Utrecht University Library
Partner in Science
Universiteit Utrecht

De electromagnetische dispersie der polarisatievlakken van het licht

http://hdl.handle.net/1874/241923

2478

3055.

W. C. L. van Schaik

DE ELECTROMAGNETISCHE DISPERSIE DER POLARISATIEVLAKTE VAN HET LICHT.

Aan Prof. Donders.

Huldeblijk
Van den Schrijver.

W. C. L. VAN SCHAIK,

DE ELECTROMAGNETISCHE DISPERSIE DER POLARISATIEVLAKKEN VAN HET LICHT.

3055.

DE ELECTROMAGNETISCHE DISPERSIE
DER
POLARISATIEVLAKKEN VAN HET LICHT.



PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD

VAN

Doctor in de Wis- en Natuurkunde,

AAN DE

RIJKS-UNIVERSITEIT TE UTRECHT,

na machtiging van den Rector Magnificus

DR. S. TALMA,

Hoogleeraar in de faculteit der Geneeskunde,

VOLGENS BESLUIT VAN DEN SENAAT DER UNIVERSITEIT,

EN

OP VOORDRACHT DER PHILOSOPHISCHE FACULTEIT,

TE VERDEDIGEN

op VRIJDAG, den 30. JUNI 1882,

des namiddags te 3 uren,

DOOR

WILLEM CORNELIS LORAN VAN SCHAIK,

GEBOREN TE NEDER-LANGBROEK.

BREDA,
BROESE & COMP.

1882.

AAN

MIJN BROEDER

J. W. TH. VAN SCHAIK,

EN

MIJNE ZUSTER

J. M. W. VAN SCHAIK.

VOORWOORD.

Van de nevensgaande verhandeling zijn de eerste hoofdstukken aan het practische onderzoek over de electromagnetische dispersie gewijd, terwijl het tweede hoofdstuk de uitkomsten van eigene waarnemingen bevat, waarbij het verschijnsel ook in het ultraviolet werd onderzocht.

Het derde en het vierde hoofdstuk hebben betrekking op de theorie. In het derde worden de grondslagen der bestaande theorieën voor de electromagnetische draaiing behandeld, terwijl men in het vierde eene proeve vindt van eene mechanische theorie. Hierbij was het wenschelijk, de physische gronden der electromagnetische lichttheorie na te gaan, benevens de eischen, waaraan de lichtbeweging moet voldoen. Alzoo vindt de lezer hier tevens de gronden van het XXste en het XXIste hoofdstuk van Maxwell's *bekende Verhandeling over Electriciteit en Magnetisme besproken.*

Bij het verlaten der Utrechtsche Hoogeschool gevoel ik mij verplicht tot een woord van dank aan de Hoogleeraren der philosophische faculteit.

Hooggel. BUIJS-BALLOT, *hooggeachte leermeester en Promotor! in het bijzonder gevoel ik mij jegens U verplicht. Wat ik van U heb geleerd, vooral in de jaren, dat ik het geluk heb gehad, Uw adsistent te zijn, is voor mijne kennis en mijne voorstellingen van blijvende beteekenis. Heb dank voor de velerlei voorlichtingen en de welwillendheid, die ik steeds van U mocht genieten!*

Uw uitgebreid onderwijs in de hoogere gedeelten der mechanica, Hooggel. GRINWIS, *is mij nog steeds van nut, terwijl mij ook Uwe welwillendheid en de genegenheid jegens mij in dankbare herinnering blijven.*

U Hooggel. OUDEMANS *ben ik verplicht voor de hulp, die Gij mij met instrumenten hebt willen verschaffen, en niet minder voor Uwe lessen in practische astronomie en instrumentenkunde, met welke ik in de practische natuurkunde meermalen mijn voordeel heb gedaan.*

U Hooggel. BRILL *ben ik dankbaar voor de genegenheid, die ik van U mocht ondervinden, en voor het hooger onderwijs, dat ik van U genoten heb.*

INHOUD.

HOOFDSTUK I.

Overzicht der onderzoekingen tot op dezen tijd.

Bladz.

§ 1. Ontdekking, beschrijving van het verschijnsel. . . . . 1.
§§ 2. Methode van Fizeau en Foucault. . . . . 6.
§§ 3. Onderzoekingen van Wiedemann, Verdet en H. Becquerel. . . . . 8.

HOOFDSTUK II.

Proefondervindelijke bepalingen, tevens voor ultraviolette stralen.

§§ 4. Toestellen en methode in het algemeen . . . . . 18.
§§ 5. De draaiingen . . . . . 25.
§§ 6. De brekingsindices . . . . . 32.

HOOFDSTUK III.

Theorieën van het verschijnsel.

§ 7. Faraday's meening. Vergelijkingen van Airy. Algemeene behandeling van Verdet. . . . . 37.
§ 8. Voorstelling van W. Thomson en van Verdet. Algemeene type der vergelijkingen. Theorie van Carl Neumann . . . . . 47.
§ 9. Theorie der electromagnetische draaiing bij Maxwell. . . 56.
§ 10. De theorieën na Maxwell. . . . . 68.

HOOFDSTUK IV.

Proeve eener mechanische theorie, en eener uitbreiding der formule van Maxwell.

Bladz.

§ 11. Methode van Faraday. Het wezen der lichtbeweging . 81.
§ 12. Physische gronden der electromagnetische lichttheorie van Maxwell . . . . . 90.
§ 13. Proeve eener mechanische theorie der electromagnetische draaiing van het polarisatievlak. . . . . 110.
§ 14. Uitbreiding der formule van Maxwell . . . . . 116.

VERBETERINGEN.

Bladz. 20, regel 13 en 17, *staat:* kwartlens, *lees:* kwartslens.
» 30, » 29, *staat:* kwartplaat, *lees:* kwartsplaat.
» 31, » 2 van beneden, *staat* onder *D:* 4°19′, *lees:* 4°9′.
» 31, » 6 » » » » *M:* 14°58′, » 14°59′.
» 35, » 8 » » » voor *D* berekend: 4,5108, *lees:* 1,5108.
» 53, » 1, *staat:* $\frac{\mu M}{r^2}$, *lees:* μM.
» 80, » 15, » mechanisch veld, *lees:* magnetisch veld.
» 88, » 3 van beneden, *staat:* kandelt, *lees:* kantelt.
» 97, » 1 *staat:* $\mathfrak{A}$ wordt het »electromagnetisch moment" genoemd. — *Hierbij te voegen:* Ook wel het »electrokinetisch moment"; men kan bewijzen, dat deze grootheid het tijd-integraal van de electromotorische kracht beteekent, welke op de plaats waar $\mathfrak{A}$ die waarde heeft optreedt, wanneer de primaire stroom plotseling ophoudt. (Maxwell, *Treatise* II, Art. 590.)

HOOFDSTUK I.

OVERZICHT DER ONDERZOEKINGEN TOT OP DEZEN TIJD.

§ 1. Ontdekking, beschrijving van het verschijnsel.

Wanneer een rechtlijnig gepolariseerde lichtstraal eene doorschijnende stof doorloopt, waarop magnetische krachten werken, dan wordt het polarisatievlak gedraaid, en dit des te meer naarmate de richting van den straal meer samenvalt met die der magnetische kracht, en naarmate de weg, dien het licht in de genoemde stof aflegt, langer is.

Dit werd ontdekt door Faraday, in 1845 (*Exp. Res.* 2152, 2154. *Phil. Trans.* 1846).

Aanvankelijk werd het verschijnsel waargenomen aan een klein aantal stoffen; vooreerst aan het zware glas van Faraday, en verder aan eenige zuren, alcaliën, oliën, aan water, alcohol aether, enz. (*Exp. Res.* 2174).

Doch de vele onderzoekingen, die hierover sedert de ontdekking zijn in 't werk gesteld, hebben er toe geleid, de electromagnetische draaiing van het polarisatievlak als eene algemeene eigenschap der doorzichtige lichamen aan te nemen.

Het genoemde verschijnsel heeft zijnen ontdekker geenszins bij toeval verrast. Deze toch vermeldt ons talrijke onderzoekingen, door hem in 't werk gesteld, om eenig verband te ontdekken tusschen licht en electriciteit (magnetisme), alle zonder merkbare uitkomst, totdat hij een rechtlijnig gepolariseerden straal, evenwijdig aan eene sterke magnetische kracht, door het zware flintglas zond.

De tijd, waarin Faraday werkte, is voor de ontwikkeling der natuurkunde zeer gunstig geweest.

De golvingstheorie van het licht, door Huijghens ontwikkeld,

was bevestigd door de onderzoekingen over interferentie en polarisatie, van Young en Fresnel; de proeven van Melloni hadden de stralende warmte als een aan 't licht verwant verschijnsel doen kennen. Door Mayer en Joule was het verband aangewezen tusschen warmte en datgene wat wij thans arbeid en arbeidsvermogen noemen. De warmteontwikkeling bij electrische ontlading en strooming was reeds bekend. De ontdekkingen van Oersted en Ampère hadden tot de kennis geleid van het verband tusschen electriciteit en magnetisme; Faraday leerde, hoe electriciteit uit magnetisme kan »ontwikkeld" worden.

Het liet zich alzoo in dien tijd wel vermoeden, dat er een verband moet bestaan tusschen alle zoogenaamde natuurkrachten, terwijl de golvingstheorie van het licht, de identiteit van warmte met arbeidsvermogen, zoowel als de inductie door beweging, de mechanica aanwezen als het middel, waardoor dat verband kan worden verstaan.

Dit vermoeden zweefde Faraday steeds voor den geest, en leidde tot de ontdekking der electromagnetische draaiing van het polarisatievlak.

De negentiende reeks zijner onderzoekingen, waarin die ontdekking behandeld wordt, begint hij met de volgende woorden:

2146. »Sedert lang heb ik, wellicht met vele andere vrienden der natuurkunde, de tot overtuiging naderende meening gekoesterd, dat de verschillende vormen, waaronder de krachten der stof optreden, een gemeenschappelijken oorsprong hebben, of, met andere woorden, in een zoo onmiddellijken samenhang en eene wederkeerige afhankelijkheid staan, dat zij als 't ware in elkander kunnen worden omgezet.

2147. Deze vaste overtuiging, op de werkingen van het licht toegepast, deed mij vroeger vele pogingen in 't werk stellen, om eene onmiddellijke betrekking tusschen licht en electriciteit te ontdekken, evenals eene gezamenlijke werking daarvan op de stoffen, die aan hun gemeenschappelijken invloed zijn blootgesteld; doch de uitkomsten dezer onderzoekingen waren negatief, en werden in dit opzicht later door Wartmann bevestigd.

2148. Deze, en vele andere pogingen, die niet werden openbaar gemaakt, konden intusschen mijne vaste door wijsgeerige beschouwingen gesteunde overtuiging niet doen wankelen, en daarom ondernam ik voor korten tijd de onderzoeking opnieuw en met den grootsten ijver, waarbij het mij dan eindelijk gelukte, een lichtstraal te magnetiseeren en te electriseeren, evenals eene magnetische krachtlijn te verlichten."

Door Faraday zelf werd het verschijnsel nog in enkele bijzonderheden nader bestudeerd.

Vooreerst vond hij dat er geene magnetisch-optische werking plaats heeft, als de richting der magnetische kracht loodrecht staat op den lichtstraal; en verder, dat die werking evenredig is met de sterkte van het magnetisme (2164) en met de lengte van het doorschijnend lichaam of diamagneticum (2163, 2201).

Evenals electromagneten werken ook solenoïden (2170), echter in geringer mate; met ijzerkernen werken ze sterker, hoewel er niet meer electriciteit door den draad stroomt (2170).

Hieruit besloot Faraday, dat het de *magnetische* werking van den stroom is, die de draaiing veroorzaakt.

Twee cylindrische doorboorde electromagneten werden in elkanders verlengde geplaatst, en de doorzichtige stof werd tusschen de ongelijknamige polen gelegd; de gepolariseerde lichtstraal, volgens de as der magneten loopende, onderging steeds dezelfde werking (2158).

Wat den zin dezer draaiing betreft, deze is bij de door Faraday onderzochte stoffen steeds dezelfde als die, waarin de positieve electriciteit door den geleiddraad om den electromagneet of in de solenoïde stroomt, welke het verschijnsel veroorzaken; dus dezelfde als die van de stroomen van Ampère in de hier gevormde magneten (2198, 2199). Voor de meeste stoffen, die tot dusver onderzocht zijn, is dit de regel.

Keert men alzoo den stroom in den electromagneet om, dan verandert ook de zin der draaiing van het polarisatievlak. Hierin ligt een voornaam punt van verschil tusschen de electromagnetische draaiing van het polarisatievlak, en de draaiing, welke kwarts en de »actieve" stoffen vertoonen.

Gebruikt men twee prisma's van Nicol, een als polarisator en een als analysator, en stelt men zich voor, dat de doorschijnende stof, glas bijv., geplaatst is binnen eene solenoïde, dan zal men bevinden, als men aan de zijde der zuidpool staat, dat de stof rechtsdraaiend is; plaatst men zich echter aan de noordpool, dan moet men, om het lichtbeeld opnieuw te verduisteren, den nicol links draaien.

Het linksche of rechtsche der draaiing hangt dus hier, bij dezelfde stroomrichting, af van den stand des waarnemers.

Daarentegen blijft rechtsdraaiend kwarts rechtsdraaiend, onverschillig of men zich voor het eene of wel voor het andere einde plaatst, en zoo is dan ook de zin van de draaiing der actieve stoffen onafhankelijk van den stand des waarnemers.

Het spreekt van zelf, dat zulk een onderscheid van groot belang is voor de theorie.

De overige algemeene wetten werden door andere natuurkundigen gevonden. Zoo vond Wiedemann in 1851, dat de grootte der draaiing van het polarisatievlak, zooals zij door solenoïden alleen wordt veroorzaakt, evenredig is met de stroomsterkte. (*Pogg. Ann.* 82.)

De meest omvangrijke en nauwkeurige onderzoekingen zijn wij aan Verdet verschuldigd.

Vooreerst bewijst hij op afdoende wijze, hetgeen Faraday reeds tennaastenbij had aangetoond (2164), dat de draaiing van het polarisatievlak in eene bepaalde stof, voor dezelfde golflengte, evenredig is met de sterkte van het magnetisme. (1)

Om hierbij de magneetkracht te meten, vergelijkt hij de sterkte der inductiestroomen, welke tusschen de polen van den electromagneet ontwikkeld worden in een kleinen draadrol, wanneer hieraan steeds dezelfde beweging wordt medegedeeld. (2)

Verder heeft Verdet gevonden, dat de electromagnetische draaiing evenredig is met den cosinus van den hoek dien de lichtstraal en de richting der magnetische kracht met elkander maken, welke wet ook de uitspraak van Faraday insluit, dat die draaiing het grootst is als de lichtstraal en de magnetische kracht dezelfde richting hebben, en nul wordt, als zij loodrecht op elkander staan. (3)

De voor ons onderzoek belangrijkste uitkomsten van Verdet zullen wij aan het einde van dit hoofdstuk bespreken.

Behalve Verdet hebben een groot aantal waarnemers zich bezig gehouden met meer of min algemeene eigenschappen der electromagnetische draaiing. Zoo werd het gedrag der zoutoplossingen in verband met hare concentratie nagegaan, en verder de invloed van verwarming, electrische ontlading, drukking, enz. bestudeerd. De uitkomsten hiervan zijn eensdeels niet stellig genoeg, anderdeels van minder belang voor ons onderwerp.

Een belangrijk verschijnsel, door Verdet ontdekt, is de *negatieve* electromagnetische draaiing. Deze bestaat hierin, dat sommige stoffen, vooral eene oplossing van ijzerchloride, echter ook andere ijzerzouten, chroomverbindingen, titaantetrachloride, enz., tusschen de polen van den electromagneet geplaatst, het polarisatievlak draaien in eenen zin

---

(1) Wet van Faraday.

(2) *Ann. de Chim. et de Phys.* (3), T. 41. *Notes et Mémoires*, p. 112.

(3) *Ann. de Chim. et de Phys.* (3), T. 43. *Notes et Mémoires*, p. 155. Dit resultaat is de »wet van Verdet."

tegenovergesteld aan dien der electromagnetische draaiing der meeste andere stoffen, alzoo ook tegengesteld aan de stroomen van Ampère. (1)

Wanneer de electromagnetische draaiing niet te zwak is, kan men met den analyseerenden nicol het lichtbeeld niet geheel verduisteren. Bij ronddraaiing van den analysator vertoont het lichtbeeld eene reeks van min of meer duidelijke kleuren.

Hetzelfde doet zich ook voor als men eene kwartsplaat, die loodrecht op de as geslepen is, of eene sterke suikeroplossing tusschen de nicols heeft gelegd.

Deze verschijnselen zullen wij eenigszins uitvoeriger bespreken.

Zij vinden hunne verklaring in de voorstelling, die Arago zich vormde, toen hij het draaiingsvermogen van kwarts had ontdekt: de polarisatievlakken van het licht van verschillende golflengten worden in verschillende mate gedraaid.

Dat dit laatste werkelijk het geval is, wordt bijv. op de volgende wijze aangetoond.

Gebruikt men licht, dat door koper-oxyduleglas gegaan en dus rood gekleurd is, dan valt de waargenomen draaiing van het polarisatievlak anders uit, en wel kleiner, dan wanneer men het licht eerst door donkerblauw kobaltglas laat gaan.

Men kan het lichtbeeld door draaiing van den analysator des te volkomener verduisteren, naarmate het licht, dat men gebruikt, meer homogeen, d. i. meer van gelijke golflengte is.

Het blijkt alzoo, dat de polarisatievlakken van de verschillende stralen, nadat het licht de draaiende stof verlaten heeft, verschillenden standen bezitten.

Voor het oog van den waarnemer, dat achter den analyseerenden nicol geplaatst is, zijn die polarisatievlakken niet alleen gedraaid, maar hebben zij zich waaiervormig uitgebreid.

In fig. 1 moge AB den oorspronkelijken stand der polarisatievlakken aangeven, A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, de standen dier vlakken voor de verschillende stralen, nadat zij gedraaid zijn.

Dit verschijnsel wordt de *verspreiding* of *dispersie* der polarisatievlakken genoemd, en men spreekt van eene »electromagnetische dispersie", als zij, op de boven beschreven wijze, ontstaan is door de werking van solenoïden, magneten, of electromagneten.

Het is nu duidelijk, waarom het lichtbeeld kleuren moet vertoonen. Staat n. l. het polarisatievlak van den analysator (d. i. het polarisatievlak van het licht, dat deze doorlaat) loodrecht op een der uiteen-

(1) *Compt. Rend.*, T. 44. *Notes et Mémoires*, p. 168.

gespreide polarisatievlakken, bijv. op dat der gele stralen, dan kunnen die stralen niet door den analysator dringen, zij zijn voor het oog niet meer aanwezig. Het lichtbeeld moet alzoo complementair — in dit geval blauw-violet — gekleurd zijn. Draait men den nicol, dan worden andere stralen verduisterd, waarmede de kleur van het beeld alzoo verandert.

Dat bij de electromagnetische draaiing kleuren optreden, was reeds aan Faraday bekend (2154).

Weldra bestudeerden verschillende natuurkundigen de wetten der electromagnetische dispersie.

Edm. Becquerel meende uit zijne onderzoekingen te mogen besluiten, dat de electromagnetische draaiing vrij wel omgekeerd evenredig zou zijn met het kwadraat der golflengte. Dit was eene eerste poging op dit gebied; eene eerste, hoewel niet zeer nauwkeurige samenvatting der verschijnselen.

Latere onderzoekingen van Wiedemann, in 1851, met nauwkeuriger methode verricht, hebben dan ook de uitspraak van Becquerel in zooverre nader omschreven, dat men zeggen kan: de reciproke waarde van het kwadraat der golflengte mag als hoofdfactor in de formule voor de electromagnetische dispersie optreden; maar zeer zeker is zij dan niet de eenige functie van de golflengte, welke in die formule voorkomt.

De meest nauwkeurige onderzoekingen, verricht volgens eene wél doordachte methode, zijn die van Verdet. Het waren de eerste onderzoekingen betreffende de electromagnetische draaiing, welke met een theoretisch doel werden ondernomen.

Het is namelijk gebleken, dat de theoriën, die omtrent de electromagnetische draaiing van het polarisatievlak zijn ontwikkeld, vooral verschillen door hare uitkomsten ten opzichte der dispersie. (Vergelijk Hoofdstuk III.)

Zoo is nog heden eene bepaalde formule voor de electromagnetische dispersie veelal een kenmerk voor deze of gene theorie; en hieruit volgt het gewicht eener juiste en uitgebreide kennis van dit verschijnsel.

§ 2. Methode van Fizeau en Foucault.

Beschrijven we nu de methode, welke vooral sedert den arbeid van Verdet geldig geworden is.

Plaatsen wij (fig. 2) achter elkander een lichtbron (L), twee nicolsche prisma's (P en A) en een spectroscoop (S).

De analysator (A) moge om eene horizontale as, samenvallende met den lichtstraal, draaibaar zijn, en gemonteerd, zoodat men de draaiing in graden kan aflezen.

Wij draaien den analysator zoover, dat zijn polarisatievlak loodrecht staat op dat van den polarisator (P). De nicols zijn dan »gekruist", zooals men zegt, en het spectrum, dat in den spectroscoop waar te nemen was, is nu uitgedoofd.

Thans plaatsen we tusschen P en A eene »draaiende" stof (D), hetzij eene kwartsplaat die loodrecht op de optische as geslepen is, of wel eene electromagnetisch draaiende stof.

Terstond verschijnt het spectrum weder. Om nu zekere stralen, bijv. de blauwe uit te dooven, moet men den analysator een zeker aantal graden omdraaien. Heeft men hem zoover gedraaid, dan ontbreken die stralen alzoo in het spectrum, dus zal op hunne plaats een zwarte band zichtbaar zijn, zooals in fig. 3 is aangeduid.

Vóórdat we de stof D tusschen de nicols brachten, werd de richting van het polarisatievlak der stralen bepaald door de lijn, die *toen* loodrecht stond op het polarisatievlak van den analysator, thans echter door de lijn, die *nu* loodrecht staat op dat vlak. De draaiing van het polarisatievlak dier stralen, op welker plaats in het spectrum die zwarte band zichtbaar is, is dus gelijk aan de draaiing van den analysator.

In fig. 4 is AB de oorspronkelijke stand der polarisatievlakken der lichtstralen die den analysator treffen, waarvan het polarisatievlak dan volgen OX is gelegen; dan dringt er dus geen licht door den analysator.

Na tusschenvoeging der draaiende stof komen de vlakken in de standen a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3; het licht wordt weder gezien; doch wanneer nu de analysator wordt gedraaid tot zijn polarisatievlak volgens OX' is gericht, en OX' bijv. loodrecht op a_2b_2 staat, dan zijn de stralen, die op a_2b_2 betrekking hebben, uitgedoofd, terwijl tevens oek $AOa_2 =$ hoek XOX' is.

Deze methode werd in 1845, ter bepaling van de draaiing in kwarts, voorgeslagen door Fizeau en Foucault, en daarop toegepast door Broch. (1)

Is de draaiing der tusschengevoegde stof niet groot, dan is ook de totale dispersie der verschillende vlakken klein, dus zullen nu een betrekkelijk groot aantal polarisatievlakken ongeveer loodrecht

---

(1) Fizeau en Foucault, *Compt. Rend.*, 1845.
Broch.: Dove's *Repertorium*, VII, p. 113.

op het polarisatievlak van den analysator staan; m. a. w. meer stralen zullen nagenoeg uitgedoofd zijn. Het voorkomen van den zwarten band in het spectrum is daarom (zie fig. 5) breed en meer onbepaald.

Het omgekeerde zal plaats hebben bij zeer sterke draaiing. De uiteenbreiding der polarisatievlakken kan zoo groot zijn, dat ze meermalen 180° bedraagt. Alsdan heeft het polarisatievlak der violette stralen met dat der gele een verschil in stand van $n \times 180°$, waarin n een vrij groot getal kan zijn.

Zoo sterk is bijv. de draaiing in een stuk kwarts, waarvan de afmeting, evenwijdig aan de optische as, eenige centimeters groot is. Plaatst men zulk een stuk kwarts tusschen de nicols, dan ziet men eenige zwarte banden in het spectrum. De polarisatievlakken van stralen, beantwoordende aan zeer uiteenliggende plaatsen in het spectrum, staan nu loodrecht op het polarisatievlak van den analysator. Zie fig. 6.

Is de draaiing niet te sterk, zoodat de hoek van dispersie (d. i. de hoek tusschen de polarisatievlakken van de beide uiterste stralen van het spectrum) kleiner is dan 180°, dan is er slechts één zwarte band; is die hoek begrepen tusschen n en $n+1$ maal 180°, dan zijn er $n+1$ banden. Tevens zijn nu die banden smaller, dan wanneer er slechts één is.

Draait men den analysator, dan wijst de lijn, die loodrecht staat op het polarisatievlak van dezen nicol, achtereenvolgens de standen der polarisatievlakken van de verschillende stralen aan, die daardoor achtereenvolgens verduisterd worden. Bij ronddraaiing van den analysator doorloopen alzoo de genoemde banden het spectrum.

Uit hetgeen hier opgemerkt is, volgt onmiddellijk, dat, telkens als de wijzer van den analysator een hoek van 180° doorloopen heeft, elke zwarte band in de plaats van den voorafgaanden is gekomen.

Geven wij eene standvastige omdraaiingssnelheid aan den analysator, dan doorloopen alzoo die banden het spectrum met des te geringer lineaire snelheid, naarmate zij in grooter aantal daarin voorkomen.

§ 3. Onderzoekingen van Wiedemann, Verdet, en H. Becquerel.

De methode, waarvan hier het beginsel beschreven is, werd op de electromagnetische dispersie het eerst toegepast door Wiedemann, in 1851. (1)

(1) *Pogg. Ann.*, Bd. 82.

Bij deze onderzoekingen viel het licht op eene spleet, waarachter de optische toestel zich bevond; onmiddellijk achter den analysator waren een prisma van flintglas en een Hollandsche kijker met kruisdraden geplaatst, zoodat hier de optische toestel zich bevond tusschen de spleet en het prisma van een spectroscoop. Bij de latere onderzoekingen van Verdet is deze inrichting door eene betere vervangen.

De doorschijnende stof werd in draadklossen gelegd, en niet tusschen de polen van een electromagneet. De reden hiervan was, dat men niet weet, hoe het electromagnetisme van ijzer verandert met de lichtelijk veranderende stroomsterkte, en men de waarnemingen voor verschillende stralen tot hetzelfde magnetisme wilde herleiden. Dit scheen alzoo alleen met nauwkeurigheid te kunnen geschieden, wanneer aan de gemeten veranderingen der stroomsterkte bekende veranderingen in het magnetisme beantwoorden.

Later zullen we zien, dat dit ook mogelijk is bij het gebruik van electromagneten, al kennen we het quantitatief verband tusschen stroomsterkte en magnetisme niet; wij laten dan n. l. fouten toe, die kleiner zijn dan de fouten der waarneming.

De door Wiedemann waargenomen draaiingen zijn om genoemde reden zeer klein, de fouten dus relatief grooter dan wanneer men met electromagneten werkt.

In deze onderzoekingen toont Wiedemann, met grooter nauwkeurigheid dan dit tot dusver was gedaan, de juistheid aan van de wet van Faraday: dat de electromagnetische draaiing door solenoïden geëvenredigd is aan de stroomsterkte. Laatstgenoemde werd, in eene vertakking, gemeten door eene tangentenboussole.

Daar de electromagnetische draaiing niet zeer groot was, was bovendien het voorkomen van den zwarten band in het spectrum breed en meer onbepaald, zooals boven (bladz. 8) is aangetoond. Het zou dus zeer moeilijk zijn, door draaiing van den analysator, dezen band met groote nauwkeurigheid op den kruisdraad te brengen. Wiedemann ontgaat deze moeilijkheid door eene actieve stof n. l. terpentijn tusschen de nicols te plaatsen. De draaiing daarvan voegde zich nu bij de electromagnetische draaiing in de zwavelkoolstof, welke bestudeerd werd; de totale draaiing werd alzoo grooter, en hiermede het voorkomen van den band scherper.

Men ging nu op de volgende wijze te werk: »Eerst werd de zwarte band, die door de terpentijn veroorzaakt werd, juist geplaatst op den kruisdraad, waarmede men eerst eene fraunhofersche streep had laten samenvallen. Daarna werd de stroom gesloten, waardoor de zwarte band werd verplaatst, en nu werd de analysator

zoover gedraaid, tot de band weder zijne vroegere plaats innam. De mate dezer draaiing van den analysator gaf onmiddellijk de mate der electromagnetische draaiing van het polarisatievlak voor die golflengte aan, die aan de genoemde fraunhofersche streep beantwoordde." (*Pogg. Ann.* 82, pag. 226.)

Deze methode berust alzoo onmiddellijk op hetgeen bladz. 7 werd opgemerkt.

Als we de draaiingen voor verschillende golflengten, onder dezelfde omstandigheden, uitdrukken in de draaiing voor de streep *E*, dan vond Wiedemann voor *zwavelkoolstof* de draaiingen aldus:

strepen:	*C*	*D*	*E*	*b*	*F*	*G*
draaiingen:	0,528	0,744	1,000	1,055	1,186	1,651

De wet der reciproke vierkanten der golflengten zou eischen dat men had:

C	*D*	*E*	*F*	*G*
0,642	0,798	1,000	1,180	1,503.

Het laatste cijfer in de opgegeven waarden voor de electromagnetische dispersie is onzeker, en ongetwijfeld is dit ook het geval met de tweede decimalen in de opgaven voor *C* en *G*. Om echter te onderstellen, dat deze dispersie de wet der reciproke vierkanten der golflengten volgt, zou men moeten aannemen, dat zelfs de eerste decimaal belangrijke fouten kan hebben, en dit is zeker niet het geval.

Met het doel om te kunnen oordeelen over de waarde der theorieën van Carl Neumann en Clerk Maxwell (zie Hoofdstuk III) ondernam Verdet zijne onderzoekingen. Hierbij volgde hij, evenals Wiedemann, de methode van Fizeau en Foucault.

De verschillende stoffen, die hij onderzocht, werden tusschen de polen van den magneet van Ruhmkorff geplaatst in bakken, die met glazen sluitplaten werden voorzien; alzoo werd een dubbel stelsel van waarnemingen vereischt, omdat men de draaiing der glasplaten in rekening moest brengen. Daarom besloot hij later tot eene andere methode, waarbij hij de vloeistoffen in lange buizen binnen eene enkele electromagnetische klos legde, zoodat de sluitplaten ver genoeg naar buiten staken, om geene electromagnetische draaiing te veroorzaken. Wordt hierdoor de arbeid minder, men moet zeker eene betrekkelijk zeer lange bobine gebruiken, door een zeer sterken stroom doorloopen, als ze eene draaiing zal veroorzaken gelijk aan die welke men in kortere buizen in het veld tusschen de polen van een electromagneet waarneemt.

In zijne eerste onderzoekingen had Verdet evenals Wiedemann de lichtspleet vóór den polarisator geplaatst. Het was eene groote verbetering, toen hij die achter den analysator plaatste, door aldaar een gewonen spectroscoop op te stellen. Vóór dezen bevestigde hij tevens eene cylindrische lens, die het licht op de spleet concentreerde. Was het hem vroeger niet mogelijk, tamelijk goede waarnemingen ten opzichte der strepen *C* en *G* te verrichten, thans kon hij ook de draaiingen voor die stralen vrij nauwkeurig meten. Waarnemingen betreffende *B* en *h* bleven echter ondoenlijk. De lichtverzwakking, die men steeds nabij den zwarten band opmerkt, maakt dat de methode van geene toepassing is op die meest duistere streken van het zichtbare spectrum.

Evenals Wiedemann (zie boven) gebruikte Verdet bij zijne eerste onderzoekingen eene actieve stof om eene aanvankelijke draaiing, dus in het spectrum een zwarten band voort te brengen. Wiedemann nam hiertoe terpentijn, Verdet gebruikte eene kwartsplaat, die loodrecht op de as geslepen was.

Nu hebben we gezien, dat, wanneer eene stof eene geringe draaiing veroorzaakt, de zwarte band breed is en tamelijk onbepaald, doch zich tevens veel meer verplaatst bij eene bepaalde draaiing van den analysator dan wanneer de draaiing van het polarisatievlak groot is. Neemt men voor het besproken geval eene dikke kwartsplaat, dan zijn daardoor de banden wel scherp, doch »men moet dan den analysator eene grootere mate van omdraaiing mededeelen, om den band een bepaald deel van het spectrum te doen doorloopen. De bijvoeging eener aanvankelijke draaiing bij de electromagnetische, heeft dus twee tegenovergestelde gevolgen, waarvan het eene de nauwkeurigheid vermeerdert, het andere die vermindert. Men moet dus, zooals Wiedemann opmerkt, het juiste midden kiezen, dat van bijzondere omstandigheden, en zelfs van den persoon des waarnemers afhankelijk is." (1)

Verdet bevindt zich het beste bij eene kwartsplaat van 1 mM. dikte. Is deze niet volkomen loodrecht op de optische as geslepen, dan kan men, als dit verschil gering is, de uitwerking ervan opheffen, door de plaat van stand te veranderen, totdat de zwarte band zoo duidelijk mogelijk is. Zulk eene kwartsplaat is later nog door H. Becquerel, en door den schrijver gebruikt.

Zooals wij zagen, bracht Wiedemann den zwarten band, die

(1) Verdet, *Ann. de Chim. et de Phys.* (3), T. 69, p. 424.
Notes et Mém., p. 222.

door het magnetisme verplaatst was, terug tot de plaats, waar hij zich bevond vóór de sluiting van den stroom. Verdet sluit den stroom terstond, leest den cirkel af, keert nu den stroom om, waardoor ook de zin der electromagnetische draaiing verandert, en brengt daarna door draaiing van den analysator den band tot zijne eerste plaats terug. Eene tweede aflezing wordt nu verricht, en het verschil van deze met de eerste is blijkbaar de *dubbele electromagnetische draaiing* voor de onderzochte lichtsoort.

Bij het gebruik der genoemde kwartsplaat voegt Verdet nog de opmerking, dat men hiermede steeds draaiingen vergelijkt, die van verschillenden aard zijn. Nu eens heeft men de som der draaiingen van de kwartsplaat en de stof, die onder magnetischen invloed verkeert, en, als men den stroom heeft omgekeerd, het verschil van die beide. Dit maakt, daar de beide soorten van dispersie wel niet dezelfde wet volgen, dat de band in beide gevallen er eenigszins verschillend uitziet, waardoor men dan in die omstandigheden niet juist op hetzelfde punt viseert. Neemt men *enkele draaiingen* waar, zoodat men den magnetischen toestand eenvoudig met den niet magnetischen vergelijkt, dan blijft blijkbaar toch het wezenlijke van deze opmerking geldig.

Het is niet te ontkennen, dat men hier steeds twee waarnemingen vergelijkt, die niet onder volkomen identieke omstandigheden werden verricht.

De overigens geringe onjuistheid, die hieruit ontstaan kan, werd door Verdet ontgaan, doordat hij de enkele electromagnetische bobine, die hij in het laatste gedeelte zijner onderzoekingen gebruikte, van zeer groote afmeting construeerde. waardoor de mogelijkheid eener zoo belangrijke draaiing ontstond, dat men de kwartsplaat kon missen.

Steeds zal men echter, als men ten minste niet over zeer ruime middelen te beschikken heeft, in de duistere streken van het spectrum (Hoofdst. II) zulk eene bijgevoegde draaiing moeten gebruiken.

De betrekkelijke sterkte der magnetische kracht werd bij deze onderzoekingen gemeten door den electromagneet uit de verte te laten werken op een opgehangen magneetstaaf, waarvan de afwijking door spiegelaflezing werd bepaald. Verdet bevond, dat bij zijne proeven die afwijkingsmagneet ver genoeg verwijderd was, om evenredigheid tusschen de totale verplaatsing van het spiegelbeeld der schaal en de verschillende sterkte van het magnetisme aan te nemen.

Alsdan kan men, door eene eenvoudige berekening, de draaiingen voor de verschillende stralen tot eene gelijke magnetische kracht herleiden.

Van een negental stoffen werd de electromagnetische dispersie door Verdet bestudeerd. De draaiingen voor de verschillende stralen werden uitgedrukt in de draaiing voor de streep *E*. Zoo vinden we als resultaat zijner waarnemingen betreffende *water* de volgende draaiingen:

C	*D*	*E*	*F*	*G*
0,63	0,79	1,00	1,20	1,55

Bepaaldelijk wilde hij eens twee stoffen met zeer groote dispersie bijzonder nauwkeurig bestudeeren, om de resultaten hiervan op eene beslissende wijze te vergelijken met de uitkomsten der theorieën van Neumann en Maxwell. Hiervoor koos hij *zwavelkoolstof* en *kreosoot*.

Bij deze onderzoekingen was het, dat het gebruik van de kwartsplaat (zie boven) vermeden werd, en een spectroscoop met cylinderlens werd gebruikt.

De resultaten dezer onderzoekingen zijn de volgende:

Zwavelkoolstof.

C	*D*	*E*	*F*	*G*
0,592	0,768	1,000	1,234	1,704

Kreosoot.

C	*D*	*E*	*F*	*G*
0,573	0,758	1,000	1,241	1,723.

Dat bij deze opgaven eene derde decimaal is gevoegd, wil niet zeggen, dat zij daarom tot in dat cijfer juist zijn. Verdet erkent slechts met zekerheid, dat de fout in de aflezing der dubbele draaiingen voor de strepen *E* en *G* in kreosoot (welke resp. 21° en 38° ongev. bedroegen) minder is dan 10 minuten. En verder bespreekt hij de mogelijkheid, dat, door samenwerking de fouten in de aflezingen der draaiing en der intensiteit van het magnetisme, de opgave van de draaiing voor *G* in kreosoot, n.l. 1,723, zou kunnen zijn 1,686 of zelfs 1,669, dus eene fout kan bezitten van 0,037 tot 0,054; dit trouwens in het ongunstigste geval.

Zooals we in het derde hoofdstuk zullen zien, overtuigden deze uitkomsten Verdet vooreerst van de onjuistheid der theorie van Carl Neumann, terwijl die van Clerk Maxwell volkomen goed werd bevonden voor zwavelkoolstof; voor kreosoot toonde de laatst-

genoemde nog wel te groote verschillen met de waarnemingen; ook in het vierde hoofdstuk komen we hierop terug.

Het bleek wederom met zekerheid, dat het product der draaiing met het kwadraat der golflengte niet standvastig is, doch toeneemt naarmate de golflengte kleiner is.

Voor de berekening der draaiing volgens de formules van Neumann en Maxwell was het ook noodig de brekingsindices der beide onderzochte stoffen te kennen. Zij werden met groote nauwkeurigheid gemeten door Verdet en Gernez.

Als functiën der golflengte (λ) werden de indices (n) het best uitgedrukt door de formule van Cauchy:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}.$$

Zwavelkoolstof.

$$\text{Formule: } n = 1{,}5818 + \frac{122{,}83}{\lambda^2} + \frac{81454}{\lambda^4}$$

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
waargenomen:	1,6114	1,6147	1,6240	1,6368	1,6487	1,6728	1,6956
berekend:	1,6114	1,6147	1,6240	1,6368	1,6490	1,6725	1,6956
verschil:	0	0	0	0	+3	−3	0.

Kreosoot.

$$\text{Formule: } n = 1{,}5174 + \frac{76{,}918}{\lambda^2} + \frac{28683}{\lambda^4}$$

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
waargenomen:	»	1,5369	1,5420	1,5488	1,5553	1,5678	1,5792
berekend:	1,5349	1,5368	1,5420	1,5489	1,5554	1,5676	1,5793
verschil:	»	−1	0	+1	+1	−2	+1.

De golflengten zijn hierbij steeds in honderdduizendste deelen van een millimeter uitgedrukt.

De studie der electromagnetische dispersie werd, na Verdet, weder opgevat door H. Becquerel. (1) Deze gebruikte als lichtbron vervluchtigende metaalzouten, of Drummond's kalklicht, dat door gekleurde glazen min of meer homogeen was gemaakt. Zijne resultaten hebben betrekking op enkele stralen van bijzondere golf-

(1) *Compt. Rend.*, T. 80, 82, 83, 85.

lengte, ongeveer gelegen tusschen C en G, terwijl de stoffen, die hij onderzocht, waren: water, zwavelkoolstof, zwavelphosphor, ijzerzouten, en titaantetrachloride. (1)

Deze uitkomsten zijn gering in aantal, en hebben voor de toetsing der formules zeer weinig waarde; we zullen ze niet in het bijzonder bespreken. (2)

Later ging H. Becquerel over tot de spectroscopische methode van Fizeau en Foucault. Behalve de weinig beteekenende uitkomsten ten opzichte van water, zwavelkoolstof en salpeterzuur, was het belangrijkste, wat hij met deze methode bestudeerde, de electromagnetische dispersie in *titaantetrachloride*.

Door Verdet was, zooals wij in § 1 opmerkten, de negatieve electromagnetische draaiing ontdekt. Vooral het ijzerchloride vertoont dit verschijnsel in zeer sterke mate. Deze stof is evenwel te donker gekleurd, om de electromagnetische dispersie er van te onderzoeken. Bij eene tamelijke concentratie laat eene laag van eenige dikte van eene waterige oplossing dezer stof slechts rood en een weinig geel licht door.

Het titaantetrachloride is echter eene nagenoeg kleurlooze vloeistof, en het was reeds aan Verdet bekend, dat zij eene negatieve electromagnetische draaiing vertoont. Het eerste onderzoek betreffende negatieve electromagnetische dispersie geschiedde met deze stof, door H. Becquerel. Zijne uitkomsten, uitgedrukt in de draaiing voor de golflengte van D, onder dezelfde omstandigheden, zijn de volgende:

C	D	E	b	F	G	h
0,637	1,000	1,590	1,730	2,271	4,328	5,450.

De grootste waarde der fouten (»erreur maximum") zijn hierbij volgens Becquerel:

voor	C	D	E	b	F	G	h
	0,009	0,006	0,016	0,018	0,018	0,030	0,300.

Deze getallen kunnen zeker niet de grootste fouten beteekenen, die hier kunnen voorkomen. Dit blijkt vooral, als we ze vergelijken met de opgaven van Verdet voor de mogelijke, hoewel niet waar-

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 1877, 12.

(2) Kent men bijv. voor zwavelkoolstof of water de draaiingen voor de stralen C, D, E, F, G, dan heeft het, naar wij meenen, zeer weinig waarde, de draaiing voor eene *hier tusschen* gelegen streep te bepalen. Betreffende ijzerchloride geeft Becquerel de draaiingen voor twee golflengten aan, die elk op eene andere oplossing dier stof betrekking hebben.

schijnlijke waarden der fouten. Voor F en G kunnen de fouten licht 0,040 tot 0,050 zijn, en bij het titaanchloride te meer, omdat vooreerst hier de relatieve draaiing van F en G, ten opzichte van die voor E bijv., grooter is dan die bij de positief draaiende stoffen, welke Verdet onderzocht; en verder omdat de absolute waargenomen draaiing in titaanchloride veel geringer is dan die in zwavelkoolstof en kreosoot; voor E bijv. was de dubbele rotatie slechts 3°58′.

Wat de waarneming voor de streep h betreft, deze kan, zelfs volgens de opgegevene waarde der maximale fout, niet van beslissing zijn voor de keuze eener draaiingsformule, waarvoor H. Becquerel ze gebruikt. Ook de waargenomen draaiing voor G schijnt ons daartoe niet betrouwbaar genoeg. Vooreerst kent Becquerel haar eene maximale fout toe van 0,030, terwijl hij die voor F op 0,018 stelt, hetgeen om bovengenoemde redenen te gering is. Dit doet ons vermoeden, dat de grootste fout voor de streep G, bij deze metingen, lichtelijk 0,060 tot 0,080 mag zijn. Bovendien pleit hiervoor eenigszins de omstandigheid, dat de opgegeven rotatiën voor G en h zeker wel iets te veel afwijken van de kromme lijn, die de waarnemingen voor de overige strepen voorstelt, waarvan men zich spoedig kan overtuigen. De opgaven voor G en h zijn zekerlijk te groot.

Met dit al zijn de waarnemingen voor C, D, E, b, F, van zeer groot belang. Terwijl in de formule voor de positieve draaiing, zooals in zwavelkoolstof en kreosoot, zeker wel de factor $\frac{1}{\lambda^2}$ optreedt, blijkt het namelijk, dat de negatieve draaiing in titaantetrachloride zich eerder door eene formule laat beschrijven, waarin de reciproke *vierde* macht der golflengte een hoofdfactor is. Dit is van gewicht voor de theorie.

Voor de brekingsindices (n) van titaanchloride geeft Becquerel de volgende waarden op:

C	D	E	F	G
1,5948	1,6043	1,6171	1,6293	1,6557

Het jaar 1878 en de beide volgende jaren waren voor de electromagnetische draaiing van het polarisatievlak van groote beteekenis. In 1878 ontdekten Kundt en Röntgen dit verschijnsel in zwavelkoolstofdamp, als ook in zwaveldioxyde en zwavelwaterstof onder verhoogde drukking. Weldra werd het nu ook in andere gassen aangetoond. H. Becquerel bestudeerde daarop de betrekkelijke

mate dier draaiing voor licht van verschillende golflengte (1). Doch daar de golflengten dier stralen, in verband met de gevolgde methode niet scherp konden worden aangegeven, (Becquerel onderscheidt de volgende lichtsoorten: »rood", »geel" (*D*), »wit", »groen", »blauw"), zoo bezitten deze onderzoekingen voor de theorie nog weinig beteekenis.

Hoe belangrijk de ontdekking der electromagnetische draaiing in gassen ook is, heeft de verdere studie van dit verschijnsel voor de theorie nog niet veel opgeleverd.

Zooals wij zullen zien, is de theorie in hare bijzonderheden nog te weinig ontwikkeld, om over iets anders uitspraak te durven doen, dan omtrent de algemeene wetten van Faraday en Verdet, en verder over de dispersie, d. i. de betrekkelijke grootte der draaiing voor licht van verschillende golflengte.

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 1880, (5), 21.

HOOFDSTUK II.

PROEFONDERVINDELIJKE BEPALINGEN, TEVENS VOOR ULTRAVIOLETTE STRALEN.

§ 4. Toestellen en methode in het algemeen.

In den zomer van 1880 vestigde Prof. Buijs-Ballot mijne aandacht op de electromagnetische dispersie der polarisatievlakken, als een onderwerp, waarover wellicht nog belangrijke experimenteele onderzoekingen te doen waren.

Ik trachtte mij zoo spoedig mogelijk op de hoogte der zaak te stellen, en leerde weldra de klassieke onderzoekingen van Verdet kennen, die ik in de vorige § heb genoemd.

Deze strekten zich, zooals we gezien hebben, uit over de stralen C, D, E, F, G, alzoo over dat deel van het zichtbare spectrum, dat door de nauwkeurige methode van Verdet kon worden onderzocht. Ook de belangrijke onderzoekingen van H. Becquerel over het negatief draaiende titaanchloride hadden deze uitgebreidheid.

Ofschoon het nu gemakkelijk ware, van nog verschillende stoffen de electromagnetische dispersie voor het zichtbare spectrum met tamelijke nauwkeurigheid te bepalen, is dit met het oog op de theorie van niet zeer veel belang, als men ten minste niet voor al die verschillende stoffen de brekingsindices tevens heeft bepaald. De brekingsindex, zoowel als de golflengte, vormt in de eindformules, die de verschillende theorieën aangeven, een belangrijken factor. (Zie Hoofdstuk III.)

Het scheen mij echter van meer belang, de kennis der electromagnetische dispersie uit te breiden over een ander gedeelte van het spectrum, waar evenzeer de brekingsindices met nauwkeurigheid waren te bepalen.

In het *ultraviolette* spectrum zijn die indices groot, de golflengten

klein; in de formules voor de draaiing, daarop betrekking hebbende, moeten alzoo voor die grootheden waarden worden gesubstitueerd, welke tamelijk veel afwijken van die voor het »zichtbare" spectrum.

Dit mag dan een zeker voordeel opleveren voor de toetsing der bestaande formules, of voor de constructie van andere.

Het lag nu voor de hand, te beproeven, de onderzoekingen van Verdet over zwavelkoolstof en kreosoot in het ultraviolet uit te breiden. Een voorloopig onderzoek leerde mij echter weldra, dat deze stoffen de ultraviolette stralen sterk absorbeeren.

Daarom moest er naar andere stoffen gezocht worden, die, bij genoegzame doorschijnendheid voor ultraviolet, een niet te gering electromagnetisch draaiingsvermogen mochten bezitten.

Men kon alzoo bijv. nemen: tintetrachloride, anijsolie, steenzout, water, — die alle een redelijk groot draaiingsvermogen bezitten, en als transparent worden opgegeven. (1)

Twee stoffen werden echter tot het onderzoek uitgekozen, n. l. water, en eene zekere soort van glas. Van water is het electromagnetisch draaiingsvermogen ongeveer een derde van dat van zwavelkoolstof; het bedoelde glas draait eenigermate sterker dan water.

Dit glas troffen we aan in het kabinet van het physisch laboratorium der Utrechtsche Universiteit. (2) Het is een vrij groot parallelopipedum van Fresnel, door Dollond geslepen; bij de gegeven dikte bleek het vrij doorschijnend voor ultraviolet. Een der scherpe kanten diende later ter bepaling der brekingsindices.

De index voor de streep E werd bij 18° gevonden = 1,5139, het soortelijk gewicht = 2,46. We zullen dit glas verder »spiegelglas van Dollond" noemen.

Ter bepaling der draaiingen volgden we de methode van Fizeau en Foucault, die we in het vorige hoofdstuk beschreven. Voor de aanvankelijke draaiing gebruikten we, evenals Verdet en H. Becquerel, eene kwartsplaat van één millimeter dikte, die loodrecht op de optische as was geslepen, en het polarisatievlak links draaide. Zij werd tusschen de nicols, vlak bij den analysator geplaatst.

Voor de waarneming van ultraviolette stralen moest de spectroscoop eigenaardig worden ingericht.

Vooreerst moesten de brekende middenstoffen de genoemde stralen

(1) Het bleek ons echter, dat anijsolie voor ultraviolet volstrekt niet zoo doorschijnend is als Edm. Becquerel opgeeft. *Ann. de Chim. et de Phys.* (3), 9.

(2) In een polarisatie-toestel volgens Airy. N°. 442 van den catalogus. Vergelijk *Pogg. Ann.*, Bd. 23.

behoorlijk doorlaten, en ten andere werd een bijzonder oculair vereischt, om hen zichtbaar te maken.

We gebruikten voor het ultraviolet een' gewonen spectroscoop van Steinheil, waarvan het glas door kalkspaath en kwarts werd vervangen.

Het brekende prisma was een gelijkzijdig prisma van kalkspaath, en we gebruikten het gewone spectrum, dat voor deze stof grooter is dan het buitengewone. De optische as liep nagenoeg evenwijdig met de brekende ribben.

Voor den collimator lieten we eene biconvexe lens van kalkspaath maken, met een diameter van 29 mM. en gemiddelde brandpuntsafstand van 25 cM.; zij werd geslepen volgens de optische as.

Als objectief voor den kijker diende eene kwartlens, op het physisch kabinet aanwezig; de brandpuntsafstand hiervan is ongeveer 30 cM., en de optische as staat nagenoeg loodrecht op 't midden der lens.

Het is duidelijk, dat men zulk eene kwartlens voor ons doel niet in den *collimator* kon gebruiken. Want zij zou dan de polarisatievlakken der stralen, die uit den analysator komen, in verschillende mate draaien, en alzoo veroorzaken, dat in het gewone spectrum, dat we gebruiken, en welks polarisatievlak een bepaalden stand heeft, de sterkte der verschillende stralen op ongelijkmatige wijze werd ontbonden, zoodat deze des te meer verduisterd zouden zijn, naarmate het polarisatievlak in het gewone spectrum meer loodrecht stond op dat van die stralen, nadat ze de kwartslens hadden verlaten.

Als objectief van den *kijker* kan de kwartslens in dit opzicht niet hinderen, daar we achter dat objectief geen polariseerend instrument meer aantreffen.

In plaats van eene spleet gebruikten we, bij het onderzoek der draaiing, de brandlijn (*foyer linéaire*) van eene biconvexe cylinderlens van spaath, met focaalafstand = 16 mM. gem., en de optische as volgens de lengte van den cylinder. Hierdoor werd de cylindrische lichtbundel, welks diameter ongev. 11 mM. bedroeg, als hij uit den analysator trad, tot eene lijn geconcentreerd, een maatregel die hier met het oog op de lichtsterkte bepaald noodzakelijk is.

Beschrijven we nu de inrichting van het oculair.

In 1874 maakte Soret een toestel bekend, waardoor het mogelijk is, het ultraviolet op eene zelfde wijze in den spectroscoop waar te nemen als het zichtbare spectrum. (1)

---

(1) *Pogg. Ann. Jubelband; Ann. de Chim. et de Phys.*, 1877, 11.

Hierbij wordt het reëele beeld van het ultraviolette spectrum, dat in den kijker gevormd is, opgevangen op een plaatje van eene fluoresceerende stof, welke die stralen voor ons zichtbaar maakt. Dit beeld wordt alsdan met een gewoon Ramsden's oculair waargenomen.

In fig. 7 is zulk eene inrichting, als wij gebruikten, in ware grootte afgebeeld.

Aan een ring (*C*), die op den kijker wordt geschroefd, is een beugel (*B*) bevestigd, die draaibaar is om eene horizontale as, welke door het midden van den ring gaat, en aan weerszijden bepaald wordt door twee stiften (*s*), die in den ring zijn geschroefd.

In den beugel (*B*) is het oculair (*A*) geplaatst, en hiermede wordt het fluoresceerend plaatje bezien, dat binnen in den ring ter hoogte van de draaiingsas is aangebracht.

De toestel van Soret heeft echter nog eene bijzonderheid, zonder welke de waarneming niet wel mogelijk is.

Zooals men in de figuur ziet, valt de optische as van het oculair niet samen met de as van den kijker; het oculair is eenigermate opwaarts gekanteld.

Onderstellen we, dat de kijker op het ultraviolet is gericht, en dat het fluoresceerend plaatje in werking is. Wanneer we nu het oculair op de gewone wijze recht vóór het gevormde beeld plaatsen, zoodat de optische assen van het oculair en van den kijker samenvallen, dan krijgen we nog te veel diffuus licht op directe wijze in het oog, om iets van het betrekkelijk zwakkere fluorescentie-licht te bemerken.

Zoodra we nu echter het oculair eenigermate opwaarts kantelen, zoodat we tegen den donkeren binnenwand van den kijker viseeren, treedt dat diffuse licht niet meer in het oog, en verschijnt het fluorescentie-spectrum in volle helderheid. Het bewustzijn, dat hier een nieuw gebied aan nauwkeurig onderzoek kan worden onderworpen, maakt voor den waarnemer dit plotseling zichtbaar worden dier stralen tot een der treffendste verschijnselen uit de natuurkunde.

Reeds vroeger had men beproefd, het ultraviolet door fluorescentie in den spectroscoop waar te nemen. Doch men plaatste steeds het oculair recht vóór den kijker. Het »fluorescentie-oculair" van Soret maakt eerst eene veelzijdige spectroscopische studie van het ultraviolet mogelijk.

Verschillende onderzoekers, als Soret, Sarasin, Cornu, hebben reeds met dit toestel gewerkt.

Als fluoresceerende stoffen kan men het best gebruiken uraanglas,

en eene gefiltreerde oplossing van aesculine. Laatstgenoemde, evenals andere fluoresceerende vloeistoffen brengt men tusschen twee dunne glazen plaatjes in een' toestel, die in fig. 8 is afgebeeld.

In een bus p, met cirkelvormige opening, passen twee glazen plaatjes, g en g, waartusschen men een' koperen ring r legt om hen vaneen te houden; bovendien kan er in p nog eene andere bus q worden geschroefd, die met eene diaphragmaopening van 12 mM. diam. is voorzien.

Men plaatst nu de bus q horizontaal, met het diaphragma naar boven, en legt er een glazen plaatje g op, en daarop weder den ring r. Nu vult men de opening van den ring met de oplossing, tot deze een' bollen meniscus toont, waarna men de tweede glasplaat daarop legt. Na de vloeistof, die zich buitenom vertoont, weggenomen te hebben, schroeft men de bus p op q, waarna de toestel op de plaat van den ring C van fig. 7 wordt geschroefd.

Deze inrichting is iets eenvoudiger dan die, welke Soret aangeeft, en is geheel voldoende.

Het diaphragma in de bus q moet bepaald scherpe kanten hebben, daar er op vlakke kanten eene hier zeer hinderlijke terugkaatsing van licht ontstaat. De as, waarom het oculair kantelt, behoort door de achterzijde van het fluoresceerend plaatje te gaan.

Zooals ze is afgebeeld, is de inrichting uitgevoerd door Olland. De drukschroef, door welke bij Soret de beugel met het oculair op een bepaalde helling moest worden vastgesteld, is vervangen door twee ringveeren v, welke op de assen zijn geplaatst, en die door wrijving het oculair elken stand, dien men er aan geeft, doen behouden.

De beste dikte der fluoresceerende plaat bleek ons, na vergelijking, één halve millimeter, zooals reeds door Soret was gevonden.

Onder de stoffen, die hij gebruikt had, noemde Soret de fluoresceine niet. We hadden veel verwachting van deze hevig fluoresceerende stof, doch waren teleurgesteld, toen wij ze met het oculair beschouwden; hare fluorescentie wordt vooral opgewekt door de blauwe stralen, zooals dit dikwijls het geval is, doch het ultraviolet maakt deze stof zeer weinig lichtgevend. In dit opzicht staat ze zelfs achter bij chininesulfaat. Het best bevonden we ons bij de aesculine-oplossing.

De verschillende stoffen, die het ultraviolet door fluorescentie zichtbaar maken, vertoonen in die stralen ongeveer dezelfde tint, die zoowel grijs, blauw, als groen te noemen is, en die aan Herschel en Stokes reeds bekend was: het lavendel-grijs.

In de volgende §§, als we over de waarnemingen zelve spreken, komen we op het fluorescentie-oculair terug.

Beschrijven we thans de overige toestellen.

Als polarisator en analysator dienden ons twee nicolsche prisma's.

Het gebruik van een kalkspaath-prisma in den spectroscoop (zie boven) maakt het noodzakelijk, dat men de draaiing met den polarisator meet, en den analysator een' vasten stand laat behouden. Men moet het natuurlijk met het oog op de lichtsterkte trachten te verkrijgen, dat het polarisatievlak der stralen, die door den analysator op het prisma vallen, evenwijdig is met het polarisatievlak van het spectrum dat men gebruikt. Nu heeft in het kalkspaathprisma het polarisatievlak van elk der beide spectra een' bepaalden stand, waardoor het wenschelijk is, dat het polarisatievlak der stralen, die den spectroscoop binnentreden, ook een' vasten stand heeft.

Ter onderzoeking van het zichtbare spectrum werd de genoemde spectroscoop vervangen door een »automatic universal" spectroscoop van Browning, met zes prisma's van flint en dispersief-vermogen van twaalf prisma's. Hiervan gebruikten we er slechts één, waarmede we dan, door reflectie, zooals het in die spectroscopen geschiedt, eene dispersie van twee prisma's verkregen.

Vóór den collimator van dezen spectroscoop plaatsten we eene biconvexe cylindrische lens van Duboscq, welke zoo geslepen is, dat de twee convexe cylindervlakten elkander loodrecht kruisen, waardoor eene convergentie van den lichtbundel in horizontalen en in verticalen zin ontstaat. De afstand van de (verticale) brandlijn, die we op de spleet brachten, gemeten tot het midden der lens, is ongev. 32 mM.

De electromagnetische draaiingen werden steeds met zonlicht bestudeerd. Als heliostaat diende eene gewone porte-lumière, die door een persoon met de hand aanhoudend en met vrij groote nauwkeurigheid zoo gericht werd, dat de binnentredende lichtbundel denzelfden stand hield, hetgeen mogelijk werd gemaakt, door dat door den persoon, op een' afstand van meer dan drie meters van de porte-lumière, eene cirkelvormige lichtvlak kon worden waargenomen, die op eene opening van een daar aanwezig diaphragma moest worden gebracht.

Van de spiegels, die we beproefden, voldeden het best een zilveren spiegel, door Olland vervaardigd, en een zekere spiegel van verfoelied glas. Niettegenstaande de laatste zekere dikte heeft, bleek hij voor het ultraviolet voldoende, en dit zeker wel, daar hij een weinig cylindrisch is, zoodat de beschrijvende lijn der vlakte evenwijdig

loopt met de breedterichting van den spiegel. Hierdoor onderging de lichtbundel, die op een' afstand van vijf meters van de lichtopening in den spectroscoop trad, eenige concentratie.

Gemakkelijk werden in het fluorescentie-oculair de strepen tot voorbij S waargenomen.

Bij de waarneming betreffende draaiing van het polarisatievlak van ultraviolette stralen volgens de gebruikte methode, is het noodig, dat het in de werkkamer zoo duister mogelijk is. Hierbij moet men vooral diffuse terugkaatsing op allerlei voorwerpen vermijden; reeds bij het binnentreden van den lichtbundel in de kamer verspreidt zich een diffuus licht naar alle zijden. Deze verschijnselen moeten door lichtkokers en diaphragma's worden opgeheven.

Nu is het tevens wenschelijk, dat het in den spectroscoop tredende licht zoo sterk mogelijk is. Dit maakt, dat men de opening van het diaphragma voor den heliostaat veel grooter moet nemen dan de doorsnede van den lichtbundel, die in den spectroscoop treedt. Onderstellen we bijv., dat we voor den spiegel, die het zonlicht in de kamer brengt, een diaphragma met eene opening van 4 cM. diam. hebben geplaatst; dan is het midden van het lichtbeeld, dat we op een scherm opvangen, dat een paar meters van de lichtopening verwijderd is, niet volkomen wit meer; eerst wanneer de opening veel grooter is, is het licht onverzwakt.

Het best bereikten we ons doel, door achter elkander steeds kleinere diaphragma's op te stellen.

Het diaphragma vóór den spiegel had eene opening van 92 mM. diameter. Op de bus van de porte-lumière was een van binnen zwart gemaakte lichtkoker van 1,45 meter lengte geplaatst, die aan het einde met een diaphragma van 80 mM. diameter was voorzien. Op een' afstand van 2,48 meters trof de lichtbundel een vrij staand diaphragma van 39 mM. diam. aan, en iets verder, n. l. op 3 meters afstand van de porte-lumière een tweede staand diaphragma van 25 mM. diam.

Daarna trad het licht in den polarisator, en alzoo in den optischen toestel, die, zonder spectroscoop, eene lengte van ongeveer 1,40 meter had.

De polariseerende nicol had een diaphragma van 18 mM. (1) De weekijzeren ringen, die de poolvlakten van den electromagneet vorm-

(1) Dit prisma, dat in verband met de geheele inrichting vrij groot moest zijn, had eene gemiddelde lengte van 9 cM., en een grooten diagonaal van 6 cM. We hebben het gebruik hiervan te danken aan de welwillendheid van den heer P. J. Kipp, te Delft.

den, hadden openingen van 11,5 mM. diam., terwijl de analyseerende nicol zich bevond tusschen diaphragma's van 11 mM. diameter.

Door deze inrichting gelukte het ons, niettegenstaande den vrij langen lichtstraal, bij voldoende afsluiting van hinderlijk diffuus licht, een lichtbundel van onverminderde sterkte op den cylinderlens vóór den spectroscoop te verkrijgen.

De electromagneet was een gewoon model van Ruhmkorff, de lengte der klossen = 21 cM., de diameter = 15,5 cM., de dikte van den draad = $2\frac{3}{4}$ mM., wijdte van het cylindrische gat voor den lichtstraal = 24 mM., dikte van de ijzeren kernen = 83 mM. Op de week ijzeren kernen werden de bovengenoemde ringvormige armaturen geschroefd, die door Verdet zijn ingevoerd.

De stroom werd geleverd door eene dynamo-electrische machine van Gramme (Breguet), welke voor een sterk koollicht ongeveer $2\frac{1}{2}$ paardekracht noodig heeft. Zij werd gedreven door een' horizontalen gasmotor van Otto, van 4 paardekracht, en maakte bijna 900 omwentelingen per minuut.

De betrekkelijke sterkte der magneetkracht werd, evenals bij de onderzoekingen van Verdet, gemeten door den electromagneet uit de verte op een opgehangen magneet te laten werken. Dit was een kleine ringvormige magneet van Edelmann, die op een' afstand van 4,34 meter van het midden van het magnetisch veld was opgehangen, en waarvan de afwijking werd gemeten door spiegelaflezing; de schaal was 3,23 meters van den afwijkingsmagneet verwijderd.

In de volgende §§ willen we thans enkele bijzonderheden omtrent de meting der draaiingen en der indices vermelden, alsmede de voornaamste resultaten, die we in den zomer van 1881 op het physisch laboratorium der universiteit te Utrecht verkregen.

§ 5. De draaiingen.

De methode van waarneming voor de electromagnetische draaiingen in het zichtbare spectrum verschilde in hoofdzaak niet van die van Verdet, terwijl we echter steeds, evenals in 't ultraviolet, eene kwartsplaat van 1 mM. dikte, loodrecht op de as geslepen, tusschen de nicols, nabij den analysator plaatsten.

Daarbij namen we ook altijd »enkele" draaiing waar, geene »dubbele", en keerden we dus de richting van den stroom niet om. Telkens werd dus eene waarneming zonder den stroom, en daarna eene met den stroom verricht. De reden hiervan was eenvoudig, dat de electromagneet door den sterken stroom weldra zeer verwarmd

werd, en het dus beter was, hem afwisselend, dan wel aanhoudend te laten werken. Een knop ter sluiting en afbreking van den stroom was in de onmiddellijke nabijheid van den waarnemer geplaatst, als hij voor den spectroscoop gezeten was.

De polarisator en de analysator waren op afzonderlijk staande supporten gesteld, die met stelschroeven en luchtbelniveau's waren voorzien.

De cirkel van den polarisator, die afgelezen moest worden, gaf met nonius een hoek van 10 secunden aan, alzoo eene waarde, die kleiner is dan de fout der waarneming, welke, tengevolge van onjuiste instelling van den zwarten band in het spectrum, zooals wij zagen bij Verdet tot zelfs 10′ kon bedragen. (1)

Een koperen as van ongeveer 1,10 meter liep van het support van den polarisator naar dat van den analysator, aan de zijde van den polarisator droeg zij een rondsel, van de zijde van den analysator een knop, waardoor de waarnemer den polarisator kon draaien.

De stralen van het zichtbare spectrum, voor welke wij de draaiingen maten, beantwoorden aan de strepen C, D, E, b, F, G van Fraunhofer. Ook beproefden we de draaiing van h te meten, doch bleken ons de fouten, die zich daarbij voordeden, te groot, om eenige waarde aan de uitkomsten toe te schrijven. Het optreden van den zwarten band in die uiterste en duistere streek van het zichtbare spectrum maakt eene eenigszins nauwkeurige meting onmogelijk, en we zagen dan ook reeds in § 3, hoe H. Becquerel voor het resultaat met betrekking tot die streep, fouten aangeeft, zoo groot, dat de waarde der uitkomst vervalt. Niettemin schijnt ons eene betere waarneming voor draaiingen in die streek van het spectrum mogelijk, als men eene eenigszins dikkere kwartsplaat gebruikt, waardoor de snelheid van den zwarten band wel eenigermate vermindert, doch hier de lichtsterkte zeer zal vermeerderen.

Het ultraviolette spectrum beschouwden we, zooals in de vorige § werd medegedeeld, door een fluorescentie-oculair. In figuur 11 vindt men eene afbeelding van dit spectrum, zooals het zich ongeveer voordoet, wanneer het door de »gewone" stralen van het kalkspaathprisma worden gevormd.

Omstreeks de streep O vermindert de sterkte van het spectrum

---

(1) Het gebruik van dezen cirkel, welken we met den heer Olland monteerden, hebben we te danken aan de welwillendheid van Prof. Oudemans, directeur der sterrenwacht te Utrecht. Het is een verticale cirkel van een universaal-instrument van Dollond.

zoozeer, dat het ons ondoenlijk scheen, de electromagnetische draaiing door de genoemde methode verder te meten dan tot N.

Terwijl echter bij de strepen H_1 en H_2 de fluorescentie vrij intensief is, konden we ook hier geene draaiing meten, daar de betrekkelijke dikte en zwaarte dier strepen een belangrijk optisch bedrog veroorzaakt.

Alzoo besloten wij, in het ultraviolet alleen draaiingen voor M en N waar te nemen. De betrekkelijke kleinheid der golflengten, doch vooral de grootte der indices van deze stralen, laten het belang dezer waarnemingen voor de theorie, zooals dit in de vorige § werd opgemerkt, genoegzaam uitkomen.

Bij het gebruik van het fluorescentie-oculair is het van belang, op te merken, dat alle binnenwanden, die dit toelaten, bedekt moeten zijn met lampzwart. Men moet hierbij alle diffuse terugkaatsing zooveel mogelijk vermijden.

De kruisdraden van het oculair moesten, naar het ons toescheen, van eenigszins afwijkenden vorm zijn. Soret bracht kruisstrepen aan op het eene der beide glasplaatjes, tusschen welke de fluoresceerende vloeistof zich bevond. De op glas gekraste strepen schenen ons niet duidelijk, niet sterk genoeg toe. Gebruikt men een plaatje uraanglas, dan is het gemakkelijk, aan de achterzijde (die, waarop het licht valt) metalen kruisdraden aan te brengen, die met lampzwart worden bedekt.

Zulk een plaatje uraanglas van $\frac{1}{2}$ mM. dikte is zeer goed te gebruiken voorbij de streep N, niet evenwel tusschen N en H, daar in deze streek de fluorescentie van dat glas onbeduidend is, zooals Soret opmerkt. Wij bedienden ons steeds van de aesculine-oplossing.

Plaatst men, bij het gebruik dezer oplossing, zulke metalen kruisdraden tegen de achterzijde van het glasplaatje, dat het dichtst bij de lichtbron staat, dan kan er door de dikte van het glas parallaxe ontstaan tusschen de kruisdraden en de strepen van het spectrum. Zeer dunne glasplaten konden deze misschien wel opheffen, doch het is practisch, niet te dunne plasplaten te gebruiken, omdat deze bij de behandeling te lichter breken, daar men elken dag, en soms tweemaal per dag, de aesculine-oplossing moet ververschen.

Aan de binnenzijde van het reservoir voor de aesculine, alzoo in de vloeistof zelf, kunnen we de zeer dunne metalen kruisdraden evenmin gebruiken; gedurig zouden ze met het vullen van het reservoir breken, en bovendien zouden zich lichtelijk zeer kleine luchtbellen plaatsen onder in de ruimten tusschen de cylindrische draden en de glazen platen; en de aanwezigheid van luchtbellen in de vloeistof

moet men zorgvuldig vermijden, zij veroorzaken door totale reflectie een sterk optisch bedrog, dat elke nauwkeurige instelling onmogelijk maakt.

Het beste bevonden we ons bij de volgende inrichting. De beide glazen platen, waartusschen de vloeistof bevat is, worden van een gehouden door een koperen ring van $\frac{1}{2}$ mM. dikte. (fig. 8, *r*). In de opening van dezen ring werd een koperen plaatje van $\frac{1}{4}$ mM. dikte gesoldeerd, zoodat er aan de voorzijde nog eene ruimte van $\frac{1}{4}$ mM. dikte overbleef voor de vloeistof. In dit plaatje was eene *V*-vormige opening gesneden, (zie fig. 9) waarvan de kanten aan de voorzijde mesvormig waren afgewerkt, zoodat zij met de scherpe sneden tegen het achterste glasplaatje konden liggen. Deze scherpe kanten der *V*-vormige opening dienden nu bij de bepaling der draaiingen als kruisdraad. Blijkbaar lagen zij in hetzelfde vlak, waar, bij fluorescentie, de fraunhofersche strepen zich vormden, zoodat er ook geene parallaxe kon plaats hebben. Na verschillende vormen van plaatjes, alsmede mica-plaatjes met kruisstrepen, beproefd te hebben, kwamen we tot deze inrichting, waarmede wij zeer constante waarnemingen verkregen.

Het Ramsden's oculair, dat vóór de fluoresceerende stof werd geplaatst, (zie fig. 7, A) toonde eene $3\frac{3}{4}$-malige vergrooting.

Bij de waarneming der draaiingen in het ultraviolet is het nog van groot belang, het kalkspaathprisma zóó te plaatsen, dat de strepen van het spectrum zoo scherp mogelijk zijn. Deze stand beantwoordt niet aan de minimale afwijking.

Staat het prisma op minimale afwijking, dan moet men het (van boven bezien) nog een weinig rechtsom draaien, als de waarnemer zoo geplaatst is, dat hij, bij gewone inrichting van den spectrocoop met één prisma, de lichtbron aan zijne linkerhand heeft.

Stralen van de grootste breekbaarheid, zooals die van het uiterste zinkspectrum, verkregen door een gecondenseerde inductievonk te laten overgaan tusschen zinkpolen (bijv. $\lambda = 20{,}6$) zijn veel moeilijker te zien onder minimale afwijking dan bij een' anderen bepaalden stand van het prisma.

De collimatorlens van kalkspaath veroorzaakt in 't algemeen twee beelden van het gewone spectrum in het oculair. Deze beelden hebben een vrij groot verschil in afstand tot de lens. Men kan dus de buis met het oculair uitschuiven tot men één dier beide beelden scherp ziet; alsdan valt het andere nagenoeg niet in het oog. Brengt men echter door draaiing van den polarisator den zwarten band in het veld, dan vertoont die zich natuurlijk in de beide beelden; en

ofschoon het eene beeld onder de gewone omstandigheden bijna niet zichtbaar is, doet zich de nu intredende plaatselijke verduistering min of meer duidelijk erkennen.

Daar nu de gelijknamige strepen in beide beelden volstrekt niet op dezelfde plaats in het gezichtsveld liggen, zoo is dit ook het geval met beide zwarte banden; deze vallen niet volkomen op elkander. Dit maakt, dat men het midden van dien zwarten band, waarop men viseert, niet op de juiste plaats schat. (1)

Hierom is het noodig, dat het beeld, hetwelk men niet bestudeert, volkomen verduisterd is. Men verwezenlijkt deze voorwaarde op de volgende wijze.

Men neemt den polariseerenden nicol, alsmede de collimatorlens weg, en zendt nu een' bundel niet-gepolariseerd licht volgens de as van den optischen toestel. Nu draait men den analysator, totdat het gewone spectrum, dat men, na den kijker opzij gedraaid te hebben, op een scherm opvangt, zoo helder mogelijk, en het buitengewone spectrum uitgedoofd is. In dezen stand laat men voortaan den analysator.

Daarop brengt men de collimatorlens, welke volgens hare optische as geslepen is, op hare plaats. Zij geeft op het scherm twee beelden van het spectrum, die gedeeltelijk op elkander vallen, doch goed van elkander te onderscheiden zijn. Men draait nu de lens om de as van den kijker, door hare montuur in den schroefdraad te bewegen, totdat het eene beeld is uitgedoofd. In dezen stand blijft de collimatorlens voortaan.

Nu kan men den polarisator weder op zijne plaats brengen, en de toestel is voor het gebruik gereed.

Onmiddellijk boven de stoffen, die tusschen de magneetpolen waren geplaatst, bevond zich het reservoir van een' thermometer, welke alzoo ongeveer de temperatuur der proef aangaf. Men weet overigens, dat de temperatuur als een zeer onbeduidende factor bij de electromagnetische draaiing optreedt, zoodat zelfs sommige onderzoekers (Lüdtge, Bichat) tot eene zeer kleine vermindering der draaiing bij toename der temperatuur meenden te mogen besluiten, andere daarentegen (Matteucci, Joubert) eene geringe vermeerdering aannemen. In verband met de opgaven dier waarnemers blijkt dan ook, dat een temperatuursverschil van zelfs 10° een verschil in draaiing zou kunnen veroorzaken, veel kleiner dan de waarnemingsfout.

(1) Eene afzonderlijke meting leerde ons, dat hierdoor fouten kunnen ontstaan van meer dan één graad.

Gedurende de proeven werd herhaaldelijk de stand van het beeld der schaal in den spiegel van den afwijkingsmagneet afgelezen, zooals die zich voordeed, terwijl de stroom al of niet gesloten was. (1)

De draaiingen betreffende de kleinere golflengten, zullen, naar het ons toeschijnt, altijd een weinig te groot zijn opgegeven, al is dit verschil ook niet meer dan een paar minuten. Dit ligt, naar wij meenen, in den aard der gevolgde methode, en moet dan ook betrekking hebben op de waarnemingen van Verdet. Het komt hierop neer.

Stellen we een »normaal" spectrum, met de stralen van kleinere golflengte naar rechts gelegen, en zij hierin op de beschrevene wijze door electromagnetische draaiing een zwarte band te voorschijn gebracht. Men zal licht erkennen, dat het donkerste deel van den band niet in zijn midden, doch een weinig naar rechts ligt: daar n. l. de draaiing zeer sterk toeneemt met het kleiner worden der golflengte, wijken de polarisatievlakken van de stralen aan de rechterzijde van de duisterste plaats meer af van de loodlijn op het polarisatievlak van den analysator, dan die van de stralen aan de linkerzijde, en dus worden die stralen rechts minder uitgedoofd; de verduistering neemt naar rechts sneller af dan naar links.

Nu moet men, bij de besproken proeven, eigenlijk op het donkerste deel viseeren, doch men brengt vanzelf een deel op den kruisdraad, dat meer naar 't midden van den band, alzoo naar links ligt. Men meet dus eigenlijk de draaiing betreffende die duisterste plaats, die nu rechts van den kruisdraad is gelegen, en schrijft deze gevonden draaiing (die op eene kleinere golflengte betrekking heeft) toe aan den straal, dien men op den kruisdraad heeft. Dus geeft men voor dezen eene te groote draaiing op. Dit verschil zal nog eenigermate vergrooten door het gebruik van eene kwartplaat.

Hebben we nu niet een normaal doch een prismatisch spectrum, en volgt hierin de dioptrische dispersie ongeveer dezelfde wet als de dispersie der polarisatievlakken, dan kan het verschil nagenoeg zijn

---

(1) Men kan, door een weerstand in den stroom te voegen, maken dat een verschil in de afwijking van het beeld der schaal ontstaat, iets grooter dan dit door de veranderingen van den stroom uit zich zelf kan voorkomen. Zij dan die afwijking $= m$, het verschil door den weerstand veroorzaakt $= \Delta m$. Wanneer men dan eerst voor zekere fraunhofersche streep eene draaiing vond $= \rho$ en later een verschil in draaiing waarnam $= \Delta \rho$, dan kan men zich licht overtuigen, of $\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta \rho}{\rho}$ en of ook binnen die grenzen aan zulk eene betrekking voldaan wordt. In dit geval laten zich door eene eenvoudige berekening de waarnemingen voor de andere strepen terugbrengen tot waarnemingen bij dezelfde magnetische kracht.

opgeheven; het blijft echter in positieven zin bestaan, zoolang de draaiingsdispersie sterker toeneemt met het kleiner worden der golflengten dan de dioptrische; en dit is zeker wel het geval als men een kalkspaathprisma gebruikt, daar de toename der dioptrische dispersie hierbij in het ultraviolet niet zeer groot is (veel kleiner bijv. dan die bij een kwartsprisma), en zeker niet zoo sterk is bij kleinere golflengten als de draaiingsdispersie in eene kwartsplaat.

Het genoemde verschil moet ook bij de metingen van Verdet optreden, want de draaiingsdispersie in zwavelkoolstof en in kreosoot neemt bij kleinere golflengten zeker sterker toe dan de dioptrische dispersie in het flintglas van den gebruikten spectroscoop.

Al is het verschil zelve, zooals men kan nagaan, kleiner dan de waarnemingsfout, zoo maakt het toch, dat de opgegeven draaiingen voor kleinere golflengten lichtelijk een paar minuten te groot zijn.

Thans zullen we de waarschijnlijkste waarden der electromagnetische draaiingen van water en spiegelglas van Dollond opgeven. Voor het zichtbare spectrum had Verdet reeds eenige benaderende waarden betreffende water gevonden; de opgegeven draaiing voor de streep *C*, in water, is aan Verdet ontleend.

De lengte van den weg, dien het licht in 't spiegelglas doorliep, is 26,4 mM., de lengte van den waterkolom 89,8 mM. De buis waarin zich het water bevond, was gesloten met vlakke glasplaten van 1 mM. dikte, welker electromagnetische draaiing afzonderlijk werd in rekening gebracht.

In het geheel werden er voor de meting van draaiingen, in de de maanden Juli, Augustus en September, een zevenhonderdtal instellingen verricht.

De temperatuur wisselde af van 18° tot 26° Cels., een verschil van geene beteekenis, volgens hetgeen boven is opgemerkt.

De tweede regels dezer beide tabellen bevatten de betrekkelijke draaiingen, waarbij de draaiing voor *E* als eenheid is aangenomen.

Electromagnetische draaiing in spiegelglas van Dollond.

C	*D*	*E*	*b*	*F*	*G*	*M*	*N*
4°14′	5°18′	6°43′	6°59′	8°3′	10°34′	14°58′	16°30′
0,630	0,789	1,000	1,040	1,199	1,573	2,231	2,457.

Electromagnetische draaiing in water.

C	*D*	*E*	*F*	*G*	*M*	*N*
»	4°19′	5°13′	6°13′	8°8′	11°20′	12°28′
0,630	0,795	1,000	1,192	1,559	2,172	2,389.

Evenmin als bij de waarnemingen van Verdet en Becquerel zijn hier de laatste cijfers volkomen vertrouwbaar. Zooals we in § 3 zagen, konden de waarnemingsfouten in de opgegeven dispersiegetallen voor de streep G, bij zwavelkoolstof en kreosoot, een verschil opleveren van 0,040 tot zelfs iets meer dan 0,050, hetgeen dan aan het ongunstigste geval beantwoordde; voor de stralen in de helderste streken van het spectrum zijn de grootst mogelijke fouten minder. Blijkbaar is hare grootte niet volkomen aan te geven. In verband met de afwijking der waarnemingen, stellen we de grootst mogelijke fouten, die er in de hierboven opgegeven dispersie-getallen (de tweede regels) kunnen voorkomen, gelijk aan 0,012 voor de strepen D, E, b; voor F gelijk 0,018; verder 0,020 en 0,025 voor C en G, en eindelijk 0,050 hoogstens voor M en N. Voor laatstgenoemde strepen zal, zooals van zelf spreekt, de maximale fout grooter moeten zijn dan voor de stralen van het zichtbare spectrum. Niettemin zijn deze waarnemingen zeker nauwkeurig genoeg, om van belang te zijn voor de theorie.

§ 6. De brekingsindices.

De brekingsindices der beide onderzochte stoffen, water en spiegelglas, werden bepaald volgens de methode der minimale afwijking.

Het stuk glas, een parallelopipedum van Fresnel, had twee brekende kanten van ruim 54°, die voor zulk een onderzoek zeer goed waren afgewerkt. Het water was bevat in de cylindrische holte van een gelijkzijdig glazen prisma, uit één stuk geslepen; de straal der holte was 12,5 mM. (1) De elliptische openingen in de brekende vlakken werden gesloten met vlakke glazen platen van 1 mM. dikte, die er met eene oplossing van schellak in alcohol op werden bevestigd. Eene dergelijke sluiting, waarbij de platen met eene oplossing van gom en suiker op 't prisma werden bevestigd, was reeds door Verdet bij zijn onderzoek over zwavelkoolstof en kreosoot verkozen boven de gewone wijze van sluiting door middel eener kleminrichting.

De spectroscoop, dien we voor de draaiingen in 't ultraviolet gebruikten, diende tevens tot spectrometer. Hiertoe was hij voorzien van een' cirkel met noniusaflezing tot 10 secunden, welke eene schatting tot op 5 secunden toeliet. Drie alhidaden dienden tot eliminatie der excentriciteit. (2)

(1) Dit prisma, dat uitstekend is afgewerkt, verkregen we, evenals de buizen waarmede de draaiing in vloeistoffen kon worden onderzocht, van den heer Holsboer, instrumentmaker te Arnhem.

(2) Ook van dezen cirkel hebben we het gebruik aan Prof. Oudemans te danken; het is de horizontale cirkel van het altazimuth van Dollond.

Deze toestel, waaraan wij veel zorg besteedden, mochten we, in gemeenschap met den heer Olland, zoo goed construeeren, dat hij in alle opzichten aan de vereischten voldeed, zoodat er geene wringing in het stelsel aanwezig was, en de excentriciteitsfouten op dezelfde plaatsen van den cirkel steeds constant werden bevonden.

In het ultraviolet gebruikten we in plaats van kruisdraden eene inrichting, overeenkomende met die welke boven, bij het onderzoek over de draaiingen is beschreven, behalve dat we hier eene dubbele *V*-vormige opening aanbrachten. (Zie fig. 10.)

Van water behoefden we de indices voor het zichtbare spectrum niet te bepalen, wij bepaalden er toch twee van, n. l. die voor *F* en voor *H*, om deze dan te vergelijken met de bekende uitkomsten.

De hoeken der prisma's werden gemeten volgens de methode, die ten grondslag ligt aan den goniometer van Babinet. Dit kon niet geschikt door middel van den spectrometer geschieden, die slechts voor het meten van deviatiën was ingericht. De prisma's werden geplaatst op een universaalinstrument van Repsold; op een' afstand van eenige meters werden nu een lichtspleet en een kijker met kruisdraden opgesteld, en de meting geschiedde volgens de genoemde methode met zeer groote nauwkeurigheid. De uitkomsten dezer metingen zijn de volgende:

hoek van het hol prisma met water $= 60°4'41''$

brekende hoek van het parallelop. van spiegelglas $= 54°20'20''$.

Wij willen nu de uitkomsten van de metingen der indices vermelden, die ook in Juli, Augs. en Sept. 1881 werden verricht. Noemen we de indices n, de minimale afwijking δ, den brekenden hoek α, dan heeft men, gelijk bekend is, ter toepassing der methode van Fraunhofer:

$$n = \frac{\sin\frac{\alpha + \delta}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

Spiegelglas van Dollond, *bij* 18° *Cels.*

$$\alpha = 54°\ 20'\ 20''$$

$\delta C = 32°\ 43'\ 8''$	$nC = 1{,}5083$
$\delta D = 32°\ 53'\ 58''$	$nD = 1{,}5108$
$\delta E = 33°\ 7'\ 18''$	$nE = 1{,}5139$
$\delta b = 33°\ 10'\ 23''$	$nb = 1{,}5146$

$\delta F = 33° 19' 43''$	$nF = 1{,}5167$
$\delta G = 33° 41' 58''$	$nG = 1{,}5218$
$\delta H_1 = 34° 1' 8''$	$nH_1 = 1{,}5262$
$\delta M = 34° 17' 20''$	$nM = 1{,}5299$
$\delta N = 34° 30' 48''$	$nN = 1{,}5330.$

Met H_1 is de minst breekbare der H-strepen bedoeld.

Water, bij 18°,8 *Cels.*

$$\alpha = 60°4'41''.$$

$\delta F = 23° 59' 52''$	$nF = 1{,}33767$
$\delta H_1 = 24° 29' 17''$	$nH_1 = 1{,}34401$
$\delta M = 24° 40' 56''$	$nM = 1{,}34651$
$\delta N = 24° 50' 17''$	$nN = 1{,}34852.$

Zooals men kan zien, zijn de waarden van nF en nH_1 gelegen tusschen die, welke Van der Willigen en Fraunhofer opgeven. Vergel. bijv. Wüllner »*Experimentalphysik*", Bd. II, p. 134, edit. 1875; die waarden hebben ook op andere temperaturen betrekking.

Nu wenschten we de indices voor het zichtbare spectrum over te nemen van Wüllner (»*Experimentalphysik*", Bd. II, p. 142); en in dat stelsel vinden we voor nF en nH_1 opgegeven:

$$nF = 1{,}33720$$
$$nH_1 = 1{,}34353. \quad \lfloor 0$$

We brachten nu zoo goed mogelijk door middel van verschillen, de waarnemingen voor nM en nN tot het stelsel van Wüllner terug, en verkregen

$$nF = 1{,}33720$$
$$nH_1 = 1{,}34360 \quad \lfloor 5$$
$$nM = 1{,}34599$$
$$nN = 1{,}34804.$$

Om de verkregen indices in de golflengten uit te drukken, werden de constanten bepaald naar de formule van Cauchy.

Voor water voldoet, zooals bekend is, de formule

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

genoegzaam; voor het spiegelglas moesten we drie constanten in rekening nemen:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}.$$

Hier volgt een vergelijkend overzicht van waarneming en berekening, waarbij we de bekende indices van het *zichtbare* spectrum voor *water* aan Wüllner ontleenen. De golflengte zijn uitgedrukt in honderdduizendste-millimeters; we rekenden de volgende waarden (in vacuo):

$\lambda C = 65{,}63$	$\lambda F = 48{,}61$
$\lambda D = 58{,}93$	$\lambda G = 43{,}07$
$\lambda E = 52{,}70$	$\lambda H_1 = 39{,}67$
$\lambda b = 51{,}68$	$\lambda M = 37{,}29$

$$\lambda N = 35{,}80.$$

Men weet overigens, dat het vierde cijfer der golflengten niet vaststaat.

Brekingsindices van Spiegelglas van Dollond.

$$A = 1{,}49885$$
$$\log B = 1{,}60446$$
$$\log C = 3{,}65378.$$

	Waarnem.	Berekend.	Verschil.
C	1,5083	1,5084	—0,0001
D	1,5108	4,5108	0
E	1,5139	1,5139	0
b	1,5146	1,5145	+0,0001
F	1,5167	1,5167	0
G	1,5218	1,5218	0
H_1	1,5262	1,5262	0
M	1,5299	1,5301	—0,0002
N	1,5330	1,5330	0.

Brekingsindices van Water.

$A = 1{,}32410$
$\log B = 1{,}48658$

	Waarnem.	Berekend.	Verschil.
C	1,33122	1,33122	0
D	1,33307	1,33293	+0,00014
E	1,33527	1,33514	+0,00013
F	1,33720	1,33708	+0,00012
G	1,34063	1,34063	0
H_1	1,34350	1,34358	—0,00008
M	1,34599	1,34615	—0,00016
N	1,34804	1,34802	+0,00002.

De overeenkomst tusschen waarneming en berekening blijkt geheel voldoende, om de opgegeven indices te kunnen gebruiken voor de theorie der electromagnetische draaiing.

Alzoo hebben we het fluorescentie-oculair met goeden uitslag ook voor brekingsindices van ultraviolette stralen kunnen gebruiken. Hierbij maten we slechts die van M en N, omdat hier voor ons de indices slechts van belang zijn met het oog op de waargenomen draaiingen. Het zou niet moeilijk zijn, met het fluorescentie-oculair de indices te bepalen van de strepen tot S en T toe, evenals dit instrument nog vele bepalingen mogelijk maakt omtrent absorbtie en fluorescentie.

HOOFDSTUK III.

THEORIEËN VAN HET VERSCHIJNSEL.

§ 7. Faraday's meening. Vergelijkingen van Airy. Algemeene behandeling van Verdet.

Sedert de ontdekking der electromagnetische draaiing van het polarisatievlak tot op den tegenwoordigen tijd zijn ter verklaring van dit verschijnsel verschillende theorieën ontwikkeld. Dit doet ons vermoeden, dat het verschijnsel niet tot de gemakkelijkst verklaarbare behoort, te meer daar de onderzoekers, die zich met de theorie hebben beziggehouden, dikwijls mannen van naam waren.

Het meest rechtstreeksche verband tusschen licht en electriciteit, dat ons Faraday deed kennen, is sedert zijne ontdekking op geheel verschillende wijzen opgevat.

In dit hoofdstuk zullen we de grondtrekken der ontwikkelde theorieën nagaan. Hooren wij vooreerst Faraday, den ontdekker zelf.

In de negentiende reeks zijner »experimenteele onderzoekingen" (1) uit hij zich hieromtrent ongeveer op de volgende wijze.

De doorschijnende stoffen, welke tusschen de magneetpolen gelegd waren, werden hierdoor niet tot »magneten" gemaakt, doch we moeten hier met een nieuwen, een anderen toestand te doen hebben, en wel met een toestand van »spanning", gekenmerkt doordat hij oogenblikkelijk in den normalen toestand terugkeert, wanneer de induceerende magnetische kracht ophoudt te werken. (*Experim. Res.* 2227.)

Wellicht is deze toestand alsdan eene tot een stroom strevende

(1) Welke den titel draagt: »Over de magnetiseering van licht, en de verlichting van magnetische krachtlijnen."

electrische spanning, zooals hij, volgens Ampère, in magneten werkelijk een toestand van strooming is. (2229.)

Bij deze woorden moeten we vooreerst opmerken, dat alle theoriecën, die voor het verschijnsel gegeven zijn, zich juist gronden op het plaats hebben van draaiingen in het magnetisch veld, en niet op de onderstelling van Faraday, dat er slechts een streven tot zulke draaiingen zoude bestaan.

Bovendien moeten we niet vergeten, dat de genoemde beschouwingen van Faraday werden medegedeeld in een tijd, toen men nog niet wist, dat magnetisme en diamagnetisme in alle lichamen kunnen worden aangewezen. Doch nadat Faraday ons het magnetisme en diamagnetisme als algemeene eigenschappen deed kennen (*Experim. Res.*, Ser. XX), moeten we van zelf de dynamische theorie dier verschijnselen, zooals ze door Ampère, en later door Weber voor het diamagnetisme, werd ontwikkeld, op alle lichamen toepasbaar achten (1). We erkennen dan niet alleen in staal en ijzer of in bismuth, doch evenzeer in alle stoffen, die onder magnetischen invloed staan, cirkelstroomen als die van Ampère of Weber. Want als we bijvoorbeeld het magnetisme in een staalmagneet of in geïnfluenceerd week ijzer verklaren op de wijze van Ampère, waarom zullen wij dan die cirkelstroomen niet aannemen in een stuk nikkel of kobalt, dat onder magnetischen invloed staat, en waarom in deze metalen en niet in de magnetische zuurstof van den dampkring, die den staalmagneet omgeeft!

Tegen de »moleculaire stroomen" is het bezwaar ingebracht, dat zij geene warmte ontwikkelen. Maar de warmteontwikkeling door een stroom is, zooals men weet, het gevolg van weerstand, en deze is eene bepaalde eigenschap van den geleider! Dit werd dan ook spoedig opgemerkt. Vergelijken we n.l. den electrischen stroom, die door een koperdraad gaat met den cirkelstroom om eene molecule of een atoom van dat metaal, dan beschouwen we in beide gevallen stroomen met geleiders van zeer verschillende eigenschappen. De stroom door den koperdraad moet voorbij de moleculen en atomen, en daar tusschendoor; de cirkelstroom om het atoom heen ontmoet bij zijne beweging geene atomen. De beweging der electriciteit door den draad, het koperen lichaam, brengt daarin eene andere soort van beweging te weeg, die wij als warmte erkennen (Thomson

(1) Later heeft Faraday ook zelf de meening geopperd, dat magnetisme en diamagnetisme, als algemeene eigenschappen, te verklaren waren uit de aanwezigheid van moleculair-stroomen van Ampère, en moleculair-stroomen van tegengestelden zin. (*Exp. Res.*, Ser. XXI, 2430, 2431.)

noemt deze ontwikkeling »frictional"). Wat electriciteit zij, eene stof of een toestand, hare beweging om het atoom heen kan zeer goed even weinig verhindering aantreffen als die der deelen van den Saturnus-ring.

Een bezwaar van meer beteekenis is dit, hoe dat stroomen van denzelfden zin zoo naast en bij elkander kunnen blijven bestaan, terwijl hierbij toch in de deelen der verschillende cirkels, die het naast bij elkander liggen, eene tegengestelde strooming plaats heeft. (1) Dit kan wel niet anders verklaard worden dan door aan te nemen, dat er in alle lichamen tweeërlei stroomen in tegengestelden zin tegelijkertijd kunnen bestaan, zoodat de eene soort van stroomen ten opzichte van de andere in betrekking staat als twee raderen, die, wanneer zij in tegengestelden zin draaien, elkanders beweging door wederzijdsche aanraking niet behoeven te verhinderen. Het noodzakelijke van eene dergelijke hypothese uitte Maxwell in 1861. (*Phil. Mag.* 21, p. 281 etc.) De stroomen der eene soort mogen de magnetische, de andere de diamagnetische verschijnselen veroorzaken.

Op zulke stroomen van tegengestelden zin mag overigens het verschijnsel der »positieve" en der »negatieve" draaiing van het polarisatievlak wijzen, terwijl dan het gelijktijdig bestaan van die tweederlei stroomen in dezelfde stof eenigszins waarschijnlijk wordt gemaakt door het feit, dat niet alle magnetische lichamen eene »negatieve", en niet alle diamagnetische lichamen eene »positieve" draaiing van het polarisatievlak vertoonen. (Vergel. § 14.)

En wat nu die toestand van spanning betreft, waaraan door Faraday eene bijzondere beteekenis, n. l. een streven tot electrische strooming werd gehecht, zeker bestaat er wel zulk eene »spanning" in het magnetisch veld. Want, zoo merkt Faraday op, oogenblikkelijk keert de normale toestand terug, wanneer het induceerend magnetisme ophoudt.

Doch zulk een spanningstoestand kan in het algemeen zeer goed als een dynamisch verschijnsel worden opgevat. Dit is vooral duidelijk geworden sedert de ontwikkeling der kinetische gastheorie, volgens welke de spanning van eene gasmassa het gevolg is van de beweging der moleculen, welke tevens het wezen der warmte uitmaakt.

De toestand der lichamen tusschen de magneetpolen kan dan het gevolg zijn van de gezamenlijke werking van het induceerend magnetisme en de warmtebeweging, zoodat de magnetische krachten de

(1) Op eene overeenkomstige moeilijkheid wijst reeds Descartes (Beg. d. Wijsbeg. Deel III, art. 66.)

cirkelstroomen richten of ook daarstellen, terwijl de warmtebeweging zelve hen aanhoudend verstrooit. Overigens mag ook de onderlinge aantrekking der stofmoleculen hierbij op eenige wijze van invloed zijn, en deze, afhankelijk zijnde van den onderlingen afstand, is mede afhankelijk van de temperatuur.

Zoo kan die toestand als een aequilibrium mobile tusschen warmte en magnetisme worden aangezien, en zoodra de werking van den induceerenden magneet ophoudt, is in zeer korten tijd, door de aanhoudende »warmtebeweging", van die regelmatige rangschikking van stroomen niets meer te bemerken.

Zoover ons bekend is, heeft Faraday verder geene theoretische bijdrage geleverd voor het verschijnsel der electromagnetische draaiing.

Slechts een enkel woord van hem, die evenzeer een diep denker als scherpzinnig onderzoeker was, moge hier zijne plaats vinden:

»I believe, that, in the experiments I describe in the paper, light has been magnetically affected, i. e. that that which is magnetic in the forces of matter has been affected and in turn has affected that which is truly magnetic in the force of light." (2) Op dit woord hopen we te gelegener plaats terug te komen. (§ 13.)

De eerste stap voor de ontwikkeling der theorie van het verschijnsel werd gedaan van mathematische zijde.

In 1846, eenige maanden na de ontdekking, schreef Sir G. B. Airy eene verhandeling, waarin hij de vergelijkingen aangaf, die later door de theorieën werden ontwikkeld. (2)

Hierbij volgt hij Fresnel's voorbeeld, die de draaiing van het polarisatievlak, gelijk bekend is, verklaart uit de samenwerking van twee tegengestelde circulaire bewegingen, die met ongelijke snelheid voortgaan, respectievelijk ongelijken trillingsduur hebben. De baan van een punt, dat zich volgens de rezulteerende dier beide componenten beweegt, is nagenoeg rechtlijnig, en verandert, al draaiende, telkens van richting. In de volgende § komen we hierop terug; in fig. 25 is de baan van zulk een punt afgebeeld.

Het recht voor deze opvatting, door Fresnel bewezen met zijn samengesteld kwartsprisma, werd voor de electromagnetische draaiing aangetoond door H. Becquerel en door Cornu. (3)

Verder stelde nu Airy de eigenschap voorop, welke wij in het begin van § 1 bespraken, en volgens welke de zin der electromag-

(1) *Phil. Mag.*, Ser. III, Vol. 28, p. 294, Note.
(2) *Phil. Mag.*, 1846.
(3) *Compt. Rend.*, 1879, 1881.

netische draaiing, onder overigens gelijke omstandigheden, afhangt van den stand des waarnemers.

Hiervan uitgaande wijst hij drie stelsels van vergelijkingen aan, die het draaiingsverschijnsel kunnen beschrijven. Het zijn de volgende:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2\xi}{dt^2} &= A\,\frac{d^2\xi}{dz^2} + m.\frac{d\eta}{dt}\\ \frac{d^2\eta}{dt^2} &= A.\,\frac{d^2\eta}{dz^2} - m.\frac{d\xi}{dt}\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(I.)}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2\xi}{dt^2} &= A.\,\frac{d^2\xi}{dz^2} + m.\frac{d^3\eta}{dz^2.dt}\\ \frac{d^3\eta}{dt^2} &= A.\,\frac{d^2\eta}{dz^2} - m.\frac{d^3\xi}{dz^2.dt}\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(II.)}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2\xi}{dt^2} &= A.\,\frac{d^2\xi}{dz^2} + m.\frac{d^3\eta}{dt^3}\\ \frac{d^2\eta}{dt^2} &= A.\,\frac{d^2\eta}{dz^2} - m.\frac{d^3\xi}{dt^3}\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(III.)}$$

Hierin beteekent z de richting van den lichtstraal ξ en η zijn de verplaatsingen van het zich bewegende punt (etherdeeltje).

Elk der drie stelsels voldoet, zooals Airy het bespreekt, aan het verschijnsel. De eerste twee termen vormen telkens de gewone vergelijking voor de lichtbeweging (zonder de hoogere differentiaaltermen van Cauchy).

De door Airy bijgevoegde termen hebben m tot factor, eene grootheid, die geëvenredigd is aan de waarde der geïnduceerde magnetische componente evenwijdig aan den straal.

Voor het bewijs, dat deze vergelijkingen de electromagnetische draaiing, wat de hoofdzaak betreft, kunnen beschrijven, verwijzen we naar de eenvoudige en heldere verhandeling van Airy, in *Phil. Mag.* 1846, en in *Pogg. Ann.* 1847.

De bijgevoegde termen hebben dit eigenaardige, dat zij in eene zekere vergelijking steeds betrekking hebben op de componente der verplaatsing, die in het eerste lid der andere vergelijking voorkomt; zoo staat er bijv. $m.\frac{d\eta}{dt}$ in de vergelijking voor $\frac{d^2\xi}{dt^2}$ en omgekeerd.

Airy drukt dit uit, door op te merken, dat, in dit geval, de vergelijkingen wijzen op eene kracht volgens zekere richting, die

geëvenredigd is aan de snelheid in de richting loodrecht daarop, iets dat hij niet physisch verklaren kan, doch dat ons later van zelf zal blijken. Het is hem, volgens zijne eigene woorden, dan ook niet te doen, om eene mechanische theorie van het verschijnsel te leveren, doch om aan te toonen, dat zulke verschijnselen door vergelijkingen kunnen worden uitgedrukt, die misschien kunnen worden afgeleid uit eene plausibele mechanische onderstelling. Deze vergelijkingen werden alzoo met hetzelfde doel opgesteld, waarmede Mac Cullagh de zijne had gegeven ter beschrijving van de draaiing in kwarts.

In elk paar der aldus aangevulde vergelijkingen voor de lichtbeweging onder invloed van magnetisme zijn verder die bijgevoegde termen met verschillend teeken voorzien. Wat eindelijk de orde der differentiatie van de toegevoegde differentiaalquotiënten betreft, zij zijn steeds van onevene orde ten opzichte van den tijd, en van evene ten opzichte der voortplantingsrichting.

Airy wijst er reeds op, dat men quotiënten van nog hoogere orde had kunnen invoeren met behoud van de deugdelijkheid der vergelijkingen (wat de hoofdzaak van het verschijnsel betreft), als men ze maar steeds oneven ten opzichte van den tijd, en even ten opzichte van de voortplantingsrichting neemt. Men overtuigt zich dan ook licht, dat men geen draaiingsverschijnsel verkrijgt, als men differentiaalquotiënten, die niet deze eigenschappen bezitten, in de vergelijkingen stelt, en deze dan bewerkt op de wijze, zooals het in Airy's verhandeling wordt gedaan.

Eene algemeene afleiding der formules voor de electromagnetische draaiing voor verschillende stralen, uitgaande van de genoemde vergelijkingen, vinden we bij Verdet. (1)

De eenvoudige en elegante analytische ontwikkelingen, die deze geeft, zijn tevens onafhankelijk van elken bijzonderen vorm der theorie voor de gewone (dioptrische) dispersie, mits er slechts aangenomen worde, dat de brekingsindex eene functie is van de golflengte. Wij zullen ze in het kort mededeelen.

De differentiaalvergelijkingen der lichtbeweging moeten, gelijk bekend is, in overeenstemming zijn met het beginsel der interferentie, alzoo met dat der superpositie van kleine bewegingen; ze zijn daarom lineair, met constante coëfficiënten voorzien, terwijl ze verder slechts differentiaalquotiënten, van evene orde, der verplaatsingen bevatten.

Ze mogen aldus worden uitgedrukt:

---

(1) *Notes et Mémoires*, p. 258, en *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3e sér., T. 69.

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = \Phi\xi$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = \Phi\eta$$

terwijl $\Phi\xi$ en $\Phi\eta$ hierin lineaire functiën beteekenen der evene differentiaalquotiënten respectievelijk van ξ en η ten opzichte van z. In beide vergelijkingen zijn die functiën bovendien van denzelfden vorm.

Bij Cauchy is bijvoorbeeld:

$$\Phi\xi = A \cdot \frac{d^2\xi}{dz^2} + B \cdot \frac{d^4\xi}{dz^4} + \ldots\ldots$$

Laat men de gewone (dioptrische) dispersie buiten rekening, dan is:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = A \cdot \frac{d^2\xi}{dz^2}$$

waarbij A het kwadraat van de voortplantingssnelheid is.

Gebruikt men hierbij de schrijfwijze van Cauchy, dan kan men aan de vergelijkingen den vorm geven:

$$D^2{}_t\xi = \varphi(D_z)\xi$$
$$D^2{}_t\eta = \varphi(D_z)\eta$$

waarbij φ het teeken is voor eene geheele en evene functie.

Aan deze vergelijkingen wordt voldaan door de vormen:

$$\xi = a\cos(kz - st + \theta)$$
$$\eta = b\cos(kz - st + \chi)$$
$$\text{waarbij } s^2 = \varphi(k^2.)$$

Hierin hebben de constanten k en s volgens den eisch van het physisch vraagstuk de beteekenissen:

$$k = \frac{2\pi}{l} \qquad s = \frac{2\pi}{T}$$

als l de golflengte in de bepaalde stof en T de trillingsduur is. Alsdan hebben we n. l. zooals bekend is voor ξ:

$$\xi = a\cos\left(\frac{2\pi z}{l} - \frac{2\pi t}{T} + \theta.\right)$$

Voor het eenvoudigste geval is bijv.

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = A.\frac{d^2\xi}{dz^2}$$

en:
$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = A.\frac{d^2\eta}{dz^2},$$

terwijl de voortplantingssnelheid gelijk is aan:

$$\sqrt{A} = \frac{l}{T}, \text{ dat is dus } \frac{\frac{2\pi}{T}}{\frac{2\pi}{l}} = \frac{s}{k}$$

of
$$s^2 = A.k^2$$

zoodat hier aan den algemeenen eisch: $s^2 = \varphi(k^2)$ wordt voldaan.

Is het licht nu onder constanten magnetischen invloed, dan komt er, volgens Airy, in de eerste (ξ-) vergelijking eene lineaire functie bij van de diff. quotiënten van η ten opzichte van z en t, en wel van evene orde ten opzichte van z en van onevene ten opzichte van t; en zoo in de tweede (η-) vergelijking zulk eene functie van de diff. quotiënten van ξ.

Men verkrijgt alzoo het volgende stelsel voor het magnetisch-optisch verschijnsel:

$$D^2{}_t\xi = \varphi(D_z)\xi + m.\psi(D_t, D_z)\eta$$
$$D^2{}_t\eta = \varphi(D_z)\eta - m.\psi(D_t, D_z)\xi$$

waarbij m evenredig is aan de componente der magnetische kracht evenwijdig aan de z-as, d. i. de richting van den lichtstraal, ψ moge het teeken zijn eener geheele functie, even ten opzichte van D_z, oneven ten opzichte van D_t.

Men zie de vergelijkingen I, II en III, boven, die hieraan voldoen.

De eenvoudige oplossingen van dit stelsel, welke we gebruiken, zullen twee vlakke golven met circulaire bewegingen voorstellen, beschreven door de vergelijkingen

$$\xi = a.\cos(k'z - st + \delta)$$
$$\eta = a.\sin(k'z - st + \delta)$$

en

$$\xi = a.\cos(k''z - st + \delta)$$
$$\eta = -a.\sin(k''z - st + \delta)$$

waarbij, in overeenstemming met de differentiaalvergelijkingen,

$$s^2 = \varphi(k'^2) - m.\psi(s, k'^2)$$

en

$$s^2 = \varphi(k''^2) + m.\psi(s, k''^2)$$

terwijl wederom

$$s = \frac{2\pi}{T} \qquad k' = \frac{2\pi}{l'} \qquad k'' = \frac{2\pi}{l''}$$

l' en l'' zijn de lengten der golven voor beide tegengestelde circulair gepolariseerde stralen in de doorschijnende stof, k' en k'' zijn alzoo de nu door magnetischen invloed gewijzigde waarden van k.

De coëfficiënt van de draaiing, dat is het verschil in positie, voor elk etherdeeltje ten opzichte van het voorafgaande, is zeer klein, zoodat men de draaiing van het polarisatievlak eerst bemerken kan door het uitermate groot aantal etherdeeltjes, die achter elkander zijn geplaatst.

Daar alzoo m zeer klein is, kan men $k' = k + \Delta k$ stellen, en in de ontwikkeling de hoogere machten van Δk weglaten.

Men beschouwt aldus het magnetisch-optisch verschijnsel der draaiing als de som (resultante) van het gewone optische verschijnsel, dat gekenmerkt is door de vergelijking $s^2 = \varphi(k^2)$, (zie boven), *en* van een *bijkomend* verschijnsel, dat intreedt als de magnetische krachten werken, en dat de grootheid Δk veroorzaakt. Men ontwikkelt dan de vergelijking

$$s^2 = \varphi(k'^2) - m.\psi(s, k'^2),$$

na instelling van $k' = k + \Delta k$ volgens Taylor, en trekt er de vergelijking $s^2 = \varphi(k^2)$ af; hetzelfde doet men met $k'' = k - \Delta k$ in de andere overeenkomstige vergelijking. (1)

Men verkrijgt alzoo

$$\Delta k = \frac{m.\psi(s, k^2)}{2k\varphi'(k^2)}.$$

Aan deze grootheid nu moet blijkbaar de electromagnetische draaiing (ρ) geëvenredigd zijn. Vooreerst is n. l.

$$\Delta k = \frac{(k + \Delta k) - (k - \Delta k)}{2} = \frac{k' - k''}{2}$$

en daar

$$k = \frac{2\pi}{l} = \frac{2\pi n}{\lambda}$$

(1) De eene circulaire straal wordt versneld, de tegengestelde vertraagd, waarom bijv. $k' = k + \Delta k$, doch dan ook $k'' = k - \Delta k$.

als n de »brekingsindex" en λ de »golflengte in vacuo" voorstelt, zoo volgt ook

$$k' = \frac{2\pi n'}{\lambda} \qquad k'' = \frac{2\pi n''}{\lambda}$$

dus

$$\Delta k = \frac{\pi(n' - n'')}{\lambda}.$$

Alzoo blijkt Δk geëvenredigd aan het verschil der indices, dus aan het *verschil in snelheid* der beide tegengestelde circulaire stralen, welke grootheid echter tevens de mate der draaiing van het polarisatievlak bepaalt; m. a. w. de draaiing is evenredig aan Δk; dus in verband met de bovengevonden uitdrukking is die draaiing

$$\rho = C. \frac{m.\psi(s, k^2)}{k\varphi'(k^2).}$$

De noemer is te berekenen als men n kent als functie van λ, uit een genoegzaam aantal waarnemingen.

Noemen we V de snelheid van voortplanting in vacuo, dan stellen we nu de uitdrukkingen

$$s = \frac{2\pi}{T} \text{ of } \frac{2\pi V}{\lambda} \quad \text{en} \quad k = \frac{2\pi}{l} \text{ of } \frac{2\pi n}{\lambda}$$

in de vergelijking $s^2 = \varphi(k^2)$. Dit geeft

$$\frac{4\pi^2 V^2}{\lambda^2} = \varphi\left(\frac{4\pi^2 n^2}{\lambda^2}\right)$$

waaruit door differentiatie

$$-\frac{8\pi^2 V^2 d\lambda}{\lambda^3} = 8\pi^2 \varphi'(k^2)\left(\frac{n dn}{\lambda^2} - \frac{n^2 d\lambda}{\lambda^3}\right)$$

en dus:

$$\frac{1}{\varphi'(k^2)} = \frac{1}{V^2}\left(n^2 - \lambda n \frac{dn}{d\lambda}\right).$$

Dit stelt men in de laatst verkregen uitdrukking voor de draaiing ρ, waarbij men tevens de waarde voor k invoegt:

$$\rho = Cm \frac{\lambda}{2\pi V^2}\left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right).\psi(s, k^2).$$

Uit deze hoofdvergelijking voor ρ kan men nu de bijzondere vormen der electromagnetische dispersie berekenen, door voor de functie ψ de eigenaardige uitdrukkingen te stellen, die uit de voorgestelde diff. vergelijkingen volgen.

Vergelijkt men de stelsels, die door Airy zijn aangegeven, en neemt men bijv. het stelsel I (zie bladz. 41), dan is aldaar

$$\psi = s = \frac{2\pi V}{\lambda}$$

dus volgens de laatste formule

$$\rho = \frac{Cm}{V}\left(n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right) \ldots\ldots\ldots \text{(IV.)}$$

Is stelsel II juist, dan is

$$\psi = sk^2 = \frac{2\pi V}{\lambda}\left(\frac{2\pi n}{\lambda}\right)^2.$$

Alzoo

$$\rho = \frac{4C\pi^2 m n^2}{V\lambda^2}\left(n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right) \ldots\ldots\ldots \text{(V.)}$$

Voor stelsel III is

$$\psi = s^3 = \left(\frac{2\pi V}{\lambda}\right)^3$$

dus

$$\rho = \frac{4C\pi^2 m V}{\lambda^2}\left(n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right) \ldots\ldots\ldots \text{(VI.)}$$

§ 8. Voorstelling van W. Thomson en van Verdet. Algemeene type der vergelijkingen. Theorie van Carl Neumann.

De eerste, die het verschijnsel dat ons bezighoudt, heeft voorgesteld op eene wijze zoo volledig, dat daarmede de grond voor de mechanische theorie is aangewezen, is Sir William Thomson.

In de *Proceedings of the Royal Soc.* van Juni 1856 en in het *Phil. Mag.* van 1857, p. 200, ontwikkelt deze scherpzinnige natuurkundige zekere »dynamical illustrations", die ons eene voorstelling mogen geven van hetgeen er met de lichtbeweging geschiedt in eene actieve stof of in eene stof onder magnetischen invloed.

En in dit stuk vinden we de woorden, die we straks bespreken, en die ook Maxwell tot zijne theorie hebben geleid. Om deze woorden terstond gemakkelijker te verstaan, zullen wij het verschijnsel eerst eenigszins nader beschouwen.

Hierbij zullen we het wezen van het licht, zooals men dit gewoonlijk doet, opvatten als eene periodieke transversale beweging van den ether. Dit stellen we bepaaldelijk voorop, daar men in den

laatsten tijd wel eens de meening heeft uitgesproken, dat deze onderstelling niet meer houdbaar zou zijn, terwijl ons in het volgende hoofdstuk (§ 11 en 12) het goed recht der genoemde onderstelling zal blijken.

Beschouwen we verder licht van bepaalden trillingsduur, dan zijn op zeker oogenblik de verschillende etherdeeltjes van een »rechtlijnig gepolariseerden" lichtstraal geplaatst op eene sinusoïde (fig. 14). De richting van den straal zij weder die der z-as.

Werkt nu het magnetisme op de doorschijnende stof, zoodat die kracht eene componente volgens de z-as heeft, dan wordt het polarisatievlak en dus ook het trillingsvlak »gedraaid", d. i. tot eene *schroefvlakte* ineen gewrongen. De trillingsrichtingen der etherdeeltjes zijn nu gelegen volgens de beschrijvende lijnen dier schroefvlakte, welke evenwijdig zijn aan het xy-vlak, zoodat, als men op onderling gelijke afstanden op de as der schroef de beschrijvende lijnen teekent, deze nu de banen der achtereengeplaatste etherdeeltjes aangeven.

Om nu een beeld te verkrijgen van den toestand op zeker oogenblik, heeft men op die beschrijvende lijnen, van de as der schroefvlakte uit, lengten af te zetten, die evenredig zijn aan de »verplaatsingen" der etherdeeltjes. Deze verplaatsingen zijn respectievelijk gelijk te nemen aan de ordinaten der bovengenoemde sinusoïde (fig. 14).

Men erkent nu lichtelijk, dat de projectie volgens de z-richting van al die deeltjes op zeker oogenblik op het xy-vlak eene kromme lijn oplevert van een vorm als die welke in fig. 25 is afgebeeld, eene rozetvormige figuur, waarvan het aantal »bladen" gelijk is aan het aantal halve golven op den lichtstraal aanwezig.

Is eenmaal de draaiing van het polarisatievlak tot stand gekomen, dan staat die schroefvlakte zelve vast, terwijl men inziet, dat de rozetvormige projectie zich, met den tijd, om haar middelpunt draait. Eene afbeelding der schroefvlakte met hare projectie ziet men bijv. in Maxwell's »*Treatise on Electr. and Magn.*", Vol. II, p. 403, fig. 67, midden.

Bepaaldelijk heeft fig. 25 voor ons nog eene andere leerzame beteekenis; zij werd geconstrueerd naar de opvatting die Fresnel van de draaiing van het polarisatievlak heeft gegeven, en die we in de vorige § bespraken. Volgens deze wordt de rechtlijnige beweging beschouwd als het resultaat der samenwerking van twee circulaire bewegingen in tegengestelden zin. De draaiing van het trillingsvlak is dan het gevolg van den ongelijken omwentelingstijd voor de beide circulaire bewegingen.

Men zette nu van A (fig. 25) naar links en rechts op den cirkel twee bogen uit, waarvan de lengten zich verhouden als de aangenomen snelheden der beide circulaire bewegingen. De uiteinden dier bogen worden telkens vereenigd door eene rechte lijn, waarvan het midden de plaats van het trillende punt aangeeft. Zoo staan ook de bogen ACB en ADB in de genoemde verhouding tot elkander. Deze figuur toont ons tevens de baan van een etherdeeltje, waarvan het trillingsvlak niet bepaald wordt door dat van een voorafgaand of volgend deeltje, — en dat bovendien onder magnetischen invloed staat. Aanhoudend verandert zijne trillingsrichting door den invloed van het magnetisme; zij draait voortdurend om de z-as. (1)

In het werkelijke geval, dat boven besproken werd, *behoudt* elk etherdeeltje zijne gewijzigde trillingsrichting, nadat eenmaal de magnetische invloed in werking is, hetgeen blijkbaar wordt veroorzaakt doordat het zich ook voegen moet naar de trillingsrichting van een voorafgaand deeltje.

Het verschijnsel, dat ons bezighoudt, komt hierop neer, dat golven met *circulaire* bewegingen de eenige zijn, die in eene stof onder magnetischen invloed haren vorm bewaren, de eenige waarvan de beweging slechts wordt versneld of vertraagd, al naardat zij in den eenen of wel in den tegenovergestelden zin geschiedt. Eene *rechtlijnig* gepolariseerde golving daarentegen verandert onder die omstandigheden van *vorm*, zoodat het polarisatievlak wordt gedraaid.

»Daarom", zegt Verdet »moet men aannemen, dat de kracht, die ten gevolge van den magnetischen invloed op een trillend etherdeeltje werkt, aanhoudend loodrecht staat op zijne bewegingsrichting; zulk eene kracht kan inderdaad van circulaire trillingen slechts de snelheid vergrooten of verkleinen, zonder er den vorm van te veranderen, terwijl ze onmiddellijk de baan van een rechtlijnig of elliptisch trillend deeltje moet wijzigen." (1)

---

(1) Laat men een gewicht aan een draad onder de werking der zwaartekracht slingeren, dan kan men het door behoorlijke beweging der hand zoover brengen, dat het slingerend punt nagenoeg eene baan volgt van den vorm als die in figuur 25 is afgebeeld. Een tweede waarnemer erkent dan, terwijl wij die proef doen, dat we door de beweging der hand (door het koord min of meer schuin te houden) steeds loodrecht op het slingervlak eene componente der zwaartekracht laten werken, welke dan dit slingervlak (polarisatievlak) draait. Deze componente blijkt alsdan het grootst, als het punt door den evenwichtsstand gaat. De proefnemer zelf kan hierop moeilijk letten, daar hij dan zijne aandacht te zeer verliest. De richting der slingerende beweging verandert hier aanhoudend, ongeveer op de wijze als dit bij den konischen slinger plaats heeft.

(2) *Notes et Mém.*, p. 255.

Ann. de Chim. et de Phys. (3), 69, p. 462.

In fig. 26 is zulk eene kracht voor eene circulaire beweging op verschillende punten van de baan aangegeven; zij is hier gedurende eene omwenteling van constante grootte.

Fig. 27 toont ons de verschillende waarden van zulk eene kracht bij de rechtlijnige trilling, zooals zij is af te leiden uit de componenten der kracht in het vorige geval. Men vergelijke den slinger, in de noot boven beschreven.

Is de centripetale versnelling van een punt M, dat op een cirkel met constanten straal r moet loopen, gelijk aan f, terwijl v de lineaire snelheid is, dan weet men dat $f = \frac{v^2}{r}$. Alzoo beantwoordt aan eene andere waarde van v eene andere waarde van f, die loodrecht op de bewegingsrichting staat.

Noemen we nu $\mathbf{m}$ de kracht, veroorzaakt door den magnetischen invloed, alzoo loodrecht op de bewegingsrichting; zij verder f de totale resultante waaronder het punt zich circulair beweegt, en welke evenzoo loodrecht op den cirkel is gericht, dan moet blijkbaar deze kracht f verschillend in grootte zijn al naar dat de lichtbeweging rechtsom of linksom plaats heeft, daar de beide tegengestelde circulaire bewegingen niet met dezelfde snelheid geschieden, terwijl toch de lichtsterkte (dus de amplitude, de »verplaatsing") even groot is. Dit laatste veroorzaakt tevens, dat de »elastische kracht", die we R zullen noemen, voor beide gevallen dezelfde is. Nu is f de resultante van R en $\mathbf{m}$, zoodat algebraïsch

$$f = R + \mathbf{m}.$$

Hierbij is R constant, terwijl f voor beide gevallen verschillend is, en dus ook $\mathbf{m}$ verschillend moet zijn, al naar den zin van de circulaire lichtbeweging.

Houdt de magnetische kracht op, dan is ook $\mathbf{m}$ gelijk nul, en de vergelijking wordt

$$f = R$$

d. i. het deeltje beweegt zich alleen onder den invloed der »elastische kracht"; dit is de type van vergelijkingen als deze:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = A\frac{d^2\xi}{dz^2}$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = A\frac{d^2\eta}{dz^2}.$$

Nu heeft Cornu aangetoond (*Compt. Rend.* 1881), dat de eene circulaire beweging evenveel vertraagd wordt als de andere wordt versneld; dit maakt dat we kunnen schrijven

$$\mathfrak{m} = \pm \mathfrak{M}$$

waarbij de teekens op de beide soorten van cirkelbewegingen betrekking hebben en $\mathfrak{M}$ zelf voor beide gelijk is.

Men ziet dat die $\mathfrak{m}$ even goed een gevolg van de lichtbeweging zelve als van het induceerend magnetisme mag heeten, want zij valt anders uit al naar den zin der beweging.

De vergelijking wordt nu:

$$f = R \pm \mathfrak{M}$$

en dit is de algemeene type der vergelijkingen voor de lichtbeweging onder magnetischen invloed. De vergelijkingen I, II en III van Airy uit de vorige § beantwoorden hieraan. (1)

Thans zullen we Thomson's voorstelling kunnen verstaan; zij is de volgende: »The magnetic influence on light, discovered bij Faraday, depends on the direction of motion of moving particles. For instance, in a medium possessing it, particles in a straight line parallel to the lines of magnetic force, displaced to a helix round this line as axis, and then projected tangentially with such velocities as to describe circles, will have different velocities according as their motions are round in one direction (the same as the nominal direction of the galvanic current in the magnetizing coil), or in the contrary direction. But the elastic reaction of the medium must be the same for the same displacements, whatever be the velocities and directions of the particles; that is to say, the forces which are balanced by centrifugal force of the circular motions are equal, while the luminiferous motions are unequal. The absolute circular motions being therefore either equal or such as to transmit equal centrifugal forces to the particles initially considered, it follows that the luminiferous motions are only components of the whole motion, and that a less luminiferous component in one direction, compounded with a motion existing in the medium when transmitting no light, gives an equal resultant to that of a greater luminiferous motion in the contrary direction compounded with the same non-luminous motion." (*Phil. Mag.* 1857.)

---

(1) In de algemeene type heeft echter zooals opgemerkt is het $\pm$ teeken betrekking op den zin der lichtbeweging ten opzichte van dien der magnetische kracht.

Wanneer men uit deze woorden de vergelijking voor de *krachten* opmaakt, waaronder deze bewegingen geschieden, zal men tot dezelfde uitkomst geraken als die we boven verkregen; die woorden bevatten namelijk alles wat we omtrent den mechanischen eisch van het vraagstuk bespraken. (1)

Wij zullen dan ook zien, dat het beginsel, hierin uitgedrukt, en kort weergegeven in de type-vergelijking

$$f = R \pm \mathfrak{M}$$

wordt teruggevonden in de verschillende theorieën van het verschijnsel, die wezenlijk slechts verschillen in den vorm, welke zij aan de grootheid $\mathfrak{M}$ toekennen.

De theorie, die het eerst uitvoerig genoeg ontwikkeld werd, om tot eene bepaalde formule voor de electromagnetische *dispersie* te geraken, is die van Carl Neumann. (2)

Deze theorie gaat uit van eene toepassing der theorie van Weber omtrent de werking tusschen twee electriciteitsdeeltjes, op de werking tusschen een electriciteits- en een etherdeeltje.

Zooals bekend is, wordt de werking tusschen twee electriciteitsdeeltjes, die eene relatieve beweging bezitten, volgens Weber uitgedrukt door den vorm

$$\frac{\mu \mu_1}{r^2}\left(1 - G\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + 2\,Gr\frac{d^2r}{dt^2}\right)$$

waarbij μ en μ_1 de massa's zijn, en r den onderlingen afstand der deeltjes voorstelt. (3)

Neumann onderstelt nu, dat op hiermede overeenkomstige wijze, de relatieve beweging van een electriciteitsdeeltje μ en een etherdeeltje M de kracht wijzigt, die tusschen deze beide werkzaam is.

Stelt men bovendien in de genoemde uitdrukking $\frac{1}{r} = f(r)$, dan wordt zij

---

(1) De laatste der aangehaalde regels: »compounded with the *same* non-luminous (= magnetic) motion", moet, blijkens het boven besprokene, aangevuld worden tot: ».....the same non luminous motion, welke echter voor elk der beide circulaire bewegingen op verschillende wijze is gewijzigd door de lichtbeweging." — We voegen dit er niet bij, om het werk van een meester te verbeteren; veeleer willen we doen zien, dat het werk volledig genoeg is, om zelf zulk eene aanvulling te eischen.

(2) *Explicare tentatur, quomodo fiat, ut lucis planum polarisationis per vias electricas vel magneticas declinetur. Halis Saxonum*, 1858.

Die magnetische Drehung der Polarisationsebene der Lichtes. Halle, 1863.

(3) Neumann, p. 7

$$\frac{\mu M}{r^2}\left(-\frac{df}{dr}+G\frac{df}{dr}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2+2Gf\frac{d^2r}{dt^2}\right)$$

Omtrent den aard der functie $f(r)$ stelt Neumann slechts, dat zij zeer snel afneemt, als r vermeerdert, en dat zij verdwijnt, als r grooter wordt dan moleculaire afstanden.

Alzoo ondervindt, volgens deze voorstelling, een etherdeeltje in eene doorschijnende stof, die onder magnetischen invloed verkeert, niet alleen de werking der krachten, die bij de lichtbeweging in gewone omstandigheden optreden, doch bovendien de resulteerende werking der electriciteitsdeeltjes, die zich in de gesloten moleculaire stroomen bewegen, welke door Neumann in de stof onder magnetischen invloed worden aangenomen.

Door berekeningen, die veel overeenkomst hebben met die van Weber, wordt nu aangetoond, dat de laatstgenoemde resulteerende werking geëvenredigd is aan de sterkte van het magnetisme en aan de snelheid van het ethendeeltje zelve, en, wat hare richting betreft, loodrecht op de richting der beweging van het etherdeeltje, en op die der magnetische kracht.

Onderstellen we, dat de lichtbeweging in het yz-vlak plaats grijpt, dan is alzoo de genoemde werking evenredig aan $\frac{d\eta}{dt}$, als η de »verplaatsing" is; verder is in dit geval die kracht loodrecht op het yz-vlak, dus volgens de x-richting. Haar bedrag is alzoo gelijk aan $m\,.\,\frac{d\eta}{dt}$, als m evenredig is met de sterkte van het magnetisme.

Is onder gewone omstandigheden de bewegingsvergelijking voor het xz-vlak

$$\frac{d^2\xi}{dt^2}=A\,.\,\frac{d^2\xi}{dz^2}$$

dan is zij nu:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2}=A\frac{d^2\xi}{dz^2}+m\frac{d\eta}{dt}$$

en zoo vindt men voor de versnelling in het yz-vlak

$$\frac{d^2\eta}{dt^2}=A\,.\,\frac{d^2\eta}{dz^2}-m\frac{d\xi}{dt}.$$

Dit zijn de vergelijkingen (I) uit § 7. Hare integralen leiden, zooals in die § is besproken, tot de dispersie-formule (IV), bladz. 47.

Alzoo moet volgens de theorie van Neumann de electromagnetische dispersie voldoen aan de vergelijking

$$\rho = \frac{Cm}{V}\left(n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(IV.)}$$

Verdet heeft deze uitkomst met zijne waarnemingen vergeleken.

Ter berekening van den factor $n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}$ diende de formule voor den brekingsindex naar Cauchy

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

welke aan de waarnemingen genoegzaam voldoet.

Uit deze formule volgt:

$$n - \lambda\frac{dn}{d\lambda} = n + \frac{2B}{\lambda^2} + \frac{4C}{\lambda^4}.$$

Hieronder laten we de uitkomsten der waarnemingen van Verdet (§ 3) volgen, in vergelijking met de waarden, die door berekening uit de formule (IV) werden verkregen. De draaiing voor E is $= 1$ gesteld.

Zwavelkoolstof.

	C	*D*	*E*	*F*	*G*
Waarneming	0,592	0,768	1,000	1,234	1,704
form. (IV).	0,943	0,967	1,000	1,034	1,091

Kreosoot.

Waarneming	0,573	0,758	1,000	1,241	1,723
form. (IV).	0,976	0,993	1,000	1,017	1,041

Bij de beschouwing dezer getallen, zegt Verdet: »il est évident, que la formule (IV) est le contraire de la vérité".

Carl Neumann schreef in Januari 1863, toen de waarnemingen van Verdet nog niet bekend waren, dat in geval zijne formule met de waarnemingen grootere verschillen mocht vertoonen dan de waarnemingsfouten, men eene tweede constante uit de formule der gewone (dioptrische) dispersie mocht in rekening nemen, waardoor dan zijne formule wellicht tot eene betere uitkomst zou kunnen leiden. Hierbij merken wij op, dat de formule van Maxwell, zooals we in de volgende § zullen zien, veel betere uitkom-

sten geeft, ook zonder dat men eene tweede constante invoert, en zelfs voor zwavelkoolstof geheel aan de waarnemingen voldoet.

Bovendien meenen we, dat uit de algemeene mathematische behandeling van Verdet (§ 7) volgt, dat het in rekening nemen van termen van hoogere orde voor de dioptrische dispersie tot geen verschil van eenig belang kan leiden wat de electromagnetische dispersie betreft, wanneer men de lichtbeweging beschrijft door differentiaalvergelijkingen, die de versnellingen uitdrukken.

Immers de functie φ, die bij de voorstelling in § 7 door haren bijzonderen vorm eenige bijzondere theorie der dioptrische dispersie kenmerkt, is uit de eindformules voor de draaiing: IV, V en VI, geelimineerd, doordat men de grootheid $n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}$ uit de waarneming van brekingsindices met genoegzame nauwkeurigheid kan berekenen.

Wij kunnen alzoo met Verdet erkennen, dat de uitkomsten der waarneming de theorie van Carl Neumann veroordeelen.

Wat mag er dan onjuist zijn in de theorie zelve? Zij voldoet toch aan den mechanischen eisch van het vraagstuk, doordien de magnetische invloed loodrecht op de lichtbeweging wordt gesteld, zooals dit volgens boven behoort. Bovendien zal zij ons blijken eenigszins verwant te zijn aan de theorie van Maxwell, doordat zij eene zelfde werking tusschen een etherdeeltje en een electriciteitsdeeltje aanneemt als tusschen twee electriciteitsdeeltjes; doch de theorie van Maxwell beschrijft die onderlinge werking niet volgens de wet van Weber, en rust daarenboven zooals we zullen zien, op de verandering van transversale componenten der magnetische kracht, iets waarvoor in Neumann's theorie geene plaats is.

Overigens bevat het geniale werk van Neumann tal van treffende gedachten en nuttige opmerkingen. Zoo vinden wij er eene juiste omschrijving in van hetgeen men onder de mate der onsamendrukbaarheid van den ether moet verstaan. En verder wordt er eene poging gedaan, om de »negatieve" electromagnetische draaiing te verklaren door de onderstelling van twee stelsels tegengestelde moleculaire stroomen, welke reeds afzonderlijk door Weber werden geeischt, en waarop Maxwell reeds in 1861 de aandacht vestigde, als ten minste aan zijne »vortices" naar behooren de beteekenis van electrische bewegingen wordt gehecht.

Dit dubbel stelsel van cirkelstroomen schijnt inderdaad noodig, niet alleen ter verklaring der negatieve electromagnetische draaiing, doch ook tot elke uitbreiding van de formule van Maxwell, zooals we dit in § 14 willen beproeven.

§ 9. Theorie der electromagnetische draaiing bij Maxwell.

Bij Maxwell neemt de theorie twee vormen aan, die tot dezelfde uitkomst leiden. Den eersten vinden we in het *Phil. Mag.*, Vol. 23, voor 1862, de laatste werd in het »*Treatise on Electricity and Magnetism*", Vol. II (1873), ontwikkeld.

In beide voorstellingen bedient Maxwell zich van de hypothese der *vortices*, die volgens hem en W. Thomson het magnetische veld vervullen. Deze vortices schijnen op het eerste gezicht een zeer speciaal gekozen model voor de werking van het magnetisme. Zij worden beschreven als stofmassa's die kringbewegingen (Wirbelbewegung) bezitten, als draaikolken (eddies") van zeer kleine afmeting in een fluidum. (1)

De algemeene voorwaarden voor deze bewegingen werden op klassieke wijze uiteengezet door Helmholtz in 1858 (*Crelle's Journal*), en Maxwell bewijst in het *Phil. Mag.*, Vol. 21 (1861), dat door zulke bewegingen op hydrodynamische wijze rekenschap wordt gegeven van de wetten der magnetische aantrekking en afstooting. Voor dit laatste neemt men slechts aan, dat de middenstof in het magnetisch veld eene groote menigte van zulke vortices bevat, die overal loodrecht op de magnetische krachtlijnen staan, en op die lijnen, achter elkander geplaatst, in denzelfden zin daarom ronddraaien. Dan wordt bewezen, dat door de hydrodynamische werking aantrekkende en afstootende krachten optreden, die omgekeerd evenredig zijn met de kwadraten der afstanden tot de magneetpolen, alzoo krachten zooals ze beschreven worden in de wet van Coulomb.

Deze vortices zijn het dan verder, die van de electrodynamische werking en van de inductie rekenschap geven, en die eindelijk door hunne draaiing de draaiing van het polarisatievlak verklaren.

Het speciale van dit model, namelijk dat er eene stof zou roteeren, vervalt, als men die vortices in magnetische stoffen vervangt door cirkelstroomen van Ampère, en in diamagnetische stoffen onder magnetischen invloed door de cirkelstroomen van Weber, zooals we dit in § 7 bespraken. Dan kunnen we het daarlaten, wat electriciteit is, mag het eene stof zijn of een toestand (energie). Want al wat Maxwell gezegd heeft over de draaiende beweging in zulk eene vloeistof, is even goed toepasbaar op een toestand als op eene

(1) Natuurlijk zijn hier geene »samengestelde" vortices bedoeld overeenkomende met rookringen, doch »enkelvoudige", zooals gewone draaikolken, bij welke de kringbeweging om eene enkele as plaats heeft.

stof, wanneer slechts de voorwaarden der beweging overeenstemmen met die voor een fluidum. (1)

In het geval, dat ons eigenlijk bezighoudt, laat het zich eenvoudig inzien, dat het hetzelfde is, of we over eene stof of een toestand spreken: Zijn er draaiende massa's eener stof (»ether") in het magnetisch veld, dan kunnen ook de lichtbewegingen in dien ether plaats grijpen, en alzoo beide bewegingen elkander wijzigen. Nemen we echter slechts cirkelstroomen van Ampère en Weber aan, terwijl we daarlaten, wat we eigenlijk met electriciteit bedoelen, dan mogen ook (zooals volgens de electromagnetische lichttheorie) de lichtbewegingen bestaan in heen- en weergang van electriciteit, en wederom kunnen beide bewegingen, de laatstgenoemde en de »magnetische" en »diamagnetische" met elkander samenwerken. Maxwell onderstelt nu zeer zeker, dat beide bewegingen, de lichtbeweging en de overige genoemde, van dezelfde kategorie zijn, zoodat de speciale aard der vortices van geene beteekenis is in de redeneering.

Slechts dit eene blijft van beteekenis, dat de theorie der *twee* electrische vloeistoffen niet in alle gevallen eene plaats vindt in het model door de vortex-beweging aangegeven; het is hier eene enkele vloeistof, die in draaiende beweging verkeert.

Men kan n. l. den electrischen stroom beschrijven als de beweging van twee vloeistoffen, eene positieve en eene negatieve, tegen elkander in, en dit zou men zich ook kunnen voorstellen bij het vortex-model, wanneer dit niet meer beteekende dan een cirkelstroom als die van Ampère; doch laat ons nu eens dien vortex in zijn geheel naar zekeren kant bewegen, dan bewegen zich ook die *beide* onderstelde fluida naar *dezelfde* zijde, iets dat evenmin de beteekenis kan hebben van eene electrische strooming, als de beweging van een stroomgeleider; deze beteekenis behoudt echter de door ons veroorzaakte beweging, als wij maar één electrisch »fluidum" aannemen, hetwelk dan de zelfstandigheid van den vortex uitmaakt. Slechts in zoover, dunkt ons, vormen de vortices een model van bijzonderen aard.

Overigens mag het eenigszins waarschijnlijk heeten, dat men, eenmaal eene goede voorstelling van de electriciteit bezittende, den electrischen stroom beschrijven zal door de beweging van een enkelen toestand of eene enkele stof.

Het magnetisme en de electrische strooming moeten zich ten opzichte van elkander verhouden als eene draaiing ten opzichte van

(1) Dat overigens de energie zich bij hare beweging gedragen kan als eene vloeistof, wordt aangewezen door Umow en door Grinwis. Vergel. Grinwis, »*Transport de l'énergie pendant le choc*", *Archiv. Neerland.*, 1881.

eene voortbeweging, of ook ongekeerd, zoodat ook het magnetisme zijn grond moge vinden in eenige voortbeweging, en de electrische stroom een verschijnsel van draaiing mag zijn.

Deze algemeene betrekking tusschen die beide verschijnselen werd het eerst, in verband met de theorie van Ampère, aangewezen door W. Thomson. (1)

Het is zeer zeker het eenvoudigst, als we aannemen, dat de electrische stroom een translatorisch verschijnsel is; en dan is het magnetisme een verschijnsel van rotatie.

Bestaat het licht in heen- en weergang van electriciteit, dan kan men aantoonen, dat de draaiing van het polarisatievlak door het magnetisme wijst op eene bestaande rotatie in het magnetisch veld. Dit werd reeds aangewezen door W. Thomson en Maxwell geeft er een uitvoerig bewijs voor. (2)

Deze draaiing wordt bij Maxwell vertegenwoordigd door het boven besproken model der kringbewegingen.

We hebben reeds gezegd, dat in zijn eersten en in zijn laatsten arbeid door Maxwell de theorie der draaiing van het polarisatievlak in twee vormen werd ontwikkeld, die tot dezelfde uitkomst leiden; dit zijn werkelijk twee vormen voor ééne en dezelfde theorie. Om dit in te zien, zullen we terstond de aandacht vestigen op de hoofdmomenten, die in de theorie voorkomen. Het zijn de volgende hypothesen:

1°. In het magnetisch veld zijn kringbewegingen (vortices) van een fluidum, welke loodrecht staan op de magnetische krachtlijnen. De positieve en de negatieve magnetische draaiing van het polaristievlak mogen overigens door kringbewegingen van tegenovergestelden zin worden veroorzaakt; bij Maxwell zijn het zekerlijk de »diamagnetische" cirkelstroomen, die dan de »positieve" draaiing veroorzaken, welke hij bestudeert.

2°. Het licht bestaat in transversale, periodieke bewegingen van een fluidum. Zoowel bij 1° als bij 2° doet het er eigenlijk niet toe, of het »fluidum" eene stof of wel eenige toestand (als energie) is.

3°. Deze beide soorten van beweging mogen direkt met elkander in verbinding treden.

De hier genoemde grondslagen treffen we eigenlijk in alle theorieën

---

(1) *On a mechanical Representation of Electric, Magnetic, and Galvanic Forces; Cambr. and Dubl. Math. Journ.*, 1847.

(2) *Treatise on Electr. and Magn.*, Vol. II, p. 407. Aan het hoofd dier bladzijde staat: Magnetism implies an angular velocity.

van het verschijnsel aan, ook in die van Neumann. Eigenaardig voor de theorie van Maxwell is de volgende

4°. hypothese. De onder 3° bedoelde samenwerking is van dien aard, dat de lichtbeweging eene verstoring der vortexbeweging veroorzaakt, waardoor de lichtbeweging zelve gewijzigd wordt. (1) Hier beneden zullen we toonen, hoe men zich deze verstoring in bijzonderheden moet voorstellen.

We zullen nu een kort overzicht geven van de beide vormen der theorie van Maxwell, waarbij we vooral zullen wijzen op de genoemde hoofdmomenten der redeneering.

Beginnen we met de berekening, zooals zij in het *Phil. Mag.* 23 (1862) voorkomt.

Hierbij worden vlakke golven beschouwd, die zich voortplanten in de richting der z-as, terwijl de x- en de y-as mogen genomen worden in de richtingen der hoofdelasticiteiten. Zijn ξ en η de verplaatsingen van het etherdeeltje evenwijdig aan de x- en de y-as, dan zullen die over de geheele golfoppervlakte dezelfde zijn, en dus alleen functiën van z en t. Blijkbaar wordt hier de tweede hypothese beschreven.

Laat X zijn de tangentiëele spanning (»stress") op de eenheid van oppervlakte, evenwijdig aan het xy-vlak, en strevende om het fluidum in de richting naar den oorsprong te bewegen. Y beteekene hetzelfde voor de y-richting.

k_1 en k_2 mogen verder de coëfficienten van veerkracht beteekenen met betrekking tot deze tangentiëele spanningen.

Dan zal men deze »stresses" zoo kunnen definieeren, dat

$$X = k_1 \frac{d\xi}{dz} \qquad Y = k_2 \frac{d\eta}{dz}$$

zoodat de *krachten*, op de eenheid van massa, zijn:

$$\frac{dX}{dz} = k_1 \frac{d^2\xi}{dz^2} \qquad \frac{dY}{dz} = k_2 \frac{d^2\eta}{dz^2}$$

want deze worden, zooals bekend is, ook uitgedrukt door de vergelijkingen

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = k_1 \frac{d^2\xi}{dz^2} \qquad \frac{d^2\eta}{dt^2} = k_2 \frac{d^2\eta}{dz^2}.$$

Stellen we nu, dat het veld magnetisch wordt, een toestand, die gekenmerkt is door cirkelstroomen (vortices) in het medium. Dit is

(1) *Treatise on Electr. and Magn.*, Vol. II, p. 409.

de eerste der genoemde hypothesen. De lineaire snelheden aan den omtrek, gerekend om de assen x, y, z, mogen zijn α, β, γ, welke alzoo tevens de componenten der magnetische kracht volgens die drie richtingen beduiden.

Nu wordt de derde hypothese ingevoerd; deze behelst de samenwerking der beide beschouwde bewegingen; verder stelt men (zie vierde hypothese), dat de waarde van β bijv. vermeerdert ten gevolge van de werking der genoemde tangentiëele spanningen, zoodat de versnelling $\frac{d\beta}{dt}$ geëvenredigd is aan de tangentiëele spanning (hier volgens x werkende), die haar veroorzaakt. Deze $\frac{d\beta}{dt}$, eene versnelling om de y-as, wordt alleen door eene »spanning" volgens x te weeg gebracht.

De volledige waarde van X zal nu geworden zijn

$$X = k_1 \frac{d\xi}{dz} + h \frac{d\beta}{dt}$$

zoo vindt men voor Y op overeenkomstige wijze

$$Y = k_2 \frac{d\eta}{dz} - h \frac{d\alpha}{dt}.$$

De krachten $\frac{dX}{dz}$ en $\frac{dY}{dz}$ op de massa-eenheid zijn alzoo

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = \frac{dX}{dz} = k_1 \frac{d^2\xi}{dz^2} + h \frac{d}{dz} \frac{d\beta}{dt}$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = \frac{dY}{dz} = k_2 \frac{d^2\eta}{dz^2} - h \frac{d}{dz} \frac{d\alpha}{dt}.$$

De grootheden $\frac{d\alpha}{dt}$ en $\frac{d\beta}{dt}$ worden in elke massa-element van het medium, dat in draaiing verkeert, veroorzaakt door de lichtbeweging, die door de grootheden ξ en η is gekenmerkt. Die diff. quotiënten kan men nu in de termen (ξ en η) der genoemde beweging uitdrukken door middel van eene stelling, die door Maxwell in *Phil. Mag.* 21 (1861), *Prop.* X, werd bewezen, en welke in de hier beschouwde verhandeling de plaats vervult van de wet van Helmholtz (voor vortex-verstoring), die in de theorie van het »*Treatise*" voorkomt. Deze stelling luidt: wanneer een massa-element van het

medium, waarin de kringbewegingen, met de snelheidscomponenten α, β, γ, voorkomen, van plaats of positie verandert, dan is voor α:

$$\delta\alpha = \alpha\frac{d}{dx}\delta\xi + \beta\frac{d}{dy}\delta\xi + \gamma\frac{d}{dz}\delta\xi$$

en voor β:

$$\delta\beta = \alpha\frac{d}{dx}\delta\eta + \beta\frac{d}{dy}\delta\eta + \gamma\frac{d}{dz}\delta\eta.$$

Daar nu $\delta\xi$ en $\delta\eta$ functiën zijn van z en t alleen, zoo is

$$\frac{d\alpha}{dt} = \gamma\frac{d^2\xi}{dzdt}$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \gamma\frac{d^2\eta}{dzdt}.$$

Substitueert men dit in de bovenverkregen vergelijkingen, dan verkrijgt men

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = k_1\frac{d^2\xi}{dz^2} + h\gamma\frac{d^3\eta}{dz^2dt}$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = k_2\frac{d^2\eta}{dz^2} - h\gamma\frac{d^3\xi}{dz^2dt}.$$

Voor $h\gamma$ kunnen we m schrijven, terwijl we hiermede eene grootheid bedoelen, die evenredig is aan de sterkte der geïnduceerde magnetische kracht volgens de z-richting.

Zijn nu verder k_1 en k_2 gelijk, dan kunnen deze vergelijkingen circulaire golfbewegingen voorstellen, en dan zijn zij van denzelfden vorm als de vergelijkingen (II) uit § 7. Zij geven dus, blijkens § 7, voor de electromagnetische draaiing de formule

$$\rho = \text{Const} \times m\frac{n^2}{\lambda^2}\left(n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(V.)}$$

waarin n den brekingsindex en λ de golflengte in vacuo voorstelt.

Thans zullen we de berekening voor de draaiingsformule overzien, zooals die gegeven wordt in het »*Treatise on Electr. and Magn.*" (1873) Vol. II, Art. 822—830.

Maxwell begint met de eerstgenoemde hypothese: er worden n. l. kringbewegingen in het magnetisch veld aangenomen.

Wederom zijn α, β, γ de componenten van de »strengtli" van een vortex. Zij beteekenen dus weder lineaire snelheden aan den

omtrek van drie vortices, welke resp. loodrecht op de x-, y-, z-as staan, in welke vortices alzoo het fluidum resp. om de drie genoemde assen draait. Elke willekeurige vortex in het veld is dan te vervangen door die drie samenstellende kringbewegingen.

De zin der onderstelling is nu deze, dat bij het vraagstuk, dat ons bezig houdt, de componenten der magnetische kracht volgens de drie richtingen steeds te vervangen zijn door (evenredig zijn aan) de genoemde snelheden α, β, γ; zoodat we de veranderingen die deze magnetische krachten ondergaan mochten, hebben te berekenen uit de wet van Helmholtz, voor kringbewegingen.

Uit deze wet volgt, dat, als door verplaatsing ξ, η, ζ, van een deel der middenstof, de snelheden α, β, γ, worden tot α', β', γ', deze laatste bepaald worden door de vergelijkingen

$$\alpha' = \alpha + \alpha\frac{d\xi}{dx} + \beta\frac{d\xi}{dy} + \gamma\frac{d\xi}{dz}$$

$$\beta' = \beta + \alpha\frac{d\eta}{dx} + \beta\frac{d\eta}{dy} + \gamma\frac{d\eta}{dz}$$

$$\gamma' = \gamma + \alpha\frac{d\zeta}{dx} + \beta\frac{d\zeta}{dy} + \gamma\frac{d\zeta}{dz}.$$

Ten gevolge dierzelfde verplaatsingen ξ, η, ζ, zijn de componenten der hoeksnelheden van het medium

$$\omega_1 = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(\frac{d\zeta}{dy} - \frac{d\eta}{dz}\right)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(\frac{d\xi}{dz} - \frac{d\zeta}{dx}\right)$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(\frac{d\eta}{dx} - \frac{d\xi}{dy}\right).$$

Hierbij wordt nog geene hypothese gesteld omtrent den aard der lichtbeweging, waarbij de genoemde verplaatsingen optreden.

»The next step in our hypothesis is the assumption that the kinetic energy of the medium contains a term of the form

$$2\,C(\alpha\omega_1 + \beta\omega_2 + \gamma\omega_3).$$

This is equivalent to supposing that the angular velocity acquired by the element of the medium during the propagation of light is a

quantity which may enter into combination with that motion by which magnetic phenomena are explained."

Blijkbaar is dit de derde der boven besprokene onderstellingen.

Dat het voorkomen van zulk een term in de kinetische energie duidt op eene verbinding der beide bedoelde bewegingen, blijkt bijv. op de volgende wijze.

De componenten der hoeksnelheid in het medium ten gevolge der lichtbeweging zijn ω_1, ω_2, ω_3, de componenten der lineaire snelheid hebben dus den vorm $c\omega_1$, $c\omega_2$, $c\omega_3$. Moge deze (resulteerende) snelheid zelve zijn v_2; de lineaire snelheid van een vortex zij v_1, die dus de resultante is van α, β, γ. Stellen we nu, dat eenig deel van het medium tot snelheid heeft de resultante van v_1 en v_2, zoodat op die wijze die bewegingen in verbinding treden, dan is het kwadraat dier resulteerende snelheid V van den vorm

$$V^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2 v_1 v_2 \cos\varphi$$

als φ de hoek is tusschen v_1 en v_2. En daar nu V^2 in de levende kracht optreedt, zoo is dit ook het geval met $v_1 \times v_2$, en dus ook met $\alpha\omega_1 + \beta\omega_2 + \gamma\omega_3$.

De levende kracht van het medium kan nu uitgedrukt worden door middel der snelheidscomponenten

$$\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt} \qquad \dot{\eta} = \frac{d\eta}{dt} \qquad \dot{\zeta} = \frac{d\zeta}{dt}.$$

Men bepale zich nu alleen tot den bedoelden term, die het verband tusschen de lichtbeweging en het magnetisme uitdrukt.

Deze term, berekend over het geheele lichaam, geeft

$$2C\iiint(\alpha\omega_1 + \beta\omega_2 + \gamma\omega_3)\,dx\,dy\,dz =$$

$$= C\iint(\gamma\dot{\eta} - \beta\dot{\zeta})\,dy\,dz + C\iint(\alpha\dot{\zeta} - \gamma\dot{\xi})\,dz\,dx + C\iint(\beta\dot{\xi} - \alpha\dot{\eta})\,dx\,dy$$

$$+ C\iiint\left\{\dot{\xi}\left(\frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz}\right) + \dot{\eta}\left(\frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx}\right) + \dot{\zeta}\left(\frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy}\right)\right\} dx\,dy\,dz \quad (1)$$

(1) Voegt men in het linkerlid dezer vergelijking de boven gegeven waarden van ω_1, ω_2, ω_3, dan ontstaat

$$C\iiint\left\{\left(\gamma\frac{d}{dt}\frac{d\eta}{dx} - \beta\frac{d}{dt}\frac{d\zeta}{dx}\right) + \ldots\ldots\right\} dx\,dy\,dz, \text{ alzoo}$$

$$C\iiint\left(\gamma\frac{d}{dt}d\eta - \beta\frac{d}{dt}\,d\zeta\right) dy\,dz + \ldots\ldots$$

Doch $\iiint\left(\gamma\frac{d}{dt}d\eta\right) dy\,dz = \iint\dot{\gamma}\,\dot{\eta}\,dy\,dz - \iiint\dot{\eta}\,\frac{d\gamma}{dx}\,dx\,dy\,dz$. Enz. voor de overige termen.

De dubbele integralen hebben betrekking op de grensvlakten, die zeer ver verwijderd mogen zijn; men bestudeert n. l. de werking in het binnenste van het lichaam onder magnetischen invloed, en gaat daarom verder met de beschouwing van het drievoudig integraal.

Thans wordt de vierde hypothese ingevoerd, er wordt ondersteld, dat de componenten der magnetische kracht (resp. de vortexbewegingen) zekere storingen ondergaan door de lichtbeweging. Zal men hiertoe de wet van Helmholtz gebruiken, dan moet men voor α, β, γ, in het drievoudig integraal de waarden van α', β', γ', uit die wet stellen. Deze geeft

$$\frac{d\gamma'}{dy} = \frac{d\gamma}{dy} + \alpha \frac{d^2\zeta}{dxdy} + \beta \frac{d^2\zeta}{dy^2} + \gamma \frac{d^2\zeta}{dzdy}$$

$$\frac{d\beta'}{dz} = \frac{d\beta}{dz} + \alpha \frac{d^2\eta}{dxdz} + \beta \frac{d^2\eta}{dydz} + \gamma \frac{d^2\eta}{dz^2}.$$

Na substitutie hiervan in den eersten term van het drievoudig integraal ontstaat daarin

$$\dot{\xi}\left(\alpha \frac{d}{dx} + \beta \frac{d}{dy} + \gamma \frac{d}{dz}\right)\left(\frac{d\zeta}{dy} - \frac{d\eta}{dz}\right).$$

Hiervoor schrijft men

$$\dot{\xi} \frac{d}{dh}\left(\frac{d\zeta}{dy} - \frac{d\eta}{dz}\right)$$

door te stellen

$$\alpha \frac{d}{dx} + \beta \frac{d}{dy} + \gamma \frac{d}{dz} = \frac{d}{dh}$$

Alzoo wordt de uitdrukking onder het integraalteeken

$$C\left\{\dot{\xi} \frac{d}{dh}\left(\frac{d\zeta}{dy} - \frac{d\eta}{dz}\right) + \dot{\eta} \frac{d}{dh}\left(\frac{d\xi}{dz} - \frac{d\zeta}{dx}\right) + \dot{\zeta} \frac{d}{dh}\left(\frac{d\eta}{dx} - \frac{d\xi}{dy}\right)\right\}$$

Na op dezen term gewezen te hebben, voert Maxwell de tweede der bovengenoemde hypothesen in, de aard der lichtbeweging wordt n. l. op de volgende wijze beschreven: Er mogen vlakke golven zijn, loodrecht op de z-as, zoodat de verplaatsingen ξ en η alleen functiën zijn van z en t.

Dus is $\frac{d}{dh}$ eenvoudig $\gamma \frac{d}{dz}$, en de laatstverkregen uitdrukking wordt

$$C\gamma\left(\frac{d^2\xi}{dz^2}\dot{\eta}-\frac{d^2\eta}{dz^2}\dot{\xi}\right)$$

Dit is alzoo de kenmerkende term voor de levende kracht in het medium, waarin de omschreven lichtbeweging samenwerkt met de kringbewegingen, door het magnetisme veroorzaakt.

Het deel der kinetische energie van het medium (per eenheid van volumen), dat afhangt van de snelheden $\dot{\xi}$, $\dot{\eta}$, $\dot{\zeta}$, der verplaatsingen is alzoo van den vorm

$$T=\frac{1}{2}\,q\,(\dot{\xi}^2+\dot{\eta}^2+\dot{\zeta}^2)+C\gamma\left(\frac{d^2\xi}{dz^2}\dot{\eta}-\frac{d^2\eta}{dz^2}\dot{\xi}\right)$$

als q de dichtheid beteekent.

De vergelijkingen van den tweeden vorm van Lagrange geven nu het middel om hieruit de krachten X en Y te berekenen, welke op de eenheid van volumen van het medium werken.

Het zijn de vergelijkingen

$$X=\frac{d}{dt}\frac{dT}{d\dot{\xi}}-\frac{dT}{d\xi}$$

$$Y=\frac{d}{dt}\frac{dT}{d\dot{\eta}}-\frac{dT}{d\eta}$$

Voor de x-richting vindt men nu in dit geval

$$\frac{dT}{d\dot{\xi}}=q\dot{\xi}-C\gamma\,\frac{d^2\eta}{dz^2}$$

Dus geeft de vergelijking van Lagrange voor X

$$X=q\frac{d^2\xi}{dt^2}-C\gamma\,\frac{d^3\eta}{dz^2dt}-C\frac{d\gamma}{dt}\cdot\frac{d^2\eta}{dz^2}$$

waarbij $\frac{d\gamma}{dt}=0$; alzoo verkrijgt men

$$X=q\frac{d^2\xi}{dt^2}-C\gamma\,\frac{d^3\eta}{dz^2dt}$$

en op gelijke wijze

$$Y=q\frac{d^2\eta}{dt^2}+C\gamma\,\frac{d^3\xi}{dz^2dt}.$$

Deze krachten ontstaan uit de werking van het omringende medium; in eene isotrope stof zijn zij volgens Cauchy van den vorm

$$X = A_0 \frac{d^2\xi}{dz^2} + A_1 \frac{d^4\xi}{dz^4} + \ldots$$

$$Y = A_0 \frac{d^2\eta}{dz^2} + A_1 \frac{d^4\eta}{dz^4} + \ldots$$

of zooals in § 7 in het algemeen werd geschreven

$$X = \varphi(D_z)\,\xi$$

$$Y = \varphi(D_z)\,\eta.$$

Nemen we dit in aanmerking, en tevens, dat γ evenredig is aan m, de componente van de magnetische kracht volgens z, dan kunnen we de verkregen vergelijkingen voor de lichtbeweging onder magnetischen invloed ook aldus schrijven

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = c' \,.\, \varphi(D_z)\,\xi + m\,c'' \,.\, \frac{d^3\eta}{dz^2\,dt}$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = c' \,.\, \varphi(D_z)\,\eta - m\,c'' \,.\, \frac{d^3\xi}{dz^2\,dt}$$

waarin c' en c'' constanten.

En deze vergelijkingen leiden blijkens § 7, bladz. 47, weder tot de draaiingsformule

$$\rho = \text{Const} \times m \frac{n^2}{\lambda^2}\left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right). \quad \ldots\ldots\ldots \quad (V.)$$

Zoo zien we, dat Maxwell hier (1873) (1) tot dezelfde formule voor de electromagnetische dispersie geraakt als in het *Phil. Mag.* 23, (1862), terwijl dan ook feitelijk dezelfde hypothesen zijn gebruikt.

Het komt er nu op aan, deze formule te vergelijken met de uitkomsten der waarneming; hiertoe citeeren we de waarnemingen en berekeningen van Verdet. Tevens voegen we er, ter vergelijking, de getallen bij, die volgens de formule van Neumann de electromagnetische dispersie aanduiden. De draaiing voor de streep E is weder als eenheid aangenomen.

---

(1) »*Treatise*", Vol. II, p. 412. Bij Maxwell beteekent m eene andere grootheid; hij leidt de draaiingsformule af ook met het oog op de lengte van den lichtstraal in het medium. Het was ons slechts om de dispersie-formule te doen.

Zwavelkoolstof.

	C	*D*	*E*	*F*	*G*
Waarneming.	0,592	0,768	1,000	1,234	1,704
Maxwell.	0,589	0,760	1,000	1,234	1,713
Neumann.	0,943	0,967	1,000	1,034	1,091

Kreosoot.

Waarneming.	0,573	0,758	1,000	1,241	1,723
Maxwell.	0,617	0,780	1,000	1,210	1,603
Neumann.	0,976	0,993	1,000	1,017	1,041

Zooals men ziet, voldoet de formule van Maxwell veel beter dan die van Neumann, die men wel kan verwerpen. Voor zwavelkoolstof is de formule van Maxwell geheel voldoende, daar de afwijkingen met de waarneming veel kleiner zijn dan de mogelijke waarnemingsfouten. Voor kreosoot is zij minder voldoende, daar hierbij de afwijkingen grooter zijn dan redelijkerwijs aan de fouten der waarneming kan worden toegeschreven.

Wij zouden ons echter moeten verwonderen, hoe eene formule, die als *dispersie*-formule beschouwd, *geene* empirische, de stof kenmerkende constante bevat, (1) althans voor de eene der genoemde stoffen tot zoo geheel voldoende uitkomsten leidt, tenzij wij de deugdelijkheid van het beginsel der theorie aannemen. Aan de eene zijde pleit hiervoor nog wel de eenvoud in de afleiding, aan de andere zijde de omstandigheid, dat men, zooals we in § 14 zullen zien, door eene eenvoudige uitbreiding de theorie van Maxwell wellicht kan laten voldoen aan de waarnemingen, zelfs aan die betreffende de negatieve electromagnetische draaiing.

Slaan wij nogmaals een blik op de behandelde theorie, en bepaald op de beteekenis der *vierde*, deze theorie kenmerkende hypothese.

Vragen we eens, wat er van de redeneering wordt, als wij a priori slechts cirkelstroomen loodrecht op de z-as aannemen, volgens welke zich ook het licht voortplant. De draaiing van het polarisatievlak moet dan het sterkst zijn.

---

(1) Er treedt n. l. in de *dispersie*, die volgens de formule van Maxwell berekend wordt, geene constante op, die door de waarneming van draaiingen wordt geëischt, daar de constante factor van de draaiingsformule, die het relatief draaiingsvermogen der stof uitdrukt, bij de deeling door de draaiing voor E wegvalt. Al wat er dan in de formule blijft, is n en λ.

Nu zijn α en β gelijk nul gesteld, en daar de z-componente van het magnetisme, n. l. γ, uit zich zelf niet verandert, zijn van zelf $d\alpha$ en $d\beta$ gelijk nul. Voegen we dit in de redeneering van Maxwell, waarin juist die $d\alpha$ en $d\beta$ als onmisbare factoren voorkomen (men vergelijke bladz. 60 en bladz. 64), dan doet het zich voor, alsof deze theorie in dit geval tot eene draaiing gelijk nul zou leiden, juist terwijl dit verschijnsel een maximum moet zijn. Die veranderingen van α en β moeten, niettegenstaande dat we een magnetisch veld hebben met $\alpha=o$ en $\beta=o$, veroorzaakt worden door de lichtbeweging zelve (vierde hypothese). Doch er was alleen γ gegeven, en zelfs blijkt (zie de ontwikkeling der formules) de draaiing evenredig aan die γ, zooals dit ook de wet van Verdet eischt. Mechanisch is dit het eenvoudigst te verklaren, door aan te nemen, dat die gegeven γ-vortices kantelen om lijnen evenwijdig aan het xy-vlak, zoodat door die draaiingen snelheidscomponenten α en β worden vertegenwoordigd. Zoo stellen we ons de verstoring der kringbewegingen voor.

En deze verstoring moet dan door de lichtbeweging geschieden. Men ziet, als de theorie van Maxwell juist is, moet er wel een innig verband bestaan tusschen licht en magnetisme, en werkelijk zijn wij hier genaderd tot den kern der »electromagnetische lichttheorie".

Van deze theorie zullen we in het IVde hoofdstuk de physische beteekenis bespreken, en er zal dan gelegenheid zijn, er op te wijzen (§ 13), hoe door de lichtbeweging uit het gegeven magnetisme transversale magnetische krachten moeten ontwikkeld worden. In de theorie der magnetische draaiing bij Maxwell werd er, als vierde hypothese, *aangenomen*, dat er zulke veranderingen in de vortices ontstaan, zooals dan ook Maxwell zegt: »the displacements of the medium, during the propagation of light, will produce a disturbance of the vortices", en de draaiing van het polarisatievlak volgt dan met noodzakelijkheid. Wanneer men dus aanwijst, hoe het uit de lichttheorie van Maxwell volgt, dát er zulke grootheden α en β moeten optreden, doet men de geheele theorie beter ineensluiten, de vierde hypothese wordt dan gegrond in de lichttheorie zelve. Tevens behelst zulk eene aanwijzing eene mechanische verklaring.

§ 10. De theorieën na Maxwell.

Thans willen we nog een paar theoretische voorstellingen overzien, die na den arbeid van Maxwell ontstaan zijn, n. l. die van Lommel en van Rowland, benevens de formules van H. Becquerel.

Beschouwen we vooreerst de theorie van Lommel. Deze vindt men in de *Münchener Sitz. Ber. Math. Classe* 1881, Bd. IV; en in *Poggend. Ann.* 1881, Bd. 250, (3).

Zij wordt afgeleid uit de eigenaardige lichttheorie, die vroeger met groote scherpzinnigheid door Lommel werd ontwikkeld (*Poggend. Ann.* 1878), en welke op de volgende grondslagen berust:

A. De ether tusschen de lichaamsmoleculen is van denzelfden aard als de vrije ether, alzoo ook onsamendrukbaar.

B. Tusschen ether- en lichaamsmoleculen heeft eene soort van wrijving plaats, welke evenredig gesteld wordt aan de relatieve snelheid.

C. Op elke lichaamsmolecule werken de voor dat deel eigenaardige elastische krachten, en

D. een aan hare snelheid geëvenredigde weerstand.

Die weerstand, veroorzaakt door het etherhulsel, is gewoonlijk naar alle richtingen even groot. Gaat er echter een electrische stroom om de molecule, of is deze schroefvormig gebouwd, dan moet die weerstand naar verschillende richtingen verschillend zijn, en wel moet hij dan voor rechtsomdraaiende bewegingen eene andere grootte hebben dan voor linksomdraaiende.

Zooals men ziet, gebruikt ook Lommel, voor het geval der magnetische draaiing, de hypothese der cirkelstroomen, zooals die van Ampère.

In de bewegingsvergelijkingen wordt nu de genoemde weerstand op behoorlijke wijze ingevoerd, en hieruit berekent Lommel eene grootte der electromagnetische draaiing, gelijk aan

$$\rho = \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4} + \frac{c}{\lambda^6} + \ldots\ldots$$

waarbij voorloopig slechts twee termen behouden worden, zoodat

$$\rho = \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4}.$$

Deze formule wordt nu door Lommel met de formules der andere theorieën en met de waarnemingen van Verdet vergeleken. Wij deelen hier zijne tabel mede, die deze vergelijking gemakkelijk maakt. Onder *L* zijn de berekende waarden volgens de formule van Lommel, onder *M* die volgens de formule van Maxwell, onder *N* die volgens *C.* Neumann vereenigd, terwijl in de eerste kolom de uitkomsten der waarnemingen van Verdet, en onder »Diff." de verschillen van de voorafgaande kolom met de waarneming zijn geplaatst.

Zwavelkoolstof.

	Waarn.	*L.*	Diff.	*M.*	Diff.	*N.*	Diff.
C	0,592	0,585	+ 7	0,589	+ 3	0,943	— 351
D	0,768	0,759	+ 9	0,760	+ 8	0,967	— 199
E	1,000	1,000	0	1,000	0	1,000	0
F	1,234	1,230	+ 4	1,234	0	1,034	— 200
G	1,703	1,692	+ 12	1,713	— 9	1,091	+ 113

Kreosoot.

	Waarn.	*L.*	Diff.	*M.*	Diff.	*N.*	Diff.
C	0,573	0,575	— 2	0,617	— 44	0,976	— 403
D	0,758	1,752	+ 6	0,780	— 22	0,993	— 235
E	1,000	1,000	0	1,000	0	1,000	0
F	1,241	1,238	+ 3	1,210	+ 31	1,017	+ 224
G	1,723	1,723	0	1,603	+ 120	1,041	+ 682

Volgens deze opgave zijn dus Maxwell's uitkomsten voor zwavelkoolstof iets beter dan die van Lommel; voor kreosoot zijn echter die van Lommel beter, en voldoen genoegzaam aan de waarnemingen. Lommel merkt hierbij op, dat dus de formule van Maxwell onbruikbaar moet heeten.

Wij mogen echter vragen, tot welke uitkomsten de formule van Maxwell mocht geraken, als zij, uit den aard der theorie, ook eens met *twee* constanten (als *a* en *b*) kon worden voorzien. Dan mocht wellicht blijken, dat ze evengoed als die van Lommel in staat is, de waarnemingen samen te vatten. Dit zullen we ook in Hoofdst. IV, § 14 trachten aan te toonen.

Ook bij Lommel zijn de hypothesen voor de theorie duidelijk te erkennen; wij bedoelen niet de vier door hem genoemde boven vermelde grondslagen zijner lichttheorie, doch hypothesen, welke verwant zijn aan die van Maxwell en van Neumann.

Feitelijk treffen we hier de volgende aan:

1°. Magnetisme bestaat in circulaire stroomingen van electriciteit.

2°. Licht bestaat in transversale periodieke beweging van ether.

3°. Die beide bewegingen kunnen in onderling verband treden.

Dit zijn alzoo de drie eerstgenoemde hypothesen bij Maxwell.

4°. Dat verband wordt nu nader bepaald, doordat de weerstand van de molecule, welke veroorzaakt wordt door het etherhulsel,

evenredig wordt gesteld aan zijne snelheid. Deze vierde term is kenmerkend voor deze theorie.

Bij Lommel beweegt zich de stoffelijke molecule (zeggen we hier liever: het atoom) heen en weer, en daardoor beweegt zich ook zijn etherhulsel; *deze* etherbeweging, die ook een deel van het licht vertegenwoordigt, wordt dan, als wij het goed verstaan, op de volgende wijze door het magnetisme veranderd.

Bij de beweging van het stofdeeltje moet dit zijn etherhulsel medenemen, hetwelk dan een weerstand veroorzaakt, evenredig aan de snelheid. (Hypothese *D* der lichttheorie van Lommel). Door den invloed van dezen weerstand moet er nu eene kracht gaan werken loodrecht op de bewegingsrichting; dit mag dan wellicht op dezelfde wijze veroorzaakt worden, als volgens Magnus de afwijking der kogelvormige projectielen tot stand komt. In het geval, dat Lommel bespreekt, is het wel niet de kogel die draait, doch zijne atmosfeer. Niettemin moge er dan toch een verschijnsel optreden, in hoofdzaak overeenkomende met datgene, wat Magnus met de volgende woorden beschrijft (1).

»Draait n.l. een kogel gedurende zijn voortgang door de lucht, dan werkt de lucht, die met hem mededraait, daar waar zij zich in gelijken zin beweegt als die waarin de kogel voortgaat, op eene zelfde wijze de stilstaande lucht tegen, als dit twee luchtstroomen doen, die elkander ontmoeten. Hierdoor ontstaat eene drukking tegen den kogel, *die loodrecht staat op zijne bewegingsrichting.* Evenzoo ontstaat aan de tegenovergestelde zijde, waar de lucht, door mede te draaien, zich in een zin beweegt tegengesteld aan dien waarin de kogel voortgaat, eene vermindering van drukking."

Eene medesleping door wrijving, als die welke hier optreedt, wordt door Lommel in zijne bovengenoemde hypothese *B* vooropgesteld.

Wellicht is dit de mechanische zin in de bedoeling van Lommel; doch zijne theorie is zeker lang niet zoo eenvoudig als zij schijnt. (2)

Voor de vraag, welke theorie nu de eenvoudigste is, die van Lommel of die van Maxwell, moet men de vierde hypothese in beide theorieën met elkander vergelijken. Wij zullen echter zien, hoe

(1) *Ueber die Abweichung der Geschosse.* Berlin, 1860, p. 16.

(2) Het verdient opmerking, dat ook Hall voor het door hem ontdekte verschijnsel, hetwelk Rowland toepast op de draaiing van het polarisatievlak (zie beneden), eene dergelijke verklaring onderstelt. (*American Journ. of Science*, Sept. 1880, p. 184.) Evenals de verklaring van Lommel staat deze beschouwing *tegenover* die van Maxwell, welke zooals we zagen (§ 9) op de verandering (het ontstaan) van transversale componenten van het magnetisme berust.

die vierde hypothese bij Maxwell van zelf volgt uit de electromagnetische lichttheorie (§ 13), welke laatste door verschillende verschijnselen wordt gesteund.

Geheel eigenaardige formules voor de electromagnetische dispersie zijn gegeven door H. Becquerel. Zij berusten meer op een onderstelden empirischen regel dan op eene theorie.

Vooreerst meent Becquerel, dat het electromagnetisch rotatievermogen van verschillende stoffen (voor stralen van dezelfde breekbaarheid) wordt weergegeven door de uitdrukking

$$\rho = C\, n^2 (n^2 - 1)$$

waarbij C, dus het quotiënt $\frac{\rho}{n^2 (n^2 - 1)}$ voor alle stoffen dezelfde grootheid zou zijn. (1)

In de volgende tabel zijn de getallen van de eerste en de tweede kolom aan Becquerel ontleend, terwijl de derde kolom straks zal worden besproken.

	Draaiingsvermogen.	$\frac{\rho}{n^2(n^2-1)}$	$\frac{\rho}{n^3(n^2-1)}$
Water	0,308	0,222	0,166
Zwavelzuur	0,247	0,116	0,081
Rookend salpeterzuur	0,206	0,109	0,077
Zwavelkoolstof	1,000	0,231	0,142
Tintetrachloride	1,035	0,359	0,238
Jodkalium oplossing	0,801	0,349	0,241
Bromium	1,960	0,465	0,288
Vloeispaath	0,234	0,108	0,075
Zigueline	14,060	0,241	0,085
Blende	5,295	0,204	0,086
Spinel	0,496	0,087	0,057

Het draaiingsvermogen van zwavelkoolstof werd als eenheid aangenomen. De indices hebben betrekking op de D-streep; slechts voor het bijzonder sterk draaiende, roodgekleurde zigueline (Cu_2O), en voor bromium op de roode lithium-streep.

Zooals men ziet, verschilt de uitdrukking $\frac{\rho}{n^2(n^2-1)}$ veel voor de verschillende stoffen. Terwijl het draaiingsvermogen verschilt van 1 tot 70 ongev., verschilt de waarde van genoemd quotiënt van 0,087 tot 0,465.

(1) *Ann. de chim. et de phys.* 1877, (12). *Compt. Rend.* 80.

Welken theoretischen grond Becquerel had voor het aannemen van den factor $n^2(n^2-1)$, is niet gebleken. Is hier de empirische grond voldoende, dan mogen we opmerken, dat eene formule van den vorm $\rho = C \cdot n^3(n^2-1)$ iets beter voldoet dan de voorgestelde. De resultaten der berekening volgens deze formule zijn in de derde kolom der gegeven tabel vereenigd. De waarden van het quotiënt $\frac{\rho}{n^3(n^2-1)}$ verschillen van 0,057 tot 0,288, en verschillen relatief niet zooveel als de getallen uit de tweede kolom. Wij hebben overigens volstrekt geen grond tot het aannemen eener formule als $\rho = Cn^3(n^2-1)$, welke we dan ook niet voorstellen; ze is evenmin voldoende als de door Becquerel voorgestelde.

Ook voor gassen is de formule van Becquerel onvoldoende, zooals uit de volgende opgave blijkt.

	$\frac{\rho}{n^2(n^2-1)}$
Zuurstof	0,269
Lucht	0,277
Stikstof	0,274
Kooldioxyde	0,332
Stikstofoxydule	0,381
Olievormend gas	0,590

Voor de electromagnetische *dispersie* wordt door Becquerel de formule $C\frac{n^2(n^2-1)}{\lambda^2}$ of wel $C\frac{n^2(n^2-1)}{\lambda^4}$ voorgesteld, al naar dat de stof positief of negatief draaiende is.

Eene vergelijking van de eerstgenoemde formule met die van Maxwell, voor de waarnemingen met zwavelkoolstof en kreosoot, vindt men in de *Ann. de Chim. et de Phys.* 1877 (12), p. 79. Het blijkt daaruit, dat de genoemde formule *bijna even goed* is als die van Maxwell.

Ook hier gevoelt men dus niet de noodzakelijkheid, de formule $\rho = C\frac{n^2(n^2-1)}{\lambda^2}$ aan te nemen, te meer, daar er volstrekt geen theoretische grond voor bekend is.

Wel wordt er in de *Ann. de Chim. et de Phys.* voor 1881 op gewezen, dat deze uitdrukking ook in den vorm

$$C\frac{n^2-1}{\left(\frac{\lambda}{\frac{g}{.}n_1^1}\right)^2}$$

kan worden geschreven, waarbij dan Becquerel opmerkt, dat de teller de relatieve medesleping der lichtbeweging aangeeft, terwijl de noemer het kwadraat is van de golflengte in de doorschijnende stof. Doch deze grootheden worden door geenerlei beschouwing met elkander in verband gebracht.

Men moet overigens voorzichtig zijn met het invoeren van eenige tangentiëele »medesleping" van den lichtether in een circulair gepolariseerden straal, tengevolge van circulaire stroomingen als die van Ampère, waardoor dan de snelheid van dien straal zou veranderen; hierdoor zou men lichtelijk in strijd geraken met den mechanischen eisch van het vraagstuk, zooals die in § 8 werd beschreven. (Men vergelijke de opmerking van Verdet in die §.) Zulk eene medesleping van het etherdeeltje in de rondte, door de circulaire stroomen in het magnetisch veld, mag misschien wel eens gehouden worden voor de oorzaak der magnetische draaiing van het polarisatievlak; uit § 8 volgt, dat dit de oorzaak niet kan zijn.

De formule $\rho = C\frac{n^2(n^2-1)}{\lambda^4}$ wordt getoetst aan de waarnemingen voor titaantetrachloride, welke eenigermate, hoewel volstrekt niet voldoende, door deze formule worden weergegeven. (*Compt. Rend.* 85.)

De waarschijnlijkheid, dat $\frac{1}{\lambda^2}$ en $\frac{1}{\lambda^4}$ als factoren in de dispersieformules zouden voorkomen, deed Becquerel besluiten, dat de magnetische draaiing zou worden weergegeven door eene formule

$$\rho = \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4}$$

tot welke ook later Lommel op theoretische wijze geraakte. Deze formule, die zooals we boven zagen, aan de waarnemingen voldoet, mist echter het eigenaardige der vroegere formules van Becquerel, waarin geene constanten voorkomen, die de verschillende stoffen voor het magnetisch-optische verschijnsel kenmerken.

De theorie der electromagnetische draaiing van het polarisatievlak, volgens Rowland, vinden we in het *Phil. Mag.* voor 1881.

Zij sluit zich, voor de berekening der dispersie, aan bij de vormen, die door Maxwell in diens *Treatise on Electr. and Magn.* (vol. II, art. 783, 784) voor de lichtbeweging zijn ontwikkeld. Daar we deze vormen eerst in het volgende hoofdstuk (§ 12) zullen bespreken, zijn wij genoodzaakt, ten deele daarnaar te verwijzen.

Rowland grondt zijne theorie op een verschijnsel, dat door Hall

werd ontdekt, (1) en dat voor de toepassing, die hier wordt vereischt, op de volgende wijze kan worden omschreven:

Wanneer een electrische stroom zich binnen eene metaalmassa beweegt, die tusschen de polen van een electromagneet is geplaatst, terwijl de richting van den stroom loodrecht staat op die der gegeven magnetische kracht, dan wordt door deze de stroom gedraaid om de magnetische krachtlijnen, zoodat hij in het metaal langs *S*-vormige banen loopt. Het is even goed, alsof er nieuwe electromotorische krachten ontstaan, loodrecht op de bestaande, en die, met deze laatste, aan de electriciteit die resulteerende zijdelingsche beweging geven.

Rowland onderstelt nu, dat wij in dit verschijnsel het wezen der magnetische draaiing van het polarisatievlak voor oogen hebben. Hij stelt n. l., dat dezelfde werking als de beschrevene, zooals zij wordt waargenomen bij stroomen in geleiders, ook zal plaats hebben bij de »displacement-currents" in diëlectrica, n. l. bij die kleine periodieke stroomen van electriciteit, welke het wezen van het licht mogen uitmaken. (§ 12.)

Om nu de electromagnetische dispersie te berekenen, heeft hij dan slechts deze onderstelling te substitueeren in de gegevene vergelijkingen voor de lichtbeweging.

Onder gewone omstandigheden zijn de vergelijkingen voor de lichtbeweging, volgens de electromagnetische theorie van den vorm

$$\frac{d^2F}{dt^2} = \frac{1}{K\mu} \cdot \Delta^2 F$$

$$\frac{d^2G}{dt^2} = \frac{1}{K\mu} \cdot \Delta^2 G$$

waarbij die F en G, K en μ, beteekenissen hebben, die we in het volgende hoofdstuk zullen bespreken.

De lezer moge overigens in plaats van die F en G voorloopig stellen ξ en μ, waarbij deze laatste de »verplaatsingen" beteekenen, in den zin, dien de gewone lichttheorie daaraan geeft. (2) Dan hebben, zooals men ziet, de gegeven vergelijkingen den gewonen vorm, waarbij $\Delta^2 F$ en $\Delta^2 G$ op de termen van Cauchy mogen wijzen.

Is nu c een zekere coëfficient, die het verschijnsel van Hall ken-

(1) *American Journal of Science* 1880.

(2) De juiste beteekenis van F en G wordt besproken in § 12.

merkt, en zijn a', b', c', de componenten van den electrischen stroom, a, b, c, die der magnetische kracht, dan is het draaiingsverschijnsel van Hall uit te drukken, door te stellen, dat er nieuwe electromotorische krachten zullen worden opgewekt, gegeven door de vormen:

$$A'' = \mathfrak{c}\,(b_1 c' - b' c_1)$$
$$B'' = \mathfrak{c}\,(c_1 a' - c' a_1)$$
$$C'' = \mathfrak{c}\,(a_1 b' - a' b_1).$$

Heeft nu, zooals Rowland onderstelt, hetzelfde plaats in diëlectrica, dan is dit op de volgende wijze bij de lichtbeweging in rekening te brengen. Men vergelijke hierbij Maxwell's *Treatise* II, Art. 599, 616, 783; of hier beneden § 12.

De electromotorische kracht $\mathfrak{E}$, met de componenten P, Q, R, hangt bij de lichtbeweging onder gewone omstandigheden op zulk eene wijze samen met eene grootheid $\mathfrak{A}$ (§ 12,) waarvan de componenten F, G en H zijn, dat

$$\mathfrak{E} = -\frac{d\mathfrak{A}}{dt}$$

of: $$P = -\frac{dF}{dt} \qquad Q = -\frac{dG}{dt} \qquad R = -\frac{dH}{dt}.$$

Thans komen er dus volgens onderstelling de bovengenoemde electromotorische krachten bij, waardoor

$$P = -\frac{dF}{dt} + \mathfrak{c}\,(b_1 c' - b' c_1)$$

$$Q = -\frac{dG}{dt} + \mathfrak{c}\,(c_1 a' - c' a_1)$$

$$R = -\frac{dH}{dt} = \mathfrak{c}\,(a_1 b' - a' b_1).$$

De elementaire periodieke stroomen, de »displacement currents" zijn nu gegeven door de vergelijking

$$\mathfrak{C} = \frac{d\mathfrak{D}}{dt}$$

waarbij $\mathfrak{D}$ de verplaatsing der electriciteit is, welke verplaatsing op deze wijze samenhangt met de electromotorische kracht $\mathfrak{E}$, dat

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{4\pi} . K \mathfrak{E}.$$

Dus

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{4\pi} . K \frac{d\mathfrak{E}}{dt}$$

of wel: de componenten van den »displacement current" zijn

$$a' = \frac{K}{4\pi} \frac{dP}{dt}$$

$$b' = \frac{K}{4\pi} \frac{dQ}{dt}$$

$$c' = \frac{K}{4\pi} \frac{dR}{dt}.$$

Tevens worden zij uitgedrukt door de vergelijkingen

$$4\pi\mu a' = -\Delta^2 F$$

$$4\pi\mu b' = -\Delta^2 G$$

$$4\pi\mu c' = -\Delta^2 H.$$

(Vergelijk Maxwell, Vol. II, Art. 783, verg. (4), benevens de opmerking onder aan p. 385.)

Uit de beide laatstgenoemde stelsels volgt:

$$K\mu \left\{ \frac{d^2 F}{dt^2} - \frac{d}{dt} \mathfrak{c} (b_1 c' - b' c_1) \right\} - \Delta^2 F = 0,$$

$$K\mu \left\{ \frac{d^2 G}{dt^2} - \frac{d}{dt} \mathfrak{c} (c_1 a' - c' a_1) \right\} - \Delta^2 G = 0,$$

$$K\mu \left\{ \frac{d^2 H}{dt^2} - \frac{d}{dt} \mathfrak{c} (a_1 b' - a' b_1) \right\} - \Delta^2 H = 0.$$

Dit zijn de boven vermelde vergelijkingen voor het licht, voorzien met een eigenaardigen term

$$\frac{d}{dt} \mathfrak{c} (\ldots\ldots)$$

Het komt er nu op aan, dezen term nader te bepalen; hiertoe nemen we het geval van een rechtlijnig gepolariseerden straal, gaande volgens de z-as, en evenwijdig aan de magnetische kracht c_1.

Nu merkt Rowland op, dat de magnetische krachten, welker verandering de lichtgolven uitmaakt (1), zeer klein zijn; in sterk zonlicht zijn ze, volgens Maxwell's berekening niet grooter dan een tiende van de horizontale sterkte van het aardmagnetisme.

Hierdoor verdwijnen dan a_1 en b_1, in vergelijking met de groote magnetische kracht c_1, uit de verkregen vergelijkingen. Alzoo kunnen we schrijven

$$K\mu\left\{\frac{d^2F}{dt^2} + \mathfrak{c}\,(b'c_1)\right\} - \frac{d^2F}{dz^2} = 0,$$

$$K\mu\left\{\frac{d^2G}{dt^2} - \mathfrak{c}\,(a'c_1)\right\} - \frac{d^2G}{dz^2} = 0,$$

terwijl $K\mu\dfrac{d^2H}{dt^2} = 0.$

Hieruit volgt, na invoering der waarden van a', b', c',

$$K\left\{\frac{d^2F}{dt^2} - \frac{\mathfrak{c}\,c_1}{4\pi\mu}\frac{d^3G}{dt\,dz^2}\right\} - \frac{d^2F}{dz^2} = 0,$$

$$K\left\{\frac{d^2G}{dt^2} + \frac{\mathfrak{c}\,c_1}{4\pi\mu}\frac{d^3F}{dt\,dz^2}\right\} - \frac{d^2G}{dz^2} = 0.$$

Dit zijn de gezochte differentiaalvergelijkingen, die, zooals men ziet, overeenkomen met de vergelijkingen (II) van Maxwell, voor de lichtbeweging onder invloed van magnetisme (zie § 9, bladz. 61 en 66), evenals met het tweede stelsel van Airy (bladz. 41).

Zij leiden alzoo (bladz. 47) tot dezelfde formule voor de dispersie, n.l.

$$\rho = \text{const.} \times \frac{n^2}{\lambda^2}\left(n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right) \ldots\ldots \text{(V.)}$$

Eene enkele opmerking betreffende deze afleiding. Het is ons niet duidelijk, met welk recht Rowland beweert, dat de magnetische componenten (a en b), die de lichtbeweging met zich brengt, bij deze theorie *op grond hiervan* kunnen worden weggelaten: dat ze zoo klein zijn.

Inderdaad moeten, zooals dit in de berekening geschiedt, a en b worden weggelaten; doch blijkbaar om eene geheel andere reden: Zoodra wij stellen, dat we met een rechtlijnig gepolariseerden straal

(1) Einde van § 12; en Maxwell, art. 790, 791.

te doen hebben, die volgens de z-as loopt, terwijl tevens de magnetische kracht, die we door den electromagneet veroorzaken, die richting heeft, zijn er ook dientengevolge alleen displacement-currents volgens de x- en de y-as, dus a' en b'. (1)

Op deze stroomen moet nu het verschijnsel van Hall worden toegepast. Zij veroorzaken nu wel magnetische krachten b en a, doch *deze* kunnen *uit zich zelve* die stroomen niet doen draaien. Ware dit het geval, dan moest bij elken rechtlijnig gepolariseerden straal, ook die niet onder magnetischen invloed staat, de lichtbeweging op de onderstelde manier worden gewijzigd door de magnetische krachten, die zij zelve veroorzaakt; iets dat niet plaats heeft.

De displacement-currents staan tegenover de magnetische krachten, *die zij veroorzaken*, in eene gansch andere verhouding, dan de electrische stroom bij het verschijnsel van Hall tegenover de *gegeven* (niet door dien stroom veroorzaakte) magnetische kracht.

Hieruit volgt, dat, als men de draaiing van het polarisatievlak verklaren wil *door substitutie van het verschijnsel van* Hall, er niets anders in rekening mag komen dan de *gegeven* (door den magneet veroorzaakte) magnetische kracht, welke dan hier $= c_1$ is.

Dientengevolge vallen de termen $b_1 c'$ en $c' a_1$ weg, en de berekening van Rowland blijkt volkomen juist, niettegenstaande zijne misplaatste opmerking. In Rowland heeft de wiskundige den denker overtroffen.

Wil men het verschijnsel van Hall mechanisch verklaren, dan zal men moeten letten op de samenwerking der magnetische kracht, die het gevolg is van den electrischen stroom in de metalen plaat, met de magnetische kracht, die door den electromagneet wordt veroorzaakt. Eerst dan brengt men grootheden met elkander in verband, die tot dezelfde kategorie behooren (iets waarop bij Faraday, Thomson en Maxwell zoo zeer wordt gelet); doch men doet dit niet, wanneer men stelt, dat de door den stroom veroorzaakte magnetische kracht *op zich zelve* een invloed heeft op de richting van den stroom; — en het verschijnsel van Hall heeft op dit geval ook geene betrekking.

En zoo zal men eerst dan eene mechanische verklaring van de magnetische draaiing van het polarisatievlak verkregen hebben, als

---

(1) $c = o$ is, a priori, niet voldoende, om de termen $a_1 c'$ en $b_1 c'$ te doen verdwijnen; want ware het verschijnsel van Hall in dien zin op de displacements-currents toe te passen, dat deze gedraaid werden door de magnetische componenten die zij veroorzaken, dan zouden er *longitudinale* componenten (c') der lichtbeweging *ontstaan*.

men heeft gelet op de samenwerking van het *gegeven* magnetisme, met de magnetische krachten der lichtbeweging, d. i. met datgene, »which is truly magnetic in the force of light." (Faraday.)

Het is duidelijk, waarom Rowland's berekening niet den naam kan dragen van eene »complete explanation", dien hij er aan toekent. Voor de draaiing van het polarisatievlak is hier een verschijnsel gesubstitueerd, dat gelijke moeilijkheid oplevert.

Doch juist hierdoor blijkt het, ingeval men aanneemt, dat Maxwell's formule voor de draaiing op een juisten grondslag rust, dat het verschijnsel der magnetische draaiing van het polarisatievlak en het verschijnsel van Hall beide uit dezelfde oorzaak voortvloeien. Dit is het belangrijke van het resultaat, door Rowland verkregen. (1)

Mechanisch zijn beide verschijnselen slechts te verklaren door de samenwerking van het gegeven mechanisch veld met het magnetisme, dat door den stroom wordt veroorzaakt waarvan men de afwijking bestudeert; terwijl men dan eene hypothese moet stellen omtrent de natuur van het magnetisme in het algemeen. Voor het eene verschijnsel: de draaiing van het polarisatievlak hopen we zulk eene verklaring te beproeven in § 13.

Wanneer wij terugzien op de verschillende theorieën, die in dit hoofdstuk werden behandeld, dan ontgaat het ons niet, hoeveel er nog ontbreekt aan eene mechanische verklaring van het verschijnsel. Doch al die theorieën werden van zelf gedwongen, een zeker innig verband aan te nemen tusschen de beide soorten van beweging, die het wezen van het licht en van het magnetisme uitmaken. Dit verband is het uitvoerigst besproken in de »electromagnetische lichttheorie" van Maxwell. Deze zullen we thans in 't kort overzien; zij zal wellicht het middel aan de hand doen, waardoor het verschijnsel mechanisch is te verstaan.

---

(1) »And the conclusion which we draw, is that the effect discovered by Mr. Hall is the same, or due to the same cause, as the rotation of the plane of polarization of light." Deze uitkomst is van zeer groot gewicht.

Het is ons overigens niet duidelijk, wat Rowland bij de vergelijking van zijne berekening met die van Maxwell bedoelt, wanneer hij zegt: »Maxwell made no assumption as to the kind of motion which constitutes light;" Maxwell zegt toch uitdrukkelijk, dat er golven mogen zijn waarbij ξ en η functiën zijn van x en t alleen; en dit zegt zeer veel.

HOOFDSTUK IV.

PROEVE EENER MECHANISCHE THEORIE, EN EENER UITBREIDING DER FORMULE VAN MAXWELL.

§ 11. Methode van Faraday. Het wezen der lichtbeweging.

In Faraday heeft de wetenschap een geheel eigenaardigen beoefenaar gekend. Geen natuurkundige van naam was wellicht zoo weinig op de hoogte van de gebruikelijke wiskundige bewerkingen, en zeker heeft niemand in deze eeuw meer toegebracht aan onze kennis van de electrische verschijnselen dan hij.

Zijn arbeid, zooals hij ons dien duidelijk in zijne *Experimental Researches* laat aanschouwen, bestaat in een aanhoudend vormen van voorstellingen bij zijne proefnemingen, en evenzeer in een aanhoudend verbeteren dier voorstellingen door de proef zelve. Geen natuurkundige heeft zooveel proeven genomen en beschreven; en niemand laat ons meer zijne eigene dwalingen en mislukte onderzoekingen zien dan hij.

En wat zijne voorstellingen betreft, de elementen hiervan heeft hij steeds zoo gekozen, dat hij er zelfs quantitatief mede werken kon, zooals een wiskundige dit doet met zijne functiën en constanten.

Als een voorbeeld hiervan noemen we zijne magnetische krachtlijnen, wellicht het meesterstuk van zijn theoretischen arbeid. Deze lijnen, die slechts eenigszins gewijzigd aanschouwelijk worden gemaakt door ijzervijlsel, zijn volgens hem aanwezig in de middenstof om den magneet, ook wanneer er geen ijzer wordt bijgebracht.

Zij geven dan niet alleen de richting der magnetische kracht, doch volgens Faraday ook de sterkte hiervan aan, maar nog meer: De sterkte van den inductie-stroom, ontstaan door beweging van een geleiddraad in een magnetisch veld, is, zooals hij zich uitdrukt,

evenredig aan het aantal krachtlijnen, welke bij die gelegenheid in denzelfden tijd worden doorsneden.

Op deze wijze zijn zijne voorstellingen gekozen. Twee zaken vallen ons bij dit voorbeeld in het oog: vooreerst de echt wiskundige vorm der voorstelling; want door middel van een enkel element wordt het bedrag van meer dan een verschijnsel gemeten; en dan: die werking, die activiteit van de middenstof, zoodat hier de geheele omgeving van den magneet in zekeren toestand verkeert.

Natuurlijk wekten deze voorstellingen bevreemding, en de tijdschriften uit die dagen getuigen dit. Zoo verscheen er o. a. in 1853 in de Koninklijke Akademie van Wetenschappen eene klassieke verhandeling van Van Rees, waarin deze aantoonde, dat wat Faraday ten opzichte der inductie door magnetische krachtlijnen samenvatte, ook kon worden verklaard uit de geldige formules voor de magnetische werking op afstand.

Inderdaad kan men bijv. even goed de wet van Coulomb voor de magnetische werking op afstand vooropstellen, en er het beloop der krachtlijnen alsook de mate der inductie uit afleiden, zooals dit gewoonlijk geschiedt, als wel eigenaardig geplaatste magnetische krachtlijnen aannemen, en er mede aantoonen, dat de magnetische werking omgekeerd evenredig is met het kwadraat der afstanden. Dit laatste werd bijv. gedaan door Clerk Maxwell in eene verhandeling over »physische krachtlijnen," in *Phil. Mag.*, Vol. 21.

Door deze bewijsvoeringen kan natuurlijk niet worden uitgemaakt, wat essentiëel is, óf de krachtlijnen, óf wel eene werking op volstrekten afstand. (1)

Echter wordt aan de eene zijde Faraday's opvatting der krachtlijnen (als een toestand die werkelijk is) gesteund door de theorie van het magnetisme naar Ampère, wanneer we daarvan eene toe-

(1) Kenmerkend voor Faraday, die door den arbeid zijner tegenpartij in zijne meening slechts versterkt werd, is het volgende:

Den 11. November 1854 schrijft hij aan Tyndall: »Reading Matteucci carefully, and also an abstracted translation of Van Rees' paper, is my weighty work, and because of the call it makes on memory, I have now and then to lay them down and cease till the morrow. I think they encourage me to write another paper on lines of force, polarity, etc., for I was hardly prepared to find such strong supports in the papers of Van Rees and Thomson for the lines as correct representants of the power and its direction; and many old arguments are renewed in my mind by these papers. But we shall see, how the maggot bites presently; and as I fancy I have gained so much by waiting, I might perhaps wait a little longer."

En later schrijft hij aan een vriend: »My recent labour has not been very productive, and yet it is an aid to magnetic science, and indeed a very curious one, only its curiosity and interest will not appear so much now as *hereafter*."

(Bence Jones, *Life of Faraday*, Vol. II, p. 342, 346.)

passing maken overeenkomstig aan de uitbreiding, die onze kennis omtrent de magnetische en diamagnetische verschijnselen na den tijd van Ampère heeft verkregen. Dit werd in § 7 uitvoerig besproken.

Doch bovendien wordt de activiteit van de middenstof om magnetische en electrische lichamen in 't algemeen waarschijnlijk gemaakt door Faraday's theorie der »diëlectrica", welke o. a. steunt op het belangrijke feit, door hem ontdekt, dat de hoeveelheid electriciteit, die bij gelijk potentiaalverschil op twee zelfde condensatorplaten wordt vastgehouden, welke op standvastigen afstand zijn geplaatst, afhankelijk is van den *aard* van den tusschen liggenden niet-geleider (diëlectricum); hierop komen we in de volgende § terug.

De theorie van Faraday heeft de eerste periode harer geschiedenis doorleefd, zoowel wat haren wiskundigen vorm als wat de beteekenis der middenstof betreft: na den tegenstand dien ze overal heeft aangetroffen, is zij sterker geworden.

Sir William Thomson was almede de eerste, die de deugdelijkheid er van erkende; aan hem en aan Clerk Maxwell is het te danken, dat Faraday's theorie thans is vertaald in gebruikelijke wiskundige vormen.

In Maxwell's *Treatise on Electricity and Magnetism* vinden we voor elke elementaire voorstelling, waarmede Faraday werkte, eene adaequate wiskundige uitdrukking, zoo voor het (relatief) aantal krachtlijnen, dat eene oppervlakte doorsnijdt, als zelfs voor den »electrotonischen toestand". Het is alzoo niet te verwonderen, dat Maxwell de methode van Faraday eene wiskundige noemt; en met dit woord van den mathematicus is Faraday in de rij der wiskundige beoefenaars der natuurkunde geplaatst. (1)

Het aantal resultaten, door de methode van Faraday verkregen, is na zijn eigen arbeid nog op merkwaardige wijze vermeerderd. Faraday, die steeds de eenheid der natuurkrachten op het oog had, meende tevens, dat het wel een en hetzelfde medium zou zijn, waarin magnetische en electrische werking op afstand, zoowel als de lichtbeweging werden voortgeplant. Doch toen hij zijne theorie der diëlectrica grondde, vermoedde hij niet, dat hierdoor eenmaal die meening hare bevestiging zou vinden.

Maxwell, de beweging der electriciteit nagaande, vond dat die in diëlectrica periodiek kon worden (§ 12), en dat die periodieke

(1) In zijn *Treatise* (preface) erkent Maxwell reeds het verkieslijke van de wijze van uitdrukking van Faraday, en in zijn nagelaten werk (*An elementary treatise*, preface) zegt hij, dat hij sedert zijn vroegeren arbeid meer en meer overtuigd is van die voortreffelijkheid.

trillingen der electriciteit zich bijv. in lucht golvenderwijze moesten voortplanten met eene snelheid gelijk aan die van het licht. Deze uitkomst nam hij aan als grondslag voor eene lichttheorie, waarbij de lichttrillingen als trillende bewegingen van electriciteit worden beschouwd. Het bleek nu meteen, dat er een zeker verband moest bestaan tusschen eene electrische constante (het »specifiek induceerend vermogen") en eene optische grootheid, den brekingsindex. En dit verband werd in hoofdzaak door de proefnemingen juist bevonden.

Reeds in 1862 (*Phil. Mag.* 23) werden die resultaten der berekening medegedeeld. In het eerst vonden zij geen algemeenen bijval; in 1865 (*Phil. Trans.*) werden ze onder een anderen vorm voorgesteld; en iets later voegden zich andere onderzoekers aan de zijde van Maxwell, n.l. Helmholtz en Lorenz, welke naar eene andere lichttheorie zochten, dan die, welke zelfs in bijzonderheden slechts door de gangbare elasticiteitshypothese wordt uitgedrukt.

Terwijl aan den eenen kant hierdoor de »electromagnetische lichttheorie" in gezag won, voerden sommige uitspraken, bepaald van Helmholtz, andere onderzoekers zoo ver, dat zij het blijvende in de gangbare lichttheorie wel wat te zeer mogen ontkend hebben, zoodat zelfs naar hunne woorden de voorstellingen van Fresnel en misschien wel die van Huijghens nagenoeg moesten worden verlaten. Het is de vraag, in hoever men gerechtigd is tot zulke besluiten.

Ons doel in dit hoofdstuk is vooreerst, naar eene mechanische theorie der electromagnetische draaiing van het polarisatievlak te zoeken; dit wenschen we te doen met toepassing van het mechanisme van den rechtlijnig gepolariseerden straal, zooals dit volgens de electromagnetische lichttheorie moet worden beschreven. Daarna trachten we aan te toonen, dat men op die wijze tot eene zelfde formule geraakt als die van Maxwell, terwijl we eindelijk aan deze formule eene eenvoudige uitbreiding hopen te geven, zoodat de theorie van Maxwell geschikt blijkt, om de verschijnselen der electromagnetische dispersie samen te vatten, daar het betwijfeld mag worden, dat zij hiertoe tot dusver in staat was.

In de eerste plaats worden we dan van zelf weder gevoerd tot de vraag: wat moet er waarheid zijn in de gewone lichttheorie; aan welke voorwaarden moet de beweging, die het licht kenmerkt, voldoen, om niet in strijd te komen met de lang bekende optische verschijnselen? Wat is het licht?

Van de beide theorieën, die der emissie en die der undulatie, is de laatste de heerschende gebleven. De interferentie, en de proeven

over snelheid van voortplanting in verband met de theorie der breking volgens Huijghens, hebben de juistheid der golvingsleer bewezen.

Golving of undulatie van een stelsel is hierdoor gekenmerkt, dat de verschillende deelen van dat stelsel achtereenvolgens elkanders periodieke bewegingen herhalen. Zij bijv. gegeven eene rij van staafjes in het vlak van teekening, evenwijdig naast elkander geplaatst (zie fig. 12, regel 1). Laat elk staafje periodiek kantelen om eene as, die in zijn midden loodrecht op het vlak van teekening staat, zoodat het achtereenvolgens de standen inneemt, die naast elkander in fig. 13 zijn afgebeeld.

Doen alle staafjes dit, het eene na het andere, terwijl het verschil in tijd, beantwoordend aan twee elkander opvolgende standen, steeds een zelfde gedeelte is van den geheelen kantelingstijd (de periode) van één staafje, dan verkrijgen we achtereenvolgens den toestand afgebeeld door de regels van fig. 12.

Over zekeren tijd geeft fig. 13 dien toestand weer. (Model 1.)

Een ander voorbeeld van golving is afgebeeld in fig. 14; het is de gewone voorstelling der lichtbeweging. (Model 2.) De zich bewegende punten beteekenen dan de »etherdeeltjes".

Model 3, fig. 15, stelt eene derde golvingswijze voor; dit is de gewone voorstelling voor geluidsgolven in lucht.

In Model 4, fig. 16, loopen achtereen geplaatste punten met eenparige beweging over cirkels in het vlak van teekening; ongeveer op deze wijze kan er golving in vloeistoffen plaats hebben. Laat ons nog een paar modellen beschrijven.

Model 5, fig. 17, stelle de achtereenvolgende periodieke beweging van schijfjes voor, welke we loodrecht op het vlak van teekening kunnen aannemen. Zij kantelen alle om assen die loodrecht staan op dat vlak, en verder door hunne middelpunten gaan.

Fig. 18, Model 6, toont ons eene reeks van spiraalveeren, die elk voor zich reeds golving vertoonen. Een toestand van grootste samendrukking der achtereenvolgende deelen, eene condensatie, loopt op elke spiraalveer op en neder.

Nemen wij bij al deze gevallen de z-as als as der voortplantingsrichting aan, welke hier alzoo horizontaal is geteekend. Stellen wij verder loodrecht op het midden der staafjes in Model 1 (loodrecht op hunne draaiingsas), en evenzoo op het midden der schijfjes in Model 5, lijnen van zekere lengte l, en noemen we het uiteinde van zulk eene lijn M, van welk punt, als die kanteling in alle richtingen mag plaats hebben, de coördinaten ξ, η en ζ mogen zijn; zie fig. 19.

De y-as zij gelegen in het vlak van teekening, de x-as loodrecht daarop.

Stellen wij verder zulke punten M, met de coördinaten ξ, η, ζ, in de modellen 2, 3 en 4, op de plaats der bewegende punten, en tevens zulk een punt op de plaats der grootste condensatie in Model 6.

Het is duidelijk, dat nu al die bewegingen kunnen worden beschreven door de beweging van het punt M.

Tevens zijn die punten M in de verschillende gevallen zóó gekozen, dat hunne bewegingen op eenvoudige wijze het kenmerk van *longitudinale* en *transversale* golvingen doen zien.

In Model 3 verandert alleen de ζ van het punt, terwijl ξ en η constant, hier $= 0$, blijven. Dit is het kenmerk van eene zuiver *longitudinale* beweging, die beschreven wordt door $\zeta = f(t)$.

De modellen 2 en 6, evenals de modellen 1 en 5 stellen *transversale* bewegingen voor: het punt M, welks beweging deze golvingen omschrijft, beweegt zich hierbij zoo, dat voor elk punt ζ constant is, terwijl dan ξ en η functiën zijn van den tijd t; alzoo zijn hier in 't algemeen ξ en η functiën van ζ en t alleen. (1) In de modelteekeningen is wel aanhoudend $\xi = 0$, dus slechts η veranderlijk, doch we nemen nu eens het *algemeene* geval, zooals in fig. 19.

Men weet nu, dat twee *longitudinale* golvingen, zooals er eene in Model 3 is voorgesteld, wanneer zij over dezelfde richting (z-as) voortgaan, elkander kunnen versterken of verzwakken, of zelfs opheffen, door samenwerking of interferentie.

Twee *transversale* golvingen, op dezelfde lijn (z) voortgaande (men vergelijke slechts de modellen 1, 2, 5 en 6), kunnen, terwijl ze met elkander interfereeren, elkaar slechts dan opheffen, als zij in hetzelfde vlak »gepolariseerd" zijn, d. i. als het punt M, dat in 't algemeen de beweging beschrijft, voor beide golvingen in hetzelfde vlak heen en weer gaat.

Gedeeltelijke opheffing kan er bestaan, wanneer elk der beide bewegingen, die het punt M volgens beide golvingen kan bezitten, eene componente heeft in hetzelfde vlak.

Ondergaan bijv. de schijfjes in Model 5 kantelingen in het vlak van teekening, dus om lijnen evenwijdig aan de x-as, en tevens kantelingen om lijnen evenwijdig aan de y-as, alzoo ook zekere draaiingen in een vlak loodrecht op dat der teekening, dan kunnen deze kantelingen van tweeërlei aard elkander nooit opheffen.

---

(1) In fig. 19, dus bij de modellen 1 en 5, vertoont blijkbaar ook ζ eene verandering; doch hierop behoeven we niet te letten: de geheele kanteling wordt volledig beschreven door verandering van ξ en η. Bovendien: als ξ en η klein zijn, is de verandering van ζ van de tweede orde.

Alles komt slechts aan op de beweging van M, hetzij dit punt werkelijk in het centrum van een deeltje ligt, als bij Model 2, of wel dat het een mathematisch punt is, de lengte van eene wentelende as l bepalende, zooals bij 1 en 5. (Vergel. fig. 19.)

Uit de verschijnselen van uitdooving en versterking bij polarisatieproeven blijkt, dat het *licht* eene *transversale golfbeweging* is, dat is zulk eene, die in het algemeen beschreven wordt door de transversale (x-y-) beweging van het punt M. Om de lichtbeweging voor te stellen moeten we alzoo eene keuze doen uit de modellen 1, 2, 5, 6, of uit eene andere reeks van »transversale" modellen, welke hier niet zijn aangegeven. Zeer zeker voldoet Model 3 niet aan de eischen voor de lichtbeweging. Al die modellen 1, 2, 5, 6, voldoen voor de proeven over interferentie en polarisatie, en bepaald voor de beslissende proef van Arago—Fresnel.

Men is dus na den arbeid van Young, Arago, Fresnel, nog niet gerechtigd, om één dier modellen (1, 2, 5, 6, ..) te verkiezen boven een ander. Doch dringend wijzen ons de optische proeven op het bestaan van transversale golving.

Wat den aard dezer beweging verder betreft, de proeven over de mate van versterking of uitdooving bij polarisatie en interferentie leeren ons (1), dat (voor homogeen licht) het beschrijvende punt M eene »sinus-beweging", eene enkelvoudige trillingsbeweging heeft, zoodat b. v.

$$\xi = c.\ cos\frac{2\pi t}{T},$$

$$\eta = c.\ sin\frac{2\pi t}{T},$$

waarin t eene veranderlijke tijd, T de duur eener periode, en c eene constante voorstelt.

Dientengevolge is, zooals men weet, de versnelling van M geëvenredigd aan de verplaatsing ξ, η, hetgeen ten overvloede blijkt als de genoemde vergelijkingen tweemaal gedifferentiëerd worden; dan vindt men

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -a.\xi,$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = -a.\eta,$$

waarbij a eene constante is.

(1) Fresnel, Wet van Malus.

Dit is ook het kenmerk bij de versnelling, die zich bij elasticiteit voordoet. Men kan nu die beweging een verschijnsel van *veerkracht* noemen al of niet, zeker moet er aan deze vergelijkingen worden voldaan.

Gewoonlijk zegt men, dat het licht bestaat in transversale heen- en weergang van den »ether", en stelt men een etherdeeltje op de plaats van het punt *M* bij de genoemde modellen. Wil men het licht bijv. opvatten als bewegingen van electrischen aard, steeds moeten dan die bewegingen volkomen kunnen worden beschreven door de beweging van het punt *M*, en deze is eene transversale »sinusbeweging".

Zooals bekend is, geraakt men in de theorie, zooals die in bijzonderheden door Fresnel, Neumann, Cauchy werd ontwikkeld, tot zekere uitkomsten betreffende de hoeveelheid teruggekaatst en gebroken gepolariseerd licht, welke niet door de proefnemingen worden bevestigd. Deze onjuistheid bij die ontwikkelingen kan echter niet bepaald het gevolg daarvan zijn, dat die wiskundigen het licht als een verschijnsel van *veerkracht* opvatten, want hierdoor omschreven zij slechts de laatstvermelde vergelijkingen voor de versnelling; en uit een naam is niets af te leiden.

De onjuistheid der einduitkomsten volgt uit de betrekkelijke waarde, welke bij die ontwikkelingen aan die »veerkracht" van den ether in verschillende middenstoffen werd toegekend. Hierdoor verkregen de formules der theorie bijzondere vormen, welke tot die bijzondere uitkomsten hebben geleid.

De gangbare voorstelling der lichtbeweging is hierdoor gekenmerkt, dat men uit de voldoende modellen een bepaald model, n. l. ons Model N° 2 willekeurig gekozen heeft; m. a. w. men heeft met eene bijzondere stof, den »lichtether", het mathematisch punt *M* gematerialiseerd.

Het wezen van het licht mag ook bestaan in kantelingen als bij de modellen 1 en 5. Wat zich heen en weer beweegt kan ook een *toestand* zijn, evenals bijv. in Model 6; en men kan het ook in 't midden laten, of men onder den »lichtether" eene stof dan wel een toestand van eene stof of een lichaam te verstaan heeft. Men kan dus evengoed zeggen, dat het volkomen juist is, zulk een »etherdeeltje" op de plaats van het punt *M* te zetten, terwijl men het overigens daarlaat, wat die ether op zich zelf mag zijn.

Wat het eigenlijk zijn moge, dat zich in den lichtstraal heen en weer beweegt of kandelt, weten we niet; doch dit is zeker, dat de aard dier beweging ons in zoover bekend is, als zij beschreven wordt door de bovengenoemde en *bekende transversale trillingsbeweging van*

het mathematische punt M. Maar de gewone gangbare lichttheorie heeft eigenlijk ook niets anders gedaan, dan *deze* laatstgenoemde beweging in bijzondere gevallen te omschrijven; en al wat op den *aard* van deze beweging betrekking heeft, blijft dus bestaan, en moet volkomen worden aangenomen door elke theorie, die men omtrent het licht nog wil opbouwen. (1)

Men kan dus voortgaan, de beweging van zulk een punt *M* (»etherdeeltje") te doceeren. En al wat Huijghens over de golven heeft gezegd (2), en wat later de Fransche optici uit de beweging van het punt *M* met noodzakelijkheid hebben besloten (kleurverschijnselen bij interferentie en polarisatie, draaiing van het polarisatievlak, enz.) is waarheid en onvergankelijk.

Hoe verder de baan van het punt *M*, die elliptisch, cirkelvormig, of rechtlijnig zijn moge, zich moet wijzigen bij den overgang van het eene medium in het andere (bij terugkaatsing en breking), hierover kan men in de gewone optica ook niets doen, dan onderstellingen maken. En die wijzigingen zijn juist van gewicht met het oog op de lichtsterkte. (3)

Stelt men nu, bij zijne berekeningen, dat het licht bestaat in transversale »sinusbewegingen" van electriciteit, — terwijl we overigens daarlaten wat electriciteit mag wezen, — dan kunnen ook onze bijzondere onderstellingen betreffende den overgang van de eene middenstof in de andere meer bestuurd en bepaald worden door onze kennis omtrent de beweging van electriciteit in geleiders en nietgeleiders, zooals die door proefnemingen is verkregen.

Op deze wijze geraakte, om een voorbeeld te noemen, Lorentz te Leiden, door toepassing van zekere grootheden uit de electriciteitsleer, tot juiste uitkomsten betreffende de hoeveelheden teruggekaatst en gebroken gepolariseerd licht.

Eene theorie, die van dit standpunt uitgaat, heeft het voordeel, dat zij twee groepen van verschijnselen, die der ether-bewegingen en de beweging der electriciteit, als één enkele beschouwt, zoodat hetgeen we omtrent de eene weten, kan dienen tot opheldering onzer voorstelling, tot vermeerdering onzer kennis omtrent de andere.

---

(1) Hier zijn we niet in volkomen overeenstemming met de woorden van Prof. Korteweg: »Alle verklaringen, die de oude theorie van de verschijnselen der polarisatie en interferentie gaf, en welke niet op den aard, maar alleen op het bestaan van transversale trilling gegrondvest zijn, konden onveranderd worden overgenomen". (*Openingsrede*, Amst. 1881, p. 24.)

(2) *Traité de la Lumière*, Leyde 1690, p. 17, 22, 33, 34, 59, 72.

(3) *Hier* doet zich bijv. een onderscheid tusschen de verschillende optici voor.

§ 12. Physische gronden der electromagnetische lichttheorie van Maxwell.

Reeds in 1861 was Maxwell overtuigd van de stelling, dat het licht bestaat in transversale golvingen van hetzelfde medium, dat de oorzaak is van electrische en magnetische verschijnselen.

In het *Phil. Mag.* van 1861 en 1862 vindt men verhandelingen van hem over »physische krachtlijnen", waarbij eenige bijzondere onderstellingen zijn aangenomen, zooals vortices, en verder eene eigenaardige verdeeling van het medium, waarin de electrische verschijnselen plaats hebben, in »cellen" en eene daartusschen liggende stof, enz.

Hij bewijst dan, dat door de beweging van dat mechanisme op hydrodynamische wijze verschijnselen van electrischen en magnetischen aard kunnen worden veroorzaakt; en in eene toepassing van die studie op statische electriciteit vinden we het eerst de hypothese der electromagnetische lichttheorie uitgesproken.

Ofschoon hierbij onderstellingen van zeer bijzonderen aard worden genoemd, dienen deze meer om den schrijver zelf eene vatbare voorstelling van het mechanisme te geven. De oplettende lezer erkent n. l., dat de bewijskracht van Maxwell's betoog voor die lichttheorie eigenlijk niet ontleend is aan de aanwezigheid of het werkelijk bestaan van zulke stoffelijke vortices, enz., doch dat het bewijs eerst mogelijk is, doordat Maxwell door middel der beweging van zulk een mechanisme eerst rekenschap had gegeven van physische n. l. electrische en magnetische verschijnselen. Daarom zijn die physische verschijnselen zelf het middel waardoor de wiskundige gebracht werd tot die lichttheorie. Zoo wordt dan ook hier gebouwd op de verschijnselen in diëlectrica en op die der inductie (Faraday), en op de werking van stroomgeleiders op magneten (Ampère). En al die berekeningen van Maxwell zijn op algemeener wijze te vertalen, zoodat de physische verschijnselen in rekening worden genomen, en het resultaat blijft bestaan.

Wanneer we nu later in de *Phil. Transactions* van 1865 en in het *Treatise on Electr. and Magn.* (1873) Maxwell op meer onafhankelijke wijze zien redeneeren, dan moeten we niet vergeten, dat hij ook daar op dezelfde (waargenomen) physische verschijnselen bouwt. Maxwell zegt van Ampère, dat hij alle sporen van het stijgerwerk heeft weggenomen, waarmede hij zijn stelsel heeft opgetrokken; doch de lezer, die het stijgerwerk van Maxwell's gebouw wil kennen, vindt het vooral in het *Phil. Magazine.*

Welke zijn nu die physische verschijnselen, en hoe worden ze door Maxwell gebruikt?

Wanneer men een neutralen geïsoleerden geleider met een positief geladenen nadert, dan verplaatst zich de electriciteit in den neutralen. De negatieve verplaatst zich vooral naar de zijde van den influenceerenden positieven geleider, de positieve naar de andere zijde. Neemt men nu in plaats van den neutralen geleider een niet of weinig geleidend lichaam, zooals glas, dan zou er geene influentie geschieden (of wel deze zou uiterst langzaam plaats hebben), als het eenige onderscheid tusschen geleiders en slechte geleiders (isolatoren) in het geleidingsvermogen bestond.

Faraday vond echter, dat ook zulk een niet-geleider duidelijk geïnfluenceerd werd, en wel op dezelfde wijze als een geleider, zoodat zich, in ons voorbeeld, eene duidelijke werking van negatieve electriciteit aan de zijde van den positief geladen geleider openbaart. Dit influentie-verschijnsel treedt ook *zeer snel* op, evenals het bij geleiders oogenblikkelijk te bespeuren is, doch het geschiedt niet in die mate als bij geleiders. (1)

Vooral daaruit, dat die influentie bij niet-geleiders zoo spoedig plaats heeft, blijkt wel, dat het verschijnsel niet direct van het geleidingsvermogen afhangt, want ten opzichte der geleiding bestaat er tusschen de twee groepen van lichamen dit verschil, dat de electriciteit zich veel langzamer verbreidt door een niet-geleider dan door een geleider. Influentie heeft alzoo in beide gevallen vrij snel plaats, geleiding zeer langzaam en moeilijk bij slechte geleiders. (2)

Hierop bouwde Faraday zijne theorie der slechte geleiders, welke hij »diëlectrica" noemt. Een diëlectricum is volgens deze theorie samengesteld uit een groot aantal zeer kleine geleiders, alle gescheiden door zeer slecht geleidende stof. (3)

Stellen we nu eene reeks van zulke kleine geleiders geïsoleerd naast elkander, dan is het duidelijk, dat influentie direct kan plaats hebben: al die geleiders hebben, kort nadat de positief geladen influenceerende geleider bijv. aan den linkerkant is geplaatst, hunne linkereinden negatief, hunne rechtereinden positief geëlectriseerd. Tevens is voldaan aan het kenmerk van een gering geleidingsvermogen der diëlectrica, n. l. door den onderstelden aard der stof die de kleine geleiders vaneen scheidt.

---

(1) *Experim. Researches*, 1307, enz. »*Differential Inductometer*".

(2) Later werd het verschijnsel bestudeerd door Boltzmann, Gibson, Barklay, Siemens, Wüllner, Schiller, e. a.

(3) *Exp. Res.* 1295—1304; vooral 1679.

Alzoo ontstaat door influentie in zulk een diëlectricum een gepolariseerde toestand: de »diëlectrische polarisatie".

Houden de electromotorische krachten, welke deze polarisatie teweegbrachten, op, dan keeren de verplaatste hoeveelheden electriciteit terug uit dien toestand van spanning. (1)

De uitwerking van een geladen geleider op een diëlectricum is alzoo eene eenzijdige verplaatsing der electriciteit over alle elementaire geleiders, en daarmede eene zekere resulteerende verplaatsing. (2)

Deze verplaatsing is nog geen electrische stroom, doch zij is er het begin van. (3) De veranderingen er van vormen blijkbaar electrische stroomen, evenals de strooming in een stroomgeleider bestaat in de beweging der beide fluida tegen elkander in. Die stroomingen in de elementaire geleiders van Faraday duren zoolang als die veranderingen van verplaatsing, en zullen in richting omkeeren met het teeken dier veranderingen.

Dit zijn de »stroomingen door verandering van electrische verplaatsing, of van diëlectrische polarisatie", — de »displacement-currents". Is de verplaatsing der electriciteit in zekere richting $= \mathfrak{D}$, dan is de »displacement-current" evenredig te stellen met $\frac{d\mathfrak{D}}{dt}$, d. i. met de »time-variation" van het »displacement". Alle lichamen mogen overigens min of meer de eigenschappen der diëlectrica deelen; in goede geleiders echter veroorzaakt eene uitwendige electromotorische kracht eene zeer groote verplaatsing der electriciteit, over de geheele oppervlakte van den geleider.

Houden we ons nu aan de notatiën van het »*Treatise*" (1873), dan is

$\mathfrak{D}$ = de verplaatsing der electriciteit,
$\mathfrak{E}$ = de electromotorische kracht.

Om eene juiste voorstelling omtrent de »grootte der verplaatsing" te verkrijgen, stelt men, hetgeen overigens vrij natuurlijk is, dat er, voor kleine verplaatsingen in isotropische stoffen, evenredigheid is tusschen de *verplaatsing* en de *kracht*, die dan in dezelfde richting vallen, zoodat

$$\mathfrak{D} = e \,.\, \mathfrak{E},$$

(1) Een verschijnsel, dat formeel overeenkomt met dat der veerkracht. Maxwell, *Phil. Mag.* Vol. 23, p. 15. Faraday, *Exp. Res.* 1300.

(2) Maxwell, *Treatise on Electr. and Magn.* Art. 60.

(3) Maxwell, *Phil. Mag.* 23, p. 14.

waarbij e eene constante is, die, behalve van den aard der stof, ook van de eenheden afhangt; men kiest deze laatste zoo, dat

$$4\pi \times e = K,$$

en noemt K de »specific inductive capacity" van de stof, die men bestudeert.

Alzoo is

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{4\pi} K \mathfrak{E} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Wat de redeneering betreft, waarin men deze vergelijking gebruikt, zoo kon men natuurlijk evengoed e houden, en verder die grootheid onbepaald laten. In het eindresultaat evenwel, wanneer het op de practische bepaling van physische constanten aankomt, behoort men slechts te zorgen, dat alle grootheden, die in eene vergelijking voorkomen, in hetzelfde maatstelsel zijn uitgedrukt. (Maxwell, *Treatise*, Chap. XIX.)

Een ander gevolg der electromotorische kracht, is de »geleiding" (conduction), die zich vooral bij goede geleiders voordoet. Volgens Ohm is er evenredigheid tusschen de sterkte van zulk een stroom (»current of conduction") en de kracht, zoodat

$$\mathfrak{K} = C \mathfrak{E} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

wanneer $\mathfrak{K}$ den »stroom door geleiding" en C den geleidingscoëfficiënt voorstelt. (*Treatise*, art. 609.)

Heeft er in een lichaam electrische strooming plaats, zoowel door verandering van elementaire verplaatsingen, als door geleiding, alsdan zal er eene totale, eene »werkelijke" strooming plaats hebben (»true current"), die de resultante is van den »geleidingsstroom" en den stroom door »verplaatsing" (displacement-current).

Zoodat m. a. w., als $\mathfrak{C}$ = »true current",

$$\mathfrak{C} \text{ de } \textit{resultante} \text{ is van } \mathfrak{K} \text{ en } \frac{d\mathfrak{D}}{dt},$$

hetgeen we kunnen schrijven

$$\mathfrak{C} = \mathfrak{K} + \frac{d\mathfrak{D}}{dt} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

wanneer we aan het plus-teeken die beteekenis hechten, dat het direct door het plus-teeken in den gewonen zin te vervangen is, als we de onderlinge betrekking der *componenten* dezer grootheden neerschrijven; zoodat, wanneer

u, v, w, de componenten van $\mathfrak{C}$
p, q, r, » » » $\mathfrak{K}$
f, g, h, » » » $\mathfrak{D}$

volgens de drie assen zijn, de laatstgenoemde vergelijking beteekent:

$$u = p + \frac{df}{dt}$$

$$v = q + \frac{dg}{dt}$$

$$w = r + \frac{dh}{dt}$$

waarin het plus-teeken de gewone beteekenis heeft. (1)

Uit vergel. (3) volgt, in verband met (1) en (2):

$$\mathfrak{C} = \left(C + \frac{1}{4\pi} K \frac{d}{dt}\right) \mathfrak{E} \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

als de algemeene vergelijking voor den totalen of werkelijken stroom (»true current").

Tot deze vergelijking leidde de diëlectrische polarisatie; dit is het eerste verschijnsel, waarop Maxwell's lichttheorie berust.

Een tweede feit is de werking van stroomen op magneten. De vergelijkingen, hierop gebouwd, en door Maxwell gebruikt, worden verkregen door den arbeid te beschouwen, die verricht wordt, wanneer een magnetisch punt door de werking van een electrischen stroom rondom den stroomgeleider wordt gevoerd.

Dit wordt aanschouwelijk voorgesteld door het algemeen bekende toestel van Faraday (*Ann. de Chim. et de Phys.*, T. 18), waarvan fig. 20 eene schets voorstelt. De gelijknamige (bijv. noord-) polen van twee verticaal opgehangen magneten draaien in gelijken zin om een rechtstandigen stroomgeleider, volgens den regel van Ampère. Daar de stroom op halver hoogte van de magneten, door middel van eene cylindrische goot met kwik, naar buiten wordt gevoerd, zoo blijft de zin der draaiing steeds dezelfde, de toestel draait zoolang de stroom duurt in eene richting door de pijlen boven in de figuur aangegeven. Bij elke omwenteling wordt er een gelijke electrodynamische arbeid verricht; tevens is het duidelijk, dat die beide

(1) Bij Maxwell worden in de vergelijkingen de resulteerende werkingen steeds met Duitsche hoofdletters aangeduid. Het plus-teeken heeft dan altijd den boven aangeduiden zin, die in de leer der »vectoren" nader wordt omschreven.

gelijknamige polen niet om die as zouden draaien, wanneer de verticale stroomgeleider buiten de baan was geplaatst, die de polen kunnen beschrijven; dan zou blijkbaar de draaiing van de eene pool die van de andere tegenwerken. Het »lijn-integraal", dat den *arbeid* uitdrukt, die verricht wordt wanneer het magnetisch punt langs eene gesloten kromme lijn wordt gevoerd, heeft alzoo eene bepaalde waarde, wanneer die gesloten curve om den stroom is geschakeld, en is gelijk nul, wanneer die curve buiten den stroom ligt. (Vergel. *Treatise* II, Art. 498.)

Deze arbeid is verder onafhankelijk van den vorm der doorloopen curve, en hangt alleen van de *stroomsterkte* af (*Treatise* II, Art. 478, 479, 480, 499), aan welke hij evenredig is.

Nemen we voor de gesloten curve het parallelogram, welks zijden zijn dy en dz, en zijn de magnetische componenten in het yz-vlak β en γ, dan heeft het lijn-integraal (n. l. de som der uitdrukkingen »kracht $\times$ differentiaal van den weg", d. i. de arbeid) der magnetische kracht om het parallelogram de waarde

$$(\gamma + d\gamma)\,dz + \beta\,dy - \gamma\,dz - (\beta + d\beta)\,dy = \left(\frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz}\right) dy\,dz$$

en wanneer u, v, w, als boven, de componenten zijn van den totalen stroom $\mathfrak{C}$, (»the flow of electricity"), dan is de stroom door het parallelogram

$$u \times dy\,dz.$$

En daar de arbeid evenredig is aan de stroomsterkte, zoo is

$$\left(\frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz}\right) dy\,dz = c\,.\,u\,dy\,dz$$

waarbij c van de eenheden afhangt. Is de stroom in »electromagnetische" maat uitgedrukt, dan blijkt, dat $c = 4\pi$; alzoo is

en zoo ook:

$$\left.\begin{aligned} 4\pi u &= \frac{d\gamma}{dy} - \frac{d\beta}{dz} \\ 4\pi v &= \frac{d\alpha}{dz} - \frac{d\gamma}{dx} \\ 4\pi w &= \frac{d\beta}{dx} - \frac{d\alpha}{dy} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

waarbij dezelfde opmerking omtrent de eenheden geldt als boven bij verg. (1). Vergelijk ook Riemann, *Schwere, Electr. u. Magn.*, § 76.

In dezen vorm gebruikt Maxwell het verband tusschen stroomsterkte en magnetische kracht.

De magnetische werking, die een deel van zekere oppervlakte ondervindt, als daar eene voor magnetischen invloed vatbare stof aanwezig is, wordt naar Faraday beoordeeld naar het aantal magnetische krachtlijnen, die op dat deel neerkomen (»which abut on it"). Is daar zulk eene stof niet aanwezig, dan heeft er magnetische »inductie" (zooals Faraday het noemt) plaats *door* dat oppervlak heen, door hetwelk nu ook de krachtlijnen heengaan, totdat ze een voorwerp aantreffen, dat magnetische inductie kan ondervinden.

Noemt men $\mathfrak{B}$ de magnetische inductie op het vlakte-element dS, dan wordt die inductie door het geheele oppervlak S aangegeven door het oppervlakte-integraal van $\mathfrak{B}$, dat dan tevens een maat voor het aantal krachtlijnen is.

Nu is de magnetische inductie door een oppervlak, begrensd door eene zekere kromme lijn, onafhankelijk van den vorm van het oppervlak zelf, doch slechts afhankelijk van de begrenzende curve; zooals dan ook het aantal krachtlijnen, die door dat oppervlak heengaan, alleen wordt aangegeven door de grenslijn, die den bundel dier lijnen bepaalt.

Alzoo kan men die inductie bepalen door de curve zelf. Geschiedt dit door middel eener zekere »vector"-functie $\mathfrak{A}$, waarvan de componenten zijn F, G, H, dan kan men die functie zoo definiëeren, dat het lijn-integraal daarvan, genomen langs de curve (s), gelijk is aan het oppervlakte-integraal der magnetische inductie $\mathfrak{B}$ over dat oppervlak (S), zoodat dus

$$\int \mathfrak{A} \cos\varepsilon \, ds = \iint \mathfrak{B} \cos\eta \, dS$$

waarbij ε den hoek tusschen $\mathfrak{A}$ en ds, η den hoek tusschen $\mathfrak{B}$ en de normaal op dS voorstelt.

Wanneer dan a, b, c, de componenten zijn van $\mathfrak{B}$, dan moet nu volgens eene bekende wiskundige stelling (1)

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz} \\ b &= \frac{dF}{dz} - \frac{dH}{dx} \\ c &= \frac{dG}{dx} - \frac{dF}{dy} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

(1) Thomson en Tait, *Nat. Phil.*, § 190 (j).

$\mathfrak{A}$ wordt het »electromagnetisch moment" genoemd.

Door middel der genoemde grootheden kan men nog een derde verschijnsel uitdrukken, dat door Maxwell wordt gebruikt, n. l. den inductiestroom. De electromotorische kracht, werkzaam in een punt van het magnetisch veld, hangt van drie omstandigheden af: *vooreerst* van de beweging van het deeltje, waardoor de inductiestroom in den secundairen geleider ontstaat (Faraday); ten *tweede* van de verandering van het electromagnetisch moment, dat de sterkte van het veld bepaalt: hierdoor kan de inductiestroom door verandering van stroomsterkte of door beweging van den primairen geleider ontstaan (Faraday); ten *derde* hangt die kracht af van de mate der verandering, die het electrisch potentiaal naar verschillende richtingen van het veld vertoont.

Men brengt nu deze omstandigheden op de volgende wijze in rekening:

Is $\mathfrak{G}$ eene grootheid die de snelheid der beweging voorstelt, dan is $\mathfrak{G}\mathfrak{B}$ geëvenredigd aan de electromotorische kracht in zoover deze het gevolg is van de beweging door de magnetische krachtlijnen heen: dit is, in verband met de boven besproken beteekenis van $\mathfrak{B}$, in overeenstemming met de uitspraak van Faraday, dat de hoeveelheid electriciteit, die bij inductie door beweging in beweging komt, evenredig is aan het aantal krachtlijnen, die doorsneden worden. Dan is de stroomsterkte evenredig aan de snelheid der beweging van den secundairen draad. De *tweede* omstandigheid zegt, dat de electromotorische kracht eene componente heeft, die evenredig zal zijn aan $\frac{d\mathfrak{A}}{dt}$, de »time-variation" van het magnetisch veld.

Is eindelijk ψ het electrisch potentiaal, en duidt men de bewerking $\frac{d}{dx}+\frac{d}{dy}+\frac{d}{dz}$ aan door het teeken ∇, dan zal, om de *derde* reden de electromotorische kracht voor een deel evenredig zijn aan $\nabla\psi$, d. i. de mate der verandering van ψ, al naardat men een ander punt van het veld beschouwt.

De resulteerende electromotorische kracht laat zich dus schrijven

$$\mathfrak{E} = V.\,\mathfrak{G}\mathfrak{B} - \frac{d\mathfrak{A}}{dt} - \nabla\psi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

waarbij het minus-teeken eene beteekenis heeft als boven bij verg. (3) omtrent het plus-teeken werd opgemerkt (1). Met $V.\,\mathfrak{G}\mathfrak{B}$ moge

(1) Dat hier bepaald minus, en niet plus is gebruikt, hangt natuurlijk slechts af van zekere conventie; we zullen hier niet verder in treden.

men eene grootheid, geëvenredigd aan $\mathfrak{G}\mathfrak{B}$ bedoelen, en welke gelijkslachtig is met $\mathfrak{E}$, (een vector).

Beweegt zich de secundaire geleider niet (1), dan is $\mathfrak{G}=0$, en de electromotorische kracht is

$$\mathfrak{E}=-\frac{d\mathfrak{A}}{dt}-\nabla\psi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Dus is de totale stroom, volgens (4) en (8)

$$\mathfrak{C}=-\left(C+\frac{1}{4\pi}K\frac{d}{dt}\right)\left(\frac{d\mathfrak{A}}{dt}+\nabla\psi\right) \quad \ldots\ldots\ldots (9)$$

(*Treatise* II, art. 783).

Nu wordt nog eene grootheid μ ingevoerd, het magnetisch inductief vermogen, welke wordt opgevat als de verhouding tusschen de magnetische inductie en de magnetische kracht. Laatstgenoemde, waarvan de componenten zijn α, β, γ, zij $=\mathfrak{H}$; de magnetische inductie $\mathfrak{B}$ heeft tot componenten a, b, c; alzoo is:

$$\mu=\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}$$

$$\alpha=\frac{a}{\mu} \qquad \beta=\frac{b}{\mu} \qquad \gamma=\frac{c}{\mu} \quad \ldots\ldots\ldots (10)$$

Dus, volgens (6) en (10):

$$\left.\begin{aligned}\alpha&=\frac{1}{\mu}\left(\frac{dH}{dy}-\frac{dG}{dz}\right)\\ \beta&=\frac{1}{\mu}\left(\frac{dF}{dz}-\frac{dH}{dx}\right)\\ \gamma&=\frac{1}{\mu}\left(\frac{dG}{dx}-\frac{dF}{dy}\right)\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (11)$$

En alzoo, volgens (5) en (11):

$$4\pi\mu u=\frac{d^2G}{dxdy}-\frac{d^2F}{dy^2}-\frac{d^2F}{dz^2}+\frac{d^2H}{dzdx} \quad \ldots\ldots (12)$$

enz. voor v en w.

(1) Dit wordt in het vervolg vooropgesteld, daar men het oog wil vestigen op de electrische bewegingen, welke in de stilstaande elementaire geleiders van het stilstaande diëlectricum kunnen plaats hebben.

Stelt men nog $$\frac{dF}{dx}+\frac{dG}{dy}+\frac{dH}{dz}=J \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

terwijl de bewerking $-\left(\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}+\frac{d^2}{dz^2}\right)$ dus de bekende (negatief genomen) bewerking van Laplace, wordt aangeduid door het teeken ∇^2, dan is volgens (12):

$$4\pi\mu u=\frac{dJ}{dx}+\nabla^2 F.$$

En alzoo vindt men voor de drie componenten van den totalen stroom

$$\left.\begin{aligned} 4\pi\mu u&=\frac{dJ}{dx}+\nabla^2 F\\ 4\pi\mu v&=\frac{dJ}{dy}+\nabla^2 G\\ 4\pi\mu w&=\frac{dJ}{dz}+\nabla^2 H \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (14)$$

Deze worden in eene vergelijking voor de resulteerende werking aldus weergegeven:

$$4\pi\mu\mathfrak{C}=\nabla J+\nabla^2\mathfrak{A} \quad \ldots\ldots\ldots (15)$$

hetwelk de vergelijking is voor den totalen stroom of »true current" $\mathfrak{C}$.

Nu volgt uit verg. (9) en verg. (15):

$$\mu\left(4\pi C+K\frac{d}{dt}\right)\left(\frac{d\mathfrak{A}}{dt}+\nabla\psi\right)+\nabla^2\mathfrak{A}+\nabla J=0 \ldots (16)$$

welke men ook in drie componenten-vergelijkingen kan weergeven:

$$\left.\begin{aligned} \mu\left(4\pi C+K\frac{d}{dt}\right)\left(\frac{dF}{dt}+\frac{d\psi}{dx}\right)+\nabla^2 F+\frac{dJ}{dx}&=0\\ \mu\left(4\pi C+K\frac{d}{dt}\right)\left(\frac{dG}{dt}+\frac{d\psi}{dy}\right)+\nabla^2 G+\frac{dJ}{dy}&=0\\ \mu\left(4\pi C+K\frac{d}{dt}\right)\left(\frac{dH}{dt}+\frac{d\psi}{dz}\right)+\nabla^2 H+\frac{dJ}{dz}&=0 \end{aligned}\right\} \ldots (17)$$

Hierin komen de diff.-quotiënten der tweede orde van F, G, H, ten opzichte van den tijd en de drie richtingen voor. Het zijn de ver-

gelijkingen voor de veranderingen der sterkte van het electromagnetisch veld, welke bepaald wordt door het electromagnetisch moment $\mathfrak{A}$; m. a. w. deze vergelijkingen bepalen de electromagnetische »verstoringen", zooals die door stroomen (zie verg. (14)) kunnen worden veroorzaakt.

Differentiëert men hen, resp. ten opzichte van x, y, z, dan geven ze na optelling:

$$\mu\left(4\pi C + K\frac{d}{dt}\right)\left(\frac{dJ}{dt} - \nabla^2\psi\right) = 0. \quad \ldots\ldots \quad (18)$$

(*Treatise* II, art. 783.)

Uit de vergelijkingen (17) en (18) volgt nu terstond het resultaat. Is het medium niet-geleidend, dan is $C=0$; tevens is dan $\nabla^2\psi$ onafhankelijk van t, daar $\nabla^2\psi$ evenredig is met de volumen-dichtheid der electriciteit in het bepaalde punt (Poisson), welke niet met den tijd verandert als er geene geleiding is. Dus moet volgens (18) $\frac{d^2J}{dt^2}=0$ zijn, d. i. J is *evenredig met* t, of wel constant, of $=0$; alzoo mogen we ψ en J buiten beschouwing laten als we het oog hebben op *periodieke* verstoringen.

Hierdoor worden de vergelijkingen (17):

$$\left.\begin{aligned} K\mu\frac{d^2F}{dt^2} + \nabla^2 F = 0 \\ K\mu\frac{d^2G}{dt^2} + \nabla^2 G = 0 \\ K\mu\frac{d^2H}{dt^2} + \nabla^2 H = 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

welke voor dit geval ($C=0$) de vergelijkingen zijn voor de electromagnetische verstoringen.

Zij zijn gelijkvormig met die voor de beweging van een veerkrachtig lichaam, en voor de lichtbeweging.

In verband met hare afleiding drukken zij periodieke veranderingen in het magnetisch veld uit, zooals die door periodieke stroomingen in het niet-geleidend medium (n. l. »*displacement-currents*") worden veroorzaakt. De vergelijkingen wijzen er verder op, zooals bekend is, dat die veranderingen zich moeten voortplanten *met eene snelheid gelijk aan*

$$\frac{1}{\sqrt{K\mu}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

alwaar K het specifiek induceerend vermogen (voor diëlectrische polarisatie), en μ het magnetisch induceerend vermogen beteekent.

Voor bepaalde stoffen is dus de genoemde snelheid uit te drukken in die physische constanten; men kan dus te weten komen hoe groot die snelheid is, als men slechts die constanten kan meten.

Het is hier niet de plaats, de methoden, die men daarbij volgt, uiteen te zetten; we kunnen volstaan, met de resultaten der meting op te geven. Is het medium lucht, dan blijkt het dat de bedoelde snelheid in meters per secunde, gelijk is aan het aantal »electrostatische" eenheden van electriciteit, dat begrepen is in eene »electromagnetische" eenheid. (1)

De methoden, om door waarneming dit getal te bepalen, worden besproken in Hoofdstuk XIX van Maxwell's *Treatise*. Men heeft door verschillende methoden de volgende waarden gevonden:

Weber. 310740000,
Maxwell 288000000,
Thomson . . . . 282000000.

Nu heeft men voor de snelheid van het *licht*, in meters, per secunde, de waarden:

Naar Fizeau . . . . . 314000000.
Door de aberratie, enz. . . . . 308000000.
Volgens Foucault . . . . . 298360000.

De overeenkomst tusschen de getallen dezer beide groepen is zoo groot met betrekking tot de verschillen die de getallen in eene groep onderling vertoonen, dat het zeer waarschijnlijk mag heeten, dat *in*

---

(1) De afmetingen der grootheden $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{H}$, welke de afmeting van K en μ bepalen, zijn van dien aard, dat de afmeting van K of $\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{E}}$ is $= 0$ in het electrostatisch maatstelsel, en gelijk aan $\frac{T^2}{L^2}$ in het electromagnetische; terwijl die van μ of $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}$ gelijk aan $\frac{T^2}{L^2}$ is in het electrostatische, en $= 0$ in het electromagnetische stelsel (Maxwell, *Treatise* II, art. 626, 627). Hieruit volgt tevens dat de afmeting der grootheid $\frac{1}{\sqrt{K\mu}}$ in beide stelsels, is $= \frac{L}{T}$ d. i. de afmeting eener *snelheid*. De hier medegedeelde getallen duiden dan, in verband met de gekozen eenheden, op eene snelheid van zooveel *meters* per *secunde*.

werkelijkheid de genoemde electrische bewegingen en de lichtbeweging met *volkomen* dezelfde snelheid voortgaan, »*zoodat wij bezwaarlijk de gevolgtrekking kunnen vermijden, dat het licht bestaat in de transversale golving van hetzelfde medium, dat de oorzaak is van de electrische en magnetische verschijnselen.*" (Maxwell, *Phil. Mag.* 1862.)

In de verschillende middenstoffen is alzoo de snelheid der electromagnetische verstoringen gelijk aan $\frac{1}{\sqrt{K\mu}}$, waarbij K en μ in 't algemeen andere waarden zullen hebben dan voor lucht. De grootheid μ verschilt zeer weinig voor verschillende stoffen, zoodat de snelheden der genoemde verstoringen voor verschillende stoffen nagenoeg in de verhouding staan van $\frac{1}{\sqrt{K}}$ tot $\frac{1}{\sqrt{K'}}$.

Nu is volgens de theorie van Huijghens de verhouding der snelheden van het licht in verschillende stoffen gelijk aan de reciproke verhouding hunner brekingsindices, dus als $\frac{1}{n} : \frac{1}{n'}$.

Alzoo $$K : K' = n^2 : n'^2.$$

Nemen we hier die grootheden voor het vacuum $= 1$, dan is in het algemeen

$$K = n^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)\ (1)$$

Hier volgt eene tabel voor de waarden van $\sqrt{K}$ voor eenige stoffen, zooals die door Boltzmann zijn bepaald, in vergelijking met de waarden der brekingsindices.

	$\sqrt{K}$	n
Gegoten zwavel	1,960	2,040
Colophonium	1,597	1,543
Paraffine	1,523	1,536
Lucht.	1,000295	1,000294
Kooldioxyde	1,000473	1,000449
Waterstof.	1,000132	1,000138
Koolmonoxyde	1,000345	1,000340
Stikstofoxydule.	1,000497	1,000503
Oliemakend gas	1,000656	1,000678
Moerasgas.	1,000472	1,000443

(1) Dat K evenredig zou zijn met n^2, was reeds door Maxwell berekend in 1861 (*Phil Mag.*, Jan. 1862), toen er nog geene gelegenheid bestond, dit resultaat met de waarnemingen te vergelijken.

De overeenkomst der getallen aan weerszijden is groot genoeg, om de electromagnetische theorie des lichts ook in dit opzicht een sterken steun te verschaffen.

In Art. 790 van zijne verhandeling beschouwt Maxwell in het bijzonder de *vlakke golven*. Nemen we die loodrecht op de z-as, dan zijn alle grootheden, welker veranderingen die golven uitmaken, functiën van z en t alleen, en onafhankelijk van x en y.

Zullen de vergelijkingen (6) (voor de magnetische inductie), dit uitdrukken, dan worden zij

$$a = -\frac{dG}{dz} \qquad b = \frac{dF}{dz} \qquad c = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

hetgeen zegt, dat de magnetische verstoring in het golfvlak ligt.

De hier aangenomen onderstelling is in overeenstemming met den bekenden aard der lichtbeweging.

Stellen we de waarden van de magnetische krachten α, β, γ uit (10) in de verg. (5) voor de electrische stroomen, dan ontstaan de vergelijkingen

$$\left.\begin{aligned} 4\pi\mu u &= \frac{dc}{dy} - \frac{db}{dz} \\ 4\pi\mu v &= \frac{da}{dz} - \frac{dc}{dx} \\ 4\pi\mu w &= \frac{db}{dx} - \frac{da}{dy} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

welke in verband met (22) geven

$$\left.\begin{aligned} 4\pi\mu u &= -\frac{db}{dz} = -\frac{d^2F}{dz^2} \\ 4\pi\mu v &= \frac{da}{dz} = -\frac{d^2G}{dz^2} \\ 4\pi\mu w &= 0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

Dit zijn nu de vergelijkingen voor de electrische strooming; zij toonen dat in dit geval ook de *electrische* verstoringen in het golfvlak zijn gelegen; tevens blijkt, dat, als de electrische verstoringen plaats grijpen in zekere richting, bijv. in het yz-vlak, de electromagnetische verstoringen loodrecht daarop staan, dus hier in het xz-vlak.

Want stellen we bijv. constant $b=0$, (dat is: de electromagnetische verstoring zij beperkt tot de x-richting), dan blijkt uit (24) dat $u=0$ is, d. i. de electrische verstoring geschiedt alleen in het yz-vlak.

Alzoo staan in een rechtlijnig gepolariseerden straal beide verstoringen loodrecht op elkander, en zijn beide sinusfunctiën van den tijd en van z; dit is grafisch voorgesteld in fig. 21 (Fig. 66 bij Maxwell). De beide sinusoïden, die het beloop der electrische verplaatsing en der magnetische kracht aanduiden, liggen daar resp. in het yz- en het xz-vlak.

Wijst op zeker oogenblik de eene (xz-) sinusoïde het beloop der magnetische kracht a aan, dan stelt de sinusoïde in het yz-vlak de grootheid $\frac{dG}{dz}$ voor, want beide zijn verbonden door de vergelijking $a=-\frac{dG}{dz}$ ....(22). Is bijv. de eene ergens nul, dan is dit ook daar met de andere het geval; en beide bereiken ook op dezelfde plaatsen hare grootste waarden. Nu is $4\pi\mu v=\frac{da}{dz}$....(24); alzoo is a en dus ook $\frac{dG}{dz}$ het grootst, ter plaatse waar v, d. i. de *stroom* of $\frac{dg}{dt}$, gelijk nul is; alzoo is daar ook g, dat is de »verplaatsing" (de y-comp. van $\mathfrak{D}$) een maximum. Al deze grootheden hebben een sinusoïdaal beloop.

De magnetische kracht a en de verplaatsing g bereiken alzoo tegelijk hare nul-waarden evenals hare maxima, en de sinusoïde in het yz-vlak is de grafische voorstelling der grootheid g. Daarom staat er bij Maxwell bij de eene as: magnetic force, bij de andere: electric displacement. (1)

Welk vlak in dit geval met het »polarisatievlak" overeenkomt, hetzij het xz- of wel het yz-vlak, is hieruit niet te beslissen. Neemt men echter aan, dat het soortelijk inductief vermogen (K) in sommige stoffen verschillend is naar verschillende richtingen (zooals dit door Boltzmann voor zwavel is bewezen), dan leveren de vergelijkingen voor de electromagnetische verstoring vergelijkingen op voor de richting der »displacement-currents", die van denzelfden vorm zijn als de vergelijkingen van Fresnel, wanneer men het polarisatievlak opvat

(1) Het is dus niet de grootheid G, die in het yz-vlak is voorgesteld. De sinusoïde die G moet voorstellen, heeft blijkbaar een *kwart*-golflengte verschil in stand (phase) met die, welke het beloop van g aangeeft.

als een vlak door den straal gaande, en loodrecht op de richting der electrische verstoringen (*Treatise*, art. 797). In dit opzicht komt de electrische beweging overeen met de beweging van den ether bij Fresnel.

De electromagnetische lichttheorie stelt, dat het wezen des lichts bestaat in transversale, heen- en weergaande stroomingen van electriciteit in de zeer kleine zich als geleiders gedragende deelen der niet-geleidende middenstof, zooals Faraday die zich voorstelde. Door die periodiciteit wordt erkend, dat die bewegingen zich in het algemeen laten beschrijven door eene reeks van sinusfunctiën (Fourier), terwijl in verband met hetgeen de optica leert, deze eene enkelvoudige sinusfunctie $\left(\text{zooals } c.sin\frac{2\pi t}{T}\right)$ wordt, voor het geval, dat we met licht van bepaalde golflengte te doen hebben.

Trachten we thans eenige aanschouwelijke voorstelling te verkrijgen van die beweging der electriciteit voor een eenvoudig geval.

Stellen we, in fig. 22, een dun geleidend staafje volgens de richting der y-as en met zijn midden in de z-as gelegen. Plaatsen we verder daaromheen een beugel $APA'Q$ van niet-geleidende stof, en waaraan twee metalen bollen P en Q mogen bevestigd zijn. P zij positief, Q negatief electrisch geladen. Door influentie bevindt zich alzoo aan de bovenzijde van het staafje vooral negatieve, aan de benedenzijde vooral positieve electriciteit. Draaien we nu in gedachte den geheelen beugel om zijne as AA', die evenwijdig loopt aan de x-as, dan verplaatsen zich mede die geïnfluenceerde hoeveelheden electriciteit; wordt de beugel aanhoudend rondgedraaid, dan bewegen zich de beide electrische fluida in het verticaal geteekende staafje aanhoudend op en neer, door elkander heen. Er hebben alzoo periodieke stroomen in dat metalen staafje plaats, dat voor ons de plaats inneemt van zulk een kleinen elementairen geleider van Faraday, in het diëlectricum. Wat *hierin* plaats grijpt, hebben we te beschouwen; die beugel met zijne influenceerende bollen was dan slechts hulpmiddel voor onze voorstelling, daaraan hechten we verder volstrekt geene physische beteekenis.

Zij nu $\mathfrak{p}$ de hoeveelheid positieve electriciteit in de bovenste helft van het staafje, $\mathfrak{n}$ de hoeveelheid negatieve aldaar; noemen we nu $\mathfrak{p}-\mathfrak{n}=\mathfrak{q}$, dan is $\mathfrak{q}$ eene negatieve grootheid voor den stand in de figuur (22) aangegeven, $\mathfrak{q}$ is positief wanneer de bol P beneden, en Q boven is, terwijl $\mathfrak{q}=0$, wanneer de beugel in het xz-vlak ligt. De beweging kan van dien aard zijn, dat $\mathfrak{q}=c\,sin\frac{2\pi t}{T}$, waarbij T

den geheelen duur eener periode (den omwentelingstijd van den beugel) voorstelt. In dat geval kan die beweging de *lichtbeweging* voorstellen; vele zulker elementaire geleiders mogen dan in het diëlectricum achtereen geplaatst zijn, en achtereenvolgens (door eene ons onbekende oorzaak) zulk een gepolariseerden toestand verkrijgen, die op de genoemde wijze $\left(c\,sin\,\frac{2\pi t}{T}\right)$ van den tijd afhangt.

Stellen we nu in het yz-vlak ergens een zeker punt M, waarvan de plaats zóó bepaald zij, dat zijne ordinaat η gelijk is aan de grootheid q van zoo even, zoodat dus ook

$$\eta = c\,sin\,\frac{2\pi t}{T},$$

dan beschrijft dit punt M door zijne eigenaardige beweging tevens de beweging der electrische fluida in het staafje. Die η duidt tevens de mate der electrische »polarisatie" aan.

Strekken we deze beschouwing uit op de trillende bewegingen der electriciteit, welke het wezen des lichts mogen uitmaken, dan vinden we in dat punt M het »etherdeeltje" der gewone theorie terug. Dit punt M moge in 't algemeen tot coördinaten ξ en η hebben, welke dan geëvenredigd zijn aan de componenten (f en g) der diëlectrische polarisatie. Hierdoor is het »etherdeeltje" gekenmerkt.

Nogmaals zij herinnerd, dat we met dien beugel niets anders bedoelen, dan een hulpmiddel voor onze voorstelling; de achtereenvolgens plaatshebbende veranderingen der diëlectrische polarisatieverschijnselen mogen in werkelijkheid veroorzaakt worden door »influentie" van electrischen aard, of door »veerkracht" van den ether, of door eene andere gelijkwaardige oorzaak, waarvan ons het wezen onbekend is.

In fig. 23 is een gelijksoortig model afgebeeld als in 22. Slechts is dat metalen staafje vervangen door een metalen ring, die loodrecht op de z-as staat met zijn middelpunt op die lijn. (1) Bij de rondraaiing van den beugel gaan ook nu de beide electriciteiten op en neer, en dit geschiedt in beide helften links en rechts van den verticaal die door het midden van den ring gaat. Het resulteerend verschijnsel is ook hier eene beweging, die equivalent is met die in een recht-

(1) Hiermede willen wij niet zeggen, dat de elementaire geleider in het diëlectricum zulk een vorm zou hebben; bestaat echter het licht in periodieke beweging van electriciteit, dan moet *deze beweging* bij gepolariseerde stralen in hoofdzaak overeenkomen met die, welke in deze modellen beschreven wordt.

lijnig gepolariseerden lichtstraal, waarbij het »etherdeeltje" in de y-richting trilt, en alzoo de beweging met behulp van één punt M wordt beschreven. Men kan het echter ook anders beschouwen, men kan n. l. voor beide helften (de linksche en de rechtsche) van den ring een dergelijk punt M definieëren. Noemen we deze punten M_1 en M_2, en laten wij ze over den ring zelf bewegen, zoodat bijv. M_1 op de linksche, M_2 op de rechtsche helft op en neer loopt. Bij de onderstelde beweging bevinden zich die beide punten in beide helften steeds op dezelfde hoogte en zijn zij bijv. boven, wanneer de influenceerende bol Q boven is. Verbinden we nu het punt M_1 met het midden van den ring door een lijn, die we tot een diameter verlengen; trekken we evenzoo zulk een diameter door M_2 en de z-as, dan is het duidelijk dat elk dier diameters eene richting van diëlectrische polarisatie aanwijst; verder draaien beide, tijdens de beweging van den beugel tegen elkander in, en kunnen op die wijze de twee tegengestelde circulaire stralen vertegenwoordigen, welker resultaat naar Fresnel den rechtlijnig gepolariseerden straal uitmaakt.

Het is mogelijk door middel derzelfde inrichting ons eene voorstelling te vormen van ééne dier circulaire lichtbewegingen. Hiertoe leggen we de as van den beugel volgens de z-as, terwijl we den ring laten staan (figuur 24), en wanneer we nu in gedachte den beugel draaien, erkennen we weldra, dat we het model van een circulair gepolariseerden lichtstraal voor ons hebben. De mate der electrische polarisatie in den ring is hier standvastig, doch hare richting verandert, en draait om de z-as; hier is een »etherdeeltje" te definiëeren, dat zich zóó beweegt, dat $\xi^2 + \eta^2$ constant is.

Boven hebben we gezien, hoe Maxwell er op heeft gewezen, dat, wanneer de electrische verplaatsingen, die het licht kenmerken, geschieden in de y-richting, zich periodieke magnetische krachten moeten ontwikkelen in de richting der x-as. Dit behoeft ons niet te verwonderen, als we ons herinneren, hoe elke electrische stroom om zich heen een magnetisch veld ontwikkelt, waarin de krachtlijnen concentrische cirkels zijn, in hun midden loodrecht op den stroom staande, hetgeen volgt uit den regel van Ampère. Werkelijk is dan ook het bewijs voor genoemde stelling afgeleid uit vergelijkingen (5), waarin die regel is uitgedrukt. Evenals de ontwikkelde voorstelling van het wezen des lichts naar de electromagnetische theorie, behelst ook de regel van Ampère eene zeer eenvoudige omschrijving, en wij zullen thans beproeven, met deze twee eenvoudige middelen de hierbedoelde stelling omtrent de lichtbeweging op elementaire wijze af te leiden.

Beschouwen we fig. 28. Daarin toont de sinusoïde het beloop

aan van de verplaatsingen der »etherdeeltjes", zooals die boven zijn gedefiniëerd; deze verplaatsingen η zijn steeds geëvenredigd aan de plaatselijke diëlectrische polarisatie. Hare verandering wijst op stroomming, zooals boven is besproken; en waar die verandering het snelst geschiedt, waar de snelheid van het »etherdeeltje" het grootst is, daar zijn ook die stroomen het sterkst, de stroomsterkte v volgens de richting der y-as is n. l. $v = \frac{d\eta}{dt}$. Nu blijkt terstond uit de figuur, dat de *snelheid* $\frac{d\eta}{dt}$ van het etherdeeltje het grootst is in de punten E, E', E'', (de evenwichtsstanden). De waarde der snelheden is geëvenredigd aan de lengte der pijltjes in de figuur aangegeven, welke tevens de richting der snelheden aanwijzen. Op 't oogenblik, dat de toestand bestaat, welke hier is afgebeeld, kunnen we resulteerende stroomen aannemen in de punten E, E', E'', zoodat zulk een stroom bij E b. v. opwaarts, en bij E' afwaarts gericht is. Plaatsen we nu b. v. in S' (het midden tusschen E en E') een noordmagnetisch punt, dan zal dit, volgens den regel van Ampère, door de stroomen bij E en E' achter het yz-vlak wijken; evenzoo zal een noordmagnetisch punt, in S'' (midden tusschen E' en E'') geplaatst, door de stroomen nabij die punten naar voren worden bewogen met eene even groote kracht als die in S' werkt. Een magnetisch punt dat dicht bij S' geplaatst is, zal echter eene mindere magnetische werking ondervinden dan in S', en op een punt in E of E' geplaatst, zal blijkbaar geene resulteerende magnetische kracht werken. De genoemde magnetische krachten werken hier, zooals men ziet, in de x-richting; en uit de hier gegeven afleiding volgt, dat zij grafisch worden voorgesteld door eene sinusoïde in het xz-vlak, die hare nulpunten heeft in E, E', E'', dat is daar, waar ook de sinusoïde, die de »etherbeweging" in het yz-vlak voorstelt, door de z-as gaat. Alzoo vinden we fig. 21 terug.

Hier zijn wij aan de kern der electromagnetische lichttheorie: vooreerst werd het licht opgevat als eene beweging van electrischen aard, en daarna erkende men, dat er zich dan zekere magnetische krachten moeten ontwikkelen, zooals dit plaats heeft bij alle bekende bewegingen van electriciteit; alzoo werd datgene erkend, wat van werkelijk magnetischen aard is in het wezen des lichts. Met de hier gegeven toelichtingen der gronden van het meesterwerk van Maxwell, waarin we overigens groote trekken van Faraday en

William Thomson aanschouwen, hopen wij den lezer geen ondienst te hebben gedaan. (1)

Terwijl de wetenschap eene groote aanwinst verkregen heeft door den wiskundigen arbeid van Maxwell, blijft echter de gewone lichttheorie volkomen geldig. Met deze theorie zijn natuurlijk niet bedoeld de bijzondere onderstellingen, waardoor bijv. Neumann zich onderscheidt van Fresnel, of van Cauchy, of waardoor deze wiskundigen gezamenlijk verschillen van Lommel. Bijzondere opvattingen omtrent de elementen der theorie kunnen ook voorkomen bij hen, die de electromagnetische theorie zijn toegedaan. Doch deze laatste bevat niets wat in strijd is met de hypothese der veerkracht van den lichtether, zooals we dit hierboven hebben gezien.

De eischen voor den aard der lichtbeweging, zooals we die in deze en de vorige § bespraken, zijn zekerlijk door Maxwell volkomen erkend. (2) Ware dit niet alzoo, dan zou het voor de theorie geene beteekenis gehad hebben, dat de grootheid $\frac{1}{\sqrt{K\mu}}$ uit de diff.-vergelijkingen der electromagnetische verstoringen, is gelijk gevonden aan de snelheid van het licht; dit heeft alleen eenigen zin, wanneer de genoemde vergelijkingen werden opgevat als voldoende aan de eischen der lichtbeweging, zooals die uit de gewone optica volgen.

Dat de theorie van Maxwell in den grond dezelfde moeilijkheden aanbiedt als de gangbare theorie, volgt dan ook van zelf. Bij eene lichtbeweging van bepaalden aard, bijv. een circulair gepolariseerden straal, moeten al die bewegingen der electriciteit zoo op elkander influenceeren, dat iedere beweging aan den eisch voor den circulair gepolariseerden straal voldoet. Waardoor dit geschiedt, laat men eigenlijk daar; in het groot, bij koperen geleiders, verklaart men de electrische influentie op afstand door een mechanisme, dat door Faraday bedacht is (de diëlectrische polarisatie in het medium); doch wat men hier door een medium wil verklaren, laat men daartoe plaats grijpen tusschen de samenstellende deelen van dat medium.

---

(1) Te meer, daar ook in het vaderland van Huijghens de electromagnetische lichttheorie zeer belangrijke ontwikkelingen heeft verkregen. Men vergelijke Lorentz, »*Over de theorie der Terugkaatsing en Breking van het Licht*", Arnhem, 1875; en Grinwis, »*Over Lichtabsorbtie volgens de theorie van* Maxwell", in Versl. d. Kon. Akad. v. Wetensch., 2e reeks, deel X, 1876.

(2) Hetgeen hier en ook in de vorige § werd ontwikkeld, is niet in overeenstemming met de verwachting, welke Dr. Julius uitspreekt: »En wie waarborgt er ons tegen, dat niet morgen een geestelijke zoon van Clerk Maxwell zal opstaan om aan te toonen, dat de undulatie-hypothese, die geen verklaring weet te geven van den invloed van magneten op gepolariseerd licht enz. uitgediend heeft" (*Beschouwingen over de Grondslagen der Natuurkunde*, Breda, 1880, p. 4).

Men moet dan weder een nieuw medium invoeren, of erkennen, dat men hier met een grondverschijnsel te doen heeft, dat even moeilijk te verklaren is als de influentie tusschen metalen geleiders op afstand. De gewone lichttheorie noemt het een verschijnsel van veerkracht; inderdaad geschiedt de beweging op dezelfde wijze als bij een veerkrachtig lichaam; doch de grond blijft hiermede onverklaard.

Niettemin is het een groote vooruitgang in de wetenschap, wanneer men twee media als een enkel medium heeft leeren beschouwen, en als krachten van tweeërlei aard tot ééne kategorie zijn gebracht. En dit is gedaan door de theorie van Maxwell.

§ 13. Proeve eener mechanische theorie der electromagnetische draaiing van het polarisatievlak.

Laat ons thans van het standpunt der electromagnetische lichttheorie eene verklaring beproeven van het verschijnsel dat ons bezighoudt.

Zooals we in de vorige § zagen, brengen de transversale trillingen der electriciteit, waarin volgens Maxwell het licht bestaat, het van zelf mede, dat er periodieke transversale magnetische krachten in den lichtstraal aanwezig zijn. Voor deze stelling werd in die §, bladz. 108 een elementair bewijs gegeven.

Het is alzoo wel te verwachten, dat het licht van een rechtlijnig gepolariseerden straal, waarin die magnetische krachten bepaalde richtingen hebben, op eenigerlei wijze zal geïnfluenceerd worden door eene magnetische kracht die van een gegeven magneet uitgaat, welke dan mag samenwerken met de magnetische krachten der lichtbeweging.

Wij zullen nu trachten aan te toonen, hoe deze magnetische krachten met de gegevene magnetische kracht samenwerkend, eene draaiing van het polarisatievlak zullen veroorzaken, voor welke men tot dezelfde eindformule betreffende de dispersie geraakt, als die welke door Maxwell werd aangegeven; het zal dus ook niet te verwonderen zijn, wanneer we langs dien weg den grond vinden voor de in § 9 besproken vierde hypothese van Maxwell, die aldaar bij de theorie der draaiing eenvoudig werd aangenomen.

Hierbij gaan we uit van de eerste hypothese van Maxwell, n.l. de hypothese der vortices, d.z. rotatiën van het fluidum, zooals die in de cirkelstroomen van Ampère worden beschreven, en welke loodrecht op de magnetische krachtlijnen staande, zich gedragen als cirkelvormige stroomgeleiders, of als kleine magneetnaalden. In het eerste gedeelte van § 9 is dit uitvoerig besproken, wij verwijzen

daarheen, als ook naar de aldaar geplaatste opmerking, dat die vortices slechts dit speciale hebben in vergelijking met de algemeene omschrijving der cirkelstroomen bij Ampère of bij Weber, dat zij duiden op de beweging van een enkelen toestand of eene enkele stof, alzoo slechts op één »fluidum". Voor dit geval vertegenwoordigt dan ook de »etherbeweging", zooals die in 't einde der vorige § werd gedefiniëerd, de trilling van een enkel fluidum.

De verschillende sterkten van het magnetisme, zooals dit door een gegeven magneet wordt veroorzaakt, onderscheiden zich nu hierdoor, dat de bedoelde electrische kringbewegingen in 't algemeen in grooter of kleiner aantal, meer of minder loodrecht op de richting der induceerende kracht staan. Hoe sterker deze laatste, des te meer »vortices" staan er in meerdere mate loodrecht op de magnetische krachtlijn. Elke sterkte van het magnetisch veld is nu voor onze beschouwing te vertegenwoordigen door een zeker aantal kringstroomen, die we volkomen loodrecht op de krachtlijn plaatsen.

Laten we nu het licht zich volgens de z-as voortplanten, welke tevens de richting van het gegeven magnetisme zij. Loodrecht hierop staan dus de cirkelstroomen. Beschouwen we, als in fig. 28, een rechtlijnig gepolariseerden straal, waarbij de »etherbeweging" in het yz-vlak plaats heeft.

Zooals we boven (vorige §) zagen, zijn nu de magnetische krachten die deze lichtbeweging met zich brengt, het grootst in de punten S, S', S'', waar ook de verplaatsingen van het etherdeeltje het grootst zijn, en deze krachten zijn in de verschillende halve golven afwisselend volgens de positieve en de negatieve x-richting gelegen, zooals dit in fig. 21 te zien is. In fig. 29 zijn zij door de sinusoïde $AEBE'$ voorgesteld.

Onder dezen invloed moeten zich dus de cirkelstroomen als kleine magneetnaalden draaien om lijnen, die evenwijdig zijn aan de y-as; en deze draaiingen zijn evenredig aan de sterkte der magnetische componenten der lichtbeweging; zij zijn dus het sterkst in de punten S, S', S'', en zij geschieden in verschillenden zin al naar het teeken der genoemde magnetische componenten. De cirkelstroomen komen dus in richtingen te staan loodrecht op eene lijn als de gestippelde $GSHS'$ in fig. 29 (alwaar het xz-vlak dat der teekening is). Hunne projectiën liggen dan vooreerst op eene wijze als die welke in fig. 29, a, is aangegeven. (Vergel. ook fig. 13 en 17.)

Doch wanneer zij aldus kantelen om lijnen evenwijdig aan de y-as, komen ze tevens niet langer vlak voor elkander te liggen, zooals in die figuren is te zien. Op bekende wijze zal nu de onderlinge

electrodynamische aantrekking der cirkelstroomen veroorzaken, dat zij zich over het geheel, met al hun punten, zoo dicht mogelijk achter elkander voegen en zich zooveel mogelijk evenwijdig plaatsen. Die kracht veroorzaakt daartoe noodzakelijk eene zijdelingsche uitwijking der verschillende cirkelstroomen, zoodat hunne projectiën zich nu voordoen als in fig. 29, b; m. a. w.: de gestippelde lijn *GSHS'* geeft het gewijzigde beloop der krachtlijn aan.

Vatten we dit in 't kort samen, dan zien we alzoo, dat de magnetische krachtlijn, zooals die door den electromagneet wordt veroorzaakt, ten gevolge van de transversale periodieke magnetische krachten der lichtbeweging eene voortloopende sinusoïdale golving vertoont. Als eerste oorzaak hierbij treedt op de richtende werking tusschen cirkelvormige stroomen en eene periodieke magnetische kracht, zoodat eerstgenoemde zich loodrecht op die kracht trachten te plaatsen, en wel op verschillende wijzen al naar den zin dezer kracht; het tweede grondverschijnsel, dat we moeten in acht nemen, is de onderlinge aantrekking tusschen cirkelvormige stroomgeleiders. Deze verschijnselen zijn dan genoegzaam.

Nu geschiedde de oorspronkelijk gegeven beweging van het fluidum in het *yz*-vlak; ten gevolge der genoemde verschijnselen verkrijgt het medium tevens eene golvende beweging in het *xz*-vlak, volgens de *x*-richting. De totale beweging is dus het resultaat dier beide golvingen, n. l. eene trilling volgens eene tusschengelegen richting: het polarisatievlak draait. Over zijn geheel neemt dit den vorm aan eener schroefvlakte, daar de richting der resulteerende beweging van het medium achtereenvolgens dezelfde beteekenis heeft als hierboven de gegeven beweging volgens de *y*-as.

Tevens ziet men dat de uitwijking volgens de *x*-richting het grootst is in de punten *E*, *E'*, waar alzoo de snelheid der gegeven *y*-beweging hare grootste waarde heeft; daar is dus tevens de kracht volgens de *x*-richting het sterkst. Hierdoor is voldaan aan den mechanischen eisch van het vraagstuk, zooals die in § 8 uitvoerig werd beschreven.

Over het algemeen zal de draaiing van het polarisatievlak over eene enkele golflengte zeer gering zijn; van deze golven gaan er duizendtallen op een centimeter; en wanneer een lichaam van 4 cM. lengte het polarisatievlak onder magnetischen invloed bijv. 30° draait, dan vindt men voor elke golflengte eene draaiing van minder dan 2 secunden boogs. Hieruit begrijpt men, hoe weinig de bovengenoemde schroefvlakte gewrongen is, hoe nietig klein de golving behoeft te wezen, die ten gevolge der beschreven verschijnselen in het *xz*-vlak ontstaat. De lijn *GSHS'* stelt het dus veel te sterk voor;

op de schaal van fig. 29 geteekend, zou er van die golving niets moeten te zien zijn.

Wij vestigen er de aandacht op, dat deze theorie ook ontwikkeld kan worden zonder behulp van de hypothese der vortices, mits men slechts aanneemt, dat het magnetisme bestaat in de beweging van hetzelfde »fluidum", waarvan de beweging het wezen van het licht uitmaakt.

De magnetische krachtlijn bestaat dan toch steeds uit elementaire magnetische deelen, die men als kleine magneetnaalden kan beschouwen. Ten gevolge van het optreden der magnetische componenten der lichtbeweging (die bijv. in het xz-vlak mogen gelegen zijn) draaien dan deze deelen om lijnen evenwijdig aan de y-as, geheel zooals dit boven voor de cirkelstroomen werd beschreven, en het resultaat is wederom dat de magnetische krachtlijn een golvend voorkomen verkrijgt. De middenstof, die volgens het yz-vlak trilde, vertoont nu tevens golving in het xz-vlak; het polarisatievlak is gedraaid.

Dat het verschijnsel evenredig zal zijn aan de sterkte van het geïnduceerde magnetisme, zooals dit de wet van Verdet eischt, kan worden ingezien, als men opmerkt, dat bij sterker magnetisme op elke golflengte meer magnetische (of diamagnetische) deelen (resp. vortices) van gelijke sterkte met hunne assen volgens de bewegelijke krachtlijn zijn geplaatst; hierdoor wordt dan het bedrag der werking in de x-richting vermeerderd.

De electromagnetische draaiing zal overigens onafhankelijk zijn van de sterkte des lichts, want hoe sterker het licht is, des te sterker zijn ook de transversale magnetische krachten, doch tevens zijn ook de stroomen (»displacement-currents") die gedraaid moeten worden, des te sterker. De slinger, bij fig. 25, bladz. 49 beschreven, heeft voor dit geval grooter amplitude, en in gelijke mate is de kracht, die normaal op het slingervlak staat, vergroot; de draaiing blijft dezelfde.

De hier ontwikkelde theorie doet tevens den grond zien, waarom er bij de theorie van Maxwell (§ 9, bladz. 68) uit het gegeven (z-) magnetisme γ, magnetische componenten α en β moeten ontstaan; dit werd aldaar, als 4de hypothese, slechts aangenomen. Hierdoor heeft dus tevens de theorie der draaiing volgens Maxwell eenigen steun verkregen. (1)

---

(1) Rowland heeft er op gewezen (zie § 10), dat het verschijnsel van Hall denzelfden grond heeft als de magnetische draaiing van het polarisatievlak, mits men aanneemt, dat de theorie van Maxwell juist is. Hier hebben we eene mechanische theorie ontwikkeld, en wanneer deze juist is, moet zij alzoo tevens het materiaal bevatten voor eene verklaring van het verschijnsel van Hall. Wij meenen dan ook,

Om nu de gegeven theorie verder aan de waarnemingen te kunnen toetsen, zullen wij onderzoeken, tot welke uitkomst zij geleidt betreffende de mate, waarin de polarisatievlakken der verschillende stralen worden gedraaid, d. i. we zullen de electromagnetische dispersie bepalen. Hiervoor moeten we het behandelde in wiskundigen vorm uitdrukken, daar de gewone vorm der rede daartoe te lang zou worden. Overigens wordt hier bepaald de hypothese der vortices vooropgesteld.

Noemen we verder ξ en η de componenten der verplaatsing van een »etherdeeltje" M, of wel: de componenten der diëlectrische polarisatie. De draaiingssnelheden der vortices, welke zich voordoen, zijn weder α, β, γ.

Heeft het punt M oorspronkelijk eene trilling in de richting der y-as, dan ontstaat op de boven beschreven wijze, ten gevolge van draaiingen om eene richting evenwijdig aan de y-as, eene sinusoïdale golving in het xz-vlak, welke met den straal voortloopt.

Is deze golving eenmaal gaande, dan hebben de sterkste kantelingen dier cirkelstroomen om de y-richting plaats in de punten E, E'; die draaiingen zijn nul in de punten S, S', S''; in 't algemeen mogen zij door β worden voorgesteld. (Verg. fig. 29, **b**.)

We moeten thans trachten uit te drukken, hoe de verandering ten opzichte van z, van deze kanteling der vortices, welke de verplaatsing in het xz-vlak veroorzaakt, samenhangt met de verandering ten opzichte van den tijd (time-variation) van ξ, d. i. van de verplaatsing, welke is ontstaan. Deze grootheden zijn alle sinusfunctiën van den tijd.

Op de hoogte van E, E', E'' is, zooals juist werd opgemerkt, $\beta = \text{max.}$, dus $\frac{d\beta}{dz} = 0$; evenzoo is hier $\frac{d\xi}{dt} = 0$, daar de golvende krachtlijn ($GSHS'$ in fig. 29) hier hare grootste uitwijking heeft. In S, S', S'' is $\frac{d\xi}{dt} = \text{max.}$, en $\beta = 0$, dus $\frac{d\beta}{dz} = \text{max.}$

Alzoo is $\frac{d\xi}{dt}$ evenredig met $\frac{d\beta}{dz}$, en dus $\frac{d^2\xi}{dt^2}$ evenredig met $\frac{d^2\beta}{dzdt}$.

De grootheid $\frac{d^2\beta}{dzdt}$ is het alzoo, die hier de versnelling volgens x veroorzaakt; heeft die beweging eenmaal plaats, dan komt ook de »veerkracht" in rekening.

---

dat men hiertoe behoort na te gaan, hoe de cirkelstroomen, die gezamenlijk het magnetische veld uitmaken, dat om den galvanischen stroom aanwezig is, op electrodynamische (resp. hydrodynamische) wijze moeten samenwerken met de cirkelstroomen in het veld dat veroorzaakt wordt door den gegeven electromagneet.

In gewone gevallen is $\frac{d^2\xi}{dt^2} = A\frac{d^2\xi}{dz^2}$.

Doch nu het licht onder magnetischen invloed verkeert

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = A\frac{d^2\xi}{dz^2} + m\frac{d^2\beta}{dzdt}. \quad (1)$$

En zoo vindt men voor de andere richting

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = A\frac{d^2\eta}{dz^2} - m\frac{d^2\alpha}{dzdt}$$

waarbij m evenredig is met het geïnduceerde magnetisme.

Tot vergelijkingen van dezen vorm geraakte Maxwell reeds in 1861, hoewel zijne afleiding in het *Phil. Mag.* eene andere is dan de hier voorgestelde. Vergel. § 9.

Om nu $\frac{d\alpha}{dt}$ en $\frac{d\beta}{dt}$ uit te drukken in de termen ξ en η, welke de beweging omschrijven, kan men de vergelijkingen van Maxwell voor de verandering van kringbewegingen gebruiken, die op bladz. 61 werden medegedeeld. Zij zijn

$$\delta\alpha = \alpha\frac{d}{dx}\delta\xi + \beta\frac{d}{dy}\delta\xi + \gamma\frac{d}{dz}\delta\xi$$

$$\delta\beta = \alpha\frac{d}{dx}\delta\eta + \beta\frac{d}{dy}\delta\eta + \gamma\frac{d}{dz}\delta\eta.$$

Daar nu ξ en η functiën zijn van z en t alleen, zoo volgt

$$\frac{d\alpha}{dt} = \gamma\frac{d^2\xi}{dzdt} \qquad \frac{d\beta}{dt} = \gamma\frac{d^2\eta}{dzdt}.$$

Alzoo worden de vergelijkingen

---

(1) De draaiing β, die om de richting der y-as plaats heeft, brengt van zelf eene draaiingscomponente α om de x-richting mede; doch deze kan op zich zelve van geen invloed zijn op de versnelling volgens de x-richting. Voert men ook die α in de vergelijking voor $\frac{d^2\xi}{dt^2}$, dan verkrijgt deze vergelijking in het vervolg der berekening, door toepassing der beide vergelijkingen voor $\delta\alpha$ en $\delta\beta$, bovendien nog een diff.-quotiënt van ξ, dat van geenerlei invloed is op de draaiing van het polarisatievlak, zooals door Airy is bewezen. (§ 7.)

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = A\frac{d^2\xi}{dz^2} + c\gamma\frac{d^3\eta}{dz^2dt}$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = A\frac{d^2\eta}{dz^2} - c\gamma\frac{d^3\xi}{dz^2dt}$$

welke (§ 7) tot eene formule voor de dispersie leiden, van den vorm

$$\rho = const. \times \frac{n^2}{\lambda^2}\left(n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right)$$

d. i. de draaiingsformule van Maxwell.

Het schijnt ons het natuurlijkst, de oorzaak der magnetische draaiing van het polarisatievlak te zoeken in datgene, wat het licht en de gegeven magnetische kracht gemeenschappelijk bezitten. En nadat Maxwell gewezen heeft op de magnetische componenten der lichtbeweging, kunnen we zeggen, dat dit gemeenschappelijke bestaat in het magnetisme. Tevens blijkt hierbij, hoe het gegeven magnetisme wordt gewijzigd door de lichtbeweging.

»Ik geloof, dat, in de proeven die ik hier mededeel, het licht magnetisch is aangedaan, dat is: dat datgene wat magnetisch is in de krachten der stof, is gewijzigd geworden, en wederkeerig *datgene* heeft aangedaan, *wat werkelijk magnetisch is in de kracht des lichts*". (Faraday.)

§ 14. Uitbreiding der formule van Maxwell.

In § 9 beschouwden we de theorie van Maxwell voor de electromagnetische draaiing van het polarisatievlak, benevens de verschillende hypothesen, waarop zij rust.

Deze theorie leidt tot eene formule, welke de electromagnetische *dispersie* bepaalt op eene wijze, die alleen afhankelijk is van den brekingsindex en de golflengte, en niet van eenige constante, die het draaiingsverschijnsel voor eene bepaalde stof kenmerkt. Niettegenstaande dezen eenvoudigen vorm bleek de formule in staat, de waargenomen dispersie in zwavelkoolstof voldoende weer te geven; voor kreosoot toonde zij echter te groote afwijkingen.

Nu werd (§ 10) door H. Becquerel en door Lommel eene formule van den vorm

$$\rho = \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4},$$

voorgesteld, waarbij a en b grootheden zijn, die ter toetsing dezer

formule uit de waarnemingen van het verschijnsel zelf moeten worden berekend; in tegenstelling met de formule van Maxwell bezit zij, ook wat de dispersie betreft, twee constanten, die de stof kenmerken.

Deze formule voldoet echter vrij goed aan de waarnemingen; en wanneer zij, zooals bij Lommel, op eene theorie berust, doet dit eene neiging ontstaan, deze theorie te verkiezen boven die van Maxwell, aan welker vorm dan wel iets ontbreekt. (1)

Van een anderen kant zijn er omstandigheden, die ons tot Maxwell's theorie doen overhellen. Vooreerst zien we den hoofdauteur der electromagnetische lichttheorie, gedurende den geheelen tijd, waarin deze door hem ontwikkeld werd, getrouw blijven aan zijne theorie omtrent de draaiing van het polarisatievlak, welke dan ook onder beide vormen tot dezelfde eindformule leidt. Bovendien kwam ook Rowland tot dezelfde formule, terwijl we er in de vorige § op wezen, hoe zij met eene mechanische verklaring kan samenhangen.

Eindelijk moge men het overwegen, of het niet redelijk zou zijn, te onderstellen, dat er in de theorie van Maxwell iets is, dat aanleiding kan geven tot eene eindformule met constanten, zoodat zij in een empirisch opzicht kon worden vergeleken met die van Lommel.

Hiermede zullen we ons thans bezighouden. Zonder eenige uitbreiding kan de formule van Maxwell thans niet goed meer worden aangenomen; en dan zou ook zeker het resultaat van Rowland (§ 10) zonder beteekenis zijn, daar het bewijs voor de identiteit van de draaiing van het polarisatievlak met het verschijnsel van Hall berust op de onderstelde juistheid der draaiingsformule van Maxwell.

Deze uitbreiding kan in dien term der redeneering zijn aan te brengen, waardoor zich de theorie van Maxwell in het bijzonder onderscheidt.

Het voorname kenmerk dezer theorie is gelegen in de periodieke veranderingen van magnetische componenten, welke loodrecht staan op den lichtstraal in een magnetisch veld, waarbij de krachtlijnen evenwijdig aan den straal zijn. Dit leerden we reeds bij de beschouwing in § 9, terwijl we in § 13 erkenden, hoe zulke veranderingen kunnen veroorzaakt worden door de eigenaardigheid der lichtbeweging. In die veranderingen moge een grond liggen voor de uitbreiding der formule van Maxwell; hiertoe zullen wij eerst een belangrijk verschijnsel bespreken.

H. Becquerel heeft er met zijne waarnemingen de aandacht op

---

(1) Niettegenstaande Maxwell's opmerking aan het einde van art. 830, *Treatise*, Vol. II.

gevestigd, dat voor de negatieve electromagnetische dispersie (althans in $Ti\,Cl_4$) vooral de reciproke vierde macht der golflengte een hoofdfactor is, terwijl dit het geval is met de reciproke tweede macht bij de positieve (meest voorkomende) dispersie.

Die beide verschijnselen geschieden dus in hoofdzaak volgens een verschillenden regel. Dit doet ons denken, dat zij aan eene verschillende oorzaak zijn toe te schrijven, in zoover, dat datgene wat de electromagnetische draaiing mede tot stand brengt, bij de positieve draaiing van eene andere natuur is dan bij de negatieve.

Verklaart men nu de positieve magnetische draaiing door zekere circulaire stroomen in het magnetisch veld, zooals die voor elke theorie steeds moesten worden aangenomen, dan ligt het voor de hand, zooals reeds Carl Neumann deed, de negatieve draaiing te verklaren door circulaire stroomen van tegengestelden zin.

Nu worden reeds naar Weber (1), in verband met de theorie van Ampère, de diamagnetische verschijnselen verklaard door circulaire stroomen van een zin tegengesteld aan dien der stroomen van Ampère; zoodat dit doet vermoeden, dat de diamagnetische stoffen het polarisatievlak onder magnetischen invloed doen draaien in een zin tegengesteld aan dien waarin die draaiing door magnetische stoffen wordt veroorzaakt.

Het blijkt inderdaad dat bijna alle diamagnetische stoffen eene positieve electromagnetische draaiing van het polarisatievlak vertoonen, en bijna alle sterk magnetische stoffen eene negatieve draaiing.

Echter zijn er ook zeer weinige diamagnetische stoffen, die het polarisatievlak in negatieven zin draaien, en enkele magnetische, die eene positieve draaiing van het polarisatievlak veroorzaken.

Dit doet ons denken, dat alsdan beide soorten van circulaire bewegingen steeds vertegenwoordigd mogen zijn in elke stof, die onder magnetischen invloed staat. Zulk een toestand wordt ook vereischt, wanneer men nagaat hoe het mogelijk is, dat eene enkele soort van circulaire bewegingen met zeer weinig weerstand in het medium kan blijven voortbestaan. Dit werd in dezen zin reeds door Maxwell erkend en uitvoerig besproken in zijne verhandeling in het *Phil. Mag.* 1861 en 1862, waarnaar hij in het *Treatise* (Vol. II, Art. 831) verwijst.

Wij nemen alzoo aan, dat de draaiing van het polarisatievlak door het magnetisme als de resultante van een positief en een negatief

---

(1) Vóór Weber sprak Faraday reeds zulk eene meening uit. (*Exp. Res. Ser.* XXI 2430.)

verschijnsel kan beschouwd worden. Dit moge dan ook het geval zijn met de magnetische en diamagnetische aantrekking en afstooting; doch daar deze krachten niet het gevolg zijn van dezelfde werking der cirkelstroomen als die welke de draaiing van het polarisatievlak veroorzaakt, zoo kan men uit het para- of dia-magnetisme eener stof nog niet besluiten tot het teeken der electromagnetische draaiing.

De geïnduceerde stroomen, welke naar Weber de grond van het diamagnetisme zijn, mogen de positieve draaiing van het polarisatievlak veroorzaken, die alsdan in bijna alle diamagnetische stoffen grooter is dan de negatieve, die dan door de cirkelstroomen van Ampère mag worden veroorzaakt, zoodat in de meeste diamagnetische stoffen het resultaat is: eene positieve draaiing. Het omgekeerde geldt voor de meeste magnetische en zeer weinig diamagnetische stoffen, die eene negatieve draaiing vertoonen.

Die circulaire stroomen zullen zekerlijk niet in oneindig dunne banen loopen, doch ook in radieële richting zekere breedte bezitten. Dit moet overigens wel, als zij zullen beantwoorden aan het vortexmodel, dat de theorie van het verschijnsel toch steeds noodig heeft.

Zooals boven werd opgemerkt, maken de waarnemingen het waarschijnlijk, dat er tusschen die tweeërlei stroomen eenig verschil in aard moet bestaan, daar de positieve dispersie een anderen regel volgt dan de negatieve.

Wij zullen nu trachten aan te toonen, dat de theorie van Maxwell in staat is, om behoorlijk aan de verschijnselen der electromagnetische dispersie te voldoen, terwijl wij aannemen, dat het genoemde verschil in aard tusschen beide soorten van cirkelstroomingen hierin zijn grond mag hebben, dat er vooral bij de eene soort van stroomen (bijv. die de negatieve draaiing veroorzaken) een niet te verwaarloozen verschil in dichtheid bestaat tusschen de concentrisch geplaatste lagen van het fluidum, dat in draaiende beweging verkeert. In radiëele richting, zeggen we, moge er in die stroomen eenig verschil in dichtheid voorkomen, en dit moge bij de eene soort meer het geval zijn dan bij de andere. (1)

De theorie van Maxwell berust op het veranderen der magnetische componenten, op het kantelen der cirkelstroomen (vortices) onder den invloed der lichtbeweging; dit zagen we in § 9 en § 13.

Bezitten nu de verschillende concentrische lagen in die stroomen een verschil in aard als het hier onderstelde, dan zullen op zeker

(1) Om er zich eene zekere voorstelling van te vormen, denke men aan de »dynamide" van Redtenbacher het atoom met zijn etherhulsel.

oogenblik, nadat eene kanteling is ingetreden, die concentrische stroomen (ten gevolge van het verschil in uitwerking der magnetische krachten van het licht) niet meer in hetzelfde vlak gelegen zijn. Staat de stroom oorspronkelijk bijv. evenwijdig aan het xy-vlak, en draait hij nu om eene lijn evenwijdig aan de y-as, dan liggen dus op zeker oogenblik de projectiën dier concentrische lagen op het xz-vlak niet meer in ééne rechte lijn, maar in verschillende, die elkander in de draaiingsas snijden; het verschil in stand van die vlakken verandert natuurlijk met den tijd.

De snelheid der draaiing om de y-as, die in de theorie als eene bepaalde grootheid β werd in rekening gebracht, (§§ 9 en 13), moet nu blijkbaar door eene grootheid $\beta + \Delta\beta$ vervangen worden, waarbij $\Delta\beta$ afhangt van den tijd.

Passen we dit toe op de lichtbeweging in zulk een stelsel van circulaire stroomen, en beschouwen we vooreerst de vergelijkingen uit de vorige §, of die welke Maxwell ontwikkelt in *Phil. Mag.* 1862. (Zie § 9.)

De versnellingen voor de lichtbeweging onder invloed van magnetisme zijn aldaar van den vorm:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = A\frac{d^2\xi}{dz^2} + m\frac{d}{dz}\frac{d\beta}{dt}$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = A\frac{d^2\eta}{dz^2} - m\frac{d}{dz}\frac{d\alpha}{dt}$$

$\frac{d\beta}{dt}$ moet nu worden $\frac{d(\beta+\Delta\beta)}{dt}$, waarbij $\Delta\beta$ ontwikkeld wordt tot:

$$\Delta\beta = \Delta t\frac{d\beta}{dt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^2\beta}{dt^2} + \ldots\ldots$$

dus

$$d\frac{\Delta\beta}{dt} = \Delta t\frac{d^2\beta}{dt^2} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\beta}{dt^3} + \ldots\ldots$$

Alzoo wordt nu

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{d\beta}{dt} + \Delta t\frac{d^2\beta}{dt^2} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\beta}{dt^3} + \ldots\ldots$$

Uit de vergel. van Maxwell, voor kringbewegingen (§ 9)

$$\delta\beta = \alpha\frac{d}{dx}\delta\eta + \beta\frac{d}{dy}\delta\eta + \gamma\frac{d}{dz}\delta\eta,$$

volgt

$$\frac{d\beta}{dt} = \gamma\frac{d^2\eta}{dzdt},\ \frac{d^2\beta}{dt^2} = \gamma\frac{d^3\eta}{dzdt^2},\ \frac{d^3\beta}{dt^3} = \gamma\frac{d^4\eta}{dzdt^3}$$

dus, als we de hoogere termen uit de ontwikkeling weglaten,

$$\frac{d\beta}{dt} = \gamma\frac{d^2\eta}{dzdt} + \Delta t\,\gamma\frac{d^3\eta}{dzdt^2} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\gamma\frac{d^4\eta}{dzdt^3}$$

$$\frac{d}{dz}\frac{d\beta}{dt} = \gamma\left(\frac{d^3\eta}{dz^2dt} + \Delta t\frac{d^4\eta}{dz^2dt^2} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^5\eta}{dz^2dt^3}\right).$$

Alzoo wordt de versnelling

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = A\frac{d^2\xi}{dz^2} + m\gamma\left(\frac{d^3\eta}{dz^2dt} + \Delta t\frac{d^4\eta}{dz^2dt^2} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^5\eta}{dz^2dt^3}\right).$$

Dit is de vergelijking van Maxwell, plus een gedeelte dat van Δt afhangt; den term met $\frac{d^4\eta}{dz^2dt^2}$ kunnen we terstond weglaten, daar deze eene evene differentiatie ten opzichte van den tijd bevat, en dus geenerlei invloed op de draaiing kan hebben. (Zie hetgeen er bij de vergelijkingen van Airy, in § 7, werd opgemerkt.) De differentie Δt, die bij eene integratie ten opzichte van t constant blijft, moge betrekkelijk klein zijn ten opzichte van den trillingstijd; schrijven we $\Delta t = h$.

Alzoo, wanneer men op gelijke wijze ook α behandelt,

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = A\frac{d^2\xi}{dz^2} + m\gamma\left(\frac{d^3\eta}{dz^2dt} + \frac{h^2}{1.2}\frac{d^5\eta}{dz^2dt^3}\right)$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = A\frac{d^2\eta}{dz^2} - m\gamma\left(\frac{d^3\xi}{dz^2dt} + \frac{h^2}{1.2}\frac{d^5\xi}{dz^2dt^3}\right).$$

Om uit deze vergelijkingen de draaiing te berekenen, passen we de algemeene formule van Verdet toe (§ 7):

$$\rho = C\,m\,\lambda\left(n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right)\psi(s, k^2)$$

Deze werd ontwikkeld uit de vergelijkingen voor de lichtbeweging, welke in den volgenden vorm werden geschreven (bladz. 44)

$$D_t^2 \xi = \varphi(D_x)\xi + m\,\psi(D_t, D_z)\eta$$
$$D_t^2 \eta = \varphi(D_z)\eta - m\,\psi(D_t, D_z)\xi$$

In de vergelijkingen hierboven is bijv.

$$\psi(D_t, D_z)\eta = \gamma\left(\frac{d^3\eta}{dz^2 dt} + \frac{h^2}{1.2}\frac{d^5\eta}{dz^2 dt^3}\right)$$

zoodat hier dus, in verband met § 7,

$$\psi(s, k^2) = \gamma\left(sk^2 + \frac{h^2}{1.2}\, s^3 k^2\right)$$

Nu is $$s = \frac{2\pi V}{\lambda}, \qquad k = \frac{2\pi n}{\lambda},$$

alzoo $$\psi(s, k^2) = \gamma\left(\frac{c' n^2}{\lambda^3} + \frac{h^2 c'' n^2}{\lambda^5}\right)$$

$$\rho = m\gamma n^2\left(n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right)\left(\frac{c_1}{\lambda^2} + \frac{c_2}{\lambda^4}\right)$$

waarbij c_1 en c_2 van den aard der stof afhangen.

Zooals men ziet, verschilt deze formule van die van Maxwell alleen hierin dat zij nog een term met $\frac{1}{\lambda^4}$ bevat.

Voordat we deze formule aan de waarneming toetsen, trachten we dezelfde uitbreiding aan te brengen aan de berekening van Maxwell in het *Treatise*, Vol. II. Art. 822, etc. Vergel. boven, § 9.

In verband met de bovengenoemde onderstelling stelt men $\alpha = \alpha + \Delta\alpha$, $\beta = \beta + \Delta\beta$, $\gamma = \gamma + \Delta\gamma$ in de vergelijking voor de kinetische energie waarbij die grootheden als boven worden ontwikkeld. Dit geeft voor het drievoudig integraal, dat daarbij optreedt, en het optisch-magnetisch verschijnsel kenmerkt,

$$C\iiint \dot{\xi}\left(\frac{d\gamma}{dy} + \Delta t\frac{d^2\gamma}{dydt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\gamma}{dydt^2} - \frac{d\beta}{dz} - \Delta t\frac{d^2\beta}{dzdt} - \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\beta}{dzdt^2}\right)dxdydz +$$

$$+C\iiint \dot{\eta}\left(\frac{d\alpha}{dz} + \Delta t\frac{d^2\alpha}{dzdt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\alpha}{dzdt^2} - \frac{d\gamma}{dx} - \Delta t\frac{d^2\gamma}{dxdt} - \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\gamma}{dxdt^2}\right)dxdydz +$$

$$+C\iiint \dot{\zeta}\left(\frac{d\beta}{dx} + \Delta t\frac{d^2\beta}{dxdt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\beta}{dxdt^2} - \frac{d\alpha}{dy} - \Delta t\frac{d^2\alpha}{dydt} - \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^3\alpha}{dydt^2}\right)dxdydz.$$

Uit de wet van Helmholtz, voor vortexbewegingen, volgt nu door differentiatie, bijv.

$$\frac{d\gamma'}{dy} = \frac{d\gamma}{dy} + \alpha\frac{d^2\zeta}{dxdy} + \beta\frac{d^2\zeta}{dy^2} + \gamma\frac{d^2\zeta}{dydz}$$

$$\frac{d^2\gamma'}{dydt} = \frac{d^2\gamma}{dydt} + \alpha\frac{d^3\zeta}{dxdydt} + \beta\frac{d^3\zeta}{dy^2dt} + \gamma\frac{d^2\zeta}{dydzdt}$$

enz., welke waarden in bovengenoemd integraal moeten worden gesteld. Merkt men dan daarbij op, dat voor vlakke golven, loodrecht op de z-as, de verplaatsingen functiën zijn van z en t alleen, dan volgt

$$\alpha\frac{d}{dx} + \beta\frac{d}{dy} + \gamma\frac{d}{dz} = \gamma\frac{d}{dz}$$

en de grootheid onder het integraalteeken wordt

$$C\gamma\left\{\dot{\eta}\left(\frac{d^2\xi}{dz^2} + \Delta t\frac{d^3\xi}{dz^2dt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^4\xi}{dz^2dt^2}\right) - \dot{\xi}\left(\frac{d^2\eta}{dz^2} + \Delta t\frac{d^3\eta}{dz^2dt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^4\eta}{dz^2dt^2}\right)\right\}$$

De kinetische energie (T) per volumen-eenheid is alzoo de som van deze uitdrukking plus $\frac{1}{2}\,q\,(\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 + \dot{\zeta}^2)$ waarbij q de densiteit van het medium is.

Alzoo

$$\frac{dT}{d\dot{\xi}} = q\,\dot{\xi} - C\gamma\left(\frac{d^2\eta}{dz^2} + \Delta t\frac{d^3\eta}{dz^2dt} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^4\eta}{dz^2dt^2}\right)$$

$$\frac{dT}{d\dot{\eta}} = q\,\dot{\eta} + C\gamma\left(\frac{d^2\xi}{dz^2} + \Delta t\frac{d^3\xi}{dz^2dt} + \frac{\Delta t}{1.2}\frac{d^4\xi}{dz^2dt^2}\right)$$

De vergelijkingen van den tweeden vorm, van Lagrange, geven dus voor de krachten

$$X = q\frac{d^2\xi}{dt^2} - C\gamma\left(\frac{d^3\eta}{dz^2dt} + \Delta t\frac{d^4\eta}{dz^2dt^2} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^5\eta}{dz^2dt^3}\right)$$

$$Y = q\frac{d^2\eta}{dt^2} + C\gamma\left(\frac{d^3\xi}{dz^2dt} + \Delta t\frac{d^4\xi}{dz^2dt^2} + \frac{\Delta t^2}{1.2}\frac{d^5\xi}{dz^2dt^3}\right).$$

Dit zijn dezelfde vormen gebleven als bij Maxwell, vermeerderd met een klein gedeelte, dat van Δt afhangt. Schrijven we deze

differentie weder h, en laten we de termen van de vierde orde terstond weg, daar zij toch geene beteekenis voor het draaiingsverschijnsel bezitten (§ 7).

Dit geeft voor de versnellingen

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = \Phi\xi + \gamma\left(a'\frac{d^3\eta}{dz^2dt} + a''h^2\frac{d^5\eta}{dz^2dt^3}\right)$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = \Phi\eta - \gamma\left(a'\frac{d^3\xi}{dz^2dt} + a''h^2\frac{d^5\xi}{dz^2dt^3}\right)$$

waarin a' en a'' zekere constanten zijn en $\Phi\xi$ en $\Phi\eta$ de termen van Cauchy aanduiden. De vergelijkingen zijn van denzelfden vorm als de boven, bladz. 121 verkregene. Ze leiden alzoo tot eene zelfde formule voor de electromagnetische dispersie

$$\rho = m\gamma n^2\left(n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right)\left(\frac{c_1}{\lambda^2} + \frac{c_2}{\lambda^4}\right)$$

waarbij c_1 en c_2 van den aard der stof afhangen.

In verband met de boven besproken onderstelling is dit dan de vorm, die de negatieve electromagnetische draaiing te weeg brengt; bij die circulaire stroomen, welker werking hier vooral optreedt, moge de tweede term $\left(\text{met } \frac{1}{\lambda^4}\right)$ niet te verwaarloozen zijn, welke termen overigens, bij sommige stoffen, ook voor de positieve draaiing eenige beteekenis mag hebben.

Zooals boven werd opgemerkt, hebben we echter het draaiingsverschijnsel te beschouwen als het gevolg eener positieve en eener negatieve draaiing; en het kan van te voren niet beslist worden, welke van die beide componenten de grootste is. De waargenomen draaiing is alsdan van den vorm

$$\rho = Cn^2\left(n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right)\left\{\left(\frac{b_1}{\lambda^2} + \frac{b_2}{\lambda^4}\right) - \left(\frac{c_1}{\lambda^2} + \frac{c_2}{\lambda^2}\right)\right\}.$$

Is nu b_2 bijv. van geene merkbare beteekenis, en verschilt c_1 niet veel van b_1, dan verschilt de negatieve draaiing, welke nu de stof vertoont, niet veel van

$$-Cc_2\frac{n^2}{\lambda^4}\left(n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right),$$

een geval, dat zich dan bij titaantetrachloride voordoet, waar, zooals H. Becquerel heeft aangewezen, $\frac{1}{\lambda^4}$ een hoofdfactor is.

In het algemeen verkrijgen we alzoo voor de draaiingsformule

$$\rho = n^2 \left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right) \left(\frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4}\right),$$

waarin a en b zekere constanten zijn, die de stof kenmerken. Deze zijn uit de formule door middel der waarnemingen te berekenen.

Thans zullen we een vergelijkend overzicht geven van de uitkomsten der waarnemingen van Verdet en van H. Becquerel (§ 3), alsmede der waarschijnlijkste waarden voor onze eigene resultaten (§ 5), — in verband met de uitkomst der berekening volgens de hier verkregen formule.

Voor de berekening der binomia $\left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right)$ werd uitgegaan van de formule voor den brekingsindex naar Cauchy. De golflengten werden steeds in honderdduizendste millimeters uitgedrukt; zij hadden de waarden, die in § 6 zijn medegedeeld; slechts voor de berekening der waarnemingen van Verdet werden de eenigermate afwijkende getallen aangenomen, die tot grondslag liggen aan zijne berekening van de brekingsindices van zwavelkoolstof en kreosoot volgens de formule van Cauchy; zij komen meer met de waarden overeen, welke Fraunhofer had bepaald.

Bij de berekening der indexformule van titaantetrachloride uit de bepalingen van H. Becquerel, verkregen we de uitkomsten, die in de volgende tabel met de waarnemingen kunnen worden vergeleken.

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

$A = 1{,}5674$ $\quad \log B = 1{,}93345$ $\quad \log C = 5{,}16140$

Strepen	C	D	E	b	F	G
Waarneming	1,5948	1,6043	1,6171	»	1,6293	1,6557
Berekend	1,5951	1,6041	1,6171	1,6199	1,6297	1,6558
Verschil	—...3	+...2	0	»	—...4	—...1.

In de hier volgende tabellen worden de waarnemingen van electromagnetische draaiingen vergeleken met de uitkomsten der berekening volgens bovengenoemde formule met twee constanten.

Vergelijken we vooreerst de waarnemingen van Verdet voor zwavelkoolstof en kreosoot.

Zwavelkoolstof.

$\log a = 2{,}76014$ $\log b = 4{,}42065$

	Waargenomen.	Berekend.	Verschil.
C	0,592	0,594	— 0,002
D	0,768	0,763	+ 0,005
E	1,000	1,000	0
F	1,234	1,232	+ 0,002
G	1,704	1,704	0

Kreosoot.

$\log a = 2{,}77408$ $\log b = 5{,}50657$

	Waargenomen.	Berekend.	Verschil.
C	0,573	0,581	— 0,008
D	0,758	0,754	+ 0,004
E	1,000	1,000	0
F	1,241	1,239	+ 0,002
G	1,723	1,735	— 0,012

Zooals in verband met § 3 blijkt, zijn de afwijkingen veel geringer dan de mogelijke fouten der waarneming.

Voor de berekening der formule voor het negatief draaiende titaanchloride hebben we de waarnemingen voor de strepen *G* en *h* buitengesloten, om de in § 3, bladz. 16, vermelde reden.

Titaantetrachloride.

$\log a = 1{,}91229$ $\log b = 6{,}38926$

	Waargenomen.	Berekend.	Verschil.
C	0,637	0,645	— 0,008
D	1,000	1,000	0
E	1,590	1,603	— 0,013
b	1,730	1,745	— 0,015
F	2,271	2,286	— 0,015

Ook hier verschillen de beide waarden minder dan het bedrag der waarnemingsfout, zooals duidelijk uit § 3 blijkt. Overigens mogen de waarnemingen in den regel eerder iets te groot uitvallen dan te klein, hetgeen vooral bij de stralen nabij de grenzen en in duistere streken van het spectrum het geval is. (Vergel. § 5.)

De waarnemingen vermeld in § 5, leidden ons tot de volgende waarden voor de beide onderzochte stoffen:

Electromagnetische draaiing in spiegelglas van Dollond.

C	*D*	*E*	*b*	*F*	*G*	*M*	*N*
4°14′	5°18′	6°43′	6°59′	8°3′	10°34′	14°59′	16°30′
0,630	0,789	1,000	1,040	1,199	1,573	2,231	2,457.

Electromagnetische draaiing in water.

C	*D*	*E*	*F*	*G*	*M*	*N*
»	4°9′	5°13′	6°13′	8°8′	11°20′	12°28′
0,630	0,795	1,000	1,192	1,559	2,172	2,389.

Vergelijken we nu deze waarden met de berekening.

Water.

$\log a = 3{,}05323$ $\log b = 5{,}00569$

	Waarnemingen.	Berekend.	Verschil.
C	0,630	0,628	+ 0,002
D	0,795	0,788	+ 0,007
E	1,000	1,000	0
F	1,192	1,190	+ 0,002
G	1,559	1,551	+ 0,008
M	2,172	2,143	+ 0,029
N	2,389	2,354	+ 0,035

Spiegelglas van Dollond.

$\log a = 2{,}87684$ $\log b = 5{,}00874$

	Waarnemingen.	Berekend.	Verschil.
C	0,630	0,622	+ 0,008
D	0,789	0,784	+ 0,005
E	1,000	1,000	0
b	1,040	1,044	— 0,004
F	1,199	1,196	+ 0,003
G	1,573	1,573	0
M	2,231	2,206	+ 0,025
N	2,457	2,436	+ 0,021

Ook hier zijn de afwijkingen kleiner dan de fouten der waarneming (verg. het einde van § 5); echter verdient het opmerking, dat, bepaald

voor water, de verschillen steeds positief zijn, iets dat misschien bij eene derde constante in de formule minder merkbaar werd.

Over het algemeen kunnen we zeggen, dat de uitgebreide formule van Maxwell de waarnemingen voldoende samenvat. Dit was niet het geval met de formule in haren gewonen vorm; zonder eenige uitbreiding zou zij onvoldoende mogen heeten. Uit haren aard kan de theorie van Lommel over eenige constanten beschikken, hiervoor was echter in de theorie van Maxwell geene plaats aangewezen.

Het hier ontwikkelde moet intusschen slechts beschouwd worden als eene proeve, om te doen zien, hoe wellicht de formule van Maxwell kan worden uitgebreid.

Van meer beteekenis zijn, naar wij meenen, andere uitkomsten, in dit hoofdstuk verkregen, vooreerst n.l. de overtuiging, dat in de electromagnetische lichttheorie al het wezenlijke der gewone theorie blijft bestaan, en vervolgens: dat we als de oorzaak der electromagnetische draaiing van het polarisatievlak datgene mochten erkennen, wat in het wezen des lichts van magnetischen aard is.

STELLINGEN.

I.

De electromagnetische theorie van het licht bezit eene hooge mate van waarschijnlijkheid.

II.

Deze theorie is niet in strijd met de hypothese der veerkracht van den lichtether. Al het wezenlijke der gewone lichttheorie (bepaaldelijk betreffende den aard der beweging) blijft hierbij behouden.

III.

Men kan het werk van Maxwell niet voldoende beoordeelen zonder eene studie van Faraday's *Experimental Researches*, en den theoretischen arbeid van William Thomson.

IV.

De electromagnetische draaiing van het polarisatievlak is niet op eenvoudige wijze te verklaren, tenzij men *één* electrisch fluidum onderstelt, en de electromagnetische dispersie biedt gelijke moeilijkheid aan, tenzij men vortexbeweging in het magnetisch veld aanneemt.

V.

De electromagnetische draaiing van het polarisatievlak wordt niet veroorzaakt door eene medesleping van den ether in de rondte, ten gevolge van de draaiende beweging die het wezen van het magnetisme moge uitmaken.

VI.

De electromagnetische draaiing van het polarisatievlak is te verklaren uit de magnetische componenten der lichtbeweging.

VII.

Dunne platen uit éénassige kristallen evenwijdig aan de as geslepen, en tusschen twee nicols geplaatst, vertoonen bij draaiing van den analysator in het algemeen meer dan twee tinten, welke elkander snel opvolgen, om over te gaan in de beide complementaire tinten, die men hierbij gewoonlijk aanneemt. Slechts als de as van het kristalplaatje een hoek van 45° maakt met de hoofdsnede van den polarisator, neemt men slechts twee tinten waar bij draaiing van den analysator.

VIII.

Hierop is eene methode te gronden ter onderkenning van zeer kleine draaiingen van het polarisatievlak.

IX.

De klank der orgelpijpen wordt niet veroorzaakt doordat de binnenruimte der pijp eenige der tonen uit het blaasgeruisch door resonnantie versterkt. De juiste theorie gaat uit van voortplanting, terugkaatsing en interferentie van verstoringen in de middenstof.

X.

Van een mechanisch standpunt beschouwd is het beginsel »du travail maximum" van Berthelot niet algemeen waar.

XI.

De redeneering, waardoor Berthelot zijn beginsel »du travail maximum" toepast op het koudmakend mengsel, is onjuist. (*Mécanique Chimique*, T. II, p. 452.)

—

XII.

Dat eene complexe: $z = x + y\sqrt{-1}$ langs oneindig veel wegen tot eene andere waarde geraken kan, wordt door Schlömilch ten onrechte voor een wezenlijk kenmerk der complexe grootheid gehouden. (*Compend. der höh. Anal.* II, p. 40.)

XIII.

Met de kinetische gastheorie blijft de hypothese der afstootende krachten feitelijk bestaan.

XIV.

De onderlinge werking tusschen twee de stof samenstellende deelen, tusschen welke geene middenstof aanwezig is, wordt door Faraday en Maxwell in het algemeen volstrekt niet ontkend. Slechts hebben volgens hen de electrische en magnetische werkingen op afstand (en wellicht ook de zwaartekracht) door tusschenkomst eener middenstof plaats.

Fig. 1.

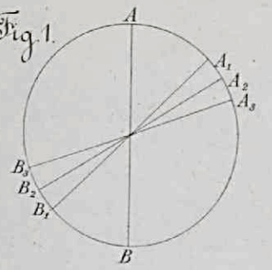


Fig. 2.

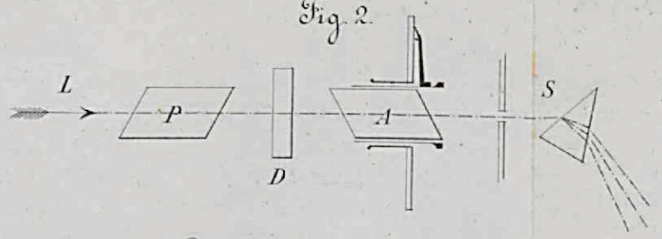


Fig. 3.



Fig. 4.

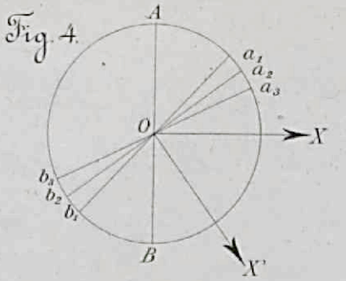


Fig. 5.



Fig. 6.



Fig. 7.

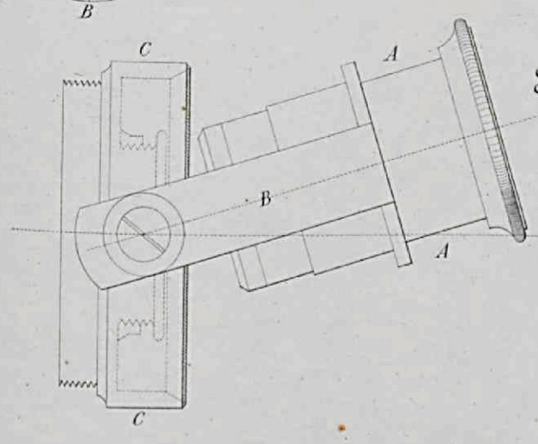


Fig. 8.

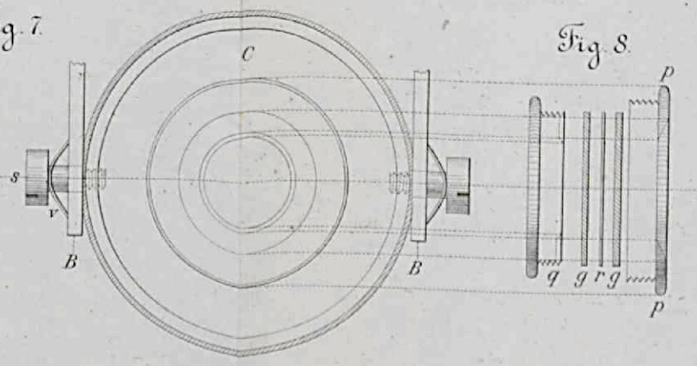


Fig. 9.

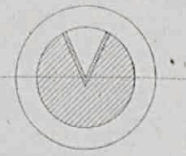


Fig. 10.



Fig. 11.

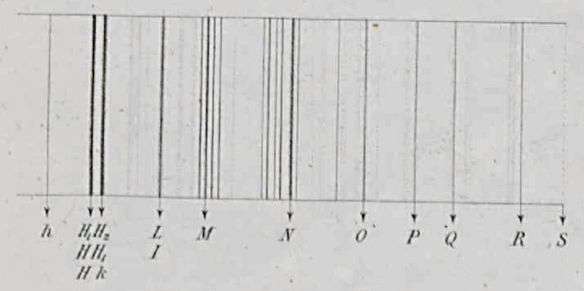


Fig. 12.

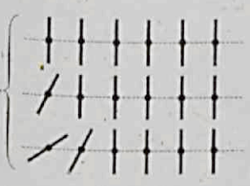


Fig. 13. (Model 1).

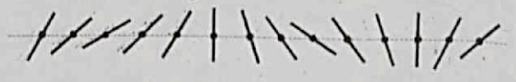


Fig. 14. (Model 2).

Fig. 15. (Model 3).



Fig. 16. (Model 4).

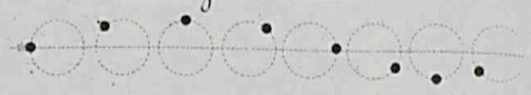


Fig. 17. (Model 5).

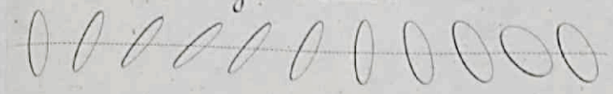


Fig. 18. (Model 6).

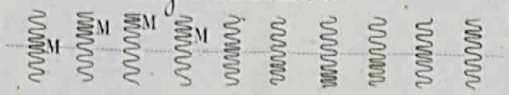


Fig. 19.

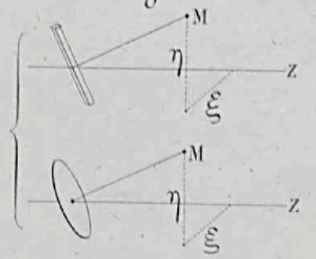


Fig. 20.

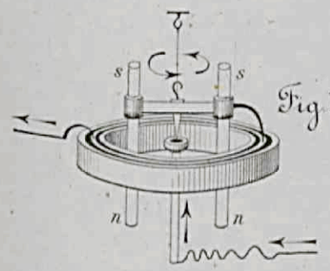


Fig. 21.

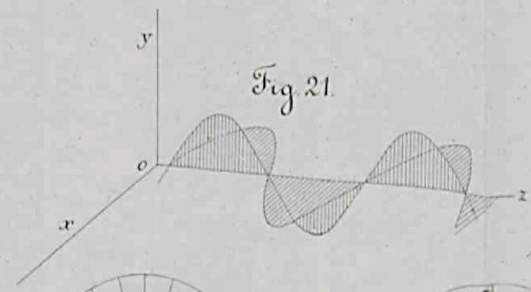


Fig. 22.

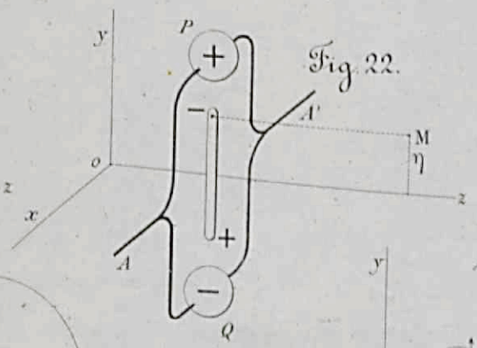


Fig. 23.

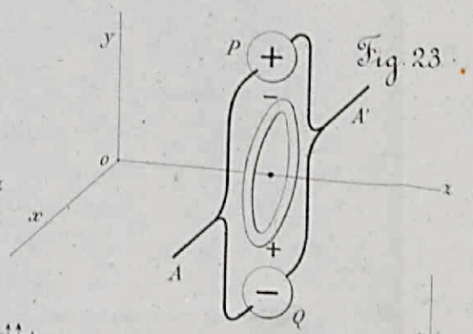


Fig. 24.

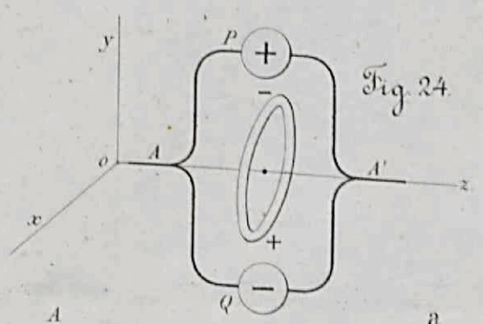


Fig. 25.

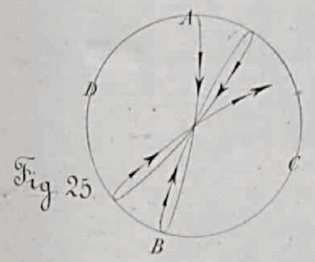


Fig. 26.

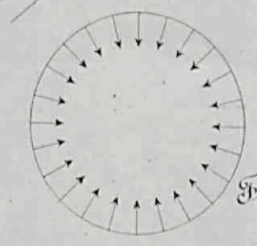


Fig. 27.

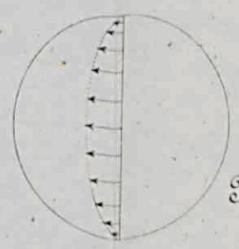


Fig. 28.

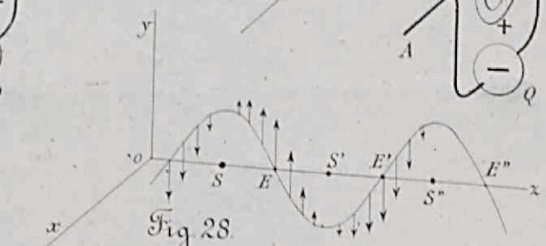
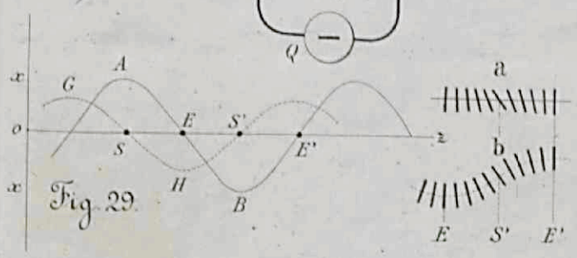


Fig. 29.



Lith. A.J. Bogaerts, Breda.