Over de snelheid van het geluid bij voortplanting in de lucht

I

5

OVER DE

SNELHEID VAN HET GELUID

BIJ VOORTPLANTING IN DE LUCHT.

OVER DE

SNELHEID VAN HET GELUID

BIJ VOORTPLANTING IN DE LUCHT.

ACADEMISCH PROEFSCHRIFT,

NA MACHTIGING VAN DEN RECTOR MAGNIFICUS

Dr. W. G. BRILL,

GEWOON HOOGLEERAAR IN DE FACULTEIT DER LETTEREN EN WIJSBEGEERTE,

MET TOESTEMMING VAN DEN ACADEMISCHEN SENAAT

EN

VOLGENS BESLUIT VAN DE WIS- EN NATUURK. FACULTEIT

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN

Doctor in de Wis- en Natuurkunde,

AAN DE HOOGESCHOOL TE UTRECHT,

TE VERDEDIGEN

op Vrijdag den 16n Juni 1871, des namiddags te 2 uren,

DOOR

HENDRIK JAN RINK,

CIVIEL-INGENIEUR,

geboren te Tiel.

TIEL,

A. VAN LOON.

1871.

Aan mijn Vader.

INHOUD.

E R R A T A.

Pag.	14	regel	8 v. b.	*staat:*	$\frac{d(.u)}{dx}$,	*lees:* $\frac{d(\varrho u)}{dx}$.
„	18	„	3 „	„	$\frac{d^2\omega}{dy^2}$,	„ $\frac{d^2\varphi}{dy^2}$.
„	28	„	4 v. o.	„	$a^2\varrho\, 1 + \varkappa$,	„ $a^2\varrho^{1+\varkappa}$.
„	31	„	7 v. b.	„	den,	„ vinden.
„	39	„	1 v. o.	„	$f.\frac{d\varphi}{dx}$,	„ $f\frac{d\varphi}{dz}$.
„	61	„	6 en 15 „	„	$e\,Kt$,	„ e^{Kt}.
„	„	„	15 „	„	$C\alpha 2r - c'\alpha - 2r$,	„ $C\alpha^{2r} - C'\alpha^{-2r}$.

INLEIDING.

In de volgende bladzijden, stel ik mij voor een onderwerp te behandelen, dat ten allen tijde de aandacht van mathematici en physici tot zich getrokken heeft. Gelijk de titel aanduidt, betreft het de snelheid waarmede het geluid zich in de lucht voortplant.

Door Newton het eerst aan eene mathematische behandeling onderworpen, is de theorie betreffende de wijze, waarop zich luchtbewegingen voortplanten, door Euler en La Grange aanmerkelijk verbeterd en uitgebreid: maar ook de physici waren niet achtergebleven en vooral de Fransche Academici hadden zich met eene nauwkeurige bepaling van de snelheid van het geluid in de lucht bezig gehouden.

Eene overeenstemming tusschen de op beide wijzen gevonden waarden bestond echter in geenen deele: de experimenteel gevondene overtrof de theoretisch bepaalde met ruim één zesde. Het was aan La Place voorbehouden, in warmtewerkingen die de geluidsbewegingen der lucht vergezellen, en die tot dusverre buiten beschouwing waren gelaten, de oorzaak van dit verschil aan te wijzen.

Poisson heeft bij zijne analytische behandeling van ons vraagstuk, van dit denkbeeld partij getrokken en aldus eene theoretische waarde verkregen, die vrij nauwkeurig met de werkelijke overeenkwam. 't Was er echter verre van, dat deze door La Place bedachte correctie, geen tegenspraak zou ontmoeten. Vooral waren het Engelsche mathematici, die hunne bedenkingen inbrachten en nieuwe theoriën aanvoerden, die ook waarden voor de geluidssnelheid opleverden, welke weinig van de door de physici gevondene verschilden.

De mechanische warmtetheorie echter, heeft de begrippen, omtrent den aard der gassen geheel gewijzigd: eene nieuwe behandeling en verklaring der verschijnselen die zich in de lucht voordoen, was dus noodzakelijk. Voor hoevele zaken dit ook reeds geschied zij, met de bewegingen der lucht, die het geluid voortplanten is dit tot nog toe niet het geval geweest. Het bizonder moeijelijke van dit vraagstuk zal wel de oorzaak hiervan zijn.

In het eerste gedeelte dezer dissertatie wil ik een overzicht geven van de verschillende over dit onderwerp gemaakte theoriën en deze aan eene nauwkeurige kritiek onderwerpen. Daartoe zal allereerst de formule van Newton met de correctie van La Place besproken worden; vervolgens zullen wij de voornaamste andere theoriën behandelen, om eindelijk de snelheid van het geluid in verband met de mechanische warmtetheorie te beschouwen.

Uiterst talrijk zijn de personen, die zich met eene experimentele bepaling van de snelheid van het geluid hebben beziggehouden, doch niettegenstaande er bijna geen gebied der physica is aan te wijzen dat zoo veelvuldig is onderzocht, bestonden tot vóór korten tijd weinig bepalingen, die op hooge nauwkeurigheid konden aanspraak maken. De uitgebreide reeks van waarnemingen door Regnault in de de laatste jaren verricht, heeft in deze leemte voorzien.

Even als wij in ons eerste gedeelte ons bezig houden met de theoretische waarde der geluidssnelheid, willen wij het in ons tweede met de experimentele doen. Wij zullen een overzicht geven der genomene proeven en daarbij de nauwkeurigheid der verschillende uitkomsten beoordeelen, om eindelijk te geraken tot de meest waarschijnlijke waarde voor de snelheid waarmede het geluid zich in de lucht voortplant.

Nieuwe feiten worden alzoo hier niet vermeld: wij meenden echter een niet geheel nutteloos werk te verrichten, wanneer wij al wat in betrekking tot dit onderwerp is verricht met elkaar in verband brachten, om daardoor tot eene juiste kennis te geraken van wat op dit gebied nog te doen overig blijft.

EERSTE HOOFDSTUK.

Theorie omtrent de snelheid van het Geluid.

§ 1. Theorie van Newton en pogingen om de door hem gevondene theoretische snelheid met de werkelijke te doen overeenstemmen.

't Wordt tegenwoordig algemeen erkend, dat Newton het eerst juiste begrippen omtrent de golvende beweging der lucht, die wij als oorzaak van het geluid beschouwen, heeft bekend gemaakt. Wij vinden die in zijne merkwaardige *Phil. Nat. Principia Mathem. Liber II Propositio* 47—50 uiteengezet.

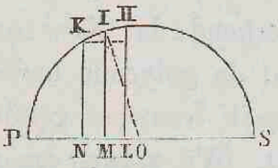
De weg, dien hij hierbij inslaat is niet de analytische, waarvan ongetwijfeld het meeste zou te verwachten geweest zijn, doch de synthetische, die hem tot eene beperkte en onvolledige oplossing leidt. Ziet hier, hoe hij te werk gaat.

Fig. 1.

A B, *B C* enz. stellen de lengte der golven voor, waarmeê het geluid zich in de richting AC voortplant. De lucht wordt gedacht te bestaan uit deeltjes, welke trillingen volbrengen, waarvan E en e, F en f, G en g uiterste standen voorstellen: op zeker oogenblik bevinden die deeltjes zich in de tusschen gelegen plaatsen ε, φ en γ.

Het geluid plant zich over eene golflengte BC voort, in den tijd dat ieder deeltje eene geheele trilling volbrengt. Newton neemt nu aan, dat die trillingen geschieden naar dezelfde wetten als een slinger bij zijne schommelingen volgt. De gevolgen hiervan worden onderzocht. Daartoe wordt op een lijn PS, gelijk aan den afstand Ee, Ff of Gg tusschen de uiterste standen der luchtdeeltjes een cirkel beschreven: PL wordt gelijk $E\varepsilon$ genomen, en uit L de loodlijn LH op PS opgericht: stelt nu de gansche omtrek den tijd voor, noodig voor de gansche trilling van E naar e en terug, dan is PH de maat voor den tijd, benoodigd voor de beweging van E naar ε. Eindelijk worden op den cirkelomtrek de bogen HI en IK genomen, die tot den geheelen omtrek staan als EF en FG tot BC. Stelt dus de geheele cirkelomtrek den tijd voor, waarin het geluid zich over BC voortplant, dan zijn HI en IK de tijden waarin het van E in F en van F in G komt, en daar de luchtdeeltjes zich op hetzelfde oogenblik in ε, φ en γ bevinden, stellen PI en PK de tijden voor, noodig voor de beweging der luchtdeeltjes van F naar φ en van G naar γ. Derhalve is ook $PM = F\varphi$ en $PN = G\gamma$. Wij hebben nu:

Fig. 2.



$$\varepsilon\gamma = EG + G\gamma - E\varepsilon = EG + PN - PL = EG - LN \text{ en}$$

$$LN : KH = IM : OP \;\; ; \; KH : EG = 2\pi . OP : BC,$$

waaruit

$$LN = \frac{2\pi . IM}{BC} . EG = \frac{IM}{V} . EG, \text{ als } \frac{BC}{2\pi} = V$$

gesteld wordt. Dus:

$$\varepsilon\gamma = EG \left(\frac{V - IM}{V} \right)$$

Is P de drukking in F en π die in φ, dan is, daar de drukkingen omgekeerd evenredig zijn met de volumina,

$$P : \pi = \frac{1}{EG} : \frac{1}{\varepsilon\gamma} = \frac{1}{V} : \frac{1}{V - IM}.$$

Zijn π' en π'' de drukkingen in ε en γ dan is eveneens,

$$P : \pi' = \frac{1}{V} : \frac{1}{V - HL}$$

en

$$P : \pi'' = \frac{1}{V} : \frac{1}{V - KN}.$$

Het deeltje in φ wordt bewogen door het verschil in drukking aan weêrszijden van dit deeltje, door $\pi' - \pi''$ derhalve, en

$$\pi' - \pi'' = \frac{P}{V} (HL - KN)$$

(bij benadering, daar HL en KN zeer klein zijn ten opzichte van V) doch $HL - KN = \frac{HK}{OP} \times OM$ dus

$$\pi' - \pi'' = \frac{P}{V} . \frac{HK}{OP} . OM.$$

De kracht, die het deeltje in φ in beweging brengt, is dus evenredig met den afstand, waarop dat deeltje zich bevindt van het midden der uiterste standen.

Het blijkt dus, dat door aan te nemen, dat de luchtdeeltjes zich als een slinger bewegen, er voor de kracht waarmede deze beweging geschiedt, juist eene zelfde uitdrukking verkregen wordt, als bij de slingerbeweging. De juistheid van Newton's onderstelling wordt hierdoor bevestigd.

In Propositio 49 wordt met behulp van het hier gevondene de snelheid van het geluid bepaald.

Daartoe vergelijkt Newton drie slingertijden:

1°. dien van een slinger, waarvan de lengte gelijk is aan de hoogte van den homogeen gedachte atmosfeer: is d de dichtheid en P de drukking, dan is $\frac{P}{d} = A$ die hoogte. De slinger wordt verondersteld door de zwaartekracht bewogen te worden.

Bij den 2en en 3n slinger denken wij ons dat de luchthoeveelheid EG slingerende bewogen wordt: bij den 2n door het eigen gewicht, bij den 3n door het verschil in druk aan weêrszijden van het deeltje evenals zulks bij de voortplanting van het geluid geschiedt. In beide gevallen is de lengte van den slinger gelijk OP, de halve afstand waarover de luchtdeeltjes zich bij hunne trillingen bewegen.

Bij een cycloidalen slinger is nu de lengte van den slinger, gelijk aan de helft van de cycloide, die beschreven wordt. De slingertijd van den derden slinger is dus gelijk aan den tijd, dien een luchtdeeltje bij de voortplanting van het geluid voor eene trilling behoeft.

Zijn de drie bedoelde slingertijden T, t en τ dan is, daar de beide eerste slingers door krachten, die dezelfde versnelling hebben (nl. die der zwaartekracht) bewogen worden:

$$T : t = \sqrt{A} : \sqrt{OP}.$$

Maar omdat de beide laatste slingers dezelfde lengte hebben, zijn hunne slingertijden omgekeerd evenredig met de krachten, waardoor zij in beweging gebracht worden. Bij den 2ⁿ slinger is die kracht het gewicht van de luchthoeveelheid EG, dus $EG \times d$; bij den laatsten, blijkens het vorige $\frac{P}{V} . HK$, dus

$$t : \tau = \sqrt{\frac{P}{V} . HK} : \sqrt{EG.d},$$

en

$$T : \tau = \sqrt{A . \frac{P}{V} . HK} : \sqrt{OP \times EG \times d},$$

doch omdat $P = A . d$ en $EG : HK = V : OP$,

$$T : \tau = A : V,$$

maar $T = 2\pi \sqrt{\frac{A}{g}}$, dus $\tau = \frac{2\pi V}{\sqrt{A . g}}$. Doch in den tijd τ plant het geluid zich voort over een weg $BC = 2\pi V$, derhalve in de eenheid van tijd over den weg $\sqrt{A g} = \sqrt{\frac{P . g}{d}}$, welke uitdrukking alzoo de snelheid van het geluid voorstelt.

In de volgende Propositio merkt Newton nog drie zaken ten opzigte der geluidssnelheid op:

1°. dat er geen rekening gehouden is van het volume der luchtdeeltjes, in welke het geluid zich oogenblikkelijk voortplant — is de diameter dier deeltjes $\frac{1}{8}$ à $\frac{1}{9}$

van de tusschenruimten, dan behoort de waarde van $\sqrt{\frac{P.g}{d}}$ met $\frac{1}{8}$ à $\frac{1}{9}$ vermeerderd te worden, waardoor zij met de experimenteel gevondene overeenstemt.

2°. wordt opgemerkt dat de waterdamp, die in de lucht aanwezig is, invloed zal uitoefenen; in 't algemeen meent Newton dat deze in hooge mate de bedoelde snelheid doet toenemen.

3°. eindelijk noemt hij den invloed van de temperatuur, in zooverre hij vermeldt dat de geluidssnelheid in den zomer grooter is, dan in den winter, daar de dichtheid zomer's kleiner is.

Terecht wordt deze behandelingswijze van Newton, door Laplace „un monument de son génie" genoemd, want hoe onvolledig deze ook zijn moge, het kan niet ontkend worden dat de latere analytische beschouwingen dezelfde uitdrukking als de Newtonsche geluidssnelheid hebben opgeleverd en dat deze nog de grondslag blijft uitmaken waarop verbeteringen en uitbreidingen der theorie worden gevestigd.

Euler en La Grange zijn 't vervolgens geweest, die het vraagstuk, omtrent de voortplanting van het geluid, analytisch behandeld hebben, daarbij voor de eerste maal op vraagstukken van mechanischen aard, partiele differentiaalvergelijkingen toepassende. Voor het integreren dezer vergelijkingen was de onderstelling noodzakelijk, dat de bewegingen der luchtdeeltjes uiterst gering zijn.

Deze verhandelingen, hoewel voor de mathematische analyse van het hoogste gewicht, hebben omtrent de snelheid van het geluid geen ander resultaat opgeleverd, dan dat reeds door Newton gevonden was.

Alleen zij nog opgemerkt, dat Euler de afwijking der theoretische geluidssnelheid van de werkelijke aan de onjuiste onderstelling toeschrijft, dat de bewegingen der deeltjes uiterst klein zijn, terwijl La Grange meent, dat wanneer de gassen niet de wet van Mariotte volgden, doch zulk eene, waarbij de drukking in sterker mate dan de dichtheid toenam, de theoretische snelheid met de experimentele overeen te brengen zou zijn. Hij voegt er evenwel zelf bij, dat deze aanname onjuist zoude zijn, daar alle proeven er op wijzen dat drukking en dichtheid in dezelfde mate veranderen.

Hij, die, na Euler en La Grange het meest bijgedragen heeft tot uitbreiding der theorie van het geluid en tot het in overeenstemming brengen der beide waarden, die theorie en experiment voor de voortplantingssnelheid aangaven, is ongetwijfeld Poisson. In zijne verhandeling *„Mémoire sur la théorie du son"*, (*Journal de l'Ecole Polytechnique Tome VII)* leidt hij op de meest algemeene wijze uit de wetten der hydrodynamica de theorie van het geluid af, waarbij hij zich niet beperkt tot het geval dat de bewegingen der deeltjes uiterst gering zijn, maar door uitbreiding der integratiemethoden tevens de oplossing aanwijst van het meer algemeene geval. Vooral daarom ook is deze verhandeling merkwaardig, omdat hierbij voor het eerst de door Laplace (*Gilbert's Annal. XVIII*) uitgedachte hypothese omtrent de oorzaak van het verschil der beide geluidssnelheden, in mathematischen vorm werd gebracht.

Zien wij vóór wij tot het uiteenzetten der verhandeling van Poisson overgaan, waarin deze hypothese bestaat. Laplace merkte op, dat bij plotselinge verandering van volume bij gassen tegelijkertijd eene verandering van temperatuur intreedt; daar nu bij de voortplanting van 't geluid zeer snel elkaar opvolgende verdichtingen en verdunningen plaats vinden, zou hierin een oorzaak gelegen zijn, die de verhouding van drukking en dichtheid vergrootte en alzoo juist die correctie deed ontstaan, welke door La Grange genoemd, maar ook als ongerijmd verworpen was. Poisson nu voerde deze correctie bij zijne beschouwingen in, door aan te nemen dat bedoelde temperatuursveranderingen evenredig zijn aan de volumeveranderingen, waartoe hij, uithoofde van de geringheid dier veranderingen meende gerechtigd te zijn.

Denken wij ons een gasmassa bestaande uit deeltjes, waarop verschillende krachten werkzaam zijn, dan zullen we volkomen bekend zijn met den toestand dier massa, wanneer we op elk oogenblik in ieder punt de composanten der snelheid, de dichtheid en de drukking kennen.

Zijn die composanten der snelheid u, v, w; de dichtheid ϱ en de drukking p; deze grootheden hangen af van de coordinaten van het punt en van den tijd, waarop zij betrekking hebben: zij zijn dus functiën van x, y, z, t. Zijn X, Y, Z, de composanten der krachten, die op het punt (x, y, z,) werken; u', v', w' de composanten der versnelling, die dat punt heeft, dan is volgens het principe van d' Alembert:

$$\frac{dp}{dx} = \varrho\,(X - u')\;;\quad \frac{dp}{dy} = \varrho\,(Y - v');\quad \frac{dp}{dz} = \varrho\,(Z - w')$$

en $u' = \frac{du}{dt} + \frac{du}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{du}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{du}{dz} \cdot \frac{dz}{dt}$ of, daar

$$\frac{dx}{dt} = u; \quad \frac{dy}{dt} = v; \quad \frac{dz}{dt} = w \text{ is;}$$

$$u' = \frac{du}{dt} + u\frac{du}{dx} + v\frac{du}{dy} + w\frac{du}{dz}, \text{ evenzoo is}$$

$$v' = \frac{dv}{dt} + u\frac{dv}{dx} + v\frac{dv}{dy} = w\frac{dv}{dz}, \text{ en}$$

$$w' = \frac{dw}{dt} + u\frac{dw}{dx} + v\frac{dw}{dy} + w\frac{dw}{dz}.$$

Deze waarden in onze eerste vergelijkingen substituerende, is:

$$\frac{dp}{dx} = \varrho\left(X - \frac{du}{dt} - u\frac{du}{dx} - v\frac{du}{dy} - w\frac{du}{dz}\right), \quad (1)$$

$$\frac{dp}{dy} = \varrho\left(Y - \frac{dv}{dt} - u\frac{dv}{dx} - v\frac{dv}{dy} - w\frac{dv}{dz}\right), \quad (2)$$

$$\frac{dp}{dz} = \varrho\left(Z - \frac{dw}{dt} - u\frac{dw}{dx} - v\frac{dw}{dy} - w\frac{dw}{dz}\right). \quad (3)$$

Eene vierde vergelijking wordt verkregen door op te merken dat de drukking eene functie is van de dichtheid:

$$p = \varphi\ (\varrho). \qquad (4)$$

Eindelijk wordt eene laatste vergelijking verkregen door de dichtheidsveranderingen in verband met de composanten der snelheid te beschouwen.

Nemen we nl. een elementair paralellopipedum, waarvan de ribben dx, dy dz zijn, en beschouwen we de drie paren evenwijdige zijvlakken. Door het eene zijvlak, dat loodrecht is op de richting der x, zal in den tijd dt een massa lucht gaan $= \varrho . u . dy . dz . dt$ doch door het daarmede evenwijdige zijvlak een massa $\left(\varrho + \frac{d\varrho}{dx} dx\right) \left(u + \frac{du}{dx}\right) dy . dz . dt$. In den tijd dt zal derhalve door de beweging in de richting der x de massa lucht in het paralelopipedum verminderd worden met:

$$\left\{\left(\varrho + \frac{d\varrho}{dx} dx\right) \left(u + \frac{du}{dx} dx\right) - \varrho u \right\} dy . dz . dt . =$$

$$\left(u \frac{d\varrho}{dx} + \varrho \frac{du}{dx}\right) dx . dy . dz . dt . = \frac{d . (. u .)}{dx} dx . dy \; dz . dt$$

Evenzoo zullen wij vinden voor de vermindering door de beweging in de richting der y en der z, respectievelijk:

$$\frac{d\,(\varrho . v .)}{dy} dx . dy . dz . dt \quad \text{en} \quad \frac{d\,(\varrho . w .)}{dz} dx . dy . dz . dt .$$

De gansche vermindering in den tijd dt bedraagt dus:

$$\left(\frac{d\,(\varrho . u)}{dx} + \frac{d\,(\varrho \; v)}{dy} + \frac{d\,(\varrho . w)}{dz}\right) dx . dy . dz . dt .$$

Deelen wij deze uitdrukking door $dx \; dy . dz .$ den inhoud van het paralellopipedum, dan hebben wij daarin de negatieve dichtheidsvermeerdering in den tijd dt. Derhalve is onze vijfde vergelijking:

$$\frac{d\varrho}{dt} + \frac{d\,(\varrho . u)}{dx} + \frac{d\,(\varrho . v)}{dy} + \frac{d\,(\varrho . w)}{dz} = o . \qquad (5)$$

Deze vijf vergelijkingen geintegreerd zijnde bepalen, u, v, w, ϱ en p in functie van x, y, z, t.

Zij laten zich echter belangrijk vereenvoudigen in de onderstelling dat,

$$X\,dx + Y\,dy + Z\,dz \quad \text{en}$$

$$u\,dx + v dy + w dz$$

totale differentialen ten opzichte van x,y, en z zijn, van functiën P en Q, zoodat

$$X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = dP$$

$$\text{en} \quad u\,dx + v dy + w dz = dQ.$$

Vermenigvuldigen we nl. de vergelijkingen (1), (2) en (3) respectievelijk met dx, dy en dz en tellen wij ze daarna op, dan is:

$$\frac{dp}{dx}\,dx + \frac{dp}{dy}\,dy + \frac{dp}{dz}\,dz = \varrho\,(X\,dx + Y\,dy + Z\,dz) -$$

$$\varrho\left(\frac{du}{dt}dx + \frac{dv}{dt}dy + \frac{dw}{dt}dz\right) - u\left(\frac{du}{dx}dx + \frac{dv}{dx}dy + \frac{dw}{dx}dz\right) -$$

$$v\left(\frac{dw}{dy}dx + \frac{dv}{dy}dy + \frac{dw}{dy}dz\right) - w\left(\frac{du}{dz}dx + \frac{dv}{dz}dy + \frac{dw}{dz}dz\right),$$

maar $$\frac{dp}{dx}\,dx + \frac{dp}{dy}\,dy + \frac{dp}{dz}\,dz = dp\,;$$

$$\frac{du}{dt}dx + \frac{dv}{dt}dy + \frac{dw}{dt}dz = \frac{d}{dt}(u\,dx + v\,dy + w\,dz) = d\,\frac{d\varphi}{dt};$$

$$u\left(\frac{du}{dx}dx + \frac{dv}{dx}dy + \frac{dw}{dx}dz\right) = u\,\frac{d}{dx}(udx + vdy + wdz) =$$

$$\frac{d\varphi}{dx}\,d\,\frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{2}\,d\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2;$$

eveneens $$v\left(\frac{du}{dy}dx + \frac{dv}{dy}dy + \frac{dw}{dy}dz\right) = \frac{1}{2}\,d\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^2$$ en

$$w\left(\frac{du}{dz}dx + \frac{dv}{dz}dy + \frac{dw}{dz}dz\right) = \frac{1}{2}\,d\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)^2.$$

Onze vergelijking wordt dus:

$$dp = \varrho\, dP - \varrho\, d\frac{d\varphi}{dt} - \frac{1}{2}\, d\left(\frac{d\varphi^2}{dx^2} + \frac{d\varphi^2}{dy^2} + \frac{d\varphi^2}{dz^2}\right),$$

of geintegreerd

$$P - \int \frac{dp}{\varrho} = \frac{d\varphi}{dt} + \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi^2}{dx^2} + \frac{d\varphi^2}{dy^2} + \frac{d\varphi^2}{dz^2}\right). \qquad (1^*)$$

Passen we deze algemeene vergelijking toe, op de beweging, die bij de voortplanting van het geluid plaats heeft, dan kan eerstens $P = o$ zijn, daar wij van de werking der zwaartekracht, de eenige, die hier aanwezig is, mogen afzien: wanneer wij verder veronderstellen dat de snelheid der deeltjes uiterst gering is, dan kan ook de term $\left(\frac{d\varphi^2}{dx^2} + \frac{d\varphi^2}{dy^2} + \frac{d\varphi^2}{dz^2}\right)$ weggelaten worden. Wij hebben alzoo

$$\int \frac{dp}{\varrho} + \frac{d\varphi}{dt} = o.$$

Doch wat wordt nu de term $\int \frac{dp}{\varrho}$?

Is p_0 de drukking in toestand van rust en D de dichtheid, dan verandert die dichtheid, die wij in 't algemeen ϱ noemden, door de verdichtingen en verdunningen, die telkens intreden.

Stelt γ de verdichting voor, dan is $\varrho = D(1 + \gamma)$. Volgen die drukkings- en dichtheidsveranderingen de wet van Mariotte, dan zoude zijn $p = p_0(1 + \gamma)$ en wij zouden voor de geluidssnelheid dezelfde grootheid als Newton, Euler en La Grange vinden. Maar 't bizondere van Poisson's oplossing is daarin, dat hij van La Place's opmerking gebruik maakte en stelde: $p = p_0(1 + \gamma + \varkappa\gamma)$

waarbij de drukvermeerdering met $p_0 . \varkappa . \gamma$ door temperatuursverhooging wordt te weeg gebracht. Poisson meende dat om de geringe waarde van γ, die drukvermeerdering evenredig met γ mag gesteld worden. Hieruit leiden wij af:

$dp = p_0 (1 + \varkappa)\, d\gamma$ en daar $\varrho = D (1 + \gamma)$ is

$$\frac{dp}{\varrho} = \frac{p_0 (1 + \varkappa)}{D} . \frac{d\gamma}{1 + \gamma} \text{ en } \int \frac{dp}{\varrho} = \frac{p_0 (1 + \varkappa)}{D} lg (1 + \gamma).$$

Onze vergelijking wordt daardoor

$$\frac{p_0 (1 + \varkappa)}{D} lg (1 + \gamma) + \frac{d\varphi}{dt} = o$$

of, daar $lg (1 + \gamma) = \gamma - \frac{\gamma^2}{2} + \frac{\gamma^3}{3} =$ enz., en wij 2e en hoogere machten mogen verwaarlozen en alzoo voor $lg (1 + \gamma)$, γ mogen schrijven,

$$\frac{p_0 (1 + \varkappa)}{D} \gamma + \frac{d\varphi}{dt} = o;$$

$\frac{p_0 (1 + \varkappa)}{D} = a^2$ stellende, is $\gamma = - \frac{1}{a^2} \frac{d\varphi}{dt}$ en

$$\frac{d\gamma}{dt} = - \frac{1}{a^2} \frac{d^2 \varphi}{dt^2}.$$

Voeren we nu in de vergelijking (5) voor ϱ de waarde $D (1 + \gamma)$ in, en schrijven we voor u, v, w, respectievelijk $\frac{d\varphi}{dx}$, $\frac{d\varphi}{dy}$, $\frac{d\varphi}{dz}$, dan wordt deze:

$$\frac{d\gamma}{dt} + \frac{d (1 + \gamma) \frac{d\varphi}{dx}}{dx} + \frac{d (1 + \gamma) \frac{d\varphi}{dy}}{dy} + \frac{d (1 + \gamma) \frac{d\varphi}{dz}}{dz} = o$$

en, bij verwaarlozing van grootheden als

$$\gamma \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \text{ en } \frac{d\gamma}{dx} . \frac{d\varphi}{dx},$$

$$\frac{d\gamma}{dt}+\frac{d^2\varphi}{dx^2}+\frac{d^2\varphi}{dy^2}+\frac{d^2\varphi}{dz^2}=o$$

of, voor $\frac{d\gamma}{dt}$ zijne waarde schrijvende:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2}=a^2\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2}+\frac{d^2\omega}{dy^2}+\frac{d^2\varphi}{dz^2}\right).$$

Deze vergelijking leert ons φ vinden, waaruit door differentiatie u, v, w en γ bekend worden. De integratie van deze vergelijking is eene vrij samengestelde bewerking, die wij o. a. bij Riemann — *Partielle Differentialgleichungen*, *pag.* 283 aantreffen.

Daar dit algemeene geval voor de voortplantingssnelheid niets bizonders oplevert, willen wij hier het beperkte geval beschouwen, waarbij het geluid zich slechts in ééne richting voortplant. Onze vergelijking wordt dan:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2}=a^2\frac{d^2\varphi}{dx^2}$$

waarvan de welbekende integraal is

$$\varphi=f_1(x+at)+f_2(x-at),$$

voorstellende een stelsel van twee bewegingen, waarvan de eene zich in de negatieve, de andere in de positieve x richting voortplant. Daar nu

$$\gamma=-\frac{1}{a^2}\frac{d\varphi}{dt} \text{ is } \gamma=-\frac{1}{a}\Big(f'_1(x+at)-f'_2(x-at)\Big)$$

waaruit volgt, dat a de snelheid van het geluid voorstelt; want, wanneer we alleen letten op de beweging in de positieve x richting, blijkt 't dat, als t met τ toeneemt, x met $a\tau$ moet vermeerderd worden om de waarde van γ onveranderd te behouden. Derhalve:

$$a = \sqrt{\frac{p_0\,(1+\varkappa)}{D}} = \text{Newtonsche snelheid} \times \sqrt{1+\varkappa}.$$

Later (*Annal. de Chimie et de Physique, Tome III*) heeft La Place aangegeven, dat de grootheid $1+\varkappa$ dezelfde beteekenis heeft, als de verhouding der specifieke warmten van lucht onder standvastigen druk en onder standvastig volume.

La Place heeft deze betrekking aangeduid zonder bewijs: het eerst is dat geleverd door van Rees in zijne dissertatie „*de Celeritate Soni*," 1819: ook Poisson heeft later (*Annales de Chimie et de Physique, Tome XXIII*) bedoelde betrekking afgeleid.

Het bewijs van van Rees laten wij hier volgen.

Zij X de hoeveelheid warmte, welke een volume lucht $\frac{V}{1+\gamma}$ bij eene temperatuur $t - \frac{(1+\alpha t)\gamma}{\alpha(1+\gamma)}$ en onder de drukking p bevat. Deze lucht wordt eerst onder constant volume, vervolgens onder constanten druk tot de temperatuur t verwarmd. (α beteekent de uitzettcoeff., γ de verdichting). Is de temperatuur onder constant volume t geworden, dan is de drukking

$$p\,\frac{1+\alpha t}{1+\alpha\left(t - \frac{(1+\alpha t)\gamma}{\alpha(1+\gamma)}\right)} = p\,(1+\gamma).$$

Is daarentegen de temperatuur t geworden onder constanten druk, dan wordt het volume $= V$.

In beide gevallen wordt de temperatuur met $\frac{(1+\alpha t)\gamma}{\alpha(1+\gamma)}$ graden vermeerderd: doch in 't eerste geval is de specifieke warmte c', in 't tweede c. De hoeveelheden warmte voor de temperatuursverhooging benoodigd, zijn dus, wanneer wij het gewicht der luchtmassa $=$ G stellen

$$\text{in 't eerste geval} = c'. G. \frac{(1+\alpha t)\gamma}{\alpha(1+\gamma)}$$

$$\text{in 't tweede geval} = c.\ G. \frac{(1+\alpha t)\gamma}{\alpha(1+\gamma)}$$

De hoeveelheid warmte die een luchtvolume V onder drukking p en temperatuur bevat is dus

$$X + c.\ G. \frac{(1+\alpha t)\gamma}{\alpha(1+\gamma)}$$

terwijl die hoeveelheid bij dezelfde temperatuur doch bij volume $\frac{V}{1+\gamma}$ en druk $p\ (1+\gamma)$ bedraagt

$$X + c'.\ G. \frac{(1+\alpha t)\gamma}{\alpha(1+\gamma)}$$

Derhalve zal, wanneer bij de temperatuur t een volume lucht V, onder een druk p tot het volume $\frac{V}{1+\gamma}$ samengedrukt wordt eene hoeveelheid warmte, gelijk het verschil van beide gevondene hoeveelheden, vrij worden, dat is eene hoeveelheid $\frac{(c-c')\,G.\,1+\alpha t)\gamma}{\alpha(1+\gamma)}$.

Deze warmte dient tot temperatuursverhooging bij constant volume: is die verhooging ω, dan is

$$\omega\, c'\, G = \frac{(c-c')\,G\,(1+\alpha t)\,\gamma}{\alpha\,(1+)\,\gamma}\text{, dus}$$

$$\omega = \frac{c-c'}{c'} . \frac{(1+\alpha t)\,\gamma}{\alpha\,(1+\gamma)}.$$

Doch $p\varkappa\gamma$ is de drukvermeerdering door deze temperatuursverhooging veroorzaakt dus

$$p\varkappa\gamma = p.\frac{\frac{c-c'}{c'}\cdot\frac{(1+\alpha t)\gamma}{\alpha(1+\gamma)}\cdot\alpha}{(1+\alpha t)}$$

dus $\varkappa = \frac{c-c'}{c'}\cdot\frac{1}{(1+\gamma)}$, waaruit wanneer wij $\frac{1}{1+\gamma} =$ 1 stellen volgt $1+\varkappa = \frac{c}{c'}$.

Wanneer men hiermede vergelijkt het bewijs, dat in de tegenwoordige leerboeken voorkomt, (zie bijv. Jamin, *Cours de Physique T. II P.* 450) dan zal men opmerken dat de wijze van afleiding niet verschilt, van die, welke van Rees het eerst heeft bekend gemaakt. Alleen weet men zich door het licht dat de mechanische warmtetheorie verspreid heeft, meer rekenschap te geven, waarom de specifieke warmte onder constanten druk, grooter is, dan die onder constant volume en waarom juist het verschil dier warmten bij plotselinge samendrukking de temperatuursverhooging te weeg brengt.

Voor de uitdrukking van de snelheid van 't geluid hebben wij alzoo gevonden:

$$a = \sqrt{\frac{p\,(1+\varkappa)}{D}} = \sqrt{\frac{p}{D}\cdot\frac{c}{c'}}$$

Resumeren wij nu de hypothesen, welke ter verkrijging van deze uitkomst gemaakt zijn.

1° is ondersteld, om tot de vergelijking (1*) te geraken, dat $udx + vdy + wdz$ een totale differentiaal is. Deze voorwaarde kan op de volgende wijze in vergelijking gebracht worden:

is $udx + vdy + wdz = d\varphi$, dan is

$$u = \frac{d\varphi}{dx},\ v = \frac{d\varphi}{dy},\ w = \frac{d\varphi}{dz} \text{ en daar } \frac{d\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)}{dy} = \frac{d\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)}{dx},$$

$$\frac{d\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)}{dz} = \frac{d\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)}{dx} \text{ en } \frac{d\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)}{dz} = \frac{d\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)}{dy} \text{ hebben}$$

wij de voorwaarden $\frac{du}{dy} = \frac{dv}{dx},\ \frac{du}{dz} = \frac{dw}{dx}$ en $\frac{dv}{dz} = \frac{dw}{dy}$. Daarenboven heeft La Grange aangetoond dat wanneer slechts op zeker oogenblik aan deze voorwaarden voldaan is, dit gedurende de gansche beweging 't geval zal blijven.

2° hebben wij aangenomen, en dit wettigt de eerste onderstelling, (La Grange, *Oeuvres*, *ed.* 1869, *T. IV*, *p.* 721), dat de bewegingen der deeltjes zoo gering waren, dat tweede en hoogere machten van u, v, w en γ mochten verwaarloosd worden — daarom hebben wij den term $\frac{d\varphi^2}{dx^2} + \frac{d\varphi^2}{dy^2} + \frac{d\varphi^2}{dz^2}$ verwaarloosd.

3° is de temperatuursverandering ontstaan ten gevolge der plotselinge volumeverandering ondersteld evenredig te zijn met die volumeverandering zelve.

4° is door voor $1 + \varkappa$ de waarde $\frac{c}{c'}$ in te voeren, ondersteld dat er door uitstraling of geleiding geen warmte opgenomen of afgegeven wordt.

In onze uitdrukking $a = \sqrt{\frac{p}{D} \cdot \frac{c}{c'}}$, beteekent D de dichtheid bij de temperatuur, waarbij a beschouwd wordt en die wij in 't algemeen t genoemd hebben, 't Heeft echter voordeel D altijd bij eene zelfde temperatuur te nemen, daar $\frac{p}{D}$ dan een standvastige waarde heeft, men geeft daarom aan D de beteekenis van dichtheid bij o° — opdat nu a nog de snelheid bij t° voorstelle, moet D door $1 + \alpha t$ gedeeld worden, zoodat onze formule wordt:

$$a = \sqrt{\frac{p\ (1 + \alpha\, t)}{D} \cdot \frac{c}{c'}}$$

Verder is ondersteld dat de lucht, waarin het geluid zich voortplantte, volkomen droog was: bevindt zich daarin waterdamp, dan behoort onze formule nog eene wijziging te ondergaan. Is p' de spanning van den waterdamp, en δ de dichtheid daarvan bij een drukking p, dan is $D - \frac{p'}{p}\ (D - \delta)$ de dichtheid van de vochtige lucht; doch $D - \delta$ is op zeer weinig na $= 0.38\ D$ derhalve de dichtheid der vochtige lucht $= D\left(1 - 0.38 \frac{p'}{p}\right)$ Onze uitdrukking wordt daardoor

$$a = \sqrt{\frac{p\ (1 + \alpha\, t)\ c}{D\left(1 - 0.38\, \frac{p}{p'}\right) c'}}$$

Waarbij a nu beteekent de snelheid van 't geluid in lucht, waarvan de temperatuur is t en waarin de waterdamp eene spanning p' heeft.

Het geval, waarbij de bewegingen der deeltjes niet meer ondersteld worden, zeer klein te zijn en waarbij dus de 2ᵉ onzer onderstellingen niet is vervuld, wordt door Poisson in eene volgende afdeeling zijner aangehaalde verhandeling nagegaan; hij beschouwt het beperkte geval, waarbij de uitbreiding slechts in ééne richting plaats heeft. De vergelijking (1*) is dan:

$$\int \frac{dp}{\varrho} + \frac{d\varphi}{dt} + \frac{1}{2}\,\frac{d\varphi^2}{dx^2} = o$$

terwijl (5) wordt:

$$\frac{d\varrho}{dt} + \varrho\,\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d\varrho}{dx}\cdot\frac{d\varphi}{dx} = o$$

is verder $p = a^2\varrho$, dan is allereerst $\int \frac{dp}{\varrho} = a^2\,lg\,\frac{\varrho}{D}$.

Uit deze vergelijkingen moet nu ϱ geelimineerd worden: daartoe differentieert men de eerste ten opzichte van t en van x:

$$a^2\,\frac{d\varrho}{\varrho dt} + \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{d\varphi}{dx}\cdot\frac{d^2\varphi}{dx\,.\,dt} = o,$$

$$a^2\,\frac{d\varrho}{\varrho dx} + \frac{d^2\varphi}{dx\,.\,dt} + \frac{d\varphi}{dx}\cdot\frac{d^2\varphi}{dx^2} = o.$$

Substitueert men de waarden van $\frac{d\varphi}{dt}$ en $\frac{d\varphi}{dx}$ uit deze laatste, in onze tweede vergelijking dan heeft men:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\,\frac{d\varphi}{dx}\cdot\frac{d^2\varphi}{dx\,.\,dt} + \frac{d\varphi^2}{dx^2}\cdot\frac{d^2\varphi}{dx^2} = a^2\,\frac{d^2\varphi}{dx^2},$$

welke door den 2^n en 3^n term van het eerste lid van de vroeger gevonden bewegingsvergelijking afwijkt. Aan deze partiele differentiaalvergelijking der 2^e orde voldoet het stelsel der beide vergelijkingen

$$\frac{d\varphi}{dx} = f\left(x - at - \frac{d\varphi}{dx}\,.\,t\right)$$

en $$\frac{d\varphi}{dt} + a\,\frac{d\varphi}{dx} + \frac{1}{2}\,\frac{d\varphi^2}{dx^2} = o.$$

Schrijven wij onze vergelijking nl. in den vorm:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2}+\frac{d\varphi}{dx}\cdot\frac{d^2\varphi}{dx\,.\,dt}+a\,\frac{d^2\varphi}{dx\,.\,dt}+\left(\frac{d\varphi}{dx}-a\right)\frac{d^2\varphi}{dx\,.\,dt}+\left(\frac{d\varphi^2}{dx^2}-a^2\right)\frac{d^2\varphi}{dx^2}=o,$$

dan zal aan deze vergelijking voldaan worden door te stellen:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2}+\frac{d\varphi}{dx}\cdot\frac{d^2\varphi}{dx\,.\,dt}+a\,\frac{d^2\varphi}{dx\,.\,dt}=o$$

en $\left(\frac{d\varphi}{dx}-a\right)\left(\frac{d^2\varphi}{dx\,.\,dt}+\left(\frac{d\varphi}{dx}+a\right)\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right)=o.$

De eerste vergelijking is $\frac{d}{dt}\left(\frac{d\varphi}{dt}+a\,\frac{d\varphi}{dx}+\frac{1}{2}\,\frac{d\varphi^2}{dx^2}\right)=o$

waarvan de integraal $\frac{d\varphi}{dt}+a\,\frac{d\varphi}{dx}+\frac{1}{2}\,\frac{d\varphi^2}{dx^2}=C.$

Schrijven wij in de 2e voor $\frac{d\varphi}{dx}$, r dan wordt deze

$$\frac{dr}{dt}+(r+a)\,\frac{dr}{dx}=o$$

waaruit:

$\frac{dt}{1}=\frac{dx}{r+a}=\frac{dr}{o}$. Derhalve $r=C$ en $x-(r+a)\,t=C$,

dus $r=f\Big(x-(r+a)t\Big)$ of $\frac{d\varphi}{dx}=f\left(x-\left(\frac{d\varphi}{dx}+a\right)t\right)$.

De beide opgegevene vergelijkingen vormen dus gezamenlijk eene particuliere oplossing der meer volledige bewegingsvergelijking.

P o i s s o n leidt hieruit af, dat voor dit geval de uitdrukking voor de geluidssnelheid is: $a+\frac{d\varphi}{dx}$.

$\frac{d\varphi}{dx}$ stelt voor de snelheid der luchtdeeltjes, en daar deze bij eene golvende beweging beurtelings gelijke, doch van teeken tegenovergestelde waarden heeft, meent Poisson dat de gemiddelde snelheid niet van a zal verschillen — dat alzoo de aanname, dat de bewegingen der deeltjes uiterst klein zijn, geen invloed heeft op de voortplantingssnelheid.

't Mag hier niet onopgemerkt blijven en wij zullen er later op terug komen, dat hier geheel buiten aanmerking blijft, wat het gevolg zal zijn van de veranderlijke waarde van $a + \frac{d\varphi}{dx}$, — daar toch in ieder deel van de golf, de snelheid der deeltjes verschillend is, zullen hare verschillende gedeelten met ongelijke snelheden worden voortgeplant en alzoo eene voortdurend toenemende vormverandering van de golf moeten ontstaan.

§ 2. Overzicht en beoordeeling der voornaamste andere theorien.

Na den in den vorigen paragraaf besproken arbeid van Poisson, zijn er vooral door Engelsche Physici, vele bedenkingen gemaakt, tegen de daarbij ingevoerde correctie van La Place; verschillende andere wijzen om de Newtonsche snelheid met de experimentele in overeenstemming te brengen zijn voorgesteld, waarvan wij de voornaamste achtereenvolgens in behandeling willen nemen.

a. *Theorie van Challis.*

Allereerst treffen we in de deelen XXXII, XXXIII en XXXIV van de 3e Serie van het *Philos. Magazine* een tiental grootere en kleinere verhandelingen aan van J. Challis, waarin de schrijver eene nieuwe theoretische bepaling voor de snelheid van het geluid, die nagenoeg met de experimentele overeenkomt, uiteenzet, zonder dat hij daarbij warmte-ontwikkelingen in aanmerking neemt.

't Is moeijelijk een behoorlijk résumé dier stukken te geven, daar de meeste van Challis' betoogen allerminst aanspraak kunnen maken op klaarheid en duidelijkheid van voorstelling; daarbij komt een ander bezwaar: verre er van, dat deze stukken een zeker geheel zouden vormen, wordt daarentegen niet zelden eene bewering, die met alle kracht in eene vroegere verhandeling verdedigd is, in eene latere voor eene andere meening losgelaten.

Zelf erkent hij (Vol. XXXIV, pag. 353): „Il may „be proper to state, that I do not regard as defensible „or pertinent, all that I have written in the course of „this difficult investigation."

Wij willen dan trachten na te gaan, welke bezwaren, tegen La Place's theorie worden ingebracht, om daarna de nieuwe beschouwingen ter sprake te brengen.

Challis redeneert aldus: Indien 't waar is, dat eene plotselinge samendrukking temperatuursverhooging veroorzaakt, dan zal ook de plotselinge verdunning eene temperatuursverlaging doen ontstaan, en daar nu voor de vermeerdering der geluidssnelheid bepaaldelijk temperatuursverhooging vereischt wordt, en er bij de voortplanting van het geluid, behalve deze ook temperatuursverlaging plaats vindt, zal de verlangde correctie door bedoelde warmte-ontwikkelingen in aanmerking te nemen, niet verkregen kunnen worden.

Men zou hier meenen, de bekende bedenking te hooren, die zoo dikwijls afdoende weêrlegd is, door op te merken, dat het niet de absolute waarde der drukking, doch het verschil in druk van twee aan elkaâr grenzende deelen is, die de snelheid van 't geluid bepaalt; door de warmte-ontwikkelingen in aanmerking te nemen wordt dit verschil in beide gevallen grooter: bij de verdunning door de temperatuursverlaging, bij de verdichting door de temperatuursverhooging.

Doch in een paar volgende verhandelingen, wordt dit bezwaar op geheel andere wijze te voorschijn gebracht.

Zoo lezen wij:

Stel $p = a^2\varrho\left(1 + \alpha\,(\vartheta - \vartheta_1)\right)$, waarin p de drukking, a de Newtonsche snelheid, ϱ de dichtheid, α de uitzettings coefficient, ϑ de temperatuur als de luchtmassa in rust, ϑ_1 de temperatuur, wanneer zij in beweging is, dan is:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{dp}{\varrho\, dz} = -a^2\,\frac{d\varrho}{\varrho\, dz} - a^2\alpha\,(\vartheta - \vartheta_1)\,\frac{dp}{\varrho\, dz} - a^2\alpha\,\frac{d\vartheta}{dz}.$$

Challis heeft nu bezwaar tegen den term $a^2\alpha\,(\vartheta - \vartheta_1)\,\frac{d\varrho}{\varrho\, dz}$, daar deze in 't verdunde en verdichte gedeelte van den golf tegengestelde teekens heeft, waaruit voor die beide gedeelten van den golf verschillende voortplantingssnelheid zoude volgen.

En elders zegt hij:

Zij $p = a^2\varrho\, 1 + \varkappa$, dan is

$$\frac{dp}{dz} = (1 + \varkappa)\, a^2\varrho^{\varkappa}\,\frac{d\varrho}{dz} = (1 + \varkappa)\, a^2\,(1 + \sigma)^{\varkappa}\,\frac{d\sigma}{dz}$$

$$= a^2\,(1 + \varkappa)\left(1 + \varkappa\sigma + \frac{\varkappa(\varkappa - 1)}{1\,.\,2}\,\sigma^2 + \ldots\right)\frac{d\varrho}{dz}$$

waarin σ de verdichting voorstelt.

Indien nu de term $k\sigma$ en de volgende verwaarloosd mogen worden, dan verkrijgt men het gewone resultaat, doch welk recht heeft men hiertoe?

In Vol. I, 4e Ser., *Philos. Magazine* vinden we omtrent dit zelfde punt, eenige opmerkingen van Potter. Hij bespreekt het op eenigzins andere wijze, aldus:

Neemt men geen warmte-ontwikkelingen in aanmerking, dan is $p = a^2\varrho\,(1 + \sigma)$, waar p, a, ϱ, σ, de bekende beteekenis hebben. Brengt men die temperatuursveranderingen wel in rekening, dan is $p = a^2\varrho\,(1 + \sigma + \zeta)$, waarbij

$$\zeta = f\,(\varrho).$$

Nu zegt Poisson in zijne vroeger, door ons vermelde verhandeling: „à cause de la petitesse de ϱ, „on peut supposer, cette quantité ζ proportionelle à „σ et faire $\zeta = \beta\sigma$, β étant un coefficient positif et „indépendant de σ."

Potter meent dat men daartoe geen recht heeft en dat men zou moeten stellen

$$\zeta = \beta\,\sigma + \gamma\,\sigma^2 + \delta\,\sigma^3 + \ldots\ldots$$

en in dat geval zou men de gewone formule niet verkrijgen.

Wij vinden hier aanleiding, een opstel van H. W. Schröder van der Kolk te bespreken, waarop wij later terugkomen en hetwelk in Bd. 124 van Poggendorf's Annalen te vinden is. Men treft daar eene theoretische ontwikkeling aan, waarbij van de mechanische warmte-theorie gebruik gemaakt wordt, om aan te toonen dat de formule voor de geluidssnelheid, zooals La Place en Poisson, die ontwikkeld hebben, onvolledig is. 't Valt echter niet moeijelijk aan te wijzen dat het daar aangegevene in principe dezelfde zaak betreft, die Challis en Potter 15 jaren vroeger bespraken.

Van der Kolk's beschouwing komt hierop neêr. Wanneer de veranderingen van volume en druk eener gasmassa geschieden, zonder dat daarbij warmte van buiten opgenomen of naar buiten afgegeven wordt, dan volgen deze de wet:

$$p'_1 = p_0 \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^\gamma$$

waarin p'_1 en p_0 de drukkingen, V_1 en V_0 de corresponderende volumina en γ de verhouding der specifieke warmten $\frac{c}{c'}$ voorstelt.

Geschieden de volume- en drukveranderingen echter bij standvastigen temperatuur, dan is de wet

$$p_1 = p_0 \left(\frac{V_0}{V_1}\right)$$

de eerste wet wordt door La Place, de tweede door Newton, bij de volume en drukveranderingen, die de voortplanting van 't geluid te weeg brengen, aangenomen.

De vermeerdering van druk bij La Place is dus

$$p'_1 - p_1 = p_0 \left(\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^\gamma - \left(\frac{V_0}{V_1}\right)\right)$$

en de verhouding dezer drukvermeerdering en de verdichting is juist de door Poisson ingevoerde grootheid $\varkappa$, dus

$$\varkappa = \frac{\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^\gamma - \left(\frac{V_0}{V_1}\right)}{\frac{V_0 - V_1}{V_0}}$$

Noemen wij $V_0 - V_1$, $\varDelta V_1$ dan wordt gemakkelijk gevonden:

$$\varkappa = (\gamma - 1) + \left\{ \frac{\gamma(\gamma+1)}{2} - 1 \right\} \frac{\varDelta V}{V_0} - \quad . \quad . \text{ enz.}$$

derhalve is $1 + \varkappa$ niet gelijk γ of $\frac{c}{c'}$, zooals Poisson aangeeft. Ook bij Regnault, die deze ontwikkeling van van der Kolk „tres remarquable" noemt, den we nagenoeg dezelfde uitdrukking voor $\varkappa$ terug (*Mémoires de l' Academie* *T* 37, Pag. 10). Hij schijnt er zelfs hoog gewicht aan toe te kennen, daar hij er de verklaring in zoekt zijner proeven, die bij verminderde intensiteit een geringer waarde der voortplantingssnelheid aangaven.

De nauwe overeenkomst, die er bestaat tusschen de opmerkingen van Challis, Potter en van der Kolk springt in 't oog — alle komen blijkbaar daarop neêr, dat de uitdrukking $\varkappa$ van Poisson niet uit een enkelen term, maar uit een rij van termen behoort te bestaan, waarin de opklimmende machten der verdichting σ of $\frac{\varDelta V}{V_0}$ voorkomen. Doch bij die overeenkomst bestaat er ook een punt van verschil: terwijl Challis en Potter eenerzijds beweren, dat door het in rekening brengen dezer termen de snelheid der verdichte golf vermeerderd, die der verdunde verminderd wordt, en alzoo deze deelen met verschillende snelheid zullen voortgeplant worden, zijn daarentegen Schröder v. d. Kolk en Regnault eenstemmig in hun oordeel, dat de invloed dier termen op beide deelen dezelfde zal zijn. Wij lezen bij van der Kolk en Regnault herhaalt het in nagenoeg dezelfde bewoordingen:

„Bei dieser Ableitung wurde vorausgesetzt dass ein „Wellenberg bei der Fortpflanzung vorangeht. Es „hält aber nicht schwer einzusehen, dass die Formel „auch beim vorangehenden Wellenthal gültig bleibt. „Die Fortpflanzung der Welle, ist eine Fortpflan- „zung der Bewegung der Lufttheilchen, welche durch „ein Druckunterschied veranlasst wird, in einem Falle „zwischen den Wellenberg und der umgebenden Luft, „im anderen, zwischen dieser Luft, und dem Wel- „lenthal. *Da nun aus den Formeln* folgt, dass diese „Differenzen gleich sind, so sind, auch beide Fälle „identisch."

Hoe de formulen dat kunnen aantoonen, begrijpen wij niet. Want ΔV heeft toch in het verdichte en in het verdunde gedeelte van de golf tegengestelde teekens, zoodat in de uitdrukking

$$1 + \varkappa = \gamma - \left\{ \frac{\gamma(\gamma + 1)}{1 \cdot 2} - 1 \right\} \frac{\Delta V}{V_0} + \ldots \text{ enz.}$$

de 2e tweede term van het 2e lid beurtelings van teeken zal afwisselen. Wij meenen daarom, dat Challis en Potter volkomen in hun recht zijn, wanneer zij beweren, dat uit de bijvoeging dezer nieuwe termen volgen zou, dat de verschillende deelen van eene golf verschillende voortplantingssnelheid hebben. En indien deze theorie dat werkelijk aangaf, zou het eene gegronde bedenking daartegen zijn, want dit resultaat is in bepaalden tegenspraak met de ervaring, daar eene snelle verandering van den aard der golven, een noodzakelijk gevolg daarvan zijn zou.

Doch er is eene andere reden, waarom de theorie van Poisson niet tot dit, van de ervaring afwijkend resultaat voert: want in de uitdrukking voor $1+\varkappa$ mogen geen nieuwe termen, die de opklimmende machten der verdichting bevatten, worden bijgevoegd, ten minste wanneer men uitgaat van de formule van Newton $a=\sqrt{\frac{p}{D}}$. Deze formule toch is eene benaderingsformule, die alleen dan geldig is, wanneer de beide eerste der genoemde hypothesen vervuld zijn: zij berust geheel op de verwaarloozing der tweede en hoogere machten van de verdichting.

Wanneer men nu deze formule uitbreiden wil, door daarin den invloed van warmtewerkingen op te nemen, dan zal men daarbij dezelfde benaderingen als bij den oorspronkelijken vorm hebben door te voeren.

Indien dus Challis en Potter vragen, welk recht men heeft in de uitdrukking $\zeta=\beta\sigma+\gamma\sigma^2+\ldots$ de 2e en hoogere machten te verwaarlozen, dan is ons andwoord, dat men dat recht voorzeker niet zou hebben, indien men eene volkomen juiste waarde voor de geluidssnelheid wenschte te verkrijgen, maar dat dan ook de formule van Newton geen beteekenis zou hebben. Wanneer echter door hen van die benaderingsformule gebruik gemaakt wordt, waarbij juist die verwaarloozingen hebben plaats gevonden, dan wordt het tevens noodzakelijk in de uitdrukking voor ζ alleen de term $\beta\sigma$ te behouden.

Is de formule $a=\sqrt{\frac{p}{D}\cdot\frac{c}{c'}}$ dan alleen toepasselijk, voor die gevallen, waarbij de waarde van σ zeer gering is, dan blijkt ook dat het ongeoorloofd is, indien Schröder v. d. Kolk en Regnault hunne formulen toepassen op luchtbewegingen, veroorzaakt door een kanon- of pistoolschot.

En hiermede vervalt dan de eerste, ook door Potter gedeelde, bedenking van Challis tegen de correctie van La Place.

Een tweede door hem aangevoerde grief bestaat daarin, dat de temperatuursveranderingen, door plotselinge volumeverandering veroorzaakt, wel bewezen zijn, voor begrensde ruimten, waar de wanden de oogenblikkelijke uitstraling verhinderen, doch dat zulks geenszins het geval is, in eene onbegrensde ruimte waar dat beletsel niet aanwezig is.

Deze onderscheiding zoude echter alleen dan juist kunnen zijn, wanneer de lucht een aanmerkelijk uitstralend vermogen bezat, m. a. w. wanneer de luchtmolenculen hunne levende kracht snel aan den ether afgaven: want dan zoude werkelijk de wand van de buis een beletsel kunnen zijn voor de opwekking der beweging in den ether. Nu het echter uit Tyndall's proeven gebleken is, dat de luchtmoleculen dat vermogen niet, of slechts in zeer geringe mate bezitten, nu zouden wij juist het omgekeerde meenen van hetgeen door Challis beweerd wordt. Want verliezen de luchtmoleculen hunne levende kracht niet door opwekking van beweging in den ether, dan kan dit alleen geschieden door dat zij tegen andere moleculen aanstooten en deze in beweging brengen m. a. w. dan kunnen zij alleen door geleiding warmte afgeven: en blijkbaar is de gelegenheid hiertoe veel grooter wanneer de luchtmoleculen tegen de wanden der buis kunnen stooten, dan wanneer zij zooals in de onbegrensde ruimte slechts tegen elkaar kunnen raken.

Een merkwaardig bewijs voor den invloed van het uitstralend vermogen op de geluidssnelheid en daarbij ook eene indirecte bevestiging van de correctie van La Place, biedt het olievormend gas aan. Volgens proeven van Dulong is de snelheid van het geluid in dat gas, wanneer die in de lucht = 1 gesteld wordt = 0.9439, terwijl, wanneer die snelheid volgens de formule van La Place berekend wordt, men 1.0096 verkrijgt.

De berekening is geschied in de onderstelling, dat het gas geen uitstralend vermogen heeft, doch nu hebben Tyndall's proeven juist aangewezen dat het olievormend gas zeer snel warmte uitstraalt, zoodat hier de verandering van drukking en volume, bij de voortplanting van het geluid, niet volgens de adiabatische kromme, doch volgens eene die tusschen deze en de isothermische ligt, zullen geschieden en alzoo voor γ in de uitdrukking $p' = p_0\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^\gamma$ eene kleinere waarde dan $\frac{c'}{c}$ in rekening zal moeten gebrcht worden. In dit uitstralend vermogen heeft men dus de verklaring van het belangrijk verschil tusschen de theoretische en experimentele waarde der geluidssnelheid in olievormend gas.

Een laatste bezwaar door Challis aangevoerd en mede door Potter vermeld is 't volgende: overal, zegt hij, ziet men dat er tijd noodig is, wanneer een oorzaak eenig gevolg moet te weeg brengen, en nu eischt de theorie van La Place dat op hetzelfde oogenblik dat de volumeverandering intreedt, ook de temperatuursverandering geschiedt.

Onzes inziens kan ook deze bedenking niet gelden, want ook al ware 't gansch algemeen waar, dat er tusschen oorzaak en gevolg eenigen tijd moet verloopen, dan nog zoude die waarheid hier niet toepasselijk zijn Want de volumeverandering zelve is toch niet de oorzaak der temperatuursvermeerdering of vermindering: beiden zijn gevolgen van één zelfden oorzaak nl. van het verschil in drukking aan weerszijden van het laagje dat de verdichting of verdunning ondergaat. En dat die verschillende veranderingen gelijktijdig moeten plaats hebben, blijkt nog, wanneer we opmerken, dat bij iedere werking, op ieder oogenblik de verbruikte arbeid gelijk moet zijn aan het gewonnen arbeidsvermogen. Uit de eigenschappen der gassen weet men, dat als er geen warmte opgenomen of afgegeven wordt, de arbeid bij volumeverandering gedeeltelijk tot de druk-, gedeeltelijk tot de temperatuursverandering gebruikt wordt: indien derhalve die temperatuurs- en drukverandering eerst na de volumeverandering intrad, dan zou er een oogenblik zijn, waarop het gewonnen arbeidsvermogen niet gelijk was aan den verrichten arbeid: en dit is eene ongerijmdheid.

Nu wij gezien hebben, dat de door Challis tegen de theorie van Poisson aangevoerde bedenkingen een redelijken grondslag missen, zullen wij in de tweede plaats nog hebben na te gaan, wat de theorie is, die door hem in de plaats wordt gesteld.

De vergelijkingen, die voorop gezet worden (*Phil. Mag. XXXII*) zijn:

$$a^2 \frac{ds}{dx} + \frac{du}{dt} = o\,;\; a^2 \frac{ds}{dy} + \frac{ds}{dt} = o\,;\; a^2 \frac{ds}{dz} + \frac{dw}{dt} = o;$$

$$\frac{ds}{dt} + \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = o;$$

waarbij u, v, w de composanten der snelheden in een punt (x, y, z) voorstellen en de beteekenis van s daaruit volgt, dat $a^2 (1 + s)$ de drukking in dat punt beteekent.

De drie eerste vergelijkingen komen overeen met onze vergelijkingen (1), (2) en (3) Pag 13, wanneer daarbij de producten $u \frac{du}{dx}$, $v \frac{du}{dy}$, $w \frac{du}{dz}$ enz. verwaarloosd worden.

De vierde vergelijking heeft dezelfde beteekenis als onze vergelijking (5) en kan op dezelfde wijze worden afgeleid, wanneer de producten $u \frac{ds}{dx}$, $v \frac{ds}{dy}$, $w \frac{ds}{dz}$ weder verwaarloosd worden.

Uit deze vergelijkingen wordt u, v en w door differentiatie gemakkelijk geelimineerd, zoodat de vergelijking volgt:

$$\frac{d^2s}{dt^2} = a^2 \left(\frac{d^2s}{dx^2} + \frac{d^2s}{dy^2} + \frac{d^2s}{dz^2} \right).$$

Is s de integraal dezer vergelijking, dan volgt uit de drie vergelijkingen:

$$u = C - a^2 \frac{d \int s\,dt}{dx} : \quad v = C' - a^2 \frac{d \int s\,dt}{dy} :$$

$$w = C'' - a^2 \frac{d \int s\,dt}{dz}.$$

Daar de aard der beweging periodiek is, zal $C, C', C'' = o$ gesteld kunnen worden en dus als $- a^2 \int s\,dt = \varphi$ gesteld wordt:

$$u = \frac{d\varphi}{dx}, \quad v = \frac{d\varphi}{dy}, \quad w = \frac{d\varphi}{dz} \text{ en alzoo: } udx + vdy + wdz = d\varphi.$$

Volgens Challis moet nu aan de voorwaarde, dat $udx + vdy + wdz$ een totale differentiaal is, voldaan worden, op eene wijze, die geheel onafhankelijk is van de oorspronkelijke beweging der vloeistof. Wij merken echter op, dat aan deze voorwaarde reeds voldaan is, wanneer wij niet de nauwkeurige, doch de benaderde vergelijkingen tot grondslag der redenering leggen.

Aan die voorwaarde zou nu voldaan worden, door te stellen $\psi = f \times \varphi$, waarbij f een functie is, die alleen x en y; φ eene, die alleen z en t bevat, want dan is

$$u = \varphi \frac{df}{dx}, \quad v = \varphi \frac{df}{dy}, \quad w = f \frac{d\varphi}{dz} \quad \text{en}$$

$$udx + vdy + wdz = \varphi \left(\frac{df}{dx} dx + \frac{df}{dy} dy\right) + f \frac{d\varphi}{dz} dz,$$

dat is, de totale differentiaal van $f.\varphi$.

Waartoe deze onderstelling van $\psi = f.\varphi$ dient, is ons volkomen onduidelijk, want 't zij men stelle $\psi = f \times \varphi$, 't zij $\psi = \dfrac{f}{\varphi}$ of wat dan ook, altijd zal, wanneer voor u, v, w de behoorlijke waarden gesubstitueerd worden, ook voor $udx + vdy + wdz$ de totale differentiaal verkregen worden der uitdrukking, die voor ψ in de plaats werd gesteld.

Integendeel, de onderstelling $\psi = f \times \varphi$, waarbij f en φ de gemelde beteekenis hebben, komt ons voor eene beperking der algemeenheid van ψ te zijn. Indien echter de hier voorkomende functien, sinus- of cosinusfunctien zijn, dan zal, daar een product van sinussen of cosinussen altijd tot een som of verschil herleid kan worden, de vorm $f \times \varphi$ altijd weêr tot ψ, eene functie, waarin alle veranderlijken voorkomen terug gebracht kunnen worden. In dit geval zal alzoo de splitsing van ψ, zonder aan de algemeenheid te kort te doen, mogen plaats vinden, mits men daaraan dan ook geen andere beteekenis toekenne, dan die van een analytisch hulpmiddel ter bepaling van ψ te zijn.

Door die onderstelling gaat de vergelijking

$$\frac{d^2s}{dt^2} = a^2\left(\frac{d^2s}{dx^2} + \frac{d^2s}{dy^2} + \frac{d^2s}{dz^2}\right),$$

over in

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = a^2\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{a^2}{f}\left(\frac{d^2f}{dx^2} + \frac{d^2f}{dy^2}\right)\varphi.$$

Daar nu deze vergelijking eene lineaire met constante coefficienten behoort te zijn, wordt de coefficient van φ gelijk $-b^2$ gesteld, waardoor die vergelijking in de twee volgende overgaat:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} - a^2\frac{d^2\varphi}{dz^2} + b^2\varphi = o,$$

en

$$\frac{d^2f}{dx^2} + \frac{d^2f}{dy^2} + \frac{b^2}{a^2}f = o.$$

Men zou nu verwachten, dat uit de beide vergelijkingen door integratie f en φ zouden worden opgelost om daaruit door vermenigvuldiging ψ te vinden, waaruit verder u, v en w zouden worden afgeleid. Challis doet dit echter niet en houdt zich uitsluitend met de eerste vergelijking bezig, waaruit hij voor φ vindt:

$$\varphi = m.\,cos.\,\frac{2\pi}{\lambda}\left(z - at\sqrt{1 + \frac{e\lambda^2}{\pi^2}} + c'\right),$$

waarin $e = -\frac{b^2}{4a^2}$ en m, λ en c' willekeurige standvastigen voorstellen. Daar nu $w = f\frac{d\varphi}{dx}$, volgt hieruit

$$w = \mu . f . \sin \frac{2\pi}{\lambda} \left(z - at \sqrt{1 + \frac{e\lambda^2}{\pi^2}} + e' \right)$$

en $$as = -\frac{f}{a} . \frac{d\varphi}{dt} =$$

$$\mu f \sqrt{1 + \frac{e\lambda^2}{\pi^2}} . \sin . \frac{2\pi}{\lambda} \left(z - at \sqrt{1 + \frac{e\lambda^2}{\pi^2}} + e' \right).$$

„It hence appears that the velocity of propagation, „of the wave whose breadth is λ, is $a \sqrt{1 + \frac{e\lambda^2}{\pi^2}}$.

't Komt ons voor, dat Challis alleen tot deze vreemde resultaten kan geraken, door aan ieder der beide vergelijkingen, die φ en f bepalen, op zich zelf eene physische beteekenis toe te kennen: en deze bezitten zij in geenen deele, daar zij hun oorsprong verschuldigd zijn aan eene analytische kunstgreep. Alleen gezamenlijk kunnen zij ter bepaling van φ dienen, maar ook tot geen ander doel. En gebruikt men ze hiertoe, dan wordt voor de theoretische geluidssnelsnelheid de gewone waarde a gevonden. Dit heeft Airy (*Phil. Mag. Vol. XXXII*) in eene bestrijding van Challis meeningen aangetoond.

Uit de vergelijking $\frac{d^2 f}{dx^2} + \frac{d^2 f}{dy^2} + \frac{b^2}{a^2} f = o$, volgt voor f, de waarde $A . \cos (px + qy + B)$ waarin A en B willekeurige constanten en de beteekenis van p en q uit de betrekking $p^2 + q^2 = \frac{b^2}{a^2} = \frac{e}{4}$ volgt. Deze waarde van f nu vermenigvuldigende met de vroeger gevondene van φ, hebben wij:

$$\psi = f \times \varphi = A\ cos.\ \frac{2\pi}{\lambda}\left(z - at\sqrt{1 + \frac{e\lambda^2}{\pi^2} + c'}\right).\ cos(px + qy + B) =$$

$$= A\ cos\ \left(px + qy + \frac{2\pi}{\lambda} z - 2at\sqrt{e + \frac{\pi^2}{\lambda} + c}\right) +$$

$$A\ cos\ \left(px + qy - \frac{2\pi}{\lambda} z + 2at\sqrt{e + \frac{\pi^2}{\lambda^2} + c'}\right).$$

Uit deze waarde van φ worden u, v en w door differentiatie ten opzichte van x, y en z afgeleid.

De beide termen van ψ, stellen ieder eene vlakke golf voor, waarvan wij er ééne zullen beschouwen. De vergelijking van dat vlak is blijkbaar:

$$px + q\ y + \frac{2\pi}{\lambda}\ z = D.$$

Noemen wij den normaal uit den oorsprong op dat vlak neergelaten R, dan is deze: $R = \dfrac{\frac{2\pi}{\lambda} z + px + qy}{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 + p^2 + q^2}}$

of daar $p^2 + q^2 = 4\ e$, $R = \dfrac{\frac{2\pi}{\lambda} z + px + qy}{2\sqrt{e + \frac{\pi^2}{\lambda^2}}}$ en

$px + qy + \frac{2\pi}{\lambda}\ z = 2\sqrt{e + \frac{\pi^2}{\lambda^2}} \times R.$ Voeren wij deze waarde in, in de uitdrukking

$$\psi = A\ cos\left(px + qy + \frac{2\pi}{\lambda} z - 2\ a\ t\sqrt{e + \frac{\pi^2}{\lambda^2}} + C\right),$$

dan is $\psi = A\ cos\left(2\sqrt{e + \frac{\pi^2}{\lambda^2}}\ (R - a\ t) + C\right),$

waaruit blijkt dat de voortplantingssnelheid geene andere is dan a.

Het verdere betoog van Challis is voornamelijk gewijd aan de vlakke en spherische geluidsgolven. Hij beweert dat dergelijke golven niet bestaan kunnen en leidt daaruit de gevolgtrekking af, dat alle bepalingen van geluidssnelheid, waarbij die soort van golven ondersteld worden, onjuist moeten zijn. Ten einde dit voor de vlakke golven aan te toonen, beschouwt hij de meer nauwkeurige bewegingsvergelijking (dezelfde die bij Poisson voorkomt):

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} - \left(a^2 - \frac{d\psi^2}{dz^2}\right)\frac{d^2\psi}{dz^2} + 2\,\frac{d\psi}{dz}\,,\,\frac{d^2\psi}{dz.\,dt} = o,$$

Waarvan een particuliere integraal is

$$\frac{d\psi}{dz} = f\left(z - \left(a + \frac{d\psi}{dt}\right)t\right),$$

of daar $\frac{d\psi}{dz} = w\,,\, w = f\Big(z - (a + w)\,t\Big)$.

f is een willekeurige functie, wij kunnen dus stellen:

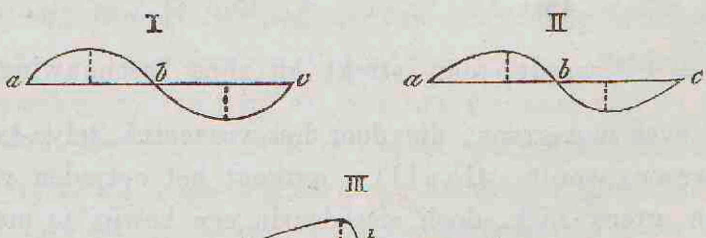
$$w = m\,sin.\,\frac{2\pi}{\lambda}\Big(z - (a + w)\,t\Big).$$

Uit deze vergelijking volgt, dat $w = m$ zal zijn, indien $z - (a + m)\,t = \frac{n\lambda}{4}$, dus als $z = (a + m)\,t + \frac{n\lambda}{4}$, en dat $w = o$, zal zijn, als $z = a\,t + \frac{n\lambda}{2}$; indien dus $t = \frac{n\lambda}{4m}$ is, dan zal voor dezelfde waarde van z, $w = o$ en $w =$ maximum zijn. Daar dit nu eene ongerijmdheid is, komt Challis tot het besluit, dat vlakke golven niet bestaan kunnen.

Ten einde de juistheid van dit beweren te onderzoeken willen wij met Stokes (*Phil. Mag. Vol. XXXIII*) den aard nagaan van den golf, die door de vergelijking $w = m \sin. \frac{2\pi}{\gamma}\left(z - (a + w)\, t\right)$ wordt voorgesteld. 't Blijkt reeds terstond uit deze vergelijking (gelijk ook reeds vroeger is opgemerkt) dat de vorm van de golf voortdurend veranderen moet, daar de verschillende deelen met verschillende snelheid worden voortgeplant: van daar dat de golf bij het toenemen van t, hoe langer hoe meer asymmetrisch worden zal, daar de deelen welke de voortplantingssnelheid $a + m$ hebben vóór zullen komen, terwijl die welke met een snelheid $a - m$ worden voortgeplant meer en meer zullen achterblijven.

De volgende figuren stellen 3 op elkaar volgende toestanden van de golf voor:

Fig 3.



't Is echter licht in te zien dat er een grens voor die vormverandering aan te wijzen is, die dan zal ontstaan wanneer de raaklijn in b loodrecht op $a\,c$ is geworden. De tijd waarop dit plaats heeft, kan aldus gevonden worden:

uit $w = m\,,\, sin.\, \frac{2\pi}{\lambda}\left(z - (a + w)\,t\right)$, volgt

$$\frac{dw}{dz} = m\,.\,cos\,\frac{2\pi}{\lambda}\left(z - (a + w)\,t\right)\left(1 - \frac{dw}{dz},\right)\frac{2\pi}{\lambda}$$

in de punten waar $w = o$ is, is $cos.\, \frac{2\pi}{\lambda}\left(z - (a + w)\,t\right) = \pm 1$ en dus $\frac{dw}{dz} = \pm\, m\, \frac{2\pi}{\lambda}\left(1 - \frac{dw}{dz}\,t\right)$, of $\frac{dw}{dz} = \frac{2\pi\, m}{2\pi\, m\, t \pm \lambda}$,

Beschouwen wij nu de punten waarvoor het negatieve teeken geldt, dan wordt bij $t = \frac{\lambda}{2\pi\, m}$, $\frac{dw}{dz} = \infty$ d. w. z. bij eene oneindige kleine verandering van z geschiedt eene eindige verandering van w: blijkbaar zijn wij hier aan een grens voor de vormverandering en wanneer Challis nu waarden van w beschouwt waarbij $t = \frac{\lambda}{4m}$, op een later tijdstip alzoo dan waarbij $\frac{dw}{dz} = \infty$ wordt, dan strekt hij zijne beschouwingen uit over den grens, die door het vraagstuk zelve aangewezen wordt. Challis ontkent het optreden van dien grens niet, doch ziet daarin een bewijs te meer voor de onbestaanbaarheid van vlakke golven. Wij zouden echter meenen dat die conclusie daaruit niet kan getrokken worden: alleen blijkt dat de golf langzamerhand van aard verandert en wel te langzamer naarmate het geluid minder intensiteit heeft, terwijl na verloop van tijd een streven naar discontinuiteit intreedt. Uit den aard der zaak kan die door de analyse aangewezen discontinuiteit niet ontstaan: verschillende omstandigheden, die bij de analytische beschouwingen niet in aanmerking komen, zullen daarvan rekenschap moeten geven. Door Airy, Stokes en Earnshaw zijn verschillende onderstellingen gemaakt omtrent den aard der beweging, nadat die analytische discontinuiteit is ingetreden: de behandeling daarvan ligt echter buiten ons onderwerp.

Dat ook spherische golven niet bestaan kunnen, tracht Challis af te leiden uit een beginsel, dat door hem van „constancy of mass" genoemd wordt.

Hij redeneert aldus: Zij s de verdichting in zeker deel van eene spherische golf, dan hebben wij

$$as = \frac{m}{r} \, sin. \frac{2\pi}{\lambda} \, (r - a\,t).$$

Bij eene bepaalde phase, blijkt alzoo uit deze vergelijkingen dat s omgekeerd evenredig is met r. Maar als s_1 en s_2 de verdichtingen zijn op afstanden r_1 en r_2 en wij eene spherische schaal van de dikte α beschouwen dan vordert het beginsel van „constancy of mass" dat $2\pi\, r_2^2\, s_2\, \alpha = 2\pi\, r_1^2\, s_1\, \alpha$ of $r_2^2\, s_2 = r_1^2\, s_1$ zij, dat is, dat s omgekeerd evenredig zij met het vierkant van r; de vergelijking der spherische golven gaf echter aan dat s omgekeerd evenredig is met r; die twee uitkomsten zijn met elkaar in strijd; ergo spherische golven kunnen niet bestaan.

Daar dit beginsel van „constancy of mass" ons geheel onbekend is en 't niet nader blijkt wat Challis daaronder verstaat, is het gelukkig dat Challis zijne bezwaren tegen de spherische golven nog in een anderen vorm brengt, waaruit zijne bedoelingen, gemakkelijker te begrijpen zijn.

Hebben wij nl. weêr:

$$s = \frac{f\,(at - r)}{ar}$$

en zij 2ε de golflengte, dan is er geen verdichting noch verdunning voor waarden van $r > at + \varepsilon$ en $< at - \varepsilon$: de luchtmassa die zich in den toestand van beweging tusschen deze beide waarden van r meer bevindt, dan in den toestand van rust kan voorgesteld worden door

$$\int_{at - r}^{at + \varepsilon} 4\pi\, r^2 s\, dr = 4\pi \int_{at - \varepsilon}^{at + \varepsilon} r^2 \frac{f\,(at - r)}{ar}\, dr$$

of wanneer wij voor r de gemiddelde waarde at invoeren, kan bij benadering gesteld worden:

$$4\pi \int_{at - \varepsilon}^{at + \varepsilon} r^2 \frac{f\,(at - r)}{ar}\, dr = 4\pi\, t \int_{at - \varepsilon}^{at + \varepsilon} f\,(at - r)\, dr.$$

Stellen we de waarde van dien integraal $= A$ dan is alzoo $\displaystyle\int_{at - \varepsilon}^{at + \varepsilon} 4\pi\, r^2 s\; dr = 4\pi\,.\,At$ — en, roept Challis uit: „the matter increases in quantity with the time": tegen zulk eene gevolgtrekking zijn de spherische golven niet bestand en ook deze hebben geen recht van bestaan. Ten overvloede voegt Challis er bij: iedere poging om die moeijelijkheid uit den weg te ruimen is „illogical."

En toch kan dit, meenen wij, geschieden: ongetwijfeld zal de uitdrukking $4\pi\,.\,At$ met toenemende waarden van t grooter worden, behoudens éene uitzondering, die uit het oog verloren is, 't geval nl. waarbij $A = o$ is; dan zal die uitdrukking bestendig $= o$ blijven. En die uitzondering heeft hier werkelijk plaats, want

$$\int_{at-\varepsilon}^{at+\varepsilon} f(at-r)\,dr = \Big|\varphi\,(at-r)\Big|_{r=at-\varepsilon}^{r=at+\varepsilon} = \varphi\,(-\varepsilon) - \varphi\,(\varepsilon).$$

Indien wij $f\,(at - r)$ door eene kromme voorstellen is φ blijkbaar een inhoud en $\varphi\,(-\varepsilon) - \varphi\,(\varepsilon)$ stelt dan den inhoud voor van de kromme tusschen twee ordinaten, die op de golflengte van elkaâr verwijderd zijn. Daar nu bij eene golf, tusschen twee punten, die op de golflengte van elkaar verwijderd zijn dezelfde grootheden, die positief voorkomen, ook als negatieve verschijnen, zal $\varphi\,(-\varepsilon) - \varphi\,(\varepsilon) = o$ zijn. Derhalve is ook $A = o$ en vervalt het bezwaar tegen de spherische golven.

Ten slotte keert Challis nogmaals tot zijne oorspronkelijke hypothese terug, waarbij hij aanneemt dat in de uitdrukking $wdz + vdy + wdz = d\psi$, ψ het product der functien φ en f is: hij maakt daar nu gebruik van, om de waarde der uitdrukking voor de geluidsnelheid nl. $a\sqrt{1 + \frac{e\lambda^2}{\pi^2}}$ te berekenen.

De vergelijking $\frac{d^2f}{dx^2} + \frac{d^2f}{dy^2} + 4ef = o$ heeft tot integraal, wanneer $x^2 + y^2 = r^2$ genomen wordt:

$$f = 1 - e\,r^2 + \frac{e^2r^4}{1.2^2} - \frac{e^3.r^6}{1^2.2^2.3^2} + \;.\;.\;.\;.\;.$$

De uitdrukking voor de verdichting is $f.\frac{d\varphi}{dt}$, dus voor $f = o$ is ook deze $= o$. Zoeken wij nu de wortels der vergelijking in r,

$$1 - e\,r^2 + \frac{e^2\,r^4}{1^2.2^2} - \frac{e^3\,r^6}{1^2.2^2.3^2} + \quad . \; . \; . \; . \; . = o$$

dan heeft men in die wortels de plaatsen waar geen verdichting is; door eene omvorming dezer vergelijking wordt voor de limiet van het verschil van twee dergelijke opvolgende wortels de uitdrukking $\frac{1}{\sqrt{e}}$ gevonden; doch dat verschil is juist de halve golflengte, dus $\frac{1}{\sqrt{e}} = \frac{\lambda}{2}$ of $e\lambda^2 = 4$.

Derhalve wordt de uitdrukking voor de geluidssnelheid:

$$a\sqrt{1 + \frac{e\lambda^2}{\pi^2}} = a\sqrt{1 + \frac{4}{\pi^2}} = a\sqrt{1.4053}$$

Wij hebben echter reeds opgemerkt, dat deze waarde geheel gebaseerd is op de beschouwing van één der factoren, waarin de functie ψ door Challis willekeurig gesplitst wordt en tevens, dat zoo de tweede factor mede in rekening wordt gebracht, men geen andere waarde voor de geluidssnelheid verkrijgt, dan de Newtonsche waarde a.

b *Theorie van Potter.*

Evenals Challis zoekt ook Potter (*Phil. Mag.* 4e *Serie Vol. I*) eene theoretische uitdrukking voor de geluidssnelheid te krijgen, die met de experimentele waarde in overeenstemming is, zonder de warmtewerkingen in aanmerking te nemen. Hij komt daartoe door van eene bepaalde hypothese uit te gaan, betreffende de constitutie der gassen.

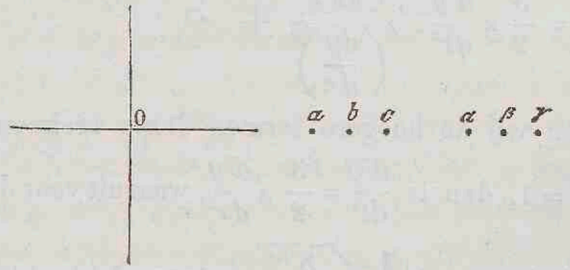
Hij neemt aan dat de lucht eene homogene vloeistof is, waarin de atomen (moleculen) als cubi gerangschikt zijn. Is dan p_1 de drukking, ϱ_1 de dichtheid, V_1 het volume van zekere gasmassa en $2r_1$ de afstand der middelpunten van twee aan elkaar grenzende atomen (moleculen) — zijn verder p', ϱ', V', $2r'$ die zelfde grootheden nadat 't volume eene wijziging heeft ondergaan, dan is volgens de wet van Boyle:

$$\frac{p'}{p_{,}} = \frac{\varrho'}{\varrho_{,}} = \frac{V_{,}}{V'} = \frac{r_{,}^{3}}{r'^{3}},$$

of als $p = \varkappa\varrho$ is:

$$p' = \frac{\varkappa\varrho_{,}\, r_{,}^{3}}{r'^{3}} = \frac{\varkappa \times \text{massa van een atoom.}}{8\, r'^{3}_{,}}$$

Fig. 4.



Zij nu a, b, c, de middenpunten van drie in de richting der beweging aan elkaar grenzende atomen (moleculen) als de gasmassa in rust is — α, β, γ die zelfde punten, wanneer er beweging plaats heeft. Is dan:

$$Ob = x,\ O\beta = y,\ ab = bc = 2r_{,} = 2\,\delta x,\ \alpha\beta = 2r',\ \beta\gamma = 2r''.$$

Nu is $(2\,\delta x)^2$ een zijvlak van den cubus waarvan b het middenpunt is en alzoo $(2\,\delta y)^2$ dat van den cubus, die β tot middenpunt heeft. Zijn verder y' en y'' de abscissen der zijvlakken van den cubus β, dan is:

$$r' = y - y' = \frac{dy}{dx}\,\delta x - \frac{d^2y}{dx^2},\ \frac{\delta x^2}{1.2} + \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

$$r'' = y'' - y = \frac{dy}{dx}\,\delta x - \frac{d^2y}{dx^2},\ \frac{\delta x^2}{1.2} + \cdot\ \cdot\ \cdot$$

De bewegingsvergelijking van het atoom (molecule) β is:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{\text{verschil van druk op beide zijvlakken}}{\text{massa van een atoom}}$$

$$= (2\,\delta y)^2\,(p' - p'') = \frac{(2\,\delta y)^2 \left(\frac{\varkappa\, m}{8\, r'^3} - \frac{\varkappa\, m}{8\, r''^3}\right)}{m} =$$

$$= \frac{\delta y^2}{2}\,\varkappa \left(\frac{1}{r'^3} - \frac{1}{r''^3}\right) =$$

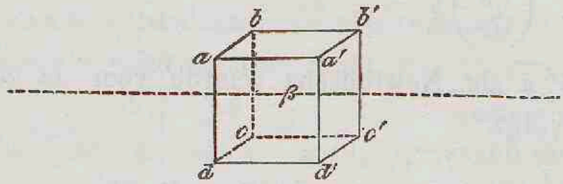
$$= \frac{\delta y^2}{2}\,\varkappa \left\{ \left(\frac{dy}{dx}\,\delta x - \frac{d^2y}{dx^2}.\ \frac{\delta x^2}{1.2} + \ldots\right)^{-3} - \left(\frac{\delta y}{dx}\delta x + \frac{d^2y}{dx^2}\,\frac{\delta x^2}{1\ 2} + \ldots\right)^{-3} \right\}$$

$$= \frac{3}{2}\,\varkappa\,\frac{d^2y}{dx^2}.\ \frac{\left(\frac{\delta y}{\delta x}\right)^2}{\left(\frac{dy}{dx}\right)^4} + \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

Verwaarlozen wij de hoogere termen dezer reeks en stellen wij $\frac{dy}{dx} = 1$, dan is $\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{3}{2}\,\varkappa\,\frac{d^2y}{dx^2}$, waaruit voor de geluidssnelheid de waarde $\sqrt{\frac{3}{2}\,\varkappa}$ volgt: doch blijkens het voorgaande is $\sqrt{\varkappa}$ de Newtonsche snelheid derhalve is de correctie factor van Potter $\sqrt{1.5}$.

Ook al waren er geene bedenkingen aan te voeren tegen de vreemde constitutie, welke de gassen volgens deze redeneringen hebben zouden, dan zoude het toch niet zwaar zijn, de fout in Potter's berekening aan te wijzen, zooals door Haugthon is geschied.

Fig. 5.



Bij de beschouwing van den cubus, waarvan β het middenpunt uitmaakt, is ter berekening van het verschil in druk op de beide zijvlakken, de uitdrukking $(2\,\delta y)^2$ voor hunne grootte ingevoerd — blijkbaar is dit onjuist, want het zijvlak $a\,b\,c\,d$ is $= (2r')^2$ en het zijvlak $a'\,b'\,c'\,d' = (2r'')^2$.

Voeren wij deze waarden in, dan is:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{(2r')^2\,\dfrac{\varkappa.m}{8\,r'^3} - (2r'')^2\,\dfrac{\varkappa m}{8\,r''^3}}{m}$$

$$= \frac{\varkappa}{2}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right).$$

Doch $\displaystyle \frac{1}{r'} = \left(\frac{dy}{dx}\,\delta x - \frac{d^2y}{d^2x}\cdot\frac{\delta x^2}{1.2} + \ldots\right)^{-1} = \frac{1}{\dfrac{dy}{dx}\,\delta x} + \frac{\dfrac{d^2y}{dx^2}}{\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2} + \ldots$

en $\displaystyle \frac{1}{r''} = \left(\frac{dy}{dx}\,\delta x + \frac{d^2y}{dx^2}\cdot\frac{\delta x^2}{1.2} + \ldots\right)^{-1} = \frac{1}{\dfrac{dy}{dx}\,\delta x} - \frac{\dfrac{d^2y}{dx^2}}{\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2} + \ldots$

dus $$\frac{1}{r''} - \frac{1}{r''} = \frac{2\,\dfrac{d^2y}{dx^2}}{\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}$$ en

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \varkappa \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \text{ of als } \frac{dy}{dx} = 1 \text{ gesteld wordt} = \varkappa \frac{d^2y}{dx^2}$$

waaruit $\sqrt{\varkappa}$ de Newtonsche waarde voor de geluidssnelheid volgt.

c. *Theorie van Earnshaw.*

Terwijl Potter meende dat in de theorie van La Place ten onrechte warmtewerkingen in rekening werden gebracht, ontmoeten wij in Vol. XIX en XX *Phil. Mag.* 4e *Serie* eene theorie van Earnshaw, die in een ander punt van de gewone beschouwingen afwijkt. Vóór hij echter tot die beschouwingen overgaat, wil hij onderzoeken in hoeverre er overeenstemming is, tusschen de theoretische waarde van La Place en de experimenteel gevondene.

Hij meent dat die overeenstemming slechts ten deele bestaat en dat er altijd een verschil van 7,32 of 23,18 Meter tusschen beide waarden blijft. En daarenboven — wanneer men de proeven nagaat, die na 1816 (toen La Place's correctie bekend werd) genomen, zijn is het, altijd volgens Earnshaw, „impossible not to notice a very sudden and startling change." Evenens zou ook ter verkrijging van meerdere overeenstemming, de waarde van $\varkappa$ in de handen der physici allengs grooter zijn geworden, totdat ze nu nagenoeg voldoende is, om de theorie van La Place te kunnen bevestigen.

Deze onwaardige beschuldiging, gericht tegen de eminente mannen, die hunne krachten aan dit onderwerp hebben gewijd, mist allen grond. Wanneer wij de uitkomsten der proeven overzien, dan blijkt 't terstond dat deze in volkomen tegenspraak zijn met Earnshaw's beweren. De voornaamste dezer proeven gaven 't volgende resultaat:

Jaar.	Waarnemer.	Geluidssnelheid bij 0°.
1738	Cassini, c. s.	332.93 Meter.
1794	Espinoza.	356.14 „
1809—1811	Benzenberg.	333.7 „
1822	Arago, c. s.	330.64 „
1823	Moll & v. Beek.	332.32 „
1823	Goldingham.	331.10 „

„A sudden and startling change” zien wij in de uitkomsten dezer proeven niet.

Omtrent x hebben de proeven het volgende geleerd:

Vóór 1816	Clément & Désormes.	1.354
	Gay-Lussac & Welter.	1.3748
Na 1816	Weisbach 1).	1.41
	Masson.	1.419
	Hirn 2).	1.3845

Werkelijk zien wij hier, dat latere proefnemingen eene grootere waarde voor x hebben opgeleverd: maar moet deze toename nu verklaard worden door het verlangen der physici om de theorie van La Place bevestigd te zien? Is het niet veel natuurlijker, de oorzaak van die toename te zoeken in grootere nauwkeurigheid der proeven, waarbij meer voldaan werd aan den eisch, dat de volumeveranderingen geschieden

1) Weisbach — Civil-Ingenieur, Bd. 5. S. 46.

2) Hirn — Théorie Mecanique de la Chaleur, p. 69.

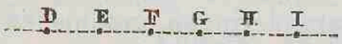
zonder warmte-opname van of warmte-afgifte naar buiten?

Earnshaw's bemerking, dat de waarde der uitdrukking $\sqrt{\frac{P}{d} \cdot \frac{c}{c'}}$, 7.32 of 23.18 M. te klein is al naar dat men 332.45 of 348.31 voor de experimentele waarde aanneemt, komt ons evenzeer onjuist voor. Want de Newtonsche snelheid $\sqrt{\frac{P}{d}}$ nagenoeg $= 280$ M. zijnde, vindt men als $\frac{c}{c'} = 1.41$ genomen wordt voor de theoretische snelheid $280 \sqrt{1.41} = 332.4$ M., eene waarde, die zeer weinig afwijkt van het gemiddelde der vroeger genomen proeven.

Was Earnshaw's beweren juist, dan zoude de theoretische waarde 325.13 M. bedragen, eene waarde die alleen kan verkregen worden, door voor $\frac{c}{c'}$ aan te nemen de waarde die Clément en Désormes daarvoor gevonden hebben.

Ten einde nu dit vermeende verschil te kunnen verklaren, merkt Earnshaw op, dat bij de gewone beschouwingen over beweging van luchtdeeltjes een groote fout daardoor gemaakt wordt, dat men aanneemt dat die beweging alleen veroorzaakt wordt, door de werking der onmiddellijk aangrenzende deeltjes.

Fig. 6.



Beschouwen wij een rij luchtdeeltjes D, E, F, enz., dan neemt men gewoonlijk aan, dat een deeltje F, alleen gedrukt wordt door E en G, zoodat de beweging van F door het verschil dier drukkingen veroorzaakt wordt. Dit nu zegt Earnshaw is eene onjuistheid, want de beweging van F wordt eenerzijds zoowel door E, als door D, C enz. en aan de andere zijde behalve door G, ook door H, I, enz. veroorzaakt. Zoeken wij in deze onderstelling de kracht, waardoor het deeltje F bewogen wordt.

Zij daartoe z de afstand der deeltjes D en H tot F in den toestand van rust, en $f(z)$ de door deze deeltjes op F uitgeoefende kracht. Laten $x_{,}$, x en x' de de respectieve verplaatsingen van D, F en H in den bewegingstoestand zijn, dan is de afstand van

D tot $F = z + x - x_{,}$

en van H tot $F = z + x_{,} - x$ geworden, en derhalve de door deze 2 deeltjes op F uitgeoefende kracht:

$$m f(z + x - x_{,}) - m f(z + x' - x) = -m f'(z)\,(x_{,} - 2x + x'),$$

aannemende dat $x - x_{,}$ en $x' - x$ zeer klein zijn, ten opzichte van z.

Zij nu h de afstand van twee deeltjes, en laten de verplaatsingen van D, E, F, G, H enz. respectievelijk aangeduid worden door x_{r-2}, x_{r-1}, x_r, x_{r+1} enz. dan is de bewegingsvergelijking van F:

$$\frac{d^2 x_r}{dt} = f'(h)\,(x_{r+1} - 2x_r + x_{r+1}) + f'(2h) x_{r-3} - 2x_r + x_{r+2}) + \\ f'(3h)\,(x_{r-3} - 2x_r + x_{r+3}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Neemt men nu aan dat x_r van den vorm $A_r\ cos\ Kt$ is, dan vindt Earnshaw voor den integraal dezer vergelijking:

$x_r = A\ cos\,(Kt - 2r\,\vartheta)$, waarbij

$$\frac{1}{4} K^2 = f'(h)\,sin^2\vartheta + f'(2h)\,sin^2 2\vartheta + f'(3h)\,sin^2 3\vartheta + \cdots\cdots$$

Dan is nl.:

$$\frac{d^2x_r}{dt^2} = -AK^2 \cos (Kt - 2r\,\vartheta) =$$

$$-4A\cos(Kt-2r\,\vartheta)\left\{ f'(h)\sin^2\vartheta + f'(2h)\sin^2\vartheta + \cdots\cdots \right\}$$

en

$$x_{r-1} - 2x_r + x_{r+1} =$$

$$A\left\{ \cos(Kt-2(r-1)\vartheta) - 2\cos(Kt-2r\vartheta) + 2\cos(Kt-2(r+1)\vartheta) \right\}$$

$$= -A\cos(Kt-2r\vartheta)\,(1-\sin 2)\vartheta = -4A\cos(Kt-2r\,\vartheta)\sin^2\vartheta.$$

Derhalve:

$$f'(h)\,(x_{r-1} - 2x_r + x_{r+1}) =$$

$$-4A\cos(Kt-2r\vartheta)\;f'(2h)\sin^2\vartheta,\ \text{evenzoo}$$

$$f'(2h)\,(x_{r-2} - 2x_r + x_{r-2}) =$$

$$-4A\cos(Kt-2r\vartheta)\;f'(2h)\sin^2 2\vartheta \quad \text{enz.}$$

Het blijkt alzoo dat de waarde $x_r = A\cos(Kt-2r\vartheta)$, waarin K de aangegeven beteekenis heeft, aan de vergelijking (1) voldoet.

Is nu λ de golflengte, dan zal als r met $\frac{\lambda}{h}$ toeneemt x_r zijne zelfde waarde moeten behouden. Derhalve

$$x_r = A\cos(Kt-2r\vartheta) = A\cos\left(Kt - 2\left(r+\frac{\lambda}{h}\right)\vartheta\right),$$

waaruit $\vartheta = \frac{\pi h}{\lambda}$. Is verder v de voortplantingssnelheid, dan zal x_r ook niet veranderen, wanneer t met $\frac{\lambda}{v}$ toeneemt, dus:

$$x_r = A\cos(Kt-2r\vartheta) = A\cos\left(K\left(t+\frac{\lambda}{v}\right)2r\vartheta\right),\ \text{der-}$$

halve $v = \frac{\varkappa\lambda}{2\pi} = \frac{\varkappa h}{2\vartheta}$. Derhalve is:

$$v = \frac{h}{\vartheta}\left(f'(h)\, sin^2\vartheta + f'(2h)\, sin^2 2\vartheta + \cdot \cdot \cdot \cdot\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= h\left(1^2 f'(h)\left(\frac{sin\,\vartheta}{\vartheta}\right)^2 + 2^2 f'(2h)\left(\frac{sin\,.\,2\vartheta}{2\vartheta}\right)^2 + \cdot \cdot \cdot \cdot\right)^{\frac{1}{2}}$$

of omdat ϑ altijd klein is:

$$= h\left(1^2 f'(h) + 2^2 f'(2h) + 3^2 f'(3h) + \cdot \cdot \cdot \cdot\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Vervolgens zoekt Earnshaw wat de snelheid zijn zoude in de onderstelling dat de beweging in F alleen door E en G veroorzaakt wordt. Dan zoude de kracht, werkzaam in E en in G zijn:

$$m\,F\,(h) = m\,f\,(h) + m\,f\,(2h) + \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$$

Hieruit volgt voor de bewegingsvergelijking van het deeltje F, wanneer de verplaatsing der deeltjes E, F, G, weder door x_{r-1}, x_{r+1}, x_{r+1}, worden aangewezen:

$\frac{d^2x_r}{dt^2} = F'(h)\,(x_{r-1} - 2x_r + x_{r+1})$, waaruit op dezelfde wijze wordt gevonden voor de voortplantingssnelheid

$$a = h\sqrt{F'(h)} = h\left(f'(h) + f'(2h) + \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot\right)^{\frac{1}{2}}$$

Deze uitdrukking van a moet nu overeenkomen met de waarde $\sqrt{\frac{p}{D}}$ en hiervan maakt Earnshaw gebruik om aan zijn uitdrukking v eenige beteekenis toe te kennen, daar zij, zooals zij opgegeven is, om het daarin voorkomen van h onbruikbaar zoude zijn. Wij hebben namelijk:

$$\frac{v}{a}=\left(\frac{1^2 f'(h)+2^2 f(h)+\cdots\cdots}{f'(h)+f'(2h)+\cdots\cdots}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Zij nu $f'(h)=\frac{C}{z^4}$, dan wordt $\frac{v}{a}=$

$$\left(\frac{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}\cdots\cdots}{1+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{2^4}\cdots\cdots}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{15}}{\pi}=\sqrt{1.522}.$$

In de plaats van den factor $\sqrt{\frac{c}{c'}}$ van La Place zoude dus $\sqrt{1\,522}$ in de uitdrukking voor de geluidssnelheid moeten geschreven worden. Wij merken op, hoewel Earnshaw het tegendeel beweert, dat deze factor een veel minder goede overeenkomst tusschen de theoretische en experimentele waarde daarstelt. Want de Newtonsche snelheid nagenoeg 280 M. zijnde, is de door deze theorie aangewezen waarde $280\sqrt{1.522}=345.5$ M. terwijl de meest nauwkeurige proeven eene waarde tusschen 330 en 333 M. aangeven.

Doch, afgescheiden van deze meerdere of minder overeenstemming, meenen wij andere bedenkingen tegen Earnshaw's ontwikkeling te kunnen aanvoeren, welke hier volgen.

Allereerst is het duidelijk, dat noch de uitdrukking voor v, noch die voor a eenige beteekenis heeft, van wege het voorkomen van h; dat die beteekenis alleen ontstaat door in de verhouding van v en a, $f'(h)=\frac{C}{z^4}$ te stellen, en a gelijk te stellen met $\sqrt{\frac{p}{D}}$ de Newtonsche snelheid.

Maar welk recht heeft men hiertoe, waarom wordt $f'(h) = \frac{C}{z^4}$ gesteld? Wij zouden gelooven, dat de eenige reden, die hier voor bestaan kan, is, dat alleen deze waarde een eenigzins geschikt resultaat oplevert: er zoude wellicht meer grond bestaan de kracht werkzaam tusschen twee deeltjes omgekeerd evenredig met den afstand te stellen, waardoor $f'(h) = \frac{C}{z^2}$ wordt, doch dan zoude zijn:

$$\frac{v}{a} = \left(\frac{1+1+1+1\cdots\cdots}{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots\cdots}\right)^{\frac{1}{2}} = \infty.$$

Daar nu Earnshaw's resultaten geheel afhangen van de waarde die voor $f(h)$ aangenomen wordt, volgt hieruit dat zoo lang de juistheid van die aanname niet bewezen is, ook zijne theorie nadere bevestiging behoeft.

Doch er is meer: de uitdrukking voor a mag niet gelijk gesteld worden met de Newtonsche snelheid $\sqrt{\frac{p}{D}}$.

Om dit aan te toonen, willen we de beide bewegingsvergelijkingen waaruit v en a zijn afgeleid, nadebeschouwen, Deze zijn:

$$\text{voor } v\text{:} \quad \frac{d^2x_r}{dt^2} = (x_{r-1} - 2x_r + x_{r+1})\, f'(h) + x_{r-2} - 2x_r + x_{r+2}\, f'(2h) + \cdots\cdots$$

$$\text{voor } a\text{:} \quad \frac{d^2x_r}{dt^2} = (x_{r-1} - 2x_r + x_{r+1})\,(f'(h) + f'(2h) + \cdots)$$

de eerste vergelijking gaat in de tweede over, wanneer x_{r+1}, x_{r-2}, x_{r-3} enz allen $= x_{r-1}$ gesteld worden.

De Newtonsche snelheid zoude dus daarom van de gecorrigeerde verschillen, omdat bij de eerste, alle deeltjes eenerzijds en alle deeltjes aan de andere zijde van F, waarvan wij de beweging beschouwen, dezelfde verplaatsingen zouden ondergaan. Maar als deze aanname noodzakelijk is om de uitdrukking:

$$a = h\left(f'(h) + f'(2h) + \cdots\cdots\right)^{\frac{1}{2}}$$

te kunnen verkrijgen, dan verliest a hierdoor alle beteekenis, want door de aanname van gelijke verplaatsingen van alle deeltjes vervallen de begrippen van verdichting, verdunning, golf en alzoo van voortplanting van geluid. En daar nu Newton en zij, die na hem de waarde $\sqrt{\frac{p}{D}}$ gevonden hebben juist uit die verdichtingen en verdunningen hunne theorie afleidden, kan de uitdrukking $h\left(f'(h)+f'(2h)+\ldots\right)^{\frac{1}{2}}$ nooit identisch zijn met $\sqrt{\frac{p}{D}}$.

In een paar volgende stukken breidt Earnshaw deze beschouwingen uit op de voortplanting van bizonder sterke geluiden.

Hij meent dat het bekende, in de reisbeschrijving van Parry verhaalde feit, waarbij het kanonschot vóór het commando tot afvuren gehoord werd en uit de door Montigny beschrevene waarnemingen omtrent de snelheid van den donder, (*Bulletins de l'Academie de Belgique*) genoegzaam bewezen hebben dat een zeer intens geluid zich sneller dan een gewoon geluid voortplant. Hij tracht dit uit zijne theorie af te leiden, en komt werkelijk tot het resultaat dat de voortplantingssnelheid onbepaald met de sterkte van het geluid zou toenemen. Hij komt daartoe op de volgende wijze.

Als integraal voor de vergelijkingen:

$$\frac{d^2x_r}{dt^2} = f'(h)\ (x_{r-1} - 2x_r + x_{r+1} +)$$
$$f'(2h)\ (x_{r-2} - 2x_r + x_{r+1}) + \ldots\ldots$$

is aangenomen $x_r = A_r \cos(Kt)$, waarin A_r en K de bepaalde beteekenis hadden, en hiertegen bestond geen bezwaar omdat de periodieke beweging van het geluid juist een sinus of cosinus functie vorderde. Nu echter doet Earnshaw eene andere onderstelling en stelt $x_r = A_r\ e\ Kt$ — waarbij $A_r = C\alpha\ 2r + c'\alpha\ -2r$ en

$$K^2 = f'(h) \,.\, (\alpha - \alpha^{-1})^2 + f'(2h)\ (\alpha^2 - \alpha^{-2})^2 + \cdots$$

waaruit, evenals vroeger voor de snelheid van het geluid wordt gevonden:

$$v = \frac{hk}{2\ lg\,\alpha} = \frac{h}{2\ lg\,\alpha}\Big(f'(h)(\alpha - \alpha^{-1})^2 + f'(2h)(\alpha^2 - \alpha^{-2}) + \Big)$$

daar nu $\alpha - \alpha^{-1}$ alle mogelijke waarden van o af kan bezitten, zoude hieruit volgen dat daarom ook v onbepaald kan toenemen.

't Komt ons echter voor, dat juist die aanname $x_r = A_r\ e\ Kt$ aan 't eigenlijke physische of mechanische vraagstuk vreemd is en dat daarom, hoe vernuftig zijne mathematische ontwikkelingen ook zijn mogen, aan zijne resultaten voor de theorie van de voortplanting van het geluid geene waarde mag worden toegekend.

d. *Theorie van Duhamel.*

Onder hen, die de uitdrukking $v = \sqrt{\frac{p}{D} \cdot \frac{c}{c'}}$, bestrijden, niet zoozeer, omdat hij opkomt tegen het in rekening brengen van warmtontwikkelingen, als wel omdat hij meent, dat aan die formule eene onjuiste opvatting van de constitutie der lucht ten grondslag ligt, behoort ook Duhamel wiens beschouwingen daaromtrent in deel LV der *Comptes Rendus* voorkomen. Hij meent, dat men ten onrechte aanneemt, dat wanneer de temperatuur van een gasmassa dezelfde blijft, de drukking en dichtheid in dezelfde verhouding veranderen, zoowel in den staat van beweging als in dien van rust.

Tot grondslag zijner beschouwingen legt Duhamel de formulen van Poisson 1), die de elasticiteitskrachten aanduiden, welke ontstaan, wanneer een homogeen lichaam door eene constante kracht gedrukt wordt. Zijn u, v, w de veranderingen der coordinaten x, y, z; — α, β, γ de hoeken die de normaal op het element, waarop de drukking beschouwd wordt, met de assen maakt; λ, μ, ν de hoeken die de richting der drukking daarmede maakt, dan zijn deze vergelijkingen:

$$p.\cos.\lambda = \left(K\left(1+\frac{du}{dx}\right)+k\left(3\,\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}\right)\right)\cos\alpha$$

$$+\left(K\frac{du}{dy}+k\left(\frac{du}{dy}+\frac{dv}{dx}\right)\right)\cos.\beta+\left(K\frac{du}{dz}+k\left(\frac{du}{dz}+\frac{dw}{dx}\right)\right)\cos.\gamma$$

1) Journal de l'Ecole Polytechnique Cahier 20, Tome XIII, pag. 46.

$$p.\cos\mu = \left(K\left(1+\frac{dv}{dy}\right)+k\left(\frac{du}{dx}+3\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}\right)\right)\cos.\beta$$

$$+\left(K\frac{dv}{dx}+k\left(\frac{dv}{dx}+\frac{du}{dy}\right)\right)\cos.\alpha+\left(K\frac{dv}{dz}+k\left(\frac{dv}{dz}+\frac{dw}{dy}\right)\right)\cos.\gamma$$

$$p.\cos.\nu = \left(K\left(1+\frac{dw}{dz}\right)+k\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+3\frac{dw}{dz}\right)\right)\cos.\gamma$$

$$+\left(K\frac{dw}{dx}+k\left(\frac{dw}{dx}+\frac{du}{dz}\right)\cos.\alpha+\left(K\frac{dw}{dy}+k\left(\frac{dw}{dy}+\frac{dv}{dz}\right)\right)\cos.\beta.\right.$$

K en k zijn constanten afhankelijk van de grootte van den druk en van den aard van het lichaam, dat de drukking ondergaat.

Deze vergelijkingen gelden voor een vast lichaam, omdat zij alleen juist zijn in de onderstelling dat de verplaatsingen der deeltjes uiterst gering zijn; doch daar bij de voortplanting van het geluid, die geringe verplaatsingen aangenomen kunnen worden, kunnen zij ook voor dat geval dienen. Zij ondergaan echter eenige vereenvoudiging door toepassing der eigenschappen van de gassen.

Duhamel meent nl., dat wanneer de moleculen eener gasmassa verplaatsingen ondergaan, de nieuwe evenwichtstoestand, waarbij de afstand der moleculen veranderd is, een gelijkvormigen toestand met den oorspronkelijken opleveren, en alzoo dat, indien men uit eenig punt voerstralen naar alle moleculen getrokken had, al deze overstralen in eene zelfde reden zouden veranderen.

Een gevolg hiervan is, dat alle deeltjes die een zelfde x hebben, die ook in den nieuwen toestand zullen blijven hebben, waaruit volgt:

$\frac{du}{dy}$ en $\frac{du}{dz} = o$; eveneens is $\frac{dv}{dx}$ en $\frac{dv}{dz}$, $\frac{dw}{dx}$ en $\frac{dw}{dy} = o$.

Daar de gemiddelde afstand der deeltjes bij een gasmassa in alle richtingen dezelfde is, en er in den nieuwen evenwichtstoestand gelijkvormigheid bestaat, is:

$$\frac{du}{dx} = \frac{dv}{dy} = \frac{dw}{dz}.$$

De vergelijkingen van Poisson worden daardoor

$$p.\cos\lambda = \left(K + (K + 5\,k)\,\frac{du}{dx}\right)\cos.\alpha.$$

$$p.\cos\mu = \left(K + (K + 5\,k)\,\frac{du}{dx}\right)\cos.\beta.$$

$$p.\cos\nu = \left(K + (K + 5\,k)\,\frac{du}{dx}\right)\cos.\gamma.$$

derhalve

$$p = K + (K + 5\,k)\,\frac{du}{dx}.$$

't Komt er nu op aan eene beteekenis aan K en k te geven. De eerste constante K beteekent niet anders dan de oorspronkelijke druk, die Π genoemd wordt. Door toepassing van de wet van Boyle wordt eene waarde voor k gevonden. Was nl. D de aanvankelijke dichtheid, dan zoude hij na de verplaatsingen der moleculen $D\left(1 - \frac{du}{dx} - \frac{dv}{dy} - \frac{dw}{dz}\right) = D\left(1 - 3\frac{du}{dx}\right)$ geworden zijn; daar nu volgens genoemde wet drukkingen en dichtheden evenredig zijn, is de nieuwe drukking $\Pi\left(1 - 3\,\frac{du}{dx}\right)$ en alzoo:

$$\Pi\left(1 - 3\,\frac{du}{dx}\right) = \Pi + (\Pi + 5k)\frac{du}{dx}, \text{ waaruit } K = -\,\frac{4}{5}\,\Pi.$$

Terwijl nu voor de bepaling van K en k het geval ondersteld is, waarbij de verplaatsingen in alle richtingen dezelfde waren, gaat Duhamel nu over tot de beschouwing van het geval der beweging in een cilindrische buis, die evenwijdig aan de x as is. Hij neemt dan aan, dat alle deeltjes zich evenwijdig aan die as bewegen, zoodat de verplaatsing u alleen van x afhangt, en de verplaatsingen v en $w = o$ zijn. De differentialen van u ten opzichte van y en z en de differentialen van v eu w ten opzichte van x, y en z zijn dus $= o$. De algemeene vergelijkingen gaan dan over in:

$$p \cos. \lambda = \Pi \left(1 - \frac{7}{5} \frac{du}{dx}\right) \cos \alpha,$$

$$p \cos. \mu = \Pi \left(1 - \frac{4}{5} \frac{du}{dx}\right) \cos. \beta,$$

$$p \cos. \nu = \Pi \left(1 - \frac{4}{5} \frac{du}{dx}\right) \cos. \gamma.$$

De bewegingsvergelijkingen wordt hierdoor:

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \frac{7}{5} \frac{\Pi}{D} \frac{d^2u}{dx^2},$$

waaruit voor de voortplantingssnelheid volgt $v = \sqrt{\frac{\Pi}{D}} \sqrt{\frac{7}{5}}$.

Volgens deze theorie zou $\sqrt{\frac{7}{5}} = \sqrt{1.4}$ dus de correctiefactor zijn, die aan de Newtonsche snelheid moet toegevoegd worden; daar nu $\sqrt{\frac{\Pi}{D}} = 280$ M. is, wordt $v = 330.4$.

„Nous arrivons donc à cette conséquence singulière, zegt Duhamel, „que la vitesse théorique du son

„dans l'air, en ne supposant aucune élévation de tem-
„pérature, est identique avec celle, que donne l'éxpe-
„rience."

Maar al ras wordt door Clausius en de Saint-Venant op een fout gewezen, die dit resultaat geheel in duigen doet vallen.

Bij de bepalingen van de constante k is gebruik gemaakt van de vergelijking $p = \Pi + (\Pi + 5k)\,\frac{du}{dx}$, die de drukking aanwijst na de volumeverandering. Maar met de volumeverandering is ook het vlak waarop de drukking werkte veranderd en dit heeft Duhamel over 't hoofd gezien. Daar nu onder p steeds de drukking op de eenheid van oppervlakte verstaan wordt, zal nu p nog gedeeld moeten worden door de uitdrukking voor de verandering, die het vlak ondergaat, waarop de drukking werkt. Daarom moet gesteld worden:

$$\frac{p}{1-2\,\frac{du}{dx}} = \Pi + (\Pi + 5k)\,\frac{du}{dx}.$$

Voert men met deze vergelijking dezelfde berekeningen uit, dan vindt men $k = -\frac{2}{5}\,\Pi$, waardoor geheel op dezelfde wijze voor de geluidssnelheid gevonden wordt $\sqrt{\frac{\Pi}{D}}\sqrt{\frac{1}{5}}$ eene uitdrukking, waarvan de waarde, zoo duidelijk in tegenspraak met proeven is, dat zij verder buiten alle beschouwing kan blijven.

Duhamel ziet dit ook in, doch geeft niettemin zijne zaak nog niet op, en tracht alsnu door warmtewerkingen in rekening te brengen tot een meer overeenstemmende uitkomst te geraken. Hij gaat uit van de vergelijking:

$$\alpha\vartheta = \left(\frac{c}{c'} - 1\right)\varepsilon,$$

waarin α de uitzettingscöefficient, ϑ de temperatuursverandering door eene plotselinge volumeverandering ε veroorzaakt en c en c' de beide specifieke warmten voorstellen. Wordt nu p teruggebracht tot het oorspronkelijk oppervlak, dat hier door volume- en temperatuursverandering eene wijziging had ondergaan, dan is:

$$\frac{p\,(1 + \alpha\,\vartheta)}{\left(1 - 2\,\frac{du}{dx}\right)} = \Pi + (\Pi + 5\,k)\,\frac{du}{dx}$$

$$\text{maar } \varepsilon = -\,3\,\frac{du}{dx} \text{ dus } \alpha\,\vartheta = -\,3\left(\frac{c}{c'} - 1\right)\frac{du}{dx}.$$

Voert men deze waarde voor $\alpha\,\vartheta$ in, dan wordt gevonden $k = \frac{\Pi}{5}\left(1 - 3\,\frac{c}{c'}\right)$ Deze waarde voor k substituerende en weder eene beweging der deeltjes evenwijdig aan de x as onderstellende, hebben wij:

$$p.\,cos.\,\lambda = \Pi\left(1 + \frac{1}{5}\left(8 - 9\,\frac{c}{c'}\right)\frac{du}{dx}\right) cos.\,\alpha$$

$$p.\,cos.\,\mu = \Pi\left(1 + \frac{1}{5}\left(1 - 3\,\frac{c}{c'}\right)\frac{du}{dx}\right) cos.\,\beta$$

$$p.\,cos.\,\nu = \Pi\left(1 + \frac{1}{5}\left(1 - 3\,\frac{c}{c'}\right)\frac{du}{dx}\right) cos.\,\gamma$$

waaruit voor de snelheid van het geluid wordt afgeleid:

$$v = \sqrt{\frac{H}{D}} \sqrt{\frac{9\frac{c}{c'} - 8}{5}}.$$

Neemt men $\frac{c}{c'} = 1.41$ dan wordt $v = \sqrt{\frac{H}{D}} \times \sqrt{0.94} = 271.6$ M, alzoo eene kleinere waarde dan de Newtonsche: men zoude $\frac{c}{c'} = 1.684$ hebben te nemen om voor v de waarde 333 M te verkrijgen.

Clausius komt nogmaals ook tegen dit resultaat op: hij meent dat er eene fondamentele fout in Duhamel's redenering is. De geluidssnelheid is bepaald voor 't geval van voortplanting in eene buis, waarbij aangenomen werd dat alle deeltjes zich evenwijdig aan de x as verplaatsten, waardoor $\frac{du}{dy}, \frac{du}{dz}, \frac{dv}{dn}$ enz., allen $= o$ gesteld konden worden. Zulk eene eenvoudige beweging der moleculen acht Clausius onbestaanbaar met den aard der gassen. Want ware dit juist, dan zoude de onderlinge afstand der moleculen in de richting der x verschillen van die in alle andere richtingen, waarvan het gevolg zoude zijn dat de drukking niet meer in alle richtingen dezelfde was: en dit kan in een gasmassa bij een evenwichtstoestand nooit het geval zijn, want de moleculen zouden zich bewegen in de richting waarin de drukking het grootst was, tot zoolang dat de drukking in alle richtingen dezelfde was geworden.

Behalve dit door Clausius aangevoerde argument meenen wij, dat ook nog eene andere bedenking tegen Duhamel's ontwikkeling kan bijgebracht worden. Uit de afleiding is gebleken dat de waarde van v geheel afhangt van de waarde die k verkrijgt. Nu wordt k afgeleid uit de vergelijking

$$\frac{p\,(1+\alpha\,\vartheta)}{1-2\,\frac{du}{dx}} = \Pi + (\Pi + 5\,k)\,\frac{du}{dx},$$

aanwijzende de drukking na de volumeverandering. Doch de daarvoor verkregen uitdrukking steunt geheel op de onderstelling, die in de oorspronkelijke vergelijking van Poisson is ingevoerd, dat

$$\frac{du}{dx} = \frac{dv}{dy} = \frac{dw}{dz};$$

en daar nu door Duhamel bij de beweging in een buis $\frac{dv}{dy}$ en $\frac{dw}{dz} = o$ gesteld worden, is de voorwaarde waaronder k berekend is en waarvan hare waarde afhangt, niet vervuld. Bij de beschouwing der beweging in eene buis zal daarom de in eene andere onderstelling gevonden waarde van k niet mogen gebruikt worden.

e. *Theorie van Moon.*

Met een enkel woord willen we nog spreken van eene theorie die in de deelen XXXVI en XXXVII van het *Philos. Magazine* door Moon is ter sprake gebracht.

De gewone vergelijking, die de beweging van de lucht in een buis voorstelt is

$$o = \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{1}{D}\,\frac{dp}{dx},$$

waarin y de verplaatsing van een luchtdeeltje, x de afstand van den oorsprong tot dit deeltje, p de drukking, D de dichtheid en t de tijd voorstelt.

Neemt men aan, dat de wet van Boyle ook juist is, wanneer de luchtdeeltjes in beweging zijn, dan gaat deze vergelijking over in $\left(\text{daar } \frac{D}{\varrho} = \frac{dy}{dx}\right.$ en dus $\left. p = a^2 \varrho = a^2 D \left(\frac{dy}{dx}\right)^{-1}\right)$:

$$o = \frac{d^2y}{dt^2} - a^2 \left(\frac{dy}{dx}\right)^{-2} \frac{d^2y}{dx^2},$$

welke voor zeer kleine bewegingen overgaat in:

$$o = \frac{d^2y}{dt^2} - a^2 \frac{d^2y}{dx^2}$$

Moon meent echter dat de aanname, dat de vergelijking $p = a^2 \varrho$ ook geldt, wanneer de lucht in beweging is, is „a pure assumption, having no basis of „fact or argument to rest upon.''

Want in geval van beweging heeft men:

$p =$ funct. (y, t), $v =$ funct. (y, t), $\varrho =$ funct (y, t)

p, y, t, ϱ hebben de vorige beteekenissen, v is de snelheid der deeltjes. Elimineert men y en t uit deze vergelijkingen, dan heeft men

$$p = \text{funct. } (v, \varrho)$$

Is $v = o$, dan is $p = a^2 \varrho$, maar volgens Moon heeft men evenmin recht, dit voor alle waarden van v aan te nemen, als voor de reeks, $A + A_1 x + A_2 x^2 + ..$, voor alle mogelijke waarden van x, A te stellen.

In de vergelijking

$$o = \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{1}{D} \cdot \frac{dp}{dx}$$

wordt daarom door Moon de betrekking $p = a^2 \varrho + F(\varrho, v)$ ingevoerd, waarin F eene functie voorstelt, die voor $v = o$ ook $= o$ wordt. Door eene lange reeks van herleidingen, wordt de vergelijking geintegreerd: in de oplossing komen echter verschillende arbitraire constanten en functiën voor. Door zekere onderstellingen daarbij in te voeren, komt hij ten opzichte der geluidssnelheid tot het resultaat, dat de verdichtingen en verdunningen zich met ongelijke snelheden voortplanten.

Wij meenden ons hier te mogen ontslaan van de mededeeling van Moon's ontwikkelingen, daar zijne bedenkingen tegen de bestaande theorie o. i. niet kunnen gelden: dit zal vooral kunnen blijken, wanneer wij uitgaan van de nieuwe theorie omtrent de constitutie der gassen. Volgens die theorie wordt de drukking van eene gasmassa waarop geene uitwendige krachten werken, aangeduid door

$$p = \frac{nmu^2}{3V}$$

en de wet van Boyle wordt daardoor bewezen dat hier uit volgt $pV = \frac{nmu^2}{3}$: daar nu n, het aantal deeltjes, m de massa van ieder deeltje en u de gemiddelde snelheid, voor eene bepaalde gasmassa bij standvastigen temperatuur standvastig zijn, volgt hieruit $pV =$ constante. Deze wet zoude nu niet meer doorgaan wanneer de gasmassa in beweging is: door die beweging kunnen n en m niet veranderen, doch de mogelijkheid bestaat, en dit moet erkend worden, dat u door die beweging wijzigingen onderging, waardoor niet meer

$\frac{nmu^2}{3}$ als eene constante kon beschouwd worden. Wanneer wij echter in het oog houden dat u, naar de berekeningen van Clausius eenige honderde meters bedraagt, terwijl wij altijd aangenomen hebben dat de snelheid der deeltjes ten gevolge der voortplanting van het geluid uiterst gering is, dan is het ook duidelijk dat bij de bewegingen, die wij hier beschouwen, zonder eenig bezwaar ook gedurende de beweging de wet van Boyle mag toegepast worden.

§ 3. De snelheid van het geluid in verband met de nieuwe beschouwingen omtrent den aard der gassen.

In de vorige bladzijden hebben wij alzoo nagegaan, hoe men, door op verschillende wijzen de vergelijkingen samen te stellen der bewegingen, die bij de voortplanting van het geluid, in de lucht aanwezig zijn, verschillende uitdrukkingen voor de snelheid van voortplanting kan verkrijgen. Eveneens is het ons gebleken, welke bezwaren er aan verbonden waren aan 't aannemen van andere onderstellingen, dan waarvan Poisson bij zijne ontwikkelingen is uitgegaan.

Doch tot nu toe hebben wij eene bedenking achter gehouden, die tegen al de hier besproken verhandelingen kan worden ingebracht. Want hoe verschillend de opvatting ook zijn moge, wat de details der bewegingen van de luchtdeeltjes betreft, allen komen daarin overeen dat zij als grondhypothese aannemen, dat een gasmassa in toestand van rust uit deeltjes bestaat, die door krachten, welke tusschen die deeltjes werkzaam zijn, in hunnen evenwichtstoestand gehouden worden. Wordt die evenwichtstoestand door een uitwendigen oorzaak verstoord, dan zijn 't die krachten welke de voortplanting der beweging veroorzaken.

Maar, gelijk bekend is, is 't vooral na de ontwikkeling, die de mechanische theorie der warmte gekregen heeft, noodzakelijk geworden, die begrippen omtrent de constitutie der gassen, door andere te vervangen. De proeven van Joule toch hebben ten duidelijkste bewezen, dat wanneer een gasmassa volumenveranderingen ondergaat, geen inwendige arbeid verricht wordt, waardoor de aanname van tusschen die deeltjes werkzame krachten moet vervallen.

't Zijn Krönig en vooral Clausius geweest, die de nieuwe theorie omtrent den inwendigen toestand der gassen ontwikkeld hebben, waarvan de grondhypothese daarin bestaat dat bij een gasmassa, die in rust is, alle deeltjes snelle rechtlijnige eenparige bewegingen bezitten.

Wanneer dus bij alle daaromtrent gemaakte beschouwingen de voortplanting van het geluid verklaard wordt uit de oude gassentheorie, dan valt het niet te ontkennen, dat deze slechts eene betrekkelijke waarde hebben.

Wel wordt door Briot (*Théorie mécanique de la Chaleur*, *p.* 182) opgemerkt dat de afstootende krachten tusschen de moleculen, die eene vaste plaats innemen, gelijk de oude theorie onderstelt, eigenlijk op 't zelfde neêrkomen als de telkens wederkeerende botsingen, welke bij de bewegingen der moleculen, naar de nieuwe theorie, plaats vinden; wij meenen echter, dat al moge deze opmerking op zich zelve niet onjuist wezen, toch tal van vragen overblijven betreffende de details van het mechanise der geluidsvoortplanting.

Indien dus Briot beweert: „la nouvelle théorie des „gaz ne détruit pas les anciens travaux sur la propagation du son," dan achten wij dit slechts waar, wanneer men alleen op de resultaten acht geeft, doch niet meer wanneer het ook toegepast wordt, op de wijze, waarop die resultaten verkregen worden

Blijft er alzoo in dit opzicht nog veel te doen over, dan begroeten wij met des te meer ingenomenheid het weinige dat in dezen verricht is.

In Bd. 118 van *Pogg. Annalen* wordt eene korte aanwijzing van Stefan gevonden, hoe uit de theorie van Krönig de Newtonsche formule voor de geluidssnelheid kan afgeleid worden. Naar die theorie moet de snelheid, waarmede het geluid voortgeplant wordt, afhankelijk zijn van die, waarmede de luchtmoleculen, zich op hunne rechtlijnige banen bewegen en die beide snelheden zouden gelijk zijn, wanneer alle moleculen zich in dezelfde richting bewogen, als waarin het geluid zich voortplant.

Denkt men zich nu de luchtmassa, verdeeld in gelijke en gelijk geplaatste cubi, dan zoude, wanneer twee der zijvlakken loodrecht op, en de beide andere evenwijdig aan de voortplantingsrichting geplaatst waren, klaarblijkelijk slechts een derde gedeelte der moleculen (altijd met het oog op de theorie van Krönig) zich in die richting bewegen. Opdat dit voor alle moleculen plaats vinde, zullen de cubi zoo geplaatst moeten worden, dat de diagonaal van een cubus evenwijdig aan meergenoemde richting is. De cosinus van de hoek, die de diagonaal met de ribben maakt is

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ en dus de snelheid in de richting van den diagonaal als u, die volgens de ribben van den dubus is:

$$x = \frac{u}{\sqrt{3}}.$$

Met deze snelheid bewegen zich alle moleculen in de voortplantingsrichting van het geluid: x is dus ook de snelheid van voortplanting. Doch volgens Krönig is:

$$pv = \frac{nmu^2}{3} = nmx^2,$$

doch $\frac{nm}{v}$ = de dichtheid D, derhalve:

$$x = \sqrt{\frac{p}{D}}.$$

Stefan merkt ten slotte op, dat eene meer uitvoerige behandeling, waarbij men rekening houdt van de onregelmatige bewegingen der moleculen, de snelheid van het geluid met de correctie van La Place zal moeten opleveren.

Maar juist dit slot wijst aan, hoe verre het door Stefan gegevene van eene volkomene theorie verwijderd is, Want het zijn juist die onregelmatige bewegingen der moleculen, die Clausius aanneemt, die de groote moeijelijkheid voor eene mathematische behandeling daarstellen en welke bij de eenvoudige symmetrie-hypothese van Krönig niet bestaat Die bezwaren blijken ten duidelijkste uit de verhandeling van Clausius over het geleidingsvermogen van gassen voor warmte (*Abhandlungen II*, *pag.* 277). Zal eene theorie van de voortplanting van het geluid eenige waarde hebben, dan zou die o. i op de leest dezer verhandeling geschoeid moeten zijn. Zoodanige theorie is tot dusverre niet gegeven, zoodat op dit gebied nog veel te doen overig blijft. Wel heeft E. Mulder (*Pogg. Annalen*, *Bd.* 140) op het verband gewezen, dat er bestaat tusschen de uitdrukking voor de gemiddelde snelheid der gasmoleculen en die voor de snelheid van geluid, doch die overeenkomst is niet meer dan eene uitwendige, waaruit omtrent het verband dat in 't wezen der zaak tusschen beide grootheden moet bestaan, weinig is af te leiden.

TWEEDE HOOFDSTUK.

Experimentele bepalingen van de snelheid van het Geluid.

Hebben wij in het vorige hoofdstuk eene beschouwing omtrent de theorie van de voortplantingssnelheid van het geluid gegeven, in dit tweede zullen de voornaamste experimentele bepalingen achtereenvolgens behandeld worden.

Wij hebben hier echter uitsluitend de directe methoden op het oog, waarbij de snelheid afgeleid wordt uit den tijd, dien het geluid behoeft om zekeren bekenden weg af te leggen en zonderen alzoo de indirecte en relative bepalingen, zooals bijv. Wertheim en Kundt ze verricht hebben, uit, die op de bepaling van de golflengte van een toon van bekende hoogte berusten.

§ 1. Oudere bepalingen.

De oudste en meest toegepaste methode ter bepaling van de snelheid van het geluid en tevens degene, welke tot vóór korten tijd de meest nauwkeurige uitkomsten had opgeleverd, is die, waarbij gebruik gemaakt wordt van de zeer groote voortplantingssnelheid van het licht, waardoor we den tijd, dien het behoeft om van eene plaats tot eene andere te komen, verwaarlozen mogen, ten opzichte van dien, welken het geluid daartoe noodig heeft. Indien dus een verschijnsel, dat gelijktijdig een licht- en geluideffect te weeg brengt op eenigen afstand wordt waargenomen, dan heeft men in het tijdsverloop tusschen het zien van het licht en het hooren van het geluid den tijd, dien 't geluid behoeft, om dien weg te doorloopen. Is daarenboven de lengte van dien weg bekend, dan heeft men daarin de noodige gegevens om de snelheid van het geluid te berekenen; men vindt die door den weg, door den tijd te deelen: $\left(v = \frac{s}{t}\right)$.

't Komt er alleen op aan, deze methode practisch uit te voeren. Daartoe kiest men twee plaatsen, doorgaans eenigzins boven het omliggende terrein verheven, opdat zij van elkaar uit, gezien zouden kunnen worden. Op beide plaatsen bevindt zich een waarnemer, die van een stuk geschut en een nauwkeurigen tijdmeter is voorzien. De afstand der plaatsen is met juistheid bekend en op een vooraf bepaald tijdstip wordt op ééne, of beter nog op beide plaatsen, het stuk geschut afgeschoten. De waarnemers houden nauwkeurig aanteekening van het oogenblik, waarop zij het licht zien en vervolgens van dat, waarop zij den knal hooren: den tusschen beide waarnemingen verloopen tijd heeft het geluid noodig gehad, om den afstand tusschen beide plaatsen te doorloopen.

Hoe eenvoudig deze methode nu ook schijnen moge, verschillende voorzorgen zijn er bij in acht te nemen, zal men eenigzins juiste uitkomsten verkrijgen; maar zelfs bij 't aannemen van den grootsten zorg, blijven er storende invloeden bestaan, waarvan men zich moeijelijk kan ontdoen. 't Was om deze bezwaren, dat Regnault op eene andere, later te beschrijven wijze de snelheid van het geluid heeft bepaald.

Een eerste storende invloed ligt daarin, dat men bij deze methode verplicht is, altijd van zeer sterke geluiden gebruik te maken. Want, daar eene fout in de bepaling van het tijdsverloop, des te geringer invloed zal uitoefenen, naarmate dat verloop zelve grooter is, neemt men den afstand tusschen beide waarnemingsplaatsen zoo groot mogelijk: altijd eenige duizende meters. Maar zal men op zulk een afstand een geluid kunnen hooren, dan kan dat niet anders dan een kanonschot zijn. 't Is er echter verre van, dat de voortplanting van zoodanig geluid overeen zou komen met de voorstelling, die wij ons daarvan in ons eerste hoofdstuk gemaakt hebben. De luchtlagen, die zich in de nabijheid van de monding van het kanon bevinden, zullen met zeer groote snelheid voortgeslingerd worden en eerst op zekeren afstand van het geschut zal men kunnen aannemen dat de geluidsgolf zich op de gewone wijze voortplant.

De oorzaak van dit verschijnsel is, naar Regnault opmerkt, daarin gelegen dat de lucht niet volkomen elastisch is; de drukking die in ééne bepaalde richting uitgeoefend wordt, plant zich niet oogenblikkelijk in alle richtingen voort. Daardoor kan een luchtkolom, die sterk samengedrukt is, zich op de wijze van een vast lichaam bewegen door verdunde luchtlagen, zonder daarin merkbaar in dichtheid te verminderen.

Dit geschiedt nu steeds, wanneer een geluidsgolf door het afschieten van een kanon of pistool veroorzaakt wordt; berekend men dus daarbij de snelheid van het geluid volgens de formule $v = \frac{s}{t}$, die alleen, op eene in alle punten gelijke voortplantings-snelheid gegrond is, dan maakt men daarbij eene fout, die wel, bij een aanzienlijken weg geen grooten invloed zal hebben, maar die voor korte afstanden de uitkomsten aanmerkelijk wijzigen kan. De proeven van Regnault, hebben dit ten duidelijkste aangetoond.

Een volgende bron van onzekerheid en fouten is gelegen in den toestand van den atmosfeer, waarin de proeven genomen worden. Wij zagen nl. dat temperatuur en vochtigheidstoestand een belangrijken invloed uitoefenen, terwijl ook de wind de snelheid aanmerkelijk wijzigen kan. Wat de temperatuur en de vochtigheidstoestand betreft, indien men kan aannemen, dat de verschillende luchtlagen, welke het geluid op zijn weg ontmoet, ten opzichte van deze alle in denzelfden toestand waren, dan zou het niet moeijelijk zijn, de hiervoor noodige correctie met zekerheid aan te brengen. Immers, men had op het oogenblik der waarneming slechts op ééne plaats de temperatuur en de spanning van de in de lucht aanwezige waterdamp te observeren, en de vroeger vermelde formulen zouden ons de aan te brengen correctie doen kennen.

't Is er echter verre van, dat deze toestand in werkelijkheid zoo zijn zou, want die beide grootheden zijn van plaats tot plaats zeer veranderlijk. Ten einde nu de gemiddelde temperatuur dier lagen te kennen, heeft men zich bij alle proeven bepaald, 't gemiddelde te nemen van de twee thermometeraflezingen, op de beide waarnemingsplaatsen verricht. Ook bij Regnault's proeven is dit geschied, daar hij zegt: „je ne „connais aucun moyen d'évaluer avec quelque certi„tude, la température moyenne des couches d'air tra„versée par le son, que produit un coup de canon." Hij meent dat bij een weg van 2000 à 4000 meter de fout hier 0.2 à 0.3° C. bedragen.

Volgens Le Roux (*Annales de Chemie et Physique*, 4e *Serie*, *T.* XII) zou de hierdoor ontstane onzekerheid veel grooter zijn, en zou de onjuistheid in de bepaling der gemiddelde Temperatuur, het verschil van 1 à 2 M. kunnen verklaren, dat er tusschen de uitkomsten van verschillende nauwkeurige waarnemingen bestaat. Hij merkt op, dat de proeven bijna altijd genomen zijn tusschen twee verheven plaatsen, op bergen of heuvels en des nachts, welke omstandigheden zeer ongunstig werken op de nauwkeurige kennis van de temperatuur der luchtlagen, door welke het geluid zich voortplant.

Babinet en Becquerel toch, zijn beiden tot het resultaat gekomen, dat, vooral 's nachts, op eene hoogte tusschen 20 en 30 M. boven den grond, de lucht een maximum van temperatuur moet vertoonen. Tot nadere bevestiging haalt Le Roux waarnemingen aan van Glaisher, gedaan bij zijne nachtelijke luchtballonopstijgingen in Engeland.

Hoogte.	Temperatuur.
Op den grond	7°.5
457 M.	4°.4
914 „	2°.7
1311 „	0°.5
1981 „	2°.7
2286 „	4°.4
2591 „	2°.7
2682 „	1°.1

Hieruit blijkt hoe onregelmatig die verdeeling van temperatuur zijn kan, en houdt men in het oog dat iedere graad verschil in de juiste bepaling der gemiddelde temperatuur, eene verandering van 0.62 M. veroorzaakt, dan zou eene onzekerheid van 3 graden voldoende zijn, om de gemelde verschillen in de uitkomsten van onderscheidene waarnemers te verklaren.

Ten opzichte der kennis van den vochtigheidstoestand van de lucht, geldt 't zelfde als 't geen van de temperatuur gezegd is. Men heeft zich steeds vergenoegd met eene bepaling der spanning van den waterdamp, op de beide waarnemingsplaatsen en het gemiddelde dezer waarnemingen voor den gemiddelden vochtigheidstoestand in rekening gebracht. En ook dit nog heeft men in vele gevallen verwaarloosd. Le Roux heeft bij deze waarnemingen uit andere opgegevene omstandigheden, als weêrsgesteldheid en temperatuur, bij benadering de meest waarschijnlijke waarde voor de spanning van den waterdamp trachten op te maken;

hierbij bestaat echter, uit den aard der zaak, groote onzekerheid. Maar gelukkig is de juiste kennis van den vochtigheidstoestand van minder gewicht, daar de hiervoor aan te brengen correctie een veel geringer bedrag heeft.

De derde bron van onzekerheid, voor zooverre deze in den toestand van den atmosfeer gelegen is, is die welke de wind veroorzaakt.

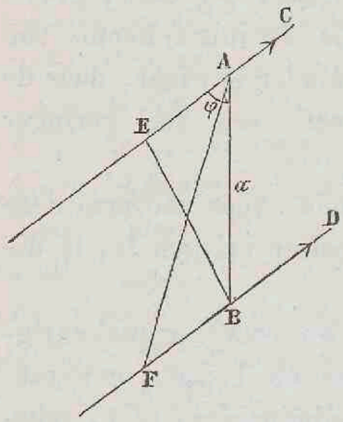
Allen, wier proefnemingen op eenige nauwkeurigheid aanspraak maken, zijn er op bedacht geweest, den invloed van den wind te elimineeren, of in rekening te brengen. Die invloed is afhankelijk zoowel van de richting als van de snelheid van den wind.

Men heeft getracht dezen bron van onzekerheid te elimineeren door zoogenaamde reciproke kanonschoten, waaronder verstaan wordt, dat de schoten op beide stations zooveel mogelijk gelijktijdig gelost worden en alzoo ook op beide plaatsen het tijdsverloop tusschen het zien van het licht en het hooren van het geluid waargenomen wordt. Men meende dat, wanneer het geluid zich alzoo in twee tegengestelde richtingen voortplantte, de wind in de ééne richting, evenveel versnellen, als in de andere vertragen zou, waardoor uit het gemiddelde de invloed van den wind geelimineerd zou zijn.

Van Rees heeft echter aangetoond dat deze redeneering onjuist is en dat men door de volgende berekening, de daarbij gemaakte fouten, vermijden kan.

Zijn A en B de beide stations, en geven AC en BD de richting van den wind aan. Zij v de snelheid van het geluid, wanneer de lucht in rust is, en BE de weg, die het geluid in die omstandigheden

Fig. 7.



in t seconden zou afleggen. Nu echter legt 't geluid, door den invloed van den wind den weg BA in dien tijd t af, zoodat EA de weg is, dien de wind in t secunden doorloopt. Is u de snelheid van den wind, dan is $EA = ut$; wij hebben in driehoek BEA:

$$BE^2 = BA^2 + EA^2 - 2\ AB \times EA \cos EAB,$$

of $\quad v^2\ t^2 = d^2 + u^2\ t^2 - 2\ ut \times d. \cos \varphi \qquad (1)$

eveneens in driehoek AFB:

$$v^2\ t'^2 = d^2 + u^2\ t^2 - 2\ ut'\ d \cos \varphi; \quad (2)$$

elimineert men u uit de vergelijkingen (1) en (2), zoo

heeft men $\quad v = d \sqrt{\frac{1}{tt^1} + \frac{(t - t')^2}{4\, t^2\, t'^2 \cos^2 \varphi}}$

Valt de windrichting samen, met de richting waarin het geluid wordt voortgeplant, dan is $\cos \varphi = \pm 1$

en hebben wij $\quad v = \frac{1}{2} \left(\frac{d}{t} + \frac{d}{t'}\right)$

Zijn daarentegen beide richtingen loodrecht op elkaar dan is $t = t'$ en de vergelijkingen (1) en (2) zijn de zelfde, zoodat u dan niet geelimineerd kan worden. De invloed van den wind is in dat geval echter de geringste.

Is men dus bekend met $t\ t'\ d$ en φ, dan is men in staat, op deze wijze de snelheid van het geluid in een atmosfeer, die in rust is, te berekenen. Schröder v. d. Kolk, heeft de waarnemingen van Moll en van Beek naar deze formule gecorrigeerd en is daardoor tot eene eenigzins verschillende uitkomst geraakt.

Zal evenwel deze berekening eenige waarde bezitten, dan zal ook voldaan moeten zijn, aan de onderstellingen waarin de gegeven formule is opgemaakt, dat nl. de wind in alle deelen van den weg, die het geluid doorloopt, volkomen dezelfde richting en dezelfde snelheid heeft. Hieraan is evenwel nooit volkomen voldaan, zelfs al worden de schoten ook, gelijk bij de proeven van Moll en van Beek, volkomen op hetzelfde oogenblik gelost. Bij eene zoo groote uitgestrektheid, als voor den afstand tusschen beide stations noodzakelijk is, vertoont de wind gewoonlijk allerlei onregelmatigheden wat richting en snelheid betreft.

Uit de proeven van Regnault namelijk, is gebleken dat wanneer men op een bepaald oogenblik de richting van den wind waarnam op twee plaatsen, die 25000 M. van elkaar verwijderd waren, het soms gebeurde dat die richtingen 90° verschilden, terwijl op eene tusschen gelegen waarnemingsplaats de richting van den wind niet tusschen de op de eindpunten waargenomene, gelegen was. Daarbij merkte hij op, dat vooral bij zwakke winden, die richting op dezelfde plaats, voortdurend wijzigingen onderging. En wat de intensiteit van den wind betrof, 't gebeurde dikwijls, dat wanneer de eene waarnemer schreef „vent très fort". op 't zelfde oogenblik die op 't andere station „vent faible" of „vent nul" aanteekende.

Uit deze proeven blijkt alzoo overtuigend, dat de onderstellingen, waarin de gegeven formule toegepast kan worden, in werkelijkheid niet zijn vervuld en dat deze daarom verworpen moet worden.

Volgens Regnault zijn alle tot dusverre gedane pogingen om eene correctie van den invloed van den wind aan te brengen, volkomen illusoir en zou men de meest nauwkeurige uitkomst verkrijgen, indien men uit een groot aantal bepalingen, gedaan bij verschillende richtingen en snelheden van wind het gemiddelde nam. Men zou de door den wind veroorzaakte fouten dan als toevallige kunnen beschouwen, waarbij verschillen evenzeer in den eenen, als in den anderen zin kunnen voorkomen.

't Valt niet te ontkennen, dat, indien men hiertoe zal mogen overgaan, werkelijk een zeer groot aantal waarnemingen zal moeten gecombineerd worden, die op verschillende tijdstippen en op verschillende plaatsen verricht zijn, anders toch zal men al licht eene richting van wind hebben, die niettegenstaande de vele wijzigingen, gedurende de proeven toch de meest heerschende was. Uit een en ander blijkt alzoo, dat de wind eene vrij aanmerkelijke onzekerheid in de uitkomsten doet ontstaan.

Eene derde bron van onnauwkeurigheid is eindelijk gelegen in den persoon van den waarnemer zelf.

Vooreerst moet de waarnemer onderdeelen van seconden schatten, 't zij uit den afstand van twee strepen, 't zij uit 't tijdsverloop tusschen de waarneming en een nieuwen tik van het uurwerk. Naar Regnault zal men hierin, hoe bekwaam de waarnemer ook zijn moge, geen grootere nauwkeurigheid kunnen verkrijgen, dan van één vijfde seconde, daar de omstandigheden, waaronder de waarneming geschiedt, uiterst ongunstig zijn. Want men kan 't verschijnsel niet vooruit zien aankomen en zich alzoo voor de waarneming voorbereiden;

altijd zal de waarnemer door 't licht of 't geluid eenigermate verrast worden.

Maar er is meer: om het tijdsverloop tusschen het zien van het licht en het hooren van het geluid te leeren kennen, is het gebruik van twee verschillende zintuigen noodzakelijk. De vraag behoort dus in aanmerking te komen of indrukken op deze zintuigen, denzelfden tijd behoeven om tot ons bewustzijn te komen, en nu is 't bekend, uit 't geen men omtrent de persoonlijke fout weet, dat dit volstrekt niet het geval is; dat het gehoor- langer tijd dan 't gezichtsorgaan behoeft, tot opname van indrukken en dat dit verschil zelfs tot enkele tienden van seconden kan opklimmen, zoodat bij een afstand der stations van eenige duizende meters, hieruit ligt eene onzekerheid van één of meer meters zou kunnen ontstaan. Zoo zoude bij den aanzienlijken afstand der beide stations in de proeven van Moll en van Beek door deze bron van fout eene onzekerheid van 1.5 M. ontstaan.

Volgens Airy zou deze bron van fout opgeheven kunnen worden, door twee personen op verschillende plaatsen een zelfde geluid te doen waarnemen; doet men dit in twee verschillende richtingen, dan zou men daardoor den invloed van den persoon des waarnemers geheel kunnen elimineren. Voor zoover ons bekend is, is van dit voorstel nooit practisch gebruik gemaakt.

't Blijkt alzoo dat verschillende oorzaken samenwerken, om de uitkomsten volgens deze methode verkregen een geringen graad van nauwkeurigheid te verschaffen. Wij willen nu de verschillende op de beschreven wijze, genomen proeven, meer in 't bizonder nagaan.

De oudste ons bekende proeven zijn genomen door Mersenne en Gassendi omstreeks de helft van de zeventiende eeuw. Bij den toenmaligen stand van de experimentele natuurwetenschap was 't niet te verwachten, dat deze eene eenigzins nauwkeurige waarde zouden opleveren.

Hetzelfde geldt voor de proeven der Florentijnsche academici; van Cassini en Huyghens; van Flamsteed, Boyle en Halley, welke nog alle in de 17e eeuw zijn verricht; waarom wij deze met stilzwijgen voorbij kunnen gaan.

Het uiteenloopen der uitkomsten van deze proeven was echter voor de FRANSCHE ACADÉMIE aanleiding, om in het jaar 1738 eene commissie te benoemen bestaande uit Lacaille, Maraldi en Cassini de Thury, aan welke opgedragen werd dit punt aan een nauwgezet onderzoek te onderwerpen. Zij kozen in de nabijheid van Parijs een paar verheven punten uit, wier afstand door geodetische metingen met nauwkeurigheid bekend was; het Parijsche Observatorium en de heuvels Montmartre en Monthléry. De afstand tusschen 't Observatorium en Monthléry bedroeg 11756, tusschen 't Observatorium en Montmartre 14636 Toisen (22913 en 28526 M.). De tijd die er tusschen het zien van het licht en het hooren van het kanonschot verliep, werd bepaald door middel van uurwerken, die halve seconden aangaven. Door reciproke schoten, trachtte men den invloed van den wind te elimineren, doch de schoten waren nooit gelijktijdig; verder werden bij iedere bepaling barometer en thermometer waargenomen; de aflezing van den hygrometer werd verzuimd. Le Roux leidt echter uit de aanteekeningen omtrent de weersgesteldheid de correctie voor den vochtigheidstoestand bij benadering af.

Bij de waarnemingen van 14 Maart vinden wij aangeteekend dat 't zonder ophouden bizonder sterk regende; de temperatuur bedroeg 6° R = 7° C° en voor het gemiddelde van twee reciproke schoten (met tijdsverloop van 35 minuten) werd gevonden $1^{m.}$ $8^{s.}$ voor den tijd, dien het geluid behoeft tot het doorloopen van een weg van 11756 T. (22913 M.). Daar 't zoo sterk regende, mag men aannemen, dat de lucht op dat tijdstip geheel verzadigd was met waterdamp: de spanning bij de opgegevene temperatuur bedraagt dan 7.75 m M.; de barometer wees 740 m M en hierin hebben we alle gegevens om de correctie voor temperatuur en vochtigheidstoestand aan te brengen. Noemen we V'_0 de hieruit afgeleide snelheid bij o^0 in drooge lucht, dan vindt men

$$V'_0 = \frac{11756}{68} \cdot \frac{\sqrt{1 - 0.38 \times 0.0105}}{\sqrt{1 \times 7.5 \times 0.00366}} =$$

$$170.215 \text{ T.} = 331.77 \text{ M.}$$

Op 16 Maart vinden we vermeld, dat de lucht helder was; de temperatuur bedroeg 4° R = 5° C°, de barometerstand 755 m M. Wegens de veelvuldige regen van de vorige dagen kan men aannemen, dat de lucht nog verzadigd was met waterdamp, die bij de gemelde temperatuur eene spanning van 6.53 m M. heeft.

Brengt men ook hier de correctie aan, dan is

$$V'_0 = \frac{11756}{68.25} \cdot \frac{\sqrt{1 - 0.38 \times 0.0065}}{\sqrt{1 + 5 \times 0.00366}} =$$

$$170.475 \text{ T.} = 332.27 \text{ M.}$$

Het gemiddelde der beide waarden van V'_0 is alzoo 170.345 T. = 332.02 M.

De later genomen proeven van La Condamine, Müller, Kästner en anderen, zijn met veel minder nauwkeurigheid verricht; daarbij is ook verzuimd de temperatuur te observeren, zoodat deze niet afzonderlijk besproken behoeven te worden.

Van meer gewicht zijn de bepalingen van Benzenberg in de jaren 1809 en 1811, nabij Düsseldorf verricht. Vooral om de meerdere volkomenheid zijner uurwerken en het groote aantal zijner waarnemingen, verdienen deze meer vertrouwen, dan alle vorige. Zelf geeft hij die bepalingen op, welke onder de gunstigste omstandigheden, wat wind betreft, genomen zijn. Zij zijn:

Datum.	Aantal Schoten.	Temperatuur.	Gemiddeld Tijdsverloop.	Snelheid bij de opgegevene Temperatuur.	V_0.
3 Dec., 1809	26	1°.9	27^{Sec}.062	335 20 M.	334.05
8 Juni, 1811	18	28°.4	25^{Sec}.857	350.78 M.	334.08
id.	12	28°.—	25^{Sec}.866		

Le Roux brengt hier, evenals bij de vorige proeven eene correctie aan, voor de waarschijnlijke vochtigheidstoestand op de gegeven data. Op 3 Dec. neemt hij 0.8 voor den vochtigheidstoestand aan, en daar bij 1°.9 de maximumspanning van waterdamp 5.27 m. M. bedraagt, zoude op dat oogenblik de in de lucht aanwezige waterdamp eene spanning van $5.27 \times 0.8 = 4.2$ m. M. bezeten hebben. Neemt men 760 m. M. voor de barometerhoogte aan, dan vindt men $V'_0 = 333.70$ M.

Voor 8 Juni, wordt de vochtigheidstoestand aangenomen, die Kaemtz in zijne Metereologie, voor die maand als gemiddelde opgeeft, zijnde 0.7: de maximumspanning van den waterdamp bij 28°.2 is 28.4 m. M., dus die van de op 8 Juni in de lucht vermoedige aanwezige bedraagt 0.7 × 28.4 = 19.9 m. M. Brengt men hiervoor de correctie aan, dan gaat de waarde 334.08 over in 332.33 M.

Ten einde de formule van La Place voor de geluidssnelheid te verifieren, benoemde het Bureau des Longitudes op diens voorstel in 1822 eene Commissie welke de vroeger genomen proeven met alle nauwkeurigheid zou herhalen. Deze commissie bestond uit Arago, Mathieu, Prony en Bouvard, waarbij zich later Humboldt en Gay-Lussac voegden. Zij kozen twee hoogten in de nabijheid van Parijs, die van Monthléry en Villejuif als waarnemingsplaatsen, waartusschen de afstand nauwkeurig bekend was als 18613 M. De proeven werden genomen op de avonden van 21 en 22 Juni, waarbij men zich voorstelde door reciproke schoten den invloed van wind te elimineren. Doch op den eersten avond hoorde men te Villejuif wel alle schoten van Monthléry, doch aldaar werden slechts zeven schoten van Villejuif waargenomen.

Op den tweeden avond was de uitslag nog veel ongunstiger; toen werd te Monthléry slechts één enkel schot gehoord. Hiermede waren de proeven geëindigd en uit de 7 schoten van 21 Juni werd het resultaat opgemaakt; deze schoten waren nog door tusschenruimten van 5 minuten gescheiden.

De uitkomsten dezer waarnemingen zijn:

Waarnemingsplaats.	Gemiddeld Tijdsverloop.	Thermometer.	Hygrometer v. Saussure.	Barometer.
Monthléry.	$54^{Sec}.43$	16°.4	59	755.4
Villejuif.	$54^{Sec}.81$	15°.9	72	756.4

waaruit voor de snelheid bij 0° berekend wordt: 331.27 M. Hieraan moet nu de correctie voor de vochtigheid van de lucht aangebracht worden. Daar de verdeeling van den hygrometer van Saussure eene willekeurige is, is men niet zeker welken vochtigheidsgraad de hier opgegevene voorstelt. Schat men dien met Le Roux op 0.65, dan bedroeg op dat tijdstip de gemiddelde spanning van den waterdamp 8.7 m. M. Hieruit leidt men af voor de snelheid bij 0° in droge lucht 330.54.

Omstreeks dienzelfden tijd zijn door Goldingham te Madras een zeer uitvoerige reeks van proeven genomen ter bepaling der geluidssnelheid. Hij maakte gebruik van de omstandigheid, dat 's morgens en 's avonds van iederen dag een kanonschot gelost werd op 't fort St. George en de artillerie kazerne St. Thomasberg. Hij kon die beide punten van uit zijn Observatorium waarnemen, en was daardoor in staat van Juli 1820 tot November 1821 circa 800 schoten te observeren. Uit den aard der zaak waren dit niet reciproke schoten, doch Goldingham heeft uit zijn groot aantal bepalingen die uitgezocht, welke bij volkomen stil weder verricht waren. Zoo vond hij 63 schoten van St. Thomas en 27 van St. George, waarvan dit de gemiddelde opgaven zijn:

Plaats waar het schot gelost werd.	Afstand tot den waarnemer.	GEMIDDELDE Barometer.	Thermometer.	Hygrometer.	Gemiddeld Tijdsverloop.
St. Thomas.	29547	29.990	83°.95	20°.31	$25^{Sec}.712$
St. George.	13932.3	30.111	79 .	11°.85	$12^{Sec}.313$
	Eng. voeten.	Eng. duimen.	Fahrenheit.	Saussure.	

Berekent men nu hieruit de snelheid bij 0° in droge lucht, dan vindt men, aannemende dat de gemiddelde vochtigheidstoestand 0.075 bedroeg, 331.10 M.

Naar aanleiding dezer uitkomst merkt Poggendorff (*Pogg. Annalen*, V) op:

„Diese Art die Beobachtungen zu berechnen, kann „indess von seiten der Theorie nicht gebilligt werden — „vielmehr ist es einleuchtend, dass man zu einem „sichern Resultate, die Beobachtungen einzeln reduceren „und dann das Mittel aus den reducirten Werthen nehmen müsse." Wij meenen echter, dat de veel eenvoudiger hierbij gevolgde rekenwijze, waarbij slechts ééne reductie met de gemiddelde thermometer- en hygrometerstand heeft plaats gehad, daarom geoorloofd is, omdat de hierdoor gemaakte fout slechts uiterst gering kan zijn; hetgeen nader uit 't volgende blijke.

Zij a de geluidssnelheid bij o°, dan mogen wij met groote benadering schrijven voor die bij $t_1^{\circ}, t_2^{\circ}, t_3^{\circ} \ldots t_n^{\circ}$
$a\ (1 + ct_1)\,, a\ (1 + ct_2)\,, a\ (1 + ct_3)\,, \ldots\ldots a\ (1 + ct_n)$.

Zien wij nu af van de waarnemingsfouten, dan zijn dit de door Goldingham gevondene snelheden; hij neemt van deze 't gemiddelde en reduceert die tot o° door daarbij de gemiddelde temperatuur te gebruiken. De gemiddelde dezer snelheden is:

$$a + \frac{ac\,(t_1 + t_2 + \ldots . t_n)}{n} \quad \text{of}$$

$a\left(1 + c\,\frac{(t_1 + t_2 \ldots . t_n)}{n}\right)$. Doch de gemiddelde temperatuur is juist $\frac{t_1 + t_2 \ldots . t_n}{n}$, zoodat deze rekenwijze ons weder tot a voert voor de snelheid bij 0°. Is er dus eene fout in de berekening van Goldingham, dan kan deze alleen daarin zijne oorsprong hebben dat $a\,(1 + ct)$ niet volkomen juist de snelheid bij $t°$ voorstelt, doch deze afwijking kan niet dan een zeer geringen invloed hebben.

Deze waarnemingen van Goldingham verdienen wellicht den voorrang boven alle anderen, tot deze categorie behoorende, om het groote aantal bepalingen en vooral ook omdat zij op zoo verschillende tijdstippen genomen zijn, zoodat daardoor eene eliminatie van atmosferische invloeden is tot stand gebracht, beter dan ooit door reciproke schoten is verkregen.

Bij al deze waarnemingen, waren de beide punten waar het kanon afgevuurd en waar het schot gehoord werd nagenoeg even hoog gelegen; bij de proeven van Myrbach en Stampfer, in Augustus 1822 genomen, bestond daarentegen een aanmerkelijk hoogteverschil tusschen beide stations. Zij kozen daartoe twee bergtoppen in de nabijheid van Salzburg, wier schuine afstand 9940 M. en wier hoogteverschil 1364 M. bedroeg.

Zij gebruikten een secundenuurwerk en een chronometer, die 4.7 tikken in de secunde deed; zij namen den thermometer waar, doch verzuimden hetzelfde met den hygrometer te doen. Het was hun doel te onderzoeken of het geluid zich even snel van boven naar beneden, als van beneden naar boven voortplantte. Zooals de theorie aangeeft, vonden zij voor beide snelheden waarden, wier verschil aan waarnemingsfouten kon toegeschreven worden. De gemiddelde snelheid bij 0° bedroeg 332.96 M. Brengt men hierbij nog de correctie aan voor den vochtigheidstoestand en stellen wij dezen naar de opgaven van Kaemtz op 0.75 dan wordt de snelheid bij 0° in droge lucht 332.44 M.

Onder het groote aantal der proeven omtrent de snelheid van het geluid in dezen tijd genomen, verdienen in 't bizonder onze aandacht, die, welke door onze landgenooten Moll en van Beek in 't jaar 1823 gedaan zijn. Zij werden genomen tusschen twee heuvels van 't Gooiland, de Kooltjesberg, een half uur ten oosten van Naarden en de Zevenboompjes in de nabijheid van Amersfoort gelegen. Door middel eener triangulatie werden beide punten aan de meting van Krayenhoff verbonden en daaruit hun afstand op 17669.28 M. bepaald. Schröder v. d. Kolk geeft in zijne meergemelde verhandeling op, dat, wanneer men de verschillende voorwaardesvergelijkingen, die er tusschen de elementen der driehoeken bestaan, behoorlijk in rekening brengt, die afstand als 17869.509 M. wordt bevonden.

Zij gebruikten voor de tijdsbepaling, tertien-horlogiën van Pfaffius met conische slingers, welke voortdurend met twee chronometers van Arnold en en Knebel vergeleken werden.

Uit 89 vergelijkingen aan de Zevenboompjes, bleek dat de secondewijzer van het tertienhorloge 69.63 omdraaiingen verrichtte in 1 minuut, door den chronometer aangewezen.

V. d. Kolk berekent de waarschijnlijke fout dezer uitkomst op $\frac{1}{23000}$.

Het horloge te Kooltjesberg maakte 69.433 omdraaiingen in 1 minuut van den chronometer, gelijk uit 21 waarnemingen bleek: de waarschijnlijke fout is hier $\frac{1}{3400}$.

Daarenboven waren op beide stations een barometer, thermometer en hygrometer van Daniell aanwezig, die gedurende de bepalingen nauwkeurig waargenomen werden.

De waarnemers namen alle mogelijke voorzorgen om hunne schoten gelijktijdig te doen plaats hebben: en terwijl bij de waarnemingen van het Bureau des Longitodes schoten gelijktijdig genoemd werden, welke door een tijdsverloop van nog 5 minuten gescheiden zijn, hebben zij door doeltreffende maatregelen kunnen bereiken, dat dat verschil in tijd van afschieten op beide stations niet meer dan 2 seconden bedroeg.

„De reden, waarom wij zooveel belang in het op-„schieten der stukken op het zelfde oogenblik stelden „(zoo zeggen zij in het verhaal hunner proeven) is, „dat het uitwerksel van den wind op de snelheid des „geluids dan alleen wordt weggenomen, wanneer eene „volmaakte gelijktijdigheid der schoten plaats had."

Deze redenering is echter onjuist, ook afgescheiden van de andere wijze van eliminering, waarvan wij vroeger spraken. Want, denkt men zich bijv. de luchtdeeltjes, in de nabijheid van een der stations, dan worden deze, ook als beide schoten volkomen gelijktijdig gelost worden, toch volstrekt niet op hetzelfde oogenblik door het geluid in beweging gebracht — want de tijd, dien het geluid behoeft, om van het eene station, tot het andere te komen, ligt hier tusschen en bij de proeven, die wij hier op het oog hebben, bedraagt die tijd nagenoeg eene minuut. Alleen dan zou de gelijktijdigheid der schoten kunnen baten, wanneer men mocht aannemen dat over de gansche uitgestrektheid van bijna 18000 M. de wind gedurende eene minuut niet van richting en intensiteit veranderde. De proeven van Regnault hebben geleerd, dat dit in geenen deele het geval is.

Van daar dan ook, dat de andere wijze waarop Schröder v. d. Kolk, voor deze proeven den invloed van den wind in rekening brengt, de nauwkeurigheid der uitkomsten niet verhoogt, daar, gelijk wij vroeger zagen, ook deze rekenwijze op de onveranderlijkheid van richting en intensiteit van den wind steunt.

Moll en van Beek hebben hunne waarnemingen verricht in de nachten van 27 en 28 Juni. De eerste nacht werden 22 gelijktijdige schoten op Kooltjesberg en Zevenboomen waargenomen, waarvan de gemiddelde uitkomsten zijn:

Tijdsverl.	Barometer.	Thermometer.	Spanning waterdamp.
$51^{Sec}.07$	0.74475 M.	$11^\circ.16$	0.00925307 M.

waaruit voor de niet-gecorrigeerde snelheid volgt: 340.06 M.

In de 2e nacht werden 14 gelijktijdige schoten gehoord, die de volgende uitkomsten opleverden:

$52^{Sec}.07$	0.74475 M.	10°98 1)	0.00840465 M.

1) Moll en van Beek geven op 11°215. Berekent men echter het gemiddelde uit hunne waarnemingen, dan wordt het hier vermelde gevonden.

waaruit wordt afgeleid voor de niet-gecorrigeerde snelheid: 339.34 M.

Berekent men uit deze waarnemingen de snelheid bij 0° in droge lucht, dan vindt men: 332.32 M. 1).

V. d. Kolk berekent de waarnemingen naar de formule op pag. 84 aangegeven en vindt daardoor voor het gemiddelde tijdsverloop op 27 Juni $51^{Sec}.94$ 2) en op 28 Juni $52^{Sec}.08$. Voor de snelheid in droge lucht bij 0° vindt hij dan 332.77 M.

Om de aangevoerde redenen meenen wij echter, dat dit cijfer hoegenaamd geene waarde bezit, boven het op de gewone wijze gevondene 332.32 M.

Ook in Engeland is eene bijdrage geleverd over de kennis van de snelheid van het geluid. In 1824 zijn door Gregory proeven daaromtrent genomen. Het eigenaardige daarvan is, dat hij niet getracht heeft den invloed van den wind te elimineren, doch dien in zijne uitkomsten in rekening te brengen. Daartoe koos hij zijne beide stations zoodanig, dat de verbindingslijn samenviel of loodrecht was op de richting van den wind. Hij verkreeg daardoor dat het geluid nu eens vertraagd, dan weder versneld werd, of wel weinig verandering in snelheid onderging, door den wind, wiens snelheid hij door middel van anemometers bepaalde.

---

1) Bravais en Martins rekenen 332.25 M.; dit geringe verschil heeft zijn oorzaak daarin, dat zij 11°21 voor de gemiddelde temperatuur op 28 Juni nemen.

2) In zijne berekening is eene fout ingeslopen: het gemiddelde is $51^{Sec}.93$, waardoor de snelheid van 340.17 in 340.24 M. verandert.

Deze proeven kunnen niet op dezelfde nauwkeurigheid aanspraak maken, als de vroeger vermelde, 't geen voornamelijk te wijten is aan den geringen afstand der beide stations, waardoor het geluid niet meer dan 6 of 8 seconden behoefde om van het eene tot het andere te komen, en alzoo eene fout van een tiende sec. in de tijdsbepaling een fout van 4 à 5 M. in de uitkomst veroorzaakt.

Maar al kunnen deze proeven ons geen nauwkeurige waarde voor de snelheid van het geluid opleveren, zij toonen ten duidelijkste aan, welk een grooten invloed de wind daarop uitoefenen kan. Zoo vinden wij twee bepalingen, bij de eerste waarvan de wind het geluid sneller, bij de tweede zich minder snel deed voortplanten, doch die overigens onder dezelfde omstandigheden genomen een verschil in uitkomst van 19.5 M. vertoonen.

Onder zeer bizondere omstandigheden, wat de temperatuur betreft, werden de proeven van PARRY en FORSTER genomen. Zij werden verricht bij gelegenheid eener reis naar de Noord-Poolstreken en zijn door Parry beschreven in „*the Journal of a third voyage for* „*the discovery of a North-West Passage.*"

Het schip Hécla overwinterde van 1824—25 te Port-Bowen, eene plaats gelegen op 73°13′39″ Noorderbreedte. Van het schip werd een stuk geschut afgevuurd en op een afstand van 3929.7 M. den tijd waargenomen, dien het geluid noodig had, om dezen afstand te doorloopen:

De resultaten dezer waarnemingen zijn:

Dag der waarneming.	Tijdsverloop.	Barometer.	Thermometer.	Snelheid.
1824.		M.	C.	M.
24 November.	12^{Sec}.3912	0.75795	—21°.67	317.14
8 December.	12".4288	0.75084	—22°.78	316.18
1825.				
10 Januari.	12^{Sec}.5294	0.76880	—38°.33	313.64
7 Februari.	12".6278	0.75303	—31 .39	311.19
17 „	12". 406	0.75178	—27°.78	316.76
21 „	12".7617	0.75526	—38°.61	307.93
2 Maart.	12". 710	0.77210	—39°.17	309.18
22 „	12".5583	0.76854	—29°.72	312.92
3 Juni.	11".7387	0.76499	+ 0°.83	334.76
4 „	11".5311	0.76458	+ 1°6.7	340.79

De hygrometer werd niet waargenomen, doch, bij deze lage temperaturen kan dit verzuim, ook al was de lucht geheel verzadigd van waterdamp, slechts zeer weinig invloed gehad hebben.

Hoewel wij de zorgen hebben te bewonderen, door de waarnemers bij die ondragelijke koude, aan hunne proeven besteed, kunnen deze evenmin als die van Gregory voor de nauwkeurige kennis van de geluidssnelheid in aanmerking komen, waartoe de standlinie ook hier weder te kort is. Dit wordt vooral duidelijk wanneer wij de verschillen nagaan bij de bepalingen van een tijdsverloop, dat door Parry en Forster afzonderlijk is geschied. Op 22 Maart vertoonen die waarnemingen een verschil van 0.3 sec., 'tgeen in de uitkomst eene onzekerheid van meer dan 8 M. veroorzaakt.

Het hooge gewicht dezer waarnemingen is echter daarin gelegen, dat hierdoor proefondervindelijk bevestigd is, wat de theorie leerde omtrent den invloed van de temperatuur op de geluidssnelheid.

Ten laatste hebben wij nog te gewagen van eene reeks van proeven door BRAVAIS en MARTINS in 1844 ondernomen. Zij wilden hierbij onderzoeken of de snelheid gewijzigd wordt, wanneer het eene station aanmerkelijk hooger ligt dan het andere. Zij kozen daartoe den top van den Faulhorn en 't dorpje Tracht nabij Brienz; twee punten wier hoogteverschil 2179 M. en wier schuine afstand 9560.7 M. bedraagt.

Voor de tijdsbepaling gebruikten zij „compteurs à pointage" van Bréguet en een uurwerk dat 320 tikken per minuut deed.

Op beide stations werden psychrometers gebruikt, en uit de aanwijzingen van deze, de spanning van den waterdamp afgeleid, naar de formule van Kaemtz:

$$E = e - 0.00085\ (t - t')\ B.$$

De sterkte van den wind werd door middel van een anemometer van Combes bepaald.

De waarnemingen gaven de volgende uitkomsten:

Datum.	TIJDSVERLOOP. Stijgend geluid.	Dalend geluid.	Gemiddeld.	Temperatuur.	K.
24 Sept.	$28^{Sec}.545$	$28^{Sec}.\ 55$	$28^{Sec}.547$	7°.25	0.0108
25 „	28". 71	28". 61	28". 66	6°.77	0.0117
27 „	28". 42	28". 47	28".445	10°.42	0.0126
Gemiddeld	$28^{Sec}.558$	$28^{Sec}.543$	$28^{Sec}.551$	8°.17	

(K = verhouding van de spanning van den waterdamp en de dampkringsdrukking.)

Hieruit wordt afgeleid voor de snelheid bij 0° in droge lucht: 332.37 M.

Eene ongunstige omstandigheid, bij deze proeven, die overigens met veel zorg en nauwkeurigheid genomen zijn, bestaat daarin, dat bij het aanmerkelijk hoogteverschil der beide stations, met nog minder grond dan in andere gevallen, voor de gemiddelde temperatuur der luchtlagen, door welke het geluid zich voortplant, het gemiddelde der beide eindtemperaturen mag genomen worden.

Zoo was op 24 September de temperatuur op het benedenstation 13° 5, op 't bovenstation 1°, terwijl voor de gemiddelde temperatuur 7°.25, genomen wordt, eene grootheid, die evenzeer eenige graden hooger of lager zou kunnen zijn.

§ 2. Waarnemingen van Regnault en Le Roux.

De tot hiertoe vermelde proeven vormen een op zich zelf staand geheel: allen zijn volgens eene zelfde methode met meer of minder nauwkeurigheid verricht, maar daarom kleven ook aan allen de fouten aan, die, gelijk wij zagen bij deze methode onvermijdelijk zijn.

Regnault is ook op dit gebied de man geweest, die van de oude handelwijze is afgestapt en eene nieuwe methode heeft ingevoerd, die eene hoogere nauwkeurigheid in de uitkomsten toelaat.

Eene uitgebreide reeks van proeven, zijn gedurende een tiental jaren, van 1855 af, door hem uitgevoerd en nauwkeurig beschreven in het XXXVII^e^ Deel van de *Mémoires de l'Académie des Sciences.*

Het grootste aantal dezer proeven is genomen in buizen behoorende tot de gas- of waterleiding der stad

Parijs. De redenen, waarom Regnault meende, dat de snelheid van het geluid in buizen, met meer nauwkeurigheid dan in de vrije lucht kon bepaald worden, zijn de volgende:

1°. In een buis vermindert, bij het langer worden van den doorloopen weg, de intensiteit van de golf in veel geringer mate, zoodat men minder sterke geluiden kan aanwenden en daarbij waarnemingen bij langere doorloopen wegen kan doen.

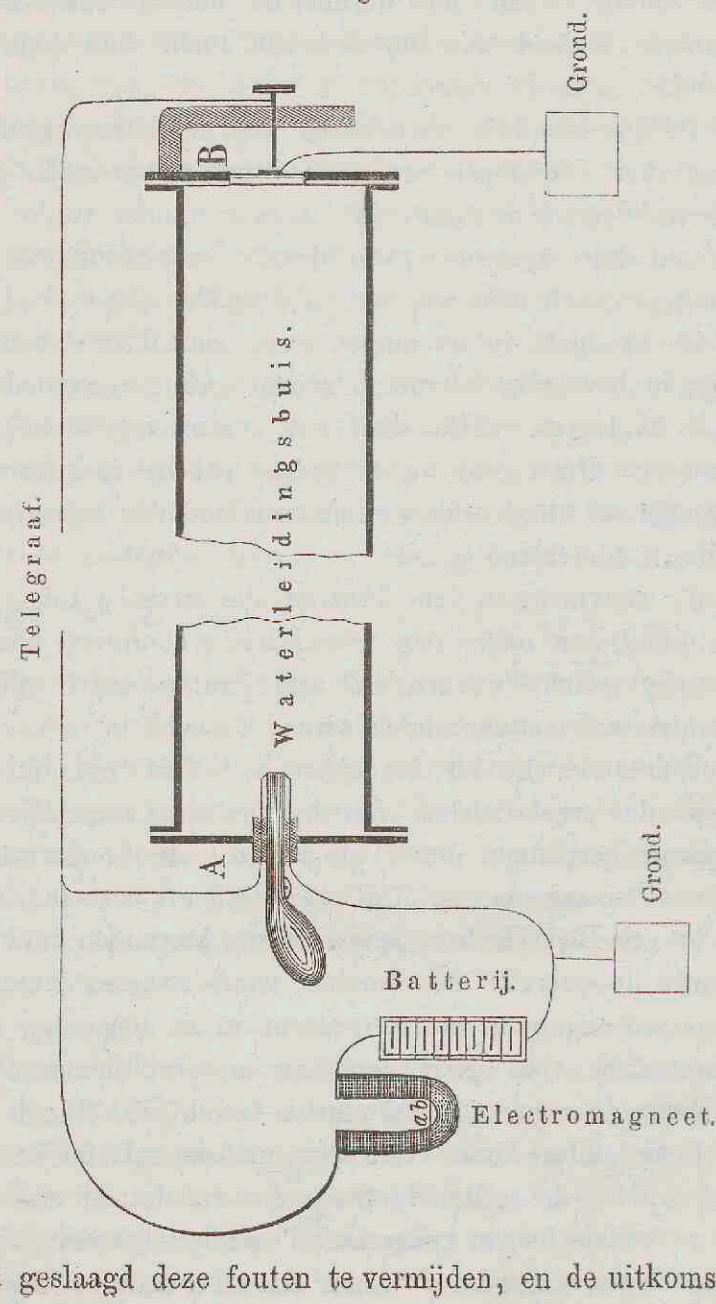
2°. De lucht in de buizen wordt niet door stroomingen in beweging gebracht, zoodat men kan aannemen, dat de lucht waarin zich het geluid voortplant, in rust is. Het moeijelijk vraagstuk van het in rekening brengen of elimineren van den invloed van den wind, vervalt hier alzoo geheel.

3°. De lucht in de buizen, die overal, tot eene zelfde diepte onder den grond liggen kan vrij nauwkeurig geacht worden in alle punten eene gelijke temperatuur en vochtigheidsgraad te hebben.

Worden alzoo bij het gebruik maken van buizen voor de voortplanting van het geluid, verschillende bronnen van fout, die bij de vorige methode aanwezig waren, weggenomen, de mogelijkheid bestaat, dat juist door die buizen een nieuwen storenden invloed wordt ingevoerd: de wanden van de buis, kunnen eene wijziging te weeg brengen in de beweging der luchtdeeltjes: a priori valt hiervan niets zeggen, de uitkomst der proeven zal moeten leeren, wat hiervan is.

Eene andere bron van fouten, bestond, gelijk wij zagen, bij de oudere methode daarin, dat de waarnemer onder hoogst ongunstige omstandigheden zijne bepalingen verrichtte. Door eene eenvoudige toepassing van den electrischen telegraaf is Regnault er

Fig. 8.



in geslaagd deze fouten te vermijden, en de uitkomsten geheel onafhankelijk te maken van den persoon des waarnemers. De tijdsbepaling geschiedt niet door den waarnemer, maar wordt door het instrument zelf opgeteekend.

De beide uiteinden der buis, waar de geluidsgolf voortgebracht en hare aankomst opgeteekend wordt, zijn door *A* en *B* aangewezen.

Het uiteinde *A* is door eene ijzeren plaat hermetisch gesloten; in eene opening, die in 't midden dezer plaat gehouden is, past volkomen juist een pistool, met een afgewogen hoeveelheid kruit geladen, waarop een vilten prop is geplaatst. Voor den mond van het pistool is een metalen draad gespannen, wiens eene uiteinde met den grond en wiens andere uiteinde met eene telegraafgeleiding in verbinding is. In de nabijheid is eene batterij, waarvan een der polen verbonden is met den draad, die voor het pistool is gespannen, terwijl de andere door eene electromagneet gaat, en verder in de telegraafgeleiding uitkomt; de stroom kan nu tot stand komen, daar de sluitdraad gesloten is. Wordt evenwel het pistool afgeschoten, en daardoor de draad, die voor zijn mond gespannen was, verbroken, dan houdt de stroom op, daar de sluitdraad niet meer gesloten is. Maar te gelijkertijd is eene geluidsgolf ontstaan, die zich door de buis, tot het andere uiteinde *B* voortplant. Dat uiteinde is ook met een ijzeren plaat afgesloten, waarin echter eene groote opening is, die, met eene zeer dunne caoutchouk membraan is bedekt. In 't midden van die membraan is een dun platina schijfje bevestigd, dat door middel van een draad met den grond in verbinding is gebracht. Tegenover het schijfje is eene metalen stift, die met de telegraafgeleiding verbonden is en waarmede het schijfje bij de minste uitwijking van de membraan in aanraking komt. Is nu de geluidsgolf in *B* gekomen, dan wordt de membraan krachtig bewogen, het schijfje komt in aanraking met de stift; — maar nu kan de stroom van de batterij weder tot werking komen, daar beide polen met den grond verbonden zijn, de eene bij *A*, de andere door de telegraafleiding en het contact tusschen de stift en het schijfje bij *B*.

Door deze inrichting heeft men alzoo verkregen, dat op het oogenblik dat de golf bij *A* tot stand komt, de stroom verbroken wordt, terwijl deze weder gesloten wordt zoo spoedig de golf het uiteinde *B* bereikt heeft. Meet men dus den tijd gedurende welken de stroom verbroken was, dan heeft men daarin tevens den tijd dien de golf behoefde om de lengte van de buis te doorloopen. Die tijdsbepaling geschiedt door den electromagneet: is de stroom gesloten, dan trekt deze een anker aan, dat op een ronddraaijenden cilinder een lijn beschrijft, doch die dat ophoudt te doen, zoodra het niet meer aangetrokken is: bij het vertrek van de golf houdt dus de lijn op, terwijl zij weder begint wanneer de golf in *B* is; uit den afstand der uiteinden kan, in verband met de snelheid waarmede de cilinder ronddraait, de tijd afgeleid worden. Dit geschiedt zeer eenvoudig, door dat behalve de genoemde lijn, tevens op den ronddraaienden cilinder de trillingen van eene stemvork en de schommelingen van een secondenslinger opgeteekend worden.

Wenscht men alzoo den tijd te kennen, verloopen tusschen het verbreken en het sluiten van den stroom, dan heeft men slechts te tellen het aantal stemvorktrillingen, gelegen tusschen de uiteinden der eerstgenoemde lijn; vergelijkt men hiermede het aantal trillingen gelegen tusschen de merken van twee opeenvolgende seconden, dan heeft men hierin een middel om met hooge nauwkeurigheid den tijd te leeren kennen, zonder dat de persoon van den waarnemer, daarbij in 't spel is gekomen.

Voor de uitvoerige beschrijving der gebruikte instrumenten, verwijzen wij naar de oorspronkelijke beschrijving l. c. pag. 23 vgg.

Bij de meeste proeven, werden de golven veroorzaakt, door het afschieten van een pistool, dat met verschillende hoeveelheden kruit geladen was. Ten opzichte der hierdoor gevormde golven, merkt Regnault op, dat zij, evenmin als alle, op andere wijzen voortgebrachte, niet voldoen aan de voorstelling, die men zich daarvan in theorie maakt: dan toch zoude men de lucht, die zich in eene bepaalde dwarsdoorsnede bevond, eensklaps in alle punten even sterk moeten samendrukken. Doch wat geschiedt er bij het afschieten van een pistool: aanvankelijk wordt een spherische golf gevormd en eerst nadat zij zich een eind in de buis heeft voortgeplant, kan zij als vlak beschouwd worden: daarbij komt, dat de drukking zich niet oogenblikkelijk in alle richtingen voortplant, een punt dat wij reeds vroeger bespraken.

Doch behalve op deze, heeft Regnault nog op onderscheidene andere wijzen, geluidsgolven voortgebracht, om daaruit den invloed van den vorm van de golf op de snelheid van het geluid te leeren kennen. Zoo veroorzaakte hij golven, door plotseling eene hoeveelheid samengeperste lucht, binnen de buizen te brengen, of wel door een zuiger, die de lucht in de buis afsloot, plotseling in snelle beweging te brengen, of eindelijk door trillende snaren of de menschelijke stem.

Worden nu de proeven, op de beschreven wijze genomen, dan bestaat er nog eene bron van fouten, die eene bepaalde overweging verdient. Is het oogenblik, waarop de geluidsgolf het einde *B* bereikt, juist hetzelfde (gelijk wij tot dusver aannamen) als dat waarop het anker van den electromagneet begint, de lijn op den draaienden cilinder te beschrijven? Het antwoord op deze vraag moet ontkennend zijn, want blijkbaar is er eenigen tijd noodig voor de beweging van de membraan, tot dat het platinaschijfje in contact komt met de stift en dan verloopt er eenigen tijd tusschen het ontstaan van het contact en het werken van het anker op den cilinder. Er zal alleen onderzocht behoeven te worden, hoe groot dit tijdsverloop is, zoodat eene verwaarlozing of in rekening brengen mogelijk zij.

Wat den tijd betreft, die er verloopt tusschen het ontstaan van het contact en het oogenblik, waarop de lijn weder op den cilinder geteekend wordt, Regnault meent, dat dit veilig verwaarloosd mag worden, daar dit een bedrag van een driehonderdste seconde niet overtreft. Daar dit tijdsverloop ook bij het afschieten van het pistool de lijn later doet eindigen, hebben wij eigenlijk hier slechts het verschil dier vertragingen, bij het begin en bij het einde te beschouwen, en zonder twijfel mogen we van dat uiterst geringe bedrag afzien.

Anders is het evenwel, met het tijdsverloop tusschen de aankomst van de golf in *B* en het ontstaan van het contact tusschen het platinaschijfje en de stift, Regnault heeft getracht het op de volgende wijze proefondervindelijk te bepalen.

Het uiteinde eener buisgeleiding van 1.10 M. middellijn, was gesloten met een ijzeren plaat, in 't midden waarvan eene opening was van 0.20 M. middellijn, die door eene membraan, afgesloten was. Het op deze membraan bevestigd schijfje, droeg een metalen stiftje met omgebogen punt: deze punt maakte dus bewegingen, evenwijdig met die van de membraan, welke bewegingen op een draaienden cilinder opgeschreven werden. Op deze zelfden cilinder teekent eene stemvork zijne trillingen, zoodat door vergelijking van beide kromme lijnen, men den tijd kan leeren kennen, dien de membraan noodig had, om eene bepaalde uitwijking te verkrijgen.

Regnault beschouwde deze bewegingen niet alleen bij de eerste aankomst van de golf in B, maar ook, wanneer deze na op het uiteinde gereflecteerd te zijn, op nieuw de membraan in beweging bracht.

Het bleek hem daarbij, dat het hier bedoelde tijdsverloop zeer goed enkele tiendegedeelten kan bedragen van den tijd voor eene dubbele vibratie van den stemvork benoodigd, terwijl die tijd in 't algemeen grooter werd, wanneer de golf meerdere reflecties had ondergaan en daarbij verzwakt was. De verplaatsing, die het plaatje van de membraan moest ondergaan bedroeg 1 m. M., terwijl het aantal trillingen van de stemvork circa 100 in de seconde bedroeg.

Hieruit blijkt, dat de hier bedoelde tijden, niet in 't algemeen verwaarloosd mogen worden en dat deze wanneer de doorloopen weg kort is, eenigen invloed op de uitkomst kunnen uitoefenen. Bij de vermelding van Regnault's resultaten zal dit punt nader ter sprake komen.

De eigenlijke proeven zijn genomen in verschillende buizen, wier middelijnen 0.108, 0.300, 0.216 en 1.10 M. bedroegen: de uiteinden der drie eerstgenoemden waren afgesloten door membranen van 0.10 M., de laatste soort eener membranen 0.30 M. middellijn. Niet alleen werden de golven waargenomen, die direct van het uiteinde *A* in *B* kwamen, doch ook die, welke, na gereflecteerd te zijn, op nieuw de membraan in beweging brachten. Om hierbij ook golven te kunnen observeren op de plaats waar het pistool afgeschoten was, werd onmiddellijk na het afschieten van het pistool de plaat waarin dit bevestigd was, weggenomen en eene nieuwe plaat met membraan, geheel overeenkomende met die, welke het andere uiteinde afsloot, aangebracht.

Het zou ons te ver voeren, wanneer we een overzicht wilden geven van alle uitkomsten, die Regnault bij zijne uiterst talrijke waarnemingen verkregen heeft. Liever willen wij nagaan, welke gevolgtrekkingen hij zelf in zijne „*Conclusions Generales*" (l. c. p. 539) uit deze bepalingen trekt.

Een eerste besluit is, dat een geluidsgolf, die zich in eene buis voortplant, langzamerhand, bij het grooter worden van den doorloopen weg aan intensiteit verliest en dat deze afname des te sneller geschiedt, naarmate de buis geringer dwarsdoorsnede heeft.

Dit besluit wordt getrokken:

1°. door de lengten der doorloopen wegen te vergelijken, waarbij in de verschillende buizen het oor een aanvankelijk even sterk geluid, niet meer waarneemt, en 2° door die wegen na te gaan, waarbij de membranen niet meer door de geluidsgolf in beweging gebracht worden.

Werd nu het geluid veroorzaakt, door het afschieten van een met 1 G. kruit geladen pistool, dan vond Regnault dat het oor dat geluid niet meer waarneemt, wanneer in de buizen van 0.108, 0.300, en 1.10 M. middellijn, respectievelijk wegen van 1150, 3810 en 9540 M. doorloopen waren, terwijl de membranen niet meer in beweging werden gebracht, wanneer in die zelfde buizen, wegen van 4054, 11430 en 19851 M. doorloopen waren.

De oorzaak van deze intensiteitsvermindering is voornamelijk gelegen in de afgifte van levende kracht der golf aan de wanden van de buis. Een bewijs hiervan zag men bij de buizen der waterleiding *St. Michel* (1.10 M. middellijn), welke in eene onderaardsche galerij op kolommen rust; bij het passeren van de geluidsgolf werd in deze galerij een sterk geluid gehoord, dat alleen door afgifte van levende kracht aan de wanden der buis kan veroorzaakt zijn.

Eene tweede gevolgtrekking wordt gemaakt, waar Regnault de voortplantingssnelheid van de golf in verband met hare intensiteit beschouwt. Wel is waar zouden deze beide grootheden volgens de formule van La Place onafhankelijk van elkaâr zijn, doch Regnault meent in zijne inleiding te hebben aangetoond, dat, volgens eene meer volkomene formule, gelijk hij die gegeven heeft, dat verband wel degelijk aanwezig is. Reeds vroeger hebben we deze theoretische ontwikkeling beschouwd en het onjuiste daarvan aangetoond. Van bevestiging dier formule, zoals Regnault meent, dat zijne waarnemingen doen, kan derhalve geen sprake zijn: 't is alleen de vraag of werkelijk de feiten wijzen op eene afhankelijkheid van de geluidssnelheid en de intensiteit van de voortgeplante golf.

De door Regnault aangehaalde uitkomsten zijn:

Buizen van 0.108 M. middelijn (*Route d'Ivry*).

Doorl. weg.	Snelheid.	Doorl. weg.	Snelheid.
Lading 0.3 G.		Lading 0.4 G.	
566.74 M.	330.99 M.	1351.95 M.	329.95 M.
1133.48 „	328.77 „	2703.90 „	328.20 „
1700.22 „	328.21 „	4055.85 „	326.77 „
2266.96 „	327.04 „		
2833.70 „	327.52 „		

Buizen van 0.300 M. middellijn (*Route Militaire*).

Doorl. weg.	Snelheid.	Doorl. weg.	Snelheid.
Lading 0.4 G.		Lading 1.5 G.	
1905 M.	331.91 M.	3810.3 M.	332.18 M.
3810 „	328.72 „	7620.6 „	330.43 „
		11430.— „	329.64 „
		15240.— „	328.96 „

Buizen van 1.10 M. middellijn (*Égout Saint-Michel*).

Doorl. weg.	Snelheid.
Lading 1 G.	
749.1 M.	334.16 M.
1417.9 „	332.50 „
5671.8 „	331.24 „
11343.6 „	330.68 „
17015.4 „	330.50 „
19851.3 „	330.52 „

Uit deze cijfers blijkt dan, dat naarmate de doorloopen weg grooter wordt, de gemiddelde snelheid op dien weg afneemt, terwijl daarenboven die afname der snelheid verschillend is in de buizen van verschillende wijdte, daar deze te sneller geschiedt, naarmate de doorsnede van de buis geringer is.

Dit laatste komt vooral uit, wanneer men de snelheden vergelijkt, op het oogenblik dat de golven zoo verzwakt zijn, dat de membranen niet meer in beweging gebracht worden.

Deze snelheden zijn:

Middellijn buis.	Doorl. weg.	Snelheid.
0.108 M.	4055.9 M.	326.99 M.
0.300 „	15240.0 „	328.96 „
1.10 „	19851.3 „	330.52 „

Het blijkt alzoo, dat de golven, die aanvankelijk dezelfde intensiteit hebben, omdat zij door ontbranding van gelijke hoeveelheden kruit veroorzaakt zijn, verschillende gemiddelde voortplantingssnelheden hebben, wanneer hunne eind-intensiteit weder dezelfde is, maar zich in buizen van verschillende wijdte hebben bewogen.

Daar nu, zoo vervolgt Regnault, de snelheden in de hier aangegeven gevallen dezelfde zouden moeten zijn, indien de verzwakking van de golf alleen aan eene afgifte van levende kracht aan de wanden der buis was toe te schrijven, volgt, nu dit niet het geval is dat er nog eene andere oorzaak voor die verzwakking moet aanwezig zijn; deze bestaat in eene werking der buiswanden, die de elasticiteit van de lucht aanmerkelijk wijzigt, doch de dichtheid niet verandert; door aan te nemen dat deze werking in de nauwe buizen aanzienlijker is dan in de wijde, komt men tot de verklaring der gevondene ongelijke snelheden.

Tot zoover Regnault in de mededeeling zijner conclusien en de feiten waarop zij berusten; wij willen nu nagaan in hoeverre hij recht heeft uit zijne bepalingen die gevolgtrekkingen af te leiden.

Wat de intensiteitsvermindering betreft, dit feit blijkt ten duidelijkste uit alle waarnemingen en liet zich dan ook a priori verwachten. Regnault schrijft haar toe:

1°. aan eene afgifte van levende kracht der luchtdeeltjes aan de buiswanden;

2°. aan eene andere werking dier wanden, waardoor de elasticiteit vermindert, terwijl de dichtheid onveranderd blijft.

Wanneer met deze tweede oorzaak eene warmtewisseling tusschen de luchtdeeltjes en de buiswanden bedoeld wordt, waardoor alzoo de temperatuursveranderingen, die de verdichtingen en verdunningen vergezellen, slechts ten deele tot stand kunnen komen, dan, gelooven wij, kan noch tegen het feit zelve, noch tegen de daarvan gegevene verklaring eenige bedenking worden ingebracht. Anders is het met de tweede door Regnault gemaakte conclusie, betreffende de toenemende vermindering der voortplantingssnelheid, welke toegeschreven wordt:

1°. aan de twee der zoo even genoemde oorzaken;

2°. aan de voortdurend afnemende intensiteit.

Wij meenen echter te kunnen aantoonen, dat de juistheid van het hier bedoelde feit niet uit de proeven blijkt, daar, zoo de snelheid werkelijk, bij het langer worden van den doorloopen weg, mocht verminderen, deze afname een zoo gering bedrag heeft, dat ze niet met zekerheid uit de uitkomsten dezer waarnemingen kan worden afgeleid.

De op eene vorige bladzijde medegedeelde snelheden, zijn verkregen door den weg dien de golf van den mond van het pistool tot de membraan die zij in beweging brengt, aflegt, te deelen door den tijd, dien zij daartoe behoeft.

Wij weten echter dat de golf op de eerste gedeelten van den weg, door de onregelmatigheden der beweging, zich sneller voortplant dan in het geval der normale voortplanting, die wij hier op het oog hebben. Die grootere snelheid bij het begin, zal een grooteren invloed op de gemiddelde snelheid uitoefenen, naarmate de weg, waarover deze laatste berekend is, korter wordt. Is dus de snelheid van het geluid bij normale voortplanting werkelijk onafhankelijk van de intensiteit, dan zou bij de beschouwing der hier opgegeven waarden 't toch schijnen, alsof de snelheid bij het langer worden van den doorloopen weg afnam. Uit de door Regnault opgegeven cijfers valt dus omtrent het hier bedoelde punt niets te beslissen en wij zullen, zoo wij hieromtrent eenig besluit willen trekken, andere waarden moeten zoeken, waarop de onregelmatigheden bij het begin der beweging geen invloed kunnen uitoefenen.

Gelukkig geeft Regnault ons daartoe alles aan, daar bij iedere waarneming, behalve de hier opgegevene gemiddelde snelheden V'_0, ook nog andere waarden W'_0 berekend zijn, die beter voor ons doel geschikt zijn.

Onder deze W'_0 verstaat Regnault de gemiddelde snelheid waarmede de golf steeds een zelfden weg doorloopt, doch wanneer deze een verschillend aantal reflexies heeft ondergaan en dus verschillende intensiteit verkregen heeft.

Waarden van W'_0 bij verschillende doorloopen Wegen en Ladingen.

Doorloopen weg. (L. = 1417.9 M.)

Serie.	Lading.	3 L.	4 L.	5 L.	6 L.	7 L.	8 L.	9 L.	10 L.	11 L.	12 L.	13 L.	14 L.
1e, p. 305	0.5 G.	330.40	330.31	330.25	330.14	330.15	329.99	329.62	329.93	—	—	—	—
2e, » 315	1. »	330.84	330.60	330.70	330.63	330.23	330.04	330.02	330.04	—	—	—	—
5e, » 345	1. »	330.56	330.27	330.41	330.23	330.00	330.17	330.22	329.92	329.82	330.22	—	—
6e, » 350	1. »	330.74	330.87	330.58	330.50	330.65	330.22	330.16	330.19	330.70	—	—	—
7e, » 353	1. »	330.92	330.60	330.63	330.64	330.52	330.30	330.02	330.00	330.04	—	—	—
10e, » 377	1. »	330.82	330.70	330.61	330.73	330.69	330.57	330.47	330.00	329.93	—	330.50	—
3e, » 322	1.5 »	330.38	330.57	330.66	330.60	330.38	330.42	330.18	330.18	—	330.50	—	330.54
4e, » 333	2. »	330.80	330.51	330.96	330.25	329.85	330.12	329.72	329.82	329.91	329.82	330.09	330.16
8e, » 358	2. »	331.44	330.60	330.59	330.85	330.59	330.62	330.48	330.33	329.75	330.34	330.04	330.44

Ware Regnaults gevolgtrekking ten opzichte der veranderlijkheid van de voortplantingssnelheid juist, dan zoude die invloed van de intensiteit zich op de verschillende waarden W'_0 moeten doen gevoelen.

In de bijgaande tabel vermelden wij de waarden W'_0 in de geleiding van 1.10 M. middellijn van de *Egout St.-Michel* verkregen, waaronder nu verstaan wordt de gemiddelde snelheid, waarmede steeds de dubbele lengte van de buis, eene lengte van 2835.8 M., doorloopen wordt.

Wij deelen de cijfers, verkregen nadat de golf voor de eerste maal deze lengte doorloopen heeft, niet mede, om zekerheid te hebben dat de onregelmatigheden bij het begin, geen invloed op onze uitkomsten kunnen uitoefenen.

Bij eene eerste beschouwing der cijfers, voorkomende in iedere verticale kolom, blijkt het reeds, dat er hoegenaamd geen verband bestaat, tusschen de voortplantingssnelheid en de hoeveelheid kruit, door de ontbranding waarvan de golf is ontstaan en hiervan toch is de intensiteit afhankelijk. Die invloed van de lading op de intensiteit blijkt ten overvloede nog daaruit, dat de golven van 2 G. nog eene beweging van de membraan veroorzaken na een doorloopen weg 14 L., terwijl die van 0.5 G. reeds na een weg 10 L., hare aankomst het laatst heeft aangeteekend.

In verschillende dier kolommen ziet men bij een schot van 1 of zelfs van 0.5 G. kruit, eene grootere waarde voor de snelheid dan bij schoten, die door 1.5 of 2 G. kruit veroorzaakt zijn. Ook zijn de afwijkingen die er tusschen de snelheden bestaan bij grootere en kleinere lading, niet aanzienlijker dan die, welke de verschillende waarden bij schoten van 1 G. vertoonen.

Uit de beschouwing der snelheden bij verschillende lading doch gelijke doorloopen wegen blijkt de invloed van de intensiteit alzoo niet. Wij zullen nu de waarden van W'_0 in iedere horizontale rij onderling vergelijken en dus snelheden bij gelijke lading doch ongelijke doorloopen wegen beschouwen.

't Kan daarbij niet ontkend worden, dat deze cijfers eene strekking vertoonen om eenigermate af te nemen bij het langer worden van den doorloopen weg. Doch 't is er verre van, dat deze afname een geprononceerd karakter of een eenigzins regelmatig verloop zou hebben; integendeel een aantal uitzonderingen zijn aan te wijzen: de cijfers der 3e, 4e, 5e, 6e en 7e Serie wijzen wel aanvankelijk op eene afname, doch bij de latere waarden weer op eene toename; in de 7e en 8e Serie wordt afwisselend een vermeerdering en vermindering bespeurd.

Is er dus in 't algemeen beloop een zeer geringe afname in de waarden W'_0 te bemerken, zonder dat dit daarom een algemeene regel is, dan behoeft de oorzaak daarvan toch nog niet aan een invloed van de intensiteit te worden toegeschreven. Want er is eene andere reden, die eene geringe afname der cijfers van iedere horizontale rij ten gevolge moet hebben. De tijden toch waaruit de waarden van W'_0 zijn afgeleid, geven niet met volkomene juistheid den tijd aan, noodig voor het doorloopen van de dubbele lengte der buis; zij geven het tijdsverloop aan tusschen twee opvolgende contacten van het platinaschijfje der membraan en de metalen stift. Alleen dan zouden de beide hier bedoelde tijden volkomen gelijk zijn, wanneer er altijd een gelijken tijd verliep tusschen de aankomst van de golf en het ontstaan van het hier bedoelde contact. Uit de voorloopige proeven van Regnault is echter gebleken, dat die tijden te langer zijn, naarmate de golf minder intensiteit heeft, waaruit volgt dat iedere opgegevene waarde van W'_0 met zeker bedrag vermeerderd moet worden, daar de tijd, waaruit de opgegevene getallen zijn afgeleid allen iets te groot zijn. En het blijkt eveneens uit die proeven, terwijl het zich ook uit den aard der zaak liet verwachten, dat die correctien voor W'_0 grooter zijn, naarmate de golf een grooter weg doorloopen heeft en door de verzwakking van de golf, de membraan meer tijd voor hare beweging behoeft.

't Is te betreuren, dat Regnault slechts eene enkele waarneming vermeldt, die onder gedeeltelijk andere omstandigheden genomen is, waaruit het bedrag dier correctie zou op te maken zijn en dat hij, met ééne uitzondering, bij het trekken zijner besluiten die verbeteringen nooit heeft aangebracht. Wij zijn daardoor niet in staat met juistheid op te geven, in hoeverre de verschillende waarden van W'_0 hierdoor nog meer tot elkaar naderen; zeker echter is het, dat de onderlinge, reeds uiterst geringe, verschillen, door deze oorzaak nog verminderen.

Op deze gronden meenen wij tot het besluit te mogen komen, dat Regnault geen recht heeft, uit zijne waarnemingen de gevolgtrekking af te leiden dat de snelheid van het geluid afhankelijk is van de intensiteit.

Om verschillende redenen, hebben wij tot hiertoe alleen gesproken over de waarden van W'_0 in de buizen van 1.10 M. middellijn, verkregen. Allereerst omdat de daarin genomen proeven verreweg de meest talrijke zijn en de golven daar na een groot aantal reflexies waargenomen worden. Bij de buizen van 0.300 M. en 0.108 M. middellijn is er slechts een enkele serie waarin eene viermaal gereflecteerde golf is waargenomen en dan nog komt in die serie slechts één of twee waarnemingen voor. De daaruit afgeleide cijfers hebben alzoo een veel geringer gewicht, dan de nu meêgedeelde. Maar er is nog eene andere reden: de voorloopige proeven van Regnault, welke dienden om den tijd te bepalen, noodig voor de beweging der membraan, hadden uitsluitend betrekking op de wijde buizen van 1.10 M. middellijn, en al zijn ons zelfs daarvan de nauwkeurige waarden onbekend, toch kunnen wij uit die proeven het bedrag der correctie eenigermate leeren kennen. Bij de nauwe buizen verkeeren wij daarentegen in geheele onzekerheid: uit sommige verschijnselen kunnen wij echter afleiden, dat in dit geval de correctien veel aanzienlijker behooren te zijn, dan in de wijde buizen.

Bij de buizen van 0.108 M. wijdte is daarvoor eene goede reden aan te geven: daar bij deze de geheele opening met de membraan afgesloten is, is het duidelijk dat er voor de reflexie op deze membraan eenigen tijd noodig is, wier opvolgende verschillen bij de waarden W'_0 als correcties in rekening gebracht moeten worden. Bij de wijde buizen is slechts een klein deel van de opening met de membraan gesloten, zoodat de reflexie van de golf op de ijzeren plaat geschieden kan, die het overige deel afsluit — en voor de reflexie op die onbewegelijke plaat behoeft geen tijd berekend te worden. Wij onthouden ons alzoo èn om het geringe aantal der waarnemingen, èn om het onzekere van de aan te brengen correcties, van eene mededeeling van cijfers betreffende de nauwe buizen, meenende uit de waarnemingen in de buizen van 1.10 M. aangetoond te hebben dat Regnault geen recht heeft uit deze, eene werking van de intensiteit af te leiden.

Regnaults proeven hebben ook gestrekt om na te gaan in hoeverre de theoretische uitdrukking voor de geluidssnelheid juist was, waar zij ons leert, dat deze onafhankelijk is van de drukking: tot nog toe waren er geen proeven genomen (wanneer we de relatieve bepalingen van Kundt uitzonderen) die de juistheid der formule in dit opzicht bevestigden.

Bij eene eerste serie proeven varieerde de drukking van 0.557 tot 0.838 M. terwijl zij bij eene volgende, tusschen 0.247 en 1.267 M. begrepen waren. Hij geeft, als einduitkomst dezer waarnemingen op, dat het hem niet gelukt eenig verschil in snelheid van voortplanting bij deze verschillende drukkingen te vinden, zoodat de onafhankelijkheid van snelheid en drukking hiermede bewezen is.

De afwijkingen die hier bij verschillende drukkingen gevonden worden, zijn niet kleiner en vertoonen geen onregelmatiger verloop dan de opgegevene waarden van W'_0. Evenwel zijn alle waarden bij hooge drukkingen iets grooter dan bij lage: de verschillen zijn echter te gering en komen te weinig regelmatig voor, dan dat hieruit eenige afhankelijkheid van drukking en snelheid van voortplanting zou afgeleid kunnen worden

Behalve de tot hiertoe besprokene proeven in buizen, heeft Regnault ook waarnemingen verricht, die op eene voortplanting in de vrije lucht betrekking hebken. De methode tot bepaling van den tijd die het geluid behoeft om een bekenden afstand te doorloopen, was geheel dezelfde, als die bij de proeven in de buizen toegepast werd. Membranen werden door de geluidsgolven bewogen: door die beweging werd een stroom verbroken en de merken dezer stroomverbreking op een ronddraaienden cilinder aangeteekend. Voor dit doeleinde, waren de membranen, ter voorkoming van bewegingen door wind of dergelijke oorzaken, van bizondere inrichtingen voorzien.

De geluidsgolven werden veroorzaakt door het afschieten van een stuk geschut, dat beurtelings met 250 of met 500 gram kruit geladen was.

Wij hebben er vroeger op gewezen, hoe men bij dergelijke waarnemingen onbekend is met den invloed van den wind en met de gemiddelde temperatuur der luchtlagen, die het geluid passeert. Ook Regnault wist geen middel die bronnen van onzekerheid in de uitkomst te doen verdwijnen en meende dat alleen door het aantal waarnemingen te vermeerderen, de nauwkeurigheid der uitkomst verhoogd kon worden. Hij gebruikte tevens reciproke schoten om daardoor eene ruwe eliminatie van den invloed van den wind te verkrijgen: voor de gemiddelde temperatuur werd genomen, evenals vroeger bij dergelijke waarnemingen, het gemiddelde der temperaturen op de beide eindpunten.

Achttien reciproke waarnemingen bij eene lading van 250 G. worden vermeld; iedere golf doorliep een weg van circa 1300 M. en als gemiddelde uitkomst werd verkregen 331.37.

Van de schoten met 500 G. lading worden 118 reciproke waarnemingen vermeld, waarbij het geluid nagenoeg 2450 M. doorliep en waarvan de gemiddelde uitkomst is 330.71 M. Men ziet dat ook uit deze waarnemingen niets van een invloed van de intensiteit blijkt; om deze uitkomst echter niet in bepaalden tegenspraak met Regnaults conclusie te doen zijn, merkt hij op, dat in 't eerste geval de doorloopen weg veel geringer is dan bij de lading van 500 G., en dat dus de golf die daar de stroom verbrak, niet bepaald geringer intensiteit dan in het tweede geval behoeft gehad te hebben.

Indien echter het verschil in beide uitkomsten niet geheel aan waarnemings- of toevallige fouten kan toegeschreven worden, dan zouden, meenen wij, de onregelmatige bewegingen in de nabijheid van den mond van het geschut, die bij den korteren doorloopen weg een grooter invloed op de uitkomst hebben, daarvan de oorzaak kunnen zijn.

Wat nu de waarde betreft, die uit alle deze proeven, als de meest waarschijnlijke voor de snelheid van het geluid volgt, daarvoor wordt door Regnault niet één maar drie getallen opgegeven.

De eerste waarde is afgeleid uit de waarnemingen in de buizen van 1.10 M. en is „la vitesse moyenne „dans l'air sec et à 0° d'une onde produite par un coup „de pistolet et comptée depuis la bouche de l'arme „jusqu'au moment où elle s'est tellement affaiblie, quelle „ne fait plus marcher mes membranes les plus sensi„bles: $V'_0 = 330.6$ M''.

De volgende waarde is uit dezelfde waarnemingen afgeleid en is „la vitesse minima, celle que possède „l'onde la plus affablie, $W'_0 = 330.3$ M."

Eindelijk de snelheid, afgeleid uit de proeven in de vrije lucht genomen $V'_0 = 330.7$ M.

De opgave dezer drie waarden, hangt zamen met Regnault's beschouwing, dat de snelheid van het geluid eene veranderlijke grootheid is, afhankelijk van de intensiteit en dat daarom de waarden V'_0 en W'_0 eene verschillende physische beteekenis hebben.

Wij meenen echter, dat al de door Regnault verrichte bepalingen, de waarde voorstellen van ééne zelfde grootheid (nl. de snelheid van het geluid, bij eene voortplanting, zooals men zich in de theorie die denkt), doch dat die waarnemingen zeer verschillende wijzigingen hebben ondergaan, door storende invloeden, die men in de theorie niet in rekening brengt, als daar zijn: de warmtewisseling door de buiswanden; de onregelmatige beweging bij het begin der voortplanting van eene golf, die door een kanon- of pistoolschot veroorzaakt is, en anderen.

Waren die correcties bij iedere waarneming met zekerheid aan te brengen, dan zouden Regnault's bepalingen een zeer groot aantal waarden bevatten eener zelfde grootheid, waardoor een hooge graad van nauwkeurigheid in de einduitkomst verkregen zou kunnen worden. Dit is echter geenszins het geval en men zal zich dus slechts hebben te bepalen tot die waarbij de storende invloeden in de minste mate hebben gewerkt.

Welke zijn dit?

Ongetwijfeld de waarden W'_0 in onze tabel opgegeven in de 3 of 4 eerste verticale kolommen. Want gelijk wij vroeger opmerkten oefenen de onregelmatigheden bij het begin op deze waarden geen invloed uit; door de wijdte der buizen kunnen de warmtewisselingen slechts een zeer kleine vermindering aanbrengen, terwijl, omdat de golf nog genoeg intensiteit heeft, de vertragingen door de membranen veroorzaakt ook uiterst gering kunnen zijn.

Houden wij in 't oog dat de cijfers in iedere kolom, uit 52 enkele waarnemingen verkregen zijn, dan vinden wij als gemiddelde van 208 waarden 330.6 M.

De genoemde storende omstandigheden kunnen, gelijk wij gezien hebben, slechts een zeer geringen invloed op dit resultaat uitgeoefend hebben, en al kunnen wij dien invloed niet met juistheid aangeven, doch kunnen wij zeker zijn, dat daardoor eene vermindering der werkelijke waarde is te weeg gebracht. De snelheid van het geluid, is dus waarschijnlijk iets grooter dan 330.6 M.

Beschouwen wij, aan de andere zijde, de uitkomsten der waarnemingen in de vrije lucht, op welke de storende werking van warmteverwisseling geen invloed kan uitoefenen, doch die daarentegen door de onregelmatige bewegingen bij den mond van het geschut, wellicht eene iets te groote waarde zullen opleveren. Wij nemen daarbij aan, dat door het groot aantal der onder verschillende omstandigheden genomen proeven, wind en temperatuur in de einduitkomsten geen wijziging brengen. Uit 118 waarnemingen wordt verkregen 330.71 M. en uit 18 andere, 331.37 M.; kennen wij aan ieder dezer waarden een gewicht toe, overeenkomstig het aantal bepalingen waaruit zij zijn afgeleid, dan vindt men voor de snelheid in de vrije lucht, waarschijnlijk iets te groot 330.8 M.

Uit de proeven van Regnault, meenen wij alzoo te mogen besluiten dat de snelheid van het geluid tusschen 330.6 en 330.8 M. gelegen is.

Ten slotte hebben wij nog melding te maken van eene bepaling van Le Roux (*Annales de Chemie et Physique*, 4e Serie, T. XII) verricht volgens eene methode, die in principe met die van Regnault overeenstemt: de details van den gebruikten toestel, zijn echter geheel verschillend.

Een zinken buis van 7 c. M. middellijn en nagenoeg 77 M. lengte, was aan beide zijden door een caoutchouk membraan afgesloten en in een bak met smeltend ijs geplaatst, waardoor de lucht in de buis op eene temperatuur van 0° kon gehouden worden. Tegen iedere membraan rust een slinger, die wanneer hij van de membraan verwijderd wordt, een stroom verbreekt en daardoor een inductievonk doet ontstaan. Wordt nu een geluidsgolf veroorzaakt, door met een houten hamer tegen eene der membranen te slaan, dan wordt de slinger door die beweging verwijderd en er komt een vonk: is de golf aan 't andere uiteinde genaderd, dan wordt ook daar, door de beweging van den membraan op nieuw een slinger verwijderd, een stroom verbroken en een inductievonk voortgebracht. De tijd verloopen tusschen het ontstaan der beide inductievonken leert de snelheid van het geluid kennen: die tijd wordt door een zeer eigenaardig ingerichten chronoskoop gemeten: het is een houten staaf, die, van onderen voldoende bezwaard, volkomen verticaal, vrij valt en in zijn val ook het punt passeert waar de inductievonken gevormd worden — de vonken geven op den staaf een teeken, waartoe op dezen een zilveren plaat is bevestigd, die aan jodiumdampen is blootgesteld geweest en uit den afstand dezer teekens wordt dan den tusschen het ontstaan der vonken verloopen tijd berekend.

Uit een groot aantal (77) waarnemingen, wordt dan voor de snelheid van het geluid bij 0° in drooge lucht gevonden 330.66 M.

Volgens Le Roux overtreft de grootste fout, die in deze uitkomst aanwezig kan zijn, niet een bedrag van 20 c. M.

't Is te betreuren dat Le Roux deze proeven niet herhaald heeft in buizen van andere afmetingen, want daar omtrent den invloed van de wanden der buis niets à priori te zeggen valt, gelden deze proeven alleen voor het geval dat het geluid zich in een zinken buis van 7 c. M. middellijn voortplant.

§ 3. Methode van Bosscha.

In het jaar 1853 is door Dr. J. Bosscha Jr., eene methode bekend gemaakt (*Pogg. Annalen Bd.* 92), waardoor men ook binnen kleine ruimten de snelheid van het geluid bepalen kan: zij berust op de waarneming van coincidenties van tikken van twee uurwerken.

't Behoeft geen betoog van hoe groot gewicht zulk eene methode is, indien zij nauwkeurige uitkomsten kan opleveren, daar de gelegenheid tot het nemen van dergelijke proeven zeer vermeerderd zou zijn, indien de groote omslag, bij vorige proeven noodzakelijk, vermeden kon worden. Een ander, hoogst belangrijk voordeel, zou daarin bestaan, dat de geluidsgolven door die tikken veroorzaakt, weinig intensiteit behoeven te bezitten en men alzoo geheel vrij is van de onregelmatige luchtbewegingen, die steeds ontstaan bij het lossen van kanon- of pistoolschoten.

Zien wij, waarop deze methode neêrkomt.

Onderstel, zegt Bosscha, dat men op eenigen afstand van elkaâr twee uurwerken geplaatst heeft, wier gang zoo geregeld is, dat terwijl het een *A* 100 secunden slaat, het ander *B* 99 tikken doet hooren. Een waarnemer plaatst zich bij *A* en gaat na hoeveel tijd er verloopt, tusschen het gelijktijdig hooren der tikken van *A* en *B*; blijkbaar zal dit na elke 100 secunden gebeuren. Evenwel vallen op het oogenblik, waarop men beide tikken gelijktijdig hoort, de hamers van beide uurwerken niet gelijktijdig neêr, de hamer van *B* is vroeger neêrgevallen, daar het geluid eenigen tijd behoefde om van *B* tot den waarnemer te komen.

Brengt men nu op het oogenblik, dat men de tikken gelijktijdig hoort, het uurwerk *B* plotseling 3.3 M. nader bij *A*, dan zal (aannemende, dat de snelheid van het geluid 330 M. bedraagt) men in de volgende secunde weêr het sammenvallen der tikken hooren; want het tijdsverloop tusschen 2 opvolgende tikken is bij *B* 0.01 sec. langer dan bij *A* en door het plotseling nader brengen van *B* wordt het tijdsverloop tusschen het hooren van twee opvolgende tikken van *B* met 0.01 sec. verkort en dus gelijk aan dat van *A* gemaakt. De volgende samenvalling der tikken zal weêr na 100 secunden geschieden en dus 101 sec. na de laatste samenvalling toen *B* op zijn oude plaats stond. Had men *B*; 2 × 3.3 M. nader gebracht, dan zou het tijdsverloop tusschen de laatste coincidentie vóór de verplaatsing en de eerste nadat *B* zijn nieuwen stand had ingenomen, 102 secunden geworden zijn.

Geschiedt behalve de verplaatsing van B tevens eene verplaatsing van A in de richting van B, dan zullen de verlengingen der tijdsverloopen tusschen 2 coincidenties, door iedere plaatsing op zich zelve veroorzaakt, bij elkaâr gevoegd moeten worden.

In plaats van nu den afstand der uurwerken te veranderen, 't geen in de uitvoering moeijelijkheden zou opleveren, kan ook de waarnemer zelf zich verplaatsen. Indien hij zich aanvankelijk bij A bevindt en zich naar B begeeft, komt dit blijkbaar op hetzelfde neêr, dat de beide uurwerken onderling van plaats verwisseld hebben, of wel, of een der uurwerken over den dubbelen afstand verplaatst is. Was nu de afstand der uurwerken d en vielen de coincidenties na a sec. voor, terwijl wanneer hij zich van A naar B begaf, dat tijdsverloop met n sec. vermeerderde, dan kan op de volgende wijze de geluidssnelheid S daaruit afgeleid worden. Het verschil tusschen 2 opvolgende tikken van A en van B bedraagt $\frac{1}{a}$ sec. in welken tijd het geluid een weg $\frac{S}{a}$ aflegt; geschiedde de verplaatsing over den afstand $\frac{S}{a}$ dan zoude a bij de verplaatsing met 1 sec. toenemende; nu is die toename n sec. bij eene verplaatsing $2d$, dus:

$$\frac{2d}{\frac{S}{a}} = n, \text{ waaruit } S = 2d\,\frac{a}{n}.$$

Of, verplaatst men zich eerst van A naar B en is dan het tijdsverloop, tusschen twee coincidenties en

b' dat tijdsverloop als men zich van B naar A beweegt, dan is ook:

$$S = 2d \cdot \frac{b + b'}{b - b'}.$$

Bosscha vermeldt eene door hem, met 2 oude secunden-uurwerken van Knebel genomen proef, waarbij $d = 15$ M., $a = 57$ sec. en $n = 4''.85$ was, waaruit wordt afgeleid:

$$S = \frac{30 \times 57}{4.85} = 352.5 \text{ M.}$$

Buitendien geeft Bosscha nog eene andere wijze aan, waarop men van coincidenties zou kunnen gebruik maken, ter bepaling der geluidssnelheid.

Verbindt men nl. een uurwerk met eene galvanische batterij en brengt men in den sluitdraad tevens twee electromagnetische klokken, bij welke het tijdsverloop tusschen twee opvolgende slagen volkomen hetzelfde is, dan zullen wanneer, de klokken naast elkaâr staande, de tikken samenvielen, dit niet meer plaats hebben, wanneer men zich met een der klokken verwijdert. Doch heeft men zich zoover verwijderd, dat het geluid juist het tijdsverloop tusschen twee opvolgende tikken behoeft, om dien afstand te doorloopen, dan zal men weder coincidenties waarnemen. Door zich dus zoover te verwijderen dat de tikken weêr samenvallen, heeft men den weg bepaald dien het geluid in een bekenden tijd aflegt.

In 1862, alzoo negen jaren later, heeft Faye (*Comptes Rendus LV*, *Cosmos XXI*) geheel dezelfde methode als eene nieuwe voorgesteld: terecht zegt daarom Pisko (*Die neueren Apparate der Akustik*, *pag.* 209): „Die Priorität dieses schönen Gedankens „gehört also ohne Zweifel dem Dr. J. Bosscha."

Wat nu de uitvoering dezer methode betreft en de graad van nauwkeurigheid, die daarbij te bereiken is, het is te betreuren, dat er tot heden geene waarnemingen zijn verricht, die daaromtrent uitspraak hebben gedaan en dit te meer, daar R. König te Parijs, de bekwame vervaardiger van akustische instrumenten, een toestel heeft uitgedacht, die de uitvoering van Bosscha's methode heeft mogelijk gemaakt.

Uit het medegedeelde is op te maken aan welke voorwaarden zoodanig toestel moet voldoen: men zal twee klokken moeten hebben, die tegelijk slaan en waarbij het tijdsverloop tusschen twee slagen nauwkeurig bekend is. Daartoe maakt König gebruik van eene stemvork, die tien dubbele trillingen in de secunde verricht en daardoor telkens na verloop van 0.1 secunde den stroom eener batterij sluit. Wanneer nu twee electromagnetische klokken in den sluitdraad van dezen stroom geplaatst zijn, dan zullen deze gelijktijdig slaan, iedere 0.1 secunde, daar beide afhangen van den stemvork. Want telkens als de stroom gesloten wordt, wordt tevens door een electromagneet een anker aangetrokken; doch terstond daarna wordt de stroom weder verbroken en door een krachtigen veer wordt het anker in zijn ouden stand gebracht en doet daarbij een korten krachtigen tik hooren.

Men heeft zich alzoo met een der klokken slechts zoover te verwijderen, tot de tikken op nieuw samenvallen en heeft hierin den weg dien het geluid in een tiende seconde aflegt.

Hoewel, gelijk wij reeds opmerkten, de ondervinding daaromtrent nog geen uitspraak gedaan heeft, laat het zich verwachten, dat door middel van dezen toestel eene nauwkeurige bepaling zal kunnen geschieden. Want het oor is in staat, om twee geluiden, die door eene zeer kleine tusschenruimte gescheiden zijn, afzonderlijk waar te nemen, vooral wanneer beide toonen niet even hoog zijn: het maakt een geheel anderen indruk of de hoogere toon de lagere voorafgaat of omgekeerd.

Daarbij kan door de optische methode van Lissajous de stemvork zóó gestemd worden, dat zij met hooge nauwkeurigheid tien dubbele trillingen in de seconde verricht.

STELLINGEN.

I.

De pogingen van Schröder v. d. Kolk, Regnault en anderen om de benaderingsformule

$$v = \sqrt{\frac{P}{D} \cdot \frac{c}{c'}}$$

te verbeteren, hebben tot geene bevredigende uitkomsten geleid.

II.

Ten onrechte wordt door Regnault uit zijne waarnemingen afgeleid, dat de snelheid van het geluid afhankelijk zoude zijn van de intensiteit.

III.

»Die Entropie der Welt strebt einem Maximum zu."
(Clausius).

IV.

De invoering van absolute temperaturen, is alleen uit een practisch oogpunt te verdedigen.

V.

De bewering van Zeuner »die Regeneratoren sind »vollständig wirkungslos", is onjuist.

VI.

Ten onrechte wordt beweerd, dat de contact-theorie niet in overeenstemming zou te brengen zijn met het beginsel van behoud van arbeidsvermogen.

VII.

De wet van evenredigheid van kracht en versnelling vloeit niet, zooals Schell beweert, onmiddellijk voort uit de wet van oorzaak en gevolg.

VIII.

»Le calcul n'est qu'un instrument, précieux »et nécessaire sans doute, parcequ'il assure et »facilite notre marche, mais qui n'a par lui même »aucune vertu propre, qui ne dirige point l'esprit, »mais que l'esprit doit diriger, comme tout autre »instrument."

(Poinsot.)

IX.

De symbolische methode tot integratie van differentiaalvergelijkingen, leert geene enkele oplossing kennen, welke ook niet op de gewone wijze zou te vinden zijn.

X.

De beteekenis der negatieve en gebroken exponenten is door overeenkomst bepaald, doch kan niet uit de oorspronkelijke beteekenis van macht worden afgeleid.

XI.

Evenmin kan het bewezen worden, dat wanneer vermenigvuldiger en vermenigvuldigtal beiden negatief zijn, het product positief is.

XII.

Onze tegenwoordige kennis van de zon is onvoldoende om daaruit eene theorie omtrent hare constitutie af te leiden.

XIII.

Uit de verschillen in breekbaarheid van de onderscheidene deelen der zonneprotuberansen, mag men niet besluiten tot daarmede evenredige verschillen in beweging dier deelen.

XIV.

De door Dulong en Petit gevonden betrekking tusschen atoomgewichten en specifieke warmten mag, tot bepaling van eene dier grootheden, alleen bij lichamen in gasvormigen toestand toegepast worden.

XV.

Waarschijnlijk zijn de steenkolen grootendeels uit zeeplanten ontstaan.

XVI.

»Wer eine Grenzlinie ziehen will zwischen Instinkt »und Verstand, oder Verstand und Vernunft, giebt »dadurch allein schon das beste Zeugniss ab, dass er »niemals mit prüfendem Blicke, das Leben und Trei»ben der Thiere, und namentlich der Insekten, beobach»tet habe."

(Carl Vogt.)

XVII.

Door de splitsing van de Kruipende Dieren van Linnaeus in de beide klassen: Amphibia en Reptilia, »gab man gewiss einem durchaus natürlichem, erst »mit den Fortschritt der Wissenschaft erkannten »Verhältniss Ausdruck."

(Claus.)

XVIII.

De natuurwetenschap moet niet alleen om haar zelve, maar ook en vooral om hare toepassingen beoefend worden.