De theorie van de beweging der maan vóór Newton

MATHESIS

Aan zijn hooggeschatten leermeester Prof. Kapteijn,
De Schrijver.

DE THEORIE

VAN DE

BEWEGING DER MAAN

VÓÓR NEWTON.

Stoomdruk van J. VAN BOEKHOVEN — Utrecht.

DE THEORIE VAN DE BEWEGING DER MAAN

VÓÓR NEWTON.

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN

DOCTOR IN DE WIS- EN STERREKUNDE,

AAN DE RIJKS-UNIVERSITEIT TE UTRECHT,

NA MACHTIGING VAN DEN RECTOR-MAGNIFICUS

MR. H. J. HAMAKER,
Hoogleeraar in de Faculteit der Rechtsgeleerdheid,

VOLGENS BESLUIT VAN DEN SENAAT DER UNIVERSITEIT,

TEGEN DE BEDENKINGEN VAN DE

FACULTEIT DER WIS- EN NATUURKUNDE,

TE VERDEDIGEN

op Dinsdag, den 8sten Juli 1884, des namiddags te 2 uren,

DOOR

GERRIT JAN MARIE COOLHAAS,
geboren te AMERONGEN.

UTRECHT. — GEBR. VAN DER POST.
1884.

AAN MIJNE OUDERS.

Bij het voleindigen mijner academische studiën gevoel ik mij gedrongen mijn innigen dank te betuigen aan allen, die van mijne kindsheid af, tot mijne vorming hebben medegewerkt.

Vooral mijn dank aan U, Hooggeleerde Heeren, Professoren in de faculteit van Wis- en Natuurkunde, wier onderwijs ik heb mogen genieten en wel in het bijzonder aan U, Hooggeleerde Heeren BUIJS BALLOT, GRINWIS, OUDEMANS *en* KAPTEIJN, *met wie ik, tengevolge* *van de door mij gekozen richting, meer in aanraking kwam, voor het vele goede dat ik van U mocht leeren, voor de groote welwillendheid, mij steeds betoond.*

Ten zeerste gevoel ik mij jegens U verplicht, Hooggeschatte Promotor, Hooggeleerde OUDEMANS *voor de krachtdadige hulp, waarmede U.H.G. mij bij het samenstellen van dit proefschrift heeft ter zijde gestaan.*

INLEIDING.

Multiformi luna ambage torsit ingenia contemplantium et proximum sidus ignorari maxime indignantium.

PLINIUS: H. N. SECT: 9.

Uit de waarneming blijkt, dat de maan in verschillende opzichten afwijkt van de wetten, die Kepler gegeven heeft voor de beweging der hemellichamen om een centraallichaam; met andere woorden: de maan is onderhevig aan storingen, die door de zon en de planeten worden teweeggebracht. Deze storingen worden onderscheiden in periodieke en seculaire storingen; deze hebben betrekking op den vorm en de ligging der maansbaan, gene zijn afhankelijk van de plaats, die de maan op een zeker oogenblik in hare baan inneemt.

Wij zullen voornamelijk de periodieke storingen beschouwen en verdeelen die daartoe in drie rubrieken. Tot de eerste rubriek behooren die storingen, welke onafhankelijk zijn van den elliptischen vorm van aard- en maansbaan namelijk de Variatie en de Parallactische Vereffening; tot de tweede behooren die, welke veroorzaakt worden door den elliptischen vorm der aardbaan, namelijk de Jaarlijksche Vereffening; tot de derde eindelijk, die afhangen van den elliptischen vorm der maansbaan, rekent men de grootste storing: de Evectie, de voortgaande beweging der apsidenlijn en de Middelpuntsvereffening.

Vreemd moge het schijnen, dat ik de laatste vereffening onder de storingen heb opgenomen, daar ieder weet, dat zij geene storing d. i. geene afwijking is van de wet van Kepler, maar ik doe dat uitgaande van de zienswijze der ouden, die elke afwijking van den cirkelvorm als anomalie beschouwden en die dan ook aan de aequatio centri den naam gaven van eerste ongelijkheid.

Alvorens tot de historische behandeling van mijn onderwerp overtegaan, zal ik eerst de verschillende hier opgenoemde storingen verklaren. Daar al deze storingen alleen invloed hebben op de grootte van radius vector en op de lengte, zal ik, Möbius [1]) volgende, de reeds op zich zelf weinig hellende baanvlakken (de helling is hier circa 5°) van aarde en maan beschouwen als samen

[1]) Zie Möbius: *Elemente der Mechanik des Himmels* § 96 en Kaiser: *De sterrenhemel*, bewerkt door Oudemans § 175, 176.

te vallen. Later, wanneer ik tot de historische ontwikkeling der maanstheorie overga, zal ik ook aantoonen, hoe de ouden de helling der maansbaan en den teruggang der knoopenlijn in rekening brachten.

Om de Variatie en de Parallactische Vereffening te verklaren, zien wij af van den elliptischen vorm der aard- en maansbaan. Wij onderstellen dus, dat de maan zich in een cirkel om de aarde beweegt; het is duidelijk, dat de maan in eene synodische maand verschillende standen ten opzichte van zon en aarde inneemt. Bij Nieuwe Maan staat de maan tusschen zon en aarde; de maan, die dan dichter bij de zon staat dan de aarde, wordt sterker aangetrokken dan de aarde, zoodat de afstand van maan en aarde grooter wordt; dit laatste zal, hoewel in geringer mate, het geval zijn bij Volle Maan. In de kwartieren worden aarde en maan evenveel door de zon aangetrokken, zij zullen dus wegens de convergentie der verbindingslijnen met de zon, tot elkander naderen en derhalve zal de afstand der maan tot de aarde kleiner worden. In de syzygiën wordt dus de snelheid der maan kleiner daar haar afstand tot het centrale lichaam, in casu de aarde, grooter wordt; in de quadraturen wordt zij grooter; maar daar de werking in de syzygiën die in de quadraturen overtreft, wordt de gemiddelde snelheid kleiner en dus de gemiddelde omloopstijd grooter. De baan der maan wordt bij Nieuwe en Volle Maan uitgerekt, bij Eerste en Laatste Kwartier ingedrukt, zoodat zij de gedaante verkrijgt van eene ellips, waarvan de groote as naar de zon gericht is.

Wat de richting betreft, waarin op de aangegeven oogenblikken de maan uit de aarde gezien wordt, deze blijft onveranderd. Dit is echter niet het geval in de tusschengelegen plaatsen der baan; daar is zij nu eens vóór dan weder achter de plaats, die zij zou innemen, wanneer de zon niet aanwezig was. Is toch de maan voorbij hare conjunctie met de zon, dan wordt zij door de zon sterker aangetrokken dan de aarde; de zon houdt haar dus in haren loop terug, met andere woorden zij ondergaat eene vertraging. Deze vertraging blijft aanhouden tot Eerste Kwartier; na Eerste Kwartier wordt de aarde sterker aangetrokken dan de maan; de aantrekkingskracht der aarde wordt verminderd of wat hetzelfde is de maan wordt betrekkelijk afgestooten, haar loop wordt dus versneld; deze betrekkelijke afstooting houdt aan tot Laatste Kwartier maar heeft na Volle Maan geene versnelling maar integendeel eene vertraging tengevolge. Na Laatste Kwartier komt de maan weder dichter bij de zon en wordt dus sterker aangetrokken, welke werking hare beweging naar Nieuwe Maan steunt en dus weder eene versnelling tengevolge heeft. Deze versnelling bij Nieuwe Maan heeft eene verlenging der loopbaan tengevolge in de richting loodrecht op den voerstraal der aarde; de werking op de afstanden echter zou eerder de loopbaan in de richting van dien voerstraal verlengen, maar het blijkt, bij wiskundig onderzoek, dat de werking, die de zon op de snelheid der maan uitoefent, meer uitwerkt dan die, waardoor zij de afstanden van maan en aarde wijzigt, dientengevolge neemt de maansbaan de gedaante eener ellips aan met de *kleine* as naar de zon gericht.

Door deze wijziging der snelheid ondergaat de richting waarin wij de maan van de aarde uit zien, eene verandering. Zooals wij reeds zeiden is die richting onveranderd in de syzygiën en quadraturen, doch is de maan in het eerste en derde octant vooruit, in het tweede en vierde achteruit, d. w. z. in het eerste en derde octant is de maan verder dan eene denkbeeldige maan, die zich zonder storing door de zon om de aarde beweegt; in het tweede en vierde is zij daarbij ten achteren. Deze storing draagt den naam van *Variatie*. Haar bedrag wordt uitgedrukt door $39' \; 29'', 7 \; sin \; 2 \; (\lambda - \lambda')$, waarin λ zonslengte en λ' maanslengte is. [1])

Het verschil in aantrekking der zon op aarde en maan werkt bij Nieuwe en Volle Maan wel in denzelfden zin, maar het is bij Nieuwe Maan grooter dan bij Volle Maan, zoodat de vertraging na Nieuwe Maan grooter is dan de vertraging na Volle Maan en dus de maan bij Eerste Kwartier iets ten achteren, bij Laatste Kwartier vooruit zal zijn. Deze vereffening heet de *Parallactische Vereffening* en wordt uitgedrukt door $2' \; 2'', 1 \; sin \; (\lambda - \lambda')$ (DAMOISEAU).

Brengen wij nu den elliptischen vorm der aardbaan in rekening, dan zien wij, daar de aarde en dus ook de

---

[1]) Zie MÖBIUS: *Elemente der Mechanik des Himmels.* De coëfficient is van DAMOISEAU.

maan in den winter het dichtst bij de zon, in den zomer er het verst afstaan, dat de invloed der zon op de maan in den winter grooter zal zijn dan in den zomer. Daardoor wordt de omloopstijd der maan in den winter sterker vergroot dan in den zomer. Deze storing of ongelijkheid draagt den naam van *Jaarlijksche Vereffening*. Zij is evenredig aan *sin* α' zijnde α' de middelbare anomalie der zon en heeft $11' \, 13''$ tot coëfficient.

Nog een gevolg van den elliptischen vorm der aardbaan is, dat de synodische omloopstijd der maan in December en Januari ongeveer 4 uur grooter is dan in Juni en Juli, want daar de schijnbare beweging der zon in de eerste maanden grooter is dan in de laatstgenoemde, zal de maan langer werk hebben, voordat zij weder met de zon in conjunctie is.

Uit de excentriciteit der maansbaan volgt dadelijk, dat de maan zich niet in alle punten harer baan met dezelfde snelheid beweegt; heeft men dus de middelbare plaats der maan bepaald, dan moet men daaraan eene vereffening aanbrengen om de ware plaats te vinden; deze vereffening draagt den naam van *Middelpuntsvereffening*, die dus, zooals ik boven reeds zeide, geene storing is, maar door de ouden als zoodanig werd aangemerkt.

Ook de rechtloopende beweging der apsidenlijn der maansbaan is een gevolg van hare excentriciteit; zij volbrengt eene omwenteling in 8 jaar en 311 dagen.

De verklaring dezer storing is zeer ingewikkeld; CLAIRAUT werd eenigen tijd door de voortgaande beweging van de apsidenlijn der maansbaan in twijfel gebracht, of hier Newton's wet van de algemeene aantrekking wel doorging.

Later zag hij zijne dwaling in en toonde aan, dat de wet van Newton den voortgang der apsidenlijn geheel verklaarde. [1])

De grootste storing, die de maan ondervindt, is de *Evectie*; zij heeft tot uitdrukking $1^\circ\ 20' \sin \{2(\lambda - \lambda') - \alpha\}$. In de syzygiën en in de quadraturen smelt zij met de aequatio centri samen; in de syzygiën toch is $\lambda - \lambda' = 0^\circ$ of $= 180^\circ$ en dus $2(\lambda - \lambda') = 0$ of 360°, derhalve $\sin \{2(\lambda - \lambda') - \alpha\} = - \sin \alpha$; in de quadraturen is $\lambda - \lambda' = 90^\circ$ of $= 270^\circ$, en dus $2(\lambda - \lambda') = 180^\circ$ of $= 540^\circ = 180^\circ$, derhalve $\sin \{2(\lambda - \lambda') - \alpha\} = \sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$. Daar nu de aequatio centri evenredig is aan $\sin \alpha$, zoo zal deze bij Volle en Nieuwe Maan door de evectie verkleind, bij de kwartieren daarentegen vergroot worden; is echter op die plaatsen de apsidenlijn tevens naar de zon gericht, waardoor α, zijnde de anomalie der maan, gelijk 0° of 180° wordt, dan wordt de evectie nul.

Men kan zich de evectie op deze wijze voorstellen: [2])

Men veronderstelle, dat zich in de maansbaan nog eene denkbeeldige maan beweegt, die tegelijk met de maan haar perigeum verlaat en tweemaal zooveel tijd noodig heeft om er terug te keeren, dan hangt de evectie af

---

[1]) Zie John Herschel, *Outlines of astronomy*.

[2]) Zie Kaiser: *De Sterrenhemel*, bewerkt door Oudemans. blz. 442.

van de plaats, die de denkbeeldige maan inneemt evenals de variatie afhangt van de plaats der maan.

In de volgende bladzijden zal ik eene zwakke poging aanwenden om de historische ontwikkeling dezer storingen te schetsen; daartoe moet de volgorde eenigszins anders worden, zoodat het eerst de aequatio centri, dan de evectie, daarop de variatie en eindelijk de jaarlijksche en parallactische vereffeningen zullen behandeld worden, daar aldus de chronologische orde harer ontdekkingen is. Ik verdeel daartoe dit proefschrift in drie hoofdstukken.

In het eerste zal behandeld worden: de maanstheorie van Ptolemaeus, die ons van zelf leidt tot de aequatio centri en de evectie; in het tweede de variatie, terwijl in het derde hoofdstuk een kort gewag zal worden gemaakt van de parallactische en jaarlijksche vereffeningen.

EERSTE HOOFDSTUK.

De maanstheorie naar Ptolemaeus. [1]).

§ 1.

Nauwkeurigheid der bepaling van de siderale, synodische, anomalistische en draconitische omloopstijden der maan door Hipparchus en Ptolemaeus. Bekendheid van Ptolemaeus met den teruggang der apsidenlijn.

Claudius Ptolemaeus, die omstreeks 130 j. n. Chr. te Alexandrië leefde, heeft ons in zijne μαθηματικὴ σύνταξις, gewoonlijk „Almagest” genoemd, de sterrekunde van zijn tijd overgeleverd, zich baseerende op zijne eigen waar-

---

[1]) Zie: Κλαυδίου Πτολεμαίου μαθηματικῆς συντάξεως βιβλίον τέταρτον καὶ πέμπτον.

nemingen maar vooral op die van Hipparchus, die ongeveer 150 j. v. Chr. op Rhodus leefde en van wien slechts enkele werken tot ons zijn gekomen, als:

1° zijn sterrencatalogus, die onder aanbrenging van praecessie door Ptolemaeus opgenomen is in de Almagest.

2°. Τῶν Ἀρατοῦ καὶ Εὐδόξου φαινομένων ἐξηγησέων βιβλία.

3. Ἀστερισμοί.

In dit hoofdstuk zullen wij nagaan, wat Hipparchus en Ptolemaeus voor de maanstheorie hebben gedaan en zullen daarbij bemerken, dat de beweging der maan bij de ouden reeds vrij nauwkeurig bekend was. De waarnemingen, waarop beiden hunne maanstheorie opbouwden, bepaalden zich voorloopig tot de maansverduisteringen, daar men daarbij de parallaxis der maan buiten rekening kon laten, hetgeen met zonsverduisteringen en met sterrebedekkingen niet het geval was. Bij eene maansverduistering staat de maan diametraal tegenover de zon en kan men hare plaats precies bepalen uit de lengte, die de zon op dat oogenblik heeft.

De oudste waarnemers hadden reeds bemerkt, dat de maan zich met eene ongelijke beweging in lengte en breedte beweegt, dat zij niet gelijke tijden noodig heeft om op nieuw door de ecliptica te gaan, noch om tot dezelfde breedte terug te keeren. Bovendien wisten zij, dat de snelste en langzaamste bewegingen achtereenvolgens in verschillende punten van de ecliptica plaats hadden en dat ook de grootste noorder- en zuiderbreedten op verschillende punten vielen; met andere woorden zij waren bekend met den voortgang der apsidenlijn en met den teruggang der knoopenlijn. Om nu de beweging der maan te leeren kennen, zochten zij het getal dagen, die vast een zelfde getal lunaties en eene zelfde hoeveelheid van beweging in lengte in geheele getallen of in deelen van den omtrek bevatten. Zij vonden die periode gelijk aan 6585 $^1/_3$ dag en noemden haar Saros. In dat tijdsverloop telden ze ongeveer 223 lunaties, zagen ze de anomalie 239 maal tot dezelfde waarde terugkeeren, de breedte, d. w. z. het argument van breedte, 242 maal en vonden ze voor de som van beweging in lengte 241 omtrekken en bovendien 10 $^2/_3{}^\circ$, die de zon in denzelfden tijd boven hare achttien omwentelingen t. o. v. van de vaste sterren had doorloopen.

Om een geheel getal te krijgen, vermenigvuldigden ze al die getallen met 3 en kregen dan voor de periode 19756 dagen, welk getal zij ἐξελιγμός d. i. ontwikkeling noemden. In dien tijd zagen zij de maansverduisteringen op dezelfde wijze terugkeeren.

Hipparchus heeft echter op grond van zijne eigene waarnemingen en van die der Chaldaeërs aangetoond, dat dit getal niet juist is; hij vindt, dat de periode moet zijn 126007 dagen en 1 uur. In dit tijdsverloop vond hij 4267 synodische maanden, 4573 restituties der anomalie en 4612 onwentelingen in lengte min 7 $^1/_2{}^\circ$, die de zon nog zou moeten doorloopen hebben om 345 omtrekken afgelegd te hebben. Door het aantal synodische maanden en het aantal restituties der anomalie door hun gemeenen deeler 17 te deelen, vindt hij dat in 251 synodische maanden 269 restituties der anomalie plaats hebben en bovendien geeft hij op, dat in 5458 synodische maanden 5923 restituties van het argument van breedte plaats hebben. Uit deze getallen vindt hij gemakkelijk de middelbare bewegingen der maan en den duur der synodische maand. Deze laatste vindt hij gelijk aan $29^d\,31'\,50''\,8'''\,20''''$.[1])

De midd. bewegingen der maan zijn volgens Hipparchus de volgende:

Midd. dag. beweging in lengte: $13^\circ\,10'\,34''\,58'''\,33''''\,30'''''\,30''''''$
„ „ „ der anomalie: $13^\circ\,3'\,53''\,56'''\,29''''\,38'''''\,38''''''$
„ „ „ v.h.arg.v.breedte: $13^\circ\,13'\,45''\,39'''\,40''''\,17'''''\,19''''''$
„ „ „ in elongatie: $12^\circ\,11'\,26''\,41'''\,20''''\,17'''''\,59''''''$

Middelbare beweging in lengte min middelbare beweging in anomalie is gelijk aan de middelbare beweging der apsidenlijn. Deze bedroeg dus dagelijks volgens Ptolemaeus $6'\,41''$, hetgeen geeft voor den omloopstijd der apsidenlijn 8 jaar en 310 dagen. Evenzoo vindt men met de getallen van Ptolemaeus voor de omwenteling der knoopenlijn 18 jaren en ruim 210 dagen.

Ptolemaeus vond, dat deze waarden wat de bewegingen in lengte en in elongatie betrof met de zijne overeenkwamen. Voor de bewegingen in anomalie en van het argument

---

[1]) In de Almagest worden alle onderdeelen in 60ste deelen uitgedrukt.

van breedte vond hij respectievelijk de volgende waarden:

anomalie: 13° 3′ 53″ 56‴ 17'''' 51''''' 59''''''
argument v. breedte: 13° 13′ 45″ 39‴ 48'''' 56''''' 37''''''

Met deze getallen stelt Ptolemaeus tafels op voor deze 4 bewegingen in perioden van 18 jaar, in enkele jaren, in maanden, dagen en uren, zoodat hij voor elk tijdsverloop de middelbare bewegingen kan bepalen.

---

§ 2.

De aequatio centri naar Ptolemaeus.

Ptolemaeus vindt de methode, die Hipparchus gebruikte om de theorie der bewegingen van de maan op te bouwen noch eenvoudig, noch gemakkelijk. Hij zal dat nu op zijne wijze doen en begint met de demonstratie van de eerste anomalie, de eenige, zegt hij, die door de astronomen vóór hem is bemerkt, daarna zal hij overgaan tot de tweede ongelijkheid, die het grootst is in de quadraturen en in de syzygiën verdwijnt. Hij bewijst eerst, dat hij even goed gebruik kan maken van de hypothese van den epicykel, als van die van den excentriek, maar hij zal de eerste hypothese gebruiken voor de eerste ongelijkheid en zal de excentriek pas invoeren bij de blootlegging der tweede ongelijkheid. Gaat hij uit van de hypothese van den epicykel, dan zal, daar de maan eerder tot hetzelfde punt in den dierenriem terugkeert dan tot hetzelfde punt der anomalie, de epicykel altijd in gelijke tijden grootere bogen op de ecliptica doorloopen, dan de maan op den epicykel. In de onderstelling van den excentriek zal de maan op den excentriek een boog doorloopen, gelijk aan dien van den epicykel, maar de excentriek zal om het middelpunt van den dierenriem draaien in denzelfden zin als de maan en wel met eene hoeveelheid gelijk aan het exces van beweging in lengte op de beweging in anomalie. [1]) Hij stelt nu als volgt zijne hypothese.

Onderstellen we in de spheer der maan een cirkel concentrisch aan de ecliptica en in hetzelfde vlak gelegen, en een anderen cirkel, die met den eersten concentrisch is, maar met diens vlak een hoek maakt gelijk aan dien, waarmede de maan in breedte afwijkt en die zich tegen de orde der teekens in beweegt om het middelpunt der ecliptica met eene hoeveelheid van beweging gelijk aan het exces van de beweging van het argument van breedte op de beweging in lengte. Op dezen hellenden cirkel als deferent beweegt zich een epicykel volgens de orde der teekens overeenkomstig de beweging in lengte en in dien epicykel de maan tegen de orde der teekens overeenkomstig de restitutie der anomalie. Door de helling en de teruggaande beweging van den deferent aan te nemen hebben wij reeds de helling der maansbaan en den teruggang der knoopenlijn in rekening gebracht.

---

[1]) Exces der beweging in lengte op de beweging in anomalie = beweging der apsidenlijn.

Ptolemaeus gaat nu uit van drie eclipsen, die door de ouden zijn waargenomen en berekent daaruit het verschil, dat door de anomalie wordt veroorzaakt, en hoe groot hij den straal des epicykels moet aannemen, opdat zijne hypothese overeenstemme met de werkelijke beweging der maan; daarna herhaalt hij dezelfde berekening met drie eclipsen, die door hemzelven te Alexandrië zijn waargenomen en komt dan tot dezelfde resultaten. Wij zullen de berekening door middel van de drie eerste eclipsen hier laten volgen. De drie eclipsen zijn alle waargenomen te Babylon, de tijd is teruggebracht tot middelbaren tijd te Alexandrië.

De eerste eclips had plaats in het eerste jaar van Mardokempad van den 29sten op den 30sten der egyptische maand Toth; haar midden viel des avonds te $8^h 40^m$ M. T. Alexandrië.

De tweede eclips had plaats in het tweede jaar van Mardokempad van den 18^{den} op den 19^{den} der zelfde maand Toth; haar midden viel des avonds te $11^h 10^m$ M. T. Alexandrië.

De derde eclips had plaats in het tweede jaar van Mardokempad van den 15^{den} op den 16^{den} der egyptische maand Phamenoth; haar midden viel des avonds te $7^h 40^m$. M. T. Alexandrië.

Met behulp van Ideler: *Mathematische und technische Chronologie*, heb ik deze data op de christelijke aere teruggebracht en gevonden resp.:

19 Maart 721 v. Chr.

8 Maart 720 v. Chr.

en 1 Sept. 719 v. Chr.

De zon bevond zich op deze drie data respectievelijk op: $24\frac{1}{2}°$ ♓, $13\frac{3}{4}°$ ♓ en $3\frac{1}{4}°$ ♍ en waren dus hare lengten: $354° 30'$, $343° 45'$ en $153° 15'$ en dus de ware lengten der maan $174° 30'$, $163° 45'$ en $333° 15'$.

De ware beweging in lengte der maan was dus respectievelijk in de intervallen tusschen de eerste en tweede en tusschen de tweede en derde eclips:

$349° 15'$ en $169° 30'$.

Wat was in die beide intervallen de middelbare beweging der maan?

Tusschen de eerste en tweede eclips zijn verloopen 354 dagen 2^h 34^m.

Tusschen de tweede en derde eclips zijn verloopen 176 dagen 20^h 12^m; hiermede vindt men uit de tafels voor de middelbare bewegingen der maan het volgende:

In het eerste tijdsinterval midd. bew. in lengte boven het aantal geheele omloopen $345° 51'$ en in anomalie $306° 25'$.

In het tweede tijdsinterval midd. bew. in lengte $170° 7'$ en in anomalie $150° 26'$.

We hebben dus in het eerste tijdsinterval:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Ware beweging in lengte:} & 349° 15' \\ \text{Middelbare} \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad : & 345° 51'\end{array}\right\} \text{Verschil } 3° 24'$$

Middelbare beweging in anomalie $306° 25'$.

In het tweede interval hebben we:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Ware beweging in lengte:} & 169° 30' \\ \text{Middelbare} \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad : & 170° \ 7'\end{array}\right\} \text{Verschil} - 0° 37'$$

Middelbare beweging in anomalie 150° 26′.

Boog ACB (zie fig. I) is dus gelijk aan 306° 25′, deze boog voegt bij de middelbare beweging in lengte 3° 24′.

Boog BAC is = 150° 26′ en trekt van de middelbare beweging in lengte 0° 37′ af.

Het pijltje stelt de richting van beweging der maan voor. D is het middelpunt van den deferent, K dat van den epicykel ABC, waarin de maan zich van A over C naar B beweegt. De maan bevindt zich tijdens de eerste eclips in A, tijdens de tweede in B en tijdens de derde in C. Verder is EZ ⊥ AD, EH ⊥ CD, CT ⊥ EA en KX ⊥ BD.

De epicykel beweegt zich op den deferent in de richting der groote pijl.

Van B naar A uit D gezien wordt dus van de middelbare beweging afgetrokken 3° 24′, omdat daar de beweging plaats heeft tegen de richting der groote pijl in, welke richting de rechtloopende beweging aangeeft,

Van A naar C wordt bij de middelbare beweging gevoegd 2° 47′, dus is in het geheel boog BAC substractief, daar C uit D gezien rechts van B ligt; de aequatie verandert dus in dien boog niet van teeken, hetgeen ten gevolge heeft, dat in dien boog het perigeum niet kan liggen, want in het perigeum zou de aequatie nul worden en dus, na er doorgegaan te zijn, van teeken veranderen, wat in het onderhavige geval niet plaats heeft. Daar boog BAC < 180°, valt dus ook het centrum K links van de lijn BD.

Wij zoeken nu den straal van den epicykel in deelen, waarvan de straal van den deferent er 60 heeft. De berekening is als volgt:

$\angle$ BDA = $3^\circ 24'$ waarvan 360 4 rechte maken

$\angle$ BDA = $6^\circ 48'$ „ 360 2 „ „ , dus

boog onderspannen door EZ = $6^\circ 48'$ waarvan de cirkel om DEZ er 360 bevat en dus koorde EZ = $7^\circ 7'$, waarvan DE er 120 heeft. Telkens wanneer er gesproken wordt van een boog onderspannen door eene lijn, wordt er bedoeld de boog van den cirkel, die beschreven is om den driehoek, waarvan de lijn eene zijde is. [1])

Boog BA = $53^\circ 35'$, dus $\angle$ BEA = $53^\circ 35'$, waarvan 360 twee rechte maken.

$\angle$ BDA = $6^\circ 48'$, „ 360 „ „ „

$\angle$ EAZ = $46^\circ 47'$, „ 360 „ „ „

en dus boog onderspannen door EZ = $46^\circ 47'$ waarvan cirkel om AEZ er 360 heeft, dus koorde EZ = $47^\circ 38' 30''$, waarvan AE er 120 heeft.

Uit de evenredigheid:

$$47^\circ 38' 30'' : 7^\circ 7' = 120 : x \text{ volgt:}$$

AE = $17^\circ 55' 32''$, waarvan EZ er $7^\circ 7'$ en DE er 120 heeft.

$\angle$ BDC = $0^\circ 37'$ waarvan 360 4 rechte maken.

$\angle$ BDC = $1^\circ 14'$ „ 360 2 „ „

dus boog onderspannen door EH = $1^\circ 14'$, waarvan de

---

[1]) In het eerste boek der Almagest geeft Ptolemaeus koorden tafels. Het behoeft geen betoog dat de berekening die we nu doen volgens de tegenwoordige trigonometrie veel sneller kan geschieden. Zie Oudemans: Het probleem van Snellius opgelost door Ptolemaeus in de *Verslagen en mededeelingen der Kon. Acad. v. Wetenschappen.* 2de reeks. Deel XIX.

cirkel om DEH er 360 heeft, dus koorde EH $= 1^\circ\ 17'\ 30''$, waarvan DE er 120 heeft.

Daar (BAC $= 150^\circ\ 26'$ is, is

$$\begin{array}{lll} \angle \text{BEC} = 150^\circ\ 26', & \text{waarvan } 360 \text{ twee rechte maken} \\ \underline{\angle \text{BDC} = \quad 1^\circ\ 14',} & \quad ,, \quad 360 \quad ,, \quad ,, \quad ,, \\ \angle \text{ECD} = 149^\circ\ 12', & \quad ,, \quad 360 \quad ,, \quad ,, \quad ,, \end{array}$$

dus boog onderspannen door EH $= 149^\circ\ 12'$ waarvan cirkel om CEH er 360 heeft, dus koorde EH $= 115^\circ\ 41'\ 21''$ waarvan EC er 120 heeft.

Uit de evenredigheid:

$115^\circ\ 41'\ 21'' : 1^\circ\ 17'\ 30'' = 120 : x$ volgt:

CE $= 1^\circ\ 20'\ 23''$ waarvan DE er 120 heeft.

(CA $= 96^\circ\ 51'$ en dus $\angle$ AEC $= 96^\circ\ 51'$, waarvan 360 twee rechte maken. CT onderspant een boog van $96^\circ\ 51'$, waarvan de cirkel om CET er 360 heeft en dus de boog onderspannen door ET $= 83^\circ\ 9'$

dus koorde CT $= 89^\circ\ 46'\ 14''$, waarvan EC er 120 heeft.

en koorde ET $= 79^\circ\ 37'\ 55''$,, ,, ,, ,, ,,

Uit de evenredigheden:

$$\left.\begin{array}{l} 120 : 1^\circ 20' 23'' = 89^\circ 46' 14'' : x \\ 120 : 1^\circ 20' 23'' = 79^\circ 37' 55'' : x \end{array}\right\} \text{volgt} \begin{array}{l} \text{CT} = 1^\circ\ 0'\ 8'' \\ \text{ET} = 0^\circ\ 53'\ 21'' \end{array} \text{ waarvan DE} = 120^\circ$$

$$\begin{array}{lcl} \text{AE} & = & 17^\circ\ 55'\ 32''. \\ \text{ET} & = & \underline{\ 0^\circ\ 53'\ 21''} \\ \text{AT} & = & 17^\circ\ \ 2'\ 11'' \\ \text{AT}^2 & = & 290^\circ\ 14'\ 19'' \\ \overline{\text{CT}}^2 & = & \underline{\quad 1^\circ\ \ 0'\ 17''} \\ \overline{\text{AC}}^2 & = & 291^\circ\ 14'\ 36'' \end{array}$$

AC $= 17^\circ\ 3'\ 57''$, waarvan DE er 120 heeft.

CE $= 1^\circ\ 20'\ 23''$, „ „ „ „ „

AC onderspant (AC $= 96^\circ\ 51'$

dus koorde AC $= 89^\circ\ 46'\ 14''$, waarvan de diameter van den epicykel er 120 heeft.

Uit de evenredigheid:

$17^\circ\ 3'\ 57'' : 89^\circ\ 46'\ 14'' = 120 : x$ volgt,

DE $= 631^\circ\ 13'\ 48''$, waarvan de diameter van den epicykel er 120 heeft.

Uit de evenredigheid:

$120 : 631^\circ\ 13'\ 48'' = 1^\circ\ 20'\ 23'' : x$ volgt.

CE $= 7^\circ\ 2'\ 50''$, waarvan de diameter van den epicykel er 120 heeft, dus onderspant CE een boog CE van $6^\circ\ 44'\ 1''$, waarvan de epicykel er 360 heeft.

(BAC $= 150^\circ\ 26'$

(CE $= \underline{\ \ 6^\circ\ 44'\ 1''}$

(BCE $= 157^\circ\ 10'\ 1''$ en dus BE $= 117^\circ\ 37'\ 32''$, waarvan de diameter van den epicykel er 120 heeft.

BE is dus kleiner dan de diameter van den epicykel; het middelpunt van den epicykel kan dus niet op BE liggen, maar ligt buiten (BACE.

Zij nu K het middelpunt van den epicykel, L het apogeum en M het perigeum, dan is:

$$\mathrm{BD} \times \mathrm{DE} = \mathrm{LD} \times \mathrm{MD}.$$

$$\mathrm{BE} = 117^\circ\ 37'\ 32''$$

$$\underline{\mathrm{DE} = 631^\circ\ 13'\ 48''}$$

$$\mathrm{BD} = 748^\circ\ 51'\ 20''$$

$BD \times DE = LD \times DM = 472700^\circ\, 5'\, 32'$

Nu is $\overline{DK}^2 = (DM + MK)^2 = \overline{DM}^2 + 2\, DM \times MK + \overline{MK}^2$

$LD \times DM = DM\,(DM + 2\, MK) = \overline{DM}^2 + 2\, DM \times MK.$

$\overline{DK}^2 = LD \times DM + \overline{MK}^2$ of

$\overline{DK}^2 = \overline{MK}^2 + LD \times DM.$

$\overline{DK}^2 = 3600 + 472700^\circ\, 5'\, 32'' = 476300^\circ\, 5'\, 32''$

$DK = 690^\circ\, 8'\, 42''$, waarvan KM er 60 heeft.

Uit de evenredigheid:

$60 : 690^\circ\, 8'\, 42'' = x : 60$ volgt,

$KM = 5^\circ\, 13'$, waarvan DK er 60 heeft.

Aldus vond Ptolemaeus den straal van den epicykel uitgedrukt in dien van den deferent.

Laat nu uit K eene loodlijn KX op DB neêr.

$DK = 690^\circ\, 8'\, 42''$ $\qquad NE = \frac{1}{2}\, BE = 58^\circ\, 48'\, 46''$

$DE = 631^\circ\, 13'\, 48''$ $\qquad DE = 631^\circ\, 13'\, 48''$

$\qquad\qquad\qquad\qquad DN = 690^\circ\, 2'\, 34''$

Uit de evenredigheid:

$690^\circ\, 8'\, 42'' : 120 = 690^\circ\, 2'\, 34'' : x$ volgt:

$DN = 119^\circ\, 58'\, 57''$, waarvan DK er 120 heeft en de boog onderspannen door $DN = 178^\circ\, 2'$, waarvan de cirkel om DKN er 360 heeft.

Dus $\angle\, DKN = 178^\circ\, 2'$ waarvan 360 twee rechte maken.

of $= 89^\circ\, 1'$ „ „ vier „ „

dus ($MX = 89^\circ\, 1'$ en ($LBX = 90^\circ\, 59'$

($BE = 157^\circ\, 10'$ $\qquad$ ($BX = 78^\circ\, 35'$

$\frac{1}{2}\, BE =$ ($BX = 78^\circ\, 35'$ $\qquad$ ($LB = 12^\circ\, 24'$

Dus was de maan bij de tweede eclips van het apogeum verwijderd $12^\circ\, 24'$

$\angle$ DKN $= 89^\circ\ 1'$ dus $\angle$ KDN $= 0^\circ\ 59'$

De ware plaats der zon was $13^\circ\ 45'$ ♓ dus

de „ „ „ maan „ $13^\circ\ 45'$ ♍ dus de middelbare lengte der maan tijdens de tweede eclips $13^\circ\ 45' + 0^\circ\ 59' = 14^\circ\ 44'$ ♍ want de ware maan is bij de middelbare ten achteren.

Zooals we gezien hebben vindt Ptolemaeus dus voor den straal der epicykels $5^\circ\ 13'$ en voor een afstand van $12^\circ\ 24'$ van het apogeum een προσθαφαίρεσις van $0^\circ\ 59'$ of eene aequatio centri van $-\ 0^\circ\ 59'$.

Ik zal nu den straal van den epicykel uitrekenen volgens de tegenwoordige wijze van rekenen en daardoor de nauwkeurigheid van de berekening van Ptolemaeus staven.

We hebben (ACB $= 306^\circ\ 25'$, (BAC $= 150^\circ\ 26'$, (AC $= 96^\circ\ 51'$, (AB $= 53^\circ\ 35'$, $\angle$ ADB $= 3^\circ\ 24'$, $\angle$ CDB $= 0^\circ\ 37'$, $\angle$ ADC $= 2^\circ\ 47'$, $\angle$ AEC $= \frac{1}{2}$ (AC $= 48^\circ\ 25'\ 30''$.

Ik maak gebruik van de volgende formules, die dadelijk uit de figuur kunnen gevonden worden:

Staat er bij de logarithmen DE of r, dan beduidt dit dat de getallen, waartoe de logarithmen behooren, met DE of r moeten vermenigvuldigd worden.

$$\mathrm{AC} = 2\, r \sin \frac{\mathrm{AKC}}{2} = 2\, r \sin \mathrm{AEC};$$ r is de straal van den epicykel.

$$\mathrm{AE} = \mathrm{DE}\, \frac{\sin \mathrm{ADB}}{\sin \mathrm{EAD}}; \quad \mathrm{CE} = \mathrm{DE}\, \frac{\sin \mathrm{BDC}}{\sin \mathrm{ECD}};$$

$$\overline{\mathrm{AC}}^2 = \overline{\mathrm{AE}}^2 + \overline{\mathrm{EC}}^2 - 2\, \mathrm{AE}.\ \mathrm{EC} \cos \mathrm{AEC};$$

$$\sin \text{CAE} = \sin \text{AEC}\ \frac{\text{EC}}{\text{AC}};\ \text{BE} = 2\, r \sin\left(\tfrac{1}{2}\, bg\ \text{BE}\right)$$

$$\angle \text{EAD} = \angle \text{AEB} - \angle \text{ADB} = 23^\circ\, 23'\, 30''\,;\ \angle \text{ECD} =$$
$$= \angle \text{BEC} - \angle \text{CDB} = 74^\circ\, 36'$$
$$\overline{\text{DK}}^2 = r^2 + \text{BD} \times \text{ED}.$$

Berekening.

$$\begin{array}{rll}
l \sin \text{ADB} & = 8.773101 & \\
l \sin \text{EAD} & = \underline{9.598806} & \text{af} \\
l\ \text{AE} & = 9.174295 & \text{DE} \\
l\ \overline{\text{AE}}^2 & = 8.348590 & \\
l\ \overline{\text{CE}}^2 & = 6.095598 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rll}
l \sin \text{BDC} & = 8.031919 & \\
l \sin \text{ECD} & = \underline{9.984120} & \text{af} \\
l\ \text{CE} & = 8.047799 & \text{DE} \\
l\ \text{AE} & = 9.174295 & \\
l\ 2 & = 0.301030 & \\
l \cos \text{AEC} & = \underline{9.821906} & \text{op}
\end{array}$$

$$\overline{\text{AE}}^2 = 0.022315\,;\ l\ 2.\ \text{CE}.\ \text{AE}.\ \cos \text{AEC} = 7.345030$$

$$\begin{array}{rl}
\overline{\text{CE}}^2 & = \underline{0.000125} \\
\overline{\text{AE}}^2 + \overline{\text{CE}}^2 & = 0.022440 \\
2.\ \text{AE.CE.} \cos \text{AEC} & = \underline{0.002213}\ \text{af} \\
\overline{\text{AC}}^2 & = 0.020227 \\
l\ \overline{\text{AC}}^2 & = 8.305931 \\
l\ \text{AC} & = 9.152965.\ \text{DE} \\
\text{DE} & = 10.52 \times r \\
\text{BE} & = \underline{1.9603\ r} \\
\text{BD} & = 12.4803\ r
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
l \sin \text{AEC} & = 9.873953 \\
l\ 2\, r & = \underline{0.301030\ r} \\
l\ \text{AC} & = 0.174983\ r, \\
\text{dus}\ l\ \text{DE} & = 1.022018\ r. \\
l\ \text{EC} & = 8.047799\ \text{DE} \\
l\ \text{AC} & = \underline{9.152965}\ \text{af} \\
l\ \frac{\text{EC}}{\text{AC}} & = 8.894834 \\
l \sin \text{AEC} & = \underline{9.873953}\ \text{op} \\
l \sin \text{CAE} & = 8.768787
\end{array}$$

$$
\begin{array}{rcl}
l\,BD & = & 1.096225\ r \\
l\,ED & = & 1.022018\ r \\
\hline
 & & \text{op} \\
l\,BD \times ED & = & 2.118243\ r^2 \\
 & & \\
BD \times ED & = & 131.293\ \ r^2 \\
r^2 & = & r^2 \\
\hline
 & & \text{op} \\
\overline{DK}^2 & = & 132.293\ \ r^2
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rcl}
\angle\ CAE & = & 3^\circ 21' 59'' \\
(\ EC & = & 6^\circ 43' 58'' \\
(\ BC & = & 150^\circ 26' \\
\hline
 & & \text{op} \\
(\ BE & = & 157^\circ\ 9' 58'' \\
\tfrac{1}{2}\ (\ BE & = & 78^\circ 34' 59'' \\
 & & \\
l\,sin\ \tfrac{1}{2}\,(\ BE & = & 9.991321 \\
l\ 2\ r & = & 0.301030\ r \\
\hline
 & & \text{op}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
l\,\overline{DK}^2 & = & 2.121537\ r \\
l\,DK & = & 1.060768\ r
\end{array}
\qquad
l\,BE = 0.292351\ r
$$

DK nu = 60 nemende geeft:

$$
\begin{array}{rcl}
l\,DK & = & 1.778151 \\
\hline
l\,r & = & 0.717383\ \text{of}\ r = 5,2165 = 5^\circ\ 13'\ \text{ongeveer.}
\end{array}
$$

Dezelfde berekening herhaalt Ptolemaeus met drie eclipsen, die door hemzelven te Alexandrië zijn waargenomen en wel:

De eerste in het 17^{de} jaar van Hadrianus in den nacht van 20 op 21 Payni des avonds te $11^h\ 15^m$.

De tweede in het 19^{de} jaar van Hadrianus in den nacht van 2 op 3 Choïac des avonds te 11^h.

De derde in het 20^{ste} jaar van Hadrianus in den nacht van 19 op 20 Pharmouthi te 4^h na middernacht.

De data dezer drie eclipsen zijn volgens de christelijke tijdrekening, respectievelijk:

6 Mei 133 n. Chr., 20 October 134, 6 Maart 136.

De ware plaats der zon was bij deze drie eclipsen:

$13\tfrac{1}{4}^\circ$ ♉, $25\tfrac{1}{6}^\circ$ ♎ en $14\tfrac{1}{12}^\circ$ ♓.

Hij vindt dan voor den straal van den epicykel $5^\circ\ 14'$, waarvan de straal van den deferent er 60 bevat. Verder vindt hij, dat de maan zich tijdens de tweede eclips op

64° 38′ van het apogeum bevond en dat daaraan beantwoordt eene προςθαφαίρεσις van 4° 20′ of een aequatio centri van — 4° 20′.

De ware plaats der zon was tijdens de tweede eclips 25° 10′ ♎ en dus de ware plaats der maan 25° 10′ ♈ en dus de middelbare plaats der maan op 29° 30′ ♈.

Aldus bepaalde Ptolemaeus de eerste ongelijkheid of aequatio centri der maan. Zij bereikt haar maximum, wanneer de lijn getrokken van de aarde naar de maan den epicykel raakt; dan is sin. aeq. centri = $\frac{5^1/_4}{60}$ en dus de grootste aequatie zelve = 5° 1′. Wij weten, dat de grootste waarde der middelpuntsvereffening is 6° 17′. Hierop komen wij bij de bespreking der evectie terug.

Bovendien begaat Ptolemaeus eene fout, door voor den straal $5^1/_4$° te stellen, terwijl zijne beide gevonden waarden slechts 5° 14′ en 5° 13′ zijn.

Dit moet toegeschreven worden aan de zucht der ouden om met ronde getallen te werken.

Na deze berekening gedaan te hebben gaat Ptolemaeus er toe over om de middelbare beweging in anomalie, zooals Hipparchus die gevonden had, te verbeteren. Wij hebben die verbetering reeds in § 1 opgenomen.

In het midden van de tweede der oude eclipsen was de middelbare plaats der maan op 14° 44′ ♍ en hare anomalie van het apogeum 12° 24′.

In het midden van de tweede der eclipsen, waargenomen door Ptolemaeus was de middelbare plaats der maan op 29° 30′ ♈ en hare anomalie van het apogeum 64° 38′.

Dus volgt hieruit, dat in het tijdsverloop tusschen die beide eclipsen de maan in hare middelbare beweging heeft afgelegd boven de geheele omtrekken $224° 46'$ in lengte en $52° 14'$ in anomalie.

Nu is de tijd verloopen tusschen den 18den Toth van het 2de jaar van Mardokempad des avonds te $11^h 10^m$ tot den 2den Choïac van het 19de jaar van Hadrianus des avonds te 11^h gelijk aan 854 egyptische jaren [1]) 73 dagen en $23^h 50^m$ of met toepassing der tijdsvereffening 854 egyptische jaren 73 dagen en $23^h 20^m$ aan welks tijdsverloop wij vinden uit de tafels, die Ptolemaeus voor de middelbare bewegingen der maan in het derde hoofdstuk van het vierde boek gegeven heeft, dat boven de geheele omtrekken beantwoorden $224° 46'$ in lengte en $52° 31'$ in anomalie. De beweging in lengte strookt dus volkomen met die, welke uit de waarnemingen van Ptolemaeus volgt, maar die der anomalie is $17'$ te groot. Hij verdeelt nu die $17'$ over den verstreken tijd en vindt dan, dat hij van de dagelijksche beweging in anomalie, zooals die door Hipparchus gegeven is, moet aftrekken $11'''' 46''''' 39''''''$ en vindt dan voor de dagelijksche beweging in anomalie $13° 3' 53'' 56''' 17'''' 51''''' 59''''''$.

Ptolemaeus kiest nu tot epoche den 1sten dag der egyptische maand Toth van het eerste jaar van Nabonassar.

---

[1]) Het egyptische jaar bestond uit 12 maanden elk van 30 dagen en bovendien nog 5 ἡμέραι ἐπαγόμεναι, die achter de laatste maand werden gevoegd.

Tusschen dien dag en de tweede der oude eclipsen zijn verloopen:

$$27 \text{ jaar } 17^d\ 11^h\ 10^m.$$

In dien tijd is volgens de tafels de beweging in lengte: $123^\circ\ 22'$ en de beweging in anomalie: $103^\circ\ 35'$.

De middelbare plaats der maan bij het midden der tweede eclips was $14^\circ\ 44'$ ♍, dus middelbare lengte $164^\circ\ 44'$.

Derhalve middelbare lengte bij den aanvang der periode van Nabonassar $164^\circ\ 44' - 123^\circ\ 22' = 41^\circ\ 22'$ dus $11^\circ\ 22'$ ♉.

De anomalie was bij de tweede der eclipsen $12^\circ\ 24'$, dus bij den aanvang der periode van Nabonassar $12^\circ\ 24' - 103^\circ\ 35' = 268^\circ\ 49'$.

Ten slotte geeft Ptolemaeus eene tafel, waarmede men, als de anomalie gegeven is, de προςθαφαίρεσις vindt, welke προςθαφαίρεσις of aeq: centri negatief is, wanneer de anomalie $< 180^\circ$ en positief wanneer zij $> 180^\circ$ is, wordende de anomalie altijd geteld van het apogeum. Daarom wordt de eerste helft der loopbaan de *substractieve*, de tweede helft de *additieve* genoemd.

§ 3.

De tweede ongelijkheid.
In hoeverre Ptolemaeus de ontdekking der Evectie is.

De waarneming van de afstanden der maan tot de zon, zoowel van Hipparchus als van hemzelven, deden

Ptolemaeus zien, dat deze waarnemingen niet overeenkwamen met de berekeningen, die gedaan waren met inachtneming der eerste anomalie. Er moest dus nog eene ongelijkheid zijn, die de oorzaak was, dat waarneming en berekening niet overeenkwamen. Het bleek hem, dat die ongelijkheid nul was in de syzygiën en ook in de quadraturen, wanneer dan tevens de maan in het apogeum of perigeum van den epicykel was; dat zij echter het grootst was in de quadraturen, wanneer dan tevens de aequatio centri het grootst was, dat zij bovendien altijd de absolute waarde der eerste ongelijkheid vergrootte.

Hieruit volgt, dat de verhouding van den straal des epicykels tot dien van den deferent niet constant is, zooals wij bij de beschouwing der eerste anomalie hebben aangenomen, maar dat zij integendeel eene veranderlijke waarde bezit. Wilde Ptolemaeus dus zijne hypothese met de waarneming doen overeenkomen, dan moest hij den straal van den epicykel nu eens grooter dan weder kleiner doen worden. Om aan dit bezwaar te ontkomen, liet hij den epicykel zich langs een excentrischen cirkel bewegen, waardoor hij nu eens dicht bij de aarde was, dan weder van haar verwijderd was, zoodat zijn straal, hoewel op zich zelf constant blijvende, van de aarde uit onder een verschillenden hoek gezien werd. Hij stelde nu zijne hypothese zoo, dat het middelpunt des epicykels tijdens de quadraturen in zijn perigeum, tijdens de syzygiën in zijn apogeum was.

Laten wij nu de hypothese van Ptolemaeus nader beschouwen:

Hij nam een cirkel concentrisch aan de ecliptica en gelegen in het vlak der maansloopbaan, welken cirkel hij zich eenparig liet bewegen tegen de orde der teekens in om de polen der ecliptica met eene hoeveelheid gelijk aan het verschil der bewegingen van het argument van breedte en van de lengte, dus gelijk aan de achteruitgaande beweging der knoopenlijn, die ongeveer 3′ daags bedraagt. De maan beweegt zich op een epicykel tegen de orde der teekens in overeenkomstig de restitutie der eerste ongelijkheid. Hij nam nu in dit vlak der maansloopbaan twee eenparige aan elkander tegengestelde bewegingen aan om het middelpunt der ecliptica; de eene beweging doet het middelpunt van den epicykel volgens de teekens draaien overeenkomstig de beweging van het argument van breedte; de andere doet het centrum en het apogeum van den excentriek draaien tegen de orde der teekens in met eene hoeveelheid, die gelijk is aan het verschil van de dubbele elongatie en de beweging van het argument van breedte. Bovendien vergete men niet, dat het middelpunt van den epicykel altijd op den excentriek blijft. Het middelpunt van den epicykel doorloopt dus in één dag 13° 14′ volgens de teekens; op de ecliptica is dus de beweging 13° 11′ in lengte, omdat de geheele cirkel zich in 1 dag 3′ heeft achteruit bewogen. Het apogeum van den excentriek is in één dag teruggeloopen een hoek gelijk aan tweemaal de dagelijksche beweging in elongatie verminderd met de dagelijksche beweging van het argument van breedte $= 24^\circ 23' - 13^\circ 14' = 11^\circ 9'$.

Door de tegengestelde richting der beide bewegingen, die beiden plaats hebben om het middelpunt van den dierenriem, zal die van het middelpunt des epicykels van die van het middelpunt des excentrieks verschillen de som van $13^\circ 14'$ en $11^\circ 9' = 24^\circ 23'$, hetgeen het dubbele is der dagelijksche beweging in elongatie. Hieruit volgt, dat de epicykel in ééne maand tweemaal den excentriek zal doorloopen.

We zullen dit nu door figuren duidelijk maken.

De figuren $\mathrm{II}^{(a-d)}$ geven eene voorstelling van de standen der maan t. o. v. zon en aarde resp. bij Nieuwe Maan, Eerste Kwartier, Volle Maan en Laatste Kwartier, terwijl fig. II^{e} ons een beeld geeft van den stand 1 dag na Nieuwe Maan.

Zij in alle figuren A het noordelijkste punt, dat de maan bereikt, B het punt, waar de lijn, die uit het centrum der ecliptica naar het centrum des epicykels is getrokken, den concentriek ontmoet, E het middelpunt der ecliptica en dus de plaats der aarde, Z het centrum van den excentriek en H het centrum van den epicykel.

Zij A tevens het beginpunt van ♈ en de middelbare plaats der zon.

Na 1 dag zal het noordpunt niet meer in het beginpunt van ♈ zijn, maar op $29^\circ 57'$ ♓; daar echter het geheele vlak van teekening in deze beweging deelt, verandert de achteruitgang der knoopenlijn niets aan de betrekkelijke ligging van epicykelcentrum en centrum van den excentriek. Wat is er nu na één dag gebeurd? Beschouwen we daartoe fig. II[e]. Het middelpunt van den excentriek Z is tegen de teekens in gedraaid om het centrum der ecliptica E een boog AD = 11° 9′ en EA een boog volgens de teekens om E gelijk aan AB = 13° 14′, zoodat het middelpunt van den epicykel, die zich altijd op den excentriek blijft bewegen, is gekomen in H. (BD is dus gelijk aan 24° 23′ = 2 × 12° 11′ 30″ = 2 × elongatie. De afstand tusschen het apogeum van den excentriek en het middelpunt van den epicykel bedraagt dus tweemaal de elongatie. Bij Eerste Kwartier (zie fig. II[b]) is de elongatie 90°, dus (BD = 180° en staat dus het middelpunt van den epicykel diametraal tegenover het apogeum van den excentriek en is dus zelf perigeum; hetzelfde heeft plaats bij Laatste Kwartier (zie fig. II[d]), waar de dubbele elongatie 450° bedraagt, dus ook dan bevindt zich het centrum van den epicykel het dichtst bij de aarde. Bij Volle Maan is de dubbele elongatie 360° en bevindt zich dus het epicykelcentrum in het apogeum van den excentriek. Door deze hypothese heeft dus de tweede ongelijkheid geen effect in de syzygiën, want daar blijft de verhouding van den epicykelstraal tot dien van de ecliptica juist dezelfde, als wij haar voor de eerste ongelijkheid gevonden hebben. In de quadraturen daarentegen, waar het centrum des epicykels het dichtst bij de aarde staat, is deze verhouding het grootst. Om nu het maximum dezer tweede ongelijkheid te vinden heeft Ptolemaeus de afstanden van zon en maan waargenomen, op het oogenblik, dat de ware beweging der maan nagenoeg gelijk was aan hare middelbare, dat is dus, wanneer de lijn uit de aarde naar de maan getrokken den epicykel raakt, want dan geeft de eerste ongelijkheid de grootste προςθαφαίρεσις; dat bovendien de maan in een harer kwartieren was, zoodat de epicykel in het perigeum van den excentriek was en dat zij ten slotte in den nonagesimus [1]) was en dus geene parallaxis in lengte had. Wanneer al deze voorwaarden vervuld zijn zal men de grootste προςθαφαίρεσις vinden en hij vond haar onder die omstandigheden gelijk aan $7^\circ 40'$, terwijl hem de waarnemingen tijdens de syzygiën slechts voor maximum $5^\circ 1'$ gaven, Om aantetoonen, dat $7^\circ 40'$ werkelijk de maximumwaarde is heeft Ptolemaeus ons twee waarnemingen overgeleverd, die aan de gestelde voorwaarden voldoen.

De eerste waarneming geschiedde in het 2^de^ jaar van Antoninus, den 24^sten^ dag van Phamenoth te $18^h\ 45^m$ (8 Feb. 138 j. n. Chr.) Zij gaf voor de ware plaatsen van zon en maan respectievelijk $18'\ 50'$ ♒ en $9^\circ 40'$ ♏; in den meridiaan stond 4° ♉. Berekenen we nu met behulp der tafels door Ptolemaeus in het vierde boek gegeven de middelbare plaatsen dezer beide hemellichamen. Sedert het begin der periode van Nabonassar zijn verloopen

[1]) De nonagesimus is de groote cirkel, die door het zenith en de pool der ecliptica gaat.

885 egyptische jaren, 203 dagen, 18 uur en 45 minuten. Wij krijgen dan voor de middelbare plaatsen:

⊙	☾	Midd. bew. in anomalie ☾	Elongatie
16° 27′ ♒	17° 20′ ♏	87° 19′	270°

Midd. lengte ⊙ = 316° 27′ Midd. lengte ☾ = 227° 20′.

Brengen we aan de zonneplaats de middelpuntsvereffening aan, dan krijgen we voor hare ware lengte 318° 50′, dus juist de waarde, die Ptolemaeus door waarneming met zijn astrolabium verkregen had.

De elongatie = 270° bewijst, dat er in de quadratuur waargenomen is, en de anomalie = 87° 19′ geeft de grootste aequatio centri. Nu is:

Midd. lengte ☾ — Ware lengte ☾.

227° 20′ — 219° 40′ = 7° 40′.

De ware beweging was dus 7° 40′ kleiner dan de middelbare, de προσθαφαίρεσις dus negatief, hetgeen ook moest, daar de anomalie < 180° is en we in het vorige hoofdstuk gezien hebben, dat de door de anomalie veroorzaakte ongelijkheid in dat geval negatief is, terwijl de tweede ongelijkheid altijd de absolute waarde der eerste vergroot.

Het tweede voorbeeld, dat Ptolemaeus geeft en dat eene waarneming van Hipparchus te Rhodus is, zal ik nog geven om te doen zien dat Ptolemaeus wel eens grootheden verwaarloosde, die ook voor zijne instrumenten zeer goed merkbaar moeten geweest zijn.

Tijd der waarneming: 52ste jaar der derde periode van Calippus, 15 Epiphi 17^h 50^m.

Waargenomen plaatsen geven: Ware lengten

☉ 8° 35′ ♌ ☾ 12° 20′ ♉ ☉ 128° 35′ ☾ 42° 20′

De elongatie was 86° 15′.

Tijd verloopen sints den aanvang der periode van Nabonassar:

619 egyptische jaren, 314 dagen, 17 uur en 45 minuten, waaruit we vinden Midd. lengten ☉ 130° 27′ ☾ 34° 25′ Anomalie 257° 47′.

We vinden dus Ware Maan — Midd. Maan = 42° 20′ — 34° 25′ = 7° 55′. Om nu echter toch 7° 40′ te verkrijgen, zocht Ptolemaeus de ware lengte zon door toepassing van de middelpuntsvereffening aan de middelbare zon en vindt dan voor de ware lengte zon 128° 20′, dus 15′ minder dan uit de waarneming. Nu zegt hij:

Waargenomen Ware Zon — Ware Maan.

128° 35′ — 42° 20′ = 86° 15′ (α)

Berekende Ware Zon — Midd. Maan.

128° 20′ — 34° 25′ = 93° 55′ (β).

Door nu (α) van (β) af te trekken en waargenomen en berekende ware zon gelijk te stellen; door dus 15′ te verwaarloozen komt hij tot het door hem gewenschte resultaat: Ware Maan — Middelbare Maan = 7° 40′.

Nu kwam het er nog slechts op aan te weten, hoe groot de excentriciteit der maansbaan moest genomen worden, opdat de gestelde hypothese met de waarneming overeenkwam. Dit was, nu men de maximumwaarde der ongelijkheid kende, geene moeilijke zaak.

Weder de trigonometrie van Ptolemaeus volgende,

zullen wij spoedig tot het gewenschte resultaat komen. Gevraagd wordt dus de verhouding van DE : AE. (figuur III.) Zij ABC de excentriek met centrum in D, E het middelpunt der ecliptica, A het apogeum van den excentriek, C het perigeum, ZHT de epicykel, dan is ∠ CET, dien de tangens uit E aan den epicykel getrokken met AC maakt, de grootste προςθαφαίρεσις, dus
∠ CET = 7° 40′ waarvan 360° 4 rechte maken of
∠ CET = 15° 20′ „ 360° 2 „ „
dus boog onderspannen door CT gelijk aan 15° 20′, waarvan de cirkel om CET er 360 bevat, dus CT = 16°, waarvan CE er 120 heeft, maar CT = 5° 15′ waarvan EA er 60 heeft.

Uit de evenredigheid: 120 : x = 16 : 5° 15′ volgt:
CE = 39° 22′, waarvan CT 5° 15′ en EA 60 heeft.
CE + AE = 39° 22′ + 60 = 99° 22′ = AC.
DC = ½ AC = 49° 41′ en DE = DC — CE = 49° 41′ — 39° 22′ = 10° 19′, waarvan AE er 60 heeft of DE : AE = 10° 19′ : 60°. Bovendien vinden we EC : CT = 60 : 8. Aldus is de verhouding van de excentriciteit gevonden.

Ten slotte rest ons nog in deze paragraaf na te gaan, in hoeverre Ptolemaeus de ontdekker der evectie is, die tot formule heeft: A *sin* $(2\lambda - 2\lambda' - \alpha)$. Wij hebben gezien, dat Ptolemaeus voor de maximumwaarde der tweede ongelijkheid vond 2° 40′; nu is de maximumwaarde der evectie (zie GYLDÉN, pag. 106) 1° 20′; hij bepaalde dus de waarde der evectie tweemaal te groot. De maximumwaarde der middelpuntsvereffening vond Hipparchus en nam ook Ptolemaeus aan als te zijn $5° 1'$; deze waarde is $6° 17'$, deze waarde was dus ongeveer evenveel te klein als de evectie te groot was; dit was een gevolg daarvan, dat in de syzygiën en de quadraturen evectie en aequatio centri tot een term samenvielen; want bij Nieuwe en Volle Maan is $2(\lambda - \lambda') = 0$ en $= 360°$, dus wordt de evectie daar $- 1° 20' \sin \alpha$; daar de middelpuntsvereffening $6° 17' \sin \alpha$ is, wordt deze dus in de syzygiën verkleind en komt dan tot ongeveer de door Ptolemaeus gevonden waarde van $5°$. In de quadraturen daarentegen wordt de evectie $+ 1° 20' \sin \alpha$ en dat gevoegd bij $6° 17' \sin \alpha$, geeft $7° 40'$ ongeveer, juist de waarde van Ptolemaeus.

Wij kunnen dus zonder twijfel Ptolemaeus als de ontdekker der evectie beschouwen, evenals Hipparchus van de aequatio centri, al waren beider waarden niet geheel overeenstemmende met de waarheid.

---

§ 4.

De πρόςνευσις *van Ptolemaeus.*

De hypothese van den zich op een excentriek voortbewegenden epicykel, die ons tot hiertoe gebracht heeft, verklaart volkomen de phenomenen der maan, wanneer deze zich in de syzygiën en in de quadraturen bevindt. Is zij echter niet op deze plaatsen, dan vinden we, wanneer wij de plaatsen der maan met de tot hiertoe gevolgde hypothese berekenen een verschil tusschen waarneming en berekening, welk verschil opgeheven wordt, zoo er nog slechts eene kleine wijziging in de hypothese gebracht wordt. Tot hiertoe namen we aan, dat de apsidenlijn des epicykels steeds gelegen was in de lijn, die de middelpunten van excentriek en concentriek vereenigt; om nu de hypothese ook geldig te maken voor de μέσαι ἀποστάσεις nam Ptolemaeus aan, dat de apsidenlijn steeds gericht was naar een punt op de lijn, die de middelpunten van excentriek en concentriek vereenigt, dat zich op een afstand van het middelpunt des concentrieks bevond naar den kant van het perigeum des excentrieks gelijk aan den afstand der middelpunten van excentriek en concentriek. Duidelijk is het dat deze suppositie in de syzygiën en de quadraturen geen verschil oplevert, daar dan de richting van de apsidenlijn naar dat punt samenvalt met de richting naar de middelpunten van excentriek en concentriek. Deze kleine slingering der apsidenlijn noemde Ptolemaeus de πρόςνευσις τοῦ ἐπικύκλου. Uit de waarnemingen, die Hipparchus te Rhodus van de maan gedaan had, leidde Ptolemaeus deze hypothese af. Wij zullen hem hierbij volgen. De wanverhoudingen in de figuur wijte men daaraan, dat wilde men haar naar de ware proportiën teekenen, de figuur òf te klein zou worden om duidelijk te blijven, òf te groot om hier op papier gebracht te worden. Voor de eerste waarneming van Hipparchus hebben we:

Tijd van waarneming:

197^{ste} jaar na den dood van Alexander, 10 Pharmuthi, $18^h\ 20^m$ (1 Mei 128 v. Chr.)

Waargenomen ware lengten:

$\odot = 37°45'$ $☾ = 351°27'$. Ware elongatie $☾ - \odot = 313°42'$.

Verloopen tijd sints den aanvang der periode:

620 jaar 219 dagen 18 uur.

Hieruit afgeleide middelbare lengten:

$\odot = 36°41'$ $☾\ 352°13'$. Midd: elong. $☾ - \odot = 315°32'$. Anomalie $= 185°30'$.

Berekent men met toepassing der aequatio centri uit de middelbare lengte der zon hare ware lengte, dan vindt men $37°45'$, hetgeen met de waarneming overeenkomt. Bovendien is Midd. Maan — Ware Zon $= 314°28'$.

Het punt van den epicykel, gelegen aan het uiteinde der lijn, die het middelpunt van den dierenriem met dat van den epicykel vereenigt, noemt Ptolemaeus het ware apogeum; het punt, gelegen op het uiteinde der apsidenlijn noemt hij het middelbare apogeum.

Zij ABC (zie fig. IV.) de excentrick beschreven om D, E het centrum der ecliptica en zij om B de maans-epicykel beschreven. Het middelpunt van den epicykel beweegt zich volgens de teekens, de maan op den epicykel tegen de teekens in. Trek DB en ETBZ, dan is Z het ware apogeum.

De middelbare elongatie is $= 315°32'$.

De hoek tusschen het middelpunt van den epicykel en het apogeum van den excentriek is gelijk aan de dubbele elongatie = 631° 4′, dus inspringende hoek AEB = 271° 4′, derhalve de uitspringende ∠ AEB = 88° 56′, waarvan 360 gelijk aan 4 rechte,

∠ DEB = 177° 52′, waarvan 360 gelijk aan 2 rechte dus boog onderspannen door DK = 177° 52′, waarvan cirkel om DEK er 360 heeft,

en boog onderspannen door EK = 2° 8′, waarvan cirkel om DEK er 360 heeft.

Hieruit DK = 119° 59′ waarvan DE er 120 heeft.
EK = 2° 14′ „ „ „ „ „

Uit: $\left\{\begin{array}{l} 120 : 10^\circ 19' = 119^\circ 59' : x. \text{ volgt DK} = 10^\circ 19' \\ 120 : 10^\circ 19' = 2^\circ 14' : x. \quad „ \quad \text{EK} = 0^\circ 12' \end{array}\right\}$ waarvan DE 10° 19′ heeft.

DB d. i. de straal van den excentriek is in de vorige paragraaf gevonden gelijk te zijn aan 49° 41′.

$$\begin{array}{lr} \text{BK} = \sqrt{\text{DB}^2 - \text{DK}^2} & = 48^\circ 36' \\ \text{EK} & = 0^\circ 12' \\ \hline \text{EB} = & = 48^\circ 48' \end{array}$$

Nu is: Middelbare lengte ☾ — Ware lengte ☉ = 314° 28′
Ware lengte ☾ — Ware lengte ☉ = 313° 42′
dus Middelbare lengte ☾ — Ware lengte ☾ = 0° 46′

De middelbare maan bevond zich in T, dus de ware maan in H, zoodanig, dat ∠ BEL = 0° 46′ is, waarvan 360 4 rechte maken en ∠ BEL = 1° 32′, waarvan 360 2 rechte maken, dus boog onderspannen door BL = 1° 32′, waarvan de cirkel om BEL er 360 heeft, dus BL = 1° 36′ waarvan BE er 120 heeft.

Uit 120: 48° 48′ = 1° 36′: x volgt: BL = 0° 39′, waarvan BE er 48° 48′ heeft en BH 5° 15′

Uit 5° 15′: 120 = 0° 39′: x volgt weder BL = 14° 52′, waarvan BH er 120 heeft en de boog onderspannen door BL = 14° 14′, waarvan de cirkel om BHL er 360 heeft, dus:

∠ BHL = 14° 14′, waarvan 360 twee rechte maken.
∠ BEL = 1° 32′, „ „ „ „ „
∠ EBH = 12° 42′ „ „ „ „ „
∠ EBH = 6° 21′ „ „ vier „ „

dus (HT tusschen de maan en het ware perigeum = 6° 21′.

De maan is dus in den epicykel 6° 21′ achter het ware perigeum.

Tijdens de waarneming was de maan op 185° 30′ van het gemiddelde apogeum, dus 5° 30′ voorbij het middelbare perigeum. Onderstellen we nu het middelbare perigeum in M, dan is

(MH = 5° 30′
(HT = 6° 21′
(TM = 11° 51′ of ∠ EBX = 11° 51′, waarvan 360 4 rechte maken of ∠ EBX = 23° 42′, waarvan 360 2 rechte maken, dus boog onderspannen door EX = 23° 42′, waarvan de cirkel om EBX er 360 heeft.

EX = 24° 39′, waarvan BE er 120 heeft.

Uit 120: 48° 48′ = 24° 39′: x volgt EX = 10° 2′, waarvan BE er 48° 48′ heeft en BH 5° 15′.

$\angle$ AEB = 177° 52′, waarvan 360 twee rechte maken.
$\angle$ EBN = 23° 42′ „ „ „ „ „
$\angle$ ENB = 154° 10′ „ „ „ „ „

dus (onderspannen door EX = 154° 10′, waarvan cirkel om ENX er 360 heeft, dus EX = 116° 58′, waarvan EN er 120 heeft.

Uit 116° 58′: 10° 2′ = 120: x volgt eindelijk EN = 10° 18′, waarvan EX er 10° 2′ heeft en DE er 10° 19′ heeft, dus EN = ED.

We zien dus, dat voor deze waarneming de richting van de apsidenlijn, zooals Ptolemaeus die in de hypothese gesteld heeft, geldt.

Met eene tweede waarneming van Hipparchus komt Ptolemaeus tot hetzelfde resultaat. Daar verwaarloost hij echter weder 14′, die de berekende ware lengte der zon met de waargenomene verschilt.

Bij deze waarneming was de προςθαφαίρεσις 1° 26′.[1] Hij volvoert verder de omgekeerde bewerking en neemt als bewezen aan, dat DE = EN is en komt dan weder tot de gevonden προςθαφαίρεσις van 1° 26′.

Ten slotte construeert de alexandrijnsche astronoom tafels, waaruit op elk oogenblik de middelbare plaats der maan kan berekend worden. Tot zoover gaat de maanstheorie van Ptolemaeus.

§ 5.

Bedenkingen van Coppernicus tegen de theorie van Ptolemaeus.

Zooals wij in de vorige bladzijden gezien hebben, voldeed de hypothese van eene maan, die zich in een epicykel bewoog, welke laatste weder door een excentriek gedragen werd, vrij wel aan de waarneming, wat de lengte en breedte der maan betrof. De derde ongelijkheid werd, zooals wij in het volgende hoofdstuk zullen aantoonen, door Ptolemaeus niet ontdekt; hij schijnt haar bij zijne waarnemingen niet bemerkt te hebben. De groote astronoom op het einde der Middeleeuwen, Nicolaus Coppernicus (1473—1543) opperde in zijn in 1543 te Neurenberg verschenen werk „*De revolutionibus orbium coelestium*" bezwaren tegen de theorie van den alexandrijnschen geleerde, die mijns inziens volkomen gegrond zijn. Vooreerst toch is de hypothese van Ptolemaeus in strijd met de onderstelling, waarvan zij uitgaat, namelijk dat alle bewegingen in de cirkels, waarin zij plaats hebben, eenparig zijn, want al neemt Ptolemaeus aan, dat het middelpunt des epicykels zich met eene eenparige snelheid om de aarde als centrum universi beweegt, zoo is de beweging van dat middelpunt in den excentriek, waarop het gedragen wordt, toch niet eenparig en doorloopt het in dien cirkel in gelijke tijden geen gelijke bogen. Bovendien neemt de anomalie der maan, zooals Ptolemaeus dit woord verstaat, wel is waar regelmatig toe, maar de apsidenlijn, van waar zij geteld wordt, is zelve aan kleine schommelingen onderhevig (πρόςνευσις), zoodat ook hier moeilijk van eene eenparige beweging kan sprake zijn. Ten tweede zoude volgens Ptolemaeus de maan in hare quadraturen tweemaal dichter bij de aarde kunnen staan dan in de syzygiën. Want zegt, COPPERNICUS, de grootste afstand der maan tot de aarde bedraagt volgens alle mathematici $64\,^1/_6$ aardstralen, terwijl die afstand in de quadraturen volgens de theorie van Ptolemaeus zou kunnen gereduceerd worden tot ongeveer $33\,^{11}/_{20}$ aardstralen en dus de maan in hare kwartieren tweemaal dichter bij ons zou kunnen staan dan bij Nieuwe en Volle Maan. Wij zullen deze uitspraak van Coppernicus narekenen en daaruit zien, dat zijne berekening goed is. Wanneer de maan het dichtst bij de aarde staat, staat zij in het perigeum van den epicykel, welks centrum dan in het perigeum van den excentriek staat. Haar afstand van de aarde is dan (zie fig. III) $= EC - CT$; EC is $= 39^d\ 3525$, $CT = \frac{8}{60}\ EC = 5^d\ 2470$, dus kleinste afstand der maan tot de aarde $= EC - CT = 34^d\ 1055$. De maan is het verst van de aarde verwijderd, wanneer zij zich bevindt in het apogeum van den epicykel, terwijl deze staat in het apogeum van den excentriek; deze afstand is gelijk aan $AE + CT = 60^d + 5\,2470 = 65^d\ 2470$; deze afstand is echter volgens Coppernicus $=$ 64.1666 aardstralen; uit de evenredigheid $65.25 : 64.17 = 34.10 : x$ volgt dan, dat de kleinste afstand is $= 33\frac{699}{1305}$ aardstralen, wat ongeveer gelijk is aan $33^{11}/_{20}$ aardstralen, de waarde die Coppernicus geeft. De parallaxis der Maan zoude dus bij den grootsten afstand tweemaal kleiner zijn dan bij den grootsten, en dus de Maan bij hare kwartieren tweemaal grooter middellijn, d. i. vier maal grooter oppervlakte hebben dan bij hare syzygiën. Dit nu is volkomen in strijd met de waarheid. Ptolemaeus heeft hier echter niet op gelet en wel, omdat het hem voornamelijk te doen was de beweging in lengte der Maan voortestellen en hem den afstand van dit hemellichaam van minder gewicht voorkwam. Alleen werd die afstand van belang bij de ecliptische syzygiën, daar hij dan van invloed was op de grootte der maansverduisteringen en juist bij de syzygiën kwam de afstand der maan vrij wel met de werkelijkheid overeen. De afstand in de kwartieren boezemde hem geen belang in. En zooals KEMPF [1]) zegt: „Warum sollte er also seine Theorie, die den Mondlauf so gut darstellte, eines Umstandes wegen verwerfen, welcher ihm von keinem Interesse war, da er doch selbst als seine Aufgabe angiebt: πειρᾶσθαι μὲν ὡς ἔνι μάλιστα τὰς ἁπλουστέρας τῶν ὑποθέσεων ἐφαρμόζειν ταῖς ἐν τῷ οὐρανῷ κινήσεσιν."

Om aan deze bezwaren tegemoet te komen slaat Coppernicus eene andere hypothese voor, die toch aan de

---

[1]) Zie KEMPF: *Untersuchungen über die Ptolemäische Theorie der Mondbewegung.*

waarnemingen voldoet. Hij acht het niet noodig een excentriek aan te nemen om de evectie te verklaren; hij komt tot dezelfde resultaten als Ptolemaeus door nog een tweeden epicykel aantenemen. Het centrum van den eersten, of zooals hij hem noemt, den grooten epicykel beweegt zich rechtloopend in een cirkel in het vlak der maansbaan om de aarde en volbrengt ééne omwenteling per siderische maand. Op den omtrek van den grooten epicykel beweegt zich in ééne anomalistische maand het middelpunt van den tweeden of kleinen epicykel terugloopend. Hiermede wordt de elliptische beweging voorgesteld, volkomen als met de theorie der excentriciteit, zoodat de excentriciteit ook even goed 2 maal te groot wordt aangenomen. Immers volgens de opgave van Coppernicus is hier de excentriciteit of de straal van den grooten epicykel gelijk aan 0.1097 — 2 × 0.05485, als de afstand van het centrum des grooten epicykels tot de aarde gelijk aan de éénheid is. In dien tweeden epicykel beweegt zich de maan zelve rechtloopend en wel zoo, dat zij tweemaal per synodische maand eene omwenteling volbrengt. Den straal van den kleinen epicykel neemt Coppernicus = 0.0237. De beweging is nu zoodanig, dat de maan zich tijdens de syzygiën het dichtst bij het centrum van den grooten epicykel bevindt, tijdens de quadraturen er het verst van verwijderd is. Door deze hypothese wordt de parallaxis der maan in veel geringer mate veranderd, dan het geval was bij de hypothese van Ptolemaeus, want terwijl deze bij Ptolemaeus bij den grootsten afstand ongeveer tweemaal kleiner was dan bij den kleinsten, is de verhouding der parallaxen bij Coppernicus ongeveer gelijk aan 5 : 6. Want de stralen der drie cirkels respectievelijk gelijk aan a, b en c stellende, is de grootste afstand van maan en aarde $= a + b - c = 1 + 0.1097 - 0.0237 = 1.0860$ en de kleinste $= a - (b - c) = 1 - 0.0860 = 0.9140$, derhalve de verhouding der parallaxen $= 914 : 1086 = 5 : 6$.

Coppernicus ontwikkelt nu met zijne hypothese volgens de waarnemingen van Ptolemaeus en zijne eigene de eerste en tweede ongelijkheid der maan. Hij komt daarbij tot dezelfde resultaten als de Alexandrijn. Wij zullen nu nog zien in hoeverre Coppernicus met Damoiseau overeenkomt. Daartoe ontwikkelen we de vergelijking van Coppernicus door middel van de theorie der epicyklische beweging. Wij hebben hier met drie cirkels te doen, dus hebben we voor de beweging de volgende formules:

$$R' \cos \lambda = X = R \cos L + r \cos (L + l) + r' \cos (L + l + l')$$
$$R' \sin \lambda = Y = R \sin L + r \sin (L + l) + r' \sin (L + l + l'),$$

waarin λ de ware lengte en L de middelbare lengte is, $l = - M$ en $l' = 2 D$, zijnde M de anomalie en D de elongatie, R is de straal van den deferent, r dien van den grooten epicykel en r' dien van den kleinen epicykel, r' is in dit geval negatief. Nu is

$$R' \cos (\lambda - L) = R + r \cos l - r' \cos (l + l')$$
$$R' \sin (\lambda - L) = \qquad r \sin l - r' \sin (l + l')$$

$$\operatorname{tg}(\lambda - \mathrm{L}) = \frac{r \sin l - r' \sin (l + l')}{\mathrm{R} + r \cos l - r' \cos (l + l')} = \frac{- r \sin \mathrm{M} - r' \sin (2\,\mathrm{D} - \mathrm{M})}{\mathrm{R} + r \cos \mathrm{M} - r' \cos (2\,\mathrm{D} - \mathrm{M})} =$$

$$= - \frac{\frac{r}{\mathrm{R}} \sin \mathrm{M} + \frac{r'}{\mathrm{R}} \sin (2\,\mathrm{D} - \mathrm{M})}{1 + \frac{r}{\mathrm{R}} \cos \mathrm{M} - \frac{r'}{\mathrm{R}} \cos (2\,\mathrm{D} - \mathrm{M})};$$

deze breuk ontwikkelende verkrijgen wij:

$$\operatorname{tg}(\lambda - \mathrm{L}) = - \frac{r}{\mathrm{R}} \sin \mathrm{M} - \frac{r'}{\mathrm{R}} \sin (2\,\mathrm{D} - \mathrm{M}) + \left(\frac{r}{\mathrm{R}}\right)^2 \sin \mathrm{M} \cos \mathrm{M} +$$

$$+ \frac{rr'}{\mathrm{R}^2} \sin (2\,\mathrm{D} - 2\,\mathrm{M}) - \left(\frac{r'}{\mathrm{R}}\right)^2 \sin (2\,\mathrm{D} - \mathrm{M}) \cos (2\,\mathrm{D} - \mathrm{M});$$

Nu is $r = 0.1097$, $r' = 0.0237$, $\mathrm{R} = 1.0000$, dus $\frac{r}{\mathrm{R}} = 0.1097$ en $\frac{r'}{\mathrm{R}} = 0.0237$.

Verder is $\lambda - \mathrm{L} = \operatorname{tg}(\lambda - \mathrm{L}) + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 (\lambda - \mathrm{L})$, maar wij behoeven blijkbaar bij het ontwikkelen van dezen derde-machts-term slechts op $\frac{r}{\mathrm{R}}$ te letten. Daar nu $\sin^3 \mathrm{M} = \frac{3}{4} \sin \mathrm{M} - \frac{1}{4} \sin 3\,\mathrm{M}$ is, zoo hebben wij:

$$\lambda - \mathrm{L} = - \frac{r}{\mathrm{R}} \sin \mathrm{M} - \frac{r'}{\mathrm{R}} \sin (2\,\mathrm{D} - \mathrm{M}) + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{\mathrm{R}}\right)^2 \sin 2\,\mathrm{M} +$$

$$+ \frac{rr'}{\mathrm{R}^2} \sin (2\,\mathrm{D} - 2\,\mathrm{M}) - \frac{1}{2} \left(\frac{r'}{\mathrm{R}}\right)^2 \sin (4\,\mathrm{D} - 2\,\mathrm{M}) -$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{r}{\mathrm{R}}\right)^3 \sin \mathrm{M} + \frac{1}{12} \left(\frac{r}{\mathrm{R}}\right)^3 \sin 3\,\mathrm{M}.$$

Dat is:

$$\lambda - \mathrm{L} = \left\{ \begin{array}{r} -\ 6^\circ\ 17'\ 1 \\ -\ 1'\ 1 \end{array} \right\} \sin \mathrm{M} - 81'\,5 \sin (2\,\mathrm{D} - \mathrm{M}) +$$

$$+ 20'\,7 \sin 2\,\mathrm{M} + 0'\,4 \sin 3\,\mathrm{M} + 8'\,9 \sin (2\,\mathrm{D} - 2\,\mathrm{M}) -$$

$$- 1'\,0 \sin (4\,\mathrm{D} - 2\,\mathrm{M});$$

dus gezamenlijke vereffening volgens Coppernicus:

$\lambda - L = - 6^\circ 18' 2 \sin M - 81' 5 \sin (2 D - M) + 20' 7 \sin 2 M + 0' 4 \sin 3 M + 8' 9 \sin (2 D - 2 M) - 1' 0 \sin (4 D - 2 M)$.

Volgens Damoiseau is deze echter, de variatie natuurlijk niet medetellende, en de hoogere termen verwaarloozende:

$\lambda - L = - 6^\circ 17' 3 \sin M - 76' 5 \sin (2 D - M) + 12' 8 \sin 2 M - 0' 6 \sin 3 M + 3' 5 \sin (2 D - 2 M) - 0' 6 \sin (4 D - M)$, dus

Coppernicus—Damoiseau $= - 0' 9 \sin M - 5' 0 \sin (2 D - M) + 7' 9 \sin 2 M + 1' 0 \sin 3 M + 5' 4 \sin (2 D - 2 M)$.

Wij zien dus, dat de hypothese van Coppernicus tot resultaten voert, die vrij wel overeenkomen met die van Damoiseau. Het verschil tusschen hen is voor:

$D = 0$ of 360° : $4' 1 \sin M + 2' 5 \sin 2 M + 1' 0 \sin 3 M$, bedragende in maximo: $6' 12$.

$D = 90^\circ$ of 270° : $- 5' 9 \sin M + 13' 3 \sin 2 M + 1' 0 \sin 3 M$, bedragende in maximo: $10' 2$.

$D = 45^\circ$: $- 0' 9 \sin M - 5' 0 \cos M + 7' 9 \sin 2 M + 1' 0 \sin 3 M + 5' 4 \cos 2 M$, bedragende in maximo : $5' 8$.

TWEEDE HOOFDSTUK.

De Variatie.

§ 1.

Heeft Ptolemaeus de Variatie gekend?

Om de vraag aan het hoofd dezer paragraaf te beantwoorden, moeten wij nagaan, wat Ptolemaeus voor de octanten gedaan heeft en worden we daardoor van zelf geleid tot eene nadere beschouwing der πρόςνευσις.

Zooals wij gezien hebben is de πρόςνευσις eene kleine schommeling der apsidenlijn, waardoor de anomalie, d. i. de hoek, dien de radius vector der maan in den epicykel maakt met de lijn, die het middelpunt van den epicykel met diens apogeum verbindt, eene correctie ondergaat. Noemen wij die correctie χ. Delambre heeft [1]) haar in eene

[1]) Zie DELAMBRE: *Histoire de l'Astronomie ancienne*. T. II pag. 203.

reeks ontwikkeld in functie van de elongatie D en vindt:

$$\chi = 12^\circ 31' 14'' 27 \sin 2\,D - 2^\circ 42' 19'' 30 \sin 4\,D$$
$$+ 0^\circ 33' 45'' 00 \sin 6\,D - 7' 39'' 00 \sin 8\,D$$
$$+ 1' 59'' 66 \sin 10\,D - 32'' 30 \sin 12\,D$$
$$+ 14'' 60 \sin 14\,D - 2'' 32 \sin 16\,D.$$

Staat nu de maan bijv. in het eerste octant, dan is $2\,D = 90^\circ$ en volgt uit bovenstaande reeks $\chi = 11^\circ 59' 4''$ en dan is blijkens fig. IV EB = DB $\cos \chi = 48.6005$.

Nu is volgens Ptolemaeus: tg der aequatie

$$= \frac{5\,{}^1\!/_4 \sin (M + \chi)}{EB + 5\,{}^1\!/_4 \cos (M + \chi)},$$ zijnde M de anomalie.

Wanneer we deze breuk in eene reeks ontwikkelen en de gevonden waarden voor EB en χ aanbrengen, dan krijgen we:

aequatie vlg. Ptolemaeus voor het 1e octant

$$= -6^\circ\ 3'\,3 \sin M + 18'\,3 \sin 2\,M - 1'\,2 \sin 3\,M$$
$$- 1^\circ 17'\,1 \cos M + 8'\,1 \cos 2\,M - 0'\,9 \cos 3\,M.$$

Wanneer $2\,D = 90^\circ$ is, geeft ons Damoiseau:

$$- 6^\circ 17'\,3 \sin M + 12'\,8 \sin 2\,M - 0'\,6 \sin 3\,M$$
$$- 1^\circ 16'\,5 \cos M + 39'\,5,$$ zijnde $39'\,5$ de variatieterm.

Dus: Damoiseau—Ptolemaeus

$$= - 14'\,0 \sin M - 5'\,5 \sin 2\,M + 0'\,6 \sin 3\,M$$
$$+ 0'\,6 \cos M - 8'\,1 \cos 2\,M + 0'\,9 \cos 3\,M + 39'\,5$$

Is $2\,D = 270^\circ$ of 630°, dan is de laatste term negatief.

Laten we den variatieterm $39'\,5$ buiten rekening en berekenen we het verschil tusschen Damoiseau en Ptolemaeus voor de verschillende waarden van M, dan krijgen we voor maximumwaarde van dat verschil $24'$, terwijl het voor enkele waarden van M zelfs nul wordt. Nemen wij de variatie echter wel in aanmerking, dan groeit het maximumverschil tot 1° 3′ 5 en wijken dus de oude en nieuwe theorie merkelijk meer van elkander af.

Wij zien dus uit de reeksen van Damoiseau en Ptolemaeus dat in die van Ptolemaeus de variatieterm 39′ 5 niet voorkomt, dat hij dus de variatie niet heeft gekend en dat we de ons gestelde vraag volmondig met neen kunnen beantwoorden.

Waarschijnlijk moet de onbekendheid van Ptolemaeus met de variatie geweten worden aan minder nauwkeurige waarneming en berekening.

---

§ 2.

De Variatie door Tycho Brahe ontdekt.

Tycho Brahe (1546—1601), die zich vooral door zijne voor dien tijd zeer nauwkeurige waarnemingen eene groote verdienste jegens de sterrekunde verworven heeft, heeft in zijn werk „*Astronomiae instauratae progymnasmata*”, dat voornamelijk handelt over de nieuwe ster van het jaar 1572, die zich toen plotseling in het sterrebeeld Cassiopeja had vertoond, eene nieuwe hypothese voor de maansbeweging gegeven, die hij uit zijne eigene waarnemingen over een tijdsverloop van 27 jaar had opgebouwd. Hij bemerkte uit die waarnemingen, dat de beweging der maan niet overeenkomt met de hypothesen, die tot nog toe gesteld waren, noch met die van Ptolemaeus, noch met die van Coppernicus; hij vond namelijk in de maansbewegingen een veel grootere verwikkeling en verscheidenheid van ongelijkheid, dan tot nog toe door iemand was aangenomen. Tycho stelt derhalve om de beweging der maan te verklaren een andere hypothese en wel de volgende, waarvan wij de vertaling hier laten volgen. Zij A (zie fig. V) de aarde, het centrum universi (zooals bekend is verwierp Tycho het Coppernicaansche wereldsysteem), B een centrum buiten de aarde, waarom een kleine cirkel beschreven is, die door A gaat; in dien kleinen cirkel beweegt zich het middelpunt van den excentriek FPRQ zoodanig, dat het bij elke ware conjunctie en oppositie in A is, van daar opklimt naar D en bij elke quadratuur is in C op den grootsten afstand van de aarde. Op den excentriek beweegt zich het middelpunt van den epicykel GHIO. Daar nu echter de excentriek en de epicykel niet voldoende zijn om de ongelijkheid der maan te verklaren, neemt Tycho nog een cirkeltje aan, welks centrum zich zoodanig op den eersten epicykel beweegt, dat het in G is, wanneer de maan in haar apogeum is, en van daar langs GH naar beneden gaat en na het perigeum I gepasseerd te zijn, weder opklimt, totdat het zich na ééne omwenteling der anomalie (die in 27 dagen, 13 uur, 18 minuten en 35 seconden plaats heeft) weder in het apogeum G bevindt. In dat aangenomen cirkeltje beweegt zich de maan zoodanig, dat wanneer het centrum in het apogeum G is, de maan in K is, in het punt, dat het dichtst staat bij het centrum van den eersten epicykel. De beweging nu der maan in dat cirkeltje is tegengesteld aan, en tweemaal zoo snel als de beweging van het centrum van dat aangenomen cirkeltje, zij, de maan, volbrengt n.l. ééne periode in 13 dagen, 18 uur, 39 minuten, 17 seconden en 30 tertsen. Van daar, wanneer zijn centrum (van het aangenomen cirkeltje) was op de plaats midden G en I, d. i. bij H of O, dat dan de maan zelve is in M op den grootsten afstand van het centrum van den eersten epicykel. Tot hiertoe zien we dus, dat de hypothese van Coppernicus en Tycho dezelfden zijn, alleen met dit verschil, dat de deferent excentrisch is t. o. v. de aarde. Maar daar Tycho door veelvuldige en nauwkeurige waarnemingen gevonden heeft, dat deze cirkels nog niet voldoen aan alle verschijnselen en wel als de maan in de octanten of de plaatsen gelegen midden tusschen de quadraturen en de syzygiën is, wanneer Zon en Maan anderhalf teeken d. i. 45° van elkander verwijderd zijn en zich daar bovendien nog eene zekere *ongelijkheid* en een *vrij duidelijk bemerkbaar verschil* voordoet, schijnt het noodig nog een ander klein cirkeltje toetevoegen, waardoor deze *Variatie* wordt verklaard, in welk cirkeltje het centrum van den grooten epicykel heen en weer gaat, niet in den omtrek maar langs den dwarsen

diameter, welke beweging eene prosthaphaeresis veroorzaakt, die altijd aan de middelbare lengte der maan moet worden toegevoegd van de conjunctie en de oppositie af tot de quadraturen en daarvan moet worden afgetrokken van de quadraturen af tot de conjunctie en oppositie, opdat zij de ware plaats van het centrum des grooten epicykels aangeeft. De beweging nu van deze libratie van het middelpunt F wordt gemeten door den dubbelen waren afstand van zon en maan en zij brengt eene maximumvariatie van 40′ 30″ teweeg, die in het eerste en derde octant additief en in het tweede en vierde octant substractief is, zooals voldoende blijkt uit de tafels der prosthaphaeresis, die hij in zijn werk geeft. De proporties van deze cirkelomtrekken verhouden zich aldus, dat als de straal van den excentriek AF = 100000 is, FG = 5800, GM = 2900 en BA = 2174 is. De straal van het cirkeltje om F wordt gemeten door den boog van 40′ 30″, dien hij onderspant. Uit deze gegeven afmetingen der cirkels verkrijgt men voor den grootsten hoek van de eerste ongelijkheid, die zich voordoet bij Nieuwe en Volle Maan 4° 58′, eene waarde, die weinig verschilt met die van Ptolemaeus; voor den grootsten hoek van alle ongelijkheden in de quadraturen 7° 28′, een waarde, die $^1/_5$° kleiner is dan die van Ptolemaeus.

Op deze wijze verklaarde Tycho Brahe den loop der maan met inachtneming der *Variatie*, die hij uit zijne waarnemingen had gevonden.

§ 3.

De aanspraken van Abul-Wefâ.

In 1836 beweerde Sédillot in de zitting der fransche academie van wetenschappen, dat Tycho Brahe niet de eerste zou geweest zijn, die de Variatie had ontdekt, maar dat zij reeds 6 eeuwen vroeger door Mohammed-Abul-Wefâ-al-Bouzdjani, die omstreeks 975 te Bagdad leefde, zoude ontdekt geworden zijn. In zijn werk „*Almagest*" genaamd, beschrijft hij de ongelijkheden der maan.

Hierbij zegt, volgens de vertaling van Sédillot (zie *Nouveau Journal Asiatique* T. XVI p. 434), Abul Wefâ het volgende:

„Section X. De la troisième anomalie (ou inégalité) de la lune, appelée *muhazat (prosneuse)*.

Item, après avoir déterminé les deux anomalies dont nous venons de donner la description, et que nous avons expliquées, l'une par le moyen d'un épicycle, savoir la première anomalie, que nous avons vue constamment lors des conjonctions et des oppositions, et dont nous avons reconnu la grandeur par des observations consécutives; ayant trouvé que dans ces mêmes temps elle ne s'élève pas au delà de cinq degrés environ, mais qu'elle y peut être moindre, et même quelquefois tout à fait nulle, tandis qu'en d'autres temps, c'est à dire hors des conjonctions et oppositions (l'auteur arrive ainsi à la seconde inégalité), nous avons vu qu'elle peut être plus grande, parvenant à son *maximum*, comme nous l'avons reconnu, lorsque la lune et le soleil sont près de la quadrature, et pouvant alors augmenter de deux degrés deux tiers environ, quoiqu'elle puisse être moindre et même nulle; et nous avons expliqué cette modification (de la première anomalie par la seconde) au moyen d'un excentrique.

Or, après avoir déterminé ces deux anomalies et l'excentricité, savoir la distance du centre de l'excentrique au centre du zodiaque, nous avons trouvé encore une troisième anomalie, qui a lieu lorsque le centre de l'épicycle est entre l'apogée et le périgée de l'excentrique, et qui atteint à son *maximum* lorsque la lune est en trine et en sextile avec le soleil environ, mais qui n'a pas lieu et que nous n'avons reconnue ni dans les conjonctions et oppositions, ni dans les quadratures.

Ainsi, après que nous avons déterminé le mouvement de la lune en longitude et son mouvement en anomalie, nous avons considéré le temps où, par rapport à l'épicycle, il n'y a pas d'anomalie; c'est à dire le temps où la lune est à l'une ou l'autre distance, apogée et périgée, de l'épicycle; car, lorsque la lune est dans l'un ou l'autre de ces deux points, elle n'éprouve aucune des deux (premières) anomalies, et son mouvement devrait être égal au mouvement moyen, savoir à celui qui a lieu autour du centre du monde.

Mais, lorsque dans cette circonstance la distance entre la lune et le soleil est telle que nous l'avons dit, nous lui avons trouvé (à la lune) une troisième anomalie d'environ une demie et un quart de degré (quarante cinq minutes) à peu près. Pour cela nous avons observé la lune dans les temps indiqués, et nous avons eu son lieu vrai dans un des degrés du zodiaque (sphère des signes). Nous avons en même temps cherché son lieu par le calcul, que nous avons corrigé par les deux anomalies ci-dessus décrites, et nous l'avons trouvé plus grand ou plus petit que celui-là d'environ une demie et un quart de degré; et nous avons trouvé que cette anomalie est au-dessous de cette quantité, lorsque la distance de la lune au soleil est plus petite ou plus grande que le sextile ou le trine. D'après cela nous avons reconnu qu'elle existe indépendamment des deux autres que nous avons précédemment décrites; or cela ne peut avoir lieu que par l'effet d'une *déclinaison* (changement de position ou de direction) du diamètre de l'épicycle à l'égard du point (littéralement: *de la direction du point*) autour duquel se fait le mouvement égal ou moyen, savoir le centre du zodiaque.

Le diamètre de l'épicycle ne peut *décliner* (changer de position à l'égard) du point autour duquel a lieu le mouvement moyen, sans qu'il arrive à la lune une anomalie dans le zodiaque (sphère des signes), et cela parce que l'apogée de l'épicycle varie et que la ligne menée du centre du zodiaque au centre de l'épicycle ne passe plus par le lieu où elle passe dans les temps où le centre de l'épicycle est vers l'une ou l'autre distance, apogée ou périgée, de l'excentrique, et qu'ainsi il y a variation dans la distance de la lune à l'apogée de l'épicycle (projeté sur la sphère des signes). Quant au mouvement de la lune sur son épicycle, nous avons établi qu'il commence à l'apogée lorsque le centre de l'épicycle est vers l'une ou l'autre distance, apogée ou périgée, de l'excentrique; et, après avoir considéré attentivement ce que nous avons exposé et déduit pour *ce point*, nous avons trouvé que sa distance au centre du monde, vers le côté du périgée de l'excentrique, sur la ligne qui passe par les centres, est égale à la distance qui est entre le centre du zodiaque et le centre de l'excentrique."

Indien de bewering van Sédillot waarheid bevatte, zou de uitspraak van Laplace en Delambre, dat de Arabieren niets aan de theorie der ouden hebben toegevoegd, bewezen zijn bezijden de waarheid te zijn. De fransche academie benoemde eene commissie, bestaande uit Biot, Arago, Damoiseau en Libri om de zaak te onderzoeken; deze commissie verklaarde zeven jaar later en wel 7 Augustus 1843, dat de zaak niet tot die behoorde, waarover de academie gewoon is een oordeel uittespreken.

Hiermede was de strijd echter niet geëindigd en vooral de tegenwerpingen van Libri legden in den beginne een groot gewicht in de schaal. Deze toch redeneerde aldus: Indien Abul Wefâ de derde ongelijkheid der maansbeweging gevonden heeft, hoe komt het dan, dat geen der latere arabische schrijvers er van gesproken heeft? Zou het niet mogelijk zijn, dat de passage, die door Sédillot ontdekt is in en vertaald uit het handschrift van Abul Wefâ eene interpolatie was in een afschrift van den astronoom van Bagdad, welk afschrift zou dateeren van na den tijd van Tycho?

Op de eerste tegenwerping antwoordde Sédillot, dat er wel geene latere arabische schrijvers bekend waren, die over de derde ongelijkheid gesproken hadden, maar dat dit gemakkelijk daaruit te verklaren was, dat zij juist niet allen over de maan geschreven hebben en dat bovendien de handschriften van de latere schrijvers nog maar weinig onderzocht waren, zoo dat men daarover nog geen vast oordeel kon uitspreken. De tweede objectie van Libri verviel van zelf, daar de oorsprong en de geschiedenis van het geïncrimineerde handschrift voldoende bekend waren; het had toebehoord aan den vader van Ulugh Beigh, die vóór Tycho geleefd heeft, zoodat er van eene latere vervalsching of interpolatie geene sprake kon zijn.

Biot verklaarde zich in 1841 voor de zienswijze van Sédillot, evenzoo Chasles en Mathieu. Later liep Biot echter tot het kamp der bestrijders over.

Wanneer wij de vertaling van Sédillot aandachtig lezen, blijkt het, dat Abul Wefâ het maximum der derde ongelijkheid opgeeft, wanneer de maan *en trine ou en sextile* met de zon is; daar heeft de variatie geen maximum, daar dit in de octanten valt; wel echter de πρόςνευσις van Ptolemaeus.

Nog een ander niet minder krachtig argument kan er aangevoerd worden tegen de onderstelliing van Sédillot c.s. De Variatie toch is zeer verschillend van de prosneusis, dus zal ook de beschrijving van de Variatie zeer verschillend moeten zijn van die der prosneusis en dit is nu juist niet het geval bij Abul-Wefâ; deze toch schrijft zijne derde ongelijkheid toe aan de afwijking van den diameter van den epicykel en zegt Bertrand [1]) m. i. terecht: „La déviation du diamètre de l'épicycle doit changer l'anomalie, et l'influence, qu'elle exercera dépendra, cela est évident, de la position de la lune sur l'épicycle, c'est à dire de sa position par rapport à l'apogée et au périgée de son orbite .... et la *variation* n'en dépend point."

Uit het bovengemelde kom ik tot de overtuiging, dat de aanspraken van Abul Wefâ, wat de ontdekking der Variatie betreft, van allen grond ontbloot zijn.

---

[1]) Zie BERTRAND: *Théorie de la Lune.*

DERDE HOOFDSTUK.

De ontdekking der jaarlijksche en parallactische vereffeningen.

Ten slotte nog een enkel woord over de ontdekking dezer beide aequaties, waarvan de eerste door Tycho Brahe het eerst werd vermeld in zijn werk „*Astronomiae instauratae progymnasmata.*" Hij geeft daar in eenige weinige regels aan, dat de middelbare bewegingen der maan niet gehoorzamen aan de zelfde vereffening der natuurlijke dagen die de zon teweegbrengt, dat wil zeggen: De maan geeft eene andere tijdsvereffening dan de zon; men kan dit door het tafeltje, dat hij laat volgen, corrigeeren, waar de correctie op de maanslengte gegeven wordt. Uit dit tafeltje blijkt, dat volgens Tycho de *Jaarlijksche Vereffening* een maximum bedrag van 9′ 56″ bereikt.

Ter wille van de volledigheid vermeld ik nog, dat de *Parallactische Vereffening*, eerst na den dood van Newton door CLAIRAUT werd ontdekt.

Op deze hoogte stond de kennis der maansbeweging, toen de groote Newton (1643—1727) door de ontdekking van de algemeene gravitatie eene andere en strenger wetenschappelijke richting aan de theoretische astronomie gaf, waardoor ook de kennis der maansbeweging met reuzenschreden tot op onzen tijd vooruitging, zoowel in uitgebreidheid als in nauwkeurigheid.

STELLINGEN.

STELLINGEN.

I.

De Variatie der Maan is niet door Abul Wefâ ontdekt.

II.

Een nader onderzoek naar de bewegingen der nevelvlekken is zeer gewenscht.

III.

Niet om de wille der nauwkeurigheid is het aannemen eener zoogenaamde natuurmaat, zooals de meter is, aan te bevelen; wel omdat nationale wedijver daarbij ontgaan wordt.

IV.

De omwentelingstijd van Jupiter om zijne as is nog eenige minuten onzeker.

V.

Er bestaat niet de minste reden om aan te nemen, dat de zon eene baan om een ander wereldlichaam beschrijft.

VI.

De bedragen, die voor de beweging der sterren in de richting der gezichtslijn worden gevonden, zijn nog zeer onzeker.

VII.

Toch had van der Willigen ongelijk, toen hij de mogelijkheid ontkende door de verplaatsing der Fraunhofersche strepen beweging aan te duiden.

VIII.

Men heeft geen recht te beweren, dat alle nevelvlekken verder van ons zonnestelsel afstaan dan de naaste sterren.

IX.

Mechanica is geen onderdeel der wiskunde.

X.

De electrodynamische formule van Weber is in den grond even goed eene empirische als die van Ampère. Die van Weber verdient de voorkeur boven die van Ampère.

XI.

Gassen geleiden electriciteit des te beter, naarmate zij meer verdund zijn.

XII.

De verklaring door Bidwell van het zoogenaamde verschijnsel van Hall gegeven is hoogstwaarschijnlijk.

XIII.

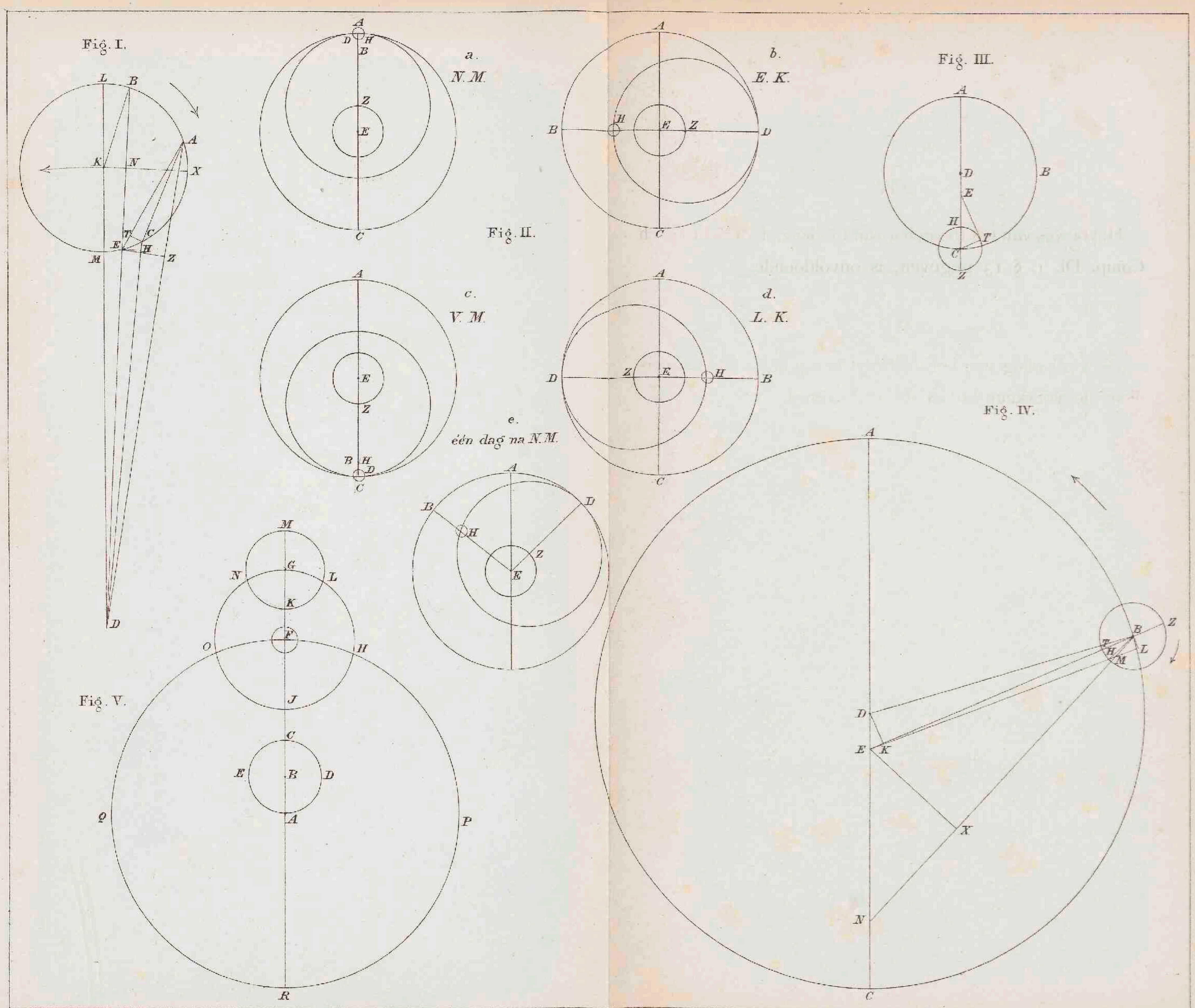
De verklaring voorkomende bij Maxwell: „Theory of Heat", voor de beweging van vloeistoffen door vermindering van moleculaire spanning der oppervlakte, is onvoldoende.

XIV.

Het bewijs van het theorema van Leibnitz, door Schlömilch Comp. Dl. 1. § 13 gegeven, is onvoldoende.

XV.

De verdeeling van het quadrant in negentig graden verdient de voorkeur boven die in honderd.



A. J. Wendel sculps.

ERRATA.

Pag.	10	regel	7 v.b.	*staat:*	*βιβλία*	*lees:*	*βιβλία τρία.*
„	27	„	3 v.o.	„	ontdekking	„	ontdekker.
„	32	„	5 „	„	18′ 50′	„	18° 50′.
„	32	„	4 „	„	♂	„	♏.

Op blz. 32 in de noot staat eene eenigszins onjuiste, aan Kempf ontleende verklaring van *nonagesimus.*

Het is het punt van de ecliptica, dat het hoogst boven den horizon ligt, en dus 90° van de snijpunten met den horizon verwijderd is.