons incidens, infiniment proches l'un de l'autre, tournent, dans le plan d'incidence, autour du point *A* d'où ils viennent, le foyer *F* ou interſection des rayons réfléchis ou rompus décrira la cauſtique dont il eſt queſtion, laquelle eſt nommée réelle ou imaginaire, ſuivant que *F* eſt le foyer de rayons convergens ou de rayons divergens.

396. LEMME II. *Soit* A *le point d'où partent les rayons qui tombent ſur un cercle* b′BH *dont le centre eſt* C. *Dans l'angle d'incidence* ABC, *ou dans ſon ſupplément, ſoit menée par* A, *une ligne* AI *égale au rayon incident* AB; *le rayon réfléchi* BF *ſera parallele à* AI; *ce qui eſt évident.* Fig. 507, 508, 509 & 510.

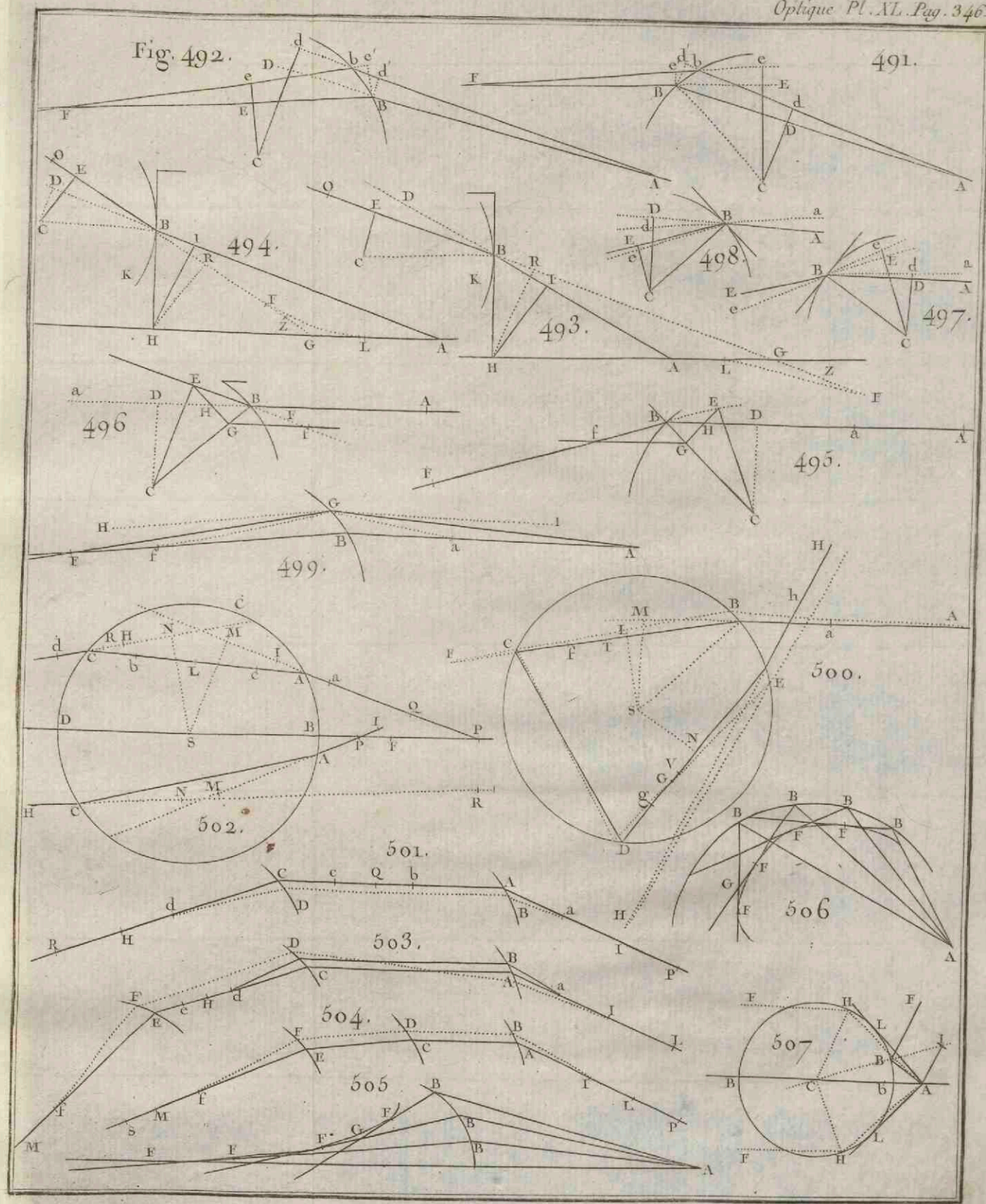
397. COROLL. I. Soit mené l'axe *AC*, coupant le cercle perpendiculairement en *b′* & en *B*, & ſoient les lignes *AL*, *AL*, leſquelles le touchent en *L* & en *L*; les points *L*, *L*, diviſeront la circonférence en deux arcs, dont l'un *LBL*, le plus éloigné de *A*, ſera concave vers *A*, & l'autre *Lb′L*, le plus proche de *A*, ſera convexe vers ce point. Et lorſque le point *B* tombe en *L*, le point *I* y tombe auſſi, & le rayon réfléchi ſe meut dans la direction du rayon incident.

398. COROLL. II. Soient menées, dans le cercle réfléchissant, deux lignes AH, AH égales chacune à la distance AC du point rayonnant A au centre; les rayons réfléchis par l'arc le plus éloigné HBH convergeront vers l'axe AC, & les rayons réfléchis par l'arc le plus proche $Hb'H$, divergeront de ce même axe; & les deux rayons HF, HF, qui sont réfléchis aux points H, H, étant paralleles à l'axe AC, sépareront les rayons convergens des rayons divergens. Car supposant que le rayon AB s'approche de AH, & co-incide avec cette ligne, la ligne AI s'approchera aussi de AC, & co-incidera avec elle; & alors le rayon réfléchi BF, qui est toujours parallele à AI, deviendra parallele à AC. Mais tant que AB est plus courte que AH ou AC, AI égale à AB, est aussi plus courte que AC, & par conséquent est située du même côté de l'axe AC que AB; de sorte que le rayon réfléchi BF, étant parallele à AI, diverge de l'axe AC. Et au contraire, tant que AB est plus longue que AH ou AC, son égale AI est aussi plus longue que AC, & est par conséquent située du côté de l'axe AC, opposé à celui où est AB; ainsi BF étant parallele à AI, convergera alors vers l'axe AC.

399. COROLL. III. D'où l'on voit que, lorsque la distance du point rayonnant A au centre est plus petite que la moitié du demi-diametre, les rayons réfléchis par le cercle entier convergent tous vers l'axe AC.

Des Caustiques par réflexion.

Fig. 511. 400. CAS I. Soit le point A d'où viennent les rayons incidens, hors le cercle réfléchissant $LBLb'$; soient les droites AL, AL, lesquelles touchent ce cercle en L & en L. Si l'on suppose que le point d'incidence B décrive l'arc $LBBL$ concave vers le point A, le foyer F d'un pinceau infiniment mince décrira en même tems une caustique réelle $LFFL$ (*Art.* 395); & tandis que le point d'incidence b' décrira l'arc $Lb'b'L$, convexe vers A, le foyer F' décrira une caustique imaginaire $LF'F'L$ (*Art.* 395). Ces caustiques sont contenues toutes deux dans le cercle réfléchissant, & sont composées chacune de deux parties semblables & égales, situées de chaque côté de l'axe AC, dans lequel ces parties se réunissent de part & d'autre du centre C, en faisant une pointe


Fig. 492.
491.
494.
493.
498.
497.
496
495.
499.
500.
502.
501.
503.
504.
505
506
507

ou rebrouſſement en F & en F'. Tout cela eſt évident par l'Art. 359, en vertu duquel $Bf = Ba = \frac{1}{4} Bb'$, & $Aa : aB :: Bf : fF$; de ſorte que, pendant que AB & Ab' ſe meuvent de AL vers l'axe AC, la tangente BF croît continuellement.

401. CAS II. Si le point rayonnant A eſt infiniment éloigné, la tangente BF de la cauſtique ſera égale par-tout à Bf ou Ba ou au quart de la corde Bb' décrite par le rayon incident. Fig. 512.

402. CAS III. Si le point rayonnant A eſt dans la circonférence du cercle réfléchiſſant, la tangente BF de la cauſtique ſera égale par-tout au tiers de la corde décrite par le rayon réfléchi ou par le rayon incident. Car Bf ou Ba étant égale à $\frac{1}{4} AB$, on a Aa eſt à aB comme Bf eſt à fF comme 3 eſt à 1; de ſorte que $fF = \frac{1}{12} AB$, & par conſéquent $BF = \frac{1}{3} AB$. La cauſtique imaginaire s'évanouit, dans le cas préſent, & les deux parties de la réelle ſe réuniſſent en A & y touchent le cercle. Fig. 513.

403. CAS IV. Si le point rayonnant A eſt dans l'intérieur du cercle, & ſa diſtance au centre plus grande que le quart du diametre $b'B$ de ce cercle, les rayons réfléchis par le point le plus proche b' divergeront d'un point F', ſur ce diametre prolongé (*Art.* 207), qui ſera un point de rebrouſſement d'une cauſtique imaginaire. Outre ce point de rebrouſſement F' & un autre correſpondant F formé par des rayons réfléchis à l'autre extrémité B du même diametre $b'B$, il y en aura encore deux autres R & S de chaque côté de ce diametre. Ces trois points appartiennent à une cauſtique réelle, qui a deux branches RF, SF, qui s'étendent à l'infini, & ont pour aſſimptotes BF, BF; ces aſſimptotes le ſont auſſi de deux autres branches $F'F$, $F'F$ qui appartiennent à la cauſtique imaginaire dont nous avons parlé; mais ces branches ſont de l'autre côté de ces aſſimptotes, & s'étendent du côté oppoſé à celui des branches réelles RF, SF. Car ſuppoſons que le point d'incidence B ſe meuve dans la circonférence du cercle, à commencer du point b'; tant que le rayon incident AB eſt plus petit que le $\frac{1}{4}$ de la corde BAB, les rayons réfléchis divergent & forment par leurs concours, étant prolongés, la cauſtique imaginaire $F'F$ (*Art.* 359); & lorſque AB eſt égal au quart de la corde dont il décrit une partie, le rayon Fig. 514.

réfléchi devient une assimptote BF, ou une tangente à la courbe à une distance infinie ; & par conséquent lorsque AB est plus grand que le quart de la corde qu'il décrit en partie, les rayons réfléchis convergent l'un vers l'autre, & forment une branche opposée RF par le mouvement de leur foyer F, qui d'abord s'approche du point d'incidence B, jusqu'à un certain degré, & ensuite s'en éloigne à mesure que la corde dont le rayon incident décrit une partie, devient plus grande ; de sorte que de ces mouvemens contraires de F résulte un point de rebroussement en R, &c.

Fig. 514 & 515. 404. CAS V. Si le point A est au milieu du demi-diametre $b'C$, le point de rebroussement F' étant alors à une distance infinie, les assimptotes BF, BF co-incideront avec l'axe ; & si l'on suppose que A s'approche du centre C, les deux branches RF, SF se rencontreront à une distance finie AF' du côté opposé à A ; de sorte que la caustique aura quatre points réels de rebroussement ; enfin A parvenant au centre, la caustique se réduit à un point qui y tombe aussi.

405. CAS VI. Enfin, si les rayons incidens tombent sur le côté opposé du cercle, convergens vers A, toutes ces caustiques seront absolument les mêmes qu'auparavant, à l'exception que ce qui était réel, sera imaginaire & réciproquement.

Fig. 516. 406. Plusieurs de ces caustiques se peuvent décrire à peu près de la même manière qu'une cycloïde. Par exemple, dans le troisieme cas, où nous avons supposé le point rayonnant A sur la circonférence, & où la tangente BF de la caustique est le tiers de la corde AB du cercle réfléchissant, soit divisé un demi-diametre quelconque BC en trois parties égales CD, DE, EB, & du centre C & du rayon CD soit décrit un cercle DK, coupant AC prolongé en K ; ensuite du point E pris pour centre & du rayon ED ou EB soit décrit le cercle BFD, lequel coupe en F, le rayon réfléchi BF ; alors si ce cercle BFD roule sur la convexité du cercle DK, le point donné F de ce cercle mobile décrira la caustique AFK. Car menant EF, puisque les triangles isoscelles BEF, BCA sont semblables, & que BE est le tiers de BC, BF sera le tiers de BA, & par conséquent le point F appartient à la caustique (*Art.* 402) ; & puisque les angles DEF, DCK, qui sont les supplémens des angles égaux BEF, BCA, sont égaux, les arcs

DF, DK décrits avec des rayons égaux, le ſont auſſi.

407. On peut auſſi déterminer, au moyen de l'Art. 359, la cauſtique d'une courbe quelconque, dont le rayon de courbure en chaque point eſt connu. Par exemple, ſoit une ſpirale logarithmique AHB, dont A eſt le pole; ſoit la ligne GAC perpendiculaire ſur le rayon AB de cette courbe, laquelle rencontre en C, CB perpendiculaire à la tangente BG; de même que le ſommet B de l'angle mobile ABG décrit la ſpirale BH, le point C de l'angle ACB égal à ABG, décrira une autre ſpirale logarithmique ACI autour du même pole A. D'où l'on voit que C eſt le centre & CB le demi-diametre d'un cercle d'une courbure égale à celle de la première ſpirale en B; parce que CB lui eſt perpendiculaire en B, & eſt tangente de l'autre ſpirale en C. Fig. 517.

Préſentement ſuppoſant le point A, d'où partent les rayons incidens, ſur la ſpirale AHB, le foyer des rayons réfléchis, tels que BF, décrira une troiſieme ſpirale logarithmique AF, qui ne differera des premières que dans la poſition. Car du centre C d'un cercle de courbure égale à celle de la ſpirale en B, ſoient menés les ſinus d'incidence & de réflexion CD, CE ſur AB & BF; puiſque D tombe toujours en A, le foyer F tombera toujours en E (*Art. 359*); & parce que AB, BE ſont égales & également inclinées à la perpendiculaire BC, & par conſéquent à la tangente BG, la ligne AF ſera parallele à BG; de ſorte que l'angle AFB fait par AF & par la tangente BF de la cauſtique en F, ſera égal à l'angle invariable ABG.

408. La longueur de telle partie qu'on voudra d'une cauſtique engendrée par une courbe quelconque, eſt égale à la ſomme du rayon incident & du rayon réfléchi qui termine une des extrémités de cette partie, diminuée de la ſomme du rayon incident & du rayon réfléchi qui termine l'autre extrémité.

Qu'on ſe repréſente la tangente BF comme une ligne flexible, comme un fil, par exemple, étendu ſur la convexité de la cauſtique, de manière qu'il en meſure la partie à laquelle il eſt appliqué. Ayant fait la même conſtruction que dans le Théorême premier, puiſque les triangles Bbd', Bbe' ſont égaux, comme on l'a fait voir à cet endroit, l'augmentation infiniment petite bd' du rayon incident BA, eſt égale par-tout à la diminution infiniment petite be' du fil BFF' fixé par ſon Fig. 518.

extrémité F' en un point quelconque F' ; & ſi le point B ſe meut du côté oppoſé, les petites diminutions que AB ſouffre, ſont par-tout égales aux accroiſſemens infiniment petits du fil. Ainſi prenant les ſommes correſpondantes de ces accroiſſemens ou diminutions, il s'enſuit, lorſque AB, BF ſont en tel autre endroit qu'on voudra, comme Ab', $b'F'$, que lorſque AB croît, $Ab' - AB = F'F + FB - F'b'$, & que par conſéquent $Ab' + b'F' - AB - FB = FF'$, portion de la cauſtique ; & que lorſque AB diminue, $AB - Ab' = Ff' + f'b' - FB$, & que par conſéquent $AB + BF - Ab' - b'f' = Ff'$.

Fig. 513. 409. D'où il ſuit que, dans le troiſieme cas, lorſque A eſt dans la circonférence, la longueur de la portion AF de la cauſtique eſt égale à $AB + BF$, c'eſt-à-dire, à $\frac{4}{3} AB$; & que dans le

Fig. 512 ſecond cas, où les rayons incidens ſont paralleles, la portion $LF = DB + BF = \frac{3}{2} DB$, la ligne DB étant la moitié de Bb'.

Fig. 519. 410. Si l'on veut déterminer la denſité des rayons dans tel endroit qu'on voudra d'une cauſtique, voici comme on y parviendra. Soient les rayons incidens AB, Ab réfléchis par un arc très-petit Bb d'une courbe quelconque BI dont l'axe eſt AI, & ſoit la cauſtique FfK touchée en F & en f, par les rayons réfléchis. Du point A pris pour centre & avec un rayon quelconque AC, ſoit décrit un arc CpP coupant les rayons incidens AB, Ab, l'un en P, l'autre en p ; la denſité des rayons dans le petit arc Ff ſera à la denſité uniforme des mêmes rayons dans l'arc Pp, comme Pp eſt à Ff. Car ſuppoſant que tous les rayons qui tombent ſur l'arc Bb ſoient réfléchis régulièrement, il y aura à chaque inſtant le même nombre de rayons dans les lignes Pp, Ff ; & par conſéquent leur denſité dans ces lignes ſera réciproquement comme les longueurs de ces lignes : ſi donc l'on ſuppoſe la grandeur de l'arc Pp invariable, la denſité des rayons dans la petite partie Ff ſera réciproquement comme ſa longueur.

411. Soient menées les lignes PQ, FG perpendiculaires à l'axe AI ; ſi la figure entiere tourne au tour de cet axe, tous les rayons qui viennent de A & ſont réfléchis par la ſurface décrite par la courbe BI, toucheront la ſurface courbe engendrée par le mouvement circulaire de la cauſtique $EFfK$; & la denſité des rayons dans une partie quelconque de cette ſurface,

décrite par un petit arc Ff, ſera à la denſité uniforme des rayons incidens, dans la ſurface ſphérique décrite par l'arc CPp, comme le rectangle ſous Pp & PQ eſt au rectangle ſous Ff & FG; car il y a à chaque inſtant le même nombre de rayons dans les anneaux décrits par le mouvement circulaire des lignes Pp, Ff; & leurs denſités étant uniformes dans chaque anneau, ſont réciproquement comme les grandeurs de ces anneaux. Mais l'anneau qui eſt décrit par Pp, eſt égal au rectangle ſous Pp & la circonférence que décrit le point P, & l'anneau décrit par Ff, eſt égal au rectangle ſous Ff & la circonférence décrite par le point F; & comme le rapport de ces circonférences eſt le même que celui de leurs rayons, le premier rectangle eſt au ſecond comme $Pp \times PQ$ eſt à $Ff \times FG$.

412. Pour donner un exemple ou deux de cette dernière regle, ſuppoſons que la ſurface réfléchiſſante ABI ſoit une ſurface ſphérique, & ſoit le point rayonnant A dans cette ſurface, dont le centre eſt C, & ſoit le demi-diametre AP égal à AC; la denſité des rayons en F dans la ſurface, qui eſt la cauſtique de la ſurface ſphérique ABI, ſera à la denſité uniforme des rayons incidens, dans la ſurface ſphérique CP, comme le demi-diametre AC eſt aux $\frac{8}{3}$ de l'ordonnée FG. Car la longueur de la portion AEF de la courbe AFK, cauſtique de la demi-circonférence ABI, eſt égale à $\frac{4}{3}$ AB (*Art.* 409), & par conſéquent une partie infiniment petite Ff de cette cauſtique eſt égale aux $\frac{4}{3}$ de la partie infiniment petite correſpondante de AB, c'eſt-à-dire, que $Ff = \frac{4}{3} bd'$. Soit menée CD perpendiculaire à AP, laquelle ſera égale à PQ; à cauſe que les triangles PpA & $Bd'A$, $Bd'b$ & BCD ſont ſemblables, le rapport de Pp à Ff étant compoſé de ceux de Pp à Bd', de Bd' à bd' & de bd' à Ff, eſt compoſé de ceux de AP à AB ou $2BD$, de BD à CD & de 3 à 4, & par conſéquent égal au rapport ſimple de $3AP$ à $8CD$ ou $8PQ$. Donc, par l'Article précédent, la denſité en F eſt à la denſité en P ou C comme $3AP \times PQ$ eſt à $8PQ \times FG$, ou comme AC eſt à $\frac{8}{3} FG$.

413. Delà, menant bH perpendiculaire à l'axe ACI, la

denſité en F dans la ſurface courbe qui eſt la cauſtique de la ſurface ſphérique, eſt comme ſon ordonnée FG, ou comme le rectangle ſous bH & HI : car je trouve que FG eſt à bH comme HI eſt à $\frac{3}{2}$ IC, ce qui ne mérite pas la peine d'être démontré. D'où l'on voit que la denſité des rayons eſt infiniment plus grande dans l'axe en K & en A, qu'à une diſtance finie quelconque de cet axe.

Fig. 520. 414. Lorſque le point rayonnant A eſt infiniment éloigné de la ſurface ſphérique réfléchiſſante LBI, la denſité des rayons en un point quelconque F de la ſurface courbe qui en eſt la cauſtique, engendrée par la révolution de la cauſtique LFK autour de l'axe ACI, eſt à la denſité uniforme des rayons incidens ſur un plan perpendiculaire CDL, comme BD eſt à FG, c'eſt-à-dire, comme le co-ſinus de l'angle d'incidence eſt à l'ordonnée menée par le point F. Car la portion LEF de la cauſtique eſt égale à $\frac{3}{2}$ BD (*Art.* 409), de ſorte que $Ff = \frac{3}{2}$ bd'. Mais Pp eſt à Ff en raiſon compoſée de Pp ou Bd' à bd' & de bd' à Ff, c'eſt-à-dire de BD à DC & de 2 à 3. Donc la denſité en F eſt à la denſité en D comme $2BD \times PQ$ eſt à $3CD \times FG$, ou comme BD eſt à $\frac{3}{2}$ FG.

415. Donc la denſité en F eſt directement comme BD & réciproquement comme FG, ou directement comme BD & réciproquement comme le cube de CD : car je trouve que FG eſt à CD comme CD^2 eſt à CI^2. D'où l'on voit que la denſité des rayons eſt infiniment plus grande en K, que lorſque l'ordonnée FG eſt d'une grandeur finie.

416. On connaît, par ces regles, dans quelle proportion eſt la chaleur des rayons dans chaque partie de la cauſtique, ainſi que ſon rapport avec la chaleur des rayons incidens ſur une ſurface perpendiculaire ; en ſuppoſant toutefois que la chaleur des rayons dans une ſurface quelconque ſoit proportionnelle à leur denſité, quelle que ſoit leur inclinaiſon mutuelle.

Fig. 521 & 522. 417. LEMME III. *Soit inſcrit, dans l'angle d'incidence* ABC *ou dans ſon ſupplément, une ligne* AI *qui ſoit à* AB *comme le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction ; le rayon rompu* BF *ſera parallele à* AI.

Car dans le triangle ABI, le ſinus de l'angle ABI eſt au ſinus

ſinus de l'angle *AIB* comme *AI* eſt à *AB*, c'eſt-à-dire, par conſtruction, comme le ſinus d'incidence au ſinus de réfraction. Mais *ABI* eſt l'angle d'incidence ou eſt ſon ſupplément; ainſi *AIB* ou *IBF* eſt l'angle de réfraction ou ſon ſupplément.

Il faut obſerver qu'un cercle dont le centre eſt *A*, & *AI* le demi-diametre, coupera *BC* prolongée, en deux points *I* & *i*, & que par conſéquent on peut mener du point *B* deux lignes *BF*, *Bf* reſpectivement paralleles à *AI* & *Ai*, faiſant des angles égaux avec *CBi* de chaque côté de *B* : mais il eſt aiſé de diſtinguer laquelle de ces lignes *BF*, *Bf* eſt décrite par le rayon rompu, en obſervant ſi la réfraction porte le rayon vers la perpendiculaire ou l'en écarte. Fig. 523.

418. COROLL. I. Delà, lorſque la ſurface du milieu plus denſe eſt convexe, ſoit priſe dans l'axe *AC*, *CT* à *TD* comme le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction; & ſi *CA* eſt plus grande que *CT*, tous les rayons qui tombent ſur l'arc *DB* convergeront vers le diametre *CD*. Car alors le rapport de *CA* à *AB* approchera toujours plus du rapport d'égalité que le rapport de *CT* à *TD* ou de *IA* à *AB*, par conſtruction; & conſéquemment *IA* & *AB* ſeront toujours de part & d'autre de l'axe *AC*, de ſorte que *BF* convergera toujours vers cet axe, & le coupera ſous des angles plus grands à proportion que *DB* devient plus grand. Fig. 522 & 522.

419. COROLL. II. Mais ſi *CA* eſt plus petite que *CT*, ſoit le rayon incident *AH* à *AC* comme le ſinus de réfraction eſt au ſinus d'incidence; le rayon rompu *HF* ſera parallele à l'axe, & tous les rayons, dont les points d'incidence ſont plus loin de l'axe que *H*, convergeront vers l'axe, tandis que ceux qui en tombent plus près en divergeront. Car dans le triangle *ACH*, le ſinus de l'angle *AHC* eſt au ſinus de l'angle *ACH* ou de *CHF* comme *AC* eſt à *AH*, ou dans le rapport de réfraction. Or, ſi *AB* eſt plus loin de l'axe que *AH*, *AI* & *AB* doivent être de part & d'autre de l'axe, afin d'être dans le même rapport que *AC* & *AH*; donc *BF* étant parallele à *AI*, converge vers l'axe. Mais lorſque *AB* eſt entre *AH* & *AC*, *AI* doit y être auſſi; donc *BF* divergera de l'axe. Fig. 524 & 525.

420. COROLL. III. Lorſque les rayons incidens paſſent dans un milieu plus denſe terminé par une ſurface convexe,

Fig. 526. ſoit élevée CE perpendiculaire à l'axe CD, & ſoit CE au demi-diametre CD ou CK, comme le ſinus de réfraction eſt au ſinus d'incidence; ſoit enſuite menée EK parallele à l'axe, & KL qui touche le cercle en K & coupe l'axe en L. Si CA eſt plus petite que CL, tous les rayons qui viennent de A divergeront de l'axe après avoir été rompus; car un rayon qui partirait de L & ſuivrait la tangente LK ſe romprait ſuivant KE, s'il entrait dans le milieu réfringent. Mais lorſque les rayons paſſent d'un milieu plus denſe dans un plus rare, ſoit CK per-

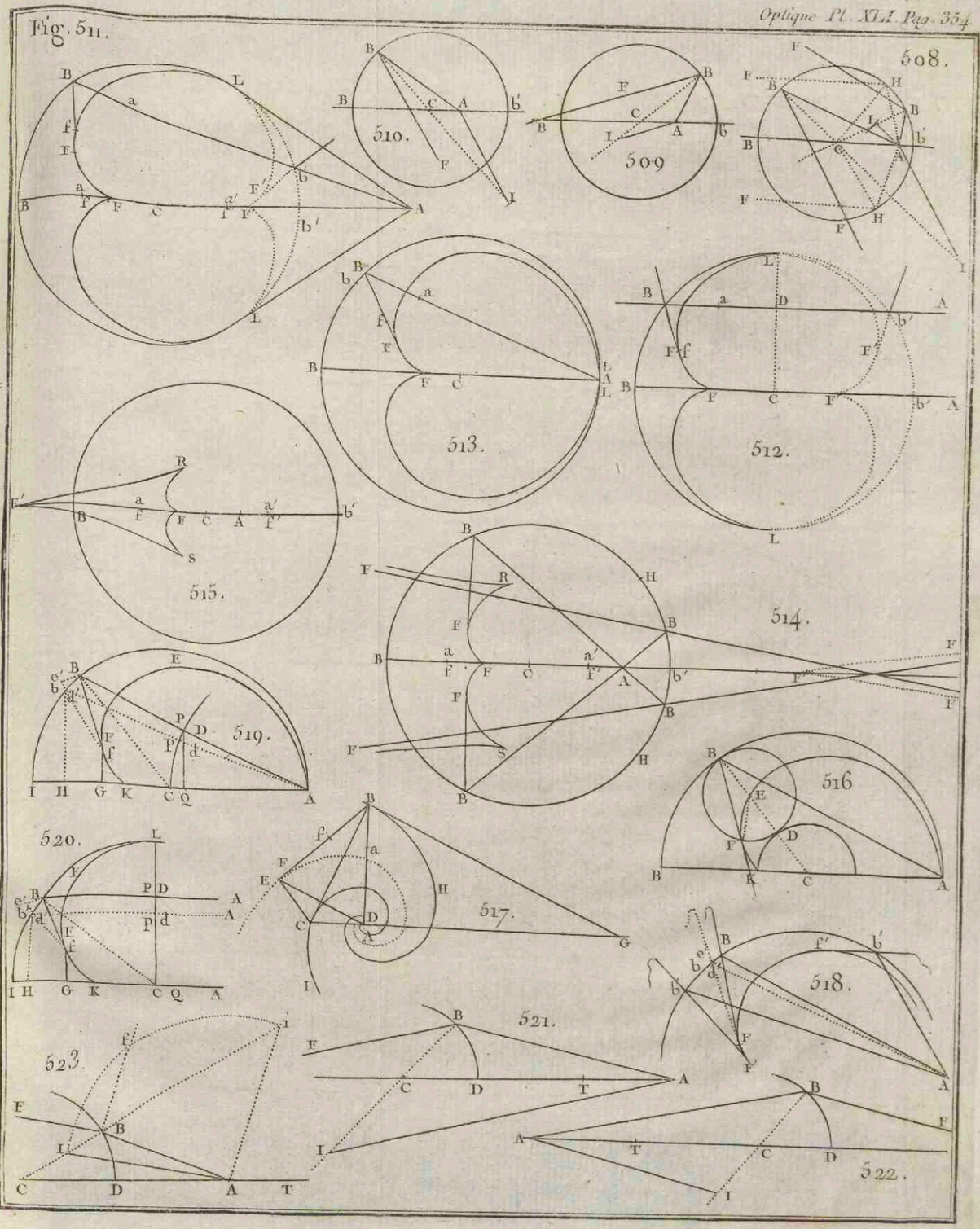
Fig. 527. pendiculaire à l'axe, le demi-diametre d'un demi-cercle CEK, dans lequel ſoit inſcrite CE, qui ſoit à CK comme le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction; & menant KE qui coupe l'axe en M, ſi CA eſt plus petite que CM, tous les rayons rompus divergeront de l'axe. Car un rayon qui viendrait de M tomber en K, ſerait rompu ſuivant KF : le reſte eſt clair par le ſecond Corollaire. Si dans ce dernier cas A s'avance vers le centre & paſſe au-delà en s'approchant de la ſurface; quand ce point ſera parvenu au centre, les rayons ſortiront ſans être rompus; &

Fig. 528. quand il aura paſſé au-delà, les rayons divergeront de l'axe, mais d'un ſens contraire à celui ſelon lequel ils en divergeaient d'abord.

Fig. 529. 421. COROLL. IV. Il faut obſerver que prenant CA, CB, CG en proportion continue dans le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, & plaçant A & G du même côté de C, dans le milieu plus denſe, les rayons divergeront tous exactement du point donné G. Car les triangles CAB, CBG ayant les côtés proportionnels autour de l'angle commun C, ſont ſemblables; de ſorte que le ſinus de l'angle d'incidence CBA, eſt au ſinus de l'angle CBG ou CAB, comme le côté oppoſé CA eſt au côté oppoſé CB, c'eſt-à-dire, par conſtruction, dans le rapport des ſinus qui meſurent la réfraction; par conſéquent CBG eſt l'angle de réfraction, & les points A & G ſont invariables.

Fig. 530 & 531. 422. COROLL. V. Si les rayons incidens tels que AB viennent paralleles à CD; dans l'angle BCD ou dans ſon ſupplément, ſoit inſcrite une ligne DI qui ſoit à DC comme le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction, le rayon rompu BF ſera parallele à DI. Car dans le triangle DCI le ſinus de l'angle DCI

Fig. 511.



eſt au ſinus de *DIC*, comme *DI* eſt à *DC*, c'eſt-à-dire, par conſtruction, comme le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction : mais *DCI* eſt égal à l'angle d'incidence *ABI*, ou à ſon ſupplément ; donc *DIC* ou *FBC* eſt l'angle de réfraction ou eſt ſon ſupplément.

423. COROLL. VI. Delà, nous avons une méthode pratique de mener très-promptement un nombre quelconque de rayons rompus, en décrivant un arc du point *D* pris pour centre, & du rayon *DI*, en menant enſuite une droite quelconque *CB* qui coupe cet arc en *I* ; & enfin en tirant *DI* & menant *BF* qui lui ſoit parallele.

424. COROLL. VII. Donc, tandis que l'arc *DB* croît, *CF* diminue ; car à cauſe des triangles ſemblables *CFB*, *CDI*, on a *CF* : *CB* :: *CD* : *CI*. Donc *CF* eſt réciproquement comme *CI*.

425. COROLL. VIII. Lorſque les rayons incidens ſont divergens, on peut mener les rayons rompus d'une manière auſſi expéditive. Soit priſe une ligne *DI*, qui ſoit à *DC* comme le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction, & ſoit mené un demi-diametre *Cd* parallele au rayon incident *AB* ; ſoit inſcrite, dans l'angle *dCB* ou dans ſon ſupplément, une ligne *di* égale à la ligne conſtante *DI*, & ſoit mené le rayon rompu parallele à *di*. Dans le triangle *dCi*, le ſinus de l'angle *dCi* eſt au ſinus de *diC*, comme *di* eſt à *dC*, comme le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction, par conſtruction : mais l'angle *dCi* eſt égal à l'angle d'incidence *ABC* ou à ſon ſupplément ; donc l'angle *diC* ou *FBC* eſt l'angle de réfraction ou ſon ſupplément *. Fig. 532 & 533.

* 623. La ſurface réfringente étant plane, & le point rayonnant *A* étant donné, le Docteur Barow donne un moyen très-prompt de trouver les rayons rompus par cette ſurface. Soit priſe dans la perpendiculaire *AH* (*Fig. 534 & 535*) à la ſurface réfringente *BH*, du même côté de la ſurface que *A*, *HL* à *HA* comme le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction, & ſoit menée *LM* parallele à *BH*, laquelle ſoit coupée en *M* par un rayon incident quelconque *AB* ; du point *B*, pris pour centre, & de l'intervalle *BM* ſoit décrit un arc de cercle qui coupe *BL* en *N* ; ayant mené *NBO*, elle ſera le rayon rompu qui répond à *AB*. Car, par conſtruction, le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction comme *HL* eſt à *HA*, ou comme *BM* ou *BN* eſt à *BA*, c'eſt-à-dire, comme le ſinus de l'angle *BAH* égal à l'angle d'incidence, eſt au ſinus de l'angle *BNH*, qui ainſi eſt égal à l'angle de réfraction.

624. Lorſque des rayons paralleles tombent ſur une ſurface ſphérique réfringente, le même Auteur donne auſſi un moyen bien facile de mener un nombre quelconque de rayons rompus. Soit le rapport de réfraction exprimé par celui de *I* à *R*,

Des Cauſtiques par réfraction.

426. Ayant déterminé la poſition d'un rayon rompu quelconque, par le Lemme précédent & ſes Corollaires, & le point où ce rayon eſt coupé par le rayon qui en eſt le plus proche, par l'Article 378, les points d'une cauſtique ſe trouvent au moyen de cela déterminés. Mais pour ſe former une idée des figures de ces courbes, il eſt néceſſaire de conſidérer pluſieurs cas.

Fig. 538 & 539. 427. CAS I. Soient le point rayonnant A & le centre C d'un cercle réfringent EBE, l'un & l'autre dans un milieu plus denſe. Ayant décrit du diametre AC un arc de cercle DCD, ſoient menées dans cet arc, les cordes égales CD, CD qui ſoient chacune au ſinus CB ou CE, comme le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction, & menant les rayons incidens ADE, ADE, les branches de la cauſtique commenceront en E & en E (*Art. 375 & 378*), où elles touchent le cercle réfringent, & s'approcheront continuellement de l'axe ACF, juſqu'à ce qu'elles le rencontrent au foyer principal F, & là elles forment une pointe; pourvu que A ſoit plus loin du centre que le foyer a de rayons paralleles à CA, qui viendraient du côté oppoſé. Mais ſi A s'avance vers a, la diſtance fF ſera infinie, de ſorte que l'axe ACF deviendra une aſſimptote des branches de la cauſtique. Et ſi A s'avance au-delà de a, les branches
Fig. 539. s'ouvriront & auront deux aſſimptotes BF, BF, auxquelles les rayons, au ſortir du cercle réfringent en B, ſeront pa-

ſoit mené par le centre C du cercle réfringent BCN (*Fig. 536 & 537.*), le demi-diametre BC, parallele à un rayon incident quelconque MN; & ſur BC prolongé, ſoit pris $BZ : CZ :: I : R$; ſoit diviſé enſuite CZ en F, en prenant $FZ : FC :: I : R$; de F, pris pour centre, & du demi-diametre FZ, ſoit décrit un cercle ZGE; par les points donnés N & C, ſoit menée NCG coupant le cercle en G, & ſoit priſe, dans l'axe CZ, $CK = CG$; menant NK, elle ſera le rayon rompu. Car ayant tiré FG & BG, puiſque $BZ : CZ :: I : R :: FZ : FC$, on aura $BZ : FZ :: CZ : FC$, & par conſéquent $BF : FZ :: FZ : FC$. Donc puiſque les côtés des triangles BFG, GFC, qui comprennent l'angle commun GFC, ſont proportionnels, ces triangles ſont ſemblables : d'où nous avons $BG : GF :: GC : CF$, ou $BG : GC :: GF$ ou $FZ : CF :: I : R$. Mais dans les triangles BCG, NCK, nous avons $BC = CN$ & $CG = CK$, & l'angle $BCG = NCK$, & par conſéquent $BG : GC :: NK : CK$; donc $NK : CK :: I : R$. Mais dans le triangle NCK, l'angle en C eſt égal à l'angle d'incidence ou à ſon ſupplément; donc l'angle CNK eſt l'angle de réfraction ou ſon ſupplément.

625. Delà, tandis que le point d'incidence N s'approche de B, le point K s'approche de Z; donc deux rayons voiſins quelconques ſe couperont avant de rencontrer l'axe CZ. Car tandis que BN diminue, il eſt clair que CG ou CK doivent augmenter juſqu'à ce qu'elles ſoient égales à CZ (*Leç. Opt. XI. § 2.*).

ralleles. Ceci doit néceſſairement arriver dans une certaine poſition de *BA*, c'eſt-à-dire, lorſque des rayons venant du côté oppoſé, parallélement à *FB*, ſont raſſemblés en *A*. Car la diſtance focale de rayons qui ſont paralleles, diminue à proportion que le point d'incidence s'éloigne de l'axe, juſqu'à ce qu'elle ſoit égale à *ED* (*Art. 375*). Il y a auſſi deux autres branches imaginaires ayant les mêmes aſſimptotes, qui prennent naiſſance au foyer *F* actuellement ſitué de l'autre côté du centre.

428. CAS II. Lorſque *CA* eſt à *CB* comme le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction, la cauſtique ſe réduit à un point *F* duquel, par l'Article 421, tous les rayons divergeront.

429. CAS III. La 540.^e Figure repréſente une portion d'une cauſtique produite par une lentille *BBB* plane convexe & épaiſſe, ſur le côté plan de laquelle tombent perpendiculairement des rayons paralleles, & qui par conſéquent ne ſont rompus que par le côté convexe. La poſition des rayons rompus qui tombent ſur la circonférence de la lentille, ſe détermine comme dans le Cas ſuivant.

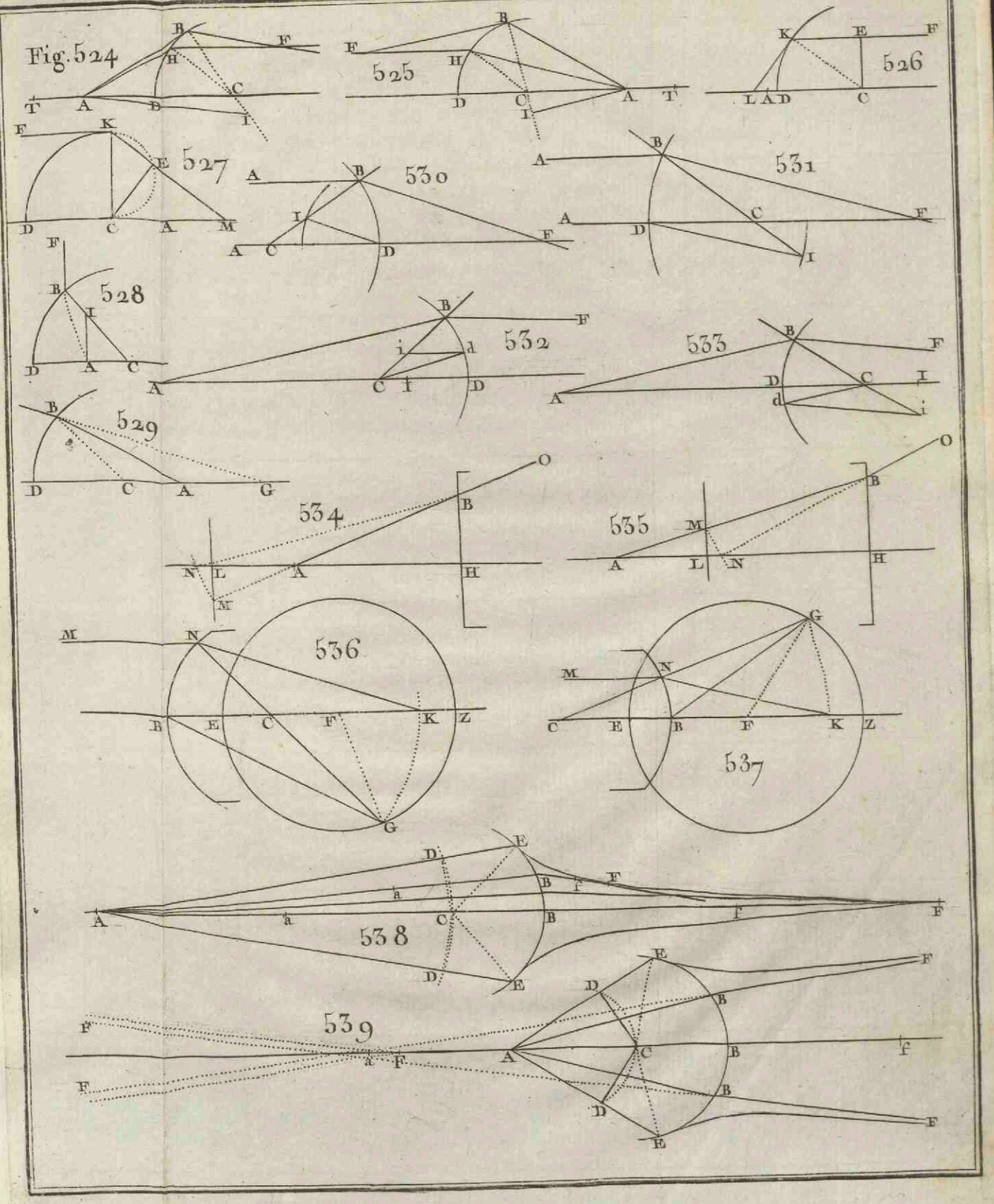
430. CAS IV. *C* demeurant dans le milieu plus denſe, ſoit tranſporté le point rayonnant *A* dans le milieu plus rare, & ſoient menées les tangentes *AD*, *AD* au cercle réfringent *DBD*; ſoient enſuite menées *CD*, *CD*, ſur leſquelles, comme diametres, ſoient décrits les demi-cercles *CED*, *CED* vers le milieu plus denſe, dans leſquels ſoient tirées les droites *CE*, *CE* qui ſoient au ſinus total *CD* comme le ſinus de réfraction eſt au ſinus d'incidence. Les branches de la cauſtique, qui commencent en *E*, dans la direction *DE*, *DE*, iront en s'approchant de l'axe *AC*, juſqu'à ce qu'elles le rencontrent au foyer principal *F*; pourvu que *CA* ſoit plus grand que *Ca*; ou auront les mêmes poſitions que dans le premier Cas. Fig. 541, 542 & 543.

431. Le point rayonnant *A* étant dans le milieu plus rare, ſoit achevé le cercle *DBD*, lequel coupe la cauſtique en *F* & en *F*, l'axe *AC* en *G*, & un autre rayon quelconque *ABF*, en *h*. Suppoſant que le rayon *AB* s'écarte de l'axe, & s'approche, en tournant autour de *A*, de la tangente *AD*, l'arc *Gh* croîtra d'abord juſqu'à ce qu'il ſoit égal à l'arc *GF*, & enſuite diminuera juſqu'à ce qu'il égale l'arc *Gi*, coupé par le dernier rayon rompu *DEi*. Cela eſt évident par le mouve- Fig. 544

ment du rayon rompu BhF, pendant qu'il touche la convexité de la cauſtique en F, pourvu que le point rayonnant A ſoit aſſez éloigné de la ſurface, pour que le dernier rayon rompu DEi puiſſe converger vers l'axe AC.

Fig 544. 432. On peut encore déterminer, par le 378.e Article, les cauſtiques qui appartiennent à d'autres courbes. Par exemple, le point rayonnant étant placé au pole A de la ſpirale logarithmique AHB, la cauſtique imaginaire AFK qui réſulte des réfractions que les rayons ſouffrent en traverſant la ſpirale AHB, eſt auſſi une ſpirale logarithmique ayant auſſi A pour pole. Car ſoient menés du centre C du cercle qui a même courbure que la courbe en B, les perpendiculaires CD, CE ſur le rayon incident AB & ſur le rayon rompu BFI prolongé, leſquelles ſeront les ſinus d'incidence & de réfraction. E co-incidera avec le foyer F des rayons rompus, à cauſe que D co-incide avec le point rayonnant A (*Art. 373 & 378*). Soit menée AE ou AF; comme les ſommets A, E des angles droits CAB, CEB ſont dans une circonférence dont le diametre eſt CB, les angles CBA, CEA qui s'appuyent ſur la même corde CA ſont égaux; retranchant ces angles des angles droits CBG, CEI, les angles reſtans ABG, AEI que les lignes AB, AE ou AF font avec les courbes, ſont par-tout égaux, ce qui eſt la propriété de la ſpirale; de ſorte que cette ſpirale, qui eſt cauſtique de l'autre, n'en differe que par la poſition.

Fig. 546. 433. Pour trouver la longueur d'une cauſtique par réfraction, qu'on imagine qu'on enveloppe la cauſtique HFN en commençant au point B, on décrira une courbe BLK telle que la tangente LF plus la partie FH de la cauſtique ſera toujours égale à la droite AH. Soit une autre tangente Fml infiniment proche de FML, & un autre rayon incident Am, & ſoient décrits des centres A & F les petits arcs MO, MR; les deux triangles MRm, MOm ſeront ſemblables aux deux triangles MEC, MGC. Ainſi on aura Rm eſt à Om comme le ſinus CE eſt au ſinus CG, ou comme m eſt à n, déſignant le rapport de réfraction par celui de m à n. Mais Rm eſt le petit accroiſſement du rayon AM, & Om la petite augmentation correſpondante de LM; donc $AM - AB$, ſomme des petits accroiſſemens Rm, dans la portion de courbe BM, eſt à ML


Fig. 524
525
526
527
530
531
528
532
533
529
534
535
536
537
538
539

ou $BH - MF - FH$, somme de tous les petits accroissemens correspondans Om, dans la même portion BM, comme m est à n, & par conséquent la portion $FH = BH - MF + \frac{n}{m} BA - \frac{n}{m} AM$*.

*626. Lorsque le point rayonnant A est à une distance infinie, alors $AB = AM$ & AP est une ligne droite perpendiculaire aux rayons incidens; dans ce cas la caustique $FH = BH - MF$ ou $NH = BH - NK$.

Il est facile de voir par plusieurs de ces Articles qu'une surface sphérique réfringente ne peut réunir en un point les rayons qui viennent d'un point quelconque donné. C'est, comme on sait, une cause d'imperfection assez grande dans les instrumens de Dioptrique, la figure sphérique étant la seule qu'on donne aux verres. Voyons donc s'il ne serait pas possible de délivrer ces instrumens du défaut occasionné par la sphéricité, en donnant aux verres une autre figure, & cherchons en conséquence la courbure qu'ils devraient avoir. il est facile de voir que tout se réduit à déterminer la courbe qui peut réunir en un point unique, les rayons qui viennent d'un point donné, ou sont paralleles.

627. Soit BMm (*Fig. 547*) la courbe qui jouit de cette propriété. Soit A le point rayonnant; AM, Am deux rayons incidens infiniment proches l'un de l'autre; MF, mF les rayons rompus; & soient menées la tangente MD & la perpendiculaire MN au même point de la courbe. Enfin soient menées mC, mR perpendiculaires l'une au rayon incident AM prolongé, & l'autre au rayon rompu MF. L'angle MmC sera égal à l'angle d'incidence CMN, & MmR à l'angle de réfraction FMN; ainsi si l'on prend Mm pour rayon, MC sera le sinus d'incidence, & MR le sinus de réfraction; & comme le rapport de ces sinus a été exprimé par celui de m à n, on a $MC : MR :: m : n$. Mais MC est la différence du rayon incident, & MR celle du rayon rompu; donc si du point A on décrit les arcs PB, MG, & du point F, l'arc ME, PM & BE, qui sont l'une la somme des différences MC, l'autre celle des différences MR, seront dans le rapport de m à n; c'est-à-dire, que PM ou $BG : BE :: m : n$, propriété de la courbe cherchée BMm.

628. Ainsi le point rayonnant A, le foyer F, & le sommet B de la courbe étant donnés, on pourra construire cette courbe en cette manière. Ayant pris BG à volonté, soit fait $m : n :: BG : \frac{n}{m} BG = BE$; ensuite de A pris pour centre & du rayon AG soit décrit l'arc MG, & de F pris pour centre soit décrit l'arc ME, lequel coupe l'arc GM en M; le point M sera à la courbe cherchée BM. On trouvera de cette manière tant de points qu'on voudra de cette courbe.

629. Si les rayons AM, AB (*Fig. 548*) sont paralleles, l'arc GM devient une ligne droite perpendiculaire à l'axe AF, & la courbe BM devient une ellipse dont le grand axe BD est à la distance des foyers comme m est à n. Soit $BF = b$, $BP = MG = y$, $PM = BG = x$; GF sera $= b - x$, & $MF = \sqrt{(bb - 2bx + xx + yy)}$. Par la nature de la courbe on a $\frac{n}{m} PM + MF = BF$, ce qui donne $\frac{n}{m} x + \sqrt{(bb - 2bx + xx + yy)} = b$, d'où l'on tire $\frac{mm}{mm - nn} yy = \frac{2m}{m+n} bx - xx$, ou, faisant $\frac{2m}{m+n} b = a = BD$, $\frac{mm}{mm - nn} yy = ax - xx$, d'où l'on apprend que la courbe BM est une ellipse, puisque cette équation est celle de cette courbe. Nommant p le parametre, on a $\frac{a}{p} = \frac{mm - nn}{mm}$. Soit d la distance des foyers; par la nature de l'ellipse,

Fig. 546. 434. Pour trouver les points d'une caustique quelconque résultante de deux réfractions successives, soit le rayon BFh qui touche en F la caustique EFF produite par la premiere

on a $aa - ap = dd$, qui, à cause que $ap = \frac{mm - nn}{mm} aa$, devient $aann = mmdd$, ce qui donne $a : d :: m : n$.

630. Si l'on suppose le point F (*Fig. 549*) à une distance infinie, ou que FM, FB, qu'on regardera actuellement comme rayons incidens, soient paralleles, ME devient alors une ligne droite, & la courbe MB une hyperbole dont le premier axe est à l'intervalle des foyers de cette hyperbole & de son opposée comme le sinus d'incidence est au sinus de réfraction. Soit $BA = b$, $BE = x$, $EM = y$; BG sera $= \frac{m}{n} x$, $AM = b + \frac{m}{n} x$, & $EA = b + x$; & l'on aura $b + \frac{m}{n} x = \sqrt{(bb + 2bx + xx + yy)}$, d'où l'on tire $\frac{nn}{mm - nn} yy = \frac{2n}{m+n} bx + xx$, ou, faisant $\frac{2n}{m+n} b = a$, $\frac{nn}{mm - nn} yy = ax + xx$, équation qui apprend que dans le cas présent la courbe BM est une hyperbole. Nommant p le parametre, on a $\frac{a}{p} = \frac{nn}{mm - nn}$, & par conséquent $ap = \frac{mm - nn}{nn} aa$; ainsi l'équation $aa + ap = dd$ (nommant d l'intervalle des foyers) que donne l'hyperbole, deviendra $mmaa = nndd$, qui donne $a : d :: n : m$.

Ayant trouvé quelle peut être la courbe qui doit séparer deux milieux donnés pour que les rayons qui viennent d'un point donné dans l'un de ces milieux ou sont paralleles, soient réunis en un point, après être entrés dans l'autre milieu, on peut demander la courbe (en supposant qu'on veuille que les rayons repassent dans le milieu d'où ils sont venus), par laquelle il faudrait terminer le milieu où ils sont entrés, la premiere étant donnée, pour qu'ils soient aussi réunis en un point, après être repassés dans le milieu d'où ils sont venus.

631. Pour parvenir à trouver cette courbe, il faut auparavant savoir quelle est celle dont la propriété est telle que menant d'un de ses points quelconques M (*Fig. 550*) à deux points donnés A & L, deux droites MA, ML, elles soient toujours entr'elles dans le rapport donné de m à n.

Soit menée MR perpendiculaire à AL, & soit faite $AL = a$, $AR = x$, $MR = y$. On aura $AM = \sqrt{(xx + yy)}$ & $LM = \sqrt{(aa - 2ax + xx + yy)}$; de sorte que pour satisfaire à ce qu'on demande, on aura, $\sqrt{(xx + yy)} : \sqrt{(aa - 2ax + xx + yy)} :: m : n$, ce qui donne $yy = \frac{2amx - aamm}{mm - nn} - xx$, qui est un lieu au cercle qui se construit ainsi.

Soit prise $AG = \frac{am}{m+n}$, & $AQ = \frac{am}{m-n}$, & soit décrit du diametre GQ la demi-circonférence GMQ qui sera le lieu cherché; car $QR = \frac{am}{m-n} - x$ & $GR = x - \frac{am}{m+n}$, & la propriété du cercle $QR \times RG = MR^2$ donne l'équation qu'il fallait construire.

632. Supposons présentement que la courbe BM (*Fig. 551*), le point rayonnant A, & le rapport de réfraction m à n étant donnés, on veuille trouver la courbe ND, qui rompe les rayons MN déja rompus par la courbe BM, de maniere, qu'après cette seconde réfraction, ils se réuniſſent en un point donné C.

Soit FH la caustique par réfraction de la courbe donnée BM, le point rayonnant étant en A. Il est évident que la même courbe FH sera aussi la caustique par réfraction de la courbe ND, C étant pris pour point rayonnant ou point de concours

réfraction,

réfraction, lequel rencontre une autre courbe quelconque GhF ou la même continuée, & ſoit ce rayon rompu en h, où il rencontre la courbe, ſuivant la ligne hd, dans laquelle ſoit hd la diſtance focale d'autres rayons venant parallélement à Bh, &

des rayons incidens ſur la courbe ND. Donc $FH = DH - NF - \frac{n}{m} DC + \frac{n}{m} NC = BH - MF + \frac{n}{m} BA - \frac{n}{m} AM$; ce qui donne $\frac{n}{m} AB - \frac{n}{m} AM + \frac{n}{m} DC + BD = MN + \frac{n}{m} NC$.

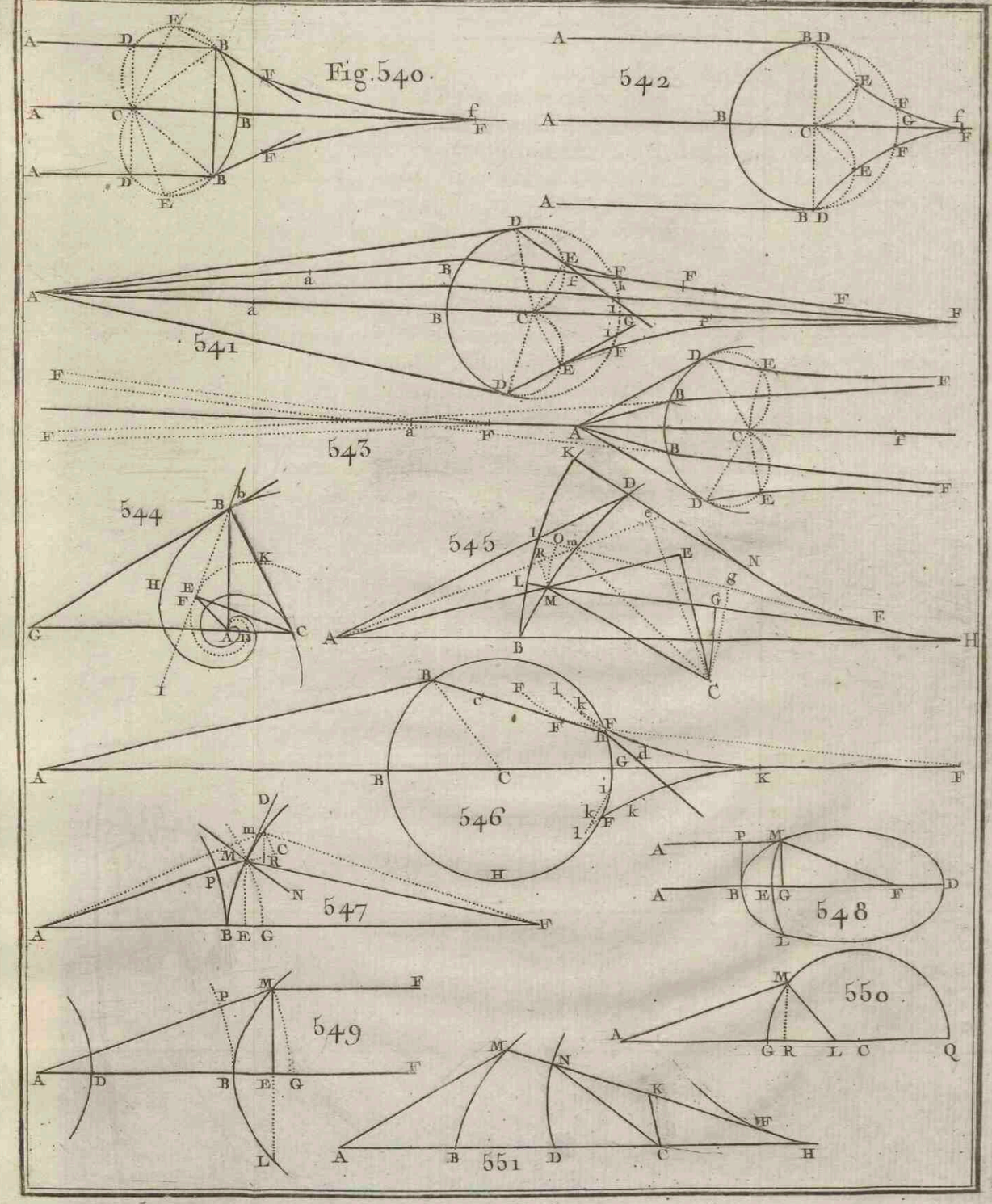
Ainſi pour conſtruire la courbe ND, ſoit pris à volonté, ſur un rayon rompu quelonque BH, le point D pour un de ceux de la courbe cherchée, & ſur un autre rayon rompu quelconque MF ſoit priſe $MK = \frac{n}{m} AB - \frac{n}{m} AM + \frac{n}{m} DC + BD$. Trouvant enſuite le point N, par la Note précéd. tel que $NK : NC :: n : m$, ou que $NK = \frac{n}{m} NC$, le point N ſera à la courbe DN (*Analyſe des infiniment petits de Mr. de l'Hopital*).

633. Puiſque l'ellipſe & l'hyperbole ont la propriété (*Notes 629 & 630*), lorſqu'elles ſéparent des milieux réfringens, de réunir exactement en un point les rayons paralleles à leur axe, qui paſſent de l'un de ces milieux dans l'autre, on voit quelle forme il faudrait donner aux verres pour qu'ils euſſent la même propriété. Par exemple, ſi le grand axe BD (*Fig. 548*) de l'ellipſe $BMDL$, étant à la diſtance des foyers dans le rapport de réfraction, en paſſant de l'air dans le verre, c'eſt-à-dire, comme 3 eſt à 2, on décrit du foyer F, où ſe réuniſſent les rayons qui tombent ſur cette courbe parallélement à AB, un arc quelconque MEL, entre le ſommet B & le centre, le ménisque elliptique engendré par la révolution de la moitié BEM de l'eſpace BML, autour de l'axe, réunira exactement en F les rayons qui tomberont parallélement à l'axe ſur le côté de ce ménisque engendré par l'arc elliptique BM. Pareillement ſi l'hyperbole MBL (*Fig. 549*) eſt telle que ſon premier axe BD ſoit à la diſtance de ſon foyer & du foyer de ſon oppoſée, dans le rapport de réfraction en paſſant du verre dans l'air, c'eſt-à-dire, comme 2 eſt à 3, le verre plan convexe engendré par l'eſpace BEM compris entre une partie quelconque BM de la courbe, l'ordonnée ME & l'axe, en tournant autour de cet axe, aura la propriété de réunir en un point (qui ſera le foyer de l'hyperbole oppoſée à l'hyperbole génératrice BM), les rayons FE, FM, qui viennent parallélement à l'axe tomber ſur le côté plan de ce verre.

634. Il paraît donc que de ſemblables verres ſeraient préférables aux verres ſphériques. Il faut cependant convenir qu'ils ne ſont pas auſſi avantageux qu'on le croirait d'abord. Car 1°. ils ne réuniſſent exactement que les rayons qui partent de points ſitués dans leur axe; quant aux autres qui n'en partent pas & qui font un angle avec cet axe, loin de les réunir avec exactitude, ils ſont même inférieurs à cet égard aux verres ordinaires, ce qui provient de ce qu'ils ne préſentent pas, comme eux, une figure uniforme de tous les côtés. 2°. Quand on remédierait entiérement au défaut de réunion occaſionné par la figure ſphérique, en donnant aux verres la forme elliptique ou hyperbolique, on ne détruirait que la plus petite des deux cauſes qui rendent confuſes les images des objets donnés par les verres; la plus conſiderable ſubſiſterait toujours, c'eſt-à-dire, celle qui conſiſte dans la décompoſition que ſouffre la lumière, en paſſant au travers des verres, de quelqu'eſpece que ce ſoit. Enfin quand il y aurait de l'avantage à employer ces ſortes de verres, il eſt en quelque ſorte compenſé par l'extrême difficulté de leur donner exactement la figure elliptique & hyperbolique. On ſait combien d'efforts inutiles on a fait depuis M.r Deſcartes pour y réuſſir.

ſoit, dans hB, hc la diſtance focale d'autres rayons venant parallélement à dh; enſuite, puiſque F eſt le point de concours des rayons qui tombent ſur la courbe hG, on fera $Fc : ch :: hd : dk$, & plaçant dk comme d'ordinaire (*Art.* 378), le point k ſera le foyer d'un pinceau très-menu, après les deux réfractions qu'il aura ſouffertes, ou un point de la ſeconde cauſtique KFk: on peut auſſi trouver les points de cette courbe par les Art. 388 & 390, ſans chercher les points F de la premiere cauſtique.

Fig. 546. 435. D'où l'on voit qu'une cauſtique réſultante des réfractions que des rayons ſouffrent en traverſant une ſection circulaire d'un cilindre ou un grand cercle d'une ſphere, aura une figure pareille à celle qui eſt ici repréſentée. Cette cauſtique que l'axe ACK diviſe en deux également, a chacune de ſes moitiés compoſée de deux arcs $KkFl$ & lki, qui ſont convexes l'une vers l'autre, & forment un rebrouſſement l dans l'intérieur du cercle. L'arc $KkFl$ de la ſeconde cauſtique coupe le cercle au même point F que la premiere; car par la proportion ci-deſſus, lorſque les point F, h co-incident, ou lorſque Fc égale ch, hd & dk ſont auſſi égales. Ce qui occaſionne le rebrouſſement l, c'eſt que tandis que hk augmente & enſuite diminue, le point h s'approche continuellement vers G (*Art.* 431). Les arcs KFl & lki ſont convexes l'un vers l'autre, parce que le rayon émergent, tandis que ſon point de contact k ſe meut de K en F, ou en l ou en i, coupe l'axe CK ſous des angles de plus grands en plus grands, juſqu'à ce qu'enfin il ſorte en i, ſuivant une tangente au cercle ou à la cauſtique. Si le point d'où viennent les rayons incidens eſt à une diſtance de la ſphere, moindre que la diſtance focale de cette ſphere, la ſeconde cauſtique FKk aura deux aſſimptotes comme la premiere, & les figures de ces courbes ſe reſſembleront beaucoup.


Fig. 540.
542
541
543
544
545
546
547
548
549
550
551

CHAPITRE VIII.

Détermination des aberrations occasionnées par la réfrangibilité différente des rayons de lumière, & de celles qui proviennent de la Figure sphérique des surfaces réfringentes & réfléchissantes.

THÉORÊME I.

436. *Soit le sinus commun d'incidence au sinus de réfraction, pour les rayons les moins réfrangibles, comme* I *est à* R, *& pour les plus réfrangibles, comme* I *est à* S ; *le diametre du plus petit espace circulaire dans lequel des rayons paralleles hétérogenes puissent être rassemblés, par une surface sphérique ou par une lentille plane convexe, sera au diametre de son ouverture dans le rapport constant de* S — R *à* S + R — 2I.

Soit un rayon hétérogene PA, tombant sur une surface sphérique réfringente ACB; & soit ce rayon décomposé par la réfraction, dans les rayons AF, Af, lesquels coupent l'axe EC parallele à PA, l'un en F, l'autre en f. Soit un autre rayon hétérogene PB parallele à PA, tombant sur la surface réfringente à une distance de l'axe égale à celle de PA, décomposé par la réfraction dans les rayons BF, Bf, lesquels coupent les deux premiers AF, Af, en R & en S. Soit menée RS que l'on prolongera jusqu'à ce qu'elle rencontre les rayons incidens prolongés, l'un en I, l'autre en K, & les perpendiculaires EA, EB à la surface réfringente en A & en B, l'une en H, & l'autre en L. Fig. 552.

Si l'on suppose maintenant que l'ouverture soit d'une largeur médiocre AB, & que par conséquent les rayons qui passent par A & par B soient peu rompus, les angles d'incidence & de réfraction HAI, HAR, HAS, ou les arcs qui les mesurent, ou enfin leurs soutendantes HI, HR, HS seront, à très-peu près, dans le rapport des sinus I, R, S de ces

angles ; de ſorte que les différences de ces ſoutendantes ſeront proportionnelles à celles de ces ſinus, c'eſt-à-dire, que $RS : RI :: S - R : R - I$, & doublant les conſéquens, $RS : 2RI$ ou $IK - RS :: S - R : 2R - 2I$, qui devient $RS : IK$ ou $AB :: S - R : S + R - 2I$. Et de ce que RS & AB croiſſent ou diminuent enſemble, dans un rapport conſtant, il ſuit que tous les rayons intermédiaires qui tombent ſur AB, paſſent par RS. Si des rayons paralleles tombent perpendiculairement ſur le côté plan d'une lentille plane convexe, comme ils ne ſouffrent de réfraction qu'au côté convexe par lequel ils ſortent, les aberrations ſont les mêmes que dans le cas précédent.

437. COROLL. I. Donc le diametre RS du cercle d'aberration dans lequel tous les rayons qui tombent ſur un verre plan convexe, ſont raſſemblés, après avoir été rompus, eſt la 55.e partie du diametre AB de l'ouverture de ce verre, quelle qu'en ſoit la diſtance focale. Car ſuppoſant que AR & AS repréſentent l'une les rayons rouges, l'autre les rayons violets, on a vu (*Art. 179*) que leur ſinus commun d'incidence I étant 50, leurs ſinus de réfraction R & S ſont 77 & 78 ; ce qui donne $S - R$ eſt à $S + R - 2I$ comme 1 eſt à 55 *.

* 635. Il eſt également vrai que dans quelque lentille que ce ſoit, les rayons incidens étant paralleles, le diametre du cercle le plus petit, dans lequel ſont raſſemblés les rayons colorés de toute eſpece, eſt environ la 55.e partie du diametre de l'ouverture de cette lentille. Car P exprimant le rapport de réfraction, en paſſant de l'air dans la lentille, pour les rayons de réfrangibilité moyenne, ſi l'on prend $P - dP$ & $P + dP$, pour exprimer le même rapport pour les rayons les moins & les plus réfrangibles,

$$\frac{1}{P - dP - 1} - \frac{1}{P + dP - 1} = \frac{2dP}{(P - dP - 1)(P + dP - 1)}$$

exprimera la diſtance des foyers de ces deux eſpeces de rayons, c'eſt-à-dire, l'intervalle Ff, quelle que ſoit la figure de la lentille. Par conſéquent nommant k la demi-largeur AD de la lentille (*Fig. 552*), & conſidérant que l'angle fAF étant fort petit & la lentille d'une largeur médiocre, le cercle dans lequel les rayons de toutes les eſpeces ſont raſſemblés, eſt à peu près au milieu de l'intervalle Ff, on aura le demi-diametre Rt de ce cercle, au moyen de cette proportion, $Df : tf :: DA : tR$ que l'on trouve par conſéquent $= \frac{kdP}{P + dP - 1}$, ou $\frac{kdP}{P - 1}$, à très-peu près ; ainſi dP étant, en ſuppoſant la lentille de verre, (*Note 403*) $= 0,01$, & $P - 1$ égal à $0,55$, le demi-diametre $Rt = \frac{1}{55}k$.

636. Nous ferons obſerver que $\frac{kdP}{P - 1}$ peut encore exprimer le demi-diametre du cercle dans lequel les rayons d'une ou de pluſieurs eſpeces ſont raſſemblés au foyer d'une lentille, en donnant à dP & à P des valeurs relatives à ces eſpeces

438. COROLL. II. On peut de même déterminer le diametre du plus petit eſpace circulaire dans lequel ſoient contenus les rayons d'une ſeule couleur ou de pluſieurs couleurs contiguës de rayons. Par exemple, ſi on veut avoir le demi-diametre du cercle dans lequel ſont raſſemblés les rayons orangés & jaunes, on n'aura qu'à ſuppoſer que $P - dP$ & $P + dP$ expriment les rapports de réfraction de ces rayons, & que P exprime celui des rayons d'une réfrangibilité moyenne entre ceux-là; alors comme $P - dP = \frac{77\frac{1}{8}}{50}$ & que $P + dP = \frac{77\frac{1}{3}}{50}$ (*Art.* 179), on trouve que $dP = \frac{5}{2400}$ & $P = \frac{3707}{2400}$ & par conſéquent $P - 1 = \frac{1307}{2400}$; d'où l'on a $\frac{k\,dP}{P-1}$ demi-diametre du cercle qui embraſſe les rayons orangés & jaunes au foyer d'une lentille quelconque, égal à $\frac{k}{261}$, à très-peu près.

637. L'image d'un point lumineux occupant un eſpace dont le diametre eſt la 55.e partie de l'ouverture, il paraît d'abord ſurprenant que la confuſion ne ſoit pas plus grande dans les lunettes qu'elle n'eſt. Mais pour peu qu'on y réfléchiſſe, on découvre bientôt la raiſon pour laquelle on n'éprouve point cette grande confuſion; d'abord, comme le remarque & le prouve M.r Newton, les rayons, loin d'être répandus uniformément dans ce cercle, ſont infiniment plus denſes au centre que par-tout ailleurs, & leur denſité décroiſſant très-rapidement depuis ce centre, ils ſe trouvent ſi rares à une petite diſtance, qu'ils ne peuvent frapper l'organe avec aſſez de force pour être viſibles. De plus, il faut obſerver que de toutes les couleurs priſmatiques, les couleurs les plus fortes & les plus vives, ſont le jaune & l'orangé, & que les autres, à l'exception du rouge & du vert, qui après celles-là ont le plus de vivacité, ſont faibles & obſcures. D'où l'on voit que l'image ſenſible d'un point lumineux n'eſt pas, à beaucoup près, la 55.e partie du diametre de l'ouverture d'une lentille, & qu'on doit la conſidérer avec M.r Newton, comme étant placée au foyer des rayons qui ſont au milieu de l'orangé & du jaune, c'eſt-à-dire, à l'endroit le plus vif de ces deux couleurs. Selon M.r Newton, la largeur de cette image n'eſt gueres que la 250.e partie de la largeur de l'ouverture de la lentille, ſi l'on en excepte une lumière nébuleuſe, faible & obſcure, qui eſt autour, & à laquelle on ne fera preſque point d'attention.

638. Les rayons rouges, verts & bleus, qui paſſent ſur les bords de l'image, la font paraître environnée d'une couronne formée de ces couleurs, qu'on nomme couronne d'aberration, & plus ſouvent *Iris*. Comme elle eſt occaſionnée par la diſperſion des rayons, & que cette diſperſion eſt d'autant plus grande que les réfractions que ſouffrent les rayons en traverſant la lentille, le ſont davantage, il eſt évident que cette couronne doit être plus grande & plus ſenſible, à proportion que les rayons ſouffrent de plus fortes réfractions. Et c'eſt-là la raiſon pour laquelle on ne peut donner aux objectifs autant d'ouverture qu'on le deſirerait, & que la couronne d'aberration eſt plus ſenſible & plus grande dans une lunette courte, que dans une longue. Car plus une lentille a d'étendue, ou plus ſa courbure eſt grande, plus les réfractions que ſouffrent les rayons qui tombent loin du centre & ſur ſes bords, ſont conſidérables.

639. Quand nous avons dit ci-deſſus, qu'on doit regarder l'image qu'une lentille donne d'un point lumineux, comme placée au milieu du jaune & de l'orangé, ceci ne doit être entendu qu'avec reſtriction, & ſeulement de l'image des objets blancs ou faiblement colorés. Car les foyers des rayons colorés étant différemment éloignés de la lentille, il eſt évident que la place de l'image d'un objet dépend en général de la couleur de cet objet; que, par exemple, ſi l'objet eſt rouge, elle doit être vers le foyer des rayons rouges;

gues, au moyen du rapport connu de leur ſinus. On trouve, par exemple, que tous les orangés & les jaunes ſont contenus dans un cercle dont le diametre eſt environ la 260.e partie du

s'il eſt bleu, vers le foyer des rayons bleus, &c. que par conſéquent dans l'uſage des lunettes, on eſt obligé d'allonger ou de raccourcir la lunette, ſelon la couleur de l'objet qu'on veut appercevoir, afin que le foyer de l'oculaire co-incide avec l'image. On doit ſe trouver encore dans la même néceſſité, quand on obſerve, par un tems qui n'eſt pas parfaitement ſérein; car, ſelon la remarque de M.r Bouguer, l'image de l'aſtre ſe fait plus près ou plus loin de l'objectif, ſelon que des vapeurs ou des nuages légers laiſſent paſſer plus de rayons d'une certaine couleur que d'une autre. Enfin, dans les grandes lunettes, le foyer ou image ne varie pas ſeulement ſuivant la conſtitution de l'atmoſphere, il varie encore ſelon la conſtitution des yeux de chaque Obſervateur, & la lumière plus ou moins vive de l'aſtre: à quoi nous ajoûterons encore que, ſuivant des Expériences de M.r le Gentil, le foyer varie, dans les lunettes de toutes longueurs, ſuivant le plus ou moins d'ouverture qu'on leur donne; qu'une plus grande ouverture le rend plus long, & une plus petite plus court.

640. M.r Newton trouve, en ſuppoſant que l'image ſenſible d'un point lumineux eſt la 250.e partie de l'ouverture de la lunette, que dans une lunette de 100 pieds, & qui a quatre pouces d'ouverture, cette image eſt de 2″ 45‴ ou 3″, & que dans une lunette de 20 ou 30 pieds, qui a deux pouces d'ouverture, elle était environ de 5″ à 6″; de ſorte qu'un aſtre obſervé avec des lunettes de ces longueurs, paraîtrait trop grand de ces quantités.

641. La grandeur dont M.r Newton ſuppoſe l'image ſenſible d'un point lumineux, ayant paru trop conſidérable à M.r le Gentil, cet Aſtronome a cherché à découvrir, en employant l'expérience, ſi elle était effectivement telle; le moyen dont il imagina de ſe ſervir, fut de meſurer le diametre du ſoleil avec un objectif coloré, & avec un blanc, le premier d'une matière verte, le ſecond de la matière la plus blanche, & tous deux à peu près du même foyer, ſavoir, de 3 pieds. Le premier de ces objectifs devait donner le diametre du ſoleil ſans aberration, puiſque ne tranſmettant que des rayons d'une ſeule couleur, ces rayons ne ſe ſéparaient point au ſortir de cet objectif, & ſe réuniſſaient à très-peu près au même point; avec le ſecond au contraire on devait avoir le diametre du ſoleil augmenté de tout le diametre de l'image ſenſible que cet objectif donnait d'un point lumineux: par conſéquent il devait y avoir une différence aſſez ſenſible entre les diametres meſurés avec les deux objectifs, & cette différence devait l'être d'autant plus, que l'objectif était d'un foyer aſſez court; conſidération qui l'avait fait préférer à tout autre d'un foyer plus long. L'image que cet objectif donnait d'un point lumineux, devait être, ſuivant M.r Newton, de 14″ à 15″, quantité aſſez conſidérable, & par conſéquent aiſée à vérifier. L'obſervation donna effectivement une différence entre les diametres du ſoleil meſurés avec ces deux objectifs. M.r le Gentil ayant choiſi le tems de l'année où le diametre du ſoleil ne varie pas ſenſiblement, le trouva avec l'objectif blanc de 31′ 35″ 42‴, & avec le vert de 31′ 30″ 46‴, de 4″ 56‴ plus petit qu'avec l'objectif blanc; quantité ſenſible, mais bien au deſſous de celle de 14″ ou 15″ dont elle aurait dû être, ſuivant Mr. Newton.

642. La différence de près de 10″, de 4″ 56‴ à 14″ ou 15″, étant très-conſidérable, fit conclure à Mr. le Gentil que le défaut des lunettes, qui provient de la différente réfrangibilité des rayons colorés, n'eſt pas, à beaucoup près, auſſi grande que l'avait jugé Mr. Newton. Cherchant enſuite quel devait être le petit angle de 2″ 28‴, moitié de l'image ſenſible d'un point lumineux que donne un objectif de 36 pouces de foyer & de 8 lignes d'ouverture, par rapport à la moitié de l'angle de l'ouverture de cet objectif, il trouva qu'il en était la 776.e partie, au lieu de

diametre de l'ouverture du verre plan convexe ; les ſinus de réfraction des rayons extrêmes orangés AR & des jaunes AS étant au ſinus d'incidence comme $77\frac{1}{8}$ & $77\frac{1}{3}$ à 50.

439. COROLL. III. Dans différentes ſurfaces ſphériques ou verres plans convexes, les angles d'aberrations RAS ſont directement comme les diametres des ouvertures AB, & réciproquement comme les diſtances focales CF; car un petit angle, tel que RAS, eſt directement comme ſa ſoutendante RS, & réciproquement comme ſon rayon AR ou CF.

440. LEMME. *Les ſinus verſes* AB, AC *d'arcs très-petits* BD, CD, *qui appartiennent à des cercles inégaux* BDG, CDH, *& qui ont un ſinus commun* AD, *ſont en raiſon inverſe des diametres* BG, CH *de ces cercles, à très-peu près ; c'eſt-à-dire, que* AB : AC :: CH : BG. Fig. 553 & 554.

Car $BA \times AG$ eſt égal à $CA \times AH$; donc $AB : AC ::$

la 250.e dont il eut dû être ſelon Mr. Newton ; de ſorte que l'image ſenſible d'un point lumineux au foyer d'une lentille, ſerait à peine plus large qu'un cercle dont le diametre ſerait la 776.e partie du diametre de l'ouverture de cette lentille, ſi l'on en excepte, à l'exemple de Mr. Newton, une lumière nébuleuſe, faible & obſcure, qui eſt autour, & à laquelle un Obſervateur ne doit faire aucune attention (*Mém. de l'Acad. année 1755*).

643. Nous ferons remarquer, à l'occaſion de l'objectif vert de Mr. le Gentil, que les objectifs colorés donnant des images beaucoup plus nettes & bien plus préciſément terminées que les objectifs blancs ordinaires, leur ſont par cette raiſon bien préférables, quand il s'agit de meſurer exactement des objets extrêmement lumineux tels que le ſoleil. Nous ne parlons que de ces objets, parce que ces verres ne tranſmettant preſque point d'autres rayons que ceux de leur couleur, & la lumière faiſant par conſéquent une perte très-grande en paſſant au travers, l'uſage de ces verres y eſt néceſſairement borné. Mais alors outre l'avantage des meſures exactes de ces objets, ils en procurent encore un autre; par l'affaibliſſement conſidérable qu'ils occaſionnent à la lumière, ils diſpenſent de recourir à ces précautions extraordinaires dont on uſe pour ſe garantir d'une lumière trop vive.

644. Au reſte, ce n'eſt pas ici la premiere fois qu'on fait uſage de ces verres. Il y a cent ans & plus qu'on ſe ſervait d'objectifs colorés pour obſerver le ſoleil. Peut-être avait-on eu pour but d'éteindre la trop grande lumière de cet aſtre ; peut-être auſſi avoit-on remarqué que ces objectifs rendaient l'image plus nette. Quoiqu'il en ſoit, l'uſage en avait été depuis abandonné, on ne ſait trop pourquoi, à moins que ce ne ſoit par la grande difficulté qu'on rencontre à trouver de la matière colorée, ſans fils & propre à faire des verres de lunettes colorés, & on ne les voit plus reparaître dans l'Aſtronomie pratique qu'en 1745. C'eſt dans les Commentaires de l'Académie de l'Inſtitut de Bologne pour cette année, qu'on les tire de l'oubli où ils étaient ; ils y ſont recommandés comme un moyen de diminuer l'erreur cauſée par l'aberration des rayons, mais ſans qu'il paraiſſe qu'on en ait fait uſage. Nous devons ajoûter que Mr. Bouguer les a auſſi indiqués dans ſon Livre de la Figure de la terre, comme un moyen de fixer le foyer des lunettes que la multiplicité des images colorées fait varier ; mais il ne paraît pas s'en être ſervi. (*Hiſt. de l'Acad. année 1755*).

$AH : AG$ ou $:: CH : BG$, à très-peu près, lorsque les sinus verses sont incomparablement plus petits que les diametres (*Art.* 204).

Fig. 555. 441. THÉORÊME II. *Si des rayons paralleles* NA, EC *homogenes tombent sur une surface sphérique réfringente* ACB, *dont le centre est* E, *l'aberration longitudinale* FT *d'un rayon rompu* AT, *c'est-à-dire, la petite partie de l'axe* ECF *comprise entre le point* T *où ce rayon rompu le rencontre & le foyer* F, *est au sinus verse de l'arc* AC *compris entre le point d'incidence & l'axe, comme le carré du sinus de réfraction est au rectangle du sinus d'incidence & de la différence des sinus, à très-peu près : l'aberration est encore la même, lorsque les rayons tombent perpendiculairement sur le côté plan d'une lentille plane convexe.*

Lorsque la réfraction se fait en passant d'un milieu dense dans un milieu rare, l'intersection T du rayon rompu AT avec l'axe ECF, est entre la surface réfringente & son foyer F (*Art.* 74). Après avoir décrit du point T pris pour centre, & du demi-diametre TA, l'arc AD qui coupe l'axe en D, on menera le sinus AP des arcs AC, AD, & les sinus EN, EM d'incidence & de réfraction, qu'on supposera exprimés par n & m. Les triangles ETM, ATP étant semblables, on aura $ET : TA$ ou $TD :: (EM : AP$ ou $EN ::) EF : FC$ (*Art.* 225), qui donne $TF : EF :: FC - TD$ ou $TF - CD : FC$, & par conséquent $TF : CD :: EF : EC :: m : m - n$ (*Art.* 224). Or, par le lemme précédent, $PD : PC :: CE : DT$ ou FC (*Art.* 204), qui devient $CD : CP :: EF : FC :: m : n$; multipliant cette proportion par la précédente, on aura enfin $TF : CP :: mm : (m-n)n$.

442. COROLL. I. On peut regarder le segment $ACBPA$ comme une lentille plane convexe; ainsi s'il tombe des rayons parralleles sur son côté plan, l'aberration longitudinale de ceux qui tombent sur les bords de cette lentille, comme en A, est égale aux $\frac{2}{2}$ de son épaisseur PC; ce que l'on trouve en mettant 3 & 2 à la place de m & de n.

443. COROLL. II. L'aberration FT est aussi égale à $\frac{mm}{(m-n)n} \times \frac{AP^2}{2EC}$, & par conséquent égale à $\frac{mm}{(m-n)^2} \times \frac{AP^2}{2CF}$; car $PC = \frac{AP^2}{2EC}$, à très-peu près, & $EC = \frac{m-n}{n} \times CF$ (*Art.* 224).

444. COR.

444. COROLL. III. Soit prolongé le rayon rompu AT jusqu'à la rencontre de la perpendiculaire FG à l'axe; on trouve que l'aberration latitudinale $FG = \frac{mm}{m} \times \frac{AP^3}{2EC^2} = \frac{mm}{(m-n)^2} \times \frac{AP^3}{2CF^2}$; car $FG : TF :: AP : TP$ ou CF ou $\frac{n}{m-n} \times CE$.

445. COROLL. IV. Lorsque le demi-diametre de la convexité d'une lentille plane convexe est donné, ou, ce qui revient au même, la distance focale, les aberrations longitudinales sont comme les carrés des diametres des ouvertures, & les aberrations latitudinales comme les cubes.

446. THÉORÊME III. *Lorsque des rayons paralleles* QA, EC *sont réfléchis par un miroir concave sphérique* ACB, *qui a peu d'ouverture, dont le centre est* E, *&* F *le foyer, l'aberration longitudinale* TF *d'un rayon* AT *qui tombe sur le bord de ce miroir, est, à très-peu de chose près, égale à la moitié du sinus verse* CP *de la moitié* AC *de l'ouverture.* Fig. 556.

Car, par le dernier lemme, le sinus verse CP est sensiblement la moitié du sinus verse PD de l'arc AD décrit du centre T & du demi-diametre TA égal, à peu de chose près, à la moitié du demi-diametre de l'arc AC. Mais $2TF = 2TE - 2EF = ED - EC = CD$ exactement, ou CP, à peu près : donc TF est sensiblement la moitié de CP.

447. COROLL. I. L'aberration longitudinale $TF = \frac{AP^2}{4CE}$; car $CP = \frac{AP^2}{2CE}$, à peu de chose près.

448. COROLL. II. L'aberration latitudinale $FG = \frac{AP^3}{2CE^2}$; car $FG : FT :: AP : PT$ ou $\frac{1}{2} CE$, à peu près.

449. COROLL. III. Lorsque le diametre du miroir est donné ou sa distance focale, les aberrations longitudinales sont comme les carrés des diametres des ouvertures, & les aberrations latitudinales comme les cubes.

450. THÉORÊME IV. *Si des rayons paralleles de même espece sont rompus par un objectif plan convexe, ou des rayons de toute espece aussi paralleles sont réfléchis par un miroir sphérique concave, le diametre du cercle d'aberrations occasionnées par la sphéricité, est égal à la moitié de l'aberration latitudinale des rayons qui tom-*

bent ſur les bords de l'objectif ou du miroir, & eſt par conſéquent donné par les propoſitions précédentes *.

Fig. 557 & 558. Soit $a'Yt'$ un rayon quelconque rompu ou réfléchi coupant, en t', l'axe ECT, & en Y, le rayon extrême ATG rompu ou réfléchi de l'autre côté de l'axe. Soit menée YX perpendiculaire à l'axe; il eſt clair que ſuppoſant ATG immobile & que le point d'incidence a' ſe meuve & s'éloigne du ſommet C, la perpendiculaire XY croîtra d'abord, parce que l'angle $Ct'a'$ augmente continuellement, & enſuite diminuera, à cauſe que la ligne Tt' diminue ſans ceſſe; & lorſque XY eſt la plus grande qu'il eſt poſſible, il eſt évident que les rayons qui tombent du même côté de l'axe, la traverſeront tous. Pour découvrir ſa plus grande quantité, ſoit la corde APB coupée en b' par le rayon incident qa', & ſuppoſant l'ouverture variable $Pb' = v$, la variable $TX = x$, les conſtantes $PA = a$, $PT = f$, $TF = b$; par les Art. 445 & 449, l'aberration $t'F$ eſt à l'aberration TF comme $p'a'^2$ eſt à PA^2; ainſi $t'F = \frac{vv}{aa} b$, & par conſéquent $Tt' = \frac{b}{aa}(aa - vv)$. De plus, $PT : PA :: TX : XY = \frac{ax}{f}$, & $p'a' : p't'$ ou $PT :: XY : Xt' = \frac{ax}{v}$. Donc $Tt' = \frac{x}{v}(a + v) = \frac{b}{aa}(aa - vv)$, d'où l'on tire $x = \frac{b}{aa} v(a - v)$. Ainſi TX eſt la plus grande qu'il eſt poſſible, lorſque le rectangle $v(a - v)$ ou $Pb' \times b'B$ eſt le plus grand, ce qui arrive quand ſes côtés Pb' & $b'B$ ſont égaux, ou que $v = \frac{1}{2}a$. Subſtituant cette valeur de v dans la derniere équation, on trouve $x = \frac{1}{4} b$, c'eſt-à-dire, que TX, lorſqu'elle eſt la plus grande, eſt égale à $\frac{1}{4} TF$; par conſéquent, lorſque XY eſt auſſi grande qu'elle peut-être, elle eſt $= \frac{1}{4} FG$, à cauſe que $TX : XY :: TF :$

* 645. Cette propoſition eſt générale, c'eſt-à-dire, eſt également vraie, quelle que ſoit la figure de la lentille, & même dans le cas où il a pluſieurs lentilles, quels qu'en ſoient la figure & le nombre. C'eſt ce que Mr. Klingenſtierna, Profeſſeur de Mathématiques à Upſal, a fait voir dans un Mémoire relatif à la perfection des lunettes, inſéré dans les Actes de l'Académie de Stokolm pour 1760 & enſuite dans le Journal des Savans du mois d'Octobre 1762.

Cette propoſition eſt énoncée dans ſon Mémoire en ces termes: *Dans toute len-*

FG. Or, ſi l'on imagine que cette droite XY tourne autour de l'axe PX, elle décrira le cercle d'aberration par lequel paſſent tous les rayons qui tombent ſur AB.

451. THÉORÊME V. *Le cercle d'aberrations occaſionnées par la ſphéricité de l'objectif d'une lunette eſt extrêmement petit en comparaiſon de celui qui eſt occaſionné par la ſphéricité d'une ſeule lentille ou ſyſtême de pluſieurs lentilles, le foyer phyſique des rayons rompus, c'eſt-à-dire, le cercle le plus petit dans lequel ſe trouvent raſſemblés tous ces rayons, eſt éloigné du point où le rayon extrême rencontre l'axe, du quart de l'aberration de ce rayon, & le diametre de ce cercle eſt au diametre de la derniere lentille, à peu près, comme le quart de l'aberration eſt à la diſtance compriſe entre le foyer & cette lentille* : & voici la démonſtration qu'il en donne en ne conſidérant d'abord qu'une ſeule lentille.

La lentille de la Figure 557 repréſentant telle lentille qu'on voudra, dont F ſoit le foyer, & AG un rayon extrême rencontrant l'axe en T, dont par conſéquent l'aberration eſt TF, imaginons que le rayon $a't'$ qu'on ſuppoſe dans le plan PAT, & dont l'aberration eſt $t'F$, co-incide d'abord avec l'axe, & enſuite s'en éloigne de plus en plus, juſqu'à ce que le point a' tombe en B au bord de la lentille, & que ce rayon, devenu alors le rayon extrême, rencontre l'axe en T. Il eſt clair que, pendant ce mouvement, la partie TY que le rayon $a't'$ retranche continuellement du rayon extrême AT, croît d'abord juſqu'à un certain point, enſuite diminue, & s'évanouit enfin quand a' tombe en B. Soit $a'Y't'$ la poſition de ce rayon, lorſque la partie TY eſt la plus grande ; tous les rayons rompus dans le demi-diametre PB de la lentille, rencontrant le rayon extrême AT entre les points T & Y, & ce rayon extrême continuant ſon cours au-delà de Y, en s'éloignant de plus en plus de l'axe, on voit clairement que la perpendiculaire YX à l'axe, abaiſſée de ce point, eſt le rayon du cercle le plus petit dans lequel ſoient raſſemblés tous les rayons rompus par la lentille.

Soit le demi-diametre PB ou PA de la lentille $= k$, $PF = f$, $TF = b$, $a'p'$ ou $b'P = u$, & $TX = x$; par l'Article 445, l'aberration TF eſt à l'aberration $t'F$ comme PA^2 eſt à Pb'^2 ou $p'a'^2$, & par conſéquent $t'F = \frac{buu}{kk}$; ainſi $Xt' = TF - TX - t'F = b - x - \frac{buu}{kk}$. On a d'ailleurs $TP : PA :: TX : XY$, & par conſéquent $XY = \frac{kx}{f}$; de plus $t'P$ ou $t'p' : p'a' :: t'X : XY$, ce qui donne $XY = \frac{bu}{f} - \frac{ux}{f} - \frac{bu^3}{fkk}$. Comparant ces deux valeurs de XY, on en déduira $x = \frac{b}{kk}(ku - uu)$. Différenciant cette équation, en faiſant varier u, & égalant cette différence à zero, à cauſe que TY, & par conſéquent TX ou x doit être un *maximum*, on trouve $u = \frac{1}{2}k$, qui ſubſtituée à la place de u, dans la valeur de x, donnera x ou $TX = \frac{1}{4}b$, & $XY = \frac{bk}{4f}$.

S'il y avait pluſieurs lentilles, dit Mr. Klingenſtierna, la propoſition ſe démontrerait de la même manière. Car les diſtances à l'axe des points d'incidence de chaque rayon ſur chaque lentille, ſont en raiſon conſtante, & les aberrations des rayons rompus par toutes ces lentilles, ou les quantités dont les points où ils coupent l'axe ſont écartés du dernier foyer, ſont proportionnelles aux carrés des diſtances des points où ils tombent ſur la dernière lentille, à l'axe.

Donc le raiſonnement employé ci-deſſus pour une ſeule lentille, a également lieu pour pluſieurs, pourvu que par le diametre de la dernière lentille, on entende le diametre du cercle que le pinceau entier occupe ſur cette lentille.

646. La propoſition démontrée par l'Auteur & par Mr. Klingenſtierna, ayant lieu pour un miroir ſphérique concave, il s'enſuit que la denſité des rayons réflé-

paraiſon du cercle d'aberrations occaſionnées par la diverſe réfrangibilité.

Suppoſons que l'objectif ſoit un verre plan convexe dont le côté plan eſt tourné vers l'objet, ſoit S le demi-diametre de ſon ouverture, D le diametre de la ſphere dont ce verre eſt un ſegment, $\frac{n}{m}$ le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction en paſſant du verre dans l'air; il eſt clair par les Art. 450 & 444, que ſi les rayons paralleles à l'axe du verre étaient tous également réfrangibles, ils ſeraient répandus à l'endroit où l'image

chis étant ſuppoſée uniforme dans le cercle d'aberration, eſt à la denſité des rayons tombant perpendiculairement ſur un plan AP (*Fig. 558*) comme la ſurface totale de la ſphere dont le miroir fait partie, eſt à celle d'un cercle qui aurait pour diametre le ſinus verſe PC du petit arc AC, à très-peu près; ſuppoſant toutefois que les rayons incidens ſoient tous réfléchis.

Car puiſque les mêmes rayons ſont contenus ſucceſſivement dans les cercles décrits par les lignes AP & YX, en tournant autour de EC, leurs denſités dans ces cercles ſont réciproquement comme les cercles mêmes, c'eſt-à-dire, que la denſité des rayons réfléchis eſt à celle des rayons incidens comme AP^2 eſt à XY^2 ou $\frac{1}{16}FG^2$ (*Art. 450*), ou $\frac{AP^6}{16 \times 4CE^4}$ (*Art. 448*), c'eſt-à-dire, en mettant D pour $2CE$, comme $4D^4$ eſt à AP^4, ou comme $4D^2$ eſt à PC^2, à cauſe que D, AP, PC ſont, à très-peu près, en proportion continue, & par conſéquent comme la ſurface de la ſphere eſt à la ſurface du cercle qui a PC pour diametre, à très-peu près.

647. Donc la plus grande denſité des rayons réfléchis eſt au foyer F conſidéré comme un point phyſique, & eſt incomparablement plus grande que celle des rayons incidens. Car ſuppoſons AP infiniment diminuée, cas auquel XY devient le foyer F, la propoſition ci-deſſus devient d'une exactitude rigoureuſe; & la denſité en F eſt toujours la même, ſoit que le pinceau qui tombe ſur le miroir ſoit menu ou que ce ſoit un large pinceau, parce que les rayons les plus éloignés de l'axe, paſſent, après avoir été réfléchis, loin du point F.

648. De même, lorſque des rayons tombent paralleles ſur le côté plan d'une lentille plane convexe, $\frac{m}{n}$ exprimant le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, en paſſant de l'air dans cette lentille, leur plus grande denſité à leur foyer F, eſt à celle des rayons incidens, comme la ſurface entière de la ſphere, dont la lentille eſt un ſegment, à l'aire d'un cercle dont le diametre eſt $\frac{mm}{nn}PC$, & qui par conſéquent eſt, dans le verre, les $\frac{2}{3}$ du ſinus verſe de l'ouverture la plus petite de la lentille; de ſorte que la denſité au foyer eſt incomparablement plus grande que celle des rayons incidens. Ceci ſe démontre, par l'Article 444, abſolument de la même manière que pour le miroir.

649. La denſité des rayons réfléchis ou rompus, dans chacun des points de l'image d'un objet très-éloigné, eſt donc auſſi incomparablement plus grande que la denſité des rayons incidens d'un pinceau quelconque. Car ces rayons ſeraient d'une extrême denſité dans chacun de ces points, quand les rayons de chaque pinceau ſeraient ſupprimés, à l'exception de ceux qui ſont voiſins des axes de ces pinceaux: & ces rayons qui ſont extérieurs à ceux-ci, étant répandus ſur les points collatéraux de chaque point de l'image, contribueront à augmenter la denſité des rayons dans toute l'image.

de l'objet eſt la plus diſtincte, dans un petit cercle dont le diametre eſt $\frac{mm}{nn} \times \frac{S^3}{DD}$, à très-peu de choſe près : ſi, par exemple, n eſt à m comme 20 à 31, & ſi D eſt de 100 pieds ou de 1200 pouces, & par conſéquent la lunette de 100 pieds (*Art.* 224) & S de deux pouces, le diametre de ce cercle d'aberration ſera la $\frac{961}{72000000}$ partie d'un pouce. Mais le diametre du petit cercle où ſe raſſemblent tous les rayons après avoir été ſéparés par leur diverſe réfrangibilité, eſt environ la 55^e^. partie de l'ouverture de l'objectif, qui eſt ici de quatre pouces. Ainſi l'aberration occaſionnée par la ſphéricité eſt à celle qui provient de la différente réfrangibilité, comme $\frac{961}{72000000}$ à $\frac{4}{55}$ ou, comme 1 à 5449 ; & par conſéquent l'aberration de ſphéricité étant ſi petite par rapport à l'autre, ne mérite pas d'être conſidérée dans la théorie des lunettes. Si l'on ſuppoſe que le diametre du petit cercle d'aberrations occaſionnées par la différente réfrangibilité, n'eſt que la 250^e^. partie du diametre de l'ouverture, il ne contiendra gueres que les rayons jaunes & les orangés, les autres dont les couleurs faibles & ſombres ſont à peine ſenſibles, paſſant en dehors de ce cercle ; & l'aberration occaſionnée par la ſphéricité ſera à celle qui vient de la diverſe réfrangibilité, dans une lunette de 100 pieds, comme $\frac{961}{72000000}$ à $\frac{4}{250}$ ou comme 1 eſt à 1200, ce qui prouve ſuffiſamment le Théorême *.

452. COROLL. I. Si un miroir concave & un verre plan convexe ont la même diſtance focale & la même ouverture, le diametre du cercle d'aberration de ſphéricité ſera trente fois plus petit dans le miroir que dans le verre. Car ces diametres ſont (*Art.* 450, 448 & 444) $\frac{AP^3}{16CF^2}$ & $\frac{mm}{(m-n)^2} \times \frac{AP^3}{4CF^2}$ reſpectivement, & par conſéquent ſont comme $\frac{1}{4}$ à $\frac{mm}{(m-n)^2}$

* 650. Il eſt cependant vrai que, ſi l'on adopte la détermination que donne Mr. le Gentil, du diametre du cercle d'aberration de réfrangibilité, on ne peut gueres regarder le cercle des aberrations occaſionnées par la ſphéricité, comme étant d'une petiteſſe extrême par rapport au cercle d'aberration de réfrangibilité. Prenons pour exemple un objectif plan convexe de 30 pieds de foyer, & de 3 pouces d'ouverture, & ſuppoſons ſon côté plan tourné vers l'objet. Le rayon de ſa convexité étant de 198 pouces (qui ſe détermine facilement en ſe ſouvenant que le rayon r de la convexité d'un verre plan convexe $= (m-1)f$), on trouve que

ou $\frac{31 \times 31}{11 \times 11}$. Si donc une lunette & un téleſcope catoptrique ont chacun 100 pieds de long, les aberrations latitudinales dans le téleſcope ſeront 30×5449 ou 163470 fois plus petites que les aberrations latitudinales occaſionnées par la différence de réfrangibilité dans la lunette.

453. COROLL. II. Le nombre de pinceaux, dont quelques rayons ſe mêlent enſemble dans chaque point d'une image con-

le diametre du cercle le plus petit, dans lequel tous les rayons rompus ſont raſſemblés, eſt de 0,0000517 pouces. Donc ſi l'on ſuppoſe que le diametre du cercle d'aberration de réfrangibilité n'eſt que la 776.e partie de la largeur de l'ouverture, les diametres de ces deux cercles ſeront entr'eux comme 0,0000517 à 0,003867, ou comme 1 eſt à 75, à peu près. Ce qui fait voir que ſi le diametre du cercle d'aberration de réfrangibilité n'eſt que la 776.e partie du diametre de l'ouverture, on ne doit pas regarder le cercle d'aberration de ſphéricité comme étant d'une petiteſſe extrême par rapport au cercle d'aberration de réfrangibilité.

651. Mais auſſi, outre que la détermination de Mr. le Gentil ne paraît pas encore généralement admiſe, il faut avouer que le cas dans lequel un objectif plan convexe a ſon côté plan tourné vers l'objet, eſt un des plus défavorables, c'eſt-à-dire, un de ceux où l'aberration de ſphéricité eſt la plus grande. D'abord, il eſt certain que ſi le côté convexe était tourné vers l'objet, le cercle d'aberration de ſphéricité ſerait pluſieurs fois plus petit que ſi c'eſt le côté plan : c'eſt ce dont il eſt facile de s'aſſurer.

652. Car ſuppoſant que l'objet ſoit ou puiſſe être conſidéré comme infiniment éloigné, l'aberration d'un rayon qui tombe ſur le bord d'une lentille, dont k eſt la demi-largeur, & r & r' les rayons des ſurfaces, eſt, comme on le fera voir dans la ſuite, $ff'kk\left(\frac{m^3-m^2}{2q^3} - \frac{2m^2-m-1}{2rqq} + \frac{m^2+m-2}{2mrrq}\right)$, $\frac{m}{1}$ exprimant le rapport de réfraction en paſſant de l'air dans la lentille, f la diſtance focale qui eſt $= \frac{1}{(m-1)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}\right)}$ (*Note 569*), & q étant $= \frac{1}{\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}}$.

Or, cette expreſſion devient celle de l'aberration d'un rayon extrême, dans une lentille plane convexe, dont le côté convexe eſt tourné vers l'objet, en faiſant $r' = \infty$; & la quantité $\frac{m^3-2m^2+2}{2m(m-1)} \times \frac{kk}{r}$, que l'on trouve, après avoir ſubſtitué pour q & f leurs valeurs reſpectives r & $\frac{r}{m-1}$, étant multipliée par $\frac{k}{4f^2}$ (*Note 645*), donne évidemment le demi-diametre du cercle le plus petit dans lequel les rayons rompus ſont tous raſſemblés ; de ſorte que l'on a pour ce diametre entier $\frac{m^3-2m^2+2}{4m} \times \frac{k^3}{rr}$, quantité certainement plus petite, m étant plus grande que l'unité, que $\frac{m^2}{4} \times \frac{k^3}{rr}$ qui eſt le diametre du même cercle, quand l'objectif a ſon côté plan tourné vers l'objet.

653. m étant $= 1,55$, dans le verre ordinaire, on trouve que le diametre du premier cercle, c'eſt-à-dire, du cercle d'aberration de ſphéricité, quand l'objectif a ſon côté convexe tourné vers l'objet, n'eſt que $0,1482 \times \frac{k^3}{rr}$, tandis que le diametre du ſecond cercle eſt $0,6006 \times$

fuſe, eſt comme l'aire du cercle d'aberrations des rayons d'un pinceau quelconque, & par conſéquent le mêlange des rayons de différens pinceaux occaſionné par la ſphéricité d'un objectif, ſerait, ſi ces rayons étaient tous également réfrangibles, au mêlange de ces mêmes rayons occaſionné par leur différente réfrangibilité, comme 1 à 5449 × 5449 ou 29691601 dans l'exemple qu'on a apporté. Car conſidérant un point quelconque d'une image confuſe comme étant le centre d'un cercle d'aberrations, il eſt clair que tous les autres cercles d'aberrations égaux à ce cercle, dont les centres tombent ſur ce cercle, couvriront ſon centre, c'eſt-à-dire, que le nombre de pinceaux mêlés au centre du cercle d'aberrations, eſt comme l'aire de ce cercle.

$\frac{k^3}{rr}$. Ce qui nous donne lieu de remarquer qu'il y a un avantage aſſez ſenſible à diſpoſer un objectif plan convexe, de manière que ſon côté convexe ſoit tourné vers l'objet.

654. Si l'objectif était convexe des deux côtés, & que ſes convexités fuſſent égales, on trouve aiſément que le diametre du cercle le plus petit où ſe raſſemblent tous les rayons rompus par cet objectif, eſt $\frac{4m^3 - 4m^2 - m + 2}{4m} \times \frac{k^3}{rr}$, & par conſéquent $0,92508 \times \frac{k^3}{rr}$, dans la même ſuppoſition de $m = 1,55$. Or, il eſt facile de voir que, ſi un objectif de cette forme eſt du même foyer qu'un objectif plan convexe, le diametre précédent eſt plus petit que le diametre du cercle d'aberration de l'objectif plan convexe, dont le côté plan eſt tourné vers l'objet. Car le rayon de chaque côté de l'objectif convexe eſt double du rayon du côté convexe de l'objectif plan convexe.

655. Enfin, nous remarquerons que le cercle d'aberration de ſphéricité ſera toujours d'une petiteſſe aſſez grande pour n'être pas comparable au cercle d'aberration de réfrangibilité, pourvu que l'ouverture ſoit aſſez petite. Le premier de ces cercles ſera très-petit par rapport au ſecond, par exemple, dans une lentille également convexe des deux côtés, ſi $0,92508 \times \frac{k^3}{rr}$ eſt beaucoup plus petite que $\frac{k}{250}$ (le diametre du cercle d'aberration de réfrangibilité étant ſuppoſé la 250.e partie de la largeur de l'ouverture), ou, ſi kk eſt beaucoup plus petite que $\frac{100000 \cdot rr}{92508 \cdot 250}$, ou enfin ſi k eſt beaucoup plus petite que $\frac{1}{11} r$; c'eſt-à-dire, ſi la moitié de l'ouverture eſt beaucoup plus petite que la onzieme partie du rayon.

CHAPITRE IX.

Un téleſcope dioptrique ou catoptrique étant donné, dont l'ouverture & l'oculaire ſont déterminés par expérience, trouver la longueur, l'ouverture & l'oculaire d'un autre téleſcope qui repréſente un objet avec autant de clarté & de diſtinction que le téleſcope donné, & le groſſiſſe un certain nombre de fois.

THÉORÊME I.

454. *DAns toutes eſpeces de téleſcopes & de microſcopes doubles, l'indiſtinction apparente d'un objet donné eſt directement comme l'aire du cercle d'aberration au foyer de l'objectif, & réciproquement comme le carré de la diſtance focale de l'oculaire.*

Dans la viſion à l'œil nud, ou au travers des verres, l'indiſtinction apparente d'un objet eſt comme l'aire d'un cercle d'aberration dans l'image de cet objet tracée au fond de l'œil; parce que tout point ſenſible du fond de l'œil étant le centre d'un cercle d'aberration, eſt frappé en même tems par des rayons mêlés enſemble d'autant de différens pinceaux qu'il y a de points ſenſibles dans l'aire de ce cercle (*Art.* 453); d'où réſulte néceſſairement une ſenſation confuſe du même nombre de points viſibles de l'objet, d'où viennent tous ces pinceaux; & ce nombre de points eſt comme l'aire du cercle d'aberration, quelle que ſoit la grandeur d'un point ſenſible du fond de l'œil. Mais dans la viſion au travers d'un téleſcope, le diametre d'un cercle d'aberration, dans l'image tracée au fond de l'œil, eſt comme la grandeur apparente du diametre du cercle correſpondant d'aberration au foyer commun des verres, c'eſt-à-dire, comme l'angle au centre de l'oculaire, ſoutendu par ce diametre (*Art.* 120), & par conſéquent comme ce diametre même directement, & réciproquement comme la diſtance focale de l'oculaire (*Art.* 222). L'aire de ce cercle d'aberration

ſur

ſur le fond de l'œil, eſt donc directement comme l'aire du cercle correſpondant d'aberration au foyer de l'objectif, & réciproquement comme le carré de la diſtance focale de l'oculaire.

455. COROLL. Dans toute eſpece de téleſcopes & de microſcopes doubles, un objet paraît également diſtinct, lorſque les diſtances focales des oculaires ſont comme les diametres des cercles d'aberration au foyer des objectifs.

456. On néglige ici la confuſion qui peut venir des aberrations occaſionnées par les oculaires, comme étant trop petite pour mériter qu'on y ait égard; & l'on ne conſidere que la confuſion qui regne dans les points de l'image, qui ſont très-près de l'axe du téleſcope, tels que le point q (*Fig. 188*). Or, ſi ce point était parfaitement diſtinct, les rayons qui en viennent ſortiraient ſenſiblement paralleles de l'oculaire; parce que la largeur de ce faiſceau cylindrique de rayons eſt extrêmement petite en comparaiſon de celle de l'oculaire, la largeur de ce faiſceau étant à celle de l'ouverture de l'objectif, comme la diſtance focale de l'oculaire à celle de l'objectif; & que les réfractions à une ſi petite diſtance de l'axe, ſont ſuffiſamment régulières. C'eſt la grandeur de l'ouverture de l'objectif & de ſa diſtance focale qui occaſionne de l'irrégularité dans ſes réfractions. Ajoûtez à cela que les rayons différemment réfrangibles ne peuvent ſe ſéparer ſenſiblement dans un trajet auſſi court que celui qu'ils font de l'oculaire à l'œil. On ſait d'ailleurs par expérience que les objets & les images qui ſont vraiment diſtincts, le paraiſſent ſuffiſamment au travers d'oculaires d'un foyer fort court, quand ils ont une très-petite ouverture. Tout cela ſera démontré & mis dans un plus grand jour dans le Chapitre XI, où le même ſujet ſera traité avec plus d'étendue.

457. THÉORÊME II. *Dans les lunettes, l'indiſtinction apparente d'un objet donné vu au travers d'une lunette, eſt directement comme l'aire de l'ouverture de l'objectif, & réciproquement comme le carré de la diſtance focale de l'oculaire.*

C'eſt ce qui eſt évident, par le Théorême précédent, l'aire du cercle d'aberration au foyer de l'objectif étant comme l'aire de ſon ouverture (*Art. 436*), & les aberrations qui proviennent de l'oculaire (*Art. précéd.*) de ſa ſphéricité & de celle de l'objectif, étant extrêmement petites (*Art. 451*).

458. COROLL. Dans les lunettes, un objet donné paraît également distinct, lorsque les diametres des ouvertures de leurs objectifs, sont comme les distances focales de leurs oculaires.

459. THÉORÊME III. *Dans toutes sortes de téleſcopes, l'éclat apparent d'un objet donné eſt directement comme le carré du diametre de l'ouverture, & réciproquement comme le carré de l'amplification linéaire.*

Car ſi les carrés des amplifications linéaires, c'eſt-à-dire, ſi les aires des images tracées au fond de l'œil étaient les mêmes, la clarté de ces images ſerait comme la quantité de lumière qui paſſe par ces ouvertures, c'eſt-à-dire, comme les carrés des diametres de ces ouvertures; & ſi les ouvertures ou quantités de lumière étaient les mêmes, la clarté des images ſerait réciproquement comme les aires de ces images, ou réciproquement comme les carrés des amplifications linéaires. Lors donc que les amplifications ſont différentes, ainſi que les ouvertures, la clarté eſt directement comme le carré des diametres des ouvertures, & réciproquement comme le carré des amplifications linéaires.

460. COROLL. I. Donc, dans les lunettes & dans les téleſcopes catoptriques, la clarté avec laquelle on voit un objet eſt la même, lorſque les diametres de leurs ouvertures ſont comme les amplifications linéaires, c'eſt-à-dire, comme les diſtances focales des objectifs directement, & réciproquement comme les diſtances focales des oculaires.

461. COROLL. II. Si la largeur de l'ouverture d'un objectif & la diſtance focale de l'oculaire ſont augmentées chacune dans un rapport quelconque donné, la diſtinction demeurera la même qu'auparavant (*Art. 458*), & l'amplification linéaire ou grandeur apparente du diametre des objets ſera diminuée dans le même rapport (*Art. 120*); mais l'éclat apparent ſera augmenté, par l'Art. 459, dans un rapport quadruplé du premier rapport; & réciproquement.

462. Au reſte, il faut convenir, & nous en devons l'obſervation à M.r Huyghens, qu'en prétendant que la netteté avec laquelle on apperçoit un objet dans une lunette, eſt la même, dans les ſuppoſitions que nous avons faites, nous ne nous trouvons pas tout-à-fait d'accord avec l'Expérience. Ce fut en regardant le même objet avec différentes lunettes, ou avec la

même, dont il variait l'ouverture, que M.r Huyghens s'en apperçut *; il obſerva que l'objet ne paraiſſait pas tout-à-fait auſſi diſtinct par une ouverture plus grande que par une plus petite. Il trouva encore, en regardant avec la même ouverture des objets de différent éclat, que l'indiſtinction apparente des objets qui avaient plus d'éclat, était un peu plus grande que celle des objets qui en avaient moins; de ſorte qu'on peut donner un peu plus d'ouverture aux lunettes, lorſqu'il s'agit d'obſerver des planetes qui réfléchiſſent peu de lumière, que lorſqu'on veut obſerver celles qui en réfléchiſſent beaucoup.

463. THÉORÊME IV. *Dans les téleſcopes catoptriques, l'indiſtinction apparente d'un objet donné eſt directement comme la ſixieme puiſſance du diametre de l'ouverture du miroir, & réciproquement comme la quatrieme puiſſance de ſa diſtance focale multipliée par le carré de celle de l'oculaire.*

L'aire d'un cercle d'aberration au foyer d'un miroir eſt directement comme la ſixieme puiſſance du diametre de ſon ouverture, & réciproquement comme la quatrieme puiſſance de ſa diſtance focale (*Art. 450 & 448*); donc l'indiſtinction apparente de l'objet eſt directement comme la ſixieme puiſſance du diametre de l'ouverture du miroir, & réciproquement comme la quatrieme puiſſance de ſa diſtance focale multipliée par le carré de la diſtance focale de l'oculaire (*Art. 454*).

464. COROLL. Dans les téleſcopes catoptriques un objet paraît avec la même netteté, lorſque les cubes des diametres des ouvertures des miroirs ſont comme les produits des carrés des diſtances focales par celles des oculaires, ou lorſque les diſtances focales des oculaires ſont comme les cubes des diametres des ouvertures des miroirs diviſés par les carrés de leurs diſtances focales.

465. THÉORÊME V. *Dans les lunettes de différentes longueurs, un objet paraît également clair & diſtinct, lorſque les diametres de leurs ouvertures & les diſtances focales de leurs oculaires ſont comme les racines carrées de leurs longueurs ou des diſtances focales de leurs objectifs; & alors les amplifications linéaires ſont auſſi comme les racines carrées de ces mêmes longueurs.*

* Voyez la Dioptrique de Mr. Huyghens, dont une grande partie de ce Chapitre eſt extraite.

Car pour voir l'objet avec la même clarté, le produit du diametre de l'ouverture & de la diſtance focale de l'oculaire doit être comme la longueur de la lunette (*Art. 460*), & pour le voir avec la même netteté, le diametre de l'ouverture doit être comme la diſtance focale de l'oculaire (*Art. 458*); pour ſatisfaire à ces deux points à la fois, il faut donc que le carré du diametre de l'ouverture & le carré de la diſtance focale de l'oculaire ſoient chacun comme la longueur de la lunette; & que par conſéquent le diametre de l'ouverture, auſſi bien que la diſtance focale de l'oculaire, ſoient comme la racine carrée de cette longueur. L'amplification linéaire ou grandeur apparente du diametre de l'objet qui eſt comme le diametre de l'ouverture, ſera donc auſſi comme la racine carrée de la longueur de la lunette.

466. La lunette de comparaiſon de M.r Huyghens de 30 pieds, ſupporte une ouverture de trois pouces de diametre, & un oculaire de trois pouces trois dixiemes de foyer *. D'après ces meſures il a dreſſé la Table de la page ſuivante, pour les ouvertures & les oculaires que doivent avoir d'autres lunettes, en ſuivant la regle que voici:

Multipliez le nombre de pieds de la diſtance focale de l'objectif propoſé par 3000, la racine carrée du produit donnera la largeur de ſon ouverture en centiemes de pouce, & cette même largeur augmentée de ſa dixieme partie, donnera la diſtance focale de l'oculaire en centiemes de pouce. Quant aux pouvoirs amplifians, ils ſeront comme les largeurs ou diametres des ouvertures.

* 656. La diſtance focale de l'objectif de comparaiſon de Mr. Huyghens, ſon ouverture & la diſtance focale de ſon oculaire, de même que les dimenſions qu'il donne dans ſa Table pour les lunettes de différentes longueurs, ſont en pieds & pouces du Rhin. cette meſure n'étant point d'uſage en France, nous avons cru devoir ajoûter dans une colonne ſéparée les dimenſions de lunettes d'un même nombre de pieds de Paris de longueur, que celles de la Table contiennent de pieds du Rhin, calculées en pieds & pouces de Paris. Le pied du Rhin étant à celui de Paris comme 1000 à 1035, la diſtance focale de l'objectif de Mr. Huyghens ſe trouve, à très-peu près, de 29 pieds de Paris, la largeur de ſon ouverture de 2,91 pouces, & le foyer de ſon oculaire de 3,19 pouces. Au moyen de ces meſures, il a été facile de calculer, en ſe conformant à l'Article 465, les ouvertures & les diſtances focales qui ſe trouvent dans une ſeconde colonne à côté des premieres, dans la Table; & ſuivant qu'on aura beſoin des premieres ou des nouvelles, on prendra les pieds de la diſtance focale des objectifs qui forment la premiere colonne de la Table, pour des pieds du Rhin ou pour des pieds de Paris. Il n'eſt pas beſoin

Longueur de la Lunette ou distance focale de l'objectif.	*LARGEUR DE l'ouverture de l'objectif.*		*DISTANCE FOCALE de l'oculaire.*		*AMPLIFICATION Linéaire, ou pouvoir amplifiant.*	
Pieds.	Pouces du Rhin	Pouces de Paris	Pouces du Rhin	Pouces de Paris		
1	0,55	0,55	0,61	0,59	20	20
2	0,77	0,76	0,85	0,84	28	28
3	0,95	0,94	1,05	1,03	34	34
4	1,09	1,08	1,20	1,18	40	40
5	1,23	1,21	1,35	1,33	44	44
6	1,34	1,32	1,47	1,45	49	49
7	1,45	1,43	1,60	1,57	53	53
8	1,55	1,53	1,71	1,68	56	57
9	1,64	1,62	1,80	1,77	60	61
10	1,73	1,71	1,90	1,87	63	64
12	1,89	1,87	2,08	2,05	69	70
13	1,97	1,95	2,17	2,14	72	73
15	2,12	2,09	2,32	2,29	77	78
18	2,32	2,29	2,55	2,51	85	86
20	2,45	2,42	2,70	2,65	89	90
25	2,74	2,70	3,01	2,96	100	101
30	3,00	2,96	3,30	3,24	109	111
35	3,24	3,20	3,56	3,51	118	120
40	3,46	3,42	3,81	3,75	126	128
45	3,67	3,63	4,04	3,98	133	135
50	3,87	3,82	4,26	4,19	141	143
55	4,06	4,01	4,47	4,40	148	150
60	4,24	4,19	4,66	4,59	154	156
70	4,58	4,53	5,04	4,96	166	169
80	4,90	4,84	5,39	5,30	178	181
90	5,20	5,13	5,72	5,63	189	192
100	5,48	5,41	6,03	5,93	199	202
120	6,00	5,92	6,60	6,49	218	222
140	6,48	6,39	7,13	7,01	235	239
160	6,93	6,84	7,62	7,50	252	256
180	7,35	7,26	8,09	7,96	267	271
200	7,75	7,65	8,53	8,39	281	286
220	8,12	8,02	8,93	8,79	295	300
240	8,48	8,36	9,33	9,17	308	314
260	8,83	8,72	9,71	9,56	321	326
280	9,16	9,05	10,08	9,93	333	338
300	9,49	9,37	10,44	10,27	345	350
400	10,95	10,82	12,05	11,86	398	404
500	12,25	12,09	13,47	13,26	445	452
600	13,42	13,25	14,76	14,52	488	496

Car puiſque l'objectif de la lunette de comparaiſon a 30 pieds de foyer, prenant F pour marquer la diſtance focale d'un autre objectif, il faut faire, par le préſent Théorême, $\surd 30$ eſt à $\surd F$, comme 3 pouces, diametre de l'ouverture de comparaiſon, ou 3,00 ou $\surd(3{,}00 \times 3{,}00F)$ au diametre de l'ouverture qu'on cherche, qui ſera par conſéquent $\surd(0{,}3000F)$, & ainſi ſe trouve en centiemes de pouce. La diſtance focale de l'oculaire de la lunette de comparaiſon eſt de 3,3 pouce, c'eſt-à-dire, eſt d'un dixieme plus grande que le diametre de l'ouverture de l'objectif; par conſéquent la diſtance focale du nouvel oculaire doit être, par ce même Théorême, d'un dixieme plus grande que le diametre de l'ouverture du nouvel objectif.

467. Il donne auſſi les inſtructions ſuivantes pour pouvoir voir, avec ces lunettes, toutes ſortes d'objets tant de jour que de nuit. Les proportions qu'on leur a données dans la Table ci-deſſus, ſont celles qu'elles doivent avoir pour être propres aux obſervations aſtronomiques; & par conſéquent il faudra faire en ſorte que la clarté ſoit plus grande, dans ces lunettes, ſi l'on veut s'en ſervir dans le jour. Car quand l'œil eſt ébloui par l'éclat du jour, on ne voit qu'obſcurément au travers, les objets qu'elles font voir la nuit avec une clarté ſuffiſante. C'eſt pourquoi lorſque j'ai voulu, dit M.r Huyghens, me ſervir

d'avertir que cette Table eſt néceſſairement bornée aux lunettes ordinaires, & que les nouvelles en exigent de conſtruites ſur d'autres principes.

657. Nous devons faire obſerver que l'objectif de comparaiſon de Mr. Huyghens n'étant que d'une bonté ordinaire, les proportions des ouvertures & des diſtances focales des oculaires relatives aux longueurs des lunettes de la Table, ne ſuppoſent que des objectifs d'une bonté pareille. Si les objectifs avaient le degré de perfection qu'on leur donne quelque fois, ils ſupporteraient de plus grandes ouvertures & des oculaires d'un foyer plus court, & conſéquemment groſſiraient davantage. Mr. Huyghens parle d'un objectif de 34 pieds de foyer, qui ſupportait une ouverture de 4 pouces & un oculaire de 2 pouces $\frac{1}{2}$ (ces meſures & les ſuivantes ſont toujours des pieds & pouces du Rhin), & qui par conſéquent groſſiſſait 163 fois. Un objectif de 35 pieds auſſi parfait, amplifierait donc 166 fois, & un d'un pied, 28, au lieu que, ſelon la Table, le premier ne groſſit que 118 fois, & le ſecond 20; or, $\frac{166}{118}$ ou $\frac{28}{20} = 1{,}4$. Si donc on avait des objectifs qui euſſent le même degré de perfection que celui de Mr. Huyghens que nous venons de citer, pour avoir leurs pouvoirs amplifians, il n'y aurait qu'à multiplier par 1,4 les pouvoirs amplifians des objectifs de la Table, qui ſeraient du même foyer. Et pour trouver les ouvertures & les oculaires qu'il faudrait leur donner, on ſe conduirait comme pour les autres, c'eſt-à-dire, qu'on ſe conformerait à l'Article 465, en réduiſant d'abord, ſi l'on voulait avoir tout en pieds & pouces de Paris, la diſtance focale de ce dernier objectif de Mr. Huyghens, ſon ouverture & la diſtance focale de ſon oculaire en pieds & pouces de Paris.

de ces lunettes pour obſerver de jour, j'ai trouvé qu'il fallait changer d'oculaires, & en ſubſtituer qui fuſſent d'un foyer double; au moyen de quoi l'éclat apparent devient quadruple de ce qu'il était, les ſurfaces des images tracées au fond de l'œil diminuant dans le même rapport (*Art. 120*): car comme l'ouverture ne change point, la quantité de lumière qui entre dans la lunette ne change point non plus, & par conſéquent l'eſpace ſur lequel elle eſt reçue en eſt d'autant plus illuminé, qu'il eſt plus petit.

Si, ſans changer d'oculaire, on augmentait l'ouverture, on réuſſirait également à augmenter la clarté; mais alors les aberrations devenant plus grandes, les Iris & les nébuloſités qui en proviennent, augmenteraient auſſi; & par conſéquent cet expédient n'eſt pas praticable.

468. Mais, dira-t-on, puiſqu'en ſubſtituant un oculaire d'un foyer plus long, l'indiſtinction apparente, qu'on a examinée juſqu'à préſent, diminue, pourquoi ne pourrait-on pas augmenter l'ouverture de l'objectif juſqu'à ce que le degré d'indiſtinction ſe retrouve le même que celui d'une lunette dont les dimenſions ſont reglées par la Table? On y gagnerait du côté de la lumière, & on ne perdrait rien du côté de la diſtinction (*Art. 461*). Je réponds à cela que les Iris occaſionnées par la décompoſition de la lumière, deviennent plus ſenſibles, quoiqu'elles ſoient de la même quantité, à proportion de la clarté de l'image; car elles augmentent en même tems de vivacité. Et l'expérience nous apprend que ſi-tôt qu'on donne plus d'ouverture aux lunettes dont on ſe ſert de jour, les Iris commencent à altérer la repréſentation des objets qui ont beaucoup d'éclat. Il faut donc bien ſe garder de rien changer aux ouvertures*.

* 658. Ces derniers Articles font aſſez ſentir combien la décompoſition que ſouffre la lumière en paſſant au travers des objectifs des lunettes, borne ces inſtrumens par les couleurs qui en réſultent aux bords des images, & qu'on ne peut faire évanouir qu'aux dépens de la clarté, ou en allongeant preſque toujours très-conſidérablement la lunette. On voit donc combien il ſerait important de les délivrer de cet inconvénient, le plus grand & preſque le ſeul qui s'oppoſe à leur perfection. Nous diſons *preſque le ſeul*, parce que celui qui conſiſte dans le défaut de réunion des rayons qui tombent à quelque diſtance de l'axe de la lunette, avec ceux qui tombent infiniment près de cet axe, eſt, comme on a vu (*Art. 451*), extrêmement petit en comparaiſon de celui-là, & que d'ailleurs Mr. Newton avait trouvé le moyen d'y remédier.

659. De quelque néceſſité qu'il ſoit de détruire ce principe d'aberration, l'impoſſibilité en paraiſſait ſi bien établie juſqu'à

469. On peut encore faire cette queſtion; ſi on voulait ſe ſervir d'une lunette avec laquelle on obſerve Saturne, pour obſerver la lune qui a cent fois plus d'éclat (puiſqu'elle eſt dix

ces derniers tems, que perſonne n'oſait y penſer. Mr. Newton fondé ſur ſes Expériences, l'ayant jugé indeſtructible, il était généralement regardé comme tel. Il n'eſt cependant que trop vrai que ce grand homme ſe trompait, & la ſeule de ſes Expériences qui l'en eût empêché, il avait eu le malheur de la manquer; de ſorte qu'au lieu de l'éclairer ſur la poſſibilité de détruire l'aberration dont nous parlons, elle ne pouvoit ſervir, telle qu'il la fit, qu'à le confirmer dans la penſée où il était du contraire.

660. Arrêtés par un obſtacle qu'ils croyaient inſurmontable, les Opticiens déſeſpéraient de pouvoir donner jamais aux lunettes plus de perfection qu'elles n'en avaient, lorſqu'en 1747 Mr. Euler leur apprit que cet obſtacle pouvait être vaincu, & qu'il ne s'agiſſait que de le combattre par lui-même. Ce fut, à ce qu'il paraît, en réfléchiſſant ſur la ſtructure de l'œil, que ce grand Géometre imagina le moyen qu'il en donna. Il conçut que l'œil n'était compoſé de matières diaphanes différemment réfringentes, qu'afin de corriger, par ce moyen, l'aberration que la diverſe réfrangibilité des rayons introduirait néceſſairement, s'il n'y avait qu'un ſeul milieu. Cette penſée le porta à croire que ſi l'on compoſait des objectifs de deux matières différemment réfringentes, les inégalités des réfractions que ces deux matières occaſionneraient aux diverſes eſpeces de rayons, pourraient ſe compenſer mutuellement, ce qui ferait diſparaître l'aberration de réfrangibilité. Les objectifs qu'il imagina en conſéquence de cette idée, conſiſtaient, comme celui que Mr. Newton avait imaginé pour détruire l'aberration de ſphéricité, en deux lentilles de verre, qui renfermaient de l'eau entr'elles; & en partant d'une hypotheſe particuliere ſur la proportion entre les réfractions des rayons de différentes couleurs dans différens milieux, il parvint à déterminer les courbures que devaient avoir les faces intérieures & extérieures de ces lentilles.

661. Auſſi-tôt que les recherches de Mr. Euler furent publiques, Mr. Dollond, ſavant Opticien Anglais, s'empreſſa d'en profiter; mais il rejetta les dimenſions que Mr. Euler avait données à ſes objectifs, parce qu'elles étaient fondées ſur une loi de réfraction qui n'était qu'hypothétique & dont il ſoupçonnait la vérité; & pour en calculer de nouvelles, il employa une autre loi de réfraction que Mr. Newton avait déduite d'une de ſes Expériences, de celle-là même que nous avons dit qu'il avait manquée. Mais il fut bien ſurpris de trouver qu'alors là réunion des foyers de toutes les couleurs ne pouvait avoir lieu qu'à une diſtance infinie de l'objectif; ce qui ne permettait plus de croire, au cas que la loi de réfraction employée par Mr. Dollond fût vraie, que l'on pût tirer parti de l'aſſemblage de deux matières différemment réfringentes pour l'objet qu'on ſe propoſait. Or, on n'avait aucun lieu de ſoupçonner la vérité de cette loi, que l'on ſavait fondée ſur une Expérience de Mr. Newton, ſi ſimple & ſi facile, que perſonne ne ſe fût jamais aviſé de penſer qu'il l'eût manquée, lui qui en avait tant fait de fines & de délicates.

662. Mr. Euler répondit dans les Mémoires de l'Académie de Berlin de 1753, & fit voir que ſi quelqu'expérience prouvait la loi ou proportion de réfraction de Mr. Dollond, la même prouvait également en faveur de la ſienne, & qu'en conſéquence Mr. Dollond n'était nullement fondé à la rejetter & à lui en ſubſtituer une autre. Il fit plus, il attaqua à ſon tour la proportion adoptée par Mr. Dollond; il fit voir qu'elle était abſolument fauſſe & qu'elle renfermait une contradiction manifeſte; & après avoir produit de nouveaux argumens en faveur de celle qu'il avait employée, il finit par faire remarquer que ſi la proportion de Mr. Dollond était vraie, il ne ſerait pas même poſſible de diminuer la confuſion réſultante de la diverſe réfrangibilité, puiſqu'elle dépendrait toujours également de la diſtance du foyer des verres,

fois

fois plus près du soleil), ne pourrait-on pas diminuer la largeur de son ouverture & la distance focale de l'oculaire dans le même rapport, afin de faire paraître les régions de la lune, non

de quelque manière qu'ils fussent composés de matières différemment réfringentes; d'où il suivrait que, quoique l'œil soit composé de différentes humeurs, les images tracées au fond ne devraient pas plus être exemptes de couleurs, que s'il ne contenait qu'une lentille, & fût semblable à une petite chambre obscure. Or, comme cela n'est pas, puisqu'on ne voit jamais les objets bordés d'aucunes couleurs, Mr. Euler en conclut de nouveau la possibilité de prévenir toute espece de confusion résultante de la diverse réfrangibilité de la lumière, en combinant des matières différemment réfringentes, & que par conséquent la proportion de Mr. Dollond était contraire à l'Expérience.

663. Les raisons de Mr. Euler ne purent rien sur l'esprit prévenu de Mr. Dollond, qui n'en demeura pas moins ferme dans son sentiment, & dont toutes les réponses se réduisirent à opposer le nom de Mr. Newton & ses Expériences. Quelques personnes en France peu satisfaites de cette manière de répondre, engagerent Mr. Clairaut à prendre connoissance du sujet de la contestation. La premiere chose qu'il fit, ce fut d'examiner l'hypothese de réfraction de Mr. Euler; mais elle ne se soutint point à l'examen : ce qui joint à la persuasion où il était que Mr. Newton avait fait avec son exactitude ordinaire l'Expérience d'où il avait tiré la proportion adoptée par Mr. Dollond, le porta à conclure qu'il n'était pas effectivement possible de détruire les mauvais effets de la réfrangibilité au moyen de deux matières différemment réfringentes.

664. Tout conspirait donc à faire abandonner totalement l'excellente idée de Mr. Euler, lorsqu'en 1755 Mr. Klingenstierna, Professeur de Mathématiques à Upsal, fit remettre à Mr. Dollond un écrit qui le força de douter de l'Expérience de Mr. Newton, quoiqu'il ne l'attaquât que par la Méthaphysique & la Géometrie. Mr. Dollond cherchant à s'éclaircir de la vérité, recommença l'Expérience, la trouva fausse, & dès-lors regarda comme possible de corriger la réfraction d'un milieu par celle d'un autre milieu.

665. Ce que Mr. Newton avait eu intention de prouver par son Expérience consistait en ceci : Toutes les fois que des rayons de lumière traversent deux milieux de densité différente, de manière que la réfraction de l'un détruise celle de l'autre, & que par conséquent les rayons émergens soient paralleles aux incidens, la lumière sort toujours blanche (*Voyez l'Optique de Mr. Newton, pag. 145, Édition française in-4°*).

666. Afin de savoir si cela était vrai ou faux, Mr. Dollond répéta l'Expérience précisément de la manière que Mr. Newton l'indique. Pour former un prisme d'eau, il prit deux plaques de verre qu'il joignit par deux de leurs bords, de manière qu'il pût varier à volonté l'angle qu'elles faisaient, & ensuite remplit d'eau l'espace renfermé entr'elles; cela fait, il plongea dans l'eau de ce prisme, dont l'angle était tourné en bas, un prisme de verre, dont l'angle était tourné en haut; il chercha ensuite, en faisant mouvoir les plaques de verre, à leur donner une inclinaison telle que les objets parussent au travers de ce double prisme, à la même hauteur qu'à la vue simple, bien sûr qu'alors la réfraction absolue d'un prisme était anéantie par celle de l'autre; mais alors les objets parurent teints des couleurs de l'Iris, ce qui était absolument contraire à l'Expérience de Mr. Newton. Il est vrai que Mr. Dollond parvint, en continuant de mouvoir les plaques, à voir les objets, au travers des deux prismes, absolument sans Iris; mais alors il ne les voyait plus à la même hauteur qu'à la vue simple; ainsi les différences de réfrangibilité des rayons colorés s'étaient mutuellement corrigées, sans que les réfractions absolues se fussent détruites.

667. Cette Expérience qu'il est si étonnant que Mr. Newton eût manquée, vu son extrême simplicité, prouva à Mr. Dollond la possibilité de corriger l'aberration de réfrangibilité, en employant des

avec plus d'éclat que celles de Saturne, mais beaucoup plus grandes qu'auparavant? Par exemple, ſi, dans une lunette de 30 pieds, on réduit les trois pouces d'ouverture à $\sqrt{\frac{9}{10}}$ de pouce,

matières de réfringence différente. Il ne balança donc plus à profiter de cette idée & à la mettre en pratique; il employa d'abord le verre & l'eau pour former ſes objectifs, comme avait fait Mr. Euler; mais il y trouva bientôt un inconvénient, c'eſt que les courbures qu'il fallait donner aux verres pour faire diſparaître les couleurs, étaient trop conſidérables pour ne pas produire une très-grande aberration de ſphéricité, à moins qu'on ne donnât une très-petite ouverture aux objectifs, afin d'affaiblir conſidérablement la lumière. On voit dans les Mémoires de Berlin de 1753 que Mr. Euler prévoyait cet inconvénient, & qu'il le regardait comme une des plus grandes difficultés que ſa théorie pût éprouver dans la pratique.

668. Ces eſſais furent plus que ſuffiſans pour perſuader à Mr. Dollond qu'il n'était pas poſſible de réuſſir en combinant du verre & de l'eau. On a cependant lieu de penſer qu'il y aurait trouvé moins d'obſtacle, s'il avait employé le véritable rapport des diſperſions dans l'eau & le verre. Ce rapport étant, ſelon les Expériences de Mr. Clairaut, très-voiſin de celui de 3 à 2, & par conſéquent beaucoup plus grand que celui de 5 à 4, que Mr. Dollond avait employé, il eſt certain qu'il eut trouvé des courbures moins conſidérables pour les faces de ſes objectifs, & peut-être n'eût pas été forcé de les abandonner par la néceſſité de leur donner trop peu d'ouverture. Convenons au reſte qu'il fut heureux, pour le progrès de l'Art, que Mr. Dollond eût employé un rapport trop petit entre les diſperſions dans l'eau & dans le verre. Car obligé de chercher d'autres matières pour compoſer ſes objectifs, & ſachant depuis long-tems que certaines eſpeces de verre donnent des images plus nettes que d'autres, il conjectura fort heureuſement que cette différence de qualité venait de celle de leurs vertus réfringentes, relativement aux rayons colorés; de ſorte que, ſelon lui, tel verre pourrait rendre la différence de réfrangibilité du rouge au violet beaucoup plus ſenſible que tel autre, & occaſionner en conſéquence des Iris plus étendus, quoique la réfraction moyenne ne fût pas fort différente: conſidérations qui le déterminerent à chercher des verres qui euſſent cette qualité, & à en former des objectifs.

669. Un verre très-blanc & fort tranſparent, appellé communément Criſtal d'Angleterre, & connu auſſi ſous le nom de *Flintglaſſ*, eſt celui qu'il trouva diſperſer le plus les rayons, c'eſt-à-dire, donner la plus grande différence dans la réfrangibilité des rayons rouges & des rayons violets; & celui qu'il trouva diſperſer le moins les rayons, & par conſéquent le plus convenable pour être combiné avec celui-là, eſt un verre verdâtre, connu en Angleterre ſous le nom de *Crownglaſſ*, lequel reſſemble beaucoup en qualité à notre verre commun. Le rapport qu'il découvrit entre les diſperſions, dans ces deux eſpeces de verres, eſt environ celui de 3 à 2: il le trouva à peu près de la manière qu'il avait découvert le même rapport dans le verre & l'eau.

670. Il conſtruiſit différens priſmes de ces deux eſpeces de verres, & il en changea peu à peu les angles, juſqu'à ce qu'il eût deux priſmes, qui, appliqués l'un contre l'autre en ordre renverſé, produiſiſſent, comme le priſme compoſé d'eau & de verre, une réfraction moyenne ſenſible, ſans cependant décolorer les objets.

671. Les recherches qu'il fit après cela des dimenſions que doivent avoir deux lentilles faites de ces deux verres, pour compoſer un objectif qui réuniſſe les foyers de toutes les couleurs, n'eurent pas d'abord tout le ſuccès que les qualités réfringentes de ces deux matières lui donnaient lieu d'eſpérer. Il trouva, comme lorſqu'il employait le verre & l'eau, des courbures trop grandes pour permetttre de négliger l'aberration dûe à la ſphéricité. Ce ne fut qu'après avoir bien combiné les différentes eſpeces de courbure, qui, par la nature du Problême, ſont également propres à réunir

c'eſt-à-dire, qu'on rende la largeur de cette ouverture un peu moindre que le tiers de ce qu'elle était d'abord, & qu'on diminue la diſtance focale de l'oculaire dans le même rapport,

les foyers de toutes les couleurs, qu'il parvint à trouver celles qui donnaient une aberration de ſphéricité inſenſible. Les lunettes qu'il conſtruiſit, ſuivant ces principes, ſe trouverent très-ſupérieures à celles qu'on avait faites juſqu'alors. Une de ces lunettes de cinq pieds, faiſait autant d'effet que les lunettes ordinaires de quinze pieds.

Mais Mr. Dollond ayant caché ſoigneuſement la route qu'il avait ſuivie, pour obtenir des objectifs exempts des deux eſpeces d'aberration, il a fallu, pour pouvoir en conſtruire de ſemblables, ſe livrer aux mêmes recherches que lui, & fonder une théorie à l'aide de laquelle on pût non-ſeulement ſe procurer le même degré de perfection, dans la conſtruction de ces objectifs, mais encore atteindre à un plus grand; ce qui paraiſſait très-poſſible.

672. La néceſſité & l'importance d'une pareille théorie ne manqua pas de frapper les plus grands Géometres. Mrs. Klingenſtierna & Clairaut s'empreſſerent de la donner. On trouve les premieres recherches de l'un dans les Actes de l'Académie de Stokolm pour l'année 1760, & dans le Journal des Savans du mois d'Octobre 1762, & celles de l'autre dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, pour les années 1756, 1757 & 1762. Mr. d'Alembert entreprit de ſon côté le même travail, dont il a publié depuis le réſultat dans le 3.e Volume de ſes Opuſcules. On ſait avec quel ſuccès il a traité, outre ſon objet principal, quantité d'autres qui n'avaient été traités qu'imparfaitement avant lui, ou ne l'avaient point été du tout. Ce grand Géometre ne s'eſt pas même contenté de ſes premieres recherches, il s'eſt occupé de nouveau du même objet & nous ſavons que la théorie la plus étendue & la plus ſolide accompagnée de toutes les applications que la pratique peut exiger, a été le fruit de ſon travail. Mr. Klingenſtierna a auſſi continué ſes recherches, & a réuni le tout dans une excellente Piece qui a été couronnée à Petersbourg en 1762. Enfin le célebre Mr. Euler, le P. Boſcovich & Mr. l'Abbé Rochon ont traité la même matière; le premier, dans un Mémoire qui doit être inſéré dans le Volume des Mémoires de l'Académie des Sciences pour l'année 1765, l'autre dans le Volume des Commentaires de l'Inſtitut de Bologne, qui eſt ſous preſſe, & le troiſieme, dans un Mémoire qui a mérité les éloges de l'Académie, & dans lequel il montre en même tems l'utilité des nouvelles lunettes pour la détermination des longitudes en mer, & donne les moyens de les y employer avec ſuccès.

673. Nous ne devons pas paſſer ſous ſilence les efforts d'un autre genre qu'on a faits à Petersbourg pour la perfection de l'art naiſſant des nouvelles lunettes. Nous voulons parler des recherches que Mr. Zeiher, Membre de l'Académie Impériale, a faites ſur la nature du *Flintglaſſ*. Il s'agiſſait de ſavoir d'où lui vient la propriété de diſperſer ſi conſidérablement les rayons, & ſi on réuſſiſſait à le découvrir, de profiter de cette connaiſſance, ſoit pour en faire de ſemblable, ou pour en compoſer d'autres eſpeces qui occaſionnaſſent encore une plus grande diſperſion, s'il était poſſible, & fuſſent par conſéquent plus propres à la conſtruction des nouveaux objectifs.

674. L'examen que Mr. Zeiher fit du *Flintglaſſ* lui apprit que cette eſpece de verre contient une grande quantité de plomb, tandis que le *Crownglaſſ* n'en contient point; d'où il conclut avec raiſon que le plomb eſt ce qui cauſe la grande diſperſion des rayons dans le *Flintglaſſ*; & afin qu'il ne reſtât aucun lieu d'en douter, il fit, en mêlant ſuivant différentes proportions, du minium avec du caillou, diverſes eſpeces de verre, leſquelles diſperſaient d'autant plus les rayons que le minium dominait davantage. Il eſt vrai que la réfraction moyenne devenait en même tems plus conſidérable, mais il trouva qu'on pouvait la diminuer ſans preſque rien changer à la diſperſion, en ajoûtant au mêlange une certaine quantité d'alkali. On

la clarté apparente dans ces deux lunettes, devrait être dans la raiſon quadruplée de 3 à $\sqrt{\frac{9}{10}}$, c'eſt-à-dire, comme 100 à 1; & puiſque les régions de la lune ont cent fois plus d'éclat que celles de Saturne, la lune obſervée avec la derniere de ces lunettes, ne devrait pas en avoir davantage que Saturne obſervé avec la premiere. L'indiſtinction apparente qu'on a conſidérée juſqu'ici, ſerait auſſi la même dans l'une & dans l'autre (*Art. 461*), & la lune ſerait plus amplifiée que Saturne, dans le rapport de 3 à $\sqrt{\frac{9}{10}}$ (*Art. 120*), qui eſt plus que triple. A la premiere vue, cette réduction de l'ouverture & de l'oculaire eſt donc très-avantageuſe; mais au fond il en eſt bien autrement, & cela pour deux raiſons : la premiere, c'eſt que l'on diſtingue mieux les petites parties de la lune, quand toute la lumière eſt reçue dans la lunette, que quand elle eſt conſidérablement augmentée, quoique cependant on n'y gagne pas à proportion de la lumière que la lunette reçoit : la ſeconde, parce que quand on a trop diminué l'ouverture, les bords

rapporte dans le Journal Encyclopédique du 1^er^ avril 1764, qu'il compoſa par ce moyen une eſpece de verre dans laquelle le rapport de la réfraction moyenne était égal à celui de 161 à 100, & la diſperſion près de trois fois plus grande que dans le *Crownglaſſ*, & par conſéquent double de celle qui a lieu dans le *Flintglaſſ*. On travaille auſſi actuellement en France à faire du *Flintglaſſ*.

675. On peut juger de la perfection où l'on a porté les nouvelles lunettes, ſoit par le ſecours des recherches des Géometres, qui ſont publiques, ſoit à l'aide de recherches particulières, par les effets ſurprenans que produiſent celles qui ont été exécutées par des mains adroites & exercées. Il n'eſt perſonne qui n'ait entendu parler de l'objectif à deux verres de 7 pieds de foyer, conſtruit par Mr. Antheaulme, qui équivaut à un objectif ordinaire de 30 ou 35 pieds. Depuis Mr. Dollond, fils, en a conſtruit un à trois verres de trois pieds de foyer, qui porte 3 pouces 4 lignes d'ouverture, & groſſit près de 150 fois; & il y a très-peu de tems que Mr. l'Abbé Rochon en a fait un à trois verres, de 12 pieds 8 pouces de foyer, qui porte un diametre de 6 pouces, & fait plus d'effet qu'aucune lunette ou téleſcope connu.

De ſemblables ſuccès ne pouvant qu'inſpirer un deſir très-vif de connaître la théorie par le ſecours de laquelle on peut en obtenir de pareils, nous avons cru devoir l'expoſer dans un Chapitre particulier qu'on trouvera à la ſuite de celui-ci; & comme la néceſſité d'être courts ne nous permet de donner que ce qu'elle renferme de plus eſſentiel, on fera très-bien, pour s'en procurer une connaiſſance plus complette, de recourir aux Ouvrages des Géometres, où nous avons puiſé ce que nous en dirons, tels que les Opuſcules de Mr. d'Alembert, Tom. III, les Mémoires de Mr. Clairaut & la piece de Mr. Klingenſtierna, auxquels on ne doit pas manquer d'ajoûter ſur-tout les nouvelles recherches du premier de ces grands Géometres, ainſi que les Mémoires & Diſſertations de Mr. l'Abbé Rochon, de Mr. Euler & du P. Boſcovich, auſſi-tôt que ces Ouvrages ſeront publiés.

des images peintes au fond de l'œil deviennent confus ; ce qui mérite qu'on s'en occupe ſérieuſement, ainſi que des limites de cette confuſion. Il eſt certain qu'à meſure qu'on diminue l'ouverture, les petits faiſceaux cylindriques de rayons qui, au ſortir de l'oculaire, entrent dans l'œil, ſe trouvent diminués à proportion. Or, ſi le diametre d'un de ces faiſceaux eſt moindre que $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ de ligne, c'eſt-à-dire, moindre que $\frac{1}{60}$ ou $\frac{1}{72}$ de pouce, les images auront leurs bords confus & mal terminés, par une raiſon qu'on ne connaît pas, qui dépend de la forme de l'œil, ſoit que cela provienne de la choroïde, de la rétine ou des humeurs : car en regardant au travers d'un trou moindre que $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ de ligne, fait dans une plaque mince, les bords des objets commencent à paraître confus, & ils le paraiſſent d'autant plus que le trou eſt plus petit. Or, il eſt facile de faire voir que, dans la derniere lunette dont on vient de parler, le faiſceau cylindrique de rayons eſt trop menu. Car en augmentant le diametre de l'ouverture de $\frac{1}{10}$ (*Art. 466*), la diſtance focale de l'oculaire devient de $\frac{11}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$ de pouce ; & à cauſe des triangles ſemblables dont les angles au foyer commun q ſont ſoutendus par le diametre de l'ouverture & par celui du petit faiſceau cylindrique cherché, la diſtance focale de l'objectif eſt à celle de l'oculaire comme le diametre de l'ouverture eſt au diametre du faiſceau, c'eſt-à-dire, 30 pieds ou 360 pouces ſont à $\frac{11}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$ de pouce, comme $\sqrt{\frac{9}{10}}$ de pouce ſont à $\frac{11}{4000}$ de pouce ou $\frac{1}{30}$ de ligne environ, quantité beaucoup plus petite que $\frac{1}{6}$. Mais dans la lunette dont les dimenſions ſont réglées dans la Table, on a, 360 ſont à $3\frac{1}{10}$ comme 3 ſont à $\frac{11}{400}$ de pouce, ou $\frac{1}{3}$ de ligne environ pour le diametre du faiſceau, ce qui ne peut avoir d'inconvénient ; d'où l'on apprend qu'on ne peut diminuer la largeur de l'ouverture & le foyer de l'oculaire de beaucoup plus d'un tiers ; car même alors le diametre du petit cylindre, à l'œil, n'excédera pas de beaucoup $\frac{1}{5}$ de ligne. On doit entendre la même choſe des lunettes de toutes longueurs, dont les dimenſions ſont réglées dans la Table, le diametre du petit cylindre dont il s'agit, Fig. 188.

étant le même dans toutes. Car par la proportion dont on vient de faire mention, ce diametre eſt égal au produit de la largeur de l'ouverture par la diſtance focale de l'oculaire, diviſé par la diſtance focale de l'objectif, & eſt par conſéquent proportionnel au diametre de l'ouverture directement, & à l'amplification linéaire réciproquement; leſquels rapports doivent faire un rapport d'égalité, afin de conſerver le même degré de clarté apparente (*Art. 460*).

470. Ainſi, quoique nous nous ſervions, pour obſerver Venus, d'une de ces lunettes avec leſquelles nous obſervons Saturne, & que la lumière de Venus ſoit deux cens vingt-cinq fois plus forte que Saturne, parce qu'elle eſt quinze fois plus proche du Soleil, on ne doit cependant pas diminuer le diametre de l'ouverture de plus d'un tiers; & ſi on trouve qu'il paſſe encore trop de lumière, on n'aura qu'à obſcurcir l'oculaire à la fumée d'une chandelle, afin d'en diminuer la quantité. Car il y a encore une autre raiſon, outre celle qu'on a alléguée, pour ne pas diminuer trop l'ouverture, c'eſt que toutes les petites bulles & veines de l'oculaire deviennent plus ſenſibles, en interceptant, en tout ou en grande partie, les petits faiſceaux cylindriques dont on a parlé, & conſéquemment dérobent la vue des parties de l'objet d'où viennent ces petits faiſceaux.

471. De tout ceci je conclus qu'on peut allonger avec ſuccès les lunettes à volonté en ſuivant les loix de la Table, puiſque non-ſeulement la clarté & la netteté reſtent les mêmes, mais encore que les faiſceaux de rayons qui entrent dans l'œil conſervent leurs diametres. Enfin pour obſerver de petites étoiles & particulierement les Satellites de Jupiter & de Saturne, le moyen le plus ſûr eſt d'augmenter conſidérablement l'ouverture & le foyer de l'oculaire. Car puiſqu'on ne les voit au travers de la lunette que comme des points, il n'y a rien à gagner à s'efforcer d'augmenter leurs diametres; mais il faut augmenter leur éclat le plus qu'il eſt poſſible, à quoi l'on réuſſit principalement en augmentant l'ouverture; en rendant, par exemple, ſa largeur double de ce qu'elle était, il entre quatre fois plus de lumière dans l'inſtrument, & en doublant en même tems la diſtance focale de l'oculaire, la netteté ſe retrouve la même qu'elle était en premier lieu (*Art. 458*). Quant à l'éclat, il ne devient

pas pour cela 16 fois plus grand, comme il le devrait, ſelon le Corollaire II du Théor. III, il ne devient que quadruple, parce que, comme je l'ai dit, l'image de l'aſtre ſur le fond de l'œil n'eſt qu'un point ſenſible, dont par conſéquent la clarté ne peut être augmentée par la diminution de ſon diametre, mais ſeulement par l'addition d'une nouvelle lumière. Il n'en eſt pas de même ſi nous obſervons avec la même lunette la lune & les planetes principales dont chacune des parties reçoit 16 fois plus de lumière qu'avant. Ainſi en agrandiſſant l'ouverture, nous augmenterons conſidérablement la force que doit avoir la lunette pour découvrir les petites étoiles & les Satellites de Jupiter & de Saturne; de ſorte qu'un objectif de 30 pieds, dont l'ouverture ſera de ſix pouces ou double de l'ouverture ordinaire, pourra peut-être donner autant, & être auſſi avantageux qu'un autre de 120 pieds, qui, ſuivant la Table, aurait ſix pouces d'ouverture.

472. THÉORÈME VI. *Dans les téleſcopes catoptriques de diverſes longueurs, un objet paraît également clair & diſtinct, lorſque les diametres de leurs ouvertures, ainſi que leurs amplifications linéaires, ſont comme les racines quatriemes des cubes de leurs longueurs, & par conſéquent lorſque les diſtances focales de leurs oculaires ſont auſſi comme les racines quatriemes des mêmes longueurs**.

* 676. La regle pour déterminer l'ouverture, dans les téleſcopes catoptriques, eſt générale pour tous ces téleſcopes; c'eſt-à-dire, que dans toute eſpece de téleſcope, ſoit Newtonien, ſoit de Gregori, à un ou deux oculaires, *les diametres des ouvertures ſont toujours comme les racines quatriemes des cubes de leur longueur*, prenant dans les téleſcopes de Gregori, comme dans ceux de Mr. Newton, la diſtance du grand miroir & de l'image qu'il donne, pour la longueur.

677. Mais il n'en eſt pas de même de la regle pour déterminer le foyer de l'oculaire. Lorſqu'il s'agit de téleſcopes qui doivent avoir deux oculaires, il faut, pour trouver le foyer du dernier oculaire, c'eſt-à-dire, de celui qui eſt le plus près de l'œil, avoir recours à cette autre regle, ſavoir, que *dans différens téleſcopes, les diſtances focales des derniers oculaires doivent être entr'elles comme le produit du rapport de la derniere image à la premiere, c'eſt-à-dire, à celle que donne le grand miroir par les racines quatriemes des longueurs.*

678. Pour prouver la regle pour les ouvertures dans les téleſcopes à deux oculaires, & en même tems celle que nous venons de donner pour déterminer le dernier oculaire de ces téleſcopes, ſuppoſons qu'étant donné un téleſcope de Gregori à deux oculaires, on veuille en conſtruire un autre d'une longueur donnée, ayant de même deux oculaires, lequel repréſente les objets avec la même clarté & la même diſtinction que le téleſcope donné.

Pour réſoudre le Problême, il ſuffit de déterminer deux choſes, l'ouverture du grand miroir & le foyer du dernier oculaire. Car le Problême ne renferme que deux conditions qui ſont, que le téleſcope qu'on veut conſtruire repréſente les objets avec autant de clarté & de netteté que le téleſcope donné; de ſorte qu'on peut varier à volonté le petit miroir & le premier oculaire, &

Soit A le diametre de l'ouverture du miroir concave ; L sa distance focale ou la longueur du téleſcope ; F la distance focale de l'oculaire. Lorſque la diſtinction eſt donnée, A^3 eſt comme

même les diſpoſer comme l'on voudra, en prenant garde toutefois de tomber dans un cas impoſſible ou incommode.

679. Afin de trouver ce que nous cherchons, il faut auparavant déterminer le rapport de la derniere image à la premiere dans le téleſcope. Dans la figure 559 qui repréſente un téleſcope de Gregori à deux oculaires, pq eſt la premiere image ; $q'p'$ celle que donnerait le petit miroir, ſans l'oculaire eg qui la change en l'image $p''q''$; C le centre du grand miroir ; c le centre du petit ; f le foyer du premier oculaire eg ; l le point où tendent les rayons au ſortir de cet oculaire, &c. Or, on connaît le point p', à cauſe que hp, hc, hp' (h eſt le milieu de ac) ſont en proportion continue. On connaît auſſi les points l & p'' ; le premier, parce que cf, cg, cl ſont de même en proportion continue ; le ſecond, parce que $p'f$, $p'g$, $p'p''$ y ſont auſſi. Mais le rapport cherché entre $q''p''$ & pq, eſt compoſé de celui de lp'' à lg & de celui de cg à cp ; car $q''p''$ eſt à pq dans le rapport compoſé de celui de $q''p''$ à ge & de celui de ge à pq, & ces rapports ſont égaux à ceux de lp'' à lg & de cg à cp, à cauſe des triangles ſemblables gel & $p''q''l$, gec & pcq. Donc le diametre $q''p''$ de la derniere image eſt au diametre pq de la premiere comme $lp'' \times cg$ eſt à $lg \times cp$. Soit ce rapport exprimé par celui de n à 1 ; & ſoit de plus l la longueur du téleſcope, a ſon ouverture, & f la diſtance focale du foyer du dernier oculaire.

680. Cela poſé, la clarté du téleſcope eſt directement comme l'ouverture & réciproquement comme l'image tracée au fond de l'œil ; & le diametre de cette image eſt directement comme le diametre de l'image dans le téleſcope & réciproquement comme la diſtance focale de l'oculaire ; mais l'image dans le téleſcope, dont il s'agit, étant la derniere, ſon diametre eſt comme nl, le diametre de la premiere étant comme la longueur l du téleſcope. Par conſéquent le diametre de l'image tracée au fond de l'œil eſt comme $\frac{nl}{f}$, & la clarté comme le carré de cette fraction $\frac{af}{nl}$.

681. Pour avoir la diſtinction avec laquelle chaque point de l'objet eſt repréſenté, il faut conſidérer que le diametre du petit eſpace qui repréſente un point quelconque de l'objet au foyer du grand miroir, eſt comme $\frac{a^3}{l^2}$; que le diametre du petit eſpace qui répond à celui-là dans la derniere image eſt comme $\frac{na^3}{l^2}$; & qu'enfin le diametre de l'image de ce petit eſpace au fond de l'œil eſt comme $\frac{na^3}{fl^2}$.

682. Si donc les téleſcopes repréſentent les objets avec la même clarté & la même netteté, ces fractions $\frac{af}{nl}$, $\frac{na^3}{fl^2}$ ſont conſtantes pour tous ceux qui ont le même degré de perfection. Nous pouvons donc les ſuppoſer égales à une quantité conſtante que nous déſignerons par l'unité ; nous aurons par conſéquent ces deux équations $af = nl$ & $na^3 = fl^2$, d'où nous tirerons $a = l^{\frac{3}{4}}$; d'où l'on voit que l'ouverture dépend uniquement de la longueur, dans les téleſcopes catoptriques à deux oculaires, comme dans ceux qui n'en ont qu'un.

683. Delà, il ſuit que le groſſiſſement de l'objet dépend auſſi uniquement de la longueur du téleſcope. Car la clarté étant la même, l'amplification des objets eſt comme l'ouverture, dans quelque téleſcope que ce ſoit.

684. Donc l'on voit les objets de la même grandeur dans tous les téleſcopes de même longueur, & qui ont le même degré de perfection, ſoit qu'ils ſoient Newtoniens ou Gregoriens, ou qu'ils ayent la forme de ceux de Caſſegrain.

685. Pour avoir f, il ne s'agit que de

FLL (*Art. 464*); & lorſque la clarté eſt donnée, l'amplification ou $\frac{L}{F}$ eſt comme A (*Art. 460*), c'eſt-à-dire, F eſt comme $\frac{L}{A}$. Donc lorſque la diſtinction & la clarté ſont données l'une & l'autre, A^3 eſt comme $\frac{L^3}{A}$, ou A^4 comme L^3, ou A comme $\sqrt[4]{L^3}$. Mais l'amplification $\frac{L}{F}$ eſt comme A, c'eſt-à-dire, comme $\sqrt[4]{L^3}$; ainſi F ſera comme $\frac{\sqrt[4]{L^4}}{\sqrt[4]{L^3}}$ ou $\sqrt[4]{L}$.

473. Dans le téleſcope catoptrique que Mr. Halley a conſubſtituer dans l'équation $af = nl$, pour a ſa valeur $l^{\frac{3}{4}}$, ce qui donnera $f = nl^{\frac{1}{4}}$, & prouve la regle donnée ci-deſſus (*Note 677*).

686. Si les deux images TS, pq ſont égales, elles auront la même clarté, abſtraction faite de la perte occaſionnée à la lumière par la réflexion & la réfraction; de ſorte qu'il n'importe pas laquelle on regarde. On peut donc, ſi l'on veut comparer un téleſcope Newtonien avec un téleſcope Gregorien, ſuppoſer à la place du Newtonien un téleſcope Gregorien, dans lequel les deux images ſoient égales, & où par conſéquent $n = 1$, ainſi que dans le Newtonien. Donc ſi l'on compare le téleſcope Newtonien avec un téleſcope Gregorien de même longueur, les diſtances focales des oculaires ſeront entr'elles comme 1 eſt à n.

687. On peut auſſi comparer une lunette avec un téleſcope catoptrique; cette comparaiſon ſuppoſe qu'on ait une lunette & un téleſcope d'un même degré de perfection, & eſt fondée ſur cette regle générale que des téleſcopes, de quelqu'eſpece que ce ſoit, qui ſont également bons, groſſiſſent également les objets, quand leurs ouvertures ſont égales.

Soit A la largeur de l'ouverture & L la longueur de la lunette donnée; a la largeur de l'ouverture & l la longueur du téleſcope donné; p la longueur d'une autre lunette & q celle d'un autre téleſcope, qui ayent la même perfection que la lunette & le téleſcope donnés, & groſſiſſent également, c'eſt-à-dire, ayent des ouvertures égales. Par l'Art. 465, le carré du diametre de l'ouverture de la lunette dont p eſt la longueur, eſt $\frac{A^2p}{L}$, & l'Article 472 donne $\frac{a^4q^3}{l^3}$ pour la quatrieme puiſſance du diametre de l'ouverture du téleſcope dont q eſt la longueur. Donc les ouvertures étant égales, $\frac{A^4p^2}{L^2} = \frac{a^4q^3}{l^3}$. Mais $\frac{A^4}{L^2}$, & $\frac{a^4}{l^3}$ ſont conſtantes, quels que ſoient les téleſcopes donnés. Suppoſons que ces quantités ſoient entr'elles dans le rapport de 1 à h, nous aurons $p^2 = hq^3$. Lorſque h aura été déterminée, il ſera facile, étant donnée la longueur, par exemple, d'une lunette auſſi bonne que celle de Mr. Huyghens, de trouver la longueur du téleſcope qui, ayant le même degré de bonté, groſſiſſe les objets le même nombre de fois que la lunette propoſée, ou la longueur du téleſcope étant donnée, de trouver la longueur de la lunette, &c. Il faut faire attention que tout ceci ne regarde que les lunettes ordinaires.

688. Si l'on ſuppoſe la lunette de Mr. Huyghens (*Art. 466*) & le téleſcope de Mr. Halley (*Art. 473*) du même degré de perfection, on a $A = 3$, $L = 30$, $a = 5$, $l = 5$, & par conſéquent $h = 55\frac{5}{9}$ (*s'Graveſande, Phyſices elementa mathematica, 2.e volume*).

ſtruit lui-même & dont il donne la deſcription dans les Tranſactions philoſophiques, N°. 376 & 378 *, $L = 62\frac{1}{2}$ pouces, $F = \frac{1}{3}$ ou $\frac{3}{10}$ ou $\frac{11}{40}$ de pouce. Car il emploie trois différens oculaires, & donne au miroir trois ouvertures différentes dont les largeurs ſont $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$ pouces. Les amplifications linéaires ou $\frac{L}{F}$ ſont $187\frac{1}{2}$, $208\frac{1}{3}$, $227\frac{3}{11}$ reſpectivement.

Prenant pour termes de comparaiſon l'oculaire moyen & l'ouverture qui lui répond, j'ai calculé la Table ci-jointe des dimenſions

Longueur du teleſcope ou diſtance focale du grand miroir.	*DISTANCE FOCALE de l'oculaire.*		*Amplification linéaire, ou pouvoir amplifiant.*		*DIAMETRE du grand Miroir.*	
Pieds.	Milliemes de pouce Anglais.	Milliemes de pouce de Paris.			Milliemes de pouce Anglais.	Milliemes de pouce de Paris.
$\frac{1}{2}$	0,167	0,158	36	38	0,864	0,855
1	0,199	0,189	60	63	1,440	1,416
2	0,236	0,224	102	107	2,448	2,406
3	0,261	0,248	138	145	3,312	3,260
4	0,281	0,266	171	180	4,104	4,048
5	0,297	0,282	202	213	4,848	4,790
6	0,311	0,295	232	244	5,568	5,487
7	0,323	0,307	260	274	6,240	6,161
8	0,334	0,317	287	303	6,888	6,813
9	0,344	0,326	314	331	7,536	7,443
10	0,353	0,335	340	358	8,160	8,050
11	0,362	0,343	365	385	8,760	8,658
12	0,367	0,350	390	411	9,360	9,242
13	0,377	0,357	414	437	9,936	9,827
14	0,384	0,364	437	462	10,488	10,389
15	0,391	0,371	460	485	11,040	10,907
16	0,397	0,377	483	509	11,592	11,446
17	0,403	0,382	506	534	12,143	12,009

* 689. La comparaiſon que Mr. Bradley & le Docteur Pound firent du teleſcope de Mr. Halley, qui n'avait pas tout-à-fait 5 pieds $\frac{1}{4}$ de foyer, avec l'objectif de Mr. Huyghens, qui en avait 123, prouve combien les téleſcopes catoptriques ont d'avantage ſur les lunettes ordinaires. Ils trouverent que ce téleſcope groſſiſſait les objets autant de fois que l'objectif, & les repréſentait auſſi diſtinctement, quoique non tout-à-fait avec la même clarté; ce qu'ils attribuerent partie à la différence

qu'il faut donner aux téleſcopes de diverſe longueur qu'on voudra conſtruire. Voici la regle dont je me ſuis ſervi pour la calculer.

Soit le nombre de pouces de la longueur d'un téleſcope

de leurs ouvertures, l'objectif étant un peu plus large, partie à pluſieurs petites taches du grand miroir du téleſcope qui n'avait pas reçu un bon poli. Malgré cette différence dans la clarté des objets, ils virent avec ce téleſcope tout ce qu'ils avaient vu avec l'objectif, le paſſage des Satellites de Jupiter ſur le diſque de cette planette & les ombres qu'ils y projettent, le trait noir de l'anneau de Saturne, qui prouve que cet anneau eſt double; le bord de l'ombre de Saturne projettée ſur ſon anneau, & les cinq Satellites de cette planette. Le téleſcope avait d'ailleurs cet avantage ſur la lunette, dans le tems où l'on faiſait cette comparaiſon, qui était en été; c'eſt que la lunette de Mr. Huyghens étant montée ſans tuyau, le crépuſcule empêchait qu'on ne vît dans cette lunette de petits objets qu'on voyait avec le téleſcope.

690. Quelqu'étonnant que ſoit l'effet du téleſcope de Mr. Halley, qui groſſiſſait 228 ou 230 fois, je ſai, dit, Mr. Smith, que Mr. Hauksbée en a conſtruit un qui n'a que trois pieds de foyer, qui groſſit 226 fois; de ſorte qu'il n'eſt que très-peu inférieur à celui de Mr. Halley de 5 pieds $\frac{1}{4}$, puiſqu'avec l'oculaire avec lequel il groſſiſſait ſi conſidérablement, il faiſait voir non-ſeulement avec la plus grande netteté les plus petites taches de la Lune dans ſon premier croiſſant, mais encore les bandes de Jupiter & le trait noir de l'anneau de Saturne. Pour voir ces derniers objets, on lui donnait une ouverture de trois pouces $\frac{1}{2}$ ou 4 pouces; & quand le ciel étant couvert on voulait regarder des objets terreſtres, pour les mieux voir, il fallait laiſſer à découvert le miroir dans ſon entier, dont le diametre était de 4 pouces $\frac{1}{2}$.

691. Mr. Smith avait calculé, comme il le dit lui-même, ſa Table des pouvoirs amplifians des téleſcopes catoptriques, en prenant pour module le téleſcope de Mr. Halley, long-tems avant qu'il eût entendu parler de celui de Mr. Hauksbée. Mais ſi on prenait celui-ci pour téleſcope de comparaiſon, il ſuit de l'Article 472 qu'un miroir d'un pied de foyer auſſi parfait que le miroir de ce téleſcope, devrait groſſir 93 fois, au lieu de 60 que groſſit, ſelon la Table, un miroir de même longueur, qui n'aurait que la perfection de celui de Mr. Halley; de ſorte que ſi on voulait une Table pour des téleſcopes qui euſſent le même degré de perfection que celui de Mr. Hauksbée, on aurait les pouvoirs amplifians, en multipliant ceux de la Table de Mr. Smith par $\frac{93}{60}$ ou par 1, 55.

Quant aux oculaires & aux ouvertures, on n'aura qu'à les prendre dans les mêmes rapports que ceux qui regnent entre les oculaires & les ouvertures de la Table.

692. La Table de Mr. Smith ayant été calculée en pieds & pouces Anglais, nous l'avons calculée, pour la commodité de ceux qui deſireront en faire uſage, en pieds & pouces de Paris; & nous avons mis nos réſultats dans de nouvelles colonnes placées immédiatement à côté des anciennes. Nous avons ſuppoſé que le pied anglais eſt au pied de Paris comme 1352 eſt à 1440.

693. Pour déterminer le pouvoir amplifiant de ſon téleſcope, Mr. Hauksbée fit l'Expérience ſuivante conjointement avec Mr. Folques & le Docteur Jurin. Ayant fixé un cercle de papier d'un pouce de diametre ſur une muraille, à la diſtance de 2674 pouces de l'oculaire du téleſcope, ils mirent un œil au téleſcope pour le regarder au travers, tandis qu'avec l'autre œil, ils regardaient deux lignes paralleles tracées ſur un papier à la diſtance de 12 pouces l'une de l'autre, faiſant approcher ou éloigner le papier juſqu'à ce que ces lignes leur parurent toucher les deux bords du cercle d'un pouce, qu'ils regardaient de l'autre œil dans le téleſcope; & lorſque cela arriva, auſſitôt on meſura la diſtance des deux lignes à l'œil, laquelle ne ſe trouva que de

exprimé par L, la distance focale de son oculaire sera égale à $60\sqrt[4]{10L}$ en milliemes de pouce. Divisant L par $60\sqrt[4]{10L}$ ou F, le quotient sera l'amplification, laquelle multipliée par 24 donnera le diametre de l'ouverture en milliemes de pouce. Car, par le présent Théorême, $\sqrt[4]{L}$ est comme F; c'est-à-dire, $\sqrt[4]{62\frac{1}{2}}$ ou $\sqrt[4]{\frac{125}{2}}$, ou $\sqrt[4]{\frac{625}{10}}$, ou $5\sqrt[4]{\frac{1}{10}}$ est à $\sqrt[4]{L}$, comme $\frac{3}{10}$ ou 300 milliemes de pouce, distance focale de l'oculaire donné,

142 pouces. Comme le télescope était Newtonien, l'Observateur était obligé d'incliner la tête & le col, à peu près horisontalement & parallélement à la longueur de l'instrument, afin de pouvoir voir, de l'œil qui était nud, les deux lignes tracées sur le papier.

694. Dans cette position des objets, l'angle que faisaient à l'œil les rayons qui venaient des extrémités du diametre du cercle, qui était d'un pouce, était égal à l'angle que soutendaient à l'autre œil les 12 pouces d'intervalle des paralleles; ainsi le rapport de cet angle à celui que le même cercle aurait soutendu à l'œil, en le regardant à la vue simple à la distance de 2674 pouces, est le pouvoir amplifiant du télescope, & est composé du rapport direct des soutendantes de ces angles & du rapport inverse des distances de ces soutendantes à l'œil, c'est-à-dire, du rapport de 12 à 1 & de celui de 2674 à 142, ce qui donne, à peu près, le rapport de 226 à 1.

695. Si on avait placé un cercle de papier plus large à une distance assez grande pour que l'image qu'en aurait donné le miroir, eut tombé au foyer de ce miroir, le télescope l'aurait augmenté plus que le cercle d'un pouce, dans le rapport de la distance de ce dernier cercle au foyer, à sa distance du centre de sphéricité du miroir; parce que le diametre de l'image du cercle plus éloigné aurait été plus grand, dans ce rapport, que celui de l'image du cercle d'un pouce, supposant que ces cercles eussent soutendu le même angle au centre du miroir. Mais ce rapport n'étant dans l'Expérience présente que de 2674 à 2671, n'augmente que de bien peu celui du pouvoir amplifiant qu'on a déterminé.

696. Au cas que l'on soupçonnât cette Experience d'inexactitude, à cause que les images des objets sur les deux rétines peuvent être inégales, il est à propos de faire voir qu'une inégalité de cette espece ne peut influer sur la conclusion qu'on a tirée. Supposons que regardant des deux yeux un objet qui est droit, l'angle visuel à l'un des yeux soit soutendu par un autre objet plus proche; il est clair que les images de ces deux objets au fond de cet œil seront parfaitement égales, quoiqu'elles puissent différer de celle de l'objet plus éloigné dans l'autre œil, & l'objet plus proche couvrira en apparence l'objet le plus éloigné. Mais si la grandeur ou la distance de l'objet plus proche était altérée de manière que l'angle visuel & l'image de cet objet au fond de l'œil le fussent, on ne manquerait pas de s'en appercevoir par le changement qui en résulterait nécessairement dans la grandeur apparente de cet objet. Donc lorsque les grandeurs apparentes des deux objets étaient égales, les angles visuels étaient aussi égaux, soit que les images sur les rétines fussent égales ou non. Cela s'applique de soi-même à l'Expérience faite avec le télescope.

697. Nous avons donc une méthode facile & exacte d'examiner la bonté d'un télescope de quelqu'espece que ce soit. D'abord en lui donnant l'oculaire le plus petit avec lequel on verra avec ce télescope, lorsque l'air est tranquille & pur, la Lune dans son premier croissant, ou plutôt Jupiter ou Saturne, avec une netteté & une clarté suffisantes, & trouvant ensuite, par la méthode précédente, com-

au nombre de milliemes de pouce que doit avoir la distance focale de l'oculaire qu'on se proposait de déterminer ; & par conséquent, $F = 60\sqrt[4]{10L}$; & l'ouverture étant, par ce même Théorême, comme l'amplification, on dira : comme l'amplification donnée ou $208\frac{1}{3}$ est à l'amplification trouvée $\frac{L}{F}$, ainsi l'ouverture donnée 5 pouces est à l'ouverture cherchée $\frac{24}{1000} \times \frac{L}{F}$ pouces.

bien il grossit, au moyen de quoi on verra combien il approche de la perfection des téleſcopes de comparaiſon. Si l'on avait à examiner pluſieurs téleſcopes à peu près de même longueur & de même eſpece, ou ayant même force amplificative quoique d'eſpece différente, les meilleurs dans leur eſpece ſeraient ceux avec leſquels on peut lire de plus loin un imprimé.

698. Finiſſons par dire un mot des ſuccès de Mr. Short dans la conſtruction des téleſcopes. Mr. Maclaurin écrivait ſur la fin de 1734 à Mr. Smith, que non-ſeulement Mr. Short était parvenu à faire des téleſcopes très-ſupérieurs à tous ceux qu'il avait vus, en employant, comme à l'ordinaire, des miroirs de métal, mais même qu'il avait exécuté avec le plus grand ſuccès, l'idée qu'avait eue Mr. Newton de faire le grand miroir de verre.

» Il a fait, dit Mr. Maclaurin, ſix téleſ-» copes avec des miroirs de verre, dont » trois de 15 pouces de foyer, & trois » de 9 pouces. Avec l'un des premiers on » lit dans les tranſactions philoſophiques à » la diſtance de 230 pieds, & avec un » autre auſſi de 15 pouces, on y lit à » la diſtance de 280 pieds. J'ai fait moi-» même quelques épreuves avec un de ceux » de 9 pouces, & j'ai lu très-aiſément » avec ce téleſcope dans les tranſactions phi-» loſophiques à la diſtance de 138 pieds. » Une autre fois j'ai lu une impreſſion plus » menue à 125 pieds. Ce qui a le plus coûté » de peine à Mr. Short, a été de donner à » ſes miroirs une forme véritablement ſphé-» rique, & en même tems un paralléliſme exact à leurs ſurfaces.

» Ces miroirs avaient toute la perfection » qu'on peut deſirer, ajoûte Mr. Ma-» claurin, à l'exception cependant que la » lumière qu'ils réfléchiſſaient était un peu » plus faible que dans les miroirs de métal ; » ce qui peut, ce me ſemble, être attribué, » partie à ce que le mercure n'avait pas » été bien appliqué, & partie à l'épaiſſeur » du verre. Car j'ai remarqué, lorſqu'on » appliquait le mercure tout fluide à l'un » de ces miroirs, que la réflexion était » plus forte qu'après l'avoir fixé.

» Mr. Short ayant donc trouvé que la » lumiere réfléchie par ces miroirs était » plus faible qu'il ne s'y était attendu, » rebuté d'ailleurs par l'extrême difficulté de » les finir, il s'eſt réſolu à n'en plus faire » que de métal. Par l'exactitude avec la-» quelle il les travaille, il réuſſit à leur » faire ſupporter une plus grande ouver-» ture que ne leur en donnent les autres » Artiſtes. Il a fait des téleſcopes, avec » ces miroirs, de 2 pouces $\frac{6}{10}$ de foyer, » de 4 pouces, de 6 pouces, de 9 pou-» ces & de 15 pouces. Il perce le grand » miroir & emploie un petit miroir concave. » Avec les téleſcopes de 4 pouces, on » apperçoit très-bien les Satellites de Ju-» piter, & on lit dans les tranſactions » philoſophiques à la diſtance de 125 pieds. » On y lit de même avec ceux de 6 pou-» ces à 160 pieds, & avec ceux de 9 pou-» ces à 220 pieds ; avec ceux de 15 pou-» ces, un de mes amis y a lu à la diſtance » de 500 pieds, & a vu pluſieurs fois les » cinq Satellites de Saturne enſemble, ce » qui m'a fort étonné, juſqu'à ce que j'aye » appris que Mr. Caſſini les avait vus quel-» quefois avec une lunette de 17 pieds. » Enfin un téleſcope de 6 pouces de Mr. » Short repréſente les objets avec plus de » clarté & de netteté, & les groſſit davan-» tage qu'un téleſcope de 9 pouces $\frac{3}{10}$, un » des meilleurs qui ſe ſoit fait à Londres ».

474. Sans la différence de réfrangibilité des rayons, les lunettes ou téleſcopes dioptriques, quoique moins courts que les téleſcopes catoptriques, auraient leurs dimenſions déterminées par cette même regle, laquelle ne leur étant point applicable, comme l'expérience l'a appris, il en réſulte une nouvelle preuve de la grande petiteſſe des aberrations produites par la ſphéricité, par rapport à celles qui ſont occaſionnées par la différence de réfrangibilité.

CHAPITRE X.

Détermination de la forme qu'il faut donner aux objectifs compoſés de deux ou de trois lentilles, pour qu'ils ſoient exempts des aberrations de réfrangibilité & de ſphéricité.

QUoique nous ayons déja donné, dans les Notes du 3.e Chapitre de ce Livre, la plus grande partie des formules dont nous avons beſoin pour la détermination dont il s'agit, nous croyons devoir les redonner ici avec les autres formules que nous ne
Fig. 560. pouvons nous diſpenſer d'y ajoûter.

475. LEMME. *Soit un rayon* QA *tombant ſur une ſurface réfringente* AB, *par laquelle il eſt rompu ſuivant* Aq ; *ſoit une droite* QBq, *laquelle coupe le rayon incident* QA, *en* Q, *le rayon rompu* Aq, *en* q, *& la droite* AC *perpendiculaire à la ſurface réfringente, en* C ; *je dis que déſignant le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction par celui de* 1 *à* m, *on aura* QA : Aq :: m × QC : 1 × Cq.

Car menant qE parallele à AC, laquelle rencontre le rayon incident QA prolongé en E, on a $QA : AE :: QC : Cq$ & $AE : Aq :: m : 1$; multipliant ces proportions, on aura $QA : Aq :: m \times QC : 1 \times Cq$.

Fig. 560. 476. Donc $QA \times Cq = m \times QC \times Aq$.

477. PROBLÊME I. *Un rayon* QA *tombant ſur une ſurface ſphérique réfringente* BA *dont* C *eſt le centre, & étant rompu*

ſuivant Aq, *trouver le point de concours* q *de ce rayon rompu avec l'axe de la ſurface* AB, *lorſque l'arc* AB *eſt petit.*

Soit abaiſſée du point d'incidence A une perpendiculaire AD ſur l'axe QD, & ſoit mené le rayon CA. On a $QA^2 = QC^2 + AC^2 - 2QC \times DC = QC^2 + CB^2 - 2QC \times (BC - BD) = (QC - CB)^2 + 2QC \times BD = QB^2 + 2QC \times BD$, & par conſéquent $QA = \sqrt{(QB^2 + 2QC \times BD)} = QB + \frac{QC \times BD}{QB}$, à très-peu près, la petiteſſe de BD permettant de négliger les termes ſuivans, où BD eſt élevée à la 2^e^, 3^e^, &c. puiſſance.

De même on a $Aq^2 = Cq^2 + AC^2 + 2Cq \times CD = Cq^2 + CB^2 + 2Cq \times (CB - BD) = Bq^2 - 2Cq \times BD$; ainſi $Aq = \sqrt{(Bq^2 - 2Cq \times BD)} = Bq - \frac{Cq \times BD}{Bq}$, à très-peu près.

Mais, par le Lemme précédent, $QA \times Cq = m \times QC \times Aq$; donc $Cq \times (QB + \frac{QC \times BD}{QB}) = m \times QC \times (Bq - \frac{Cq \times BD}{Bq})$, ou $m \times QC \times Bq - Cq \times QB = QC \times Cq \times BD \times (\frac{1}{QB} + \frac{m}{Bq})$.

Soit fait $QB = a$, $Bq = q$, le rayon AC ou $BC = a$; $QC = a + b$, $Cq = q - b$; enfin nommant k la diſtance AD du point d'incidence à l'axe, $BD = \frac{kk}{2b}$, à très-peu près. Subſtituant ces valeurs dans l'équation précédente, on aura $m(a+b)q - (q-b)a = (a+b)(q-b) \times \frac{kk}{2b}(\frac{1}{a} + \frac{m}{q})$, d'où l'on tire $q = \frac{ab}{(1-m)a - mb} - \frac{(a+b)(q-b)kk}{2b((1-m)a - mb)} \times (\frac{1}{a} + \frac{m}{q})$.

Si le rayon incident était infiniment proche de l'axe, alors k ſerait infiniment petite & par conſéquent on aurait $q = \frac{ab}{(1-m)a - mb}$, expreſſion de la diſtance Bf à laquelle le rayon couperait l'axe. Soit cette diſtance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, déſignée plus particulierement par f, de ſorte que l'on ait $f = \frac{ab}{(1-m)a - mb} = \frac{1}{\frac{1-m}{b} - \frac{m}{a}}$.

La diſtance q ou Bq du point où le rayon qui tombe à la diſtance k de l'axe, coupe cet axe, après avoir été

rompu, étant donc $= f - \frac{(a+b)(q-b)kk}{2b((1-m)a-mb)} \times (\frac{1}{a} + \frac{m}{q})$, on voit que ce second terme $\frac{(a+b)(q-b)kk}{2b((1-m)a-mb)} \times (\frac{1}{a} + \frac{m}{q})$, est la valeur du petit intervalle compris entre le point q où le rayon incident dont il s'agit, coupe l'axe, après avoir été rompu, & le foyer f des rayons infiniment proches de l'axe, & par conséquent exprime l'aberration occasionnée par la sphéricité de la surface AB. Or, comme ce petit intervalle ou aberration est toujours très-petit, & que par conséquent f & q different très-peu l'une de l'autre, on peut, sans craindre d'erreur, mettre f à la place de q dans l'expression de cette aberration. Faisant donc la substitution de f, ou, ce qui revient au même, de sa valeur, à la place de q, & réduisant, on trouve enfin q ou $Bq = f - \frac{1}{2} ffkkm(1-m)(\frac{1}{b} + \frac{1}{a})^2 (\frac{m}{b} + \frac{1+m}{a})$.

478. Si le point Q était de l'autre côté de la surface, alors a serait négative, & l'on aurait $f = \frac{1}{\frac{1-m}{b} + \frac{m}{a}}$, & $q = f - \frac{1}{2} ffkkm(1-m)(\frac{1}{b} - \frac{1}{a})^2 (\frac{m}{b} - \frac{1+m}{a})$: faisant, pour abréger, $\frac{1}{2} kkm(1-m)(\frac{1}{b} \pm \frac{1}{a})^2 (\frac{m}{b} \pm \frac{1+m}{a}) = Q$, la valeur générale de Bq sera $f - ffQ$, le terme ffQ exprimant l'aberration dûe à la sphéricité.

Fig. 561. 479. PROBLÊME II. *Plusieurs milieux contigus* S, T, V, X, Y *séparés l'un de l'autre & des milieux indéfinis* R & Z *par les surfaces sphériques* AB, HL, MN, PO, QR, CD, *qui ont même axe, étant supposés avoir très-peu de largeur, trouver le point où un rayon quelconque parti du point* Q *situé sur l'axe commun des surfaces, coupe cet axe, après avoir été rompu par les deux premieres surfaces, ou par les trois premieres, &c.*

Soit QA le rayon incident que nous supposons rencontrer la premiere surface AB, à la distance k de l'axe ; soit ce rayon rompu par cette surface suivant Aq. Il est visible que pour trouver le point q' où le rayon Aq ira couper l'axe, après avoir été rompu par la surface HL, il ne s'agit que de substituer, dans les formules précédentes, la distance Hq du point q à cette surface à la place de a, le rayon c de cette surface à la place

place de b, & m' à la place de m, en ſuppoſant que $\frac{1}{m'}$ exprime le rapport de réfraction en paſſant du milieu S dans le milieu T.

Nommant e l'intervalle BH des deux ſurfaces AB, HL, & faiſant $Hq = Bq - BH = f - ffQ - e = F$, la diſtance f à laquelle les rayons qui tomberaient ſur la ſurface HL infiniment près de l'axe, avec des directions tendantes en q, couperaient l'axe, après avoir été rompus, eſt $= \frac{1}{\frac{1-m'}{c} + \frac{m'}{F}}$, & la diſtance Hq' à laquelle le rayon Aq qui rencontre la même ſurface HL, à quelque diſtance de l'axe, avec une direction tendante au même point q, coupe cet axe, après avoir été rompu, eſt $= f - \frac{1}{2} ffkkm'(1 - m')(\frac{1}{c} - \frac{1}{F})^2 (\frac{m'}{c} - \frac{1+m'}{F})$ ou $f - ffQ'$, en faiſant $Q' = \frac{1}{2} kkm'(1-m')(\frac{1}{c} - \frac{1}{F})^2(\frac{m'}{c} - \frac{1+m'}{F})$, ce ſecond terme ffQ exprimant l'aberration occaſionnée par la ſphéricité de la ſurface HL. k a été conſervée, quoique le rayon Aq rencontre la ſurface LH à une diſtance de l'axe moindre que celle qui a été déſignée par cette lettre; ces deux diſtances différant très-peu à cauſe de la proximité & du peu d'étendue des ſurfaces AB, HL.

Comme le ſecond terme de la valeur de Hq', qui exprime l'aberration, eſt fort petit, & que la diſtance $f' = \frac{1}{\frac{1-m'}{c'} + \frac{m'}{f}}$ du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, ſuppoſant l'intervalle des deux ſurfaces infiniment petit, & que ces rayons rencontrent la ſurface HL, avec des directions concourantes avec l'axe, à la diſtance f de cette ſurface; que cette diſtance, dis-je, & la diſtance f du foyer des mêmes rayons qui rencontreraient la même ſurface HL, avec des directions tendantes en q, different très-peu l'une de l'autre, on peut introduire dans ce ſecond terme f' à la place de f. De plus, le peu de différence qu'il y a entre f & F, à cauſe du peu de diſtance des ſurfaces AB, HL & de la petiteſſe de l'aberration exprimée par ffQ, permet auſſi de mettre, dans ce même terme, f à la place de F.

Enfin, si l'on veut que le premier terme de la valeur de Hq' soit f' au lieu d'être f, il est évident que cette substitution est permise, pourvu qu'on ait égard à la différence de ces deux quantités, qui alors n'est point négligeable. Or, $f' - f = \frac{1}{\frac{1-m'}{c} + \frac{m'}{f}} - \frac{1}{\frac{1-m'}{c} + \frac{m'}{F}} = \frac{m'f'f'(f-F)}{ff} = \ldots\ldots$

$\frac{m'f'f'(ffQ+e)}{ff}$.

Donc on aura $Hq' = f' - \frac{m'ef'f'}{ff} - (m'Q + Q')f'f'$; expression dans laquelle f' est la distance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, abstraction faite de l'épaisseur de la lentille que forme le milieu S, $f' - \frac{m'ef'f'}{ff}$ la distance du foyer de mêmes rayons, en ayant égard à l'épaisseur, & $(m'Q + Q')f'f'$ ou $Rf'f'$, en faisant $m'Q + Q' = R$, l'aberration des rayons qui tombent à la distance k de l'axe, occasionnée par la sphéricité des surfaces AB, HL.

480. Telle serait la distance à laquelle le rayon Lq' couperait l'axe, après avoir traversé les deux surfaces AB, HL, s'il n'en rencontrait une troisieme MN qui le rompt suivant Nq''. Or, il est clair que l'on trouvera la distance Mq'' à laquelle le rayon Lq' coupera l'axe, après avoir été rompu par la surface MN, précisément comme on a trouvé la distance Hq'.

D'abord nommant e' l'intervalle HM des surfaces HL, MN, les rayons infiniment proches de l'axe, qui rencontreraient la surface MN, avec des directions tendantes en q', auraient (en faisant $Mq' = Hq' - MH = f' - \frac{m'ef'f'}{ff} - Rf'f' - e' = F'$) leur foyer à une distance f' de cette surface $= \frac{1}{\frac{1-m''}{b'} + \frac{m''}{F'}}$,

b' étant le rayon de cette surface, & $\frac{1}{m''}$ exprimant le rapport de réfraction, en passant du milieu T dans le milieu V; & la distance Mq'' à laquelle le rayon Lq' coupera l'axe, après avoir été rompu, $= f' - \frac{1}{2}f'f'kkm''(1-m'')(\frac{1}{b'} - \frac{1}{F'})^2(\frac{m''}{b'} - \frac{1+m''}{F'})$ ou $f' - f'f'Q''$, en faisant $\frac{1}{2}kkm''(1-m'')(\frac{1}{b'} -$

$\frac{1}{F'})^2(\frac{m''}{b'} - \frac{1+m''}{F'}) = Q''$, le second terme $f'f'Q$ exprimant l'aberration occasionnée par la surface MN.

Il est évident que ce dernier terme étant très-petit, on peut y mettre à la place de f', la distance f'' du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, qui est $= \frac{1}{\frac{1-m''}{b'} + \frac{m''}{f'}}$, ces rayons étant supposés rencontrer la surface MN, avec des directions tendantes à se réunir avec l'axe, à la distance f', & l'intervalle des deux surfaces étant supposé infiniment petit ou nul. On voit encore qu'à la place de F' on peut mettre f'.

Quant au premier terme f', on peut mettre f'' à sa place, pourvu qu'on ait égard à la différence qu'il y a entre ces deux quantités ; or, cette différence, c'est-à-dire, $f'' - f' = \frac{1}{\frac{1-m''}{b'} + \frac{m''}{f'}} - \frac{1}{\frac{1-m''}{b'} + \frac{m''}{F'}} = \frac{m''f''f''(f'-F')}{f'f'} = \frac{m''m'e'f''f''}{ff} + \frac{m''e'f''f''}{f'f'} + m''Rf''f''$.

On aura donc $Mq'' = f'' - m''f''f''(\frac{m'e}{ff} + \frac{e'}{f'f'}) - (m''R + Q'')f''f''$, dont le premier terme exprime la distance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, en faisant abstraction de l'épaisseur de la lentille que forment les deux milieux S & T, $f'' - m''f''f''(\frac{m'e}{ff} + \frac{e'}{f'f'})$ la distance du foyer des mêmes rayons, en ayant égard à l'épaisseur, & le dernier terme $(m''R + Q'')f''f''$, ou $Sf''f''$, en faisant $m''R + Q'' = S$, l'aberration occasionnée par les surfaces AB, HL, MN.

481. Le rayon Nq'' rencontrant la surface PO est rompu par cette surface, & par conséquent au lieu d'aller couper l'axe en q'', va le couper en un point q''' dont on détermine la distance à la surface PO, en continuant de procéder comme nous avons fait jusqu'ici.

Supposant que $\frac{1}{m'''}$ exprime le rapport de réfraction en passant du milieu V dans le milieu X, nommant e'' l'intervalle des deux surfaces MN, PO, & faisant $Pq'' = Mq'' - MP = f'' - m''f''f''(\frac{m'e}{ff} + \frac{e'}{f'f'}) - Sf''f'' - e'' = F''$, il est clair que la

distance f'' du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, qui tomberaient sur la surface PO, avec des directions tendantes en q'', $= \frac{1}{\frac{1-m'''}{c'} + \frac{m'''}{F''}}$, & que la distance Pq''' à laquelle le rayon Nq'', coupe cet axe, après avoir été rompu, $= f'' - \frac{1}{2} f''f''kkm'''(1-m''')(\frac{1}{c'} - \frac{1}{F''})^2(\frac{m'''}{c'} - \frac{1+m'''}{F''})$ ou $f'' - f''f''Q'''$, en faisant $\frac{1}{2} kkm'''(1-m''')(\frac{1}{c'} - \frac{1}{F''})^2(\frac{m'''}{c'} - \frac{1+m'''}{F''}) = Q'''$, dont le terme $f''f''Q'''$ exprime l'aberration occasionnée par la surface PO.

Vu la petitesse de ce terme, on peut y mettre f''', dont la valeur est $\frac{1}{\frac{1-m'''}{c'} + \frac{m'''}{f''}}$, à la place de f'', & f'' à la place de F''.

On peut encore faire en sorte que le premier terme soit f''' au lieu d'être f''; en remarquant que $f''' - f'' = \frac{m'''f'''f''(f''-F'')}{f''f''} = m'''f'''f'''(\frac{m''m'e}{ff} + \frac{m''e'}{f'f'} + \frac{e''}{f''f''}) + m'''Sf'''f'''$.

Ainsi $Pq''' = f''' - m'''f'''f'''(\frac{m''m'e}{ff} + \frac{m''e'}{f'f'} + \frac{e''}{f''f''}) - (m'''S + Q''')f'''f'''$. Le premier terme f''' exprime la distance du foyer des rayons qui tombent infiniment près de l'axe sur la lentille composée que forment les milieux S, T, V, abstraction faite de l'épaisseur, $f''' - m'''f'''f'''(\frac{m''m'e}{ff} + \frac{m''e'}{f'f'} + \frac{e''}{f''f''})$, la distance du foyer des mêmes rayons, en ayant égard à l'épaisseur, & $(m'''S + Q''')f'''f'''$ ou $Tf'''f'''$, en faisant $m'''S + Q''' = T$, l'aberration produite par les quatre surfaces AB, HL, MN, PO.

482. Qu'au-delà de la surface PO il y en ait une cinquieme RS éloignée de PO du petit intervalle $PR = e'''$, dont le rayon soit b'', laquelle sépare le milieu X d'un autre milieu Y, on trouvera, en se conduisant comme nous avons fait jusqu'à présent, que l'expression de la distance à laquelle le rayon Oq''' coupera l'axe, après avoir été rompu par cette surface, sera $f^{IV} -$

$m^{IV} f^{IV} f^{IV} \left(\frac{m''' m'' m' e}{ff} + \frac{m''' m'' e'}{f' f'} + \frac{m''' e''}{f'' f''} + \frac{e'''}{f''' f'''} \right) - (m^{IV} T + Q^{IV})$ $f^{IV} f^{IV}$, $\frac{1}{m^{IV}}$ étant le rapport de réfraction, en paſſant du milieu X dans le milieu Y, & f^{IV} étant $= \frac{1}{\frac{1 - m^{I}}{b''} + \frac{m^{IV}}{f'''}}$.

483. Enfin, s'il y a une ſixieme ſurface CD au-delà de cette cinquieme RS, éloignée d'elle du petit intervalle $RC = e^{IV}$, dont c'' ſoit le rayon, laquelle ſépare le milieu Y, où le rayon eſt entré, d'un nouveau milieu Z, la diſtance à laquelle le même rayon coupera l'axe, après avoir été rompu encore par cette ſurface, ſera exprimée par $f^{V} - m^{V} f^{V} f^{V} \left(\frac{m^{IV} m''' m'' m' e}{ff} + \frac{m^{IV} m''' m'' e'}{f' f'} + \frac{m^{IV} m''' e''}{f'' f''} + \frac{m^{IV} e'''}{f''' f'''} + \frac{e^{IV}}{f^{IV} f^{IV}} \right) - (m^{V} X + Q^{V}) f^{V} f^{V}$, ſuppoſant que $\frac{1}{m^{V}}$ ſoit le rapport de réfraction, en paſſant dans ce nouveau milieu, & f^{V} étant $= \frac{1}{\frac{1 - m^{V}}{c''} + \frac{m^{V}}{f^{IV}}}$.

484. Nous avons conſervé k dans toutes les expreſſions précédentes, c'eſt-à-dire, que nous avons ſuppoſé tacitement que le rayon rencontrait les ſurfaces réfringentes à la même diſtance de l'axe : il eſt facile de voir que cette ſuppoſition, qui pourrait être fautive ſi le nombre des ſurfaces était plus conſidérable, ou qu'elles ne fuſſent pas très-proches l'une de l'autre, n'a rien que de très-permis, & eſt ſenſiblement vraie dans le cas que nous traitons, où les ſurfaces ſont en petit nombre, ſont très-proches, & de plus ont peu de largeur.

Voyons préſentement comment au moyen de deux ou de trois lentilles de matières différentes, on parvient à former des objectifs exempts des aberrations de réfrangibilité & de ſphéricité ; & commençons par chercher les moyens de détruire l'aberration de réfrangibilité, la plus conſidérable des deux, tant dans les objectifs compoſés de deux lentilles, que dans ceux qui ſont compoſés de trois.

485. PROBLÊME III. *Étant donnés les rapports de réfraction pour les rayons de différente eſpece, dans deux ou trois matières différemment réfringentes, trouver la relation que doivent avoir les*

rayons des ſurfaces ou les diſtances focales de deux ou de trois lentilles faites de ces matières, appliquées l'une contre l'autre, ou ſéparées par un très-petit intervalle, pour que l'objectif qui en réſulte, ſoit exempt de l'aberration de réfrangibilité.

Comme il ne s'agit pour le préſent que de la variation du foyer qui provient de la réfrangibilité différente des rayons colorés, l'expreſſion du foyer qui nous eſt néceſſaire pour la ſolution du Problême, ne peut être que celle qui appartient aux rayons qui tombent infiniment près de l'axe. Or, déſignant par P le rapport de réfraction en paſſant de l'air dans la premiere lentille, & par P' le rapport de réfraction en paſſant de l'air dans la ſeconde, on a, pour le foyer de ces rayons, dans le cas d'un objectif compoſé de deux lentilles de matières différemment réfringentes, appliquées l'une contre l'autre, ou du moins très-proches l'une de l'autre, & ayant toutes leurs ſurfaces convexes vers le point rayonnant, $\frac{1}{f'''} = (P-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})+(P'-1)(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})-\frac{1}{a}$, expreſſion trouvée Note 588, & qui, ſi elle ne l'avait pas été, ſe déduirait facilement de l'Art. 481.

Maintenant pour anéantir l'aberration de réfrangibilité dans l'objectif dont il s'agit, c'eſt-à-dire, pour que les foyers des divers rayons dont la lumière eſt compoſée co-incident, il eſt évident que les rayons des ſurfaces des deux lentilles qui compoſent l'objectif, doivent avoir une relation telle, qu'en introduiſant, dans l'expreſſion du foyer, le rapport de réfraction pour les rayons de quelque couleur que ce ſoit, cette expreſſion conſerve toujours la même valeur. Donc P & P' étant ſuppoſés exprimer le rapport de réfraction pour les rayons moyens, ſi l'on déſigne par $P \pm dP$ & $P' \pm dP'$ le rapport de réfraction pour les rayons les plus & les moins réfrangibles, il faut, pour détruire l'aberration de réfrangibilité, qu'en ſubſtituant dans la valeur de f''', $P+dP$ & $P'+dP'$, ou $P-dP$ & $P'-dP'$, à la place de P & de P', cette valeur ne ſouffre aucun changement, & que par conſéquent on ait, en ſubſtituant, par exemple, $P+dP$ & $P'+dP'$, cette équation, $(P-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})+(P'-1)(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})-\frac{1}{a} = (P+dP-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})+$

$(P'+dP'-1)(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})-\frac{1}{a}$, qui se réduit à $dP(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})$ $+dP'(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})=0$, ou $\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=-\frac{dP'}{dP}(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})$, équation qu'on eut également trouvée, en substituant $P-dP$ & $P'-dP'$.

486. Telle est l'équation qui contient la relation que doivent avoir les rayons des surfaces des deux lentilles, pour que les foyers de tous les rayons colorés co-incident; de sorte que lorsque cette équation a lieu, l'aberration de réfrangibilité est nulle, quelle que soit la distance de l'objet.

487. Si l'on veut avoir le rapport des distances focales des deux lentilles, que nous nommerons R & R', on se souviendra que $\frac{1}{R}=(P-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})$ & $\frac{1}{R'}=(P'-1)(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})$, qui donnent $\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=\frac{1}{(P-1)R}$, & $\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'}=\frac{1}{(P'-1)R'}$. Or, pour avoir le rapport cherché, il ne s'agit que de substituer dans l'équation précédente, $\frac{1}{(P-1)R}$ & $\frac{1}{(P'-1)R'}$ à la place de $\frac{1}{b}-\frac{1}{c}$ & de $\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'}$; d'où l'on aura $\frac{dP}{(P-1)R}+\frac{dP'}{(P'-1)R'}$, $=0$, ou $\frac{1}{R}=-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)}\times\frac{1}{R'}$, qui apprend que l'une des deux lentilles doit être convexe & l'autre concave, & que leurs distances focales R & R' prises positivement doivent être dans le rapport de $\frac{dP}{P-1}$ à $\frac{dP'}{P'-1}$.

488. La distance focale de l'objectif composé étant exprimée par l'équation $\frac{1}{f'''}=(P-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})+(P'-1)(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})$, si l'on substitue dans cette équation, à la place de $\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'}$ & de $\frac{1}{b}-\frac{1}{c}$, successivement leurs valeurs tirées de l'équation que nous venons de trouver, on aura $\frac{1}{f'''}=(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})(P-1)$ $(1-\frac{dP(P'-1)}{dP'(P-1)})$, ou $\frac{1}{R}(1-\frac{dP(P'-1)}{dP'(P-1)})$ & $\frac{1}{f'''}=(\frac{1}{b'}$ $-\frac{1}{c'})(P'-1)(1-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)})$ ou $\frac{1}{R'}(1-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)})$

qui donnent la distance focale de l'objectif composé dans lequel l'aberration de réfrangibilité est détruite.

489. L'équation pour la destruction de l'aberration de réfrangibilité dans un objectif composé de trois lentilles, ne sera pas plus difficile à trouver. Car P & P' étant supposés exprimer le rapport de réfraction en passant de l'air dans les deux premieres lentilles, si P'' est le rapport de réfraction en passant de l'air dans la troisieme, on trouve facilement que le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, le point rayonnant étant à la distance a, est exprimé par cette équation $\frac{1}{f'} = (P-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})+(P'-1)(\frac{1}{b''}-\frac{1}{c'})+(P''-1)(\frac{1}{b'''}-\frac{1}{c''})-\frac{1}{a}$. Or, pour que l'aberration de réfrangibilité soit détruite dans l'objectif dont il s'agit actuellement, il faut que $(P-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})+(P'-1)(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})+(P''-1)(\frac{1}{b''}-\frac{1}{c''})-\frac{1}{a} = (P+dP-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})+(P'+dP'-1)(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})+(P''+dP''-1)(\frac{1}{b''}-\frac{1}{c''})-\frac{1}{a}$, qui se réduit à $dP(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})+dP'(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})+dP''(\frac{1}{b''}-\frac{1}{c''})=0$, équation qui contient la relation que doivent avoir les rayons des surfaces des lentilles, pour que l'aberration soit détruite.

490. Si l'on veut avoir la relation entre les distances focales R, R', R'' des lentilles, il ne s'agira que de substituer, dans l'équation précédente, à la place de $\frac{1}{b}-\frac{1}{c}$, de $\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'}$ & de $\frac{1}{b''}-\frac{1}{c''}$, $\frac{1}{(P-1)R}$, $\frac{1}{(P'-1)R'}$ & $\frac{1}{(P''-1)R''}$ respectivement, ce qui donnera $\frac{dP}{(P-1)R}+\frac{dP'}{(P'-1)R'}+\frac{dP''}{(P''-1)R''}=0$, qui contient la relation cherchée.

491. Si la troisieme lentille est de la même matière que la premiere, l'équation trouvée ci-dessus devient $\frac{1}{b}-\frac{1}{c}+\frac{1}{b''}-\frac{1}{c''}=-\frac{dP'}{dP}(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})$, & la derniere $\frac{1}{R}+\frac{1}{R'''}=-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)}\times\frac{1}{R'}$; & lorsque ces équations auront lieu, l'aberration

l'aberration de réfrangibilité ſera détruite dans l'objectif compoſé de trois lentilles dont les extrêmes ſont de même matière*.

492. Quant à ſa diſtance focale, elle ſera exprimée par ces équations $\frac{1}{f^{v}} = (\frac{1}{b} - \frac{1}{c} + \frac{1}{b''} - \frac{1}{c''})(P-1)(1 - \frac{dP(P'-1)}{dP'(P-1)})$ ou $(\frac{1}{R} + \frac{1}{R''})(1 - \frac{dP(P'-1)}{dP'(P-1)})$, & $\frac{1}{f^{v}} = (\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'})(P'-1)(1 - \frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)})$, ou $\frac{1}{R'}(1 - \frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)})$.

Les lentilles qui compoſent un objectif étant ſuppoſées très-proches l'une de l'autre, ou même contigues, les équations que nous avons trouvées pour l'anéantiſſement de l'aberration de réfrangibilité, ne peuvent convenir qu'à cette hypotheſe. Cependant il peut être néceſſaire de ſavoir auſſi détruire la même aberration dans un ſyſtême quelconque de lentilles placées à quelque diſtance l'une de l'autre, & ayant même axe ainſi que les précédentes. Afin de trouver les équations néceſſaires dans ce cas-là, nous ajoûterons les Problêmes ſuivans.

* 699. Comme l'aberration de réfrangibilité n'eſt pas ſeulement produite par les ſurfaces des lentilles, & que l'épaiſſeur y contribue de ſon côté, il eſt viſible qu'en ſe conformant à ce que nous avons dit, on ne détruit pas totalement l'aberration de réfrangibilité, & qu'il en reſte encore une partie qui ne l'eſt pas, puiſque dans l'anéantiſſement de l'aberration nous n'avons conſidéré que l'effet des ſurfaces. Au reſte, comme l'obſerve M. d'Alembert, la partie de l'aberration, qui provient des épaiſſeurs, ſera toujours très-petite en elle-même, pourvu que les épaiſſeurs ſoient petites, par rapport aux rayons des ſurfaces; car elle eſt par rapport à l'autre partie de l'aberration produite par les ſurfaces, du même ordre que l'épaiſſeur eſt par rapport aux rayons de ces ſurfaces. Ainſi ſi l'on parvient à détruire, ou du moins à diminuer conſidérablement la partie de l'aberration produite par les ſurfaces, l'autre partie qui réſultera des épaiſſeurs, produira rarement un inconvénient ſenſible. Il paraît donc qu'on peut ſe diſpenſer de chercher à détruire la partie de l'aberration réſultante de l'épaiſſeur, vu que cette épaiſſeur eſt pour l'ordinaire très-petite, & par conſéquent l'aberration qui en réſulte. Cependant comme il ſe peut arriver qu'on ſe croye obligé de la détruire auſſi, nous allons montrer comment on peut y parvenir. Nous ne nous occuperons que de l'objectif compoſé de deux lentilles ſéparées par un petit intervalle, cela ſuffira pour faire voir comment il faudrait s'y prendre pour l'objectif compoſé de trois.

700. L'objet étant, ou pouvant être conſidéré comme infiniment éloigné, c'eſt-à-dire, a étant $= \infty$, ſi l'on introduit dans le terme affecté des épaiſſeurs qui ſe trouve dans l'expreſſion trouvée (*Art.* 481) pour le foyer des rayons qui tombent ſur une lentille à quatre ſurfaces, à la place de $\frac{1}{f}$, $\frac{1}{f'}$, $\frac{1}{f''}$ leurs valeurs, ce terme deviendra, après avoir été diviſé par f''', $m'''m''m'e(\frac{1-m}{b})^2 + m'''m''e'(\frac{1-m'}{c} + \frac{m'-m'm}{b})^2 + m'''e''(\frac{1-m''}{b'}$

Fig. 562. 493. PROBLÊME IV. *Soit une lentille* AB, *que nous ſuppoſerons convexe, dont les rayons des ſurfaces ſoient* b & c, *& dont* R *ſoit la diſtance focale pour les rayons moyens. Soit* P *le rapport de réfraction pour ces rayons, en paſſant de l'air dans cette*

$+\frac{m''-m''m'}{c}+\frac{m''m'-m''m'm}{b})^2$,

lequel ſe trouve également dans l'expreſſion du foyer de la même lentille, donnée (*Note 601*), les rayons des ſurfaces étant déſignés, à cet endroit, par r, r', r'', r'''.

Or il eſt clair que pour détruire l'aberration de réfrangibilité qui réſulte de l'épaiſſeur, il faut que l'on ait $ed\,(\,m'''m''m'\,(\frac{1-m}{b})^2\,)+e'd[\,m'''m''\,(\frac{1-m'}{c}+\frac{m'-m'm}{b})^2\,]+e''d\,[\,m'''\,(\frac{1-m''}{b'}+\frac{m''-m''m'}{c}+\frac{m''m'-m''m'm}{b})^2\,]=0.$

Mais dans la ſuppoſition que la lentille ſoit compoſée de deux lentilles particulieres ſéparées par un petit intervalle, $m=\frac{1}{P}$, $m'=P$, $m''=\frac{1}{P'}$, $m'''=P'$; ainſi e, e', e'' déſignant l'épaiſſeur de la premiere lentille, l'intervalle entre les deux lentilles, & l'épaiſſeur de la ſeconde, l'équation générale précédente, pour la correction de l'aberration réſultante des épaiſſeurs, deviendra pour le cas de la lentille ou objectif compoſé de deux lentilles ſéparées par un petit intervalle,

$$ed\Big(P\Big(\frac{1-\frac{1}{P}}{b}\Big)^2+e'd\Big((P-1)\,(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})\Big)^2+e''d\Big(P'\Big(\frac{1-\frac{1}{P'}}{b}+\frac{1}{P'}(P-1)\,(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})\Big)^2\Big)=0.$$

Mais $\frac{1-\frac{1}{P'}}{b'}+\frac{1}{P'}(P-1)\,(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})=\frac{P'-1}{P'}\times\frac{1}{b'}+\frac{P'-1}{P'}\times\frac{1}{c'}-\frac{P'-1}{P'}\times\frac{1}{c'}+\frac{1}{P'}(P-1)\,(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})=\frac{1}{P'}\Big((P'-1)\,(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})+(P-1)\,(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})+(P'-1)\,\frac{1}{c'}\Big)=\frac{1}{P'}\,(\frac{1}{D}+\frac{P'-1}{c'})$,

en nommant D la diſtance focale qui eſt comme on a vu $1:[(P-1)\,(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})+(P'-1)\,(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})]$, & mettant par conſéquent $\frac{1}{D}$ à la place de $(P'-1)\,(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})+(P-1)\,(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})$.

701. L'équation précédente ſe change donc en celle-ci $ed(P\,(\frac{1-\frac{1}{P}}{b})^2+e'd\,((P-1)\,(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}))^2+e''d\,(\frac{1}{P'}\,(\frac{1}{D}+\frac{P'-1}{c'})^2)$; donc la différence de $(P-1)\,(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})+(P'-1)\,(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})$ ou de $\frac{1}{D}$ étant $=0$ (*Art. 485*), on aura enfin $\frac{ed\,dP}{bb}\,(1-\frac{1}{PP})+2e'd\,P\,(P-1)\,(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})^2-\frac{e''d\,P'}{P'\,P'}\,(\frac{1}{D}+\frac{P'-1}{c'})^2+\frac{2e''d\,P'}{c'P'}\,(\frac{1}{D}+\frac{P'-1}{c'})$,

équation qui contient la relation que doivent avoir les épaiſſeurs des lentilles & la largeur de leur intervalle, pour que l'aberration de réfrangibilité réſultante des épaiſſeurs ſoit anéantie (*Voyez le troiſieme volume des Opuſcules de M. d'Alembert*).

lentille, & $P + dP$, $P - dP$ *le même rapport pour les rayons les plus & les moins réfrangibles. Supposons ensuite que de trois points* E, F, G *situés sur l'axe de la lentille & peu éloignés l'un de l'autre, partent des rayons de différente espece; que ceux qui partent de* F *soient des rayons moyens, & ceux qui partent de* E *& de* G *des rayons de plus grande & de plus petite réfrangibilité. Soient* E′, F′, G′, *les foyers correspondans à* E, F, G, *le premier* E *appartenant aux rayons les plus réfrangibles,* F *aux rayons moyens, &* G *aux rayons les moins réfrangibles. On demande la relation entre l'intervalle* EG *des points* E, G *d'où partent les rayons les plus & les moins réfrangibles, & l'intervalle* E′G′ *des foyers de ces rayons, après avoir été rompus par la lentille.*

E' étant le foyer des rayons les plus réfrangibles qu'on suppose partis de E, on a $\frac{1}{DE} + \frac{1}{DE'} = (P + dP - 1)(\frac{1}{b} + \frac{1}{c})$, & G' étant le foyer des moins réfrangibles qui sont supposés partis de G, on a de même $\frac{1}{DG} + \frac{1}{DG'} = (P - dP - 1)(\frac{1}{b} + \frac{1}{c})$; retranchant cette derniere équation de la premiere, on a $\frac{E'G'}{DE' \times DG'} - \frac{EG}{DE \times DG} = 2dP(\frac{1}{b} + \frac{1}{c})$, dans laquelle substituant DF'^2 & DF^2 à la place de $DE' \times DG'$ & de $DE \times DG$, & $\frac{1}{(P-1)R}$ à la place de $\frac{1}{b} + \frac{1}{c}$, on aura $E'G' = DF'^2 \times (\frac{2dP}{(P-1)R} + \frac{EG}{DF^2})$, équation qui contient la relation cherchée entre les intervalles EG, $E'G'$.

494. PROBLÊME V. *Soient supposées au-delà de la lentille* AB *plusieurs autres lentilles* A′B′, A″B″, A‴B‴, *&c. ayant toutes même axe que cette lentille, & dont* R′, R″, R‴, *&c. soient les distances focales pour les rayons moyens, & soient* P′, P″, P‴, *&c. le rapport de réfraction pour cette espece de rayons, en passant de l'air dans ces lentilles, &* $P' + dP'$, $P'' + dP''$, $P''' + dP'''$, *&c.* $P' - dP'$, $P'' - dP''$, $P''' - dP'''$, *&c. le même rapport pour les rayons les plus & les moins réfrangibles. Soient* F″, F‴, F^{IV}, *&c. les nouveaux foyers que les rayons moyens ont successivement en conséquence des réfractions qu'ils souffrent en traversant les lentilles* A′B′, A″B″, A‴B‴, *&c. &* E″, E‴, Fig. 563.

E^{IV}, *&c.* G'', G''', G^{IV}, *&c. ceux des rayons les plus & les moins réfrangibles, après avoir été rompus par ces mêmes lentilles; ſoient enfin* $E''G''$, $E'''G'''$, $E^{IV}G^{IV}$, *&c. les intervalles des foyers que ces rayons ont ſucceſſivement; on demande la relation qu'ont ces intervalles.*

Soient $DF = a$, $DF' = r$, $D'F' = a'$, $D'F'' = r'$, $D''F'' = a''$, $D''F''' = r''$, $D'''F''' = a'''$, $D'''F^{IV} = r'''$, *&c.* De même que pour la premiere lentille la relation entre EG, $E'G'$ eſt exprimée par cette équation, $E'G' = rr \times \left(\frac{2dP}{(P-1)R} + \frac{EG}{aa}\right)$; la relation entre $E'G'$ & $E''G''$ pour la ſeconde ſera exprimée par l'équation, $E''G'' = r'r' \times \left(\frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{E'G'}{a'a'}\right)$; on aura de même pour la troiſieme, $E'''G''' = r''r'' \times \left(\frac{2dP''}{(P''-1)R''} + \frac{E''G''}{a''a''}\right)$, & pour la quatrieme, $E^{IV}G^{IV} = r'''r''' \times \left(\frac{2dP'''}{(P'''-1)R'''} + \frac{E'''G'''}{a'''a'''}\right)$; & ainſi de ſuite.

495. Si l'on ſuppoſe à préſent que tous les rayons, au lieu de partir de trois points différens E, F, G, partent du ſeul point F, de ſorte que ce ſoit pour lors un pinceau compoſé de rayons hétérogenes qui parte de ce point, EG devient nulle, & les intervalles $E'G'$, $E''G''$, $E'''G'''$, $E^{IV}G^{IV}$, &c. des foyers des rayons les plus & les moins réfrangibles, ſéparés d'abord par la premiere lentille, & écartés enſuite de plus en plus les uns des autres par les ſuivantes, auront les expreſſions qui ſuivent. Le premier $E'G'$, les rayons ayant traverſé une lentille, $= rr \times \frac{2dP'}{(P-1)R}$; le ſecond $E''G''$, les rayons en ayant traverſé deux, $= r'r' \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r'^2r^2}{a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R}$; le troiſieme $E'''G'''$, $= r''^2 \times \frac{2dP''}{(P''-1)R''} + \frac{r''^2r'^2}{a''^2} \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r''^2r'^2r^2}{a''^2a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R}$; le quatrieme $E^{IV}G^{IV} = r'''^2 \times \frac{2dP'''}{(P'''-1)R'''} + \frac{r'''^2r''^2}{a'''^2} \times \frac{2dP''}{(P''-1)R''} + \frac{r'''^2r''^2r'^2}{a'''^2a''^2} \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r'''^2r''^2r'^2r^2}{a'''^2a''^2a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R}$; & ainſi de ſuite.

496. PROBLÊME VI. *Étant données les poſitions de pluſieurs lentilles qui ont même axe, & connaiſſant pour chacune d'elles les rapports de réfraction des diverſes eſpeces de rayons; on demande*

la relation que doivent avoir les distances focales de ces lentilles, pour que les rayons de toute espece qui viennent d'un point quelconque, ou sont paralleles, ne soient point séparés, après avoir été rompus par ces lentilles.

Ce Problême se résoud généralement, en faisant l'expression de la disperſion des rayons qui répond au nombre de lentilles proposé $= 0$, ce qui donne une équation qui contient la relation que les foyers des lentilles doivent avoir pour que les rayons sortent de la derniere lentille sans être separés. Ainsi on aura, dans le cas de deux lentilles, $\frac{2dP'}{(P'-1)R} + \frac{r^2}{a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R} = 0$; pour trois, $\frac{2dP''}{(P''-1)R''} + \frac{r'^2}{a''^2} \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r'^2r^2}{a''^2a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R} = 0$; pour quatre, $\frac{2dP'''}{(P'''-1)R'''} + \frac{r''^2}{a'''^2} \times \frac{2dP''}{(P''-1)R''} + \frac{r''^2r'^2}{a'''^2a''^2} \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r''^2r'^2r^2}{a'''^2a''^2a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R} = 0$; & ainsi de suite.

497. Si l'on voulait avoir la relation que doivent avoir les distances focales de deux ou de trois lentilles appliquées l'une contre l'autre, pour l'anéantissement de l'aberration de réfrangibilité, on trouverait pour deux lentilles, $\frac{dP}{(P-1)R} + \frac{dP'}{(P'-1)R'} = 0$, $r + a'$ étant $= 0$, & pour trois, $\frac{dP}{(P-1)R} + \frac{dP'}{(P'-1)R'} + \frac{dP''}{(P''-1)R''} = 0$, à cause de $r + a' = 0$, & de $r' + a'' = 0$; équations qui sont précisément les mêmes que celles des Articles 487 & 490.

Passons maintenant à ce qui regarde l'anéantissement de l'aberration de sphéricité. Cette recherche devient indispensable après les précédentes. Car ayant procuré aux objectifs l'avantage de ne plus donner de couleurs à leur foyer, on peut leur faire supporter une plus grande ouverture, & par conséquent l'aberration de sphéricité croissant comme le carré du demi-diametre de l'ouverture, devient alors trop considérable pour qu'on puisse se dispenser d'y avoir égard. Voyons donc ce qu'il faut faire pour la détruire dans les deux especes d'objectifs que nous avons considérés.

498. PROBLÊME VII. *Deux ou trois lentilles de différentes*

matières dont on connaît les puiſſances réfringentes, étant appliquées l'une contre l'autre ou ſéparées par un très-petit intervalle, trouver l'équation néceſſaire pour l'anéantiſſement de l'aberration de ſphéricité, dans l'objectif qu'elles compoſent.

Cherchons d'abord cette équation pour un objectif compoſé de deux de ces lentilles, & pour parvenir à la trouver, prenons le terme qui exprime l'aberration de ſphéricité dans la formule donnée Article 481, qui convient aux objectifs à quatre ſurfaces, & commençons par le développer, relativement à la ſuppoſition de $a = \infty$, ce que nous allons faire en ſuppoſant d'abord l'objectif compoſé de trois milieux différens, au ſortir duquel les rayons repaſſent dans l'air d'où nous les ſuppoſons venus.

Ce terme par lequel l'aberration de ſphéricité eſt exprimée généralement pour tout objectif à quatre ſurfaces, eſt $(m'''S + Q''')f'''f'''$ ou $(m'''m''m'Q + m'''m''Q' + m'''Q'' + Q''')f'''f'''$. Soient P, M, P' les rapports de réfraction en paſſant de l'air dans le premier, le ſecond & le troiſieme milieu dont l'objectif eſt compoſé. Pour avoir les quantités Q, Q', Q'', Q''', on obſervera que, dans la ſuppoſition de $a = \infty$, $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} - \frac{1}{Pb}$, $\frac{1}{c} - \frac{1}{f} = \frac{1}{Pb} - \frac{1}{q}$, $\frac{1}{q}$ étant $= \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$; que de plus $\frac{1}{f'} = \frac{1}{b'} - \frac{M}{P'b'} + \frac{M}{P'f'}$, & $\frac{1}{c'} - \frac{1}{f''} = \frac{M}{P'b'} - \frac{M}{P'f'} - \frac{1}{q'}$, $\frac{1}{q'}$ étant $= \frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}$.

Ainſi on aura $Q = \frac{1}{2}kk\left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^2}\right) \times \frac{1}{Pb^3}$, $Q' = \frac{1}{2}kk\left(\frac{P}{M} - \frac{P^2}{M^2}\right)\left(\frac{P}{M}\left(\frac{1}{Pb} - \frac{1}{q}\right)^3 - \left(\frac{1}{Pb} - \frac{1}{q}\right)^2 \times \frac{P-1}{Pb}\right)$, $Q'' = \frac{1}{2}kk\left(\frac{M}{P'} - \frac{M^2}{P'^2}\right)\left(\frac{M}{P'}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^3 - \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^2 \times \frac{1}{f'}\right)$, & $Q''' = \frac{1}{2}kk\left(P' - P'^2\right)\left(P'\left(\frac{M}{P'b'} - \frac{M}{P'f'} - \frac{1}{q'}\right)^3 - \left(\frac{M}{P'b'} - \frac{M}{P'f'} - \frac{1}{q'}\right)^2\left(\frac{1}{b'} - \frac{M}{P'b'} + \frac{M}{P'f'}\right)\right)$.

Et par conſéquent $(m'''m''m'Q + m'''m''Q' + m'''Q'' + Q''')f'''f''' = \left[\left(\frac{P^3}{M^2} - \frac{P^2}{M}\right)\left(\frac{1}{q^3} - \frac{3P + M - MP}{P^2bqq} + \frac{3P + 2M - 2MP}{P^3bbq}\right)\right.$
$\left. + \left(P'^3 - P'^2\right)\left(\frac{1}{q'^3} - \frac{3P'M - P' + M}{P'^2b'q'q'} + \frac{3M^2P' - 2P'M + 2M^2}{P'^3b'b'q'} + \right.\right.$

$$\frac{3MP'+M}{P'^2f'q'q'} - \frac{6M^2P'+4M^2-2MP'}{P'^3b'f'q'} + \frac{3M^2P'+2M^2}{P'^3f'^2q'}) - \frac{1-M}{M^2b^3}$$

$$-(M^3-M^2)\left(\frac{1}{b'}-\frac{1}{f'}\right)^2\left(\frac{1}{b'}-\frac{1+M}{Mf'}\right)\Big] \times \frac{1}{2}kkf'''f''',$$

expreſſion de l'aberration de ſphéricité pour un objectif à quatre ſurfaces, compoſé de trois milieux, au ſortir duquel les rayons repaſſent dans l'air d'où on les ſuppoſe venus * ; f''' qui eſt exprimée par cette équation $\frac{1}{f'''} = \frac{P-1}{b} + \frac{M-P}{c} + \frac{P'-M}{b'} + \frac{1-P'}{c'}$, déſignant la diſtance focale des rayons qui tombent infiniment près de l'axe, abſtraction faite des épaiſſeurs.

499. Pour que cet objectif devienne celui dans lequel nous nous propoſons de détruire l'aberration de ſphéricité, il eſt clair qu'il n'y a qu'à ſuppoſer que le ſecond des trois milieux qui le compoſent eſt de l'air; alors il ne ſera plus compoſé que de deux lentilles de matières différemment réfringentes ſéparées par un très-petit intervalle, qu'on pourra même conſidérer comme nul, ſi l'on veut; M ſera alors $= 1$, & la formule précédente

* 702. Si l'on veut avoir l'expreſſion de l'aberration de ſphéricité pour une lentille ſimple, il eſt facile de la trouver. Par l'Art. 479, cette aberration eſt exprimée en général par $(m'Q+Q')ff'$. Soit P le rapport de réfraction en paſſant de l'air dans la lentille, & ſoit ſuppoſé d'abord le point rayonnant à une diſtance finie. On a, les rayons étant ſuppoſés repaſſer dans l'air, $m'=P$; de plus $m=\frac{1}{P}$, & par conſéquent $\frac{1}{f}=\frac{P-1}{Pb}-\frac{1}{Pa}$; & l'on trouvera que $Q=\frac{1}{2}kk\left(\frac{1}{P}-\frac{1}{P^2}\right)\left[\frac{1}{P}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^3+\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^2\times\frac{1}{a}\right]$, & $Q'=\frac{1}{2}kk\left(P-P^2\right)\Big(P\left(\frac{1}{Pb}-\frac{1}{q}+\frac{1}{Pa}\right)^3-\left(\frac{1}{Pb}-\frac{1}{q}+\frac{1}{Pa}\right)^2\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{Pb}-\frac{1}{Pa}\right)\Big)$, $\frac{1}{q}$ étant $=\frac{1}{b}-\frac{1}{c}$. On aura donc pour l'expreſſion de l'aberration, dans une lentille ſimple, après les multiplications & réductions néceſſaires, $\Big[\frac{P^3-P^2}{2q^3}+\frac{1+P-2P^2}{2bq^2}+\frac{P^2+P-2}{2Pb^2q}+\frac{1+2P-3P^2}{2aqq}+\frac{4P^2-4}{2Pabq}+\frac{3P^2-2-P}{2Paaq}\Big]\times kkff'f'$, f' dont la valeur eſt exprimée par cette équation $\frac{1}{f'}=(P-1)\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)-\frac{1}{a}$, déſignant la diſtance à laquelle concourent, au ſortir de la lentille, les rayons infiniment proches de l'axe.

703. Si a eſt infini, alors l'expreſſion de l'aberration eſt $\Big[\frac{P^3-P^2}{2q^3}+\frac{1+P-2P^2}{2bq^2}+\frac{P^2+P-2}{2Pb^2q}\Big]\times kkRR$, prenant R pour déſigner la diſtance focale de la lentille, dont la valeur eſt déterminée par l'équation $\frac{1}{R}=(P-1)\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)$.

de l'aberration ſe changera en celle-ci qui appartiendra à l'objectif dont il s'agit, $\left[(P^3 - P^2)\left(\frac{1}{q^3} - \frac{2P+1}{P^2bqq} + \frac{P+2}{P^3bbq}\right) + (P'^3 - P'^2)\left(\frac{1}{q'^3} - \frac{2P'+1}{P'^2b'q'q'} + \frac{P'+2}{P'^3b'^2q'^2} + \frac{3P'+1}{P'^2f'q'q'} - \frac{4P'+4}{P'^3b'f'q'^2} + \frac{3P'+2}{P'^3f'f'q'^2}\right)\right] \times \frac{1}{2} kkf''f'''$, f''' étant exprimée par l'équation $\frac{1}{f'''} = \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'}$. Subſtituant dans les derniers termes de cette expreſſion, à la place de $\frac{1}{f'}$ ſa valeur $\frac{P-1}{q}$, & faiſant les multiplications indiquées, elle devient enfin $\left(\frac{P^3-P^2}{2q^3} - \frac{2P^2-P-1}{2bqq} + \frac{P+1-\frac{2}{P}}{2bbq} + \frac{P'^3-P'^2}{2q'^3} - \frac{2P'^2-P'-1}{2b'q'q'} + \frac{P'+1-\frac{2}{P'}}{2b'b'q'^2} + \frac{(3P'^2-2P'-1)(P-1)}{2qq'^2} - \frac{(2P'-\frac{2}{P'})(P-1)}{b'qq'} + \frac{(3P'-1-\frac{2}{P'})(P-1)^2}{2q^2q'}\right) kkRR$, prenant R pour déſigner plus particulierement la diſtance focale. Cette quantité étant égalée à zero, fournit l'équation néceſſaire pour détruire l'aberration réſultante de la ſphéricité dans l'objectif compoſé de deux lentilles, ſoit qu'elles ſoient ſéparées par un petit intervalle, ou qu'elles ſoient appliquées l'une contre l'autre.

500. P & P' ayant été priſes pour exprimer la réfraction moyenne, l'aberration qu'on détruit, par le ſecours de la formule précédente, eſt celle des rayons moyens. Si l'on voulait détruire l'aberration de rayons de quelqu'autre couleur, il ne s'agirait, pour pouvoir y faire ſervir cette formule, que d'y ſubſtituer, à la place de P & de P', le rapport de réfraction qui appartient à cette eſpece de rayons.

501. Il n'y a pas plus de difficulté à trouver l'expreſſion de l'aberration de ſphéricité, & par conſéquent l'équation pour l'anéantiſſement de cette aberration dans un objectif compoſé de trois lentilles. Pour procéder dans le même ordre que ci-deſſus, prenons le terme $(m^v X + Q^v) f^v f^v$ qui (*Art. 483*) exprime l'aberration de ſphéricité pour ſix ſurfaces, & faiſons-en le développement relativement au cas de l'objectif compoſé dont il eſt actuellement queſtion.

Or,

Or, $(m^{v}X + Q^{v}) f^{v}f^{v} = (m^{v}m^{iv}(m'''S + Q''') + m^{v}Q^{iv} Q^{v}) f^{v}f^{v} = (m^{v}m^{iv}(m'''m''m'Q + m'''m''Q' + m'''Q'' + Q''') + m^{v}Q^{iv} + Q^{v}) f^{v}f^{v}$. D'où l'on voit que multipliant par $m^{v}m^{iv}$, la quantité qui, étant multipliée par $f'''f'''$, exprime l'aberration pour quatre ſurfaces, & ajoûtant $m^{v}Q^{iv} + Q^{v}$, la ſomme totale multipliée par $f^{v}f^{v}$ donnera l'aberration pour ſix ſurfaces.

502. Mais comme on veut l'aberration pour trois lentilles ſéparées par un petit intervalle occupé par l'air, ou même appliquées l'une contre l'autre, ſi on repréſente par P'' le rapport de réfraction en paſſant de l'air dans la troiſieme lentille, on aura $P'' = \frac{1}{m^{iv}}$ & $P'' = m^{v}$, & par conſéquent $m^{v}m^{iv} = 1$; de ſorte que pour avoir l'aberration pour l'objectif compoſé de ces trois lentilles, il ne s'agira que d'ajoûter la quantité $P''Q^{iv} + Q^{v}$, après l'avoir développée, à celle qui multipliée par kkRR, exprime l'aberration de ſphéricité (*Art. 499*) pour l'objectif compoſé de deux lentilles, & multiplier enſuite la ſomme entière par $f^{v}f^{v}$.

Or, $P''Q^{iv} = \frac{1}{2}kk(1 - \frac{1}{P''})(\frac{1}{P''}(\frac{1}{b''} - \frac{1}{f'''})^{3} - (\frac{1}{b''} - \frac{1}{f'''})^{2} \times \frac{1}{f'''})$, $\frac{1}{f'''}$ étant $= \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'}$, dans la ſuppoſition de $a = \infty$, qui eſt celle dans laquelle il s'agit de trouver l'aberration; & $Q^{v} = \frac{1}{2}kk(P'' - P''^{2})(P''(\frac{1}{P''b''} - \frac{1}{P''f'''} - \frac{1}{q''})^{3} - (\frac{1}{P''b''} - \frac{1}{P''f'''} - \frac{1}{q''})^{2}(\frac{1}{b''} - \frac{1}{P''b''} + \frac{1}{P''f'''}))$, à cauſe que $\frac{1}{f''} = \frac{P''-1}{P''b''} + \frac{1}{P''f'''}$, ce qui donne $\frac{1}{c''} - \frac{1}{f^{iv}} = \frac{1}{P''b''} - \frac{1}{P''f'''} - \frac{1}{q''}$, $\frac{1}{q''}$ étant $= \frac{1}{b''} - \frac{1}{c''}$.

Faiſant les multiplications & réductions, on trouve que

$$P''Q^{iv} + Q^{v} = (\frac{P''^{3} - P''^{2}}{2q''^{3}} - \frac{2P''^{2} - P'' - 1}{2b''q''^{2}} + \frac{P'' + 1 - \frac{2}{P''}}{2b''^{2}q''} - \frac{2P'' - \frac{2}{P''}}{b''q''f'''} + \frac{3P''^{2} - 2P'' - 1}{2q''^{2}f'''} + \frac{3P'' - 1 - \frac{2}{P''}}{2q''f'''^{2}}) kk = (\frac{P''^{3} - P''^{2}}{2q''^{3}} - \frac{2P''^{2} - P'' - 1}{2b''q''^{2}} + \frac{P'' + 1 - \frac{2}{P''}}{2b''^{2}q''} - \frac{(2P'' - \frac{2}{P''})(P-1)}{b''qq''} - \frac{(2P'' - \frac{2}{P''})(P'-1)}{b''q'q''} + \frac{(3P''^{2} - 2P'' - 1)(P-1)}{2qq''^{2}} + \frac{(3P''^{2} - 2P'' - 1)(P'-1)}{2q'q''^{2}}$$

$$+\frac{(3P''-1-\frac{2}{p''})(P-1)^2}{2q''q^2}+\frac{(3P''-1-\frac{2}{p''})(P'-1)(P-1)}{qq'q''}+$$

$$\frac{(3P''-1-\frac{2}{p''})(P'-1)^2}{2q'^2q''}\Big)kk.$$

Ajoûtant ces dix termes, qui ſont multipliés par kk, aux neuf qui multipliés par $kkRR$, expriment l'aberration de ſphéricité (*Art.* 499) pour un objectif compoſé de deux lentilles, & multipliant la ſomme par $kkR'R'$, on aura l'expreſſion de l'aberration de ſphéricité pour un objectif compoſé de trois lentilles, R' étant priſe pour déſigner la diſtance focale de cet objectif.

503. Si la premiere & la troiſieme lentille ſont de la même matière, il n'y aura qu'à écrire P à la place de P'' par-tout où P'' ſe rencontre, & l'expreſſion de l'aberration ſera

$$\Big(\frac{P^3-P^2}{2q^3}-\frac{2P^2-P-1}{2bqq}+\frac{P+1-\frac{2}{p}}{2bbq}+\frac{P'^3-P'^2}{2q'^3}-\frac{2P'^2-P'-1}{2b'q'q'}+$$

$$\frac{P'+1-\frac{2}{p'}}{2b'b'q'}+\frac{(3P'^2-2P'-1)(P-1)}{2qq'^2}-\frac{(2P'-\frac{2}{p'})(P-1)}{b'qq'}+$$

$$\frac{(3P'-1-\frac{2}{p'})(P-1)^2}{2q^2q'}+\frac{P^3-P^2}{2q''^3}-\frac{2P^2-P-1}{2b''q''^2}+\frac{P+1-\frac{2}{p}}{2b''^2q''}-$$

$$\frac{(2P-\frac{2}{p})(P-1)}{b''qq''}-\frac{(2P-\frac{2}{p})(P'-1)}{b''q'q''}+\frac{(3P^2-2P-1)(P-1)}{2qq''^2}+$$

$$\frac{(3P^2-2P-1)(P'-1)}{2q'q''^2}+\frac{(3P-1-\frac{2}{p})(P-1)^2}{2q''q^2}+\frac{(3P-1-\frac{2}{p})(P'-1)(P-1)}{qq'q''}$$

$$+\frac{(3P-1-\frac{2}{p})(P'-1)^2}{2q'^2q''}\Big)\times kkR'R', \text{ } R' \text{ qui eſt déterminée par}$$

l'équation $\frac{1}{R'}=\frac{P-1}{q}+\frac{P'-1}{q'}+\frac{P-1}{q''}$, exprimant la diſtance focale de l'objectif compoſé. Faiſant cette expreſſion égale à zero, on aura l'équation pour l'anéantiſſement de l'aberration de ſphéricité, dans tout objectif compoſé de trois lentilles, dont les extrêmes ſont de même matière.

504. Ce que nous avons dit à l'Article 500 au ſujet de l'anéantiſſement de l'aberration de ſphéricité par le moyen de la formule de l'Article 501, ſe doit dire également de la correction

de la même aberration par le moyen de celle-ci.

Ayant donné ci-deſſus (*Art. 496*) les équations néceſſaires pour l'anéantiſſement de l'aberration de réfrangibilité dans un ſyſtême quelconque de lentilles placées à quelque diſtance l'une de l'autre, nous ne pouvons nous diſpenſer d'y joindre celles qui peuvent ſervir à y détruire l'aberration de ſphéricité. Nous en déduirons d'ailleurs de nouvelles formules pour la correction de cette aberration dans les objectifs compoſés. Afin de pouvoir remplir notre objet, nous allons mettre ſous une forme particulière l'expreſſion de l'aberration pour une lentille ſimple que nous ſuppoſerons, avec M.r Klingenſtierna Auteur de la méthode que nous devons expoſer, convexe des deux côtés, & enſuite nous chercherons la forme que doit avoir une lentille pour que l'aberration qu'elle produit ſoit la plus petite ou la plus grande poſſible.

505. Pour parvenir à mettre l'expreſſion dont il s'agit, ſous la forme que nous nous propoſons, remontons à l'Article 479, & ſuppoſons que les rayons au lieu d'entrer dans un nouveau milieu au ſortir de la lentille que forme le milieu S, repaſſent dans l'air d'où ils ſont venus; alors $m' = \frac{1}{m}$, & par conſéquent la lentille étant ſuppoſée convexe des deux côtés, $Q' = \frac{1}{2}kk \times \frac{1}{m}\left(\frac{1-m}{m}\right)\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{f}\right)^2\left(\frac{1}{mc}+\frac{1+m}{mf}\right) = \frac{1}{2}kk\,(1-m)\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{f'}\right)^2\left(\frac{m}{b}+\frac{1+m}{f'}\right)$, en introduiſant f' à la place de f, au moyen de l'équation $\frac{1}{f'} = \frac{1-m}{mc}+\frac{1}{mf}$; on aura donc $\left(\frac{1}{m}Q+Q'\right)f'f'$, qui exprime l'aberration, $= \frac{(1-m)\,kkf'f'}{2}\left[\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^2\left(\frac{m}{b}+\frac{1+m}{a}\right)+\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{f'}\right)^2\left(\frac{m}{c}+\frac{1+m}{f'}\right)\right]$. Faiſant les multiplications indiquées, cette expreſſion devient $\frac{(1-m)\,kkf'f'}{2}\left(\frac{m}{b^3}+\frac{1+3m}{abb}+\frac{2+3m}{aab}+\frac{1+m}{a^3}+\frac{m}{c^3}+\frac{1+3m}{f'cc}+\frac{2+3m}{f'f'c}+\frac{1+m}{f'^3}\right)$.

On donnera à cette expreſſion une forme un peu plus commode à employer, qui eſt celle qui nous eſt néceſſaire, en joignant enſemble les termes où b & c ont les mêmes dimenſions,

& réduisant chaque partie au moyen de l'équation $\frac{1-m}{m}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=\frac{1}{f'}+\frac{1}{a}=\frac{1}{R}$, R désignant la distance focale de la lentille. Or, l'on trouve

$$\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}=\frac{m}{(1-m)R}\left(\frac{m^2}{(1-m)^2RR}-\frac{3m}{(1-m)R(b+c)}\right),\ \frac{1}{abb}+\frac{1}{f'cc}=\frac{m}{(1-m)R}\left(\frac{1}{ab}+\frac{1}{f'c}-\frac{1}{R(b+c)}\right),\ \frac{1}{aab}+\frac{1}{f'f'c}=\frac{m}{(1-m)R}\left(\frac{1-m}{m}\times\left(\frac{1}{ab}+\frac{1}{f'c}\right)-\frac{1}{R(a+f')}\right),\ \frac{1}{a^3}+\frac{1}{f'^3}=\frac{m}{(1-m)R}\left(\frac{1-m}{mRR}-\frac{3(1-m)}{mR(a+f')}\right).$$

Multipliant ces parties par leurs coefficiens respectifs m, $1+3m$, $2+3m$, $1+m$, les ajoûtant ensuite & réduisant, on aura l'expression de l'aberration sous cette nouvelle forme, $\frac{kkf'f'}{2RR}$

$$\left(\frac{1-2m+2m^3}{(1-m)^2R}-\frac{3+2m}{a+f'}+\frac{2(1+m)}{a+f'}\left(\frac{a}{c}+\frac{f'}{b}\right)-\frac{m(1+2m)}{(1-m)(b+c)}\right)=\frac{kkf'f'}{2RR}\left(\frac{1}{(1-m)^2R}-\frac{3+2m}{a+f'}-\frac{2(1+m)}{a+f'}\times\left(\frac{v}{b}+\frac{f'}{c}\right)-\frac{m(1+2m)}{(1-m)(b+c)}\right).$$

506. PROBLÊME VIII. *Trouver quelle doit être la forme d'une lentille, pour qu'elle rassemble les rayons qui partent d'un point donné, à une distance donnée, avec la plus petite ou la plus grande aberration possible, & déterminer la quantité de cette aberration.*

Gardant les mêmes dénominations, on prendra la différence de l'expression précédente, en faisant varier b & c, ce qui donnera $\frac{2(1+m)}{a+f'}\times\left(\frac{adb}{bb}+\frac{f'dc}{cc}\right)+\frac{m(1+2m)}{1-m}\times\frac{db+dc}{(b+c)^2}=0$; mais à cause que $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{m}{1-m}\times\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)$, on a $\frac{db}{bb}+\frac{dc}{cc}=0$: chassant donc, au moyen de cette équation, les différences db & dc, on aura $\frac{c-b}{c+b}=\frac{2(1-m)(1+m)(a-f')}{m(1+2m)(a+f')}$, équation qui se change en celle-ci, $\frac{b}{c}=\frac{(4m^2+m-2)a+(2+m)f'}{(4m^2+m-2)f'+(2+m)a}$, de laquelle on tirera aisément, par le secours de l'équation $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{m}{1-m}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)$, les rayons des surfaces de la len-

tille qu'on ſe propoſe de trouver, leſquels ſeront $b = \frac{2(1-m)(1+2m)af'}{(4m^2+m-2)f'+(m+2)a}$, & $c = \frac{2(1-m)(1+2m)af'}{(4m^2+m-2)a+(m+2)f'}$ ou $\frac{1}{b} = \frac{4m^2+m-2}{2(1-m)(1+2m)} \times \frac{1}{a} + \frac{2+m}{2(1-m)(1+2m)} \times \frac{1}{f'}$, & $\frac{1}{c} = \frac{4m^2+m-2}{2(1-m)(1+2m)} \times \frac{1}{f'} + \frac{2+m}{2(1-m)(1+2m)} \times \frac{1}{a}$; ſubſtituant ces valeurs des rayons b & c dans l'expreſſion de l'aberration de l'Article précédent, on aura, après les réductions convenables, pour la plus petite ou la plus grande aberration, $\frac{kkf'f'}{2(1+2m)R^3} \times \left(\frac{R}{a+f'} + \frac{m(4-m)}{4(1-m)^2}\right)$. On fera connaître ci-deſſous les cas où cette aberration eſt la plus petite ou la plus grande.

507. Ayant déterminé la forme d'une lentille, qui, à poſitions données du point rayonnant & du foyer qui lui répond, produiſe la plus petite ou la plus grande aberration, & de plus ayant trouvé la quantité de cette aberration, tâchons de trouver une expreſſion de l'aberration des lentilles qui s'éloignent de cette forme, telle que nous ayons le rapport de la forme de ces lentilles & celui de leur aberration, avec la forme & l'aberration de la lentille dont nous venons de parler.

Soit fait pour abréger $\frac{4m^2+m-2}{2(1-m)(1+2m)} = p$ & $\frac{2+m}{2(1-m)(1+2m)} = q$, & l'on aura pour déterminer les rayons b & c de la lentille de plus petite ou de plus grande aberration, $\frac{1}{b} = \frac{p}{a} + \frac{q}{f'}$, & $\frac{1}{c} = \frac{p}{f'} + \frac{q}{a}$. Soient enſuite exprimés les rayons b & c des ſurfaces de toute lentille qui a la même diſtance focale R, par $\frac{1}{b} = \frac{p}{a} + \frac{q}{f'} + \frac{x}{R}$, & $\frac{1}{c} = \frac{p}{f'} + \frac{q}{a} - \frac{x}{R}$, équations dans leſquelles les valeurs de b & de c ſont telles que leur ſomme $\frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ ſoit $(p+q)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)$ ou $\frac{m}{1-m} \times \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)$, comme cela doit être.

Subſtituant ces valeurs de $\frac{1}{b}$ & de $\frac{1}{c}$ dans la formule générale de l'aberration de l'Article 505, elle devient $\frac{kkf'f'}{2(1+2m)R^3}$

$\times \left(\frac{R}{a+f'} + \frac{m(4-m)}{4(1-m)^2} + (1+2m)x^2\right)$, formule qui exprime l'aberration d'une lentille dont les rayons des surfaces sont b & c (le premier b appartenant à la surface tournée vers le point rayonnant) exprimés respectivement par les équations $\frac{1}{b} = \frac{p}{a} + \frac{q}{f'} + \frac{x}{R}$, & $\frac{1}{c} = \frac{p}{f'} + \frac{q}{a} - \frac{x}{R}$, a désignant la distance du point rayonnant, f' la distance du foyer des rayons rompus, & R la distance focale de la lentille.

508. Comme la quantité x détermine la forme & l'aberration de la lentille à laquelle elle appartient, puisqu'elle exprime leur rapport avec la forme & l'aberration d'une lentille de même foyer, qui produit la plus petite ou la plus grande aberration, dans les mêmes positions du point rayonnant & du foyer qui lui répond, M.r Klingenstierna nomme cette quantité l'*index* de la lentille. Si l'on fait pour abréger le calcul, $\frac{m(4-m)}{4(1-m)^2} = h$ & $1+2m = g$, l'aberration sera exprimée par $\frac{kkf'f'}{2gR^3} \times \left(\frac{R}{a+f'} + h + g^2x^2\right)$.

509. Si dans les formules précédentes pour les rayons & l'aberration des lentilles, on fait $x = 0$, elles deviendront celles qui expriment les rayons & l'aberration de la lentille de plus petite ou de plus grande aberration. Mais si x n'est pas $= 0$, ces formules donnent deux différentes formes de lentilles qui produisent la même aberration plus grande que la plus petite, ou moindre que la plus grande, & ces deux formes différentes sont l'une & l'autre exprimées par les équations $\frac{1}{b} = \frac{p}{a} + \frac{q}{f'} + \frac{x}{R}$, & $\frac{1}{c} = \frac{p}{f'} + \frac{q}{a} - \frac{x}{R}$, dans lesquels x est prise positivement pour une forme & négativement pour l'autre. Car dans la formule de l'aberration $\frac{kkf'f'}{2gR^3} \times \left(\frac{R}{a+f'} + h + g^2x^2\right)$, on ne trouve que le carré de x qui est toujours le même, soit qu'on fasse x positive ou négative.

510. En comparant l'expression générale de l'aberration $\frac{kkf'f'}{2gR^3} \times \left(\frac{R}{a+f'} + h + g^2x^2\right)$ avec l'expression de l'aberration la plus

petite ou la plus grande $\frac{kkf'f'}{2gR^3} \times \left(\frac{R}{a+f'} + h\right)$, on voit que celle-ci eſt moindre que l'autre, lorſque $\frac{R}{a+f'} + h$ eſt poſitive, & qu'au contraire elle eſt plus grande, lorſque cette même quantité $\frac{R}{a+f'} + h$ eſt négative, & x aſſez petite. Ainſi l'expreſſion $\frac{kkf'f'}{2gR^3} \times \left(\frac{R}{a+f'} + h\right)$ eſt celle de la plus petite aberration dans le premier cas, & celle de la plus grande dans le ſecond. Il eſt encore évident que les aberrations les plus petites ſont toujours poſitives dans les lentilles convexes, & négatives dans les concaves, & que les plus grandes ſont au contraire poſitives dans celles-ci & négatives dans les autres; c'eſt-à-dire, que, dans le cas de la plus petite aberration, le rayon rompu, prolongé s'il eſt néceſſaire, rencontre l'axe avant le foyer géométrique, c'eſt-à-dire, avant le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, & après, ſi elle eſt concave; & que dans le cas de la plus grande aberration, le rayon rompu, prolongé s'il eſt beſoin, rencontre l'axe après le foyer géométrique, ſi la lentille eſt convexe, & avant, ſi elle eſt concave.

511. Si l'on fait l'expreſſion générale de l'aberration $= 0$, il en réſulte $x = \frac{1}{g}\sqrt{\left(-\frac{R}{a+f'} - h\right)}$. Cette valeur de x étant ſubſtituée dans les expreſſions des rayons b & c (*Art.* 507), donne la forme de la lentille dont l'aberration eſt nulle dans les poſitions données du point rayonnant & du foyer qui lui répond, mais il faut que $\frac{R}{a+f'}$ ſoit une quantité négative qui ne ſoit pas plus petite que la quantité h ou $\frac{m(4-m)}{4(1-m)^2}$; autrement la forme de la lentille ſerait impoſſible.

512. PROBLÊME IX. *Soient pluſieurs lentilles* AB, A′B′, A″B″, A‴B‴, *&c. de matieres différemment réfringentes, ayant toutes pour axe la droite* QS. *Soit un point rayonnant* Q *ſitué ſur cet axe, & ſoient* f, f′, f″, f‴, *&c. les foyers ſucceſſifs des rayons infiniment proches de cet axe partis de* Q, *de ſorte qu'après avoir été rompus par la premiere lentille* AB, *ils coupent l'axe en* f, *& tombant enſuite ſur la ſeconde* A′B′, *ils rencontrent au ſortir de cette lentille, cet axe en* f′, *& ainſi de ſuite. Soit* Fig. 564.

enfin un rayon QB *tombant à quelque distance de l'axe sur la premiere lentille* AB, *rompu par cette lentille & par les suivantes en* B, B', B'', B''', *&c. & rencontrant l'axe au sortir de chaque lentille, aux points* q, q', q'', q''', *&c. éloignés des foyers* f, f' f'', f''' *&c. des petits intervalles* qf, q'f', q''f'', q'''f''', *&c. Il s'agit de trouver la valeur de ces petits intervalles ou aberrations.*

Soient P, P', P'', P''' &c. les rapports de réfraction en passant de l'air dans les lentilles; soient R, R', R'', R''', &c. les distances focales de ces lentilles, & x, x', x'', x''', &c. leurs *index*. Soit nommée a la distance QA du point rayonnant Q à la lentille AB, & r la distance Af du foyer des rayons infiniment proches de l'axe partis de ce point, à cette lentille. Soient de même a' & r' les distances fA' & $A'f'$ des foyers correspondans f & f' à la seconde lentille $A'B'$; a'' & r'' les distances $f'A''$, $A''f''$ des foyers correspondans f' & f'' à la troisieme $A''B''$; a''' & r''' les distances $f''A'''$ & $A'''f'''$ de f'' & de f''' à la quatrieme $A'''B'''$, &c. Soit enfin la distance AB, dont le point B où tombe le rayon QB sur la premiere lentille AB, est éloigné de l'axe, $= k$; les distances des points B', B'', B''', &c. où ce rayon rencontre dans son trajet les lentilles suivantes $A'B' = \frac{a'}{r} \times k$, $A''B'' = \frac{a'a''}{rr'} \times k$, $A'''B''' = \frac{a'a''a'''}{rr'r''} \times k$, & ainsi de suite.

513. Par l'Article 508, l'aberration qf de la premiere lentille est exprimée par $\frac{kkrr}{2gR^3}\left(\frac{R}{a+r} + h + g^2x^2\right)$, h étant $= \frac{1}{P-1} + \frac{3}{4(P-1)^2}$, & $g = 1 + \frac{2}{P}$.

514. Qu'on conçoive actuellement que du foyer f' appartenant à la seconde lentille $A'B'$ & correspondant à f, parte un rayon $f'B'$ qui, après s'être rompu en B' en traversant cette lentille, rencontre l'axe au point g éloigné de f du petit intervalle fg. On aura ce petit intervalle fg, c'est-à-dire, l'aberration de ce rayon que nous venons de supposer partir de f', $= \frac{a'kk}{2g'rR'^3}\left(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2\right)$, en mettant, dans la formule générale de l'aberration, $\frac{a'}{r} \times k$ à la place de k, r' à la place de a,

de a, a' à la place de r, & R' à la place de R, $h' = \frac{1}{P'-1} + \frac{3}{4(P'-1)^2}$, & $g' = 1 + \frac{2}{P'}$, à la place de h & de g. Cette aberration fg ajoûtée à l'aberration qf de la premiere lentille déja trouvée, donnera leur somme qg; mais $qg : q'f' :: A'f^2 : A'f'^2$, comme on le démontre facilement, c'eſt-à-dire, $:: a'^2 : r'^2$. Donc l'aberration $q'f'$ produite par la réfraction des deux lentilles AB, $A'B'$, $= \frac{r'^2}{a'^2} \times qg = \frac{kkr'r'}{2} \left[\frac{rr}{ga'^2R^3} \left(\frac{R}{a+r} + h + g^2x^2 \right) + \frac{a'^2}{g'r^2R'^3} \left(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2 \right) \right]$.

515. Si de même l'on conçoit qu'il parte du foyer f'' appartenant à la troiſieme lentille $A''B''$, un rayon $f''B''$, qui, après avoir été rompu par cette lentille, en B'', rencontre l'axe en un point g' éloigné de f' du petit intervalle $f'g'$; ce petit intervalle ou aberration $f'g'$ ſera $= \frac{a'^2a''^4kk}{2g''r^2r'^2R''^3} \left(\frac{R''}{a''+r''} + h'' + g''^2x''^2 \right)$, h'' étant $= \frac{1}{P''-1} + \frac{3}{4(P''-1)^2}$ & $g'' = 1 + \frac{2}{P''}$, & cette aberration ajoûtée avec l'aberration $f'q'$ des deux premieres lentilles que nous venons de trouver, donnera leur ſomme $g'q'$, qui eſt à l'aberration $f''q''$ des trois lentilles AB, $A'B'$, $A''B''$, comme a''^2 eſt à r''^2; d'où l'on aura l'aberration $f''q'' = \frac{kkr''r''}{2} \left[\frac{r^2r'^2}{ga'^2a''^2R^3} \left(\frac{R}{a+r} + h + g^2x^2 \right) + \frac{a'^2r'^2}{g'r^2a''^2R'^3} \left(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2 \right) + \frac{a'^2a''^2}{g''^2r^2r'^2R''^3} \left(\frac{R''}{a''+r''} + h'' + g''^2x''^2 \right) \right]$.

516. On trouvera de la même manière l'aberration $q'''f'''$ produite par la ſphéricité des quatre lentilles AB, $A'B'$, $A''B''$, $A'''B'''$, & l'expreſſion de cette aberration ſera $\frac{kkr'''r'''}{2} \times \left[\frac{r^2r'^2r''^2}{ga'^2a''^2a'''^2R^3} \left(\frac{R}{a+r} + h + g^2x^2 \right) + \frac{a'^2r'^2r''^2}{g'r^2a''^2a'''^2R'^3} \left(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2 \right) + \frac{a'^2a''^2r''^2}{g''r^2r'^2a'''^2R''^3} \left(\frac{R''}{a''+r''} + h'' + g''^2x''^2 \right) + \frac{a'^2a''^2a'''^2}{g'''r^2r'^2r''^2R'''^3} \left(\frac{R'''}{a'''+r'''} + h''' + g'''^2x'''^2 \right) \right]$, h''' étant $= \frac{1}{P'''-1} + \frac{3}{4(P'''-1)^2}$, & $g''' = 1 + \frac{2}{P'''}$. On voit comme on trouverait l'aberration de ſphéricité d'un plus grand nombre de lentilles.

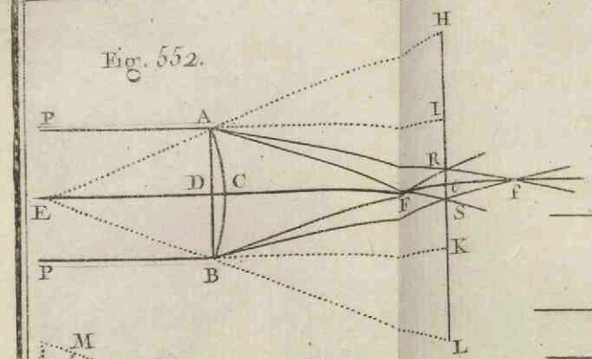
517. On obſervera que p & q qui entrent dans l'expreſſion des rayons des ſurfaces des lentilles, auront les valeurs ſuivantes: pour la premiere lentille, $p = \frac{1}{2(P-1)} + \frac{1}{P+2} - 1$, $q = \frac{1}{2(P-1)} - \frac{1}{P+2} + 1$; pour la ſeconde, $p' = \frac{1}{2(P'-1)} + \frac{1}{P'+2} - 1$, $q' = \frac{1}{2(P'-1)} - \frac{1}{P'+2} + 1$; pour la troiſieme, $p'' = \frac{1}{2(P''-1)} + \frac{1}{P''+2} - 1$, $q'' = \frac{1}{2(P''-1)} - \frac{1}{P''+2} + 1$; pour la quatrieme, $p''' = \frac{1}{2(P'''-1)} + \frac{1}{P'''+2} - 1$, $q''' = \frac{1}{2(P'''-1)} - \frac{1}{P'''+2} + 1$; & ainſi de ſuite. Nous avons accentué p & q pour les diſtinguer. On conçoit que c'eſt pour la même raiſon que nous en avons fait autant de h & de g.

518. Si l'on veut avoir l'expreſſion de l'aberration pour deux ou trois lentilles appliquées l'une contre l'autre, le point rayonnant étant ſuppoſé infiniment éloigné, on trouve pour deux lentilles, a étant $= \infty$, & $r + a' = 0$, $\frac{kkr'r'}{2}\left[\frac{1}{gR^3}(h + g^2x^2) + \frac{1}{g'R'^3}\left(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2\right)\right]$, & pour trois lentilles, $\frac{kkr''r''}{2}\left[\frac{1}{gR^3}(h + g^2x^2) + \frac{1}{g'R'^3}\left(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2\right) + \frac{1}{g''R''^3}\left(\frac{R''}{a''+r''} + h'' + g''^2x''^2\right)\right]$, à cauſe que l'on a non-ſeulement $r + a' = 0$, mais encore $r' + a'' = 0$, outre la ſuppoſition de $a = \infty$.

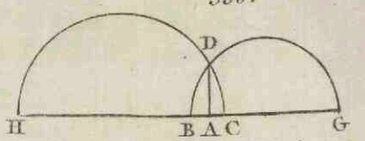
519. Les formules précédentes ont été trouvées dans la ſuppoſition que les lentilles ſoient convexes, que les points de concours des rayons incidens ſoient placés avant ces lentilles, & les foyers des rayons rompus au-delà, du côté où vont les rayons, comme la Figure le fait voir. Mais ces formules s'appliquent également à tous les cas, quels qu'ils ſoient, en changeant les ſignes des quantités qu'elles renferment, ſuivant qu'il ſera néceſſaire.

520. PROBLÊME X. *Étant données les poſitions & les diſtances focales de pluſieurs lentilles, trouver les formes qu'elles doivent avoir pour que les rayons qui viennent d'un point ſitué ſur l'axe de ces lentilles, ſoient réunis, après toutes les réfractions,*

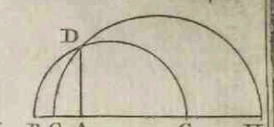
Fig. 552.

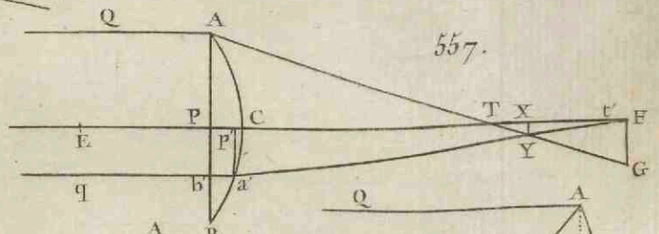


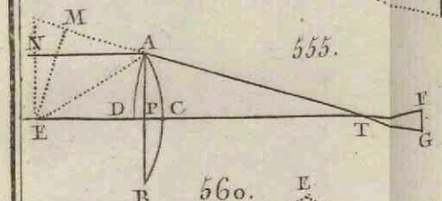
553.

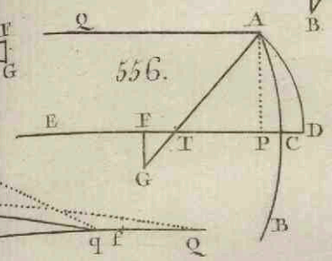


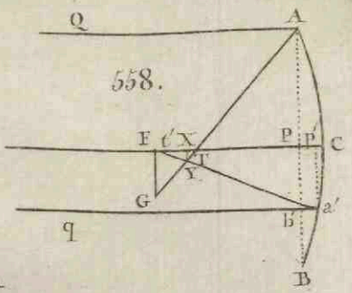
554.

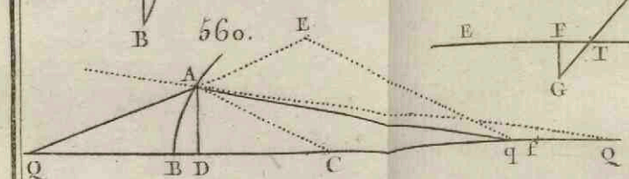


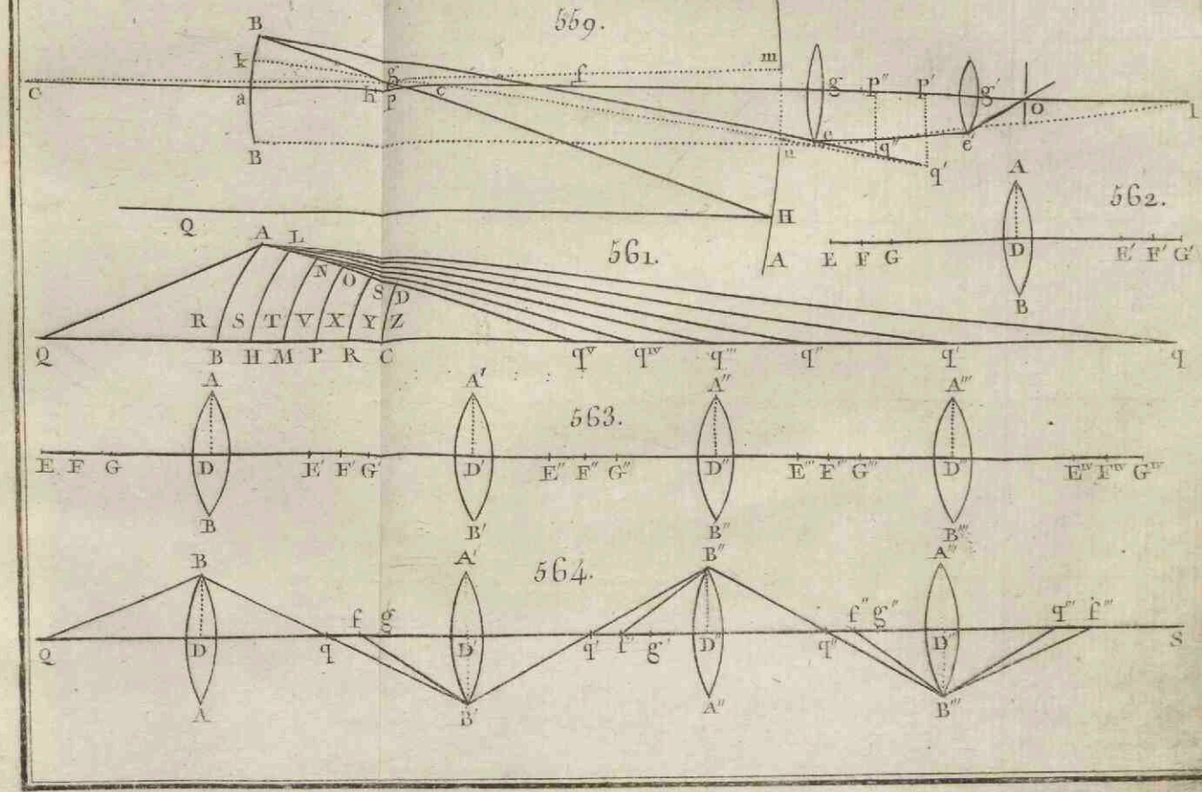












au dernier foyer, ſans aberration ſi cela eſt poſſible.

Si on ſe rappelle ce qui a été dit ſur la fin des Articles 499 & 503, on voit que pour reſoudre le Problême, il ne s'agit que d'égaler à zero l'expreſſion de l'aberration, qui appartient au nombre de lentilles propoſé, & de reſoudre enſuite l'équation qui en réſulte pour la relation entre les *index* x, x', x'', x''', &c. de toutes ces lentilles; & comme la relation entre tous ces *index* ſe trouve renfermée dans une ſeule équation, il eſt clair qu'on peut en prendre quelques-uns à volonté, en ſe donnant de garde toutefois de faire aucune ſuppoſition qui conduiſe à en trouver quelqu'un d'imaginaire. Ayant ainſi déterminé les *index*, on aura auſſi-tôt les rayons des ſurfaces, au moyen des équations $\frac{1}{b} = \frac{p}{a} + \frac{q}{r} + \frac{x}{R}$, $\frac{1}{c} = \frac{p}{r} + \frac{q}{a} - \frac{x}{R}$ de l'Article 507, & par conſéquent les formes des lentilles, r déſignant la même choſe que f' à l'endroit cité.

521. Si aucun des index x, x', x'', x''', &c. n'avait de valeur réelle, ce qui arriverait ſi ayant paſſé tous les termes de l'équation du même côté, ils avaient le même ſigne, ce ſerait une marque que le cas propoſé ſerait impoſſible.

522. A ne conſidérer que le point de l'objet ſitué dans l'axe, & ceux qui en ſont infiniment voiſins, il doit réſulter des formes que donnent les diverſes méthodes que nous avons expoſées, les images les plus diſtinctes. Quant aux autres points, quoiqu'ils participent plus ou moins à l'avantage d'être repréſentés plus nettement que dans les objectifs ſimples, à proportion qu'ils ſont moins ou plus éloignés de ceux-ci, leurs images n'auront pas toute la diſtinction dont elles ſont ſuſceptibles, & qu'on peut leur donner en faiſant quelque changement aux courbures que les méthodes précédentes font trouver. On a cependant lieu de croire que ce changement n'eſt pas ſi important qu'il peut le paraître, & que le degré de diſtinction que la repréſentation des points de l'objet éloignés de l'axe peut y gagner, n'eſt pas conſidérable. Quoiqu'il en ſoit, nous ne devons pas laiſſer ignorer en quoi ce changement conſiſte. Dans cette vue, nous allons nous occuper des aberrations des rayons qui viennent des points de l'objet ſitués hors de l'axe de l'ob-

jectif, & pour plus de généralité, nous nous attacherons à ceux qui ne ſont point dans des plans qui paſſent par cet axe.

523. Comme le premier pas qu'il y a à faire dans ces recherches, eſt de déterminer la route des rayons, après avoir traverſé l'objectif, & que nous avons beſoin pour cette détermination de la formule donnée, Article 478, nous la mettrons, pour rendre le calcul un peu plus ſimple, ſous cette forme $f - \frac{(P-1)ffkk}{2P^2ggs}$, en faiſant $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{g}$, & $\frac{1}{Pg} - \frac{1}{a} = \frac{1}{s}$, P exprimant le rapport de réfraction en paſſant de l'air dans le milieu où entrent les rayons, & f étant déterminée par l'équation $\frac{1}{f} = \frac{P-1}{Pb} + \frac{1}{Pa}$. Nous devons avertir que pour abréger nous déſignerons par df le ſecond terme de la formule dont il s'agit précédé de ſon ſigne.

Fig. 565. 524. PROBLÈME XI. *Le point rayonnant ou le point de concours* Q *des rayons qui tombent ſur une ſurface ſphérique réfringente* AB, *étant non ſur l'axe de cette ſurface, mais ſur une droite* BQ *qui fait un petit angle donné avec cet axe, ſoit* aA *un de ces rayons qui tendent au point* Q, *lequel tombe ſur la ſurface* AB *en un point quelconque* A; *trouver quelle eſt la route de ce rayon, après avoir été rompu, ou, ce qui revient au même, déterminer le point* q *où il va couper le plan* BCQ *qui paſſe par la droite* BQ *& par l'axe* BC.

Il eſt évident que la ſolution du Problême ſe réduit à trouver la valeur de l'angle qBC & la longueur de Bq.

D'abord, il eſt clair que le rayon rompu Aq ſera dans le plan du rayon incident AQ & de la droite QCB' menée par le centre de la ſurface réfringente, & que conſidérant cette droite $B'Q$, comme nous avons fait ci-devant l'axe BC, il ne s'agira, pour avoir le point q où le rayon rompu Aq coupe cette ligne, que de ſubſtituer dans $f + df$, $B'Q$ à la place de a, & le carré de la perpendiculaire AG' menée ſur $B'Q$, à la place du carré de k. Cherchons donc les valeurs de AG'^2, & de $B'Q$.

Soit abaiſſée la perpendiculaire Ag ſur le plan BCQ, & la perpendiculaire AG ſur l'axe BC, & ſoient menées gG gG', qui ſeront l'une perpendiculaire à l'axe BC, & l'autre à

$B'Q$. Soit $BC = b$, $BQ = a$, $AG = k$, l'angle AGg que l'arc de grand cercle AB sur lequel est le point d'incidence A, fait avec le plan BCQ, $= x$, & l'angle $QBC = h$.

On aura $Ag = k \sin. x$, $gG = k \cos. x$, l'angle $gCG = \frac{k \cos. x}{b}$, l'angle QCB ou $GCG' = \frac{ah}{a-b}$, qui donnent l'angle $gCG = \frac{k \cos. x}{b} + \frac{ah}{a-b}$, & par conséquent $gG' = k \cos. x + \frac{abh}{a-b} = k \cos. x + gh$, à cause que $\frac{ab}{a-b} = g$. Ainsi on aura $AG'^2 = kk + 2ghk \cos. x + g^2 h^2$.

Il ne reste plus que $B'Q$ à trouver. Or $B'Q = B'C + CQ$ & l'on trouve au moyen de l'angle QBC & de ses côtés QB & BC que $CQ = a - b + \frac{abhh}{2(a-b)} = a - b + \frac{ghh}{2}$. Donc $B'Q = a + \frac{ghh}{2}$.

Ces valeurs de AG'^2 & de $B'Q$ étant substituées dans $f + df$ à la place de kk & de a, donneront la valeur de $B'q$ qu'il nous importe de connaître. Sur quoi nous ferons observer que le terme $\frac{ghh}{2}$ de la valeur de $B'Q$ étant très-petit, on peut se dispenser de l'introduire dans le petit terme df, de sorte qu'il n'y aura d'autre substitution à faire dans ce terme que celle de la valeur de AG'^2.

Pour avoir ce que devient f par la substitution de la valeur de $B'Q$ à la place de a, il ne s'agit que d'ajoûter à f la petite quantité dont elle augmente par la substitution de $a + \frac{ghh}{2}$ dans son expression; or, cette petite quantité se trouve facilement en retranchant de l'expression de f où $a + \frac{ghh}{2}$ aura été substituée, celle où elle ne l'aura point été; & l'on trouve que cette petite quantité ou différence $= \frac{ghhff}{2Paa}$. f deviendra donc $f + \frac{ghhff}{2Paa}$; donc enfin on aura $B'q = f + \frac{ghhff}{2Paa} - \frac{ff(P-1)hh}{2PPs} - \frac{ff(P-1)hk \cos. x}{PPgs} - \frac{ff(P-1)kk}{2PPggs}$.

La position du point q sur la ligne $B'Q$ étant connue, il est facile de trouver la valeur de l'angle qBC & la longueur de Bq.

Suppoſons que f ſoit le point où un rayon qui tombe ſur la ſurface réfringente en B avec une direction tendante en Q, coupe le diametre $B'Q$ après avoir été rompu, il eſt clair que les trois premiers termes de $B'q$ qui ne renferment point k, exprimeront la valeur de $B'f$; que de plus le ſinus de fBC aura pour valeur $\frac{\text{ſin. } h}{P}$, & que par conſéquent cet angle fBC ſera exprimé par $\frac{h}{P} - \frac{h^3}{6}\left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^3}\right)$. Pour connaître qBC, il ne reſte donc plus que de trouver la valeur du petit angle fBq. Or, ce petit angle étant égal à la différence des angles BqB', BfB', a pour valeur $\frac{qf \times BB'}{Bq^2} = \frac{qf}{Bq^2} \times QCB \times BC$ ou $\frac{qf}{ff} \times \frac{abh}{a-b} = qf \times \frac{hg}{ff}$: mais qf eſt exprimée par les deux derniers termes de la valeur de $B'q$; multipliant donc ces termes par $\frac{hg}{ff}$, & les retranchant enſuite de la valeur de fBC, on aura l'angle cherché $qBC = \frac{h}{P} - \frac{h^3}{6}\left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^3}\right) - \frac{(P-1)hhk \text{ cof. } x}{PPs} - \frac{(P-1)kkk}{2PPgs}$.

Quant à la valeur de Bq, elle ſe trouve en retranchant de $B'q$ la différence de Bq à $B'q$ ou $BC + Cq$ qui eſt exprimée généralement par $qBC^2 \times \frac{1}{2}BC + BqC^2 \times \frac{1}{2}Cq = \ldots\ldots$ $\frac{B'q \times BC \times qBC^2}{2Cq}$. Mettant donc dans cette différence $\frac{h}{P}$ à la place de qBC qui en cette rencontre l'exprime avec une exactitude ſuffiſante, f à la place de $B'q$, & $f - b$ à la place de Cq, on aura $Bq = B'q - \frac{bfhh}{2P^2(f-b)} = B'q - \frac{ghh}{2P} = f - \frac{ff}{2P}\left(\frac{g}{ff} - \frac{g}{aa}\right)hh - \frac{ff(P-1)hh}{2PPs} - \frac{ff(P-1)hk \text{ cof. } x}{PPgs} - \frac{ff(P-1)kk}{2PPggs}$, en ſubſtituant la valeur de $B'q$.

Cette valeur de Bq peut ſe ſimplifier en y mettant $\frac{P-1}{Pg}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{s}\right)$ à la place de $\frac{1}{ff} - \frac{1}{aa}$, qui lui eſt égale, à cauſe que $\frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{P-1}{Pg}$, & que $\frac{1}{f} + \frac{1}{a} = \frac{1}{b} - \frac{1}{s}$, & l'on

trouve enfin que $Bq = f - \frac{ff(P-1)hh}{2PPb} - \frac{ff(P-1)hk\cos.x}{PPgs} - \frac{ff(P-1)kk}{2PPggs}$.

525. PROBLÊME XII. *Les ſuppoſitions du Problême précédent ſubſiſtant, ſoit le milieu dans lequel les rayons ſont entrés, terminé par une ſeconde ſurface ſphérique* HL *très-proche de la premiere, & ayant même axe, en ſorte que ce milieu forme une lentille* ABHL, *au ſortir de laquelle les rayons repaſſent dans le milieu d'où ils ſont venus; trouver le point où le rayon* Aq *ira rencontrer le plan* QBC, *après qu'il aura été rompu par la ſurface* HL. Fig. 566.

Il eſt évident qu'on aura le point cherché q' ſi-tôt que l'on connaîtra Hq' & l'angle $q'HE$, & que pour avoir la valeur de cette ligne & de cet angle, il ne s'agit que de ſubſtituer dans les valeurs précédentes de Bq & de qBC, le rayon c de la ſurface HL à la place de b, $\frac{1}{P}$ à la place de P, l'angle qHE à la place de QBC ou h, & Hq à la place de a, obſervant de plus d'introduire f' déja priſe pour déſigner la diſtance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, à la place de f dans la valeur de Bq. Car il eſt clair, qu'au moyen de ces ſubſtitutions, les valeurs de Bq & de qBC deviendront celles de Hq' & de $q'HE$. Nous ne parlons point de rien changer à k & à x, parce que, outre que les deux ſurfaces ſont ſuppoſées très-proches, les rayons AQ, Aq ne font qu'un petit angle entr'eux & avec le plan BAC, & que par conſéquent les diſtances de A & L à l'axe different très-peu l'une de l'autre de même que les angles que les plans ABC, LHE font avec le plan QBC, & que d'ailleurs ces diſtances & ces angles n'entrent que dans de très-petits termes.

Nommant e l'épaiſſeur BH de la lentille, & df les petits termes de la valeur de Bq, il eſt clair que $Hq = f + df - e$, à peu près, & que déſignant par $\frac{dh}{P}$ les petits termes de la valeur de qBC, on aura l'angle $qHE = \frac{h}{P} + \frac{dh}{P} + \frac{eh}{Pf}$, l'angle BqH étant $= \frac{eh}{Pf}$.

f' devant être introduite dans la valeur de Bq à la place

de f, il faut obſerver de mettre $f + df - e$ à la place de f, dans l'équation $\frac{1}{f'} = \frac{1-P}{c} + \frac{P}{f}$ qui l'exprime, ou, ce qui revient au même, appliquer à f' la petite quantité dont ſa valeur change par cette ſubſtitution. Or, on trouve facilement que cette petite quantité eſt $\frac{Pf'f'df}{ff} - \frac{Pef'f'}{ff}$. Ainſi on aura pour la partie de Hq' qui répond à f dans la valeur de Bq, $f' + \frac{Pf'f'df}{ff} - \frac{Pef'f'}{ff} = f' - \frac{Pef'f'}{ff} - \frac{f'f'(P-1)hh}{2Pb} - \frac{f'f'(P-1)hk\,\text{cof.}\,x}{Pgs} - \frac{f'f'(P-1)kk}{2Pggs}$.

Les autres termes de la valeur de Hq' qui répondent aux trois derniers de celle de Bq, ſe trouveront en faiſant, outre les ſubſtitutions de $\frac{1}{P}$ à la place de P, de b' à la place de c, de $\frac{h}{P}$ à la place de h, & de f' à la place de f, celle de $\frac{1}{g'}$ dont la valeur eſt $\frac{1}{c} - \frac{1}{f}$, à la place de $\frac{1}{g}$, & celle de $\frac{1}{s'}$ dont la valeur eſt $\frac{P}{g'} - \frac{1}{f}$ analogue à celle de $\frac{1}{s}$, à la place de $\frac{1}{s}$; de ſorte que ces derniers termes de la valeur de Hq' ſeront $- \frac{f'f'(1-P)hh}{2Pc} - \frac{f'f'(1-P)hk\,\text{cof.}\,x.}{g's'} - \frac{f'f'P(1-P)kk}{2g'g's'}$.

La valeur entiere de Hq' ſera par conſéquent $f' - \frac{Pef'f'}{ff} - \frac{f'f'(P-1)}{2P}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)hh - f'f'(P-1)\,\text{cof.}\,x\left(\frac{1}{Pgs} - \frac{1}{g's'}\right)hk - \frac{f'f'(P-1)}{2}\left(\frac{1}{Pggs} - \frac{1}{g'g's'}\right)kk$.

Il ne nous reſte plus qu'à trouver l'angle $q'HE$, c'eſt-à-dire, à faire en ſorte que l'expreſſion de l'angle qBC devienne celle de cet angle. Or, il ne s'agit pour cela que de ſubſtituer dans le premier terme $\frac{h}{P}$ de la valeur de qBC, $\frac{1}{P}$ à la place de P, ou P à la place de $\frac{1}{P}$, $\frac{h}{P} + \frac{dh}{P} + \frac{eh}{Pf}$, ou plutôt $\frac{h}{P} - \frac{h^3}{6}\left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^3}\right) + \frac{eh}{Pf} - \frac{(P-1)hhk\,\text{cof.}\,x}{PPs} - \frac{(P-1)hkk}{2PPgs}$ à la place de h, & dans les autres termes, $\frac{h}{P}$ à la place de h, g' à la

à la place de g, & s' à la place de s, outre la substitution de $\frac{1}{P}$ à la place de P; & l'on aura l'angle cherché $q'HE = h + \frac{eh}{f} - \frac{(P-1)hhk\,\text{cos.}\,x}{P}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s'}\right) - \frac{(P-1)hkk}{2P}\left(\frac{1}{gs} - \frac{P}{g's'}\right)$.

526. Comme les lettres g, g', s, s', qui se trouvent dans ces expressions de HQ' & de $q'HE$, n'ont été employées que pour abréger les détails des calculs, il faudra les faire évanouir, en remettant leurs valeurs qui se tirent des équations $\frac{1}{g} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$, $\frac{1}{g'} = \frac{1}{Pb} - \frac{1}{Pa} - \frac{1}{q}$ ($\frac{1}{q}$ étant $= \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$ comme ci-devant), $\frac{1}{s} = \frac{1}{Pb} - \frac{P+1}{Pa}$, $\frac{1}{s'} = \frac{1}{Pb} - \frac{P+1}{Pa} - \frac{P}{q}$: & l'on aura alors

$$Hq' = f' - \frac{Pef'f'}{ff} - \frac{f'f'(P-1)hh}{2Pq} - f'f'hk\,\text{cos.}\,x(P-1)\left(\frac{P+1}{Pbq} - \frac{P}{qq} - \frac{2P+1}{Paq}\right) - \frac{f'f'kk}{2}(P-1)\left(\frac{P^2}{q^3} - \frac{2P+1}{bqq} + \frac{P+2}{Pbbq} - \frac{4P+4}{Pabq} + \frac{3P+1}{aqq} + \frac{3P+2}{Paaq}\right);$$

$$q'HE = h + \frac{eh}{f} - \frac{(P-1)hhk\,\text{cos.}\,x}{q} - \frac{(P-1)}{2}\left(\frac{P+1}{bqq} - \frac{P}{qq} - \frac{2P+1}{Paq}\right)hkk.$$

Ou, faisant $E = (P-1)\left(\frac{P+1}{Pbq} - \frac{P}{qq} - \frac{2P+1}{Paq}\right)$, &

$$F = \frac{P-1}{2}\left(\frac{P^2}{q^3} - \frac{2P+1}{bqq} + \frac{P+2}{Pbbq} - \frac{4P+4}{Pabq} + \frac{3P+1}{aqq} + \frac{3P+2}{Paaq}\right);$$

$$Hq' = f' - \frac{Pef'f'}{ff} - \frac{f'f'(P-1)hh}{2Pq} - f'f'Ehk\,\text{cos.}\,x - f'f'Fkk;$$

$$q'HE = h + \frac{eh}{f} - \frac{(P-1)hhk\,\text{cos.}\,x}{q} - \frac{Ehkk}{2}.$$

527. PROBLÊME XIII. *Supposant une seconde lentille* MNOP *d'une matiere différente de celle de la premiere, extrêmement voisine de cette premiere & ayant même axe, trouver en quel point le rayon rompu par la premiere lentille suivant* Lq', *rencontrera le plan* QBC, *après avoir été rompu par cette seconde lentille* MNOP. Fig. 567.

Il est visible que supposant q''' le point cherché, la question se réduit à trouver la valeur de Pq''' & celle de l'angle

$q'''PC$; or ces deux valeurs ſont aiſées à trouver au moyen de de celles de Hq' & de $q'HC$. Tout ſe réduit, comme on va voir, à quelques ſubſtitutions.

Soient b' & c' les rayons des ſurfaces MN, PO de la lentille $MNOP$, P' le rapport de réfraction en paſſant de l'air dans cette lentille, e'' l'épaiſſeur MP de cette lentille, e' le petit intervalle HM des deux lentilles. Soit de plus Hq' trouvée ci-deſſus, déſignée par $f'+df'$, & $q'HC$ par $h+dh$. On aura $Mq'=f'+df'-e'$, à très-peu près, & $q'MC=h+dh+\frac{e'h}{f'}$. Soit enfin déſignée par f''' la diſtance du foyer des rayons qui tombent infiniment près de l'axe ſur cette lentille avec des directions concourantes à la diſtance f'. La valeur de f''' ſe tire de cette équation $\frac{1}{f'''}=\frac{P'-1}{q'}+\frac{1}{f'}$, $\frac{1}{q'}$ étant $=\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'}$.

Tout cela ſuppoſé, il eſt clair que ſi l'on ſubſtitue P', b', c', e'', $f'+df'-e'$, $h+dh+\frac{e'h}{f'}$, & f''' à la place de P, b, c e, a, h, f' reſpectivement, on convertira les valeurs de Hq' & de $q'HC$ dans celles de Pq''' & de $q'''PC$.

Si l'on cherche d'abord le terme de la valeur de Pq''' qui répond à f' dans celle de Hq', il eſt aiſé de voir que ce terme doit être compoſé de f''' & de la petite quantité dont l'on trouve que l'expreſſion de f''', dans laquelle $f'+df'-e'$ a été ſubſtituée, differe de celle qui ne contient que f'; or on trouve aiſément que cette quantité eſt $\frac{f'''f'''df'}{f'f'}-\frac{f'''f'''e'}{f'f'}$. Ainſi le terme de la valeur de Pq''', qu'on cherche, ſera $f'''+\frac{f'''f'''df'}{f'f'}-\frac{f'''f'''e'}{f'f'}=f'''-\frac{Pf'''f'''e}{ff}-\frac{f'''f'''e'}{f'f'}-\frac{f'''f'''(P-1)hh}{2Pq}$ $-f'''f'''Ehk\cos.x-f'''f'''Fkk$.

Quant aux petits termes de la valeur de Hq', on les rendra propres à compléter l'expreſſion de Pq''', en ſubſtituant à la place de P, b, e, q, a, f', $\frac{1}{f}$, E, F, leurs correſpondantes P', b', e'', q', f', f''', $\frac{1}{f''}=\frac{P'-1}{P'b'}+\frac{1}{P'f'}$, $E'=(P'-1)$ $(\frac{P'+1}{P'b'q'}-\frac{P'}{q'q'}-\frac{2P'+1}{P'f'q'})$, & F' égale à $\frac{P'-1}{2}\times(\frac{P'^2}{q'^2}-$

$\frac{2P'+1}{b'q'^2} + \frac{P'+2}{P'b'b'q'} - \frac{4P'+4}{P'f'b'q'} + \frac{3P'+1}{f'q'^2} + \frac{3P'+2}{P'f'f'q'}$) ; & ces petits termes qui doivent compléter la valeur de Pq''', ſeront — $\frac{P'f'''f'''e''}{f''f''} - \frac{f'''f'''(P'-1)hh}{2P'q'} - f'''f'''E'hk\cos.x - f'''f'''F'kk.$

Ainſi la valeur entiere de Pq''' ſera $f''' - \frac{Pf'''f'''e}{ff} - \frac{f'''f'''e'}{f'f'} - \frac{P'f'''f'''e''}{f''f''} - f'''f'''\left(\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'}\right)hh - f'''^2(E+E')hk\cos.x - f'''^2(F+F')kk.$

L'angle cherché $q'''PC$ ſe trouvera par des ſubſtitutions ſemblables. La premiere partie de ſa valeur qui répond à h dans celle de Hq', eſt $h + \frac{eh}{f} + \frac{e'h}{f'} - \frac{(P-1)hhk\cos.x}{q} - \frac{Ehkk}{2}$, & l'autre partie qui conſiſte dans les petits termes qui répondent à ceux de Hq', eſt $\frac{e''h}{f''} - \frac{(P'-1)hhk\cos.x}{q'} - \frac{E'hkk}{2}$, & par conſéquent la valeur entiere de cet angle ſera $h + \frac{eh}{f} + \frac{e'h}{f'} + \frac{e''h}{f''} - \left(\frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'}\right)hhk\cos.x - (E+E')\frac{hkk}{2}$.

528. Si le rayon avait encore à paſſer au travers d'une troiſieme lentille mince $RSVT$ d'une matiere différente des deux autres, ſéparée de la ſeconde par un petit intervalle, & ayant même axe que cette ſeconde lentille & la premiere, il eſt évident qu'on trouvera, par un procédé ſemblable au précédent, le point q^v où ce rayon rencontrera le plan QBC, après avoir été rompu par cette troiſieme lentille, c'eſt-à-dire, la longueur de Sq^v & l'angle q^vSC. Fig. 568.

Soit P'' le rapport de réfraction en paſſant de l'air dans cette lentille ; b'', c'' les rayons de ſes ſurfaces RT, SV ; e^{iv} ſon épaiſſeur RS ; e''' le petit intervalle PR de cette lentille & de la ſeconde. Soit de plus déſignée Pq''', que l'on vient de trouver, par $f''' + df'''$, & l'angle $q'''PC$ par $h + dh$. On aura $Rq''' = f''' + df''' - e'''$, à très-peu près, & l'angle $q'''RC = h + dh + \frac{e'''h}{f'''}$. Soit enfin f^v la diſtance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, qui tombent ſur cette lentille avec des directions concourantes à la diſtance f''', & qui eſt par conſéquent la diſtance du foyer des mêmes rayons, après avoir traverſé les trois lentilles. La valeur de f^v ſe tire de

l'équation $\frac{1}{f^{v}} = \frac{P''-1}{q''} + \frac{1}{f'''}$, dans laquelle $\frac{1}{q''} = \frac{1}{b''} - \frac{1}{c''}$.

On trouve que la partie de Sq^{v} qui répond à f' dans la valeur de Hq' eſt $f^{v} - \frac{Pf^{v2}e}{f^{2}} - \frac{f^{v2}e'}{f'^{2}} - \frac{P'f^{v2}e''}{f''^{2}} - \frac{f^{v2}e'''}{f'''^{2}} - f^{v2}\left(\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'}\right)hh - f^{v2}(E+E')\,hk\,\text{cof.}\,x - f^{v2}(F+F')\,kk.$

Et le reſte de la valeur de Sq^{v} compoſé des petits termes analogues à ceux de la valeur de Hq', eſt $- \frac{P''f^{v2}e^{iv}}{f^{iv2}} - \frac{f^{v2}(P''-1)hh}{2P''q''} - f^{v2}E''hk\,\text{cof.}\,x - f^{v2}F''kk$; $\frac{1}{f^{iv}}$ étant $= \frac{P''-1}{P''b''} + \frac{1}{P''f'''}$, $E'' = (P''-1)\left(\frac{P''+1}{P''b''q''} - \frac{P''}{q''^{2}} - \frac{2P''+1}{P''f'''q''}\right)$ & $F'' = \frac{P''-1}{2} \times \left(\frac{P''^{2}}{q''^{3}} - \frac{2P''+1}{b''q''^{2}} + \frac{P''+2}{P''b''^{2}q''} - \frac{4P''+4}{P''f'''b''q''} + \frac{3P''+1}{f'''q''^{2}} + \frac{3P''+2}{P''f'''^{2}q''}\right)$.

Et par conſéquent la valeur entiere de Sq^{v} ſera $f^{v} - \frac{Pf^{v2}e}{f^{2}} - \frac{f^{v2}e'}{f'^{2}} - \frac{P'f^{v2}e''}{f''^{2}} - \frac{f^{v2}e'''}{f'''^{2}} - \frac{P''f^{v2}e^{v}}{f^{v2}} - f^{v2}\left(\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'} + \frac{P''-1}{2P''q''}\right)hh - f^{v2}(E+E'+E'')\,hk\,\text{cof.}\,x - f^{v2}(F+F'+F'')\,kk.$

Quant à l'angle $q^{v}SC$, on trouve que ſa valeur eſt $h + \frac{eh}{f} + \frac{e'h}{f'} + \frac{e''h}{f''} + \frac{e'''h}{f'''} + \frac{e^{iv}h}{f^{iv}} - \left(\frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'} + \frac{P''-1}{q''}\right)hhk\,\text{cof.}\,x - \frac{1}{2}(E+E'+E'')\,hkk.$

529. On doit faire attention que les termes qui ſuivent le premier dans ces expreſſions & dans celles des lignes & des angles qui donnent la poſition des points q', q''', n'expriment pas tous l'aberration ou le petit changement qu'occaſionnent dans la poſition de ces points, la diſtance k du point d'incidence à l'axe de l'objectif & l'angle h que la ligne ſur laquelle eſt le point de concours des rayons incidens, fait avec l'axe. Il faut excepter le premier de ces termes dans les expreſſions de Hq' & de $q'HC$; le premier, le ſecond & le troiſieme, dans celles de Oq''' & de $q'''OC$; & le premier, le ſecond, le troiſieme, le 4.^{e} & le 5.^{e}, dans celles de Sq^{v} & de $q^{v}SC$. Ces termes-ci expriment le petit changement que les épaiſ-

seurs des lentilles & leurs intervalles font éprouver à la distance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, & aux petits angles $q'HC$, $q'''PC$, $q^{v}SC$.

530. Si l'on suppose le point de concours des rayons incidens infiniment éloigné, les expressions précédentes se simplifieront. Dans cette supposition, f' devient la distance focale de la premiere lentille, f''' celle du système de cette premiere lentille & de la seconde, & f^{v} celle du système des trois lentilles. Désignant d'une maniere plus particuliere ces distances focales par R, R, R', elles seront déterminées par ces équations $\frac{1}{R} = \frac{P-1}{q}$, $\frac{1}{R} = \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'}$ & $\frac{1}{R'} = \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'} + \frac{P''-1}{q''}$. De plus E sera $= (P-1)(\frac{P+1}{Pbq} - \frac{P}{qq})$ & $F = \frac{P-1}{2} \times (\frac{P^2}{q^3} - \frac{2P+1}{bqq} + \frac{P+2}{Pb^2q})$; $E' = (P'-1)(\frac{P'+1}{P'b'q'} - \frac{P'}{q'^2} - \frac{2P'+1}{P'Rq'})$ & $F' = \frac{P'-1}{2} \times (\frac{P'^2}{q'^3} - \frac{2P'+1}{b'q'^2} + \frac{P'+2}{P'b'^2q'} - \frac{4P'+4}{P'Rb'q'} + \frac{3P'+1}{Rq'^2} + \frac{3P'+2}{P'R^2q'})$; $E'' = (P''-1)(\frac{P''+1}{P''b''q''} - \frac{P''}{q''^2} - \frac{2P''+1}{P''Rq''})$ & $F'' = \frac{P''-1}{2} \times (\frac{P''^2}{q''^3} - \frac{2P''+1}{b''q''^2} + \frac{P''+2}{P''b''^2q''} - \frac{4P''+4}{P''Rb''q''} + \frac{3P''+1}{Rq''^2} + \frac{3P'+2}{P''R^2q''})$.

531. Représentant ensuite par A le deuxieme, le troisieme & le quatrieme termes de la valeur de Pq''', & par B le deuxieme, le troisieme & le quatrieme termes de la valeur de l'angle $q'''PC$, dans lesquels f, f', &c. doivent être modifiées par la supposition actuelle de $a = \infty$, nous aurons pour déterminer la position du point q''',

$$Pq''' = R - A - R^2(\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'})hh - R^2(E+E')hk\cos.x - R^2(F+F')kk,$$

Et $q'''PC = h + B - (\frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'})h^2k\cos.x - \frac{1}{2}(E+E')hkk$.

532. De même faisant la somme des deuxieme, troisieme, quatrieme, cinquieme & sixieme termes de la valeur de $Sq^{v} = C$, & la somme des termes semblables de celle de $q^{v}SC$, $= D$, f, f', f'', &c. qui entrent dans ces termes, étant modifiées par

la ſuppoſition de $a = \infty$, nous aurons $Sq^{v} = R' - C - R'^{2}$ $(\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'} + \frac{P''-1}{2P''q''})hh + R'^{2}(E+E'+E'')hk\text{cof.}x$ $+ R'^{2}(F+F'+F'')kk$,

Et $q^{v}TC = h + D - (\frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'} + \frac{P''-1}{q''})h^{2}k\text{cof.}x$ $- \frac{1}{2}(E+E'+E'')hkk$.

Sachant déterminer la route que les rayons partis d'un point quelconque de l'objet ſuivent après avoir traverſé une ou pluſieurs lentilles voiſines l'une de l'autre, il eſt facile de découvrir de combien ils s'écartent les uns des autres & par conſéquent de déterminer la grandeur de l'image de ce point, ou, ce qui revient au même, le degré de confuſion qui regne dans cette image, la grandeur de l'eſpace qu'elle occupe en étant la meſure. Cette détermination eſt d'autant plus importante, qu'elle nous mettra à portée de ſavoir quelle diminution les proportions qu'on peut établir entre les courbures des ſurfaces des lentilles dont les objectifs ſont compoſés, peuvent occaſionner à la grandeur de l'image de chaque point de l'objet & par conſéquent à la confuſion de cette image, au cas qu'elle ne puiſſe pas être réduite à un point, comme cela devrait être pour que le point de l'objet auquel elle appartient fût repréſenté avec une parfaite netteté. Cherchons donc quelle eſt la grandeur de l'image d'un point quelconque d'un objet, & bornons nous pour le préſent à l'objectif compoſé de deux lentilles, l'objet étant ſuppoſé infiniment éloigné.

533. Lorſque le point rayonnant eſt dans l'axe, l'eſpace qu'occupe l'image de ce point eſt facile à déterminer. Faiſons $h = o$ dans la valeur de Pq''' de l'Article 531, elle devient $R - A - (F+F')kkRR$ qui exprime la diſtance du foyer des rayons qui viennent du point dont nous parlons, & tombent ſur l'objectif à la diſtance k de l'axe, & le terme $(F+F')kkRR$ exprime l'aberration TT' de ces rayons. Donc (*Note 645*) ſi l'on ſuppoſe que k ſoit la moitié de la largeur de l'objectif, le diametre du petit cercle qui forme l'image du point de l'objet ſitué ſur l'axe de cet objectif, ſera $\frac{(F+F')k^{3}R}{2}$; & par ce qui a été établi dans la même Note, cette image ſera placée au quart de l'intervalle TT' préciſément comme ſi l'objectif était ſimple.

534. Quant aux points de l'objet ſitués hors de l'axe, la

détermination de l'eſpace qu'occupe l'image de chacun de ces points eſt un peu plus difficile. Soit imaginé en X à l'endroit où ſe forme l'image du point de l'objet ſitué dans l'axe, un plan perpendiculaire à cet axe, ſur lequel l'image entiere de l'objet ſera reçue, & ſoit Xx la ſection de ce plan (qu'on peut nommer *le plan de l'image*) avec le plan qui paſſe par l'axe de l'objectif & par la droite ſur laquelle eſt le point dont on veut conſidérer l'image. Il eſt clair qu'il ne s'agit que de ſavoir déterminer le point où un rayon quelconque Pq''' du faiſceau qui vient de ce point, rencontre le plan de l'image, pour pouvoir découvrir l'eſpace occupé par tous les points où les rayons de ce faiſceau qui tombent ſur la ſurface entiere de l'objectif, rencontrent ce plan, & par conſéquent connaître la grandeur de l'image. Et comme on ſait déja calculer la poſition & la longueur de ce rayon, on aura bientôt trouvé le point cherché. Fig. 569.

Soit abaiſſée la perpendiculaire Oo ſur le plan qui paſſe par l'axe PF de l'objectif & par l'axe du faiſceau des rayons incidens; ſoient menées oP, qu'on peut regarder comme perpendiculaire à l'axe PF, & oq''' que l'on prolongera juſqu'à ce qu'elle rencontre en un point y la droite Xx; & ſoit menée enfin yq perpendiculaire à Xx, qui ſoit rencontrée en q par Oq''' prolongée; on aura les triangles ſemblables Poq''', xyq''', qui donneront $xy = \frac{yq''' \times Po}{oq'''} = \frac{xq''' \times Po}{oq'''}$; & les triangles ſemblables Ooq''', $q'''yq$, qui donneront $yq = \frac{yq''' \times Oo}{oq'''} = \frac{xq''' \times Oo}{oq'''}$. Et comme $Oo = k \text{ ſin. } x$, & $Po = k \text{ cof. } x$, & que oq''' ne differe gueres de R, on aura $xy = \frac{q'''x \times k \text{ cof. } x}{R}$, & $yq = \frac{q'''x \times k \text{ ſin. } x}{R}$.

Pour avoir xy & yq qui doivent faire connaître le point cherché q où le rayon Oq''' rencontre le plan de l'image, il ne reſte plus que d'avoir la valeur de la petite droite $q'''x$ & de la ſubſtituer dans les expreſſions de ces deux lignes. Or on aura facilement la valeur de cette petite droite, en faiſant $Pt = PT'$, & $PG = PF = R$, enſorte que tG ſoit la petite quan-

tité A de la valeur de Pq'''. Car comme $q'''t$ eſt connue puiſqu'elle ſe trouve avoir pour valeur les termes de la valeur de Pq''' affectés de hh, de hk & de kk, il ne s'agira pour avoir $q'''x$, que d'en retrancher xt qui eſt facile à connaître.

Mais xt peut être regardée comme égale à XT' (ou $\frac{3}{4}\,TT'$) moins le ſinus verſe de l'angle $q'''PT$ pour le rayon PX ou R; la valeur de $q'''x$ ſera donc $q'''t - \frac{3}{4}\,TT' + \frac{hh\mathrm{R}}{2}$.

Connaiſſant $q'''x$, nous avons donc xy & yq, & par conſéquent la poſition du point q nous ſerait parfaitement connue, ſi l'expreſſion de $q'''PT$ contenant une petite partie dans laquelle entrent k & x, le point x n'était pas variable. Au lieu de rapporter à ce point la projection y du point q, nous ſerons donc obligés de la rapporter à quelqu'autre point qui ſoit fixe & invariable tel, par exemple, que le point x ou une droite Px menée parallélement à l'axe des rayons incidens, lequel fait avec l'axe PF l'angle h, rencontre la droite Xx.

A cauſe de la petiteſſe de l'angle xPx exprimé par les petits termes de la valeur de l'angle $q'''PT$ qui lui même eſt petit, xx eſt égale au produit de cet angle xPx multiplié par Px ou R. Nous aurons donc pour déterminer entierement la poſition du point q, $xy = xPx \times \mathrm{R} + \frac{q'''x \times k\,\text{cof. } x}{\mathrm{R}}$, & $yq = \frac{q'''x \times k\,\text{ſin. } x}{\mathrm{R}}$, dans leſquelles il ne s'agit plus que de ſubſtituer les valeurs de xPx & de $q'''x$.

Mais la valeur de xPx eſt $- B + \left(\frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'}\right) h^2 k\,\text{cof. } x + \frac{1}{2}(E + E')\,hkk$, & celle de $q'''x$ eſt, comme nous avons vu, $q'''t - \frac{3}{4}\,TT' + \frac{hh\mathrm{R}}{2} = \mathrm{RR}\left(\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'} + \frac{1}{2\mathrm{R}}\right) hh + \mathrm{RR}(E + E')\,hk\,\text{cof. } x + \mathrm{RR}(F + F')\left(kk - \frac{3}{4}\,\mathrm{kk}\right) = \mathrm{RR}\left(\frac{(P-1)(P+1)}{2Pq} + \frac{(P'-1)(P'+1)}{2P'q'}\right) hh + \mathrm{RR}(E + E')\,hk\,\text{cof. } x + \mathrm{RR}(F + F')\left(kk - \frac{3}{4}\,\mathrm{kk}\right)$, en ſubſtituant d'abord à la place de $q'''t$ ſa valeur $\mathrm{R}^2\left(\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'}\right) hh + \mathrm{R}^2(E + E')\,hk\,\text{cof. } x + \mathrm{R}^2(F + F')\,kk$, & à la place de TT', ſa valeur $\mathrm{R}^2(F + F')\,\mathrm{kk}$, prenant k pour déſigner

désigner la moitié de la largeur entiere de l'ouverture de l'objectif, & ensuite à la place de $\frac{1}{2R}$ sa valeur $\frac{P-1}{2q}+\frac{P'-1}{2q'}$. Nous aurons donc enfin $xy = -BR+(F+F')(k^3-\frac{3}{4}kk^2)\cos.x+R(E+E')(1+2\cos.x^2)\frac{hkk}{2}+R\left(\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq}+\frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'}\right)h^2k\cos.x$; ou, prenant le petit intervalle xs Fig. 570. $= BR$, & nommant sy, u, $u = R(F+F')(k^3-\frac{3}{4}kk^2)\cos.x+R(E+E')(1+2\cos.x^2)\frac{hkk}{2}+R\left(\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq}+\frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'}\right)h^2k\cos.x$; & yq, que nous nommerons z, $= R(F+F')(k^3-\frac{3}{4}kk^2)\sin.x+R(E+E')hk^2\sin.x\cos.x+R\left(\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq}+\frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'}\right)h^2k\sin.x$.

Ces deux droites sont les coordonnées de la courbe tracée sur le plan de l'image par les rayons qui formaient avant d'être rompus par la surface extérieure de l'objectif & par ses autres surfaces, une surface cylindrique oblique dont l'axe faisait avec celui de l'objectif, l'angle h, & dont la rencontre avec cette premiere surface de l'objectif, était une circonférence dont k était le demi-diametre; & l'espace qu'occupent toutes les courbes que produisent de même les rayons qui composent toutes les surfaces cylindriques qui sont comme les élemens du faisceau des rayons incidens, formera l'image du point de l'objet d'où vient le faisceau, & conséquemment mesurera par son étendue le degré de confusion de cette image.

535. Il y a sur ces courbes (que M.r Clairaut, auquel appartient cette théorie, nomme *courbes de confusion*) & sur leur assemblage deux choses à observer, c'est que toutes ces courbes ne sont point semblables, & que celle qui est produite par les rayons qui tombent sur le bord de l'objectif, ne termine point l'espace occupé par toutes ces courbes, comme dans le cas où le faisceau tombe perpendiculairement. Les rayons qui composent les élémens cylindriques les plus intérieurs du faisceau, ou qui rencontrent la surface de l'objectif dans des circonférences très-petites par rapport à celle de l'objectif, produisent des courbes assez semblables à des ellipses renfermées les unes dans les autres. Mais à mesure que les circonférences où la surface de

l'objectif eſt rencontrée par les rayons qui forment les élémens cylindriques du faiſceau, deviennent d'un diametre plus grand & qui approche davantage du diametre de l'objectif, les courbes produites par les rayons qui rencontrent l'objectif dans ces circonférences changent de nature & prennent ſucceſſivement des inflexions, des rebrouſſemens & des nœuds; en ſorte qu'il n'arrive plus que de deux de ces courbes produites par des rayons qui rencontrent l'objectif dans deux circonférences voiſines l'une de l'autre & un peu grandes, celle de ces courbes qui eſt produite par les rayons qui rencontre l'objectif dans la plus grande de ces circonférences, renferme en entier celle que produiſent ceux qui le rencontre dans la circonférence plus petite; on trouve au contraire que ces deux courbes ſe coupent dans quelques points. Ainſi il n'en eſt point des faiſceaux obliques comme des faiſceaux perpendiculaires, c'eſt-à-dire, de ceux dont les rayons ſont paralleles à l'axe de l'objectif; la courbe produite par les rayons qui tombent ſur le bord de l'objectif ne renferme point en entier toutes celles qui ſont produites par les autres rayons; & il eſt clair que la courbe qui les renferme toutes, ou qui termine l'eſpace qu'occupe l'image d'un point qui n'eſt point dans l'axe, eſt d'une nature différente de celle de toutes ces courbes.

536. Nous ne nous arrêterons point à chercher la nature de cette courbe ou, ce qui eſt la même choſe, la figure de l'image d'un point quelconque d'un objet, ſitué hors de l'axe; parce que n'ayant pour but que de chercher à diminuer, autant qu'il eſt poſſible, la grandeur de cette image (nous ne diſons pas de la réduire à n'être qu'un point, nous verrons bientôt que cela ne ſe peut) & par conſéquent ſon degré de confuſion, nous n'avons autre choſe à faire que de tâcher de diminuer le plus qu'il eſt poſſible les coordonnées des courbes de confuſion; car il eſt clair que ces courbes étant réduites alors à la plus petite étendue qu'elles puiſſent avoir, l'aſſemblage entier de ces courbes, ou l'image qu'elles forment du point de l'objet d'où vient le faiſceau de rayons qui les ont engendrées, ſera, quelle que ſoit d'ailleurs ſa figure ou la nature de la courbe qui termine cette image, de la petiteſſe la plus grande dont il puiſſe être.

537. Or, un léger examen des expreſſions trouvées ci-deſſus

des coordonnées u & z, nous donne lieu d'obſerver :

1.° Que ſi h était infiniment petit, c'eſt-à-dire, qu'il ne fût queſtion que des objets infiniment voiſins de l'axe, les coordonnées u & z exprimées alors par les ſeuls termes $R(F+F')(k^3-\frac{3}{4}kk^2)$ cof. x, & $R(F+F')(k^3-\frac{3}{4}kk^2)$ ſin. x, qui appartiennent à des cercles, peuvent être réduites à zero, en faiſant en ſorte que $F+F'=0$, ce qui eſt facile au moyen des rayons b, c, b', c' des ſurfaces, qui entrent dans les valeurs de F & de F'.

2°. Que lorſque h n'eſt pas négligeable, c'eſt-à-dire, lorſque les objets ſont ſenſiblement écartés de l'axe de l'objectif, il faut pour que les coordonnées u & z puiſſent être réduites à zero, ou dans d'autres termes, pour que l'aberration puiſſe être entierement nulle, qu'on ait à la fois $E+E'=0$, qui doit avoir lieu pour la deſtruction du terme $R(E+E')(1+2\text{ cof. }x)\frac{hkk}{2}$ de la valeur de u & du terme $R(E+E')hkk$ ſin. x cof. x de celle de z, & les deux équations $\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq}+\frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'}=0$, $\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq}+\frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'}=0$, d'où dépend l'évanouiſſement des deux derniers termes des valeurs de u & de z.

3°. Que la premiere de ces deux conditions, celle de $E+E'=0$, eſt aiſée à remplir, parce que les fonctions de b, c, &c. ou des dimenſions des lentilles qui entrent dans E & E', permettent de prendre ces dimenſions telles qu'en effet $E+E'=0$, ſans nuire à l'obſervation de l'autre condition $F+F'=0$, néceſſaire pour détruire l'aberration dans l'axe.

4°. Qu'à l'égard de la derniere condition, il n'en eſt pas de même, parce que les deux équations $\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq}+\frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'}=0$, $\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq}+\frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'}=0$, ou $\frac{P-1}{2Pq}+\frac{P'-1}{2P'q'}+\frac{3}{2R}=0$, & $\frac{P-1}{2Pq}+\frac{P'-1}{2P'q'}+\frac{1}{2R}=0$, ne contiennent aucune quantité qu'on ait la liberté de varier à volonté, en changeant quelqu'une des quatre ſurfaces réfringentes de l'objectif compoſé ; car les quantités

$\frac{P-1}{2Pq}$, $\frac{P'-1}{2P'q'}$ ſont en raiſon conſtante avec la diſtance focale R de l'objectif, lorſque les deux lentilles qui le compoſent, ont entr'elles la relation néceſſaire pour la deſtruction de l'aberration de réfrangibilité.

538. On voit donc que la deſtruction entiere de l'aberration pour les rayons qui partent de points ſitués hors de l'axe, n'eſt pas poſſible, quelles que ſoient les formes que l'on donne aux ſurfaces de l'objectif compoſé, mais on voit en même tems que cette aberration peut être conſidérablement diminuée en donnant aux rayons b, c, b', c' des quatre ſurfaces de cet objectif, la relation qui réſulte des équations $E + E' = 0$, $F + F' = 0$. Car alors les parties les plus conſidérables des coordonnées u & z des courbes de confuſion s'évanouiſſent, & leurs expreſſions ſe réduiſent à $u = R\left(\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'}\right) h^2 k \text{ cof. } x$, $z = R\left(\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'}\right) h^2 k$ ſin. x, par leſquelles on voit que ces courbes ſont alors des ellipſes ſemblables, & d'autant plus petites que k & h ont peu de valeur.

539. En effet, l'angle h étant toujours ſenſiblement plus petit que l'angle $\frac{k}{R}$, & cet angle étant élevé au carré dans les termes qui expriment la partie de l'aberration qui ne peut être détruite, tandis qu'il ſe trouve à la premiere puiſſance dans les termes évanouis, ou que ces termes contiennent des k^3, il eſt évident que les valeurs précédentes de u & de z ſont beaucoup plus petites qu'elles n'étaient, & que par conſéquent en ſatisfaiſant aux équations $E + E' = 0$, $F + F' = 0$, on diminue conſidérablement l'aberration des rayons qui ne partent point de l'axe. Terminons cette théorie par quelques légers changemens à la forme des expreſſions de u & de z, qui les rendent d'un uſage un peu plus commode.

540. Nous ſuppoſerons d'abord que n exprime le rapport du demi-diametre variable k au demi-diametre k de l'ouverture de l'objectif, en ſorte que $k = nk$, & que p exprime le rapport de l'angle h à l'angle $\frac{k}{R}$ que le demi-diametre k de l'ou-

verture de l'objectif soutend au foyer, ce qui donne $h = \frac{pk}{R}$.

Ensuite, pour délivrer tous les termes des expressions de u & de z du facteur $\frac{k^3}{R^2}$, dont ils seront affectés par la substitution des valeurs précédentes de k & de h, nous imaginerons de nouvelles coordonnées u' & z' qui appartiennent à une courbe entierement semblable à la courbe de confusion, mais d'un parametre plus grand dans le rapport de 1 à $\frac{k^3}{R^2}$ ou de R^2 à k^3; de sorte que nous aurons $u = \frac{k^3 u'}{R^2}$ & $z = \frac{k^3 z'}{R^2}$; substituant enfin, dans les expressions de u & de z, à la place de k, de h, de u & de z, leurs valeurs, nous aurons

$$u' = R^3 (n^3 - \tfrac{3}{4} n)(F + F') \text{ cos. } x + \frac{R^2 nnp}{2}(E + E')(1 + 2 \text{ cos. } x^2) + Rnpp\left(\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'}\right) \text{cos. } x,$$

$$\& \; z' = R^3 (n^3 - \tfrac{3}{4} n)(F + F') \text{ sin. } x + R^2 nnp\,(E + E') \text{ sin. } x \text{ cos. } x + Rnpp\left(\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'}\right) \text{sin. } x.$$

541. Les valeurs de u' & de z', pour un objectif composé de trois lentilles, se trouveront de la même manière.

Supposant que la Figure 569 soit celle qui convienne au cas présent, c'est-à-dire, prenant Oq''' pour le rayon rompu par l'objectif dont il s'agit, ou Oq^v, en supposant dans la Figure q^v à la place de q''', &c. on aura $q^v t = R'^2 \left(\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'} + \frac{P''-1}{2P''q''}\right) hh + R'^2 (E + E' + E'')\, hk \text{ cos. } x + R'^2 (F + F' + F'')\, kk$; $\frac{3}{4} TT' = \frac{3}{4} R'^2 (F + F' + F'')\, kk$.

Par conséquent $q^v x = q^v t - \frac{3}{4} TT' + \frac{hhR'}{2} = R'^2 \left(\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'} + \frac{(P''+1)(P''-1)}{2P''q''}\right) hh + R'^2 (E + E' + E'')\, hk \text{ cos. } x + R'^2 (F + F' + F'')\left(kk - \frac{3}{4} kk\right)$. De plus, xPx sera $= -D + \left(\frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'} + \frac{P''-1}{q''}\right) h^2 k \text{ cos. } x + \frac{1}{2}(E + E' + E'')\, hkk$.

On aura donc $u = R' (F + F' + F'') (k^3 - \frac{3}{4} kk^2)$

$\text{cof. } x + \frac{1}{2} R' (E + E' + E'') (1 + 2 \text{ cof. } x^2) hkk + R' \left(\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'} + \frac{(3P''+1)(P''-1)}{2P''q''} \right) hhk \text{ cof. } x,$

$\& z = R' (F + F' + F'') (k^3 - \frac{3}{4} kk^2) \text{ fin. } x + R' (E + E' + E'') hk^2 \text{ fin. } x \text{ cof. } x + R' \left(\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'} + \frac{(P''+1)(P''-1)}{2P''q''} \right) hhk \text{ fin. } x;$

ou enfin $u' = R'^3 (n^3 - \frac{3}{4} n) (F + F' + F'') \text{ cof. } x + \frac{R'^2 nnp}{2} (E + E' + E'') (1 + 2 \text{ cof. } x^2) + R' npp \left(\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'} + \frac{(3P''+1)(P''-1)}{2P''q''} \right) \text{cof. } x,$

$\& z' = R'^3 (n^3 - \frac{3}{4} n) (F + F' + F'') \text{ fin. } x + R'^2 nnp (E + E + E) \text{ fin. } x \text{ cof. } x + R' npp \left(\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'} + \frac{(P''+1)(P''-1)}{2P''q''} \right) \text{fin. } x.$

542. Si la troiſieme lentille eſt de la même matiere que la premiere, on aura u' & z' pour l'objectif qu'on a alors, en mettant P à la place de P'' dans les expreſſions précédentes ainſi que dans les valeurs de F'' & de E''.

543. On obſervera que ce qui a été dit à la fin de l'Art. 537 & dans l'Art. 538 de l'impoſſibilité de détruire entierement l'aberration de ſphéricité hors de l'axe, dans les objectifs compoſés de deux lentilles, & de la diminution conſidérable qu'elle peut ſouffrir, a également lieu lorſque les objectifs ſont compoſés de trois lentilles.

544. Paſſons préſentement à l'application des méthodes que nous avons expoſées, & cherchons les valeurs numériques des dimenſions de quelques objectifs, ſoit à deux, ſoit à trois verres. Comme l'on peut ſe contenter de détruire l'aberration de ſphéricité des rayons qui partent de l'axe, il ne ſera gueres queſtion que de l'anéantiſſement de celle-là, dans les calculs ſuivans, conjointement avec l'aberration de réfrangibilité : & même ne chercherons-nous à la détruire que pour les rayons moyens, quoiqu'il ſoit poſſible de la détruire généralement pour toutes les eſpeces de rayons colorés; parce que les courbures que l'on trouverait alors, ſeraient pour la plupart trop fortes, & que les

aberrations des rayons qui viennent de points ſitués hors l'axe, ſeraient très-conſidérables & même beaucoup plus que dans des objectifs ſimples ; en ſorte que les objectifs que l'on aurait, ſeraient à la vérité les plus parfaits pour les objets ſitués dans l'axe, mais ſeraient très-défectueux pour ceux qui en ſont écartés.

545. Les matieres dont nous ſuppoſerons formées les lentilles particulieres qui doivent compoſer les objectifs, ſont le verre commun & le criſtal d'Angleterre connu ſous le nom de *Flintglaſſ*. Suivant les expériences de M.rs Clairaut & de Tournieres, le rapport de réfraction pour les rayons moyens, dans le *Flintglaſſ*, eſt de 1, 6 à 1, & dans le verre commun de 1, 55 à 1 ; & le rapport des diſperſions dans ces deux matieres eſt environ comme 3 à 2.

546. PROBLÊME XIV. *Trouver les dimenſions que doit avoir un objectif compoſé de deux lentilles contigues ou ſéparées par un très-petit intervalle, l'une de verre commun & l'autre de* flintglaſſ, *pour que cet objectif ſoit auſſi exempt d'aberration qu'il eſt poſſible.*

Ce Problême peut ſe réſoudre ſoit au moyen de l'équation de l'Art. 485 combinée avec celle que donne l'Art. 499, ſoit au moyen de celle de l'Art. 487 combinée avec celle que fournit l'Art. 518. Voyons comment on y emploie les premieres.

$\frac{1}{q}$ étant $= \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$ & $\frac{1}{q'} = \frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}$, l'équation de l'Article 485 pour l'anéantiſſement de l'aberration de réfrangibilité eſt, en faiſant $\frac{dP}{dP'} = H$, $\frac{1}{q'} = -\frac{H}{q}$; ſubſtituant cette valeur de $\frac{1}{q'}$ dans l'équation que donne pour la deſtruction de l'aberration de ſphéricité, l'expreſſion de cette aberration (*Art. 499*) diviſée par $\frac{kkRR}{2}$ & égalée enſuite à zero, on aura $\frac{1}{bb}(P+1-\frac{2}{P}) + \frac{1}{bq}(1+P-2P^2) + \frac{1}{qq}(P^3 - P^2 - (P'^3 - P'^2)H^3 + (3P'^2 - 2P' - 1)(P-1)H^2 - (3P' - 1 - \frac{2}{P'})(P-1)^2H) + \frac{1}{b'q}((1+P'-2P'^2)H^2 + 4(P' - \frac{1}{P'})(P-1)H) - \frac{1}{b'b'}(P'+1-\frac{2}{P'})H = 0$,

équation qui renferme la correction des deux especes d'aberration*.

547. CAS I. Supposons que la lentille antérieure, c'est-à-dire, celle qui est tournée vers l'objet, doive être celle qui est de verre commun, tandis que celle de cristal est la

* La même équation se trouve encore au moyen des formules de M.r d'Alembert inférées dans les Notes du Chapitre III de ce Livre.

704. Prenons la formule du foyer des rayons qui tombent à la distance k de l'axe sur une lentille à 4 surfaces, laquelle est (*Note* 605) exprimée par cette équation $\frac{1}{f'''} = \frac{1-m'''}{c'} + \frac{m'''}{f''} - \frac{m'''k^2}{2f'''}\left(\frac{1}{c'} - \frac{1}{f''}\right)^2 + \frac{m'''^2k^2}{2c'}\left(\frac{1}{c'} - \frac{1}{f''}\right)^2 - \frac{m'''^3k^2}{2}\left(\frac{1}{c'} - \frac{1}{f''}\right)^3$, les rayons des surfaces étant actuellement représentés par b, c, b', c'; & commençons par la développer & la rendre propre à l'espece d'objectif dont il s'agit. Nous supposerons d'abord l'objet à une distance finie.

Par la Note 604, $\frac{1}{f''} = \frac{1-m''}{b'} + \frac{m''}{f'} - \frac{m''k^2}{2f'}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{m''^2k^2}{2b'}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^2 - \frac{m''^3k^2}{2}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^3$.

Donc substituant dans le second terme de l'équation pour f''' à la place de $\frac{1}{f''}$, sa valeur précédente, on aura $\frac{1}{f'''} = \frac{1-m'''}{c'} + \frac{m'''-m'''m''}{b'} + \frac{m'''m''}{f'} - \frac{m'''m''k^2}{2f'}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{m'''m''^2k^2}{2b'}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^2 - \frac{m'''m''^3k^2}{2}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^3 - \frac{m'''k^2}{2f''}\left(\frac{1}{c'} - \frac{1}{f''}\right)^2 + \frac{m'''^2k^2}{2c'}\left(\frac{1}{c'} - \frac{1}{f''}\right)^2 - \frac{m'''^3k^2}{2}\left(\frac{1}{c'} - \frac{1}{f''}\right)^3$.

705. Cette formule devient en substituant à la place de $-\frac{1}{f''}$, sa valeur $\frac{m''}{b'} - \frac{m''}{f'} - \frac{1}{b'}$, $\frac{1}{f'''} = \frac{1-m'''}{c'} + \frac{m'''-m'''m''}{b'} + \frac{m'''m''}{f'} - \frac{m'''m''k^2}{f'}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{m'''m''^2k^2}{2b'}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^2 - \frac{m'''m''^3k^2}{2}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^3 + \frac{m'''k^2}{2}\left(\frac{m''}{b'} - \frac{m''}{f'} - \frac{1}{b'}\right)\left(\frac{m''}{b'} - \frac{m''}{f'} + \frac{1}{c'} - \frac{1}{b'}\right)^2 + \frac{m'''^2k^2}{2c'}\left(\frac{m''}{b'} - \frac{m''}{f'} + \frac{1}{c'} - \frac{1}{b'}\right)^2 - \frac{m'''^3k^2}{2}\left(\frac{m''}{b'} - \frac{m''}{f'} + \frac{1}{c'} - \frac{1}{b'}\right)^3$.

706. Or, dans l'objectif dont il s'agit $m'' = \frac{1}{P'}$ & $m''' = P'$; ainsi, $\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}$ étant $= \frac{1}{q'}$, on aura, après les multiplications & réductions,

$$\frac{1}{f'''} = \frac{P'-1}{q'} + \frac{1}{f'} + \frac{k^2}{2b'^2q'}\left(1 + P' - \frac{2}{P'}\right) + \frac{k^2}{2b'q'^2}\left(1 + P' - 2P'^2\right) + \frac{k^2}{2b'f'q'}\left(\frac{4}{P'} - 4P'\right) + \frac{k^2}{2f'^2q'}\left(3P' - 1 - \frac{2}{P'}\right) + \frac{k^2}{2f'q'^2}\left(3P'^2 - 2P' - 1\right) + \frac{k^2}{2q'^3}\left(P'^3 - P'^2\right),$$ expression dans laquelle f' désigne la distance du foyer de la premiere lentille, c'est-à-dire, de celle qui regarde l'objet. Il ne s'agit donc plus que de trouver la valeur de f', & de la substituer dans cette expression.

postérieure,

postérieure, alors $P = 1,55$, $P' = 1,6$, & $h = \frac{2}{3}$, & l'équation précédente sera $\frac{0,62984}{bb} - \frac{1,1275}{bq} - \frac{0,45}{b'b'} + \frac{0,155}{b'q} + \frac{0,60134}{qq} = 0$; substituant, dans cette équation, à la place de

707. Pour trouver f', introduisons dans le second terme de la valeur de $\frac{1}{f'}$ (*Note 603*) à la place de f, sa valeur (*Note 602*), & nous aurons $\frac{1}{f'} = \frac{1-m'}{c} + \frac{m'-m'm}{b} - \frac{m'm}{a} + \frac{m'mk^2}{2a}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^2 + \frac{m'm^2k^2}{2b}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^2 - \frac{m'm^3k^2}{2}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^3 - \frac{m'k^2}{2f}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{f}\right)^2 + \frac{m'^2k^2}{2c}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{f}\right)^2 - \frac{m'^3k^2}{2}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{f}\right)^3$, qui, en substituant pour $-\frac{1}{f}$ sa valeur $\frac{m}{a} + \frac{m}{b} - \frac{1}{b}$, devient $\frac{1}{f'} = \frac{1-m'}{c} + \frac{m'-m'm}{b} - \frac{m'm}{a} + \frac{m'mk^2}{2a}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^2 + \frac{m'm^2k^2}{2b}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^2 - \frac{m'm^3k^2}{2}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^3 + \frac{m'k^2}{2}\left(\frac{m}{a}+\frac{m}{b}-\frac{1}{b}\right)\left(\frac{m}{a}+\frac{m}{b}+\frac{1}{c}-\frac{1}{b}\right)^2 + \frac{m'^2k^2}{2c}\left(\frac{m}{a}+\frac{m}{b}+\frac{m}{c}-\frac{1}{b}\right)^2 - \frac{m'^3k^2}{2}\left(\frac{m}{a}+\frac{m}{b}+\frac{m}{c}-\frac{1}{b}\right)^3$.

708. Et à cause que $m = \frac{1}{P}$ & $m' = P$, & que $\frac{1}{b} - \frac{1}{c}$ a été fait $= \frac{1}{q}$, nous aurons, après les multiplications & réductions nécessaires, $\frac{1}{f'} = \frac{P-1}{q} - \frac{1}{a} + \frac{k^2}{2b^2q}\left(1+P-\frac{2}{P}\right) + \frac{k^2}{2bq^2}(1+P-2P^2) + \frac{k^2}{2abq}\left(4P-\frac{4}{P}\right) + \frac{k^2}{2aaq}\left(3P-1-\frac{2}{P}\right) + \frac{k^2}{2aqq}(1+2P-3P^2) + \frac{k^2}{2q^3}(P^3-P^2)$.

709. Mettant donc cette valeur de $\frac{1}{f'}$ à la place du second terme $\frac{1}{f'}$ de la valeur de $\frac{1}{f'''}$, & substituant simplement $\frac{P-1}{q} - \frac{1}{a}$ à la place de $\frac{1}{f'}$ dans les autres, on aura $\frac{1}{f'''} = \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'} - \frac{1}{a} + \frac{k^2}{2b^2q}\left(P+1-\frac{2}{P}\right) + \frac{k^2}{2bq^2}(1+P-2P^2) + \frac{k^2}{2abq}\left(4P-\frac{4}{P}\right) + \frac{k^2}{2aaq}\left(3P-1-\frac{2}{P}\right) + \frac{k^2}{2aqq}(1+2P-3P^2) + \frac{k^2}{2q^3}(P^3-P^2) + \frac{k^2}{2b'^2q'}\left(1+P'-\frac{2}{P'}\right) + \frac{k^2}{2b'q'^2}(1+P'-2P'^2) + \frac{k^2}{2b'q'}\left(\frac{4}{P'}-4P'\right)\left(\frac{P-1}{q}-\frac{1}{a}\right) + \frac{k^2}{2q'}\left(3P'-1-\frac{2}{P'}\right)\left(\frac{P-1}{q}-\frac{1}{a}\right)^2 + \frac{k^2}{2q'^2}\left(3P'^2-2P'-1\right)\left(\frac{P-1}{q}-\frac{1}{a}\right) + \frac{k^2}{2q'^3}(P'^3-P'^2)$.

710. On tire aisément de cette expression la condition requise pour que $\frac{1}{f'''}$ soit tou-

q, ſa valeur 0,15R qui ſe déduit de l'équation $\frac{1}{R} = \frac{0,55}{q} + \frac{0,6}{q'}$ pour la diſtance focale de l'objectif, en mettant $-\frac{2}{3q}$ à la place de $\frac{1}{q'}$, elle devient $0,62984\frac{RR}{bb} - 7,5166\frac{R}{b} - 0,45\frac{RR}{b'b'} + 1,0333\frac{R}{b'} + 26,7262 = 0$; équation au moyen de laquelle un des rayons b, b' ayant été pris à volonté, on trouve auſſi-tôt l'autre.

548. Quant aux autres rayons c, c', ils ſeront déterminés par ces équations $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$ & $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} + \frac{40}{9}$ que donnent les équations $\frac{1}{R} = \frac{0,55}{q} + \frac{0,6}{q'}$ & $\frac{1}{q'} = -\frac{2}{3q}$. On obſervera que lorſque les rayons auront des valeurs négatives, ils appartiendront à des ſurfaces concaves vers l'objet. Voyons quelques applications particulieres.

549. Suppoſons qu'on veuille conſtruire un objectif dont les

jours $= \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'} - \frac{1}{a}$, quelle que ſoit k, & l'on trouve qu'il faut que l'on ait

$$\frac{1}{b^2q}\left(P+1-\frac{2}{P}\right)+\frac{1}{bq^2}(1+P-2P^2)+\frac{1}{abq}\left(4P-\frac{4}{P}\right)+\frac{1}{aaq}(3P-1-\frac{2}{P})+\frac{1}{aqq}(1+2P-3P^2)+\frac{1}{q^3}(P^3-P^2)+\frac{1}{b'^2q'}\left(1+P'-\frac{2}{P'}\right)+\frac{1}{b'q'^2}(1+P'-2P'^2)+\frac{1}{b'q'}\left(\frac{4}{P'}-4P'\right)\left(\frac{P-1}{q}-\frac{1}{a}\right)+\frac{1}{q'}\left(3P'-1-\frac{2}{P'}\right)\left(\frac{P-1}{q}-\frac{1}{a}\right)^2+\frac{1}{q'^2}(3P'^2-2P'-1)\left(\frac{P-1}{q}-\frac{1}{a}\right)+\frac{1}{q'^3}(P'^3-P'^2)=0,$$

équation pour l'anéantiſſement de l'aberration de ſphéricité, quelle que ſoit la diſtance de l'objet.

711. Dans le cas où l'objet eſt infiniment éloigné, cette équation ſe réduit à celle-ci,

$$\frac{1}{b^2q}\left(P+1-\frac{2}{P}\right)+\frac{1}{bq^2}(1+P-2P^2)+\frac{1}{q^3}(P^3-P^2)+\frac{1}{b'^2q'}\left(P'+1-\frac{2}{P'}\right)+\frac{1}{b'q'^2}(1+P'-2P'^2)+\frac{1}{q'^3}(P'^3-P'^2)+\frac{1}{b'q'q}\left(\frac{4}{P'}-4P'\right)(P-1)+\frac{1}{qq'^2}(3P'^2-2P'-1)(P-1)+\frac{1}{q^2q'}\left(3P'-1-\frac{2}{P'}\right)(P-1)^2=0,$$

équation qui eſt préciſément la même que celle que donne l'expreſſion de l'aberration de l'Article 499, diviſée par $\frac{k^4RR}{2}$, & enſuite égalée à zero. Si donc l'on ſubſtitue $-\frac{H}{q}$ à la place de $\frac{1}{q'}$, on aura la même équation que dans le préſent Article.

surfaces extérieures soient convexes & égales ; alors $c' = -b$, & l'équation $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} + \frac{40}{9}$ devient $\frac{R}{b} = -\frac{R}{b'} - \frac{40}{9}$; substituant cette valeur de $\frac{R}{b}$ dans l'équation de l'Art. 547, elle devient $\frac{RR}{b'b'} - 78{,}6727\frac{R}{b'} = -403{,}5509$, laquelle étant résolue, donne $-5{,}51625$ pour une des valeurs de $\frac{R}{b'}$; la substituant dans l'équation $\frac{R}{b} = -\frac{R}{b'} - \frac{40}{9}$, on trouve $\frac{R}{b} = 1{,}07181$, & substituant cette valeur de $\frac{R}{b}$ dans l'équation $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$, on a $\frac{R}{c} = -5{,}59485$. Ainsi les rayons des quatre surfaces de l'objectif dont il s'agit, seront $b = \frac{R}{1{,}07181}$, $c = -\frac{R}{5{,}59485}$, $b' = -\frac{R}{5{,}51625}$ & $c' = -\frac{R}{1{,}07181}$.

550. Si l'on se proposait de construire un objectif tel que la lentille antérieure, c'est-à-dire, celle qui est de verre commun, soit également convexe des deux côtés, on aura $c = -b$, & par conséquent $-\frac{R}{b} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$, d'où l'on tire $\frac{R}{b} = \frac{10}{3}$; substituant cette valeur de $\frac{R}{b}$ dans l'équation de l'Art. 547, ou plutôt dans l'équation $\frac{R}{b'} = 1{,}14815 \pm \sqrt{(1{,}3996\frac{RR}{bb} - 16{,}7037\frac{R}{b} + 60{,}7090)}$ qu'elle donne après avoir été résolue, on aura $-3{,}38848$ pour une des deux valeurs de $\frac{R}{b'}$; substituant ensuite cette valeur dans l'équation $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} + \frac{40}{9}$, on aura $\frac{R}{c'} = 1{,}05596$. Quant à la valeur de $\frac{R}{b}$, elle est déja déterminée, ainsi que celle de $\frac{R}{c}$, puisqu'on a $\frac{R}{b} = \frac{10}{3} = 3{,}33333$; les valeurs des rayons des quatre surfaces de l'objectif seront donc $b = \frac{R}{3{,}33333}$, $c = -\frac{R}{3{,}33333}$, $b' = -\frac{R}{3{,}38848}$ & $c' = \frac{R}{1{,}05596}$.

551. Suppoſons qu'on demande les dimenſions d'un objectif tel que celui qui a été exécuté par M.r Antheaulme, dans lequel la lentille poſtérieure ou de criſtal eſt un ménisque dont le côté concave tourné vers la lentille antérieure, eſt cinq fois plus courbe que le côté convexe, alors on aura $c' = 5b'$; ſubſtituant $5b'$ à la place de c', dans l'équation $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} + \frac{40}{9}$, on aura $\frac{R}{b'} = -\frac{50}{9}$. Cette valeur de $\frac{R}{b'}$ étant ſubſtituée dans l'équation $\frac{R}{b} = 5{,}9671 \pm \sqrt{(0{,}7145 \frac{RR}{b'b'} - 1{,}6406 \frac{R}{b'} - 6{,}8279)}$ que donne la réſolution de l'équation de l'Art. 547, on aura 1,0337 pour une des deux valeurs de $\frac{R}{b}$. Subſtituant cette valeur dans l'équation $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$, on aura $\frac{R}{c} = -5{,}6329$. Les rayons cherchés ſeront donc $b = \frac{R}{1{,}0337}$, $c = -\frac{R}{5{,}6329}$, $b' = -\frac{R}{5{,}5555}$, & $c' = -\frac{R}{1{,}1111}$.

552. Si l'on ſuppoſait la lentille antérieure convexe des deux côtés & cinq fois moins courbe du côté qui regarde l'objet, on aurait un nouvel objectif, que l'on pourrait conſtruire. Comme dans ce cas, $c = -\frac{b}{5}$, on trouve que $\frac{R}{b} = \frac{10}{9}$; ſubſtituant cette valeur de $\frac{R}{b}$ dans l'équation de l'Art. 550, on aura $-5{,}4758$ pour une des deux valeurs de $\frac{R}{b'}$; d'où l'on aura $\frac{R}{c'} = -1{,}0314$. Les rayons ſeront donc $b = \frac{R}{1{,}1111}$, $c = -\frac{R}{5{,}5555}$, $b' = -\frac{R}{5{,}4758}$ & $c' = -\frac{R}{1{,}0314}$.

553. CAS II. Si la lentille antérieure eſt celle qui eſt de *flintglaſſ*, & la poſtérieure celle qui eſt de verre commun, alors $P = 1{,}6$, $P' = 1{,}55$ & $h = \frac{1}{2}$, & l'équation de l'Art. 546, pour la correction des aberrations, devient $\frac{0{,}675}{bb} - \frac{1{,}26}{bq} - \frac{0{,}94477}{b'b'} - \frac{0{,}908145}{b'q} - \frac{0{,}0013765}{qq} = 0$; ſubſtituant dans cette équation, à la place de q, ſa valeur $-0{,}225R$ que donne l'équa-

tion pour la distance focale $\frac{1}{R} = \frac{0,6}{q} + \frac{0,55}{q'}$, en mettant $-\frac{3}{2q}$ à la place de $\frac{1}{q'}$, elle devient $0,675\frac{RR}{bb} + 5,6\frac{R}{b} - 0,94477\frac{RR}{b'b'} + 4,0362\frac{R}{b'} - 0,02719 = 0$; équation au moyen de laquelle un des rayons b, b' ayant été pris à volonté, on connaît aussi-tôt l'autre.

554. A l'égard des autres rayons c, c', ils seront déterminés par ces équations $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} + \frac{40}{9}$, $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} - \frac{20}{3}$, que donnent les équations $\frac{1}{R} = \frac{0,6}{q} + \frac{0,55}{q'}$ & $\frac{1}{q'} = -\frac{3}{2q}$.

555. Pour faire quelqu'application de ce second cas, prenons quelques-uns des objectifs précédens, & supposons-les retournés, ensorte que la lentille de *flintglass* devienne la lentille antérieure, & celle de verre commun la postérieure, & cherchons les dimensions qu'ils auront alors. Prenons, par exemple, le second de ces objectifs. Alors, à cause que la lentille de verre commun est la derniere, & qu'elle est également convexe des deux côtés, on aura $c' = -b'$, d'où, au moyen de l'équation $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} - \frac{20}{3}$, on aura $\frac{R}{b'} = \frac{10}{3}$; substituant cette valeur de $\frac{R}{b'}$ dans l'équation $\frac{R}{b} = -4,14814 \pm \sqrt{(1,39966\frac{RR}{b'b'} - 5,9796\frac{R}{b'} + 17,24734)}$ que donne la résolution de l'équation de l'Art. 553, on trouve $-0,56107$ pour une des valeurs de $\frac{R}{b}$, laquelle substituée dans l'équation $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} + \frac{40}{9}$, fait trouver 3,88337 pour la valeur de $\frac{R}{c}$. Ainsi les rayons des surfaces de l'objectif seront $b = -\frac{R}{0,56107}$, $c = \frac{R}{3,88337}$, $b' = \frac{R}{3,33333}$ & $c' = -\frac{R}{3,33333}$.

556. Si l'on retourne aussi le troisieme des objectifs précédens, la lentille de cristal se trouvant alors la premiere, & ayant son côté concave cinq fois plus courbe que son côté convexe, on aura $b = 5c$, d'où l'on aura $\frac{R}{b} = \frac{10}{9}$, au moyen

de l'équation $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} + \frac{40}{9}$; ſubſtituant cette valeur de $\frac{R}{b}$ dans l'équation $\frac{R}{b'} = 2{,}1361 \pm \sqrt{(0{,}71446 \frac{RR}{bb} + 5{,}92737 \frac{R}{b} + 4{,}53424)}$ qui provient de la réſolution de l'équation de l'Art. 553, on trouve 5,6005 pour une des valeurs de $\frac{R}{b'}$. La ſubſtituant dans l'équation $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} - \frac{20}{3}$, on a $\frac{R}{c'} = -1{,}0661$; enſorte que les rayons ſeront $b = \frac{R}{1{,}1111}$, $c = \frac{R}{5{,}5555}$, $b' = \frac{R}{5{,}6005}$ & $c' = -\frac{R}{1{,}0661}$.

557. Faiſons voir actuellement comment l'on parvient à déterminer les dimenſions d'objectifs exempts d'aberration, comme les précédens, en employant l'équation de l'Article 487, qui contient la relation entre les diſtances focales des deux lentilles dont l'objectif eſt compoſé, pour la correction de l'aberration de réfrangibilité, & l'équation que donne pour la correction de l'aberration de ſphéricité, dans la même eſpece d'objectif, l'expreſſion de cette aberration (*Art. 518*), en l'égalant à zero.

L'équation de l'Art. 487, $\frac{1}{R} = -\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} \times \frac{1}{R'}$ ſe change en celle-ci $R' = mR$, en faiſant $-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = m$.

L'équation que donne l'expreſſion de l'aberration de ſphéricité pour deux lentilles contigues (*Art. 518*) diviſée par $\frac{kk'r'r'}{2}$ & égalée à zero, eſt $\frac{1}{gR^3}(h + g^2x^2) + \frac{1}{g'R'^3}(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2) = 0$. Mais on a $\frac{1}{r'} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{R'}$, équation qui, en y ſubſtituant $-R$ à la place de a (à cauſe que a étant $= \infty$, $r = R$, & par conſéquent $a' = -r = -R$), donne $\frac{1}{r'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'}$, d'où l'on tire $r' = \frac{mR}{m+1}$, au moyen de l'équation $R' = mR$. Subſtituant cette valeur de r' dans l'équation précédente pour l'anéantiſſement de l'aberration de ſphéricité, & mettant de plus mR à la place de R', & $-R$ à la place de a',

elle deviendra $x'^2 + \frac{m^3 g}{g'} x^2 = \frac{m(m+1)}{g'^2} - \frac{h'}{g'^2} - \frac{m^3 h}{gg'}$; équation qui contient la correction des deux eſpeces d'aberration, en fixant le rapport des *index* x & x' qui déterminent, comme on a vu, les formes des lentilles.

558. Les rayons des ſurfaces des lentilles ſeront, par l'Article 520, $b = \frac{R}{q+x}$, $c = \frac{R}{p-x}$, $b' = \frac{R}{\frac{q'+x'}{m} + q' - p'}$, $c' = \frac{R}{\frac{p'-x'}{m} + p' - q'}$. On obſervera que dans l'uſage de ces équations, lorſque les rayons auront des valeurs poſitives, ils appartiendront à des ſurfaces convexes, & que lorſqu'ils en auront de négatives, ils appartiendront à des ſurfaces concaves.

559. Comme les quantités h, g, q, p, $q+p$, $q-p$, ſe rencontrent continuellement dans l'uſage qu'on peut faire de ces équations & de celles qu'on donnera bientôt pour la détermination des dimenſions des objectifs à trois verres, nous mettons ici leurs valeurs numériques, pour les deux eſpeces de verres dont nous ſuppoſons formées les lentilles qui compoſent les objectifs; ces valeurs ſe trouvent par les formules contenues dans les Art. 513, 514 & 517. Nous y avons joint en même tems leurs logarithmes.

Pour le verre commun.		*Pour le* Flintglaſs.	
$h = 4,29752$	Log. $h = 0,633218$	$h = 3,74999$	Log. $h = 0,574030$
$g = 2,29032$	Log. $g = 0,359894$	$g = 2,25000$	Log. $g = 0,352183$
$q = 1,62740$	Log. $q = 0,211495$	$q = 1,55556$	Log. $q = 0,191886$
$p = 0,19078$	Log. $p = \bar{1},280533$	$p = 0,11110$	Log. $p = \bar{1},045714$
$q+p = 1,81818$	Log. $q+p = 0,259637$	$q+p = 1,66666$	Log. $q+p = 0,221747$
$q-p = 1,43662$	Log. $q-p = 0,157341$	$q-p = 1,44446$	Log. $q-p = 0,159705$

560. Suppoſons à préſent, comme dans le premier cas, la lentille de verre commun tournée vers l'objet; alors $-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = -1,375 = m$. Subſtituant donc cette valeur de m dans l'équation qui contient la relation entre les *index* pour la correction des aberrations (*Art.* 557), & les valeurs de h & de g priſes dans la premiere colonne de la Table précédente, avec

celles de h' & de g' prises dans la troisieme, on aura cette équation numérique $x'^2 - 2,64618x^2 = 1,52905$, par laquelle un des *index* ayant été pris à volonté, l'autre se trouve déterminé, avec cette restriction cependant que si c'est x' que l'on prend à volonté, il faut se garder de le prendre tel que son carré x'^2 soit plus petit que 1,52905 ; car alors la valeur de l'autre *index* x deviendrait imaginaire & par conséquent le Problême impossible.

561. La nécessité d'avoir un des *index*, pour déterminer l'autre, imposant celle de quelque condition particuliere qui puisse le donner, supposons que la lentille antérieure doive avoir la forme nécessaire pour produire la moindre aberration, dans le cas du parallélisme des rayons incidens, il faudra faire $x = 0$, & alors on aura cette équation $x'^2 = 1,52905$, qui donne $x' = \pm 1,23655$; faisant donc $x = 0$, dans les formules de l'Article 558 pour les rayons, & mettant pour x', $+ 1,23655$ ou $- 1,23655$, & observant de plus de prendre les valeurs de q, p dans la premiere colonne de la Table de l'Article 559, & celles de q', p', dans la troisieme, on aura deux systêmes de lentilles, qui formeront chacun un objectif exempt d'aberration.

Les rayons du systême de lentilles que donne $x' = 1,23655$, sont $b = \frac{R}{1,62740}$, $c = \frac{R}{0,19078}$, $b' = -\frac{R}{0,58616}$ & $c' = -\frac{R}{0,62595}$; & pour le systême donné par $x' = -1,23655$, les rayons sont $b = \frac{R}{1,62740}$, $c = \frac{R}{0,19078}$, $b' = \frac{R}{1,21246}$ & $c' = -\frac{R}{2,42457}$.

562. On voit donc que supposant à une des deux lentilles une forme quelconque particuliere, on détermine aussi-tôt la forme de l'autre, pourvu que la forme attribuée à la premiere ne rende pas celle-ci impossible. Qu'on suppose, par exemple, la lentille postérieure, c'est-à-dire, celle qui est de cristal, également concave des deux côtés, alors puisque $c' = b'$, on a $\frac{q' + x'}{m} + q' - p' = \frac{p' - x'}{m} + p' - q'$, d'où l'on tire $x' = -(m + \frac{1}{2})(q' - p')$, & par conséquent $b' = c' = \frac{2mR}{q' + p'}$. On aura

aura donc $x' = 1,2639$; ſubſtituant cette valeur de x' dans l'équation $x'^2 - 2,64618x^2 = 1,52905$, pour le rapport des *index*, on trouve $x^2 = 0,02584$ & $x = \pm 0,16075$; faiſant uſage de la ſeconde valeur de x, les rayons des ſurfaces de la lentille antérieure ſeront $b = \frac{R}{1,46665}$ & $c = \frac{R}{0,35153}$: nous n'employons point la premiere valeur de x, parce qu'il en réſulte une courbure trop petite pour une des ſurfaces de cette lentille. Les rayons des ſurfaces de la lentille poſtérieure ſont $b' = c' = -\frac{R}{1,65}$.

563. Lorſque la lentille de criſtal eſt tournée vers l'objet, alors $-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = -0,72727 = m$. Mettant dans l'équation générale pour le rapport des *index* (*Art. 557*) cette valeur de m avec celles de h, g priſes dans la troiſieme colonne de la Table de l'Art. 559, & celles de h', g' priſes dans la premiere, on aura l'équation $x^2 - 2,64618x'^2 = 1,52727$ qui renferme le rapport des *index* pour le cas préſent. Les *index* étant déterminés, on aura auſſi-tôt les rayons des ſurfaces, obſervant de prendre q, p, dans la troiſieme colonne de la Table, & q', p', dans la premiere.

Dans la ſolution du problême & dans ſes applications numériques, nous avons cherché à détruire l'aberration de ſphéricité pour les rayons qui partent de l'axe, ſans tenter de la détruire pour ceux qui n'en partent pas, parce qu'on peut s'en diſpenſer. Si cependant on voulait la détruire ou du moins la diminuer le plus qu'il eſt poſſible, pour ces derniers rayons, voici comment on y parviendrait. Nous nous bornerons au cas où la lentille antérieure eſt de verre commun.

564. Les Art. 537 & 538 nous apprennent que pour que l'aberration de ſphéricité des rayons moyens qui viennent d'un point ſitué hors de l'axe, ſoit auſſi petite qu'il eſt poſſible, en même tems que l'aberration de ſphéricité des mêmes rayons qui partent d'un point pris dans l'axe, eſt anéantie, il faut que les coordonnées des courbes de confuſion ſoient réduites à leurs derniers termes. Mais ſuppoſant que les deux lentilles dont l'objectif eſt compoſé ont déja la relation néceſſaire pour l'anéantiſſement de l'aberration de réfrangibilité, les coordonnées des courbes de

confuſion, qui appartiennent à cet objectif, ſont, après avoir introduit dans leurs valeurs (*Art.* 540) $-\frac{2}{39}$ à la place de $\frac{1}{q'}$, & mis enſuite $0,15R$ à la place de q, $u' = (n^3 - \frac{1}{4}n)$ $(0,62984\frac{RR}{bb} - 7,5166\frac{R}{b} - 0,45\frac{RR}{b'b'} + 1,03333\frac{R}{b'} + 26,72622)$ cof. $x + nnp\,(3,01616\frac{R}{b} - 2,16667\frac{R}{b'} - 15,59244)(1 + 2\,\text{cof. } x^2) + 1,8495\,npp$ cof. x, & $z' = (n^3 - \frac{3}{4}n)(0,62984\frac{RR}{bb} - 7,5166\frac{R}{b} - 0,45\frac{RR}{b'b'} + 1,03333\frac{R}{b'} + 26,72622)$ ſin. $x + 2nnp\,(3,01616\frac{R}{b} - 2,16667\frac{R}{b'} - 15,59244)$ ſin. x cof. $x + 0,8495\,npp$ ſin. x.

Ces coordonnées devant donc être réduites à leurs derniers termes pour diminuer le plus qu'il eſt poſſible l'aberration de ſphéricité hors de l'axe, & anéantir en même tems l'aberration de ſphéricité dans l'axe, il s'agit de faire enſorte que leurs premiers termes deviennent nuls, ce qu'on obtiendra facilement en égalant à zero leurs coefficiens; d'où l'on aura ces équations $0,62984\frac{RR}{bb} - 7,5166\frac{R}{b} - 0,45\frac{RR}{b'b'} + 1,03333\frac{R}{b'} + 26,72622 = 0$, & $3,01616\frac{R}{b} - 2,16667\frac{R}{b'} - 15,59244 = 0$, qui donneront aiſément les valeurs de b & de b'. Les autres rayons ſe trouveront, comme dans l'Art. 548, au moyen des équations $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$ & $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} + \frac{40}{9}$. Nous ferons obſerver, comme à l'Article cité, que lorſque quelqu'un des rayons aura une valeur négative, il appartiendra alors à une ſurface concave vers l'objet.

Des deux valeurs que les deux équations précédentes font trouver pour chacun des rayons b & b', il n'y en a qu'une dont on puiſſe faire uſage, l'autre donnant des courbures trop fortes. La valeur de b & celle de b' dont on peut ſe ſervir, ſont $\frac{R}{1,56981}$ & $-\frac{R}{5,01123}$ reſpectivement; les valeurs de c & de c' ſont $-\frac{R}{5,09685}$ & $-\frac{R}{0,56679}$.

565. PROBLÊME XV. *Trouver les dimenſions que doit avoir un objectif compoſé de trois lentilles contigues ou ſéparées par un très-petit intervalle, dont les deux extrêmes ſont de verre commun & celles du milieu de* flintglaſſ, *pour que cet objectif ſoit auſſi exempt d'aberration qu'il eſt poſſible.*

Ce Problême ſe peut réſoudre, ſoit au moyen de l'équation de l'Art. 489 combinée avec celle qui réſulte de l'Art. 503, ſoit au moyen de l'équation de l'Article 491 combinée avec celle que fournit l'Article 518. Mais comme les calculs que les premieres exigent, ſont longs & pénibles, nous ne ferons uſage que des dernieres qui n'obligent pas tout-à-fait à autant de travail.

L'équation de l'Art. 491 pour l'anéantiſſement de l'aberration de réfrangibilité, dans un objectif compoſé de trois lentilles dont les extrêmes ſont de la même matière, eſt $\frac{1}{R} + \frac{1}{R''} = -\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} \times \frac{1}{R'} = \frac{m}{R'}$, en faiſant $-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = m$ comme dans l'Article 557 : cette équation ſe change en celle-ci $R'' = \frac{nR}{m-n}$, en ſuppoſant $R' = nR$.

L'équation que fournit l'Art. 518 pour la deſtruction de l'aberration de ſphéricité dans l'objectif dont il s'agit, eſt, en ſuppoſant toujours l'objet infiniment éloigné, $\frac{1}{gR^3}(h + g^2x^2) + \frac{1}{g'R'^3}\left(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2\right) + \frac{1}{gR''^3}\left(\frac{R''}{a''+r''} + h + g^2x''^2\right) = 0$, équation que l'on trouve en diviſant l'expreſſion de l'aberration de ſphéricité, pour trois lentilles contigues, par $\frac{kk r'' r''}{2}$, & mettant h à la place de h'' & g à la place de g'', à cauſe que, les lentilles extrêmes étant de même matiere, $h = h''$ & $g = g''$, & égalant enſuite (*Art. 520*) cette expreſſion à zero. Mais on a $\frac{1}{r'} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{R'}$ qui, à cauſe de $a' = -r = -R$ (*Art. 518 & 557*) & de $R' = nR$, donne $r' = \frac{nR}{n+1}$; & $\frac{1}{r''} + \frac{1}{a''} = \frac{1}{R''}$ qui, parce que $a'' = -r'$ (*Art. 518*) $=$ par conſéquent $-\frac{nR}{n+1}$ & $R'' = \frac{nR}{m-n}$, donne $r'' = \frac{nR}{m+1}$.

Subſtituant dans l'équation précédente pour l'anéantiſſement de l'aberration de ſphéricité, ces valeurs de r' & de r'' avec celles de a' & de a'', de R' & de R'', on aura $n^3x^2 + \frac{g'}{g}x'^2 + (m-n)^3x''^2 = \frac{(m+1)(n+1)(m-n)}{g^2} + \frac{n(n+1)}{gg'} - \frac{(m-n)^3h}{g^4} - \frac{n^3h}{g^2} - \frac{h'}{gg'}$, équation qui contient la correction des aberrations de réfrangibilité & de ſphéricité.

566. Les rayons des ſurfaces des trois lentilles ſeront, par l'Art. 520, $b = \frac{R}{q+x}$, $c = \frac{R}{p-x}$, $b' = \frac{nR}{n(q'-p')+q'+x'}$, $c' = \frac{nR}{n(p'-q')+p'-x'}$, $b'' = \frac{nR}{(m+1)q-(n+1)p+(m-n)x''}$, $c'' = \frac{nR}{(m+1)p-(n+1)q-(m-n)x''}$. Lorſque quelqu'un des rayons aura une valeur négative, il appartiendra à une ſurface concave.

567. La relation que doivent avoir les trois *index* x, x', x'', pour la correction des aberrations, étant contenue dans une ſeule équation, il y en a néceſſairement deux d'indéterminés, enſorte que l'on a beſoin de quelques conditions particulieres qui les donnent. Suppoſons donc qu'on prenne pour conditions, 1°. que la lentille du milieu (de *flintglaſſ*) ſoit également concave des deux côtés; 2°. que les lentilles extrêmes de verre commun ſoient ſemblables, égales & ſemblablement placées par rapport à cette lentille.

Les lentilles extrêmes étant ſuppoſées égales, elles ont le même foyer, c'eſt-à-dire, que $R = R'' = \frac{nR}{m-n}$, d'où l'on tire $2n = m$. Subſtituant $2n$ à la place de m, dans l'équation pour la correction des aberrations (*Art. 565*), on aura $x^2 + \frac{g'}{n^2g}x'^2 + x''^2 = \frac{(2n+1)(n+1)}{n^2g^2} + \frac{n+1}{n^2gg'} - \frac{2h}{g^2} - \frac{h'}{n^2gg'}$.

De plus, les lentilles extrêmes étant ſuppoſées ſemblables & égales, on a $b = c''$, ou $n(q+x) = (2n+1)p - (n+1)q - nx''$, d'où l'on tire $x + x'' = -\frac{2n+1}{n} \times (q-p)$.

La lentille intermédiaire étant ſuppoſée également concave des deux côtés, on a $b' = c'$, ou $n(q'-p') + q' + x' =$

$n(p'-q')+p'-x'$, d'où l'on déduit $x' = -\frac{2n+1}{2} \times (q'-p')$.

Les rayons des surfaces de ces lentilles seront $b = c'' = \frac{R}{q+x}$, $c = b'' = \frac{R}{p-x}$, & $b' = c' = \frac{2nR}{q'+p'}$.

Si l'on veut avoir les valeurs arithmétiques des dimensions de ces lentilles & par conséquent de l'objectif qu'elles composent, on commencera par substituer dans les équations pour les *index*, les valeurs numériques de g, h, p, q prises dans la premiere colonne de la Table de l'Art. 559, & celles de g', h', p', q' prises dans la troisieme colonne de la même Table, avec la valeur de n, qui est — 0,6875, puisque $n = \frac{1}{2}$ m, & ces équations exprimées en nombres seront $x' = 0{,}27084$, $x + x'' = -0{,}78361$ & $x^2 + x''^2 = 0{,}90365$. Faisant $-0{,}78361 = A$ & $0{,}90365 = B$, on tirera des deux dernieres équations, $x = \frac{A \pm \sqrt{(2B - A^2)}}{2}$, qui donne $x = 0{,}154375$ ou $-0{,}937985$. Substituant la derniere valeur de x dans la premiere & la seconde des équations précédentes pour les rayons, & calculant aussi la derniere, nous aurons $b = c'' = \frac{R}{0{,}689415}$, $b' = c' = -\frac{R}{1{,}21184}$, $c = b'' = \frac{R}{1{,}128765}$.

Nous n'avons point fait usage de la premiere valeur de x, parce qu'il en aurait résulté des courbures trop petites pour deux des surfaces de ces lentilles.

568. Supposons que de trois lentilles qui doivent composer un objectif, les extrêmes soient également convexes des deux côtés & égales, celles-ci étant toujours supposées de verre commun & celle du milieu de *flintglass* : voyons quelles seront leurs dimensions.

Suivant ces conditions, 1°. $R = R''$ & par conséquent $2n = m$. Ainsi l'équation pour la correction des aberrations est la même que celle du dernier Article.

2°. $b = c$, ou $q + x = p - x$, d'où l'on tire $x = -\frac{q-p}{2}$.

3°. $b'' = c''$, ou $(m+1)p - (n+1)q - (m-n)x''$

$= (m+1)q - (n+1)p + (m-n)x''$, d'où l'on tire, en mettant $2n$ à la place de m, $x'' = -\frac{3n+2}{2n}(q-p)$.

Et les rayons des surfaces des lentilles seront $b = \frac{2R}{q+p} = c = b'' = c''$, $b' = \frac{R}{q'-p'+\frac{q'+x'}{n}}$, & $c' = \frac{R}{p'-q'+\frac{p'-x'}{n}}$.

Faisant le calcul en nombres du second membre de l'équation pour la correction des aberrations, elle devient $x^2 + \frac{g'x'^2}{n^3 g} + x''^2 = 0,68190$; faisant aussi le calcul des deux équations pour les *index* x & x'', on trouve $x = -0,71831$ & $x'' = -0,06529$. Substituant ces valeurs de x & de x'' dans l'équation pour la correction des aberrations, on aura $\frac{g'x'^2}{n^3 g} = 0,16167$, d'où l'on tire $x'^2 = 0,056143$, & par conséquent $x' = \pm 0,23694$.

Substituant ensuite ces valeurs de x' successivement dans les expressions ci-dessus des rayons b' & c' des surfaces de la lentille du milieu, on aura, pour la premiere, $b' = -\frac{R}{1,13416}$ & $c' = -\frac{R}{1,26142}$; & pour la seconde, $b' = -\frac{R}{0,47353}$ & $c' = -\frac{R}{1,95070}$.

Quant aux rayons des surfaces des lentilles extrêmes, ils seront égaux chacun à $\frac{R}{0,90909}$.

569. Supposons qu'on demande les dimensions d'un objectif composé de trois lentilles qui soient contigues & dont les extrêmes ayent même foyer; ces dernieres étant toujours supposées de verre commun, & celle du milieu de *flintglass*.

Puisque ces lentilles doivent être contigues, $b' = -c$, & $c' = -b''$, & par consequent on a ces deux équations $x' = nx - n(q'-p'+p) - q'$ & $x'' = x - \frac{q-p+q'+p'}{n} - 2q$, lesquelles comparées avec l'équation pour la correction des aberrations de l'Art. 567 (qui convient encore à ce cas, puisque, suivant les conditions énoncées, $R = R''$) déterminent

les *index* x, x', x'' & conſéquemment les formes de lentilles. Et les rayons des lentilles ſeront dans ce cas, $b = \frac{R}{q+x}$, $c = \frac{R}{p-x} = -b'$, $c' = \frac{R}{p-x+\frac{q'+p'}{n}} = -b''$, $c'' = \frac{R}{p-x+\frac{q'+p'}{n}+p+q}$.

Les deux équations précédentes pour x' & x'', exprimées en nombres, deviennent $x' = nx - 0{,}43133$, & $x'' = x + 1{,}25906$; ſubſtituant ces valeurs de x' & de x'' dans l'équation ci-deſſus $x^2 + \frac{g'x'^2}{n^3 g} + x''^2 = 0{,}68190$, on aura $x^2 + 1{,}26978 \times x + 0{,}59688 = 0$, dont les racines $x = -0{,}63489 \pm 0{,}44022\sqrt{-1}$ étant imaginaires, apprennent que le Problême eſt impoſſible.

Mais quoique l'on ne puiſſe, avec les conditions précédentes, avoir un objectif abſolument exempt d'aberration, on peut du moins en avoir un qui ait la moindre aberration poſſible, en rejettant la partie imaginaire de la valeur de x, & ſuppoſant $x =$ ſeulement à la partie réelle $-0{,}63489$; & alors les rayons des ſurfaces ſeront $b = \frac{R}{0{,}99261}$, $c = \frac{R}{0{,}82567} = -b'$, $c' = -\frac{R}{1{,}59856} = -b''$ & $c'' = \frac{R}{0{,}21962}$.

570. Qu'on ſe garde bien de croire au reſte qu'on ne peut former un objectif exempt d'aberration avec trois lentilles contigues. Tout dépend du rapport des diſtances focales des lentilles extrêmes. Qu'on ſuppoſe, par exemple, l'une d'elles infinie, on tombe dans un cas qui a été pleinement réſolu, celui des objectifs à deux verres; tandis qu'en les ſuppoſant égales, le cas eſt impoſſible comme nous venons de le voir.

571. Comme on ne peut douter qu'il n'y ait d'autres cas poſſibles & impoſſibles, tâchons de découvrir les limites entre ces cas, ou ce qui revient au même, de déterminer quel doit être le rapport entre les diſtances focales des lentilles extrêmes, pour que l'objectif puiſſe être ſans aberration.

L'équation pour la correction des aberrations dans un objectif compoſé de trois lentilles contigues, eſt (*Art. 565*) $n^3x^2 +$

$\frac{g'x'^2}{g} + (m-n)^3x''^2 - \frac{(m+1)(n+1)(m-n)}{g^2} - \frac{n(n+1)}{gg'} + \frac{(m-n)^3h}{g^2} + \frac{n^3h}{g^2} + \frac{h'}{gg'} = 0$; & à cauſe que les lentilles étant ſuppoſées contigues, $c = -b'$, & $c' = -b''$, on a ces deux équations $x' = nx - n(q' - p' + p) - q'$ & $(m-n)x'' = nx - (n+1)q - q' - p' + p$.

Mais parce qu'il eſt poſſible d'avoir un objectif exempt d'aberration dans le cas où $R = \infty$, ou lorſque $n = 0$, & dans celui où $R'' = \infty$, ou lorſque $n = m$, & que cela eſt impoſſible au contraire dans le cas où $R = R''$, ou lorſque $n = \frac{1}{2}m$, on a lieu de croire qu'il y a une certaine valeur de n compriſe entre 0 & $\frac{1}{2}m$, & une autre compriſe entre $\frac{1}{2}m$ & m qui limitent les cas poſſibles & impoſſibles; enſorte que les cas poſſibles ſont ceux où n a toutes les valeurs imaginables depuis 0 juſqu'à la premiere de ces deux valeurs incluſivement, & depuis la ſeconde juſqu'à m incluſivement; d'où l'on voit que la premiere de ces deux valeurs de n eſt plus grande que chacune de celles que n peut avoir depuis 0 juſqu'à cette premiere, & que la ſeconde eſt au contraire plus petite qu'aucune des valeurs de n compriſe entr'elle & m.

Pour trouver cette plus grande & cette moindre valeur de n, nous n'avons qu'à différencier les trois équations précédentes, en traitant n comme conſtante, & nous aurons ces trois équations différentielles $n^3x\,dx + \frac{g'x'\,dx'}{g} + (m-n)^3x''\,dx'' = 0$, $dx' = n\,dx$, & $(m-n)\,dx'' = n\,dx$; d'où l'on tirera, en chaſſant les différences, cette équation $n^2x + \frac{g'x'}{g} + (m-n)^2x'' = 0$. Eliminant enſuite les *index* x, x', x'' par la comparaiſon de cette équation & des trois équations ci-deſſus, on aura (après avoir fait, pour abréger, $C = \frac{mg}{g'}$, $D = -\frac{mq + q - p + p'}{C+1}$, $q' - p' + p = E$, $F = \frac{E - \frac{gq'}{g'}}{C+1} + \frac{Dg}{g'}$, $q' - CD = G$, $F - E = H$), cette équation $\left(2F(G - D) + \frac{g'HH}{g} + mFF - \frac{1}{gg'} + \frac{3mh + m + 1}{g^2}\right)nn + (G^2 -$

D^2

$D^2 + 2mDE - \frac{1}{gg'} - \frac{3m^2h + m^2 - 1}{g^2}) n + m(C - 1)DD + \frac{h'}{gg'} + \frac{(m^2h - m - 1)m}{g^2} = 0$, qui renferme les deux valeurs cherchées de n.

Il ne s'agit à préſent que d'avoir cette équation exprimée en nombres. Or, faiſant d'abord le calcul des quantités C, D, &c. en ſuppoſant $m = -1{,}375$, on trouve $C = -1{,}39964$, $D = -1{,}72645$, $E = 1{,}63524$, $F = -1{,}88700$, $G = -0{,}86085$ & $H = -3{,}52224$; ces valeurs étant ſubſtituées dans l'équation précédente, avec celles de m, de h, &c. elle devient $0{,}37841 \times n^2 + 0{,}51351 \times n + 0{,}1375 = 0$, ou $n^2 + 1{,}35702 \times n + 0{,}36336 = 0$, dont les deux racines $n = -0{,}38704$ & $n = -0{,}98998$ ſont les valeurs cherchées de n.

572. Ainſi pour que les trois lentilles contigues qui compoſent un objectif, puiſſent avoir des formes telles que les aberrations ſoient détruites, il faut que n ait l'une des deux valeurs précédentes, ou ſoit égale à quelque nombre compris entre 0 & la premiere, ou entre la ſeconde & $-1{,}375$; ou, ce qui revient au même, puiſque la diſtance focale R de la premiere lentille eſt à la diſtance focale R'' de la troiſieme comme $m - n$ eſt à n, il faut que R ſoit à R'' dans un rapport qui ne ſoit jamais moindre que celui de 98796 à 38704, ni plus grand que celui de 38698 à 98998. Si R eſt à R'' dans un rapport plus petit que celui de 98796 à 38704 ou plus grand que celui de 38698 à 98998, il ne ſera pas poſſible de trouver des dimenſions qui détruiſent les aberrations.

573. Si l'on voulait avoir les dimenſions d'un objectif exempt d'aberration, pour le cas des limites précédentes de n, on remarquera que, dans ce cas-là, $x = F + \frac{G}{n}$, comme on le trouve lors de l'élimination de cet *index* & des deux autres; enſorte que, pour la premiere limite $-0{,}38704$ de n, on trouvera $x = 0{,}33719$, & pour la ſeconde $-0{,}98998$, $x = -1{,}02754$.

574. Mais les rayons des ſurfaces de trois lentilles contigues ſont $b = \frac{R}{q + x}$, $c = \frac{R}{p - x} = -b'$, $c' = \frac{R}{p - x + \frac{q' + p'}{n}}$

$= -b''$, & $c'' = \dfrac{R}{p - x + \frac{q'+p'}{n} + (p+q) \times \frac{m-n}{n}}$; les rayons des surfaces des lentilles, pour le cas dont il s'agit, auront donc les valeurs suivantes : $b = \frac{R}{1,96459}$, $c = -\frac{R}{0,14641} = -b'$, $c' = -\frac{R}{4,45258} = -b''$, $c'' = \frac{R}{0,18851}$, celles-ci ayant été trouvées en introduisant dans les formules précédentes la 1re valeur 0,33719 de x & la premiere limite — 0,38704 de n; & $b = \frac{R}{0,59986}$, $c = \frac{R}{1,21832} = -b'$, $c' = -\frac{R}{0,46521} = -b''$, $c'' = \frac{R}{0,24191}$, ces dernieres provenant de la seconde valeur — 1,02754 de x & de la seconde limite — 0,98998 de n.

575. On remarquera au sujet de ces deux objectifs appartenant aux limites de n, que ce sont ceux où l'erreur que peut commettre l'Artiste en travaillant la lentille du milieu, tire le moins à conséquence, & que par cette raison ces deux objectifs sont préférables dans la pratique à ceux que donneraient les autres cas où il est également possible d'anéantir l'aberration; car l'aberration de sphéricité, qui se trouve détruite en donnant exactement à la lentille du milieu, ainsi qu'aux autres, la forme que le calcul fait trouver, sera la plus petite possible, s'il arrive qu'on ne la lui donne pas tout-à-fait.

576. Terminons ces applications par ces deux observations générales pour toute espece d'objectif. La premiere, que chacune des lentilles qui composent les objectifs, approche, le plus qu'il est possible, d'être également convexe ou également concave des deux côtés, & par conséquent d'avoir soin de choisir dans le nombre infini de conditions particulieres dont on emploie toujours quelqu'une pour la détermination des dimensions des objectifs, celle d'où résultera la moindre inégalité possible entre les courbures de chaque lentille, afin qu'il n'y ait point de surface trop courbe & que par conséquent l'objectif puisse supporter une plus grande ouverture. La raison en est que la quantité de l'aberration de sphéricité n'ayant été déterminée que par approximation, & en supposant des arcs d'un très-petit nombre de degrés, elle s'écartera d'autant plus de la

véritable, que les ſurfaces des lentilles ſeront des parties plus conſidérables de leurs ſpheres.

577. La ſeconde obſervation eſt particuliere aux méthodes des Art. 557, 565 & ſuivans, & conſiſte en ceci. Comme la relation des *index* eſt déterminée par une ſeule équation, & que pluſieurs de ces *index* ſont par conſéquent dans le cas d'être pris arbitrairement, il faut ſe garder de les prendre trop grands ou tels que celui qui reſtera à déterminer le devienne trop; ou, ce qui revient au même, faire enſorte que la forme de chaque lentille approche, autant qu'il eſt poſſible, de la forme de celle qui, dans les mêmes circonſtances, produit l'aberration la plus petite; car alors les erreurs commiſes dans la conſtruction des lentilles, tireront le moins à conſéquence.

578. Quelqu'important qu'il ſoit de ne point s'écarter des préceptes que fourniſſent ces obſervations, on ne peut ſe diſſimuler que, comme ils ſont ſouvent oppoſés l'un à l'autre, cela ſera rarement poſſible, lorſque, par la méthode qu'on ſuivra, ils auront lieu en même tems. A cet inconvénient s'en joint encore un autre, c'eſt de ne pouvoir déterminer facilement auquel des deux il conviendra de ſe conformer plus exactement & juſqu'à quel point on doit le ſuivre & s'écarter de l'autre, lorſque le cas qu'on aura à traiter ne permettra pas qu'on tienne un certain milieu entre l'un & l'autre.

579. On a fait obſerver dans le Chapitre précédent où il n'eſt queſtion que des lunettes ordinaires (*Art. 456*), que le degré de confuſion produit par l'aberration de l'oculaire eſt aſſez petit pour ne mériter aucune attention, ce qui ne permet pas de douter que, dans ces lunettes, l'aberration de ce verre ne ſoit très-petite en elle-même & ſur-tout comparée à celle de l'objectif; mais il ne paraît pas qu'il en doive être de même lorſque l'objectif a une forme telle que ſon aberration eſt nulle ou très-petite. Comme il ſupporte alors une plus grande ouverture & un oculaire d'un foyer plus court, la double aberration de l'oculaire, celle du moins des deux aberrations qui eſt dûe à la réfrangibilité, peut ſe trouver aſſez grande & par conſéquent la confuſion qui en réſulte, pour qu'on doive s'efforcer de la détruire. Car 1°. l'objectif ayant plus d'ouverture, il entre dans la lunette des pinceaux plus inclinés à l'axe que dans les

lunettes ordinaires, & qui par conſéquent rencontrant l'oculaire ſous une inclinaiſon plus grande que les pinceaux les plus obliques qu'elles reçoivent, ſouffrent, en le traverſant, une inflexion plus forte. 2°. L'oculaire étant d'un foyer plus court, & ayant par conſéquent ſes ſurfaces plus courbes que s'il appartenait à une lunette ordinaire, il rompt davantage tous les pinceaux qu'il reçoit, enſorte que ceux qui ſont les plus inclinés à l'axe, doivent être aſſez conſidérablement réfractés. Or, ces pinceaux ſouffrant une réfraction aſſez forte, leurs rayons décompoſés par cette réfraction, peuvent être ſenſiblement ſéparés en entrant dans l'œil, malgré le peu de trajet qu'ils ont à faire, au ſortir de l'oculaire, pour s'y rendre, & occaſionner en conſéquence, des couleurs qui alterent la repréſentation des objets qui ſe trouvent vers les bords du champ de l'inſtrument. Il paraît donc qu'on ne peut ſe diſpenſer de chercher à prévenir cet inconvénient. Le moyen le plus ſimple qui ſe préſente d'y réuſſir, eſt d'employer deux oculaires au lieu d'un, ce qui produit d'ailleurs l'avantage d'avoir un plus grand champ. Tâchons donc de trouver quelles doivent être les poſitions & les formes de ces oculaires. Soient pour préparer à cette recherche, le Théorême & le Problême ſuivans.

580. THÉORÊME. *Si un rayon de lumière hétérogene paſſe preſque perpendiculairement au travers d'une lentille mince, l'angle que les rayons de différente eſpece dont ce rayon eſt compoſé, forment au ſortir de la lentille, après avoir été ſéparés par la réfraction, eſt à très-peu près proportionnel à la diſtance du rayon à l'axe de la lentille diviſée par la diſtance focale de la lentille.*

Fig. 571. Soit ABC une ſection de la lentille paſſant par l'axe EF & par le rayon de lumière $EKHL$ qui rencontre la lentille aux points K & H. Soient E, F les centres des arcs CHB, AKB; & ſoient menés aux points H & K, les rayons HE, KF, & les tangentes HD, KD, leſquelles concourent en D. Il eſt clair que le rayon eſt rompu & décompoſé en traverſant la lentille, comme s'il paſſait au travers du priſme repréſenté par HDK. Or, la diſperſion qu'occaſionnerait aux rayons hétérogenes leur paſſage au travers du priſme, eſt à très-peu près proportionnelle à l'angle de ce priſme, c'eſt-à-dire, à l'angle HDK, lequel eſt égal à la ſomme des angles HEC, KFA, & par

conséquent proportionnel à $\frac{HC}{CE} + \frac{KA}{AF}$, ou (en prenant pour HC & KA la distance du rayon KH à l'axe, qu'on nommera k) á $k\left(\frac{1}{CE} + \frac{1}{AF}\right)$, ou enfin à $\frac{k}{R}$, prenant R pour désigner la distance focale; donc, &c.

581. On prouvera de même que le rapport de réfraction étant exprimé par P & celui de la dispersion par dP, la dispersion d'un rayon de lumière hétérogene passant presque perpendiculairement au travers de la lentille, est à très-peu près proportionnelle à $\frac{k\,dP}{(P-1)R}$.

582 PROBLÊME XVI. *Soient* B″A″, B‴A‴ *deux lentilles ayant même axe* A″A‴ *sur lequel soit placé le point rayonnant* Q. *Soit un rayon composé* QB″ *parti de ce point, lequel après avoir été rompu par la premiere lentille* A″B″, *soit dirigé au point* q *de l'axe. Supposons enfin que rencontrant, suivant cette direction, la seconde lentille* A‴B‴, *il aille couper l'axe en* q′, *au sortir de cette lentille. On demande la relation que doivent avoir les distances focales de ces deux lentilles & les intervalles* QA″, A″A‴ *pour que les rayons simples dont le rayon* QB″ *est composé, séparés & rendus par conséquent divergens par la réfraction de la lentille* A″B″, *soient rendus paralleles par la réfraction de la lentille* A‴B‴. Fig. 572.

Il est clair que la dispersion & par conséquent la divergence des rayons simples dont le rayon incident QB'' était composé, occasionnée par leur passage au travers de la lentille $A''B''$, est augmentée, en passant au travers de la lentille $A'''B'''$, par sa forme prismatique, & qu'au contraire elle est diminuée par sa convexité. Or cette augmentation de divergence produite par la forme prismatique de la lentille $A'''B'''$, est à la divergence produite par la forme prismatique de la lentille $A''B''$, comme $\frac{B'''A'''}{R'''}$ est à $\frac{B''A''}{R''}$ (en nommant R'' & R''' les distances focales de ces lentilles) par l'Article 580; & par conséquent la divergence totale produite par la forme prismatique des deux lentilles, est à la divergence produite par la premiere lentille comme $\frac{B'''A'''}{R'''} + \frac{B''A''}{R''}$ est à $\frac{B''A''}{R''}$ ou comme $\frac{B'''A'''.R''}{R'''} + B''A''$ est à $B''A''$. Delà, les rayons simples contenus dans $B''B'''$

tombant divergens de B'' sur la lentille $B'''A'''$, ces rayons divergeraient, au sortir de cette lentille, d'un point plus proche de B''', dont la distance de B''' serait à la distance $B''B'''$ comme $B''A''$ est à $B''A'' + \frac{B'''A'''.R''}{R'''}$; cette distance serait par conséquent $= \frac{B''A''.B''B'''.R'''}{B''A''.R''' + B'''A'''.R''}$, abstraction faite toutefois de l'effet de la convexité de la lentille $B'''A'''$. Afin donc que la convexité de cette lentille détruise la divergence dont nous parlons, & rende paralleles les rayons émergens, il faut lui donner une distance focale R''' égale à la distance trouvée $\frac{B''A''.B''B'''.R'''}{B''A''.R''' + B'''A'''.R''}$, ce qui donne, en divisant par R''' & mettant $A''A'''$, $A''q$, $A'''q$, à la place de $B''B'''$, de $B''A''$ & de $B'''A'''$ respectivement, $A''q.R''' + A'''q.R'' = A''q.A''A'''$, équation qui, en mettant $A''q - A''A'''$ à la place de $A'''q$, se change en celle-ci $A''q = \frac{R''.A''A'''}{R'' + R''' - A''A'''}$. Si donc on donne aux quantités R'', R''', $A''A'''$, $A''q$ des valeurs telles que le demande cette équation, l'aberration ou disperſion du rayon oblique $QB''B'''q'$, occasionnée par la réfrangibilité différente des rayons simples dont il est composé, sera détruite.

583. Si la distance de l'objet Q est fort grande par rapport à la distance focale R'', on aura $A''q = R''$, & $A''A''' = \frac{R'' + R'''}{2}$, à très-peu près.

Voyons actuellement comment on parvient à déterminer, à l'aide de ce Problême, les formes & les positions requises des oculaires d'une lunette quelconque pour la correction de leurs aberrations : comme cette détermination présuppose une connaissance exacte du rapport dans lequel doivent être les distances focales & les intervalles des lentilles qui composent cette lunette, ainsi que du rapport suivant lequel elle amplifie, occupons-nous d'abord de cet objet, en supposant, uniquement pour fixer les idées, l'objectif de la lunette composé de deux verres. Nous devons avertir que cette théorie est extraite de la piece de M.r Klingenstierna.

584. Dans les Figures 573 & 574 qui représentent la disposition des lentilles dont la lunette est composée, & le cours des

rayons dans cette lunette, AB, $A'B'$, $A''B''$, $A'''B'''$ ſont les quatre lentilles dont elle eſt compoſée, les deux premieres placées l'une contre l'autre formant l'objectif. R, R', R'', R''' ſont ſuppoſées être les diſtances focales reſpectives de ces quatre lentilles, & R la diſtance focale de l'objectif compoſé, qui eſt $= \frac{RR'}{R+R'}$.

585. On voit dans la Figure 573 quelle eſt la route d'un rayon QB qui tombe ſur la premiere lentille AB parallélement à l'axe, & eſt rompu par cette lentille & les ſuivantes. Après avoir été rompu par cette lentille, ſuivant la droite Bq, la ſeconde $A'B'$ lui fait prendre auſſi-tôt une nouvelle direction $B'q'$ que la troiſieme lentille $A''B''$ change en une autre $B''q''$ ſuivant laquelle rencontrant la quatrieme lentille $A'''B'''$ en B''', il en ſort parallele à l'axe de la lunette, & entre tel dans l'œil. Or, pour que les rayons ſortent paralleles de cette derniere lentille, il faut qu'il y ait une certaine relation entre les diſtances focales R, R'', R''' & les intervalles des lentilles $A'A''$, $A''A'''$ qui peut ſe trouver ainſi. Puiſque les rayons incidens paralleles à l'axe convergent vers q', par les réfractions qu'ils éprouvent en traverſant l'objectif, $A'q'$ eſt égale à R, de ſorte que $A''q' = R - A'A''$. De même les rayons étant paralleles a l'axe, au ſortir de la derniere lentille $A'''B'''$, $A'''q''$ eſt égale à R''', & par conſéquent $A''q'' = A''A''' - R'''$. Mais les points q & q' ſont des foyers correſpondans de la lentille $A''B''$, donc $\frac{1}{R''} = \frac{1}{A''q''} - \frac{1}{A''q'}$, ou $\frac{1}{R''} = \frac{1}{A''A''' - R'''} - \frac{1}{R - A'A''}$, ou enfin $\frac{1}{R} + \frac{1}{R''} + \frac{1}{R'''} - \frac{A'A''}{R.R''} - \frac{A'A'''}{R.R'''} - \frac{A''A'''}{R''.R'''} + \frac{A'A''.A''A'''}{R.R''.R'''} = 0$, équation qui contient la relation que doivent avoir les diſtances focales & les intervalles des lentilles, pour que les rayons tombant paralleles à l'axe des verres, ſortent auſſi paralleles à cet axe.

586. La Figure 574 montre le progrès du rayon $A'B''B'''q'$ qu'on ſuppoſe être l'axe d'un pinceau oblique quelconque. Ce rayon, après avoir traverſé l'objectif, rencontre la lentille intermédiaire $A''B''$ en B'', & ſort dirigé en q. Rencontrant ſuivant cette direction l'oculaire $A'''B'''$ en B''', il va, au ſortir de

cet oculaire, couper l'axe en q', où l'œil doit être placé pour recevoir à la fois tous les autres pinceaux, & jouir de tout le champ de la lunette. D'où l'on voit facilement que la grandeur de l'objet vu dans la lunette eſt à la grandeur dont il paraît à la vue ſimple, comme l'angle $B'''q'A'''$ eſt à l'angle $B''A'A''$, rapport qu'on peut regarder comme compoſé de celui de l'angle $B'''q'A'''$ à l'angle $B'''qA'''$, & de celui de l'angle $B'''qA'''$ ou $B''qA''$ à l'angle $B''A'A''$, auxquels rapports ceux de $A'''q$ à $A'''q'$ & de $A'A''$ à $A''q$ ſont ſenſiblement égaux; de ſorte que le rapport ſuivant lequel la lunette groſſit, ſera égal à celui de $\frac{A'A''.A'''q}{A''q.A'''q'}$ à 1. Or, parce que A' & q ſont des foyers correſpondans de la lentille $A''B''$, $A''q = \frac{A'A''.R''}{A'A''-R''}$, & q' & q étant des foyers correſpondans de la lentille $A'''B'''$, $A'''q' = \frac{A'''q.R'''}{A'''q+R'''}$. Subſtituant ces valeurs de $A''q$ & de $A'''q'$ & mettant $A''q - A''A'''$ à la place de $A'''q$, on aura pour le rapport ſuivant lequel la lunette groſſit, celui de $-1+\frac{A'A''}{R''}+\frac{A'A'''}{R'''}-\frac{A'A''.A''A'''}{R''.R'''}$ à 1. Le nombre de fois que les objets doivent être amplifiés étant donc repréſenté par N, il faut, pour que la lunette les amplifie ce nombre de fois, que l'on ait $-1+\frac{A'A''}{R''}+\frac{A'A'''}{R'''}-\frac{A'A''.A''A'''}{R''.R'''}=N$.

587. Cette équation comparée avec celle que nous avons trouvée pour le paralléliſme à l'axe des rayons émergens, donne la valeur des intervalles $A'A''=R+R''-\frac{R.R''}{N.R'''}$, & $A''A'''=R''+R'''-\frac{N.R''.R'''}{R}$, & la diſtance de la place de l'œil à la derniere lentille $A'''B'''$, ou $A'''q'$ qu'on a trouvée ci-deſſus être égale à $\frac{A'''q.R'''}{A'''q+R'''}$, deviendra, après les ſubſtitutions convenables, $=\frac{R}{N^2}-\frac{R.R'''}{N.R''}+R'''$.

588. On obſervera en paſſant, dit M.r Klingenſtierna, qu'on peut toujours avec trois lentilles de foyers donnés R, R'', R''' & diſpoſés dans un ordre donné, compoſer une lunette qui amplifie un nombre N de fois, ſeulement en faiſant les intervalles

valles des lentilles $A'A'' = R + R'' - \frac{R.R'''}{N.R'''}$ & $A''A''' = R'' + R''' - \frac{N.R''.R'''}{R}$, pourvu que ces valeurs des intervalles ſoient poſitives, c'eſt-à-dire, pourvu que $\frac{1}{R''} + \frac{1}{R'''} > \frac{N}{R}$ & $\frac{1}{R} + \frac{1}{R''} > \frac{1}{N.R'''}$.

Paſſons actuellement au Problême ſuivant qui contient la détermination des foyers & des poſitions des oculaires de la lunette précédente, & même d'une lunette quelconque en introduiſant, dans les expreſſions qu'on trouvera, la diſtance focale de l'objectif qui appartient à cette lunette à la place de celle de l'objectif de la lunette dont il eſt queſtion.

589. PROBLÊME XVII. *Déterminer dans une lunette compoſée d'un objectif à deux verres, & de deux oculaires, les foyers que doivent avoir ces oculaires, & les intervalles qui doivent être entr'eux & l'objectif, pour que les aberrations des rayons qui compoſent les pinceaux obliques, occaſionnées par la réfraction de ces oculaires, ſoient détruites.*

On a fait voir (*Art. 582*) que, ſi on a $A''q = \frac{R''.A''A'''}{R''+R'''-A''A'''}$, la diſperſion du rayon $QB''B'''q'$ eſt entierement corrigée, après ſon paſſage au travers des deux lentilles $A''B''$, $A'''B'''$, & que les rayons de toute eſpece ſortent paralleles de la derniere lentille. Qu'on ſuppoſe que le point A' eſt le centre de l'objectif, & que le rayon $A'B''B'''q'$ eſt l'axe d'un pinceau oblique qui paſſe au travers des oculaires $A''B''$, $A'''B'''$, le Problême réſolu, à l'Article cité, ne différera pas de celui-ci, dont par conſéquent la ſolution ſera contenue dans la même équation $A''q = \frac{R''.A''A'''}{R''+R'''-A''A'''}$. Or, on a trouvé, dans l'Article 587, que $A''A''' = R'' + R''' - \frac{N.R''.R'''}{R}$ ou $R'' + R''' - A''A''' = \frac{N.R''.R'''}{R}$; ſubſtituant donc cette valeur, on a $A''q = \frac{R.R''}{N.R'''} + \frac{R}{N} - R''$; ajoûtant $A'A'' = R + R'' - \frac{R.R''}{N.R'''}$, on aura $A'q = \frac{N+1}{N} \times R$, équation au moyen de

Fig. 572.

Fig. 574.

laquelle on détermine de la maniere ſuivante les quantités qu'on ſe propoſe de connaître.

Nommons D la diſtance de la lentille intermédiaire $A''B''$ au foyer de l'objectif, laquelle doit ſe prendre vers l'objectif. Alors l'intervalle $A'A'' = R - D$, & l'intervalle $A''q = \frac{R}{N} + D$. Et parce que A' & q ſont des foyers correſpondans de la lentille $A''B''$, ſa diſtance focale R'' ſera $= \frac{A'A''.A''q}{A'q} = \frac{(R-D)(R+N.D)}{(N+1)R}$. Si l'on égale les deux valeurs de $A'A''$, ſavoir, $R - D$ & $R + R'' - \frac{R.R''}{N.R'''}$, on aura $R''' = \frac{R.R''}{N(R''+D)}$.

Subſtituant ces valeurs de R'' & de R''' dans la valeur de $A''A''' = R'' + R''' - \frac{N.R''.R'''}{R}$, on aura $A''A''' = R'''\left(1 + \frac{N.D}{R}\right)$; & par une ſubſtitution ſemblable dans la valeur de $A'''q' = \frac{R}{N^2} - \frac{R.R'''}{N.R''} + R'''$, on trouve $A'''q' = \frac{(N+1)D.R'''}{R+N.D}$.

En ſuppoſant $D = \frac{t.R}{N}$, les expreſſions précédentes ſe ſimplifient. On trouve $R'' = \frac{(N-t)(t+1)}{N+1} \times \frac{R}{N}$ & $R''' = \frac{(N-t)(t+1)}{N(2t+1)-tt} \times \frac{R}{N}$; $A''A''' = \frac{(N-t)(t+1)^2}{(2t+1)N-tt} \times \frac{R}{N}$ & $A'''q' = \frac{t(N-t)(N+1)}{N((2t+1)N-tt)} \times \frac{R}{N}$.

590. Dans les Articles 580 & 582 ſur leſquels la recherche précédente eſt fondée, on ſuppoſe que le rayon ou l'axe $A'B''B'''q'$ du pinceau paſſe preſque perpendiculairement au travers des lentilles $A''B''$, $A'''B'''$. Cette ſuppoſition eſt ſenſiblement vraie, quelle que ſoit la figure des lentilles, dans les pinceaux voiſins de celui qui part du point de l'objet ſitué dans l'axe. Mais dans les pinceaux plus obliques, elle ne peut plus être admiſe, à moins qu'on ne donne aux lentilles des figures convenables. Or, ces figures ſont parfaitement conformes à celles qu'on trouve par l'Art. 506 pour les lentilles qui produiſent les aberrations les plus petites dans des poſitions données des foyers correſpondans. Car on peut démontrer que l'aber-

ration eſt la plus petite, lorſque le rayon incident & le rayon émergent ſont également inclinés aux faces de la lentille, dans lequel cas le rayon paſſe auſſi perpendiculairement qu'il eſt poſſible. Si donc l'on nomme b le rayon de la ſurface antérieure de la lentille $A''B''$ & c le rayon de la ſurface poſtérieure, il faudra que $\frac{1}{b} = \frac{q}{A''q} + \frac{p}{A'A''}$, & que $\frac{1}{c} = \frac{p}{A''q} + \frac{q}{A'A''}$, ou, ayant ſubſtitué les valeurs $(t+1)\frac{R}{N}$, $(N-t)\frac{R}{N}$ de $A''q$ & de $A'A''$, $\frac{1}{b} = \left(\frac{q}{t+1} + \frac{p}{N-t}\right)\frac{N}{R}$ & $\frac{1}{c} = \left(\frac{p}{t+1} + \frac{q}{N-t}\right)\frac{N}{R}$.

591. De même, ſi on nomme b' le rayon de la ſurface antérieure de la lentille $A'''B'''$, & c' le rayon de la ſurface poſtérieure, il faudra que $\frac{1}{b'} = \frac{q}{A'''q'} - \frac{p}{A'''q}$ & que $\frac{1}{c'} = \frac{p}{A'''q'} - \frac{q}{A'''q}$, ou, en ſubſtituant à la place de $A'''q'$ & de $A'''q$, leurs valeurs $\frac{t(N-t)(N+1)}{N((2t+1)N-tt)} \times \frac{R}{N}$, $\frac{t(t+1)(N+1)}{(2t+1)N-tt} \times \frac{R}{N}$, $\frac{1}{b'} = \left(\frac{Nq}{N-t} - \frac{p}{t+1}\right)\frac{(2t+1)N-tt}{t(N+1)} \times \frac{N}{R}$ & $\frac{1}{c'} = \left(\frac{Np}{N-t} - \frac{q}{t+1}\right)\frac{(2t+1)N-tt}{t(N+1)} \times \frac{N}{R}$, ou, ſi l'on veut, $b' = \frac{A'''q'}{q - \frac{N-t}{t+1} \times \frac{p}{N}}$ & $c' = \frac{A'''q'}{p - \frac{N-t}{t+1} \times \frac{q}{N}}$, q étant $= \frac{2+m}{2(1-m)(1+2m)}$ & $p = \frac{4m^2+m-2}{2(1-m)(1+2m)}$.

592. Voyons enfin quel ſera le champ de la lunette. Qu'on conçoive que $A'''B'''$ ſoit la moitié de la largeur de l'oculaire le plus proche de l'œil, l'angle $A'''q'B'''$ ſera la moitié de celui ſous lequel on apperçoit l'eſpace qu'on peut découvrir au travers de la lunette, l'œil étant à la place q' qu'il doit occuper, & la lentille intermédiaire $A''B''$ étant ſuppoſée avoir aſſez d'ouverture. La tangente de cet angle pour le rayon 1 eſt $\frac{A'''B'''}{A'''q'}$, & le demi-diametre du champ de la lunette eſt à cet angle $A'''q'B'''$ comme 1 eſt à N. Mais on a coutume de faire la largeur la plus grande qu'on puiſſe donner à une lentille, égale au Fig. 574.

rayon de la ſurface la plus courbe. Or, la ſurface qui a le plus de courbure dans la lentille $A'''B'''$ eſt ſa ſurface antérieure dont on vient de déterminer le rayon b'; on aura donc $\frac{A'''B'''}{A'''q'} = \frac{\frac{1}{2}}{q - \frac{N-t}{t+1} \times \frac{p}{N}}$, de ſorte que le diametre du champ de la lunette eſt à l'angle dont la tangente eſt $\frac{\frac{1}{2}}{q - \frac{N-t}{t+1} \times \frac{p}{N}}$ comme 2 eſt à N; & c'eſt là le champ le plus grand qu'admette la figure des oculaires déterminée dans les deux Art. préc.

593. Quoique ces figures ſoient abſolument néceſſaires pour que l'inſtrument repréſente les objets avec toute la netteté qu'il eſt poſſible d'avoir, je croirais cependant, dit M.r Klingenſtierna, qu'on peut s'écarter un peu de la rigueur de ces regles, ſans perdre beaucoup du côté de la diſtinction, quand les autres circonſtances portent à le faire. Ainſi, ſi on veut avoir plus de champ que n'en donne la regle précédente, on pourra donner à la lentille $A'''B'''$ la figure qui ſatisfera le mieux à cet objet, en conſervant toutefois la diſtance focale. Au reſte, il eſt difficile, ajoûte M.r Klingenſtierna, de dire préciſément juſqu'à quel point on peut, ſans perdre ſenſiblement du côté de la netteté, s'écarter de ce que la théorie preſcrit : on le déterminera très-bien par l'expérience.

594. Dans les Articles 580 & 582 les lentilles ſont ſuppoſées très-minces & par conſéquent les réfractions que ſouffrent les rayons, très-petites. M.r Klingenſtierna obſerve avec raiſon, au ſujet de cette hypotheſe, que les concluſions qu'on en a tirées & qu'on a employées comme principes, dans l'Art. 589, s'écartent d'autant plus de la vérité, quand on les applique aux oculaires $A''B''$, $A'''B'''$, que les angles d'inflexion du rayon $A'B''B'''q'$ aux points B'' & B''', ſont plus grands. Il faut donc éviter qu'aucun de ces angles ſoit trop grand, & le plus ſûr parti, pour empêcher que cela ne ſoit, eſt de les rendre égaux; car s'ils ſont inégaux, la grandeur de l'un fait perdre du côté de la diſtinction plus que la petiteſſe de l'autre ne fait gagner. Prolongeant donc $A'B''$ & $q'B'''$ juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent en C, & ſuppoſant les angles $CB''B'''$, $CB'''B''$ égaux,

Fig. 574.

la figure $A'B''CB'''q'$ devenant d'une largeur infiniment petite, $q'q$ devient égale à $q'B'''$ ou $q'A'''$. Mais retranchant la valeur de $A'''q'$ (*Art. 589*) de celle de $A'''q$ (*Art. 591*), afin d'avoir $q'q$, on a en général $q'q : A'''q' :: t(N+1) : N-t$. Ainſi faiſant $t(N+1) = N-t$, on aura $t = \frac{N}{N+2}$; d'où il ſuit que la diſtance de la lentille intermédiaire $A''B''$ au foyer de l'objectif, qu'on a ſuppoſée (*Art. 589*) $= \frac{tR}{N}$, peut ſe prendre $= \frac{R}{N+2}$, ou, ſans erreur ſenſible, $= \frac{R}{N}$, pourvu que N ſoit un nombre aſſez grand, comme c'eſt l'ordinaire.

595. Au reſte, comme le remarque M.r Klingenſtierna, cette détermination du nombre t & par conſéquent des places des oculaires ne ſemble pas être d'une néceſſité ſi abſolue qu'on ne puiſſe s'en écarter un peu ſans un grand inconvénient; car elle eſt, ainſi que celle des formes des lentilles (*Art. 590 & 591*), dans le cas du *maximum* ou du *minimum*, où, ſi l'on vient à s'écarter un peu de la regle, l'effet n'en ſouffre pas ſenſiblement.

596. Si, dans les expreſſions trouvées (*Art. 589, 590, 591 & 592*) pour les diſtances focales, les formes, les places & l'effet des oculaires, on écrit à la place de t ſa valeur $\frac{N}{N+2}$, on aura les expreſſions ſuivantes, dans leſquelles on ſe ſouviendra que R eſt la diſtance focale de l'objectif ſimple ou compoſé, & N le nombre de fois que les objets ſont ampliſiés. On a joint à ces valeurs les valeurs approchées des mêmes quantités, en faiſant N aſſez grand.

		Valeurs approchées.
Diſtance de la lentille intermédiaire $A''B''$ au foyer de l'objectif . .	$= \frac{R}{N+2}$	ou $\frac{R}{N}$
Diſtance focale de cette lentille .	$= \frac{2(N+1)R}{(N+2)^2}$	ou $\frac{2R}{N}$
Rayon de la ſurface antérieure de la même lentille	$= \frac{2(N+1)R}{(N+2)(Nq+2p)}$	ou $\frac{2R}{Nq}$
Rayon de la ſurface poſtérieure .	$= \frac{2(N+1)R}{(N+2)(Np+2q)}$	ou $\frac{2R}{Np}$
Diſtance focale de la lentille $A'''B'''$ la plus proche de l'œil.	$= \frac{2(N+1)R}{N(3N+4)}$	ou $\frac{2R}{3N}$
Rayon de la ſurface antérieure		

de cette lentille..... $= \frac{2(N+1)R}{N(3N+4)(2q-p)}$ ou $\frac{2R}{3N(2q-p)}$

Rayon de la ſurface poſtérieure. $= \frac{2(N+1)R}{N(3N+4)(2p-q)}$ ou $\frac{2R}{3N(2p-q)}$

L'intervalle des lentilles $A''B''$, $A'''B'''$..... $= \frac{4(N+1)^2R}{N(N+2)(3N+4)}$ ou $\frac{4R}{3N}$

Diſtance $A'''q'$ de l'œil à la lentille la plus proche..... $= \frac{(N+1)R}{N(3N+4)}$ ou $\frac{R}{3N}$

Diametre du champ de la lunette $= \frac{2}{N} \times$ Ang. tang. $\frac{1}{2q-p}$.

597. Il ne ſera pas inutile de faire obſerver que l'on ne réuſſira à donner à l'objectif & aux oculaires d'une lunette les formes néceſſaires pour la deſtruction des aberrations, qu'autant qu'on aura déterminé avec exactitude les forces réfringentes des matieres qu'on employera. Ainſi quoique nous en ayons déja donné diverſes méthodes dans les Notes 395, 396 & ſuivantes, nous ne croyons pas devoir terminer ce Chapitre ſans en faire connaître encore une autre qu'on a employée avec ſuccès, nous voulons parler de celle des priſmes combinés dont M.r Dollond s'eſt ſervi, & que M.rs Clairaut & d'Alembert ont perfectionnée. Car on ſent de quel avantage eſt la multiplicité des méthodes, lorſqu'il s'agit de déterminer avec préciſion des élémens auſſi délicats & en même tems auſſi importans que le ſont le rapport de la réfraction moyenne & celui de la diſperſion.

598. Cette méthode telle que M.r Dollond l'employait, conſiſtait, comme nous l'avons déja dit, à regarder au travers de deux priſmes adoſſés, les objets éclairés, & à changer peu à peu les angles de ces priſmes, juſqu'à ce que les objets paruſſent au travers de leur couleur naturelle. M.r Clairaut, au lieu de ſe ſervir de ce double priſme à regarder les objets éclairés, a imaginé de le placer dans la chambre obſcure, & examinant enſuite l'image qu'il donnait en rompant un faiſceau de rayons ſolaires; ce n'a été que lorſqu'elle s'eſt trouvée exactement blanche, qu'il a été parfaitement ſûr que les différentes réfrangibilités de rayons colorés s'étaient compenſées. Comme un léger changement dans les angles des priſmes s'apperçoit beaucoup mieux dans la couleur de l'image du ſoleil que dans la teinte des objets éclairés, il eſt évident que cette maniere

de ſe ſervir des deux priſmes combinés eſt très-préférable à celle dont M.r Dollond les employait.

599. L'avantage de cette méthode s'eſt d'ailleurs manifeſté par la découverte qu'elle a occaſionnée d'un fait important; ſavoir, que les priſmes combinés ne détruiſent pas auſſi parfaitement les iris que M.r Dollond l'avait penſé. M.r Clairaut a remarqué dans le cours des expériences qu'il a faites, tant pour vérifier les rapports de réfringence & de diſperſion donnés par M.r Dollond, que pour déterminer ceux d'autres matieres, que des priſmes combinés au travers deſquels les objets ne paraiſſaient nullement décolorés, étant placés dans la chambre obſcure, donnaient une image du ſoleil aux bords de laquelle on appercevait une légere teinte de couleur : ce qui provient, comme l'obſerve M.r Clairaut, de ce que les diſperſions particulieres de chaque eſpece de rayons colorés ne ſont pas exactement proportionnelles à la diſperſion totale. Heureuſement que la quantité dont il s'en faut que ces diſperſions particulieres ne ſoient proportionnelles à la diſperſion totale, étant d'autant plus petite que les angles des priſmes ſont plus petits, devient inſenſible dans les lentilles adoſſées, ou dans les objectifs compoſés, dans leſquels les angles formés par les ſurfaces réfringentes ſont extrêmement petits.

600. La méthode des priſmes combinés a gagné encore un autre avantage à paſſer par les mains de M.r Clairaut : elle eſt devenue beaucoup plus facile à employer. Afin de pouvoir déterminer aiſément les véritables angles que doivent avoir les priſmes pour détruire les effets de la différence de réfrangibilité, il a imaginé de donner à l'une des faces de l'un des priſmes, une forme exactement cylindrique. Par cet expédient, on peut choiſir facilement, entre une infinité d'angles, celui qui eſt néceſſaire pour donner une image blanche, en faiſant paſſer le trait de lumière par l'un ou par l'autre point de la ſurface cylindrique.

Enfin, Mr. d'Alembert a rendu la méthode des priſmes combinés d'un uſage encore beaucoup plus commode. Comme après l'expérience faite, il faut toujours avoir recours à quelques formules pour déterminer les forces réfringentes des matières des priſmes, ce grand Géometre en a donné qui ont un tel degré de généralité que même on eſt diſpenſé de faire varier les angles de ces priſmes : ces angles peuvent même être tels qu'on

voudra, & il ne s'agira que d'incliner plus ou moins le prisme combiné pour suppléer au défaut de variation dans l'angle d'un de ceux qui le composent. Nous allons donner ces formules.

Fig. 575. 601. Soient deux prismes ABC, DCE disposés de manière que l'angle réfringent B de l'un étant tourné en bas, l'angle réfringent C de l'autre soit tourné en haut. Soit un rayon de lumière FG tombant sur sa face AB du premier, rompu dans ce prisme suivant GK, à sa sortie suivant KL, & dans le second prisme suivant LI, dont il sort enfin suivant IN. Soient HGS, OKS, QLM, PIM perpendiculaires aux faces de ces prismes. Soient l'angle réfringent ABC, l'angle BCD que forment entr'elles les faces BC, DC des deux prismes, & l'angle réfringent DCE, désignés par a, c, b respectivement; & soient l'angle $FGH = k$, $KGS = g$, $LKO = h$, $ILM = q$, $PIN = r$. Il est clair que l'angle $GKS = a - g$; car menant GT perpendiculaire sur BC, il est évident que $GKS = KGT = SGT - SGK = GBK - SGK = a - g$; on trouve de même que $QLK = h - c$, & $LIM = b - q$. Soient enfin P & P' les rapports de réfraction en passant de l'air dans le prisme ABC & dans le prisme DCE.

602. Il est clair qu'on aura sin. $g = \frac{1}{P}$ sin. k, sin. $h = P$ sin. $(a - g)$, sin. $q = \frac{1}{P'}$ sin. $(h - c)$, & sin. $r = P'$ sin. $(b - q)$, formules qui auront encore lieu, quand même les deux prismes ne se toucheraient pas en C, pourvu que leurs faces BC, CD étant prolongées, fassent un angle égal à c.

603. Si les faces BC, CD des deux prismes se touchent, alors l'angle c devient $= 0$; & le rayon passant immédiatement du premier prisme dans le second, sans entrer auparavant dans l'air, il est évident que sin. h peut être entierement négligé; & alors on aura sin. $g = \frac{1}{P}$ sin. k, sin. $q = \frac{P}{P'}$ sin. $(a - g)$ & sin. $r = P'$ sin. $(b - q)$

604. Avant d'aller plus loin, remarquons que la réfraction totale dans ces deux prismes, c'est-à-dire, l'angle des rayons FG, IN, est $= k - a + c - r + b$, ou $r - b - c + a - k$, selon que le rayon émergent IN est moins ou plus incliné à l'horison que le rayon incident FG. Car dans le premier

prisme

prisme l'angle KVR des deux rayons FG, $KL = VGK + VKG = FGH - KGS + LKO - GKS = k - g + k - a + g = k + h - a$; on trouve de même que l'angle des rayons KL, $IN = h - c + r - b$. Retranchant ce dernier angle du premier, ou le premier de ce dernier, selon que le rayon IN est plus ou moins incliné à l'horison que le rayon FG, on aura pour l'angle que font les rayons IN & FG, $k - a + c - r + b$, ou $r - b - c + a - k$; & c ayant été supposé en dernier lieu $= 0$, cet angle sera $k - a + b - r$, ou $r - b + a - k$.

605. Voyons maintenant comment lorsque les rayons sortent blancs des deux prismes, on détermine les forces réfringentes de ces prismes. Remarquons d'abord que nommant s l'angle des rayons IN, FG, on a $r = k \mp s - a + b$; donc sin. $(k \mp s - a + b) = P'$ sin. $(b - q)$ & par conséquent $P' = \frac{\text{sin. } (k \mp s - a + b)}{\text{sin. } (b - q)}$; donc sin. $q = \frac{P \text{ sin. } (b - q) \text{ sin. } (a - g)}{\text{sin. } (k \mp s - a + b)}$; donc $\frac{\text{sin. } (k \mp s - a + b) \text{ sin. } q}{P \text{ sin. } (a - g)} = \text{sin. } (b - q) = \text{sin. } b \text{ cos. } q - \text{sin. } q$ cos. b; donc $\frac{\text{sin. } (k \mp s - a + b)}{P \text{ sin. } (a - g)} \times \frac{\text{sin. } q}{\text{cos. } q} + \text{cos. } b \times \frac{\text{sin. } q}{\text{cos. } q} = \text{sin. } b$, qui donne tang. $q = \frac{P \text{ sin. } b \text{ sin. } (a - g)}{\text{sin. } (k \mp s - a + b) + P \text{ cos. } b \text{ sin. } (a - g)}$.

606. Or il est facile de connaître toutes les quantités qui entrent dans le second membre de cette équation. D'abord P se détermine par la méthode exposée, Notes 395, 396 & suivantes, ou par celle de la Note 405; les angles a & b des deux prismes se mesurent aisément par le moyen indiqué, Note 394; l'angle k est le complément de AGF qui est égal à la différence de l'angle que fait la face AB avec l'horison & de la hauteur du soleil. Or, M.r d'Alembert donne un moyen tout simple de connaître l'angle que fait AB avec l'horison. Ce moyen est d'approcher de ce côté AB, après avoir fixé le prisme, le côté DO d'un quart de cercle, jusqu'à ce que ce côté tombe exactement sur le côté AB; l'angle fait par AB & par le fil à plomb DF, est le complément de l'angle fait par le côté AB & l'horison. Enfin, on connaîtra l'angle s, en mesurant l'angle que les rayons blancs émergens IN font avec l'horison, & en retranchant de cet angle la hauteur du soleil, ce qui donnera l'angle s. Fig. 576.

avec le ſigne qui lui convient, c'eſt-à-dire, avec le ſigne — ou avec le ſigne + ; quant à l'angle g, on le connaîtra par cette équation ſin. $g = \frac{1}{P}$ ſin. k. Ainſi on a tout ce qu'il faut pour connaître q & par conſéquent P'.

607. Ce qui nous reſte à faire actuellement eſt de trouver le rapport des diſperſions dans les matières des deux priſmes. Pour cela, remarquons que la lumière ſortant blanche, la différence de ſin. r doit être égale à zero, c'eſt-à-dire, que $d(P'$ ſin. $(b - q)) = 0$, ou que $dP' = \frac{P'.dq.\text{cof}.(b-q)}{\text{ſin.}(b-q)}$. De plus l'équation ſin. $q = \frac{P}{P'}$ ſin. $(a - g)$ donne $dq = \frac{dP}{P'} \times \frac{\text{ſin.}(a-g)}{\text{cof.}\,q} - \frac{PdP'}{P'P'} \times \frac{\text{ſin.}(a-g)}{\text{cof.}\,q} - \frac{dg\,\text{cof.}(a-g)}{\text{cof.}\,q} \times \frac{P}{P'}$, & l'équation ſin. $g = \frac{1}{P}$ ſin. k donne $dg = -\frac{dP\,\text{ſin.}\,k}{PP.\,\text{cof}\,g}$. Subſtituant cette valeur de dg dans celle de dq & celle-ci dans l'équation $dP' = \frac{P'.dq.\text{cof.}(b-q)}{\text{ſin.}(b-q)}$, on aura $dP' = \frac{\text{cof.}(b-q)}{\text{ſin.}(b-q)} \times \left(dP \times \frac{\text{ſin.}(a-g)}{\text{cof.}\,q} - \frac{PdP'}{P'} \times \frac{\text{ſin.}(a-g)}{\text{cof.}\,q} + \frac{dP}{P} \times \frac{\text{ſin.}\,k\,\text{cof.}(a-g)}{\text{cof.}\,g\,\text{cof.}\,q}\right)$, d'où l'on tirera enfin $\frac{dP'}{dP} = \frac{\frac{\text{ſin.}(a-g)}{\text{cof.}\,q} + \frac{\text{ſin.}\,k}{P} \times \frac{\text{cof.}(a-g)}{\text{cof.}\,g.\,\text{cof.}\,q}}{\text{tang.}(b-q) + \frac{P}{P'} \times \frac{\text{ſin.}(a-g)}{\text{cof.}\,q}}$.

608. Si les angles des priſmes ſont aſſez petits, & que le rayon incident & le rayon émergent faſſent des angles d'un très-petit nombre de degrés avec les cathetes d'incidence & d'émergence, alors on aura ſin. $k = k$, ſin. $a - g = a - g$, cof. $g = 1$, cof. $a - g = 1$, cof. $q = 1$, & les formules de l'Art. 603 deviendront $g = \frac{k}{P}$, $q = \frac{P}{P'}(a - g)$, & tang. $b - q$ ſera $= b - q$. Alors l'équation précédente ſe réduira à $\frac{dP'}{dP} = \frac{a}{b}$, équation très-ſimple qui apprend que la connaiſſance ſeule du rapport des angles que doivent avoir deux priſmes de matières différentes, pour ne pas décolorer les objets, ſuffit, pourvu que ces angles ſoient petits, pour donner celle du rapport des diſperſions qui ont lieu dans les deux matieres.

609. M.r d'Alembert obſerve que l'on peut encore déterminer

P' mais non $\frac{dP'}{dP}$, au moyen d'une autre expérience, qui conſiſte à regarder un objet F au travers de deux priſmes combinés, & à chercher dans quelle ſituation de ce double priſme, on apperçoit l'objet à la même hauteur qu'à la vue ſimple; car alors les rayons émergens IN étant paralleles aux incidens FG, $r = k - a + b$, & l'on trouve en procédant comme dans l'Art. 605, $P' = \frac{\text{ſin.}(k-a+b)}{\text{ſin.}(b-q)}$, & tang. $q = \frac{P \text{ ſin. } b \text{ ſin.}(a-g)}{\text{ſin.}(k-a+b) + P \text{ coſ. } b \text{ ſin.}(a-g)}$; & tout ſe réduira à meſurer l'angle FGA, afin d'avoir ſon complément k, ce que l'on fera par une méthode ſemblable à celle de l'Article 606.

CHAPITRE XI.

De la théorie des aberrations appliquée à la recherche des limites de perfection des microſcopes dioptriques & catoptriques; & détermination des proportions de ces inſtrumens.

PROBLÊME I.

610. *ETant donné le point d'où partent des rayons homogenes qui tombent ſur une ſurface ſphérique réfringente ou réfléchiſſante, trouver les aberrations des rayons rompus ou réfléchis.*

Soit Q le point d'où partent les rayons, & q le foyer de ceux qui ſont rompus ou réfléchis infiniment près de l'axe; ſoit QI un rayon tombant en O ſur la ſurface ſphérique IO, dont le demi-diametre eſt SO; IK le rayon rompu ou réfléchi, ou ſon prolongement, coupant l'axe $OSqQ$, en K; IX le ſinus de l'arc IO. Soient $QO = a$, $SO = b$, $OX = h$, & le rapport de réfraction repréſenté par celui de 1 à m. Je dis que ſi le rayon eſt rompu, l'aberration $qK = \frac{(a-b)^2}{(a + \frac{mb}{1-m})^2} \times \frac{m^2(a-b) - mb}{(1-m)a} \times h$, & que s'il eſt réfléchi $qK = \frac{(a-b)^2}{(a-\frac{1}{2}b)^2} \times \frac{1}{2}h$. Fig. 577 & 578.

Fig. 579. Soit menée $BSZM$ parallele à IQ, coupant en Z, IK prolongée ; & soit SA perpendiculaire à QI. Soient t & M les foyers de rayons rompus, les rayons incidens étant supposés parallelles & infiniment proches des demi-diam. SO, SB. Par l'Art. 224, $SM = St = \frac{mb}{1-m}$, & si le rayon QI était parallele à SO, son aberration ty serait $= \frac{mmh}{1-m}$, par l'Article 441 ; & par l'Art. 445, l'aberration $MZ : ty :: SA^2 : IX^2 :: SQ^2 : QI^2$ ou QO^2 ; d'où l'on a MZ ou $z = (\frac{a-b}{a})^2 \times \frac{mmh}{1-m}$, & $SZ = \frac{mb}{1-m} - z$. Or, à cause des triangles semblables QKI, SKZ, $QK : QS :: QI : QI + SZ$; donc faisant $QI = q$, on a $QK = \frac{(a-b)q}{q + \frac{mb}{1-m} - z}$; ainsi supposant que I s'approche de O & coïncide avec ce point & que par conséquent K tombe en q, on a $Qq = \frac{(a-b)a}{a + \frac{mb}{1-m}}$; ensorte que l'aberration

$$qK = QK - Qq = (a-b) \times \frac{az - \frac{mb}{1-m} \times (a-q)}{(q + \frac{mb}{1-m} - z)(a + \frac{mb}{1-m})}.$$

Du demi-diametre QI soit décrit l'arc IE, lequel coupe SO en E ; nommant OE, e, on a $q = a - e$; substituant dans la valeur de qK, on aura $qK = \frac{(a-b)(az - \frac{mbe}{1-m})}{(a + \frac{mb}{1-m} - e - z)(a + \frac{mb}{1-m})} =$

$\frac{a-b}{(a + \frac{mb}{1-m})^2} \times (az - \frac{mbe}{1-m})$, à cause que $(a + \frac{mb}{1-m})$ $(e + z)$ est extrêmement petite par rapport à $(a + \frac{mb}{1-m})^2$. Or, par l'Art. 440, $XO : XE :: QE : SO$ qui se change en $XO : EO :: QE$ ou $QO : QS$; d'où l'on a $e = \frac{a-b}{a} \times h$. Substituant les valeurs de e & de z, on aura enfin l'aberration

$$qK = \frac{(a-b)^2}{(a + \frac{mb}{1-m})^2} \times \frac{mm(a-b) - mb}{(1-m)a} \times h.$$

Si le rayon eſt réfléchi, il n'y aura qu'à faire $m = -1$, dans l'expreſſion précédente, & l'on aura alors, pour le cas préſent, $qK = \frac{(a-b)^2}{(a-\frac{1}{2}b)^2} \times \frac{1}{2}h$. Car l'angle de réfraction devient l'angle de réflexion, en le ſuppoſant négatif & egal à l'angle d'incidence; & ſon ſinus m qui alors eſt négatif & égal au ſinus d'incidence, eſt par conſéquent $= -1$. Fig. 578.

611. COROLL. I. Si l'on nomme IX, k, l'aberration qK pour un rayon rompu, $= \frac{(a-b)^2}{(a+\frac{mb}{1-m})^2} \times \frac{mm(a-b)-mb}{2(1-m)ab} \times kk$ *, & pour un rayon réfléchi, $qK = \frac{(a-b)^2}{(a-\frac{1}{2}b)^2} \times \frac{kk}{4b}$: car $OX : XI :: XI : 2OS$, à très-peu près.

612. COROLL. II. Si l'on ſuppoſe b infinie, la ſurface réfringente ou réfléchiſſante devient plane; & alors l'aberration produite par la ſurface réfringente, c'eſt-à-dire, $qK = \frac{1-mm}{m} \times \frac{kk}{2a}$, & l'aberration produite par la ſurface réfléchiſſante eſt nulle.

613. COROLL. III. Lorſque le point d'incidence eſt donné, l'aberration longitudinale qK d'un rayon réfléchi, eſt comme le carré de la diſtance Sq du foyer q au centre de la ſurface. Car, par le Problême, qK eſt à l'aberration $\frac{1}{2}h$ du foyer T des rayons paralleles (*Art 446*), comme QS^2 eſt à QT^2, ou comme Sq^2 eſt à ST^2, à cauſe que QT, ST, qT étant en proportion continue (*Art. 207*), elles ſont proportionnelles à leurs ſommes ou à leurs différences.

614. COROLL. IV. Lorſque a & b ſont données, l'aberration longitudinale d'un rayon rompu ou réfléchi, le plus éloigné de l'axe, eſt, par le Coroll. I. comme le carré de la moitié de l'ouverture de la ſurface.

* Cette expreſſion de l'aberration occaſionnée par la ſphéricité d'une ſurface réfringente, ne differe de celle de l'Art. 478 que par la forme. Il en eſt de même de l'aberration d'une lentille que l'on trouve dans le problême ſuivant comparée à celle de la Note 702. Il paraît donc que l'on eût pu ſupprimer le préſent Problême (l'expreſſion de l'aberration d'un miroir pouvant ſe déduire aiſément de l'expreſſion de l'Article 478, après y avoir introduit la valeur de f, & faiſant enſuite $m = -1$) & celui qui ſuit; & nous l'aurions fait ſi nous n'avions craint que, ces Problêmes étant de l'Auteur, on en eût déſapprouvé la ſuppreſſion.

Fig. 580. 615. LEMME I. *Soient ſur le demi-diametre* or *de la ſurface ſphérique* oE *prolongé*, p' & p *des foyers correſpondans de rayons rompus*, & s' & s *deux autres foyers correſpondans*; *ſi* p' & s' *étant les points d'où partent les rayons incidens ou vers leſquels ils tendent*, *leur intervalle* p's' *eſt extrémement petit*, *l'intervalle* ps *des foyers des rayons rompus ſera* $\frac{mcc}{[(1-m)p'-c]^2} \times p's'$, $\frac{1}{m}$ *étant toujours*, *comme dans le Problême précédent*, *le rapport de réfraction.*

Soit t le foyer de rayons paralleles venant en ſens contraire des rayons incidens qui viennent de p'. Par l'Article 224, $ot = \frac{1}{1-m} \times or$, & $rt = \frac{m}{1-m} \times or$; & par l'Art. 238, $p't : p'r :: p'o : p'p$, qui ſe change en $p't : tr :: p'o : po$, c'eſt-à-dire, (en ſuppoſant $or = c$, $op' = p'$, $ot = t$, & $op = p$) $\frac{c}{1-m} - p' : \frac{mc}{1-m} :: p' : p = \frac{mcp'}{c-(1-m)p'}$; & par conſéquent mettant s & s' à la place de p & de p' on a $s = \frac{mcs'}{c-(1-m)s'}$; enſorte que la diſtance $ps = p - s = \frac{mcc(p'-s')}{[c-(1-m)p'][c-(1-m)s']} = \frac{mcc}{[c-(1-m)p']^2} \times p's' = \frac{mcc}{[(1-m)p'-c]^2} \times p's'$.

616. PROBLÊME II. *Étant donné le point d'où partent les rayons qui tombent ſur une lentille*, *trouver les aberrations des rayons rompus.*

Fig. 581 & 582. Soit $OIEo$ la lentille donnée; R le centre de la premiere ſurface OI; r le centre de la ſeconde ſurface oE; & ſoit dans l'axe $oOrR$, P le point d'où partent les rayons incidens & p le foyer des rayons rompus infiniment près de l'axe, par la lentille : il s'agit de trouver l'aberration pl du rayon $PIEl$. Par les points d'incidence & d'émergence I, E ſoient menées IV, Ev perpendiculaires à l'axe; ſoit nommée D la différence des épaiſſeurs Oo, Vv, & ſoient $OP = a$, $OR = b$, $or = c$, $IV = k$ & $Ev = k'$; & ſoit de plus le rapport de réfraction exprimé par celui de 1 à m.

Soit p' le point où concourent avec l'axe, après avoir été rompus par la premiere ſurface OI, les rayons partis de P, infiniment proches de cet axe, & ſoit s' le point où un rayon PI tombant

en I sur la même surface OI, concourt avec l'axe, après avoir été rompu par cette surface. L'aberration $p's'$ de ce rayon est, par l'Art. 611, $= \frac{(a-b)^2}{(a+\frac{mb}{1-m})^2} \times \frac{mm(a-b)-mb}{2(1-m)ab} \times kk.$

Le rayon rompu IE rencontrant la seconde surface oE suivant une direction qui concourt en s', soit s le point où concourraient, après avoir été rompus par cette surface, les rayons infiniment proches de l'axe qui tomberaient sur cette surface avec des directions qui passeraient aussi par s', & soient nommées os, s & Op', p'; supposant que l soit le point où concourt avec l'axe, le rayon IE, après avoir été rompu par la surface oE, pour avoir l'expression de l'aberration sl de ce rayon, on mettra dans l'expression générale de l'aberration (*Art. 611*) s', c, $\frac{1}{m}$ à la place de a, b, m respectivement, & l'on aura l'aberration $sl = \frac{(s'-c)^2}{(s'-\frac{c}{1-m})^2} \times \frac{c-s'+mc}{2m(1-m)s'c} \times k'k' = \frac{(p'-c)^2}{(p'-\frac{c}{1-m})^2} \times \frac{c-p'+mc}{2m(1-m)p'c} \times kk$, p' & s' différant extrêmement peu ainsi que k' & k. Mais les rayons infiniment proches de l'axe, dont le foyer est en p', après avoir été rompus par la premiere surface, ont leur foyer en p, après avoir été rompus ensuite par la seconde, de sorte que ces deux points p' & p sont des foyers correspondans; donc, par le Lemme précédent, $ps = \frac{mcc}{[(1-m)p'-c]^2} \times p's' = \frac{mcc}{[(1-m)p'-c]^2} \times \frac{(a-b)^2}{(a+\frac{mb}{1-m})^2} \times \frac{mm(a-b)-mb}{2(1-m)ab} \times kk = \frac{m(1-m)(a-b)^2c^3}{[(1-m)(b-c)a-mbc]^2} \times \frac{m^2(a-b)-mb}{2abc} \times kk$, en mettant pour p' sa valeur $\frac{ab}{(1-m)a+mb}$. Substituant cette même valeur de p' dans la valeur de sl, on aura $sl = \frac{(1-m)[a(b-c)-mc(b-a)]^2}{[(1-m)(b-c)a-mbc]^2} \times \frac{(1-m^2)ac+m(1+m)bc-ab}{2mabc} \times kk$; ajoûtant ps & sl & faisant les multiplications & réductions nécessaires, on trouve que l'aberration

$$pl = \frac{\begin{array}{l}-a^2b^3-(m^2+2m-3)a^2b^2c-(2m^3-m^2-4m+3)a^2bc^2+(2m^3\\-2m+1)a^2c^3+(m^2+3m)ab^3c+(4m^3+2m^2-6m)ab^2c^2\\-(4m^3+3m^2-3m)abc^3-(2m^3+3m^2)b^3c^2+(2m^3+3m^2)b^2c^3\end{array}}{[(1-m)(b-c)a-mbc]^2} \times \frac{(1-m)kk}{2mbc}.$$

617. Cette expreſſion peut être miſe ſous une forme un peu plus ſimple en y introduiſant D à la place de k, ce que l'on peut aiſément, en faiſant attention que $Oo - Vv$ ou $D = ov - OV = \frac{kk}{2c} - \frac{kk}{2b} = \frac{b-c}{2bc} \times kk$, ce qui donne $kk = \frac{2bc}{b-c} \times D$. Subſtituant cette valeur de kk & diviſant par $b - c$, on aura

$$pl = \frac{-a^2b^2-(m^2+2m-2)a^2bc-(2m^3-2m+1)a^2c^2+(m^2+3m)ab^2c+(4m^3+3m^2-3m)abc^2-(2m^3+3m^2)b^2c^2}{[(1-m)(b-c)a-mbc]^2} \times \frac{1-m}{m} D.$$

618. COROLL. I. Lorſque les rayons incidens ſont paralleles, c'eſt-à-dire, que a eſt infinie, l'aberration

$$pl = \frac{-b^2-(m^2+2m-2)bc-(2m^3-2m+1)c^2}{2m(1-m)(b-c)bc} \times kk, \text{ ou}$$

$$= \frac{-b^2-(m^2+2m-2)bc-(2m^3-2m+1)c^2}{m(1-m)(b-c)^2} \times D.$$

Fig. 583. 619. Une lentille convexe & une concave étant ſuppoſées ſans épaiſſeur l'une à ſes bords, l'autre à ſon milieu, lorſque le rayon tombe ſur le bord de l'une ou de l'autre de ces lentilles, D devient égale à la différence des ſinus verſés de la moitié des arcs que comprennent leurs ſurfaces. Je nomme alors D l'épaiſſeur de la lentille, laquelle étant donnée, nous avons l'aberration du rayon extrême par l'une ou l'autre des expreſſions précédentes.

620. COROLL. II. L'épaiſſeur D de la diſtance focale R de la lentille, & le rayon b de la premiere ſurface étant donnés, l'aberration du rayon extrême venant parallélement à l'axe, c'eſt-à-dire, $pl = \frac{b^2-(m^2+m-2)bR+(2m^3-3m^2+1)RR}{m(1-m)bb} \times D$, lorſque les centres des ſurfaces de la lentille ſont du même côté de cette lentille; & s'ils ſont de côtés oppoſés, $pl = \frac{b^2+(m^2+m-2)bR+(2m^3-3m^2+1)RR}{m(1-m)bb} \times D$; expreſſion qui ſe trouve en ſubſtituant dans la formule du Coroll. I. au lieu de c, ſa valeur $\frac{(1-m)bR}{(1-m)R+mb}$ déduite de celle de la diſtance focale R qui eſt $\frac{mbc}{(1-m)(b-c)}$.

621. COROLL. III. L'épaiſſeur D, la diſtance focale R & le rayon c de la ſeconde ſurface étant donnés, l'aberration du rayon extrême venant parallélement à l'axe, c'eſt-à-dire,

$pl =$

$pl = \frac{(2m^3-2m+1)c^2-(4m^3-3m^2-3m+2)cR+(2m^3-3m^2+1)RR}{m(1-m)cc} \times D$, lorſque les centres ſont du même côté de la lentille, & s'ils ſont de différens côtés,

$pl = \frac{(2m^3-2m+1)c^2+(4m^3-3m^2-3m+2)cR+(2m^3-3m^2+1)RR}{m(1-m)cc} \times D$; expreſſion qui ſe trouve en mettant dans la formule du Coroll. I. $\frac{(1-m)cR}{(1-m)R-mc}$, à la place de b.

622. COROLL. IV. Lorſque le point rayonnant eſt donné, ou lorſque les rayons ſont paralleles, les aberrations des rayons ſont comme les carrés des diſtances des points d'incidence ou d'émergence à l'axe de la lentille. Car, dans ce cas, a, b, c, étant donnés, pl eſt comme kk.

623. LEMME II. *La diſtance focale, la moitié de la largeur, & l'épaiſſeur d'une lentille quelconque ſont en proportion continue.*

On a trouvé (*Art.* 617) $kk = \frac{2bc}{b-c} \times D$; mais m étant $= \frac{2}{3}$, dans le verre, $R = \frac{2bc}{b-c}$; donc $kk = RD$; donc &c.

624. COROLL. Donc dans des verres de toutes ſortes de figures (c'eſt-à-dire quels que ſoient le rapport & la poſition des rayons de leurs ſurfaces), ſi deux de ces trois choſes, la diſtance focale, la largeur & l'épaiſſeur, ſont les mêmes, la troiſieme eſt auſſi la même.

625. PROBLÊME III. *Comparer les aberrations occaſionnées par la ſphéricité de toutes ſortes de verres, & déterminer les rayons des ſurfaces du verre qui produit les aberrations les plus petites.*

Pour que la comparaiſon que nous voulons faire ſoit exacte, nous devons ſuppoſer que tous nos verres ont la même diſtance focale, la même largeur, & conſéquemment la même épaiſſeur par l'Art. 624, & que toute la différence qu'il peut y avoir entre ces verres ne conſiſte que dans leur figure, c'eſt-à-dire, dans la grandeur & la poſition des rayons de leurs ſurfaces.

626. Je dis donc 1°. que lorſque des rayons paralleles tombent ſur le côté plan d'un verre plan convexe, l'aberration du rayon extrême, qui eſt les $\frac{9}{2}$ de l'épaiſſeur, eſt plus petite que l'aberration ſemblable produite par un ménisque quelconque dont le côté concave eſt expoſé aux rayons incidens.

627. 2°. Que lorſque les verres dont il s'agit ont leur convexité tournée vers les rayons incidens, l'aberration du rayon extrême, dans le verre plan convexe, qui n'eſt alors que les $\frac{7}{6}$ de ſon épaiſſeur, eſt plus petite que l'aberration ſemblable du ménisque.

628. 3°. Qu'un verre convexe des deux côtés, dont le rayon de la premiere ſurface, c'eſt-à-dire, de celle ſur laquelle tombe la lumière, eſt au rayon de la ſeconde ſurface comme 2 eſt à 5, eſt préciſément du même degré de bonté que le verre plan convexe, dans ſa meilleure poſition, les aberrations de ces deux verres étant les $\frac{7}{6}$ de leur commune épaiſſeur.

629. 4°. Que lorſqu'un verre convexe des deux côtés, a ſes ſurfaces égales, il n'eſt pas auſſi bon qu'un verre plan convexe dans ſa meilleure poſition, ſon aberration étant les $\frac{5}{3}$ de ſon épaiſſeur; mais que ſi les rayons de ſa premiere & de ſa ſeconde ſurfaces ſont entr'eux comme 1 eſt à 6, ce verre eſt le meilleur de tous, l'aberration du rayon extrême qui n'eſt que $\frac{15}{14}$ de ſon épaiſſeur, étant la plus petite poſſible; ne pouvant y avoir de verres compoſés de deux ſurfaces ſphériques qui ne produiſent point d'aberrations. Mais ſi on retourne ce verre, il devient très-défectueux; car l'aberration ſera alors les $\frac{145}{42}$ de ſon épaiſſeur.

630. Enfin je dis que lorſque des rayons paralleles tombent ſur le côté plan d'un verre plan concave, l'aberration du rayon extrême eſt auſſi les $\frac{9}{2}$ de ſon épaiſſeur, & qu'ayant retourné ce verre, l'aberration n'eſt alors que les $\frac{7}{6}$, laquelle eſt plus petite que l'aberration d'un verre quelconque convexe d'un côté & concave de l'autre, & égale à celle d'un verre concave des deux côtés dont le rayon de la premiere ſurface eſt à celui de la ſeconde comme 2 eſt à 5; & que le meilleur de tous les verres concaves des deux côtés eſt celui dont les rayons de la premiere & de la ſeconde ſurfaces ſont entr'eux comme 1 eſt à 6, & par conſéquent eſt le meilleur de ceux dont les Miopes puiſſent faire uſage, de même que le verre convexe dont les rayons des ſurfaces ſont dans le même rapport, eſt préférable à tout autre verre convexe, pour les Presbites.

631. DÉMONSTRATION. Dans le verre le rapport de réfraction eſt égal à celui de 3 à 2; ainſi 1°. l'aberration cauſée par un ménifque, eſt par l'Art. 620, $\frac{9}{2} D + \frac{4R}{b} D + \frac{7RR}{6bb} D$; ſoit b infini, auquel cas le ménifque devient un verre plan convexe, l'aberration ſe réduit alors à $\frac{9}{2} D$.

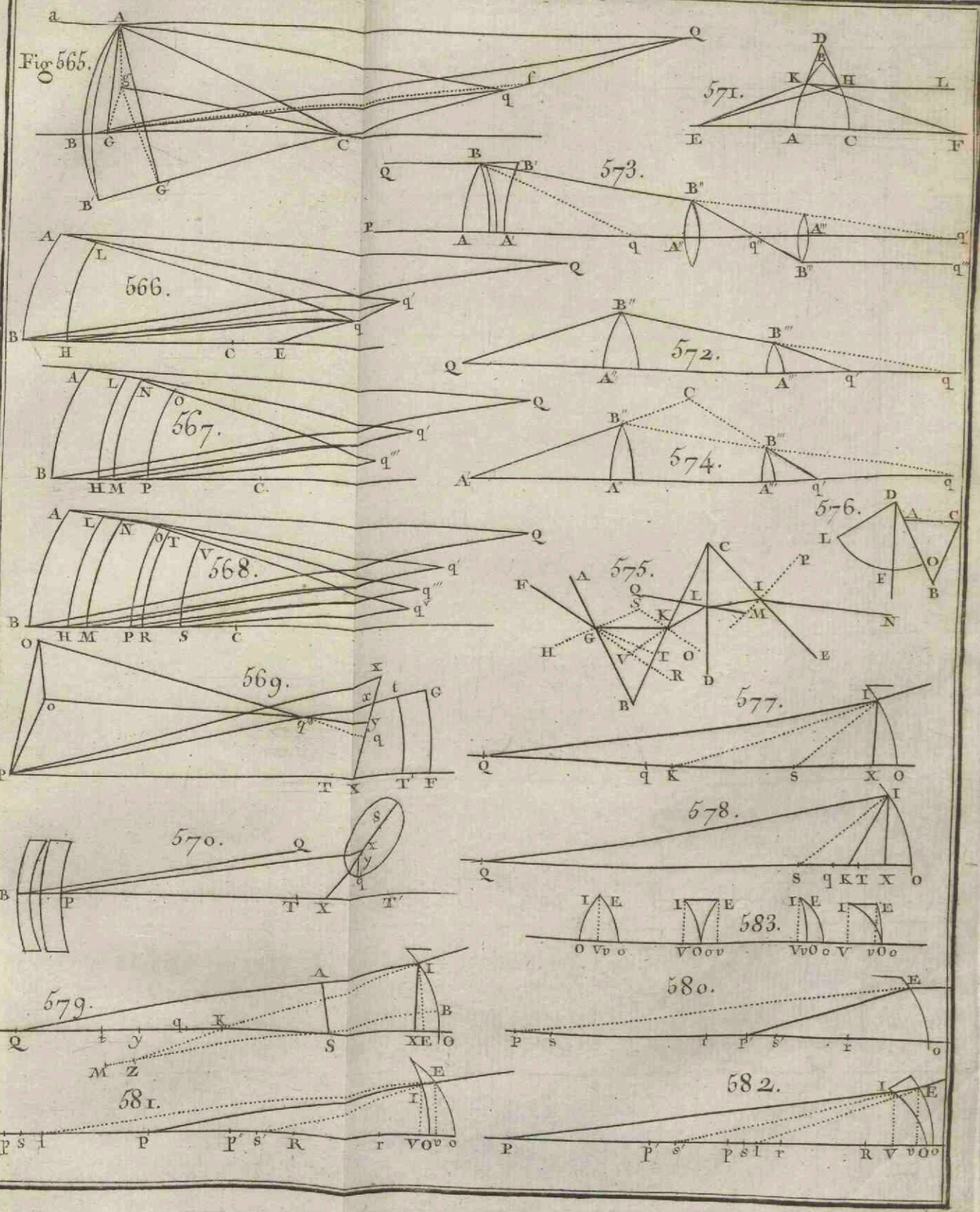
632. 2°. Soient b & c négatifs, & c plus grand que b; le ménifque ſe trouve alors changé en un autre dont la convexité eſt expoſée aux rayons incidens; & l'aberration produite par ce ménifque, eſt par l'Art. 621, $\frac{7}{6} D + \frac{2R}{3c} D + \frac{7RR}{6cc} D$, qui ſe réduit à $\frac{7}{6} D$, en ſuppoſant c infini & que par conſequent le ménifque devienne un verre plan convexe. Or, $\frac{7}{6} D$ eſt plus petite que l'aberration $\frac{9}{2} D$ produite par ce verre, quand ſon côté plan eſt expoſé aux rayons incidens, dans le rapport de 7 à 27, c'eſt-à-dire, eſt près de quatre fois plus petite.

633. 3°. Suppoſant que c reprenne la poſition qu'il avait en premier lieu, c'eſt-à-dire, que le verre ſoit convexe des deux côtés, & que de plus c ſoit conſidérablement plus grand que R, le terme négatif $\frac{2R}{3c} D$ de l'expreſſion de l'aberration $\frac{7}{6} D - \frac{2R}{3c} D + \frac{7RR}{6cc} D$, pour le verre dont il s'agit, ſera plus grand que le terme poſitif $\frac{7RR}{6cc} D$; & par conſéquent puiſque la différence de ces deux termes eſt négative, tant qu'elle continuera de l'être, l'aberration d'un verre convexe ſera plus petite que l'aberration $\frac{7}{6} D$ d'un verre plan convexe; mais ſi on ſuppoſe c d'une grandeur telle que $\frac{7RR}{6cc} D - \frac{2R}{3c} D = 0$, l'aberration du verre convexe qu'on a alors, ſera $\frac{7}{6} D$ & par conſéquent la même que celle du verre plan convexe. Or, ſubſtituant pour R ſa valeur $\frac{2bc}{b-c}$, on a $\frac{7b}{3(b-c)} - \frac{2}{3} = 0$, d'où l'on tire $5b = 2c$, c'eſt-à-dire, $b : c :: 2 : 5$.

634. 4°. L'aberration d'un verre convexe dont les rayons ſont donnés, peut ſe trouver en calculant cette quantité $\frac{27bb+6bc+7cc}{6(b+c)^2} D = pl$ (*Art. 618*), le ſigne de c ou de b étant changés, à cauſe qu'ils ſont actuellement de différens côtés du verre. Si on ſuppoſe $b = 2$ & $c = 5$, l'aberration ſe réduit à $\frac{7}{6} D$, préciſément comme ci-deſſus; & ſuppoſant $b = c$, l'aberration devient $\frac{5}{3} D$. Pour trouver le rapport de b à c, lorſque l'aberration eſt la plus petite poſſible, ſoit fait $b = 1$, alors l'aberration eſt $\frac{27+6c+7cc}{6(1+2c+cc)} \times D = pl$. Or, lorſqu'une quantité quelconque ou fraction, par exemple la précédente, devient la plus petite ou la plus grande poſſible, elle change très-peu de grandeur, ou plutôt n'en change point du tout, pendant que c varie d'une petite quantité. Suppoſant c augmentée d'une quantité extrêmement petite n, on aura donc $\frac{6}{D} pl = \frac{27+6c+7cc}{1+2c+cc} = \frac{27+6c+7cc+6n+14cn+7nn}{1+2c+cc+2n+2cn+nn}$, ce qui donne cette proportion, $27+6c+7cc : 1+2c+cc :: 27+6c+7cc+6n+14cn+7nn : 1+2c+cc+2n+2cn+nn$, & par conſéquent $:: 6n+14cn+7nn : 2n+2cn+nn :: 3+7c : 1+c$, en négligeant les carrés de n comme étant extrêmement petits; d'où l'on aura $27+6c+7cc = 3+10c+7cc$, & en réduiſant, $c = 6$. Mais b a été ſuppoſé $= 1$; donc $b : c :: 1 : 6$. Subſtituant ces valeurs de b & de c, on trouve que l'aberration $pl = \frac{15}{14} D$. Si on retournait ce verre, qui eſt le meilleur de tous, c'eſt-à-dire, que b fût $= 6$ & $c = 1$, on trouverait $pl = \frac{145}{42} D$.

635. Puiſque l'aberration produite par ce verre eſt la plus petite de toutes, il eſt impoſſible qu'aucun verre de forme ſphérique ſoit abſolument ſans aberration, ce qu'on peut prouver encore de cette manière. Suppoſant qu'il ſoit poſſible que pl ſoit nulle, alors faiſant $b = 1$, on a $27 \pm 6c + 7cc = 0$; d'où l'on tire $c = \frac{\mp 3 \pm \sqrt{-180}}{7}$, quantité qui eſt imaginaire,

Fig 565.


a
A
Q
f
q
B
G
C
B'
G'
566.
L
q'
H
C
E
567.
N
O
q''
M
P
568.
T
V
q'''
R
S
569.
o
x
t
y
T
X
T'
F
570.
571.
D
K
H
L
572.
573.
574.
575.
576.
577.
578.
583.
579.
580.
581.
582.

de ſorte que le rapport de b à c eſt impoſſible, dans la ſuppoſition que l'aberration ſoit nulle.

636. Enfin, l'on voit, par les Art. 620 & 621, que ces Théorêmes ſervent également pour les verres concaves que pour les convexes, & qu'ainſi les mêmes démonſtrations ſervent auſſi pour ce dernier Article.

637. LEMME III. *Si les angles d'incidence & de réfraction d'un rayon* QACS *qui traverſe un angle très-petit d'un priſme* AIC, *ſont aſſez petits, pour qu'on puiſſe les regarder comme proportionnels à leurs ſinus, la réfraction totale, c'eſt-à-dire, l'angle* RFS *formé par le rayon incident* QAFR *& le rayon émergent* SCFT *prolongés, ſera à l'angle réfringent* AIC *comme la différence des ſinus d'incidence & de réfraction eſt au plus petit de ces ſinus, & par conſéquent la réfraction totale ou l'angle de déviation* RFS *ſera invariable dans toutes les poſitions du rayon.* Fig. 584 & 585.

Soit AB perpendiculaire à la premiere ſurface AI, & CD perpendiculaire à la ſeconde, leſquelles ſe coupent mutuellement en E; & ſoit le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de refraction, en paſſant de l'air dans le priſme, exprimé par celui de 1 a m; ſuppoſant que le rayon AC ſorte du priſme de part & d'autre, l'angle d'incidence ACD ſera à l'angle d'émergence DCT dans le rapport donné du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, c'eſt-à-dire, comme m eſt à 1 & par conſéquent $ACD : ACT :: m : 1 - m$; & ſuppoſant que le rayon retourne ſuivant CA, CAB eſt à CAR dans le même rapport; nous aurons donc $ACD \pm CAB$ à $ACT \pm CAR$, c'eſt-à-dire, AED ou AIC à RFS dans le même rapport donné de m à $1 - m$.

638. COROLL. I. Donc deux rayons homogenes émergens prolongés, feront entr'eux le même angle que les rayons incidens auxquels ils répondent. Car que les deux rayons incidens QF, qf prolongés ſe rencontrent en K, & les deux rayons émergens SF, sf prolongés, en L, & qu'un des rayons incidens coupe en M le rayon émergent qui répond à l'autre rayon incident; puiſque dans les triangles KMF, LMf, les angles en M ſont égaux, & que les angles en F & en f le ſont auſſi, par le Lemme, il s'enſuit que les angles en K & en L ſont auſſi égaux. Fig. 586.

639. COROLL. II. Et lorſque deux rayons homogenes ſont rompus par un même point d'une lentille, dont l'épaiſſeur eſt très-petite, l'angle que font leurs parties incidentes eſt égal à l'angle formé par leurs parties émergentes. Car l'épaiſſeur de la lentille étant très-petite, ſi les rayons ont un point commun d'incidence ou un même point d'émergence, leurs points d'émergence dans le premier cas, & leurs points d'incidence dans le ſecond, ſeront très-proches l'un de l'autre, & ils le ſeront encore davantage, ſi les rayons ſe croiſent au dedans de la lentille; par conſéquent leurs réfractions en paſſant à travers la lentille, ſeront à peu près les mêmes que s'ils paſſaient à travers deux plans qui toucheraient la ſurface de cette lentille en deux points donnés près des points d'incidence & d'émergence, & feraient enſemble un angle donné.

Fig. 587. 640. COROLL. III. Lorſque le rayon AC dans le priſme, coïncide avec la perpendiculaire à l'un des côtés du priſme, par exemple, avec AB, une des réfractions s'évanouit, celle qui a lieu en A, & l'angle de déviation RFS qui n'eſt produit que par l'autre réfraction, continue d'être de la même quantité dont il était, lorſqu'il était produit par deux réfractions; à cauſe que, par le préſent Lemme, la grandeur de cet angle eſt invariable.

641. COROLL. IV. Donc, lorſqu'un rayon hétérogene, eſt ſéparé en rayons colorés, par une légere réfraction, en paſſant au travers d'un très-petit angle réfringent, les angles que les rayons colorés font entr'eux, au ſortir du priſme, de même que ceux qu'ils font avec le rayon incident, ſont conſtans dans toutes les poſitions du rayon incident.

642. COROLL. V. Il en eſt de même, lorſqu'un rayon hétérogene eſt rompu par un point donné d'une lentille, c'eſt-à-dire, que les angles que les rayons colorés font entr'eux, au ſortir de la lentille, ſont conſtans ainſi que ceux qu'ils font avec le rayon incident, dans toutes les poſitions du rayon incident, par la raiſon expoſée dans le Coroll. II.

643. COROLL. VI. Donc ſi pluſieurs verres de diverſes formes ont la même diſtance focale & la même ouverture, le diametre du cercle d'aberration des rayons hétérogenes qui tombent paralleles ſur ces verres, ſera le même dans tous, étant

le même que dans un verre plan convexe, dont le côté plan eſt expoſé aux rayons incidens (*Art. 640 & 641*); or nous avons déterminé ce diametre, dans ce dernier verre, à l'Art. 436. Et ſoit que les rayons qui compoſent le pinceau incident ſoient paralleles ou inclinés à l'axe de la lentille, le diametre du cercle d'aberration eſt comme ſa diſtance à la lentille, à cauſe que l'angle *RAS* eſt invariable. Fig. 552.

644. COROLL. VII. Il eſt donc indifférent, quant aux aberrations occaſionnées par la diverſe réfrangibilité, quel côté d'une lentille ſoit expoſé aux rayons incidens, parce que ſa diſtance focale eſt la même dans les deux poſitions qu'elle peut avoir (*Art. 233*).

645. THÉORÊME I. *Lorſque le point* Q *d'où partent des rayons homogenes n'eſt pas beaucoup plus éloigné d'une lentille* EI *que de la diſtance focale* EF *de cette lentille, comme dans un microſcope double, l'aberration latitudinale* qR *du rayon rompu* IR, *le plus écarté de l'axe, eſt à l'aberration latitudinale* FG *d'un rayon* PI *qui vient du côté oppoſé, parallélement à l'axe & paſſe par le même point* I, *comme* Eq *eſt à* EF, *à peu près; c'eſt-à-dire, que ces deux aberrations ſont entr'elles comme les diſtances des foyers des rayons rompus à la lentille.* Fig. 588.

Soit prolongée la perpendiculaire *GF* juſqu'à ce qu'elle coupe le rayon incident *QI* en *L*, & ſoient menées *LE* & *Iq* qui ſeront paralleles; car les triangles *QLF*, *QIE* étant ſemblables, nous avons *QL* : *QI* :: *QF* : *QE* :: (*Art 239*) *QE* : *Qq*. Soit menée *EM* parallele au rayon rompu *IKR*, coupant, en *M*, *FL* prolongée; l'angle *GIL* eſt égal à *PIK* (*Art. 639*) ou à *IKE* ou à *MEF*, & conſéquemment *GL* eſt, à peu près, égale à *FM*, ces deux lignes étant les ſoutendantes des angles égaux *GIL*, *MEF*, & de plus étant très-petites & à peu près perpendiculaires aux côtés de ces angles, lorſque *QF* & *EI* ſont très-petites. Retranchant donc *FL* de *GL* & de *FM*, nous avons *LM* égale à l'aberration *FG*. Mais les angles *qIR*, *LEM*, dont les côtés ſont paralleles, ſont égaux, & leurs ſoutendantes *qR*, *LM* ſont également inclinées à leurs côtés; nous avons donc *qR* : *LM* ou *FG* :: *qI* : *EL* :; *qE* : *EF*, à cauſe des triangles ſemblables *qIE*, *ELF*.

646. COROLL. I. Lorſque le côté plan d'un verre plan con-

vexe dont le degré de bonté eſt à peu près le même que celui du verre qui eſt le plus parfait de tous, eſt tourné vers le point rayonnant Q, l'aberration latitudinale qR occaſionnée par la ſphéricité $= \frac{7}{6} \times \frac{EI^3}{EF^3} \times Eq$, & l'aberration longitudinale $qK = \frac{7}{6} \times \frac{EI^2 \times Eq^2}{EF^3}$; & dans quelques lentilles que ce ſoit de forme ſphérique, les aberrations ſont comme ces quantités. Car l'aberration longitudinale du rayon parallele PI, c'eſt-à-dire, Ff eſt $\frac{7}{6}$ de l'épaiſſeur du verre (*Art. 627*) ou $\frac{7}{6} \times \frac{EI^2}{EF}$ (*Art. 623*); & à cauſe des triangles ſemblables fFG, fEI, l'aberration latitudinale $FG = \frac{7}{6} \times \frac{EI^3}{EF^2}$. Nous avons donc, par ce Théorême, $qR = \frac{7}{6} \times \frac{EI^3}{EF^3} \times Eq$; & à cauſe des triangles ſemblables qRK, EIK, nous avons $qK = \frac{7}{6} \times \frac{EI^2 \times Eq^2}{EF^3}$.

647. COROLL. II. Donc FQ étant donnée, les aberrations latitudinales occaſionnées par la ſphéricité d'une lentille quelconque, ſont comme les cubes des diametres des ouvertures, & les aberrations longitudinales comme les carrés.

648. COROLL. III. Donc le diametre d'un cercle d'aberrations occaſionnées par la ſphéricité, c'eſt-à-dire, $\frac{1}{2}\ qR = \frac{7}{12} \times \frac{EI^3}{EF^3} \times Eq$ (*Art. 450*); parce que la démonſtration de l'Art. 450 n'étant fondée que ſur ce que les aberrations longitudinales ſont comme les carrés des largeurs des ouvertures, & les latitudinales comme les cubes, ſert par conſéquent, par le Coroll. précédent, pour une lentille quelconque comme pour une lentille plane convexe.

649. COROLL. IV. Le diametre d'un cercle d'aberrations dans lequel ſont raſſemblés les rayons hétérogenes de toute eſpece venant de Q, eſt, par les Art. 436 & 643, égal à $\frac{2}{55} \times \frac{Eq}{EF} \times EI$, prenant F & q pour les foyers des rayons moyens.

650. COROLL. V. Donc ſi le côté plan de l'objectif EI d'un microſcope double eſt tourné vers l'objet ſitué en Q, le diametre du cercle d'aberration de ſphéricité, dans l'image de cet objet ſituée en q, ſerait au diametre d'un cercle d'aberration de réfrangibilité,

réfrangibilité, si la figure de la lentille était parfaite, comme 1 est à $\frac{24}{385} \times \frac{EF^2}{EI^2}$; par conséquent ces cercles seront égaux, lorsque le diametre de l'ouverture de l'objectif est la moitié de sa distance focale, à très-peu près.

651. LEMME IV. *Supposant qu'une infinité de pinceaux de rayons appartiennent à une infinité de points ou foyers situés sur une partie quelconque de l'axe de l'œil, prolongé de part & d'autre; il s'agit de déterminer le cercle le plus petit dans lequel tous les rayons qui entrent dans la prunelle, peuvent être rassemblés au fond de l'œil.*

Soit AO le demi-diametre de la prunelle, & OTS l'axe de l'œil prolongé; & supposons que les pinceaux appartiennent aux points de la partie ST de l'axe de l'œil, lorsque les extrémités S & T de cette partie sont du même côté de l'œil, & aux points de tout ce qui reste de cet axe à l'infini, lorsque S & T sont de différens côtés de l'œil. Soit divisée ST en deux également en V, & soit prise, vers l'œil, VQ troisieme proportionnelle à VO & à VT, & par Q soit menée une droite PQR perpendiculaire à l'axe, coupant les rayons SA & TA les plus éloignés des axes des pinceaux extrêmes, l'un en P, l'autre en R : l'œil étant supposé voir la ligne PR avec toute la distinction possible, l'image $p'r'$ de cette ligne tracée au fond, sera le diametre du cercle le plus petit dans lequel tous les rayons peuvent être rassemblés. Fig. 589, 590, 591 & 592.

Car puisque $VO : VT$ ou $VS :: VS : VQ$, on aura $VO + VS : VS + VQ :: VO - VT : VT - VQ$, c'est-à-dire, $SO : SQ :: TO : TQ$; & par conséquent, à cause des triangles semblables SAO & SPQ, TAO & TRQ, on aura $AO : PQ :: AO : QR$; ensorte que $QP = QR$. Soit $p'q'r'$ une image distincte de PQR, c'est-à-dire, soient les rayons qui peuvent être supposés venir de P, tous rassemblés en p' sur le fond de l'œil; le rayon SPA étant un de ces rayons, se rendra en p' avec tous les autres; de même le rayon RTA se rendra en r'; & les lignes PQ, QR étant égales, leurs images $p'q'$, $q'r'$ le seront aussi. Imaginons que la figure entiere tourne autour de l'axe STO; il est visible que les rayons du pinceau extrême qui appartient au point S, seront tous répandus dans un cercle au fond

de l'œil, dont le centre eſt q' & le rayon $p'q'$; & pareillement que les rayons de l'autre pinceau extrême qui appartient au point T, ſeront tous répandus dans un cercle concentrique, dont le demi-diametre eſt $q'r'$; & ces deux cercles coïncideront exactement, lorſque leurs demi-diametres $q'p'$, $q'r'$ ſeront égaux. Si l'on ſuppoſe que l'objet PQR s'approche de l'œil, les demi-diametres PQ & $p'q'$ augmenteront l'un & l'autre; & ſi l'on ſuppoſe au contraire que le même objet PQR s'éloigne de l'œil, les demi-diametres QR & $q'r'$ augmenteront, tandis que les autres demi-diametres PQ & $p'r'$ diminueront; & dans ces deux ſuppoſitions le cercle ſur le fond de l'œil qui contient les rayons des deux pinceaux extrêmes, étant le plus grand des deux, ſera plus grand qu'il n'était avant, lorſqu'il était égal à l'autre, c'eſt-à-dire, lorſque l'œil voyait diſtinctement les lignes égales PQ, QR.

Or, lorſque S & T ſont du même côté de l'œil, tous les pinceaux qui appartiennent aux points compris entre les extrêmes S, T tomberont dans le cercle déterminé ci-deſſus. Car ſi l'on conçoit que le point le plus proche T s'éloigne de l'œil, les lignes QR & $q'r'$ diminueront toutes deux, & QP & $q'p'$ diminueront de même, ſi S s'approche de l'œil : & ſi S & T ſont de différens côtés de l'œil, tous les pinceaux qui appartiennent aux points de l'axe prolongé à l'infini, la partie ST exceptée, ſeront raſſemblés dans le cercle dont nous parlons. Car ſi l'on conçoit que OS & OT croiſſent l'une & l'autre, QP & QR, & par conſéquent $q'p'$ & $q'r'$ diminueront toutes deux.

652. COROLL. I. Delà, lorſqu'un pinceau de rayons qui vient d'un point unique d'un objet, ſera tellement diſpoſé par réflexions & par réfractions, qu'en entrant dans l'œil, il appartienne à une infinité de points différens de l'axe de l'œil, prolongé, comme dans le Lemme, le diametre $p'r'$ du cercle le plus petit, au fond de l'œil, qui les contient tous, ſera comme l'angle SAT, c'eſt-à-dire, comme l'angle le plus grand dans lequel les deux rayons extrêmes ſe coupent dans la prunelle : car $p'r'$ eſt comme l'angle POR ou PAR ou SAT.

Fig. 591. 653. COROLL. II. Par conſéquent, lorſque OS & OT ſont de différens côtés de l'œil, & ſont égales, c'eſt-à-dire, lorſque les deux rayons extrêmes ſont inclinés à l'axe également &

en ſens contraire, le diametre $p'r'$ du cercle d'aberration le plus petit eſt comme l'angle AST ou ATS que l'un ou l'autre des rayons extrêmes fait avec l'axe, & dans ce cas il faut que l'œil prenne la forme néceſſaire pour que les rayons paralleles ſe réuniſſent en un point diſtinct ſur la rétine. Car VO étant nulle dans ce cas, la troiſieme proportionnelle VQ devient infinie, & $p'r'$ étant toujours comme l'angle POR ou PAR, eſt maintenant comme la moitié AST ou ATS de cet angle.

654. DÉFINITION. Dans la viſion ſoit à l'œil nud, ſoit avec les verres, l'indiſtinction apparente d'un objet donné eſt comme l'aire du cercle le plus petit dans lequel tous les rayons d'un pinceau unique ſont raſſemblés au fond de l'œil.

On voit la raiſon de cette définition au commencement de la démonſtration du 454^e^ Article.

655. THÉORÊME II. *Dans tous microſcopes formés d'une ſimple lentille, un objet placé à leur foyer paraîtra également diſtinct, ſi les largeurs de leurs ouvertures ſont comme leurs diſtances focales.*

656. CAS I. Suppoſons d'abord que la figure de la lentille DP ſoit telle qu'elle n'occaſionne point d'aberrations aux rayons homogenes (*Art. 81*); alors ſi l'objet eſt placé en F, & que FP ſoit la diſtance focale des rayons moyens, tous les rayons qui viennent de F ſortiront de la lentille paralleles à l'axe FPQ. Soit le rayon violet contenu dans le rayon hétérogene FD le plus éloigné de l'axe, rompu ſuivant DK; & ſuppoſons qu'un autre rayon violet vienne du côté oppoſé ſuivant ED, ſoit rompu ſuivant DR, & rencontre enſuite l'objet en R. Alors l'indiſtinction apparente du point F étant comme l'aire du cercle d'aberration le plus petit que forment au fond de l'œil les rayons d'un pinceau qui vient de F (*Art. 654*), ſera donnée lorſque le diametre de ce cercle eſt donné, ou lorſque l'angle EDK (*Art. 653*) ou l'angle FDR (*Art. 639*) eſt donné, c'eſt-à-dire, lorſque le rapport de FR à FD ou FP eſt donné. Mais, dans le cas de rayons hétérogenes, le rapport de FR à DP eſt auſſi donné (*Art. 436 & 643*). Donc l'indiſtinction apparente ſera donnée lorſque le rapport de DP à PF eſt donné. Fig. 593.

657. CAS. II. Suppoſons actuellement que la lentille DP devienne ſphérique, en conſervant la même diſtance focale; ceux des rayons moyens venant de F, qui ſont voiſins de l'axe Fig. 594.

de la lentille, ſortiront toujours de la lentille paralleles à cet axe; mais ceux de ces rayons moyens qui ſont écartés de l'axe, comme DE, convergeront vers l'axe par la réfraction trop forte qu'ils auront ſoufferte (*Art. 81*). Qu'on imagine qu'un rayon moyen vienne de l'autre côté de la lentille ſuivant LD parallélement à l'axe, & ſoit rompu ſuivant Dr, enſorte que Fr puiſſe être l'aberration latitudinale de rayons homogenes, occaſionnée par la figure de la lentille. L'indiſtinction apparente de l'objet, en tant qu'elle dépend de cette ſorte d'aberration, ſera donnée, comme dans le Cas I, lorſque le rapport de Fr à FP, c'eſt-à-dire, de $\frac{DP^3}{FP^2}$ (*Art. 646*) à FP, & par conſéquent de DP^3 à FP^3, & de DP à PF eſt donné, comme ci-deſſus dans le Cas I.

658. CAS. III. Soit à préſent le rayon violet contenu dans le rayon hétérogene FD, rompu ſuivant DK; l'angle EDK compris entre le verd & le violet ſera un peu plus grand que dans le premier Cas, étant augmenté d'un 27.^{e} ou d'un 28.^{e} de l'angle EDL (*Art. 436*), qui meſure l'augmentation de réfraction ou la déviation cauſée par le changement de la figure de la lentille. Cette augmentation de EDK eſt donc comme l'angle EDL, & eſt par conſéquent donnée lorſque le rapport de DP à PF eſt donné, par le Cas I. Mais l'indiſtinction apparente ſera donnée, lorſque le diametre du plus petit cercle d'aberration de tous les rayons, au fond de l'œil, eſt donné; c'eſt-à-dire, lorſque l'angle entier KDL eſt donné (*Art. 653*), ou lorſque toutes ces parties EDL, EDK & l'augmentation de EDK ſont données; & nous avons fait voir que toutes ces parties ſont données lorſque le rapport de DP à PF eſt donné.

659. CAS IV. J'ai conſidéré, dans ce Cas, les aberrations des rayons violets ou leurs écartemens des rayons verds, c'eſt-à-dire, des rayons moyens qui étaient ſuppoſés paralleles à l'axe; & les rayons rouges étant inclinés à l'axe, à peu près autant que les rayons violets, dans une poſition contraire, ſeront tous contenus dans le même cercle d'aberration au fond de l'œil (*Art. 653*).

660. Il n'eſt pas néceſſaire de diminuer, afin de rendre la viſion diſtincte, l'ouverture dans les lentilles de microſcope dont le foyer n'excede pas beaucoup un demi-pouce, la prunelle

étant elle-même assez petite pour refuser l'entrée aux rayons extérieurs qui se dispersent & s'écartent. Mais dans des lentilles plus petites, dont il est nécessaire de régler l'ouverture, nous avons fait voir que, pour conserver le même degré de distinction, les diametres des ouvertures doivent être comme les distances focales; & alors l'éclat apparent diminuera, comme le carré de ces mêmes distances focales; de sorte qu'en se servant de très-petits verres, la grandeur apparente & l'obscurité de l'objet augmenteront l'une & l'autre dans le même rapport. Car le rapport de PD à PF étant invariable, l'angle PFD est aussi invariable & conséquemment la quantité de lumière reçue du point F l'est aussi, parce que les lentilles, soit petites ou grandes, doivent toutes être situées à des distances de F, telles qu'elles reçoivent par leurs ouvertures précisément tous les rayons contenus dans un cone engendré par la révolution de l'angle PFD autour de l'axe PF, sans en admettre ni plus ni moins. Mais la grandeur apparente de l'objet, ou la surface de son image au fond de l'œil est réciproquement comme le carré de PF (*Art. 118*), & par conséquent, la lumière étant la même, son éclat est directement comme le carré de PF. On voit par cette théorie qu'une simple lentille ne peut grossir un petit objet à l'infini, quand même il serait possible d'en construire d'aussi petites qu'on le voudrait, à moins qu'on ne trouve le moyen d'augmenter la lumière. Néanmoins cette imperfection n'est pas si grande dans les microscopes simples, qu'elle peut le paraître à la premiere vue; ce qui peut provenir de ce que l'œil est capable de discerner passablement les objets avec plus de vingt mille degrés différens de lumière, chaque degré étant égal à la lumière par laquelle nous voyons les objets la nuit dans le plus beau clair de lune (*Art 95*). Mais quand même on augmenterait l'éclat de l'objet en l'illuminant, M^r. Huyghens observe que le pouvoir du microscope serait toujours limité par la largeur des pinceaux qui entrent dans la prunelle, laquelle est égale à la largeur de l'ouverture. Car si cette largeur est plus petite que $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ de ligne, il assure que les bords des objets commenceront à paraître indistincts (*Art. 469*). Mais il paraît, selon ce savant Auteur, que les microscopes doubles peuvent

Fig. 594.

amplifier les objets autant qu'on le voudra, pourvu qu'il ſoit poſſible de conſtruire des objectifs auſſi petits qu'on peut le deſirer ; car nous ferons voir dans la ſuite qu'on peut écarter les autres obſtacles.

661. THÉORÊME III. *Dans les microſcopes & les téleſcopes dioptriques & catoptriques, qui n'ont qu'un ſeul oculaire, l'indiſtinction apparente d'un objet donné, occaſionnée par l'une ou l'autre aberration conſidérée ſéparément, ſera directement comme le carré de la plus grande aberration latitudinale dans l'image que donne l'objectif ou le miroir, & réciproquement comme le carré de la diſtance focale de l'oculaire, à très-peu près; les aberrations occaſionnées par l'oculaire étant extrémement petites.*

662. CAS I. Suppoſons parfaites les figures des verres convexes EI, ei, ou telles qu'il n'en réſulte point d'aberration pour les rayons homogenes (*Art. 81*) ; ſoit q le foyer des rayons moyens qui viennent du point Q ſitué dans l'axe $QEqec'$, & ſont rompus par l'objectif EI; & ſoient ces rayons paralleles à leur ſortie de l'oculaire ei qu'ils rencontrent après s'être croiſés en q ; enfin ſuppoſons la forme de l'œil telle que ces rayons ſoient raſſemblés exactement en un point q' ſur la rétine $q'r'$. Soit le rayon IRi le rayon violet ou le rayon rouge le plus en dehors, qui était contenu dans le rayon hétérogene QI avant d'être rompu en I; & ſoit ce rayon Ii rompu par l'oculaire ſuivant ia & frappant enſuite le fond de l'œil en r'. Enfin, imaginons qu'un rayon bi de la même couleur que ai vienne du côté oppoſé parallélement à l'axe, & ſoit rompu en i ſuivant ir; & ſoit une perpendiculaire à l'axe en q, laquelle coupe le rayon ir en r, & le rayon iI en R. Le demi-diametre $q'r'$ du cercle d'aberration au fond de l'œil eſt comme l'angle aib (*Art. 653*) ou comme l'angle Rir (*Art 639*), & par conſéquent comme $\frac{Rr}{Ri}$ ou, à très-peu près, comme $\frac{Rq}{qe}$; car je ferai voir dans le moment que qr eſt très-petite en comparaiſon de qR, dans tous les inſtrumens d'Optique, quoiqu'elle ne ſoit pas comme qR. Mais l'indiſtinction apparente du point Q eſt comme l'aire du cercle d'aberration au fond de l'œil (*Art. 654*) ou comme le carré de ſon demi-diametre $q'r'$ ou comme $\frac{qR^2}{qe^2}$, c'eſt-à-dire,

Fig. 595 & 596.

directement comme le carré de l'aberration latitudinale dans l'image en q, & réciproquement comme le carré de la distance focale de l'oculaire.

663. CAS II. Supposant que les verres EI, ei, conservent les places qu'ils avaient, considérons actuellement les aberrations que leur sphéricité causerait à un pinceau de rayons moyens. Soient les aberrations latitudinales des extrêmes de ces rayons $QIRiar'$ représentées par qR & $q'r'$, & soit bir aussi un rayon moyen. $q'r'$ est comme l'angle aib (*Art.* 653) ou comme Rir (*Art.* 639.) ou comme $\frac{Rr}{Ri}$ ou comme $\frac{Rq}{qe}$, en négligeant qr. Mais l'indistinction apparente est comme le cercle de ces aberrations en q' (*Art.* 654), lequel est comme $q'r'^2$ ou comme $\frac{qR^2}{qe^2}$, c'est-à-dire, directement comme le carré de l'aberration latitudinale dans l'image en q, & réciproquement comme le carré de la distance focale de l'oculaire, comme dans le premier Cas. Fig 596.

664. Pour faire voir que l'aberration qr produite par l'oculaire, peut être négligée, soit EF la distance focale de l'objectif d'un microscope double, & que le rayon Ii croise l'axe en K. Dans le premier Cas, nous avons $qR = \frac{1}{55} \times \frac{Eq}{EF} \times EI$ (*Art.* 643) & $qr = \frac{1}{55} ei = \frac{1}{55} \times \frac{eq}{Eq} \times EI$, à très-peu près. Par conséquent nous avons $qR : qr :: \frac{Eq^2}{EF} : eq$; c'est-à-dire, comme la grandeur apparente de l'objet Q vu avec le microscope, est à sa grandeur apparente vu à la vue simple à une distance égale à Qq, comme on le voit par l'Article 127, qui donne quelqu'idée du rapport de qR à qr. Dans le microscope de comparaison de M.r Huyghens, qu'on décrira Art. 675, ce rapport est égal à celui de 35 à 1; & dans un télescope ce rapport est celui du pouvoir amplifiant. Fig 595 & 596.

665. Considérant dans le Cas II l'aberration de sphéricité, nous avons $qR = \frac{7}{6} \times \frac{EI^3}{EF^3} \times Eq$ (*Art.* 646) & $qr = \frac{7}{6} \times \frac{ei^3}{eq^2} = \frac{7}{6} \times \frac{EI^3}{Eq^3} \times eq$, pour la raison exposée ci-dessus. Par conséquent lorsque les verres E, e ont des figures semblables,

nous avons $qR : qr :: \frac{Eq^4}{EF^3} : eq :: 3500 : 1$, dans le microſcope de M.r Huyghens.

Fig. 597. 666. CAS III. Occupons-nous actuellement des microſcopes & téleſcopes catoptriques, dans leſquels ſoit Q le point d'où partent les rayons qui tombent ſur le miroir EI, dont le demi-diametre eſt EC, & le foyer F; & ſoit q le foyer qui répond à Q; ſoit $IKRi$ un rayon réfléchi, dont qK ſoit l'aberration longitudinale & qR l'aberration latitudinale, & ſuppoſons que tout le reſte demeure comme dans le Cas II. Si nous négligeons l'aberration qr occaſionnée par la réfraction de l'oculaire ei, il eſt évident que l'indiſtinction apparente ſera comme $\frac{qR^2}{qe^2}$, comme ci-deſſus dans les machines dioptriques

667. Comparons ces aberrations qR & qr. Nous avons l'aberration longitudinale $qK = \frac{EI^2 \times qC^2}{EC^3}$; car, par l'Art. 613, nous avons $qK : \frac{EI^2}{4EC} :: qC^2 : CF^2$ ou $\frac{1}{4} EC^2$; & par conſéquent l'aberration latitudinale $qR = \frac{EI^3}{EC^3} \times \frac{qC^2}{qE}$. Or, ſi l'on conſidere les aberrations des rayons colorés, dans l'oculaire, on a $qr = \frac{1}{55} \times \frac{eq}{qE} \times EI$ (*Art. 664*). Donc $qR : qr :: \frac{EI^2 \times qC^2}{EC^3} : \frac{1}{55} eq$, qui, dans un microſcope catoptrique, qu'on décrira à l'Article 701, eſt comme 53 à 1. Mais ſuppoſant EQ augmentée à l'infini, ce microſcope ſe changera dans le téleſcope catoptrique de M.r Newton; & alors nous avons $qR : qr :: \frac{EI^2 \times EF^2}{EC^3}$ ou $\frac{EI^2}{8EF} : \frac{1}{55} eq :: 55 : 24$, dans le téleſcope de 5 pieds de M.r Halley, prenant l'oculaire & l'ouverture moyens (*Art. 473*). Néanmoins l'expérience fait voir que l'objet paraît avec une netteté ſuffiſante. En effet, la diſproportion qu'il y a entre qR & qr ſera plus grande, ſi on néglige, comme étant à peine ſenſibles, les couleurs faibles & obſcures qui font partie de celles dans leſquelles le rayon ia eſt décompoſé, & qu'on prenne $qr = \frac{1}{250} ei$, ſuppoſant qe la diſtance focale du jaune le plus vif. Mais dans les inſtrumens dioptriques, le

rapport

rapport de qR à qr ne ſera point altéré par là (*Art. 664*). A l'égard des aberrations occaſionnées par la ſphéricité de l'oculaire, nous avons $qr = \frac{7}{6} \times \frac{EF^3}{Eq^3} \times eq$ (*Art. 665*), & par conſéquent $qR : qr :: \frac{qC^2 \times qE^2}{EC^3} : \frac{7}{6} qe :: 7695 : 1$, dans le microſcope catoptrique qu'on décrira ci-après. Dans un téleſcope catoptrique ce rapport eſt compoſé de celui de ſon pouvoir amplifiant & de celui de 1 à $9\frac{1}{3}$, l'oculaire étant plan convexe.

668. COROLL. Donc dans les téleſcopes & microſcopes doubles, dioptriques & catoptriques, l'indiſtinction apparente d'un objet donné, qui proviendrait des aberrations de l'une ou l'autre eſpece conſidérée ſéparément, ſera, à peu près, la même ou invariable, lorſque les diſtances focales de leurs oculaires ſont comme les aberrations latitudinales les plus grandes dans les images formées par leurs objectifs ou leurs miroirs; ou lorſque l'angle ſoutendu par qR au point i ou e eſt invariable.

669. Cet angle eſt nommé *angle d'aberration de ſphéricité ou de réfrangibilité*, ſuivant que qR eſt l'aberration latitudinale occaſionnée par la ſphéricité ou par la réfrangibilité.

670. LEMME V. *Il s'agit de déterminer la grandeur & l'éclat apparent, ainſi que les angles d'aberration, dans des microſcopes doubles compoſés de deux verres convexes.*

Soit un objet BX placé un peu au-delà du foyer O de l'objectif PD, & ſoit ſon image NY vue au travers de l'oculaire EZ dont NE eſt la diſtance focale. Soit auſſi l'objet BX vu à la vue ſimple d'une diſtance quelconque donnée BR; & ſoit priſe BQ à BO comme EN eſt à OP; l'objet ſera amplifié, dans le microſcope, dans le rapport de BR à BQ. Fig. 598.

Soit un rayon $XPYZ$ coupant l'image en Y, & rompu par l'oculaire ſuivant ZV; ayant tiré XR, ſoit menée XQ parallele à ZV ou à EY; l'objet paraîtra en V ſous l'angle EVZ égal à NEY ou à BQX, & conſéquemment ſera amplifié dans le rapport de l'angle BQX à BRX ou de BR à BQ. Mais les figures PXQ, PYE étant ſemblables, nous avons $BQ : NE :: (BX : NY :: BP : PN ::) BO : OP$. Car puiſque B & N ſont des foyers correſpondans, nous avons $BO : BP :: BP : BN$ (*Art. 239*) qui devient $BO : OP :: BP : PN$.

671. COROLL. I. La distance apparente $BQ = \frac{BP}{PN} \times NE = \frac{BO}{OP} \times NE$. Et BR étant donnée, la grandeur apparente de l'objet, dans le microscope, est, par le Lemme, réciproquement comme BQ.

672. COROLL. II. Soit PD le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif; l'éclat apparent du même objet vu dans le même ou dans différens microscopes, sera comme $\frac{PD^2 \times NE^2}{PN^2}$. Car la quantité de rayons qui illuminent une petite partie quelconque de son image sur le fond de l'œil, est comme $\frac{PD^2}{PB^2}$; parce que si PB était donnée, la quantité de rayons que l'ouverture entiere reçoit du point B, serait comme l'ouverture ou comme PD^2; & si PD était donnée, la quantité de ces rayons serait comme leur densité à l'ouverture, c'est-à-dire comme $\frac{1}{PB^2}$ (*Art. 58*). Mais l'éclat apparent d'un objet est directement comme la quantité de rayons qui illuminent chaque petite partie de son image sur le fond de l'œil, & réciproquement comme l'aire de cette image, ou réciproquement comme la grandeur apparente de la surface visible de l'objet; de sorte que l'éclat apparent est directement comme $\frac{PD^2}{PB^2} \times \frac{PB^2 \times NE^2}{PN^2}$ (*Art. 670*).

673. COROLL. III. L'angle d'aberration de réfrangibilité est comme $\frac{PD}{NE} \times \frac{PN}{PO}$ ou comme $\frac{PD}{NE} \times \frac{BP}{BO}$. Car la plus grande aberration latitudinale de réfrangibilité, dans l'image formée en N, est comme $PD \times \frac{PN}{PO}$ (*Art 649*).

674. COROLL. IV. L'Angle d'aberration de sphéricité de l'objectif est comme $\frac{PD^3}{PO^3} \times \frac{PN}{NE}$. Car la plus grande aberration latitudinale de sphéricité, dans l'image formée en N, est comme $\frac{PD^3}{PO^3} \times PN$ (*Art. 648*).

675. PROBLÊME IV. *Construire un microscope dioptrique* enpdbo, *qui amplifie plus qu'un microscope donné* ENPDBO, *dans un rapport quelconque proposé représenté par celui de* n *à* 1, Fig. 598 & 599.

& faſſe voir les objets avec la même clarté, & avec la même netteté, autant que cela dépend de la réfrangibilité différente des rayons, & non de la ſphéricité des objectifs.

Soient priſes $ne = \frac{1}{n} NE$, $pd = \frac{1}{n} PD$, $po = \frac{1}{nn} PO$, $pb = \frac{1}{nn} PB$, $pn = \frac{1}{nn} PN$, & l'on aura le microſcope demandé. Par exemple, le microſcope de comparaiſon de M.r Huyghens a les dimenſions ſuivantes en pouces; $NE = 2$, $PD = \frac{1}{20}$, $PO = \frac{7}{10}$, $PB = \frac{7}{9}$, $PN = 7$: ainſi on voit dans ce microſcope l'objet 36 fois plus grand en diametre qu'on ne le verrait à la vue ſimple à la diſtance de 8 pouces. Or, ſi l'on veut trouver les dimenſions d'un autre microſcope qui groſſiſſe deux fois plus, nous avons $n = 2$, d'où, l'on a, ſuivant la regle, $ne = \frac{1}{2} NE = 1$, $pd = \frac{1}{40}$, $po = \frac{7}{40}$, $pb = \frac{7}{36}$, $pn = \frac{7}{4}$.

Cette regle eſt fondée ſur cette hypotheſe, ſavoir, que les rapports des intervalles des points B, O, P, N, qui appartiennent à l'objectif, ſoient conſervés. Delà nous avons NE réciproquement comme la grandeur apparente (*Art. 671*), c'eſt-à-dire, $ne : NE :: 1 : n$. Donc $ne = \frac{1}{n} NE$. Et parce que l'angle d'aberration de réfrangibilité ne doit ſouffrir aucun changement (*Art. 668*), nous avons auſſi PD comme NE (*Art. 673*), ou réciproquement comme la grandeur apparente, c'eſt-à-dire, $pd : PD :: 1 : n$. Donc $pd = \frac{1}{n} PD$. Et enfin parce que l'éclat apparent doit être le même, nous avons PN comme $PD \times NE$ (*Art. 672*) ou comme NE^2, ou dans la raiſon doublée inverſe de la grandeur apparente, c'eſt-à-dire, $pn : PN$, $pb : PB$ & $po : PO$ (par l'hypotheſe) $:: 1 : nn$. Donc $po = \frac{1}{nn} PO$; $pb = \frac{1}{nn} PB$ & $pn = \frac{1}{nn} PN$.

676. COROLL. I. Dans ces microſcopes, les angles d'aberration de ſphéricité de leurs objectifs ſont en raiſon doublée de la grandeur apparente de l'objet. Car ces angles ſont comme $\frac{PD^3}{PO^3} \times \frac{PN}{NE}$ (*Art. 674*) ou comme $\frac{PD^2}{PO^2}$ par l'hypotheſe de la

regle, & parce que PD eſt comme NE ; c'eſt-à-dire, que l'angle de cette aberration dans le microſcope qu'on s'eſt propoſé de conſtruire, eſt au pareil angle, dans le microſcope de comparaiſon, comme $\frac{p\,d^2}{p\,o^2}$ ou $\frac{nn\,PD^2}{PO^2}$ eſt à $\frac{PD^2}{PO^2}$, c'eſt-à-dire, comme nn eſt à 1.

677. COROLL. II. Donc ſi le côté convexe de l'objectif d'un microſcope, qui eſt plan convexe, peut être tourné vers l'objet, ce qui rend l'angle d'aberration de ſphéricité près de 4 fois plus grand (*Art. 626, 627 & 646*), en ſubſtituant à la place de cet objectif un autre dont le côté plan ſoit tourné vers l'objet, & dont la diſtance focale ſoit quatre fois plus petite, l'angle d'aberration deviendra auſſi quadruple (*Art. précéd.*), parce que la grandeur de l'objet ſera doublée (*Art. 675*). M.r Huyghens trouve que ce microſcope ſouffrirait ce renverſement. Mais ſi nous tentons de porter, par ce Problême, l'amplification beaucoup plus loin, les aberrations de ſphéricité augmenteront toujours & y mettront obſtacle, quoiqu'elle puiſſe cependant être augmentée à l'infini, par la propoſition ſuivante, comme cet illuſtre Savant l'a obſervé, ſans la difficulté qu'on rencontre à conſtruire des objectifs auſſi petits qu'il ſerait néceſſaire pour cet effet.

678. PROBLÊME V. *Conſtruire un microſcope dioptrique qui groſſiſſe les objets plus qu'un microſcope donné, dans un rapport quelconque propoſé repréſenté par celui de* n *à* 1, *& les faſſe voir avec la même clarté, & avec la même netteté quant aux aberrations de ſphéricité, & avec une netteté plus grande quant aux aberrations de réfrangibilité.*

Fig. 598 & 599. Soit $enpdbo$ le microſcope qu'on veut conſtruire, & $ENPDBO$ le microſcope de comparaiſon. Soient priſes $ne = \frac{1}{n}NE$, $pd = \frac{1}{n^3}PD$, $po = \frac{1}{n^4}PO$, $pb = \frac{1}{n^4}PB$, $pn = \frac{1}{n^4}PN$; on aura les dimenſions cherchées du microſcope qu'on ſe propoſe de conſtruire ; & l'angle d'aberration de réfrangibilité ſera plus petit dans ce microſcope que dans le microſcope donné, dans le rapport de 1 à nn. Par exemple, dans le microſcope de comparaiſon, dont on a parlé ci-deſſus, ſuppoſant $n = 2$, nous avons $ne = 1$, $pd = \frac{1}{160}$, $po = \frac{7}{160}$, $pb = \frac{7}{144}$,

$pn = \frac{7}{16}$; & l'angle d'aberration de réfrangibilité ſera quatre fois plus petit qu'auparavant.

Cette regle eſt fondée ſur la même hypotheſe que la précédente, ſavoir, que les rapports des intervalles des points B, O, P, N, ſoient les mêmes dans les deux microſcopes. Donc puiſque les angles d'aberration de ſphéricité doivent être les mêmes dans ces deux microſcopes (*Art. 668*), nous avons PD^3 comme $PO^2 \times NE$ (*Art. 674*), & la clarté devant être la même, nous avons PN^2 ou PO^2 (par l'hypotheſe) comme $PD^2 \times NE^2$ (*Art. 672*) & par conſéquent PD^3 comme $\frac{PO^3}{NE^3}$. Ayant donc déja PD^3 comme $PO^2 \times NE$, nous aurons, en y ſubſtituant les valeurs précédentes de PO^2 & de PD^3, PD comme NE^3, & PO comme NE^4. Mais NE eſt réciproquement comme la grandeur apparente (*Art. 671*), c'eſt-à-dire $ne : NE :: 1 : n$; ainſi nous avons $ne = \frac{1}{n} NE$; de plus PD eſt comme NE^3, ou $pd : PD :: ne^3 : NE^3 :: 1 : n^3$; nous avons donc $pd = \frac{1}{n^3} PD$; de même PO étant comme NE^4, nous avons $po = \frac{1}{n^4} PO$; & par l'hypotheſe, pb & pn ſont comme po.

Préſentement l'angle d'aberration de réfrangibilité eſt comme $\frac{PD}{NE}$ (*Art. 673*) c'eſt-à-dire, que cet angle eſt, dans le microſcope qu'on s'eſt propoſé de conſtruire, à l'angle ſemblable dans le microſcope de comparaiſon, comme $\frac{pd}{ne}$ ou $\frac{PD}{nnNE}$ eſt à $\frac{PD}{NE}$, c'eſt-à-dire, comme 1 eſt à nn.

679. COROLL. La largeur des pinceaux qui entrent dans la prunelle eſt auſſi la même (*Art. 672*); car la moitié de cette largeur eſt $EI = \frac{PD \times NE}{PN}$, de ſorte qu'on peut, par ce Problême, porter l'amplification auſſi loin qu'on voudra, même la rendre infinie, ſans d'autre obſtacle que la grande petiteſſe dont l'objectif doit être. Mais dans les Problêmes ſuivans où il s'agit de la même choſe, l'objectif n'eſt pas diminué dans un auſſi grand rapport que par celui-ci, ne nous bornant plus à conſerver les rapports des intervalles des points B, O, P, N.

Fg. 598 & 599.

680. PROBLÊME VI. *Conſtruire un microſcope avec deux lentilles convexes* e & p, *qui amplifie dans un rapport donné, & dans lequel l'éclat apparent de l'objet, & l'angle d'aberration de réfrangibilité ſoient les mêmes que dans un autre microſcope donné compoſé de deux lentilles* E & P.

La diſtance focale de l'objectif p, ſon ouverture & ſa poſition peuvent ſe trouver de cette manière.

Nous ſervant des mêmes figures que ci-deſſus, ſoient les dimenſions ſuivantes du microſcope de comparaiſon, $PD = A$, $PO = C$, $NE = D$, & $BO : BP :: 1 : m$; & ſuppoſons les dimenſions correſpondantes du microſcope qu'on veut conſtruire, être celles-ci, $pd = a$, $po = c$, $ne = d$, & $bo : bp :: 1 : n$; & ſoit la grandeur apparente propoſée, à la grandeur apparente à la vue ſimple, l'œil étant à une diſtance donnée r, dans le rapport donné de r à q. Nous aurons $c = \frac{m^2 d^2 q^2}{D^2 (d+q)^2} \times C$; $n = \frac{md}{D} \sqrt{\frac{C}{c}}$; & $a = A \sqrt{\frac{c}{C}}$.

Car puiſque l'éclat apparent doit être le même dans les deux microſcopes, il faut poſer $\frac{PD \times NE}{PN} = \frac{pd \times ne}{pn}$ (*Art. 672*), c'eſt-à-dire, $\frac{AD}{mC} = \frac{ad}{nc} = h$, pour abréger la réduction ſuivante. Et l'angle d'aberration de réfrangibilité devant être auſſi le même dans les deux microſcopes, il faut poſer $\frac{PD}{NE} \times \frac{BP}{BO} = \frac{pd}{ne} \times \frac{bp}{bo}$ (*Art. 673*), c'eſt-à-dire, $\frac{mA}{D} = \frac{na}{d} = g$. Ces équations donnent $\frac{nch}{d} = a = \frac{dg}{n}$, d'où l'on tire $nn = \frac{dd}{c} \times \frac{g}{h} = \frac{dd}{c} \times \frac{mm}{DD} \times C$, & par conſéquent $n = m\frac{d}{D}\sqrt{\frac{C}{c}}$; mettant cette valeur à la place de n, on aura $a = A\sqrt{\frac{c}{C}}$. Or, $q = \frac{ob}{op} \times ne$ (*Art. 671*) $= \frac{d}{n-1}$; d'où l'on a $\frac{d+q}{q} = n = m\frac{d}{D}\sqrt{\frac{C}{c}}$; donc $c = \frac{m^2 d^2 q^2}{D^2 (d+q)^2} \times C$.

681. COROLL. I. Donc, dans ces microſcopes, les diametres des ouvertures des objectifs ſont en raiſon ſoudoublée de leurs diſtances focales, comme dans les lunettes ordinaires. Car nous

avons $\frac{a}{A} = \sqrt{\frac{c}{C}}$; & lorsqu'en faisant BO & bo infinies, ces microscopes se changent en lunettes, & que par conséquent $m = 1$, & $n = 1$, nous avons aussi $\frac{d}{D} = \sqrt{\frac{c}{C}} = \frac{a}{A}$; ce qui s'accorde avec l'Article 465.

682. COROLL. II. Dans ces microscopes, les angles d'aberration de sphéricité des objectifs, sont réciproquement comme leurs distances focales, & sont par conséquent dans la raison doublée inverse de leurs ouvertures (*Art. précéd.*). Car l'angle d'aberration de sphéricité est comme $\frac{PD^3}{PO^3} \times \frac{PN}{NE}$ (*Art. 674*) $= \frac{mA^3}{C^2D}$, c'est-à-dire, que cet angle, dans le microscope de comparaison, est au pareil angle, dans le microscope qu'on veut construire, comme $\frac{mA^3}{C^2D}$ est à $\frac{na^3}{c^2d}$, ou comme $\frac{AA}{CC}$ est à $\frac{aa}{cc}$, à cause que $\frac{mA}{D} = \frac{na}{d}$ (*Art. 673*), c'est-à-dire, comme $\frac{1}{C}$ est à $\frac{1}{c}$, parce que $AA : aa :: C : c$ (*Art. précéd.*).

683. COROLL. III. Conservant le même objectif & changeant la distance focale de l'oculaire, la grandeur apparente de l'objet peut être un peu augmentée. Car la valeur de $q = \frac{d}{n-1}$ (*Art. 671*), donne $q : d :: 1 : n - 1$, & $q + d : d :: n : n - 1$; nous avons aussi $pb : po :: n : n - 1$; donc $pb = \frac{d+q}{q} c$ & $pb^2 = \frac{(d+q)^2}{dd} \times c \times \frac{m^2d^2q^2}{DD(d+q)^2} \times C = \frac{mm}{DD} \times cCqq$; & par conséquent, lorsque c est donnée, pb est comme q. Mais bp doit être toujours un peu plus grande que po. Donc si on la fait d'abord plus petite que $2po$, comme cela doit être, afin de rendre l'image plus grande que l'objet, il est évident que pb & par conséquent q ne peut être diminuée dans un rapport aussi grand que celui de 2 à 1, c'est-à-dire, que la grandeur apparente ne peut être doublée.

684. COROLL. IV. Mais si l'on conservait le même oculaire & que l'on diminuât la distance focale de l'objectif, on pourrait rendre l'amplification aussi grande qu'on le désirerait, sans l'obstacle qu'y apporte l'augmentation que recevrait en

même tems l'aberration de ſphéricité (*Art. 682*); car la valeur de po pouvant être exprimée de cette manière, $c = \left(\frac{m}{D} \times \frac{d}{\frac{d}{q}+1}\right)^2 \times C$, en augmentant le pouvoir amplifiant, c'eſt-à-dire, en diminuant q, le dénominateur de cette quantité ſera augmenté & c ſera diminuée. Ainſi pour perfectionner le microſcope donné, autant qu'il eſt poſſible, il faut conſerver le même oculaire, & diminuer l'objectif, ainſi que ſon ouverture, ſuivant les regles données ci-deſſus, juſqu'à ce que l'on trouve que les aberrations produites par ſa ſphéricité commencent à être aſſez grandes pour altérer la repréſentation des objets; & ſi l'on veut porter l'amplification encore plus loin, on pourra, en prenant pour microſcope de comparaiſon le microſcope dans lequel les aberrations de ſphéricité ne ſont point encore nuiſibles, en déterminer un autre, par le Problême ſuivant.

Fig. 598 & 599. 685. PROBLÊME VII. *Avec deux lentilles convexes* e *&* p, *dont la premiere ſoit l'oculaire qu'on ſuppoſe donné, conſtruire un microſcope qui amplifie dans un rapport donné, & dans lequel l'éclat apparent de l'objet & l'angle d'aberration de ſphéricité ſoient les mêmes que dans un autre microſcope donné compoſé de deux lentilles* E & P.

la diſtance focale de l'objectif p, ſon ouverture & ſa poſition peuvent ſe déterminer au moyen de ces équations; $c = \left(\frac{md}{D} \times \frac{q}{d+q}\right)^4 \times C$; $n = \frac{md}{D}\sqrt[4]{\frac{C}{c}}$; $a = A\sqrt[4]{\frac{c^3}{C^3}}$, que l'on trouve de la manière ſuivante : nous conſervons les mêmes noms que ci-deſſus.

L'éclat apparent devant être le même dans les deux microſcopes, il faudra poſer $\frac{PD \times NE}{PN} = \frac{pd \times ne}{pn}$ (*Art. 672*), c'eſt-à-dire, $\frac{AD}{mC} = \frac{ad}{nc} = h$, comme ci-deſſus; & l'angle d'aberration de ſphéricité devant être le meme, il faut poſer $\frac{PD^3}{PO^3} \times \frac{PN}{NE} = \frac{pd^3}{po^3} \times \frac{pn}{ne}$ (*Art. 674*), c'eſt-à-dire, $\frac{mA^3}{C^2D} = \frac{na^3}{c^2d} = l$, pour abréger. Delà nous avons $a = \frac{nch}{d}$; & $\frac{n^3c^3h^3}{d^3} = \frac{ccdl}{n}$, c'eſt-à-dire,

à-dire, $n^4 = \frac{d^4}{c} \times \frac{l}{h^3} = \frac{d^4}{c} \times \frac{m^4}{D^4} C$; donc $n = \frac{md}{D} \sqrt[4]{\frac{C}{c}}$. Ainsi on aura $a = A \sqrt[4]{\frac{c^3}{C^3}}$. Mais $q = \frac{ob}{op} ne$ (*Art. 671*) $= \frac{d}{n-1}$: donc $\frac{d+q}{q} = \frac{md}{D} \sqrt[4]{\frac{C}{c}}$; d'où l'on tire $c = \left(\frac{md}{D} \times \frac{q}{d+q}\right)^4 C$.

686. COROLL. I. Dans ces microscopes, les diametres des ouvertures des objectifs sont comme les racines quatriemes des cubes de leurs distances focales. Car nous avons trouvé $\frac{a}{A} = \sqrt[4]{\frac{c^3}{C^3}}$.

687. COROLL. II. Les angles d'aberration de réfrangibilité sont en raison soudoublée des distances focales des objectifs. Cela se prouve de la même manière que l'Art. 682.

688. COROLL. III. On peut aussi augmenter un peu le pouvoir amplifiant de ces microscopes, en changeant l'oculaire. Car nous trouverons, en nous conduisant comme ci-dessus (*Art. 683*), que pb est comme q.

689. COROLL. IV. Dans le Problême précédent nous avons po comme $\left(\frac{d}{\frac{d}{q}+1}\right)^2$, & par celui-ci po est comme $\left(\frac{d}{\frac{d}{q}+1}\right)^4$; de sorte que, pour la même augmentation du pouvoir amplifiant, ou diminution de q, po diminue actuellement dans la raison doublée de la quantité de fois dont il diminuait ci-dessus. C'est pourquoi il vaut mieux rendre le pouvoir amplifiant aussi grand qu'on le peut, par le Problême précéd. avant d'employer celui-ci, afin de pouvoir conserver à l'objectif autant d'ouverture qu'il est possible. Et l'on pourrait rendre le pouvoir amplifiant de ce microscope aussi grand qu'on le voudrait, même le rendre infini, sans l'obstacle qu'y apporte la petitesse dont l'objectif devrait être; parce que l'éclat continue d'être le même, & que, par le Coroll. II, la netteté est augmentée.

690. COROLL. V. Si l'on veut construire un microscope, dans lequel les angles d'aberration, tant de sphéricité que de réfrangibilité, soient respectivement les mêmes que dans le microscope de comparaison, il faut conserver le même objectif, & pour amplifier davantage, augmenter la distance focale de l'oculaire; quoique quand on augmenterait la distance focale de l'oculaire à l'infini, la grandeur apparente, dans le microscope qu'on veut

conſtruire, ne ſerait à la grandeur apparente, dans le microſcope de comparaiſon, que comme m eſt à $m - 1$, ou, dans le microſcope de comparaiſon de M.r Huyghens, que comme 10 à 9, ce qui eſt bien peu de choſe. Car l'angle d'aberration de ſphéricité ſera le même en faiſant $\frac{mA^3}{C^2D} = \frac{na^3}{c^2d}$ (*Art. 674*), d'où nous tirerons $c = C$, en ſubſtituant les valeurs de n & de a trouvées dans le Problême précédent, dans lequel l'angle d'aberration de réfrangibilité eſt ſuppoſé le même ; il faut donc faire, dans la valeur de $c = \left(\frac{md}{D} \times \frac{q}{d+q}\right)^2 C$ (*Art. 680*), $\frac{md}{D} \times \frac{q}{d+q} = 1$, ce qui donne $d = \frac{1}{\frac{m}{D} - \frac{1}{q}}$; d'où l'on voit que d augmentera en diminuant q, & deviendra infinie, lorſque $\frac{m}{D} - \frac{1}{q} = 0$, ou lorſque $q = \frac{D}{m}$. Mais dans le microſcope de comparaiſon $Q = \frac{D}{m-1}$ (*Art. 671*). Donc nous avons Q eſt à q, ou la grandeur apparente dans le microſcope qu'on veut conſtruire, eſt à la grandeur apparente, dans le microſcope de comparaiſon, comme m eſt à $m - 1$. Ainſi, il eſt inutile de rien changer à l'oculaire.

691. Pour donner un exemple de chacune de ces propoſitions, nous avons, dans le microſcope de M.r Huyghens, NE Fig. 598. $= D = 2$, $PD = A = \frac{1}{20}$, $PO = C = \frac{7}{10}$, $PB = \frac{7}{9}$; delà $m = 10$ & $Q = \frac{D}{m-1}$ (*Art. 671*) $= \frac{2}{9}$. Pour amplifier une fois plus, il faut mettre $q = \frac{1}{9}$ (*Art. 671*). Mettant donc, par la propoſition précédente, $d = D = 2$, nous avons $po = c = \frac{70}{361}$, $n = 19$, $pb = \frac{35}{171}$, & $pd = a = \frac{1}{38}$. Mais, par le préſent Problême, $po = e = \frac{7000}{19^4} = \frac{1}{19}$, à très-peu près ; & le reſte ſuivant les regles qu'on a données. Si nous mettons $d = 1$, nous aurons, par le Problême précédent, $po = \frac{7}{40}$, & par celui-ci, $po = \frac{7}{160}$, ce qui s'accorde avec les regles données dans les Articles 675 & 678.

692. LEMME VI. *Trouver la grandeur apparente des objets, ainſi que la clarté & la diſtinction avec leſquelles on les apperçoit dans les microſcopes catoptriques compoſés d'un miroir concave & d'un oculaire.*

Soit l'objet BX placé entre le centre P & le foyer T d'un miroir concave ACG, & ſoit l'image NY de cet objet vue au travers de l'oculaire EZ dont la diſtance focale eſt NE. Soit auſſi l'objet BX vu à l'œil nud de la diſtance BR; alors prenant BQ à BT comme NE eſt à TC, l'objet ſera amplifié, dans le microſcope, dans le rapport de BR à BQ. Fig. 600.

Une ligne quelconque PX prolongée juſqu'au miroir en G & juſqu'à l'oculaire en Z, eſt l'axe d'un pinceau oblique de rayons venant de X, qui, après s'être réfléchis en G, vont former le point Y de l'image, & enſuite ſont rompus en Z par l'oculaire, à la ſortie duquel ils entrent dans l'œil ſitué en V. Soit menée XQ parallele à ZV ou à EY (*Art. 50*); on verra l'objet, dans le microſcope, ſous l'angle EVZ égal à NEY ou à BQX, & par conſéquent il ſera amplifié dans le rapport de l'angle BQX à BRX ou de BR à BQ. Mais $BQ : NE :: (BX : NY :: PB : PN ::) TB : TP$ ou TC, à cauſe que TB, TP, TN ſont en proportion continue (*Art. 207*).

693. COROLL. I. La diſtance apparente $BQ = \frac{TB}{TC} \times NE = \frac{PB}{PN} \times NE = \frac{CB}{CN} \times NE$; & BR étant donnée, la grandeur apparente de l'objet eſt, par le Lemme, réciproquement comme BQ.

694. COROLL. II. Soit CA la moitié de l'ouverture du miroir concave; l'éclat apparent du même objet, dans le même ou dans différens microſcopes, ſera comme $\frac{CA^2 \times NE^2}{CN^2}$. Car l'éclat apparent eſt directement comme la quantité de lumière que le miroir reçoit d'une particule quelconque B, & réciproquement comme l'aire de l'image de cette particule tracée au fond de l'œil, ou réciproquement comme la grandeur apparente de la ſurface de cette particule; & par conſéquent eſt comme $\frac{CA^2}{CB^2} \times \frac{CB^2 \times NE^2}{CN^2}$ (*Art. 58 & précéd.*).

695. COROLL. III. L'indiſtinction apparente d'un objet

donné, dans le même ou dans différens microſcopes catoptriques, eſt comme $\frac{CA^6}{CT^6} \times \frac{PN^4}{CN^2 \times NE^2}$, & par conſéquent eſt invariable, lorſque $\frac{CA^3}{CT^3} \times \frac{PN^2}{CN \times NE}$ eſt invariable. Car la plus grande aberration latitudinale, dans l'image en N, eſt comme $\frac{CA^3}{CT^3} \times \frac{PN^2}{NE}$ (*Art. 667*), & l'indiſtinction apparente eſt directement comme le carré de cette aberration, & réciproquement comme NE^2 (*Art 661*), négligeant, conformément à l'Art. 667, les aberrations occaſionnées par l'oculaire.

Fig. 600 & 601.

696. PROBLÊME VIII. *Ayant un microſcope catoptrique compoſé d'un miroir concave* CA *& d'un oculaire convexe* EZ, *dont les poſitions reſpectives ſont reglées par expérience, déterminer celles d'un autre miroir concave donné* ca *& d'un oculaire convexe* ez, *de manière qu'il repréſente l'objet avec la même clarté que le microſcope donné, & avec la même netteté en négligeant la petite augmentation d'aberrations occaſionnée par l'oculaire* ez, *ſi on le prend plus petit que* EZ; *& trouver le pouvoir amplifiant de ce microſcope.*

Suppoſons que la 600^e^ Figure repréſente le microſcope donné, dont les dimenſions ſoient celles-ci; $CA = A$, $CT = C$, $NE = D$, & $TB : TC :: 1 : m$; & dans le microſcope qu'on veut conſtruire, repréſenté par la Figure 601, ſoient les lignes données $tc = c$, $ne = d$. Ayant pris un nombre $n = \sqrt{\left(1 + (mm - 1)\frac{dd}{DD}\sqrt{\frac{C}{c}}\right)}$, on trouvera la place de l'objectif & celle de l'oculaire, en faiſant $tb : tc$ & $tc : tn :: 1 : n$; la moitié ca de l'ouverture, ou a ſera $= \frac{n+1}{m+1} \times \frac{cD}{Cd} A$; & la grandeur apparente de l'objet ſera à ſa grandeur apparente vu à l'œil nud de la diſtance l, comme l eſt à $\frac{d}{n}$ (*Art. 693*) ou $\frac{d}{\sqrt{\left(1+(mm-1)\frac{dd}{DD}\sqrt{\frac{C}{c}}\right)}}$.

Car l'éclat apparent devant être le même dans les deux microſcopes, il faut mettre $\frac{CA \times NE}{CN} = \frac{ca \times ne}{cn}$ (*Art. 694*), c'eſt-

à-dire, $\frac{AD}{(m+1)C} = \frac{ad}{(n+1)c} = h$, afin d'abréger la réduction ſuivante; & la diſtinction apparente devant être la même, il faut mettre $\frac{CA^3}{CT^3} \times \frac{PN^2}{CN \times NE} = \frac{ca^3}{ct^3} \times \frac{pn^2}{cn \times ne}$ (*Art. 695*), c'eſt-à-dire, $\frac{(m-1)^2}{m+1} \times \frac{A^3}{C^2D} = \frac{(n-1)^2}{n+1} \times \frac{a^3}{c^2d} = g$. On aura donc $\frac{(n+1)^3c^3h^3}{d^3} = \frac{n+1}{(n-1)^2} \times c^2dg$, d'où l'on tire $nn - 1 = dd \sqrt{\frac{g}{ch^3}} = dd \times \frac{mm-1}{DD} \times \sqrt{\frac{C}{c}}$, en remettant les valeurs de h & de g; & par conſéquent $n = \sqrt{(1 + (mm-1)\frac{dd}{DD}\sqrt{\frac{C}{c}})}$. Quant à la valeur de a, elle ſe tire de l'équation $\frac{AD}{(m+1)C} = \frac{ad}{(n+1)c}$. Puiſque la largeur du pinceau du milieu eſt toujours la même, à ſa ſortie de l'oculaire (*Art. 694 & 679*), ſi nous conſervons le même oculaire, il occaſionnera les mêmes aberrations, & ſi nous le diminuons, les aberrations qu'il occaſionne augmenteront, & par conſéquent l'indiſtinction apparente ſera plus grande. Car quoique la plus grande partie (*Art. 667*) de l'angle d'aberration *aib* ou *Rir* ſe conſerve invariable, cependant la plus petite partie de cet angle, ſoutendue par *qr*, varie réciproquement comme *qe*, en prenant *qr* pour l'aberration produite par la réfrangibilité, & réciproquement comme le cube de *qe*, en prenant *qr* pour l'aberration produite par la ſphéricité de l'oculaire. Car cette partie de l'angle d'aberration étant comme $\frac{qr}{qe}$, eſt comme $\frac{ei}{eq}$, dans le premier cas (*Art. 439*), & comme $\frac{ei^3}{eq^3}$, dans le ſecond cas (*Art. 665*), ſuppoſant qu'on employe toujours des oculaires ſemblables. Fig. 597.

697. COROLL. I. Delà, lorſque l eſt donnée, la grandeur apparente, dans ce microſcope, eſt comme $\frac{n}{d}$ ou comme $\sqrt{(\frac{1}{dd} + \frac{mm-1}{DD}\sqrt{\frac{C}{c}})}$, & par conſéquent peut être augmentée à volonté, en diminuant c, & auſſi en diminuant d, ſi on néglige la petite augmentation d'aberration qu'occaſionne la diminution de l'oculaire.

698. COROLL. II. Donc mettant $q = \frac{d}{n}$ distance apparente de l'objet (*Art. 693*), si c & q sont données & qu'on demande le reste, nous aurons $d = \frac{qD}{\sqrt{\left(DD + (1-mm)qq\sqrt{\frac{C}{c}}\right)}}$; par conséquent $n = \frac{d}{q}$, $tb : tc :: 1 : n$ & $a = \frac{n+1}{m+1} \times \frac{cD}{Cd} A$. Car puisque $q = \frac{d}{n} = \frac{d}{\sqrt{\left(1 + (mm-1) \times \frac{dd}{DD}\sqrt{\frac{C}{c}}\right)}}$, en réduisant, nous trouverons d telle qu'on vient de voir. Si l'on conserve le miroir du microscope de comparaison, nous aurons $d = \frac{D}{\sqrt{\left(\frac{DD}{qq} + 1 - mm\right)}}$.

699. COROLL. III. Si d & q sont données & qu'on demande le reste, nous aurons $c = \left(\frac{mm-1}{DD} \times \frac{ddqq}{dd-qq}\right)^2 \times C$, & tb & ca les mêmes que dans le Coroll. II. Si l'on conserve l'oculaire du microscope de comparaison, nous aurons $c = \left((mm-1) \times \frac{qq}{DD-qq}\right)^2 \times C$, & la distinction apparente sera la même que dans le microscope donné.

700. COROLL. IV. Ce microscope peut se changer en un télescope Newtonien, en faisant TB & tb infinie, & par conséquent $m = 0$ & $n = 0$, c'est-à-dire, $1 - \frac{dd}{DD}\sqrt{\frac{C}{c}} = 0$, d'où l'on tire $\frac{D}{d} = \sqrt[4]{\frac{C}{c}}$, ou $d : D :: \sqrt[4]{c} : \sqrt[4]{C}$. Nous avons aussi $\frac{a}{A} = \frac{cD}{Cd} = \frac{c}{C}\sqrt[4]{\frac{C}{c}} = \sqrt[4]{\frac{c^3}{C^3}}$, c'est-à-dire, $a : A :: \sqrt[4]{c^3} : \sqrt[4]{C^3}$. Et parce que $\frac{C}{D} a = \frac{c}{d} A$, nous avons $\frac{c}{d} : \frac{C}{D} :: a : A :: \sqrt[4]{c^3} : \sqrt[4]{C^3}$, ou le pouvoir amplifiant comme $\sqrt[4]{C^3}$. Tout cela s'accorde avec l'Article 472.

701. Ayant fait quelques expériences grossieres avec un miroir concave de $\frac{7}{3}$ de pouce de foyer, que j'avais combiné avec plusieurs oculaires convexes, j'ai trouvé que les couleurs des objets paraissent, dans un microscope catoptrique, beaucoup

plus belles & plus naturelles que dans les microſcopes doubles dioptriques de l'eſpece la meilleure, ces couleurs étant exemptes de tout mêlange de ces couleurs étrangeres qui naiſſent, dans les microſcopes dioptriques, de la réfrangibilité différente des rayons. Ayant mis des cheveux fort fins ſur un morceau de verre plat placé en B, qui ne recevaient preſque d'autre lumière que celle du ciel tranſmiſe par une fenêtre, je trouvai qu'on les voyait très-diſtinctement & avec une clarté ſuffiſante, lorſque mon microſcope catoptrique avait les dimenſions ſuivantes en parties de pouce; CA ou $A = \frac{1}{2}$, CT ou $C = \frac{7}{3}$, NE ou $D = \frac{7}{3}$, $TB : TC :: 1 : 14$. Nous avons donc $m = 14$, & la diſtance apparente $BQ = \frac{D}{m}$ (*Art. 693*) $= \frac{1}{6}$; par conſéquent ſuppoſant $BR = 8$ pouces, ces objets étaient amplifiés 48 fois en diametre.

702. Delà, il eſt facile de trouver, par le Coroll. III, que pour amplifier 72 fois avec le même oculaire de $\frac{7}{3}$ de pouce de foyer, & conſéquemment avec la même diſtinction & la même clarté qu'avec le microſcope dont on vient de donner les dimenſions, le miroir concave ct doit être de 0,458 pouce de foyer; & par conſéquent le diametre de la ſphere, dont ce miroir fait partie de la ſurface, c'eſt-à-dire, $4ct$, eſt 1,832, ce qui eſt plus de 9 fois plus grand que $po = \frac{70}{361} = 0{,}194$, diſtance focale & diametre de ſphéricité du verre plan convexe que nous avons trouvé (*Art. 691*) amplifier auſſi 72 fois avec un oculaire de 2 pouces de foyer, quoique non avec la même diſtinction que celui qui ſervait de terme de comparaiſon, parce que l'angle d'aberration de ſphéricité de l'objectif était augmenté de près de 4 fois (*Art. 682*). Cet excès du diametre de ſphéricité du miroir ſur celui de la lentille eſt très-avantageux en ce qu'il donne, par la diminution de la courbure, la faculté de porter l'amplification plus loin.

703. Au reſte, nous devons prévenir qu'en cherchant à amplifier conſidérablement, on ſe trouve bientôt arrêté par la petiteſſe dont la courbure du miroir doit être pour cet effet. C'eſt

ce qui m'a donné l'idée de former un microſcope avec deux miroirs ſphériques, auxquels j'ai donné des proportions telles que les aberrations occaſionnées par la premiere réflexion ſont parfaitement corrigées par la ſeconde, & qu'en conſéquence la derniere image eſt auſſi parfaitement délivrée d'aberrations, que le permet le degré de perfection de la théorie de ces aberrations. Comme j'ai rendu la théorie de cet inſtrument abſolument indépendante de tout ce qui eſt contenu dans ce Chapitre, je l'ai renfermée dans les Notes ſuivantes.

DESCRIPTION théorique & pratique d'un nouveau microſcope catoptrique.

PROBLÊME I.

712. *COmpoſer un microſcope avec deux miroirs ſphériques & un oculaire convexe, & faire voir combien il amplifie les objets.*

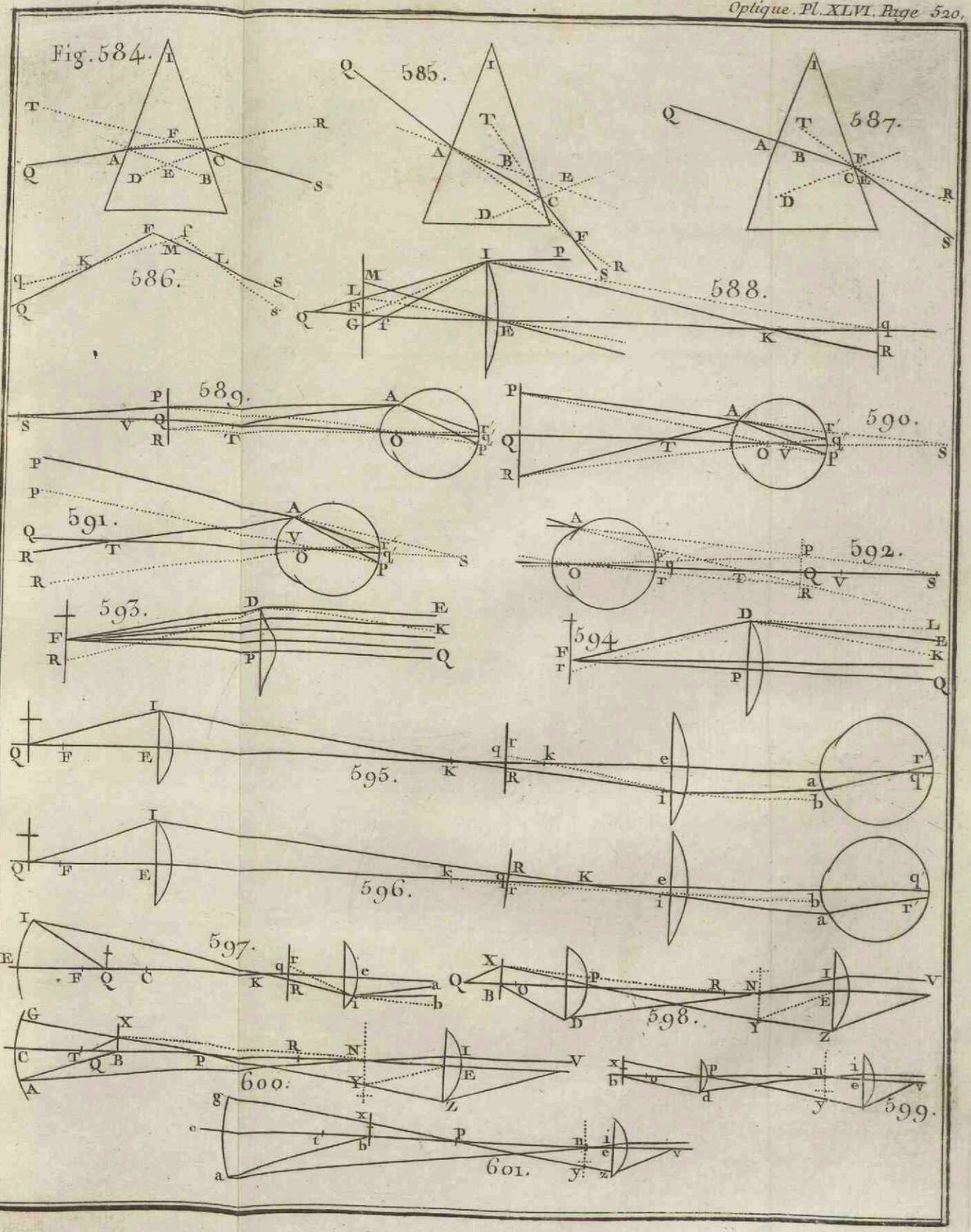
713. Entre le centre E (*Fig. 602*) & le foyer principal T d'un miroir concave ABC, dont l'axe eſt $EQTC$, ſoit placé un objet PQ; ſoit pq l'image que formeraient les rayons partis de cet objet, aprés avoir été réfléchis par le miroir, s'ils n'étaient reçus, avant de la former, par un miroir convexe abc; & ſoit $p'q'$ une 2^e image faite pour être vue au moyen d'un oculaire l, que ces rayons réfléchis par le miroir abc forment, après avoir paſſé par une ouverture BC pratiquée au ſommet du miroir ABC.

714. L'objet peut être ſitué entre les miroirs C, c, ou, ce qui vaut mieux, entre le foyer principal t & le ſommet c du miroir convexe, en pratiquant une petite ouverture au ſommet de ce miroir, afin que les rayons incidens puiſſent paſſer.

715. Par l'Art. 207, TQ, TE, Tq forment une proportion continue dont le rapport eſt donné & peut être exprimé par celui de 1 à n; de même tq, tc, tq' forment une proportion continue dont le rapport eſt auſſi donné & peut s'exprimer, ſi l'on veut, par celui de 1 à m. Alors ſi d eſt la diſtance ordinaire à laquelle on voit diſtinctement à la vue ſimple, les petits objets, & que $q'l$ ſoit la diſtance focale de l'oculaire le plus petit, au travers duquel on apperçoive l'objet avec aſſez de diſtinction & de clarté, l'objet ſera amplifié dans le rapport de mnd à $q'l$.

716. Car l'objet PQ & ſa premiere image pq ſont terminés d'un côté par l'axe commun des miroirs, & de l'autre par une ligne PEp menée par le centre E du miroir concave ABC. Pareillement les images pq & $p'q'$ ſont terminées par l'axe commun & par la ligne epp' menée par le centre e du miroir convexe abc. Les triangles $p'q'e$, pqe étant ſemblables de même que les triangles pqE, PQE, on a donc $p'q' : pq :: q'e : qe :: m : 1$ & $pq : PQ :: qE : QE :: n : 1$, & conſéquemment $p'q' : PQ :: mn : 1$; ce qui donne $p'q' = mn \times PQ$. Préſentement ſi lq' eſt la diſtance focale de l'oculaire l, on verra les points P, Q de l'objet, au travers de cet oculaire, par des rayons paralleles, à leur ſortie du verre, les uns à la ligne $p'l$, les autres à $q'l$, c'eſt-à-dire, que PQ paraît ſous un angle égal à $p'lq'$, qui eſt comme $\frac{p'q'}{q'l} = \frac{mn \times PQ}{q'l}$; tandis qu'à la vue ſimple on voit ce même objet de la diſtance d, ſous un angle PoQ qui eſt comme $\frac{PQ}{d}$. Ainſi cet objet eſt amplifié dans le rapport de ces angles, c'eſt-à-dire, dans le rapport de mnd à $q'l$.

717.


Fig. 584.
585.
587.
586.
588.
589.
590.
591.
592.
593.
594
595.
596.
597.
598.
600.
599.
601.

717. COROLL. I. Ayant les nombres m, n, d, si l'on veut trouver quel oculaire il faudrait employer pour que le microscope grossisse le nombre M de fois en diametre, il n'y aura qu'à prendre $q'l = \frac{mnd}{M}$; car la grandeur apparente est à la vraie comme $M : 1 :: mnd : q'l$.

718. COROLL. II. Aussi-tôt que l'on aura déterminé les nombres les plus convenables m, n & les distances focales T, t, les formules suivantes donneront les différentes parties de l'axe du microscope; $tq' = mt$, $tq = \frac{1}{m}t$, $qc = tc - tq = \frac{m-1}{m}t$, $cq' = tq' - tc = (m-1)t$, $qq' = tq' - tq = \frac{mm-1}{m}t$; $qT = nT$, $TQ = \frac{1}{n}T$, $qQ = Tq - TQ = \frac{nn-1}{n}T$, $qC = qT + TC = (n+1)T$, $QC = QT + TC = \frac{n+1}{n}T$, $Cc = qC - qc = (n+1)T - \frac{m-1}{m}t$, $Cq' = \frac{mm-1}{m}t - (n+1)T$.

719. LEMME. *Le point rayonnant étant donné, & les rayons étant supposés tomber sur un miroir concave, trouver l'aberration exacte d'un quelconque de ces rayons.*

720. Soient E (*Fig. 603*) le centre du miroir AC, T son foyer principal, Q le point rayonnant, q le foyer des rayons infiniment proches de l'axe $qEQTC$, QA un autre rayon incident, AV perpendiculaire à l'axe. On prendra vers Q une 4e proportionnelle EF à EQ, à ET & à EC, & on prendra ensuite sur qC une partie qR du côté de q opposé à celui dont VC est par rapport à C, laquelle soit à qE comme VC est à VF; AR sera le rayon réfléchi, & qR l'aberration exacte de ce rayon.

721. Car que la sphere dont le miroir fait partie, soit rencontrée par les rayons incidens QA, QC prolongés, en B & en D, & tirant EA, EB, soit menée RS parallele à EA, laquelle rencontre en S, QA prolongée. Nous aurons $ER : RQ :: AS \times AE : AQ \times RS$ ou (à cause que $AE : AB :: AS : RS$) $:: AE^2 : AQ \times AB$ ou $AQ^2 + EC^2 - EQ^2$, & par conséquent $ER : EQ :: AE^2 : AQ^2 - EQ^2$ ou $AE^2 - 2EQ \times EV :: \frac{AE^2}{2EQ} : \frac{AE^2}{2EQ} - EV :: \frac{CE \times ET}{EQ} : \frac{CE \times ET}{EQ} - EV$; c'est-à-dire que, par construction, $ER : EQ :: EF : FV$, proportion qui devient, lorsque A & V coïncident avec C & conséquemment R avec q, $Eq : EQ :: EF : FC$. Ces deux proportions donnent $ER : Eq :: FC : FV$, qui se change dans celle-ci $qR : qE :: VC : VF$. Par la premiere de ces deux dernieres proportions, on voit que ER est plus petite que Eq, & conséquemment que qR & CV sont disposées en sens contraire par rapport à q & à C, ce qu'on trouvera facilement être ainsi dans tous les autres cas.

722. COROLL. I. Supposant, comme dans le Probl. les rapports de TQ à TE & de TE à Tq représentés par celui de 1 à n, & nommant TE ou TC, T, & CV, V, on a, dans le miroir concave, l'aberration exacte $qR = \frac{(n-1)^2 TV}{2T + (n-1)V}$. Car on a (*Note 720*) $EF : EC :: ET : EQ$, & par conséquent $CF : CE :: TQ : QE :: 1 : n-1$, d'où l'on tire $CF = \frac{2T}{n-1}$; donc $VF = \frac{2T}{n-1} + V$ & $qR = \frac{VC}{VF} \times qE = \frac{(n-1)^2 TV}{2T + (n-1)V}$.

723. COROLL. II. Pareillement supposant que $q'a$ (*Fig. 604*) soit un rayon qui tombe sur un miroir convexe ac, & $a'ar$ le rayon réfléchi prolongé; exprimant le rapport de tq' à te, & de te à tq par celui de m à 1, & nommant te ou tc, t, & cv, v, on a l'aberration exacte $qr = \frac{(\frac{m+1}{m})^2 tv}{2t - \frac{m+1}{m}v}$. Car par la Note 720, $ef : ec :: et : eq'$, & par conséquent $cf : ce :: tq' : q'e :: m : m+1$; d'où l'on tire $cf = \frac{2tm}{m+1}$;

$vf = \frac{2tm}{m+1} - v$ & $qr = \frac{vc}{vf} \times qe$

$= \frac{\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 tv}{2t - \frac{m+1}{m}v}$.

724 COROLL. III. Réduiſant en ſuites les expreſſions de ces aberrations, on aura $qR = (n-1)^2 \frac{V}{2} - (n-1)^3 \frac{V^2}{4T} + (n-1)^4 \frac{V^3}{8T^2}$ — &c. Et $qr = \left(\frac{m+1}{m}\right)^2 \frac{v}{2} + \left(\frac{m+1}{m}\right)^3 \frac{v^2}{4t} + \left(\frac{m+1}{m}\right)^4 \frac{v^3}{8tt}$ + &c.

725. COROLL. IV. Soit achevé le rectangle $AVRY$ (*Fig. 603*); pendant que le point A décrit l'arc de cercle CA, le point Y décrira une courbe qY convexe par-tout vers ſa tangente qX menée perpendiculairement à l'axe qC. Car (*Note 720*) $qR = \frac{VC}{VF} \times qE$; or, qE eſt donnée, & le rapport $\frac{VC}{VF}$ augmente continuellement.

726 COROLL. V. Pareillement ſi q' (*Fig. 604*) eſt le point d'où partent des rayons tels que $q'a$, qui vont tomber ſur la partie du miroir $\zeta ac\zeta$ qui eſt convexe vers q', la courbe qy décrite par le ſommet y de l'angle ayr du rectangle variable $avry$, ſera convexe par-tout vers ſa tangente qx, menée perpendiculairement à l'axe qc. Car (*Note 723*) $qr = \frac{vc}{vf} \times qe$, qui croît continuellement, devient infinie lorſque v parvient en f, & enſuite diminue. Ces deux courbes ſont du troiſieme ordre.

727. COROLL. VI. Lorſque V eſt très-petite, on a, par le Coroll. III, $qR = (n-1)^2 \times \frac{1}{2}V$; & par conſéquent l'aberration du foyer principal T, eſt $\frac{1}{2}V$, à très-peu près; & $qR : \frac{1}{2}V :: (n-1)^2 : 1$; c'eſt-à-dire, que ſi le point d'incidence eſt donné, & qu'on varie la poſition du rayon incident, ſes aberrations ſont, à très-peu près, comme les carrés de leurs diſtances au centre du miroir.

728. THÉORÊME I. *Les choſes demeurant comme dans le Problême* (Note 712), *ſi la relation entre les diſtances focales* T, t, *& les nombres* m, n, *eſt exprimée par cette équation* $(nn-1)^2 T = \left(\frac{mm-1}{mm}\right)^2 t$, *la derniere image de l'objet ſera plus diſtincte, que ſi ces mêmes quantités* T, t, m, n *avaient toute autre relation.*

729. Un rayon incident quelconque QA (*Fig. 605*) décrivant, après avoir été réfléchi, les lignes Aa, aS, ſuppoſons en un autre venant de q', réfléchi ſuivant aa', & ſoient prolongées aA & aa' juſqu'à ce qu'elles rencontrent l'axe des miroirs en R & en r. Comme les aberrations qR, qr ſont du même côté de q (*Note 720*), ſi elles étaient égales, les rayons Aa, aa' & aS, aq' coincideraient; de de ſorte que le rayon QA ſerait réfléchi exactement en q', qui eſt le foyer des rayons infiniment proches de l'axe.

730. Or, la premiere raiſon des aberrations qR, qr eſt exprimée par les premiers termes des deux ſuites trouvées (*Note 724*); & en ſuppoſant ces termes égaux, on a $(n-1)^2 : \left(\frac{m+1}{m}\right)^2 :: v : V :: \frac{av^2}{4t} : \frac{AV^2}{4T} :: \frac{cq^2}{t} : \frac{Cq^2}{T} :: \left(\frac{m-1}{m}\right)^2 t : (n+1)^2 T$ (*Note précéd.*); d'où l'on tire $(nn-1)^2 T = \left(\frac{mm-1}{mm}\right)^2 t$. Ainſi lorſque la relation entre les quantités m, n, T, t, eſt exprimée par cette équation, les aberrations exactes qR, qr qui, après avoir pris naiſſance en q, croiſſent avec des viteſſes égales, s'écarteront moins de l'égalité & la conſerveront mieux, pendant qu'elles recevront une petite augmentation, que ſi elles étaient nées en q en croiſſant avec des viteſſes inégales; & puiſqu'à cauſe des angles égaux raR, $a'aA$, $q'aS$, Rr ſouffrant de la diminution, l'aberration $q'S$ en ſouffre auſſi, la derniere image $p'q'$ ſera plus diſtincte que ſi les quantités T, t, m, n avaient toute autre relation.

731. COROLL. I. Delà, ſi l'une ou l'autre des aberrations qR, qr, qui appartient à une demi-ouverture quelconque AV, devient plus petite, leur différence Rr deviendra auſſi plus petite. Car puiſque la premiere raiſon des ſoutendantes XY, Xy des angles d'attouchement en q, a été ſuppoſée une raiſon d'égalité, les courbes qY, qy ont la même courbure en q; or, ſi cette courbure diminue, les ſoutendantes quelconques données XY, Xy diminueront, ainſi que leur différence Yy ou Rr: ce qu'on voit facilement.

732. COROLL. II. Par conſéquent, toutes choſes étant égales d'ailleurs, l'apparence de l'objet deviendra plus diſtincte, en diminuant n. Car elle deviendra plus diſtincte, toutes choſes égales d'ailleurs, en diminuant l'aberration $q'S$; or, $q'S$ diminue avec Rr, laquelle diminue avec qR (*Coroll. précéd.*), qui diminue avec n, comme il paraît par l'expreſſion de

$$qR = \frac{TV}{\frac{2T}{(n-1)^2} + \frac{V}{n-1}}.$$

THÉORÊME II. *Les choſes demeurant comme dans le Théoréme précédent, ſi les miroirs ont le même foyer, les parties de ces miroirs, voiſines des bords des ouvertures pratiquées dans ces miroirs, qui réfléchiſſent la lumière plus régulierement* (Note 720) *que les autres, ſerviront toutes.*

733. Les lignes QA, Aa, aq' (*Fig. 606*) étant décrites par le rayon extrême, ſoit prolongée QA qui coupe la tangente cda' en d, juſqu'à la rencontre de la tangente $Cb'D$, en D. Soit tirée Dq laquelle coupe la premiere tangente en a', & $a'q'$ qui coupe la derniere, en b'; & ſoit enfin tirée $b'q$ qui coupe la premiere tangente en c'.

734. On voit, par l'inſpection des Figures, que ca' & Cb' ſont un peu plus longues que ca & CB, & que par conſéquent ſi l'on donne à l'ouverture qu'on pratique en C, un demi-diametre égal à Cb', cette ouverture pourra être aſſez large pour permettre de paſſer aux pinceaux collatéraux, qui doivent former les parties extrêmes de l'image ſituée en q'.

735. L'ouverture qu'on pratique dans le miroir convexe doit être d'un demi-diametre égal à cd; car lorſque cQ eſt petite, cd ne differe que d'une quantité inſenſible de l'arc cb que QA ſépare du reſte de l'arc ca du miroir; & puiſque le rayon le plus intérieur qui décrit la ligne Qb' ſera réfléchi, à très-peu près, ſuivant $b'c'$, s'il arrive que cc' ſoit plus courte que cd, ce rayon ſe perdra par l'ouverture faite en c; & il en ſera de même de tous ceux qui tomberont ſur une zone du miroir concave, dont la largeur $b'd'$ eſt engendrée par le mouvement angulaire de la ligne $b'c'q$ autour de q, juſqu'à ce que c' coïncide avec d.

736. D'un autre côté, s'il arrive que cc' ſoit plus longue que cd, il y aura une zone du miroir convexe, de la largeur $c'd$, qui deviendra inutile.

737. C'eſt pourquoi, pour que les parties intérieures des miroirs, qui réfléchiſſent plus régulierement la lumière que les autres, ſervent toutes, il faut que $cc' = cd$; ce qui ſera toujours, ſi les miroirs ont le même foyer, & par conſéquent ſi $nn - 1 = \frac{mm-1}{mm}$ (*Théor. précéd.*).

738. Car le rapport de cd à cc' étant compoſé de ceux de cd à CD, de CD à ca', de ca' à Cb', & de Cb' à cc', c'eſt-à-dire, de cQ à CQ, de Cq à cq, de cq' à Cq', & de Cq à cq, deviendra un rapport d'égalité en mettant $T = t = 1$, dans les valeurs de ces termes (*Note 718*), & $nn - 1 = \frac{mm-1}{mm}$.

739. COROLL. I. Lorſque les miroirs ſont d'un même foyer, la quantité de lumière incidente eſt à la partie qui s'en perd par les ouvertures de ces miroirs, comme 1 eſt à $n - 1 - \frac{1}{m}$, à peu près. Car elles ſont dans la raiſon doublée de CD à Cb', à peu près, ou de $CD \times ca'$ à $ca' \times Cb'$, c'eſt-à-dire, de $Cq \times cq'$ à $cq \times Cq'$, ou de $(n+1)(m-1)$ à $\frac{m-1}{m} \times \left(\frac{mm-1}{m} - (n+1)\right)$ (*Note 718*), ou de 1 à $\frac{mm-1}{mm(n+1)} - \frac{1}{m}$ ou

$\frac{nn-1}{n+1} - \frac{1}{m}$ (*Théor I.*) ou $n - 1 - \frac{1}{m}$.

740. COROLL. II. Donc, si l'angle CQA est donné & par conséquent la quantité de lumière incidente, la partie perdue par les ouvertures est, à peu près, comme $n - 1 - \frac{1}{m}$, & par conséquent diminue, si n ou m diminue; car l'une & l'autre diminuent en même tems, à cause que $nn - 1 = \frac{mm-1}{mm} = 1 - \frac{1}{mm}$, ce qui donne $n = \sqrt{(2 - \frac{1}{mm})}$.

741. COROLL. III. C'est pourquoi pour conserver la lumière & augmenter la distinction apparente de l'objet, j'ai pris successivement pour m les petits nombres 5 & 4, & prenant $n = \sqrt{(2 - \frac{1}{mm})}$, j'ai calculé les dimensions du 1er & du 2e microscope de la Table de la page suivante, par les formules du Coroll. II du Probl. I, dans lesquelles si l'on met $T = t = 1$, on a $Cq = n + 1$, $qc = \frac{m-1}{m}$, $cC = Cq - qc$; $CQ = \frac{1}{n} Cq$, $cQ = CQ - Cc$, $cq' = m - 1$, $Cq' = cq' - cC$; $lo = \frac{cq' + q'l}{cq'} \times q'l$, & le diametre d'un trou fait dans une plaque mise contre l'œil en o, $= \frac{q'l}{cq'} \times 2ca'$.

742. COROLL. IV. Pour déterminer la grandeur des ouvertures qu'on doit pratiquer dans les miroirs, il faut choisir tel qu'on le croira le plus convenable, le rapport de CD à CQ que j'ai supposé égal à celui de 1 à 3 dans tous les microscopes, jugeant que l'angle résultant CQD de 18° 26′ 6″ donne assez de lumière pour grossir l'objet trois cens fois ou plus, supposant, dans le Probl. I, la ligne $d = 8$ pouces. Delà, par les triangles semblables, on a $ca' = \frac{cq}{Cq} \times CD$, $Cb' = \frac{Cq'}{cq'} \times ca'$, $cc' = \frac{cq}{Cq} \times Cb'$, & $cd = \frac{cQ}{CQ} \times CD$. Ces deux dernieres expressions se trouvant égales, comme elles le doivent, vérifieront le calcul.

743. COROLL. V. La quantité de lumière incidente, la partie qui se perd par les ouvertures & ce qui reste, sont exactement comme les sinus verses des angles CQD, CQb', & la différence de ces sinus. Car les arcs de tel cercle qu'on voudra, qui mesurent ces angles, décriront, en tournant autour de CQ, deux segmens de la surface d'une sphere, proportionnels à la lumière incidente & à la partie qui s'en perd; de sorte que le reste de lumière sera comme la différence de ces segmens ou des sinus verses des angles générateurs.

PROBLÊME II. *Etant données les dimensions d'un microscope double catoptrique, trouver l'angle d'aberration à l'oculaire*

744. Soit le rayon extrême QA (*Fig. 605*), ou tout autre rayon faisant un angle donné avec l'axe, réfléchi suivant Aa & aS; soit menée $q'l'$ perpendiculaire à aS & soit ensuite menée $l'l$; je nomme $q'll'$ *angle d'aberration à l'oculaire*, dont le sinus, pour le rayon 1, sera $\frac{q'l'}{ql'} = \frac{m}{n} \times \frac{AV}{AQ} \times \frac{Rr}{q'l}$, à très-peu près.

745. Soit ro perpendiculaire à RaA; à cause des triangles semblables $q'l'a$, roa, & roR, AVR, nous avons $q'l' : ro :: aq' : ar :: eq' : er :: eq' : eq :: m : 1$, & $ro : rR :: AV : AR$, ou en raison composée de AV à AQ & de AQ à AR ou de EQ à ER ou de EQ à Eq ou de 1 à n. Donc $q'l' : rR :: m \times AV : n \times AQ$; ce qui donne $q'l' = \frac{m}{n} \times \frac{AV}{AQ} \times Rr$, & $\frac{q'l'}{q'l} = \frac{m}{n} \times \frac{AV}{AQ} \times \frac{Rr}{q'l}$, à très-peu près.

746. COROLL. I. Dans différens microscopes, les angles d'aberration seront, à très-peu près, comme $\frac{Rr}{nn}$, si les quantités de lumière ou les angles AQC, & les pouvoirs amplifians sont les mêmes dans tous. Car alors les rapports de AV à AQ, & de $q'l$ à dnm (*Note 717*) & à mn sont les mêmes dans tous ces microscopes.

	I.	II.	III.	IV.
m	5.	4.	3, 7895	5.
n	1, 4	1, 39194	1, 39194	1, 39464
CT	1.	1.	1.	1, 0320
ct	1.	1.	1.	1.
cQ	0, 1143	0, 0705	0, 0626	0, 1007
cC	1, 6	1, 6419	1, 6558	1, 6712
Cq'	2, 4	1, 3581	1, 1337	2, 3288
CD	0, 5714	0, 5725	0, 5728	0, 5906
ca'	0, 1905	0, 1795	0, 1763	0, 1912
Cb'	0, 1143	0, 0813	0, 0716	0, 1113
cc'	0, 0381	0, 0225	0, 0220	0, 0360
cd	0, 0381	0, 0225	0, 0209	0, 0333
Qg	0, 5143	0, 5763	0, 4545	0, 5104
gh	0, 0343	0, 0222	0, 0189	0, 0323
Pouvoir amplif.	300 fois.	300 fois.	300 fois.	300 fois.
$q'l$	0, 1867	0, 1485	0, 1407	0, 1859
lo	0, 1956	0, 1558	0, 1479	0, 1950
Diam. du trou o	0, 0186	0, 0187	0, 0190	0, 0185
L'angle CQD	18°. 26′. 06″	18°. 26′. 06″	18°. 26′. 06″	18°. 26′. 06″
L'angle CQb'	3. 48. 53	2. 42. 37	2. 23 15	2. 35. 40
Lumière incid.	0, 0513, 180	0, 0513, 180	0, 0513, 180	0, 0513, 180
Lumière perdue	22, 155	11, 186	8, 681	19, 671
Lumière reſt.	0, 0491, 025	0, 0501, 994	0, 0504, 499	0, 0493, 509
Angle AEC	15°. 44′. 41″	15°. 47′. 00″	15°. 47′. 00″	15°. 46′. 13″
Angle aec	5. 13. 57	4. 56′. 16″	4. 50. 49	5. 15. 12
CV	0, 0750, 396	0, 0754, 058	0, 0754, 058	0, 0752, 819
cv	0, 0083, 348	0, 0074, 226	0, 0071, 526	0, 0084, 008
qR	0, 0059, 144	0, 0057, 076	0, 0057, 076	0, 0057, 791
qr	0, 0060, 312	0, 0058, 259	0, 0057, 388	0, 0060, 792
Rr	0, 0001, 168	0, 0001, 183	0, 0000, 312	0, 0003, 001
$\frac{Rr}{nn}$	0, 0000, 596	0, 0000, 611	0, 0000, 161	0, 0001, 543
Angle $q'lI'$	00°. 02′. 26″	00°. 02′. 29″	00°. 00′. 39″	00°. 06′. 15″

Fig. 602. 605 & 607.

747. COROLL. II. Si la quantité de lumière qui reſte ou qui ne ſe perd pas par les ouvertures des miroirs, eſt la même dans ces microſcopes, le meilleur de tous ſerait celui dans lequel $\frac{Rr}{nn}$ ſerait la plus petite.

Car l'éclat apparent de l'objet étant directement comme la quantité de lumière qui reste, & réciproquement comme le pouvoir amplifiant, cet éclat, dis-je, serait donné; ainsi le meilleur microscope serait celui qui fait voir l'objet le plus distinctement, ou dans lequel $\frac{Rr}{nn}$, & conséquemment l'angle d'aberration à l'oculaire, est le plus petit. *Voyez les Articles 455 & 668.*

748. COROLL. III. Rr étant la différence des aberrations qR, qr peut se calculer ainsi.

749. Dans le triangle QAR (*Fig. 605*) sin. ang. $R = \frac{1}{n}$ sin. ang. Q, à très-peu près, à cause que sin. R : sin. Q :: AQ : AR :: QE : ER :: QE : Eq :: $1 : n$; ang. $\frac{Q+R}{2}$ = ang. E, & CV ou $V = \frac{\text{sin. verse ang. } E}{\text{Rayon}} \times 2T$; on a donc $qR = \frac{(n-1)^2 TV}{2T+(n-1)V}$ (*Not. 722*).

750. Dans le triangle RaS, sin. ang. $S = \frac{1}{m}$ sin. ang. R, à très-peu près, à cause que sin. S : sin. R :: aR : aS :: eR : eS :: eq : eq' :: $1 : m$; l'angle $\frac{R-S}{2}$ = l'angle e; car l'angle Rae étant = l'angle $\frac{R+S}{2}$, $aeR = aRc - Rae = R - \frac{R+S}{2} = \frac{R-S}{2}$; enfin, cv ou $v = \frac{\text{sin. verse ang. } e}{\text{Rayon}} \times 2t$; on a donc $qr = \frac{\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 tv}{2t - \frac{m+1}{m}v}$ (*N. 723*).

751. COROLL. IV. Si on croit avoir besoin d'employer plus d'exactitude, on pourra calculer Rr par les regles suivantes.

752. Mettant $a = \frac{n-1}{n}$, & $\frac{h}{1}$ pour le rapport donné du rayon à la tangente de l'angle ACQ; prenant ensuite $EV = \frac{aT - 2hT\sqrt{(1 + hh - \frac{1}{4}aa)}}{1+hh}$, on a $CE - EV = CV$ ou V, ce qui donne qR comme avant. EV se trouve de cette manière. TE : EQ :: $n : n-1$; d'où l'on a $EQ = \frac{n-1}{n}T = aT$. Nommant EV, z, $QV = z - aT$: VA :: $h : 1$, ce qui donne $VA = \frac{z - aT}{h}$; mais $EV^2 + VA^2 = AE^2$, c'est-à-dire, ... $\frac{zz - 2aTz + aaTT}{hh} = 4TT$, qui, en réduisant, donne z ou EV.

753. Si l'on met $b = qR$, $q = \frac{[(n+1)T - b - V]^2}{V(4T-V)}$ & $r = \ldots\ldots$ $\frac{m-1}{m}t - b$, alors on aura cv ou $v = \frac{2qt + r - 2\sqrt{(q(qtt + rt - \frac{1}{4}rr))}}{1+q}$, ce qui donne qr comme auparavant. Voici comme se trouve cv ou v. $RV = qC - qR - CV = (n+1)T - b - V$, & $Rv = qc - qR - cv = \frac{m-1}{m}t - b - v = r - v$; de plus $AV^2 = V(4T - V)$, & $av^2 = v(4t - v)$, &, à cause des triangles semblables, $\frac{RV^2}{AV^2} = \frac{Rv^2}{av^2}$, c'est-à-dire, $q = \frac{(r-v)^2}{4tv - vv}$, ce qui, en réduisant, donne v.

754. COROLL. V. Sin. S : sin. Q :: $1 : mn$, à très-peu près, par le Corol. III.

755. COROLL. VI. Donc, dans le second microscope, la moitié de l'angle du pinceau en S, n'est que de 3°. 15'. 20.", & par conséquent il faut donner à l'oculaire une ouverture assez petite, pour qu'elle n'augmente pas sensiblement les aberrations occasionnées par les miroirs; au lieu que l'ouverture que doit avoir un microscope simple, pour donner la même lumière que le microscope dont nous parlons, doit être assez grande pour pouvoir recevoir des rayons qui fassent un angle de 18°. 26'. 6" ou égal à Q, qui est 5,567

fois plus grand que l'angle S ; de ſorte que le microſcope dont il s'agit a bien de l'avantage ſur le microſcope ſimple, ſans compter que l'image eſt d'un diametre 5,567 fois plus grand que l'objet, & près de 31 fois plus grande en ſurface.

PROBLÊME III. *Il s'agit de rendre ces microſcopes plus parfaits, en diminuant l'angle d'aberration à l'oculaire.*

756. Les courbes qV, qy (*Fig. 605*), ont, ſuivant le Théorême 1^er^, la même courbure en q ; par conſéquent quoique, tandis que CA croît uniformément, Yy ou Rr croiſſe, avec la plus petite vîteſſe poſſible, après avoir pris naiſſance en q, cependant puiſqu'elle croît continuellement avec qR, elle deviendra paſſablement grande, de même que l'angle d'aberration $q'll'$, qui eſt comme Rr, lorſque la lumière, le pouvoir amplifiant, & le nombre n ſont donnés (*Note 746*).

757. Mais ſi conſervant la courbe qV comme donnée, on change qy de manière qu'elle coupe qV en un point quelconque intermédiaire ζ, comme le repréſente la Figure 607, alors quoique Yy commence en q à augmenter plus promptement qu'auparavant, néanmoins elle arrivera bientôt à ſon *maximum*, & enſuite diminuera juſqu'à ce qu'elle s'évanouiſſe en ζ, après quoi elle augmentera de nouveau ; mais elle ne deviendra jamais auſſi grande que lorſqu'elle augmente continuellement, ſuppoſant la demi-ouverture AC la même dans les deux cas.

758. De même, l'angle d'aberration $q'll'$ (*Fig. 605 & 607*), qui eſt ici comme Rr ou Yy, augmentera d'abord, enſuite diminuera, deviendra nul, puis augmentera de nouveau, de l'autre côté de l'axe $q'l$; par conſéquent cet angle ne peut être auſſi grand, que lorſqu'il augmente continuellement du même côté de l'axe.

759. Soit la ligne $\zeta a'$ menée parallélement à l'axe, laquelle coupe en a', la demi-ouverture AC ; ſoit achevé le rectangle $\zeta a'UR$, & ſoient menées $a'R$, $a'E$, $a'Q$; enſuite prenant les valeurs de n, T & t du 2^e^ microſcope, vû qu'il donne un peu plus de lumière que le premier, & prenant à volonté la valeur de U ou CU ſinus verſe de l'arc Ca', nous aurons l'aberration correſpondante $qR = \frac{(n-1)^2 TU}{2T+(n-1)U}$ (*Note 722*).

760. Maintenant pour déterminer une valeur nouvelle de m, qui faſſe, lorſque cela eſt poſſible que $qr = qR$; ſoit nommée qR qui eſt donnée, b, & $\frac{[(n+1)T-b-U]^2}{U(4T-U)}$, qui l'eſt auſſi, q ; cherchant la racine de x dans cette équation, $q = \frac{(x(b+xt)(2t-b-xt)-2bt)^2}{8bxtt(b+xt)-4bbtt}$, & prenant $m = \frac{1}{x-1}$, on aura ce qu'on cherche.

761. Car puiſque $m = \frac{1}{x-1}$, on a $x = \frac{m+1}{m}$ & $qr = \frac{(\frac{m+1}{m})^2 tv}{2t - \frac{m+1}{m}v}$ (*Note 723*) $= \frac{xxtv}{2t-xv}$, & mettant $qr = qR$, c'eſt-à-dire, $\frac{xxtv}{2t-xv} = b$, on a $v = \frac{2bt}{bx+xxt}$. Mais $aU^2 = 4TU - UU$ & $av^2 = 4tv - vv = \frac{8btt}{bx+xxt} - \frac{4bbtt}{(bx+xxt)^2} = \frac{8btt(bx+xxt)-4bbtt}{(bx+xxt)^2}$; & $RU = qC - qR - CU = (n+1)T - b - U$, & $Rv = qc - qR - cv = \frac{m-1}{m}t - b - v = 2t - xt - b - \frac{2bt}{bx+xxt} = \frac{(bx+xxt)(2t-b-xt)-2bt}{bx+xxt}$.

Et, à cauſe des triangles ſemblables, on a $\frac{RU^2}{a'U^2} = \frac{Rv^2}{av^2}$, c'eſt-à-dire, $q = \frac{(x(b+xt)(2t-b-xt)-2bt)^2}{8bxtt(b+xt)-4bbtt}$.

762. COROLL. I. Lorſque $T = t = 1$, les équations ſont un peu plus ſimples ; qR

$= \frac{(n-1)^2 U}{2+(n-1)U}$, $\frac{(n+1-b-U)^2}{U(4-U)}$
$= q = \frac{[x(b+x)(2-b-x)-2bx]^2}{8bx(b+x)-4bb}$,
$m = \frac{1}{x-1}$.

763. EXEMPLE. Si l'on veut que la lumière d'un pinceau tombe moitié d'un côté de q' (*Fig. 607*), moitié de l'autre côté, ce qui probablement ne produira qu'un très-petit angle d'aberration dans les rayons extrêmes, le sinus verse de l'angle CQa' doit être la moitié du sinus verse de l'angle générateur CQA du pinceau donné. Prenant donc cet angle $CQA = 18°.\,26'.\,6''$, comme ci-dessus, on trouve, au moyen d'une Table de sinus verses, que l'angle $CQa' = 13°.\,00'.\,26''$; donc $\frac{1}{n}$ sin. CQa' = sin. CRa' (*Art. 221*), donne, lorsque $n = 1{,}39194$, $CRa' = 9°.\,18'.\,21''$, & l'angle $\frac{Q+R}{2}$ = l'angle $CEa' = 11°.\,9'.\,23''\frac{1}{2}$, dont le sinus verse, pour le rayon $CE = 2$, est $0{,}0377948 = U$. D'où l'on a $b = 0{,}0028811$ & $q = 29{,}340$.

764. Or, la différence Rr des aberrations qui appartiennent au rayon extrême QA, étant très-petite, & celle qui appartient au rayon Qa' étant plus petite encore, pour trouver une valeur de x telle que le rayon Qa' soit sans aberration, & coupe l'axe en q', on peut d'abord prendre $m = 4$, comme dans le microscope donné, & conséquemment $x = \frac{m+1}{m} = 1{,}25$, & delà approcher de la valeur cherchée de x, en corrigeant cette premiere valeur, comme il suit.

765. Mettant $y = x(b+x)(2-b-x) - 2b$ & $z = 8bx(b+x) - 4bb$, l'équation à résoudre aura cette forme $q = \frac{yy}{z}$ ou $yy - qz = 0$. Ayant calculé $yy - qz$, si supposant le résultat $= p$, p se trouve très-petite, la valeur de x était à peu près bonne; sinon il faut calculer $dy = (2-b-x)(b+2x) - x(b+x)$ & $dz = 8b(b+2x)$ & $2y\,dy - q\,dz = dp$; alors $x - \frac{p}{dp}$ sera une valeur plus exacte de x, dont on se servira, en répétant cette opération encore une fois, jusqu'à ce qu'on trouve p aussi petite qu'on le desire. J'ai trouvé par cette méthode $x - \frac{p}{dp} = 1{,}56444 = x'$, & ainsi $m' = \frac{1}{0{,}56444} = 1{,}7717$; mais cette valeur de m étant si petite qu'elle produit une valeur négative de $cQ = qc - qQ = 1 - \frac{1}{m} - n - \frac{1}{n}$ (*Note 718*) $= -0{,}098$, je prends à volonté une valeur plus petite de $U = 0{,}03230$, & répétant la même opération, je trouve $x'' = 1{,}263891$ & $m'' = 3{,}7895$, au moyen de quoi je calcule les dimensions du 3e microscope.

766. Or, cette derniere valeur de $U = 0{,}03230$ est le sinus verse de 10° 19′ pour le rayon $CE = 2$; de sorte que la surface conique (décrite par le rayon Qa' en tournant autour de l'axe QC) des rayons incidens qui seront rassemblés exactement en q', est plus proche de l'axe que la surface qui coupe en deux également le pinceau entier de $50'\,23''\frac{1}{2}$. En cela je me suis contenté entierement, en calculant au moyen de l'expression trouvée (*Note 753*), les valeurs correspondantes de $v' = 0{,}0030805$, $qR' = 0{,}00246531$ & $qr = 0{,}00246524$, dont la différence $Rr = 0{,}00000007$, est extrêmement petite.

767. La moitié $CQA = 18°.\,26'.\,6''$ de l'angle que font les rayons extrêmes du pinceau qui vient de Q, donnera assez de lumière pour amplifier l'objet environ 300 fois en diametre, comme je l'infere de l'estime que j'en ai faite dans les meilleurs microscopes dioptriques, & comme on le verra confirmé par la description que je donnerai plus bas du 4e microscope double catoptrique que j'ai fait exécuter. Au moyen d'un oculaire dont la distance focale $q'l = 0{,}1407$ de pouce, le troisieme microscope aura (*Note 717*) le pouvoir amplifiant dont nous parlons; & alors l'angle d'aberration $q'll' = 39''$, lequel est beaucoup trop petit pour occasionner une confusion sensible, sur-tout avec le degré d'éclat avec lequel l'objet paraîtra. Car sur cent personnes à peine y en aura-t-il une qui puisse discerner au grand jour, à la vue simple,

ſimple, un objet qui ſoutend un angle plus petit qu'une minute. D'un autre côté, on ſait très-bien que dans les meilleurs microſcopes dioptriques, l'angle d'aberration à l'oculaire eſt ordinairement de 15 à 20 minutes, ſans qu'il en réſulte beaucoup d'inconvénient.

768. Si donc on exécute avec ſoin le 3^e microſcope, j'ai tout lieu de croire que l'angle d'aberration à l'oculaire pourra, ſans inconvénient, y être beaucoup plus grand que de 39″, & que par conſéquent ce microſcope ſupportera une ouverture plus large, au moyen de quoi il donnera aſſez de lumière pour groſſir beaucoup plus de 300 fois, au lieu que les microſcopes doubles, dont on ſe ſert maintenant, ne groſſiſſent gueres au-delà de 200 fois, en donnant une clarté & une diſtinction ſuffiſantes.

PROBLÊME IV. *La place de l'objet & la longueur du microſcope étant données, trouver les autres dimenſions de ce microſcope, conformément au Théorême I.*

769. Ce que j'appelle la longueur du microſcope, c'eſt $cq' = (m-1)t$, laquelle donne m, t étant déterminée. La place donnée de l'objet donne le rapport de tQ à tc, pour lequel mettant celui de r à 1, on a le nombre r. Enſuite mettant s pour $\left(\frac{mm-1}{mm}\right)^2$, cherchant la racine de n, dans l'équation $n^3 - n - \frac{s}{r - \frac{1}{m}} = 0$, & prenant $T = \frac{s \times t}{(nn-1)^2}$, on calculera toutes les autres dimenſions par les formules de la Note 718

770. Car, par le Théorême I, on a $T = \frac{s \times t}{(nn-1)^2}$; & puiſque $tQ = tq + qQ$, c'eſt-à-dire, $r \times t = \frac{1}{m}t + \frac{nn-1}{n}T$ (*Note 718*), ſubſtituant pour T ſa valeur, on a, après les réductions, l'équation $n^3 - n - \frac{s}{r - \frac{1}{m}} = 0$.

771. J'ai calculé les dimenſions du 4^e microſcope, par la regle que j'ai donnée dans ce Problême, quelques années avant que je me fus ſérieuſement occupé de la méthode précédente dans laquelle les miroirs ſont égaux. En ayant fait exécuter un, pour eſſayer, que j'ai encore, je le trouvai preſque à tous égards auſſi parfait que les meilleurs microſcopes dioptriques; & je ne doute pas qu'il ne les eût ſurpaſſé, ſi on lui avait donné plus exactement les dimenſions calculées dans la 4^e colonne de la Table, où l'angle d'aberration n'étant que de 6′ 15″, eſt environ trois fois plus petit que le même angle dans les meilleurs microſcopes dioptriques : & puiſque l'angle d'aberration de 39″ dans la 3^e colonne eſt près de dix fois moindre que celui de la 4^e, on a lieu de croire qu'un microſcope exécuté ſuivant ces dimenſions, avec exactitude, ſurpaſſera de beaucoup tous ceux qu'on a inventés juſqu'à préſent; car le microſcope dont j'ai parlé, manque plutôt du côté de la netteté que du côté de la lumiere. Je vais donc finir par donner aux Artiſtes quelques avis relatifs à la pratique.

772. Suppoſant la conſtruction décrite dans le Problême I, il faudra renfermer l'objet entre deux petites plaques rondes de talc de Moſcovie, fixées, comme de coutume, dans une ouverture pratiquée dans une plaque de cuivre oblongue mn (*Fig. 608*), qui s'applique de manière qu'elle coule librement contre le derriere du miroir convexe, qui doit pour cet effet être plat de ce côté-là, & de plus aſſez mince pour que l'objet puiſſe parvenir exactement à la diſtance du ſommet de ce miroir, trouvée par le calcul. Le moyen le plus exact de déterminer cette petite diſtance, eſt d'abord de fixer les miroirs & l'oculaire aux diſtances l'un de l'autre, que le calcul donne; enſuite ayant fait la plaque mobile dont il s'agit, d'abord aſſez épaiſſe, la rendre plus mince par degrés, avec le ſecours de la lime, juſqu'à ce que, en l'appliquant contre le derriere du miroir, on apperçoive l'objet avec une parfaite netteté. Cette plaque doit être ſerrée contre le derriere du miroir, au moyen d'un reſſort doux. La diſtance de l'objet étant ainſi déterminée une fois pour toutes, on n'aura beſoin, pour pouvoir voir diſtinctement, ſelon la vue qu'on a, & employer différens oculaires, que de mouvoir un peu les petits tuyaux qui renferment ces oculaires. On donnera à ces tuyaux la forme qu'on

a coutume de donner à ceux qui appartiennent aux téleſcopes de M.r Newton, c'eſt-à-dire, qu'on percera d'un petit trou le milieu des plaques ſituées aux extrémités du tube, exactement à chaque foyer du verre : ces trous & ces plaques ſervent à limiter le champ de l'inſtrument & à empêcher les rayons errans d'entrer dans l'œil.

773. On peut encore voir diſtinctement en faiſant mouvoir l'oculaire par le moyen d'une vis, tandis qu'on regarde l'objet, ce qu'on concevra aiſément au moyen de la Figure. Le tuyau de l'oculaire eſt viſſé dans un anneau ou collet $p\,q$, ayant une tige percée d'un trou en r; l'extrémité de la verge ou tringle $r\,s$ tourne dans ce trou ſans y couler directement, & ſon autre extrémité tourne & coule directement dans un trou s, tandis que la partie du milieu t formée en vis s'engage dans un écrou t, fait dans la tige $t\,u$ appartenant à un autre collet $u\,x$ fixé au tube du microſcope. Le bouton au moyen duquel on tourne la tringle, eſt en y. Pour différens oculaires, il faut des tubes différens.

774. Les rayons qui viennent directement de l'objet par le trou du grand miroir, au travers de l'oculaire, ſe mêlant avec ceux qui ſont réfléchis, altéreraient l'image tracée au fond de l'œil, ſi on ne les interceptait; or, voici comment on y parvient. On donnera au trou du petit miroir une forme conique, au moyen d'un outil conique dont la moitié de l'angle ſoit plus petite que l'angle CQD (*Fig. 606 & 608*); faiſant ſon plus grand orifice, qui doit être celui qui répond au dedans de l'inſtrument, d'un diametre exactement de la grandeur de $2\,c\,d$ déterminée par le calcul, & ſon plus petit orifice, qui répond au dehors, un peu plus large que la ſection du pinceau principal faite par le plan du derriere du miroir; il ſuffira du plus petit excès dans la largeur de cet orifice ſur celle de la ſection, pour que les pinceaux collatéraux, égaux au pinceau principal, puiſſent paſſer librement. Soient Qb' le rayon extrême venant directement de l'objet, & $c'q'$ le rayon réfléchi par le petit miroir, qui lui répond, ſe croiſant en h, & ſoit $h\,g$ menée perpendiculairement à l'axe, le demi-diametre de la baſe d'un ſolide ayant la figure d'un cone; cette baſe étant plus large que l'orifice extérieur du trou du petit miroir, interceptera tous les rayons directs qui tomberaient ſur l'oculaire. Il faudra peindre en noir tout l'intérieur des tubes, ainſi que la piece de forme conique dont nous venons de parler, pour empêcher qu'elle ne réfléchiſſe des rayons ſur le petit miroir; ſa baſe doit être concave ayant l'objet Q pour centre de ſa concavité, afin de pouvoir renvoyer à l'objet la lumière qu'elle peut réfléchir, & tout le reſte de cette piece ayant la figure d'un cone, & étant peint en noir, abſorbera ou réfléchira latéralement tout rayon qui, ayant été réfléchi irrégulierement par le grand miroir, peut y tomber, & ainſi les empêchera de parvenir à l'oculaire. Cette piece peut être retenue dans la place qu'elle doit occuper, au moyen d'une tige mince, ſemblable à une lame de couteau, dont le tranchant eſt tourné vers l'objet.

775. Nonobſtant l'interpoſition de cette piece, on peut, lorſqu'on ôte l'oculaire, voir diſtinctement les objets éloignés avec le microſcope, au moyen des rayons que réfléchiſſent les miroirs, & qui entrent divergens dans l'œil ſuivant des directions dont les différens points de concours forment derriere le petit miroir une image de l'objet. Quant au mêlange des rayons étrangers avec ceux de l'objet, il eſt commun à toute eſpece de microſcopes, lorſqu'on regarde des objets tranſparens; & on l'empêche communément en plaçant au-delà de l'objet une lentille épaiſſe, convexe des deux côtés, pour raſſembler la lumière du ciel exactement ſur l'objet. Cette lentille (*Fig. 608*) doit être préciſément de la largeur néceſſaire pour ſoutendre l'angle oppoſé à celui que le grand miroir ſoutend à l'objet. L'eſpece d'anneau où cette lentille eſt enchaſſée doit être très-étroit & tenir au microſcope par deux ou trois fils d'archal ou lames fort minces.

776. La lumière du ciel la plus favorable pour obſerver des objets au microſcope, eſt celle qui eſt d'un blanc griſâtre, & on peut trouver quelle en eſt la quantité néceſſaire, en tenant le microſcope à différentes diſtances de la fenêtre; ou ſi cette lumière eſt trop faible, il faudra ſortir & donner différentes élevations au mi-

croſcope, afin qu'il tombe ſur l'objet plus ou moins de la lumière du ciel.

777. Voici la regle pour trouver la place que doit occuper la piece de forme conique dont nous avons parlé ci-deſſus. $Qg = \frac{Qq'}{1+mn}$, $gh = \frac{\text{ſin. } CQb'}{\text{Rayon}} \times Qg$ (*Fig. 606*). Car nous avons eu (*Note 754*) $1 : mn :: \text{ſin. } q' : \text{ſin. } Q :: Qh : hq'$; d'où l'on a $1+mn : 1 :: Qq' : Qg$, lorſque les angles ſont infiniment petits. Enſuite dans le triangle Qgh, nous avons $gh : gQ :: \text{tang. } gQh : \text{Rayon}$. La lumière qu'arrête la piece dont il s'agit, eſt une partie très-petite du pinceau entier. Car s'il était poſſible de la faire parvenir à l'œil, il ſuffirait d'augmenter, dans le quatrieme microſcope, le diametre apparent de l'objet dans le rapport de 51 à 52. Dans le 3^e^ microſcope, la lumière perdue n'eſt pas la moitié de celle qui eſt perdue dans le 4^e^; ainſi elle ne contribuerait pas à augmenter la grandeur apparente dans le rapport de 100 à 101 avec le même degré de clarté. M.^r^ Huyghens, parlant du téleſcope de M.^r^ Newton, dit que les rayons ne ſont pas une perte ſi grande, en ſe réfléchiſſant ſur le miroir, qu'en paſſant au travers des verres dont les ſurfaces en réfléchiſſent une quantité conſidérable, ſans compter que l'opacité de la matière eſt interceptée & en éteint beaucoup. (*Tout le monde penſe aujourd'hui avec Mr. Newton préciſément le contraire*).

778. Il faut prendre les plus grandes précautions pour que les deux miroirs ſoient exactement ſphériques & exactement de la même courbure. S'il arrivait que la figure qu'on leur donne, en les travaillant, tirât ſur celle de quelque ſection conique, cela même qui ſerait avantageux dans les teleſcopes, aurait ici un effet contraire, parce que cela ſe trouve oppoſé à l'eſprit de la théorie préſente. Afin que l'angle d'aberration puiſſe être le même comme dans la Table, le foyer de chaque miroir devrait être exactement d'un pouce; mais comme il eſt très-difficile de faire les miroirs aſſez exactement d'un pouce de foyer, pour ſe rapporter préciſément aux autres meſures calculées, en lui ſuppoſant un foyer d'un pouce, il faut, après avoir travaillé pluſieurs miroirs concaves & convexes dans les mêmes baſſins, d'abord chercher leurs foyers par des moyens analogues aux méthodes des Art. 63 & 64, ſi on n'en imagine pas de meilleurs, & les meſurer avec une échelle diviſée en pouces ou en décimales de pouces, & mettre enſemble le miroir concave & le miroir convexe, qui ont à peu près le même foyer; & enſuite multiplier par une moyenne arithmétique, entre les deux diſtances focales, les meſures ou parties de l'axe du 3^e^ microſcope, ſavoir, 0,0626, 1,6585, 1, 1337, 0,4545, afin d'avoir des meſures de cQ, cC, Cq', Qg convenables aux miroirs dont il s'agit. Cette regle eſt évidente par le Coroll. II du Problême I.

779. La ſomme de ces nouvelles meſures de cQ & de cC donne une nouvelle meſure pour CQ, & un tiers de la même ſomme en donne auſſi une pour CD, laquelle étant diviſée par la donnée $CD = 0,5728$, donne un quotient Q, qui, étant multiplié par les meſures données de ca', Cb', cc', cd, gh, dans la troiſieme colonne, en donne de nouvelles; de ſorte que le nouveau microſcope étant ſemblable au premier, dans toutes ſes parties, groſſira exactement le même nombre de fois (*Note 715*), fera voir l'objet avec la même clarté, & à peu près avec la même netteté (*Note 746*) qu'auparavant, lorſqu'on s'en ſervait avec le même oculaire.

780. Le miroir concave doit être terminé à ſon bord par une bande annulaire de cuivre mince, peinte en noir; le demi-diametre AV de l'ouverture de cet anneau peut ſe trouver par le Coroll. III du Probl. II, ou avec moins de peine, en traçant la figure au moyen d'une échelle.

781. Si le microſcope repréſentait l'objet très-diſtinctement en le groſſiſſant beaucoup, mais non aſſez clairement, il faudrait multiplier toutes les nouvelles meſures tranſverſes CD, ca', cb', cc', cd, gh par quelque petit nombre tel que 1,05 ou 1,1, & agrandir les ouvertures, la baſe de la piece de forme conique dont on a parlé, & les trous des miroirs ſuivant les nombres qu'on trouverait. Et ſi en éprouvant le microſcope, on s'apperçoit qu'il peut ſouffrir une augmentation plus conſidérable de ces meſures, on répétera la même opération; parce que ſi l'on

fait d'abord trop grands les trous dont on perce les miroirs, il s'y perdra plusieurs des rayons intérieurs, c'eſt-à-dire, de ceux qu'il eſt le plus important de conſerver. Il ſerait bon de couvrir les bords du petit miroir d'une bande annulaire noircie, de peur qu'ils réfléchiſſent à l'œil quelques rayons égarés.

782. Comme mon but, en inventant ce microſcope, était de faire un inſtrument de cette eſpece qui groſsît les petits objets plus que les autres, il me paraît répondre aſſez bien à mes vues, quoiqu'il ne ſerve que pour les objets tranſparens; parce que les petites parties de toutes ſortes d'objets ſont tranſparentes, comme M.r Newton l'a obſervé.

783. Si l'on imagine que TQ [*Fig. 609*] augmente & devienne conſidérablement plus grande que TE, notre microſcope ſe changera en un téleſcope de Caſſegrain, dont le pouvoir amplifiant ſera comme $m \times TC$ eſt à $q'l$.

784. Car la grandeur apparente eſt à la vraie comme l'angle $p'lq'$ eſt à PEQ ou pEq, ou en raiſon compoſée de $p'lq'$ à $p'eq'$ & de $p'eq'$ ou peq à pEq, c'eſt-à-dire, de eq' à $q'l$ & de Eq à eq, ou, parce que les rectangles ſeront les mêmes, de Eq à $q'l$ & de eq' à eq, ou de tq' à tc ou de m à 1; ce qui forme le rapport de $m \times Eq$ à $q'l$, ou, lorſque l'objet eſt très-éloigné, de $m \times ET$ à $q'l$.

785. Les aberrations naiſſantes du foyer intermédiaire q ſeront ici égales l'une à l'autre en mettant $ct : CT :: m^4 : (mm-1)^2$ (*Probl. II*). Car le nombre n étant infiniment diminué, donne $(nn-1)^2 = 1$. Delà, on infere que le miroir ac interceptera le moins qu'il eſt poſſible de la lumière que l'objet envoie ſur le miroir AC, lorſque $m = 3$ & conſéquemment lorſque la moitié de l'ouverture ac eſt à AC, c'eſt-à-dire, que qc eſt à qC ou TC comme 27 eſt à 32 (*Note 718*), dont la raiſon doublée étant de 729 à 1024, fait voir qu'il y aurait preſque les trois quarts de la lumiere incidente d'interceptée, ce qui interdirait les moyens d'avoir une image diſtincte en q'. Cependant quoique nous ne puiſſions pas employer un petit miroir ac d'une ſphere auſſi grande qu'il ſerait néceſſaire pour cet effet (car $ct = \frac{81}{64} CT$), néanmoins un miroir convexe plus petit eſt préférable, toutes choſes égales d'ailleurs, à un miroir concave de même grandeur, parce que l'imperfection de l'image q' ne réſultera dans le premier cas que de la différence des aberrations de q, & que dans le ſecond elle réſultera de leur ſomme.

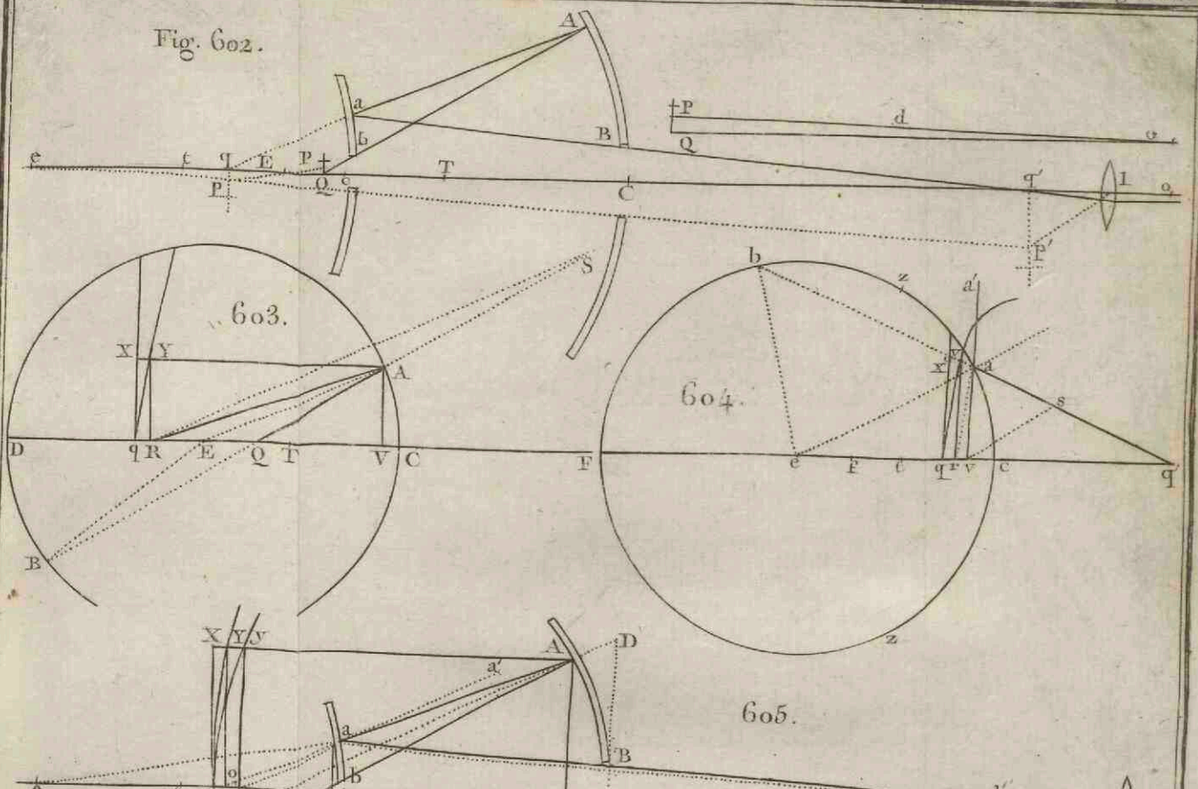
786. Delà, faiſant le petit miroir ac exactement ſphérique, & donnant au miroir AC une figure qui approche de la parabolique, on diminuera les aberrations dans l'image $p'q'$. Car lorſque les deux miroirs ſont ſphériques, il eſt aiſé de voir que l'aberration qR eſt à qr comme CT eſt à $\left(\frac{mm-1}{mm}\right)^2 \times ct$, à peu près, & puiſque pour gagner de la lumière, nous ſommes obligés de faire ct plus petit qu'il n'eſt néceſſaire pour produire qR égale à qr, il s'enſuit que qR eſt plus grande que qr, & ainſi doit être diminuée par la méthode propoſée.

787. Ce qui va ſuivre eſt relatif à la théorie du téleſcope de Grégori. La grande perfection à laquelle on a porté cet inſtrument, m'a engagé à examiner ſi la théorie ne pourrait point fournir des lumières pour le perfectionner encore davantage. On trouvera donc ici quelque choſe de plus détaillé que dans les Notes 104, 105 & ſuivantes, où je parle de cet inſtrument. Chemin faiſant, je determinerai les dimenſions du téleſcope de Caſſegrain.

788. LEMME I. *L'ouverture du grand miroir étant donnée, ſi la ſurface du petit eſt juſtement de la grandeur néceſſaire pour recevoir tous les rayons du pinceau principal, & que le trou du grand miroir ne ſoit pas plus grand que cette ſurface, l'éclat de la derniere image ſera auſſi grand qu'il eſt poſſible au centre de cette image; mais il diminuera en s'éloignant du centre, quoique très-lentement & peut-être d'une maniere imperceptible dans les téleſcopes qui amplifient beaucoup.*

789. Soit T le foyer [*Fig. 610 & 611*], & TC la diſtance focale du grand miroir $ABCBA$, CA la moitié de ſon ouverture, CB le demi-diametre du trou dont ce miroir eſt percé pour livrer paſſage aux rayons qui vont former la derniere image $p'q'$ d'un objet éloigné PQ, après avoir été réfléchis par le petit miroir aca. Soient les rayons extrêmes QA, QA,

Fig. 602.

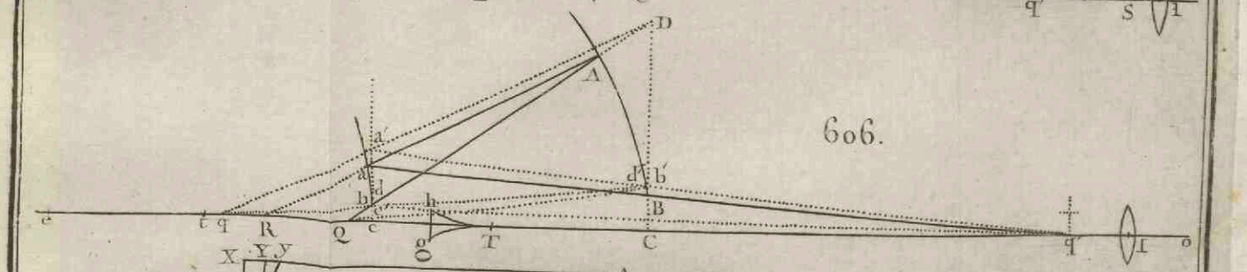


603.

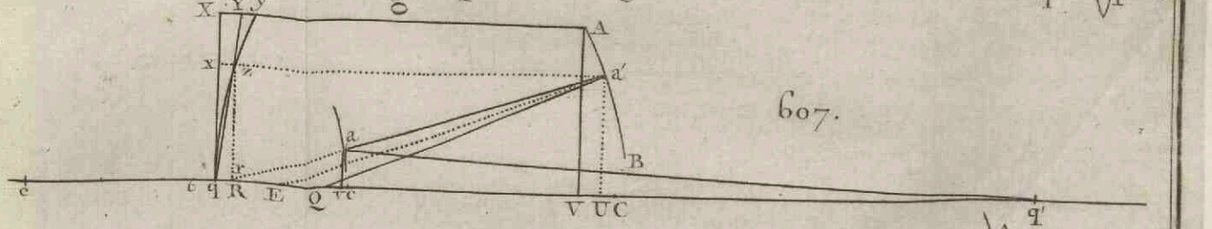
604.

605.

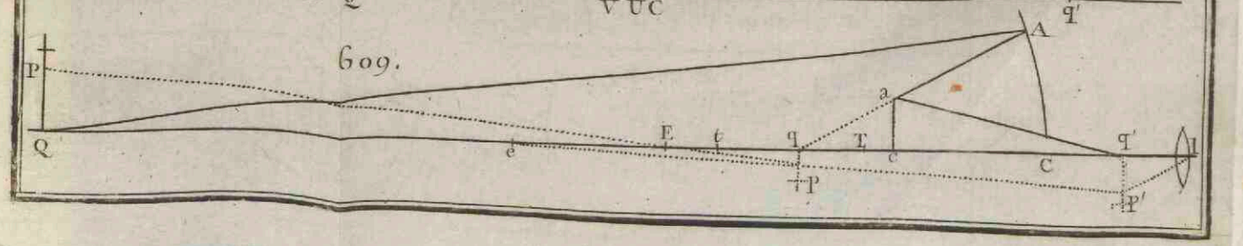
606.



607.



609.



qui viennent parallélement à l'axe cC, concourent au foyer T après avoir été réfléchis par le grand miroir, & rencontrent le petit en a & a. La ſurface dont aca eſt la largeur, aura préciſément la grandeur convenable pour recevoir tous les rayons du pinceau principal & les réfléchir en q', centre de la derniere image.

790. Si le petit miroir était d'une largeur moindre que aa, il y aurait pluſieurs rayons de ce pinceau, qui, après leur premiere réflexion, paſſeraient en dehors & ſeraient perdus; & s'il était plus large que aa, il intercepterait un plus grand nombre de rayons incidens.

791. Quant à la largeur BB du trou fait au grand miroir; ſi elle était plus grande que aa, ceux des rayons incidens appartenant au pinceau principal, qui paſſent près des bords du petit miroir, paſſeraient par ce trou & par conſéquent ſeraient perdus; & ſi cette largeur était plus petite que aa, il ne tomberait pas plus de rayons du pinceau principal ſur la ſurface annulaire dont AB eſt la largeur, que ſi BB était auſſi grande que aa. C'eſt pourquoi le point q' où ces rayons ſe réuniſſent, après avoir été réfléchis, a autant d'éclat qu'il eſt poſſible, lorſque aa eſt préciſément de la grandeur néceſſaire pour recevoir le pinceau principal, & que BB n'eſt pas plus grande que aa.

792. La moitié ST de la largeur de la premiere image de la moitié de l'objet PQ eſt terminée par la droite PES menée par le centre E du grand miroir AC; pareillement la moitié $p'q'$ de la largeur de la derniere image eſt terminée par la ligne Sep' menée par le centre e du petit miroir ac.

793. Maintenant pour déterminer le rapport des quantités de lumière en p' & en q', ſoit le cercle $AGAG$ la ſection de la ſphere dont le grand miroir eſt partie, faite par un plan paſſant par la circonférence de l'ouverture AA de ce miroir; & $BgBg$ une autre ſection de cette ſphere, faite par un plan paſſant par la circonférence du trou BB, & K le centre commun de ces ſections. Soit pris dans le rayon KA, $KF : ST :: Cc : cT$; & de F pris pour centre & du rayon FD égal à KA, ſoit décrit le cercle $DGHG$. De plus ſoit pris ſur KF, $Kf : ST :: Cc : CT$, & de f pris pour centre & du rayon fh égal à KB, ſoit décrit le cercle $hgig$. Je dis que l'éclat du point q' ſera à celui du point p' comme la couronne qui eſt la différence des cercles $AGAG$, $BgBg$, eſt à cette couronne moins les eſpaces $AGDGA$, $BghgB$, dont les les plus grandes largeurs ſont AD & Bh.

794. Car, tirant les lignes aS, aS, & les prolongeant, l'une tombera en D en dedans de l'ouverture AA, & l'autre en H autant en dehors de cette ouverture, à très-peu près, parce que les angles SaT, SaT ſont, à très-peu près, égaux. Par conſéquent ſi on agrandiſſait le miroir AA & qu'une ſection circulaire de ce miroir de la largeur DH égale, à peu près, à AA, fût remplie par des rayons venant de P parallélement à PES, ces rayons rempliraient exactement, après leur premiere réflexion, la ſurface entiere aca du petit miroir comme auparavant, d'où étant enſuite réfléchis en p', ce point aurait alors autant d'éclat que q'. Mais les rayons qui tombent dans l'eſpace $AGHGA$, en dehors de l'ouverture donnée AA, manquent en p', tandis que ceux qui tombent dans l'eſpace $AGDGA$ égal au précédent, ſe rendent en q'. Or, à cauſe des figures ſemblables ADa, STa, on a $AD : ST :: Aa : aT :: Cc : cT$; donc KF eſt, par conſtruction, égale à AD, & par conſéquent le centre F du cercle $DGHG$ a été bien déterminé.

795. De plus, le petit cercle $hgig$ répond à la projection du petit miroir aca faite ſur la ſection du grand par les rayons qui viennent de P parallélement à ES. Car le rayon oblique ah étant parallele à ES, & la ligne aB à ET, l'angle Bah eſt égal à SET; les triangles Bah, SET étant ſemblables, on a donc $Bh : ST :: Ba : TE :: Cc : CT$. Donc Kf eſt, par conſtruction, égale à Bh, & par conſéquent le centre f de la projection dont il s'agit, a été bien déterminé. Or, tous les rayons qui tombent ſur l'eſpace $BghgB$ vont ſe rendre en q', tandis que cet eſpace en intercepte une pareille quantité qui irait ſe rendre en p'. Ainſi la proportion qu'on a établie entre l'éclat de ces points eſt évidente.

796. Enfin, diminuant l'angle PEQ ou SET, les images ST, $p'q'$ & les largeurs

AD, Bh de ces eſpaces $AGDGA$, $BghgB$ diminuent auſſi, de ſorte que l'éclat de p' augmente à meſure que ce point ſe rapproche de q', & differe d'autant moins de celui de q', que l'angle PEQ eſt plus petit, c'eſt-à-dire, que le téleſcope groſſit davantage.

797. Car le pouvoir amplifiant du téleſcope eſt meſuré par le rapport des angles $p'Eq'$, PEQ, dont le premier doit être, à peu près, le même dans chaque téleſcope, comme étant limité par la largeur de l'oculaire, laquelle doit être en rapport donné avec ſa diſtance focale; car alors l'angle que font les deux ſurfaces de l'oculaire au bord de ce verre, eſt d'une grandeur donnée, & par conſéquent le bord de l'eſpace qu'on apperçoit paraît avec un degré donné de netteté. C'eſt la raiſon pour laquelle plus un téleſcope groſſit, moins il a de champ.

798. COROLL. I. Delà, l'eſpace $AGDGA$ eſt égal au rectangle $AD \times AA$, à très-peu près, lorſque AD eſt petite. Soit mené le demi-diametre KL perpendiculaire à AKA, coupant l'arc DG en M; & ſoit mené FN auſſi perpendiculaire à AKA, lequel coupe l'arc AGA en O. Alors retranchant l'eſpace DKM des quarts de cercles égaux AKL, DFN, on aura l'eſpace $ADML$ égal à l'eſpace $MNFK$; ajoûtant à l'un & à l'autre l'eſpace LMG, on aura l'eſpace $ADGA$ égal à $KLGNF = KL \times KF$ ou $KA \times AD$, à très-peu près, lorſque AD eſt petite. La même choſe eſt vraie de l'eſpace contigu au trou $BgBg$.

799. COROLL. II. Delà, il eſt aiſé de voir que le cercle $AGAG$ eſt à l'eſpace $AGDGA$, comme le quart de circonférence AL eſt à AD, à très-peu près.

800. COROLL. III. Si le petit miroir eſt convexe, & que le trou dont le grand eſt percé lui ſoit égal, la derniere image peut auſſi être égale à ce trou; mais elle ne peut être plus grande ſans qu'elle diminue davantage d'éclat vers ſes bords. Car le rayon extrême PD ſera réfléchi ſuivant les lignes Da, ap', parce que tous les rayons qui viennent de P, concourent aux points S, p'; & ſi $ca = CB = p'q'$, aBp' eſt parallele à l'axe cC. Mais ſi $p'q'$ excede CB, le rayon extrême, tel que ap', eſt arrêté en B par le miroir.

801. COROLL. IV. Si le petit miroir eſt concave, & que le trou fait dans le grand lui ſoit égal, la derniere image peut être plus grande que ce trou; mais pas de beaucoup, à moins qu'elle ne ſe forme bien au delà de ce trou, ce qui augmenterait la longueur du téleſcope. Car le rayon extrême PA ſera réfléchi ſuivant les lignes ASb, bp'; & cb étant plus petite que ca ou CB, le rayon bp' a la liberté de diverger un peu de l'axe cC.

802. LEMME II. *Le trou dont le grand miroir eſt percé, étant toujours égal au petit miroir, ſi on augmente ce miroir d'une petite zone, dont la largeur ſoit à la moitié de la largeur de la premiere image comme la diſtance des miroirs eſt à la diſtance focale du grand, la derniere image deviendra d'un éclat uniforme, mais un peu moindre que celui que ſon centre avait auparavant, à cauſe de la lumiere interceptée par la zone.*

803. Car menant les lignes AS, AS (*Fig. 610 & 611*), l'arc aca coupera une d'elles en b, & étant prolongé, il rencontrera l'autre en d. Alors les rayons qui viennent de P tomber ſur l'arc AA, & qui enſuite concourent en S, après leur premiere réflexion, ſeront tous reçus ſur l'arc bcd, d'où ils ſeront réfléchis en p'; & faiſant tourner l'arc cad autour de l'axe cT, le miroir aca ſera augmenté d'une zone de la largeur ad, & il recevra tous les rayons qui viennent d'un objet circulaire décrit par PQ en tournant autour du même axe QC. Or, à cauſe des figures ſemblables Aad, ATS, on a $ad : TS :: Aa : AT :: Cc : CT$.

804. Si de K pris pour centre & du demi-diametre Kh égal au ſinus de l'arc cd, on décrit un cercle $hkmk$, ce cercle eſt maintenant égal à la projection du petit miroir ſur le plus grand, faite par les rayons du pinceau principal; & lorſque cette projection eſt faite par les rayons d'un pinceau collatéral venant de P, ſon bord m touche le bord du trou BB. Car Bh eſt, à peu près, égale à ad, parce que les angles Bah, QAP, aAd ſont égaux, & que les diſtances Ba, aA ſont auſſi, à très-peu près, égales. Ainſi chaque point de la derniere image eſt privé d'autant

de rayons que le petit miroir en intercepte, & par conſéquent cette image eſt par-tout du même éclat. Mais chaque point a moins d'éclat que le centre q' n'en avait avant l'addition de la zone dont il eſt queſtion, à cauſe des rayons interceptés par cette zone.

805. COROLL. I. Delà, l'éclat qu'avait en premier lieu le centre q' eſt à celui qu'il a en dernier lieu, comme $CA^2 - ca^2$ eſt à $CA^2 - cd^2$, je veux dire, comme les différences des carrés des ſinus de ces arcs.

806. COROLL. II. Le petit miroir dad étant convexe, ſi le demi-diametre de la derniere image $p'q'$ n'eſt pas plus petit que ca ou que le premier trou CB, il y aura pluſieurs des rayons extrêmes du pinceau oblique, réfléchis actuellement par ad, qui ſeront arrêtés en B.

807. COROLL. III. Mais ſi le petit miroir dad eſt concave, la derniere image $p'q'$ peut continuer d'être égale ou plus grande que le trou BC, à cauſe que le même rayon bp' eſt toujours le plus éloigné de l'axe du pinceau le plus oblique, les nouveaux rayons réfléchis par ad, en p', étant ici dans l'intérieur de ce pinceau.

808. COROLL. IV. Si on rend la largeur du trou égale à la nouvelle largeur dd du petit miroir, ſoit concave ou convexe, la derniere image, quoique plus petite que ce trou, aura le plus d'éclat à ſon centre, à cauſe que les rayons des pinceaux obliques qui tombent ſur ces parties du trou qui ont la figure de croiſſant, & que nous avons examinées ci-devant, paſſeront alors, puiſque ces parties ne ſont plus. Mais cette perte eſt extrêmement petite, en comparaiſon de ce qui s'en perdait auparavant par les eſpaces $AGDGA$.

809. LEMME III. *Subſtituer dans ces téleſcopes à la place de l'oculaire unique qui y eſt adapté, deux autres oculaires qui ſans changer la grandeur apparente de l'objet, augmentent la portion qu'on en découvre.*

810. Suppoſant que la diſtance focale lq' (*Fig. 612*) de l'oculaire ſimple lk ſoit donnée; ſi l'on prend du côté des miroirs, $lm = 2lq'$, & $ln = \frac{1}{3} lm$, & qu'au lieu de l'oculaire lk, on en mette deux autres convexes en m & en n, dont les diſtances focales ſoient lm & ln reſpectivement, le téleſcope groſſira préciſément comme auparavant; mais l'eſpace qu'on apperçoit au travers ſera un peu plus diſtinct & ſes bords moins chargés de couleurs; ainſi on pourra, s'il était ſuffiſamment diſtinct auparavant, l'agrandir un peu.

811. Car en coupant mn en deux également en q, nous avons $qn = nl$, par conſtruction; & prenant $mf = ml$, nous avons $q'f$ à $q'm$ & $q'm$ à $q'q$ comme 3 eſt à 1. Ainſi les rayons du pinceau principal qui, après avoir été réfléchis, tendent vers q', étant rompus par le verre m, concourront en q (*Art. 239*), d'où venant à paſſer au travers du verre n, ils en ſortiront paralleles, comme il eſt néceſſaire que cela ſoit pour la viſion diſtincte.

812. Delà, l'image $p'q'$ ſera réduite par le verre m à pq, laquelle eſt terminée en p par la ligne mp'. C'eſt pourquoi menant pn, nous avons un triangle mpn iſoſcele & ſemblable à $mp'l$; ainſi pn eſt parallele à $p'l$. Par conſéquent l'œil placé en un endroit quelconque o, verra l'objet, au travers des verres m, n, ſous un angle égal à pnq ou $p'nq'$, c'eſt-à-dire de la même grandeur qu'on le voit d'ordinaire au travers du ſimple oculaire l.

813. Coupant ln en deux également en o, ſi l'on met l'œil en o, on verra le plus grand eſpace poſſible. Car chaque pinceau de rayons réfléchis par le grand miroir au petit, occupe à peu près toute la largeur aca de ce miroir; de ſorte que le rayon qui, dans chaque pinceau, eſt réfléchi par le milieu c de ce miroir, eſt, à peu près, au milieu du pinceau auquel il appartient : par conſéquent l'œil recevra tous ces rayons, s'il eſt placé au foyer qu'ont ces rayons, après avoir été rompus par les deux verres, lequel ſe trouve aiſément. Mais ſuppoſant que ag ſoit le rayon d'un pinceau oblique quelconque, qui tombe ſur le verre m parallélement à ſon axe, il tendra, après avoir été rompu, vers l foyer principal de ce verre; & rencontrant le verre n, ſelon cette direction, il en ſortira ſuivant ho parallele à pn, & coupera ln en deux également en o; & puiſque tous les rayons de ce pinceau ſortiront paralleles à ho & extrêmement proches de ho, nous pouvons prendre ce point o

pour la place de l'œil, ou plutôt d'un petit trou fait dans une plaque mince dont il ſera parlé plus bas.

814. ſuppoſant actuellement qu'on ôtât les verres m, n, le rayon parallele agp' dont on a parlé, tomberait ſur l'oculaire ſimple kl, en k, & ſerait rompu ſuivant ki parallele à $p'l$, à laquelle tout le reſte du pinceau ſerait auſſi parallele

815. Mais lorſque l'œil était placé en o, & que les deux oculaires étaient en m & en n, il voyait plus diſtinctement, au moyen des mêmes rayons, qu'il ne verrait en i, au travers du ſeul oculaire lk, parce que les rapports des diſtances focales aux ouvertures reſpectives des verres m, n, c'eſt-à-dire, de lm à mg, & de ln à nh, ſont chacun doubles du rapport de la diſtance focale du verre l à ſon ouverture, c'eſt-à-dire, de li ou lq' à lk.

816. On rendra la diſtinction plus grande en faiſant les verres m, n plan convexes & en tournant leur côté plan vers l'œil; en ſorte que les ſecondes réfractions que ſouffrent les rayons en paſſant de ces verres dans l'air, leſquelles contribuent beaucoup plus que les premieres à la production des couleurs, puiſſent être plus petites qu'elles ne ſeraient dans la poſition des verres oppoſée à celle-là. Car, dans l'expérience commune du priſme, ſi on le fait tourner autour de ſon axe du ſens qui fait que les rayons ſortent avec plus d'obliquité de ſa ſeconde ſurface réfringente, l'image colorée du ſoleil ſur la muraille deviendra plus longue d'un pouce ou de deux, ou même plus; & ſi on fait tourner le priſme du ſens oppoſé, de ſorte que les rayons tombent plus obliquement ſur la premiere ſurface, l'image ſe raccourcira d'un pouce ou de deux. On peut changer de diverſes manieres les proportions & les places des verres m & n, ſans qu'il en réſulte que peu de différence dans leur effet.

817. COROLL. I. Soit le rayon extrême $arqs$ du pinceau principal coupant les verres m, n en r & s; puiſque $qn = qm$, nous avons $ns = (mr =) \frac{q'm}{q'c} \times ac$. Or il eſt aiſé de voir que ns eſt le demi-diamêtre du petit trou qu'il faut placer en o, au travers duquel le pinceau principal & tous les autres ayant la même largeur ou baſe que le miroir aca, paſſeront juſtement; & que par conſéquent tous rayons étrangers qui paſſent par la circonférence du miroir aca, conſidérés comme appartenant aux pinceaux qui ont une baſe plus large que aca, tomberont loin du trou, & ſeront arrêtés par la plaque. Mais ce trou o doit être agrandi, quoique fort peu, pour les Miopes, afin de pouvoir recevoir tous les rayons des pinceaux qui doivent entrer dans l'œil un peu divergens.

818. COROLL. II. En plaçant en q le centre d'un trou fort large, dont le demi-diametre eſt pq, la plaque à laquelle on aura fait ce trou, interceptera quelques-uns des rayons réfléchis irréguliérement par les bords imparfaits des miroirs; & cette plaque circonſcrivant la derniere image, bornera l'eſpace qu'on doit appercevoir, & l'angle ſous lequel il paraît, à la grandeur que les verres permettront, ſans que les bords de cet eſpace ſoient trop chargés de couleur.

819. COROLL. III. Ayant donc un téleſcope donné, on peut trouver (groſſierement) la moitié de l'angle pnq, ſous lequel on apperçoit l'eſpace qu'on découvre, en meſurant le diametre du trou qui circonſcrit l'image ſituée en q, & la diſtance entre les verres m, n, dont la moitié eſt qn, ou plutôt en trouvant la diſtance focale qn du verre n, au moyen des rayons du ſoleil. Alors $\frac{pq}{qn}$ eſt la tangente de l'angle pnq pour le rayon 1. Mais cet angle ſe peut trouver plus exactement par le tems qu'on apperçoit une étoile dans le téleſcope.

820. COROLL. IV. Delà on a auſſi la place l & la diſtance focale lq' d'un ſimple oculaire qui groſſira préciſément autant que les deux verres m, n. Car $p'q'$ étant égale à ac, eſt donnée en meſurant ac, & $q'l : q'p' :: qn : qp$, c'eſt-à-dire, dans le rapport du rayon à la tangente de la moitié de l'angle trouvé ci-deſſus, & $ml = 2q'l$ par conſtruction. Mais on peut trouver plus exactement ce verre, au moyen du pouvoir ampliſiant, comme on le montrera ci-après.

821. COROLL. V. Delà on a auſſi Tq' diſtance

distance de l'image $p'q'$ au foyer du grand miroir, en mesurant TC & Cm ; à cause que $Tq' = TC + Cm + mq'$.

822. LEMME IV. *Trouver l'angle d'aberration dans un télescope donné de Grégori ou de Cassegrain.*

823. Soit nommée d la distance focale CT (*Fig.* 613 & 614) du grand miroir, s le sinus AS de la moitié de son ouverture AC, e la distance focale de l'oculaire l ; soit enfin le rapport de Tq' à TC égal à celui de n à 1, & le rapport de cq' à cT égal à celui de r à 1. Supposant que le rayon extrême $QAqarr'$ qui vient parallélement à l'axe, coupe cet axe en q & en r & la dernière image $p'q'$ en r', & que a soit la tangente de l'angle d'aberration $q'lr'$ qu'on cherche, on aura dans le télescope de Grégori, $a = \frac{s^3}{8edd}\left(r + n - \frac{n}{rr}\right)$, & dans le télescope de Cassegrain, $a = \frac{s^3}{8edd}\left(r - n + \frac{n}{rr}\right)$.

824. Car puisque Tq & $q'r$ (*Fig.* 613) sont les aberrations successives du rayon extrême, des premier & second foyers T, q' des rayons les plus proches de l'axe, prenant k pour le foyer, correspondant à q, d'autres rayons réfléchis par le milieu du petit miroir ac & les points qui en sont voisins, on a $tk : tc :: tc : tq$, & $tq' : tc :: tc : tT$ (*Art.* 207) & par conséquent $tk : tq' :: tT : tq$, qui donne $kq' : Tq :: tk : tT :: tq' : tT$ (*Art.* 204) $:: tq'^2 : tc^2 :: rr : 1$; à cause que $tq' : tc :: tc : tT :: tq' + tc$ ou $cq' : tc + tT$ ou $cT :: r : 1$, par construction. Donc $kq' = rr \times Tq$.

825. Soit un rayon za venant parallélement à l'axe, & soit tu son aberration du foyer t ; puisque kr est l'aberration du rayon qar du foyer k, on a $kr : tu :: (r-1)^2 : 1$ (*Note* 727), parce qu'on a $tq' : tc$ ou $te :: r : 1$, & que par conséquent eq' ou $ek : et :: r - 1 : 1$. On a donc $kr = (r-1)^2 \times tu$.

826. Donc, puisque kr & le sinus verse cs de l'arc ca sont disposés en sens contraires, par rapport à k & à c (*Note* 720), on a, dans le télescope de Grégori, l'aberration entiere $q'r = kq' + kr = rr \times Tq + (r-1)^2 \times tu$.

827. Dans la construction on met $Tq' : TC$ ou $d :: n : 1$, d'où l'on a $Tq' = nd$. Nous mettons aussi $cq' : cT :: r : 1$, qui donne $Tq' : cT :: r - 1 : 1$, & par conséquent $cT = \frac{nd}{r-1}$ & $cq' = \frac{dnr}{r-1}$; & à cause des figures semblables qac, qAC (*Art.* 204), on a $ac : AC$ ou $s :: cq : Cq :: tc : cT :: r : r+1$, d'où l'on a $ac = \frac{ns}{r-1}$. On avait aussi $tc : tT :: r : 1$, qui se change en $tc : cT$ ou $d :: r : r+1$; ce qui donne $tc = \frac{r}{r+1} \times cT = \frac{dnr}{(r-1)^2}$.

828. Or, l'aberration $Tq = \frac{CA^2}{8CT}$ (*Note* 727) $= \frac{ss}{8d}$, & de même $tu = \frac{ca^2}{8ct} = \frac{nss}{8rd} \times \frac{r+1}{r-1}$. Ainsi l'aberration longitudinale $q'r = \frac{ss}{8d}\left(rr + nr - \frac{n}{r}\right)$.

829. Enfin, à cause des figures semblables $q'r'r$, car, nous avons $q'r' : q'r : ca : cr :: ca : cq'$ (*Art.* 204), c'est-à-dire, $:: \frac{ns}{r-1} : \frac{dnr}{r-1} :: s : rd$; d'où l'on aura l'aberration latitudinale $q'r' = \frac{s}{rd} \times q'r = \frac{s^3}{8dd}\left(r + n - \frac{n}{rr}\right)$, & $a = \frac{q'r'}{q'l} = \frac{s^3}{8edd}\left(r + n - \frac{n}{rr}\right)$.

830. En répétant sur la Figure 614 le procédé qui nous a conduit à cette expression, on trouve, pour le télescope de Cassegrain, $a = \frac{s^3}{8edd} \times \left(r - n + \frac{n}{rr}\right)$. Car $q'r =$ présentement $kq' - kr$, parce que le sinus verse cs & par conséquent l'aberration kr se trouvent du côté de c & de k opposé à celui où ils étaient.

831. COROLL. Soit mis $\frac{m}{1}$ pour le

pouvoir amplifiant du téleſcope ; alors $m = \frac{rd}{e}$ (*Note 783*), & dans le téleſcope de Gregori, $a = \frac{ms^3}{8d^3}\left(1 + \frac{n}{r} - \frac{n}{r^3}\right)$, & dans celui de Caſſegrain, $a = \frac{ms^3}{8d^3}\left(1 - \frac{n}{r} + \frac{n}{r^3}\right)$.

PROBLÊME. *Compoſer un téleſcope d'une longueur donnée, qui ait la forme de ceux de Grégori ou de Caſſegrain, dans lequel on apperçoive l'eſpace qu'on découvre, ſous un angle donné & avec un degré donné de clarté & de diſtinction, & qui groſſiſſe autant que ces conditions le permettent.*

832. On peut prendre les expreſſions algébriques des degrés donnés de diſtinction & de clarté, telles que les donne un téleſcope de Mr. Newton, ou plutôt l'un ou l'autre de ceux de la forme propoſée. Soit A, dans le téleſcope donné, la moitié de la largeur du grand miroir, B la moitié de celle du petit, c'eſt-à-dire, la moitié de largeur la plus petite du plan ovale, ſi on fait choix du téleſcope de Mr. Newton ; ſoit $\frac{M}{1}$ le rapport ſuivant lequel il amplifie, & ſoit miſe b au lieu de la quantité $\frac{(A+B)(A-B)}{MM}$, laquelle étant comme la clarté apparente dans le téleſcope donné (*Art. 459*), peut être conſervée dans le téleſcope qu'on veut conſtruire, ou peut être augmentée ou diminuée dans le même rapport qu'on ſe propoſe d'augmenter on de diminuer ce degré donné de clarté apparente. Soit, dans le téleſcope qu'on ſe propoſe de conſtruire (*Fig. 610 & 611*), a la tangente donnée, pour le rayon 1, de l'angle d'aberration propoſé, qui pareillement peut être le même, & par conſéquent la diſtinction la même que dans le téleſcope donné, ou peut en differer à volonté ; ſoit v la tangente de la moitié de l'angle ſous lequel on veut appercevoir l'eſpace que le téleſcope fait découvrir, d la diſtance focale donnée CT du grand miroir ABC, q' la place donnée de la derniere image formée par le petit miroir ac, & $\frac{n}{1}$ le rapport donné de Tq' à TC.

833. CAS I. Ayant calculé, dans le téleſcope de Gregori, un nombre $c = \frac{64n^4aa}{bv^4}dd$, trouvant la plus grande racine poſitive r de cette équation $rr\left(r+n-\frac{n}{rr}\right)^2(r-1)^4 - c\left(1+\frac{n}{r-1}\right)\left(1-\frac{n}{r-1}\right) = 0$, & prenant, dans CT prolongée (*Fig. 610*), $Tc = \frac{nd}{r-1}$ & $ct = \frac{r}{r+1} \times Tc$, le point c ſera le ſommet du petit miroir concave ac, & t ſon foyer principal. La moitié de l'ouverture du grand miroir ſera $d\sqrt{\frac{8na}{v(r-1)(r+n-\frac{n}{rr})}} = CA$, & la moitié de celle du petit miroir ſera $\frac{n}{r-1} \times CA = ca = CB = p'q'$; la diſtance focale de l'oculaire ſera $\frac{1}{v} \times p'q' = q'l$. Ce téleſcope repréſentera les objets comme on le demande, & les amplifiera en diametre dans le rapport de $r \times d$ à $q'l$.

834. CAS II. Dans le téleſcope de Caſſegrain, ayant calculé le nombre $c = \frac{64n^4aa}{bv^4}dd$, trouvant la plus grande racine poſitive de cette équation, $rr\left(r-n+\frac{n}{rr}\right)^2(r+1)^4 - c\left(1+\frac{n}{r+1}\right)\left(1-\frac{n}{r+1}\right) = 0$, & prenant, dans TC, (*Fig. 611*) $Tc = \frac{nd}{r+1}$ & $ct = \frac{r}{r-1} \times Tc$, le point c ſera le ſommet du petit miroir convexe ca, & t ſon foyer principal. La moitié de l'ouverture du grand miroir ſera $d\sqrt{\frac{8na}{v(r+1)(r-n+\frac{n}{rr})}} = CA$; & la moitié de celle du petit, ſera

$\frac{n}{r+1} \times CA = ca = CB = p'q'$; la distance focale de l'oculaire sera $\frac{1}{v} \times p'q' = q'l$. Ce téleſcope repréſentera les objets comme on le deſire, & groſſira dans le rapport de $r \times d$ à $q'l$.

835. ANALYSE du premier Cas. Puiſque $1 : n :: TC$ ou $d : Tq'$ (*Fig. 610*), nous avons $Tq' = nd$; nous avons auſſi tq', tc, tT en proportion continue dans un rapport inconnu que nous ſuppoſerons repréſenté par celui de r à 1. Ainſi $cq' : cT :: r : 1$, qui ſe change en $Tq' : Tc :: r-1 : 1$, ce qui donne $Tc = \frac{nd}{r-1}$. De plus, puiſque $tc : tT :: r : 1$, nous avons $tc : Tc :: r : r+1$; d'où l'on a $tc = \frac{r}{r+1} \times Tc$.

836. Soit la moitié CA de l'ouverture requiſe $= s$; à cauſe des figures ſemblables acT, ACT (*Art. 204*) faites par la réflexion du rayon extrême ATa du pinceau principal, nous avons $ac : cT :: AC : CT :: s : d$, ce qui donne $ac = \frac{ns}{r-1}$. Prenant cette quantité pour la moitié de la largeur de ce miroir, & lui faiſant égale la moitié CB de la largeur du trou, le centre de l'eſpace qu'on appercevra au travers du téleſcope, aura autant d'éclat qu'il eſt poſſible, & la quantité de lumière, à ce centre, ſera comme $AC^2 - ac^2 = (1 + \frac{n}{r-1})(1 - \frac{n}{r-1}) \times ss$.

837. Soit ſuppoſé $q'l = e$, & m à 1 comme la grandeur apparente eſt à la vraie, c'eſt-à-dire, en raiſon compoſée de TC à $q'l$ & de tq' à tc (*Note 111 ou 783*); nous aurons $m : 1 :: r \times d : 1 \times e$, ce qui donne $m = \frac{rd}{e}$.

838. Or, l'éclat apparent du centre de l'eſpace viſible eſt comme $\frac{AC^2 - ac^2}{mm}$ (*Art. 459*) $= (1 + \frac{n}{r-1})(1 - \frac{n}{r-1}) \times \frac{eess}{rrdd}$. Car la regle citée ici, n'étant point limitée à telle ou telle grandeur d'eſpace viſible, convient encore pour le centre de cet eſpace conſidéré comme un eſpace réduit à un point phyſique Donc faiſant cette valeur de l'éclat apparent égale à b, comme étant partie des données, nous avons $b = (1 + \frac{n}{r-1})(1 - \frac{n}{r-1}) \times \frac{eess}{rrdd}$, que j'appellerai *la premiere équation.*

839. Faiſant, pour abréger, $t = r + n - \frac{n}{rr}$, nous avons la tangente de l'angle d'aberration propoſé, c'eſt-à-dire, $a = \frac{s^3 t}{8dde}$ (*Note 823*) pour notre ſeconde équation.

840. Par les données, nous avons $p'q' : q'l$ ou $e :: v : 1$, ce qui donne $p'q' = ev$. Or puiſque nous avons pris la moitié CB de la largeur du trou $= ca$, nous pouvons choiſir telle grandeur qu'il nous plaira pour l'image $p'q'$, pourvu cependant qu'elle ne ſurpaſſe pas de beaucoup CB (*Note 802*). Car l'angle $p'lq'$ étant égal à l'angle ſous lequel on veut appercevoir l'eſpace qu'on découvre avec le téleſcope, & les oculaires ſemblables ayant des largeurs qui ſont comme leurs diſtances focales, les réfractions des rayons qui viennent de p' tomber ſur le bord de ces verres, ſeront auſſi ſemblables & égales, & par conſéquent la confuſion & les couleurs qui regnent au bord de l'eſpace qu'on doit appercevoir, ſeront à peu près les mêmes, de quelque grandeur que nous faſſions l'image $p'q'$; ainſi nous pouvons mettre $p'q' = ca$, c'eſt-à-dire, $ev = \frac{ns}{r-1}$, qui eſt notre 3e équation.

841. Delà, $e = \frac{ns}{v(r-1)}$; $ee = \frac{nnss}{vv(r-1)^2}$; ſubſtituant ces valeurs dans la premiere & dans la ſeconde équation, on a $b = (1 + \frac{n}{r-1})(1 - \frac{n}{r-1}) \times \frac{nns^4}{ddvvrr(n-1)^2}$, & $a = \ldots$

$\frac{s\,s\,t\,v\,(r-1)}{8\,n\,d\,d}$, d'où l'on tire $s^4 = \frac{64\,a\,a\,n\,n\,d^4}{t\,t\,v\,v\,(r-1)^2}$; donc $b = (1+\frac{n}{r-1})(1-\frac{n}{r-1}) \times \frac{64\,n^4\,d\,d\,a\,a}{v^4\,t\,t\,r\,r\,(r-1)^4}$. Enfin remettant $r = n + \frac{n}{rr}$ à la place de t, & faisant $c = \frac{64\,n^4\,d\,d\,a\,a}{b\,v^4}$, nous avons $rr(r-n+\frac{n}{rr})^2(r-1)^4 = (1+\frac{n}{r-1})(1-\frac{n}{r-1})\,c$. Nous devons prendre la plus grande racine positive de cette équation, afin que le téleſcope groſſiſſe le plus qu'il eſt poſſible (*Note 837*); cette racine étant trouvée, la ſolution du Problême paraitra très-évidente, en jettant les yeux ſur l'analyſe.

842. CAS II. Pour le ſecond Cas, il ne s'agit que de revoir l'analyſe précédente, en la rapportant à l'autre Figure; on appercevra facilement les changemens qu'elle doit ſouffrir.

843. J'ai obſervé ci-deſſus que, dans cette ſolution, l'eſpace qu'on apperçoit au travers du téleſcope, n'aura le degré propoſé d'éclat qu'à ſon centre. Mais en calculant, par les Corollaires des Lemmes, de combien il eſt moindre à ſa circonférence, on trouvera que la différence eſt ſi petite qu'elle ne peut occaſionner aucun inconvénient, & qu'au contraire il en réſulte quelques legers avantages. 1.° le téleſcope peut groſſir un peu plus qu'il ne ferait ſi le petit miroir était augmenté de la zone dont il a été parlé (*Note 802*), parce qu'ici il y a moins de lumiere interceptée. 2.° Cette zone intercepterait un anneau des rayons intérieurs, qui ſont réfléchis le plus exactement à chaque partie de l'image; à la place deſquels nous prendrions les rayons extérieurs contenus dans cet eſpace qui a la forme de croiſſant (*Notes 802 & 803*), leſquels ſont réfléchis avec le moins d'exactitude, & ſeulement aux parties extérieures de l'image. 3.° Les parties intérieures de l'image étant plus diſtinctes que le reſte, ſupporteront & demanderont par conſéquent plus de lumiere que les parties moins diſtinctes & colorées des bords, qu'une plus grande lumière rendrait encore plus imparfaites.

844. C'eſt là ce qui réſulte de la théorie; mais dans la pratique il faut donner un peu plus de largeur au petit miroir, à cauſe de la difficulté de le placer & de le mouvoir aſſez exactement le long de l'axe du téleſcope pour recevoir tous les rayons réfléchis, dont il ne doit laiſſer paſſer aucun, ces rayons étant très-condenſés par leur premiere réflexion. Mais il ne faut rien ajoûter à la largeur du trou du grand miroir.

845. Faiſant les multiplications indiquées dans l'équation trouvée ci-deſſus, on parvient à une équation complette du 12.e degré; comme ſa réſolution par les regles ordinaires ſerait extrêmement longue & ennuyeuſe, je prefere de la trouver de la maniere ſuivante. L'équation du premier Cas étant miſe ſous cette forme fractionnaire $\frac{rr(r+n-\frac{n}{rr})^2(r-1)^4}{c\times(1-\frac{nn}{(r-1)^2})} = 1$, je néglige d'abord les petites fractions $\frac{n}{rr}$ & $\frac{nn}{(r-1)^2}$, & je cherche la racine de cette équation plus ſimple $\frac{rr(r+n)^2(r-1)^4}{c} = 1$, comme il ſuit.

846. Ayant cherché le logarithme du dénominateur c, j'en prends d'abord le $\frac{1}{7}$ pour le logarithme de r, d'où je calcule le logarithme du numérateur $rr(r+n)^2(r-1)^4$. Enſuite je prends la différence des logarithmes du numérateur & du dénominateur, & ſi le premier eſt plus grand que le dernier, je retranche $\frac{1}{8}$ de leur différence, du logarithme de r, ſinon je l'ajoûte. Je répete la même opération deux ou trois fois avec ce logarithme corrigé de r, juſqu'à ce que je trouve un logarithme du numérateur qui ait les 3 ou 4 premiers chiffres pareils à ceux du dénominateur, outre la caractériſtique; alors le logarithme corrigé de r donne trois ou quatre figures de la racine de cette derniere équation; & cette racine ſera la plus grande de toutes, ſi, en l'augmentant un peu, elle augmente conſidérablement la valeur du numérateur: ce qui ſera en général aſſez évi-

dent, en ſe donnant la peine de revoir leurs variations dans les différentes opérations.

847. Enfin je calcule, avec le logarithme de r trouvé en dernier lieu, les logarithmes du dénominateur & du numérateur de l'équation

$$\frac{rr\left(r+n-\frac{n}{rr}\right)^2\left(r-1\right)^4}{c\times\left(1+\frac{n}{r-1}\right)\left(1-\frac{n}{r-1}\right)}=1,$$ qui

eſt celle dont on demande la plus grande racine, & ayant pris $\frac{1}{8}$ de leur différence, je corrige le logarithme de r, comme ci-deſſus ; ce qui me donne, après deux ou trois opérations, la racine de r ſuffiſamment exacte. Avec un peu d'attention on découvrira aiſément la raiſon de cette méthode, dont le ſuccès eſt dû principalement à la grandeur de c & à la petiteſſe de n.

848. Pour donner quelques exemples de ce Problême, j'ai tiré de Mr. Short les dimenſions ſuivantes de ſon meilleur téleſcope, dont la forme eſt Grégorienne ; je les mets ici comme devant ſervir de modeles pour calculer celles de téleſcopes de toutes longueurs.

	Pouces.
La diſtance focale du grand miroir =	9,6
Sa largeur ou ouverture. . . . . =	2,3
La diſtance focale du petit miroir =	1,5
Sa largeur. . . . . =	0,6
La largeur du trou du grand miroir =	0,5
La diſtance du petit miroir à l'oculaire le plus proche . . . . . =	14,2
La diſtance des deux oculaires =	2,4
La diſtance focale de l'oculaire le plus proche des miroirs. . . . =	3,8
La diſtance focale de l'oculaire le plus proche de l'œil. . . . . =	1,1

849. On a trouvé par l'épreuve qu'on en a faite, que ce téleſcope groſſiſſait 60 fois en diametre ; & par le tems que des étoiles mettaient à traverſer l'eſpace qu'on apperçoit par le téleſcope, que cet eſpace ſoutend un angle de 19′ à l'œil nud ; ainſi l'angle ſous lequel on apperçoit cet eſpace dans le téleſcope, était de $60\times 19' = 19°$.

850. Avant que nous puiſſions calculer les dimenſions des autres téleſcopes, il faut commencer par reduire le téleſcope de comparaiſon dont il s'agit, à la forme qu'on a ſuppoſée dans le Problême, en trouvant un oculaire unique au moyen duquel il groſſiſſe autant qu'avec les deux qu'il porte ; & en calculant l'ouverture aa du petit miroir, qu'occupe le pinceau principal, dont la largeur eſt un peu plus petite que celle de ce miroir. Nous pouvons enſuite déduire les logarithmes des nombres b, a, v, n dont on a parlé ci-deſſus, qui, à l'exception de n, ſeront conſervés, ſans ſouffrir aucun changement, dans tous les téleſcopes de la Table de la page ſuivante.

851 Nous avons donc 1.° mq (*Fig. 612*) $= mn - nq = 1,3$; delà je tire (*Note 810*) $mq' = \frac{mq\times mf}{mf-mq} = 1,9760$, & $cq' = cm + mq' = 16,1760$ & $tq' = cq' - ct = 14,6760$. Or, exprimant le rapport qui regne dans la proportion continue que forment tq', tc, tT, par celui de r à 1, nous avons $r = \frac{tq'}{tc} = 9,7840$, $tT = \frac{tc}{r} = 0,15331$, $Tq' = tq' - tT = 14,5227$ & $n = \frac{Tq'}{TC} = 1,51278$, dont le logarithme eſt 0,17977,58.

852. 2°. Nous avons $cT = ct + tT = 1,6533$ & $ca = \frac{cT}{TC}\times CA = 0,19805 = CB = p'q'$, conformément à la ſolution du Problême ; & puiſque $M = 60$, nous avons $q'l = \frac{r\times CT}{M}$ (*Note 837*) $= 1,5654$; donc log. v = log. $\frac{p'q'}{q'l} = \bar{1},10213,36$, & ainſi 9,10213,36 eſt le log. tang. de 7° 12′ 40″. Cet angle eſt la moitié de celui ſous lequel on apperçoit l'eſpace qu'on découvre par le moyen du téleſcope réduit à la forme ſuppoſée dans le Problême, & nous le conſerverons tel dans les téleſcopes de la Table ſuivante, juſqu'à ce que nous le portions à 9° 30′, au moyen de deux oculaires, comme dans celui de M.r Short.

853. 3°. Nous avons le log. de a = log. $\frac{CA^3}{8CT^2\times q'l}\times\left(r+n-\frac{n}{rr}\right)$ (*Note 823*) $= \bar{2},17217,14$, & ainſi 8,17217,14

eſt le log. tang. de 51'.05", lequel angle d'aberration étant deux ou trois fois plus grand qu'il n'eſt d'ordinaire dans les téleſcopes catoptriques de M.r Newton, occaſionnerait un degré d'indiſtinction inſupportable, ſi on ne le diminuait pas, en donnant au grand miroir une forme qui differe un peu de la ſphérique en tirant ſur la parabolique; ce que M.r Short fait conſtamment.

854. 4°. Nous avons le logarithme de $b = \log. \frac{(CA+ca)(CA-ca)}{MM} = \bar{4},55201,77$.

855. Au moyen de ces données, j'ai calculé, en ſuivant les ſolutions des Cas 1 & 2, les Tables ſuivantes, où les meſures du téleſcope de comparaiſon ſont auſſi inſérées; & j'ai ajoûté la valeur de la racine r qui appartient à chaque téleſcope, pour ſatisfaire ceux qui voudront examiner ces calculs.

TABLE des dimenſions & des pouvoirs amplifians de quelques Téleſcopes Grégoriens.

Fig. 610.

CT	Cq'	Tc	ct	CA	$ca = CB$	$q'l$	pouv. ampl.	r
5,65	2,987	1,131	1,106	0,773	0,155	1,223	39,69	8,5589
9,60	4,923	1,653	1,5	1,15	0,198	1,565	60	9,7840
15,50	7,948	2,343	2,148	1,652	0,250	1,973	86,46	11,0090
36	4	3,724	3,432	3,132	0,324	2,561	165,02	11,7408
60	6	5,391	5,012	4,605	0,414	3,271	242,94	13,2426

TABLE des dimenſions & des pouvoirs amplifians de quelques Téleſcopes de la forme de ceux de Caſſegrain.

Fig. 611.

CT	Cq'	Tc	ct	CA	$ca = CB$	$q'l$	Pouv. ampl	r
15,5	7,948	1,992	2,196	1,769	0,227	1,797	92,91	10,7720
15,5	3	1,766	1,974	1,761	0,201	1,585	92,65	9,477
36	4	3,253	3,569	3,286	0,297	2,347	173,28	11,2966
60	6	4,786	3,173	4,804	0,383	3,028	253,44	12,7913

856. J'ai calculé pour les diſtances focales de 5,65 & de 15,5 pouces, qui ſont celles que donnent aux grands miroirs, des baſſins de Mr. Short, dont les téleſcopes faits avec ces miroirs produiſent, comme il me l'a appris, le même effet, à très-peu près, que celui qu'indique le calcul. J'ignore quelle épreuve on a faite des téleſcopes de Caſſegrain; mais il paraît, par les tables, qu'ils ont de l'avantage ſur ceux de Gregori (du moins pour les uſages de l'Aſtronomie, où l'on compte pour rien le renverſement de l'objet), comme étant plus courts du double de la diſtance focale du petit miroir, & cependant groſſiſſant davantage. Les deux calculs pour le téleſcope de 15,5 pouces, ſont fondés ſur différentes longueurs de Cq', pour faire voir qu'à peine en réſulte-t-il un changement ſenſible dans le pouvoir amplifiant. La partie de l'inſtrument qui contient les oculaires étant incommode, à cauſe de ſa longueur, quand on veut obſerver des objets élevés, il faudrait ne lui donner que la longueur néceſſaire pour les contenir, à moins que, comme Mr. Short l'imagine, elle ne contribue, par ſa longueur, à garantir les oculaires de la lumiere étrangere qui vient, en raſant les bords du petit miroir, paſſer par le trou du grand

c'eſt auſſi pour cette raiſon qu'il prefere de faire ce miroir un peu plus large que ce trou. Mais on remédierait mieux à cet inconvénient, ſi cela eſt poſſible, en plaçant avec grand ſoin le petit trou dans la plaque qui eſt proche de l'œil, à l'endroit où il doit être, & en le faiſant bien exactement de la grandeur requiſe.

857. Les Tables ſuivantes donnent les poſitions & les diſtances focales ml, nq, (*Fig. 612*) des deux oculaires m, n, avec la place & le demi-diametre pq du trou dont doit être percée la plaque qui limite l'eſpace qu'on doit voir au travers du téleſcope & porte l'angle ſous lequel on l'apperçoit, à 19°, comme dans le téleſcope de Mr. Short.

Pour les Téleſcopes Grégoriens.

CT	Cm	mn	ml	nq	no	po
5,65	1,764	1,631	2,446	0,815	0,408	0,136
9,6	3,358	2,087	3,130	1,043	0,522	0,174
15,5	5,975	2,631	3,946	1,315	0,658	0,220
36	1,439	3,415	5,122	1,707	0,854	0,286
60	2,783	4,289	6,434	2,144	1,072	0,359

Fig. 612.

Pour les Téleſcopes de la forme de ceux de Caſſegrain.

CT	Cm	mn	ml	nq	no	po
15,5	6,151	2,396	3,594	1,198	0,598	0,200
15,5	1,415	2,113	3,170	1,057	0,528	0,177
36	1,653	3,029	4,694	1,565	0,782	0,262
60	2,972	4,037	6,056	2,019	1,010	0,338

858. La largeur du trou o dont la plaque proche de l'œil doit être percée, doit être de $\frac{1}{50}$ de pouce, dans les téleſcopes de Grégori, & de $\frac{1}{60}$ dans ceux de Caſſegrain.

859. Un téleſcope de Mr. Newton de 60 pouces, auſſi parfait que celui de Mr. Hauksbée, groſſira 313 fois (*Note 802*); ainſi il ſurpaſſe un téleſcope de Caſſegrain de même longueur, à peu près dans le rapport de 6 à 5, & eſt plus commode pour obſerver des objets élevés.

860. Si, conformément au Lemme 4^e^, nous voulons que l'eſpace qu'on apperçoit par le téleſcope ſoit par-tout du même éclat, il faut que nous ajoûtions à la moitié ac de la largeur du petit miroir du téleſcope de Grégori, $ad = \frac{vd}{m}\left(1 + \frac{n}{r-1}\right)$, qui eſt à peine égal à 0,022 de pouce, lorſque $d = 5,65$ pouc. & n'eſt que 0,034, lorſque $d = 60$ pouc. Il faudra ajoûter à ac, pour le téleſcope de Caſſegrain, $ad = \frac{vd}{m}\left(1 - \frac{n}{r+1}\right)$, qui n'eſt que 0,032 de pouce, lorſque $d = 60$ pouces. Ces petites augmentations à la largeur du petit miroir, altéreront à peine ſenſiblement la clarté apparente, & n'altéreront nullement la netteté.

861. Voici la raiſon de cette regle. Dans l'analyſe du Problême nous avons $m = \frac{rd}{e}$ & $p'q'$ (*Fig. 610*) $= ev = \frac{rvd}{m}$, & à cauſe des triangles ſemblables STe,

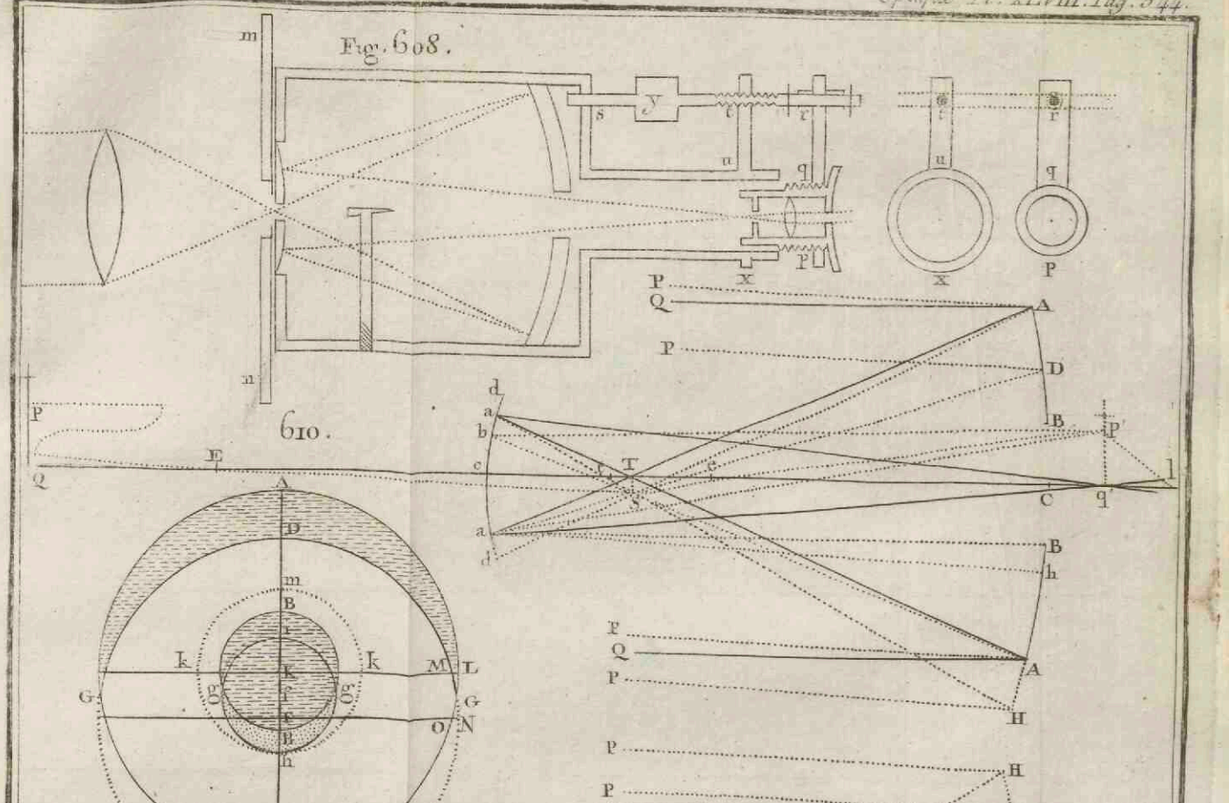
$p'e\,q'$, nous avons $ST : p'q' :: Te : eq' :: 1 : r$, ce qui donne $ST = \frac{vd}{m}$; & à cauſe des triangles ſemblables adA, STA, nous avons $ad : ST :: CT + Tc : CT :: d + \frac{nd}{r-1} : d :: 1 + \frac{n}{r-1} : 1$; ce qui donne $ad = \frac{vd}{m}\left(1 + \frac{n}{r-1}\right)$, dans le téleſcope de Grégori; dans celui de Caſſegrain, ad (*Fig.* 611) $: ST :: CT - Tc : CT :: d - \frac{nd}{r+1} : d :: 1 - \frac{n}{r+1} : 1$, d'où nous avons $ad = \frac{vd}{m}\left(1 - \frac{n}{r+1}\right)$.

862. Si d, s, m, v & n étaient toutes données, nous pourrions trouver les autres dimenſions du téleſcope de Grégori en prenant $r = 1 + \sqrt{\left(n + \frac{mns}{dv}\right)}$, $Tc = \frac{nd}{r-1}$, $ct = \frac{r}{r+1} \times Tc$, $q'l = \frac{rd}{m}$, $cd = CB = p'q' = v \times q'l$. Car faiſant $p'q' = cd = ca + ad$, c'eſt-à-dire, $\frac{rvd}{m} = \frac{ns}{r-1} + \frac{vd}{m}\left(1 + \frac{n}{r-1}\right)$, & réduiſant, on aura la valeur de r dont il eſt queſtion.

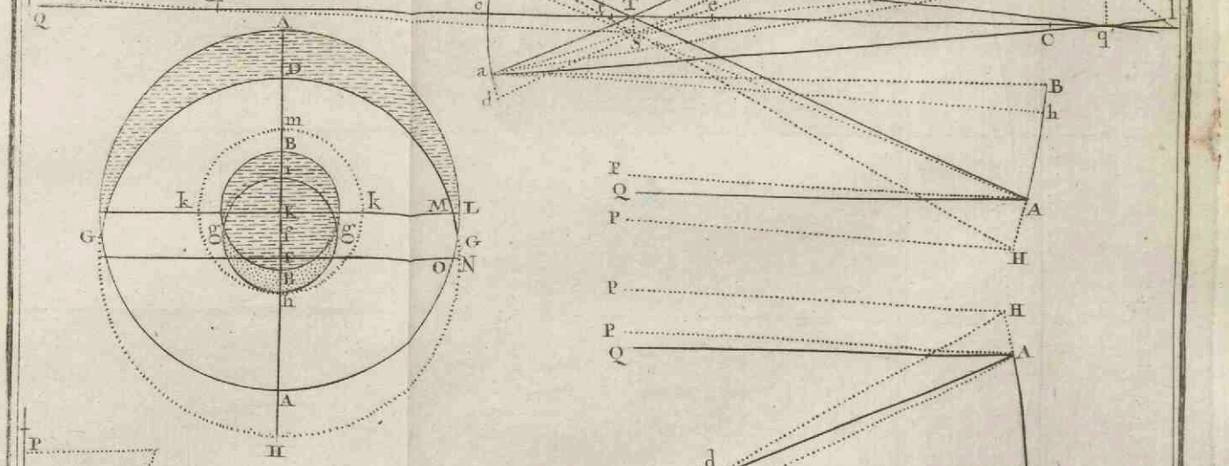
663. En ſubſtituant pour r ſa valeur & faiſant $n = 1$, ces Théorêmes deviendront les mêmes que ceux de M.r Hallei, lequel a donné des Tables très-utiles des dimenſions de téleſcopes de Grégori, de longueurs différentes de celles des miens.

CHAPITRE

Fig. 608.

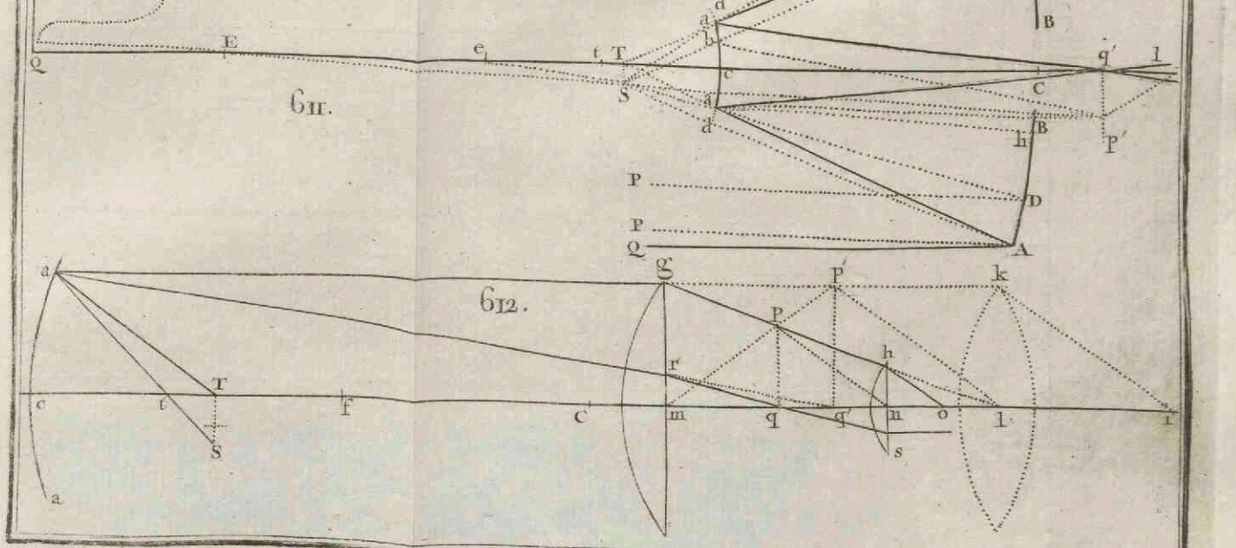


610.



611.

612.



CHAPITRE XII.

Détermination des figures, positions, grandeurs & distances apparentes des grands objets vus par des rayons tombant sur des surfaces réfléchissantes ou réfringentes, soit perpendiculairement ou presque perpendiculairement, soit avec tel degré d'obliquité qu'on voudra.

PROBLÊME I.

704. *UN grand objet d'une figure quelconque donnée étant situé perpendiculairement sur l'axe commun d'un nombre quelconque de surfaces réfringentes ou réfléchissantes, trouver sa figure, sa situation, sa grandeur & sa distance apparentes, l'œil étant placé en un point quelconque de l'axe.*

Soit $OABP$ l'axe des surfaces réfléchissantes ou réfrigentes AR, BS; O la place de l'œil; $ORSQ$ un rayon quelconque réfléchi ou rompu; QP une perpendiculaire à l'axe; q' l'intersection d'une ligne Qq' menée parallélement à l'axe, & du rayon visuel OR prolongé; $P'q'$ une courbe décrite par l'intersection q', tandis que l'angle visuel AOR diminue & devient nul. Si l'on suppose que la figure entiere tourne autour de l'axe OPP', la courbe $P'q'$ décrira une surface courbe, & PQ un plan circulaire. Soit une partie quelconque $abcd$ de ce plan, l'objet donné; une ligne indéfinie qui se mouvra autour de l'objet $abcd$ en rasant ses bords, & en demeurant toujours parallele à l'axe PP', tracera les bords de l'image de cet objet sur la surface courbe engendrée par $P'q'$. Et je dis que le plan ou objet $abcd$, vu par les rayons réfléchis ou rompus, paraîtra de la même figure, dans la même situation, de la même grandeur & à la même distance qu'on verrait de O, à la vue simple, l'image courbe de cet objet située en $P'q'$; supposant l'œil tourné vers le côté opposé lorsque la courbe $P'q'$ tombe derriere (*Art. 139*), comme dans la Figure 619. Fig. 615 & 616.

Car ſuppoſant un cercle décrit par la révolution d'un point quelconque Q, autour de l'axe OP, tranſporté à la place du cercle égal décrit par la révolution du point correſpondant q', ſi l'on ôte les ſurfaces AR, BS, la figure, la ſituation, la grandeur & la diſtance apparentes de ce cercle ſeront les mêmes qu'avant (*Art.* 139). Car puiſque les rayons viſuels, comme RO, $q'O$ ſont toujours dans une même ligne, la figure, la ſituation & la grandeur de l'image tracée au fond de l'œil ſeraient les mêmes qu'auparavant ; de même tous les cercles qui compoſent le plan ſitué en PQ ainſi tranſportés & placés de manière qu'ils touchent la ſurface courbe engendrée par $P'q'$, paraîtraient ſéparément & conjointement, vus de O à la vue ſimple, de la même figure, dans la même ſituation, de la même grandeur & à la même diſtance qu'avant leur déplacement. Ce que je dis des cercles entiers, eſt vrai auſſi des parties de ces cercles qui compoſent une partie quelconque $abcd$ du plan circulaire formé par PQ, c'eſt-à-dire, que les différens arcs de ces cercles qui compoſent la figure plane $abcd$, emportés par un mouvement parallele à l'axe PP' vers la ſurface courbe engendrée par $P'q'$, juſqu'à ce qu'ils ſe confondent avec elle, y compoſeront une partie de cette ſurface correſpondante à $abcd$, laquelle vue de O à la vue ſimple, paraîtrait de la même figure, dans la même ſituation, de la même grandeur & à la même diſtance qu'on verrait le plan $abcd$ par les rayons réfléchis ou rompus.

705. COROLL. I. Delà, ſi la ſurface plane engendrée par PQ, & la ſurface courbe engendrée par $P'q'$, ſont coupées l'une & l'autre par un plan quelconque paſſant par l'axe PP', ou parallelle à cet axe, la ligne droite qui eſt la ſection de la ſurface plane engendrée par PQ avec ce plan, paraîtra de la même figure, dans la même ſituation, de la même grandeur & à la même diſtance qu'on verrait de O à la vue ſimple, la courbe qui eſt la ſection de la ſurface courbe engendrée par $P'q'$, & du même plan.

706. COROLL. II. Toutes les fois que l'interſection q' décrit une ligne droite perpendiculaire à l'axe OP', l'objet PQ paraît ſous la figure qu'il a réellement, c'eſt-à-dire, de la même figure, dans la même ſituation, de la même grandeur

& à la même distance qu'il paraîtrait à la vue simple, étant vu à la distance OP' sur un plan perpendiculaire.

707. LEMME I. *Soit un nombre quelconque de lignes finies* x, y, z, *dont les fluxions ou différences ont entr'elles un rapport fini, & soit une autre ligne* $u = \frac{xy}{z}$; *je dis que la différence de* v *aura un rapport fini à la différence de* y *ou de* x *ou de* z.

Car on a $du = \frac{ydx}{z} + \frac{xdy}{z} - \frac{xydz}{zz}$ dont les parties ont des rapports finis entr'elles; par conséquent le rapport de la valeur entiere de du à une quelconque de ses parties est aussi fini : donc le rapport de du à dx ou dy ou dz est aussi fini.

708. LEMME II. *Si les courbes réfringentes ou réfléchissantes* AR, BS *coupent toutes leur axe* ABP' *à angles droits, la courbe* P'q' *le coupera aussi à angles droits.* Fig. 615 & 616.

Soient Ra', Sb', $q'p'$ perpendiculaires à l'axe, & soient les rayons RS, SQ prolongés jusqu'à ce qu'ils le coupent en f' & en g'. Les triangles $Oa'R$, $Op'q'$ étant semblables, ainsi que les triangles $a'f'R$, $b'f'S$, & les triangles $b'g'S$, $Pg'Q$, on a $Oa' : Op' :: a'R : p'q'$ ou PQ, c'est-à-dire, en raison composée de $a'R$ à $b'S$ & de $b'S$ à PQ ou de $a'f'$ à $b'f'$ & de $b'g'$ à Pg'; d'où l'on a $Op' = Oa' \times \frac{b'f'}{a'f'} \times \frac{Pg'}{b'g'}$. Or, lorsque l'angle AOR est infiniment petit ou nul, les intersections f', g' coïncident avec les foyers f, g; & Op' devient $OP' = OA \times \frac{Bf}{Af} \times \frac{Pg}{Bg}$. Donc lorsque l'abscisse $P'p'$ est infiniment petite, les accroissemens infiniment petits ou diminutions des lignes finies Oa', $a'f'$, $b'f'$, $b'g'$, Pg' sont respectivement $a'A$, $a'A \pm f'f$, $b'B \pm f'f$, $b'B \pm g'g$, $g'g$. Mais l'aberration $f'f$ est comme $a'A$ (*Art. 610*) & $g'g$ comme $b'B$, par le même Article, & conséquemment tous ces accroissemens infiniment petits ou diminutions ont des rapports finis. Donc l'accroissement infiniment petit ou diminution $p'P'$ de Op' a un rapport fini avec $a'A$, par le Lemme précédent, parce que les accroissemens infiniment petits des quantités sont comme les fluxions de ces quantités. Mais la derniere raison de $a'A$ à $a'R$ est infiniment petite, parce que la courbe AR est supposée couper son axe

à angles droits, & la raiſon de $a'R$ à $p'q'$ étant la même que celle de Oa' à Op', eſt finie. Par conſéquent la derniere raiſon de $p'P'$ à $p'q'$ étant compoſée de la raiſon de $p'P'$ à $a'A$, de celle de $a'A$ à $a'R$ & de celle de $a'R$ à $p'q'$, eſt infiniment petite. Donc la courbe $P'q'$ coupe perpendiculairement l'axe des courbes, lequel eſt auſſi le ſien, à cauſe que AR, BS ſont ſuppoſées ſemblables & égales des deux côtés de cet axe.

709. COROLL. I. Les foyers f, g étant donnés, le ſommet P' de la courbe $P'q'$ ſe trouve en prenant $OP' = OA \times \frac{Bf}{Af} \times \frac{Pg}{Bg}$.

710. COROLL. II. Quand même les courbes AR, BS ſeraient telles qu'elles réfléchiraient ou rompraient tous les rayons d'un large pinceau aſſez exactement pour que ces rayons concouruſſent tous en f & en g, cependant à cauſe des accroiſſemens $a'A$, $b'B$, la ligne Op' ſerait variable, & conſéquemment l'interſection q' décrirait toujours une courbe.

711. COROLL. III. Quand même les courbes réfringentes ſe changeraient en leurs tangentes, cependant l'interſection q' décrirait toujours une courbe, à cauſe des aberrations ff', gg' produites par les réfractions (*Art. 612*).

712. COROLL. IV. Mais ſi les courbes réfléchiſſantes ſe changeaient dans leurs tangentes, l'interſection q' décrirait une ligne droite perpendiculaire à l'axe en P', parce qu'il n'y a point alors d'aberrations occaſionnées par les réflexions.

713. COROLL. V. Donc un objet vu par des réflexions à la rencontre de ſurfaces planes, paraît exactement dans ſa figure naturelle (*Art. 706*).

714. PROBLÊME II. *Les courbes réfléchiſſantes ou réfringentes, leur diſtance mutuelle & leurs diſtances de l'œil & de l'objet étant données, trouver ſi l'objet paraîtra convexe ou concave vers l'œil.*

Fig. 617, 618, 619 & 620. Toutes choſes demeurant comme elles étaient, ſoient Ar, Bs tangentes des courbes AR, BS; ſoit un des rayons les plus écartés OR coupant la premiere tangente en r, & ſoient joints les points f & r par la droite fr, laquelle coupe en s la tangente ſuivante; ſoient joints auſſi les points g & s par la droite gs qui rencontre l'objet en L; enfin ſoient menés les rayons réfléchis ou rompus RS, SQ, ſoit par une conſtruction exacte (*Art. 417*), s'il eſt néceſſaire, ou ſeulement en obſervant de

quel côté des foyers f, g ſont les aberrations ff', gg' : ce qui ſe verra toujours facilement par les Figures des cauſtiques décrites dans les Art. 69, &c. ou dans les Art. 393 & 426, &c.

715. CAS I. Alors, ſi par la poſition du rayon SQ & de la ligne sL, on voit que PQ eſt plus longue que PL & qu'elle continue de l'être pendant que l'angle viſuel AOR diminue & devient nul, l'objet PQ paraîtra convexe vers l'œil ; & au contraire, ſi PQ eſt toujours plus petite que PL, l'objet paraîtra concave ; & dans les deux cas, il paraîtra d'une courbure plus ou moins grande, toutes choſes égales d'ailleurs, ſuivant que le rapport entre PQ & PL eſt plus grand ou plus petit.

Car ſoient les lignes Qq', Ll' menées parallélement à l'axe, coupant le rayon OR prolongé, l'une en q', l'autre en l' ; & ſoit $l'P'$ perpendiculaire à l'axe ; on trouvera par le moyen de triangles ſemblables, de la même manière que la valeur de Op' a été trouvée dans le Lemme, $OP' = OA \times \frac{Bf}{Af} \times \frac{Pg}{bg}$. Cette quantité étant invariable, fait voir que, pendant que l'angle $P'Ol'$ diminue & devient nul, l'interſection l' décrit une perpendiculaire fixe $l'P'$. Le même point P' eſt auſſi le ſommet de la courbe décrite par l'autre interſection q' (*Art.* 709), & conſéquemment $P'l'$ eſt, par le Lemme II, une tangente de cette courbe. Donc ſi PQ eſt toujours plus longue que PL, & par conſéquent Oq' toujours plus longue que Ol', la courbe $P'q'$ doit être convexe vers l'œil. Et au contraire, ſi PQ eſt toujours plus courte que PL & par conſéquent Oq' auſſi toujours plus courte que Ol', la courbe $P'q'$ doit être concave vers l'œil.

716. CAS II. Soient SQ & sL prolongés, s'il eſt néceſſaire, ſe coupant mutuellement en d ; ſi l'objet eſt placé près de leur interſection, la courbe décrite par d, tandis que l'angle AOR diminue, peut croiſer l'objet, & alors la courbe décrite par q', croiſera auſſi ſa tangente $P'l'$ & ſera courbée en ſens différens, comme le repréſente la Figure 621. Car lorſque d touche l'objet, les intervalles LQ, $l'q'$ ſont nuls, & deviennent négatifs, tombant de l'autre côté de L & de l', après que d a paſſé par l'objet. Mais à cauſe de la prompte diminution de l'angle LdQ, ou gdg', les intervalles négatifs LQ, $l'q'$ deviendront ſi petits

que le changement de courbure en ſens contraire de la courbe $P'q'$ ſera preſqu'imperceptible. Et ſi cela eſt, l'objet doit paraître convexe ou concave vers l'œil, ſuivant que PQ étant de la grandeur la plus conſidérable dont le rayon le plus écarté SQ la détermine, eſt plus longue ou plus courte que PL, celle-ci étant auſſi la plus grande qu'elle peut être; comme dans le cas précéd.

717. CAS III. Par conſéquent ſi l'objet touche l'interſection d', ou en eſt très-proche, lorſqu'elle eſt la plus écartée de l'axe, il ne paraît dans cette ſituation ni convexe ni concave, du moins ſenſiblement; tout cela eſt évident, parce que faiſant parcourir à l'objet un eſpace conſidérable d'un côté de d à l'autre, ſa figure apparente doit, par le premier cas, devenir de concave convexe, ou de convexe concave.

Fig. 619. 718. CAS IV. Si l'objet eſt placé de manière que les points g', g ſoient de part & d'autre du point P, les points Q, L doivent être auſſi de part & d'autre de ce point. Mais en diminuant l'angle AOR, le point g' paſſera, en approchant de g, par le point P, & alors les points Q, L ſeront tous deux du même côté de l'axe; & ainſi la regle du premier cas aura bientôt lieu. Mais l'objet paraîtra comme double & tellement confus qu'on diſtinguera à peine ſa figure apparente, même en regardant par un trou d'épingle.

La regle pour le premier de ces cas ſuffit donc en général pour déterminer la convexité ou la concavité apparente d'un objet *,

* 864. Il ſuit de cette théorie de la figure apparente des objets, qu'un objet qui eſt droit, une ligne droite, par exemple, vu au travers d'un verre terminé par des plans paralleles, doit paraître un peu concave vers l'œil, quoique d'une maniere à peine ſenſible, à moins que le verre ne ſoit très-épais. Car ſoient les ſurfaces du verre coupées perpendiculairement par le plan de la figure, ſuivant les lignes Ar, Bs (*Fig.* 622); alors nous avons AO à Af & Bg à Bf dans le rapport de réfraction, & par conſéquent $AO : Bg :: Ar : Bs$. D'où l'on voit que les triangles AOr, Bgs ſont ſemblables, & conſéquemment que le rayon ſuppoſé gsL (*Art.* 719) ſort parallélement à Or ou OR: ce que fait auſſi le rayon véritable SQ, qui eſt plus rompu tant en R qu'en S, comme il eſt évident par la poſition des aberrations ff', gg' (*Note* 623). Par conſéquent SQ & sL ſont paralleles, de ſorte que PQ étant toujours plus petite que PL, devrait toujours paraître concave vers l'œil (*Art.* 715); mais leur différence QL étant toujours égale à Ss, quelle que ſoit la diſtance entre le verre & l'objet, elle eſt ſi petite, à moins que le verre ne ſoit très-épais, que la courbure apparente de la ligne $P'q'$ peut être abſolument inſenſible, comme on le trouve en regardant au travers des glaces de carroſſe, dont les ſurfaces ſont bien planes & paralleles.

865. La *déformation* des objets vus au travers des fenêtres faites d'un verre brut

particulierement lorſqu'on le voit avec la plus grande évidence.

719. COROLL. Delà, ſi l'on imagine qu'il parte de l'œil des rayons *OrsL* qui ſoient tous réfléchis ou rompus aſſez exactement par les tangentes *Ar*, *Bs*, pour qu'ils aient tous *f* Fig. 617, 618, 619 & 620.

ordinaire, vient donc de ſa courbure & de l'inégalité de ſon épaiſſeur. Car les plus petits écarts des rayons rompus, de leur vraie route, qui proviennent delà, font que ces rayons tombent loin de l'œil, lorſqu'il eſt à quelque diſtance de la fenêtre; de ſorte qu'on ne peut voir un objet au travers de la fenêtre, par des rayons qui parviennent à l'œil dans l'ordre ſelon lequel ils devraient y arriver, s'ils étaient rompus également par chaque partie du verre, mais par d'autres qui, étant rompus inégalement, tracent au fond de l'œil une image difforme. Et comme les quantités dont ces rayons rompus irrégulierement s'écartent au fond de l'œil des endroits où ils devraient tomber, ſont augmentées conſidérablement par la diſtance de l'œil à la fenêtre, l'expérience a appris qu'il fallait s'en approcher très-près pour voir les choſes dans leur vraie forme.

866. Tout le monde ſait qu'un large objet plan (*Fig. 623*), tel que le fond d'un vaſe, ſitué à quelque profondeur ſous de l'eau ou toute autre liqueur, paraît concave vers l'œil: ce qui s'accorde avec notre théorie (*Art. 715*). Car ſuppoſant que *AR* ſoit la ſurface de l'eau, l'objet *PQ* eſt plus petit que *PL*, parce que l'aberration *ff'* tombe du côté de *f* oppoſé à celui où eſt *AR* (*Note 623*), & lorſque l'angle *AOR* eſt donné, *QL* & *q'l'* ſont comme la profondeur *AP*. Je trouve que, dans le cas préſent d'une réfraction unique à une ſurface plane, la courbe *P'q'* eſt du troiſieme ordre.

867. Il faut obſerver, pour une plus ample confirmation de la vérité de cette théorie, qu'un large objet plan vu au travers d'une lentille concave d'une épaiſſeur conſidérable, paraît toujours convexe vers l'œil, comme on le voit dans la Figure 618, & qu'il paraît d'autant plus convexe que l'objet eſt plus éloigné, & que la lentille eſt à quelque diſtance de l'œil.

868. Secondement. Qu'un large objet plan qu'on voit renverſé au travers d'une lentille convexe très-épaiſſe ou d'une ſphere (leurs propriétés étant ſemblables), paraît convexe vers l'œil, en ſuppoſant l'œil placé à quelque diſtance du verre, & concave lorſqu'on le voit dans ſa ſituation naturelle, comme le repréſentent les Fig. 619 & 620. Encore un exemple connu de ce dernier cas; ce ſont les fils paralleles d'un micrometre qui paraiſſent toujours concaves vers l'œil, & convexes l'un vers l'autre, lorſqu'ils ſont aſſez à découvert pour qu'on les apperçoive à travers les bords d'un oculaire épais. Car imaginant que la ſurface décrite par la révolution de la courbe *P'q'* (*Fig. 620*) au tour de ſon axe *OP'*, fût coupée par deux plans paralleles à l'axe & paſſant par les fils, les ſections vues à l'œil nud, paraîtraient de la figure des fils vus à travers le verre (*Art 705*). Si l'on avait quelque ſcrupule ſur la place de l'interſection *d*, dont il a été queſtion (*Art. 716*), on le banira aiſément en ſuppoſant que la ſurface *AR* ſoit plane au lieu d'être ſphérique. Les phénomenes des croiſillons d'une fenêtre, vus comme ci-deſſus au travers de verres concaves & convexes, s'expliquent de la même maniere.

869. Soient *O* & *f* (*Fig. 624, 625, &c. juſqu'à 630*) les foyers d'un miroir elliptique ou hyperbolique repréſenté par *AR*, & *PQ* une ligne droite perpendiculaire à ſon axe *OPA*, dans lequel ſoit priſe $OP' = \frac{AO}{Af} \times fP$, & $P'O' = \frac{Af}{AO} \times fP$, toutes deux du côté de *O* dont *P* eſt par rapport à *f*, dans l'ellipſe, & toutes deux du côté oppoſé, dans l'hyperbole; ſoit enſuite décrite une autre hyperbole *P'q'*, qui ait *P'* pour ſommet & *O*, *O'* pour foyers; ſoit menée une ligne *fQ* coupant l'objet *PQ* en *Q*, & le miroir *AR* en *R*; & ſoit *OR* prolongée coupant

& g pour foyers, l'objet PQ vu par ces rayons retournant à l'œil ſuivant les mêmes lignes $LsrO$, paraîtrait toujours dans ſa figure naturelle où eſt la tangente $P'l'$ (*Art. 706*). C'eſt l'hyperbole en q'. Je dis qu'ayant l'œil placé en O, on verra l'objet PQ, dans le miroir AR, de la même figure, de la même grandeur & à la même diſtance que l'arc hyperbolique $P'q'$ vu de O à la vue ſimple; on verra auſſi cet objet dans la même ſituation, pourvu que, lorſque $P'q'$ tombe derriere l'œil, elle ſoit renverſée & portée auſſi loin devant lui qu'elle en eſt éloignée derriere.

Car par la propriété connue du miroir elliptique ou hyperbolique AR, ſavoir, que les rayons qui viennent d'un de ſes foyers O, ſont tous réfléchis à l'autre foyer f, je trouve que tandis que l'angle viſuel AOR varie par degrés, l'arc d'hyperbole $P'q'$ eſt le lieu géométrique de l'interſection q' de la ligne OR prolongée & de la ligne Qq' menée parallélement à l'axe. La vérité de cette propoſition eſt donc évidente par l'Article 705.

870. Tout le monde ſait que l'arc d'hyperbole $P'q'$ eſt concave vers la plus petite des deux lignes OP', $P'O'$, & que ſa courbure eſt d'autant plus grande qu'elles ſont plus inégales. La poſition & la courbure de l'objet apparent $P'q'$ ſont donc connues par la conſtruction ci-deſſus (*Note précéd.*), laquelle donne $OP' : P'O' :: OA^2 : Af^2$.

871. Delà, ſi l'œil eſt en O (*Fig. 626*), au foyer d'un miroir parabolique AR, menez une ligne quelconque QR parallele à l'axe OA de ce miroir; l'objet PQ paraîtra ſous la figure & dans la place de l'arc de parabole AR. Car le ſommet A & le foyer O de l'hyperbole concave AR (*Fig. 625*) demeurant fixes, ſuppoſons que le foyer f s'éloigne à l'infini; les hyperboles AR, $P'q'$ ſe changeront toutes deux, dans une ſeule & même parabole AR, comme il eſt évident par la conſtruction ci-deſſus (*Note 869*).

872. Il ſuit encore que, ſi l'œil eſt en O, (*Fig. 628*) au centre d'un miroir ſphérique AR, l'objet PQ paraîtra de la même figure, de la même grandeur & à la même diſtance qu'à l'œil nud placé en O. Car rendant nul l'intervalle Of (*Fig. 627*) des foyers de l'ellipſe, cette courbe ſe change en un cercle, & l'hyperbole $P'q'$ en une ligne droite PQ, par la conſtruction citée (*Notes 869 & 870*).

873. Soient préſentement O & f (*Fig. 624, 625, 626 &c. juſqu'à 630*) les foyers correſpondans de rayons réfléchis au ſommet A d'un miroir ſphérique Ab; mettant l'œil en O, on verra la droite PQ, ſi elle n'a pas trop de longueur, à peu près de la même figure, de la même grandeur & à la même diſtance que l'arc hyperbolique $P'q'$ paraîtrait à la vue ſimple, l'œil étant toujours en O; car ſuivant que les foyers O, f ſont du même ou de différens côtés de l'arc circulaire Ab, la courbure de cet arc doit être la même au ſommet A que celle d'une ellipſe ou d'une hyperbole qui a les mêmes points O, f pour ſes foyers; parce que l'arc de cercle Ab réfléchit les rayons au ſommet commun A, dans les mêmes lignes que l'ellipſe ou l'hyperbole, par la ſuppoſition: ainſi la courbure apparente de l'objet PQ vu dans le miroir ſphérique ſera, à peu près, la même que ſi on le voyait dans un miroir elliptique ou hyperbolique.

874. Mais ſi la droite PQ a beaucoup de longueur, ſa figure apparente, dans le miroir ſphérique, approchera beaucoup, dans la plupart des cas, de celle d'un arc d'ellipſe ou d'hyperbole $P'k$ de la même courbure que celle de l'hyperbole $P'q'$ à ſon ſommet P'. D'abord, parce que l'hyperbole & l'ellipſe deviennent moins courbes par degrés, en s'éloignant du ſommet, & ainſi s'écartent de plus en plus de la courbure invariable du cercle. Cela étant ainſi, ſoit le rayon OR (prolongé) tombant ſur le cercle, en b, &, après avoir été réfléchi, ſur l'objet PQ, en K; & ſoit Kk menée parallélement à l'axe AO, laquelle coupe, en k, le rayon viſuel Ob (prolongé). Alors ſuppoſant que le rayon réfléchi bK (prolongé) paſſât par f, il eſt clair, par les Figures, que l'interſection k tomberait dans l'hyperbole $P'q'$; & l'aberration du rayon donc

donc à cauſe que les courbes AR, BS different & s'écartent de leurs tangentes, & à cauſe des aberrations des rayons, que les objets paraiſſent défigurés. C'eſt encore pour les mêmes

bK, de f vers f', portera en général l'interſection k dans la concavité de l'hyperbole $P'q'$; ainſi la figure de l'objet apparent ou la courbe $P'k$, décrite par l'interſection k, s'écartera de la figure de l'hyperbole $P'q'$ en tirant ſur celle d'une parabole ou d'une ellipſe.

875. Les lieux géométriques décrits par l'interſection k étant des courbes du troiſieme ordre, dont les figures ne ſont pas familieres, j'ai préféré de les comparer avec les figures connues des ſections coniques.

Voyons actuellement quelle eſt la figure, la grandeur & le lieu d'un objet vu des deux yeux dans un miroir ſphérique.

876. Tout le reſte demeurant le même, ſoit une ligne droite QS (*Fig. 631, 632, 633 & 634*), perpendiculaire au plan des figures, & ſoit la courbe kt formée par la ſection d'un plan paſſant par les lignes QS, Qk, avec la ſurface courbe décrite par la révolution de la courbe $P'k$ autour de ſon axe PP'; alors ſi, ayant mené la ligne St parallele à Qk, on met l'œil en O, on verra l'objet QS, dans le miroir Ab, ſous la même forme, de la même grandeur & dans la même ſituation qu'on verrait, à la vue ſimple, du même point O, la courbe kt (*Art. 704*), pourvu que la ſection ſoit renverſée lorſqu'elle tombe derriere l'œil, & portée auſſi loin devant lui (*Art. 139*), comme dans la Figure 634, qu'elle en eſt éloignée par derriere. Cela poſé, ſoit menée QE par le centre E du miroir Ab; ſoit fait un autre angle QEA égal à l'angle adjacent QEA, & ſoit priſe, dans le nouveau rayon EA, une autre ligne EO égale à la donnée EO: les phénomenes de l'objet QS vu des deux yeux placés aux points O, O, ſont réductibles aux Cas ſuivans.

877. CAS I. Si le rayon réfléchi bO & la ligne QE ne ſont pas paralleles, on les prolongera, s'il eſt néceſſaire, juſqu'à ce qu'ils ſe rencontrent en q, & ſi q tombe derriere les yeux, l'objet QS paraîtra double, & l'apparence ſera la même, pour chaque œil, que celle qui a été décrite ci-deſſus, lorſqu'il n'y avait qu'un ſeul d'ouvert. On peut aiſément adapter les Figures 632 & 633 à ce cas en concevant l'objet un peu plus éloigné du miroir.

878. CAS II. Mais ſi l'interſection q tombe devant les yeux, & que leurs axes faſſent un angle égal à OqO, l'objet QS paraîtra ſimple en diverſes manières.

879. CAS III. Car ſi la ligne Oq (*Fig. 631 & 634*) eſt plus petite que Ok, on verra l'objet QS plus proche & plus petit des deux yeux que d'un ſeul.

880. CAS IV. Mais ſi Oq (*Fig. 632 & 633*) eſt plus grande que Ok, on verra l'objet QS, des deux yeux, plus éloigné & plus grand que d'un ſeul.

881. CAS V. Enfin, ayant achevé le rectangle $QStu$, ſoit la ligne Ou prolongée s'il eſt néceſſaire, rencontrant Qq en x, ou lui étant parallele; ſi la ligne Qx eſt plus longue que Qq, comme dans la Figure 631, l'objet QS (toujours ſuppoſé vu des deux yeux) paraîtra convexe, autrement il paraîtra concave; ce qui ſera évident, ſoit que Qx ſoit plus longue ou plus courte que Qq, par les conſidérations ſuivantes.

882. Suivant que la ſurface décrite par la révolution de la courbe $P'k$ déterminée ci-deſſus (*Note 873*), eſt convexe ou concave vers PQ, ſa ſection kt ſera auſſi convexe ou concave vers l'objet QS, & la ligne Qu ſera en conſéquence plus longue ou plus courte que Qk. Delà, & par la poſition donnée des points Q, O par rapport aux ſoutendantes ku, qx de l'angle kOu ou qOx, il eſt évident que, dans la Figure 631, où Qu eſt plus longue que Qk, Qx eſt auſſi plus longue que Qq; & dans les Figures 632 & 633 où Qu eſt plus courte que Qk, que Qx eſt auſſi plus courte que Qq; mais dans la Figure 634, quoique Qu ſoit plus longue que Qk, cependant Qx eſt plus courte que Qq.

883. Soit faite pour l'autre œil la même conſtruction que celle qui a été faite pour le premier; il eſt clair, par l'égalité

raisons que les petites parties de grands objets situées par ordre, relativement à l'axe, deviennent inégalement amplifiées ou diminuées, qu'en conséquence elles paraissent à des distances iné-

des angles QEO, QEO & des lignes EO, EO, que toutes les autres parties des figures, de part & d'autre de la ligne QE, sont égales & semblables.

884. 1. Maintenant si les rayons réfléchis bO, bO, qui viennent originairement de Q, tendent à se rencontrer en q derriere les yeux, ils doivent nécessairement tomber sur des points des deux rétines qui ne se correspondent pas (*Art.* 137); parce que les axes des yeux ne peuvent diverger comme les rayons visuels Ob, Ob sont supposés le faire. Par conséquent le point Q & l'objet QS paraîtront doubles (*Art.* 137).

885. 2. Mais si le point q tombe devant les yeux, & que leurs axes soient dirigés vers ce point ou vers quelque point à côté & à peu près à la même distance des yeux que q, leurs axes feront l'angle OqO ou quelqu'autre qui lui sera égal, & alors les rayons bO, bO tomberont sur des points correspondans des rétines; & par conséquent on verra simple l'objet QS (*Art.* 137).

886. Pour expliquer le reste des phénomenes, considerons les expériences suivantes. Ayant ouvert un compas d'une quantité telle que l'intervalle entre les pointes soit un peu plus grand que celui des deux yeux, on le tiendra par la tête à la longueur du bras, les pointes en dehors & également éloignées des deux yeux, & un peu plus hautes que la tête du compas. Fixant alors vos yeux sur un objet quelconque éloigné situé dans la ligne qui coupe en deux également l'intervalle des pointes, vous appercevrez d'abord deux compas (chaque branche étant doublée (*Art.* 137)), dont les branches intérieures se croiseront. Si vous rapprochez les deux branches du compas l'une de l'autre, les deux pointes intérieures se rapprocheront aussi l'une de l'autre, deviendront très-proches & enfin s'uniront; & alors (ayant cessé de rapprocher les branches du compas) les deux branches intérieures coïncideront aussi entierement & couperont en deux parties égales l'angle des branches extrêmes; cette branche unique paraîtra plus vive, plus grosse & plus longue que n'étaient les deux branches dont elle résulte: elle paraîtra même s'étendre jusqu'aux objets les plus éloignés, même jusqu'à ceux qui sont à l'horison, si les pointes coïncident exactement. Cette apparence continue d'être la même, quoique l'on dirige les yeux vers d'autres objets collatéraux quelconques; & elle ne s'évanouit point en inclinant de différentes manieres le plan des branches du compas à l'horison, ni par aucun autre moyen qu'en jettant les yeux directement dessus. Dans la Figure 635, les pointes du compas sont a & b, la tête c, les yeux de l'observateur d & e, la branche imaginaire cf, coupant en deux également l'angle acb & s'étendant jusqu'à l'objet f.

887. Voici, ce me semble, la raison de ce phénomene. En fermant les yeux d, e alternativement, il est très-évident que les points d, a, f sont dans une même ligne droite, & les points e, b, f dans un autre. Ainsi la raison pour laquelle les pointes a, b paraissent réunies à l'objet f, c'est parce que les images tombent sur les mêmes points des rétines que celles de l'objet même. Par la même raison, si tandis qu'on rapproche par degrés les branches du compas, on garde l'œil fixe sur la pointe imaginaire des branches unies, cette pointe paraîtra s'approcher par degrés; ce qui fait voir pourquoi deux points quelconques des branches, comme g, h, également éloignés des extrémités, paraissent d'autant plus proches des yeux qu'ils sont plus voisins de la tête du compas.

888. Voici encore une autre expérience avec le compas. Ayant ouvert le compas à volonté, & le tenant par la tête dans un plan à peu près perpendiculaire au plan des axes des yeux, les pointes situées dans ce dernier plan, si l'on dirige l'axe de l'œil droit à la pointe qui est à gauche, & celui de l'œil gauche à celle qui

gales de l'œil & plus ou moins éloignées l'une de l'autre qu'elles ne devraient, & qu'en cette sorte le plan de l'objet se change dans une surface courbe. Car tandis que l'angle visuel AOq' ou

est à droite, en regardant bien fixement; alors des deux branches qui paraissent doubles, les deux intérieures s'uniront promptement en une, formant comme une troisieme branche située au milieu des deux autres, & dirigée de la tête du compas vers l'intersection des axes des yeux; & si on la regarde attentivement pendant qu'on ouvre par degrés les branches réelles, elle paraîtra diminuer de grandeur & s'approchera des yeux; au contraire elle paraîtra augmenter en grandeur, & s'éloignera, pendant que l'on diminue l'angle que font les branches du compas. Le même phénomene s'observe encore, lorsqu'on regarde deux bougies allumées de même hauteur & de même grosseur, à la distance de deux ou trois pieds; mais la bougie qui paraît au milieu, n'approche pas tout-à-fait aussi près des yeux que la branche correspondante du compas, je veux dire dans la proportion de la distance des bougies & du compas aux yeux. Dans la figure (*Fig 636*), aa' & bb' sont les diametres des bougies, d & e les centres des prunelles, aea' & bdb' deux cones de rayons qui se croisent en f, où les bougies paraissent réunies en une seule d'une grosseur proportionnelle à celle des cones en f, ou un peu au-delà. Or, si on écarte par degrés les bougies l'une de l'autre, leur union apparente en f paraîtra diminuer de grandeur, tandis qu'on a les yeux fixés dessus, & s'approchera. Car les images semblables & égales des deux bougies tracées en des endroits correspondans des deux rétines, occasionnent la même sensation que deux images pareilles d'une simple bougie placée en f; & cette sensation excite l'idée ordinaire d'une bougie unique.

889. Pareillement, si ayant mené les lignes afe, bfd sur une planche d'un pied ou deux de long, on pique perpendiculairement une épingle à leur intersection f, & qu'ensuite on mette les yeux près du bord de la planche, un peu au dessus des points d, e, les deux lignes fa, fb paraîtront n'en former qu'une plantée debout à l'endroit même où est l'épingle, ou à côté, pendant qu'on regarde l'épingle bien fixement. Car dans ce cas elles ne peuvent paraître en deux endroits différens (*Art 137*) & doivent à cause de cela paraître dans l'intersection commune de deux plans passant par les lignes af, bf & par les yeux.

890. 3.4. En appliquant ce que nous avons dit des pointes de compas à deux points quelconques k, k ou t, t des courbes kt, kt qu'on suppose vues des deux yeux placés en O, O, & dirigés au point q, la raison du troisieme & du quatrieme phénomenes est très-évidente.

891. 5. Cela nous fait connaître encore la raison pour laquelle l'objet QS paraît convexe ou concave. Car les deux plans triangulaires Out, Out, prolongés s'il est nécessaire, se couperont dans une ligne xs perpendiculaire au plan de la figure, parceque les lignes tu, tu sont perpendiculaires à ce plan. Le point S étant vu par des rayons réfléchis qui entrent dans les yeux O, O, dans les mêmes directions tO, tO dans lesquelles les yeux O, O les recevraient s'ils venaient directement de deux points rayonnans t, t, ce point S doit paraître au même endroit dans lequel les points rayonnans t, t paraîtraient réunis, en les regardant à la vue simple; & cet endroit où ces deux points paraissent réunis, est plus près ou plus loin des yeux que celui où paraîtraient réunis deux autres points k, k vus à la vue simple, ou que le lieu apparent de Q dans le miroir, suivant que l'angle visuel OsO ou même OxO est plus grand ou plus petit que OqO, c'est-à-dire, suivant que Qx est plus petite ou plus grande que Qq.

892. Dans le cas des Figures 633 & 634, l'objet doit paraître convexe en regardant d'un œil seul, & concave en regardant des deux en même tems. J'ai été extrêmement surpris de ce changement de figure, en regardant une regle d'un pied plantée debout devant mes yeux, le plat tourné

AOR diminue uniformément, les lignes égales *PL*, *P'l'* diminuent à très-peu près uniformément, ou comme elles feraient à la vue ſimple, ce que *PQ* ne fait pas ; donc les diminutions inégales de *PQ* paraiſſent ſous des angles égaux, & conſéquemment ſont inégalement amplifiées ou diminuées.

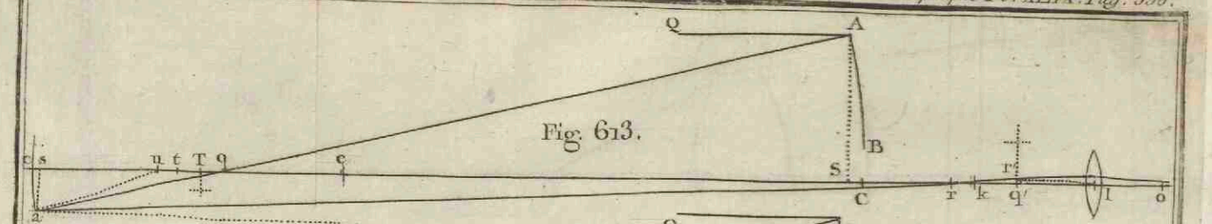
720. THÉORÊME I. *Que le plan du papier repréſente un* Fig. 637. *plan paſſant par l'œil* O *& par le centre* S *d'une ſphere réfringente* ABCD, *que nous ſuppoſerons prolongé juſqu'à ce qu'il coupe le diſque du ſoleil ſuivant une ligne quelconque* Pp ; *& entre le nombre infini de rayons ſitués dans ce plan, qu'on peut imaginer partis de l'œil* O, *& tomber enſuite ſur le grand cercle* ABCD, *ſoient deux de ces rayons tels que* OBCFP, ObcFp *tombant aux extrémités de la corde* Pp, *après avoir été rompus par les arcs* Bb, Cc *& s'être enſuite croiſés en* F ; *ſoient abaiſſées du centre* S *les perpendiculaires* Sk, SK *ſur les rayons incidens* Ob, OB *prolongés, & les perpendiculaires* Sl, SL *ſur les rayons émergens : tandis que par un mouvement latéral quelconque du ſoleil, de l'œil ou de la ſphere, dans le plan dont il s'agit, la quantité de réfractions qui ont lieu en* Bb *& en* Cc *varie, la grandeur apparente de la corde donnée* Pp *varie directement comme* FL *& réciproquement comme* OK, *à très-peu près, ſi le diametre de la ſphere eſt très-petit en comparaiſon de ſa diſtance à l'œil & au ſoleil.*

vers moi, à un pied environ plus loin du miroir que le centre de ſphéricité. Dans ce cas l'objet paraît renverſé ; & conformément à la Figure 634, les courbes P'^{k}, P'^{k} & leurs ſections kt, kt ſont renverſées & portées ſur les rayons viſuels Ob, Ob auſſi loin devant les yeux, par conſtruction, qu'elles en ſont éloignées derriere.

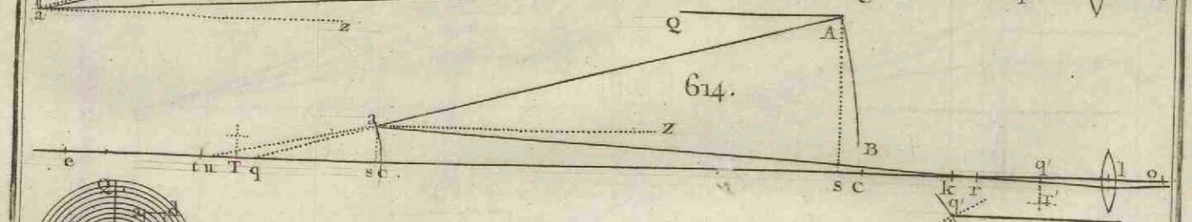
893. Toute notre théorie peut être plus amplement confirmée en donnant à deux objets égaux, minces & déliés, par exemple, à deux tuyaux de plume dépouillés de leurs barbes, la forme de deux courbes égales repréſentant les ſections kt, kt. Car les mettant dans les poſitions repréſentées dans les Figures, & dirigeant les yeux ſuivant la poſition du point x, la courbure des deux tuyaux, lorſqu'ils paraiſſent réunis, aura exactement la même apparence, quant à la convexité ou à la concavité, qu'a l'objet QS dans le miroir ; comme je l'ai éprouvé pluſieurs fois.

La Figure 632 me fournit l'occaſion d'expliquer un phénomene aſſez ſingulier dont parle le Docteur Barrow. Ayant approché le viſage aſſez près d'un miroir concave, regardez de l'œil droit, tenant le gauche fermé, & remarquez bien l'endroit où paraît votre viſage, ainſi que ſa grandeur. Fermez enſuite l'œil droit & regardez avec le gauche, votre viſage vous paraîtra de la même grandeur & un peu porté vers la gauche. Regardez enſuite des deux yeux, vous verrez les deux images apparentes réunies en une ſeule beaucoup plus grande, plus éloignée & plus concave que chacune d'elles ne l'était avant. La raiſon de ce phénomene eſt évidente par la théorie qui précede.

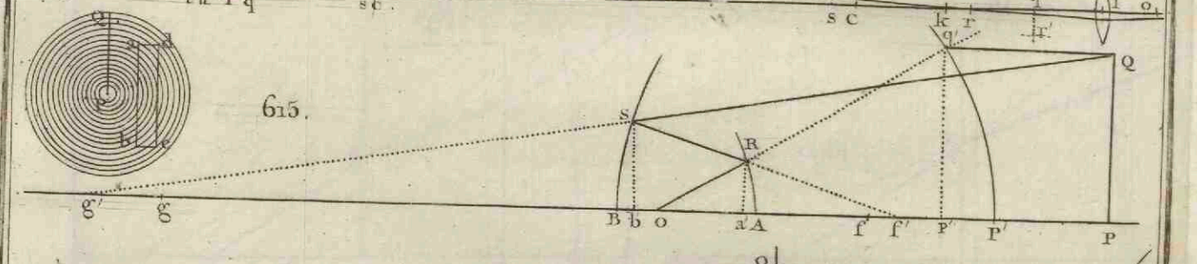
Fig. 613.



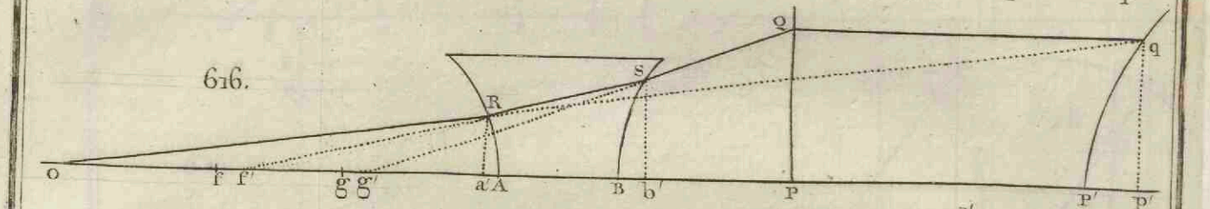
614.



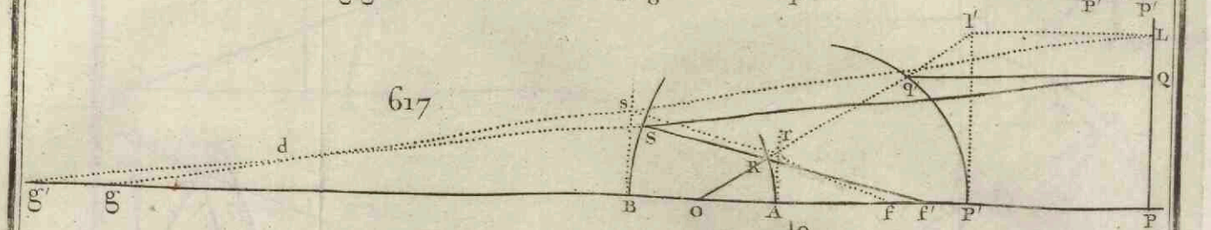
615.



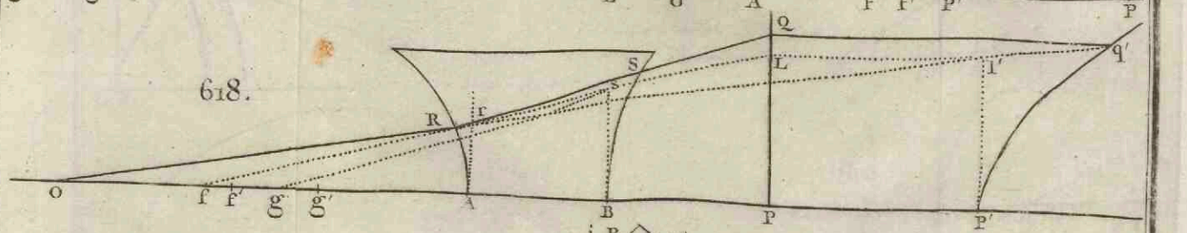
616.



617



618.



619.

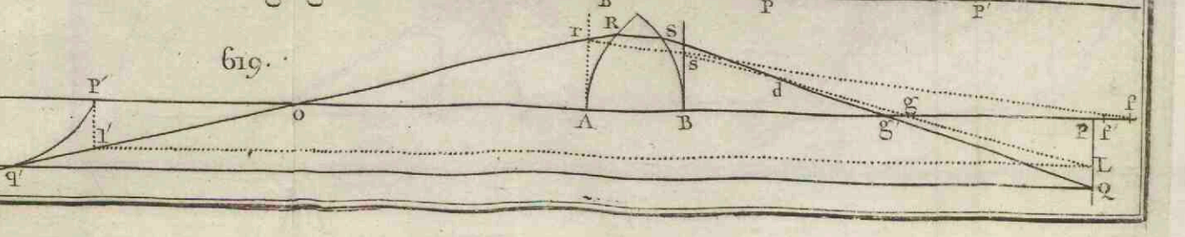
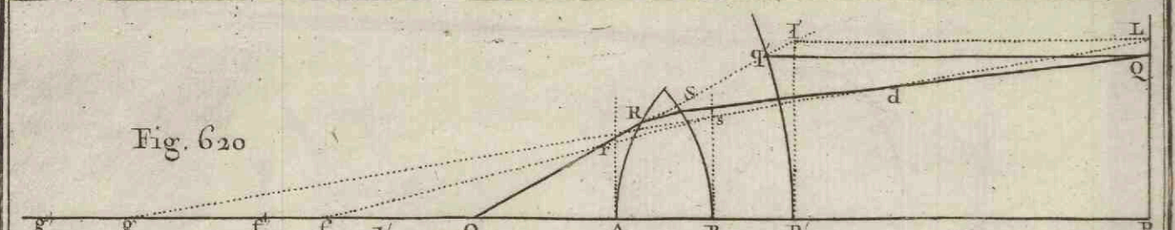
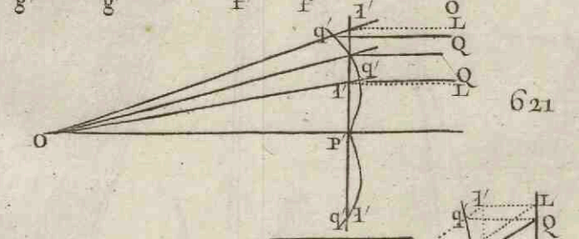
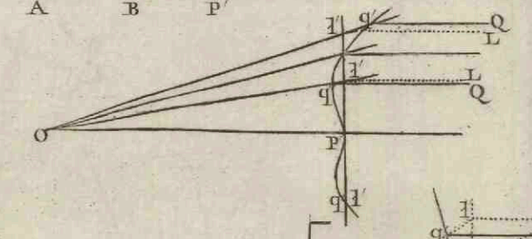


Fig. 620

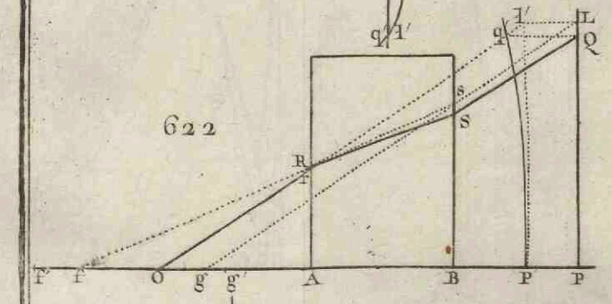


621

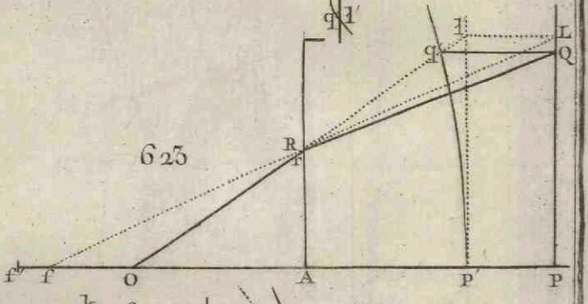




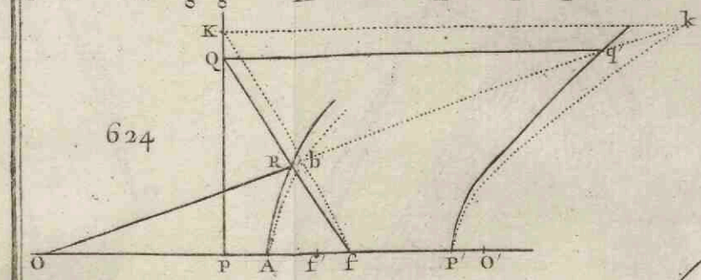
622



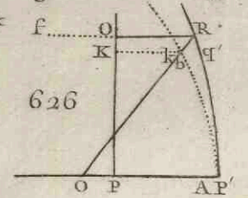
623



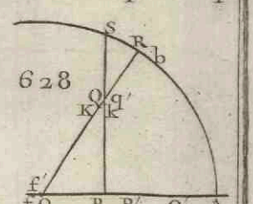
624



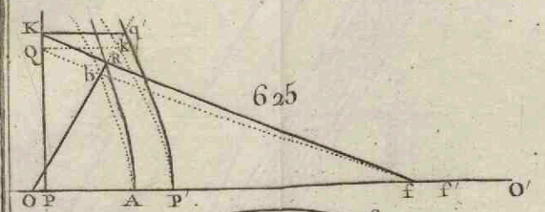
626



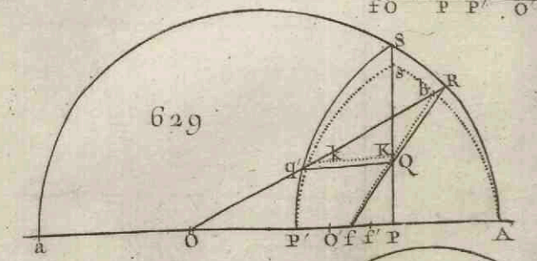
628



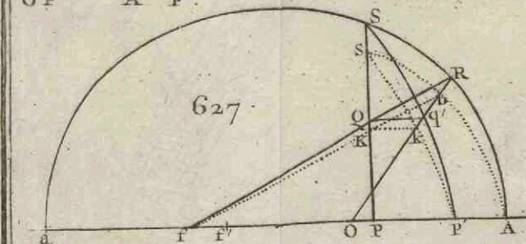
625



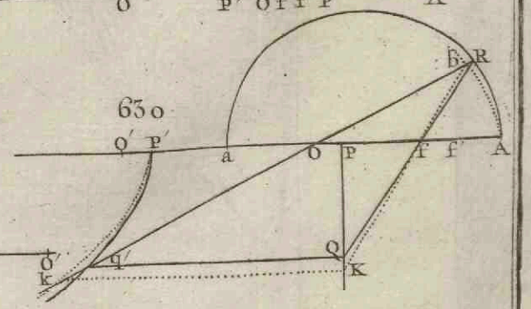
629



627



630



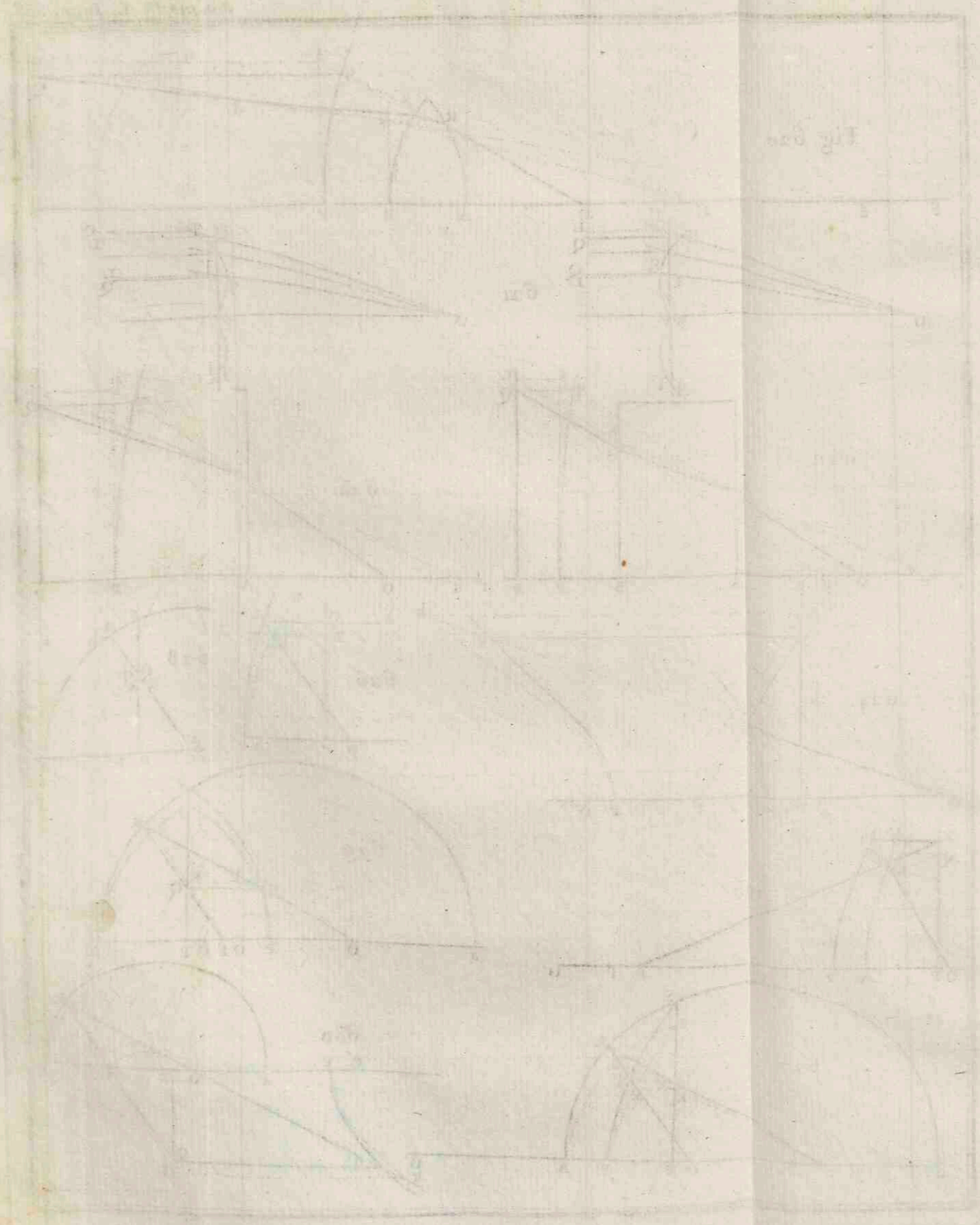
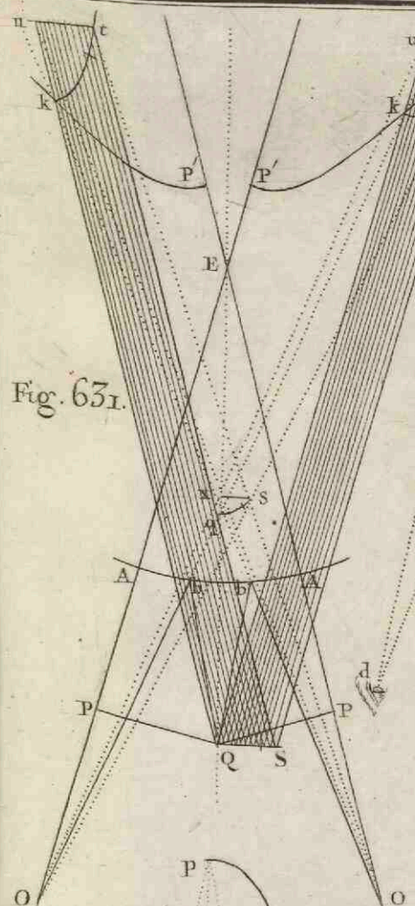
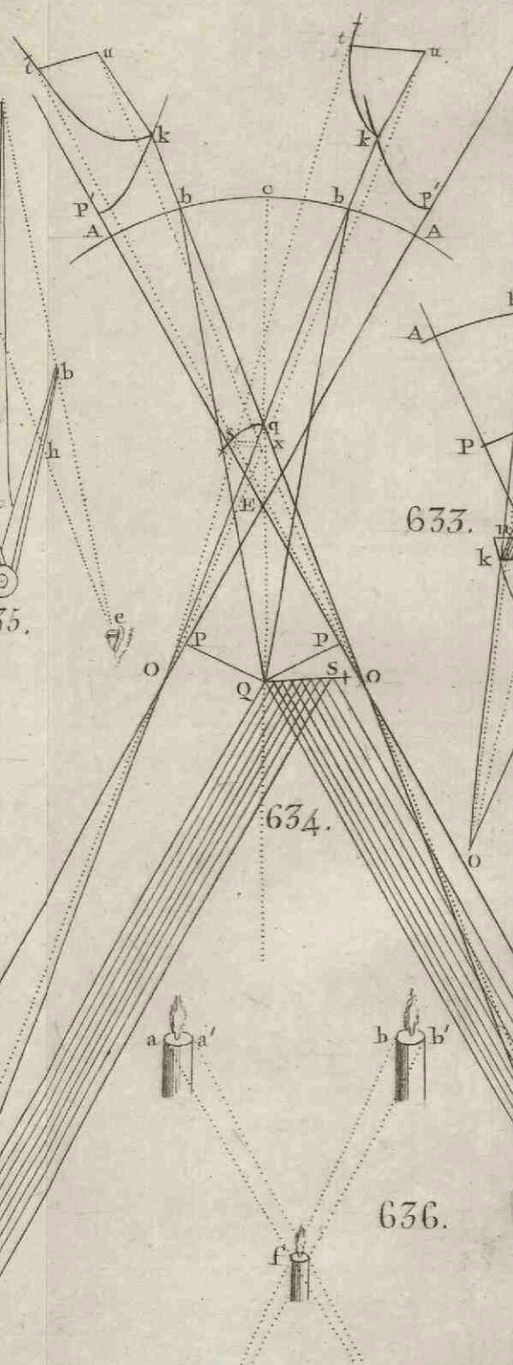


Fig. 631.

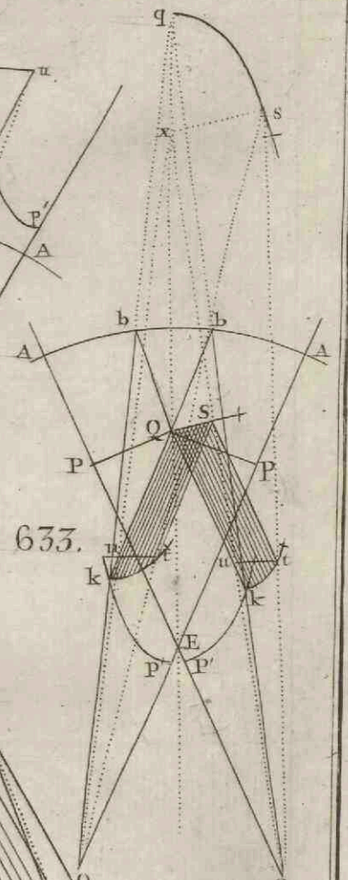




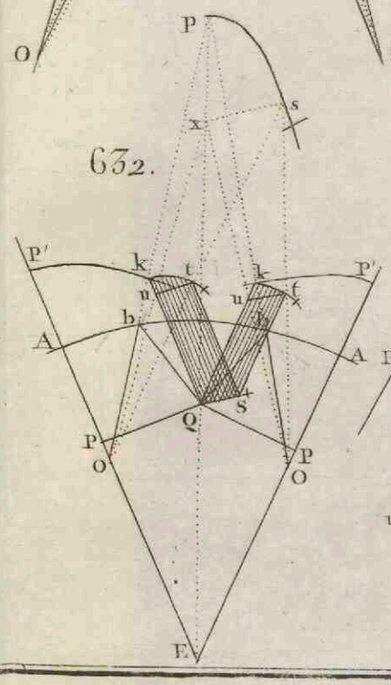
635.



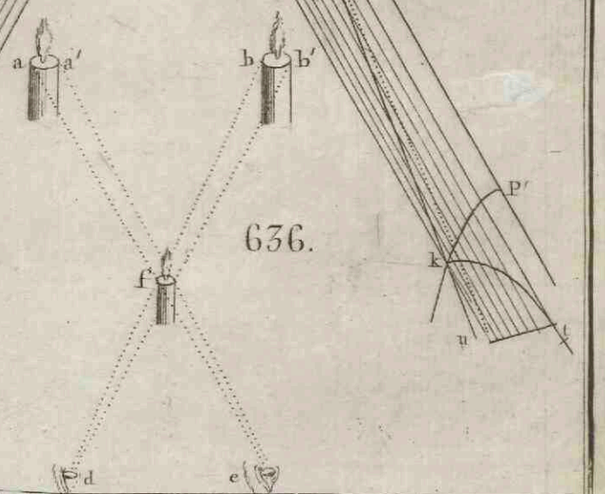
634.



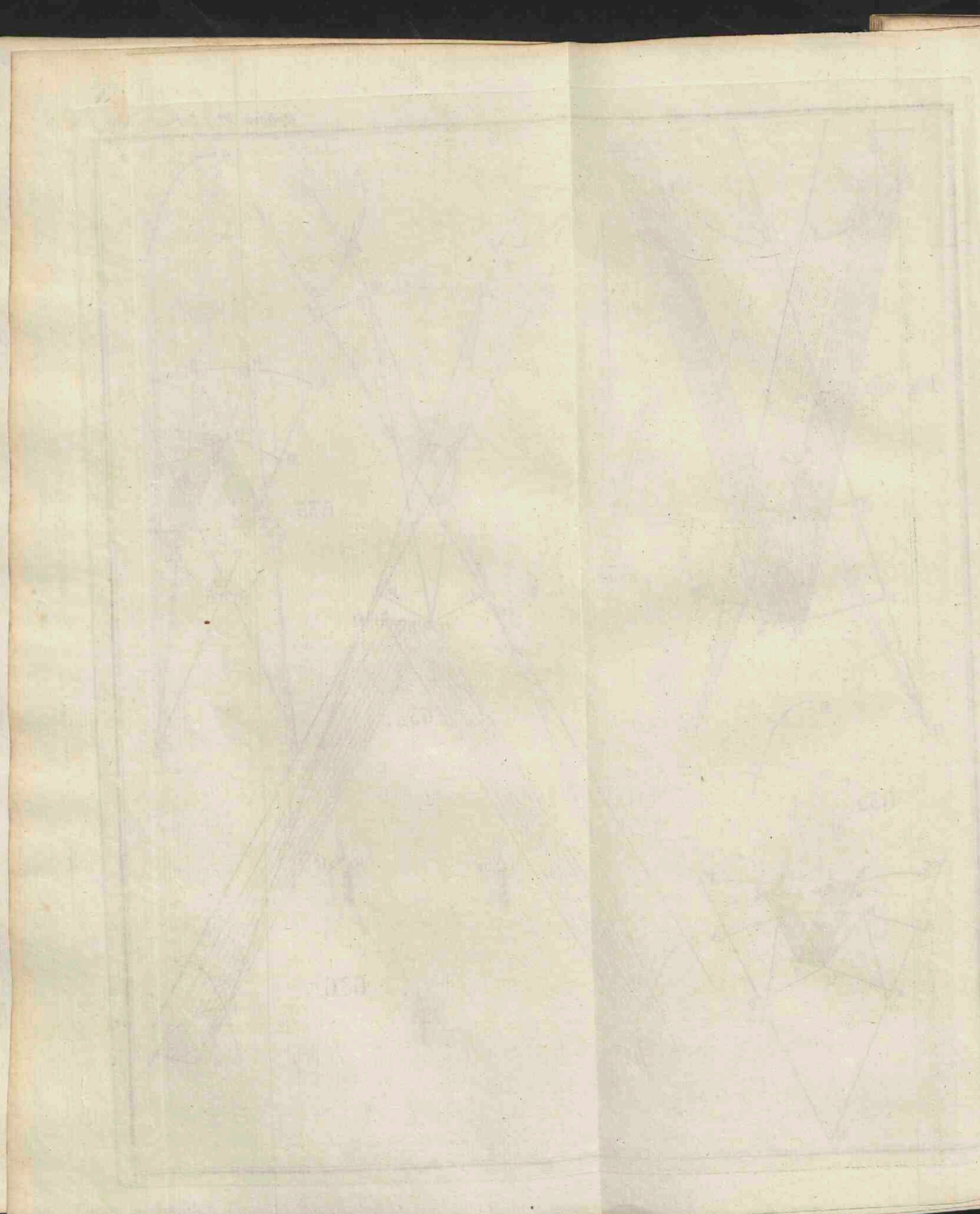
633.



632.



636.



Car alors l'angle *LFl* ou *PFp* n'étant gueres que la moitié d'un degré, l'angle *KOk* eſt petit auſſi, & par conſéquent leurs ſoutendantes perpendiculaires *Kk*, *Ll* ſeront à très-peu près égales. Car menant *SM*, *Sm* perpendiculaires aux rayons *BC*, *bc*, nous avons *Mm* à *Kk* & à *Ll* dans le rapport donné des ſinus *SM*, *SK* ou *SL* (*Art. 370*). Donc *Kk* égale *Ll* & l'angle *KOk* eſt à l'angle *LFl* comme *FL* eſt à *OK*; mais puiſque la corde *Pp* eſt donnée, l'angle *PFp* ou *LFl* eſt à très-peu près invariable, à cauſe de la diſtance immenſe du ſoleil & de la figure ſphérique de cet aſtre; & par conſéquent la grandeur apparente de *Pp* meſurée par l'angle *KOk*, eſt directement comme *FL* & réciproquement comme *OK*, à très-peu près.

721. THÉORÊME II. *Les choſes demeurant comme on les a ſuppoſées, ſoit le rayon* CP *coupant l'axe* OS *en* E, *prolongé, juſqu'à ce qu'il rencontre, en* I, *le rayon* OB *auſſi prolongé; & ſoit le diſque du ſoleil coupé ſuivant l'arc* Pq *par la ſurface conique engendrée par le rayon* CEP *en tournant autour de l'axe* OS, *lequel en tournant ainſi parvient dans la poſition* c'Eq: *tandis que par un mouvement quelconque du ſoleil, de l'œil ou de la ſphere, les réfractions des rayons viſuels* PCBO, qc'b'O *qui ſont dans la ſurface conique, varient, la grandeur apparente de l'arc donné* Pq *varie directement comme* IE *& réciproquement comme* IO, *à très-peu près.* Fig. 638.

Car que le point *I* décrive l'arc *Ii* par la révolution dont on a parlé; comme cet arc eſt la ſoutendante commune des angles *IOi*, *IEi*, l'angle *IOi* eſt à *IEi* ou *PEQ* comme *IE* eſt à *IO*. Mais lorſque l'arc *Pq* eſt donné, l'angle *PEq* eſt, à très-peu près, invariable, à cauſe de la grande diſtance du ſoleil & de l'œil à la ſphere, & conſéquemment la grandeur apparente de *Pq*, meſurée par l'angle *IOi*, eſt directement comme *IE*, & réciproquement comme *IO*, à très-peu près.

722. THÉORÊME III. *Les choſes demeurant comme elles étaient, ſoient les réfractions des rayons viſuels variées par un mouvement quelconque du ſoleil, de l'œil ou de la ſphere; la grandeur apparente du diſque du ſoleil variera directement comme le rectangle ſous* FL *&* EI, *& réciproquement comme le rectangle ſous* OK *&* OI, *à très-peu près.* Fig. 637 & 638.

Qu'une infinité de plans d'incidence & de réfraction coupe le diſque du ſoleil ſuivant les lignes *Pp*, *Pp*, &c. toutes con- Fig. 639.

vergeant vers un point R ſitué dans l'axe OS prolongé ; & que ces mêmes plans coupent l'image de ce diſque tracée au fond de l'œil, ſuivant autant de lignes correſpondantes $P'p'$, $P'p'$, &c. toutes convergeant vers le point p qui appartient au même axe prolongé. De plus, qu'une infinité de ſurfaces coniques conçues décrites par la révolution d'une infinité de rayons viſuels autour de l'axe OS, coupe le diſque ſuivant les arcs Pq, Pq, &c. & ſon image tracée au fond de l'œil ſuivant autant d'arcs correſpondans $P'q'$, $P'q'$, &c. Alors chacune des lignes $P'p'$, dans l'image entiere, étant comme la grandeur apparente des lignes correſpondantes Pp (*Art.* 91), dans le diſque entier, c'eſt-à-dire, comme $\frac{FL}{OK}$ (*Art.* 720), la grandeur de l'image ſerait auſſi comme $\frac{FL}{OK}$, ſi l'arc $P'q'$ était invariable. De même chacun des arcs $P'q'$, dans la même image, étant comme la grandeur apparente des arcs correſpondans Pq, dans le diſque, c'eſt-à-dire, comme $\frac{IE}{IO}$ (*Art.* 721), la grandeur de l'image ſerait auſſi comme $\frac{IE}{IO}$, ſi les lignes $P'p'$ étaient invariables. Donc lorſque les lignes $P'p'$ & les arcs $P'q'$ varient, il eſt aiſé de voir que la grandeur de l'image du ſoleil tracée au fond de l'œil, eſt comme $\frac{FL}{OK} \times \frac{IE}{IO}$, c'eſt-à-dire, comme le rectangle ſous FL & IE directement, & réciproquement comme le rectangle ſous OK & IO.

Fig. 637 & 638.

723. COROLL. I. Suppoſant que la ſphere réfringente ſe meuve de côté en s'écartant de la ligne qui joint le centre du ſoleil & l'œil, & décrive dans ſon mouvement un arc de cercle autour de l'œil dans un plan quelconque d'incidence & de réfraction ; ſi le diametre de la ſphere eſt petit en comparaiſon de ſes diſtances à l'œil & au ſoleil, la grandeur apparente de la corde donnée ou diametre Pp diminuera continuellement, à peu près comme FL, juſqu'à ce qu'elle s'évanouiſſe lorſque les rayons viſuels touchent la ſphere. Car lorſque le rayon viſuel OB touche la ſphere, la ligne OK devient égale à OB & eſt alors la plus petite de toutes, & cependant ne differe que très-peu de OS, qui eſt ſa grandeur la plus conſidérable. Ainſi OK peut être regardée comme inva-

riable, & conſéquemment la grandeur apparente de Pp eſt comme FL (*Art. 720*) qui diminue continuellement & très-vîte juſqu'à ce qu'elle ſoit réduite à rien.

724. COROLL. II. Dans les mêmes ſuppoſitions, la grandeur apparente d'un arc quelconque donné Pq ſur le diſque du ſoleil, & conſéquemment de la corde ou diametre qui joint ſes extrémités, diminuera continuellement & à très-peu près comme IE (*Art. 721*). Car lorſque l'angle que la ſphere réfringente ſoutend à l'œil eſt petit, IE diminue continuellement pendant le mouvement dont on a parlé ci-deſſus (*Art. 777*).

725. COROLL. III. Delà, dans les mêmes ſuppoſitions, la grandeur apparente du diſque du ſoleil diminuera continuellement, à très-peu près comme le rectangle ſous FL & IE. Et ſa figure apparente deviendra de plus en plus ovale, à meſure que la ſphere ſe meut, ſon diametre Pp dans le plan d'incidence & de réfraction paraiſſant plus court que le diametre qui lui eſt perpendiculaire; parce que FL diminue plus vîte que IE, faiſant toujours partie de cette ligne, excepté lorſqu'elles ſont ſituées l'une & l'autre dans l'axe OS; car alors elles ſont égales.

726. COROLL. IV. Soit o le foyer correſpondant à O; l'aire de l'image ovale du ſoleil ſur le fond de l'œil ſera à l'aire circulaire de cette image, lorſque la ſphere eſt exactement entre l'œil & le ſoleil, comme $FL \times IE$ eſt à So^2. Car lorſque la ſphere eſt exactement entre l'œil & le ſoleil, FL & IE deviennent égales entr'elles & à So.

727. COROLL. V. Soient dans le rayon $PCBGO$, G le foyer des rayons qui viennent de P dans un plan quelconque d'incidence & d'émergence, & H le foyer des rayons qui viennent de P, dans les ſurfaces de cones engendrées par le même rayon $PCBHO$ en tournant autour de la ligne PSH, le point H étant le ſommet des cones; la denſité de tous les rayons venant de P, à leur entrée dans l'œil O, ſera directement comme $GK \times HI$, & réciproquement comme $GO \times OH$ (*Art. 778*); & par conſéquent comme $GK \times HI$, lorſque la ſphere eſt aſſez éloignée pour qu'elle ne ſoutende qu'un petit angle à l'œil.

728. COROLL. VI. Delà, lorſqu'une ſphere éloignée ne ſoutend qu'un petit angle à l'œil, l'éclat apparent du ſoleil, quel que ſoit l'endroit de la ſphere au travers duquel on l'apperçovie,

eſt invariable. Car l'éclat apparent d'un objet quelconque eſt directement comme la denſité des rayons dans un pinceau quelconque & réciproquement comme ſa grandeur apparente, c'eſt-à-dire, comme $\frac{GK \times HI}{FL \times EI}$ (*Art.* 727 & 725). Mais puiſque les rayons qui viennent de O & de P tombent paralleles, ou à peu près, ſur le cercle $ABCD$, les lignes GK & FL ſont à peu près égales; il en eſt de même de HI & de IE: car la ligne SI coupe en deux également l'angle EIH, & puiſque SE eſt ſuppoſée à peu près parallele à IH & SH à IE, l'angle EIS eſt égal à l'angle ISH & HIS à ISE, & par conſéquent les triangles EIS, HIS ſont iſoſceles & à très-peu près égaux.

729. COROLL. VII. Delà, ſi les centres d'une multitude de ſpheres réfringentes ſont ſitués à égales diſtances les uns des autres dans une large ſurface ſphérique dont le centre eſt à l'œil O, cette ſurface paraîtra illuminée par une multitude d'images du ſoleil toutes du même éclat, mais diminuant de grandeur à proportion qu'elles s'éloignent du ſoleil. Par conſéquent ſi ces ſpheres deviennent infiniment petites & qu'en même tems leur nombre augmente à l'infini, la lumière de cette ſurface ſphérique paraîtra continue, plus forte près du ſoleil, & allant en s'affaibliſſant à meſure que les parties auxquelles elle appartient ſont plus éloignées du ſoleil.

730. COROLL. VIII. Ce qui a été démontré à l'égard du ſoleil eſt applicable à la lune ou à un corps rond quelconque aſſez petit & aſſez éloigné de la ſphere pour ne ſoutendre qu'un petit angle à un point quelconque de cette ſphere; cela s'accorde auſſi avec l'expérience, lorſqu'on regarde, par exemple, une bougie allumée au travers d'un flacon rond plein d'eau, pendant qu'on le meut de côté en l'écartant du cours direct des rayons vers l'œil.

731. COROLL. IX. Tandis que la grandeur apparente de la bougie diminue, on trouve que ſa diſtance apparente augmente & réciproquement; de ſorte que les endroits où elle paraîtra ſucceſſivement ſembleront former une courbe qui, dans le cas ci-deſſus (*Art. précéd.*), eſt convexe vers l'œil. Et la diſtance apparente de la bougie variera réciproquement dans la raiſon ſoudoublée

ſoudoublée de la grandeur apparente de ſa ſurface, c'eſt-à-dire, réciproquement comme la moyenne proportionnelle entre FL & IE (*Art. 725*); ou plutôt réciproquement comme IE, c'eſt-à-dire, réciproquement comme la hauteur apparente de la bougie (*Art. 721 & 708*); parce que ſa largeur apparente paraît oblique aux rayons viſuels, à cauſe de la courbure des endroits où elle paraît ſucceſſivement.

732. COROLL. X. Par cette raiſon une large ſurface plane, une grande fenêtre, par exemple, vue au travers d'une ſphere, ne paraît point plane, mais convexe vers l'œil. Et outre cette convexité vers l'œil, le haut & le bas de la fenêtre, ainſi que les côtés & les croiſillons, paraîtront concaves vers le milieu de la fenêtre, où tomberait une ligne menée de l'œil par le centre de la ſphere. L'apparence entiere ſera ſemblable à des méridiens vus à la vue ſimple ſur un globe. Car puiſque les carrés intérieurs de verre ſont plus amplifiés que les extérieurs, les intervalles des croiſillons ſeront diminués par degrés, en s'éloignant du milieu; ce qui s'accorde avec la maniére de repréſenter ces apparences, par le dernier Théorême.

733. THÉORÊME IV. *Une ligne quelconque* Pp *droite ou courbe, vue de* O *par des rayons réfléchis par une ligne droite* Bb *menée ſur une ſurface plane* ABCcbA, *ou ſur le côté d'un cone ou d'un cylindre, paraît ſous la forme qu'elle a réellement; & la diſtance apparente d'un point quelconque de cette ligne à l'œil eſt égale au cours entier du rayon viſuel.* Fig. 640.

Car ſoit le plan réfléchiſſant $ABCcbA$ engendré par le mouvement de la ligne ABC tournant autour de l'axe OAo perpendiculairement à cet axe; & ſuppoſons qu'un pinceau OBb de rayons, tous dans un même plan, parte de l'œil ſitué en O, & que ces rayons, après avoir été réfléchis par la ligne droite Bb, tombent ſur la ſurface d'un objet dans la ligne Pp, droite ou courbe. De chaque point de l'objet Pp ſoient menées les lignes PP', pp' paralleles à OA, leſquelles rencontrent en P' & p' les rayons viſuels prolongés; l'objet apparent $P'p'$ compoſé de toutes leurs interſections ſera ſemblable & égal à Pp. Car prenant Ao egale à AO, tous les rayons réfléchis concourront en o, étant prolongés; & comme tous les triangles OBo, Obo ſont iſoſceles, tous les triangles PBP', Pbp' qui leur

ſont ſemblables, ſeront auſſi iſoſceles. Donc la ligne compoſée $OB+BP$ eſt égale à oBP, & pareillement Obp' égale à obp; & par conſéquent la figure plane $OP'p'$ compoſée de toutes les premieres lignes, ſera ſemblable & égale à la figure oPp qui réſulte de toutes les dernieres. Donc la ligne $P'p'$ eſt ſemblable & égale à Pp, & conſéquemment Pp eſt vue par réflexion au même lieu & de la même figure que l'on verrait $P'p'$ à la vue ſimple (*Art.* 139).

La ſurface d'un cone eſt engendrée par la révolution d'un des côtés d'un angle autour de l'autre, & la ſurface d'un cylindre par la révolution d'un des côtés d'un parallélogramme autour du côté qui lui eſt oppoſé. Par conſéquent ſuppoſant la ligne Bb ſur l'une ou l'autre de ces lignes génératrices & ſe confondant avec elles, le plan réfléchiſſant BAb peut être conçu toucher la ſurface du cone ou du cylindre dans la ligne Bb; & les réflexions qui ont lieu dans cette ligne étant les mêmes, ſoit qu'elles ſoient faites par les ſurfaces courbes ou par le plan qui les touche, il s'enſuit que la ligne Pp vue par la réflexion du cone ou du cylindre, paraîtra droite ou ſous la figure qu'elle a, comme ſi la réflexion ſe faiſait à la rencontre du plan tangent.

734. COROLL. I. Delà on peut déterminer les grandeurs apparentes, les diſtances & les figures d'une ſuite d'objets donnés vus par la réflexion d'un cylindre, en cette maniere. Fig. 641. Soit le cercle $ABCD$, dont le centre eſt E, la baſe d'un cylindre droit, ou plutôt une ſection circulaire de ce cylindre parallele à ſa baſe & paſſant par l'œil O; & ſuppoſons que ce plan s'étende indéfiniment & rencontre un rang d'arbres, par exemple, en P, R, T, X, &c. Soit menée OE, & ſoit $oa'b'c'd'$ une cauſtique par réflexion d'une infinité de rayons ſuppoſés partis de O; & ſoient les lignes Pa', Rb', Tc', Xd', &c. menées de maniere qu'elles touchent la cauſtique en a', b', c', d', &c. Soient A, B, C, D, &c. les points où elles coupent le cercle réfléchiſſant; ayant tiré OA, OB, OC, OD, &c. on prendra, dans chacune d'elles prolongée, $Ap' = AP$, $Br' = BR$, $Ct' = CT$, $Dx' = DX$, &c. Alors ſi l'on ſuppoſe qu'on enleve les arbres PQ, RS, TV, XY, &c., & qu'on les tranſplante en p', r', t', x',

&c., ils paraîtront à l'œil O, le cylindre étant ôté, de la même grandeur, à la même distance & de la même figure qu'ils paraissent par la réflexion du cylindre, lorqu'ils sont à leur vraie place. Et si l'on trace des courbes par les points p', r', t', x', &c. & par les points q', s', u', z', la surface courbe comprise entre ces courbes sera le lieu apparent de la surface $PQXY$ & la figure sous laquelle on la verra. Mais la voie la plus courte & la plus expéditive est de mener d'abord un rayon quelconque OB & ensuite le rayon réfléchi BR qui lui répond, lequel coupe PX en un point quelconque R, & de prendre $Br' = BR$, &c.

735. COROLL. II. De même, s'il y a un autre rang d'arbres parallele au premier, soit du même côté du cylindre, soit de l'autre côté, l'espace compris entre les représentations des bases des deux rangs d'arbres sera la figure apparente de l'allée comprise entr'eux. Ainsi nous avons déterminé les représentations de plans perpendiculaires ou paralleles à la base du cylindre. Par conséquent la représentation d'un plan oblique, par exemple, d'un toit, peut se trouver en déterminant les représentations du sommet & du bas de ce toit.

La méthode de tracer des images difformes, qui paraissent régulieres en les regardant dans un cylindre placé sur le plan où elles sont tracées, est en partie l'inverse de la méthode précédente. Pour la décrire d'une manière plus intelligible, j'ajoûte ici les Lemmes suivans.

736. LEMME I. *Un parallélogramme rectangle* ABCD *étant partagé dans un certain nombre de petits parallélogrammes, & étant placé perpendiculairement sur un plan* ABR (*le côté* AB *du parallélogramme tombant sur la ligne* AB *appartenant au plan*), *trouver son ombre* ABcd *projettée sur ce plan par des rayons venant d'un point donné* O *situé à une hauteur donnée* RO *au-dessus de ce plan.* Fig. 642.

Par le point R & par les extrémités & les divisions de la base AB soient menées les lignes RAd, RBc, &c. Soient menées ensuite RI & AD perpendiculaires à RA, la premiere égale à la hauteur du point lumineux sur le plan de l'ombre, la seconde égale à la hauteur du parallélogramme donné; de I par les extrémités & divisions de AD soient menées IDd, IFf, IMm, &c. coupant RA prolongée, en d, f, m, &c.

Enfin, par ces points d, f, m, &c. ſoient menées les droites dc, fe, ml, &c. paralleles à AB; le trapeze $ABcd$ ainſi diviſé en trapezes, ſera l'ombre du parallélogramme $ABCD$ & de ſes diviſions *.

* M.r Smith n'ayant preſque rien dit de ce qui concerne les ombres, nous ſaiſiſſons l'occaſion qu'il ſemble nous fournir d'y ſuppléer; ce que nous allons faire en peu de mots.

894. L'ombre eſt la privation de la lumière par l'interpoſition d'un corps opaque. On ne peut pas dire qu'on voit l'ombre, parce qu'on ne voit rien ſans lumière. Lors donc qu'on dit que l'on voit une ombre, on entend par là qu'on voit un eſpace privé à la vérité de la lumiere directe qu'il recevait avant l'interpoſition du corps opaque, mais cependant éclairé par la lumière réfléchie des corps voiſins, ou bien qu'on voit les confins de la lumière.

Voici quelles ſont les loix de la projection des ombres par les corps opaques.

895. L'ombre que projette un corps quelconque eſt toujours dans la direction des rayons de lumière qu'il reçoit, ou s'étend vers la partie oppoſée à la lumière; enſorte que ſi le corps lumineux ou le corps opaque change de place, l'ombre en change également.

896. Tout corps opaque jette toujours autant d'ombres différentes qu'il y a de corps lumineux qui l'éclairent; ſi donc on multiplie ces corps lumineux du même côté du corps opaque, on multiplie auſſi les ombres.

897. Plus le corps lumineux envoie de lumière, plus l'ombre paraît épaiſſe. Car l'ombre doit paraître plus épaiſſe, lorſque les corps qui en ſont voiſins ſont fortement éclairés, que lorſqu'ils le ſont faiblement. L'épaiſſeur de l'ombre ſe meſure donc par les degrés de lumière dont un eſpace quelconque eſt privé.

898. Si une ſphere lumineuſe eſt égale à une ſphere opaque qu'elle éclaire, l'ombre projettée par cette derniere ſera cylindrique; ſi la ſphere lumineuſe eſt plus grande que la ſphere opaque, l'ombre formera un cone; ſi elle eſt plus petite, l'ombre aura la forme d'un cone tronqué. On obſervera de plus que l'arc qui meſure la partie illuminante de la ſphere lumineuſe, & l'arc qui meſure la partie illuminée de la ſphere opaque, ſont ſupplémens l'un de l'autre.

899. Si l'on voulait ſavoir quelle eſt la longueur QH (*Fig. 643*) de l'axe du cone que forme l'ombre projettée par une ſphere opaque éclairée par une ſphere lumineuſe plus grande qu'elle, les demi-diametres IM, CG de ces ſpheres & la diſtance GM de leurs centres étant donnés, voici comment on parviendrait à la trouver.

Ayant mené FM parallele à CH, on fera: FG, différence des demi-diametres des deux ſpheres, eſt à la diſtance GM de leurs centres, comme CF ou IM, demi-diametre de la ſphere opaque, eſt à MH diſtance du ſommet du cone d'ombre au centre de cette ſphere. Si le rapport de PM à MH eſt extrêmement petit, enſorte que MH & PH different peu l'une de l'autre, on peut prendre MH pour l'axe du cone d'ombre; ſinon, il faut en retrancher PM qui ſe trouve de cette maniere. On cherchera l'angle LMK, au moyen du triangle FGM rectangle en F, dans lequel on connaît GM & FG; retranchant enſuite cet angle de 90°, il reſtera l'angle IMP: il ſera facile alors d'avoir MP au moyen du triangle rectangle IPM.

900. On peut faire l'application de ceci à la détermination de la longueur de l'ombre de la terre. Suppoſant donc le demi-diametre MI de la terre $= 1$, le demi-diametre CG du ſoleil $= 153$, & la diſtance GM du ſoleil à la terre $= 34376$ demi-diametres terreſtres; on trouve que la longueur MH de l'ombre de la terre, en prenant depuis le centre, eſt environ de 225 demi-diametres.

901. Comme le rapport de la diſtance GM du corps lumineux & du corps opaque à la longueur MH de l'ombre eſt conſtant, puiſqu'il eſt égal à celui de la différence des demi-diametres de ces deux corps au demi-diametre du corps opaque,

Car ſi l'on conçoit que le plan du triangle *IRd* tourne, avec toutes ſes lignes, autour de *RAd*, juſqu'à ce qu'il ſoit perpendiculaire au plan *RAB*, le point *I* coincidera avec le point lu-

il eſt clair que ſi la diſtance diminue, la longueur de l'ombre diminue auſſi; par conſéquent le corps opaque s'approchant du corps lumineux, l'ombre diminue.

902. Si par les extrémités *S* & *T* (*Fig.* 644) d'un corps opaque on mene des paralleles *TV* & *SQ*, l'angle *TVS* que le rayon qui paſſe par le ſommet *S* & termine l'ombre en *V*, fait avec *TV*, ſe nomme *la hauteur du corps lumineux*. Il en eſt de même ſoit que la droite *ST* qui joint les extrémités du corps opaque ſoit perpendiculaire ou inclinée ſous un angle quelconque à la droite *TV* qui joint une extrémité *T* de l'objet & l'extrémité *V* de l'ombre.

903. Connaiſſant deux de ces trois choſes, la hauteur du corps lumineux, celle, par exemple du ſoleil au deſſus de l'horiſon, ou plus exactement la hauteur de ſon bord ſupérieur, la hauteur *TS* du corps opaque, & la longueur *TV* de l'ombre projettée ſur un plan horiſontal par ce corps, on peut toujours connaître la troiſieme. Car pour cela il ne s'agit que de réſoudre le triangle rectangle *STV*.

904. On voit auſſi par le moyen de ce triangle que ſi la hauteur du corps lumineux, par exemple, du ſoleil ſur l'horiſon, eſt de 45°, la longueur *TV* de l'ombre eſt alors égale à celle du corps opaque.

905. Les longueurs *TZ*, *TV* des ombres projettées ſur un plan horiſontal par un même corps opaque *TS*, à différentes hauteurs du corps lumineux, ſont comme les cotangentes de ces hauteurs, ou plus exactement, ſi ce corps n'eſt pas un point, mais a quelqu'étendue, comme les cotangentes des hauteurs de ſon bord ſupérieur. Ainſi la cotangente d'un angle diminuant, à meſure que l'angle croît, il s'enſuit que le corps lumineux s'élevant, l'ombre diminue.

906. On peut au moyen de l'ombre projettée ſur un plan horiſontal meſurer la hauteur d'un objet quelconque, par exemple, d'une tour. Ayant marqué l'extrémité *C* (*Fig.* 645) de l'ombre, & meſuré ſa longueur *AC*, on plantera verticalement un bâton d'une hauteur connue *DE*, & on meſurera la longueur de l'ombre *EF* de ce bâton, après quoi il ne reſtera plus qu'à faire *EF* : *AC* :: *ED* : *AB* hauteur cherchée de la tour.

907. L'ombre projettée ſur un plan horiſontal par un corps opaque dont la ſituation eſt verticale, eſt nommée *ombre droite*; & l'on nomme *ombre verſe* celle que projette un corps opaque ſur un plan vertical auquel ce corps eſt perpendiculaire.

908. Or il eſt évident 1°. que l'ombre droite *BE* (*Fig* 646) eſt à la hauteur du corps opaque *BD* comme le coſinus *EF* de la hauteur du corps lumineux eſt au ſinus *FG* de cette hauteur.

909. 2°. que la hauteur du corps lumineux étant la même, la longueur du corps opaque *AC* eſt à l'ombre verſe *AD* de ce corps comme l'ombre droite *EB* eſt à la hauteur ou longueur du corps opaque *DB*, & par conſéquent comme le coſinus de la hauteur du corps lumineux eſt au ſinus de cette hauteur.

910. 3°. Que ſi ces deux corps opaques ſont de même longueur, *DB* ſera moyenne proportionnelle entre *EB* & *AD*, c'eſt-à-dire, que la longueur d'un corps opaque quelconque eſt moyenne proportionnelle entre ſon ombre droite & ſon ombre verſe, la hauteur du corps lumineux étant la même.

911. On voit encore que lorſque le corps lumineux eſt à la hauteur de 45°, l'ombre verſe eſt égale au corps opaque.

912. 4°. Que l'ombre droite eſt à l'ombre verſe du même corps opaque, la hauteur du corps lumineux étant la même, comme le carré du coſinus de la hauteur du corps lumineux eſt au carré du ſinus de cette même hauteur. Toutes ces différentes propoſitions ſont ſi faciles à démontrer que nous avons cru qu'il était abſolument inutile de s'y arrêter (*Voyez le 3^e Vol. du cours de Mathématiques de M.^r Wolf dont ceci eſt tiré*).

913. Nous devons faire obſerver qu'à moins que le corps lumineux ne ſoit

mineux, & les diviſions de la ligne Ad ſeront les ombres des diviſions du côté AD du parallélogramme donné; par la même raiſon les lignes dont R eſt l'origine ſont les ombres de celles du

un point, l'ombre n'eſt point tout à coup terminée par l'eſpace éclairé qui eſt autour; on remarque toujours à ſes confins une ombre plus faible, qui diminue par des degrés inſenſibles & enfin s'évanouit.

914. Il eſt aiſé de voir pourquoi cela arrive. Car ſoit AB (*Fig. 647*) un corps lumineux, le ſoleil, par exemple; ED un objet placé ſur le terrein DI, & ſoient tirés les rayons BF, CG, AH. il eſt clair que ſuppoſant qu'un œil s'avance de H juſqu'en F, il perdra peu à peu la vue du diſque du ſoleil, & que par conſéquent il verra avec d'autant moins de clarté, qu'il s'approchera du terme F de l'ombre où étant parvenu il ne reçoit plus de lumière directe. L'illumination des parties de l'eſpace HF diminue donc à meſure que ces parties ſont plus voiſines de F où l'illumination ceſſe entierement.

915. Cette ombre faible par laquelle la vraie ombre eſt terminée, ſe nomme *penombre*; & il eſt clair qu'elle a d'autant plus d'étendue, que le corps lumineux eſt plus gros, que le corps opaque eſt plus loin du plan qui reçoit l'ombre, & que cette ombre eſt reçue plus obliquement ſur ce plan. Car, dans le triangle FEH, le côté FH qui meſure la penombre, eſt d'autant plus grand que l'angle oppoſé FEH qui meſure le diametre apparent du corps lumineux eſt plus grand, que la diſtance ED de l'extrémité E du corps au plan DI qui reçoit l'ombre eſt plus grande, & que l'angle EHF ou EFD eſt plus aigu.

916. Il eſt preſqu'inutile de faire obſerver que l'ombre des planettes eſt auſſi accompagnée d'une penombre. Cette penombre eſt compriſe entre des rayons CYp, DXq (*Fig. 643*), qui étant partis des extrémités C, D de chaque diametre CD du ſoleil, rencontrent la planette aux extrémités oppoſées Y, X de chaque diametre correſpondant XY de la planette; enſorte que ces rayons allant toujours en s'écartant de plus en plus l'un de l'autre au-delà de la planette, la penombre a la forme d'un cone tronqué & s'étend à l'infini.

917. L'angle que forment deux rayons DX, CY partis des extrémités d'un diametre CD du ſoleil, en ſe croiſant avant de rencontrer la planette aux extrémités de ſon diametre XY; cet angle, dis-je, qui eſt égal à celui du diametre apparent du ſoleil, ſe peut nommer *angle de la penombre.*

918. Il eſt évident que la penombre eſt d'autant plus grande que cet angle eſt plus grand; c'eſt-à-dire, que l'aſtre eſt plus grand, la planette demeurant la même, ou que la planette eſt plus grande, l'aſtre demeurant le même.

919. La penombre ſe fait ſentir dans toutes les éclipſes, ſoit de ſoleil, ſoit des planettes, tant premieres que ſecondaires. Les éclipſes partiales du Soleil ſont dûes à la penombre de la lune qui atteint la terre. Car il eſt évident que dans les endroits de la terre où elle tombe, on doit perdre de vue une partie plus ou moins grande du diſque du ſoleil. Ces endroits voyent donc une éclipſe partiale. Quand l'ombre même atteint la terre, alors l'éclipſe eſt totale ou centrale. Dans les éclipſes de lune, l'effet de la penombre doit être de la faire paraître obſcurcie plutôt qu'elle ne le ſerait s'il n'y avait point de penombre.

920. Nous avons trouvé ci-deſſus, en déterminant la longueur du cone d'ombre de la terre, qu'il devrait être d'environ 112 ou ſeulement de 110 diametres terreſtres (comme on le trouve en remarquant que l'angle au ſommet du cone d'ombre de la terre eſt d'environ 32 minutes), ou de 330 mille lieues; il s'enſuivrait donc que la lune n'étant éloignée de la terre que de 100000 lieues tout au plus, elle devrait tomber, lorſqu'elle s'éclipſe, dans l'ombre véritable de la terre, à une diſtance moindre que le tiers de la longueur de l'ombre; que par conſéquent elle devrait diſparaître totalement dans une ombre auſſi épaiſſe: ce qui n'arrivant preſque jamais, prouve que l'ombre de la terre, loin de s'étendre beaucoup au-delà, comme le

parallélogramme, qui ſont perpendiculaires à *AB*, & l'ombre *fe* d'une ligne *FE* parallele à *AB* étant l'interſection commune de deux plans paſſans par les paralleles *AB*, *FE*, eſt auſſi parallele à *AB*.

calcul l'apprend, ne va pas même juſqu'à elle. Un effet auſſi différent de celui que le Calcul & la Géométrie font prévoir, nous donne lieu de remarquer en paſſant, juſqu'à quel point des élémens négligés, ſoit parce que nous les ignorons, ſoit parce qu'étant trop peu connus, nous n'oſons les employer, rendent nos déterminations fautives.

921. On a vu (*Notes 350, 351 & ſuiv.*) quelle eſt la cauſe, ſuivant Mr. Smith, d'une différence auſſi conſidérable entre la longueur véritable de l'ombre de la terre & celle que le calcul donne. Mais cette cauſe eſt-elle bien véritablement la ſeule, comme Mr. Smith paraît le croire? eſt-elle même la premiere? La cauſe pour laquelle, ſelon les expériences de Mr. Maraldi rapportées dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de 1723, les ombres des cylindres & des cones expoſés au ſoleil, dégénerent en penombres à des diſtances de ces corps beaucoup moindres que celles où les ombres devraient finir; cette cauſe, dis-je, ne ſerait-elle point la premiere à laquelle il faudrait attribuer le raccourciſſement de l'ombre de la terre? Pour qu'on puiſſe en juger, rapportons ce que nous apprennent les expériences dont nous parlons.

922. Un cylindre expoſé au ſoleil étant dans une ſituation verticale, l'ombre véritable, au lieu de s'étendre à 110 diametres du cylindre, comme cela devrait être ſelon la théorie, ne s'étend qu'à la diſtance de 41 diametres, en demeurant uniforme & également noire. Cette diſtance eſt plus grande quand le ſoleil eſt plus lumineux. Au-delà de 41 diametres de diſtance, le milieu de l'ombre n'eſt plus qu'une penombre, & il ne reſte de l'ombre totale que deux traits noirs fort étroits, qui terminent cette penombre de part & d'autre ſuivant la longueur. Ces deux traits ſont de la noirceur qui appartient à l'ombre véritable. L'eſpace qu'occupe la penombre eſt préciſément celui que l'ombre même devait occuper; ce qu'on reconnaît à ſa largeur qui eſt la même que celle de l'ombre. Cette fauſſe penombre terminée par les deux traits noirs diminue continuellement de largeur, comme doit faire l'ombre véritable, & en s'étréciſſant, elle s'éclaircit toujours, tandis que les traits noirs conſervent leur noirceur & la même largeur, juſqu'à ce qu'enfin à la diſtance de 110 diametres à peu près, les traits noirs qui ſe ſont toujours approchés ſe confondent en un; après quoi l'ombre véritable diſparaît entierement, & il ne paraît plus que la vraie penombre. Quant à la vraie penombre, elle occupe ſa place naturelle de part & d'autre des deux traits noirs, & eſt préciſément la même que ſi l'ombre véritable avait toute ſa largeur & toute ſa longueur.

923. Il y a encore une choſe bien digne de remarque; c'eſt que quand l'ombre eſt reçue aſſez près du cylindre & qu'elle n'a point encore dégénéré en fauſſe penombre, la vraie penombre eſt terminée en dehors par deux traits d'une lumière plus vive que celle qui vient directement du ſoleil. Ces traits s'élargiſſent & s'affaibliſſent en s'éloignant du cylindre.

924. Si l'on fait l'expérience avec des globes, les mêmes apparences ſe préſentent encore, à la forme près. Mais l'ombre véritable dégénere beaucoup plutôt en fauſſe penombre que dans le cylindre. La fauſſe penombre commence à ſe montrer à 15 ou 16 diametres du globe: on la voit ſous la forme d'un cercle renfermé dans un anneau circulaire noir & étroit auquel eſt contigu un autre anneau que forme la vraie penombre, au-delà duquel on en voit un autre d'une lumière plus vive que la lumiere directe. Il eſt preſque ſuperflu de dire que le cercle de la fauſſe penombre, ainſi que l'anneau noir qui l'entoure, diminue de largeur en s'éloignant du globe, & qu'enfin ils diſparaiſſent à la diſtance de 110 diametres, où il ne reſte plus que la vraie penombre.

925. S'il eſt permis de penſer que la nature produit en grand les mêmes effets qu'elle produit en petit, n'eſt-on pas fondé

737. COROLL. I. Si en diminuant la hauteur du rectangle $ABCD$, on le réduisait à un carré $ABEF$ divisé en petits carrés, son ombre pourrait se trouver plus promptement, en menant RO parallele à AB & égale à la hauteur de O, & menant ensuite OBf coupant les ombres des perpendiculaires, aux points f, g, h, i par où les ombres paralleles doivent passer. Car puisque AF est égale à AB, le point f est le même dans l'une & l'autre construction, à cause que Rf est à Af comme RI est à AF ou comme RO est à AB. Et puisque BF est une diagonale de tous les petits carrés, son ombre Bf doit être une diagonale de toutes leurs ombres.

738. COROLL. II. Cette construction est aussi applicable à un parallélogramme, pourvu qu'il soit partagé en petits carrés, en prenant sur la base AB prolongée, s'il est nécessaire, AD égale à son côté, & menant OD, laquelle coupe RA & RB prolongées, l'une en d & l'autre en l : car dl est l'ombre de la diagonale DL du carré $DCLM$, qui fait partie du parallélogramme $ABCD$.

739. COROLL. III. Delà il suit que l'ombre du centre d'un carré peut se trouver en menant les diagonales des trapezes correspondans.

740. COROLL. IV. Si la longueur de l'ombre dA & le point R sont donnés, ou qu'on les prenne à volonté, on peut trouver le point lumineux O, en menant dD qui coupera la perpendiculaire RO, au point cherché O, & déterminera par là la hauteur du point lumineux au-dessus du plan où l'ombre est reçue.

à croire que la cause quelle qu'elle soit, qui fait dégénérer si promptement l'ombre véritable d'un globe en fausse penombre, occasionne un effet semblable dans celle de la terre, & que par conséquent la lune ne peut être obscurcie, dans ses éclipses, que par la fausse penombre dans laquelle l'ombre de la terre doit se changer à la distance de 30 ou 32 demi-diametres. Il paraîtrait donc que les rayons du soleil rompus en traversant l'atmosphere de la terre, ne contribuent qu'en partie & que comme cause secondaire à rendre visible la lune dans les éclipses. Tout ce qu'on pourrait objecter, c'est que si la même chose arrive en effet à l'ombre de la terre qu'à celle des globes, la fausse penombre de la terre devant être renfermée dans un anneau noir, la lune obligée de traverser cet anneau avant d'entrer dans la fausse penombre & d'en sortir, devrait paraître plus éclipsée au commencement & à la fin de l'éclipse qu'au milieu. Mais cette difficulté tombe bien vîte, si l'on fait attention que les rayons qui traversent toute la partie moyenne de l'atmosphere doivent être rompus assez régulierement pour entrer en grand nombre dans l'anneau en question, & l'éclaircir assez pour le rendre homogene à la fausse penombre. (*Voyez les Mémoires de l'Académie de 1723*).

741.

741. COROLL. V. Delà on peut tirer une méthode de tracer une image qui vue directement paraiſſe défigurée, & vue d'un certain point paraiſſe réguliere & dans ſes juſtes proportions. Car ayant décrit un parallélogramme ou un carré autour de l'image qu'on veut défigurer, & l'ayant diviſé en petits carrés (le plus qu'il y en aura ſera le mieux), on diviſera un autre carré *ABEF* d'une grandeur quelconque dans le même nombre de petits carrés; on projettera enſuite ſon ombre *ABef*, & l'on déſſinera les parties & les traits contenus dans les petits carrés de l'image qu'on ſe propoſe de défigurer, dans les trapezes correſpondans de l'ombre *ABef*. L'image défigurée paraîtra réguliere & rétablie dans ſes juſtes proportions, à l'œil d'un ſpectateur placé au point lumineux *O*, parce que la peinture de cette image & de toutes ſes parties tracée au fond de l'œil, eſt la même que ſi les rayons venaient directement à l'œil, d'une image réguliere tracée ſur un carré placé perpendiculairement ſur ſa baſe *AB*. Car ſi les ombres & les couleurs ſont les mêmes dans l'image difforme que dans l'original, le ſpectateur la jugera plutôt réguliere que défigurée, parce qu'il eſt plus accoutumé à voir des images régulieres, dans une ſituation perpendiculaire, que des images défigurées, dans une poſition oblique *. Fig. 662.

*926. Toute image difforme qui, vue d'un certain point, paraît réguliere & faite dans de juſtes proportions, eſt connue ſous le nom d'*Anamorphoſe* ou de *Projection monſtrueuſe*; on peut tracer des anamorphoſes ſur un plan ou ſur une ſurface courbe. Mr. Wolf décrit ainſi, dans ſon Cours de Mathématiques, la maniere de tracer les anamorphoſes ſur un plan.

927. On conſtruira un carré *ABCD* (*Fig. 648*) d'une grandeur arbitraire, qu'on ſubdiviſera en aréoles ou petits carrés. Dans ce carré, qu'on appelle la *Craticule du Prototype*, on tracera le prototype ou image qu'on veut défigurer. On tirera enſuite une ligne *ab* (*Fig. 649*) égale au côté *AB* de la craticule du prototype, & on la diviſera dans le même nombre de parties que *AB*. Au milieu *E* on élevera une perpendiculaire *EV*, & ſur *EV* une perpendiculaire *VS*, en faiſant *EV* d'autant plus longue & *VS* d'autant plus courte que l'image difforme qu'on veut tracer doit l'être davantage. De chaque point de diviſion on tirera au point *V* des lignes droites, & l'on joindra les points *a* & *S* par la droite *aS*. Par les points *c*, *e*, *f*, *g* on menera des paralleles à *ab*; *abcd* que l'on nomme *la Craticule de l'Ectype*, ſera l'eſpace où il faut tracer l'image difforme.

On n'aura plus qu'à tracer dans chaque petit trapeze ce qui eſt tracé dans chaque petit carré correſpondant de la craticule du prototype; & l'on aura une image difforme qui, vue de la diſtance *EV*, l'œil étant élevé au deſſus, de la hauteur *VS*, paraîtra dans ſes juſtes proportions. On voit que cette méthode revient abſolument au même que celle de notre Auteur.

928. Le ſpectacle ſera plus agréable ſi l'image difforme ne repréſente pas un pur cahos, mais quelqu'autre image différente de celle qu'on a défigurée. Ceci dépend ſur-tout de l'induſtrie & de l'adreſſe de

Fig. 652 & 653.

742. LEMME II. *Un rayon* OB *tombant obliquement en* B *ſur la ſurface convexe ou concave d'un cylindre droit* BFG, *trouver le point* C *où le rayon réfléchi* BC *coupera le plan de la baſe du cylindre.*

Soit tirée *BD* perpendiculaire à la baſe, laquelle coupe ſa

l'Artiſte ; & il n'eſt gueres facile d'en donner des regles.

929. On peut auſſi faire méchaniquement une anamorphoſe de la maniere ſuivante. On percera de part en part le prototype avec une aiguille, dans ſon contour & en divers autres endroits. On l'expoſera enſuite à la lumiere d'une bougie ou d'une lampe, & l'on marquera bien exactement les endroits où tombent ſur un plan ou ſur une ſurface courbe, les rayons qui paſſent par ces petits trous. On aura les points correſpondans de l'image difforme par le moyen deſquels on pourra achever cette image.

930. Si on veut tracer une anamorphoſe ſur une ſurface courbe, on voit aſſez par ce qu'on vient de dire, qu'il ne s'agit que de tracer ſur la ſurface du cone la craticule de l'ectype qui paraiſſe égale à la craticule du prototype, l'œil étant placé à une diſtance convenable au deſſus du ſommet du cone.

On diviſera donc la baſe *ABCD* du cone (*Fig. 650*) par des diametres dans un nombre quelconque de ſecteurs égaux. On diviſera enſuite un rayon en quelques parties égales, & par les points de diviſion on décrira des circonférences concentriques : on aura ainſi la craticule du prototype.

On décrira un quart de cercle *EG* (*Fig. 650 & 651*) avec un rayon double du diametre *AB*, afin que l'arc *EG* ſoit égal à la circonférence entiere, & que le quart de cercle étant roulé en forme de cone, repréſente la ſurface du cone dont la baſe eſt le cercle *ACBD*. On diviſera l'arc *EG* dans le même nombre de parties égales que celui dans lequel la circonférence de la craticule du prototype a été diviſée, & du centre *F* on tirera des rayons à chaque point de diviſion. On prolongera *GF* en *I*, en faiſant *FI* égale à *GF*, parce que l'œil doit être élevé au deſſus du ſommet du cone de la quantité dont le ſommet eſt élevé au deſſus de la baſe, pour voir l'image défigurée ſur la ſurface du cone dans ſes juſtes proportions. De *I* pris pour centre, & du rayon *IF* on décrira le quart de cercle *HKF*, & on menera *IE* par les points *I* & *E*. On diviſera l'arc *KF* dans le même nombre de parties égales que celui dans lequel le rayon de la craticule du prototype a été diviſé, & du centre *I* on menera par chaque point de diviſion des lignes qui rencontrent *EF* en 1, 2, 3, &c. Enfin du centre *F* & des rayons *F*1, *F*2, *F*3, &c., on décrira des arcs concentriques. On aura de cette maniere la craticule de l'ectype dont les aréoles paraîtront égales.

Si donc on tranſporte, dans les aréoles de la craticule de l'ectype, ce qui eſt deſſiné dans celles de la craticule du prototype, on aura une image défigurée qui paraîtra dans ſes juſtes proportions, ſi l'œil eſt élevé au deſſus du ſommet du cone de la quantité dont le ſommet eſt élevé au deſſus de la baſe.

931. Si l'on tire dans la craticule du prototype les cordes des quarts de cercle, & dans la craticule de l'ectype les cordes de chacun de ſes quarts, toutes choſes d'ailleurs demeurant les mêmes, on aura les craticules néceſſaires pour former une anamorphoſe ſur la ſurface d'une pyramide quadrangulaire. On voit auſſi comment on peut tracer une image difforme ſur la ſurface d'une pyramide quelconque dont la baſe eſt un poligone quelconque régulier.

932. Comme l'illuſion eſt plus parfaite quand on ne peut juger par les objets contigus de la diſtance des parties de l'image difforme, il faut regarder ces ſortes d'images par un petit trou, afin qu'elles ſoient les ſeules qui frappent les yeux.

Fig. 637.

638.

639.

640.

643.

641.

642.

648.

646.

647.

649.

650.

651.

645.

644.

circonférence *FG* en *D*, & ſoit menée *DH* tangente au même point *D*; ſoit enſuite le rayon incident *OB* prolongé juſqu'à ce qu'il coupe le plan de la baſe prolongé, en *E*, & ſoit menée *EH* perpendiculaire à *DH*, la prolongeant juſqu'à ce que *CH* ſoit égale à *HE*. *C* ſera le point où le rayon réfléchi *BC* rencontrera le plan de la baſe prolongé.

Car menant *DC*, *DE* & *BH*, le plan du triangle *DBH* touchera la ſurface du cylindre dans la ligne *BD*; & les perpendiculaires *HC*, *HE* à ce plan étant égales, ſi l'on prend le point *C* pour un point rayonnant dont les rayons tombent ſur ce plan, le point *E* ſera leur foyer, après avoir été réfléchis. Donc réciproquement le rayon *OB* tendant en *E*, paſſera par *C*, après avoir été réfléchi; & la réflexion à la rencontre du plan tangent eſt la même qu'à la rencontre de la ſurface du cylindre en *B*.

743. COROLL. I. Mais un moyen plus commode dans la pratique, relativement à la ſolution du Problême ſuivant, eſt de prolonger *OB* en *E*, de mener *DE* coupant la circonférence de la baſe en *F*, de tirer une corde *DG* égale à *DF*, & de prendre ſur *DG* prolongée *DC* égale à *DE*; ce qui donnera le point *C* où le rayon réfléchi rencontrera le plan de la baſe : ce qui eſt évident, les cordes *DG* & *DF* étant également inclinées ſur la tangente *DH*.

744. COROLL. II. Donc les points où les rayons partis de *O*, qui rencontrent la ſurface du cylindre ſuivant *BD* menée ſur cette ſurface perpendiculairement à la baſe, tomberont ſur la baſe, après avoir été réfléchis, ſeront tous dans la ligne *DC* qui paſſe par le point *C* où un de ces rayons *BO* va rencontrer cette baſe. Fig. 654.

745. COROLL. III. Tous les rayons venant de *C* qui tombent ſur *BD*, divergeront tous de *E*, après avoir été réfléchis; ainſi il ne pourra y en avoir qu'un qui paſſe par le même point *O*.

746. COROLL. IV. Un rayon incident quelconque *OB* & le rayon réfléchi *BC* qui lui répond, prolongés, font des angles égaux avec la ligne *BD* prolongée, ainſi qu'avec le plan de la baſe; car les triangles *BDC*, *BDE* ſont égaux.

747. PROBLÊME III. *Tracer ſur un plan une image difforme* ABCDEKIHGF *qui paraiſſe réguliere, vue d'un point donné* Fig. 655, 656, &c. juſqu'à 659.

O, par des rayons réfléchis par un cylindre placé sur le cercle lnp *égal à sa base.*

Par le point *R* situé directement au-dessous du lieu *O* de l'œil, soient menées les lignes *Ra*, *Re*, qui touchent la base du cylindre, ou en retranchent deux petits segmens égaux, selon qu'on veut défigurer plus ou moins l'image. Considérant ensuite l'œil élevé au-dessus de *R*, à la hauteur donnée *RO* un peu plus grande que celle du cylindre, comme un point rayonnant, soit tracée l'ombre *aekf* d'un carré ou parallélogramme *aek'f'* disposé perpendiculairement sur sa base *ae* où l'on voudra, derriere l'arc *lnp*, & divisé de la même manière qu'un autre carré ou parallélogramme semblable tracé sur l'image qu'on veut défigurer (*Art. 736*). Soient les lignes menées de *R* aux extrémités & divisions de la base *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, coupant l'ombre parallele la plus éloignée aux points *f*, *g*, *h*, *i*, *k*, & l'arc de la base en *l*, *m*, *n*, *o*, *p*; par ces points soient menées les lignes *lAF*, *mBG*, *nCH*, *oDI*, *pEK* faisant avec l'arc *lmnop* des angles égaux respectivement à ceux que feraient avec cet arc, aux mêmes points, des rayons qui viendraient de *R*; enfin on transportera les lignes *laf*, *mbg*, &c. & toutes leurs parties, dans le même ordre, sur les lignes respectives *lAF*, *mBG*, &c.; & ayant fait passer des courbes par les points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, par les points *F*, *G*, *H*, *I*, *K*, & par chaque suite de points intermédiaires, la Figure *ACEKHF* ainsi divisée sera l'image défigurée du carré tracé & divisé sur l'image qu'on se propose de défigurer, & paraîtra semblable à ce carré, en la regardant du point *O* dans le cylindre placé sur la base *lnp*. On fera usage de ce qui a été dit dans l'Art. 742 pour tracer l'image difforme dans le carré *AK*.

Car prenant l'œil *O* élevé à la hauteur *RO*, pour un point rayonnant, tous les rayons qu'il envoie vers chaque ligne du carré & conséquemment vers chaque ligne de son ombre *ak*, étant interceptés par la surface du cylindre, seront réfléchis à chaque ligne correspondante de déformation *AK*, comme on le verra aisément en comparant la solution des Lemmes & leurs Corollaires avec celle de ce Problême. Donc réciproquement les rayons qui partent de chaque ligne de défor-

mation *AK*, ſeront réfléchis à l'œil comme s'ils venaient directement des lignes qui appartiennent à l'ombre *ak* ou des lignes qui appartiennent au carré meme*.

* On peut auſſi tracer des images difformes qui ſont rétablies dans leur figure naturelle par des miroirs coniques & pyramidaux. Voici la méthode de tracer les premieres. (*Wolf Elementa Matheſeos univerſæ, tomus III*).

933. C'eſt un fait atteſté par l'expérience, que l'œil étant élevé au deſſus du ſommet d'un miroir conique & placé dans l'axe de ce miroir, toute la ſurface qui environne le miroir parait remplir la ſurface du miroir; elle parait, en regardant par un petit trou, comme un cercle égal, à peu près, à la baſe. On deſſinera donc, à cauſe de cela, l'image qu'on veut défigurer dans un cercle égal à la baſe du miroir conique; on diviſera la circonférence de ce cercle dans un nombre quelconque de parties égales, par des diametres *ad*, *be*, *cf*, &c. (*Fig. 660*); on diviſera de même les rayons *Ob*, *Oc*, *Og*, *Od*, &c. dans un nombre quelconque de parties égales *O*1, 1.2, 2.3, &c. par des circonférences concentriques.

Pour avoir les points *I*, *II*, *III*, &c. (*Fig. 661*) de la ſurface qui environne le miroir, qui ſont vus par des rayons réfléchis, au dedans du miroir, en 1, 2, 3, &c., on conſtruira un triangle rectangle *AOE* dont la baſe *OE* & la hauteur *OA* ſoient reſpectivement égales au rayon de la baſe & à la hauteur ou axe du miroir, & ſur *AO* prolongée on prendra *AB* égale à la hauteur de l'œil au-deſſus du ſommet du cone. Du point *B* où l'on ſuppoſe l'œil, on tirera aux points de diviſion 1, 2, 3, &c. les droites *B*1, *B*2, *B*3, &c. qui repréſentent les rayons réfléchis par leſquels on voit les points 1, 2, 3, &c. Ainſi comme *AE* eſt l'interſection du plan de réflexion & du miroir, on fera les angles *IAE*, *IIDE*, &c. égaux aux angles *BAG*, *BDG*, &c.; & *AI*, *DII*, &c. ſeront des rayons incidens, & par conſéquent *I*, *II*, &c. des points rayonnans qui ſont vus par réflexion, en 1, 2, 3, &c. On prolongera donc les rayons *Oa*, *Ob*, *Oc* (*Fig. 662*), &c. dans la craticule du prototype, & on tranſportera ſur ces rayons prolongés les diviſions *OI*, *OII*, *OIII*, &c. Enfin on décrira du centre *O* des cercles concentriques, & l'on aura de cette manière la craticule de l'ectype.

Si donc on deſſine dans chacune de ſes aréoles ce qu'on voit tracé dans l'aréole correſpondante de la craticule du prototype, on aura une image difforme qu'on verra dans le miroir conique réguliere & dans ſes juſtes proportions, l'œil étant élevé convenablement au-deſſus du ſommet de ce miroir.

934. Si on ne ſait pas aſſez bien deſſiner, on pourra ſe ſervir d'une machine inventée par M.r Jacques Léopold, dont on trace la deſcription dans les Actes de Leipſik de 1712, par le moyen de laquelle on peut décrire aſſez exactement des images difformes, qui ſont rétablies dans leur état naturel par des miroirs coniques & cylindriques.

935. On peut encore faire des images difformes ſemblables à celles qui ſont rétablies dans leur état naturel, par les miroirs cylindriques, leſquelles vues dans un miroir conique, l'œil étant placé devant le miroir, paraîtront régulieres & dans leurs juſtes proportions; mais comme les premieres ſont plus défigurées, on les préfere à celles-ci.

936. Nous avons dit qu'on trace auſſi des images difformes qui ſont rétablies dans leur état naturel par des miroirs pyramidaux, l'œil étant élevé au-deſſus du ſommet du miroir. En voici la méthode.

Suppoſons que le miroir pyramidal ſoit quadrangulaire. Le miroir pyramidal élevé ſur la baſe *ABCD* (*Fig 663*) ne réfléchiſſant, comme l'expérience l'apprend, à l'œil élevé au-deſſus de ſon ſommet, que les parties triangulaires *BEC*, *CFD*, *DGA*, *AHB* de l'eſpace qui l'environne, il ne parvient à l'œil aucun rayon des parties intermédiaires *HBE*, *ECF*, &c. Mais ces eſpaces triangulaires occupent toute la ſurface du miroir, & paraiſſent, en les regardant par un petit trou, abaiſſés ſur un même plan égal à la

748. COROLL. I. Si le rapport des côtés de l'image qu'on
Fig. 659. veut défigurer & par conſéquent du parallélogramme ſemblable $aek'f'$ eſt donné, ou ſi nR eſt donnée ou priſe telle qu'on le juge à propos, & que la hauteur nt du cylindre ou du point de réflexion le plus élevé ſoit auſſi donnée, la hauteur de l'œil peut ſe déterminer en plaçant nt perpendiculairement à nR, & le parallélogramme $aek'f'$ perpendiculairement ſur ſa baſe ace à une diſtance convenable derriere l'arc lp, & en prolongeant ſa baſe ca juſqu'à ce que ct' ſoit égale à ſa hauteur; alors la ligne $t't$ prolongée déterminera la hauteur requiſe RO, comme il eſt

baſe $ABCD$. On deſſinera donc à cauſe de cela l'image qu'on veut défigurer dans un carré $ABCD$ égal à la baſe du miroir; on diviſera le périmetre $ABCD$ de ce carré en parties égales, par des diagonales AC, DB, & par des droites menées par le centre E perpendiculairement ſur les côtés AB, BC, &c. On diviſera de plus les droites EL & EB dans un nombre quelconque de parties égales, & ayant mené par les points de diviſion des lignes paralleles aux côtés de la baſe, on aura la craticule du prototype.

Or, comme une ſection du miroir par l'axe & par la droite EL tirée dans la baſe, forme un triangle rectangle, & qu'un point quelconque de diviſion de la craticule du prototype eſt dans le rayon réfléchi, on trouve abſolument de la même maniere que dans le problême précédent, les points I, II, III, &c. dans l'axe LE du triangle réfléchiſſant BEC, au moyen deſquels on peut conſtruire le triangle.

Le reſte s'achevera de la même maniere que dans le Problême précédent.

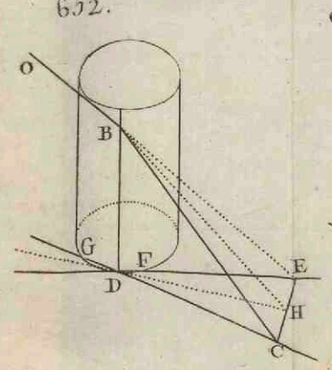
937. Les anamorphoſes qu'on exécute par le moyen de miroirs pyramidaux plaiſent plus que les autres, parce que les parties de l'image difforme laiſſant de l'eſpace entr'elles, on peut le remplir par tout ce qu'on peut imaginer pouvoir faire un tout avec elles ſur le plan où elles ſont tracées, ſans qu'on ait à craindre que cela ſoit vu dans le miroir.

938. Il y a encore une autre eſpece d'anamorphoſes. Ce ſont celles qui ſont faites pour être vues au travers d'un verre polyedre, c'eſt-à-dire, à pluſieurs faces. Voici comme Mr. Wolf enſeigne à les tracer.

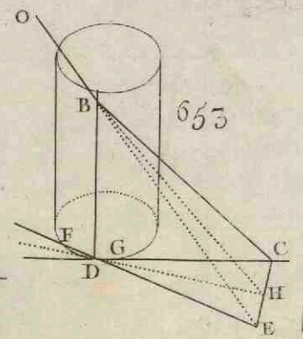
Sur une table horiſontale $ABCD$, (*Fig 664*) on éleve à angles droits une planche $AFED$. Dans chacune d'elles on pratique deux couliſſes telles que l'appui BHC puiſſe ſe mouvoir entre celles de la table horiſontale, & que l'on puiſſe faire couler un papier entre celles de la planche verticale. On adapte à l'appui BHC un tuyau IK muni, en I, d'un verre polyedre plan convexe, compoſé de 24 plans triangulaires qui ne ſoient pas trop grands, diſpoſés, à peu près, ſuivant la courbure d'une parabole. Le tuyau eſt percé en K d'un petit trou qui doit être un peu au-delà du foyer du verre. On éloigne l'appui BHC de la planche verticale à une diſtance plus grande que la diſtance focale du verre, & on l'éloigne d'autant plus que l'image difforme doit être plus grande.

On met au devant du trou K une lampe, & l'on marque le plus exactement qu'on peut, avec du crayon, les contours des aréoles ou eſpaces lumineux que ſa lumière forme ſur la planche verticale ou plutôt ſur le papier qu'on y a appliqué; & pour ne point ſe tromper en les marquant, il faut avoir ſoin de regarder fréquemment par le trou ſi ces aréoles forment en effet une ſeule image. On tracera enſuite, dans ces aréoles, des parties d'un objet qui étant vues par le trou K, paraîtront former un ſeul tout, ayant ſoin de regarder par le trou K, en faiſant cette opération, ſi toutes ces

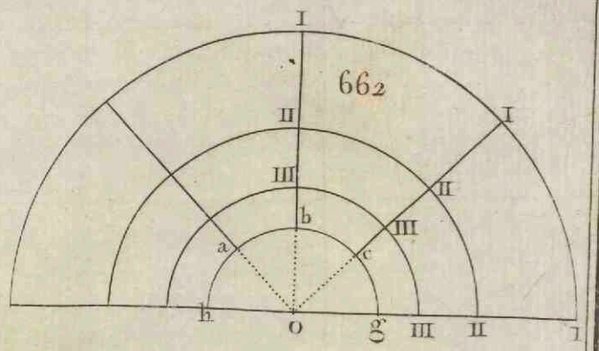
652.



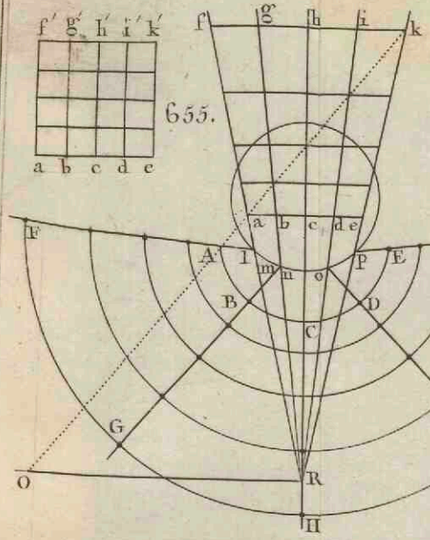
653



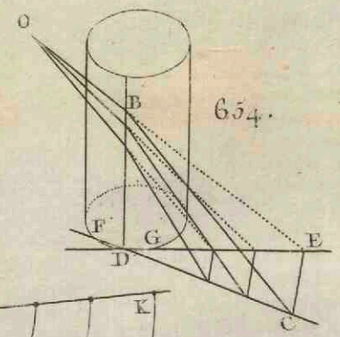
662



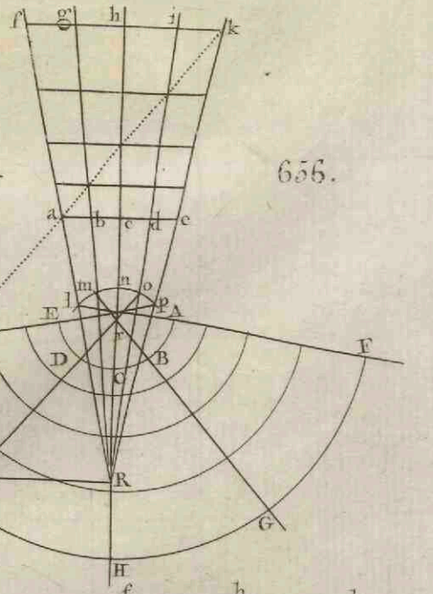
655.



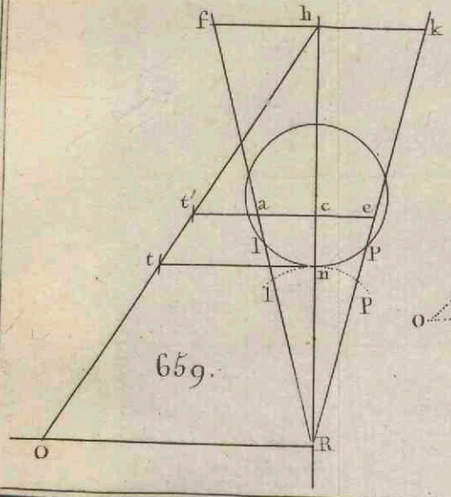
654.



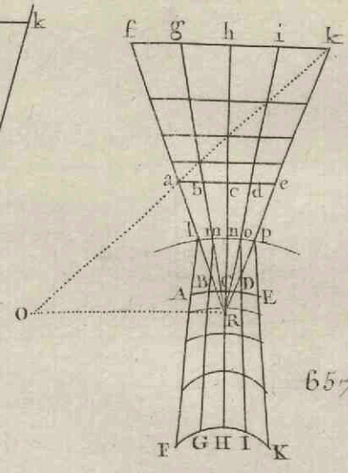
656.



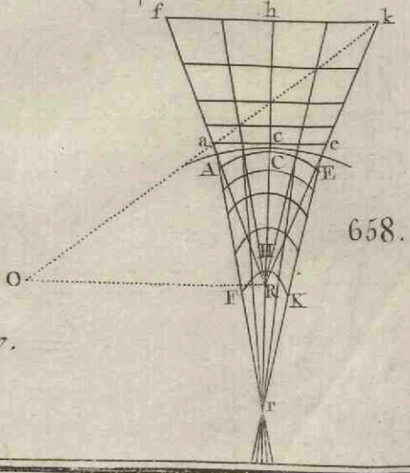
659.

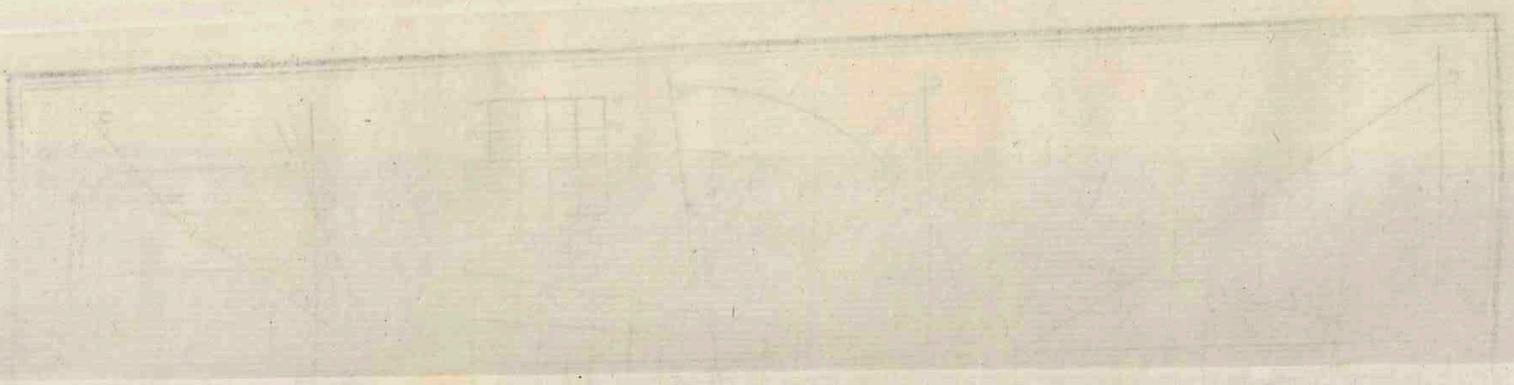


657.



658.





facile de le voir en imaginant le triangle *ROtt'h* élevé perpendiculairement sur le papier dans la ligne *Rnch*. Et si on varie les données, le reste peut être aisément déterminé par la relation des lignes que nous avons considérées.

749. COROLL. II. Si la portion de la surface du cylindre qui réfléchit la lumiere, est convertie en surface plane, la déformation *AK* deviendra exactement égale à l'ombre *ak*. Les Figures 656, 657 & 658 appartiennent à la surface d'un cylindre concave.

parties forment en effet une seule image. A l'égard des espaces intermédiaires, on les remplira de tout ce qu'on voudra; & pour rendre le phénomene plus curieux, on aura soin d'y tracer des choses telles que l'image représente à la vue simple quelque chose de tout différent de de ce qu'on voit au travers du polyedre. Regardant ensuite par le trou *K*, on ne verra qu'une image distincte formée par les parties tracées dans les aréoles, & l'on ne verra nullement ce qui est tracé dans les espaces intermédiaires. On peut encore consulter sur la manière de tracer ces anamorphoses, le Tome IV des premiers Mémoires de Petersbourg: on y trouve un Mémoire curieux de M.r Leutman sur cette matière, dans lequel l'auteur donne la description d'une anamorphose qu'il avait faite en l'honneur de l'immortel Pierre Alexiowitz.

CHAPITRE XIII.

DE L'ARC-EN-CIEL.

THÉORÊME I.

750. *LOrsqu'un rayon de lumière eſt rompu en entrant dans un cercle & eſt ſucceſſivement réfléchi dans ce cercle un nombre donné de fois avant d'en ſortir par une ſeconde réfraction, ſi l'on multiplie l'angle de réfraction par le nombre des réflexions plus un, l'excès de l'angle qu'on aura ſur l'angle d'incidence ſera égal à la moitié de l'angle formé par le rayon incident & le rayon émergent prolongés juſqu'à ce qu'ils ſe coupent; c'eſt-à-dire, que l'excès dont il s'agit eſt égal à la moitié de l'angle formé dans ce cercle par le rayon incident & le rayon émergent, lorſque le nombre de réflexions eſt impair, & à la moitié du ſupplément du même angle, lorſque le nombre de réflexions eſt pair.*

Fig. 665, 666, 667 & 668. Soit $ABCDE$ un grand cercle d'une ſphere dont le centre eſt O, & ſoit un rayon incident SA rompu en A, ſouffrant enſuite dans la circonférence ou une réflexion unique en B, ou deux, l'une en B, l'autre en C, ou trois, &c. puis ſortant en C, ou en D, &c. en éprouvant une ſeconde réfraction. Lorſque le nombre des réflexions eſt impair, une ligne OR tirée du centre O au point de réflexion du milieu B, ou C, &c. coupera l'angle formé en R par le rayon incident & le rayon émergent prolongés, parce que les réflexions & les réfractions de chaque côté de la ligne OR ſont en nombre égal & de la même grandeur, les cordes AB, BC, CD, DE décrites par le rayon réfléchi étant égales. Par la même raiſon, lorſque le nombre des réflexions eſt pair, une perpendiculaire OT tirée du centre O ſur la corde qui joint les deux points de réflexion du milieu B & C, ou C & D, &c. coupera en deux également l'un des angles que font en T le rayon incident & le rayon émergent, & une ligne TV perpendiculaire à TO coupera en deux également l'angle qui eſt le ſupplément de celui-là, & ſera parallele à la corde du milieu BC, ou CD, &c. Soit mené un diametre POQ parallele au rayon incident SAM, lequel

Fig. 665 & 667.

Fig. 666 & 668.

lequel coupe les rayons réfléchis prolongés BC, CD, DE, en b', c', d' respectivement; soient tirés OA, OB. Dans la Figure 665, la somme des angles égaux OAB, OBA du triangle OAB, est égale à la somme des angles OAR, ORA du triangle OAR: donc $2OAB - OAM = ORA = BOQ$. Donc dans la Figure 666, l'angle STV ou $Pb'C = OBC + BOQ = 3OAB - OAM$; dans la Figure 667, SRO ou $POC = OCB + Pb'C = 4OAB - OAM$; dans la Figure 668, STV ou $Pc'D = OCD - COc' = 5OAB - OAM$, en rejettant deux angles droits; car COc' = deux angles droits $- POC$ = deux angles droits $- 4OAB + OAM$. Et ainsi de suite pour un plus grand nombre de réflexions. On voit donc que nommant m le nombre des réflexions augmenté d'une unité, $mOAB - OAM$ est égal à la moitié de l'angle formé par le rayon incident & par le rayon émergent.

751. THÉORÈME II. *Les choses demeurant comme elles étaient, supposons que l'angle d'incidence croisse depuis* 0° *jusqu'à* 90°, *l'angle fait par le rayon incident & par le rayon émergent, après un nombre quelconque donné de réflexions représenté par* n, *augmentera d'abord & ensuite diminuera; & il sera le plus grand, lorsque la tangente de l'angle d'incidence est à la tangente de l'angle de réfraction comme* n + 1 *est à* 1.

Car faisant $n + 1 = m$, nous avons trouvé que la moitié de l'angle formé par le rayon incident & par le rayon émergent est égal à l'excès de $mOAB$ sur OAM. Or, cet excès qui, lorsque les angles OAB, OAM sont très-petits, est aussi très-petit, augmentera tant que les accroissemens successifs de $mOAB$ excederont les accroissemens simultanés de OAM, & diminuera lorsqu'ils seront plus petits, & par conséquent cet excès sera le plus grand, lorsque l'accroissement le plus petit de OAB pris m de fois, est égal à l'accroissement correspondant de OAM pris une fois; c'est-à-dire, lorsque l'accroissement le plus petit de l'angle d'incidence OAM est à l'accroissement correspondant de l'angle de réfraction OAB, & par conséquent lorsque la tangente d'incidence est à la tangente de réfraction comme m est à 1. Fig. 665, 666, 667, & 668.

752. PROBLÊME I. *Trouver deux angles dont les sinus soient dans le rapport donné de* I *à* R, *& dont les tangentes soient dans un autre rapport donné de* m *à* 1.

Fig. 669. Soient, sur une ligne quelconque $CEDA$, CA à CD comme I est à R, & CA à CE comme m est à 1 ; du point C pris pour centre & du demi-diametre CD soit décrit un arc DB coupant en B un cercle ABE dont le diametre est AE ; soit menée ABF, & joignant les points B, C, par une droite BC, le sinus de l'angle CBF sera au sinus de CAF comme I est à R, & la tangente du premier de ces angles à la tangente du second comme m est à 1 ; & par conséquent les angles CBF, CAF sont les angles cherchés. Car dans le triangle CAB le sinus de l'angle CBA ou CBF est au sinus de CAF comme CA est à CB ou CD, comme I est à R, par construction. Si l'on tire BE & qu'on acheve le parallélogramme $EBGC$, CG prolongée coupera ABF à angles droits en F. Donc les lignes FC, FG sont tangentes des angles CBF, GBF ou CAF, BF étant pris pour rayon ; & la tangente FC est à la tangente FG comme FA est à FB ou comme CA est à CE, ou comme m est à 1, par construction.

753. COROLL. I. Des rayons du soleil paralleles tombant sur une goutte sphérique de pluie, soit le rapport de réfraction représenté par le même rapport de I à R, n le nombre de reflexions que souffre chaque rayon avant de sortir de la goutte, & $m = n + 1$. On voit, par ces propositions, que la moitié de l'angle le plus grand qu'un quelconque des rayons émergens peut faire avec les rayons incidens, est égal à $m \times$ ang. $CBF - CAF$. Car CBF & CAF ou GBF sont des angles dont les sinus sont dans le rapport de I à R & dont les tangentes sont dans celui de m à 1, & par conséquent sont les angles d'incidence & de réfraction du rayon dont les parties incidente & émergente prolongées forment l'angle le plus grand.

754. COROLL. II. La construction précédente par laquelle on détermine l'angle CBF, est de M.r Halley. M.r Newton a donné une regle pour le calculer, que voici ; dites : comme $\sqrt{[(mm - 1)RR]}$ est à $\sqrt{(II - RR)}$, ainsi le rayon des tables est au cosinus de l'angle d'incidence CBF. Cet angle étant connu, on connaîtra aussi-tôt l'angle de réfraction, au moyen du rapport donné de I à R. La regle que nous venons d'énoncer peut se démontrer ainsi. Nous avons (*Art.* 752) $CA : CB :: I : R$ & $FA : FB :: m : 1$; ce qui donne

$\frac{II}{RR} CB^2 - mmBF^2 = CA^2 - AF^2 = CB^2 - BF^2$, qui se change en $(II - RR) \times CB^2 = (mm - 1) RR \times BF^2$; d'où l'on tire $\surd[(mm - 1) RR] : \surd(II - RR) :: CB : BF ::$ le rayon : cosinus de l'angle CBF.

755. Après avoir établi ces propositions qui sont nécessaires pour pouvoir calculer exactement les diametres apparens & les largeurs des arcs-en-ciel, je joins ici l'explication que donne M.r Newton de leurs couleurs & de la manière dont ils se forment, faisant çà & là quelques additions qui m'ont parues nécessaires.

756. L'arc-en-ciel ne paraît jamais, dit M.r Newton, que dans les endroits où il pleut & où le soleil luit en même tems, & l'on peut former des arcs-en-ciel par art en faisant jaillir de l'eau, qui poussée en l'air & dispersée en gouttes, retombe en forme de pluie. Car le soleil donnant sur ces gouttes, il en résulte un arc-en-ciel qu'on apperçoit, pourvu qu'on se trouve dans une position convenable à l'égard de cette pluie & du soleil : aussi convient-on actuellement que l'arc-en-ciel est formé par la réfraction de la lumière du soleil dans des gouttes de pluie. C'est ce que quelques anciens avaient conçu, & ce qui a été pleinement découvert & expliqué dans ces derniers tems par le célèbre *Antoine de Dominis*, Archevêque de *Spalato*, dans son Livre *de radiis visûs & lucis*, publié à Venise en 1611 par *Bartolus*. Car il fait voir dans ce Livre comment l'arc-en-ciel intérieur est produit dans des gouttes rondes de pluie par deux réfractions de la lumière du soleil, & par une réflexion entre deux; & l'extérieur, par deux réfractions & deux sortes de réflexions que la lumière éprouve dans chaque goutte de pluie entre ces deux réfractions : il prouve ces explications par des expériences qu'il fait avec une phiole pleine d'eau, & avec des globes de verre remplis d'eau & exposés au soleil pour y faire voir les couleurs des deux arcs. Descartes qui a suivi cette explication dans ses météores, a corrigé celle de l'arc extérieur. Mais comme ils ne connaissaient pas la vraie origine des couleurs, je vais examiner de nouveau cette matière.

757. Pour comprendre donc comment se fait l'arc-en-ciel, soit une goutte d'eau ou tout autre corps sphérique transparent représenté par le globe $BNFG$ décrit du centre C & de l'in- Fig. 670.

tervalle CN. Suppoſons que AN ſoit un des rayons du ſoleil tombant ſur ce globe en N où il eſt rompu ; qu'en conſéquence de cette réfraction il parvienne en F; que là il ſoit rompu & ſorte de la ſphere ſuivant FV, ou ſoit réfléchi, & aille enſuite en G; qu'étant en G, il ſoit rompu & ſorte ſuivant GR, ou ſoit réfléchi & aille en H; que là il ſoit rompu & ſorte ſuivant HS, coupant le rayon incident AN en Y. Soient prolongées AN & RG juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent en X; & ſoient abaiſſées ſur AX & NF les perpendiculaires CD & CE, dont on prolongera la premiere juſqu'à la rencontre de la circonférence en L. Soit enfin tiré le diametre BQ parallele au rayon incident AN; & ſoit le ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, en paſſant de l'air dans l'eau, comme I eſt à R. Préſentement ſi l'on ſuppoſe que le point d'incidence N ſe meuve depuis le point B ſans diſcontinuer juſqu'à ce qu'il parvienne en L, l'arc QF augmentera d'abord & enſuite diminuera, ainſi que l'angle AXR formé par les rayons AN & GR; & l'arc QF & l'angle AXR ſeront les plus grands lorſque ND ſera à NC comme $\sqrt{(II - RR)}$ eſt à $\sqrt{3RR}$, dans lequel cas NE ſera à ND comme $2R$ eſt à I. De même l'angle AYS formé par les rayons AN & HS diminuera d'abord & enſuite augmentera ; & il deviendra le plus petit lorſque ND ſera à NC comme $\sqrt{(II - RR)}$ eſt à $\sqrt{8RR}$, cas dans lequel NE ſera à ND comme $3R$ eſt à I. De même l'angle que forment le rayon qui ſort après trois réflexions, & le rayon incident AN, parviendra à ſa limite, lorſque ND ſera à NC comme $\sqrt{(II - RR)}$ eſt à $\sqrt{15RR}$; & en ce cas, NE ſera à ND comme $4R$ eſt à I. Et l'angle que forment le rayon qui ſort après quatre réflexions, & le rayon incident AN, parvient à ſa limite lorſque ND eſt à NC comme $\sqrt{(II - RR)}$ eſt à $\sqrt{24RR}$; auquel cas NE eſt à ND comme $5R$ eſt à I; & ainſi de ſuite à l'infini, les nombres 3, 8, 15, 24, &c. ſe formant par l'addition continuelle des termes de la progreſſion arithmétique 3, 5, 7, 9, &c. Tout cela eſt évident par l'Art. 754 & par les Art. 383 & 384.

758. Préſentement il faut remarquer que lorſqu'en augmentant la diſtance CD, ces angles parviennent à leurs limites, la quantité dont ils ſont ne varie que fort peu pendant quelque tems ; & que, par cette raiſon, les rayons qui tombent ſur

tous les points N du quart de cercle BL, ſortiront en bien plus grande quantité dans les limites de ces angles que dans toute autre inclinaiſon. Ajoûtez à cela que de tous les rayons qui tombent ſur le quart de cercle BN, il n'y a que les rayons contigus qui ſortent dans les limites de ces angles, qui puiſſent ſortir paralleles *, & que les autres rayons contigus ſortent divergens de points ſitués derriere ou devant la goutte, & par conſéquent entreront dans l'œil, à une diſtance conſidérable de la goutte, beaucoup plus rares que les rayons paralleles. Cela eſt évident en obſervant que tandis que l'arc BN croît continuellement depuis zero, & que l'angle AXR, par exemple, croît auſſi, les rayons qui ſortent ſucceſſivement perdant continuellement de leur inclinaiſon ſur les rayons incidens ou ſur la ligne fixe BQ, ſont ſucceſſivement de petits angles entr'eux : la même choſe eſt évidente tandis que l'angle AXR décroît, les rayons étant de plus en plus inclinés à PQ; par conſéquent les rayons incidens contigus doivent ſortir paralleles dans la limite entre l'accroiſſement & la diminution de cet angle. Fig. 671.

759. Il faut obſerver encore que les limites des angles d'émergence des rayons de réfrangibilité différente ſeront différens; que par conſéquent ils ſortiront, ſelon leurs différens degrés de réfrangibilité, en plus grande quantité ſous différens angles; & qu'étant ſéparés les uns des autres, ils paraîtront chacun de leur propre couleur. Ajoûtez à cela, que quoique les rayons hétérogenes d'un petit faiſceau quelconque, comme AN, ſoient ſéparés par les réfractions qu'ils éprouvent dans la goutte, en rayons $NFGR$, $Nfgr$, chacun d'une ſeule couleur, cependant ces rayons émergens GR, gr n'affecteront pas l'œil de manière qu'il diſtingue leurs couleurs, à moins qu'ils ne ſoient dans les limites des angles AXR, Axr, parce qu'il y a partout, dans ces plus grands angles, un nombre infini de ſemblables Fig. 672.

* 939. Ces rayons qui ſortent paralleles & de plus ſont très-proches l'un de l'autre, agiſſant par conſéquent avec force ſur l'œil, lorſqu'ils le rencontrent, ſont nommés à cauſe de cela *rayons efficaces*. Ces rayons ſont réfléchis au même point de la goutte, dans le premier arc-en-ciel, & ſont paralleles après la premiere réflexion dans le ſecond; enſorte que pour trouver les rayons efficaces dans le premier arc-en-ciel, il ne s'agit que de trouver quels ſont les rayons paralleles infiniment proches, qui après être entrés dans la goutte, ſe rencontrent au même point de ſa concavité, & delà ſe réfléchiſſent vers l'œil; & dans le ſecond, quels ſont ceux qui, après leur premiere réflexion, ſont paralleles.

pinceaux colorés diverſement, inclinés les uns aux autres, qui ainſi ſont mêlés enſemble & par conſéquent paraiſſent blancs ou ſans couleur diſtincte. La même choſe peut ſe dire des rayons émer-
Fig. 670. gens en quelqu'endroit que ce ſoit dans le plus grand angle *NYS*.

760. Maintenant ces angles ſe peuvent trouver, d'abord en calculant les angles d'incidence & de réfraction, par l'Art. 754 ou par les Art. 383 & 384, & enſuite les angles mêmes *AXG*, *AYS*, par l'Art. 750. Car les ſinus *I* & *R*, pour les rayons les moins réfrangibles, ſont 108 & 81 (*Art 170*); d'où l'on trouvera, par le calcul, le plus grand angle *AXR* de 42°. 2′ & le plus petit angle *AYS* de 50°. 57′. Et pour les rayons les plus réfrangibles les ſinus *I* & *R* ſont 109 & 81; d'où l'on trouvera le plus grand angle *AXR* de 40°. 17′ & le plus petit *AYS* de 54°. 7′.

Fig. 673. 761. Suppoſons actuellement que *O* eſt l'œil du ſpectateur,

940. Mais l'on peut trouver les rayons efficaces, pour tous les arcs-en-ciel à l'infini, en cherchant d'une maniere générale le point où doivent tomber les rayons du ſoleil, pour ſortir enſuite paralleles, après avoir été réfléchis un certain nombre de fois.

Soit *N* (*Fig. 670*) le point cherché. Soit le rayon $CN = 1$; *CD* perpendiculaire au rayon incident *AN* prolongé & égale au ſinus de l'arc *BN*, $= x$; l'arc $NnF = FfG = GhH = A$; l'arc $nFf = fg = gGh = B$; le nombre de réflexions $= N$. L'arc $NFGH = (1+N)A$, & $nfgh = (1+N)B$; & la différence de ces arcs $Nn + Hh = (1+N)(A-B) = (1+N)(Nn-Ff)$. Mais la Figure *NnFf* eſt parfaitement ſemblable & égale à la Figure *HhGg*; donc $Nn = Hh$, & $Ff = Gg$; donc $2Nn = (1+N)(Nn-Ff)$, qui donne $Nn(N-1) = (N+1)Ff$, & par conſéquent $N+1 : N-1 :: Nn : Ff :: Np : pf$ ou pF, d'où l'on a $2N : N+1 :: NF : Np$; & ainſi $Np = \frac{N+1}{2N} \times NF$. Le point cherché *N* doit donc être un endroit de la circonférence tel que la partie *Np* du rayon rompu compriſe entre ce point & le foyer *p*, ſoit $= \frac{N+1}{2N} \times NF$. Mais (*Note 617*) $Np = \frac{cc}{c-mb}$, dans le cas des rayons paralleles ou de $a = \infty$, & ici $b = \sqrt{(1-xx)}$, $c = \sqrt{(1-mmxx)}$, & par conſéquent $NF = 2\sqrt{(1-mmxx)}$; on aura donc cette équation $\frac{N+1}{N}\sqrt{(1-mmxx)} = \frac{1-mmxx}{\sqrt{(1-mmxx)} - m\sqrt{(1-xx)}}$, d'où l'on déduira $x = \frac{\sqrt{[m^2(N+1)^2-1]}}{m\sqrt{(N^2+2N)}}$.

Cette ſolution eſt de M.r Jean Bernouilli (*Voyez le 4.e Volume de ſes Œuvres*).

941. Si l'on veut avoir le point *N* pour le premier arc-en-ciel, alors comme il n'y a qu'une ſeule réflexion, on aura $x = \frac{\sqrt{4m^2-1}}{m\sqrt{3}}$.

942. Si l'on veut le même point pour le ſecond arc-en-ciel, comme les rayons ſouffrent deux réflexions, on aura $x = \frac{\sqrt{(9m^2-1)}}{m\sqrt{8}}$.

943. Pour le troiſieme arc-en-ciel, on trouverait de même $x = \frac{\sqrt{(16m^2-1)}}{m\sqrt{15}}$. Et ainſi des autres.

& *OP* une ligne parallele aux rayons du ſoleil. Soient *POE*, *POF*, *POG*, *POH* des angles de 40°. 17′, de 42°. 2′, de 50°. 57′ & de 54°. 7′ reſpectivement. Ces angles étant ſuppoſés tourner autour de leur côté commun *OP*, leurs autres côtés *OE*, *OF*, *OG*, *OH* décriront les bords de deux arcs-en-ciel *AFBE* & *CHDG*. Car ſi *E*, *F*, *G*, *H* ſont des gouttes placées en quelqu'endroit que ce ſoit des ſurfaces coniques décrites par *OE*, *OF*, *OG*, *OH*, & qu'elles ſoient éclairées par les rayons du ſoleil *SE*, *SF*, *SG*, *SH*; l'angle *SEO* étant égal à l'angle *POE* qui eſt de 40°. 17′, ſera le plus grand angle que puiſſent faire la ligne *SE* & les rayons les plus réfrangibles qui ſont rompus vers l'œil après une réflexion; & par conſéquent toutes les gouttes ſituées dans la ligne *OE*, enverront à l'œil la plus grande quantité poſſible de rayons les plus réfrangibles, au moyen de quoi on appercevra le violet le plus foncé dans cet endroit. De même, l'angle *SFO* étant égal à l'angle *POF* de 42°. 2′, ſera le plus grand angle ſous lequel les rayons les moins réfrangibles puiſſent ſortir des gouttes, après une réflexion; & par conſéquent les gouttes ſituées dans la ligne *OF* enverront à l'œil la plus grande quantité poſſible de ces rayons, enſorte que l'on appercevra le rouge le plus foncé dans cet endroit. Par la même raiſon, il viendra, des gouttes ſituées entre *E* & *F*, la plus grande quantité poſſible de rayons de degrés intermédiaires de réfrangibilité, qui feront par conſéquent appercevoir toutes les couleurs intermédiaires dans l'ordre qu'exige leurs différens degrés de réfrangibilité; c'eſt-à-dire, en allant de *E* en *F* ou de la partie intérieure de l'arc *AFBE* à la partie extérieure, dans cet ordre: violet, indigo, bleu, vert, jaune, orangé & rouge. Mais le violet étant mêlé avec la lumiere blanche des nuages, ce mêlange le fera paraître faible & tirant ſur le pourpre. J'obſerve de plus que tous les rayons, excepté le violet, contenus dans la ligne *SE*, ſortiront de *E* ſous un angle plus grand que *SEO* formé par le violet, & par conſéquent paſſeront au deſſous de l'œil; & que tous les rayons, excepté le rouge, contenus dans la ligne *SF*, ſortiront de *F* ſous un angle plus petit que *SFO* formé par le rouge, & par conſéquent paſſeront au deſſus de l'œil: au moyen de quoi on ne verra, de toutes les couleurs contenues dans

SF & dans *SE*, que le rouge de l'une & le violet de l'autre.

762. De plus, l'angle *SGO* étant égal à l'angle *POG* qui eſt de 50°. 51′, ſera l'angle le plus petit ſous lequel les rayons les moins réfrangibles puiſſent ſortir des gouttes après deux réflexions; par conſéquent les gouttes qui ſe trouvent ſur la ligne *OG*, enverront à l'œil le plus grand nombre poſſible de ces rayons; d'où l'on appercevra le rouge le plus vif à l'endroit où ſont ces gouttes. Et l'angle *SHO* étant égal à l'angle *POH* de 54°. 7′, ſera l'angle le plus petit ſous lequel les rayons les plus réfrangibles puiſſent ſortir des gouttes après deux réflexions; & par conſéquent l'œil recevra, des gouttes ſituées dans la ligne *OH*, la plus grande quantité poſſible de ces rayons, leſquels feront appercevoir le violet le plus foncé à l'endroit où ſont ces gouttes. Par la même raiſon, les gouttes qui ſont entre *G* & *H*, feront paraître des couleurs intermédiaires dans l'ordre qu'exigent leurs degrés de réfrangibilité; c'eſt-à-dire, qu'en allant de *G* en *H*, ou de la partie intérieure de l'arc-en-ciel *CHDG* à l'extérieure, les couleurs paraîtront dans cet ordre : rouge, orangé, jaune, vert, bleu, indigo & violet; & comme *OE*, *OF*, *OG*, *OH* peuvent être ſituées en quelqu'endroit que ce ſoit des ſurfaces coniques dont il a été queſtion ci-deſſus ce qui vient d'être dit des gouttes & des couleurs qui ſont ſur ces lignes, doit être appliqué aux gouttes & aux couleurs qui ſont en tout autre endroit de ces ſurfaces *.

763. C'eſt ainſi que ſeront formés deux arcs colorés, l'un

* 944. Mr. Newton ſuppoſe que les gouttes d'eau qui produiſent le ſecond arc-en-ciel, ſont ſphériques comme celles qui produiſent le premier; ſon calcul eſt même fondé ſur cette ſuppoſition : cependant il paraît que ſi elle était vraie, il n'y aurait jamais de ſecond arc-en-ciel. C'eſt du moins ce qui réſulte, ſelon la remarque du ſçavant P. Boſcovich (*Mémoires des Savans Étrangers, Tome III*), de la théorie des accès de facile réflexion & de facile tranſmiſſion, que Mr. Newton établit au ſecond Livre de ſon Optique. Pour faire entendre en quoi conſiſte la difficulté, mettons ici ce qu'il eſt néceſſaire de ſe rappeller de la théorie de Mr. Newton. Tout ce qu'on va voir eſt tiré de ſon Optique, Livre II Partie III, Édition françaiſe.

945. Les Notes 469, 473 & 475 & l'Art. 200 font voir qu'une eſpece de rayons quelconque tombant ſur une plaque mince & tranſparente, eſt réfléchie & tranſmiſe alternativement pendant pluſieurs ſucceſſions, à meſure que l'épaiſſeur de la plaque augmente, ſelon la progreſſion arithmétique 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, &c.; enſorte que ſi la premiere réflexion (celle qui produit le premier ou le plus intérieur des anneaux colorés) ſe fait à l'épaiſſeur 1, les rayons ſeront tranſmis aux épaiſſeurs 0, 2, 4, 6, 8, 10, &c., & formeront par là la tache du centre & les anneaux lumineux qui ſont vus par tranſ-

intérieurs

intérieur & composé de couleurs plus vives, par une réflexion unique dans les gouttes; & l'autre extérieur & composé de

mission; ils seront réfléchis aux épaisseurs 1, 3, 5, 7, 9, 11, &c. & formeront par là les anneaux qu'on voit par réflexion. Mr. Newton observe que cette réflexion & cette transmission alternatives se font plus de cent fois de suite, même plusieurs milliers de fois.

946. Or cette réflexion & cette réfraction alternatives dépendent des deux surfaces de chaque plaque mince, parce qu'elles dépendent de leur distance mutuelle; ce que Mr. Newton prouve en faisant remarquer que si l'une ou l'autre surface d'une plaque de talc de Moscovie est mouillée, les couleurs produites par la réflexion & la réfraction s'affaiblissent aussi-tôt.

947. La réflexion & la réfraction se font donc à la seconde surface. Car si elles se faisaient à la premiere avant que les rayons arrivassent à la seconde, elles ne dépendraient pas de la seconde.

948. Elles dépendent aussi de quelque action ou disposition qui se communique de la premiere surface à la seconde; parce qu'autrement les rayons étant parvenus à la seconde, cette réflexion & cette réfraction alternatives ne dépendraient plus de la premiere surface. Et cette action ou disposition est communiquée de maniere qu'elle a constamment ses interruptions & ses retours à intervalles égaux; parce que dans son progrès elle dispose le rayon, à une certaine distance de la premiere surface, à être réfléchi par la seconde, & qu'à une autre distance elle le dispose à être transmis par cette même surface; & cela à des intervalles égaux, & un très-grand nombre de fois. Le rayon étant disposé à être réfléchi aux distances 1, 3, 5, 7, 9, &c. & à être transmis aux distances 0, 2, 4, 6, 8, 10, &c., sa disposition à être réfléchi aux distances 3, 5, 7, 9 &c. doit être considérée comme un retour de la même disposition qu'avait le rayon à la distance 1; & sa disposition à être transmis aux distances 2, 4, 6, 8, &c. comme un retour de la disposition qu'il avait à la distance 0, c'est-à-dire, lorsqu'il passait à travers la premiere surface réfringente.

949. Ces retours d'un rayon quelconque à être réfléchi ou à être transmis, Mr. Newton les appelle *Accès de facile réflexion* ou *de facile transmission*; & *intervalle* de ces accès, l'espace qui se trouve entre chaque retour & le retour suivant.

950. Entre les diverses propositions que Mr. Newton établit ensuite sur ces accès, en voici deux qu'il faut se rappeller pour entendre la difficulté du P. Boscovich. La premiere, que la raison pour laquelle les surfaces des corps transparens qui ont de l'épaisseur, réfléchissent une partie de la lumiere qui tombe sur ces corps, & rompent le reste, c'est qu'une partie des rayons se trouve, au moment où ils tombent, dans des accès de facile réflexion, & les autres dans des accès de facile transmission. Delà Mr. Newton conclut que la lumiere a ses accès de facile réflexion & de facile transmission avant de tomber sur les corps transparens. Et il y a apparence, ajoûte-t'il, que ces sortes d'accès lui viennent dès qu'elle commence à émaner des corps lumineux, & qu'elle les conserve pendant tout son progrès; ces accès étant durables de leur nature, comme il paraît par la quatrieme partie du Livre II de son Optique.

951. L'autre proposition concerne les intervalles de ces accès & consiste en ceci: savoir, que l'intervalle entre les accès de facile réflexion & de facile transmission est le même dans tout rayon, après qu'il a été réfléchi, qu'il le serait si le même rayon passait d'un autre milieu dans celui que termine la surface qui l'a réfléchi, sous un angle de réfraction égal à l'angle de réflexion. Car lorsque la lumiere a été réfléchie, dit Mr. Newton, par la seconde surface des plaques minces, elle sort librement par la premiere surface pour former les anneaux colorés qui paraissent par réflexion; & en sortant ainsi librement, elle rend les couleurs de ces anneaux plus vives & plus fortes que celles

couleurs plus faibles, par deux réflexions : car la lumière s'affai-

qui paraiſſent de l'autre côté des plaques par le moyen de la lumiere tranſmiſe. Les rayons réfléchis ſe trouvent donc, à leur ſortie, dans des accès de facile tranſmiſſion ; ce qui n'arriverait pas toujours ſi les intervalles des accès au dedans de la plaque, après la réflexion, n'étaient pas de la même longueur & dans le même nombre que leurs intervalles avant la réflexion. Mr. Newton prouve de nouveau cette loi fort au long dans la quatrieme partie déja citée du Livre II de ſon Optique.

952. Le P. Boſcovich conclut de cette loi que lorſqu'un rayon tombant ſur une ſurface quelconque eſt réfléchi ſous le même angle que celui dans lequel il eſt entré d'abord dans le milieu terminé par cette ſurface, il doit y avoir les mêmes intervalles entre les accès après la réflexion, qu'il y en avait avant ; après quoi il raiſonne ainſi. Soit NFG (*Fig.* 670) une goutte ſphérique ſur laquelle tombe un rayon AN, dont une partie étant réfléchie, le reſte entre ſuivant NF, & eſt réfléchi en partie ſuivant FG. Pour qu'il y ait un ſecond arc-en-ciel, il faut, comme on a vu, qu'une partie de ce qui a été réfléchi ſuivant FG, ſoit réfléchi ſuivant GH & ſorte ſuivant HS. Or, ces rayons qui ſont entrés en N, dans la goutte, étaient dans un accès de facile tranſmiſſion, & en F dans un accès de facile réflexion. C'eſt pourquoi l'angle que la corde FG fait avec la ſurface en F, étant égal à l'angle que la corde NF fait avec la même ſurface en F & en N, les intervalles des accès ſeront égaux dans ces deux cordes ; & de plus la corde FG étant égale à la corde NF, il y aura le même nombre d'intervalles dans la premiere que dans la ſeconde ; enſorte que de même qu'il a ſuccédé dans la corde NF une facile réflexion en F à la facile tranſmiſſion qu'il y a eu en N, de même il doit ſuccéder dans la corde GF une facile tranſmiſſion en G à la facile réflexion en F. Il n'y aura donc point ou preſque point de ces rayons qui ſe réfléchiſſent en G, mais ils ſortiront tous ou preſque tous, & ſeront voir un premier arc-en-ciel.

953. La ſeule reponſe que le P. Boſcovich trouve qu'on peut faire à cette difficulté, c'eſt que les gouttes de pluie ne ſont point exactement rondes, comme on le ſuppoſe, ſans cependant qu'elles en differe beaucoup ; la plus legere différence étant ſuffiſante pour qu'il y ait un ou deux intervalles entre des accès oppoſés, de plus ou de moins. Si la corde FG eſt plus courte que la corde FN, ſeulement autant que le demande un intervalle entre des accès oppoſés, toutes les particules des rayons qui auraient dû avoir en G un accès de facile tranſmiſſion, après l'accès de facile réflexion en F, ſeront au contraire dans un accès de facile réflexion & ſeront par conſéquent réfléchies. Or, un intervalle entre des accès oppoſés eſt ſi petit, & demande une différence ſi légere, de la ſphéricité parfaite, que les angles en F & G n'en doivent point être ſenſiblement altérés, enſorte que l'angle le plus grand, dans le premier arc-en-ciel, & l'angle le plus petit, dans le ſecond, demeureront ſenſiblement les mêmes qu'on les trouve par un calcul fondé ſur une rondeur parfaite.

954. La quantité dont il faut que la figure des gouttes differe de la ſphéricité parfaite pour que le ſecond arc-en-ciel ait lieu, eſt peut-être la cauſe, dit le P. Boſcovich, pour laquelle il paraît ſi rarement, ou du moins avec des couleurs aſſez vives. Si la forme des gouttes approche aſſez de la rondeur parfaite pour que la corde FG ne contienne pas un intervalle entier de plus ou de moins que la corde NF, il ne pourra point y avoir de ſecond arc-en-ciel. Si par une legere agitation de l'air, la figure des gouttes ſouffre le petit changement qui eſt néceſſaire, il y aura un grand nombre de rayons qui ſe réfléchiront ſuivant GH ; & s'il ſe trouve dans GH un nombre impair d'intervalles comme dans NF, ces mêmes rayons ſeront tranſmis en H ; & l'on verra alors un ſecond arc-en-ciel ſous un angle qui ſera ſenſiblement le même que celui que l'on trouve par le calcul dans l'hypothéſe ordinaire d'une ſphéricité parfaite. Si l'agitation eſt aſſez violente pour que la figure ſouffre un

blit à chaque réflexion ¶. Les couleurs de ces deux arcs ſeront dans un ordre oppoſé, l'une à l'égard de l'autre, le premier ayant le rouge en dehors, & le pourpre en dedans; & le ſecond le rouge en dedans & le pourpre en dehors. La largeur apparente *EOF* de l'arc intérieur ſera de 1°. 45′, la largeur *GOH* de l'extérieur, de 3°. 10′, & la diſtance apparente *GOF* entre les deux arcs de 8°. 55′; le plus grand demi-diametre de l'arc intérieur, c'eſt-à-dire, l'angle *POF* étant de 42°. 2′ & le plus petit demi-diametre *POG* de l'arc extérieur, de 50°. 57′ §.

764. Telles ſeraient les meſures de ces arcs, ſi le ſoleil n'était

changement trop conſidérable & devienne trop irréguliere, les angles en *C* & en *D* ne ſeront plus de la même grandeur, ni de celle dont ils doivent être, & il n'y aura plus de rayons efficaces ſéparés.

¶. 955. La raiſon de cet affaibliſſement eſt qu'à chaque réflexion il ſort de la goutte une partie des rayons qui la rencontrent. Les rayons qui parviennent en *F* (*Fig. 670*), ne ſont pas tous réfléchis; il y en a une partie qui ſort ſuivant *FV*. De même les rayons qui, après avoir été réfléchis en *F*, vont tomber enſuite en *G*, ſont tranſmis en partie ſuivant *GR*; de ſorte qu'il n'y en a qu'une partie de réfléchis: il en ſera de même ſi, au lieu de ſortir en *H*, ils y ſont réfléchis. Ajoûtez à cela que les rayons qui ſont réfléchis, ne le ſont pas tous réguliérement, & que pluſieurs ſont diſperſés; enſorte que tous ceux qui ſont réfléchis en *F*, ne parviennent point en *G* après la réflexion; que ceux qui ſont réfléchis en *G*, ne vont point tous ſe rendre en *H*, &c. On voit donc pourquoi les couleurs du ſecond arc-en-ciel ſont toujours ſi faibles, & en même tems pourquoi il eſt ſi rare d'en voir un troiſieme, puiſque pour le former il faut que les rayons ſouffrent trois réflexions.

§ 956. On remarquera que l'on voit un portion de l'arc-en-ciel plus ou moins grande, ſuivant que le ſoleil eſt moins ou plus élevé ſur l'horiſon. Car ſuppoſons le ſoleil à l'horiſon, ainſi que le ſpectateur; l'axe *OP* du cone que forment les rayons efficaces, ſera parallele à l'horiſon. Le centre de l'arc-en-ciel qui eſt ſitué dans cet axe, ſera donc dans le plan de l'horiſon, & dans la rigueur même un peu au deſſus; & par conſéquent l'arc-en-ciel formera un demi-cercle. Suppoſons enſuite que le ſoleil s'éleve; l'axe *OP* qui eſt toujours parallele aux rayons de cet aſtre, s'inclinera à meſure & s'abaiſſera de la même quantité au deſſous de l'horiſon; & l'arc-en-ciel deviendra par conſéquent une partie de cercle continuellement plus petite.

957. On voit donc que lorſque le ſoleil eſt élevé à la hauteur de 42°, l'axe *OP* ſe trouvant abaiſſé de cette même quantité au deſſous de l'horiſon, le ſommet du premier arc-en-ciel eſt alors à l'horiſon; & que par conſéquent cet arc diſparaît entiérement ſi le ſoleil s'éleve davantage. Quant au ſecond, il eſt encore viſible, & il ne diſparaît que quand le ſoleil eſt parvenu à plus de 54° de hauteur.

958. Si le ſoleil étant à l'horiſon ou au-deſſous, le ſpectateur ſe trouve ſur une éminence conſidérable, lorſqu'il vient à ſe former un arc-en-ciel, l'axe *OP* ſera fort élevé au deſſus de l'horiſon, & par conſéquent l'arc-en-ciel ſurpaſſera un demi-cercle; & ſi le lieu étant extrêmement élevé, la pluie eſt à peu de diſtance du ſpectateur, l'arc-en-ciel pourra former près d'un cercle, peut-être même un cercle entier.

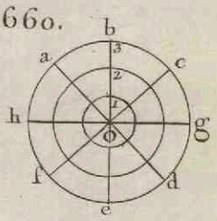
959. On conçoit que la grandeur de l'arc-en-ciel dépend de la diſtance à laquelle la pluie tombe du ſpectateur. Car plus la pluie en ſera proche, plus la baſe du cone que forment les rayons efficaces ſera d'un petit diametre, & par

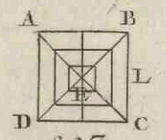
qu'un point ; mais comme cet aſtre a un diametre d'environ un demi-degré, la largeur des arcs ſera augmentée & leur diſtance ſera diminuée de cette quantité. Ainſi la largeur de l'arc-en-ciel intérieur ſera de 2°. 15′ ; celle de l'extérieur, de 3°. 40′ ; leur diſtance l'un de l'autre, de 8°. 25′ ; le plus grand demi-diametre de l'arc-en-ciel intérieur de 42°. 17′, & le plus petit demi-diametre de l'arc-en-ciel extérieur de 50°. 42′. Car ſoit
Fig. 674. *SEO* la limite de tous les angles formés par les rayons d'une couleur quelconque, qui, étant partis du centre du ſoleil, ſont réfléchis à l'œil *O* par la goutte ſituée en *E*. Soit pris à volonté dans le rayon *SE* un point quelconque *S*, & ſoient les angles *ESM*, *ESN* égaux chacun, ainſi que les angles *EOM*, *EON*, à un quart de degré, c'eſt-à-dire, à la moitié de la largeur apparente du ſoleil. Soit tirée *OS* ; les ſommes des angles, à la baſe *OS*, des triangles *OSM*, *OSE*, *OSN* étant égales, les angles *M*, *E*, *N* ſont auſſi égaux. Par conſéquent l'angle *SMO* ſera la limite de tous les angles formés comme auparavant par les rayons incidens & émergens de la même couleur, qui viennent du point *m* le plus élevé du diſque du ſoleil ; & *SNO* la limite de tous les angles formés comme auparavant par les rayons incidens & émergens de la même couleur, qui viennent du point *n* le plus bas du diſque du ſoleil. Donc ſi les rayons du ſoleil étaient tous de la même couleur, ou d'une réfrangibilité pareille, la largeur apparente de l'arc-en-ciel, meſurée par l'angle *MON*, ne ſerait que la moitié d'un dégré, ou égale à la largeur apparente du ſoleil meſurée par l'angle *MSN* ou *mSn*. Mais ces rayons étant différemment réfrangibles, imaginez la goutte *E* placée en quelqu'endroit que ce ſoit des bandes intérieures ou extérieures des arcs-en-ciel, décrites ci-deſſus dans la ſuppoſition que le ſoleil ne fût qu'un point ; & alors il eſt évident que l'angle *EOM* doit être ajoûté en dedans, & *EON* en dehors, aux angles qui ſoutendent en *O* les largeurs de ces arcs, pour avoir leurs largeurs apparentes. L'arc-en-ciel

conſéquent plus l'arc-en-ciel ſera petit : il eſt évident que c'eſt tout le contraire ſi la pluie eſt éloignée.

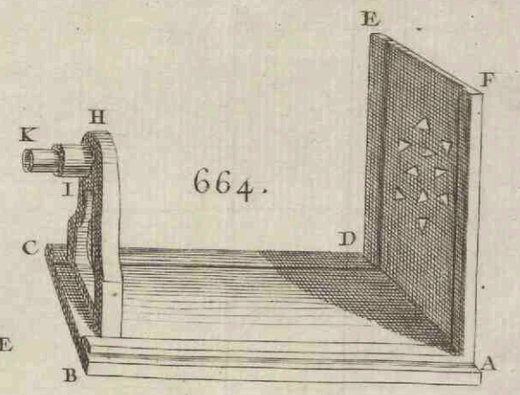
960. Ce n'eſt pas ſeulement le jour qu'on voit des arcs-en-ciel ; on en voit auſſi la nuit, qui ſont produits par la lumiere de la lune de la même maniere que ceux qu'on voit le jour ; enſorte qu'ils ne demandent point une explication particuliere. (*Voyez les Eſſais de Phyſique de Muſſchenbroek*).

Fig. 660.

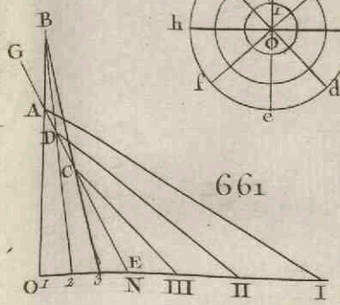




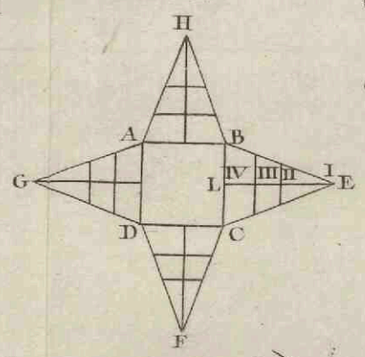
663.



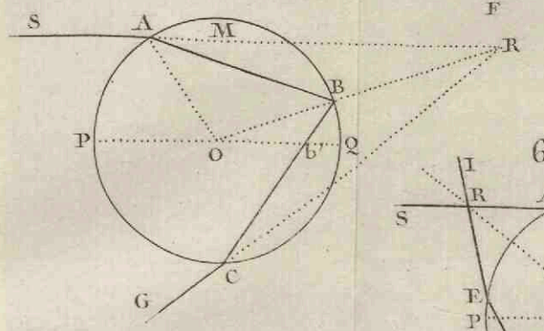
664.



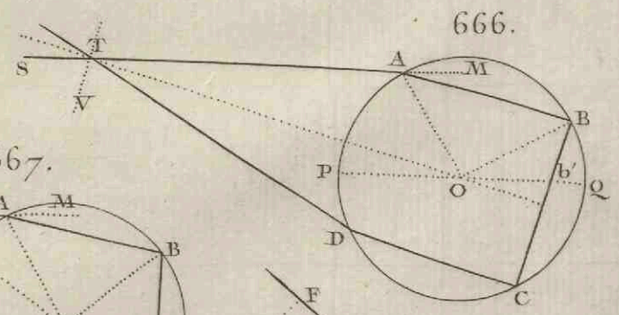
661



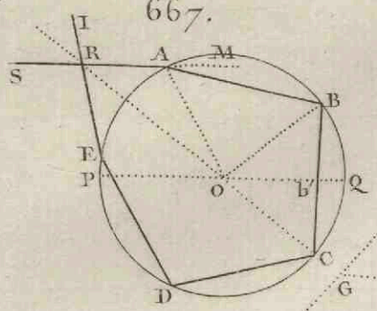
665.



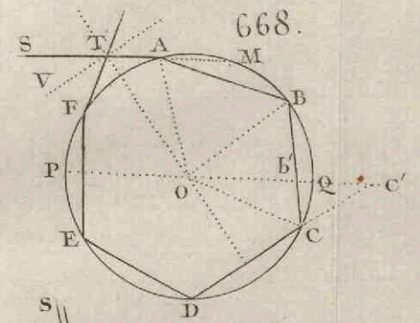
666.



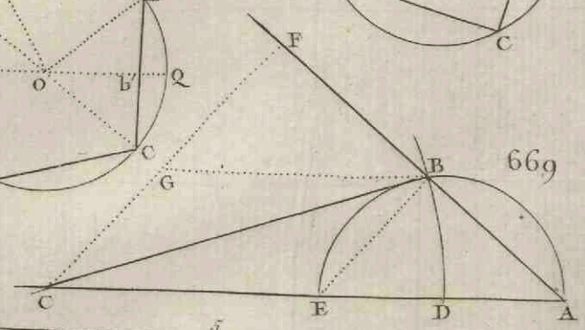
667.



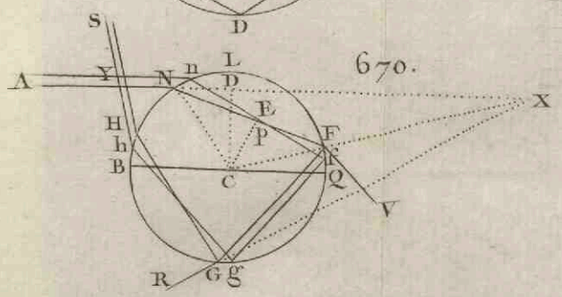
668.



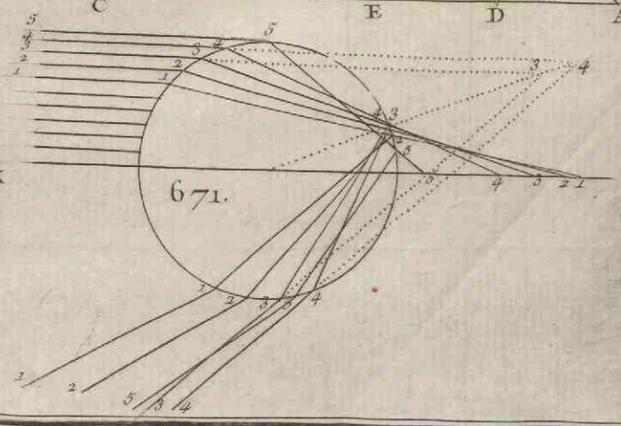
669



670.



671.



eſt donc une image circulaire du ſoleil réfléchie à l'œil par les parties les plus éloignées des ſurfaces d'une infinité de gouttes de pluie, & dilatée en largeur par la réfrangibilité inégale des rayons de différentes couleurs.

765. Les dimenſions de l'arc-en-ciel ſe trouvent en effet les mêmes que celles qui ont été déterminées ci-deſſus, à peu de choſe près, lorſque ſes couleurs ſont les plus vives & les mieux marquées. Car en ayant meſuré un, dit M.r Newton, par le moyen des inſtrumens que j'avais alors, je trouvai que le plus grand demi-diametre de l'arc-en-ciel intérieur était d'environ 42°, & que la largeur du rouge, du jaune & du vert de cet arc-en-ciel était d'environ 63′ ou 64′, outre 3′ ou 4′ qu'on pouvait y ajoûter par rapport au rouge affaibli & obſcurci par l'éclat des nuages. La largeur du bleu était d'environ 40′, ſans compter le violet qui était tellement obſcurci par l'éclat des nuages, que je ne pus en meſurer la largeur. Mais ſuppoſant que la largeur du bleu & du violet pris enſemble, fût égale à celle du rouge, du jaune & du vert pris enſemble, la largeur entiere de cet arc-en-ciel intérieur devait être d'environ 2° $\frac{1}{4}$, comme ci-deſſus. La plus petite diſtance entre cet arc-en-ciel & l'arc-en-ciel extérieur était d'environ 8°. 30′. L'arc-en-ciel extérieur était plus large que l'intérieur, mais ſes couleurs étaient ſi faibles, particulierement le bleu & le violet, qu'il me fût impoſſible d'en diſtinguer aſſez bien la largeur pour pouvoir la meſurer. Une autre fois que les deux arcs paraiſſaient plus diſtinctement, je trouvai que la largeur de l'arc-en-ciel intérieur était de 2°. 10′, & que dans l'extérieur la largeur du rouge, du jaune & du vert était à la largeur des mêmes couleurs, dans l'arc-en-ciel intérieur, comme 3 à 2.

766. Si l'on veut répéter ces obſervations après M.r Newton, on obſervera que le demi-diametre de l'arc (ou d'une bande quelconque colorée de l'un ou l'autre des arcs) eſt égal à la hauteur apparente de celui de ces points qui eſt le plus élevé, augmentée de la hauteur du ſoleil, & par conſéquent ſe peut meſurer au moyen d'un quart de cercle ordinaire. Car ſoit *SOP* l'axe des arcs paſſant par le ſoleil *S* & l'œil *O*, *GOH* une ligne horiſontale, *E* le point le plus élevé d'une bande quelconque de l'un ou l'autre de ces arcs, dont on cherche Fig 675.

le demi-diametre apparent *EOP*. Il eſt évident que l'angle *EOP* = *EOH* + *SOG*.

767. Cette explication de l'arc-en-ciel eſt encore confirmée par une expérience connue qui a été faite par Antoine de Dominis & par Deſcartes. Elle conſiſte à ſuſpendre un globe de verre plein d'eau en quelqu'endroit où il ſoit expoſé au ſoleil, & à y jetter les yeux en ſe plaçant de manière que les rayons qui viennent du globe à l'œil, puiſſent faire avec les rayons du ſoleil un angle de 42 ou de 50 degrés. Car ſi l'angle eſt d'environ 42 ou 43 degrés, ſuppoſant qu'on ait l'œil en *O*, on verra un rouge fort vif ſur le côté du globe oppoſé au ſoleil, comme cela eſt repréſenté en *F*; & ſi cet angle devient plus petit, ce qui arrive en faiſant deſcendre le globe en *E*, il paraîtra ſucceſſivement d'autres couleurs ſur le même côté du globe, ſavoir, le jaune, le vert & le bleu. Mais ſi l'on fait l'angle d'environ 50°, en hauſſant le globe en *G*, il paraîtra du rouge ſur le côté du globe qui eſt vers le ſoleil; & ſi l'on fait l'angle encore plus grand, en hauſſant le globe juſqu'en *H*, le rouge ſe changera ſucceſſivement en jaune, vert & bleu. J'ai éprouvé la même choſe ſans faire changer de place au globe, en élevant ou baiſſant l'œil, pour rendre l'angle d'une grandeur convenable.

768. Si on a la vue bonne, on apperçoit, outre les différens arcs qui forment le premier arc-en-ciel, pluſieurs autres arcs colorés ſitués au dedans de cet arc. C'eſt ce qu'a obſervé Mr. Langwith: voici comme il décrit la principale de ſes obſervations. Les couleurs du premier arc-en-ciel étaient comme elles ſont d'ordinaire, à l'exception du pourpre qui tirait beaucoup ſur le rouge. Sous cet arc-en-ciel il y avait un arc vert qui tirait en haut beaucoup ſur un jaune clair, & qui en bas était d'un vert plus foncé; ſous cet arc en étaient deux autres de pourpre tirant ſur le rouge & deux de vert, diſpoſés alternativement. Sous ces arcs il y en avait un autre de couleur de pourpre très-faible qui paraiſſait & diſparaiſſait à diverſes repriſes. Ainſi les différens ordres ou ſucceſſions de couleurs étaient 1.° rouge, orangé, jaune, vert, bleu clair, bleu foncé & pourpre; 2.° vert clair, vert foncé & pourpre; 3.° vert, pourpre; 4.° vert & pourpre très-faible. Nous avions donc quatre ſuites de couleurs, & peut-être le commencement d'une cinquieme; car je ne doute pas que ce que j'ai nommé pourpre,

quoique très-rouge, ne fût un mêlange du pourpre de la premiere ſuite avec le rouge de la ſuite qui venait après, & le vert un mêlange des couleurs intermédiaires. Autant que j'en ai pu juger, la largeur de la premiere ſuite était égale à celle de toutes les autres enſemble. Je n'ai jamais obſervé ces ſuites de couleurs dans la partie inférieure de l'arc-en-ciel, quoiqu'elle ſoit incomparablement plus vive que la partie ſupérieure au dedans de laquelle on voit ces couleurs. J'ai remarqué cela ſi ſouvent que j'ai peine à croire que cela ſoit accidentel.

769. Cette apparence eſt dûe, ſelon M.r Pamberton, aux rayons que les gouttes d'eau réfléchiſſent irrégulierement, outre ceux qu'elles renvoient dans un ordre régulier. Voici comme il l'explique (*Tranſactions philoſophiques N.° 373*) en y appliquant la théorie des accès de facile réflexion & de facile tranſmiſſion. Soit AB un globule d'eau; B le point d'où les rayons d'une eſpece déterminée étant réfléchis en C & ſortant enſuite ſuivant CD, vont ſe rendre à l'œil & font paraître dans l'arc-en-ciel la couleur qui leur appartient. Suppoſons qu'outre la lumière réfléchie régulierement, il y en ait une partie réfléchie & diſperſée irrégulierement de chaque côté, enſorte que, outre les rayons réfléchis régulierement par le point B en C, d'autres ſoient auſſi réfléchis par le même point & diſperſés ſuivant les lignes BE, BF, BG, BH de part & d'autre de BC. Fig. 676.

Suivant ce que M.r Newton a établi ſur les accès de facile réflexion & de facile tranſmiſſion, les rayons qui vont de B en C, & ſortent ſuivant la ligne CD, étant dans un accès de facile tranſmiſſion, les rayons diſperſés qui en ſont peu écartés, par exemple, ceux qui décrivent les lignes BE, BG, rencontreront la ſurface dans un accès de facile réflexion & ne ſortiront point; mais les rayons diſperſés qui paſſent en dehors de ceux-là, à une certaine diſtance, parviendront à la ſurface de la goutte dans un accès de facile tranſmiſſion & ſortiront. Suppoſons que ces rayons ſuivent les lignes BF, BH, dont le premier aura un accès de facile tranſmiſſion de plus que ceux qui ſont réfléchis ſuivant BC, & le dernier un accès de moins; ces deux rayons décriront, après être ſortis, les lignes FI, HK inclinées preſque également aux rayons du ſoleil qui tombent ſur la goutte; mais les angles qu'ils feront avec ces rayons, ſeront plus petits que l'angle que font avec ces mêmes rayons inci-

dens, ceux qui décrivent la ligne *CD*. De même ceux des autres rayons diſperſés par le point *B*, qui ſe trouvent en dehors des rayons *BF*, *BH*, à une certaine diſtance, ſortiront de la goutte, tandis que les rayons intermédiaires ſont interceptés; & les angles que font ces rayons, au ſortir de la goutte, avec les rayons incidens, ſeront toujours plus petits que ceux que font les rayons *FI* & *HK* avec les mêmes rayons incidens; & il y aura de même d'autres rayons diſperſés en dehors de ceux-là qui ſortiront du globule, en faiſant avec les rayons incidens des angles encore plus petits. Or, il eſt clair que par ce moyen chaque eſpece de rayons pourra former, outre l'arc principal qui fait partie de l'arc-en-ciel, pluſieurs autres arcs de la même couleur que cet arc, quoique beaucoup plus faibles; & cela, pendant pluſieurs ſucceſſions, tant que ces faibles lumières, qui dans chaque arc deviennent de plus en plus obſcures, continueront d'être viſibles. Et comme les arcs produits par chaque eſpece de rayons ſeront mêlés enſemble de différentes manières, il eſt très-poſſible que la diverſité des couleurs obſervées dans ces arcs ſecondaires, vienne delà. Ces arcs peuvent atteindre, dans les couleurs plus ſombres, le bas de l'arc-en-ciel & être vus diſtinctement : dans les couleurs plus claires, ces arcs ſont perdus dans la partie inférieure de la lumière principale de l'arc-en-ciel; mais ſuivant toute vraiſemblance, ils contribuent à donner au pourpre de cet arc la teinte rouge qu'il a d'ordinaire & qui eſt d'autant plus forte, que ces couleurs ſecondaires le ſont davantage. Quoi qu'il en ſoit, les couleurs claires de ces arcs ſecondaires peuvent teindre faiblement le bas de l'arc-en-ciel, & donner une couleur rougeatre au pourpre de ces arcs. Les diſtances préciſes entre l'arc principal & ces arcs plus faibles dépendent de la grandeur des gouttes où ils ſont formés : il faut, pour les ſéparer tant ſoit peu, que la goutte ſoit extrêmement petite. Il eſt très-vraiſemblable qu'ils ſont formés dans la vapeur du nuage que l'air agité par la chute de la pluie, peut entraîner avec les gouttes plus groſſes. Et c'eſt peut-être la raiſon pour laquelle ces couleurs ne paraiſſent que ſous la partie la plus élevée de l'arc-en-ciel, cette vapeur ne deſcendant pas très-bas. Ce qui peut ſervir à confirmer ceci, c'eſt que ces couleurs paraiſſent les

les plus vives lorſque la pluie tombe de nuages très-noirs, qui produiſent ces grandes pluies par la chute deſquelles l'air eſt ſi fort agité.

C'eſt à de ſemblables accès de facile tranſmiſſion & de facile réflexion dans le paſſage de la lumiere au travers des plus petites gouttes d'eau, que Mr. Newton attribue ces petits anneaux colorés qui paraiſſent quelquefois autour du ſoleil & de la lune (*V. l'Opt. de M. Newton, Liv. II, Partie IV, Obſerv. 13*).

770. LEMME. *La tangente de la ſomme de deux angles eſt à la ſomme de leurs tangentes, comme le carré du rayon eſt à ce même carré moins le rectangle ſous les tangentes; & la tangente de la différence de deux angles eſt à la différence de leurs tangentes, comme le carré du rayon eſt à ce même carré plus le rectangle ſous les tangentes.*

Soient RA & RB les tangentes de deux angles ROA, ROB; on fera cette proportion: la ſomme ou la différence AB des tangentes eſt à la ſécante AO de l'un des deux angles, comme AO eſt à un quatrieme terme AC qu'on portera ſur AB, de A vers B. On fera encore cette autre proportion: RC eſt à RO comme RO eſt à RD; & RD ſera la tangente de la ſomme ou de la différence des deux angles ROA, ROB. Car ayant joint les points C & O par une droite CO, les triangles AOB, ACO ſeront ſemblables, par la premiere des proportions précédentes; & ainſi l'angle AOB eſt égal à l'angle ACO ou à ROD, par la ſeconde de ces proportions. On a donc, dans la Figure 677, à cauſe que $AC = \frac{AO^2}{AB} = \frac{RA^2+RO^2}{RB+RA}$, $RC = \frac{RA^2+RO^2}{RB+RA} - RA = \frac{RO^2-RB\times RA}{RB+RA}$. Donc $RD = \frac{RB+RA}{RO^2-RB\times RA}\times RO^2$. En procédant de même, on a dans la Fig. 678, $AC = \frac{RA^2+RO^2}{RB-RA}$; donc $RD = \frac{RB-RA}{RO^2+RB\times RA}\times RO^2$.

Fig. 677 & 678.

771. COROLL. I. Delà, on peut facilement calculer la tangente de la ſomme d'un nombre quelconque d'angles donnés, ou celle d'un multiple quelconque d'un angle donné. Faiſons $RO = r$, $RA = a$, $RB = b$; alors la tangente de la ſomme des angles dont les tangentes ſont a & b, c'eſt-à-dire, $RD = \frac{b+a}{rr-ab}\times rr$. Nommons x cette tangente; alors par la même raiſon, la tangente de la ſomme de ce dernier angle &

d'un troiſieme, dont la tangente eſt c, eſt $\frac{x+c}{rr-xc} \times rr =$ $\frac{rr(a+b+c)-abc}{rr-ab-ac-bc}$, tangente de la ſomme de trois angles dont les tangentes ſont a, b, c; & ainſi de ſuite.

772. COROLL. II. Faiſons préſentement $a = b = c$; & nous aurons pour la tangente d'un angle double, $\frac{2a}{rr-aa} \times rr$, & pour la tangente d'un angle triple $\frac{3a\ rr-a^3}{rr-3aa}$; & ainſi de ſuite.

773. PROBLÊME. *Le demi-diametre apparent d'un arc-en-ciel quelconque ou le plus grand angle formé par le rayon incident & par le rayon émergent, après un nombre quelconque donné de réflexions, étant donné; trouver le rapport de réfraction.*

Soit m le nombre de réflexions augmenté d'une unité; & ſuppoſant que ABC, ABD ſoient les angles cherchés d'incidence & de réfraction, ſoit l'angle $ABE = m \times ABD$; l'angle CBE, ou $m \times ABD - ABC$, ſera la moitié de l'angle donné ſous le rayon incident & le rayon émergent après $m - 1$ de réflexions (*Art.* 750). Soient le rayon commun $AB = r$, la tangente inconnue de réfraction $AD = a$, la tangente d'incidence $AC = ma$ (*Art.* 753), $AE = x$, & t la tangente de l'angle donné CBE, pour le rayon r. Alors, par le Lemme, $t : x - ma :: rr : rr + xma$, ce qui donne $t = \frac{x-ma}{rr+xma} \times rr$. Fig. 679.

CAS I. Dans le premier arc-en-ciel $m = 2$; ainſi $t = \frac{x-2a}{rr+2xa} \times rr$, & par l'Art. 772, $x = \frac{2a}{rr-aa} \times rr$, tangente de $2ABD$; ſubſtituant cette valeur de x dans la premiere équation, il vient $a^3 - \frac{3}{2}ta^2 - \frac{1}{2}trr = 0$. Réſolvant cette équation, on aura la tangente a de l'angle de réfraction, & par conſéquent la tangente de l'angle d'incidence $AC = 2a$, par l'Art. 753, d'où l'on aura le rapport de leurs ſinus, par les Tables.

CAS II. Dans le ſecond arc-en-ciel $m = 3$; ainſi $t = \frac{x-3a}{rr+3xa} \times rr$, & par l'Art. 772, $x = \frac{3arr-a^3}{rr-3aa}$, tangente de $3ABD$. Subſtituant cette valeur de x, on aura $a^4 + \frac{8rr}{3t}a^3 - 2rraa - \frac{1}{3}r^4 = 0$, ou, faiſant $T = \frac{rr}{t}$ tangente de la moitié de l'angle de cet arc-en-ciel (*Art.* 750), $a^4 + \frac{8}{3}Ta^3 -$

$2rraa - \frac{1}{3}r^4 = 0$. La même méthode ſert pour tous les autres arcs-en-ciel à l'infini.

774. COROLL. Dans le premier cas, mettant T à la place de $2a$ ou AC tangente de l'angle d'incidence, & ſubſtituant $\frac{1}{2}T$ à la place de a dans la premiere équation $a^3 - \frac{3}{2}taa - \frac{1}{2}trr = 0$, cette équation ſe change en celle-ci : $T^3 - 3tTT - 4rrt = 0$, la même que celle de M.r Halley, qui a propoſé ce Problême comme une méthode plus expéditive de trouver le rapport de réfraction dans un fluide quelconque, en obſervant (lorſque le ſoleil eſt bas & que ſa lumière eſt fort vive) l'angle formé par un rayon incident & un rayon ſortant d'une goutte de ce fluide ſuſpendue à l'extrémité d'un tube capillaire. (*Voyez ces exemples dans les Tranſactions philoſophiques, N.° 267, & la Diſſertation de M.r Morgan ſur l'arc-en-ciel dans les Notes ſur la Phyſique de Rohault, Partie 3. Chap. 17*).

On ajoûte ici les deux propoſitions ſuivantes, pour faciliter l'intelligence des Art. 724 & 727.

775. THÉORÊME. *Lorſqu'un rayon SABL traverſe une ſphere réfringente ſans y éprouver de réflexion, l'angle* LMN *formé par le rayon incident* SAMN *& le rayon émergent* LBM *prolongés, eſt égal au double de l'excès de l'angle d'incidence* OAM *ſur l'angle de réfraction* OAB, *& par conſéquent croît continuellement tandis que l'angle d'incidence croît.* Fig. 680.

Car l'angle LMN eſt égal à la ſomme des angles MAB, MBA qui ſont égaux, parce que les réfractions que le rayon ſouffre en A & en B, ſont égales. Or l'un de ces angles eſt égal à l'excès de OAM ſur OAB; & comme les accroiſſemens de OAM ſont toujours plus grands que ceux de OAB (*Art. 376.*), les excès de ceux-là ſur ceux-ci augmenteront continuellement l'angle BAM & par conſéquent l'angle entier LMN.

776. COROLL. I. Soit tiré le diametre $POQE$ parallele au rayon incident SAM, lequel coupe le rayon émergent BL en E; tandis que l'angle LMN croît depuis zero, la ligne ME décroît continuellement : ce qui ſe prouve facilement. Fig. 681.

777. COROLL. II. Donc tandis que l'angle LMN croît, la ligne OE décroît continuellement. Car il eſt aiſé de faire voir que ME & OE ſont égales.

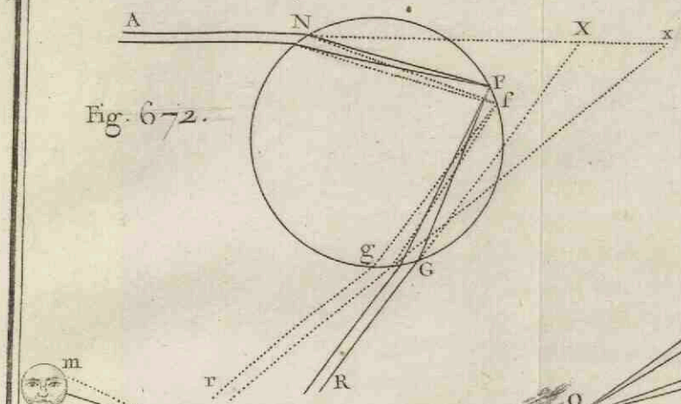
778. THÉORÈME II. *Lorſque des rayons paralleles tombent ſur la ſurface d'une ſphere, & en ſortent après deux réfractions ſans*

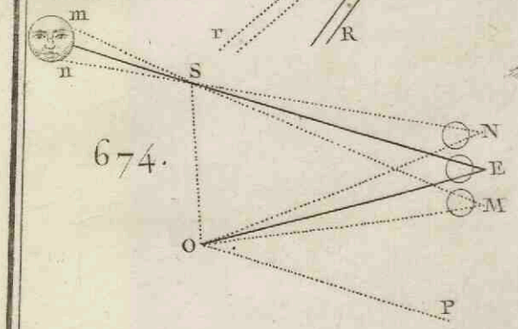
aucune réflexion intermédiaire, leur denſité à l'œil du ſpectateur, ſitué à une grande diſtance de la ſphere, décroîtra continuellement, tandis que les angles ſous les rayons incident & émergent croiſſent.

Fig. 682. Car ſuppoſant les mêmes lignes que ci-deſſus, ſoit $SabFl'$ le rayon le plus proche de $SABFL$; ſoient ces rayons ſe croiſant en F, & tombant enſuite perpendiculairement ſur Ll' qu'on ſuppoſe être le diametre de la prunelle. Du centre O ſoient tirées OH, Oh perpendiculaires ſur les rayons incidens prolongés; OI, Oi perpendiculaires ſur les rayons rompus AB, ab; OK, Ok perpendiculaires ſur les rayons émergens; & enfin LR, MS, AT perpendiculaires au diametre PQ mené parallélement aux rayons incidens; & ſoit TA prolongée coupant Sa en a'. Alors, comme OI eſt à OH & à OK comme le plus petit des angles d'incidence & de réfraction au plus grand, & que Oi eſt à Oh & à Ok dans le même rapport, il s'enſuit que Ii eſt à Hh & à Kk auſſi dans le même rapport, & que par conſéquent Hh eſt égale à Kk. Mais les triangles KFk, LFl' ſont ſemblables ainſi que MES & LER. Donc Aa' ou Hh ou Kk: Ll' :: FK : FL & AT ou MS : LR :: EM : EL & par conſéquent $Aa' \times AT : Ll' \times LR :: FK \times EM : FL \times EL$. Suppoſant à préſent que la figure entiere tourne autour de l'axe PQ; puiſque les mêmes rayons qui paſſent par la zone engendrée par Aa', paſſeront auſſi par celle qui eſt engendrée par Ll', ſuppoſant qu'il ne s'en perde point dans la ſphere, il s'enſuit que leur denſité en L eſt à leur denſité en A réciproquement comme ces zones, c'eſt-à-dire, directement comme $Aa' \times AT$ eſt à $Ll' \times LR$, ou comme $FK \times EM$ eſt à $FL \times EL$. Et la denſité des rayons incidens étant par-tout la même, celle des rayons émergens, en L, eſt directement comme $FK \times EM$ & réciproquement comme $FL \times EL$, & par conſéquent directement comme $FK \times EM$, lorſque l'œil L eſt éloigné, parce que les points E, F ne ſont jamais loin de la ſphere (*Art. 386 & 777*). Or, tandis que l'angle LMN croît, la ligne FK décroît continuellement (*Art. 375 & 386*), ce que fait auſſi EM (*Art. 776*); donc l'œil étant éloigné, la denſité des rayons qu'il reçoit, décroît continuellement.

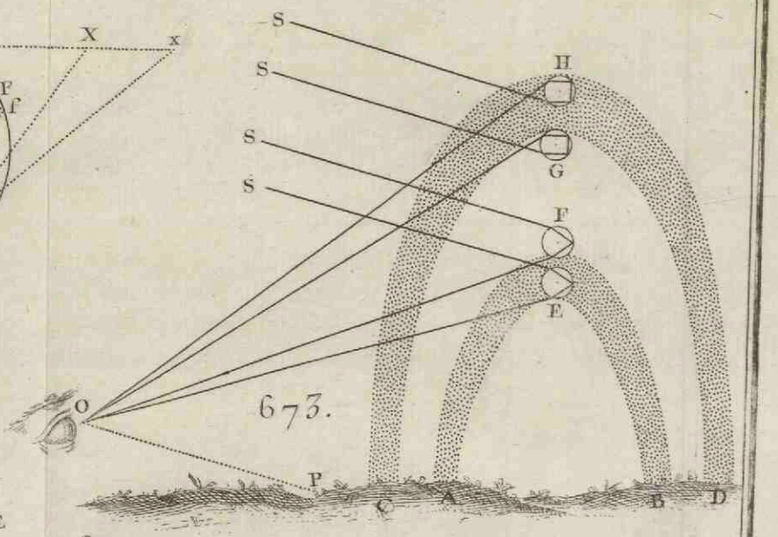
Fin du ſecond Livre.

Fig. 672.

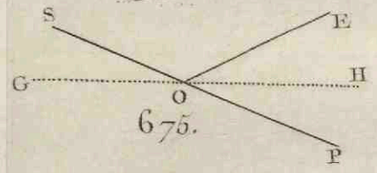




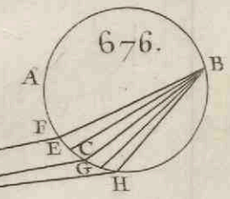
674.



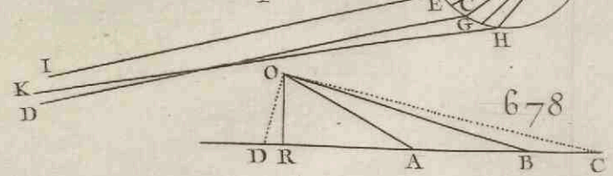
673.



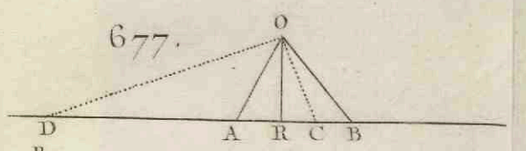
675.



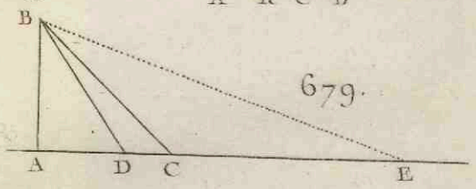
676.



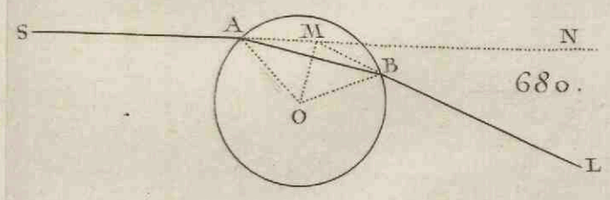
678



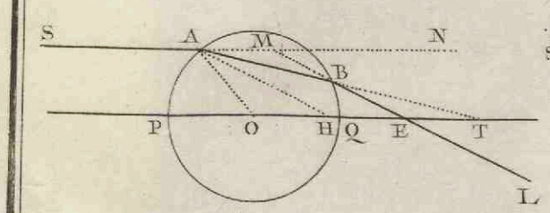
677.



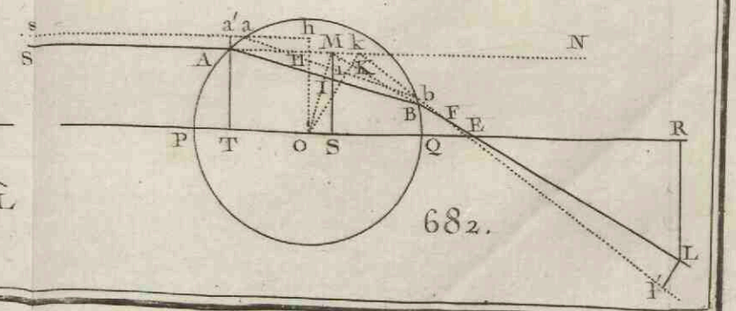
679.



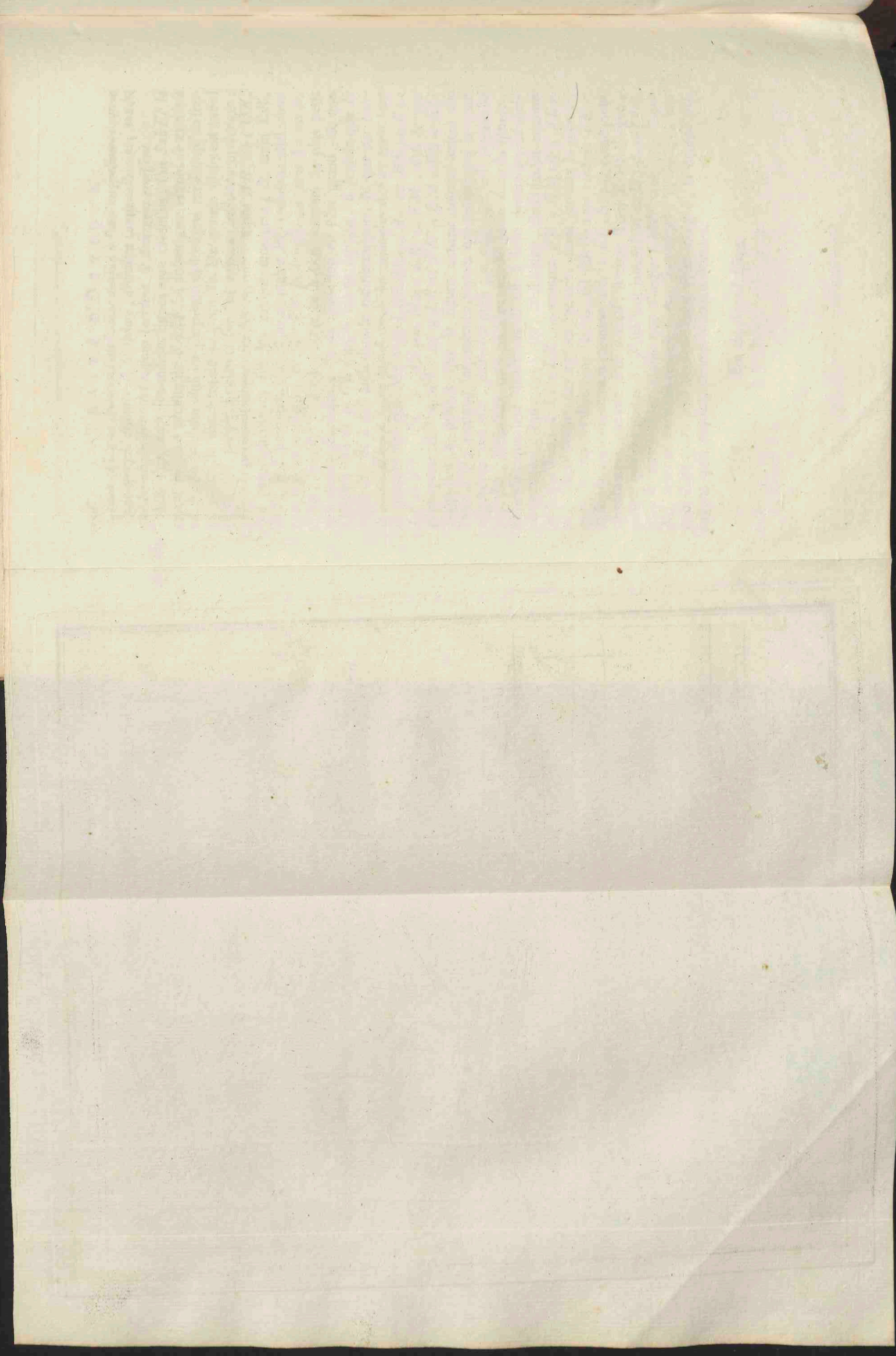
680.



681.



682.



TRAITÉ D'OPTIQUE.

LIVRE TROISIEME.

De la manière de tailler les verres & les miroirs des téleſcopes, & deſcription des inſtrumens d'Optique.

CHAPITRE PREMIER.

De la manière de tailler & de polir les verres.

TOut ce qu'on va voir ſur l'art de travailler les verres des lunettes, eſt tiré partie des papiers que M.r Molineux, qui s'était beaucoup occupé des moyens de le perfectionner, m'a communiqué peu de tems avant ſa mort, & partie de l'excellent Traité de M.r Huyghens ſur ce ſujet.

De la Manière de former & de polir les baſſins.

779. Il eſt plus facile de faire un objectif également convexe des deux côtés, qu'un autre verre de toute autre figure,

parce que le même baſſin ſert pour les deux ſurfaces; & un verre de cette forme donnera à ſon foyer une image auſſi parfaite que toute autre, parce que l'aberration occaſionnée par la ſphéricité des ſurfaces eſt toujours très-petite, quel que ſoit le rapport de leurs demi-diametres, dans les longues lunettes, en comparaiſon de l'aberration produite par la réfrangibilité différente des rayons (*Art. 451*); & que cette derniere aberration eſt toujours la même, ſoit que les ſurfaces ſoient égales ou inégales, en ſuppoſant que l'ouverture & la diſtance focale ſoient les mêmes (*Art. 643*). Or, ſi l'on ſe propoſe de faire un verre également convexe des deux côtés d'un foyer donné, on trouvera le rayon de ſa convexité en faiſant: comme 11 eſt à 12, ainſi la diſtance focale eſt au rayon ou demi-diametre cherché, ſuppoſant que le rapport de réfraction, en paſſant de l'air dans le verre, ſoit égal à celui de 17 à 11, comme M.r Newton l'a déterminé. La diſtance focale du verre étant donnée, ſon ouverture l'eſt auſſi par la Table de l'Art. 466; & comme ſes bords ne reçoivent point ſi parfaitement la figure que le reſte, il faut le faire d'un diametre plus grand d'un demi-pouce environ que l'ouverture qu'il doit avoir, & même de trois quarts de pouce ou d'un pouce entier, s'il eſt d'un foyer entre 50 & 200 pieds.

780. M.r. Huyghens preſcrit en général de donner au baſſin concave, dans lequel on doit former un objectif, trois fois le diametre du verre *; quoiqu'il diſe dans un autre endroit avoir fait dans un baſſin de 15 pouces de diametre un verre de 200 pieds de foyer & de huit pouces trois quarts de diametre; mais pour les oculaires & autres verres de plus petites ſpheres, les baſſins doivent être plus grands à proportion du diametre des verres, afin qu'en poliſſant, le mouvement de la main ne ſoit pas gêné. M.r Huyghens formait ſes baſſins de cuivre ou de laiton ¶ fondu; & de peur qu'ils ne vinſſent à ſe fauſſer, il les

Nous devons avertir que ce qui eſt contenu dans les Notes ſuivantes, ſur le travail des verres, nous a été communiqué par M.r l'Abbé ROCHON.

* 961. Quoique M.r Huygens diſe qu'il faut donner au baſſin trois fois le diametre de l'objectif qu'on veut conſtruire, cependant il me ſemble qu'il eſt plus avantageux de ne lui donner au plus que deux fois le diametre. On conſerve par là plus aiſément la régularité de la courbure.

¶ 962. Le cuivre rouge, l'étain, le fer peuvent auſſi être employés à faire des baſſins; mais la matière qui me paraîtrait y convenir le mieux ſerait le verre, s'il ne perdait pas ſa forme avec trop de facilité.

faiſait fort épais. Il trouva néanmoins par expérience qu'un baſſin de 14 pouces de diametre & d'un demi-pouce d'épaiſſeur, était aſſez fort pour pouvoir y tailler des verres de 36 pieds de diametre de ſphéricité, en le maſtiquant ſolidement ſur une pierre cylindrique épaiſſe d'un pouce, avec du ciment fait de poix & de cendres.

781. Pour faire des moules pour fondre des baſſins d'une courbure médiocre, M.r Huyghens dit qu'il faut faire au tour des modeles de bois qui ayent la courbure qu'on veut donner au baſſin, mais un peu plus épais & plus larges. A l'égard de ceux qui appartiennent à des ſpheres d'un diametre au-deſſus de 20 ou 30 pieds; il dit qu'il ſuffit de ſe ſervir d'un modele qu'on fait plan en le tournant, & de la largeur & de l'épaiſſeur requiſes. Quand les baſſins ſont fondus, il faut les tourner exactement de la courbure qu'ils doivent avoir; & pour cet effet il faut faire deux calibres de laiton de la manière ſuivante.

782. Prenez deux plaques de cuivre égales, bien battues & bien unies, dont la longueur ſoit un peu plus grande que celle du baſſin fondu, l'épaiſſeur d'un dixieme ou d'un douzieme de pouce & la largeur de deux ou trois pouces. Tracez avec un compas à verges ſur chacune d'elles un arc de la même courbure que celle qu'on veut donner au baſſin, & découpez enſuite avec la lime, en ſuivant bien exactement les arcs tracés, dans l'une un arc convexe & dans l'autre un arc concave; & pour que ces calibres ayent toute leur perfection, il faut, en ayant fixé un, frotter l'autre contre celui-là avec de l'émeri. On aura de cette manière des calibres au moyen deſquels on donnera aux baſſins la véritable courbure qu'ils doivent avoir *.

783. Mais ſi le rayon de la ſphere eſt très-grand, voici comme Mr. Huyghens dit qu'il faut faire les calibres. Imaginez que la ligne AE menée ſur la plaque de cuivre, ſoit la tangente de l'arc cherché AFB, dont le rayon eſt, par exemple, de 36 pieds. Diviſez-la, à commencer du point A, en par- Fig. 683.

* 963. On peut auſſi ſe procurer ſans beaucoup de peine d'aſſez bons calibres en verre. Prenez une plaque de verre mince, la plus plane que vous pourrez trouver, & avec un compas à pointes de diamant, tracez ſur cette plaque un arc égal à la courbure qu'on veut donner à l'objectif; on aura deux calibres, l'un convexe & l'autre concave, auxquels on donnera toute la perfection qu'on peut deſirer en les frottant l'un ſur l'autre avec de l'émeri fin & de l'eau.

ties *AE*, *EE*, &c. chacune d'un pouce, & continuez la diviſion un peu au-delà de la moitié de la largeur du baſſin; faites enſuite cette proportion : 72 pieds ou 864 pouces ſont à un pouce comme un pouce eſt à un quatrieme nombre, qui ſera le nombre de décimales de pouce dont doit être la premiere ligne *EF* menée au premier point de diviſion *E* perpendiculairement à *AE*. Multipliez ce quatrieme nombre ſucceſſivement par 4, 9, 16, 25, &c. carrés de 2, 3, 4, 5, &c., & les différens produits qu'on trouvera formeront le nombre de parties dont doivent être les 2^e, 3^e, 4^e, 5^e lignes *EF* menées, par les autres points de diviſion, perpendiculairement à *AE* comme la premiere. Mais parce que ces nombres ſont trop petits pour qu'on puiſſe les prendre ſur une échelle avec un compas, retranchez-les chacun, d'un pouce repréſenté par les lignes *EG*; les reſtes pris ſur une échelle d'un pouce diviſé en décimales & portés de *G* en *F*, au moyen du compas, détermineront les points *F*, *F*, &c. de l'arc cherché. Faiſant la même choſe de l'autre côté de la ligne *AD*, on formera le calibre avec la lime, en ſuivant la direction des points de diviſion, & on le polira avec de l'émeri, comme ci-deſſus.

Fig. 684, 685 & 686. 784. La Figure 684 repréſente les principales parties du tour (vu d'un point pris directement au-deſſus), par le moyen duquel on donne à la ſurface concave des baſſins une ſphéricité exacte. *ab* repréſente une forte plaque de cuivre de l'épaiſſeur d'un demi-pouce. Au centre de cette plaque eſt fixée perpendiculairement une forte cheville de fer, formée en vis, laquelle entre dans un écrou pratiqué à l'extrémité *c* de l'arbre du tour repréſenté par *cd*. Cette plaque qui avec ſa cheville, ſe nomme *mandrin*, eſt repréſentée ſéparément dans la Figure 685. Elle doit être bien ſoudée au derriere du baſſin *ef*, dont le milieu doit pour cet effet être plan, & de plus, exactement parallele à la circonférence de ſa ſurface oppoſée, afin que dans le mouvement que le tour imprime au baſſin, cette circonférence ſoit dans un plan perpendiculaire à l'arbre du tour. L'arbre du tour *cd* tourne ſur un point *d* dans la poupée du tour & dans un collet de fer repréſenté par *st*, comme à l'ordinaire.

ghik repréſente une planche clouée ſur l'autre poupée; on attache ſur cette planche, par des vis à têtes perdues, le calibre

concave

concave *gh*, de manière que ſon arc concave ſoit parallele à la concavité du baſſin *ef*. *lmno* repréſente une autre planche ſemblable à la premiere, à laquelle eſt attaché le calibre convexe *lm*; on poſe enſuite cette planche ſur la premiere, de manière que le calibre convexe s'applique exactement contre le calibre concave. Le burin *pq* ſe fixe ſur cette planche & y eſt retenu par le moyen d'une vis *r*, dont la tête eſt aſſez groſſe pour qu'on puiſſe tourner cette vis avec la main. Pour connaître ſi le calibre concave eſt exactement parallele à la concavité du baſſin *ef* fixé par une vis à l'arbre du tour, faites donner la pointe *p* du burin *pq* contre le baſſin *ef* près de ſa circonférence; ayant alors fixé le burin *pq* par le moyen de la vis *r*, faites faire au baſſin *ef* un demi-tour, & faites mouvoir la planche ſupérieure juſqu'à ce que la pointe *p* du burin ſe retrouve contre la même marque ſur le baſſin *ef*; s'il le touche juſte comme avant, lorſque les calibres coïncidaient, tout eſt bien, ſi non il faut changer quelque choſe à la poſition de la poupée du tour en frappant avec un marteau. Il eſt à propos que la planche ſupérieure *lmno* s'étende au-delà des deux calibres; & pour que ſes ſurfaces demeurent paralleles à celles de la planche inférieure, il faut lui attacher, à ſa furface inférieure, vers le côté oppoſé *no*, une plaque de cuivre de la même épaiſſeur que les calibres. Il faut avoir ſoin de ne pas faire les trous dont on perce les calibres pour les attacher aux planches avec des vis, trop près des arcs qui ſont polis, de peur que le cuivre venant à ceder, la figure de ces arcs ne ſoit altérée. On doit encore avoir ſoin de donner toute la ſolidité poſſible au baſſin & à toutes les parties du tour, afin qu'il n'y ait point de tremblement qui faſſe agir le burin inégalement & par ſauts ſur le baſſin. Lorſque le baſſin eſt bien courbé, il faut le ſéparer du mandrin en faiſant fondre la ſoudure *.

*964. Les Artiſtes qui tournent les baſſins, ſe ſervent du tour à roue & donnent au baſſin la courbure qu'il doit avoir, en regardant ſi le calibre touche également partout. Pour donner à leurs baſſins le dernier degré de perfection, ils frottent le baſſin convexe dans le baſſin concave; & s'ils n'en ont pas deux, ils fondent dans le baſſin qu'ils veulent perfectionner une compoſition de plomb & d'étain ou quelquefois de plomb ſeul ou d'étain. Ce nouveau baſſin leur ſert à donner, avec de l'émeri, à leur baſſin toute la perfection poſſible. On enfume le baſſin avec du noir de fumée, afin que le plomb ou l'étain ne s'y attache pas.

Il eſt aiſé de voir qu'en tranſpoſant les calibres, on peut tourner un baſſin convexe.

785. Ayant formé les baſſins au tour, on les frottera enſuite l'un contre l'autre avec de l'émeri, c'eſt-à-dire, le concave dans le convexe de la même ſphere. Quant aux baſſins de très-grandes ſpheres, M.r Huyghens preſcrit de les faire d'abord plans, puis de les creuſer avec une pierre arrondie & de l'émeri ſuivant la courbure deſirée. La pierre dont il faut ſe ſervir au commencement du travail, doit n'avoir de largeur que la moitié de celle du baſſin, & enſuite on en prend une, à très-peu près de la largeur même du baſſin; & afin que dans le travail l'émeri ne ſe perde pas, il faut coller une bande de papier autour du baſſin. On ne doit pas oublier de rendre le tout extrêmement ſolide & ferme. Lorſqu'on veut polir le baſſin, il faut le maſtiquer ſur ſon ſupport, autrement il ſera en danger de ſe fauſſer.

786. Pour polir les baſſins, M.r Huyghens enduit de ſavon le baſſin concave; enſuite il prend la derniere pierre ronde dont on a fait mention ci-deſſus, qui eſt un peu plus petite que le baſſin, ou bien le baſſin convexe; l'échauffe & enſuite verſe deſſus du ciment fondu fait de poix & de cendres bien tamiſées; poſe la pierre & le ciment qui y eſt attaché, ſur le baſſin concave dans lequel il a verſé une bonne quantité du même ciment, ayant adapté auparavant trois petites pieces de cuivre, de même groſſeur, à ſa circonférence, afin de mettre, par une preſſion égale, ce ciment par-tout de la même épaiſſeur. Lorſque le tout eſt froid, il ôte du baſſin, en tournant, la pierre & le ciment qui en a pris exactement la courbure, met une couche d'émeri fin ſur ce ciment, & avec une eſpatule plate de fer environ d'un tiers de pouce d'épaiſſeur, qu'il fait chauffer un peu, il preſſe légerement l'émeri, pour le faire entrer dans le ciment; enſuite il échauffe un peu la pierre ou baſſin convexe avec le ciment & l'émeri, & le replace de nouveau ſur le baſſin concave, afin de faire prendre à la couche d'émeri exactement la figure de ce baſſin; quand tout eſt refroidi, il retire la pierre & le ciment, & au moyen de la couche d'émeri qui tient à ce ciment, il polit à ſec le baſſin, en preſſant fortement ſur ſa ſurface. Et pour rendre la preſſion plus grande, il poſe ſur la pierre une

des extrémités d'une perche, dont l'autre extrémité eſt arrêtée au plafond, en la prenant aſſez longue pour qu'elle ſoit un peu pliée, afin de lui donner de l'élaſticité (on peut auſſi ſe ſervir d'un reſſort de fer qu'on met entre ſon extrémité & le plafond) : & il dit qu'il faut deux perſonnes pour frotter la pierre contre le baſſin. Il eſt à propos de prévenir qu'il faut avoir la précaution, lorſqu'on voudra employer la perche dans ce genre de travail, de fixer bien exactement au milieu le point de preſſion, comme on l'expliquera plus particulierement lorſqu'il s'agira du travail des verres.

787. Il eſt à remarquer que tout le monde ne fait pas ce ciment de la même manière ni même tous ceux avec leſquels on attache les verres. Le P. Cherubin dit qu'on le fait ordinairement de poix noire commune & de cendres de ceps de vigne bien paſſées, mais que pour lui il le fait de réſine & d'ocre ou de réſine & de blanc d'Eſpagne ; qu'ayant d'abord peſé la réſine, il la mêle avec une quantité convenable d'ocre ou blanc d'Eſpagne, & enſuite jette le tout ſur de la poix fondue & mêle bien tout enſemble. Le ciment dont M.r Scarlet ſe ſert eſt de poix commune & de cendres ordinaires. Quel qu'il ſoit, il eſt toujours plus ou moins fort, ſuivant qu'il y a plus ou moins de cendres ou de poudres ; dans le cas préſent où il s'agit de polir des baſſins, il faut le faire auſſi fort qu'il eſt poſſible, en mettant autant de cendres qu'on peut : car autrement ſi le ciment n'était pas aſſez fort, l'émeri s'en détacherait par la chaleur qu'occaſionne le frottement, & ceſſerait d'être propre à polir.

788. Pour donner au baſſin concave la derniere perfection, & lui conſerver ſa vraie courbure, prenez des pierres bleues à aiguiſer, d'environ un pouce carré, pareilles à celles dont les Graveurs ſe ſervent pour polir leurs ouvrages ; placez-en autant que vous pourrez, en les mettant le plus près les unes des autres qu'il eſt poſſible, ſur la ſurface du baſſin que vous voulez polir, les liant les unes aux autres avec du ſavon ou de l'empoix blanc, puis rempliſſez les intervalles qui reſtent entr'elles, de ſable fin & ſec juſqu'aux deux tiers de l'épaiſſeur de ces pierres ; enſuite ayant bordé le baſſin avec une bande de papier, afin que le ſable ne ſe perde point, ſecouez un peu

le baſſin pour que le ſable ſe répande par-tout également, & avec un ſoufflet réduiſez-le à la même épaiſſeur. Prenez enſuite un ciment très-fort & extrêmement chaud & verſez-en ſur toutes ces pierres; puis ayant nettoyé la pierre ou le baſſin convexe où était auparavant la poix & l'émeri, placez-le, après l'avoir fait chauffer, ſur ce ciment, & laiſſez refroidir le tout; vous aurez un poliſſoir au moyen duquel vous acheverez de donner le poli à votre baſſin. Pour rendre le frottement plus conſidérable, ſervez-vous de la perche dont on a parlé. Quand vous voudrez ſavoir ſi votre baſſin eſt poli, regardez-le obliquement à la lumière; s'il brille également dans toutes ſes parties, il a toute la perfection qui lui eſt propre. Si l'on veut ſe ſervir une autre fois de ce poliſſoir, il faut le mettre dans une cave bien froide, les pierres bleues tournées en haut, afin d'éviter que la figure ne s'altere par l'effet de la chaleur qui ne manquerait pas de le faire déjetter.

789. Il faut obſerver ici que la méthode de travailler les baſſins avec l'émeri qu'on a fait entrer dans le ciment moulé ſur le baſſin même, & celle de les polir avec des pierres bleues fixées dans un fort ciment, peuvent vraiſemblablement ſervir auſſi à travailler & à polir les miroirs de métal. Mais je crois que dans ce cas au lieu d'employer la perche dont on a parlé ci-deſſus, il vaut mieux ſe ſervir d'une autre, d'une longueur déterminée & égale à peu près au rayon de la ſphere qu'on veut donner au baſſin, la faiſant tourner ſur un point immédiatement au-deſſus du baſſin.

Du choix des verres.

790. La meilleure eſpece de verre, dit M.r Huyghens, a généralement la couleur jaunatre, rougeatre ou verte, en regardant la lumière du ciel au travers, ou en le regardant ſur une feuille de papier blanc. Quoique le verre qui eſt parfaitement blanc tranſmette le plus de lumière, il eſt en général plein de veines, & eſt ſouvent ſujet à devenir humide à l'air, ce qui, au bout d'un certain tems, en détruit le poli. Ici il n'y a pas de meilleurs verres que des morceaux de glaces caſſées; mais depuis quelque tems j'en ai trouvé d'aſſez bons dans une Verrerie. Je me ſuis toujours ſervi de la matière dont on fait les verres à boire : je l'ai toujours trouvée meilleure lorſqu'elle avait reſté deux ou trois jours dans le fourneau.

791. Pour découvrir les veines qui ſont dans un verre, il faut le regarder très-obliquement dans une chambre bien fermée vis-à-vis une lumière faible. C'eſt ainſi qu'on examine les morceaux de miroirs polis. Mais parce que ces morceaux ſont rarement aſſez épais pour des objectifs, il faut prendre pluſieurs morceaux de la même eſpece de verre avant d'être polis, les faire mettre par-tout de la même épaiſſeur & les faire polir un peu, pour juger quels ſont ceux qu'on peut employer. Il ſe trouve quelquefois dans les verres de petites veines d'une fineſſe extrême, qui ne produiſent pas de défauts ſenſibles. Quelquefois leurs imperfections ne peuvent ſe découvrir par la méthode ordinaire; mais lorſque le verre eſt formé & poli, on les apperçoit par réflexion de la manière ſuivante. Poſez debout ſur une table, dans une chambre bien fermée, le verre que vous voulez examiner, la ſurface que vous ſoupçonnez tournée du côté oppoſé à celui où vous êtes; prenez une bougie & préſentez-la de manière que le milieu de la large lumière réfléchie par la premiere ſurface, puiſſe tomber ſur vos yeux; éloignez-vous du verre juſqu'à ce que les rayons réfléchis par la ſurface poſtérieure commencent à former une image renverſée de la bougie; alors le verre entier paraîtra illuminé, & vous découvrirez ſes défauts & les imperfections de ſon poli. Quand le verre eſt d'un fort long foyer, on ſe ſert d'une lunette de trois ou quatre pouces de long, afin de groſſir les défauts & les rendre plus ſenſibles *.

* 965. Il eſt d'une extrême conſéquence que les verres dont on veut faire des objectifs ſoient ſans filandres & ſans nuages; il faut prendre garde encore qu'ils ne ſoient gelatineux. Un moyen de reconnaître ces défauts, eſt de préſenter le verre au ſoleil & de recevoir la lumière, après qu'elle a paſſé au travers, ſur un papier placé près de ce verre. Les points ou bulles d'air ne ſont préjudiciables qu'aux oculaires. Les objectifs ſi renommés de Campani en ſont remplis. Les filandres ſont le principal défaut du Flintglaſſ, & il eſt rare d'en trouver qui en ſoit entierement exempt. Au reſte, les fils ne produiſent un mauvais effet que lorſqu'on obſerve les étoiles & les planettes, particulierement Jupiter. Car il ne m'a point paru, ajoûte M.r l'Abbé Rochon, qu'ils fuſſent ſenſibles lorſqu'on obſerve la lune & les objets terreſtres. Les défauts dans les verres ſont d'autant plus ſenſibles, que ces verres ſont d'un plus long foyer.

Il y a encore un moyen facile de s'appercevoir ſi le verre qu'on deſtine à faire un objectif eſt défectueux. Ayant d'abord commencé par le rendre plan des deux côtés, on n'a qu'à le mettre ſur un objectif & regarder la lune ou une bougie éloignée, de maniere que l'œil ſe trouve au foyer de l'objectif; alors le verre paraîtra tout illuminé, & on en appercevra juſqu'au moindre défaut.

De la préparation des verres avant de les tailler & polir.

792. Les morceaux de verre que j'ai recommandé, dit M.r Huyghens, de mettre par-tout de même épaiſſeur & de polir un peu, devraient être beaucoup plus larges que l'objectif qu'on veut conſtruire, afin qu'on puiſſe en choiſir plus commodément la meilleure partie. Pour applanir & unir ces larges morceaux de verre, j'ai preſcrit aux Ouvriers de ſe ſervir de plaques de fer fondu, telles qu'on les trouve chez les Ferronniers, en les rendant auparavant bien planes & bien unies. Décrivez avec un compas à pointes de diamant, ſur la plaque de verre, un cercle repréſentant la circonférence de l'objectif, & un autre cercle concentrique d'un rayon d'environ un dixieme ou un douzieme de pouce plus grand; décrivez auſſi ſur l'autre côté de la plaque de verre deux circonférences égales & directement oppoſées à celles-là; ce qu'on peut faire aiſément par le moyen d'un verre circulaire qu'on décrira ci-après. Tout ce qui reſte du verre au-delà du cercle extérieur, ſe retranche au moyen d'un fer rouge ou d'un étau fort large ouvert exactement de l'épaiſſeur du verre. Les inégalités qui reſtent ſe peuvent ôter ſur une meule à éguiſer, en commençant d'abord par les plus grandes, & ſe donnant de garde de les faire éclater. Enſuite ayant chauffé le verre, attachez-y avec du ciment une molette de bois, & vous ſervant d'un baſſin ordinaire fort creux à faire des oculaires, réduiſez, en frottant avec du ſable blanc & de l'eau, la circonférence du verre exactement à celle du cercle intérieur tracé ſur chacun de ſes côtés *.

793. Alors ayant creuſé avec un poinçon une plaque ronde de cuivre, dans un grand nombre d'endroits, du même côté, & l'ayant attachée par le côté qui n'eſt point creuſé ſur le milieu du verre avec du ciment fait de deux parties de réſine ou de poix dure & une partie de cire, placez la pointe d'acier de la perche, dont on a parlé ci-deſſus, qu'on ſuppoſe de quatorze

* 966. Voici comme on donne maintenant la forme circulaire au verre. On l'arrondit d'abord groſſierement avec une pince plate de fer qui ne ſoit point trempée en paquet; on lui donne enſuite une forme parfaitement circulaire ſur le tour par le moyen d'un cylindre de tole environ du diametre du verre, avec de l'eau & du grais, & on adoucit ce bord avec de l'émeri fin & de l'eau mis dans un cylindre de cuivre, de plomb ou d'étain.

ou quinze pieds de long, dans la cavité de la plaque de cuivre, qui eſt la plus proche de la partie la plus épaiſſe du verre. Travaillez enſuite le verre par le ſecours de la perche avec du ſable & de l'eau ſur une plaque ronde de fer fondu bien applanie avec le ſable & l'eau. Examinant enſuite l'épaiſſeur du verre en différens endroits avec un étau à main, vous verrez quand le verre ſera réduit par-tout à la même épaiſſeur *.

Il eſt à propos vers la fin de cette opération de ſe ſervir d'émeri paſſé, parce que le ſable mord trop profondément; il ſera auſſi néceſſaire de placer la pointe d'acier de la perche exactement au-deſſus du centre de la ſurface inférieure du verre; autrement cette ſurface prendra une eſpece de forme cylindrique ou convexe, au lieu d'en prendre une plane, ce qui arriverait même quand ſa ſurface ſerait exactement plane avant qu'on commençât à travailler le verre; ce qui mérite d'être remarqué. Lorſque l'on veut polir les verres convexes, il eſt auſſi abſolument néceſſaire de placer le point de preſſion exactement au-deſſus du centre de la ſurface inférieure du verre.

794. Pour mettre une des petites cavités de la plaque de cuivre exactement au-deſſus de ce centre, je me ſers d'un verre circulaire fait d'un morceau de glace de miroir dont j'ôte le mercure; après avoir décrit ſur une des ſurfaces de cette glace avec un compas à pointes de diamant, huit à dix cercles concentriques, à la diſtance l'un de l'autre d'environ un quart de pouce, enſorte que les plus grands puiſſent l'être un peu plus que la circonférence du verre qu'on veut polir. Mettez ce verre circulaire ſur la ſurface de votre verre, en faiſant enſorte que ſa circonférence ſoit exactement parallele au cercle le plus proche de ce verre circulaire; ayant enſuite renverſé les deux verres, poſez le verre circulaire ſur une table, & ayant mis un charbon enflammé ſur la plaque de cuivre pour amolir le ciment & avoir au moyen de cela la liberté de mouvoir cette plaque, mettez une des pointes de compas dans une des petites cavités & faites mouvoir la plaque de cuivre juſqu'à ce

* 967. La méthode de M.r Huyghens pour réduire le verre à une épaiſſeur égale part-tout, eſt très-bonne. Mais pour connaître s'il eſt réduit par-tout à la même épaiſſeur, on peut ſe ſervir d'un inſtrument connu en Horlogerie ſous le nom de *Calibre à pignon*; ce qui eſt ſuffiſant dans la pratique.

que vous puiſſiez décrire avec l'autre pointe une circonférence qui coïncide exactement avec une de celles qui ſont tracées ſur le verre circulaire, & alors la choſe eſt faite. Il eſt à propos de coller avec de l'empoix trois petits morceaux de linge ſur le verre circulaire vers le centre, afin que l'autre verre ne puiſſe gliſſer trop aiſément deſſus, & qu'ils ne s'égratignent pas l'un l'autre.

795. Les cavités faites avec le poinçon dans la plaque de cuivre, & la pointe de la perche doivent être triangulaires, afin d'empêcher la rotation du verre, ce qui eſt encore plus néceſſaire lorſqu'on en perfectionne le poli. Il faut encore s'aſſurer ici de nouveau ſi la circonférence du verre eſt exactement circulaire des deux côtés, ce qu'on peut faire avec un compas; ſi elle ne l'eſt pas, il faut la rendre telle, en la taillant avec un baſſin ordinaire à faire des oculaires; ce qui contribuera beaucoup à faire prendre au verre une ſurface ſphérique exacte, lorſqu'on viendra à le travailler dans ſon baſſin. Car s'il y a quelque partie de la circonférence qui ſoit protubérante, elle empêchera les parties de la ſurface, qui lui ſont adjacentes, de s'uſer autant qu'elles le devraient, & gâtera par conſéquent la figure ſphérique de la ſurface.

De la manière de tailler les verres.

796. Le verre étant applani & arrondi, ôtez la plaque de cuivre qui eſt creuſée en différens endroits, & fixez avec une partie du même ciment une autre piece ronde de cuivre ou plutôt d'acier, plus petite, bien plane, environ de la grandeur d'un liard, mais plus épaiſſe, au centre de laquelle on aura fait auparavant, avec un poinçon d'acier triangulaire, un trou de la groſſeur à peu près d'un tuyau de plume d'oie, & profond d'environ un douzieme de pouce; & au fond de ce trou un petit trou rond un peu plus profond avec un poinçon d'acier très-fin. Il faut ajuſter exactement à ce trou triangulaire une petite pointe d'acier d'environ un pouce de long, qui aille juſqu'au fond du petit trou; il ne faut pas cependant qu'elle ſoit ſi exactement ajuſtée qu'elle n'ait la liberté de ſe mouvoir un peu, l'extrémité continuant de toucher & de preſſer ſur le fond du petit trou. Cette pointe d'acier triangulaire doit être fixée au bout d'une

d'une perche, à l'autre bout de laquelle il faut mettre une autre pointe de fer, ronde, d'environ 5 à 6 pouces de long, pour jouer librement dans un trou rond fait dans un morceau de cuivre attaché au plancher perpendiculairement au-deſſus du centre du baſſin qui doit être ſolidement établi dans une ſituation horiſontale. Fig. 687.

797. Il eſt à remarquer que M.r Huyghens preſcrit l'uſage du ciment pour faire tenir la plaque & le verre enſemble, & qu'il n'enſeigne point d'autre moyen; quoiqu'un peu d'expérience apprenne bientôt qu'il n'eſt gueres poſſible, dans ce cas ni dans tout autre, de rendre le ciment aſſez fluide pour attacher deux ſurfaces planes exactement paralleles l'une à l'autre, ſans chauffer le verre & la plaque aſſez fort pour riſquer de gâter conſidérablement la figure du verre. Quelques-uns, pour éviter cet inconvénient, ſe ſervent de plâtre de Paris pour attacher le verre avec la plaque, ſoit qu'elle ſoit de cuivre ou de bois ou de toute autre matière. M.r Scarlet l'évite en cimentant avec la plaque un autre verre intermédiaire, auquel il attache enſuite le verre qu'il veut tailler, avec de la colle ordinaire. Pour moi, dit M.r Molineux, je me ſers tout ſimplement de colle de poiſſon; par ſon moyen le verre & la plaque ſont retenus fortement l'un à l'autre; & j'enduis les bords de la plaque d'un vernis compoſé de cire à Graveur, diſſoute dans l'eſprit de vin, pour empêcher l'humidité de gagner la colle.

798. Pour tailler, par cette méthode, des verres véritablement plans, ſur un baſſin plan, M.r Huyghens preſcrit de prendre la perche, de quinze pieds de long; mais pour tailler les verres dans un baſſin concave, il vaut mieux que la perche ſoit égale au rayon de la courbure du baſſin, quoique je crois que l'on pourrait ſans conſéquence la prendre beaucoup plus courte, ſuivant que la hauteur de la chambre le permettra.

Il eſt néceſſaire d'avoir à côté de ſoi un morceau de verre ordinaire taillé dans le même baſſin, que l'on nomme un *briſoir*; on ſe ſert de ce verre, lorſqu'on met de nouvel émeri dans le baſſin, pour en écraſer les grains les plus gros, qui ne manqueraient pas d'égratigner le verre qu'on veut tailler.

799. Tout cela étant préparé, & ayant de l'émeri de différentes fineſſes, prenez une petite pincée de l'émeri le plus gros, mouillez-la & en couvrez le baſſin à peu près également par-

Fig. 687. tout ; ayant enſuite poſé la perche ſur votre verre, mettez-vous à le travailler pendant un quart d'heure, ſans preſſer ſur la perche, & ſeulement en faiſant mouvoir le verre circulairement, puis mettez la même quantité de l'émeri dont le degré de fineſſe eſt immédiatement au-deſſous de celui du premier, & travaillez encore un autre quart d'heure ; mettez enſuite une pareille quantité d'un émeri encore plus fin, & travaillez pendant le même eſpace de tems ; enfin quand vous en ſerez venu à l'émeri le plus fin que vous ayez, mettez-en une moindre quantité, & travaillez pendant une heure & demie, ôtant peu à peu de l'émeri avec une éponge mouillée. Ne le tenez point ni trop mouillé ni trop ſec, mais faites qu'il ſoit comme de la bouillie: cela eſt de grande conſéquence. S'il eſt trop ſec, ſes parties s'attacheront les unes aux autres ; enſorte qu'il ne mordra que peu ou même point du tout, ſi ce n'eſt lorſqu'il vient à ſe rompre ; & alors il ne fait qu'égratigner & mordre irrégulierement le verre aux endroits où cela arrive ; & s'il eſt trop mouillé & trop délayé, il agira ſur le verre, en ſe diviſant irrégulierement, plus dans certains endroits que dans d'autres, préciſement comme dans le premier cas.

800. M.r Huyghens déſapprouve l'uſage de l'émeri de différentes fineſſes, ayant trouvé par expérience que les ſurfaces des grands verres en ſont ſouvent rayées. Il dit qu'il vaut mieux prendre une grande quantité de l'émeri de la premiere ou de la ſeconde ſorte, & travailler avec depuis le commencement juſqu'à la fin, en ôtant de l'émeri avec une éponge mouillée, toutes les demi-heures ou tous les quarts d'heure ; il parvient par ce moyen à adoucir parfaitement le verre & à le rendre tel qu'on peut voir aſſez diſtinctement au travers une bougie ou un chaſſis de fenêtre : ce qui eſt une marque qu'il eſt aſſez adouci & qu'il eſt en état d'être poli. Mais ſi le verre n'a point acquis ce degré de tranſparence, il eſt certain, dit Mr. Huyghens, qu'il reſte trop d'émeri, & qu'ainſi il faut le diminuer & continuer l'opération. Il trouve que l'eau de puits ordinaire eſt la meilleure pour ce travail. Il a ſoin de mouvoir le verre en cercles, le conduiſant un pouce au-delà du centre du baſſin & un peu au-delà des bords. Il a trouvé, en travaillant un verre de 200 pieds, dont le diametre était de 8 pouces $\frac{3}{4}$,

dans un baſſin de 15 pouces de diametre, que la figure du baſſin changeait conſidérablement, à moins qu'il ne conduiſit le verre circulairement un pouce au-delà du centre du baſſin, & ne le fît ſortir du baſſin de 3 pouces $\frac{1}{4}$; mais que s'il ne l'en faiſait ſortir que de très-peu, comme de deux ou trois lignes, le faiſant par conſéquent paſſer beaucoup au-delà du centre, le verre prenait une figure défectueuſe, parce que ſes bords s'uſaient trop, enſorte qu'il ne pouvait plus leur donner enſuite un bon poli.

801. Quand, ayant commencé à travailler, l'émeri vient à être uni, le verre s'attache un peu au baſſin & devient plus difficile à mouvoir; alors il faut ajoûter de nouvel émeri. Lorſqu'après cela il vient à être adouci, il demande, s'il eſt large, une force conſidérable pour le mouvoir; mais cet inconvénient arrivera moins en travaillant avec la perche qu'avec la main. Car la chaleur de la main fait gonfler la ſubſtance du verre, & non-ſeulement eſt cauſe qu'il s'attache davantage au baſſin, mais en quelque ſorte peut gâter ſa figure & celle du baſſin. Lorſqu'on travaille avec la perche, il ne s'attache jamais fortement, à moins que l'ayant ôté du baſſin, on ne l'en tienne éloigné pendant quelque tems & qu'enſuite on l'y remette; & cela dans les grands verres. Car par ce moyen, dit Mr. Huyghens, le verre prend dans l'air plus de chaleur qu'il n'en avait ſur le baſſin; lors donc qu'il y eſt appliqué de nouveau, ſa ſurface inférieure eſt ſubitement contractée par le froid qu'il y trouve, & s'y attache. C'eſt pourquoi il faut, dit-il, attendre, dans ce cas, que le verre & le baſſin ayent pris la même température. On remarque le même effet en travaillant un verre dans un appartement où il y a du feu. Peut-être ces effets doivent-ils être attribués avec plus de raiſon aux qualités attractives des verres échauffés. Mais quelle qu'en ſoit la cauſe, nous apprenons par-là combien il faut mettre de délicateſſe dans le travail des grands verres, & la néceſſité de les travailler lentement & avec les plus grandes précautions.

802. La méthode de travailler les verres avec de l'émeri, que nous venons de décrire, eſt celle de Mr. Huyghens. Le P. Cherubin preſcrit une autre matière: il veut qu'on prenne du ſable & il choiſit celui qui provient d'une pierre à aiguiſer

réduite en poudre très-fine & tamisée. Mr. Cox en Angleterre ne se servait que de sable blanc ordinaire très-fin, ôtant peu à peu le sable avec une éponge mouillée à mesure qu'il devenâit plus fin. Il avait même coutume de continuer ce travail jusqu'à ce que le sable devint aussi fin, & qu'il en restât aussi peu sur le bassin, qu'il était possible; & très-souvent il s'en servait à polir les verres, sans employer aucune autre matière. J'ai vu moi-même, dit Mr. Molineux, Mr. Scarlet travailler & polir de cette manière un verre de seize pieds. Il appelle cette manière *sécher le sable*, parce qu'à mesure que le sable devient plus fin, il le mouille moins; pendant le dernier quart d'heure (l'ouvrage durant près de deux heures) il ne l'humecte plus qu'avec l'haleine, & à la fin il ne l'humecte plus du tout.

803. Il paraît que l'on ne se sert plus de cette méthode; peut-être le travail violent qu'elle exige à la fin de l'ouvrage en est-il cause; peut-être aussi, & c'est ce qui paraît plus vraisemblable, la difficulté de travailler & de polir régulièrement par cette méthode, à cause de la pression inégale & incertaine de la main, l'a-t-elle fait abandonner. S'il est vrai que c'en soit la raison, on pourrait, ce me semble, en rétablir l'usage & la perfectionner en se servant de la perche de Mr. Huyghens *, ou en employant quelqu'autre moyen analogue. Au reste, quelque méthode qu'on suive, on fera bien de s'attacher à adoucir le verre aussi parfaitement qu'il est possible, avant de travailler à le polir; car plus on l'adoucira, c'est-à-dire, plus on en rendra la surface unie, moins on aura de peine à le polir; avantage d'autant plus grand que ce travail est non-seulement le plus difficile, mais encore est celui où l'on risque le plus de gâter tout ce qu'on a fait.

* 968. La perche de M.r Huyghens paraît avoir été totalement abandonnée par les Artistes dans le travail des verres. On a d'ailleurs reconnu l'utilité d'avoir deux bassins de même figure, l'un pour dégrossir, l'autre pour achever les verres. Car si l'on veut, dit M.r l'Abbé Rochon, les dégrossir & les achever dans le même bassin, il est bien difficile de leur donner une figure parfaite, à moins de passer à ce travail un tems beaucoup plus considérable que celui qu'on y mettrait en se servant de deux bassins. Le bassin dans lequel on dégrossit est ordinairement de fer, & on se sert de grais pour ce travail: car dans le fer il faut employer du grais, & de l'émeri dans le cuivre. D'ailleurs on dégrossit beaucoup plus vîte avec le grais: le bassin dans lequel on acheve le verre, est de cuivre.

969. Le verre doit se centrer sur le bassin à dégrossir. Après qu'il est centré, on y

De la manière de polir les verres.

804. Ayant ôté la petite plaque de cuivre, prenez, dit Mr. Huyghens, une ardoise ou un morceau de pierre bleue ou grise, d'un pouce d'épaisseur, que vous arrondirez & que vous appla- Fig. 688.

attache avec du mastic doux une molette faite d'un bouchon de liege. Les dimensions de cette molette varient un peu suivant le diametre des verres. Plusieurs Artistes la prennent d'un pouce de hauteur & de 10 lignes environ de diametre, pour des verres qui ont depuis deux jusqu'à quatre pouces de largeur. Les molettes de liege doivent être préférées aux autres, parce que le liege étant élastique & léger, elles n'ont point les défauts de celles de bois & de métal, dont les premieres déforment le verre en se déjettant, & les autres le font plier par leur pesanteur; ensorte que nos meilleurs Artistes ne se servent que de liege. M.r de l'Etang qui est sans contredit celui qui a fait jusqu'à présent les meilleurs objectifs achromatiques, ne se sert que de semblables molettes, & a inutilement tenté d'employer au travail des verres la perche dont se sert Mr. Huyghens. C'est aussi de cette manière que Mr. Anthaume a construit son excellent objectif.

970. Quand le verre est dégrossi, on l'adoucit ensuite dans le bassin de cuivre, en se servant d'émeri fin: c'est ici où se trouve la plus grande difficulté. L'habitude & l'expérience peuvent seules indiquer toutes les précautions qu'il faut prendre.

971. L'émeri dont on se sert pour adoucir le verre, devant être de différens degrés de finesse, voici, ajoûte Mr. l'Abbé Rochon, comme il doit être préparé. Faites-en broyer une très-grande quantité sur un plateau de fer avec une grosse molette d'acier; tamisez ensuite cet émeri afin d'en ôter les trop gros grains qu'on broyera de nouveau; jettez cet émeri dans l'eau; agitez ensuite l'eau pour que l'émeri se mêle avec elle; laissez reposer le tout une demi-heure, & ôtez ensuite toute l'eau, sans la troubler le moins qu'il est possible, par le moyen d'un syphon ou par tel autre expédient que vous jugerez convenable; remettez de nouvelle eau & laissez-la reposer aussi une demi-heure: si vous trouvez qu'elle soit encore teinte d'émeri, ôtez-la sans la troubler & en remettez de nouvelle, & continuez ainsi jusqu'à ce qu'enfin l'eau vous paraisse sensiblement claire; alors vous serez sûr que le résidu ne contient plus d'émeri trop fin. Vous pourrez jetter toute l'eau que vous aurez ôtée jusqu'alors, ne pouvant être d'aucun usage, parce qu'elle contient un émeri trop fin.

Troublez ensuite cette eau sensiblement claire, au fond de laquelle est le résidu, puis la laissez reposer 15 minutes; ôtez alors, par le moyen d'un syphon, cette eau teinte d'émeri, sans la troubler, & mettez-la dans un vase; remettez de l'eau & répétez la même opération (observant de ne faire durer à chaque fois l'écoulement de l'eau, par le moyen du syphon, que deux minutes au plus) jusqu'à ce que l'eau que vous aurez laissée reposer 15 minutes, ne soit plus sensiblement teinte d'émeri.

972. Laissez ensuite reposer toute cette eau teinte d'émeri que vous avez retirée à chaque opération & que vous avez mise dans un vase; il se formera au fond un dépôt d'émeri très-fin & très-égal qu'on appelle *émeri de 15 minutes*: ôtez l'eau & laissez sécher le résidu.

973. Versez de l'eau sur le premier résidu, c'est-à-dire sur celui d'où vous avez tiré votre émeri de 15 minutes; laissez-la reposer 8 minutes; ôtez cette eau teinte d'émeri, par le moyen du syphon, & la mettez dans un vase; répetez l'opération comme pour l'émeri de 15 minutes, & vous aurez de l'émeri de 8 minutes.

974. Répétez la même opération pour 4′, 2′, 1′, 30″, 15″, 8″; & vous aurez des émeris de différentes finesses, qui seront bien égaux; ce qui est un grand avantage, dit Mr. l'Abbé Rochon; car autant qu'on le peut, il faut que l'émeri, par exemple, de 4 minutes, ne contienne pas de celui de 8 minutes & de 15 minutes: cela lui ferait perdre de sa bonté.

tirez, en lui donnant un diametre un peu plus petit que celui du verre, & faites à ſon centre un trou d'un pouce de diametre. Prenez un morceau d'une groſſe étoffe de laine, qu'on nomme *de la friſe*, qui ſoit bien de la même épaiſſeur par-tout; taillez-le en cercle & faites-y au milieu un trou auſſi d'un pouce de diametre. Faites chauffer l'ardoiſe & le verre; répandez enſuite légerement & également ſur l'un & l'autre, du ciment fait avec deux parties de réſine ou de poix dure & une de cire; poſez l'étoffe ſur l'ardoiſe & le verre ſur l'étoffe, ayant laiſſé au milieu du verre un eſpace de la grandeur d'une piece de 24 ſ. ſans ciment, & l'ayant noirci avec une chandelle. Prenez enſuite une piece de fer ou d'acier, creuſe & de forme conique, ayant une baſe d'un pouce de diametre & autour de ſa baſe un bord plat d'environ 2 pouces $\frac{1}{2}$ de diametre, la hauteur de ce cone étant exactement de l'épaiſſeur de l'ardoiſe, de l'étoffe & du ciment auxquels le verre eſt attaché. Le ſommet de ce cone doit paſſer par le trou fait à l'ardoiſe & à l'étoffe; enſorte qu'étant cimenté à l'ardoiſe, il puiſſe approcher du verre de l'épaiſſeur d'un cheveu, & donne perpendiculairement ſur le centre de la ſurface inférieure du verre; vous lui procurerez cette derniere diſpoſition, au moyen du verre circulaire décrit ci-deſſus. Vous appliquerez, en poliſſant, dans le ſommet de ce cone creux, l'extrémité inférieure de la perche : mais il eſt bon de faire obſerver que la colle de poiſſon & une plaque de cuivre valent peut-être mieux que le ciment & l'ardoiſe. M.r Huyghens obſerve auſſi que l'angle du cone doit être d'environ 80 ou 90 degrés, & que le ſommet de ce cone doit être aſſez ſolide pour pouvoir être percé d'un petit trou, afin de recevoir la pointe de la perche, qui autrement aurait trop de liberté & s'échaperait de ce ſommet. La raiſon pour laquelle on fait une tache noire au milieu du verre, c'eſt afin de découvrir par la lumière d'une bougie, réfléchie obliquement ſur le verre, après l'avoir poli quelque tems, s'il eſt parfaitement clair & délivré d'une teinte de couleur pareille à celle des cendres.

805. Avant de ſe mettre à polir, il eſt à propos d'étendre ſur le baſſin un morceau de linge ſur lequel vous répandrez un peu de tripoli très-fin; faites faire enſuite à votre verre 40 ou

50 tours sur ce linge. Cela enlevera sur-tout la rudesse des bords du verre qui, sans cela, pourraient user trop le fond du bassin dans lequel le verre doit principalement recevoir son dernier poli. Si j'entends bien Mr. Huyghens, dit Mr. Molineux, cette toile doit alors être ôtée, & on doit ensuite commencer à polir le verre sur le bassin tout nud. Mais il faut d'abord préparer du tripoli très-fin & du vitriol bleu réduit en une poudre très-fine, & mêler ensuite quatre parties de tripoli avec une de vitriol : six ou huit grains de ce mêlange suffisent pour un verre de 5 pouces de diametre. Humectez cette poudre composée avec huit ou dix gouttes de vinaigre clarifié, dans le milieu du bassin; mêlez le tout & l'adouciſſez entierement avec une très-petite molette; ayez grand soin de l'étendre également & en une couche très-mince sur le bassin ou au moins sur une partie du milieu du bassin beaucoup plus grande que celle que vous voulez faire parcourir au verre en le polissant; vous ferez pour cela usage d'une de ces brosses dont se servent les Peintres. Cet enduit doit être très-mince, sans cependant l'être trop, autrement il diminuerait trop en polissant, & le bassin serait sujet à être sillonné & sa figure à être altérée; ensorte qu'il faut quelquefois mettre un nouvel enduit, lequel n'est pas si aisé à étendre également que le premier. Il faut ensuite sécher parfaitement cet enduit, en le tenant sur un réchaud, & laisser refroidir le bassin. Après cela, étendez également & en une couche très-mince sur le bassin ainsi préparé, d'autre tripoli réduit en poudre très-fine, après l'avoir bien lavé & ensuite fait sécher; prenez alors votre brisoir & unissez le tripoli bien également, puis prenez le verre que vous voulez polir & l'essuyez avec soin avec un linge trempé dans de l'eau teinte légerement de tripoli & de vitriol; mettez-le ensuite sur le bassin & faites-le aller & venir en ligne directe deux ou trois fois; après quoi ôtez-le & examinez si le tripoli qui y est attaché est également répandu sur toute sa surface; s'il ne l'est pas, c'est une marque que le bassin ou le verre est trop chaud; alors il faut attendre un peu & ensuite essayer de nouveau jusqu'à ce que vous trouviez que le verre prend le tripoli par-tout également. Vous pouvez alors vous mettre à polir sans risquer beaucoup de gâter la figure du verre; ce qui dans l'autre cas

arriverait infailliblement. Si le baſſin eſt plus chaud que le verre, il touchera davantage le verre au milieu que vers la circonférence, parce que la ſurface du baſſin étant gonflée par la chaleur, deviendra trop plate. Si au contraire le verre eſt plus chaud que le baſſin, il portera davantage vers ſa circonférence qu'à ſon centre, parce que ſa ſurface inférieure eſt plus contractée par la froideur du baſſin, que ſa ſurface ſupérieure.

806. M.r Huyghens dit que ſi l'on voulait polir à la main, le travail ſerait très-conſidérable, & que même on ne réuſſirait pas ſi les verres avaient 5 à 6 pieds de foyer ; il paraît même croire qu'il eſt abſolument néceſſaire de preſſer le verre avec une force extraordinaire : dans cette vue, il a imaginé deux moyens d'augmenter la preſſion à un dégré ſuffiſant, qui conſiſtent, comme on le verra aux Articles 812, 813, &c. dans l'application d'un fort reſſort qui preſſe le centre du verre ſur le poliſſoir.

807. La partie du travail des verres qui conſiſte à leur donner le poli, étant la plus difficile & la plus délicate, on s'y eſt pris de diverſes manières pour y réuſſir. Mr. Newton, le P. Cherubin, Mr. Huyghens & les Opticiens ordinaires ont tous ſuivi des méthodes différentes. Mr. Newton eſt le ſeul qui ne paraît point inſiſter ſur la néceſſité d'une forte preſſion : Voici ce qu'il dit ſur ce ſujet, page 121 de ſon Traité d'Optique, Édit. françaiſe. J'ai perfectionné une fois conſidérablement l'objectif d'une lunette de 14 pieds, fait par un Artiſte de Londres, en le travaillant ſur de la poix mêlée avec de la potée, ſans appuyer deſſus que d'une maniere très-légere, de peur que la potée ne le ſillonnât. Savoir ſi l'on pourrait polir par ce moyen-là les grands miroirs de verre pour les téleſcopes catoptriques, c'eſt ce que je n'ai point encore eſſayé ; mais ſoit qu'on s'y prenne de cette manière pour polir, ſoit qu'on ſuive une méthode différente, on fera bien, ſelon moi, de mettre les verres en état d'être polis en les travaillant avec moins de violence que n'ont coutume de faire nos Artiſtes de Londres. Car les verres preſſés ſi violemment, ſont ſujets à ſe courber un peu en les travaillant, ce qui doit certainement en gâter la figure.

808. A l'égard de la méthode que Mr. Newton employait pour polir les verres, j'ignore s'il l'a décrite quelque part ; mais quant à celle

celle qu'il ſuivait pour polir les miroirs de métal, on la trouve décrite dans ſon Optique, en ces termes : Voulant polir un miroir de métal, je me ſervis de deux baſſins de cuivre, chacun de ſix pouces de diametre, l'un convexe & l'autre concave, travaillés de manière qu'ils ſe répondaient fort juſte l'un à l'autre ; je travaillai ſur le baſſin convexe le miroir concave de métal que je voulais polir, juſqu'à ce qu'il eût pris la forme du baſſin convexe, & qu'il fût en état d'être poli ; je mis enſuite ſur le baſſin convexe une couche de poix très-mince, y faiſant tomber la poix toute fondue & chauffant ce baſſin pour que la poix ſe conſervât molle, pendant que je preſſais ce baſſin contre le concave que j'avais ſoin de mouiller pour que la poix ſe répandît également ſur toute la ſurface du baſſin convexe. Ainſi en travaillant beaucoup, je rendis cette poix auſſi mince qu'une piece de cinq ſols ; & après que le baſſin convexe fût refroidi, je le travaillai encore pour lui donner une figure auſſi exacte qu'il m'était poſſible ; ayant enſuite pris de la potée que j'avais rafinée en la lavant & la dégageant par-là de ſes parties les plus groſſieres, j'en jettai un peu ſur la poix & je la broyai, par le moyen du baſſin concave, juſqu'à ce qu'elle eût ceſſé de craqueter : après cela, je commençai à travailler vivement le miroir de métal ſur la poix, pendant deux ou trois minutes, en appuyant fortement deſſus. Mettant enſuite de nouvelle potée ſur la poix, je la broyai encore juſqu'à ce qu'elle ne craquetât plus, après quoi, je travaillai le miroir deſſus comme auparavant ; & je répétai tout ce travail juſqu'à ce que le miroir fût entierement poli, le travaillant la derniere fois de toute ma force pendant un eſpace de tems aſſez conſidérable & répendant ſouvent mon ſouffle ſur la poix pour la conſerver humide, ſans y mettre de nouvelle potée. Je donnai à ce miroir deux pouces de largeur & environ un tiers de pouce d'épaiſſeur pour l'empêcher de ſe fauſſer. J'avais deux de ces miroirs de métal ; après les avoir polis tous deux, j'eſſayai lequel était le meilleur & je travaillai l'autre encore pour voir ſi je pourrais le rendre plus parfait que celui-là. C'eſt ainſi que j'appris par pluſieurs épreuves la manière de polir & que je parvins à faire les deux téleſcopes catoptriques dont j'ai parlé. Car l'art de polir s'apprendra beaucoup

mieux par la pratique, que par toutes les descriptions que j'en pourrais donner. Avant de travailler le miroir sur la poix, j'avais toujours soin de travailler la potée sur la poix avec le bassin de cuivre concave, jusqu'à ce qu'elle cessât de craqueter, parce que si les petites parties de la potée ne sont pas disposées par ce moyen à s'attacher fortement à la poix, il arrivera que roulant de tous côtés sous le miroir, elles le sillonneront & y feront une infinité de petits creux.

809. Quant à la méthode de polir du P. Cherubin, il paraît qu'elle consiste principalement en ce qu'il emploie d'abord le tripoli & ensuite la potée; & même il paraît que ce qu'il approuve le plus est la potée seule. Il polit dans le même bassin qui lui a servi à tailler son verre, & il décrit dans un très-grand détail diverses manières de le faire. Il étend d'abord sur le bassin un morceau de cuir très-fin, de belle toile d'Hollande ou d'autre toile bien fine, de taffetas ou de satin, par-tout d'une épaisseur bien égale, qu'il tend fortement; il enduit ensuite cette surface en partie, depuis un de ses bords jusqu'au bord opposé, d'une légere couche de potée mouillée à la consistance d'un syrop épais, environ de la largeur du verre ou un peu plus, formant une bande qui passe par le centre du bassin; ensuite il unit la potée avec son brisoir en lui faisant parcourir plusieurs fois cet enduit d'un bout à l'autre; puis il se met à travailler son verre en le faisant aller & venir le long de cette bande de potée & le pressant en même tems fortement, obligeant, par cette pression, le cuir, toile &c. quoique déja tendu, de toucher la surface du bassin: il prétend que par cette méthode il obtenait un excellent poli. A chaque tour, il tournait le verre un peu sur son axe; la molette qu'il employait dans ce travail était très-pesante & beaucoup plus que celle dont il se servait d'ordinaire pour tailler ses verres; & il recommande de la prendre telle, comme étant très-utile dans ce travail: s'il lui fallait de nouvelle potée, il ne faisait aucune difficulté d'en mettre aussi souvent qu'il était nécessaire, ayant grand soin de l'unir avec le brisoir, avant d'y appliquer le verre.

810. Je pense que cette méthode, dit Mr. Molineux, pourrait être perfectionnée en faisant usage de la perche & du ressort, suivant la méthode de Mr. Huyghens, particulierement si la perche

était armée à ſon extrémité ſupérieure d'une forte pointe ſur laquelle le reſſort fût appliqué ; la longueur de cette perche étant égale au rayon de la ſphere du baſſin, & la pointe ſur laquelle le reſſort preſſe, étant bien perpendiculairement au-deſſus du centre du baſſin, & exactement au centre de ſa ſphere.

811. Le même Auteur donne encore une autre méthode pour polir dans le baſſin : la voici. Il prend une feuille de papier très-fin, & l'examinant avec la plus grande attention, il en ôte avec un bon canif toutes les parties groſſieres, toutes les petites aſpérités ; puis il le trempe dans de l'eau bien nette, le met entre deux linges pour le ſécher & le retire avant qu'il ſoit entierement ſec ; & après avoir enduit le baſſin d'empoix ou de colle, auſſi légérement qu'il eſt poſſible, il poſe le papier encore humide doucement deſſus, le colle en commençant par un des bords, & allant par degrés juſqu'au bord oppoſé, juſqu'à ce qu'il ſoit entierement collé, ce qu'il fait lentement, pour laiſſer à l'air la liberté de ſortir totalement ; enſuite paſſant deſſus la peaume de la main, en commençant par le centre & allant tout autour juſqu'à la circonférence, il oblige le papier de s'attacher par-tout ; & il fait cela trois ou quatre fois pendant que le papier ſéche, pour faire ſortir tout l'air ; il le laiſſe enſuite finir de ſécher de lui-même, & le viſite comme auparavant avec ſon canif ; puis il en ôte toutes les inégalités qui peuvent y être reſtées & le polit avec un briſoir de verre très-rude, taillé groſſierement dans le même baſſin ; lorſque cela eſt fait, il répand du tripoli ſur ce papier & polit comme dans ſa premiere méthode *.

* 975. La manière de polir actuellement en uſage chez nos bons Artiſtes, eſt celle qui ſuit. Quand le verre eſt adouci, on colle un papier ſur le baſſin de cette manière : on prend du papier de ſerpente de Hollande, le plus fin, le plus égal & le moins gommé qu'il eſt poſſible, on le coupe de la grandeur du baſſin, on le trempe dans l'eau, & on l'eſſore avec une ſerviette fine ; on étend avec un pinceau une légere couche d'eau gommée, puis on applique le papier ſur le baſſin, auquel on en fait prendre exactement la forme avec le verre même ; on laiſſe enſuite ſécher le papier, & quand il eſt ſec, on ôte avec un bon canif les petits graviers qui peuvent s'y trouver ; puis on le frotte avec un verre dont les bords ſeuls portent ſur le baſſin, & qui ait un biſeau un peu rude : ce verre fait l'effet d'une lime fine qui ôte les petites inégalités du papier.

976. Quand le baſſin eſt ainſi préparé, on y applique une légere couche de tripoli de Véniſe qu'on répand également & auquel on ôte ce qu'il peut avoir de rude avec le briſoir ; on nettoie le verre avec du vinaigre dans lequel on a fait diſſoudre du vitriol bleu ; & on le frotte en prenant la molette avec les deux mains & le plus près du verre qu'il eſt poſſible, & faiſant aller le verre en ligne

812. Venons actuellement à la deſcription de la machine
Fig. 693. dont nous avons parlé ci-deſſus. *CC* repréſente une piece de bois carrée un peu plus longue que le diametre du baſſin, &

droite, d'une extrémité du baſſin à l'autre. On ne doit point mettre de nouveau tripoli, & la premiere couche doit ſuffire pour polir un verre.

977. Lorſque les verres ſont minces ou d'un grand diametre, ils ſont ſujets à ſe plier dans le travail, ce qui arrive ſurtout aux verres concaves. Pour éviter cet inconvénient, quelques Artiſtes ont coutume de les doubler avec une ardoiſe & du plâtre. Mais je dois avertir, dit Mr. l'Abbé Rochon, que cette méthode ne vaut rien; le plâtre en ſe ſéchant défigure totalement le verre. Voici une méthode qui n'a pas le même inconvénient: doublez votre verre avec un autre verre dont la figure réponde à peu près à la ſienne, de manière que leurs bords ſeuls ſe touchent, ſans que leurs centres portent; & pour les attacher ainſi ſervez-vous d'eau légerement gommée.

978. Si un des côtés d'un verre eſt plan, il ſe polit de la même manière que le côté courbe, ainſi il n'y a rien de particulier à dire ſur ce ſujet; nous devons ſeulement prévenir qu'il eſt très-difficile de rendre un verre parfaitement plan, à cauſe de l'extrême difficulté qu'on rencontre à donner une ſurface parfaitement plane aux plaques de cuivre ou de fer qui ſervent à ce travail: d'où l'on voit qu'on doit abandonner totalement cette figure, pour les objectifs d'un foyer d'une longueur un peu conſidérable.

979. Outre les diverſes manières d'achever & de polir les verres, expoſées dans ce Chapitre & dans les Notes précédentes, il en eſt une autre que nous ne devons pas laiſſer ignorer, ſur-tout depuis qu'un grand Géometre l'a jugée digne de ſon attention. Cette méthode differe de celles qu'on a vues, en ce que le baſſin au lieu d'être immobile, a un mouvement de rotation autour de ſon axe, & que la lentille au lieu d'être livrée à l'action inégale & incertaine de la main, eſt retenue en un endroit du baſſin, au moyen d'un ſtyle appliqué à ſon centre, autour duquel elle a la liberté de ſe mouvoir; enſorte qu'auſſi-tôt que le baſſin vient à tourner, elle ſe trouve obligée par l'impreſſion qu'elle en reçoit, d'en faire autant autour de ſon centre; & comme ces deux mouvemens different, on voit qu'elle doit éprouver un frottement propre, ſoit à l'adoucir, ſoit à la polir. Comme dans cette méthode il n'y a rien qui dépende de la volonté de l'Artiſte, que l'endroit du baſſin où il arrête le verre, & que par conſéquent elle donne plus de priſe à la Géométrie que les précédentes, Mr. Euler a cru devoir l'examiner (*Nouv. Mém. de Petersbourg*, *Tome VIII*) & chercher à déterminer ce qui eſt ſuſceptible de l'être. Ne doutant nullement qu'on ne ſoit très-curieux de connaître ce qu'il a fait ſur ce ſujet, nous croyons pouvoir l'inſérer ici.

* 980. Soit *MNOP* (*Fig. 689*) un baſſin qu'on doit faire tourner horiſontalement à l'aide d'un tour, autour de ſon axe *E*, avec une certaine vîteſſe. Soit *AFBH* la lentille qu'on veut adoucir ou polir, ſerrée contre ce baſſin par le moyen d'un ſtyle appliqué à ſon centre *C*, de manière que le point *C* demeure toujours au même endroit du baſſin, & que la lentille puiſſe tourner librement autour. Si l'on imprime au baſſin ſon mouvement de rotation, la lentille ſe mettra auſſi-tôt à ſe mouvoir autour du ſtyle, & bientôt elle tournera uniformément; & comme elle reçoit ſon mouvement du baſſin, elle tournera d'autant plus vîte & par conſéquent ſa ſurface s'uſera d'autant plus promptement, toutes choſes égales d'ailleurs, que la viteſſe du baſſin ſera plus grande. La premiere choſe qui ſe préſente à conſidérer, eſt donc la vîteſſe du baſſin.

981. Repréſentons par u cette viteſſe rapportée à une certaine diſtance fixe du centre *E* déſignée par l'unité, enſorte que la vîteſſe d'un point quelconque *R* du baſſin éloigné du centre *E* de la diſtance $RE = z$, ſoit $= uz$, dont le carré $uuzz$ exprime la hauteur dûe à cette vîteſſe, c'eſt-à-

d'environ un pouce & demi d'épaiſſeur ; les deux extrémités *C* & *C* ayant la forme qu'on leur voit dans la Figure, ſervent de poignées pour les Ouvriers. Au milieu de cette piece de

dire, celle d'où un corps devrait tomber pour acquérir cette vîteſſe. Il eſt évident que le mouvement du baſſin eſt entierement déterminé par cette lettre *u*.

982. Quant à ce qui concerne la lentille ; il y a pluſieurs choſes à conſidérer outre la vîteſſe de ſon mouvement. D'abord, il faut avoir égard à ſon diametre AB que nous ſuppoſerons $= 2a$: en ſecond lieu, il importe beaucoup à quelle diſtance du centre *E* du baſſin le centre *C* de la lentille ſoit retenu au moyen du ſtyle : ſuppoſons cette diſtance $CE = b$. Enfin, ſi l'on veut juger de l'effet de l'attrition, il faut tenir compte de la force avec laquelle la lentille eſt preſſée contre le baſſin, que nous ſuppoſerons égale au poids *P*. Comme la ſurface entiere de la lentille qui touche le baſſin eſt preſſée avec cette force, ſi l'on veut avoir celle avec laquelle une portion quelconque de cette ſurface eſt preſſée, tout ſe réduira à chercher le rapport de cette partie à cette ſurface entiere, puiſque l'on ſuppoſe que la lentille a déja la figure du baſſin, & qu'il ne s'agit que de l'adoucir ou de la polir.

983. Il faut actuellement chercher le mouvement de la lentille qui, à cauſe que ſon centre eſt fixe, ne peut être qu'un mouvement de rotation autour de ce centre, & qui tient la premiere place parmi les choſes que nous avons à trouver. On voit tout de ſuite qu'à cauſe du mouvement du baſſin, qui ſe fait dans le ſens $MNOP$, la lentille tourne dans le même ſens $AFBH$. Repréſentons, comme nous avons fait pour le baſſin, par v, la vîteſſe de ce mouvement rapportée à une diſtance fixe déſignée par l'unité ; enſorte que la vîteſſe d'un point quelconque *R* de la lentille éloigné du centre *C* de la diſtance $RC = x$, ſoit $= vx$, la direction du mouvement étant une droite Rk perpendiculaire à RC. On obſervera que, pour que le point *C* demeure toujours au même endroit, malgré l'effort que fait le baſſin par ſon mouvement pour emporter la lentille entiere, il faut appliquer par le moyen du ſtyle un effort oppoſé à celui du baſſin, dont il faudra déterminer la quantité.

984. Examinons maintenant l'attrition d'un point quelconque de la lentille, qui conſiſte dans le mouvement de ce point par rapport au baſſin, ou, ſi l'on veut, dans celui du point correſpondant du baſſin relativement à la lentille : cet examen nous eſt utile pour ce que nous avons à trouver. Si l'on ne conſidere d'abord que l'attrition du centre *C* de la lentille, elle eſt évidente. Car comme, à cauſe que $EC = b$, le point *C* du baſſin ſe meut avec une vîteſſe $= bu$ dans la direction Cc perpendiculaire à EC, & que le point *C* de la lentille eſt en repos, cette vîteſſe bu ſera celle de l'attrition, laquelle eſt par conſéquent d'autant plus grande que le centre *C* de la lentille eſt plus éloigné du centre *E* du baſſin.

985. Quant à la vîteſſe de l'attrition des autres points de la ſurface de la lentille, elle dépend non-ſeulement du mouvement du baſſin, mais encore de celui de la lentille. Soit, comme ci-deſſus, la diſtance CR (*Fig. 690*) d'un point quelconque *R* de la lentille au centre, $= x$, & l'angle $ACR = p$. Soit menée $Rk = vx$, perpendiculaire à CR, repréſentant le mouvement du point *R* de la lentille, & $Rh = uz$, perpendiculaire à $ER = z$, repréſentant le mouvement du point *R* du baſſin, contigu au point *R* de la lentille. Maintenant ſi nous concevons que la lentille imprime au baſſin un mouvement égal à vx, dans la direction Rk' oppoſée à Rk, il eſt clair qu'ayant achevé le parallélogramme $Rk'rh$, & mené la diagonale Rr, la choſe revient au même que ſi le point *R* de la lentille étant en repos, le baſſin ſe mouvait au-deſſous dans la direction Rr avec la vîteſſe Rr, qui par conſéquent ſera la vîteſſe de l'*attrition* du point *R* de la lentille. Il s'agit donc de trouver Rr & ſa ſituation.

986. CE étant $= b$, on aura $z = \sqrt{(b^2 + x^2 + 2bx \cos. p)}$; & ayant fait l'angle $CER = q$, on aura tang. $q =$

bois on fixe une pointe de fer d'une longueur telle, que si l'on pose les surfaces inférieures des poignées C & C sur un plan, l'extrémité de cette pointe touchera ce plan. Cette pointe presse

$\frac{x \text{ sin. } p}{b + x \text{ cos. } p}$ & sin. $q = \frac{x \text{ sin. } p}{z}$. De plus, l'angle CRE étant $= p - q$, on aura tang. $(p-q) = \frac{b \text{ sin. } p}{x + b \text{ cos. } p}$ & sin. $(p-q) = \frac{b \text{ sin. } p}{z}$. Dans le triangle $Rk'r$, on a $Rk' = vx$, $rk' = Rh = uz$ & l'angle $Rk'r = CRE = p - q$; d'où l'on a $Rr = \sqrt{(vvxx + uuzz - 2vuxz \text{ cos. } (p-q)}$; mais z cos. $(p-q) = x + b$ cos. p, donc $Rr = \sqrt{(vvxx + uuzz - 2uvxx - 2buvx \text{ cos. } p)} = \sqrt{[bbuu + 2bu(u-v)x \text{ cos. } p + (u-v)^2 xx]}$.

987. A l'égard de la situation de Rr, on remarquera que le triangle $Rk'r$ donne $k'r^2 = Rr^2 + Rk'^2 - 2Rr.Rk'.\text{cos. } k'Rr$ d'où l'on a cos. $k'Rr = \frac{Rr^2 + Rk'^2 - k'r^2}{2Rr.Rk'} = \frac{-(u-v)x - bu \text{ cos. } p}{Rr} =$ sinus $(CRk' + k'Rr)$, l'angle CRk' étant droit; & que sin. $k'Rr = \frac{k'r.\text{ sin. } (p-q)}{Rr} = \frac{bu \text{ sin. } p}{Rr} = -\text{ cos. } (CRk' + k'Rr)$. Si donc l'on conçoit que Rr fasse par en haut un angle avec la droite CR, on aura sin. $CRr = \frac{(u-v)x + bu \text{ cos. } p}{Rr}$ & cos. $CRr = -\frac{bu \text{ sin. } p}{Rr}$; Rr étant $= \sqrt{[bbuu + 2bu(u-v)x \text{ cos. } p + (u-v)^2 xx]}$: d'où l'on voit que si $ACR = p = 0$, Rr sera $= bu + (u-v)x$, & l'angle CRr droit; & que si de plus $x = 0$, la vîtesse de l'attrition du centre C sera, comme auparavant, $= bu$.

988. Tout se réduit donc à présent à trouver le rapport de la vîtesse gyratoire v de la lentille à la vîtesse gyratoire u du bassin. Or, M.r Euler remarque qu'il se présente pour cela deux moyens, l'un indirect, tiré du principe de la moindre action, l'autre direct, tiré des principes du mouvement. Selon le premier, le mouvement de la lentille doit être tel que l'attrition totale soit la plus petite possible. Concevant donc en R un élément de la surface de la lentille qui, à cause que la distance $CR = x$ & l'angle $ACR = p$, sont variables, sera exprimé par $xdxdp$; & le multipliant par la vîtesse Rr de l'attrition, on aura la quantité de l'attrition de cet élément $xdxdp\sqrt{[bbuu + 2bu(u-v)x \text{ cos. } p + (u-v)^2 xx]}$ dont l'intégrale, étendue à la lentille entiere, enforte qu'elle en exprime l'attrition, doit être un *minimum*.

989. Si l'on conçoit RC prolongée au-delà du centre C jusqu'à l'élément $xdxdp$ situé de l'autre côté de la droite AB, la quantité de l'attrition de cet élément sera, à cause que x ou cos. p devient négatif, $xdxdp\sqrt{[bbuu - 2bu(u-v)x \text{ cos. } p + (u-v)^2 xx]}$. Joignant ensemble ces deux quantités, il est évident que la somme devient la plus petite possible, si l'on prend $v = u$; ce qui étant également vrai de tous les élémens ainsi opposés, il s'ensuit que l'attrition de toute la lentille sera la plus petite, si $v = u$, ou que la lentille se meuve avec la même vîtesse que le bassin, enforte qu'ils fassent l'un & l'autre leurs révolutions en tems égaux.

990. On parvient également à la même conclusion par la voie directe. L'expérience apprenant que le frottement dépend de la pression seule & que la vîtesse de l'attrition ne contribue ni à l'augmenter ni à le diminuer, l'élément de la surface de la lentille $xdxdp$ en R, sera sollicité, suivant la direction Rr, par une force proportionnelle à cet élément, à cause que la pression est égale par-tout. Supposons donc que cette force soit $= Fxdxdp$: le moment de cette force par rapport au centre immobile C de la lentille sera $Fxdxdp.CR$ sin. $CRr = \frac{Fxdxdp.x[(u-v)x + bu \text{ cos. } p]}{\sqrt{[bbuu + 2bu(u-v)x \text{ cos. } p + (u-v)^2 xx]}}$ & le moment de la force avec laquelle l'élément opposé, de l'autre côté du centre C, est pareillement sollicité, sera

ſur le ſommet du cone creux décrit ci-deſſus. Pour augmenter cette preſſion, on ſe ſert d'une eſpece d'arc *DED* fait d'une planche de ſapin, d'un demi-pouce d'épaiſſeur & de cinq pieds

$$\frac{F\alpha\, dx\, dp.\, x\,[(u-v)\,x - bu\ \text{cof.}\ p]}{\sqrt{[bbuu - 2bu(u-v)x\ \text{cof.}\ p + (u-v)xx]}}.$$

991. Préſentement comme le mouvement de la lentille eſt ſuppoſé déja parvenu à l'uniformité, il faut que la ſomme entiere de ces momens ſoit nulle. Or, c'eſt ce qui eſt en effet, ſi $v = u$; car on voit que dans cette ſuppoſition la ſomme de deux élémens quelconques oppoſés ſe trouve nulle.

992. On trouve encore la même choſe en intégrant à l'ordinaire. Car ayant poſé $v = u$, le moment de la force qui ſollicite l'élément en R, $= Fx\, x\, dx\, dp$ cof. p, d'où l'on tire $\frac{1}{3} Fx^3 dp$ cof. p, pour le moment de la force qui ſollicite le ſecteur élémentaire qui s'étend juſqu'en R, & $\frac{1}{3} Fa^3 dp$ cof. p, pour le moment de celle qui ſollicite le même ſecteur s'étendant juſqu'au bord de la lentille. Prenant l'intégrale, on a $\frac{1}{3} Fa^3$ ſin. p, qui, en ſuppoſant $p = 360°$, exprime la ſomme des momens des forces qui ſollicitent les ſecteurs dont la ſurface de la lentille eſt compoſée; or cette quantité devient alors nulle, ce qui n'arriverait pas, ſi v n'était pas égale à u. Une méthode eſt donc confirmée par l'autre; d'où M.r Euler conclut que le principe de la moindre action étant évident par lui-même, on ne peut douter que celui dans lequel on ſuppoſe que le frottement dépend de la preſſion ſeule, ne ſoit exactement vrai.

993. Ce que la théorie fait connaître, ſavoir, que $v = u$, ſe trouve confirmé par l'expérience. Mr. Euler a remarqué qu'en quelqu'endroit du baſſin que la lentille fût retenue, ſes révolutions s'accordaient avec la plus grande exactitude avec celles du baſſin, & à peine a-t-il pu obſerver quelqu'inégalité au commencement même du mouvement. Bien plus, ayant tantôt augmenté & tantôt diminué le mouvement du baſſin, il a obſervé que la lentille ſuivait la même inégalité.

994. Après avoir trouvé que la lentille & le baſſin tournent avec des viteſſes égales, Mr. Euler paſſe à la détermination de la force à laquelle le ſtyle appliqué au centre C de la lentille doit pouvoir réſiſter, pour que ce centre reſte immobile malgré le mouvement du baſſin. Voici comme il y parvient. v étant $= u$, Rr ſera $= bu$, ſin. CRr = cof. p & cof. $CRr = -$ ſin. p; enſorte que $CRr = 90° + p$ & $k'Rr = p = ACR$. Or, à cauſe du frottement, l'élément $x\, dx\, dp$ de la ſurface de la lentille, en R, eſt ſollicité ſuivant Rr par une force conſtante; & parce que la ſurface entiere qui eſt caa, (c déſignant la demi-circonférence du cercle, dont le rayon eſt 1), eſt preſſée avec la force P, cet élément eſt preſſé avec une force $= \frac{Px\, dx\, dp}{caa}$, au tiers de laquelle le frottement peut être cenſé égal. Mettons, pour plus de généralité, n pour ce tiers, enſorte que l'élément dont nous parlons ſoit ſollicité ſuivant Rr, par la force $\frac{nPx\, dx\, dp}{caa}$ qui fournira, ſuivant la direction CR, la force $\frac{nPx\, dx\, dp}{caa}$ ſin. p & ſuivant la direction perpendiculaire à CR, la force ..... $\frac{nPx\, dx\, dp}{caa}$ cof. p.

995. Mais par ce qu'on a fait voir ci-deſſus, toutes ces forces perpendiculaires ſe détruiſent, enſorte que le ſtyle doit ſupporter toutes ces autres forces qui agiſſent ſuivant CR, & qu'on peut concevoir comme ſi elles étaient appliquées ſuivant cette direction, au centre même de la lentille. Décompoſons chacune de ces forces en deux autres ſuivant les directions fixes CA & Cc, la force ſuivant CA ſera $\frac{nPx\, dx\, dp}{caa}$ ſin. p cof. p & la force ſuivant Cc, $\frac{nPx\, dx\, dp}{caa}$ ſin. p^2. Une 1re intégration de la force ſuivant CA donne, après avoir fait $x = a$, $\frac{n}{2c} Pdp$ ſin. p cof. $p = \frac{n}{4c}$

de long ſur ſept pouces de largeur au milieu, allant en diminuant de ſon milieu à ſes extrémités, où il ne forme preſque plus qu'une pointe. Cet arc eſt attaché par le milieu, en E, au

$P dp$ ſin. $2p$, dont l'intégrale eſt $\frac{n}{8c} P$ ($1 - $ cof. $2p$). Si l'on fait $p = 360°$, on voit que cette force ſuivant CA s'évanouit. La force ſuivant Cc étant intégrée, donne $\frac{n}{2c} P dp$ ſin. $p^2 = \frac{n}{4c} P (p - \frac{1}{2}$ ſin. $2p)$, & ayant ſuppoſé $p = 360°$, cette force ſuivant Cc devient $\frac{1}{2} nP$.

996. Le ſtyle ſupporte donc, à cauſe du mouvement du baſſin, la force $\frac{1}{2} nP$ ſuivant la direction Cc; ainſi, ſi l'Artiſte veut que le centre du verre demeure toujours au même endroit, il faut qu'il oppoſe ſans ceſſe à cette force une réſiſtance égale; enſorte que ſi $n = \frac{1}{3}$, la force qu'il doit employer eſt égale à la ſixieme partie de la force entiere P avec laquelle la lentille eſt preſſée contre le baſſin.

997. Il y a cependant un cas, comme le remarque Mr. Euler, où il n'y aurait point de réſiſtance à oppoſer, c'eſt celui où le centre de la lentille ſerait preſſé contre le centre même du baſſin; car alors la lentille ayant le même mouvement que le baſſin, & n'y ayant par conſéquent point de frottement, le ſtyle ne ſoutient aucune force. Mais on voit, dit M.r Euler, que lorſqu'il s'agit du frottement, il faut toujours admettre une ſemblable exception, parce que le frottement étant toujours le même, ſoit que le mouvement ſoit extrêmement lent ou extrêmement rapide, le mouvement venant à ceſſer, le frottement ceſſe comme ſubitement.

998. La théorie & l'expérience nous apprenant que $v = u$, il s'enſuit que $Rr = bu$; d'où l'on voit que la lentille demeurant au même endroit du baſſin, tous ſes points ſont uſés avec la même viteſſe, & par conſéquent ſont unis ou polis avec une force égale; avantage propre à ce méchaniſme, & qui le rend préférable aux autres, puiſque dans ceux-là les points de la lentille éprouvent tous une attrition différente. On voit de plus que la viteſſe de l'attrition ſuit le rapport de l'intervalle $EC = b$, enſorte que ſi le centre C de la lentille eſt appliqué au centre E du baſſin, il n'y aura point d'attrition, & qu'elle ſera d'autant plus conſidérable que l'intervalle EC le ſera davantage; ainſi il eſt néceſſaire de faire le baſſin beaucoup plus grand que la lentille qu'on veut polir, ce que les Artiſtes ne manquent jamais de faire.

999. On voit donc ici, dit M.r Euler, une grande différence entre le frottement & l'attrition, qui ſont deux choſes qu'on a coutume de confondre. Car le frottement eſt toujours le même, quelle que ſoit la viteſſe du mouvement. Mais l'attrition, & ſon effet qui conſiſte dans l'uſure des ſurfaces, dépendent principalement de la viteſſe; d'où nous meſurons la quantité de cette attrition par ſa viteſſe multipliée par la preſſion. Si donc nous conſiderons dans la ſurface de la lentille l'élément dR, comme la force avec laquelle il eſt preſſé contre le baſſin eſt $= \frac{PdR}{caa}$, & que ſa viteſſe eſt $= bu$, la quantité de ſon attrition eſt $= \frac{PbudR}{caa}$. On voit donc que la lentille ſera polie d'autant plus promptement que la quantité $\frac{Pbu}{caa}$ eſt plus grande, laquelle eſt proportionnelle 1°. à la force P avec laquelle la lentille eſt preſſée contre le baſſin. 2°. à la viteſſe avec laquelle le baſſin tourne. 3°. à l'intervalle $EC = b$ entre le centre de la lentille & celui du baſſin. 4°. enfin à la ſurface de la lentille réciproquement, enſorte que plus la lentille eſt grande, plus elle s'adoucit ou ſe polit lentement.

1000. Après avoir conſidéré l'attrition de la ſurface de la lentille, Mr. Euler paſſe à celle que le baſſin éprouve en même tems: & l'on conçoit que ce nouvel examen eſt abſolument indiſpenſable. Car le frottement des deux ſurfaces eſt réciproque, & il ſe détache par conſéquent de l'une & de l'autre des particules briſées, enſorte que ſi la ſurface du baſſin n'eſt pas uſée par-tout également, ſa figure s'altérera & le verre prendra néceſſairement

plancher

plancher par une vis ou par un clou, & eſt courbé par une corde *FIIF* à laquelle deux autres ſont attachées en *I* & *I*, l'intervalle *II* étant de la longueur de la piece de bois *CC*.

une forme différente de celle qu'on veut lui donner. On voit donc combien il eſt néceſſaire de rechercher exactement l'attrition du baſſin même.

1001. Or, d'abord il eſt clair que tous les points du baſſin également éloignés de ſon centre, ſont uſés également à chaque révolution. Conſidérons donc, dit Mr. Euler, un point quelconque *G* (*Fig. 691*) du baſſin éloigné du centre *E* de ce baſſin, de l'intervalle $EG = y$, qui dans une révolution eſt uſé tant qu'il décrit l'angle *LEI*. Comme donc l'attrition momentanée eſt $= \frac{Pbu}{caa}$, l'attrition entiere de ce point, pendant une révolution entiere, ſera $= \frac{Pbu}{caa} \times \frac{\text{ang. } LEI}{360^\circ}$, puiſque la quantité d'attrition du point *G* de la lentille eſt exprimée pour une révolution par $\frac{Pbu}{caa}$.

1002. Maintenant comme $CI = CA = a$, $EC = b$, $EI = EL = y$, on aura $\text{cof. } GEI = \frac{bb + yy - aa}{2by}$; ainſi, comme $c = 180^\circ$, l'attrition du point *G* du baſſin, pendant une révolution, ſera $= \frac{Pbu}{ccaa} \times \text{ang. cof. } \frac{bb - aa + yy}{2by}$; expreſſion qui ne peut être que pour les points du baſſin, dont la diſtance au centre *E* eſt contenue entre les limites $AE = b + a$ & $BE = b - a$, parce que dans l'une & l'autre limites & en dehors d'elles, l'attrition s'évanouit. On obſervera que ſi le centre *C* de la lentille eſt aſſez près du centre *E* du baſſin pour que le point *B* tombe de l'autre côté de *E*, enſorte que *EB* ſoit alors $= a - b$, tout l'eſpace circulaire du baſſin autour du centre *E*, dont le rayon eſt $a - b$, ſouffrira une attrition continuelle & égale à celle de la lentille. Car ſi $y = a - b$, on aura $\text{ang. cof. } \frac{bb - aa + yy}{2by} = \text{ang. cof. } -1 = 180^\circ = c$. Si le baſſin tout entier ſouffrait une attrition pareille, il n'y aurait point à craindre que ſa figure vînt à s'altérer.

1003. Mais comme l'eſpace annulaire du baſſin qui s'applique à la lentille eſt le ſeul qui s'uſe tant que la lentille eſt retenue au même endroit, il eſt la ſeule partie du baſſin dont la figure ſoit altérée; & comme elle ne l'eſt pas par-tout également, on conçoit que ſa ſphéricité doit ſouffrir un changement conſidérable & qu'en conſéquence la lentille recevra une forme très-différente de celle qu'on veut lui donner. Les Artiſtes, il eſt vrai, tâchent de prévenir cet inconvénient, tantôt en rapprochant la lentille plus près du centre du baſſin, tantôt en l'éloignant davantage; mais ils ne le préviennent qu'en partie; parce que l'attrition eſt beaucoup plus petite vers les bords que vers le centre, enſorte que le baſſin n'eſt point uſé également par-tout, & perd encore ſa figure.

1004. Ce qu'il y a de mieux à faire, ſuivant Mr. Euler, pour rendre l'attrition du baſſin égale par-tout, c'eſt d'y appliquer, outre la lentille, un morceau de verre dont la figure & la preſſion ſoient telles que chaque point du baſſin éprouve la même attrition, tant de la part de la lentille que de celle du morceau de verre. Il s'agit donc de trouver la figure de ce verre. Pour avoir la plus ſimple, ſuppoſons, dit Mr. Euler, que l'intervalle *EE* (*Fig. 692*) s'évanouiſſe, ou que $EC = b = CB = a$, & que le rayon du baſſin *EM* ſoit égal au diametre de la lentille; ce qui eſt, comme l'on voit, très permis, puiſque la lentille devant être toujours au même endroit du baſſin, il ſerait ſuperflu de faire le baſſin plus grand. Soit donc *EOfh* la figure cherchée de ce morceau de verre, lequel doit être retenu conſtamment au même endroit du baſſin; ſoit la force avec laquelle il eſt preſſé contre le baſſin, égale au poids *Q*, & ſoit ſa ſurface $= ee$; & parce qu'il importe peu en quel endroit du baſſin il ſoit appliqué, ſuppoſons-le dans la ſituation *NEHKF*.

Une des cordes $ICCG$ passe sur cette piece de bois par un trou pratiqué en C dans la poignée qui lui répond, & après l'avoir embrassée dans toute sa longueur, elle repasse par un

1005. Le demi-diametre du bassin étant supposé égal au diametre de la lentille, la quantité de l'attrition qu'éprouvent, de la part de la lentille, les points G du bassin éloignés du centre E de l'intervalle $GE = y$, est, dans une révolution, $= \frac{Pu}{caa}$ ang. cos. $\frac{y}{2a} = \frac{Pu}{ccay} \times IG$. La vîtesse des mêmes points G, en décrivant l'arc KS sous le morceau de verre, étant uy, & la pression sur chaque point du bassin qui vient à se trouver sous ce verre, étant comme $\frac{Q}{ee}$, la quantité de l'attrition que souffrent les points G de la part de ce verre, est, dans une révolution, $= \frac{Quy}{ee} \times \frac{KS}{2cy} = \frac{Qu}{2cee} \times KS$, où $2cy$ désigne la circonférence du cercle entier dont $2y$ est le diametre. Puis donc que chaque point du bassin doit éprouver une attrition égale de la part de la lentille & du morceau de verre, il faut que la somme des expressions que nous venons de trouver, $\frac{Pu}{ccay} \times IG + \frac{Qu}{2cee} \times KS$, soit une quantité constante pour laquelle Mr. Euler prend $\frac{Pu}{cca} \times \frac{c}{2}$, qui, ayant mené EN perpendiculaire à EM, devient $\frac{Pu}{ccay} \times GKS$, à cause que l'arc $GS = \frac{c}{2}y$; ensorte qu'on aura cette équation $\frac{Pu}{ccay} \times IG + \frac{Qu}{2cee} \times KS = \frac{Pu}{ccay} \times GKS$, qui se réduit à celle-ci $\frac{Q}{2ee} \times KS = \frac{P}{cay} \times IS$.

1006. L'arc KS sera donc égal à $\frac{2Pee}{Qcay} \times IS$. Ceci va nous servir, comme on va le voir, à déterminer le poids Q. Comme $IS = y$. ang. sin. $\frac{y}{2a}$, on aura $KS = \frac{2Pee}{Qca}$. ang. sin. $\frac{y}{2a}$; & par conséquent l'élément $KS \times dy$ de la surface $NEHKF$, $= \frac{2Pee}{Qca} dy$. ang. sin. $\frac{y}{2a}$ dont l'intégrale est $\frac{2Pee}{Qca}$ [y. ang. sin. $\frac{y}{2a} + \sqrt{(4aa - yy)} - 2a$], qui, en faisant $y = 2a$, devient $\frac{2Pee}{Qc}(c-2)$ qui exprime la surface entiere $NEHKF$ & par conséquent $= ee$; ce qui ne peut donner la surface même ee, mais fera connaître le poids Q que l'on trouvera égal à $\frac{2P(c-2)}{c}$; ensorte que si l'on fait $c = \frac{22}{7}$ ou $\frac{355}{113}$, on aura $Q = \frac{8}{11}P$ ou $\frac{258}{355}P$. Ainsi on connaît la force avec laquelle le morceau de verre doit être pressé contre le bassin.

1007. Voyons actuellement comment Mr. Euler trouve quelle doit être la figure de ce morceau de verre. Ayant trouvé $\frac{2Pee}{Qc} = \frac{ee}{c-2}$, on aura cette équation $KS = \frac{ee}{(c-2)ay} \times IS$, où il est permis de prendre ee à volonté. Faisons donc $ee = (c-2)aa$, afin que l'aire du morceau de verre soit à celle de la lentille comme $c-2$ est à c ou comme 4 est à 11, & que $KS = \frac{a}{y} \times IS$. Mais ayant décrit, par le centre C de la lentille, le quart de cercle CHX que la droite EI coupe en T, on a $TX = \frac{a}{y}IS$; donc $KS =$ par-tout XT. Pre-

trou fait dans l'autre poignée en *C*, & va enſuite ſe rouler autour d'une cheville cylindrique *G*, qui traverſe une machoire de bois, au fond de laquelle l'autre corde eſt attachée. De cette manière, pour courber l'arc *DD* autant qu'on le juge à propos, il ne s'agit que de tourner la cheville *G*. Le baſſin *A* eſt placé ſur une forte planche carrée, attachée par un bout à la table *O*, & ſoutenue à l'autre bout par un montant *P*. Alors l'Ouvrier s'aſſied, & prenant les poignées *C*, *C*, il fait aller & venir le verre *B* ſur le baſſin *A*, avec une vîteſſe modérée; au bout de 20 ou 24 tours & retours, il tourne le verre un peu ſur ſon axe, le retravaille enſuite, & au bout d'un pareil nombre de tours & retours, le retourne encore un peu, & toujours de même juſqu'à ce qu'il ſoit poli entierement : ce qui n'arrive qu'après deux ou trois heures de travail. Cette méthode eſt très-fatigante & très-ennuyeuſe, parce que le verre étant fortement preſſé, ne ſe meut que difficilement; ce qui m'a engagé à y faire les changemens ſuivans.

813. Au lieu de l'arc *DD*, j'ai imaginé un autre reſſort, en clouant ſolidement deux planches de ſapin *a'b'*, *a'c'*, par deux de leurs extrémités taillées en bizeau du côté où elles ſe touchaient, auxquelles je faiſais faire un angle aigu *b'a'c'*. Une de ces planches ainſi jointes était placée ſur le plancher, ſous la table à polir, les extrémités *b*, *c'* étant ſous le milieu du baſſin *A*; de ſorte qu'elles étaient tout-à-fait hors du paſſage de l'Ouvrier, qui auparavant était un peu gêné par les extrémités de l'arc *DD*. Les planches étaient, à leur extrémité *a'*, de 8 à 10 pouces de large, & delà allaient en diminuant juſqu'à leurs autres extrémités *b'*, *c'*, où elles finiſſaient preſqu'en pointe. La planche *a'c'* Fig. 694.

nant donc l'arc *KS* égal à l'arc *XT*, l'eſpace compris entre la courbe *EHKF* & le rayon *EN* donnera la figure du morceau de verre *ENFKHE*, ou *EOfkhE* (en le ſuppoſant dans une ſituation où il ne nuiſe point à la lentille), lequel étant preſſé contre le baſſin avec une force $Q = \frac{8}{11} P$, produira l'effet qui eſt néceſſaire pour que la figure du baſſin ne ſouffre point d'altération.

1008. Mr. Euler finit par faire obſerver que ce moyen de conſerver la figure du baſſin ne peut être mis en uſage, à moins que le bord de la lentille n'aille juſqu'au centre du baſſin; car ſi ce centre n'éprouve point de frottement de la part de la lentille, comme alors il n'en éprouve point non plus de la part du morceau de verre, il n'eſt point uſé & par conſéquent on ne peut empêcher que la figure du baſſin ne s'altere : c'eſt ce qui eſt cauſe, dit Mr. Euler, que j'ai ſuppoſé que la lentille allait juſqu'au centre du baſſin.

étant ſur le plancher, l'extrémité b' de la planche ſupérieure était tirée en embas par une corde $b'e'f'$, qui paſſait ſur une poulie e', attachée au plancher, & enſuite était roulée ſur une forte cheville f', qui tournait dans un trou fait au plancher. Sous l'extrémité c' de la planche $a'c'$ était fixé, par ſon milieu à cette planche, un fort bâton $d'c'd'$, à chaque bout d', d' duquel étaient attachées des cordes qui paſſaient ſur la piece de bois CC, comme dans la premiere machine; ce bâton était un peu ſoulevé pendant qu'on poliſſait, & par conſéquent les cordes $d'C$, $d'C$ avaient aſſez de longueur pour donner à la piece de bois CC la liberté de ſe mouvoir. Il y avait aux extrémités des planches, en a', deux chevilles de fer t', t' qui paſſaient au travers & étaient viſſées dans le plancher; les têtes de ces chevilles demeuraient élevées au-deſſus des planches, pour laiſſer à ces planches la liberté de s'élever lorſque la corde $b'e'f'$ était tendue.

Fig. 693. 814. Pour qu'on puiſſe faire aller & venir le verre plus facilement, j'ai fait l'addition ſuivante à la premiere machine. M eſt un étrier de bois ou de fer dans lequel la piece de bois CC paſſe librement; à un des côtés de cet étrier M, eſt jointe, par le moyen d'une cheville de fer, une planche LL, épaiſſe d'un demi-pouce, longue de trois fois le demi-diametre du baſſin, & ayant ſa ſurface inférieure de la largeur de la piece AB, c'eſt-à-dire, de deux pouces & demi; cette planche LL doit aller & venir ſur une piece de bois H fixée ſolidement ſur la table O, dont l'épaiſſeur doit être telle que la planche LL puiſſe être d'un pouce plus élevée que la ſurface du baſſin A. Les crochets de bois en P' & les chevilles en S' maintiennent le mouvement de la planche dans la même direction. Sur cette planche, au-deſſus du milieu de la piece de bois H, eſt un rouleau de bois d'un pouce & demi environ de diametre, faiſant des angles droits avec cette planche, & ayant un fort axe de fer qui tourne dans des trous faits dans des plaques de fer fixées aux deux bouts de la piece de bois H; ce rouleau ou cylindre eſt percé de deux trous plus larges par un de leurs orifices que par l'autre, pour recevoir deux fortes cordes qui ont un nœud à l'une de leurs extrémités, leſquelles doivent y être paſſées de manière que lorſqu'on viendra à les tendre, ces

nœuds se logent dans les trous par l'endroit où ils sont plus larges. Chaque corde fait plusieurs tours autour du cylindre; après quoi l'extrémité de l'une va s'attacher solidement au bout de la planche *LL* qui joint l'étrier *M*, & l'extrémité de l'autre se roule autour d'une cheville *N*, au moyen de laquelle on roidit ces cordes, en la tournant, autant qu'on le veut. Il y a à une extrémité de l'axe du cylindre une espece de bras *Q* qui, en le faisant tourner alternativement en sens opposés, fait aller & venir la planche *LL* & le verre qui y est attaché, & lui fait parcourir autant d'espace qu'il est nécessaire pour qu'en allant & venant il y ait un tiers de son diametre qui sorte les bords du bassin. La pointe qui est au milieu de la piece *CC* presse le verre un peu obliquement, à cause que cette piece entre dans l'étrier *M* avec quelque liberté, afin que le verre puisse passer sur le bassin sans trémoussement. Néanmoins l'inclinaison de cette pointe doit être très-petite, & on peut l'augmenter ou la diminuer facilement en plusieurs manières. Il faut attacher deux chevilles à la surface inférieure de la planche *LL* pour déterminer la longueur de chaque allée & de chaque retour; le bassin *A*, ou plutôt la pierre à laquelle il est cimenté, est retenue solidement, au moyen d'un coin, entre la piece de bois *H* & une forte cheville située de l'autre côté de la pierre; l'Ouvrier s'assied sur un escabeau, & lorsqu'il est fatigué d'une main à tourner le cylindre, il se sert de l'autre, & par conséquent il se fatigue moins vîte qu'avec la premiere machine, qui exige non-seulement les deux mains à la fois, mais encore le mouvement de tout le corps. Quelque tems après je fis ajoûter un autre bras Qa' plus long, pour pouvoir employer les deux mains à la fois.

815. Après avoir fait aller & venir le verre 20 ou 24 fois, il est nécessaire de lui donner un petit tour sur son axe, & après l'avoir fait aller & venir de nouveau un pareil nombre de fois, lui en donner encore un semblable & toujours de même; ce qui se fait aisément en prenant d'une main l'ardoise qui est attachée au verre, tandis que de l'autre on continue le mouvement par lequel on le polit. Il faut aussi mouvoir un peu le bassin, après avoir fait aller & venir le verre 25 ou 30 fois, & à chaqu'autre nombre de tours pareil à celui-là, en le tirant

de la valeur d'une ligne, vers la partie que le verre en a abondonné, & le remettant à sa place après autant de tours & de retours. Au commencement du travail, le tripoli se ramassera en petits pelotons en quelques endroits du bassin, mais il ne tardera pas à se disperser; & alors la surface du bassin deviendra parfaitement unie.

Si le tripoli ne paraît pas s'attacher par-tout également au verre, il faut chauffer le bassin jusqu'à ce qu'on apperçoive que la couche de tripoli n'est pas tout-à-fait aussi froide que les autres parties du bassin; alors refrottez le bassin de tripoli & pressez le verre avec la main sur le bassin, pour voir si le tripoli s'y attache également par-tout: si cela est, continuez de polir. Mais si l'on se sert de vitriol au lieu de verd de gris, on ne se trouve plus obligé de chauffer le bassin; parce que ces enduits touchent toujours les verres comme ils le doivent, & s'attachent mieux que les autres. Il faut alors frotter l'enduit de tripoli, sans chauffer le bassin, afin que l'enduit se conserve mieux dans son entier & que le verre puisse le toucher plus parfaitement; ce qui doit toujours être répété après avoir fait aller & venir le verre, en polissant, 200 ou 400 fois. Il faut aussi ôter le verre du bassin au bout de 200 tours & retours, pour voir s'il est poli, en tirant le vérou L qui joint l'étrier M & la planche LL, & en ôtant la piece de bois CC.

816. Pour éviter la peine de compter les tours, il y a une roue de bois XW de sept à huit pouces de diametre, placée à plat contre une planche attachée à une muraille. Cette roue tourne facilement sur son axe & a 24 dents pareilles à celles d'une scie, qui sont poussées par un fil d'archal TYX, en cette manière: le fil d'archal tourne autour du centre Y, & pendant qu'une de ses extrémités est tirée par la corde TV attachée au bout de la planche LL, sa partie YX repousse un long ressort RS attaché à la planche, en R; ce ressort pressant le fil, en S, fait plier un peu la partie YX, ensorte que la pointe X tombe, en retournant s'appliquer à la roue, un peu plus bas (la corde TV étant lâchée) & rencontre la dent voisine qu'il pousse comme il avait poussé la premiere. Il y a un crochet à ressort en W qui arrête la roue, après chaque tour & retour. Enfin il y a une cheville fixée en Z dans la circonférence de la roue, qui, en

preſſant ſur le manche d'un marteau & le laiſſant enſuite aller, fait ſonner une cloche après chaque révolution de la roue, & avertit par-là de tourner le verre un peu ſur ſon centre.

817. Un verre de 5 à 6 pouces de diametre exige, pour chacune de ſes ſurfaces, qu'on le faſſe aller & venir environ 3000 fois pour lui donner toute ſa perfection. Il ne faut pas manquer d'examiner avec ſoin le milieu du verre oppoſé au noir de fumée, pour voir s'il n'y a point quelqu'endroit qui paraiſſe obſcur ou de couleur de cendres, ou ſi l'on n'apperçoit point quelque petite tache par la réflexion oblique de la lumière d'une bougie ou d'un trait de lumière introduit dans une chambre bien fermée. Quant aux autres parties du verre, elles paraîtront parfaites beaucoup plutôt que le milieu.

Lorſque le verre aura été ſuffiſamment poli, on chauffera la pierre, l'étoffe & le ciment juſqu'à ce que le ciment devienne aſſez mol pour qu'on puiſſe en ſéparer le verre en le tirant de côté; enſuite on ôtera le ciment qui reſte ſur le verre avec un morceau d'étoffe chaud, trempé dans de l'huile ou du ſuif, & en dernier lieu avec des morceaux d'étoffe plus propres. Si après cela il ne paraît pas parfaitement poli (car on y eſt ſouvent trompé), il faut le retravailler après l'avoir collé contre l'ardoiſe comme auparavant. On peut auſſi mettre un nouvel enduit ſur le baſſin, ſi celui qui a ſervi eſt gâté, pourvu que dans l'intervalle on n'y ait pas poli d'autre verre; on peut laver le baſſin avec du vinaigre pour en ôter entierement l'enduit qui a ſervi*.

* 1009. Comme on ne parle point dans ce Chapitre de ce que le travail des oculaires peut avoir de particulier, voici ce que M.r l'Abbé Rochon a bien voulu nous communiquer pour y ſuppléer. Ces verres ſe font ordinairement au tour & ſe poliſſent de même; pour coller le papier, on le découpe en fuſeau dont le ſommet ſe met au centre du baſſin & la baſe à la circonférence: quand ils ſont fort petits, on fait chauffer le baſſin, on y met du maſtic qu'on répand également, on y applique enſuite du taffetas bien égal, puis avec l'oculaire qu'on mouille, on fait prendre au taffetas la forme du baſſin, & on polit l'oculaire avec du tripoli ou de la potée & de l'eau.

1010. On a dû ſentir en réfléchiſſant ſur certains Articles de ce Chapitre, combien les verres d'un long foyer ſont difficiles à tailler. L'utilité dont ſont ces verres a fait ſouvent penſer aux moyens de ſurmonter cette difficulté; & ce n'eſt qu'après un grand nombre de tentatives infructueuſes que quelques-uns y ont réuſſi. Entre ceux dont les efforts ont été couronnés de ſuccès, Borelli mérite d'être diſtingué. On voit dans le Journal des Savans de 1676 qu'il avait trouvé une méthode de tailler les verres du plus long foyer, très-ſûre & très-aiſée à pratiquer, & qu'il aſſurait ne lui avoir jamais manqué. Il était parvenu à faire par cette méthode un verre de 200 pieds

Enfin, il faut toujours avoir ſoin de choiſir les morceaux de verre les plus clairs & les plus épais, afin d'éviter un grand nombre de difficultés qui proviennent de la preſſion inégale en poliſſant.

de foyer, également convexe des deux côtés, qui avait toute la perfection qu'on peut deſirer. Malheureuſement la mort l'enleva avant d'avoir fait connaître ſa méthode, qu'il s'était propoſé de tenir cachée pendant quelque tems, & dont il ſe contenta de renfermer l'eſſentiel dans le chiffre ſuivant que nous mettons ici en faveur de ceux que le deſir d'être utiles rendrait aſſez intrépides pour tenter d'en déviner le ſens :

P o o d e x ʒ o k u a l r r n o f x d h t k g
h q. r e i m e r o r d ʒ l c n l x o q s i a t g i
t h f e f i l o k c k x m k b e f t s i e f g k s a
a s e n f f l q ʒ h t k o s k b ʒ x k a r o e r e o
r q a h d u s g f n n g f x u e f l f o f x o l a
u d p l o e f l a d p p o d o a i f d f a f u t a
f h c x.

CHAPITRE II.

De la manière de fondre, tailler & polir les miroirs des téleſcopes.

ON ſe ſouviendra que tout ce qui eſt renfermé dans ce Chapitre, eſt en partie de M.r Molineux & en partie de M.r Halley.

818. Ayant déterminé quelle doit être la longueur de l'inſtrument qu'on veut conſtruire, & par conſéquent quel diametre il faut donner au grand miroir, le faiſant d'un pouce plus grand que l'ouverture de la table, à cauſe que les bords ſont ſujets à prendre une fauſſe figure; prenez un compas à verge & décrivez d'un rayon égal au double de la longueur de l'inſtrument, un arc ſur deux plaques minces de cuivre bien battu, un peu plus épaiſſes qu'une piece de 24 ſols, larges d'un pouce & demi environ, & dont la longueur ſoit au diametre du miroir comme 3 à 2; découpez, à la lime, un arc concave dans l'une, & dans l'autre un arc convexe; & pour leur donner la derniere perfection, frottez-les l'un contre l'autre avec de l'émeri.

819. Lorſque les calibres ſont achevés, faites tourner un morceau de bois plus large de deux dixiemes de pouce que le miroir que vous voulez conſtruire, & un peu plus épais. Dans quelque cas que ce ſoit, il ne doit jamais être d'une épaiſſeur moindre

Fig. 683.

684

685

686

687

688.

694.

693.

692.

689

690

691.

moindre que les deux dixiemes d'un pouce ; & pour des miroirs de 6, 8, 10 pouces de large, il doit avoir au moins trois ou quatre dixiemes de pouce quand il eſt achevé. Ce morceau de bois étant tourné, prenez de l'étain commun & mêlez-le avec environ un dixieme de régule d'antimoine, & faites fondre, ſur ce modele, un modele de cet étain qui ſera conſidérablement plus dur que l'étain commun ; faites tourner ce modele d'étain, en recommandant d'en vérifier la courbure avec vos calibres : ce modele vous ſervira pour fondre vos miroirs. Il faut avoir ſoin que lorſqu'il eſt tourné, il ſoit au moins d'un vingtieme de pouce plus épais & environ d'un dixieme de pouce plus large que le miroir que l'on veut fondre.

820. Expliquons maintenant la manière de faire les moules pour fondre les modeles d'étain & les miroirs. Les chaſſis doivent, pour le mieux, être de fer & au moins de deux pouces plus larges par-tout que le miroir qu'on veut fondre ; il doit y avoir dans chacun au moins un pouce d'épaiſſeur de ſable ; on pourra prendre de celui dont les Fondeurs ſe ſervent ordinairement, ou de tel autre qu'on voudra, pourvu qu'il contienne un peu de glaiſe *. Il doit être mouillé auſſi peu qu'il eſt poſſible,

* 1011. Si le ſable était trop ſec, c'eſt-à-dire, ne contenait pas un peu de glaiſe, il ne pourrait pas retenir la forme des modeles. Celui dont les Fondeurs de Paris ſe ſervent, vient de Fontenay-aux-Roſes, Village près de Paris.

1012. Après que le ſable du premier chaſſis eſt bien battu, ce qui ſe fait avec un maillet de bois, on place deſſus le modele de bois ou d'étain ; on le fait entrer à moitié de ſon épaiſſeur, obſervant, avant de poſer le modele, de *poncer* le ſable du chaſſis avec de la pouſſiere de charbon contenue dans un ſac de toile, au travers de laquelle on la fait paſſer ; on emploie cette pouſſiere pour retirer plus facilement les modeles, quand le moule eſt entierement fait.

Après avoir placé le modele dans le ſable du premier chaſſis, on place le ſecond chaſſis qui a trois chevilles, que l'on fait entrer dans les trous correſpondans du premier ; ces chevilles ſervent de repaires pour que les creux des deux parties du moule ſe préſentent vis-à-vis l'un de l'autre ; le chaſſis étant placé, on ponce avec de la pouſſiere de charbon dont on vient de parler, le modele & le ſable du premier chaſſis ; on ſouffle enſuite avec un ſoufflet ſur le moule & le modele, pour faire voler toutes les parties du charbon qui ne ſe ſont point attachées au moule & au modele où l'on a fait aboutir des verges cylindriques de laiton ou de fer, qui doivent former les jets & les évents après qu'elles ſont retirées.

Tout cela étant fait, on met un peu de ſable ſur le modele que l'on bat légerement avec un cylindre de bois, d'un pouce de diametre & de 4 ou 5 pouces de long, pour lui faire prendre la forme du modele ; ſur ce premier ſable on en met d'autre juſqu'à ce que le chaſſis ſoit rempli ; on le bat enſuite avec le maillet afin qu'il prenne bien la forme du modele & des jets ; alors le moule eſt achevé.

Pour retirer le modele qui occupe la place que le métal doit remplir, on leve

& bien battu, ſans cependant l'être trop. Il faut pratiquer pluſieurs jets ou canaux dans la partie ſupérieure du moule, pour couler le métal; autrement les pores qui naiſſent dans le métal, ne ſeront pas diſperſés auſſi également par toute la ſurface du miroir qu'ils doivent l'être, ces pores tombant généralement près des jets. On fera ſécher le modele au ſoleil pendant quelques heures, ou près d'un feu modéré, autrement il ſe déjettera & donnera au miroir une fauſſe courbure. Car outre que cela évite la peine de le courber, il vaut mieux, pour pluſieurs raiſons, que le miroir ſoit fondu dans ſa vraie forme; & c'eſt à cauſe de cela que le modele d'étain eſt préférable à celui de bois.

le chaſſis qui a les chevilles, ce qui ſépare le moule en deux & laiſſe le modele à découvert; alors on le retire du chaſſis où il eſt reſté, après quoi on n'a plus qu'à laiſſer ſécher le moule. (*Si vous voulez tout le détail néceſſaire pour vous mettre parfaitement au fait de ce travail, voyez l'Encyclopédie à l'Article* Fondeur en ſable, *d'où ceci eſt extrait*).

1013. Nous trouvons dans le Traité de la conſtruction & des uſages des inſtrumens de Mathématiques, par Mr. Bion, une autre méthode de faire les moules, qu'il décrit de la manière ſuivante. Choiſiſſez dans une ſablonniere deux pierres d'une grandeur convenable; creuſez groſſierement dans l'une des deux le moule du miroir que vous voulez former; faites l'autre convexe & de la même courbure que vous voulez donner à votre miroir, juſqu'à ce que ces pierres s'emboîtent l'une dans l'autre. Pour y réuſſir, mettez entre ces deux moules ainſi taillés, du ſable paſſé au crible & mouillé enſuite, & frottez circulairement ces moules l'un dans l'autre.

Quand ces deux moules s'emboîteront parfaitement, lavez-les pour en ôter tout le ſable. Pulvériſez enſuite de la boue déſéchée, paſſez-la au tamis, détrempez-la dans de l'eau, & étant réduite en bouillie, faites-la paſſer par le tamis: prenez de la fiente de cheval & de la bourre que vous mêlerez avec cette bouillie pour en faire un même corps d'une certaine conſiſtance. Vous pourrez incorporer dans cette eſpece de mortier, de la brique bien pilée & paſſée au crible. Après avoir étendu ce lut ſur une table, paſſez deſſus un rouleau de bois à pluſieurs repriſes juſqu'à ce que vous ayez donné l'epaiſſeur que vous voulez donner au miroir; répandez ſur ce lut ainſi étendu de la poudre de brique pilée, afin qu'il ne s'attache point au moule dont vous lui ferez prendre la figure en le mettant dedans.

Quand ce lut ſera ſec, frottez-le de graiſſe ou de ſuif & rempliſſez-le d'un couvercle de même lut; & lorſque ce couvercle ſera ſec, ôtez le lut qui a la figure & l'épaiſſeur du miroir & qui occupe la place entre le moule de pierre & le couvercle. Frottez enſuite le dedans du moule de pierre d'un compoſé de craie & de lait mêlés enſemble & remettez le couvercle dans ce moule, de ſorte qu'il laiſſe vuide la place que le lut, qui a la figure du miroir, occupait; pour cela vous ferez un rebord au couvercle qui s'appuyera ſur le bord du moule de pierre.

Nous ſuppoſons que vous ayez fait des repaires ou marques ſur le couvercle & ſur le moule de pierre, quand le lut était entre deux, pour placer le couvercle ſur le moule vuide, comme quand il était plein.

Enfin garniſſez & embraſſez de fils de fer le dehors du moule de pierre & ménagez deux trous au rebord, l'un pour verſer le métal, & l'autre pour faire ſortir l'air à meſure que le métal en prendra la place. N'oubliez pas d'enterrer ce moule ainſi diſpoſé, ou de lier fortement le couvercle avec le moule; car autrement quand le métal fondu coulerait dans le moule, il enleverait le couvercle.

821. Nous avons actuellement à examiner de quel métal on doit faire le miroir. Tout ce qu'on peut dire en général, c'eſt que tout métal blanc peut y être propre, plus ou moins, pourvu qu'il ſoit dur & prenne bien le poli. Nous avons fait des eſſais de 150 différens mêlanges environ, & nous n'en avons trouvé aucun entierement exempt de défauts. Trois parties de cuivre rouge avec une & un quart d'étain fera un métal blanc très-dur, mais il eſt très-ſujet à avoir plus de pores qu'il ne faudrait qu'il en eut, particuliérement ſi on l'échauffe trop en le fondant. Six parties de laiton avec une partie d'étain, feront un métal plus blanc & plus dur; mais la fumée de la calamine qui entre dans le laiton, laiſſe très-ſouvent des chaînes de parties raboteuſes dans la ſurface du métal; & s'il y en a un certain nombre, elles le gâtent entierement. Prenez deux parties du premier métal compoſé de cuivre rouge & d'étain, & une partie du dernier compoſé de laiton & d'étain; ce mêlange fera un bon métal. Il faut d'abord fondre enſemble le cuivre rouge & le laiton, & les tenir en fuſion pendant une demi-heure ou plus; ayant enſuite nettoyé le creuſet, mettez-y la quantité convenable d'étain qui ſera bientôt fondu; remuez ce mélange & verſez-le auſſi-tôt. Ce mêlange peut être fondu & refondu, en cas de néceſſité, pourvu qu'on ait ſoin que le feu ne ſoit pas trop violent. Ce que nous avons trouvé de mieux pour gouverner le feu, eſt un ſoufflet ordinaire de forge. Nous avons fait auſſi un autre mêlange qu'on a fondu d'une maniere toute différente. Cette compoſition a mieux réuſſi que toutes les précédentes; il y entrait du cuivre rouge, de l'argent, du régule d'antimoine, de l'étain & de l'arſenic; ce métal fut fondu dans des moules de cuivre jaune très-ardens; mais comme cette méthode eſt très-coûteuſe & qu'elle ne deviendra, par cette raiſon, jamais commune, il eſt inutile d'y inſiſter davantage*.

* 1014. Nos meilleurs Artiſtes compoſent actuellement le métal dont ils font les miroirs, avec du cuivre rouge le plus fin, de l'étain d'Angleterre du premier affinage, mis en grenaille, ou au défaut de cet étain, de celui qui vient des Indes, qu'on appelle *étain en chapeau*, & de l'arſenic blanc. Pour un miroir qui peſe une demi-livre, tel que le miroir objectif d'un téleſcope Grégorien de 16 pouces de long, ils mettent 20 onces de cuivre, 9 onces d'étain (ils prennent de ces deux métaux toujours preſque le double du poids du miroir, à cauſe du grand déchet de la fonte) & 8 onces d'arſenic.

L'étain ſe met en grenaille, lorſqu'étant fondu & avant qu'il paſſe du blanc à d'autres couleurs, on le jette ſur un

822. Le métal ayant été bien fondu, enlevez-en la premiere ſurface & l'éclairciſſez ſur une meule ordinaire, ayant toujours grand ſoin de lui conſerver ſa figure; ce qui vous eſt facile en la vérifiant fréquemment avec votre calibre convexe. Lorſque la premiere ſurface aura été enlevée avec toutes les inégalités qui s'y trouvent, muniſſez-vous d'une pierre ordinaire à aiguiſer, prenez-la épaiſſe & d'un diametre qui ſoit à celui du miroir comme 6 à 5; puis avec une autre pierre à gros grain, du ſable ou de gros émeri, frottez cette pierre juſqu'à ce qu'elle touche par-tout le calibre concave; frottez enſuite votre miroir ſur cette pierre avec de l'eau & en premier lieu de gros émeri & après avec de l'émeri plus fin, juſqu'à ce qu'il prenne une cour-

ballet qu'on tient au-deſſus d'un vaſe plein d'eau nette. L'arſenic n'eſt à compter pour rien dans le poids du miroir, parce que la plus grande partie ſe volatiliſe en purifiant les matieres.

1015. Voici le procédé de l'opération pour la fonte de ces matieres. Après avoir échauffé le creuſet peu à peu, on pouſſera le feu enſuite de plus en plus, juſqu'à ce que le creuſet ſoit rouge; puis on y jettera le cuivre en très-petits morceaux, & on ſoufflera juſqu'à ce qu'il ſoit fondu. On fait enſuite fondre l'étain à part & on le jette après dans le creuſet, ayant auparavant bien écumé le cuivre avec une cuiller de fer, que l'on aura fait bien rougir au feu. Après cela, il faut bien remuer les matieres pour les incorporer. Puis ayant mis l'arſenic en trois paquets dans du papier, on les jette ſucceſſivement dans le creuſet que l'on couvre à chaque fois l'eſpace de deux minutes; on ôte enſuite le couvercle, & lorſque la matiere ne fume plus, on l'écume de nouveau avec une cuiller de fer rougie; après cela on laiſſe la matiere au feu environ quatre minutes, on la retire enſuite, on l'écume & on la remue, & lorſqu'elle commence à ſe refroidir, on la coule dans des moules un peu chauds, les inclinant de côté & ſe donnant de garde de les remuer, que la matiere ne ſoit refroidie (Il faut éviter avec grand ſoin la fumée de l'arſenic qui eſt très-dangereuſe.). Il y a des Artiſtes qui n'emploient point d'arſenic, & il paraît qu'on peut en effet s'en diſpenſer.

1016. On ne peut douter que ce nouveau métal qui nous vient de l'Amérique, connu en Europe depuis quelques années ſous le nom de *Platine*, ne fut infiniment plus propre à faire les miroirs des téleſcopes, que toutes les compoſitions de métaux qu'on a imaginées, ſi la difficulté de le fondre n'était pas inſurmontable. Ce métal a, comme l'on ſait, la blancheur de l'argent, la force & la dureté du fer, ne ſouffre aucune altération ni à l'air ni à l'eau, &c. Ainſi outre qu'il eſt ſuſceptible du poli le plus vif & le plus brillant, il a encore le précieux avantage de ne point ſe ternir à l'air; qualité qui doit bien faire deſirer qu'on parvienne à trouver le moyen de le rendre fuſible.

1017. En attendant, on peut l'employer allié avec quelqu'autre métal; car on a reconnu que cette ſubſtance qui eſt infuſible au degré de feu le plus violent, entre en fuſion lorſqu'on la met avec quelque métal, & s'allie avec lui; ce qui ne ſe fait pas toutefois, ſans être obligé d'y employer ſouvent un feu extrême.

1018. Le métal avec lequel il paraît qu'il convient le plus de l'allier pour l'objet préſent, eſt le laiton. Allié avec ce métal, il en augmente la dureté, il le blanchit & le rend aigre. Cet alliage prend un très-beau poli & ne ſe ternit pas ſi promptement que ceux dont on fait ordinairement les miroirs. (*Voyez l'Encyclopédie à l'Article* Platine *& les Mem. de l'Acad. des Sciences ann. 1758*).

bure telle qu'il touche par-tout le calibre convexe ; ſelon la manière dont on conduira le miroir ſur la pierre, il deviendra une portion d'une ſphere un peu plus petite ou un peu plus grande : ſi on le meut circulairement comme les Artiſtes font leurs verres dans les baſſins, les bords de la pierre s'uſeront, & le métal prendra une forme trop concave ; ſi au contraire on le meut en différens ſens ſur le milieu de la pierre, il applatira la pierre & deviendra une portion d'une ſphere un peu plus grande. Il faut employer très-peu d'émeri à la fois & en changer ſouvent ; autrement le miroir ſera toujours d'une plus petite ſphere que la pierre, & prendra difficilement une figure exacte, particuliérement à ſes bords. Pour mieux travailler le miroir, il faut que la pierre ſoit placée bien ſolidement ſur quelqu'appui ferme & inébranlable.

823. Le miroir étant ébauché (ce qui doit ſe faire en n'enlevant de la premiere ſurface que le moins qu'il eſt poſſible, parce que cette croute paraît généralement plus dure & plus ſolide que l'intérieur du métal), il faut en unir & finir les côtés & le derriere, dans la crainte qu'en le faiſant plus tard on ne gâte ſa figure.

824. Il faut faire fondre un baſſin de cuivre d'une largeur & d'une épaiſſeur ſuffiſantes (pour un miroir de 6 pouces de diametre, je me ſuis ſervi d'un baſſin de 8 ou 9 pouces de large & d'un demi-pouce d'épaiſſeur) ; & lui donner ſur le tour une forme concave d'un côté, préciſément égale à celle que le miroir doit avoir ; & de l'autre côté, y mettre une molette auſſi courte qu'il conviendra, vous donnant de garde de l'y fixer en la faiſant entrer à vis dans un trou fait ſur ce côté du baſſin, ou par quelqu'autre moyen ſemblable, de peur de faire plier ce baſſin.

825. Prenez un morceau de marbre large d'un huitieme ou d'un dixieme de plus que le baſſin & épais d'un pouce ou d'un pouce & un quart ; faites-le arrondir par un Tailleur de pierres & lui faites en même tems donner, d'un côté, une courbure convexe égale à la courbure concave du baſſin, puis frottez-le dans le baſſin avec de l'eau & de l'émeri juſqu'à ce qu'il ne paraiſſe plus de marques de ciſeau. Couvrez ce marbre de pierres bleues à aiguiſer les plus fines, ayant ſoin de

choiſir celles qui ſont à peu près de la même largeur & de la même épaiſſeur, & particuliérement celles qui étant mouillées paraiſſent les plus égales & dont la couleur & le grain ſont le plus uniformes. Taillez-les en carrés & leur donnez à chacune une forme concave d'un côté en les frottant ſur le marbre avec de l'émeri & de l'eau; attachez-les à ce marbre avec de fort ciment, laiſſant entr'elles un eſpace de la largeur d'environ une ligne, & les arrangeant de manière que le fil de ces pierres change alternativement de direction de l'une à l'autre, préciſément comme le repréſente la Figure. Je trouve qu'il eſt mieux de diſperſer les pierres qui ſont du même morceau que de les mettre enſemble. Il faut enſuite faire prendre à la ſurface qu'elles forment une courbure convexe égale à la courbure concave du baſſin; & s'il arrive que le ciment s'éleve quelque part entr'elles, enſorte qu'il vienne de niveau avec leur ſurface, il faut avoir ſoin de l'ôter : c'eſt ſur ces pierres qu'on donnera la derniere figure au miroir.

Fig. 695.

826. Il eſt de plus néceſſaire d'avoir, pour le dernier poli, une plaque ronde de verre très-épaiſſe, d'un diametre moyen entre celui du baſſin & celui du miroir; ſi l'on ne peut ſe procurer une pareille plaque d'environ un demi-pouce d'épaiſſeur, j'imagine qu'on peut y ſuppléer par un morceau de bon marbre noir ſans veines, & d'un grain bien égal. Il faut donner à ce verre ou à ce marbre, d'un côté, une courbure convexe égale à la courbure concave du baſſin, & on s'en ſervira pour achever le poli du miroir, après l'avoir couvert d'un taffetas, comme on le dira plus bas.

827. Il eſt néceſſaire auſſi d'avoir une petite plaque de cuivre ou d'autre métal, de la même concavité que le baſſin, tant pour ſervir à diminuer la courbure des pierres, lorſqu'elle paraît trop convexe, que pour briſer tous les graviers qui pourraient ſe trouver dans votre potée, avant de mettre le miroir ſur le poliſſoir, toutes les fois que vous la renouvellez. S'il ſe trouve quelques miroirs défectueux dans la fonte, on pourra les employer à cet uſage.

828. Tout étant ainſi préparé, il faut fixer le marbre avec les pierres bleues, de manière qu'on puiſſe le laver ſouvent pendant le travail, en y verſant à la fois environ la huitieme par-

tie d'une chopine d'eau. Mettez enſuite votre baſſin ſur ces pierres & frottez-le, en le faiſant aller & venir preſque directement, le portant cependant en tournant, un peu à droite & à gauche, de manière qu'il paſſe, de chaque côté, un peu les bords de l'aſſemblage de ces pierres; il faut de plus tourner régulierement le baſſin ſur ſon axe, & changer auſſi le ſens ſuivant lequel on le fait aller & venir ſur les pierres. Continuez ce travail en tenant les pierres toujours très-mouillées, juſqu'à ce que vous ayez fait diſparaître les traits circulaires qu'on a faits au baſſin avec le burin en le tournant, & la noirceur que le travail du marbre ou du verre a occaſionnée; vers la fin lavez ſouvent l'eſpece de boue ou de limon qui vient des pierres.

829. Lorſque cela eſt fait, travaillez dans le baſſin avec de l'émeri fin le verre ou le marbre deſtiné à donner le dernier poli au miroir; & faites-lui prendre une figure auſſi réguliere que vous pourrez, & pour cela ſuivez ce qui a été preſcrit à cet égard à l'Art. 796; mais ne lui donnez pas le poli.

830. Choiſiſſez un morceau de taffetas fin & bien égal; prenez-le de trois ou quatre pouces plus large que le verre ou le marbre, & l'ayant appliqué deſſus, pliez-en les bords ſur les côtés de ce verre tout autour; tendez-le le plus que vous pourrez, après avoir fait d'abord diſparaître tous les plis avec un fer chaud & ôté tous les nœuds & les inégalités qui peuvent s'y trouver. Enſuite imbibez-le par-tout le plus également que vous pourrez d'une ſolution aſſez forte de poix dans l'eſprit de vin, & lorſque l'eſprit de vin s'eſt évaporé, refaites la même choſe; ſi vous voyez quelques bulles ſous le taffetas, tâchez de les faire ſortir avec la pointe d'une aiguille. Il faut continuer d'imbiber le taffetas de la diſſolution dont nous parlons, juſqu'à ce que non-ſeulement il s'attache par-tout au verre ou marbre, mais encore ſoit tout-à-fait rempli de poix. On ſe ſert avantageuſement des gros pinceaux de poil d'écureuil dont les Peintres font uſage, pour étendre cette diſſolution également ſur le taffetas, particuliérement lorſqu'il commence à être rempli de poix; laiſſez-le enſuite ſécher pendant quelques jours, afin que l'eſprit s'évapore & que la poix ſe durciſſe, avant d'en rien faire. Si vous ne voulez point attendre ſi long tems, vous pouvez employer la poix ſans l'avoir fait diſſoudre auparavant dans l'eſprit

de vin. Pour cet effet, étendez un ſecond morceau de taffetas ſur le premier, ſans vous donner la peine de le choiſir, & ayant chauffé le tout autant que vous croyez que le taffetas & le verre peuvent le ſupporter ſans riſque, verſez deſſus un peu de poix fondue (paſſée auparavant au travers d'un morceau de toile), & en mettez la quantité qui vous paraîtra néceſſaire pour remplir les deux taffetas; il faut la tenir chaude pendant quelque tems juſqu'à ce qu'elle paraiſſe étendue par-tout également. Si vous trouvez que vous ne pouvez faire entrer toute la poix dans le ſecond morceau de taffetas, & qu'il en reſte deſſus en quelqu'endroit, c'eſt une marque qu'il y en a trop; il faut alors l'ôter pendant qu'elle eſt liquide aux endroits où elle reſte ainſi ſur le taffetas, avec une toile chaude qu'on applique & qu'on preſſe deſſus. Lorſque tout eſt froid, ôtez le taffetas dont vous avez couvert le premier, & coupez les bords inutiles de celui-ci. Pour ôter une partie de la poix aux endroits où elle eſt trop épaiſſe, & donner au tout une ſurface réguliere, il faut le frotter dans le baſſin avec un peu de ſavon & d'eau, juſqu'à ce qu'ils ſoient colorés par la poix d'un brun aſſez ſombre : lavez enſuite tout & recommencez à frotter dans le baſſin, en employant plus de ſavon & d'eau, juſqu'à ce que vous ayez fait paraître le taffetas par-tout auſſi également qu'il vous eſt poſſible. Comme cet ouvrage demande quelque tems, vous pouvez l'accélérer, en mettant quelques gouttes d'eſprit de vin avec le ſavon & l'eau (ce qui leur aidera à diſſoudre & enlever la poix plus promptement) juſqu'à ce qu'il tire vers la fin; s'il y a quelqu'endroit où la poix paraiſſe trop épaiſſe, vous pouvez l'enlever avec un bon canif.

831. Il faut avoir bien ſoin de garantir ce poliſſoir de la pouſſiere & ſur-tout de n'en point laiſſer approcher d'éméri ou de limaille de métaux durs. Après avoir ſervi quelque tems, ces poliſſoirs ſont plus ſujets à liſſer les miroirs qu'ils ne font d'abord; on remédie à cet inconvénient en les travaillant de nouveau dans le baſſin avec le ſavon & l'eau, y remettant enſuite avec un pinceau, une fois ou deux, de la diſſolution dont on a parlé ci-deſſus, en procédant comme on a fait; il faudra ſeulement ne point mettre d'eſprit de vin avec l'eau & le ſavon; & il ne ſera pas néceſſaire d'en changer plus d'une fois ou deux.

832.

832. Vous pouvez à préſent commencer à donner la figure à votre miroir ſur les pierres bleues, en le frottant ainſi que le baſſin alternativement, ſur ces pierres, juſqu'à ce qu'ils ſoient tous deux également clairs ; ayant auparavant attaché au milieu de votre miroir par derriere une petite molette, avec de la poix paſſée au travers d'un mauvais morceau de toile ; car c'eſt de tous les cimens celui qui paraît le moins ſujet à plier les miroirs en y attachant les molettes.

833. Ayant fixé le poliſſoir, frottez deſſus le miroir même, ou plutôt le briſoir (après l'avoir auſſi figuré ſur les pierres) avec un peu de potée très-fine mouillée & de l'eau claire, juſqu'à ce qu'il commence à paraître un peu poli. Si vous trouvez qu'il ait pris inégalement le poli, c'eſt-à-dire, qu'il en ait pris plus ou moins vers les bords que dans le milieu, c'eſt une marque que le briſoir, le miroir, &c. ſont plus ou moins concaves qu'ils ne doivent être pour répondre à la convexité du poliſſoir ; & il faut alors leur en faire prendre la courbure, plutôt que de tenter de faire quelque changement à ſa figure, ce qui ſerait beaucoup plus difficile. Si le miroir paraît trop plat, il faut travailler le baſſin circulairement ſur les pierres pendant quelque tems, en conſervant ſon centre près de leur circonférence ; au bout de quatre ou cinq minutes on finira ce travail en conduiſant le baſſin de la manière qui a été décrite ci-deſſus (*Art. 828*). Figurez alors le miroir de nouveau ſur les pierres, & l'eſſayez enſuite ſur le poliſſoir comme auparavant. Si le miroir eſt trop concave, il faut diminuer la trop grande convexité des pierres en frottant ſur le milieu avec le briſoir, le faiſant aller & venir en ligne directe par un très-petit eſpace. Travaillez enſuite le baſſin de la même manière ſur ces pierres, & enfin le miroir pour après cela le polir. Lorſque vous trouvez que le briſoir, les pierres, &c. répondent à la courbure du poliſſoir, examinez avec plus d'exactitude la figure du miroir afin d'éviter de perdre beaucoup de tems à finir le poli, tandis que la figure ſerait imparfaite.

834. Placez le miroir dans une ſituation verticale ſur une table de trois pieds & demi ou quatre pieds de haut. Mettez ſur une autre table une bougie dont la flamme ſoit de niveau avec le milieu du miroir, & très-proche du centre de ſa con- Fig. 696.

cavité. A un demi-pouce environ de la flamme mettez un morceau de fer-blanc, ou une plaque mince de cuivre, d'environ 3 pouces de large & de 4 ou 5 de haut, percée au milieu de plusieurs trous de différentes figures & de différentes grandeurs, les plus petits étant comme des trous de l'aiguille la plus fine, & les plus grands de la grosseur environ d'un gros grain de moutarde. Fermez bien la chambre & portez la bougie & la plaque de cuivre ou de fer-blanc autour de la table, jusqu'à ce que la lumière de la partie la plus brillante de la flamme passant à travers quelques-uns des plus gros trous, & allant ensuite frapper le miroir, forme, après avoir été réfléchie, les images de ces trous, un peu en-deçà d'un des bords de la plaque. Ces images seront visibles (quoique le miroir n'ait d'autre poli que celui que lui donnent les pierres) en les recevant sur un carton blanc placé près du bord de cette plaque, en supposant le derriere de ce carton noirci ou que vous ayez fait enforte que la lumière ne donne pas dessus, & que votre œil ne reçoive point non plus de lumière directe de la bougie. Si vous avez quelque difficulté à les discerner, vous pourrez ôter la plaque & vous verrez aisément l'image de toute la flamme. Munissez-vous d'un oculaire lequel peut être d'un foyer un peu plus grand que le double de celui de l'oculaire que vous comptez donner à votre téleſcope : vous pourrez en essayer plusieurs si vous le voulez. Placez-le, après l'avoir renfermé dans un tuyau, sur un petit guéridon propre à être mis sur la table & fait de maniére que non-seulement il puisse élever & abaisser cet oculaire à la hauteur que la flamme exige, mais encore le faire tourner dans telle direction que vous voudrez. Par ce moyen, vous pourrez donner à l'oculaire une position telle que la lumière qui, après avoir passé par quelques-uns des trous, va se réfléchir sur le miroir, puisse ensuite venir tomber perpendiculairement sur sa surface, & qu'il soit à une distance du miroir telle que les images réfléchies des trous puissent être vues distinctement au travers, près du bord de la plaque mince, par la lumière qui vient immédiatement du miroir : conduisez la bougie & la plaque d'une main, & de l'autre le guéridon qui porte l'oculaire, jusqu'à ce que vous leur ayez procuré une situation telle que vous apperce-

viez distinctement en même tems, au travers de l'oculaire, le bord de la plaque mince, & l'image de celui des trous qui en est voisin. Mesurez exactement la distance du milieu du miroir à la plaque directement contre la flamme, & au bord de cette plaque près duquel vous voyez l'image du trou. Si ces mesures sont les mêmes, écrivez cette distance comme étant le rayon exact de la concavité de votre miroir & de tout autre que vous pourrez polir sur votre polissoir, quoiqu'elle soit un peu grande : si ces mesures different l'une de l'autre, prenez un milieu entr'elles.

835. Vous jugerez aussi de la perfection de la sphéricité de votre miroir, par la distinction avec laquelle vous voyez les trous représentés avec leurs inégalités & la poussiere qui peut y être attachée ; vous pourrez encore en juger plus exactement & pareillement découvrir les défauts particuliers de votre miroir, en plaçant l'oculaire de manière que vous apperceviez un des plus petits trous, dans son axe ou tout auprès ; & le poussant ensuite un peu vers le miroir, puis le retirant, la bougie & la plaque demeurant pendant ce tems-là au même endroit. Vous observerez par ce moyen de quelle manière la lumière réfléchie par le miroir se réunit en un point pour former les images, & se sépare de nouveau aprés avoir passé par ce point. Si la lumière, précisément au moment qu'elle se réunit en ce point, au lieu de paraître ronde, paraît ovale, carrée ou triangulaire, &c. c'est une marque que les sections de la surface du miroir passant par différens diametres de cette surface, n'ont pas la même courbure. Si précisément avant de se réunir en un point, la lumière forme un cercle plus lumineux à sa circonférence & plus obscur vers le centre, qu'après qu'elle s'est croisée & qu'elle s'est séparée de nouveau, la surface du miroir est plus courbe vers sa circonférence & moins vers le milieu ; elle est semblable à celle d'un sphéroïde applati, & les mauvais effets de cette figure seront bien plus sensibles lorsqu'on aura placé ce miroir dans le télescope. Mais si au contraire la lumière paraît plus sombre près de ces bords & a plus d'éclat au milieu, avant de se réunir qu'après, le miroir est alors plus courbe à son centre que vers ses bords ; & si cette différence de courbure suit une proportion convenable, ce miroir peut

avoir une vraie figure parabolique. Au reſte, on ne parvient à bien juger de l'exactitude de la courbure des miroirs, que par l'obſervation & l'expérience.

836. En faiſant l'examen précédent, l'image doit être réfléchie auſſi près du trou même que la néceſſité d'approcher l'œil de la bougie le permet, afin que l'obliquité avec laquelle la lumière eſt réfléchie ne puiſſe point occaſionner d'erreurs ſenſibles : pour cet effet il faut faire enſorte que l'œil ne voye point la bougie; & pour ſe garantir plus efficacement de la lumière trop vive qui peut embarraſſer, on n'aura qu'à placer une plaque percée d'un petit trou, au foyer de l'oculaire, le plus proche de l'œil. Dans la figure, *A* eſt le miroir, *B* la bougie & la plaque avec ſes petits trous, *C* le tuyau où eſt l'oculaire & la plaque qui eſt derriere.

837. Au lieu de la flamme de la bougie & de la plaque percée de ſes petits trous, je me ſuis quelquefois ſervi d'un morceau de verre épais couvert de globules de mercure, que j'avais formés en le faiſant paſſer au travers d'un cuir; je plaçais ce verre près d'une fenêtre & je mettais le miroir à quelque diſtance, à droite ou à gauche de la fenêtre, dans l'intérieur de la chambre, ayant ſoin qu'il fût, ainſi que tout ce qui l'environnait, dans l'obſcurité le plus qu'il était poſſible. La lumière de la fenêtre réfléchie par les globules de mercure, paraiſſant comme autant d'étoiles, ſervait à la place des petits trous, avec cet avantage que la lumière pouvait être réfléchie par le miroir, à très-peu près, perpendiculairement.

838. Si vous n'êtes pas ſatisfait de la figure du miroir, travaillez pendant 2 ou 3 minutes les pierres bleues avec le baſſin & de l'eau, en le conduiſant de la manière décrite ci-deſſus (*Art. 828*); puis travaillez le miroir ſur ces pierres, en le conduiſant de la même manière, & en lui faiſant parcourir un eſpace tel que le bord de ce miroir paſſe d'un ſixieme ou d'un quart de ſon diametre, le bord de l'aſſemblage de ces pierres, le faiſant aller pareillement, alternativement à droite & à gauche, environ à la même diſtance. Continuez ce travail pendant environ 5 minutes, ſans preſſer le miroir & l'abandonnant à ſon propre poids; & obſervez que plus vous ôterez ſouvent le limon en lavant les pierres, mieux vous réuſſirez en général à donner à

votre miroir une figure exactement sphérique : ayant laissé un peu plus de limon sur ces pierres, il a paru quelquefois que cela donnait au miroir une figure parabolique. Je lui en ai donné aussi une en finissant le travail par une espece de mouvement spiral que je donnais à son centre, près de la circonférence des pierres, pendant une demi-minute environ, de la manière que le représente la Figure. Fig. 697.

839. Si après plusieurs épreuves, le miroir paraît toujours avoir la même espece de défaut & que ce défaut se trouve toujours au même endroit, c'est une marque que le métal n'est pas par-tout de la même dureté; ce qui sera cause que vous ne pourrez faire parvenir le miroir à sa perfection qu'avec une extrême difficulté. En travaillant le bassin ou le miroir sur les pierres, il y paraîtra souvent de petites taches beaucoup plus noires & plus dures que le reste; il faudra les ôter aussi-tôt qu'elles paraissent.

840. Lorsque la figure de votre miroir est telle que vous le desirez, vous pouvez vous mettre à en finir le poli sur le taffetas avec un peu de potée délayée dans une grande quantité d'eau. Avant de mettre la potée & l'eau sur ce taffetas, examinez, en le tenant très-obliquement entre vos yeux & la lumière, s'il n'y a point quelques bandes qui paraissent plus serrées que le reste : s'il y en a, il faut, en polissant le miroir, lui faire traverser directement ces bandes, & ne le point mouvoir dans le même sens qu'elles, ni même circulairement. Vous pouvez, à cela près, le mouvoir de la manière que nous avons recommandé de le faire sur les pierres, n'oubliant point, après 15 ou 20 tours, de lui faire faire sur son axe environ un douzieme ou un seizieme de révolution. Quand le polissoir vient à se sécher, vous trouverez que le miroir s'y attache davantage & se meut moins facilement, mais alors il se polit plus vîte & son poli est plus vif : seulement prenez garde que le polissoir ne devienne assez sec pour que le miroir s'attache au taffetas & le déchire, ou que la poix & la potée s'attachent çà & là en petits pelotons; si cela arrive, la figure du polissoir sera gâtée sur le champ. Lors donc que le taffetas vient à se sécher en quelqu'endroit, humectez cet endroit avec l'extrémité d'une plume trempée dans de l'eau nette : vous pourrez vous

ſervir de la même potée au moins une demi-heure. Toutes les fois que vous en changez, frottez d'abord la nouvelle que vous mettez à la place de celle qui a ſervi, avec le briſoir, pour en écraſer les graviers ou parties groſſieres qui pourraient égratigner le miroir en le poliſſant; ayant enſuite poſé le bord du miroir ſur le bord du poliſſoir, où il eſt bien couvert d'eau, faites-le couler ſur le milieu & enſuite travaillez comme auparavant. Si vous mettez peu de potée à la fois, l'ouvrage ſera très-long; mais ſi vous en mettez trop, la figure de votre miroir en ſouffrira un peu vers les bords. Si le miroir n'eſt pas bien grand, il n'eſt pas néceſſaire de le preſſer avec une force conſidérable; mais s'il eſt de 5 à 6 pouces de diametre ou plus, on ſe fatiguera beaucoup à le polir, ſi l'on n'emprunte le ſecours de quelque machine. On peut très-bien ſe ſervir d'une machine ſemblable à celle de M.r Huyhgens décrite ci-deſſus (*Art.* 812), principalement ſi l'on y ajoûte quelque partie propre à empêcher le miroir de tourner irrégulierement ſur ſon axe & qui avertiſſe l'Ouvrier de faire attention au mouvement latéral.

CHAPITRE III.

De la maniere de centrer les objectifs.

ON dit qu'un objectif eſt bien centré lorſque le centre de ſa circonférence eſt ſitué dans l'axe du verre, & qu'il eſt mal centré lorſque le centre de ſa circonférence n'eſt point dans cet axe. Ainſi ſoit *d* le centre de la circonférence d'un objectif *abc*, & ſuppoſons que *e* ſoit le point où ſon axe coupe ſa ſurface ſupérieure; ſi les points *d* & *e* ne coïncident pas, le verre eſt mal centré. Soit *afg* le plus grand cercle que l'on puiſſe décrire du centre *e*; en uſant tout ce qui eſt en dehors de ce cercle, l'objectif deviendra bien centré. Ce centre qui eſt dans l'axe du verre ſe peut trouver par pluſieurs méthodes, mais je préfere la ſuivante.

Fig. 698.

Fig. 699.

841. Faites faire deux tuyaux cylindriques de bois ou de cuivre, courts & tels que l'un puiſſe entrer dans l'autre & y tour-

ner librement, mais sans vaciller ; & ayez soin que les plans des bases de ces tuyaux soient exactement perpendiculaires à leurs côtés. Placez le tuyau le plus petit, sur sa base, sur une plaque unie de cuivre ou sur une planche également épaisse par-tout ; décrivez un cercle sur la planche autour de la circonférence de la base du tube, & ayant ôté le tuyau, cherchez le centre de ce cercle & décrivez ensuite de ce centre un cercle plus grand sur la planche. L'un de ces cercles doit être un peu plus grand & l'autre un peu plus petit qu'aucun des verres qu'on veut centrer par leur moyen. Ayant ensuite enlevé la portion de la planche renfermée par la circonférence la plus petite, introduisez le bout du tuyau dans le trou que vous aurez alors, de manière que sa base se trouve dans la surface de la planche, & ensuite l'y collez : puis ayant fixé l'autre tuyau très-solidement dans un trou fait au volet d'une fenêtre, & ayant bien fermé la chambre, appliquez le verre que vous voulez centrer, au trou de la planche qui tient au tuyau le plus petit ; & en ayant placé le centre le plus exactement que vous pourrez au-dessus du centre du trou, faites-le tenir à la planche avec de la poix ou du ciment faible, que vous mettrez en deux ou trois endroits de sa circonférence. Mettez ensuite le petit tuyau dans le grand en l'y faisant entrer autant qu'il est possible, & placez au-delà & vis-à-vis un écran couvert d'une feuille de papier blanc pour recevoir les peintures des objets situés devant la fenêtre ; lorsqu'elles paraissent distinctes sur ce papier, faites tourner le tuyau intérieur autour de son axe ; si le centre du verre se trouve dans cet axe, l'image sera parfaitement immobile sur le papier ; si non, chaque point de cette image décrira un cercle. Marquez avec un crayon l'endroit le plus élevé & le plus bas d'un cercle décrit par quelque point remarquable de la partie de l'image, qui paraît la plus distincte ; lorsque ce point de l'image est parvenu à la marque qui est la plus haute, cessez de tourner le tuyau, & le tenant dans cette position, abaissez l'objectif jusqu'à ce que le point dont nous parlons tombe exactement au milieu des deux marques : alors tournez encore le tuyau, & le point de l'image ou demeurera en cet endroit, ou décrira un cercle beaucoup plus petit qu'auparavant, que l'on réduira à

un point immobile, en continuant la même opération. Alors je dis que le centre de réfraction du verre (*Art.* 228) ſera dans l'axe du tuyau & ſera par conſéquent également éloigné de la circonférence du plus grand cercle décrit ſur la planche. Préſentement pour décrire un cercle ſur le verre *fgh*, qui ait pour centre le centre de réfraction, recourbez carrément les extrémités d'une lame mince de cuivre *acb*, comme on le voit repréſenté dans la Figure, obſervant que la portion de cette lame compriſe entre ſes parties courbées, ſoit égale au diametre du cercle le plus grand *adbc* qui a été décrit ſur la planche; limez les extrémités des parties dont il s'agit, de manière qu'il ne reſte plus au milieu qu'une petite partie de forme cylindrique; ayant enſuite placé cette lame ſur le verre, ſuivant un diametre quelconque du cercle le plus grand *adbc*, faites deux trous dans la planche pour recevoir les petites parties *a*, *b*; trouvez le centre *c* de ce cercle ſur cette lame, & de ce centre *c* décrivez, avec un compas à pointes de diamant, le cercle le plus grand que vous pourrez ſur le verre qui eſt deſſous; & uſez tout ce qui ſe trouve en dehors du cercle *fik* dans un baſſin profond à tailler des oculaires : alors le verre ſera bien centré. Si la poix ou le ciment eſt trop mol, pour empêcher le verre de gliſſer, pendant qu'on décrit le cercle, on peut le fixer plus ſolidement avec de la cire ou du ciment plus fort.

Fig. 699.

Fig. 700. 842. Pour faire voir la raiſon de cette pratique, la 700.^e Figure repréſente une ſection de l'objectif *klm*, de la planche *ab*, des tuyaux *cd* & *hi*, & du volet de la fenêtre *no*. Imaginez que le plan de cette ſection ou de la Figure paſſe par le point *e* de l'intérieur du verre, qui demeure immobile, tandis que, dans le mouvement du tuyau, le reſte tourne autour; ſuppoſons auſſi qu'il paſſe par le centre *l* de réfraction de ce verre, & coupe un objet ſuivant la ligne *PQR*; ſoit alors un pinceau de rayons venant d'un point quelconque *Q* raſſemblés au foyer *q* ſur le papier *ST*. Les points *Q*, *l*, *q*, ſeront dans une ligne droite paſſant par l'axe du pinceau (*Art.* 228). Menez *Qef*, laquelle rencontre le papier en *f*; pendant que le tuyau tourne, la ligne *Qlq* décrit la ſurface d'un cone dont l'axe eſt la ligne fixe *Qef*; le foyer *q* ou l'image du point *Q* décrira donc un cercle *qgq'* dont *f* ſera le centre, & que l'on

trouvera

trouvera en coupant en deux également l'intervalle qq' entre le point le plus élevé & le point le plus bas de ce cercle. Or, de même que f eſt le centre de ce cercle, e eſt le centre d'un autre cercle décrit par l; faiſant donc deſcendre le verre kl juſqu'à ce que l'image q tombe ſur la marque f, le point l deſcendra au centre e du mouvement & ſera alors dans l'axe du tuyau, & par conſéquent également éloigné de la circonférence du cercle décrit ſur la planche ab; & il eſt clair que l'image q demeurera immobile au point f.

843. Il n'eſt pas néceſſaire, pour l'exactitude de la pratique, que le point Q ſoit dans l'axe du verre. Car ſi, dans la Figure 188, on fait tourner le verre KLM autour de ſon axe QLp, l'image d'un point quelconque collatéral P reſtera ſans ſe mouvoir, parce que les points P, L ſont immobiles, & que l'axe PLp du pinceau oblique eſt une ligne droite.

844. Le principal avantage d'avoir un verre bien centré, conſiſte en ce que les rayons paſſant par une ouverture dont le centre coïncide avec l'axe du verre, forment une image plus diſtincte que ſi ce centre ſe trouvait hors de l'axe; parce que les aberrations des rayons, du foyer géométrique du pinceau, ſont comme les diſtances de leurs points d'incidence au centre de réfraction dans le verre (*Art. 437*).

845. Si au lieu de recevoir l'image ſur le papier ST, on la reçoit ſur le côté d'un morceau de verre plan, qui n'eſt pas poli, on diſtinguera plus exactement ſon mouvement, en la regardant par derriere ce verre, au travers d'un oculaire convexe; il en eſt de même ſi on la reçoit dans une lunette dans laquelle des fils tendus à ſon foyer tiennent la place du verre dont nous parlons. Ainſi les objectifs étant communément renfermés dans des boîtes qui ſe viſſent au bout du tuyau, on peut examiner s'ils ſont aſſez bien centrés, en fixant le tuyau, & en obſervant ſi pendant qu'on déviſſe la boîte qui contient l'objectif, les fils coupent toujours exactement aux mêmes endroits un objet qu'on apperçoit au travers de la lunette.

846. Dans l'application des lunettes aux inſtrumens aſtronomiques & à pluſieurs autres uſages, il eſt abſolument néceſſaire que le plan des fils coïncide exactement avec le plan de l'image d'un objet; or, on parviendra à le mettre à l'endroit

où il doit être, pour cet effet, au moyen des instructions suivantes. On mettra d'abord entre les deux verres convexes de la lunette, l'intervalle nécessaire pour voir distinctement un objet; si les fils paraissent confus, ils paraîtront se mouvoir par petits sauts sur l'objet pendant qu'on meut l'œil de côté; si en se mouvant ainsi, ils paraissent aller du même côté que l'œil, ils sont derriere l'image de l'objet; s'ils vont du côté opposé, ils sont au contraire devant cette image, & il faudra les porter un peu plus loin jusqu'à ce qu'on les voye distinctement; & alors ils paraîtront couper l'objet toujours aux mêmes endroits malgré le mouvement de l'œil. En second lieu, il faut rendre l'intervalle entre les fils & l'oculaire tel qu'on apperçoive distinctement les fils; alors si l'objet paraît confus, il paraîtra aussi se mouvoir par sauts tandis qu'on meut l'œil de côté, & si en se mouvant ainsi il va du même côté que l'œil, son image est derriere les fils; s'il va du côté opposé, elle est devant; & pour la faire tomber sur les fils, il faudra mouvoir l'objectif, ou les fils avec l'oculaire. Dans ces deux cas c'est l'objet confus (car on peut aussi donner ce nom aux fils) qui paraît se mouvoir, & l'objet qu'on voit distinctement paraît en repos; comme dans la vision à la vue simple. Car si quelqu'un en mouvement, par exemple, en marchant, fixe les yeux sur un objet & l'apperçoit distinctement, il lui paraît toujours dans le même endroit, tandis que les objets voisins de celui-là qui sont plus proches ou plus éloignés, paraissent confus & en mouvement : la raison de cela se présente tout de suite. Pour l'expliquer dans le cas actuel, soit *h* le point où les fils se coupent, *hik* un pinceau de rayons venant de ce point, qui, après s'être rompus en traversant l'oculaire *eai*, ont leur foyer en *k* à une distance finie ou infinie. Soit mené l'axe *he* du pinceau, coupant l'objet en *Q* & son image en *q*, & supposons que les rayons émergens du pinceau *qab*, venant de *q*, coupent les rayons émergens du premier pinceau au point *p*, & ayent leur foyer en *b* à une distance finie ou infinie. Maintenant si on met l'œil en quelque point *o* dans l'axe commun de ces pinceaux, les points *h*, *Q* paraîtront dans la même direction *oe*; mais si on meut l'œil de côté de *o* en *p*, le point *Q* paraîtra dans la direction *pa* (*Art.* 102) & le point *h* dans la direction *pi* : d'où l'on voit aisément la raison des cas précé-

Fig. 701, 702, 703 & 704.

dens, en considérant les Figures. Enfin tant que les foyers h, q ne coïncident point, l'inclinaison mutuelle des rayons émergens dans un pinceau, doit être différente de l'inclinaison mutuelle des rayons émergens d'un autre pinceau ; & ainsi les humeurs de l'œil ne peuvent prendre la forme convenable pour rassembler les rayons de deux pinceaux en deux points distincts. Si l'un est distinct, l'autre sera confus & en un endroit différent du fond de l'œil (excepté lorsque l'œil est dans l'axe) ; mais lorsque les foyers h, q coïncident, les foyers k, b des rayons émergens se réunissent aussi ; & par conséquent les rayons coïncidens de deux pinceaux se réuniront au même point du fond de l'œil, en quelqu'endroit qu'on mette l'œil ; ensorte que les points correspondans de l'objet & des fils paraîtront fixés ensemble sans aucune parallaxe.

847. Lorsque l'endroit où doivent être les fils est déterminé, on peut mesurer leur distance à l'objectif ; c'est le moyen le plus exact de trouver la distance focale de ce verre, si l'objet est très-éloigné. Pour conserver cette distance toujours la même, toutes les fois qu'on se sert de la lunette, il est à propos d'avoir des marques aux endroits où les différentes parties du tuyau s'emboîtent l'une dans l'autre ; car alors, quel que soit l'oculaire dont on se serve, l'objet & les fils paraîtront distincts en même tems, & sans parallaxe.

848. Une ligne menée par le point d'intersection des fils & par le centre de réfractions dans l'objectif (*Art.* 228), soit qu'elle coïncide avec l'axe du verre, ou qu'elle lui soit inclinée, se nomme ligne de *collimation* ; parce que cette ligne prolongée rencontre l'objet au point dont l'image tombe sur l'intersection des fils : & ainsi le rayon qui décrit cette ligne répond à notre rayon visuel quand nous regardons un objet à la vue simple. Lors donc que l'objectif & les fils sont solidement arrêtés dans un tuyau assez fort, il est évident que la ligne de collimation est aussi immuable par rapport à ce tuyau que si l'on substituait deux petits trous à la place de l'intersection des fils & du centre de réfractions de l'objectif.

849. Pour mettre la ligne de collimation parallele à une ligne donnée sur le plan d'un instrument, il faut arrêter solidement l'objectif, & l'anneau ou plaque qui porte les fils doit avoir deux

mouvemens gradués dans ſon propre plan, par deux vis à angles droits; car par ce moyen l'interſection des fils peut ſe mouvoir dans ce plan où l'on veut. Ces mouvemens s'exécutent par trois plaques de cuivre placées l'une ſur l'autre. La premiere dans laquelle eſt pratiquée une ouverture circulaire ſur laquelle les fils ſont tendus, gliſſe ſur celle du milieu ſuivant la direction d'une ouverture oblongue faite dans celle-ci, dont la largeur eſt un peu plus grande que celle de l'ouverture de la premiere plaque, & ces deux plaques gliſſent latéralement ſur la derniere dans laquelle il y une ouverture ovale plus large. Voici une deſcription plus particuliere de ces plaques, en commençant par la derniere. A chaque côté de l'ouverture ovale de cette derniere plaque R, il y a deux traverſes de cuivre m, n, ſolidement arrêtées, laiſſant entr'elles & la plaque une couliſſe ou rainure à queue d'aronde pour recevoir la plaque S dont les côtés ont la forme néceſſaire pour y entrer & y couler; les extrémités contigues de ces deux plaques ſont recourbées à angles droits en b & en e; une vis aſſez forte abc tourne dans un trou b, fait au milieu de la partie recourbée de la plaque R; l'extrémité c de cette vis eſt plus menue que le reſte & paſſe par un trou e fait dans la partie recourbée de la plaque S; le bout de cette partie c eſt taraudé pour recevoir une petite vis d; enſorte qu'en tournant la vis abc avec une eſpece de clef de montre, la plaque S recule ou avance entre les traverſes m, n. La Figure T repréſente deux autres traverſes o, p, qui doivent être rivées ſur la plaque S; ces traverſes ſont partie de la plaque T qui leur eſt perpendiculaire, dans laquelle il y a une ſemblable vis $abcd$, pour mouvoir une troiſieme plaque V entre les traverſes o, p, dans une direction perpendiculaire à celle dans laquelle ſe meut la plaque S. Les fils ſont tendus ſur l'ouverture faite dans cette plaque V, par quatre petites chevilles qui les fixent dans quatre petits trous. L'autre extrémité de la plaque Rb, oppoſée à la partie qui porte la vis, eſt recourbée carrément du côté oppoſé à celui de la partie b, ou, ce qui produit le même effet, la plaque X étant recourbée carrément, l'une des deux parties ef eſt attachée & rivée au derriere de la plaque R à l'extrémité oppoſée à celle où eſt la vis b, & ſon autre partie eh eſt viſſée au côté du tuyau de la lunette; les vis traverſent de longues fentes

Fig. 705, 706 & 707.

Fig. 695

698.

697.

699

696.

700

701.

702.

703.

704.

707

706.

705.

pratiquées dans ce côté, pour donner la liberté de placer le chaſſis que compoſent les trois pieces, exactement à la diſtance de l'objectif où il doit être ; & pour permettre au chaſſis d'entrer dans le tuyau, il faut pratiquer deux larges fentes dans deux côtés contigus de ce tuyau, dont l'une doit être couverte, pour le mieux, d'un morceau de corne mince, afin de pouvoir éclairer les fils avec la lumière d'une bougie, lorſqu'on obſerve de petites étoiles pendant la nuit.

CHAPITRE IV.

Deſcription de l'Hélioſtat.

850. LOrſqu'on veut faire des expériences ſur la lumière, il ſe préſente deux inconvéniens, dont l'un eſt l'obliquité des rayons & l'autre le mouvement continuel du ſoleil. L'obliquité des rayons eſt cauſe qu'il y a des expériences qu'on ne peut faire qu'à certaines heures & d'autres qu'on ne peut point faire du tout, même dans un lieu aſſez commode & expoſé aux rayons du ſoleil, pendant une grande partie du jour. Le mouvement du ſoleil eſt défavorable en ce que la direction des rayons varie continuellement, de ſorte qu'on eſt obligé de changer à chaque inſtant la diſpoſition des machines avec leſquelles on fait les expériences.

851. Ces deux inconvéniens étant aſſez conſidérables, on a cherché à s'en délivrer. M.r s'Graveſande frappé des divers avantages qui en réſulteraient, ſi on pouvait y parvenir, s'en occupa ſérieuſement & enfin y réuſſit par le ſecours d'une machine très-ingénieuſe à laquelle il donna le nom d'*Hélioſtat*, qu'il décrit de la manière ſuivante (*Phyſ. Elem. mathem. Tom. II.*).

852. Cette machine eſt compoſée de deux parties principales qui le ſont elles-mêmes de pluſieurs plus petites ; la premiere, eſt un miroir plan de métal, porté ſur un pied ; la ſeconde, eſt une horloge qui ſert à diriger le miroir. Je me ſers plutôt d'un miroir de métal que d'un miroir de verre, à cauſe de la double réflexion qui a lieu dans ce dernier. La Figure & la grandeur Fig. 708.

du miroir ſont indifférentes : le mien eſt rectangulaire, long de quatre pouces & large de trois.

853. Je le place ſur un morceau de planche au bord duquel eſt attaché un chaſſis afin de le retenir. Pour le ſupporter ſans nuire au mouvement qu'on veut lui donner, on applique au derriere de la planche une lame de cuivre *aa* dont les extrémités recourbées ſont retenues aux côtés de cette planche. Ce miroir *S* eſt ſuſpendu dans l'anſe *AA*, au moyen de petites vis qui paſſent dans des trous faits aux extrémités de cette anſe, & traverſent les extrémités *a*, *a* de la lame dont on vient de parler ; les parties de ces vis contenues dans les extrémités de l'anſe ſont cylindriques, afin que le miroir tourne librement ſur ſon axe, lequel eſt ſitué dans ſa ſurface même. L'anſe tient au cylindre *C*, dont l'axe concourrait, s'il était prolongé, avec le milieu de l'axe du miroir. A ce milieu répond une queue *DE* qui eſt jointe perpendiculairement au derriere du miroir : cette queue eſt cylindrique ; elle ſe fait avec un fil de laiton droit & fort, d'un ſixieme de pouce environ de diametre.

854. Le cylindre *C*, qui eſt en cuivre, eſt poſé ſur un pied de bois *P* dont nous repréſentons ſéparément la partie ſupérieure. A l'extrémité de cette partie eſt un cylindre de fer *e*, dont la ſurface eſt polie, lequel entre dans le cylindre *C* creuſé à cet effet ; par ce moyen le cylindre *C* tourne avec la plus grande liberté ſur ſon axe ; enſorte que, par le mouvement de la queue *DE*, la ſituation du miroir ſe peut changer avec toute la facilité poſſible. Ce pied s'éleve & s'abaiſſe au moyen de trois vis de cuivre *B*, *B*, *B*, que l'on tourne avec une clef, & qui traverſent une lame de même métal, appliquée à la baſe du pied, & qui déborde en trois endroits pour recevoir les vis.

855. La ſeconde partie de la machine eſt l'horloge, comme nous l'avons déja dit : on la voit repréſentée en *H* ; l'aiguille fait ſa révolution en vingt-quatre heures.

Le plan de l'horloge eſt incliné à l'horiſon d'une quantité égale à la latitude du lieu où l'on ſe ſert de la machine ; on peut cependant ſe ſervir de la même machine dans d'autres endroits dont la latitude differe d'un degré ou deux de celle de cet endroit, comme nous le verrons plus bas.

856. L'horloge eſt portée ſur un pied de cuivre *FGLLM* ;

la tige *FG* de ce pied eſt compoſée de deux parties, qui ſont jointes par les vis *d*, *d*; entre ces deux parties ſe meut comme dans une gaîne une lame de fer au milieu de laquelle regne une fente par laquelle paſſent les vis *d*, *d*. Cette lame eſt ſolidement jointe à la platine inférieure de l'horloge, au moyen de quoi on éleve & on abaiſſe l'horloge & on l'aſſujettit avec les vis *d*, *d*. On peut encore l'élever davantage par le moyen des vis *I*, *I*, *I* qui paſſent au travers de la partie *LLM* du pied, laquelle eſt en cuivre: les extrémités *L*, *L* de cette partie ſont terminées de manière que *bc* & *cb* ſont une ligne droite, par laquelle ſi l'on conçoit un plan vertical, ce plan eſt perpendiculaire aux lignes horiſontales qu'on peut tirer dans le plan de l'horloge, telles que *fg*, *hi*.

857. La machine eſt diſpoſée de manière que le plan de l'horloge a l'inclinaiſon dont on a parlé ci-deſſus, lorſque le plan *LLM* eſt horiſontal; ſituation dans laquelle on le met facilement au moyen des vis *I*, *I*, *I*, par le ſecours du plomb *Q*, dont la pointe (par laquelle il finit en bas) doit répondre au point *o*, marqué dans la ſurface même *LLM*. Si on voulait ſe ſervir de la machine dans un autre lieu dont la latitude fût différente de celle du lieu pour lequel elle a été faite, il faudrait marquer un autre point *o*, & alors le plan *LLM* ſerait incliné à l'horiſon.

858. L'axe de la roue qui meut l'aiguille eſt fort gros & eſt creuſé cylindriquement; la forme de la cavité tire cependant un peu ſur la conique, car elle eſt un peu plus étroite à ſa partie inférieure. L'aiguille eſt repréſentée en *ON*; elle eſt de cuivre; ſa tige *pq* remplit exactement la cavité précédente dans laquelle elle eſt ſerrée & retenue pour que la roue emporte dans ſon mouvement l'aiguille avec elle, dont on peut cependant changer la ſituation pour la mettre à l'heure. Cette tige eſt auſſi percée cylindriquement, & il paſſe au travers un petit fil de laiton *ld*, qui, ſoit qu'on l'éleve ou qu'on l'abaiſſe, demeure dans la ſituation qu'on lui donne. A l'extrémité *O* de l'aiguille eſt un petit cylindre *n* percé cylindriquement. La longueur de l'aiguille ſe meſure dans la perpendiculaire à *ld*, menée de l'axe du cylindre *n* à l'axe du fil de laiton *ld*: dans la machine que je poſſede, cette longueur eſt de ſix pouces. Dans la cavité du

cylindre n, entre une petite verge de fer t appartenant à une eſpece de fourche T; cette verge remplit exactement la cavité, mais cependant y tourne librement. Entre les jambes de cette fourche on peut ſuſpendre à différentes hauteurs un petit tuyau R, dans lequel la queue DE du miroir, qui le remplit très-exactement, peut ſe mouvoir avec liberté. Ce tuyau ſe ſuſpend comme le miroir; de petites vis r, r paſſent au travers des jambes de la fourche, & leurs extrémités pénetrent dans des eſpeces d'oreilles m, m qui ſont jointes au tuyau & y tiennent : alors le tuyau tourne très-librement autour de l'axe qui paſſe par mm; les parties des vis contenues dans les trous pratiqués dans les jambes de la fourche étant cylindriques.

Lorſqu'il s'agit de diſpoſer la machine, j'en emploie une autre que je nomme *Poſiteur*.

859. On ôte le cylindre C avec le miroir, du pied P, ſur lequel on met la tige de cuivre cylindrique VX. Cette piece tient davantage avec le cylindre de fer e, que le cylindre C, afin de conſerver ſa ſituation pendant qu'on établit la machine. Dans la tête X de la tige ſe meut une regle YZ autour d'un centre de manière qu'on puiſſe l'incliner à volonté à l'horiſon, & qu'elle demeure dans la ſituation où on la met. La hauteur de la tige VX eſt telle que le centre du mouvement de cette regle dans la tête X eſt dans le point où ſe trouve, quand on met le cylindre C ſur le pied, le point de la ſurface du miroir auquel répond l'axe de ſa queue. La longueur du bras YX ſe détermine à volonté. Quant au bras XZ, ſa longueur eſt déterminée & il ſe conſtruit d'une manière particuliere. On applique à la regle dont il eſt queſtion, laquelle ne s'étend pas au-delà de y, deux autres comme xZ, entre leſquelles elle eſt renfermée; ces regles ſont jointes en Z & tiennent par des vis z, z, qui paſſent par une fente faite dans la premiere; ſur cette regle eſt tracée une petite ligne vs, dont la longueur eſt les neuf centiemes de la longueur de l'aiguille, & qui eſt diviſée comme nous le dirons dans le moment.

860. Le bras XZ eſt égal à la longueur de l'aiguille, en prenant depuis le centre du mouvement X juſqu'à l'extrémité Z, lorſque l'extrémité x de la regle extérieure tombe en v, où commencent les diviſions de la petite ligne vs. Ces diviſions ſont inégales

&

& déterminent la longueur du bras pour les divers tems de l'année, en appliquant x sur la division qui répond au jour dans lequel on fait usage de la machine.

861. Pour marquer les divisions dont il s'agit, je conçois la longueur du bras divisée en mille parties égales, c'est-à-dire, vs en quatre-vingt-dix parties : les distances de ces divisions au point v sont contenues dans la Table suivante.

21. Mars.	1. Mars.	21. Fév.	11. Fév.	1. Fév.	21. Janv.	11. Janv.	21. Déc.
0	8	17	32	47	64	77	90
21. Sept.	11. Oct.	21. Oct.	1. Nov.	11. Nov.	21. Nov.	1. Déc.	21. Déc.

Sur l'autre côté de la regle, il y a aussi une petite ligne tirée, qui répond parfaitement à vs, dont les divisions sont contenues dans cette seconde Table.

21. Mars.	11. Avr.	21. Avr.	1. Mai.	11. Mai.	21. Mai.	1. Juin.	21. Juin.
0.	11.	22.	36.	51.	66.	79.	90
21. Sept.	1. Sept.	21. Août	11. Août	1. Août	21. Juil.	11. Juil.	21. Juin.

Voici actuellement comment on établit la machine sur un plan horisontal ou à peu près tel, par le secours de ce positeur.

862. D'abord, je mets le positeur sur le pied P, que j'éleve autant qu'il est nécessaire pour que la regle YZ réduite à une juste longueur, que je tourne & que j'incline suivant que le lieu & la direction des rayons le demandent, convienne avec le trait de lumière que je me propose de fixer.

863. Je place l'autre partie de la machine de manière que les lignes bc, bc coïncident avec la ligne méridienne tracée d'avance sur le plan, & avec les vis I, I, I on lui donne une disposition telle que le plomb Q réponde exactement au point o. On tourne l'aiguille NO pour que les rayons du soleil passent directement par le petit tuyau R, qui se tourne & s'incline autant qu'il est nécessaire. Alors on éleve ou l'on abaisse le fil de laiton lk pour que l'ombre de l'extrémité l passe par le milieu du petit tuyau.

864. On approche toute cette partie du positeur disposé comme on l'a dit (*Art.* 862). On en approche l'horloge, & on l'éleve de manière que l'extrémité l du fil de laiton lk convienne avec l'extrémité Z de la regle YZ. Il faut faire continuellement attention au plomb Q pour qu'il réponde toujours au point o ; il faut aussi avoir soin qu'après le transport de l'horloge, les rayons du soleil & l'ombre du point l passent comme aupa-

ravant par le petit tuyau R, de peur qu'il n'y ait rien de changé dans la ſituation de l'horloge par rapport au méridien.

865. On ôte le poſiteur du pied P, qu'on laiſſe dans ſa ſituation, & on remet ſur ce pied le cylindre C avec le miroir. On ôte de ſa place la fourche T pour faire paſſer la queue du miroir DE par le petit tuyau R; on remet enſuite la fourche à ſa place: & tout eſt dans une diſpoſition convenable.

866. Alors les rayons réfléchis par le milieu du miroir, auxquels tous les autres qui ſont réfléchis par le miroir ſont paralleles, occupent préciſément la même place & ont la même direction qu'avait la regle du poſiteur; & pendant que la queue du miroir marche par le mouvement de l'horloge dont l'aiguille ſuit le ſoleil, la ſituation du miroir change par rapport au ſoleil; quant au rayon réfléchi par le point du milieu du miroir, il conſerve la ſienne *.

* 1019. M.r s'Graveſande démontre ainſi l'effet de cette machine. Soit S (*Fig. 799*) le point du milieu du miroir, SA un rayon réfléchi qu'il faut conſerver dans cette ſituation, qui eſt priſe à volonté; ſoit BS un rayon tombant à un moment quelconque. Ayant pris SA, SB égales, & ayant mené BA, ſi on la diviſe en deux parties égales, en R, SR ſera perpendiculaire au miroir, & ſon prolongement Sr repréſentera la ſituation de la queue du miroir, dans le cas que nous examinons.

1020. Si le rayon incident eſt CS, on découvre de la même manière la ſituation de la queue du miroir, en prenant SC égale à SA, & en menant AC; car ſi on diviſe cette derniere ligne en deux également, en E, & qu'on mene ESe, Se déterminera la ſituation de la queue du miroir. Pareillement, ſi DS eſt un rayon incident, prenant DS égale à SA, & diviſant DA en deux parties égales, en I, ſi l'on mene enſuite ISi, Si indiquera la ſituation de la queue du miroir. On voit comment, en prenant tel rayon incident qu'on voudra, on découvre la ſituation que doit avoir le miroir pour que le rayon réfléchi ſoit toujours le même.

Le ſoleil décrit, dans ſon mouvement diurne, un parallele à l'équateur ou l'équateur même. Conſidérons le premier cas.

1021. Ayant mené des lignes de tous les points de ce cercle au centre de la terre, elles formeront la ſurface d'un cone droit, qui change tous les jours; conſidérons un de ces cones en le prenant à volonté, & remarquons d'abord qu'à cauſe de la diſtance immenſe du ſoleil, on peut prendre pour centre de la terre, un point quelconque de ſa ſurface, comme cela ſe fait dans la Gnomonique.

1022. Soit donc S le centre de la terre, les rayons SB, SC, SD formeront, avec tous les autres rayons intermédiaires, un cone droit; les ayant tous prolongés, & ayant pris Sb, Sc, Sd égales entr'elles & aux premieres, & par conſéquent à SA elle-même, les points b, c, d ſeront dans la circonférence d'un cercle, dont le plan eſt parallele au plan de l'équateur. Soit prolongée AS d'une quantité Sa égale à elle-même; & ayant mené les lignes da, ca, ba, la ligne da ſera parallele & égale à AD, & ſera diviſée en deux également, en i, par la droite IS prolongée. De même les points e & r diviſent en parties égales les lignes ca, ba.

Ces lignes da, ca, ba forment, avec les autres que l'on mene des points de la circonférence dcb au point a, la

Comme les expériences sur la lumière doivent se faire dans un lieu obscur, il faut, pour y employer la machine, la renfermer dans une espece de coffre, dont nous allons donner la description.

867. Ce coffre, tel qu'on le voit représenté en *A*, est porté sur quatre pieds à l'extrémité desquels sont des roulettes, afin Fig. 710.

surface d'un cone oblique. Si on le coupe par un plan parallele à la base, la section sera un cercle; si la section passe par un des points comme *i*, *e*, *r*, elle passera par tous, ce qui est évident; & tous ces points sont dans la circonférence d'un cercle dont le plan est parallele à l'équateur.

Soit divisée *Sa* en deux parties égales, en *l*; & soient tirées *il*, *el*, *rl*; elles seront paralleles à *DSd*, *CSc*, *BSb* respectivement; de plus, *bS* étant égale à *Sa*, *rl* sera égale à *la* ou à *lS*. Lorsque les rayons sont dirigés suivant *BS* ou *lr*, qui sont paralleles, le point *S* réfléchit le rayon suivant *SA*, lorsque la queue du miroir passe par *r*. Cette queue doit passer par *e*, si les rayons sont dirigés suivant *le* parallele à *CS*; s'ils sont dirigés suivant *DS* & *li*, il faut faire passer la queue par *i*. Si on fait la même chose pour tous les autres, le rayon réfléchi sera toujours *SA*.

1023. Il suit delà que le rayon réfléchi conserve la situation *SA*, lorsque la queue du miroir concourt continuellement dans la circonférence du cercle *ier*, avec le rayon du soleil qui passe par *l*. Or, nous allons faire voir que la machine qui a été décrite, produit cet effet.

1024. L'aiguille de l'horloge se meut avec le soleil, & le point du milieu du petit tuyau *R* décrit un cercle parallele à l'équateur; car le petit tuyau est suspendu de maniere qu'en variant son inclinaison, ou en tournant la fourche qui le porte, son milieu ne change point. Ce cercle est celui-là même qui est marqué dans la Figure par les lettres *ier*.

1025. L'aiguille de l'horloge est disposée de maniere que pendant son mouvement, le rayon du soleil, qui passe par le point *l* (*Fig. 708*), qui est le même que le point *l*, dans notre Figure, passe toujours aussi par le point de milieu du petit tuyau, par lequel passe aussi continuellement l'axe du cylindre, qui forme la queue de l'horloge. La machine produira donc tout l'effet qu'on peut en attendre, si le centre du miroir est bien disposé.

1026. Dans le dessein de la machine, & dans la Figure actuelle, le point *l* est désigné par la même lettre, & dans celle-ci *S* marque le point du milieu de la surface du miroir, lequel demeure immobile pendant le mouvement du miroir. Il faut donc démontrer que *l* est disposé, dans cette Figure, par rapport à *S*, comme *l* par rapport au centre du miroir dans la premiere.

1027. Dans l'une & l'autre Figure, les deux points sont donnés dans le rayon réfléchi prolongé; la distance *Sl* est égale, dans cette derniere Figure, à une ligne quelconque, comme *li* ou *le*; ces lignes font avec le plan du cercle *ier* un angle égal à la déclinaison du soleil, & ces lignes & par conséquent *Sl* sont égales à la sécante de cet angle, le rayon ou sinus total étant égal au demi-diametre du cercle *ier*; ce demi-diametre répond à la longueur de l'aiguille, & la regle du positeur est divisée de maniere que la longueur de la partie qui mesure la distance entre le centre du miroir & *l*, vaut toujours, pour un tems donné, la sécante de la déclinaison du soleil, pour le même tems, le rayon ou sinus total étant égal à la longueur de l'aiguille; la distance entre *l* & le point du milieu du petit tuyau, est aussi égale à cette sécante. Ainsi tout se répond dans les Figures.

1028. Lorsque le soleil est dans l'équateur, le point *l* coincide avec le centre du cercle *ier*. Quand il est dans les signes méridionaux, *l* s'abaisse sous le plan du cercle *ier*; on donne à cause de cela plus de longueur aux jambes de la fourche, afin de pouvoir élever, en hiver, le petit tuyau par lequel passe la queue du miroir.

de le mouvoir facilement. Il eſt ouvert d'un côté, & on l'approche de ce côté-là de la fenêtre que l'on ouvre pour que les rayons du ſoleil parviennent ſans obſtacle au miroir. Ce coffre excede la fenêtre par-tout afin d'empêcher par l'application des bandes de drap qui y ſont attachées, contre le mur, que la lumière n'entre dans la chambre; pour cet effet, on approche le coffre du mur autant qu'il eſt poſſible, & on tourne les vis *C*, *C* qui tiennent aux pieds de devant, juſqu'à ce qu'elles appuyent ſur le plancher.

868. Dans le coffre que j'ai fait conſtruire, la porte eſt placée vis-à-vis de la fenêtre; on peut, ſi l'on veut, la placer autrement. Je fais paſſer les rayons par le côté *B*; je l'ai choiſi à cauſe de la diſpoſition de l'endroit où je fais mes expériences. Il y a dans cette face deux ouvertures larges de trois pouces & hautes d'environ dix-huit, dont une *DE* eſt ouverte. Elles ſe ferment en dehors par de petites tablettes qui ſe meuvent dans des couliſſes; elles peuvent ſervir l'une & l'autre à chacune des ouvertures, afin de pouvoir les changer d'une ouverture à l'autre. L'une d'elles *F* eſt longue de trois pieds & eſt percée au milieu; l'ouverture *ab* eſt longue de cinq pouces & large de deux. Cette ouverture eſt fermée par une plaque de cuivre *GH* percée de deux trous *c*, *d*; le diametre du premier eſt de deux tiers de pouce, le diametre du ſecond eſt plus petit. Ces trous ſe ferment avec des petites plaques *I* & *K* appliquées ſur la premiere & mobiles autour des centres *i* & *k*. On peut varier la grandeur de ces trous, en tournant ces plaques, comme la Figure le fait voir.

869. L'ouverture pratiquée dans la tablette *F* eſt faite de manière, à la partie de derriere de cette tablette, que l'on puiſſe y mettre un objectif de 16, 20 ou 25 pieds, ſuivant la grandeur de l'endroit où ſe font les expériences; le centre de ce verre doit répondre au centre du trou *c*.

870. On fait cette tablette *F* fort longue, afin que les trous de la plaque qui y eſt appliquée, puiſſent répondre à tel endroit qu'on voudra de l'ouverture du coffre, le reſte de cette ouverture demeurant fermé. L'autre tablette eſt plus courte, parce qu'il ſuffit que l'ouverture ſoit fermée. On aſſujettit ces tablettes avec des vis *M*, *M*.

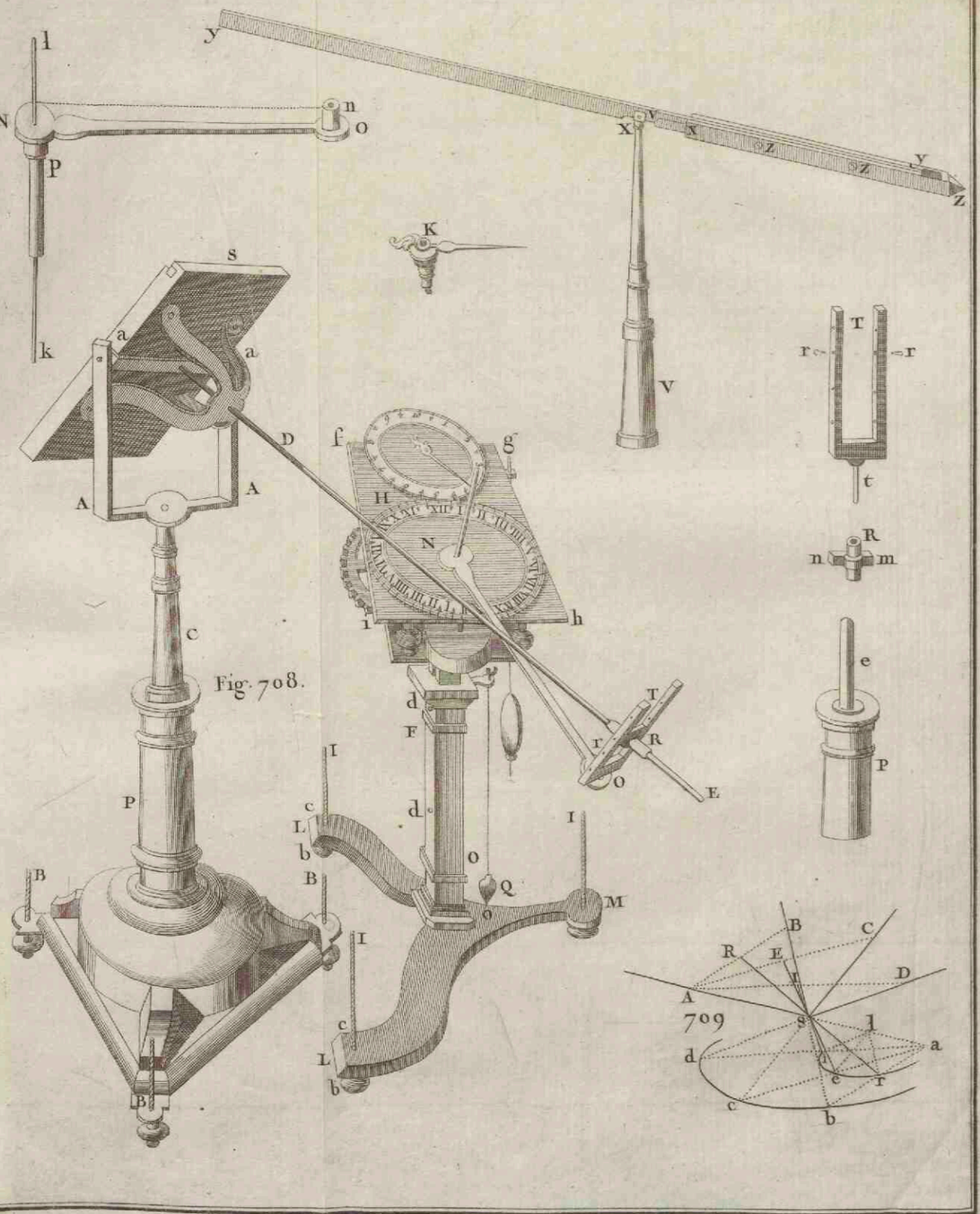
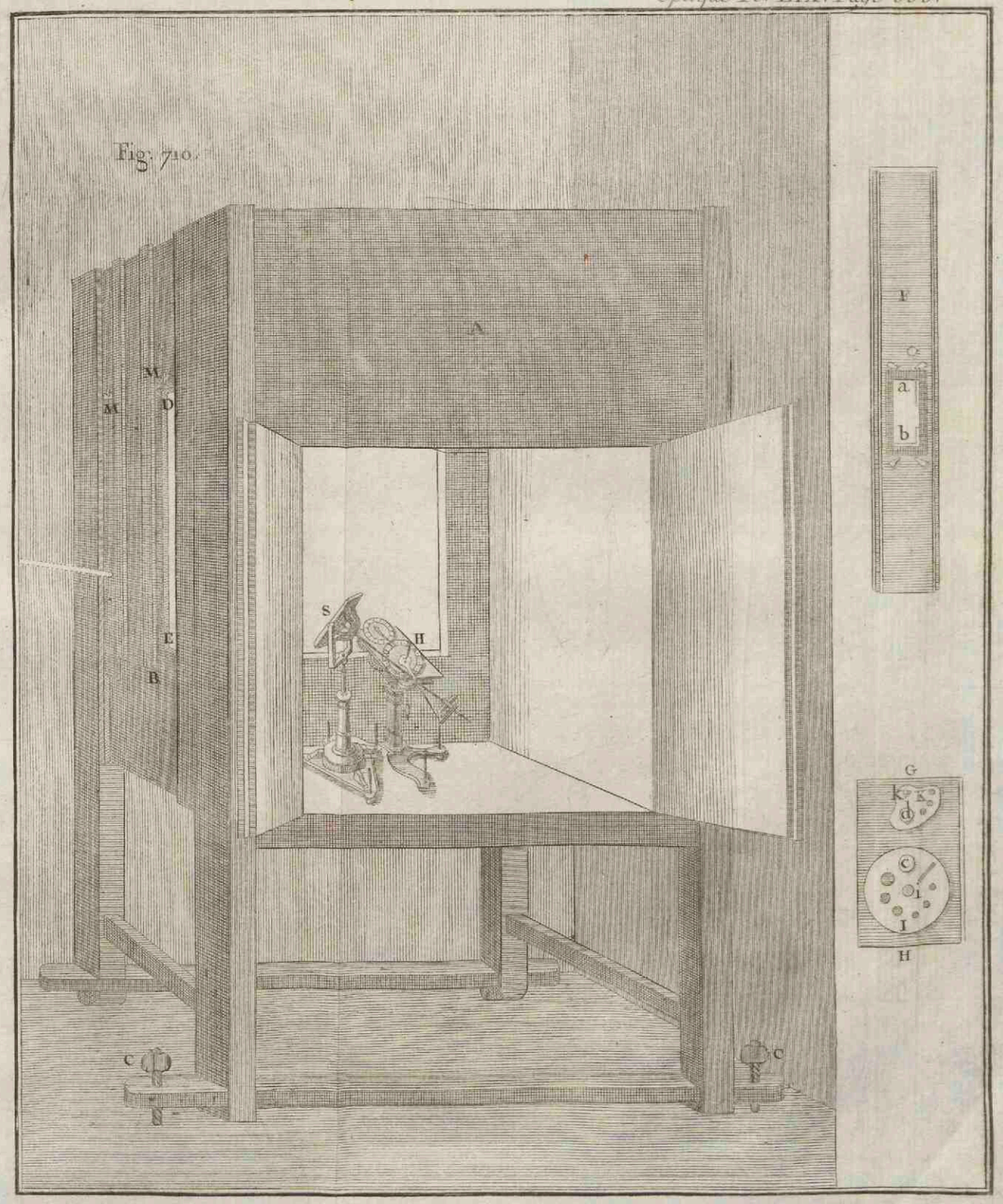

l
N
n
o
p
k
y
X
x
Z
z
Y
Z
K
V
s
a
a
A
A
C
P
B
B
D
f
g
H
N
h
i
d
F
I
c
L
b
B
d
o
Q
I
M
T
r
R
O
E
r
r
T
t
R
n
m
e
P
B
C
R
E
D
A
709
S
l
a
d
c
b
e
r

Fig. 708.

Fig. 710.



871. Nous avons expliqué comment il faut appliquer le coffre à la fenêtre (*Art. 867*). On remarquera cependant que cela ne se peut faire ainsi, si l'on veut faire des expériences à des heures où les rayons du soleil entrent très-obliquement par la fenêtre ; dans ce cas, il faut, pour que les rayons parviennent au miroir, que le coffre ne réponde qu'à une partie de la fenêtre ; le reste se ferme de la manière qu'on juge à propos : pour moi, je le couvre d'une étoffe pliée en sept, afin qu'il ne passe aucuns rayons du soleil.

CHAPITRE V.

Description de la Lunette aërienne.

872. ON a fait voir dans le IX.e Chapitre du Livre précédent que le seul moyen (connu jusqu'à ces derniers tems) de faire amplifier beaucoup les lunettes, est de les allonger considérablement ; ce qui les rend très-embarrassantes, & ne permet plus de pouvoir les manier qu'à l'aide de quelque machine, lorsque l'usage auquel on les destine demande qu'elles soient fort longues. On peut voir dans le *Machina cœlestis* d'Hevelius combien de différentes machines lui & les autres Astronomes avaient été obligés d'imaginer pour cet effet. Une difficulté si susceptible de nuire au progrès de l'Astronomie, fit naître au célèbre M.r Huyghens l'idée de l'en délivrer tout d'un coup par le retranchement presqu'entier du tuyau de la lunette dont il ne laissa subsister que deux portions très-courtes, dont l'une contenait l'objectif & était attachée au haut d'une longue perche, & l'autre renfermait l'oculaire & tenait à l'autre par un long cordon de soie par le moyen duquel on dirige les axes des verres vers l'objet. C'est cette ingénieuse invention, à laquelle on peut donner le nom de *Lunette aërienne*, que nous allons faire connaître, en inférant ici la description que son célèbre Auteur en a donnée.

873. Dans un endroit spacieux & bien à découvert, on plante perpendiculairement dans la terre un mât *ab* presque de la lon- Fig. 711.

gueur dont devrait être la lunette. Avant de planter le mât, on en applanit un côté & on y attache deux longues regles, paralleles entr'elles & éloignées l'une de l'autre d'un pouce & demi, de manière qu'elles forment un canal un peu plus large en dedans qu'en dehors, en prenant depuis le haut du mât juſqu'à 3 pieds du bas. Tout au haut de ce mât, au-deſſus de l'endroit où commence le canal, on fait une mortaiſe pour recevoir une poulie *a*, ſur laquelle on paſſe une corde *gg* deux fois plus longue que le mât, d'un demi-pouce environ de diametre. Et pour qu'on puiſſe monter au haut du mât, lorſqu'il en eſt beſoin, il faut y attacher, à intervalles égaux, des triangles de bois pour ſervir d'échelons. L'uſage de ce mât eſt d'élever l'objectif à une hauteur convenable, comme il ſuit.

874. Il faut diminuer des deux côtés ou d'un côté ſeulement une planche longue de deux pieds, de manière qu'elle puiſſe ſe mouvoir & couler librement dans le canal dont nous venons de parler. Cette planche doit porter à ſon milieu un bras de bois *e* ſaillant d'un pied hors du mât, & qui ſoutient à angles droits un autre bras *ff* d'un pied & demi de long, l'un & l'autre étant ſitués parallélement à l'horiſon. L'objectif doit ſe placer ſur une des extrémités de ce dernier bras; & le tout doit monter ou deſcendre par le ſecours de la corde dont on a parlé ci-deſſus, dont les extrémités ſont attachées au haut & au bas de la planche qui coule dans le canal; tout doit être contrebalancé par un plomb *h* fixé à la corde, de l'autre côté de la poulie, & à un endroit tel que le poids puiſſe être en haut, lorſque l'objectif eſt en bas & réciproquement; le plomb doit être conique par les deux bouts, afin qu'il ne s'arrête point aux échelons dont il a été queſtion ci-deſſus.

875. Voici comme on fixe l'objectif. On le renferme d'abord dans un tuyau *ik* de quatre pouces de long, d'étain ou de cuivre; on attache à ce tuyau, ou plutôt à un cercle qui l'entoure, un bâton fort droit, d'un pouce de diametre, qui le déborde par un bout, de 8 à 10 pouces. A ce bâton tient une petite boule de cuivre *m* par une petite tige qui communique de l'un à l'autre; cette boule eſt portée dans une portion de ſphere creuſe où elle s'emboîte, & dans laquelle elle peut ſe mouvoir librement ſans danger d'en ſortir. Cette portion de ſphere eſt faite de deux

pieces, ſerrées l'une contre l'autre par une vis, ce qui forme une eſpece de genou. Par ce moyen l'objectif & le bâton qui y eſt attaché peuvent ſe mouvoir en tout ſens ; & pour les tenir en équilibre, on attache à la partie inférieure du bâton, par un fort fil d'archal, un poids égal de plomb *n*, de ſorte qu'en pliant ce fil de côté ou d'autre, on peut aiſément faire tomber le centre de gravité du poids, de l'objectif & de tout ce qui y tient, au centre de la boule de cuivre ; alors tout ſe mouvra avec la plus grande facilité & demeurera dans telle poſition qu'on voudra. Ayant mis la tige du genou dans un trou au bout du bras *ff*, on attache au bout du bâton qui tient à l'objectif, un fil de ſoie, dont la longueur excede celle de la lunette, afin que ſon autre extrémité parvienne juſqu'à l'oculaire. Delà, lorſque l'objectif eſt élevé vers le haut du mât, ſi vous tirez doucement ce fil en tournant autour du mât, l'objectif obéira d'abord à ce mouvement, & ſe placera devant tel aſtre qu'il vous plaira ; ce qui ne pourrait jamais être exécuté ſans le mettre en équilibre, comme on a fait. Comme il eſt abſolument néceſſaire que le bâton attaché à l'objectif ſoit parallele au fil de ſoie, on attache pour cet effet au bout du bâton un court fil d'archal, que l'on courbe en en bas autant qu'il eſt néceſſaire pour que le bout où le fil eſt attaché, ſoit autant au-deſſous du bâton que le centre de la boule. On donnera plus bas la raiſon pour laquelle on fait uſage d'un reſſort flexible de fil d'archal.

876. Expliquons maintenant comment on place l'oculaire de manière qu'il réponde exactement à l'objectif ; ce que nous allons faire en peu de mots, le méchaniſme en étant preſque pareil à celui de l'objectif. On renferme auſſi l'oculaire *o* dans un tuyau fort court, attaché à un bâton *qu*, auquel on ſuſpend un petit poids *s* ſuffiſant pour contre-balancer le tout. On attache en *q* une poignée *r*, qui porte un petit axe qui la traverſe ; l'Obſervateur ſaiſit cette poignée, & tient le bâton *qp* dirigé vers celui d'en haut, par le moyen du fil de ſoie qui les joint & qui ſe roule ſur une cheville *t* attachée au milieu du bâton *qp* ; enſorte qu'en tirant doucement ſur ce fil, il eſt évident que les deux verres deviennent paralleles. La partie inférieure de ce fil paſſe au travers d'un petit trou fait avec un fil d'archal à l'extrémité ſupérieure *u* du bâton *qu* ; & l'Obſervateur en tournant la

cheville, racourcit ou allonge le fil de la quantité néceſſaire, pour mettre entre les verres l'intervalle qu'il doit y avoir pour voir diſtinctement.

877. Afin de tenir ferme l'oculaire, comme cela doit être, il eſt bon que l'Obſervateur, ſoit aſſis ou debout, appuye ſes bras ſur une machine faite de quelque bois léger, telle que celle qui eſt repréſentée dans la Figure.

878. Pour trouver un aſtre dans la lunette, lorſque les nuits ſont obſcures, je me ſers d'une lanterne *y* qui raſſemble la lumière & la rend beaucoup plus denſe, ſoit au moyen d'une lentille convexe, ſoit avec un miroir concave. Car faiſant tomber cette lumière ſur l'objectif qu'elle rend alors viſible, il eſt aiſé à l'Obſervateur de changer ſa place, juſqu'à ce qu'il apperçoive l'étoile couverte par le milieu de l'objectif; & alors il n'a plus qu'à appliquer l'oculaire. Tout cela ſe fait beaucoup plutôt que ſi on ſe ſervait d'une longue lunette qui aurait ſon tuyau. Lorſqu'il fait clair de lune, l'objectif eſt viſible ſans le ſecours de la lanterne. Mais ſi l'on veut regarder la lune avec cette lunette, il faut fixer autour de l'objectif une eſpece de diaphragme de carton, d'un diametre tel qu'il couvre un eſpace dans le ciel environ deux fois plus large que la lune; on met ce diaphragme pour intercepter la lumière qui paſſerait par les côtés de l'objectif, & qui, en ſe mêlant avec celle qui vient au travers de la lunette, dilaterait l'apparence des endroits lumineux & des parties obſcures du diſque de la lune.

879. Je vais préſentement répondre à quelques objections que ceux qui n'ont point employé ce méchaniſme pourraient faire. Premierement, on peut craindre que la petite courbure que le fil prend par ſon poids, particulierement lorſqu'il eſt de 100 ou 200 pieds, ne détruiſe le paralléliſme des deux verres; & en effet, cette crainte ſerait fondée, s'il était néceſſaire de ſe ſervir d'un fil fort & peſant; car alors il exigerait une force très-conſidérable pour le rendre droit dans un degré ſupportable. Mais l'objectif étant contre-balancé avec toute l'exactitude poſſible, comme on l'a vu, le fil le plus léger eſt capable de lui donner la direction requiſe. 50 pieds de la ſoie dont je me ſers ne peſent qu'une demi-dragme; & ce fil peut être tendu avec 7 livres de force, avant de rompre. Ainſi la petite courbure que prend

prend un fil de cette longueur & même beaucoup plus long, n'eſt point nuiſible, quoiqu'il ne ſoit tendu que par une force équivalente à 2 ou 3 livres ; ce qui eſt d'autant plus vrai que le paralléliſme géométrique des verres n'eſt nullement néceſſaire.

880. Car il certain que les forces requiſes pour tendre deux fils de même longueur, de manière que leur courbure ſoit égale, ſont comme les poids de ces fils. Par exemple, il faudrait exercer une force équivalente à 48 livres ſur un fil de 50 pieds, peſant une once, pour lui faire prendre une courbure égale à celle que trois livres de force font prendre à cinquante pieds du fil que j'emploie : car c'eſt la même choſe que ſeize fils, chacun d'une demi-dragme, ſoient tendus ſéparément avec trois livres de force, ou qu'ils compoſent un cordon d'une once, qu'on tende avec 16 fois trois livres ou 48 livres de force.

881. Mais on peut faire un examen plus approfondi de cette courbure par le ſecours de la Géométrie & de l'expérience. Car la courbure du fil peut, lorſqu'elle eſt auſſi petite, être conſidérée, ſans erreur ſenſible, comme une portion de parabole ; & ayant tendu horiſontalement 150 pieds de ce fil, avec un poids de deux livres & demi, je trouvai que le point le plus bas de ce fil était d'environ $\frac{1}{4}$ de pied au-deſſous du niveau de ſes extrémités. Soit ce fil repréſenté avec ſa forme parabolique par *abc*, & ſoit *db* la quantité dont le point *b* le plus bas de ce fil eſt au-deſſous de la droite *adc* qui joint ſes extrémités. Soient les lignes *ae*, *cf* tangentes de la parabole, rencontrant les lignes *ce*, *af* paralleles à *db*. Préſentement en regardant du point *a*, ſuivant la direction du fil, au point *e*, le rayon viſuel tombe en *e* environ un pied au-deſſous de *c* : d'où il ſuit que *db* était d'un quart de pied. Mais *ce* & *af* ſont égales : donc le fil *cba* dirige l'axe de l'objectif placé en *c*, non au point *a*, mais ſuivant la tangente *cf*, enſorte que l'œil en *a* eſt trop haut d'un pied ; ce qui ne produit aucun inconvénient, à la diſtance de 150 pieds ; car l'angle de déviation *cae* ou *acf* n'eſt que de deux cinquiemes de degré : quoiqu'il ſoit aſſez petit pour qu'on puiſſe le négliger en toute ſûreté, j'ai cru cependant devoir montrer comment on peut le corriger une fois pour toutes. Si l'on prend la diſtance *gh* double de *ac*, ou Fig. 712

de 300 pieds, enſorte que *gabch* puiſſe repréſenter cette ligne courbée telle qu'elle doit l'être par ſon poids, la quantité *kb* dont le point le plus bas eſt au-deſſous des extrémités, ſera quadruple de *db*; mais l'angle de déviation ne ſera que double du premier, c'eſt-à-dire, de quatre cinquiemes de degré, comme on le conçoit aiſément, en tirant la tangente *gl* qui rencontre la perpendiculaire *hl*. Car *hl* eſt quadruple de *kb* ou *ce*; mais *gh* était double de *ac*; donc l'on peut regarder l'angle de déviation *hgl* comme double du premier angle *cge*.

882. Préſentement quoique l'on puiſſe négliger ſans inconvénient cette erreur de 48 minutes, cependant, pour ôter tout ſcrupule, je vais faire voir comment on peut la corriger une fois pour toutes. L'objectif étant en équilibre de la manière qu'on a vu, & l'ayant mis au niveau de l'œil, tendez d'une main le fil de ſoie & appliquez-le contre votre œil; & tenant de l'autre main la lanterne à côté, éloignez-vous de l'objectif, en laiſſant gliſſer la corde entre vos doigts, & examinez s'il paraît, dans le milieu du verre, une double image de la bougie; & ſi cela arrive, lorſque vous êtes parvenu au bout du fil (ſa longueur étant égale à la diſtance focale du verre), c'eſt une marque certaine que le verre eſt dans ſa vraie ſituation. Mais s'il ne paraît qu'une des images de la bougie, le verre eſt mal ſitué, & il l'eſt plus mal encore, s'il n'en paraît aucune. En obſervant de quel côté du fil tombe la lumière réfléchie, il faut plier un peu vers le même côté, le fil d'archal qui eſt à l'extrémité du bâton attaché à l'objectif; & alors il faut que l'Obſervateur examine de nouveau la lumière réfléchie juſqu'à ce qu'il trouve que les deux images de la bougie coïncident à l'extrémité du fil, qui doit être tendu avec une force médiocre, comme de deux ou trois livres, à laquelle il faut qu'il tâche d'accoutumer ſa main. La poſition de l'objectif étant ainſi ajuſtée, ſervira pour obſerver à telle hauteur qu'on voudra.

883. Mais ſi on objecte que le vent peut embarraſſer beaucoup en courbant & agitant le fil, ſur-tout lorſqu'il eſt auſſi long que nous l'avons dit, on doit faire attention que des tuyaux fort longs ſont beaucoup plus expoſés au même inconvénient; enſorte qu'il eſt ſouvent impoſſible de faire aucune obſervation, tandis que le vent ſouffle, quoique modérément. Mais tout

le monde ſait qu'alors il y a un autre obſtacle qui en empêche: c'eſt que l'air, quoiqu'il paraiſſe ſérein, perd preſque toujours tellement de ſa tranſparence par les vents, qu'il n'en a plus aſſez pour qu'on puiſſe obſerver. Cela arrive auſſi quelquefois dans un air très-calme & très-ſérein, lorſque la ſcintillation des étoiles eſt très-forte par l'interpoſition de quelques vapeurs humides; ce qui eſt cauſe que les bords de la lune & des planettes paraiſſent dans la lunette dans un tremblement continuel, & détruit entierement la diſtinction avec laquelle on doit les appercevoir; enſorte qu'on aurait lieu de ſoupçonner la bonté des verres, ſi on ne les avait auparavant éprouvés dans un air plus favorable. Souvent il s'attache une humidité pareille à la ſurface de l'objectif, qui fait paraître l'objet ſombre : mais on peut prévenir cet inconvénient en chauffant le verre.

884. Si la lumière que donne la lanterne n'eſt pas ſuffiſante pour une grande diſtance, on peut l'augmenter, en ſe ſervant d'une bougie plus groſſe, ou bien en employant une lentille plus large & moins convexe, à proportion que l'objectif eſt plus éloigné.

885. Comme ceux qui n'ont point d'expérience ne peuvent trouver & ſuivre facilement un objet avec cette ſorte de lunette, & qu'on ne peut le leur montrer à moins que l'on ait quelque moyen de fixer l'oculaire, je vais décrire de quelle manière cela peut ſe faire, par le ſecours d'une petite machine placée ſur un ſupport porté ſur deux pieds. La partie ſupérieure de ce ſupport eſt repréſentée en *aa*, & un rhombe variable fait de plaques de cuivre, en *bb*, dont deux des côtés ſont prolongés au-delà de leur interſection *f* d'une quantité égale à ces côtés. Chacun d'eux eſt long de 5 pouces $\frac{1}{2}$, large d'un peu plus d'un pouce, & épais d'un dixieme. Ce rhombe eſt attaché au ſupport en *gg*, par une cheville de fer dont la plus grande partie eſt formée en vis, laquelle traverſe cet angle, & une plaque mince circulaire, un peu concave & écrouïe avec le marteau pour lui donner du reſſort; au moyen de laquelle le mouvement du rhombe autour de la cheville peut être égal & avoir le degré convenable de roideur. De l'angle ſupérieur & oppoſé du rhombe, ſort un petit axe d'un demi-pouce environ, à l'extrémité duquel eſt ſuſpendue une plaque mobile de 4 pouces de long Fig. 713.

& d'un demi-pouce de large, que l'on ne voit point, étant recouverte d'une piece de bois *d* de la même longueur, qui y eſt rivée. Dans un canal plus large en dedans qu'en dehors, fait dans la piece de bois, ſur le devant & ſuivant ſa longueur, eſt inſérée une autre plaque *e* qui porte, ſur un très-petit axe, le bâton & le tuyau où eſt l'oculaire; & le tout eſt retenu en équilibre ſur l'axe *f* par des poids convenables *h*, *h*, attachés aux extrémités des deux côtés prolongés du rhombe.

886. Les choſes étant ainſi arrangées, en quelque place que l'Obſervateur amene l'oculaire, au moyen de la piece *d*, on voit aiſément qu'il y demeurera & n'en ſortira point; ainſi l'Obſervateur ayant trouvé l'objet dans la lunette, ceux qui ne ſeront point expérimentés, n'auront plus qu'à prendre ſa place pour l'appercevoir. Car le ſupport étant placé de manière qu'il ſoit un peu incliné, la tenſion du fil qui joint les verres l'empêchera de tomber, quoiqu'il n'ait que deux pieds; & la peſanteur du ſupport ainſi incliné vers le ſpectateur, conſervera au fil la tenſion qu'il doit avoir; enſorte qu'on ne peut deſirer rien de plus commode. Le mien eſt haut de quatre pieds neuf pouces, & il peſe deux livres trois quarts. L'oculaire, le tuyau & le bâton peſent une demi-livre; le rhombe & ſon contre-poids peſent une livre un quart. J'entre dans ce détail en faveur de ceux qui voudraient ſe procurer un appareil ſemblable à celui que je viens de décrire, l'ayant trouvé, par expérience, extrêmement commode.

887. Cette méthode ſe peut perfectionner par un expédient très-utile dans différentes obſervations dont je vais parler. Cherchant avec le plus grand ſoin les Satellites de Saturne que M.r Caſſini a découverts, j'avais beaucoup de peine à les trouver, à moins que la nuit ne fût très-obſcure; ce qui provenait d'une faible lumière répandue dans l'air, qui paſſait par les côtés de l'objectif. Pour intercepter cette lumière, je mis autour de l'objectif le cercle de carton dont je me ſervais pour la lune; & en y réfléchiſſant davantage, je trouvai un autre expédient très-avantageux, c'était de regarder au travers d'un très-petit trou fait à une plaque mince que je mettais contre mon œil, pour corriger l'effet de la trop grande dilatation de la prunelle. J'apperçus auſſi-tôt très-clairement au travers de ce petit trou, trois Satellites de Sa-

turne; & ayant enſuite ôté la plaque, je ne pus appercevoir que celui du milieu, que j'avais découvert auparavant. Mais comme on ne trouve pas ſi aiſément l'objet, lorſque la prunelle eſt ainſi contractée, j'ai attaché cette petite plaque à un petit bras *k* qui ſe plie & qui tourne ſur un petit axe placé au bout du tuyau qui porte l'oculaire; ce bout-là eſt percé d'un trou plus large pour regarder au travers & trouver l'objet, avant de mettre deſſus la petite plaque dont il s'agit.

888. On pourrait croire que l'objet paraîtrait plus obſcur au travers d'un petit trou qu'à travers un grand; mais il eſt certain que ſi le diametre du petit trou eſt au diametre de l'ouverture de l'objectif, comme la diſtance focale de l'oculaire eſt à celle de l'objectif, on verra tout avec le même degré de clarté, au travers de la lunette, que ſi ce trou était ôté. Néanmoins il vaut mieux doubler cette largeur du trou, & même la rendre plus grande encore, afin d'avoir plus de facilité à trouver l'aſtre & le conſerver plus long tems. Le trou de la plaque que j'ai appliquée à ma lunette de 34 pieds, eſt d'environ un ſeizieme de pouce, & il eſt éloigné de l'oculaire exactement de 2 pouces $\frac{1}{2}$, qui en eſt la diſtance focale. Il faut placer ce trou préciſément en cet endroit, parce que ſi on le place par-tout ailleurs, on perd du champ de la lunette. On trouve aiſément l'endroit où il doit être, en l'approchant ou l'éloignant par le moyen du bras où il eſt attaché, après l'avoir placé d'abord à un demi-pouce environ du bout du tuyau.

889. Le diametre du cercle de carton doit être d'environ un quarante-cinquieme de la longueur de la lunette; & parce que l'interpoſition de ce cercle occaſionne quelque difficulté à trouver l'objet, pour remédier à cet inconvénient, j'éleve perpendiculairement, ſur le bâton attaché à l'oculaire, une regle *m* dont le haut eſt autant au-deſſus de l'axe de la lunette que le bord ſupérieur du cercle. Alors élevant l'œil juſqu'à ce qu'on puiſſe voir l'aſtre ſur le bord ſupérieur du cercle dont il s'agit, & mettant enſuite le haut de la regle dans la même ligne, on trouvera, après avoir ôté l'œil, l'aſtre dans la lunette ou très-proche: avec un peu d'uſage, cette méthode d'obſerver devient très-aiſée.

890. M.r de la Hire a auſſi imaginé une petite machine pour

conduire & disposer l'objectif, dont il donne la description suivante (*Mém. de l'Acad. des Sciences année 1715*) : je prends,
Fig. 714. dit-il, un billot de bois EF d'une médiocre grandeur & d'une grosseur proportionnée, & j'attache, sur la partie de dessus, deux especes de pattes GH, IK, terminées en verges par les bouts, & qui étant en lignes droites entr'elles, s'avancent au-delà du billot, & dont les milieux répondent au-dessus du billot. Après cela, je perce un trou au travers du billot, dans sa hauteur & vers le milieu, pour pouvoir y faire passer une tige de fer LM qui est arrêtée vers son extrémité L, dans le chassis ou dans la planchette $ABCD$ qui porte l'objectif V, & cette tige LM est perpendiculaire au côté DC de la planchette, & tend vers son milieu; ensorte que la planchette peut se tourner en tous sens par rapport au billot, mais il faut qu'elle demeure toujours éloignée du billot d'un pouce environ, en se mouvant; ce qu'on peut faire par le moyen de deux anneaux de bois qui sont posés sur le billot, au travers desquels passe la ligne LM, & où elle est arrêtée.

On attache encore au-dessous de la planchette, à ses extrémités C & D, deux petites regles NC, DN d'égale longueur qui se réunissent en N, vis-à-vis le milieu de CD ou S, & la ligne NS doit être perpendiculaire à la face de la planchette; & au milieu N de cette réunion, je plante un piton NR, qui est aussi long que la distance entre CD & le dessus du billot, sans y comprendre la tête de ce piton. C'est au-dessus de cette tête qu'on attache au piton une ficelle qui sert à faire mouvoir la planchette en tous sens, lorsqu'on la tire.

Il est facile de voir que cette machine n'est qu'un genou, puisqu'il en a tous les mouvemens, & que lorsque la ficelle sera bandée, la surface de la planchette & la face du verre V seront perpendiculaires à sa direction.

Cette machine a une grande commodité dans l'usage que j'en fais; car il n'y a qu'à planter deux cloux à crochet OP, en quelqu'endroit stable, & poser dessus les verges GH, IK, & c'est toute la préparation.

891. Pour trouver un objet promptement & sans secours, M.r de la Hire prescrit de faire un chassis avec un fil de fer circulaire d'un pied de diametre, avec quelques rayons de ce

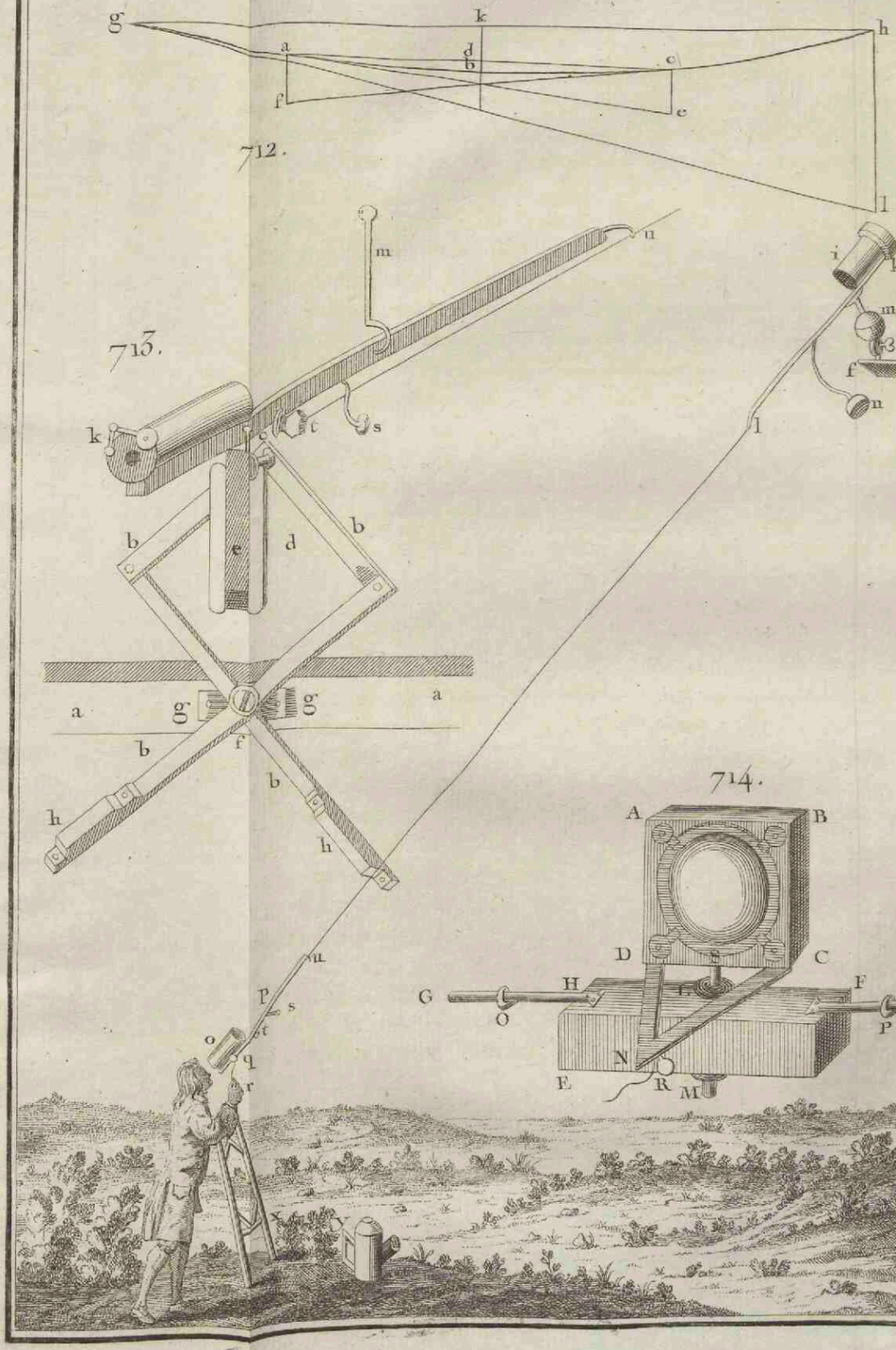

g
k
h
a
d
b
c
f
e
l
712.
713.
m
n
k
t
s
b
d
e
a
g
f
h
p
s
o
q
r
i
m
n
l
a
g
c
f
d
h
g
b
714.
A
B
D
C
G
H
F
K
O
P
N
E
R
M

Fig. 711.

même fil, lesquels aillent s'attacher au tuyau qui porte l'oculaire, de manière que le plan de ce chassis soit perpendiculaire à ce tuyau. Ensuite il tend sur ce chassis un papier délié qu'il imbibe d'huile d'olive pour le rendre transparent, ensorte que quand la petite peinture lumineuse de l'astre vient à rencontrer ce papier, l'Observateur peut l'appercevoir facilement au travers & la conduire sur l'oculaire*.

892. Il arrive quelquefois, dit M.r de la Hire à la fin de son Mémoire, que lorsqu'on est attentif à observer Jupiter ou Saturne, on s'apperçoit que ces astres perdent peu à peu de leur lumière, quoique le ciel paraisse fort serein, & cela arrive quand l'air est humide; car cette humidité s'attache alors sur l'objectif & le ternit entierement : on est donc obligé d'essuyer le verre, mais presqu'aussi-tôt il se ternit comme auparavant. Pour remédier à cet inconvénient, il faut renfermer le verre dans un tuyau fait de gros papier brouillard, qu'on attache sur le bord de la planchette, le faisant déborder des deux côtés du verre d'environ un pied; ce papier pompe l'humidité de l'air qui environne le verre.

* Il me semble que cette méthode de M.r de la Hire est insuffisante; car il est toujours possible, par des oculaires équivalens, de faire ensorte que le champ d'une lunette multiplié par sa puissance amplificative, soit à peu près égal au champ que l'œil nud peut embrasser : or cela ne se peut faire sans que le diametre de l'oculaire & sa distance à l'œil ne forment un angle égal à ce champ; tout ce qui dépassera donc le diametre de l'oculaire ne sera pas apperçu par l'œil dont la position est fixée. Il est inutile que je m'arrête à examiner les autres inconvéniens de cette méthode, qui augmentent en raison du racourcissement des lunettes, & sont faciles à appercevoir.

CHAPITRE VI.

Deſcription d'un téleſcope Newtonien fait par M.r Molineux pour Jean V, Roi de Portugal, & de quelques autres machines pour porter cette eſpece de téleſcope & le téleſcope Grégorien.

Fig. 715. 893. *ABC* repréſente une table triangulaire ſupportée par le globe *D*, le tout ſervant à porter l'inſtrument. Cette table peut s'ôter en deſſerrant trois vis de fer qui ſont à ſes trois angles. En *E* eſt repréſentée une petite clef, avec laquelle on fait aller un rouage caché ſous la table, qui ſert à donner un mouvement circulaire horiſontal au pied *F*, placé au milieu & au tuyau *HIKL* que porte ce pied. Si le rouage vient à ſe déranger, on peut, en ôtant la table, le remettre en état. En *G* eſt repréſentée une autre clef au moyen de laquelle on donne au tuyau le mouvement dans le ſens vertical; enſorte que l'Obſervateur aſſis au bout *C* de la table, ſa droite contre le côté *AC* de cette table, peut, en tournant les clefs *E* & *G*, donner avec facilité au tuyau telle direction qu'il jugera à propos, & par-là ſuivre très-commodément les mouvemens des corps céleſtes.

894. Le téleſcope eſt compoſé de deux miroirs de métal & d'un oculaire, placés bien exactement aux endroits convenables dans le tuyau *HIKL* ouvert par le bout *HL*. Le grand miroir concave *ik* doit être placé dans le tuyau, en *IK*, où ſont fixées trois petites pieces de bois, contre leſquelles la ſurface du miroir étant appliquée, l'axe de réflexion tombera dans l'axe du tuyau. Dans la plaque de cuivre qui ferme cette extrémité du tuyau, ſont trois vis* deſtinées à retenir le miroir dans cette ſituation. Quant à ce qui concerne ce miroir & la manière de le placer dans le tuyau, il y a pluſieurs précautions néceſſaires à

* On a reconnu que ces vis pourraient quelquefois forcer le miroir, & lui donner une ſituation gênée; ce qui ne pourrait manquer de défigurer l'image ou la rendre confuſe : auſſi en a-t-on abandonné l'uſage.

prendre.

prendre. 1°. Il ne faut jamais le toucher que par le moyen d'une eſpece de manche *l* qu'on y viſſe par derriere, & qui eſt proportionné au trou dont il eſt percé. 2°. Il faut bien ſe donner de garde de ſouffler deſſus, & ne l'expoſer à l'air humide qu'auſſi peu qu'il eſt poſſible. Si quelque choſe de cela arrive, il faut l'eſſuyer avec un linge ſéché devant le feu; on peut encore le nettoyer avec un morceau de vieux linge trempé dans l'eſprit de vin, pourvu qu'on ne l'ait pas laiſſé s'évaporer; car alors il reſterait deſſus une craſſe humide ſuſceptible de nuire à la beauté du poli. 3°. Lorſqu'on ne s'en ſert pas, il faut le garder dans une boîte, ſur un morceau de verre plan fixé au fond de la boîte, la ſurface tournée en bas.

895. Le miroir fait partie d'une ſphere dont la moitié du rayon eſt de deux pieds deux pouces. Selon les loix de la réflexion, un défaut quelconque dans ſa figure produira une irrégularité environ ſix fois plus grande, dans l'image formée à ſon foyer, que celle qu'occaſionnerait un défaut ſemblable dans une lunette ordinaire. Nous avons trouvé par expérience qu'un défaut plus petit qu'un millieme de pouce, eſt capable d'en gâter la figure; de ſorte qu'il faut avoir grand ſoin, en plaçant le miroir dans le tuyau, contre les petites pieces de bois dont on a fait mention ci-deſſus, de tourner doucement les trois vis qui ſont dans la plaque *IK*, & ſeulement autant qu'il eſt néceſſaire pour que le miroir appuye légerement contre les pieces de bois; car le moindre effort des vis contre le derriere du miroir pourrait altérer conſidérablement ſa figure. Il y a auſſi une piece de bois *m* percée d'un trou rond *p*, à laquelle tient une petite tige de cuivre *n*, qui porte le petit miroir *o* qui eſt plan. Il faut, lorſqu'on ne ſe ſert pas de ce miroir, le tenir enveloppé pour le garantir de l'attouchement de l'air. Lorſqu'on veut ſe ſervir du téleſcope, on le place dans le tuyau par l'ouverture *M* qui eſt de la grandeur néceſſaire pour recevoir la piece carrée dont nous venons de parler. Tout étant placé avec le ſoin convenable, le petit miroir aura ſon centre dans l'axe du grand & réfléchira les rayons qui lui ſont réfléchis par ce grand miroir, au trou rond *p* de la piece carrée dont on a parlé, dans lequel un des deux oculaires *q* doit être placé avec ſa boîte; & alors l'inſtrument eſt prêt & on peut s'en ſervir.

896. Il faut donc que l'Obſervateur regarde par le côté du tuyau en *M*, & alors il voit les objets qui ſont à ſa gauche. Il eſt bon de donner ici quelques avis concernant le petit miroir. En l'ôtant & en le mettant dans la boîte où on le conſerve, il faut ſe donner de garde de ſecouer ou de plier la tige ; car le plus petit accident de cette eſpece ſuffira pour le déranger. Il y a trois vis qui lui ſont appliquées par derriere ; celle du milieu le fait tenir à la tige ; les deux autres ne font que preſſer ſur le derriere de ce miroir, & ne ſervent que pour lui procurer une ſituation telle qu'il faſſe exactement 45° avec l'axe du grand miroir. Cette ſituation lui a déja été donnée ; mais s'il vient à la perdre par quelque ſecouſſe ou par quelqu'autre accident, on pourra la lui rendre au moyen de ces vis. Car toutes les fois qu'on ſe ſert de cet inſtrument, il eſt abſolument néceſſaire de s'aſſurer ſi ce miroir eſt bien exactement ſitué comme il doit être.

897. Il y a deux oculaires pour cet inſtrument ; avec celui qui a la plus grande ouverture, il amplifie autant qu'une lunette ordinaire d'environ 20 ou 22 pieds ; & avec l'autre qui a le moins d'ouverture, il amplifie autant & repréſente les objets avec autant de netteté qu'une lunette de 35 ou 40 pieds.

898. J'ai remarqué, en comparant les effets de cet inſtrument avec ceux d'une lunette de cette longueur, que l'imagination s'y trompe toujours. Car quoique, tant par la petiteſſe des parties viſibles de l'objet qu'on obſerve, que par la proportion entre la diſtance focale de l'oculaire dont on ſe ſert & celle du grand miroir, on puiſſe démontrer que ce téleſcope repréſente l'objet avec plus de netteté & l'amplifie davantage qu'une lunette de 35 pieds, on croira cependant toujours que la lunette l'emporte ſur le téleſcope. Peut-être ceci doit-il être attribué à l'œil qui ſe trouve obligé de regarder par un petit trou ; on pourrait peut-être apporter quelques autres raiſons de cette ſinguliere mépriſe ; mais je n'ai pas beſoin d'en parler davantage, car on trouvera certainement, en y réfléchiſſant, que ce n'eſt qu'une mépriſe, qui vraiſemblablement eſt générale.

899. Voici comme on parvient à voir diſtinctement dans cet inſtrument. En *P* eſt un bouton rond d'yvoire, & en *Q* eſt repréſentée une petite cheville d'yvoire qu'on peut voir avec un

petit fil blanc qui y eſt attaché, au bout du tuyau *H*. Ce fil eſt attaché par l'autre bout dans l'intérieur du tuyau, & fait, vers ſon milieu, un tour ſur l'extrémité intérieure du bouton *P*; par cette diſpoſition on peut, en tournant le bouton *P*, approcher ou éloigner du grand miroir la piece de bois d'ébene *NO* (qui eſt faite pour gliſſer ſur le côté du tuyau) avec le petit miroir & l'oculaire qui eſt appliqué en *M*; au moyen de quoi on peut mettre entre les deux miroirs la diſtance convenable & trouver quand l'apparence de l'objet eſt diſtincte, ſuivant les différentes diſtances du même objet, & les forces diverſes des yeux des différens Obſervateurs; à l'occaſion de quoi on remarquera que cette variété, dans les yeux de différentes perſonnes, ſera beaucoup plus ſenſible, dans cet inſtrument, par la grande force amplificative de l'oculaire, que dans une lunette. Mais la vraie diſtance des miroirs ſe trouve immédiatement dans tous les cas, en tournant la cheville *P* très-doucement & très-lentement; & cette diſtance étant trouvée une fois, relativement aux corps céleſtes, pour l'œil de l'obſervateur, on peut faire une petite marque ſur la piece *NO* & ſur le bord du tuyau, pour ramener une autrefois cette piece promptement & ſans difficulté à la place où elle doit être. Par le moyen de la cheville *Q*, on peut tendre ou relâcher le fil pour faire gliſſer la piece *NO* plus aiſément ſuivant que l'occaſion le demandera. L'un ou l'autre des oculaires étant appliqué dans le trou cylindrique *p* de la piece carrée *mp*, on peut auſſi l'approcher ou l'éloigner du foyer, en tournant le petit tuyau *q*, dans lequel on les met, qui pour cet effet eſt formé extérieurement en vis à pas fort petits. On peut auſſi ſe procurer, au moyen de tout cela, une viſion diſtincte, ſuivant l'étendue de la vue qu'on a, ſans mouvoir la piece entiere *NO*.

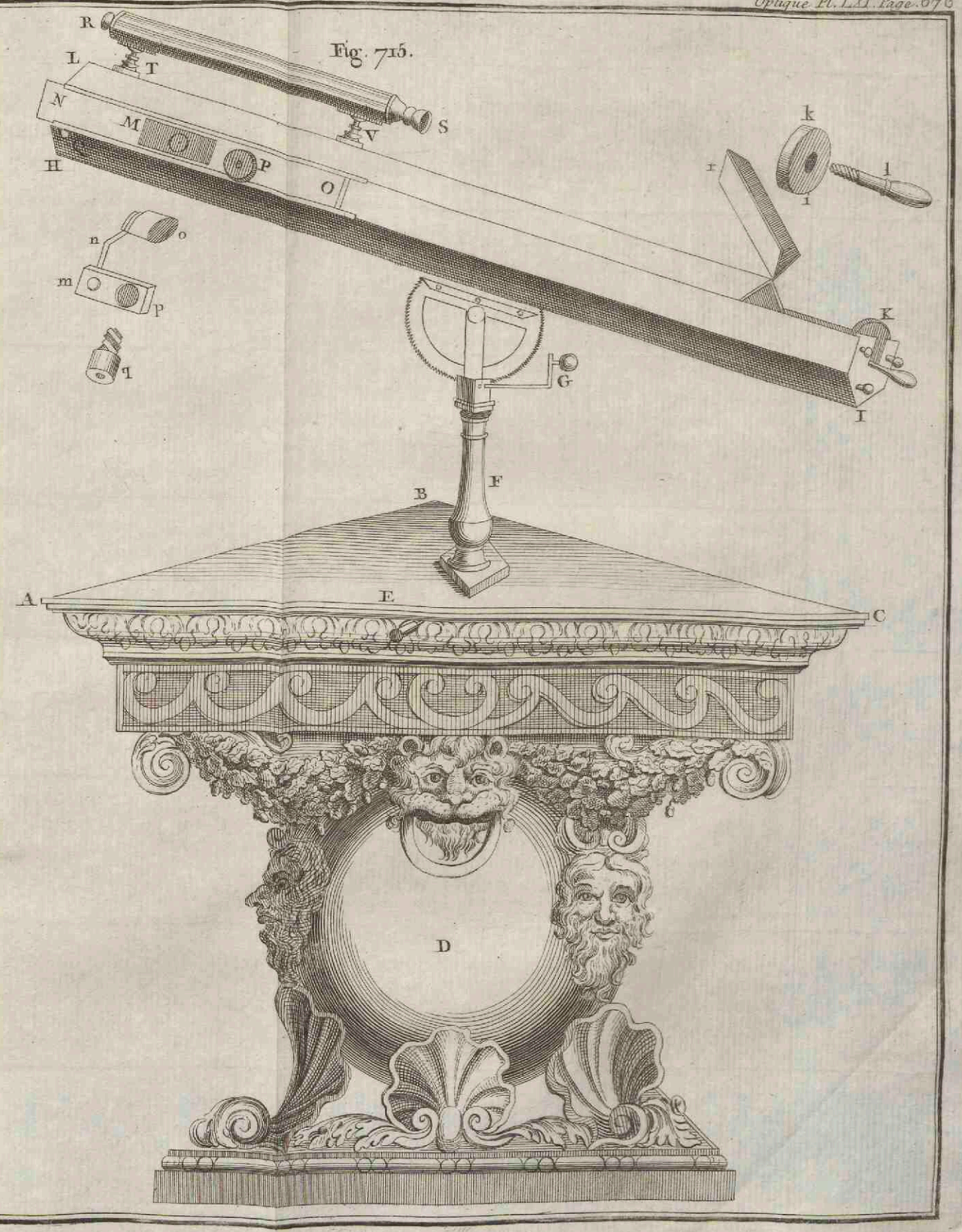
900. *RS* repréſente une petite lunette dont l'axe eſt parallele à l'axe du téleſcope. Elle a à ſon foyer deux fils qui ſe croiſent, & elle ne ſert que pour trouver plus aiſément l'objet qu'on veut appercevoir dans le téleſcope. Ayant appliqué l'œil en *S*, tournez les clefs *E* & *G*, juſqu'à ce que le point de l'objet qu'on veut regarder dans le téleſcope, tombe exactement ſur les fils; alors appliquant l'œil au téleſcope en *M*, on verra le même objet; ſur quoi on obſervera que comme l'inſtrument

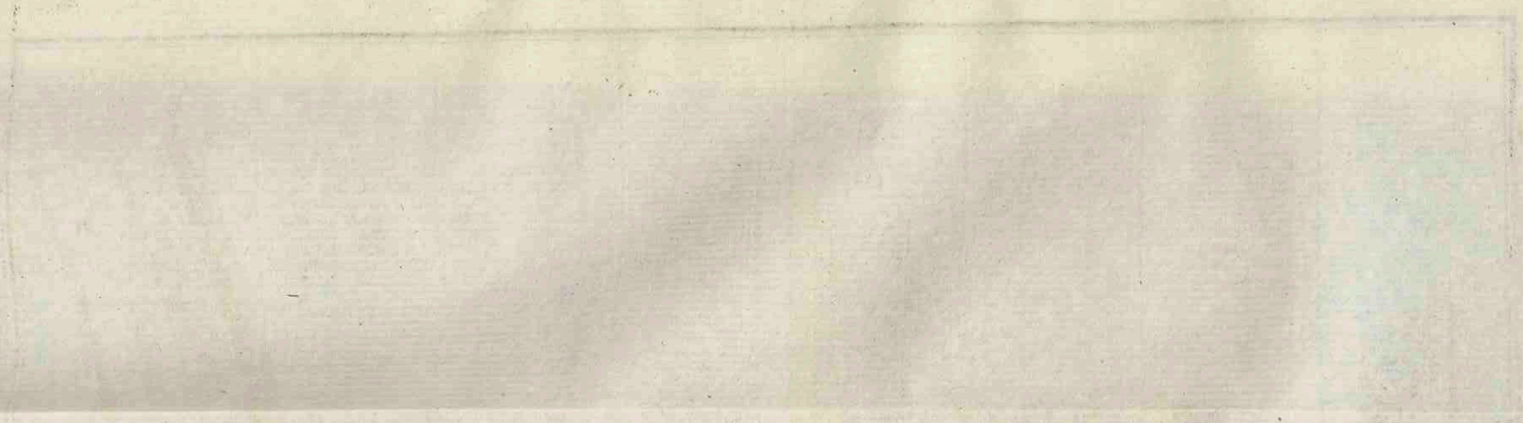
peut aiſément ſe mouvoir avec ſon pied, il faut, pour obſerver le plus commodément qu'il eſt poſſible, mettre le téleſcope perpendiculaire au côté AC, & ſe placer près de C, la droite contre ce même côté AC, ainſi qu'on l'a déja dit. On peut mettre la clef G dans le pied F par le côté qui ſera le plus commode. Les petits piliers T & V qui portent la lunette RS, ont de petites vis; en deſſerrant les vis du pilier T, on peut changer horiſontalement la direction de la lunette RS, en la pouſſant avec la main de côté ou d'autre, ſuivant que l'occaſion l'exige, après quoi on les reſſerre. Les vis du pilier V ſervent, avec une piece à reſſort de cuivre que porte ce pilier, à changer ſa hauteur en les deſſerrant ou en les reſſerrant, pour rétablir le paralléliſme des tuyaux, au cas qu'ils ayent été dérangés par quelqu'accident. Il convient, en obſervant, de ne point toucher à la table, & de mouvoir ſeulement les clefs, ſuivant que le mouvement de l'aſtre obſervé l'exige; car dans un inſtrument qui amplifie beaucoup, le moindre mouvement, la moindre ſecouſſe eſt auſſi amplifié proportionnellement & eſt très-incommode.

901. En conſidérant les effets de ce téleſcope, il faut remarquer que pour voir clairement, l'air doit être clair, égal & tranquille. Car s'il y a quelques vapeurs en mouvement dans l'atmoſphere, ce qui arrive ſouvent, quoique la nuit paraiſſe claire à la vue ſimple, elles ſeront cauſe que l'objet ne paraîtra plus diſtinctement; & ſouvent il arrive qu'à cet égard l'air éprouve un changement ſi ſubit & ſi grand, que dans l'intervalle de 3 ou 4 ſecondes, l'objet paraît très-diſtinct & très-confus; même l'air eſt quelquefois tellement variable, que l'objet qu'on voyait clairement, ne ſe voit plus dans un inſtant que confuſément, & auſſi-tôt réparaît avec clarté. C'eſt pourquoi il faut commencer par s'accoutumer aux apparences des objets terreſtres leſquels paraiſſent comme flottans dans l'air, en les regardant le jour dans le téleſcope, afin de ne point ſe laiſſer tromper la nuit par les apparences des planettes qui ſemblent avoir un mouvement d'ondulation, & ne point ſe perſuader par-là que cet inſtrument ne réuſſit pas ſi bien qu'il eſt certain qu'il fait dans un air pur & tranquille.

902. La Figure 716.^{e} repréſente une autre machine pour

Fig. 716.





donner le mouvement horiſontal & le mouvement vertical au téleſcope. Cette machine eſt de l'invention de M.r Halley, à quelques changemens près que l'expérience y a fait faire. *ab* eſt une planche oblongue, portée ſolidement ſur quatre pieds *c*, *d*, *e*, *f*; mais les deux premiers *c*, *d* ſe réuniſſent en bas & ne forment plus qu'un pied unique, enſorte que la machine reſte ſur trois pieds liés enſemble par une forte planche triangulaire *g* parallele à la planche *ab*. Entre les extrémités poſtérieures de ces planches, paſſe un fort axe de bois *hi*, armé à ſon extrémité inférieure, d'une pointe d'acier qui entre dans un petit creux de forme conique fait au bout d'une eſpece de cheville de cuivre *k*, qui entre à vis dans la planche inférieure *g*. L'extrémité ſupérieure de l'axe *hi* entre dans une large entaille *plmq* faite au bout de la planche ſupérieure *ab*, repréſentée ſéparément au-deſſous de la Figure : en cet endroit l'axe *hi* eſt entouré d'un cercle de cuivre *n* bien poli & qui y eſt ſolidement attaché; ce cercle eſt touché en deux endroits par deux pieces d'acier polies qui entrent dans les côtés de l'entaille *lm*, & dans un troiſieme *o*, par la convexité d'un arc *poq* qui fait reſſort, & qui eſt preſſé contre cet axe par les têtes de deux vis qui entrent dans le bout de la planche. Il y a au haut de cet axe *hi* une autre planche *rs* parallele à *ab*, ſolidement attachée; ſous ſon extrémité antérieure qui déborde un peu la planche *ab*, eſt attachée une petite piece *t* qui eſt jointe à l'axe *hi* par les bras *v*, *x*; enſorte que cet aſſemblage forme une eſpece de grue, qui en tournant autour de l'axe *hi*, donne un mouvement horiſontal au tuyau du téleſcope, qui eſt porté ſur deux tourillons qui ſe logent dans deux entailles formées dans deux plaques de cuivre viſſées au haut des deux joues de bois *y*, *z* attachées perpendiculairement ſur les côtés oppoſés de la planche *rs*. Ce mouvement ſe communique par degrés, en tournant la tête d'une cheville *r*, qui traverſe la planche *rs* & va raſer le bout de la planche *ab*. Pour cet effet, cette extrémité a la forme d'un arc concentrique à l'axe; & à l'un des bouts de cet arc eſt attachée une ficelle, qui étant appliquée ſur la convexité de l'arc, & faiſant un tour ſur la cheville *r*, va enſuite s'attacher à une cheville *a* à l'autre bout de l'arc & l'envelopper, enſorte que par le moyen de cette cheville, on peut la reſſerrer. Fig. 716.

903. L'extrémité postérieure du tuyau du téleſcope s'incline par l'excès du poids du miroir qu'elle renferme. Et alors par le moyen d'un cordon de ſoie 1, 2, 3, retenu par un bout à un crochet 1 attaché ſous l'extrémité antérieure du tuyau, & paſſant enſuite ſous une poulie 2 fixée à la planche mobile *rs*, puis s'enveloppant ſur un cylindre 3, 4, qui tourne dans deux trous faits dans les joues *y*, *z*; par le moyen de ce fil, dis-je, le tuyau eſt élevé ou abaiſſé par degrés, en tournant le bouton 4 qui eſt au bout du cylindre, au mouvement duquel on peut donner un dégré convenable de roideur, en preſſant deux arcs de cuivre 5, 6, ſemblables à des pincettes, contre l'autre extrémité du cylindre, par une vis qui paſſe à travers leurs branches, comme on le voit repréſenté à côté de la Figure. Le tuyau du téleſcope devrait avoir été tracé octogone; & l'on a omis de repréſenter, ſous la planche *ab*, un tiroir dans lequel on ſerre les miroirs & les oculaires, lorſqu'on ne s'en ſert point.

904. Il y a une petite machine pour porter le téleſcope de Grégori, dont M.r Halley a amené l'uſage pour des téleſcopes de 16 pouces de long, qui eſt compoſée de cette manière. La Fig. 717. baſe du pied eſt une planche épaiſſe *a* portée ſur 4 petits pieds de cuivre, dont un *p* eſt une cheville faite en vis qui traverſe la planche & ſert à l'établir ſolidement ſur un plan inégal quelconque; *b* eſt une regle de bois d'environ un pied de long, fixée perpendiculairement dans la planche *a*, & *cd* eſt un bras de cuivre qui y eſt viſſé; *de* eſt une piece de cuivre qui tourne autour de l'extrémité du bras *cd* & que l'on arrête avec la vis *d*; *e* eſt une portion de ſphere creuſe, dans laquelle eſt logée une boule de cuivre qui s'y meut en tous ſens, & qui y eſt ſerrée par une vis ou deux, qu'on n'a point repréſentées ici. Cette boule porte une petite tige laquelle eſt attachée au milieu d'une longue piece de cuivre *fg*, qui eſt fixée ſur le tuyau *hi* par les vis *f*, *g*. Ainſi on a la faculté de mouvoir le tuyau par degrés, de le mettre dans telle poſition qu'on veut & de l'y arrêter. Le grand miroir eſt placé au fond du tuyau *hik*; le petit eſt porté à l'extrémité d'une petite tige de cuivre qui entre dans le tuyau par une fente en *h*. L'extrémité de cette tige qui eſt en dehors du tuyau, eſt percée d'un trou dans lequel entre à vis une tringle *hik* diſpoſée ſuivant la longueur du tuyau; en

tournant cette tringle par le bouton *k*, l'Obſervateur approche ou éloigne la tige qui porte le petit miroir & par conſéquent le petit miroir lui-même, pour voir diſtinctement les objets, ſelon leurs différentes diſtances, ou ſelon l'étendue de ſa vue, pendant qu'il regarde par le bout *l* du petit tuyau qui eſt viſſé dans le bout du grand & contient les oculaires. Quand on ſe ſert de ce téleſcope chez ſoi, on peut placer le pied *ab* ſur une table près de la fenêtre, ou ſur le bord de la fenêtre; mais lorſqu'on s'en ſert dehors, on peut laiſſer le pied. Car on n'aura qu'à faire un trou à un arbre ou à quelque piece de bois, avec une tariere *m*, & y introduire le bout *c* du bras *cd*, qui eſt formé en vis.

CHAPITRE VII.

Deſcription de l'Octant de M.r Halley.

905. CEt inſtrument eſt fait pour ſervir dans le cas où le mouvement des objets ou quelque circonſtance qui empêche que les inſtrumens ordinaires ne ſoient parfaitement ſtables, rend les obſervations difficiles & incertaines.

906. Cet inſtrument eſt fondé ſur ce principe de Catoptrique ſi connu, que ſi des rayons de lumière, divergens ou convergens, ſont réfléchis par un miroir plan, leur point de concours, après la réflexion, eſt de l'autre côté du miroir à la même diſtance que le point où ils concourent avant leur incidence, & qu'une perpendiculaire au miroir, qui paſſe par un de ces points, paſſe par tous les deux. Delà, il ſuit que ſi les rayons qu'envoie un point quelconque d'un objet, ſont réfléchis ſucceſſivement par deux miroirs plans, un plan perpendiculaire à l'un & à l'autre, qui paſſe par le point d'où partent les rayons, paſſera auſſi par chacune des deux images produites par les réflexions, & que ces trois points ſeront à égales diſtances de l'interſection commune des plans des deux miroirs & de ce troiſieme plan : & ſi on conçoit deux lignes menées par cette interſection, l'une du point de l'objet qui envoie les rayons,

l'autre de l'image produite par la seconde réflexion, ces lignes formeront un angle double de celui que font les deux miroirs.

Fig. 718. 907. Soient *RFH* & *RGI* les sections du plan de la Figure & des deux miroirs *BC* & *DE* élevés perpendiculairement sur ce plan, lesquelles se rencontrent en *R*; ce point sera celui où la section commune de ces miroirs, perpendiculaire à ce même plan, le rencontre; & *HRI* est l'angle de leur inclinaison. Soit *AF* un rayon parti d'un point quelconque d'un objet *A*, tombant au point *F* sur le premier miroir *BC*, d'où il se réfléchit suivant la ligne *FG* & va tomber en *G* sur le second miroir *DE* qui le réfléchit suivant la ligne *GK*; prolongez *GF* & *KG* de l'autre côté des miroirs, l'une en *M* & l'autre en *N*, images successives du point *A*; & menez *RA*, *RM* & *RN*.

908. Puisque le point *A* est dans le plan de la Figure, le point *M* y sera aussi. *FM* est égale à *FA*, & l'angle *MFA* est double de *HFA* ou *MFH*; par conséquent *RM* est égale à *RA*, & l'angle *MRA* est double de l'angle *HRA* ou de *HRM*. De même le point *N* est aussi dans le plan de la Figure; *RN* est égale à *RM*, & l'angle *MRN* est double de l'angle *MRI* ou *IRN*; si l'on retranche l'angle *MRA* de l'angle *MRN*, l'angle restant *ARN* est égal au double de la différence des angles *MRI* & *MRH* ou au double de l'angle *HRI* que font ensemble les deux miroirs; & les lignes *RA*, *RM* & *RN* sont égales.

909. COROLL. I. Quoique les deux miroirs tournent autour de leur axe *R*, l'image *N* continuera d'être au même endroit, tant que le point *A* demeurera élevé sur le miroir *BC*; pourvu que ces miroirs fassent toujours le même angle.

910. COROLL. II. Si l'œil est placé au point *L* où *AF* prolongée coupe *GK*, l'angle *ALN*, que le point *A* & le point *N* lui paraîtront former, sera égal à l'angle *ARN*. Car l'angle *ALN* est la différence des angles *FGN* & *GFL*; & *FGN* est double de *FGI* & *GFL* double de *GFR*, par conséquent leur différence est double de *FRG* ou *HRI*; ainsi *L* est dans la circonférence d'un cercle qui passe par *A*, *N* & *R*.

911. COROLL. III. Si la distance *AR* est infinie, les points *A* & *N* paraîtront former le même angle, en quelques endroits de la figure que l'œil & les miroirs soient placés; pourvu que ces

que ces miroirs faſſent toujours le même angle, & que leur interſection commune demeure parallele à elle-même.

912. COROLL. IV. Toutes les parties d'un objet qu'on apperçoit après deux réflexions ſucceſſives, de la manière qu'on a dit, paraîtront dans la même ſituation que ſi elles avaient tourné enſemble autour de l'axe *R* (ces parties conſervant leurs diſtances reſpectives, ainſi que leurs diſtances par rapport à l'axe), dans le ſens *HI*, c'eſt-à-dire, dans le ſens oppoſé à celui de l'inclinaiſon du miroir *DE* ſur le miroir *BC*.

913. COROLL. V. Si l'on ſuppoſe les miroirs au centre d'une ſphere infinie; les objets ſitués dans la circonférence d'un grand cercle auquel la ſection commune des miroirs eſt perpendiculaire, paraîtront, après les deux réflexions, en des endroits de cette circonférence, tels que l'arc compris entr'eux & ces endroits, ſera double de celui qui meſure l'angle que font les miroirs, comme on a dit ci-deſſus. Et les objets ſitués hors de ce cercle, paraîtront en des endroits de la circonférence de celui où ils ſont, parallele à ce cercle, tels que l'arc de cette circonférence compris entr'eux & ces endroits, ſera ſemblable à l'arc de grand cercle dont nous venons de parler; ainſi la diſtance de l'endroit où ils paraiſſent, à celui où ils ſont, ſera meſurée par un arc de grand cercle dont la corde eſt à celle de l'arc égal au double de l'inclinaiſon des miroirs, comme les coſinus de leurs diſtances reſpectives à ce cercle ſont au rayon; & ſi ces diſtances ſont très-petites, la différence entre la diſtance de l'endroit où paraît un de ces objets à celui où il eſt ſitué, & la diſtance des endroits où l'on voit les objets qui ſont dans la circonférence du grand cercle dont il s'agit, aux endroits où ils ſont, ſera à un arc égal au ſinus verſe de la diſtance de cet objet à ce cercle, à peu près comme le double du ſinus de l'angle formé par les miroirs, eſt au coſinus de ce même angle.

914. Soit *OBC* repréſentant une ſphere infinie, au centre *R* de laquelle ſont placés deux miroirs inclinés l'un à l'autre, ſous tel angle qu'on voudra, & dont la ſection commune coïncide avec le diametre *ORC*. Soit *BAN* la circonférence d'un grand cercle, au plan duquel la ſection commune des miroirs *ORC* eſt perpendiculaire, & dont *BR* eſt le rayon : ſoit *bax* Fig. 719.

degrés qu'il contient, eſt diviſé en 90 parties ou moitiés de degrés, dont chacune répond à un degré entier dans l'obſervation. Cet inſtrument a une regle mobile *ML* autour de ſon centre, pour marquer les diviſions; ſur cette regle eſt fixé, près du centre, un miroir plan *EF* perpendiculaire au plan de l'inſtrument, & faiſant avec une ligne tirée dans le milieu de la regle, l'angle qui eſt le plus propre aux uſages particuliers auxquels cet inſtrument eſt deſtiné (pour un inſtrument fait conformément à la Figure 720, l'angle *LFM* doit être d'environ 65°). *IKGH* eſt un autre petit miroir plan, fixé ſur un endroit de l'octant, tel que le demandera l'uſage particulier qu'on en veut faire, & ayant ſa ſurface dirigée de manière que lorſque la regle eſt ſituée ſur le premier point des diviſions, c'eſt-à-dire, en 0°, elle puiſſe être exactement parallele à celle de l'autre; ce miroir étant tourné vers l'Obſervateur, tandis que l'autre eſt tourné vers le côté oppoſé. *PR* eſt une lunette attachée ſur un côté de l'octant, ayant ſon axe parallele à ce côté & paſſant près du milieu d'un des bords *IK* ou *IH* du miroir *IKGH*; enſorte que la moitié de l'objectif peut recevoir les rayons réfléchis par ce miroir, tandis que l'autre moitié peut recevoir ceux qui viennent d'un objet éloigné. Les deux miroirs doivent auſſi être diſpoſés de manière qu'un rayon venant d'un point proche du milieu du premier miroir, puiſſe tomber ſur le milieu du ſecond ſous un angle de 70° ou environ & en ſoit enſuite réfléchi parallélement à l'axe de la lunette, & que les rayons qui viennent de l'objet, puiſſent parvenir au miroir *EF*, en paſſant par le côté *HG*. *ST* eſt un verre obſcur fixé dans un chaſſis, qui tourne autour d'un axe *V*, ce qui permet de le placer devant le miroir *EF*, lorſque la lumière de l'objet eſt trop vive : on peut en avoir pluſieurs de cette eſpece.

920. Il y a dans la baſe de la lunette repréſentée ſéparément par le cercle *abcdef*, trois fils, dont deux *ae* & *bd* ſont paralleles à la ligne *gh* qui paſſe par l'axe & qui eſt parallele au plan de l'octant, & ſont à diſtances égales de cette ligne; & le troiſieme *fc* eſt perpendiculaire à *gh* & paſſe par l'axe. Fig. 721.

921. L'inſtrument tel qu'on l'a décrit, ſervira pour prendre tel angle qu'on voudra, qui ne ſera pas plus grand que 90°; mais ſi on veut le faire ſervir pour des angles de 90° à 180°,

il faut tourner le miroir *EF* vers l'Obſervateur ; il faut mettre le ſecond *IKGH* dans une poſition *NO* telle que les rayons réfléchis par le milieu du premier miroir, tombent au milieu ſous un angle de 25° environ, ces miroirs étant perpendiculaires l'un à l'autre, lorſque la regle eſt ſituée ſur la derniere diviſion près de *C* ; & ce ſecond miroir doit être éloigné du premier, de 5 ou 6 pouces, afin que la tête de l'Obſervateur n'intercepte point les rayons dans leur paſſage pour aller tomber ſur ce miroir, lorſque l'angle qu'il veut obſerver approche de 180°. Le petit miroir eſt fixé perpendiculairement ſur une plaque ronde de cuivre dentée à ſes bords, & peut s'ajuſter au moyen d'une vis ſans fin. Fig. 720.

922. Pour faire une obſervation, il faut diriger l'axe de la lunette vers un des objets, le plan de l'inſtrument paſſant auſſi près qu'il eſt poſſible d'un autre objet, qui doit être du côté de l'Obſervateur que la forme particuliere de l'inſtrument exige, par exemple, du même côté que le miroir *EF* par rapport au miroir *IKGH*, s'il eſt compoſé comme le repréſente la Figure & conformément à la deſcription qu'on en a donnée. La regle générale eſt que lorſque la regle mobile *ML* eſt ſur le point *zero* des diviſions, quand l'inſtrument eſt deſtiné pour des angles au-deſſous de 90°, ou ſur 90° quand il eſt pour des angles depuis 90° juſqu'à 180° ; ſi alors on conçoit une ligne tirée ſur cette regle parallélement à l'axe de la lunette ou à la ligne ſuivant laquelle on dirige l'œil, enſorte qu'elle tende vers l'objet vu à la vue ſimple, de quelque côté que cette ligne ſoit portée par le mouvement de la regle mobile de 0° vers 90° dans le premier cas, ou de 90° vers 180° dans le ſecond, l'objet vu par réflexion doit être du même côté de celui qui eſt vu directement. L'œil de l'Obſervateur étant appliqué à la lunette pour conſerver le premier objet, il faut reculer ou avancer la regle mobile juſqu'à ce que le ſecond objet paraiſſe dans la lunette environ à la même diſtance du fil *cf* que le premier : ſi alors les objets paraiſſent écartés l'un de l'autre ; que l'un paraiſſe, par exemple, en *i* & l'autre en *k*, il faut tourner l'inſtrument un peu ſur l'axe de la lunette, juſqu'à ce qu'ils viennent à diſtances égales de *gh* ou à très-peu près, & reculer la regle mobile juſqu'à ce qu'ils ſe réuniſſent en un, ou qu'ils paraiſſent l'un contre l'autre dans une Fig. 721.

parallele à cf, les tenant tous deux auſſi près de la ligne gh qu'il eſt poſſible. Si alors on tourne un peu l'inſtrument ſur un axe quelconque perpendiculaire à ſon plan, les deux images ſe mouvront dans une ligne parallele à gh, mais conſerveront la poſition qu'elles ont l'une à l'égard de l'autre; de ſorte qu'en quelqu'endroit de cette ligne qu'on les obſerve, l'exactitude de l'obſervation ne pourra ſouffrir que de l'indiſtinction des objets. Si les deux objets ne ſont pas dans le plan de l'inſtrument, & qu'ils ſoient également au-deſſus ou au-deſſous, ils paraîtront enſemble à quelque diſtance de la ligne gh, lorſque la regle mobile fait un angle un peu plus grand que leur plus courte diſtance dans un grand cercle; & l'erreur de l'obſervation augmentera à peu près comme le carré de leur diſtance à cette ligne; mais elle peut ſe corriger par le ſecours du 5.^e Corollaire. Suppoſons les fils ae & bd chacun à une diſtance de gh égale aux $\frac{100}{4146}$ du foyer de l'objectif, enſorte qu'ils comprennent entr'eux l'image d'un objet, dont la largeur, à la vue ſimple, eſt d'un peu plus de 2 degrés $\frac{3}{4}$, & que les images des objets paraiſſent réunies, dans l'un ou l'autre de ces fils; alors on dira: comme le coſinus de la moitié du nombre de degrés & minutes marqué par la regle mobile, eſt au double du ſinus du même nombre, ainſi une minute eſt à l'erreur qu'il faut toujours retrancher de l'obſervation. On peut auſſi placer dans le cercle $abcdef$ d'autres fils paralleles à gh & à des diſtances de cette ligne proportionnelles aux racines carrées des nombres 1, 2, 3, 4, &c. & alors les erreurs à ſouſtraire de la même obſervation faite à chacun de ces fils, ſeront dans le rapport des nombres 1, 2, 3, 4, &c. Cette correction ſera toujours aſſez exacte, ſi l'Obſervateur a ſoin (particulierement lorſque l'angle approche de 180°) que le plan de l'inſtrument ne s'écarte point trop du grand cercle qui paſſe par les objets. Lorſque l'angle approche beaucoup de 180°, on peut ſe diſpenſer d'employer de correction, car alors il ſera facile de tenir le plan de l'inſtrument aſſez proche de celui du grand cercle dont nous parlons, pour n'en avoir pas beſoin, ſi la ſituation de ce cercle eſt connue: ſi elle ne l'eſt pas, l'Obſervateur peut, lorſqu'il voit les deux objets enſemble, tourner l'inſtrument ſur l'axe de la lunette, juſqu'à ce

qu'il trouve la position qui lui donne l'angle le plus petit ; ce qui arrivera toujours (si les miroirs sont bien perpendiculaires au plan de l'instrument) lorsque les objets paraissent coïncider dans la ligne *gh* (*Fig. 721*).

923. A l'égard du méchanisme, si on demande de l'exactitude dans les observations, il faut que l'arc soit divisé avec le plus grand soin, parce que les erreurs des divisions sont doublées par les réflexions. Il faut que la regle mobile n'ait absolument aucun jeu en tournant sur le centre, afin que son axe demeure toujours perpendiculaire au plan de l'octant ; car s'il ne conserve pas toujours cette situation, cette regle sera sujette à varier l'inclinaison du miroir qu'elle porte, par rapport à l'autre : elle doit aussi avoir un mouvement doux, de peur qu'elle ne soit sujette à se plier : il faut encore, par la même raison, que cette regle soit aussi large, proche le centre, qu'il est possible. Les miroirs doivent être exactement plans, parce que si l'un ou l'autre a quelque courbure, outre qu'elle rend l'objet indistinct, elle est cause que sa position varie, lorsque les rayons par lesquels on le voit sont réfléchis en différens endroits de ces miroirs : il faut aussi qu'ils soient d'une longueur & d'une largeur suffisantes, pour que la lunette prenne un angle convenable sans perdre l'usage d'aucune partie de l'ouverture de son objectif, & cela, dans toutes les différentes positions de la regle mobile. Ces miroirs peuvent être de métal ou faits de morceaux de glace étamés, dont les deux surfaces soient aussi paralleles qu'il est possible ; quoique cependant elles puissent s'écarter un peu de ce parallélisme exact, pourvu que les bords les plus épais ou les plus minces de ces miroirs (& conséquemment la section commune de leurs surfaces) soient paralleles au plan de l'octant : car quoique dans ce cas il y ait toujours plusieurs représentations de l'objet, elles seront toujours très-proches l'une de l'autre, dans une ligne parallele à *cf* ; & l'on peut prendre celle qu'on voudra, excepté lorsque l'angle qu'on doit observer est très-petit. Le principal inconvénient qui se présentera, sera que la lumière se partageant à plusieurs images, une petite étoile sera plus difficile à distinguer. On peut aussi rendre la lunette susceptible de changer de situation de manière que, si les objets sont d'un éclat différent, il y ait une partie plus grande

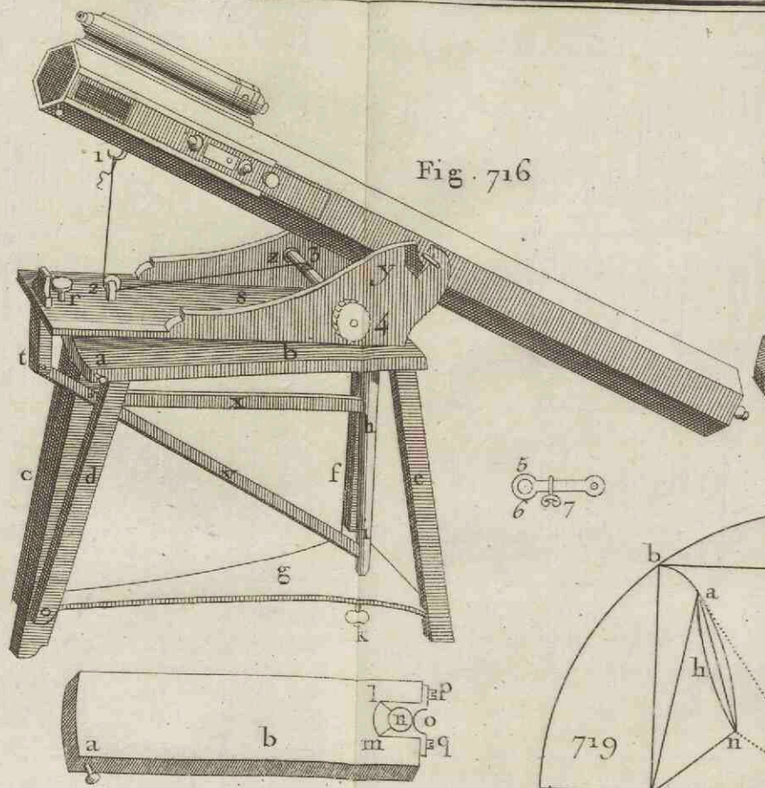
ou plus petite de ſon objectif qui reçoive les rayons réfléchis. Le ſecond miroir peut, s'il eſt formé d'un morceau de glace, n'être étamé qu'en partie, afin que lorſqu'un des objets eſt ſuffiſamment lumineux, on puiſſe voir au travers de la partie non étamée, l'objet le moins lumineux par l'ouverture entiere de la lunette. Si le ſoleil eſt un des objets ou que l'on compare la lune avec une petite étoile, il faudra toujours en affaiblir les images par l'interpoſition d'un ou de pluſieurs verres obſcurs *ST*. Il n'eſt point néceſſaire que la poſition de la lunette ſoit bien exacte, & l'on peut ſe ſervir de l'inſtrument ſans cela, les miroirs étant diſpoſés, par rapport au ſecteur & à la regle mobile, de manière que l'œil puiſſe ſe mettre auſſi près du ſecond miroir qu'il eſt poſſible; ce qui rend l'inſtrument plus commode pour l'Obſervateur.

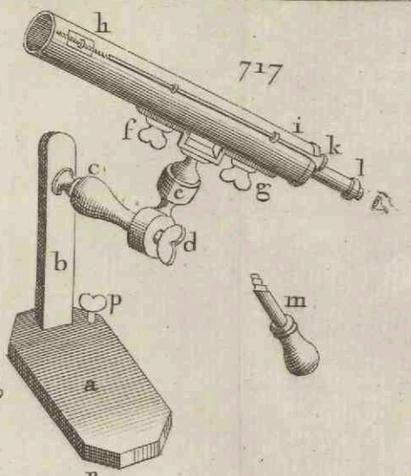
924. On juge facilement qu'il n'eſt pas néceſſaire que le pied qui porte l'inſtrument, ait une grande ſolidité, & qu'il n'en faut qu'autant qu'en demande la lunette; car quoique le mouvement de vibration de l'inſtrument puiſſe en occaſionner, dans les images des objets, un pareil dans lequel elles ſe croiſent, le mouvement apparent de l'une par rapport à l'autre, ſe fera, à très-peu près, dans des paralleles à *cf*; & il ne ſera pas difficile de diſtinguer ſi elles coïncident, en ſe croiſant, ou ſi elles paſſent à quelque diſtance l'une de l'autre : & ſi les objets ſont voiſins, & que la lunette n'amplifie qu'environ 4 ou 5 fois, on peut tenir l'inſtrument à la main ſans ſe ſervir de pied. De cette manière, on peut prendre à la mer, lorſqu'elle n'eſt pas trop agitée, la hauteur du ſoleil, de la lune ou des étoiles les plus brillantes.

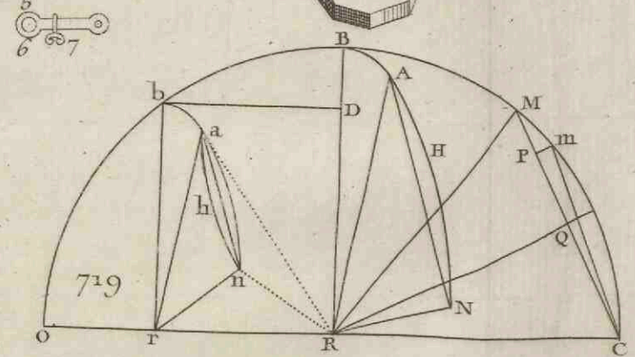
Fig. 722. 925. La 722.^e Figure repréſente un inſtrument fait dans cette vue. Il differe du précédent principalement dans la place qu'on fait occuper aux miroirs & à la lunette, par rapport au ſecteur & à la regle mobile; dans cet inſtrument, la ligne menée dans le milieu de la regle rencontre la ſurface du grand miroir ſous un angle d'environ 4 ou 5 degrés. La ligne ſuivant laquelle on dirige l'œil ou l'axe de la lunette, ſi on s'en ſert, rencontre la ſurface du miroir *IKGH* ſous un angle d'environ 70° ou 71°. Il y a auſſi un troiſieme miroir *NO*, qui ſert pour obſerver la hauteur du ſoleil au moyen de la partie oppoſée de l'horiſon.

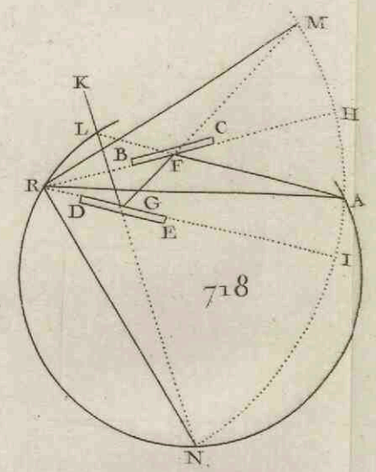
La

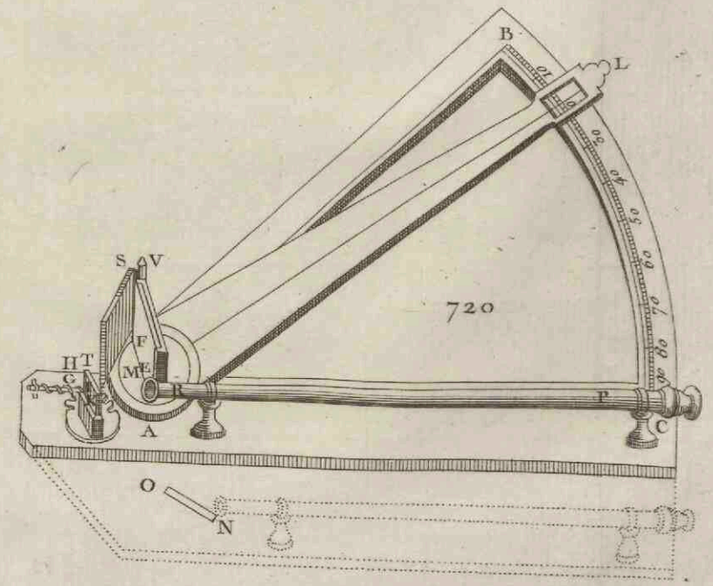
Fig. 716











La ligne, ſuivant laquelle on dirige la vue, rencontre ce miroir ſous un angle d'environ 32 ou 33 degrés. Il faudra prendre garde, en plaçant ces deux petits miroirs, que le miroir *IKGH* n'intercepte quelqu'un des rayons qui vont du grand miroir fixé ſur la regle mobile, au troiſieme *NO*, & que ni l'un ni l'autre n'empêche la regle mobile de parcourir l'arc diviſé. *WQ* eſt une piece pour viſer à l'objet; cette piece eſt néceſſaire lorſqu'on ne ſe ſert point de la lunette. Elle eſt compoſée d'une regle qui gliſſe ſur une autre fixée au derriere de l'octant, & porte des pinnules à ſes extrémités : on peut l'ôter quand on veut, & s'en ſervir à la place de la lunette, qui a auſſi la liberté de gliſſer à l'endroit où elle eſt, toutes deux ſervant indifféremment avec l'un ou l'autre des deux petits miroirs. Il faut placer l'œil tout contre la pinnule *W*; ſur l'ouverture *Q* de l'autre pinnule il y a un fil étendu perpendiculairement à l'inſtrument pour aider l'Obſervateur à le tenir dans une poſition verticale, en tenant ce fil auſſi parallele à l'horiſon qu'il eſt poſſible. Je laiſſe à l'expérience à déterminer combien un inſtrument de cette eſpece peut être utile en mer, pour prendre la diſtance du bord de la lune au ſoleil ou à une étoile, afin de trouver la longitude du vaiſſeau.

926. M.r Halley fit d'abord conſtruire un de ces inſtrumens en bois & enſuite un autre en cuivre, dont on fit différens eſſais à la mer par ordre de l'Amirauté, en préſence de perſonnes inſtruites. Par un milieu pris entre trois obſervations des diſtances de deux étoiles, faites avec l'inſtrument qui était en cuivre, on trouva qu'elles ne différaient que d'une minute de celles que Flamſteed avait faites à terre, & que douze obſervations de hauteur du ſoleil priſes avec l'inſtrument fait en bois, pendant que le vaiſſeau était à l'ancre, approchaient tellement l'une de l'autre, qu'en prenant un milieu entr'elles, la hauteur qu'elles donnaient ne différait de la vraie que d'une demi-minute environ; qu'enfin le vaiſſeau étant à la voile par un vent fort, douze pareilles obſervations donnaient une hauteur qui ne différait de la vraie que d'une minute; une autre fois elles s'accorderent enſemble exactement. Il eſt à remarquer que ces obſervations auraient pu s'accorder bien plus exactement, ſi les circonſtances leur euſſent été plus favorables : l'horiſon ne ſe diſtinguait que difficilement;

tous ceux qui obſervaient n'étaient point accoutumés au mouvement du vaiſſeau, qui était très-vif, ce vaiſſeau étant fort petit, &c.

CHAPITRE VIII.

Deſcription de quelques Inſtrumens Catadioptriques.

927. ON trouve chez les Faiſeurs d'inſtrumens d'Optique, un inſtrument catadioptrique imaginé pour appercevoir quelqu'un, par exemple, dans une place publique, enſorte qu'on ne puiſſe ſavoir qui vous regardez, quoique ceux qui peuvent être avec vous connaiſſent parfaitement le but de l'inſtrument. La 723.^e Fig. 723. Figure en repréſente une ſection faite par un plan qui paſſe par l'axe *abc* & coupe le plan d'un petit miroir perpendiculairement ſuivant la ligne *dce*. Ce miroir eſt fixé obliquement dans un tuyau *fghi*, rond & court, viſſé à l'extrémité du tuyau *hikl*, de manière que l'axe *abc* de ce dernier tuyau faſſe un un angle d'environ 45° avec le miroir. Ainſi ſuppoſant que des rayons comme *abc* aillent de l'œil en *a*, & qu'après s'être réfléchis en *c*, ils paſſent par un trou rond *o* fait au côté du tuyau *fghi*, & aillent enſuite rencontrer un objet éloigné *Q*; on verra cet objet par les rayons qui reviennent ſuivant les mêmes lignes *Qcba*. Donc pour trouver l'objet qu'on veut voir par le moyen de cet inſtrument, il faut diriger l'axe de manière qu'il faſſe un angle droit avec les rayons qui viennent de l'objet. Si l'objet qu'on apperçoit eſt plus haut ou plus bas que celui qu'on cherche, on découvrira celui-ci en tournant l'inſtrument ſur ſon axe.

928. Si l'objet eſt trop proche pour qu'on le voye diſtinctement avec cet inſtrument, on n'a qu'à tourner l'autre extrémité vers l'œil; & en regardant par le trou *x*, on verra l'objet *s* par les rayons *stux* qui viennent par un autre trou *t* oppoſé au premier *o*, & ſont réfléchis par un autre miroir plan parallele au premier & faiſant face à l'œil placé en *x*. Si le ſpectateur eſt Miope, il faut placer dans le trou *x* un verre concave.

On voit que quoique l'on reconnaisse l'instrument par les trous dont il est percé sur les côtés, il est impossible de connaître, à cause que ces trous sont opposés, de quel côté est situé l'objet que quelqu'un regarde.

929. Dans les deux cas, le miroir n'amplifie ni ne diminue l'apparence de l'objet. Car dans le premier, si l'axe *ac* de l'instrument est prolongé d'une quantité *cq* égale à *cQ*, les rayons réfléchis divergeront comme d'une image située en *q* égale à l'objet *Q*, & ainsi tomberont sur l'objectif *b* de la même manière que s'ils étaient venus de l'objet placé en *q*; à cette différence près que la droite de l'objet paraîtra à gauche, & sa gauche à droite : parce que les lignes *Pp*, *Qq*, *Rr*, qui joignent les points correspondans de l'objet & de son image, sont toutes perpendiculaires au plan réfléchissant *de* prolongé (*Art.* 23) & conséquemment sont paralleles entr'elles. Mais l'objet paraît droit, soit qu'on le voye par une simple réflexion, ou au travers de l'instrument, pourvu que l'oculaire soit concave, parce que les points les plus élevés de l'image *q* répondent aux points les plus élevés de l'objet *Q*, par la raison que je viens d'exposer. On fait cet instrument généralement de 4 pouces de long.

930. Hevelius décrit dans la Préface de sa Sélénographie, un instrument de cette espece, dont il était l'Inventeur; il le recommande comme étant utile à la guerre, particulierement dans les sieges, pour découvrir ce que l'Ennemi fait, tandis que le spectateur est caché derriere quelqu'obstacle; & à cause de cela il le nomme *Polémoscope*. Dans cette vue, il aggrandit l'intervalle *bc* entre l'objectif & le miroir, au moyen d'un tuyau de la longueur nécessaire pour que le miroir se trouve au-delà de l'obstacle qui couvre le spectateur. Et pour plus de commodité, il propose de placer un autre miroir plan *fg* à l'autre bout du tuyau, pour réfléchir les rayons au travers d'un trou *kl* fait dans le côté de ce tuyau, suivant une direction *ao*, parallele aux rayons incidens *Qc*, & telle que les rayons aillent dans le même sens qu'ils sont venus de l'objet sur le premier miroir; & il met un oculaire concave dans le trou dont il est question. Par ce moyen, l'objet paraîtra toujours droit, & amplifié précisément autant que si les deux miroirs étaient ôtés & que le même oculaire fût placé dans l'axe du tuyau. Car prenez *ci* Fig. 724.

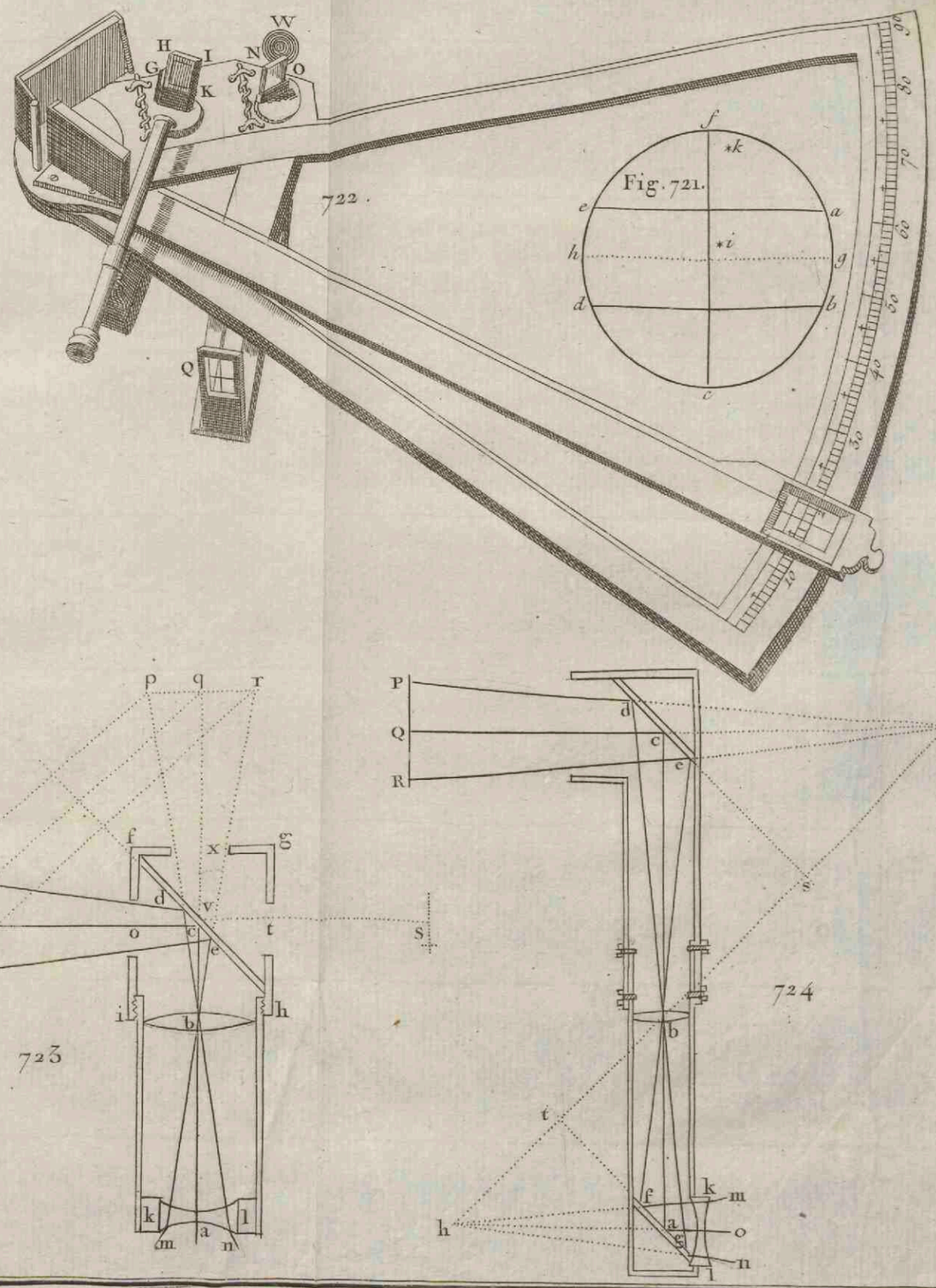
égale à *cb* & *ah* égale à *ab* dans les rayons *Qc*, *oa* prolongés au-delà des miroirs *de*, *fg* ; & ſuppoſant que des rayons viennent des deux côtés de l'objectif & paſſent par ſon centre *b*, ils divergeront, après avoir été réfléchis par les miroirs, des points *h*, *i* (*Art.* 23). Que deux de ces rayons rencontrent l'objet, l'un en *P*, l'autre en *R*; l'angle *PiR* ou *die* étant égal à *dbe* ou *fbg* ou *fhg*, ſi l'oculaire était ôté, l'objet paraîtrait ſous le même angle *fhg* ou *khl* ſous lequel on le verrait à la vue ſimple, l'œil étant en *i* ; mais les rayons réfléchis *fk*, *gl* font, après avoir été rompus par l'oculaire *kl*, ſuivant *km* & *ln*, le même angle qu'ils feraient ſi, le miroir *fg* étant ôté, ils avaient été rompus par le même oculaire placé dans l'axe du tuyau, à la même diſtance de *b* qu'il eſt maintenant de *h* : & en traçant un rayon oblique *Rebfkm*, il eſt évident que l'objet paraît droit & dans ſa vraie ſituation.

931. La partie *ab* de l'inſtrument ne doit pas être d'une longueur conſidérable ; car alors il aura peu de champ, & par conſéquent on ne trouvera l'objet qu'avec peine. C'eſt pour cette raiſon que je préſume que l'Auteur recommande d'y adapter un tuyau plus long. Dans l'inſtrument qu'il fit conſtruire, ce dernier tuyau avait 22 pouces de long, tandis que le premier n'en avait que 8.

CHAPITRE IX.

Deſcription de différentes Chambres obſcures ; & de leur uſage dans la Peinture.

932 J'AI expliqué, dans l'Article 67.^e, l'expérience célebre dans laquelle une lentille étant placée au volet d'une fenêtre d'une chambre bien fermée & bien obſcure, les objets extérieurs vont ſe peindre ſur un papier blanc ; & j'ai fait voir comment les images renverſées peuvent être vues droites, en les faiſant tomber par réflexion ſur un plan horiſontal. Pour pouvoir diriger commodément l'axe de la lentille vers un objet quelconque, on la met ordinairement dans un grand trou cylin-


W
H
I
N
G
K
O
Q
722.
f
*k
Fig. 721.
e
a
*i
h
g
d
b
c
p
q
r
P
Q
R
f
x
g
d
v
o
c
t
e
i
h
b
k
l
m
a
n
723
P
Q
R
d
c
e
i
s
S
b
t
f
k
m
h
a
o
g
n
l
724

drique, qui traverſe une boule de bois, laquelle ſe meut avec facilité ſur ſon centre, dans une portion de ſphere creuſe, ayant la forme d'une zone, faite de bois & attachée au volet de la fenêtre : cette zone eſt compoſée de deux autres égales entr'elles, dont l'une eſt viſſée à l'autre, après que la boule y eſt entrée; la concavité de ce tronc de ſphere empêche la lumière de paſſer entre lui & la boule. Les images des objets ſeront d'autant plus grandes que la lentille eſt d'un plus long foyer, & auront d'autant plus d'éclat qu'elle a plus d'ouverture. La lentille étant d'un foyer de 8 ou 10 pieds, il eſt à propos de recevoir les images ſur un grand écran couvert d'une toile ou d'un papier blanc ; il faut faire porter cet écran ſur des roulettes, pour pouvoir le placer avec facilité à la diſtance convenable de la lentille.

933. Je n'ai vu nulle part de lentilles de cette eſpece plus larges qu'à Londres chez M.r Scarlet, où examinant cette expérience, je remarquai des circonſtances qui me ſurprirent fort : les images de ceux qui paſſaient dans la rue avaient, outre leur mouvement progreſſif, un mouvement d'ondulation ſemblable à celui d'une perſonne portée dans une chaiſe, mais plus vif & plus ſenſible. Ceci ne peut venir probablement que d'une ondulation réelle dans le mouvement progreſſif d'une perſonne qui marche ; car je doute qu'on puiſſe marcher librement entre deux planches paralleles, dont la ſupérieure ne ſerait que de peu de choſe plus haute que la tête, en ſe tenant de bout ; & ſi on ne le peut, il s'agirait de ſavoir ſi l'ondulation de la tête comparée à la planche ſupérieure ne ſerait point ſenſible aux yeux d'un ſpectateur. Si cela eſt, cela ſera plus ſenſible dans l'image tracée ſur l'écran, à proportion que l'image eſt plus proche de l'œil que de la lentille. Car ſi l'on place l'œil à côté de la lentille, regardant d'abord l'image, & enſuite la perſonne, leurs mouvemens apparens ſeraient égaux, parce que les rayons ſe croiſent au centre de la lentille. Or, l'image d'une planche au-deſſus de la tête de celui qui eſt repréſenté, tracée ſur l'écran, eſt inutile, puiſqu'on voit à la fois les parties fixes de l'écran & l'image tracée deſſus, & que ces parties ſuffiſent pour diſtinguer ſon mouvement. Si ces images tracées ſur l'écran ſont vues par la réflexion d'un miroir tenu d'une main preſqu'horiſontalement, enſorte que

les rayons venant de l'image puiſſent être réfléchis en haut à l'œil, ceux qui ſont dans la rue paraîtront dans leur ſituation naturelle & ſans que leur tête ait aucun mouvement d'ondulation ; ce qui ne permet plus de douter que la cauſe à laquelle j'ai attribué le phénomene, ne ſoit la vraie. Car dans la ſuppoſition préſente ils ne paraiſſent point comme des peintures plates ſur l'écran, mais ils paraiſſent marcher dans leur ſituation naturelle ſur un terrein horiſontal, l'écran ſe remarquant alors à peine, & non pas comme lorſqu'on le regarde directement ou ſans miroir.

934. Pour avoir la repréſentation d'un objet en traçant les contours de l'image qu'en donne la lentille, on place en dehors l'objet à une diſtance convenable, & on en reçoit l'image ſur une feuille de papier ou ſur un grand verre plan, qui n'eſt poli que d'un côté. Ce verre étant placé verticalement, le côté poli tourné vers la fenêtre, il eſt facile de tracer avec un crayon noir les contours des images. Alors appliquant une feuille de papier très-fin ſur le verre, les traits du crayon paraîtront au travers, en le tenant contre la lumière ; ainſi on pourra tracer l'image ſur le papier. Le moyen le plus facile de rendre diſtincte l'image peinte ſur le verre, lorſqu'il eſt placé, c'eſt de mettre la lentille dans un tuyau qui entre dans un autre fixé au volet de la fenêtre, & ait la liberté de s'y mouvoir.

935. Mais pour n'avoir point la peine de tracer deux images, voici comme on peut s'y prendre. Ayant étendu le papier ſur lequel on veut repréſenter l'objet, ſur une planche unie, il faut le mettre ſur une petite table bien ſolide, & placer cette table au-deſſous de la lentille qui eſt au volet de la fenêtre, & au-deſſus de la table on fixe & on incline, de la manière ſuivante, un miroir, pour réfléchir l'image ſur le papier : *ab* & *cd* ſont deux planches fixées perpendiculairement ſur la table, à droite & à gauche du papier ; *ef* eſt une troiſieme planche de la longueur de l'intervalle entre les premieres, garnie à chaque bout d'une cheville ronde. Lorſque cette planche eſt poſée ſur le derriere du miroir & viſſée dans ſa bordure, on la place au haut des deux planches *ab* & *cd*, en introduiſant les chevilles dans deux fentes qui y ſont pratiquées ; & par le moyen de deux écrous dans leſquels les chevilles entrent à vis, on peut arrêter le miroir dans une ſituation convenable, pour faire tomber l'image

Fig. 725.

directement sur le papier qui est au-dessous ; & alors on peut la rendre distincte, en retirant ou en enfonçant le tuyau qui porte la lentille.

936. La Chambre obscure portative qu'on vend communément chez les Faiseurs d'instrumens d'Optique, n'a pas besoin d'une longue description : voici en quoi consiste sa théorie. Les rayons qui viennent de l'objet PQR, vont, après avoir été rompus par la lentille E, pour former une image pqr ; mais étant reçus, avant qu'ils l'ayent formée, sur un miroir ABC, qui les réfléchit en haut, ils vont en former une autre $p'q'r'$ égale à celle-là, sur un verre plan, disposé horisontalement, dont le côté non poli est tourné en haut ; on trace sur ce verre avec un crayon noir, l'image qui y est peinte ; & le spectateur faisant face à l'objet, cette image lui paraît droite. La Figure représente une section de la machine faite par l'axe du tuyau qui porte la lentille, par le milieu de la boîte où est le miroir & par celui de ce miroir. La section du côté opposé au tuyau n'est point représentée ici, ce côté étant mobile & s'ouvrant comme une porte ; le verre sur lequel l'objet est représenté, entre à coulisse dans les côtés de la boîte ; & lorsqu'on l'ôte, on le met dans un tiroir ef placé au fond de la boîte : on peut aussi ôter le miroir ABC qui entre à coulisse dans les côtés de cette boîte, & le mettre dans le même tiroir. Le tuyau carré de bois est composé de trois parties ; celles qui sont intérieures, qui portent la lentille, se tirent ou s'enfoncent pour rendre les images distinctes. Les parties gh & ik étant retenues ensemble & à la boîte avec de petits veroux, peuvent être séparées & être mises dans la boîte ; alors fermant le couvercle at & le côté mobile du bout de la boîte, la machine devient très-commode à porter. Le couvercle dont la section est at, a deux panneaux qui s'ouvrent à angles droits & qui s'appuyent sur les bords de la boîte, pour jetter de l'ombre sur l'image tracée sur le verre. Fig. 726.

937. Voici une autre Chambre obscure portative, exécutée par M.r Scarlet, faite pour dessiner des objets. Au haut d'une boîte carrée $abcdef$, précisément au milieu, est placé de bout un tuyau g, qui a la forme d'un tronc de pyramide carrée, dans lequel entre par le bout d'en haut un tuyau h court & carré, por- Fig. 727.

tant à ſon extrémité ſupérieure un large objectif *o*; la diſtance focale de ce verre eſt un peu moindre que la hauteur la plus grande à laquelle il peut être élevé au-deſſus du fond de la boîte, où doivent tomber les images des objets, qu'il produit. Au haut de ce tuyau, à l'un des bords, eſt attaché un couvercle, qui porte intérieurement un miroir plan *i*, & eſt mobile; par ce moyen on peut donner au miroir l'inclinaiſon néceſſaire pour réfléchir les rayons qui viennent de l'objet, en bas, directement au travers de l'objectif, ſur le papier qui eſt au fond de la boîte, où l'objet ſera repréſenté diſtinctement, lorſque l'objectif aura été placé à une hauteur convenable. La boîte étant bien fermée & bien obſcure, on voit cette image au travers d'un petit trou *k* fait au bord ſupérieur de la boîte, qui retombe en talut ſur le côté oppoſé à l'objet, où l'on ſe met pour tracer l'image, en paſſant la main & le crayon par une ouverture *l* pratiquée dans ce côté ou plutôt dans une piece *mn* qui y entre à couliſſe.

CHAPITRE X.

Deſcription de la Lanterne Magique.

938. VOici en peu de mots en quoi conſiſte cette machine: Fig. 728. *ABCD* eſt une lanterne, au côté de laquelle joint un tuyau *bnkclm* compoſé de deux parties, dont l'une *nklm* entre dans l'autre où elle gliſſe, enſorte que le tuyau entier eſt ſuſceptible de s'allonger ou de ſe racourcir. Il y a à l'extrémité du tuyau *nklm* un verre convexe *kl*; en *de* eſt une petite piece pour porter un objet *de* peint ſur un morceau de verre mince (que l'on appelle à cauſe de cela *Porte-objets*) avec des couleurs bien tranſparentes; on place le verre de manière que l'objet ſoit dans une ſituation renverſée: *bhc* eſt un verre très-convexe, placé à l'autre bout du tuyau, pour raſſembler la lumière de la flamme *a* & la faire tomber plus denſe ſur l'objet *de* repréſenté ſur le verre. Il faut bien obſerver que le verre *bhc* ne ſert que pour illuminer fortement la peinture *de*, & ne contribue en rien à la repréſentation; c'eſt à cauſe de cela que dans

dans quelques-unes de ces lanternes, on trouve, au lieu du verre *bhc*, un miroir concave placé de manière qu'il raſſemble la lumière de la flamme *a* ſur la peinture *de*; quelquefois on emploie à la fois le verre & le miroir.

939. Diſons actuellement un mot de la théorie de cette machine. Nous devons d'abord prévenir que l'objet *de* eſt placé dans une ſituation renverſée, un peu plus loin du verre *kl* que ſon foyer; & alors il eſt évident que ce verre produira une image diſtincte *fg* de l'objet ſur la muraille oppoſée *FH* que nous ſuppoſons blanche, & que cette image ſera droite. Car la lanterne *ABCD* renfermant toute la lumière, la chambre entiere *EFGH* eſt parfaitement obſcure; enſorte que l'apparence produite par la lanterne magique revient abſolument à ce que nous avons dit concernant la repréſentation des objets extérieurs, dans une chambre obſcure, produite par un verre convexe: & nous pouvons obſerver ici que ſi on raccourcit le tuyau, & qu'ainſi le verre *kl* ſoit rapproché de l'objet *de*, l'image *fg* deviendra plus large & tombera plus loin du verre *kl*; que ſi au contraire on allonge le tuyau, & que par conſéquent l'on éloigne davantage le verre *kl* de l'objet *de*, l'image *fg* deviendra plus petite & plus proche de ce verre.

M.r s'Graveſande donne la deſcription ſuivante d'une autre lanterne magique (*Phyſ. Elem. Mathem. Tom. II*).

940. Dans une boîte longue environ d'un pied & demi, large & haute de quatorze pouces, eſt placé un miroir concave *S*, de huit pouces de largeur, faiſant partie d'une ſphere de dix-huit pouces de diametre: ce miroir eſt poſé ſur un ſupport, qui ſe meut entre des regles, ſuivant la longueur de la boîte. Il y a de plus dans cette boîte une lampe *L*, portée ſur un pied fait en bois, lequel ſe meut ſuivant la longueur de la boîte, entre des regles placées contre ſes côtés. Le tuyau de la lampe eſt élevé de manière que le centre de la flamme réponde au centre de la ſurface du miroir; cette flamme eſt compoſée de quatre autres, qui en ſe touchant mutuellement, forment une flamme carrée dont le côté paſſe deux pouces. Il y a dans le deſſus de la boîte une ouverture oblongue qui ſe ferme avec un couvercle mobile entre deux regles; par cette ouverture paſſe un tuyau *C* qui s'éleve au-deſſus de Fig. 729.

la boîte à la hauteur d'environ un pied & demi. La partie qui s'éleve ainſi au-deſſus de la boîte, a été omiſe dans la Figure. Le tuyau ſe meut avec le couvercle, l'ouverture dont on vient de parler demeurant fermée; il ſe diſpoſe de manière qu'il réponde à la lampe. Le côté de la boîte qui eſt vis-à-vis le miroir, eſt percé d'un trou rond de cinq pouces de diametre, dans lequel eſt placé un verre convexe *V* de même diametre; ce verre eſt également convexe des deux côtés, & le rayon de ſes ſurfaces eſt de ſix pouces; ſon axe étant prolongé juſqu'au miroir, lui eſt perpendiculaire & le rencontre à ſon centre; il eſt auſſi perpendiculaire au plan de la flamme, par le milieu duquel il paſſe. Ce trou ſe ferme & ſe rouvre au moyen d'un plan mobile dans une couliſſe, lequel ſe meut au moyen d'un cylindre dont on voit une partie en *E* hors la boîte. A ce trou, répond extérieurement à la boîte, un tuyau *T* de ſix pouces environ de longueur & de diametre, à l'extrémité duquel eſt un anneau, dans lequel ſe meut un ſecond tuyau *t*, de 4 pouces environ de diametre & long de 5 à 6 pouces. Ce dernier tuyau contient deux lentilles; la premiere, à l'extrémité qui entre dans le tuyau *T*: cette lentille a la même convexité que le verre *V*, & eſt de trois pouces & demi de diametre. La ſeconde eſt éloignée de la premiere de 3 pouces; elle eſt moins convexe; les rayons de ſes ſurfaces ſont de deux pieds. Entre ces lentilles, à la diſtance d'un pouce de la ſeconde, eſt placé un anneau de bois qui ferme le tuyau, à cela près d'une petite ouverture circulaire faite au milieu, dont le diametre eſt d'un pouce & un quart.

941. Les objets qu'on veut repréſenter ſe peignent ſur un verre plan & mince, lequel doit ſe mouvoir en dehors de la boîte vis-à-vis le verre *V*, entre ce verre & le tuyau *T*, la peinture qui eſt deſſus étant dans une ſituation renverſée. Si ces verres ſont circulaires, ils peuvent avoir 5 pouces de diametre; pour les mouvoir facilement, on les aſſujettit dans un morceau de planche: on en peut mettre trois dans le même. On peint auſſi des figures ſur des verres oblongs, que l'on aſſujettit de même dans des morceaux de planche; on fait gliſſer ſucceſſivement ces figures devant le verre *V*.

942. Cette boîte eſt portée ſur un pied formant une eſpece

de chaſſis par le moyen duquel on la place à la hauteur qu'on veut. Des eſpeces de regles de bois tiennent à la boîte & ſe meuvent dans des couliſſes pratiquées dans les deux côtés du pied : on fait regner une fente dans chacune de ces regles ; & on place la boîte à la hauteur qu'on deſire, par le moyen des vis fixées dans le pied & mobiles dans ces fentes. On diſpoſe toute la machine à la diſtance de 15, 20 ou 30 pieds d'un plan blanc, d'une toile, par exemple ; cette diſtance doit être différente ſuivant la grandeur de ce plan ; car elle peut être égale à la longueur du plan & même un peu plus grande. Il faut mettre la boîte à une hauteur telle que les verres appliqués au côté de cette boîte ſe trouvent placés exactement vis-à-vis le milieu de la toile. Ayant allumé la lampe, on ferme la boîte, & alors les figures peintes ſur le verre ſont repréſentées ſur le plan *. En enfonçant ou retirant le tuyau qui contient les deux lentilles, on trouve la ſituation qu'il doit avoir pour que la repréſentation ſoit diſtincte. Il faut actuellement expliquer d'une manière plus particuliere la diſpoſition des parties de la machine qui ſervent immédiatement à produire cette apparence.

943. Ces parties ſont repréſentées ſéparément dans la Figure 730 : *SS* eſt le miroir ; *ll* la flamme, laquelle eſt compoſée de quatre autres placées dans la ligne *ll* ; *VV* le verre *V* de la Fig. 730.

* 1029. Au lieu de la flamme *ll* (*Fig. 730*), le P. Kircher, Inventeur de cette machine, employait la lumière du ſoleil en la faiſant tomber ſur la figure peinte *OO*. Comme on ne peut pas toujours faire tomber directement les rayons du ſoleil ſur l'objet *OO*, & qu'on eſt obligé de l'y faire tomber par réflexion, au moyen d'un miroir placé en dehors d'une fenêtre, il faut, pour que cette lumière ſe diſtribue plus également ſur l'objet *OO*, mettre devant l'objet un papier enduit d'huile de thérébentine, à la place du verre convexe *V* qui doit être ſupprimé, ainſi que la lampe & le miroir concave. On peut de cette manière repréſenter en plein jour, dans une chambre obſcure, ſur la muraille, les figures *OO* qui paraiſſent alors beaucoup plus belles que ſi on employait la lumière d'une lampe ou celle d'une chandelle.

1030. On a imaginé, comme le rapporte M.r Muſſchenbroek dans ſes Eſſais de Phyſique, de rendre mobile quelqu'une des parties de ces figures, enſorte que celles qui ſont repréſentées ſur la toile paraiſſent avoir de l'action & du mouvement, & ſemblent animées. Il en décrit pluſieurs dont l'une repréſente un moulin dont les ailes tournent, une autre repréſente un homme portant un verre à ſa bouche, une 3.e une femme qui fait la révérence, &c. Ces petites manœuvres s'exécutent, comme on peut le voir dans l'Ouvrage cité, par le moyen de deux morceaux de verre, dont l'un, ſur lequel eſt peinte une partie de la figure, eſt enchaſſé dans un morceau de planche percé d'un trou ; & l'autre placé par deſſus & ſur lequel eſt peinte la partie mobile, ſe met en mouvement par le moyen d'un cordon ou d'une petite regle qui gliſſe dans une couliſſe pratiquée dans l'épaiſſeur de la planche.

Figure 729 ; *OO* la figure peinte sur le verre plan ; *aa* la grande lentille ; *dd* celle qui est moins convexe ; *bb* l'anneau ou diaphragme situé entre les lentilles ; *f* son ouverture. Toutes ces parties étant disposées, comme on l'a expliqué, & comme on le voit dans cette Figure, les rayons qui viennent d'un point de la peinture *OO*, deviennent moins divergens en passant au travers de la lentille *aa*, & parviennent à la lentille *dd*, comme s'ils partaient d'un point plus éloigné ; ils sortent de cette lentille convergens & sont réunis sur la surface de la toile où ils forment l'image du point de la figure peinte sur le verre, d'où ils sont partis. Cette figure est illuminée par les rayons qui viennent de la flamme *ll* & par ceux qui sont réfléchis par le miroir *SS*.

944. Il est nécessaire pour la perfection de cette machine, 1°. que la figure *OO* soit illuminée autant qu'il est possible. 2°. qu'elle soit illuminée également par-tout. 3°. que toute la lumière par laquelle chaque point de la figure est illuminé, parvienne au travers des lentilles *aa* & *dd* à la toile & serve à former la représentation. 4°. enfin qu'il n'y ait point d'autre lumière que celle qui sort de la boîte, de peur qu'une lumière étrangere ne rende la représentation moins vive. La première de ces quatre choses dépend de la grandeur de la flamme & de celle du miroir ainsi que de sa concavité. Plus le miroir est concave, plus il en faut approcher la flamme, & alors les rayons sont interceptés & réfléchis en plus grand nombre. Il faut prendre garde cependant que le miroir, qu'on peut très-bien faire de verre, ne s'échauffe trop. Pour que la figure peinte sur le verre soit illuminée le plus qu'il est possible, & par-tout également, il faut placer la flamme & le miroir de manière que l'image renversée de la flamme tombe justement sur la figure même. Or, comme l'image de la flamme peut être augmentée ou diminuée, il faut disposer le miroir & la flamme de manière que l'image de la flamme couvre la figure dans son entier & ne la déborde point : car alors la figure est illuminée par la lumière réfléchie autant qu'il est possible, & tous ses points sont également éclairés ; la lumiere directe qui tombe sur tous ces points est aussi sensiblement égale ; en approchant la flamme, on augmenterait à la vérité cette lumière, mais on

diminuerait la lumière réfléchie, & la diminution de celle-ci ſerait plus grande que l'augmentation de l'autre.

945. Le verre *VV* ſert à courber la lumière par laquelle la peinture *OO* eſt illuminée, avant qu'elle tombe deſſus ; cette inflexion fait que toute la lumière parvient à la lentille *aa*, & ſert à la repréſentation de la peinture ſur la toile. Toute la lumière qui eſt utile pour cette repréſentation, paſſe par l'ouverture *f* ; & les rayons qui viennent des différens points de la peinture s'y coupent mutuellement ; enſorte que la figure peinte ſur le verre, qui eſt miſe dans une ſituation renverſée, eſt repréſentée droite ſur la toile : tous les rayons qui ne ſervent point à former la repréſentation, ſont interceptés par le diaphragme *bb*, de peur qu'ils n'entrent dans la chambre & que la peinture ne ſoit moins vive. Ce diaphragme intercepte auſſi les rayons par leſquels un point eſt plus illuminé qu'un autre, en conſéquence de quoi la lumière qui, par ce qu'on a dit, eſt aſſez égale, l'eſt encore davantage. Il faut avoir ſoin de placer le diaphragme *bb* exactement à l'interſection des rayons, ſinon il nuira beaucoup.

CHAPITRE XI.

Du Méchaniſme de différens Microſcopes ; & de quelques obſervations faites avec cet Inſtrument.

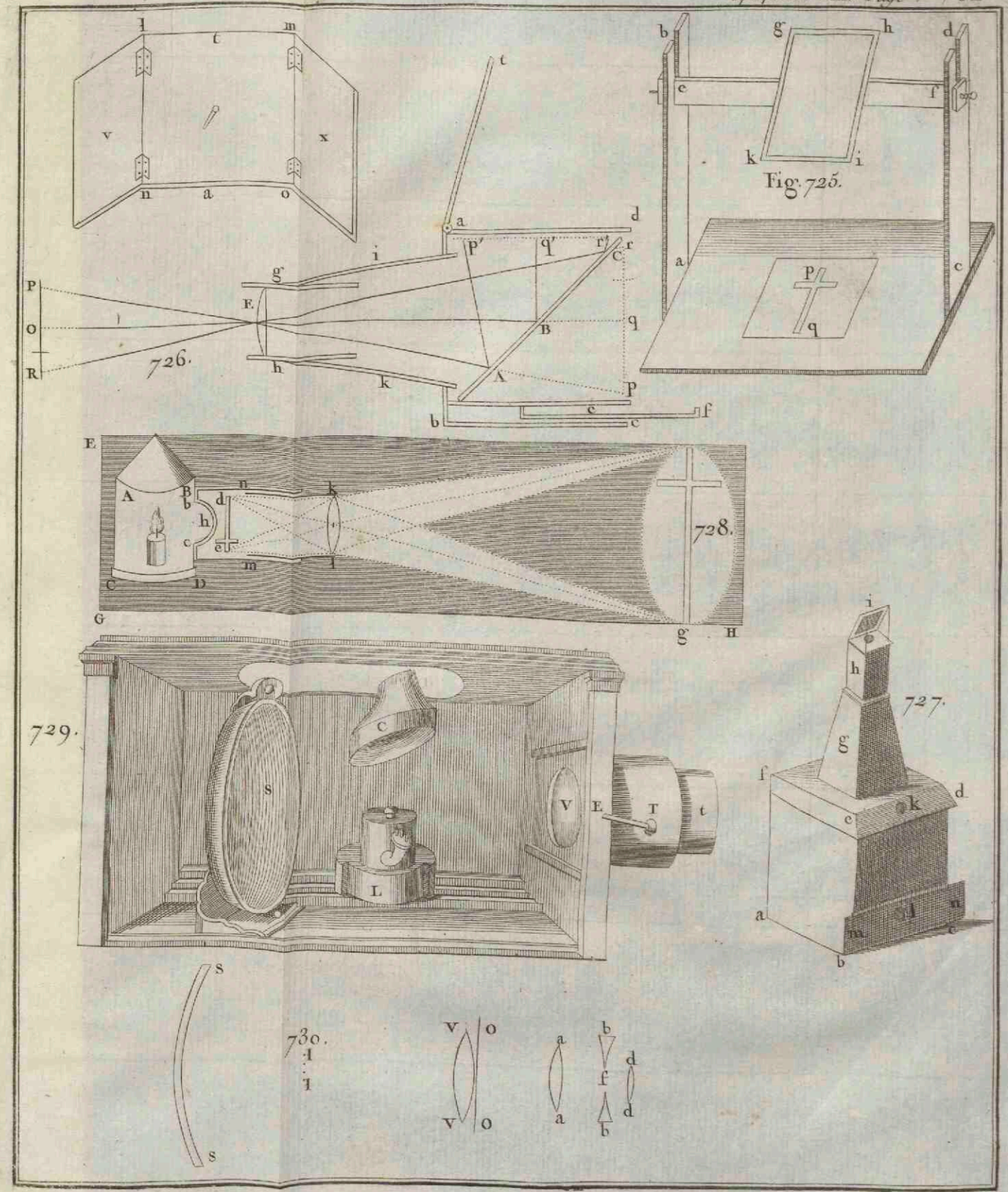
946. AYant conſidéré la théorie des microſcopes ſimples & doubles, dans les Articles 118, 127, 129, 655, 670, 680, 685, &c. & dans les Notes qui appartiennent à ces Articles, je vais donner ici la deſcription de pluſieurs inventions ingénieuſes pour placer les objets à la diſtance où ils doivent être des verres, & les éclairer convenablement. Mais je vais d'abord montrer la manière de faire les petits globules de verre pour les microſcopes ſimples.

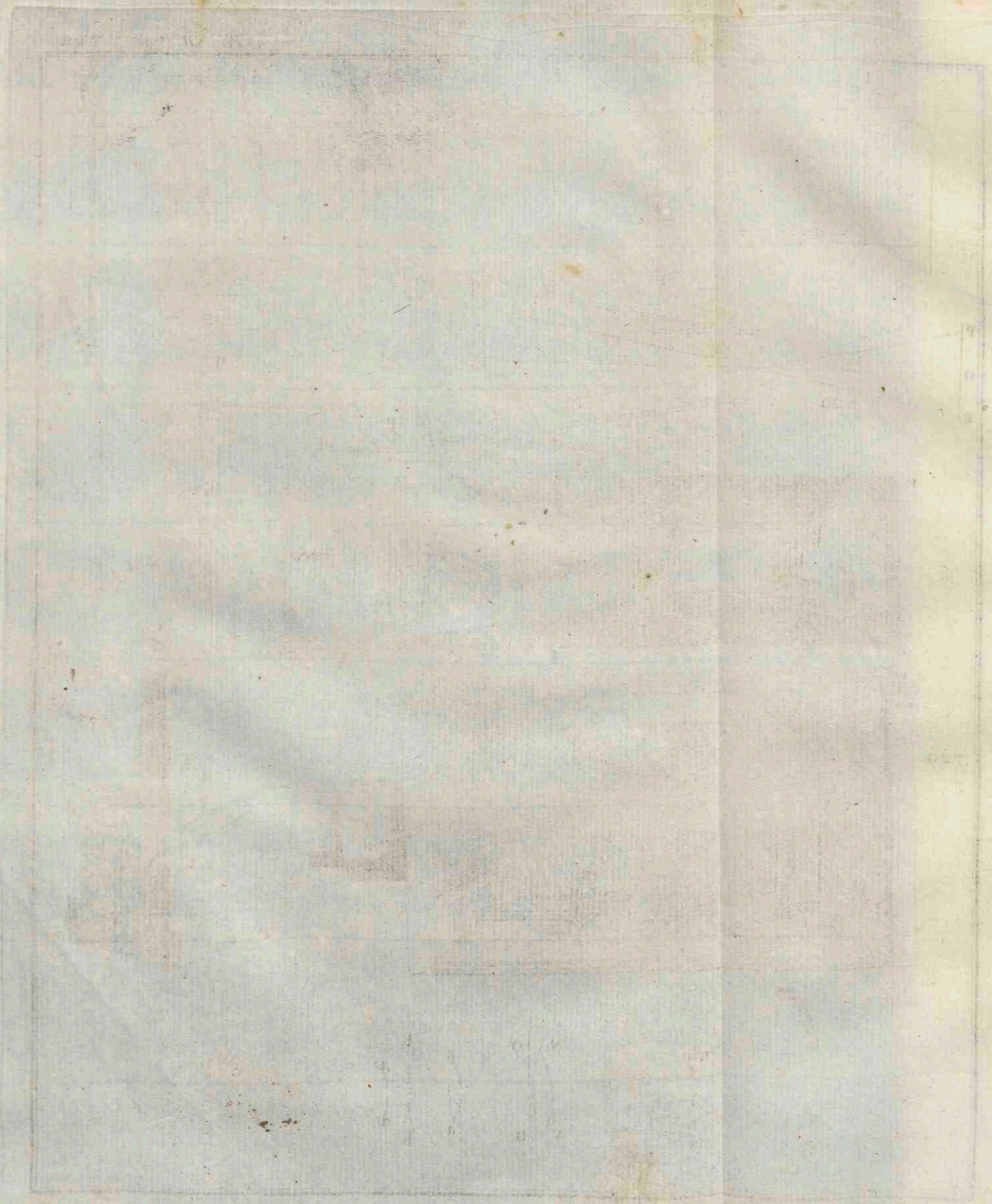
947. M.r Buterfield dit qu'il a eſſayé pluſieurs manières de faire des globules de verre de la groſſeur d'une tête de groſſe épingle & de plus petits encore, ſoit en ſe ſervant de la flamme d'une chandelle ou de celle d'une bougie ; mais que la flamme la

meilleure, pour les avoir clairs & ſans taches, était celle d'une lampe, faite avec de l'eſprit de vin rectifié : au lieu d'une mêche de coton il ſe ſervait d'un fil d'argent très-fin, plié en pluſieurs doubles comme un écheveau de fil. Ayant enſuite réduit en poudre de beau verre & l'avoir bien lavé, il en prenait un peu ſur la pointe d'une aiguille d'argent, mouillée avec la ſalive, le mettait dans la flamme, & l'y tenait en tournant toujours juſqu'à ce qu'il fût fondu & tout-à-fait rond, & auſſitôt le retirait dans la crainte de le brûler s'il l'y laiſſait plus longtems. L'art conſiſte à donner au globule une rondeur exacte, ce qui ne peut s'acquérir que par l'expérience. Lorſqu'il avait fait de cette manière un grand nombre de globules, il les nettoyait en les frottant ſur un cuir ſouple & mol. Enſuite il prenait pluſieurs petites plaques minces de cuivre, deux fois plus longues que larges, il les pliait en carré, les perçait d'un petit trou au milieu, & ayant ôté la bavure des bords de ces trous, avec une pierre à aiguiſer, & noirci l'intérieur des deux parties de la plaque, avec la fumée d'une chandelle, il plaçait un globule entre les deux trous & attachait enſemble les deux parties de la plaque avec deux ou trois petites vis. Alors il faiſait l'eſſai de ces microſcopes, voyait combien ils amplifiaient les petits objets, & gardait les meilleurs.

948. Le Docteur Hook avait coutume de prendre un morceau de verre fort clair, de l'allonger en forme de fils au moyen d'une lampe ; il mettait enſuite ces fils dans la flamme & les y tenait juſqu'à ce qu'en ſe repliant ſur eux-mêmes à meſure qu'ils ſe fondaient, il ſe formaſſent en globules, leſquels demeuraient ſuſpendus à l'extrémité de la partie des fils qui n'était point fondue. Ayant enſuite fixé les globules avec de la cire, au bout d'un bâton, par l'endroit oppoſé à celui où était le fil, il ôtait le reſtant du fil, en frottant ſur une pierre à aiguiſer, & poliſſait cet endroit ſur une plaque unie de métal, avec un peu de potée.

949. M^r. Gray nous apprend que faute d'une lampe à eſprit de vin, il mettait une petite partie de verre, environ de la groſſeur du globule qu'il voulait avoir, ſur le bout d'un charbon ; & par le ſecours d'un chalumeau & de la flamme d'une bougie, il fondait bientôt ce verre & le convertiſſait en globule.


l
t
m
v
x
n
a
o
726.
P
O
R
F.
g
i
h
k
A
a
d
P'
q'
r'
r
C
B
q
P
b
e
f
c
b
g
h
d
c
f
k
i
a
c
P
q
Fig. 725.
E
A
B
b
h
c
C
D
d
n
k
e
m
l
728.
G
g
H
729.
S
C
L
V
E
T
t
730.
V
o
V
o
a
a
b
f
d
b
d
i
h
g
727.
f
d
k
c
a
b



Les globules qu'il formait de cette manière étaient tous clairs, les plus petits étaient très-ronds ; mais les plus gros étaient un peu applatis du côté qui reposait sur le charbon, & de plus avaient ce côté-là un peu raboteux. Il avait coutume à cause de cela de les frotter & de les polir sur une plaque de cuivre, jusqu'à ce qu'il les eût réduits à des demi-spheres. Mais il trouva que les petits globules ronds, outre qu'ils grossissaient davantage, faisaient voir les objets plus distinctement que les demi-spheres.

950. Ces expériences lui en firent faire une autre qui est très-curieuse. Ayant remarqué, dit-il, quelques parties irrégulieres dans l'intérieur des globules de verre, & trouvant qu'elles paraissaient distinctes & prodigieusement amplifiées, lorsque je les tenais contre mon œil, j'en conclus que si je mettais contre mon œil un petit globule d'eau dans lequel il y aurait quelque particule opaque ou moins transparente que l'eau, je pourrais la voir distinctement. Je pris donc sur une épingle une petite quantité d'eau, que je savais contenir quelques animaux extrêmement petits, & je la mis sur le bout d'un morceau de fil de laiton, d'un dixieme de pouce de diametre environ, ensorte qu'elle y formât un peu plus d'une demi-sphere. Tenant ensuite le fil droit, je l'appliquai à mon œil ; & m'étant placé à une distance convenable de la lumière, je vis ces petits animaux avec quelques autres petites parties irrégulieres, comme je l'avais prévu, mais prodigieusement amplifiés. Car on les voyait aussi gros qu'un pois ordinaire & sous la même forme, tandis qu'on les distinguait avec peine avec mon microscope de verre. On ne peut pas les bien voir de jour, à moins que l'appartement ne soit bien fermé & bien obscur ; on les voit très-distinctement à la lumière d'une bougie, & très-bien aussi au clair de la pleine lune.

951. M.r Gray explique de la manière suivante la raison de cet effet. Soit le cercle *DBBD* représentant une sphere d'eau ; *A* un objet placé à son foyer, envoyant un cone de rayons, dont deux *AB*, *AB* sont rompus en entrant dans l'eau en *B* & en *B*, suivant *BD*, *BD*, & le sont ensuite de nouveau, à leur sortie en *D*, *D*, suivant *DE*, *DE* paralleles à l'axe de la sphere *AFCG*. Imaginons maintenant que les rayons *BD*, *BD* soient venus de quelque point *F* d'un objet placé dans la Fig. 731.

ſphere d'eau, & ayent été réfléchis par la ſurface intérieure de cette ſphere, en B, B : CBD étant l'angle de réflexion, ſi l'on fait l'angle CBF égal à cet angle, le point F ſera l'endroit d'où, ſi un objet envoie un cone de rayons, deux de ces rayons, tels que FB, FB, ſeront réfléchis ſuivant les lignes BD, BD; & rencontrant enſuite en D, D, le côté oppoſé du globule, ils ſeront rompus ſuivant DE, DE, comme auparavant : & par conſéquent on verra diſtinctement par leur moyen, ſoit que l'objet ſoit placé en F dans la ſphere, ſi l'on conſidere la ſurface intérieure de cette ſphere comme un miroir concave, ſoit qu'il ſoit placé en A hors la ſphere.

952. Cette explication de M.r Gray peut ſervir, en la portant un peu plus loin, à faire voir la raiſon pour laquelle les animaux paraiſſent ſi prodigieuſement grands, ſuivant la deſcription qu'il en donne. Or, je dis que les animaux plongés dans le globule d'eau ſont amplifiés trois fois & un tiers de plus en diametre, que s'ils étaient placés hors du globule, à ſon foyer; & l'on conviendra que cet accroiſſement du pouvoir amplifiant des plus petits globules eſt très-conſidérable. Pour démontrer cela, ſoient
Fig. 732. les perpendiculaires Aa, Ff au diametre HFI, coupées par un autre diametre quelconque hfi, l'une en a, l'autre en f; les objets inégaux Aa, Ff, dont le premier eſt vu par réfraction & le dernier par réflexion, paraîtront ſous le même angle HCh, & par conſéquent de la même grandeur. Ainſi un objet placé en F paraîtra plus gros qu'en A dans le rapport de CA à CF (*Art.* 222). Imaginons que les rayons ED, GH aillent du côté de l'objet, qu'après la premiere réfraction ils concourent en K & après la ſeconde en A, qui ſera le milieu de IK (*Art.* 227). Coupant donc CI en deux également en T, nous avons $CA : CT :: 2CA$ ou $HK : HC$, c'eſt-à-dire, comme le ſinus m d'incidence eſt à la différence $m - n$ des ſinus (*Art* 224); d'où nous avons $TA : TC :: n : m - n$. Ainſi $CA = \frac{m}{m-n} CT$ & $TA = \frac{n}{m-n} CT$. Maintenant K étant le point de concours des rayons qui tombent, comme BD, ſur la ſurface BI, on aura leur foyer F, après la réflexion, en prenant $TF : TI$ ou $TC :: TC : TK$, qui devient $CF : CT :: CK : TK$, c'eſt-à-dire, $:: 2TA : 2TA - TC$

::

$:: \frac{2n}{m-n} TC : \frac{2n}{m-n} TC - TC :: 2n : 3n - m$. Ainſi $CF = \frac{2n}{3n-m} CT$, & $CA : CF :: \frac{m}{m-n} : \frac{2n}{3n-m}$. Le rapport de m à n étant égal, dans l'eau, à celui de 4 à 3, nous avons donc $CA : CF :: 10 : 3 :: 3\frac{1}{3} : 1$; ce que nous voulions prouver.

953. Si le globule était de verre, on aurait $m : n :: 3 : 2$, & par conſéquent $CA : CF :: 2\frac{1}{4} : 1$; d'où l'on voit combien de petites parties placées au dedans de ce globule, ſont plus amplifiées que ſi elles étaient placées au dehors, à ſon foyer.

954. Il ſuit delà que les animaux plongés dans un globule d'eau ſont plus amplifiés, dans le rapport de $2\frac{1}{2}$ à 1, que ſi on les voyait au travers d'un globule de verre de même groſſeur. Car dans le verre $CA = 3\,CT$, & dans l'eau $CF = \frac{6}{5} CT$. Donc $CA : CF :: 2\frac{1}{2} : 1$.

955. Il s'enſuit encore que des animaux plongés dans un globule d'eau paraiſſent de la même grandeur qu'ils paraîtraient au travers d'un globule de verre, dont le diametre ſerait les $\frac{2}{5}$ de celui du globule d'eau. Car ſuppoſant CA ou $3\,CT$ dans le verre, égale à CF ou $\frac{6}{5} CT$ dans un globule d'eau plus gros; nous avons CT dans le globule de verre, eſt à CT dans le globule d'eau, comme $\frac{6}{5}$ eſt à 3, ou comme $\frac{2}{5}$ eſt à 1.

956. M.r Gray dit que ces petits animaux paraîtront plus diſtinctement, ſi prenant une goutte d'eau ſur la pointe d'une épingle, on la met dans un trou rond d'un diametre un peu plus petit qu'un vingtieme de pouce, fait dans une plaque de cuivre épaiſſe d'environ un dixieme de pouce, obſervant de le remplir de manière qu'il y ait des deux côtés du trou près d'une demi-ſphere d'eau. Suppoſons maintenant que l'axe de ce cylindre d'eau ſoit terminé par des ſurfaces ſphériques égales, & ſoit exactement égal aux trois diametres de la ſphere de ces ſurfaces; je trouve que les petits animaux vus par la réflexion de la ſurface la plus éloignée, paraîtront préciſément ſous un diametre double de celui ſous lequel on les verrait s'ils

étaient placés au foyer d'une de ces ſpheres d'eau, & qu'on les regardât au travers comme dans les microſcopes ordinaires.

957. Les obſervations que M.r Gray a faites ſur ces petits animaux, étant très-curieuſes, nous croyons devoir les rapporter ici. Ces animaux ont la forme de globules & ne ſont gueres moins tranſparens que l'eau dans laquelle ils nagent. Ils ont quelquefois deux taches noires diamétralement oppoſées; mais on les apperçoit rarement. Quelquefois il y a deux des ces inſectes attachés enſemble; l'endroit où ils ſont joints eſt opaque; peut-être ſont-ils alors dans l'acte de la génération. Ils ont un double mouvement, l'un progreſſif, rapide & régulier, & en même tems ils en ont un de révolution autour de leur axe, lequel eſt perpendiculaire au diametre qui joint les taches noires; mais on ne voit celui-ci que quand ils ſe meuvent lentement. Ils ſont d'une petiteſſe preſque incroyable. M.r Leeuwenhoek eſt aſſez modéré dans ſon calcul, lorſqu'il nous dit (*Tranſ. Phil. N°. 213. pag. 198*), qu'il a vu des inſectes, dans l'eau, ſi petits que 30000 pourraient à peine égaler en groſſeur un grain de ſable un peu gros. Mais je m'imagine qu'il criera au paradoxe, quand on lui dira qu'il peut les voir en appliquant tout ſimplement l'œil contre une goutte d'eau qui en contient. J'ai examiné pluſieurs fluides tranſparens, comme de l'eau, du vin, de l'eau-de-vie, du vinaigre, de la bierre, de la ſalive, &c. & je ne me rappelle pas d'avoir trouvé aucune de ces liqueurs, ſans plus ou moins de ces inſectes. Mais je n'en ai point vu beaucoup en mouvement, excepté dans l'eau ordinaire qu'on a laiſſé repoſer pendant plus ou moins de tems, comme M.r Leeuwenhoek l'a obſervé; quoique je ne me ſouvienne pas qu'il les ait remarqué dans l'eau avant qu'ils vinſſent à s'agiter. Il y en a un ſi grand nombre dans les rivieres, après que l'eau a été troublée par la pluie, que l'eau paraît tenir en grande partie ſon opacité & ſa blancheur de ces globules. Il s'en trouve dans l'eau de pluie auſſi-tôt qu'elle tombe; l'eau de neige en contient davantage. Il y en a auſſi dans la roſée qu'on voit ſur les carreaux des fenêtres; ils paraiſſent être de la même gravité ſpécifique que l'eau dans laquelle ils nagent; ceux qui ſont morts demeurant indifféremment dans tous les endroits du fluide. De pluſieurs milliers que j'ai vus, je n'ai pu diſcerner au-

cune différence ſenſible dans leurs diametres ; ils paraiſſent de groſſeurs égales dans l'eau qui a été bouillie ; ils conſervent leur forme & quelquefois ils revivent.

958. J'ai vu, ajoûte M.r Gray, par ce moyen, une autre eſpece d'inſectes, mais on n'en trouve point ſouvent, du moins cet hiver-ci. Ils ſont beaucoup plus longs que les premiers & peuvent prendre pluſieurs formes. Ils ſont elliptiques pour la plupart ; mais quelquefois ils deviennent preſque globulaires ; & d'autre fois ils s'allongent au point d'être deux ou trois fois plus longs que larges. Ils tournent quelquefois ſur eux-mêmes, en marchant, ſoit ſur leurs axes ou ſur leurs diametres ; & ils ſont compoſés de parties opaques & de parties tranſparentes.

959. Le même Auteur donne encore la deſcription d'un autre microſcope d'eau de ſon invention. *AB* eſt une piece en cuivre qui peut avoir un ſeizieme de pouce d'épaiſſeur ; en *A* eſt un petit trou de près d'un trentieme de pouce de diametre, fait dans le milieu d'une cavité ſphérique d'environ un huitieme de pouce de diametre, & profonde d'un peu plus de la moitié de l'épaiſſeur de la piece *AB*. De l'autre côté de cette piece, & préciſément à l'oppoſite de la cavité dont nous parlons, il y en a une autre qui eſt ſphérique auſſi, de la moitié de la largeur de la premiere & aſſez profonde pour que la circonférence du petit trou ſoit preſque tranchante. On prend de l'eau ſur la pointe d'une épingle ou d'une aiguille, & on la place dans ces cavités de maniere qu'elle forme une lentille d'eau convexe des deux côtés, laquelle aura ſes courbures inégales, parce que les cavités ſont de différens diametres. Je préfere cette forme, parce que je trouve que l'on voit l'objet plus diſtinctement avec cette lentille, qu'avec toute autre lentille d'eau plane convexe, ou également convexe des deux côtés, formée ſur les ſurfaces planes d'une plaque de métal. *CDE* eſt la piece ſur laquelle on place l'objet ; ſi c'eſt de l'eau ou quelqu'autre liqueur, on la met dans le trou *C* ; ſi l'objet eſt un ſolide, on le fixe à la pointe *F*. Cette piece eſt fixée à la piece *AB* par la vis *E* ; elle eſt courbée en cet endroit afin que ſa partie ſupérieure *CF* puiſſe reſter à quelque diſtance de la piece *AB*. Elle tourne autour de la vis *E*, pour pouvoir mettre le trou *C* ou la pointe *F* devant le microſcope Fig. 733.

A, & amener l'objet à ſon foyer & l'y fixer. Il y a une autre vis d'environ un demi-pouce de long, qui paſſe au travers d'une plaque ronde & de la piece *AB*; cette vis & cette plaque tiennent à la piece *CE* en *D*, où eſt une fente un peu plus large que le diametre de la vis, laquelle eſt néceſſaire pour pouvoir mettre le trou *C* ou la pointe *F*, ſuivant la nature de l'objet, au foyer de la lentille d'eau qui eſt en *A*. Car en tournant la vis *G*, on approche ou l'on éloigne la piece *CE* de ce foyer; on parviendra encore plus promptement à mettre l'objet au foyer ſi, en tournant la vis d'une main, on tient de l'autre le microſcope par l'extrémité *B*, & qu'on regarde au travers de la lentille d'eau juſqu'à ce qu'on voye l'objet très-diſtinctement. Pour former la piece *CE*, il faut prendre une plaque de cuivre mince & bien battue, afin que par ſon reſſort elle puiſſe mieux ſuivre le mouvement de la vis. Si le trou *C* fait dans la piece *CE* eſt rempli d'eau, ſans qu'elle ſoit de forme ſphérique, tous les objets qui y ſeront renfermés ſeront vus plus diſtinctement.

960. Le trou *B* eſt fait pour voir des animaux dans l'eau par la réflexion de ſa ſurface poſtérieure, comme on l'a décrit ci-deſſus.

Fig. 734 & 735. 961. Paſſons à la deſcription d'un autre microſcope, qui eſt de M.r Wilſon. Ce microſcope eſt compoſé de deux tuyaux dont l'un entre dans l'autre. Le premier *D* eſt formé extérieurement en vis & eſt d'une longueur un peu moindre que la diſtance focale d'un verre convexe *C* placé au bout de ce tuyau. Le ſecond *AABB* eſt ouvert des deux côtés pour pouvoir approcher l'objet du microſcope. Dans ce tuyau eſt contenu un reſſort ſpiral formé d'un fil de laiton, dont une extrémité tient au bout *AA* de ce tuyau, oppoſé à celui par lequel entre le premier *D*; ce reſſort porte contre deux plaques de cuivre minces & mobiles *E*, *F*, pour les preſſer l'une contre l'autre, & retenir par ce moyen l'objet dans ſa ſituation, après l'avoir placé de la manière qu'on dira plus bas, entre les plaques, & l'avoir approché convenablement de la lentille du microſcope, par le ſecours du tuyau *D*. Il y a au bout *AA* du tuyau extérieur, percé d'une ouverture formant un écrou, une piece *M* dont une partie eſt formée en vis & qui entre par-là dans le tuyau; au ſommet de cette partie eſt une petite cavité où ſe logent les

lentilles qui appartiennent au microſcope. Ces lentilles ſont au nombre de 9, dont 8 ſont enchaſſées dans de l'yvoire de la manière qu'on le voit repréſenté en *M*. Elles ſont diſtinguées par des numéros. Celle qui amplifie davantage, eſt marquée N.° 1; celle qui amplifie le plus aprés celle-là, a le N.° 2, & ainſi de ſuite. La 9.e lentille n'eſt point marquée, mais elle eſt enchaſſée dans une eſpece de petit baril d'yvoire, comme on le voit en *b*. En *ee* eſt une regle d'yvoire, dans laquelle il y a trois trous ronds *f*, *f*, *f*, où l'on met trois objets & même plus, renfermés entre deux verres minces ou talcs arrêtés par des anneaux de cuivre, quand on veut ſe ſervir des lentilles qui groſſiſſent le plus. On peut avoir huit de ces regles & même autant que l'on voudra.

962. Voici comme on ſe ſert de cet inſtrument. Ayant ôté le manche *W* de l'inſtrument de la Figure 735, taraudé par le bout, & l'ayant appliqué au microſcope par le moyen de la vis *S*, prenez une de vos regles d'yvoire *ee*, & introduiſez-la entre les deux plaques minces de cuivre *E*, *F* (dont celle de deſſus a une cavité cylindrique plus ou moins grande), de manière que l'objet ſoit bien au milieu du microſcope, obſervant de mettre le côté de la regle *ee* où ſont les anneaux de cuivre, le plus loin du bout *AA* de l'inſtrument; mettez enſuite dans l'endroit de la piece *M* deſtiné à recevoir les lentilles, les 3e, 4e, 5e, 6e ou 7e, & placez cette piece au bout *AA* de l'inſtrument, où elle doit être. Cela étant fait, appliquez l'inſtrument contre votre œil par cet endroit-là; & pendant que vous regardez l'objet au travers de votre lentille, tournez le tuyau *D* pour approcher ou éloigner l'objet juſqu'à ce que vous le voyiez clairement & diſtinctement; ſi vous vous ſervez de lentilles qui groſſiſſent beaucoup, comme alors vous ne pouvez voir qu'une partie de l'objet, par exemple, les jambes & les pattes d'une puce, prenez, pendant que vous regardez une partie de l'objet, le bout de la regle *ee*, où il eſt, & faites-le marcher doucement; vous pourrez voir de cette manière ſucceſſivement tout l'objet, ou telle partie qu'il vous plaira; & ſi cette partie n'eſt pas à la diſtance convenable pour le bien voir, vous pourrez toujours l'y mettre par le ſecours du tuyau *D*.

963. On peut de cette manière voir tous les objets tranſparens, comme les liquides, les ſels; de petits inſectes, comme

des puces, des mites, &c. Quand les objets ſont vivans, il faut, de peur de les tuer ou de les bleſſer, avoir ſoin, après les avoir placés entre les verres ou talcs, leſquels doivent être un peu concaves, de ne pas preſſer les anneaux qui arrêtent ces talcs; ſi les objets ſont des pouſſieres ou des liquides, une petite goutte de liquide ou un peu de pouſſiere mis ſur le verre *ff* & appliqué au microſcope de la manière qu'on a vu, ſe verra très-aiſément.

964. Quant aux premiere, ſeconde & troiſieme lentilles du microſcope, qui ſont diſtinguées par une croix ſur l'yvoire où elles ſont enchaſſées, on ne doit s'en ſervir qu'avec les regles qui ont la même marque, dans leſquelles les objets ſont renfermés entre deux talcs bien minces; parce que l'épaiſſeur des verres dans les autres regles empêchent l'objet d'approcher de ces fortes lentilles autant qu'il eſt néceſſaire. Quant à la manière de s'en ſervir, elle eſt la même que pour les autres. Il n'y a que cette ſeule choſe à obſerver, c'eſt d'avoir ſoin, quand on ôte ou que l'on met la regle *ee*, où eſt l'objet, ou qu'on la meut pour paſſer d'un objet à un autre, de ne point la laiſſer frotter contre la lentille; ce qu'on évite en déviſſant un peu le tuyau *D*, quand on met ou qu'on ôte la regle, ou qu'on veut paſſer d'un objet à l'autre.

965. Pour voir la circulation du ſang aux extrémités des arteres & des veines, dans les parties tranſparentes des queues de poiſſon, &c., il y a deux tuyaux de verre, l'un plus grand & l'autre plus petit, comme on le voit repréſenté en *gg*, dans leſquels on met le poiſſon : lorſqu'on veut ſe ſervir de ces tuyaux, il faut tourner le tuyau *D* dans le ſens qui tend à le faire ſortir, juſqu'à ce que le tuyau *gg* puiſſe être reçu avec facilité dans le creux *G* que laiſſent entr'elles les deux plaques de cuivre *E*, *F*. On met enſuite la queue du poiſſon vis-à-vis la lentille du microſcope, & par le ſecours du tuyau *D*, on l'amene à la diſtance où l'on peut voir aiſément le ſang circuler.

966. On ne peut pas voir auſſi bien la circulation avec les premiere, deuxieme & troiſieme lentilles, parce que l'épaiſſeur du tuyau de verre, dans lequel eſt le poiſſon, empêche de mettre l'objet au foyer de la lentille.

967. L'autre inſtrument (*Fig. 735*) eſt fait de cuivre ou de

tombac. Il a différentes charnieres *P*, *P*, *P*, pour tourner aiſément de tous côtés, & de petites pinces *G*, *G* pour ſaiſir les objets, leſquelles s'ouvrent en *K*, en preſſant enſemble les têtes des chevilles *I*, *I*. A l'autre bout de ces pinces *G*, *G* eſt viſſée une piece *H* ronde & de bois noir, dans laquelle eſt enchaſſé un morceau d'yvoire pour placer des objets opaques deſſus, ſuivant la différence de leur couleur. Il y a à l'extrémité *L* une vis qu'on fait entrer dans le petit baril d'yvoire, dans lequel le verre *b* eſt enchaſſé. Quand on ſe ſert des autres verres, il y a un anneau de cuivre *R* qui ſe viſſe à la même extrémité *L*, dans lequel on peut inſérer tous les autres verres *M*. Ainſi lorſque quelqu'objet eſt ſaiſi entre les extrémités de la pince *K*, ou poſé ſur l'autre bout *H*, on peut facilement le mettre à la vraie diſtance de celui des verres *M* qu'on voudra, par le ſecours des charnieres *P*, *P*, *P*, & par le moyen de la vis *C* & de l'écrou *D*, qui étant réglés par un reſſort *N*, ameneront l'objet exactement à la diſtance où il doit être pour qu'on le voye diſtinctement.

968. Comme la lentille enchaſſée dans le petit baril *b*, eſt celle qui amplifie le moins, on ne s'en ſert, ſoit avec l'inſtrument qui vient d'être décrit, ſoit en le tenant dans la main, que pour les plus grands objets, comme des mouches & inſectes ordinaires, &c. en ſe ſouvenant de mettre le trou *b* contre l'œil.

969. Il faut prendre garde, pendant qu'on regarde les objets, que quelqu'obſtacle n'empêche la lumière de tomber deſſus, particulierement lorſque les objets qu'on regarde ſont opaques; car on ne peut rien voir avec les meilleurs verres, à moins que l'objet ne ſoit à une diſtance convenable & ne ſoit éclairé ſuffiſamment. La meilleure lumière pour les regles dont on a parlé, où l'objet eſt renfermé entre deux verres, eſt, lorſqu'il fait beau, la lumière du ciel directe ou réfléchie par un miroir, ou la lumière du ſoleil réfléchie par quelque choſe de blanc. La lumière d'une bougie eſt bonne auſſi pour voir des objets très-petits. Le verre convexe *C* ne ſert qu'à rendre la lumière plus denſe, lorſqu'elle vient à tomber ſur l'objet, après avoir paſſé par un trou médiocre fait dans la plaque *F*.

970. Venons actuellement aux microſcopes doubles. Celui que nous allons décrire eſt de Marshal. Ce microſcope eſt compoſé

Fig. 736. de trois verres. L'oculaire eſt en *W*; l'objectif en *C*; le verre du milieu en *A*1; *B* eſt un couvercle pour garantir de la pouſſiere l'oculaire *W*; *X* eſt la place de l'œil; *W* une vis où eſt l'oculaire; *A*1 une autre vis dans laquelle eſt le verre du milieu; *A*2 l'endroit juſqu'où va le tuyau intérieur; *Z* la baſe ſur laquelle le microſcope eſt porté ſolidement; *T* un petit tiroir, qui appartient à cette baſe, dans lequel eſt un eſpace ſéparé, diviſé en ſix parties faites pour contenir autant d'objectifs de différentes ſpheres, placés dans de petites boîtes qui ſe viſſent en *C* & ſont marquées 1, 2, 3, 4, 5, 6; ces petits eſpaces ſont auſſi marqués 1, 2, 3, &c.; l'autre partie du tiroir ſert pour mettre une plaque *a* ſur laquelle ſe met l'objet; de petites pinces *b* pour ſaiſir ou pour arranger l'objet convenablement; & une autre plaque *d* blanche d'un côté & noire de l'autre, pour mettre les objets, les noirs ſur le côté qui eſt blanc & les blancs ſur celui qui eſt noir. *L* eſt une boule de cuivre logée dans une portion de ſphere creuſe *M*, au moyen de laquelle le microſcope ſe met dans la poſition que demande la lumière. *KO* eſt une tige de cuivre carrée, dans la direction de laquelle le microſcope monte & deſcend par le moyen de la boîte *E* à laquelle tient le bras *D* qui porte le microſcope. *G* eſt une autre boîte de cuivre qui monte & deſcend le long de la tige *KO*; cette boîte a une petite vis *H* avec laquelle on l'arrête ſur cette tige à telle hauteur qu'on veut. *I* eſt une eſpece de roſette, au centre de laquelle eſt un écrou dans lequel entre la vis *F* qui eſt fixée à la boîte *E*; en tournant cette roſette *I*, (ayant auparavant fixé la boîte *G* à la tige avec la vis *H*), on fait monter ou deſcendre le microſcope le long de la tige, & on l'approche ou on l'éloigne de l'objet *Pc*; &, ce qui eſt auſſi d'un très-grand avantage, l'axe du microſcope répond toujours au point de l'objet auquel il répondait d'abord, enſorte que l'on n'a point ici, comme dans d'autres inſtrumens, l'inconvénient de perdre de vue l'objet, en élevant ou abaiſſant le verre *C*. *PQ* eſt une plaque de verre ſur laquelle on met des objets, fixée dans un chaſſis de cuivre porté par un bras *NN* qui tient à la tige par le moyen de la noix *O*. Dans le bras *NN* eſt une fente par laquelle on le met ou on l'ôte aiſément de la tige, & on le fixe à telle diſtance qu'on veut.

P eſt

P eſt un petit poiſſon placé ſur la plaque de verre, pour voir la circulation du ſang à l'extrémité de la queue, en *c*. *R* eſt un verre convexe qui ſert à raſſembler la lumière d'une bougie *S* placée par terre, ſur cet endroit *c* de la queue de ce poiſſon, (le microſcope étant poſé ſur le bord d'une table) pour voir mieux la circulation du ſang. *V* eſt un couvercle de plomb qui ſe met ſur le poiſſon pour l'empêcher de s'enfuir & d'écarter la queue de la lumière. 1, 2, 3, 4, 5, 6 ſont des marques ſur la tige *KO*, qui montrent les diſtances de l'objet auxquelles les objectifs doivent être placés, ſuivant leur force amplificative plus ou moins grande. Ainſi, ſi on veut ſe ſervir de l'objectif 5 ou 6, dont chacun fait voir la circulation du ſang, il faut fixer le bord ſupérieur de la boîte *E* à la marque 5 ou 6 de la tige; & alors il s'en faudra peu que le microſcope ne ſoit exactement à la diſtance de l'objet où il doit être; enſorte que par un petit tour ou deux de la roſette *I*, d'un ſens ou de l'autre, vous l'aurez bien-tôt placé comme il doit être pour votre œil.

971. On peut examiner fort commodément les liqueurs avec ce microſcope; car ſi l'on met une petite goutte de quelque liqueur que ce ſoit ſur la plaque de verre, préciſément au milieu de la lumière *c*, les parties de cette liqueur deviendront très-viſibles, & s'il s'y trouve de petits animaux, on les appercevra. On peut voir de cette manière les anguilles qui ſont dans le vinaigre, les petits animaux que contient l'eau où l'on a jetté du poivre, ou celle dans laquelle on a fait infuſer du blé, de l'orge &c., les anguilles & autres petits animaux qui ſe trouvent dans l'eau troublée, auſſi parfaitement qu'avec quelque microſcope que ce ſoit.

972. Le Docteur Hook dit dans la Préface de ſa Micrographie, que dans la plupart de ſes obſervations, il ſe ſervait d'un double microſcope, dont il conſervait le verre du milieu lorſqu'il voulait voir à la fois une grande partie d'un objet, & l'ôtait lorſqu'il voulait examiner avec plus de ſoin les petites parties des objets: car moins il y a de réfractions, plus l'objet paraît avec éclat. Il dit relativement à cela, qu'on voit les objets plus diſtinctement & qu'ils paraiſſent plus amplifiés au travers d'un globule de verre préparé comme ci-deſſus (*An.* 947), qu'au travers d'un microſcope double; cependant il ſe ſervait rarement d'un microſcope ſimple, à cauſe de la difficulté de placer les objets auſſi près du globule qu'ils doivent être.

973. Comme l'ouverture de l'objectif d'un microscope double doit être très-petite pour que l'objet soit représenté distinctement, & par conséquent ne peut recevoir que peu de la lumière de cet objet, le moyen de remédier à cet inconvénient est d'éclairer l'objet autant qu'il est possible. Le Docteur Hook choisissait une chambre qui n'avait qu'une fenêtre située au midi; à la distance de 3 ou 4 pieds de cette fenêtre, il plaçait son microscope double sur une table, & avec un globe de verre plein d'eau, ou avec une lentille plane convexe épaisse, il rassemblait la lumière sur l'objet; ou, lorsque le soleil paraissait, il mettait un morceau de papier huilé fort près de l'objet, & avec un très-grand verre ardent, il faisait tomber les rayons du soleil sur ce papier, afin qu'il y eût beaucoup de lumière transmise au travers de ce papier à l'objet; mais le papier étant sujet à s'enflammer lorsque le foyer des rayons tombait dessus, il lui substituait quelquefois un morceau de verre plan qui n'était qu'adouci, lequel étant échauffé par degrés, supportait une chaleur beaucoup plus grande que le papier huilé, & par conséquent transmettait plus de lumière à l'objet. Il dit que par ce moyen la lumière du soleil était distribuée plus également sur la surface de l'objet, que si elle y était parvenue directement; parce qu'alors n'ayant qu'une seule direction, elle serait réfléchie trop fortement par quelque partie de l'objet, & pourrait empêcher de voir le reste qui serait dans l'ombre. La nuit, il éclairait son objet avec la lumière d'une lampe, qu'il rompait auparavant en la faisant passer au travers d'un globe plein d'eau ou de saumure qui rompt plus que l'eau, & ensuite d'une lentille plane convexe au moyen de laquelle il la rassemblait sur l'objet dans un plus petit espace. Il plaçait du côté de la lampe opposé à celui où était le globe, un miroir concave pour réfléchir une partie des rayons sur ce globe. Je ne conçois pas pourquoi M.r Hook prescrit toujours une lentille plane convexe; car il est évident qu'une lentille convexe des deux côtés rassemblera un pinceau de rayons dans un espace beaucoup plus petit qu'une lentille plane convexe de la même sphere, parce que son foyer principal est deux fois plus près de la lentille. Mais après tout, quoiqu'il soit très-avantageux d'éclairer d'autant plus l'objet, qu'on veut l'amplifier davantage, en se servant de petits objectifs, il observe que malgré la grande lumière, on commence, passé

un certain degré d'amplification, à retrouver de l'obſcurité.

974. M.r Leewenhoek au contraire ne s'eſt preſque jamais ſervi que de microſcopes ſimples dans toutes ſes obſervations. Ces microſcopes étaient compoſés d'une petite lentille convexe des deux côtés, miſe entre deux plaques d'argent percées d'un petit trou. Toutes ces lentilles faiſaient voir l'objet très-clairement & très-diſtinctement; ce qu'on doit attribuer au ſoin extrême avec lequel il choiſiſſait le verre dont il les formait, & à l'exactitude avec laquelle il leur donnait la figure; à quoi l'on doit ajoûter qu'après en avoir travaillé pluſieurs, il ne réſervait que ceux qui lui paraiſſaient excellens. Comme c'étaient tous verres travaillés, ils ne groſſiſſaient pas autant que ces petits globules dont on fait ſouvent des microſcopes, & auxquels il les préférait, parce qu'amplifiant moins ils faiſaient voir l'objet plus clairement. Nous ne devons pas non plus laiſſer ignorer qu'une choſe qui a beaucoup contribué à ſes ſuccès, eſt l'art infini avec lequel il ſavait préparer les objets pour pouvoir découvrir ce qu'il y avait en eux de plus caché.

975. Si l'on eſt curieux de deſſiner avec exactitude les objets vus avec des microſcopes doubles, on peut s'aider d'une eſpece de treillis formé de fil d'argent très-fin, placé dans le plan de l'image formée par l'objectif, ou de petits carrés tracés avec le diamant ſur un verre plan; car on n'aura qu'à tracer les parties de l'objet qu'on voit dans les carrés du treillis, dans les carrés correſpondans d'un treillis ſemblable formé ſur le papier. Cela peut être utile encore dans les recherches philoſophiques, pour connaître les meſures exactes des différens vaiſſeaux & autres parties des ſubſtances animales & végétales; on peut auſſi, comme M.r Baltazar l'a obſervé dans ſon Traité ſur les Micrometres, obtenir très-exactement ces meſures avec un micrometre de la même forme que ceux qu'on emploie dans les lunettes; car ouvrant les fils d'un micrometre juſqu'à ce qu'ils comprennent exactement un objet d'une longueur connue, par exemple, d'un dixieme de pouce, & obſervant le nombre de révolutions dans cette ouverture, on peut trouver, par une regle de Trois, le diametre de tout autre objet, qui répond à un nombre connu de révolutions.

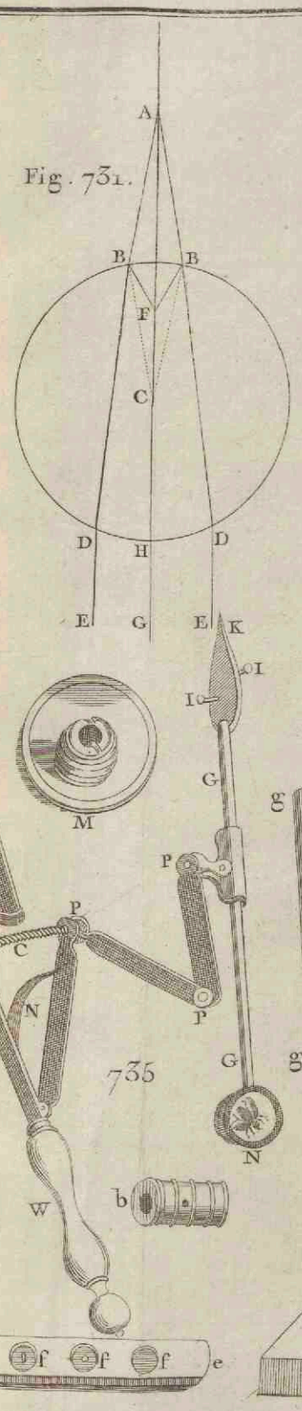
976. M.r Jurin nous donne dans ſes Diſſertations Phyſico-mathématiques un moyen exact & prompt de faire la même choſe

ſans micrometre. Il faiſait pluſieurs tours avec un fil d'argent très-fin ſur une aiguille ou ſur quelqu'autre corps ſemblable, de manière que les révolutions du fil ſe touchaient exactement ; pour s'en aſſurer, ils les examinait avec un microſcope très-attentivement. Enſuite il prenait avec un compas l'intervalle entre les deux révolutions extrêmes, & appliquait cette ouverture du compas ſur une échelle de dixme d'un pouce diviſé en cent parties ; & diviſant cette meſure par le nombre des tours du fil, il parvenait à connaître l'épaiſſeur de ce fil. Il le coupait enſuite en très-petits morceaux, puis, ſi l'objet était opaque, il les jettait deſſus, & s'il était tranſparent, il les mettait deſſous ; enſuite il comparait à la vue les parties de l'objet avec l'épaiſſeur des fils qui leur étaient contigus.

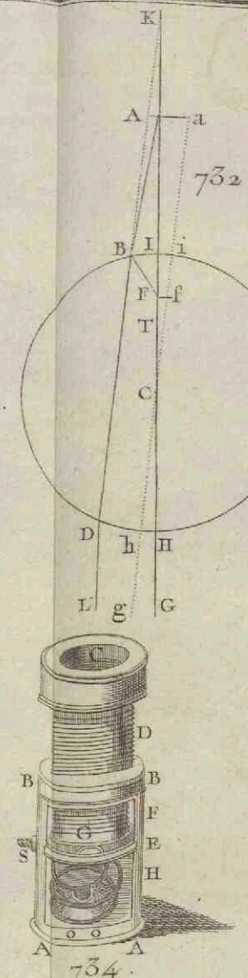
977. Par cette méthode, il obſerva que quatre globules de ſang humain couvraient ordinairement la largeur d'un de ces fils, qu'il avait trouvé de $\frac{1}{485}$ de pouce, enſorte que le diametre d'un de ces globules était de $\frac{1}{1940}$ de pouce ; ce qui a été auſſi confirmé par les obſervations de M.r Leeuwenhoek ſur le ſang humain, qu'il fit avec un morceau du même fil que lui envoya le Docteur Jurin (*Tranſ. Philoſ. N°. 377*).

978. On doit encore à M.r Jurin deux autres obſervations faites avec le microſcope, par leſquelles il détruit l'erreur où l'on était que les globules du ſang ſont plus légers que le *ſerum* ; ce qui avait fait croire que ces globules contenaient de l'air ou quelque fluide élaſtique. J'ai mis ſouvent, dit M.r Jurin, devant un microſcope, ſur un verre net, une goutte de *ſerum*, dans lequel j'avais fondu un peu de ſang, & j'ai obſervé que lorſque je tenais le verre dans une ſituation perpendiculaire, les globules de ſang deſcendaient au fond de la goutte, & qu'en renverſant le verre, ils deſcendaient de nouveau au travers du *ſerum* juſqu'au fond. Cela m'a réuſſi également en mettant un peu de *ſerum* & de ſang dans un tuyau capillaire ; & M.r Leeuwenhoek a auſſi obſervé la même choſe. Ainſi il n'eſt nullement probable que les globules de ſang ſoient de petits globes remplis d'air ou de quelqu'autre fluide plus léger que le *ſerum* ; & l'expérience ſuivante va faire voir qu'ils ne ſont point remplis d'aucune eſpece de fluide élaſtique. J'ai fondu dans un peu de *ſerum* du ſang humain, n'en mettant qu'autant qu'il en fallait pour que

Fig. 731.



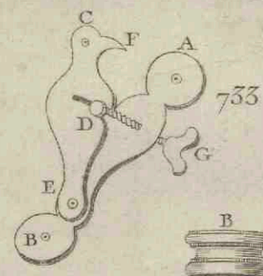
735



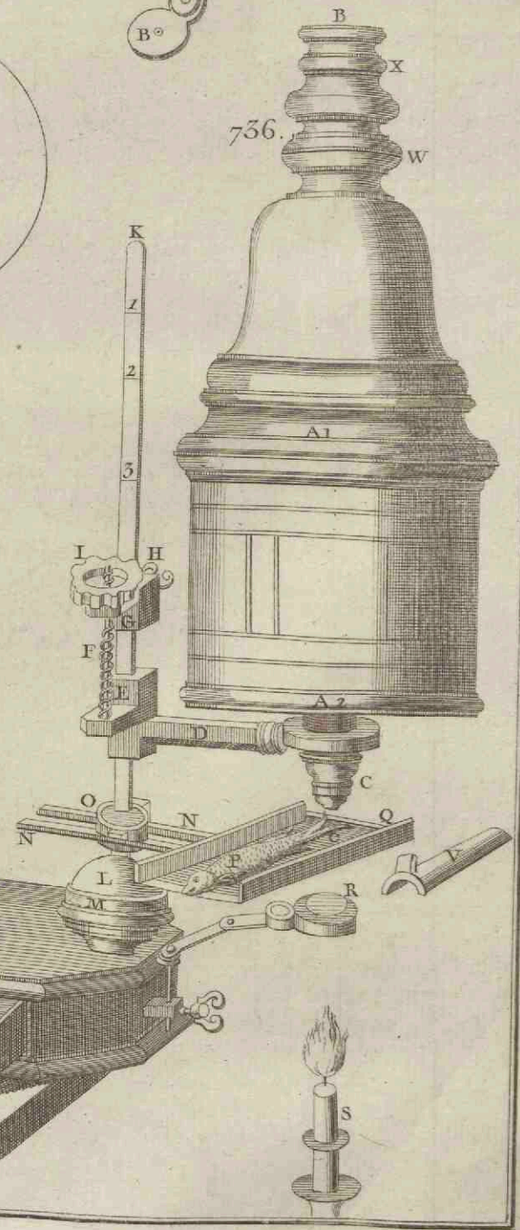
732

734

733



736.



les globules ne fussent pas assez près les uns des autres pour empêcher de les voir distinctement ; puis ayant mis une goutte de cette liqueur dans un tuyau de verre mince, j'ai ajusté le tuyau à la machine pneumatique & j'ai mis un microscope à côté, ensorte que je pouvais voir les globules de sang au travers du tuyau. Après cela, j'ai fait pomper l'air du tuyau, ayant pendant tout le tems l'œil fixé sur les globules, pour voir s'ils se dilataient à mesure qu'on pompait l'air ; mais je n'ai pu appercevoir le moindre changement ; ils me parurent dans le vuide exactement de la même grosseur qu'auparavant ; au lieu que s'ils avaient été remplis d'un fluide élastique, ou ils auraient crevé, ou ils se seraient dilatés jusqu'à devenir 70 ou 80 fois plus gros qu'ils n'étaient. Ayant ensuite tourné la clef & laissé rentrer l'air dans le tuyau, les globules de sang demeurerent de la même grosseur que dans le vuide.

979. Nous mettrons fin à ce Chapitre par la description d'un microscope double exécuté par M.rs Culpeper & Scarlet, dans lequel les objets sont illuminés par réflexion. Le tuyau *ab* de ce microscope qui entre & glisse dans l'autre tuyau *cd*, contient tous les verres. L'oculaire est en *aa*, le verre du milieu en *bb*, l'objectif est placé dans une petite boîte *e* qui se visse au bout du tuyau plus étroit *fg*, lequel est fixé à la base du tuyau intérieur & passe librement par un trou pratiqué dans la base du tuyau extérieur. Les petites boîtes qui contiennent les différens verres objectifs, sont marquées 1, 2, 3, 4, &c., & sur la convexité du tuyau intérieur sont tracés des cercles marqués 1, 2, 3, &c. & ainsi numérotés pour faire coïncider avec l'extrémité *cc* du tuyau *cd*, celui qui est marqué du même nombre que l'objectif qu'on emploie alors. Mais si l'on ne voit pas encore l'objet distinctement, il faut dévisser par degrés la petite boîte *e* pour rapprocher le verre de l'objet qui est placé au dessous. On reconnaît les verres qui amplifient davantage à leur ouverture qui est plus petite que celle des autres. Fig. 737.

980. La base *dd* du tuyau extérieur est portée sur trois pieds de cuivre fixés à la base *h*. Il y a un peu au-dessous de l'objectif *f*, une plaque circulaire *ikl* située entre ces trois pieds, laquelle a trois entailles chacune en demi-cercle, pour les recevoir, & est portée sur trois anneaux qui les entourent. Il y a trois petits cercles *mn* percés d'un trou au milieu, qu'il faut

placer sur le trou *k* fait au milieu de la plaque *ikl*; & alors on peut mettre la regle d'yvoire *o* entre les deux cercles les plus élevés, lesquels sont pressés l'un contre l'autre par un ressort formé en spirale placé entre les deux cercles inférieurs; les deux cercles extrêmes sont retenus ensemble par trois petits montans qui passent par trois trous dans la circonférence du cercle du milieu. Pour voir la circulation du sang, il y a une petite piece *p* finissant par un bouton, fixée au-dessous d'une espece de cadre portant un large verre plan *qr*; on la passe par une petite fente *i* faite dans la plaque *ikl*, sous laquelle est une petite plaque de cuivre *s* que l'on pousse en haut jusqu'à ce qu'elle ait reçu, dans une petite ouverture qui y est faite, la piece *p*; ayant ensuite placé le poisson sur le verre & mis dessus le couvercle *t*, on peut aisément en conduire la queue sous l'objectif, en tournant le verre *pq* sur la petite piece *s*, ou en le poussant ou le tirant le long de la fente *i*. La plaque circulaire *vx* sur laquelle on met les objets, a aussi à son centre une petite piece semblable à la piece *s*, qu'on passe de même par la fente *i*; ensorte que l'on peut voir successivement les différens objets mis entre deux talcs placés dans des trous faits tout autour de la plaque, en la tournant sur son centre.

981. On éclaire très-bien, dans ce microscope, tous les objets transparens, soit avec la lumière d'une bougie ou celle du jour réfléchie en haut par un miroir concave *yz* placé dans un cadre sur le centre *h* de la base. Pendant qu'on est à examiner l'objet avec le microscope, il faut tourner ce miroir sur l'axe *yz*, pour trouver la position dans laquelle il réfléchit le plus de lumière sur l'objet au travers du trou *k*; ce qui arrive lorsqu'il réfléchit les rayons très-obliquement. Si les objets sont opaques, on les met sur une plaque d'ébene ou d'yvoire dans le trou *k* sur la plaque *ikl*, & on les éclaire avec la lumière d'une bougie transmise au travers d'une lentille *a'b'* convexe des deux côtés, en mettant dans le trou *l* de la plaque *ikl* le pied *c'* de la chape *a'b'c'* dans laquelle tourne le cadre *a'b'* où est enchassée la lentille. La bougie doit être placée dans une ligne tirée de l'objet par le milieu de la lentille, à une distance telle que la lumière occupe le plus petit espace possible sur la plaque où est l'objet. Il y a peu à gagner dans le jour à faire passer la lumière du ciel au travers de cette lentille.

982. N'ayant point d'appareil convenable pour un microſcope catoptrique, je fis les épreuves dont j'ai parlé dans l'Article 701, avec celui-ci. Ayant ôté le miroir concave avec ſon cadre *yz*, & ayant cimenté le derriere d'un miroir concave de métal *AB* au haut d'un petit cylindre de bois *C* d'environ un pouce de long, je mis ce cylindre dans un tuyau de cuivre creux *D* dont les côtés étaient fendus ſuivant leur longueur, pour faire reſſort contre le cylindre *C* & le ſupporter par-là à une hauteur donnée. Je viſſai enſuite le fond de ce tuyau au centre de la baſe *h* du pied de l'inſtrument, au moyen d'une vis qui paſſait par deſſous. Je plaçai mon objet au-deſſus du trou *k* ſur le verre plan *rq*; je l'illuminai, la nuit, avec la lumière d'une bougie, rompue par la lentille *a'b'* : ayant enſuite ôté l'objectif & le verre du milieu *bb*, je trouvai la diſtance de l'oculaire *aa* au miroir, en tirant ou enfonçant le tuyau qui le contient, ou en inſérant un tuyau plus long. Je crois que les expériences auraient mieux réuſſi, ſi j'avais entouré le miroir de métal d'un tuyau large & noirci intérieurement, qui ſe fût étendu depuis la baſe *h* juſqu'au trou *k* de la plaque *ikl*, pour empêcher qu'il ne tombât d'autre lumière ſur le miroir que celle qui venait de l'objet même. Fig. 738.

1031. M.r Lieberkuhn, de l'Académie de Berlin, a inventé une autre eſpece de microſcope pour les objets tranſparens ou du moins qui ne ſont pas trop opaques, auquel il a donné le nom de *Microſcope Solaire*, parce qu'il ne peut ſervir qu'avec la lumière du ſoleil. C'eſt, comme on l'a déja remarqué, une eſpece de lanterne magique éclairée par la lumière du ſoleil. Il n'en differe qu'en ce que ce n'eſt point un objet peint ſur un verre, qui eſt repréſenté, mais un objet réel placé entre deux talcs ou ſur un ſeul, & qu'au lieu de deux lentilles placées au-delà du porte-objet, il n'y en a qu'une d'un foyer plus court. Pour en faire uſage, on l'applique, comme on dira plus bas, au volet d'une fenêtre expoſée aux rayons du ſoleil, la chambre étant bien fermée & bien obſcure.

1032. Voici de quelles parties cet inſtrument eſt compoſé. *H* (*Fig. 739*) eſt un miroir plus long que large, enchaſſé dans un cadre de cuivre, qui s'avance en dehors de la fenêtre quand le microſcope eſt appliqué au volet, pour recevoir les rayons du ſoleil & les réfléchir dans l'intérieur de l'inſtrument. *FG* eſt une plaque carrée de cuivre qui s'attache par deux vis au volet de la fenêtre, dans lequel eſt pratiquée une ouverture pour pouvoir paſſer le miroir. Dans le milieu de cette plaque eſt une roue dentée cachée par un anneau de cuivre placé au-deſſus, qui ſe meut par le moyen d'un pignon *E* ſitué à un des angles de la plaque. Dans le trou qui occupe le centre de cette roue ou de la plaque, eſt fixée extérieurement, c'eſt-à-dire du côté du miroir, une lentille convexe d'environ 8 à 10 pouces de foyer. Sur le devant de la plaque & immédiatement ſur le trou dont nous parlons, eſt viſſé un tuyau *C*, dans lequel gliſſe un autre tuyau *B*. Au bout *A* de ce dernier tuyau on viſſe un microſcope ſimple, tel que celui de Wilſon. Il eſt preſque ſuperflu de dire qu'on le viſſe par le bout qui porte le verre qui ſert à raſſembler la lumière ſur l'objet, & que de plus on ôte ce verre.

1033. Pour ſe ſervir de cet inſtrument,

il faut choisir une chambre qui ait une fenêtre exposée aux rayons du soleil, bien fermer cette chambre & faire au volet de la fenêtre un trou par lequel on puisse passer le miroir. Après l'y avoir passé, on visse la plaque *FG* solidement au volet & on tourne ensuite le pignon qui fait marcher la roue avec le miroir, pour disposer le miroir par rapport au soleil, de manière que les rayons tombent sur le verre convexe & pénétrent dans l'instrument. Il faut avoir soin que le faisceau de rayons solaires tombe perpendiculairement sur le verre convexe. Afin de pouvoir donner au miroir la position nécessaire pour qu'il réfléchisse les rayons suivant cette direction, il y a de l'autre côté de la plaque une petite roue & une vis sans fin qui servent à faire monter & descendre ce miroir jusqu'à ce qu'il parvienne dans cette position. On visse ensuite au bout *A* du tuyau mobile *B*, le microscope simple privé de la piece qui en porte la lentille, & l'on met entre les deux plaques du microscope la regle où sont les objets qu'on se propose d'examiner. Puis on enfonce ou l'on tire le tuyau mobile *B*, jusqu'à ce qu'on ait fait parvenir l'objet que porte la regle, à une petite distance du foyer du verre convexe où la lumière est fort dense & par conséquent très-vive. Enfin, on applique au bout du microscope simple la piece qui porte la lentille, & en tournant le tuyau extérieur de ce microscope, on approche la lentille de l'objet, autant qu'il est nécessaire pour que l'image qu'elle produit sur un écran couvert d'une feuille de papier blanc placé vis-à-vis, soit très-distincte & très-grande : plus elle est reçue loin du microscope, plus elle est grande; & ce qui surprend d'abord, c'est qu'à quelque distance que ce soit, (pourvu cependant qu'elle ne soit pas excessive), cette image est toujours distincte. Au lieu de la recevoir sur un écran, on est souvent obligé, à cause de son extrême grandeur, de la recevoir sur une toile qu'il faut avoir soin de prendre bien blanche.

1034. Cet instrument a l'avantage de représenter les objets beaucoup plus grands qu'aucun autre. Les images qu'il produit sont d'une grandeur difficile à croire : l'image de l'écaille d'une sole est de 12 ou 15 pieds de long & de 7 à 8 de large, une puce écrasée est représentée grosse comme un mouton, un cheveux paraît gros comme un ballet, &c. Aussi a-t-on déja remarqué que cet instrument peut nous faire découvrir dans les objets qui ne sont pas trop opaques, beaucoup de choses que les autres nous laisseraient toujours ignorer. Il a encore d'autres avantages qui lui sont particuliers; les yeux les plus faibles peuvent s'en servir sans la moindre fatigue; plusieurs personnes peuvent observer, en même tems, le même objet, en examiner toutes les parties, & s'entretenir de ce qu'elles ont sous les yeux : ce qui les met en état de se faire bien entendre & de trouver la vérité; au lieu que dans les autres microscopes, on est obligé de regarder, par un autre trou, l'un après l'autre & souvent de voir un objet qui n'est pas dans le même jour ni dans la même position. Il est encore d'un grand secours pour ceux qui ne savent pas dessiner, & qui desireraient prendre la figure exacte d'un objet; car ils n'ont qu'à attacher un papier sur l'écran & tracer sur ce papier la figure qui y est représentée, avec une plume ou un crayon. (*Voyez l'Encyclopédie d'où ces dernieres remarques sont tirées*).

1035. M.r Lieberkuhn a aussi inventé un microscope pour les objets opaques. On a dû voir dans ce Chapitre combien il est difficile de les éclairer, même assez faiblement, enforte qu'il n'a pas été possible jusqu'à cet ingénieux Académicien, de faire d'observations exactes sur ces objets. Le moyen qu'il a imaginé pour les éclairer parfaitement est aussi simple que sûr. Il consiste à mettre la lentille au centre d'un miroir concave d'argent parfaitement poli, lequel est percé pour la recevoir; la lumière venant à tomber sur ce miroir, il est clair qu'il ne peut manquer de réfléchir sur l'objet une lumière directe & forte, & donner par conséquent la facilité de l'examiner avec toute l'exactitude possible.

1036. On emploie quatre miroirs concaves pareils à celui dont nous parlons & de différentes spheres; ils sont destinés à recevoir quatre lentilles de différentes forces, pour observer les différens objets.

Fin du troisieme & dernier Livre.

ADDITIONS.

ADDITIONS.

Sur une difficulté concernant le mouvement rectiligne de la lumière.

1. QUand on considere qu'il n'y a point d'astre qui n'envoie des rayons de lumière à tous les autres, que l'univers est rempli d'une multitude de spheres de rayons dont les corps celestes sont les centres, qu'il n'y a pas de point sensible de l'horison qui n'envoie des rayons à tous les autres points, &c., il est presqu'impossible de concevoir comment la lumière ne se forme pas obstacle à elle-même dans les espaces immenses qu'elle traverse & conserve son mouvement rectiligne dans toutes les directions possibles sans jamais être détournée ; cela est si peu concevable que plusieurs l'ont crue incorporelle, & que tous ceux qui ont bien pesé la difficulté, ont vu la nécessité de lui attribuer une subtilité incomparablement plus grande que celle des parties de quelque corps que ce soit.

2. Ceux qui pensent que la lumière est l'effet d'un mouvement d'oscillation dans un milieu subtil & élastique qui remplit l'univers, peuvent écarter la difficulté, en supposant les particules de ce milieu d'une petitesse suffisante ; puisque nous voyons par expérience que le son se propage dans l'air suivant toutes sortes de directions sans se nuire sensiblement. Mais cette hypothese sur la lumière n'étant pas la plus plausible, voyons dit M.r Melwill, auquel on doit ces réflexions, s'il ne serait point possible de résoudre la difficulté dans la supposition plus vraisemblable, que la lumière consiste dans une émission réelle des particules du corps lumineux, qu'il lance sans cesse de tous côtés & avec beaucoup de force.

3. Il faut d'abord remarquer que, quoique la subtilité des particules de la lumière puisse suffire seule pour expliquer son passage dans toutes les directions imaginables au travers des corps transparens & denses, elle ne suffit pas de même pour expliquer comment elle peut passer facilement au travers d'autre lumière également subtile ; il faut supposer de plus qu'elle est extrêmement rare lors même qu'elle est la plus dense, c'est-à-dire, que les demi-diametres de deux corpuscules lumineux les plus proches dans le même ou dans différens rayons, sont incomparablement plus petits que la distance à laquelle ils sont l'un de l'autre, aussi-tôt après leur émission.

4. Considérons un peu le chemin d'une particule de lumière qui vient d'une des étoiles fixes les plus éloignées, par exemple, de la petite étoile nommée *le Cavalier*, qui est dans la queue de la grande Ourse. Les particules par lesquelles nous voyons cette étoile, traversent d'abord tout l'espace qui l'environne, dans lequel il peut y avoir des planettes, & qui par conséquent, au cas que cela soit, doit être rempli d'autant de spheres de lumière. Il faut ensuite que ces particules passent au travers du torrent de lumière qui vient de l'étoile de la seconde grandeur que nous voyons auprès, & qu'après elles traversent tout l'espace qui environne le soleil, lequel est rempli de la lumière de cet astre, & de toutes les spheres de lumière réfléchie par les cometes, les planettes & leurs satellites. Ajoûtez à cela que dans chaque point sensible de leur trajet depuis l'étoile jusqu'à notre œil, elles ont à passer au travers de rayons de lumière qui viennent suivant toutes sortes de directions de chaque étoile, & que cependant elles ne doivent jamais avoir rencontré une seule particule de lumière, car autrement elles n'auraient pu parvenir à notre œil dans leur véritable direction. D'après cette réflexion on juge déja que la lumière doit être beaucoup plus rare & plus subtile qu'on ne se suppose ordinairement : mais allons un peu plus loin.

5. Un corps qui ſe meut parmi d'autres corps de même grandeur qui ſe meuvent auſſi, eſt d'autant moins expoſé à les rencontrer, que ces corps ſont plus petits par rapport à l'eſpace dans lequel ils ſe meuvent. Il faut donc ſuppoſer, comme on l'a déja inſinué, que la diſtance des particules de lumière les plus proches l'une de l'autre, qui ſe meuvent ſuivant la même ligne ou ſuivant des lignes différentes, doit excéder leur diametre, un nombre de fois incomparablement plus grand que nos nombres ordinaires, pour qu'une particule puiſſe paſſer dans chaque point ſenſible de ſon trajet; & que pour qu'elle puiſſe franchir librement l'eſpace compris depuis les étoiles fixes les plus éloignées, cet excès doit être encore multiplié par un nombre immenſe; que de plus cet excès ainſi augmenté doit être élevé à une puiſſance dont l'expoſant eſt un nombre égal au nombre de toutes les étoiles fixes, des planettes & des cometes. En réfléchiſſant un peu à la ténuité preſqu'infinie & à l'extrême rareté des corpuſcules lumineux, qui réſultent de ces conſidérations, on conçoit moins difficilement comment il ſe peut que la lumière ne ſoit point détournée en traverſant des eſpaces immenſes où ſe croiſe en tous ſens d'autre lumière.

6. Quelques-uns ont cru que ſi les particules de lumière ſe repouſſaient mutuellement, cela empêcherait qu'elles ne ſe troublent dans leurs mouvemens; mais la plus légere réflexion ſuffit pour voir le contraire. Car quoique par ce moyen ces particules puſſent éviter de ſe rencontrer, elles ne manqueraient pas de ſe détourner les unes les autres de leur route rectiligne auſſi-tôt qu'elles viendraient à ſe trouver à portée de leur pouvoir mutuel.

Sur l'eſpace que l'œil peut embraſſer, &c.

7. Tout ce qu'on peut voir d'un ſeul coup d'œil doit être compris dans un angle plus petit qu'un droit. Car ſoit l'œil placé en O (*Fig. 740*) directement au-deſſus de l'extrémité A de l'eſpace AB qui s'étend à l'infini vers B, enſorte que le rayon qui vient de A à l'œil ſoit perpendiculaire à AB; prenons un intervalle quelconque AD & menons la ligne OD: il eſt clair que l'angle A étant droit, l'angle AOD eſt néceſſairement plus petit qu'un droit. Donc l'eſpace que l'œil peut embraſſer eſt compris dans un angle moindre qu'un angle droit.

8. Un objet qui ſe meut avec quelque vîteſſe que ce ſoit, paraît immobile ſi l'eſpace qu'il parcourt dans une ſeconde eſt imperceptible à la diſtance où l'œil eſt placé; & comme les aſtres, en tournant autour de la terre, n'ont aucun mouvement ſenſible, quoiqu'à chaque ſeconde de tems ils décrivent des eſpaces qui font dans notre œil un angle de 15 ſecondes, il s'enſuit qu'un eſpace parcouru par un corps, eſt imperceptible, & que par conſéquent ce corps paraît en repos, ſi l'angle que cet eſpace ſoutend à notre œil n'eſt que de 15 ſecondes.

9. Le mouvement d'un objet n'eſt donc pas ſenſible, ſi l'eſpace qu'il parcourt dans une ſeconde eſt à la diſtance de cet objet à l'œil comme 1 eſt à 1200; car cet eſpace ne fait à l'œil qu'un angle de $17' 11''$.

Sur les degrés de lumière du ſoleil & des planettes.

10. Ce qu'on va voir eſt extrait de la Diſſertation de M.r Euler ſur ce ſujet citée (*Note 81*); n'ayant fait que rapporter en cet endroit le réſultat qu'avait donné pour la lumière de la lune l'application que ce grand Géometre fait de la ſolution générale du Problême où il détermine le degré d'éclat d'un corps céleſte quelconque, à la détermination de la lumière de cette planette, nous croyons devoir inſérer ici la ſolution dont nous parlons. On obſervera que quoique M.r Euler faſſe conſiſter la lumière dans un mouvement de vibration communiqué à l'éther par le corps lumineux, &c., les ſolutions ſeront également vraies dans le ſyſtême qui en fait une émanation réelle du corps lumineux.

Commençons par quelques obſervations générales.

11. Si l'on veut juger de la lumière d'un objet qui nous éclaire, il faut conſidérer cet objet même comme étant la ſource de la lumière que nous recevons, & avoir égard à notre ſituation par rapport à lui.

12. En conſidérant l'objet même d'où viennent les rayons de lumière, il y en

r

a de deux eſpeces : les corps lumineux par eux-mêmes, c'eſt-à-dire, qui par une force qui leur eſt propre, lancent des rayons, comme le ſoleil, les étoiles, &c., compoſent la 1re ; la 2.e comprend les corps opaques qui ne ſont viſibles qu'autant qu'éclairés par quelque lumière, ils ſont mis dans un état ſemblable à celui des corps lumineux par eux-mêmes, & deviennent propres à produire d'eux-mêmes des rayons de lumière qui les rendent viſibles, tels ſont les planettes, les cometes & tous les corps opaques terreſtres.

13. Mais pour qu'un corps produiſe des rayons de lumière, il faut que les plus petites parties de ſa ſurface ſoient dans un mouvement de vibration extrêmement rapide, qui ſe communiquant à l'éther, y produit ce qu'on nomme *rayons de lumière*. Et plus le mouvement de vibration dont les particules de la ſurface d'un corps ſont agitées, aura de force & de rapidité, plus les rayons en auront auſſi, & plus par conſéquent elles auront d'éclat. Mais il eſt probable que toutes ne ſont pas également ſuſceptibles de s'animer du même mouvement de vibration ou qu'elles n'ont pas le même éclat, il eſt même poſſible qu'il y en ait qui n'en ayent point du tout. Pour avoir l'éclat d'une portion quelconque de la ſurface d'un corps, il faut donc compoſer enſemble tous les divers degrés d'éclat de ſes particules ; cette ſomme forme ce que M.r Euler nomme *l'éclat du corps lumineux*.

14. Outre l'éclat du corps lumineux, qualité qui lui eſt intrinſéque, il faut avoir égard à la grandeur de la ſurface du corps, ou du moins à ſa partie qui envoie des rayons ſur un point propoſé. Car puiſque de chaque point de cette ſurface il émane des rayons, la quantité des rayons qui frapperont quelqu'endroit, dépendra non-ſeulement de l'éclat du corps lumineux, mais auſſi de l'étendue de la ſurface ou du nombre des points lumineux qui y lancent des rayons. L'obliquité de la ſurface ne diminue point ſon effet, puiſque chaque point d'une ſurface lumineuſe eſt ſuppoſé envoyer des rayons de tous côtés également.

15. Enfin, pour déterminer la force de la lumière qui tombe en quelqu'endroit, il faut encore avoir égard à la diſtance du corps lumineux, puiſque l'intenſité de la lumière diminue, comme nous l'avons vu (*Art. 58*) en raiſon inverſe du carré des diſtances.

16. M.r Euler ſe bornant à conſidérer l'éclat des ſeuls corps lumineux ſphériques, commence par chercher le degré d'illumination que peut recevoir d'un corps ſemblable un point qui en eſt à une diſtance quelconque. Soit *HADB* (*Fig. 741*) le corps lumineux & *P* le point qui en eſt éclairé, dont la diſtance *PC* au centre de ce corps ſoit repréſentée par *a*. Soit *CA* ou *CB* le rayon de ce corps $= b$, & *E* l'éclat d'un de ſes élémens. Si l'on mene les tangentes *PA*, *PB*, elles détermineront la portion *ADB* de la ſurface qui éclaire le point *P*. Soit $PCA = PCB = p$, dont le complément *CPA* ou *CPB* marque le demi-diametre du corps lumineux vu de *P*. Suppoſant donc le demi-diametre apparent *CPA* ou *CPB* $= q$, on aura $p = 90° - q$.

17. *Ff* étant un élément de l'arc *ADB*, cherchons l'illumination que reçoit le point *P* de l'élément annulaire de la ſurface rayonnante, produit par la révolution de *Ff* autour de l'axe *PD*. Suppoſons l'angle *DCF* ou *DCG* $= r$; l'élément $Ff = b\,d\,r$; le demi-diametre $EF = b \sin. r$; & ſuppoſant le rapport du diametre à la circonférence repréſenté par celui de 1 à c, la ſurface de l'élément annulaire engendré par *Ff*, ſera $= 2\,c\,b \sin. r \times b\,d\,r = 2\,c\,b\,b\,d\,r \sin. r$. De plus, la diſtance *PF* de *P* à chaque point de l'anneau, $= \sqrt{(a\,a + b\,b - 2\,a\,b \cos. r)}$. Mais la force de la lumière qui éclaire ce point *P*, eſt proportionnelle à l'éclat *E* d'un élément quelconque de l'anneau, à la ſurface de cet anneau, & au carré de la diſtance, pris réciproquement ; elle ſera donc exprimée par $\frac{E.\,2\,c\,b\,b\,d\,r \sin. r}{a\,a + b\,b - 2\,a\,b \cos. r}$.

L'intégrale de cette différencielle priſe de manière qu'elle s'évanouiſſe en faiſant l'angle $r = 0$, exprimera l'illumination que le point *P* reçoit de la ſurface du ſegment ſphérique engendré par *ED*. Or, cette intégrale eſt $\frac{c\,b\,E}{a} L. \frac{a\,a + b\,b - 2\,a\,b \cos. r}{a\,a + b\,b - 2\,a\,b}$, laquelle devient, en mettant p à la place de r,

$\frac{cbE}{a} L. \frac{aa+bb-2ab\ \text{cof.}\ p}{aa+bb-2ab}$, & exprime alors l'illumination entiere que le point P reçoit du globe lumineux $ABDH$. Cof. p étant $=$ fin. q, cette expreſſion devient $\frac{cbE}{a} L. \frac{aa+bb-2ab\ \text{fin.}\ q}{aa+bb-2ab}$.

18. Si l'angle q eſt fort petit, & la diſtance a fort grande, par rapport à b, on aura $\frac{aa+bb-2ab\ \text{fin.}\ q}{aa+bb-2ab} = 1 + \frac{2ab(1-\text{fin.}\ q)}{aa+bb-2ab} = 1 + \frac{2b}{a}$, à peu près, dont le logarithme $= \frac{2b}{a}$. L'illumination du point P ſera donc $= \frac{2cbb}{aa} E = 2cE\ \text{fin.}\ q^2$, à cauſe que fin. $q = \frac{b}{a}$.

19. Si l'on met $\frac{b}{a}$ à la place de fin. q, dans l'expreſſion générale de l'illumination, elle ſe change en celle-ci $\frac{cbE}{a} L. \frac{a+b}{a-b} = \frac{cbE}{a} L. \frac{PH}{PD}$.

20. Comme la ſurface illuminée a toujours quelqu'étendue, quelque petite qu'elle ſoit, il ne ſuffit pas, dit M.r Euler, de conſidérer la quantité de rayons qui tombent ſur un de ces points; il faut avoir égard de plus à l'obliquité de leur incidence. Car plus la ſurface reçoit les rayons obliquement, plus la quantité de rayons qui tombent au même endroit eſt petite; enſorte qu'il faut diminuer la force de l'illumination exprimée par la formule précédente, dans le rapport du ſinus total au ſinus d'incidence.

21. Soit donc Pp (*Fig.* 741) la ſurface qu'illumine le corps ſphérique $ADBH$; ſuppoſons-la perpendiculaire à l'axe CP, enſorte que les rayons partis de l'anneau engendré par le petit arc Ff la rencontrent ſous l'angle $FPp = PFE$, dont le ſinus eſt $= \frac{PE}{PF} = \frac{a-b\ \text{cof.}\ r}{\sqrt{(aa+bb-2ab\ \text{cof.}\ r)}}$. L'illumination occaſionnée par les rayons qui viennent de l'anneau engendré par Ff, ſera $= \frac{2cEbb\,dr\ \text{fin.}\ r(a-b)\ \text{cof.}\ r}{(aa+bb-2ab\ \text{cof.}\ r)^{\frac{3}{2}}}$. Faiſant cof. $r = u$, on a $du = -dr$ fin. r, & l'expreſſion précédente deviendra $\frac{-2cEbbdu(a-bu)}{(aa+bb-2abu)^{\frac{3}{2}}}$, dont l'intégrale eſt $\frac{2cEbb}{aa} \times \left(\frac{b-au}{\sqrt{(aa+bb-2abu)}} + C\right)$ ou $\frac{2cEbb}{aa} \times \left(\frac{b-a\ \text{cof.}\ r}{\sqrt{(aa+bb-2ab\ \text{cof.}\ r)}} + C\right)$. Cette expreſſion devant être nulle quand $r = 0$, la valeur de la conſtante doit être $\frac{a-b}{\sqrt{(aa+bb-2ab)}} = 1$. Pour avoir l'illumination totale, il faut mettre p à la place de r; & comme cof. $p = \frac{b}{a}$, $b - a$ cof. p ſera $= 0$, enſorte que l'illumination cherchée ſera $\frac{2cEbb}{aa} = 2cE\ \text{fin.}\ q^2$; expreſſion qui convient avec celle qui a été trouvée ci-deſſus, ſi l'on ſuppoſe l'angle q très-petit. On voit donc qu'en général la force avec laquelle une ſurface expoſée directement à un globe lumineux en eſt éclairée, eſt toujours en raiſon compoſée de l'éclat de ce corps & du carré de ſon demi-diametre apparent.

22. Repréſentant donc par E l'éclat d'un corps céleſte quelconque, qu'on peut toujours regarder comme ſphérique, le degré d'illumination d'une ſurface qui en reçoit directement les rayons, ſera proportionnelle à E fin. q^2, ſuppoſant que l'angle ſous lequel le demi-diametre de ce corps eſt vu de cette ſurface, ſoit $= q$. Et ſi cette ſurface au lieu de recevoir directement les rayons, les reçoit ſous un angle quelconque t, le degré d'illumination ſera comme E fin. q^2 fin. t. Car le demi-diametre apparent q pouvant être ſuppoſé fort petit, tous les rayons qui tombent ſur la ſurface Pp, y ſeront inclinés à peu près ſous le même angle t.

23. Venons à préſent à la détermination de l'éclat dont une planette doit briller par la lumière qu'elle reçoit du ſoleil, & voyons comment M.r Euler réſoud ce Problême. Or, ſuivant l'hypotheſe que ce grand

Géometre a adoptée ſur la manière dont nous voyons les corps opaques, il eſt clair que le Problême ſe réduit à déterminer quel ſera le mouvement de vibration que les rayons du ſoleil peuvent imprimer aux particules de la ſurface de la planette, en les frappant.

24. Quoique l'on ne puiſſe douter que ces particules ne ſont pas toutes de même nature, & que par conſéquent elles ne ſont pas également ſuſceptibles de s'animer du mouvement de vibration que les rayons du ſoleil tendent à leur donner, M.r Euler les ſuppoſe cependant telles, pour rendre le cas le plus général qu'il eſt poſſible, c'eſt-à-dire, qu'il ſuppoſe que toutes peuvent produire des rayons blancs, ou que toutes ces particules ſont blanches. Il ſera facile de diminuer quelque choſe de l'éclat que l'on trouvera, en conſidération de celles de ces particules qui ſont noires ou colorées.

25. Soit donc Pp (*Fig.* 741) une particule blanche de la ſurface d'une planette, ſur laquelle tombe directement un cone de rayons APB. Suppoſons cette particule parfaitement libre d'obéir aux impreſſions de ces rayons. D'abord il eſt clair que cette particule ne ſaurait prendre un mouvement de vibration tel qu'elle puiſſe produire des rayons de lumière auſſi forts que ceux dont elle eſt frappée. Car ſi cela arrivait, comme alors elle lancerait de toutes parts des rayons de la force de ceux du cone APB, l'effet ſerait beaucoup plus grand que la cauſe, & cela, dans le rapport de ce cone à la capacité d'une ſphere dont le rayon ſerait AP. De plus, ſon éclat ſerait égal à celui du corps $ADBH$ qui l'illumine, ce qui eſt abſurde. Mais ſi elle était frappée de tous côtés par des rayons égaux à ceux du cone APB, le mouvement de vibration qu'elle en recevrait pourrait être auſſi fort que celui des particules du corps $ADBH$, & par conſéquent ſon éclat pourrait alors être égal à celui de ce corps. D'où il ſuit que n'étant frappée que par le cone de rayons APB, ſon éclat doit être plus petit que celui du corps lumineux dans le rapport du cone APB à la ſphere dont le rayon eſt PA, ou du ſinus verſe de la moitié de l'angle APB au diametre ou au double du ſinus total. Suppoſant donc l'angle APC ou le demi-diametre apparent du corps lumineux $= q$, & ſon éclat $= E$, l'éclat de la particule Pp ſera $= E \times \frac{\text{ſin. verſe } q}{2} = E \times \frac{1 - \text{cof. } q}{2} = E \text{ ſin. } \frac{1}{2} q^2$.

26. Ayant ſuppoſé que le cone de rayons tombe directement ſur la particule Pp, il n'y a que les endroits des planettes qui ont le ſoleil à leur zenith, dont l'éclat ſoit E ſin. $\frac{1}{2} q^2$. Quant aux autres qui reçoivent obliquement les rayons du ſoleil, leur éclat eſt moindre dans la raiſon du ſinus de cette obliquité; enſorte que ceux qui ont le ſoleil à leur horiſon, n'en doivent point avoir du tout. Si donc l'on veut conſidérer tous les points de la ſurface d'une planette, comme s'ils avaient tous le même éclat, il eſt évident qu'il faut prendre un milieu entre le plus grand degré d'éclat & celui qui eſt infiniment petit ou nul, & que par conſéquent cet éclat ſera exprimé par $\frac{1}{2} E$ ſin. $\frac{1}{2} q^2$. Il eſt vrai cependant, comme l'obſerve M.r Euler, que cet éclat doit être un peu plus grand, parce que la ſurface de la planette n'eſt pas polie, comme cette détermination la ſuppoſe, mais eſt couverte d'éminences de toute eſpece qui peuvent recevoir les rayons plus directement, ſans compter que la ſurface illuminée eſt par cette raiſon plus grande qu'elle n'a été ſuppoſée dans le calcul.

27. Le degré d'éclat de chaque partie éclairée de la ſurface d'une planette, exprimé par $\frac{1}{2} E$ ſin. $\frac{1}{2} q^2$, eſt bien celui avec lequel cette partie peut frapper nos yeux, quand nous voyons dans ſon entier la moitié éclairée de la planette; mais ſi nous n'en voyons qu'une portion, comme quand la lune eſt loin de ſes oppoſitions, ſon éclat eſt néceſſairement moindre. Cherchons quel eſt le degré d'éclat de cette portion elle-même.

28. Soient les centres du ſoleil S (*Fig.* 742) & de la terre T dans le plan de la Figure, ainſi que le centre de la planette dont on veut trouver l'éclat de la partie éclairée que nous voyons. Soit cette planette repréſentée par le cercle $ADBH$, dont le rayon $CD = b$ ſoit le demi-diametre. Suppoſant que la diſtance du ſoleil à cette planette puiſſe être regardée comme

infinie par rapport au diametre de cette planette, il y aura la moitié de cette planette d'éclairée, laquelle ſera ſéparée de l'autre moitié par un plan perpendiculaire à celui de la figure & au cours des rayons; ce plan eſt repréſenté par AB menée perpendiculairement à SC. Or, l'on voit que le point D de la planette eſt celui qui doit avoir le plus d'éclat, & que par conſéquent ſon éclat eſt $= E$ ſin. $\frac{1}{2} q^2$, en nommant E l'éclat du ſoleil, & q le demi-diametre apparent de cet aſtre vu de la planette.

29. Soit pour abréger E ſin. $\frac{1}{2} q^2 = e$. Pour trouver l'éclat de tel autre point F que l'on voudra de la ſurface éclairée, il ne s'agit que de diminuer l'éclat e dans le rapport du ſinus total au ſinus d'incidence; ainſi abaiſſant de F une perpendiculaire ſur SC, comme l'angle CFP eſt égal à l'angle d'incidence, l'éclat cherché de F ſera e ſin. $CFP = \frac{e.CP}{b}$, & cet éclat ſera auſſi celui de tous les points qui ſe trouvent dans la circonférence du cercle engendré par le point F en tournant autour de CD. Si la diſtance de la terre T à la planette peut auſſi être regardée comme infinie, le plan perpendiculaire à CT & au plan de la figure, & qui la rencontre ſuivant le diametre MN, ſéparera de la moitié éclairée de la planette la partie que nous en pouvons voir. C'eſt donc de cette partie dont il s'agit de déterminer l'éclat ou la ſomme des différens degrés d'éclat de ſes élémens.

30. Soit l'angle BCM ou ſon égal TCH que la ligne tirée de la terre au centre de la planette fait avec celle qui paſſe par ce même centre & celui du ſoleil, $= s$, & $CQ = x$; on aura $CP = x$ ſin. s, & $PQ = x$ cof. s; & l'éclat de l'élément Ff ſera $= \frac{ex \text{ ſin. } s}{b}$. Si l'on conçoit que cet élément tourne autour de DC juſqu'à ce qu'il rencontre le plan repréſenté par MN, au-deſſus & au-deſſous du plan de la figure, il décrira au-deſſus ou au-deſſous de ce plan un arc dont le coſinus ſera $\frac{PQ}{PF} = \frac{x \text{ cof. } s}{\sqrt{(bb - xx \text{ ſin. } s^2)}}$. Si donc on nomme t l'angle dont le coſinus eſt $\frac{x \text{ cof. } s}{\sqrt{(bb - xx \text{ ſin. } s^2)}}$, la portion viſible de la circonférence décrite par la révolution du point M, ſera $2t.PF$, & par conſéquent la partie viſible de l'anneau engendré par l'élément Ff ſera $= 2t.PF.Ff$, & ſon éclat ſera exprimé par $2t.PF.Ff.\frac{ex \text{ ſin. } s}{b}$. Mais $PF.Ff = b \times$ la différence de $PC = bdx$ ſin. s; cet éclat ſera donc $= 2etxdx$ ſin. s^2, dont il faut prendre l'intégrale de manière qu'elle s'évanouiſſe en faiſant $x = 0$ & en faiſant $x = b$, & alors cette intégrale exprimera l'éclat cherché de la portion de la planette qu'on peut voir de la terre.

31. Nommons T cet éclat; on aura $T = 2e$ ſin. $s^2 . \int txdx = etxx$ ſin. $s^2 - e$ ſin. $s^2 \int xxdt$, qui ſe réduit à $-e$ ſin. $s^2 \int xxdt$, lorſque $x = b$, parce que la partie intégrée $etxx$ ſin. s^2 qui s'évanoüit en faiſant $x = 0$, s'évanouit auſſi en faiſant $x = b$, l'angle t devenant alors nul. Mais à cauſe que cof. $t = \frac{x \text{ cof. } s}{\sqrt{(bb - xx \text{ ſin. } s^2)}}$, & que ſin. $t = \frac{\sqrt{(bb - xx)}}{\sqrt{(bb - xx \text{ ſin. } s^2)}}$, on a $-dt = \frac{bbdx \text{ cof. } s}{(bb - xx \text{ ſin. } s^2)\sqrt{(bb - xx)}}$; on aura donc $T = ebb$ ſin. s^2 cof. $s \int \frac{xxdx}{(bb - xx \text{ ſin. } s^2)\sqrt{(bb - xx)}}$, ou en faiſant $x = by$, $T = ebb$ ſin. s^2 cof. $s \int \frac{yydy}{(1 - yy \text{ ſin. } s^2)\sqrt{(1 - yy)}}$, dans laquelle il faut mettre $y = 1$, après l'avoir intégrée de manière qu'elle s'évanouiſſe en faiſant $y = 0$.

32. Faiſons $\int \frac{yydy}{(1 - yy \text{ ſin. } s^2)\sqrt{(1 - yy)}} = Y$, nous aurons, après avoir réduit $\frac{yy}{1 - yy \text{ ſin. } s^2}$ en ſuite, $Y = \ldots$

$$\int \frac{yydy}{\sqrt{(1 - yy)}} + \text{ſin. } s^2 \int \frac{y^4 dy}{\sqrt{(1 - yy)}} + \text{ſin. } s^4 \int \frac{y^6 by}{\sqrt{(1 - yy)}} + \text{ſin. } s^6 \int \frac{y^8 dy}{\sqrt{(1 - yy)}} + \&c.$$

Pour avoir ces différens termes, remarquons que l'intégration de chacun d'eux dépend ce celle du précédent, enſorte qu'on ſe trouve forcé de remonter à celle de $\frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}}$. Mais on ſait que $\int\frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}}$ exprime un arc de cercle dont le ſinus eſt y & le rayon 1, & que cette expreſſion devient, dans la ſuppoſition de $y=1$, celle du quart de la circonférence. Suppoſant donc le rapport du diametre à la circonférence exprimé par celui de 1 à c, nous avons pour le cas de $y=1$, $\int\frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{1}{2}c$.

Pour voir bien clairement que lorſqu'on a une des intégrales de la ſuite égale à Y, on a auſſi-tôt la ſuivante, conſidérons-en une quelconque $\int\frac{y^m dy}{\sqrt{(1-yy)}}$, la ſuivante ſera $\int\frac{y^{m+2}dy}{\sqrt{(1-yy)}}$. Prenons la quantité $y^{m+1}\sqrt{(1-yy)}$ & différencions-la, nous aurons . . . . $\frac{(m+1)y^m dy-(m+2)y^{m+2}dy}{\sqrt{(1-yy)}}$; donc nous aurons $(m+1)\int\frac{y^m dy}{\sqrt{(1-yy)}}-(m+2)\int\frac{y^{m+2}dy}{\sqrt{(1-yy)}}=y^{m+1}\sqrt{(1-yy)}$ & par conſéquent . . . $\int\frac{y^{m+2}dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{m+1}{m+2}\int\frac{y^m dy}{\sqrt{(1-yy)}}-\frac{1}{m+2}y^{m+1}\sqrt{(1-yy)}$, enſorte qu'on aura l'intégrale de $\frac{y^{m+2}dy}{\sqrt{(1-yy)}}$ auſſi-tôt qu'on aura celle de $\frac{y^m dy}{\sqrt{(1-yy)}}$.

Mais n'ayant beſoin de ces intégrales que pour le cas où $y=1$, & la quantité $\frac{1}{m+2}y^{m+1}\sqrt{(1-yy)}$ devenant nulle, dans cette ſuppoſition, $\int\frac{y^{m+2}dy}{\sqrt{(1-yy)}}$ eſt alors $=\frac{m+1}{m+2}\int\frac{y^m dy}{\sqrt{(1-yy)}}$). Faiſant préſentement m égal ſucceſſivement à 0, 2, 4, 6, &c., ce qui va nous donner les différens termes que nous avons à intégrer, on va voir comment, ayant $\int\frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}}$ qui, dans la ſuppoſition préſente, $=\frac{1}{2}c$, on a auſſi-tôt leurs intégrales:

m étant $=0$, on a $\int\frac{y^2dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{1}{2}\int\frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{1}{2}\times\frac{c}{2}$;

m étant $=2$, on a $\int\frac{y^4dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{3}{4}\int\frac{y^2dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{1.3}{2.4}\times\frac{c}{2}$;

m étant $=4$, on a $\int\frac{y^6dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{5}{6}\int\frac{y^4dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{1.3.5}{2.4.6}\times\frac{c}{2}$;

m étant $=6$, on a $\int\frac{y^8dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{7}{8}\int\frac{y^6dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\times\frac{c}{2}$; & ainſi de ſuite.

Nous aurons donc $Y=\frac{c}{2}\times(\frac{1}{2}+\frac{1.3}{2.4}\text{ ſin. }s^2+\frac{1.3.5}{2.4.6}\text{ ſin. }s^4+\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\text{ ſin. }s^6+\text{ &c.})$. Or la ſomme de cette ſuite eſt $\frac{1-\text{cof. }s}{\text{ſin. }s^2.\text{ cof. }s}$; enſorte que $Y=\frac{c}{2}\times\frac{1-\text{cof. }s}{\text{ſin. }s^2\text{ cof. }s}$ & par conſéquent l'éclat T de la partie éclairée de la planette que l'on voit de la terre, $=\frac{1}{4}cebb(1-\text{cof. }s)=cebb\text{ ſin. }\frac{1}{2}s^2=cEbb\text{ ſin. }\frac{1}{2}q^2\text{ ſin. }\frac{1}{2}s^2$, en remettant pour E ſa valeur $E\text{ ſin. }\frac{1}{2}q^2$. Si donc on nomme m le demi-diametre apparent de la planette vue de la terre, la force de ſa lumière ſur la terre $=eE\text{ ſin. }m^2\text{ ſin. }\frac{1}{2}q^2.\text{ ſin. }\frac{1}{2}s^2$. Mais on a vu ci-devant que nommant n le demi-diametre apparent du ſoleil vu de la terre, la lumière de cet aſtre $=2cE\text{ ſin. }n^2$. Ainſi on peut comparer la lumière des planettes, quelle que ſoit leur ſituation par rapport à la terre, avec la lumière du ſoleil.

33. Si la planette eſt ſituée par rapport à nous de manière que nous en voyons la moitié éclairée, comme alors l'angle s eſt égal à deux droits & que par conſéquent $\text{ſin.} \frac{1}{2} s^2 = 1$, la lumière de cette planette eſt $= cE \text{ ſin.} m^2 \text{ ſin.} \frac{1}{2} q^2$. Suppoſant donc que N repréſente la lumière du ſoleil, nous aurons $\frac{N \text{ ſin.} m^2 \text{ ſin.} \frac{1}{2} q^2}{2 \text{ ſin.} n^2}$ pour celle de la planette lorſqu'elle eſt dans ſon oppoſition, & $\frac{N \text{ ſin.} m^2 \text{ ſin.} \frac{1}{2} q^2 \text{ ſin.} \frac{1}{2} s^2}{2 \text{ ſin.} n^2}$ pour celle dont elle brille dans telle de ſes ſituation qu'on voudra par rapport à la terre.

34. Suppoſons donc, ajoûte M.r Euler, le ſoleil en S (*Fig.* 743), la planette en P & la terre en T, enſorte que s exprime l'angle TPp; & remarquons que $n : q :: \frac{1}{ST} : \frac{1}{SP}$ & que par conſéquent $n : \frac{1}{2} q :: 2SP : ST$, d'où l'on tirera, en mettant les ſinus des angles n & $\frac{1}{2} q$ à la place de ces angles, ce qui eſt permis à cauſe que ces angles ſont fort petits, $\frac{\text{ſin.} \frac{1}{2} q^2}{\text{ſin.} n} = \frac{ST^2}{4SP^2}$; & ſuppoſant que le véritable demi-diametre de la planette ſoit $= b$, on aura $\text{ſin.} m = \frac{b}{PT}$. La lumière de la planette ſera donc $= \frac{Nbb.TS^2}{8PT^2.PS^2} \times \text{ſin.} \frac{1}{2} TPp^2 = \ldots \frac{Nbb.TS^2}{16PT^2.PS^2} \times (1 + \text{cof.} SPT)$.

35. Cof. SPT étant $= \frac{PS^2 + PT^2 - ST^2}{2PT.PS}$, l'expreſſion précédente peut ſe changer en celle-ci $\frac{Nbb.TS^2[(PS + PT)^2 - TS^2]}{32PT^3.PS^3}$; enſorte que la lumière d'une planette dans ſes diverſes ſituations par rapport à la terre, eſt comme $\frac{(PS + PT)^2 - TS^2}{PT^3.PS^3}$, puiſque $N \times TS^2$ eſt conſtant.

36. Après avoir trouvé les formules précédentes, Mr. Euler en fait l'application à la lune, & ſuppoſe d'abord cette planette dans ſon plein, afin de s'aſſûrer de la bonté de ces formules, en comparant le réſultat qu'elles donnent, avec celui que Mr. Bouguer a trouvé par ſes expériences. Il eſt évident que dans cette application on peut ſuppoſer $n = q$, & que par conſéquent la lumière de la pleine lune ſera exprimée par $\frac{1}{8} L \text{ ſin.} m^2$, m marquant le demi-diametre apparent de la lune. La grandeur moyenne de ce demi-diametre étant d'environ 15′ 35″, la lumière de la lune ſera donc $\frac{N}{374000}$, c'eſt-à-dire, que la lumière de la pleine lune eſt 374000 fois plus petite que celle du ſoleil. Ce qui s'accorde aſſez bien avec les expériences de Mr. Bouguer par leſquelles il trouve, comme nous l'avons vu (*Notes 79 & 80*), que la lumière de la lune eſt environ 300000 fois plus petite que celle du ſoleil.

37. Mr. Euler obſerve avec raiſon, qu'il eſt aſſez étonnant que le calcul donne la lumière de la pleine lune plus petite que Mr. Bouguer ne l'a trouvée par ſes expériences, ſur-tout après avoir ſuppoſé toutes les parties de ſa ſurface parfaitement ſuſceptibles d'obéir aux impreſſions des rayons du ſoleil; ce qui n'eſt cependant pas puiſqu'il y a de grandes portions de la ſurface de cette planette qui n'obéiſſent que peu à ces impreſſions, enſorte que la lumière de la lune devrait être encore plus faible que le calcul ne la donne. Mais auſſi il faut conſidérer, dit Mr. Euler, qu'il y a par toute la ſurface de la lune de grandes & hautes montagnes qui en rendent la ſurface lumineuſe, beaucoup plus grande qu'elle n'a été ſuppoſée, ce qui doit être cauſe que la lumière de la lune eſt plus forte que le calcul ne la donne.

38. Suppoſant la lumière de la pleine lune $= \frac{N}{300000}$, rapport qui ne différe gueres de celui que le calcul à donné, il eſt facile de connaître la force de ſa lumière dans ſes différentes phaſes. Car il eſt facile de voir que la lumière de la lune dans ſon plein eſt à celle dont elle frappe nos yeux dans quelque phaſe que ce ſoit, comme 2 eſt à $1 + \text{cof.} SPT$, c'eſt-à-dire comme ſon diametre eſt à la largeur de cette phaſe; car $1 + \text{cof.} SPT$ eſt proportionnel à cette largeur.

Delà

Delà on trouve que la lumière de la lune en quadrature eſt $= \frac{N}{60000}$.

39. Après s'être aſſuré de la bonté de ces formules par la comparaiſon du réſultat qu'elles donnent pour la lumière de la pleine lune, avec celui que Mr. Bouguer a déduit de ſes expériences, Mr. Euler les applique à la détermination de la lumière des planettes principales. Voyons ce qu'elles donnent pour Jupiter. Le diametre de cette planette eſt à celui du ſoleil comme 1077 à 10000. Nommant donc b le véritable demi-diametre de Jupiter, & le demi-diametre apparent du ſoleil étant de 16′ 2″ dans ſa moyenne diſtance, le demi-diametre apparent de Jupiter, ſi nous voyons cette planette à la même diſtance que le ſoleil, ſerait $\frac{b}{TS} = 0,1077$ ſin. 16′ 2″ $= 94''$, & par conſéquent $b = TS$. Sin. $94'' = 0,0004557 \times TS$, & $bb = \frac{TS^2}{4814000}$. La lumière de Jupiter ſera donc $= \frac{N}{77033600} \times \frac{TS^4}{PT^2.PS^2}(1 + \text{cof. } SPT)$. Mais ſuppoſant la diſtance moyenne du ſoleil à la terre de 1000 parties, la moyenne diſtance de Jupiter au ſoleil en contient 5201, enſorte que $TS = 1000$ & $PS = 5201$. Si donc l'on veut avoir la lumière de Jupiter dans ſon oppoſition au ſoleil, comme $PT = 4201$ & que cof. $SPT = 1$, on trouvera que cette lumière eſt $= \frac{N}{18372500000}$ & par conſéquent environ 49000 fois plus petite que celle de la pleine lune.

40. Si on cherche la lumière de Saturne, on la trouvera beaucoup plus petite qu'elle n'eſt réellement, parce que la lumière de ſon anneau doit l'augmenter conſidérablement. Quant à la lumière de Mars, on la trouvera plus grande qu'elle n'eſt en effet, parce que cette planette ne parait pas parfaitement ſenſible aux impreſſions de la lumière; ce que l'on reconnaît à ſa couleur ſombre & rougeâtre.

41. A l'égard des planettes inférieures, comme nous voyons dans leur conjonction ſupérieure leur moitié éclairée toute entiere, on pourrait croire d'abord que c'eſt dans cette poſition que leur lumière eſt la plus grande; mais on doit faire attention qu'alors leur diſtance eſt ſi grande, qu'elle peut être cauſe que la force de leur lumière par rapport à la terre, diminue dans un plus grand rapport que la quantité de cette lumière n'augmente, enſorte que leur éclat eſt moindre, lorſqu'elles ſont dans leur conjonction ſupérieure, que lorſqu'elles ſont en quelqu'autre point de leur orbite, quoique nous ne voyons alors qu'une partie de leur ſurface illuminée. Or, on trouvera le point de leur orbite où leur lumière eſt la plus grande, en rendant la formule $\frac{(PS + PT)^2 - TS^2}{PT^3.PS^3}$ un *maximum*. Suppoſons que les orbites de la planette & de la terre ſoient circulaires, & ſoient $SP = f$, $ST = g$, & $PT = z$; pour trouver la valeur la plus grande de $\frac{(f+z)^2 - gg}{f^3z^3}$, on n'aura qu'à prendre la différence de cette quantité & l'égaler à *zero*; & delà on tirera $z^2 + 4fz + 3ff = 3gg$ ou $z = -2f + \sqrt{(3gg + ff)}$. z étant connue, on n'aura plus qu'à ſubſtituer ſa valeur dans la formule générale pour la lumière des planettes (*Note 35*), & on aura celle qui exprime la lumière la plus grande des planettes inférieures. Cette formule ſe ſimplifiera pour le cas préſent en ſubſtituant pour gg ſa valeur tirée de l'équation $z^2 + 4fz + 3ff = 3gg$; car alors $\frac{(f+z)^2 - gg}{z^3}$ deviendra $\frac{2(f+z)}{2f^3z^2}$, & par conſéquent la formule générale (*Note 35*) deviendra $= \frac{Nbbgg(f+z)}{48f^3z^2}$.

42. Mr. Euler fait ſur cette ſolution une obſervation importante que voici; c'eſt que pour qu'elle ſoit poſſible, il faut non-ſeulement que z ſoit poſitive, ce qui arrive dans le cas dont il s'agit, où f eſt plus petite que g, mais encore que $f + g$ ſoit plus grande que z, ou que $g + 3f$ ſoit plus grande que $\sqrt{(3gg + ff)}$, ou $f > \frac{1}{2}g$; enſorte que pour que la ſolution ait lieu, il faut que f ſoit contenue entre

g & $\frac{1}{4}g$, ou que SP soit plus petite que TS & plus grande que $\frac{1}{4}TS$. Si $f = g$, ζ devient $= 0$, ce qui marque la conjonction inférieure ; si $f > g$, ce qui est le cas des planettes supérieures, leur lumière est la plus grande lorsqu'elles sont dans leur opposition ; si $f = \frac{1}{4}g$, ou que $g = 4f$, on a alors $\zeta = g + f$, & dans ce cas la lumière de la planette est la plus grande, lorsque cette planette est dans sa conjonction supérieure. Il en est de même si $f < \frac{1}{4}g$.

43. Appliquons la formule précédente à la détermination de la plus grande lumière de Vénus. Le diametre de cette planette étant à celui du soleil, comme 10,75 à 1000, on aura $\frac{b}{TS} = 0,01075$ sin. 16′ 2″ $=$ 10″ $\frac{1}{3}$; donc $b = TS$ sin. 10″ $\frac{1}{3} = 0,0000501 \times TS$, & $bb = \frac{TS^2}{398407000}$. Mais la moyenne distance de Vénus au soleil est de 7233 parties dont la distance moyenne du soleil à la terre en contient 10000 ; donc puisque nous avons $g = TS = 10000$ & $f = PS = 7233$, nous aurons $\zeta = 4304$ & par conséquent la lumière la plus grande exprimée par $\frac{N}{1912300000} \times \frac{g^4(f+\zeta)}{f^3\zeta\zeta}$, deviendra $= \frac{N}{1101970000}$; ainsi la lumière de Vénus, lorsqu'elle est la plus grande, est environ 3107 fois plus petite que celle de la pleine lune.

44. Cherchons à présent quel est le point de son orbite où Vénus a l'éclat que nous venons de trouver. Pour parvenir à le connaître, il est clair qu'il ne s'agit que de calculer l'angle STP. Mais on a sin. $\frac{1}{2}STP = \sqrt{\frac{(f+g-\zeta)(f-g+\zeta)}{4g\zeta}}$; on trouvera donc que cet angle STP est de 39° 44′, ensorte que Vénus est la plus brillante avant & après sa conjonction supérieure, lorsque son élongation au soleil est de 39° 44′. Si on calcule l'angle au soleil TSP, on le trouvera de 22° 21′ ; ainsi l'angle STP sera de 117° 55′, ce qui nous apprend que quand Vénus a plus d'éclat, elle est plus proche de nous que dans ses plus grandes élongations au soleil.

45. Il est très-remarquable que lorsque Vénus est la plus brillante, nous ne voyons gueres que le quart de la partie éclairée ; car la largeur de la partie illuminée qu'on apperçoit est au diametre entier comme le sinus verse de l'angle STP ou de son supplément 62° 5′ est au double du sinus total, & par conséquent comme 266 est à 1000, c'est-à-dire, presque comme 1 est à 4.

Sur le lieu apparent.

46. Nous avons dit (*Note 215*) que si le principe des anciens avait lieu dans les miroirs convexes, l'image de l'objet paraîtrait quelquefois hors du miroir ; cela arriverait dans le cas où l'angle au centre du miroir compris entre la perpendiculaire menée de l'objet sur le miroir & la cathete d'incidence, serait plus grand que le double du complément de l'angle d'incidence, & par conséquent lorsque le rayon réfléchi serait très-oblique : ce qu'on peut prouver ainsi. P (*Fig. 744*) étant supposé l'objet ; PB la perpendiculaire menée de cet objet sur le miroir convexe AB ; A le point d'incidence ; AD la cathete ; AE le rayon réfléchi, qui étant prolongé, coupe PC en p ; soit l'angle BCA plus grand que le double du complément PAF de l'angle d'incidence. Les trois angles du triangle CAp valent ensemble le double de l'angle d'incidence PAD & de son complément PAF. Mais par la supposition, l'angle ACp est plus grand que le double de l'angle PAF. Donc $CAp + ApC$ forme une somme plus petite que $2CAp$; donc ApC est plus petit que CAp ; donc Cp est plus grand que AC ; donc enfin le point p qui, suivant le principe des anciens, est l'image de l'objet P, se trouve hors du miroir.

47. Il ne s'agirait plus actuellement que de pouvoir s'assurer si cela peut effectivement arriver. le P. Dechales, après avoir fait tous ses efforts pour voir hors d'un miroir convexe sphérique l'image d'un objet, n'ose assurer l'avoir vu. M.r Wolff prétend avoir été plus heureux : voici par quel moyen il dit y avoir réussi. Il prit un fil d'argent auquel il donna la forme d'une équerre ABC (*Fig. 747*), & il la présenta au miroir, de manière que son côté AB fût très-oblique par rapport à la surface du miroir. Ayant placé l'œil à

l'oppoſite, il apperçut, dit-il, très-clairement l'image du fil *B A* contigue à ce fil, quoique le fil *B A* ne touchât pas le miroir.

48. Si l'expérience réuſſit auſſi parfaitement que le dit M.r Wolff, ce qui aurait un extrême beſoin d'être confirmé, il faut avouer qu'on aurait quelque lieu de préſumer un peu mieux du principe des anciens qu'on ne l'a fait; il faut même convenir que cette expérience qui fait tant en ſa faveur, eſt abſolument contraire au principe de Barow Car ſuivant ce principe, l'image ne peut jamais être hors du miroir, puiſqu'elle eſt au point de concours des rayons réfléchis, & que ce point eſt néceſſairement au dedans du miroir.

Sur les réfractions.

49. M.r Bouguer ayant fait quelque ſéjour ſur Chimboraco, haute montagne du Pérou, eut occaſion d'obſerver un phénomene bien ſingulier, dont nous ne devons pas oublier de faire mention. L'extrême élévation de ce poſte lui permettant de découvrir le Soleil non-ſeulement à l'horiſon, mais encore plus d'un degré au-deſſous, il fut extrêmement ſurpris de voir que la réfraction qui, lorſque le ſoleil était à l'horiſon, n'avait été obſervée que de 19 minutes & demie environ, ſe trouvait de 24′ 20″ lorſque le ſoleil était immédiatement au-deſſous; après quoi elle augmentait régulierement. Elle ſe trouva de 30′ 1″ lorſque le ſoleil parut abaiſſé de 1°, & de 34′ 47″ lorſque il le parut de 1° 17′.

50. Quelque ſinguliere que paraiſſe cette augmentation ſubite de la réfraction aſtronomique, par le paſſage du ſoleil dans la moitié inférieure du ciel, M.r Bouguer n'eut pas beſoin d'y penſer beaucoup pour en découvrir la cauſe. Suppoſons, dit ce grand, Géometre la dépreſſion apparente d'un degré, & ſoit *B D* (*Fig. 745*) une partie de la circonférence de la terre dont *C* ſoit le centre; *A* le ſommet d'une montagne fort élevée; *S M L G A* la route d'un rayon de lumière parti de l'aſtre *S* qu'on voit au-deſſous de l'horiſon *A H*, & qui frappe l'œil de l'Obſervateur comme s'il venait ſuivant la droite *F A*. L'angle qui meſure l'abaiſſement apparent eſt *H A F*, & l'angle qui meſure l'abaiſſement réel, eſt *H A S* que forme l'horiſontale *A H* & une droite *S A* tirée de l'aſtre à l'œil, laquelle ſe confond ſenſiblement avec *S M* que le rayon décrit depui l'aſtre juſqu'à ſon entrée dans l'atmoſphere.

51. La partie la plus baſſe *A G L* de la courbe que le rayon décrit, eſt égale de part & d'autre du point *G* qui eſt le plus voiſin de la terre; & il eſt clair que ſi le point *L* eſt celui des points de cette courbe qui eſt à la même diſtance de la terre que le point *A*, cette courbe fait en *L* avec ſa tangente en ce point, un angle égal à celui qu'elle fait en *A*, avec ſa tangente *A F*. D'où il ſuit que ſi l'obſervateur, au lieu d'être ſitué en *A*, était placé en *L*, l'aſtre *S* au lieu de paraître un degré au-deſſous de l'horiſon, paraîtrait un degré au-deſſus; & la courbure *L M* du rayon ou l'angle *K N S* formé par la direction de ce rayon en *L* avec celle qu'il a en *M* au haut de l'atmoſphere, ſerait la réfraction aſtronomique qui appartiendrait à un degré de hauteur apparente. M.r Bouguer trouva cette réfraction ſur Chimboraco de 13′ 54″.

52. Quant à la courbure que le rayon ſouffre en parvenant de *L* en *A*, qui eſt exprimée par l'angle *L E F* formé par les deux tangentes aux points *A* & *L* de la courbe décrite par ce rayon, elle eſt plus conſidérable que l'autre, car elle ſe trouve de 16′ 7″.

53. On voit donc, dit M.r Bouguer, que la réfraction aſtronomique pour un degré de dépreſſion apparente doit être plus grande que la réfraction aſtronomique pour un degré de hauteur auſſi apparente de toute la courbure ou de toute la réfraction que ſouffre le rayon dans le trajet qu'il fait de *L* en *A*, en s'approchant de la terre depuis *L* juſqu'en *G* & en s'élevant enſuite inſenſiblement depuis *G* juſqu'en *A*. M.r Bouguer nomme *réfraction terreſtre*, cette réfraction que le rayon ſouffre en parvenant de *L* juſqu'en *A*. Lors donc qu'on eſt ſur un lieu aſſez élevé pour appercevoir un aſtre au-deſſous de l'horiſon, la réfraction aſtronomique, pour cet abaiſſement apparent, eſt toujours formée de deux parties, de la réfraction aſtronomique qui appartient à la hauteur apparente égale à l'abaiſſement, & de la réfraction terreſtre que ſouffre le rayon en parvenant preſque horiſontale-

ment à l'œil, depuis le point de la courbe qu'il décrit, qui eſt élevé au-deſſus du niveau de la mer de la même quantité que le lieu ſur lequel on eſt monté. (*Mémoires de l'Acad. des Sien. Ann. 1749*).

Sur des couleurs produites par des lumières faibles.

54. M.r l'Abbé Mazeas, ayant placé une bougie à ſix pieds de diſtance d'une muraille très-blanche ſur laquelle tombait la lumière de la lune, remarqua quelque choſe de fort ſingulier. Ces deux lumières tombant ſur un corps opaque éloigné de ce mur d'environ un pied, l'ombre que formait ce corps, en interceptant la lumière de la lune, donnait du rouge, & celle qu'il formait en interceptant la lumière de la bougie, donnait du bleu. Ces deux lumières faiſaient entr'elles un angle de 45°, enſorte que la premiere de ces ombres devait être éclairée par la lumière de la bougie, & la ſeconde par celle de la lune.

55. Mr. l'Abbé Mazeas attribue ce phénomene à la diffraction. Selon lui, les couleurs que donnent ici les lumières faibles de la lune & de la bougie, ſont dûes à l'action du corps ſur ces lumières, qui les décompoſe quand elles viennent à paſſer près de ſa ſurface, enſorte que des différentes eſpeces de rayons contenues dans l'une de ſes lumières, il n'en tombe qu'une ſeule dans l'eſpace qu'occupe l'ombre que ce corps forme en interceptant l'autre lumière.

56. Selon Mr. l'Abbé Mazeas, c'eſt encore à la même cauſe qu'il faut attribuer les ombres colorées des corps, au lever & au coucher du ſoleil, obſervées par Mr. de Buffon, auſſi bien que les couleurs obſervées par Mr. Halley à différentes profondeurs de la mer (*Mém. de l'Acad. de Berlin Ann. 1752*).

Sur les forces qu'exercent les particules des corps diaphanes ſur la lumière.

57. Mr. Newton détermine, dans le II Livre de ſon Optique, partie III, la force qu'exercent ſur la lumière les particules de pluſieurs corps. On peut de même déterminer la force des particules de tels autres corps qu'on voudra, pourvu qu'on connaiſſe la réfraction de ces corps. Nous nous propoſons ici de montrer comment on y parvient; mais cette détermination ſuppoſant celle de la force des corps mêmes, commençons auparavant par celle-ci.

58. On voit d'abord que cherchant la force que les corps entiers exercent ſur la lumière, il faut la conſidérer comme paſſant du vuide dans les corps; car ſi elle paſſe d'un corps dans un autre, on ne peut découvrir que la différence des forces de ces corps. On ignore ſi les eſpaces dans leſquels l'attraction a lieu ſont égaux ou non; on ignore également ſi l'action qui eſt différente à diverſes diſtances de la ſurface du corps, change ſuivant les mêmes loix dans les eſpaces d'attraction de tous les corps. Au reſte comme nous ne découvrons que les effets entiers, c'eſt-à-dire, les ſeuls changemens qui ont lieu en traverſant l'eſpace entier d'attraction, nous pouvons raiſonner comme ſi l'action changeait par-tout ſuivant les mêmes loix; & il eſt évident qu'en comparant ces effets, on peut auſſi regarder tous les eſpaces d'attraction comme égaux. Mais ſi les forces des corps ſur la lumière ſuivent effectivement les mêmes loix, ces forces ſont entr'elles comme elles ſeraient, ſi elles agiſſaient uniformément dans toute l'étendue des eſpaces; enſorte que ce que l'on peut établir au ſujet de forces accélératrices quelconques qui augmentent uniformément les viteſſes & agiſſent dans des eſpaces égaux, doit convenir entierement aux forces dont il s'agit.

59. Concevons deux corps dont l'un deſcend verticalement par AB (*Fig. 746*) & l'autre le long du plan incliné AD. Ces corps ſont uniformément accélérés, mais ils ſont pouſſés par des forces différentes. Suppoſons que le premier étant parvenu en B, continue de deſcendre par l'eſpace BC, d'un mouvement accéléré, & avec la viteſſe acquiſe en tombant de la hauteur AB; & ſuppoſons que le ſecond ſoit parvenu en D, ſe meuve avec la viteſſe acquiſe le long de AD, & ſoit accéléré en parcourant l'eſpace DE égal à BC. Il s'agit de trouver les forces qui agiſſent ſur ces corps, au moyen

de leurs vîteſſes données qui ſont reſpectivement comme les racines de AB, AC, AD, AE.

Soient tirées les horiſontales Dd, Ee. La force accélératrice ſuivant AB eſt à la force accélératrice ſuivant AD, comme AD eſt à Ad ou comme AE eſt à Ae ou comme DE ou BC eſt à de. Les vîteſſes qu'aurait le premier corps en d & en e, ſont égales à celles du ſecond en D & en E reſpectivement. Donc les quatre vîteſſes données ſont celles qu'acquérerait le premier corps en tombant par AB, AC, Ad, Ae; & les carrés de ces vîteſſes ſont dans le rapport de ces eſpaces. Ainſi BC eſt à de, c'eſt-à-dire, la force qui accélere le premier corps, eſt à celle qui accélere le ſecond, comme la différence des carrés des vîteſſes du premier corps eſt à la différence des carrés des vîteſſes du ſecond.

60. Si on fait l'application de cela à la lumière, on aura cette régle générale : *la force qui accélere la lumière pendant qu'elle paſſe d'un milieu dans un autre, eſt à celle qui l'accélere dans un autre paſſage, comme la différence des carrés de ſes vîteſſes, avant & après être entrée dans le premier milieu, eſt à une ſemblable différence avant & après ſon entrée dans le ſecond.*

61. Nous avons vu (*Note 452.*) que dans le paſſage d'un milieu dans un autre, la vîteſſe de la lumière dans le premier eſt à ſa vîteſſe dans le ſecond, comme le ſinus de réfraction eſt au ſinus d'incidence; d'où l'on voit que connaiſſant le rapport de réfraction en paſſant d'un milieu dans un autre, on a auſſi-tôt le rapport des vîteſſes dans ces milieux. Ainſi la vîteſſe de la lumière dans l'air, eſt à ſa vîteſſe dans l'eau, comme 3 eſt à 4; ſa vîteſſe dans l'air eſt à ſa vîteſſe dans le verre comme 11 eſt à 17, en ſuppoſant le rapport de réfraction, en paſſant de l'air dans le verre, égal à celui de 17 à 11. De même le rapport de réfraction, en paſſant de l'air dans l'eſprit de térébentine, étant égal à celui de 25 à 17, la vîteſſe de la lumière dans l'air eſt à ſa vîteſſe dans l'eſprit de térébentine comme 17 eſt à 25. Delà on déduit que les vîteſſes de la lumière dans l'air, l'eau, le verre & l'eſprit de térébentine, ſont entr'elles comme 1000, 1333, 1547 & 1470. La vîteſſe de la lumière dans l'air differe peu de ſa vîteſſe dans le vuide, & à moins qu'on ne ſe ſerve de plus grands nombres, on ne peut en exprimer la différence; ainſi nous pouvons ſuppoſer que la vîteſſe de la lumière dans le vuide eſt auſſi 1000.

62. Donc ſi l'on veut avoir les forces de l'eau du verre, & de l'eſprit de térébentine ſur la lumière, on n'aura qu'à retrancher conformément à la régle donnée ci-deſſus, le carré de 1000, qui exprime la vîteſſe de la lumière dans le vuide, des carrés de 1333, 1547 & 1470 qui expriment ſes vîteſſes dans ces corps, & l'on trouvera que les forces de ces corps ſont entr'elles comme 778, 1163 & 1388.

63. Sachant actuellement trouver les forces des corps ſur la lumière, il eſt facile de découvrir celles de leurs particules; car les forces des corps étant en raiſon compoſée des forces de ces particules & de leur denſité, il eſt clair qu'il faut diviſer les forces des corps par leur denſité, pour avoir celles de leurs particules; ainſi ayant trouvé que les forces de l'eau, du verre & de l'eſprit de térébentine ſur la lumière, ſont entr'elles comme 778, 1163 & 1388, on n'aura qu'à les diviſer par les denſités de ces corps qui ſont comme 40, 35 & 103, & on aura les forces des particules comme 195, 333 & 135.

64. La force qui accélere la lumière dans le paſſage d'un milieu moins réfringent dans un autre qui l'eſt davantage, retarde ſon mouvement quand elle paſſe au contraire de celui-ci dans le premier; d'où il ſuit que ce qu'on a dit de l'accélération de la lumière, peut s'appliquer, *mutatis mutandis*, au retardement qu'elle éprouve quand elle paſſe d'un milieu plus réfringent dans un qui l'eſt moins (s'Graveſande *Phyſ. Elem. Math.*).

Sur les miroirs plans.

65. Les miroirs plans ſont faits d'ordinaire d'une glace dont la ſurface poſtérieure eſt étamée, & alors il y a une obſervation importante à faire; c'eſt que ces miroirs préſentent deux images, l'une

antérieure & faible, l'autre poſtérieure & plus vive. Cet effet provient de ce que les rayons que l'objet envoie ſur la glace, ne parviennent pas tous à la ſurface étamée, & que pluſieurs ſont arrêtés & réfléchis par la ſurface antérieure. Cette derniere ſurface doit donc former auſſi une image de l'objet, mais néceſſairement beaucoup moins vive que celle qui eſt produite par la ſurface étamée.

66. Cette image eſt antérieure parce que l'objet étant moins éloigné de la premiere ſurface du miroir, qui produit cette image, que de la ſurface étamée, cette image qui eſt à une diſtance de cette premiere ſurface égale à celle de l'objet, doit néceſſairement être moins éloignée que l'autre, qui, comme il eſt aiſé de le voir, doit être placée plus loin du double de l'épaiſſeur de la glace.

67. Quoique nous ne parlions que de deux images, il n'eſt pas moins certain qu'il y en a encore d'autres mais extrêmement faibles, & qui d'ailleurs ſe confondent avec celle qui eſt produite par la ſurface étamée. Car les rayons réfléchis par cette ſurface ne ſortent pas tous de la glace; pluſieurs ſont arrêtés & réfléchis en dedans par la ſurface antérieure; ainſi ces rayons forcés de revenir ſur la ſurface étamée, ſouffrent une nouvelle réflexion, en conſéquence de laquelle ceux de ces rayons qui traverſent la premiere ſurface, forment une nouvelle image, mais extrêmement faible; les autres qui ne paſſent point, & ſont encore réfléchis en dedans de la glace, vont encore rencontrer la ſurface étamée; & ceux d'entr'eux qui ſortent, après y avoir été réfléchis, produiſent une nouvelle image, & ainſi des autres. D'où l'on voit qu'il y aura une ſuite d'images qui iront toujours en s'affaibliſſant.

Sur les miroirs plans combinés.

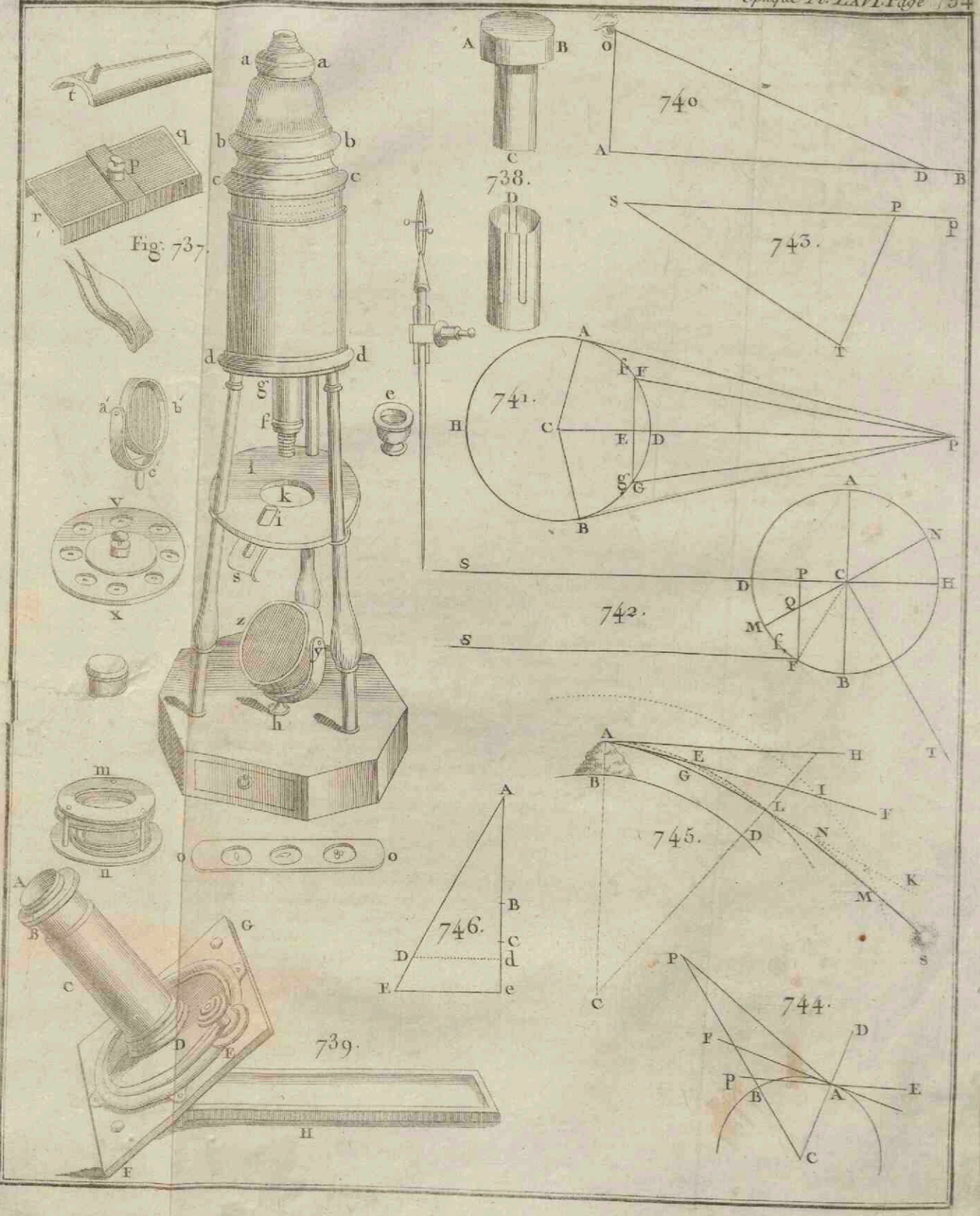
68. Si deux miroirs plans XY (*Fig. 748*) & XZ ſont entr'eux un angle quelconque X, l'œil O placé dans cet angle, verra l'image d'un objet A placé dans le même angle, repétée autant de fois qu'on pourra amener de cathetes propres à déterminer les lieux des images, & terminées hors de l'angle YXZ.

Soit menée de A, la cathete AB ſur le miroir XZ, laquelle ſoit prolongée juſqu'à ce que $BC = AB$; de C ſoit menée la cathete CD, ſur le ſecond miroir XY, la prolongeant d'une quantité DE égale à elle-même; ſoit menée enſuite de E, la cathete EF, ſur le premier miroir YZ, la prolongeant d'une quantité $FG = FE$; de G ſoit menée ſur le miroir XY, la cathete GH, la prolongeant juſqu'à ce que $HI = HG$; & ſoit enfin menée de I la cathete IK, ſur le miroir XZ, la prolongeant d'une quantité KI égale à elle-même: les cathetes AC, CE, EG & GI étant terminées hors de l'angle des miroirs, l'œil O verra quatre images de l'objet A, en C, E, G & I.

Les triangles rectangles ABT, CBT étant égaux, l'angle $ATB = BTC = OTV$; par conſéquent le rayon AT eſt réfléchi en O; donc l'œil O voit une image de l'objet A en C. De même il eſt clair que le rayon qui tombe en V, eſt réfléchi ſuivant VR, & qu'enſuite il eſt réfléchi ſuivant RO; l'œil O verra donc, par le rayon OR, une autre image de l'objet A, en E. Il n'eſt pas moins évident qu'il en verra une troiſieme en G, par le rayon réfléchi OS, & une quatrieme en I par le rayon réfléchi QO; mais il n'en verra point en L.

69. Il eſt clair que ſi de A on mene ſur le miroir XY, la cathete Aa, & qu'après l'avoir prolongée juſqu'à ce que $ab = Aa$, on mene du point b une cathete ſur le miroir XY, qu'on prolonge auſſi d'une quantité égale à elle-même & ainſi de ſuite, préciſément comme ci-deſſus, on aura de même le nombre d'images que l'œil O peut voir, en ſuppoſant la premiere cathete tirée ſur le miroir XY. Ainſi l'on aura le nombre total des images que l'œil O peut voir dans les deux miroirs.

70. Il eſt évident que la premiere image eſt vue par une réflexion, la ſeconde par deux réflexions, la troiſieme par trois, &c., & que la diſtance de chaque image à l'œil eſt égale au chemin que le rayon a fait pour parvenir à l'œil: ainſi $OC = AT + TO$; $OE = AV + VR + RO$; $OG = Am + mn + nS + SO$, &c. D'où il ſuit que la lumière fai-


Fig. 737.
738.
740
743.
741.
742.
745.
746.
739.
744.

ſant une perte à chaque réflexion & devenant plus rare à proportion qu'elle s'éloigne de l'objet, la premiere image eſt plus vive que la 2^e^, celle-ci plus que la 3^e^, & ainſi de ſuite.

71. On voit encore que comme les rayons qui tombent ſur le miroir XY, viennent de la droite de l'objet, & ceux qui tombent ſur le miroir XZ, viennent de la gauche, les images produites par les premiers repréſentent la droite de l'objet, & celles qui ſont produites par les derniers repréſentent la gauche ; enſorte que ſi quelqu'un ſe regarde lui-même, il ſe verra par devant & par derriere.

72. Il n'eſt pas moins évident que plus l'angle formé par les miroirs eſt petit, plus on voit d'images : car il eſt viſible que le nombre des cathetes qui ſe terminent hors de l'angle, eſt d'autant plus grand que cet angle eſt plus petit. Si donc on ouvre cet angle, le nombre des images diminue à meſure ; on les voit s'en approcher, puis ſe confondre & ſe cacher enſuite derriere. On trouve facilement que quand cet angle eſt de 60°, on en voit au plus cinq ; que quand il eſt de 70°, on en voit quatre & même cinq ; que quand il eſt droit on peut en voir trois.

73. Si ayant placé les miroirs dans une ſituation verticale, on diminue l'angle qu'ils font, ou qu'on s'en éloigne un peu, ou qu'on s'approche de l'angle, juſqu'à ce que les images voiſines de cet angle ſe confondent, & que, ſi l'on veut, elles ne paraiſſent plus dans leur entier, on conçoit facilement qu'on verra alors des images monſtrueuſes & difformes.

74. Si deux miroirs plans, au lieu de faire un angle entr'eux, ſont paralleles, tels que les miroirs BC & DE (*Fig. 749*), & qu'un objet A ſoit placé entre les miroirs, l'œil O verra deux ſuites d'images, qui s'étendent à l'infini.

Soit menée KH perpendiculaire au miroir ED, laquelle le ſera auſſi au miroir CB ; ſoit fait $DF = DA$, & ſoit porté de D en H, & delà à l'infini, le double de l'intervalle BD des deux miroirs, ainſi que de A en G, & delà à l'infini. Pareillement ſoit fait $BI = BA$, & ſoit auſſi porté le double de BD, de B en K & delà à l'infini, ainſi que de A en L, & enſuite à l'infini. Je dis que l'on verra dans le miroir ED une image de l'objet A, en F, par une ſimple réflexion, une autre en G par deux réflexions, une troiſieme en H par trois réflexions, & ainſi de ſuite ; & que l'on verra pareillement dans l'autre miroir une image en I, par une ſeule réflexion, une autre en L par une double réflexion, une troiſieme en K par trois réflexions. Je dis de plus que les images dont la diſtance ſe détermine du lieu de l'objet A, repréſenteront la partie poſtérieure de l'objet, & que celles qui ſont déterminées des points D & B, où les miroirs ſont coupés par la ligne KH, repréſenteront la partie antérieure de l'objet, c'eſt-à-dire celle qui eſt expoſée au miroir.

AD étant $= DF$, & les angles en D étant droits, l'angle $AMD = DMF$ = par conſéquent OMS. Ainſi MO eſt le rayon réfléchi qui répond au rayon incident AM ; l'œil voit donc l'objet A en F, par une ſimple réflexion, & la partie qu'il voit eſt celle qui eſt expoſée au miroir, parce que c'eſt de cette partie que vient le rayon AM.

Soit menée de G en O, la droite OG, laquelle coupe en P le miroir ; ſoit enſuite menée de I en P la droite IP, & ſoient joints les points N & A par une droite NA. BA étant $= BI$, & les angles en B étant droits, le rayon AN eſt réfléchi ſuivant NP. Et comme $ID = DG$, ce qui eſt aiſé à voir, il eſt clair que le rayon réfléchi NP l'eſt enſuite ſuivant PO ; l'objet A eſt donc vu en G par une double réflexion en N & en P, & il eſt évident que la partie de l'objet qu'on voit, eſt celle qui eſt du côté oppoſé à celui où eſt le miroir DE ; parce que c'eſt delà que vient le rayon AN.

Soit menée de H en O, la droite HO qui coupe le miroir en S, & ſoient menées de L en S la droite LS, & de R en F la droite RF ; ſoient joints les points A & Q par la droite QA. Il eſt clair que le rayon AQ eſt réfléchi ſuivant QR ; que comme $BL = BE$, il ſera réfléchi enſuite ſuivant RS ; & que DL étant $= DH$, il ſera réfléchi enſuite ſuivant SO. Ainſi l'œil O voit

en H l'objet A par trois réflexions en Q, R, S, & la partie qu'il voit eſt celle qui eſt expoſée au miroir ED.

On prouvera de même qu'on doit voir l'objet A, dans l'un & l'autre miroir, dans une infinité d'autres points que l'on déterminera de la même manière.

75. On remarquera cependant que quoiqu'on doive voir une infinité d'images, on n'en voit réellement qu'un certain nombre, parce que la lumière s'affaiblit continuellement par les réflexions qu'elle ſouffre. C'eſt à cauſe de cet affaibliſſement que les images les plus éloignées ſont plus obſcures & plus faibles que celles qui ſont plus proches, puiſque ce ſont celles qu'on voit par un plus grand nombre de réflexions. *Wolf Catoptr.*

La poſition des foyers correſponddns étant donnée, déterminer la forme d'une lentille ſimple dont l'aberration ſoit nulle, lorſque le Problême eſt poſſible.

Ceci n'eſt que le développement & la ſuite de l'Art. 511. Liv. II.

76. Pour parvenir à déterminer cette forme, retranchons l'une de l'autre les équations de l'Art. 504 pour les rayons b & c des ſurfaces de la lentille, leſquelles ſont $\frac{1}{b} = \frac{p}{a} + \frac{q}{f'} + \frac{x}{R}$, $\frac{1}{c} = \frac{p}{f'} + \frac{q}{a} - \frac{x}{R}$, ce qui donnera $\frac{c-b}{bc} + (q - p)\frac{f'-a}{af'} = \frac{2x}{R}$. Mais $(p+q)\frac{cb}{b+c}$, $\frac{af'}{f'+a}$, R, (*Art.* 505 & 507) ſont des quantités égales; multipliant donc le premier terme de l'équation précédente par la premiere, le 2.e par la 2.e & le 3.e par la 3.e, nous aurons cette autre équation $(p+q)\frac{c-b}{c+b} + (q-p)\frac{f'-a}{f'+a} = 2x$, ou $(p+q)z + (q-p)y = 2x$, en faiſant $\frac{c-b}{c+b} = z$, & $\frac{f'-a}{f'+a} = y$. Mais $\frac{f'-a}{f'+a} = y$ donne $\frac{4af'}{(f'+a)^2} = 1 - yy$, ou $\frac{R}{f'+a} = \frac{1-yy}{4}$. Ainſi l'aberration étant nulle, nous avons, par l'Article 511, $x = \frac{1}{g}\sqrt{(-\frac{R}{a+f'} - h)} = \frac{1}{g}\sqrt{(\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{4} - h)}$, $= \frac{1}{2(1+2m)}\sqrt{(yy - \frac{1+2m}{(1-m)^2})}$, en remettant à la place de g & de h leurs valeurs (*Art.* 508). Subſtituant cette valeur de x & reſtituant celles de p & de q (*Art.* 507) dans l'équation $(p+q)z + (q-p)y = 2x$, nous aurons l'équation, entre z & y, $\frac{m}{1-m}z + \frac{2(1+m)}{1+2m}y = \pm\frac{1}{1+2m}\sqrt{(yy - \frac{1+2m}{(1-m)^2})}$. Or, la poſition des foyers correſpondans détermine y; cette équation donne donc la valeur de z, laquelle détermine la forme de la lentille qui eſt ſans aberration; les rayons b & c étant exprimés par ces équations, $b = \frac{1-m}{m} \times \frac{2R}{1+z}$, $c = \frac{1-m}{m} \times \frac{2R}{1-z}$.

Mais la forme de la lentille étant donnée, on peut auſſi connaître dans quelle poſition des foyers correſpondans ſon aberration ſera nulle. Car reprenant l'équation précédente entre z & y, la réduiſant & l'ordonnant par rapport à y, elle devient $\frac{1-m}{m}y + \frac{2(1+m)}{3+2m}z = \pm\frac{1}{3+2m}\sqrt{(zz - \frac{3+2m}{m^2})}$, laquelle fait connaître y, z étant connue, c'eſt-à-dire, la forme de la lentille étant donnée. Or, y détermine la poſition cherchée des foyers correſpondans où la lentille eſt ſans aberration. Car les équations qui donnent les diſtances de ces foyers à la lentille, ſont $a = \frac{2R}{1+y}$ & $f' = \frac{2R}{1-y}$.

77. Quand nous diſons dans le premier cas

cas que l'équation entre z & y donne z, auſſi-tôt qu'on a y, & dans le ſecond, qu'elle donne y lorſqu'on connaît z, nous ſouſentendons toujours que yy dans le premier cas n'eſt pas moindre que $\frac{1+2m}{(1-m)^2}$, & dans le ſecond que $\frac{3+2m}{m^2}$ ne ſurpaſſe pas zz. Car il eſt clair que ſi la poſition des foyers correſpondans eſt telle que y^2 ou $\left(\frac{f'-a}{f'+a}\right)^2$ ſoit moindre que $\frac{1+2m}{(1-m)^2}$, il n'y aura aucune forme de lentille qui ſoit alors ſans aberration; & ſi la forme de la lentille eſt telle que z^2 ou $\left(\frac{c-b}{c+b}\right)^2$ ſoit plus petite que $\frac{3+2m}{m^2}$, il n'y aura point de poſition des foyers correſpondans dans laquelle l'aberration de la lentille ſoit nulle. Mais ſi z^2 & y^2 ne ſont pas moindres que $\frac{3+2m}{m^2}$ & $\frac{1+2m}{(1-m)^2}$ reſpectivement, on aura deux ſolutions du Problême, en prenant la quantité radicale poſitivement ou négativement. Mais dans les limites mêmes de y^2 & de z^2, c'eſt-à-dire, lorſque $y^2 = \frac{1+2m}{(1-m)^2}$ ou que $z^2 = \frac{3+2m}{m^2}$, les deux ſolutions n'en font plus qu'une.

78. Le rapport de réfraction dans le verre étant égal à celui de 31 à 20, la plus petite valeur poſſible de y, quand l'aberration eſt nulle, c'eſt-à-dire, $\frac{\sqrt{(1+2m)}}{1-m}$ ſera $= \pm 4,26498$; l'équation qui donne la valeur de z correſpondant à la ſuppoſition de y la plus petite poſſible, eſt $z = -\frac{2(1-m^2)}{m(1+2m)}y$; on aura donc $z = \mp 3,36994$. Si on prend la valeur négative de y & par conſéquent la valeur poſitive de z, les rayons des ſurfaces de la lentille & la poſition des foyers correſpondans, pour le cas préſent, ſeront $b = \frac{R}{3,90267}$, $c = -\frac{R}{2,15450}$, $a = -\frac{R}{1,63249}$, $f' = \frac{R}{2,63249}$. Si l'on prend la valeur poſitive de y & par conſéquent la valeur négative de z, on aura une autre forme de lentille & une autre poſition de foyers correſpondans.

79. La plus petite valeur poſſible de z, quand l'aberration eſt nulle, eſt $\frac{\sqrt{(3+2m)}}{m}$; d'où l'on trouve $z = \pm 3,21053$. La valeur de y correſpondant à la plus petite valeur de z, eſt exprimée par l'équation $y = -\frac{2m(1+m)}{(1-m)(3+2m)}z$. Ainſi faiſant le calcul, on trouve $y = \mp 4,47675$. Si l'on prend les ſignes ſupérieurs, on aura $b = \frac{R}{3,81957}$, $c = -\frac{R}{2,00189}$, $a = -\frac{R}{1,73858}$ & $f' = \frac{R}{2,73838}$. Si l'on prend les ſignes inférieurs, on aura une autre forme de lentille avec une autre poſition de foyers correſpondans.

80. Il ſuit de ce qu'on vient de dire que pour qu'une lentille de verre concave ou convexe puiſſe être ſans aberration, il faut qu'elle forme un ménisque, & que le rayon de la ſurface la plus courbe ne ſoit pas au rayon de celle qui l'eſt le moins, dans un rapport plus petit que celui de 200189 à 389157 ou de 11 à 21.

81. On en déduit auſſi que, l'aberration étant nulle, les deux foyers correſpondans ſont toujours du même côté de la lentille, & que la diſtance du foyer le plus proche de la lentille ne peut pas avoir un rapport plus petit à celle du plus éloigné que celui de 173858 à 273838 ou de 33 à 52, à peu près. (*Klingenſtierna, Diſſertation ſur la perfection des lunettes*).

Sur l'Article 895.

82. Suivant Mr. Molineux, l'angle que fait la route que ſuit un rayon réfléchi par une partie irréguliere d'une ſurface, avec celle qu'il devrait ſuivre, eſt environ cinq à ſix fois plus grand qu'il ne ſerait ſi ce même rayon était rompu par la même ſurface. Soit AC (*Fig. 750*) la ſurface

réguliere, E ſon centre, $QGRCFS$ ſon axe, QA un rayon incident, EA la cathete d'incidence, Aq la route du rayon réfléchi régulierement, & AF celle qu'il ſuit après une réfraction réguliere. Imaginons un changement tel dans la particule de la ſurface en A, que AG lui devienne perpendiculaire; & ſoient AR & AS la réflexion & la réfraction irrégulieres du même rayon QA, faiſant les angles qAR & FAS avec Aq & AF. Soient prolongées FA vers f & SA vers s. La réflexion nous donne l'angle $QAq = 2QAE$ & $QAR = 2QAG$, & par conſéquent leur différence $qAR = 2EAG$. De même, dans les réfractions qui ſe font en s'écartant de la perpendiculaire, & qui ſont petites, l'angle $QAf = \frac{1}{2}QAE$ & $QAs = \frac{1}{2}QAG$, à peu près (le rapport des ſinus étant égal à celui de 3 à 2), & par conſéquent leur différence fAs ou $FAS = \frac{1}{2}EAG$. Ainſi la premiere différence qAR eſt à la derniere FAS, comme 4 eſt à 1. Mais dans les réfractions vers la perpendiculaire, ce rapport eſt égal à celui de 6 à 1.

83. Delà ſi l'angle EAG, qui meſure l'irrégularité de la particule en A, eſt le même dans différentes ſurfaces, l'aberration du rayon dans l'image au foyer d'un téleſcope, ſera à l'aberration ſemblable dans une lunette, dans la raiſon compoſée de leurs diſtances focales & de 5 à 1.

Comparaiſon de différens moyens d'illuminer les objets qu'on veut voir au microſcope, le porte-objet de la Lanterne Magique, &c.

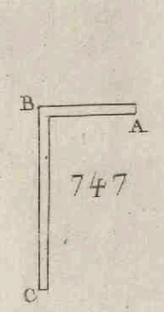
84. Soit qr (*Fig.* 751, 752 & 753) l'image d'un objet lumineux QR, formée par réflexion ſur un miroir concave, ou par réfraction au travers d'une lentille convexe ou ſphere AC, dont le centre eſt E, le foyer principal F, l'axe $QEFC$ & la moitié de l'ouverture AC; & ſoit une perpendiculaire FG à l'axe coupant le rayon extrême QA, en G. Je dis que l'éclat de l'image qr ſera à très-peu près comme FG^2 directement & comme FE^2 réciproquement.

Car, abſtraction faite des petites portes que fait la lumière dans ſes réflexions ou réfractions, la quantité de lumière raſſemblée au point q eſt à très-peu près comme $\frac{AC^2}{CQ^2}$ (*Art.* 58), & par conſéquent la quantité de lumière dans l'aire de l'image entiere qr, eſt comme $\frac{AC^2}{CQ^2} \times QR^2$ ou $\frac{FG^2}{FQ^2} \times QR^2$. Mais l'aire de l'image eſt comme $qr = \frac{Eq^2}{EQ^2} \times QR^2 = \frac{FE^2}{FQ^2} \times QR^2$, parce que dans le miroir nous avons $Fq : FE :: FE : FQ$ (*Art.* 207.), & par conſéquent $Eq : EQ :: FE : FQ$; & dans la lentille & dans la ſphere nous avons $Qq : QE :: QE : QF$ (*Art.* 239), & conſéquemment $Eq : EQ :: FE : FQ$. Ainſi l'éclat de l'image, ou la denſité des rayons dans l'aire de cette image, étant connue directement comme leur quantité & réciproquement comme l'aire, cet éclat ou cette denſité eſt comme $\frac{FG^2}{FE^2}$, à très-peu près; rapport qui ſera d'autant plus exact que l'ouverture ſera plus petite & l'objet plus éloigné.

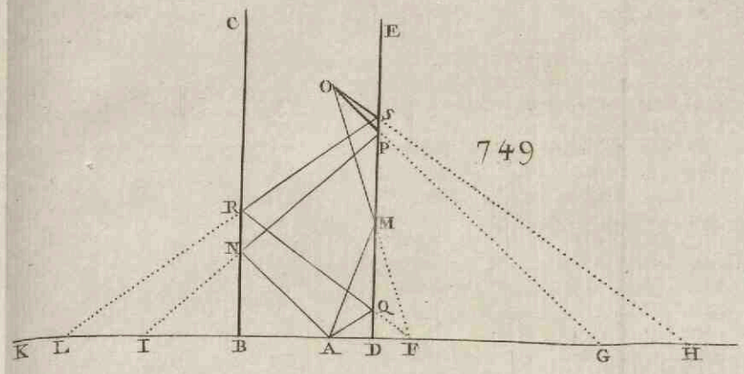
85. Dans un miroir donné, ou dans une lentille ou ſphere donnée, l'éclat de l'image d'un objet eſt comme FG^2, & ainſi croît continuellement avec la diſtance de l'objet lumineux au foyer F.

86. Si l'objet lumineux eſt très-éloigné, & que les ouvertures de différens miroirs, lentilles ou ſpheres, ſoient égales, les degrés d'éclat des différentes images ſont réciproquement comme les carrés de leurs diſtances focales reſpectives, à très-peu près.

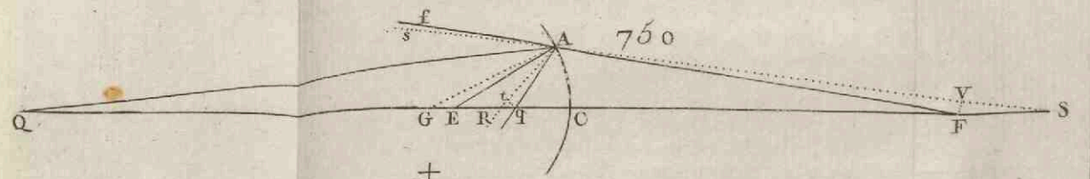
87. Donc ſi les différentes ouvertures ſont des portions égales de ſpheres égales, les degrés d'éclat des images formées par un miroir concave, un verre convexe des deux côtés, une ſphere de verre & un verre plan convexe, ſont reſpectivement comme les carrés de la progreſſion harmonique décroiſſante, 12, 6, 4, 3; parce que les diſtances focales reſpectives ſont $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$ du diametre de la ſphere donnée, par les Articles 205, 235, 237; & que faiſant ſervir ces termes de



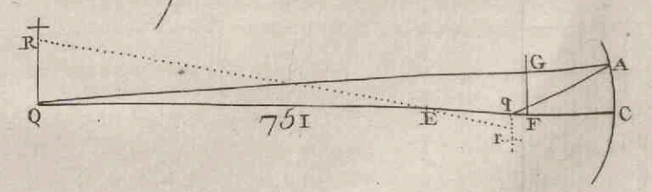
747



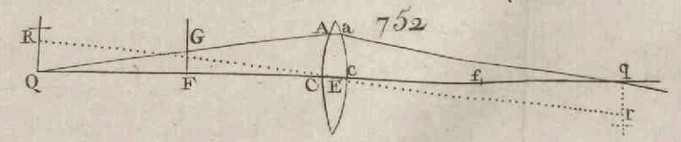
749



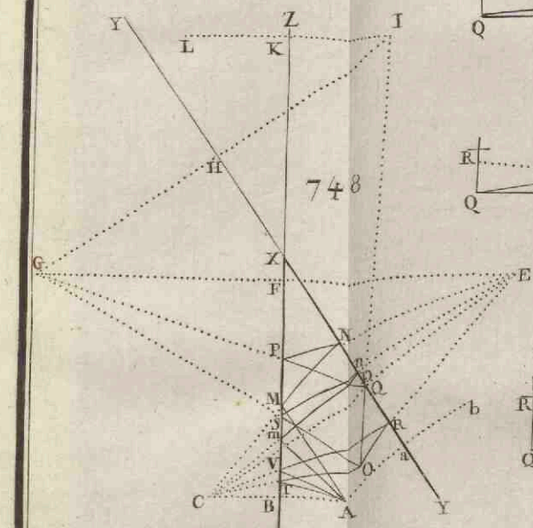
750



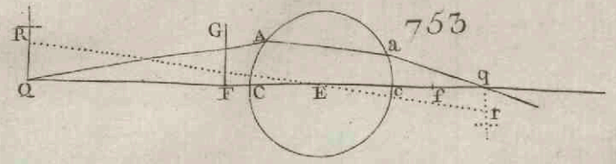
751



752



748



753

diviſeurs à l'unité, ils deviennent ceux d'une progreſſion harmonique.

88. Le miroir concave a donc bien de l'avantage ſur une ſphere ou une lentille, pour éclairer les objets qu'on veut voir au microſcope ; il l'emporte auſſi quant au pouvoir de brûler ce qu'on expoſe à ſon foyer ; mais il ne poſſede pas cet avantage à un ſi haut degré.

FIN.

FAUTES A CORRIGER.

COmme dans les fautes qui ſe ſont gliſſées dans l'Ouvrage, il y en a quelques-unes qui intéreſſent le ſens du diſcours, nous prions de vouloir bien les corriger avant de le lire.

DANS LE TEXTE.

Art. 25, *lig.* 4, PR, *liſez*, P, R.
Art. 26, *lig.* 8, CQ ; mais (Art. 10 & 19), *liſez*, CQ (Art. 10 & 19) ; mais
Art. 27, *lig.* 2, du point T, *ajoûtez*, ou tendent vers ce point. *Lig.* 14, rayons incidens, *ajoûtez*, ou vers lequel ils tendent.
Art. 31, *lig. dern.* concoureraient, *liſez*, concourraient.
Art. 34, *lig.* 2, du point T, *ajoûtez*, ou tendent vers ce point.
Art. 45, *lig.* 18, retranche des *liſez* retranche, des.
Art. 46, *lig* 1, faiſceau conſidérable, *liſez*, large faiſceau.
Art. 49, *lig.* 2, ſur la ſurface d'un verre, *ajoûtez*, ou vers leſquels tendent des rayons qui tombent ſur cette ſurface ; *lig.* 12, parti de R, *ajoûtez*, ou dirigé en R ; *même lig. ſupprimez la virgule après* B. *Lig.* 15, vient de R, *liſez*, appartient à R. *Lig.* 19, viennent de R, *ajoûtez*, ou qui tendent vers R.
Art. 51, *lig.* 1, ſi le point radieux Q, *liſez*, ſi le point Q d'où partent ou vers lequel tendent les rayons incidens.
Art. 52, *lig.* 5, concoureraient, *liſez*, concourraient.
Art. 61, *lig.* 2, d'eau ou de verre, *ajoûtez*, voici comme on peut s'y prendre. Suppoſons la ſphere d'eau (le procédé eſt le même pour celle de verre).
Art. 86, *lig.* 14, de l'œil, *liſez*, de cet organe.
Art. 97, *lig.* 16, 8^{e}, *liſez*, 6^{e}.
Art. 104, *lig.* 3, eſt meſurée, *liſez*, eſt une quantité d'étendue viſible meſurée.
Art. 128, *lig.* 4, divergeans, *liſez*, divergens.
Art. 129, *lig.* 2, eſt plus ou moins claire, *liſez*, a plus ou moins d'éclat.
Pag. 216, avant XIII^{e} expérience, *mettez*, 185.
Art. 206, *lig.* 1, rayonnant, les rayons qu'il envoie, *liſez*, d'où partent ou vers lequel tendent des rayons qui tombent ; *lig.* 2, ſe réfléchiront, *liſez*, ces rayons ſe réfléchiront.
Art. 207, *lig.* 6, du point Q, *ajoûtez*, ou vers lequel ils tendent ; *même lig.* réfléchi,

Fautes a corriger.

liſez, réfléchis. *Lig.* 8, le rayon réfléchi ou ſon prolongement, *liſez*, le rayon réfléchi prolongé s'il eſt néceſſaire. *Lig.* 10, A q ou ſon prolongement, *liſez*, A q prolongé ou non prolongé.

Art. 211, *lig.* 10, incidens dans un, *liſez*, incidens, dans un. *Lig.* 11, éloignés du, *liſez*, éloignés, du.

Chap. V. *lig. dern. du titre*, lunettes, *liſez*, téleſcopes.

Art. 337, *lig.* 6, $\frac{Pp}{PL}$, *liſez*, $\frac{Pp}{Pl}$; *lig.* 7, e'Xz, *liſez*, e'Xx.

Art. 365, *lig.* 36, Bb, +, *ſuprimez* la virgule.

Art. 376, *lig.* 2 & 3, augmente, *liſez*, croît; *lig.* 16, petites augmentations ou diminutions ſimultanées, *liſez*, petits accroiſſemens ou décroiſſemens ſimultanés.

Art. 377, *lig.* 4, petites augmentations ou diminutions, *liſez*, petits accroiſſemens ou décroiſſemens.

Art. 433, *lig.* 5, AH, *liſez*, BH; *lig.* 12 & 13, la petite augmentation correſpondante, *liſez*, le petit accroiſſement correſpondant; *à la marge*, fig. 546, *mettez*, 545.

Chap. X. *lig.* 7, nous croyons &c. *liſez*, cependant, tant pour que l'on ait ici raſſemblées ſous les yeux toutes les formules néceſſaires, que pour en faire connaître de nouvelles, nous croyons devoir commencer par donner les ſuivantes.

Art. 479, *lig.* 3, QR, *liſez*, RS.

Art. 491, *lig.* 3, $\frac{1}{R''}$, *liſez*, $\frac{1}{R''}$.

Pag. 418, *lig. dern.* 501, *liſez*, 499.

Art. 505, *lig.* 8, $\frac{m}{b}$, *liſez*, $\frac{m}{c}$.

Art. 613, *lig.* 4, $\frac{1}{2}$ h du, *liſez*, $\frac{1}{2}$ h, du.

Art. 620, *lig.* 1, l'épaiſſeur D de la, *liſez*, l'épaiſſeur D & la.

Art. 708, *par-tout où vous trouverez* diminutions, *liſez*, décroiſſemens.

Art. 751, *lig.* 4 & 5, augmentera ... diminuera, *liſez*, croîtra ... décroîtra; *lig.* 14, petits, & par, *liſez*, petits; & par.

Pag. 593, *lig.* 2, la chutes, *liſez*, la chute.

Art. 828, *lig.* 6, en tournant, *liſez*, alternativement.

Art. 878, *lig.* 12, une eſpece de diaphragme, *liſez*, un cercle; *lig.* 14, diaphragme, *liſez*, cercle.

Art. 970, *lig.* 17, tuyau extérieur, *liſez*, tuyau intérieur; *lig.* 28, cette roue I, *liſez*, cette roſette.

Art. 977, *lig.* 2, couvraient ordinairement, *liſez*, étaient à peu près égaux à

DANS LES NOTES.

Dans la Note au bas de la page 17, *lig.* 2 & 3, les rayons, *ajoûtez*, ou vers lequel ils tendent.

Note 51, *lig.* 19, 373, *liſez*, 331.

Note 94, *lig.* 11, avec un bec de, *liſ.* avec le bec d'une.

Note 96, à la marge, *ajoûtez* Fig. 190 *

Note 110, *lig* 9, divergeans, *liſ.* divergens.

Note 113, *lig.* 1, Préſentement, *liſ.* Or.

Note 114, *lig. dern.* Chap. VII. *liſ.* Chap. IX.

Note 221, *lig.* 3, nous inſtruit ſouvent auſſi peu, *liſ.* ſert ſouvent auſſi peu à nous faire juger. *Lig.* 5 & 6, qui ne doit rien nous appendre du tout, *liſ.* qui ne peut nullement y ſervir.

FAUTES A CORRIGER.

Note 258, *lig.* 1, ces conſéquences, *liſ.* ces concluſions; *lig.* 8, n'eſt introduite ici que pour pouvoir, *liſ.* eſt introduite ici non comme affectant les ſens, mais ſeulement l'entendement, pour

Note 259, *lig.* 19, conſéquence, *liſ.* concluſion.

Note 272, *lig.* 11, 389°, *liſ.* 346°.

Note 298, *lig. dern.* conſidérable, *ajoûtez*, vu d'aſſez près.

Note 347, le foyer Q, *liſ.* le point Q.

Note 608, *lig. dern.* O'PQZ, *liſ.* Z'PQZ.

Pag. 523, 524 & 525, *à commencer depuis Théorême II, par-tout où vous trouverez* ouverture, *liſ.* trou.

Note 772, *lig.* 8, librement contre, *liſ.* librement, contre.

Note 777, *lig.* 28 & 29, eſt interceptée, *liſ.* en intercepte.

Note 886, *lig.* 8, en dehors & également, *liſ.* en dehors, paralleles à l'horiſon & également; *lig.* 31, pointes coïncident, *liſ.* pointes apparentes coïncident.

Note 934, *lig.* 4, trace, *liſ.* trouve.

Note 938, *lig.* 22 & 23, BHC de la planche verticale à, *liſ.* BHC, de la planche verticale, à.

Note 1010, *lig.* 10, Borelli, *liſ.* Pierre Borel, de l'Académie des Sciences.

Note 1034, *lig.* 8, cheveux, *liſ.* cheveu; *lig.* 24, un autre trou, *ſupprimez* autre.

Note 41, *dans les Additions, lig.* 36, *mettez* f *dans le dénominateur de la quantité qui s'y trouve, ayant l'expoſant* 3.

DANS LES FIGURES.

Fig. 414, *mettez* F *à la place de* Q *à l'extrémité de la perpendiculaire qui tombe du point* G *ſur* QE.

Fig. 416, *mettez* i *au point d'interſection de la perpendiculaire* ke *& de la ligne* qH.

Fig. 559, *mettez* q *à la place de* g *à l'extrémité de la petite ligne* pg.

Quoique j'aye fait corriger le plus exactement qu'il m'a été poſſible toutes les fautes qu'il y avait dans les Planches, je ne doute pas qu'il n'en ſoit encore reſté. Il n'eſt pas croyable avec quelle négligence ces Planches (à l'exception des vingt-cinq premieres qui ont été faites ſous mes yeux) ont été gravées, quoique par un Artiſte de réputation: au reſte, on ne s'en appercevra que trop. Mais ce qui frapera le plus, c'eſt que cet Artiſte ait pouſſé la négligence au point de graver pluſieurs de ces Planches, renverſées & par conſéquent toutes les Figures, enſorte que ce qui doit être à gauche ſe trouve à droite & réciproquement.

FIN DES CORRECTIONS.

E 70626-K 1387 (2)

APPROBATION.

J'AI examiné par ordre de Monſeigneur le Vice-Chancelier, une Traduction Manuſcrite de l'Optique de Smith; cet Ouvrage dans ſa Langue originale a mérité l'Approbation des Savans; la Traduction en Français par M. ***, très-verſé dans ces matières, ne peut manquer d'en être auſſi bien accueillie, & je n'y ai rien trouvé d'ailleurs qui doive en empêcher la publication. A Paris ce 28 Novembre 1766.

Signé DE PARCIEUX.

PRIVILÉGE DU ROI.

LOUIS, PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE, A nos amés & féaux Conſeillers les Gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conſeil, prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra : SALUT. Notre amé le Sr. ROMAIN MALASSIS, Imprimeur de la Marine à Breſt, Nous a fait expoſer qu'il deſireroit imprimer & donner au Public, un Ouvrage qui a pour titre : *Traité d'Optique par M. Smith, auquel on a joint toutes les nouvelles découvertes qui ont été faites ſur cette Science, par M**** s'il Nous plaiſoit lui accorder nos Lettres de Privilége pour ce néceſſaires. A CES CAUSES, voulant favorablement traiter l'Expoſant, Nous lui avons permis & permettons par ces Préſentes, d'imprimer ledit Ouvrage, autant de fois que bon lui ſemblera, de le vendre, faire vendre & débiter par-tout notre Royaume, pendant le tems de ſix années conſécutives, à compter du jour de la date des Preſentes. Faiſons défenſes à tous Imprimeurs, Libraires, & autres perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre obéiſſance, comme auſſi d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Ouvrage, ni d'en faire aucun extrait, ſous quelque prétexte que ce puiſſe être, ſans la permiſſion expreſſe & par écrit dudit Expoſant ou de ceux qui auront droit de lui; à peine de confiſcation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre tiers audit Expoſant, ou à celui qui aura droit de lui, & de tous dépens, dommages & intérêts. A la charge que ces Préſentes ſeront enrégiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impreſſion dudit Ouvrage ſera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, en bon papier & beaux caracteres, conformément aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725, à peine de déchéance du préſent Privilége; qu'avant de l'expoſer en vente, le Manuſcrit qui aura ſervi de copie à l'impreſſion dudit Ouvrage, ſera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée ès mains de notre très-cher & féal Chevalier Chancelier de France, le Sieur de la Moignon, & qu'il en ſera remis enſuite deux Exemplaires dans notre Bibliothéque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, un dans celle dudit Sieur de la Moignon, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Vice-Chancelier & Garde des Sceaux de France, le Sieur de Maupeou, le tout à peine de nullité des Préſentes; du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Expoſant ou ſes ayant cauſe, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. VOULONS que la copie des Préſentes qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, ſoit tenue pour dûement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conſeillers Secrétaires, foi ſoit ajoûtée comme à l'Original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent ſur ce réquis, de faire pour l'exécution d'icelles tous actes réquis & néceſſaires, ſans demander autre permiſſion, & nonobſtant clameur de Haro, Chartre Normande & Lettres à ce contraires : CAR tel eſt notre plaiſir. DONNÉ à Paris le vingt-unieme jour du mois de Janvier, l'an de grace mil ſept cent ſoixante-ſept, & de notre Regne le cinquante-deuxieme. Par le Roi en ſon Conſeil.

Signé LE BEGUE.

Regiſtré ſur le Regiſtre XVII de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 905, F°. 89, conformément au Réglement de 1723. A Paris ce 30 Janvier 1767. DESPILLY, Adjoint.