



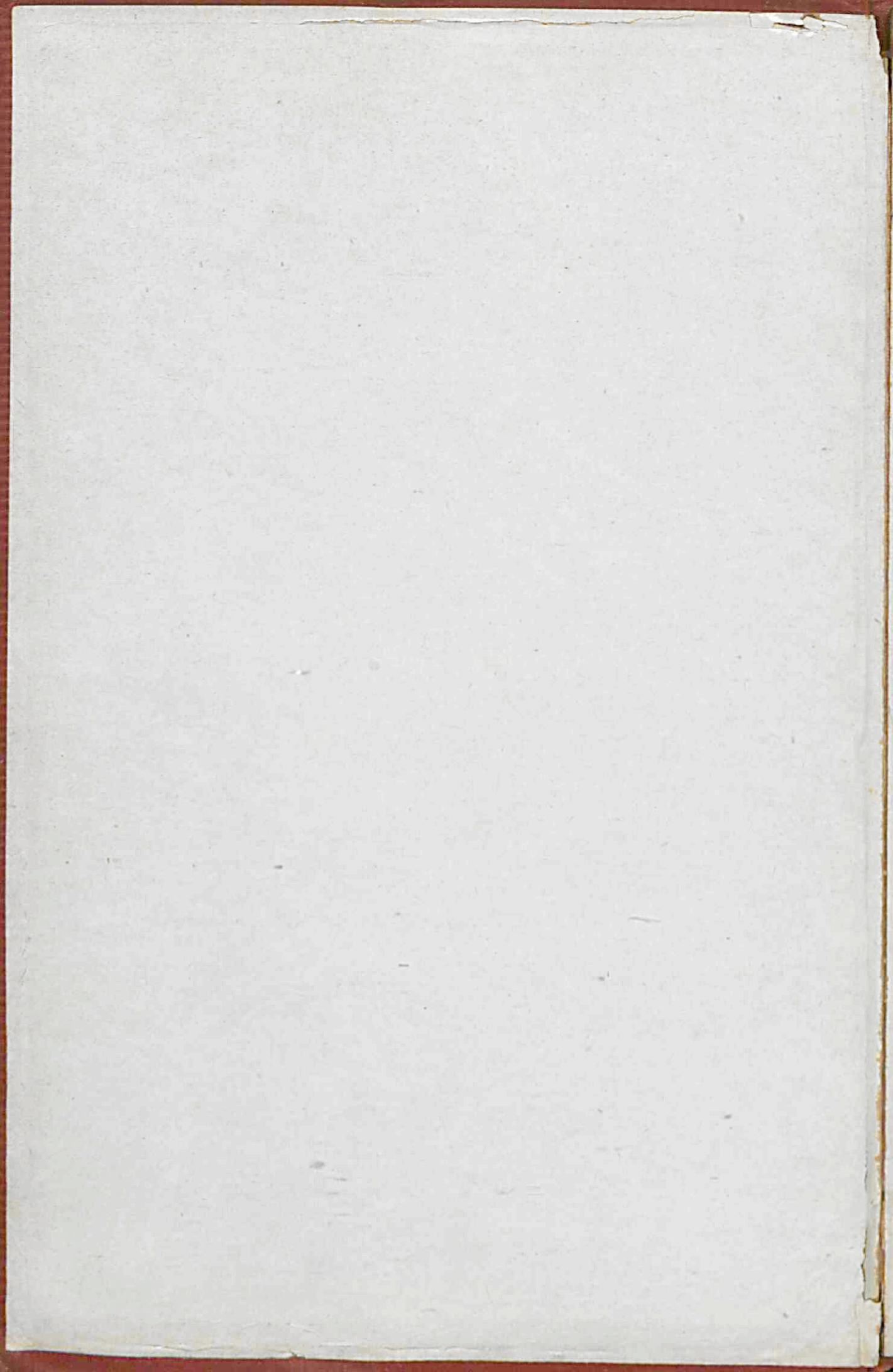
Berekening der loopbaan van de planeet (182) (Elsbeth), uit de waarnemingen bij de eerste en tweede verschijning verkregen, met inachtneming van de storingen door Jupiter en Saturnus

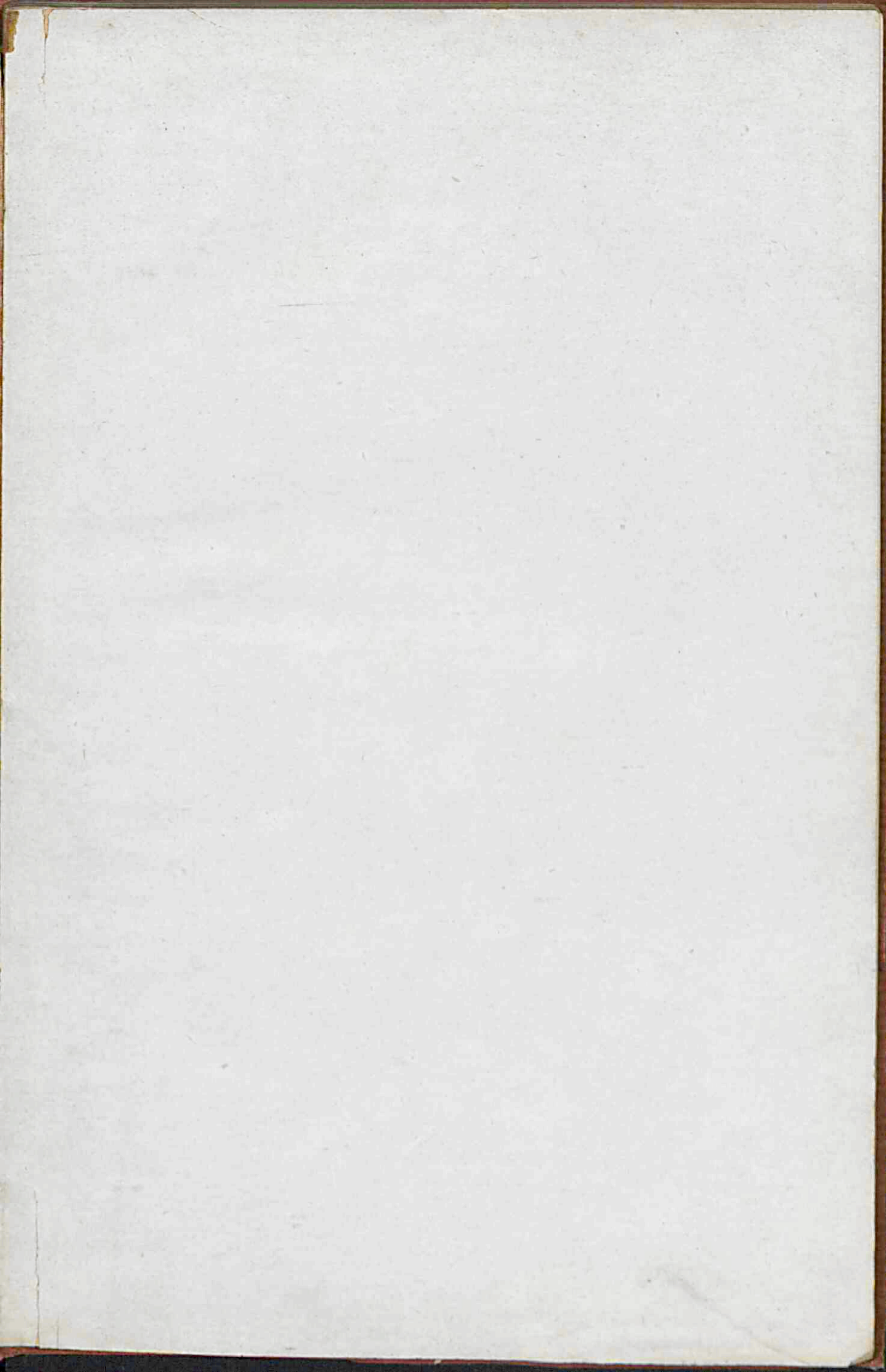
<https://hdl.handle.net/1874/242107>

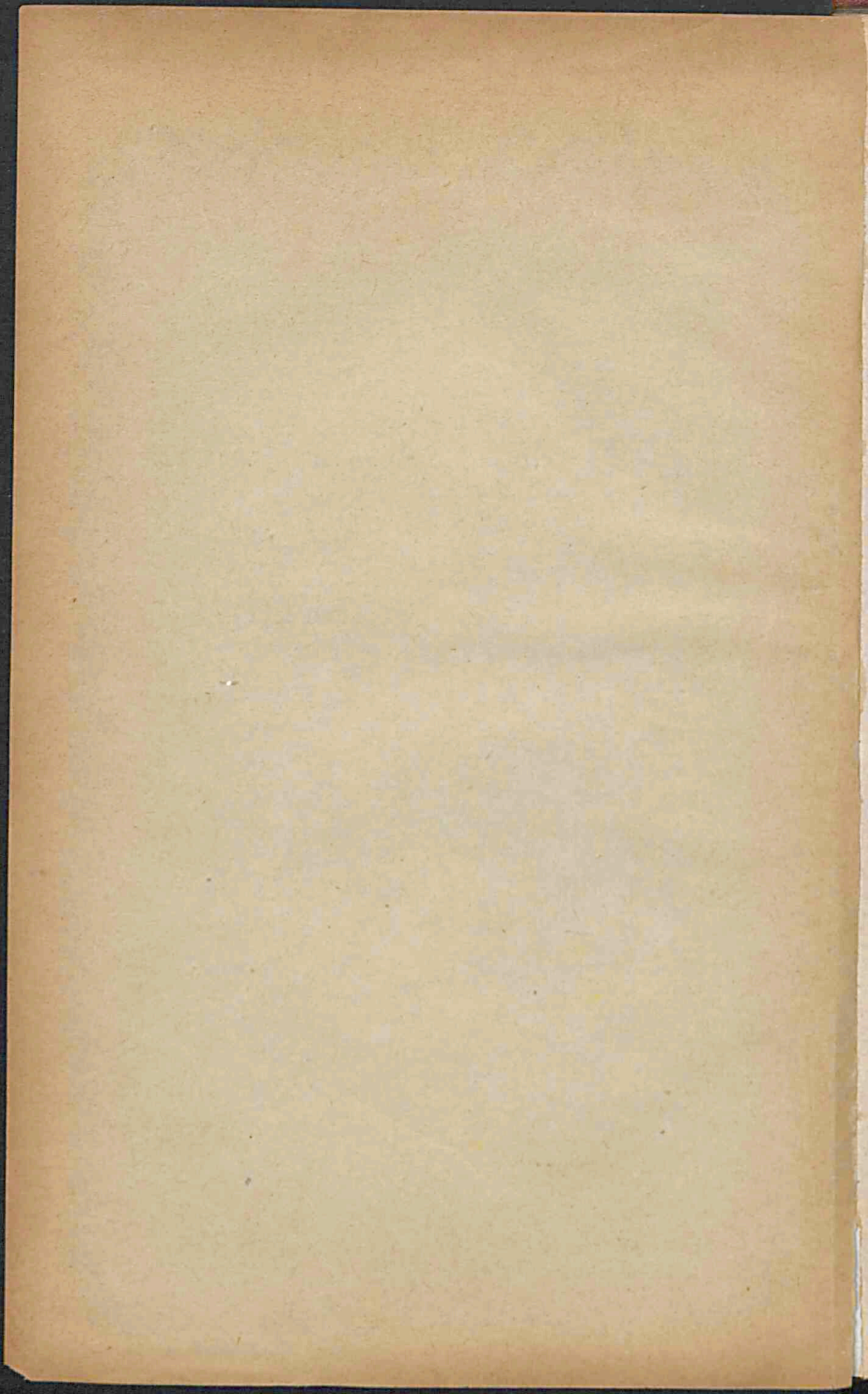
A^o 192
Phys
/1880



recht
0







BEREKENING DER LOOPBAAN

VAN DE

PLANEET (182) (ELSBETH).

— juvat ire per altum

Aëra et immenso spatiantem vivere coelo,
Signaque et aeternos stellarum noscere cursus.

MANILIUS.

RIJKSUNIVERSITEIT TE UTRECHT



1757 2037

BEREKENING DER LOOPBAAN
VAN DE
PLANEET (182) (ELSBETH),
UIT DE WAARNEMINGEN
BIJ DE EERSTE EN TWEDE VERSCHIJNING VERKREGEN,
MET INACHTNEMING VAN DE STORINGEN DOOR
JUPITER EN SATURNUS.

Proefschrift

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD

VAN

DOCTOR IN DE WIS- EN STERREKUNDE,
AAN DE RIJKS-UNIVERSITEIT TE UTRECHT,

NA MACHTIGING VAN DEN RECTOR MAGNIFICUS

DR. E. MULDER,

HOOGLEKRAAR IN DE FACULTEIT DER WIS- EN NATUURKUNDE,

VOLGENS BESLUIT VAN DEN SENAAAT DER UNIVERSITEIT,

EN OP VOORDRACHT DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE FACULTEIT,

TE VERDEDIGEN

op Donderdag, den 11den Maart 1880, des namiddags te 3 uren,

DOOR

JACOB ROBBERS,

GEBOREN TE ZUTFEN.



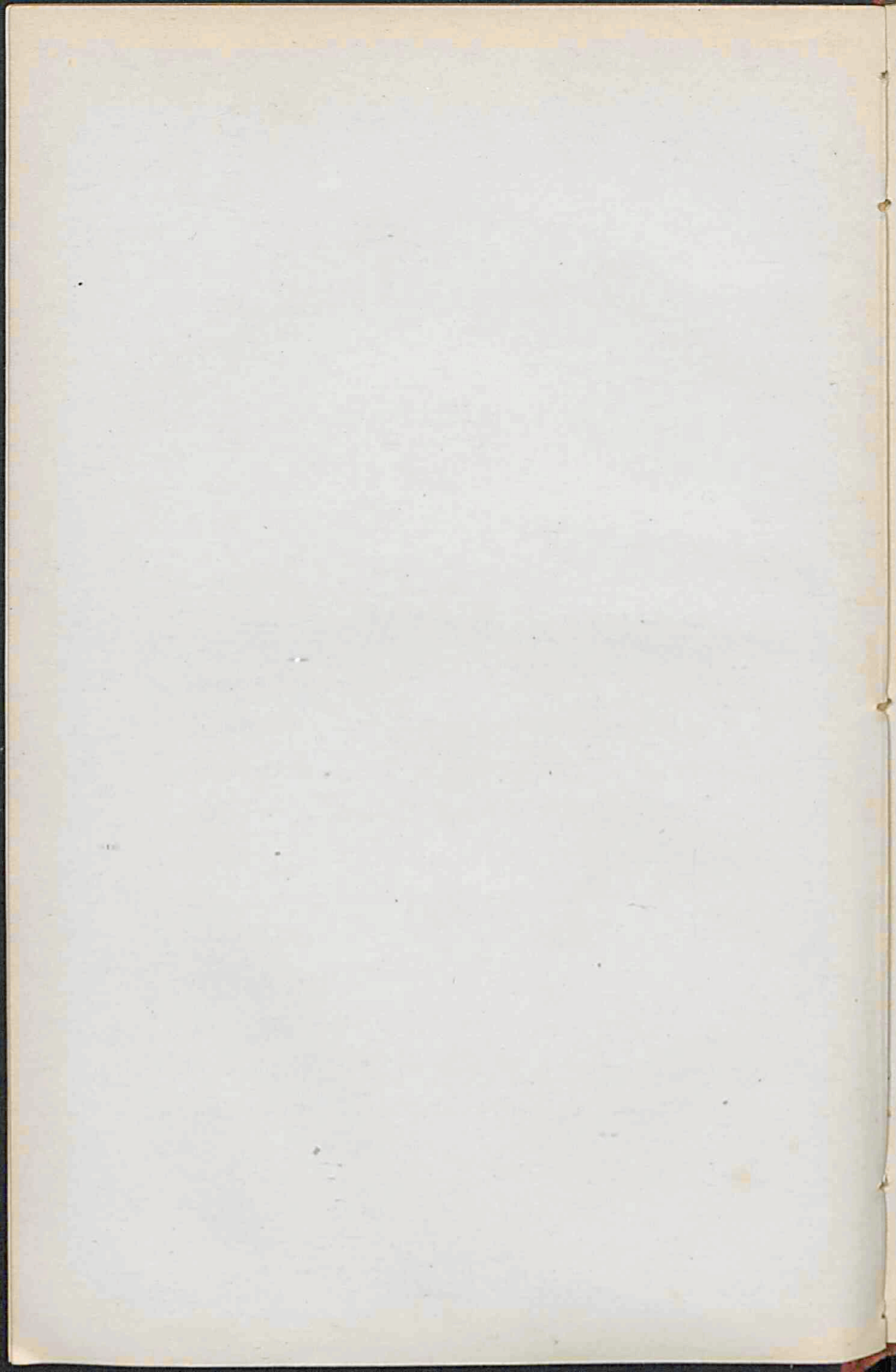
UTRECHT,
DANNENFELSER EN Co.

(G. METZELAAR.)

1880.

Stoomdruk van de Firma L. E. BOSCH & ZOON, Utrecht.

AAN MIJNE MOEDER.



Gaarne maak ik van deze gelegenheid gebruik, om mijnen dank te betuigen aan allen, die tot mijne vorming hebben bijgedragen, vooral aan U, Hoogleeraren der Wis- en Natuurkundige Faculteit, wier lessen ik gedurende korteren of langeren tijd heb gevolgd.

Gij, hooggeleerde Oudemans, hooggeachte Promotor, hebt mij bijzonder aan U verplicht; door uwe voorlichting, onder uwe leiding, is de sterrekunde mijne lievelingsstudie geworden; te allen tijde waart gij bereid, mij met uwe rijke ervaring bij te staan,

vooral bij de vervaardiging van dit proefschrift, hebt
gij mij voortdurend de sprekendste bewijzen uwer
welwillendheid gegeven. Wees overtuigd van mijne
hartelijke dankbaarheid voor alles wat gij voor mij
deedt.

INLEIDING.

De sterrekunde verdient de koningin der wetenschappen genoemd te worden, niet zoozeer door de verhevenheid van haar onderwerp of door het treffende van hare resultaten, maar met meer recht door de nauwkeurigheid van hare methoden, door de harmonische ontwikkeling van theorie en praktijk.

De wiskunde met hare onverbiddelijke logica, waar vindt zij eene wetenschap, die zoo voortdurend van haar gebruik maakt, en van den anderen kant haar telkens nieuwe banen wijst! Welke wetenschap trekt in zoo ruime mate partij van de vorderingen der natuurkunde en steunt haar weer, als hare experimenten tekort schieten!

Die eereplaats heeft de sterrekunde te danken aan het helder verstand, maar meer nog aan den onvermoeiden ijver van de corypheeën onder hare beoefe-

naren. Deze ijver nu, waardoor is hij meer geprikkeld, welke hemellichamen hebben hem meer aangevuurd dan de planetoïden! Voor de ontdekking van Uranus reeds schreef o. a. Kant, in zijne „Naturgeschichte und Theorie des Himmels,” dat men tusschen Mars en Jupiter eene planeet *moet* veronderstellen. Deze veronderstelling berustte alleen op de onbewezen en waarschijnlijk ook onbewijsbare „wet van Bode,” die, zoo als uit onderstaand tafeltje blijkt bij de binnenste planeten tamelijk, bij de drie laatste minder goed uitkomt.

GEMIDDELDE AFSTAND.

	Volgens de wet van Bode.	Volgens waarneming.
Mercurius.	4	$3,87 \times \frac{1}{10}$ van den straal der aardbaan.
Venus.	7	7,23
Aarde.	10	10
Mars	16	15,24
Medusa (kleinste <i>a</i>)	28	21,33
Hilda (grootste <i>a</i>)		39,50
Jupiter	52	52,02
Saturnus	100	95,39
Uranus	196	191,82
(Neptunus)	388	300,36

Toen nu Herschel den 13^{den} Maart 1781 Uranus ontdekt had en deze later bleek ook tamelijk nauwkeurig aan de wet van Bode te voldoen, viel de gaping tusschen Mars en Jupiter nog meer in het oog en gingen verschillende waarnemers rusteloos aan het zoeken, voorloopig echter zonder gunstig gevolg. De voornaamste oorzaak van dit mislukken lag in het gemis van nauwkeurige sterrekaarten.

De te verwachten planeet zou vermoedelijk bijzonder klein zijn en was dit het geval, dan kon zij van de vaste sterren alleen onderscheiden worden door de verandering van hare plaats aan den hemel. Om deze nu waar te nemen waren kaarten noodig, waarop de plaats der vaste sterren was aangewezen; vond men dan eene ster, die niet op de kaart voorkwam, dan kon eene tweede waarneming leeren of dit hemellichaam eene planeet was of eene vaste ster, die op de kaart ontbrak. Te dien einde waren reeds, voornamelijk door Lalande, duizenden sterreplaatsen bepaald, maar het toeval was den waarnemers niet gunstig. Bijna negentien jaren had men tevergeefs gezocht, toen in September 1800 Schröter te Lilienthal met 5 andere sterrekundigen een plan beraamden om de gewenschte planeet stelselmatig op te sporen. Daartoe werd de Dieren-

riem in 24 gelijke vakken verdeeld, en aan 24 waarnemers verzocht, elk zulk een vak voor zijne rekening te nemen. Onder deze 24 behoorde Piazzi, maar voor hij het bericht ontving van de taak, die hem was opgedragen, was hij reeds zoo gelukkig geweest de planeet te vinden. Op den 1^{sten} Januari 1801 zag hij namelijk een sterretje, dat in de lijst van Wollaston niet voorkwam en den volgenden dag reeds overtuigde hij zich, dat het geene vaste ster was. Gedeeltelijk door de slechte correspondentie in die dagen, gedeeltelijk door achterhoudendheid van Piazzi, kwamen zijne mededeelingen hieromtrent zoo laat tot de overige observatoriën, dat niemand buiten Piazzi het hemellichaam kon waarnemen.

Men kon niet anders doen dan te trachten, de plaats van de planeet voor de volgende verschijning te bepalen. Piazzi reeds had beproefd eene cirkelvormige baan te vinden, waaraan de waarnemingen zouden voldoen, maar hij kon er niet in slagen. Ook Olbers berekende eene cirkelvormige baan en schreef de verschillen tusschen waarneming en rekening toe aan waarnemingsfouten, schoon zij hiervoor wel wat al te groot waren. Burckhardt trachtte volgens de methode, door Laplace aangegeven, eene elliptische baan te vinden, maar daar de waarne-

mingen slechts gedurende 6 weken waren voortgezet, was dit uiterst moeilijk. Ook voldeed de baan die hij vond, hoewel beter dan de cirkelvormige, niet voldoende, zoodat er weinig hoop was de planeet terug te vinden. Gelukkig trok Gauss zich het hemellichaam aan en vond, volgens eene geheel nieuwe methode, die hij later eenigszins gewijzigd in zijne „Theoria Motus” bekend maakte, eene baan, die zeer goed met de waarnemingen overeenkwam en die zoo nauwkeurig bleek te zijn, dat von Zach, de beroemde stichter en directeur van het observatorium op den Seeberg bij Gotha, de planeet den 7^{den} December 1801 terugvond, bijna precies op de plaats, door Gauss voorspeld. Ook Olbers nam de planeet, die den naam Ceres had ontvangen, herhaaldelijk waar en vond tot zijne niet geringe verbazing, den 28^{sten} Maart 1802, op betrekkelijk kleinen afstand van deze een tweede zich bewegend hemellichaam, dat hij spoedig als tweede planeet tusschen Mars en Jupiter erkende en Pallas noemde. Om het vreemde feit te verklaren, dat er nu in plaats van de ééne verwachte planeet twee ontdekt waren, nam Olbers zijne toevlucht tot de hypothese, dat deze twee, en mogelijk nog meer tot nu toe onontdekte, deelen zouden zijn van ééne uit elkaar gespatte planeet. Indien dit het geval was,

moesten de banen op de plaats, waar de planeet uit elkander was gebarsten, een gemeenschappelijk snijpunt hebben en ook, uit de zon gezien, aan het tegenovergestelde punt van den hemel dicht bij elkander komen. Olbers nu bepaalde deze punten, en vond dat ze van de loopbaan der aarde gezien, zich in de sterrebeelden de Maagd en de Walvisch moesten projecteeren.

Toen nu Harding, om Ceres en Pallas gemakkelijk waar te nemen, uitvoerige sterrekaarten had gemaakt van dat deel van den hemel, waarin zij zich konden bewegen, en zijne kaarten met den hemel vergeleek, vond hij de derde planeet (Juno), wier baan, zooals de berekening van Gauss aantoonde, ook dicht langs de bovengenoemde punten liep. Hierdoor werd Olbers in zijne meening versterkt en heeft hij jaren lang in de twee genoemde streken van den hemel naar nieuwe planeten gezocht.

Werkelijk mocht het hem gelukken, in 1807 de vierde planeet (Vesta) te ontdekken, maar verder bleven al zijne pogingen vruchteloos.

Onderwijl had Gauss, die de banen der nieuwe planeten had berekend, de ervaring opgedaan, dat de waargenomen en berekende plaatsen niet nauwkeurig genoeg overeenstemden, wanneer hij niet de

storingen door de andere planeten in rekening bracht. Daartoe berekende hij voor verschillende, even ver van elkander liggende tijdstippen (gewoonlijk van 40 tot 40 dagen) de kracht, waarmee de planeet, waarvan hij de loopbaan wilde bepalen, door de storende planeten, sterker werd aangetrokken dan de zon, en leidde dan, uit een reeks van dergelijke krachtsverschillen, de daardoor ontstane verplaatsing van de planeet af. De wijze, waarop dit geschiedde (de zoogenaamde mechanische quadratuur) is later door Encke in het „Berliner Jahrbuch” van 1837 medegedeeld en ongeveer gelijktijdig door Bond gevonden. Deze berekening der „speciale storingen” heeft wel het voordeel, dat zij weinig tijdroovend is, maar geldt natuurlijk ook slechts voor het tijdperk, waarvoor de plaatsen berekend zijn. De bepaling der „algemeene storingen” daarentegen, zooals die door Laplace was aangegeven, bleek voor vele planetoïden, wegens de groote helling en excentriciteit zeer omslachtig en bij eenige ontoereikend.

De achtendertig jaren, die op de ontdekking van Vesta volgden, brachten wel geene nieuwe planeten, maar droegen toch voor de sterrekunde rijke vruchten. Hoofdzakelijk met het doel om nog meer asteroïden te vinden, werd van duizenden sterren door verschillende waarnemers de plaats nauwkeurig be-

paald; het meest heeft hiertoe zeker bijgedragen Bessel, die te Koningsbergen den gordel van den hemel tusschen -15° en $+45^{\circ}$ declinatie doorzocht en alle sterren tot de 9^{de} en eenige tusschen de 9^{de} en 10^{de} grootte bepaalde; later heeft Argelander te Bonn dezen gordel tot 80° noorder-declinatie uitgebreid. Maar, wat van meer belang was voor het opsporen der planetoïden, ook werden meer of minder groote gedeelten des hemels nauwkeurig afgebeeld. Gedeeltelijk werden die kaarten vervaardigd om nieuwe planeten op te sporen, bijv. die van Hind, maar voor een ander deel was het voornamelijk doel om eene nauwkeuriger kennis van den sterrenhemel te verkrijgen; hiertoe werden o. a. de Berlijner sterrekaarten gemaakt. Deze waren indirect oorzaak van de ontdekking eener nieuwe planeet. Hencke namelijk, een vroeger postdirecteur te Driessen, had zich reeds geruimen tijd bezig gehouden met het bepalen van sterreplaatsen; terwijl hij hierbij een der Berlijner kaarten ten grondslag legde, teekende hij daarin op het oog die sterren bij, welke op de kaart niet voorkwamen; zoodoende was hij met die bepaalde streek des hemels zeer vertrouwd geraakt en toen hij nu den 8^{sten} December 1845 eene ster der negende grootte zag, die niet op zijne kaart voorkwam, hield hij deze terstond

voor eene planeet, en dit vermoeden werd door volgende waarnemingen bevestigd.

Van dien tijd af volgden de ontdekkingen elkander snel op; in 1847 vond Hencke de zesde asteroïde, Hebe, en in hetzelfde jaar ontdekte Hind er twee, die hij Iris en Flora noemde. Sedert is geen jaar voorbijgegaan, dat niet minstens één planeetje leverde.

Onder de ontdekkers moeten vooral genoemd worden, behalve de reeds vermelde: de Gasparis, Goldschmidt R. Luther, Chacornac, Pogson, C. H. F. Peters, Watson, Borelli, Paul en Prosper Henry, en Palisa.

Bij de verdere ontdekkingen bleek het, dat men steeds kleinere asteroïden vond, waaruit de noodzakelijkheid van meer gedetailleerde sterrekaarten voortvloeide. In deze behoefte is voorzien door de kaarten van Bonn, die uitmunten door de hoogste nauwkeurigheid en wordt nog voorzien door de kaarten, die van wege de Parijsche sterrewacht worden uitgegeven, en die misschien in nauwkeurigheid eenigszins bij de Bonner kaarten achterstaan, maar het voordeel hebben dat zij op grooter schaal zijn uitgevoerd.

De vraag doet zich nu voor, of die kleine hemellichamen, waarvan er thans reeds tweehonderd wer-

den gevonden, de moeite van het opzoeken en berekenen wel waard zijn. Deze vraag kan niet anders dan bevestigend beantwoord worden. De kennis der banen toch is volstrekt noodig om eene zoo volledig mogelijke kennis van het zonnestelsel te erlangen, en is het eenige middel om uit te maken in hoeverre eene hypothese omtrent het ontstaan dezer kleine hemellichamen met de waarneming in overeenstemming is ¹⁾. Ook hebben reeds eenige, o. a. Themis, eene nauwkeurige bepaling der massa van Jupiter geleverd.

1) Onder de vele onderzoekingen die hieromtrent zijn gedaan behoort vooral genoemd te worden de verhandeling van Newcomb: „On the orbits of asteroids” voorkomende in de *Memoirs of the american academy*. New Series Vol. VIII, Part I. Uit deze verhandeling blijkt dat de hypothese van Olbers in hooge mate onwaarschijnlijk is.

Opgave der waarnemingen en uiteenzetting der methode.

Planeet (182) werd den 7^{den} Februari 1878 door den Heer Palisa, Directeur van het Observatorium te Pola ontdekt, en bij hare eerste verschijning nog 24 maal waargenomen (Zie „Circularre zum Berliner Astronomischen Jahrbuch” N^o. 85—91). Deze waarnemingen waren de volgende:

1878.	Waar- nemings- plaats.	M. T. waar- nemings- plaats.	Schijnbare R. O.	Schijnbare Decl.
Febr. 7	Pola.	14 ^h 30 ^m 38 ^s	10 ^h 20 ^m 14 ^s ,04	+12° 44' 28",1
" 8	Berlijn.	13 0 4	10 19 21,68	12 50 25,6
" 8	Pola.	14 34 39	10 19 17,47	12 50 50,7
" 11	Berlijn.	14 31 56	10 16 25,14	13 9 54,8
" 12	Pola.	12 43 59	10 15 31,15	13 15 47,2
" 14	Clinton.	12 57 54	10 13 17,57	13 30 2,6
" 19	Clinton.	9 10 35	10 8 29,72	13 59 57,4

1878.	Waarnemingsplaats.	M. T. waarnemingsplaats.	Schijnbare R. O.	Schijnbare Decl.
Febr. 22	Pola.	11 ^h 54 ^m 50 ^s	10 ^h 5 ^m 40 ^s ,49	14° 16' 56",3
" 26	Clinton.	8 6 34	10 1 46,08	14 39 51,3
Mrt. 2	Dusseld.	9 3 55	9 58 19,24	14 59 20,9
" 3	Dusseld.	8 32 0	9 57 28,29	15 4 5,7
" 3	Pola.	9 24 17	9 57 27,28	15 4 12,4
" 3	Leipzig.	13 19 20	9 57 17,25	15 5 12,8
" 4	Dusseld.	9 43 45	9 56 34,92	15 9 2,2
" 4	Leipzig.	11 14 21	9 56 31,49	15 9 15,7
" 5	Dusseld.	8 40 46	9 55 46,92	15 13 23,1
Mrt. 5	Leipzig.	137 2 1	9 55 39,29	15 14 1,9
" 7	Pola.	8 3 47	9 54 12,72	15 21 40,8
" 28	Berlijn.	12 25 46	9 43 30,81	16 12 43,4
April 2	"	12 57 5	9 42 50,91	16 13 57,1
" 7	"	11 12 25	9 42 54,63	16 12 15,2
" 9	"	11 7 35	9 43 7,65	16 9 23,5
" 22	"	11 32 26	9 47 3,23	15 42 46,3
" 23	"	9 34 32	9 47 29,03	15 40 5,1
Mei 6	"	11 18 27	9 55 30,10	14 51 45,7

Gedurende deze verschijning waren reeds voorloopige elementen berekend door den Heer Leman en door Prof. F. Tietjen.

De laatste, afgeleid uit de waarnemingen van Berlijn Febr. 8 en April 19 en eene normaalplaats, gevormd uit de waarnemingen van 3 Maart te Dusseldorf, Pola en Leipzig, waren:

1878 April 9,5 M. T. Berlijn.

$$M = 86^{\circ}43' 31'',9$$

$$\omega = 308^{\circ}42' 11'',6$$

$$\Omega = 106^{\circ}24' 47'',5$$

$$i = 2^{\circ} 0' 3'',2$$

$$\oslash = 10^{\circ}34' 50'',5$$

$$\mu = 947,1660$$

$$lg.a = 0,382387$$

De ephemeride, uit deze elementen afgeleid, behoefde voor de waarneming van 6 Mei reeds eene correctie van $-3''$ in AR en $+0,2$ in Decl. Het was dus waarschijnlijk, dat nieuwe elementen, bij wier afleiding men gebruik kon maken van de uiterste waarnemingen, die ongeveer 3 maanden uit elkander lagen, beter zouden voldoen. Bovendien maakte de kleine helling het wenschelijk om vier waarnemingen ten grondslag te leggen. Daartoe zijn gekozen de waarnemingen van Berlijn Febr. 8, Pola Maart 7, Berlijn April 7 en Mei 6.

Bij de berekening is de methode van Oppolzer gevolgd, die minstens even spoedig tot het doel voert als de methode van Gauss en bovendien in alle gevallen toepasselijk is.

Deze methode komt in hoofdzaak neer op het volgende:

Noemen wij de rechthoekige heliocentrische coördinaten van drie waargenomen plaatsen (x', y', z') ,

(x'', y'', z'') en (x''', y''', z''') en de daarbij behoorende voerstralen r' , r'' en r''' , dan volgen terstond uit den eisch, dat deze drie plaatsen met het zwaartepunt der zon in één vlak moeten liggen, deze drie vergelijkingen:

$$\left. \begin{aligned} nx' + n'' x''' &= x'' \\ ny' + n'' y''' &= y'' \\ nz' + n'' z''' &= z'' \end{aligned} \right\} (1)$$

waarin $n = \frac{[r'' r''']}{[r' r'']}$ en $n'' = \frac{[r' r'']}{[r' r''']}$, zijnde $[r'' r''']$ tweemaal de inhoud van den driehoek tusschen de voerstralen r'' en r''' en de overeenkomstige koorde, enz. Verder zijn de heliocentrische coördinaten gelijk de geocentrische, verminderd met de geocentrische coördinaten der zon, dus

$$\begin{aligned} x &= \xi - X. \\ y &= \eta - Y. \\ z &= \zeta - Z. \end{aligned}$$

Nemen we nu het vlak van de ecliptica als fundamenteaal-vlak, en duiden wij door R en L de voerstraal en lengte aan van den locus fictus, d. i. van het punt waar de gezichtslijn het vlak der ecliptica snijdt, — dan is, wanneer wij de geocentrische plaats van de planeet nog ρ , λ en β noemen:

$$\begin{aligned} \xi &= \rho \cos \lambda \cos \beta & X &= R \cos L \\ \eta &= \rho \sin \lambda \cos \beta & Y &= R \sin L \\ \zeta &= \rho \sin \beta & Z &= 0. \end{aligned}$$

Deze waarden in de vergelijkingen (1) gesubstitueerd, geven drie vergelijkingen, waarin behalve bekende grootheden nog voorkomen ρ' , ρ'' , ρ''' , n en n'' ; elimineeren wij nu nog ρ'' , dan vinden we eene betrekking tusschen ρ' , ρ''' , n en n'' , waarvan de twee laatste gemakkelijk door benadering kunnen gevonden worden.

Zijn nu 4 waarnemingen gegeven, dan kunnen we eerst de tweede weglaten en de derde als middelste beschouwen, vervolgens de derde weglaten en de tweede als middelste aannemen en daardoor twee betrekkingen verkrijgen tusschen ρ' en ρ''' , waardoor deze nauwkeurig bekend worden, zoodra, n en n'' bekend zijn.

Vervolgens vinden we op de gewone wijze r' , r''' en de elementen.

Afleiding der elementen.

De waarnemingen, waarvan wij uitgaan, gecorri-
geerd voor praecessie, nutatie en vaste-sterren-aber-
ratie zijn:

Waarnemings- plaats.	¹⁸⁷⁸ M. T. Berlijn.					}	Midd. Aeq. 1878,0.		
Berlijn . .	$T' = 39^d,541713$	$z' = 154^\circ 49' 48'',06$	$\delta' = 12^\circ 50' 36'',06$						
Pola. . . .	$T'' = 66,334703$	$z'' = 148 32 30,23$	$\delta'' = 15 21 49,99$						
Berlijn . .	$T''_o = 97,466956$	$z''_o = 145 43 2,38$	$\delta''_o = 16 11 32,13$						
Berlijn . .	$T''' = 126,471146$	$z''' = 148 51 59,30$	$\delta''' = 14 51 52,17$						

Wanneer wij nu nog de rechte klimming en de-
clinatie veranderen in lengte en breedte, en de plaats
van den locus fictus invoeren, dan vinden we als
grootheden waarmee wij de eigenlijke berekening
kunnen beginnen:

¹⁸⁷⁸ M. T. Berlijn.	λ	β	L	$lg R$
39 ^d ,541713	152° 0' 55'',68	2° 13' 39'',49	320° 9' 47'',44	9,9942663
66,334703	145 24 55,30	2 27 1,82	347 6 53,59	9,9969661
97,466956	142 34 28,00	2 19 18,49	17 57 40,22	0,0007761
126,471146	145 52 49,82	2 5 15,52	46 13 8,80	0,0041125

De berekening der hulpgrootheden, zie „Oppolzer, Bahnbestimmungen, Erster Band” bladz. 265, gaf de volgende resultaten. Ten eerste die, welke gedurende de geheele berekening niet veranderen:

$lg Q' = 9,0601386 (-)$	$lg Q'_o = 9,2146009 (-)$
$lg Q'' = 7,9091721$	$lg Q''_o = 8,7606589$
$lg A = 1,0467031$	$lg A_o = 9,8576018$
$lg B = 1,6556894 (-)$	$lg B_o = 1,1555195 (-)$
$lg C = 2,0893221 (-)$	$lg C_o = 1,2407764 (-)$
$lg D = 1,1509665 (-)$	$lg D_o = 0,4539420 (-)$
$lg \cos \psi' = 9,9903125 (-)$	$lg \cos \psi'' = 9,2245688 (-)$
$lg \sin \psi' \cos P' = 9,3122494 (-)$	$lg \sin \psi'' \cos P'' = 9,9935079$
$lg \sin \psi' \sin P' = 8,5896122$	$lg \sin \psi'' \sin P'' = 8,5614387$
$lg F' = 9,9845788 (-)$	$lg F'' = 9,2286813 (-)$
$lg B' = 9,3141682$	$lg B'' = 9,9979171$
$lg R'_s = 9,3068441 (-)$	$lg R''_s = 9,9979087$
$lg R'_c = 9,9849072$	$lg R''_c = 9,2289696$

Ten tweede die, welke, afhankelijk zijnde van den tijd, eene verandering moeten ondergaan zoodra men den tijd voor planeten-aberratie corrigeert:

$lg \tau' = 0,0147191$	$lg \tau'_o = 9,6980421$
$lg \tau'' = 9,6636025$	$lg \tau''_o = 9,9984492$
$lg \tau''' = 0,1747483$	
$lg (1) = 1,3978197$	$lg (1)_o = 9,5571947$
$lg (2) = 2,1668352$	$lg (2)_o = 1,3318186$
$lg (3) = 1,5020831 (-)$	$lg (3)_o = 0,1535342 (-)$
$lg \mu_1 = 9,4562187$	$lg \mu_1^o = 9,3944220 (-)$
$lg \mu_2 = 9,8290257$	$lg \mu_2^o = 9,6174355$
$lg \nu_1 = 9,6783216$	$lg \nu_1^o = 9,1671758$

$lg \nu_2 =$	9,1671758	$lg \nu_2^\circ =$	9,5201922
$a =$	48,994990	$a_o =$	4,420970
$b =$	-106,171444	$b_o =$	-8,807737
$c =$	33,485851	$c_o =$	7,291632
$lg I =$	1,6490818	$lg I'' =$	1,4266411
$lg II =$	1,9883971	$(-lg II'' =$	1,7595892 (-)
$lg III =$	1,4182054	$lg III'' =$	1,3093904
$lg IV =$	1,4820640	$lg IV'' =$	1,2199974 (-)
$lg V =$	0,9747676	$(-lg V'' =$	0,6399477
$lg VI =$	1,1595139	$lg VI'' =$	0,8991143 (-)

Nemen we nu in de eerste hypothese $y = 0$ en $x = 0,04$, welke waarden men verkrijgt door in de formules

$$x = \frac{4}{(r' + r'')^3} \text{ en } y = \frac{r'' - r'}{r'' + r'}$$

te nemen $r' = r'' =$ gemiddelde afstand van de plane-
toïden tot de zon d. i. ongeveer 2,4, dan verkrijgen wij:

$lg \rho' = 0,14811$	$lg \rho'' = 0,32569$
$lg r' = 0,36761$	$lg r'' = 0,39679$
$lg x = 8,54084$	$lg y = 8,54987$

Met de laatste waarden eene nieuwe hypothese be-
ginnende, vinden wij:

$lg \rho' = 0,13758$	$lg \rho'' = 0,33305$
$lg r' = 0,37050$	$lg r'' = 0,40254$
$lg x = 8,53853$	$lg y = 8,56667$

Vervolgens:

$lg \rho' = 0,13759$	$lg \rho'' = 0,33305$
----------------------	-----------------------

zoodat nu de correctie voor planeten-aberratie aan
den tijd kan worden aangebracht. Er werd ge-
vonden:

$lg \rho'' = 0,16249$	$lg \rho'' = 0,24505$
$T' = 39^d,533804$	$T'' = 66^d,326327$
$T''_0 = 97^d,456827$	$T''' = 126^d,458742$
$lg I' = 1,6490234$	$lg I''' = 1,4265873$
$lg II' = 1,9884457 (-)$	$lg II''' = 1,7596212 (-)$
$lg III' = 1,4183026$	$lg III''' = 1,3094350$
$lg IV' = 1,4821475$	$lg IV''' = 1,2200723 (-)$
$lg V' = 0,9747761 (-)$	$lg V''' = 0,6399599$
$lg VI' = 1,1595617$	$lg VI''' = 0,8991519 (-)$
$lg \rho' = 0,1377766$	$lg \rho''' = 0,3327676$
$lg r' = 0,3706090$	$lg r''' = 0,4023155$
$lg x = 8,5387152$	$lg y = 8,5621411$

Nu kon uit de verhouding der tusschentijden de verhouding der driehoeken bepaald worden, en door deze weer verbeterde waarden voor x en y namelijk:

$lg x = 8,5387200$	en	$lg y = 8,5621083$
waaruit $lg \rho' = 0,1377758$		$lg \rho''' = 0,3327630$
$lg r' = 0,3706085$		$lg r''' = 0,4023118$

Na ten slotte de verhouding der driehoeken op nieuw bepaald te hebben, verkregen we als eindwaarden:

$lg x = 8,5387203$	$lg y = 8,5621124$
$lg \rho' = 0,1377758$	$lg \rho''' = 0,3327630$
$lg r' = 0,3706085$	$lg r''' = 0,4023119$

Noemen we nu nog den hoek tusschen r'' en r''' , $2f''$, dien tusschen r' en r'' , $2f'''$ enz. dan vinden wij

$2f'' = 22^{\circ} 2' 16'',19$	
$lg. r'' = 0,3809145$	$lg. r''_0 = 0,3923351$
$2f' = 14^{\circ} 53' 40'',49$	$2f'_0 = 7^{\circ} 0' 1'',82$
$2f''' = 7^{\circ} 8' 35'',70$	$2f'''_0 = 15^{\circ} 2' 14'',37$

en hieruit de elementen :

Epoque 1878,00 M. T. Berlijn.

$$M = 60^{\circ} 20' 26'',80$$

$$\omega = 308^{\circ} 22' 19'',31$$

$$\Omega = 106^{\circ} 29' 31'',47$$

$$i = 2^{\circ} 0' 10'',84$$

$$\phi = 10^{\circ} 49' 30'',61$$

$$\mu = 945'',0262$$

$$lg. a = 0,3830417$$

Mid. Aeq. 1878,0

Berekent men uit deze elementen de plaatsen van de planeet op de waarnemingstijden, dan vindt men:

$$\alpha' = 154^{\circ} 49' 48'',08 \quad \delta' = 12^{\circ} 50' 36'',07$$

$$\alpha'' = 148 \ 32 \ 31,16 \quad \delta'' = 15 \ 21 \ 53,53$$

$$\alpha''_o = 145 \ 43 \ 2,21 \quad \delta''_o = 16 \ 11 \ 31,87$$

$$\alpha''' = 148 \ 51 \ 59,30 \quad \delta''' = 14 \ 51 \ 52,10$$

Vergelijkt men deze met de waarnemingen, dan vindt men de volgende correcties:

$$\Delta \alpha' = -0'',02 \quad \Delta \delta' = -0'',01$$

$$\Delta \alpha'' = -0'',93 \quad \Delta \delta'' = -3'',54$$

$$\Delta \alpha''_o = +0'',17 \quad \Delta \delta''_o = +0'',26$$

$$\Delta \alpha''' = 0'',00 \quad \Delta \delta''' = +0'',07$$

waarvan de twee middelste, op lengte en breedte overgebracht, geven:

$$\Delta \lambda'' = +0'',27 \quad \Delta \beta'' = -3'',65$$

$$\Delta \lambda''_o = +0'',05 \quad \Delta \beta''_o = +0'',29$$

Tot zoover was de berekening gevorderd in April 1879. Het bleek, dat de aanstaande oppositie zou plaats hebben 27 Mei 1879. Daarom berekende ik toen, zonder storingen in acht te nemen, de volgende ephemeride:

SCHIJNBARE PLAATS.

12 uur M. T. Berlijn.	R. O.	Decl.	$lg \rho$	$lg r$
1879 Mei 1	16 ⁿ 36 ^m 28 ^s	— 19° 55',3	0,2895	0,4573
" 2	35 44	53,8		
" 3	35 0	52,2		
" 4	34 14	50,6		
" 5	33 28	49,0	0,2834	0,4572
" 6	32 40	47,3		
" 7	31 51	45,6		
" 8	31 2	43,8		
" 9	30 10	42,0	0,2781	0,4570
" 10	29 18	40,2		
" 11	28 24	38,4		
" 12	27 30	36,6		
" 13	26 35	34,7	0,2737	0,4569
" 14	25 39	32,7		
" 15	24 43	30,7		
" 16	23 46	28,7		
" 17	22 48	26,7	0,2703	0,4567
" 18	21 50	24,7		
" 19	20 51	22,6		
" 20	19 51	20,5		
" 21	18 51	18,4	0,2678	0,4565
" 22	17 51	16,3		
" 23	16 51	14,2		
" 24	15 51	12,0		
" 25	14 50	9,9	0,2664	0,4563
" 26	13 49	7,7		
" 27	12 48	5,6		
" 28	16 11 48	— 19 3,4		

12 uur M. T. Berlijn.	R. O.	Decl.	$lg \rho$	$lg r$
1879 Mei 29	16 ^u 10 ^m 47 ^s	— 19° 1',2	0,2661	0,4561
„ 30	9 46	— 18 59,1		
„ 31	8 46	57,0		
Juni 1	7 46	54,8		
„ 2	6 47	52,7	0,2669	0,4558
„ 3	5 48	50,6		
„ 4	4 49	48,5		
„ 5	3 51	46,5		
„ 6	2 54	44,4	0,2687	0,4556
„ 7	1 58	42,4		
„ 8	1 2	40,4		
„ 9	16 0 7	38,4		
„ 10	15 59 12	36,5	0,2715	0,4553
„ 11	58 18	34,6		
„ 12	57 25	32,8		
„ 13	56 33	31,0		
„ 14	55 43	29,3	0,4550	0,2752
„ 15	54 54	27,7		
„ 16	54 5	26,0		
„ 17	53 17	24,4		
„ 18	52 31	22,7	0,4547	0,2799
„ 19	51 46	21,2		
„ 20	51 2	19,8		
„ 21	50 19	18,5		
„ 22	49 38	17,2	0,4543	0,2854
„ 23	48 57	16,1		
„ 24	48 19	15,0		
„ 25	47 43	13,9		
„ 26	15 47 6	— 18 12,8	0,4540	0,2915

12 uur M. T. Berlijn.	R. O.	Decl.	$lg \rho$	$lg r$
1879 Juni 27	15 ^h 46 ^m 32 ^s	— 18° 11',8		
" 28	46 0	11,0		
" 29	45 29	10,2		
" 30	44 58	9,4	0,4536	0,3003
Juli 1	44 30	8,8		
" 2	44 3	8,3		
" 3	43 38	7,9		
" 4	43 14	7,5	0,4533	0,3058
" 5	42 51	7,3		
" 6	42 30	7,1		
" 7	42 12	6,9		
" 8	41 55	6,7	0,4529	0,3136
" 9	41 40	6,7		
" 10	41 25	6,8		
" 11	41 12	7,1		
" 12	41 0	7,4	0,4525	0,3319
" 13	40 50	7,7		
" 14	40 42	8,1		
" 15	40 35	8,6		
" 16	40 30	9,2	0,4520	0,3304
" 17	15 40 26	— 18° 9,9		

Deze ephemeride is opgenomen in de „Astronomische Nachrichten”, N°. 2261 en de „Circularre zum Berliner Astronomischen Jahrbuch”, N°. 112 en 114.

Deze tweede verschijning was bijzonder ongunstig; de planeet was dicht bij haar aphelium en daar-

door was ook de afstand van de aarde zeer groot; tijdens de oppositie was zij slechts van de $12,1^{\circ}$ grootte. Er lieten zich dus niet vele waarnemingen verwachten, en deze verwachting is maar al te zeer bewaarheid.

Op den 30^{sten} April heeft Prof. Oudemans alhier op de aangegeven plaats een sterretje waargenomen, dat niet op de kaarten van Chacornac voorkomt, en dat waarschijnlijk de planeet geweest is, maar door de nevelachtige lucht was het te lichtzwak om zijne plaats nauwkeurig te bepalen. De volgende avonden waren door bewolkten hemel voor de waarnemingen ongunstig. Op verschillende observatoriën, o. a. te Leiden, is de planeet vergeefs gezocht.

Gelukkig ontving ik van den Heer Palisa een brief d.d. 20 Mei, waarin hij mededeelt: „Ich habe am 15 Mai ein Objekt beobachtet, welches am 18 fehlte und das (182) zu sein scheint. Die Beobachtung ist keine besondere, der eine Vergleichstern auch schlecht bestimmt, sie lautet:

15 Mai $13^{\text{h}} 8^{\text{m}} 48^{\text{s}}$ mittl. Zeit Pola.

$16^{\text{h}} 24^{\text{m}} 37^{\text{s}},41$ und — $19^{\circ} 30' 16'',6$

Die daraus folgende Correction ist — 3^{s} und $+0,4$, ein glänzendes Resultat.”

Met het oog op de groote fout, die men bij het berekenen van eene baan uit ééne verschijning maken

kan, (zie hieromtrent de verhandeling van Prof. Tietjen in het „Berliner Jahrbuch 1881”) is de nauwkeurigheid der berekende ephemeride zeer toevallig.

Deze waarneming is de eenige gepubliceerde. Op de vergadering van de „Astronomische Gesellschaft”, die in September 1879 te Berlijn gehouden werd, vernam Prof. Oudemans, dat ook Oppolzer eene waarneming had verkregen, die evenwel wegens onvolledigheid niet was bekend gemaakt. Op verzoek ontving Prof. Oudemans er schriftelijke mededeeling van. Zij is:

„1879 Mai 20 $11^h 51^m 46^s$ Mittl. Zeit Wien-Josephstadt
 $\alpha = 16^h 19^m 48^s,55$
 $\delta = -19^{\circ} 20' 5'',6$

Die Beobachtung selbst wurde durch Bewölkung gestört und beruht auf einem einzigen Durchgange am Kreismicrometer, wegen welcher Umstände dieselbe überhaupt nicht publicirt wurde.”

Zoo als later blijken zal, was die waarneming voor mij van veel waarde, daar zij door hare overeenkomst met die van Palisa, bewees dat beide waarnemers werkelijk de planeet hadden waargenomen.

Ik ging onderwijl voort, uit het opgegevene stel elementen de plaats der planeet op de waarnemingstijden gedurende de eerste verschijning af te leiden, en vond de volgende verschillen:

WAARNEMINGS- P L A A T S E N .	1 8 7 8 . M . T . B E R L I J N .	W A A R G E N O M E N R . O .
Pola	38 ^d ,59544	10 ^h 20 ^m 14 ^s ,04
Berlijn	39,53381	10 19 21,68
Pola	39,59823	10 19 17,47
Berlijn	42,59760	10 16 25,14
Pola	43,52161	10 15 31,15
Clinton	45,77716	10 13 15,57
”	50,62105	10 8 29,72
Pola	53,48714	10 5 40,49
Clinton	57,57646	10 1 46,08
Dusseldorf	61,38792	9 58 19,24
”	62,36572	9 57 28,29
Pola	62,38237	9 57 27,28
Leipzig	62,54964	9 57 18,18
Dusseldorf	63,41551	9 56 34,92
Leipzig	63,46281	9 56 31,49
Dusseldorf	64,37174	9 55 46,92
Leipzig	64,52042	9 55 39,29
Pola	66,32633	9 54 12,72
Berlijn	87,50843	9 43 30,81
”	92,52986	9 42 50,91
”	97,45683	9 42 54,63
”	99,45333	9 43 7,65
”	112,46960	9 47 3,23
”	113,38765	9 47 29,03
”	126,45875	9 55 30,10

BEREKENDE R. O.	W.—B.	WAARGENO- MEN DECL.	BEREKENDE DECL.	W.—B.
10 ^h 20 ^m 14 ^s ,43	— 0 ^s ,39	12° 44' 28",1	12° 44' 26",2	+ 1",9
10 19 21,67	+ 0,01	12 50 25,6	12 50 25,0	+ 0,6
10 19 17,90	— 0,43	12 50 50,7	12 50 46,1	+ 4,6
10 16 25,05	+ 0,09	13 9 54,8	13 9 50,1	+ 4,7
10 15 31,03	+ 0,12	13 15 47,2	13 15 43,0	+ 4,2
10 13 17,76	— 0,19	13 30 2,6	13 29 57,7	+ 4,9
10 8 29,68	+ 0,04	13 59 57,4	13 59 52,1	+ 5,3
10 5 40,57	— 0,08	14 16 56,3	14 16 51,6	+ 4,7
10 1 46,44	— 0,36	14 39 51,3	14 39 44,7	+ 6,6
9 58 19,04	+ 0,20	14 59 20,9	14 59 18,9	+ 2,0
9 57 28,12	+ 0,17	15 4 5,7	15 4 1,5	+ 4,2
9 57 27,21	+ 0,07	15 4 12,4	15 4 7,0	+ 5,4
9 57 18,32	— 0,14	15 4 58,1	15 4 53,9	+ 4,2
9 56 34,48	+ 0,44	15 9 2,2	15 8 56,1	+ 6,1
9 56 31,99	— 0,50	15 9 15,7	15 9 10,2	+ 5,5
9 55 46,87	+ 0,05	15 13 23,1	15 13 17,8	+ 5,3
9 55 39,49	— 0,20	15 14 1,9	15 13 55,5	+ 6,4
9 54 12,78	— 0,06	15 21 40,8	15 21 44,3	— 3,5
9 43 31,00	— 0,19	16 12 43,4	16 12 38,7	+ 4,7
9 42 51,04	— 0,13	16 13 57,1	16 13 52,3	+ 4,8
9 42 54,62	+ 0,01	16 11 25,2	16 11 24,9	+ 0,3
9 43 7,49	+ 0,16	16 9 23,5	16 9 18,6	+ 4,9
9 47 3,42	— 0,19	15 42 46,3	15 42 41,6	+ 4,7
9 47 29,26	— 0,23	15 40 5,1	15 40 1,0	+ 4,1
9 55 30,11	— 0,01	14 51 45,7	14 51 45,6	+ 0,1

De eerste waarneming te Leipzig week, zoo als zij was opgegeven in „Circular 87,” — $1^s,07$ en $+18^s,9$ van de berekening af. Op een schrijven daarover ontving Prof. Oudemans van Prof. Bruhns ten antwoord dat abusievelijk voor de plaats der vergelijkingsster (Ll. 19593) eene oudere bepaling was gebruikt, terwijl zij op nieuw bepaald was door Luther (Astr. Nachr. N^o. 92 pag. 350). De daaruit volgende verbetering van $+0^s,93$ en $-14^s,7$ gaf voor de correctie van de plaats der planeet — $0^s,14$ en $+4^s,2$.

Bij de vorming van 4 normaalplaatsen is deze waarneming buiten beschouwing gebleven.

Deze zijn dus afgeleid:

de eerste uit 8 waarnemingen van 7 Febr.—22 Febr.
 de tweede uit 9 „ van 26 Febr.— 7 Maart.
 de derde uit 4 „ van 28 Mrt.— 9 April.
 de vierde uit 3 „ van 22 Apr.— 6 Mei.

Zij zijn:

1878 M. T. Berlijn.	Berekende R. O.	Correc- tie. W.—B.	Berekende Decl.	Correc- tie. W.—B.
13,0 Februari	153°45' 11",9	— 1",5	13°18' 55",8	+ 3",9
4,0 Maart	149 13 17,1	— 0,3	15 7 11,6	+ 4,8
4,0 April	145 41 21,1	+ 0,6	16 13 42,9	+ 3,7
27,5 April	147 23 57,4	— 2,1	15 27 3,1	+ 3,0

Daar deze correcties mij nog niet geheel bevredigden, beproefde ik ze te verminderen door eene kleine verandering aan te brengen aan de helling en de knoop.

Door de helling willekeurig $4''$ grooter te maken, verandert gemiddeld de rechte klimming met $+ 1'',8$ de declinatie met $+ 4'',4$.

Door de lengte van den knoop $5''$ kleiner te maken, verandert de rechte klimming met $- 7'',79$ en de declinatie met $+ 2'',73$. Hieruit volgt $di = + 3'',06$ en $d\Omega = -1'',42$; dus worden de elementen, die het best aan de eerste verschijning voldoen:

Epoque 1878,0	
$M = 60^\circ 20' 26'',80$	
$\omega = 308^\circ 22' 19'',31$	}
$\Omega = 106^\circ 29' 30'',03$	
$i = 2^\circ 0' 13'',90$	
$\Phi = 10^\circ 49' 30'',61$	
$lga = 0,3830417$	Mid. Aeq. 1878,0
$\mu = 945'',0262$	

Deze geven voor de normaalplaatsen eene correctie van

$dx_1 = - 0'',4$	$d\delta_1 = - 0'',3$
$dx_2 = + 0'',8$	$d\delta_2 = + 0'',5$
$dx_3 = + 1'',4$	$d\delta_3 = - 0'',3$
$dx_4 = - 1'',6$	$d\delta_4 = - 0'',7$

Om nu nauwkeurig de plaats van de planeet gedurende de tweede verschijning te bepalen, werden

voor het tijdvak tusschen de eerste en tweede verschijning de storingen van Jupiter en Saturnus berekend. Het gezamenlijk bedrag van deze was voor de rechthoekige coördinaten op de ecliptica, uitgedrukt in tienmillioensté deelen der eenheid:

	dx	dy	dz
1878. 28 Februari	0	0	0
9 April	— 7,33	+ 42,36	— 0,03
19 Mei	— 31,21	+ 168,85	— 0,16
28 Juni	— 74,53	+ 377,89	— 0,35
7 Augustus	— 137,65	+ 663,60	— 0,60
16 September	— 216,30	+ 1019,10	— 1,08
26 October	— 300,69	+ 1441,23	— 2,18
5 December	— 375,56	+ 1930,50	— 4,43
1879. 14 Januari	— 421,04	+ 2494,55	— 8,69
23 Februari	— 415,09	+ 3150,67	— 15,87
4 April	— 334,48	+ 3928,24	— 27,08
24 April	— 259,41	+ 4376,77	— 34,56
14 Mei	— 158,10	+ 4871,37	— 43,42
3 Juni	— 29,74	+ 5424,33	— 53,83

Vervolgens werden, met in achtneming dezer storingen, voor de twee waarnemingen der tweede verschijning, de volgende verschillen met de waarneming gevonden:

Waarnemingsplaats.	M. T. Berlijn. 1879.	R.
		Berekend.
Pola.	135 ^d ,53576	246° 10' 4 ^{,7}
Weenen-Josephst.	140 ,47536	244 57 55 ,0

Trekken wij nu nog deze twee waarnemingen in eene normaalplaats samen, zoo verkrijgen wij de volgende vijf normaalplaatsen, waaraan zoo nauwkeurig mogelijk moet voldaan worden:

M. T. Berlijn.	Berekende R. O.	Correctie.	Berekende Decl.	Correctie.
1878 Februari 13,0	153° 45' 10",8	— 0",4	+13° 19' 0",0	— 0",3
„ Maart 4,0	149 13 16,0	+ 0,8	+15 7 15,9	+ 0,5
„ April 4,0	145 41 20,3	+ 1,4	+16 13 46,9	— 0,3
„ „ 27,5	147 23 56,9	— 1,6	+15 27 6,7	— 0,7
1879 Mei 18,0	245 34 25,1	— 45,2	— 19 25 27,4	+ 16,0

Ten einde de correcties te vinden, die aan de elementen moeten worden aangebracht, zijn de differentiaal-vergelijkingen berekend volgens onderstaande formules, die ontleend zijn aan de „Mémoire sur l'orbite de la comète périodique découverte par M. d'Arrest le 27 Juin 1851, par J. A. C. Oudemans,”

O. Waargenomen.	W-B.	Declinatie.		W-B.
		Berekend.	Waargenomen.	
246° 9' 21",1	— 43",6	— 19° 30' 35",3	— 19° 30' 16",6	+ 18",7
244 57 8,2	— 46,8	— 19 20 19,0	— 19 20 5,6	+ 13,4

behoudens dat, om de berekening voor eene planetenbaan geschikt te maken, de waarden van G en K door $-\mu$ gedeeld zijn.

$$\begin{aligned} \cos \delta \, d\alpha &= (SF + TI) d\mu + (SG + TK) dM + (SH + TL) d\varphi + T d\pi + (V - T) d\Omega + U di \\ d\delta &= (WF + XI) d\mu + (WG + XK) dM + (WH + XL) d\varphi + X d\pi + (Z - X) d\Omega + Y di \end{aligned}$$

waarin de coëfficiënten door de onderstaande vergelijkingen berekend werden.

$$\begin{aligned} A &= -\frac{\sin \alpha}{\rho}; & C &= -\frac{\cos \alpha \sin \delta}{\rho}; \\ B &= \frac{\cos \alpha}{\rho}; & D &= -\frac{\sin \alpha \sin \delta}{\rho}; \\ E &= \frac{\cos \delta}{\rho}; \\ F &= -\frac{2}{3\mu \sin I''} + a \operatorname{tg} \phi (t - t_0) \frac{\sin \nu}{r}; \\ G &= a \operatorname{tg} \phi \frac{\sin \nu}{r}; & H &= -a \cos \phi \frac{\cos \nu}{r}; \\ I &= a^2 \cos \phi \frac{\nu - t_0}{r^2}; & K &= a^2 \cos \phi \frac{1}{r^2}; \\ L &= \frac{2}{\cos \phi} \sin \nu + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \phi \sin 2\nu; \end{aligned}$$

Verder, noemende A, B, C, a, b, c , de bekende zogenaamde constanten van Gauss, voor het berekenen van heliocentrische coördinaten eener planeet, met betrekking tot het equatoriale stelsel van coördinatenvlakken, en ε de helling der ecliptica:

$$\begin{aligned}
M &= x \cot (A + u); & P &= r \cos a \sin u; \\
N &= y \cot (B + u); & Q &= r \cos b \sin u; \\
O &= z \cot (C + u); & R &= r \cos c \sin u; \\
S &= Ax + By; & T &= AM + BN; & U &= AP + BQ; \\
V &= -A(y \cos \varepsilon + z \sin \varepsilon) + Bx \cos \varepsilon; \\
W &= Cx + Dy + Ez; \\
X &= CM + DN + EO; \\
Y &= CP + DQ + ER; \\
Z &= -C(y \cos \varepsilon + z \sin \varepsilon) + Dx \cos \varepsilon + Ex \sin \varepsilon.
\end{aligned}$$

DIFFERENTIAAL-VERGELIJKINGEN MET ONGELIJK GEWICHT.

$$\begin{aligned}
84,6780 d\mu + 1,6512 dM + 3,2614 d\varphi + 1,6161 d\pi - 0,0159 d\Omega + 0,3819 di + 0^{\circ},4 &= 0 \\
73,9301 d\mu + 1,6074 dM + 3,1560 d\varphi + 1,5753 d\pi - 0,0136 d\Omega + 0,3866 di - 0^{\circ},8 &= 0 \\
60,2771 d\mu + 1,3060 dM + 2,5859 d\varphi + 1,2984 d\pi - 0,0095 d\Omega + 0,3540 di - 1^{\circ},3 &= 0 \\
60,6657 d\mu + 1,0700 dM + 2,1434 d\varphi + 1,0904 d\pi - 0,0073 d\Omega + 0,3337 di + 1^{\circ},5 &= 0 \\
545,9125 d\mu + 1,0564 dM - 0,4964 d\varphi + 1,5076 d\pi + 0,0064 d\Omega + 0,2007 di + 42^{\circ},6 &= 0 \\
- 26,1718 d\mu - 0,5916 dM - 1,1592 d\varphi - 0,5736 d\pi - 0,0418 d\Omega + 1,0784 di + 0^{\circ},3 &= 0 \\
- 19,6559 d\mu - 0,5393 dM - 1,0506 d\varphi - 0,5217 d\pi - 0,0376 d\Omega + 1,1573 di - 0^{\circ},45 &= 0 \\
- 14,4983 d\mu - 0,4100 dM - 0,8090 d\varphi - 0,4018 d\pi - 0,0273 d\Omega + 1,1167 di + 0^{\circ},3 &= 0 \\
- 16,4173 d\mu - 0,3441 dM - 0,6896 d\varphi - 0,3467 d\pi - 0,0201 d\Omega + 1,0255 di + 0^{\circ},7 &= 0 \\
- 103,2880 d\mu - 0,2065 dM + 0,0786 d\varphi - 0,2951 d\pi + 0,0388 d\Omega + 1,0299 di - 16^{\circ},0 &= 0
\end{aligned}$$

Stellen wij hierin:

$$\begin{aligned}
10 d\mu &= x, \\
dM &= y, \\
d\varphi &= z, \\
d\pi &= u, \\
\frac{1}{10} d\Omega &= v, \\
di &= w,
\end{aligned}$$

en vermenigvuldigen wij elke vergelijking met den wortel uit haar gewicht, zoo vinden wij de volgende

VERGELIJKINGEN MET GELIJK GEWICHT.

$$\begin{aligned}
& 23,9505 x + 4,6703 y + 9,2246 z + 4,5710 u - 0,4505 v + 1,0802 w + 1''1314 = 0 \\
& 22,1790 x + 4,8221 y + 9,4680 z + 4,7259 u - 0,4083 v + 1,1598 w - 2''4 = 0 \\
& 12,0554 x + 2,6120 y + 5,1718 z + 2,5968 u - 0,1906 v + 0,7081 w - 2''6 = 0 \\
& 10,5076 x + 1,8533 y + 3,7125 z + 1,8887 u - 0,1262 v + 0,5779 w + 2''5981 = 0 \\
& 77,2035 x + 1,4939 y - 0,7021 z + 2,1320 u + 0,0908 v + 0,2838 w + 60''2453 = 0 \\
& - 7,4025 x - 1,6733 y - 3,2788 z - 1,6223 u - 1,1828 v + 3,0501 w + 0''8485 = 0 \\
& - 5,8968 x - 1,6178 y - 3,1518 z - 1,5653 u - 1,1280 v + 3,4719 w - 1''35 = 0 \\
& - 2,8997 x - 0,8200 y - 1,6180 z - 0,8036 u - 0,5466 v + 2,2334 w + 0''6 = 0 \\
& - 2,8436 x - 0,5960 y - 1,1945 z - 0,6005 u - 0,3480 v + 1,7763 w - 1''2124 = 0 \\
& - 14,6071 x - 0,2920 y + 0,1111 z - 0,4173 u + 0,5491 v + 1,4565 w - 22''6274 = 0
\end{aligned}$$

Deze, volgens de methode der kleinste quadraten behandeld, geven als normaal-vergelijkingen:

$$\begin{aligned}
& + 7601,0880 x + 415,3665 y + 527,3998 z + 461,4152 u - 6,4982 v + 12,2597 w + 4954,8797 = 0 \\
& + 415,3665 x + 64,0834 y + 120,6691 z + 63,9904 u - 0,3696 v - 0,0540 w + 89,3373 = 0 \\
& + 527,3998 x + 120,6691 y + 240,5006 z + 118,0794 u - 0,7451 v + 0,0367 w - 58,9495 = 0 \\
& + 461,4152 x + 63,9904 y + 118,0794 z + 64,3465 u - 0,4252 v + 0,1022 w + 130,8526 = 0 \\
& - 6,4982 x - 0,3696 y - 0,7451 z - 0,4252 u + 3,8227 v - 9,7051 w - 5,7033 = 0 \\
& + 12,2597 x - 0,0540 y + 0,0367 z + 0,1022 u - 9,7051 v + 35,0496 w - 20,6713 = 0
\end{aligned}$$

welker oplossing, naar de gewone methode van Gauss, achtereenvolgens leidde tot de onderstaande vergelijkingen; waarin voor de coëfficiënten hunne logaritmen geplaatst zijn:

$$\begin{aligned}
& 1,6168473 y + 1,9630744 z + 1,5885636 u + 8,1614155_n v + 9,8597023_n w + 2,2586980_n = 0 \\
& 1,9630744 y + 2,3094324 z + 1,9348225 u + 9,4686778_n v + 9,9105905_n w + 2,6050277_n = 0 \\
& 1,5885636 y + 1,9348225 z + 1,5603470 u + 8,4876232_n v + 9,8075424_n w + 2,2302641_n = 0 \\
& 8,1614155_n y + 9,4686778_n z + 8,4876232_n u + 0,5817386 v + 0,9865307_n w + 0,1665345_n = 0 \\
& 9,8597023_n y + 9,9105905_n z + 9,8075424_n u + 0,9865307_n v + 1,5444379 w + 1,4573211_n = 0 \\
& 8,7886348 z + 7,7990764 u + 9,4183670_n v + 9,8991327 w + 8,9784251_n = 0 \\
& 7,7990764 z + 7,7492799 u + 8,2341890_n v + 8,5597160 w + 8,7692641 = 0 \\
& 9,4183670_n z + 8,2341890_n u + 0,5817379 v + 0,9865420_n w + 0,1849538_n = 0 \\
& 9,8991327 z + 8,5597160 u + 0,9865420_n v + 1,5442808 w + 1,5029263_n = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
7,6962829 \ u + 7,9865289 \ v + 8,6524334_n \ w + 8,8358902 &= 0 \\
7,9865289 \ u + 0,4313670 \ v + 0,8003922_n \ w + 0,2870354_n &= 0 \\
8,6524334_n \ u + 0,8003922_n \ v + 1,3943276 \ w + 1,4858541_n &= 0
\end{aligned}$$

$$0,4283141 \ v + 0,7943234_n \ w + 0,3160294_n = 0$$

$$0,7943234_n \ v + 1,3871559 \ w + 1,4769743_n = 0$$

$$0,9965723 \ w + 1,5415625_n = 0$$

waaruit

$$\begin{aligned}
lg \ w &= 0,5449902 \\
lg \ v &= 0,9503263 \\
lg \ u &= 9,7106500 \\
lg \ z &= 0,7571600 \ (-) \\
lg \ y &= 1,2215410 \\
lg \ x &= 1,0771958 \ (-)
\end{aligned}$$

en de correcties:

$$\begin{aligned}
di &= 3'',50 \\
d\Omega &= 89'',19 \\
d\pi &= 0'',51 \\
d\phi &= -5'',72 \\
dM &= 16'',65 \\
d\mu &= -0'',11945
\end{aligned}$$

dus de verbeterde elementen:

$$\begin{aligned}
&\text{Epoque 1880,0} \\
M &= 251^\circ 57' 5'',35 \\
\pi &= 54^\circ 53' 30'',37 \\
\Omega &= 106^\circ 32' 14'',13 \\
i &= 2^\circ 0' 17'',02 \\
\phi &= 10^\circ 49' 24'',89 \\
lga &= 0,3880785 \\
\mu &= 944'',9068
\end{aligned}
\left. \vphantom{\begin{aligned} M \\ \pi \\ \Omega \\ i \\ \phi \\ lga \\ \mu \end{aligned}} \right\} \text{Mid. Aeq. 1880,0}$$

Met deze elementen vinden wij voor de normaal-
plaatsen:

MT Berlijn		R. O.	Decl.
1878 Februari	13,0	153° 45' 10",2	13° 18' 59",7
" Maart	4,0	149° 13' 17",0	15° 7' 15",7
" April	4,0	145° 41' 21",4	16° 13' 47",5
" April	27,5	147° 23' 56",3	15° 27' 8",5
1879 Mei	18,0	245° 33' 40",0	-19° 25' 12",0

Deze oplossing geeft dus met de vroeger uit de waarnemingen afgeleide de volgende verschillen, B—W:

Door onmiddellijke vergelijking.				Door substitutie der gevondene correcties in de differentiaal-vergelijkingen.	
		R. O.	Decl.	R. O.	Decl.
1878 Febr.	13	+0",2	-0",0	+0",2	-0",1
Maart	4	-0,2	+0,7	-0,1	+0,7
April	4	+0,3	-1,1	+0,4	-1,1
	— 27,5	-1,0	-2,4	-0,9	-2,5
1879 Mei	18	-0,1	+0,6	+0,1	+0,6

Berekening eener ephemeride voor de volgende verschijning.

De derde verschijning belooft eene zeer gunstige te worden; daarom heb ik voor den tijd van drie maanden eene nauwkeurige ephemeride berekend.

Daar eene ruwe schatting reeds leerde, dat de oppositie ongeveer in het midden van September 1880 zou plaats hebben, werden de storingsen van de rechtehoekige coördinaten in en loodrecht op de ecliptica, door Jupiter en Saturnus veroorzaakt, van Mei 1879 tot November 1880 berekend, en wel van 20 tot 20 dagen. De gevonden waarden werden veranderd in storingsen van de equator-coördinaten en hieruit zijn door interpolatie de navolgende van vier tot vier dagen berekend, daarbij gebruik makende van de formules voor interpolatie op vijfde deelen van het oorspronkelijke argument, te vinden in den „Anhang” van het „Astr. Jahrbuch” 1852.

STORINGEN DOOR JUPITER EN SATURNUS.

1880.	dx	dy	dz
27 Juli	— 649,27	+ 7538,14	+ 3235,14
31 "	— 694,24	+ 7682,52	+ 3291,73
4 Augustus . .	— 739,91	+ 7826,29	+ 3357,82
8 " . .	— 786,28	+ 7969,44	+ 3423,39
12 " . .	— 833,35	+ 8111,97	+ 3488,45
16 " . .	— 881,14	+ 8253,88	+ 3552,97
20 " . .	— 932,69	+ 8395,19	+ 3617,00
24 " . .	— 983,40	+ 8535,88	+ 3680,51
28 " . .	— 1033,28	+ 8675,95	+ 3743,50
1 September. .	— 1082,32	+ 8815,40	+ 3805,97
5 " . .	— 1131,52	+ 8954,22	+ 3867,94
9 " . .	— 1180,36	+ 9089,22	+ 3928,50
13 " . .	— 1228,19	+ 9220,38	+ 3987,66
17 " . .	— 1273,84	+ 9347,70	+ 4045,42
21 " . .	— 1317,49	+ 9471,18	+ 4101,78
25 " . .	— 1359,07	+ 9590,80	+ 4156,77
29 " . .	— 1398,59	+ 9706,91	+ 4210,09
3 October . . .	— 1436,04	+ 9819,48	+ 4261,77
7 " . . .	— 1471,43	+ 9928,51	+ 4311,81
11 " . . .	— 1504,76	+ 10034,00	+ 4360,21
15 " . . .	— 1536,02	+ 10135,93	+ 4406,96
19 " . . .	— 1561,09	+ 10233,84	+ 4451,90
23 " . . .	— 1579,98	+ 10327,71	+ 4495,01
27 " . . .	— 1592,68	+ 10417,54	+ 4536,29
31 " . . .	— 1599,19	+ 10503,33	+ 4575,74
4 November. .	— 1599,53	+ 10585,11	+ 4613,35

Nu werd de plaats der planeet van vier tot vier dagen berekend, en eindelijk door interpolatie onderstaande ephemeride gevonden:

SCHIJNBARE PLAATS.

12 uur M. T. Berlijn.		Rechte klimming.	Declinatie.	log ρ .	log r .
1880 Juli	27	0 ^h 25 ^m 28 ^s ,63	+ 0° 8' 44",8	0,184948	0,344043
"	28	25 57,85	10 14,9		
"	29	26 25,60	11 34,7		
"	30	26 51,87	12 44,1		
Juli	31	27 16,65	13 43,1	0,171540	0,342455
August.	1	27 39,91	14 31,5		
"	2	28 1,56	15 9,3		
"	3	28 21,66	15 36,4		
"	4	28 40,19	15 52,9	0,158193	0,340873
"	5	28 57,12	15 58,5		
"	6	29 12,42	15 53,2		
"	7	29 26,06	15 36,8		
"	8	29 38,02	15 9,3	0,144989	0,339297
"	9	29 48,30	14 30,6		
"	10	29 56,89	13 40,7		
"	11	30 3,78	12 39,7		
"	12	30 8,98	11 27,6	0,132025	0,337730
"	13	30 12,45	10 4,3		
"	14	30 14,19	8 30,2		
"	15	30 14,20	6 44,5		
"	16	30 12,48	4 47,8	0,119398	0,336170
"	17	30 9,01	2 40,2		
"	18	0 30 3,78	+ 0 0 21,4		

12 uur M. T. Berlijn.	Rechte klimming.	Declinatie.	log ρ .	log r .
1880 August. 19	0 ^h 29 ^m 56 ^s ,76	- 0° 2' 8",6		
" 20	29 47,97	4 49,8	0,107216	0,334620
" 21	29 37,42	7 42,1		
" 22	29 25,11	10 45,1		
" 23	29 11,01	13 58,8		
" 24	28 55,14	17 23,2	0,095600	0,333081
" 25	28 37,52	20 58,2		
" 26	28 18,16	24 43,8		
" 27	27 57,07	28 39,9		
" 28	27 34,26	32 46,5	0,084676	0,331553
" 29	27 9,74	37 9,2		
" 30	26 43,38	41 28,9		
August. 31	26 15,34	46 9,3		
Septemb. 1	25 45,63	50 48,1	0,074591	0,330038
" 2	25 14,33	- 0 55 41,4		
" 3	24 41,55	- 1 0 43,5		
" 4	24 7,21	5 53,4		
" 5	23 31,36	11 10,9	0,065497	0,328536
" 6	22 54,07	16 35,8		
" 7	22 15,36	22 7,5		
" 8	21 35,26	27 45,9		
" 9	20 53,87	33 30,4	0,057537	0,327049
" 10	20 11,25	39 20,2		
" 11	19 27,45	45 15,0		
" 12	18 42,55	51 14,9		
" 13	17 56,62	- 1 57 17,5	0,050842	0,325579
" 14	17 9,74	- 2 3 24,2		
" 15	16 21,99	9 33,8		
" 16	0 15 33,31	- 2 15 46,1		

12 uur M. T. Berlijn.	Rechte klimming.	Declinatie.	log ρ .	log r .
1880 Septemb. 17	0 ^h 14 ^m 43 ^s ,78	-2° 22' 0",5	0,045515	0,324125
" 18	13 53,64	28 16,5		
" 19	13 2,90	34 32,5		
" 20	12 11,57	40 49,2		
" 21	11 19,74	47 3,7	0,041831	0,322689
" 22	10 27,57	53 21,4		
" 23	9 35,08	- 2 59 34,6		
" 24	8 42,34	- 3 5 46,7		
" 25	7 49,48	11 55,6	0,039282	0,321273
" 26	6 56,55	18 1,2		
" 27	6 3,68	24 3,0		
" 28	5 10,96	30 0,2		
" 29	4 18,44	35 52,2	0,038476	0,319877
Septemb. 30	3 26,06	41 38,8		
October 1	2 34,16	47 18,9		
" 2	1 42,84	52 51,7		
" 3	0 52,04	- 3 58 17,1	0,039225	0,318504
" 4	0 0 1,89	- 4 3 34,6		
" 5	23 59 12,52	8 43,6		
" 6	58 23,99	13 43,0		
" 7	57 36,36	18 32,6	0,041489	0,317153
" 8	56 49,73	23 13,9		
" 9	56 4,18	27 42,9		
" 10	55 19,81	32 1,5		
" 11	54 36,66	36 8,7	0,045199	0,315826
" 12	53 54,74	40 4,3		
" 13	53 14,17	43 48,3		
" 14	52 35,06	47 20,9		
" 15	23 51 57,39	- 4 50 41,4	0,050236	0,314525

12 uur M. T. Berlijn.	Rechte klimming.	Declinatie.	log ρ .	log r .
1880 October. 16	23 ^h 51 ^m 21 ^s ,20	- 4° 53' 48",3		
" 17	50 46 ,59	56 42 ,3		
" 18	50 13 ,61	- 4 59 23 ,5		
" 19	49 42 ,27	- 5 1 51 ,6	0,056480	0,313250
" 20	49 12 ,63	4 6 ,3		
" 21	48 44 ,72	6 7 ,5		
" 22	48 18 ,52	7 54 ,9		
" 23	47 54 ,04	9 28 ,7	0,063798	0,312002
" 24	47 31 ,34	10 48 ,8		
" 25	47 10 ,49	11 54 ,6		
" 26	46 51 ,62	12 46 ,3		
" 27	46 34 ,73	13 23 ,6	0,072062	0,310784
" 28	46 19 ,83	13 47 ,2		
" 29	46 6 ,88	13 56 ,6		
" 30	45 55 ,85	13 51 ,8		
October. 31	45 46 ,78	13 32 ,6	0,081132	0,309596
Novemb. 1	45 39 ,66	12 59 ,3		
" 2	45 34 ,53	12 12 ,0		
" 3	23 45 31 ,44	- 5 11 10 ,7		
Oppositie 23 September; Grootte 10,4 (*).				

(*) BEREKENING DER GROOTTE.

Tusschen de lichtsterkte van dezelfde asteroïde bij verschillende verschijningen bestaat de volgende betrekking, waarin de r 's en ρ 's de corresponderende voerstralen en afstanden tot de aarde zijn.

$$I r^2 \rho^2 = I_0 r_0^2 \rho_0^2$$

Noemen wij nu M eene vroegere en m de te verwachten grootte van de berekende planetoïde, en stellen wij de verhouding tusschen de lichtkracht eener ster van de n^e grootte tot die eener ster van de $n + 1^e$ grootte = h , dan is

$$I_m : I_M = h^{M-m}$$

Zijn dus r_o en ρ_o de voerstraal en de afstand toen de grootte = M werd waargenomen, r en ρ dezelfde grootheden bij de aanstaande oppositie, dan hebben wij

$$h^{M-m} = r_o^2 \rho_o^2 : r^2 \rho^2$$

$$\text{dus } m = M - \frac{2 \lg r_o \rho_o - 2 \lg r \rho}{\lg h}$$

en, voor $\lg h$ aannemende 0,400,

$$m = M - 5 (\lg r_o + \lg \rho_o - \lg r - \lg \rho)$$

Door substitutie van waarden voor M , r_o en ρ_o , die bij de eerste en tweede verschijning zijn verkregen, vinden wij uit beide $m = 10,4$.

STELLINGEN.

I.

De methode van Oppolzer, om uit vier waarnemingen eene baan te berekenen, is door beknoptheid en door nauwkeurigheid te verkiezen boven die van Gauss.

II.

De satellieten van Jupiter moeten kleursverandering vertoonen, tengevolge van hunne beweging ten opzichte van de aarde.

III.

De variatie der maan is niet door Tycho-Brahe, maar 6 eeuwen vroeger door Abul-Wefa ontdekt.

IV.

De waarde van een schroefgang van den draden-micrometer wordt het gemakkelijkst bepaald, door den kijker tegenover een universaal-instrument te plaatsen, en, door het objectief heen, den afstand der draden te meten.

V.

De bepaling van de personeele fout bij het waarnemen van doorgangen van sterren geschiedt het best met het toestel van Kaiser.

VI.

Het transformeeren van trigonometrische vergelijkingen, om ze voor logaritmisch gebruik geschikt te maken, is overbodig.

VII.

Ten onrechte is door Leverrier de methode der kleinste kwadraten veroordeeld.

VIII.

De bepalingen van de dichtheid der aarde, afgeleid uit de afwijking van een paslood in de nabijheid van een berg, verdienen weinig vertrouwen.

IX.

Gravitas enim cum sit nisus quidam inclinatiove ad motum debet verisimiliter oriri ab aliquo motu.

Huygens.

X.

Bij de toepassing van de wetten der gravitatie dient men bedacht te zijn op eene mogelijke aberratie der zwaartekracht.

XI.

Voor den tegenwoordigen toestand der sterrekunde is het noodzakelijk, dat zoowel door de plaatsen van vaste sterren als door Jupiter's satellieten, nieuwe bepalingen van de aberratie-constante geschieden.

XII.

Das *endliche* Ziel der theoretischen Naturwissenschaft ist also, die letzten *unveränderlichen* Ursachen der Vorgänge in der Natur aufzusuchen.

Helmholtz.

XIII.

De temperatuurbepaling van diepere aardlagen zal altijd onnauwkeurig zijn, wegens de geleiding der wanden van de boorbuis.

XIV.

Man hat die Grundbegriffe der Mathematik verdunkelt; und im letzten Menschenalter sogar bis zur Mystification verwirrt. Dühring.

XV.

Het is eene dwaling het algebraïsch symbool $\sqrt{-1}$ meetkundig te willen verklaren.

XVI.

Met tegenzin leest men bij Gauss: „Die Winkel eines gleichseitigen Dreiecks sind nicht bloss van $\frac{2}{3}$ R. sondern auch nach Maassgabe der Grösse der Seiten unter sich verschieden, und können, wenn die Seite über alle Grenzen wächst, so klein werden wie man will.”

Briefwechsel zwischen Gauss und Schumacher, zweiter Band, Seite 270.

XVII.

De methode van Thomson om de componenten der aantrekking van eene ellipsoïde op een willekeurig punt te vinden, verdient de voorkeur boven elke andere.

XVIII.

Il ne faut pas dire que le théorème des vitesses virtuelles est le principe de la statique, il n'en est que le résumé. Sturm.

XIX.

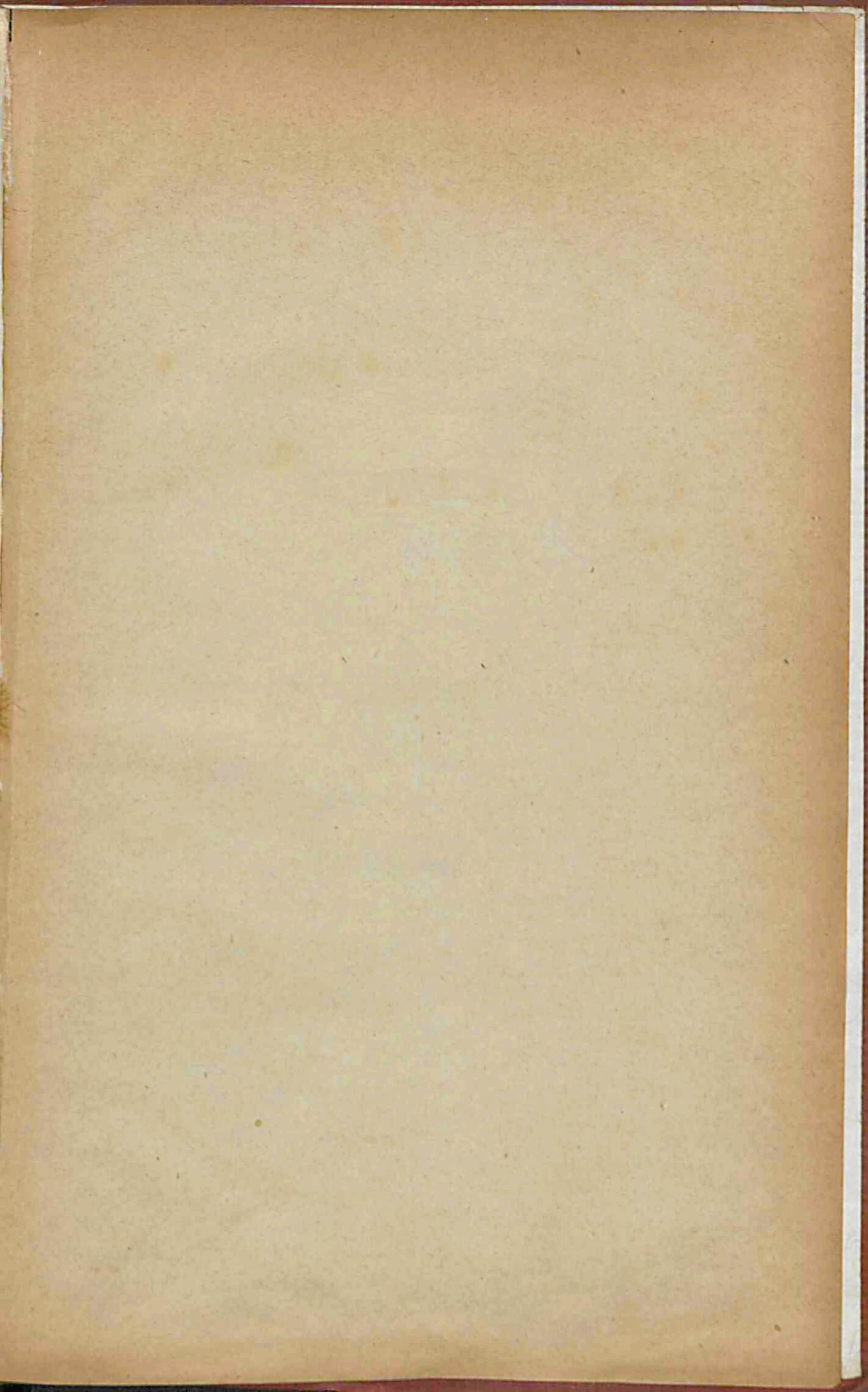
De ongelijkwaardigheid derzelfde atomen pleit zeer tegen hunne ondeelbaarheid.

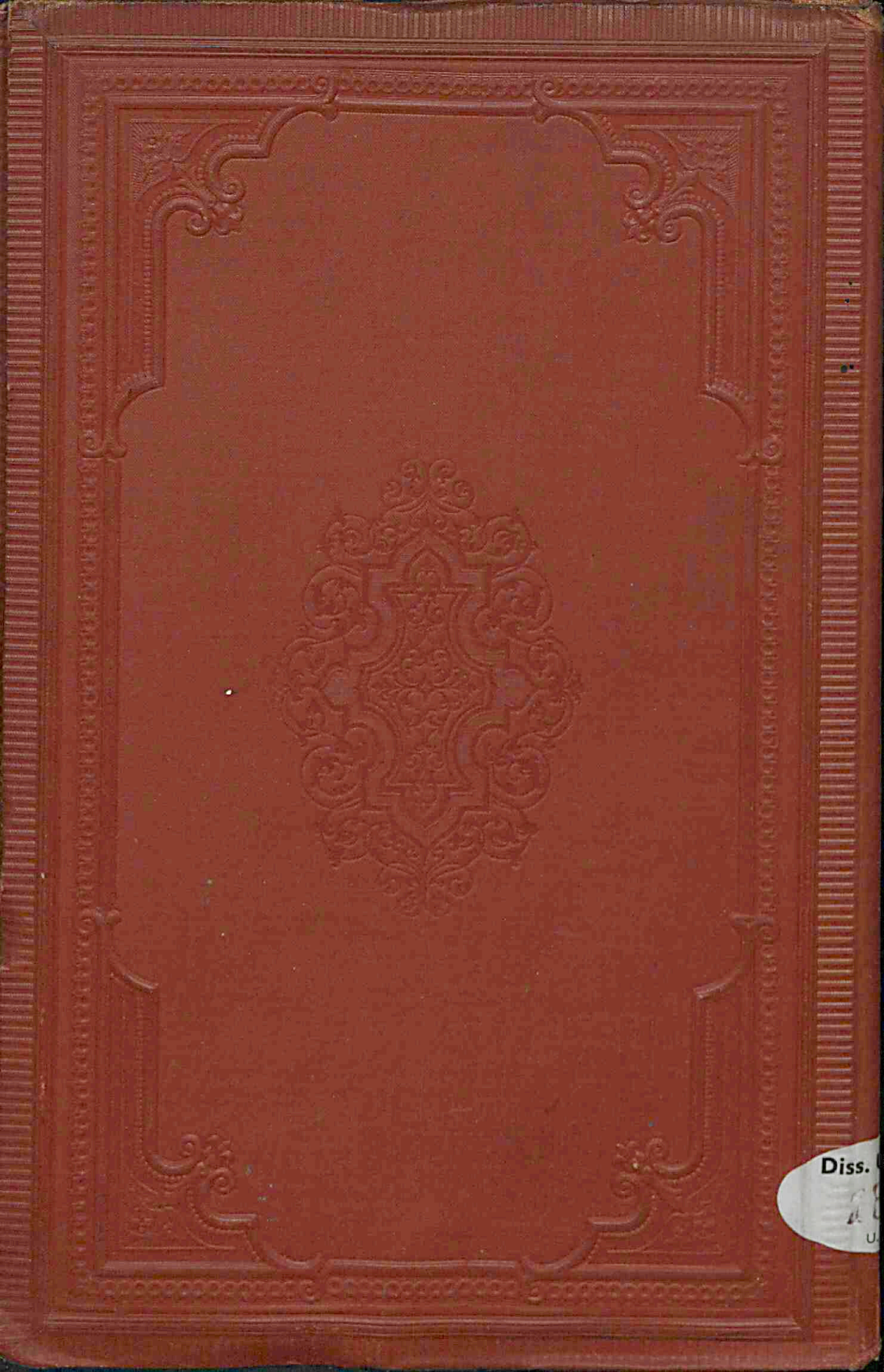
XX.

New-York ligt te ver van Europa, om aan de stormvoorspellingen van daar vertrouwen te schenken.

XXI.

De veiligheidslampen van Davy geven geene absolute veiligheid.





Diss.

U