



De loopbaan van de planeet Hecate

<https://hdl.handle.net/1874/261958>

DE LOOPBAAN

VAN DE

PLANEET HECAETE.

ACADEMISCH PROEFSCHRIFT,

NA MACHTIGING VAN DEN RECTOR MAGNIFICUS

D^R. F. A. W. MIQUEL,

GEWOON HOOGLEERAAR IN DE WIS- EN NATUURKUNDE,

MET TOESTEMMING VAN DEN ACADEMISCHEN SENAAAT

EN

VOLGENS BESLUIT DER PHILOSOPHISCHE FACULTEIT,

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN

Doctor in de Wis- en Natuurkunde,

AAN DE HOOGESCHOOL TE UTRECHT,

op Donderdag den 23 April 1870, des namiddags ten 2 ure,

TE VERDEDIGEN

DOOR

JACOB ELIAS STARK,

geboren te *Rhenen*.



UTRECHT,

P. W. VAN DE WEIJER.

Provinciaal- en Stads-Steendrukker.

1870.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PLANTING THE SEED

BY DANIEL B. WOODRUFF

CHICAGO: THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS, 1914

PRINTED BY THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

Copyright, 1914, by Daniel B. Woodruff

Published in the U.S.A. by The University of Chicago Press

and in England by George Bell and Sons, London

and in Canada by The University of Toronto Press

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

54 EAST LAKE STREET



THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

§ 1. Waarnemingen van de planeet Heate.

N ^o .	WAAR- NEMINGS- PLAATS.		M. T. BERLIJN.	A. R.	DECL.	BROU.
1	Ann Arbor.	Julij	11.83662	21 ^h 10 ^m 54.40 ^s	-15° 47' 45.4"	A. N. 1709
2	"	"	11.90645	10 52.28	48 4.3	" "
3	"	"	13.77140	9 53.43	57 24.9	" "
4	Clinton	"	14.83143	9 30.00	-16 4 0.0	" 1755
5	"	"	15.73334	8 46.37	7 41.7	" "
6	"	"	16.75712	8 10.06	13 7.4	" "
7	Marseille	"	17.57615	7 40.00	17 47.0	C. R. LXVII
8	Clinton	"	17.70975	7 35.63	18 16.4	A. N. 1755
9	Ann Arbor.	"	17.76986	7 33.62	18 37.1	" "
10	Parijs	"	18.52171	7 4.68	22 47.2	" Wolf "
11	"	"	18.55340	7 3.63	22 57.2	" "
12	"	"	19.49601	6 27.87	23 9.0	" "
13	Clinton	"	19.76707	6 17.30	29 43.2	A. N. 1755
14	Parijs	"	20.48491	5 49.37	33 45.0	Wolf
15	"	"	20.51291	5 48.37	33 55.3	" "
16	"	"	21.48452	5 9.64	39 23.1	" "
17	Clinton	"	21.76947	4 58.26	41 2.3	A. N. 1755
18	Parijs	"	24.46447	3 6.35	56 44.8	Wolf
19	"	"	24.54225	3 2.98	57 11.3	" "
20	"	"	25.43972	2 25.00	-17 2 25.1	" "
21	Clinton	"	25.74727	2 11.92	4 13.2	A. N. 1755
22	Parijs	"	30.48083	20 58 44.48	32 15.9	Wolf
23	"	"	31.45457	58 0.91	38 1.0	" "
24	"	"	31.50062	57 58.79	38 18.2	" "
25	"	Aug.	1.44715	57 16.00	44 1.4	" "
26	"	"	7.47317	52 43.48	-18 19 27.3	" "
27	"	"	8.42313	52 1.18	24 55.3	" "
28	"	"	10.56506	50 25.90	37 6.3	" "
29	"	"	12.48370	49 2.02	47 54.1	" "
30	"	"	13.44547	48 21.51	53 11.9	" "
31	Clinton	"	17.63761	45 29.11	-19 15 25.0	A. N. 1755
32	"	"	21.65374	42 57.91	35 11.2	" "
33	"	"	15.72048	40 40.90	53 32.8	" "
34	Ann Arbor.	Sept.	20.71483	35 3.83	-21 4 13.2	" 1718
35	"	"	23.56416	35 30.73	6 23.8	" "
36	"	Oct.	11.62532	42 59.68	0 32.4	" 1721
37	"	"	12.58017	43 36.02	-20 59 9.6	" "

C. R. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences.

A. N. Astronomische Nachrichten.

Wolf, mededeelingen per brief.

§ 2. Elementen van uitgang.

In de A. N. 1718 geeft WATSON de volgende elementen:

T = Epoche: 1868 Sept. 10 Washington M. T.

$$\begin{aligned} M_0 &= 10^\circ 5' 30''.4 \\ \pi &= 304^\circ 45' 0''.5 \\ \Omega &= 128^\circ 28' 37''.7 \\ i &= 6^\circ 33' 34''.6 \\ \varphi &= 8^\circ 39' 32''.5 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} M_0 \\ \pi \\ \Omega \\ i \\ \varphi \end{aligned}} \right\} \text{M. Aequin. 1868.0}$$

$$\begin{aligned} \log a &= 0.493331 \\ \mu &= 645''.669 \end{aligned}$$

§ 3. Formules gebruikt bij het berekenen der Ephemeride.

Constanten van GAUSS:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \psi &= \frac{\operatorname{tg} i}{\cos \Omega} & \operatorname{tg} B &= \frac{\sin \Omega \cos \varepsilon \sin \psi}{\sin i \cos (\psi + \varepsilon)} \\ \operatorname{tg} A &= -\frac{\cot i}{\cos \Omega} & \operatorname{tg} C &= \frac{\sin \Omega \sin \varepsilon \sin \psi}{\sin i \sin (\psi + \varepsilon)} \\ \sin a &= \frac{\cos \Omega}{\sin A} & \sin b &= \frac{\cos \varepsilon \sin \Omega}{\sin B} \\ \sin c &= \frac{\sin \varepsilon \sin \Omega}{\sin C} & \varepsilon &= 23^\circ 27' 23''.00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 218^\circ 39' 38''.07 & \log. \sin. a &= 9.9982563 \\ B &= 130^\circ 27' 38''.96 & \log. \sin. b &= 9.9749245 \\ C &= 114^\circ 23' 2''.13 & \log. \sin. c &= 9.5341980 \end{aligned}$$

De controle van de constanten
van GAUSS.

$$\begin{aligned} \cos a &= \sin b \sin c \sin (B-C) \\ \cos b &= \sin a \sin c \sin (C-A) \\ \cos c &= \sin a \sin b \sin (A-B) \end{aligned}$$

2^e controle van de constanten
van GAUSS.

$$\operatorname{tg}(\lambda - \Omega) = \cos i \operatorname{tg}(v + \pi - \Omega)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} i \sin(\lambda - \Omega)$$

$$x_1 = r \cos \beta \cos \lambda$$

$$x = x_1$$

$$y_1 = r \cos \beta \sin \lambda$$

$$y = y_1 \cos \varepsilon - z_1 \sin \varepsilon$$

$$z_1 = r \sin \beta$$

$$z = z_1 \cos \varepsilon + y_1 \sin \varepsilon$$

Berekening der Ephemeride:

$$M = M_0 + \mu(t - T)$$

$$M = E - e \sin E$$

$$e = \sin \varphi \times 208264''.8$$

$$\operatorname{tg} \frac{E}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \frac{\operatorname{tg} \frac{E}{2}}{\operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

$$r = a(1 - e \cos E)$$

$$x = r \sin a \sin(A_1 + v)$$

$$A_1 = A + (\pi - \Omega)$$

$$y = r \sin b \sin(B_1 + v)$$

$$B_1 = B + (\pi - \Omega)$$

$$z = r \sin c \sin(C_1 + v)$$

$$C_1 = C + (\pi - \Omega)$$

$$\frac{y + Y}{x + X} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\text{A.R. app.} = \text{A.R. } 1868.0 + f + g \sin(G + \alpha) \operatorname{tg} \delta$$

$$\frac{z + Z}{x + X} \cos \alpha = \operatorname{tg} \delta$$

$$\text{Decl. app.} = \text{Decl. } 1868.0 + g \cos(G + \alpha).$$

$$\frac{z + Z}{\sin \delta} = A.$$

§ 4. Ephemeride van de Planeet.

DATUM.	A. R.	DECL.	LOG. Δ.	DATUM.	A. R.	DECL.	LOG. Δ.
O. m. t.				O. m. t.			
Julij 11	21 ^h 11 ^m 20.12	-15° 43' 36.2	0.22909	Aug. 29	20 ^h 39 ^m 4.08	-20° 7' 4.2	0.23767
" 12	10 49.66	48 31.4	0.22770	" 30	38 37.37	10 56.6	0.23941
" 13	10 18.04	53 32.6	0.22637	" 31	38 11.98	14 41.9	0.24119
" 14	9 45.30	58 39.6	0.22510	Sept. 1	37 47.92	18 20.1	0.24302
" 15	9 11.47	-16 3 52.1	0.22389	" 2	37 25.23	21 51.1	0.24489
" 16	8 36.60	9 9.7	0.22274	" 3	37 3.92	25 14.8	0.24680
" 17	8 0.72	14 32.2	0.22165	" 4	36 44.02	28 31.2	0.24875
" 18	7 23.88	19 59.4	0.22062	" 5	36 25.55	31 40.1	0.25075
" 19	6 46.11	25 30.9	0.21964	" 6	36 8.52	34 41.6	0.25278
" 20	6 7.47	31 6.3	0.21873	" 7	35 52.96	37 35.7	0.25485
" 21	5 28.02	36 45.4	0.21789	" 8	35 38.87	40 22.3	0.25696
" 22	4 47.80	42 27.9	0.21711	" 9	35 26.27	43 1.5	0.25911
" 23	4 6.86	48 13.4	0.21639	" 10	35 15.18	45 33.2	0.26129
" 24	3 25.26	54 1.6	0.21574	" 11	35 5.62	47 57.3	0.26350
" 25	2 43.05	59 52.0	0.21516	" 12	34 57.59	50 13.8	0.26573
" 26	2 0.29	-17 5 44.5	0.21464	" 13	34 51.10	52 22.8	0.26800
" 27	1 17.02	11 38.6	0.21420	" 14	34 46.16	54 21.3	0.27029
" 28	0 33.31	17 34.0	0.21383	" 15	34 42.78	56 18.2	0.27260
" 29	20 59 49.21	23 30.3	0.21353	" 16	34 40.97	58 4.5	0.27494
" 30	59 4.79	29 27.3	0.21330	" 17	34 40.73	59 43.3	0.27732
" 31	58 20.10	35 24.5	0.21313	" 18	34 42.06	-21 1 14.6	0.27971
Aug. 1	57 35.20	41 21.6	0.21303	" 19	34 44.96	2 38.5	0.28212
" 2	56 50.14	47 18.3	0.21300	" 20	34 49.43	3 54.9	0.28455
" 3	56 4.98	53 14.3	0.21305	" 21	34 55.46	5 3.9	0.28700
" 4	55 19.78	59 9.2	0.21317	" 22	35 3.05	6 5.6	0.28947
" 5	54 34.59	-18 5 2.7	0.21336	" 23	35 12.20	6 59.9	0.29195
" 6	53 49.43	10 54.5	0.21362	" 24	35 22.91	7 46.9	0.29444
" 7	53 4.50	16 44.2	0.21395	" 25	35 35.15	8 26.6	0.29695
" 8	52 19.70	22 31.6	0.21434	" 26	35 48.91	8 59.1	0.29947
" 9	51 35.16	28 16.4	0.21480	" 27	36 4.18	9 24.5	0.30200
" 10	50 50.92	33 58.1	0.21534	" 28	36 20.95	9 42.8	0.30454
" 11	50 7.04	39 36.6	0.21595	" 29	36 39.20	9 54.0	0.30709
" 12	49 23.59	45 11.5	0.21662	" 30	36 58.92	9 58.2	0.30964
" 13	48 40.63	50 42.7	0.21736	Oct. 1	37 20.10	9 55.4	0.31221
" 14	47 58.21	56 9.6	0.21817	" 2	37 42.73	9 45.7	0.31479
" 15	47 16.39	-19 1 32.2	0.21904	" 3	38 6.80	9 29.2	0.31737
" 16	46 35.23	6 50.1	0.21998	" 4	38 32.28	9 5.8	0.31995
" 17	45 54.79	12 3.1	0.22098	" 5	38 59.15	8 35.6	0.32254
" 18	45 15.13	17 11.0	0.22205	" 6	39 27.41	7 58.6	0.32513
" 19	44 36.29	22 13.6	0.22318	" 7	39 57.05	7 14.8	0.32772
" 20	43 58.33	27 10.6	0.22437	" 8	40 28.04	6 24.4	0.33031
" 21	43 21.39	32 1.8	0.22563	" 9	41 0.37	5 27.3	0.33290
" 22	42 45.26	36 47.1	0.22695	" 10	41 34.04	4 23.7	0.33550
" 23	42 10.25	41 26.3	0.22832	" 11	42 9.03	3 13.5	0.33810
" 24	41 36.31	45 59.1	0.22974	" 12	42 45.31	1 56.9	0.34079
" 25	41 3.48	50 25.5	0.23122	" 13	43 22.88	0 33.7	0.34329
" 26	40 31.81	54 45.4	0.23275	" 14	44 1.72	-20 59 4.0	0.34588
" 27	40 1.33	58 58.5	0.23434	" 15	44 41.81	57 27.6	0.34846
" 28	39 32.08	-20 3 4.8	0.23598				

§ 5. Formules om de waarnemingstijden voor aberratie en de waarnemingen voor parallaxis te verbeteren.

$$\alpha' - \alpha = - \frac{\pi \rho \cos \varphi'}{\Delta} \cdot \frac{\sin(\theta - \alpha)}{\cos \delta}$$

$$\text{tang } \gamma = \frac{\text{tang } \varphi'}{\cos(\theta - \alpha)}$$

Waarnemingstijd — 497.8. Δ = interpolatietijd.

$$\pi = 8''.90 \quad \delta' - \delta = - \frac{\pi \rho \sin \varphi'}{\Delta} \cdot \frac{\sin(\gamma - \delta)}{\sin. \gamma}$$

§ 6. Vergelijking van de waarnemingen met de Ephemeride.

No.	Waarnemingsplaats.	M. T. Berlijn.	Waargenomen A.R.	Be-rekende A.R.	W-R. $\Delta \alpha$.	Waargenomen Decl.	Be-rekende Decl.	W-R. $\Delta \delta$.
1	Ann-Arbor	Julij 11.82688	^h 21 ^m 10 ^s 54.38	^h 21 ^m 10 ^s 55.02	— 0.64	— 15° 47' 41.0"	— 15° 47' 39.8"	— 1.2
2	"	" 11.89672	21 10 52.38	21 10 52.86	— 0.48	— 15 47 59.9	— 15 48 0.6	+ 0.7
3	"	" 13.76173	21 9 53.32	21 9 53.20	+ 0.12	— 15 57 20.5	— 15 57 25.9	+ 5.4
4	Clinton	" 14.82177	21 9 30.03	21 9 17.58	+ 12.45	— 16 3 59.5	— 16 2 56.0	— 1' 3.5
5	"	" 15.72371	21 8 46.24	21 8 46.34	— 0.10	— 16 7 37.3	— 16 7 41.5	+ 4.2
6	"	" 16.74751	21 8 9.98	21 8 9.87	+ 0.11	— 16 13 2.9	— 16 13 10.3	+ 7.4
8	Clinton	" 17.70016	21 7 35.48	21 7 35.02	+ 0.46	— 16 18 12.0	— 16 18 20.8	+ 8.8
9	Ann-Arbor	" 17.76028	21 7 33.52	21 7 32.81	+ 0.71	— 16 18 32.6	— 16 18 40.6	+ 8.0
10	Parijs	" 18.51216	21 7 4.58	21 7 4.65	— 0.07	— 16 22 42.4	— 16 22 48.7	+ 6.3
11	"	" 18.54384	21 7 3.58	21 7 3.45	+ 0.13	— 16 22 52.4	— 16 22 59.2	+ 6.8
12	"	" 19.48647	21 6 27.54	21 6 27.41	+ 0.13	— 16 28 4.3	— 16 28 13.6	+ 9.3
13	Clinton	" 19.75752	21 6 17.25	21 6 16.92	+ 0.33	— 16 29 38.6	— 16 29 44.6	+ 6.0
14	Parijs	" 20.47539	21 5 49.23	21 5 48.81	+ 0.42	— 16 33 40.3	— 16 33 47.1	+ 6.8
15	"	" 20.50338	21 5 48.27	21 5 47.71	+ 0.56	— 16 33 50.5	— 16 33 56.6	+ 6.1
16	"	" 21.47502	21 5 9.51	21 5 9.00	+ 0.51	— 16 39 18.4	— 16 39 27.7	+ 9.3
17	Clinton	" 21.75997	21 4 58.30	21 4 57.52	+ 0.78	— 16 40 57.7	— 16 41 5.4	+ 7.7
18	Parijs	" 24.45501	21 3 6.20	21 3 6.12	+ 0.08	— 16 56 40.1	— 16 56 40.8	+ 0.7
19	"	" 24.53279	21 3 2.94	21 3 2.84	+ 0.10	— 16 57 6.4	— 16 57 8.0	+ 1.6
20	"	" 25.43028	21 2 24.83	21 2 24.71	+ 0.12	— 17 2 20.5	— 17 2 23.5	+ 3.0
21	Clinton	" 25.73780	21 2 11.97	21 2 11.55	+ 0.42	— 17 4 8.5	— 17 4 11.9	+ 3.4
22	Parijs	" 30.47135	20 58 44.37	20 58 43.75	+ 0.62	— 17 32 11.0	— 17 32 15.7	+ 4.7
23	"	" 31.44516	20 58 0.78	20 58 0.13	+ 0.65	— 17 37 56.2	— 17 38 3.5	+ 7.3
24	"	" 31.49120	20 57 58.72	20 57 58.07	+ 0.65	— 17 38 13.3	— 17 38 20.0	+ 6.7
25	"	Aug. 1.43774	20 57 15.86	20 57 15.49	+ 0.37	— 17 43 56.6	— 17 43 57.8	+ 1.2
26	"	" 7.46372	20 52 43.41	20 52 43.70	— 0.29	— 18 19 22.3	— 18 19 25.6	+ 3.3
27	"	" 8.40369	20 52 1.10	20 52 1.68	— 0.58	— 18 24 50.4	— 18 24 51.2	+ 0.8
28	"	" 10.55560	20 50 25.98	20 50 26.49	— 0.51	— 18 37 1.4	— 18 37 6.6	+ 5.2
29	"	" 12.47419	20 49 2.59	20 49 3.15	— 0.56	— 18 47 49.1	— 18 47 49.1	+ 0.0
30	"	" 13.43595	20 48 21.42	20 48 22.06	— 0.64	— 18 53 7.1	— 18 53 5.7	+ 1.4

N ^o .	Waarnemings-plaats.	M. T. Berlijn.	Waargenomen A.R.	Berekende A.R.	W-R. $\Delta \alpha$.	Waargenomen Decl.	Berekende Decl.	W-R. $\Delta \delta$
31	Clinton	Aug. 17.62801	^{h m s} 20 45 29.22	^{h m s} 20 45 29.79	- 0.57	-19° 15' 20.4"	-19° 15' 17.1"	- 3.3
32	"	" 21.61402	20 42 57.97	20 42 57.97	0.00	-19 35 6.6	-19 35 6.2	- 0.4
23	"	" 25.71063	20 40 40.83	20 40 40.85	- 0.02	-19 53 28.2	-19 53 30.9	+ 2.7
34	Ann-Arbor	Sept. 20.70368	20 35 3.96	20 34 53.51	+10.45	-21 4 9.3	-21 4 44.2	+ 34.9
35	"	" 23.55284	20 35 30.65	20 35 17.93	+12.72	-21 6 19.8	-21 7 26.8	+ 1' 7.0
36	"	Oct. 11.61272	20 42 59.75	20 42 31.11	+28.64	-21 0 28.8	-21 2 27.2	+ 1' 58.6
37	"	" 12.56749	20 43 36.03	20 43 6.47	+29.56	-20 59 6.0	-21 1 10.5	+ 2' 4.5

§ 7 Normaal plaatsen.

M. Aequin. 1865.0

M. T. Berlijn.	α (100)	δ (100)	Aantal waarnemingen.
18.29 Julij	$\Delta \alpha = +0.17$	$\Delta \delta = + 6.4$	316° 48' 0.6"
21.66 Aug.	$= -0.196$	$= - 0.3$	-16° 21' 39.8"
22.13 Sept.	$= +11.59$	$= +51.0$	310 43 55.9
12.09 Oct.	$= +29.10$	$= +21.6$	-21 5 33.9
			310 48 30.9
			-21 0 0.6
			2

§ 8. Formules gebruikt om de differentiaal vergelijkingen te berekenen.

$$\begin{aligned}
 A &= -\frac{\sin \alpha}{A}; & B &= \frac{\cos \alpha}{A}; & C &= -\frac{\cos \alpha \sin \delta}{A}; & D &= -\frac{\sin \alpha \sin \delta}{A}; \\
 E &= \frac{\cos \delta}{A}; & F &= -\frac{2}{3\mu \sin 1''} + a \operatorname{tg} \varphi (t-T) \frac{\sin v}{r}; & G &= a \operatorname{tg} \varphi \frac{\sin v}{r}; \\
 H &= -a \cos \varphi \frac{\cos v}{r}; & I &= a^2 \cos \varphi \frac{t-T}{r^2}; & K &= a^2 \cos \varphi \frac{1}{r^2}; \\
 L &= \frac{2}{\cos \varphi} \sin v + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \sin 2v; & M &= x \cot (A + u); \\
 N &= y \cot (B + u); & O &= z \cot (C + u); & P &= r \cos a \sin u; \\
 Q &= r \cos b \sin u; & R &= r \cos c \sin u; & S &= Ax + By; & T &= AM + BN;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U &= AP + BQ; \quad V = -A (y \cos \varepsilon + z \sin \varepsilon) + B x \cos \varepsilon \\
 W &= Cx + Dy + Ez; \quad X = CM + DN + EO; \quad Y = CP + DQ + ER; \\
 Z &= -C (y \cos \varepsilon + z \sin \varepsilon) + Dx \cos \varepsilon + Ex \sin \varepsilon. \\
 \cos \delta \, dx &= (SF + TL) d\mu + (SG + TK) dM + (SH + TL) d\varphi + Td\pi + (V-T) d\Omega + Udi \\
 d\delta &= (WF + XI) d\mu + (WG + XK) dM + (WH + XL) d\varphi + Xd\pi + (Z-X) d\Omega + Ydi
 \end{aligned}$$

§ 9. De differentiaal vergelijkingen behandeld volgens de methode der kleinste kwadraten.

I	1.75297n x + 0.32847y + 9.57394z + 0.19217u + 8.63204n v + 7.67544n w + 0.38859n = 0	cos δ dx	Julij
II	0.70673n x + 9.58518y + 8.98113z + 9.44912u + 9.24832 v + 8.41413 w + 0.80618n = 0	dδ	id.
III	1.81886n x + 0.32445y + 9.61889z + 0.18839u + 8.56151n v + 8.48106 w + 0.44393 = 0	cos δ dx	Aug.
IV	1.25379n x + 9.49077y + 8.21278z + 9.35280u + 9.24264 v + 9.30657n w + 9.52288 = 0	dδ	Aug.
V	1.67965n x + 0.24808y + 9.67110z + 0.11177u + 8.46438n v + 8.68959 w + 2.21002n = 0	cos δ dx	Sept.
VI	1.39700n x + 0.18965y + 9.73709z + 0.05414u + 8.42728n v + 8.78849 w + 2.60930n = 0	cos δ dx	Oct.
VII	1.22541n x + 9.31534y + 7.52091z + 9.17007u + 9.10864 v + 9.61420n w + 2.08493n = 0	dδ	Oct.
hierin	x = dμ y = dM z = dφ u = dπ v = dΩ w = di		

I	0.75297n x + 0.32847y + 0.57394z + 0.19217u + 9.63204n v + 8.67544n w + 0.38859n = 0
II	0.70673n x + 9.58518y + 9.98113z + 9.44912u + 9.24832 v + 9.41413 w + 0.80618n = 0
III	0.81886n x + 0.32445y + 0.61889z + 0.18839u + 9.56151n v + 9.48106 w + 0.44393 = 0
IV	0.25379n x + 9.49077y + 9.21278z + 9.35280u + 0.24264 v + 0.30657n w + 9.52288 = 0
V	0.67965n x + 0.24808y + 0.67110z + 0.11177u + 9.46438n v + 9.68959 w + 2.21002n = 0
VI	0.39700n x + 0.18965y + 0.73709z + 0.05414u + 9.42728n v + 9.78849 w + 2.60930n = 0
VII	0.22541n x + 9.31534y + 8.52091z + 9.17007u + 0.10864 v + 0.61420n w + 2.08493n = 0
hierin	x = 10 dμ y = dM z = 0.1 dφ u = dπ v = 0.1 dΩ w = 0.1 di

aa	ab	ac	ad	ae	af	an	as
1.50594	1.08144n	1.32691n	0.94514n	0.38501	9.42841	1.14156	0.86632n
9.41356	9.29193n	9.68791n	9.15590n	9.95510n	9.12091n	0.51293	0.20445n
1.63772	1.14331n	1.43775n	1.00725n	0.38037	0.29992n	1.26279n	0.88361n
0.50758	9.74456n	9.46657n	9.60659n	0.49643n	0.56036	9.77667n	0.39147
1.35930	0.92773n	1.35075n	0.79142n	0.14403	0.36924n	2.88967	1.18053n
0.79400	0.58665n	1.13409n	0.45114n	9.82428	0.18549n	3.00630	1.17453n
0.45032	9.54075n	8.74632n	9.39548n	0.33405n	0.83961	2.31034	0.84049
[aa]	[ab]	[ac]	[ad]	[ae]	[af]	[an]	[as]
2.04484	1.59548n	1.93200n	1.45923n	9.84002	0.68253	3.29946	1.57185n

Controle [aa] + [ab] + [ac] + [ad] + [ae] + [af] = 1.57185 n

bb	be	bd	be	bf	bn	bs
0.65694	0.90241	0.52064	9.96051n	9.00391n	0.71706n	0.44182
9.17036	9.56631	9.03480	9.83350	8.99931	0.39136n	0.08285
0.64890	0.94834	0.51284	9.88596n	9.80551	0.76838	0.38920
8.98154	8.70355	8.84357	9.73341	9.79734n	9.01365	9.62845n
0.49616	0.91918	0.35985	9.71246n	9.93767	2.45810n	0.74896
0.37930	0.92674	0.24379	9.61693n	9.97814	2.79895n	0.96718
8.63068	7.83625	8.48541	9.42398	9.92954n	1.40027n	9.93042n
[bb]	[be]	[bd]	[be]	[bf]	[bn]	[bs]
1.17057	1.53071	1.03443	0.05061n	9.99026	2.97471n	1.30171
Controle	[ab] + [bb] + [be] + [bd] + [be] + [bf] = 1.30172					

cc	cd	ce	cf	cn	cs
1.14788	0.76611	0.20598n	9.24938n	0.96253n	0.68729
9.96226	9.43025	0.22945	9.39526	0.73731n	0.47880
1.23778	0.80728	0.18040n	0.09995	1.06282	0.68364
8.42556	8.56558	9.45542	9.51935n	8.73566	9.35046n
1.34220	0.78287	0.13548n	0.36069	2.88112n	1.17198
1.47418	0.79123	0.16437n	0.52558	3.34639n	1.51462
7.04182	7.69098	8.62955	9.13511n	0.60584n	9.13599n
[cc]	[cd]	[ce]	[cf]	[cn]	[cs]
1.92467	1.39467	0.59372n	0.81366	3.47545n	1.77749
Controle	[ac] + [bc] + [cc] + [cd] + [ce] + [cf] = 1.77747				

dd	de	df	dn	ds
0.38434	9.82421n	8.86761n	0.58076n	0.30552
8.89824	9.69744	8.86325	0.25530n	9.94679
0.37678	9.74990n	9.66945	0.63232	0.25314
8.70560	9.59544	9.65937n	8.87568	9.49048n
0.22354	9.57615n	9.80136	2.32179n	0.61265
0.10828	9.48142n	9.84263	2.66344n	0.83167
8.34014	9.27871	9.78427n	1.25500n	9.78515n
[dd]	[de]	[df]	[dn]	[ds]
0.89829	9.91750n	9.86358	2.83869n	1.16622
Controle	[ad] + [bd] + [cd] + [dd] + [de] + [df] = 1.16625			

ee	ef	en	es
9.26408	8.30748	0.02063	9.74539n
0.49664	9.66245	1.05450n	0.74599
9.12302	9.04257n	0.00544n	9.62626n
0.48528	0.54921n	9.76552	0.38032n
8.92876	9.15397n	1.67440	9.96526n
8.85456	9.21577n	2.03658	0.20481n
0.21728	0.72284n	2.19357n	0.72372n
[ee]	[ef]	[en]	[es]
0.91996	0.94257n	1.03529n	0.75029n
Controle	[ae] + [be] + [ce] + [de] + [ee] + [ef] = 0.75029n		

ff	fn	fs
7.35088	9.06403	8.78879 _n
8.82826	0.22031 _n	9.91180
8.96212	9.92499	9.54581
0.61314	9.82945 _n	0.44425
9.37918	1.89961 _n	0.19047
9.57698	2.39779 _n	0.56602
1.22840	2.69913	1.22928
[ff]	[fn]	[fs]
1.33849	2.22926	1.41620

Controle [af] + [bf] + [cf] + [df] + [ef] + [ff] = 1.41621

Controle [an] + [bn] + [cn] + [dn] + [en] + [fn] = 3.39271_n [ns] = 3.39272_n

Uit de 7 vergelijkingen ontstaan de volgende zes :

$$2.04484 \ x + 1.59548n \ y + 1.93200n \ z + 1.45923n \ u + 9.84002 \ v + 0.68253 \ w + 3.29946 = 0$$

$$1.59548n \ x + 1.17057 \ y + 1.53071 \ z + 1.03443 \ u + 0.05061n \ v + 9.99026 \ w + 2.97471n = 0$$

$$1.93200n \ x + 1.53071 \ y + 1.92467n \ z + 1.39467 \ u + 0.59372n \ v + 0.81366 \ w + 3.47545n = 0$$

$$1.45923n \ x + 1.03443 \ y + 1.39467 \ z + 0.89829 \ u + 9.91750n \ v + 9.86358 \ w + 2.83869n = 0$$

$$9.84002 \ x + 0.05061n \ y + 0.59372n \ z + 9.91750n \ u + 0.91996n \ v + 0.94257n \ w + 1.03529n = 0$$

$$0.68253 \ x + 9.99026 \ y + 0.81366 \ z + 9.86358 \ u + 0.94257n \ v + 1.33849 \ w + 1.22926 = 0$$

$$9.90892 \ y + 0.55100 \ z + 9.77467 \ u + 9.94337n \ v + 0.42951 \ w + 2.37166n = 0$$

$$0.55100 \ y + 1.25849 \ z + 0.41675 \ u + 0.53025n \ v + 1.00962 \ w + 3.16187n = 0$$

$$9.77467 \ y + 0.41675 \ z + 9.64042 \ u + 9.81114n \ v + 0.29676 \ w + 2.23633n = 0$$

$$9.94337n \ y + 0.53025n \ z + 9.81114n \ u + 0.91973 \ v + 0.94406n \ w + 1.36701n = 0$$

$$0.42951 \ y + 1.00962 \ z + 0.29676 \ u + 0.94406n \ v + 1.33431 \ w + 1.91913 = 0$$

$$0.40703 \ z + -\infty \ u + 9.66233 \ v + 0.19539n \ w + 2.62277n = 0$$

$$-\infty \ z + -\infty \ u + 7.47712n \ v + 7.83526 \ w + 9.63293 = 0$$

$$9.66233 \ z + 7.47712n \ u + 0.86701 \ v + 0.76945n \ w + 2.44409 = 0$$

$$0.19539n \ z + 7.83526 \ u + 0.76945n \ v + 1.10307 \ w + 2.93616 = 0$$

De omstandigheid dat $[dd_3] = 0$ wordt, maakte het onmogelijk de oplossing voort te zetten. Het stel vergelijkingen was voor oplossing volgens de methode der kleinste kwadraten niet geschikt en er moest worden omgezien naar een andere methode van benaderen.

§ 10. Formules gebruikt tot berekening van de elementen door variatie van twee bij benadering bekende afstanden.

$$\begin{aligned} \cos b \cos l &= \cos \delta \cos \alpha \\ \cos b \sin l &= \cos \delta \sin \alpha \cos \varepsilon + \sin \delta \sin \varepsilon \\ \sin b &= -\cos \delta \sin \alpha \sin \varepsilon + \sin \delta \cos \varepsilon \\ x &= \Delta \cos b \cos l \\ y &= \Delta \cos b \sin l \\ z &= \Delta \sin b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{y-Y}{x-X} &= \operatorname{tg} \lambda \frac{z-Z}{r \cos \beta} = \operatorname{tg} \beta \frac{y-Y}{\sin \lambda} = r \cos \beta \\ \operatorname{tg}(\lambda - \Omega) &= \frac{\operatorname{tg} \beta \sin(\lambda'' - \lambda)}{\operatorname{tg} \beta'' - \operatorname{tg} \beta \cos(\lambda'' - \lambda)} \\ \frac{\operatorname{tg} \beta}{\sin(\lambda - \Omega)} &= \operatorname{tgi} \frac{\operatorname{tg} \beta''}{\sin(\lambda'' - \Omega)} = \operatorname{tgi} \\ \frac{\operatorname{tg}(\lambda - \Omega)}{\cos i} &= \operatorname{tgu} \frac{\operatorname{tg}(\lambda'' - \Omega)}{\cos i} = \operatorname{tgu}'' \\ \sin(u'' - u) &= \frac{\sin(\lambda'' - \lambda) \cos \beta \cos \beta''}{\cos i} \end{aligned}$$

$$u'' - u = 2f \quad \sqrt[4]{\frac{r''}{r}} = \operatorname{tg}(45^\circ + \omega) \quad \frac{\sin^2 \frac{1}{2} f + \operatorname{tg}^2 2\omega}{\cos f} = 1 \quad \frac{k^2 t^2}{8 \cos^2 f (r r'')^{3/2}} = 11$$

$h = \frac{m^2}{\frac{5}{6} + 1 + \xi}$ benaderde $h = \frac{m^2}{\frac{5}{4} + 1}$ bij h uit tabel II GAUSS $\log y^2$

$x = \frac{m^2}{y^2} - 1$ uit x door tabel III de ξ nu h, y, x verbeteren

$$\sin^2 \frac{1}{2} g = x \quad 2g = E'' - E \quad 2F = v'' + v \quad 2G = E'' + E$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} (F + G) = \frac{\cos \frac{1}{2} (f - g) \sin 2\omega}{\sin \frac{1}{2} (f - g)}$$

$$\cos \frac{1}{2} (F - G) \cos \frac{1}{2} \varphi \sin g \sqrt[4]{\frac{a^2}{r r''}} = \frac{\sin \frac{1}{2} (f + g)}{\cos 2\omega}$$

$$\cos \frac{1}{2} (F + G) \sin \frac{1}{2} \varphi \sin g \sqrt[4]{\frac{a^2}{r r''}} = \frac{\sin \frac{1}{2} (f - g)}{\cos 2\omega}$$

$$\cos \frac{1}{2} \varphi \sin g \sqrt[4]{\frac{a^2}{r r''}} = P \quad \sin \frac{1}{2} \varphi \sin g \sqrt[4]{\frac{a^2}{r r''}} = Q$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \varphi = \frac{Q}{P} \quad \sin g \sqrt[4]{\frac{a^2}{r r''}} = R \quad R = \frac{P}{\cos \frac{1}{2} \varphi}$$

$$b = \frac{\sin f \sqrt{r r''}}{\sin g} \quad a = \frac{b}{\cos \varphi} \quad p = b \cos \varphi \quad R = \frac{m}{y} \sqrt[4]{2 \cos f}$$

$$M = E - e \sin E \quad \mu = \frac{k}{a^{3/2}} \quad M'' - M = t. \mu$$

$$M'' = E'' - e \sin E''$$

§ 11. I^c Hypothese.18.29 Julij $\log \Delta = 0.2203190$ 12.09 Oct. $\log \Delta_{\infty} = 0.3409256$

$\Omega = 128^{\circ} 29' 27''.52$		
$i = 6^{\circ} 31' 28''.35$		
$\varphi = 9^{\circ} 16' 46''.92$	21.66 Aug.	22.13 Sept.
$\log a = 0.4988408$	$\alpha = 310^{\circ} 47' 49''.37$	$\alpha = 308^{\circ} 51' 58''.13$
$\log \mu = 2.8017454$	$\delta = -19^{\circ} 34' 14''.30$	$\delta = -21^{\circ} 4' 42''.5$
$\pi = 304^{\circ} 56' 1''.39$		
$M = 1^{\circ} 51' 0''.44$		

§ 12. II^c Hypothese. $\log \Delta = 0.2203190$ $\log \Delta_{\infty} = 0.3409256 - 4000.$

$\Omega = 128^{\circ} 29' 30''.65$		
$i = 6^{\circ} 31' 7''.13$		
$\varphi = 9^{\circ} 16' 31''.00$	21.66 Aug.	22.13 Sept.
$\log a = 0.4988342$	$\alpha = 310^{\circ} 47' 50''.21$	$\alpha = 308^{\circ} 51' 58''.39$
$\log \mu = 2.8017553$	$\delta = -19^{\circ} 34' 11''.68$	$\delta = -21^{\circ} 4' 42''.4$
$\pi = 305^{\circ} 45' 12''.02$		
$M = 1^{\circ} 15' 57''.43$		

§ 13. III^c Hypothese. $\log \Delta = 0.2203190 + 20000 = 0.2223190$ $\log \Delta_{\infty} = 0.3409256.$

$\Omega = 128^{\circ} 30' 41''.09$		
$i = 6^{\circ} 31' 51''.31$		
$\varphi = 9^{\circ} 19' 59''.92$	21.66 Aug.	21.13 Sept.
$\log a = 0.5006239$	$\alpha = 310^{\circ} 48' 47''.11$	$\alpha = 308^{\circ} 52' 23''.27$
$\log \mu = 2.7990708$	$\delta = -19^{\circ} 33' 44''.45$	$\delta = -21^{\circ} 4' 28''.0$
$\pi = 308^{\circ} 16' 2''.54$		
$M = -0^{\circ} 30' 40''.63$		

§ 14. IV^e Hypothese.

$$\Delta (\log \Delta) = -87200 \quad \Delta (\log \Delta_{//}) = -83400 \quad \log \Delta = 0.2115990$$

$$\log \Delta_{//} = 0.3325856.$$

$$\left. \begin{aligned} \Omega &= 128^\circ 25' 10''.99 \\ i &= 6^\circ 22' 33''.33 \\ \varphi &= 9^\circ 0' 39''.25 \end{aligned} \right\} \text{M. Aequinox 1868.0}$$

$$\begin{array}{lll} & 21.66 \text{ Aug.} & 22.13 \text{ Sept.} \\ \log a &= 0.4910971 & \alpha = 310^\circ 43' 53''.9 \quad \alpha = 308^\circ 48' 30''.8 \\ \log \mu &= 2.8133609 & \delta = -19^\circ 35' 28''.0 \quad \delta = -21^\circ 5' 43''.5 \\ \pi &= 307^\circ 29' 47''.27 & \\ M &= -0 \quad 2' 19''.16 & \end{array}$$

M. T. Berlijn.	Waarn. — Berek.	
	$\Delta \alpha$	$\Delta \delta$
18.29 Julij	0.0	0.0
21.66 Aug.	+ 2.0	+ 5.2
22.13 Sept.	+ 0.1	+ 9.6
12.09 Oct.	0.0	0.0

Het scheen nuttelooze arbeid, de benadering verder voort te zetten, daar de waarnemingen zelf in zich bevatten het bewijs van de aanwezigheid van fouten; ophelderingen daaromtrent heb ik niet kunnen krijgen van de zijde der waarnemers.

§ 15. Formules gebruikt om Ω , i en π te brengen op M. Aequinox. 1870.

$$\left. \begin{aligned} i_t &= i + G \cos (\Omega + H) + \frac{1}{2} \cot i G^2 \sin^2 (\Omega + H) \\ \Omega_t &= \Omega + \psi - \cot. i G \sin (\Omega + H) + \frac{1 + \cos^2 i}{2 \sin^2 i} G \sin (\Omega + H) G \cos (\Omega + H) \\ \pi_t &= \pi + \psi + \operatorname{tg} \frac{1}{2} i G \sin (\Omega + H) + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} i G \sin (\Omega + H) G \cos (\Omega + H) \\ \psi &= \{50''.22295 + 0''.00022414 (t-1800)\} (t, -t) + 0''.00011207 (t, -t)^2 \\ G &= \{0''.471247 - 0''.000006538 (t-1800)\} (t, -t) - 0''.000003269 (t, -t)^2 \\ H &= 7^\circ 2' 9''.0 - 33''.22 (t-1800) + 8''.50 (t, -t) \end{aligned} \right\} \text{A.N. Band 35} \\ & \text{No. 826.}$$

$$\begin{aligned} \Delta i &= -0.3319233 t - 0.00000903597 t^2 \\ \Delta \Omega &= + 47''.25023912 t + 0.00029852 t^2 \\ \Delta \pi &= 50''.25678802 t + 0.00011118 t^2 \end{aligned}$$

§ 16.

1.0 Julij 1868 M. T. Berlijn.

De constanten van GAUSS.

$$M = 356^{\circ} 50' 10''.77$$

$$\pi = 307^{\circ} 29' 27''.78$$

$$\Omega = 128^{\circ} 26' 45''.49$$

$$i = 6^{\circ} 22' 32''.67$$

$$\log a = 0.4910971$$

$$\log \mu = 2.8183609$$

$$\varphi = 9^{\circ} 0' 39''.25$$

$$\mu = 650''.67015$$

M. Aequinox
1870.0

$$\varepsilon = 23^{\circ} 27' 22''.06$$

$$A = 218^{\circ} 37' 9''.10 \quad \log \sin a = 9.9983513$$

$$B = 130^{\circ} 22' 53''.36 \quad \log \sin b = 9.9746009$$

$$C = 114^{\circ} 48' 24''.94 \quad \log \sin c = 9.5358488$$

§ 17. Ephemeriden van de planeet.

No. 1.

HECATE 1870.

GEOCENTRISCHE PLAATS.

Op Middelb. tijd.	A. R.	DECL.	Log Δ .
Jan. 1	^h 3 ^m 4.7	9° 38'	0.407
21	3 6.5	10 40'	0.453
Feb. 10	3 15.9	12 7	0.499
Maart 2	3 31.5	13 47	0.540
22	3 51.6	15 27	0.575
April 11	4 14.9	17 0	0.603
Mei 1	4 40.6	18 19	0.624
21	5 7.8	19 19	0.638
Junij 10	5 35.8	19 59	0.646
30	6 3.9	20 17	0.648
Julij 20	6 31.4	20 14	0.643
Aug. 9	6 57.7	19 52	0.632
29	7 22.1	19 16	0.614
Sept. 18	7 43.6	18 32	0.590
Oct. 8	8 1.3	17 47	0.559
28	8 13.9	17 12	0.524
Nov. 17	8 19.8	16 57	0.486
Dec. 7	8 17.8	17 11	0.450
27	8 7.9	17 57	0.423

No. 1 is opgenomen in Berliner Astronomisches Jahrbuch für 1872.

N^o. 2.

HECATE 1869.

EPHEMERIDE VOOR DE OPPOSITIE.

GEOCENTRISCHE PLAATS.

12 ⁿ middalb. Tijd.	AR.		DECL.		Log Δ.	Aberratie tijd.
Oct. 31	^h 3 ^m 42 ^s 45.63	diff. s	10° 29' 39.5	diff.	0.33809	^m 18 ^s 4.3
Nov. 1	3 42 0.36	-45.27	10 26 32.5	-3' 7.0	0.33762	18 3.1
2	3 41 14.41	-45.95	10 23 27.2	-3 5.3	0.33721	18 2.1
3	3 40 27.84	-46.57	10 20 23.7	-3 3.5	0.33686	18 1.2
4	3 39 40.70	-47.14	10 17 22.1	-3 1.6	0.33657	18 0.5
5	3 38 53.04	-47.66	10 14 22.6	-2 59.5	0.33633	17 59.9
6	3 38 4.93	-48.11	10 11 25.4	-2 57.2	0.33615	17 59.5
7	3 37 16.42	-48.51	10 8 30.7	-2 54.7	0.33603	17 59.2
8	3 36 27.55	-48.87	10 5 38.7	-2 52.0	0.33597	17 59.0
9	3 35 38.38	-49.17	10 2 49.6	-2 49.1	0.33597	17 59.0
10	3 34 48.97	-49.41	10 0 3.6	-2 45.0	0.33603	17 59.1
11	3 33 59.38	-49.56	9 57 20.8	-2 42.8	0.33615	17 59.4
12	3 33 9.64	-49.74	9 54 51.5	-2 39.3	0.33632	17 59.9
13	3 32 19.81	-49.83	9 52 5.8	-2 35.7	0.33655	18 50.
14	3 31 29.94	-49.87	9 49 33.9	-2 31.9	0.33684	18 1.2
15	3 30 40.09	-49.85	9 47 6.0	-2 27.9	0.33719	18 2.1
16	3 29 50.30	-49.79	9 44 42.3	-2 23.7	0.33761	18 3.1
17	3 29 0.62	-49.63	9 42 22.0	-2 19.4	0.33800	18 4.3
18	3 28 11.10	-49.52	9 40 7.9	-2 15.0	0.33862	18 5.6
19	3 27 21.79	-49.31	9 37 57.5	-2 10.4	0.33920	18 7.1
20	3 26 32.74	-49.05	9 35 51.9	-2 5.5	0.33984	18 8.7
21	3 25 43.99	-48.75	9 33 51.2	-2 0.7	0.34055	18 10.5
22	3 24 55.60	-48.39	9 31 55.5	-1 55.7	0.34132	18 12.4
23	3 24 7.61	-47.99	9 30 4.9	-1 50.6	0.34213	18 14.4
24	3 23 20.07	-47.54	9 28 19.6	-1 45.3	0.34299	18 16.6
25	3 22 33.02	-47.05	9 26 39.7	-1 39.9	0.34391	18 18.9
26	3 21 46.50	-46.52	9 25 5.4	-1 34.3	0.34489	18 21.4
27	8 21 0.57	-45.93	9 23 36.9	-1 28.5	0.14593	18 24.0
28	3 20 15.27	-45.30	9 23 14.3	-1 22.6	0.34702	18 26.8
29	3 19 30.64	-44.63	9 20 57.5	-1 16.8	0.34816	18 29.7
30	3 18 46.72	-43.92	9 19 46.6	-1 10.9	0.34935	18 32.7
Dec. 1	3 18 3.56	-43.16	9 18 41.8	-1 4.8	0.35059	18 35.9
2	3 17 21.22	-42.34	9 17 43.3	-0 58.5	0.35189	18 39.3

Oppositie in AR. November 16.

N^o. 2 is opgenomen in de A. N. n^o. 1772. Band 74.

§ 18. De storingen door Jupiter veroorzaakt (berekend volgens formules van Eneke, Berliner Jahrbuch 1858) zijn in eenheden van de 7^{de} decimaal.

DATUM.	X	Y	Z	DATUM.	X	Y	Z
1868.							
20 Junij	4.33	17.34	— 0.53	6 Mei	3744.55	6076.12	178.15
30 Julij	5.28	18.29	— 0.46	15 Junij	5843.69	8344.31	304.08
8 Sept.	56.02	173.45	— 3.49	25 Julij	8823.42	11241.64	470.87
18 Oct.	180.17	510.79	— 6.73	3 Sept.	12906.13	14939.88	675.54
27 Nov.	407.63	1059.61	— 5.52	13 Oct.	18250.76	19639.26	907.25
1869.							
6 Jan.	784.68	1849.49	+ 6.17	22 Nov.	24970.93	25560.20	1145.82
15 Febr.	1385.45	2914.13	+ 35.00	32 Dec.	33085.53	32944.52	1414.00
27 Maart	2321.36	4299.84	90.61				

Mijne bedoeling was geweest na de oppositie van November de baan te verbeteren. Aangezien de planeet toen niet is waargenomen, was de mogelijkheid daartoe afgesneden. Er blijft in de gegeven omstandigheden niets over dan de storingsberekening voort te zetten en voor de oppositie in het begin van 1871 ephemeriden te berekenen, waarbij de μ gevarieerd is (zoogenaamde Sweeping Ephemeris). Bijzondere omstandigheden dwingen mij deze berekeningen nog eenigen tijd uit te stellen.

1871
The year was for the most part a very good one
for the country. The crops were generally good
and the weather was very pleasant.

Year	1871	1872	1873	1874	1875
Wheat	1000	1200	1100	1300	1400
Barley	800	900	850	950	1000
Oats	600	700	650	750	800
Hay	400	450	420	480	500
Stock	100	110	105	115	120
Wool	50	55	52	58	60
Sheep	200	220	210	230	240
Cattle	150	160	155	165	170
Pigs	100	110	105	115	120
Other	50	55	52	58	60

The year was a very good one for the country.
The crops were generally good and the weather
was very pleasant. The year was a very good
one for the country. The crops were generally
good and the weather was very pleasant.

N A S C H R I F T.

Het bovenstaande was reeds afgedrukt, toen ik n°. 1798 der Astronomische Nachrichten in handen kreeg, dat mij de volgende waarnemingen te Lund (Zweden) gedaan, deed kennen.

Datum.	Correctie der Ephemeride.
1.5 Nov.	$\Delta\alpha = + 43.22^s$ $\Delta\delta = + 4' 11''$
10.5 "	+ 43.86 + 4 19.9
11.5 "	+ 43.92 + 4 19.7
26.5 "	+ 43.37 + 4 32.6

De 3 laatsten geven gemiddeld:

$$16.2 \text{ Nov. } \quad \Delta\alpha = + 43.7^s \quad \Delta\delta = + 4' 24''$$

als correctie voor het midden (16.5 Nov.) der Ephemeride.

Aangezien nu de correctie der Ephemeride op dien datum was: ten gevolge van eene kleine onjuist-

heid in de praecessie	$\Delta\alpha = - 1.5^s$	$\Delta\delta = - 5''$
ten gevolge van JUPITERS storingen	$\Delta\alpha = - 3.5$	$\Delta\delta = + 49.5$
	$\Delta\alpha = - 5.0^s$	$\Delta\delta = + 44''$

Zoo blijkt dat er door wijzigingen van de elementen nog te verbeteren viel:

$$\Delta\alpha = + 48.7^s = 730'' \quad \Delta\delta = + 3' 40'' = 220''$$

Daar nu de vroegere berekeningen getoond hadden, dat de elementen, die de ligging der baan uitdrukken, op zeer weinig na goed waren, lag het voor de hand, dat die fout door eene kleine wijziging in μ grootendeels zou kunnen worden weg-gemaakt.

Ik heb dus aan M aangebragt eene willekeurige verandering van $+ 300''$, en gevonden, dat deze gaf

$$\Delta\alpha = + 418''. \quad \Delta\delta = + 110''.$$

Zoodat eene verandering van M ter grootte van $\Delta M = + 562''$. nog slechts de volgende fouten overlaat:

$$16.5 \text{ Nov. } 1869. \quad \Delta\alpha = - 22''. \quad \Delta\delta = + 14''. \\ \Delta M = + 562''. \text{ geeft } \Delta\mu = + 1''.11617.$$

Als eene goede benadering, waarmede veilig verder kan worden gecijferd, kunnen wij derhalve voorloopig aannemen het volgend stel elementen:

Op 1.0 Julij 1868. M. T. Berlijn.

$$\begin{array}{l} M = 356^\circ 50' 10''.77 \\ \pi = 307 \ 29 \ 27.78 \\ \Omega = 128 \ 26 \ 45.49 \\ i = 6 \ 22 \ 32.67 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} M \\ \pi \\ \Omega \\ i \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{M. Aequinox} \\ 1870.0 \end{array}$$

$$\log. a = 0.4906009$$

$$\log. \mu = 2.8141052$$

$$\varphi = 9^\circ 0' 39''.25$$

$$\mu = 651''.78632$$

Met dit stel elementen zullen de storingsberekeningen moeten worden herhaald, waarna eene verbetering der baan volgens de methode der kleinste kwadraten mogelijk zal zijn.

STELLINGEN.

I

Uit de voorbeelden gegeven door STURM in zijn *Cours D'Analyse*, I^e Deel bij 46 en 47, pag. 39, blijkt niet de noodzakelijkheid van de regels voor differentiatie van zamengestelde functies.

II.

De regels voor differentiatie van een functie van meerdere functies van eenzelfde onafhankelijke variable, heeft men alleen noodig in die gevallen, wanneer het algemeen functie-teeken voorkomt.

III.

Door de Gaussische logarithmen zijn alle transformaties van formules, om ze voor berekening met logarithmen geschikt te maken, overbodig.

IV.

De inrigting der Gaussische logarithmen volgens FILIPOWSKI en WITTSTEIN, is te verkiezen boven die van ZECH.

V.

Men moet de differentiaal-vergelijkingen, berekend om de correcties der elementen te vinden, niet volgens de methode der kleinste kwadraten behandelen, dan nadat men ze gecontroleerd heeft met willekeurig veranderde elementen.

VI.

De eenvoudigste en snelste oplossing der 10 rakings-problemen van den cirkel [Problema van APOLLONIUS], geven kegelsneden en rechte lijnen.

VII.

Om de excentrische Anomalie te berekenen uit de middelbare, is de formule, aangegeven door OPPOLZER, te verkiezen boven die van GAUSS.

VIII.

De Morgan's differential and integral Calculus, maakt het onderwerp onnoodig uitgebreid.

IX.

De praktische rekenaar zal transcendente vergelijkingen het gemakkelijkst door middel van differentiaal formules oplossen, wanneer men een ruw benaderde waarde heeft, en die is altijd te krijgen.

X.

De oplossing van vraagstukken van maxima en minima door middel van vergelijkingen van den tweeden graad, heeft als methode geen voordeel, maar is als middel tot oefening zeer nuttig.

XI.

De leer der evenredigheden is overbodig.

XII.

Een cacographie is een zeer slecht hulpmiddel bij taal-
onderwijs.

THE HISTORY OF THE

... the ... of ...

... the ... of ...

... the ... of ...