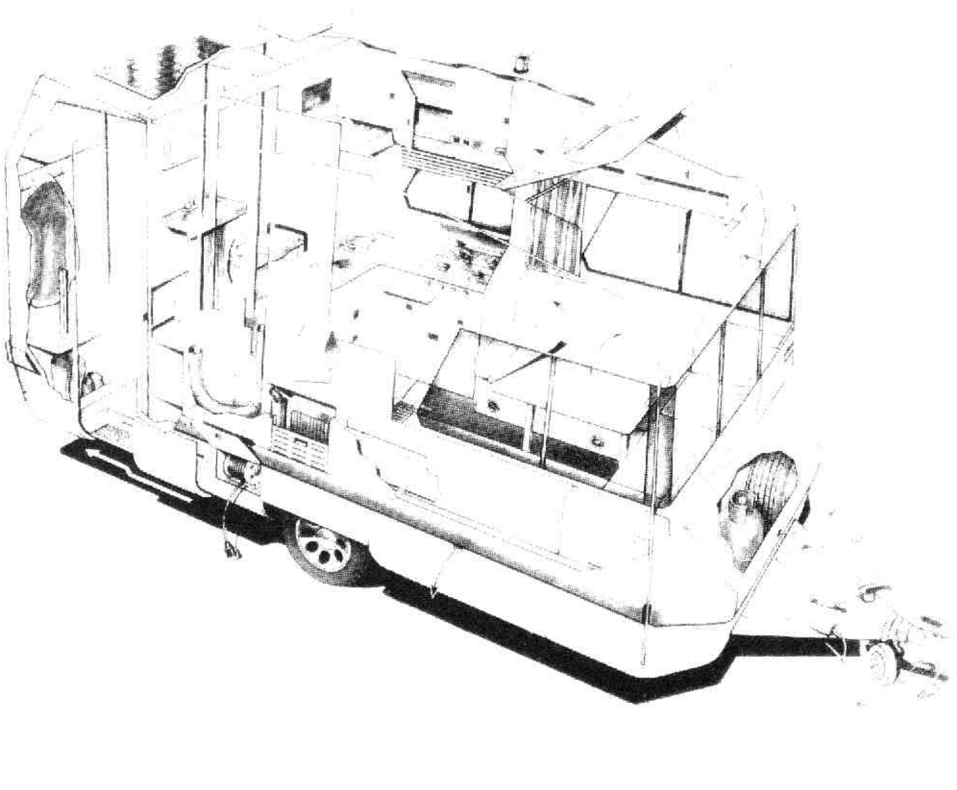
Op maat gesneden

https://hdl.handle.net/1874/10129

OP MAAT GESNEDEN



wiskunde B

OP MAAT GESNEDEN

Hawex - Wiskunde B

OP MAAT GESNEDEN

Een produktie ten behoeve van het project Hawex.

Ontwerper:	Anton Roodhardt
Met medewerking van:	Martin Kindt Jan de Jong Henk van der Kooy Jan de Lange Martin van Reeuwijk
Vormgeving:	Ada Ritzer

Utrecht, september 1990

Inhoudsopgave

De opbouw van dit boekje.

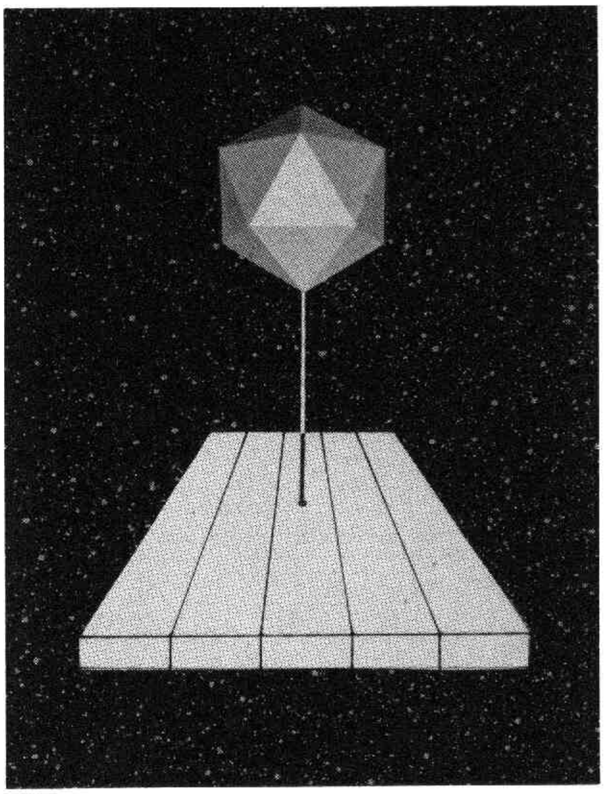
Afstanden, hoeken, snijpunten, snijlijnen, bewegingen en fragmenttekeningen als aanzichten, doorsneden en uitslagen zijn in de vorige boekjes al terloops aan de orde gekomen bij andere onderwerpen. In dit boekje wordt die kennis samengevat en afgerond.
Bij grotere vraagstukken is vaak inzicht nodig in de samenhang van ogenschijnlijk zeer uiteenlopende leerstofonderdelen. Daarom bevat het boekje een zelfstandig deel waarin veel combinatievraagstukken voorkomen. Die vraagstukken hebben dus niet alleen een herhalingsfunctie.

1 Afstanden.

Afstanden tussen punten, lijnen en vlakken zijn er in soorten: punt-punt; punt-lijn; punt-vlak; lijn-lijn; lijn-vlak; vlak-vlak.

Voor de afstand tussen twee figuren kiest men *de lengte van de kortste verbinding*.

Daardoor wordt elke afstand teruggebracht tot de afstand van twee punten.



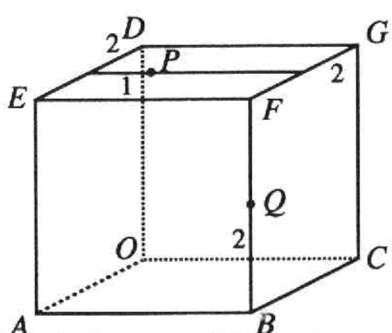
de afstand tussen twee objecten

1. De afstand van twee punten is vaak te berekenen door een of meer rechthoekige driehoeken te gebruiken.

   >a Bereken de afstand van P tot Q in de kubus.

   We nemen OA, OC, en OD als x-, y- en z-as van een coördinatenstelsel.

   >b Bepaal de coördinaten van P en Q.



kubus met ribbe = 4

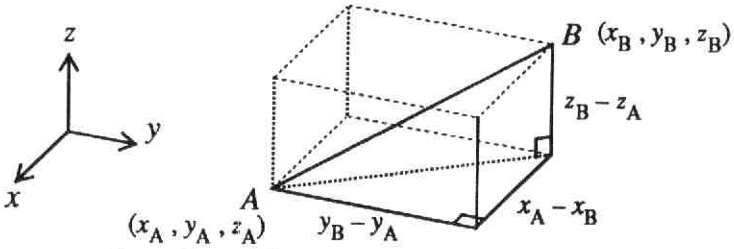
De lengten van de zijden van de rechthoekige driehoeken die voor de berekening in >a gebruikt zijn, zijn terug te vinden uit de coördinaten van P en Q.

>c Ga dat na.

2. Er bestaat zelfs een algemene formule om de afstand van twee punten rechtstreeks uit de coördinaten te berekenen.

   > Controleer het betoog in het kader hieronder:

De afstand tussen twee punten:



Door twee keer de stelling van Pythagoras toe te passen vinden we

$$AB^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2$$

Omdat de verschillen van de coördinaten gekwadrateerd worden, maakt de volgorde $y_A - y_B$ of $y_B - y_A$ niet uit.

Gebruikelijk is dan ook te schrijven:

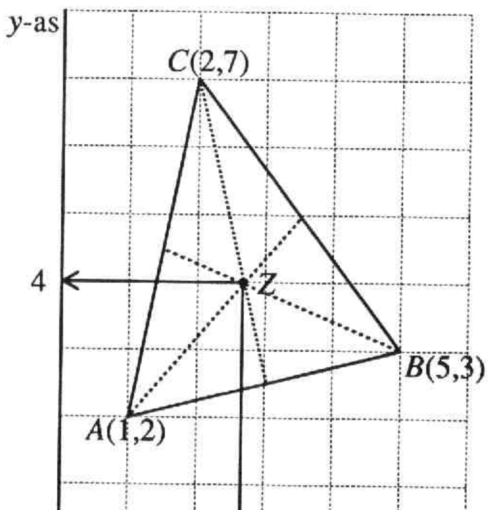
$$AB^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2 \quad \text{of}$$

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}$$

3. In een *Oxyz*-stelsel zijn gegeven $A(3,6,2)$, $B(-1,4,5)$ en $C(-3,2,-4)$.

   > Bereken de lengte van *AB*, van *AC* en van *BC*.

4. Misschien weet je uit de vlakke meetkunde hoe je de coördinaten van het zwaartepunt *Z* van een driehoek *ABC* kunt berekenen:

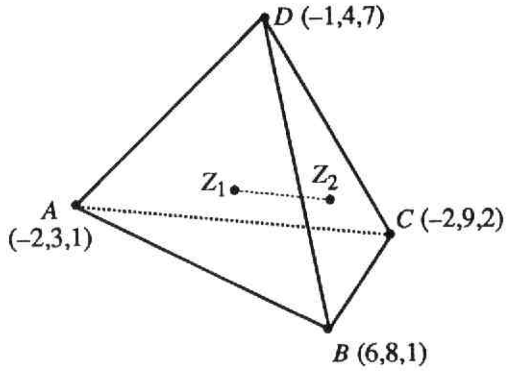


Voorbeeld:

$$x_Z = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 2\tfrac{2}{3},$$

$$y_Z = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 4.$$

In de ruimte komt er een soortgelijke formule voor de *z*-coördinaten bij.



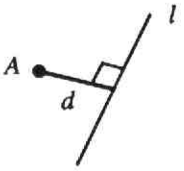
Z_1 is het zwaartepunt van ΔABD, Z_2 het zwaartepunt van ΔBCD.

>a Bereken de afstand van Z_1 en Z_2.

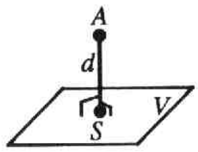
P, Q en R zijn de middens van de zijden van driehoek ABD. *)

>b Bereken de coördinaten van het zwaartepunt van ΔPQR. Ook toevallig?

5. >a In elk van deze tekeningen is de afstand (d) gelijk aan de lengte van een loodlijn. Controleer of dat in overeenstemming is met de afspraak aan het begin van dit hoofdstuk.

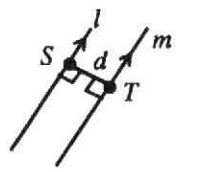


punt-lijn



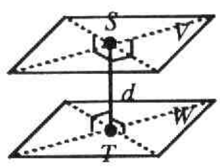
$AS \perp V$

punt-vlak



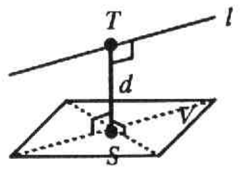
$ST \perp l$ en $ST \perp m$

parallelle lijnen



$ST \perp V$ en $ST \perp W$

parallelle vlakken



$ST \perp l$ en $ST \perp V$

lijn // vlak

>b In de laatste drie gevallen zijn er meer loodlijnen mogelijk. Kan dat geen moeilijkheden geven?

>c In het begin van dit hoofdstuk zijn verschillende soorten afstanden genoemd. Bij elk ervan zijn liggingen van punten, lijnen en vlakken te bedenken, waarbij je kunt zeggen dat de afstand 0 is. Geef daarvan voorbeelden.

>d Kun je ook spreken over b.v. de afstand van een lijn tot een kubus?

---

*) De x-coördinaat van het midden van een lijnstuk vind je door het gemiddelde te nemen van de x-coördinaten van de eindpunten, zo ook voor de y- en z- coördinaat.

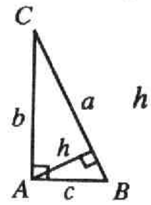
Bij afstanden hebben we vaak met twee problemen te maken:

1e: Hoe breng je de afstand in beeld?

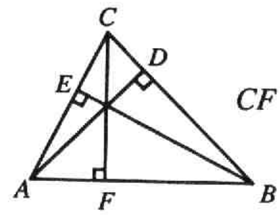
2e: Hoe bereken je de afstand?

De handigste manier van berekenen is afhankelijk van de situatie.
We noemen een aantal hulpmiddelen.

- rechthoekige driehoeken
- coördinaten, die je ook zelf mag invoeren
- evenredigheden in gelijkvormige driehoeken
- twee hoogtelijnstellingen:



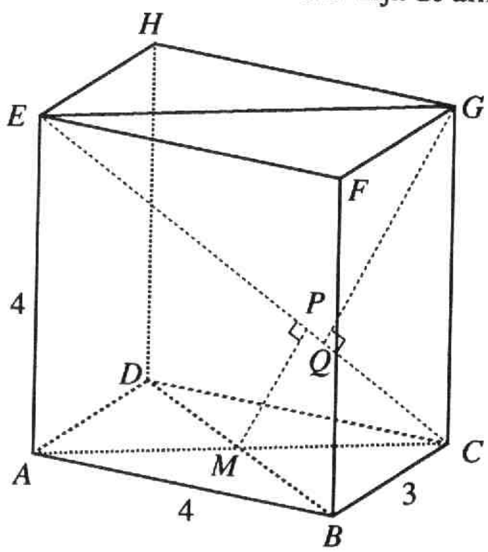
$h \cdot a = b \cdot c$



$CF \cdot AB = BE \cdot AC = AD \cdot BC$ *)

6. > Deze hoogtelijnenstellingen kunnen worden beredeneerd door naar de oppervlakte van de driehoeken te kijken. Geef die redenering.

7. Van de balk $ABCD.EFGH$ zijn de afmetingen in cm gegeven.

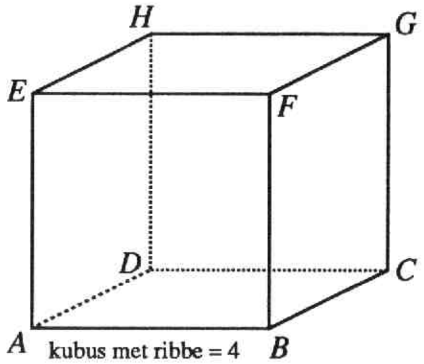


>a Teken op ware grootte het diagonaalvlak $ACGE$ met de loodlijnen MP en GQ.

>b Bereken GQ en MP.

*) Zie oefenles 22

8.



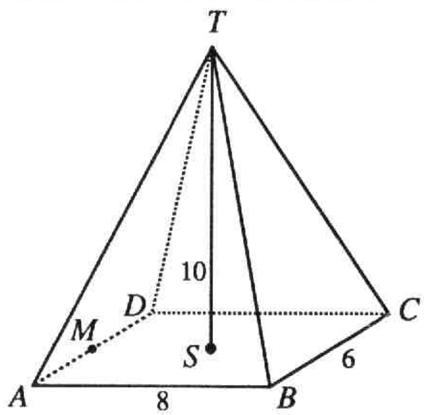
■ >a Teken (op het werkblad) en bereken de afstand tussen:

B en *EH*
A en *FH*
G en *BCH*
AG en *CE*
CD en *EF*
AH en *BCF*
FG en *BCH*

>b *P* is het midden van *AB* en *Q* het midden van *EF*.
Teken en bereken de afstand tussen de vlakken *PEH* en *QBC*.

>c Bereken de afstand van *F* tot *ACH*.
Aanwijzing: In 'Tekenen wat je weet' is de bijzondere ligging van vlak *ACH* en een lichaamsdiagonaal onderzocht. Symmetrie maakt het aannemelijk dat de loodlijn in vlak *BDHF* ligt.

■ 9. *T.ABCD* is een piramide met rechthoek *ABCD* als grondvlak en $TS \perp$ grondvlak. *M* is het midden van *AD*.



Teken en bereken de afstand tussen:

>a *T* en *BC*.

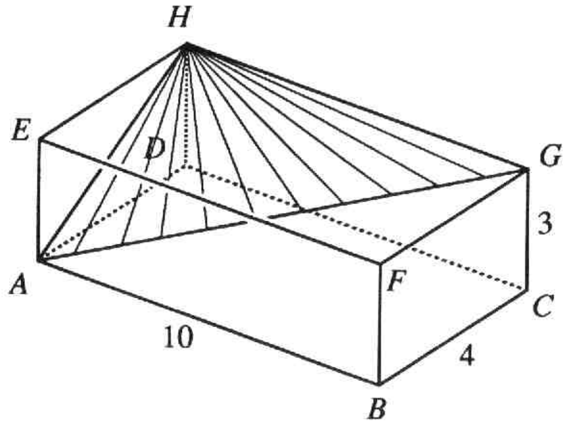
>b *M* en *TBC*.

>c *A* en *TBC*.

>d *TBC* en het vlak door *S* dat parallel is met vlak *TBC*.

In de vorige vraagstukken bleek het tekenen van een loodlijn betrekkelijk eenvoudig te zijn als die loodlijn naar een bekend punt ging of in een vlak parallel met het tafereel lag. Maar dat zijn wel erg mooie situaties.

10. In de balk moet de afstand van H tot AG getekend en berekend worden. Het tekenen van HP (P is het trefpunt van de loodlijn uit H op AG) lukt nu niet rechtsreeks. Alle verbindingslijnstukken tussen H en AG liggen in het diagonaalvlak $ABGH$. De afstand tussen H en AG kan dus zichtbaar gemaakt worden door vlak $ABGH$ op ware grootte uit de ruimtelijke figuur te lichten.



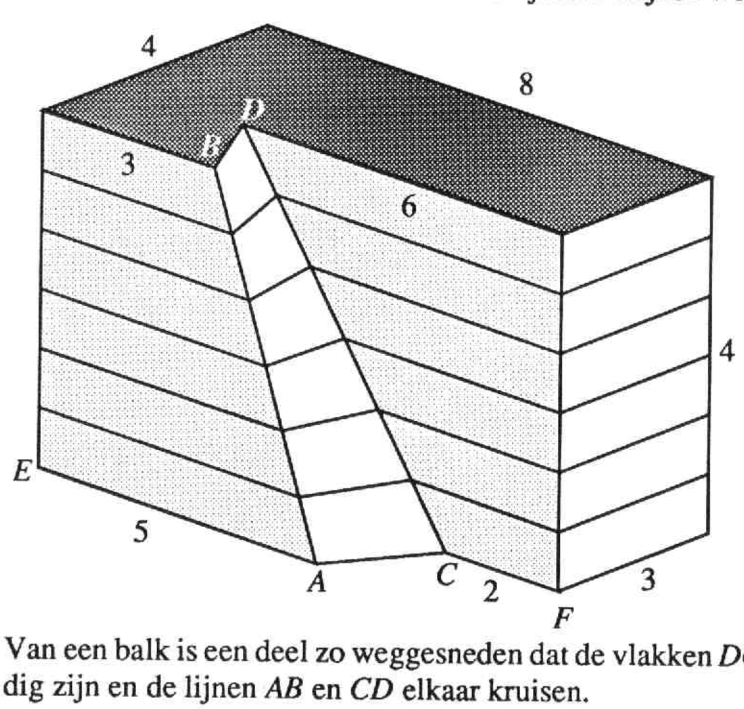
>a Teken rechthoek $ABGH$ op ware grootte en teken daarin loodlijn HP.

>b Bereken de afstand van H tot AG.

>c Bedenk een methode om punt P vanuit de ware grootte tekening over te brengen naar de ruimtelijke tekening.

11. > Neem de tekening van opgave 9 over en teken daarin de loodlijn vanuit S op vlak ABT.
Aanwijzing: Zoek eerst een vlak waarin de loodlijn moet liggen.

12. Voor de afstand tussen twee kruisende lijnen bekijken we deze tekening:



Van een balk is een deel zo weggesneden dat de vlakken DCF en ABE evenwijdig zijn en de lijnen AB en CD elkaar kruisen.

>a Waarom is $ABDC$ geen plat vlak?

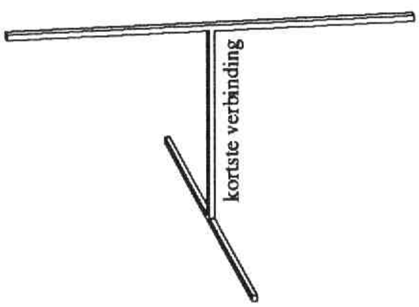
Er is een aantal horizontale verbindingslijnstukken tussen *AB* en *CD* getekend.

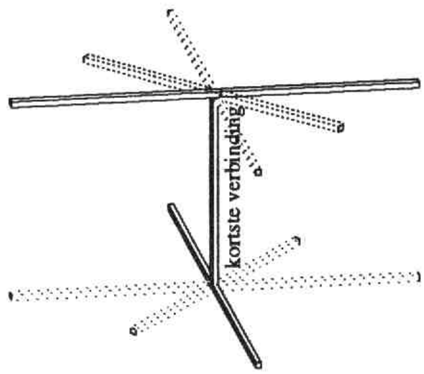
>b In werkelijkheid is *BD* daarvan niet het kortste. Welke dan wel?

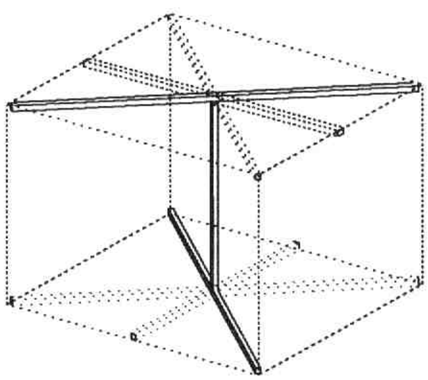
>c Als die kortste horizontale verbinding nog niet getekend was, hoe kun je die dan in de figuur vinden?

>d Is het mogelijk dat een niet-horizontale verbinding korter is dan de hiervoor genoemde?

In het boekje "Tekenen wat je weet" is gebleken dat twee kruisende lijnen altijd verpakt kunnen worden in een uniek paar evenwijdige vlakken. Hierdoor is het afstandsprobleem van kruisende lijnen terug te brengen tot dat van evenwijdige vlakken. Elke gemeenschappelijke loodlijn van die vlakken geeft de juiste afstand van de kruisende lijnen. Maar slechts één ervan is de gemeenschappelijke loodlijn van de kruisende lijnen en geeft dus de plaats van de kortste verbinding.







■ 13. Neem de tekening van opgave 8.
Teken de gemeenschappelijke loodlijn van de twee genoemde kruisende lijnen en bereken hun afstand:

>a *AH* en *CF*. >b *BC* en *AH*.

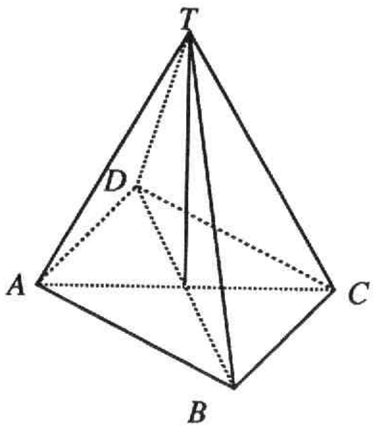
Als een van de lijnen parallel is met of loodrecht staat op een 'mooi' vlak waarin de andere lijn ligt heb je het vlakkenpaar eigenlijk niet nodig.
Voer dezelfde opdracht uit voor:

>c *AC* en *DH*. >d *BH* en *CG*. >e *GP* en *EF*.

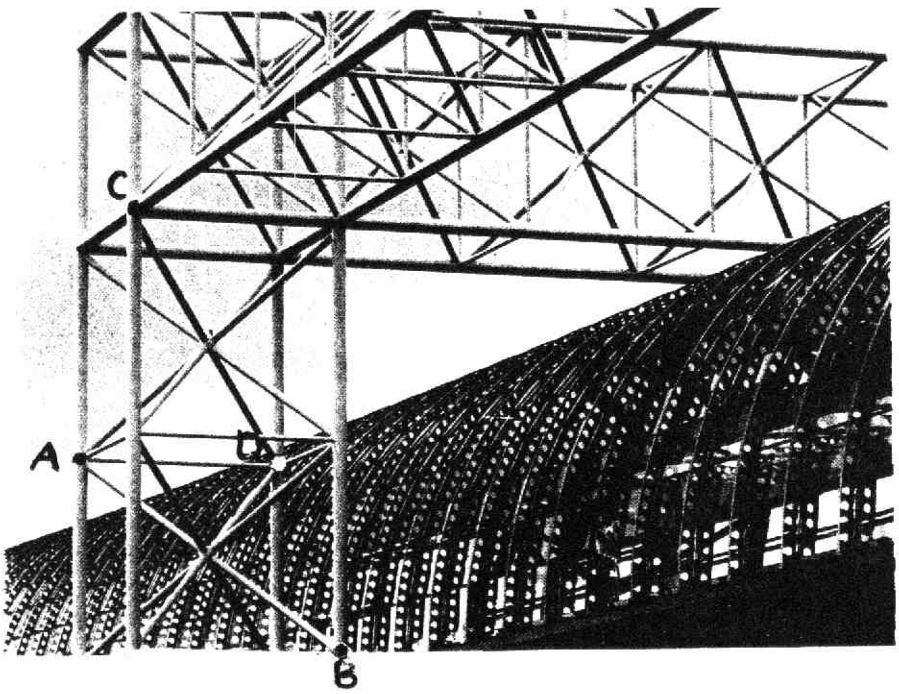
■ 14. Bij deze parallelprojectie van een regelmatige piramide *T.ABCD* is driehoek *TAC* op ware grootte.

>a Teken de gemeenschappelijke loodlijn van *BD* en *TC*.

>b Doe hetzelfde voor *AC* en *TB*. Je kunt bij dit bijzondere lichaam het resultaat van vraag >a gebruiken!



15.



Deze buizenconstructie kun je zien als een aantal kubussen met lichaamsdiagonalen. De ribben hebben een lengte van 2 m.
Voor het vervolg mag je de dikte van de buizen verwaarlozen.

>a Teken de twee kubussen waarin zich de buizen *AB* en *CD* bevinden. Teken daarin ook die twee buizen.

>b In de constructie zijn drie buizen te vinden die *AB* en *CD* verbinden. Zet die ook in de tekening.

>c In welke twee evenwijdige vlakken kun je *AB* en *CD* 'verpakken'?

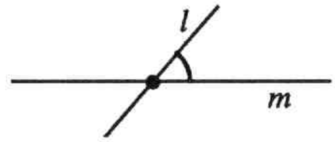
>d Misschien is het mogelijk een kortere verbindingsbuis tussen *AB* en *CD* te maken. Hoe lang moet die buis dan minimaal zijn?

2 Hoeken

In dit hoofdstuk bekijken we hoeken die voorkomen bij lijnen en vlakken.

I. *De hoek tussen snijdende lijnen l en m.*

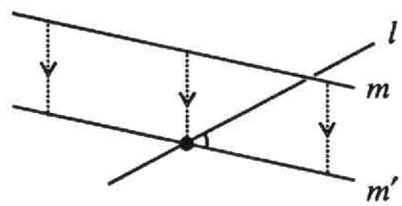
Als de vier gevormde hoeken niet recht zijn, kiest men de scherpe.



Elke andere soort hoek wordt terug gebracht tot een hoek tussen twee snijdende lijnen.

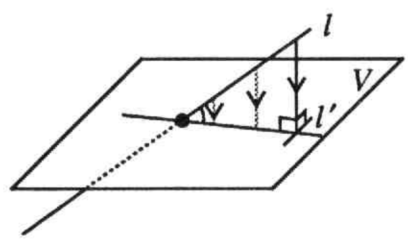
II. *De hoek tussen kruisende lijnen l en m.*

Eén of beide lijnen worden verschoven tot er snijding optreedt.
Hier geldt $\angle(l,m) = \angle(l,m')$.



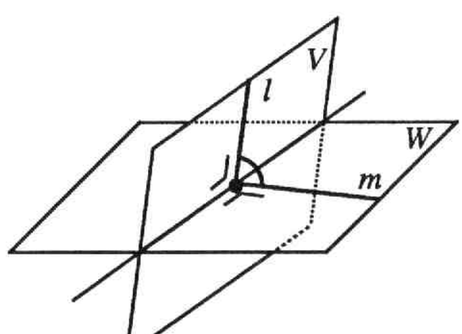
III. *De hoek tussen lijn l en vlak V.*

l wordt loodrecht op V geprojecteerd tot l'.
$\angle(l,V) = \angle(l,l')$.
Een bijzonder geval is $l \perp V$.

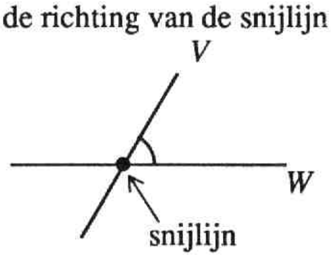


IV. *De hoek tussen de vlakken V en W.*

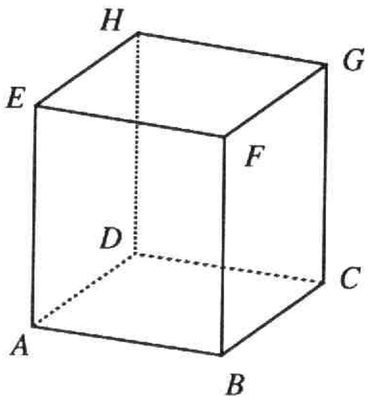
l en m worden loodrecht op de snijlijn van V en W getekend.
$\angle(V,W) = \angle(l,m)$.
Het vlak door l en m staat loodrecht op de snijlijn en wordt *standvlak* genoemd. Daarnaar heet de hoek *standhoek.*



In de richting van de snijlijn kijkend zie je dit:



■ 1. Teken en benader in hele graden de volgende hoeken in een kubus *ABCD.EFGB*. Dat tekenen moet in de figuur, maar in lastige gevallen verdient het aanbeveling de vlakken waarin zich de berekeningen afspelen eerst uit de figuur te lichten.



>a ∠ (*AB*,*BG*).

>b ∠ (*AH*,*FC*).

>c ∠ (*AB*,*EC*).

>d ∠ (*AC*,*AG*).

>e ∠ (*AH*,*DAB*). *)

>f ∠ (*EG*,*EBC*).

>g ∠ (*DAB*,*DAF*).

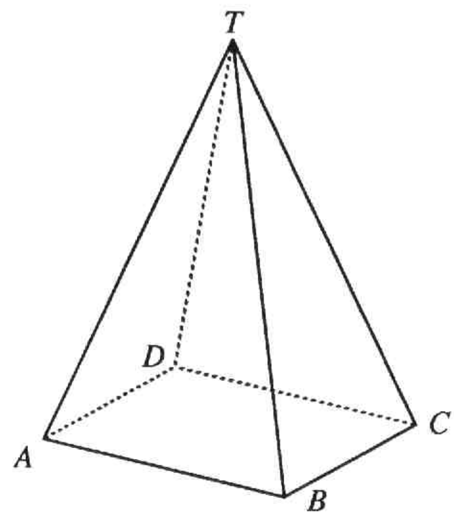
>h ∠ (*FBC*,*DBG*).

2. *T.ABCD* is een regelmatige piramide met $AB = 4$ en hoogte 6. Teken en benader in gehele graden:

>a ∠ (*AT*,*CT*).

>b ∠ (*TAD*,*ABC*).

>c ∠ (*TAD*,*TBC*).



3. In de figuur van opgave 2 worden de loodlijnen uit *A* en *C* op *TB* getekend.

>a Waarom komen die hier in hetzelfde punt *P* uit?

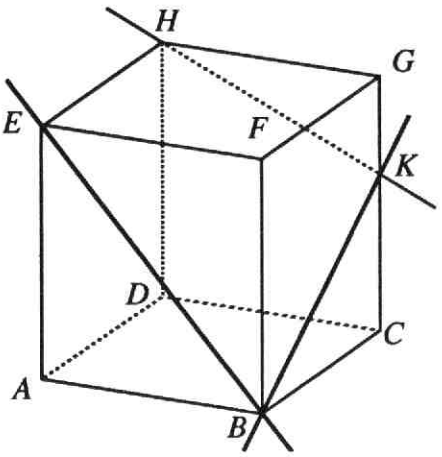
∠ *APC* oftewel het supplement ervan (180^o – ∠ *APC*) is de hoek tussen de vlakken *TAB* en *TBC*.

>b Teken die hoek op ware grootte.

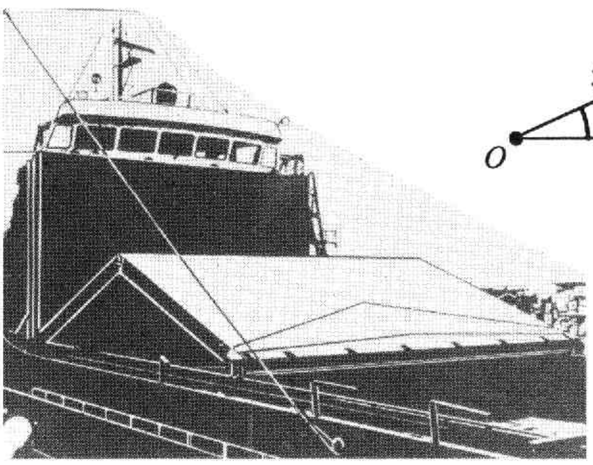
>c Teken de hoek ook op de juiste plaats in de ruimtelijke figuur.

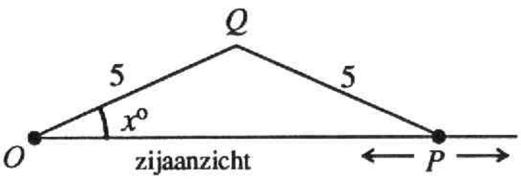
*) Met drie letters wordt een vlak aangegeven (hier *DAB*)

Bij de berekening van hoeken zijn rechthoekige driehoeken een belangrijk hulpmiddel. Het kan echter wel eens lastig zijn om de hoek in zo'n driehoek onder te brengen, zoals hiernaast in de kubus bij $\angle(BE,BK)$.
In zo'n geval kan de *cosinusregel* gebruikt worden. *)
Opfrisser:
In elke driehoek ABC is:
$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos\angle A$.
Als de drie zijden van een driehoek bekend zijn, kan elke hoek worden gevonden.

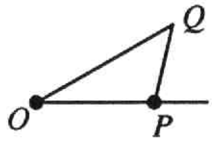


4. $ABCD.EFGH$ is een kubus. $GK = KC = 1$.
   >a Benader in gehele graden $\angle EBK$.
   >b Is dat de hoek tussen BE en EK?
   >c Bepaal met behulp van de cosinusregel de hoek tussen KB en KH.

5. 



Uit de foto kun je opmaken dat het dek van dit schip door een schuifbeweging kan worden opgevouwen.
In het zijaanzicht betekent dat een horizontale verschuiving van P, waardoor de hoogte van Q verandert.
Er bestaat een verband tussen de afstand van P tot O en de grootte van x.
   >a Bereken die afstand (in 1 decimaal) als $x = 30$.
   >b De lengte van OP varieert van 3 tot 6. Welke waarden neemt de hoek tussen de twee schuine vlakken dan aan? (afronden op hele graden).
   >c Welke baan beschrijft de vouwlijn door Q voor $0 < OP \leq 10$?
   >d We maken er nu een zuiver theoretisch probleem van. PQ wordt 3 en OQ blijft 5. Ook zulke standen mogen:



Welke lengten kan OP hebben en welke baan beschrijft Q dan?

---

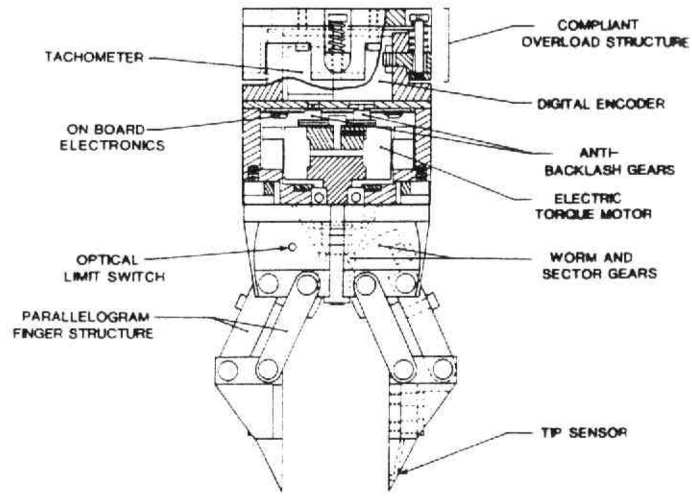
*) Zie ook oefenles 23

6. Dit is de hand van een robot die met een staafje moet manipuleren:

>a De vlakken waarmee een voorwerp wordt vastgehouden blijven parallel. Hoe is daar voor gezorgd?

Om voldoende houvast te bieden moet het voorwerp aan een aantal eisen voldoen:

eis 1: De afstand tussen de aangegrepen vlakken moet natuurlijk kleiner zijn dan de maximale opening tussen de vingers.



Sectional view of the parallel-jaw hand.

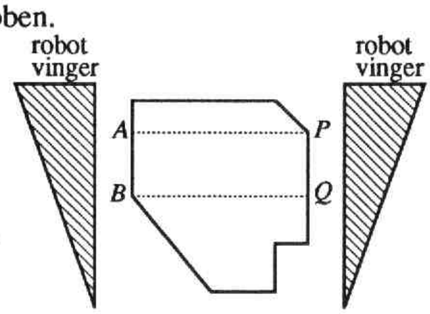
eis 2: Die vlakken moeten voldoende oppervlakte tegenover elkaar hebben.

Voorbeeld: Dit is de loodrechte doorsnede van een "moeilijke" staaf:

Bij deze stand zouden de aangegrepen vlakken twee rechthoeken *ABCD* en *PQRS* tegenover elkaar hebben.

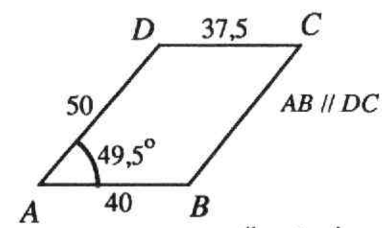
In deze tekening hiernaast zie je alleen de zijden *AB* en *PQ*.

De oppervlakte die de vlakken tegenover elkaar hebben is dan de oppervlakte van één zo'n rechthoek.



eis 3: Die vlakken moeten parallel of bijna parallel zijn.

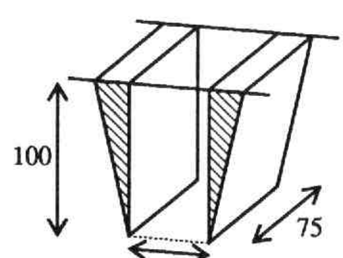
De volgende opdrachten gaan over een staafje met een lengte van 200 mm en een loodrechte doorsnede volgens deze tekening:



>b Bereken of de afstand tussen de vlakken door *AB* en *CD* niet te groot is.

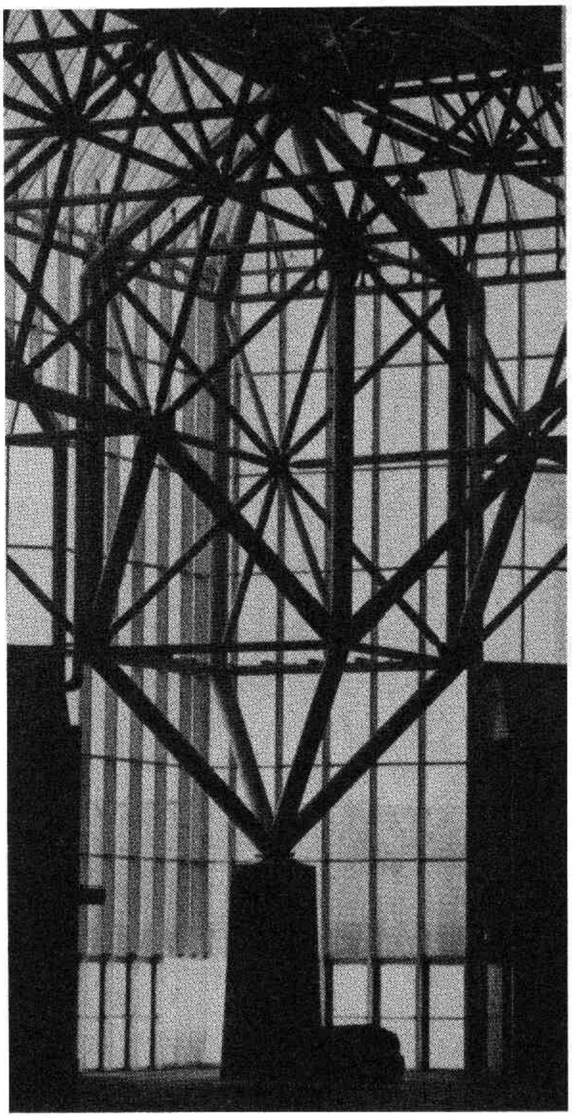
>c Hoeveel cm^2 van het tegenover elkaar liggende oppervlak van deze vlakken kan zich tussen de vingers bevinden? De richting van de vingers staat loodrecht op de lengterichting van de staaf.
Is deze voorwaarde van belang?

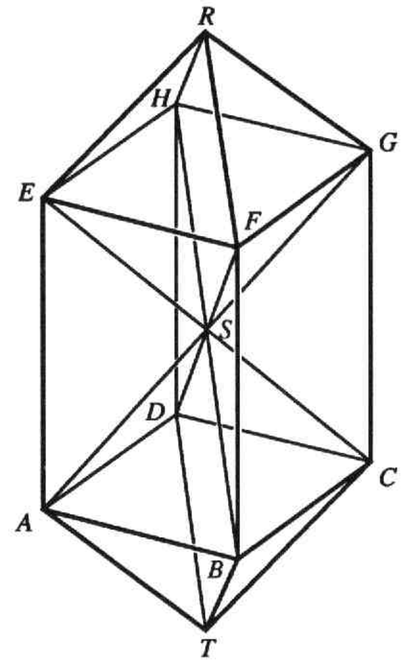
>d De afwijking van de parallelle stand mag niet meer dan 2^o bedragen. Voldoen de twee zijvlakken door *AD* en *BC* van de staaf aan deze bijna-parallelliteitsvoorwaarde?



maximale ruimte tussen de vingers is 45 mm

7. *Hoeken en afstanden in een buizenconstructie.*





De tekening hierboven is een schets van het lichaam in het midden van de foto.
Het bestaat uit een balk en twee regelmatige piramiden.
$AB = 150$ cm , $AE = 200$ cm en de piramiden hebben een hoogte van 100 cm.
De dikte van de staven is verwaarloosd.

Om de hierna gevraagde hoeken en afstanden te bepalen moet je eerst geschikte deeltekeningen op schaal 1:25 maken. Hieruit moet je de antwoorden met behulp van metingen vinden.
Opmerking: Als de gevraagde afstand of hoek gelijk is aan een hoek of lengte in een van de tekeningen die je al hebt, dan is een toelichting voldoende en hoef je geen nieuwe tekening te maken.
Meet de afstand en de hoek tussen:

>a *RE* en *TA*

>b *RE* en *TB*

>c *RE* en *TC*

>d *EFR* en *ATB*

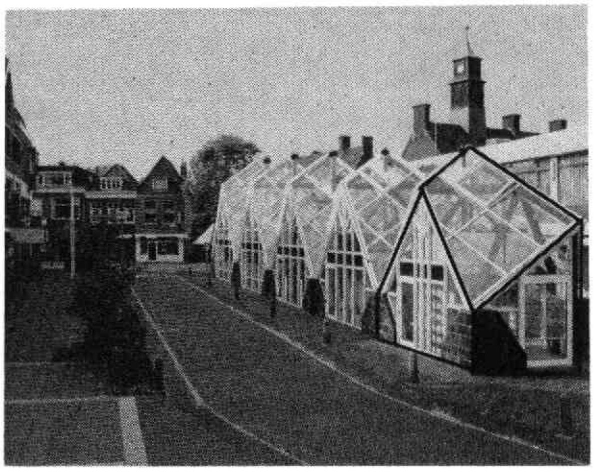
>e *EFR* en *CTD*

>f *EFR* en *BCT*

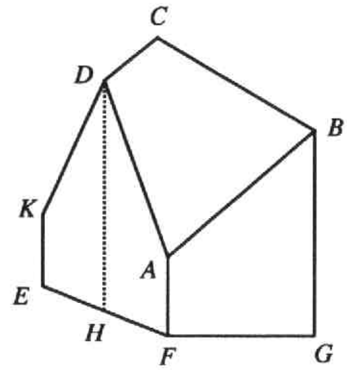
>g *AT* en *FGR*

>h Controleer de nauwkeurigheid van je antwoorden met berekeningen.

8. *Het glazen paviljoen.*



Het zichtbare deel van de eerste 'schakel' heeft deze vorm:

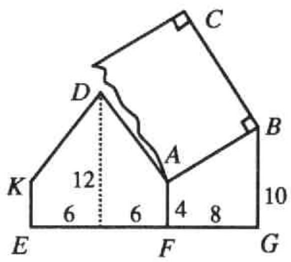


In werkelijkheid geldt: $\angle EFG = 90^{o}$. Vierhoek $ABCD$ is een rechthoekig trapezium ($AB \,//\, DC$, $\angle B = \angle C = 90^{o}$). DH is symmetrieas van het zijvlak EFD. KE, DH, AF en BG staan loodrecht op het grondvlak.

>a Toon aan dat vlak HDC parallel is met vlak $ABGF$.

Voor de constructie van het bouwwerk zijn de afmetingen van vierhoek $ABCD$ erg belangrijk. $\angle A$ heeft daarin een sleutelrol.

>b Maak van karton een model met onderstaande afmetingen (in cm).



Vouw het model in de goede stand en bepaal experimenteel vlak $ABCD$.
Meet $\angle A$ en DC.

>c $\angle A$ kan ook gevonden worden uit een tekening op schaal van driehoek ABD. Daarvoor zijn wel enkele hulptekeningen nodig.
Maak die schaaltekening en meet weer $\angle A$.

De voorgaande methoden zijn niet erg nauwkeurig.
Een afwijking van 1 mm bij BG in het kartonmodel kan bij het echte gebouw wel een afwijking van zo'n 3 cm geven.

>d Controleer dat.

Het is dan ook veiliger de benodigde maten met berekeningen te bepalen.

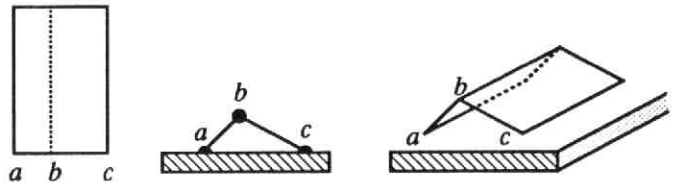
>e Bereken $\angle A$.

>f Veronderstel dat het model op schaal 1:50 is.
Bereken in mm nauwkeurig de lengte van CD en de hoogte van C ten opzichte van de grond.

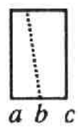
3 Snijding

1. *Een minipracticum.*

>a Vouw een rechthoekig stuk stevig papier langs een lijn die parallel is met de zijlijnen. Het geheel kan zonder wiebelen op de tafel staan.



>b Neem nu een vouwlijn die niet parallel is met de zijlijnen.



Het geheel kan nu wèl wiebelen.
Hoeveel standen zijn er, eventueel met een beetje hulp, mogelijk?
Verklaar dat.

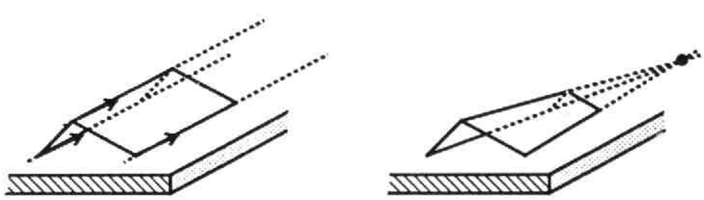
>c Van het vorige blad wordt aan de rechterkant een stuk afgeknipt, waardoor er een nieuwe zijlijn ontstaat.
Hoe moet er geknipt worden om het geheel weer stevig op de tafel te kunnen laten staan?
Niet meteen doorlezen!

>d Misschien ben je op het idee gekomen om voor de nieuwe zijlijn het spiegelbeeld van *a* ten opzichte van de as *b* te nemen.
Voer de opdracht echter ook uit zonder die spiegeling te gebruiken.

>e Als het niet gelukt is, kun je het nog eens proberen door in gedachten het papier te verlengen tot de vouwlijn de linkerzijkant treft.

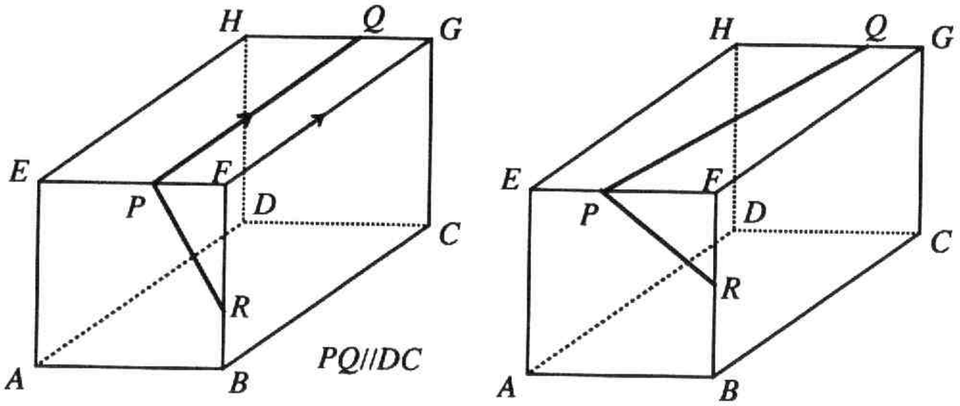
Door het tafelblad erbij te rekenen, kunnen we zeggen dat er sprake is van drie vlakken met drie snijlijnen.

Er zijn maar twee situaties mogelijk:
1 De drie snijlijnen zijn parallel.
2 De drie snijlijnen gaan door één punt.



Om gemakkelijker naar deze theorie te kunnen verwijzen, geven we hieraan de naam: *drievlakkenstelling*.

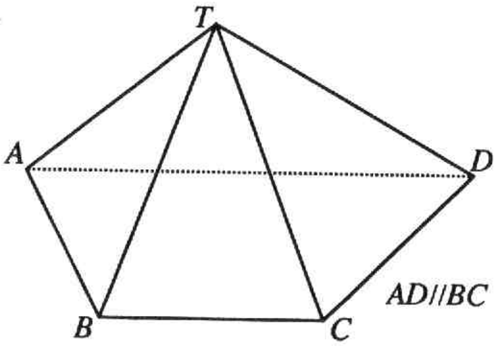
■ 2.



Van de balken *ABCD.EFGH* wordt een deel afgesneden door een vlak door *P*, *Q* en *R*.

> Teken in de figuren op het werkblad de randen van die doorsnijding.

■ 3.

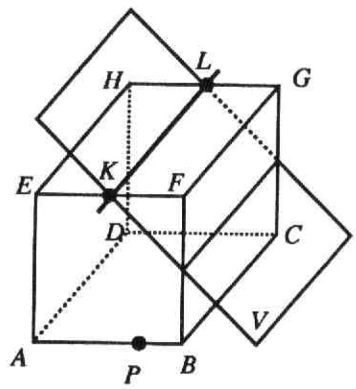


T.ABCD is een piramide.
Geef bij de volgende opdrachten een beschrijving van de werkwijze en een verklaring van de juistheid van het resultaat.

>a Teken de snijlijn van de vlakken *TAB* en *TCD*.

>b Eveneens van de vlakken *TAD* en *TBC*.

4. *ABCD.EFGH* is een balk. *KL // FG*.
Een vlak *V* draait om *KL*.
In vlak *BCGF* ontstaat dan een serie evenwijdige lijnen.



>a Waarom?

Als *V* door *P* gaat, ontstaat er een snijlijn van *V* en *ABCD* die evenwijdig is met *KL*.

>b Beredeneer dat.

Het vlak *V* laten we nu draaien om *KP*.

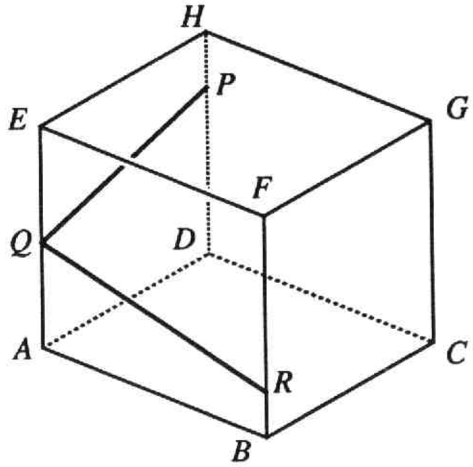
■ >c Teken de doorsnijdingsfiguur van *V* met de balk in het geval *G* in *V* ligt. Welke snijlijnen zijn nu evenwijdig?

De volgende regel is nuttig om te onthouden:

Als twee evenwijdige vlakken gesneden worden door een derde vlak, dan zijn de snijlijnen evenwijdig.

■ 5. *ABCD.EFGH* is een balk.
Het vlak *PQR* verdeelt de balk in twee delen.

\> Waar snijdt dat vlak de ribbe *CG*?



Snijpunt lijn-vlak.

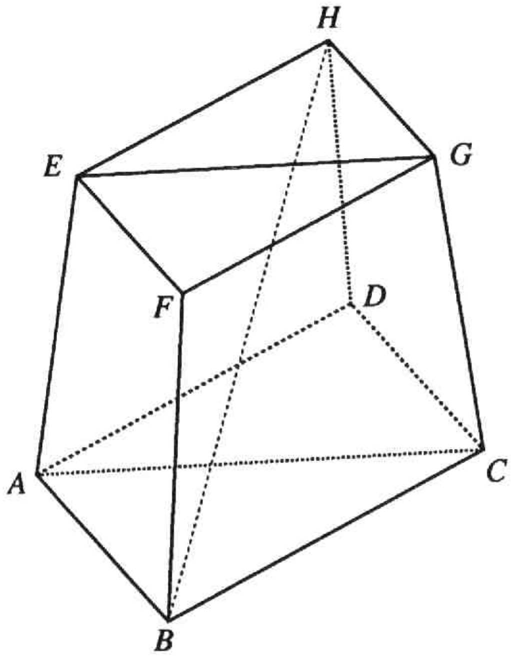
Het vinden van het snijpunt van een lijn en een vlak vraagt meestal een omweg. We bekijken dat probleem in een voorbeeld.

6. Gevraagd wordt het snijpunt van lijn *BH* met vlak *ACGE*.
Idee: Eigenlijk kun je in een tekening alleen maar het snijpunt van twee lijnen direct zien. In het vlak *ACGE* zou je een lijn moeten tekenen, waarvan je zeker weet dat die *BH* snijdt (en niet kruist).

\>a Snijdt of kruist *BH* de lijn *AC*? En de lijn *EG*?

■ >b *BH* ligt in het vlak *BDHF*. Teken de snijlijn *s* van *BDHF* met *ACGE*.

\>c Hoe weet je dat *s* de lijn *BH* niet kruist?



\>d Hoe kun je nu het snijpunt van *BH* met vlak *ACGE* vinden?

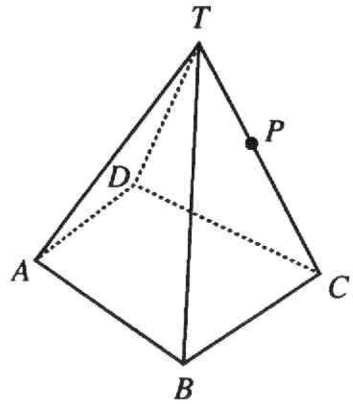
De methode van opgave 6 kun je vaak toepassen.
Het gaat om het vinden van het snijpunt van de lijn l met het vlak V in een gegeven figuur.

De werkwijze is: • Kies in de figuur een hulpvlak W dat l *bevat* en V *snijdt*. • Teken de snijlijn s van W en V. • Het snijpunt van l met s is het gevraagde punt.

7. *T.ABCD* is een willekeurige piramide.
l is de lijn *AP*. *V* is vlak *TBD*.

>a Bekijk de hiervoor geschetste werkwijze. Welk vlak kan nu de rol van hulpvlak *W* spelen?

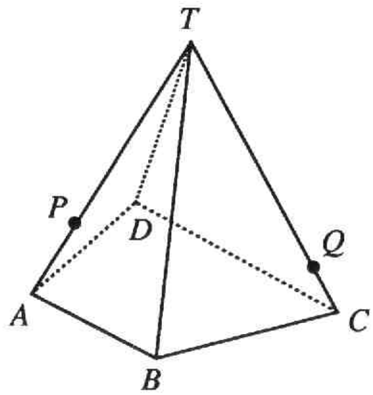
>b Teken het snijpunt van de lijn *AP* met het vlak *TBD*.



8. *T.ABCD* is een willekeurige piramide.

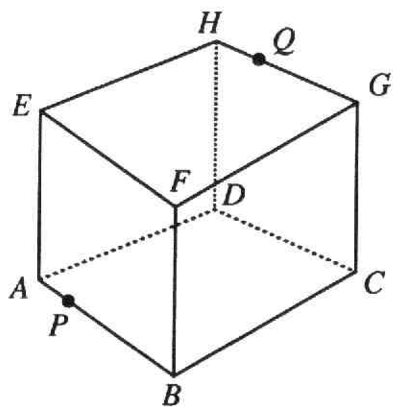
>a Teken het snijpunt van *PQ* met het diagonaalvlak *TAC*.

>b Teken het snijpunt van *PQ* met het grondvlak.



9. *ABCD.EFGH* is een prisma.

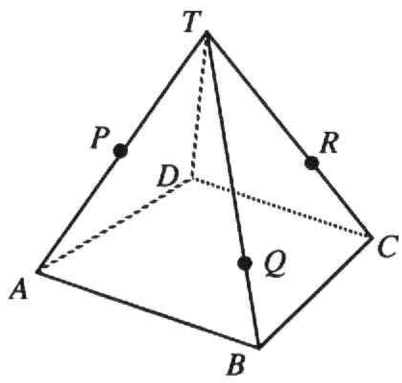
> Teken het snijpunt van *PQ* met vlak *ACGE*.



10. Piramide *T.ABCD* wordt doorsneden door het vlak *PQR*.

>a Teken die doorsnede.

>b Teken de snijlijn van vlak *PQR* met vlak *ABCD*.

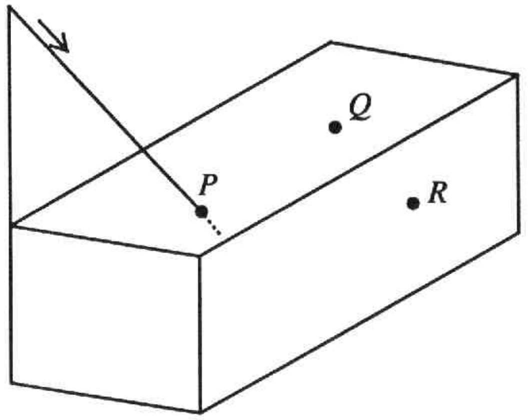


11. Een punt beweegt zich rechtlijnig en is bij P de balk binnengetreden.

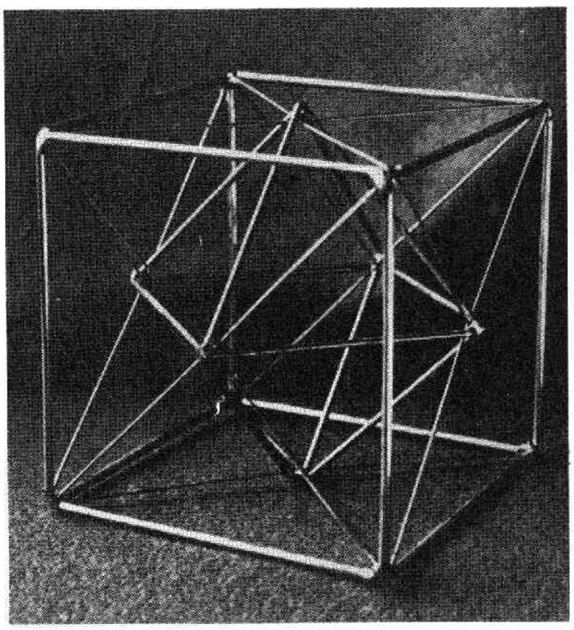
>a Teken de plaats waar dat punt weer uit de balk komt.

Een ander rechtlijnig bewegend punt is bij Q erin en bij R er uit gegaan. (Q ligt in bovenvlak, R in rechterzijvlak).

>b Waar wordt het grondvlak getroffen?



12. In de foto hiernaast is te zien dat het draadmodel van de kubus met achtvlak niet perfect overeenstemt met de ideale meetkundige vorm. Bij de opdrachten mag je uitgaan van de ideale vorm.



>a Maak een tekening in parallelprojectie van het draadmodel. (Ongeveer in de stand op de foto en op hetzelfde formaat).

Op $\frac{2}{3}$ van de hoogte h van de kubus wordt een plaat parallel met het grondvlak aangebracht. Hierin komen gaten voor de draden in de kubus.

>b Teken in de figuur van >a dit vlak met de gaten.

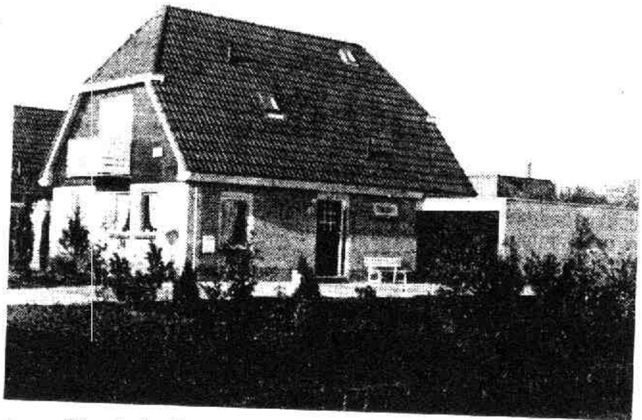
>c Maak een tekening op schaal van dat vlak met gaten.

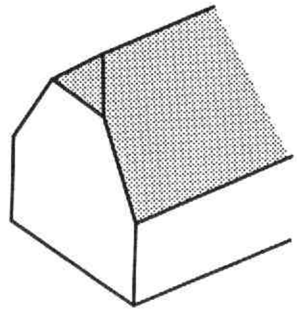
Als de hoogte van de plaat moet kunnen variëren van $\frac{2}{3}h$ tot $\frac{5}{6}h$, dan moeten er gleuven in plaats van gaten komen.

>d Teken in de schaalfiguur die gleuven.

>e *Extra probleem voor onderzoekers*:
Stel dat de plaat van opgave >c echt in de bestaande draadfiguur moet worden aangebracht. Dan zal er in de plaat geknipt moeten worden, maar liefst niet te veel. Het maakt ook verschil of de plaat wel of niet buigzaam of rekbaar is. Het is dus een groep problemen waarvoor nog geen oplossing bekend is.

13.

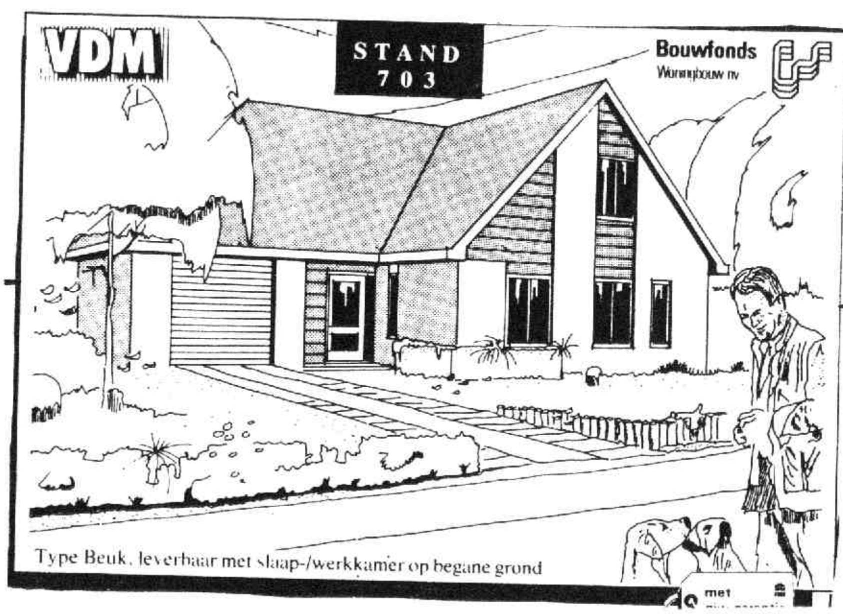




>a Denk je de twee zichtbare delen van het pannendak uitgebreid tot de grond gesneden wordt.
Teken in de figuur op het werkblad de snijlijnen met de grond.

>b Een persoon in het gebied tussen huis en fotograaf kan òf alleen het voorste dak zien òf alleen het zijdak òf beide òf geen van beide. Dat is afhankelijk van de standplaats. Hierdoor wordt dat gebied in vier stukken opgedeeld. Teken die gebieden op het werkblad. Kies zelf een redelijke ooghoogte voor de kijker.

14.



horizon

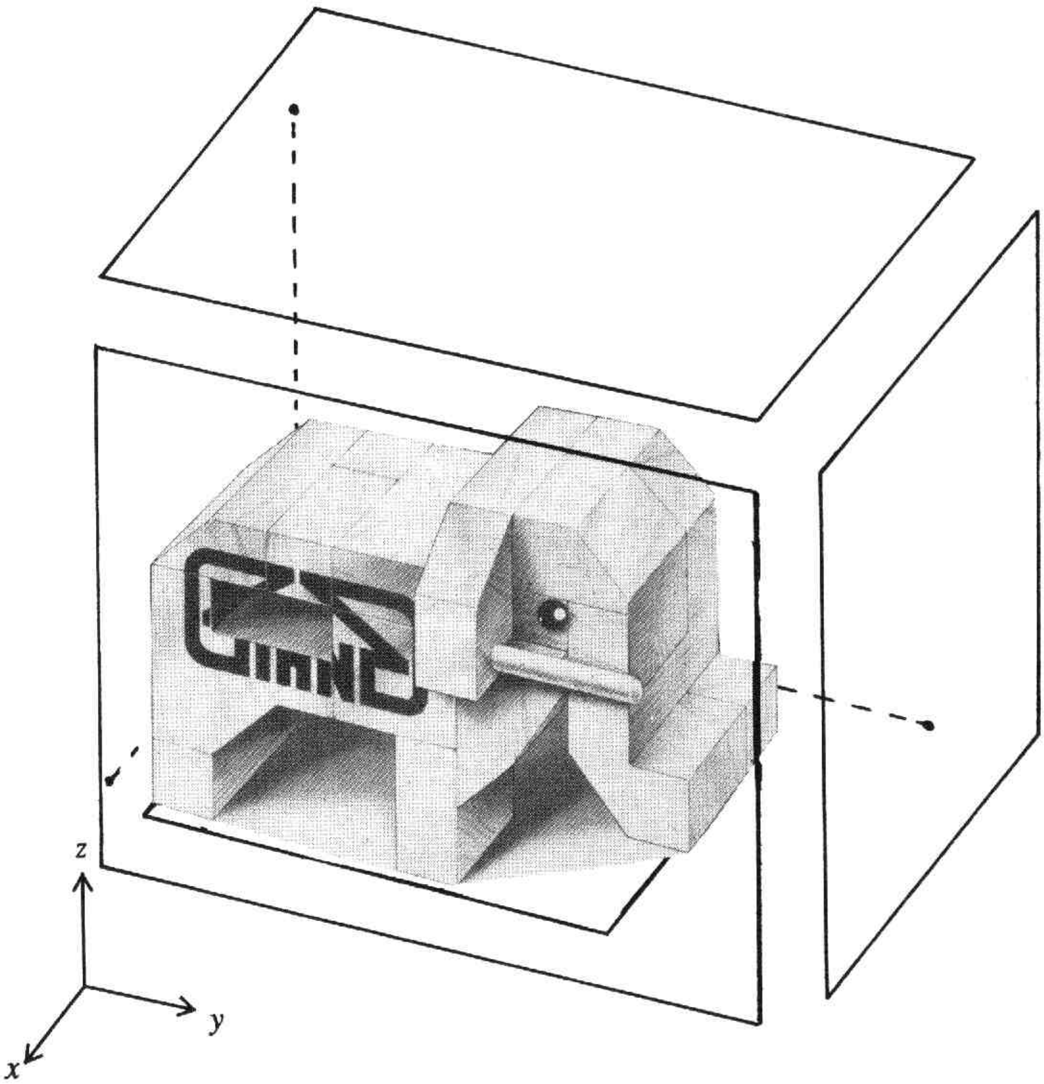
Op het werkblad staat een vereenvoudigde tekening uit een ander standpunt.

>a Wat is er met het standpunt gebeurd?

>b De zon schijnt precies uit de richting van de snijlijn van de twee daken. Teken op de grond voor de deur de schaduw van het huis.

4 Aanzichten

Bij de projektiemethoden ging het meestal om de hele figuur.
In de praktijk echter gebruikt men ook *fragmenttekeningen*, zoals bijvoorbeeld aanzichten.



Parallel met een geschikt vlak van het object kun je je een glasplaat voorstellen. Hierop wordt getekend wat er te zien is. Daarbij moet de afstand van de plaat tot het voorwerp zeer klein zijn t.o.v. de afstand van het oog tot het voorwerp, want de wens is een loodrechte parallelprojectie.
Het voordeel van zo'n tekening is de maatgetrouwheid, eventueel op schaal. De dieptewerking gaat verloren, maar dat is weer goed te maken door meer aanzichten te geven of door andere tekeningen toe te voegen.
Ook worden wel eens stippellijnen gezet voor belangrijke lijnen die niet direct zichtbaar zijn.

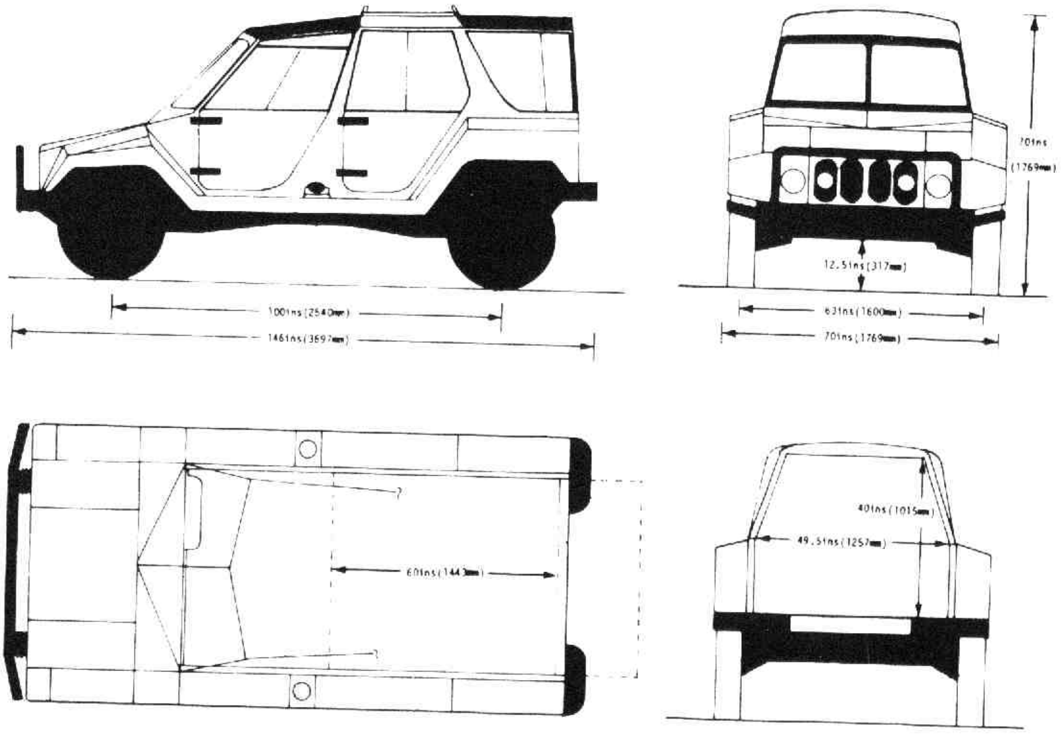
1. > Teken van de olifant een vooraanzicht, een rechterzijaanzicht en een bovenaanzicht. Gebruik voor elk van de aanzichten dezelfde schaal. Je mag zelf de maten kiezen, maar ze mogen op de verschillende tekeningen niet met elkaar in strijd zijn. (Men spreekt ook wel van aanzichten in de x-richting, y-richting en z-richting).

2. *De Africar.*

Een van de vele typen van de Africar: de 4x4 personen- en laadwagen.

De Africar is ontworpen voor Derde-Wereldomstandigheden. De auto is zo eenvoudig mogelijk gehouden.
De opbouw is bv. van triplex.

Enkele aanzichten



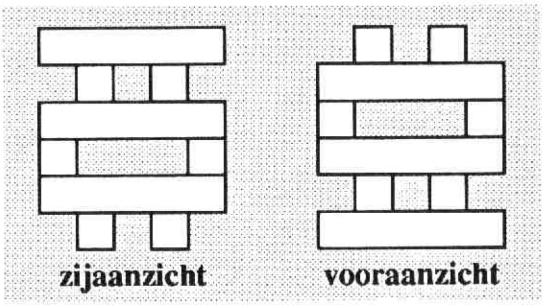
>a Wat zijn de minimale binnenafmetingen van een kist waarin de auto past?

>b Op het bovenaanzicht bestaat de motorkap uit een bijna vierkante plaat. Wat zijn de werkelijke afmetingen daarvan?

>c De spijl tussen voorruit en zijruit helt t.o.v. het horizontale vlak. Waarom is de ware grootte van de hoek tussen die spijl en het horizontale vlak in geen van de aanzichten te zien?

>d Geef een methode waarmee je die hoek kunt berekenen en tekenen. Je hoeft de berekening of nauwkeurige tekening zelf niet uit te voeren, want het aflezen van de gegevens uit de kleine figuren is erg lastig en onnauwkeurig.

3. In de tuin van de Catharijnekerk in Utrecht staat een kunstwerk dat is opgebouwd uit stenen balken die allemaal even groot zijn (40 x 40 x 200 cm). Zowel van voren als van opzij kun je door het kunstwerk heenkijken.

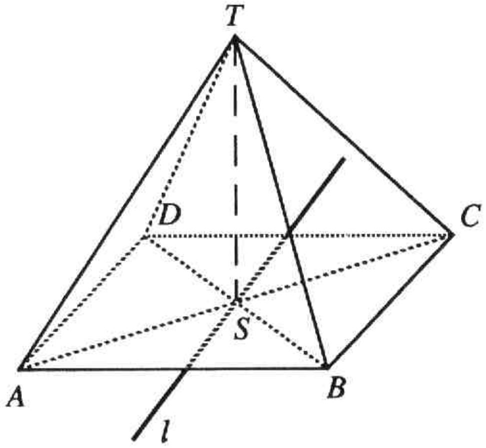


>a Kun je er ook van boven doorheen kijken?

>b Maak met dunne lijnen een tekening van het kunstwerk in scheve projectie. Denk het geheel in een balk geplaatst waarvan een verticaal diagonaalvlak in het vlak van de tekening komt. De wijkhoek is 30° en de verkortingsverhouding is $\frac{1}{2}$.

>c Niet alle lijnen in de vorige tekening zijn zichtbaar. Geef met dikke lijnen de zichtbare aan.

■ 4.

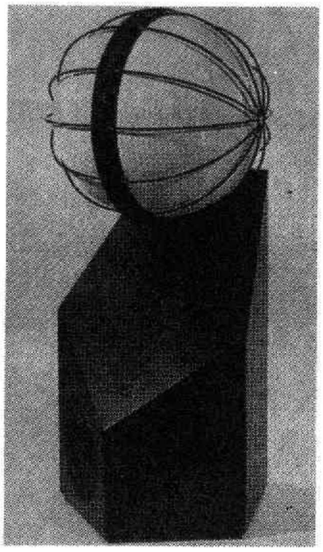


T.ABCD is een piramide met *TS* loodrecht op het rechthoekige grondvlak *ABCD*. *l* is de lijn door *S* evenwijdig aan *BC*. *TS* wordt over een hoek van 30° rechtsom gedraaid om de as *l*. De eindstand is *PS*.

>a Teken *PS* in de figuur.

>b Teken een aanzicht waarmee vastgesteld kan worden of er snijpunten bestaan van de opstaande ribben van piramiden *P.ABCD* en *T.ABCD*.

■ 5. *Een klankzuil van Quart.*



De bodem van de kast is een regelmatige vijfhoek.
De eveneens vijfhoekige bovenkant is wel symmetrisch maar niet regelmatig.
De hoogste zijde hiervan loopt horizontaal.
Op het werkblad zijn op schaal getekend:
- het grondvlak
- de kortste opstaande ribbe
- de langste opstaande ribbe(n)

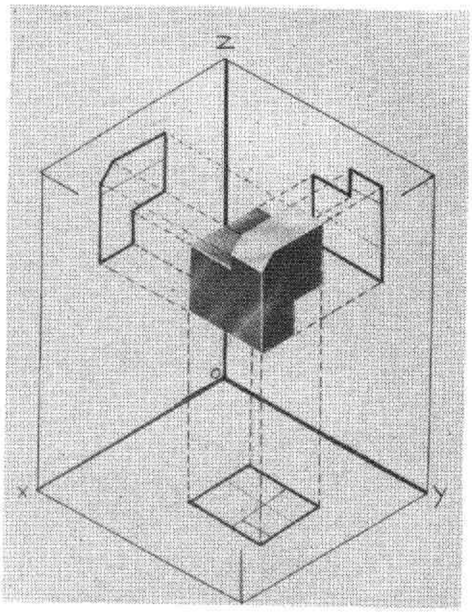
>a Geef in dat grondvlak de richting aan van waaruit je een zijaanzicht krijgt met het bovenvlak als lijnstuk.

>b Maak een schaaltekening van dat zijaanzicht.

>c Teken op schaal de ware vorm van de verschillende zijvlakken.

>d Teken de ware vorm van het bovenvlak.

Om de vorm van een voorwerp goed te leren kennen, bekijk je het van verschillende kanten. Heel gebruikelijk is het daarbij drie onderling loodrechte kijkrichtingen te nemen. Als voorbeeld dient dit ijzeren blokje in een glazen bak.

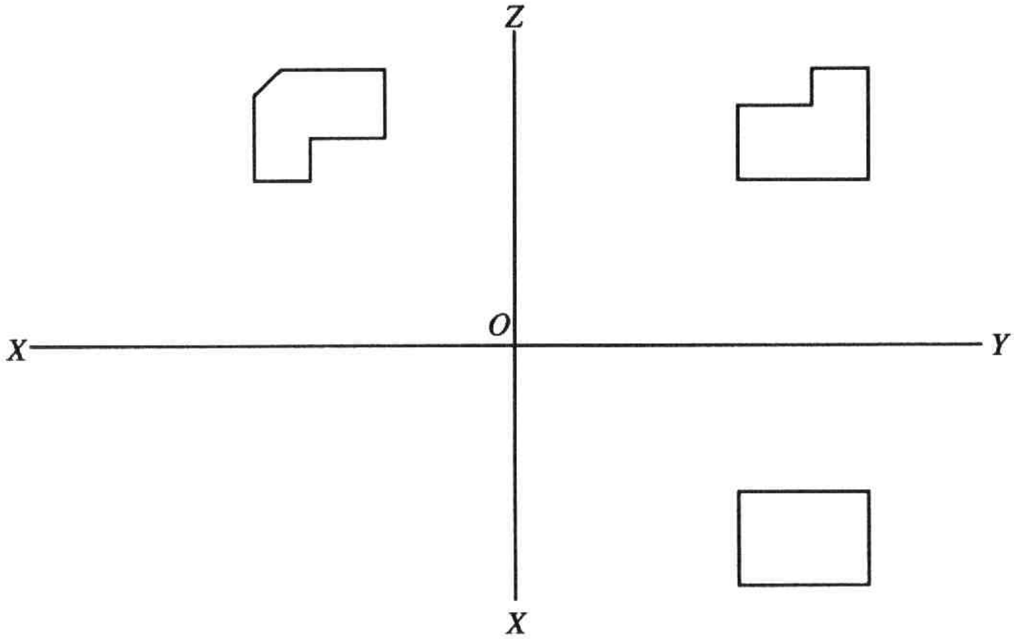


Op de zes vlakken van de bak zouden aanzichten van het blokje getekend kunnen worden. Hier is dat bij drie gedaan.
Het resultaat is ook op te vatten als een drietal bij elkaar horende projecties op de *Oxy*-, *Oyz*- en *Oxz*-vlakken.
Bij het technisch tekenen zijn er afspraken over de manier van tekenen (bv. rekening houden met wel of niet zichtbaar zijn). In dit boekje gaan we iets vrijer met de stof om.

6. >a Teken van het blokje in de bak het vooraanzicht (x-richting), het rechterzijaanzicht (y-richting) en het bovenaanzicht (z-richting).

>b *Oxyz* kan als coördinatenstelsel gebruikt worden.
Toon aan: Als een punt van het blokje in twee van de drie projecties voorkomt is ook de plaats in de derde projectie bekend.

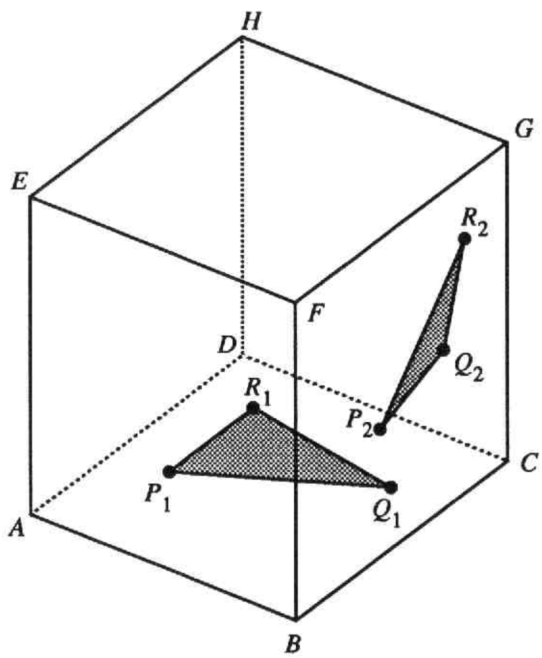
De zijvlakken van de bak zijn losgemaakt langs de assen en vervolgens in het tafereel gedraaid. Dat levert dit plaatje:



>c Beschrijf precies wat er gebeurd is.

>d Buiten het blokje zweeft een los punt P. Kies in het YOZ-vlak van de tekening voor >c een punt dat het beeld van P kan voorstellen. Maak ook de andere twee beelden.

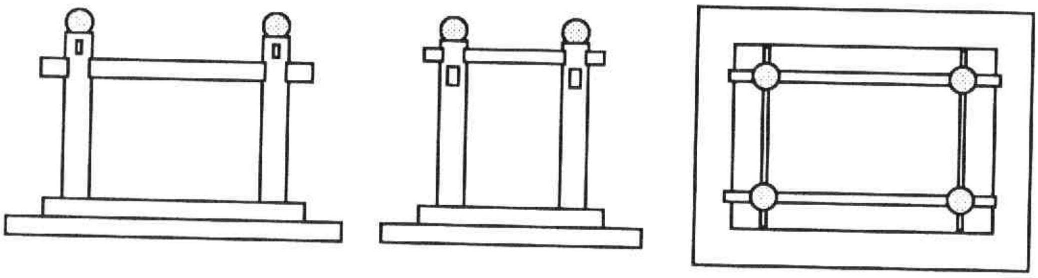
■ 7.



In deze glazen kubus bevindt zich een driehoekig metalen plaatje PQR. De kubus wordt zo gehouden dat de zon er van boven af inschijnt. (richting FB).
In $ABCD$ ontstaat nu de schaduw $P_1Q_1R_1$. Vervolgens wordt de kubus zo gehouden dat de stralen uit de richting AB komen. Zo ontstaat in $BCGF$ de schaduw $P_2Q_2R_2$.

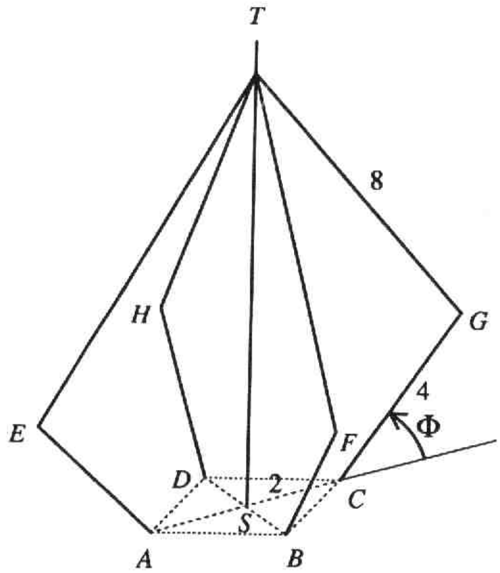
> Teken in de kubus driehoek PQR. Een zorgvuldige verklaring van de werkwijze is noodzakelijk.

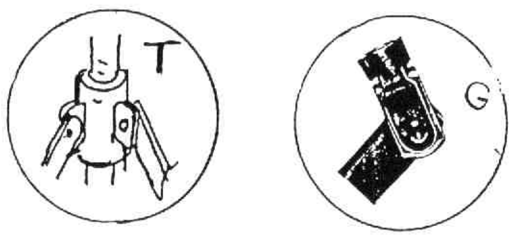
8. Een complete projectiefiguur moet het mogelijk maken de werkelijkheid te reconstrueren. Zo zouden drie aanzichten in ieder geval de hoofdvormen van het voorwerp moeten kunnen leveren. Als die aanzichten echter zelf onvolledig zijn, zijn er meerdere reconstructiemogelijkheden. Maar niet elke reconstructie is logisch. Er bestaan computerprogramma's die de mogelijkheden onderzoeken en tenslotte een keus doen. Dit is de invoer die een computer gekregen heeft. De uitvoer werd een plaatje van het object in parallelprojectie.



> Evenaar de computer door een schets te maken van een logische reconstructie van het object.

9. In de tekening hiernaast van een beweegbare staalconstructie stelt de lijn door S en T een centrale mast voor die loodrecht op het grondvlak $ABCD$ staat. $ABCD$ is een vast vierkant. T kan langs de mast schuiven. Dat is mogelijk gemaakt door de spanten scharnierend te maken in de punten A, B, C, D, E, F, G en H en in de eindpunten. De punten E en G kunnen bewegen in het vlak ACT en de punten F en H in het vlak DBT. De scharnieren in de acht punten kunnen, net als een elleboog, een hoek van maximaal 180° vormen.
Verder is nog gegeven: $SC = 2$, $CG = 4$ en $TG = 8$.





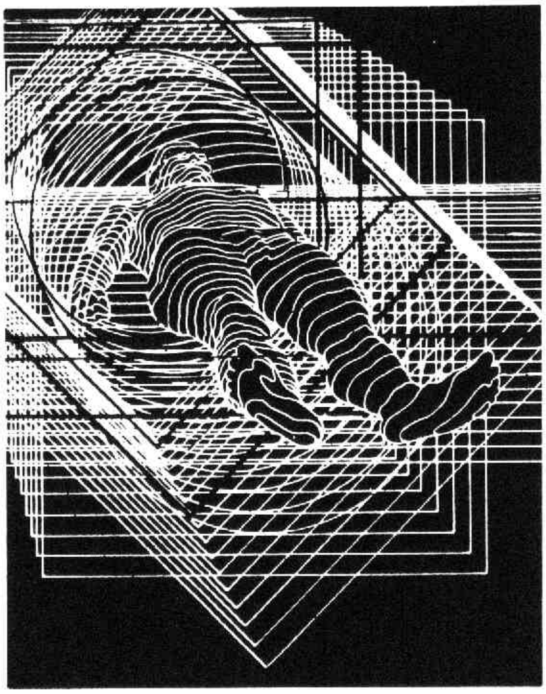
>a Bereken de kleinste en de grootste lengte die TS kan hebben. Hoe groot is de hoek ϕ in die gevallen?

>b Stel $\phi = 60°$. Teken aanzichten uit de richtingen TS, BD en BC.

>c Toon aan dat CG en ET parallel zijn als $\phi = 60°$.

5 Doorsneden

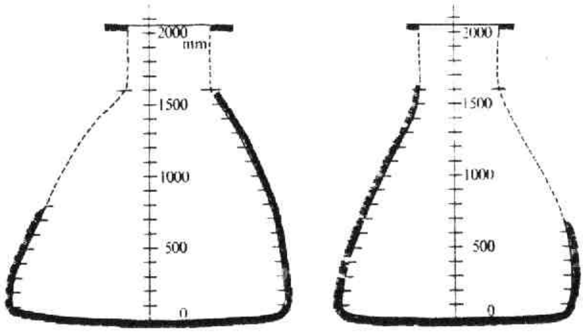
Aanzichten geven een beperkte kijk op een object. Om meer informatie te geven kunnen doorsneden worden gemaakt.
Een serie doorsneden kan zelfs veel vertellen, zoals in deze visie van een kunstenaar.

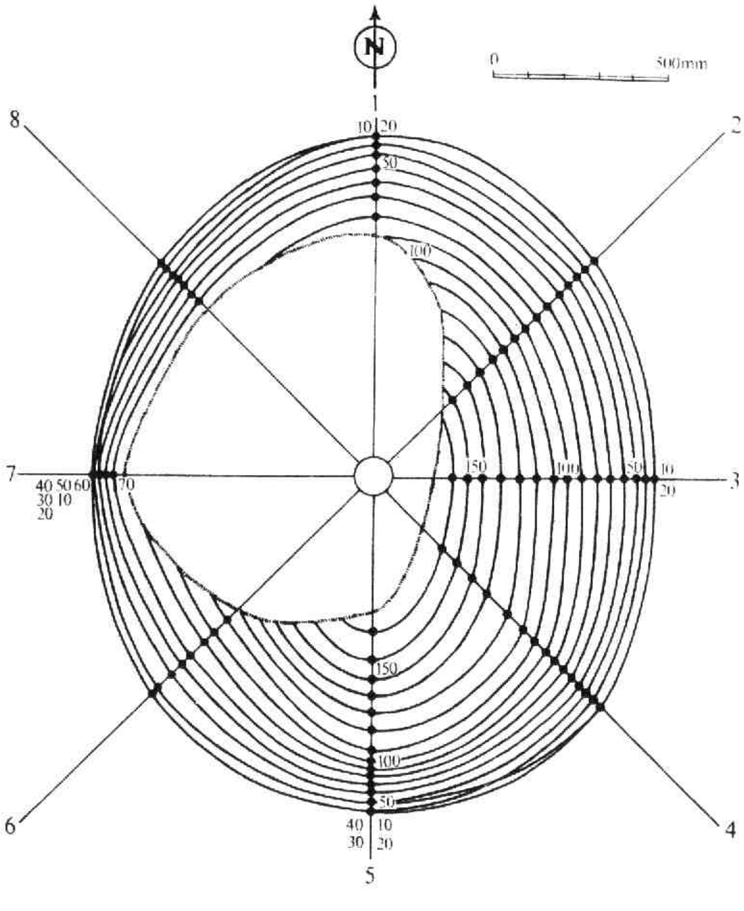


1. Een archeoloog wil nauwkeurig de vorm vastleggen van een gegraven gat dat vroeger dienst deed als graanbergplaats.
   Daarvoor gaat hij vanuit het midden van het gat op verschillende hoogten de afstanden tot de rand meten. De resultaten worden tot een *hoogtekaart* verwerkt. Deze hoogtekaart staat op de volgende bladzijde. De kaart is onvolledig door een verstoring van de putwand.
   Uit deze kaart kunnen verticale doorsneden van de put worden afgeleid. Hiervan zijn er twee gegeven.

   >a Welk van de vier in de kaart met nummers aangegeven doorsneden zijn dit?

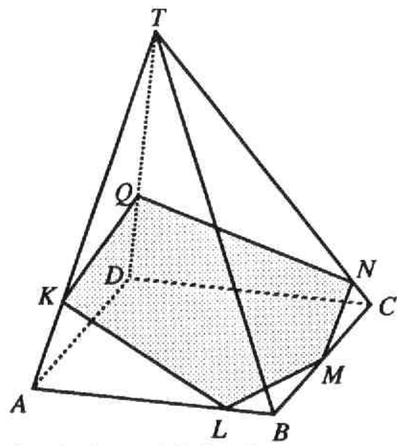
   >b Maak de doorsnede voor 4-8.





Recording the measurements of a grain pit belonging to the Middle Neolithic period, at Vadastra (excavations, Corneliu N. Mateescu, 1969)

We geven een overzicht van wat zo voor en na al eens aan de orde is gekomen. Bij het maken van een doorsnijdingsfiguur (meestal *doorsnede* genoemd) moeten alle snijlijnen van het doorsnijdingsvlak met de zijvlakken (inclusief grond- en bovenvlak) van het lichaam worden getekend. De doorsnede van een vlak met de piramide *T.ABCD* kan een vijfhoek zijn (zie figuur).



2. >a Kan de doorsnede van een vlak met *T.ABCD* een vierhoek zijn? Zo ja, schets een voorbeeld.

   >b Dezelfde opdracht met vervanging van vierhoek door driehoek.

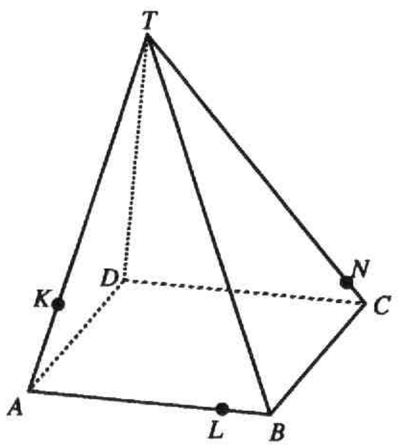
De wijze waarop de tekening van een doorsnede is ontstaan, is vaak niet af te lezen uit het plaatje. Daarom zijn beschrijvingen van de constructie meestal nodig.

Soms is er ook een redenering nodig om aan te tonen dat het getekende punt of de getekende lijn correct is. Dat kan worden gedaan in een verklarende toelichting.

We noemen nog enkele handigheidjes:
- een vlak of een lijn in gedachten uitbreiden tot een lijn van het andere vlak gesneden wordt;
- toewerken naar twee punten van de snijlijn;
- gebruik maken van de regel over drie vlakken met drie snijlijnen;
- gebruik maken van evenwijdige snijlijnen.

Als voorbeeld nemen we de constructie van de doorsnede uit het vorige plaatje. Dit voorbeeld staat niet model voor de doorsneden, die we als regel moeten maken. Daarvoor is het te gekunsteld. Maar het illustreert wel bepaalde gedachtengangen.

3.

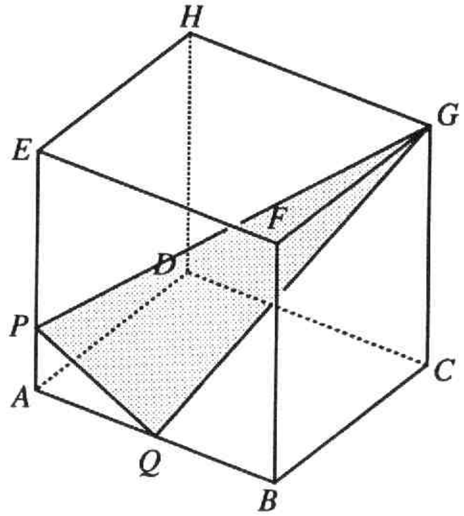


Gegeven is de piramide *T.ABCD* met de punten *K*, *L*, *N*.
Gevraagd wordt de doorsnede van vlak *KLN* met de piramide.

■ > Doe stap voor stap de constructie mee.

overwegingen (in gedachten)	*beschrijvingen* (op papier)
– *KL* is te tekenen en zal ergens vlak *TBC* snijden. Dat kan alleen in *TB*.	– Teken *KL* tot *TB* gesneden wordt, noem het snijpunt *P*.
– Van de doorsnede met *TBC* zijn nu twee punten (*P* en *N*) bekend.	– Teken *PN* en noem het snijpunt met *BC* *M* en verbind *L* en *M*.
– In *TCD* ligt al *N*. Er moet nog een punt bijgevonden worden. Dat kan door *LM* te snijden met *CD*.	– Snijd *LM* met *CD* (*O*).
– *ON* doet de rest.	– Teken *ON*. Het snijpunt met *TD* noem je *Q*. Verbind *Q* en *K*.

4.



■ >a Teken de *doorsnede* van vlak PQG met de kubus $ABCD.EFGH$.

■ >b Teken ook de doorsnede van de kubus met het vlak door B dat parallel is met de doorsnede van >a.

5.

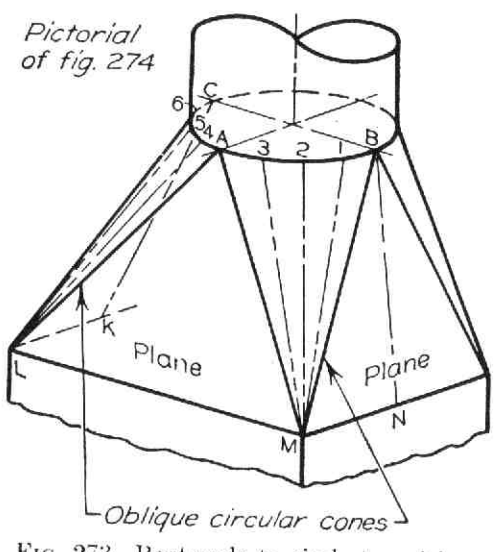


FIG. 273. Rectangle-to-circle transition.

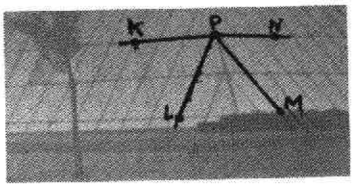
Dit is het verbindingsstuk tussen een vierkante pijp (beneden) en een ronde pijp (boven).

De laagste horizontale doorsnede is een vierkant, de hoogste is een cirkel. De zijkanten bestaan uit driehoeken en gedeelten van mantels van scheve kegels (let maar op de ligging van de toppen L, M, . . .).

> Ontwerp bij elkaar passende doorsneden van het verbindingsstuk op $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ en $\frac{3}{4}$ van de hoogte. Ga wel eerst na of de ronde gedeelten cirkelbogen zijn.

6. *De piramide van Sexbierum*

Deze 21 meter hoge piramide van het wind-attraktiepark Aeolus bestaat aan de buitenkant uit spiegelende glasplaten.
De randen daarvan tekenen verschillende typen doorsneden af.



We gebruiken:
Type I: door K, P, N
Type II: door L, P, N
Type III: door L, P, M.

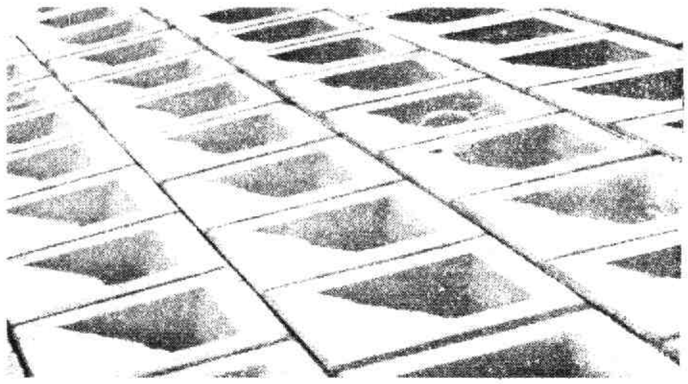
Gemakshalve nemen we gefingeerde afmetingen, zodat constructies op ware grootte mogelijk zijn.
Gegevens: De piramide is regelmatig met een hoogte van 7 cm.
De diagonaal van het grondvlak is 16 cm.
De opstaande ribbe wordt in vier gelijke delen verdeeld.
De drie tussenpunten en de twee eindpunten vormen de vijf mogelijke posities van punt P.

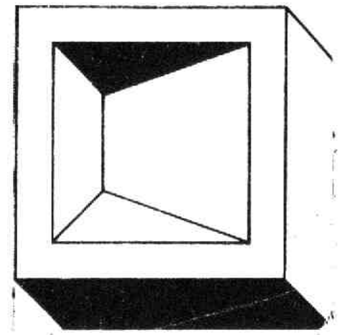
>a Teken op ware grootte de uitgelichte vijf doorsneden van elk van de drie typen.
(De serie doorsneden van één type kan in één figuur 'genesteld' worden)

>b Bepaal de grootte van de hoeken die de doorsnijdingsvlakken van type II en type III met het grondvlak maken.

>c P kan nu de hele opstaande ribbe doorlopen.
Leid voor elk van de drie typen doorsneden een formule voor de oppervlakte af uitgedrukt in de hoogte h van P ten opzichte van het grondvlak.

7. Bij dijkaanleg wordt wel gebruik gemaakt van deze blokken met uitsparing.



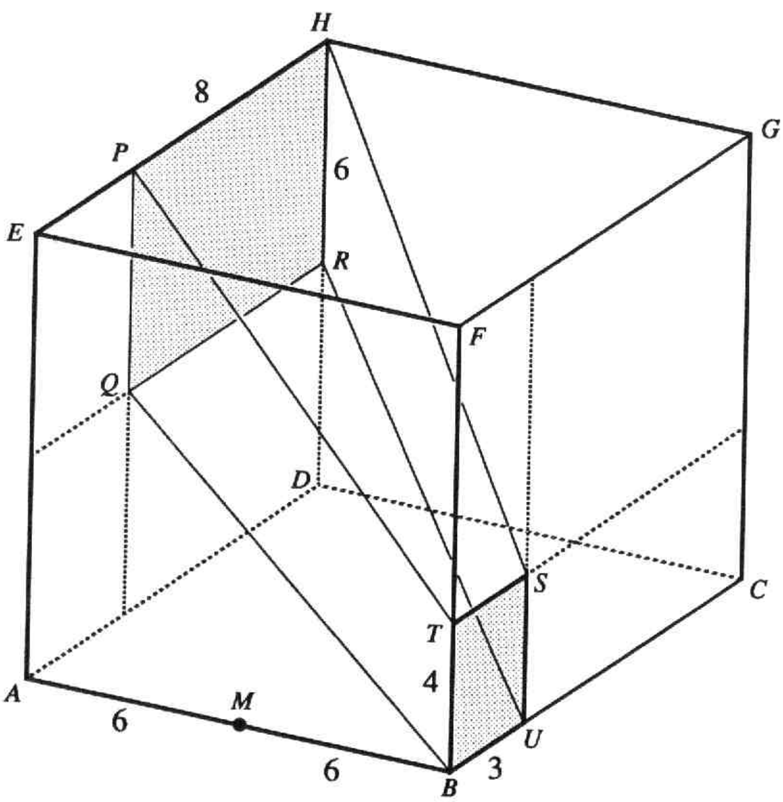


Oeververdediging Zeeuwse eilanden met glooiingblokken volgens systeem Haringman.
Gefabriceerd door Betonfabriek Haringman, Goes.
Opdrachtgever: Rijkswaterstaat, Bureau Delta Dienst.

Iemand die zelf zo'n blok wil maken heeft aan deze plaatjes niet genoeg.

> Teken de benodigde extra informatie in zo weinig mogelijk doorsneden. Je kunt zelf redelijke afmetingen bedenken.

8. Door de kubus *ABCD.EFGH* loopt een tunnel *HPQR.STBU*.



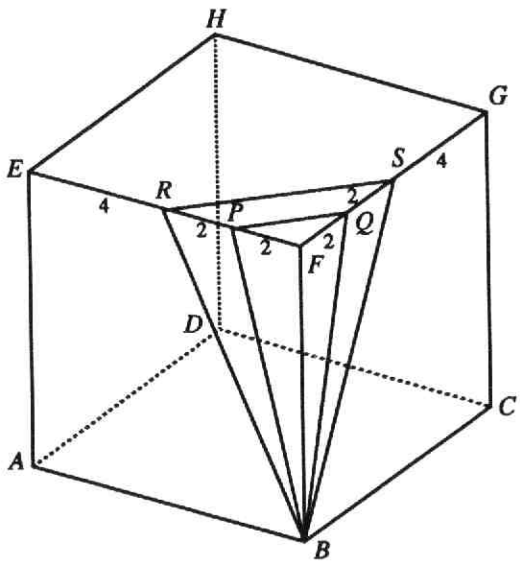
>a Zijn de wanden van de tunnel vlak?

V is het vlak dat door *M* gaat en parallel is met vlak *BCGF*.

■ >b Teken op het werkblad de doorsnede van *V* met de kubus en de tunnel.

>c Door *V* te verschuiven verandert de vorm van de doorsnede met de tunnel. Er kan zelfs een vierkant ontstaan. Maak voor dat geval een tekening op ware grootte van de doorsnede van *V* met de kubus en de tunnel.

9.

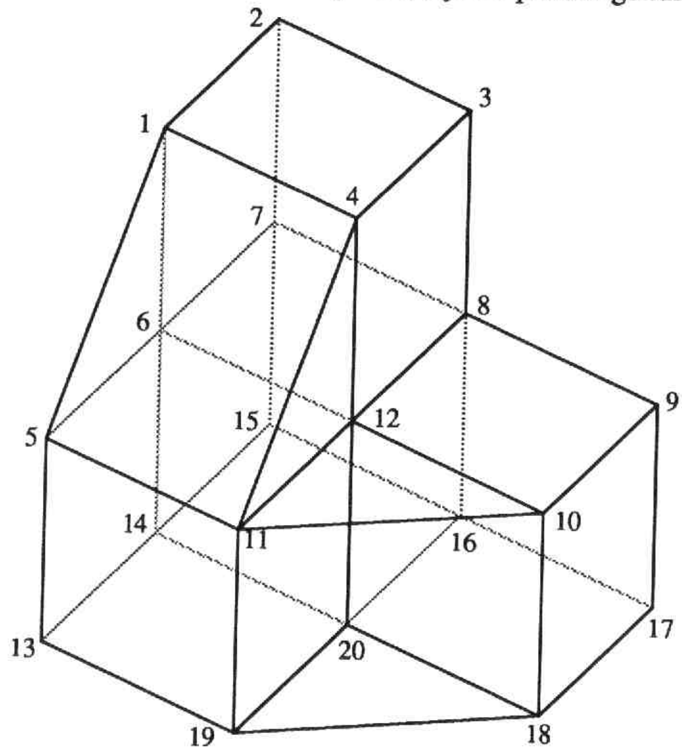


ABCD.EFGH is een kubus met ribbe 8. Driehoek *BPQ* is grondvlak van een piramide met top *D*. Deze piramide snijdt een driehoekig gat *BTU* in het vlakdeel *BRS*.

> Teken doorsneden of aanzichten waarmee vervolgens een ware grootte constructie van de vlakke figuur *BRSBTU* wordt gemaakt.

6 Bewegen

1. Dit bouwwerk is gemaakt van vijf kubussen waarvan er één doormidden is gezaagd. Voor de overzichtelijkheid zijn de punten genummerd.



Met delen van dit lichaam kunnen deze bewegingen worden uitgevoerd:
1. Verschuiven over een kubusribbe.
   (hierdoor zijn de richtingen en de afstanden dus beperkt)
2. Draaien (roteren) om een kubusribbe.

We storen ons daarbij niet aan lichaamsdelen die in de weg zitten. Die denk je maar tijdelijk afwezig.

>a Noem enkele bewegingscombinaties waarmee lichaam (1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 11) in de positie van lichaam (11, 8, 9, 10, 19, 16, 17, 18) gebracht kan worden.

>b Dezelfde vraag voor de overgang van (13, 19, 20, 14, 5, 11, 4, 1) naar (11, 8, 9, 10, 19, 16, 17, 18).

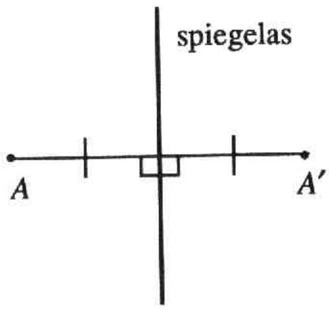
>c De combinatie van vraag >a kan door één rotatie worden vervangen als de beperking voor de rotatie-as wordt opgeheven. Welke rotatie is dat?

Twee lichamen die we door verschuivingen en rotaties in elkaar over kunnen laten gaan noemen we verwisselbaar.
We nemen weer de lichamen uit vraag >a, met dit verschil dat de driehoeken (1, 5, 6) en (18, 19, 20) in afwijking van de andere vlakken blauw geverfd zijn.

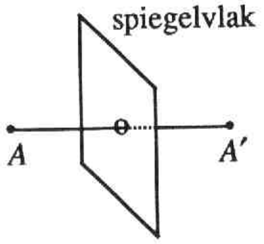
>d Hoe zit het nu met de verwisselbaarheid?

2. >a Een kubus kan in zichzelf overgaan door een draaiing over minder dan 360°. Welke assen kunnen dan gekozen worden?

>b Door het lichaam van opgave 1 met een klein stukje aan te vullen, kan het ook in zichzelf overgaan door een draaiing over minder dan 360°. Welke aanvulling voldoet, wat is dan de draaiingsas en hoe groot is de kleinste rotatiehoek die voldoet?



In het platte vlak bestaat de spiegeling ten opzichte van een lijn, de spiegelas.
Als het *origineel* A het *beeld* A' heeft, dan houdt dat in dat AA' loodrecht op de as staat en A en A' even ver van de as liggen.
Anders gezegd: de as is *middelloodlijn* van AA'.



In de ruimte spreken we ook van een spiegeling, maar dan ten opzichte van een vlak.
Dat spiegelvlak deelt AA' loodrecht midden door.
(het spiegelvlak is het *middelloodvlak* van AA')
De spiegeling kan alleen in gedachten.
Je hebt die spiegeling vaak gebruikt in de vorm van symmetrie in lichamen.

3. We gaan terug naar het bouwwerk uit opgave 1.

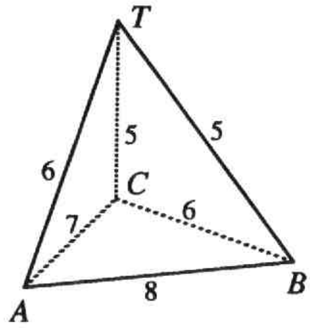
>a De lichamen uit vraag >a kunnen door een spiegeling in elkaar overgaan. Wat is het spiegelvlak?

>b Biedt spiegeling uitkomst bij vraag 1>d?

>c Een voorbarige conclusie zou kunnen zijn dat spiegelingen meer kunnen dan rotaties. Probeer die conclusie te ontzenuwen met een voorbeeld uit het bouwwerk.

>d Teken twee vierzijdige piramiden die wel elkaars beeld kunnen zijn bij een spiegeling, maar niet bij een rotatie.

4. Door de zijvlakken om de ribben van het grondvlak te kantelen totdat ze in het grondvlak liggen, krijg je de uitslag van piramide $T.ABC$.



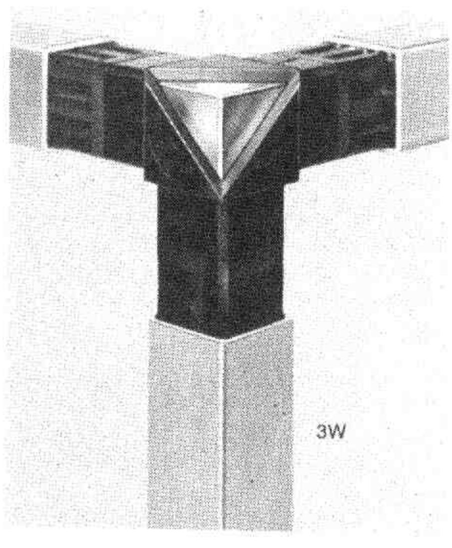
>a Maak deze uitslag.

Door vanuit de uitslag terug te draaien ontstaat de oorspronkelijke piramide weer. Dat betekent dat de hoeken die de zijvlakken met het grondvlak maken uit de uitslag te reconstrueren zijn.

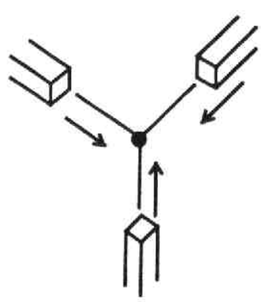
>b Denk vlak TBC om BC gewenteld en denk uit T telkens loodlijnen op het grondvlak neergelaten. Teken in de uitslag de plaats waar de voetpunten van die loodlijnen zich bevinden.

>c Bepaal in de uitslag het voetpunt van het 'echte' punt T.

>d Teken de hoeken die de zijvlakken met het grondvlak maken op ware grootte.

5. 

Dit is een buisverbinder waarmee drie haaks op elkaar staande buizen verbonden kunnen worden.



Wanneer met buizen een stellage wordt opgebouwd zijn er natuurlijk ook verbinders van een ander type nodig.
Het bedrijf dat ze produceert zegt dat met zijn types alle haakse verbindingen kunnen worden gemaakt.

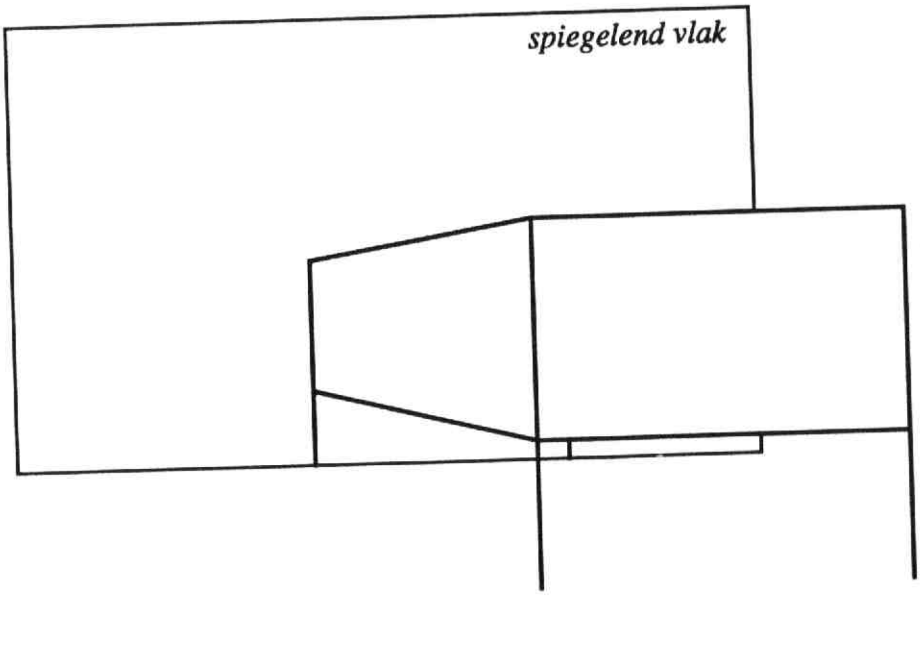
> Uit welke typen moet het leveringsprogramma bestaan?

6.

Het deel van het gebouw dat op de pilaren staat wordt weerspiegeld in het deel dat daar loodrecht op staat.

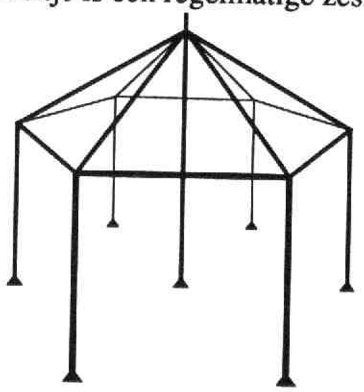
>a Bestudeer de foto om er achter te komen hoe dat spiegelen perspectivisch verwerkt is.

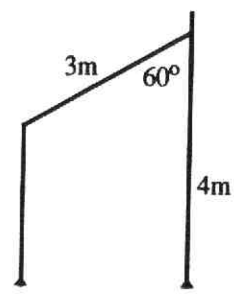
■ >b Teken in deze vereenvoudigde situatie het spiegelbeeld.



7 Combinatievraagstukken en herhaling

1. *Het prieeltje*
In een park wordt om een paal een prieeltje gebouwd met zes geknikte buizen en zes horizontale verbindingen. De bovenste stukken van de geknikte buizen maken hoeken van 60° met de middenpaal en hebben een lengte van 3 meter. De bevestiging bovenin bevindt zich 4 meter boven de grond. Het grondvlak van het prieeltje is een regelmatige zeshoek.



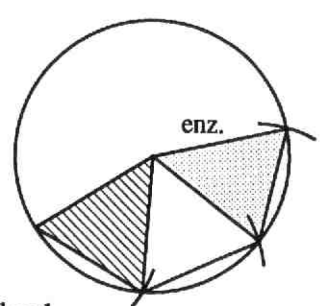


Voor de berekeningen idealiseren we alles tot lijnstukken zonder dikte.

>a Bereken de lengte van een geknikte buis en van een horizontale verbinding (in cm).

>b Bereken de oppervlakte van de bodem van het prieel.

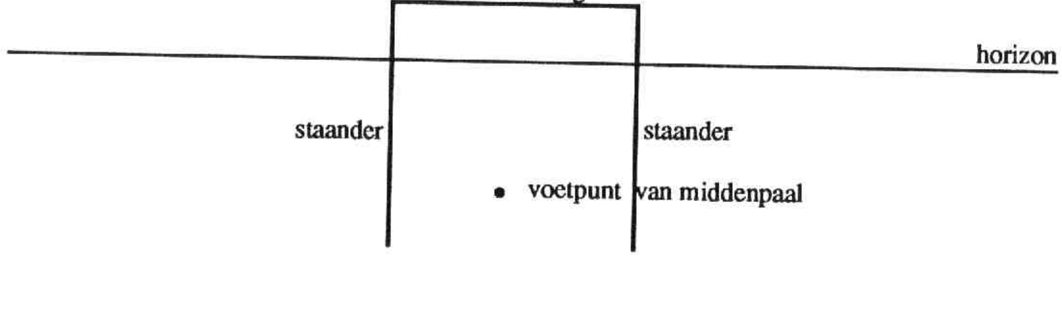
Van een cirkelvormig tentzeil wordt een dak voor het schuine gedeelte gemaakt, door het afpassen van driehoeken.



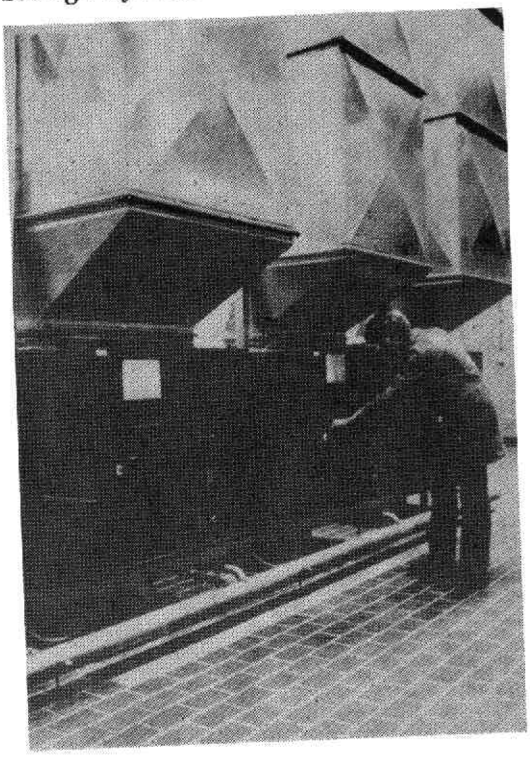
>c Maak hiervan een tekening op schaal.

>d Blijft er nog genoeg zeil over voor een 'reservedriehoek'?

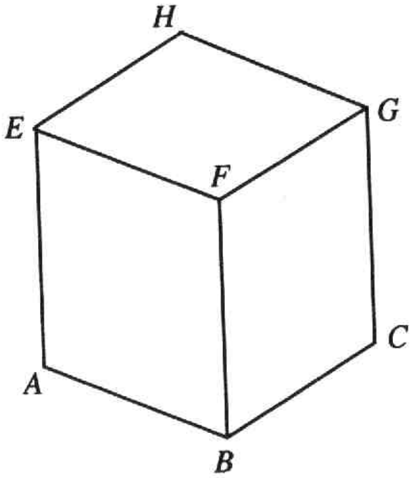
■ >e Voltooi de perspectivische tekening van het prieeltje. Is dit een vrij normale kijk op het prieeltje?



2. *Stevige zijwanden*



De zijwanden van de bakken op de foto hiernaast hebben piramidevormige uitstulpingen. Die geven meer stevigheid dan een vlakke plaat.



Naast de foto staat een scheve parallelprojectie van een kubusvormige bak met ribbe 10. De zijwanden $ABFE$ en $BCGE$ krijgen ook zo'n uitstulping. De top van de uitstulping ligt op afstand 1 van het bijbehorende grondvlak.

■ >a Construeer in de projectiefiguur de nieuwe zijwanden.

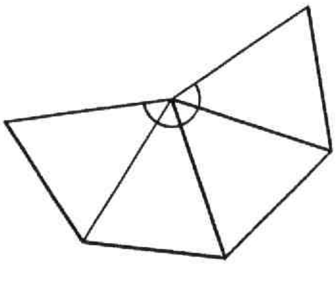
Zo'n zijwand kan gemaakt worden van vier driehoeken. Om laswerk te besparen worden de driehoeken aaneengesloten uit een plaat gesneden en later in de juiste stand gebogen.

>b Maak een tekening op schaal van de aaneengesloten driehoeken.

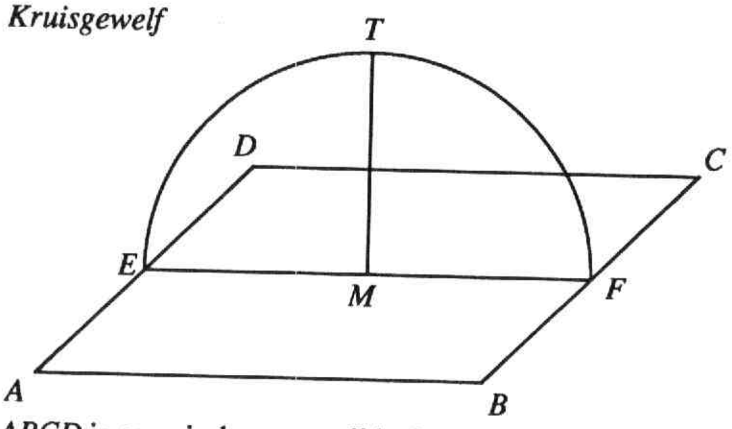
>c Benader de tophoek van zo'n driehoek op 2 decimalen nauwkeurig in graden.

>d Wanneer het vorige antwoord afgerond wordt op hele graden kan de hoogte van de piramide niet meer de waarde 1 hebben. Welke afwijking in die hoogte zou dan ontstaan? Hoe groot is het afwijkingspercentage?

>e De vier zijwanden van de kubus moeten allemaal dezelfde piramidevormige uitstulping krijgen, zodat het volume van de bak met 10% toeneemt. Hoe groot moet de hoogte van de piramide zijn?



3. *Kruisgewelf*



ABCD is een vierkant met zijde 6. *E* is het midden van *AD* en *F* het midden van *BC*. *TM* staat loodrecht op *ABCD*. Door *E*, *T* en *F* is een halve cirkel getekend met middelpunt *M*. In de scheve projectie van de figuur zijn *AB* en *TM* op ware grootte getekend en heeft *BC* lengte 4 gekregen en hoek *ABF* 135°. Het vierkant wordt langs *TM* met inkrimping omhooggeschoven en wel zo, dat middens van *AD* en *BC* tijdens het omhooggaan langs de halve cirkel lopen. Het ontstane lichaam heet een kruisgewelf.

■ >a Teken in de figuur de tussenstanden van het vierkant op $\frac{1}{3}$ en op $\frac{2}{3}$ van de hoogte *TM*.

>b Welke symmetrievlakken heeft het lichaam?

>c Toon aan dat bij het omhoogbewegen van het vierkant de middens van *AB* en *CD* ook steeds op een cirkel liggen.

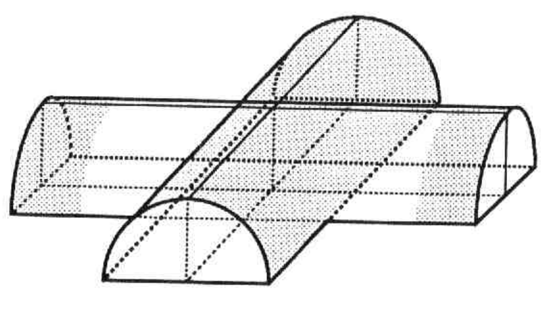
>d Noem de hoogte van het verschuivende vierkant boven het grondvlak *h* en bepaal de lengte van de vierkantszijde als functie van *h*.

>e Op welke hoogte heeft het vierkant een oppervlakte die precies de helft is van de oppervlakte van het grondvlak?

>f De inhoud van het kruisgewelf is niet rechtstreeks te berekenen met een formule uit onze leerstof. Toch is er wel een methode te bedenken waarmee een redelijke schatting van die inhoud is te geven. Ontwerp zo'n methode.

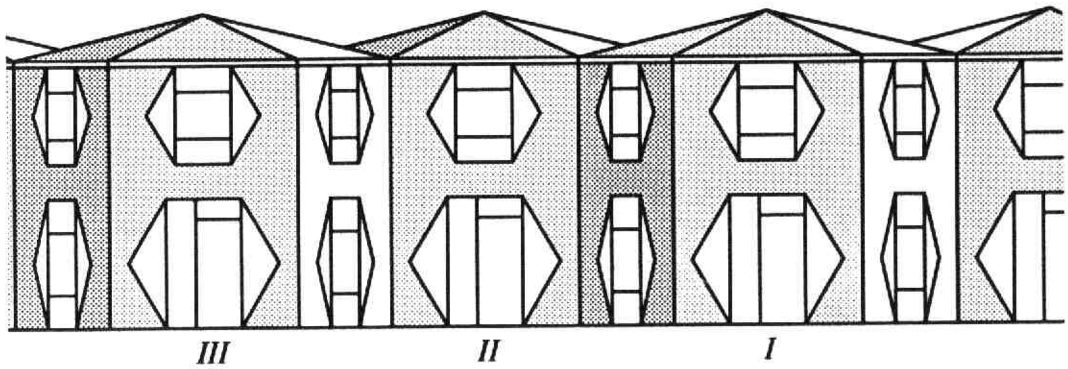
>g 'Een kruisgewelf is te beschouwen als de doorsnijdingsruimte van twee halve cilinders waarvan de assen elkaar loodrecht snijden'.
Is deze bewering waar?

>h Bij het omhoog schuiven van het vierkant beschrijven de hoekpunten gebogen banen naar *T*. Waarom zijn dat geen cirkelbogen met middelpunt *M*?



>i Kunnen het dan cirkelbogen met een ander middelpunt zijn?

4. *Raatwoningen*



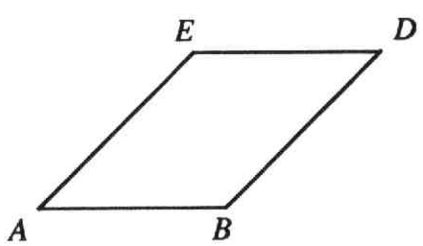
Dit is het vooraanzicht uit een ontwerp voor geschakelde zeshoekige woningen. Volgens de architekt zijn die zeshoekige grondplannen regelmatig.

>a Controleer of de verhoudingen in het vooraanzicht van woning *I* daarmee in overeenstemming zijn.

>b Teken de plattegrond van het samenstel van de woningen *I*, *II* en *III*.

In het volgende gaat het om verantwoorde tekeningen van woning *I*. Deuren en vensters mogen worden weggelaten.

Van het grondvlak *ABCDEF* van woning *I* is in scheve projectie het deel *ABDE* gegeven.



>c Maak de tekening van de woning in scheve projectie af, daarbij rekening houdend met het gegeven vooraanzicht.

>d Bepaal de gebruikte wijkhoek en de verkortingsverhouding bij deze scheve projectie. Ook hier is een toelichting verplicht.

>e Veronderstel dat de lengte van *AB* in werkelijkheid 5 meter is. Bereken de inhoud van de woning.

>f Bereken de oppervlakte van het dak.

5. *Klimrek*

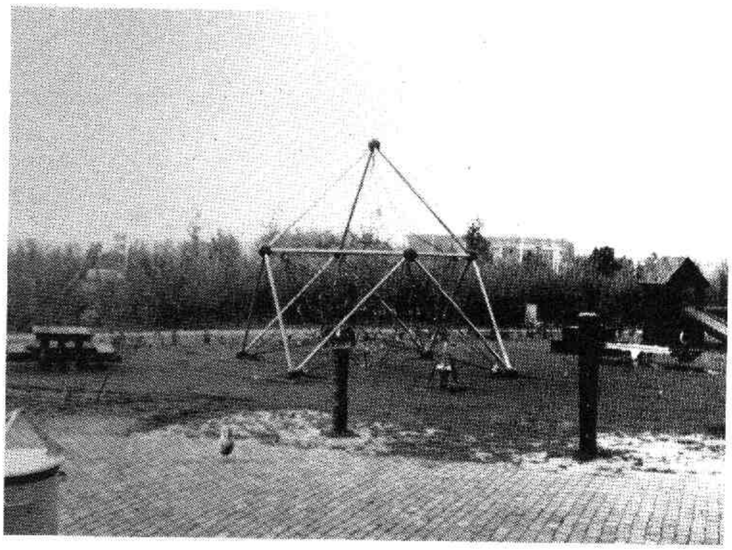


Foto 1

In de buizenconstructie is een ingewikkeld netwerk van touwen gehangen. Hierdoor kunnen kinderen binnenin omhoog klimmen. De constructie bestaat uit even lange buizen die door middel van bollen zijn verbonden. In het volgende mag je de dikte van de buizen en de bollen verwaarlozen. Veronderstel verder dat de buislengte 2 meter is.
Door om de stellage heen te lopen zijn een paar bijzonderheden van de constructie op te merken. Zie foto 2 en foto 3.
Bij zo'n object kunnen verschillende vragen opkomen die in opdrachten kunnen worden omgezet. Zo is onderstaande opdrachtenlijst ontstaan. De volgorde is tamelijk willekeurig.
Voor de uitvoering van een opdracht kan het wel eens nodig of nuttig zijn eerst een later genoemde opdracht uit te voeren.

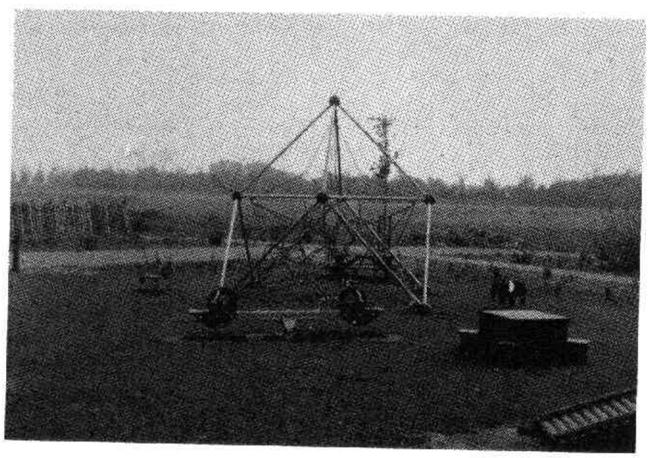


Foto 2

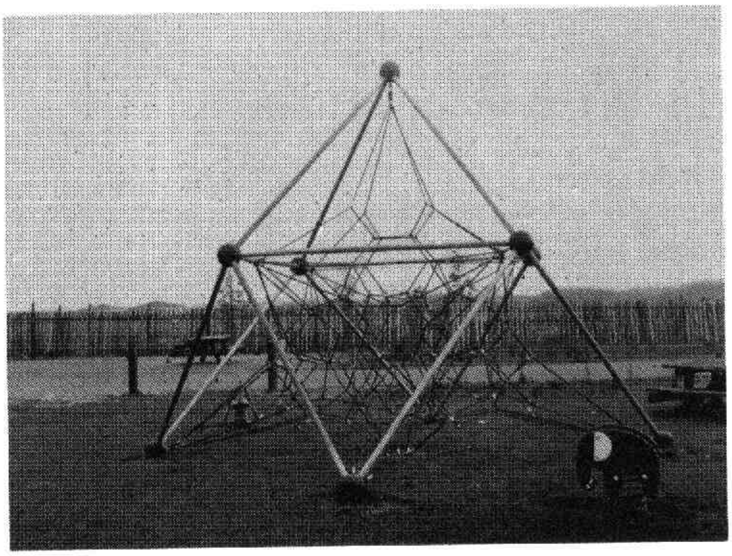
>a Bereken de hoogte van het middenstuk en van de top.

>b Teken het bovenaanzicht van de constructie.

>c Bepaal de hoek die een benedenbuis met de grond maakt.

>d Toon aan dat twee benedenbuizen die in dezelfde 'middenbol' samenkomen, loodrecht op elkaar staan. (Er zijn benedenbollen, middenbollen en één bovenbol.)

>e Onderzoek welke buizen parallel zijn.



>f De constructie is met behulp van een stuk strakgetrokken plastic in te pakken. Bereken de inhoud van het lichaam dat daardoor ontstaat.

>g Teken zijaanzichten van de buizenconstructie vanuit twee standpunten die een symmetrische tekening opleveren.

■ >h Teken de constructie op isometrisch papier.

>i De constructie heeft onder andere de eigenschappen:

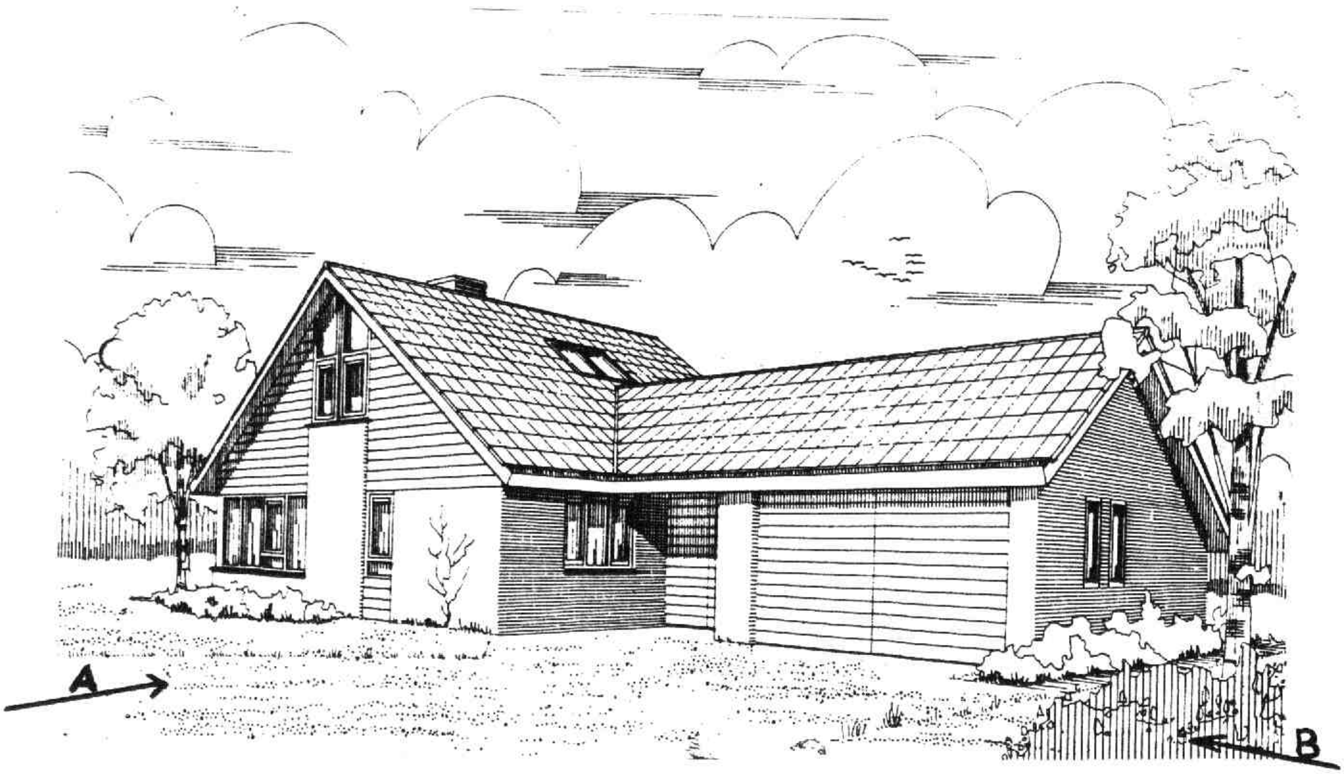
I Een driehoek van het bovenste deel en de aansluitende driehoek van het onderste deel liggen in één vlak.

II Twee benedenbuizen die in dezelfde middenbol samenkomen, liggen in een vlak dat loodrecht op de grond staat.

Onderzoek de vrijheid die de ontwerper heeft. (Toelichting: Hij wil bijvoorbeeld zorgen dat eigenschap I geldig is. Is hij dan gedwongen om eigenschap II op de koop toe te nemen of kan hij die vermijden? En hoe zit dat als zijn eerste keuze eigenschap II is?)

>j Breng een coördinatenstelsel aan met de z-as langs de verticale lijn door de 'topbol' en een 'grondbol' in het punt (1,1,0) en bepaal de coördinaten van de bollen.

6. *Aanzichten*



Deze tekening geeft natuurlijk geen volledige informatie over de buitenkant van het huis. Je moet zelf proberen bruikbare aanvullende informatie te bedenken.

Opdracht:

Maak de volgende tekeningen, waarbij je rekening moet houden met de overstekende gedeelten van het dak en met de dakgoten. Elke tekenopdracht kun je opvatten als *'teken een mogelijk(e) ...'*

>a plattegrond.

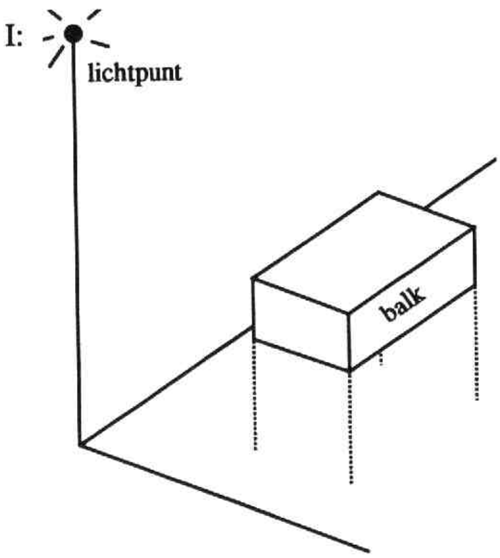
>b bovenaanzicht.

>c aanzicht vanuit richting *A* (zie pijl in de tekening).

>d aanzicht vanuit richting *B*.

>e doorsnede van het geheel met een vertikaal vlak dat door de nok van de garage gaat.

7. *Drie schaduwproblemen*

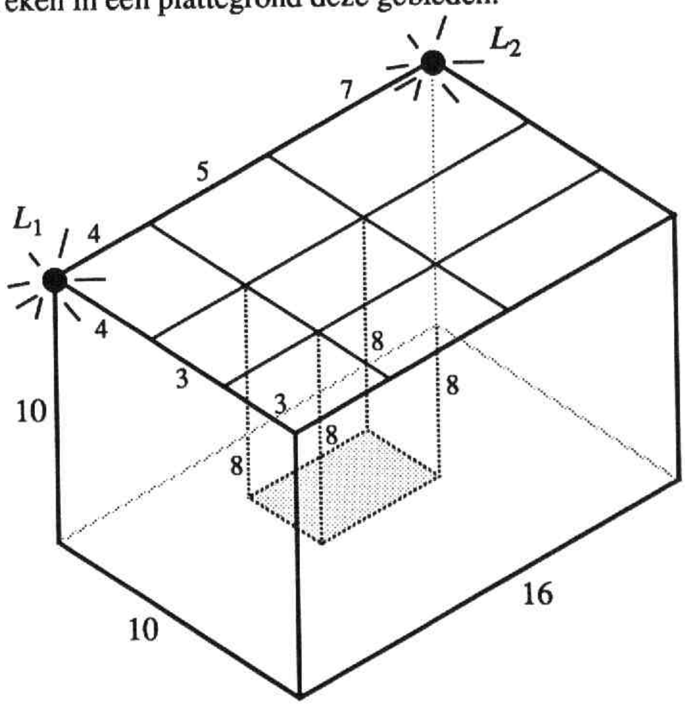


De stippellijnen dienen om de positie van de balk ten opzichte van het grondvlak aan te geven.
Door de belichting werpt de balk een schaduw op de grond.

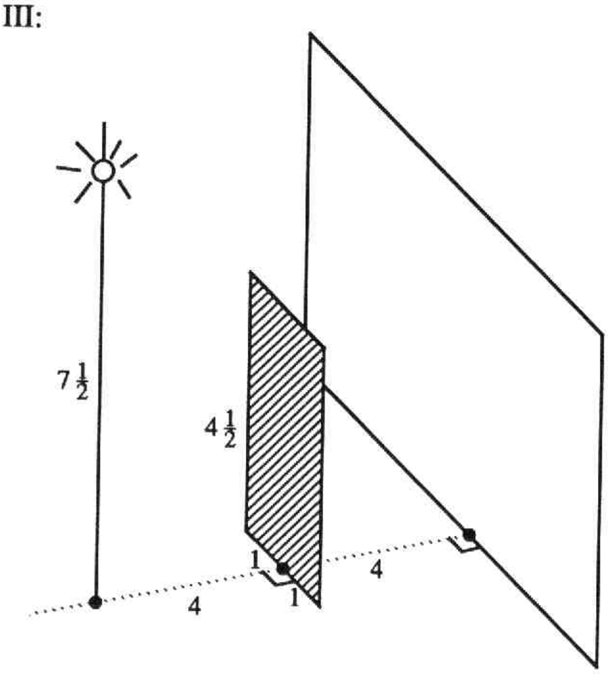
> Teken op het werkblad die schaduw.

II: In de balkvormige kamer die hieronder is getekend hangt een rechthoekige metalen plaat.
Beide lampen werpen hiervan een schaduw op de vloer.
Er ontstaan daardoor verschillende gebieden:
1: door beide lampen verlicht.
2: alleen door L_1 verlicht.
3: alleen door L_2 verlicht.
4: door geen van beide lampen verlicht.

> Teken in een plattegrond deze gebieden.



III:



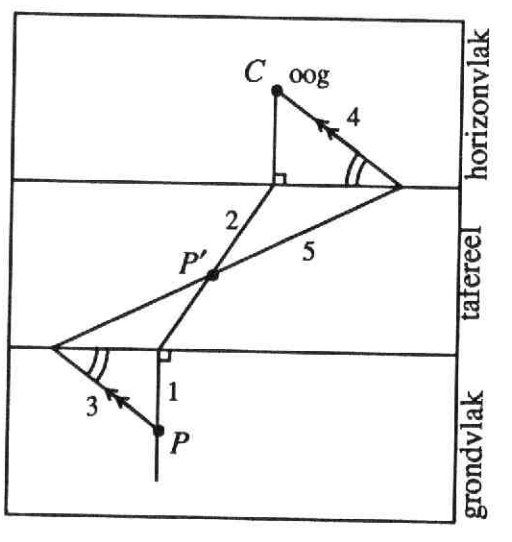
Voor de muur staat een rechthoekige plaat.
De schaduw daarvan valt gedeeltelijk op de vloer en gedeeltelijk op de wand.

>a Teken op het werkblad de schaduwen op de vloer en de wand.

>b Bereken de oppervlakten van deze schaduwen.

>c Hoe hoog moet de lamp geplaatst worden om beide delen van de schaduw dezelfde oppervlakte te geven?

8. *Een vouwpuzzel*
Een figuur in het grondvlak is op ware grootte gegeven. Het is mogelijk op een blad papier het exacte perspectivische beeld te construeren.
Hier is dat voor één punt (P) gedaan.
De nummers geven de volgorde van de handelingen aan.

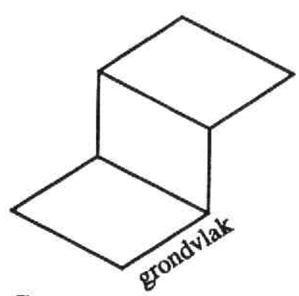


De keus voor  is vrij, maar 45° is gemakkelijk voor het tekenen met de geodriehoek.

>a Maak zelf zo'n constructie voor een figuur.

>b Prik gaatjes bij P, P' en C.

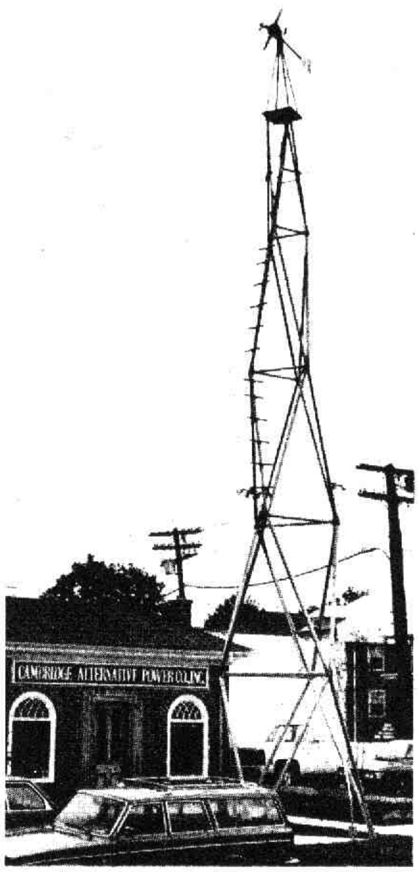
>c Vouw het blaadje volgens rechte hoeken zo:



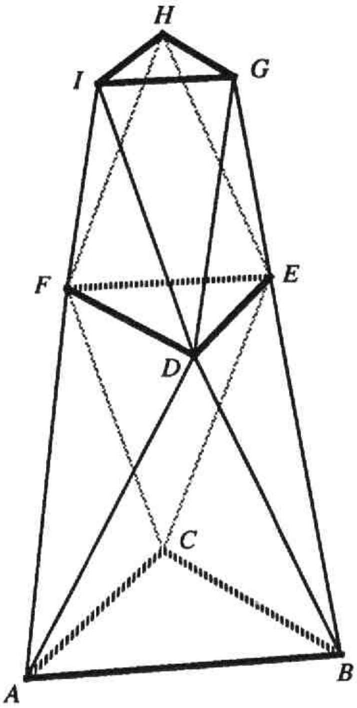
Controleer de constructie met een stokje of iets dergelijks.

>d Verklaar de constructie.

9. *Windmolenmast*



Electricity from a Cambridge, Mass., windmill



Ontstaanswijze:

- Neem een gelijkzijdige driehoek (ΔABC)
- Op de zijden gelijkbenige driehoeken even ver omhoog draaien, zo dat er weer een gelijkzijdige driehoek ontstaat (ΔDEF)
- Hierop de procedure herhalen.

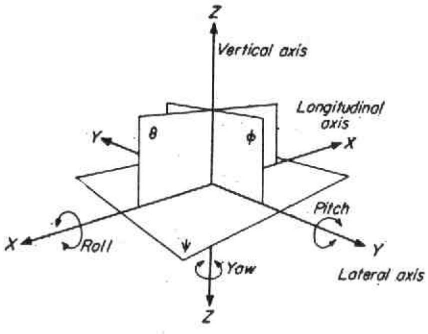
>a Toon aan dat de zwaartepunten van de gelijkzijdige driehoeken loodrecht boven elkaar liggen.

>b Teken het bovenaanzicht van een vierlaagsmast, als de gelijkbenige driehoeken zoals ABD loodrecht op het grondvlak staan.

>c Teken in dat geval ook het zijaanzicht waarbij A en C samenvallen. Veronderstel dat elke laag even hoog is.

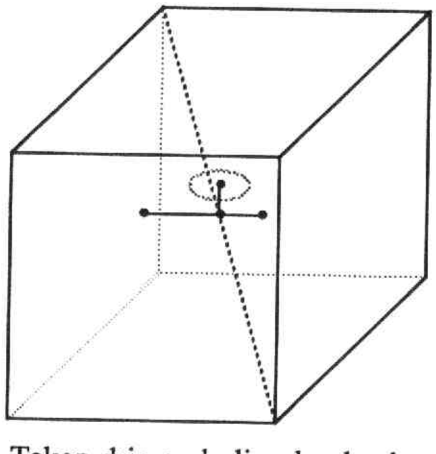
>d Hoe hoog ligt GHI boven de grond als $AB = 3$; $AD = DG = 4$ en $\angle(ABC, ABD) = \angle(DEG, DEF) = \alpha$?

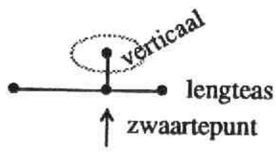
10. *Helicopter*



System of control axes.

Uit de tekening blijkt dat de helicopter om drie assen door het zwaartepunt kan draaien.
In het centrum van een kubus is een vereenvoudigde tekening van de heli gemaakt.



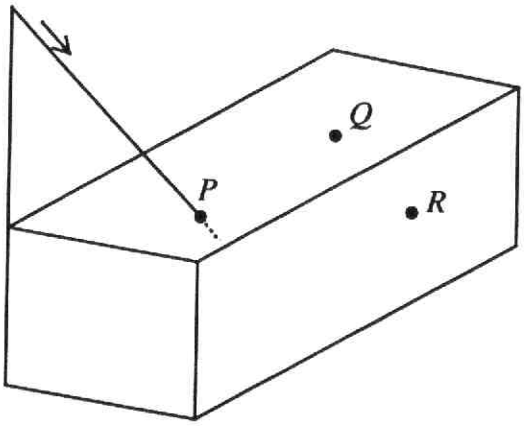


Deze bewegingen worden gelijktijdig uitgevoerd:
Roll : 20°
Pitch: 30°
Yaw: 45°
Maar je kunt ze na elkaar verwerken.

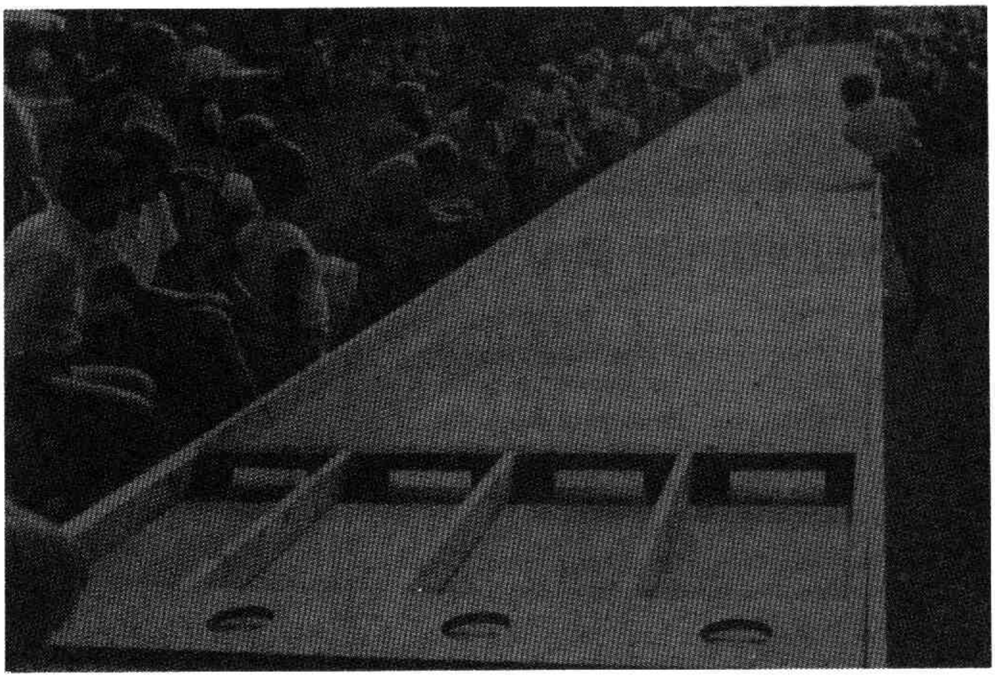
> Teken drie onderling loodrechte aanzichten van de nieuwe stand van de heli.

11. Bekijk opnieuw opgave 11 van hoofdstuk 3. Daar was sprake van twee uit te voeren constructies.

> Ontwerp zelf perspectieftekeningen van de gegeven figuur en voer de twee genoemde constructies hierin uit (je mag de ligging van *P*, *Q* en *R* een beetje aanpassen).



12. *De langste sjoelbak ter wereld.*



Vanaf morgen feest in Ee

Reuzensjoelbak

Als bijzonderheid op de braderie en als publiekstrekker staat een sjoelbak opgesteld door muziekvereniging 'Melodia Oranje' welke officieel staat vermeld in de nieuwste uitgave van het Guiness Book of Records. De afmetingen zijn formidabel nl. de bak heeft een lengte van 40 meter 52 centimeter en 1 millimeter. De schuiven zijn ook van indrukwekkende afmetingen nl. met een diameter van 16 centimeter die bepaald niet geruisloos over de lange baan rollen.

Dat sensationele is overigens moeilijk te beschrijven, het is gewoon iets wat je moet ondergaan. Wie mocht denken dat sjoelen op deze reuzenbak ook een reuzentoer is heeft het echter mis, want de schijven zijn nl. voorzien van een speciaal rolwerk zodat met weinig krachtsinspanning de gaten in de verte bereikt kunnen worden.

De allerkleinsten onder ons kunnen er zelfs aan meedoen omdat de puntenpoorten naar voren kunnen worden geschoven. Hoofdsponsor van de attracties is de Rabobank Noord Oost Friesland. Luxe prijzen zijn er mee te verdienen, terwijl de hoofdprijs voor het hoogste aantal punten een luxe 12 persoons cassette (Solingen) is.

■ > Controleer of die 40 meter er een beetje op lijkt.