Hellingen

https://hdl.handle.net/1874/10137

HELLINGEN

wiskunde B

HELLINGEN

Hawex - Wiskunde B

HELLINGEN

Een productie ten behoeve van het project Hawex.

Ontwerper: Martin Kindt

Met medewerking van: Christiane Hauchart
Henk van der Kooy
Jan de Lange
Martin van Reeuwijk
Anton Roodhardt

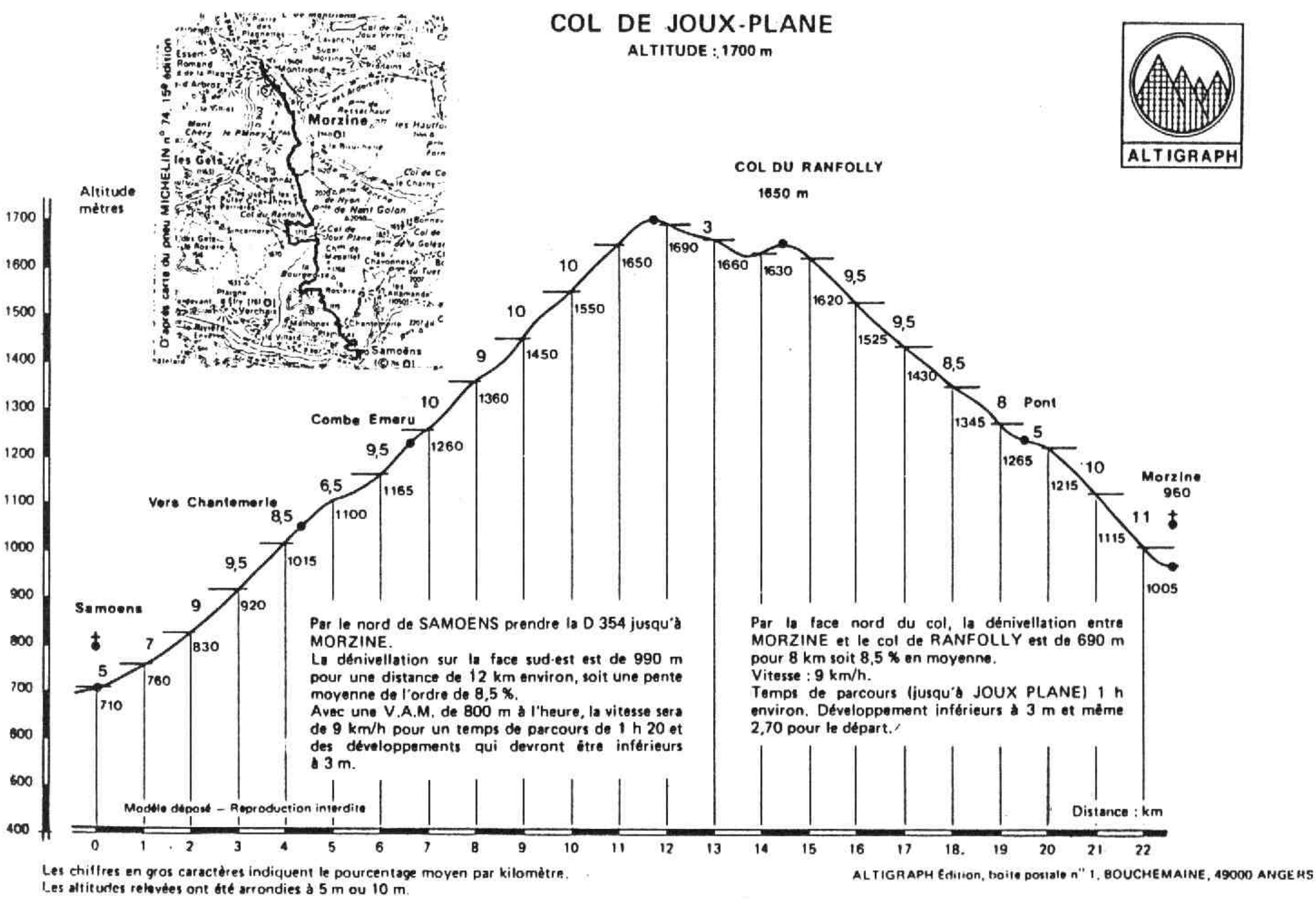
Vormgeving: Ada Ritzer

Utrecht, februari 1989

Inhoudsopgave

1 Hoe steil?

In de Franse provincie Haute Savoie ligt, ergens tussen de bergdorpen Morzine en Samoëns, de 1700 m hoge Col de Joux-Plane.
Behalve de vele wandelpaden naar de top is er ook een geasfalteerde weg over de top die Samoëns met Morzine verbindt. Deze weg is ontoegankelijk in de winter vanwege de sneeuw; de Fransen spreken van een 'route d'été'.
Hieronder is een plaatje van die route getekend, waarin de hoogte ('altitude') na 1 km, 2 km, 3 km, ... kan worden afgelezen.
Verder is bij elke stukje van 1 km aangegeven hoe steil de weg daar is. Hoe steiler de weg, hoe groter het 'steiltegetal'.



1. In de figuur zijn de 'steiltegetallen' van links naar rechts: 5; 7; 9; 9,5; enz.

   >a Heb je enig idee hoe die steiltegetallen zijn berekend?

   >b Bij drie stukjes weg van 1 km zijn geen steiltegetallen vermeld.
   Waarom is dat daar niet gedaan, denk je?

De steiltegetallen bij de route worden *hellingspercentages* genoemd.
Zo betekent bijvoorbeeld een hellingspercentage van 5% dat de weg per 100 m een stijging van 5 m heeft.

2. Bekijk opnieuw het plaatje van de Col de Joux-Plane.

   >a Hoeveel % ongeveer is de helling van het laatste stukje naar de top (1700 m hoog) van de Joux-Plane, komend vanuit Samoëns?

   >b Stel je voor dat de weg van Samoëns naar de Col de Joux-Plane overal even steil zou zijn. Hoe groot zou in dit geval het hellingspercentage zijn?

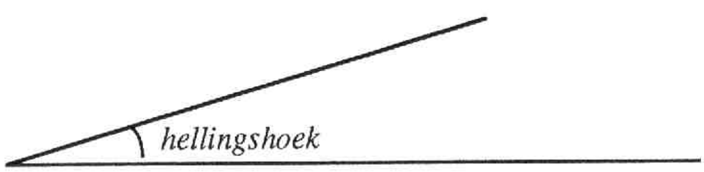
3. Aan de voet van de beklimming van een heuvel staat dit waarschuwingsbord:

   De weg is 9 km lang.
   Een wandelaar die de heuvel gaat beklimmen, rekent uit dat de top van de heuvel 720 m hoger ligt dan de voet.

   >a Hoe heeft hij dat berekend?

   >b Waarom is het zeer onwaarschijnlijk dat hij gelijk heeft?

De steilte van een oprit kan ook worden aangegeven met een *hellingshoek.*
De hellingshoek is de hoek die het hellend wegdek maakt met het horizontale vlak.



4. Let op het verschil tussen *graden* en *procenten.*

   > Wat is steiler: een oprit met een hellingshoek van 8° of een oprit met een hellingspercentage van 8%?
   (Je kunt de vraag beantwoorden door een nauwkeurige tekening te maken, of weet je misschien een andere manier?)

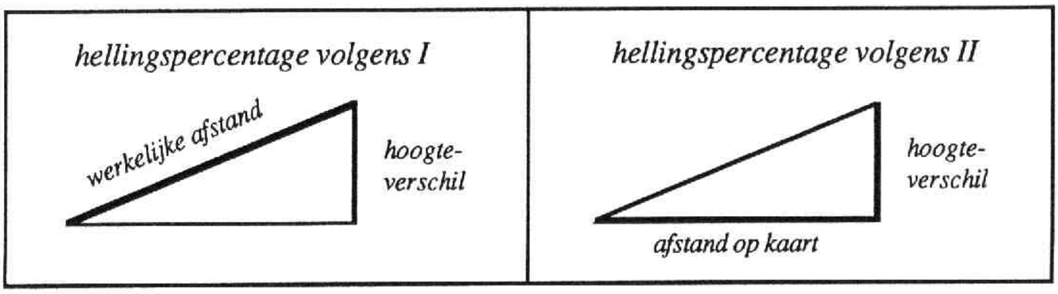
5. Hoe groot is de hellingshoek bij een helling van 100%?

Bij het bepalen van een hellingspercentage worden wel twee verschillende rekenwijzen gebruikt:

I. hellingspercentage = $\dfrac{hoogteverschil}{werkelijke\ afstand} \times 100\%$

II. hellingspercentage = $\dfrac{hoogteverschil}{afstand\ volgens\ de\ kaart} \times 100\%$

De plaatjes hieronder laten zien wat het verschil is.



In geval I wordt gebruik gemaakt van de *sinus* van de hellingshoek.*)

In geval II wordt gebruik gemaakt van de *tangens* van de hellingshoek.*)

Met behulp van een rekenmachientje kan het verband tussen hellingshoek en de twee hellingspercentages worden berekend.
Resultaat:

Onderstaande tabel geeft het verband tussen hellingshoek en hellingspercentages van de soorten I en II:

hellingshoek	hellingspercentage (sinus)	hellingspercentage (tangens)
2°	3,5%	3,5%
4°	7,0%	7,0%
6°	10,5%	10,5%
8°	13,9%	14,1%
10°	17,4%	17,6%
12°	20,8%	21,3%
14°	24,2%	24,9%
16°	27,5%	28,7%
18°	30,9%	32,5%
20°	34,2%	36,4%

Bij hellingen die op auto- of fietswegen gebruikelijk zijn is het hellingspercentage vrijwel nooit meer dan 15%. In de tabel zie je dat het voor zulke hellingen weinig uitmaakt of je dat percentage met de sinus of met de tangens berekent.

---

* Met oefenles 1 kun je je kennis van sinus, cosinus en tangens wat opfrissen.

6. Bij zeer steile hellingen maakt het wel degelijk uit op welk van de beide manieren het hellingspercentage wordt berekend.
Hoe groot is de hellingshoek bij een hellingspercentage van 50%:

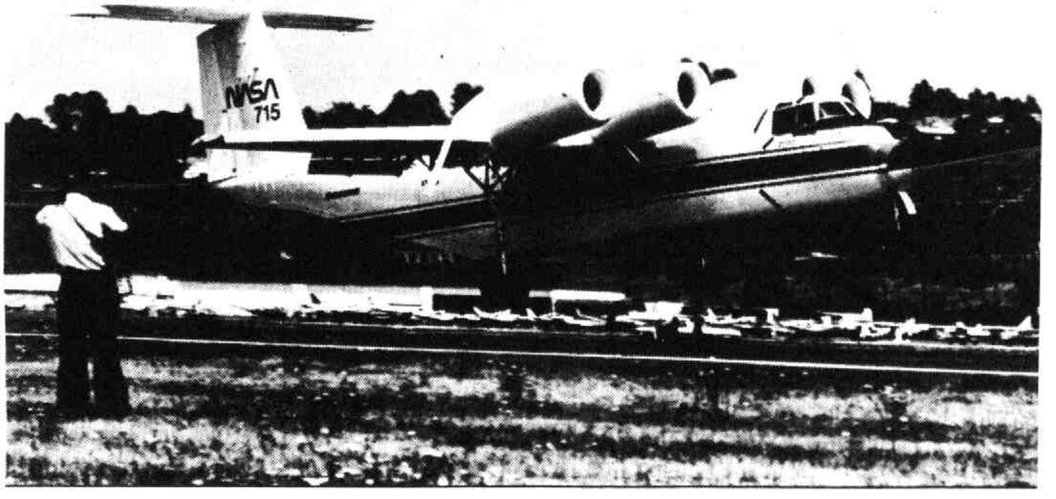
>a volgens de sinusmethode?
>b volgens de tangensmethode?

7. Een skilift moet over een afstand hemelsbreed 1200 m een hoogte van 500 m overwinnen.
De kabel waarlangs de lift beweegt gaat overal even steil omhoog.

>a Hoe lang is de kabel?
>b Hoeveel graden is de hellingshoek?
>c Hoe groot is het hellingspercentage volgens de sinus?
>d En hoe groot volgens de tangens?

De gondelbaan naar de Crap Sogn Gion

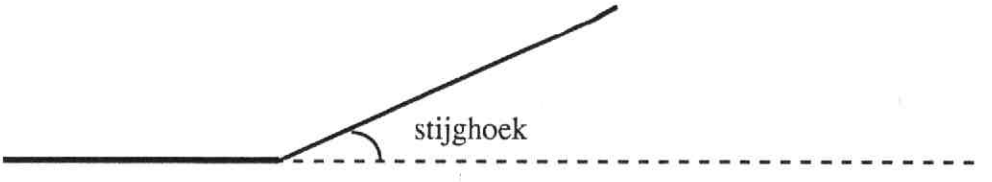
8. Testvlucht nieuw NASA-vliegtuig



De QSRA een experimenteel door Boeing in opdracht van de NASA gebouwd vliegtuig, heeft bij Seattle zijn eerste vlucht gemaakt. Dit meest geluidsarme straalvliegtuig dat ooit werd gebouwd, bleef op zijn eerste vlucht gedurende 1 uur en 15 minuten in de lucht. Volgens testvlieger Tom Twiggs, die de komende twee maanden de leiding heeft bij de vliegproeven, toonde het toestel een grote stabiliteit. Tweede vlieger Jim Martin van de NASA verklaarde, dat het ontwerp met de motoren boven de vleugel tot geen enkele verrassing leidde. Martin treedt de komende twee jaar op als chef-testvlieger van het QSRA-programma bij de NASA, het Amerikaanse bureau voor lucht- en ruimtevaart. Bij de inmiddels uitgevoerde derde testvlucht klom het toestel met ruim 900 meter per minuut. Het vliegtuig kwam na 278 meter los van de grond. De stijghoek bedroeg ongeveer 26 graden. Waarnemers langs de startbaan konden op normale toon met elkaar blijven praten, terwijl het vliegtuig opsteeg. Het researchvliegtuig QSRA ('Quiet Short-Haul Research Aircraft') is speciaal ontworpen voor korte starts en landingen bij een zeer groot liftvermogen.

Het toestel moet leiden tot de ontwikkeling van nieuwe technieken voor toekomstige geluidsarme verkeersvliegtuigen voor korte afstanden. Het concept van 'upper surface blowing', waarbij de luchtstroom van de motoren over de vleugel wordt geleid, zorgt voor extra liftvermogen bij start en landing. De hoge liftcoëfficiënt (de hoogste voor verkeersvliegtuigen) maakt grote klim- en daalhoeken mogelijk. Dit draagt eveneens bij tot vermindering van het geluidsniveau rond luchthavens.

Zo stellen we ons de vlucht van de Boeing *QSRA* voor:



>a Als het vliegtuig bij het stijgen een 'schuine' afstand van 2000 meter heeft afgelegd, hoe hoog is het toestel dan (de stijghoek is 26°)?

>b Hoe is de bijbehorende horizontale afstand te berekenen?

>c Hoe groot is de schuine afstand als het vliegtuig 1 minuut stijgt (volgens het verslag van de testvlucht klom de Boeing *QSRA* 900 m per minuut)?

>d Een vliegtuig waarvan de stijghoek half zo groot is stijgt per minuut 450 m, meer dan 450 m, minder dan 450 m.
Wat is het juiste antwoord?

TERUGBLIK

Voor het meten van de steilte van een helling kan gebruik gemaakt worden van:
- hellingshoek (in graden);
- hellingspercentage volgens de sinus (= hoogteverschil gedeeld door 'schuine' afstand × 100%);
- hellingspercentage volgens de tangens (= hoogteverschil gedeeld door de 'horizontale' afstand × 100%).

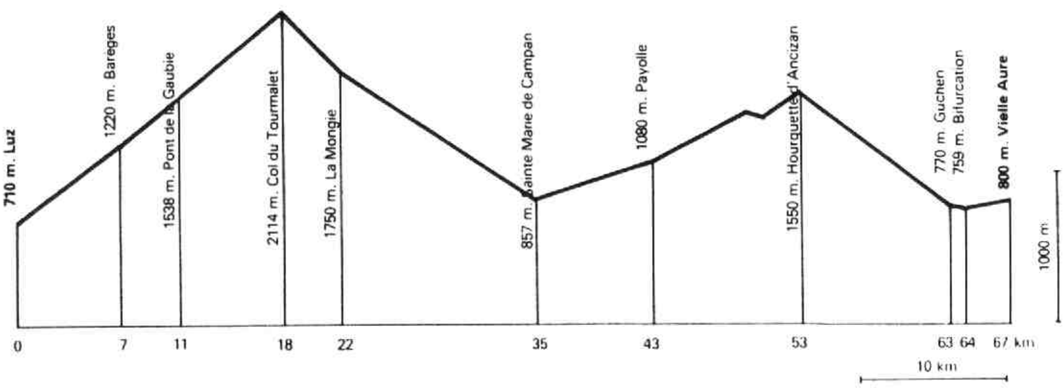
Voor stijgingen, waarbij de hellingshoek niet al te groot is (bijvoorbeeld minder dan 10%) maakt het weinig uit welke methode van hellingspercentage gebruikt wordt.

Opgave

>a Vul in:

hellingshoek	hellingsperc. (sinus)	hellingsperc. (tangens)
45°		
	45%	
		45%

Een vereenvoudigd 'profiel' van een fietsroute door de Pyreneeën.



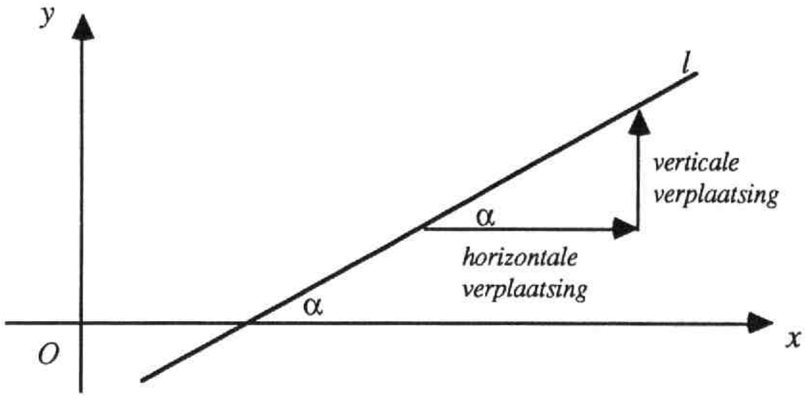
>b Hoe groot is het hellingspercentage van het steilste gedeelte van de Col du Tourmalet?

>c In de figuur kun je opmeten dat de hellingshoek van de Tourmalet ongeveer 38° is.
Commentaar?

2 Hellingscoëfficiënt

In hoofdstuk 1 is opgemerkt dat er twee manieren zijn om een hellingspercentage te berekenen. In de praktijk zal meestal de sinusmethode worden gebruikt omdat de 'afstand over de weg' gemakkelijker te bepalen is dan de 'horizontale afstand', die dwars door de berg heen gaat.

In de wiskunde (en in vakken waarbij wiskunde wordt gebruikt, zoals natuurkunde en economie) heeft men behoefte aan een maat voor de steilte van een lijn die schuin loopt ten opzichte van een horizontale as (zeg: de x-as).



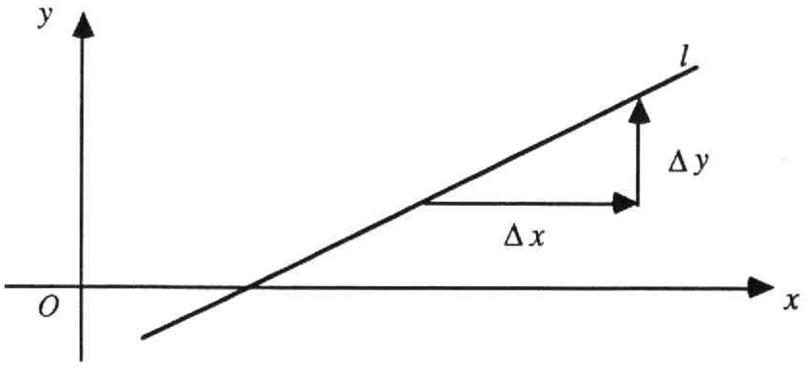
Om allerlei redenen gebruikt men daar juist de tangens-methode om hellingen te meten. Verder wordt er niet met percentages gewerkt, maar met breuken.
De zo verkregen maat voor de helling van een lijn noemen we *hellingscoëfficiënt* of *richtingscoëfficiënt.*

Voor een lijn l in het Oxy-vlak geldt:

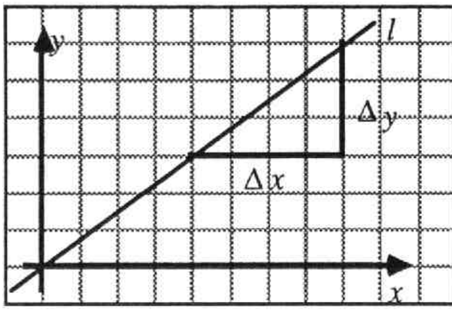
$$\boxed{\text{hellingscoëfficiënt } l \;=\; \frac{\textit{verplaatsing in } y\textit{-richting}}{\textit{verplaatsing in } x\textit{-richting}}}$$

Een verplaatsing in de x-richting wordt aangeduid met Δx (spreek uit: delta x).
Een verplaatsing in de y-richting met Δy.
Er komt dan:

$$\boxed{\text{hellingscoëfficiënt } l \;=\; \frac{\Delta y}{\Delta x}}$$



Voorbeeld:



de hellingscoëfficiënt van de lijn l

$$= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{4}$$

1. Bekijk bovenstaande figuur.

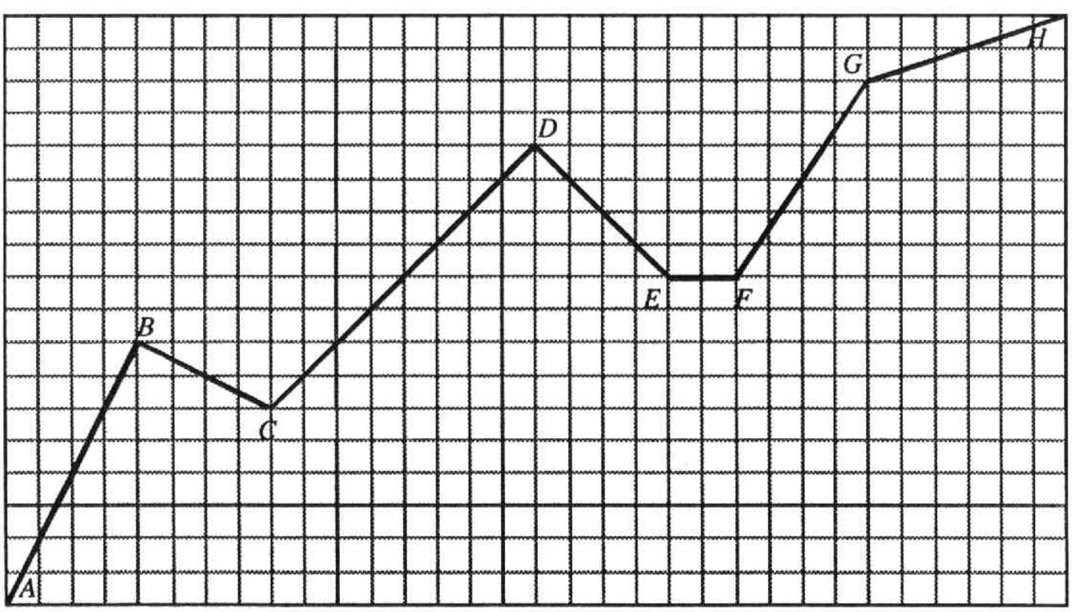
   >a Hoe groot is Δy als $\Delta x = 8$? En als $\Delta x = 2$? En als $\Delta x = 1$?
   >b Maakt het voor het bepalen van de hellingscoëfficiënt uit hoe groot je Δx neemt?

2. De hellingscoëfficiënt van een lijn kan ook negatief zijn!

   > Teken in een assenstelsel een lijn met negatieve hellingscoëfficiënt.

3. Bekijk de weg van A naar H (figuur hieronder).

   >a Wat is de hellingscoëfficiënt van de wegstukken AB, BC, enz.
   >b Teken zelf een andere weg van A naar H bestaande uit rechte stukken. De hellingscoëfficiënten moeten achtereenvolgens gelijk zijn aan $\frac{1}{2}$; 2; $-\frac{1}{2}$; 0; $\frac{2}{5}$; -4; $2\frac{1}{4}$.
   >c Is het mogelijk een weg van A naar H te tekenen waarbij de wegstukken respectievelijk de hellingscoëfficiënt $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ hebben?



4. Vanuit de oorsprong O van een assenstelsel worden rechte lijnen getrokken naar de punten A (25,75) en B (24,74).

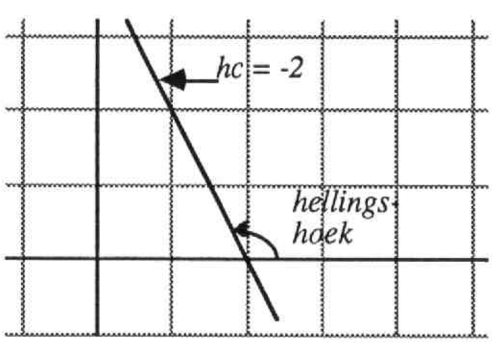
   >a Welke van die twee lijnen (OA en OB) loopt het steilst (ten opzichte van de horizontale as)?

   >b Wat is de hellingscoëfficiënt van de verbindingslijn van A en B?

5. Als je van een lijn l de hellingshoek weet, kun je met een rekenmachientje de hellingscoëfficiënt (bijvoorbeeld in twee decimalen nauwkeurig) bepalen.
   Neem onderstaande tabel over en vul in:

Hellingshoek	hellingscoëfficiënt
10°	
20°	
40°	
80°	
89°	
89,9°	
90°	

In een Oxy-vlak worden positieve en negatieve hellingscoëfficiënten onderscheiden. Een negatieve hellingscoëfficiënt komt overeen met een stompe hellingshoek.



6. >a Welke hellingscoëfficiënt hoort bij een hellingshoek van 100°?

   >b En bij een hellingshoek van 170°?

7. Van een rechte lijn in het Oxy-vlak is de hellingscoëfficiënt gelijk aan 3.

   >a Hoe groot is de hellingshoek?

   >b Dezelfde vraag voor het geval de hellingscoëfficiënt gelijk is aan -3.

8. Van een lijn l is de hellingscoëfficiënt $\frac{4}{5}$.
Wat is de hellingscoëfficiënt van het spiegelbeeld van l als l wordt gespiegeld:

>a Ten opzichte van de x-as?
>b Ten opzichte van de y-as?
>c Ten opzichte van de lijn $x = y$?

9. >a Dezelfde opgave als 8, maar nu voor het geval l de hellingscoëfficiënt $\sqrt{3}$ heeft.
>b Hoe groot is de hellingshoek van de lijn l en van elk van de spiegelbeelden van l?

Als van twee punten P en Q de coördinaten in een Oxy-vlak gegeven zijn, kan de hellingscoëfficiënt van de lijn PQ rechtstreeks worden berekend uit die coördinaten.
De *hellingshoek* kan vervolgens worden berekend uit de hellingscoëfficiënt.

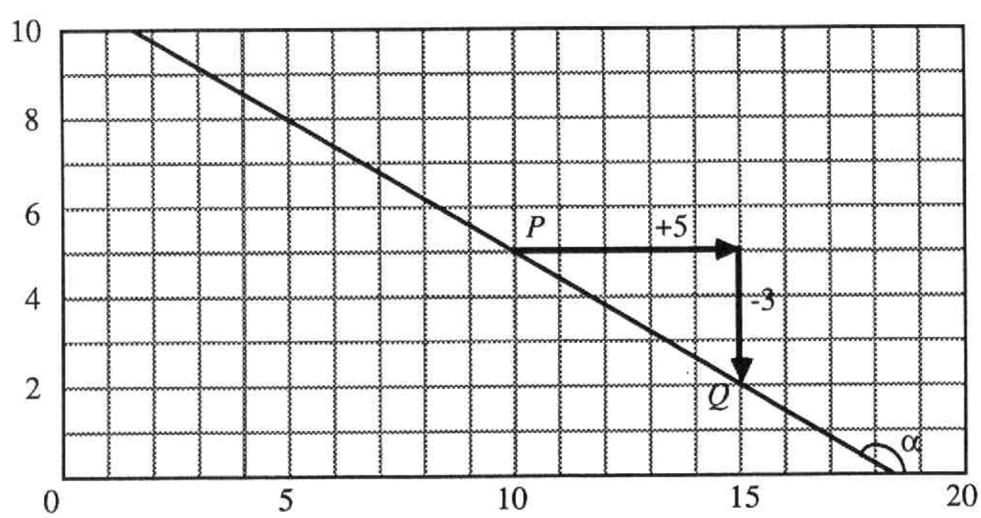
Voorbeeld:

P (10,5) en Q (15,2)
Bij een verplaatsing van P naar Q geldt:

$$\Delta x = \underset{x \text{ van } Q}{\underset{\uparrow}{15}} - \underset{x \text{ van } P}{\underset{\uparrow}{10}} = 5 \quad \text{en} \quad \Delta y = \underset{y \text{ van } Q}{\underset{\uparrow}{2}} - \underset{y \text{ van } P}{\underset{\uparrow}{5}} = -3$$

De hellingscoëfficiënt van PQ is dus: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{5} = -0{,}6$

De hellingshoek α van PQ wordt gevonden met:
$\tan \alpha = -0{,}6$ en dat geeft (rekenmachientje!) $\alpha \approx 149°$



10. >a Neem onderstaande tabel over en vul in:

Punt P	Punt Q	hc*) van PQ
(1,2)	(4,8)	
(4,8)	(10,20)	
(10,20)	(50,100)	
$(a,2a)$	$(b,2b)$	

>b Hoe groot is de hellingshoek van PQ in al deze gevallen?

11. >a Neem onderstaande tabel over en vul in:

Punt A	Punt B	hc van AB
(1,2)	(2,1)	
(10,15)	(15,10)	
(325,950)	(950,325)	
(p,q)	(q,p)	

>b Hoe groot is de hellingshoek van AB in al deze gevallen?

12. De coördinaten van P noemen we x_P en y_P; evenzo zijn x_Q en y_Q de coördinaten van Q.

> Door welke vorm(en) wordt de hellingscoëfficiënt van PQ gegeven?

a. $\dfrac{x_Q-x_P}{y_Q-y_P}$ b. $\dfrac{y_Q-y_P}{x_P-x_Q}$ c. $\dfrac{y_P-y_Q}{x_P-x_Q}$ d. $\dfrac{y_Q-y_P}{x_Q-x_P}$

13. >a Bereken de hellingscoëfficiënt van de lijn door de punten:
   a. (2,4) en (3,9)
   b. (3,9) en (5,25)
   c. (5,25) en (-6,36)
   d. (-6,36) en (-8,64)

>b Toon aan dat de hellingscoëfficiënt van de lijn door de punten (s,s^2) en (t,t^2) gelijk is aan $s + t$.

14. Gegeven zijn de punten $P(10,25)$, $Q(100,475)$ en $R(1000,4975)$

>a Bereken hellingscoëfficiënt van PQ.
>b Bereken hellingscoëfficiënt van QR.
>c Liggen P,Q en R op één rechte lijn?
Waarom?

---

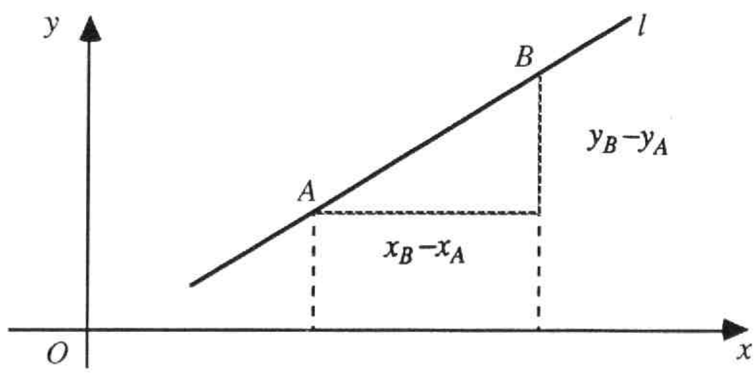
*) hc = hellingscoëfficiënt

TERUGBLIK

De *hellingscoëfficiënt* (of richtingscoëfficiënt) van een niet-verticale lijn l in het Oxy-vlak wordt berekend door een verplaatsing in de y-richting te delen door de bijbehorende verplaatsing in de x-richting.

Als A en B punten zijn op l geldt:

$$\text{hellingscoëfficiënt van } l = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



Als op de beide coördinaat-assen *dezelfde lengte-eenheid* is gekozen, is de hellingscoëfficiënt gelijk aan de tangens van de hellingshoek.
Bij een positieve hellingscoëfficiënt hoort een scherpe hellingshoek; bij een negatieve hellingscoëfficiënt hoort een stompe hellingshoek.

Opgaven

>a Waarom is er in de bovenste regel sprake van een *niet-verticale* lijn?

>b Wat weet je van de ligging van een lijn l met hellingscoëfficiënt 0?

>c Als van een lijn l de hellingshoek twee maal zo groot is als de hellingshoek van m, dan is ook de hellingscoëfficiënt van l tweemaal de hellingscoëfficiënt van m.
Waar of onwaar?

>d Druk de hellingscoëfficiënt van de verbindingslijn van de punten (a,b) en (c,d) uit in a, b, c en d.

3 Helling plaatselijk

Ongetwijfeld is de Tour de France de beroemdste wielerwedstrijd.
Vooral in de bergen van de Pyreneeën en de Alpen is er sprake van een waar spektakel. Een beruchte bergreus uit de geschiedenis van de Tour is de Mont Ventoux. Niet in het minst omdat de Engelse rijder Toni Simpson er in 1967 als gevolg van overmatige inspanning en dopinggebruik het leven liet.
Ook in 1987 was de Mont Ventoux opgenomen in de Tour. De fransman Bernard (zie foto) behaalde er een indrukwekkende overwinning.

Bernard wordt door het chauvinistische Franse publiek naar de top van de Mount Ventoux geschreeuwd.

Tim Krabbé schrijft in zijn boek 'De renner':

> Ik heb de Ventoux zeven maal op de fiets beklommen. Je kan kiezen tussen twee bestijgingen: één vanuit het plaatsje Malaucène en de ander vanuit Bédoin. Ze duren allebei 21,5 kilometer, zijn even zwaar en even mooi en ze voeren allebei de laatste zes kilometer door het befaamde maanlandschap.

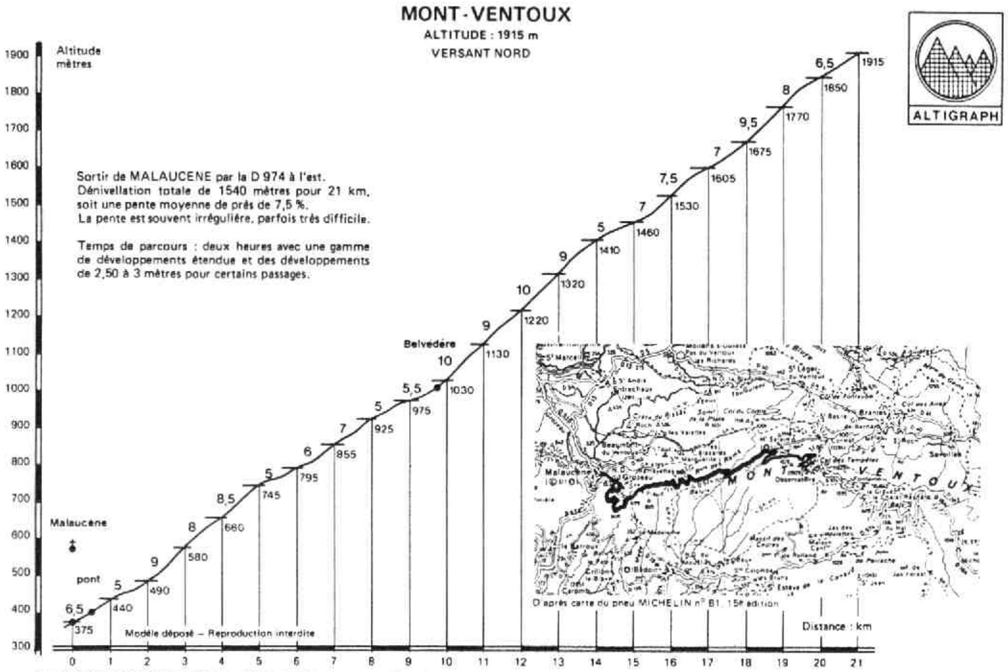
Op blz. 14 zie je de twee routes naar de top in profiel.

1. Bekijk de eerste route, die volgens de profieltekening 21 km lang is.
De *gemiddelde stijging* van de hele route wordt berekend door het hoogteverschil tussen begin en eind, te delen door de weglengte.

   >a Hoeveel % is de gemiddelde stijging van de eerste route naar de top?

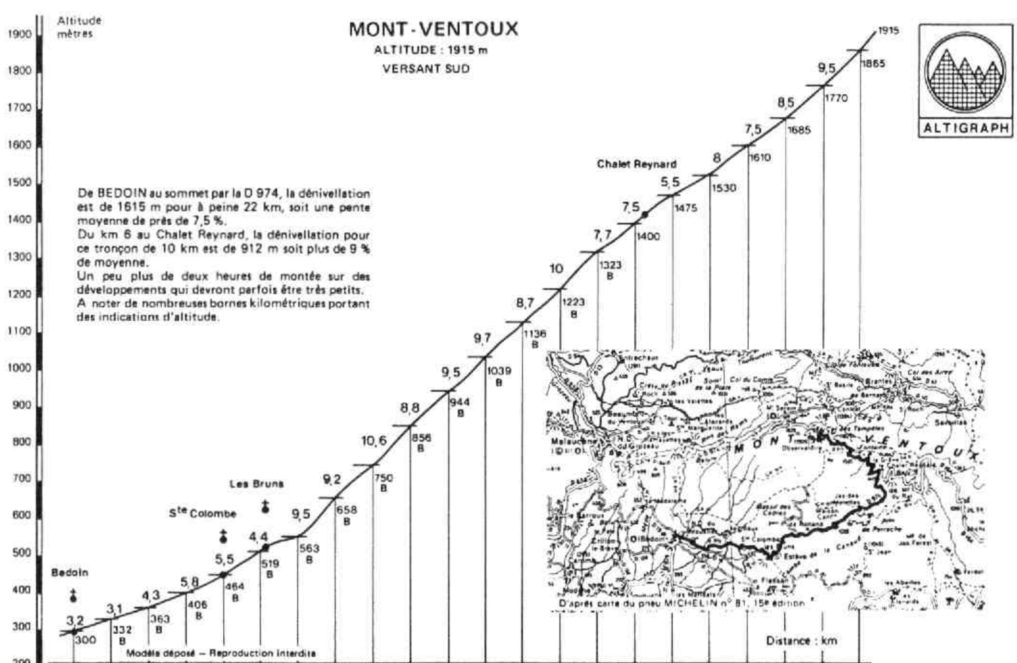
   >b Hoeveel % is de gemiddelde stijging van de tweede route naar de top?

   >c Op grond van de resultaten van >a en >b zou je kunnen zeggen dat de tweede route iets zwaarder is, dus dat Tim Krabbé niet helemaal gelijk heeft.
   Welk ander argument zou je nog kunnen aanvoeren tegen de bewering van Tim Krabbé?



Les chiffres en gros caractères indiquent le pourcentage moyen par kilomètre.
Les altitudes relevées ont été arrondies à 5m ou 10 m.

ALTIGRAPH Édition, Boîte postale 1, BOUCHEMAINE, 49000 ANGERS

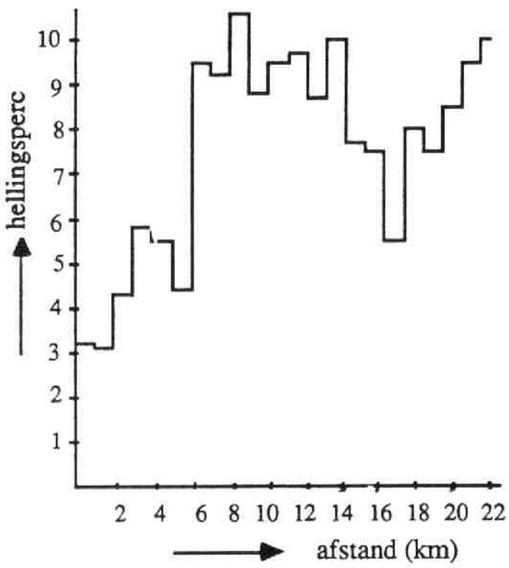


Les chiffres en gros caractères indiquent le pourcentage moyen par kilomètre.
Les altitudes relevées ont été arrondies à 5 m ou 10 m.
La lettre « B » indique une altitude relevée sur une borne.

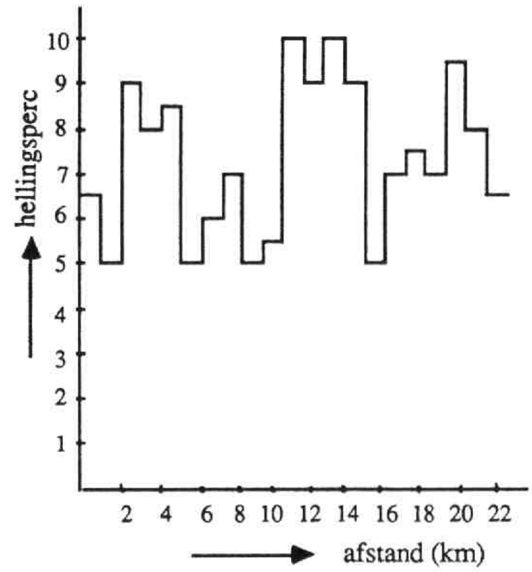
ALTIGRAPH Édition, Boîte postale 1, BOUCHEMAINE, 49000 ANGERS

Een renner die een tijdrit in de bergen moet rijden, maakt vooraf een studie van de route: waar zitten de steile stukken, waar moet ik schakelen, welke versnellingen (hoeveel tandjes) moet ik gebruiken, ...
Een plaatje waarin de afwisseling tussen steile en minder steile stukken goed tot zijn recht komt is de *hellinggrafiek.* Op de horizontale as is de afstand tot het beginpunt (in km) en op de verticale as het hellingspercentage uitgezet.
Voor de beide routes naar de top van de Mont Ventoux levert dit de volgende grafieken:

a



b



2. Vergelijk de beide hellinggrafieken met de beide profieltekeningen.

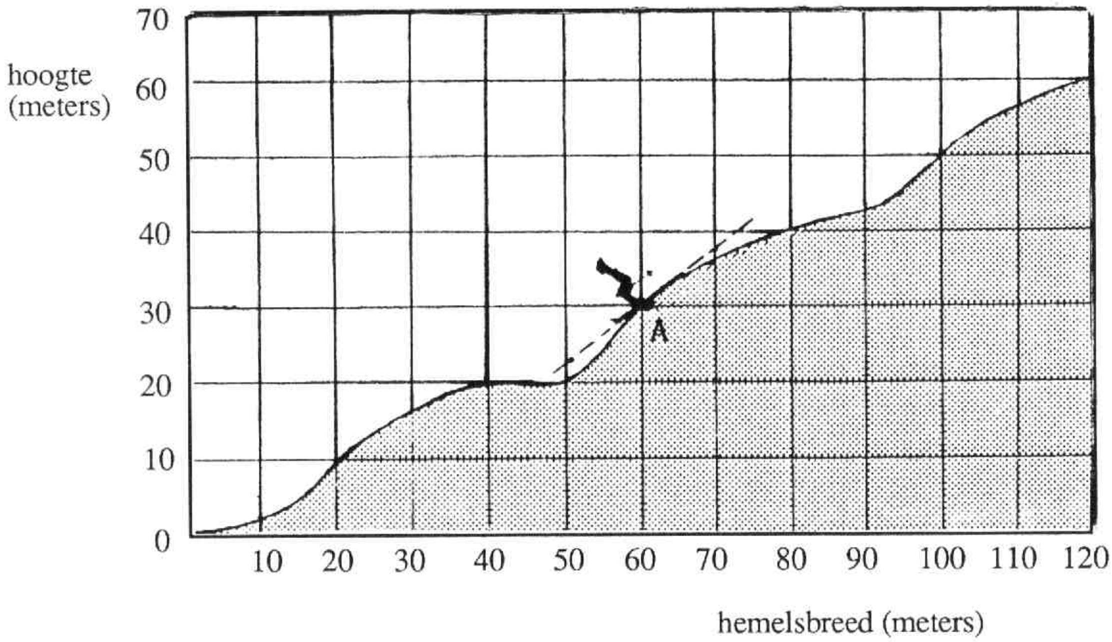
   > Welke hellinggrafiek hoort bij welke profieltekening?

3. Stel je voor: een bergweg die overal even steil omhoog gaat.

   > Hoe ziet de hellinggrafiek van de weg eruit?

De beide hellinggrafieken van de Mont Ventoux geven informatie over hoe de helling op elk van de routes verandert van kilometer tot kilometer.
Die informatie is onvolledig, omdat steeds over een weggedeelte van 1 km *de gemiddelde stijging* is opgegeven; binnen zo stuk van 1 km kan de helling echter nog behoorlijk variëren.
Meer volledige informatie krijgt men door de weg te verdelen in kleinere stukken, bijvoorbeeld van 100 m, en de gemiddelde stijging van elk stuk te bepalen.
Nog betrouwbaarder wordt de informatie als nog kleinere weggedeelten worden genomen, bijvoorbeeld van 10 m.

4. Profiel van een ski-piste.

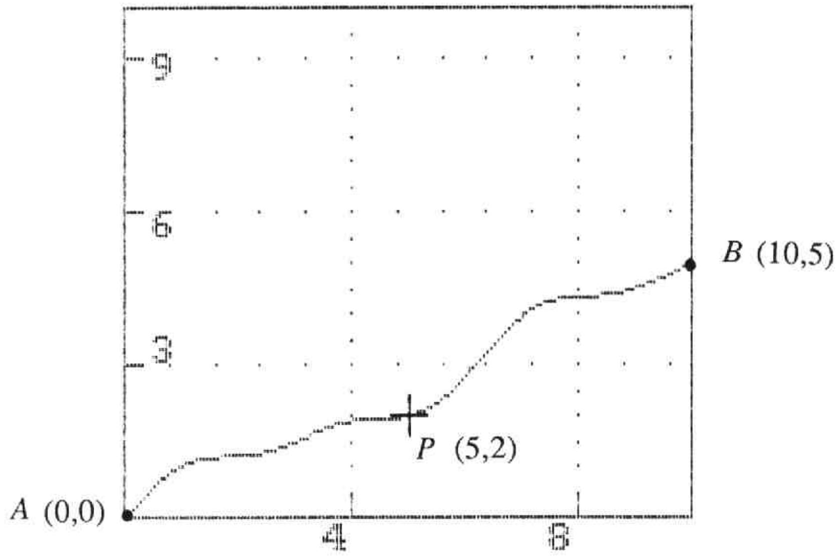


>a Verdeel de piste (vanaf het laagste punt) in stukken van hemelsbreed 20 m.
Bepaal van elk stuk de gemiddelde stijging (gebruik hierbij de hellingscoëfficiënt).
Teken op grond van de resultaten de hellinggrafiek van de piste.

>b Verdeel nu de piste in stukken van 10 m hemelsbreed en schets de bijbehorende hellinggrafiek.

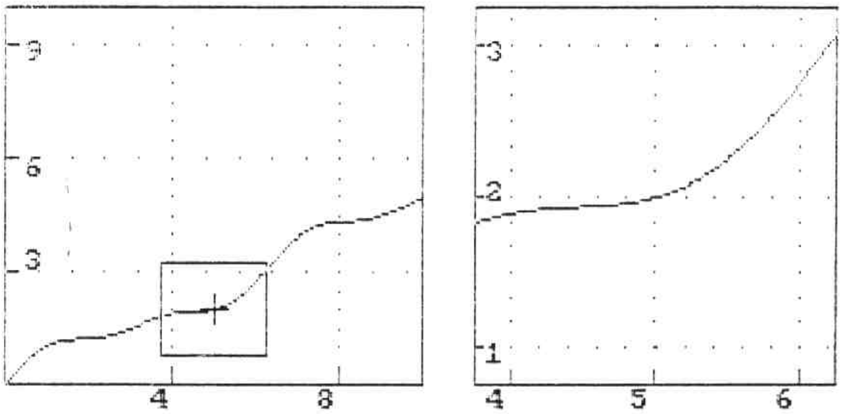
>c Hoe steil is ongeveer de helling op de plaats waar de skieër (zie plaatje) zich bevindt?

5. Hieronder zie je de profielschets van een bergje getekend door de computer.
Het probleem is: *hoe steil is de berg in het punt* $P(5,2)$.
Als maat voor de steilheid wordt de hellingscoëfficiënt gebruikt.



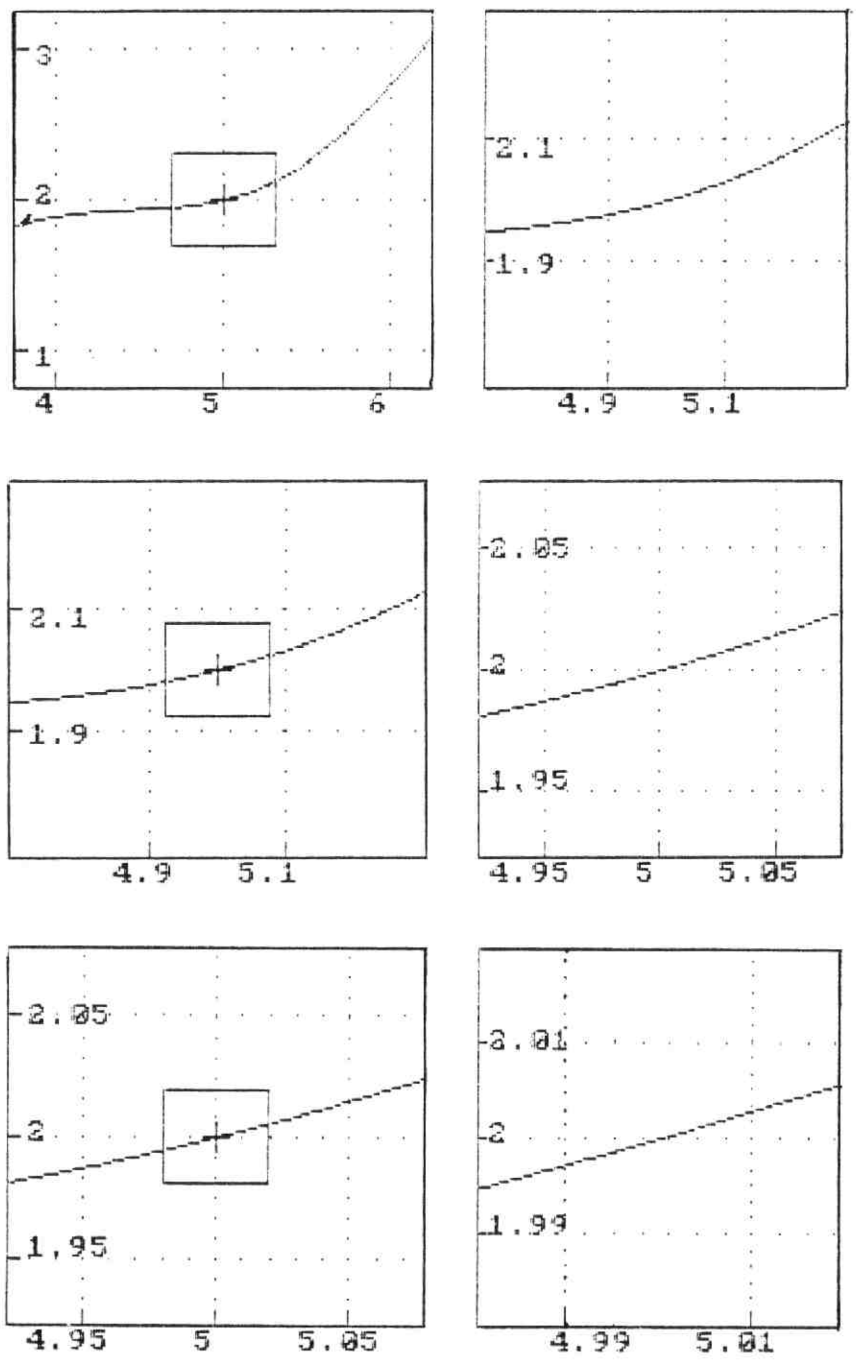
>a De gemiddelde stijging van de weg tussen A en P is 0,4 en van het gedeelte tussen P en B is 0,6.
Controleer deze getallen.

De beide getallen genoemd in opgave 5 geven weinig informatie over hoe steil de weg in de onmiddellijke omgeving van P is.
Om die steilheid te bepalen gaan we als het ware 'inzoomen' op een omgeving van P.



Het omkaderde deel in de linkerfiguur is vergroot weergegeven in het rechterplaatje.
>b Hoe groot ongeveer is de gemiddelde stijging van de weg in het omkaderde gedeelte?

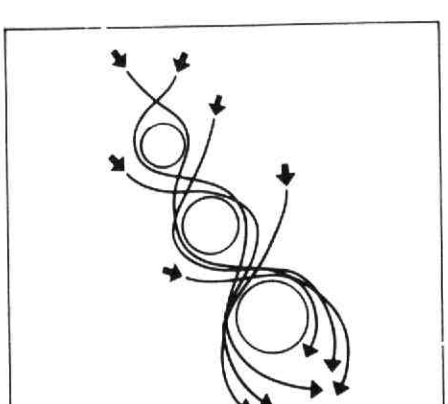
Het inzoomen en uitvergroten kan enige malen worden herhaald. Daardoor krijg je een steeds beter beeld van de steilheid in *P*.



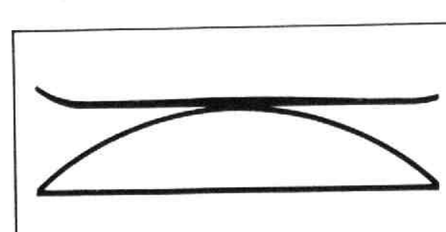
>c Bepaal bij elke stap de gemiddelde stijging in het omkaderde gedeelte.

>d Hoe groot ongeveer is de hellingscoëfficiënt in de onmiddellijke omgeving van het punt (5,2)?

Een zogenaamde 'buckel-piste' is zeer variabel in steilheid.
De vele bulten zijn ontstaan doordat skieërs op nagenoeg dezelfde plaatsen hun bochten draaiden ...



Honderden malen maken skieërs op zowat dezelfde plaatsen hun bochten



Op een Buckel draait een ski gemakkelijker door het korte contactvlak.

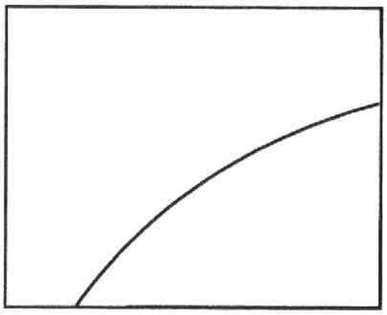
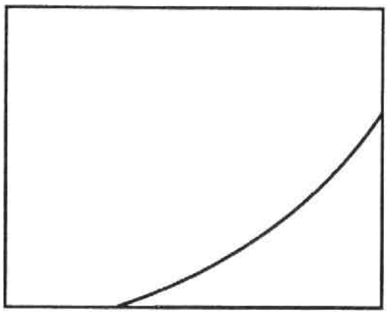
TERUGBLIK

Het profiel van een bergweg zal in het algemeen een afwisseling in steilheid te zien geven.
Een *hellinggrafiek* bij zo'n grafiek geeft informatie over hoe de helling verandert.
Een manier om zo'n hellinggrafiek te bepalen is: verdeel de route in een aantal gelijke stukken en bereken van elk de gemiddelde stijging.
Het is duidelijk dat de hellinggrafiek beter het verloop van de helling weergeeft, naarmate de stukjes waarin de weg verdeeld wordt, kleiner zijn.

In opgave 5 heb je gezien hoe de stijging van een bergprofiel in de onmiddellijke omgeving van een punt P kan worden bepaald: net zo lang inzoomen en uitvergroten tot het profiel er nagenoeg als een rechte lijn uit ziet.

Opgave

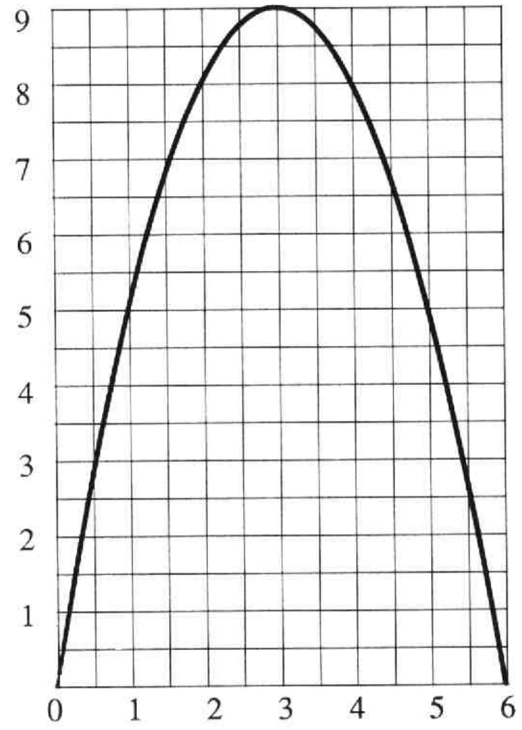
Twee stukjes bergprofiel.

I  II 

Stel je voor dat bij I en bij II een hellinggrafiek wordt gemaakt.
Wat zal een opvallend verschil zijn tussen de beide hellinggrafieken.

4 Parabool en hellinggrafiek

De bergparabool in de figuur hieronder heeft als vergelijking:
$y = -x^2 + 6x$ voor $0 \leq x \leq 6$



1. De parabool gaat onder andere door de punten (0,0), (1,5), (2,8), (3,9), (4,8), (5,5) en (6,0).

   >a Controleer die zes punten met behulp van bovenstaande formule.

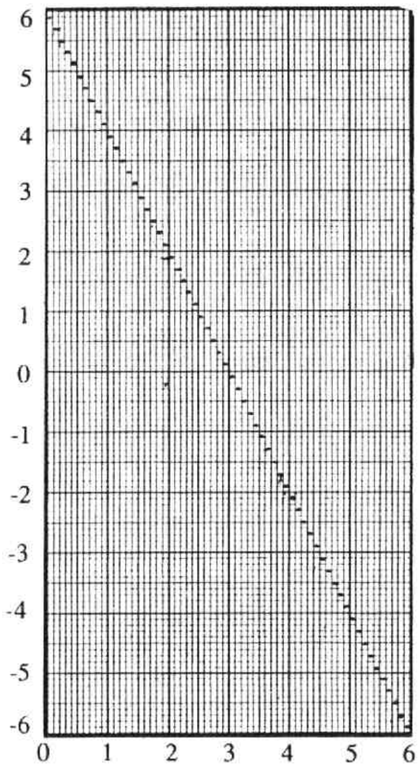
   Een eerste hellinggrafiek wordt gemaakt door het x-interval [0,6] te verdelen in zes gelijke stukjes en over elk interval de gemiddelde stijging te berekenen.

   >b Teken een hellinggrafiek op deze manier.

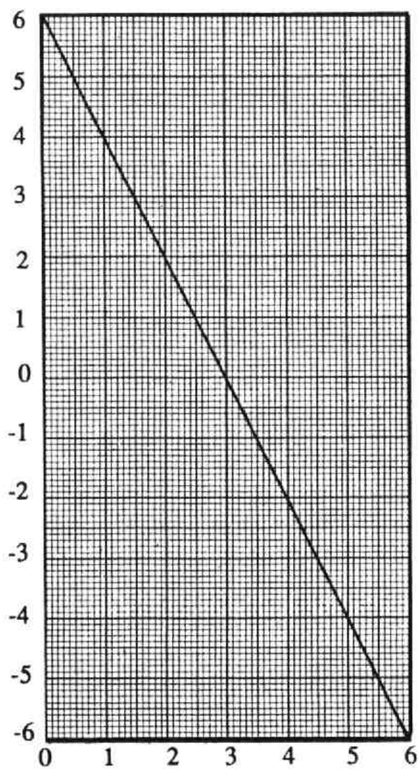
   >c Verdeel [0,6] nu in twaalf gelijke stukjes, bereken de gemiddelde stijging over elk stukje en teken met behulp hiervan een nieuwe hellinggrafiek.

De hellinggrafiek van de parabool bij opgave 1b kwam tot stand door de gemiddelde stijging te berekenen over deel-intervallen met lengte 1.
We spreken in dit geval van een hellinggrafiek bij $\Delta x = 1$.
In opgave 1c was sprake van de hellinggrafiek bij $\Delta x = \frac{1}{2}$.
De tweede hellinggrafiek is 'beter' dan de eerste.
Een nog betere hellinggrafiek wordt verkregen door Δx nog kleiner te nemen.

Hieronder zie je een hellinggrafiek bij $\Delta x = 0{,}1$.

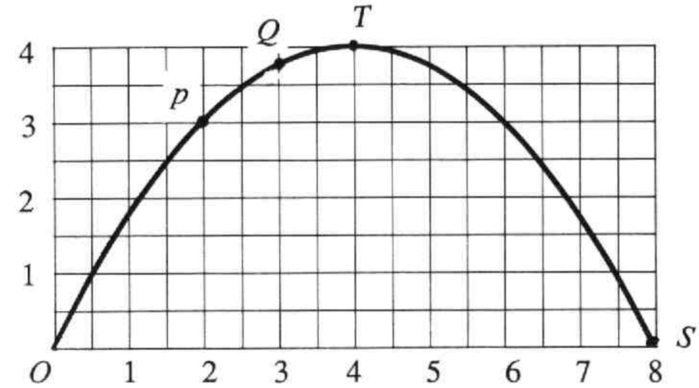


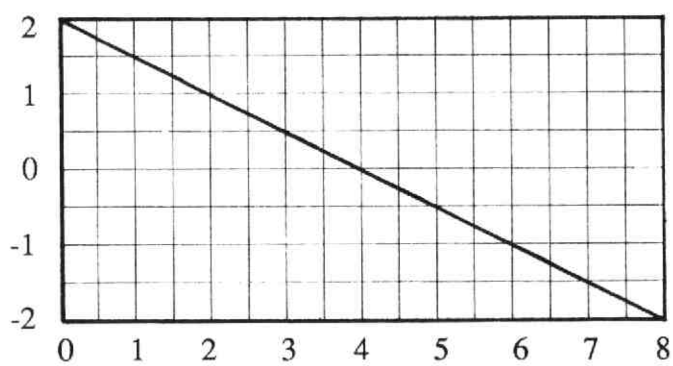
Wordt Δx nog veel kleiner genomen, bijvoorbeeld $\Delta x = 0{,}01$, dan komt de hellinggrafiek er uit te zien als een ononderbroken lijn:



2. De laatste hellinggrafiek op blz. 22 geeft aan hoe helling van de parabool geleidelijk verandert. Bekijk de laatste hellinggrafiek van de parabool $y = -x^2 + 6x$.
Hoe kun je in de hellinggrafiek de plaats van de top van de parabool terugvinden?

3. Parabool met hellinggrafiek:



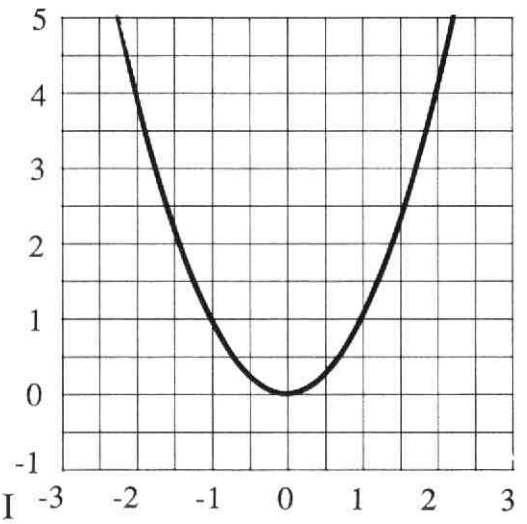


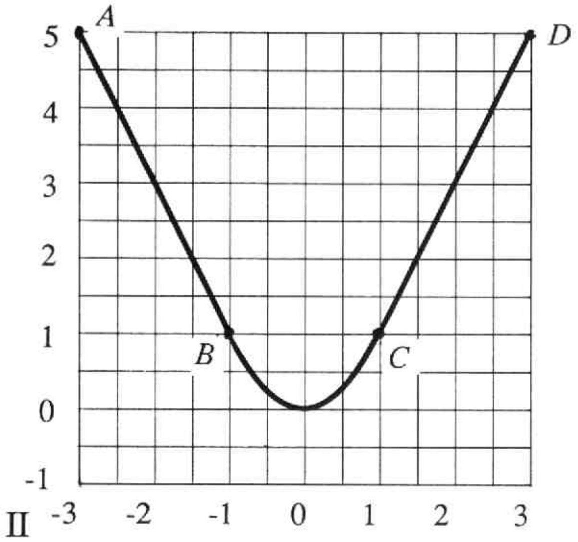
>a Lees uit de hellinggrafiek af hoe groot de hellingscoëfficiënt van de parabool is in de punten P, Q, S en T.

>b Met de hellingscoëfficiënt verandert ook de hellingshoek van de parabool geleidelijk.
Hoe varieert de hellingshoek tussen de punten O en T?

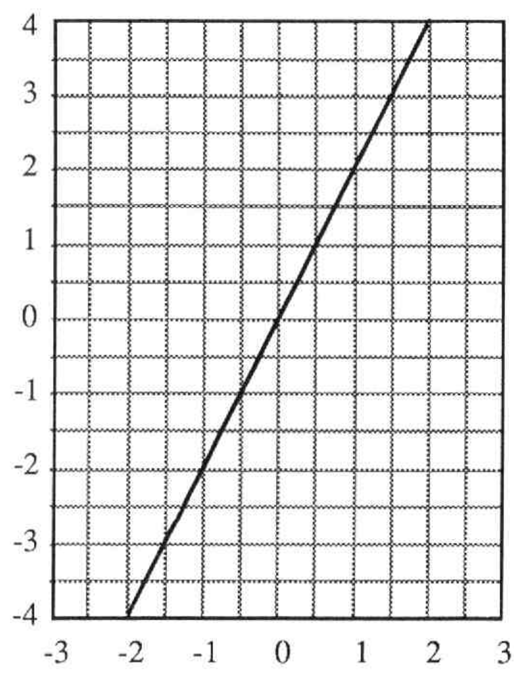
>c In een punt R is de hellingshoek van de parabool 135°.
Bepaal de x-coördinaat van dat punt R.

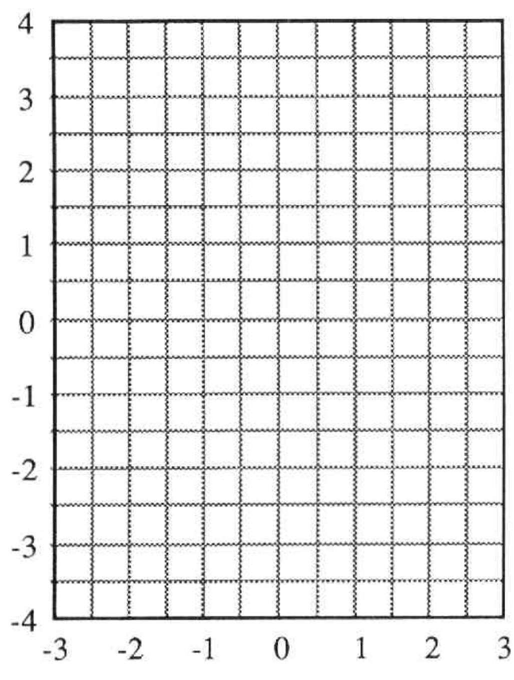
4. Twee profieltekeningen van een dal.
Profiel I heeft geheel de vorm van een parabool.
Profiel II bestaat uit de rechte lijnen AB en CD en een stukje parabool BC.





Bij profiel I is een hellinggrafiek getekend.





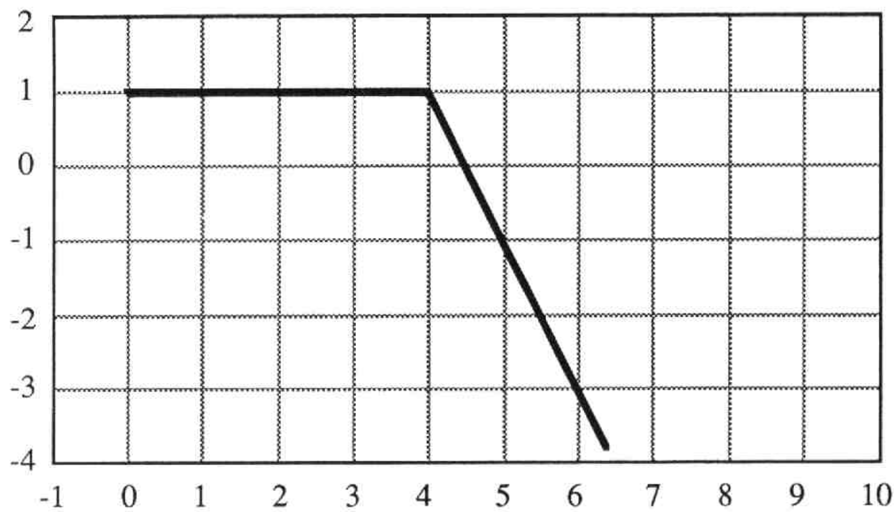
>a Teken de hellinggrafiek bij II.
>b Bereken een hellingshoek van profiel I in het punt met $x = 1\frac{1}{2}$.
>c Dezelfde vraag voor profiel II

TERUGBLIK

Stel je tekent een hellinggrafiek bij een bergprofiel in het *Oxy*-vlak.
Er geldt: hoe fijner de verdeling van het profiel in deelstukjes, ofwel hoe kleiner Δx, des te beter de hellinggrafiek.
De hellinggrafiek geeft aan hoe de hellingscoëfficiënt geleidelijk verandert, afhankelijk van x.
Bij een parabool (met verticale symmetrie-as) is de 'ideale' hellinggrafiek rechtlijnig.

Opgave

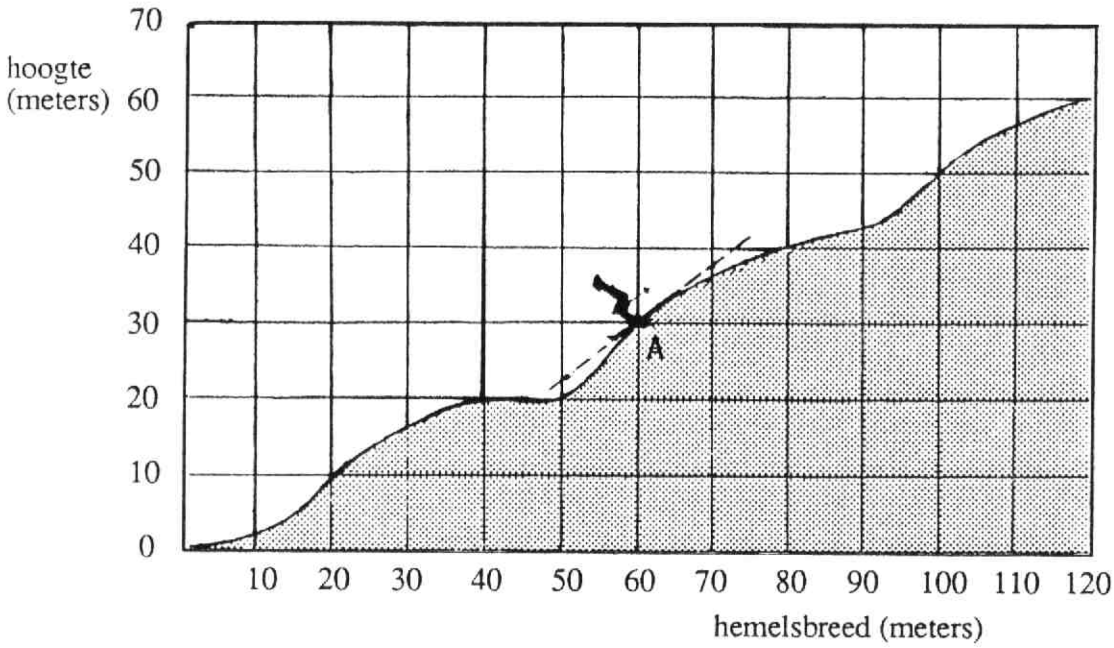
Van een bergprofiel is de volgende hellinggrafiek bekend.



Schets een profiel in een *Oxy*-vlak.
Neem het beginpunt in de oorsprong.

5 Raaklijn en helling

In hoofdstuk 3 is opgemerkt dat de hellingscoëfficiënt in de onmiddellijke omgeving van een punt op een bergroute te vinden is door een zodanig kleine omgeving van P te nemen, dat het profiel nagenoeg recht is.
Een andere manier zie je in onderstaand plaatje van de skieër: bepaal de hellingscoëfficiënt van de rechte lijn die de helling van de ski-piste aangeeft.
Dié lijn (in richting van de ski's) wordt een *raaklijn* aan het bergprofiel genoemd.

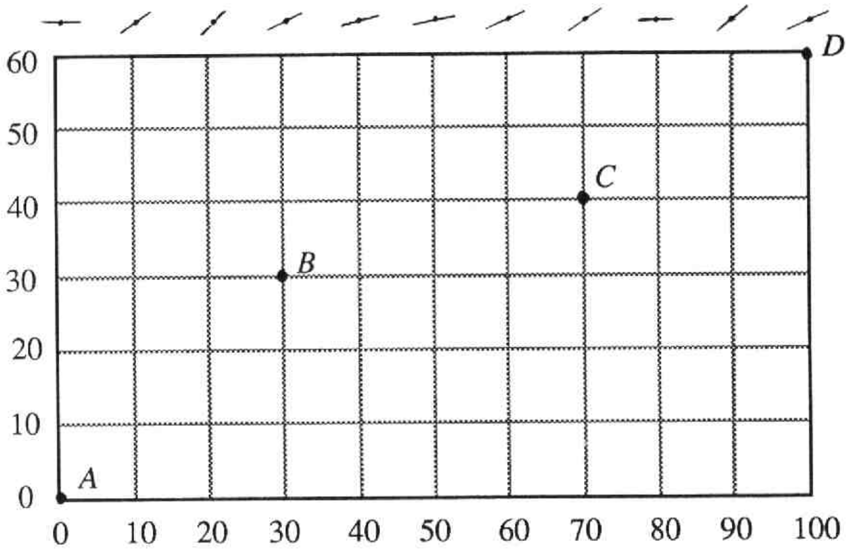


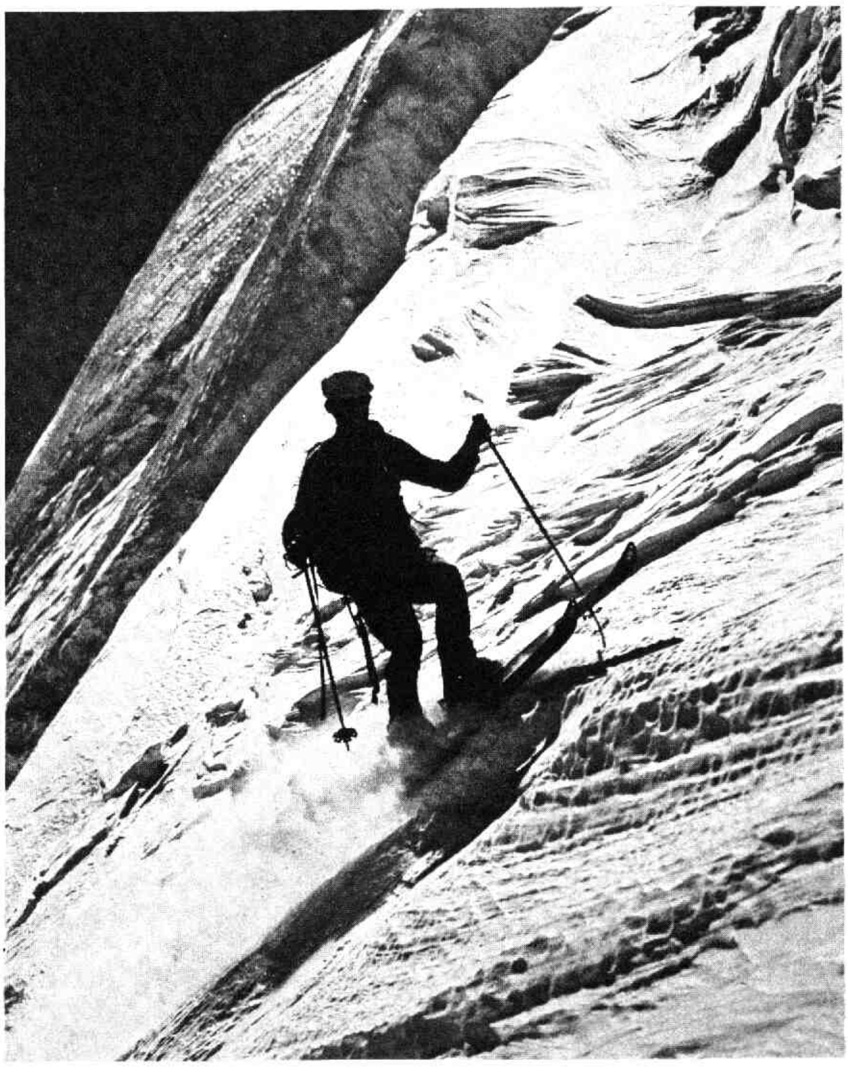
1. >a Ga na hoe de raaklijn loopt in het punt dat 70 m hemelsbreed van het laagste punt afligt. (Kortweg: in het punt met $x = 70$).
   >b Dezelfde vraag voor het punt met $x = 40$.

2. Onze skieeër heeft een andere helling (100 m hemelsbreed, 60 m hoogteverschil) met veel verve genomen.
   In de tekening op blz. 27 zie je vier punten van de piste: A, B, C en D.
   Bovendien zie je de stand van de ski's (de 'raaklijn') in de punten op 0; 10; 20; ...; 100 m hemelsbreed van A.

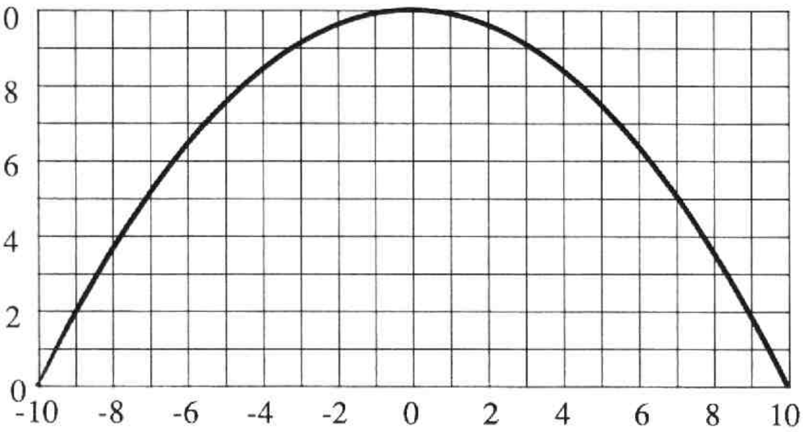
   > Probeer met deze gegevens zo goed en zo kwaad als het kan het profiel van de piste te schetsen.

Stand van de ski's:





Gegeven is de parabool met vergelijking $y = 10 - 0{,}1x^2$



De vraag is: hoe kun je een raaklijn in een punt aan de parabool tekenen? Voorlopig gebruiken we een wat 'ruwe' tekenmethode.
Op blz. 29 wordt die manier gedemonstreerd voor de raaklijn in het punt P met $x = -4$.

De werkwijze is:
— leg een lineaal door P, zodat de lineaal nog een tweede punt van de parabool bereikt;
— draai de lineaal om P zó dat het tweede punt op de grafiek dichterbij P komt;
— probeer de stand van de lineaal zo te krijgen dat het tweede punt als het ware met P samenvalt (pas op: als je iets te ver door draait, duikt het tweede punt aan de andere kant van P op!)

3. Bekijk de parabool $y = 10 - 0{,}1x^2$ in bovenstaande figuur.

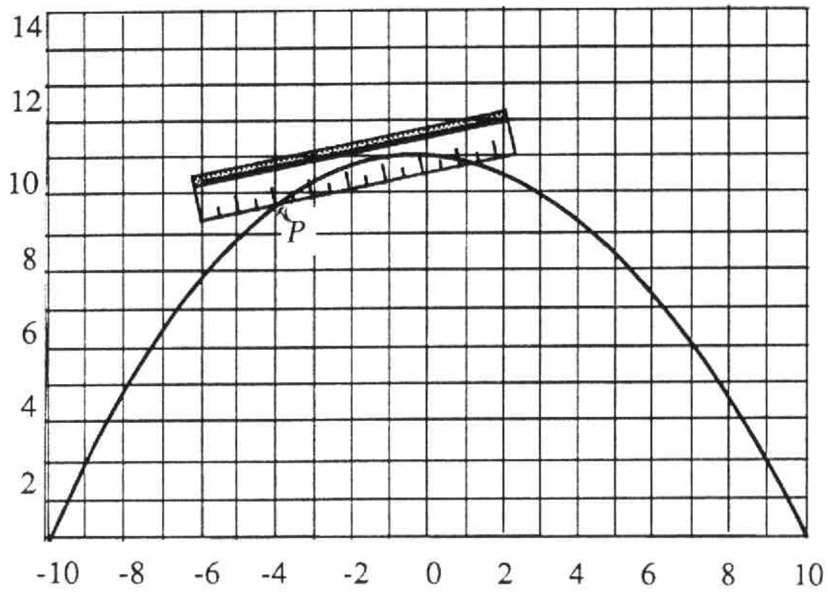
>a Controleer met een lineaaltje dat de hellingscoëfficiënt van de parabool in het punt P met $x = -4$ gelijk is aan 0,8.

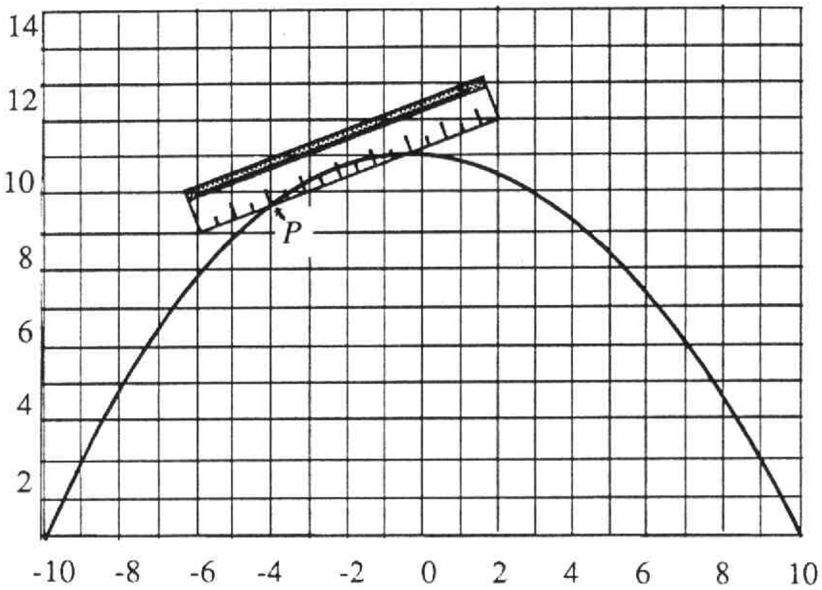
>b De parabool gaat door de punten (-10,0); (0,10) en (10,0).
Controleer dat deze punten aan de vergelijking voldoen.
Hoe groot is de hellingscoëfficiënt van de parabool in elk van deze punten?

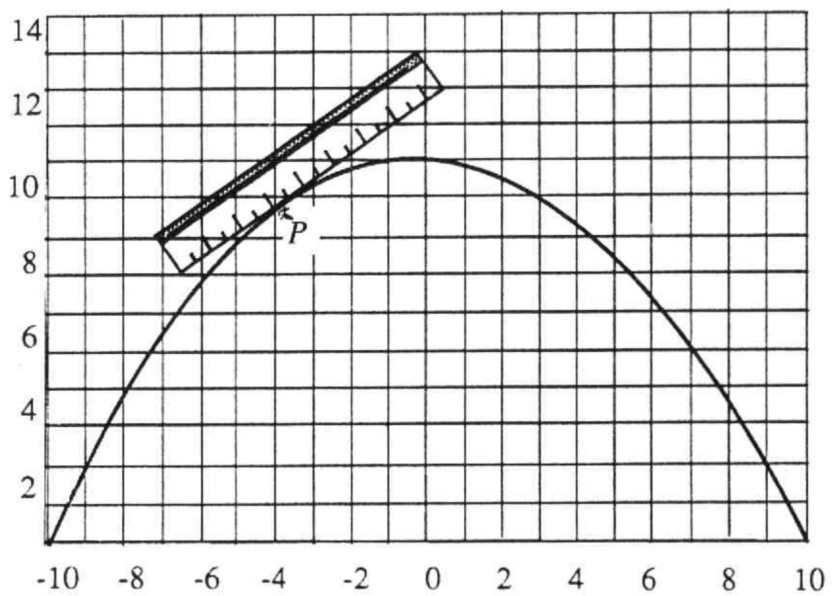
>c Stel: $h(x)$ = hellingscoëfficiënt parabool in (x,y).
Neem onderstaande tabel over en vul in:

x	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
$h(x)$				0,8							

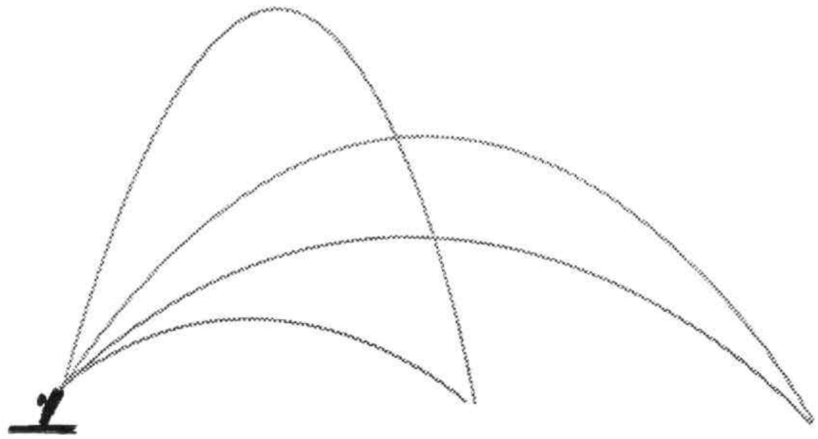
DRAAI TOT JE 'M RAAKT!





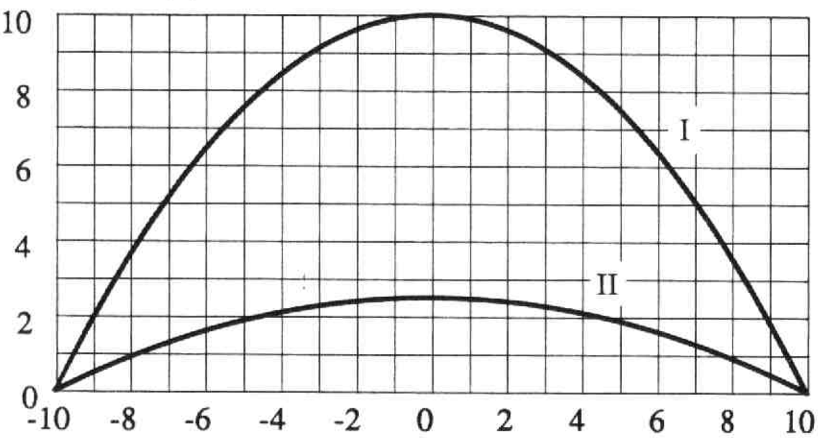


Een tuinsproeier maakt parabolen van water.



De hoogte van zo'n parabool, en de afstand die door de waterstraal wordt overbrugd, hangt af van de *kracht* en van de *richting* waarop de sproeier wordt ingesteld.

4. De parabool met formule $y = 10 - 0{,}1x^2$ (I) is een waterstraal, waarbij de sproeier is ingesteld op hellingscoëfficiënt 2.
De waterstraal overbrugt een afstand van 20.
Als de sproeier met dezelfde kracht spuit en is ingesteld op een hellingscoëfficiënt $\frac{1}{2}$ heeft de waterstraal de vergelijking:
$y = 2{,}5 - 0{,}025x^2$ (II).



>a De sproeier staat in (-10,0).
Hoe groot is de hellingshoek van de sproeier bij waterstraal I?
En hoe groot bij waterstraal II?

>b Ga na dat volgens de formule waterstraal II ook de afstand 20 overbrugt.

>c De richting waarin de waterdruppels zich bewegen verandert voortdurend. Die verandering wordt zichtbaar in de hellinggrafiek.
Teken de hellinggrafiek bij $y = 10 - 0{,}1x^2$.
Ook bij $y = 2{,}5 - 0{,}025x^2$.

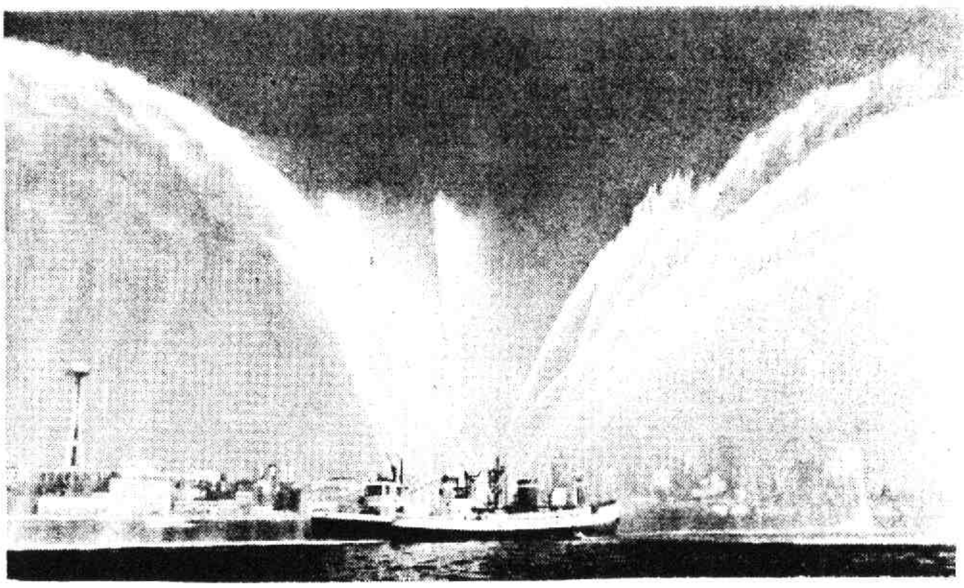
5. Om een maximale afstand te overbruggen wordt de tuinsproeier ingesteld op een hellingshoek van 45°. De kraan spuit met dezelfde kracht.
Je kunt het geloven of niet, maar de waterstraal met beginpunt (-10,0) krijgt nu de vergelijking $y = -0{,}04x^2 + 0{,}2x + 6$.

>a Wat is de (maximale) hoogte van de waterstraal volgens deze formule?

>b Hoe ver spuit de sproeier nu?

>c Teken de waterbaan.

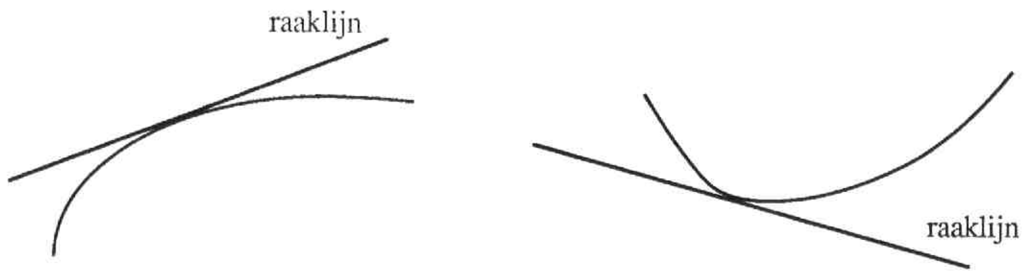
>d Teken de bijbehorende hellinggrafiek.



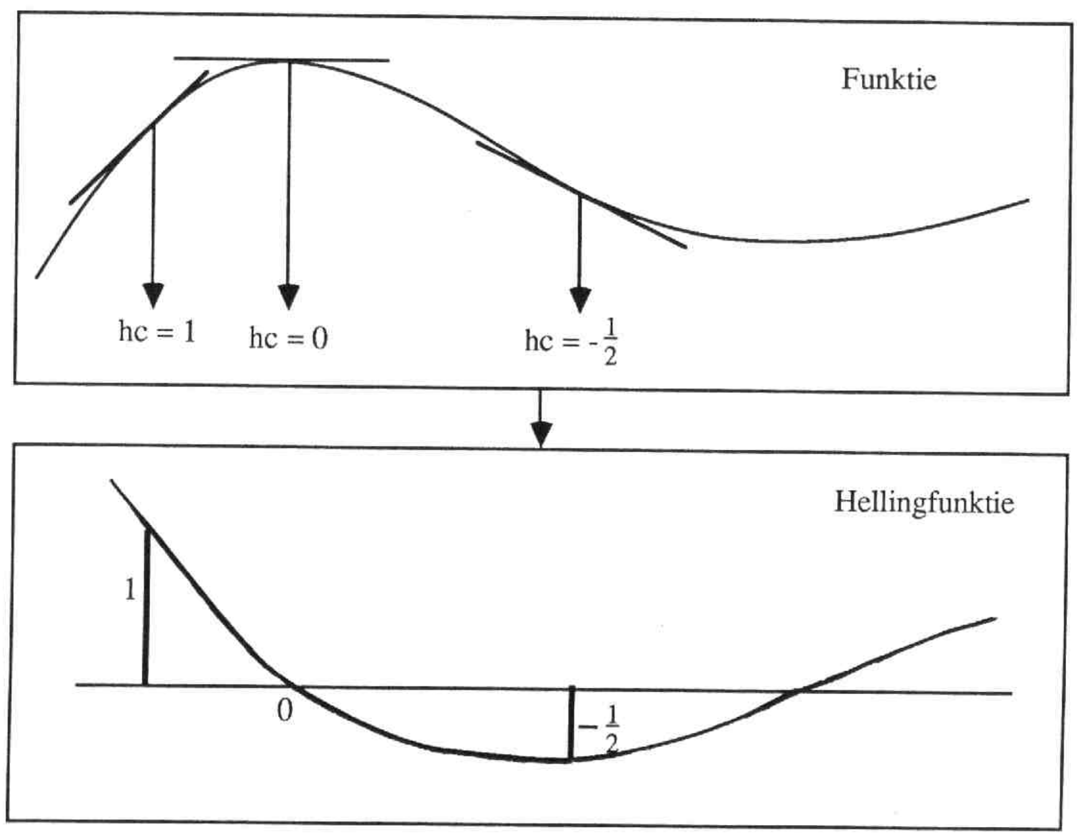
De brandweerschepen 'Alki' en 'Duwamish' spuiten hun 'waterparabool' in Puget Sound te Seattle, een bijkomende toeristische attractie tijdens de weekends.

TERUGBLIK

Bij een vloeiende kromme lijn wordt de helling in een punt aangegeven door de raaklijn.
De hellingscoëfficiënt van de raaklijn wordt ook de hellingscoëfficiënt (of kortweg de helling) van de kromme in dat punt genoemd.



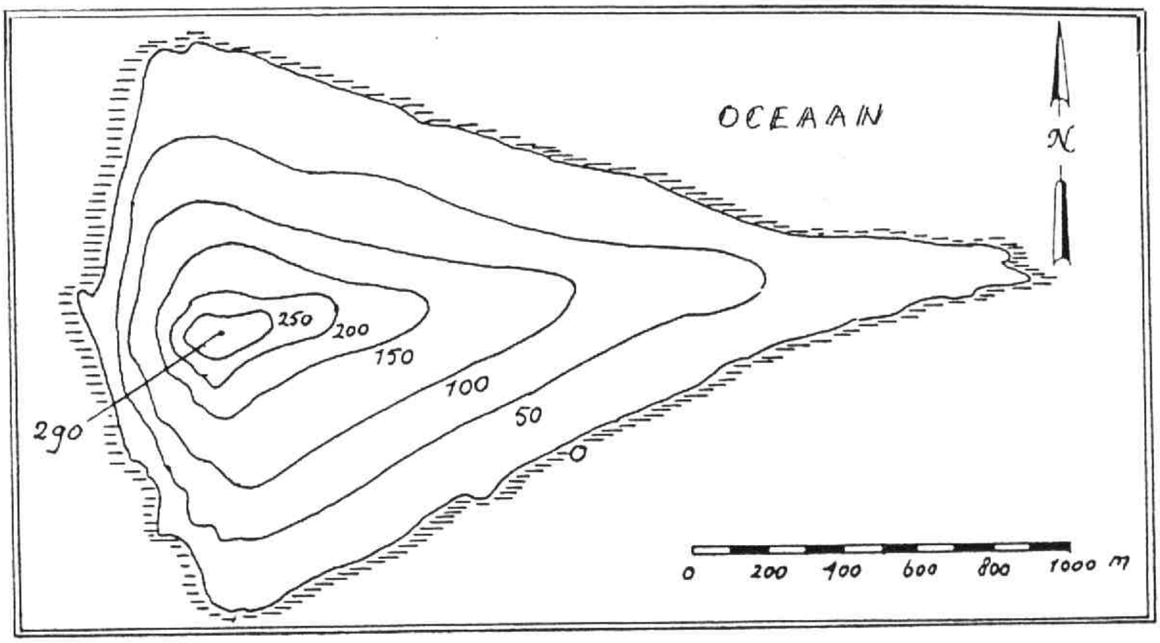
De voortdurende verandering van de stand van de raaklijn wordt beschreven door de hellinggrafiek.



In een volgend boekje 'Differentiëren' zul je een manier leren om snel de bij een gegeven grafiek (functie) de hellinggrafiek (hellingfunctie) te vinden.

6 Hoogtekaartje en hellingen

Op kaarten van bergachtige gebieden zijn vaak zogenaamde *hoogtelijnen* getekend. Hoogtelijnen verbinden punten die op dezelfde hoogte boven de zeespiegel liggen.
Hieronder staat het hoogtekaartje van een bergeiland in zee.

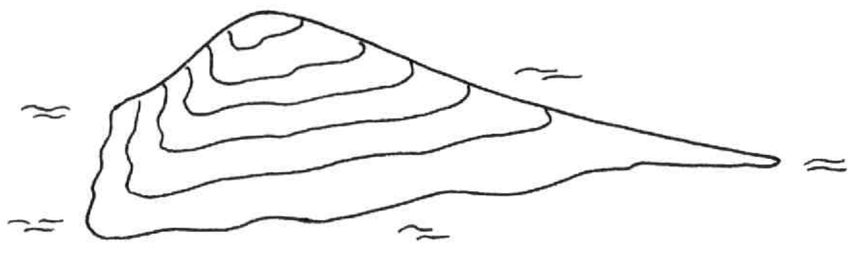


1. Vanuit een schip op zee is het volgende silhouet van het eiland zichtbaar.

>a Vaart het schip ten Zuiden, Oosten, Noorden of Westen van het eiland?

>b Wat is het meest opvallende verschil tussen het silhouet van het eiland gezien vanuit het Zuiden en het silhouet gezien vanuit het Westen?

Het plaatje (op blz. 34) toont het bergeiland, gezien vanuit de lucht. Ter verduidelijking zijn de hoogtelijnen in de figuur aangegeven.



2. Het meest Oostelijke punt van het eiland wordt Oostpunt genoemd. Een wandeling leidt rechtstreeks van Oostpunt naar de top van het eiland.

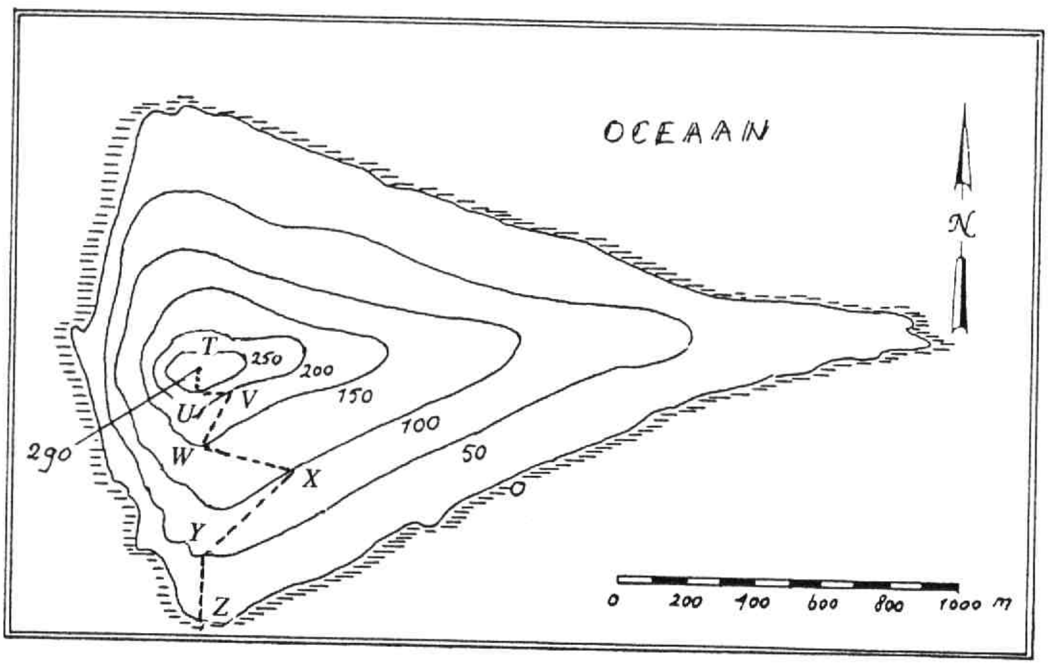
   >a Hoe groot is de gemiddelde stijging van die route?

   >b Dezelfde vraag voor de rechtstreekse routes van Zuidpunt, Westpunt en Noordpunt naar de top.

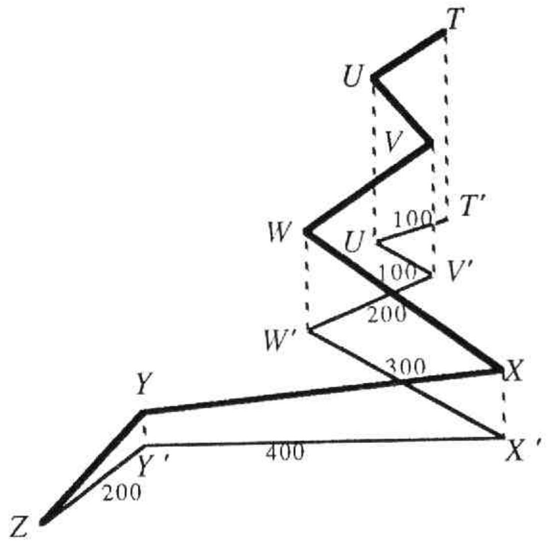
3. De rechtstreekse route van Westpunt naar de top is volgens de kaart hemelsbreed 400 m. Omdat de route omhoog gaat is de werkelijke lengte groter.
   Hoeveel meter ongeveer is die werkelijke lengte?

4. Een wandelaar vindt de rechtstreekse route van Westpunt naar de top te steil.
   Hij kiest nu een route waarbij de hellingscoëfficiënt steeds $\frac{1}{10}$ is.
   Hoe lang is zijn route van Westpunt naar de top ongeveer?

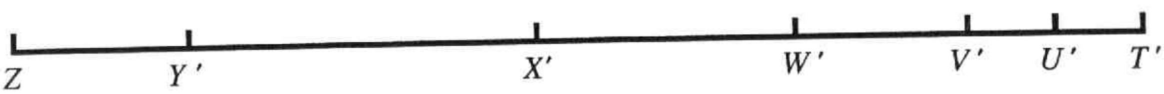
Op het kaartje zie je een route van Zuidpunt (*Z*) naar de top (*T*).
De stukken tussen de hoogtelijnen zijn respectievelijk 200, 400, 300, 200, 100 en 100 m lang.



In een ruimtelijke tekening ziet de route *ZYXWVU* er (modelmatig) zo uit.



De route op de kaart, *ZY'X'W'V'U'T'* is de *loodrechte projectie* van de werkelijke route op een horizontaal vlak.
Om tot een profieltekening van de route te komen (zoals in hoofdstuk 1) wordt de zig-zag-lijn *ZY'X'W'V'U'T'* recht getrokken, dus:



5. > Maak een profieltekening van de route van *Z* naar *T* via *Y*, *X*, *W*, *V* en *U*.

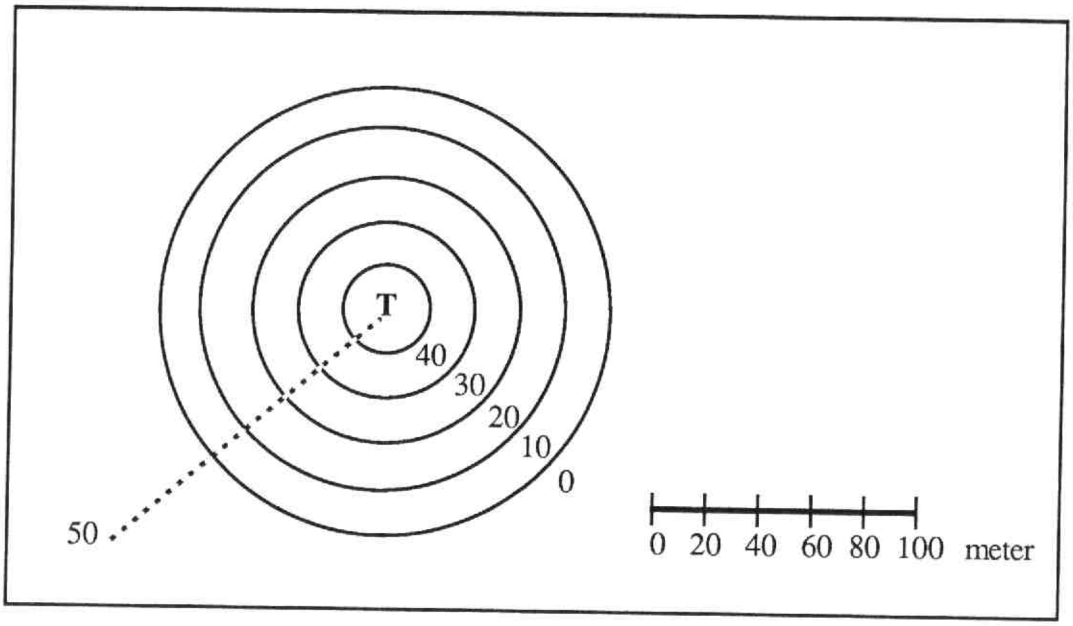
De berghelling loopt ook door onder de zeespiegel. Het hoogtekaartje kan dan ook worden uitgebreid met de hoogtelijnen -50, -100, -150 enz.

6. Neem aan dat het hoogtelijnenpatroon zich tamelijk regelmatig voortzet. Hoe diep schat je de zee op een plek die 1 km oostwaarts van Oostpunt ligt?

TERUGBLIK

De hoogtelijnen op een hoogtekaartje verbinden punten die op dezelfde hoogte liggen.
Een systeem van hoogtelijnen wordt meestal zo getekend dat de hoogtegetallen regelmatig toe- of afnemen.
Als de schaal van een kaart bekend is, kun je met een hoogtekaart de steilte van de hellingen bepalen.

Opgave
Van een kunstmatige berg bestaat het hoogtekaartje uit cirkels met eenzelfde middelpunt. De top van de berg is 50 m hoog.



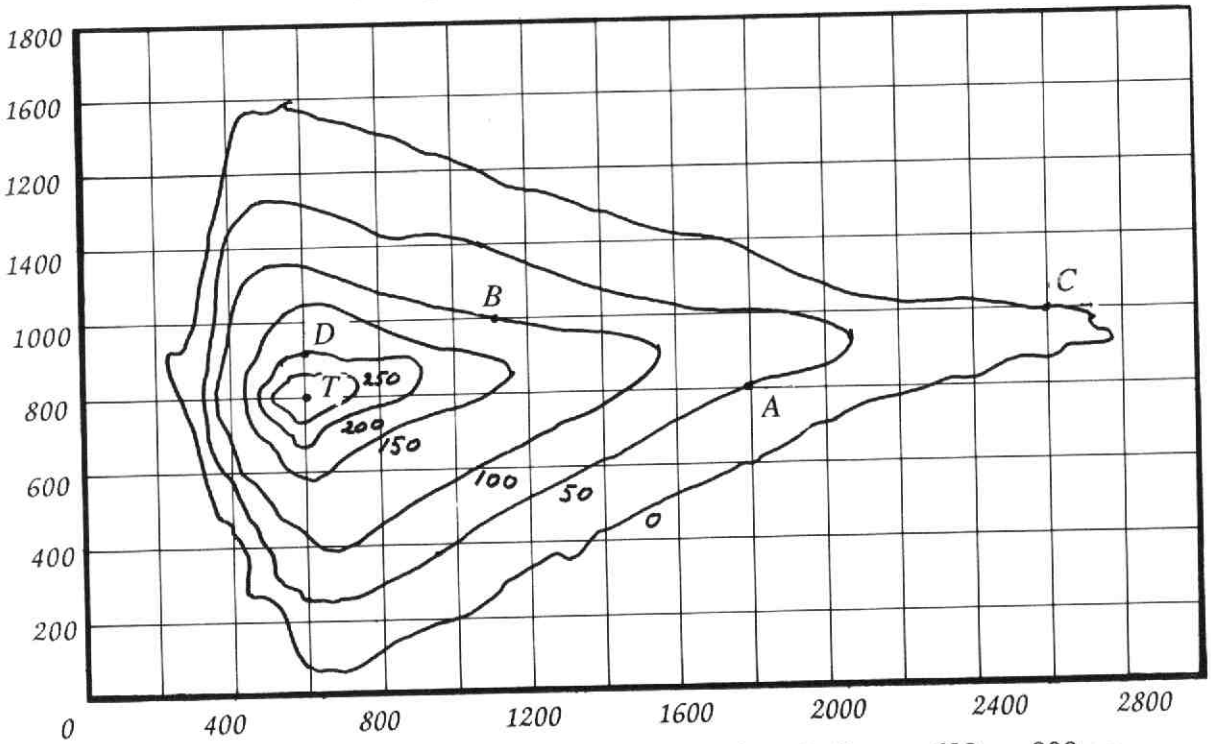
>a Een rechtstreekse weg naar de top is, waar je ook begint, overal even steil. Hoe steil?

>b Teken een silhouet van de berg.

>c Welke vorm heeft de berg?

7 Coördinaten in de ruimte

Opnieuw het oceaaneilandje, maar nu op een kaart voorzien van een coördinatennet.
Elk punt van het eiland is op de kaart gegeven door twee coördinaten:
de afstand in m naar het oosten en
de afstand in m naar het noorden.
Verder hoort er bij elk punt een 'hoogtegetal'.



De top (=T) van het eiland heeft op de kaart de coördinaten 600 en 800 en het hoogtegetal 290.
De plaats van T in de ruimte wordt door deze drie getallen bepaald.
Zo heeft elk punt van de ruimte boven het op de kaart getekende gebied *drie coördinaten*: de eerste twee coördinaten geven de plaats op de kaart en de derde coördinaat geeft de hoogte boven de zeespiegel.
De coördinaten van T zijn $(\underbrace{600,800}_{\text{plaats op de kaart}},\underbrace{290}_{\text{hoogte boven zeespiegel}})$

1. Op de kaart zijn behalve T nog vier plaatsen op het eiland gegeven: A, B, C en D.

   > Geef van elk van die plaatsen de drie coördinaten.

De coördinaten in de W/O-richting noemen we in het vervolg de x-coördinaat en die in de Z/N-richting de y-coördinaat. De hoogtecoördinaat wordt aangeduid met z.
Van het punt T geldt dus: $x = 600$, $y = 800$ en $z = 290$.

2. Een toerist legt met een boot aan in het punt gegeven door $x = 1000$, $y = 200$, $z = 0$.
   Hij wandelt over het eiland zodat in elk punt van zijn wandelroute de x-coördinaat 1000 is.
   Kort gezegd: hij neemt de wandelroute $x = 1000$ over het eiland.
   Aan de noordkant van het eiland gekomen duikt hij het water in en zwemt 100 m uit de kust langs de kortste weg terug naar zijn boot.

   >a Geef een schatting van de x, y en z-coördinaat van het hoogste punt van zijn wandelroute.

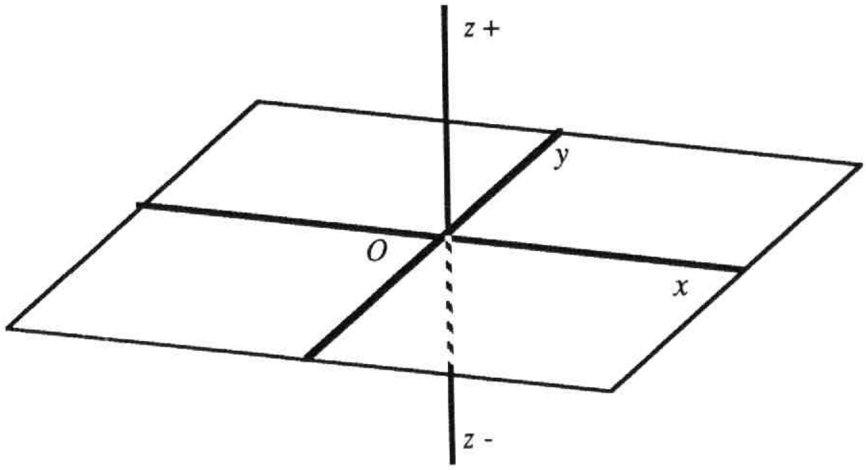
   >b. Geef een schatting van de coördinaten van het meest westelijke punt van zijn zwemroute.

   >c Hoeveel meter heeft hij ongeveer gezwommen als hij terug is bij zijn boot?

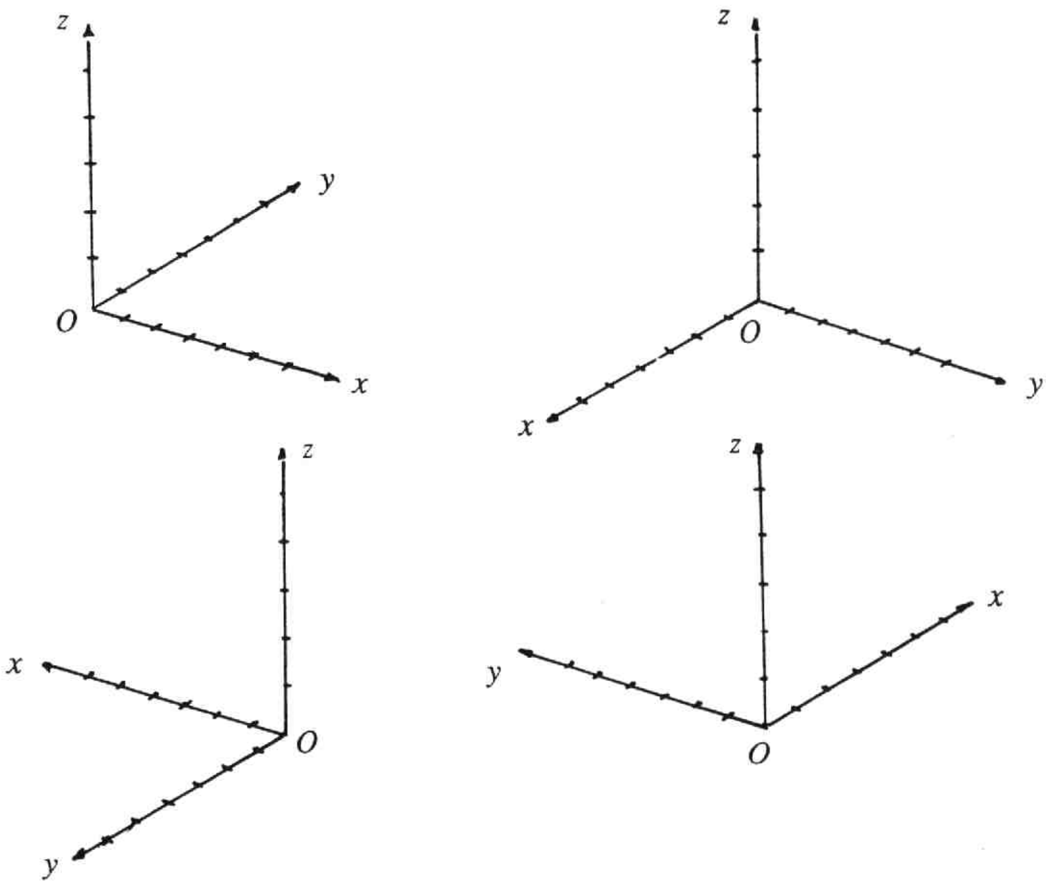
3. Neem aan dat de glooiing van het eiland gelijkmatig onder water doorloopt in zuid-oostelijke richting.
   Een diepzeeduiker duikt bij het punt (1800,200,0) loodrecht naar beneden tot hij op de zeebodem is.
   Welke z-coördinaat heeft dat punt van de zeebodem ongeveer? (Punten onder de zeespiegel hebben een negatieve z-coördinaat).

diepzeeduiker

Door loodrecht op een *Oxy*-vlak een hoogte-as (*z*-as) te plaatsen, onstaat een zogenaamde drie-diemensionaal systeem *Oxyz*.

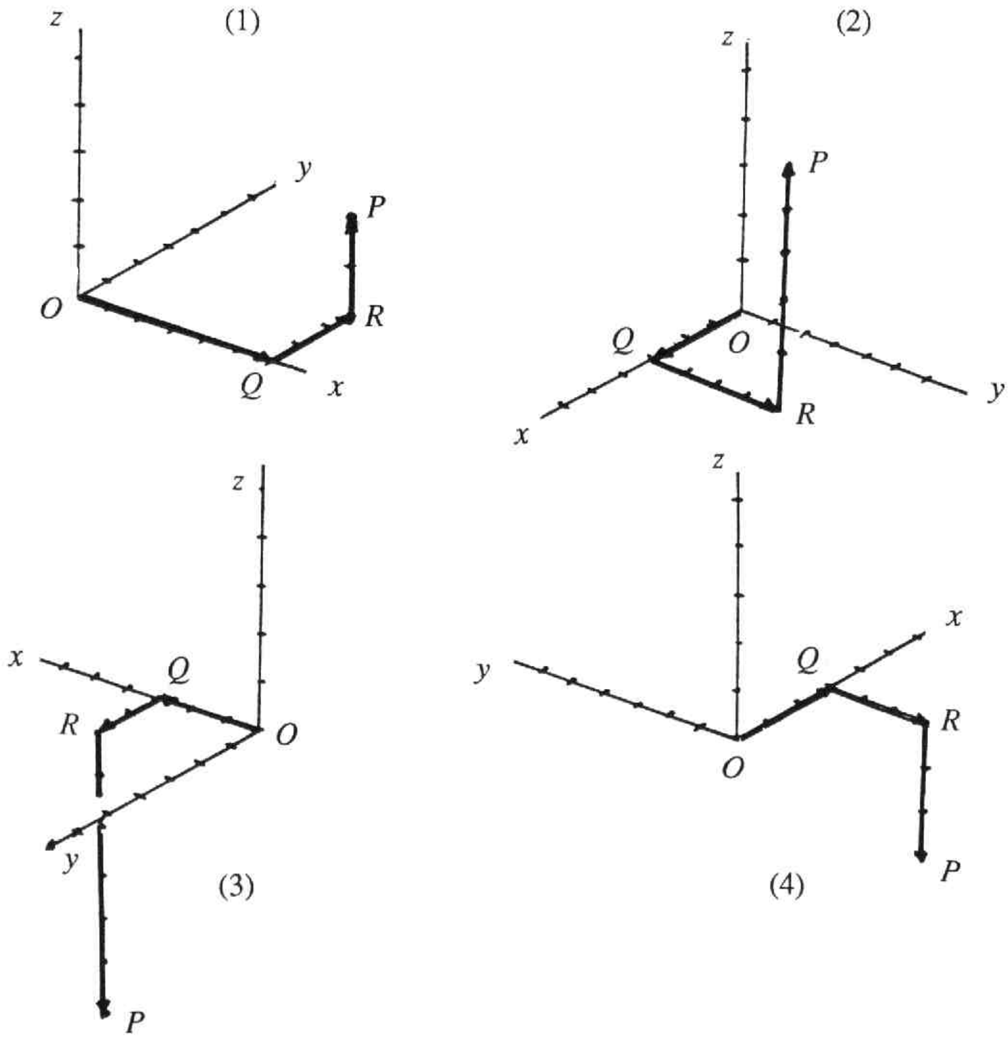


Zo'n *Oxyz*-stelsel bestaat uit drie assen die twee aan twee loodrecht op elkaar staan.
Hieronder zie je een serie plaatjes waarbij alleen positieve helften van de coördinaatassen zijn getekend.



Bij de vier figuren kun je je zoiets voorstellen als de hoek van een kamer, waarbij het Oxy-vlak de vloer is en de z-as de lijn is waar twee muren samenkomen.
Meestal wordt gebruik gemaakt van een figuur waarbij de x^+-as links naar voren wijst en de y^+-as (schuin) naar rechts, dus van een figuur als (2).

4.



In de figuren (1) tot en met (4) is steeds een punt P getekend.
Wat zijn de coördinaten (x,y,z) van P in elk van de vier situaties?

5. Bekijk figuur (1) van opgave 4.

   >a Door tweemaal de stelling van Pythagoras in een rechthoekige driehoek toe te passen, kun je vinden dat de (kortste) afstand van O naar P gelijk is aan 7.
   Welke rechthoekige driehoeken kun je bij de berekening kiezen?

   >b Hoe lang is de (kortste) afstand van O naar P in de figuren (2), (3) en (4)?

6. Bekijk figuur (2) van opgave 4.

   >a De hellingshoek van de lijn OP (ten opzichte van het horizontale vlak Oxy) is gelijk aan 45°.
   Hoe kun je dat verklaren?

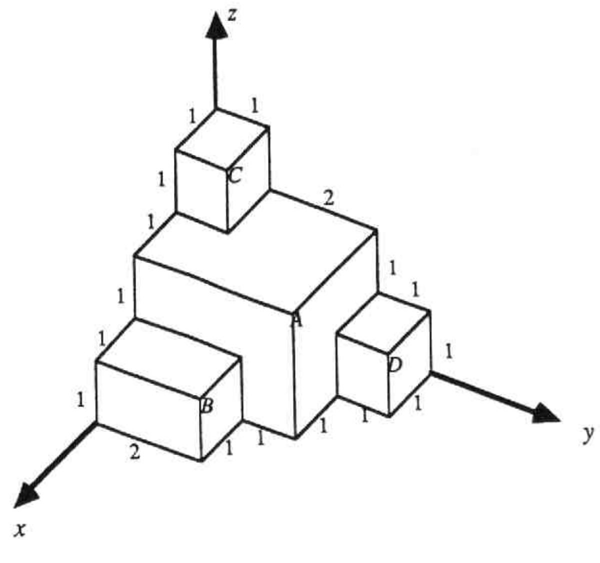
   >b Hoe groot is de hellingshoek van OP in figuur (1) bij opgave 4 (ten opzichte van het horizontale vlak)?

7. >a Teken een assenstelsel als figuur (2) en teken daarin de punten $P(4,0,0)$, $Q(4,3,0)$, $R(0,3,5)$ en $S(0,0,5)$.

   >b Het snijpunt van de diagonalen van vierhoek $PQRS$ is M.
   Wat zijn de coördinaten van M?

   >c Welke lijn is steiler ten opzichte van het Oxy-vlak: PS of PR?

8.



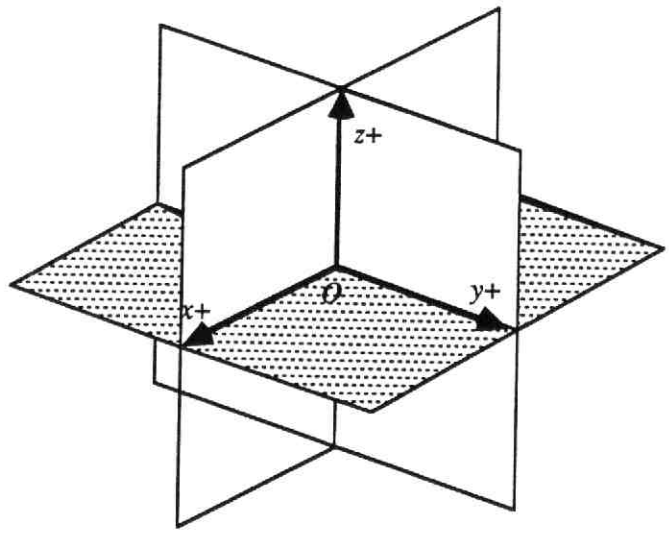
In een $Oxyz$-stelsel zijn vier balken getekend.

>a Wat zijn de coördinaten van de punten A, B, C en D?

>b Hoe ver ligt A van respectievelijk B, C en D?

TERUGBLIK

Een assenstelsel in de ruimte bestaat uit drie onderling loodrechte assen. Het vlak door de x-as en de y-as (het Oxy-vlak) wordt het horizontale vlak genoemd.
De z-coördinaat van een punt geeft de hoogte van dat punt ten opzichte van het Oxy-vlak.
Het vlak door de x-as en de z-as wordt ook wel het Oxz-vlak genoemd, evenzo spreekt men van het Oyz-vlak.



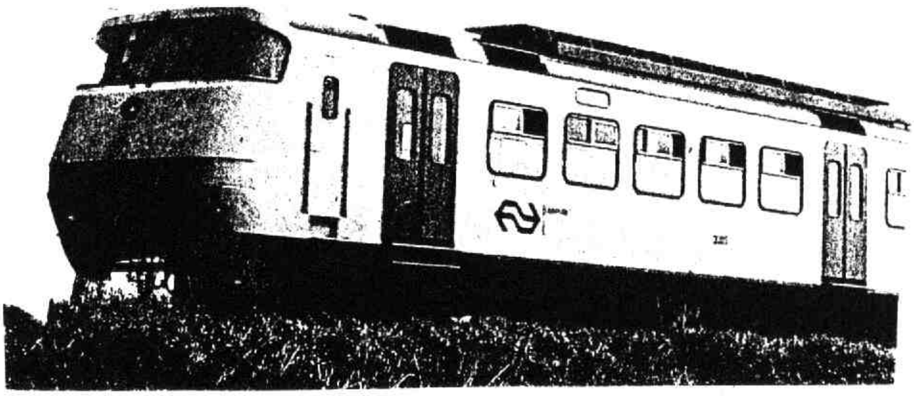
Opgave
In de figuur zijn het Oxy-vlak, het Oxz-vlak en het Oyz-vlak getekend. Zij verdelen de ruimte in acht gebieden, die octanten worden genoemd. Het gebied waarvan de drie positieve assen grenslijnen zijn, geven we aan met +++. Elk punt binnen dat gebied heeft drie positieve coördinaten.

> Met behulp van + en − tekens kun je ook de andere gebieden (octanten) aangeven.
Schrijf de andere octanten op met die tekens en ga na waar elk van die octanten zich bevindt.

8 Helling en snelheid

Op het traject Arnhem-Utrecht rijden drie soorten personentreinen: stoptreinen, intercitytreinen, internationale (TEE)-treinen.
Hieronder zie je een fragment uit het spoorboekje afgedrukt met de dienstregeling op dit traject.

treinnummer		↓	D 222	↓				↓	1848		TEE 10	↓
Arnhem	V	13 42	13 58	14 09				14 12	14 38		14 48	14 41
Oosterbeek		13 46						14 16				14 45
Wolfheze		13 50						14 20				14 49
Ede-Wageningen	A	13 56		14 19				14 26	14 48			14 55
Ede-Wageningen	V	13 57		14 20				14 27	14 50			14 56
Veenendaal-de Klomp		14 02						14 32				15 01
Maarn		14 10						14 40				15 09
Driebergen-Zeist		14 16						14 46				15 17
Bunnik		14 20						14 50				15 21
Utrecht CS	A	14 26	14 31	14 43				14 56	15 13		15 24	15 28



1. We richten onze aandacht op het omlijnde gedeelte.
   Van de rit van de intercity (trein no. 1848) zie je op de volgende bladzijde een grafiek getekend.

   >a Neem de figuur over en teken zelf ook de grafiek van de stoptrein en van de TEE.

   >b Welke trein haalt op zijn reis naar Utrecht een andere trein in?
   Hoe laat en waar?

   >c Welke trein legt het traject Arnhem-Utrecht het snelst af?
   Met welke gemiddelde snelheid?

   >d De stoptrein doet natuurlijk het langst over de reis.
   Maar rijdt die stoptrein *overal* langzamer dan bijvoorbeeld de intercity?
   Hoe zie je dat in de grafiek?

2. Bekijk nog eens de rit van de stoptrein Arnhem-Utrecht.
De afgelegde weg s (in km) is een functie van de tijd t (in minuten).
De afstand van twee tussenstations noemen we Δs; de tijd benodigd om een deeltraject af te leggen noemen we Δt.

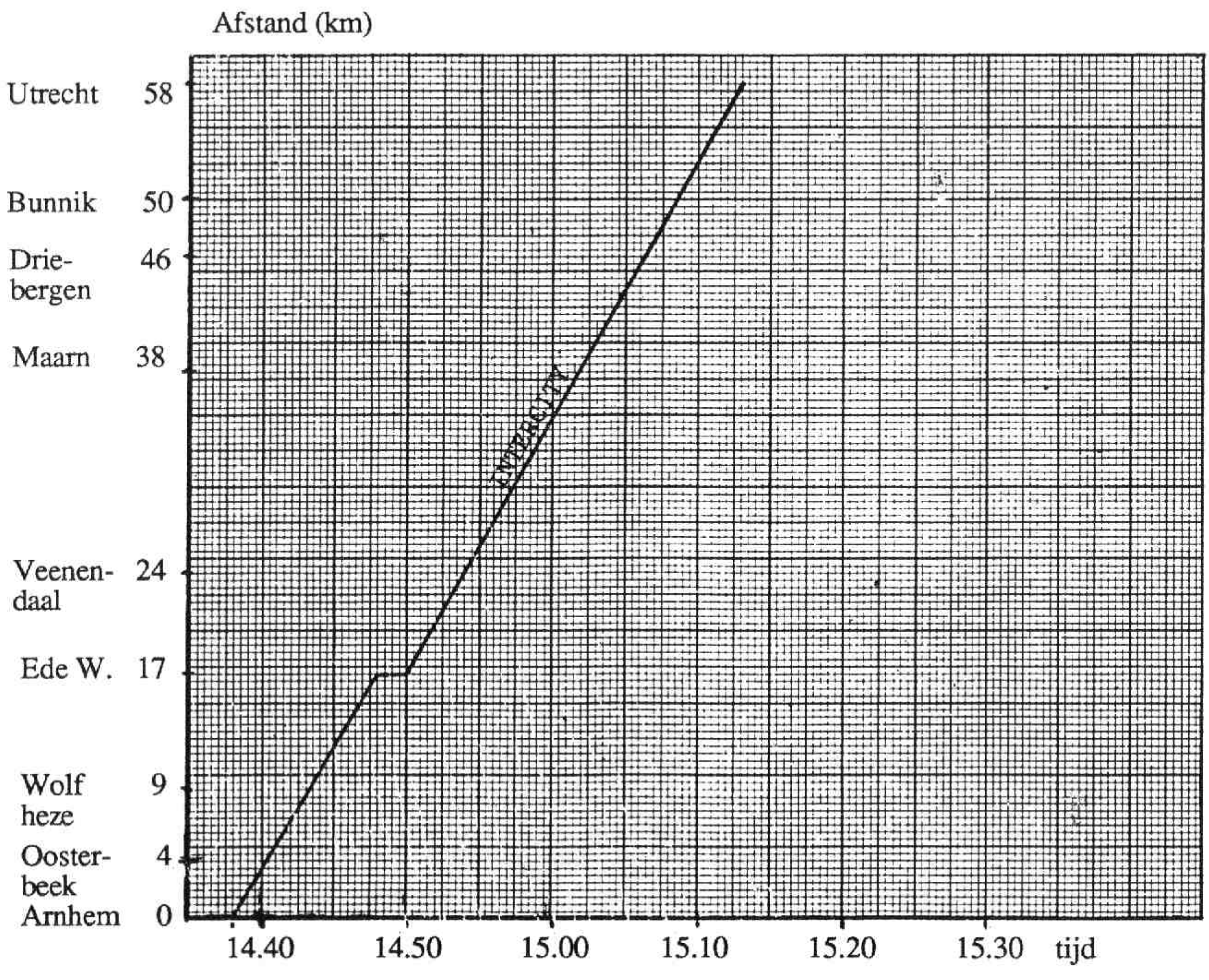
>a Bereken $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ achtereenvolgens voor de trajecten:
Arnhem - Oosterbeek;
Wolfheze - Ede/Wageningen;
Driebergen/Zeist - Bunnik.

>b Hoe kun je de verschillen in uitkomsten verklaren?

3. Om 14.50 vertrekt van Utrecht CS een intercity in de richting Arnhem.
Deze trein stopt alleen in Ede/Wageningen (aankomst 15.13, vertrek 15.14) en arriveert volgens de dienstregeling om 15.25 in Arnhem.

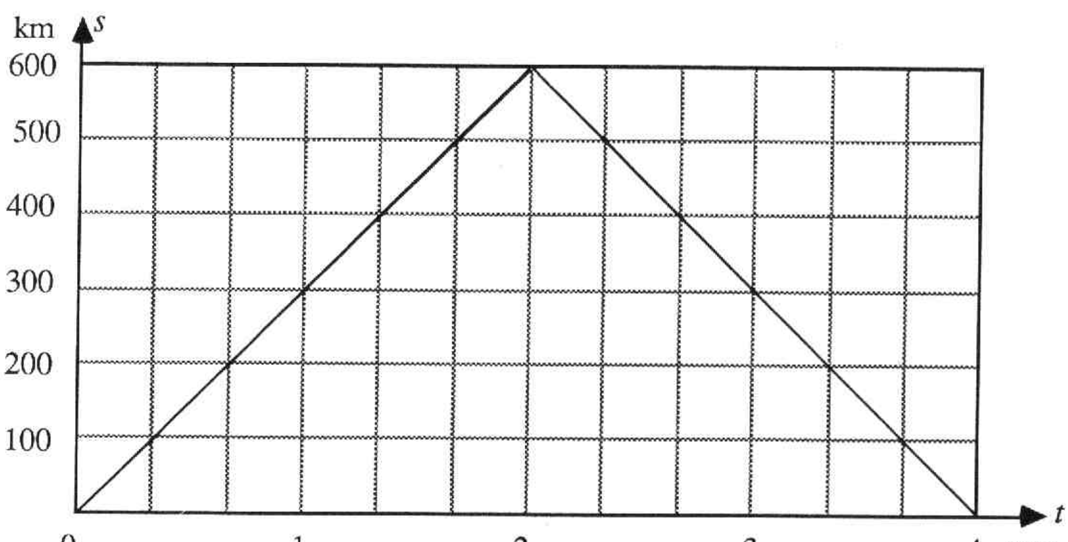
>a Teken de grafiek van die treinrit (in dezelfde figuur als de drie grafieken die je al gemaakt hebt).

>b Hoe laat ongeveer ontmoet deze intercity achtereenvolgens de intercity, die stoptrein en de TEE die tussen 14.30 en 15.00 uit Arnhem vertrekken?



In de opgaven 1 t/m 3 heb je gezien dat bij de tijd, afstand-grafiek (t,s-grafiek) van een treinrit geldt: hoe steiler de grafiek, hoe groter de snelheid.
De helling van de grafiek is dus een maat voor de snelheid.
De gemiddelde stijging $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ van de grafiek op een zeker interval geeft de gemiddelde snelheid op dat interval.
Er kunnen ook tijd, afstand-grafieken voorkomen met 'dalende stukken'; zoals blijkt in het volgende voorbeeld.

De Beechcraft Bonanza haalt een snelheid van 300 km/u bij windstil weer.
Omdat het vliegtuig voor vier vlieguren brandstof aan boord heeft, besluit de piloot na twee uur vliegen terug te keren naar zijn vertrekhaven.
Als het windstil weer is en het vliegtuig vliegt steeds op volle kracht, ziet de *tijd, afstand-grafiek* van de vlucht er zó uit:



t = tijd in uren
s = afstand tot vertrekhaven in km

4. Hoe zie je in de grafiek 'met één oogopslag' dat het vliegtuig heen en terug met dezelfde snelheid geeft gevlogen?

5. Het blijkt in de hoge regionen stevig te waaien. De windsnelheid waar het vliegtuig mee te maken krijgt is 60 km/u.
Onze piloot heeft de wind eerst pal mee en op de terugweg pal tegen. Dat betekent: heen een snelheid van 360 km/u en terug van 240 km/u.

   >a Teken de grafiek van de vlucht in het geval de piloot na twee vlieguren omkeert voor de terugweg.
   >b Op hoeveel km van de vluchthaven zal hij een noodlanding moeten maken?

6. Als de piloot slim is, kan hij op een zodanig tijdstip terugkeren, dat hij na precies vier uur weer op zijn vertrekhaven is.

   >a Teken de grafiek van zijn vlucht in dat geval.
   >b Lees uit de grafiek af na hoeveel km en na hoeveel uur ongeveer hij de terugweg moest aanvaarden.

De grafiek van de vlucht bij windstil weer bestaat uit twee stukken. Bij elk van de stukken hoort een formule.
Er geldt:

$s = 300t$ voor $0 \leq t \leq 2$
$s = 1200 - 300t$ voor $2 \leq t \leq 4$

We spreken in zo'n geval van één *stuksgewijs lineaire functie*

7. Bekijk de tweede formule: $s = 1200 - 300t$.

   > Hoe kun je die uit de figuur afleiden?

8. Voor de vlucht van opgave 5 geldt:

   $s = 360t$ voor $0 \leq t \leq 2$
   $s = at + b$ voor $2 \leq t \leq 4$

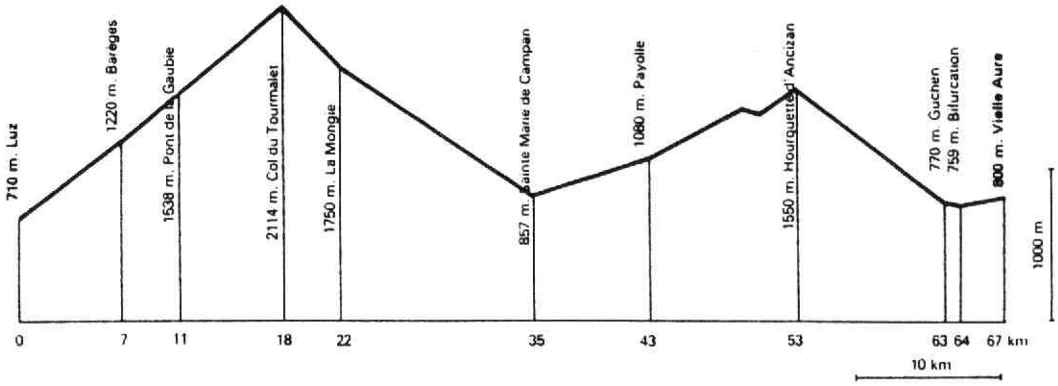
   >a Bepaal a en b
   >b Controleer je antwoord op vraag 5b met behulp van de formule.

9. Voor de vlucht van opgave 6 geldt:

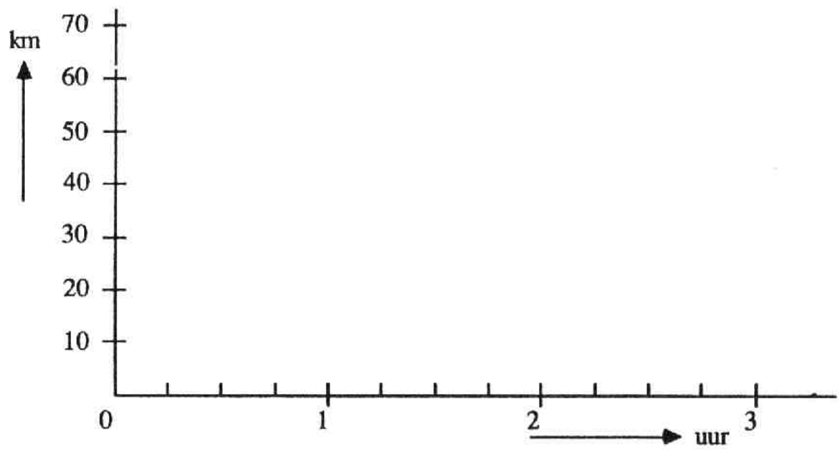
   $s = 360t$ voor $0 \leq t \leq p$
   $s = -240t + b$ voor $p \leq t \leq 4$

   >a Bepaal b en p
   >b Controleer je antwoord op vraag 6b met behulp van de formule.

Er wordt een wielerwedstrijd in de Pyreneeén gehouden tussen Luz en Vielle Aure (zie profieltekening).



Een renner klimt vanaf de startplaats Luz naar de Col du Tourmalet met een gemiddelde snelheid van 12 km/u. Vervolgens daalt hij naar Sainte Marie de Campan met een gemiddelde snelheid van 68 km/u.
De daaropvolgende klim naar Hourquette d'Ancizan is minder steil dan de Tourmalet en zijn snelheid is nu gemiddeld 15 km/u. Inmiddels is het gaan regenen en de renner neemt de daaropvolgende afdaling met de nodige voorzichtigheid. Hij gaat nu met een gangetje van 55 km/u naar Bifurcation. Het laatste stukje van het traject is wat ze in wielerkringen 'vals plat' noemen.
De renner rijdt hier 30 km/u.



10. >a Neem het assenstelsel over en teken daarin de tijd-afstand-grafiek van de rit van onze renner, gebaseerd op bovenstaande gegevens.

>b Als je net doet of de renner op de verschillende hellingen met constante snelheid rijdt, is de tijd-afstand-grafiek stuksgewijs lineaire functie. Die functie kan worden bereikt met behulp van een aantal formules.
De eerste is: $s = 12t$ voor $0 \leq t \leq 1\frac{1}{2}$
Geef zelf de andere vier formules met bijbehorend tijdsinterval.

TERUGBLIK

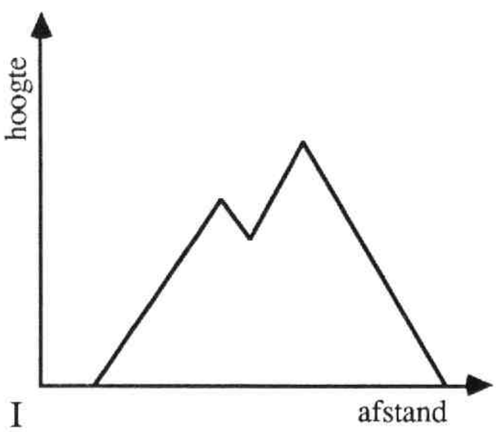
Met behulp van een tijd, afstand-grafiek kan een voortbeweging ('verandering van plaats') in beeld worden gebracht.
Voor tijd en afstand worden vaak de variabelen t en s gebruikt.
De steilheid van een t,s-grafiek is een graadmeter voor de snelheid van beweging.
Er geldt: hoe groter de snelheid, hoe steiler de grafiek.

Opgave

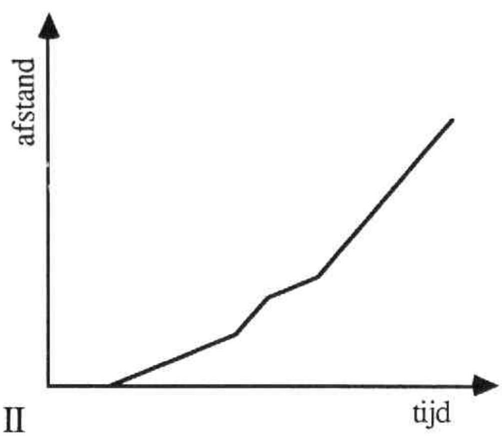
>a Wat betekent het als in een t,s-grafiek een horizontaal stuk voorkomt?

>b Van een stuk van een t,s-grafiek kun je de gemiddelde stijging $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ berekenen.
Wat is de betekenis van dit quotiënt in termen van de beweging?

Waarschuwing: Verwar nooit de t,s-grafiek met het traject waarlangs de beweging gebeurt.
Vergelijk het bergprofiel (I) met de t,s-grafiek van een fietsrit over die berg (II).



I



II