

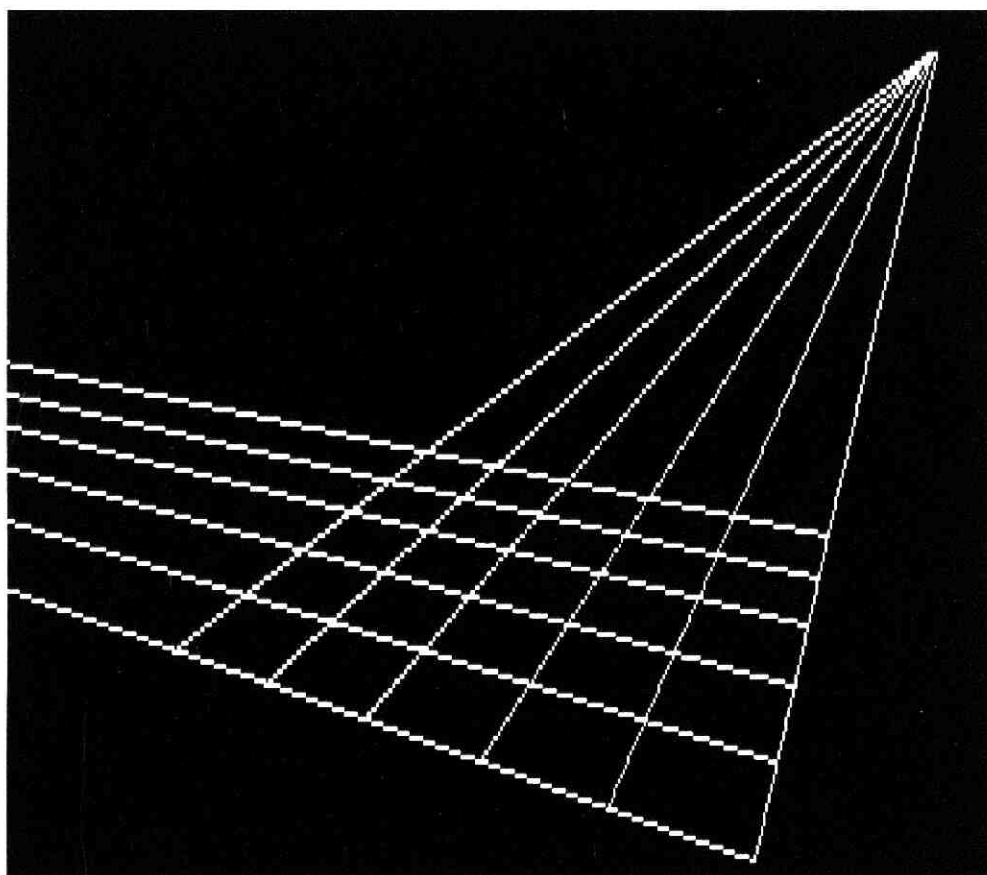


# **RUIMFIG (Hawex) : ruimtemeetkunde op de computer**

<https://hdl.handle.net/1874/20888>

# RUIMFIG

RUIMTEMEETKUNDE  
OP DE  
COMPUTER



WERKBOEK  
BIJ HET PROGRAMMA




Freudenthal instituut  
Archief

# RUIMFIG

RUIMTEMEETKUNDE  
OP DE  
COMPUTER

OW & OC



PRINT

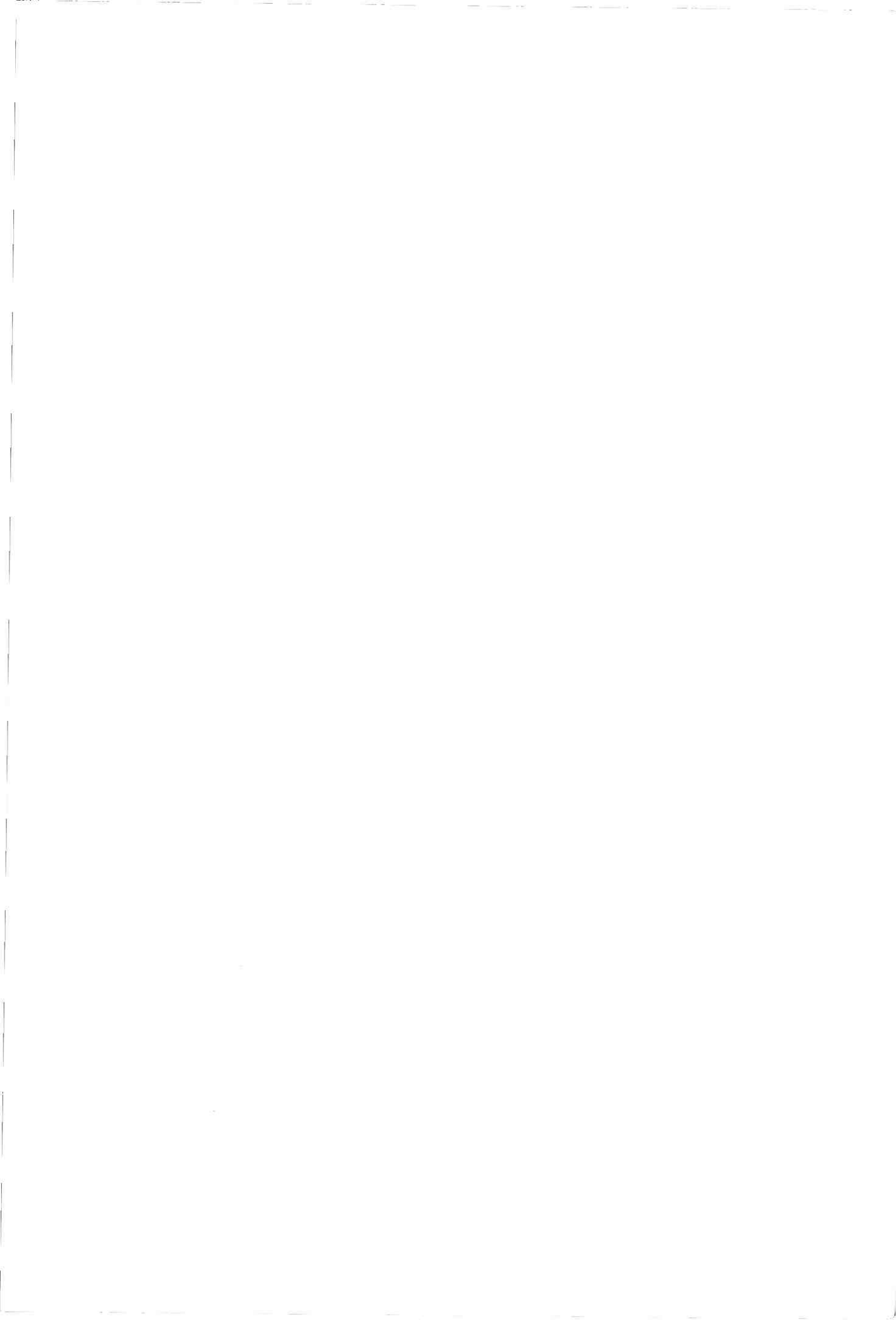
Ontwerp en vormgeving:

Michiel Doorman & Jan de Jong

© Utrecht, januari 1991

## **Inhoud**

Voorwoord .....	3
1. Kennismaking met RUIMFIG .....	5
2. Opgaven met RUIMFIG .....	19
Schema van alle opdrachten .....	37



## Voorwoord

De opgaven in dit werkboek zijn gemaakt om te worden gebruikt met het computerprogramma RUIMFIG. Als voorkennis voor het werken met het programma wordt verwacht dat je al eens gewerkt hebt met, of kennis hebt genomen van coördinaten in de ruimte. Een kwartiertje instructie hierover in de voorafgaande les is voldoende. Verder is het aan te bevelen dat je van te voren gewerkt hebt met echte modellen van ruimtelijke figuren.

Het werkboek bestaat uit twee delen.

In het eerste deel komen alle mogelijkheden van RUIMFIG naar voren. De ruimtemeetkunde-opgaven uit dit deel zijn ontstaan tijdens de experimenten met RUIMFIG (in het HAWEX-project). Het is gemaakt voor twee liefst aansluitende computerlessen. Deze lessen kunnen uitstekend geplaatst worden na een eerste kennismaking met de ruimtemeetkunde.

Het tweede deel bestaat uit een aantal losse opgaven. Deze opgaven hoeven niet in de gegeven volgorde gemaakt te worden. Sommige zijn snel te maken, andere duren wat langer. Een paar kunnen zelfs gemaakt worden als werkstuk.

De opgaven in deel 2 kunnen behandeld worden op willekeurige momenten verderop in de lessen ruimtemeetkunde. Dit kan met de klas in een praktikum, of individueel in (vrije) uren.

Op- of aanmerkingen over het programma of dit werkboek zijn altijd welkom. Ook suggesties voor nieuwe opgaven ontvangen we graag. Stuur deze dan naar:

Vakgroep OW & OC  
t.a.v. Michiel Doorman  
Tiberdreef 4  
3561 GG Utrecht

Aan het eind van het werkboek zijn alle opdrachten van RUIMFIG in een schema gezet. Deze bladzijde kan handig zijn om snel een bepaalde opdracht te zoeken.

Voor ideeën die hebben geleid tot opgaven in dit werkboek bedanken we Martin Kindt, Henk van der Kooij, Anton Roodhardt en Heleen Verhage.





## Deel 1. Kennismaking met RUIMFIG

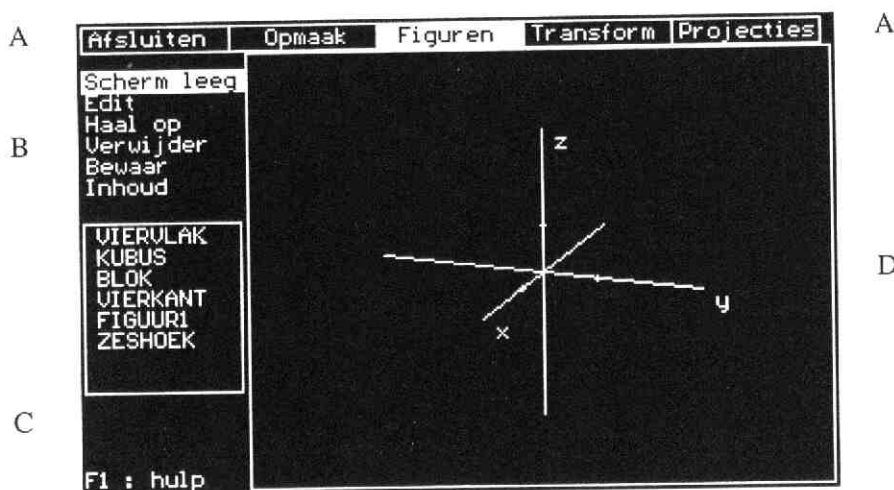
### 1.1 Inleiding

RUIMFIG is een programma voor het tekenen van ruimtelijke figuren met de micro-computer.

Het is een menugestuurd programma. Dat wil zeggen dat er telkens een keuze van jou verwacht wordt uit een aantal op het scherm zichtbare opdrachten (achterin staan ze allemaal op een rijtje).

1> Start het programma: ruimfig <Return>.

Als het programma is gestart, zie je dit op het scherm:



Figuur 1

In de bovenste balk A staan de menu's vermeld. Dit heet de menubalk.

In blok B, de menukaart, staan de opdrachten waaruit gekozen kan worden bij een gegeven menu.

In blok C vindt de communicatie met het programma plaats. Bij een aantal opdrachten wil de computer meer informatie hebben. Dat wordt gemeld in blok C. Bij C staat nu een lijst figuren die voor je klaar gezet zijn.

Het omkaderde deel D is het 'grafische' scherm. Daarbinnen wordt alles getekend, voorzover het er in past.

In de menukaart staan nu de opdrachten die je kunt kiezen uit het menu **Figuren**. Dat is te zien aan de oplichtende tekst in menubalk A.

- Met de pijltjestoetsen  $\leftarrow$  en  $\rightarrow$  kun je door de menubalk gaan en met de pijltjes  $\uparrow$  en  $\downarrow$  door de menukaart.
- Een keuze maak je met <Return> of door de betreffende hoofdletter te tikken.
- De puntjes op de assen zijn  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$  en  $(0, 0, 1)$ .

- 2> Als je er niet al bent, ga dan naar het menu **Figuren**.

De figuren die beschikbaar zijn (op de schijf staan), staan onder de menukaart in een kader.

- 3> Kies de opdracht *Haal op* <Return> .

Merk op dat er iets oplicht in het kader met de figuren. Hiermee krijg je de mogelijkheid om, met de pijltjestoetsen, de kubus te kiezen.

- 4> Kies de kubus en tik <Return> .

De kubus wordt getekend.

- 5> Om beter te zien welke ribben voor elkaar langs lopen is het mogelijk om de opdracht *Diepte* in het menu **Opmaak** te kiezen. Probeer dit.

Door de manier van tekenen (de projectie) is echter niet erg duidelijk te zien hoe de kubus ten opzichte van de coördinaatassen staat. Door er anders tegen aan te kijken wordt dat wat duidelijker.

- 6> Ga naar het menu **Projecties**.  
Kies de projectie op het *Xy-vlak*.

Je ziet de kubus met de assen loodrecht geprojecteerd op het XY-vlak. Dit is het bovenaanzicht van de kubus.

- 7> Welke aanzichten van de kubus krijg je te zien bij de projecties op het *Zx-vlak* en het *Yz-vlak*?

- 8> Bepaal met behulp van het juiste aanzicht de hoogte van het ondervlak van de kubus. (Bedenk wat de positie van de puntjes op de assen is.)

Hoogte: .....

- 9> Hoe lang is een ribbe?.....

- 10> Wat zijn de coördinaten van het middelpunt van de kubus?

Middelpunt: .....

## 1.2 Verschuiven

In het menu **Transform** (afkorting van transformaties) kunnen allerlei bewegingen en vervormingen worden uitgevoerd op ruimtelijke figuren.

- 1> Zet de kubus in de oorspronkelijke *Ingenieurs*-projectie.
- 2> Ga naar **Transform**, en zet het middelpunt van de kubus in de oorsprong (met *Schuif*).
- 3> Kies nu *Rest weg*.

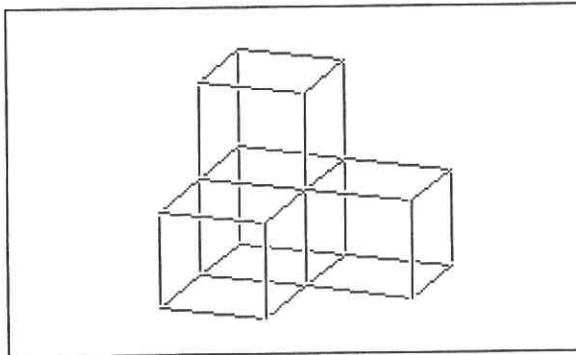
Alle figuren die op het scherm staan worden weggeveegd, en de laatstgemaakte figuur wordt opnieuw getekend.

- 4> Controleer door de projecties op het XY-, YZ- en ZX-vlak te bekijken, of de kubus inderdaad met het midden in de oorsprong staat.
- 5> Zet de kubus tot slot weer in de *Ingenieurs*-projectie.

*Belangrijk:*

- De laatste figuur die getekend is na één of andere transformatie heet de *basisfiguur*. Een transformatie werkt altijd op de basisfiguur.
- Een transformatie kan ongedaan gemaakt worden met de functietoets <F4>.

- 6> Kun je dit plaatje maken? (In de ingenieursprojectie.)



Figuur 2

### 1.3 Draaien

1> Ga naar **Figuren** en maak het scherm schoon (*Scherf leeg*).

Nu verdwijnt ook de basisfiguur.

2> Haal het blok op, en ga daarmee naar **Transform**.

Draaien gaat rond een as, de zogenaamde draai-as. Deze as gaat door de oorsprong en heeft een bepaalde *richting*.

3> Als je voor *Draai* kiest, vraagt de computer naar de richting van de draaias.

Voer in:

[ 0 ]

[ 0 ]

[ 1 ]

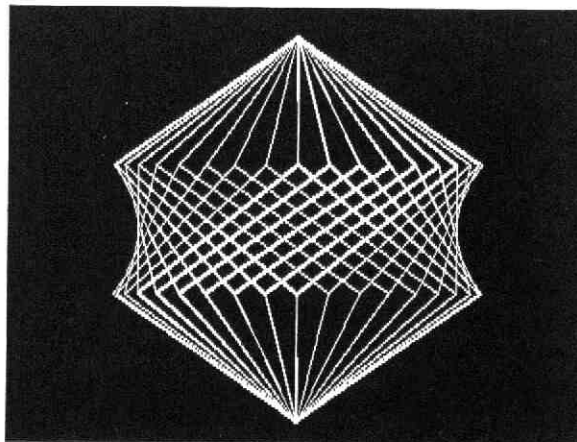
hoek : 90

aantal : 1.

4> Rond welke as is gedraaid? .....

En in welke richting? .....

Probeer ook eens een draaiing om de X-as en om de Y-as.  
(Pas op: slechts de basisfiguur wordt gedraaid!)



Een gedraaide kubus.

## 1.4 Vergroten

1> Maak het scherm schoon (*Rest weg*) en kies *Vergroot*.

Gevraagd wordt hoe groot de *factor* (de vergrotingsfactor) moet zijn.

2> Probeer met factor 0.5

Probeer met factor 4

Wat is het centrum van de vermenigvuldiging?.....

Het is mogelijk dat de laatste figuur niet meer binnen het tekenkader past. Dat kan verholpen worden door een andere schaling voor de assen te kiezen.

3> Ga naar **Opmaak** en kies *Schaal*.

4> Verander de schaling voor alle assen eens in  $[-10,10]$ .

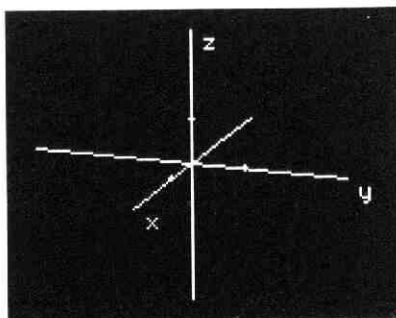
5> Kies *Rest weg*.

## 1.5 Projectiemethoden

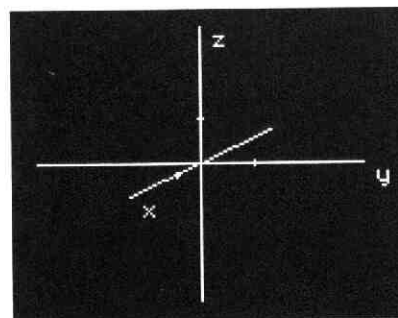
Bij het menu **Projecties** kan de projectiemethode gewijzigd worden. (Je hebt reeds verschillende aanzichten gezien.)

Tot nu toe werd getekend met assen zoals hieronder *links* is aangegeven.

Tekeningen in deze zogenaamde ingenieursprojectie geven een vrij natuurlijk beeld van het ruimtelijke lichaam. Sommige mensen geven de voorkeur aan de *scheve projectie* omdat je deze makkelijker tekent. Het beeld is wel minder natuurlijk.



Ingenieursprojectie



Scheve projectie

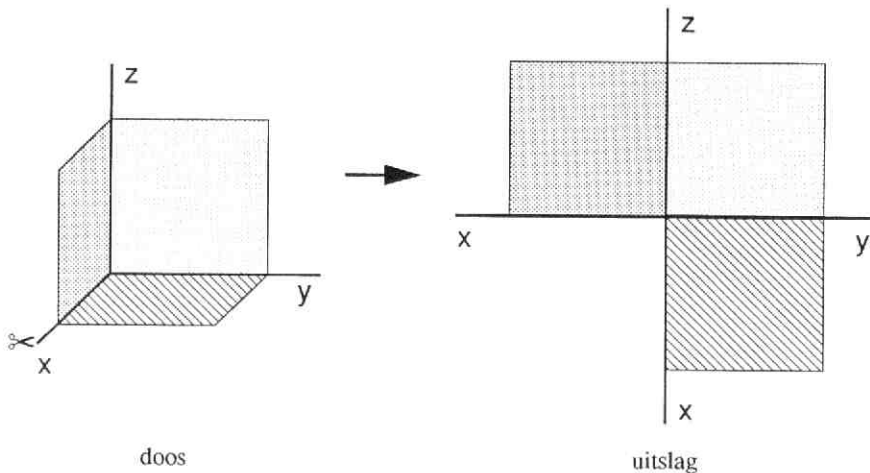
1> Bekijk het blok eens in de scheve projectie.

2> Kies in **Projecties** de *Uitslag*.

Je ziet nu de drie aanzichten van het blok in één keer.

3> Zet de assen weer in de oorspronkelijke schaling van -3 tot 3 (in **Opmaak**), bijvoorbeeld door *Beginstand* te kiezen.

Stel je een assenstelsel voor als de hoek van een kartonnen doos. Als je het assenstelsel 'losknijpt' langs de X-as, dan kun je het uitvouwen en platleggen.



Op deze manier passen de drie aanzichten in één tekening.

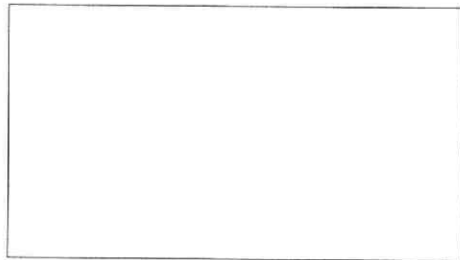
4> Kies in **Projecties** de projectie op het *XY-vlak*.

5> Haal figuur1 in menu **Figuren** op (eerst *Scherf leeg*).

6> Ga terug naar **Projecties** en laat de drie aanzichten tegelijk tekenen (*Uitslag*).

Je ziet nu de aanzichten van een draadmodel.

7> Probeer de ruimtelijke figuur hier onder te tekenen aan de hand van deze aanzichten.



8> Controleer je tekening door figuur1 in de ingenieursprojectie te laten tekenen.

Het is ook mogelijk om je ruimtelijke tekening in perspectief te bekijken met het oog op een plaats die je zelf mag bepalen. Dit heet centrale projectie. Het oog staat nu in (10, 5, 5).

9> Kies uit **Projecties Centraal**. Typ direct drie keer <Return>.

Je kunt zelf kiezen vanuit welk punt je de figuur wilt bekijken. (Het oog kijkt altijd in de richting van de oorsprong.)

10> Bekijk het bouwwerk vanuit verschillende punten.

11> Waar kun je het oog niet neerzetten?

.....

12> Waar moet je het oog zetten zodat de centrale projectie hetzelfde laat zien als de projectie op het YZ-vlak?

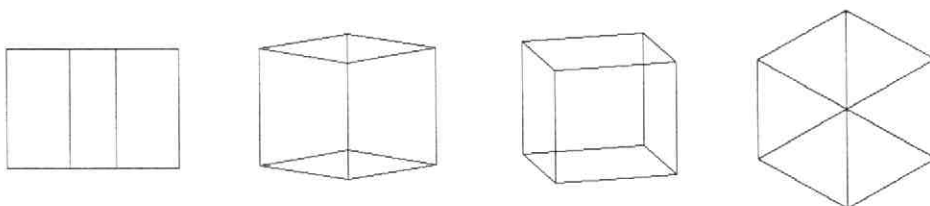
Oog: .....

13> Waar moet het oog zich bevinden opdat verticale lijnen vertikaal op het scherm komen? (D.w.z. lijnen evenwijdig aan de Z-as, lopen op het scherm ook recht omhoog.)

.....

14> Haal de kubus op en laat in **Projecties** het vooraanzicht ervan tekenen.

15> Ga naar **Transform** en probeer de volgende plaatjes te maken, met behulp van *Draai* (dit zijn vooraanzichten!).



Als je de stand van de kubus op je scherm niet meer begrijpt, kun je hem altijd weer een keer opnieuw ophalen (eerst *Scherf leeg*).

## 1.6 Figuren veranderen

- 1> Ga naar het menu **Figuren**, doe *Scherf leeg* en haal de kubus nog eens op.
- 2> Verschuif de kubus met het midden naar de oorsprong.
- 3> Kies *Edit* (in **Figuren**).

Nu heb je zelf de mogelijkheden om een figuur te veranderen. Er zijn drie mogelijkheden. (Alleen even doorlezen.)

1. Punten invoeren of veranderen met *Punten*.
2. Verbindingen maken met *verBinden*.
3. Punten of verbindingen verwijderen met *Verwijderen*.

Iedere verandering kan hersteld worden met <F4>.

Je ziet dat de hoekpunten van de kubus letters hebben gekregen. Deze heb je nodig als je punten of verbindingen wilt veranderen of verwijderen.

Je gaat twee nieuwe verbindingen toevoegen. Het midden van de ribbe *ab* verbinden met hoekpunt *g*, en het midden van *eh* met het midden van *bc*. Hiervoor heb je eerst drie extra punten nodig, de drie middens.

In *Punten* is het mogelijk de coördinaten van een hoekpunt te bekijken.

- 4> Kies *Punten* met <Return>.

Het programma vraagt nu om de naam van een punt.

- 5> Tik: a <Return>.  
Nu staan de coördinaten van *a* op het scherm. We willen alleen maar kijken, niets veranderen.
- 6> Herstel deze keuze met <Esc>.

Op deze manier kun je de coördinaten van bestaande punten zien. Dit is handig voor het vinden van de middens.

- 7> Bepaal de coördinaten van:  
het midden van *ab*, punt *p*: .....  
het midden van *bc*, punt *q*: .....  
het midden van *eh*, punt *r*: .....



Vervolgens ga je deze punten invoeren.

In plaats van de letter van een bestaand punt voeren we nu in *Punten* een nieuwe letter in.

8> Tik: p <Return>.

9> De coördinaten van  $p$  kunnen ingevoerd worden, doe dit.  
(Het invoeren afbreken kan met <Esc>.)

10> Idem voor  $q$  en  $r$ .

Tenslotte moeten de juiste punten verbonden worden.

11> Ga naar *verBinden*.  
Verbind  $p$  met  $g$  door te tikken: pg <Return>.

12> Maak ook nog de verbinding  $rq$ .

Als alles goed gegaan is staan nu de twee verbindingen in de kubus.

13> Uit *Edit* kom je met <Esc> (misschien twee keer <Esc>).

Snijden de twee nieuwe verbindingen elkaar?

Een snijpunt op het scherm hoeft nog niet te betekenen dat de verbindingen elkaar in werkelijkheid snijden. Het is ook mogelijk dat de één achter de ander langs loopt (kruisen).

Met een berekening of met een meetkundige constructie is dit te bepalen.

Het kan ook met RUIFIG.

In **Projecties** biedt de opdracht *Centraal* je de mogelijkheid de figuur vanuit allerlei verschillende posities te bekijken. Als er nu een stand is zodat de twee lijnstukken elkaar op het scherm niet snijden dan weet je zeker dat ze elkaar in werkelijkheid kruisen !?!

14> Probeer met *Centraal* uit te vinden of de twee verbindingen elkaar kruisen.

.....

De verbindingen van de vorige opgave zijn hierna niet meer nodig.

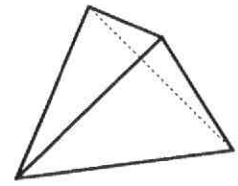
Verwijderen kan weer met *Edit* in **Figuren**.

Het is wel handig als de figuur dan in de ingenieursprojectie staat.

15> Ga hier naar toe en verwijder de punten  $p$ ,  $q$  en  $r$  door hun naam te tikken gevolgd door <Return>.

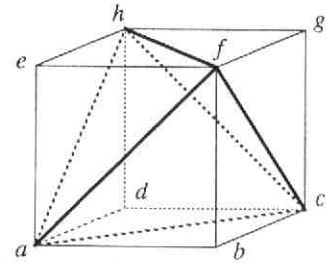
De bijbehorende verbindingen zijn nu ook verwijderd.

Laat de kubus zo staan en lees eerst even verder.  
 Hiernaast zie je een tetraëder. Een tetraëder  
 bestaat uit vier gelijkzijdige driehoeken.  
 Zo'n tetraëder is te maken met behulp van een  
 kubus.



16> Ga naar *verBinden*, en verbind punt *h* met *f* (door deze twee letters te tikken  
 gevolgd door <Return>).

Eén van de zes lijnen van de tetraëder is nu getekend.  
 In het plaatje hiernaast zie je  
 hoe de tetraëder in een kubus ligt.

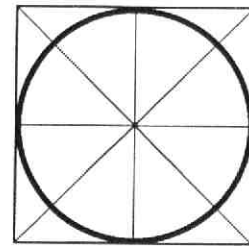


17> Probeer het zelf af te maken.

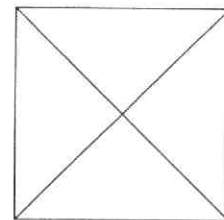
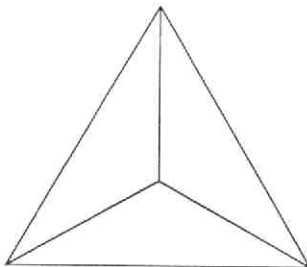
18> Verwijder nu de vier hoekpunten die geen verbinding met de tetraëder hebben.  
 De verbindingen met het betreffende hoekpunt worden meteen ook verwijderd.

19> Terugkeren naar het menu **Figuren** gaat met <Esc>.

Op tv heeft teleac haar programma's op Nederland 3. Als een programma van teleac  
 begint draait het vignet van Nederland 3 tot het teleac logo. Zijn beide plaatjes inder-  
 daad de projectie van een tetraëder?



**teleac**



- 20> Kies in **Projecties** de opdracht *Centraal* en vindt posities zo, dat de tetraëder als het Nederland 3 vignet geprojecteerd wordt, idem voor het teleac-logo.

### 1.7 Zelf figuren maken

Een figuur wordt gedefinieerd door een aantal punten en de verbindingen hiertussen.

- 1> Ga naar **Figuren**, maak het *Scherf leeg*.  
(Het laatste figuur hoeft niet op de schijf opgeslagen te worden.)
- 2> Kies *Edit*.
- 3> Kies *Punten*. Tik: a <Return>
- 4> Geef vervolgens de coördinaten:  
x: -2 <Return>  
y: -2 <Return>  
z: 0 <Return>

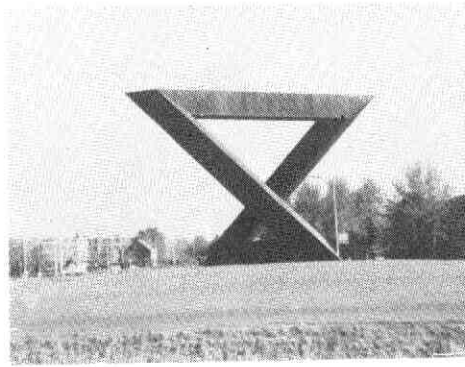
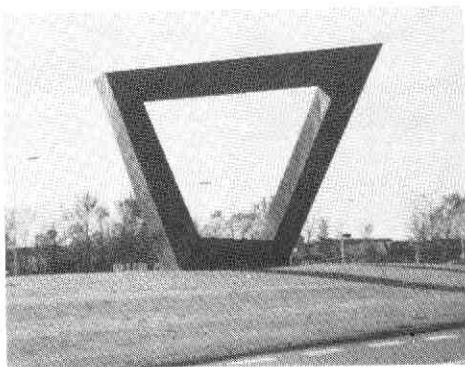
Nu staat het punt  $a (-2, -2, 0)$  op het scherm.

- 5> Voer op dezelfde manier de volgende punten in:  
 $b (2, 2, 0)$ ,  $c (-2, 2, 4)$  en  $d (2, -2, 4)$ .

Als deze vier punten op het scherm staan kunnen ze verbonden worden.

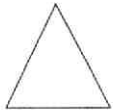


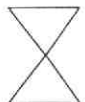
- 6> Verbind:  
 $a$  met  $b$ ,  
 $b$  met  $c$ ,  
 $c$  met  $d$  en  
 $d$  met  $a$ .

In Eindhoven staat deze figuur meer dan levensgroot langs een autoweg.  
De vorm van het kunstwerk verandert voortdurend als je er langs rijdt.



7> Ga naar **Projecties** en laat de drie verschillende aanzichten tekenen.

Waar moet bij de centrale projectie je oog staan zodat de figuur op het scherm:

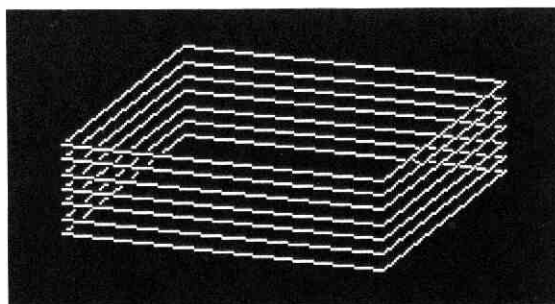
- |                    |   |            |
|--------------------|---|------------|
| - een driehoek is  |  | oog: ..... |
| - en ook:          |  | oog: ..... |
| - een trapezium is |  | oog: ..... |
| - een zandloper is |  | oog: ..... |

### 1.8 Figuren bouwen

Bij de volgende opgaven maak je kennis met het opbouwen van een ruimtelijke figuur vanuit een platte figuur, zoals een vierkant, rechthoek of lijnstuk.

- 1> Kies de ingenieursprojectie (in **Projecties**).
- 2> Ga naar **Figuren** (maak eventueel je scherm leeg) en kies het vierkant.

Met behulp van dit vierkant gaan we een balk maken:



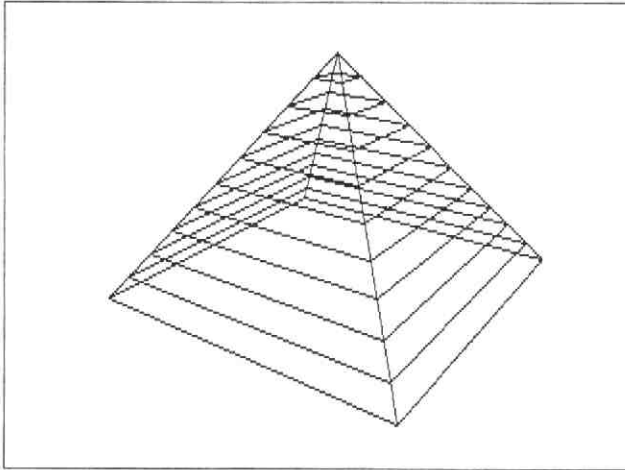
- 3> Ga naar **Transform**.  
*Vergroot* het vierkant met factor 2.
- 4> Schuif het vergrote vierkant over:  
 $x = 0$   
 $y = 0$   
 $z = 0.2$   
met aantal 6.

Je ziet nu de balk onderaan blz. 16 op je scherm (als alles goed gegaan is).

- 5> Ga naar **Figuren**.
- 6> Maak het scherm leeg.
- 7> Ga nu zelf een zeszijdig prisma maken met de zeshoek als grondvlak.
- 8> Probeer ook een scheef zeszijdig prisma te maken door een andere translatie te kiezen. Bekijk hiervan ook het voor-, zij- en het bovenaanzicht.

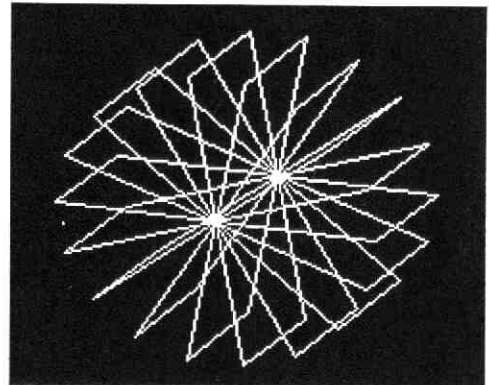
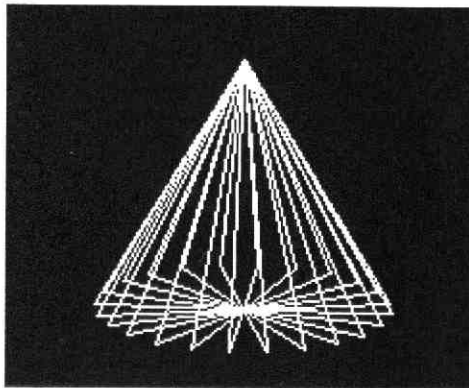
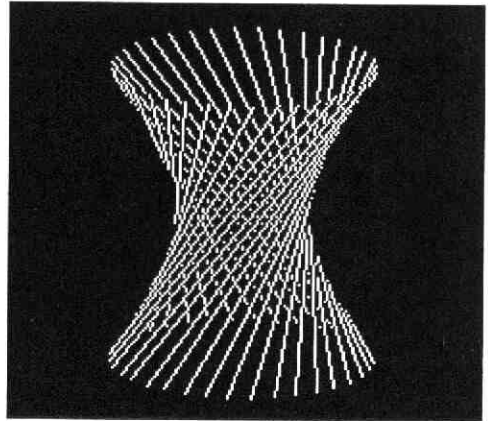
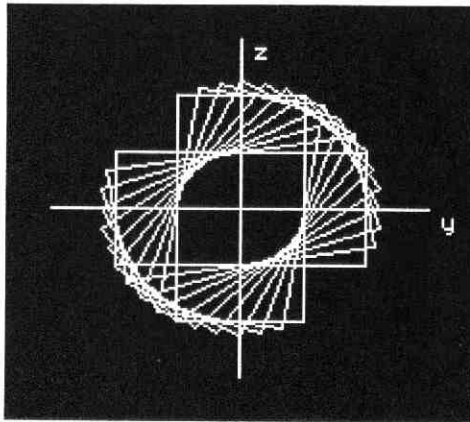
Met behulp van *sChuif/groot* is het mogelijk om een piramide te maken.

- 9> Kies het vierkant als grondvlak.
- 10> Ga naar **Transform** en geef de opdracht *sChuif/groot* (met factor 0.9 en aantal 10).



Pyramide in perspectief.

- 11> Lukt het je om de volgende plaatjes op je scherm te krijgen?  
Probeer bij elk van de plaatjes eerst te bedenken uit welke basisfiguur ze ontstaan zouden kunnen zijn.



## Deel 2. Opgaven met RUIFIG

In het vorige deel heb je kennis gemaakt met RUIFIG. Je hebt alle mogelijke opdrachten die je kunt geven geleerd. Een overzicht van deze opdrachten vind je achterin.

Met RUIFIG kun je meetkundige problemen op een andere manier oplossen dan alleen met een boek en potlood en papier.

Doordat RUIFIG zo snel kan tekenen, kun je bij een opgave een idee uitproberen zonder dat je zeker weet of dit idee wel helemaal goed is. Dat scheelt je een hoop teken tijd.

Als je een figuur een beetje veranderen wilt is dat met RUIFIG snel gedaan. Op papier kan een plaatje snel volraken. Een lijn uitgummen kan ook niet altijd. Hierdoor zou je weer een nieuwe figuur moeten tekenen.

Met RUIFIG kun je een figuur van verschillende kanten bekijken. Van deze mogelijkheid kun je gebruik maken als het je niet lukt om de figuur waar je mee bezig bent precies voor ogen te krijgen. Je kiest dan een paar punten in de ruimte van waaruit je de figuur even bekijkt. Niemand die het merkt.

Het is ook mogelijk dat je leraar voor een les ruimtemeetkunde met RUIFIG al figuren op de schijf heeft gezet waarmee je meteen foutloos kunt beginnen.

Lang niet alle ruimtemeetkunde-opgaven kunnen met RUIFIG. Je leraar en jij zelf kunnen uitzoeken wanneer een bezoek aan het computerlokaal of een demonstratie in het wiskundelokaal zin heeft.

De opgaven in dit deel zijn bij elkaar gezocht om te laten zien dat je met RUIFIG bepaalde ruimtemeetkunde-opgaven die je in je wiskundeboek tegenkomt kunt oplossen. Je zult merken dat de ene opgave langer duurt dan de andere.

### *foto's en centrale projectie.*

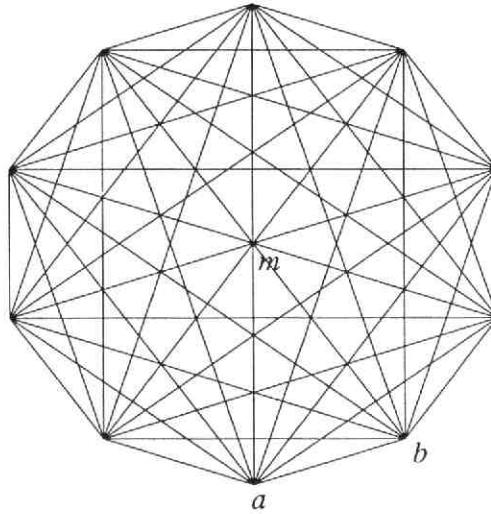
Als je met RUIFIG in de centrale projectie naar een figuur kijkt, dan kijk je vanuit de plaats van het oog *in de richting van de oorsprong*. Je ziet dan wat je krijgt als je vanuit dat punt een foto zou maken, met de camera naar de oorsprong gericht.

Als iemand een foto maakt doet hij dat meestal met de camera recht vooruit, dat is *horizontaal*.

Horizontaal kijken met RUIFIG kan alleen met het oog in het XY-vlak. Alleen daar geldt: "in de richting van de oorsprong kijken" = "horizontaal kijken".

Enkele van de opgaven in dit deel beginnen met een foto. Daarbij ga je proberen met RUIFIG dezelfde figuur te maken. Als zo'n foto ook horizontaal genomen is moet je je figuren gedeeltelijk onder het XY-vlak plaatsen, omdat je oog zich in dat vlak bevindt. Als je alle figuren op of boven het XY-vlak zou plaatsen, zou je namelijk alles een beetje schuin van de onderkant bekijken.

## 2.1 Het gebruik van de rekenmachine (Alt-R)



Figuur 1

Bovenstaande figuur bestaat uit 10 punten met alle onderlinge verbindingen.

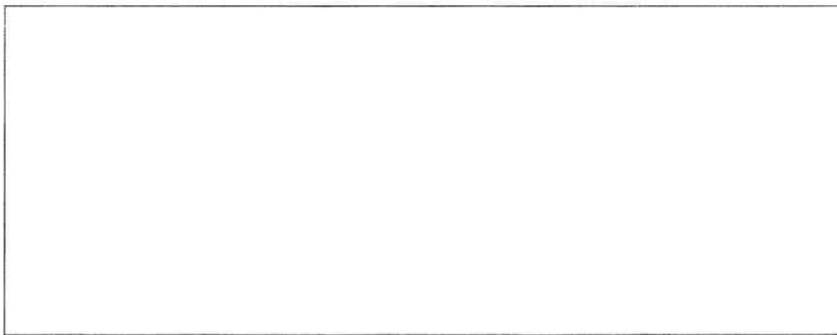
Het is eenvoudig om met RUIMFIG zo iets op het scherm te toveren.

De buitenste punten liggen gelijk verdeeld op een cirkel met straal 4 rond  $(0, 0, 0)$  in het XY-vlak.

Punt  $a$  op de tekening heeft coördinaten  $(4, 0, 0)$ .

Punt  $b$  heeft coördinaten  $(4 \cdot \cos(36^\circ), 4 \cdot \sin(36^\circ), 0)$ .

1> Verklaar dat. Bedenk dat  $am = 4$  en  $\angle amb = 36^\circ$ . Maak een tekening.



2> Ga naar *Edit*, voer punt  $a(4, 0, 0)$  in.

Voor het invoer van het tweede punt kun je de rekenmachine van RUIMFIG gebruiken en het resultaat meteen transporteren naar de invoer.

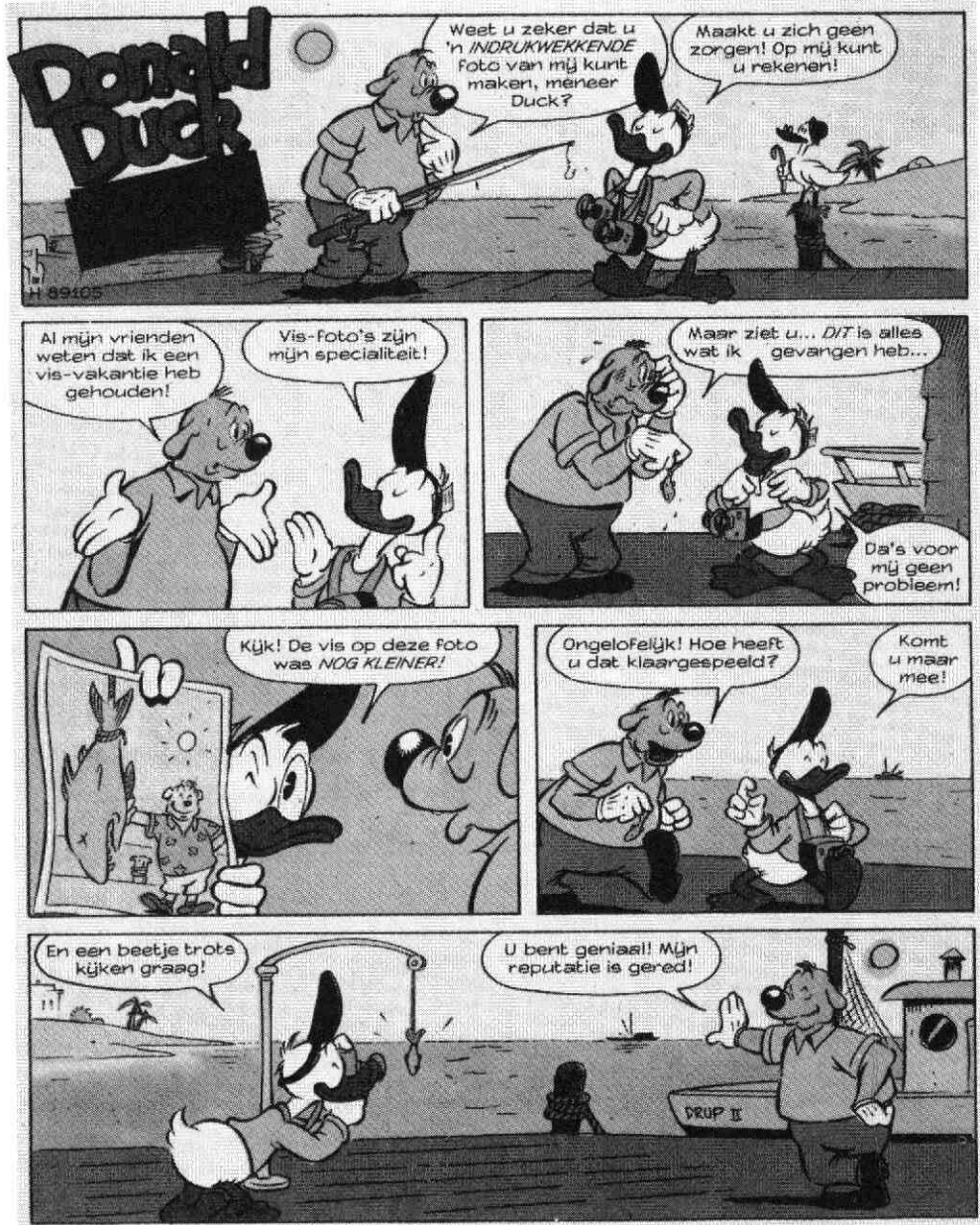


- 3> Voeg punt  $b$  in. Als de cursor bij de  $x$ -coördinaat staat te knipperen druk dan op Alt-R. De rekenmachine verschijnt nu in beeld. Laat  $4 \cdot \cos(36^\circ)$  uitrekenen ("c" is genoeg voor cos). Je ziet dat het antwoord meteen in de  $x$ -coördinaat van  $b$  wordt gestopt.
- 4> Voer met de rekenmachine  $4 \cdot \sin(36^\circ)$  in voor de  $y$ -coördinaat van  $b$ . De  $z$ -coördinaat is 0. Verbind  $a$  met  $b$ .
- 5> Draai nu 10 keer over een hoek van  $36^\circ$ . Op deze manier krijg je de buitenkant van figuur 1.
- 6> Voeg nog meer punten en verbindingen toe, zo, dat je met draaien alle verbindingen krijgt.
  - Probeer zo weinig mogelijk dubbel werk te doen (leg ieder type lijn maar één keer aan);
  - Je hoeft niet alle 10 hoekpunten in te voeren, een deel is genoeg.
- 7> Wat is het minimaal aantal punten/lijnen waaruit de basisfiguur moet bestaan om de hele figuur te kunnen maken?

.....

Hoeveel lijnen worden dan dubbel getekend? .....

## 2.2 Donald Duck fotografeert



Figuur 2

Zoek met RUIFIG uit of een foto als in de strip hierboven mogelijk is.

Stel voor het gemak visser en vis voor met lijnstukken.

De vis is een lijnstuk van 5 cm: punten  $(0, 0, -2)$  en  $(0, 0, 3)$ .

Neem voor de visser een lijnstuk van 175 cm. De onderkant bevindt zich op nivo  $z = -50$ , op dit nivo ligt de kade.

De plaats van de visser op de kade moet je zelf uitzoeken.

Het oog van RUIFIG geeft de positie van het fototoestel aan. Kies hiervoor een plaats in het XY-vlak om een horizontaal genomen foto te krijgen (zie de opmerking op blz 19 onderaan).

Je ziet dat de coördinaten van de vis zo gekozen zijn dat de vis op ooghoogte hangt.

Let nog op het volgende:

- De visser staat rechtop.
- Door de schaling van de assen is hij met de ingenieursprojectie niet zichtbaar, maar dat is niet erg. Door het oog goed te kiezen komt de visser wel weer in beeld.

Kies voor een goede omlijsting van de foto een schaling van -10 tot 10.

1> Zet met RUIFIG vis en visser op hun plaats, kies een punt van waar je een foto kunt nemen die het effect van de foto in de strip geeft.

Gebruik de gegevens van hierboven. De rest moet je zelf schatten (met de strip) of uitproberen.

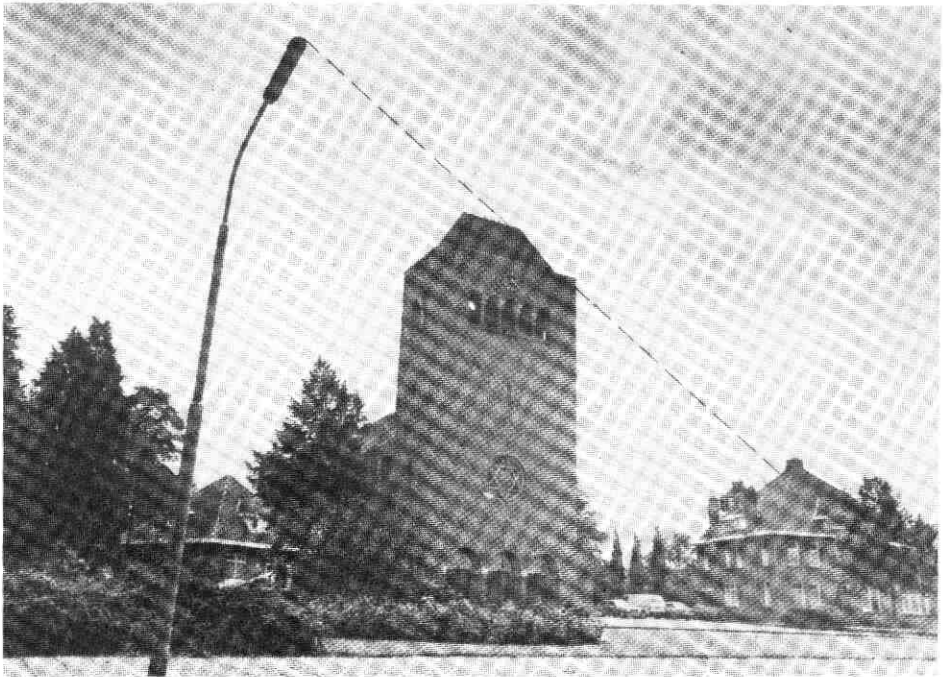
Resultaten:

Plaats van de visser: voeten ( .... , .... , .... ), bovenkant ( .... , .... , ..... )

Plaats van de camera (oog): ( .... , .... , .... )



### 2.3 Verdwijnpunten



Figuur 3

De denkbeeldige lijn van de top van de lantarenpaal naar het hoogste punt van de toren lijkt de grond ergens achter het huis te snijden. Toch weet je dat deze lijn omhoog gaat en alleen maar hoger en hoger komt. Hier is iets aan de hand: dat kun je met RUIFIG uitzoeken.

- 1> Neem voor de lantarenpaal een lijnstuk van punt  $a(3, -1, 0)$  naar  $b(3, -1, 1)$  en voor de toren een lijnstuk van punt  $c(0, 0, 0)$  naar  $d(0, 0, 2)$ . De toren is dus 2 keer zo hoog als de paal. Teken ook de verbinding van de beide bovenkanten:  $bd$ .
- 2> Zoek een oogpunt op de  $X$ -as van waar je de paal boven de toren ziet uitsteken. Let daarbij op het volgende:  
Om horizontaal te kunnen kijken moet je oog zich in het  $XY$ -vlak bevinden. (Zie de opmerking op bladzijde 19 onderaan)

Resultaat: Gevonden oog = ( .... , .... , .... )

- 3> Bepaal een punt  $e$  dat op het verlengde van  $bd$  ligt, voer deze in en verbind  $d$  met  $e$ . Met de verschillende aanzichten kun je controleren of  $e$  werkelijk op het verlengde ligt.

Resultaat:  $e = ( \dots , \dots , \dots )$

- 4> Bekijk de situatie vanuit het in 2> bepaalde oog.
- 5> Verleg punt  $e$  zover mogelijk naar achter maar nog wel op het verlengde van  $bd$ . Bedenk dat met RUIFIG een coördinaat maximaal 999 kan zijn. De verbinding  $de$  blijft in stand. Bekijk deze situatie weer met de centrale projectie.

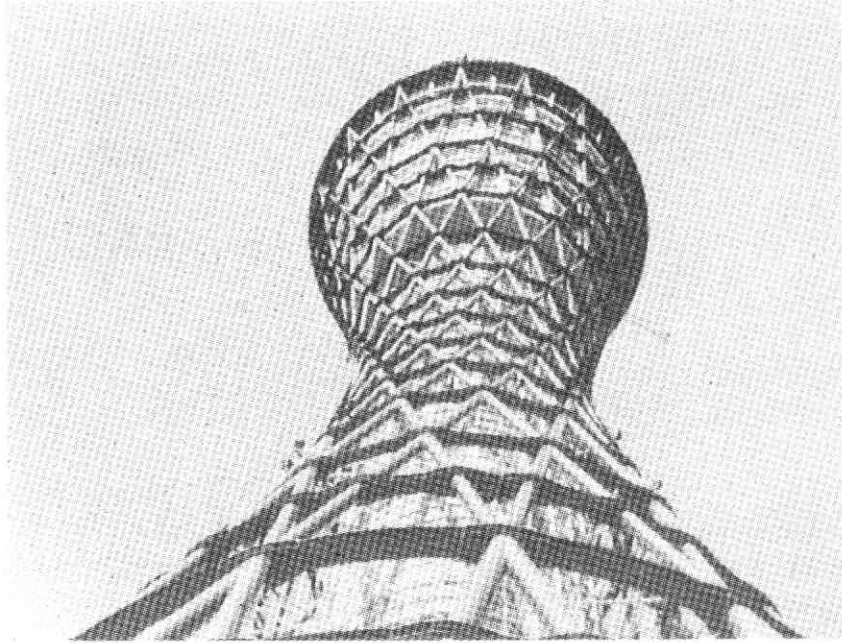
Resultaat:  $e = ( \dots , \dots , \dots )$

- 6> Zet met je potlood een stip op het scherm waar het punt  $e$  nu ligt. Zet  $e$  nu ongeveer op de helft terug richting  $d$  ( $de$  is dus half zo lang geworden). Kijk weer centraal.

Resultaat:  $e = ( \dots , \dots , \dots )$

- 7> Hoe zit het nu met de lijn op de foto aan het begin van de opgave?

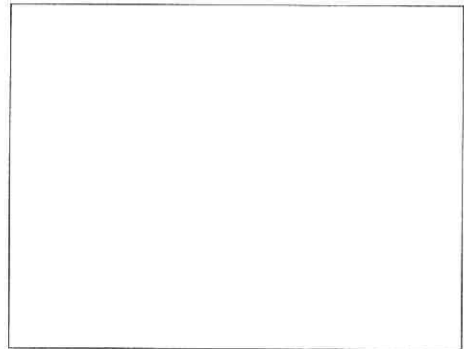
## 2.4 Hyperboloïde



Figuur 4

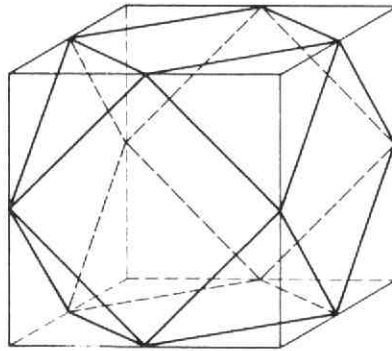
De constructie op de foto hierboven is gemaakt van rechte lijnen.

- 1> Schets hieronder wat je zien als je van boven in de constructie kijkt (het bovenaanzicht).
- 2> Schets ook het vooraanzicht.



- 3> Probeer een figuur te maken die op de toren op de foto lijkt. Bekijk de verschillende aanzichten en vergelijk deze met je schetsen van 1> en 2>.
- 4> Waarschijnlijk heb je de vorige vraag met een basisfiguur en *Draai* gemaakt. Breid de basisfiguur zo uit dat ook de boven- en ondercirkel als veelhoeken getekend worden. Denk eraan dat de rekenmachine van RUIMPFIG kunt gebruiken om de precieze coördinaten te berekenen.

## 2.5 Een veertienvlak



Figuur 5

Het veertienvlak in de figuur hierboven ontstaat uit een kubus door bij elk hoekpunt een driezijdige piramide weg te zagen.

- 1> Schets hieronder zelf de projectie op het YZ-vlak (het vooraanzicht) en de projectie als je kijkt vanuit  $(100, 100, 100)$  zoals jij denkt dat ze er uitzien.



- 2> Maak met RUIFIG het veertienvlak. Je mag zelf bedenken hoe je het aanpakt. De uiteindelijke figuur moet alleen het 14-vlak zijn (de kubus is niet nodig). Je schetsen kun je controleren door de projecties op de coördinaatvlakken en vanuit bovengenoemd oog te bekijken.

## 2.6 Het kubushuis



Figuur 6

De foto is van een huis in de vorm van een halve kubus. Dat zou je zo niet zeggen als je alleen uit deze richting mag kijken. Met RUIMFIG gaan we een halve kubus maken die precies de vorm van het huis heeft.

- 1> Maak een kubus met hoekpunten  $a(0, 0, 0)$ ,  $b(4, 0, 0)$ ,  $c(4, 4, 0)$ ,  $d(0, 4, 0)$ ,  $e(0, 0, 4)$ ,  $f(4, 0, 4)$ ,  $g(4, 4, 4)$  en  $h(0, 4, 4)$ . Denk eraan om de verbindingen toe te voegen.

Er komen nu 6 nieuwe punten bij. Deze punten zijn de middens van zes ribben van de kubus.  $p$  is het midden van  $ef$ ,  $q$  van  $bf$ ,  $r$  van  $bc$ ,  $s$  van  $cd$ ,  $t$  van  $dh$ ,  $u$  van  $eh$ .

- 2> Schrijf eerst de coördinaten van  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s$ ,  $t$  en  $u$  op.

$$p = (\dots, \dots, \dots), \quad q = (\dots, \dots, \dots), \quad r = (\dots, \dots, \dots)$$

$$s = (\dots, \dots, \dots), \quad t = (\dots, \dots, \dots), \quad u = (\dots, \dots, \dots).$$



3> Voer  $p, q, r, s, t$  en  $u$  toe aan de kubus. Verbind  $pq, qr, rs, st, tu$  en  $up$ .

4> Zoek een oog van waaruit je zeshoek  $pqrst$  in ware vorm kunt zien. Beschrijf deze ware vorm. Bekijk de aanzichten van de hele figuur op de coördinaatvlakken.

Resultaat: gevonden oog: ( .... , .... , .... ).

5> Zet de figuur weer in ingenieursprojectie. Verwijder de punten  $f, g, c$  en  $h$ . Van de kubus is nu alleen nog een drietand over. Verbind nu  $ep, eu, bq, br, ds$  en  $dt$ . Het halve-kubus-huis is klaar. Als het goed is heb je een figuur met 10 hoekpunten en 15 verbindingen en 7 zijvlakken.

6> Bewaar deze figuur op de schijf.

7> Zoals gezegd heeft de figuur 7 zijvlakken. Wat voor vormen hebben deze?

Het de bedoeling dat de figuur in de stand van het huis op de foto gezet wordt, dus met de zeshoek op het XY-vlak en  $a$  als hoogste punt.

8> Voer om deze stand te bereiken de volgende transformaties uit: (Bij mislukken kun je de figuur opnieuw van de schijf halen)

- 1: Draaien rond de Z-as over een hoek van  $-45^\circ$ .
- 2: Draaien rond de Y-as over een hoek van  $+125^\circ$ .
- 3: Translatie over de vector  $[0 ; 0 ; 3.464]$ .

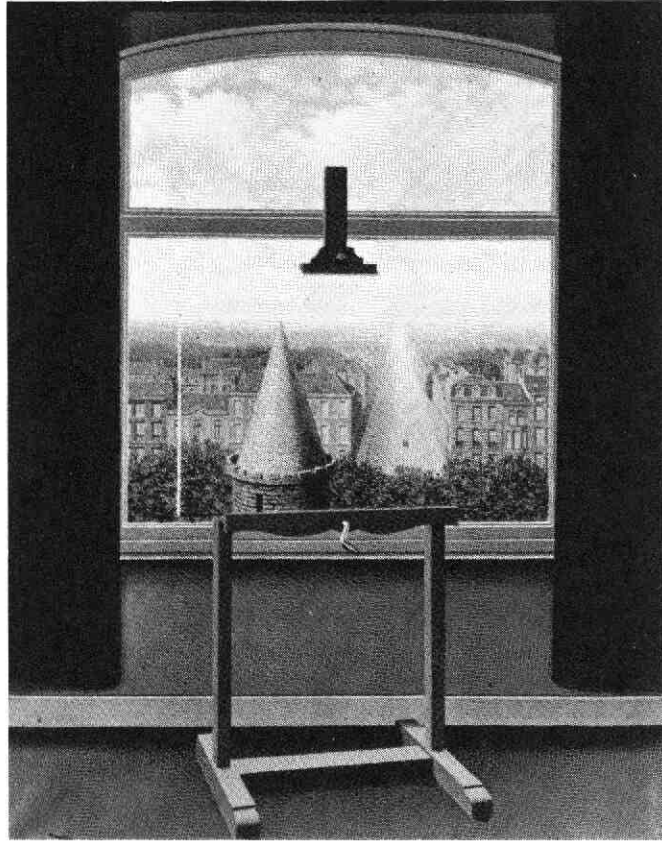
9> Bekijk de verschillende aanzichten en stel vast of het draaien en transleren het gewenste resultaat hebben gehad.

10> Verklaar de getallen die gebruikt werden bij vraag 8>.

De methode die in opgave 8> genoemd is, is niet de enige methode om het kubushuis in de goede stand te krijgen. Er zijn andere, zelfs snellere methodes (minder aantal stappen) mogelijk.

11> Weet je een andere manier om het kubushuis in de goede stand te krijgen?

## 2.7 Les Promenades d'Euclide



Figuur 7

Dit is een foto van een schilderij van de Belgische schilder René Magritte uit 1953. Het heet 'Les Promenades d'Euclide' (De Euclidische wandelingen). Waarom heeft Magritte deze naam gekozen?

Het frappante is dat de torenspits en de weg precies gelijkvormig en even groot op het schilderij terechtkomen. In deze opgave ga je aantonen dat Magritte de waarheid geen geweld heeft aangedaan.

In het schilderij kun je zien dat de torenspits zich op ooghoogte bevindt.

1> Waaruit blijkt dat?

Het oog en de top van de torenspits moeten dus in het  $XY$ -vlak liggen (zie de opmerking op bladzijde 19 onderaan)

Natuurlijk kan iedereen twee dezelfde figuren invoeren om op het scherm het plaatje van het schilderij te krijgen. De bedoeling is natuurlijk dat één van de tweepoten op het scherm van de torenspits en de andere van de weg afkomstig is.

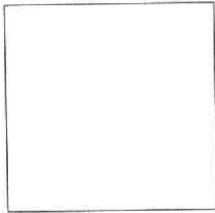
Je kunt elkaar controleren door de aanzichten te bekijken.

2> Construeer een torenspits en een weg en zoek een oog van waaruit je beide figuren gelijkvormig, gelijkstandig en even groot ziet.

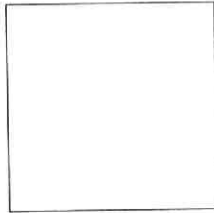
Let daarbij op het volgende:

- Voor de torenspits zijn twee lijnen genoeg. (Als je meer lijnen wilt heb je een herhaalde rotatie nodig. Bedenk dat daarna de weg er nog bij moet).
- De twee lijnen van de weg zijn in werkelijkheid evenwijdig.

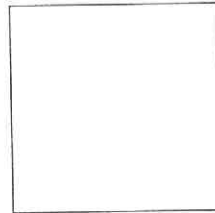
3> Schets hieronder de aanzichten van jouw constructie:



vooraanzicht

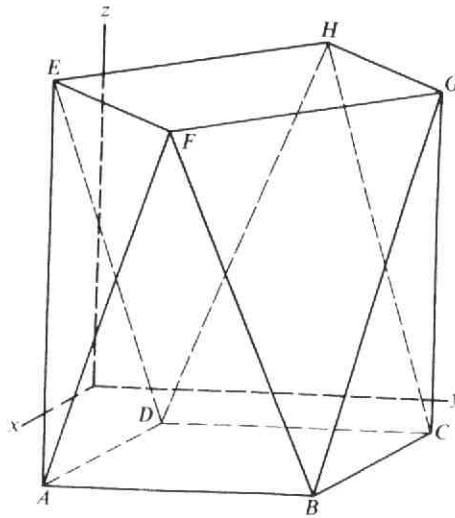


zijaanzicht



bovenaanzicht

## 2.8 Draaien in een tienvlak



Figuur 8

- 1> Maak met RUIFIG bovenstaand tienvlak.  
Gebruik de volgende gegevens:
  - het grond- en bovenzak zijn vierkanten met zijde 4
  - de hoogte van de figuur is 6.
  - de *diagonalen* in het bovenzak zijn evenwijdig aan de *zijden* van het ondervlak (oftewel het bovenzak ligt  $45^\circ$  gedraaid ten opzichte van het ondervlak).
  - de figuur moet zo staan dat het punt  $(0, 0, 0)$  het middelpunt van het vlak *ABCD* is.
- 2> Bekijk de projecties op de coördinaatvlakken.
- 3> Zet de schaling op -4 tot 4.
- 4> Zoek uit bij welke rotaties om de Z-as de figuur op het scherm niet verandert.

Zulke rotaties heten *rotaties waaronder de figuur invariant is*.

De figuur wordt voor de helft gevuld met water.

- 5> Voeg punten en lijnen aan de figuur toe zodat op het scherm het wateroppervlak zichtbaar is.  
Aanwijzing: met *Edit* kun je even stiekum naar de coördinaten kijken, zonder ze te veranderen (gebruik <Esc> als je genoeg weet), afronden is toegestaan.

6> Wat is de vorm van het wateroppervlak?

7> Verwijder nu weer de punten van het wateroppervlak en bewaar het tienvlak op de schijf.

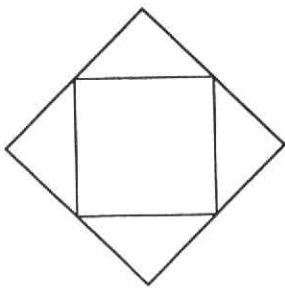
Het bovenzvlak kan met SCHUIF/DRAAI ontstaan uit het ondervlak. Als we de SCHUIF/DRAAI met tussenstanden laten verlopen verschijnt een gedraaide figuur. We vragen ons af of deze gedraaide figuur in alle tussenstanden binnen het tienvlak past.

8> Probeer in één figuur het resultaat van de SCHUIF/DRAAI met het tienvlak te krijgen.

9> Beantwoord de vraag of de gedraaide figuur in het tienvlak past.

10> Maak het scherm leeg (de figuur hoeft niet weer op de schijf als RUIMFIG daarom vraagt) en begin nog een keer met het tienvlak.

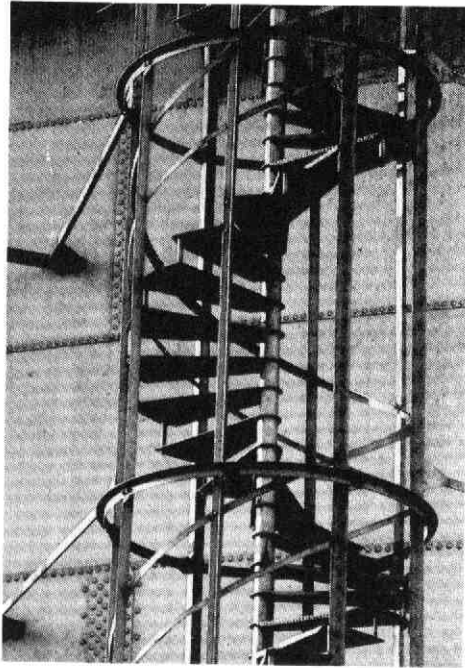
11> Kies het oog zó op de z-as, dat je het volgende ziet:



Resultaat: gevonden oog: ( .... , .... , .... )

Opmerking: bij deze opgave is het mogelijk om meteen na vraag 4 door te gaan met vraag 8.

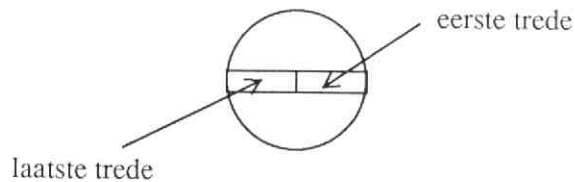
## 2.9 De wenteltrap



Figuur 9

Maak met RUIFIG een wenteltrap.

- Laat de Z-as de centrale stang zijn. Daar zitten de treden aan vast.
- Eén eenheid op de assen is 1 meter.
- De treden zijn 1 meter lang en 30 cm breed. De dikte mag je verwaarlozen, waardoor de treden rechthoekjes mogen zijn.
- Met de trap moet een hoogteverschil van 3 meter overbrugd worden.
- Hieronder zie je een bovenaanzicht van het trapgat met alleen de eerste en de laatste trede:



- Kies zelf een redelijk hoogteverschil tussen twee treden.
- Kies ook de hoek tussen twee opeenvolgende treden.

- 1> Maak, rekening houdend met bovenstaande opmerkingen, een wenteltrap met RUIMFIG. (bewaar de basisfiguur op de schijf, een mooie naam is "trede")

Resultaat: aantal treden:.....

Hoogteverschil per trede:.....

Hoek:.....

- 2> Controleer of de volgende formules kloppen:  
Aantal treden \* hoogteverschil per trede = 3

Aantal treden \* hoek = .....

- 3> Bekijk van de trap de aanzichten op de coördinaatvlakken.

De trap heeft ook een leuning. Deze leuning bevindt zich op handhoogte. Maak voor deze handhoogte een redelijke keus.

De leuning kan toegevoegd worden aan het plaatje door bij de basisfiguur die je gaat schuifdraaien een extra punt toe te voegen op handhoogte boven de trede. Dit punt kan meedraaien met de trede.

- 4> Voeg zo'n 'leuningpunt' toe aan de basisfiguur en laat de trede met leuning tekenen.

Het is jammer dat de leuning onderbroken getekend wordt.

De leuning kan wel ononderbroken getekend worden door in de basisfiguur een leuningstukje op te nemen. Dit leuningstukje is de verbinding tussen twee opeenvolgende leuningpunten. Hiervoor heb je de coördinaten van het *tweede* leuningpunt nodig.

- 5> Zorg dat op de schijf een figuur staat met de naam "eerste" die de eerste trede met het eerst leuningpunt vormt.

- 6> Schuifdraai "eerste" slechts 1 keer. (gebruik dezelfde getallen als bij 1>)

Nu staan de eerste 2 treden en de eerste 2 leuningpunten op het scherm. De tweede figuur is de basisfiguur, met behulp van *Edit* lees je af wat de coördinaten zijn van het tweede leuningpunt.

Resultaat: coördinaten van het tweede leuningpunt: ( .... , .... , .... )

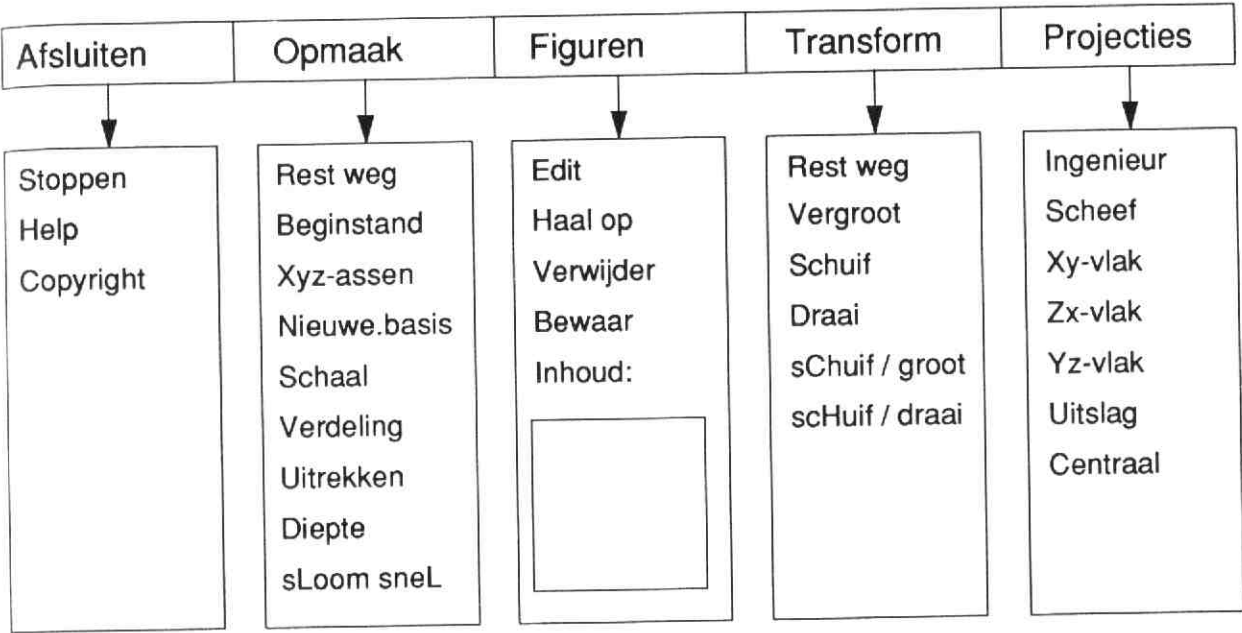
- 7> Doe nu scherm leeg, haal "eerste" op, en voeg het leuningstukje toe.

- 8> Laat nu de trap met leuning tekenen.





**Schema van alle opdrachten**



**Speciale toetsen:**

- Esc: Meestal te gebruiken om een verkeerde keuze af te breken.
- F1: Hulp.
- F2: Tekensnelheid veranderen (sloom of snel), zoals de opdracht in Opmaak.
- F3: Stop het tekenen.
- F4: Herstel de laatste transformatie of edit-opdracht.

**Speciale toetscombinaties:**

- Alt R: Schakel de rekenmachine in.
- Alt B: Verander de achtergrondkleur van het hele scherm.