Landmeten en waterpassen

LANDMETEN EN WATERPASSEN

DOOR

CH. M. SCHOLS,
Hoogleeraar aan de Polytechnische School te Delft.

TEKST.

TWEEDE DRUK.

TE BREDA,
TER STOOMDRUKKERIJ VAN K. G. OUKOOP,
VOOR REKENING VAN DE
KONINKLIJKE MILITAIRE ACADEMIE.

1881.

VOORBERICHT VOOR DEN EERSTEN DRUK.

De cursus in Landmeten en Waterpassen, *in hoofdzaak samengesteld naar de voordrachten door mij gedurende zes jaren aan de Koninklijke Militaire Academie te* Breda *gehouden, bevat een kort overzicht van de thans meest gebruikelijke instrumenten en wijzen van opnemen. In de eerste plaats geschreven als handleiding voor het onderwijs aan genoemde Academie, konden enkele onderwerpen, zooals het vereffenen der fouten, de nauwkeurigheid der metingen, enz. daarin slechts zeer kort of in het geheel niet behandeld worden; omdat de grondslagen waarop die behandeling zou moeten berusten — de waarschijnlijkheidsrekening en de methode der kleinste vierkanten — in het leerplan der Academie niet zijn opgenomen. Alleen in die gevallen, waarin eene vereffening der fouten absoluut noodzakelijk is, zooals bij de driehoeks- en de veelhoeksmeting, zijn eenvoudige handelwijzen aangegeven, om bij benadering tot dat doel te geraken.*

Hierachter volgt eene opgave van de voornaamste werken, die bij de samenstelling van dezen cursus geraadpleegd zijn en waarvan de studie kan aanbevolen worden.

De colleges van mijn vroegeren leermeester, wijlen professor D^r^. L. Cohen Stuart, *en de herhaalde besprekingen met Z.H.G. zijn niet zonder invloed op de samenstelling van dezen cursus gebleven. De groote belangstelling, die hij bij voortduring in het welslagen van het door mij ondernomen werk toonde, doet het mij betreuren, den nu voltooiden arbeid niet meer aan zijn oordeel te kunnen onderwerpen.*

CH. M. SCHOLS.

DELFT, 1878.

VOORBERICHT VOOR DEN TWEEDEN DRUK.

Deze tweede druk onderscheidt zich van den eersten, behalve door eenige kleine toevoegingen, betrekking hebbende op de regeling van de instrumenten, hoofdzakelijk door de opneming van den transformateur en door de beschrijving en afbeelding van eene betere constructie van den Poolplanimeter.

De hierachter volgende litteratuur-opgave is aangevuld met verschillende later verschenen werken. Tevens is bij de verschillende werken zooveel mogelijk de laatst verschenen uitgave vermeld.

CH. M. SCHOLS.

DELFT, 1881.

ZINSTORENDE DRUKFOUTEN.

Blz.	48,	regel	17,	v. o.	*staat:*	BCD	*lees:*	BCd.
〃	95,	〃	9,	v. o.	〃	treffen,	〃	treft.
〃	105,	〃	10,	v. b.	〃	aneoïde;	〃	aneroïde.
〃	134,	〃	2,	v. b.	〃	AA′,	〃	A′A.
〃	134,	〃	4,	v. b.	〃	AB, AC, AD,	〃	A′B, A′C, A′D.
〃	135,	〃	6,	v. b.	〃	volgenden:	〃	volgende:
〃	145,	〃	13,	v. o.	〃	D_n,	〃	A_n.
〃	146,	〃	1,	v. b.	〃	D,	〃	E.
〃	148,	〃	12,	v. b.	〃	volgenden:	〃	volgende:

LITTERATUUR-OPGAVE.

Dr. C. M. Bauernfeind. Elemente der Vermessungskunde. 6e Aufl. Stuttgart. 1879.

W. Jordan. Taschenbuch der Praktischen Geometrie. Stuttgart. 1873.

Dr. W. Jordan. Handbuch der Vermessungskunde. Stuttgart. 1877.

Fr. Hartner. Handbuch der niederen Geodäsie. 5e Aufl. Wien. 1876.

P. Breton (de Champ). Traité du lever des Plans et de l'Arpentage. Paris 1865.

Dr. G. Chr. K. Hunäus. Die geometrischen Instrumente. Hannover 1864.

Dr. Ph. Carl. Die Principien der astronomischen Instrumentenkunde. Leipzig. 1863.

F. Lorber. Ueber die Genauigkeit der Längenmessungen mit Messlatten, Messband, Messkette und Drehlatte. Wien. 1877.

D. J. Brouwer. Handleiding tot de theoretische en praktische Zeevaartkunde. Nieuwediep. 1864. (Deel I, Hoofdstuk V, Reflexiewerktuigen).

Zeitschrift für Vermessungswesen, im Auftrag und als Organ des Deutschen Geometervereins. Stuttgart. 1872. u. ff.

J. H. Franke. Die Dreiecksnetze vierter Ordnung als Grundlagen geodätischer Détail-Aufnahmen. München. 1871.

Dr. J. H. Franke. Die trigonometrische Punktbestimmung im Netz-Anschluss. München. 1875.

Dr. J. H. Franke. Die Grundlehren der trigonometrischen Vermessung im rechtwinkligen Koordinatensystem. Leipzig. 1879.

J. J. Vorlaender. Anleitung zum Feldmessen. Berlin. 1871.

J. J. Vorlaender. Ausgleichung der Fehler polygonometrischen Messungen. Leipzig. 1858.

F. G. Gauss. Die trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen in der Feldmesskunst. Berlin. 1876.

F. G. Gauss. Die trigonometrische Punktenbestimmung durch Einschneiden. Berlin. 1877.

J. Marek. Technische Anleitung zur Ausführung der trigonometrischen Operationen des Katasters. Budapest. 1875.

C. F. Defert. Die Horizontalaufnahme bei Neumessung der Wälder. Berlin. 1880.

W. Jordan. Ueber die Genauigkeit einfacher geodätischer Operationen. Zeitschrift für Mathematik und Physik. Herausgegeben von O. SCHLÖMILCH, E. KAHL und M. CANTOR. Leipzig. 1871. Jahrgang XVI, S. 397 u. ff.

Fr. R. Helmert. Studien über rationelle Vermessungen. Leipzig. 1868. Zeitschrift, als boven. Jahrg. XIII S. 73 u. ff.

I. Moinot. Levés de plans à la stadia. 3me Edition. Perigueux. 1877.

Werner. Die Tacheometrie. Wien. 1873.

Dr. W. Tinter. Ein Beitrag zur Kenntniss der Leistungsfähigkeit der in der Praxis hauptsächlich verwendeten Planimeter. Wien. 1877.

Dr. M. Doll. Die Nivellirinstrumente und deren Anwendung. Stuttgart. 1876.

J. J. Baeyer. Nivellement zwischen Swinemünden und Berlin. Berlin. 1840.

S. Stampfer. Theoretische und praktische Anleitung zum Nivelliren. 8te Aufl. Wien. 1877.

P. Breton (de Champ). Traité du Nivellement. 3e édition. Paris. 1873.

K. Haas. Ueber Höhenaufnahmen. Organisation, Betrieb und Kosten derselben. Stuttgart. 1878.

Th. Bleckmann en E. Steuerwald. Nota omtrent verrigte waterpassingen over breede stroomen. Notulen der Vergaderingen naar het K. Instituut van Ingenieurs, 1857—58, blz. 104.

E. Steuerwald en J. M. F. Wellan. Waterpassingen over de Westerschelde, van Vlissingen naar Breskens en van Neuzen naar Ellewoutsdijk. Verhandelingen van het K. Instituut naar Ingenieurs, 1860—61, blz. 22.

H. F. Beijerman en W. de Man. De overbrenging van het Amsterdamsch peil naar Texel en Vlieland. Verhandelingen van het K. Instituut van Ingenieurs. 1878—79, blz. 1.

Dr. P. Schreiber. Handbuch der barometrischen Höhenmessungen. Weimar. 1877.

Dr. C. Jelinek. Ueber die Constanten der Aneroide und über Aneroide mit Höhenscalen. Sep. Abdr. a. d. Sitzb. der k. Akad. der Wissensch. B. LXXII, Abth. II, Dec. Heft. Jahrg. 1875. Wien. 1876.

Dr. C. Koppe. Die Aneroid-Barometer von Jakob Goldschmid und das barometrische Höhenmessen. Zürich. 1877.

Dr. H. Schoder. Hülfstafeln zur barometrischen Höhenbestimmung nebst einer Antleitung zur Untersuchung und zum Gebrauch der Federbarometer. Stuttgart. 1874.

J. Höltschl. Das Höhenmessen mit Metall-Barometern. Wien. 1870.

J. Höltschl. Die Anéroïde von Naudet und von Goldschmid. Wien. 1872.

Dr. Ch. A. Vogler. Anleitung zum entwerfen graphischer Tafeln. Berlin. 1877.

Dr. Ch. A. Vogler. Graphische Barometertafeln. Braunschweig. 1880.

Chr. L. Gerling. Die Ausgleichungs-Rechnungen der practischen Geometrie, oder die Methode der kleinsten Quadrate. Hamburg und Gotha. 1843.

Ch. Fr. Gauss. Méthode des moindres carrés, traduit par J. Bertrand. Paris. 1855.

Dr. A. Sawitsch. Die Anwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie auf die Berechnung der Beobachtungen und geodätischen Messungen oder die Methode der kleinsten Quadrate. Deutsch bearbeitet von C. G. Lais. Mitau und Leipzig. 1863.

F. R. Helmert. Die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate mit Anwendungen auf die Geodäsie und die Theorie der Messinstrumente. Leipzig 1872.

I N H O U D.

HOOFDSTUK IV. Theodoliet.

HOOFDSTUK V. Sextant.

HOOFDSTUK VI. PLANCHET.

HOOFDSTUK VII. BOUSSOLE.

HOOFDSTUK VIII. HET UITZETTEN VAN HOEKEN.

HOOFDSTUK IX. MEETLATTEN, MEETKETTING, MEETBAND.

Blz.

HOOFDSTUK X. Afstandsmeter.

HOOFDSTUK XI. Waterpasinstrument.

HOOFDSTUK XII. Barometer.

B. OPMETINGEN.

HOOFDSTUK XIII. Algemeene gang der meting.

HOOFDSTUK XIV. Coördinaten-berekening.

HOOFDSTUK XV. Driehoeksmeting.

HOOFDSTUK XX. TRIGONOMETRISCHE HOOGTEMETING.

HOOFDSTUK XXI. WATERPASSEN.

HOOFDSTUK XXII. BAROMETRISCH HOOGTEMETEN.

Blz.

HOOFDSTUK XXIII. OPNEMEN VAN HOOGTELIJNEN.

LANDMETEN EN WATERPASSEN.

INLEIDING.

De *Geodesie*, in ruimen zin genomen, houdt zich bezig met het bepalen van de grootte en den vorm van een grooter of kleiner gedeelte van het aardoppervlak of wel van de aarde in haar geheel. Alleen dat gedeelte van de geodesische wetenschap, dat betrekking heeft op de opmeting van een zoodanig terrein, waarbij de aarde als een plat vlak beschouwd kan worden, en dat meer bijzonder onder den naam van *Landmeten* bekend staat, zal in dezen cursus behandeld worden. Een terreingedeelte, dat zich in alle richtingen niet verder dan 10 uur gaans uitstrekt, kan daartoe nog gerekend worden. Daar echter, waar het geldt de bepaling van de hoogteligging van punten, zal met den gebogen vorm der aarde rekening gehouden worden, omdat de invloed van dien gebogen vorm hierbij reeds op betrekkelijk korte afstanden merkbaar is.

De hier bedoelde metingen berusten allen op het bepalen van *hoeken*, van *afstanden* en van *hoogteverschillen*. Van ieder van de verschillende soorten van instrumenten, die tot dat doel gebezigd worden, wordt in het eerste gedeelte één als type behandeld; vooraf echter worden enkele van de onderdeelen, die een geheel op zich zelf uitmaken en die bij vele instrumenten voorkomen, afzonderlijk behandeld. Hoe men uit de gegevens, met de beschreven instrumenten verkregen, komt tot het eindresultaat van de meting, in den vorm van eene kaart of anderszins, wordt in het tweede gedeelte uiteengezet.

A. INSTRUMENTEN.

HOOFDSTUK I.

RANDVERDEELING.

§ 1. **Cirkelrand.** Bij de meeste instrumenten, die dienen tot het meten van hoeken, treft men een verdeelden cirkelrand aan, waarop de hoeken in graden en onderdeelen van graden worden afgelezen. De verdeelingen zijn onmiddellijk op den uit koper vervaardigden rand aangebracht, of, zooals bij fijnere instrumenten veelal het geval is, op een ingelegde zilveren of platina reep, soms, zooals bij de houten octanten en sextanten, op ivoor.

De meest gebruikelijke verdeeling is de sexagesimale, waarbij de omtrek van den cirkel in 360 graden, de graad in 60 minuten, de minuut in 60 seconden verdeeld wordt. Op enkele instrumenten treft men de centesimale verdeeling aan, waarbij de cirkelomtrek verdeeld wordt in 400 graden, de graad in 100 minuten en de minuut in 100 seconden.

De graden op den cirkelrand zijn meestal onderverdeeld in halve of derde graden, bij fijnere geodesische instrumenten in zesde, uiterlijk in twaalfde deelen van graden. De graden worden om de vijf of om de tien, in éene richting omgaande, meestal in de richting waarin zich de wijzers van het uurwerk bewegen (bij de Boussole in tegengestelden zin), van 0 tot 360 of 400 genummerd. Somwijlen, vooral bij cirkelranden, die dienen tot het meten van verticale hoeken, zijn de graden, van twee diametraal tegenover elkaar liggende punten uitgaande, in twee richtingen van 0 tot 90 of 100 genummerd.

§ 2. **Alhidade.** Om eene as, die in het middelpunt van den cirkelrand rechthoekig staat op het vlak van dien rand, is een *wijzer* of *alhidade* draaibaar. De hoek, dien men wil meten, wordt door deze alhidade doorloopen en moet dus op den rand nauwkeurig kunnen worden afgelezen. Hiertoe kan op de alhidade eene enkele lijn als *index* zijn aangebracht, of wel, zij kan, tot het aflezen van de onderdeelen van de verdeeling, van een *nonius* voorzien zijn. Wordt de stand van den index ten opzichte van de randverdeeling in twee opvolgende standen van de alhidade afgelezen, dan vindt men door aftrekking van beide aflezingen den door de alhidade doorloopen hoek.

Niet altijd heeft, zooals hiervoor is beschreven, de cirkelrand eenen vasten stand en is de wijzer of alhidade beweegbaar; men treft ook inrichtingen aan waarbij de cirkelrand beweegbaar is en de indexstreep of nonius vaststaat.

§ 3. **Nonius.** In het algemeen verlangt men de aflezing tot op veel kleinere onderdeelen van graden dan die, waarin de rand verdeeld is; is de alhidade alleen van een indexstreep voorzien, dan moeten die kleinere onderdeelen door schatten bepaald worden. Wordt grootere nauwkeurigheid in de aflezing der onderdeelen vereischt, dan moet de alhidade van een nonius (*) voorzien zijn.

Zij AB (Fig. 1) een gedeelte van een verdeelden cirkelrand, C de alhidade, O het daarop aangebrachte indexstreepje, dan vindt men voor den stand van dat indexstreepje 2°, plus een stukje kleiner dan een halve graad; door schatten vindt men hiervoor ongeveer $^2/_3$ van den afstand van twee deelstrepen, dat is $20'$, zoodat de aflezing wordt $2^\circ 20'$.

Om de bepaling van den afstand tusschen de deelstreep 2° en de indexstreep nauwkeuriger te maken, is de nonius aangebracht, bestaande uit een gedeelte DE van een cirkelrand, aan de alhidade verbonden en met deze langs den rand beweegbaar. De afstand der deelstrepen echter is niet dezelfde als op den cirkelrand, maar meestal iets kleiner (*gelijkloopende nonius* (**)) en wel zoodanig dat

(*) Bij de grootere en meer volkomene instrumenten bezigt men microscopen, die tot micrometer zijn ingericht, en verbonden zijn aan een microscopendrager, die de alhidade vervangt.

(**) In tegenstelling van *teruglooopende nonius* waarbij de noniusdeelen iets grooter zijn dan de randdeelen, tengevolge waarvan de becijfering van den nonius in tegengestelde richting moet loopen van die op den rand. Over dezen nonins, die op gelijke wijze als de gelijkloopende wordt afgelezen, maar in de practijk zelden voorkomt, zullen wij hier niet verder uitwijden.

n deelen van den nonius evenlang zijn als $(n-1)$ deelen van den rand. Wordt de afstand van twee deelstrepen op den rand uitgedrukt door a, dan is de afstand van twee deelstrepen op den nonius $\frac{n-1}{n}a = a - \frac{a}{n}$; zoodat dus het verschil tusschen een randdeel en een noniusdeel gelijk is aan een randdeel gedeeld door het getal, dat aangeeft hoeveel deelen van den nonius overeenkomen met een deel minder op den rand. In de fig. 1, waar de rand in halve graden verdeeld is en waar 15 deelen van den nonius overeenkomen met 14 randdeelen, is dat verschil dus: $\frac{30'}{15} = 2'$.

Gaan wij de deelstrepen op den nonius na, dan zien wij dat de streep 18 in het verlengde valt van, of zooals men zegt, samenvalt met een deelstreep op den rand, de deelstreep 16 zal echter van de daaraan voorafgaande streep op den rand een stukje afwijken gelijk aan het verschil van een rand- en een noniusdeel, bij de deelstreep 14 is die afwijking dubbel zoo groot geworden, bij de streep 12 driemaal zoo groot enz., bij de streep 0, die tot index dient, is die afwijking gelijk geworden aan 9maal het verschil van een rand- en een noniusdeel, dus hier $9 \times 2' = 18'$. De afstand van de streep 2° op den rand en de indexstreep op de alhidade is dus 18′ en de aflezing bijgevolg 2° 18′.

Uit het bovenstaande voorbeeld blijkt duidelijk hoe men van den nonius gebruik maakt. De aanwijzing van de deelstreep op den rand, die het nulpunt van den nonius (index) onmiddellijk voorafgaat, wordt op den rand afgelezen; hierbij moet dan nog gevoegd worden de afstand van die deelstreep tot het nulpunt; welke afstand met behulp van den nonius bepaald wordt, door na te gaan welke deelstreep van den nonius samenvalt met eene deelstreep van den rand. Het product van het rangcijfer dezer deelstreep met het verschil van een nonius- en een randdeel geeft dien afstand aan.

Om deze vermenigvuldiging te ontgaan, is zij op den nonius zelven reeds uitgevoerd. Zoo staan bijv. in figuur 1 op den nonius niet de rangcijfers 0, 5, 10 en 15 maar hunne producten met 2 dus 0, 10, 20 en 30, die onmiddellijk de minuten aangeven. Zoo lezen wij dus op den rand af 2° en op den nonius bij de deelstreep, die samenvalt met een deelstreep van den rand, 18′, dus te zamen 2° 18′.

§ 4. Bij het aflezen van den nonius moet men eenige voorzorgmaatregelen in acht nemen. Vooreerst moet men er voor zorgen, het oog steeds te plaatsen in het vlak, dat in het punt, waar de samenvalling plaats heeft, rechthoekig staat op den omtrek van den rand, om daardoor den schadelijken invloed van eene wellicht aanwezige *parallax* (*verschilzicht*) te ontgaan. Valt namelijk het vlak van den nonius niet volkomen samen met het vlak van den cirkelrand, dan zal eene verplaatsing van het oog naar rechts of naar links eene schijnbare verplaatsing van de rand- en noniusdeelstrepen ten opzichte van elkaar ten gevolge hebben, zoodat men bij eene verkeerde plaatsing van het oog andere strepen zal zien samenvallen, dan in werkelijkheid plaats heeft. Is boven den nonius eene loupe aangebracht, om daardoor de deelstrepen duidelijker te kunnen waarnemen, dan moet men tot hetzelfde doel, de loupe zoo plaatsen, dat de samenvallende deelstrepen zich midden daarin vertoonen.

Heeft men een streep op den nonius gevonden, die samenvalt met eene deelstreep op den rand, dan vergelijke men de twee ter rechter- en ter linkerzijde onmiddellijk daarnaast gelegen deelstrepen en gaat na, of deze evenveel van de correspondeerende strepen op den rand afwijken. Is dit werkelijk het geval, dan kan men zich van de samenvalling van de eerste overtuigd houden.

Is er geene streep op den nonius, die juist samenvalt met een deelstreep van den rand, dan neemt men de aanwijzing van de deelstreep van den nonius, die het dichtst staat bij eene deelstreep van den rand; wijken twee opvolgende deelstrepen ongeveer evenveel en in tegengestelde richting af, dan kan men het gemiddelde nemen tusschen de aanwijzingen van die beide strepen.

§ 5. **Excentriciteit.** Bij het voorgaande is verondersteld, dat het draaipunt van de alhidade juist samenvalt met het middelpunt van de randverdeeling; is aan deze voorwaarde niet voldaan, dan wordt de hoekverplaatsing van de alhidade niet met juistheid gemeten door den boog op den rand afgelegd: er ontstaat dus eene fout, die der *excentriciteit* genaamd.

Zij in figuur 2, C het middelpunt van de randverdeeling, C′ het draaipunt van de alhidade, C′A en C′B twee opvolgende standen van de alhidade, dan is AC′B de hoekverplaatsing die men wil bepalen; in plaats daarvan leest men echter den boog

AB af, die de maat is van den middelpuntshoek ACB. Het verschil van de twee hoeken AC'B en ACB is dus de fout van excentriciteit.

Bij een vollen circelrand heeft men een eenvoudig middel om de uitkomst van de meting onafhankelijk te maken van die fout. De alhidade, aan den anderen kant van het draaipunt verlengd, is daar ook van een index of nonius voorzien. Bevindt de eene nonius zich dus bij A, dan is de andere daar diametraal tegenover geplaatst in A'; dooploopt de eerste den boog AB, dan doorloopt de tweede gelijktijdig den boog A'B'. Worden nu steeds de aanwijzingen van beide noniussen afgelezen, dan leert de eene den boog AB, de andere den boog A'B' kennen en aangezien nu hoek AC'B gemeten wordt door de halve som van de bogen AB en A'B', zoo geeft het gemiddelde van de aanwijzingen van beide noniussen den gevraagden hoek, geheel en al bevrijd van de fout van excentriciteit.

HOOFDSTUK II.

VIZIERINRICHTINGEN.

§ 6. **Gewone vizieren.** De eenvoudigste vizierinrichting, die bij de meetinstrumenten voorkomt, bestaat uit twee plaatjes A en B, figuur 3, waarvan het eene (A) van eene kleine ronde opening (*oogopening* of *oculairopening*) voorzien is, terwijl het andere eene grootere opening (*voorwerpopening* of *objectiefopening*) bevat, waarin twee elkaar kruisende draden gespannen zijn. Het vizier wordt gezegd op een punt gericht te zijn, wanneer voor het oog van den waarnemer, dat achter de oogopening geplaatst is, het kruispunt der draden met dat punt samenvalt. De lijn, die door het midden der oogopening en het kruispunt der draden gaat, en den naam van *vizierlijn* draagt, gaat dan door het bedoelde punt.

Is in de voorwerpopening slechts een enkele draad gespannen, zooals in fig. 4, dan vormt het midden der oogopening met den draad een *viziervlak*, dat op een punt gericht is, zoodra dit voor het oog van den waarnemer met den draad samenvalt.

In het laatste geval treft men meestal onderscheidene oogopeningen aan, die dan echter allen in eene lijn moeten liggen evenwijdig met den draad in de voorwerpopening, opdat al de daardoor bepaalde viziervlakken samenvallen. Ook worden die openingen soms door eene smalle spleet vervangen, zooals in fig. 5 is aangegeven.

§ 7. Om de draden goed te kunnen zien, moeten zij niet al te dicht bij de oogopening geplaatst worden; wel is waar komt de geringe grootte van de oogopening het accommodatie-vermogen van het oog eenigszins tegemoet, zoodat het niet noodig is de draden op den afstand van duidelijk zien te plaatsen; toch blijft het wenschelijk den afstand niet al te klein te nemen.

De oogopening moet zeer klein zijn, daar er anders eene hinderlijke parallax kan optreden; een opzettelijk onderzoek daaromtrent heeft echter geleerd, dat, als de grootte der opening eene zekere grens niet te boven gaat, er geen parallax te vreezen is, doordat men onwillekeurig het oog midden voor de opening plaatst, omdat men dan het duidelijkst ziet. Eene opening van 0,7 à 0,9 mM. bleek het doelmatigste te zijn.

De bovenbeschreven vizierinrichtingen, die bij min kostbare instrumenten, waar het niet op groote nauwkeurigheid aankomt, veel worden aangetroffen, zijn voor nauwkeurige metingen niet zeer geschikt. Door de kleine oogopening komt slechts eene geringe hoeveelheid licht in het oog en wordt dus de helderheid van het voorwerp, dat toch soms reeds moeielijk is waar te nemen, belangrijk verminderd. Het scherp waarnemen van het voorwerp, dat zich veraf bevindt, en de draden die dichtbij zijn aangebracht, is slechts bij afwisseling mogelijk en daardoor ontstaat eene groote onnauwkeurigheid in de beoordeeling van de samenvalling. Eindelijk kan zonder vergrooting van den gezichtshoek, waaronder het voorwerp gezien wordt, het richten slechts met eene geringe nauwkeurigheid plaats hebben. Aan al deze bezwaren, die onafscheidelijk aan de gewone vizieren verbonden zijn, wordt tegemoet gekomen door den kijker als vizierinrichting te bezigen.

§ 8. **De kijker als vizierinrichting.** De kijker, tot zijn eenvoudigsten vorm teruggebracht, bestaat uit twee positieve lenzen, het *voorwerpglas* of de *objectieflens* V (fig. 6) en het *ooglas* of de *oculairlens* O. De objectieflens vormt van het voorwerp A, waarop de kijker gericht wordt, een werkelijk beeld B, even voorbij het hoofdbrandpunt dier lens. Ter plaatse van dit beeld zijn in den kijker twee elkaar kruisende draden, *kruisdraden* genaamd, aangebracht, die te zamen met het beeld, door het oculair, dat als vergrootglas dient en daarvan dus bij C een virtueel beeld vormt, waargenomen worden.

Valt voor het oog van den waarnemer, het kruispunt der draden met een bepaald punt van het voorwerp samen, dan is de kijker op dat punt gericht. De lijn, gaande door het snijpunt der draden en het optisch middelpunt van het objectief, gaat dan door het punt waarop gericht is; het is deze lijn die den naam van *vizierlijn* draagt.

In figuur 6 is de loop van de lichtstralen in een dergelijken kijker voorgesteld. Van de uiterste punten van het voorwerp A zijn een drietal lichtstralen aangegeven, waaronder de twee uiterste lichtstralen, die nog in den kijker treden. Zooals uit de figuur blijkt, komen al die lichtstralen, na door het oculair gebroken te zijn, bij D in eene kleine ruimte samen, het is daar ter plaatse, dat men het oog moet houden, om er zooveel mogelijk lichtstralen in op te vangen en het voorwerp dus zoo helder mogelijk te zien; het is het zoogenaamde *oogpunt.*

§ 9. **Mechanische inrichting van den kijker.** Bij het achtereenvolgens richten van den kijker op punten, die op verschillende afstanden gelegen zijn, zal het werkelijke beeld B, fig. 6, steeds op een anderen afstand van het objectief gevormd worden; daar de kruisdraden echter altijd met dat beeld moeten samenvallen, zoo is het noodig dat hun afstand tot het objectief veranderd kunne worden. Tevens moet de afstand van het oculair tot de draden geregeld kunnen worden, om het voor personen met verschillenden afstand van duidelijk zien, mogelijk te maken, met denzelfden kijker waar te nemen.

Hoe de beweging van objectief, kruisdraden en oculair ten opzichte van elkaar plaats heeft, kan blijken uit figuur 7, waar de meest voorkomende mechanische inrichting van den kijker in verband met figuur 6 is aangegeven.

In de kijkerbuis E, die aan haar vooreinde het objectief V bevat, kan een tweede kleinere buis F verschoven worden en wel door middel van een geranden kop K, die een rondseltje in beweging brengt, dat op de aan de buis F bevestigde heugelstang werkt. In deze buis, die den naam van *oculairbuis* draagt en bij H een *diaphragma* bevat, waarop de kruisdraden bevestigd zijn, kan een derde buisje G met de hand verschoven worden. Dit laatste buisje bevat aan de eene zijde het oculair O en is aan de andere zijde gesloten door den zoogenaamden *oogdop* L, waarin eene opening zoodanig is aangebracht, dat het daarachter geplaatste oog zich juist in het oogpunt bevindt.

Door de beweging van het buisje G, wordt nu de afstand van het oculair tot de draden geregeld, in verband met den afstand van duidelijk zien van den waarnemer, terwijl de afstand van de draden tot het objectief in verband met den afstand van het voorwerp, geregeld wordt door de verschuiving van de *oculairbuis* (dus te zamen met de draden en het oculair), met behulp van den geranden kop K.

Soms treft men eene eenigszins andere constructie aan, waarbij de oculairbuis met de kijkerbuis als het ware een geheel vormt, maar het objectief in een afzonderlijk buisje gevat is, dat door middel van rondsel en heugelstang in de kijkerbuis kan verschoven worden, om daardoor den afstand van de kruisdraden tot het objectief te kunnen regelen.

§ 10. **Het wegnemen der parallax en het richten met den kijker.** Bij het richten met den kijker zorgt men eerst, dat men door het voor- of achteruit bewegen van het oculair, de kruisdraden duidelijk ziet, zonder daarbij het oog te veel in te spannen. Vervolgens zorgt men, dat men ook het voorwerp, waarop de kijker reeds voorloopig gericht werd, duidelijk ziet en wel door de oculairbuis in haar geheel met behulp van den geranden kop voor- of achteruit te bewegen.

Is door deze bewerking het beeld van het voorwerp niet juist in het vlak van de kruisdraden gekomen, dan ontstaat er *parallax* (*verschilzicht*), die men gemakkelijk kan waarnemen door het oog voor het oculair heen en weer te bewegen. Verplaatsen de draden zich daarbij ten opzichte van het voorwerp in tegengestelden zin van het oog, dan liggen die draden dichter bij het oog dan het werkelijke beeld van het voorwerp, en de oculairbuis moet dus een weinig worden ingeschoven; verplaatsen de draden zich daarentegen in denzelfden zin als het oog, dan vindt het omgekeerde plaats en moet de oculairbuis dus een weinig worden uitgehaald. Mocht, door het wegnemen der parallax, het beeld van het voorwerp minder duidelijk geworden zijn, dan herstelt men dit door het oculair zoolang voor- of achteruit te schuiven, tot men voorwerp en draden beiden duidelijk ziet.

Na aldus de parallax te hebben weggenomen, brengt men, door de beweging van den kijker in zijn geheel, het snijpunt der kruisdraden juist tot samenvalling met het punt, waarop gericht zal worden.

Heeft men nu verder op andere punten te richten, die op verschillende afstanden gelegen zijn, dan moet men telkens opnieuw de parallax wegnemen; de stand van de oculairlens ten opzichte van de draden blijft daarbij onveranderd, zoolang dezelfde persoon van den kijker gebruik maakt.

§ 11. **Samengestelde oculairen.** Slechts zelden is de kijker op de boven omschreven eenvoudige wijze samengesteld. Om de onvolkomenheden, die zich in de beelden voordoen ten gevolge van kleurschifting en afwijkingen wegens den bolvorm (chromatische en spherische aberratie), zooveel mogelijk op te heffen, worden objectief en oculair beiden, uit onderscheidene lenzen samengesteld. Het objectief bestaat meestal uit eene positieve crownglas-lens en eene negatieve flintglas-lens, die zoo dicht mogelijk bij elkaar geplaatst zijn en waarvan de eerste naar het voorwerp gekeerd is. Voor het oculair worden verschillende samenstellen van lenzen gebruikt; twee van die samenstellen, die voor het gebruik van den kijker bij de meetinstrumenten van het meeste belang zijn, namelijk die van Ramsden en Huygens, zullen wij hier in het kort nagaan.

Bij het oculair van Ramsden (fig. 8 en 9) dat uit de twee lenzen E en O, die respectievelijk de namen van *veldlens* of *collectief-lens* en van *ooglens* of *oculairlens* dragen, bestaat, wordt door de veldlens E van het door het objectief gevormde werkelijke beeld B een eenigszins vergroot virtueel beeld F gevormd. De ooglens O vormt van dit virtueele beeld het vergroote virtueele beeld C, op den afstand van duidelijk zien, dat door het in D geplaatste oog wordt waargenomen.

Bij het oculair van Huygens (fig. 10 en 11), dat eveneens uit twee lenzen bestaat, die door dezelfde namen als boven worden aangeduid, ontmoeten de lichtstralen, die van het objectief komen en in B een werkelijk beeld zouden vormen, voordat zij dit kunnen tot stand brengen, de veldlens; waardoor deze lichtstralen zoodanig gebroken worden, dat zij in F een verkleind werkelijk beeld tot stand brengen, waarvan de ooglens O nu wederom het vergroote virtueele beeld in C vormt, dat door het in D geplaatste oog wordt waargenomen.

§ 12. **Kruisdraden.** De kruisdraden bestaan meestal uit fijne spinragdraden, die met behulp van vernis of was vastgehecht zijn op eene ringvormige plaat *ab* (fig. 12), die rechthoekig op de as van den kijker is aangebracht en den naam van *diaphragma* draagt. In plaats van spinragdraden wordt ook gebruik gemaakt van fijne lijnen, die op een dun glasplaatje geëtst zijn, dat dan op het diaphragma bevestigd wordt.

Aangezien de vizierlijn bepaald wordt door het optisch middelpunt van het objectief en het kruispunt der draden, zoo moet om den stand der vizierlijn ten opzichte van de kijkerbuis te kunnen regelen, overeenkomstig het doel waartoe het instrument dient, aan een dier twee punten door middel van correctie-schroefjes den juisten stand gegeven kunnen worden. Hiertoe is het diaphragma meestal bevestigd aan een kegelvormig buisje *cd*, dat door vier correctie-schroefjes, die buiten de oculairbuis uitsteken, in zijn stand wordt vastgehouden. Door middel van deze schroefjes kan het diaphragma en daarmede het kruispunt der draden verplaatst en dus de stand der vizierlijn geregeld worden.

Daar de kruisdraden steeds moeten samenvallen met het werkelijk beeld in den kijker, zoo moeten bij het oculair van Ramsden de kruisdraden zich buiten, daarentegen bij dat van Huygens de kruisdraden zich in het oculair bevinden.

De twee lenzen bij het eerste oculair (fig. 9) kunnen dus, evenals bij het enkelvoudige oculair (fig. 7), in één buisje vereenigd worden, dat in de oculairbuis, waarin het diaphragma met de draden is aangebracht, geschoven wordt. Het richten met den kijker, van een Ramsden oculair voorzien, heeft dan ook juist op dezelfde wijze plaats als hiervoor (§ 10) bij den enkelvoudigen kijker is uiteengezet.

Bij het oculair van Huygens (fig. 11) daarentegen, moet het diaphragma tusschen de twee lenzen van het oculair aangebracht zijn. Dit maakt een klein verschil bij het richten; om de draden duidelijk te zien moet men hier alleen de ooglens O ten opzichte van de draden verplaatsen, of het diaphragma met de draden in het oculair ten opzichte van de ooglens verschuiven. In fig. 11 is een Huygens-oculair voorgesteld, waarbij op laatstgenoemde wijze de regeling plaats heeft. De openingen in de oculairbuis, waar de correctieschroefjes doorgaan, zijn langwerpig, zoodat men door tegen de schroefjes te drukken, het diaphragma met de draden in de richting der buis kan verplaatsen. Worden eindelijk de draden duidelijk gezien, dan heeft het verdere richten weer plaats op boven beschreven wijze.

HOOFDSTUK III.

PASLOOD EN NIVEAU.

§ 13. **Paslood.** Een koord, aan het eene einde vastgehouden en aan het andere met een gewicht bezwaard, geeft, zoo het geheel vrij hangt, eene verticale lijn aan Deze eenvoudige inrichting, onder den naam van *paslood* of *schietlood* bekend, wordt in het landmeten gebruikt om baken verticaal te stellen, en om een punt van een instrument op een onderliggend vlak te projecteeren. Tot dit laatste doel geeft men aan het gewicht den vorm van een in een punt uitloopend omwentelingslichaam, zoodat ophangpunt, zwaartepunt en spits in eene lijn liggen, waardoor de spits juist in het verlengde van het koord valt.

§ 14. **Timmermanswaterpas.** Het timmermanswaterpas dient om met behulp van het paslood eene horizontale lijn aan te geven. Een samenstel van latten (fig. 13) vormt een gelijkbeenigen driehoek, in den top C waarvan een paslood is opgehangen, en waarop bij D door een streepje de richting van de uit C op AB neergelaten loodlijn is aangegeven.

Valt het vrijhangend paslood met deze loodlijn samen, *speelt* het schietlood *in*, dan is de lijn AB en dus ook de bovenkant XX′ van de lineaal, waarop het waterpas staat, horizontaal.

Is het timmermanswaterpas, zooals in fig. 14 is voorgesteld, tevens van een graadboog voorzien, waarvan het middelpunt in C en het nulpunt in de loodlijn CD ligt, dan geeft, als de basis AB niet horizontaal is, het paslood op dien graadboog de helling van de basis aan.

§ 15. **Onderzoek van het timmermanswaterpas.** Om te onderzoeken of de lijn CD werkelijk rechthoekig staat op AB, plaatst men het waterpas op den bovenkant van een lineaal, die men met behulp van wiggen of schroeven verstellen kan. Door middel hiervan laat men het koord inspelen; is dan de lijn CD werkelijk rechthoekig op AB, dan zal de bovenkant van de lineaal horizontaal zijn; draait men het waterpas dan 180° om eene verticale as om en plaatst het weer op de lineaal, dan zal het koord weer moeten inspelen. Doet het dit niet, dan is dit een bewijs dat de lijn CD niet rechthoekig staat op AB; de lijn die den hoek, gevormd door CD en het koord in den tweeden stand, middendoor deelt, zal dan de lijn zijn, die rechthoekig op AB staat.

Kan de liniaal niet met behulp van wiggen of schroeven versteld worden, kan men het paslood dus niet doen inspelen, dan teekent men in beide standen van het instrument de richting van het koord aan, de lijn CD moet dan den hoek, door die twee richtingen gevormd, middendoor deelen.

§ 16. **Eliminatie van de fout in de plaatsing van het nulpunt.** Het onderzoek naar de juiste plaatsing van het nulpunt van den graadboog geschiedt op geheel overeenkomstige wijze. Men kan echter ook, zonder den stand van het nulpunt te verbeteren, door eene dubbele meting de gevraagde helling bepalen met eliminatie van de fout in het nulpunt. Onderstellen wij namelijk dat het nulpunt onjuist ware aangegeven; dat het zich moest bevinden in D (fig. 15*a*), doch in D′ was gesteld, zoodanig dat hoek $DCD' = \delta$ ware. Zij in dit geval de aflezing bij H: $D'H = \alpha$, dan is, als wij de helling van de liniaal door i voorstellen:

$$i = \alpha + \delta.$$

Draaien wij nu het waterpas 180° om eene verticale as om en plaatsen het weer op de liniaal (fig. 15*b*), dan vinden wij, als wij nu aflezen: $D'H' = \beta$:

$$i = \beta - \delta$$

Uit deze twee vergelijkingen volgt:

$$\delta = \frac{\beta - \alpha}{2} \text{ en } i = \frac{\alpha + \beta}{2},$$

waarvan de eerste uitdrukt, dat de fout in de plaatsing van het nulpunt gelijk is aan het halve verschil van de twee aflezingen, terwijl de tweede uitdrukt, dat het gemiddelde van de twee aflezingen de helling geeft, onafhankelijk van de fout in de plaatsing van het nulpunt.

Men kan dus altijd, door het doen van twee aflezingen, de fout van het instrument elimineeren, of wel, die fout, eens bepaald zijnde, bij iedere meting in rekening brengen.

§ 17. **Buis-luchtbel.** Waar het op grootere nauwkeurigheid bij het aangeven van de horizontale of verticale richting aankomt, dient men eene meer volkomene inrichting dan het paslood te bezigen. Deze bezit men in het niveau of de luchtbel, die onder twee vormen voorkomt: het *buis niveau* en het *doos-niveau.*

Het buis-niveau, fig. 16, bestaat uit eene cilindervormige glazen buis, waarvan de bovenzijde inwendig volgens de lengte flauw cirkelvormig is uitgeslepen. Deze buis, aan beide zijden behoorlijk afgesloten, is voor het grootste gedeelte met alcohol of aether gevuld; de overblijvende ruimte, die door damp van de vloeistof wordt ingenomen, doet zich als eene langwerpige *luchtbel* voor.

Uitgaande van het midden der buis, is op haar bovenvlak eene verdeeling in gelijke deelen aangebracht. Komt het midden van de bel juist overeen met het midden of nulpunt dier verdeeling, hetgeen men waarneemt door na te gaan of de twee uiteinden der bel evenver van het midden afstaan, dan zegt men dat het niveau of dat de bel *inspeelt.*

De raaklijn aan de cirkelvormige lengtedoorsnede van de buis, ter plaatse van het nulpunt der verdeeling, draagt den naam van *richtlijn.* Is het niveau nu volkomen cirkelvormig uitgeslepen, dan zal, aangezien de luchtbel altijd het hoogste punt inneemt, de richtlijn horizontaal zijn, zoodra het niveau inspeelt. In de richtlijn heeft men dus eene lijn, waarvan men met nauwkeurigheid kan nagaan of zij horizontaal is, en daardoor is men dus in staat den horizontalen of verticalen stand van andere lijnen te onderzoeken.

§ 18. **Het meten van kleine hellingen door de uitwijking der bel.** Is de richtlijn niet horizontaal, speelt m. a. w. het niveau niet in, dan geeft de uitwijking van de bel onmiddellijk de helling van de richtlijn aan. Zij toch A (fig. 17) het nulpunt der verdeeling, dan is *aa* de richtlijn, en zij het middelpunt der bel in B dan is de raaklijn *bb* in B horizontaal, en de helling van de richtlijn bijgevolg gelijk aan den hoek tusschen *aa* en *bb.* Daar nu deze hoek gemeten wordt door boog AB, zoo is AB de maat voor de helling der richtlijn.

De uitwijking van het midden der bel uit het nulpunt der verdeeling, wordt gevonden uit de standen van de uiteinden der bel ten opzichte van dat nulpunt. Is b. v. m de aanwijzing van het linker-uiteinde der bel, links van het nulpunt, en n de aanwijzing van het rechter-uiteinde, rechts van het nulpunt, dan wijkt het midden der bel $\frac{m-n}{2}$ deelstrepen links van het nulpunt uit.

Wil men de helling der richtlijn in minuten of seconden uitdrukken, dan moet deze waarde nog vermenigvuldigd worden met de zoogenaamde hoekwaarde van het niveau, d. i. de hoek, die overeenkomt met eene uitwijking over een niveaudeel. Is a de lengte van een niveaudeel en r de straal der inwendige kromming, dan is deze hoekwaarde in seconden uitgedrukt: $206265'' \frac{a}{r}$.

§ 19. **Bevestiging der luchtbel-buis.** De glazen niveaubuis is meestal in een koperen omhulsel gevat, dat aan de bovenzijde open is, om de bel in haren stand ten opzichte van de verdeeling op de buis te kunnen waarnemen. Door middel van dit omhulsel is de luchtbel-buis, overeenkomstig het doel waartoe zij zal dienen, aan een voet of aan een instrument bevestigd.

De voornaamste doeleinden waartoe het niveau wordt gebruikt, als: het horizontaal stellen van een vlak of van eene cilindervormige as, en het verticaal stellen van eene omwentelingsas, zullen hier achtereenvolgens behandeld worden. Andere doeleinden, waartoe het niveau bij het landmeten nog gebruikt wordt, zullen bij de verschillende instrumenten van zelf ter sprake komen.

§ 20. **Horizontaal stellen van een vlak.** De luchtbel-buis, in fig. 18 voorgesteld, is ingericht tot het horizontaal stellen van een vlak; zij is daartoe op eenen, aan de onderzijde vlak afgeslepen, voet AB bevestigd en wel zoodanig, dat de richtlijn van het niveau evenwijdig loopt met den onderkant van dien voet. Is dit toch het geval, dan zal zoodra de luchtbel inspeelt die voet en dus ook het vlak waarop hij rust, ten minste in de richting van het niveau, horizontaal zijn.

Om te onderzoeken of een vlak horizontaal is, heeft men slechts, met behulp van het niveau, na te gaan of twee elkaar snijdende lijnen, in dat vlak gelegen, horizontaal zijn. Plaatst men dus het niveau in twee elkaar snijdende richtingen op het vlak en speelt het in beide standen in, dan is het vlak horizontaal.

Om een vlak, dat door de drie stelschroeven A, B en C (fig. 19) in willekeurigen stand kan worden gesteld, den horizontalen stand te geven, plaatst men het niveau daarop volgens eene richting I, evenwijdig aan de lijn die twee stelschroeven, b.v.: A en B, vereenigt en brengt het niveau door een van beide of door beide te zamen tot inspelen. Vervolgens plaatst men het niveau in eene richting rechthoekig op de eerste, dus volgens II, en brengt het wederom tot inspelen, maar nu door uitsluitend met de schroef C te werken. De twee lijnen I en II zijn zoodoende beide horizontaal gesteld en dus is het geheele vlak horizontaal. Daar echter bij het werken met de schroef C, het vlak niet wentelt om de lijn AB, in dat vlak gelegen, maar om de lijn, die de punten van de schroeven A en B vereenigt, en deze lijn in het algemeen niet horizontaal is, zoo zal de horizontale stand van I daardoor allicht een weinig verstoord worden en is het dus raadzaam de bewerking nog eens te herhalen.

Rust het vlak, zooals in fig. 20, op vier stelschroeven A, B, C en D, als op de hoekpunten van een rechthoek, dan stelt men het niveau eerst b.v. in de richting I volgens de diagonaal AD, en brengt het tot inspelen door middel van de schroeven A en D, waaraan men, om het vlak den vasten stand te doen behouden, evenveel en in tegengestelden zin moet draaien. Vervolgens plaatst men het niveau in de richting II volgens de diagonaal BC, en brengt het op overeenkomstige wijze tot inspelen met behulp van de schroeven B en C. Daar men nu de twee lijnen AD en BC horizontaal gesteld heeft, is het vlak ook horizontaal. Om gelijke reden als boven herhale men de bewerking tot het niveau in beide standen goed inspeelt.

Ook zou men eerst het niveau kunnen plaatsen in de richting I fig. 21, evenwijdig aan de verbindingslijn der schroeven A en B en het tot inspelen brengen door middel van de schroeven B en D of A en C, maar nu door aan beide evenveel en in dezelfde richting te draaien; plaatst men vervolgens het niveau in eene richting rechthoekig op de eerste, dus volgens II, en brengt het tot inspelen door op overeenkomstige wijze aan de schroeven A en B of C en D te werken, dan heeft men twee onderling rechthoekige lijnen in het vlak horizontaal geplaatst en dus ook het geheele vlak. Ook hier moet men om gelijke reden als boven de bewerking herhalen.

Daar bij de eerst beschreven methode het snijpunt van de diagonalen AD en BC, fig. 20, denzelfden stand ten opzichte van het ondersteuningsvlak behoudt, maar bij de tweede methode niet, zoo moet overal, waar dat punt van het vlak met het ondersteuningsvlak verbonden is, de eerste methode gebruikt worden; in andere gevallen is het onverschillig welke methode men toepast.

§ 21. **Regeling van het niveau tot het horizontaal stellen van een vlak.** Wij hebben boven gezien, dat tot het horizontaal stellen van een vlak, de richtlijn van het niveau evenwijdig moet loopen met den onderkant van den voet. Om dit te kunnen verkrijgen is het niveau CD, fig. 18, aan het uiteinde D om eene as draaibaar en wordt aan het andere uiteinde C door eene correctieschroef, die door een spiraalveer wordt tegengewerkt, vastgehouden. Met behulp van deze correctieschroef kan men nu aan de richtlijn den vereischten stand geven.

Ten einde den stand van de richtlijn ten opzichte van den voet te onderzoeken, plaatst men het niveau op den bovenkant van een liniaal, die door middel van wiggen of schroeven gesteld kan worden en doet met behulp daarvan de bel inspelen.

Is het niveau nu goed geregeld, dan zal de onderkant van den voet en dus de bovenkant van de lineaal horizontaal zijn; draait men het niveau dus 180° om een verticale as om en plaatst het weer op de lineaal dan moet het weer inspelen.

Was daarentegen het niveau niet goed geregeld, maar maakte de richtlijn bijv. een hoek α met den onderkant van den voet, dan zou bij het inspelen der bel de onderkant van den voet, en dus ook de bovenkant van de lineaal, een hoek α met den horizon maken. Draait men nu het niveau 180° om, dan maakt de richtlijn met den horizon een hoek, gelijk aan den hoek tusschen den bovenkant van de lineaal en den horizon, plus den hoek tusschen de richtlijn en den onderkant van den voet, dat is dus een hoek 2α. De bel wijkt dus uit over een afstand overeenkomende met het dubbel van de fout in het niveau. Om dus het niveau te regelen, moet men de *helft* van de uitwijking der bel wegnemen met behulp van de correctieschroef van het uiveau.

Daar het moeielijk is, om in eens juist de helft van de uitwijking weg te nemen, zoo moet men de bewerking nog eens herhalen, door de bel weer te doen inspelen met behulp van de wiggen of schroeven van de lineaal en het niveau 180° om te plaatsen. De zich nog vertoonende kleine uitwijking der bel wordt weer voor de helft met behulp van de correctieschroef weggenomen.

§ 22. **Horizontaal stellen van eene omwentelingsas.** Tot het horizontaal stellen van de as XX′, fig. 22, die met cilindervormige tappen in twee pannen rust, waarvan minstens eene in verticalen zin kan verplaatst worden, rust het niveau met twee vorken *abcd*, *a′b′c′d′* op de tappen, zoodanig dat de richtlijn evenwijdig is met de as XX′ der tappen en dat het niveau noch ter eener noch ter anderer zijde van het verticale vlak, dat door die as gaat, overhelt. Speelt de bel dan in, dan is de richtlijn en dus ook de as XX′ horizontaal.

Om het niveau te regelen, zijn tweeërlei correctieschroeven aangebracht; de schroeven DD′ dienen om de richtlijn in één vlak te brengen met de as XX′ en de schroeven CC′ om die lijn in dat vlak evenwijdig aan die as te maken. Aan den eersten eisch moet voldaan zijn, opdat de stand van de bel niet afhankelijk zij van eene kleine overhelling van het niveau ter eener of ter anderer zijde van het verticale vlak, dat door de as XX′ gaat. Hadden toch de richtlijn *aa′* en de as XX′ den onderlingen stand in fig. 23 in horizontale projectie voorgesteld en speelde de bel in, dan zou, indien de waarnemer in A staande, het niveau eene kleine draaiende beweging om de as gaf, naar zich toe en van zich af, in het eerste geval de bel rechts, in het tweede geval de bel links uitwijken.

Het is hieruit ook duidelijk, hoe het niveau met betrekking tot den gestelden eisch beproefd en zoo noodig geregeld kan worden. Men plaatst het namelijk naar behooren op de tappen, brengt het door middel van de schroeven van de beweegbare pan of door middel van de stelschroeven, die het instrument tot dat doel aanbiedt, tot inspelen en geeft vervolgens aan het niveau, dat steeds op de tappen blijft rusten, eene kleine wentelende beweging om de as XX′, zoo in de eene als in de andere richting; blijft de bel hierbij inspelen, dan vereischt het niveau in het bedoelde opzicht geene correctie; verplaatst de bel zich echter bij beide bewegingen in tegengestelden zin, dan liggen richtlijn en as niet in hetzelfde vlak. Uit de richting waarin de bel uitwijkt kan dan gemakkelijk opgemaakt worden, in welken zin men met de schroeven DD′ moet werken om de fout weg te nemen.

Het voldoen aan den tweeden eisch, d. i. het evenwijdig brengen van richtlijn en as der tappen, geschiedt op overeenkomstige wijze als is aangegeven bij het onderzoek van het niveau, dat zal dienen tot het horizontaal stellen van een vlak. Na het niveau naar behooren op de tappen geplaatst te hebben en met behulp van de schroeven van de beweegbare pan of van de stelschroeven van het instrument te hebben laten inspelen, wordt het op de as 180° omgedraaid; speelt de bel nu weer in, dan is het niveau goed geregeld, speelt zij niet meer in, dan neemt men de helft van de uitwijking der bel met behulp van de schroeven CC′ weg.

Het is duidelijk dat beide aangegeven correcties steeds hand aan hand moeten gaan. Heeft eerst de correctie met de schroeven CC′ vrij voldoende plaats gehad, dan corrigeere men het niveau zoo goed mogelijk in horizontalen zin met de schroeven DD′, om dan de correctie in verticalen zin met de schroeven CC′ te voltooien.

Is het niveau, zooals zulks bij enkele instrumenten het geval is, aan de as zelf bevestigd, dan geeft dit bij het gebruik en bij de regeling geen verschil; alleen moet voor de correctie met de schroeven DD′ de as met het niveau meëdraaien en moet voor de correctie met de schroeven CC′ de as in de pannen worden omgelegd.

§ 23. **Verticaal stellen van eene omwentelingsas.** In fig. 24 stelt A eene kegelvormig uitgeboorde bus voor, die door drie schroeven E, F en G ondersteund wordt en daardoor gesteld kan worden. In die kegelvormige bus past de as B, waaraan het bovendeel HH van het instrument bevestigd is, zoodat dit bovendeel om de meetkundige as van de kegelvormige bus kan draaien.

Ten einde deze as verticaal te stellen, is aan het bovendeel een niveau CD zoodanig verbonden, dat de richtlijn van dat niveau rechthoekig staat op de verticaal te stellen as. Draait men het bovendeel van het instrument nu om de as rond, dan zal de richtlijn een plat vlak beschrijven rechthoekig op die as. Staat dit denkbeeldig vlak horizontaal, hetgeen men kan nagaan door te onderzoeken of het niveau in twee verschillende standen, die liefst rechthoekig op elkaar staan, inspeelt, dan is ook de as verticaal.

Tot het verticaal stellen van de as is het dus slechts noodig dat denkbeeldige vlak horizontaal te stellen, hetgeen op overeenkomstige wijze kan geschieden, als hier boven voor het horizontaal stellen van een vlak in het algemeen is geleerd. Men brengt namelijk het niveau door draaiing om de as evenwijdig met de verbindingslijn van twee stelschroeven, bijv. E en F, en brengt het daarmede tot inspelen; vervolgens draait men het bovendeel 90° om en doet het niveau inspelen door middel van de stelschroef G. Om gelijke reden als vroeger herhaalt men de bewerking nog eens.

Is het instrument niet door drie maar door vier stelschroeven ondersteund, dan wijst het boven behandelde omtrent het overeenkomstige geval bij het horizontaal stellen van een vlak den weg aan, dien men moet inslaan.

§ 24. **Regeling van het niveau tot het verticaal stellen van eene as.** Zooals uit het bovenstaande blijkt, moet de richtlijn rechthoekig staan op de as; om dit te verkrijgen is het niveau bij D weer om eene as draaibaar en wordt het bij C door eene correctieschroef vastgehouden. Om te onderzoeken of aan dezen eisch voldaan is en zoo noodig het niveau te regelen, gaat men op overeenkomstige wijze te werk, als bij het niveau dat moest dienen tot het horizontnal stellen van een vlak.

Na de as, zoo goed als dit met het niet geregelde niveau mogelijk is, verticaal gesteld te hebben, brengt men het niveau door draaiing van het bovendeel van het instrument boven een der schroeven en doet het daarmede juist inspelen. Draait men nu het bovendeel van het instrument 180° om, dan moet, als het niveau goed geregeld is, de bel nog inspelen. Speelt zij niet meer in, dan geeft om gelijke reden als vroeger de uitwijking het dubbel van de fout aan en deze uitwijking moet dus voor de *helft* met de correctieschroef *C* worden weggenomen. Ten einde zeker te zijn dat het niveau nu goed geregeld is, herhaalt men het onderzoek, na eerst de as met het nu geregelde niveau beter verticaal gesteld te hebben.

§ 25. **Doosniveau.** Het doosniveau (fig. 25) bestaat uit eene ronde koperen doos, van boven afgesloten door eene aan de benedenzijde bolvormig uitgeslepen glasplaat. De doos is weer voor het grootste gedeelte gevuld met alcohol of aether, eene zoogenaamde luchtbel overlatende, die altijd het hoogste punt tracht in te nemen. Boven op de glazen plaat zijn eenige concentrische cirkels gegrift; staat de luchtbel juist concentrisch met deze cirkels, dan zegt men dat zij inspeelt; het raakvlak aan het bolvormig oppervlak ter plaatse van het middelpunt der cirkels en dat den naam van *richtvlak* draagt, is dan horizontaal.

Tot het horizontaal stellen van een vlak is de onderkant der doos afgeslepen volgens een plat vlak, evenwijdig met het richtvlak. Plaatst men het doosniveau dus op een plat vlak en doet het inspelen, dan is het richtvlak en bijgevolg ook het eerste vlak horizontaal.

Hoe men op de eenvoudigste wijze de bel tot inspelen brengt moge uit het in fig. 26 voorgestelde geval blijken. De bel die eerst in D staat, wordt door de schroeven A of B of door beide samen in E gebracht, dat is in de loodlijn, uit het midden der concentrische cirkels op AB neergelaten. Door nu aan de schroef C te draaien kan men de bel onmiddellijk bij F tot inspelen brengen.

Om te onderzoeken of het richtvlak werkelijk evenwijdig loopt met den onderkant der doos, kan men een vlak met behulp van een buisniveau horizontaal stellen en dan nagaan of het daarop geplaatste doosniveau inspeelt, of men kan ook het niveau met behulp van de stelschroeven van het vlak tot inspelen brengen en het dan 180° op het vlak omdraaien. Speelt het niet meer in, dan moet men den onderkant door afslijpen (correctieschroeven zijn zelden aanwezig) evenwijdig met het richtvlak brengen.

Tot het verticaal stellen van eene as, is het doosniveau zoodanig aan het bovenstel bevestigd, dat het richtvlak rechthoekig op de as staat. Stelt men dan het richtvlak horizontaal door de bel te doen inspelen, dan is de as verticaal.

Om aan het niveau den juisten stand ten opzichte van de as te geven, is dit meestal met behulp van drie correctieschroefjes bevestigd. Bij de regeling kan men dan als volgt te werk gaan. Als aan dezelfde as ook een buisniveau verbonden is, kan men haar eerst hiermede verticaal stellen, en dan het doosniveau met behulp van de drie correctieschroefjes tot inspelen brengen. Is dergelijk buisniveau niet aanwezig, dan brenge men het doosniveau tot inspelen en draaie nu het bovendeel van het instrument 180° om; blijft het nog inspelen dan is het goed geregeld; wijkt de bel uit, dan moet die uitwijking voor de *helft* door middel van de drie correctieschroefjes worden weggenomen.

HOOFDSTUK IV.

THEODOLIET.

§ 26. **Beschrijving.** De theodoliet is een instrument, dat dient tot het meten van horizontale en van verticale hoeken. Onder horizontalen hoek verstaan wij den hoek tusschen de horizontale projecties van twee rechte lijnen, of wat hetzelfde is, den standhoek van de twee horizontaal projecteerende vlakken van die lijnen. Onder verticalen of elevatie-hoek verstaan wij den hoek, die eene rechte lijn met hare horizontale projectie maakt.

Tot het meten dezer hoeken is de theodoliet in hoofdzaak als volgt ingericht.

Een verdeelde cirkelrand R_1, fig. 27, die door middel van een drietal stelschroeven A ondersteund wordt, dient om daarop de horizontale hoeken af te lezen. Om een as (1ste as) loodrecht op het vlak van den cirkelrand en gaande door diens middelpunt, is een wijzer of alhidade D draaibaar, die aan beide einden van een nonius voorzien is. Op de alhidade zijn twee armen II aangebracht, die in pannen K eindigen, om de as L (2de as) op te nemen waaraan de kijker M bevestigd is. Aan deze zelfde as is, ten einde de beweging van den kijker om die as te meten, een cirkelrand R_2 bevestigd; de noniussen P, waarmede op dien rand wordt afgelezen, zijn aan een der armen I verbonden.

§ 27. Behalve de genoemde hoofdbestanddeelen zijn er nog verschillende onderdeelen, die tot het nauwkeurig meten veel bijdragen en die wij dus moeten leeren kennen.

Om het instrument op het terrein te kunnen gebruiken, wordt het op een houten drievoet geplaatst. Deze bestaat uit een kop A (fig. 30) en drie beenen E, die door middel van scharnieren met den kop verbonden zijn, om daardoor de beenen naar de oneffenheden van het terrein te kunnen stellen. De beenen zijn beneden van spitse ijzeren schoenen F voorzien, waarmede zij in den grond gedrukt worden, door den voet op den uitsprong G te plaatsen.

Aan het boveneinde kunnen de beenen draaien om de as B (fig. 31), die door den aan de stang C bevestigden ring gaat. Wordt de schroefmoer D op deze stang vast aangeschroefd, dan wordt het been in de cilindervormige uitholling van den kop vastgedrukt en daardoor dat been met den kop vast verbonden.

De bevestiging van den theodoliet op den drievoet moet de werking met de stelschroeven A (fig. 27) toelaten en tevens eene verschuiving van het geheele instrument op den drievoet mogelijk maken, om daardoor het midden van het instrument juist verticaal boven een bepaald punt van het terrein te kunnen brengen. De verbinding wordt daarom tot stand gebracht met behulp van de in fig. 29 voorgestelde veer.

Aan het onderstel B van het instrument wordt op de een of andere wijze (hier door den haak D, die in het oog C grijpt; zie ook fig. 27) eene schroefstang EF bevestigd, die door eene opening van den kop A van den drievoet gaat en waarop de moer G geschroefd is. Tusschen deze moer en de plaat H, die tegen den onderkant van den kop A drukt, bevindt zich een spiraalveer, die de moer G en daarmede de stang EF en het instrument naar omlaag drukt en het instrument dus op den voet vastklemt. Door middel van de moer G is het mogelijk de spanning van de spiraalveer naar willekeur te regelen, terwijl de groote opening in den kop van den drievoet het verschuiven van het instrument op den voet toelaat. Beneden aan de stang EF is nog een haakje K bevestigd, om daaraan een schietlood op te hangen, waardoor dan het midden van het instrument op het terrein geprojecteerd wordt.

Aan den eersten cirkelrand R_1 (fig. 27) is de bus B bevestigd, waardoor het instrument ondersteund wordt. Deze bus is kegelvormig uitgehold en daarin past de kegelvormige as van de alhidade D. Om deze as, die wij de *eerste as* noemen, en die bij het gebruik verticaal gesteld moet worden, kan het geheele bovenstel van het instrument draaien. De alhidade D heeft veelal den vorm van een vollen cirkelrand (alhidade-cirkel) en dekt zoodoende de verdeeling van den rand R_1, die daardoor voor beschadiging gevrijwaard is. Ter plaatse waar de noniussen zijn aangebracht, is uit den alhidade-cirkel een stuk uitgenomen en door een glazen plaatje vervangen. Daarboven zijn de loupen E aangebracht om de noniussen beter te kunnen aflezen en de illuminators F, om het daglicht daarop terug te kaatsen.

Door middel van de schroef G kan men de alhidade D met den cirkelrand R_1 verbinden, zoodanig, dat de beweging van de alhidade en van het geheele bovenstel van het instrument ten opzichte van den rand is opgeheven, de schroef H laat dan echter nog eene fijne beweging van het bovenstel toe, die noodig is om den kijker juist te kunnen richten. Deze inrichting voor vastklemmen en fijne beweging, die ook bij vele andere instrumenten voorkomt, is in fig. 28*abc* op grootere schaal in detail voorgesteld. De twee plaatjes A en B waarvan het eene onder, het andere boven den cirkelrand is aangebracht, kunnen door het aandraaien van de schroef G aan den rand R worden vastgeklemd; was nu het plaatje B aan de alhidade bevestigd, dan zou deze ook met den rand verbonden en geene beweging meer mogelijk zijn. De verbinding van het plaatje B heeft echter plaats door de schroef H, die den naam van *micrometerschroef* draagt en die in het bolletje F, dat met de alhidade verbonden is, hare moer vindt en in het bolletje E, dat met B verbonden is, kan draaien. Wordt dus de schroef H omgedraaid, dan moet het bolletje F en daarmede de alhidade om de eerste as eene kleine hoekverplaatsing ondergaan.

Bij het meten van verticale hoeken is het tevens noodig de beweging van den kijker om de tweede as L te kunnen opheffen en daaraan eene fijne beweging te kunnen mededeelen. De inrichting daartoe zou dezelfde kunnen zijn als boven beschreven is; bij den in de figuur 27 voorgestelden theodoliet is dit doel op eenigszins andere wijze verkregen; door middel van de schroef Q wordt, op de wijze als fig. 32*a* of 32*b* voorstelt, de arm S aan de as verbonden, terwijl die arm aan het benedeneinde door de spiraalveer U tegen de schroef T gedrukt wordt. Door het draaien aan deze schroef wordt dus aan den arm S en daarmede aan de as L en den kijker M, eene draaiing om die as medegedeeld.

De cirkelrand R_2, tot het meten der verticale hoeken bestemd, is meestal aan de as bevestigd, terwijl de noniussen PP aan de stutten I verbonden zijn.

Ten einde de tweede as rechthoekig op de eerste te kunnen stellen is een van de stutten I (in fig. 27 de naar den waarnemer toegekeerde) in twee deelen verdeeld, die door de correctieschroefjes NN verbonden zijn.

Op het diaphragma van den kijker werken vier schroefjes OO, om er den stand van de vizierlijn mee te kunnen regelen.

Eindelijk moet tot het verticaal stellen der eerste as eene luchtbel aanwezig zijn; deze kan op verschillende wijzen aangebracht zijn. Bij den in de figuur voorgestelden theodoliet is zij bij VW op den alhidade-cirkel bevestigd in een richting evenwijdig met het vlak, waarin de kijker zich bij zijne draaiing om de tweede as beweegt. Deze stand van het niveau is voor een kleinen theodoliet, die zoowel tot het meten van verticale als van horizontale hoeken dient, de meest gunstige.

§ 28. **Het meten van horizontale hoeken.** Als de theodeliet zal dienen tot het meten van horizontale hoeken, moet de tweede as rechthoekig staan op de eerste en de vizierlijn rechthoekig op de tweede as. Aan deze voorwaarden, die betrekking hebben op den onderlingen stand der deelen van het instrument, wordt, alvorens men eene serie van metingen aanvangt, door het *regelen* van den theodoliet voldaan.

Verder moet het midden van het instrument in de verticaal van het hoekpunt geplaatst en de 1ste as verticaal gesteld worden. Aan deze twee voorwaarden, die betrekking hebben op den stand van het geheele instrument ten opzichte van het terrein, wordt, in ieder punt waar men een hoek zal gaan meten opnieuw, door het *opstellen* van het instrument voldaan.

De twee eerste voorwaarden dragen daarom den naam van *voorwaarden van regeling*, de twee laatsten dien van *voorwaarden van opstelling*.

Het onderzoek of aan de voorwaarden van regeling voldaan is en de regeling zelve tot een volgende paragraaf uitstellende, zullen wij hier nagaan hoe het instrument wordt opgesteld en de horizontale hoeken gemeten worden.

Nadat men den drievoet op het terrein zoodanig boven het hoekpunt heeft geplaatst, dat het midden van de opening in den kop ongeveer in de verticaal van het hoekpunt ligt en het bovenvlak van den kop op het oog horizontaal is, wordt de theodoliet er opgezet en met de in fig. 29 afgebeelde veer bevestigd, *zonder die veer te sterk te spannen.* Met behulp van het schietlood dat aan den haak K wordt opgehangen, onderzoekt men nu of het midden van het instrument in de verticaal van het hoekpunt ligt; mocht dit niet het geval zijn, dan wordt het instrument op den voet dienovereenkomstig verschoven en met de schroefmoer G vastgezet; mocht de afwijking te groot zijn, dan kan deze natuurlijk alleen verholpen worden door het instrument met den drievoet te verplaatsen.

Is alzoo aan de eerste voorwaarde voldaan, dan gaat men over tot het verticaal stellen van de eerste as met behulp van het niveau en de stelschroeven, op de wijze als zulks in hoofdstuk III is medegedeeld. Aan welke voorwaarden daarbij het niveau moet voldoen, hoe het onderzocht en zoo noodig geregeld wordt, is daar ter plaatse ook reeds behandeld.

§ 29. Is de theodoliet aldus opgesteld, dan kan men overgaan tot het meten van de horizontale hoeken. Stel, om de gedachten te bepalen, dat men den horizontalen hoek moet meten tusschen de lijnen, gaande van het punt A, waarboven men het instrument heeft opgesteld, naar de punten B en C. Men begint dan met den kijker bijv. op het punt B te richten, door die met de hand om de twee assen te draaien, waarbij natuurlijk de twee klemschroeven G en Q losgedraaid moeten zijn. Heeft men op die wijze den kijker zoodanig gericht, dat het punt B zich in het gezichtsveld van den kijker dicht bij het kruispunt der draden vertoont, dan heft men de beweging om de eerste as op, door de klemschroef G aan te draaien, en brengt door middel van de schroef H den verticalen draad juist door het punt B, waarbij men dan tevens nagaat of er ook parallax in den kijker is en die zoo noodig verhelpt. Heeft men aldus op het punt B gericht, dan leest men den stand van beide noniussen af en herhaalt diezelfde bewerking voor het punt C.

Trekt men de twee aflezingen, behoorende bij denzelfden nonius van elkaar af, dan vindt men twee waarden voor den hoek, waarvan men het gemiddelde neemt om zoodoende eene mogelijk aanwezige fout van excentriciteit (zie § 5) te elimineeren.

Dat de aldus gevonden hoek werkelijk de horizontale hoek tusschen de lijnen AB en AC is, valt gemakkelijk in te zien. Door het richten op het punt B gaat het vlak, dat de vizierlijn bij eene draaiing om de 2de as beschrijft, door het punt B. Dit vlak, loodrecht staande op de horizontale 2de as, is dus het horizontaal projecteerend vlak van de lijn AB. Door draaiing van het bovenstel van het instrument om de 1ste as, tot men gericht is op C, wordt dit vlak het horizontaal projecteerend vlak van AC, en de hoek, door dat vlak doorloopen, dat is de op den cirkelrand gemeten hoek, is dus de standhoek tusschen die twee projecteerende vlakken, dat is de te meten hoek.

Heeft men meer dan een hoek in hetzelfde punt te meten, bijv. de hoeken, gevormd door de lijnen, gaande naar de punten B, C, D, E, enz., dan richt men achtereenvolgens op de punten B, C, D, E, enz. en leest telkens de beide noniussen af. Door de aflezingen twee aan twee van elkander af te trekken, vindt men al de verlangde hoeken.

§ 30. **Het doorslaan van den kijker.** Zooals wij boven gezien hebben, moet de theodoliet en in het algemeen ieder instrument aan zekere voorwaarden van regeling voldoen; wordt hieraan niet voldaan, dan ontstaan er fouten in de meting.

Men moet natuurlijk zorgen de uitkomsten der meting te vinden, bevrijd van deze fouten. Dit kan geschieden door het instrument naar behooren te regelen of door de meting zoodanig in te richten, dat die fouten geëlimineerd worden.

Is dit laatste mogelijk, dan is het zaak van die methode van meting gebruik te maken, ook al heeft men het instrument goed geregeld, want bij het regelen kunnen nog kleine fouten overgebleven zijn en deze worden dan door de meting zelve geëlimineerd.

Bij een theodoliet is het mogelijk de fouten, die voortspruiten uit het niet-voldoen aan de voorwaarden van regeling, te elimineeren en wel door het doorslaan van den kijker.

De stutten I van den theodoliet (zie fig. 27) zijn zoo lang gemaakt, dat het oculair van den kijker vrij over den alhidadecirkel kan bewegen en dus aan die zijde kan komen waar eerst het objectief was; dit objectief komt daardoor natuurlijk aan de andere zijde waar zich vroeger het oculair bevond. Deze beweging van den kijker noemt men het *doorslaan*.

Meet men nu tweemaal denzelfden hoek, eens met den kijker in den gewonen stand, dan met den kijker in den doorgeslagen stand, dan worden door het nemen van het gemiddelde uit de twee aldus gevonden waarden voor den hoek, de fouten voortspruitende uit het niet zuiver regelen van den theodoliet, geëlimineerd.

§ 31. Om aan te toonen, dat hierdoor werkelijk de bedoelde fouten geëlimineerd worden, zullen wij veronderstellen dat een der punten, bijv. het punt C, met het punt A in een horizontaal vlak ligt, dat het punt B zich echter op eenige hoogte daarboven bevindt. Projecteeren wij nu op een cilindervlak, waarvan de verticaal in het standpunt A de as is, en zij fig. 36 de ontwikkeling van dat cilindervlak, HH de doorsnijding van het cilindervlak met het horizontale vlak door A, dan zal het punt C, volgens bovenstaande onderstelling in de lijn HH gelegen zijn, terwijl het punt B zich daar boven zal bevinden.

Is de theodoliet nu goed geregeld en goed opgesteld, dan zal, als wij op B gericht hebben en den kijker naar beneden slaan, tot hij den horizontalen stand verkrijgt, de vizierlijn een verticaal vlak beschrijven dat het vlak van teekening snijdt volgens de lijn BB′ loodrecht op HH. Richten wij nu op het punt C, dan doorloopt de kijker een hoek, overeenkomende met den boog B′C, dat is de hoek, dien wij willen meten.

Staat nu echter de tweede as niet loodrecht op de eerste, (de vizierlijn echter wel loodrecht op de tweede as) maar projecteert zij zich volgens de lijn II_1II_1, als de kijker op B gericht is, dan zal bij het neerslaan van den kijker de vizierlijn een plat vlak beschrijven, loodrecht op de tweede as, dat het vlak van projectie snijdt volgens de lijn BB_1, loodrecht op II_1II_1. Bij het richten op C zien wij nu dat de kijker een hoek doorloopt overeenkomende met den boog B_1C, waaruit volgt dat wij voor den hoek eene te groote waarde vinden, en wel dat de fout gelijk is aan den hoek, overeenkomende met het boogje $B'B_1$.

Na het doorslaan van den kijker moeten wij, om weer op B te richten, het bovenstel van het instrument om de eerste as omdraaien, waardoor de tweede as van stand verandert en zich nu volgens II_2II_2 projecteert, een zelfde hoek met HH makende als vroeger.

Bij het neerslaan van den kijker beschrijft de vizierlijn nu weer een plat vlak loodrecht op de tweede as, dat het vlak van projectie snijdt volgens de lijn BB_2 loodrecht op II_2II_2. Bij het richten op C moet de kijker dus een hoek doorloopen, overeenkomende met den boog B_2C; men vindt dus voor dien hoek eene te kleine waarde en, zooals uit de figuur onmiddellijk blijkt, juist evenveel te weinig als straks te veel. Door het nemen van het gemiddelde wordt de fout dus geëlimineerd (*).

§ 32. Staat de vizierlijn niet rechthoekig op de tweede as (de tweede as wel loodrecht op de eerste) dan zal, als wij den kijker naar omlaag bewegen, de vizierlijn een kegelvlak beschrijven met de tweede as, die ongeveer evenwijdig loopt met het projectievlak bij B, als as en een zeer grooten tophoek. Deze kegel snijdt het vlak van projectie volgens eene hyperbool, waarvan BB_1, fig. 37, een deel voorstelt in de onderstelling dat de vizierlijn rechts van de loodlijn op de as afwijkt.

De kijker is dus na het neerslaan gericht op B_1 en de hoek, dien wij op den rand bepalen, is dus de hoek overeenkomende met B_1C, dat is, wij maken eene fout gelijk aan den hoek overeenkomende met boog B_1B'.

Slaan wij nu den kijker door, dan zal de vizierlijn, die wij eerst naar rechts uit het vlak loodrecht op de tweede as zagen afwijken, evenveel naar de linkerzijde uitwijken en bij het neerslaan van den kijker na het richten op B, zal dus het vlak van projectie gesneden worden door de vizierlijn volgens de hyperbool BB_2, waaruit blijkt, dat wij nu eene fout maken overeenkomende met den boog $B'B_2$. Deze is echter, zooals uit de figuur blijkt, gelijk aan de vorige fout, maar in tegenovergestelden zin, zoodat die fout uit het gemiddelde wegvalt.

Zijn bovenstaande fouten gelijktijdig aanwezig, dan voegen de uitwerkingen zich eenvoudig samen en worden dus ook gezamenlijk geëlimineerd.

Is het punt C niet in een horizontaal vlak gelegen met A, dan maakt men bij C een dergelijke fout als bij B.

Uit de figuren 36 en 37 valt nog op te merken, dat de fouten van regeling geen invloed hebben op de uitkomsten der meeting, zoodra de punten B en C in hetzelfde horizontale vlak met A liggen; dat daarentegen de invloeden dier fouten des te grooter

(*) Bovenstaande beschouwingen zijn alleen juist voor zooverre het gedeelte van het cilindervlak, waarop de lijnen BB_1, BB_2 geprojecteerd worden, als een plat vlak mag worden beschouwd; aangezien men de fouten van regeling altijd zooveel mogelijk zal hebben weggenomen mag men dit gerust aannemen.

worden, naarmate de grootte van de elevatiehoeken der lijnen AB en AC toeneemt. (*)

§ 33. **Onderzoek en regeling van den theodoliet.** Er bestaan verschillende methoden om te onderzoeken of de theodoliet aan de eischen van regeling voldoet. Het doorslaan van den kijker levert daarbij veel gemak op, omdat men daardoor in staat is, den theodoliet aan ieder van de voorwaarden afzonderlijk te toetsen, terwijl men bij een theodoliet, waarvan de kijker niet kan doorslaan, op beide voorwaarden gelijktijdig moet onderzoeken. Wij zullen hieronder afzonderlijk nagaan het onderzoek met behulp van het doorslaan van den kijker en zonder het doorslaan van den kijker; verder zullen wij het geval behandelen, dat het niveau niet aan de alhidade verbonden is, maar op de tweede as rust.

§ 34. Om te onderzoeken of bij een theodoliet met doorslaanden kijker de tweede as rechthoekig staat op de eerste, plaatst men den theodoliet voor een muur en laat daarop, op eene hoogte ongeveer dubbel zoo groot als die van het instrument boven den grond, een teeken maken. Na den kijker hierop gericht te hebben, draait men hem voorzichtig om de tweede as tot hij eene benedenwaartsche helling heeft, ongeveer gelijk aan de helling die hij vroeger naar boven had, en laat het punt aanteekenen waarop de kijker nu gericht is. Slaat men den kijker nu door en richt hem (door draaiing ook om de 1ste as) weer op het eerste punt, dan moet hij bij het naar beneden slaan weer op het tweede punt kunnen gericht komen; is dit niet het geval dan staat de tweede as niet rechthoekig op de eerste.

Om de juistheid van bovenstaand onderzoek aan te toonen, stelle in fig. 34 AI de projectie van de eerste as op den muur voor, $II\,II_1$ de daarop loodrecht veronderstelde tweede as en A het punt, dat op den muur is aangegeven en waarop de kijker gericht wordt. Slaat men den kijker nu naar beneden, dan beschrijft de vizierlijn een plat vlak, rechthoekig op de tweede as

(*) Uit fig. 36 kan men gemakkelijk opmaken, dat als α de hoek is, dien de tweede as maakt met het vlak loodrecht op de eerste, dat dan de fout in de meting, dat is de hoek overeenkomende met B_1B', gelijk is aan $\alpha \, tg \, h$, waarin h de elevatiehoek van de lijn AB voorstelt. Uit fig. 37 vindt men eveneens voor de fout, ten gevolge van eene afwijking β van de vizierlijn uit het vlak loodrecht op de tweede as $\beta \, (sec \, h - 1) = \beta \, tg \, h \, tg \, \frac{1}{2} h$.

en dit vlak, snijdt den muur volgens een lijn rechthoekig op de projectie $II\,II_1$ van de tweede as, dat is dus volgens de lijn AI. De kijker is dus ten slotte gericht op het punt I en het is dit punt, dat men laat aanteekenen. Slaat men nu den kijker door en richt weer op het punt A, dan komt daardoor de tweede as weer in denzelfden stand $II\,II_1$, en de vizierlijn volgt op den muur weer dezelfde lijn AI, zoodat men weer op het punt I gericht komt.

Is de tweede as daarentegen niet rechthoekig op de eerste, maar projecteert zij zich bijv. volgens $II'\,II'_1$, dan zal bij het naar beneden bewegen van den kijker, de vizierlijn de lijn AB beschrijven loodrecht op $II'\,II'_1$, waardoor men op het punt B gericht komt; dit punt laat men op den muur aanteekenen. Slaat men nu den kijker door en richt hem weer op A, dan zal door het draaien om de eerste as, de tweede as den stand $II''II''_1$ verkrijgen; bij het naar beneden slaan volgt de vizierlijn dus de lijn AC loodrecht op $II''II''_1$, zoodat men ten slotte op C in plaats van op B gericht is.

Uit de figuur is gemakkelijk te zien, dat hoek BAC het dubbel is van de afwijking van de tweede as, uit het vlak loodrecht op de eerste as. Deze afwijking is dus gelijk aan $\frac{BC}{2.AI}$, uitgedrukt in deelen van den straal als eenheid.

Bij bovenstaand bewijs is men stilzwijgend van de veronderstelling uitgegaan, dat de vizierlijn rechthoekig staat op de tweede as. Is aan deze voorwaarde niet voldaan, dan is dit toch zonder invloed op het onderzoek, als men er slechts voor gezorgd heeft, zooals boven is aangegeven, bij het naar boven en bij het naar beneden richten, aan den kijker telkens dezelfde helling te geven. De vizierlijn beschrijft dan wel niet de rechte lijnen AB en AC, maar stukken van hyperbolen gaande door A en B, en door A en C.

Heeft men op bovenstaande wijze gevonden, dat de tweede as niet rechthoekig staat op de eerste en heeft men uit de afwijking van het punt C ten opzichte van B nagegaan, in welken zin de afwijking plaats heeft, dan kan men met behulp der correctieschroeven haren stand verbeteren en dan nog eens onderzoeken, of de regeling juist is, of in welken zin de stand der as verbeterd moet worden.

Bij de practische uitvoering van bovenstaand onderzoek is het moeielijk om de punten B en C op den muur met de noodige juistheid te laten aanteekenen; men doet daarom beter om beneden bij den muur een dubbele decimeter in horizontale richting te plaatsen en in beide gevallen bij het naar beneden slaan van den kijker daarop af te lezen, bij welke deelstreep zich de verticale draad vertoont. Verkrijgt men dan beide keeren dezelfde aflezing, dan staat de tweede as loodrecht op de eerste; verkrijgt men niet dezelfde aflezing, dan is het verschil van beide aflezingen de afstand van de punten B en C, waaruit men gemakkelijk de fout kan berekenen. Uit beide aflezingen kan men tevens nagaan in welken zin de afwijking plaats heeft en hoe de fout dus verholpen moet worden.

§ 35. Om bij een theodoliet met doorslaanden kijker te onderzoeken of de vizierlijn rechthoekig staat op de tweede as, richt men den kijker op een punt, dat men zoodanig kiest, dat de kijker ongeveer loodrecht staat op de eerste as, en leest den stand der noniussen op den eersten cirkelrand af. Slaat men nu door en richt men weer op hetzelfde punt, dan moet men op de noniussen 180° meer of minder aflezen. Is dit niet het geval, dan staat de vizierlijn niet loodrecht op de tweede as, en hetgeen men meer of minder dan 180° gedraaid heeft, is het dubbel van de afwijking.

Stelt in fig. 35, (in projectie op een vlak loodrecht op de eerste as) $II\,I'$ de projectie der tweede as voor, dan zou de vizierlijn den stand VV_1 moeten hebben, loodrecht op $II\,I'$; stel echter dat de vizierlijn den stand OO_1 heeft en gericht is op het punt P, zoodat zij een hoek V_1IO_1 uit den juisten stand afwijkt. Slaat men den kijker door, dan zal de vizierlijn, draaiende om $II\,I'$, den stand $O'O'_1$ verkrijgen, en nu is het duidelijk dat, om die vizierlijn weer in den eersten stand te brengen, zoodat zij weer gericht is op P, zij om de eerste as een hoek moet draaien gelijk aan O'_1IO_1, dat is: $VIV_1 + O'_1IV + V_1IO_1 = 180^\circ + 2.V_1IO_1$.

Heeft men op bovenstaande wijze gevonden, dat de vizierlijn niet loodrecht staat op de tweede as, dan is het voor de correctie het gemakkelijkst het bovenstel met behulp van de micrometerschroef H (fig. 27) zoover te verdraaien, dat men op de noniussen juist 180° meer of minder afleest, dan bij het begin. Men zal dan niet meer op het punt P (fig. 35) gericht zijn, en de afwijking, die men waarneemt, komt overeen met het dubbel van de fout. Om de vizierlijn te regelen heeft men nu slechts met behulp van de correctieschroefjes O (fig. 27) het kruispunt der draden zooveel te verplaatsen, dat die afwijking voor de helft is weggenomen, waarna men de bewerking nog eens herhaalt.

§ 36. Om bij een theodoliet, waarvan de kijker niet kan doorslaan, te onderzoeken of de tweede as loodrecht op de eerste en de vizierlijn loodrecht op de tweede as staat, stelt men de eerste as *juist verticaal*, richt den kijker op eene verticale lijn (b. v. op een vrij hangend, aan het benedeneinde met een gewicht bezwaard koord) en beweegt hem om de tweede as op en neer. Is nu aan beide voorwaarden van regeling voldaan, dan zal de vizierlijn een plat verticaal vlak beschrijven en dus steeds op de verticale lijn gericht blijven; doet zij dit niet, dan is aan een van beide of aan beide voorwaarden niet voldaan.

Stelt in fig. 33*a*, AB de verticale lijn voor, geprojecteerd op een daarachter gelegen verticaal vlak, O het punt van die lijn, waarop men bij horizontalen stand van den kijker gericht heeft, dan zal, als de tweede as niet loodrecht op de eerste, maar de vizierlijn wel loodrecht op de tweede as staat, de vizierlijn bij de beweging om de tweede as een plat vlak beschrijven, loodrecht op de niet horizontale tweede as; dat vlak is dus niet verticaal en snijdt dus het projectie-vlak volgens eene schuine lijn *ab*; waaruit volgt, dat men bij het naar boven en naar beneden bewegen van den kijker, het kruispunt der draden in tegengestelden zin van de verticale lijn zal zien afwijken en dat, als men aan de vizierlijn eene zelfde helling naar boven en naar beneden geeft, de uitwijkingen even groot zullen zijn.

Is de tweede as wel rechthoekig op de eerste, maar de vizierlijn niet rechthoekig op de tweede as, dan zal de vizierlijn bij hare beweging om de tweede as, een kegelvlak beschrijven met horizontale as, dat het projectievlak snijdt volgens eene hyperbool $a'Ob'$ (fig. 33*b*) met horizontale bestaanbare as en waarvan de top in O ligt. Hieruit volgt, dat bij het naar boven en naar beneden bewegen van den kijker, het kruispunt der draden beide keeren in denzelfden zin zal uitwijken; en dat bij eene gelijke helling van de vizierlijk naar boven en naar beneden, de uitwijkingen ook gelijk zijn.

Zijn beide fouten gelijktijdig aanwezig, dan is de geheele uitwijking gelijk aan de som van de uitwijkingen door beide veroorzaakt; zoodat men bij dit, in fig. 33*c* voorgestelde geval, bij het naar boven bewegen de uitwijking $A''a'' = Aa + A'a'$ zal krijgen en bij het naar beneden bewegen $B''b'' = Bb - B'b'$; dat is: bij gelijke helling naar boven en naar beneden verkrijgt men ongelijke uitwijkingen.

Uit het bovenstaande volgt dus dezen regel. Richt men bij horizontalen stand van de vizierlijn op de verticale lijn en geeft men daarna aan den kijker eene helling naar boven en eene gelijke helling naar beneden, dan duiden: *gelijke* uitwijkingen in *tegengestelden zin* op den niet loodrechten stand van de tweede as op de eerste, *gelijke* uitwijkingen in *gelijken zin*, op den niet loodrechten stand van de vizierlijn op de tweede as; terwijl *ongelijke* uitwijkingen in denzelfden of in tegengestelden zin op de gelijktijdige aanwezigheid van beide fouten duiden. Zijn de fouten eens herkend, dan is het gemakkelijk door middel der correctieschroefjes daarin verbetering te brengen en het onderzoek nog eens te herhalen.

§ 37. Rust het niveau op de in fig. 22 aangegeven wijze op de as, dan heeft de regeling op eene eenigszins andere wijze plaats. Eerst wordt het niveau op de in § 22 aangegeven wijze geregeld ten opzichte van de tweede as. Vervolgens onderzoekt men op de in § 24 behandelde wijze of de richtlijn van het niveau loodrecht staat op de eerste as; is dit het geval dan staat ook de tweede as loodrecht op de eerste. Staat de richtlijn van het niveau niet loodrecht op de eerste as, dan wordt dit verholpen met behulp van de correctieschroeven, die op de tweede as werken, waardoor gelijktijdig richtlijn en tweede as loodrecht komen op de eerste as.

Het onderzoek van den stand der vizierlijn ten opzichte van de as kan geschieden op de in § 35 aangegeven wijze of ook met behulp van eene verticale lijn, zooals in de vorige paragraaf is beschreven; bij dit laatste onderzoek wordt de tweede as met behulp van het niveau zuiver horizontaal gesteld, waardoor men geheel onafhankelijk is van den niet loodrechten stand van de tweede as ten opzichte van de eerste.

§ 38. **Repetitie en Reïteratie.** Wil men eene grootere nauwkeurigheid in het meten der hoeken verkrijgen, dan men bereiken kan door het eenmaal meten van de hoeken op de bovenbeschreven wijze, dan moet men die hoeken meermalen meten, om uit de uitkomsten dier metingen een resultaat af te leiden, waarop de verschillende bronnen van fouten een zoo gering mogelijken invloed hebben.

Twee verschillende methoden van meting worden daarbij in hoofdzaak toegepast, de *repetitie-* en de *reïteratie-methode.* Bij de eerste methode meet men het veelvoud van den hoek, waaruit men dan door deeling den enkelvoudigen hoek verkrijgt. Bij de tweede meet men denzelfden hoek op verschillende, regelmatig langs den omtrek verdeelde deelen van den rand en neemt daaruit het gemiddelde.

§ 39. Bij de toepassing van de eerste methode moet de theodoliet bijzonder daarvoor zijn ingericht (*repetitie-theodoliet*). De cirkelrand R_1 moet namelijk, niet zooals in fig. 27, met de bus B verbonden zijn, maar zooals fig. 38 dat voorstelt, ten opzichte van die bus kunnen draaien, om eene as, samenvallende met die om welke het bovenstel ten opzichte van den rand draait. Door middel van de klemschroef G′ kan de rand aan de bus B verbonden en met behulp van de micrometerschroef H′ daaraan eene fijne beweging gegeven worden.

Om nu met behulp van den aldus ingerichten theodoliet den hoek BAC in het punt A te meten, richt men eerst op het punt B en leest den stand der noniussen af, waarna men den kijker op C richt door het bovenstel over den rand te bewegen (klemschroef G, micrometerschroef H). Las men nu weer den stand der noniussen af, dan zou men door aftrekking den te meten hoek vinden; in plaats hiervan richt men den kijker weer op het punt B door den rand, met het bovenstel samen, te bewegen (schroeven G′ en H′) en vervolgens op C, door alleen het bovenstel zonder den rand te verdraaien (schroeven G en H). Bij deze laatste beweging doorloopen de noniussen op den rand andermaal den te meten hoek, lezen wij daarna den stand der noniussen af, dan vinden wij, door aftrekking van de eerste aflezing, het dubbel van den gevraagden hoek.

Het is duidelijk hoe men op deze wijze het 3, 4, in het algemeen het *n-voud* van den hoek kan vinden. Men heeft slechts afwisselend op het eene punt (B) te richten, door den rand te verdraaien (schroeven G′ en H′) en op het andere (C), door den kijker ten opzichte van den rand te bewegen (schroeven G en H).

Heeft men bij het begin op den nonius afgelezen a_0 en na n malen den hoek op den rand doorloopen te hebben (n repetities) a_n en is de nonius daarbij m malen het nulpunt voorbijgegaan, dan zal de waarde van den hoek zijn:

$$A = \frac{a_n - a_0 + m.360^\circ}{n.},$$

Hoewel het alleen noodig is bij het begin en bij het einde van de bewerking de noniussen af te lezen, zoo is het toch wenschelijk dit ook na de *eerste repetitie te doen, ten einde* onmiddellijk eene benaderde waarde voor den hoek te vinden, waaruit men dan later gemakkelijk kan opmaken hoeveel malen de nonius het nulpunt van den rand gepasseerd is (het getal m in bovenstaande formule). Ook kan men door het doen van onderscheidene aflezingen de nauwkeurigheid van de uitkomst nog verhoogen.

Behalve dat de repetitie-theodoliet aan de boven behandelde algemeene voorwaarden voor den theodoliet moet voldoen, moeten de twee assen (de meetkunstige assen der kegels I en I′, fig. 38), om welke de rand met het bovenstel en het bovenstel afzonderlijk kunnen bewegen, onderling evenwijdig zijn. Het onderzoek of aan die voorwaarde voldaan is, kan als volgt plaats hebben. Het niveau, dat op den theodoliet aanwezig is, wordt nauwkeurig ten opzichte van een der assen geregeld en die as nauwkeurig daarmede verticaal gesteld; door vervolgens het bovenstel van den theodoliet om de andere as te laten draaien, kan men zien of deze ook verticaal en dus evenwijdig met de eerste is.

§ 40. Bij de reïteratie-methode wordt dezelfde hoek verschillende malen gemeten en wel op verschillende deelen van den rand. Bij de toepassing dier methode is het dus noodig, dat men den rand kan verplaatsen. Hiertoe kan de theodoliet ingericht zijn op dezelfde wijze als de repetitie-theodoliet, maar ook een veel eenvoudiger ingerichte theodoliet kan daarvoor dienst doen; zelfs kan men den enkelvoudigen theodoliet gebruiken, als men hem slechts telkens op den drievoet een zekeren hoek verdraait.

Om straks te vermelden reden, moet men zorgen dat de aflezingen plaats hebben op punten, die zooveel mogelijk op onderling gelijke afstanden langs den rand gelegen zijn. Daartoe moet, om den hoek n malen te meten, terwijl er 2 noniussen zijn, de rand telkenmale $\frac{360^\circ}{2n}$ verdraaid worden. Met behulp van den eenen nonius leest men dan op de eene helft van den rand op n evenver van elkaar gelegen punten af, terwijl men met behulp van den anderen nonius datzelfde op de andere helft van den rand doet.

§ 41. Ten einde beide methoden met elkaar te kunnen vergelijken en zoo noodig eene keuze te kunnen doen, dienen wij de uitwerking nategaan van elk der verschillende fouten, die invloed hebben op het eindresultaat. Deze fouten kunnen daartoe verdeeld worden in: 1^{e} de fouten in het richten, 2^{de} de fouten in het aflezen en 3^{de} de fouten in de verdeeling.

De eerste dezer fouten is het gevolg van verschillende oorzaken, als: van slechte verlichting en niet symmetrische gedaante van het voorwerp waarop gericht wordt, van ongelijkmatige breking van de lichtstralen in de lucht (laterale refractie), van onvolkomenheden van den kijker, van het aanwezig zijn van parallax in den kijker, van den niet volkomen vasten stand van het instrument, enz. Doordat deze omstandigheden van het eene op het andere oogenblik veranderen, is de fout in het richten eene veranderlijke (toevallige) fout, d. w. z.: als wij herhaalde malen op hetzelfde voorwerp richten, zooals dit bij beide methoden geschiedt, dan zal de fout nu eens positief, dan weer negatief, nu eens grooter dan weer kleiner zijn, waardoor die fouten elkaar voor een groot deel opheffen.

De fout in het aflezen is ook eene veranderlijke (toevallige) fout, die weer van verschillende oorzaken afhankelijk is, als: van de juiste verdeeling van den rand en van den nonius, van de zuiverheid der deelstrepen, van het al of niet aanwezig zijn van parallax, enz.

Bij de reïteratie-methode, waar wij het gemiddelde nemen uit eene menigte aflezingen, zullen deze fouten elkander dus, evenals die van het richten, onderling gedeeltelijk vernietigen. Bij de repetitie-methode is de werking geheel anders, daar lezen wij slechts bij het begin en bij het einde af. Op het n-voud van den hoek komt dus de geheele fout van de aflezing; maar als wij door n deelen, zal in den enkelvoudigen hoek, ook slechts het n^{de} deel van de fout voorkomen. Daar nu de theorie van de fouten leert, dat bij het nemen van het gemiddelde uit een aantal waarnemingen, die met toevallige fouten aangedaan zijn, deze slechts in reden van $\sqrt{n}$ verminderd worden, zoo wordt de invloed van de fouten van aflezing bij de repetitie-methode beter verminderd, dan bij de reïteratie-methode het geval is.

De fouten in de verdeeling dragen een geheel ander karakter. Voor een en dezelfde deelstreep is die fout uit den aard der zaak constant; eerst als men de fouten in verschillende deelstrepen nagaat, zijn die veranderlijk. De vermindering van dien invloed heeft dus bij de repetitie-methode, waar men slechts bij twee deelstrepen afleest, op dezelfde wijze plaats als wij boven voor de aflezingsfouten hebben gezien. Bij de reïteratie-methode is de zaak echter van meer ingewikkelden aard. Als wij den hoek steeds op dezelfde plaats op den rand aflazen, dan zouden wij telkens dezelfde fout maken en deze zou dus uit het gemiddelde niet verdwijnen. Doordat men echter telkens den hoek op een ander gedeelte van den rand meet, is de fout veranderlijk en bij het nemen van het gemiddelde, heffen die fouten elkaar dus voor een groot gedeelte op.

Hadden nu de fouten in de opvolgende deelstrepen datzelfde toevallige karakter, dat wij in de fouten van het richten en van het aflezen hebben aangetroffen, dan zouden die fouten evenals de vorige, bij de reïterade-methode in veel geringere mate worden opgeheven dan bij de repetitie-methode. Dit is echter niet geheel en al het geval; de fouten in de verdeeling worden bij de reïteratie-methode in sterkere mate opgeheven en wel om de volgende reden:

Onderzoekt men de fouten in de opvolgende deelstrepen van een zuiver verdeelden cirkelrand, zooals die tegenwoordig in de goede werkplaatsen worden afgeleverd, dan zal men vinden, dat daarin wel fouten aanwezig zijn, maar dat deze fouten regelmatig toe- en afnemen, waardoor zij elkaar grootendeels zullen opheffen, als men de aflezingen gelijkelijk langs den geheelen rand verdeelt. Bij de minder zuiver verdeelde cirkelranden hebben de fouten in veel geringere mate dit regelmatig karakter; daar wordt de fout dus beter vernietigd door de repetitie- dan door de reïteratie-methode.

Uit bovenstaande beschouwingen is nu gemakkelijk na te gaan, welke methode men in gegeven omstandigheden zal toepassen. Bij de groote metingen, waar het op de uiterste nauwkeurigheid aankomt, waar men groote theodolieten bezigt met zeer zuiver verdeelde cirkelranden, en micrometrische microscopische aflezing, waardoor de fouten in het aflezen zeer klein zijn, daar verdient de reïteratie-methode de voorkeur. Bij de kleinere instrumenten met minder zuiver verdeelden rand en nonius, is de repetitie-methode op hare plaats. Ook bij de kleinere theodolieten met zuiver verdeelden cirkelrand, maar waarop de aflezing met behulp van den nonius geschied en dus minder nauwkeurig is, kan die methode nog met vrucht worden toegepast.

Er is nog eene andere reden, waarom men, bij waarnemingen volgens de repetitie-methode, minder juiste uitkomsten zal verkrijgen. Door het voortdurend in denzelfden zin draaien ontstaan namelijk kleine fouten, die steeds in denzelfden zin werken en dus als constante fouten niet door het repeteeren kunnen verminderd worden. Deze fouten, die tot enkele secunden kunnen opklimmen, zijn een van de voornaamste redenen waarom de repetitie-methode voor nauwkeurige metingen zelden meer wordt toegepast.

§ 42. **Het meten van verticale hoeken.** Heeft men bij de regeling van den theodoliet er voor gezorgd, dat de vizierlijn van den kijker evenwijdig loopt met de richtlijn van het niveau als de noniussen op nul staan, dan zullen in iederen willekeurigen stand van den kijker, de noniussen den hoek aanwijzen, die de vizierlijn op dat oogenblik met de richtlijn van het niveau maakt. Hierop berust het meten der verticale hoeken; wordt de richtlijn van het niveau horizontaal gesteld (doet men de bel inspelen) en wordt de vizierlijn op het punt, waarvan men den elevatiehoek wil meten, gericht, dan leest men op den rand den hoek af, die tusschen die twee lijnen begrepen is, dat is de te meten hoek.

Om een verticalen hoek te meten gaat men dus als volgt te werk. Na het instrument te hebben opgesteld, op de wijze als hiervoor bij het meten van horizontale hoeken is behandeld, richt men den kijker met de hand op het punt, waarvan men den elevatiehoek wil meten en heft door het aandraaien van de klemschroef Q (fig. 27) de beweging om de tweede as op. Vervolgens gaat men na of de bel van het niveau inspeelt en doet die zoo noodig, met behulp van eene stelschroef, inspelen, waarna men door middel van de micrometerschroef T (fig. 27) het kruispunt der draden met het juiste punt doet samenvallen. De aflezingen van de noniussen geven dan den gevraagden elevatiehoek.

§ 43. **Het doorslaan van den kijker.** Staan de noniussen bij den evenwijdigen stand van vizierlijn en richtlijn niet op nul, maar bijv. op $+p$, dan zal men voor alle elevatiehoeken waarden vinden, die den hoek p te groot zijn. Men moet dus aan alle aflezingen de uitdrukking $-p$ als correctie toevoegen. De fout $+p$ draagt den naam van *indexfout*, de correctie $-p$ den naam van *index-correctie*.

Door het doorslaan van den kijker is men wederom in staat de fout van regeling, hier de indexfout, te elimineeren.

Zij namelijk in fig. 39*a*, HH′ eene horizontale lijn, evenwijdig met de richtlijn van het inspelend niveau, VV′ de vizierlijn van den kijker gericht op het punt, waarvan men de elevatie wil bepalen, die in de figuur wordt uitgedrukt door den hoek

$V'MH' = A$. Zijn verder O_1 en O_2 de twee nulpunten van den cirkelrand, die aan den kijker vast verbonden is, en N_1 en N_2 de twee diametraal tegenover elkaar staande noniussen, dan leest men op de twee noniussen af: $N_1O_1 = N_2O_2 = B$, en dus is, als wij: $\angle H'MN_1 = \angle HMN_2 = \alpha$ en $\angle O_1MV' = \angle O_2MV = \beta$ stellen,

$$A = B - \alpha + \beta,$$

waaruit blijkt, dat $\beta - \alpha$ de index-correctie is.

Draaien wij nu het bovenstel van het instrument 180° om de eerste as, dan verkrijgen wij fig. 39*b*, die zuiver het spiegelbeeld is van fig. 39*a*. Slaan wij vervolgens den kijker door en richten weer op het beschouwde punt, dan beweegt daardoor alleen de vizierlijn VV' met den rand O_1O_2, terwijl de noniussen N_1 en N_2 op hun plaats blijven. Bij de noniussen zullen wij dus nu aflezen $N_1O_2 = N_2O_1 = C$, waaruit voor den gevraagden hoek $V'MH' = A$ volgt:

$$A = C + \alpha - \beta.$$

Nemen wij eindelijk het gemiddelde tusschen beide uitdrukkingen voor A, dan vinden wij:

$$A = \frac{B + C}{2},$$

waaruit de indexfout geheel geëlimineerd is.

Bij bovenstaande beschouwing zijn wij stilzwijgend van de onderstelling uitgegaan, dat er geene excentriciteit aanwezig is en de noniussen juist diametraal tegenover elkaar staan, waardoor de aflezingen bij beide noniussen aan elkaar gelijk worden. Is dit echter niet het geval, dan zijn beide aflezingen niet aan elkaar gelijk, maar door het nemen van het gemiddelde, verdwijnen de fouten, die daaruit voortvloeien (zie § 5). Bovenstaande waarden B, C, α en β moeten dus beschouwd worden als de gemiddelden uit de twee waarden, geldende voor de twee noniussen en de twee nulpunten.

§ 44. **Onderzoek en regeling van den theodoliet voor het meten van verticale hoeken.** Als de kijker kan doorslaan is het onderzoek en de regeling strikt genomen overbodig. Wil men echter door slechts eenmaal te richten de elevatie bepalen, dan moet men de index-correctie kennen. Deze is gemakkelijk te vinden door een zelfden hoek in beide standen van den kijker te meten. Uit de twee formules van de vorige paragraaf volgt dan voor die correctie:

$$\beta - \alpha = \frac{C - B}{2}.$$

Deze correctie moet opgeteld worden bij de aflezingen, als de kijker in den gewonen stand staat en afgetrokken worden, als hij zich in den doorgeslagen stand bevindt.

Wil men den theodoliet regelen, d. w. z.: wil men de index-correctie tot nul reduceeren, dan kan dit op twee verschillende wijzen geschieden: of door de vizierlijn met behulp van de kruisdraden te verplaatsen, of door de noniussen te verschuiven.

In het eerste geval zal men, na een verticalen hoek door dubbele meting bepaald te hebben, de noniussen op de juiste elevatie plaatsen en vervolgens op het punt richten, door het diaphragma met behulp van de daartoe aanwezige correctieschroefjes (0 in fig. 27) te verplaatsen. In het tweede geval richt men op het punt en verplaatst de noniussen tot zij de juiste elevatie aangeven.

§ 45. Kan de kijker niet doorslaan, dan zijn onderzoek en regeling veel omslachtiger. Heeft men een theodoliet met doorslaanden kijker ter beschikking om daarmede een elevatiehoek te meten, of kan men op eenige andere wijze de juiste grootte van een dergelijken hoek vinden, dan meet men dien met den te onderzoeken theodoliet na, het verschil geeft dan terstond de index-correctie, die bij latere metingen in rekening gebracht moet worden. Wil men den theodoliet regelen, dan kan dit met dien bekenden hoek op dezelfde wijze geschieden als boven is aangegeven.

Is het niet mogelijk van deze methode gebruik te maken, dan kan men de noniussen op nul stellen en onderzoeken of de vizierlijn van den kijker nu evenwijdig is aan de richtlijn van het niveau, volgens eene methode, die later bij het waterpas-instrument (Hoofdstuk XI, § 98) uitvoerig zal behandeld worden. Blijkt die evenwijdigheid niet te bestaan, dan kan men de kruisdraden zoo lang verplaatsen, tot die evenwijdigheid verkregen en het instrument geregeld is. Men kan de evenwijdigheid ook tot stand brengen door middel van de micrometerschroef voor de beweging om de tweede as; heeft men dit gedaan, dan leest men op de noniussen de index-fout af en die grootheid, met het omgekeerde teeken genomen, geeft de index-correctie. Wil men de index-correctie wegnemen door verplaatsing van de noniussen, dan heeft men deze nu slechts zoo lang te verschuiven, dat zij beide op nul wijzen.

§ 46. **Becijfering op den tweeden cirkelrand.** Bij bovenstaande beschouwingen is van de onderstelling uitgegaan, dat de becijfering op den tweeden cirkelrand van twee nulpunten uitgaande, in twee richtingen van nul tot 90° telt, zooals fig. 40 zulks nader aanwijst. Deze wijze van becijfering heeft het bezwaar, dat zij dubbele noniussen vereischt, waarvan de eene helft dient bij het meten van positieve elevatiehoeken, de andere bij het meten van negatieve elevatiehoeken (depressiehoeken) en dat men bij elken hoek tevens het teeken moet voegen; twee omstandigheden die gemakkelijk tot fouten aanleiding geven.

Doelmatiger is in dit opzicht de becijfering in fig. 41 voorgesteld, waarbij men, van de twee nulpunten uitgaande, in dezelfde richting van 0° tot 180° telt. Bij deze inrichting worden echter niet zooals bij de vorige telkens op beide noniussen elevatiehoeken afgelezen, maar bij den gewonen stand van den kijker, worden zenithhoeken afgelezen, dat zijn de hoeken met de verticaal in bovenwaartsche richting, dus de complementen van de elevatiehoeken. Deze laatste verkrijgt men dus door de aflezing van 90° af te trekken; alzoo geven aflezingen kleiner dan 90° elevatiehoeken, aflezingen grooter dan 90° depressiehoeken. Bij den kijker in doorgeslagen stand leest men, zooals gemakkelijk na te gaan is, nadirhoeken af, dat zijn de hoeken met de verticaal in benedenwaartsche richting, de complementen van de depressiehoeken. Het halve verschil van nadir- en zenithhoek geeft den elevatiehoek, onafhankelijk van de indexfout, zooals men gemakkelijk op dezelfde wijze als in § 43 kan aantoonen.

Bij eene doorgaande becijfering, zooals in fig. 42, verkrijgt men uit het halve verschil van de aflezingen in beide standen den zenithhoek, waar of ook het nulpunt is aangebracht. Het nulpunt kan dan zoodanig geplaatst zijn, dat een der noniussen, hetzij elevatiehoeken, zooals in de figuur, of zenithhoeken aangeeft, voor het geval dat men den kijker slechts in eenen stand gebruikt.

§ 47. **Gewijzigde inrichtingen van het niveau.** Niet altijd is het niveau op de in fig. 27 aangegeven wijze met het bovenstel van den theodoliet verbonden. Soms rust het niveau, op de in fig. 22 aangegeven wijze, op de tweede as, of wel het is vast met den kijker verbonden.

Het meten van de verticale hoeken heeft dan op eene eenigszins gewijzigde manier plaats. In het eerste geval zal men er voor zorgen, dat de vizierlijn van den kijker rechthoekig staat op de eerste as, als de noniussen van den tweeden rand op nul staan.

Zorgt men dan, dat bij de meting de eerste as zuiver verticaal staat, dan leest men op den rand wederom onmiddellijk de elevatiehoeken af. Het elimineeren van de fout van regeling door het doorslaan van den kijker en het onderzoek voor het geval van een doorslaanden kijker, hebben juist op dezelfde wijze plaats, als in § 43—44 is beschreven. Het onderzoek bij een niet doorslaanden kijker, geschiedt op de in § 98 te behandelen wijze, met dit eenig verschil, dat men in plaats van het niveau te doen inspelen, de as telkenmale juist verticaal plaatst.

Is het niveau aan den kijker verbonden, dan kan men, voor het meten van verticale hoeken, geheel de hierboven beschreven methode toepassen; men kan er echter ook voor zorgen, dat de richtlijn van het niveau evenwijdig loopt aan de vizierlijn van den kijker en dan, na op het voorwerp te hebben gericht en de noniussen te hebben afgelezen, de vizierlijn horizontaal stellen, door het niveau te doen inspelen en de noniussen weer aflezen; het verschil dier twee aflezingen geeft dan den gevraagden hoek. Bij deze inrichting van het niveau is de regeling, volgens de in § 98 te behandelen methode, altijd van toepassing. Bij een theodoliet met doorslaanden kijker, kan men bovendien eerst op de in § 43—44 aangegeven wijze de index-correctie bepalen en vervolgens den kijker zoodanig plaatsen, dat men op den rand eene aflezing verkrijgt, gelijk aan deze correctie met het omgekeerde teeken, waardoor de vizierlijn rechthoekig op de eerste as komt te staan. Stelt men die as dus juist verticaal, dan is het slechts noodig het niveau met behulp van de correctieschroefjes te doen inspelen, om de richtlijn evenwijdig met de vizierlijn te brengen.

Bij de instrumenten bestemd voor het nauwkeurig meten van verticale hoeken is meestal voor dit doel een afzonderlijk niveau aangebracht. De twee noniussen zijn dan niet vast aan een der stukken I fig. 27 verbonden, maar aan een alhidade, die om de tweede as kan draaien. Aan de alhidade is een dwarsarm verbonden, die op dezelfde wijze als dit met den arm S in fig. 27 het geval is, door een micrometerschroef en een veer wordt vast gehouden. Het niveau voor de hoogtemeting is aan de alhidade verbonden en kan, met behulp van de micrometerschroef, bij het meten telkens tot inspelen gebracht worden. De meting en het onderzoek heeft plaats geheel en al op de wijze als in § 42—44 is uiteengezet. De regeling geschiedt met behulp van de correctieschroeven van het niveau. Heeft men door dubbele meting een elevatiehoek bepaald, dan plaatst men de noniussen, terwijl nog op het punt gericht is, op de juiste aflezing door middel van de micrometerschroef van de alhidade en brengt vervolgens het niveau tot inspelen met behulp van de correctieschroeven.

HOOFDSTUK V.

SEXTANT.

§ 48. **Inleiding.** De spiegelinstrumenten, waarbij de hoeken in hun eigen vlak gemeten worden, bieden het groote voordeel aan, van geene vaste ondersteuning te vereischen, waardoor zij niet alleen voor den zeeman van het grootste belang zijn, maar ook aan den ingenieur en den landmeter goede diensten kunnen bewijzen. Niet alleen bij peilingen in rivieren en in zee, ter bepaling van de punten waar men peilt, maar ook op den vasten wal kunnen zij met vrucht worden toegepast. Wel is waar staan zij bij den theodoliet eenigszins achter, doordat de hoeken in hun eigen vlak gemeten worden en dus door berekening tot den horizon moeten worden herleid; dit neemt echter niet weg dat er gevallen kunnen voorkomen, waarin de spiegelinstrumenten verre de voorkeur verdienen, wijl zij soms nog gemakkelijk gebruikt kunnen worden op plaatsen, waar men voor den theodoliet kostbare stellingen zou moeten oprichten.

Van de verschillende vormen, waaronder de spiegelinstrumenten voorkomen, zullen wij hier alleen de sextant uitvoerig behandelen. De overige, minder algemeen voorkomende spiegelinstrumenten, verschillen in vorm soms zeer veel van de sextant, maar de algemeene beginselen waarop zij berusten, komen met die van de sextant overeen, zoodat eene afzonderlijke behandeling overbodig is.

§ 49. **Terugkaatsing op twee spiegels.** De inrichting van de sextant berust op het volgende grondbeginsel: *Wanneer een lichtstraal, gelegen in een vlak, rechthoekig op de gemeene doorsnede van twee vlakke spiegels, achtereenvolgens op beide spiegels wordt teruggekaatst,* *dan zal de tweemaal teruggekaatste lichtstraal in datzelfde vlak liggen en met den oorspronkelijken lichtstraal een hoek maken gelijk aan het dubbel van den hoek der twee spiegels.*

Laat in figuur 43 het vlak van teekening, een vlak zijn, dat rechthoekig staat op de gemeene doorsnede A van de twee spiegels, waarvan de lijnen B en C de doorgangen met dat vlak aangeven; laat verder RC een lichtstraal voorstellen, in het vlak van teekening gelegen en invallende op den spiegel C, dan zal deze lichtstraal teruggekaatst worden in de richting CB, die in datzelfde vlak gelegen is en met de normaal op den spiegel C een hoek γ maakt, gelijk aan den invalshoek van den lichtstraal RC. De lichtstraal CB op den spiegel B vallende wordt daar teruggekaatst in de richting BC′, die weer gelegen is in het vlak van teekening en met de normaal op den spiegel B een hoek β maakt, gelijk aan den invalshoek van den lichtstraal CB op dien spiegel. De tweemaal teruggekaatste lichtstraal BC′ is dus met den oorspronkelijken RC in één vlak gelegen en zal dezen bijgevolg in een punt C′ snijden.

De hoek $BC'C = a$, welken deze twee lichtstralen samen maken, is nu juist gelijk aan het dubbel van den hoek $BAC = \alpha$, van de twee spiegels. In $\triangle$ BCC′ toch, is $< BCR = 2\gamma$ buitenhoek en dus gelijk aan $< BC'C + < CBC' = a + 2\beta$, waaruit volgt:

$$a = 2\gamma - 2\beta = 2(\gamma - \beta).$$

In $\triangle$ ABC is hoek $BCD = 90° + \gamma$ buitenhoek en dus gelijk aan $< BAC + < ABC = \alpha + 90 + \beta$, alzoo;

$$\alpha = \gamma - \beta.$$

Uit deze twee vergelijkingen nu volgt onmiddellijk:

$$a = 2\alpha,$$

d. w. z.: de hoek tusschen den oorspronkelijken en den dubbel teruggekaatsten lichtstraal is gelijk aan het dubbel van den hoek der twee spiegels.

Plaatst men het oog ergens in de lijn BC′, dan zal men het punt R in de richting L zien, en is de spiegel B slechts voor de benedenste helft verfoelied, dan zal men door het bovenste onverfoeliede gedeelte een in L gelegen voorwerp kunnen waarnemen en met het beeld van het voorwerp R zien samenvallen. De hoek, dien de spiegels in dat geval samen maken, zal dan de helft bedragen van den hoek, waaronder de lichtstralen der beide voorwerpen elkaar in het punt C′ zouden ontmoeten; kan dus gene op het instrument worden afgelezen, dan is ook deze bekend.

§ 50. **Beschrijving.** De sextant, in figuur *46a* en *46b* in projectie op de helft van de ware grootte voorgesteld, bestaat in hoofdzaak uit een gedeelte van een verdeelden cirkelrand AA′ ter lengte van iets meer dan 60°, die door middel van een stel speeken met zijn middelpunt vereenigd is. De alhidade EF, die om het middelpunt van den rand draait, is aan het eene uiteinde voorzien van een nonius, eene inrichting tot vastklemmen G, en eene inrichting voor fijne beweging H; op het andere uiteinde, dat in de cirkelvormige plaat E uitloopt, is door middel van drie schroefjes *c*, *c′*, *c″* een kastje C bevestigd; in dit kastje is een spiegel, *de groote spiegel* aangebracht, waarvan het vlak rechthoekig staat op het vlak van den cirkelrand. Op de buitenspeek QR bevindt zich bij B *de kleine* of *kimspiegel*, die een vasten stand ten opzichte van den rand heeft. Van dezen spiegel is slechts de onderste helft verfoelied; het bovenste gedeelte is doorzichtig gelaten om daardoorheen een voorwerp, achter dien spiegel gelegen, te kunnen waarnemen. De bevestiging van dezen spiegel is bij verschillende sextanten zeer verschillend; bij de in figuur *46ab* voorgestelde kan door middel van de schroef *b*, de helling van den spiegel ten opzichte van het vlak van den rand veranderd worden, terwijl de schroefjes *aa* de gelegenheid geven dien spiegel om eene loodlijn op dat vlak een weinig te verdraaien.

Tegenover den kimspiegel bevindt zich, met de andere buitenspeek verbonden, een kijker D, die, gericht op den kimspiegel, dient om het samenvallen van het direct geziene met het dubbel teruggekaatste beeld nauwkeuriger te kunnen waarnemen. Deze kijker is geschroefd in den ring *d* (fig. 47), die met twee stiften *f* tegen een tweeden ring *d′* rust en daarmede door middel van de twee correctieschroefjes *e* en *e′* verbonden is; hierdoor is het mogelijk de as van den kijker evenwijdig aan het vlak van den rand te stellen. Aan den ring *d′* is verder een vierkante stift *g* bevestigd, die door middel van de schroef *k* in de bus *h* op en neer bewogen kan worden, om daardoor den kijker hooger of lager te kunnen stellen, ten einde de betrekkelijke helderheid van het direct geziene en van het dubbel teruggekaatste beeld te kunnen regelen.

Behalve de hier beschreven hoofdbestanddeelen zijn aan de sextant meestal nog twee stel gekleurde glazen N en P aangebracht, waarvan één stel achter den kimspiegel en het andere voor den grooten spiegel kan gebracht worden; zij dienen om het scherpe licht bij het waarnemen van zon of maan te temperen, komen echter bij het gebruik, dat van de sextant bij het landmeten gemaakt wordt, zelden te pas. Tot hetzelfde doel dient ook een gekleurd glaasje (gekleurde oogdop), dat voor het oculair van den kijker geschroefd wordt en de voorkeur verdient boven de glazen N en P, als beide voorwerpen even helder zijn; zoo b. v. bij het bepalen van de index-correctie door middel van de zon, waarop wij straks terugkomen.

De loupe L, die bij K aan de alhidade bevestigd en om dat punt beweegbaar is, is bestemd om het aflezen op den nonius gemakkelijk te maken. Verder zijn nog aan het instrument het houten handvat M en meestal onder A, A′ en C drie pootjes aangebracht.

§ 51. **Gebruik.** Ten einde met de sextant den hoek te meten waaronder twee voorwerpen van een gegeven punt uit gezien worden, neemt men het instrument met het handvat in de rechterhand, de linkerhand bij de klemschroef plaatsende; vervolgens brengt men het instrument met den kijker voor het oog, zoodanig dat het vlak van den cirkelrand samenvalt met het vlak van den te meten hoek en dat het draaipunt van de alhidade in het hoekpunt komt. Met den kijker door het onverfoeliede gedeelte van den kimspiegel naar het links gelegen voorwerp L (fig. 43) ziende, zal men tegelijkertijd, in het verfoeliede gedeelte van dien spiegel verschillende voorwerpen door dubbele terugkaatsing waarnemen; verder den grooten spiegel met behulp van de alhidade bewegende, zal men eindelijk ook het beeld van het tweede of rechts gelegen voorwerp R in het verfoeliede gedeelte van den kleinen spiegel te zien krijgen. Is dit beeld eindelijk tot dicht bij het direct geziene linksche voorwerp gekomen, dan zet men de klemschroef vast en draait daarna zoolang aan de schroef voor de fijne beweging, totdat het dubbel teruggekaatste beeld van het rechter-voorwerp, zoogenaamd samenvalt met het direct geziene linker-voorwerp.

Leest men nu op den cirkelrand den hoek af, dien de twee spiegels onderling maken, dan is volgens § 49 de hoek tusschen de lichtstralen, die van beide voorwerpen komen, het dubbel hiervan. Daar echter op den rand de halve graden als heele graden zijn aangeteekend, zoo leest men onmiddellijk het dubbel van den hoek der twee spiegels, dat is dus de gevraagde hoek, af.

Op deze wijze kan men met de sextant alle hoeken meten van 0° tot 130°; voor grootere hoeken zouden de lichtstralen onder te scherpe hoeken op den grooten spiegel invallen, ten gevolge waarvan de beelden onduidelijk en weinig helder zouden worden; om deze reden wordt de rand niet grooter dan 65° à 75° gemaakt.

§ 52. **Index-correctie.** Opdat de hoek, dien men op den cirkelrand afleest, werkelijk het dubbel zij van den hoek der spiegels, moet het nulpunt zoodanig geplaatst zijn, dat, als de spiegels evenwijdig zijn, de noniussen op nul staan. Is hieraan niet voldaan dan ontstaat eene fout, die den naam draagt van *indexfout.*

Deze fout kan, als zij aanwezig is, verholpen worden, door den nonius op nul te stellen en vervolgens de twee spiegels evenwijdig te plaatsen, door den kimspiegel met behulp van de daartoe aanwezige correctieschroefjes (bij de in fig. 46 voorgestelde sextant de schroefjes *aa*) een weinig te verdraaien. Om hierbij de evenwijdigheid der twee spiegels te onderzoeken, richt men op een ster of een ander verafgelegen voorwerp, bijv. een kerktoren, en ziet of het voorwerp met zijn dubbel teruggekaatst beeld samenvalt. Is dit werkelijk het geval dan zijn beide spiegels evenwijdig, zoo niet, dan brengt men beide beelden tot samenvallen, door middel van de aangegeven correctieschroefjes.

Het is niet voldoende eens voor altijd den stand van den kleinen spiegel te regelen, daar er door storende omstandigheden licht eene kleine verandering kan ontstaan, die onmiddellijk tot eene fout in de meting aanleiding geeft. Men is dus verplicht die regeling meermalen, ja zelfs dagelijks te herhalen. Boven het dagelijks regelen van den stand van den kimspiegel verdient het bepalen van de fout, die men bij de meting maakt door deze regeling achterwege te laten, de voorkeur. Deze fout toch, is voor alle hoeken, die men meet, even groot en kan dus bij het begin eener reeks van metingen bepaald en vervolgens bij iederen hoek als correctie aangebracht worden.

Deze correctie, die den naam draagt van *index-correctie* of *wijzerverbetering*, zullen wij door de letter δ uitdrukken en haar teeken zoodanig nemen, dat zij steeds bij de aflezing moet opgeteld worden. Hebben wij op den rand dus afgelezen een aantal graden en minuten door A voorgesteld, dan is de voor de indexfout gecorrigeerde aflezing: $A + \delta$.

Ter bepaling van de waarde der index-correctie δ, kan men het direct geziene beeld van een ver verwijderd punt, bijv. een toren, beter een ster, met zijn tweemaal teruggekaatst beeld laten samenvallen. Leest men alsdan op den cirkelrand een hoek p af, dan is $p+\delta=0$, omdat de lichtstralen van een ver verwijderd punt komende evenwijdig zijn, en dus samen een hoek van 0° maken. Hieruit volgt dus:

$$\delta=-p.$$

Ter bepaling van de index-correctie wordt veelal van de zon gebruik gemaakt, waarbij men dan den vroeger besproken gekleurden oogdop voor den kijker moet plaatsen. Daar het echter moeielijk is om nauwkeurig de samenvalling van de twee zonnebeelden waar te nemen, zoo meet men de middellijn van de zon, door haar dubbel teruggekaatst beeld links aan de direct geziene zonneschijf te doen raken. Leest men alsdan op den rand een hoek m af en is de middellijn van de zon α, dan vinden wij:

$$\alpha=m+\delta.$$

Bepalen wij nu nog eens de middellijn van de zon door het dubbel teruggekaatste beeld rechts aan de direct geziene zonneschijf te doen raken en lezen wij daarbij n af, dan is $(n+\delta)$ de middellijn van de zon gelijk aan $(-\alpha)$, omdat die middellijn in tegengestelden zin van den eersten keer is gemeten, wij verkrijgen dus:

$$-\alpha=n+\delta.$$

Door nu beide vergelijkingen samen te tellen, vindt men:

$$m+n+2\delta=0,$$

of:

$$\delta=-\frac{m+n}{2}.$$

Hebben wij bijv. den eersten keer afgelezen $+33'15''$ en den tweeden keer $-30'15$, dan is de index-correctie:

$$\delta=-\frac{33'15''-30'15''}{2}=-1'30''.$$

§ 53. **Spiegelparallax.** Zijn de voorwerpen, waartusschen de hoek gemeten wordt, dichtbij gelegen, dan moet behalve de index-correctie nog eene tweede correctie worden aangebracht.

Zij bijv. in fig. 44 de hoek LCR $=$ C te meten, dan plaatst men de sextant met het middelpunt van den cirkelrand in het punt C. Op die wijze meet men echter den hoek tusschen de lichtstralen C′L en C′R, dat is dus hoek LC′R $=$ C′. Daar nu de te meten hoek C buitenhoek is van den driehoek LC′C, zoo is deze gelijk aan de som van de hoeken bij C′ en bij L, waaruit volgt:

$$C=C'+L.$$

Hebben wij eindelijk op den cirkelrand afgelezen een hoek A, dan is $C' = A + \delta$, zoodat wij voor den gevraagden hoek vinden:

$$C = A + \delta + L.$$

Is nu de afstand van het punt C tot aan de lijn BC′, dat is de afstand van het midden van den grooten spiegel tot aan de as van den kijker, gelijk aan d, en de afstand van het linkervoorwerp gelijk D, dan is L in seconden uitgedrukt, gelijk aan:

$$\frac{d\, 206265''}{D},$$

of als wij 206265″ d door d'' voorstellen, gelijk aan $\frac{d''}{D}$; waardoor de juiste waarde van den hoek wordt:

$$C = A + \delta + \frac{d''}{D}.$$

Aan de aflezing op den cirkelrand moeten dus twee correcties worden aangebracht: de index-correctie δ en de spiegelparallax $\frac{d''}{D}$.

De in deze laatste uitdrukking voorkomende grootheid d'' is eene constante van het instrument, die eens voor altijd kan bepaald worden, terwijl de grootheid D voor ieder punt op het terrein op de een of andere wijze moet gemeten worden.

Ter bepaling van d'' laat men een zeer dichtbij gelegen (bijv. op een afstand van 2 à 4 meter) voorwerp, met zijn dubbel teruggekaatst beeld samenvallen; leest men daarbij op den rand een hoek q af, dan is, omdat het rechts en het links gelegen voorwerp hier samenvallen en wij dus een hoek van nul graden meten, $q + \delta + \frac{d''}{D} = 0$, waaruit onmiddellijk volgt:

$$d'' = -D\,(q + \delta).$$

Stel bijv. dat men in de hiervoor, op de index-correctie onderzochte sextant, het beeld van een op drie meter afstand gelegen voorwerp met zijn dubbel teruggekaatst beeld heeft doen samenvallen en dat men daarbij heeft afgelezen, —54′30″, dan is:

$$d'' = -3\,(-54'30'' - 1'30'') = 3 \times 56' = 168' = 10080''.$$

Voor die sextant is alzoo:

$$C = A - 1'30'' + \frac{10080''}{D},$$

waarbij D in meters moet zijn uitgedrukt.

Is men niet in de gelegenheid geweest het instrument vooraf te onderzoeken en dus de grootheden δ en d'' te bepalen, of is de afstand D onbekend, dan kan men nog een anderen weg inslaan om de invloeden van indexfout en spiegelparallax te ontgaan. Door eerst den hoek op de gewone wijze te meten, vindt men:

$$C = A + \delta + \frac{d''}{D}.$$

Laat men dan het direct geziene beeld van het *links* gelegen voorwerp met zijn dubbel teruggekaatst beeld samenvallen en leest men daarbij A′ af, dan is, omdat men een hoek van nul graden meet:

$$0 = A' + \delta + \frac{d''}{D},$$

waaruit door aftrekking volgt:

$$C = A - A'.$$

Deze methode, waarbij de invloeden van indexfout en spiegelparallax direct geëlimineerd worden, is altijd toe te passen; zij staat echter bij de eerst behandelde methode verre achter, omdat de waarneming van de samenvalling van een voorwerp met zijn eigen beeld altijd minder nauwkeurig is. Zoodra dus de grootheden δ, d'' en D bekend zijn, of de gelegenheid bestaat die te bepalen, zal men liefst de eerste methode toepassen en alleen zijne toevlucht tot de laatste nemen, als een dier grootheden onbekend is.

§ 54. **Opstelling.** Daar de sextant bij het gebruik vrij in de hand wordt gehouden, zoo kan van eene opstelling van het instrument in den eigenlijken zin van het woord geen sprake zijn; men moet bij de meting er echter voor zorgen, dat het middelpunt van den rand ligge in het hoekpunt van den te meten hoek en verder dat de samenvalling zooveel mogelijk in het midden van het gezichtsveld van den kijker worde waargenomen.

In § 49 hebben wij namelijk gezien, dat de op den grooten spiegel invallende lichtstraal, evenals de dubbel teruggekaatste en dus ook de lichtstraal, die van het direct geziene voorwerp komt, gelegen moet zijn in een vlak, rechthoekig op de gemeene doorsnede van de twee spiegels. Aan deze voorwaarde nu is voldaan, als wij bij een goed geregelde sextant de samenvalling zien plaats hebben in het midden van het gezichtsveld, zoodat de lichtstralen volgens de as van den kijker invallen. Ziet men daarentegen de samenvallende beelden hooger of lager in het gezichtsveld, dan is niet meer aan die voorwaarde voldaan en men begaat eene fout. Daar deze fout echter bij eene geringe uitwijking uit het midden van het gezichtsveld, vooral bij het meten van niet al te groote hoeken, zeer klein is, zoo behoeft men niet angstvallig de beelden bij de waarneming van de samenvalling in het midden te brengen; bij het meten van groote hoeken wordt deze fout van meer belang en het is dan zaak de samenvalling meer op de juiste plaats waar te nemen.

Of de beelden zich bij de waarneming een weinig rechts of links van het midden van het gezichtsveld bevinden, is geheel onverschillig, daar men de twee spiegels gezamenlijk kan draaien om een as evenwijdig met hun gemeene doorsnede, zonder dat daardoor de richting van den tweemaal teruggekaatsten lichtstraal verandert. Alleen als het linkervoorwerp zich zeer dichtbij bevindt en men dus eene correctie voor de spiegelparallax moet aanbrengen, is het zaak nauwer op deze omstandigheid te letten; dewijl het niet invallen van de lichtstralen volgens de as van den kijker eene verandering van de spiegelparallax ten gevolge heeft.

§ 55. **Voorwaarden van regeling.** Om de hoeken volgens het in § 49 behandelde beginsel te kunnen meten, is het noodig: 1° dat de groote spiegel rechthoekig staat op het vlak van den cirkelrand; 2° dat de kleine spiegel rechthoekig staat op dat vlak; en 3° dat de as van den kijker evenwijdig loopt met datzelfde vlak. Aan deze drie voorwaarden kan door regeling van het instrument voldaan worden.

Verschillende fouten echter, voortvloeiende uit de niet juiste verdeeling van den cirkelrand, uit de excentriciteit van den cirkelrand, uit de niet evenwijdigheid van voor- en achtervlak van den grooten spiegel, enz., kunnen niet door regeling voorkomen worden; en moeten dus bij de uitkomsten der meting in rekening gebracht worden.

§ 56. **Regeling van den grooten spiegel.** Om te onderzoeken of de groote spiegel rechthoekig staat op het vlak van den cirkelrand, plaatst men de alhidade in dier voege, dat de groote spiegel nagenoeg op het midden van den rand gericht is, en houdt dan de sextant voor het oog, op de wijze als in fig. 45*a* is aangewezen. In den spiegel zal men nu het uiteinde A van den rand zien, langs dien spiegel het andere uiteinde A′; deze beide moeten samenvallen als de spiegel werkelijk rechthoekig op den rand staat, want het spiegelbeeld van A (fig. 45*b*) vormt zich op de normaal AA′ op den spiegel en komt dus in A′.

Helt daarentegen de spiegel, bijv. voorover zooals in fig. 45c, dan vormt zich het beeld van A op de normaal AA″ en komt dus in A″ te liggen, dat is *boven* het uiteinde A′ van den rand. Omgekeerd zal men, als de spiegel achterover helt, het beeld van A *onder* A′ waarnemen.

Blijkt bij dit onderzoek, dat de spiegel niet den juisten stand heeft, dan wordt dit verholpen door middel van de daartoe aanwezige correctieschroefjes; zijn deze zooals bij de in fig. 46 voorgestelde sextant niet aanwezig, dan kan men den stand van den spiegel regelen, door de schroefjes *c c′ c″* (fig. 46) los te draaien en onder het plaatje, waarmede het kastje van den spiegel op de alhidade bevestigd is, een stukje papier of bladtin te leggen, aan den voorkant, of aan den achterkant, al naarmate de spiegel te veel voorover of achterover helt, en daarna de schroefjes weer vast aan te draaien. Door nu andermaal den stand van den spiegel te onderzoeken, overtuigt men zich of de regeling is afgeloopen, dan wel of het stukje papier of bladtin dikker of dunner genomen moet worden.

§ 57. **Regeling van den kleinen spiegel.** Het onderzoek van den rechthoekigen stand van den kleinen spiegel ten opzichte van den cirkelrand, kan men het gemakkelijkste verrichten nadat eerst de stand van den grooten spiegel geregeld is, door na te gaan of deze door draaiing van de alhidade evenwijdig met den kleinen spiegel kan gebracht worden; want aangezien dan beide evenwijdig zijn, zal, als de eene rechthoekig op den rand staat, de andere dit ook doen.

Van de evenwijdigheid der beide spiegels overtuigt men zich door op eene ster of een ander ver verwijderd voorwerp, bijv. een kerktoren, te richten en te zien of het direct geziene beeld door het dubbel teruggekaatste juist gedekt wordt. Heeft dit plaats, dan zijn beide spiegels evenwijdig, zoo niet, dan maken zij samen een hoek.

Het onderzoek en de regeling heeft dus als volgt plaats: men richt door den kijker en het onverfoeliede gedeelte van den kleinen spiegel op de ster, en draait de alhidade zoolang tot het dubbel teruggekaatste beeld dier ster zich ook in het gezichtsveld vertoont. Kan men nu door draaiing van de alhidade de samenvalling bewerkstelligen, dan heeft de kleine spiegel den goeden stand, zoo niet, dan brengt men het dubbel teruggekaatste beeld door draaiing van de alhidade zoo dicht mogelijk onder of boven het direct geziene beeld, en doet vervolgens de samenvalling plaats hebben door de helling van den spiegel te veranderen met behulp van het daartoe aangebrachte correctieschroefje (het schroefje *b*, bij de in fig. 46 afgebeelde sextant).

Voor deze regeling is het strikt genomen niet noodig een ver verwijderd voorwerp te nemen. Neemt men een dichterbij gelegen voorwerp, dan zijn bij de samenvalling van beeld en voorwerp beide spiegels wel niet evenwijdig, maar hun gemeene doorsnede staat, als de groote spiegel goed geregeld is, loodrecht op het vlak van den rand, waaruit volgt, dat ook de kleine spiegel den juisten stand ten opzichte van den rand heeft.

§ 58. **Regeling van den kijker.** In den kijker, die bij de sextant gebruikt wordt, is geen vizierlijn aanwezig, dewijl men bij het meten niet noodig heeft op een bepaald punt te richten, maar slechts de samenvalling van twee beelden heeft waar te nemen. Wáár dit nu in het gezichtsveld van den kijker plaats heeft, is betrekkelijk onverschillig, het is slechts noodig dat de lichtstralen ongeveer evenwijdig loopen aan een vlak, rechthoekig op de gemeene doorsnede der twee spiegels, dat is, evenwijdig met het vlak van den cirkelrand. Om dit te verkrijgen zorgt men, dat de as van den kijker, waaronder wij hier verstaan, de richting waarin de lichtstralen van voorwerpen, die wij in het midden van het gezichtsveld waarnemen, tot ons komen, evenwijdig loopt met den rand, en dat men de samenvalling zooveel mogelijk in deze as, dat is dus in het midden van het gezichtsveld, waarneemt.

Om te onderzoeken of deze as evenwijdig loopt met het vlak van den cirkelrand, plaatst men de sextant in ongeveer horizontalen stand op een tafel en zet op den rand in eene lijn evenwijdig met den kijker twee even hooge viziertjes, bestaande uit een voetje en rechthoekig daarop een plaatje, dat van een kleine opening voorzien is. Richt men nu den kijker zoodanig op een scherp begrensd punt, dat het beeld van dat punt zich juist in het midden van het gezichtsveld vertoont, dan moet de lijn door de twee viziertjes bepaald door datzelfde punt gaan, of daardoor gebracht kunnen worden door een der viziertjes een weinig te verschuiven. Heeft dit niet plaats, dan is de as van den kijker niet evenwijdig aan den rand en moet zij dus geregeld worden door middel van de vroeger beschreven correctieschroefjes *e* en *e′* (fig. 47).

Is men niet in het bezit van genoemde viziertjes, dan kan men over den rand heen ziende, dezen richten op een eenigszins ver afgelegen lijn, bijv. een horizontale raamroede of de horizontale nok van een dak en nagaan of die lijn zich dan midden in het gezichtsveld van den kijker vertoont. Richt men den rand op eene nabijgelegen lijn, dan moet natuurlijk de kijker gericht zijn op een punt, dat evenveel boven die lijn gelegen is, als de as van den kijker boven het vlak van den rand. (*)

§ 59. **Correcties voor de fouten, die niet door regeling zijn weg te nemen.** Zooals wij in § 55 gezien hebben, zijn er in de sextant verschillende oorzaken voor fouten aanwezig, die niet door regeling zijn weg te nemen. Daar deze fouten alleen veranderen met de grootte van de hoeken, die men meet, zoo kan men eens voor altijd de waarden dier fouten voor verschillende hoeken bepalen, en later bij het meten van dergelijke hoeken, die fouten met omgekeerd teeken als correctie aanbrengen.

De bepaling dezer fouten of correcties geschiedt op de volgende wijze: men meet met de sextant, na haar behoorlijk geregeld te hebben, voor zooverre betreft de fouten, die door regeling zijn weg te nemen, verschillende nauwkeurig bekende hoeken; de verschillen tusschen die bekende hoeken en de daarvoor gevonden waarden door meting met de sextant (na het aanbrengen van de index-correctie en de correctie voor de spiegelparallax) geven dan de fouten of correcties aan.

Bepaalt men op deze wijze de correcties voor verschillende hoeken, bijv. van 5 tot 5 of van 10 tot 10 graden, tusschen 0° en 130°, dan kan men later bij het gebruik voor tusschengelegen hoeken de correcties door interpolatie vinden. Deze correcties moeten dan aan de gemeten hoeken worden aangebracht, boven

---

(*) Laat men bij het regelen van kijker en grooten spiegel geen afwijking toe grooter dan ε minuten; en regelt men den kleinen spiegel volgens § 57 naar behooren ten opzichte van den grooten spiegel, dan zal men, bij het meten met de sextant ten gevolge dier afwijkingen hoogstens eene fout maken gelijk aan $\frac{\varepsilon^2}{300}$ minuten. Wil men dus er voor zorgen, dat uit de niet juiste regeling geen fout voortspruit grooter dan b. v. 5″ of $\frac{1}{12}$ minuut, dan mag $\frac{\varepsilon^2}{300}$ hoogstens tot $\frac{1}{12}$ of ε hoogstens tot $\sqrt{\frac{300}{12}} = 5$ minuten opklimmen. Het is dus niet noodig kijker en grooten spiegel volkomen juist te regelen, eene afwijking kleiner dan 5 minuten is in het hier bedoelde geval geheel onschadelijk.

en behalve de reeds vroeger vermelde index-correctie en spiegel-parallax.

Bekende hoeken ter bepaling dezer correcties kan men op een der volgende wijzen verkrijgen.

1°. Door van een bepaald punt uit met een ander nauwkeurig instrument, bijv. een theodoliet, de hoeken tusschen een aantal in den omtrek gelegen voorwerpen te meten. Op deze wijze worden onder ander de sextanten voor de Nederlandsche marine op het observatorium te Leiden onderzocht, waar men van een bepaald punt uit, in een voor dat onderzoek bestemde zaal, de hoeken tusschen de in den omtrek gelegen torens en speciaal daartoe aangebrachte merken nauwkeurig gemeten heeft.

2°. Door stersafstanden. De plaatsen van eene menigte sterren aan den hemel zijn door astronomische waarnemingen nauwkeurig bepaald. Hun onderlinge afstand kan dus met juistheid berekend en vergeleken worden met de uitkomst der meting van de sextant. Daar hun stand echter veranderlijk is ten gevolge van refractie, aberratie, eigenbeweging, enz., wordt die berekening zeer omslachtig. Om in dit bezwaar te voorzien heeft de heer L. JANSE Bz.(*) tafelen berekend, waarin 946 afstanden tusschen 44 der voornaamste sterren voorkomen. Hij geeft die afstanden verbeterd voor aberratie en eigenbeweging van 10 tot 10 dagen voor het jaar 1865, met de aan te brengen correcties ter herleiding voor volgende jaren. Eene volgende tabel geeft de aan te brengen correctie wegens de refractie. Deze correctie afhankelijk zijnde van de hoogten van beide sterren tijdens de waarneming, zoo moeten deze hoogten door directe meting gevonden worden of uit den tijd der waarneming met behulp van een paar daartoe ingerichte tabellen worden berekend.

3°. Door rondmeting (Tour d'horizon volgens BENZENBERG).

Rondom een punt op een eenigszins uitgestrekt terrein, plaatst men bijv. zes baken, zooveel mogelijk op onderling gelijke afstanden, zoodat zij uit het eerste punt gezien zes hoeken vormen, van ten naaste bij 60°. Met de sextant worden nu deze zes hoeken gemeten (natuurlijk met in rekening brengen van index-correctie en spiegel-parallax), hunne som moet dan gelijk zijn aan 360°,

---

(*) Tafelen, bevattende 946 afstanden van 44 der voornaamste sterren, verbeterd voor aberratie, eigenbeweging en refractie, ten gebruike bij het onderzoek naar de fouten van spiegel-instrumenten, berekend door L. JANSE Bz., *Amsterdam*, 1867.

zoo er voor hoeken van 60° geene fout bestaat. Verschilt die som van 360°, dan is het zesde gedeelte van dat verschil de correctie voor hoeken van 60°.

Op deze wijze kan men, door meer of minder baken te bezigen, de correcties voor hoeken van 120°, 90°, 72°, 60°, 45°, enz. bepalen.

Voor kleinere hoeken kan men ook tusschen twee baken, die een hoek vormen, waarvoor de correctie reeds bepaald is, zoodat men dien hoek met de sextant nauwkeurig kan meten, eenige baken op onderling gelijke afstanden plaatsen en de hoeken tusschen die baken meten; hunne som moet dan weer gelijk zijn aan den geheelen hoek, eene afwijking daarvan stelt ons weer in staat de correctie te berekenen.

Grootere hoeken, die niet op deze wijze te vinden zijn, kan men samenstellen uit twee kleinere, wier correcties op bovenstaande wijze bepaald zijn.

§ 60. **Herleiding van den hoek tot den horizon.** Daar de drie punten, die op het terrein een hoek bepalen, meestal niet in een horizontaal vlak gelegen zijn; zoo zijn de hoeken, die met de sextant gemeten worden, geen horizontale hoeken; zij moeten dus vóór het gebruik eerst op het horizontale vlak *geprojecteerd worden* d. i. tot den horizon worden herleid.

Zijn A, B en C (fig. 48) de punten, die den hoek $ACB = C$ bepalen, zijn verder a en b de projecties van de punten A en B op het horizontale vlak gaande door C, dan is $aCb = C'$, de tot den horizon herleiden hoek. Om den hoek C' uit den, met de sextant gemeten, hoek C af te leiden, moeten wij ook de hoeken kennen, die de lijnen CA en CB met hunne horizontale projecties Ca en Cb maken, dat zijn de hellingshoeken $ACa = h$ en $BCb = h'$ of hunne complementen, de zenithshoeken $ACT = Z$ en $BCT = Z'$.

Beschrijven wij uit C als middelpunt een bol met de eenheid als straal, dan zal deze door de verticale vlakken, die door CA en CB gaan, gesneden worden volgens de bogen van groote cirkels TDF en TEG, terwijl het vlak van den gemeten hoek ACB den bol volgens den boog DE zal snijden. Van den aldus gevormden bolvormigen driehoek TDE zijn de drie zijden bekend, daar $DE = C$, $DT = Z$ en $TE = Z'$ is; de overige stukken van dien driehoek kunnen dus berekend worden. Onder deze behoort ook de hoek bij T, die gelijk is aan den standhoek van de twee verticale vlakken, die door CA en CB gaan, en dus de gevraagde hoek $aCb = C'$ is.

Uit de bolvormige driehoeksmeting volgen nu ter bepaling van dezen hoek de volgende formules, waarin $S = \frac{1}{2}(C + Z + Z')$ is:

$$sin.\ \tfrac{1}{2}\ C' = \sqrt{\frac{sin.\ (S - Z)\ sin.\ (S - Z')}{sin.\ Z.\ sin.\ Z'}}$$

$$cos.\ \tfrac{1}{2}\ C' = \sqrt{\frac{sin.\ S\ sin.\ (S - C)}{sin.\ Z\ sin.\ Z'}}$$

$$tg\ \tfrac{1}{2}\ C' = \sqrt{\frac{sin.\ (S - Z)\ sin.\ (S - Z')}{sin.\ S\ sin.\ (S - C)}}$$

en:

$$cos.\ C' = \frac{cos.\ C - cos.\ Z\ cos\ Z'}{sin.\ Z\ sin.\ Z'},$$

waarvan men die kan kiezen, welke in het bijzondere geval voor de berekening het gemakkelijkst is.

§ 61. **Benaderingsformule voor kleine elevatiehoeken.** In de praktijk zijn de elevatiehoeken h en h' veelal klein, zoodat de hoeken C en C′ weinig van elkaar verschillen. In dergelijke gevallen is het gemakkelijker en nauwkeuriger het kleine verschil tusschen C′ en C uit eene eenvoudige benaderingsformule te berekenen en dit bij C op te tellen om C′ te vinden.

Stellen wij daartoe in de laatste formule $C' = C + \Delta$, waarin dus Δ dat kleine verschil is, en voeren wij de hellingshoeken h en h' in, stellen wij dus $Z = 90° - h$, $Z' = 90° - h'$, dan vinden wij:

$$cos.\ (C + \Delta) = \frac{cos.\ C - sin.\ h.\ sin.\ h'}{cos.\ h\ cos.\ h'}\ (*)$$

(*) Deze formule kan ook onmiddellijk uit de figuur, zonder behulp van den bolvormigen driehoek, opgemaakt worden. Trekken wij namelijk de lijn AH evenwijdig met ab, dan is driehoek ABH rechthoekig in H, waaruit volgt:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2.$$

Uit de figuur volgt verder:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2.BC.\ AC.\ cos.\ C.$$

$$AH^2 = ab^2 = bC^2 + aC^2 - 2.bC.\ aC.\ cos.\ C' =$$

$$= BC^2.\ cos^2 h' + AC^2\ cos^2 h - 2.\ BC.\ AC.\ cos.\ h.\ cos.\ h'.\ cos.\ C',$$

en:

$$BH^2 = (Bb - Hb)^2 = (Bb - Aa)^2 = (BC\ sin.\ h' - AC\ sin.\ h)^2 =$$

$$= BC^2.\ sin^2.\ h' + AC^2.\ sin^2.\ h - 2.\ BC.\ AC.\ sin.\ h.\ sin.\ h'.$$

Deze waarden voor AB^2, AH^2 en BH^2 in de eerste vergelijking overbrengende, zoo komt er, na weglating van de termen, die tegen elkaar wegvallen en na deeling door: $-2.BC.AC$:

$$cos.\ C = cos.\ h\ cos.\ h'\ cos.\ C' + sin.\ h\ sin.\ h',$$

waaruit onmiddellijk volgt:

$$cos.\ (C + \Delta) = cos.\ C' = \frac{cos.\ C - sin.\ h\ sin.\ h'}{cos.\ h\ cos.\ h'}.$$

of:

$$\cos. C \cos. \Delta - \sin. C \sin. \Delta = \cos. C \sqrt{(1+tg^2 h)(1+tg^2 h')} - tg\, h .\, tg\, h'.$$

Daar wij nu aannemen, dat h en h' en dus ook Δ kleine hoeken zijn, zoo mogen wij de sinussen en tangenten dier hoeken door de bogen en de cosinussen door de eenheid vervangen, waardoor wij vinden:

$$\cos. C - \Delta . \sin. C = \cos. C . \sqrt{1 + h^2 + h'^2 + h^2 h'^2} - hh',$$

of, als wij de kleine grootheid $h^2 h'^2$, onder het wortelteeken ten opzichte van $h^2 + h'^2$ verwaarloozen en voor $\sqrt{1+h^2+h'^2}$ schrijven: $1 + \frac{h^2 + h'^2}{2}$, hetgeen eveneens neerkomt op het verwaarloozen van grootheden van dezelfde orde als $h^2 h'^2$, dan vinden wij:

$$\cos. C - \Delta \sin. C = \cos. C \left(1 + \frac{h^2 + h'^2}{2}\right) - hh',$$

of:

$$\Delta = \frac{-\cos C \frac{h^2 + h'^2}{2} + hh'}{\sin. C}.$$

Voeren wij in deze uitdrukking de halve hoek C in, vervangen wij dus $\sin. C$ door $2. \sin. \frac{1}{2} C \cos. \frac{1}{2} C$ en $\cos. C$ door $\cos.^2 \frac{1}{2} C - \sin.^2 \frac{1}{2} C$ en vermenigvuldigen wij dan tevens hh' met $\cos.^2 \frac{1}{2} C + \sin.^2 \frac{1}{2} C = 1$, dan vinden wij na eenige herleiding:

$$\Delta = \left(\frac{h + h'}{2}\right)^2 tg \tfrac{1}{2} C - \left(\frac{h - h'}{2}\right)^2 ctg \tfrac{1}{2} C.$$

Bij de toepassing van deze formule heeft men er op te letten, dat h, h' en Δ in deelen van den straal zijn uitgedrukt. Worden h en h' in minuten gegeven, dan moet men die eerst door het getal 3438 deelen, ten einde ze in deelen van den straal uit te drukken. Om nu ook Δ in minuten te vinden, moet men weer met datzelfde getal vermenigvuldigen, waaruit voor het geval dat h, h' en Δ in minuten worden uitgedrukt, volgt:

$$\Delta = \frac{1}{3438}\left(\frac{h+h'}{2}\right)^2 tg \tfrac{1}{2} C - \frac{1}{3438}\left(\frac{h-h'}{2}\right)^2 ctg \tfrac{1}{2} C.$$

§ 62. **Het meten van verticale hoeken.** Wil men met de sextant den hoek bepalen, dien de lichtstraal, komende van een zeker voorwerp, met hare horizontale projectie maakt, dan heeft men daartoe nog een hulpwerktuig, de zoogenaamde *kunst-horizon* (*), die uit een horizontaal spiegelend oppervlak bestaat, noodig. Deze spiegel wordt gevormd door eene zuiver gepolijste glasplaat, of door het oppervlak van eene vloeistof. De eerste wordt door drie stelschroeven ondersteund en met behulp van eene luchtbelbuis horizontaal gesteld. De vloeistofspiegel bestaat uit een ondiep bakje met olie of kwikzilver gevuld, waarvan het oppervlak, als de vloeistof in rust is, een horizontalen spiegel vormt. Om de groote bewegelijkheid van het kwikzilver weg te nemen, wordt het in een rood koperen schaaltje gedaan, dat inwendig geamalgameerd is; en om den invloed van den wind te ontgaan, plaatst men over den spiegel soms een blikken dak, in welks schuine zijden twee gleuven zijn ter doorlating van de lichtstralen, maar die ook door blaadjes mica kunnen gesloten worden, bijaldien de wind nog hinderlijk mocht blijken te zijn.

Zij nu AB, fig. 49, het horizontaal spiegelend oppervlak, CD eene daarop invallende lichtstraal, komende van een ver afgelegen voorwerp, en waarvan de helling moet bepaald worden, dan zal deze lichtstraal in de richting DE worden teruggekaatst, zoodanig dat hoek $EDA = CDB$ is.

Meet men nu van uit een punt E den hoek GED tusschen dien teruggekaatsten lichtstraal en den lichtstraal GE, die van hetzelfde ver verwijderde voorwerp komt en dus evenwijdig loopt met CD, dan heeft men dien hoek slechts door twee te deelen om den hoek CDB te vinden, want uit de figuur volgt:

$$GEF = CDF = CDB + BDF = CDB + EDA = 2.\ CDB.$$

Is het voorwerp vanwaar de lichtstralen uitgaan dichtbij gelegen, dan is de gemeten hoek niet gelijk aan het dubbel van den hellingshoek; om dezen te vinden moet eene kleine correctie worden aangebracht. Zij AB, (fig. 50), weder de horizontale

(*) De zeeman, die op zijn schip geen kunst-horizon kan bezigen en de hoogte van een hemellicht wil bepalen, meet de hoogte daarvan boven de vrije kim; hiertoe richt hij den kijker op het punt van de kim, waar deze door den hoogtecirkel van het hemellicht gesneden wordt en verschuift de alhidade totdat het dubbel teruggekaatste beeld van dat hemellicht de kim raakt; hiervan overtuigt hij zich door de sextant een weinig om de as van den kijker te draaien, waarbij het hemellicht een boogje moet beschrijven, dat de kim slechts in een punt aanraakt. De op den rand afgelezen hoek geeft, na het aanbrengen der index-correctie, de hoogte boven de kim; trekt men hiervan de kimduiking, wier grootte later bij de hoogtemeting (§ 180) bepaald wordt, af, dan vindt men de hoogte boven het horizontale vlak.

spiegel, zij verder C het punt waarvan de twee lichtstralen uitgaan, waarvan de eene CE direct op de sextant invalt, terwijl de andere CD eerst op den spiegel valt en volgens DE teruggekaatst zijnde in de sextant komt, dan meet men met behulp van de sextant den hoek $CED = \alpha$, terwijl gevraagd is de hoek $CDB = \beta$.

Daar hoek $CDF = 2. CDB = 2\beta$ buitenhoek van driehoek EDC is, zoo is:

$$2\beta = \alpha + C \text{ of } \beta = \tfrac{1}{2}\alpha + \tfrac{1}{2}C.$$

De aan te brengen correctie is dus de helft van den hoek in C.

Ter bepaling van dezen hoek moeten wij de hoogte van het punt E boven den spiegel kennen, stel deze a en de horizontale afstand van het punt C tot den spiegel, zij deze b. Uit den driehoek EDC volgt dan:

$$sin.\, C = \frac{ED}{DC}\, sin.\, CED = \left(\frac{a}{sin.\, \beta} : \frac{b}{cos.\, \beta}\right) sin.\, \alpha = \frac{a}{b}\, \frac{cos.\, \beta}{sin.\, \beta}\, sin.\, \alpha,$$

of, als wij voor den sinus van den kleinen hoek C, de boog schrijven en β door de benaderde waarde $\frac{1}{2}\,\alpha$ vervangen:

$$C = \frac{a}{b}\, \frac{cos.\, \frac{1}{2}\alpha}{sin.\, \frac{1}{2}\alpha}\, 2.\, sin.\, \tfrac{1}{2}\alpha\ cos.\, \tfrac{1}{2}\alpha = 2\frac{a}{b}\, cos^2.\, \tfrac{1}{2}\alpha.$$

Waaruit dus voor den gevraagden elevatiehoek volgt:

$$\beta = \tfrac{1}{2}\alpha + \frac{a}{b}\, cos^2.\, \tfrac{1}{2}\alpha.$$

Wil men den elevatiehoek $\gamma = CEH$ van de lijn EC in het punt E kennen, dan volgt daartoe uit de figuur:

$$\gamma = CEH = CDB - ECB = \beta - C = \tfrac{1}{2}\alpha - \tfrac{1}{2}C$$

en dus:

$$\gamma = \tfrac{1}{2}\alpha - \frac{a}{b}\, cos^2.\, \tfrac{1}{2}\alpha.$$

HOOFDSTUK VI.

PLANCHET.

§ 63. **Inleiding.** Bij het planchet worden de hoeken niet in hoekmaat uitgedrukt, maar onmiddellijk op het papier in teekening gebracht. Het planchet dient echter niet uitsluitend om er hoeken mede te meten, maar veeleer om er het geheele terrein op in teekening te brengen. Brengt men namelijk de verschillende hoeken van het terrein op hunne overeenkomstige plaatsen op het planchet over en zet op de beenen dier hoeken, de op het terrein in die richtingen gemeten afstanden op verkleinde schaal uit, dan verkrijgt men eene figuur, die gelijkvormig is met de projectie van het terrein op een horizontaal vlak, d. i. eene kaart van dat terrein.

Het planchet bestaat in hoofdzaak uit twee verschillende deelen: 1° *het eigenlijke planchet*, zijnde een houten, met papier overspannen bord, dat door middel van een drievoet horizontaal opgesteld wordt in het hoekpunt van den hoek, dien men in teekening wil brengen; en 2°. *de vizierliniaal*, zijnde een koperen of houten liniaal van eene vizierinrichting voorzien, die evenwijdig loopt met een der zijkanten van de liniaal.

Plaatst men deze liniaal op het planchet, richt men haar op een punt van het terrein en trekt vervolgens langs den zijkant evenwijdig aan de vizierlijn der liniaal een potloodlijn, dan heeft men op het planchet een lijn getrokken in de richting van het bedoelde punt; doet men dit nu naar alle richtingen, die men wenscht op te nemen, dan heeft men op het planchet alle hoeken in teekening gebracht, welke die richtingen onderling maken.

Behalve de aangegeven hoofddeelen heeft men bij de meting nog noodig: een schietlood om een punt van het planchet op het terrein over te brengen, een niveau om het planchet horizontaal te stellen, naalden om de hoekpunten op het planchet aan te geven en eindelijk het noodige teekengereedschap.

§ 64. **Planchet.** Het eigenlijke planchet is een vierkant houten bord, van 45 à 60 cM. zijde, vervaardigd van goed uitgestoomd, rechtdradig en knoestvrij lindenhout, dat op een drievoet bevestigd, horizontaal op het terrein wordt opgesteld. De verbinding van het planchet met den drievoet moet zoodanig zijn, dat het bovenvlak van het planchet horizontaal kan gesteld worden, dat het om eene as rechthoekig op zijn bovenvlak kan draaien en eindelijk dat het op den drievoet nog eenigszins kan verschoven worden.

Bij het in fig. 51 in doorsnede voorgestelde planchet is dit verkregen, door het planchet G met behulp van drie schroefjes F aan den cirkelrand E te verbinden. Deze cirkelrand is door de speeken L verbonden aan de as D, die in de bus C kan draaien. Deze bus rust door middel van de stelschroeven B op den kop A van den drievoet en wordt daarop vastgeklemd door de bekende veer (zie fig. 29).

Om de beweging van het planchet om de as D op te heffen en dan nog eene fijne beweging aan het planchet te kunnen geven, is om de bus C een ring aangebracht, die door de micrometerschroef K met den rand E in verbinding staat en met behulp van de klemschroef H aan de bus C kan verbonden worden.

§ 65. **Vizierliniaal.** De gewone vizierliniaal, in fig. 53 voorgesteld, bestaat uit de koperen liniaal AB en de twee vizieren C en D, die samen een viziervlak vormen rechthoekig op het ondervlak van de liniaal en evenwijdig met den zijkant *ab*, waarlangs de lijnen op het planchet getrokken worden.

Behalve van de beschreven inrichting wordt ook gebruik gemaakt van linialen met kijkers. Zijn deze vizierlinialen zooals thans veelal geschiedt tevens ingericht tot het meten van afstanden en van verticale hoeken, dan vormen zij met het planchet een zeer geschikt geheel, vooral, zooals later zal blijken, voor détailopmeting. Een dergelijke liniaal, naar het Duitsch ook wel *Kippregel* genaamd, is in fig. 52*abc* op de helft der ware grootte voorgesteld.

Op de houten liniaal AA, die aan eene zijde schuin is afgesneden en met een metalen reep is belegd, om daarlangs de lijnen op het planchet te trekken, is door middel van de schroeven C, de voetplaat B van de zuil D bevestigd. Op deze zuil zijn twee armen GG′ aangebracht, waaraan zich de pannen van de as MN bevinden; een dezer armen is zoo ingericht, dat door middel der correctieschroeven H de as MN evenwijdig gesteld kan worden aan den onderkant van de liniaal. Aan de as MN is eindelijk de kijker O verbonden, waarvan de vizierlijn rechthoekig staat op de as MN, zoodat die vizierlijn bij draaiing van den kijker om die as, een plat viziervlak beschrijft, rechthoekig op den onderkant van de liniaal.

Tot het meten der verticale hoeken is aan de as MN nog een cirkelrand Q bevestigd, waarop de hoeken met behulp van den klepnonius R worden afgelezen. Aan de andere zijde der as bevindt zich nog de inrichting voor vastklemming K en de micrometerschroef L voor de fijne beweging.

§ 66. **Opstelling.** Bij het werken met het planchet moet dit aan de drie volgende voorwaarden van opstelling voldoen:

1°. Het punt van het planchet, dat het punt van het terrein voorstelt, van waaruit men zal gaan meten, moet in de verticaal van dat punt gelegen zijn.

2°. Het bovenvlak van het planchet moet horizontaal zijn.

3°. Het planchet moet georiënteerd zijn, d. w. z. de lijnen, die reeds op het planchet getrokken zijn, moeten evenwijdig loopen met de overeenkomstige lijnen op het terrein.

Aan de eerste voorwaarde wordt voldaan door het verzetten van den drievoet, of indien het planchet slechts weinig behoeft verplaatst te worden, door dit op den drievoet te verschuiven. Het onderzoek, of aan die voorwaarde voldaan is, heeft plaats met behulp van het schietlood, dat men op het oog genoegzaam nauwkeurig onder het punt van het planchet kan houden, dat men op het terrein moet projecteeren. Wordt grootere nauwkeurigheid vereischt, hetgeen echter zelden het geval zal zijn, dan kan men gebruik maken van den haak ABCD, fig. 54. De eene arm AB van dien haak legt men op het planchet met de punt A bij het punt, dat men op het terrein moet projecteeren, het aan den anderen arm in D opgehangen schietlood, zal dan de projectie van dat punt op het terrein aangegeven. De haak moet natuurlijk zoo zijn ingericht, dat de lijn AD rechthoekig staat op den onderkant van den arm AB; of hieraan voldaan is, kan gemakkelijk nagegaan worden, door den haak eerst in den stand ABCD (fig. 55) en vervolgens in den stand AB'C'D', die ongeveer 180° van den eersten verschilt, aan hetzelfde punt A van het planchet te leggen; het schietlood moet dan in beide gevallen hetzelfde punt van het terrein aanwijzen.

Het horizontaal stellen van het bovenvlak geschiedt door de stelschroeven, met behulp van een buis-niveau of een doos-niveau, op de wijze als vroeger uitvoerig is uiteen gezet (zie § 20).

Om het planchet te oriënteeren zorgt men, dat eene lijn, die bepaald wordt door het punt, waar het instrument wordt opgesteld, en door een tweede punt van het terrein, op het planchet getrokken is. Men plaatst dan de liniaal met den zijkant langs die lijn en richt vervolgens de vizierlijn of het viziervlak van de liniaal door draaiing van het planchet op dat tweede punt.

Het is duidelijk dat het vervullen van deze drie voorwaarden van opstelling steeds hand aan hand moet gaan. Men zal dus eerst beginnen met op het oog, door het stellen van den drievoet en het draaien van het planchet om zijn as, te trachten aan die drie voorwaarden te voldoen. Men kan dan met de opgegeven hulpmiddelen de opstelling nauwkeuriger verrichten en, zoo daarbij eene eenigszins groote verplaatsing van het planchet voorkomt, het onderzoek nog eens herhalen.

§ 67. **Onderzoek van het planchet.** Het bovenvlak van het planchet moet een plat vlak zijn, rechthoekig op de as.

Om te onderzoeken of het bovenvlak van het planchet een plat vlak is, legt men er in verschillende richtingen een volkomen rechte liniaal op en gaat na of deze overal het planchet over de volle lengte raakt. Mocht dit niet het geval zijn, dan moet het planchet door afschaven vlak gemaakt worden.

Of het bovenvlak rechthoekig op de as staat, kan men onderzoeken, door dat vlak met een niveau juist horizontaal te stellen en het planchet vervolgens om zijn as te draaien; blijft daarbij het niveau inspelen, dan heeft de as den juisten stand.

Daar het draaien van het planchet om zijn as alleen voorkomt bij het opstellen, niet bij het eigenlijk meten, zoo is een niet rechthoekige stand van de as ten opzichte van het bovenvlak van het planchet weinig hinderlijk. Mocht dit geval zich werkelijk voordoen, dan zal, als het bovenvlak horizontaal gesteld is, en men het planchet ter oriënteering een weinig draait, het bovenvlak wel niet horizontaal blijven; maar door de stelschroeven weer gemakkelijk horizontaal gebracht kunnen worden.

§ 68. **Regeling van de vizierliniaal met gewone vizieren.** Het viziervlak van de liniaal moet een plat vlak zijn, rechthoekig op het ondervlak van de liniaal, en zoo er verschillende viziervlakken aanwezig zijn, dan moeten deze allen samenvallen. Op de eerste voorwaarde onderzoekt men de liniaal door haar op een zuiver horizontaal gesteld planchet te plaatsen en op eene zuiver verticale lijn te richten, die door een met een gewicht bezwaard koord aangegeven wordt; wordt het koord dan over de geheele lengte door den objectief-draad gedekt, dan heeft het viziervlak den vereischten stand; zoo niet, dan moet men de liniaal verbeteren door de schroefjes, waarmede de objectief-plaat D, (fig. 53), op de liniaal AB is bevestigd, los te maken en weer vast te schroeven na tusschenvoeging van een stukje papier of tinfoelie. Daar het bij dit onderzoek vooral op den horizontalen stand van het planchet, in eene richting rechthoekig op die van de liniaal, aankomt, zoo plaatst men in die richting op het planchet een buis-niveau, om daarmede den horizontalen stand van het planchet voortdurend te kunnen nagaan.

Zijn er verschillende viziervlakken, door dat men verschillende oculairopeningen of een oculairspleet heeft, dan moet men het samenvallen der viziervlakken onderzoeken, door een dier vlakken op een punt (of op het verticale koord) te richten en na te gaan of de andere er ook op gericht zijn. Mocht dit niet het geval zijn, dan verbetert men de liniaal met behulp van de schroefjes, waarmede de oculair-plaat C (fig. 53) op de liniaal is bevestigd.

§ 69. **Regeling van de vizierliniaal met kijker.** Ook bij deze inrichting moet het viziervlak een plat vlak zijn, rechthoekig op den onderkant van de liniaal, hetgeen verkregen wordt door te zorgen, dat de vizierlijn van den kijker rechthoekig staat op de as en dat de as evenwijdig loopt met den onderkant van de liniaal. Het onderzoek of aan deze beide voorwaarden voldaan is, geschiedt op dezelfde wijze als bij den theodoliet, met dit kleine verschil, dat bij een liniaal met doorslaanden kijker de omdraaiing niet plaats heeft om de eerste as, maar op het bovenvlak van het planchet. Bij de liniaal met niet doorslaanden kijker dient men dezelfde voorzorgen te nemen, als hierboven zijn aangegeven, om zich van den horizontalen stand van het planchet te overtuigen.

Evenals bij den theodoliet geeft het doorslaan van den kijker veel gemak bij dit onderzoek, en het is daarom, dat, al kan de kijker niet worden doorgeslagen, hetgeen voor de waarnemingen zelf geenszins noodzakelijk is, de inrichting toch zoodanig getroffen wordt, dat men voor de regeling hetzelfde doel kan bereiken, door den kijker even uit zijne pannen te lichten. Bij de in fig. 52 voorgestelde liniaal kan dit geschieden door de schroefjes P en de daaronder liggende plaatjes weg te nemen.

Het meten van verticale hoeken met deze vizierliniaal heeft op overeenkomstige wijze plaats, als bij den theodoliet is behandeld. (Zie § 42—47).

HOOFDSTUK VII.

BOUSSOLE.

§ 70. **Declinatie van de magneetnaald.** De boussole, berustende op de eigenschappen van de magneetnaald, stelt ons in staat het azimuth van eene lijn te meten, dat is de hoek, die hare horizontale projectie met eene vaste lijn maakt. Voor deze vaste lijn wordt meestal de lijn NZ of de ware meridiaau genomen, maar daartoe kan even goed elke andere lijn dienen, die een vasten hoek met den waren meridiaan maakt.

Zooals bekend is neemt eene magneetnaald, die zich in een horizontaal vlak vrij kan bewegen, eene bepaalde richting aan, die den naam van *magnetische meridiaan* draagt. Het is ten opzichte van dezen magnetischen meridiaan, dat de azimuthen met de boussole gemeten worden.

Had deze magnetische meridiaan eene vaste richting, m. a. w. maakte hij met den waren meridiaan altijd en overal *denzelfden* hoek — *declinatie der magneetnaald* genaamd — dan kon men met de boussole de azimuthen nauwkeurig meten. Daar echter de declinatie der magneetnaald aan vele veranderingen onderhevig is, zoo is de meting met de boussole voor geene groote nauwkeurigheid vatbaar.

Ten einde na te kunnen gaan, welke nauwkeurigheid met de boussole te bereiken is en welke eischen men aan eene boussolemeting kan stellen, zullen wij in het kort de voornaamste veranderingen aangeven, waaraan de declinatie der magneetnaald onderhevig is.

Vooreerst is de declinatie veranderlijk met de plaats. Hier te lande en in geheel Europa en Africa is de declinatie westelijk, in Amerika en een groot gedeelte van Azië daarentegen is zij oostelijk. De declinatie verandert echter niet sprongsgewijze maar geleidelijk, en neemt hier te lande ongeveer met 30″ per KM. af, als wij ons naar het Oosten en met 6″ per KM. als wij ons naar het Zuiden verplaatsen.

Ook is de declinatie met den tijd aan een langzame verandering, onderhevig, die den naam van seculaire verandering draagt. In het midden der 16de eeuw was de declinatie hier te lande Oostelijk, nam gaandeweg af, tot zij ongeveer in het midden der 17de eeuw nul en vervolgens westelijk werd. Na in westelijken zin tot het begin dezer eeuw te zijn toegenomen en een maximum van ongeveer 22° bereikt te hebben, is zij weer aan het afnemen, bedroeg in 1879 ongeveer 16° 0′ en vermindert nog jaarlijks met ongeveer 8′.

Daar de metingen met de boussole zich meestal slechts over een klein terrein uitstrekken en in betrekkelijk korten tijd zijn afgeloopen, zoo hebben deze beide veranderingen in de declinatie weinig of geen invloed op de nauwkeurigheid der meting. Die veranderingen kunnen echter gemakkelijk in rekening gebracht worden, waar het geldt het bepalen van het ware azimuth, door de declinatie te gebruiken voor de plaats waar, en den tijd waarop de metingen verricht zijn.

Van meer belang is de dagelijksche verandering van de declinatie. Van 's-ochtends 7 of 8 uur af neemt hier te lande de westelijke declinatie van de magneetnaald toe, tot zij in den namiddag omstreeks 1 à 2 uur haar maximum bereikt, om dan weer af te nemen, eerst vrij snel tot omstreeks 10 uur 's avonds en dan langsamer den geheelen nacht door tot 's ochtends 7 à 8 uur; waarop de naald weer opnieuw hare beweging in westelijke richting begint. Deze beweging, die zich hier te lande in den zomer gemiddeld over een boog van ongeveer 10′ tot 12′ en in den winter van ongeveer 4′ tot 6′ uitstrekt, heeft plaats gedurende de meting, zoodat men telkens de azimuthen ten opzichte van eene andere lijn bepaalt. Aangezien nu deze verandering zeer ongelijkmatig plaats heeft, is het niet mogelijk haar in rekening te brengen en blijven dus de fouten, die daardoor ontstaan, in de uitkomsten der meting.

Behalve deze dagelijksche verandering der declinatie, heeft men nog de magnetische storingen, ten gevolge van noorderlicht, aardbevingen, uitbarstingen van vuurspuwende bergen en andere natuurverschijnselen, die aan den stand der naald onregelmatige afwijkingen geven, waarvan het bedrag soms tot een graad kan opklimmen.

Ten gevolge van de dagelijksche verandering der declinatie en van de magnetische storingen is het dus niet mogelijk, met de boussole nauwkeurige metingen te verrichten, en het is daarom overbodig hooge eischen te stellen aan de inrichting en de regeling van dat instrument. Zorgt men van bij groote storingen, die zich door de onrust der magneetnaald kenmerken, geene waarnemingen te verrichten, dan kunnen in de meting toch nog fouten voorkomen, die wellicht tot 10′ kunnen opklimmen.

Op plaatsen dichter bij den evennaar gelegen zijn de dagelijksche beweging en de invloed van de storingen minder groot, zoodat men aldaar eene eenigszins grootere nauwkeurigheid met de boussole kan bereiken.

§ 71. **Beschrijving van de boussole.** Bij de in fig. 56 voorgestelde boussole rust de magneetnaald NZ door middel van een agaten hoedje op een stift, die in het midden van eene cilindervormige koperen doos is aangebracht. In de doos, die van boven door eene glazen plaat gedekt is, bevindt zich op een verheven rand eene graadverdeeling en wel zoo, dat, als de rand horizontaal staat, de naald zich in het vlak van den rand bevindt, met haar uiteinde zoo dicht mogelijk bij de verdeeling, om hierop met behulp van de punt der magneetnaald, den stand der doos ten opzichte van den magnetischen meridiaan te kunnen aflezen. Ter zijde van de doos bevinden zich twee opstaande platen, de eene voorzien van eenige oculair-openingen of eene oculair-spleet, de andere van een objectief-opening met paardenharen draad, waardoor een viziervlak gevormd wordt, dat rechthoekig staat op het vlak van den rand en door de lijn gaat, die de verdeelingen 180° en 0° verbindt.

In plaats van de gewone vizieren vindt men ook wel een kijker boven of onder de boussole om eene as draaibaar, welke as evenwijdig loopt aan den rand. Het viziervlak van den kijker moet natuurlijk denzelfden stand hebben als boven is aangegeven.

De doos is eindelijk draaibaar om eene as, die rechthoekig staat op het vlak van den rand en die bij het gebruik verticaal gesteld wordt. De inrichting om die as verticaal te stellen, kan dezelfde zijn als hiervoor bij den theodoliet en het planchet nader is beschreven; in fig. 56 is eene eenvoudigere inrichting aangegeven, die wel is waar geen zoo nauwkeurige verticaalstelling toelaat als de vroeger beschrevene met behulp van stelschroeven, maar die geheel past bij de geringe nauwkeurigheid met de boussole te bereiken. Bij die inrichting, bekend onder den naam van kogel-scharnier, gaat de as door een bol A, die door middel van de schroef D, tusschen de twee vleugels B en C wordt vastgeklemd; deze vleugels zitten eindelijk op eene kegelvormig uitgeholde bus, die op den kegelvormig afgedraaiden kop van den drievoet geplaatst wordt.

Maakt men de schroef D even los, dan kan het geheele bovenstel om het middelpunt van den bol draaien; door dat bovenstel dan met de eene hand zoo vast te houden, dat de as verticaal staat, kan men het in dien stand bevestigen, door de schroef weer vast te draaien.

§ 72. **Het meten met de boussole.** Stel dat wij willen bepalen het magnetisch azimuth van de lijn AB, (fig, 57) — dat is de hoek MAB die de lijn AB met de richting AM van de magneetnaald maakt — dan plaatsen wij de boussole met haar middelpunt boven het punt A en richten de lijn 180° — 0° met behulp van de vizierinrichting op het punt B, het is duidelijk dat wij dan op den rand bij het noordeinde N van de naald den gevraagden hoek zullen aflezen.

Telt men het azimuth uit het Noorden langs het Oosten naar het Zuiden enz., dus in de richting waarin de wijzers van het horloge bewegen, dan moet de becijfering op den rand, zooals zulks in figuur 56 is voorgesteld, in tegengestelde richting plaats hebben.

Moet men niet het magnetische maar het ware azimuth PAB (fig. 57) van de lijn hebben, dan moet men van het aldus gevonden magnetisch azimuth de *westelijke* declinatie PAM der magneetnaald *aftrekken.*

Daar de rand slechts verdeeld is in heele en halve graden en men bij de punt der naald moet aflezen, zoo kan men het in die aflezing moeielijk verder brengen dan tot ongeveer 10′, eene nauwkeurigheid geheel in overeenstemming met de door andere oorzaken begrensde nauwkeurigheid. Eene ingewikkelde inrichting om nauwkeuriger aflezing te verkrijgen zou dan ook geheel doelloos zijn.

Bij het aflezen dient men zich echter onafhankelijk te maken van de parallax, door zich in het verlengde van de naald te plaatsen, en van de excentriciteit der naald, door ook bij de Zuidpunt af te lezen. Trekt men van de laatste aflezing 180° af, dan verkrijgt men eveneens het azimuth en door dan het gemiddelde te nemen tusschen dit en het bij de Noordpunt afgelezene, verkrijgt men de uitkomst onafhankelijk van de fout van excentriciteit.

Zeer dikwijls treft men boussoles aan, waarbij, zooals in fig. 58 is voorgesteld, de vizierinrichting op zij van de doos is aangebracht. Plaatst men een dergelijke boussole met haar middelpunt O boven het punt A, dan zal men bij het bepalen van het azimuth van AB eene fout maken, die echter des te kleiner zijn zal, naarmate het punt B verder af gelegen is. Mocht het punt B zoo dichtbij gelegen zijn, dat die fout te groot zou worden, dan kan men haar verhelpen, door niet het middelpunt van de boussole, maar de vizierinrichting boven het punt A te brengen, zooals in de figuur is aangegeven. Men leest in dat geval het azimuth MOC van de aan AB evenwijdige lijn OC, die de punten 180° en 0° van den rand verbindt, af; dit is blijkbaar hetzelfde als het azimuth van AB.

§ 73. **Onderzoek van de boussole.** Het onderzoek van de boussole moet zich uitstrekken over de gevoeligheid van de magneetnaald en over den stand van het viziervlak ten opzichte van de as. De gevoeligheid der naald kan men onderzoeken door op een verwijderd voorwerp te richten en, nadat de naald tot rust gekomen is en men haar stand heeft afgelezen, de boussole voorzichtig eenige graden heen en weer te draaien en ten slotte weer op hetzelfde punt te richten. Is de naald bij deze beweging rustig blijven staan en heeft zij na de proef denzelfden stand als daar vóór, dan bezit zij de noodige gevoeligheid. Men kan ook, nadat de magneetnaald tot rust gekomen is, haar door middel van een ijzeren voorwerp in schommeling brengen en nagaan of zij weer in denzelfden stand tot rust komt.

Is de boussole, zooals in fig. 56, voorzien van gewone vizieren, dan moet het viziervlak, hierdoor gevormd, evenwijdig loopen aan de as. Het onderzoek hieromtrent geschiedt op overeenkomstige wijze als bij de vizierliniaal van het planchet is beschreven, met deze kleine wijziging, dat men de as verticaal stelt in plaats van het planchet horizontaal te stellen.

Is de boussole van een kijker voorzien, die om eene tweede as kan draaien, dan moet de boussole aan dezelfde eischen voldoen, die wij vroeger aan den theodoliet gesteld hebben. Het onderzoek heeft op overeenkomstige wijze plaats.

Strikt genomen zou bij beide inrichtingen het viziervlak tevens moeten gaan door de lijn 180°—0° of minstens daarmede evenwijdig moeten loopen. Eene afwijking hieromtrent is echter in vele gevallen niet hinderlijk en in de overige gevallen gemakkelijk in rekening te brengen. Is die fout namelijk aanwezig, dan komt in ieder azimuth, dat men meet, dezelfde fout voor, hetgeen daarmede overeenkomt, dat men meet ten opzichte van eene andere vaste lijn, die met den magnetischen meridiaan een vasten hoek maakt, gelijk aan de bedoelde fout. Is het ons dus alleen te doen om de azimuthen ten opzichte van eene willekeurige lijn te meten, dan heeft die fout in het geheel geen invloed; en is het ons te doen om het ware azimuth te bepalen, dan moeten wij slechts in plaats van de declinatie der magneetnaald de zoogenaamde *declinatie van de boussole* nemen, dat is de hoek, die het viziervlak met den waren meridiaan maakt, als de naald op nul staat. Deze declinatie kunnen wij, voor de plaats waar en den tijd waarop de meting geschiedt, gemakkelijk vinden, door met de boussole het azimuth te bepalen van eene lijn, waarvan het ware azimuth bekend is; het verschil tusschen die twee is de gevraagde declinatie. Is op het terrein geen lijn met bekend azimuth gegeven, dan moet men eerst langs astronomischen weg het azimuth van eene lijn of de richting van den meridiaan bepalen. (Zie § 124 en volg.)

§ 74. **Opstelling van de boussole.** Bij het gebruik van de boussole moet men er voor zorgen, dat zich geen ijzerdeelen in de nabijheid bevinden, die aan de magneetnaald eene afwijking zouden kunnen geven. Zoo moet men vermijden ijzeren voorwerpen in den zak mede te voeren, de meetketting of andere ijzeren meetinstrumenten te dicht bij de boussole te brengen tijdens het aflezen en de boussole in de nabijheid van ijzeren voorwerpen, zooals ijzeren bruggen enz. te bezigen.

Verder moet het midden van het instrument gebracht worden in de verticaal van het punt waaruit men moet meten, en moet de as verticaal staan. Het eerste onderzoekt men met het schietlood, het tweede met behulp van het niveau.

Is de boussole ingericht, zooals in fig. 56 is voorgesteld, dan plaatst men een doosniveau op het glazen deksel en doet het inspelen door de schroef D los te maken, het bovenstel met de eene hand den juisten stand te geven en met de andere de schroef weer aan te draaien. Het is hierbij noodig dat het glazen deksel rechthoekig staat op de as; of aan deze voorwaarde voldaan is, kan men gemakkelijk onderzoeken, door, als de bel inspeelt, de boussole om de as te draaien.

HOOFDSTUK VIII.

HET UITZETTEN VAN HOEKEN.

§ 75. **Algemeen overzicht.** Tot het uitzetten van gegeven hoeken op het terrein kunnen in het algemeen al de instrumenten dienen, die hiervoor beschreven zijn. Is b. v. op het terrein het hoekpunt benevens een der beenen van den hoek gegeven, dan plaatst men een theodoliet in dat punt, richt den kijker volgens de gegeven lijn en leest den stand van den nonius op den eersten rand af. Draait men nu het bovenstel zooveel om, totdat men op den nonius een aantal graden en minuten, gelijk aan dat van den uit te zetten hoek, meer afleest, dan heeft men slechts in het vizierlak van den kijker eene baak te laten plaatsen, om den hoek daardoor op het terrein aan te geven. Met de overige instrumenten gaat men op overeenkomstige wijze te werk.

Het uitzetten van hoeken van een willekeurig aantal graden en minuten komt in de practijk zelden voor, veel daarentegen het uitzetten van eenige weinige bepaalde hoeken, als van 45°, 90° en 180°; maar vooral van 90°. Tot het uitzetten van deze hoeken heeft men eenvoudige instrumentjes, die veel gemakkelijker in het gebruik zijn, door hunne eenvoudigere samenstelling en geringer volume. Deze instrumenten hebben twee viziervlakken, die den gevorderden hoek met malkaar maken, of het zijn spiegelinstrumenten, waarin twee vaste spiegels voorkomen, die samen een hoek vormen gelijk aan de helft van den uit te zetten hoek; deze spiegels kunnen dan gewone spiegels zijn van verfoelied plat glas; of wel de zijvlakken van glazen prisma's. Van elk dezer verschillende soorten zullen wij er een nader beschrijven.

§ 76. **Équerre d'arpenteur.** De équerre d'arpenteur, ook bekend onder de namen van *achtkant*, *octogoon* en *landmeterskruis*, hoewel deze laatste benaming meer toekomt aan eene eenigszins andere constructie, die vroeger tot hetzelfde doel gebruikt werd, is in fig. 59 op de helft der ware grootte voorgesteld. Boven op eene kegelvormig uitgeholde bus, die op een stok of op een drievoet geplaatst wordt, bevindt zich eene holle achtkante doos van koper. In twee tegenover elkaar staande zijvlakken A en B zijn twee vizierinrichtingen aangebracht, waardoor men in twee tegenovergestelde richtingen kan richten en waarmede men dus hoeken van 180° kan uitzetten. In de twee zijvlakken die rechthoekig staan op de eerste en waarvan er slechts een bij C zichtbaar is, zijn dergelijke vizierinrichtingen aangebracht, zoodat men daardoor twee viziervlakken verkrijgt, die rechthoekig staan op de viziervlakken door A en B gevormd en waarmede het dus mogelijk is rechte hoeken uit te zetten.

In de vier overige zijvlakken zijn enkel smalle spleten aangebracht, omdat sommige landmeters het richten door twee zulke spleten verkiezen boven het richten met de andere vizierinrichtingen. Zij kunnen ook dienen om in verband met die andere vizierinrichtingen hoeken van 45° uit te zetten.

§ 77. **Gebruik van de équerre d'arpenteur.** Het uitzetten van hoeken van 180° heeft plaats bij het verlengen van eene lijn AB naar C, (fig. 63), of bij het zoeken van een punt op een lijn AB, (fig. 64), als men bij geen der punten A of B kan komen. In het eerste geval plaatst men de équerre in B (fig. 63) en draait haar zoo, dat een der viziervlakken op A gericht is: door de zich daar boven of daar onder bevindende vizierinrichting in tegengestelde richting ziende, kan men dan eene baak in die richting dus in C doen plaatsen. In het tweede geval plaatst men het instrument ergens in C, (fig. 64), zoo goed als zulks op het oog kan geschieden, in de lijn AB, richt op A en ziet nu of men ook op B gericht is. In het geval in de figuur voorgesteld, valt het viziervlak links van het punt B, waaruit men opmaakt, dat men zich naar rechts b. v. naar D moet verplaatsen, om daar het onderzoek opnieuw in te stellen en zoo lang te herhalen, tot men werkelijk een punt gevonden heeft op de lijn AB gelegen.

Het uitzetten van rechte hoeken komt voor bij het oprichten van eene loodlijn BC (fig. 65) op een gegeven lijn AB en bij het zoeken van het voetpunt E van de loodlijn uit een punt D, buiten de lijn AB, op die lijn neergelaten. In het eerste geval plaatst men de équerre in B, richt een der viziervlakken op A en laat dan eene baak C plaatsen, in het viziervlak dat rechthoekig staat op het eerste. In het tweede geval stelt men het instrument in een punt F van de lijn AB, zoo goed als zulks op het oog kan, in het voetpunt der loodlijn; en onderzoekt of de loodlijn in dat punt opgericht door D gaat, zoo niet, dan kan men zien in welke richting, en ook ongeveer hoeveel, men het instrument in de lijn AB moet verplaatsen om dichter bij het gevraagde voetpunt te komen, alwaar men hetzelfde onderzoek herhaalt.

§ 78. **Opstelling en onderzoek van de équerre d'arpenteur.** Bij het gebruik moet het midden van het instrument in de verticaal van het hoekpunt gebracht worden en de meetkunstige as van het instrument verticaal staan, zoodat ook de viziervlakken verticaal komen. Verreweg het eenvoudigste bij het gebruik is het, de équerre op een stok te plaatsen, die van onderen in een ijzeren punt uitloopt; men plaatst den stok dan met zijn uiteinde in het bedoelde punt van het terrein en plaatst hem op het oog verticaal. Alleen wanneer men te doen heeft met een zeer weeken of met een harden bodem, waarin men den stok niet kan vastzetten, is men genoodzaakt zijne toevlucht te nemen tot een drievoet. Men onderzoekt dan met behulp van een schietlood, of door het voorzichtig laten vallen van een steentje, of het midden van het instrument zich in de verticaal van het bedoelde punt bevindt. De équerre wordt weer op het oog verticaal geplaatst.

De eenige voorwaarde, waaraan de équerre moet voldoen, is dat de twee viziervlakken den gewenschten hoek met elkaar maken. Dit kan men onderzoeken door rondmeting (tour d'horizon). Van uit een punt van het terrein, waar men de équerre plaatst, zet men b. v. vier malen met de équerre denzelfden hoek naast elkaar uit, komt dan het laatste been van den vierden hoek juist overeen met het eerste been van den eersten hoek, dan maken de gebezigde viziervlakken de juiste hoeken met elkaar; zoo niet dan is de équerre onbruikbaar en moet door den instrumentmaker verbeterd worden. Het is duidelijk, dat men bij dit onderzoek telkens dezelfde viziervlakken moet gebruiken en dus de équerre telkens een hoek van 90° moet verdraaien. Het onderzoek naar de juistheid der hoeken van 45° heeft op overeenkomstige wijze plaats.

§ 79. **Spiegelkruis.** Het spiegelkruis, waarvan in fig. 60 eene afbeelding voorkomt, bestaat uit twee spiegeltjes, die een vasten hoek met elkaar maken en waarvan het eene slechts half verfoelied of lager dan het andere is. Ziet men nu in dezen kleinen of half verfoelieden spiegel een voorwerp, dat eerst op den anderen spiegel is teruggekaatst, samenvallen met een tweede voorwerp, dat men over dien spiegel of door het onverfoeliede gedeelte heenziet, dan maken, volgens hetgeen wij bij de sextant gezien hebben, de lichtstralen, die van beide voorwerpen komen, samen een hoek gelijk aan het dubbel van den hoek der twee spiegels; is deze dus 45°, dan staan die lichtstralen rechthoekig op elkaar.

Om met dit instrumentje de loodlijn BC, (fig. 65), in B op AB op te richten, plaatst men zich daarmede in B met het gezicht naar C, neemt door dubbele terugkaatsing de baak A in den kleinen spiegel waar, en laat dan in C eene baak zoodanig stellen, dat men die, over den kleinen spiegel heenziende, ziet samenvallen met het beeld van A. Om het voetpunt E der loodlijn uit D op AB neergelaten te bepalen, plaatst men zich met het instrument op dezelfde wijze ergens in een punt F van de lijn AB en ziet of het punt D samenvalt met het beeld van A, zoo niet dan verplaatst men zich zoolang naar rechts of naar links *in de lijn AB*, tot die samenvalling plaats heeft, het spiegelkruis is dan in de verticaal van het voetpunt gelegen.

In het gebruik is het spiegelkruis veel gemakkelijker dan de hiervoor beschreven équerre d'arpenteur; daar het evenals de sextant geen vaste ondersteuning vordert en een stok of drievoet dus overbodig is, kan het gemakkelijk in den zak geborgen worden, zoodat het, zonder de andere werkzaamheden te bemoeilijken, toch altijd voor het gebruik bij de hand is. Ook bij het neerlaten der loodlijnen ontgaat men het lastige opstellen, dat bij de équerre soms voor ééne loodlijn drie- of viermalen moet geschieden.

Het onderzoek naar den juisten stand der spiegels geschiedt op dezelfde wijze, als bij de équerre is behandeld, door middel van rondmeting; mochten de spiegels den juisten stand niet bezitten, dan kan men hen dien geven, door een der spiegels met behulp van eene daartoe aangebrachte correctieschroef te verplaatsen.

Door aan de spiegels hoeken van $22^1/_2$ of 90° te geven, kan men ook hoeken van 45° respectivelijk 180° uitzetten.

§ 80. **Prisma van Bauernfeind.** Het prisma van Bauernfeind in fig. 61 voorgesteld, bestaat uit een glazen prisma waarvan de normale doorsnede een gelijkbeenige rechthoekige driehoek is met eene ongeveer 4 cM. lange hypotenusa. De twee grondvlakken en het verfoeliede hypotenusa-vlak door koperen platen beschermd zijnde, blijven alleen de twee rechthoekszijden over, die door middel van een, om eene as draaibaren, beugel kunnen bedekt worden, zoodat het geheel een zoo kleine ruimte inneemt, dat het gemakkelijk kan geborgen worden. De beugel 90° omgedraaid zijnde dient tot handvat en het instrument is voor het gebruik gereed. In dezen laatsten stand is het prisma in de figuur voorgesteld.

De twee spiegels, waarop de terugkaatsing plaats heeft, worden hier gevormd door het verfoeliede hypotenusa-vlak AB, (fig. 62), en eene der rechthoekszijden, b. v. BC, waar totale terugkaatsing plaats heeft.

Valt van een punt P eene lichtstraal P*a* evenwijdig met het grondvlak van het prisma op het vlak AC in, dan wordt zij volgens *ab* gebroken, in *b* teruggekaatst naar *c* en daar weer teruggekaatst naar *d*, waar zij het prisma, in de richting *de* verlaat en in het bij *e* geplaatste oog treedt; ziet men met dat oog tevens over het prisma heen, naar eene bij Q geplaatste baak, dan zal, zoo men het beeld van P ziet samenvallen met Q, de hoek QRP recht zijn.

Dat die hoek werkelijk recht is, is gemakkelijk na te gaan; de lichtstraal *ab* toch wordt op de twee vlakken BC en AB teruggekaatst en maakt dus met *cd* een hoek gelijk aan het dubbel van den hoek ABC, dat is, zij staat rechthoekig op *cd*; daar nu de normalen *ag* en *dh* ook rechthoekig op elkaar staan, zoo zijn de hoeken *gab* en *cdh* aan elkaar gelijk, waaruit onmiddellijk de gelijkheid der hoeken P*af* en R*dk* volgt. De lijnen *a*P en *d*R maken dus met de onderling rechthoekige normalen *af* en *dk* gelijke hoeken in denzelfden zin en zijn dus ook onderling rechthoekig.

Dit prisma wordt op dezelfde wijze gebruikt en onderzocht als het hiervoor beschreven spiegelkruis. Van regeling kan natuurlijk geen sprake zijn; een prisma, dat dus niet goed bevonden wordt, moet eenvoudig niet worden aangenomen.

HOOFDSTUK IX.

MEETLATTEN, MEETKETTING, MEETBAND.

§ 81. **Het meten van afstanden.** Tot het meten van afstanden maakt men bij het landmeten van tweeërlei soorten van instrumenten gebruik. De te bepalen afstand wordt namelijk met een instrument van bekende afmetingen direct gemeten, of wel hij wordt op indirecte wijze gevonden als een van de zijden van een driehoek, waarvan door directe meting eene andere zijde en twee hoeken gevonden zijn. Met de eerste soort van instrumenten, waartoe de meetlatten, de meetketting en de meetband behooren, wordt de te meten afstand geheel doorloopen; de andere, die meer bijzonder den naam van *afstandsmeters* dragen, worden slechts op de uiteinden gebezigd.

De afstanden, zooals men die bij het landmeten noodig heeft, zijn bijna uitsluitend de horizontale afstanden, dat zijn de afstanden, die in het horizontale vlak gelegen of daarop geprojecteerd zijn. Zijn dus de twee punten, waartusschen de afstand gemeten wordt, niet op dezelfde hoogte gelegen, dan moet men den afstand toch in horizontalen zin meten, van het eene punt tot aan de verticaal van het andere.

Is het om de een of andere reden wenschelijk of noodzakelijk den afstand in schuine richting te meten, dan moet men uit dien schuinen afstand den horizontalen afstand berekenen, men moet den schuinen afstand tot den horizon herleiden. Maakt de schuine afstand L met zijne horizontale projectie een hoek α, dan is de horizontale afstand $L \cos. \alpha$, waarvoor wij ook kunnen schrijven $L(1 - 2 \sin^2. \frac{1}{2} \alpha)$; zoodat van den gevonden afstand, de waarde $2L \sin^2 . \frac{1}{2} x$ moet worden afgetrokken. Is niet de hellingshoek van den gemeten afstand, maar het hoogteverschil h van beide uiteinden bekend, dan wordt de horizontale afstand gevonden uit $\sqrt{L^2 - h^2}$, waarvoor wij bij benadering kunnen schrijven $L - \frac{h^2}{2L}$; zoodat van den gevonden afstand $\frac{h^2}{2L}$ moet worden afgetrokken.

§ 82. **Meetlatten.** De meetlatten, zooals die bij het landmeten het meest worden gebruikt, hebben eene lengte van 2 of van 5 meter; zij zijn van hout gemaakt en aan beide einden van een ijzeren schoen voorzien, waarvan de dikte in de lengte der maat begrepen is. Die meetlatten zijn verder geverfd of geolied en door ingelegde, ingebrande of geverfde strepen, respectievelijk in centimeters en decimeters verdeeld.

Tot het nauwkeurig meten van een afstand met behulp van meetlatten heeft men er minstens twee noodig, die telkens aan elkander geschoven worden. Bij het meten op een horizontaal terrein worden ze direct op den grond gelegd; de eerste wordt met haar uiteinde bij het beginpunt van den te meten afstand gelegd en in de richting van dien afstand gebracht, de tweede lat wordt dan in het verlengde van de eerste gebracht en zacht daartegen aangeschoven, vervolgens wordt de eerste weer opgenomen en op dezelfde wijze voor de tweede gebracht, enz., totdat men aan het einde van den te meten afstand gekomen is. Het gedeelte van den afstand kleiner dan 5 meter, dat dan nog overschiet, wordt op de lat direct in decimeters en centimeters afgelezen.

Is het terrein niet horizontaal, dan kan men, of de meetlatten op het oog horizontaal houden, en dan het uiteinde van de eene lat met behulp van een schietlood of van eene rechte lat, die men verticaal bij het uiteinde houdt, op het terrein of op het uiteinde van de andere lat overbrengen, of wel de latten direct op het terrein aan elkander leggen en telkens de correctie berekenen, die van de gevonden lengte moet worden afgetrokken, om deze tot den horizon te herleiden. Licht men namelijk het laagste uiteinde der lat even omhoog, zoodat de lat horizontaal komt, dan kan men gemakkelijk met eene tweemeterlat het hoogteverschil van de twee uiteinden meten en met behulp van de formule $\frac{h^2}{2L}$ de gevraagde correctie berekenen. Drukt men daarbij het hoogteverschil in *decimeters* uit, dan geeft bij een vijfmeterlat, volgens bovenstaande formule, het vierkant van dat getal decimeters de correctie in *millimeters*.

Het spreekt van zelf dat de latten tusschen de uiteinden de juiste lengte van 2 of van 5 meter moeten bezitten en dat ze steeds gebracht moeten worden in het verticale vlak, gaande door de twee uiteinden van den te meten afstand. Eene fout in de lengte van de lat zou natuurlijk voor iedere vijf meter, die men uitmeet, eene fout in denzelfden zin en van dezelfde grootte opleveren; het niet in de juiste richting meten, geeft ook steeds eene fout in denzelfden zin. Beide fouten zullen zich dus steeds ophoopen en elkaar nimmer vernietigen.

§ 83. **Meetketting.** De meetketting, (fig. 66*ab*), meestal ter lengte van 20 meter (soms ook van 10 meter) bestaat uit veertig (resp. 20) schakels van dik ijzerdraad, samengevoegd met koperen of ijzeren ringen, op zoodanige wijze, dat elke schakel met de halve middellijn der ringen de lengte heeft van een halven meter. De ringen, die van de uiteinden des kettings af gerekend, bij de halve meters voorkomen, zijn meestal van ijzer, die bij de heele meters van koper. Van vijf tot vijf meter zijn deze van een dwarsstaafje voorzien (fig. 66*b*). De grootere ring met dwarsstaafje, die zich in het midden dus bij de tien meter bevindt, is veelal zoo ingericht, dat de ketting daar uit elkaar kan genomen worden, om er een van 10 meter van te maken. Aan beide einden bevinden zich handvatten (fig. 66*a*) met dwarsstukken, die van half cirkelvormige uithollingen voorzien zijn. De afstand van de middelpunten dezer uithollingen geeft de lengte der maat aan.

De meetketting van 10 meter is op gelijke wijze ingericht, soms met kleinere schakels van 2 of $2^1/_2$ decimeter.

Bij de meetketting behoort een stel meetpennen ten getale van 6 of 11, om daarmede het uiteinde van den ketting op het terrein aan te geven. Deze pennen (fig. 67) zijn meestal van ijzerdraad en van zoodanige dikte, dat zij juist passen in de half cirkelvormige uitholling in het dwarstuk van het handvat.

§ 84. Tot het meten met den ketting worden twee personen vereischt. De eene houdt het handvat van den ketting bij het beginpunt der te meten lijn, terwijl de tweede den ketting op het terrein uitlegt, de daarin aanwezige kronkels verwijdert en de gebogen schakels rechtbuigt. De tweede persoon, die al de pennen bij zich heeft, strekt den ketting recht en in de richting van den te meten afstand, brengt het handvat bij den grond en steekt door de uitholling in het dwarsstuk eene pen verticaal in den grond. Na het handvat van de pen afgenomen te hebben sleept hij den ketting voort, terwijl de man, die achter aan den ketting is, volgt tot hij bij de pen gekomen is. Deze legt nu zijn handvat om de pen, terwijl de kettingsleper den ketting weer recht en in de richting strekt en het uiteinde door een pen aangeeft. Bij het verder meten neemt de man, die zich achter bij den ketting bevindt, telkens de gebruikte pennen mede, zoodat uit hun aantal dat der uitgemeten kettingen elk oogenblik kan worden nagegaan. Is men tot bij het eindpunt van den te meten afstand gekomen, dan geeft het aantal pennen bij het *achter*einde van den ketting het aantal malen aan, dat men twintig meter heeft afgemeten, terwijl de geheele meters en de decimeters op de schakels van den ketting worden afgeteld.

Is de te meten afstand langer dan 12 (resp. 7) kettingen, dan worden, zoodra de kettingsleper de 11de (resp. 6de) pen heeft uitgezet, hem de 10 (resp. 5) overige pennen, die zich achter bij den ketting bevinden en een rond aantal van 200 (resp. 100) meter voorstellen, overgegeven; doordat men 11 (resp. 6) pennen heeft, blijft bij dat overgeven altijd een pen in den grond, om het uiteinde van den ketting nauwkeurig aan te geven.

§ 85. De ketting moet natuurlijk de juiste lengte hebben, en aangezien deze zeer licht verandert, door het langwerpig worden der ringen, zoo moet men zich dagelijks bij het meten van de juiste lengte daarvan overtuigen. Men spant den ketting daartoe op een vlak terrein met behulp van twee meetpennen uit en meet met twee vijfmeterlatten den afstand van de middelpunten der twee pennen na. De afwijking, die hierbij gevonden wordt, kan dan, waar zulks noodig is, in rekening gebracht worden, en mocht die afwijking te groot worden, dan laat men den ketting opnieuw op lengte brengen.

Evenals met de meetlatten moet ook met den meetketting steeds in horizontalen zin gemeten worden; kan men daarbij den ketting niet op den grond leggen, dan moet men het uiteinde van den ketting daarop overbrengen, door de meetpen goed verticaal in den grond te steken. Is de hoogte daarvoor te groot, dan laat men de pen onder het uiteinde verticaal hangen en dan naar omlaag vallen, in welk geval zij op het terrein de projectie van het uiteinde des kettings zal aangeven. Is het terrein zoo ongelijk, dat de ketting over het grootste gedeelte van zijne lengte vrij komt te hangen, dan is het wenschelijk een korteren ketting of slechts een deel van den ketting te bezigen. Bij zeer groote hoogteverschillen, zooals kunnen voorkomen bij het meten dwars over een dijk, is het beter die stukken met behulp van meetlatten te meten.

§ 86. **Meetband.** De stalen meetbanden, die tegenwoordig meer en meer in gebruik komen, bestaan uit eene reep gehard staal van 10 à 20 meter lengte, 15 à 20 millimeter breedte en $^1/_2$ millimeter dikte. Zij zijn aan de uiteinden evenals de ketting van handvatten voorzien en verder, door daarop vastgeklonken koperen plaatjes van verschillenden vorm, in meters en decimeters verdeeld. Zij worden geheel op dezelfde wijze gebruikt als de meetketting.

HOOFDSTUK X.

AFSTANDSMETER.

§ 87. **Inrichting.** Het bepalen van afstanden met de afstandsmeters, die bij het landmeten in gebruik zijn, berust op de berekening van een langgestrekten driehoek ABC (fig. 69), waarvan de kleine basis BC door een baak gevormd wordt, die zich op het eene uiteinde bevindt, terwijl de tophoek A en een van de andere hoeken door den eigenlijken afstandsmeter, in het andere uiteinde van den te meten afstand, bepaald worden. De inrichting van den afstandsmeter kan dan zoodanig zijn, dat men aan hoek A eene standvastige waarde geeft en de daarbij behoorende lengte van de basis BC op de baak afleest, of dat men steeds een zelfde basis BC op de baak neemt, en den daarbij behoorenden tophoek A meet.

Van de vele verschillende inrichtingen, die tot het meten van afstanden volgens bovengenoemd beginsel dienen, zullen wij er slechts een beschrijven, die tegenwoordig bij het landmeten meer en meer gebruikt wordt en aan ieder instrument, dat van een goeden kijker voorzien is, kan aangebracht worden, door op het diaphragma aan de kruisdraden A en B (fig. 68), nog twee andere draden C en D, evenwijdig aan den horizontalen draad, toe te voegen. De baak, die hierbij gebruikt wordt, is de gewone zelfleesbaak, die in fig. 75 of 76 voorgesteld is en in het volgende hoofdstuk uitvoeriger ter sprake komt.

§ 88. **Het meten van afstanden bij horizontale vizierlijn.** Laten M en N (fig. 70), de punten zijn, waarvan de horizontale afstand

D bepaald moet worden, dan plaatst men de baak MH in het eene punt, het instrument, met de as waarom de kijker kan draaien, boven het tweede punt en richt den kijker op de baak.

Veronderstellen wij nu eerst dat de vizierlijn ABE, door den middelsten draad A bepaald, daarbij horizontaal komt; en laat dan B het optisch middelpunt van het objectief en A, C en D de drie horizontale draden voorstellen.

Is de kijker op de baak gericht en zuiver daarop ingesteld, dan zal men twee punten G en H van de baak zien samenvallen met de twee horizontale draden C en D; leest men dus bij die twee punten op de baak af, d. i. bepaalt men de afstanden MG en MH, dan vindt men, door die twee van elkaar af te trekken, de lengte $GH = h$, die als basis moet dienen bij het bepalen van den afstand. Om die punten G en H op de baak te vinden, hebben wij slechts den loop van twee lichtstralen na te gaan, waarvan de eene uit C, de andere uit D komt. Van al de lichtstralen, die wij daartoe kunnen kiezen, zijn de stralen CK en DL, evenwijdig met AB, de meest doelmatige; deze worden door het objectief zoodanig gebroken, dat zij door haar buiten-brandpunt F gaan en verlengd zijnde, de baak in de bedoelde punten G en H snijden. De driehoek FGH heeft nu een voor alle afstanden constanten tophoek — want die hoek is tevens de tophoek van den gelijkbeenigen driehoek KLF, die een constante basis en een constante hoogte heeft — en dus is de horizontale afstand FE evenredig met $GH = h$, zoodat wij FE gelijk Ah mogen stellen. Voegen wij hierbij den afstand $FO = F + C = B$, dan vinden wij voor den afstand $MN = D$ bij horizontale vizierlijn:

$$D = Ah + B,$$

waarin A en B twee constanten zijn, die afhangen van de afmetingen van het instrument en dus voor ieder instrument afzonderlijk moeten bepaald worden. Wat de constante B aangaat, daarvan is de waarde boven reeds gebleken; en wat A betreft, de uitdrukking daarvoor kunnen wij gemakkelijk uit de gelijkvormige driehoeken FGH en FKL vinden; de eerste heeft tot basis h, tot hoogte Ah, de tweede tot basis $KL = CD = d$, den afstand der draden, en tot hoogte den brandpunts-afstand $BF = F$; daaruit volgt dus:

$$\frac{\text{hoogte}}{\text{basis}} = \frac{Ah}{h} = \frac{F}{d}$$

of:

$$A = \frac{F}{d}.$$

§ 89. **Het meten van afstanden bij hellende vizierlijn.** Is de vizierlijn, door den middelsten draad gevormd, niet horizontaal, maar maakt zij met den horizon een hoek α, die op den daartoe aanwezigen cirkelrand wordt afgelezen, dan moet bovenstaande formule eene kleine wijziging ondergaan. Zij OFE (fig. 71) die vizierlijn, F het buiten-brandpunt, FG en FH de lichtstralen, die van de twee andere draden komende naar dat buiten-brandpuut gebroken worden, dan is $GH = h$ de afstand, die op de baak wordt afgelezen. Trekken wij nu in E eene lijn G'H' rechthoekig op FE, dan is volgens bovenstaande formule de schuine afstand OE gelijk aan $Ah' + B$, als $G'H' = h'$ gesteld wordt.

Aangezien nu hoek $HEH' = GEG' = \alpha$ is en de hoeken HH'E en GG'E weinig van een rechten hoek verschillen (doordat HFE en GFE altijd zeer klein zijn), zoo mogen wij voor H'E en G'E respectievelijk schrijven $HE \cos. \alpha$ en $GE \cos. \alpha$, en dus is $h' = G'H' = GH \cos. \alpha = h \cos. \alpha$, waardoor de uitdrukking voor den schuinen afstand OE overgaat in: $Ah \cos. \alpha + B$.

Hieruit vinden wij nu onmiddellijk voor den horizontalen afstand D, door vermenigvuldiging met $\cos. \alpha$:

$$D = Ah \cos^2. \alpha + B \cos. \alpha.$$

§ 90. **Bepaling van de constanten.** Ter bepaling van de constanten A en B kan men twee wegen inslaan: men kan de grootheden, waarvan zij afhankelijk zijn, door directe meting aan het instrument vinden en daaruit dan de constanten berekenen, of men kan ze bepalen, door met den afstandsmeter eenige lijnen na te meten, die op eene andere wijze, b. v. met meetlatten, naauwkeurig gemeten zijn. Ter bepaling van B volgt men liefst den eersten, ter bepaling van A den tweeden weg.

Ter bepaling van B meet men afzonderlijk F en C; de eerste grootheid, de brandpunts afstand van het objectief, kan gemakkelijk gevonden worden door het diaphragma in het binnen-brandpunt te brengen — door op een ver verwijderd voorwerp te richten — en den afstand van dat diaphragma tot het objectief te meten; de tweede grootheid, de afstand van het objectief tot de as van het instrument, kan onmiddellijk gemeten worden; beide te zamen geven dan de constante B met eene voor het doel gewenschte nauwkeurigheid.

Ter bepaling van A meet men met het instrument een afstand, die ook met behulp van twee meetlatten nauwkeurig bepaald is; uit de formule voor het afstandsmeten volgt dan onmiddellijk:

$$A = \frac{D - B}{h},$$

waarin D, B en h bekend zijn en waaruit men dus A kan vinden. Meestal zal men die proef voor eenige niet al te kleine afstanden herhalen, om uit die verschillende waarnemingen eene nauwkeurigere waarde van A te kunnen afleiden.

§ 91. **Het meten van hoogteverschillen.** Is de inrichting van het instrument zoodanig, dat alleen bij horizontale vizierlijn kan gemeten worden, dan is het hoogteverschil van de punten O en M (fig. 70) gelijk aan ME = H, gelijk aan de aflezing bij den middendraad; d. i. het voetpunt van de baak, ligt beneden de horizontale as van den kijker, op een afstand gelijk aan de aflezing bij den middendraad.

Is aan het instrument een cirkelrand aangebracht tot het meten van verticale hoeken, zoodat men ook bij hellende vizierlijn kan waarnemen, dan kan het instrument ook dienen tot het meten van het hoogteverschil van het voetpunt der baak en de horizontale as waarom de kijker draait.

Uit fig. 71 volgt namelijk, als wij de horizontaal OP trekken, dat het voetpunt M der baak op een afstand MP = ME — EP beneden het punt O ligt. ME is nu de aflezing H bij den middendraad, terwijl EP gemakkelijk gevonden wordt uit den rechthoekigen driehoek OEP, waarin de rechthoekszijde $OP = D = Ah\, cos^2.\, \alpha + B\, cos.\, \alpha$ is, terwijl de hoek α direct wordt afgelezen; uit dien driehoek volgt dus: $EP = (Ah\, cos^2.\, \alpha + B\, cos.\, \alpha)\, tg\, \alpha =$ $= Ah\, sin.\, \alpha\, cos.\, \alpha + B\, sin.\, \alpha = \frac{1}{2} Ah\, sin.\, 2\alpha + B\, sin.\, \alpha$. Zoodat het gevraagde hoogteverschil gelijk is aan:

$$H - (\tfrac{1}{2} Ah\, sin.\, 2\alpha + B\, sin.\, \alpha).$$

§ 92. **Centraliseerende lens.** De groote moeielijkheid bij het gebruik van dezen afstandsmeter is het telkenmale berekenen van de grootheden $Ah\, cos^2.\, \alpha + B\, sin.\, \alpha$ en $\frac{1}{2} Ah\, sin.\, 2\alpha + B\, sin.\, \alpha$.

Deze berekening zou veel eenvoudiger worden, als men de inrichting zoodanig kon maken, dat B juist gelijk nul en A een rond getal b. v. 100 werd. In dit laatste geval heeft men bij horizontale vizierlijn onmiddellijk den afstand in meters, als men h in centimeters op de baak afleest, terwijl men voor hellende vizierlijn slechts met $cos^2.\, \alpha$ voor de afstanden en met $\frac{1}{2} sin.\, 2\alpha$ voor de hoogteverschillen behoeft te vermenigvuldigen; twee berekeningen, die met een speciaal daarvoor ingerichte rekenliniaal gemakkelijk kunnen uitgevoerd worden.

Bovengenoemde voordeelen kan men verkrijgen, door in den kijker een *centraliseerende lens* aan te brengen, dat is eene lens, die zich tusschen de draden en het objectief *op een bepaalden afstand van het objectief* bevindt, en het punt, van waaraf de afstand evenredig is met de op de baak afgelezen hoogte h, naar het midden van het instrument verplaatst.

Zij RST (fig. 72) die centraliseerende lens op een afstand $BR = e$ van de objectieflens verwijderd en daarmede zoodanig verbonden, dat zij niet met de draden mee beweegt, bij het instellen op de baak HG.

Trekken wij dan weer uit C en D de lichtstralen CS en DT evenwijdig met AE, dan worden deze gebroken naar het brandpunt Q van de centraliseerende lens; verder gaande ontmoeten zij de objectieflens, worden daar gebroken alsof zij uit het punt P kwamen en ontmoeten eindelijk de baak in G en H. Aangezien nu de hoek KPL constant is, zoo is de afstand PE evenredig met $GH = h$ en dus $MN = D = Ah + OP$.

Ter berekening van OP merken wij op, dat P het virtueele beeld van Q is ten opzichte van de objectieflens, zoodat:

$$-\frac{1}{PB} + \frac{1}{BQ} = \frac{1}{F}$$

is, waaruit volgt: $PB = \frac{F.BQ}{F - BQ} = \frac{F(e-f)}{F+f-e}$, als f de brandpuntsafstand der centraliseerende lens voorstelt. Hieruit vinden wij eindelijk voor OP:

$$OP = OB - PB = C - \frac{F(e-f)}{F+f-e}.$$

Willen wij dus OP gelijk *nul* maken, d. i. het punt P in de as van het instrument brengen, dan moeten wij:

$$C = \frac{F(e-f)}{F+f-e}.$$

of:

$$f = e - \frac{C.F}{C+F}$$

maken, waardoor dus de constante B uit de formule voor het afstandsmeten vervalt.

§ 93. Wat de grootheid A betreft, daarvoor vinden wij uit de gelijkvormigheid van de driehoeken PGH en PKL:

$$A = \frac{PE}{HG} = \frac{PB}{KL} = \frac{F(e-f)}{F+f-e} \cdot \frac{1}{KL}.$$

Uit de gelijkvormigheid der driehoeken QKL en QST volgt verder:

$$\frac{1}{KL} = \frac{QR}{QB \,.\, ST} = \frac{f}{e-f} \cdot \frac{1}{d},$$

en dus:

$$A = \frac{F(e-f)}{F+f-e} \cdot \frac{f}{e-f} \cdot \frac{1}{d} = \frac{Ff}{F+f-e} \cdot \frac{1}{d}.$$

Om nu aan A eene waarde te geven, die door een rond getal voorgesteld wordt, moet men den afstand d der draden gelijk nemen aan:

$$\frac{Ff}{F+f-e} \cdot \frac{1}{A},$$

waarin A dat ronde getal voorstelt.

Het is echter moeielijk de draden op zoodanigen afstand aan te brengen, dat men voor:

$$A = \frac{Ff}{F+f-e} \cdot \frac{1}{d}$$

het gewenschte getal juist vindt; aangezien echter de constante A ook afhankelijk is van den afstand e der twee lenzen, zoo kan men, als A slechts ten naastenbij de juiste waarde heeft, door eene kleine wijziging in den afstand der twee lenzen, waartoe de gelegenheid aanwezig is, aan A de gevorderde waarde geven.

Wel is waar zal door het veranderen van e de waarde van $B = OP = C - \frac{F(e-f)}{F+f-e}$ niet meer gelijk *nul* blijven, de geringe waarde echter, die deze grootheid daardoor verkrijgt, kan men zonder bezwaar verwaarloozen,

Immers, uit bovenstaande formules kan men gemakkelijk afleiden, dat, als men A met a vermindert, door het wijzigen van den afstand e, B in plaats van nul dan gelijk wordt aan:

$$(C+F)\frac{a}{A}.$$

Heeft men dus bij het opspannen der draden er voor gezorgd, dat de constante A tot op b. v. 2 % na de gevorderde waarde heeft, en is b. v. $C+F=50$ centimeter, dan wordt, door het verplaatsen der centraliseerende lens, OP hoogstens $= 50 \times \frac{2}{100} =$ 1 centimeter, eene grootheid, die bij het meten met den afstandsmeter, kan verwaarloosd worden.

Om den afstand der lenzen te regelen, zoodanig dat A de juiste waarde heeft, plaatst men de baak op een afstand van juist 100 meter voor het instrument en ziet of men daarop tusschen de draden den juisten afstand afleest (b. v. voor $A = 100$, een meter of voor $A = 200$, een halve meter); leest men te veel af, dan moet men de lenzen iets verder uit elkaar brengen, leest men te weinig af, dan moet men ze een weinig tot elkaar brengen, zoolang tot men de juiste aflezing verkrijgt.

HOOFDSTUK XI.

WATERPASINSTRUMENT.

§ 94. **Waterpassen.** Onder het hoogteverschil van twee punten verstaat men den verticalen afstand van het eene punt tot het waterpassevlak, dat door het andere punt gaat. Ter bepaling van dit hoogteverschil kan men boven beide punten een waterpas vlak aanbrengen en de afstanden van beide punten tot dit vlak meten; het verschil der twee afstanden geeft dan het gevraagde hoogteverschil. Deze methode voor het bepalen van het hoogteverschil van twee punten staat bekend onder den naam van *waterpassen.*

Het waterpas vlak wordt voor bovengenoemd doel verkregen door middel van het waterpasinstrument, bestaande uit een kijker, die om eene verticale as kan draaien, zoodanig dat de vizierlijn altijd horizontaal is en dus bij de beweging een horizontaal vlak beschrijft. De bepaling van de afstanden der twee punten tot dit vlak geschiedt met behulp van de waterpasbaken, waarop men afleest de punten waar de horizontale op de baken gerichte vizierlijn deze treffen.

§ 95. **Waterpasbaken.** Men onderscheidt twee soorten van waterpasbaken: *zelfleesbaken* en *baken met bordjes.*

De zelfleesbaak bestaat uit eene platte lat van goed rechtdradig hout, van onderen van een ijzeren schoen voorzien en op het wit geschilderd voorvlak in decimeters en centimeters verdeeld; van de verdeeling, die zoodanig moet zijn ingericht, dat men met den kijker daarop kan aflezen, zijn in fig. 75 en 76 een paar voorbeelden gegeven. Van den onderkant van den voet als nulpunt beginnende zijn de *decimeters* naar boven door *recht*opstaande cijfers genummerd. De verdeeling gaat niet verder dan in centimeters; valt de horizontale draad van den kijker tusschen twee deelstrepen in, dan kan men het aantal millimeters gemakkelijk schatten.

De baak met bordje bestaat uit een vierkante lat, waarlangs een bordje op en neer geschoven kan worden. Dit bordje ter grootte van ongeveer 25 centimeter is, zooals fig. 74 aanwijst, in vier deelen verdeeld, waarvan er gewoonlijk twee wit en twee rood geschilderd zijn. Het wordt door den baakhouder, op aanwijzing van den waarnemer bij het instrument, zoo lang naar omhoog of naar omlaag geschoven, tot de horizontale draad van den kijker juist de horizontale afscheiding op het bordje dekt.

Eene schaalverdeeling, op een der zijkanten van de baak aangebracht, geeft den baakhouder dan de gelegenheid den afstand van die lijn tot den voet der baak te bepalen. Het tijdroovende van door verschuiving op aanwijzing van een ander het bordje op de juiste plaats te brengen en de wijze waarop men hier van den baakhouder afhangt, zijn oorzaak, dat deze baken door de zelfleesbaken meer en meer verdrongen worden.

Ten einde zich bij het gebruik van den verticalen stand der baak te kunnen overtuigen, is soms terzijde daaraan een schietlood of een doosluchtbel aangebracht.

§ 96. **Waterpasinstrument.** In fig. 77 is een waterpasinstrument voorgesteld, dat op de eenvoudigste wijze is ingericht. De kijker AA en het daaraan evenwijdige niveau BB′ zijn vast aan elkaar en aan de daarop loodrecht staande as verbonden. Deze as kan in de bus C draaien en door middel van de stelschroeven DD, waarmede het instrnment op den drievoet steunt, verticaal gesteld worden. Met behulp van de correctieschroef B is het mogelijk de richtlijn van het niveau, dat om B′ kan draaien, loodrecht op de as te stellen en door middel van de schroefjes EE, die op het diaphragma werken, kan de vizierlijn van den kijker evenwijdig aan die richtlijn gemaakt worden. Dit zijn de twee eischen waaraan het waterpasinstrument moet voldoen. De laatste is echter de voornaamste. Is namelijk aan den eersten eisch niet geheel voldaan, dan zal de as niet juist verticaal gesteld worden en, bij het richten in verschillende richtingen, de bel niet blijven inspelen. Doet men echter telkenmale, voordat men op de baak afleest, de bel inspelen, dan is, als slechts aan de 2de voorwaarde nauwkeurig voldaan wordt, de vizierlijn telkens horizontaal.

Geheel hetzelfde geldt wat betreft de opstelling van het instrument; de as moet namelijk verticaal gesteld worden, zoodat, welken stand men ook aan den kijker geeft, de vizierlijn steeds horizontaal is. Mocht echter de as niet zuiver verticaal zijn, dan zal de vizierlijn niet altijd horizontaal blijven; neemt men echter de uitwijking van de bel door de stelschroeven weg, dan is bij de aflezing de vizierlijn horizontaal. Hoofdzaak is het dus, dat de vizierlijn en de richtlijn onderling evenwijdig zijn en dat tijdens de aflezing de bel inspeelt.

De twee andere voorwaarden moeten daarom niet geheel verwaarloosd worden. Mocht namelijk de richtlijn te veel van den rechthoekigen stand op de as, of de as te veel van den verticalen stand afwijken, dan zou men, bij het doen inspelen der bel, zooveel aan de stelschroeven moeten draaien, dat de vizierlijn merkbaar hooger of lager zou komen te liggen, welke verandering in hoogte onveranderd als fout in de meting zou overgaan.

§ 97. **Opstelling en gebruik.** Ter bepaling van het hoogteverschil van twee punten plaatst men het instrument zoo, dat men op de baken, op die twee punten geplaatst, kan aflezen. De as wordt eerst zoo goed mogelijk verticaal gesteld en dan op een der baken gericht. Speelt de bel dan niet volkomen in, dan doet men haar eerst inspelen door middel van de stelschroef, die zich het dichtst onder den kijker bevindt, en leest daarna op de baak den stand van den horizontalen draad af. Vervolgens richt men op de tweede baak, doet opnieuw de bel inspelen en leest weer af. Het verschil der twee aflezingen geeft dan het hoogteverschil.

Mocht de vizierlijn niet zuiver evenwijdig zijn met de richtlijn van het niveau, dan zal men in de meting eene fout maken, die men echter kan elimineeren door de standplaats van het instrument zoodanig te kiezen, dat het op gelijke afstanden van de twee baken verwijderd is (*waterpassen uit het midden*). Men maakt dan bij beide aflezingen dezelfde fout in denzelfden zin en deze vernietigen elkaar dus bij het aftrekken.

§ 98. **Regeling.** In welke volgorde de regeling moet plaats hebben, n. l. of eerst de richtlijn rechthoekig op de as en dan de vizierlijn evenwijdig aan de richtlijn moet gebracht worden, of omgekeerd, is geheel afhankelijk van de inrichting van het instrument. Bij het instrument, in fig. 77 voorgesteld, moet men beginnen met de richtlijn loodrecht op de as te plaatsen. Wat deze regeling betreft, daarvoor kunnen wij verwijzen naar hetgeen daaromtrent vroeger in hoofdstuk III gezegd is.

Het onderzoek naar de evenwijdigheid van richtlijn en vizierlijn geschiedt op het terrein. Men plaatst daartoe op twee piketpaaltjes A en B, (fig. 73), op ongeveer honderd meter van elkaar, twee waterpasbaken, stelt het instrument in het midden bij C op en leest bij inspelende bel op deze baken de hoogten H en h af.

Het verschil $H - h$ dier twee aflezingen geeft dan zuiver het hoogteverschil van de bovenkanten van de twee piketten, ook al is de vizierlijn niet evenwijdig aan de richtlijn, zooals uit de figuur duidelijk blijkt. Plaatst men nu het instrument in D op eenigen afstand achter een der baken, dan zal men, op beide baken bij inspelende bel aflezende, hetzelfde hoogteverschil moeten vinden. Is echter, zooals in de figuur verondersteld is, de vizierlijn niet evenwijdig aan de richtlijn, dan geeft het verschil $H' - h'$ van de twee aflezingen niet hetzelfde hoogteverschil. Doet dat geval zich voor, dan moet men met behulp van de correctieschroeven, die op het diaphragma werken, de fout herstellen.

Om uit te maken in welken zin het kruispunt der draden verplaatst moet worden, doet men het best eerst op de dichtstbij zijnde baak, dat is hier B, af te lezen, en uit die aflezing h' en het bekende hoogteverschil $H - h$ op te maken, wat men op de andere baak zou moeten aflezen; leest men daarop, zooals in de figuur is voorgesteld, minder af, dan helt de vizierlijn naar *beneden* en men moet het kruispunt der draden dus een weinig naar *omlaag* brengen.

Is het verschil tusschen hetgeen men moest aflezen en hetgeen men werkelijk afleest p, dan zal men de draden zooveel moeten verplaatsen, tot men op de baak A, in het in de figuur onderstelde geval:

$$H' + p + \frac{p}{n},$$

afleest, waarin n voorstelt, het hoeveelste gedeelte de afstand BD van den afstand AB der baken is.

Heeft men deze aflezing op de tweede baak verkregen, dan leest men nog eens op de eerste en dan op de tweede af, om te zien of het instrument nu goed geregeld is.

Ten einde, bij het aflezen op de baak, van de geheele lengte van den horizontalen draad gebruik te kunnen maken, moet men er voor zorgen, dat hij loodrecht staat op de as van het instrument.

Van den juisten stand van den draad overtuigt men zich door op een punt te richten en de kijker om de as te draaien; blijft de draad daarbij steeds door hetzelfde punt gaan, dan is het goed; zoo niet, dan moet men de fout herstellen, door het diaphragma een weinig te verdraaien, waartoe bij de meeste instrumenten op de een of andere wijze gelegenheid is.

§ 99. **Niveau-cercle.** Niet bij alle waterpasinstrumenten zijn kijker en niveau, zooals bij het in fig. 77 voorgestelde, onderling en met de as vast verbonden. Bij vele instrumenten kunnen kijker en niveau, hetzij te zamen, hetzij ieder afzonderlijk, van de overige deelen van het instrument verwijderd worden, om daardoor eensdeels de regeling te vereenvoudigen, anderdeels de fouten in de regeling van het instrument te kunnen elimineeren, ook al waterpast men niet van uit het midden.

Strikt genomen, kunnen al die instrumenten op de bovenbeschreven wijze behandeld en geregeld worden, zoo men er slechts voor zorgt de bewegelijke deelen steeds in denzelfden betrekkelijken stand te gebruiken. Door de gewijzigde inrichting dier instrumenten kan men echter ook langs een anderen weg tot de regeling geraken en zoo men wil, de fouten van regeling bij de meting elimineeren.

Die methoden van regeling en meting zijn echter voor iedere bijzondere inrichting verschillend, zoodat wij, om volledig te zijn, al de verschillende constructies afzonderlijk zouden moeten behandelen. Wij zullen ons hier er toe bepalen een van de eenvoudigste van die waterpasinstrumenten naarder te beschrijven en daarop de bijzondere wijze van regeling en de eliminatie der fouten aan te wijzen. Wij kiezen daartoe de in fig. 78, voorgestelde *niveau-cercle van Lenoir*, zonder door die keuze in het minst andere constructies bij deze te willen achterstellen.

Het in fig. 78 voorgestelde instrument bestaat uit een cirkelrand C, die door middel van drie stelschroeven D ondersteund en horizontaal gesteld kan worden. Op dien cirkelrand rust, met behulp van twee vierkante en even hooge blokken FF, de kijker AA. Op diezelfde blokken FF rust eindelijk het niveau BB'. Dit niveau kan dus van den kijker en de kijker van den rand afgenomen worden.

§ 100. **Regeling van den niveau-cercle.** De evenwijdigheid van vizierlijn en richtlijn kan hier, ten minste in verticalen zin, waarop het vooral aankomt, verkregen worden door:

1°. de richtlijn van het niveau evenwijdig te brengen aan den onderkant van het niveau, en

2°. de kijker te centreeren, d. w. z. de vizierlijn evenwijdig te brengen met het vlak gaande door de boven- of de onderkanten der blokken FF.

Wordt aan beide eischen voldaan en plaatst men niveau en kijker op de in de figuur aangewezen wijze op elkaar, dan zal bij inspelende bel de vizierlijn horizontaal zijn.

Om te onderzoeken of aan de eerste voorwaarde voldaan is, doet men, zooals reeds in § 21 is behandeld, de bel inspelen en draait dan het niveau op de blokken 180° om eene verticale as om. Speelt het niveau nog in, dan is het goed, anders moet men de uitwijking der bel voor de helft met behulp van de correctieschroef B wegnemen.

Om te zien of de kijker goed gecentreerd is, richt men op een baak en leest af, draait men nu den kijker het ondersteboven en leest weer op de baak af, dan zal men dezelfde aflezing moeten verkrijgen. Leest men niet hetzelfde af, dan is de kijker niet goed gecentreerd en moet men de afwijking voor de helft met behulp van de correctieschroeven EE wegnemen. In plaats van op eene baak, kan men voor dit onderzoek ook op een willekeurig punt richten; na het omkeeren van den kijker moet men dan op hetzelfde punt gericht zijn.

Het is duidelijk dat de twee blokken FF bij dit instrument juist dezelfde hoogte moeten hebben. Het onderzoek daaromtrent is eenvoudig: plaatst men het niveau op de blokken en doet men het met behulp van de stelschroeven DD inspelen, dan moet het, als men de blokken onderling verwisselt, zonder daarbij ook het niveau om te keeren, nog inspelen. Doet het dit niet, dan moet men de blokken laten afslijpen.

§ 101. **Eliminatie van de fouten van regeling.** De opstelling en het gebruik van het instrument komt geheel op hetzelfde neer, als bij het vroeger beschreven waterpasinstrument in § 97 is aangegeven. Men stelt eerst den rand zoo goed mogelijk horizontaal, door het niveau, dat op de blokken geplaatst is, eerst evenwijdig te brengen met de verbindingslijn van twee schroeven en het daarmede te doen inspelen, en het dan in eenen stand, rechthoekig op den eersten, met behulp van de derde stelschroef tot inspeling te brengen. Vervolgens richt men op eene der baken, doet de bel juist inspelen en leest af en herhaalt dit ook voor de tweede baak.

Bevindt het instrument zich op gelijke afstanden van de twee baken, dan zijn hierdoor tevens de fouten geëlimieerd, die in het regelen van het instrument mochten overgebleven zijn; bevindt het zich niet op gelijke afstanden van de twee baken, dan kan men die fouten elimineeren door het doen van eene tweede meting, als men daarbij den kijker het ondersteboven legt, en het niveau 180° om eene verticale as omdraait.

Is de kijker namelijk niet goed gecentreerd, dan zal men b. v. den eersten keer een zekeren afstand te hoog aflezen, maar daarna door het ondersteboven leggen van den kijker evenveel te laag aflezen, zoodat deze fouten elkaar bij het nemen van het gemiddelde elimineeren. Op gelijke wijze zal men door het omdraaien van het niveau, den eenen keer evenveel te veel als den anderen keer te weinig aflezen, zoodat deze fouten elkaar ook opheffen.

De fouten, voortspruitende uit het niet even hoog zijn van de twee blokken, kunnen door de meting niet geëlimineerd worden; op de juiste afmetingen der blokken moet dus goed gelet worden.

HOOFDSTUK XII.

BAROMETER.

§ 102. **Kwik- en metaalbarometer.** Daar de drukking, die de lucht op verschillende plaatsen op een vlak van dezelfde grootte uitoefent, afhankelijk is van de hoogte, waarop zich dat vlak bevindt, zoo is het mogelijk uit de op twee punten gemeten drukkingen der lucht het hoogteverschil dier twee punten te bepalen.

Het werktuig, waarmede de drukking der lucht gemeten wordt, is de barometer. Het wordt in tweeërlei vorm gebruikt: als kwikbarometer en als aneroïde. De kwikbarometer is uit de natuurkundige handboeken genoeg bekend, zoodat het niet noodig is hem hier in bijzonderheden te beschrijven, te meer daar hij voor het eigenlijke hoogtemeten, ten gevolge van zijne lastige behandeling en zijn moeielijk transport, voor den ingenieur van betrekkelijk weinig waarde is. Hij wordt alleen gebruikt om er de aanwijzingen van de aneroïde mee te vergelijken, zooals hieronder zal blijken,

De meting met de aneroïde of metaalbarometer berust op het bepalen van de vormverandering, die eene luchtledige doos ondergaat ten gevolge van de verandering van de drukking der omgevende lucht. Van de verschillende inrichtingen, die aan de aneroïde gegeven zijn, zullen wij hier alleen die van Naudet nader beschrijven en het gebruik daarvan aanwijzen, omdat de aneroïde onder dezen vorm het meest voor het beoogde doel gebruikt wordt.

§ 103. **Beschrijving van de aneroïde van Naudet.** Op de plaat AA, (fig. 79), die zich op den bodem van de met eene glazen plaat gedekte messing-doos bevindt, is de zooveel mogelijk luchtledige doos BB bevestigd. Deze doos is van een zeer dunnen bodem en een eveneens zeer dunne en golfvormig gebogen deksel voorzien, dat door de drukking van de lucht naar binnen en door zijn eigen veerkracht naar buiten gedrukt wordt. In het midden op dat deksel is een zuiltje C bevestigd, dat door de zwanenhalsvormig gebogen veer D naar omhoog gedrukt wordt en dus de veerkracht van het deksel vermeerdert. De spanning van de veer en de drukking van de lucht op de doos zullen nu evenwicht maken. Verandert de drukking van de lucht, dan wordt het evenwicht verbroken; er heeft eene kleine vormverandering in de veer en de doos plaats, die zoolang vermeerdert tot het evenwicht weer hersteld is. Neemt de drukking van de lucht *toe*, dan wordt de doos ingedrukt en de veer wordt door het dalen van het zuiltje C sterker gespannen. Neemt de drukking *af*, dan verkrijgt de spanning van de veer de overhand en trekt het deksel van de doos naar omhoog. Bij het *grooter* worden van de drukking der lucht gaat dus de veer naar *omlaag*, bij het *kleiner* worden naar *omhoog*.

Om deze kleine verandering in den stand der veer te kunnen meten en daaruit de luchtdrukking te kunnen afleiden, wordt die verandering door een stel hefboomen sterk vergroot (ongeveer 150 maal) op een wijzer overgebracht en op eene schaalverdeeling afgelezen.

Hiertoe is aan de veer D de staaf E bevestigd, die door middel van de staaf F de beweging van de veer op de as HH overbrengt; de staaf K brengt deze beweging weer over op de fijne ketting L, die op het trommeltje M gewonden is, dat op dezelfde as N zit als de wijzer P, en die altijd gespannen wordt door de spiraalveer R. Wordt de luchtdrukking dus grooter, dan gaan de veer D en de staaf E naar omlaag, de as HH draait met de staaf K naar rechts, het kettinkje wordt van de trommel afgewonden, de trommel en de naald moeten dus te zamen omdraaien in de richting van de wijzers van het uurwerk. Wordt de luchtdrukking daarentegen geringer, dan gaan de veer en de staaf naar omhoog, de as HH en de staaf K draaien naar links en de veer R doet nu de trommel en den wijzer zoolang naar links draaien, tot het kettinkje weer gespannen is.

De wijzer P beweegt zich over eene schaalverdeeling, die meestal in gelijke deelen verdeeld is, en de drukking in centimeters of millimeters moet aanduiden, op de wijze als zulks door den kwikbarometer gedaan wordt. Het is hierbij natuurlijk noodig, dat de verhouding van de hefboomen zoodanig gekozen wordt, dat bij eene vermeerdering van de drukking met een millimeter kwik de wijzer ook juist eene verdeeling vooruitgaat. Daarom is het scharnierpunt G verplaatsbaar door middel van de twee correctieschroefjes *a* en *b*. De verbinding daarvan met de as HH heeft namelijk plaats door middel van het plaatje *c*, dat door het tegenwicht S tegen de punt van het schroefje *b* gedrukt wordt.

Om eindelijk te zorgen dat bij eene bepaalde drukking, bijv. bij 760 millimeter, de aanwijzing van de aneroïde juist overeenkomt met die van een tot de temperatuur nul herleide kwikbarometer, kan de spanning van de veer D door middel van de schroef T gewijzigd en daardoor de wijzer verplaatst worden.

De regeling van de aneroïde met behulp van de schroeven *a*, *b* en T wordt door den instrumentmaker verricht. Het is zaak later aan den stand dier schroeven niets te veranderen en de zich vertoonende afwijking tusschen aneroïde en kwikbarometer liever op de aanstonds te behandelen wijze in rekening te brengen.

Daar de temperatuur van de aneroïde van veel invloed is op hare aanwijzing, zoo is ter bepaling van die temperatuur in de wijzerplaat een thermometer U aangebracht. Bij het gebruik moet men zorg dragen, dat de aneroïde eene gelijkmatige temperatuur bezit, die dan door den thermometer wordt aangewezen; men moet daartoe de aneroïde steeds in het foedraal laten en dit alleen even openen om den stand van den wijzer en van den thermometer af te lezen.

§ 104. **Herleiding van de aneroïde-aflezing tot kwikhoogte.** Ter bepaling van de drukking der lucht met behulp van de aneroïde heeft men slechts den stand van den wijzer op de wijzerplaat af te lezen. Daarbij moet men zorgen. de aneroïde horizontaal te houden, omdat anders het tegenwicht S niet goed werkt, vóór het aflezen op het glazen deksel te kloppen om de traagheid van het kettinkje te overwinnen, en het oog te plaatsen in een vlak, dat loodrecht op de wijzerplaat staat en door de naald gaat, om daardoor de parallax bij de aflezing te vermijden.

De drukking, die men op deze wijze afleest, is echter niet dezelfde, die een kwikbarometer bij nul graden zou aanwijzen; om hiertoe te geraken, moeten aan de aflezing nog verschillende cortiën aangebracht worden.

Deze zijn:

1°. *De temperatuurs-correctie.* Is de temperatuur van de aneroïde t°, dan zal zij eene andere aanwijzing opleveren, dan bij de temperatuur van smeltend ijs; de daarvoor aan te brengen correctie zal natuurlijk veranderen met de temperatuur. Bij de aneoïde van Naudet is uit proeven gebleken, dat die correctie in verreweg de meeste gevallen evenredig is met de temperatuur en dat zij van de aneroïde-aflezing moet worden afgetrokken. Zij dus b de zoogenaamde temperatuurs-coëfficient, (die meestal tusschen 0.06 en 0.18, voor de temperatuur naar den honderddeeligen thermometer, gelegen is), dan is de aan de aneroïde-aflezing aan te brengen temperatuurs-correctie: $-bt$;

2°. *De verdeelings-correctie.* Is de aneroïde niet zuiver geregeld, zoodat eene verandering van 1 mM. in den stand van de aneroïde niet overeenkomt met eene verandering van 1 mM. kwik in de drukking der lucht, maar bijv. met $(1+c)$, dan zal, als de aneroïde van 760 mM. tot A stijgt, de luchtdrukking niet met $A-760$, maar met:

$$(A-760)\,(1+c) = (A-760) + c\,(A-760)$$

zijn toegenomen; komt de aneroide-aflezing dus bij 760 mM. met die van den kwikbarometer overeen, dan zal zij nu $c\,(A-760)$ lager staan en de aneroïde-aflezing A moet dus met de correctie $c\,(A-760)$ vermeerderd worden.

3°. *Standcorrectie.* Zijn deze twee correctiën aan de aneroïde-aflezing A aangebracht, dan zal deze meestal nog een constant verschil met de op nul graden gereduceerde aanwijzing van den kwikbarometer opleveren. Om er dus deze aflezing uit af te kunnen leiden, moet er nog eene derde correctie a worden aangebracht, die den naam van standcorrectie draagt.

Is dus A de aflezing van de aneroïde, t hare temperatuur en B_0 de op nul graad gereduceerde aanwijzing van den kwikbarometer, dan is:

$$B_0 = A + a - bt + c\,(A-760).$$

Bij metingen in hooggelegen landen, waar de gemiddelde drukking veel minder is dan 760 mM., is het beter in plaats hiervan eene waarde aan te nemen, ongeveer *overeenkomende met de* gemiddelde drukking.

§ 105. **Veranderingen van de constanten van de aneroïde.** De twee constanten *b* en *c*, voortspruitende uit den invloed van de temperatuur en de niet juiste regeling, zijn voor ieder instrument verschillend en moeten dus voor ieder instrument afzonderlijk bepaald worden. Voor hetzelfde instrument zijn zij echter constant; zelfs na grootere tijdsverloopen heeft men slechts geringe wijzigingen in die constanten kunnen opmerken.

Niet alzoo wat de standcorrectie *a* betreft. Bij betrekkelijk geringe veranderingen in luchtdrukking en temperatuur, en bij eene voorzichtige behandeling, blijft bij eene aneroïde, die reeds geruimen tijd in gebruik is, die correctie werkelijk constant; alleen bij een nieuwe aneroïde bemerkt men eene zeer langzame en geleidelijke toeneming van die correctie.

Bij grootere verschillen in luchtdrukking is de correctie soms ook met die drukking eenigszins veranderlijk en moet men dus voor verschillende waarden van de drukking die correctie bepalen. Daar men bij het meten met de aneroïde altijd slechts met betrekkelijk kleine verschillen in drukking te doen heeft, zoo doet men het best de constanten *a* en *c* te bepalen voor de gemiddelde luchtdrukking, die bij de meting voorkomt.

Wordt de aneroïde echter aan schokken of aan grootere temperatuurs- of drukveranderingen blootgesteld, dan ontstaan grootere veranderingen in de standcorrectie, die soms van blijvenden aard zijn, soms ook langzamerhand na onderscheidene dagen, soms eerst na eenige weken, geheel of gedeeltelijk verdwijnen.

Hieruit volgt, dat de aneroïde steeds zorgvuldig moet behandeld worden, dat zij niet aan schokken of aan groote veranderingen in drukking of temperatuur mag worden blootgesteld, ten minste niet tijdens of kort voor de meting, dat men de standcorrectie meermalen moet bepalen en dat men de meting zoo moet inrichten, dat eene verandering in de standcorrectie zooveel mogelijk geëlimineerd wordt.

§ 106. **Bepaling van de constanten b en c.** Ter bepaling van de constanten *b* en *c* moet men de aanwijzing van de aneroïde vergelijken met die van een in de nabijheid geplaatsten kwikbarometer.

Ter bepaling van den temperatuurs-coëfficient b, doet men de vergelijking bij verschillende temperaturen, die liefst zoover mogelijk uit elkaar liggen. Deze verschillende temperaturen zijn 's winters gemakkelijk te verkrijgen; door de aneroïde eenige dagen in een verwarmd vertrek en vervolgens eenige dagen in de buitenlucht of in een vertrek, waar niet gestookt wordt, met den kwikbarometer (die natuurlijk op zijn plaats kan blijven) te vergelijken. Men moet echter zorgen de aneroïde niet af te lezen, voordat zij lang genoeg aan dezelfde temperatuur is blootgesteld geweest en dus eene gelijkmatige temperatuur heeft aangenomen, gelijk aan die, welke door den thermometer wordt aangewezen. Ook dient daarbij de aneroïde niet aan sterke plotselinge veranderingen van de temperatuur blootgesteld te worden, omdat daardoor, zooals boven reeds gezegd werd, eene verandering in de standcorrectie kan onstaan, waarvan eene fout in de bepaling van b het gevolg zou zijn.

Heeft men twee vergelijkingen gedaan en daarbij op de aneroïde afgelezen A en A′ met de temperaturen t en t', en heeft men den kwikbarometer afgelezen en op nul gereduceerd en daarvoor gevonden B_0 en B'_0 dan is:

$$B_0 = A - bt + a + c\,(A - 760)$$
$$B_0' = A' - bt' + a + c\,(A' - 760).$$

Zijn die twee vergelijkingen gedaan bij barometerstanden, die weinig van elkaar verschillen, dan mag men $a + c\,(A - 760) = a + c\,(A' - 760) = a_1$ stellen; uit bovenstaande vergelijkingen volgt dan:

$$B_0 - B_0' = A - A' - b\,(t - t')$$

of:

$$b = \frac{(B_0' - A') - (B_0 - A)}{t - t'}.$$

Zijn er meer overeenkomstige aflezingen bij een ongeveer gelijken barometerstand gedaan, dan worden daardoor verschillende vergelijkingen van den vorm:

$$B_0 - A = a_1 - bt$$
$$B_0' - A' = a_1 - bt'$$
$$B_0'' - A'' = a_1 - bt'' \text{ enz.},$$

verkregen, waaruit b volgens de methode der kleinste vierkanten kan worden opgelost. Wil men van deze rekenwijze geen gebruik maken, dan kan op de volgende wijze eene vrij goede benaderde waarde voor b gevonden worden. Men neemt de vergelijkingen bij hooge en die bij lage temperatuur ieder afzonderlijk, telt de vergelijkingen in iedere groep samen en vormt op die wijze twee vergelijkingen met de onbekenden a_1 en b, waaruit deze gemakkelijk te vinden zijn.

Ter bepaling van de constante c van de verdeelings-correctie, wordt de aneroïde bij verschillende barometerstanden met den kwikbarometer vergeleken. Indien men de vergelijking slechts gedurende eenigen tijd vooral des winters dagelijks verricht, worden die verschillende standen teweeggebracht door de natuurlijke veranderingen, waaraan de luchtdrukking onderhevig is. De berekening van de constante c geschiedt op dezelfde wijze, als boven is aangegeven voor de constante b; het is hierbij echter niet noodig alleen die waarnemingen te gebruiken, die bij dezelfde temperatuur zijn verricht, aangezien men den invloed van de temperatuur door middel van den vooraf bepaalden temperatuurscoëfficient kan in rekening brengen.

§ 107. **Bepaling van de standcorrectie.** Moet de aneroïde alleen dienen tot het bepalen van betrekkelijk geringe hoogteverschillen bij barometerstanden gelegen binnen de grenzen, waarbij de bepaling van b en c heeft plaats gehad, dan kan men de standcorrectie a als constant beschouwen. Iedere vergelijking van de aneroïde met den kwikbarometer geeft dan eene bepaling van die constante volgens de vergelijking:

$$a = B_0 - A + bt - c\,(A - 760).$$

Daar echter deze constante zoo aan verandering onderhevig is, moet men hare waarde meermalen bepalen of haar invloed bij de meting elimineeren.

Komen bij de meting barometerstanden voor, die veel afwijken van die, waarbij de bepaling van de constanten b en c heeft plaats gehad, dan mag men daarbij de waarde van a niet zonder voorafgaand onderzoek als constant aannemen. Men moet dan de aneroïde met den kwikbarometer vergelijken bij groote verschillen in luchtdrukking, om daaruit de veranderlijkheid van a met den barometerstand op te maken.

Deze vergelijking kan op tweeërlei wijze plaats hebben. Men kan op natuurlijke wijze die drukverschillen verkrijgen, door de aneroïde op verschillende hoogten met den kwikbarometer te vergelijken, of op kunstmatige wijze door de vergelijking onder de luchtpomp te verrichten.

De eerste methode is tijdroovend en lastig, doordat men met beide instrumenten een berg moet bestijgen, waarbij de instrumenten tevens aan allerlei ongevallen zijn blootgesteld, die onnauwkeurigheden in de uitkomsten kunnen voortbrengen.

De tweede methode vereischt een bijzonder daartoe ingerichten toestel, waarin men de lucht *zeer langzaam* kan verdunnen, den stand van de aneroïde kan aflezen en de drukking van de lucht kan bepalen.

B. OPMETINGEN.

HOOFDSTUK XIII.

ALGEMEENE GANG DER METING.

§ 108. **Kaarten.** Bij het opnemen van een terrein stelt men zich meestal ten doel, van dat terrein eene kaart op de een of andere schaal te vervaardigen. De schaal van de kaart en de meerdere of mindere volledigheid waarmede de details opgenomen moeten worden, hangen af van het verdere doel, waarvoor de kaart zal dienen en waarvoor dus de opneming wordt verricht.

Wij zullen ons hier slechts bezighouden met de opneming van een terrein van zoodanige uitgebreidheid, dat de aarde daarbij als een plat vlak kan beschouwd worden. Dit is bij de nauwkeurigheid, die men bij de hiervoor beschreven instrumenten en methoden van meting bereikt, nog het geval, als het terrein zich in geen richting verder dan 10 uren gaans uitstrekt. In dit geval verstaan wij onder een kaart eene volgens zekere schaal verkleinde projectie op een plat en horizontaal vlak, van de punten en lijnen, die op het terrein voorkomen.

§ 109. **Net en detailmeting.** Bij het opnemen van een terrein moet men steeds zorgen van het *groote in het kleine* te meten, dat wil zeggen, dat men eerst het terrein als het ware in groote trekken moet opnemen, door de betrekkelijke ligging van slechts enkele weinige punten en lijnen van dat terrein nauwkeurig op te meten en in teekening te brengen. Ten opzichte van het aldus verkregen geraamte of net worden dan de kleinere details opgemeten en geteekend. Gaat men op deze wijze te werk, dan verkrijgt men eene gelijkmatige nauwkeurigheid in alle deelen van de opneming, doordat de fouten, die bij elke meting begaan worden, zich niet nadeelig ophoopen in eenig gedeelte der opmeting. Door eerst het net, dat slechts uit weinige lijnen en punten bestaat, nauwkeurig op te nemen, verkrijgt men een stelsel vaste punten, waaraan de détailpunten zooveel mogelijk elk afzonderlijk worden vastgelegd; zoodat de fouten, bij de bepaling van het eene detailpunt gemaakt, zonder invloed zijn op de bepaling van de anderen.

§ 110. **De verschillende methoden van opmeting.** De opmeting zoowel van het net als van de details, door middel van afstanden en hoeken, heeft plaats volgens verschillende methoden, waarvan wij de voornaamsten hier in het kort zullen uiteenzetten.

1°. *De coördinaten methode.* Laat in figuur 80, A, B, C, enz. eenige van de op te nemen punten voorstellen, dan kan men de plaats van die punten ten opzichte van de lijn OP op het terrein bepalen, door uit die punten de loodlijnen A*a*, B*b*, C*c*, enz., op de meetlijn OP neer te laten en de afstanden O*a*, O*b*, O*c*, enz., benevens de loodlijnen *a*A, *b*B, *c*C, enz. te meten, waardoor dan de coördinaten van die punten ten opzichte van een rechthoekig coördinatenstelsel bepaald zijn.

2°. *De voerstraal-methode.* Volgens deze methode worden de punten A, B, C, enz. fig. 81, allen met een centraalpunt O verbonden, door het meten van de voerstralen OA, OB, OC, enz. en van de hoeken POA, POB, POC, enz., die zij met eene bepaalde richting OP maken.

3°. *De basis-methode.* De punten A, B, C, enz. fig. 82, worden hierbij aan de basis PQ, waarvan de lengte nauwkeurig bepaald wordt, vastgelegd door het meten van de hoeken APQ, BPQ, CPQ enz., en van de hoeken AQP, BQP, CQP enz., die de lijnen, uitgaande van P en Q, met de basis maken.

4°. *De driehoeks-methode.* De volgens deze methode op te nemen punten A, B, C, enz., fig. 83, worden door de verbindingslijnen AB, BC, AC, enz., tot een stelsel van driehoeken vereenigd. Een van de verbindingslijnen bijv. AB wordt gemeten en dient dan als basis voor het geheele driehoeksnet, waarvan verder alle hoeken gemeten worden. De lengten van de andere verbindingslijnen worden door berekening uit de basis AB en uit de gemeten hoeken gevonden.

5°. *De veelhoeks-methode.* Bij de veelhoeksmeting vormen de punten met hunne verbindingslijnen een veelhoek, die zooals in fig. 84 gesloten of zooals in fig. 85 open zijn kan. De betrekkelijke ligging der punten wordt dan bepaald door het meten van de onderlinge afstanden der punten en van de hoeken, die deze afstanden in die punten samen maken.

§ 111. Bij de detailmeting zijn het vooral de onder 1, 2 en 3 van de vorige paragraaf genoemde methoden van meting, die in toepassing komen. De bij de coördinaten-methode benoodigde meetlijnen, de bij de voerstraal-methode benoodigde centrale punten en de bij de basis-methode benoodigde bases worden gevonden in de lijnen en hoekpunten van het net. De onder 4 genoemde driehoeksmeting is voor de detailmeting ongeschikt, terwijl de veelhoeksmeting daartoe alleen dan met vrucht kan worden toegepast, wanneer het er op aankomt enkele weinige rechtlijnige grensscheidingen op te nemen, die dan van zelf reeds een veelhoek vormen.

Bij de opneming van het net komen de onder 1, 2 en 3 genoemde methoden alleen in aanmerking bij een weinig uitgestrekt terrein, dat in alle richtingen kan overzien worden. Bij een eenigszins uitgestrekt terrein zijn het de driehoeks- en veelhoeksmethoden die in toepassing komen.

Daar waar de omstandigheden zulks toelaten, is de driehoeksmethode altijd boven de veelhoeks-methode te verkiezen en wel omdat men daarbij bijna uitsluitend te doen heeft met het meten van hoeken, dat veel gemakkelijker en nauwkeuriger geschieden kan, dan het meten van de vele afstanden, die men bij de veelhoeks-methode noodig heeft. Voor de enkele basis, die bij het driehoeks-net voorkomt, kan men een daartoe bij uitstek geschikt terrein opzoeken en aan het meten van die basis de noodige zorg besteden, om die te meten met eene nauwkeurigheid overeenkomende met die van de overige metingen; iets wat bij het groote aantal van de te meten afstanden voor de veelhoeks-methode niet mogelijk is. Een verder voordeel van de driehoeksmeting is gelegen in de voortdurende contrôle, die men op de meting kan uitoefenen, door meer hoeken te meten dan strikt noodig zijn voor de berekening van het net, eene contrôle die bij de veelhoeksmeting slechts zeer schaars en gebrekkig aanwezig is.

De veelhoeks-methode in menig opzicht bij de driehoeks-methode achterstaande, is echter in vele gevallen de eenig mogelijke en wel vooral daar, waar men te doen heeft met een bedekt terrein. Op een dergelijk terrein, waar een driehoeksnet geheel onmogelijk is, kan men altijd nog langs de wegen en paden, die er in voorkomen, een veelhoek aanbrengen. In dergelijk geval stelt men het net samen uit eenige aaneengesloten veelhoeken, die deels gesloten veelhoeken, deels open veelhoeken vormen, en waarvan de laatsten uitgaande van een punt van een vorigen veelhoek, sluiten op een ander reeds opgenomen punt. (Zie fig. 100).

Dikwijls doet het geval zich voor, dat in het driehoeksnet gedeelten gelegen zijn van dien aard, dat het daarover niet kan uitgestrekt worden; in die gedeelten moet men dan door veelhoeksmeting, aansluitende aan de punten van het driehoeksnet, de noodige lijnen en punten bepalen, om daaraan de détails te verbinden. (Zie fig. 98.)

Het net bestaat dan zooveel mogelijk uit een driehoeksnet, aangevuld, waar zulks noodig is, door een stel van veelhoeken.

Soms ook doet men het net bestaan uit een betrekkelijk gering aantal driehoeken en vult dit dan aan met verschillende veelhoeken, die zoo goed mogelijk met de driehoeks-punten verbonden worden en de noodige meetlijnen voor de detailmeting opleveren. (Zie fig. 99.)

Bij de opneming van een zeer lang gerekt terrein, zooals veelal bij het opmeten van het tracé van een weg voorkomt, is de veelhoeksmeting van zelf de aangewezen weg tot het verkrijgen van de noodige meetlijnen voor het opnemen van de details.

§ 112. **Het in teekening brengen van de opmeting.** Bij het in teekening brengen van het op te meten terrein heeft men te onderscheiden of de opmeting plaats heeft met het planchet of dat zulks geschiedt met eenig ander instrument, waarbij de onmiddellijke uitkomsten der metingen in cijfers verkregen worden. In het eerste geval heeft het teekenen op het terrein plaats gelijktijdig met de opmeting, in het laatste geval moet dit later t'huis geschieden.

Het in teekening brengen van de uitkomsten der metingen, die in cijfers gegeven zijn, kan op tweeërlei wijze plaats hebben. Men kan het terrein juist op dezelfde wijze in teekening brengen, als waarop het is opgenomen, d. w. z. de gemeten afstanden en hoeken direct met den dubbelen decimeter en den transporteur op het papier overbrengen, of men kan eerst door berekening de coördinaten van alle punten ten opzichte van een rechthoekig assen-stelsel bepalen en de punten dan met behulp van die coördinaten in teekening brengen.

De eerste methode vereischt weinig of geen berekening, zij geeft daarentegen, voor het geval dat een volgend punt telkens ten opzichte van een vorig punt moet worden in teekening gebracht, door de geringe nauwkeurigheid, die bij dat teekenen bereikt kan worden, aanleiding tot eene nadeelige ophooping van fouten. Bij de tweede methode is deze ophooping niet te vreezen, aangezien men de berekening zoo nauwkeurig kan maken als men verkiest en de fouten van teekening zich niet voortplanten, doordat elk punt afzonderlijk wordt in teekening gebracht; zij geeft daarentegen meer werk, wat de berekening betreft.

Voor het in teekening brengen van het *net*, dat slechts uit een gering aantal nauwkeurig opgenomen punten bestaat, zal men dus de laatste methode volgen. Het geringe aantal punten maakt het berekenen van de coördinaten niet zoo bezwarend; terwijl de ophooping van de fouten in het teekenen volgens de eerste methode, de bij het opmeten verkregen nauwkeurigheid zou te niet doen. Bij het in teekening brengen van de details zal men echter den tweeden weg volgen, aangezien het groote aantal dier punten de berekening van de coördinaten onmogelijk zou maken, en de ophooping van fouten hier niet zoo zeer te vreezen is, doordat de verschillende details direct aan het net worden verbonden.

§ 113. **Het verkennen van het terrein en het vaststellen van het net.** Alvorens men met de opneming van eenig terrein begint, moet men zich van zijne gesteldheid goed op de hoogte stellen, door het in alle richtingen te verkennen, om daardoor te weten te komen, wat opgenomen moet worden en hoe die opneming het gemakkelijkst zal uitgevoerd worden. Bestaan er reeds kaarten van het op te nemen terrein, dan kan men daarvan, hoe onvolledig zij soms ook mochten zijn, bij die verkenning een goed gebruik maken. Op die kaarten, zoonoodig op het oog eenigszins bijgewerkt, kan men dan het net voor de opmeting ontwerpen. Heeft men dergelijke kaarten niet tot zijne beschikking, dan moet men beginnen met een schets van het terrein te vervaardigen, door de voornaamste wegen, grensscheidingen en andere voorname terreinvoorwerpen zoo goed mogelijk op het oog en den pas op te nemen. Een eenvoudig instrumentje tot het meten van enkele hoeken of liever van enkele richtingen, bijv. een zakboussole, kan daarbij van veel nut zijn.

Heeft men het terrein goed verkend en eene schets daarvan vervaardigd of eene bestaande kaart zooveel noodig bijgewerkt, dan ontwerpt men daarop het net voor de opneming. Aangezien dit net voor het grootste gedeelte uit een driehoeksnet zal bestaan, zoe moet men in de eerste plaats een geschikt terrein opzoeken voor het meten van de basis. Vervolgens kiest men de andere driehoekspunten zoodanig, dat zij een geschikt driehoeksnet vormen, dat op eene voordeelige wijze met de eindpunten van de basis verbonden is, en waarvan de zijden en hoekpunten zoo gelegen zijn, dat de op te nemen détails ten opzichte van die zijden of punten zoo gemakkelijk en nauwkeurig mogelijk kunnen opgenomen worden volgens de methode, die men daarvoor gekozen heeft. Voor die gedeelten van het terrein waarover men het driehoeksnet niet kan uitbreiden, ontwerpt men dan een stelsel van veelhoeken, dat zoo goed mogelijk aan de in de nabijheid gelegen driehoeks-punten aansluit.

Heeft men op deze wijze het net voorloopig vastgesteld, dan moet men zich opnieuw naar het terrein begeven, om na te gaan, of het vastgestelde net in alle deelen zoo kan behouden blijven, of dat het in een of ander opzicht nog gewijzigd moet worden, om het gemakkelijker en nauwkeuriger te kunnen opnemen en het beter in verband te brengen met de op te nemen détails.

§ 114. **Het uitzetten van het net.** Is het net eindelijk voor goed vastgesteld, dan gaat men over tot het uitzetten er van, door de verschillende hoekpunten werkelijk op het terrein zichtbaar aan te geven. De wijze waarop dit geschiedt, hangt van omstandigheden af. Heeft men te doen met een betrekkelijk klein terrein, waar de hoekpunten dicht bij elkaar liggen en dat in korten tijd wordt opgenomen, dan kan men die punten eenvoudig door vlaggebaken aangeven. Dit zijn ronde stokken van 4 à 5 cM. middellijn en 2 à 3 meter lengte, die van onderen van een ijzeren schoen voorzien zijn.

Is de meting van langeren duur en moet men de baken op grootere afstanden kunnen zien, dan neemt men daarvoor dunne sparren, die 0,8 à 1 M. in den grond worden gegraven en door een drietal schoren in den verticalen stand worden gehouden. Om deze sparren op grootere afstanden te kunnen herkennen, wordt aan het boveneinde soms een bosje stroo, een mand, een vlag of iets dergelijks bevestigd. Deze voorwerpen dienen alleen om de baken op grooteren afstand te kunnen terugvinden; het richten moet steeds plaats hebben op de baak zelve, die men, om ze beter te kunnen zien, met kalkwater wit maakt.

Bij sommige metingen, zooals bijv. bij de kadastrale metingen, is het wenschelijk de driehoekspunten op zoodanige wijze op het terrein aan te geven, dat zij later, lang na de meting, nog gemakkelijk teruggevonden kunnen worden; om veranderingen, die op het terrein hebben plaats gehad, op eenvoudige wijze te kunnen opnemen en in de bestaande kaarten te kunnen overbrengen. Hiertoe geeft men die hoekpunten door hardsteenen aan, die dan natuurlijk zoodanig geplaatst moeten worden, dat zij niet hinderlijk zijn voor den landbouw.

Deze steenen laat men boven den grond uitsteken of zij worden na afloop der meting en wegneming der baken met grond overdekt, zoodat zij niet beschadigd kunnen worden. Heeft men die punten later weer noodig, dan kan men uit de daarvan opgemaakte beschrijving gemakkelijk de plaats vinden, waar men moet graven om het oude hoekpunt weer te voorschijn te brengen.

Tot hetzelfde doel wordt ook gebruik gemaakt van draineerbuizen, die verticaal in den grond geplaatst worden, en met grond overdekt worden.

§ 115. **Het opnemen van het net en van de details.** Is het net op deze wijze uitgezet, dan kan men eindelijk tot de eigenlijke opmeting overgaan. Meestal zal men daarbij beginnen met het net afzonderlijk op te meten om daarna over te gaan tot de détailmeting. De berekeningen, die vooral bij het net noodig zijn, zal men t'huis verrichten op de dagen, die men niet voor den veldarbeid kan bezigen. Worden de détails opgenomen met instrumenten waarbij men de uitkomsten in getallen verkrijgt, dan kan die berekening zelfs na de détailmeting worden uitgevoerd; heeft de opneming van de détails echter plaats met behulp van het planchet, dan moet de geheele berekening zijn afgeloopen, voordat men met die opneming kan beginnen en men is dan soms genoodzaakt onderscheidene dagen daaraan te besteden, die beter konden gebruikt worden voor den terreinarbeid.

De achtereenvolgens te verrichten werkzaamheden bestaan dus in het opmeten van het net, het berekenen van het net, het berekenen van de coördinaten der hoekpunten, de détailmeting en het in teekening brengen. In de volgende hoofdstukken zullen deze onderdeelen ieder afzonderlijk behandeld worden.

HOOFDSTUK XIV.

COÖRDINATEN-BEREKENING.

§ 116. **Rechthoekige coördinaten.** Het coördinaten-stelsel, dat bij het landmeten gebruikt wordt om de hoekpunten van het net in teekening te brengen, is het rechthoekige coördinaten-stelsel. Wat betreft de keuze van den oorsprong en de richting der assen, daarbij heeft men te onderscheiden, of de meting geheel op zich zelve staat of dat zij aansluit aan andere bestaande metingen.

Staat de meting geheel op zich zelve, dan is men geheel vrij in de keuze van de assen. Als oorsprong der coördinaten zal men dan meestal een punt van het driehoeksnet kiezen en wel een punt, dat op het terrein altijd gemakkelijk kan worden teruggevonden, bijv. een kerktoren of ander verheven punt, dat als hoekpunt geschikt is.

Staat de meting in verband met andere metingen, dan zal men meestal het daarbij gebezigde coördinaten-stelsel overnemen. Beide metingen moeten dan natuurlijk in minstens een punt aan elkaar aansluiten, waarvan dus de coördinaten bekend zijn, die dan als uitgangspunt voor de verdere berekening kunnen dienen.

Het coördinaten-stelsel is ten opzichte van het net volkomen bepaald, als men de coördinaten van één punt van dat net kent en tevens den hoek, die een van de lijnen van het net met een der assen maakt. Deze drie grootheden kan men dus in het eerste geval naar willekeur kiezen, in het tweede geval moeten zij uit de vroegere meting worden afgeleid. Voor deze afleiding naar Hoofdstuk XVII verwijzende, zullen wij die grootheden hier als bekend aannemen.

Wil men in het eerste geval, zooals zulks meestal plaats heeft, als richting van een der assen den meridiaan aannemen, dan moet men van een der lijnen van het net het azimuth bepalen; de wijze, waarop zulks geschiedt, zal aan het eind van dit hoofdstuk worden uiteengezet.

§ 117. **Gegevens voor de berekening.** Ter berekening van de coördinaten van de punten A_1, A_2, A_3, enz. (fig. 86), uitgaande van de bekende coördinaten $X_0 = OB_0$ en $Y_0 = B_0A_0$ van het punt A_0, verbindt men die punten tot een doorloopenden veelhoek, zooals in de figuur door getrokken lijnen is aangegeven; van dien veelhoek moet men dan kennen: de lengten van de zijden, die wij door a_0, a_1, a_2 enz. zullen uitdrukken, en de hoeken, die zij met een van de assen, bijv. de Y as, maken, en die wij door α_0, α_1, α_2, enz. zullen voorstellen.

Wat de eersten betreft, deze worden bij het meten volgens de veelhoeks-methode door directe meting gevonden, bij de driehoeksmethode vindt men ze uit de berekening van de driehoeken, zooals bij de driehoeksmeting nader zal worden uiteengezet.

De hoeken, die de zijden met de Y as maken, en die wij met den naam van *azimuthen* zullen bestempelen, in de onderstelling, dat de Y as de richting van den meridiaan volgt, worden bij de meting volgens de veelhoeks-methode met de boussole door directe meting gevonden, in alle andere gevallen moeten zij door berekening uit de hoeken van den veelhoek worden afgeleid, hetzij dan, dat die opmeting heeft plaats gehad volgens de veelhoeks-methode en men die hoeken dus onmiddellijk gemeten heeft, of dat zij door samentelling van verschillende hoeken van het driehoeksnet moeten gevonden worden.

§ 118. **Berekening der azimuthen.** Om de berekening van de azimuthen en van de coördinaten zoo eenvoudig mogelijk te maken en vergissingen daarbij zooveel mogelijk te voorkomen, is het zaak zoowel de azimuthen als de hoeken in eene bepaalde richting te tellen. Als zoodanig zullen wij voor het vervolg aannemen de richting, waarin de wijzers van het uurwerk zich bewegen. Ter bepaling van het azimuth van eene lijn, brengen wij dan door het eene eindpunt daarvan eene lijn evenwijdig met de Y as en laten die zoolang in de richting van de wijzers van het uurwerk draaien, tot zij met de eerste lijn samenvalt in de richting, waarin de berekening plaats heeft. Op deze wijze zijn in figuur 86 door gestippelde boogjes de azimuthen aangegeven, in de onderstelling dat wij bij de berekening den weg A_0, A_1, A_2, enz. volgen.

De hoeken A_1, A_2, enz., zullen wij op dezelfde wijze bepalen, door de lijn waar wij van daan komen in de richting van de wijzers van het uurwerk te laten draaien, tot zij samenvalt met de lijn, waar wij ons verder langs bewegen. Op deze wijze zijn in fig. 86 de verschillende hoeken A bepaald en door getrokken boogjes aangegeven.

Houdt men streng aan deze richting voor de hoeken vast, dan wordt het azimuth van eene volgende lijn steeds afgeleid uit dat van de vorige door bijtelling van den hoek A en aftrekking van 180°; of in formule gebracht:

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} + A_n - 180°. \qquad (1.)$$

Verlengen wij namelijk A_0A_1 tot D, dan wordt het azimuth $\alpha_1 = CA_1A_2$ gevonden, door bij het azimuth $\alpha_0 = CA_1D$ van A_0A_1 op te tellen den hoek $DA_1A_2 = A_0A_1A_2 - A_0A_1D = A_1 - 180°$, waaruit volgt:

$$\alpha_1 = \alpha_0 + A_1 - 180°.$$

Dezelfde redeneering op de andere hoekpunten toepassende, vindt men steeds dezelfde betrekking tusschen het azimuth van de vorige en dat van de volgende zijde, waaruit dus bovenstaande algemeene formule volgt.

Mocht men bij de berekening hier of daar eene negatieve waarde voor het azimuth vinden (zooals b. v. voor α_6 in fig. 86), dan kan men die in eene positieve veranderen door bijtelling van 360°. Mocht men voor het azimuth eene waarde vinden grooter dan 360°, dan kan men daarvan 360° aftrekken.

Uitgaande van het op de eene of andere wijze bepaalde of gegeven azimuth van een der lijnen (b. v. het azimuth α_0 van A_0A_1), kan men dus, door bovenstaande formule herhaaldelijk toe te passen, de azimuthen van al de andere lijnen berekenen.

§ 119. **Berekening der coördinaten.** Zijn op deze wijze de azimuthen van al de lijnen bekend, dan kan men gemakkelijk de coördinaten van al de punten berekenen. Uit fig. 86 volgt namelijk voor de *abscis* $X_1 = OB_1$ van A_1:

$$X_1 = OB_1 = OB_0 + B_0B_1 = OB_0 + EA_1 = X_0 + a_0 \textit{ sin. } \alpha_0$$

en voor de *ordinaat* $Y_1 = B_1A_1$ van datzelfde punt:

$$Y_1 = B_1A_1 = B_0E = B_0A_0 + A_0E = Y_0 + a_0 \textit{ cos. } \alpha_0.$$

Op dezelfde wijze te werk gaande, vindt men tusschen de coördinaten van een willekeurig punt en die van het onmiddellijk voorafgaande steeds dezelfde betrekking, zoodat men algemeen kan schrijven:

$$X_n = X_{n-1} + a_{n-1} \sin. \alpha_{n-1} \qquad (2.)$$

$$Y_n = Y_{n-1} + a_{n-1} \cos. \alpha_{n-1}. \qquad (3.)$$

Door deze twee formules herhaaldelijk toe te passen, vindt men uitgaande van de aangenomen of gegeven coördinaten van het punt A_0, achtereenvolgens de coördinaten van al de andere hoekpunten.

§ 120. **Het in teekening brengen van de punten, door middel van de coördinaten.** Tot het in teekening brengen van de punten door middel van de coördinaten, trekt men op het papier, op onderlinge afstanden van 1 dM., twee stel lijnen, evenwijdig aan de twee rechthoekig op elkaar staande assen. Bij eene schaal van $^1/_{1000}$ wordt hierdoor het terrein in rechthoeken van 100 M. zijde verdeeld. Tot het in teekening brengen van het punt A fig. 88, waarvan de coördinaten b. v. zijn $X = 260$, $Y = 175$ M., en dat dus valt binnen het vierkant BB′DD′ fig. 88, zet men op de twee opstaande zijden de afstanden $BC = B'C' = 75$ M. af, trekt de lijn CC′ en zet daarop het stuk $CA = 60$ M. af, alles natuurlijk in dezelfde verhouding ($^1/_{1000}$) verkleind.

Heeft men op deze wijze al de punten uitgezet, dan kan men, ter contrôle van die bewerking, de onderlinge afstanden van die punten op de kaart meten, en vergelijken met de bekende waarden van die afstanden, zooals die door directe meting of door de berekening gevonden zijn.

§ 121. **Het berekenen van de lengte en van het azimuth van eene lijn uit de coördinaten van de eindpunten.** Het omgekeerde vraagstuk: uit de coördinaten van de punten A_0 en A_1 fig. 87 den afstand A_0A_1 en het azimuth α van de verbindingslijn dier punten af te leiden, doet zich ook soms voor.

Ter oplossing hiervan vinden wij uit de formules van de vorige paragraaf:

$$A_0A_1 \sin. \alpha = X_1 - X_0 \text{ en } A_0A_1 \cos. \alpha = Y_1 - Y_0,$$

waaruit door deeling volgt:

$$tg. \alpha = \frac{X_1 - X_0}{Y_1 - Y_0}. \qquad (4)$$

Heeft men uit deze formule het azimuth berekend, dan vindt men voor de lengte van de lijn A_0A_1 de twee volgende uitdrukkingen:

$$A_0A_1 = \frac{X_1 - X_0}{sin.\, \alpha} \text{ en } A_0A_1 = \frac{Y_1 - Y_0}{cos.\, \alpha}, \qquad (5.)$$

die dezelfde uitkomst moeten geven en daardoor eene contrôle voor de berekening opleveren.

Omtrent form. (4) dient nog opgemerkt te worden, dat daardoor twee azimuthen bepaald worden, die 180° van elkaar verschillen, overeenkomende met de twee azimuthen van de verbindingslijn der twee punten, dat is het azimuth van $A_0A_1 = \alpha$ en dat van A_1A_0, in de figuur 87 door α' aangegeven.

Om uit te maken welke waarde van α uit form. (4) het azimuth α van A_0A_1 is, heeft men slechts de teekens van $X_1 - X_0$ en $Y_1 - Y_0$ na te gaan; aangezien deze grootheden respectievelijk evenredig zijn met den *sinus* en den *cosinus* van het azimuth, zoo zijn de teekens dier trigonometrische lijnen bekend en dus ook het quadrant waarin de hoek α gelegen is.

§ 122. **Berekening van de geographische lengte en breedte.** Behalve door hunne rechthoekige coördinaten, worden de punten ook wel gegeven door hunne geographische lengte en breedte. Wij zullen dus moeten nagaan, hoe men uit de bekende lengte en breedte van een punt A_0 (fig. 89), die van een tweede punt A_1 kan vinden, als dat punt, ten opzichte van het eerste bepaald is door den afstand $A_0A_1 = a$, en door het azimuth α van A_0A_1 in het punt A_0. Wij zullen ons daarbij alleen tot eene eerste benadering bepalen, die volkomen voldoende is bij de betrekkelijk korte afstanden, die bij het landmeten voorkomen.

Zijn A_0P en A_1P de meridianen van de twee punten, CP de eerste meridiaan, B_0 en B_1 de breedten, L_0 en L_1 de lengten van A_0 en A_1, en stellen wij $B_1 = B_0 + b$ en $L_1 = L_0 + l$, dan moeten wij de twee kleine hoeken b en l berekenen.

Nemen wij op A_0P een punt E op dezelfde breedte B_1 als het punt A_1, dan komt A_0E overeen met het te berekenen breedteverschil b. Daar nu de bogen A_0A_1, A_0E en A_1E klein zijn, zoo mogen wij A_0EA_1 als een vlak rechthoekig driehoekje beschouwen, waaruit volgt: (voor b uitgedrukt in lengtemaat): $b = A_0E = a\, cos.\, \alpha$; of als wij de straal volgens welke de meridiaan gekromd is door R_1 voorstellen, dan is b in seconden uitgedrukt:

$$b = \frac{a\, cos.\, \alpha}{R_1}\, 206265''.$$

Ter bepaling van het lengteverschil $l = L_1 - L_0$, vinden wij uit denzelfden driehoek $EA_1 = a \sin. \alpha$, en aangezien de straal van den parallelcirkel, op de breedte B_1, waarop deze lengte gemeten wordt, gelijk $R_2 \cos. B_1$ is, zoo is het lengteverschil in seconden uitgedrukt:

$$l = \frac{a \sin. \alpha}{R_2 \cos. B_1} 206265''.$$

Wij vinden dus voor de breedte en lengte van A_1:

$$B_1 = B_0 + \frac{a \cos. \alpha}{R_1} 206265'', \qquad (6.)$$

en:

$$L_1 = L_0 + \frac{a \sin. \alpha}{R_2 \cos. B_1} 206265''. \qquad (7.)$$

Beschouwt men de aarde als een bol, dan is de kromming in alle richtingen dezelfde en voor R_1 en R_2 kan men dan den straal van den bol nemen. In werkelijkheid is de kromming in de richting van den meridiaan anders dan die in eene richting loodrecht daarop; om hiermede rekening te houden moet men:

$$R_1 = R \frac{1 - e^2}{(1 - e^2 \sin^2. B_0)^{3/2}} \quad \text{en} \quad R_2 = \frac{R}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2. B_1}}$$

nemen, waarin R de straal van den equator en e de excentriciteit van de meridiaanellips voorstelt.

In deze formules mag men, omdat B_1 en B_0 slechts weinig van elkaar verschillen, in plaats van B_1 ook B_0 bezigen.

§ 123. **Invloed van de convergentie der meridianen op de berekening der azimuthen.** Heeft het terrein eenige uitgestrektheid in de richting loodrecht op den meridiaan, dan mogen de azimuthen, zooals die hiervoor bij de berekening van de coördinaten zijn gevonden, niet direct bij bovenstaande formules toegepast worden. Aangezien de meridianen niet evenwijdig loopen, maar naar de pool convergeeren, zoo vallen de parallellen aan de Y-as niet samen met de meridianen en geven de berekende hoeken α dus niet zuiver de azimuthen aan. Om hiermede rekening te houden moet men aan form. (1) eene kleine correctie aanbrengen, die voortspruit uit het verschil van het azimuth van de lijn A_0A_1 fig. 89, bepaald in de twee punten A_0 en A_1.

Dat azimuth in A_1 gemeten: namelijk PA_1D, is niet meer (zooals in fig. 86) gelijk aan het azimuth $\alpha = PA_0A_1$ in A_0 gemeten, maar is een zekere hoek δ grooter.

Uit den driehoek A_0PA_1, dien wij hier als een bolvormigen driehoek mogen beschouwen en waarin:

$$A_0P = 90^\circ - B_0$$
$$A_1P = 90^\circ - B_1$$
$$\text{hoek } PA_0A_1 = \alpha.$$
$$\text{hoek } PA_1A_0 = 180^\circ - PA_1D = 180^\circ - \alpha - \delta$$

is, vinden wij door toepassing van den sinus-regel:

$$\frac{\sin. PA_1A_0}{\sin. PA_0A_1} = \frac{\sin. PA_0}{\sin. PA_1},$$

of:

$$\frac{\sin. (\alpha + \delta)}{\sin. \alpha} = \frac{\cos. B_0}{\cos. B_1} = \frac{\cos. (B_1 - b)}{\cos. B_1}.$$

Ontwikkelen wij in bovenstaande uitdrukking $\sin. (\alpha + \delta)$ en $\cos. (B_1 - b)$ en stellen, $\sin. \delta = \delta$, $\sin. b = b$, $\cos. \delta = 1$ en $\cos. b = 1$, hetgeen wegens de kleinheid dier hoeken geoorloofd is, dan vinden wij:

$$1 + \delta \frac{\cos. \alpha}{\sin. \alpha} = 1 + b \frac{\sin. B_1}{\cos. B_1}$$

of:

$$\delta = b\, tg.\, B_1\, tg.\, \alpha = \frac{a \cos. \alpha}{R}\, tg.\, B_1\, tg.\, \alpha\, 206265'' =$$

$$= \frac{a \sin. \alpha}{R \cos. B_1} \sin. B_1\, 206265'' = l \sin. B_1.$$

De aan het azimuth aan te brengen correctie, bij den overgang van A_0 naar A_1, wordt dus uitgedrukt door:

$$\delta = \frac{a \sin. \alpha}{R}\, tg\, B_1\, 206265'' = l \sin. B_1. \qquad (8.)$$

l = geogr. leng. versch.

§ 124. **Astronomische azimuthsbepaling.** Zooals hiervoor is aangeduid, moet men, indien eene der coördinaten-assen evenwijdig met den meridiaan zal loopen, het azimuth van een der lijnen van het net bepalen. Komt het daarbij niet op groote nauwkeurigheid aan, maar is het alleen te doen om de richting van het noorden aan te geven, ten einde zich beter op het terrein te kunnen oriënteeren, dan kan dat azimuth met behulp van een boussole bepaald worden. Wordt echter eene grootere nauwkeurigheid vereischt, eene nauwkeurigheid overeenkomende met die, welke bij de opmeting van het net wordt bereikt, en is het niet mogelijk door aansluiting aan bestaande metingen met genoegzame zekerheid dat azimuth af te leiden, dan moet men zijne toevlucht nemen tot eene astronomische bepaling van dat azimuth.

Met verwijzing naar de bestaande leerboeken voor cosmographie, voor wat betreft de astronomische begrippen en benamingen, zullen wij hier in het kort aangeven, hoe men, met behulp van de bij het landmeten gebruikelijke instrumenten, dat azimuth kan bepalen, met eene voor het beoogde doel voldoende nauwkeurigheid.

§ 125. **Correspondeerende stershoogten.** Een vaste ster, volgt bij hare schijnbare dagelijksche beweging aan den hemel een baan, die in den meridiaan haar hoogste punt (culminatie-punt) bereikt. Bij twee standen, voor en na de culminatie, als de ster zich op dezelfde hoogte bevindt, maken de hoogtecirkels van de ster aan weerszijden gelijke hoeken met den meridiaan. Meten wij dus in beide gevallen den horizontalen hoek tusschen de ster en de lijn, waarvan wij het azimuth willen kennen, dan is de halve som dier twee hoeken het gevraagde azimuth. Zij in fig. 90, TN de richting van den meridiaan, TS en TS′ de richtingen van de ster in de twee standen voor en na de culminatie en TA de lijn, waarvan wij het azimuth willen bepalen, dan meten wij den eersten keer hoek $ATS = m$, de tweede maal $ATS' = n$; het arithmetisch gemiddelde $\frac{m+n}{2}$ geeft dan den gevraagden hoek NTA.

Bij de practische uitvoering richt men met een theodoliet eerst op het punt A en dan op de ster in den stand S; uit het verschil van de twee aflezingen vindt men den hoek m. Vervolgens laat men den theodoliet staan, tot de ster na de culminatie weer ongeveer dezelfde hoogte bereikt heeft, richt den kijker dan op de ster *zonder hem om de 2de as te draaien* en wacht tot de ster zich op den horizontalen draad bevindt, waarna men den verticalen draad, door draaiing om de 1ste as, ook op de ster brengt. Door nu, na op den eersten cirkelrand afgelezen te hebben, weer op A te richten en af te lezen vindt men hoek n; waaruit eindelijk het azimuth $z = \frac{m+n}{2}$ volgt.

Het tweemaal richten op A is noodig om daardoor de fout, voortspruitende uit eene verdraaiing van den theodoliet, tusschen de twee metingen, die geruimen tijd na elkander plaats hebben, te elimineeren. Op deze wijze te werk gaande kan men zelfs in dien tusschentijd het instrument opbergen, zoo men er slechts voor zorgt, dat de vizierlijn van den kijker bij de twee metingen denzelfden hoek met den horizon maakt.

De ster, die men voor deze meting kiest, moet, om de meting onder de gunstigste omstandigheden te verrichten, zich bij eene geringe hoogte in een vlak bevinden, ongeveer loodrecht op den meridiaan. Wegens de onregelmatige straalbuiging bij al te geringe hoogte, moet men echter geen waarnemingen doen bij hoogten kleiner dan 10°.

§ 126. **Correspondeerende zonshoogten.** Tot hetzelfde doel kan men ook de zon bezigen; daarbij moet men echter, omdat het niet mogelijk is op het middelpunt te richten, de zon aan de draden laten raken, de eene keer rechts de tweede keer links, of omgekeerd, zooals in fig. 91 is voorgesteld.

Aangezien echter de declinatie van de zon niet constant is, zooals die van de vaste sterren, zoo zullen de hoeken NTS en NTS′ niet meer aan elkaar gelijk zijn; aan het arithmetisch gemiddelde van m en n moet dus eene correctie worden aangebracht. Stellen wij dat bij de eerste meting hoek $NTS = A + a$ en bij de tweede $NTS' = A - a$ is, dan volgt uit de figuur, als wij aan m, n en α dezelfde beteekenis als boven hechten:

$$\alpha = ATN = ATS + NTS = m + A + a$$
$$\alpha = ATN = ATS' - NTS' = n - A + a$$

waaruit volgt, door samentelling en deeling door twee:

$$\alpha = \frac{m+n}{2} + a,$$

zoodat de aan te brengen correctie gelijk is aan a.

Ter bepaling van deze correctie, die den naam van *meridiaan-correctie* draagt, denken wij ons, om onze standplaats als middelpunt, een bol beschreven, met de eenheid als straal, en in fig. 92 op het horizontale vlak geprojecteerd. Eene verticale lijn, door het middelpunt getrokken, snijdt dat oppervlak in een punt T, het toppunt; eene lijn naar het middelpunt van de zon getrokken, snijdt den bol in het punt S, dat dus op den bol de plaats van de zon vertegenwoordigt. Een grooten cirkel door S en T gebracht, geeft den hoogtecirkel der zon aan; de lengte van boog ST is de zeniths-afstand of het complement van de hoogte. Trekken wij eene lijn evenwijdig met de aardas, dan snijdt deze den bol in het punt P, dat den naam van *pool* draagt. Het vlak van den grooten cirkel door T en P gebracht, geeft het meridiaanvlak aan. De boog NP is dan de poolshoogte of geographische breedte, PT het complement van de breedte. Trekken wij nog de boog van den grooten cirkel PS, dan is de lengte daarvan de poolsafstand of het complement van de declinatie van de zon. In den driehoek PTS, die den naam van *parallactischen driehoek* draagt, geeft verder de hoek bij T het azimuth van het hemellicht, en de hoek bij P de uurhoek van dat hemellicht aan.

Stellen wij nu de geographische breedte van de standplaats B, de hoogte van de zon h, de declinatie van de zon op den middag D, en op het oogenblik van de eerste waarneming $D-\delta$, dan is: $PT = 90^\circ - B$, $TS = 90^\circ - h$, $PS = 90^\circ - D + \delta$, $<PTS = A + a$, en uit den driehoek PST volgt dus:

$$\cos. PS = \cos. PT \cos. TS + \sin. PT \sin. TS \cos. PTS,$$

of:

$$\sin. (D - \delta) = \sin. B \sin. h + \cos. B \cos. h \cos. (A + a).$$

Op overeenkomstige wijze vinden wij uit $\triangle$ PTS', waarin S' het middelpunt van de zon bij de tweede waarneming voorstelt, en waarvan op dat oogenblik de declinatie $D+\delta$ is:

$$\sin. (D + \delta) = \sin. B \sin. h + \cos. B \cos. h \cos. (A - a).$$

Trekken wij deze twee vergelijkingen van elkaar af, dan vinden wij:

$$2 \cos. D \sin. \delta = 2 \cos. B \cos. h \sin. A \sin. a,$$

of, aangezien δ en a kleine hoeken zijn:

$$a = \delta \frac{\cos. D}{\cos. B \cos. h \sin. A}.$$

Stellen wij den uurhoek TPS, die overeenkomt met den tijd, die er nog moet verloopen voor de culminatie, dus ongeveer de helft van het tijdsverloop tusschen de twee waarnemingen, door de letter t voor, dan is in $\triangle$ PTS:

$$\frac{\sin. PS}{\sin. TS} = \frac{\sin. PTS}{\sin. TPS}, \quad \text{of:} \quad \frac{\cos. (D - \delta)}{\cos. h} = \frac{\sin. (A + a)}{\sin. t}.$$

Laten wij in deze vergelijking de kleine hoeken δ en a ten opzichte van D en A weg, dan vinden wij: $\dfrac{\cos. D}{\cos. h \sin. A} = \dfrac{1}{\sin. t}$, waardoor de correctie overgaat in:

$$a = \frac{\delta}{\cos. B \sin. t}.$$

De hierin voorkomende grootheid δ is de toeneming van de declinatie der zon in den tijd t. Is μ de toeneming der declinatie in 48 uren, dan vermeerdert zij in een uur met $\frac{\mu}{48}$ en dus in t uren met $\frac{\mu t}{48}$, waardoor wij ten slotte vinden:

$$a = \frac{\mu t}{48 \cos. B \sin. t}.$$

Wat betreft de grootheden μ, t en B, die in deze correctie voorkomen, daarvan vindt men de eerste door het verschil te nemen van de declinatie van de zon op den volgenden en den vorigen dag, zooals men die in astronomische jaarboekjes vindt. De tijd t kan men voldoende nauwkeurig vinden door het tijdsverloop tusschen de twee waarnemingen met een zakuurwerk te bepalen en door 2 te deelen. De breedte B eindelijk kan men gemakkelijk uit eene goede kaart overnemen.

§ 127. **Grootste digressie.** Volgt men met den kijker van een theodoliet eene ster S (fig. 93), die tusschen de pool en het toppunt culmineert, dan zal men die ster naar het westen zien uitwijken, tot zij in S_1 gekomen, hare grootste westelijke uitwijking (digressie) bereikt heeft, waarna zij als het ware zich eenigen tijd langs den verticalen draad beweegt. De ster keert nu naar den meridiaan terug, culmineert in S_2 (onderste culminatie) en wijkt naar het oosten uit, tot zij in S_3 hare grootste uitwijking bereikt en zich weer in westelijken zin gaat bewegen. Meet men bij een dezer standen, die op de beschreven wijze gemakkelijk kunnen gevonden worden, den horizontalen hoek tusschen de ster en de lijn, waarvan het azimuth moet bepaald worden, dan vindt men dat azimuth door aftrekking of bijtelling van den hoek, dien bij die standen de hoogtecirkel van de ster met den meridiaan maakt.

Dezen hoek, die in de figuur door $PTS_1 = PTS_3 = A$ wordt voorgesteld, kan men gemakkelijk berekenen. Daar de ster den kleinen cirkel $SS_1S_2S_3$ met P als pool beschrijft en TS_1 en TS_3 bij de grootste uitwijkingen daaraan moeten raken, zoo zijn de hoeken PS_1T en PS_3T van de parallactische driehoeken recht. In die rechthoekige driehoeken zijn nu bekend: $PT = 90° - B$ en $PS_1 = PS_3 = 90° - D$, als D de declinatie voorstelt; wij vinden dus:

$$sin.\, S_1TP = sin.\, S_3TP = \frac{sin.\, PS_1}{sin.\, PT} = \frac{sin.\, PS_3}{sin.\, PT},$$

of:

$$sin.\, A = \frac{cos.\, D}{cos.\, B}.$$

De poolster is voor deze meting de meest gunstige ster, omdat zij door hare langzame beweging een geruimen tijd in de grootste digressie blijft.

§ 128. **Stershoogte.** Men kan eindelijk het azimuth van eene lijn bepalen, door den horizontalen hoek te meten tusschen die lijn en eene ster op een willekeurig oogenblik, trekt men hiervan den hoek af, dien de hoogtecirkel van de ster met den meridiaan maakt, als die ster zich ten oosten van den meridiaan bevindt, of telt men dien hoek er bij, wanneer de ster zich in het westen bevindt, dan heeft men het gevraagde azimuth.

Het bepalen van dien hoek kan geschieden door gelijktijdig de hoogte van de ster te meten. In dat geval zijn in den parallactischen driehoek PTS, fig. 92, de drie zijden bekend en men kan den gevraagden hoek, die door PTS wordt voorgesteld, dus gemakkelijk berekenen.

Men moet er echter op bedacht zijn, dat de hoogte, die met behulp van den theodoliet gemeten wordt, niet de ware hoogte van de ster is. Ten gevolge van de straalbuiging ziet men namelijk de ster altijd te hoog, zoodat eerst nog voor die straalbuiging eene correctie moet worden aangebracht.

Om de meting onder de gunstigste omstandigheden te verrichten moet men weer eene ster kiezen, die zich bij eene niet te groote hoogte, zoo dicht mogelijk bij het oost- of westpunt van den horizon bevindt. Hoogten beneden de 10° zijn echter wegens de onregelmatige straalbuiging te vermijden.

§ 129. **Eenige opmerkingen omtrent bovenstaande metingen.** Zooals wij bij de behandeling van den theodoliet gezien hebben, zijn de fouten in de regeling van des te grooteren invloed op de meting, naarmate de elevatie van de vizierlijn grooter is. Hier dus, waar men bij de sterren of bij de zon altijd met betrekkelijk groote elevatiehoeken te doen heeft, moet men er voor zorgen, dat het instrument zoo goed mogelijk geregeld is; en dat men steeds door het doen van twee metingen in twee verschillende standen van den kijker, de nog overgebleven fouten elimineert. Het behoeft geen betoog, dat men om dezelfde reden goed moet zorgen voor de juiste verticaal-stelling van de eerste as.

Kan men de azimuths-bepaling met behulp van de sterren niet in de schemering verrichten, maar moet men daarmede tot 's nachts wachten, dan is het meestal zoo donker, dat men de kruisdraden in den kijker niet meer kan zien. In dergelijk geval moet men op de een of andere wijze de lichtstralen, van eene ter zijde aangebrachte lichtbron, door het objectief in den kijker doen vallen, om zoodoende het gezichtsveld en de draden zichtbaar te maken.

HOOFDSTUK XV.

DRIEHOEKSMETING.

§ 130. **Vorm van het net.** Voor de opmeting van het net volgens de driehoeks-methode, moet dit net bestaan uit een aaneenschakeling van driehoeken, waarvan dan minstens een zijde (basis) en verder alle hoeken gemeten worden. De grootte en vorm van de driehoeken, de ligging van de basis en hare verbinding met het driehoeksnet, hangen voor een groot gedeelte van het terrein af. Voor de nauwkeurigheid van de opmeting moet men er echter voor zorgen, dat de driehoeken zooveel mogelijk gelijkzijdig zijn, dat de hoeken dus niet te scherp of te stomp worden; hoeken kleiner dan 20 à 30 graden moet men zooveel mogelijk vermijden. De basis, zoo die niet een van de zijden van het net vormt, moet door een stel driehoeken, dat aan dezelfde voorwaarden voldoet, met een dier zijden verbonden worden.

De basis, zoo er slechts een is, tracht men zooveel mogelijk in het midden van het net te brengen; meet men zooals aanstonds zal behandeld worden voor de contrôle meer bases, dan worden deze zooveel mogelijk gelijkelijk over het net verdeeld.

§ 131. **Basismeting.** Het meten van de basis, die den grondslag vormt voor de afmetingen van het geheele net, moet met de uiterste zorg geschieden. Men moet daarvoor dus een vlak, zoo mogelijk horizontaal, terrein kiezen, liefst den zijkant van een rechten weg of een vlak weiland, waarop de basis met behulp van meetlatten twee- of meermalen gemeten wordt, om uit het gemiddelde van die metingen de lengte zoo nauwkeurig mogelijk te vinden. Zijn er meer bases, dan worden zij allen op dezelfde wijze gemeten. Daar hun aantal altijd zeer klein is, kan men aan die meting alle noodige zorg besteden om een goeden grondslag te krijgen voor de berekening van het net.

Kan men voor de basis geen horizontaal terrein vinden, dan neemt men daarvoor een hellend maar vlak terrein, meet de basis langs dat hellende vlak en herleid den gemeten afstand tot den horizon, door het hoogte verschil van hare twee uiteinden te bepalen.

§ 132. **Hoekmeting.** Het meten van de hoeken geschiedt met behulp van den theodoliet of de sextant. Met den theodoliet kan men elken hoek afzonderlijk meten of men kan bij eene rondmeting achtereenvolgens op alle in den omtrek gelegen hoekpunten richten. De laatste wijze van meten is meestal de voordeeligste. Heeft men den theodoliet bijv. in A, fig. 97, opgesteld, dan richt men achtereenvolgens op B, C, D, E, F en ten slotte weer op B, om zich daardoor te overtuigen, dat tijdens de rondmeting de theodoliet niet op den voet verdraaid is. Door de aflezingen twee aan twee van elkaar af te trekken, vindt men dan al de hoeken.

Met éene meting van de hoeken zal men zich nooit tevreden stellen, minstens zal men de hoeken tweemaal meten, waarbij men dan tevens van het doorslaan van den kijker en het verdraaien van den rand partij zal trekken, om de fouten van het instrument zooveel mogelijk te elimineeren. Tevens is het wenschelijk bij die tweede meting in omgekeerde volgorde op de verschillende punten te richten. Wil men eene nog grootere nauwkeurigheid bereiken, dan zal men de hoeken meermalen meten, waarbij men dan, op de wijze in § 40 behandeld, zorgt voor de systematische eliminatie van de fouten van den rand.

Bij het meten volgens de repetitie-methode met den theodoliet en bij het meten met de sextant, moet natuurlijk elke hoek afzonderlijk gemeten worden, Ook hierbij zal men elken hoek minstens twee malen meten, om daardoor vergissingen te voorkomen en een nauwkeuriger resultaat te verkrijgen.

§ 133. **Centreeren der hoeken.** Bij de driehoeksmeting doet zich somtijds het geval voor, dat het instrument niet in de verticaal van het hoekpunt kan worden opgesteld. Dit geval doet zich onder anderen voor, als men tot hoekpunten neemt kerktorens, bliksemafleiders of andere terrein-voorwerpen, of indien het hoekpnnt door eene baak is aangegeven, die men niet kan wegnemen om het instrument in de plaats te stellen. In dergelijke gevallen moet men het instrument terzijde van het hoekpunt, zoogenaamd *excentrisch* opstellen, en uit de daar gemeten hoeken door berekening de hoeken in het ware hoekpunt afleiden. Deze berekening noemt men het *centreeren der hoeken.*

Zij A, fig. 94, het hoekpunt van de te meten hoeken, A′ de standplaats van het instrument, dan meet men hoek BA′C in plaats van BAC; in de twee driehoeken ABG en A′CG, die beiden BGC tot buitenhoek hebben, heeft men nu:

$$BGC = BAC + ABA' = BA'C + ACA',$$

of:

$$BAC = BA'C - ABA' + ACA';$$

in de driehoeken ABA′ en ACA′ hebben wij verder:

$$\sin. ABA' = \frac{AA'}{AB} \sin. AA'B, \text{ en: } \sin. ACA' = \frac{AA'}{AC} \sin. AA'C;$$

en aangezien de hoeken ABA′ en ACA′ altijd zeer klein zijn, zoo kunnen wij de sinussen door de bogen vervangen, en vinden dus voor die hoeken uitgedrukt in seconden:

$$ABA' = \frac{AA' \sin. AA'B}{AB} 206265''$$

en:

$$ACA' = \frac{AA' \sin. AA'C}{AC} 206265''.$$

Door deze waarden in de uitdrukking voor BAC te substitueeren, vinden wij eindelijk:

$$BAC = BA'C - \frac{AA' \sin. AA'B}{AB} 206265'' + \frac{AA' \sin. AA'C}{AC} 206265''.$$

Op geheel overeenkomstige wijze vinden wij:

$$CAD = CA'D - \frac{AA' \sin. AA'C}{AC} 206265'' + \frac{AA' \sin. AA'D}{AD} 206265'',$$

$$DAE = DA'E - \frac{AA' \sin. AA'D}{AD} 206265'' + \frac{AA' \sin. AA'E}{AE} 206265'',$$

$$EAF = EA'F = \frac{AA' \sin. AA'E}{AE} 206265'' + \frac{AA' \sin. AA'F}{AF} 206265'',$$

$$FAB = FA'B - \frac{AA' \sin. AA'F}{AF} 206265'' + \frac{AA' \sin. AA'B}{AB} 206265^\circ;$$

waarbij alleen valt op te merken, dat de hoeken AA′B, AA′C, AA′D, enz. altijd moeten geteld worden van de lijn AA′ af, draaiende in de richting van de wijzers van het uurwerk tot aan de lijnen AB, AC, AD, enz.; zoodat bijv. de twee laatsten dier hoeken grooter dan twee rechte hoeken en de sinussen dus negatief worden.

Voor de berekening van bovenstaande correctiën moet men de afstanden AB, AC, enz. kennen, waarvoor men echter met benaderde waarden kan volstaan, zoodat men die afstanden door eene voorloopige berekening met de niet gecorrigeerde hoeken uit het driehoeksnet kan vinden.

Verder moet men den afstand AA′ en een der hoeken AA′B, AA′C, enz. kennen, die men door directe meting vindt of zoo dit niet mogelijk is, uit den plattegrond van het bouwwerk, waarvan het hoekpunt een deel uitmaakt, afleidt.

§ 134. **Contrôle.** Voor de berekening van het driehoeksnet is het strikt genomen niet noodig, alle drie de hoeken in iederen driehoek te meten; zelfs zou men in enkele driehoeken in het geheel geen hoeken behoeven te meten; zoo bijv. in fig. 97: heeft men daar de lijn AB als basis en in ieder van de 4 driehoeken 1, 2, 3 en 4, twee hoeken gemeten, dan is ook de 5de driehoek volkomen bekend en zou het dus overbodig zijn daar hoeken te meten. In werkelijkheid zal men echter trachten om in *alle* driehoeken zooveel mogelijk *alle* hoeken te meten, eensdeels om daardoor eene contrôle op de meting te verkrijgen, anderdeels om uit al die gegevens een nauwkeuriger resultaat te kunnen afleiden. Om dezelfde reden wordt meestal ook meer dan een basis gemeten.

Bepaalde men zich alleen tot het meten van het strikt noodige, dan zou eene fout, bij een of meer van die grootheden gemaakt, onopgemerkt blijven en een groot gedeelte van de daarop gegronde berekeningen onjuist zijn. Heeft men echter meer grootheden gemeten dan noodig zijn, dan bestaan tusschen die grootheden zekere betrekkingen; voldoen de uitkomsten der meting niet aan die betrekkingen, dan wordt men daardoor gewaarschuwd, dat bij de meting van de een of andere grootheid een fout gemaakt is, die men moet herstellen alvorens tot de berekening over te gaan.

Bij de driehoeksmeting heeft men, door het meten van alle hoeken en van onderscheiden bases, de gelegenheid om zoo volledig mogelijk contrôle op de meting uit te oefenen, waardoor die methode van opmeting verreweg de voorkeur verdient boven de veelhoeks-methode, waarbij, zooals wij in het volgende hoofdstuk zullen zien, de contrôle zeer gebrekkig is.

De betrekkingen, waaraan de gemeten hoeken en afstanden van het net moeten voldoen, zijn de volgenden:

1°. In elken driehoek moet de som van de drie hoeken 180° zijn.

2°. In de punten waaromheen alle hoeken gemeten zijn, zooals de punten A, D, E, H, K en R, in fig. 97 en die wij *centrale punten* zullen noemen, moet de som van de hoeken 360° zijn.

Meet men de hoeken met den theodoliet, door achtereenvolgens op de verschillende punten te richten en dan de aflezingen twee aan twee van elkaar af te trekken, dan zal de som van zelf 360° zijn; dit geeft dus geen contrôle. Men kan op deze wijze alleen contrôle verkrijgen als men de hoeken met de sextant gemeten heeft, of indien men met den theodoliet iederen hoek afzonderlijk gemeten heeft.

3°. Indien men van eene zijde uitgaande, langs eene reeks driehoeken, de lengte van die zelfde zijde berekent, dan moet deze uitkomst overeenstemmen met de waarde waarvan men is uitgegaan.

Bij een driehoeksnet, op de eenvoudige wijze samengesteld als door fig. 97 wordt aangegeven, waar de driehoeken enkel tegen elkaar liggen, zonder gedeeltelijk over elkaar heen te vallen of zonder dat daarin zoogenaamde diagonalen voorkomen (de verbindingslijnen van de toppunten van twee verschillende driehoeken, bijv. eene lijn AK), kan men deze voorwaarde het gemakkelijkst in formule brengen, door de driehoeken te beschouwen, die om een centraal punt liggen. Die voorwaarde luidt dan als volgt:

Het product van de sinussen van de rechts gelegen basishoeken moet gelijk zijn aan het product van de sinussen van de links gelegen basishoeken; of, wat voor de berekening gemakkelijker is: de som van de logarithmen van de sinussen van de rechts gelegen basishoeken moet gelijk zijn aan de som van de logarithmen van de sinussen van de links gelegen basishoeken.

Drukken wij in verband met fig. 97 de hoeken uit, door de bij het hoekpunt geplaatste letter met het nummer van den driehoek als index, dan zijn, in de om het centrale punt A gelegen driehoeken, B_1, C_2, D_3, E_4, F_5 de aan de rechterzijde, en C_1, D_2,

E_3, F_4, B_5 de aan de linkerzijde van de respectievelijke bases gelegen hoeken. Tusschen die hoeken en de zijden van de driehoeken bestaan nu de volgende betrekkingen:

$$\frac{sin.\,B_1}{AC} = \frac{sin.\,C_1}{AB},$$
$$\frac{sin.\,C_2}{AD} = \frac{sin.\,D_2}{AC},$$
$$\frac{sin.\,D_3}{AE} = \frac{sin.\,E_3}{AD},$$
$$\frac{sin.\,E_4}{AF} = \frac{sin.\,F_4}{AE},$$
$$\frac{sin.\,F_5}{AB} = \frac{sin.\,B_5}{AF};$$

waaruit door vermenigvuldiging onmiddellijk volgt:

$$sin.\,B_1\ sin.\,C_2\ sin.\,D_3\ sin.\,E_4\ sin.\,F_5 = sin.\,C_1\ sin.\,D_2\ sin.\,E_3\ sin.\,F_4\ sin.\,B_5;$$

of, wanneer wij van beide leden de logarithmen nemen:

$$log.\,sin.\,B_1 + log.\,sin.\,C_2 + log.\,sin.\,D_3 + log.\,sin.\,E_4 + log.\,sin.\,F_5 =$$
$$= log.\,sin.\,C_1 + log.\,sin.\,D_2 + log.\,sin.\,E_3 + log.\,sin.\,F_4 + log.\,sin.\,B_5. \quad (1.)$$

4°. Heeft men meer dan een basis gemeten, zooals bijv. de lijnen AB en RT in fig. 97, dan moet, als men, van de lengte van een daarvan uitgaande, de lengte van de andere berekent, deze overeenkomen met de lengte, die men door directe meting gevonden heeft.

Bij een klein driehoeksnet zal men die beide bases aan twee tegenovergestelde uiteinden van het net meten, bij een grooter net neemt men een basis in het midden om daarop de berekening te steunen en brengt dan langs den omtrek van het net verschillende contrôle-bases aan.

§ 135. **Vereffening der fouten.** Toetst men de uitkomsten der waarnemingen aan bovenstaande voorwaarden, dan zullen zij meestal daaraan niet volkomen voldoen, kleine verschillen, voortspruitende uit de kleine onvermijdelijke fouten van waarneming, zullen zich altijd vertoonen; alleen als de verschillen groot zijn, wijst dit op fouten, die opgespoord en verwijderd moeten worden, alvorens men tot de verdere berekening kan overgaan.

De kleine verschillen, die zich altijd vertoonen, moeten nu in de eerste plaats over de verschillende gemeten grootheden verdeeld worden, zoodat de aldus gecorrigeerde hoeken en afstanden nu volkomen aan bovenstaande voorwaarden voldoen. Het bepalen van de daartoe aan die grootheden aan te brengen correctiën noemt men het vereffenen der fouten.

Dit vereffenen der fouten, wil het op de voordeeligste wijze geschieden, moet plaats hebben volgens de methode der kleinste vierkanten; de berekeningen echter, die daarvan het gevolg zijn, zijn zoo omslachtig en langwijlig, dat zij de moeite niet zouden beloonen, die men, bij een eenigszins uitgebreidt net, bij het gewone landmeten, daaraan zou moeten besteden. Wij zullen ons daarom bepalen tot het aangeven van eene benaderende berekening voor de vereffening van de fouten, die, gegrond op de theorie der kleinste vierkanten, bij een betrekkelijk zeer geringen arbeid, eene voor het doel meestal voldoende nauwkeurigheid oplevert.

§ 136. Bij een driehoeksnet, samengesteld als het in fig. 97 voorgestelde, zal men niet gelijktijdig de fouten in alle driehoeken vereffenen, maar ieder stel driehoeken, dat om een zelfde centraalpunt gelegen is, afzonderlijk beschouwen, om daarin de fouten te verdeelen. Zoo zal men b. v. eerst de vijf driehoeken nemen om het punt A gelegen, dan de zes driehoeken om het punt D; daarbij zal men dan echter aan de driehoeken 2 en 3, die eens voor goed zijn vastgesteld, niets meer veranderen, maar de fouten alleen op de hoeken van de driehoeken 6, 7, 8 en 9 vereffenen. Vervolgens overgaande tot het punt E, zal men daar de fouten verdeelen alleen over de hoeken van de driehoeken 10, 11, 12 en 13 en dus die van de driehoeken 3, 4 en 9 onveranderd laten. Zoo voortgaande zal men in H de vier driehoeken 14, 15, 16 en 17, in K de twee driehoeken 18 en 19 en in R de twee driehoeken 20 en 21 nemen, om daarop de fouten te verdeelen.

Bij een dergelijk stel van driehoeken neemt men eerst in iederen driehoek de som van de drie hoeken en wat deze som meer of minder dan 180° is, verdeelt men *gelijkelijk* over de drie hoeken. Telt men nu de aldus gecorrigeerde hoeken in het centrale punt samen, dan zal men meestal niet juist 360° vinden, het verschil verdeelt men dan *gelijkelijk* over die hoeken; aangezien hierdoor de som van de drie hoeken in elken driehoek niet meer 180° blijft, zoo moet men aan elk der basishoeken de helft der correctie met het tegengestelde teeken aanbrengen. In fig. 97 zal men dus dit verschil voor een vijfde gedeelte op elk der hoeken om het punt A en voor een tiende deel op elk der basishoeken moeten vinden.

Past men op de basishoeken, waaraan nu reeds twee kleine correctiën zijn aangebracht, de vergelijking (1) van § 134 toe, dan zal daaraan meestal niet volkomen voldaan worden. Om hieraan te voldoen telt men b. v. bij alle rechterbasishoeken een zelfde correctie op en trekt die van al de linkerbasishoeken af. Ter bepaling van deze correctie, die wij door x zullen voorstellen en die evengoed negatief als positief kan zijn, hebben wij dan eenvoudig de betrekking:

$log.\ sin.\ (B_1 + x) + log.\ sin.\ (C_2 + x) + log.\ sin.\ (D_3 + x) + log.\ sin.\ (E_4 + x) + log.\ sin.\ (F_5 + x) = log.\ sin.\ (C_1 - x) + log.\ sin.\ (D_2 - x) + log.\ sin.\ (E_3 - x) + log.\ sin.\ (F_4 - x) + log.\ sin.\ (B_5 - x)$; waarin B_1, C_2, enz. de gemeten hoeken met de twee reeds aangebrachte correctiën beteekenen.

Ter oplossing van x uit deze vergelijking merken wij op, dat aangezien x altijd zeer klein is, wij voor $log.\ sin.\ (B_1 + x)$ mogen schrijven $(log.\ sin.\ B_1 + x\Delta_{b1})$, als x in minuten uitgedrukt wordt en Δ de aangroeiing van $log.\ sin.\ B_1$ voor eene minuut beteekent, eene grootheid, die wij uit de logarithmentafel vinden, door het verschil te nemen van twee opvolgende *log. sin.*

Op deze wijze vinden wij:

$$
\begin{aligned}
log.\ sin.\ (B_1 + x) &= log.\ sin.\ B_1 + x\ \Delta_{b1}\\
log.\ sin.\ (C_2 + x) &= log.\ sin.\ C_2 + x\ \Delta_{c2}\\
log.\ sin.\ (D_3 + x) &= log.\ sin.\ D_3 + x\ \Delta_{d3}\\
log.\ sin.\ (E_4 + x) &= log.\ sin.\ E_4 + x\ \Delta_{e4}\\
log.\ sin.\ (F_5 + x) &= log.\ sin.\ F_5 + x\ \Delta_{f5}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
log.\ sin.\ (C_1 - x) &= log.\ sin.\ C_1 - x\ \Delta_{c1}\\
log.\ sin.\ (D_2 - x) &= log.\ sin.\ D_2 - x\ \Delta_{d2}\\
log.\ sin.\ (E_3 - x) &= log.\ sin.\ E_3 - x\ \Delta_{e3}\\
log.\ sin.\ (F_4 - x) &= log.\ sin\ F_4 - x\ \Delta_{f4}\\
log.\ sin.\ (B_5 - x) &= log.\ sin.\ B_5 - x\ \Delta_{b5}
\end{aligned}
$$

waardoor de vorige vergelijking overgaat in:

$log.\ sin.\ B_1 + log.\ sin.\ C_2 + log.\ sin.\ D_3 + log.\ sin.\ E_4 + log.\ sin.\ F_5 + x\ (\Delta_{b1} + \Delta_{c2} + \Delta_{d3} + \Delta_{e4} + \Delta_{f5}) = log.\ sin.\ C_1 + log.\ sin.\ D_2 + log.\ sin.\ E_3 + log.\ sin.\ F_4 + log.\ sin.\ B_5 - x\ (\Delta_{c1} + \Delta_{d2} + \Delta_{e3} + \Delta_{f4} + \Delta_{b5})$.

Stellen wij nu door R de som van de logarithmen van de sinussen van de rechts gelegen basishoeken, door L de som van de logarithmen van de sinussen van de links gelegen basishoeken en door Σ de som van de aangroeiingen voor een minuut van al die logarithmen sinussen voor, dan wordt deze vergelijking:

$$R + x\Sigma - L = 0,$$

of:

$$x = \frac{L - R}{\Sigma}, \qquad (2.)$$

waardoor de aan te brengen correctie bepaald is.

Voor de driehoeken om het punt D zal men nu eerst in de driehoeken 6, 7, 8 en 9 de som van de drie hoeken tot 180° maken. Dan de *zes* hoeken om D samentellen, daarbij uit 2 en 3 de gecorrigeerde hoeken nemende en uit 6, 7, 8 en 9 de gemeten hoeken met de eerste correctie; hetgeen men hierbij meer of minder dan 360° vindt, wordt dan gelijkelijk op de vier hoeken D_6, D_7, D_8 en D_9 verdeeld. De basishoeken in diezelfde driehoeken 6, 7, 8 en 9 verkrijgen een half zoo groote correctie met het omgekeerde teeken. Eindelijk toetst men de basishoeken aan vergelijking (1) § 134, waarbij men voor de driehoeken 2 en 3 weer de gecorrigeerde en voor 6, 7, 8 en 9 de gemeten hoeken met de twee tot nu toe bepaalde correctiën moet nemen. Wordt aan die voorwaarde niet juist voldaan, dan wordt aan ieder van de basishoeken van 6, 7, 8 en 9 weer een kleine correctie aangebracht, bepaald volgens form. (2.), waarbij dan onder Σ alleen moet verstaan worden de som van de aangroeiingen van de logarithmen der sinussen van de basishoeken in 6, 7, 8 en 9.

Op dezelfde wijze gaat men nu te werk met de driehoeken om E, waarbij dan alleen aan de hoeken van 10, 11, 12 en 13 correctiën worden aangebracht, enz.

§ 137. Bestaat het net uit eene aaneenschakeling van driehoeken, zooals in fig. 96 is voorgesteld, die tusschen twee nauwkeurig gemeten bases AB en LM gelegen zijn, dan zorgt men eerst dat in elken driehoek de som der hoeken 180° is, en gaat dan na of de beide bases samen overeenstemmen. Uit fig. 96 vindt men namelijk de betrekking:

$AB \; sin.\, A_1 \; sin.\, B_2 \; sin.\, C_3 \; sin.\, D_4 \; sin.\, E_5 \; sin.\, F_6 \; sin.\, H_7 \; sin.\, G_8 \; sin.\, I_9 \; sin.\, K_{10} = LM \; sin.\, C_1 \; sin.\, D_2 \; sin.\, E_3 \; sin.\, F_4 \; sin.\, G_5 \; sin.\, H_6 \; sin.\, I_7 \; sin,\, K_8 \; sin.\, L_9 \; sin.\, M_{10}.$

Wordt aan deze vergelijking niet juist voldaan, dan moet aan al de daarin voorkomende hoeken eene correctie $\pm x$ worden aangebracht, die op dezelfde wijze als in de vorige paragraaf bepaald wordt.

De nauwkeurigheid van de opmeting van dergelijk net kan men veel vergrooten en de contrôle veel vermeerderen door, zooals in fig. 95 is voorgesteld, ook de diagonalen AD, CF, enz. te nemen en dus het geheel te verdeelen in een stel vierhoeken waarin beide diagonalen voorkomen.

De vereffening van de fouten kan men dan in dier voege uitvoeren, dat men elk van de vierhoeken ABCD, CDEF enz. afzonderlijk beschouwt. Nemen wij den vierhoek ABCD, dan moet de som van de 8 gemeten en in de figuur door letters aangegeven hoeken gelijk aan 360° zijn; is dit niet het geval, dan wordt het verschil gelijkelijk over de 8 hoeken verdeeld. Vervolgens moet $a_2 + c_1 = d_2 + b_1$ zijn; een verschil hierin wordt gelijkelijk over die vier hoeken verdeeld. Hetzelfde doet men met de hoeken a_1, b_2, c_2 en d_1, als niet aan de voorwaarde $a_1 + b_2 = c_2 + d_1$ voldaan is. Eindelijk moet nog voldaan worden aan de betrekking: $sin.\ a_1\ sin.\ b_1\ sin.\ c_1\ sin.\ d_1 = sin.\ a_2\ sin.\ b_2\ sin.\ c_2\ sin.\ d_2$. Wordt daaraan niet juist voldaan, dan wordt de daarvoor aan al de hoeken aan te brengen correctie $\pm x$ op dezelfde wijze bepaald, als in de vorige paragraaf is aangegeven.

§ 138. **Berekening der driehoeken.** Zijn de fouten in het driehoeksnet vereffend, dan kan men overgaan tot de berekening van het net, die hier bestaat in het berekenen van de lengten van alle zijden. Aangezien in iederen driehoek alle hoeken bekend zijn, kan deze berekening gemakkelijk volgens den sinusregel plaats hebben. Begint men bij driehoek 1, waarvan de zijde AB direct gemeten is, dan kan men daarin de twee zijden BC en AC berekenen. De laatste dient dan weer als basis ter berekening van driehoek 2, de daarin gevonden zijde AD dient weer voor driehoek 3, enz. Komt men op deze wijze tot driehoek 5, dan vindt men daarin wederom de bekende zijde AB; de overeenstemming van de berekende waarde met die, waarvan men is uitgegaan, geeft dan eene contrôle op de *berekening*. Dergelijke contrôle op de berekening vindt men telkens daar, waar een zelfde lijn uit twee verschillende driehoeken gevonden wordt. Zoo bij voorbeeld, als men de driehoeken berekent in de volgorde in fig. 97 aangewezen, bij de berekening van DE uit 3 en 9, van EF uit 4 en 13, van HK uit 8 en 17, van KL uit 10 en 19 en van RS uit 18 en 21.

Het grootste gedeelte van de logarithmen sinussen, die men bij deze berekening noodig heeft, zijn reeds opgezocht bij de vereffening der fouten; men kan daaruit de *log. sin* voor de gecorrigeerde hoeken, die men hier noodig heeft, vinden, door daaraan de correctiën $x \Delta$ (zie § 136) aan te brengen.

§ 139. **Coördinaten-berekening.** Al de zijden van het driehoeksnet bekend zijnde, kan men nu overgaan tot de berekening van de coördinaten, op de wijze, als in het vorige hoofdstuk is aangewezen. De lengten van de zijden, die men daarbij noodig heeft, vindt men uit de vorige berekening; de hoeken door samentelling van de gecorrigeerde hoeken van het driehoeksnet.

Bij die berekening zal men niet alle punten tot één veelhoek verbinden, maar liever van een punt uitgaan en langs verschillende wegen, dus langs verschillende punten, telkens op een zelfde punt eindigen, om daardoor het ophoopen van de kleine fouten, die ontstaan door het verwaarloozen van de hoogere decimalen, tegen te gaan en om telkens contrôle op de berekening te hebben.

Zijn b. v. in fig. 97 van het punt B de coördinaten bekend of aangenomen, dan kan men, vandaar uitgaande, langs CGPQ, langs ADHR, langs AEKR en langs FNMLS gaande, telkens op het punt T sluiten. Verkrijgt men daarbij voor T telkens dezelfde coördinaten, dan is dit een bewijs voor de juistheid der *berekening*. Vindt men eene afwijkende waarde voor de coördinaten uit een der veelhoeken, dan wijst dit op een fout in de *berekening* van dien veelhoek.

§ 140. **Opneming van het driehoeksnet met behulp van het planchet.** De opneming van het net met behulp van het planchet is niet toe te passen, tenzij het terrein eene zoo geringe uitgebreidheid heeft, dat het in zijn geheel met alle détails op één planchet kan opgenomen worden. Bij een grooter terrein zou men eerst het net op kleine schaal op een planchet moeten opnemen, en het dan moeten vergrooten om er de details in te brengen, waardoor natuurlijk de fouten in de opneming met het planchet ook vergroot worden.

In dergelijk geval moet men het net met de nauwkeurigere instrumenten: theodoliet of sextant, opnemen en het planchet alleen voor de détails bezigen.

De opneming met het planchet, die wij hier zullen behandelen, heeft dus alleen betrekking op een klein driehoeksnet.

Bij die opneming moet men beginnen met de basis AB te meten en op verkleinde schaal op het planchet te teekenen; zij deze daar aangeduid door *ab*. Men stelt het planchet dan op in A fig. 97, dus met *a* boven A en *ab* gericht op B, en richt nu achtereenvolgens op C, D, E en F en trekt langs de liniaal de overeenkomstige lijnen. Het planchet in B opstellende en oriënteerende op A, kan men, door op C en F te richten, uit de snijding van de langs de liniaal te trekken lijnen met de vroeger uit *a* getrokkene, de punten *c* en *f* vinden, die de punten C en F van het terrein voorstellen. Gaat men nu naar C, stelt daar het planchet op en oriënteert het op A, dan kan men, voor men nieuwe punten bepaalt, op de meting contrôle uitoefenen, door op B en E te richten en te zien of de zijkant van de liniaal respectievelijk door de punten *b* en *f* gaat. Op deze wijze voortgaande, verkrijgt men telkens door de snijding van twee lijnen de nieuwe punten op het planchet en kan men voortdurend op de meting contrôle uitoefenen, door op al de zichtbare en reeds opgenomen punten te richten en na te gaan of telkens de zijkant van de liniaal door het overeenkomstige punt van het planchet gaat.

Ten slotte kan men dan op de heele opneming nog eene contrôle uitoefenen, door een of meer contrôle-bases te meten en deze met de op de teekening te meten lengten te vergelijken.

HOOFDSTUK XVI.

VEELHOEKSMETING.

§ 141. **Vorm van het net.** Aan de veelhoeken, die tot aanvulling van een driehoeksnet dienen, moet men een zooveel mogelijk gestrekten vorm geven, zoowel voor het geval, dat men uitsluitend veelhoeken bezigt om de noodige meetlijnen te verkrijgen (fig. 99), als dat zij zich alleen over die gedeelten van het terrein uitstrekken, waar geen driehoeken aan te brengen zijn (fig. 98). Die veelhoeken moeten dus langs den kortst mogelijken weg van het eene eindpunt naar het andere gaan, hetzij dat deze eindpunten driehoekspunten zijn, bijv. B, 1, 2, 3, E — B, 4, 5, 6, F, fig. 98, en A, 1, 2, 3, 4, C — C, 5, 6, 7, B, fig. 99, of punten van reeds bepaalde veelhoeken, bijv. A, 7, 8, 9, 5, — 2, 12, 13, 14, 6, fig. 98, en D, 11, 12, 2 — 2, 13, 14, 6, fig. 99.

Zal het geheele net door veelhoeksmeting worden opgenomen, dan begint men met om het op te nemen terrein, zoo dicht mogelijk langs de grens daarvan, een grooten gesloten veelhoek ABCDEFG, fig. 100, met een zoo gering mogelijk aantal zijden aan te brengen. Deze veelhoek wordt dan door open veelhoeken, die weer een zooveel mogelijk gestrekten vorm hebben, in kleine deelen verdeeld, om daardoor de noodige meetlijnen voor de détailmeting te verkrijgen. In fig. 100 heeft men bijv. eerst den veelhoek A, 1, 2, 3, 4, E aangebracht en dan het punt 2 met de punten C, D en G verbonden door de veelhoeken C, 8, 7, 2, — D, 10, 9, 2 en G, 5, 6, 2; verder heeft men F met 3 door F, 11, 12, 3 en A met 8 door A, 13, 14, 8, verbonden, enz. Deze veelhoeken zijn weer door kleinere veelhoeken, die in de figuur zonder verdere aanduiding aangegeven zijn, vereenigd.

§ 142. **Opmeting.** De opmeting van de veelhoeken geschiedt òf door het meten van de zijden en van de hoeken tusschen die zijden, òf door het meten van de zijden en van hunne azimuthen.

De zijden worden tweemaal gemeten met behulp van de meetketting, van den meetband of van meetlatten, of met behulp van den afstandsmeter, indien het hoekmeet-instrument daarvoor is ingericht; in dit laatste geval zal men de zijden van uit beide uiteinden meten, om zoodoende grove fouten te voorkomen.

Heeft de meting van de hoeken plaats gehad met behulp van theodoliet of sextant, dan worden volgens § 118 de azimuthen en verder volgens § 119 de coördinaten berekend. Bij het meten van de azimuthen met behulp van de boussole vervalt natuurlijk de eerste berekening, zoodat men onmiddellijk tot de berekening van de coördinaten kan overgaan.

De wijze van opmeting van de veelhoeken is alleen in zoo verre van invloed op hun vorm, dat men bij de opmeting met instrumenten, waarbij hoeken gemeten worden (theodoliet, sextant, planchet), de zijden liefst zoo lang mogelijk maakt en hun aantal zoo klein mogelijk neemt; bij de opmeting met de boussole daarentegen liefst een groot aantal kleine zijden neemt. In het eerste geval moet men vooral zeer korte zijden vermijden, omdat deze aanleiding geven tot groote fouten in de hoeken, die zich op alle daaruit berekende azimuthen voortplanten. Kan men dergelijke korte zijden niet vermijden, dan moet men zorgen het instrument zoo zuiver mogelijk in de verticaal van het hoekpunt te plaatsen en zoo zuiver mogelijk op het midden van de baken te richten, die de beenen van den hoek aangeven.

§ 143. **Aansluiting aan ontoegankelijke punten.** Tot het driehoeksnet behooren soms punten, zooals kerktorens, bliksem-afleiders, enz., die moeilijk of in 't geheel niet toegankelijk zijn, van waaruit men dus geen hoeken kan meten en wier afstanden tot andere terreinpunten niet direct bepaald kunnen worden. Moet een veelhoek aan zulk een voor de meting ontoegankelijk punt verbonden worden, zooals b. v. in fig. 101, waarin A dergelijk punt voorstelt en A, 1, 2, 3, enz. de daaraan te verbinden veelhoek is, dan wordt de afstand A1 bepaald door middel van een klein driehoekje A 1 a, waarvan men de hoeken in 1 en a en de basis

$a\,1$ meet. Meestal wil men ook den hoek B A 1 kennen, dien de lijn A1 met de driehoekszijde AB maakt. Daartoe kiest men het punt 1 zoodanig, dat van daaruit het driehoekspunt B kan gezien worden en meet hoek A1B. In △ AB1 zijn dan bekend AB (uit het driehoeksnet), A1 en hoek A1B, zoodat men met behulp van den sinusregel hoek AB1 kan vinden, Door de som van de twee hoeken AB1 en A1B dan van 180° af te trekken, vindt men den verlangden hoek BA1.

Kan men voor het punt 1 geen plaats vinden, van waaruit het punt B (of eenig ander punt van het driehoeksnet) kan gezien worden, dan is het niet mogelijk den hoek bij A te vinden en mist men daardoor een van de hierna te vermelden contrôles op de meting.

§ 144. **Contrôle.** De contrôle is bij de veelhoeksmeting veel minder volledig, dan bij de driehoeksmeting. Zoowel bij een gesloten als bij een open veelhoek heeft men, als alle hoeken en alle zijden gemeten zijn, hoogstens *drie voorwaarden*, waaraan de gemeten grootheden moeten voldoen, en die dus op de aanwezigheid van fouten in de meting kunnen wijzen, zonder echter aan te kunnen wijzen in welk gedeelte van den veelhoek de fout moet gezocht worden.

De drie genoemde voorwaarden bestaan daarin, dat de sommen van de hoeken, alsmede van de grootheden $a \sin. \alpha$ en $a \cos. \alpha$ (zie § 119), vooraf bekend zijn en die sommen daaraan dus gelijk moeten zijn.

Nemen wij eerst een open veelhoek, bijv. B, 1, 2, 3, E, fig. 98 en hebben wij daarin gemeten de hoeken CB1 $= A_0$, B12 $= A_1$ 123 $= A_2$, 23E $= A_3$, 3ED $= D_n$ en zijn de azimuthen α_m en α_n van BC en ED bekend, dan vinden wij volgens § 118:

$$\alpha_0 = \alpha_m + A_0$$
$$\alpha_1 = \alpha_0 + A_1 - 180^\circ$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\alpha_n = \alpha_{n-1} + A_n - 180^\circ,$$

waaruit door samentelling volgt:

$$\alpha_n = \alpha_m + \Sigma A - p.\,180^\circ,$$

of:

$$\Sigma A = \alpha_n - \alpha_m + p.\,180^\circ, \qquad (1.)$$

waarin p een geheel getal voorstelt.

Gaan wij uit van de coördinaten $X_0 Y_0$ van het punt B, dan vinden wij volgens § 119, voor de coördinaten van de andere punten en ten slotte voor die van D, welke laatsten wij door $X_n Y_n$ voorstellen:

$$X_1 = X_0 + a_0 \, sin. \, \alpha_0 \qquad Y_1 = Y_0 + a_0 \, cos. \, \alpha_0$$
$$X_2 = X_1 + a_1 \, sin. \, \alpha_1 \qquad Y_2 = Y_1 + a_1 \, cos. \, \alpha_1$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$X_n = X_{n-1} + a_{n-1} \, sin. \, \alpha_{n-1} \qquad Y_n = Y_{n-1} + a_{n-1} \, cos. \, \alpha_{n-1}$$

waaruit door samentelling volgt:

$$X_n = X_0 + \Sigma \, a \, sin. \alpha \qquad Y_n = Y_0 + \Sigma \, a \, cos. \alpha$$

of:

$$\Sigma \, a \, sin. \, \alpha = X_n - X_0 \qquad \Sigma \, a \, cos. \, \alpha = Y_n - Y_0. \qquad (2.\ 3.)$$

Bovenstaande drie vergelijkingen zijn de drie voorwaarden, waaraan de gemeten grootheden bij een open veelhoek moeten voldoen. Bij den gesloten veelhoek worden zij nog eenvoudiger, doordat wij daar op hetzelfde punt terugkomen, waardoor $X_n = X_o$, $Y_n = Y_o$ en $\alpha_n = \alpha_m$ wordt, zoodat bovenstaande vergelijkingen overgaan in:

$$\Sigma A = p. \, 180^\circ \qquad \Sigma a \, sin. \, \alpha = 0 \qquad \Sigma a \, cos. \, \alpha = 0. \qquad (4.\ 5.\ 6.)$$

Het getal p in bovenstaande formules voorkomende is afhankelijk van het aantal zijden van den veelhoek, zijn vorm en de richting waarin hij doorloopen wordt; in ieder bijzonder geval is dit getal echter gemakkelijk te vinden.

Worden van den veelhoek niet de hoeken maar de azimuthen van de zijden met behulp van de boussole gemeten, dan vervalt de contrôle op de hoeken en men houdt slechts de twee contrôlevergelijkingen (2.) en (3.) of (5.) en (6.) over.

§ 145. **Vereffening der fouten.** Slechts zelden zullen de waargenomen grootheden aan de in de vorige paragraaf afgeleide voorwaarden juist voldoen. De kleine verschillen, die zich daarbij vertoonen, moet men dan weer zoo goed mogelijk over die grootheden verdeelen.

Eerst zal men daarbij de afwijking, die vergelijking (1.) vertoont, gelijkelijk over de gemeten hoeken verdeelen.

Met de aldus gecorrigeerde hoeken berekent men eerst de azimuthen α en vervolgens de grootheden $a \, sin. \, \alpha$ en $a \, cos. \, \alpha$. Komen hunne sommen niet overeen met de waarden, die zij volgens formule (2.) en (3.) resp. (5.) en (6.) moeten hebben, dan moeten de verschillen verdeeld worden over de grootheden $a \, sin. \, \alpha$ en $a \, cos. \, \alpha$.

Bij deze verdeeling zal men meestal kunnen volstaan met die verschillen te verdeelen, evenredig met de absolute waarden van de grootheden $a\,sin.\,\alpha$ respectievelijk $a\,cos.\,\alpha$, of evenredig met de lengten der zijden a, of evenredig met de sommen van de zijden a en de absolute waarden van $a\,sin.\,\alpha$ resp. $a\,cos.\,\alpha$. Vooral de laatste wijze van verdeeling, die in de uitvoering slechts weinig omslachtiger is dan de twee anderen, geeft meestal de gunstigste verdeeling der fouten en is dus te verkiezen daar, waar de te verdeelen fouten eenigszins groot zijn.

Zijn niet de hoeken maar de azimuthen met de boussole gemeten, dan vervalt natuurlijk de eerste vereffening en men kan onmiddellijk overgaan tot de berekening van de grootheden $a\,sin.\,\alpha$ en $a\,cos.\,\alpha$ en tot het verdeelen van de daarin voorkomende fouten.

Zijn eindelijk de grootheden $a\,sin.\,\alpha$ en $a\,cos.\,\alpha$ verbeterd, dan kan men met behulp daarvan de coördinaten van de verschillende hoekpunten berekenen. Op deze berekening heeft men dan de contrôle, dat men uitgaande van de bekende coördinaten van het eene uiteinde, de bekende coördinaten van het andere uiteinde moet terugvinden.

§ 146. Voor gesloten veelhoeken kan men geheel dezelfde benaderingsmethode ter verdeeling van de fouten toepassen, als hier boven is aangegeven. Bij den hoofdveelhoek, die, zooals in fig. 100, den grondslag uitmaakt voor de geheele meting, zal men echter meestal iets nauwkeuriger te werk gaan. De fouten aangewezen door de formule $\Sigma A = o$ zal men evenals hiervoor op de n hoeken van den veelhoek verdeelen. De fouten aangewezen door de formules $\Sigma a\,sin.\,\alpha = o$ en $\Sigma a\,cos.\,\alpha = o$, zal men, omdat de hoeken meestal veel nauwkeuriger gemeten zijn dan de afstanden, op de lengten der zijden moeten verdeelen, volgens de methode van de kleinste vierkanten.

Zonder in nadere détails over die methode te treden kunnen wij volstaan met hier aan te voeren, dat volgens die methode *aan iedere zijde a eene correctie moet worden aangebracht, bestaande uit de som van twee deelen, waarvan het eene evenredig is met de projectie van a op de X as, en het andere met de projectie van a op de Y as.* De aan de zijde a aan te brengen correctie is dus:

$$A a\,sin.\,\alpha + B a\,cos.\,\alpha, \qquad (7.)$$

waarin A en B twee te bepalen constanten zijn.

Worden deze correctiën aan de zijden a aangebracht, dan veranderen de grootheden $a\,sin.\,\alpha$ en $a\,cos.\,\alpha$ daardoor met:

$$(\mathrm{A}a\,sin.\,\alpha + \mathrm{B}a\,cos.\,\alpha)\,sin\,\alpha = \mathrm{A}a\,sin^2.\,\alpha + \mathrm{B}a\,sin.\,\alpha\,cos.\,\alpha \quad (8.)$$

$$(\mathrm{A}a\,sin.\,\alpha + \mathrm{B}a\,cos.\,\alpha)\,cos.\,\alpha = \mathrm{A}a\,sin.\,\alpha\,cos.\,\alpha + \mathrm{B}a\,cos^2.\,\alpha. \quad (9.)$$

Zijn nu $\Sigma a\,sin.\,\alpha$ en $\Sigma a\,cos.\,\alpha$ niet gelijk O, maar respectievelijk gelijk aan $-\mathrm{D}_x$ en $-\mathrm{D}_y$, dan moet men de constanten A en B zoodanig bepalen, dat de sommen van de correctiën (8.) en (9.) respectievelijk gelijk zijn aan $+\mathrm{D}_x$ en $+\mathrm{D}_y$, waaruit men dus ter bepaling van A en B vindt:

$$\begin{aligned}\mathrm{A}\Sigma a\,sin^2.\,\alpha + \mathrm{B}\Sigma a\,sin.\,\alpha\,cos.\,\alpha &= \mathrm{D}_x,\\ \mathrm{A}\Sigma a\,sin.\,\alpha\,cos.\,\alpha + \mathrm{B}\Sigma a\,cos^2.\,\alpha &= \mathrm{D}_y.\end{aligned} \quad (10.)$$

De uit te voeren berekeningen zijn dus de volgenden: vooreerst het berekenen van de grootheden $a\,sin.\,\alpha$ en $a\,cos.\,\alpha$, en het nemen van hunne sommen. Verschillen die sommen slechts zeer weinig van nul, dan kan men die afwijkingen volgens de vorige paragraaf verdeelen; verschillen zij meer van nul, dan berekent men de grootheden $a\,sin^2.\,\alpha$, $a\,sin.\,\alpha\,cos.\,\alpha$ en $a\,cos^2.\,\alpha$ en telt die samen, waardoor men de coëfficienten van de vergelijkingen (10.) vindt, die door oplossing de waarden van A en B leveren. Met behulp daarvan en van de reeds berekende grootheden $a\,sin^2.\,\alpha$ enz. vindt men volgens (8.) en (9.) de aan $a\,sin.\,\alpha$ en $a\,cos.\,\alpha$ aan te brengen correctiën. Zijn deze aangebracht, dan kan men daaruit onmiddellijk de coördinaten van de hoekpunten berekenen; de correctiën voor de zijden zelf te berekenen is natuurlijk overbodig.

§ 147. **Veelhoeksvertakkingen.** Heeft men niet te doen met een enkelen veelhoek maar met een stelsel van veelhoeken, die in enkele punten aan elkaar sluiten, zooals bijv. de veelhoeken B, 4, 5, 6, F — A, 7, 8, 9, 5, en G, 10, 11, 5 in fig. 98, dan kan men twee wegen inslaan.

Men kan eerst dien veelhoek nemen, die langs den kortsten weg twee driehoekspunten vereenigt en in ieder opzicht de meeste waarborgen oplevert voor eene nauwkeurige opmeting, en de fouten in dien veelhoek eerst geheel vereffenen. Zij dit hier b. v. de veelhoek B, 4, 5, 6, F, dan wordt daardoor het punt 5 bekend en hieraan kunnen nu de twee andere veelhoeken verbonden worden, alsof 5 een vast driehoekspunt was.

Zijn de andere veelhoeken echter van dien aard, dat zij ook eene goede opmeting waarborgen, dan is het beter de fouten in die veelhoeken samen te vereffenen, waartoe men als volgt te werk gaat.

Uitgaande van de vier punten A, B, F en G berekent men langs de vier daaraan aansluitende veelhoeken het azimuth van eene in het knooppunt 5 eindigende lijn, waarvoor men op die wijze vier verschillende waarden zal vinden, die wij door α_A, α_B, α_F en α_G zullen voorstellen en die onderling kleine verschillen zullen vertoonen.

Voor het azimuth van die lijn neemt men dan een gemiddelde α aan en verdeelt de verschillen $\alpha_A - \alpha$, $\alpha_B - \alpha$, $\alpha_F - \alpha$ en $\alpha_G - \alpha$ gelijkelijk over de hoeken van de veelhoeken A5, B5, E5 en G5. Bij het nemen van het gemiddelde α moet men er echter op bedacht zijn, dat die waarde α_A, α_B, enz. een grooter vertrouwen bezit, die op een kleiner aantal hoeken berust. Om dit in rekening te brengen vermenigvuldigt men iedere waarde α met een factor en deelt de som der producten door de som van de factoren, zoodat men vindt:

$$\alpha = \frac{p_A \alpha_A + p_B \alpha_B + p_F \alpha_F + p_G \alpha_G}{p_A + p_B + p_F + p_G}.$$

De factoren p, die den naam van gewichten dragen, moeten nu des te grooter zijn naarmate het aantal hoeken van den veelhoek kleiner is, wij zullen die hier dus omgekeerd evenredig met dat aantal kunnen nemen.

Zijn op deze wijze de hoeken gecorrigeerd, dan kan men daarmede de azimuthen α en de grootheden $a \sin. \alpha$ en $a \cos. \alpha$ berekenen, en, uitgaande van de coördinaten van de punten A, B, F en G, langs de verschillende veelhoeken, de coördinaten van het punt 5 berekenen.

Uit de verschillende waarden X_a, Y_a, X_b, Y_b, X_f, Y_f, X_g en Y_g, die men op deze wijze voor de coördinaten van 5 vindt, neemt men een gemiddelde:

$$X = \frac{p_a X_a + p_b X_b + p_f X_f + p_g X_g}{p_a + p_b + p_f + p_g}$$

$$Y = \frac{p_a Y_a + p_b Y_b + p_f Y_f + p_g Y_g}{p_a + p_b + p_f + p_g}$$

waarbij men de gewichten p_a, p_b, enz. omgekeerd evenredig kan nemen met de lengten (Σa) van de overeenkomstige veelhoeken.

Zijn op deze wijze de coördinaten van punt 5 bepaald, dan verdeelt men de verschillen $X_a - X$, $Y_a - Y$, enz. wederom volgens

§ 145 over de grootheden *a sin. α* en *a cos. α* en berekent daarmede de coördinaten van de overige veelhoekspunten.

§ 148. **Opneming met behulp van het planchet.** Bij de opneming met het planchet van een veelhoek b. v. B, 1, 2, 3, E, fig. 98 plaatst men het planchet, waarop reeds het driehoeksnet of minstens de punten B en E en de richtingen BC en ED zijn aangegeven, boven het beginpunt B, oriënteert op het punt C en richt de liniaal op 1. Trekt men nu langs de liniaal eene lijn en zet daarop de lengte van B1, die men met een ketting, meetband of meetlatten laat meten, of die men met den kijker van de vizierliniaal bepaalt, zoo die er voor is ingericht, op verkleinde schaal af, dan heeft men punt 1 in teekening gebracht. Men gaat nu naar punt 1, oriënteert op punt B en brengt, evenals boven, punt 2 in teekening. Op deze wijze gaat men voort, tot de geheele veelhoek opgenomen is.

De contrôle is hier in hoofdzaak dezelfde, als bij de opmeting met theodoliet of sextant: het laatste punt van den veelhoek moet samenvallen met het punt E op het planchet, en zoo men het planchet in E opstelt en oriënteert met behulp van 3, dan moet, als men op D richt, de liniaal langs de lijn ED op het planchet vallen.

Nog op andere wijze kan men bij deze meting contrôle verkrijgen. Kan men namelijk uit verschillende veelhoekspunten een zelfde punt van het terrein, b. v. een kerktoren of ander verheven punt zien, dan richt men daarop uit al die punten en trekt telkenmale eene lijn langs de liniaal, al deze lijnen moeten dan door een zelfde punt gaan, dat tevens de plaats van den kerktoren op het planchet voorstelt. Komt men ergens in een hoekpunt, waar de zijkant van de liniaal niet meer door hetzelfde punt gaat, dan wordt men daardoor gewaarschuwd voor eene fout, die men moet opzoeken alvorens verder te gaan.

HOOFDSTUK XVII.

SECUNDAIRE DRIEHOEKSMETING.

§ 149. **Hoofddriehoeksnet.** Voor de opmeting van een terrein van groote uitgebreidheid, zooals een geheel rijk of eene geheele provincie, is het niet doelmatig daarover een driehoeksnet uit te breiden op de wijze als hiervoor is beschreven, met zoodanige zijden, dat ten opzichte daarvan de détails onmiddellijk kunnen opgenomen worden. Door het zeer groote aantal kleine driehoekjes, die daartoe aan elkaar gevoegd moeten worden, zouden de fouten in de verschillende metingen zich zoodanig ophoopen, dat men tot zeer onnauwkeurige uitkomsten zou geraken.

Het algemeen beginsel van altijd van het groote in het kleine te meten moet hier verder worden uitgebreid.

Men begint eerst met over het geheele terrein een driehoeksnet uit te breiden van een zoo klein mogelijk aantal groote driehoeken, die zoo nauwkeurig mogelijk worden opgemeten en berekend. Aan dit driehoeksnet van de eerste orde wordt dan een driehoeksnet van de tweede orde verbonden, waardoor dus eene nieuwe reeks punten vastgelegd wordt. Op deze wijze verkrijgt men eene menigte punten, zoo gelijk mogelijk over het terrein verdeeld, die daarop als het ware een uitgebreid net vormen, om daaraan de punten en lijnen te kunnen verbinden ten opzichte waarvan men de détails zal opmeten.

Voor de hoekpunten van het net van de 1ste orde neemt men punten, die op een duurzame wijze bevestigd worden, om ze na een lang tijdverloop nog nauwkeurig te kunnen terugvinden. In een vlak terrein, zooals in Nederland, is men genoodzaakt daarvoor hooge kerktorens te nemen, om de driehoekszijden zoo groot mogelijk te kunnen maken; in meer bergachtig terrein neemt men liever punten op den vasten grond, die dan door zware steenen duurzaam worden aangewezen. Als hoekpunten van het net van de tweede orde neemt men zooveel mogelijke alle op het terrein aanwezige vaste punten, die goed zichtbaar zijn en gemakkelijk kunnen teruggevonden worden, zooals torens, enz.

Bij de opmeting van de driehoeksnetten van de eerste en van de tweede orde, worden grootere en nauwkeuriger ingerichte instrumenten gebezigd, dan hiervoor beschreven zijn, en bij de berekening wordt de gebogen vorm van het aardoppervlak in rekening gebracht; die opmetingen en berekeningen vallen dus buiten het bereik van het landmeten, dat in dit werk behandeld wordt.

Wij zullen ons hier er toe bepalen met in algemeene trekken aan te geven hoe de punten, die het net voor de détailmeting vormen, aan de punten van de driehoeksnetten van de eerste en tweede orde, wier betrekkelijke ligging wij bekend veronderstellen, verbonden worden, eene verbinding die den naam van secundaire driehoeksmeting draagt.

§ 150. **Secundaire driehoeksmeting.** Bij de secundaire driehoeksmeting worden de punten alleen door hoekmeting aan het groote net vastgelegd; het meten van een basis is daar geheel overbodig, aangezien de afstanden door berekening worden gevonden.

Het vastleggen van de punten van het net voor de détailmeting aan het groote driehoeksnet, kan in hoofdzaak langs twee verschillende wegen plaats hebben. De vast te leggen punten worden tot een zelfstandig driehoeksnet vereenigd en dit net wordt aan de hoekpunten van het groote net verbonden; of elk vast te leggen punt wordt afzonderlijk verbonden met de hoekpunten van het groote net of met reeds vroeger vastgelegde punten.

§ 151. **Het vastleggen door een net van driehoeken.** In fig. 102 zijn de punten 1, 2, 3 en 4 met A en B tot een ketting vereenigd en met behulp van de punten A en B in het groote net ingepast. Nadat al de hoeken van de op te nemen driehoeken gemeten en de fouten daarin vereffend zijn, gaat men tot de berekening over, die op de volgende wijze kan plaats hebben.

De lengte van een van de zijden, b.v. A1, neemt men als onbekende aan, en kan dan daarin de lengten van al de andere zijden, door middel van de gemeten hoeken, uitdrukken. Projecteert men nu den veelhoek A 1 3 B op de lijn A 1 en op een loodlijn daarop, dan zal men voor die projecties AD en BD vinden twee uitdrukkingen van den vorm Pa en Qa, waarin a de lengte van de onbekende zijde A1, en P en Q twee getallen voorstellen. Uit deze waarden voor AD en BD volgt nu voor AB:

$$AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{P^2a^2 + Q^2a^2} = a\sqrt{P^2 + Q^2};$$

en daar de waarde van AB uit het groote driehoeksnet bekend is, vindt men onmiddellijk:

$$a = \frac{AB}{\sqrt{P^2 + Q^2}},$$

waardoor de zijde A1 gevonden is; met behulp hiervan worden de lengten van al de andere zijden berekend.

Om nu ook de coördinaten van de punten 1, 2, enz. te kunnen berekenen, moet volgens Hoofdstuk XIV ook het azimuth van de lijn A1 bekend zijn. Hiertoe heeft men in driehoek ABD:

$$tg.\,BAD = \frac{BD}{AD} = \frac{Q}{P},$$

waaruit hoek BAD gevonden wordt. Deze hoek, opgeteld bij het bekende azimuth van de lijn AB, geeft onmiddellijk het gevraagde azimuth van A1, waarmede nu de berekening verder volgens genoemd hoofdstuk kan worden voortgezet.

Bij een lang gestrekt terrein kan men op deze wijze telkens de punten, die tusschen twee hoekpunten van het groote net gelegen zijn, tot eene ketting van driehoeken vereenigen en deze aan die twee hoofdpunten verbinden.

Bij een terrein, dat zich in alle richtingen uitbreidt, zou men op deze wijze te werk gaande binnen iederen driehoek van het groote net eene open ruimte verkrijgen, zooals in den driehoek ABC van fig. 102, terwijl de betrekkelijke ligging van de daar omheen gelegen punten, die tot verschillende kettingen van driehoeken behooren, ten opzichte van elkander minder goed bepaald zijn. In dergelijk geval gaat men te werk op de wijze als in driehoek BCE is voorgesteld, verbindt alle punten in den driehoek tot een samenhangend net, vereffent daarin de fouten en verbindt dit net met de drie hoekpunten van den grooten driehoek.

Hiertoe wordt het net eerst op de boven beschreven wijze aan een van de zijden b. v. BC vastgelegd, waarna men de coördinaten van alle hoekpunten berekent. Voor het punt E zal men dan in het net van kleine driehoeken in het algemeen andere waarden vinden dan in het net van groote driehoeken. Om nu de aansluiting ook aan dit punt te verkrijgen, worden ten slotte aan de coördinaten van alle punten kleine correctiën aangebracht, die volgens de een of andere benaderingsmethode berekend worden.

§ 152. **Het vastleggen van ieder punt afzonderlijk.** Bij het vastleggen van het punt 1, fig. 103, aan de punten A, B, C, D en E kan men op verschillende wijzen te werk gaan. Men kan van de in de figuur gevormde driehoeken al de hoeken meten, of alleen de hoeken in de hoofdpunten A, B, C, D en E, of alleen de hoeken in het vast te leggen punt 1. In de beide eerste gevallen worden de lengten van de lijnen A1, B1, enz. onmiddellijk door den sinusregel gevonden en daaruit gemakkelijk de coördinaten van het punt 1 berekend, uitgaande van de bekende coördinaten van de hoofdpunten en van de gemeten hoeken. In het derde geval moet men de onbekende hoeken bij de hoofdpunten en de onbekende afstanden tot die punten, volgens het bekende vraagstuk van Snellius vinden en dan de coördinaten op dezelfde wijze berekenen.

Welke wijze van opmeting men zal volgen, zal van verschillende omstandigheden afhangen; in de meeste gevallen zal echter de laatste weg, dus die met behulp van het vraagstuk van Snellius, de voorkeur verdienen en wel, omdat de punten van het groote driehoeksnet meestal torenspitsen zijn, van waaruit het dus zeer moeielijk, zoo niet onmogelijk is, de hoeken te meten en deze dan nog meestal gecentreerd moeten worden, waardoor de opmeting en berekening niet weinig bemoeielijkt worden; hierbij komt nog dat van uit het hooggelegen punt op den toren de vast te leggen punten op het terrein zeer moeilijk te zien zijn, aangezien deze zich tegen den grond projecteeren. Bij het meten van uit de vast te leggen punten is men daarentegen in zeer gunstige omstandigheden; men kan die punten zoodanig kiezen dat het instrument daar gemakkelijk opgesteld kan worden en dus het centreeren van de hoeken geheel ontgaan wordt, terwijl de hooggelegen torenspits zich meestal tegen de lucht zal projecteeren, waar die zeer gemakkelijk kan worden waargenomen. Verder leeren uitvoerige beschouwingen, dat bij de verbinding aan een zelfde aantal gegeven punten, de vastlegging door meting in het vast te leggen punt meestal nauwkeuriger is, dan door meting in de gegeven punten.

Dezelfde redenen, waarom de 2de wijze van meten bij de 3de achterstaat, gelden in hoofdzaak ook voor de 1ste, alleen zal deze nauwkeuriger resultaten leveren bij een zelfde aantal gegeven punten; men moet daarbij echter niet uit het oog verliezen, dat, in een dergelijk geval, die wijze van meten ook dubbel zooveel arbeid vordert. Wil men haar met de anderen vergelijken, dan moet men het aantal gegeven punten, waaraan het vast te leggen punt verbonden wordt, bij de eerste kleiner nemen dan bij de derde, en in dat geval zal de nauwkeurigheid van de vastlegging niet grooter zijn.

Blijkt uit het bovenstaande dat de opmeting volgens Snellius in de meeste gevallen te verkiezen is, zoo neemt dit niet weg, dat zich gevallen kunnen voordoen, waarin men met vrucht de 2de en soms ook de 1ste van de boven beschreven wijzen van meten kan toepassen.

§ 153. **Keuze tusschen beide methoden.** Het vastleggen van de punten, door deze tot een net van driehoeken te vereenigen, dat aan twee of drie punten van het groote net wordt verbonden, heeft het voordeel, dat de betrekkelijke ligging van de punten, die tot dezelfde groep behooren, goed bepaald is; daar staat echter tegenover dat de punten, tot verschillende groepen behoorende, onderling slecht bepaald zijn, zooals dit bijv. in fig. 102 het geval is met de punten 2 en 4 ten opzichte van 5 en 8 en ten opzichte van 12 en 13; en zoo als dit het geval zal zijn met de punten, die vastgelegd zijn aan den driehoek BCE ten opzichte van de punten, die aan een anderen driehoek verbonden worden.

Deze wijze van opmeting is dus goed toe te passen daar, waar betrekkelijk kleine deelen van het terrein afzonderlijk worden opgenomen, die dus door één détailnet kunnen overspannen worden, dat dan op de beschreven wijze aan het groote net verbonden wordt. Dit geval doet zich onder andere daar voor, waar iedere gemeente, zooals zulks in sommige landen geschiedt, afzonderlijk wordt opgenomen, zonder dat het verband met andere gemeenten in acht genomen wordt.

Moet daarentegen de geheele opmeting een geheel vormen, dan kan men het verband van de verschillende deelen beter verkrijgen, door ieder punt afzonderlijk vast te leggen. Men moet dan echter zorgen die punten niet alleen vast te leggen aan de punten van het groote driehoeksnet, maar ze tevens te verbinden aan de in de onmiddellijke nabijheid gelegen punten, die reeds vastgelegd zijn.

Een voorbeeld hiervan geeft fig. 104.: A, B, C, D, E, F en G zijn de bekende punten van het groote driehoeksnet. Het punt 1 wordt nu vastgelegd aan de punten A, B, C, D en G; het punt 2 aan B, C, D en 1; het punt 3 aan B, C, D en 2; het punt 4 aan D, C, 2 en 3; het punt 5 aan D, C, 2 en 4, enz. Zoo verder gaande, verbindt men de opvolgende punten steeds aan de omliggende punten van het groote net en de in de onmiddelijke nabijheid gelegen en reeds bepaalde punten van het détailnet, en verkrijgt daardoor eene goede verbinding van de punten zoowel aan het hoofdnet als onderling. Het verder verloop van de meting, in fig. 104 voorgesteld, kan gemakkelijk uit de figuur worden nagegaan. De vastlegging heeft plaats in de volgorde van de cijfers bij de punten geplaatst, door middel van de lijnen, gaande naar de hoofdpunten A, B, C, enz. en naar de détailpunten met een lager rangnummer.

HOOFDSTUK XVIII.

DÉTAILMETING.

§ 154. **Algemeen overzicht.** Het opmeten van de détails van het terrein en het vastleggen daarvan aan het net, zoodat zij in dat net gemakkelijk en nauwkeurig in teekening kunnen worden gebracht, kan op verschillende wijzen geschieden. Men kan daarbij de onmiddellijke gegevens der meting in getallen verkrijgen, waarnaar de détails later worden in teekening gebracht, of men kan met behulp van het planchet de meting in dier voege inrichten, dat het gemetene direct op het planchet in teekening gebracht wordt.

In het eerste geval kan men de meting verrichten volgens de in § 110 besproken coördinaten-methode, waartoe slechts zeer eenvoudige instrumenten, namelijk een équerre met een meetketting, meetband of meetlatten noodig zijn, of volgens de daar besproken voerstraal-methode, waartoe een bijzonder daartoe ingericht instrument vereischt wordt, namelijk een theodeliet met eene inrichting tot het meten van afstanden.

Bij de opneming met het planchet bezigt men de basis-methode of wel de voerstraal-methode; voor eene goede toepassing van de laatste is het wenschelijk dat de vizierliniaal voorzien is van eene inrichting tot het meten van afstanden.

Om de détails op doelmatige wijze met het net te verbinden, moet men bij het ontwerpen van het net reeds bedacht zijn op de wijze, waarop de détails zullen worden opgenomen, om daarnaar het net te kunnen inrichten. Zoo zal men bij het opnemen volgens de coördinaten-methode, waarbij de lijnen van het net als assen, of zooals men ze noemt als meetlijnen, dienen, die lijnen zoo dicht mogelijk langs de op te meten détails zoeken te brengen en ze zoodanig kiezen, dat langs die lijnen gemakkelijk kan gemeten worden. Bij de opmeting volgens de voerstraalmethode zal men daarentegen moeten zorgen, dat de hoekpunten van het net, van waaruit men de détails zal opmeten, zoodanig gelegen zijn, dat de op te meten détails van daar goed kunnen gezien worden. Bij de opmeting volgens de basis-methode eindelijk, waarbij de lijnen van het net telkens als bases voor de opneming dienen, zal men die lijnen zoodanig moeten kiezen, dat de op te meten détails gunstig ten opzichte daarvan gelegen zijn en uit beide uiteinden kunnen gezien worden.

§ 155. **Détailmeting met meetketting, meetband of meetlatten en équerre.** De wijze van opnemen volgens de coördinaten-methode zal het best uit een voorbeeld zijn na te gaan; kiezen wij daartoe het in fig. 105 voorgestelde terrein. De punten A, B, C en D stellen vier van de hoekpunten van het net voor, de verbindingslijnen daarvan dienen als meetlijnen ter opmeting van de op het terrein voorkomende wegen, grensscheidingen, gebouwen, enz.

Begint men te meten van A naar B, dan kan men op de meetketting onmiddellijk aflezen de afstanden tot punt A van de snijpunten van de lijn AB met de zijkanten der wegen en met de grensscheidingen. Van punten buiten de meetlijn AB gelegen, zooals de punten a, b, c en d, laat men loodlijnen op de meetlijn neer, leest op de ketting de afstanden van de voetpunten der loodlijn tot het punt A af, en meet met behulp van een meetlat de loodlijnen zelf. Wil men van eene kromlijnige grensscheiding, zooals bijv. de zijkant van den weg tusschen a en q, onderscheidene punten opnemen, dan richt men uit enkele punten, zooals bijv. e en f, loodlijnen op, waardoor men de punten h, k, enz. vindt.

Van al het opgenomene moet nauwkeurig aanteekening gehouden worden. Op het geheugen mag men daarbij niet vertrouwen, maar men moet de aanteekeningen zoodanig maken, dat iemand, die niet bij de meting is tegenwoordig geweest, het terrein volgens die aanteekeningen kan in kaart brengen.

Als voorbeeld van aanteekening moge fig. 106 dienen. Gaandeweg met de meting maakt men een schets van het terrein, waarop alle lijnen, die op het terrein aanwezig zijn, getrokken worden; terwijl de lijnen, die voor de meting gediend hebben, door streep- of stippellijnen worden aangegeven. Al de cijfers, die betrekking hebben op de gemeten coördinaten, worden geschreven in eene richting, loodrecht op de richting waarin zij gemeten zijn; zij stellen steeds de afstanden voor op de meetlijn tot het beginpunt, en op de loodlijnen de afstanden tot aan de meetlijn. Zoo zal men bij de punten *h* en *k* altijd schrijven de afstanden *eh* en *ek* en niet *eh* en *hk*. Gemeten lengten, die geen betrekking hebben op de coördinaten, worden geschreven evenwijdig aan de lijn waarin zij gemeten zijn en tusschen haakjes of tusschen twee streepjes geplaatst, (zie bijv. bij de in de schets voorkomende gebouwen en bij de lijnen *lm*, *mn*, *np*, *wx*, *xij*, *ijz*, enz.).

Van gebouwen en andere kunstwerken, die een regelmatigen plattegrond hebben en waarvan niet alle punten door coördinaten kunnen worden vastgelegd, worden twee of drie punten op boven beschreven wijze opgenomen en verder de plattegrond op zich zelf opgemeten, zooals uit de in de schets voorkomende gebouwen kan blijken.

Zijn er gedeelten van het terrein, die niet of moeielijk ten opzichte van de meetlijnen, die het net oplevert, kunnen opgenomen worden, dan moet men daarvoor hulpmeetlijnen aannemen. Zoo zal men bijv. den weg *qr* gemakkelijker ten opzichte van de hulpmeetlijn *st* opmeten. Deze hulpmeetlijn verkrijgt men door tijdens de meting langs AB bij *s* een baak te laten staan, die men in de schets (fig. 106) door een vlaggetje aangeeft; hetzelfde doet men bij *t* tijdens het meten langs AC, en legt dus op deze wijze de nieuwe meetlijn aan het groote net vast. Voor de opneming van drie van de op de schets voorkomende gebouwen heeft men als hulpmeetlijn genomen de in *u* op AB opgerichte loodlijn *uv*.

§ 156. **Contrôle op de meting. — Het teekenen van de détails.** Bij de meting moet men tevens zooveel mogelijk op contrôle bedacht zijn. Deze kan men langs verschillende wegen verkrijgen: of door de punten ten opzichte van verschillende meetlijnen op te nemen, zooals bijv. de punten *l*, *m*, *n* en *p*, of door de onderlinge afstanden dier punten op te meten, of bij rechte grensscheidingen door daarvan minstens drie punten op te meten, die dan in de kaart op eene rechte lijn moeten liggen.

Vooral dient men bij het vastleggen van hulpmeetlijnen op contrôle bedacht te zijn, door, waar zulks mogelijk is, die hulpmeetlijnen door middel van minstens drie punten aan het net te verbinden.

Het in teekening brengen van de détails geschiedt, zooals in § 112 is aangegeven, op dezelfde wijze als waarop zij zijn opgenomen. Nadat het net door middel van de coördinaten van de hoekpunten is in teekening gebracht, zet men langs de meetlijn met behulp van den dubbelen decimeter de daarlangs gemeten afstanden af. Uit die punten richt men vervolgens loodlijntjes op, waarop de daarlangs gemeten afstanden worden uitgezet. De aldus in kaart gebrachte punten worden nu onmiddellijk volgens de aanwijzingen van de schets vereenigd, en de deelen, die niet door coördinaten zijn opgenomen, bijgeteekend. Is aldus het opgenomene in teekening gebracht, dan worden daarop al de voor de contrôle gemeten afstanden nagemeten en met de aanteekeningen vergeleken. Komen deze afstanden goed uit, dan kan de kaart in inkt worden gezet en verder worden afgewerkt.

§ 157. **Détailmeting met theodoliet en afstandsmeter.** Bij het opmeten van de details met behulp van een theodoliet, waarvan de kijker tot afstandsmeter is ingericht, plaats men het instrument in een hoekpunt van het net en richt eerst, om de meting te orienteeren, den kijker op een ander punt van het net en leest den stand van beide noniussen op den eersten cirkelrand af. Om nu de verschillende daaromheen gelegen punten op te nemen, gaat een baakhouder met de voor het afstandsmeten bestemde baak achtereenvolgens op die verschillende punten staan; de waarnemer bij het instrument richt daarop en leest de punten af, waar zich de twee voor het afstandsmeten bestemde draden op de baak projecteeren alsmede de standen van de noniussen op de twee cirkelranden.

Deze vier grootheden bekend zijnde is het punt volkomen bepaald en de baakhouder gaat naar het tweede op te nemen punt, enz.

Tijdens of vóór de meting maakt men van het op te nemen terrein een schets, waarop al de op te nemen punten worden aangewezen en in de volgorde, waarin de waarnemingen plaats hebben, genummerd worden. De waarnemingen zelf worden in een vooraf klaargemaakt en bijzonder daarvoor ingericht zakboek opgeschreven met dezelfde volgnummers, die op de schets voorkomen.

Punten, die moeielijk van uit de standplaats van het instrument, maar gemakkelijker ten opzichte van andere reeds opgenomen punten kunnen opgenomen worden, plattegronden van gebouwen enz. worden met de daarbij behoorende afmetingen in de schets opgeteekend.

Is een gedeelte van het terrein gemakkelijker op te nemen ten opzichte van een ander punt, dat niet tot het net behoort, dan wordt zulk een nevenpunt door eene dergelijke meting aan het net vastgelegd en van daaruit de meting voortgezet.

§ 158. **Contrôle op de meting. — Het in teekening brengen van de détails.** Contrôle op de meting verkrijgt men door een zelfde punt van uit twee standplaatsen waar te nemen, dat gemakkelijk kan geschieden voor die punten, die op de grens gelegen zijn van de uit de twee standplaatsen op te nemen terreingedeelten. Verder verkrijgt men eene contrôle door met meetketting, meetband of meetlatten de lengten der grensscheidingen na te meten en deze later met die uit de teekening te vergelijken.

Heeft men op de beschreven wijze al de détails van uit de verschillende punten opgenomen, dan bestaan de verdere werkzaamheden in de berekening van de afstanden en het in teekening brengen der punten. Voor de berekening moet men eerst de twee aflezingen op de baak van elkaar aftrekken, waardoor men de in § 88 door h voorgestelde grootheid vindt, om daaruit met behulp van den op den tweeden cirkelrand afgelezen elevatiehoek α de afstanden te berekenen, hetzij volgens de algemeene formule $D = Ah\, cos.^2\alpha + B\, cos\, \alpha$, of, zoo de kijker van een centraliseerende lens voorzien is, met behulp van de veel eenvoudigere $D = Ah\, cos^2.\alpha$. Door in de staten voor het aanteekenen der waarnemingen twee kolommen, de eene voor h de andere voor D te bestemmen, kan die berekening onmiddellijk in die staten worden uitgevoerd en opgeteekend.

Het in teekening brengen geschiedt met een daarvoor bijzonder ingerichten op hoorn of stevig papier geteekenden transporteur, die in fig. 107 op de halve grootte is voorgesteld. Het middelpunt van den transporteur wordt met behulp van eene fijne naald in in het hoekpunt A, fig. 108a, van waar uit de opmeting heeft plaats gehad, vastgezet; vervolgens wordt de zijkant AM gelegd langs de lijn AB, die op het terrein gediend heeft om de meting te orienteeren, en op de teekening een pijltje P gezet bij de aflezing, die men verkregen heeft bij het richten op B.

Dit pijltje dient nu als index bij het in teekening brengen van de opgenomen punten. Heeft men voor een punt 1, fig. 108b; een hoek van bijv. 110° afgelezen en een afstand van 85 meter berekend, dan draait men den transporteur totdat de aflezing 110° bij het pijltje P komt en zet langs den straal AM op den afstand van 83 meter, verkleind op de schaal van de kaart, het punt 1 uit. Op deze wijze worden nu achtereenvolgens alle punten uitgezet en het bijbehoorend nummer met potlood bijgeschreven.

De punten waarbij men op den cirkelrand aflezingen heeft verkregen grooter dan 180°, zooals bijv. punt 2. fig. 108*c*, waar die aflezing gelijk aan 240° ondersteld is, worden in teekening gebracht langs den straal AN, die hiertoe eveneens verdeeld is. Om zich hierbij niet te vergissen wordt soms de becijfering langs AN en de daarbij behoorende graadverdeeling 180°—360° in het rood aangegeven, terwijl die langs AM en de verdeeling 0°—180° zwart is.

Zijn op de beschreven wijze de punten in teekening gebracht, dan worden zij op de wijze als in de schets is aangegeven vereenigd en de opmetingen, die nog op de schets voorkomen, bijgeteekend. Eindelijk zal men de voor de contrôle opgemeten lengten op de kaart nameten, en zoo deze daarmede overeenkomen tot het verdere afwerken van de kaart kunnen overgaan.

§ 159. **Détailmeting met het planchet.** Bij de détailmeting met behulp van het planchet, moet men, indien de opneming van het net niet met behulp van het planchet heeft plaats gehad, beginnen met de op het planchet vallende hoekpunten daarop met behulp van de berekende coördinaten in teekening te brengen. Zal men nu de détails volgens de basismethode opnemen, dan worden de op te nemen détailpunten door baken aangegeven, het planchet boven een punt van het net opgesteld, georienteerd door middel van een in de nabijheid gelegen hoekpunt, op de verschillende baken gericht en daarbij telkenmale een lijn langs den zijkant van de liniaal getrokken. Plaatst men nu het planchet op een tweede punt van het net en richt weêr op dezelfde baken, dan zal de snijding van de nu te trekken lijnen met de overeenkomstige lijnen, die uit het eerste punt getrokken zijn, de projecties van de op te nemen punten op het planchet aangeven, die nu onmiddellijk kunnen vereenigd worden om de noodige grensscheidingen enz. aan te geven.

Bij deze opneming moet men niet te veel punten te gelijk nemen en bij de op het planchet getrokken lijnen door korte aanduidingen alle verwarring tusschen de lijnen trachten te voorkomen. Ook moet men zorgen dat de lijnen, die een punt bepalen, elkander niet onder te scherpe hoeken snijden, waardoor dat punt onnauwkeurig zou bepaald worden. Dergelijke punten moet men nader bepalen door uit een derde punt van het net er op te richten, of door een hulppunt op bovenbeschreven wijze te bepalen, waar men later met het planchet gaat staan, om die punten nauwkeuriger er op over te brengen. Ook kan men dergelijke hulppunten bezigen tot het opnemen van die deelen van het terrein, die niet of moeielijk van uit de hoekpunten van het net zijn op te nemen.

§ 160. Bij de opneming volgens de voerstraal-methode richt men, nadat het planchet in een punt van het net behoorlijk is opgesteld en georienteerd, op de op te nemen punten; trekt telkens eene potloodlijn langs den zijkant van de liniaal en zet daarop op verkleinde schaal den afstand uit, dien men onmiddellijk laat meten.

Is de vizierliniaal niet ingericht tot het meten van afstanden, dan is deze wijze van opneming alleen met vrucht toe te passen voor die punten, welke in de onmiddellijke nabijheid van het planchet liggen; de overige punten moet men dan volgens de basis-methode opnemen.

Is de liniaal daarentegen tevens ingericht tot het meten van afstanden, dan kan de geheele opneming volgens de voerstraal-methode plaats hebben. De baakhouder gaat dan met de haak achtereenvolgens op de verschillende op te nemen punten staan; de waarnemer richt op de baak en leest af waar de draden zich op de baak projecteeren. Uit deze aflezingen, in verband met de aflezing op den verticalen rand berekent hij onmiddellijk den afstand, dien hij op verkleinde schaal langs de door de liniaal aangegeven richting uitzet.

Die détails van het terrein, die niet of moeielijk op de aangewezen wijze kunnen opgenomen worden, meet men later ten opzichte van andere détails op en brengt ze onmiddellijk volgens die opmeting in teekening.

§ 161. **Contrôle op de meting.** Ter contrôle van de meting kan men verschillende punten op meer dan eene wijze opnemen, door bijv. uit drie punten er op te richten, of door ze uit twee punten volgens de voerstraal-methode te bepalen, of men kan na afloop van de meting de lengten van verschillende grensscheidingen met ketting, meetband of meetlatten laten opmeten en vergelijken met de op het planchet na te meten lengten.

Aangezien bij de opneming met het planchet de détails onmiddellijk in kaart zijn gebracht, zoo kan men na die opneming onmiddellijk overgaan tot het in inkt zetten en verder afwerken van de kaart.

HOOFDSTUK XIX.

INHOUDSBEPALING.

§ 162. **Algemeen overzicht.** Naast het vervaardigen van een kaart van het opgenomen terrein, vindt men soms als nevendoel van de meting het bepalen van de inhouden van de verschillende opgenomen perceelen. In enkele gevallen is dit het uitsluitende doel van de meting.

Heeft de meting alleen ten doel het bepalen van de grootte van een terreingedeelte, dan zal men ze zoo inrichten, dat men uit de opgemeten grootheden onmiddellijk den vereischten inhoud kan vinden.

Moet het terrein tevens in teekening gebracht worden, dan kan men twee wegen volgen: men kan de meting zoo inrichten, dat uit de opgemeten grootheden voor het in kaart brengen, tevens de inhouden kunnen berekend worden, of men kan eerst het terrein in teekening brengen en dan uit de teekening de vereischte inhouden afleiden. Bij de opneming met het planchet kan men natuurlijk alleen den laatsten weg volgen.

§ 163. **Opmeting van enkele perceelen.** Is het alleen te doen om den inhoud van een perceel te vinden, dan zal men dat perceel op het terrein in eenvoudige figuren verdeelen, van ieder afzonderlijk den inhoud bepalen en deze inhouden dan samentellen.

Het in fig. 114 voorgestelde perceel kan men bijv. op de daar aangewezen wijze in driehoeken verdeelen en de inhouden van de verschillende driehoeken afzonderlijk vinden door het meten van de drie zijden van elken driehoek, of door het meten van de basis en de hoogte, of door het meten van twee zijden en den ingesloten hoek. Men kan datzelfde perceel ook op de in fig. 115 aangewezen wijze in rechthoekige trapeziums en rechthoekige driehoeken verdeelen, door op eene willekeurige meetlijn AH uit de verschillende hoekpunten loodlijnen neer te laten en van de aldus gevormde figuren de inhouden bepalen, door meting van de loodlijnen en van de op de meetlijn AH afgesneden stukken. In plaats van de stukken A*b*, *bc*, *cd*, A*g*, *gf*, *fe* en *ed* te meten, kan men ook meten de afstanden A*g*, A*b*, A*f*, enz., met andere woorden de coördinaten van de verschillende punten bepalen en daaruit op de in de volgende paragraaf te behandelen wijze den inhoud berekenen.

Bestaat de begrenzing van het terrein uit eene groote menigte kleine zijden, of uit eene gebogen lijn, zooals in fig. 116, dan beschrijft men eerst in dat terrein een veelhoek met een gering aantal groote zijden, die zoo goed mogelijk aan de omgrenzing aansluiten, meet deze op bovenbeschreven wijze op en voegt daarbij de inhouden van de afgesneden stukken.

Deze stukken worden gevonden door uit de punten *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, enz. loodlijnen op BC neer te laten en aldus de coördinaten van die punten te bepalen, waaruit dan de inhouden berekend worden. Bij eene begrenzing door eene gebogen lijn vervangt men die door eene gebroken lijn, die er zoo nauw mogelijk aansluit en neemt die op bovenstaande wijze op.

In sommige gevallen, als men op het op te nemen terrein zelf niet kan komen (bijv. bij de opmeting van perceelen bosch of water), moet men daar *omheen* een veelhoek aanbrengen, fig. 117, en van zijn inhoud aftrekken de som van de inhouden van de deelen gelegen tusschen dien veelhoek en de grens van het op te nemen terrein. De inhoud van den grooten veelhoek zal men dan ook meestal niet volgens de hiervoor beschreven wijze kunnen bepalen; men zal dan volgens een van de vroeger beschreven methoden den veelhoek opnemen en de coördinaten van de hoekpunten berekenen, om dan daaruit den inhoud te vinden.

§ 164. **Berekening uit de gegevens van de détailmeting.** Heeft men de détails van eenig terrein opgenomen volgens de in § 155 beschreven coördinaten-methode, dan zijn van de hoekpunten van ieder perceel de coördinaten, ten opzichte van zeker assen-stelsel, bekend, en daaruit kan men als volgt de inhouden berekenen.

Zij in fig. 118 een dergelijk perceel voorgesteld; $X_1 = OB_1$, $Y_1 = B_1A_1$, $X_2 = OB_2$, $Y_2 = B_2A_2$, enz. de coördinaten van de verschillende hoekpunten, dan is de veelhoek door de ordinaten van zelf in rechthoekige trapeziums verdeeld, die men allen afzonderlijk kan berekenen. Zes van deze trapeziums $A_1 A_2 B_2 B_1$, enz. .... en $A_{n+1} A_7 B_7 B_{n+1}$ moeten als positief, de vier overige, $A_7 A_8 B_8 B_7$, ... en $A_{10} A_1 B_1 B_{10}$ als negatief in rekening gebracht worden; omdat bij de zes eerste ook medegerekend is de inhoud tusschen de lijn $A_1 A_{10} A_9 A_8 A_7$ en de X-as, welke inhoud weer moet worden afgetrokken.

Beschouwen wij nu nader het trapezium $A_n A_{n+1} B_{n+1} B_n$, dan is de inhoud daarvan $B_n B_{n+1} \frac{A_{n+1} B_{n+1} + A_n B_n}{2}$ of in de gemeten coördinaten uitgedrukt:

$$\tfrac{1}{2} (X_{n+1} - X_n)(Y_{n+1} + Y_n).$$

Volgens deze formule kan men de inhouden van alle trapeziums vinden en let men daarbij goed op het teeken van $X_{n+1} - X_n$ dan worden van zelf de inhouden van de af te trekken trapeziums negatief, zoodat men enkel die producten met inachtneming van hun teeken heeft samen te tellen, waaruit dus voor den inhoud volgt:

$$\tfrac{1}{2} \Sigma (X_{n+1} - X_n)(Y_{n+1} + Y_n).$$

Laat men uit de punten A_1, A_2, enz. loodlijnen neer op de Y-as in plaats van op de X-as, dan kan men eene dergelijke formule voor den inhoud afleiden, namelijk:

$$\tfrac{1}{2} \Sigma (Y_{n+1} - Y_n)(X_{n+1} + X_n).$$

Beide formules kunnen nog vereenvoudigd worden, door de daarin voorkomende gelijke termen met verschillend teeken weg te laten en de overige termen anders te rangschikken, waardoor men vindt:

$$\tfrac{1}{2} \Sigma\, Y_n (X_{n+1} - Y_{n-1}) \quad \text{en} \quad \tfrac{1}{2} \Sigma\, X_n (Y_{n+1} - Y_{n-1}).$$

Door de inhouden volgens deze beide formules te berekenen, verkrijgt men in de overeenstemming van de resultanten eene goede contrôle op de berekening.

§ 165. Is het terrein opgenomen volgens de voerstraal-methode (§ 157), dan zijn van de verschillende hoekpunten de pool-coördinaten bekend en daaruit kan men weer den inhoud vinden.

Stelt in fig. 119 $A_1 A_2 \ldots A_7$ het perceel voor, waarvan de inhoud berekend moet worden, en is O het punt waaruit het is opgenomen, dan zijn $a_1 = OA_1$, $a_2 = OA_2$ enz. de bepaalde lengten van de voerstralen, en $\alpha_1 = POA_1$, $\alpha_2 = POA_2$ enz. de aflezingen op den horizontalen cirkelrand. De te meten figuur wordt door de voerstralen in een stel van driehoeken verdeeld, waarvan telkens twee zijden en den ingesloten hoek bekend zijn en waarvan de inhouden dus te berekenen zijn. Van driehoek $A_n OA_{n+1}$, bijv. zijn bekend de twee zijden, $OA_n = a_n$ en $OA_{n+1} = a_{n+1}$, en den ingesloten hoek $A_n OA_{n+1} = POA_{n+1} - POA_n = \alpha_{n+1} - \alpha_n$; de inhoud van dien driehoek is dus $\frac{1}{2} a_n a_{n+1} \sin. (\alpha_{n+1} - \alpha_n)$.

Berekent men op deze wijze de inhouden van al de driehoeken, dan vindt men in hun som den inhoud van den veelhoek $A_1 A_2 \ldots A_7$, namelijk:

$$\tfrac{1}{2} \Sigma\, a_n a_{n+1} \sin. (\alpha_{n+1} - \alpha_n).$$

Letten wij bij die berekening goed op het teeken van $\sin. (\alpha_{n+1} - \alpha_n)$, dan worden de inhouden van de driehoeken $A_5 OA_6$, $A_6 OA_7$, $A_7 OA_1$, die eigenlijk afgetrokken moeten worden, weer van zelf negatief, zoodat men bovenstaande producten eenvoudig heeft samen te tellen met inachtneming van hun teeken.

Bij beide wijzen van opneming, zoowel volgens de coördinaten- als volgens de voerstraal-methode, moeten al de hoekpunten van het te berekenen perceel ten opzichte van hetzelfde coördinatenstelsel opgenomen worden. Daar waar dus perceelen aan elkaar sluiten, die ten opzichte van verschillende assenstelsels worden opgenomen, moet men de aansluitingspunten ten opzichte van beiden opnemen, wat bij de opmeting meestal reeds gedaan wordt voor de contrôle op de meting (zie: § 156 en § 158).

§ 166. **Berekening uit de meting op de kaart.** Bij het bepalen van de inhouden uit de kaart kan men dezelfde methoden volgen, als hiervoor zijn behandeld voor de berekening uit de directe gegevens van de meting. Men kan het terrein in een stelsel van driehoeken verdeelen en daarvan het gemakkelijkst basis en hoogte meten, of men kan de rechthoekige coördinaten van de hoekpunten ten opzichte van een willekeurig aangenomen assenstelsel op de kaart meten en daaruit den inhoud berekenen. Bij perceelen door een groot aantal kleine zijden begrensd zal men eveneens eerst een veelhoek daarin aanbrengen, met een zoo gering mogelijk aantal groote zijden, en de berekening daarvan, evenals van de afgesneden stukken, op de beschreven wijze uitvoeren, waarbij nu natuurlijk alle maten uit de teekening genomen worden.

Bij kromlijnige begrenzingen kan men de berekening hier aanmerkelijk bekorten, door de ordinaten op onderling gelijke afstanden te nemen, waardoor die afstand overal als factor voorkomt en men dus de coördinaten maar heeft samen te tellen (van de twee uiterste moet men natuurlijk slechts de helft in rekening brengen), en de som met den constanten afstand heeft te vermenigvuldigen.

De bepaling van den inhoud uit de kaart kan eindelijk ook nog geschieden door den veelhoek eerst in een driehoek van gelijken inhoud te vervormen en den inhoud hiervan te berekenen uit de gemeten basis en hoogte. In de volgende paragraaf wordt een instrumentje beschreven om deze bewerking op eene eenvoudige wijze uit te voeren, zonder op de kaart andere lijnen te trekken dan de basis van den driehoek.

De bepaling van de inhouden uit de kaart is altijd onnauwkeuriger dan de berekening uit de onmiddellijke gegevens der meting. Vooral bij zeer lange maar smalle perceelen, die veelvuldig voorkomen, zal de berekening uit de kaart niet zeer nauwkeurig zijn, doordat eene fout in de meting van de breedte van veel invloed is op den inhoud.

Bij de opneming met het planchet, waarbij geen andere berekening dan die uit de kaart mogelijk is, neemt men in die gevallen de voorzorg, om minstens de breedten van dergelijke perceelen door directe meting op het terrein te bepalen, om daardoor de nauwkeurigheid van de inhoudsbepaling te verhoogen.

§ 167. **Transformateur.** Zoo als boven is aangegeven, kan de inhoud van een perceel ABCDEFGH fig. 109 gevonden worden, door dat perceel tot een driehoek C′DE′ van gelijken inhoud te vervormen en daarvan den inhoud te bepalen door het meten van de basis C′E′ en de hoogte DK.

Voor deze vervorming vereenigt men de punten A en C en trekt door B eene lijn BB′ evenwijdig daaraan, tot zij de lijn AH in B′ snijdt; wordt nu CB′ getrokken, dan is $\triangle ABC = \triangle AB'C$ en de lijn B′C kan dus de twee lijnen AB en BC vervangen. Vereenigt men nu B′ met D en trekt CC′ daaraan evenwijdig tot zij in C′ het verlengde van HA snijdt, dan is, als men D met C′ vereenigt

$\triangle CDB' = \triangle C'DB'$ en de lijn C'D kan dus de twee lijnen B'C en CD of de drie lijnen AB, BC en CD vervangen, zonder dat daardoor de inhoud van het perceel verandert.

Op overeenkomstige wijze worden aan de andere zijde van het perceel de lijnen HG, GF, FE en ED door de lijn E'D vervangen, zonder dat de inhoud gewijzigd wordt. Men heeft dus nu den driehoek C'DE' verkregen, die volkomen denzelfden inhoud heeft als het oorspronkelijke perceel en van dien driehoek kan den inhoud bepaald worden door het meten van de basis C'E' en de hoogte DK.

Het in fig. 110 voorgestelde instrumentje, dat den naam draagt van *transformateur*, is bestemd om deze bewerking op eenvoudige wijze te verrichten, zonder op de kaart meer lijnen of punten aan te teekenen als het verlengde van de basis AH en de twee eindpunten C' en E'.

Dat instrumentje bestaat uit een koperen plaat P, die langs een liniaal Q kan verschoven worden. Een beweegbare arm RS is om het punt R, dat op dien arm door een streepje is aangegeven, draaibaar. Wordt die arm tegen de plaat P aangesloten, dan loopt de zijkant RS evenwijdig met den kant van de plaat P, die langs de liniaal Q beweegt.

In dichtgevouwen toestand wordt de transformateur langs de, zoo noodig verlengde lijn AH, die als basis wordt aangenomen, gebracht, en de liniaal Q er tegen aan gelegd en stevig op de kaart vast gehouden. Het streepje R wordt nu bij het punt A fig. 109 gebracht, de arm RS geopend en door draaing om het punt R de zijkant daarvan langs het punt C gebracht. Door de transformateur nu langs de liniaal te verschuiven, tot de zijkant van den beweegbaren arm door B gaat, komt het punt R in B'; in plaats van dit punt aan te teekenen wordt de arm door draaing lang D gebracht en dan door verschuiving langs C, waardoor het punt R in C' komt, welk punt nu op de kaart wordt aangeteekend.

Aan de andere zijde van het perceel gaat men op gelijke wijze te werk, door verschuiving van den transformateur wordt het punt R in H gebracht, waarna men den zijkant van den arm RS achtereenvolgens door verdraaing in F, door verschuiving in G, door verdraaing in E, door verschuiving in F, door verdraaing in D en eindelijk door verschuiving in E brengt, waardoor het punt R in E' komt, welk punt nu weer op de kaart wordt aangeteekend.

Zoo als uit het bovenstaande blijkt, wordt telkenmale bij de verdraaing een hoekpunt overgeslagen en bij de verschuiving de arm naar het onmiddellijk voorafgaande punt terug gebracht en eerst wanneer de bewerking geheel is afgeloopen het laatste punt op de als basis aangenomen zijde aangeteekend, zoodat geen van de in de figuur aangegeven constructielijnen behoeft getrokken te worden en ook de punten B′ G′ en F′ niet behoeven aangeteekend te worden.

§ 168. **Pool-planimeter.** Ter bepaling van de inhouden van perceelen op de kaart heeft men instrumenten, die onmiddellijk den inhoud geven, zoo men slechts met een stift den omtrek van de figuur volgt.

Van deze instrumenten, die den naam van *planimeter* dragen, zal hier slechts het eenvoudigste en meest gebruikte, namelijk de *pool-planimeter* behandeld worden.

De pool-planimeter, in fig. 111 voorgesteld, bestaat uit een staaf AD, die aan het eene uiteinde A van een stift voorzien is, waarmede men den omtrek van de te meten figuur volgt, terwijl het rolletje C, dat zich aan het andere uiteinde bevindt en om de as EE kan draaien, over het papier heenglijdt. Die staaf is verder in het punt B door eene as verbonden aan de staaf BP, die om het punt P van de schijf F, als om een pool kan draaien. Volgt men nu met de stift A den omtrek van eene willekeurige figuur, dan ondergaat het rolletje C, bij zijne beweging over het papier, eene omdraaiing, die evenredig is met den inhoud dier figuur. Om dien inhoud te vinden, heeft men dus slechts de omdraaiing van het rolletje C te meten en met een zekeren coëfficient te vermenigvuldigen. Om die omdraaiing te kunnen meten, is aan het rolletje een trommel G verbonden, die in honderd gelijke deelen verdeeld is en waarop men dus de onderdeelen van de omdraaiing kan aflezen, terwijl de heele omdraaiingen door middel van eene schroef zonder eind op het schijfje H worden overgebracht en daarop worden afgelezen.

De afstand van de as B tot de stift A kan veranderd worden, om daardoor aan den coëfficient, waarvan boven sprake was, eene bepaalde waarde te geven. Is de stand van de as B voor eene bepaalde waarde van den coëfficient eens nauwkeurig bepaald, dan kan men die op de verdeeling op den staaf AD met behulp van den nonius aflezen en bij later gebruik met behulp van die verdeeling en van de aangebrachte micrometerschroef de as weer in dien zelfden stand brengen. Enkele standen der as, overeenkomende met bepaalde waarden van den coëfficient, die bij het gebruik veel voorkomen, zijn op AD door streepjes aangegeven, die bij den index gebracht worden, die zich tegenover den nonius bevindt.

Naast de fijne stift A bevindt zich veelal een tweede stift, die aan den onderkant vlak is afgeslepen en op het papier rust om te voorkomen, dat de stift A er indringt.

§ 169. **Inhoudsbepaling met den pool-planimeter.** Laat in fig. 112 P de pool voorstellen, waarom de stang PB draait, laat verder AC de tweede stang, die in B met de eerste verbonden is, bij A de stift en bij C het rolletje bevat, voorstellen; dan zal, als A het element AA′ van den omtrek der figuur AA′E volgt, het rolletje den weg CC′ afleggen. Laten wij uit C′ eene loodlijn C′D op BC neer, dan kunnen wij ons den weg CC′ ontbonden denken in de twee deelen CD en DC′. Bij het doorloopen van het eerste gedeelte zal het rolletje niet om zijne as draaien, bij het doorloopen van het tweede wel en daarbij zal zich van het rolletje een stuk afwentelen gelijk aan C′D. Meten wij die omwenteling in deelen van den omtrek ($2\pi r$) van het rolletje en stellen wij die elementaire omwenteling door du voor, dan is:

$$C'D = 2\pi r\, du.$$

Het in de figuur gearceerde gedeelte, dat door de stangen PB en BA doorloopen wordt, en dat wij kunnen beschouwen als het element dI van den te meten inhoud, is, op oneindig kleinen van hoogere orde na, gelijk aan den inhoud van den rechthoek ABB′A″, dien wij verkrijgen door B′A″ // BA en AA″ // BB′ te trekken, plus den inhoud van de twee sectoren A′B′A″ en BPB′.

Verlengen wij nog A″B′ tot C″ en trekken de loodlijn C′D door tot C″, dan is de inhoud van den rechthoek AA″B′B $=$ AB $\times$ C″D, of, als wij AB $= a$, BC $=$ B′C′ $= b$ en hoek A′B′A″ $=$ C′B′C″ $= d\psi$ stellen:

$$\text{Inhoud } AA''B'B = a\,(DC' + C'C'') = a\,(2\pi r\, du + b\,d\psi).$$

De inhoud van den sector A′B′A″ is gelijk $\frac{1}{2}$ B′A′^{2} $\times$ hoek A′B′A″ $=$ $\frac{1}{2}a^2 d\psi$ en die van sector BPB′ als wij BP $= c$ en BPB′ $= d\varphi$ stellen:

$$\tfrac{1}{2}\, BP^2 \text{ hoek } BPB' = \tfrac{1}{2}\, c^2 d\varphi.$$

Deze drie inhouden bij elkaar voegende verkrijgen wij de differentiaal-uitdrukking:

$$\begin{aligned} dI &= a\,(2\pi r\, du + b\,d\psi) + \tfrac{1}{2}\, a^2 d\psi + \tfrac{1}{2}\, c^2 d\varphi = \\ &= A\, du + ab\,d\psi + \tfrac{1}{2}\, a^2 d\psi + \tfrac{1}{2}\, c^2 d\varphi. \end{aligned}$$

Bij het doorloopen van de figuur AA'EA van het punt A af tot hetzelfde punt, wordt de integraal van dI de inhoud I van de figuur; de integraal van du wordt de geheele omdraaiing U van het rolletje.

Bij het integreeren van $d\varphi$ en $d\psi$ moeten wij twee gevallen onderscheiden:

1. *Pool buiten de figuur.* De integraal van $d\varphi$ wordt hier, aangezien de stang PB in haren oorspronkelijken stand terugkomt en daarbij dezelfde hoeken in positieven en negatieven zin doorloopt, gelijk nul; hetzelfde heeft plaats met de integraal van $d\psi$; wij vinden dus:

$$\mathrm{I} = \mathrm{AU}.$$

2. *Pool binnen de figuur.* Is de pool P binnen de te meten figuur gelegen, dan komt de stang PB wel weer in denzelfden stand terug, maar eerst na een hoek van 360° doorloopen te hebben, evenzoo de staaf BA, waaruit volgt; $\int d\psi = \int d\varphi = 2\pi$; en waardoor bovenstaande formule overgaat in:

$$\mathrm{I} = \mathrm{AU} + (2ab + a^2 + c^2)\,\pi = \mathrm{AU} + \mathrm{B}.$$

De formules voor de berekening van de inhouden worden dus:

Pool buiten: $\mathrm{I} = \mathrm{AU}.$

Pool binnen: $\mathrm{I} = \mathrm{AU} + \mathrm{B},$

waarbij de twee constanten A en B tot waarden hebben:

$$\mathrm{A} = 2\pi ar \qquad \mathrm{B} = (2ab + a^2 + c^2)\,\pi.$$

Aangezien de constante A evenredig is met de lengte van de stang $\mathrm{AB} = a$, zoo kan men, door die lengte goed te kiezen, de constante A gelijk aan de eenheid of gelijk aan 10 of gelijk aan een veelvoud van 10 maken, waardoor de berekening natuurlijk aanmerkelijk vereenvoudigd wordt.

Zooals in de vorige paragraaf werd opgemerkt is hiertoe de as B langs de staaf AD verplaatsbaar en eene verdeeling aangebracht, om daarop den stand der as af te lezen.

§ 170. **Regeling van den planimeter en bepaling van de constanten.** Zooals wij boven zagen, wordt aan een van de twee constanten eene bepaalde waarde gegeven door regeling van de lengte van AB. Van de tweede wordt de waarde afzonderlijk bepaald. Behalve deze regeling moet ook onderzocht worden — en zoonoodig met behulp van de daartoe bestemde correctieschroefjes geregeld worden — of werkelijk aan de voorwaarde voldaan is, waarop de afleiding van vorenstaande formules berust, namelijk of de as van het rolletje C evenwijdig loopt met het vlak, gaande door de punt van de stift A en de as B.

Gaan wij eerst tot het laatste onderzoek over, dan merken wij op dat eene berekening, overeenkomende met die, welke ons de formule voor den planimeter gegeven heeft, leert, dat als de as CB van het rolletje C van de richting der lijn AB afwijkt, in den zin zooals door fig. 113 is aangewezen, dat men dan den inhoud van een willekeurige figuur, die gelegen is buiten den cirkel, om de pool P, met de straal $\sqrt{a^2+c^2}$ beschreven, te groot, daarentegen die van eene binnen dien cirkel gelegen, te klein gevonden wordt en wel des te meer, naarmate die figuren verder van dien cirkel verwijderd zijn. Hieruit volgt een eenvoudige wijze van onderzoek; men meet met den planimeter tweemaal dezelfde figuur, maar plaatst de eene keer de pool zoover mogelijk van de figuur, de tweede keer zoo dicht mogelijk er bij; geeft nu de eerste meting een grooteren inhoud dan de tweede, dan heeft er eene afwijking plaats als in de figuur is aangewezen; bij een kleineren inhoud is natuurlijk de afwijking in tegengestelden zin. Eens de zin van de afwijking bekend zijnde, kan men met behulp van de correctieschroefjes (de schroefjes K in fig. 111), den stand der as in de gewenschte richting wijzigen en onderzoeken of dan den vereischten stand verkregen is.

Is de stand van de as onderzocht, dan kan men de lengte van den arm a regelen, door eene figuur van bekenden inhoud na te meten en te zien of daaruit voor de constante $A = 2\pi ar$, de juiste waarde volgt. Zoo niet dan wijzigt men de lengte van a zoolang tot die waarde voor A verkregen is, en leest dien stand dan op de stang AD af.

De voor dit onderzoek benoodigde figuren van bekenden inhoud kan men verkrijgen door eenvoudige figuren, zooals cirkels, rechthoeken of driehoeken, zuiver op papier te teekenen en uit de met een dubbelen decimeter te vinden afmetingen de inhouden te berekenen. Ook worden bij de planimeters voor dat doel zoogenaamde *proefcirkels* geleverd; deze bestaan uit een koperen plaat, waarin enkele cirkels van bekenden inhoud gegrift zijn, of uit een dun koperen plaatje, waarin eenige fijne gaatjes op nauwkeurig bekende afstanden zijn aangebracht. Zet men dergelijk plaatje met eene fijne naald door een der gaatjes op het papier vast en steekt de punt van de stift des planimeters in een ander gaatje, dan kan men aan die stift een cirkel van bekende straal om de naald laten beschrijven.

Is eindelijk de lengte van de stang *a* geregeld en haar stand nauwkeurig voor later gebruik verzekerd, dan kan men de waarde van de constante B bepalen, door eene figuur van bekenden inhoud te meten met de pool daar binnen geplaatst.

Zoowel bij de metingen voor bovenstaande regeling als voor het bepalen van de constante B, zal men niet op een enkele meting afgaan, maar een gemiddelde uit eenige waarnemingen nemen. Ook later bij het gebruik van den planimeter zal men voor de contrôle iedere figuur met den planimeter minstens tweemalen meten. Verder moet men er voor zorgen het rolletje C steeds over papier te laten gleiden en niet over de tafel of de teekenplank waarop de kaart is gespannen.

§ 171. **Krimpen van het papier.** Wordt het papier voor het teekenen van de kaart op een teekenplank gespannen, iets wat bij het planchet altijd moet geschieden, dan zal bij het lossnijden het papier krimpen; het krimpen heeft ook plaats bij het wasschen van eene teekening al is zij ook niet opgeplakt. Op dit inkrimpen van het papier, dat soms meer dan een percent kan bedragen en dus van veel invloed is op de uit de kaart af te leiden afmetingen en inhouden, moet behoorlijk gelet worden.

Het beste zal zijn al de afmetingen uit de kaart te bepalen voor dat deze gekrompen is, dus voor dat zij wordt afgesneden of voor dat zij in kleuren wordt afgewerkt.

Kan dit om de een of andere reden niet geschieden of moet men later op die kaart nog meer inhouden bepalen, dan moet men de inkrimping behoorlijk in rekening brengen. Het beste middel hiertoe is, dat men de ruiten, die dienen tot het in teekening brengen van de hoekpunten van het net door middel van hunne coördinaten (zie § 120), door dunne inktlijnen aangeeft; door dan de inhouden van deze figuren met behulp van den planimeter na te meten of te berekenen uit de direct te meten lengten der zijden en te vergelijken met de oorspronkelijke inhouden, vindt men de inkrimping van het papier en de hiervoor, aan de door meting op de teekening verkregen inhouden, percentsgewijze aan te brengen correctiën.

Diezelfde lijnen kunnen nog tot een ander doel dienen; heeft men namelijk den inhoud van eene groote figuur te bepalen, waarin verschillende van die rechthoeken voorkomen, zooals, bijv. het perceel *abcd* in fig. 120, dan heeft men alleen den inhoud van het om die vierkanten heen liggende gedeelte, dat in de figuur door arceering is aangewezen, uit de kaart te bepalen en dit te voegen bij den inhoud van de binnen de figuur gelegen vierkanten. Het is duidelijk dat in dit geval de correctie voor het krimpen van het papier alleen in rekening gebracht moet worden voor het werkelijk uit de figuur bepaalde gedeelte, niet voor den inhoud van de vierkanten.

Iets dergelijks heeft plaats, indien, zooals in fig. 121, binnen de figuur eenige driehoeken van het net gelegen zijn. De inhoud daarvan kan zeer nauwkeurig uit de opmeting van het net gevonden worden en men heeft alleen het omliggend gedeelte op de kaart te meten en wegens het krimpen van het papier te verbeteren.

§ 172. **Contrôle en vereffening der verschillen.** Bij de bepaling van de inhouden der perceelen moet, evenals bij elke meting, contrôle worden uitgeoefend; deze kan men bij ieder perceel afzonderlijk uitoefenen, door den inhoud op twee verschillende wijzen te bepalen; bijv. door de figuur op twee verschillende wijzen in driehoeken te verdeelen. Eene dergelijke contrôle hebben wij ook reeds aangevoerd bij de berekening uit de rechthoekig coördinaten der hoekpunten, dat was echter alleen eene contrôle op de berekening niet op de meting.

De voornaamste contrôle, die men op de inhoudsbepaling uitoefent, bestaat daarin, dat men de inhouden van de perceelen, die samen eene groep vormen, samentelt, de figuur door deze perceelen gevormd afzonderlijk opmeet en beide inhouden samen vergelijkt. Een groot verschil tusschen beide inhouden wijst natuurlijk op eene fout, die opgespoord en verbeterd moet worden. Kleine verschillen zullen altijd voorkomen ten gevolge van de onvermijdelijke fouten in de waarnemingen. Aangezien de inhoudsbepaling van grootere figuren altijd veel nauwkeuriger is, dan die van kleinere, vooral ook als men daarbij gebruik maakt van de nauwkeurig bekende inhouden van de vierkanten op de kaart of van de driehoeken of veelhoeken van het net, zoo zal men de inhouden van die groote figuren behouden en bovengenoemde kleine verschillen percentsgewijze over de verschillende perceelen verdeelen.

Iets dergelijks heeft plaats bij eene planchet-opneming. Het terrein op planchet voorgesteld is namelijk meestal begrensd door een rechthoek van nauwkeurig bekenden inhoud. Heeft men nu de inhouden van alle geheele en gedeelten van perceelen, die op het planchet voorkomen, gemeten, dan moet hunne som gelijk zijn aan den nauwkeurig bekenden inhoud van het op het planchet voorgestelde terrein. Kleine verschillen worden hier wederom percentsgewijze verdeeld. Mocht het planchet een te groot aantal perceelen bevatten, om op deze wijze genoegzaam contrôle op de inhoudsbepaling uit te oefenen, dan verdeelt men het planchet eerst in vier of meer gelijke rechthoeken, die ieder op dezelfde wijze behandeld worden.

HOOFDSTUK XX.

TRIGONOMETRISCHE HOOGTEMETING.

§ 173. **Waterpasvlak.** De richting van het vrijhangend schietlood geeft, zooals bekend is, de richting van de zwaartekracht aan. Een vlak, dat in ieder punt rechthoekig op die richting staat, draagt den naam van *waterpas-* of *niveauvlak*, het is het vlak, dat gevormd wordt door het bovenvlak van een stilstaand water. Twee punten in hetzelfde waterpasse vlak gelegen worden gezegd even hoog te liggen; zijn zij in verschillende waterpasse vlakken gelegen dan wordt hun hoogteverschil bepaald door den afstand van die twee weterpasse vlakken of door den afstand van het eene punt tot het waterpasse vlak van het andere.

Zoolang de horizontale afstand van de twee punten, dat is de projectie van den aftand der twee punten op een waterpas vlak, gering is, kan men die waterpasse vlakken als onderling evenwijdige platte vlakken beschouwen. Zoo die afstand echter slechts weinige honderdtallen van meters overschrijdt, wordt de invloed van den gebogen vorm van de aarde reeds duidelijk merkbaar en moet men dien dus in rekening brengen. Wij zullen daarom bij onze beschouwingen omtrent het hoogtemeten de niveauvlakken niet als evenwijdige platte vlakken maar als concentrische bolopperlakken te beschouwen hebben.

Strikt genomen zijn de waterpasse vlakken geen bolopperlakken, maar omwentelings-ellipsoïden, waarvan de kromming dus in verschillende punten en in verschillende richtingen verschillend is en die zich niet overal op denzelfden afstand van elkaar bevinden. De kleine verschillen, die daaruit voortvloeien, zijn echter van dien aard, dat wij daarvan mogen afzien; alleen zullen wij voor den straal van den bol, die het niveauvlak voorstelt, dat samenvalt met het oppervlak der zee, den zoogenaamden gemiddelden straal in het beschouwde punt nemen. Deze gemiddelde straal, veranderlijk met de geographische breedte, wordt voorgesteld door de formule:

$$R = a \frac{\sqrt{1-e^2}}{1 - e^2 \, sin^2. B} = \frac{b}{1 - e^2 \, sin^2. B},$$

waarin a de halve groote as (straal van den aequator), b de halve kleine as, e de excentriciteit $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ en B de geographische breedte voorstelt.

Stellen wij hierin de door Bessel aangegeven afmetingen der aarde, namelijk: $a = 6377397$ meter, $b = 6356079$, $e = 0{,}0816968$ en voor B de gemiddelde breedte voor Nederland 52°10′, dan vinden wij: R = 6382650 meter, $log.$ R = 6,80500.

§ 174. **Straalbuiging.** Een tweede omstandigheid, waarmede men rekening moet houden, indien de punten, waarvan het hoogteverschil bepaald moet worden, eenigszins van elkaar verwijderd zijn, is de straalbuiging.

De lichtstralen, die van een lichtgevend punt uitgaan en zich in eene homogeene middenstof voortbewegen, vormen rechte lijnen. De lucht, die hier de middenstof vormt waardoor de lichtstralen tot ons komen, is niet homogeen, maar bestaat, indien zij volkomen in evenwicht is, uit concentrische lagen, die eene des te mindere dichtheid bezitten, naarmate zij hooger gelegen zijn. Een gevolg hiervan is, dat de lichtstralen niet in rechte lijnen tot ons komen, maar volgens gebogen lijnen en wel volgens lijnen, die in verticale vlakken gelegen zijn, en den hollen kant naar de aarde keeren, zoodat alle voorwerpen schijnbaar hooger gelegen zijn, dan in werkelijkheid plaats heeft.

De invloed van de straalbuiging is niet altijd even groot, maar naarmate de verandering van de dichtheid der lucht van de eene tot de andere laag grooter of kleiner is, ten gevolge van eene verandering in de luchtdrukking of in de temperatuur, zijn ook de lichtstralen meer of minder gekromd; zoo is na een helderen nacht en bij een onbewolkten hemel, als de onderste luchtlagen sterk zijn afgekoeld, de straalbuiging op haar grootst, maar neemt bij het warmer worden dier luchtlagen af, totdat zij in den namiddag een minimum bereikt, zij wordt dan weer grooter en blijft toenemen tot na het ondergaan van de zon. Op een dag daarentegen, waarop de hemel voortdurend bewolkt is en waarop er dus weinig verandering in de temperatuur plaats heeft, verandert de straalbuiging ook slechts zeer weinig.

Een tweede verschijnsel, dat met de straalbuiging in zeer nauw verband staat, is de zoogenaamde *deining* of *onrust der beelden.* Als de luchtlagen zich niet in een evenwichtstoestand bevinden, dan zullen, bij de beweging, die de lucht ondergaat, de van een zeker voorwerp tot ons komende lichtstralen, telkens door luchtlagen van andere dichtheid heengaan en daardoor dus telkens anders gebroken worden, hetgeen zich voor het oog voordoet alsof dat voorwerp zich in eene snelle op- en neergaande beweging bevindt. 's-Ochtends, als de onderste luchtlagen sterk zijn afgekoeld, heeft men een sterke deining, die echter langzamerhand afneemt, doordat de zon de onderste luchtlagen verwarmt, totdat gedurende eenige oogenblikken een toestand van evenwicht in de luchtmassa intreedt en de beelden in rust zijn. Daar de zon echter voortgaat met de onderste luchtlagen te verwarmen, zoo zal het evenwicht weer spoedig verbroken worden en de deining weer opnieuw intreden. Eenige uren voor zonsondergang, als de uitstraling van de aarde de overhand verkregen heeft boven de verwarming door de zon, treedt er wederom een evenwichtstoestand in, waarbij de beelden gedurende eenige uren in rust verkeeren. Na den ondergang der zon neemt de deining wederom een aanvang.

De oogenblikken, waarin de beelden zich in rust bevinden en waarop de straalbuiging eene gemiddelde waarde bereikt, zijn voor het hoogtemeten de meest geschikte oogenblikken van den dag. Op de overige gedeelten van den dag zal men door de deining minder juist kunnen richten, en de veranderde straalbuiging moeielijk goed in rekening kunnen brengen.

§ 175. **Trigonometrische hoogtemeting op korte afstanden.** Zijn de punten A en B, fig. 122, waartusschen het hoogteverschil gemeten moet worden, in horizontalen zin niet ver van elkaar gelegen, dan kan men van de aardkromming en van de straalbuiging afzien. Het waterpasse vlak van A wordt dan een plat vlak, dat AB′ tot doorsnede heeft, met het verticale vlak gaande door A en B. De afstand $BB' = h$ van het punt B tot dit vlak, is het gezochte hoogteverschil. Bepaalt men nu, hetzij door directe meting of als dit niet mogelijk is, hetgeen meestal het geval zal zijn, door driehoeksmeting, den horizontalen afstand AB′ en door meting met een van de vroeger behandelde instrumenten den elevatiehoek BAB′ $= e$ van den lichtstraal BA, dan vindt men voor het hoogteverschil onmiddellijk uit de figuur:

$$h = a\, tg.\, e. \tag{1.}$$

Meestal is het niet mogelijk het instrument, waarmede de elevatiehoek gemeten wordt, juist te plaatsen in het eene punt en daarmede op het andere punt te richten. De hiervoor aan te brengen correctie kan gemakkelijk bepaald worden. Zijn P en Q, fig. 123, de punten waarvan men het hoogteverschil QQ′ wil kennen, en heeft men het instrument in A op eene hoogte k boven het punt P geplaatst en gericht op het punt B op eene hoogte l boven Q gelegen, dan geeft bovenstaande formule het hoogteverschil BB′ van de punten A en B. Uit de figuur volgt dan onmiddellijk voor het hoogteverschil QQ′:

$$QQ' = BB' + k - l = a\, tg.\, e + k - l, \tag{2.}$$

zoodat de aan te brengen correctie gelijk is aan $k - l$.

§ 176. **Trigonometrische hoogtemeting op groote afstanden.** Zijn de punten, waartusschen het hoogteverschil bepaald moet worden, verder van elkaar gelegen, dan moet de kromming der aarde en de straalbuiging in rekening gebracht worden. Zijn, in fig. 124, A en B de twee punten, waarvan het hoogteverschil bepaald moet worden, DD′ het waterpasse vlak overeenkomende met het gemiddeld oppervlak der zee, en C het middelpunt van dat waterpasse vlak, dat wij als een bol oppervlak beschouwen, dan zal, als men uit C als middelpunt, met CA als straal de cirkelboog AB′ trekt, deze het niveauvlak van A voorstellen en dus BB′ $= h$ het te bepalen hoogteverschil zijn.

In driehoek ABC is:

$$\frac{BC - AC}{BC + AC} = \frac{tg.\, \frac{BAC - ABC}{2}}{tg.\, \frac{BAC + ABC}{2}} = \frac{tg.\, \frac{BAC - ABC}{2}}{ctg.\, \frac{ACB}{2}}.$$

Aangezien nu AC $=$ B′C is, zoo vindt men onmiddellijk voor het gevraagde hoogteverschil:

$$h = BC - AC = (BC + AC)\, tg.\, \frac{ACB}{2}\, tg.\, \frac{BAC - ABC}{2}.$$

Daar ACB altijd een zeer kleine hoek is, zoo mag de tangens van de helft van dien hoek door den boog, dien wij door $\frac{1}{2}$ C zullen voorstellen, vervangen worden, waardoor het product van de twee eerste factoren in bovenstaande formule overgaat in:

$$\frac{\mathrm{BC}+\mathrm{AC}}{2}\, boog\ \mathrm{C}.$$

dat niets anders voorstelt dan den horizontalen afstand a van de punten A en B, gemeten ongeveer ter hoogte van die punten, zooals die door directe meting gevonden wordt, of zooals hij door driehoeksmeting uit een ter zelfde hoogte gemeten basis wordt afgeleid.

Vervangt men dat product dus in de formule door hare waarde a, dan vindt men:

$$h = a\, tg.\, \frac{\mathrm{BAC}-\mathrm{ABC}}{2}. \tag{3.}$$

Brengt men niet de ter hoogte van de punten A en B gemeten afstand in rekening, maar de zoogenaamde tot het oppervlak der zee herleide afstand $\mathrm{DD}' = a$, dan moet aan bovenstaande formule eene kleine correctie worden aangebracht. Zijn namelijk $\mathrm{AD} = \mathrm{H}$ en $\mathrm{BD}' = \mathrm{H}'$ de hoogten der punten A en B boven het oppervlak der zee, dan gaat de formule voor h, als men wederom $tg.\frac{1}{2}\mathrm{C} = \frac{1}{2}\mathrm{C}$ stelt, over in:

$$h = \frac{2\mathrm{R}+\mathrm{H}+\mathrm{H}'}{2}\,\mathrm{C}.\, tg.\, \frac{\mathrm{BAC}-\mathrm{ABC}}{2} =$$

$$= \mathrm{RC}.\, tg.\, \frac{\mathrm{BAC}-\mathrm{ABC}}{2} + \frac{\mathrm{H}+\mathrm{H}'}{2}\,\mathrm{C}.\, tg.\, \frac{\mathrm{BAC}-\mathrm{ABC}}{2};$$

of, als men $\mathrm{RC} = \mathrm{DD}' = a$ stelt en opmerkt dat $\mathrm{RC}\ tg.\ \frac{\mathrm{BAC}-\mathrm{ABC}}{2}$ op weinig na het hoogteverschil h voorstelt, zoodat men in den laatsten term $\mathrm{C}.\ tg.\ \frac{\mathrm{BAC}-\mathrm{ABC}}{2}$ door $\frac{h}{\mathrm{R}}$ mag vervangen, dan gaat die formule over in:

$$h = a\, tg.\, \frac{\mathrm{BAC}-\mathrm{ABC}}{2} + \frac{\mathrm{H}+\mathrm{H}'}{2}\,\frac{h}{\mathrm{R}} =$$

$$= a\, tg.\, \frac{\mathrm{BAC}-\mathrm{ABC}}{2} + \frac{\mathrm{H}'^2}{2\mathrm{R}} - \frac{\mathrm{H}^2}{2\mathrm{R}}. \tag{4.}$$

§ 177. **Waarnemingen uit een uiteinde.** Er blijft nu nog over het bepalen van de twee hoeken BAC en ABC; daarbij heeft men twee gevallen te onderscheiden, of men namelijk alleen de elevatiehoek in één punt, bijv. A, meet, of dat men het ook in het tweede punt B doet.

Bij het meten van den elevatiehoek in A wordt de hoek gemeten tusschen de richting, waarin de lichtstralen van B tot ons komen en de horizontaal, dus tusschen de raaklijn AF aan de gebogen lichtstraal AB en de raaklijn AG aan den cirkelboog AB'. Stelt men dien elevatiehoek $FAG = e$, dan moet men daarvan den hoek $FAB = \delta$, die den invloed van de straalbuiging voorstelt, aftrekken, om den hoek BAG te vinden. Merkt men nog op, dat $GAC = 90°$ is, dan vindt men:

$$BAC = 90° + e - \delta.$$

Voor den hoek ABC vindt men nu uit de figuur, als $ACB = C$ gesteld wordt:

$$ABC = 180° - BAC - ACB = 180° - 90° - e + \delta - C = 90° - e + \delta - C$$

en dus:

$$\frac{BAC - ABC}{2} = \frac{(90° + e - \delta) - (90° - e + \delta - C)}{2} = e - \delta + \tfrac{1}{2} C,$$

waardoor (3.) overgaat in:

$$h = a \, tg. \, (e - \delta + \tfrac{1}{2} C). \qquad (5.)$$

De in deze formule voorkomende middelpuntshoek C kan men gemakkelijk vinden door den horizontalen afstand der twee punten door den straal R van de aarde te deelen. De hoek δ, die den invloed van de straalbuiging aangeeft, is gebleken evenredig te zijn met dien zelfden middelpuntshoek, zoodat men daarvoor mag schrijven μ C, waarin μ de coëfficent van de straalbuiging is.

Zooals wij in § 174 gezien hebben, is de straalbuiging en dus ook de coëfficient μ niet altijd even groot, maar veranderlijk van het eene oogenblik op het andere. Bij de rust der beelden heeft die coëfficient een gemiddelde waarde 0,08, maar kan in abnormale gevallen zelfs tot 50 à 100% zoo in positieven als negatieven zin daarvan afwijken. Aangezien men die verandering van den coëfficient μ moeilijk in rekening kan brengen, is door eenzijdige meting van den elevatiehoek, vooral bij groote afstanden geene groote nauwkeurigheid te bereiken.

Indien de afstanden niet al te groot zijn, kan men C en δ als kleine grootheden beschouwen, waarvan de 2[de] en hoogere machten verwaarloosd mogen worden en daardoor formule (5.) nog vereenvoudigen. Ontwikkelt men die formule volgens de reeks van MAC-LAURIN, en verwaarloosd daarin die 2[de] en hoogere machten van C en δ, dan gaat zij over in:

$$h = a\,tg.\,e + \frac{a\left(\frac{1}{2}C - \delta\right)}{cos^2.\,e}$$

of, als men C en δ door hunne waarden: $\frac{a}{R}$ en $\mu C = \mu\frac{a}{R}$ vervangt en voor den cosinus van den meestal kleinen hoek e de eenheid schrijft:

$$h = a\,tg.\,e + \frac{a^2}{2R}(1 - 2\mu), \tag{6.}$$

waarin dus $\frac{a^2}{2R}$ den invloed van de aardkromming en $\mu\frac{a^2}{R}$ den invloed van de straalbuiging aangeeft.

§ 178. **Gelijktijdige wederkeerige waarnemingen.** Meet men niet alleen den elevatiehoek e in het punt A, waardoor men vindt:

$$BAC = 90^\circ + e - \delta,$$

maar meet men ook den elevatiehoek e' in het punt B, dan is:

$$ABC = 90^\circ + e' - \delta'$$

als δ' den invloed van de straalbuiging in het punt B voorstelt.

Uit deze twee uitdrukkingen volgt:

$$\frac{BAC - ABC}{2} = \frac{(90 + e - \delta) - (90 + e' - \delta')}{2} = \frac{e - e'}{2} - \frac{\delta - \delta'}{2};$$

waardoor (3.) overgaat in:

$$h = a\,tg.\left(\frac{e - e'}{2} - \frac{\delta - \delta'}{2}\right),$$

waarin nu alleen het verschil van de invloeden der straalbuiging in A en B voorkomt.

Richt men de meting zoodanig in, dat de elevatiehoeken e en e' in de punten A en B gelijktijdig gemeten worden, dan kan men, indien het hoogteverschil niet al te groot is, de twee correctiën δ en δ' aan elkaar gelijk stellen, waardoor uit bovenstaande formule de invloed van de straalbuiging geheel verdwijnt en zij dus in den volgenden eenvoudigen vorm overgaat:

$$h = a\,tg.\,\frac{e - e'}{2}. \tag{7.}$$

Door de gelijktijdige wederkeerige waarnemingen wordt dus de invloed van de straalbuiging geëlimineerd en daardoor is men dus in staat veel nauwkeuriger uitkomsten te verkrijgen, dan door de waarnemingen uit een uiteinde.

§ 179. **Bepaling van den coëfficient der straalbuiging.** De coëfficient μ voor de straalbuiging kan men bepalen, indien men twee punten heeft, waarvan het hoogteverschil bekend is. Uit (5.) volgt namelijk, als h bekend is en men daaruit δ oplost:

$$\delta = e + \tfrac{1}{2}\,C - Bg\,tg.\,\frac{h}{a},$$

of, na deeling door C:

$$\mu = \frac{\delta}{C} = \tfrac{1}{2} - \frac{Bg\,tg.\dfrac{h}{a} - e}{C}. \qquad (8.)$$

Indien het hoogteverschil van de twee punten onbekend is, kan men dien coëfficient ook uit de gelijktijdige wederkeerige waarnemingen afleiden.

In driehoek ABC, fig. 124, is namelijk, zooals wij boven gezien hebben:

$$\begin{aligned} BAC &= 90^\circ + e - \delta, \\ ABC &= 90^\circ + e' - \delta', \\ ACB &= C. \end{aligned}$$

Daar nu de som van deze drie hoeken 180° moet bedragen, zoo is:

$$e + e' + C - \delta - \delta' = 0 \quad \text{of} \quad \delta + \delta' = e + e' + C$$

of, als wij voor de gelijktijdige wederkeerige waarnemingen $\delta = \delta' = \mu C$ stellen:

$$2\mu C = e + e' + C,$$

en dus:

$$\mu = \frac{e + e' + C}{2C}. \qquad (9.)$$

Heeft men van uit één punt de hoogteverschillen van een menigte in den omtrek gelegen punten te bepalen, dan is het practisch niet wel mogelijk al die hoogteverschillen door gelijktijdige wederkeerige waarnemingen te vinden. Men zal dan van enkele van de voornaamste punten de hoogten bepalen, door gelijktijdige wederkeerige waarnemingen en van al de anderen door eenzijdige waarnemingen. Door deze laatste waarnemingen dan te verrichten tusschen de gelijktijdige wederkeerige waarnemingen van de hoofdpunten, kan men de nauwkeurigheid van de uitkomsten aanmerkelijk vermeerderen door telkens den coëfficient μ

te bezigen, zooals die uit de gelijktijdige wederkeerige waarnemingen volgens formule (9.) wordt berekend.

Hetzelfde doel zal men ook zonder gelijktijdige wederkeerige waarnemingen kunnen bereiken, als van een der omliggende punten het hoogteverschil met het punt van waarneming bekend is. (formule 8.)

Het is duidelijk, dat zoowel (8.) als (9.) eene des te nauwkeurigere waarde voor μ zal geven, naarmate de punten verder uit elkaar gelegen zijn, zoodat men, zoowel in het eene als in het andere geval, voor de bepaling van μ punten zal kiezen, die zoover mogelijk uit elkaar liggen.

§ 180. **Afstand waarop twee voorwerpen wederkeerig zichtbaar zijn. — Kimduiking.** De hier ontwikkelde formules geven het antwoord op eenige vraagstukken, waarvan het nuttig kan zijn de oplossing hier aan te stippen.

Als het punt A, fig. 125, zich op een hoogte $AD = H$ boven het oppervlak der zee bevindt, dan zal men op dat oppervlak kunnen zien tot het punt B, waar een lichtstraal, uitgaande van A, juist het oppervlak raakt. Van uit B gezien, wordt het punt A, waarvan het hoogteverschil met B gelijk is aan H, waargenomen onder een elevatiehoek nul. Stellen wij dus in (6.): $h = H$ en $e = 0$, dan vinden wij:

$$H = \frac{a^2}{2R}(1 - 2\mu), \tag{10.}$$

of:

$$DB = a = \sqrt{\frac{2HR}{1 - 2\mu}} \tag{11.}$$

Ligt een tweede punt E op een hoogte $D'E = H'$ boven het oppervlak der zee, dan zal dit uit A nog zichtbaar zijn, als de lichtstraal EA in B het oppervlak der zee juist raakt.

Zoo even vonden wij $DB = \sqrt{\frac{2HR}{1 - 2\mu}}$, op overeenkomstige wijze vinden wij: $D'B = \sqrt{\frac{2H'R}{1 - 2\mu}}$ waaruit door samentelling volgt, voor den grootsten afstand waarop de punten A en E wederkeerig zichtbaar zijn:

$$DD' = DB + D'B = \sqrt{\frac{2R}{1 - 2\mu}}\left(\sqrt{H} + \sqrt{H'}\right). \tag{12.}$$

Bevinden wij ons in A, dan zien wij de vrije kim in de richting van de raaklijn AF aan den lichtstraal AB, deze maakt met de horizontaal AG, een hoek GAF, die den naam van *kimduiking* draagt, en die, zooals wij bij de sextant gezien hebben, in rekening gebracht moet worden bij het meten van de hoogte van hemellichten op zee.

Van uit A gezien, zien wij het punt B onder een elevatiehoek gelijk aan de kimduiking, maar met omgekeerd teeken; van uit B gezien, zien wij het punt A onder een elevatiehoek nul. Stellen wij de kimduiking dus door K voor, dan moeten wij in formule (7.) e door $-$K en e' door nul vervangen, en aangezien B op eene hoogte H *beneden* A gelegen is, zoo moeten wij h in $-$H veranderen, waardoor wij vinden:

$$-H = -a\, tg.\, \tfrac{1}{2} K,$$

of, aangezien K een kleine hoek is:

$$K = \frac{2H}{a}.$$

Stellen wij hierin de boven (formule 11.) voor a gevonden waarde, dan vinden wij voor de kimduiking:

$$K = \frac{2H}{\sqrt{\dfrac{2HR}{1-2\mu}}} = \sqrt{\frac{2(1-2\mu)}{R}H}. \qquad (13.)$$

Substitueeren wij in de formules (10.), (11.), (12.) en (13.) voor R en μ de gemiddelde waarden: $R = 6382650$ M en $\mu = 0{,}08$ en drukken wij den afstand a in *kilometers* de hoogten H en H′ in *meters* en de kimduiking K in *minuten* uit, dan vinden wij de volgende gemiddelde uitkomsten:

Hoogte H, waarop een voorwerp boven het oppervlak der zee moet gelegen zijn om op een afstand a nog zichtbaar te zijn:

$$H = 0{,}658\, a^2.$$

Afstand a, waarop een voorwerp ter hoogte H boven het oppervlak der zee gelegen, nog zichtbaar is:

$$a = 3{,}9 \sqrt{H}.$$

Afstand waarop twee voorwerpen, ter hoogte H en H′ gelegen, onderling nog zichtbaar zijn:

$$3{,}9 \left\{ \sqrt{H} + \sqrt{H'} \right\}.$$

Kimduiking voor een punt, ter hoogte H boven het oppervlak der zee gelegen:

$$K = 1{,}76 \sqrt{H}.$$

HOOFDSTUK XXI.

WATERPASSEN.

§ 181. **Waterpassen uit het midden.** Het bepalen van het hoogteverschil van twee punten kan geschieden door boven die twee punten een waterpas vlak aan te brengen en de afstanden van beide punten tot dit vlak te meten. Het verschil van die twee afstanden geeft onmiddellijk het gevraagde hoogteverschil. Aangezien voor eene niet al te groote uitgestrektheid, het waterpasse vlak een plat vak is, zoo wordt dit vlak aangegeven door de verschillende standen van de vizierlijn van het in Hoofdstuk XI beschreven waterpas-instrument. Het bepalen van de afstanden van de verschillende punten tot dat vlak geschiedt door aflezing op de in § 95 beschreven baken.

Het bepalen van het hoogteverschil van de punten A en B, fig. 127, geschiedt dus op de volgende wijze. Nadat op beide punten de waterpas-baken AE en BF geplaatst zijn en het waterpas-instrument in C is opgesteld, richt men den kijker op de eerste baak en leest daarop bij inspelende bel, bij het punt E den afstand $AE = k$ af. Vervolgens richt men op de tweede baak en leest daarop weer bij inspelende bel, bij het punt F den afstand $BF = l$ af. Het verschil $k - l$ geeft dan aan, hoeveel het tweede punt (B) hooger dan het eerste (A) ligt.

De plaats van het instrument ten opzichte van de twee baken, is niet onverschillig voor de nauwkeurigheid van de meting. Door het instrument midden tusschen de twee baken, of minstens op gelijke afstanden van beide baken te plaatsen, wordt de fout, die men maakt, als het instrument niet volkomen geregeld is, dat wil zeggen, als de vizierlijn van den kijker niet juist evenwijdig loopt met de richtlijn van het niveau, door de meting volkomen geëlimineerd. Is de vizierlijn namelijk bij horizontale richtlijn een weinig naar boven gericht, dan zal men op iedere baak eene te groote hoogte aflezen, en wel zal hetgeen men te veel afleest evenredig zijn met de afstanden DE en DF van het instrument tot aan de baken. Zijn die afstanden dus gelijk, dan zijn de gemaakte fouten ook gelijk en vallen bij het aftrekken tegen elkaar weg. Het is hoofdzakelijk om deze reden, dat men zooveel mogelijk altijd uit het midden waterpast.

§ 182. **Aardkromming en straalbuiging.** De aardkromming en straalbuiging doen zich bij het waterpassen gevoelen, zoodra de afstand van de baak tot het instrument eenigszins groot wordt. Den invloed daarvan kan men gemakkelijk afleiden uit de formules in het vorige hoofdstuk ontwikkeld. Het waterpassen is als het ware slechts een bijzonder geval van het trigonometrisch hoogtemeten, in zooverre men daarbij zorgt, dat de elevatiehoek de waarde nul heeft. Het punt E, waar men op de baak AE afleest, is dus niet juist op dezelfde hoogte als het punt D gelegen, maar ligt volgens formule (6.) Hoofdstuk XX, als men daarin $e = o$ stelt:

$$\frac{a^2}{2R}(1-2\mu)$$

hooger, waarin a de afstand DE voorstelt. Om dus een punt te vinden op gelijke hoogte met D, moet men bovenstaande grootheid van de aflezing k aftrekken. Op dezelfde wijze vindt men op de baak BF een punt op dezelfde hoogte met D bij de aflezing:

$$l-\frac{a'^2}{2R}(1-2\mu),$$

als a' de afstand DF voorstelt. Trekt men nu de twee afstanden $k-\frac{a^2}{2R}(1-2\mu)$ en $l-\frac{a'^2}{2R}(1-2\mu)$, van de punten A en B tot het waterpasse vlak door D, van elkaar af, dan vindt men voor de hoogte van B boven A:

$$k-l+\frac{a'^2-a^2}{2R}(1-2\mu).$$

Uit bovenstaande uitdrukking blijkt, dat de invloed van aardkromming en straalbuiging evenredig is met het verschil van de vierkanten van de afstanden tot de twee baken. Neemt men die afstanden dus aan elkaar gelijk, dan worden die invloeden ook geëlimineerd; dit is dus eene tweede reden, waarom men steeds zal zorgen, zooveel mogelijk uit het midden te waterpassen.

Strikt genomen is de coëfficient van de straalbuiging μ bij beide aflezingen niet altijd volkomen dezelfde, maar als men de twee aflezingen onmiddellijk achter elkaar doet, kan men met voldoende nauwkeurigheid de standvastigheid van dien coëfficient aannemen.

Meestal zal men den afstand tot de baak niet grooter nemen dan 100 à 120 meter en dan is de invloed van de aardkromming en straalbuiging op iedere aflezing $\left(\frac{a^2}{2R}(1-2\mu)\right)$ zoo klein, dat eene kleine verandering in μ van geen beteekenis is.

§ 183. **Aaneengeschakelde waterpassing.** Indien het hoogteverschil van de twee punten meer bedraagt dan de lengte van de waterpasbaken, of indien de afstand zoo groot is, dat men op de baken niet meer met voldoende nauwkeurigheid kan aflezen, dan kan men het hoogteverschil niet meer direct op boven beschreven wijze vinden. Men moet dan zijne toevlucht nemen tot eene *aaneengeschakelde waterpassing.*

Moet het hoogteverschil van de punten A en B, fig. 131, bepaald worden, dan neemt men eenige tusschenpunten C, D, E, F, enz. aan; bepaalt dan achtereenvolgens de hoogteverschillen van A en C, C en D, D en E, enz., tot men eindelijk in B komt. De algebraïsche som van al die hoogteverschillen geeft dan het hoogteverschil van A en B.

De tusschenpunten C, D, E, enz., kunnen meestal willekeurig gekozen worden; men moet er echter voor zorgen, dat beide keeren, dat men op dezelfde baak afleest (bijv. op baak C van uit G en H), het voetpunt van de baak juist op dezelfde hoogte staat. Daartoe slaat men een houten piketpaaltje in den grond en plaatst de baak daarop. Gemakkelijker nog is het in fig. 126 voorgestelde waterpaspiket, zijnde een zware ijzeren bout, die van boven bolvormig is afgerond, opdat de baak daarop geplaatst zich steeds op hetzelfde punt zou bevinden. De aan het piket verbonden beugel, die, als de baak op het piket zal geplaatst worden, omgeslagen wordt, dient om het piket uit den grond te halen en gemakkelijk te kunnen meenemen.

Het bepalen van het hoogteverschil van twee opvolgende tusschenpunten noemt men een *slag*; de baak en het piket, die zich daarbij vóór het instrument bevinden in de richting waarin men waterpast, worden *vóórbaak* en *vóórpiket* genoemd; de andere *achterbaak* en *achterpiket*.

§ 184. **Elimineeren der fouten.** Aangezien de fouten, bij de verschillende slagen begaan, zich allen ophoopen in het eindresultaat, zoo moet men zorgen alle fouten en vooral die, welke steeds in denzelfden zin voorkomen, zoo goed mogelijk te elimineeren.

Men moet dus zorgen zooveel mogelijk uit het midden te waterpassen, om daardoor de fouten van het instrument, de aardkromming en de straalbuiging te elimineeren.

Is men om de een of andere reden genoodzaakt een slag te maken met ongelijke afstanden, zooals bij K, fig. 131 is voorgesteld, dan moet men de daardoor wellicht onstane fouten onmiddellijk bij den volgenden slag vernietigen, door hierbij de afstanden in tegengestelden zin ongelijk te nemen. Men zal de afstanden EL en LF dus zoodanig nemen, dat LF — EL = DK — KE is, waardoor de fout van het instrument volkomen geëlimineerd wordt. De straalbuiging en aardkromming zullen alleen dan volkomen geëlimineerd zijn, als DK = LF en KE = EL is, maar aangezien bij de geringe afstanden, die bij deze wijze van waterpassen worden genomen, die invloeden zelf reeds zeer klein zijn, zoo heeft men hierop niet al te streng te letten.

Verder moet men zorgen, dat de baak, die bij den eenen slag voorbaak was, bij den volgenden achterbaak wordt en omgekeerd, om daardoor de fout te elimineeren, die ontstaat, als van een of van beide baken het nulpunt niet juist overeenkomt met het ondervlak van de baak.

Den afstand tusschen baak en instrument moet men niet al te groot nemen; omdat het anders niet meer mogelijk is met voldoende nauwkeurigheid op de baak waar te nemen. Bij een goed waterpas-instrument stelt men dien afstand het best op 100 meter; bij instrumenten met een minder goeden kijker of een niet al te gevoelig niveau, moet men hem echter geringer, misschien op 50 meter, stellen. Ten gevolge van de onrust der beelden, die zich soms op een afstand van 100 meter reeds zeer hinderlijk voordoet, is men dikwijls genoodzaakt, ook bij een goed instrument, de slaglengte in te krimpen.

§ 185. **Uitvoering van de aaneengeschakelde waterpassing.** Bij de uitvoering van een eenigszins aanzienlijke waterpassing heeft men behalve het waterpasinstrument noodig: twee waterpasbaken, twee waterpaspiketten, een hamer voor het inslaan der piketten en een meetketting met de noodige pennen. Verder moet men beschikken over minstens drie helpers, waarvan er twee, die den naam van *baakhouders* dragen, hoofdzakelijk belast zijn met de behandeling der baken, terwijl de derde den waarnemer behulpzaam is bij het dragen van het instrument, enz.

Uitgaande van het punt A wordt een afstand AG van bijv. 100 meter afgemeten en daar het instrument opgesteld, nogmaals 100 meter verder in C wordt een waterpaspiket ingeslagen en daarop evenals op het punt A een baak geplaatst, die door den baakhouder verticaal gehouden wordt.

Met behulp van het instrument, dat men ondertusschen in G heeft opgesteld, wordt nu achtereenvolgens telkens bij inspelende bel op de achterbaak A en de voorbaak C afgelezen. Het verschil dezer twee aflezingen geeft dan het hoogteverschil van het punt A met het voorpiket. Meestal zal men om vergissingen te voorkomen op beide baken tweemaal aflezen, welke aflezingen dan natuurlijk overeenkomstige uitkomsten moeten opleveren. Voor die tweede aflezing is het goed het instrument op te nemen en opnieuw op te stellen, zoodat het iets hooger of lager komt te staan; om daardoor bij andere verdeelingen op de baak af te lezen. Geven de beide aflezingen slechts weinig verschillende hoogteverschillen, dan wordt daaruit het gemiddelde genomen.

Is de meting van uit G afgeloopen, dan legt de baakhouder bij C zijn baak bij het piket neer en is evenals de andere baakhouder, die zijn baak medebrengt, behulpzaam bij het meten van de volgende afstanden CH en HD. De baakhouder, die vroeger in C was, gaat naar dat punt terug en plaats zijn baak weer op het piket, de andere slaat in D een piket en plaatst daarop de baak, die zich vroeger in A bevond en dus nu voorbaak wordt.

Is de meting van uit H afgeloopen, dan neemt de baakhouder in A het piket uit den grond, om het weer in punt E te bezigen en er zijne baak op te plaatsen.

Op deze wijze voortgaande komt men eindelijk tot het laatste tusschenpunt F; daar laat men den afstand FB opmeten, plaatst het instrument op de helft van dien afstand en meet nu weer het hoogteverschil van F en B, waarna de meting is afgeloopen.

§ 186. Daar men bij het waterpassen geen contrôle op de meting heeft, zoo kan men nooit op eene enkele waterpassing vertrouwen, maar moet men steeds eene tweede verrichten, hetzij in dezelfde richting, hetzij in tegengestelde richting (terug-waterpassing). Alleen voor het geval dat men bij het einde van de waterpassing op het uitgangspunt terugkomt (kring-waterpassing) of indien men verder waterpassende sluit op een punt, waarvan het hoogteverschil met het uitgangspunt bekend is, heeft men contrôle op de meting en kan men dus met ééne waterpassing volstaan.

Bij eene eenigszins uitgestrekte waterpassing is het zaak om van afstand tot afstand vaste punten, zooals bijv. den bovenkant van een steenen plint of van den dorpel van een deur of van een raam, of de in de volgende paragraaf te beschrijven kruisbouten, als tusschenpunten aan te nemen. Hierdoor bereikt men vooreerst het voordeel, dat, als de waterpassing op de een of andere wijze in het ongereede mocht geraken, men niet noodig heeft van het beginpunt af opnieuw te waterpassen, maar bij het laatste vaste punt kan beginnen. Neemt men ook bij de tweede waterpassing diezelfde vaste punten in de waterpassing op, dan kan men, zoo de twee metingen niet met elkaar sluiten, onmiddellijk nagaan tusschen welke van de vaste punten de fout begaan is, en heeft men dus alleen dat gedeelte van de waterpassing te herhalen om de fout te herstellen.

§ 187. **Overbrenging van het peil.** Om de hoogteligging van verschillende punten met elkaar te kunnen vergelijken wordt de hoogte van ieder punt bepaald ten opzichte van een vast waterpas vlak, dat den naam van *Peil* draagt.

Hier te lande en in Duitschland wordt als zoodanig algemeen het *Amsterdamsche peil* gebezigd, ongeveer overeenkomende met den gemiddelden stand van het IJ bij Amsterdam vóór de afsluiting bij Schellingwoude, en gelegen op 9 voet 5 duim Amsterd. maat (= 2,6762 Meter) beneden de middenwaarde uit de hoogten van het midden der groeven in de marmeren steenen, met opschrift „Zeedijks Hoogthe zijnde Negen voet vijf duym boven Stads Peyl", in de *Oude Haarlemmersluis*, de *Nieuwe-brugsluis*, de *Kolksluis*, de *Kraansluis* en de *West-Indischesluis* te *Amsterdam*.

Om in de verschillende deelen van het land de hoogten van alle punten ten opzichte van dit A. P. gemakkelijk te kunnen bepalen, heeft men door middel van aaneengeschakelde waterpassingen dat peil door het geheele land verspreid; door namelijk van eene menigte vaste verkenmerken de hoogten boven dat peil te bepalen.

Van een dergelijk punt uitgaande, kan men nu door eene aaneengeschakelde waterpassing de hoogte van een willekeurig punt boven A. P. bepalen en op die wijze ook meer vaste verkenmerken verkrijgen.

Voor vaste verkenmerken wordt meestal gebruik gemaakt van den in fig. 128 voorgestelden *kruisbout*, die aan den achterkant van eene veer voorzien is, die in eene horizontale voeg van het metselwerk van eenig hecht bouwwerk wordt ingedreven. De kop van dezen bout is van voren van een kruis voorzien van welks horizontalen arm de hoogte boven A.P. wordt opgegeven.

Van de plaats waar zoo een bout geslagen wordt, moet een zeer nauwkeurige beschrijving gegeven worden, om daardoor later dien bout gemakkelijk te kunnen terugvinden en zijne identiteit met volkomen zekerheid te kunnen vaststellen. Hiertoe is het niet alleen noodig het bouwwerk aan te geven, waarin zich de bout bevindt en de zijde van het bouwwerk waar die bout is ingeslagen, maar zijne plaats moet nauwkeurig worden opgegeven door de afstanden tot andere vaste punten van het gebouw, zooals de zijkanten van deuren en ramen, de onder- of bovenkanten van dorpels of kozijnen, enz.

Tot hetzelfde doel wordt gebruik gemaakt van de in fig. 129 en 130 voorgestelde *peilmerksteentjes*, die 24 cM. hoog en 36 cM. breed zijn en voor het grootste gedeelte in het metselwerk worden ingelaten. Op het voorvlak wordt de hoogte van het midden van de horizontale streep, bij fig. 129, of van het platte vlakje *ab*, bij fig. 130, boven Amsterdamsch peil ingebeiteld.

Daar de plaats van deze peilmerksteentjes meestal veel minder nauwkeurig omschreven is, dan die van de kruisbouten en zij veel meer in het oog springen, waardoor zij, bij vernieuwing van gebouwen, allicht worden op zij gelegd om later weer ongeveer terzelfde plaatse te worden ingemetseld, loopt men groot gevaar eene foutieve aanwijzing van het peil te verkrijgen. Om deze reden zijn de kruisbouten verre boven de peilmerksteenen te verkiezen.

Bij de in 1875 en volgende jaren uitgevoerde nauwkeurigheidswaterpassing bestaan de hoofdmerken uit een bronzen bout, 9 of 15 cM. lang en 20 bij 20 mM. in het vierkant, die over eene lengte van 50 mM. cilindrisch uitgeboord is. Deze bout is beschermd door eene daarvoor geplaatste bronzen plaat, lang 20, hoog 12 cM., die van eene groef voorzien is, welke in hetzelfde horizontale vlak met de as van het boutgat ligt; dit boutgat is door eene ronde opening van 13 mM. in de plaat zichtbaar. De secundaire merken bestaan uit een dergelijken bout zonder plaat. Ter verificatie of aan het merk op de een of andere wijze eenige verandering mocht gekomen zijn, zijn boven en onder ieder dier merken twee kleine boutjes als verklikkers toegevoegd en de afstanden daarvan tot den bout gemeten.

§ 188. **Het opnemen van lengte- en dwarsprofielen.** De doorsnede van het terrein met een verticaal vlak noemt men een lengteprofiel, onverschillig of de doorgang van dat vlak met een horizontaal vlak eene rechte, gebogen of gebroken lijn is. De verticale doorsneden van het terrein, volgens vlakken rechthoekig op de richting van een lengteprofiel, noemt men *dwarsprofielen.*

De opmeting van het lengteprofiel heeft plaats door eene aaneengeschakelde waterpassing, waarbij de waterpaspiketten natuurlijk geplaatst worden in de lijn volgens welke het lengteprofiel moet worden opgenomen.

Om zooveel mogelijk punten van het lengteprofiel op te nemen, zal men telkenmale de hoogte van de vizierlijn boven den grond meten, om daardoor ook de hoogten van de punten H, K, L, M, N, O, enz., fig. 132, boven het aangenomen peil te vinden. Telt men namelijk bij de gevonden hoogte van het voorpiket boven het peil, de op de voorbaak afgelezen hoogte op, dan vindt men de hoogte van de vizierlijn boven peil, trekt men hiervan de hoogte van de vizierlijn boven den grond af, dan heeft men de hoogte van de standplaats van het instrument boven peil.

Op deze wijze vindt men de hoogten van de punten A, H, B, K, C, L, D, M, E, N, F, O, G, enz. boven peil, terwijl met behulp van de ketting hunne onderlinge afstanden gemeten worden, waardoor dus die punten gemakkelijk in teekening kunnen gebracht worden. Voor dat in teekening brengen is het gemakkelijk, dat de afstand van baak en instrument steeds een zelfde rond aantal meters, bijv. 100 of 50 bedraagt, zoodat men niet dan bij uiterste noodzakelijk daarvan afwijkt.

Gaat men op deze wijze te werk, dan moeten punten, zooals *a*, *b* en *c*, die voor het lengteprofiel van veel belang zijn, omdat daar de helling van het terrein verandert, als tusschenpunten worden opgenomen, door daar even een baak te plaatsen en daarop af te lezen; trekt men die aflezingen van de hoogte van de overeenkomstige vizierlijn boven peil af, dan vindt men de hoogten van die punten boven peil. De plaats van die punten in horizontalen zin wordt bepaald door hun afstand tot aan het instrument te meten.

Op dergelijke wijze worden ook alle andere punten bepaald, die niet direct tot het lengteprofiel behooren, maar toch voor het doel, dat met de geheele meting beoogd wordt, van nut kunnen zijn.

Het opnemen van de dwarsprofielen geschiedt, zoo zij niet al te uitgebreid zijn, gelijktijdig met de opmeting van het lengteprofiel; door een waterpasbaak achtereenvolgens op de verschillende op te nemen punten te plaatsen en daarop met het instrument, dat nog op eene standplaats van het lengteprofiel staat, te richten en af te lezen. Door deze aflezingen van de hierboven bepaalde hoogte van de vizierlijn boven peil af te trekken, vindt men de hoogten dezer punten boven peil. Hun plaats in horizontalen zin wordt bepaald door het meten van hunne afstanden tot aan het lengteprofiel.

Zijn de dwarsprofielen te uitgebreid om op deze wijze opgenomen te kunnen worden, dan slaat men bij het opnemen van het lengteprofiel houten piketten in den grond ter plaatse waar de dwarsprofielen genomen moeten worden en bepaalt daarvan de hoogten. Na de opmeting van het lengteprofiel worden dan de dwarsprofielen opgenomen, op de wijze als boven voor het lengteprofiel is aangegeven en waarbij telkens wordt uitgegaan van de even vermelde houten piketten.

§ 189. **Overbrengen van het peil over breede rivieren.** Bij het overbrengen van het peil over eene breede rivier kan men niet meer door korte slagen en gelijke afstanden voor en achter het instrument, de fouten van het instrument en de invloeden van aardkromming en straalbuiging elimineeren. Daar bij de groote afstanden, die men hierbij kan aantreffen, die invloeden zich zeer sterk doen gevoelen, zoo moet men bijzondere voorzorgen nemen, om al die invloeden zoo goed mogelijk te elimineeren.

Moet het peil overgebracht worden van het piket A naar het piket B, fig. 133, en kan men ergens ongeveer midden in de rivier bij C op een eiland, zandbank of iets dergelijks een baak aanbrengen, dan kan men daardoor de afstanden aanmerkelijk verkorten en de fouten elimineeren door twee slagen te nemen, waarbij de afstanden bij omkeering gelijk zijn. Kiest men namelijk de plaatsen D en E voor het instrument en de plaatsen A en B voor de piketten zoodanig, dat DC$=$CE en AD$=$EB is, dan zal men, bij de meting uit D, eene groote fout bij de aflezing op de voorbaak, bij de meting uit E eene even groote fout bij de aflezing op de achterbaak maken; deze twee fouten heffen elkaar dus op. Dit opheffen van de fouten heeft, voor zooverre betreft de invloed van de aardkromming, altijd plaats; voor de fout van het instrument en van de straalbuiging alleen onder voorwaarde, dat de fout van het instrument dezelfde gebleven is, en dat de coëfficient van de straalbuiging tusschen de metingen in D en in E niet veranderd is. Daarom moet men dus zorgen, dat het instrument zoo voorzichtig mogelijk wordt overgebracht, en dat de waarnemingen zoo kort na elkaar plaats hebben, dat men mag veronderstellen, dat de straalbuiging tusschentijds niet veranderd is.

Kan men aan deze laatste voorwaarde niet voldoen, doordat het water te breed is, of doordat bij de overvaart moeielijkheden ondervonden worden, dan moet men zijne toevlucht nemen tot gelijktijdige waarnemingen. Door twee verschillende waarnemers worden de waarnemingen in D en in E gelijktijdig met twee verschillende instrumenten gedaan, en daardoor dus zoo goed mogelijk de invloed van de straalbuiging geëlimineerd.

Het is echter duidelijk, dat hierbij de fouten van de instrumenten niet geëlimineerd worden, dat dus in de uitkomst nog voorkomt het verschil van de fouten, voortgebracht door de twee instrumenten. Om nu deze fout te elimineeren wordt dezelfde meting herhaald, nadat men de instrumenten voorzichtig verwisseld heeft, om de fout voor en na de verwisseling gelijk te doen zijn. Aangezien nu bij de tweede meting dezelfde fout, maar in tegengestelden zin, gemaakt wordt, heffen die fouten elkaar op.

Is men niet in de gelegenheid eene baak in het midden te plaatsen, dan stelt men eerst het instrument in D, fig. 134, en leest op beide baken A en B af. Vervolgens plaatst men het instrument in E en bepaalt weer het hoogteverschil tusschen A en B. Door het gemiddelde van die twee uitkomsten te nemen worden dan weer de fouten geëlimineerd, indien men er voor gezorgd heeft, dat DB = EA en DA = EB is.

Het is duidelijk, dat hierbij weer dezelfde voorzorgen als boven genomen moeten worden en dat, als de waarnemingen in D en in E niet kort genoeg achter elkaar kunnen geschieden, men de straalbuiging door gelijktijdige aflezingen met twee instrumenten moet elimineeren, terwijl het elimineeren van de fouten dier instrumenten dan weer plaats heeft door het verwisselen daarvan.

Zijn de afstanden niet al te groot, dan kan men bij deze meting de gewone waterpasbaken bezigen. Bij grootere afstanden moet men echter afzonderlijke baken of borden daartoe laten vervaardigen, waarop de verdeelingen door des te grootere vakken worden aangegeven, naarmate de afstanden grooter zijn.

Aangezien de fouten in de aflezingen op de baken met dergelijke groote vakken niet gering zullen zijn, en alle fouten door de groote afstanden belangrijk vergroot worden, zoo moet men onderscheidene aflezingen doen of meermalen de overbrenging verrichten, om door het nemen van het gemiddelde uit de verschillende hoogteverschillen de fouten in de einduitkomst zoo gering mogelijk te maken. Het spreekt van zelf, dat men voor deze metingen het gunstigste gedeelte van den dag zal uitkiezen, als de deining zoo gering mogelijk is.

HOOFDSTUK XXII.

BAROMETRISCH HOOGTEMETEN.

§ 190. **Nauwkeurigheid van de barometrische hoogtemeting.** De drukking, die de lucht in eenig punt uitoefent, afhankelijk zijnde van het gewicht van de zich daarboven bevindende lucht, moet met de hoogte langzaam afnemen. Door het meten van de drukking der lucht in twee verschillende punten, met behulp van den barometer, moet het dus mogelijk zijn het hoogteverschil van die twee punten te bepalen.

Bevindt de luchtmassa zich in evenwicht, dan bestaat er eene eenvoudige betrekking tusschen de luchtdrukking en de hoogte. Daar zich echter bij het meten die evenwichtstoestand nooit volkomen voordoet en men de verstoring van het evenwicht moeielijk in rekening kan brengen, zoo ontstaan daardoor fouten, die, gevoegd bij de fouten voortspruitende uit het bepalen van de drukkingen zelf, en de andere grootheden zooals bijv. de temperatuur, die men bij de berekening noodig heeft, oorzaak zijn, dat de resultaten door de barometrische hoogtemeting verkregen, op verre na de nauwkeurigheid niet bezitten van de trigonometrische hoogtemeting en van het waterpassen. Aan de door barometrisch hoogtemeten verkregen hoogteverschillen kan men alleen, wat de geheele meters betreft, waarde hechten; de onderdeelen van den meter zijn niet meer te vertrouwen.

Het groote voordeel van de barometrische hoogtemeting is echter gelegen in de gemakkelijkheid, waarmede men van een groot aantal zelfs betrekkelijk ver van elkaar verwijderde punten de hoogten kan bepalen, al is het ook met eene eenigszins geringere nauwkeurigheid. Bij voorloopige opnemingen dus, waar groote nauwkeurigheid bijzaak, vlugheid van werken hoofdzaak is, kan die wijze van hoogtemeting met vrucht worden toegepast.

§ 191. **Barometer-formule van Babinet.** Ten einde de betrekking na te gaan, die er bestaat tusschen de luchtdrukking in twee punten en hun hoogteverschil, zullen wij den evenwichtstoestand nagaan van de lucht, die zich bevindt in een verticalen cilinder, waarvan de doorsnede gelijk aan de eenheid is, en waarvan grond- en bovenvlak in dezelfde waterpasse vlakken liggen, als de punten, waarvan het hoogteverschil zal bepaald worden.

Stellen wij de drukking ter plaatse van het benedenste punt P kilogrammen per vierkanten meter, ter plaatse van het bovenste punt P′ kilogrammen per vierkanten meter, dan wordt de in den cilinder aanwezige lucht naar boven gedrukt met eene kracht van (P—P′) KG. Deze kracht nu wordt opgewogen door het gewicht van de zich in den cilinder bevindende lucht. Is het hoogteverschil van de twee punten h meters en γ het gewicht van een kubiekmeter lucht, dan is het gewicht van de in den cilinder aanwezige lucht γh, waaruit dus volgt: $\gamma h = P - P'$, of:

$$h = \frac{P - P'}{\gamma}.$$

Het gewicht γ van de lucht, afhankelijk zijnde van de temperatuur en de luchtdrukking, zoo moet dat gewicht in die grootheden worden uitgedrukt. Zoo wij ons vooreerst tot kleine hoogteverschillen bepalen, dan kunnen wij voor de drukking der lucht het gemiddelde van de drukkingen in de beide uiterste punten, dus $\frac{1}{2}(P + P')$, aannemen. Voor de temperatuur mogen wij eveneens het gemiddelde tusschen de temperaturen in die punten nemen.

Stellen wij die temperatuur door t, de uitzettingscoëfficient der lucht door α, het gewicht van een kubiekmeter lucht bij 0° en 760 mM. kwik door γ_0 en het gewicht van een kubiekmeter kwik door s voor, dan is volgens de wet van Boyle:

$$\gamma = \gamma_0 \frac{\frac{1}{2}(P + P')}{0{,}76 . s} \frac{1}{1 + \alpha t}.$$

Deze waarde in bovenstaande uitdrukking voor h overbrengende, vinden wij:

$$h = \frac{2 \times 0{,}76 \times s}{\gamma_0} \frac{P - P'}{P + P'} (1 + \alpha t).$$

Aangezien de drukkingen P en P′ evenredig zijn met de tot nul herleide barometerstanden B_0 en B'_0 en in bovenstaande vergelijking alleen de verhouding van P tot P′ voorkomt, zoo mogen wij deze vervangen door de verhouding van B_0 tot B_0', waardoor die uitdrukking overgaat in:

$$h = K\,(1 + \alpha t)\,\frac{B_0 - B_0'}{B_0 + B_0'}, \qquad (1.)$$

waarin K de constante waarde $\dfrac{2 \times 0{,}76 \times s}{\gamma_0}$ voorstelt. Stellen wij hierin voor s en γ_0 hunne waarden 13596 en 1,29277, dan vinden wij $K = 15986$.

Bovenstaande formule, die meestal den naam van de formule van Babinet draagt, is alleen voor betrekkelijk kleine hoogteverschillen toe te passen, aangezien bij de bepaling van γ slechts bij benadering met de verandering van de drukking rekening gehouden is. Tot eene hoogte van 2 à 300 meter blijft de daaruit ontstane fout echter nog verre beneden de fouten, die uit andere oorzaken voortspruiten, zoodat men tot die hoogten bovenstaande eenvoudige formule gerust mag toepassen.

§ 192. **Barometer-formule van Laplace.** Ten einde nauwkeuriger de betrekking op te maken, die er bestaat tusschen de barometerstanden en het hoogteverschil, moeten wij de differentiaal-vergelijking voor het evenwicht opmaken. Beschouwen wij daartoe de lucht, begrepen tusschen twee vlakken, respectievelijk op de afstanden z en $z + dz$ boven het benedenste punt gelegen, dan is het gewicht van die lucht gelijk aan γdz. De drukking ter hoogte z gelijk aan p stellende, zoo is die ter hoogte $z + dz$ gelijk aan $p + dp$, en dus de drukking, die de lucht in opwaartsche richting ondervindt:

$$p - (p + dp) = -\,dp.$$

Dezen drukking gelijk stellende aan het gewicht van de lucht vinden wij:

$$dp = -\,\gamma\,dz.$$

Aangezien de beschouwde luchtlaag eene geringe dikte heeft, zoo mogen wij voor de berekening van γ de drukking overal gelijk aan p stellen, waardoor wij vinden:

$$\gamma = \gamma_0\,\frac{p}{0{,}76.\,s}\cdot\frac{1}{1 + \alpha t},$$

waarin γ_0, s, α en t dezelfde beteekenis als in de vorige paragraaf hebben.

Substitueeren wij deze waarde in bovenstaande vergelijking en deelen wij door p, dan vinden wij:

$$\frac{dp}{p} = - \frac{\gamma_0}{0{,}76 \times s\,(1 + \alpha t)} dz.$$

Integreeren wij nu deze vergelijking en beschouwen wij daarbij de temperatuur, die slechts weinig met de hoogte verandert, als constant, dan vinden wij:

$$Nep.\,log.\,p = \mathrm{C} - \frac{\gamma_0}{0{,}76\,s\,(1 + \alpha\,t)} z,$$

waarin C de constante van de intregatie is. Aangezien nu voor $z = o$, $p = \mathrm{P}$ de drukking in het benedenste punt moet zijn, zoo is $\mathrm{C} = Nep.\,log.\,\mathrm{P}$; en daar voor $z = \mathrm{H}$, p gelijk moet worden aan de drukking P′ in het hoogste punt, zoo vinden wij:

$$Nep.\,log.\,\mathrm{P}' = Nep.\,log.\,\mathrm{P} - \frac{\gamma_0}{0{,}76 \times s\,(1 + \alpha t)} h,$$

of:

$$h = \frac{0{,}76 \times s}{\gamma_0} (1 + \alpha t)\; Nep.\,log.\,\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{P}'}.$$

Vervangen wij in deze uitdrukking de verhouding $\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{P}'}$ wederom door $\frac{\mathrm{B}_0}{\mathrm{B}'_0}$ en vervangen wij de Neperiaansche logarithmen door gewone, dan vinden wij, als wij den modulus 0,43429448 door M voorstellen:

$$h = \mathrm{K}'\,(1 + \alpha t)\; log.\,\frac{\mathrm{B}_0}{\mathrm{B}'_0} \qquad (2.)$$

waarin K′ de constante waarde $\frac{0{,}76 \times s}{\gamma_0 \times \mathrm{M}}$ voorstelt. Stellen wij daarin voor s, γ_0 en M de bekende waarden, dan vinden wij voor den coëfficient K′ van bovenstaande formule, die meestal den naam van de formule van Laplace draagt, de waarde: $\mathrm{K}' = 18404$.

§ 193. **Volledige barometer-formule.** Bij de afleiding van bovenstaande formules is alleen rekening gehouden met de drukking en de temperatuur van de lucht. Met de overige omstandigheden, die invloed hebben op de verandering van de drukking der lucht met de hoogte, en waarvan de voornaamste zijn: de vochtigheid der lucht, de verandering van de zwaartekracht met de geographische breedte en hare verandering met de absolute hoogte, kan men voldoende rekening houden door, voor de coëfficienten K en K′ eene eenigszins andere waarde te nemen, overeenkomende met den gemiddelden vochtigheidstoestand der lucht en de gemiddelde geographische breedte en absolute hoogte, waarop de waarnemingen plaats hebben.

Om te laten zien hoe die coëfficienten bepaald worden, geven wij hier zonder bewijs de volledige barometer-formule:

$$h = 18404(1+0{,}002573 \cos 2\beta)\left(1+\frac{2H}{R}\right)\left(1+0{,}377\frac{e}{b}\right)(1+\alpha t)\log.\frac{B_0}{B'_0} \quad (3.)$$

waarin β de gemiddelde geographische breedte, H de gemiddelde hoogte boven de zee, R den straal der aarde, e de gemiddelde spanning van den waterdamp en b de gemiddelde barometerstand voorstelt.

Door nu voor β, H, e en b gemiddelde waarden in te voeren, geldende voor de streek waar de waarnemingen gedaan worden, wordt de coëfficient K′ van de formule van Laplace:

$$K' = 18404\,(1+0{,}002573 \cos.2\beta)\left(1+\frac{2H}{R}\right)\left(1+0{,}377\,\frac{e}{b}\right) \quad (4.)$$

en bij vermenigvuldiging met 2M. vinden wij voor den coëfficient K van de formule van Babinet:

$$K = 15986\,(1+0{,}002573 \cos.2\beta)\left(1+\frac{2H}{R}\right)\left(1+0{,}377\,\frac{e}{b}\right) \quad (5.)$$

Stellen wij bijv. voor Nederland gemiddeld $\beta = 52°10'$, $H = 0$, $e = 10$ mM., geldende voor de zomermaanden, en $b = 760$ mM., dan vinden wij:

$$K = 16056 \qquad \text{en:} \qquad K' = 18484$$

§ 194. **Hulpmiddelen voor de berekening van de hoogteverschillen.** Bij de opneming van een groot aantal punten met behulp van de aneroïde, zal men de berekening van de hoogteverschillen volgens de hiervoor behandelde formules door middel van vooraf berekende tabellen trachten te vereenvoudigen. Tweeërlei soort van tabellen worden tot dat doel gebruikt.

De eene soort steunt op de formule van Babinet, die wij als volgt kunnen schrijven:

$$h = K\frac{1+\alpha t}{B_0 + B_0'}(B_0 - B_0') = m\,(B_0 - B_0')\,; \quad (6.)$$

waarin dan m de hoogte voorstelt, overeenkomende met één mM. verschil in barometerstand. Van deze waarde van m, die langsaam met de gemiddelde temperatuur t en de som der barometerstanden verandert, kan men eene tabel met dubbelen ingang vervaardigen. Zoekt men dan in die tabel, met behulp van de waarden van t en $B_0 + B_0'$ de waarde van m, dan heeft men deze slechts te vermenigvuldigen met het verschil $B_0 - B'_0$ van de twee barometerstanden, om het hoogteverschil te vinden.

De tweede soort van tabellen berust op eene vervorming van de formule van LAPLACE. Voor deze formule mogen wij namelijk schrijven:

$$h = \left\{ K\, log. \frac{760}{B'_0} - K\, log. \frac{760}{B_0} \right\} (1 + \alpha t)$$

of, als wij: $K\, log. \frac{760}{B_0} = H$ en: $K\, log. \frac{760}{B_0'} = H'$, stellen:

$$h = H' - H + \alpha t (H' - H). \qquad (7.)$$

Maakt men nu eene tabel met enkelen ingang, van de waarden van $H = K\, log. \frac{760}{B_0}$ die den naam van *ruwe zeehoogten* dragen, (omdat zij de hoogten boven de zee aangeven, in de onderstelling dat de barometerstand bij het oppervlak der zee 760 mM. bedraagt en de gemiddelde temperatuur nul is) dan kan men daarin voor B_0 en B_0' de overeenkomstige waarden van H en H′ vinden. Hun verschil geeft het ruwe hoogteverschil, dat nog gecorrigeerd moet worden voor de temperatuur. Van de daartoe aan te brengen correctie $\alpha t (H' - H)$ kan men eene kleine tabel met dubbelen ingang vervaardigen, waarin men de waarde van die correctie vindt, voor de overeenkomstige waarden van t en $H' - H$.

Tot hetzelfde doel, het vereenvoudigen van de berekening, bezigt men ook bijzonder daarvoor ingerichte rekenlinialen en graphische tafelen, die wij hier niet nader zullen bespreken.

§ 195. **Horizontale afstand der punten. — Gelijktijdige waarnemingen.** Bij de hierboven ontwikkelde formules is verondersteld, dat de drukkingen in twee verticaal boven elkaar gelegen punten bepaald zijn; zij zijn echter evenzeer van toepassing wanneer de punten niet verticaal boven elkaar gelegen zijn, omdat als de lucht in evenwicht is, in de punten, die in hetzelfde waterpasse vlak gelegen zijn, dezelfde drukking heerscht. Is de lucht niet in evenwicht, dan zal de drukking in die punten niet volkomen dezelfde zijn, en men zal dus eene fout maken, die des te grooter zal zijn, naarmate de verstoring van het evenwicht en de horizontale afstand der punten grooter zijn. Men moet daarom vermijden, direct het hoogteverschil van punten te bepalen, die al te ver van elkaar verwijderd zijn. Ook moet men vermijden, het hoogteverschil direct te bepalen van punten, die zich in zeer ongelijke meteorologische toestanden bevinden, zooals bijv. punten aan weerszijden van een bergrug.

Verder zijn wij uitgegaan van de onderstelling dat op beide punten gelijktijdige waarnemingen gedaan worden. Dit laatste is noodig omdat de drukking van de lucht in den loop van den dag op dezelfde plaats langzaam verandert. Men is dus genoodzaakt met twee aneroïden en twee waarnemers de metingen te verrichten.

Wel kan men de meting met één aneroïde verrichten, maar dan moet men na een niet al te lang tijdsverloop (bijv. een uur) op het uitgangspunt terug komen en daar opnieuw de aneroïde waarnemen, om de verandering van de luchtdrukking te kunnen nagaan. Uit die twee waarnemingen kan men dan door interpolatie evenredig met den tijd, de barometerstanden afleiden, die gelijktijdig hebben plaats gehad, met de op de andere punten waargenomen aneroïde-aflezingen.

Deze wijze van handelen zal alleen dan juiste resultaten opleveren, als de drukking van de lucht in den tusschentijd evenredig met den tijd veranderd is. Heeft de verandering niet op die wijze plaats, dan ontstaat daardoor dus eene nieuwe bron van fouten voor de meting; zoodat dan ook de metingen met ééne aneroïde eene mindere nauwkeurigheid bezitten, dan de gelijktijdige metingen met twee aneroïden. Zij kunnen echter bruikbare resultaten leveren zoo men zorg draagt na een niet al te groot tijdsverloop op hetzelfde punt (of een ander punt waarvan de hoogte bekend is) terug te keeren en geen waarnemingen te doen bij stormachtig weer, als de barometerstand aan onregelmatige veranderingen is blootgesteld.

Van de verschillende grootheden die, behalve de luchtdrukking, op het hoogteverschil van invloed zijn, wordt, zooals uit § 193 blijkt, alleen de temperatuur rechtstreeks in rekening gebracht. Deze moet dus met behulp van een thermometer in beide punten worden bepaald. Het gemiddelde van beide temperaturen wordt in de formule ingevoerd.

§ 196. **Uitvoering der meting met twee aneroïden.** Heeft men van eene menigte punten op een terrein de hoogten barometrisch te bepalen en zijn van eenige dier punten de hoogte bekend, dan zal men achtereenvolgens de punten opnemen, die om de bekende punten heen gelegen zijn. In het punt van bekende hoogte wordt een aneroïde opgesteld, die wij den naam van *stand-aneroïde* zullen geven en die op bepaalde tijden, bijv. om het half uur of om de tien minuten, wordt afgelezen. De tweede aneroïde, die den naam van *veld-aneroïde* draagt, dient om op de verschillende punten den barometerstand te bepalen. Aangezien het bij de hoogtemeting hoofdzakelijk aankomt op het verschil in barometerstand en de standcorrectie van de aneroïde daarop van veel invloed is, zoo moet men de verandering, die deze kan ondergaan hebben, zorgvuldig elimineeren. Men plaatst daartoe, voordat de meting met de veld-aneroïde aanvangt, de twee aneroïden naast elkaar en leest die minstens 3 malen met tusschenpozen van bijv. 10 minuten gelijktijdig af. Zijn de aflezingen van beide aneroïden tot kwikhoogten gereduceerd, dan zullen zij dezelfde aanwijzingen moeten geven; doen zij dit niet, dan geeft hun verschil de correctie aan, die aan de aflezingen van de eene aneroïde moet aangebracht worden om deze vergelijkbaar te maken met de aflezingen op de andere. Wanneer men 's avonds thuis komt, worden de twee aneroïden weer samen vergeleken, om zich te overtuigen, dat de correctie onveranderd gebleven is.

De waarnemingen, die op de verschillende punten van het terrein zijn verricht, zijn opgeteekend met den tijd waarop zij gedaan zijn. Met behulp van dien tijd kan men dan uit de waarnemingen met de stand-aneroïde, des noods door interpolatie, de correspondeerende barometerstanden vinden.

Is op het terrein geen genoegzaam aantal punten van bekende hoogte aanwezig, dan moet men de hoogten voor de standplaatsen van de stand-aneroïde, door de aneroïde-meting zelf bepalen. De bepaling van deze hoofdpunten van de meting moet echter nauwkeuriger geschieden, dan die van de overige punten en daarom moet men hiertoe onderscheidene aflezingen doen. Men richt de meting dan als volgt in. 's Ochtens bij het vergelijken van de twee aneroïden spreekt men af, waar het volgende hoofdpunt zal gelegen zijn, en wanneer de waarnemer met den veld-barometer daar zal aankomen. Deze begeeft zich dan op weg, neemt de noodige punten op en zorgt vóór of op den bepaalden tijd in het bepaalde punt te zijn. Daar aangekomen, wordt zijn aneroïde stand-aneroïde en wordt om de tien minuten afgelezen. De waarnemer met de vroegere stand-aneroïde blijft nu nog eenigen tijd waarnemen, tot hij minstens drie gelijktijdige waarnemingen, met tusschenpoozen telkens van 10 minuten, met de nieuwe stand-aneroïde heeft en gaat dan op weg, hetzij direct naar het volgende hoofdpunt, hetzij tot het doen van waarnemingen op tusschenpunten, al naar men heeft afgesproken. Op het hoofdpunt aangekomen, worden de twee aneroïden weer met elkaar vergeleken, waarna men van dat nieuwe punt uit, weer op dezelfde wijze kan voortmeten.

Daar de bepaling van de hoogteverschillen der hoofdpunten door drie gelijktijdige waarnemingen geschiedt, zullen ze natuurlijk nauwkeuriger dan die der nevenpunten bepaald worden. Men moet echter steeds zorgen de ophooping van fouten zooveel mogelijk tegen te gaan, door zooveel als het kan aan punten, waarvan de hoogten nauwkeurig bekend zijn, aan te sluiten.

§ 197. **Uitvoering der meting met één aneroïde.** Aangezien men bij de meting met een aneroïde telkens na een niet al te lang tijdsverloop op het uitgangspunt of op een ander bekend punt moet aansluiten, en de nauwkeurigheid van die meting geringer is, dan die met twee aneroïden, zoo kan men een uitgestrekt terrein moeielijk met één aneroïde goed opnemen, als er niet het noodige aantal vaste punten aanwezig is. Zijn deze niet aanwezig dan moet men door waterpassing langs de wegen, zich de noodige vaste punten verschaffen, waarvan men bij de aneroïde-meting kan uitgaan.

Aangezien men hier slechts met een aneroïde te doen heeft, zoo valt bij het nemen van het verschil van twee barometerstanden, de stand-correctie van zelf weg; indien zij ten minste in den tusschentijd niet veranderd is, waarvoor men door voorzichtige behandeling moet zorgen, te meer daar men hier de contrôle door de vergelijking met een andere aneroïde mist.

Bij de aflezing op de vaste punten moet men echter niet op eene enkele aflezing vertrouwen, maar liefst 2 of 3 aflezingen na korte tusschenpoozen doen; omdat eene fout in die aflezing, natuurlijk *alle* hoogtebepalingen foutief maakt, iets wat niet het geval is bij eene fout in de aflezing op een der andere punten. Na een kort tijdsverloop, liefst niet langer dan één uur, komt men op het uitgangspunt terug, om daar opnieuw den barometerstand waar te nemen. Is deze veranderd, dan wordt de verandering, zooals wij boven reeds zagen, evenredig met den tijd verdeeld.

In plaats van op het uitgangspunt terug te komen, kan men ook op een ander bekend punt aansluiten. Uit het bekende hoogteverschil (*h*) en den aldaar waargenomen barometerstand (B'_0) kan men dan met behulp van de barometerformule, den barometerstand (B_0) in het eerste punt berekenen en daarmede op dezelfde wijze handelen, als of hij daar zelf was waargenomen.

HOOFDSTUK XXIII.

OPNEMEN VAN HOOGTELIJNEN.

§ 198. **Hoogtelijnen.** Om van een terrein eene duidelijke voorstelling te maken, waarin men alles, wat op het terrein betrekking heeft, kan terugvinden, is het meestal niet voldoende het terrein alleen in horizontale projectie voor te stellen. Uit de vervaardigde kaart moet men tevens de hoogte van ieder punt van het terrein, hetzij direct, hetzij door eene eenvoudige constructie of berekening, kunnen vinden.

Te dien einde zou men van een zeker aantal punten van het terrein de hoogteligging kunnen bepalen en in de kaart door cijfers kunnen aangeven.

Uit eene dergelijke kaart kan men wel al het noodige afleiden, zij geeft echter een zeer slecht overzicht van het terrein. Men moet veeleer trachten de voorstelling van het terrein zoodanig te maken, dat daarop als met een oogopslag het relief van het terrein te zien is.

Eene duidelijke voorstelling van het relief van het terrein, verbonden met een volledige aanwijzing van de hoogteligging van de verschillende punten, verkrijgt men door de kaart van hoogtelijnen of niveau-lijnen te voorzien.

Denkt men zich het terrein gesneden door een stelsel waterpasse vlakken, dan zullen deze op het terrein een stelsel van lijnen bepalen, waarvan alle punten dezelfde hoogte hebben. Deze lijnen op de kaart overgebracht, geven onmiddellijk een duidelijk overzicht van het beloop van het terrein, van de hellingen, van de hoogste en laagste punten, enz.

Neemt men die niveauvlakken op onderling gelijke afstanden, en schrijft men bij enkele der daardoor voortgebrachte niveaulijnen de hoogte, dan kan men van elk punt van het terrein de hoogte uit de kaart vinden, op de niveau-lijnen direct uit de hoogten dier lijnen, en voor tusschengelegen punten door eene eenvoudige interpolatie. Tevens geeft de onderlinge afstand der lijnen een overzicht van de grootte der hellingen van het terrein in de verschillende punten.

De verticale afstand aan de hoogtelijnen te geven, hangt hoofdzakelijk af van de schaal van de kaart, maar ook eenigszins van den aard van het terrein. Is de schaal van de kaart grooter, dan kan men meer niveau-lijnen in de kaart opnemen en de verticale afstand daarvan dus kleiner nemen. Bij een vlak terrein, waar de hoogtelijnen in horizontale projectie, in vergelijking met een bergachtig terrein, verder uit elkaar liggen, kan men hetzelfde doen. De verticale afstand der niveau-lijnen is dus zeer verschillend; in meters uitgedrukt kan men daarvoor ongeveer nemen: het cijfer, dat de schaal van de kaart uitdrukt, gedeeld door een getal gelegen tusschen 250 en 5000, natuurlijk zoodanig, dat het aantal meters een rond getal is.

§ 199. **Algemeen overzicht.** Het vervaardigen van eene kaart met hoogtelijnen kan op twee verschillende wijzen plaats hebben: men kan de hoogtelijnen op het terrein zelf bepalen en dan in kaart brengen, of men kan van eene menigte punten van het terrein de hoogten bepalen, deze in kaart brengen en dan daaruit op de kaart de hoogtelijnen afleiden.

De eerste methode is zeker de nauwkeurigste; zij is echter zeer omslachtig, langwijlig en daardoor kostbaar. Zij wordt tegenwoordig dan ook weinig meer toegepast; alleen daar waar het in betrekkelijk vlak terrein, op eene eenigszins groote nauwkeurigheid aankomt, zooals bij irigaties enz., is zij met vrucht te gebruiken.

De tweede methode van meten gaat veel sneller en is dus minder kostbaar. De nauwkeurigheid van de opneming staat wel eenigszins bij de vorige achter; dit is echter meestal geen bezwaar, terwijl ze zoo noodig gemakkelijk kan vergroot worden, door het aantal op te nemen punten te vermeerderen.

§ 200. **Bepaling van de hoogtelijnen op het terrein.** De bepaling van de hoogtelijnen op het terrein geschiedt met behulp van het waterpasinstrument. Uitgaande van een vast punt, kruisbout, peilmerksteentje of dergelijk, waterpast men voort, tot men gekomen is ter hoogte van de op te zoeken niveau-lijn. Natuurlijk moet men daartoe op het terrein zelf terstond de berekening verrichten. Is men eindelijk zoover gevorderd dat de vizierlijn van den kijker 0,5 à 1,5 M. boven die hoogtelijn gelegen is, en heeft men nauwkeurig de hoogte der vizierlijn berekend, dan kan men daaruit onmiddellijk vinden, hoeveel men op de baak moet aflezen, opdat haar voetpunt juist in een punt van de gezochte lijn ligt. De baakhouder verplaatst nu zoolang de waterpasbaak, tot werkelijk die aflezing verkregen wordt en geeft dit punt op het terrein door een baakje aan. Hij gaat dan een tweede, derde, vierde punt, enz. op die wijze opzoeken, voor zoover ze van de standplaats van het instrument nog genoegzaam zichtbaar zijn. De opnemer zoekt vervolgens eene nieuwe standplaats voor het instrument op, om van daaruit de niveau-lijn verder te vervolgen. Het bepalen van de hoogte van de vizierlijn in de nieuwe standplaats geschiedt natuurlijk door het voortzetten van de gewone waterpassing, waarbij men alle voorzorgen heeft in acht te nemen, vroeger bij de aaneengeschakelde waterpassing behandeld. Tevens zal men voor de contrôle van de meting er voor zorgen, ten slotte weer op een punt, waarvan de hoogte bekend is, te sluiten.

Heeft men op deze wijze eene hoogtelijn opgezocht, dan kan men op dezelfde wijze overgaan tot het opnemen van een tweede, een derde, enz. Al die verschillende hoogtelijnen zijn dan op het terrein door enkele punten met behulp van baakjes aangegeven, en worden volgens een van de vroeger behandelde methoden opgenomen en in kaart gebracht.

Bij het opzoeken op de beschreven wijze van de hoogtelijnen, kan eene baak met bordje grooten dienst bewijzen; door het bordje te plaatsen op de hoogte waarop de kijker gericht moet zijn, ontgaat men het vermoeiende aflezen, kan men veel vlugger werken en heeft men minder aanleiding tot het maken van fouten.

Zijn de hoogtelijnen dichter bij elkaar gelegen, dan de lengte van de baak bedraagt, dan kan men van uit eene standplaats gelijktijdig meer hoogtelijnen uitzetten, waardoor de arbeid natuurlijk bespoedigd wordt.

§ 201. **Bepaling van de hoogtelijnen op de kaart.** Ter bepaling van de hoogtelijnen op de kaart wordt van eene menigte punten van het terrein de hoogte bepaald en deze bij de projecties dier punten in de kaart geschreven. Heeft men die punten zoodanig gekozen, dat men de verbindingslijn van twee punten op het terrein nauwkeurig genoeg als eene rechte lijn kan beschouwen, dan kan men op die lijn door eene eenvoudige constructie of door eene eenvoudige berekening het punt vinden, dat op eene bepaalde hoogtelijn gelegen is. Heeft men op die wijze eene menigte punten bepaald van de te construeeren hoogtelijnen, dan worden de punten van dezelfde hoogtelijn vereenigd, waardoor de hoogtelijnen geconstrueerd zijn.

Het is zelfs niet altijd noodig die punten zoo dicht bij elkaar te nemen, zoo men slechts zorgt de punten in profielen te vereenigen, volgens de helling van het terrein. Door die profielen met behulp van de op deze wijze verkregen punten in teekening te brengen en deze door lijnen te snijden op de hoogten van de te construeeren hoogtelijnen, kan men gemakkelijk in die profielen de punten van gegeven hoogte vinden en in de kaart overbrengen.

In fig. 135 is hiervan een voorbeeld gegeven. De punten waarvan de hoogten gemeten zijn, zijn door cirkeltjes aangegeven en de hoogten er bij geschreven. De profielen, gevormd door de punten tusschen A en B, C en D enz., zijn in fig. 136 geteekend, door de op de kaart gemeten afstanden naast elkaar uit te zetten en door op de loodlijnen in de aldus bepaalde punten getrokken, de bepaalde hoogten af te zetten. Deze profielen zijn nu verder gesneden door de lijnen op 50, 60, 70, enz. meter hoogte gelegen, waardoor men de snijpunten *a b c d*, *e f g h*, enz. verkrijgt, die in fig. 135 worden overgebracht, door de afstanden te meten tot aan de naastbij liggende verticaal van een punt in fig. 135 gegeven. De op die wijze in de verschillende profielen bepaalde punten van gelijke hoogte worden nu door lijnen vereenigd.

Tot het teekenen van de hoogtelijnen moet men goed bekend zijn met het terrein en het moet dus steeds gedaan worden door denzelfden persoon, die de opneming verricht heeft. Bij de opneming van het terrein zal hij er voor zorgen op de schetsteekening den algemeenen loop der hoogtelijnen op het oog zoo nauwkeurig mogelijk aan te geven, om zich daarnaar bij het teekenen der lijnen te kunnen regelen. Voor dat de hoogtelijnen in inkt getrokken worden, is het goed de ontworpen lijnen op het terrein zelf nog eens na te gaan, om zoo doende vergissingen of fouten, die ingeslopen mochten zijn, nog te verhelpen.

Het aantal punten, waarvan de hoogten bepaald moeten worden om de hoogtelijnen te construeeren, is niet alleen afhankelijk van de schaal van de kaart en van de nauwkeurigheid, die men van de opneming verlangt, maar ook van den vorm van het terrein en van de goede keuze der punten. Het is moeielijk hieromtrent bepaalde aanwijzingen te doen; bij een weinig oefening met die opneming zelf, zal men spoedig op het terrein leeren zien, waar men voor de opneming meer punten noodig heeft en waar men met een geringer aantal kan volstaan, om overal de vereischte nauwkeurigheid te verkrijgen, zonder de meting door de opneming van te veel punten langwijlig en kostbaar te maken.

§ 202. **Het ontwerpen van hoogtelijnen op bestaande kaarten.** Bestaat er van het terrein, waarvan de hoogtelijnen moeten opgenomen worden, eene kaart op de vereischte schaal, dan kunnen die lijnen daarop geconstrueerd worden. Men heeft dan slechts de hoogten te bepalen van de verschillende punten van het terrein, die op de kaart voorkomen, om deze onmiddellijk daarop te kunnen overbrengen. Daar waar deze punten niet voldoende zijn, zal men nog van andere punten de hoogten bepalen en deze in kaart brengen, door hun plaats te bepalen ten opzichte van de op de kaart aanwezige lijnen en punten, met zoodanige nauwkeurigheid, als voor het doel noodig is.

De wijze, hoe de hoogten der punten bepaald worden, is verschillend al naarmate van het doel der meting, de vereischte nauwkeurigheid en de gesteldheid van het terrein.

Bij een vlak terrein kan de bepaling van de hoogten der punten het best door waterpassing geschieden. Men begint dan daarbij met langs de hoofd- en andere wegen door het op te nemen terrein nauwkeurige waterpassingen uit te voeren en aan de punten van bekende hoogte aan te sluiten. Bij deze waterpassingen zal men zorgen een zoo groot mogelijk aantal vaste punten te verkrijgen, om daarvan bij de verdere metingen te kunnen uitgaan; men zal daartoe bij vaste bouwwerken nauwkeurig de hoogten van gemakkelijk terug te vinden punten opnemen of kruisbouten inslaan en de hoogten hiervan bepalen; op en langs de wegen zal men de zich daar bevindende mijlpalen, grenssteenen als anderszins in de waterpassing opnemen; waar deze niet aanwezig zijn, kan men in enkele boomen kruisbouten slaan of waar deze ook mochten ontbreken, zal men door het inslaan van flinke houten piketten zich tijdelijk vaste punten verschaffen. Is deze hoofdwaterpassing, die als het ware het geraamte of het net van de opmeting vormt, afgeloopen, dan kan men tot de eigenlijke meting overgaan, waartoe men aaneengeschakelde waterpassingen tusschen de verschillende vaste punten uitvoert en bij iedere standplaats van het instrument zooveel in den omtrek gelegen punten opneemt, als van daaruit bepaald kunnen worden.

Op meer geaccidenteerd terrein is de opneming met het waterpasinstrument tijdroovend, doordat men alleen met horizontale vizierlijn kan werken en dus daardoor uit een zelfde standplaats slechts weinig punten kan bepalen. Gemakkelijker in dat geval is een instrument, voorzien met de in Hoofdstuk X beschreven inrichting tot het meten van afstanden en waarmede op de in § 91 beschreven wijze, tevens hoogteverschillen bepaald worden. Dit instrument wordt op een punt van het terrein geplaatst, van waar men een menigte punten kan opnemen en hiervan worden dan op de beschreven wijze de hoogteverschillen met het instrument bepaald. Deze meting moet eveneens steunen op eene waterpassing, die langs de hoofdwegen het terrein als met een net overspant. Bij deze waterpassing zorgt men vaste punten te verkrijgen in de nabijheid van die punten, waar later het instrument zal geplaatst worden; wordt dan van een dezer punten het hoogteverschil met het midden van het instrument bepaald, dan vindt men daaruit de hoogte van dit midden boven het algemeen vergelijkingsvlak, en uit deze hoogte de hoogten van al de andere punten. Plaatst men het instrument boven een punt van het terrein, dat ook op de kaart voorkomt, dan kan men tevens eene contrôle op de opmeting uitoefenen, door ook op den horizontalen rand af te lezen; want deze aflezing, gevoegd bij de vereischte aflezingen voor de hoogtebepaling, geeft tevens richting en lengte van de voerstralen, die volgens § 157 de verschillende punten bepalen.

Bij de opneming van eene geheele landstreek met behulp van de aneroïde zal men eerst weer door eene waterpassing zich de noodige vaste punten verschaffen, waaraan de andere door aneroïdemeting worden vastgelegd (zie § 196 en 197). Alleen bij eene voorloopige opneming, die moet dienen om het terrein op te zoeken, dat door nauwkeurige opneming voor een of ander ontwerp nader moet bestudeerd worden, zal men, zoo de waterpassing niet reeds bestaat, deze achterwege kunnen laten, omdat die opneming meestal eene mindere nauwkeurigheid toelaat en niet al te veel tijd mag kosten.

§ 203. **Het opnemen van hoogtelijnen door middel van lengte- en dwarsprofielen.** Bestaat er van het op te nemen terrein geene kaart, dan moet de hoogtebepaling gepaard gaan met de bepaling van de horizontale projecties van de punten. Dit kan geschieden door middel van lengte- en dwarsprofielen of volgens de in § 157 geschetste wijze van opnemen volgens de voerstraal-methode.

Bij een lang gestrekt terrein, zooals dat veelal voorkomt bij het ontwerpen van spoorwegen en van andere gemeenschapswegen, neemt men in de lengte van het terrein een lengteprofiel op en rechthoekig daarop eene menigte dwarsprofielen op de wijze als in § 188 is aangewezen.

Als men deze lengte- en dwarsprofielen werkelijk teekent, dan kan men, door daarin lijnen te trekken op de hoogten, overeenkomende met de te construeeren hoogtelijnen, onmiddellijk punten dezer lijnen bepalen en in de kaart overbrengen.

Bij het opnemen van een geheele landstreek op deze wijze moet men eerst door een net de begin- en eindpunten der profielen in horizontale projectie vastleggen en door eene waterpassing de hoogten van eenige vaste punten bepalen, waarvan men bij de opneming van de profielen uitgaat.

§ 204. **Het opnemen van hoogtelijnen met den als afstandsmeter ingerichten theodoliet.** De thans meest gebruikelijke wijze van opmeten is de in § 157 geschetste opneming met den tot afstandmeten ingerichten theodoliet. De wijze hoe de punten in horizontale projectie worden opgenomen is daar ter plaatse uiteengezet. Voor de hoogtebepaling heeft men volgens § 91, behalve de reeds voor de horizontale projectie afgelezen grootheden h en α, alleen nog noodig de hoogte af te lezen, waarop de middendraad zich op de baak projecteert. Daar het hierbij echter niet op een enkelen centimeter aankomt, zoo kan men voor die hoogte ook nemen het gemiddelde van de aflezingen van de twee andere draden, zoodat men met de volgens § 157 afgelezen grootheden volstaan kan, om de punten niet alleen in horizontalen maar ook in verticalen zin volkomen vast te leggen.

Bij de opneming van een geheele landstreek zal men beginnen met deze eerst met een net te overdekken, waarvan de hoekpunten de latere standpunten van het instrument zullen zijn. In de nabijheid van ieder punt wordt een piket geslagen en de hoogten van al deze piketten door waterpassing bepaald. Bij de detailmeting plaatst men nu eerst de baak op het piket en bepaalt uit de daarop afgelezen hoogten de hoogte van het midden van den kijker, ten opzichte waarvan dan later al de andere punten in hoogteligging bepaald worden.

Is het bij de opneming alleen te doen om de hoogtelijnen, niet om de grensscheidingen, enz., dan kiest men de op te nemen punten zoodanig, dat de hoogtelijnen daardoor zoo goed mogelijk worden bepaald. Is het tevens te doen om de grensscheidingen, enz. in kaart te brengen, dan begint men met daarvoor de noodige punten op te nemen, en voor zooverre deze niet voldoende zijn voor de hoogtemeting, worden zij dan door andere punten aangevuld.

Bij de opneming van een lang gestrekt terrein, waarbij men de geheele breedte van de op te nemen strook van eene standplaats van het instrument kan overzien, zal men voor het net meestal een gestrekten veelhoek nemen. Deze veelhoek wordt dan meestal met hetzelfde instrument gelijktijdig met de détails opgenomen en dan ook de hoogte van een volgend punt uit die van een vorig punt met hetzelfde instrument bepaald. De opvolgende standpunten van het instrument, het net van de opmeting vormende, moeten natuurlijk nauwkeuriger dan de détailpunten bepaald worden; hiertoe wordt als men van A naar B gaat, de afstand van A tot B en het hoogteverschil van beide punten met het instrument zoowel van uit A als van uit B bepaald. Tevens kan men ter contrôle een derde punt nemen, dat uit beide standplaatsen zoo in horizontalen als in verticalen zin bepaald wordt.

§ 205. **Opneming in bosschen.** De grootste moeielijkheid biedt de opneming in dicht begroeide bosschen aan. Eene nauwkeurige opneming is daar zeer dikwijls geheel onmogelijk, zonder in het bosch veel hout om te hakken. Meestal echter kan men er met eene veel minder nauwkeurige opneming volstaan. Moeten later aldaar werken worden aangelegd, die eene nauwkeurige opneming vereischen, dan kan men uit de minder nauwkeurige opneming gemakkelijk die deelen uitkiezen, die voor het werk in aanmerking kunnen komen en ze nauwkeuriger opnemen; de aan die opneming besteede grootere moeite en kosten worden dan opgewogen door de mindere uitgebreidheid van het terreingedeelte waarover zij zich uitstrekt.

De opneming van dergelijk boschrijk terrein kan moeilijk op de boven beschreven wijze geschieden. In dergelijke gevallen kan men door de wegen, paden of open gedeelten, die het bosch aanbiedt, of die men zich op min kostbare wijze kan verschaffen, zooveel mogelijk gestrekte veelhoeken met korte zijden met behulp van de boussole opnemen. Voegt men aan de boussole eene inrichting toe tot het meten van verticale hoeken en meet men daarmede telkens de hellingen van de zijden van den veelhoek, dan kan men de hoogten van de hoekpunten berekenen, deze in teekening brengen en daaruit de hoogtelijnen afleiden. Neemt men hierbij voor de lengten der zijden in schuine richting gemeten de lengte der ketting of van den meetband (10 of 20 meter), dan kan men gemakkelijk uit eene tafel van de natuurlijke consinussen en sinussen de horizontale afstanden en de hoogteverschillen aflezen, waardoor de berekening aanmerkelijk bekort wordt. Op deze wijze zijn in fig. 135 tusschen de punten U, V, W en X drie veelhoeken opgemeten, die voldoende zijn om een groot gedeelte van de hoogtelijnen tusschen 90 en 160 meter te bepalen.