Tabellen, grafieken, formules

https://hdl.handle.net/1874/10146

TABELLEN, GRAFIEKEN, FORMULES 2

TABELLEN

GRAFIEKEN

FORMULES

2

Wiskunde A

TABELLEN, GRAFIEKEN, FORMULES 2

Een productie ten behoeve van het project Hawex.

Ontwerper: Anton Roodhardt

Met medewerking van: Christiane Hauchart
Jan de Jong
Martin Kindt
Henk van der Kooy
Jan de Lange
Martin van Reeuwijk

Vormgeving: Ada Ritzer

Utrecht, januari 1989

Inhoudsopgave

1 Het lezen van grafieken

In het vorige boekje over tabellen, grafieken en formules stonden de tabellen centraal. Veel vragen konden beantwoord worden met behulp van die tabellen. Soms moest daarvoor eerst een geschikte tabel worden gemaakt. Zo'n tabel bleek vaak zeer bruikbaar te zijn om verbanden tussen bepaalde zaken weer te geven.
In dit boekje gaat het weer over zulke verbanden. Maar in plaats van het gebruik van tabellen gaat het nu vooral om het gebruik van grafieken. Ook de grafieken worden niet steeds kant en klaar geleverd. Het lezen van grafieken wordt soms voorafgegaan door het tekenen ervan.

1. *Het temperatuurverloop.*

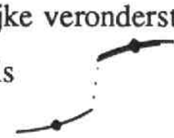
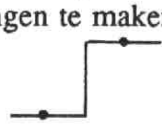
Als in het weerbericht gemeld wordt dat de temperatuur 15° C is, dan is die temperatuur afgelezen van een thermometer op een hoogte van 1,50 m op een tegen de wind beschutte plaats in de schaduw.
Heb je een bloembak op een hoogte van 3 meter en wil je weten wat de planten moeten verdragen, dan zit er niets anders op dan zelf te meten.
Iemand heeft dat gedaan op een heldere dag (en nacht).
Resultaat:

Tijd van de dag (... uur)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Temperatuur (° C)	5	4	1	2	6	13	22	25	25	17	10	6	5

>a Teken de grafiek voor deze metingen met de tijd langs de horizontale-as en voor 2 uur een afstand van 1 cm. De temperatuur komt langs de verticale-as met 1° als 2 mm.

N.B. Die grafiek bestaat uit losse punten.

Het werkelijke temperatuurverloop wordt beter weergegeven door een grafiek waaruit voor *elk* tijdstip de temperatuur is af te lezen.
Om zo'n grafiek te krijgen zou doorlopend gemeten moeten worden. Maar met de dertien punten kan wel een realistisch lijkende grafiek worden getekend, door enkele niet onredelijke veronderstellingen te maken:

— er zijn geen 'sprongen' zoals  of 

— er zijn geen 'knikken' zoals 

>b Waarom zijn deze veronderstellingen redelijk?

>c De drie punten 1, 2 en 3 van een temperatuurgrafiek worden op verschillende manieren verbonden. Is er een beste aan te wijzen?

>d Maak van de grafiek uit >a een doorlopende grafiek.

>e Wanneer is de temperatuur minimaal en wanneer maximaal?

>f Is het vanzelfsprekend, dat er bij 0 uur en 24 uur dezelfde temperatuur heerst?

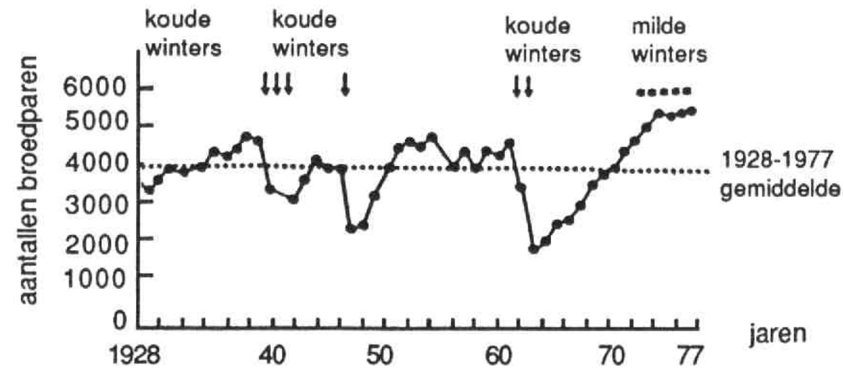
>g In de tabel is gekozen voor een periode van 24 uur die om middernacht begint. De start zou ook in de buurt van de laagste temperatuur kunnen plaatsvinden, bijvoorbeeld om 4 uur. Teken de grafiek voor 24 uur gerekend vanaf dat tijdstip. Geen nieuws over het weer.

>h Bewolking heeft een dempende werking op de temperatuurschommelingen. Schets in de figuur van >a een grafiek voor een bewolkte dag, waarbij het om 3 uur 8° is. Deze grafiek geeft natuurlijk één van de vele mogelijkheden.

>i Zijn er tijdstippen waarop de temperatuur op de bewolkte dag gelijk is aan die op de onbewolkte dag op dezelfde tijdstippen?

>j We hebben voor hetzelfde verschijnsel nu twee voorstellingswijzen: een tabel en een grafiek. Beide hebben ze hun voor- en nadelen. Noem eens enkele.

2. *De invloed van de winter op de vogelstand.*

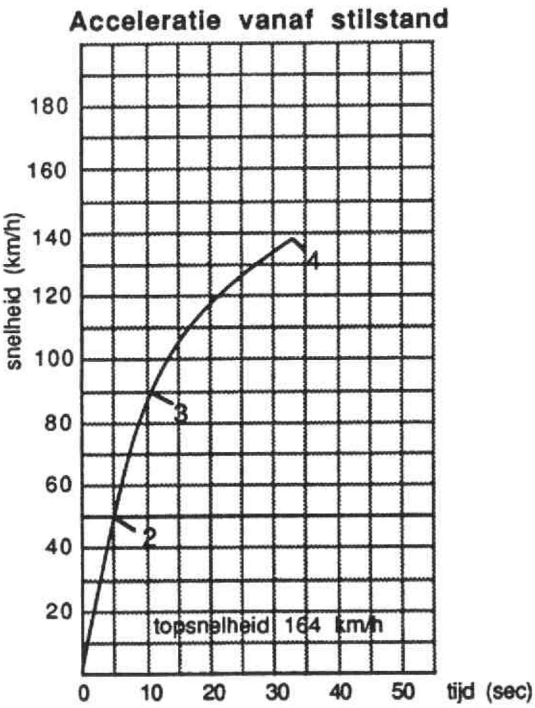


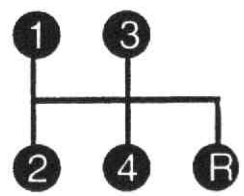
In deze grafiek zijn voor een serie jaren de aantallen broedparen gegeven.

>a Bespreek de effecten van de verschillende soorten winters.

>b De verbindingslijntjes tussen de punten van de grafiek kunnen niet gebruikt worden voor het aflezen. Waarom niet?
Waarom zijn ze dan toch getekend?

3. *Uit het testrapport van een auto.*





Uit deze grafiek is de snelheid die een auto na een bepaald aantal seconden heeft, af te lezen.

>a Wat is de snelheid na 20 sec.?
>b Na hoeveel seconden is de snelheid 100 km/u?
>c Welke snelheden worden in de tweede versnelling gereden?
>d Vul de tabel in.

van 0 tot 60 km/u	in ..... sec.
van 0 tot 80 km/u	in ..... sec.
van 0 tot 100 km/u	in ..... sec.
van 0 tot 120 km/u	in ..... sec.
van 0 tot 140 km/u	in ..... sec.

Boven de grafiek staat het woord 'acceleratie'. Dat betekent versnelling. Dat is iets anders dan snelheid. Versnelling zegt iets over de mate waarin de snelheid *verandert.*

>e We nemen nu een auto met een iets minder goede acceleratie.
Bedenk hiervoor een aanvullende kolom in de tabel van >d. Neem de oorspronkelijke figuur over en teken hierin de grafiek die hoort bij de extra kolom.

>f Verdeel in de oorspronkelijke grafiek de tijd in stukjes van 5 sec. Maak een tabel van de daarbij behorende *snelheidstoenamen*. In welk tijdvakje is de versnelling het grootst? Is dat ook aan de grafiek te zien?

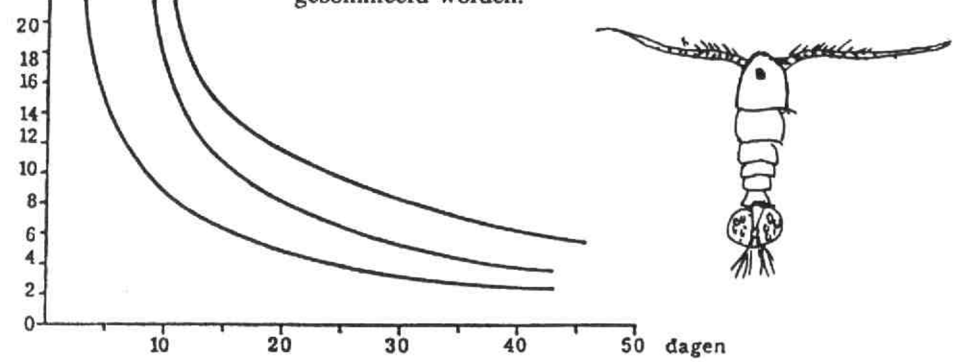
>g Waarom wordt die stijging steeds zwakker?

>h Maakt het voor de duidelijkheid iets uit of je de grafiek krijgt of de tabel?
Is de doorlopende grafiek verantwoord?

In de opgaven 1 en 3 blijkt dat de grafiek bijzonder geschikt is om *veranderingen* weer te geven.
Hier gebeurde dat voor de verbanden tijd-temperatuur en tijd-snelheid.

4. *Een ingewikkeld ontwikkelingssysteem.*

Duur van de levenscyclus van Diaptomus sp. als functie van de temperatuur, berekend voor het Erken-meer in 1957 (Nauwerck, 1963).
E = eieren, N = nauplii, C = copepodieten. De duur van de volledige levenscyclus is de som van de ontwikkelingsduur van de verschillende stadia. Een verkorting door temperatuurverhoging moet derhalve ook over de drie stadia gesommeerd worden.



Diaptomus is een klein waterkreeftje met een levenscyclus die uit veel fasen bestaat.

eieren
↓
nauplii
↓
copepodieten
↓
volwassen wijfjes

$\left.\begin{matrix}\text{nauplii}\\ \text{copepodieten}\end{matrix}\right\}$ larven

Het voedsel van larven en volwassenen bestaat uit plankton. De hoeveelheid van de verschillende soorten plankton is ondermeer afhankelijk van de temperatuur, de voedingsstoffen en de lichtsterkte. Als die volgens een bepaald patroon veranderen, dan wordt dat weerspiegeld in het feit dat dan weer deze planktonsoorten en dan weer die planktonsoorten in grotere hoeveelheden voorkomen.
Het ontwikkelingssysteem van diaptomus is daar weer mooi op afgestemd: nauplii eten ander plankton dan copepodieten en volwassenen hebben weer een andere smaak.

>a Bereken de *totale* ontwikkelingstijd bij 10° C.

>b Door lozing van koelwater van een electriciteitscentrale ontstaat een temperatuurverhoging van 5° C.
Bereken voor de nieuwe situatie de totale ontwikkelingstijd.

>c Waarom zou die temperatuurverhoging zeer nadelig kunnen zijn voor diaptomus?

5. *De houdbaarheid van appelsientje.*

Bij praktisch alle natuurprodukten treden bij bewaring op den duur verouderingsverschijnselen op (brood bijvoorbeeld wordt 'oudbakken'). Ook vruchtensappen zijn aan veroudering onderhevig. In welke mate en hoe snel deze veroudering optreedt is onder andere afhankelijk van de manier van houdbaar maken (in ons geval pasteuriseren) en de temperatuur waarbij het sap wordt bewaard. Geur, kleur, smaak en vitamine C gaan tijdens het bewaren langzaam achteruit. Hoe hoger de temperatuur des te sneller zal dit proces verlopen.

Verlaging van temperatuur vertraagt dit proces.

(Het slingertje in de verticale-as geeft aan dat een deel van die as is weggelaten.)

>a Hoe groot is het vitamine C gehalte na 10 weken?

>b Na hoeveel weken is het vitamine C gehalte verminderd tot 90 %?

>c Een afname van 20 % vitamine C is nog wel aanvaardbaar.
Hoe lang kan wat dat betreft de houdbaarheid zijn?

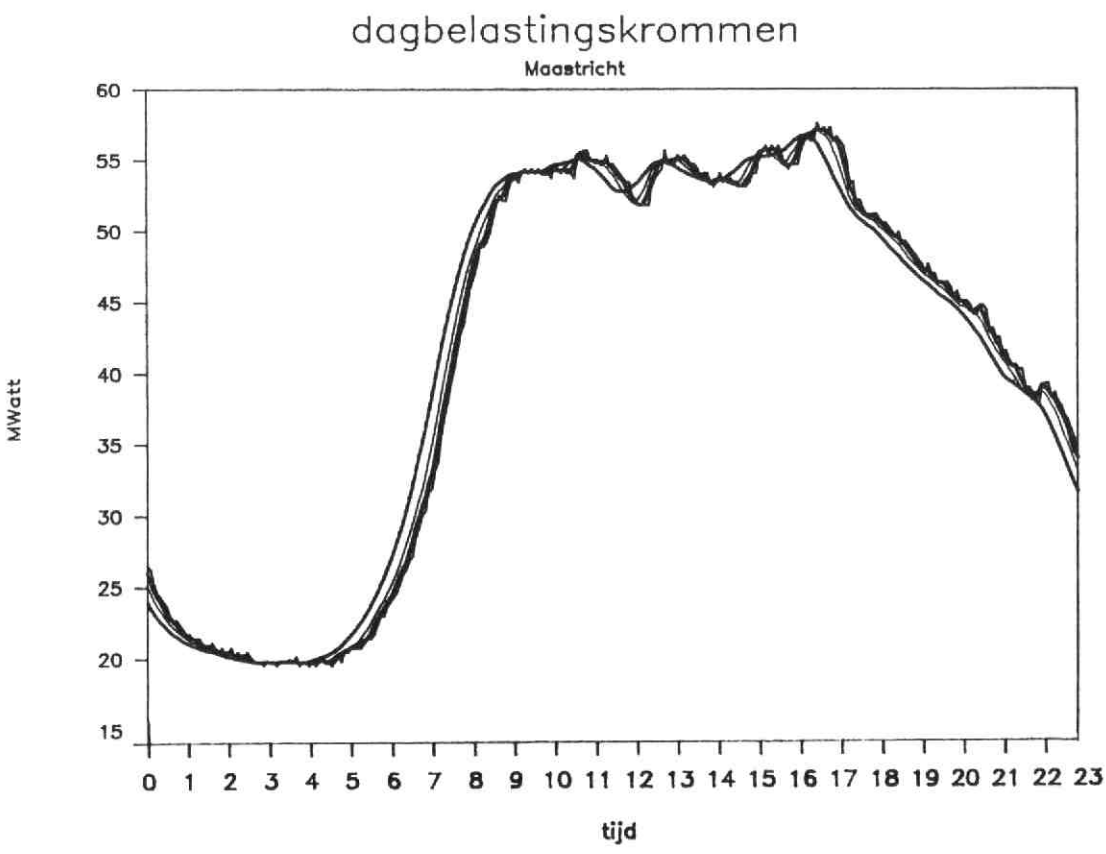
>d Aan de grafiek is te zien dat na ongeveer 18 weken het vitamine C gehalte gehalveerd is.
Is dat er werkelijk aan te zien?

>e De grafiek hoort bij een bewaartemperatuur van 20-25°C. Volgens de tekst verloopt het proces bij 20° anders dan bij 25°. De grafiek zal dus wel een soort gemiddelde kunnen zijn.
Schets in één figuur naast de bekende grafiek ook de vermoedelijke grafieken van 20°C en van 25°C.

>f Als de mensen van Appelsientje niet zo goudeerlijk waren, zou je kunnen denken dat de gegeven grafiek òf die van 20° of die van 25° is.
Welke keus lijkt je in dat onwaarschijnlijke geval het meest voor de hand liggend?

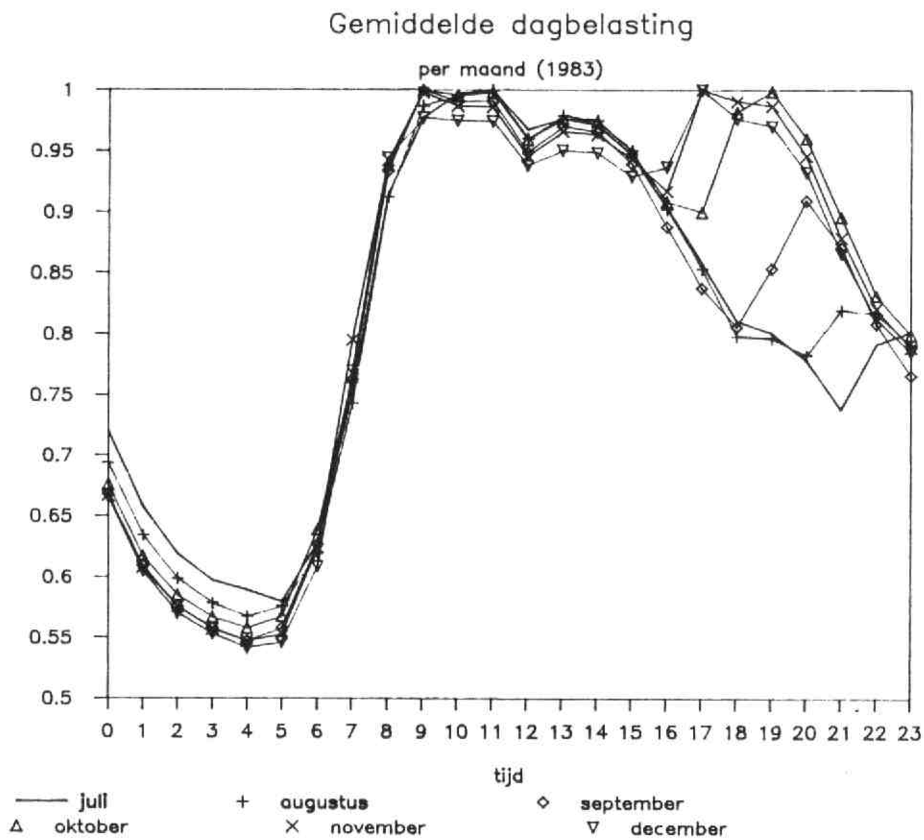
6. *Electriciteitsverbruik.*

Dat het electriciteitsverbruik nogal schommelt blijkt uit deze grafiek.



>a Bepaal het verschil tussen het hoogste en het laagste verbruik.
>b Vul in:
De hoogste waarde is .....% van de laagste waarde.
>c Hoe kun je uit het leven van alledag de vorm van de grafiek verklaren?

Het verbruik is niet alleen afhankelijk van de tijd van de dag, maar ook van de tijd van het jaar, zoals uit deze grafieken blijkt.



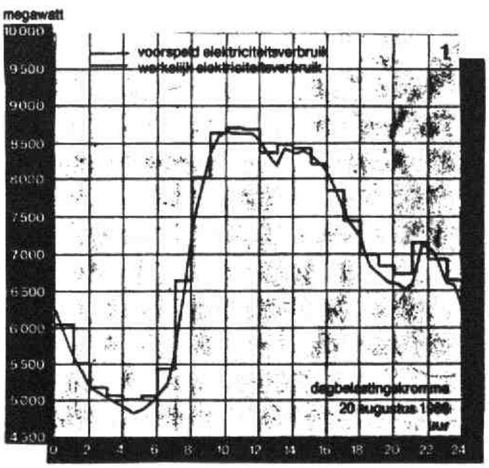
>d Verklaar de verticale schaalverdeling.
>e Waarom gaat de horizontale verdeling maar tot 23 uur?
>f Welke verschillen zijn er tussen de maanden?
Waag eens een verklaring.

7. De veranderingen in het electriciteitsverbruik moeten door de electriciteitscentrales worden opgevangen. Hoe dat gebeurt kun je in het volgende fragment lezen.

Elk produktiebedrijf (zo noemen de producenten een elektriciteitscentrale) maakt voor elke dag van het jaar een schatting van de elektriciteitsbehoefte in zijn verzorgingsgebied (het gebied waar zijn afnemers zitten). Daardoor gebruiken de bedrijven de getallen van de vraag naar elektriciteit op dezelfde dag in de week daarvoor. En zij verwerken de stroombehoefte van dezelfde dag in het jaar daarvoor. Uiteraard corrigeert men de waarden op de weersverwachting: bewolkt en donker, of onbewolkt en helder. Bovendien verwerkt men de veranderingen in de samenleving in de schatting: overdag televisie kijken, toeneming elektrische apparaten in het huishouden, zuiniger omspringen met energie.

De schattingen van alle produktiebedrijven komen bijeen in Arnhem, bij de Samenwerkende Elektriciteits Produktiebedrijven (SEP). Daar maken ze er een keurige, getrapte grafiek van (zie illustratie), die voor elk uur de landelijke belasting aangeeft. En om 4 uur 's morgens komen de SEP-medewerkers bijeen voor een eventuele laatste bijstelling: is er een verandering van het weerbeeld? Is de uitzending van de Elfstedentocht plotseling afgelast? Start de nieuwe fabriek van een grootverbruiker niet op de afgesproken tijd? Enz. Op basis hiervan ramen ze hoeveel elektriciteit ontwakend Nederland bij de ochtendpiek zal gebruiken.

De voorspelling (trapjesgrafiek) en de werkelijkheid vergeleken.

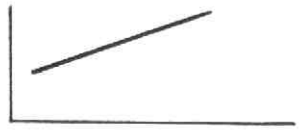
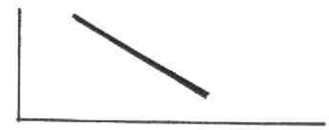
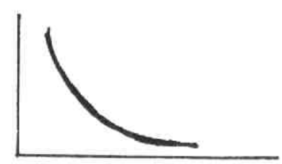


>a Waarom is het voorspelde verbruik trapvormig?

>b De naam van de maand is weggewerkt (flauw).
Welke maand zal het hoogst waarschijnlijk geweest zijn? Welke vooronderstellingen moet je daarbij maken?

>c Wat vind je van de betrouwbaarheid van de voorspelling?

In de grafiek van het electriciteitsverbruik (opgave 6 en 7) is er een afwisseling van stijgen en dalen. Dat stijgen en dalen kan zelf ook nog op verschillende manieren:

Stijgen		Dalen	
	gelijkmatig (lineair)		gelijkmatig (lineair)
	steeds sterker (toenemende stijging)		steeds sterker (toenemende daling)
	steeds zwakker (afnemende stijging)		steeds zwakker (afnemende stijging)

8. Bekijk bovenstaand overzicht.

   >a Onderzoek of deze vormen in die grafiek van opgave 6 en 7 voorkomen.

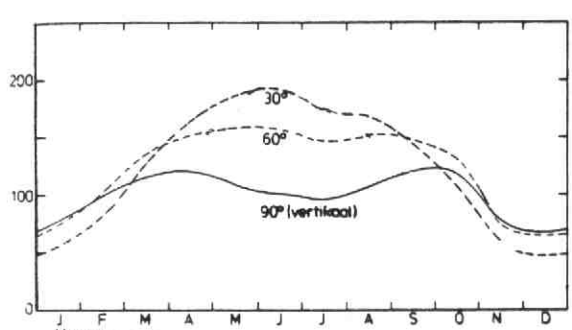
   >b Probeer in die gevallen een verklaring voor het optreden van deze vormen te vinden.

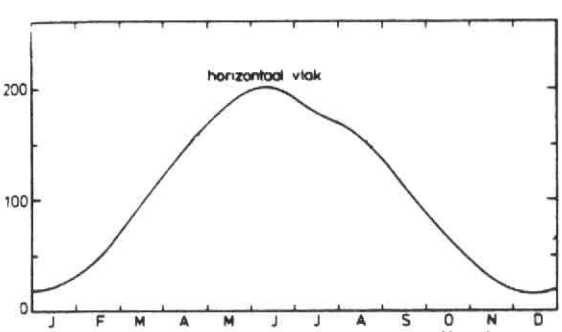
Een overzicht van de belangrijkste leerstof komt na hoofdstuk 2.

2 Het vergelijken van grafieken

1. *De zon als warmtebron*

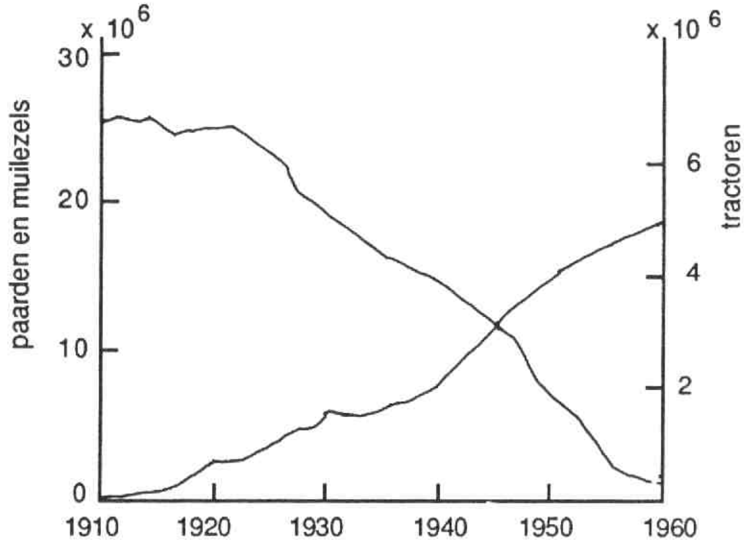
Een dakraam vangt niet dezelfde hoeveelheid zonnewarmte als een evengroot raam in de zijgevel. Dat heeft te maken met de helling die zo'n raam met de grond maakt.
In deze grafiekens staat het etmaalgemiddelde van de zonnestraling over een jaar bij verschillende hellingshoeken.





>a Welke invloed hebben de hellingshoeken op de warmtehoeveelheid?
>b Aan de grafiek voor een raam in de zijgevel (90°) zijn deze bijzonderheden op te merken: de grafiek is ongeveer symmetrisch, er zijn twee toppen en er zijn twee dalen.
Verklaar dat met behulp van de zonnestand.
>c Gedurende welke periode vangt een horizontaal vlak meer warmte dan een verticaal vlak?

2. *Van trekdier naar tractor*
In de Verenigde Staten zijn in de loop van de tijd paarden en muilezels vervangen door tractoren. De twee grafieken van hun aantallen zijn in één figuur getekend. Om de afmetingen van het plaatje niet al te groot te maken of grafieken niet samen te persen, zijn er twee verticale schaalverdelingen aangebracht. Bovenaan staat $\times 10^6$. Dat betekent dat bijvoorbeeld het getal 4 op de schaal een aantal van 4.000.000 aangeeft.



Het aantal in gebruik zijnde tractoren vergeleken met het aantal paarden en muilezels in de V.S.

>a Is 1945 in deze situatie een bijzonder jaar?

>b In 1950 waren er meer paarden plus muilezels dan tractoren. Controleer of deze uitspraak waar is.

>c Beredeneer of er wel of niet een jaar is geweest waarin het aantal paarden plus muilezels evengroot was als het aantal tractoren. Het jaar zelf wordt niet gevraagd!

>d Bedenk een methode waarmee dat jaar, als het bestaat, zo ongeveer kan worden gevonden.
Je hoeft de methode niet toe te passen. Een beschrijving ervan is voldoende.

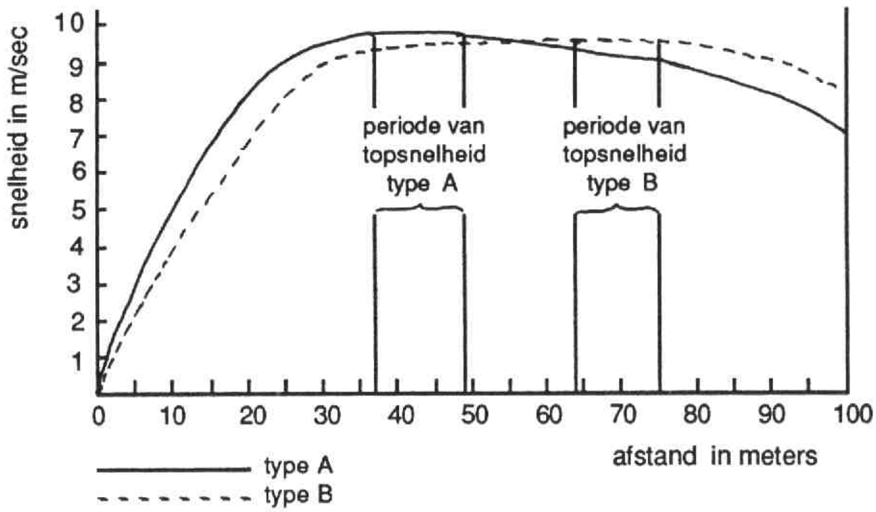
3. *Hardlopers in soorten*

In een boek over atletiek worden twee typen sprinters genoemd.

Type A: lopers die na een korte afstand hun topsnelheid bereiken;

Type B: lopers die hun topsnelheid pas na langere afstand bereiken, maar daarna minder terugvallen dan lopers van type A.

In de grafieken zijn de snelheidsverschillen tussen deze typen duidelijk te zien.



>a Wat is hier de topsnelheid van de loper van type A, omgerekend in km/uur?

>b Bij welke afstand hoort het snijpunt van de grafieken? Welke betekenis heeft dat snijpunt?

>c Als de ene loper de andere passeert, dan zou dat kunnen gebeuren op de afstand die bij het snijpunt hoort of daarvoor of daarna. Wat is het juiste antwoord?

>d Is uit de grafieken direct af te lezen wie de wedstrijd wint?

>e Welke loper lijkt je het meest geschikt om ook aan de 200 meter mee te doen?

4. *Groepsgrootte in de prehistorie*

In de prehistorie vormden mensen in sommige gebieden (woon)groepen om gezamenlijk op jacht te gaan en dit voedselgebied tegen andere groepen te verdedigen.
Voor een landstreek wil men graag weten hoe groot die groepen waarschijnlijk waren.
De deskundigen zijn het over een aantal meer of minder voor de hand liggende zaken wel eens.

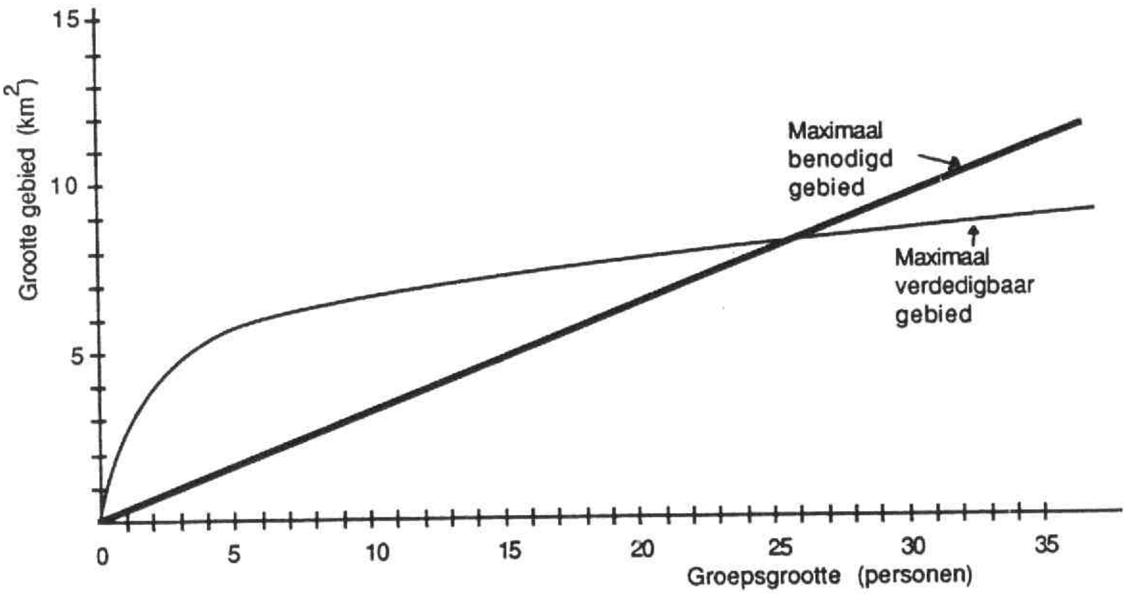
I. Hoe meer mensen, hoe groter het benodigde voedselgebied.
II. Hoe meer mensen, hoe groter het gebied dat verdedigd kan worden. Maar die uitbreiding van het gebied gaat niet gelijk op met de bevolkingstoename: 10 mensen extra bij een grote groep helpt minder dan 10 mensen extra bij een kleine groep.

Om het gestelde probleem op te lossen zetten ze hun kennis eerst in wiskundige vorm. Daarna staan bekende wiskundige technieken ter beschikking om tot een antwoord te komen.

I en II worden vertaald naar grafieken.
Voor I moet een grafiek worden bedacht waaruit het minimaal benodigde voedselgebied in afhankelijkheid van de groepsgrootte is af te lezen.
Voor II een grafiek die het maximaal verdedigbare voedselgebied in afhankelijkheid van de groepsgrootte laat zien.
De groepsgrootte staat langs de horizontale as en de grootte van het gebied langs de verticale.

>a Teken twee grafieken die volgens jou hiervoor geschikt zijn (het komt alleen op de vorm aan). Geef een duidelijke verklaring van je keuze.

De deskundigen hebben studie gemaakt van onder andere de natuur van het gebied, de aanwezigheid van mogelijke buit, de voedingswaarde van de buit en de voedselbehoefte van de mens.
Hun bevindingen hebben tot deze grafieken geleid:



De bekende wiskundige technieken zijn nu het aflezen uit grafieken en het bepalen van snijpunten.

>b Waarom is een groepsgrootte van 35 niet ideaal?

>c Bij welke groepsgrootte kun je spreken van een soort evenwichtssituatie?

Het antwoord van >c zou kunnen worden voorgesteld als antwoord op de vraag naar de waarschijnlijke groepsgrootte. Maar erg overtuigend is dat niet. Er is immers geen enkele reden gegeven waarom de groepsgrootte naar dat getal zou gaan.
Neem eens een groepsgrootte van 15. Die mensen zitten op rozen.

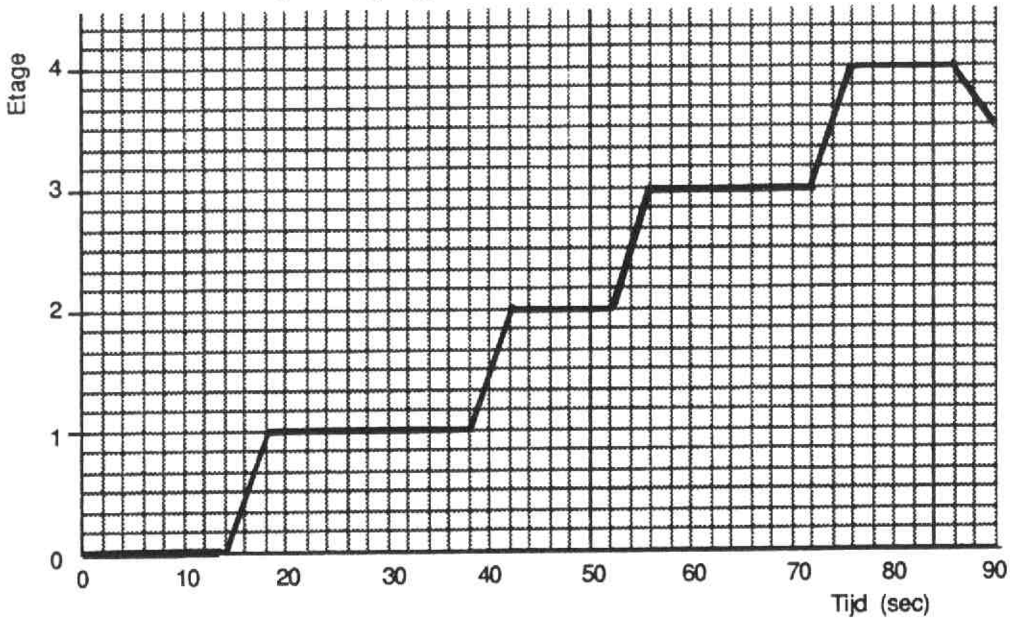
>d Waarom?

Er moeten dus *veronderstellingen* worden gemaakt over het *veranderen* van de groepsgrootte.
Hier zijn er twee:

A. Als het maximaal verdedigbare gebied groter is dan het minimaal benodigde gebied, dan zal de groep op de lange duur groter worden.
B. Als het maximaal verdedigbare gebied kleiner is dan het minimaal benodigde gebied, dan zal de groep op de lange duur kleiner worden.

>e Probeer redenen voor A en B te bedenken.
>f Bespreek wat er gebeurt bij een groepsgrootte van 15.
Eveneens bij een groepsgrootte van 35.
>g Verklaar waarom je via het snijpunt de groepsgrootte kunt vinden die er indertijd was.
>h Wat is er te zeggen over de zekerheid van het antwoord?

5. *De lift*
In films pleegt de held nogal eens, al traplopend, een race tegen de lift te houden.
Om hiervan de fijne kneepjes door te krijgen kunnen grafische voorstellingen van nut zijn.
Hieronder staat de tijd-hoogte grafiek van de lift.



>a Eigenlijk zouden de scheve stukken zo getekend moeten worden:

Waarom?

>b De niet meer zo snelle held heeft voor de eerste trap 18 sec. nodig. Elke volgende trap kost 2 sec. meer. Om in het portaal van de ene trap naar de andere te komen vraagt telkens 2 sec. Hij begint op tijdstip 0.
De vraag is of hij op tijd op de 4e etage arriveert, want hij moet beslist daar de lift instappen. Bepaal het antwoord door de liftgrafiek over te nemen en in dezelfde figuur een grafiek van de traploper te tekenen. Probeer het antwoord ook door een berekening te vinden.

>c De grafiek van de lift en de grafiek van de traploper hebben gemeenschappelijke punten en gemeenschappelijke lijnstukken.
Wat is daarvan de betekenis?

>d Vanaf de trappen kan de loper de lift zien passeren.
Hoevaak gebeurt dat en op welke tijdstippen?

De belangrijkste leerstof van de hoofdstukken 1 en 2

- Het vergelijken van het gebruik van een grafiek en van een tabel.
- Het onderzoeken of alle punten van een grafiek betekenis hebben.
- Het aflezen van bijzonderheden uit grafieken zoals:
  — bij elkaar horende waarden van de twee grootheden
  — maxima, minima
  — groter, kleiner
  — snijpunten en schijnsnijpunten
  — stijgen en dalen en soorten daarvan.
- Van de afgelezen bijzonderheden zeggen wat ze in de werkelijkheid betekenen.
- Proberen die bijzonderheden vanuit de werkelijkheid te verklaren, met behulp van redelijke veronderstellingen.

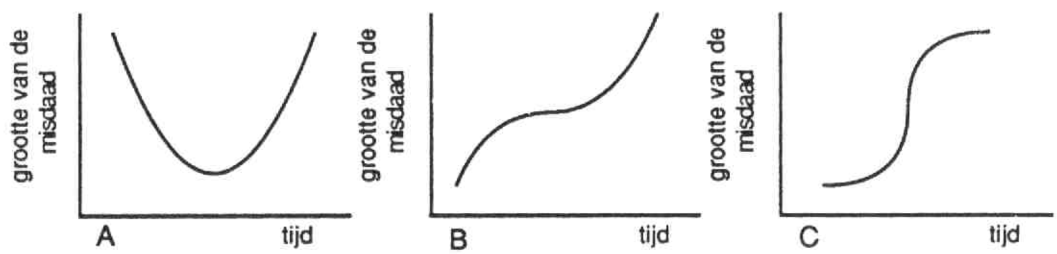
3 Globale grafieken

1. *Vroeger ging het ook steeds slechter*

Misdaad neemt weer méér toe

Van onze parlementsredactie

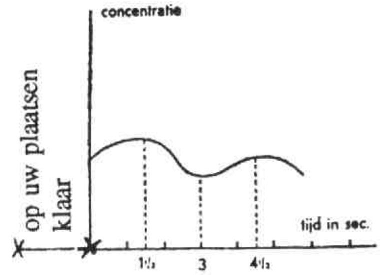
DEN HAAG — De afnemende groei die de misdaad in Nederland de laatste jaren vertoonde, is weer omgeslagen in een toenemende groei. Dit blijkt uit het jaarverslag van de vijf procureurs-generaal over 1976, dat bij de begroting van justitie is gevoegd.



>a Welk plaatje illustreert de tekst?
>b Hoe zouden de verhalen bij de andere twee moeten luiden?

Deze welhaast voor zichzelf sprekende plaatjes zijn voorbeelden van *globale* grafieken.
Bij globale grafieken ontbreekt langs één of beide assen de schaalverdeling. Er wordt alleen gelet op meer of minder en op de sterkte van de veranderingen.
De reden voor het ontbreken van de schaalverdeling kan zijn, dat die overbodig is: de grafiek dient alleen als illustratie van een verschijnsel. Het kan ook zijn dat het moeilijk of onmogelijk is de grootheid langs een as in een getal uit te drukken.
Behalve als ruwe beschrijvingen van verschijnselen zijn ze ook zeer bruikbaar voor het ondersteunen van redeneringen.

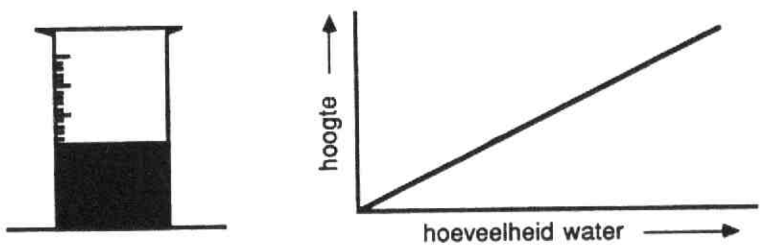
2. *Starten van sprinters*
De concentratie
Bij de arbeidsfysiologie is gebleken dat de mens niet in staat is zich doorlopend even intensief op een bepaald punt te concentreren. De concentratie vertoont bepaalde schommelingen, vertoont toppen en dalen, waardoor momenten van optimale concentratie worden afgewisseld met ogenblikken waarop de concentratie minimaal is.



Dit is de concentratiecurve van de Japanse sprinter Nakamura voor de start.

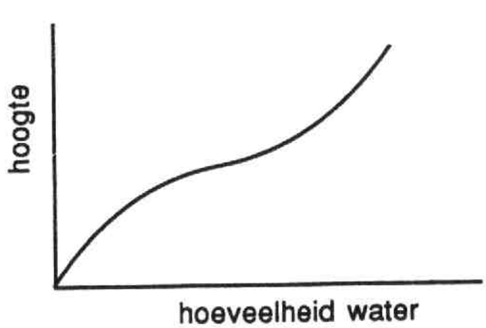
>a Waarom zal hiervoor een globale grafiek gemaakt zijn?
>b Wat zijn voor hem de gunstigste tijdstippen voor het startschot?

3. In dit glas wordt een beetje water gegoten. Daarna wordt de hoogte van de waterspiegel gemeten. Dat geeft deze grafiek.



>a Hoe kun je verklaren dat de grafiek een rechte lijn is?
>b Teken globale grafieken voor de ronde glazen waarvan het zijaanzicht is gegeven.

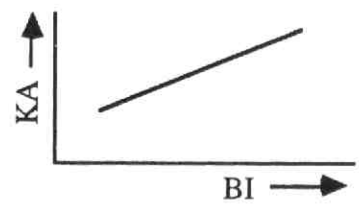
>c Teken het zijaanzicht van een glas dat bij deze grafiek hoort.



4. Huisgenoten die het genot van een t.v.-toestel moeten delen, kunnen weleens onenigheid krijgen over de programma-keuze.
Sommigen hebben behoefte aan informatie en willen graag naar een actualiteitenrubriek kijken. Anderen daarentegen hunkeren naar amusement. Daardoor kan de behoefte naar informatie (afgekort BI) niet altijd bevredigd worden door het kijken naar een actualiteitenrubriek. De frequentie van het kijken naar actualiteiten wordt afgekort tot KA.

De t.v.-makers zijn geïnteresseerd in de invloed van BI op KA onder verschillende omstandigheden.
Er worden verschillende vermoedens onder woorden gebracht en met grafiekjes verduidelijkt.
Zulke vermoedens noemt men *hypothesen*.

Hypothese 1: Als de *amusementsbehoefte laag* is zal BI een behoorlijke invloed op KA hebben.
In beeld gebracht:



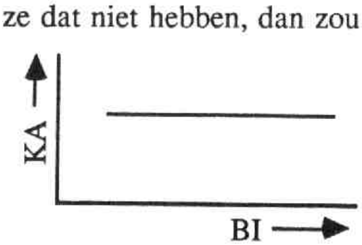
Hypothese 2: Als de amusementsbehoefte hoog is zal BI veel minder invloed op KA hebben.

>a Teken het plaatje dat hierbij hoort naast een tekening bij hypothese 1.

Hypothese 3: Wanneer er veel netten zijn, hebben de kijkers meer mogelijkheden om andere programma's te kiezen. Daarom zal KA in beide gevallen (amusementsbehoefte hoog of laag) lager zijn.

>b Teken de hierbij behorende grafiekjes naast de vorige.

Er is stilzwijgend van uitgegaan dat de kijkers een behoorlijke interesse voor de t.v. hebben.
Als ze dat niet hebben, dan zou deze hypothese kunnen gelden.



>c Hoe luidt deze hypothese in woorden?

4 De mate van verandering

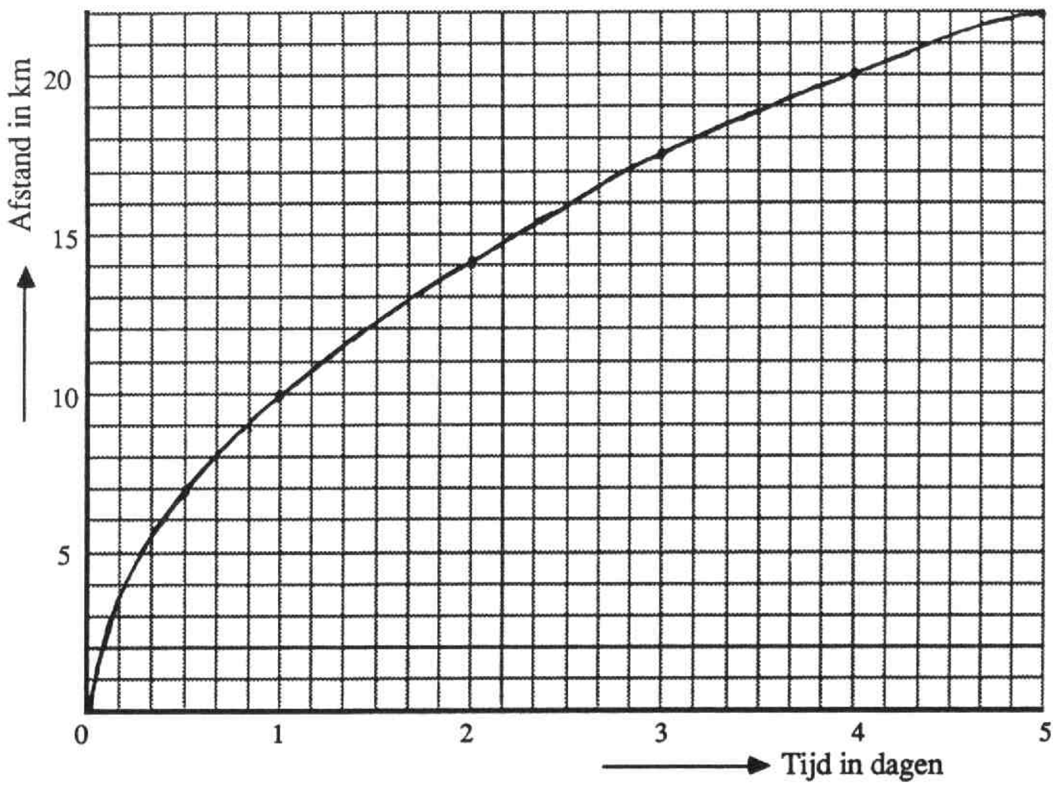
1. *De olieramp*

   Na een aanvaring zinkt een grote olietanker. Het schip verliest de lading en daardoor vormt zich op zee een nagenoeg cirkelvormige olievlek. Na één dag heeft die vlek al een straal van 10 km.

   De autoriteiten van een badplaats aan een baai op 20 km afstand van de plaats des onheils zijn buitengewoon bezorgd over de mogelijke vervuiling van het strand door de naderende vlek.

   Er bestaat een mogelijkheid de baai te beschermen met een drijvende afsluiting. Dat is een kostbare voorziening, waarvan het aanbrengen zeker nog twee dagen zal duren. Als de voorziening te laat aangebracht wordt is het geld weggegooid. Het probleem is dus: Hoe lang duurt het voor de olie de baai bereikt?

   Gelukkig kent iemand een disasteroloog (rampenkundige) die ervaring heeft met deze oliesoort. Hij tekent een grafiek voor de afstand van de rand van de vlek tot het middelpunt voor de eerste 5 dagen.

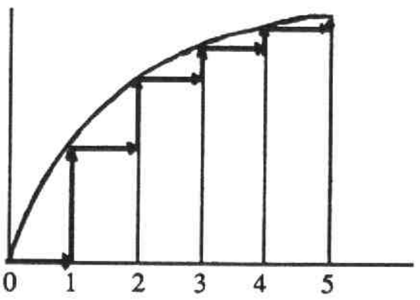


>a Wat doen de autoriteiten nu?

>b Maak een tekening op schaal van de posities van baai en wrak en teken hierin de randen van de olievlek aan het eind van elk van de eerste vijf dagen.

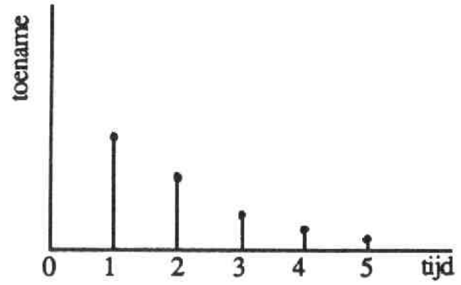
>c Waarom is het moeilijk met deze tekening te voorspellen hoever de rand van de vlek is na 10 dagen?

De *groei* van de straal van de vlek is ook gemakkelijk in de grafiek aan te geven op de volgende manier.



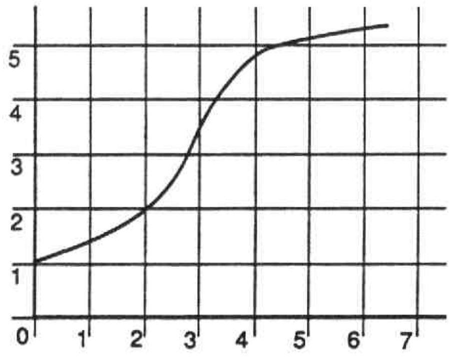
>d Neem de grafiek van blz. 21 over en geef daarin op dezelfde manier de groei aan.

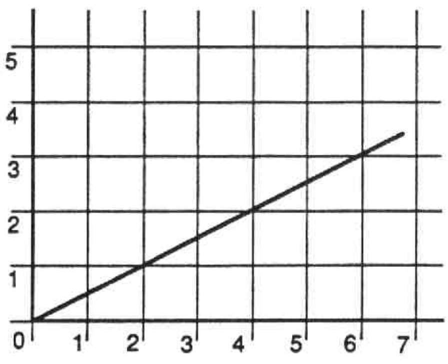
>e Omdat het in dit probleem niet alleen om het stijgende karakter van de grafiek gaat, maar ook om de soort van stijging, lijkt het nuttig die toenamen apart te bekijken.
Maak daarvoor een tekening van deze vorm, waarbij de toenamen per dag verticaal zijn uitgezet.



In dit *toenamediagram* is ook weer duidelijk te zien dat er sprake is van afnemende toenamen.

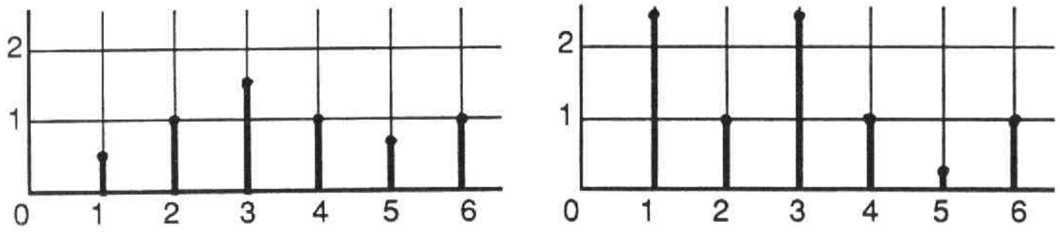
2. >a Teken het toenamediagram bij elk van de volgende grafieken. Voor de horizontale stappen nemen we weer de lengte 1.





>b Welke invloed heeft het verticaal verschuiven van de grafieken op het toenamediagram?

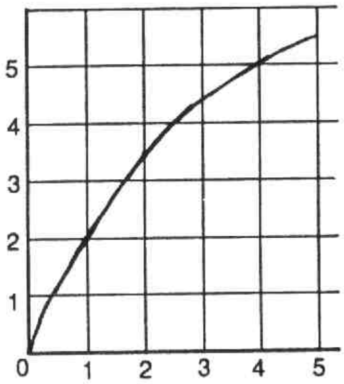
3. Van twee grafieken is het toenamediagram getekend. Die grafieken beginnen beide op hoogte 1.



>a Teken de oorspronkelijke grafieken, voor zover je de punten precies weet.

>b Van de oorspronkelijke grafiek die bij het eerste toenamediagram hoort, heb je maar een beperkt aantal punten kunnen tekenen.
Teken in die figuur drie doorlopende grafieken die elk het origineel zouden kunnen zijn.

4.

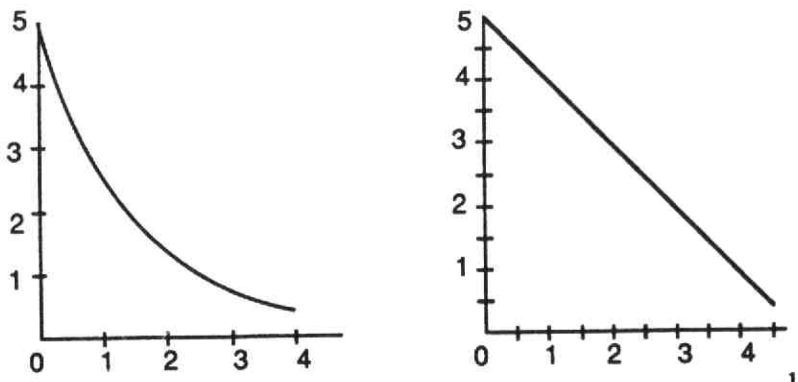


>a Teken het toenamediagram voor horizontale stappen van 1.

De horizontale stappen in een toenamediagram hoeven niet beslist 1 te zijn.

>b Teken het toenamediagram voor horizontale stappen van $\frac{1}{2}$.

5. Grafieken dalen ook wel eens. Door een afname op te vatten als negatieve toename, zijn dan ook toenamediagrammen te tekenen. Doe dat voor deze grafieken.

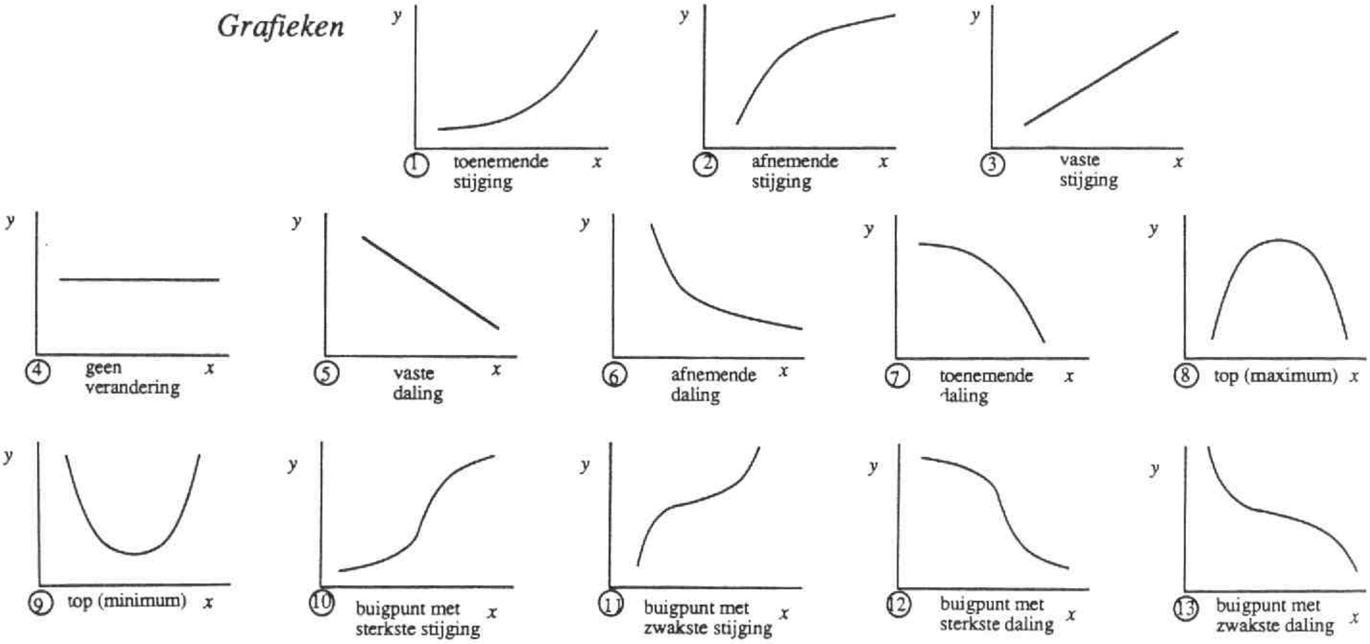


met horizontale stappen van 1.

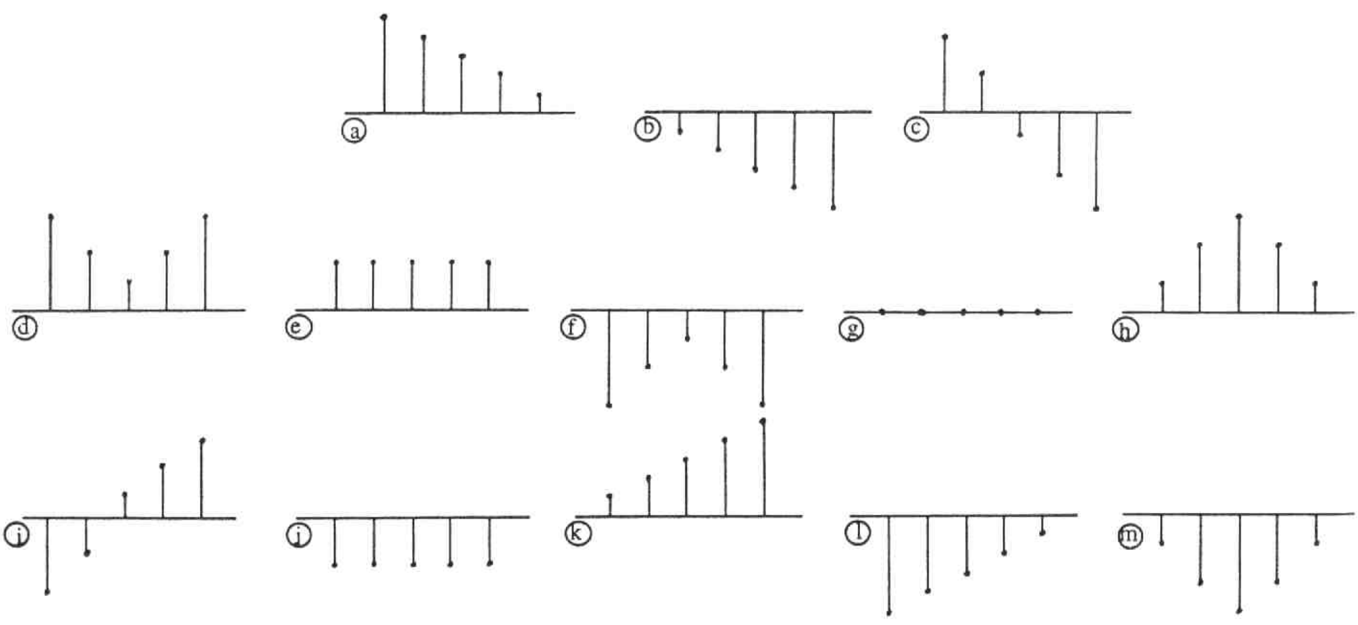
met horizontale stappen van $\frac{1}{2}$

6. Veel bijzonderheden van een grafiek zijn op de een of andere manier terug te vinden in een toenamediagram.

Grafieken



Toenamediagrammen (in willekeurige volgorde)



>a Welke grafieken en toenamediagrammen horen bij elkaar?

>b De x-coördinaat van een top of een buigpunt is niet precies te bepalen uit het toenamediagram. Waarom niet?

>c Een toenamediagram met kleinere horizontale stappen kan betere resultaten opleveren. Waarom?

>d Heeft het wel of geen nut die verfijning van stappen voort te zetten?

7. (Uit het eindexamen economie havo 1988)

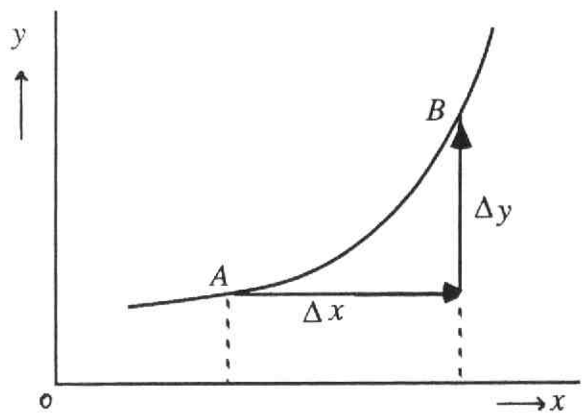
Het Deense bedrijf FABOR wil een nieuw produkt op de Nederlandse markt brengen. Daartoe zal een nieuwe vestiging worden geopend en een aantal Nederlandse vertegenwoordigers worden aangetrokken. FABOR heeft een onderzoek laten verrichten naar het verband tussen het aantal aangestelde vertegenwoordigers en het totale aantal verkochte produkten per jaar.
Dat onderzoek leverde het volgende resultaat op.

aantal vertegenwoordigers	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
totaal aantal verkocht produkten per jaar	0	10	26	51	87	137	179	209	232	247	255	259	260

Voldoet het verband tussen het aantal vertegenwoordigers en het aantal verkochte produkten aan de 'wet van de toe- en afnemende meeropbrengsten'?

> Los dit probleem op met een toenamediagram.

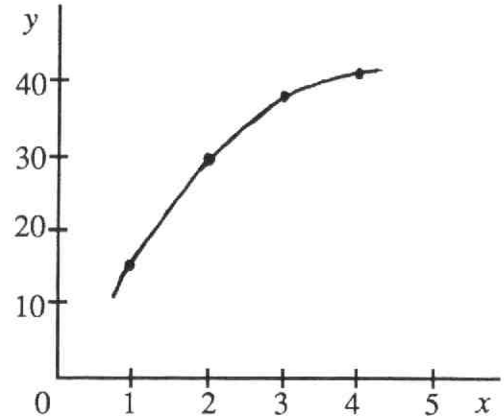
Om zonder lange verhalen te kunnen, gaan we enkele 'vaktermen' invoeren. Hierbij worden de letters x en y gebruikt, maar in toepassingen neem je daarvoor vaak andere. Bijvoorbeeld t (tijd) en a (afstand):



We noemen de grootte van de horizontale stap Δx (Δ is delta, de Griekse letter d en dat is weer een afkorting van **d**_ifferentie_ ofwel verschil).
Anders gezegd: Δx is een toename in de horizontale richting.

De grootte van de verticale stap noemen we Δy. Deze toename van y is de toename die we in de vorige vraagstukken gebruikten.
In de tekening zijn Δx en Δy gemakkelijk aan te geven.
Ga na: Δx is het verschil tussen de x-waarden van A en B $(= x_B - x_A)$
Δy is het verschil tussen de y-waarden van A en B $(= y_B - y_A)$

8.

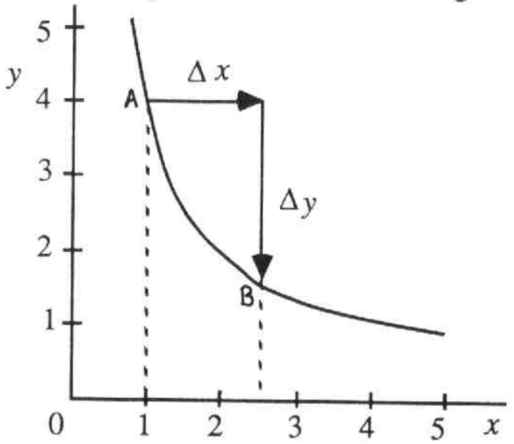


>a Neem telkens $\Delta x = 1$.
Geef Δx en Δy aan in de grafiek en maak een tabel voor de waarden van Δy

x	Δy
$1 \to 2$	
$2 \to 3$	
$3 \to 4$	

>b Teken nog twee grafieken die de dezelfde tabel opleveren.
>c Welk verband bestaat er tussen Δy en het toenamediagram?

Voor een dalende grafiek is een uitbreiding van de afspraken nodig:



Hier is Δx weer 1.
$\Delta y = 3$, maar dat is geen toename. We zouden ons kunnen redden door in dit geval te spreken van een afname van 3.
Het kan weer zuiniger door een afname te zien als een negatieve toename. Dan geldt dus $\Delta y = -3$.
In het voorgaande hebben we gezegd $\Delta y = y_B - y_A$ als x toeneemt van x_A naar x_B. Diezelfde regel geldt nu weer. Wanneer B lager ligt dan A, wordt Δy automatisch negatief.

9. A en B zijn telkens twee punten op een grafiek.
   Δx loopt van x_A tot x_B. Bepaal Δy.

   >a $A\,(1,2)$ en $B\,(3,5)$
   >b $A\,(2,4)$ en $B\,(6,4)$
   >c $A\,(2,7)$ en $B\,(5,1)$

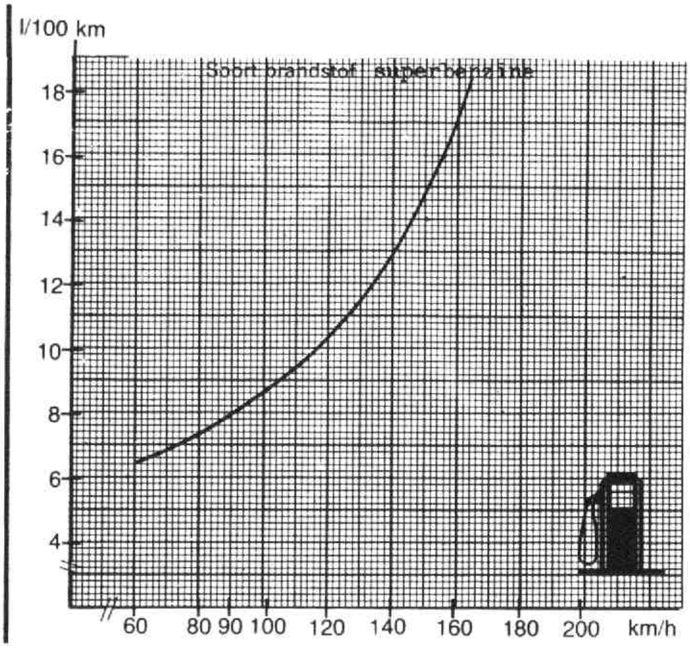
Aan de waarden Δy is de mate van stijging te zien. Voorwaarde is natuurlijk dat Δx steeds even groot wordt genomen. In plaats van het toenamediagram kan dus een rijtje (of kolom) getallen komen.
Een moeilijkheid treedt op als je voor de grafiek met $\Delta x = 1$ gaat nemen $\Delta x = 0{,}5$ of $\Delta x = 2$. De rijtjes lijken dan niet meer op elkaar en daardoor kun je heel verschillende indrukken van de mate van stijging krijgen.
Eigenlijk zou je aan de waarde Δy minder gewicht moeten geven als Δx groot is en juist meer als Δx klein is.
Dan kan door de volgende afspraak te maken:

$$\text{mate van stijging} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Een andere naam hiervoor is differentiequotiëent.

10. >a Waarom voldoet deze definitie aan hiervoor genoemde wensen?
    >b Maak met een getallenvoorbeeld duidelijk dat $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ te beschouwen is als de gemiddelde stijging van y bij die verandering van x.

11. *Brandstof verbruik van een auto*

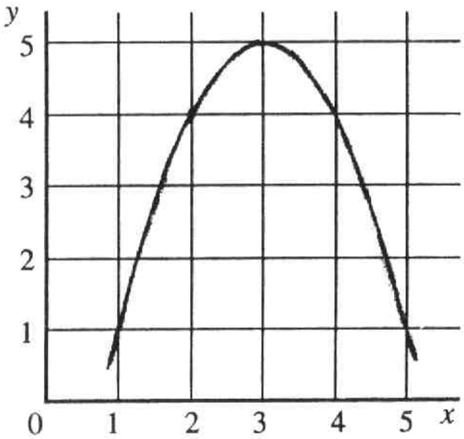


>a Maak deze tabel af met v voor snelheid in km/u en B voor brandstof verbruik in 1/100 km.

v	Δv	ΔB	$\frac{\Delta B}{\Delta v}$
60 - 80			
80 - 100			
100 - 120			
120 - 140			
140 - 160			

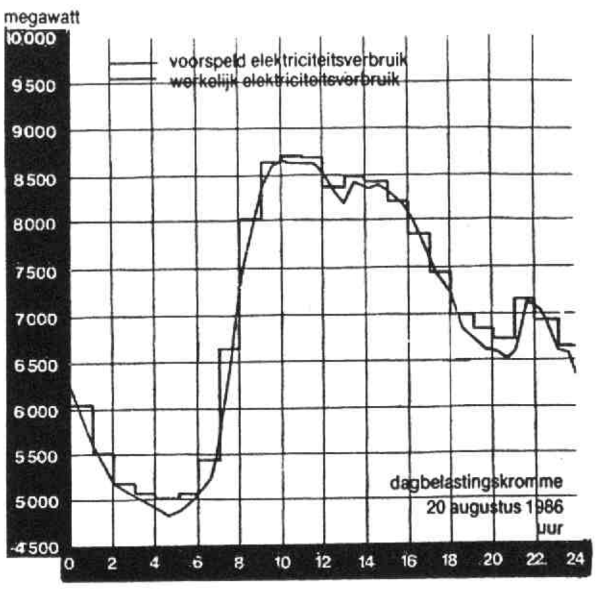
>b Hoe is uit de kolom $\frac{\Delta B}{\Delta v}$ de soort stijging van de grafiek af te lezen?

12.



>a Teken in de grafiek telkens Δx en Δy voor $\Delta x = 1$.
>b Teken het toenamediagram.
>c Maak een tabel van Δy voor de intervallen [1,2], [2,3], [3,4], [4,5].
>d Maak ook een tabel $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ voor $\Delta x = 0{,}5$.

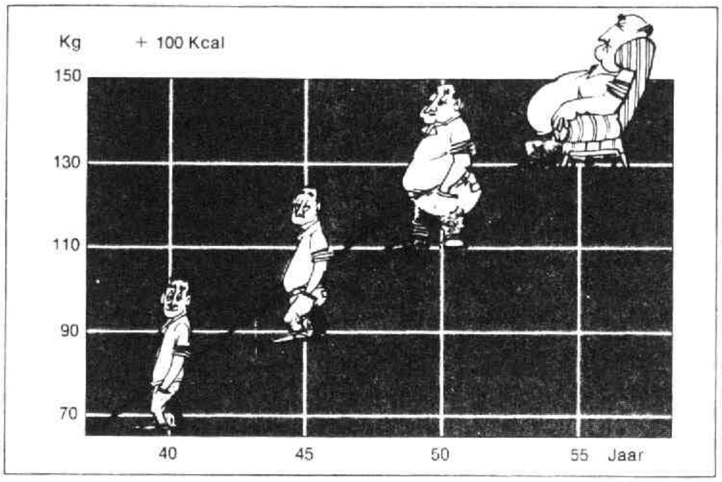
13. Opnieuw de grafiek van de voorspelling van het stroom verbruik (hoofdstuk 1, opgave 6).



Voor x nemen we t (tijd) en voor y nemen we v (verbruik).

>a Wat is hier de waarde van Δt?
>b Maak een tabel voor de waarden van $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ als $0 \leq t \leq 8$.
>c Maak een benaderingsgrafiek door voor Δt te nemen 4.
>d Waarom is het voor het energiebedrijf niet aantrekkelijk om $\Delta t = 4$ te nemen?

14. Stel nu eens, dat mijnheer Jansen elke dag ongeveer 100 kcal teveel eet voor wat hij die dag verbruikt heeft. Wat betekenen nu die 100 kcal op de 2000 kcal die mijnheer Jansen per dag verbruikt? Ja, slechts 5%! En wat zijn nu 100 kcal? Eén beker melk, één glaasje brandewijn, één kleintje pils, een krap belegde boterham, een punt uit een limburgse vlaai en maar een half zakje patat! Maar kijkt U eens naar het desastreuze effect van 100 kcal per dag *tevéél* op het lichaamsgewicht. Alle overtollige calorieën worden direct in vet omgezet en vastgelegd voor 'slechtere tijden'.



De variabelen zijn l (leeftijd) en g (gewicht).
Normaal is de waarde van $\frac{\Delta g}{\Delta l}$ afhankelijk van de stapgrootte Δl en de plaats waar elke stap begint.

>a Ga na dat geen van beide hier veel invloed op $\frac{\Delta g}{\Delta l}$ heeft.

>b Als dit proces doorgaat, hoe zwaar is mijnheer Jansen dan op 70-jarige leeftijd?

15. *Het voorspellen van de rand van de olievlek tot het wrak* (zie opg. 1)
De grafiek uit opgave 1 is ontstaan uit berekeningen van de straal.
Afgeronde waarden daarvan staan in de tabel.

dagen	straal	oppervlakte
1	10	...
2	14,1	...
3	17,3	...
4	20	...
5	22,4	...

Oppervlakte cirkel = πr^2

>a Vul de tabel aan met een kolom voor de oppervlakteverschillen en probeer daarin regelmaat te ontdekken. Bedenk dat die regelmaat niet precies zal kloppen, omdat de waarden van de lengten van de straal al onnauwkeurig zijn.

>b Gebruik het ontdekte systeem om de gewenste voorspellingen te doen voor de situatie na 10 dagen.

>c Het verband tussen de straal en het aantal dagen kan weergegeven worden door een formule van de vorm.

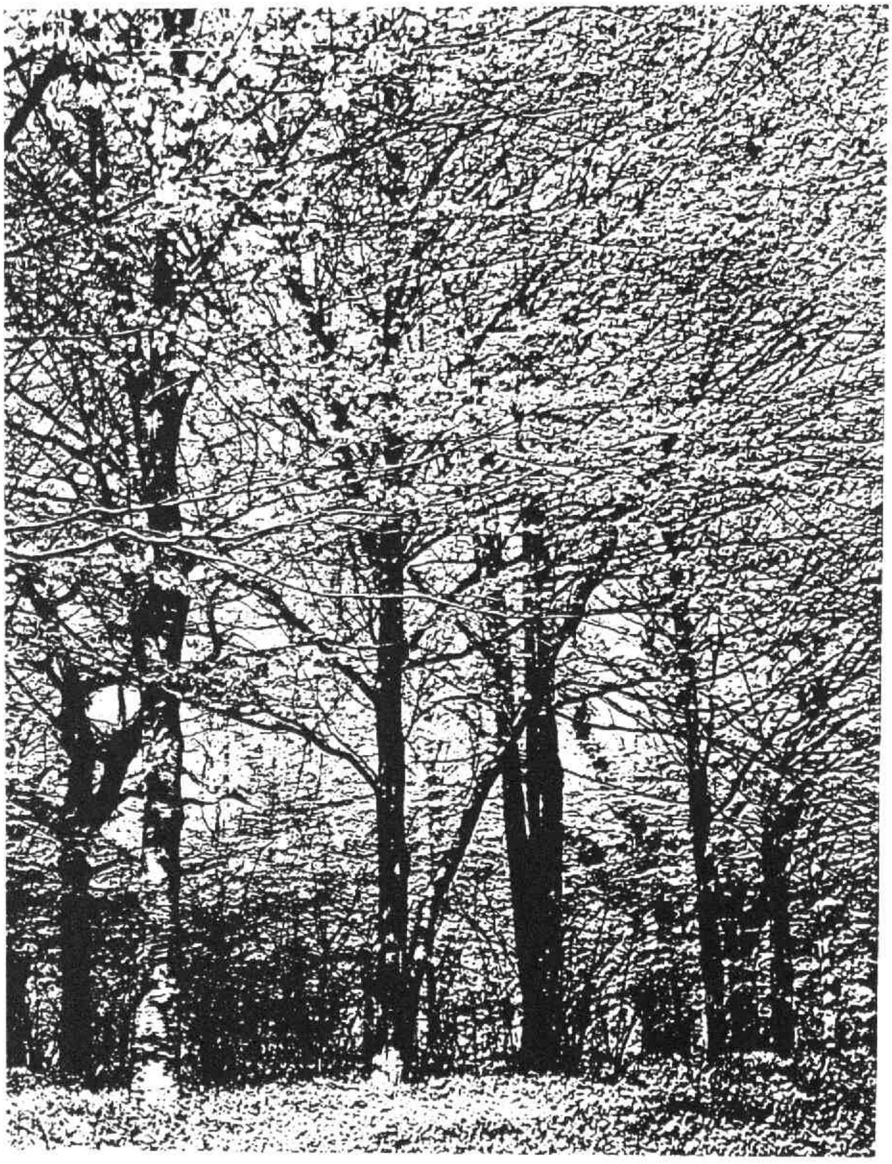
$$\text{straal} = getal \times \sqrt{aantal\ dagen}$$

Welk *getal* is dat?

De belangrijkste leerstof

- Het tekenen van een toenamediagram om veranderingen te bestuderen.
- Het verband tussen bijzonderheden van het toenamediagram en de grafiek.
- De begrippen Δx, Δy, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ en hun praktische betekenis voor de mate van verandering.
- De waarde van $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ uit de grafiek bepalen.

5 Lineaire verbanden



Voor we met de uitbreiding van de stof beginnen, eerst een paar opgaven om oude kennis op te frissen.

1. Een beukenbos is onder gunstige omstandigheden een groot productiebedrijf. Wat één boom aan kan blijkt uit de volgende formules:

   $Z = 1720\ t$
   $D = 1600\ t$
   $K = 2352\ t$
   met t: tijd in uren
   Z: aantal grammen geproduceerde *zuurstof*
   D: aantal grammen geproduceerde *druivensuiker*
   K: aantal grammen opgenomen *kooldioxyde*.

>a Teken in één figuur de grafieken van Z, D en K voor $0 \leq t \leq 10$.

>b Bereken de 'differentiequotiënten' $\frac{\Delta Z}{\Delta t}$, $\frac{\Delta D}{\Delta t}$, $\frac{\Delta K}{\Delta t}$ voor de intervallen [0,1], [5,6], [4,9].
Welke conclusie kun je uit de antwoorden trekken?

>c Bereken hoeveel uren een boom nodig heeft om 8600 gram zuurstof te produceren.
Controleer het antwoord met de grafiek.

>d Een boom heeft in een bepaalde tijd 100.000 gram kooldioxyde opgenomen.
Hoeveel zuurstof is in dezelfde tijd geproduceerd?

>e Berekeningen zoals in vraag >d kunnen bekort worden met behulp van een formule van de vorm $Z = \ldots\ldots K$.
Welk getal moet op de stippen staan?

2. Het verband tussen de *diameter* D op 1,3 m hoogte van een beuk en de leeftijd L kan worden weergegeven met de formule

$$D = 0{,}53\ L - 2{,}55 \quad (D \text{ in cm; } L \text{ in jaar})$$

Deze formule geeft redelijke resultaten voor $20 \leq L \leq 60$.

>a Teken de grafiek voor deze formule.

>b Bereken L als $D = 24$.
Controleer het antwoord met de grafiek.

>c Bereken $\frac{\Delta D}{\Delta L}$ voor de intervallen [20,30], [30,40], [40,50], [20,50].
Controleer de antwoorden met de grafiek.

>d Teken het toenamediagram voor horizontale stappen van 10. (d.w.z. $\Delta L = 10$) zonder gebruik te maken van de grafiek van D.

De gevonden bijzonderheden zijn in veel andere situaties terug te vinden. Als we over zulke situaties in het algemeen spreken, dus zonder een betekenis aan de letters van de formule te geven, gebruiken we vaak x en y.
Samengevat komt onze kennis hier op neer:

— Verbanden met formules van de vorm $y = ax$ en $y = ax + b$ (a en b zijn vaste getallen) hebben rechte lijnen als grafiek.
Daarom heten ze lineaire verbanden.

— De 'steilheid' van de grafiek wordt vastgelegd door het getal $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, dat je op elk interval mag berekenen.

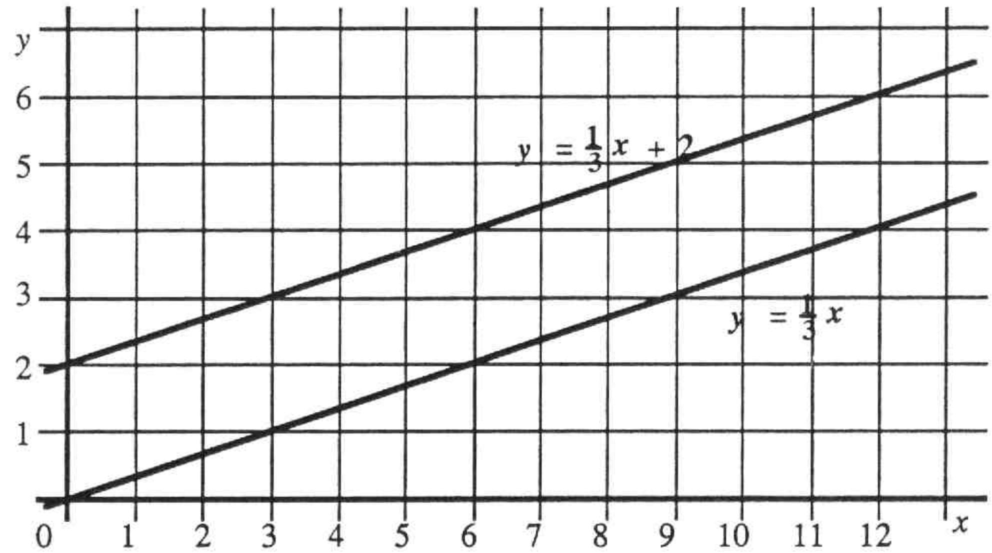
— $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ is in de formule terug te vinden als a (a is een zogenaamde *constante*).
Dus je kunt de formules ook schrijven als: $y = \frac{\Delta y}{\Delta x}\, x$ en $y = \frac{\Delta y}{\Delta x}\, x + b$.

— Door in '$y = ax + b$' $b = 0$ te stellen blijkt dat de groep $y = ax + b$ de groep $y = ax$ omvat.

Vaktaal
Voor *lineair verband* wordt ook gebruikt *lineaire functie.*
Naast de vorm $y = ax + b$ ook $f(x) = ax + b$ en $f : x \rightarrow ax + b$.
Synoniem zijn $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ differentiequotiënt, richtingscoëfficiënt, helling.

De groepen $y = ax$ en $y = ax + b$ (met $b \neq 0$) verschillen in de grafieken. De eerste soort heeft als grafiek altijd een (rechte) lijn door O (0,0) en de tweede een lijn die niet door O gaat.

3. Als gevolg hiervan verschillen die twee groepen ook in een andere belangrijke eigenschap.
Vergelijk $y = \frac{1}{3}x$ met $y = \frac{1}{3}x + 2$.



>a Kies $x = 2$ en $x = 8$. Die laatste waarde is dus 4 maal zo groot.
Laat met berekeningen zien dat in het eerste verband de waarde van y ook 4 maal zo groot wordt, maar in het tweede niet.

>b Controleer het resultaat in de tekening.

>c Krijg je overeenkomstige regels bij andere keuzen voor x?

Dit geeft de regel:

Als bij $y = ax$ de waarde van x met k vermenigvuldigd wordt, dan wordt y ook met k vermenigvuldigd.

Voorbeeld:
$y = ax$, maar a is niet bekend. Wel bekend is dat bij $x = 3$ hoort $y = 11$.
Dan kan zonder a eerst uit te rekenen direct gezegd worden dat bij $x = 15$, $y = 55$ hoort.

De grootheden y en x noemt men in deze gevallen *evenredig*.
Het getal a in de formule heet de *evenredigsheidsfactor of vermenigvuldigingsfactor*.

>c De grootheden gewicht en lengte van een draad zijn evenredig.
Hoe ziet de grafiek eruit? En de formule?

>d De grootheden x en y zijn evenredig. Bij $x = 7$ hoort $y = 5$.
Bepaal de evenredigheidsfactor en de formule.

4. In de volgende fragmentarische situatiebeschrijvingen komen telkens enkele grootheden voor. Onderzoek of hiertussen evenredigheden bestaan. Als dat zo is, noem dan de evenredigheidsfactor en geef een formule die het verband tussen die grootheden weergeeft. Dat mag een *woordformule* zijn, maar ook wel een met letterafkortingen. In het laatste geval moet je de betekenis erbij vermelden.

>a De prijs die op kantoormeubelen staat wordt met 20% BTW verhoogd. Dat is de prijs die je moet betalen.

>b Op de thermometer is elk stukje van 5°C net zo lang als een stukje van 9°F.

>c De totale kosten van verhuiskaarten van PTT Post.

Dit betaalt u voor deze service

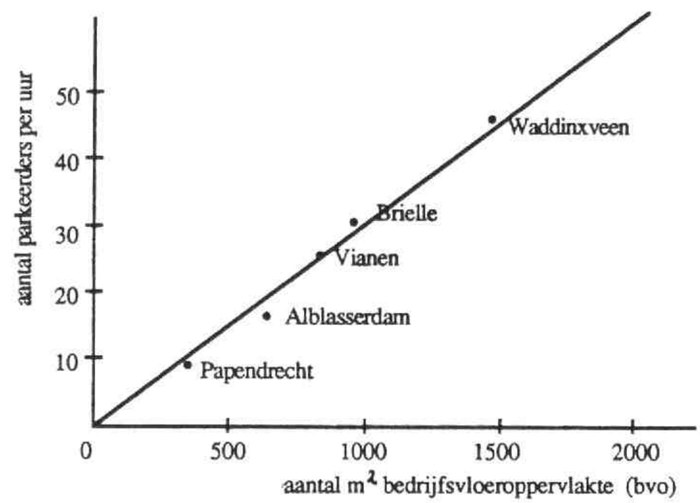
Naast de normale portokosten voor de adreswijzigingskaarten (*f* 0,55) betaalt u voor de drukkosten *f* 0,25 per kaart.

aantal kaarten	druk- en portokosten
20	*f* 16,–
30	*f* 24,–
40	*f* 32,–
50	*f* 40,–
60	*f* 48,–

voor elke 10 stuks meer *f* 8,– (tariefswijziging voorbehouden)

>d Een hele flauwe.
De prijs van een artikel is *f* 0,75.
Het bedrag dat je aan de kassa moet betalen is afhankelijk van het aantal dat je van deze artikelen koopt.
Een ander artikel kost *f* 1,99.

>e Door waarnemingen heeft men een verband gevonden tussen de oppervlakte van een categorie winkelbedrijven en de door deze winkelbedrijven aangetrokken aantallen parkeerders per uur.
Er blijkt bij benadering een lineair verband te bestaan.



De benodigde parkeerruimte in afhankelijkheid van
de bvo in de food-sector.

>f Bedenk nu zelf maar eens een paar.

5. Een *vermenigvuldigingsfactor* kan zelf ook weer uit vermenigvuldigingsfactoren zijn op gebouwd, zoals blijkt uit dit fragmentje uit een aanslagbiljet.

Nummer	*)	Vastgestelde oppervlakte	Vermenigvuldigingsfactor voor				Omgerekende oppervlakte	Bedrag	
			aard	ligging	kwaliteit	soort gebruik (evt. + aard)		onroerend-goedbelasting	agglomeratiebelasting
9957	2	151		1,00	0,95	1,0000	143 na afronding	114	

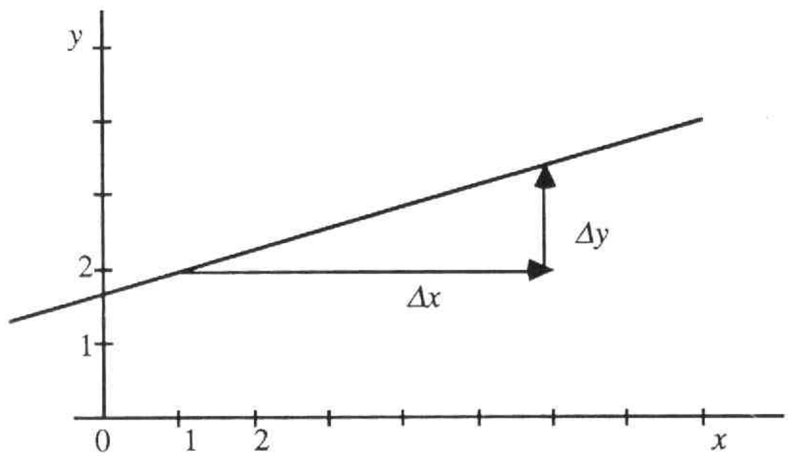
De heffing geschiedt naar de oppervlakte van het onroerende goed na toepassing van vermenigvuldigingsfactoren voor aard, ligging, kwaliteit en soort gebruik, zulks teneinde op benaderende wijze rekening te houden met de verschillen in waarde in het economische verkeer.

>a Geef een woordformule voor de niet afgeronde omgerekende oppervlakte afhankelijk van de vastgestelde oppervlakte.

>b Het tarief bedraagt f 8,15 per volle $10m^2$.
Hoe komt men aan het bedrag f 114,-?

>c In de berekening van het eindbedrag vindt tweemaal een tussentijdse afronding plaats. Onderzoek of dat verschil kan opleveren met een systeem waarbij alleen aan het eind wordt afgerond.

Het vinden van de formule van een rechtlijnige grafiek door O is in de voorgaande opgaven behandeld.
Nu als de grafiek niet door O gaat.



Kies een waarde voor x.
Kies Δx niet te klein. Lees Δy af en bereken $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.
$\Delta x = 5$ $\Delta y = 1{,}5$ $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1{,}5}{5} = 0{,}3$
De voorlopige formule is dan $y = 0{,}3x + b$

De grafiek gaat niet door O, dus b moet een getal ongelijk 0 zijn.
Het bepalen van de waarde van b is de tweede stap. De grafiek gaat door bijvoorbeeld (1,2). Dus b moet zo gekozen worden dat deze invulling klopt:

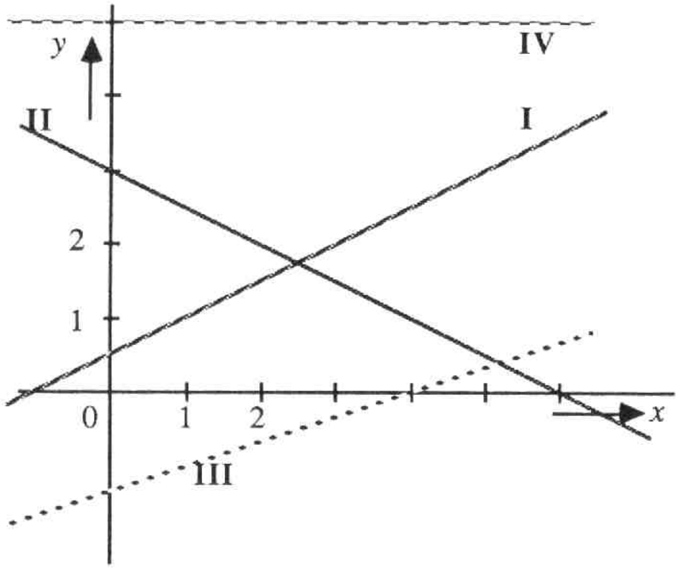
$$\underset{\substack{\uparrow \\ 2}}{y} = 0{,}3\underset{\substack{\uparrow \\ 1}}{x} + b \quad \rightarrow \quad 2 = 0{,}3 + b \quad \rightarrow \quad b = 1{,}7$$

De formule is dan $y = 0{,}3x + 1{,}7$.
Het is aan te bevelen de formule met een ander punt te controleren.

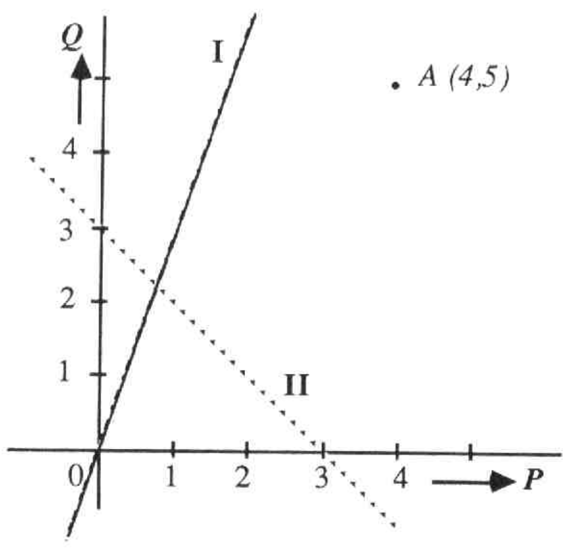
Opmerkingen:
1. Δy kan negatief zijn.
2. De grafiek snijdt de y-as in (0; 1,7).
   Invullen geeft $1{,}7 = 0{,}3 \times 0 + b$, dus $b = 1{,}7$.
   De waarde van b was hier rechtstreeks uit de grafiek af te lezen.
3. In plaats van de grafiek te krijgen, waar je twee punten op moet kiezen, kunnen natuurlijk ook twee punten of hun x- en y-waarden gegeven worden.
   Het hangt van de nauwkeurigheid af of het nuttig is het snijpunt met de y-as te bepalen.

Het vinden van een formule moet een routine zijn. Daarom eerst enkele kale oefeningen.

6. Bepaal de formules voor de grafieken I t/m IV.



7.



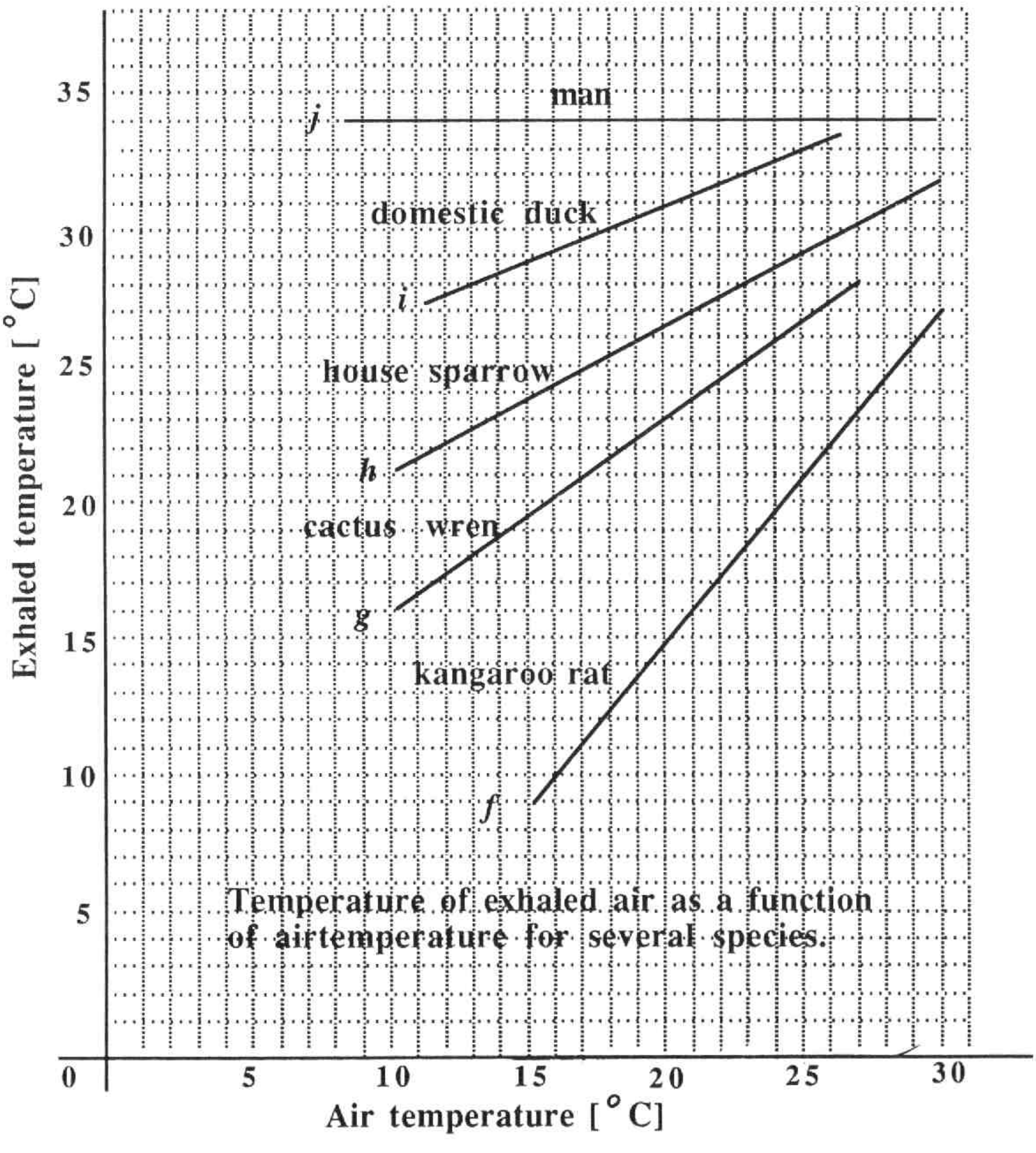
>a Bepaal de formules voor de grafieken I en II.

>b III en IV zijn grafieken die door punt *A* gaan. III is parallel met I en IV met II.
Bepaal zonder die grafieken te tekenen de formules voor III en IV.
Je mag het natuurlijk wel met de grafieken controleren.

>c Bereken de coördinaten van de snijpunten van I en II. Eveneens bij I en IV.
Controleer de antwoorden met de grafieken.

8. Deze grafieken geven het verband tussen de temperatuur van de ingeademde en de uitgeademde lucht (resp. I en U).
De grafieken g, h, i betreffen vogels, de grafiek j de mens.

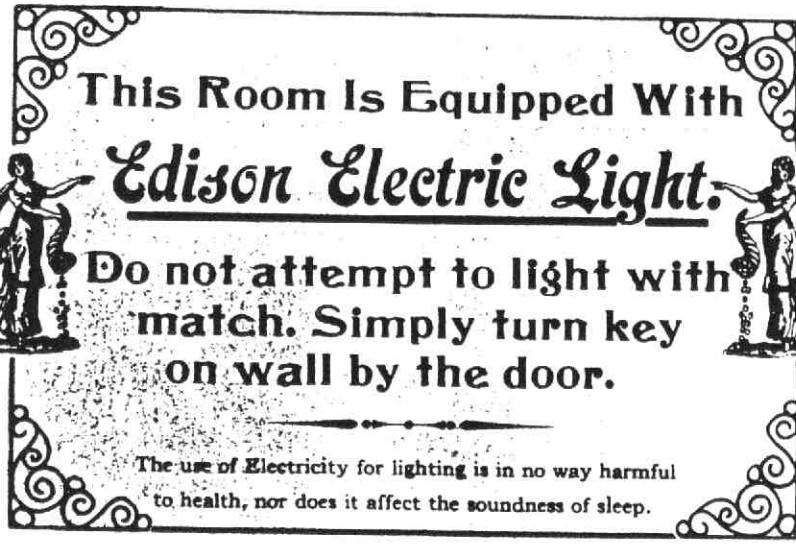
>a Bepaal de bijbehorende formules.



>b Teken de lijn die aangeeft dat de uitgeademde lucht dezelfde temperatuur heeft als de ingeademde.

>c De grafieken f en j wijken duidelijk af van de groep g, h, i.
In welke opzichten en wat betekent dat?

9.



Het is een hele stap van dit affiche uit de vorige eeuw naar de zakelijke strook van een nota van het elektriciteitsbedrijf nu. Wat wel gebleven is, is het wantrouwen tegen de nieuwe ontwikkelingen.

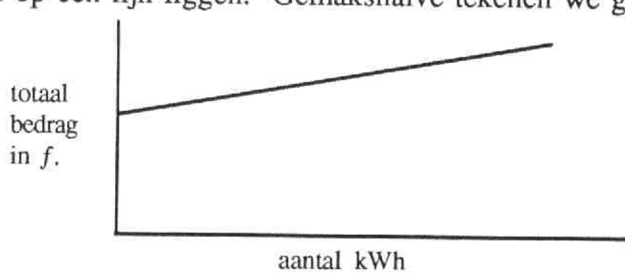
Uit de electriciteitsnota:

tarief	kWh-meter standen eind	begin	verbruik in kWh	prijs per kWh in centen totaal	basis	brandstof	verbruiks-bedragen	vastrecht kW-vergoeding overige bedragen	totaal bedragen
ENKEL	52556-	49840	2716X	18,46	12,36+	6,10	501,37		501,37
VASTR.	1MRT87-29FEB88							51,30	51,30
									552,67

>a Geef een formule voor de berekening van het totaalbedrag in afhankelijkheid van het verbruik in kWh.

>b De formule kan deze vorm hebben:
$y = ax + b$
Wat stellen y, a, x en b in werkelijkheid voor?

>c De formule heeft strikt genomen alleen betekenis voor gehele aantallen kWh. De grafiek zou dan uit losse punten moeten bestaan, die wel op een lijn liggen. Gemakshalve tekenen we gewoon deze lijn.



Langs de assen moet je passende getallen denken.
Hoe kun je uit zo'n grafiek de kWh-prijs en het vastrecht terugvinden?

>d Die *f* 552,67 is nog niet het eindbedrag. Hierover wordt nog 20% omzetbelasting geheven.
Hoe wordt de formule nu?

10. Gebruik de gegevens van het strookje uit opgave 9 (niet de omzetbelasting uit >d).

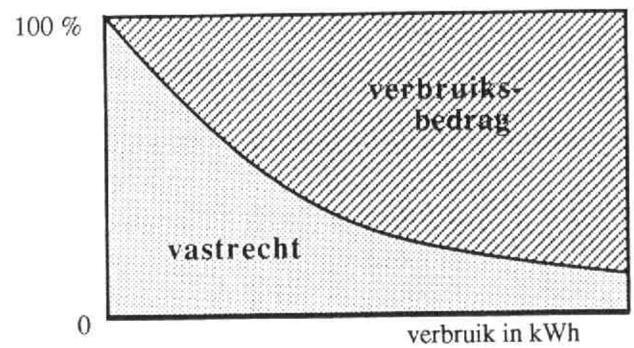
>a Als het tarief zo gewijzigd wordt: vastrecht *f* 45,-; prijs per kWh in centen 19, bij welk verbruik is het nieuwe tarief dan voordeliger?

>b Je kunt het totaal bedrag splitsen in het vastrecht en het verbruiksbedrag. Verbruik je niets, dan moet je toch het vastrecht betalen. Het vastrecht is dan 100% van het totaalbedrag. Verbruik je 100 kWh dan betaal je weliswaar evenveel vastrecht, maar dat vastrecht is minder dan 100% van het totaalbedrag.
Hoe groot is het percentage (1 decimaal na de komma) gerekend naar het oude tarief?

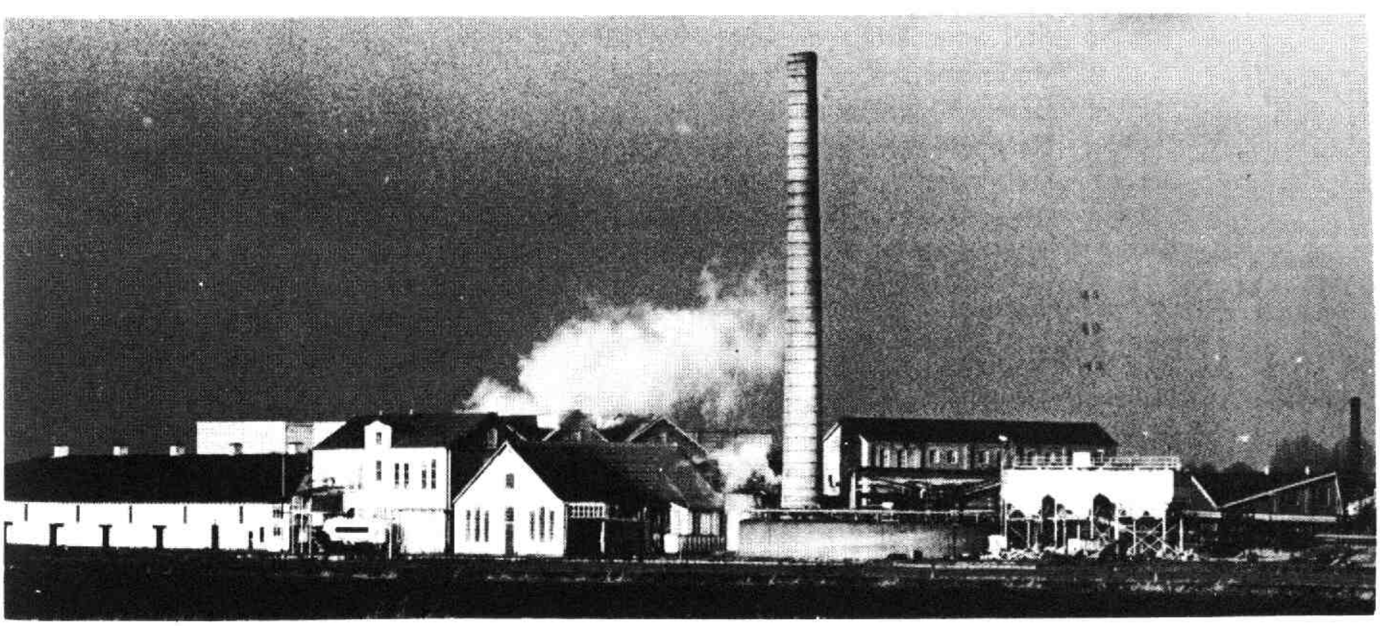
>c Hoe groot is dat percentage bij de afgedrukte nota?

>d Wat gebeurt er met dat percentage bij toenemend verbruik?

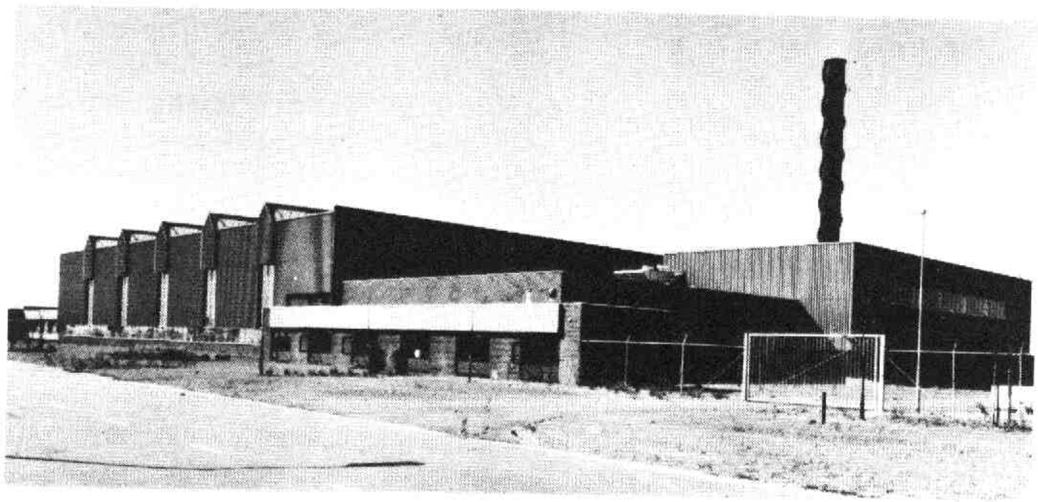
>e De verhouding van de twee bestanddelen van het totaalbedrag is grafisch mooi voor te stellen.
Doe dat met het hierbij staande idee voor een verbruik van 0 kWh tot 3000 kWh.



11. *Geleidelijke bedrijfsverplaatsing*



(OUD)

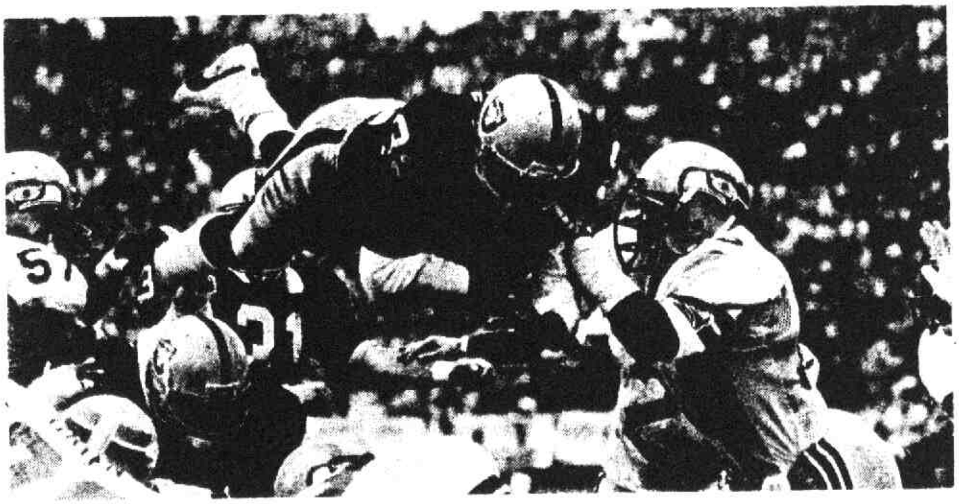


(NIEUW)

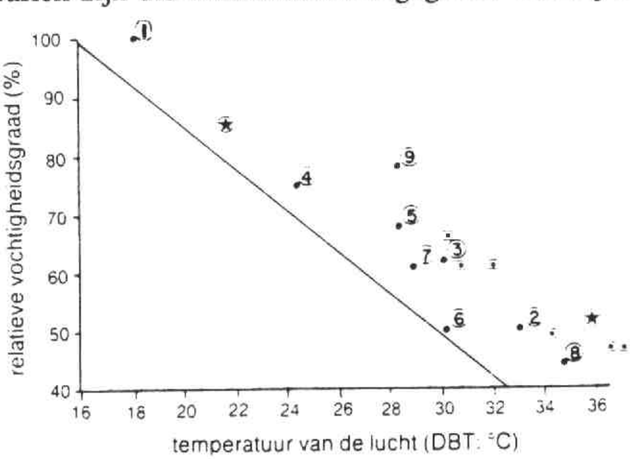
Een bedrijf heeft twee vestigingen, een oude (boven) en een nieuwe. De activiteiten worden geleidelijk aan naar de nieuwe vestiging verlegd. Op dit moment werken er in *OUD* 540 mensen. De verwachting is dat dat aantal met 25 per maand zal verminderen.
In *NIEUW* werken nu 40 mensen, terwijl er een groei voorspeld wordt van 30 mensen per maand. Er wordt dus ook uitgebreid.
We gaan er van uit dat alle prognoses uitkomen.

>a Stel met grafieken vast over hoeveel maanden *OUD* en *NIEUW* een evengrote personeelsbezetting hebben en hoe groot die dan is.
>b Stel voor *OUD* en voor *NIEUW* een formule op voor het aantal werknemers voor de komende tijd.
>c Bereken hiermee opnieuw de antwoorden op vraag >a.
>d Na hoeveel maanden is de personeelsbezetting van *OUD* nog maar de helft van die van *NIEUW*?
>e Bepaal een formule voor het totale personeelsaantal van het bedrijf. Wat vind je van de geldigheidsduur van deze formule?

12. *Het gevaar van warmtestuwing*



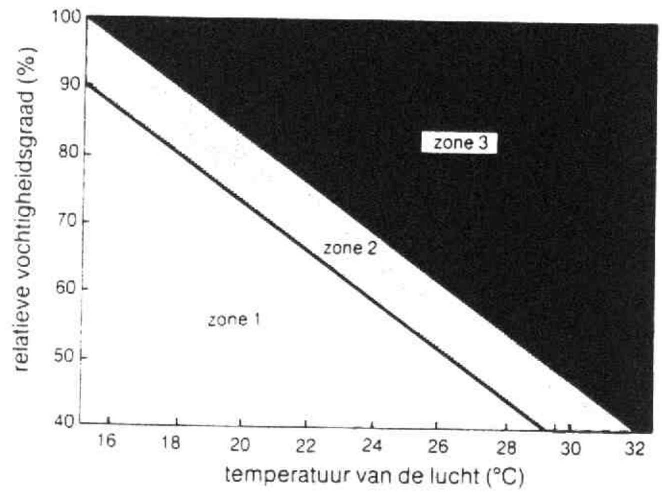
De beschermende kleding bij Amerikaans voetbal vormt een belemmering voor de warmteafgifte van het lichaam. Onder bepaalde weersomstandigheden kan dat tot dodelijke ongevallen leiden. Belangrijke factoren daarbij zijn de temperatuur en de relatieve vochtigheidsgraad van de lucht. In de grafiek zijn die combinaties aangegeven waarbij ongevallen plaatsvonden.



In de fig. zijn ook gegevens verwerkt van recente datum die betrekking hebben op situaties waarin sprake was van warmtestuwing bij spelers van studententeams van Amerikaans voetbal en bij mariniers onder zware lichamelijke belasting. Alle mariniers overleefden de situatie; met de twee voetballers liep het minder goed af: zij overleden aan de gevolgen van warmtestuwing. De figuur toont duidelijk aan dat de omstandigheden waaronder deze ongevallen zich voordeden vergelijkbaar zijn met die welke hierboven beschreven zijn.
Alle hierboven beschreven ongevallen met dodelijke afloop hadden voorkomen kunnen worden. De vraag dringt zich op hoe dergelijke situaties konden onstaan. Zowel een gebrek aan kennis als het geven van foutieve informatie door trainers dan wel coaches hebben bijgedragen tot de fatale afloop van de gebeurtenissen.

>a Hoe waren de weersomstandigheden bij ongeval nr. 1?
Verklaar waarom bij deze situaties warmtestuwing optrad.

Deze ongevallen hebben aanleiding gegeven tot het opstellen van een weergids.



Richtlijnen ter voorkoming van warmteaandoeningen met betrekking tot verschillende weersomstandigheden. Iedere combinatie van buitentemperatuur en relatieve vochtigheidsgraad van de lucht die valt binnen zone I kan beschouwd worden als veilig. Voor zone II geldt dat men moet oppassen en voor zone III geldt eigenlijk dat activiteiten zouden moeten worden afgelast: men dient onder deze omstandigheden sportbeoefenaars zeer goed in de gaten te houden, zeker wanneer ze een volledige sportuitrusting dragen.

>b De scheidingslijnen van de zones zijn grafieken van lineaire verbanden.
Bepaal daarvan de formules in v en t.

13. In de formule $y = \frac{1}{3}x - 2$ heeft y eigenlijk een voorkeursplaats. Mooi alleen, terwijl x in de file staat. Dit noemen we de functievorm.

>a Herleid deze formule tot een *functievorm* waarbij x een voorkeursplaats heeft.
Om de 'gelijkwaardigheid' van x en y duidelijker te laten uitkomen kan de formule worden omgewerkt tot een *relatievorm*, zoals $\frac{1}{3}x - y = 2$ of mooier $x - 3y = 6$.

14. (Vervolg van opgave 12).

>a Zet de formules uit 12>b in een mooie relatievorm.
>b Die relatievorm ziet er dan zo uit: $pv + qt = r$, waarbij p, q en r de in >a gevonden getallen zijn. Bij de volgende vraag kun je die getallen alvast in de plaats van p, q en r zetten.
>c Kies enkele punten uit zone I en uit zone II of III.
Vul de waarden van v en t in in het linkerlid van de relatievorm van de scheidingslijn van zone I en zone II en bereken de uitkomst.

$\downarrow \quad \downarrow$

$pv + qt =$ uitkomst.

Vergeleken met de formule is die uitkomst soms te groot en soms te klein. Anders gezegd: Voor sommige punten geldt $pv + qt > r$ en voor andere $pv + qt < r$ (Dit zijn ongelijkheidsformules.)

>e Hoe kun je hiermee vaststellen aan welke kant van de lijn een punt ligt?

>f We kunnen voor heel veel combinaties van v en t uit de grafiek aflezen welke zone daarbij hoort.
We willen dat ook zonder grafiek kunnen doen, door een berekeningsschema met de ongelijkheden op te zetten.

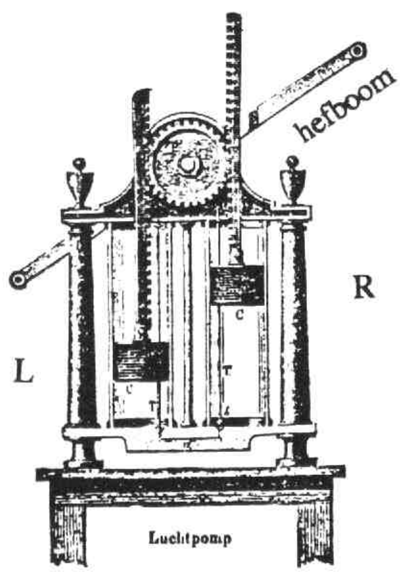
ALS ...., DAN ZONE I

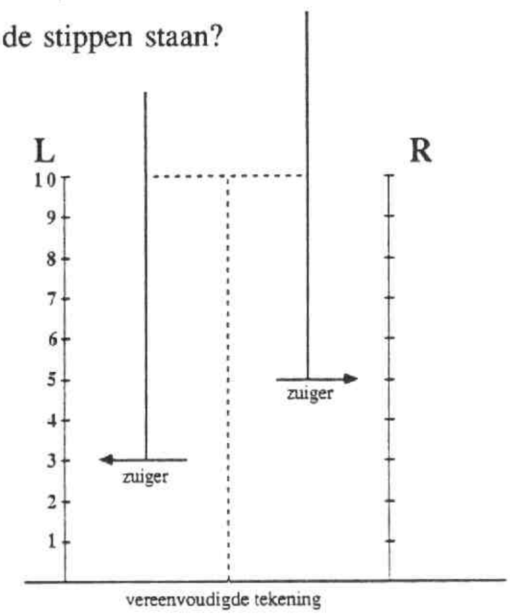
ALS ...., DAN ZONE II

ALS ...., DAN ZONE III

Welk voorwaarden moeten er op de stippen staan?

15.





Door de hefboom te bewegen kun je de linkerzuiger omhoog brengen. De rechter gaat dan over dezelfde afstand naar beneden.
Als we de hoogten van die zuigers L en R noemen, dan kunnen we zeggen dat er een verband tussen L en R bestaat.
Is bijvoorbeeld $L = 3$, dan is $R = 5$ (zie vereenvoudig tekenen).

>a $L = 6$. Hoe groot is R? $R = 6$. Hoe groot is L?

>b Van welke verbanden kun je zonder rekenen al zeggen dat ze fout zijn?

$3L + 2R = 8$

$L^2 + R = 10$

$L - R = 12$

$L + R = 20$.

>c Bepaal de juiste formule.

De belangrijkste leerstof

- Het tekenen van grafieken van lineaire verbanden.
- Het bepalen van formules uit de tekst of uit de grafiek.
- Het begrip *evenredig*
- Het bepalen van de coördinaten van snijpunten uit de tekening en uit de formules.

6 Grafiekenbundels

1. *De huisstofmijt*
   Eén van de niet door de mens gekozen huisdiertjes is de huisstofmijt.
   In zijn onschuld produceert dit beestje een stof waarvoor sommige mensen allergisch zijn.

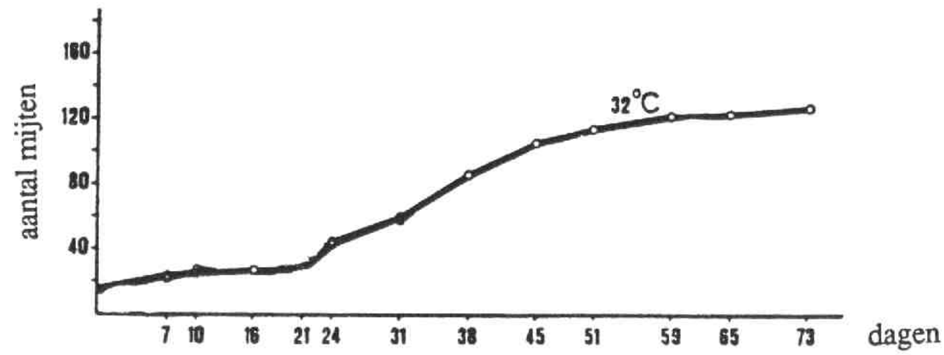
De, met het blote oog niet waar te nemen, huisstofmijt. De afscheidingen die dit diertje produceert veroorzaken irritaties aan de luchtwegen (foto Science)

Huisstofmijt
Het verband tussen vocht en astma is op het eerste gezicht niet zo voor de hand liggend. Aandoeningen van de luchtwegen en veel allergische reacties worden tenslotte uitgelokt door stof, niet door vocht. In de jaren zestig werd door de allergoloog Voorhorst en de bioloog Spiegsma verondersteld dat de huisstofmijt de producent is van het huisstofallergeen. Dit vermoeden kon later door onderzoek worden bevestigd.
De huisstofmijt leeft van huidschilfers. Deze verliest ieder mens, hoe schoon hij ook is. In Nederland komen in ieder huis wel huisstofmijten voor. Met hun omvang van 0,3 millimeter kunnen zij zich gemakkelijk nestelen in het huisstof dat verzameld wordt in kieren en gaten van het huis.
Vroeger werd het slapen op kapokmatrassen ontraden. Inderdaad blijkt dat juist de ideale nestelplaats voor de huisstofmijt te zijn. De stof die de mijt afscheid veroorzaakt bij mensen die daar gevoelig voor zijn allergische reacties die vaak tot uiting komen in klachten over de luchtwegen en irritatie van de huid.

>a De lengte van het diertje is ongeveer 0,3 mm. De foto is dus een vergroting. De vergrotingsfactor is niet precies te berekenen. Maar een ruwe schatting is wel te maken.
Wat lijkt je het beste antwoord: tussen 1 en 10, tussen 10 en 100, tussen 100 en 1000 of tussen 1000 en 10.000?

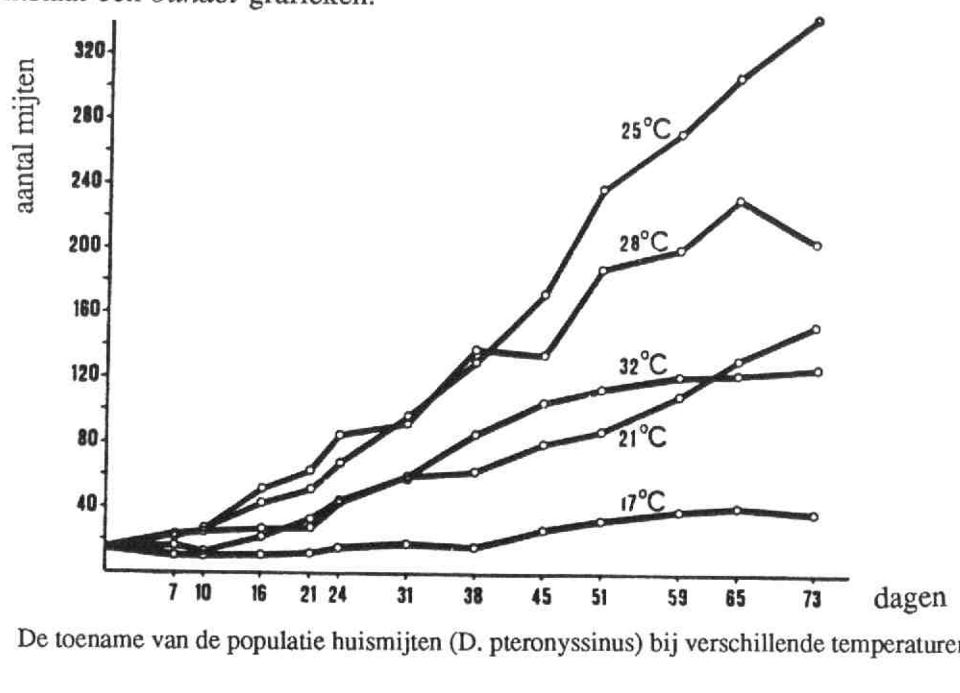
Om deze mijt te kunnen bestrijden is kennis van de leefwijze en de leefomstandigheden nodig. Daarvoor zijn experimenten uitgevoerd.
Bij één daarvan werden mijten gekweekt bij een constante temperatuur.

Er werd een grafiek gemaakt van het aantal mijten na een bepaald aantal dagen.
Een resultaat:



>b Beschrijf het verloop van het aantal mijten.

Bij andere temperaturen kan er wel een heel ander beeld ontstaan. Daarom werden daarbij ook grafieken bepaald.
Het is ook nuttig die grafieken onderling te vergelijken, om daarmee vragen te kunnen beantwoorden als: wat is de gunstigste temperatuur voor de ontwikkeling van de mijten?
Het ligt dan ook voor de hand die grafieken in één figuur te tekenen. Zo ontstaat een *bundel* grafieken.



De toename van de populatie huismijten (D. pteronyssinus) bij verschillende temperaturen.

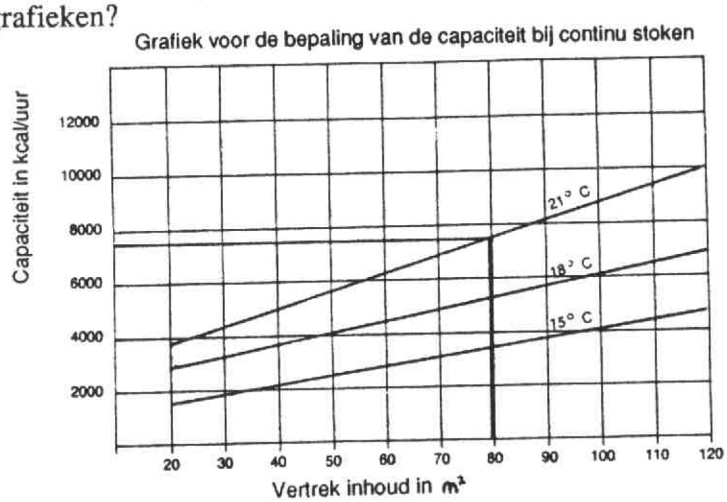
>c Wat is de gunstigste temperatuur voor de ontwikkeling van de huisstofmijt?

>d Hoe liggen vermoedelijk de grafieken bij 13°C en bij 36°C?

2. *De keuze van een kachel*

Een vertrek moet verwarmd worden door een geschikte kachel. Dat wil zeggen dat de capaciteit niet te klein maar ook niet veel te groot moet zijn. De benodigde capaciteit is afhankelijk van de inhoud van het vertrek en de gewenste temperatuur.

>a Waarom is het praktisch hiervoor te beschikken over een bundel van grafieken?



>b Om een vertrek met een inhoud van $80m^3$ op een temperatuur van 21°C te houden, is volgens de grafiek een capaciteit van ongeveer 7600 kcal/u nodig.
Welke capaciteit is voldoende om dit vertrek op 18°C te houden?

>c Een vertrek met afmetingen van 12 m, 4 m en 3 m moet een temperatuur van 15°C hebben.
Welke capaciteit is er nodig?

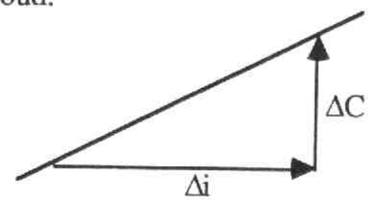
>d Dat de grafieken stijgend zijn is niet zo verwonderlijk en dat de grafieken bij hogere temperaturen hoger komen te liggen ook niet.
Maar waarom lopen die grafieken niet parallel?

>e Een kamer van $50m^3$ moet op een temperatuur van 20°C blijven.
Welke capaciteit is daarvoor nodig?

>f Een kachel heeft zo'n capaciteit dat een vertrek van $50m^3$ op 18°C gehouden kan worden.
Hoeveel m^3 mag een vertrek zijn dat door dezelfde kachel op 15°C kan worden gehouden?

>g Er is al gevonden dat bij rechtlijnige grafieken $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ een constante is die niet afhankelijk is van x en Δx. Bepaal voor de drie grafieken de waarden van $\frac{\Delta\ capaciteit}{\Delta\ inhoud}$.

We nemen als voorbeeld: $\frac{\Delta c}{\Delta i} = 25$,
c = capaciteit,
i = inhoud.

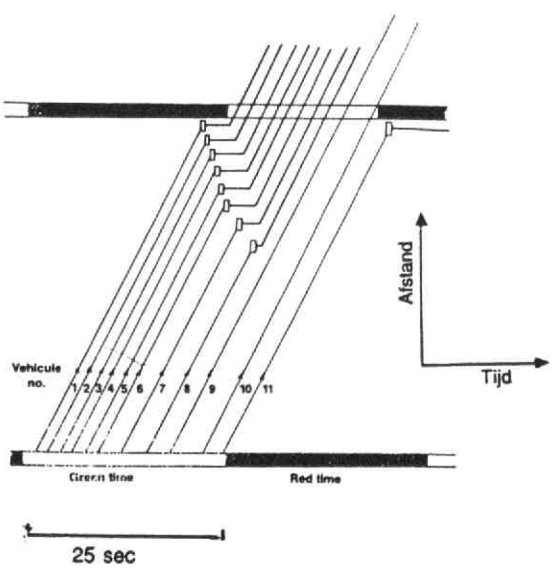


$\frac{\Delta c}{\Delta i} = 25$ is te herleiden tot $\Delta c = 25.\ \Delta i$
Dit betekent dat iedere toename van i een toename van c tot gevolg heeft die 25 maal zo groot is als de toename van i.
Als i toeneemt van $20m^3$ tot $80m^3$ (dus $\Delta i = 60$) dan moet de capaciteit toenemen met $\Delta c = 25.60 = 1500$.

>h Gebruik dit principe om de capaciteit te berekenen voor 21°C en een inhoud van $135m^3$.

3. *Verkeerslichten*
Het kan nuttig zijn als de groene perioden van twee opvolgende verkeerslichten op elkaar zijn afgestemd. Daardoor kan er minder oponthoud optreden of minder luchtverontreiniging plaatsvinden. De gunstigste situatie voor het eerste hoeft natuurlijk niet de gunstigste situatie voor het tweede te zijn.
Over deze afstemming zijn allerlei onderzoekingen verricht. Men begint meestal met een sterk vereenvoudigd model, waarbij de autoritten in beeld worden gebracht.
In de tekening zijn de ritten van 11 auto's grafisch weergegeven.

N.B. De grafieken zijn *niet* de banen van de auto's.



Bij de auto's zijn drie groepen te onderscheiden wat betreft het gedrag bij het tweede verkeerslicht.

I. de auto moet stoppen voor het rode licht.
II. de auto moet stoppen voor de voorgangers, terwijl het licht al op groen staat.
III. de auto kan ongehinderd doorrijden.

>a Welke auto's uit de tekening behoren tot welke groep?

>b De grafieken bestaan uit rechtlijnige stukken, die bovendien parallel zijn.
Welke twee vereenvoudigingen van de werkelijkheid horen hierbij?

>c Auto nr. 1 is meteen vertrokken toen het eerste licht op groen sprong. Hoeveel seconden heeft het bij benadering geduurd voor het tweede verkeerslicht werd bereikt?

>d Hoe groot is de afstand tussen de twee verkeerslichten, als je de snelheid van de auto op 36 km/u mag stellen?

>e Een auto die de file voor het stoplicht nadert zal meestal niet ineens stoppen, maar snelheid verminderen. Met een beetje geluk hoeft er zelfs niet gestopt te worden.
Teken enkele grafieken voor deze situaties.

>f Tenslotte ook eens iets moeilijks:

We nemen de groene perioden bij beide verkeerslichten even lang. Hoe zou je de gunstigste tijd voor het begin van het groene licht kunnen bepalen en welke gegevens heb je daarvoor nodig?

7 Gebieden

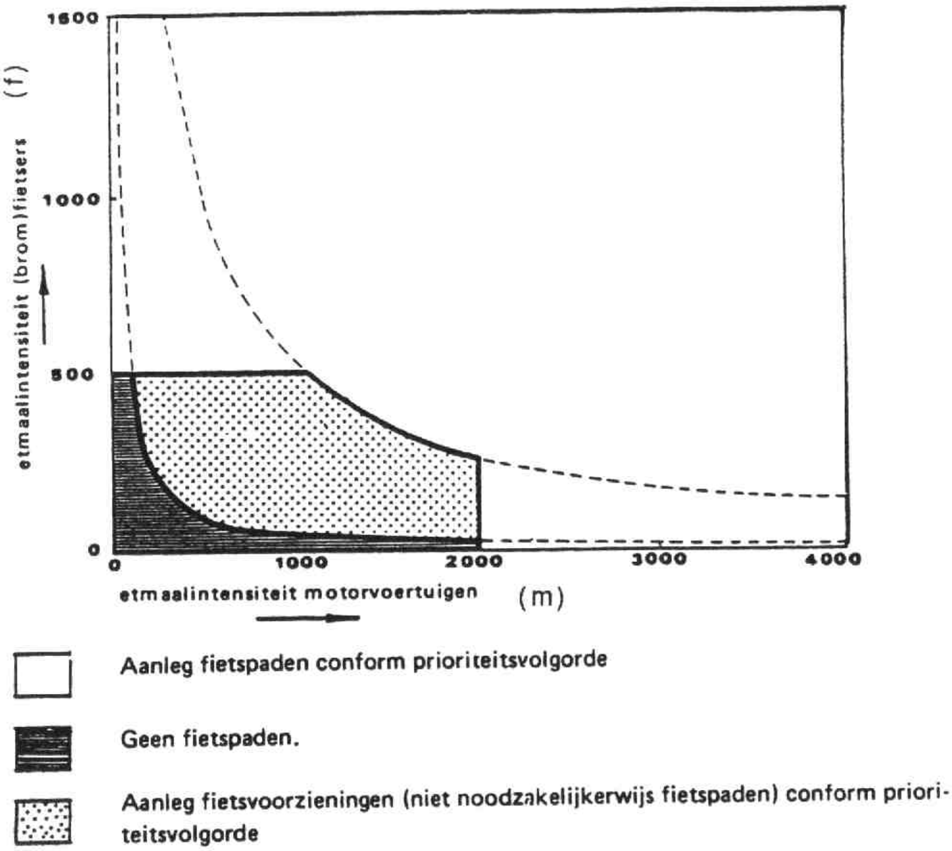
1. *Fietspaden: wel of niet?*

Niet alle wegen buiten de bebouwde kom zijn ideaal voor fietsers. Het is dan ook geen wonder dat men streeft naar voorzieningen om hun veiligheid te vergroten.
Het mooist zijn natuurlijk fietspaden die gescheiden zijn van de rijbanen voor het snelverkeer. Jammer genoeg staat het geldgebrek van de overheid dit ideaal in de weg.
Er kan dus maar een beperkt aantal fietspaden worden aangelegd. Soms zijn er ook andere mogelijkheden dan aparte fietspaden. Bijvoorbeeld: wegmarkeringen, een snelheidsbeperking en inhaal-verboden.
Er moeten daarom twee hoofdbeslissingen worden genomen: Waar komt een fietspad en wanneer?
De provincie heeft hiervoor richtlijnen.
Wij houden ons verder bezig met die eerste beslissing.

(Zie grafiek blz. 53/
Verkeerstellingen geven het aantal motorvoertuigen (m) en het aantal fietster (f) per etmaal. Deze getallen worden als coördinaten beschouwd en leveren zo een punt op.
Bijvoorbeeld: $m = 2000$ en $f = 1000$ levert een punt op in het gebied van *wel een fietspad.*

>a Wat worden de beslissingen in de volgende gevallen?
$m = 1000$ en $f = 400$; $m = 500$ en $f = 50$; $m = 3000$ en $f = 600$.

Grenswaarden als criteria voor opname in het lange en korte termijnplan (voorzieningen ten behoeve van langs de weg rijdend fietsverkeer).



(De uitdrukking 'conform prioriteitsvolgorde' slaat op de tweede beslissing.) Er zijn grafieken gebruikt om het plaatje te tekenen: enkele stippellijnen en enkele rechte lijnen. Maar het gaat eigenlijk om de ingesloten *gebieden.*

Een actiegroep heeft handtekeningen verzameld om een veilige fietsroute te krijgen. De tellingen gaven $m = 300$ en $f = 100$.

Van de provincie komt het antwoord:

> 'Tot onze spijt kunnen we niet aan uw wensen voldoen, want volgens de voorschriften komt de door u genoemde weg niet in aanmerking voor een fietspadvoorziening.' (enz.)

De actievoerders zijn zeer ontevreden. De afwijzing komt door dat rare ronde stuk in de grafiek. Als ze rechte grenzen hadden getrokken zouden we goed gezeten hebben!

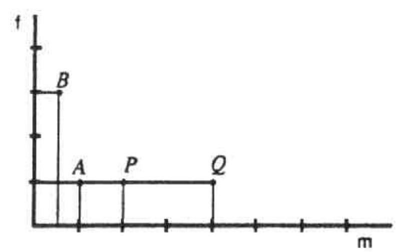
Welbeschouwd staat de beslissing van de provincie niet ter discussie. Want de ambtenarij moet zich nu eenmaal aan de regels houden. Een afwijking daarvan zou in het nadeel van andere plaatsen zijn.
De zaak draait eigenlijk om de redelijkheid of onredelijkheid van het grafisch voorschrift.
Dat willen we nu onderzoeken:

>b Trek in verschillende richtingen rechte lijnen uit 0. Ga langs deze lijnen steeds verder van 0. De situatie wordt steeds gunstiger voor het verkrijgen van een fietspad.
Waarom is dat redelijk?

Wanneer het aantal motorvoertuigen verdubbeld wordt, wordt het aantal mogelijke 'ontmoetingen' van auto en fiets ook verdubbeld. Je zou kunnen zeggen: het risico wordt twee keer zo groot.

>c Het aantal fietsers wordt drie keer zo groot, terwijl het aantal motorvoertuigen twee keer zo groot wordt.
Wat vind je nu van de verandering van het risico?

>d Bij de punten P en Q staat de grootte van het risico.
Het risico in Q is tweemaal zo groot als in P. Het werkelijke risico weten we niet. Daarom spreken we van r en $2r$.
Hoe groot is het risico in A en in B?



>e In een zeker geval wordt m met 4 vermenigvuldigd. Wat moet er met f gebeuren om het risico evengroot tė houden?

>f We kijken nu naar de stippellijn die het verst van 0 af ligt. Neem hierop een aantal punten en laat zien dat bij deze punten steeds hetzelfde risico hoort.

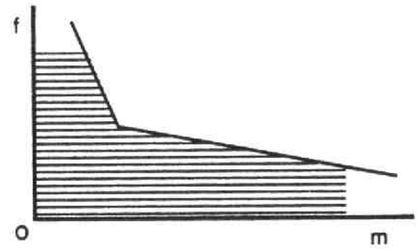
Bij elke situatie hoort een uitkomst van $m \times f$. Men kan afspreken dat die uitkomsten evenredig zijn met de risico's.
Nog eenvoudiger is het die uitkomst gelijk te stellen aan het risico.

>g Kan dat zomaar?

Voor alle punten op de grenslijn uit vraag >f geldt $m \times f = 500.000$.
Deze formule zegt dat alle punten op die lijn situaties voorstellen met hetzelfde risico, namelijk 500.000

>h Heeft de tweede stippellijn ook zo'n betekenis?

>i Waarom zou deze begrenzing (zie inleiding van dit vraagstuk) onredelijk zijn?



2. (Vervolg fietspaden)
De grafiek van het verband in relatievorm $m \cdot f = 500.000$ bleek de grenslijn tussen twee belangrijke gebieden te zijn.
De formule kan ook in functievorm worden geschreven: $f = \frac{500.000}{m}$

>a Teken op gewoon grafiekenpapier de grafiek van $f = \frac{500.000}{m}$.
Neem m van bijna 0 tot 4000 en f van bijna 0 tot 1500.

>b Teken in dezelfde figuur de grafiek van $f = \frac{360.000}{m}$ en $f = \frac{100.000}{m}$.
Welke bijzonderheid vertoont deze bundel van grafieken?

>c De overheid wil meer bezuinigen op de aanleg van fietspaden, maar toch het principe van toe- en afwijzen handhaven.
Door welke verandering in de formules kan dat worden bereikt?

>d Sommige gebieden hebben ook rechte grenzen. Dat zijn stukken van de lijnen $f = 500$ en $m = 2000$.
De bedoeling daarvan is niet zonder meer duidelijk. Heb je een vermoeden?

>e De beslissing kan ook berekend worden in plaats van afgelezen.
Voor *geen fietspaden* luidt de beslissingsregel:
ALS $0 \leq f \leq 500$ EN $0 \leq m \leq 2000$ EN $m \cdot f \leq 50.000$ DAN is de beslissing 'geen fietspad'.
Opmerking: We hebben de randen maar ergens bijgerekend.

Maak zelf beslissingsregels voor wel voorzieningen en voor wel fietspad.
Behalve EN kun je voorwaarden ook koppelen met OF (In de wiskunde gebruikt men vaak $\wedge$ voor EN en $\vee$ voor OF).

3. *Groeikaarten*

Ondervoed kind in Indonesië (uit UNICEF-nieuws aug. '84)

In ontwikkelingslanden is ondervoeding een belangrijke oorzaak van kindersterfte. Die ondervoeding is lang niet altijd te wijten aan voedseltekort. Vaak is verkeerde voeding de oorzaak.

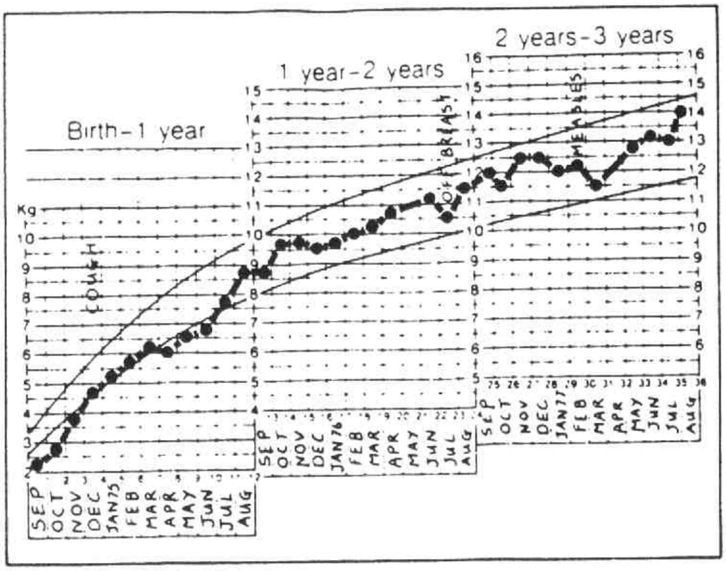
Dat is ook niet altijd zomaar aan het kind te zien. Wel aan de resultaten van een regelmatige gewichtscontrole.

Unicef vergemakkelijkt die controle door het werken met groeikaarten.

Op zo'n groeikaart is de normale groei als een lichte band te zien. Daarnaast zijn banden gedrukt in de kleuren van de regenboog, zodat de ouders snel kunnen zien of het kind in de buurt van de gevarenzône komt. (In dit boek is dat niet af te drukken.)

Het komt er op neer dat het gewicht van het kind in het gebied tussen twee lijnen moet blijven.

Het kind wiens groei op deze kaart wordt weergegeven, maakt goede vooruitgang ondanks een gewichtsafname na de overschakeling van borst- naar flesvoeding en nadat het mazelen had gehad. Verder gewichtsverlies werd toen voorkomen doordat het op tijd ontdekt werd.



>a In welke periode is de normale groei ongeveer lineair?

>b Hoeveel speling is er voor het gewicht van een kind van ca.2 jaar?

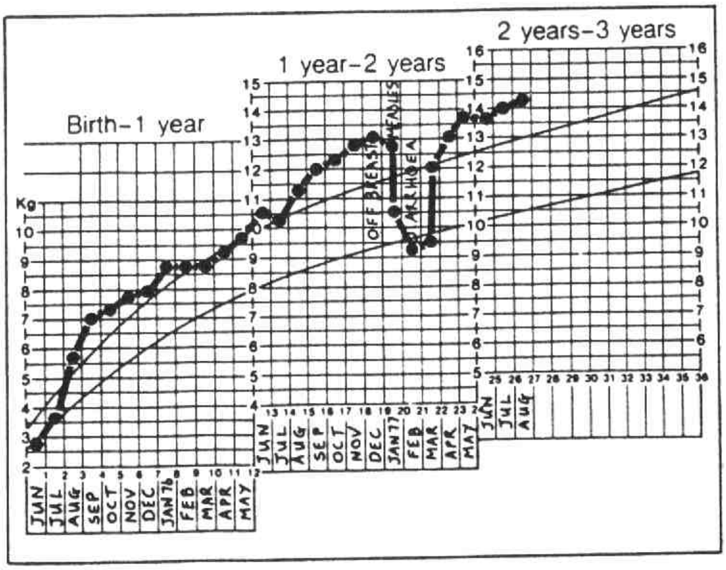
>c Waarom wordt de speling op hogere leeftijd steeds groter?

>d Geef voor elk van de drie jaren de gewichtstoename.

>e Is extrapolatie van de groeilijn tot bijvoorbeeld 61 jaar mogelijk?

(groeikaart van een meisje)

Dit meisje ging goed vooruit totdat met 18 maanden met borstvoeding gestopt werd. Kort nadien kreeg zij mazelen en verloor ze veel van haar gewicht. De gewichtsafname werd deels ook veroorzaakt door uitdroging ten gevolge van diarree. Zonder groeicontrole zou deze ernstige gewichtsafname niet eens zijn opgemerkt. Maar dat gebeurde gelukkig wel en door extra voeding kwam het meisje er weer spoedig bovenop.



>f Door het samengaan van een aantal ongunstige factoren trad er een dramatisch gewichtsverlies op.
Welk deel van haar lichaamsgewicht verloor dit meisje?

4. *Huurverhoging*

In juli vindt meestal een huurverhoging van de woningen plaats. Het percentage waarmee de huren verhoogd worden is niet voor elke woning gelijk. Daarvoor zijn allerlei ingewikkelde voorschriften.
Van belang zijn de huidige huur en de 'waarde' van de woning uitgedrukt in punten. Die punten worden met een puntensysteem vastgesteld.
Om een indruk te krijgen zijn hier enkele onderdelen van dat systeem gegeven.

3 VERWARMING

Per verwarmd vertrek: 2 punten

Daarbij kunnen nog de volgende punten komen:
- privé-ketel 3 punten
- privé hoog-rendements-ketel (per woning) 5 punten
- collectieve hoog-rendementsstookinstallaties (per woning) 1 punt
- thermostatische ventielen (radiatorkranen) per vertrek (max. 2 pt.) ¼ punt (max. 2 pt.)
- verwarmingselement(en) buiten vertrekken per ruimte 1 punt (max. 4 pt.)
- C.V. gecombineerd met warmwatervoorziening per woning extra 1 punt
- doorstroommeters bij collectieve verwarmingsinstallaties, waarbij de doorgestroomde hoeveelheid water en warmte-afgifte worden gemeten 1 punt

9 WOONVORM

Eengezinshuizen:
- vrijstaande woningen 17 punten
- hoekwoning 15 punten
- tussenwoning 12 punten

Woningen in meergezinshuizen (flatgebouwen):

	met lift	zonder lift
— begane grond	6	6
— 1e verdieping	5	3
— 2e verdieping	4	1
— 3e verdieping	4	0
— 4e verdieping	4	0

16 of minder woningen per liftschacht extra 2 punten
Duplex bovenwoning 1 punt
Duplex benedenwoning 4 punten

In 1987 is een huurkrant uitgegeven, waarmee elke hurende Nederlander heel simpel kan na rekenen of hij of zij door de verhuurder wel eerlijk wordt behandeld.
Uit deze huurkrant enkele fragmenten:

BEREKEN NU UW EIGEN HUURVERHOGING

De huurverhoging op 1 juli 1987 wordt berekend over de huurprijs die u op 30 juni 1987 betaalt; dit wordt de huidige huur genoemd. Een huurverhoging mag ook op een later tijdstip ingaan. Ook dan wordt de verhoging berekend over de huur die u in de maand voorafgaande aan het voorstel tot huurverhoging betaalde. Als u het aantal punten van uw woning weet, kunt u ook uitrekenen met welk percentage uw huur verhoogd of verlaagd kan worden. Daarvoor moet u de huidige huur delen door het aantal punten dat uw woning heeft. Op die manier krijgt u de zogeheten 'prijs per punt'.

Vul uw huidig (kale) huur in:		Vul uw aantal punten in: *		U krijgt dan uw prijs per punt:
	:		=	

*) Bij minder dan 40 punten uitgaan van 40 punten.

Voorbeeld:

Uw huidige huur is		uw totaal aantal punten is		uw prijs per punt is dan
f 550,—	:	125	=	f 4,40

Indien de aldus gevonden prijs per punt boven de f 5,20 ligt en uw woning meer dan 80 punten heeft, is het van belang om dan volgens de berekeningswijze 2 de maximaal redelijke huur te berekenen. De huurverhoging per 1 juli 1987 mag niet tot gevolg hebben dat de huurprijs boven dit maximaal redelijke niveau uitgaat.
Is de prijs per punt lager dan f 5,20 dan kunt u in onderstaande tabel "berekeningswijze 1" aflezen wat de huuraanpassing van uw woning mag zijn.

<u>Berekeningswijze 1</u>		huuraanpassing
A. Is de prijs per punt	lager dan f 2,40	6%
B. Is de prijs per punt	gelijk aan of hoger dan f 2,40 maar lager dan f 3,01	4%
C. Is de prijs per punt	f 3,01 of hoger, maar lager of gelijk aan f 5,20	2%
D. Is de prijs per punt	hoger dan f 5,20 maar lager of gelijk aan f 5,85 en vermeerderd met 2%	0%
E. Is de prijs per punt	hoger dan f 5,85 en vermeerderd met 2%	huurverlaging

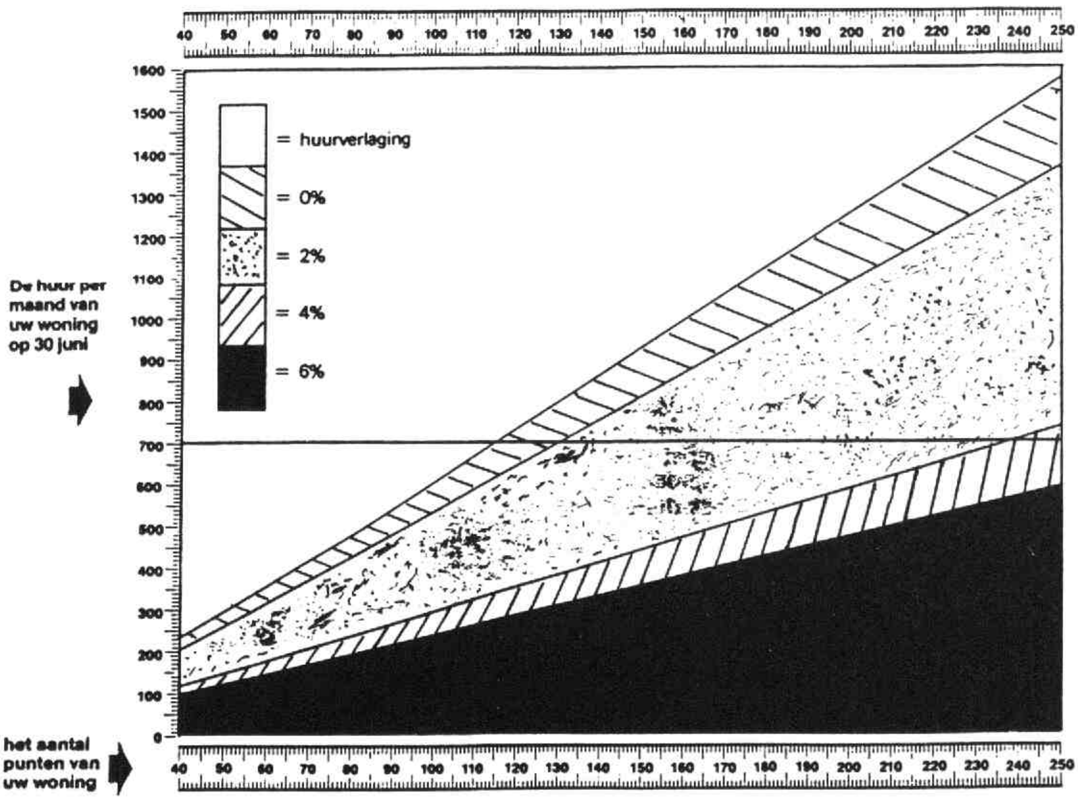
We gebruiken alleen berekeningswijze 1.

>a Bereken in onderstaande gevallen het percentage van de huuraanpassing en de nieuwe huur.

huidige huur	totaal aantal punten
f 300	200
f 650	220

Om de zaak nog duidelijker te maken zijn zelfs grafieken bijgevoegd. Dan hoeft er helemaal niet meer gerekend te worden. (Het aantal punten krijg je al van de verhuurder.)

BEREKEN UW **HUURAANPASSING**



Op de grens tussen de gebieden A en B is de prijs per punt f 2,40. Noem de huidige huur H en het aantal punten P. Dan kun je ook zeggen: voor de grens is $\frac{H}{P} = 2{,}40$ of $H = 2{,}40P$. Dat is de formule van een lineair verband. Dus de grens is een lijn die eenvoudig te tekenen (in dit geval: te controleren) is.

>b Bepaal de formules voor de andere grenslijnen.

>c Een woning heeft een huur van f 200,- en een waarde van 180 punten.
Veronderstel dat het aantal punten niet verandert in de eerste 10 jaar, evenmin als het aanpassingsvoorschrift.
Maak een *berekeningsschema*, waarmee je die huur over 10 jaar kunt berekenen.
De berekening hoef je niet uit te voeren.

De belangrijkste leerstof

- Het gebruiken van gebieden in een grafische voorstelling om beslissingen te nemen.
- Het vaststellen van de begrenzingen van deze gebieden met formules in de gebruikelijke vorm.
- Het formuleren van beslissingsregels met behulp van ongelijkheidsformules.