Geometria, ofte Meet-konst : beschreven tot dienst der ghene die haer in dese konst zijn oeffenende

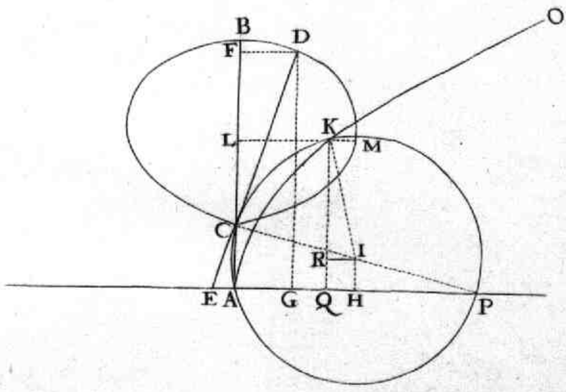
GEOMETRIA
Ofte
MEET-KONST,

Beſchreven

Tot dienſt der ghene die haer in deſe
Konſt zijn oeffenende.

Door

GERARD KINCKHUYSEN.



Tot HAERLEM,

By *Paſſchier van Wesbuſch*, Boeck-verkooper op de Marckt, in den
beſlaghen Bybel. ANNO 1663.

Tot den Leser.

GElijck yemandt die aen de wegh timmert, hem weynigh stoot aen't oordeel van de Verbygangers, door dienmen een selve ding qualijck aen alle man te pas kan maken, so hebbe my mede niet willen bekommeren om iets aen den dach te brengen, dat van yder ghepresen mocht worden, maer veel eer om soodanighe Leerlinghen, al zijn't maer weynighe, dienst te doen, die dese Beschrijvinge komen te gebruycken. Hadde gehoopt eer ick dit Werck by der handt nam, datter in de Nederduytsche tale wat beters, door iemandt anders soude uytghekomen hebben, die meerder tijdt daer in besteden kon, maer my is tot noch toe weynigh ter handt ghekomen, 't welck jammer is, alsoo door die middel de Konst te volmaeckter soude worden; doch dat niet gheschiedt en is, mach noch gheschieden, dat den tijdt moet leeren. Het is vreemt datter tot dese Konst soo weynigh Liefhebbers zijn, door dien het een van de beste wetenschappen is om 't verstandt te scherpen, en tot een goedt oordeel bequaem te maecken, maer het schijnt dat wijsheydt te minder geacht wordt; om datter arbeydt aen vast is om die te bekomen, en weynigh geldt mede gewonnen wordt, alsmen die verkregen heeft: want men siet dat meestendeel die de hedendaeghsche Geleertheydt oeffenen, daer meest op sien, om metter tijdt van deselve een Ambacht te maecken. Hebbe dan, om den arbeydt tot dese Konst te lichter te doen schijnen, het Werck soo kort genomen als 't my moghelijck was, en meyne evenwel datter genoegh geschreven is, so men hem hier nevens dient van de Grondt

der

der Meet-konſt, *die ick voor deſen uyt gegheven hebbe, vermidts de voornaemſte beginſelen, daer in vertoont worden, ghelijck daer den rechtliniſchen Drie-hoeck uyt den Keghel gheſneden wordt, worden vertoont de voornaemſte eyghenſchappen van de rechte linien, daer het rondt uyt den Keghel geſneden wordt, worden vertoont de voornaemſte eygenſchappen van 't rondt, en ſoo voorts met d'andere Kegel-ſneeden. wanneer deſe t'ſamen gaen, dunckt my dat ick de wegh toon, om tot de ontbindingh te komen van ſwaere Werck-ſtucken, ſooder aen den Leerlingh gheen oeffeningh ontbreeckt; daer ick iets mochte verby gegaen hebben, ghelijck de quadratura van vlackten die met kromme linien beſlooten zijn, en verſcheyde andere dingen meer, dat konnenſe by andere Schrijvers op-ſoecken, en gheven Godt (den oorſpronck van alles dat iets beheſt, dat is van alles goeds) van alles de Eere.*

GEOMETRIA,

Ofte

MEET-KONST.

DE Meet-konſt heeft een groote over-een-kominghe, met de Reecken-konſt, vermidts men met linien kan wercken of 't getallen waeren, en gelijck de *Algebra* dienſtigh is tot 'et ontbinden van Queſtien, en tot het vinden van Regels, die tot de Reken-konſt behooren, ſoo is deſelve alſo dienſtigh tot 'et ontbinden van Meetkonſtighe werck-ſtucken, want ſoo men in't begin letters geſteldt heeft, ſo wel voor de bekende als onbekende Linien, en door ontbindinge het begeerde in letters gevonden hebbende, ſoo kan daer door, het werck-ſtuck door linien op-gheloſt worden, ghelijck men in 't volghende ſien kan: ſoo dat de ghene die de Meet-konſt grondigh ſoecken te verſtaen, haer eerſt tot de *Algebra* moeten begheven, en ſo veel deſe Meet-konſt aengaet, die verdeelen wy in vier Deelen, het eerſte ſal zijn, hoe men met Linien wercken moet, het tweede, hoe dat die bewerckingh tot de ontbindinge der werck-ſtucken toe-gepaſt wordt, het derde, van 't vinden der grootſte en kleynſte, en het vierde, hoe de werck-ſtucken ontbonden worden, daer een dingh te weynigh bekendt is, in welcke dinghen, meynen wy, dat het voornaemſte van de Meet-konſt beſtaet,

HET
EERSTE DEEL,
Van de bewerckingh der Linien.

IN de bewerckinge der Linien, vallen ons voor, rechte linien, die ſimpele ghetallen, en rechte linien die wortel-ghetallen beteeckenen, welck onderſcheydt wy hier beſchrijven ſullen, midtſgaders, hoe men de vierkants-vergheliјckinghen, door Linien kan ontbinden, verder als de vergelijckinghen van twee Dimenſien is ons voornemen niet te gaen, overmidts die genoegh beſchreven worden in de Geometrie van *Deſcartes*, waer toe de Leerlinghen, voor wien alleen dit Werck beſchreven is, geweſen worden.

Van de rechte Linien, die door ſimpele quantiteyten uytghedruckt worden.

IN 't ontbinden van Meetkonſtighe werck-ſtucken, ſteldt men, eer men begint te wercken, voor yder bekende rechte Linie, veeltijdts een van de eerſte Letteren des *a b c*, en voor de onbekende rechte Linien, een van de leſte, als *z y* of *x*, en ſoo voorts, ende men brenght dan de queſtie tot een vergelijckinghe volgens de wijſe, die in de *Algebra* ghebruyckelijck is, waer door dan de onbekende waerdens gevonden worden.

Deſe gevonden waerdens van de onbekende quantiteyten, zijnde rechte linien, die worden dan door een of door verſcheyde letteren uyt-ghedruckt, ghelijck wanneer x is ∞ b, dan is de waerde

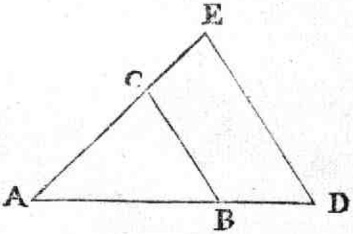
van

van x de linie die met b beteeckent wordt, maer wanneer x is $\infty\, b + c$, dan is de weerde van x, ſo veel als de twee Linien b en c t'ſamen aen een ghevoeght. En wanneerder komt $x \infty\, b - c$, dan moet men de linie c van de linie b af-ſnijden, datter over blijft is de weerde van x.

Maer wanneer x is ∞ een breuck, als by voorbeeldt $x \infty \frac{bc}{d}$, dan moet deſe breuck, om die door linien op te loſſen, wederom tot de proportie ghebracht worden, op de volgende wijſe, neemt altijdts van de vier Proportionalen voor den rechthoeck op de binnenſte den teller van de breuck, en gheeft den noemer d'eerſte plaets, dat is, ſteldt als de linie d, tot de linie b, alſo de linie c, tot de begheerde linie $\frac{bc}{d} \infty\, x$, ofte als d, tot c, alſo b, tot x.

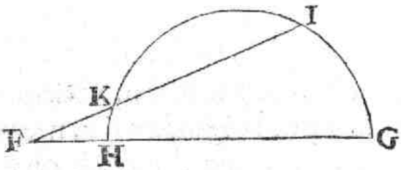
Dat door Linien op veelderley wijſen kan bewerckt worden, van welck d'een in 't werck-ſtuck dickmaels beter ſchickt dan d'ander, volgen hier driederley.

D'eerſte wijs is duſdanigh, treckt een Linie, ſteldt in de ſelve A B, ∞ de linie d, en A D, ∞ de linie b, dan treckt uyt het punt A een andere linie als A E (die met de linie A D een hoeck maeckt) en ſteldt in de ſelve A C ∞ de linie c, voorts getrocken door de punten B en C, de linie B C, en evenwijdigh met deſelve, de linie D E, die ſnijdt de linie A E in 't punt E, ſo is A E de begheerde linie $\infty \frac{bc}{d}$ of $\infty\, x$. Want de driehoecken A C B en A E D zijn malkander ghelijckformigh: daerom als A B $\infty\, d$, tot A D $\infty\, b$, alſoo A C $\infty\, c$, tot A E $\infty\, x$.

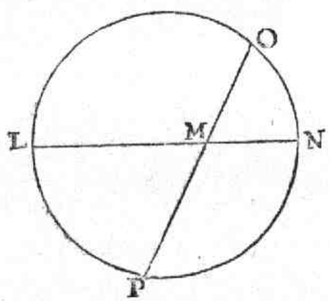


De tweede wijſe die wy beſchrijven, is alſoo, treckt de twee Linien

Linien, die in de teller van de breuck ſtaen, van malkander, dat is, ſteldt F G ∞ b, en F H ∞ c, op 't verſchil H G, ſtelt een half ront, en maeċt in de ſelve F I ∞ d, ſoo is F K ∞ de begeerde $\frac{bc}{d}$ of ∞ x, want de rechthoecken G F, F H en I F, F K zijn malkander gelijck, daerom als F I ∞ d, tot F G ∞ b, alſoo F H ∞ c, tot F K ∞ x. Hier moet men bemercken, dat d grooter moet ſijn dan c, en kleynder dan b. Wanneer de linie F I het half rondt aenraeckt, dan is F I, middel-proportionael tuſſchen G F, F H, 't welck dienſtigh is, om tuſſchen twee linien een middel-proportionael te vinden.



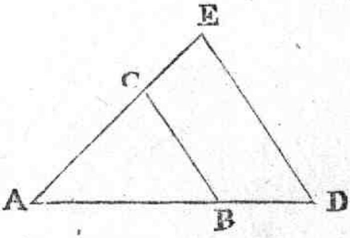
Volght de derde wijſe: voeght de twee linien, die in de teller van de breuck ſtaen aen malkander, dat is, ſtelt L M ∞ b en M N ∞ c, dan treckt op L N als middel-lijn een rondt, maeckt in de ſelve M P ∞ d, ſoo is M O ∞ de begheerde $\frac{bc}{d}$ of ∞ x. Want de rechthoeken L M, M N en P M, M O ſijn malkander gelijck, daerom als M P ∞ d, tot L M ∞ b, alſoo M N ∞ c, tot M O ∞ x.



Hier moet bemerckt worden dat d grooter moet zijn dan c, en kleynder dan b. Wanneer de linien L N en O P malkander rechthoeckigh door-ſnijden, dan is M O middel-proportionael tuſſchen L M en M N, 't welck dienſtigh is, om tuſſchen twee linien een middel-proportionael te vinden.

Soo 't ghebeurt dat x is ∞ bc, ſoo ſtaet hier te letten, dat x een linie is, en bc twee linien die met malkander gemultipliceert zijn, en volghens dien, die een vlackte of rechthoeck, dat is twee Dimenſien uyt-maken, daer het nochtans een rechte linie moet zijn, ſoo wel als x, want anders warenſe malkanderen niet ghelijck, ſo dat men hem hier moet in-beelden dat bc door een andere linie, die de uniteyt beteeckent, ghedivideert wordt, en dat x is ∞ $\frac{bc}{1}$, op de ſelve wijſe is 't mede te verſtaen van meerder Letteren: Want ſoo x waer ∞ bcd, dan beeldt men hem in, dat deſe bcd ghedivideert is door twee andere linien, die yder de uniteyt doen, en alſo met anderen.

Om nu de weerde van x uyt te drucken, wanneer x is ∞ $\frac{bc}{1}$, ſoo brenght men de breuck tot de proportie, en men ſteldt als 1 tot b, alſo c tot x, 't welck door linien, als de voorgaende gedaen kan worden, waer van d'eerſte wijſe volght. Treckt een linie en ſtelt in deſelve A B ∞ d'eenheydt, en A D ∞ de linie b, dan treckt uyt het punt A, een linie als A E (buyten de linie A D) ſteldt in de ſelve A C ∞ c, voorts door de punten B en C getrocken de linie B C, en D E evenwijdigh met de ſelve, die ſnijdt A E in 't punt E, ſo is A E de begheerde linie ∞ x. Want A B ∞ 1, is tot A D ∞ b, als A C ∞ c, tot A E ∞ x.



Soo 't ghebeurde dat x was ∞ $\frac{b}{c}$, ſoo moet men bemercken dat x een dimenſie heeft, en $\frac{b}{c}$ gheen, maer om datſe malkanderen ghelijck zijn, ſo moet men hem in-beelden, dat b met een ander linie ghemultipliceert is, die de eenheydt doet, en dan door c

ghedivideert is, sodanigh dat x is $\infty \frac{b\,1}{c}$, dat is, de breuck tot de proportie ghebracht zijnde, als c tot 1, also b tot x, door linien wordt dese waerde van x, ghevonden als de voorgaende, stellende AD $\infty\, c$, AB $\infty\, 1$, en AE $\infty\, b$, dan ghetrocken DE, en evenwijdigh met deselve BC, soo is AC $\infty\, x$. Want AD $\infty\, c$, is tot AB $\infty\, 1$, als AE $\infty\, b$, tot AC $\infty\, x$.

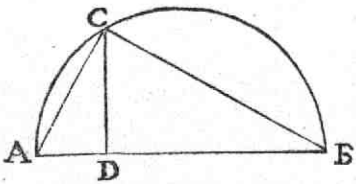
Uyt alle dit voorschreven, kan ghenoegh af-ghenomen worden, wanneerder een breuck voor-valt, hoemen die door linien op-lossen moet, volgen hier noch tot overvloedt eenige breucken die tot de proportie ghebracht zijn.

zijnde $x \infty \frac{cd}{a+b}$, soo is $a+b$, tot c, als d tot $\frac{cd}{a+b}$ of x.

So men heeft $x \infty \frac{bc+cd}{a}$, dan is a tot $b+d$, als c tot x, ofte als a, tot c, also $b+d$, tot x.

Sooder is $x \infty \frac{bb}{b-c}$, dan is $b-c$, tot b, als b tot x.

Wesende $x \infty \frac{bb-cc}{d}$, so is d, tot $b+c$, als $b-c$ tot x, of als d, tot $b-c$, also $b+c$, tot x.



Wanneer men heeft $\frac{bb-aa}{b} \infty\, x$, dat is $b - \frac{aa}{b} \infty\, x$, soo maeckt AB $\infty\, b$, beschrijft daer op een half ront, en treckt AC $\infty\, a$, laet uyt C vallen op AB de rechthoeckige CD, so is DB $\infty\, b - \frac{aa}{b}$ of x. Want AB is tot AC, als AC tot AD.

Sooder voor valt $z \infty \frac{\frac{1}{2}rq+ry}{q}$, dan is q, tot r, als $\frac{1}{2}q+y$, tot z, of als q tot $\frac{1}{2}q+y$, also r tot z.

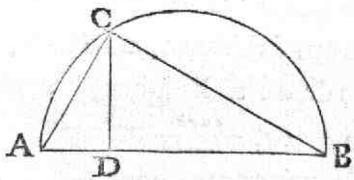
Sooder is $\frac{cfg}{bf+dh} \infty\, y$, om dat hier onder en boven f komt

stelldt

ſteldt men eerſt als f tot d, alſo h tot $\frac{dh}{f}$, hier by ghedaen (om de bf te krijghen) b, komt $\frac{dh+bf}{f}$, dan als $\frac{dh+bf}{f}$ tot g, alſo e tot $\frac{efg}{dh+bf} \infty y$.

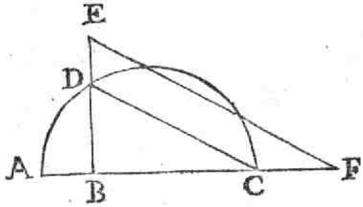
Van de rechte Linien die door Wortel-getal-len uyt-ghedruckt worden.

SOo men heeft $xx \infty ab$, dat is $x \infty \sqrt{ab}$, dan is x of $\sqrt{ab}$, middel-proportionael tuſſchen a en b, want $\frac{xx}{a}$ is dan ∞b, dat is als a tot x, alſo x tot b, 't welck door Linien gheſchiedt als volght, voegh A D ∞a, en D B ∞b, aen malkander, en beſchrijft op A B een half rondt, op 't punt D ſteldt een rechthoeckige als C D, die ſnijdt het half rondt in C, ſo is C D de begeerde x of $\sqrt{ab}$, Anders, ſteldt A B ∞a, en beſchrijft daer op een halff rondt, dan ſtelt A D ∞b, en op 't punt D, een rechthoeckige als C D, die ſnijdt het half rondt in C, ſoo is A C, de begheerde $\sqrt{ab}$, maer in deſe leſte wijs, moet a meer zijn dan b.



Maer ſooder waer $xx \infty b$, dat is $x \infty \sqrt{b}$, om dat xx twee Dimenſien heeft, en b maer een, ſoo moet men hem in-beelden, dat b met een ander linie die de eenheydt doet ghemultipliceert is, en dat xx is $\infty b\,1$, dan ſal x of $\sqrt{b}$, het middel-proportionael zijn tuſſchen d'eenheydt en b.

Wanneer men heeft $x \infty \sqrt{\frac{abb}{c}}$, of $xx \infty \frac{abb}{c}$, ſoo is c tot a, als bb tot xx, 't welck door linien op verſcheyde wijſen kan volbracht worden, van welcke hier een wegh volght: Steldt AB $\propto c$, BC $\propto a$, en uyt B, treckt de recht-hoeckighe BE $\propto b$, dan beſchrijft op AC een half rondt, voorts getrocken DC, en evenwijdigh met de ſelve EF, die ſnijdt de verlenghde AC in F, ſo is't vierkant op BF $\propto xx$, en BF $\propto$



$\sqrt{\frac{abb}{c}}$. Want AB, is tot BC, als 't vierkant op DB, tot 'et vierkant op BC.

Soder is $xx \propto \frac{eegh}{bf+dh}$, om dat hier onder en boven h komt, daerom ſteldt men, als h tot b, alſo f tot $\frac{bf}{h}$, hier by ghedaen d (om de dh te krijghen) komt $\frac{bf+dh}{h}$, nu als $\frac{bf+dh}{h}$ tot g, alſoo ee tot $\frac{eegh}{bf+dh} \propto xx$.

Wanneer men heeft $\frac{ffdd}{bb-dd} \propto xx$, ſoo is $\sqrt{bb-dd}$, tot $\sqrt{ff}$, als $\sqrt{dd}$ tot $\sqrt{\frac{ffdd}{bb-dd}} \propto x$, ſo is $\frac{ffdd}{bb-dd} \propto xx$.

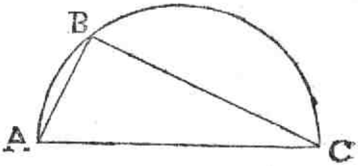
Dit ſal ghenoegh zijn om breucken tot de proportie te brenghen, ſal wijders alleen vertoonen, hoe men noch eenighe Linien beſchrijft, die wortel-getallen beteeckenen.

Soo men heeft $\sqrt{\frac{1}{4}aa+bb}$, dan is het vierkant op deſe linie, ghelijck de twee vierkanten op $\frac{1}{2}a$, en op b t' ſaemen, daerom maeckt een rechthoeckigen driehoeck, waer van de rechthoeckzijden doen $\frac{1}{2}a$, en b, de ſcheuynſche ſal dan doen $\sqrt{\frac{1}{4}aa+bb}$.

Soo men heeft $\sqrt{\frac{1}{4}aa-bb}$, dan is het vierkant van deſe Linie ghelijck de differentie van de twee vierkanten op $\frac{1}{2}a$, en op b,

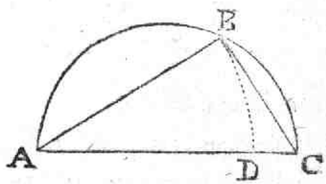
Daerom

Daerom maeckt men een rechthoeckighen drie-hoeck, waer van de scheuynsche doet $\frac{1}{2}a$, en d'een rechthoeck-zijde $\infty\, b$, soo sal d'ander rechthoeck-zijde doen $\sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$, 't welck ghesschiedt als volght: Laet AC doen $\frac{1}{2}a$, steldt daer op een halff rondt, en in de selve maeckt AB $\infty\, b$, soo sal BC doen $\sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$. Hier moet men bemercken, dan $\frac{1}{2}a$ meer moet zijn dan b.



Of anders, neemt het middel-proportionael tusschen $\frac{1}{2}a + b$, en $\frac{1}{2}a - b$, so heeftmen $\sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$.

Soo men heeft $\sqrt{bb + ab}$, dan maeckt een rechthoeckighen drie-hoeck, als hier nevens ABC, waer van de scheuynsche AC doet $\frac{1}{2}a + b$, (te weten AD $\infty\, \frac{1}{2}a$, en DC $\infty\, b$) en d'eene rechthoeck-zijde AB $\infty\, \frac{1}{2}a$, soo sal d'ander rechthoeck-zijde BC doen $\sqrt{bb + ab}$, dese $\frac{1}{2}a$, wordt aldus ghevonden, divideert de helft van ab, door den wortel van bb, soo verkrijght men $\frac{1}{2}a$.

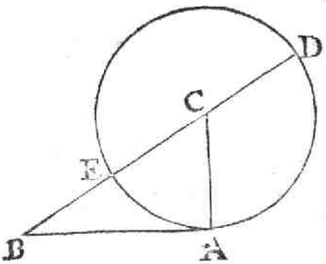


Of anders, neemt het middel-proportionael tusschen $b + a$ en b, so komter $\sqrt{bb + ab}$.

Wanneer men heeft $\sqrt{bb - ab}$, so steldt AC $\infty\, b - \frac{1}{2}a$, en BC $\infty\, \frac{1}{2}a$, so is AB $\infty \sqrt{bb - ab}$.

Of anders, neemt het middel-proportionael tuſſchen b en $b-a$, ſoo openbaerter $\sqrt{bb - ab}$.

Hier mede ſal 't ghenoegh zijn van de Linien die wortel-ghetallen beteeckenen, maer 't valt ſomtijdts voor wanneer men een werck-ſtuck wil voorſtellen, om door ghetallen te ontbinden, dat men dan de wortel-ghetallen ſo veel ſchouwt, als 't moghelijck is, 't welck gheſchieden kan met recht-hoeckighe drie-hoecken te vinden die rationale zijden hebben. Soodanige drie-hoecken worden gevonden als volgt: Zijnde den rechthoeckighen drie-hoeck



ABC, laet op de rechthoeck-zijde AC als half-middellijn, om 't middel-punt C, beſchreven worden een rondt, ſnijdende BC, en deſſelfs verlenghde, in E en D, ſteldt BE $\infty\ a$, en AB $\infty\ b$, ſo is BE $\infty\ a$, tot AB $\infty\ b$, als AB $\infty\ b$, tot BD $\infty\ \frac{bb}{a}$, treckt BE van BD, reſt $\frac{bb-aa}{a}$ voor DE, hier van de helft komt $\frac{bb-aa}{2a}$ voor EC, of AC, dit gheaddeert tot BE, komt $\frac{bb+aa}{2a}$ voor BC, ſo zijn de zijden AB $\infty\ b$, AC $\infty\ \frac{bb-aa}{2a}$, en BC $\infty\ \frac{bb+aa}{2a}$, of alles ghemultipliceert met $2a$, ſoo heeft men AB $\infty\ 2ab$, AC $\infty\ bb-aa$, en BC $\infty\ bb+aa$, ſoo men dan voor a en voor b, eenigh ghetal ſteldt, men heeft het begheerde.

Hoe

Hoe men de Vergelijckinghen van twee Dimensien door Linien op-lost.

DE Vergelijckinghen van twee Dimensien konnen op veelderley wijsen door Linien ontbonden worden, maer die my tot 't gebruyck de bequaemste schijnen, zijn dese volgende:

Soo men heeft $xx - ax - bb \propto 0$.

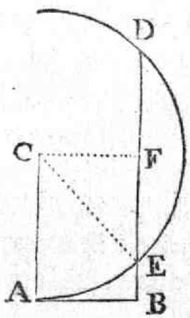
Dan maeckt een rechthoeckighen Drie-hoeck, als hier ABC, waer van d'een rechthoeck-zijde AC is $\propto \frac{1}{2}a$, de helft van de bekende quantiteyt des tweeden terms, en d'ander AB $\propto b$, zijnde den vierkant-wortel van bb, beschrijft op den half-middellijn CA een rondt, die snijdt de verlenghde BC in D, so is BD de begeerde weerde van x, doende $\sqrt{\frac{1}{4}aa + bb} + \frac{1}{2}a$. Besiet de naestvoorgaende figuer.

Wanneer men heeft $xx + ax - bb \propto 0$.

dan maeck ick wederom de selfde driehoeck, en op den halfmiddellijn CA een rondt beschreven, snijdende BC in E, soo is BE de begheerde weerde van x, doende $\sqrt{\frac{1}{4}aa + bb} - \frac{1}{2}a$.

Sooder voor valt $xx - ax + bb \propto 0$.

Dan steldt als vooren AC $\propto \frac{1}{2}a$, AB $\propto b$, en in de plaets van BC treck ick BD evenwijdigh met AC, het rondt dat op den half-middellijn AC beschreven wordt, snijdt de linie BD in de punten D en E, so is BD of BE de begheerde weerde van x. Want in dit voorval heeftmen twee wortels, doende $\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$, en $\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$.

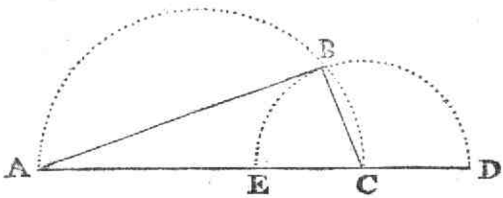


Want het vierkant op CF zijnde bb ghetrocken van 't vierkant op CE $\propto$ CA, rest voor 't vierkant

kant op FE of FD, $\frac{1}{4}aa - bb$, diens wortel ghetrocken van BF $\infty \frac{1}{2}a$, reft BE $\infty \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$, en FD gheaddeert tot FB komt BD $\infty \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$.

Hier moet men bemercken dat $\frac{1}{2}a$ grooter moet zijn dan b, alfoo het Werck-ftuck, daer het toe dient, anders onmoghelijck is.

Dit voorval anders.

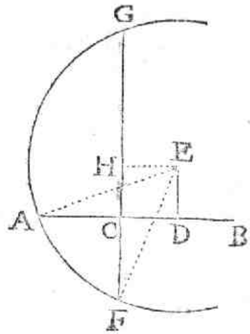


Maeckt een rechthoeckighen Drie-hoeck als ABC, waer van de fcheuynfche AC is $\infty \frac{1}{2}a$, en d'een rechthoeck-zijde AB ∞b, dan fteldt d'ander rechthoeck-zijde BC van C in E, en van C in D, foo is AD of AE de begheerde weerde van x, doende als vooren $\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$, of $\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$. Hier moet wederom $\frac{1}{2}a$ grooter zijn dan b.

In defe drie voorvallen, die wy door Linien ontbonden hebben, is de lefte term bb een vierkant, maer het valt dickwils voor dat'et een rechthoeck is, en om ongehouden te wefen, dien rechthoeck in een vierkant te veranderen, foo befiet defe volghende bewerckinghen.

Laet'er zijn $xx - bx - cd \infty 0$.

Steldt AB ∞c, en AC ∞d, defe differentie CB deelt in tween ghelijck

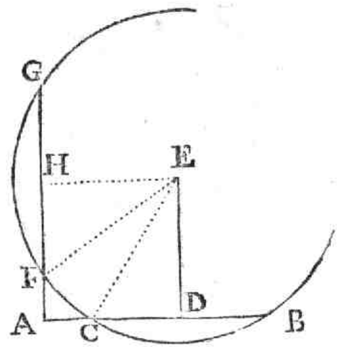


gelijck in D, maeckt daer op de rechthoeckighe D E $\infty \frac{1}{2} b$, dan treckt door B of C een linie als F G evenwijdigh met D E, voorts op den half-middel-lijn A E beschreven een rondt, die snijdt de linie F G, in de punten F en G, soo is F C de weerde van x, doende $\sqrt{\frac{1}{4} bb + cd} - \frac{1}{2} b$.

Wanneer men heeft $xx + bx - cd \infty 0$.
So is de werckingh al deselfde, maer C G sal de weerde van x zijn, doende $\sqrt{\frac{1}{4} bb + cd} + \frac{1}{2} b$.

Want B C is $\infty\, c - d$, soo is C D of H E $\infty \frac{1}{2} c - \frac{1}{2} d$, en A D doet dan $\frac{1}{2} c + \frac{1}{2} d$, addeert de vierkanten op A D en D E t'samen, komt voor 't vierkant op A E of E F, $\frac{1}{4} bb + \frac{1}{4} cc + \frac{1}{2} cd + \frac{1}{4} dd$. Hier van treckt het vierkant op H E zijnde $\frac{1}{4} cc - \frac{1}{2} cd + \frac{1}{4} dd$, rest voor 't vierkant op H F of H G, $\frac{1}{4} bb + cd$, soo doet H F $\sqrt{\frac{1}{4} bb + cd}$, hier van ghetrocken H C $\infty \frac{1}{2} b$, rest C F $\infty \sqrt{\frac{1}{4} bb + cd} - \frac{1}{2} b$, of hier by gheaddeert $\frac{1}{2} b$, komt C G $\infty \sqrt{\frac{1}{4} bb + cd} + \frac{1}{2} b$.

Sooder is $xx - bx + cd \infty 0$.



Steldt AB ∞c, en AC ∞d, ſoo is CB de differentie, deelt de ſelve in tween ghelijck in D, maeckt daer op de rechthoeckighe DE $\infty \frac{1}{2}b$, en evenwijdigh met de ſelve uyt A ghetrocken de Linie AG, dan om 't middel-punt E, op den half-middel-lijn CE beſchreven een rondt, die ſnijdt de linie AG in de punten F en G, ſoo is AG of AF de weerde van x, doende $\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$, en $\frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$.

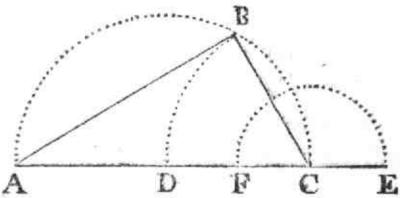
Want BC doet $c - d$, ſoo is CD $\infty \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}d$, en AD of HE $\infty \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}d$, addeert het vierkant op CD, tot 'et vierkant op DE, komt voor 't vierkant op CE of FE, $\frac{1}{4}bb + \frac{1}{4}cc - \frac{1}{2}cd + \frac{1}{4}dd$, hier van ghetrocken het vierkant op AD of HE, zijnde $\frac{1}{4}cc + \frac{1}{2}cd + \frac{1}{4}dd$, reſt voor 't vierkant op FH of HG, $\frac{1}{4}bb - cd$, ſoo is FH of HG $\infty \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$, dit gheaddeert tot AH $\infty \frac{1}{2}b$, komt AG $\infty \frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$, of ghetrocken van AH $\infty \frac{1}{2}b$, reſt AF $\infty \frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - cd}$.

Hier moet AD minder weſen dan DE, dat is $\sqrt{cd}$ moet minder zijn dan $\frac{1}{2}b$.

Soo 't

Soo 't in de Vergheliickinghen van twee Dimensien ghebeurt dat de bekende quantiteyt des tweeden terms, is ghelijck een zijde des rechthoeckx des lesten terms, soo konnen die bequaem op de volghende wijsen ontbonden worden.

Zijnde $xx - bx - bc \infty 0$.



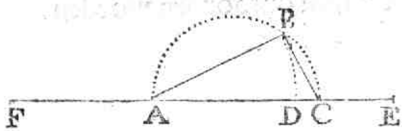
Maeckt een rechthoeckighen Drie-hoeck als ABC, waer van de scheuynsche AC doet $\frac{1}{2}b + c$, (dat is AF ∞c, en FC $\infty \frac{1}{2}b$) en d'een rechthoeck-zijde AB ∞c, d'ander rechthoeck-zijde BC steldt van C in D, en maeckt CE $\infty \frac{1}{2}b$, so is DE de begeerde weerde van x, doende $\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb + bc}$.

Want van 't vierkant AC zijnde $\frac{1}{4}bb + bc + cc$, ghetrocken het vierkant AB zijnde cc, rest het vierkant BC of DC $\infty \frac{1}{4}bb + bc$, soo is DC $\infty \sqrt{\frac{1}{4}bb + bc}$, hier by ghedaen CE $\infty \frac{1}{2}b$, komt DE $\infty \sqrt{\frac{1}{4}bb + bc} + \frac{1}{2}b$.

Soo men heeft $xx + bx - bc \infty 0$.

Dan maeckt men den selven Drie-hoeck, maer van DC, wordt FC $\infty \frac{1}{2}b$, afgetrocken, de rest DF is de begeerde weerde van x, doende $\sqrt{\frac{1}{4}bb + bc} - \frac{1}{2}b$.

Wanneer men heeft $xx - bx + bc \propto 0$.



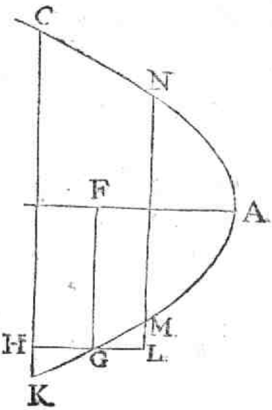
Soo maeckt een rechthoeckighen Drie-hoeck als ABC, waer van de ſcheuynſche AC doet $\frac{1}{2}b - c$, (te weten AE $\propto \frac{1}{2}b$, CE $\propto c$) en d'een rechthoeck-zijde BC $\propto c$, d'ander rechthoeck-zijde AB ſteldt men van A in D, en van A in F, ſoo is FE of DE de weerde van x, doende $\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$, of $\frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$.

Want van 't vierkant AC zijnde $\frac{1}{4}bb - bc + cc$, ghetrocken het vierkant op BC zijnde cc, reſt het vierkant op AB, of AD, of FA $\propto \frac{1}{4}bb - bc$, ſo is FA of AD $\propto \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$, by AE $\propto \frac{1}{2}b$, ghedaen FA, komt FE $\propto \frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$, en van AE $\propto \frac{1}{2}b$ genomen AD, reſt DE $\propto \frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - bc}$. Hier moet c minder weſen als $\frac{1}{2}b$.

'tGheen wy nu beſchreven hebben, dunckt ons ghenoegh tot de ontbindinghe van alle Werck-ſtucken die niet verder gaen dan tot de Quadraet-cos, en hebbe tot het ghebruyck alleen het bequaemſte aen-gheteeckent van 't gheen my in de ſin ghekomen is. Want deſe Verghelijckinghen konnen door veel weghen ontbonden worden, ſoo wel door de andere Keghelſneden, als door een Rondt, maer die zijn tot 'et ghebruyck ſoo bequaem niet. Soo yemandt luſt heeft, om die door een Parabole te ontbinden, die volghe deſe nae-beſchreven wijſe.

Laeter

Laeter zijn $x x - p x - q \propto 0$.
Beschrijft een Perabole, wiens rechte zijde doet $\frac{1}{2}p$, maeckt in deselve A F $\propto \frac{1}{2}p$, so sal de ordentlijcke F G mede zijn $\propto \frac{1}{2}p$, dan treckt evenwijdigh met A F, de Linie G H $\propto \frac{q}{\frac{1}{2}p}$, en evenwijdigh met F G ghetrocken de linie C K, dan is C H de weerde van x doende $\frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp + q}$.



Maer so men heeft $x x + p x - q \propto 0$.
Dan is HK de weerde van x, doende $-\frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp + q}$.

Voorts wanneer men heeft $x x - p x + q \propto 0$, dan treckt men G L $\propto \frac{q}{\frac{1}{2}p}$ buyten den Parabole evenwijdig met A F, en ghetrocken evenwijdigh met F G de linie L N, soo is L N of L M de weerde van x, doende $\frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp - q}$, of $\frac{1}{2}p - \sqrt{\frac{1}{4}pp - q}$. Hier moet $\sqrt{q}$ minder zijn dan $\frac{1}{2}p$.

Soo men begheert dat de rechte zijde van de Parabole doet de eenheydt, dan steldt A F $\propto \frac{1}{4}pp$, F G $\propto \frac{1}{2}p$, en G H $\propto q$, soo mede G L.

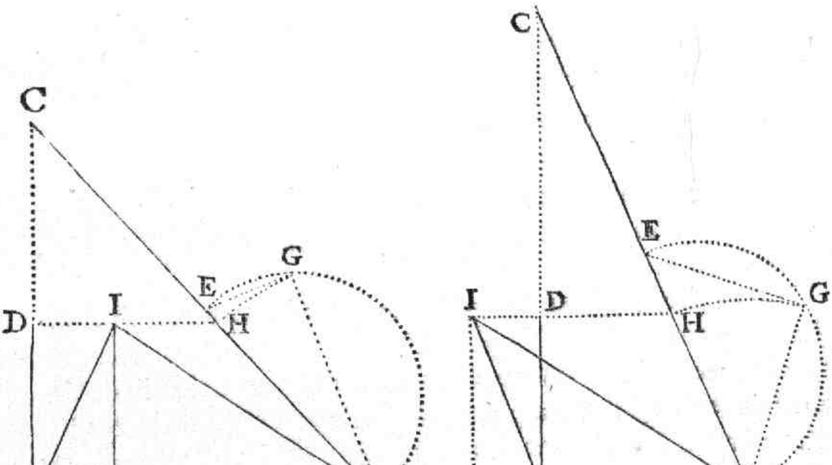
Dit zy ghenoegh van 't ontbinden der Vierkant-vergelijckinghen, op wat wijse de Verghelijckinghen van drie en vier Dimensien door Linien ontbonden worden, kan men sien in de Geometrie van *Descartes* pag: 390. alwaer 't geschiedt door een Parabole en een Rondt, 't welck de lichtste wijse is, dieder bedacht kan worden, sullen 't derhalven daer by laeten.

HET
TWEEDE DEEL,
Van't ontbinden der Werckstucken.

HOe de bewerckinge die men door Linien doet, tot het ontbinden van Werckstucken toe-ghepast wordt, sullen dat vertoonen door de volgende voorstellen.

I.

Gegeven zijnde van den drieboeck A I B, den basis A B, de hoogte I K, en beyde de opstaende zijden A I en I B t'samen, de selve opstaende zijden yder besonder te vinden.



Steldt

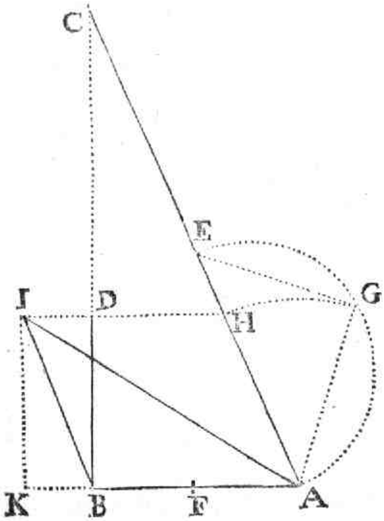
Steldt $AI + IB \infty b$, $AB \infty d$, ſoo is $AF \infty \frac{1}{2}d$, $IK \infty f$, $KF \infty x$, ſoo is $AK \infty \frac{1}{2}d + x$, en $KB \infty \frac{1}{2}d - x$.

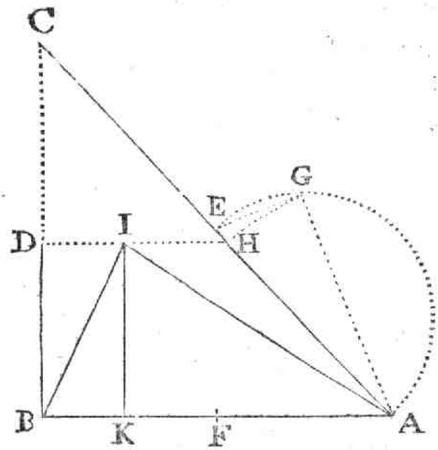
Addeert het vierkant op AK, tot 'et vierkant op IK, uyt de ſom treckt den vierkantwortel komt $AI \infty \sqrt{ff + \frac{1}{4}dd + dx + xx}$, op de ſelve wijſe krijght men $BI \infty \sqrt{ff + \frac{1}{4}dd - dx + xx}$, ſo is $AI + IB \infty b \infty \sqrt{ff + \frac{1}{4}dd + dx + xx} + \sqrt{ff + \frac{1}{4}dd - dx + xx}$, dit multipliceert aen weder-zijden in 't vierkant, komt $bb \infty 2ff + \frac{1}{2}dd + 2xx + 2\sqrt{ff + \frac{1}{4}dd + dx + xx}$ in $\sqrt{ff + \frac{1}{4}dd - dx + xx}$, of $bb - 2ff - \frac{1}{2}dd - 2xx \infty \sqrt{4f^4 + 2ddff + \frac{1}{4}d^4 + 8ffxx - 2ddxx + 4x^4}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de ghelijcke wech gedaen, komt $b^4 - 4bbff - bbdd \infty 4bbxx - 4ddxx$, alles gedivideert door $4bb - 4dd$, komt $\frac{1}{4}bb - \frac{bbff}{bb - dd} \infty xx$.

Dat is, als de differentie der vierkanten op $AI + IB$, en AB, tot 'et vierkant op IK, alſoo 't vierkant op $AI + IB$, tot ſeker vierkant, 't welck ghetrocken van 't vierkant van de helft van $AI + IB$, reſt het vierkant op KF.

Dit wordt door Linien ontbonden als volgt, ſteldt op 't punt B, de rechthoeckighe BC, en uyt A beſchrijft de linie AC zijnde ghelijck de ghegheven ſomme van de op-ſtaende zijden, die ſnijdt de linie BC in C, voorts maeckt BD ghelijck de ghegheven IK, en treckt HD evenwijdigh met AB, die ſnijdt AC in H, deeldt nu de linien AB en AC yder in twee gelijcke deelen, in de punten E en F, op AE maeckt een half rondt, en ſtelt in 't ſelve AG ghelijck AH, dan ghenomen de ſpatie EG, en ghebracht van F in K, dan gheſteldt op 't punt K, den perpendiculaer KI, ten leſten ghetrocken de linien AI, en IB, ſo is den begeerden driehoeck AIB.

Want





Want BC $\infty \sqrt{bb - dd}$, is tot BD ∞f, als AC ∞b, tot $\sqrt{\frac{bb\ ff}{bb - dd}}$, voor AH ∞ AG, dit vierkant ghetrocken van 't vierkant op AE $\infty \frac{1}{4} bb$, reſt voor 't vierkant op EG ∞ FK, $\frac{1}{4} bb - \frac{bb\,ff}{bb - dd}$.

Soo yemandt luſt hadde, wanneer hy een Werck-ſtuck door Linien ontbonden heeft, om dat te bewijſen, naer de ſtijl van de oude Meet-konſtenaers, die beſiet het Boeck *Marini Ghetaldi, de reſol. & Comp. Mathematica*, en *F. a Schooten de Concinnandis Demonſtr.*

Dit

Dit kan door ghetallen ghevolght worden, laet A B zijn 40, de hooghte I K, 12, en beyde de opſtaende zijden t'ſamen 50.

Treckt het vierkant op A B, zijnde 1600, van 't vierkant op A C, zijnde 2500, uyt de reſt treckt den vierkant-wortel, komt 30 voor B C, dan ſpreeckt B C, gheeft A C 50, wat gheeft B D 12, komt voor A H 20, treckt het vierkant op A H of A G, zijnde 400, van 't vierkant op A E, zijnde 625, uyt de reſt zijnde 225 den vierkant-wortel komt 15 voor E G of K F, dit addeert tot de helft van A B zijnde 20, komt voor A K 35, ſoo doet B K 5, dan addeert het vierkant op A K, tot 'et vierkant op I K, uyt de ſom treckt den vierkant-wortel, komt A I 37, op de ſelve wijſe komt voor I B 13.

Anders.

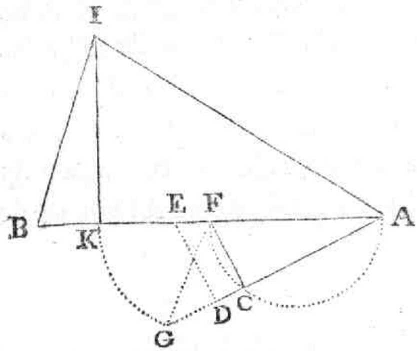
Wy hebben gevonden xx dat is 't vierkant op F K $\infty \frac{1}{4} bb - \frac{bb\,ff}{bb - dd}$. b is ∞ 50, $d \infty$ 40, en $f \infty$ 12, deſe ghetallen in de plaets vande letters geſtelt, ſo heeftmen $xx \infty \frac{1}{4}, 50, 50, - \frac{50,50\ \ 12\ 12}{50,50 - 40,40}$, dat is $xx \infty 625 - \frac{360000}{900}$, of $xx \infty$ 225, ſo is x of K F ∞ 15.

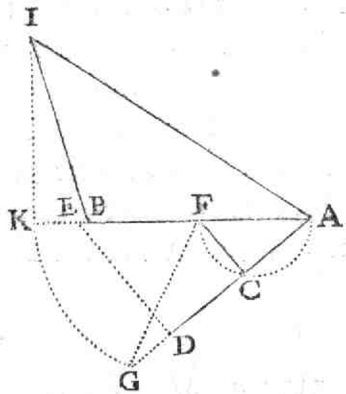
Merckt, wanneerder van een Driehoeck ghegheven wordt de differentie der hanghendens Gronden, ſoo ghebruyckt men de Figuer, alwaer den driehoeck ſtomphoeckigh is, alſo 't ſelve is, of men ſeyde den baſis van een ſtomp-hoeckighen Driehoeck.

D Gege-

II.

Gegeven zijnde van den Driehoeck AIB, den basis AB, de hooghte IK, en de differentie van de opstaende zijden, deselve opstaende zijden yder besonder te vinden.





Steldt $AI - IB \infty b$, $AB \infty d$, soo is $AF \infty \frac{1}{2} d$, $IK \infty f$, $KF \infty x$, so is $AK \infty \frac{1}{2} d + x$, en $KB \infty \frac{1}{2} d - x$.

Hier gewerckt als in 't voorgaende Werckstuck, so verkrijght men wederom $b^4 - 4bbff - bbdd \infty 4bbxx - 4ddxx$.

Maer om dat d, grooter is dan b, 't welck hier noodtsakelijck wesen moet, so treckt de Vergelijckinge aen weder-zijden van o, soo heeft men $-b^4 + 4bbff + bbdd \infty -4bbxx + 4ddxx$, alles ghedivideert door $4dd - 4bb$, soo komter $xx \infty \frac{1}{4} bb + \frac{bbff}{dd - bb}$.

Dat is, als de differentie der vierkanten op AI — IB, en AB, tot 't et vierkant op IK, alsoo 't vierkant op AI — IB, tot seecker

ker vierkant 't welck gheaddeert tot het vierkant op de helft van AI — IB, komt het vierkant op KF.

Uyt dit ghevonden spruyt de volghende ontbindinghe door Linien; deeldt den ghegheven basis AB, in tween ghelijck in 't punt F, maeckt op AF, het half rondt ACF, en steldt in de selve FC ghelijck de halve ghegheven differentie der opstaende zijden, dan ghetrocken deur 't punt C, de linie AD, ghelijck de ghegeven hooghte IK, en DE evenwijdigh met FC, voorts maeckt CG ghelijck DE, en FK ghelijck FG, dan steldt op 't punt K den ghegheven perpendicul IK, ten lesten ghetrocken de linien AI, en IB, soo is AIB, den begeerden Driehoeck.

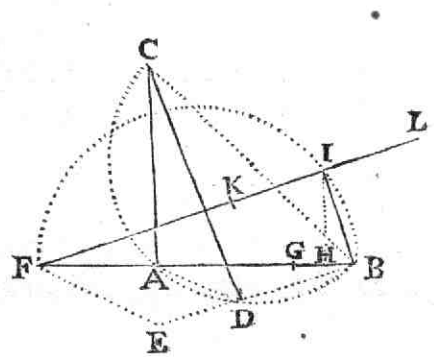
Want AC $\infty \sqrt{\frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb}$, is tot FC $\infty \frac{1}{2}b$, als AD ∞f tot DE ∞ GC $\infty \sqrt{\frac{\frac{1}{4}bbff}{\frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb}}$, tot dit vierkant addeert het vierkant op FC $\infty \frac{1}{4}bb$, komt het vierkant op GF ∞ KF $\infty \frac{1}{4}bb + \frac{bbff}{dd - bb}$.

Wanneer dan AB doet 40, de hooghte IK 12, en de differentie van de opstaende zijden 24, soo doet AF, 20. FC, 12. en AD, 12.

Treckt het vierkant op FC, van 't vierkant op AF, uyt de rest den vierkant-wortel, komt 16 voor AC, dan als AC tot FC, alsoo AD, tot 9 voor DE, of CG, addeert de vierkanten op GC en FC t'saemen uyt de som den vierkant-wortel komt 15, voor GF, of KF, dit ghedaen tot AF 20, komt 35 voor AK, soo doet KB 5, de rest als in 't voor-gaende Werck-stuck.

III.

Ghegheven zijnde in den rechthoeckighen Driehoeck FIB, rechthoeckigh in I, de differentie der rechthoeck-zijden FI, en IB, als mede de differentie der hangendens gronden FH en HB.



Steldt FI — IB $\infty\, b$, FH — HB $\infty\, d$, FB $\infty\, x$, ſoo is FL $\infty\, \frac{dx}{b}$, Want den rechthoeck LFK, is gelijck den rechthoeck BFG.

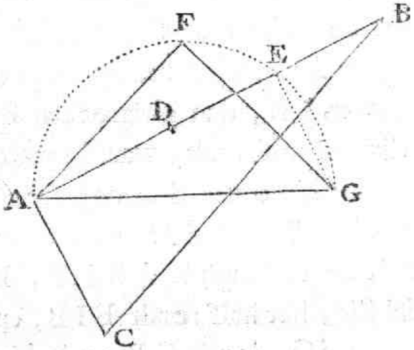
Treckt FK $\infty\, b$, van FL $\infty\, \frac{dx}{b}$, reſt KL $\infty\, \frac{dx - bb}{b}$, hier van de helft, komt KI of IB $\infty\, \frac{dx - bb}{2b}$, diens vierkant zijnde $\frac{ddxx - 2dbbx + b^4}{4bb}$, ghetrocken van 't vierkant op FB $\infty\, xx$, reſt het vierkant op FI $\infty\, \frac{4bbxx - ddxx + 2dbbx - b^4}{4bb}$. IK is ghevonden $\frac{dx - bb}{2b}$, hier by addeert FK $\infty\, b$, komt FI $\infty\, \frac{dx + bb}{2b}$, diens vierkant is $\frac{ddxx + 2bbdx + b^4}{4bb}$, 't ſelve is gheis ghelijck het voor-ghevonden vierkant op FI. Soo hebben wy $4bbxx - ddxx + 2dbbx - b^4 \infty ddxx + 2bbdx + b^4$, treckt de Vergelijckinghe van malkander, reſt $4bbxx - 2ddxx - 2b^4 \infty 0$, of $4bbxx - 2ddxx \infty 2b^4$, divideert alles door $2bb - dd$, komt $xx \infty \frac{b^4}{2bb - dd}$. Dit gebracht tot de proportie komt als $\sqrt{2bb - dd}$, tot b, alſo b, tot x.

Hier uyt komt de volghende Ontbindinghe door Linien voort, ſteldt AB, en AC rechthoeckigh op malkander, yder ghelijck de ghegheven FK, dan ghetrocken BC, en op deſelve als middel-lijn een half rondt, waer in maeckt CD, ghelijck de ghegheven FG, voorts deur de punten B en D, beſchrijft BE, ghelijck AB, dan AD, en evenwijdigh met deſelve EF, die ſnijdt de verlenghde AB in F, Nu beſchreven op FB als middel-lijn, het half rondt FIB, en van FB ghenomen de ghegheven FG, de reſt GB verdeeldt in tween ghelijck in H, dan ghetrocken de rechthoeckighe HI, die ſnijdt het half rondt in 't punt I, ten leſten treckt FI, en IB, ſoo is FIB den begheerden Driehoeck.

Want DB $\infty \sqrt{2bb - dd}$, is tot AB ∞b, als EB ∞b, tot FB ∞x.

IIII.

In den rechthoeckighen Driehoeck B A C, rechthoeckigh in A, is ghegheven de scheuynsche B C, en de differentie der rechthoeck-zijden B D, de selve zijden yder besonder te vinden.



Stelt B D ∞b, BC ∞d, en AE ∞x, so is AB $\infty x + \frac{1}{2}b$, en AC $\infty x - \frac{1}{2}b$.

Het vierkant op AB, gheaddeert tot 'et vierkant op A C, komt $2xx + \frac{1}{2}bb$ 't selve is ∞dd, so is $x \infty \sqrt{\frac{1}{2}dd - \frac{1}{4}bb}$.

Hier uyt heeft men de volghende ontbindinghe door Linien, stcldt AF en FG rechthoeckigh op malkander, yder gelijck de helft van de gegeven scheuynsche, treckt A G, en op de selve als middel-lijn het half rondt A F G, daer in maeckt E G gelijck de helft van de gegeven B D, dan treckt deur 't punt E, de linie AB, en in de selve stcldt BE, en DE, yder ghelijck E G, soo is A D d'een, en A B d'ander rechthoeck-zijde.

Want A F en F G is yder $\infty \frac{1}{2}d$, soo is A G $\infty \sqrt{\frac{1}{2}dd}$, en EG $\infty \frac{1}{2}b$, soo is AE $\infty \sqrt{\frac{1}{2}dd - \frac{1}{4}bb}$.

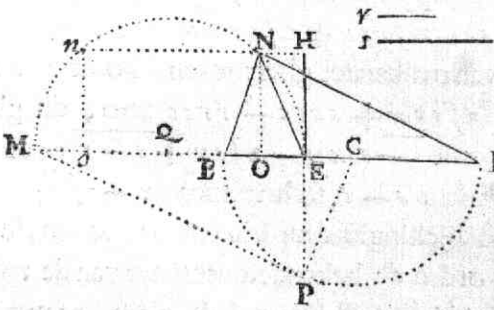
Wan-

Wanneer men steldt de somme der rechthoeck-zijden $\infty\, b$, de scheuynsche $\infty\, d$, en DE of EB $\infty\, x$, so komt de Vergelijckinge wederom $x \infty \sqrt{\frac{1}{2}dd - \frac{1}{4}bb}$, men maeckt als voren AF en FG $\infty\, \frac{1}{2}d$, soo is AG $\infty \sqrt{\frac{1}{2}dd}$, en AE $\infty\, \frac{1}{2}b$, komt EG $\infty \sqrt{\frac{1}{2}dd - \frac{1}{4}bb}$, steldt DE ∞ EG, dan AC ∞ AD men heeft het begheerde.

V.

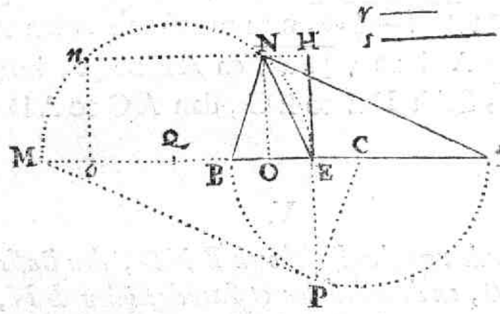
Ghegheven zijnde van den Driehoeck **B N D**, *den Basis* **B D**, *de hooghte* **N O**, *en de reden der opstaende zijden* **B N**, *en* **N D**, *te weten als r tot s, den Driehoeck te vinden.*

Wy nemen den Driehoeck, als of hy bekent waer, en verdeelen den hoeck BND in tween ghelijck, door de linie NE, soo sal BE mede zijn tot ED, als r tot s.



Steldt BE $\infty\, f$, soo is ED $\infty\, \frac{fs}{r}$, NO $\infty\, c$, en OE $\infty\, x$, soo is BO $\infty\, f - x$, en OD $\infty\, \frac{fs}{r} + x$.

Addeert



Addeert het vierkant op N O $\infty\, cc$, tot 'et vierkant op B O, als mede tot 'et vierkant op O D, komt het vierkant op B N ∞ $ff - 2fx + xx + cc$, en voor 't vierkant op N D, $\frac{ffss}{rr} + 2\frac{fs}{r}x + xx + cc$. Multipliceert het vierkant op B N met ss, en het vierkant op N D met rr, soo komt $ffss - 2fssx + ssxx + sscc \infty ffss + 2fsrx + rrxx + rrcc$, de vergelijckinghe van malkander ghetrocken, komt $ssxx - rrxx - 2fssx - 2fsrx + sscc - rrcc \infty 0$, dit ghedivideert deur $s + r$, komt $\overline{s - r}\, xx - 2fsx + \overline{s - r}\, cc \infty 0$, Nu alles gedivideert deur $s - r$, so heeftmen $xx - \frac{2fs}{s-r}x + cc \infty 0$, om dese Verghelijckinghe deur Linien op te lossen, so moet eerst ghevonden worden de bekende quantiteyt van de tweede term, steldt op den middellijn B D een half rondt, en uyt E de rechthoeckighe E P, dan ghetrocken uyt 'et middel-punt de linie C P, en rechthoeckigh op de selve P M, die snijdt de verlenghde D B in M, soo is dan M E $\infty \frac{2fs}{s-r}$.

Want

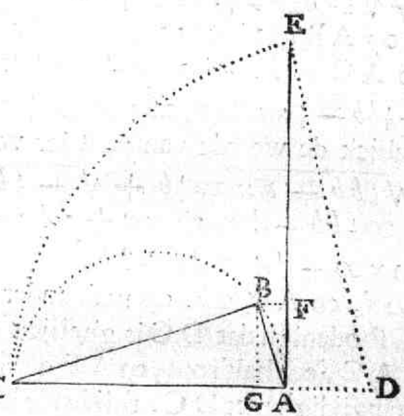
Want ſteldt dat BE doet r, dan is $ED \infty s$, $EP \infty \sqrt{rs}$, en $EC \infty \frac{1}{2}s - \frac{1}{2}r$, nu als EC tot EP, alſo EP tot $\frac{2rs}{s-r}$ voor ME, voorts BE doet geen r, maer f, daerom r doet f, wat doet $\frac{2rs}{s-r}$, ſoo komt $\frac{2fs}{s-r}$ voor ME.

Wijders ſo treckt op den middellijn ME, het half ront MNE, maeckt HE gelijck de gegeven hooghte, dat is gelijck den vierkant-wortel van de leſte term in de vergelijckinge, treckt HN evenwijdigh met BD, die ſnijdt het half rondt in de punten n N, ſo is den begeerden driehoeck BnD, of BND.

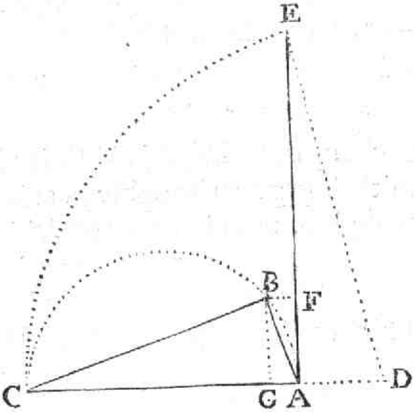
Merckt NO moet minder zijn, dan de helft van ME.

VI.

Gegheven zijnde van den Driehoeck ABC, den hoeck ABC recht, de ſomma der rechthoeck-zijden AB en BC, en de hooghte BG, den driehoeck te vinden.



Steldt $AB + BC \infty b$, $BG \infty d$, $AC \infty x$ en $AB \infty y$, ſo is $BC \infty b - y$.



Nu als AC $\propto x$, tot BC $\propto b - y$, alſoo AB $\propto y$, tot BG $\propto d$, den rechthoeck op de middelſte is ghelijck den rechthoeck op de buytenſte, daerom $dx \propto by - yy$, of $yy - by + dx \propto 0$, ſoo is $y \propto \frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - dx}$, of $\propto \frac{1}{2}b - \sqrt{\frac{1}{4}bb - dx}$.

Het vierkant op AB geaddeert tot 'et vierkant op BC, komt het vierkant op AC $\propto bb - 2by + 2yy$ 't ſelve is $\propto xx$, ſo is $yy - by + \frac{1}{2}bb - \frac{1}{2}xx \propto 0$, en $y \propto \frac{1}{2}b + \sqrt{-\frac{1}{4}bb + \frac{1}{2}xx}$, het ſelve is ghelijck de weerde van y, hier voor ghevonden, ſoo is $\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb - dx} \propto \frac{1}{2}b + \sqrt{-\frac{1}{4}bb + \frac{1}{2}xx}$, of $-\frac{1}{4}bb + \frac{1}{2}xx \propto \frac{1}{4}bb - dx$, en $xx + 2dx - bb \propto 0$, ſoo is de weerde van $x \propto -d + \sqrt{dd + bb}$.

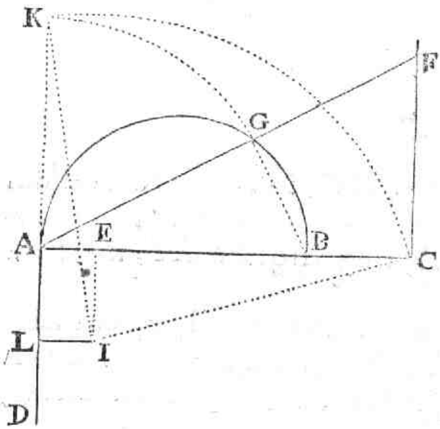
Steldt DA $\propto d$, en AE $\propto b$, op malkander rechthoeckigh, verlenght DA, ſoodanigh dat DC is ghelijck DE, maeckt op den middellijn AC, een half ront, en AF gelijck DA, dan getrocken FB evenwijdigh met DC, ſnijdende het half ront in B, ſoo is ABC den begeerden Driehoeck.

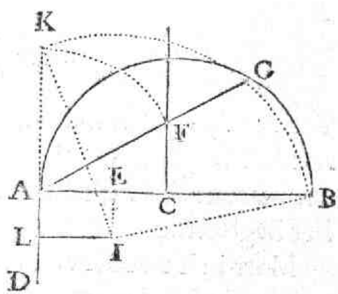
Want DE $\propto$ DC doet $\sqrt{dd + bb}$, ſo doet AC $\sqrt{dd + bb} - d$. Merckt AD moet minder zijn dan de helft van AC.

Gheghe-

VII.

Ghegheven zijnde het halfrondt A G B, en in desselfs verlenghde middellijn het punt C, op welck ghesteldt is, den perpendiculaer C F, uyt 'et punt A een linie te trecken, soodanigh dat 'et stuck G F begrepen tusschen het halfrondt en den perpendiculaer C F, is ghelijck de ghegheven A D.





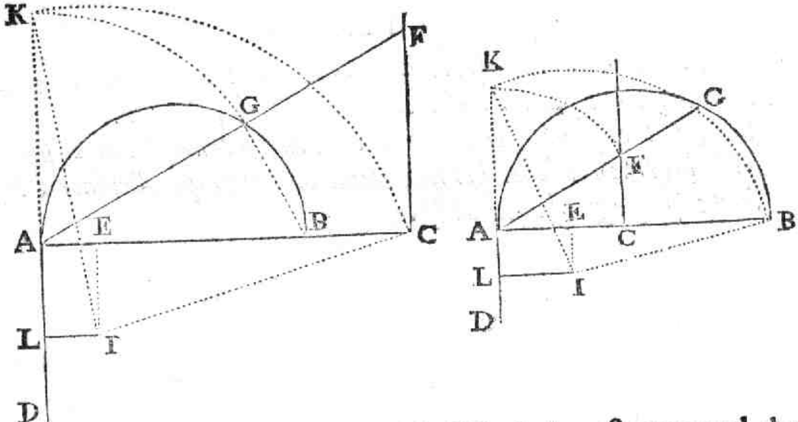
Steldt A B ∞ b, A D ∞ d, A C ∞ f, en A G ∞ x, soo is in 't eerste voorval A F ∞ $x + d$.

Nu als A F ∞ $x + d$, tot A C ∞ f, alsoo A B ∞ b, tot A G ∞ x, den rechthoeck op de middelste, is gelijck den rechthoeck op de buytenste, daerom $fb \infty xx + dx$, so is $xx + dx - fb \infty 0$, en $x \infty -\frac{1}{2}d + \sqrt{\frac{1}{4}dd + fb}$.

Wanneer men in 't tweede voorval A F steldt ∞ x, men krijgt deselfde Vergelijckingh. Dese verghelijckingh wordt door Linien ontbonden als volght.

Steldt A D, rechthoeckigh op A B, deeldt de selve A D in tween ghelijck, maeckt L I ghelijck de helft van B C, treckt om

 't center



't center I, op den half-middellijn IC, in 't eerſte voorval den rondts boogh KC, die ſnijdt de verlenghde DA in K, ten leſten maeckt AG ghelijck AK, en ghetrocken AF, men heeft het begheerde.

Maer in 't tweede voorval treckt om 't center I, op den half-middellijn IB de ronts boogh KB, die ſnijdt de verlenghde DA in K, ten leſten maeckt AF ghelijck AK, en ghetrocken AG, men heeft het begeerde.

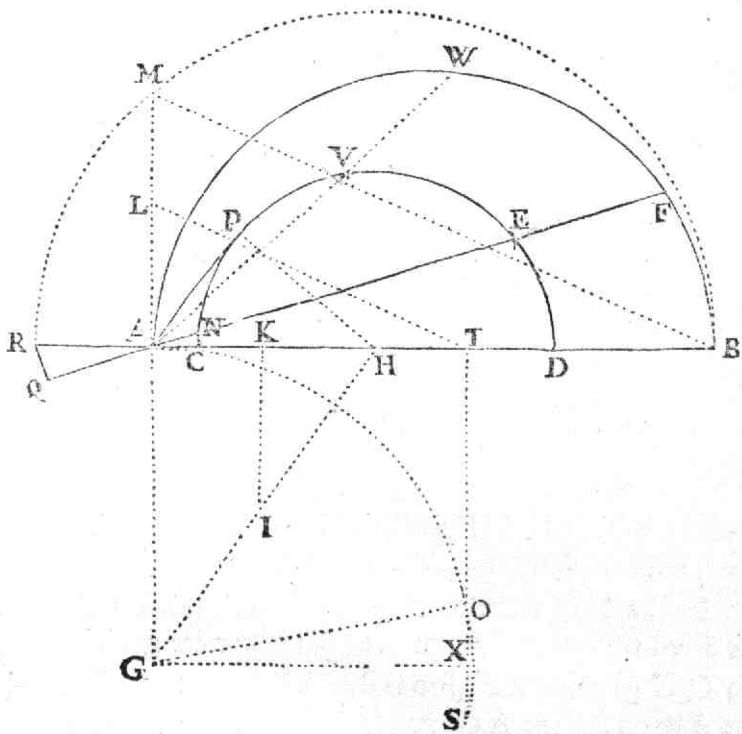
Want AL doet $\frac{1}{2}d$, LI doet $\frac{1}{2}f-\frac{1}{2}b$, in 't eerſte voorval, maer in 't tweede $\frac{1}{2}b-\frac{1}{2}f$, ſoo is EC in 't eerſte voorval of EB in 't tweede ghelijck $\frac{1}{2}f+\frac{1}{2}b$, addeert het vierkant op AL ꝏ EI, tot 'et vierkant op $\frac{1}{2}f+\frac{1}{2}b$, komt voor 't vierkant op IC ꝏ IK in 't eerſte voorval, of IB ꝏ IK in 't tweede, $\frac{1}{4}ff+\frac{1}{2}fb+\frac{1}{4}bb+\frac{1}{4}dd$. Hier van ghetrocken het vierkant op LI, reſt voor 't vierkant op KL $fb+\frac{1}{4}dd$, hier uyt den vierkant-wortel komt KL ꝏ $\sqrt{fb+\frac{1}{4}dd}$, hier van getrocken AL ꝏ $\frac{1}{2}d$ reſt AK ꝏ AG, in 't eerſte voorval, of AK ꝏ AF in 't tweede $\sqrt{fb+\frac{1}{4}dd}-\frac{1}{2}d$.

Merckt BC moet in 't eerſte voorval kleynder zijn dan AD, en in 't tweede voorval grooter dan AD.

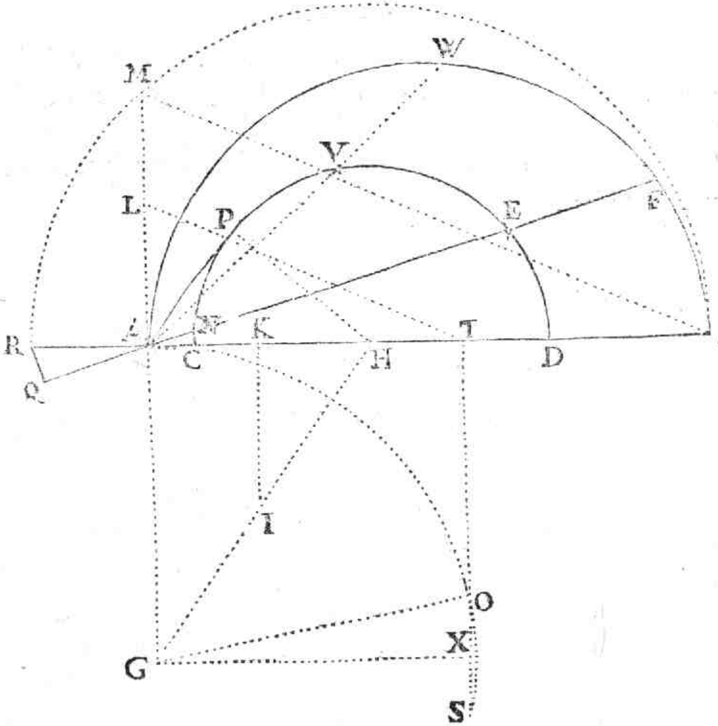
Gheghe-

VIII.

Ghegheven zijnde twee halve ronden, staende met haere middel-lijnen op een selve grondt, als hier A F B, en C E D, tusschen haere omtrecken een rechte Linie te stellen, van een ghegheven lenghte als E F, streckende tot een van de hoecken der halve ronden als hier in A.



Wy nemen of't begeerde van't Werck-stuck volbracht waer, en dat H het middel-punt is, des halven rondts C E D, en ghe-



maeckt hebbende RH ghelijck HB, soo stelle AB ∞ a, AR ∞ b, EF ∞ d, de rakende AP ∞ f, en AE ∞ x, so is AF ∞ $d+x$.

Treckt RQ rechthoeckigh op de verlenghde FA, so zijn de drie-hoecken AFB, en AQR malkander gelijckformigh, en QN ghelijck EF, soo is dan AB ∞ a, tot AF ∞ $d+x$, als AR ∞ b, tot AQ ∞ $\frac{bd+bx}{a}$, 't selve treckt van QN ∞ EF ∞ d, rest AN ∞ $\frac{ad-bd-bx}{a}$. Voorts so is den recht-hoeck NA, AE ghelijck 't vierkant op AP, soo heeft men

$a\,d\,x$ —

$\frac{adx - bdx - bxx}{a} \infty ff$, dit over 't kruys ghemultipliceert, en de Vergelijckingh van malkander ghetrocken reſt $bxx + bdx - adx + aff \infty 0$. en alles deur b ghedivideert, komt $xx + dx - \frac{ad}{b} x + \frac{aff}{b} \infty 0$, ſtelt g in de plaets van $\frac{ad}{b} - d$, en hh in de plaets van $\frac{aff}{b}$, ſo heeftmen $xx - gx + hh \infty 0$, en x is dan $\infty \frac{1}{2}g + \sqrt{\frac{1}{4}gg - hh}$, of $\frac{1}{2}g - \sqrt{\frac{1}{4}gg - hh}$.

Om de lenghte van g te krijghen, ſteldt men als AR ∞b, tot AB ∞a, alſoo EF ∞d, tot $\frac{ad}{b}$, hier d af ghetrocken, ſoo heeft men g, en om de lenghte van h te krijghen ſteldt men, als A R ∞b, tot AB ∞a, alſo ff tot hh.

Om dit door Linien op te loſſen, ſoo beſchrijft op R B als middel-lijn het half rondt R M B, en treckt recht-hoeckigh deur A, de Linie M G, dan maeckt A L, ghelijck A P, voorts ghetrocken MB, en evenwijdigh met de ſelve L T, die ſnijdt AB in 't punt T, dan ghetrocken de recht-hoeckighe TS, en ſteldt uyt H zijnde het middel-punt des half rondts CED, de ſpatie HK ghelijck A R, en maeckt KI ghelijck de ghegeven Linie EF, dan ghetrocken de Linie H I, die ſnijdt A G in 't punt G, nu ſteldt om 't center G, op den half-middel-lijn A G, den ronts boogh A OS, die ſnijdt de linie T S, in de punten O en S, dan gemaeckt A E ghelijck TS, en A V ghelijck T O, maer ſoo den rondts booghe A O S, de recht-hoeckighe T S, niet en ſnijdt noch en raeckt, ſoo is 't Werckſtuck onmoghelijck: ten leſten ghetrocken uyt A deur de punten E en V, de Linien A F, en A W, ſoo ſal E F en V W ghelijck weſen met de gegeven Linie E F.

Want A M $\infty \sqrt{ab}$, is tot A B ∞a, als A L ∞f, tot A T $\infty \sqrt{\frac{aff}{b}}$, daer voor is hier vooren gheſteldt $\sqrt{hh}$, dat is h. Voorts treckt RA ∞b, van RH $\infty \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$, reſt A H $\infty \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$,

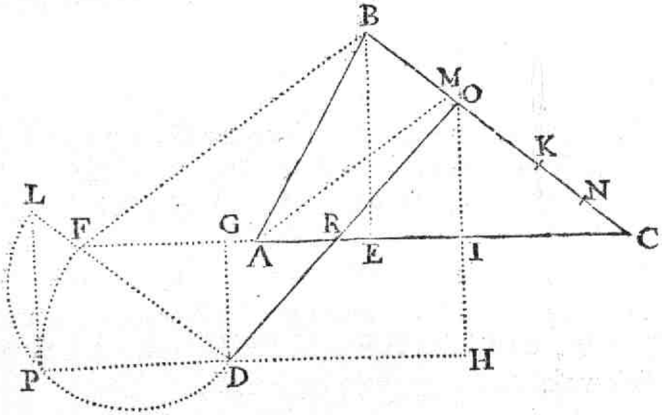
dan

dan als HK ∞ RA ∞ b, tot KI ∞ d, alſo AH ∞ $\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$, tot AG ∞ $\frac{\frac{1}{2}ad - \frac{1}{2}bd}{b}$, daer voor is hier vooren gheſteldt $\frac{1}{2}g$, dan getrocken het vierkant op AT ∞ GX, van 't vierkant op AG ∞ GO, reſt $\frac{1}{4}gg - hh$, voor 't vierkant OX, hier uyt den vierkant-wortel, komt OX, of XS ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}gg - hh}$, dit gheaddeert tot AG ∞ TX, komt $\frac{1}{2}g + \sqrt{\frac{1}{4}gg - hh}$, voor TS, en 't ſelve ghetrocken van TX, reſt $\frac{1}{2}g - \sqrt{\frac{1}{4}gg - hh}$, voor TO.

En alſoo met andere voorvallen, wanneer men maer op 't begheerde acht neemt.

IX.

Een gegeven Driehoeck als ABC, uyt een gegeven punt als D, buyten de ſelve in een gegeven reden te deelen.



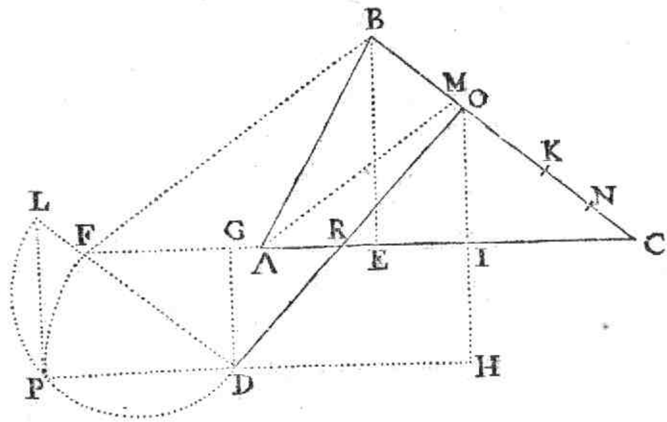
Steldt GC ∞ a, AC ∞ b, EC ∞ c, DG ∞ d, BE ∞ f, BC ∞ g, den Driehoeck ROC, tot den Driehoeck ABC, als k tot l, en OC ∞ x.

Als

Als $BC \propto g$, tot $BE \propto f$, alſoo $OC \propto x$, tot $\frac{fx}{g}$, voor OI, en als $BC \propto g$, tot $EC \propto c$, alſoo $OC \propto x$, tot $\frac{cx}{g}$, voor IC, treckt $IC \propto \frac{cx}{g}$, van $GC \propto a$, reſt $GI \propto DH \propto a - \frac{cx}{g}$, dan addeert $IO \propto \frac{fx}{g}$ tot $HI \propto DG \propto d$, komt $HO \propto d + \frac{fx}{g}$. Nu als $HO \propto d + \frac{fx}{g}$ tot $DH \propto a - \frac{cx}{g}$, alſoo $IO \propto \frac{fx}{g}$, tot $IR \propto \frac{afgx - cfxx}{dgg + fgx}$, hier by addeert $IC \propto \frac{cx}{g}$, komt $RC \propto \frac{afx + cdx}{dg + fx}$, dit gemultipliceert met $IO \propto \frac{fx}{g}$, komt voor twee mael den Driehoeck ROC, $\frac{affxx + cdfxx}{dgg + fgx}$, dit is tot twee-mael den heelen Drie-hoeck $ABC \propto bf$, als k tot l, Den rechthoeck op de buytenſte, is ghelijck den rechthoeck op de binnenſte, daerom $\frac{alffxx + cdflxx}{dgg + fgx} \propto bfk$, dit over 't kruys ghemultipliceert, deur f ghedivideert, en de verghelijckingh van malkander ghetrocken reſt
$alfxx + cdlxx - bfgkx - bdggk \propto 0$, alles gedivideert deur $alf + cdl$, komt $xx - \frac{bfgk}{alf + cdl}x - \frac{bdggk}{alf + cdl} \propto 0$. Stelt m, in de plaets van $\frac{bfgk}{alf + cdl}$, komt $xx - mx - \frac{dg}{f}m \propto 0$, ſteldt n, in de plaets van $\frac{dg}{f}$, ſo heeftmen $xx - mx - mn \propto 0$, en $x \propto \frac{1}{2}m + \sqrt{\frac{1}{4}mm + mn}$.

Om nu de lenghte van m te krijghen, ſoo is $BE \propto f$, tot $EC \propto c$, als $DG \propto d$, tot $FG \propto \frac{cd}{f}$, hier by ghedaen om de af te krijghen $GC \propto a$, komt $\frac{af + cd}{f}$ voor FC, dan als $FC \propto \frac{af + cd}{f}$, tot $AC \propto b$, alſoo $BC \propto g$, tot $MC \propto \frac{bfg}{af + cd}$, nu als l tot k, alſoo $\frac{bfg}{af + cd}$ tot $KC \propto m$.

En om de lenghte van n te krijghen ſteldtmen als $BE \propto f$, tot $DG \propto d$, alſo $BC \propto g$, tot $DF \propto n$.



Om dit door Linien te bewercken soo treckt D F, evenwijdigh met B C, die snijdt de verlenghde C A in F, dan F B, en evenwijdigh met deselve A M, deelt M C in K, alsoo dat M C is tot K C, als *l* tot *k*, voorts maeckt F L ghelijck N C de helft van K C, en beschrijft op den middel-lijn D L een halff rondt, steldt in deselve P D $\propto$ F D, en neemt de spatie P L, en brenght die van N in O, ten lesten treckt de begeerde D O.

Want K C is $\propto m$, so is N C $\propto$ L F $\propto \frac{1}{2}m$, en F D $\propto$ P D $\propto n$, soo is L D $\propto \frac{1}{2}m + n$, van diens vierkant ghetrocken het vierkant op P D, rest voor 't vierkant op P L, $\frac{1}{4}mm + mn$, hier uyt den vierkantwortel, komt P L $\propto$ N O $\propto \sqrt{\frac{1}{4}mm + mn}$, soo is O C of $x \propto \frac{1}{2}m + \sqrt{\frac{1}{4}mm + mn}$.

Wanneer 't ghegheven punt D, komt binnen den Driehoeck, dat geeft een weynigh veranderingh, maer is al het selfde.

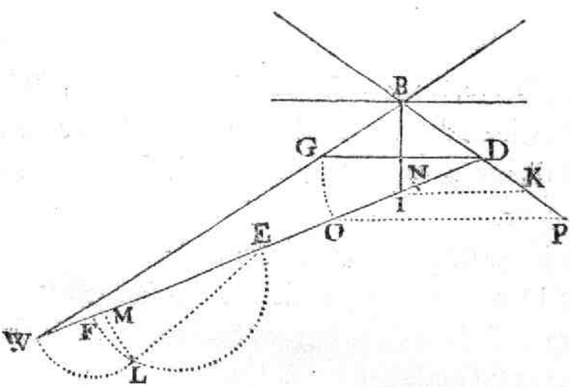
Van

X.

Van yder Parallel in een Sonne-wijser de rechte en dwersche zijde te vinden, als mede het Brandt-punt, waer door dan de selve Parallel met een draet getrocken kan worden.

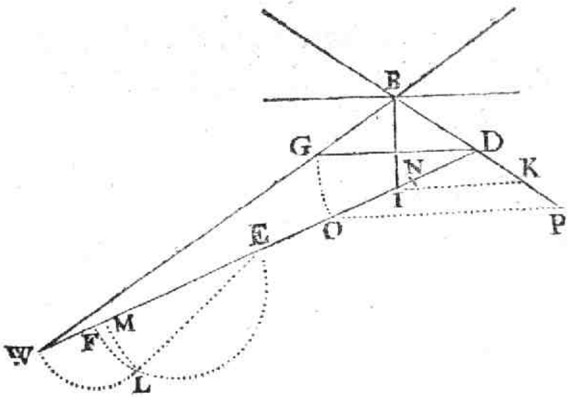
Het eerste voorval, zijnde de Kegel-sneede een Ellipsis.

Laeter wesen B I, de asse des Wereldts, den hoeck B I D sijn verheffinge boven de Sonne-wijser, en den hoeck BKI de Declinatie des ghegheven Parallels, soo is D W de dwersche van den Ellipsis.



Wanneer men stelt $GD \propto a$, $IK \propto b$, en $ID \propto c$, so doet de rechte zijde $\frac{ab}{c}$. Om dese rechte zijde door Linien te vinden stelt D O ghelijck G D, en treckt O P evenwijdigh met IK, soo is O P de begeerde rechte zijde.

 Want



Want I D ∞ c, is tot D O ∞ a, als I K ∞ b, tot O P ∞ $\frac{ab}{c}$.

Soo men nu de dwerſche ſteldt ∞ q, en de rechte zijde ∞ r, ſoo is de diſtantie van 't Brandt-punt D N, of W M ∞ $\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{4}qr}$.

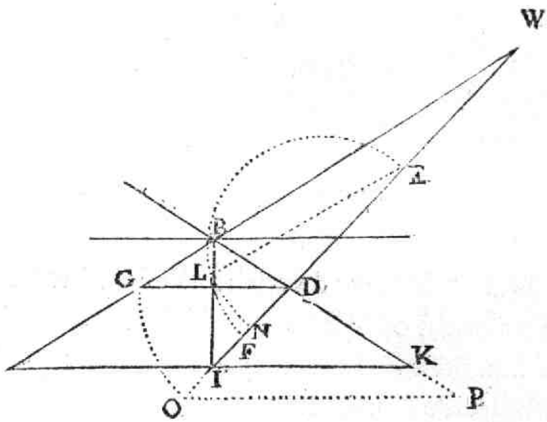
Om deſe brandt-punten door Linien te vinden, ſoo deeldt de dwerſche D W in tween ghelijck in E, dan ſteldt W F ∞ $\frac{1}{4}r$, maeckt op E F als middel-lijn een half rondt, en in deſelve F L ∞ W F, ten leſten ghenomen de ſpatie E L, en die gheſtelt van E in M, ſoo is M het begheerde brandt-punt, maeckt D N ∞ W M, ſo is N het ander brandt-punt.

Want het vierkant op F L ∞ $\frac{1}{4}r$, ghetrocken van 't vierkant op F E ∞ $\frac{1}{2}q - \frac{1}{4}r$, reſt het vierkant L E ∞ M E ∞ $\frac{1}{4}qq - \frac{1}{4}qr$, hier uyt den vierkant-wortel, komt M E ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{4}qr}$, ſoo is W M ∞ $\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{4}qr}$.

Het

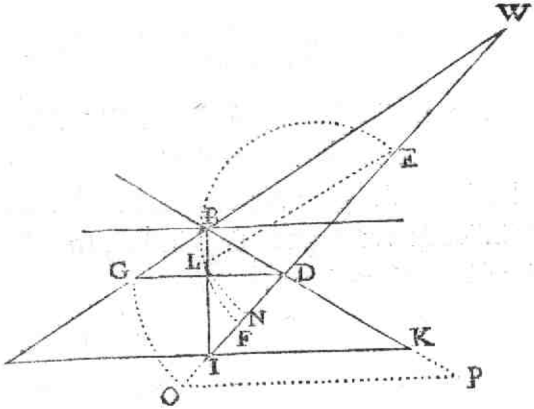
Het tweede voor-val, zijnde de Keghel-ſneede een Hyperbole.

Laet wederom zijn B I de Aſſe des Wereldts, den hoeck B I D ſijn verheffinghe boven de Sonne-wijſer, en den hoeck B K I, de declinatie des ghegeven Parallels. Verlenght de rechte I D, die ſnijdt de verlenghde G B in W, ſo is D W de dwerſche van den ſelven Hyperbole.



De Figuer voorts bereydt hebbende als hier nevens, en ghe-ſteldt G D $\propto a$, I K $\propto b$, en I D $\propto c$, ſoo is de rechte zijnde, gelijck in't eerſte voorval $\propto \frac{ab}{c}$, en wordt even op de ſelve wijſe door Linien ghevonden, te weten, voor de rechte zijde de lenghte O P.

Soo men wederom de dwerſche ſteldt $\propto q$, en de rechte zijde $\propto r$, ſo is de diſtantie D N van 't Brant-punt $\propto \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{1}{4}qr} - \frac{1}{2}q;$



$-\frac{1}{2}q$, en wordt door Linien, op de volghende wijſe ghevonden.

Steldt D E ∞ de halve dwerſche, D F ∞ het $\frac{1}{4}$ van de rechte zijde, en beſchrijft op E F, als middel-lijn een half rondt, dan maeckt F L gelijck F D, en de ſpatie E L ſteldt van E in N, ſo is N, het begeerde Brandt-punt.

Want ghetrocken het vierkant op F L ∞ $\frac{1}{4}r$, van 't vierkant op E F ∞ $\frac{1}{2}q+\frac{1}{4}r$, reſt het vierkant op E L ∞ E N ∞ $\frac{1}{4}qq+\frac{1}{4}qr$, hier uyt den vierkant-wortel, komt E N ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qq+\frac{1}{4}qr}$, hier van getrocken D E ∞ $\frac{1}{2}q$, ſo heeftmen D N ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qq+\frac{1}{4}qr}$ $-\frac{1}{2}q$.

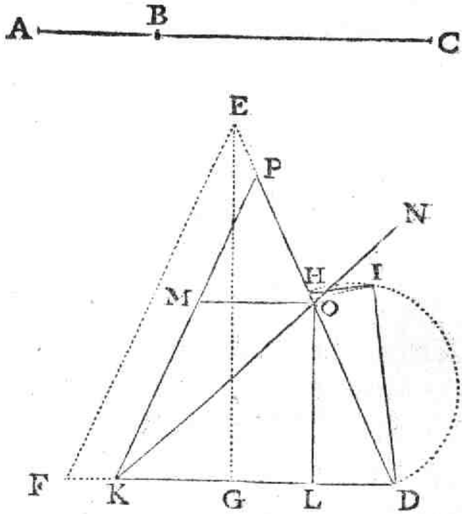
Hoe deſe Keghel-ſneeden met een draedt ghetrocken worden, wordt gheleert in een Boeckje, wiens op-ſchrift is *Apollonius Cattus*.

Een

XI.

Een gegeven Ellipsis, of Hyperbole, uyt een rechte Kegel te snijden, hebbende een gegeven form.

Het eerste voor-val, een Ellipsis.

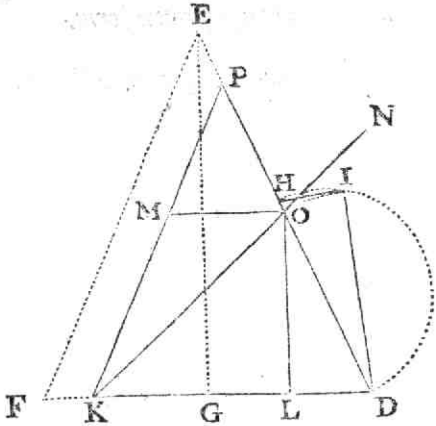


Van den gegeven Ellipsis, is B C de dwersche, en A B de rechte zijde, de selve uyt een Keghel te snijden, hebbende de form als D E F.

Wy onderstellen dattet Werck-stuck ghemaeckt is, en dat den Keghel zy D P K ghelijckformigh met D E F, de dwersche der sneede O K ghelijck de ghegheven B C, en de rechte-zijde N O gelijck de gegeven A B, voorts getrocken O L rechthoeckigh op D K, en O M parallel met D K.

Stelt D G ∞ *a*, G E ∞ *b*, O K ∞ *q*, de rechte zijde N O ∞ *r*,

D L ∞



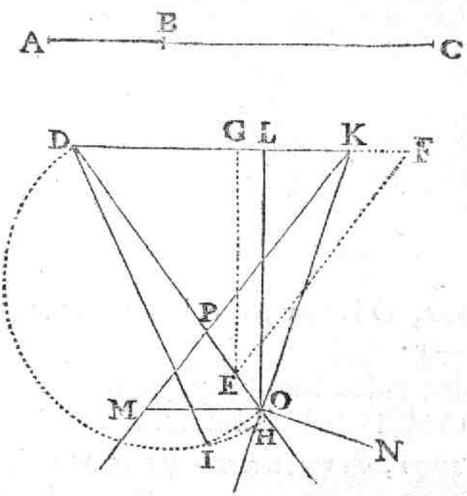
D L $\propto x$, en L K $\propto y$, ſoo is D K $\propto y + x$, en O M $\propto y - x$.

In de Gront der Meet-konſt pag: 21, ſtaet dat den rechthoeck O M, D K is ghelijck den rechthoeck K O, O N, ſoo is dan $yy - xx \propto qr$, en $yy \propto xx + qr$, voor 't vierkant op L K. Nu als D G $\propto a$, tot E G $\propto b$, alſo D L $\propto x$, tot O L $\propto \frac{bx}{a}$, diens vierkant is $\frac{bbxx}{aa}$, hier by gheaddeert het vierkant op L K zijnde $xx + qr$, komt het vierkant op O K $\propto \frac{bbxx + aaxx + aaqr}{aa} \propto qq$, ſo is $bbxx + aaxx \propto aaqq - aaqr$, en $xx \propto \frac{aaqq - aaqr}{bb + aa}$. Dat is als D E $\propto \sqrt{bb + aa}$, tot D G $\propto a$, alſoo D O $\propto \sqrt{qq - qr}$ tot D L $\propto x$.

Om dit door Linien op te loſſen, ſo maeckt D H ghelijck de dwerſche min de halve rechte zijde, en beſchrijft daer op een half rondt, ſteldt in de ſelve H I ghelijck de halve rechte zijde, dan neemt

neemt de spatie D I en steldt die van D in O, voorder neemt de spatie van de gegheven dwersche B C, en brenght die van O tot in de verlenghde D L, komt in K, ten lesten getrocken P K evenwijdigh met E F, soo heeft men het begeerde.

Het tweede voor-val, een Hyperbole.

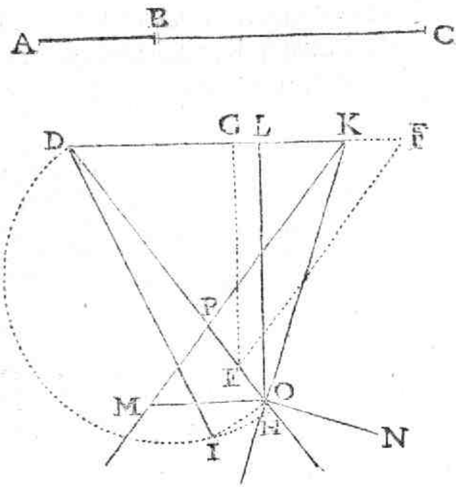


Van den ghegheven Hyperbole, is B C de dwersche, en A B de rechte zijde, de selve uyt een rechte Kegel te snijden, hebbende de form als D E F.

Wy stellen wederom dat 'et Werck-stuck volbracht is, en dat den Keghel zy E P M, de dwersche der snede O K ghelijck de ghegheven B C, en de rechte zijde N O ghelijck de ghegheven A B, voorts ghetrocken O L recht-hoeckigh op K D, en O M parallel met K D.

Stelt D G ∞ a, en G E ∞ b, de dwersche K O ∞ q, de rech-

 te zijde



te zijde NO $\infty\, r$, DL $\infty\, x$, en KL $\infty\, y$, ſoo is KD $\infty\, x + y$, en OM $\infty\, x - y$.

Inde Grondt der Meet-konſt pag: 37, heeftmen dat den recht-hoeck KD, OM, is ghelijck den rechthoeck KO, ON, daer-om $xx - yy \infty\, qr$, en $yy \infty\, xx - qr$ voor 't vierkant op KL. Nu als a tot b, alſoo LD $\infty\, x$, tot LO $\infty\, \frac{bx}{a}$, diens vierkant $\frac{bbxx}{aa}$ geaddeert tot 'et vierkant op KL $\infty\, xx - qr$, komt het vierkant op KO $\infty\, \frac{bbxx + aaxx - aaqr}{aa} \infty\, qq$, ſoo is $bbxx + aaxx \infty\, aaqq + aaqr$, en $xx \infty\, \frac{aaqq + aaqr}{bb + aa}$, dat is als DE $\infty\, \sqrt{bb + aa}$, tot DG $\infty\, a$, alſo DO $\infty\, \sqrt{qq + qr}$, tot DL $\infty\, x$.

Om dit door Linien op te loſſen ſoo maeckt DH ghelijck de gegeven dwerſche plus de halve rechte zijde, en daer op beſchreven een halfrondt, ſteldt in de ſelve HI ghelijck de halve rechte zijde,

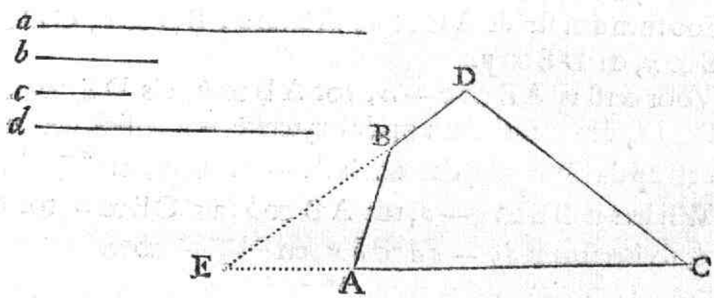
zijde, dan ghenomen de spatie D I, en die ghebracht van D in O, voorder stelt uyt O de spatie van de ghegheven dwersche B C, in de verlenghde D L komt in K, ten lesten ghetrocken K P M evenwijdigh met F E men heeft het begeerde.

Hier moet men bemercken dat O L minder moet zijn dan de gegeven dwersche, want anders is het werckstuck onmogelijck.

Besiet op dit werckstuck de 30 en 31 Prop. Apoll. het 6 boek. Soo veel den Parabole aengaet dat is licht.

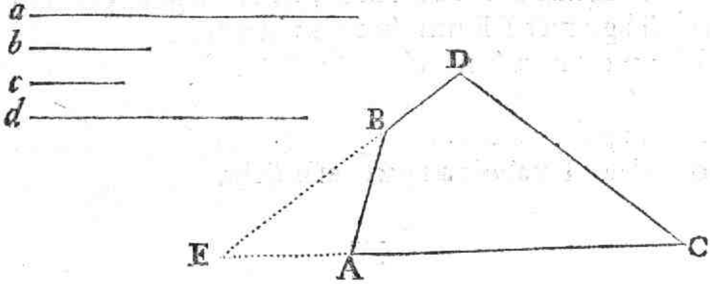
XII.

Van de vier gegeven Linien a, b, c, en d, een vierhoeck te maecken, door wiens hoecken een rondt kan beschreven worden, soodanigh dat a kome over c.



Wy onderstellen dat 'et begeerde van 't werck-stuck volbracht is, en dat den vierhoeck zy A B D C, soo men de zijden D B en C A, verlengt die ontmoeten malkander in E, sulcx dat de driehoecken E D C, en E A B malkander gelijckformigh zijn, want

 de twee



de twee overstaende hoecken van een vierhoeck in een rondt beschreven, zijn gelijck met twee rechte hoecken.

Soo men dan steldt AC ∞ a, AB ∞ b, BD ∞ c, CD ∞ d, CE ∞ x, en DE ∞ y.

Voor eerst is AE ∞ $x - a$, tot AB ∞ b, als DE ∞ y, tot CD ∞ d, den rechthoeck op de buytenste, is ghelijck den rechthoeck op de binnenste, daerom is $dx - ad \infty by$, en $\frac{dx - ad}{b} \infty y$.

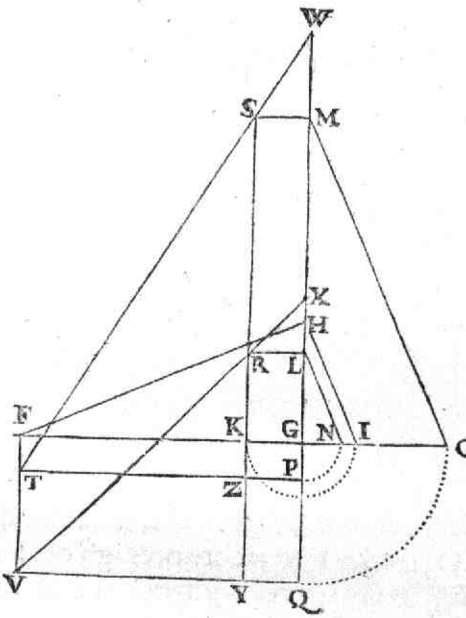
Wijders is BE ∞ $y - c$, tot AB ∞ b, als CE ∞ x, tot CD ∞ d, so heeftmen $dy - cd \infty bx$, en $\frac{dy - cd}{b} \infty x$.

Doet de y wech, dat is steldt $\frac{dx - ad}{b}$ in de plaets van y, komt $\frac{ddx - add}{b} - cd \infty bx$, so is $add + bcd \infty ddx - bbx$, en $\frac{add + bcd}{dd - bb} \infty x$.

Hier voorens was $dx - ad \infty by$, steldt $\frac{dy - cd}{b}$ in de plaets van x, komt $\frac{ddy - cdd}{b} - ad \infty by$, so is $ddy - bby \infty cdd + abd$ en $y \infty \frac{cdd + abd}{dd - bb}$.

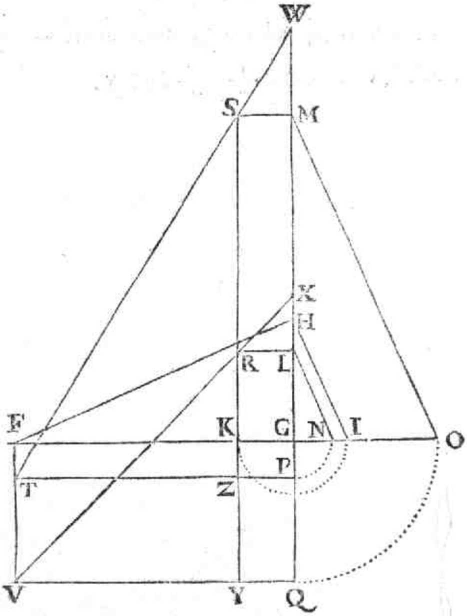
Men

Men heeft dan, wanneer men 't tot de proportie brenght, als $dd - bb$ tot d, alſo $ad + bc$ tot x, en
als $dd - bb$ tot d, alſo $cd + ab$ tot y. ofte als $d - \frac{bb}{d}$, tot d, alſoo $a + \frac{bc}{d}$ tot x, en alſoo $c + \frac{ab}{d}$ tot y.



Om dit door Linien te ontbinden, ſoo beſchrijft F G ∞ de linie d, en op de ſelve rechthoeckigh G H ∞ de linie b, dan ghetrocken F H, en rechthoeckigh op de ſelve de linie H I, maeckt K G gelijck G I, en S K evenwijdigh met H G, dan gheſteldt G M gelijck de linie a, en G L gelijck de linie c, en de ghetroc-

 ken



ken M O, en L N evenwijdigh met H I, ſnijdende de verlenghde F G in N en O, treckt F V rechthoeckigh op F G, ſteldt F T ∞ G N, en F V ∞ G O, voorts getrocken S M en R L, evenwijdigh met F G, ten leſten beſchrijft, door de punten R en S, de linien T W en V X, die ſnijden de verlenghde G H in X, en W, ſoo is P W gelijck de begeerde E C, en Q X gelijck de begeerde D E, de reſt is licht.

Want F G ∞ d, is tot G H ∞ b, als G H ∞ b, tot G I ∞ $\frac{bb}{d}$, voorts als F G, tot G H, alſoo G M ∞ a, tot G O ∞ $\frac{ab}{d}$, en als F G tot G H, alſoo G L ∞ c, tot G N ∞ $\frac{bc}{d}$, treckt G I

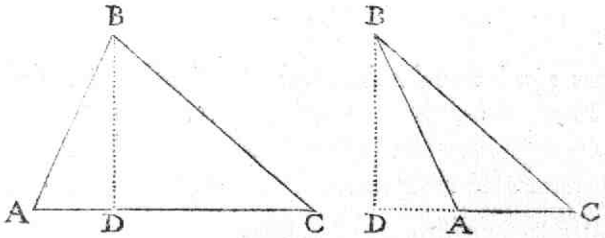
∞

$\propto \frac{bb}{d}$, van F G $\propto d$, rest F K $\propto d - \frac{bb}{d}$, addeert G N $\propto \frac{bc}{d}$, tot G M $\propto a$, komt Z S $\propto a + \frac{bc}{d}$, nu als T Z $\propto d - \frac{bb}{d}$, tot T P $\propto d$, alsoo S Z $\propto a + \frac{bc}{d}$ tot W P $\propto x$. Addeert G O $\propto \frac{ab}{d}$ tot G L $\propto c$, komt Y R $\propto c + \frac{ab}{d}$, wederom als V Y $\propto d - \frac{bb}{d}$, tot V Q $\propto d$, also Y R $\propto c + \frac{ab}{d}$ tot Q X $\propto y$.

Dese Letter-reeckeninge is mede dienstigh tot werck-stucken, die door de tafelen der Hoeck-maten uytgereeckent worden, gelijck blijckt uyt dese volgende.

XIII.

Ghegheven zijnde in den scheef-hoeckighen Driehoeck A B C, de drie zijden, den hoeck A te vinden.



Steldt A B $\propto a$, B C $\propto b$, A C $\propto c$, en A D $\propto y$, soo komt in den scherp-hoeckighen Driehoeck A D $\propto \frac{cc + aa - bb}{2c}$, ick menighvuldigh den Noemer en Teller met a, soo komt A D $\propto \frac{acc + a^3 - abb}{2ca}$, dit ghebracht tot de proportie, soo is $2ca$ tot $aa + cc - bb$, als a tot dese A D $\propto \frac{acc - a^3 - abb}{2ca}$.

Hier uyt openbaert hem, voor de scherphoeckighe driehoecken, om de hoecken sonder behulp van perpendiculaer te vinden desen reghel.

Als

Als tweemael den rechthoeck op de twee zijden, die den ghesochten hoeck om-vatten, tot de twee vierkanten op de selfde zijden t'samen min 't vierkant op de derde zijde, alsoo den radius, tot sinus Complement van den ghesochten hoeck.

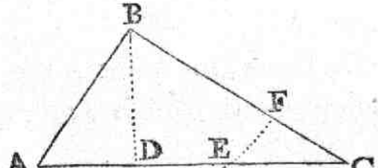
Op de selfde wijse vintmen voor de drichoecken, die den hoeck A stomp hebben desen reghel.

Als tweemael den rechthoeck op de twee zijden, die den ghesochten hoeck om-vatten, tot 'et vierkant op de derde zijde, min de twee vierkanten op de zijden aen den ghesochten hoeck, alsoo den radius tot sinus Compl. van 't halfrontsschil des gesochten hoeckx

Hier mede is 't ghenoegh van de Werck-stucken in welck de Verghelijckinghen niet hoogher loopen, dan tot een, of twee, Dimensien. Volgen eenige die tot drie of vier Dimensien gaen.

XIV.

Ghegheven zijnde van den driehoeck ABC, de twee zijden AB, en AC, voorts den rechthoeck gemaeckt van de kortste opstaende zijde, en de differentie der opstaende zijden als BF, FC, is ghelijck het vierkant op de differentie der hangendens gronden als EC, den driehoeck te vinden.



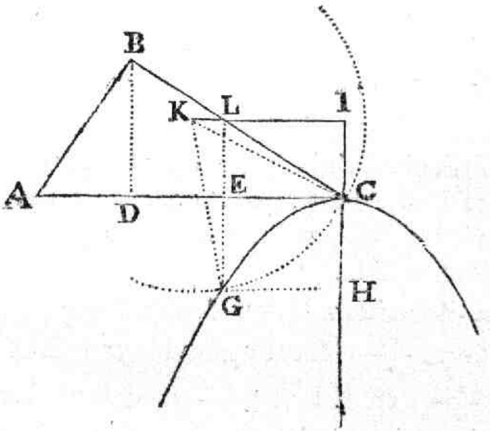
Steldt AB ∞ b, AC ∞ d, FC ∞ x, en EC ∞ y, soo is AD ∞ $\frac{1}{2}d - \frac{1}{2}y$, DC ∞ $\frac{1}{2}d + \frac{1}{2}y$, en BC ∞ $b + x$.

Treckt het vierkant op AD, van 't vierkant op AB, rest voor 't vierkant op BD, $bb - \frac{1}{4}dd + \frac{1}{2}dy - \frac{1}{4}yy$.

Wederom treckt 'et vierkant op DC, van 't vierkant op BC, rest

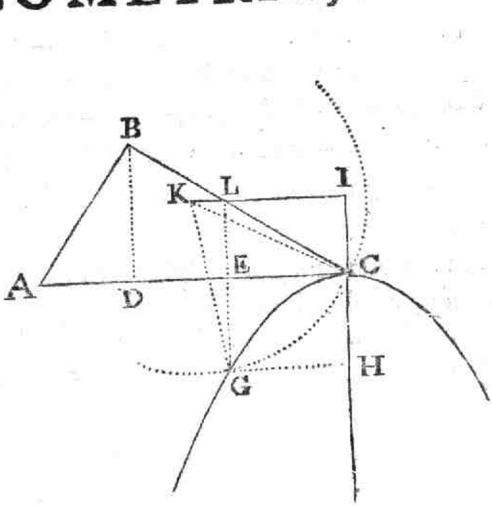
reſt voor't vierkant op B D, $bb + 2bx + xx - \frac{1}{4}dd - \frac{1}{2}dy - \frac{1}{4}yy$, 't ſelve is gelijck 't vierkant op B D hier voor gevonden, doet de gelijcke wech, ſoo komt 'er $xx + 2bx - dy \propto 0$, F C $\propto x$, is dan $\propto -b + \sqrt{bb + dy}$, dit ghemultipliceert met A B $\propto b$, komt $-bb + b\sqrt{bb + dy}$, 't ſelve is ghelijck het vierkant op E C, zijnde yy, ſoo heeft men $yy + bb \propto b\sqrt{bb + dy}$, dit aen wederzijden in 't vierkant gemultipliceert komt $y^4 + 2bbyy + b^4 \propto b^4 + bbdy$, de ghelijcke wech ghedaen, en alles ghedivideert door y, komt $y^3 * + 2bby - bbd \propto 0$.

Om dit door Linien op te loſſen, ſoo beſchrijft volgens de re-



ghels beſchreven in de Geometrie van *Deſcartes*, een Parabole wiens rechte zijde is ghelijck de gegheven A B, en uyt den top C treckt de ghegheven linie A C, maeckt I C ghelijck de helft van A B, rechthoeckigh op A C, en K I ghelijck de helft van A C, en met de ſelve evenwijdigh, dan ghetrocken uyt het center K, deur 't punt C den circul-booghe C G, die ſnijdt den parabole

in 't



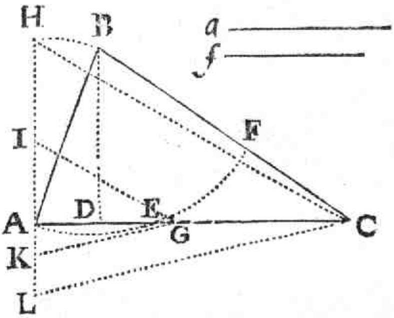
in 't punt G, voorts treckt GE evenwijdigh met CI, ſoo is EC de begeerde differentie der hangendens gronden, daerom AE in tween gelijck ghedeelt in D, en op 't ſelve punt geſteldt de rechthoeckighe DB, en uyt A ghetrocken in de ſelve, de ghegheven AB, ten leſten BC, men heeft het begheerde. en EG ſal gelijck weſen met FC.

Want, de rechte zijde van den Parabole doet b, EC doet y, ſoo is $EG \propto \frac{yy}{b}$, hier by gheaddeert $EL \propto \frac{1}{2}b$, ſoo is $GL \propto \frac{1}{2}b + \frac{yy}{b}$, en $KL \propto \frac{1}{2}d - y$, deſe vierkanten t'ſamen gheaddeert, komt het vierkant op $KG \propto KC \propto \frac{1}{4}bb + \frac{1}{4}dd - dy + 2yy + \frac{y^4}{bb}$. Wederom addeert het vierkant op $IC \propto \frac{1}{2}b$, tot 'et vierkant op $KI \propto \frac{1}{2}d$, komt het vierkant op $KC \propto \frac{1}{4}bb + \frac{1}{4}dd$, 't ſelve is ghelijck het vierkant op KC hier voor ghevonden, treckt de vergelijckinghe van malkander, en alles ghemultipliceert met $\frac{bb}{y}$, komt $y^3 * + 2bby - bbd \propto 0$.

Van

XV.

Van deſen Driehoeck ABC, is ghegheven AB en AC, midtſgaders den rechthoeck gemaeckt van de differentie der opſtaende zijden, ende de differentie der hanghenaens Gronden als EC, FC, den driehoeck te vinden.

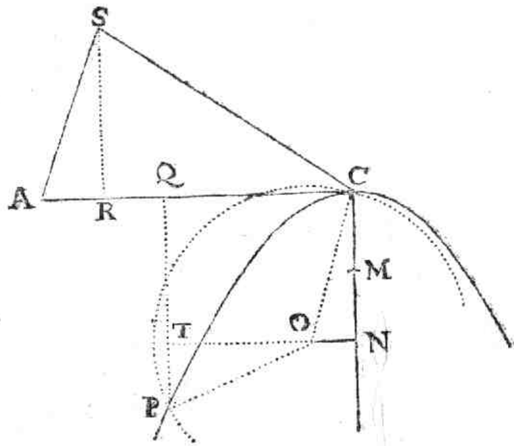


Steldt AB $\infty\, b$, AC $\infty\, d$, den rechthoeck EC, FC $\infty\, af$, en EC $\infty\, y$, ſo is FC $\infty\, \frac{af}{y}$, en BC $\infty\, b + \frac{af}{y}$, voorts AE is dan $\infty\, d - y$, AD $\infty\, \frac{1}{2}d - \frac{1}{2}y$, en DC $\infty\, \frac{1}{2}d + \frac{1}{2}y$.

Treckt het vierkant op AD, van 't vierkant op AB, reſt voor 't vierkant op BD, $bb - \frac{1}{4}dd + \frac{1}{2}dy - \frac{1}{4}yy$. Wederom treckt het vierkant op DC, van 't vierkant op BC, reſt voor 't vierkant op BD, $bb + 2\frac{abf}{y} + \frac{aaff}{yy} - \frac{1}{4}dd - \frac{1}{2}dy - \frac{1}{4}yy$, dit is gelijck het vierkant op BD, hier voor ghevonden, doet de ghelijcke wech, en alles met $\frac{yy}{d}$ ghemultipliceert komt $y^3 * - \frac{2abf}{d}y - \frac{aaff}{d} \infty\, 0$.

Om

Om dit door Linien te ontbinden ſteldt A H ∞ A B, rechthoeckigh op A C, op de ſelve wijſe A L gelijck $\frac{1}{2}f$, en A G ∞ f, treckt H C en L C, en parallel met de ſelve I G, en K G, dan maeckt C M ∞ $\frac{1}{2}a$, rechthoeckigh op A C, en beſchrijft deur



den top C, een parabole wiens rechte zijde doet a, en wiens aſſe kome in C M, ſteldt M N ∞ A I, en O N op de ſelve rechthoeckigh ∞ A K, dan op den half-middellijn O C beſchreven een rondt, die ſnijdt den parabole in P, treckt P Q, evenwijdigh met C N, ſoo is Q C, de begheerde Differentie der hangendens gronden, deeldt A Q in tween ghelijck in R, ſteldt daer op de rechthoeckighe R S, en in de ſelve uyt A, de linie A S, gelijck de ghegheven A B, ten leſten ghetrocken de linie S C men heeft het begheerde.

Want

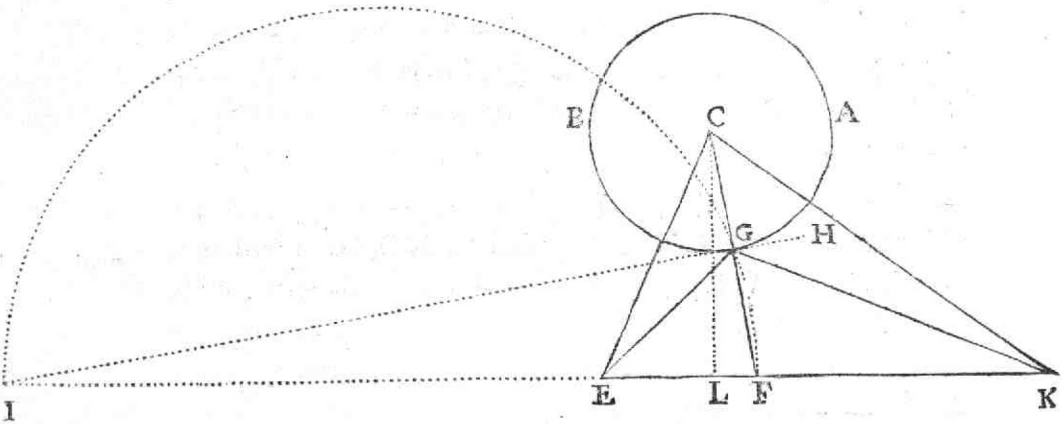
Want de rechte zijde van den parabole is $\infty\ a$, QC $\infty\ y$, ſoo is PQ $\infty\ \frac{yy}{a}$, CM is $\infty\ \frac{1}{2}a$, MN ∞ AI $\infty\ \frac{bf}{d}$, ſoo is CN $\infty\ \frac{1}{2}a + \frac{bf}{d}$, en NO ∞ AK $\infty\ \frac{ff}{2d}$, ſoo is PT $\infty\ \frac{yy}{a} - \frac{1}{2}a - \frac{bf}{d}$, en TO $\infty\ y - \frac{ff}{2d}$, addeert het vierkant op TO, tot het vierkant op PT, komt het vierkant op PO ∞ OC $\infty\ \frac{y^4}{aa} - \frac{2bfyy}{ad} - \frac{ff}{d}y + \frac{1}{4}aa + \frac{abf}{d} + \frac{bbff}{dd} + \frac{f^4}{4dd}$, dan geaddeert het vierkant CN, tot 'et vierkant NO, komt wederom voor 't vierkant OC, $\frac{1}{4}aa + \frac{abf}{d} + \frac{bbff}{dd} + \frac{f^4}{4dd}$, dit is ghelijck 't vierkant op OC hier voor ghevonden, doet de ghelijcke wech, en alles ghedivideert door $\frac{y}{aa}$, komt $y^3 * - \frac{2abf}{d}y - \frac{aaff}{d}\ \infty\ 0$.

Volght hier noch een Werck-ſtuck ghenomen, uyt de Wiskonſtighe gedachteniſſen beſchreven door *Symon Stevin*, in 't 2. Boeck der deurſichtige, het 6 voorſtel.

XVI.

Uyt de twee ghegheven punten E en K, twee Linien te trecken tot een begheert punt in den omtreck van 't ghegheven rondt AGB, als EG en GK, ſoodanigh, dat de Linie CGF (die uyt 'et middel-punt des rondts ghetrocken wordt) den hoeck EGK in tween ghelijck verdeeldt.

Wy onderſtellen dat 'et Werck-ſtuck ghemaeckt is, en de Figuer bereydt hebbende, als hier volght, ſoo ſtelle CG $\infty\ b$,



C E $\infty\, c$, E L $\infty\, d$, E K $\infty\, e$, C L $\infty\, f$, E F $\infty\, x$, L F $\infty\, x - d$, F K $\infty\, e - x$, ſoo is dan $dd + ff \infty\, cc$.

Addeert het vierkant op C L, tot 'et vierkant op L F, uyt de ſom den vierkant-wortel, komt C F $\infty \sqrt{xx - 2dx + dd + ff}$. ſteldt cc inde plaets van $dd + ff$, ſo is C F $\infty \sqrt{xx - 2dx + cc}$, hier van treckt C G $\infty\, b$, reſt G F $\infty \sqrt{xx - 2dx + cc} - b$. Nu als LF, tot CF, alſo GF, tot IF $\infty\, \frac{xx - 2dx + cc - b\sqrt{xx - 2dx + cc}}{x - d}$, om een Verghelijckingh te maecken, vinde ick deſe I F, noch als volght.

Als de differentie van E F, en F K $\infty\, e - 2x$, tot twee mael E F $\infty\, 2x$, alſoo F K $\infty\, e - x$, tot I F $\infty\, \frac{2ex - 2xx}{e - 2x}$. So hebben wy $\frac{xx - 2dx + cc - b\sqrt{xx - 2dx + cc}}{x - d} \infty\, \frac{2ex - 2xx}{e - 2x}$, dit over 't kruys ghemultipliceert komt $-2x^3 \begin{smallmatrix} +2e \\ +2d \end{smallmatrix} xx - 2dex \infty$ $-2x^3 \begin{smallmatrix} +4d \\ +e \end{smallmatrix} xx \begin{smallmatrix} -2cc \\ -2de \end{smallmatrix} x + cce - \overline{be + 2bx} \sqrt{xx - 2dx + cc}$.

de

de ghelijcke wech ghedaen komt $\frac{+2dxx-exx-2ccx+cce}{be-2bx} \propto \sqrt{xx-2dx+cc}$, ſteldt g in de plaets van $e-2d$, en menighvuldight aen weder-zijden in't vierkant, komt

$$\frac{ggx^4+4gccx^3 \mp\substack{2gecc\\4c^4} xx-4ec^4x+eec^4}{bbee-4bbex+4bbxx} \propto xx-2dx+cc.$$

ſoo heeft men ten leſten

$$\begin{array}{lllll} +4bbx^4 & -4bbex^3 & +\ bbeexx & -2bbdeex & +bbccee \propto 0. \\ -\ gg & -8bbd & +8bbde & -4bbcce & -eec^4 \\ & -4gcc & +4bbcc & +4\ c^4e & \\ & & +2gecc & & \\ & & -4\ c^4 & & \end{array}$$

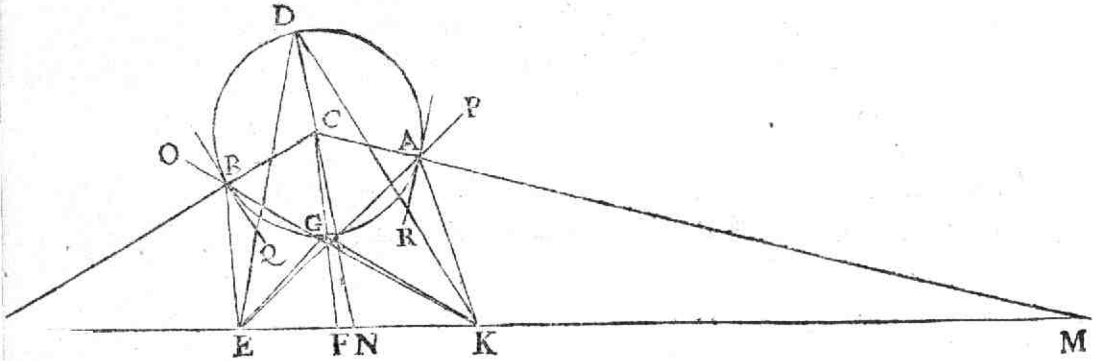
De ghemackelijckſte wijſe om deſe, en de ſoodanighe Verghelijckinghen op te loſſen is dat men, de Letters wech doet, en in de plaets ſteldt reecken-ghetallen, Als by voorbeeldt laet weſen $b \propto 6$, $c \propto 13$, $d \propto 5$, $e \propto 14$, $f \propto 12$, ſo is $g \propto 4$. De Letters wech ghedaen, en ghetallen in de plaets gheſteldt, ſoo heeft men $128x^4-6160x^3-43764xx+1188152x-4405492 \propto 0$. alles ghedivideert door 128, komt

$$x^4-48\tfrac{1}{8}x^3-341\tfrac{29}{32}xx+9284\tfrac{7}{16}x+34417\tfrac{29}{32} \propto 0.$$

Deſe Verghelijckinghe heeft drie waere wortels, en een valſche, die door een Parabole en een rondt ghevonden konnen worden, te weten EF, EN, en EM, de valſche is SE.

Beſiet de volgende Figuer.

Hier



Hier voldoet E F het begeerde voor 't punt G, en E N het begeerde voor 't punt D. Want de linie C G F, deelt den hoeck E G K in tween gelijck, en de linie D C N den hoeck E D K.

Maer in de punten A en B, worden de hoecken E A K, en E B K in tween ghelijck verdeeldt door de linien B Q, en A R, die 't rondt in de geſeyde punten aen-roeren.

Soo dat men dit Werck-ſtuck, duſdanigh ſoude konnen voorſtellen.

Uyt de twee ghegheven Brandt-punten E en K, een Ellipſis, of Hyperbole te beſchrijven, die een ghegheven rondt aen-raeckt, de raeck-punten te vinden.

Welcke raeck-punten dan zijn voor den Ellipſis G, of D, en voor den Hyperbole A of B.

HET

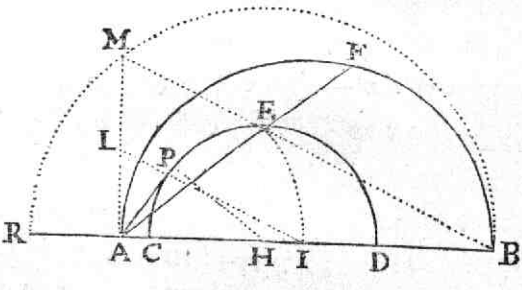
HET
DERDE DEEL,
Van 't vinden der grootſte en kleynſte.

HET valt in de Meet-konſt ſomtijdts voor, datter gevraegt wordt naer de grootſte of kleynſte, hoe de ſelve gevonden worden. kan men ſien in deſe volgende Werck-ſtucken.

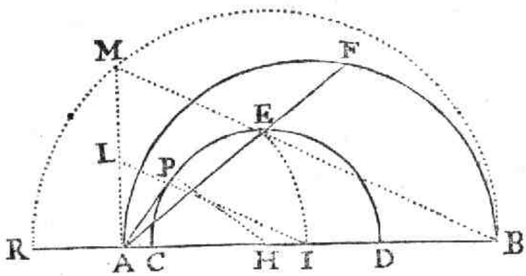
I.

Ghegheven zijnde twee halve ronden, ſtaende met haere middel-lijnen op een ſelve grondt, als hier AFB en CED, tuſſchen hare omtrecken een rechte Linie te ſtellen, ſoo kleyn als 't moghelijck is, ſtreckende tot een van de hoecken, als hier in A.

DIt voorſtel is ontrent het ſelfde, als 't achtſte van 't voorgaende Deel de beteeckeninghe der Linien, laetende alſſe



daer gheſteldt zijn, ſoo ſullen wy wederom verkrijghen ghelijck aldaer, $xx + dx - \frac{ad}{b}\, x + \frac{aff}{b} \infty\, 0$, deſe Vergelijckinghe heeft twee waere wortels, en daer de ſelve gelijck zijn, is de waer-



de van d, op ſijn kleynſte, multipliceert daerom de Verghelijckinghe, met een Arithmetiſche progreſſie, ghelijck hier volght:

$$\begin{array}{cccc} xx+dx & -\frac{ad}{b}x & +\frac{aff}{b} & \propto 0 \\ 0. & 1. & 2. & \\ 2. & 1. & 0. & \\ \hline * \quad +dx & -\frac{ad}{b}x & +\frac{2aff}{b} & \propto 0 \\ 2xx+dx & -\frac{ad}{b}x & * & \propto 0 \end{array}$$

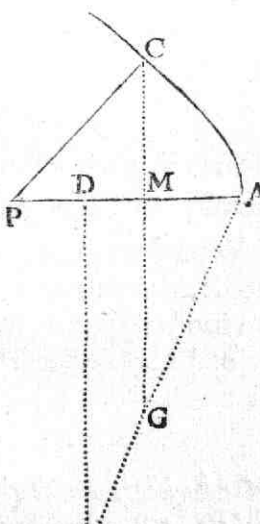
ſo is $x \propto \frac{2aff}{ad-bd}$, en $x \propto \frac{ad-bd}{2b}$, deſe twee gevonde waerdens van x, zijn malkander ghelijck, daerom is $\frac{2aff}{ad-bd} \propto \frac{ad-bd}{2b}$. dit multipliceert in't kruys, en divideert alles door $aa-2ab+bb$, ſoo heeft men $dd \propto \frac{4abff}{aa-2ab+bb}$, ſoo is $d \propto \frac{2f\sqrt{ab}}{a-b}$ voor de kortſte linie, hier boven is $x \propto \frac{ad-bd}{2b}$, nu gheſteldt $\frac{2f\sqrt{ab}}{a-b}$ in de plaets van d, ſoo heeft men $x \propto \frac{f\sqrt{ab}}{b}$. Dat is als b tot $\sqrt{ab}$, alſoo f tot x.

Om

Om dit door Linien op te lossen, beschrijftmen uyt H, op den half-middel-lijn H B, het half rondt R M B, en men steldt op A de recht-hoeckighe A M, dan A L ghemaeckt ghelijck A P, voorts ghetrocken M B, en evenwijdigh met de selve L I, dan beschreven uyt A den booge I E, die snijdt het half rondt C E D in 't punt E, ten lesten treckt men A E F, soo is de linie E F de kortste, die tusschen de omtrecken van de twee halve ronden getrocken kan worden, streckende naer den hoeck A.

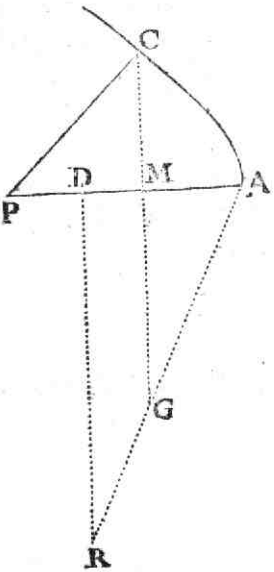
II.

Uyt een gegeven punt, naer een gegeven Kegel-sneede, de kortste linie te trecken.



Wanneer 't ghegheven punt, komt in den ass van de Keghel-sneede, dan is de vindinghe, van de kortste Linie genoeg getoont inde Gront der Meet-konst, daer van de rakende linien ghe-schreven is, hoemen de selve door linien kan vinden, daer toe sal dienen tot voorbeelt den Hyperbole, van welck de dwersche is $\infty\ q$, de rechte zijde $\infty\ r$, A M $\infty\ y$, voor A P is in de gront der Meet-konst pag: 38. ghevonden $y + \frac{ry}{q} + \frac{1}{2} r$, soo men dat steldt gelijck een gegheven wijdte als b, soo is $y \infty \frac{bq - \frac{1}{2} qr}{q + r}$, dat is als $q + r$, tot $b - \frac{1}{2} r$, also q tot y.

Stelt P D ∞ de halve rechte zijde van P naer A, dan verdeelt



DA in't punt M ſoodanigh dat MA is tot MD als de dwerſche tot de rechte zijde, ghelijck hier volght: Treckt uyt A een rechte linie als AR, ſodanigh datſe met de rechte PA eenighen hoeck begrijpt, en in de ſelve ſteldt AG ghelijck de dwerſche, en GR ghelijck de rechte zijde, maer ſoo 't een Ellipſis waer ſoo ſoude men 't punt R, moeten ſtellen van G naer A, dan ghetrocken de rechte DR, en evenwijdigh met de ſelve de rechte GM, ten leſten ſteldt de ordentlijcke MC op MA, en ghetrocken de begheerde linie PC, die de kortſte is, die uyt P ghetrocken kan worden. Het volght dat PA altijdt meerder moet zijn, dan de halve rechte zijde.

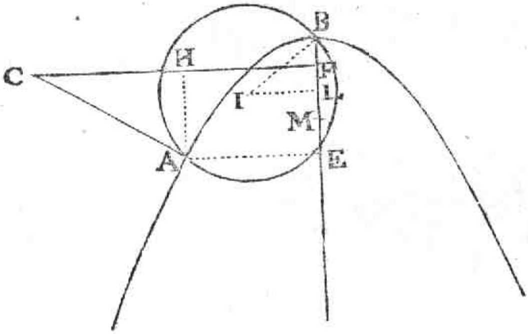
Wanneer 't ghegheven punt komt buyten den aſs der Keghel-ſneede, dan valt de werckinghe wat moeyelijcker, ſal derhalven, om ſoodanighe voorvallen te voldoen, yder Keghel-ſneede in 't beſonder by de handt nemen, en voor eerſt

Den Parabole.

Men begheert uyt 'et ghegheven punt C tot aen de gegheven Parabole AB, een rechte linie te trecken ſoo kort als 't mogelijck is.

Laet weſen BF ∞ c, de rechthoeckighe CF ∞ d, de rechte zijde ∞ r, AE ∞ x, ſoo is BE ∞ $\frac{xx}{r}$, en CA ∞ h.

Treckt



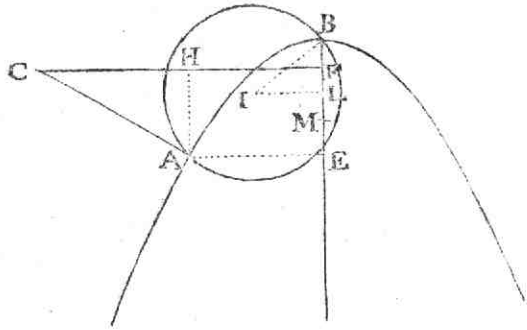
Treckt AE $\propto x$, van CF $\propto d$, rest CH $\propto d - x$, en BF $\propto c$, van BE $\propto \frac{xx}{r}$, rest EF $\propto$ AH $\propto \frac{xx}{r} - c$, Nu ghe-addeert het vierkant op AH, tot 't vierkant op CH, komt voor 't vierkant op CA $\frac{x^4}{rr} - \frac{2cxx}{r} + xx - 2dx + cc + dd$, het welck is ghelijck hh, en om dat dese Vergelijckinghe, twee ghelijcke wortels heeft, daerom multipliceert de selve met een Arithmetische progressie, als hier volght.

$$\begin{array}{cccccccc} \frac{x^4}{rr} & - \frac{2cxx}{r} & + xx & - 2dx & + cc & + dd & - hh & \propto o \\ 4. & 2. & 2. & 1. & o. & o. & o. & \\ \frac{4x^4}{rr} & - \frac{4cxx}{r} & + 2xx & - 2dx & & * & & \propto o. \end{array}$$

alles ghemultipliceert met rr, en ghedivideert door $4x$, komt

$$\begin{array}{l} x^3 * - crx - \frac{1}{2}drr \propto o \\ \qquad\quad + \frac{1}{2}rr \end{array}$$

Soodanighe Verghelijckingh kan ontbonden worden, door een parabole en een rondt, nu om dat de tweede term ontbreeckt, daerom kan de selve parabole dienen. Want in 't besluyt van de Grondt der Meet-konst is ghevonden voor de Verghelijckinge van een rondt en een parabole malkander deur-snijdende



$$x^4 * \begin{array}{l} -2ab \\ +aa \end{array} xx + 2aafx \begin{array}{l} +aabb \\ +aaff \\ -aabb \end{array} \infty\, 0.$$

Dese Verghelijckinghe moet maer van drie Dimensien zijn, daerom is de leste term $\infty\, 0$, dat is $bb + ff$ is $\infty\, hh$, 't selve gheeft te kennen, dat het rondt deur den top van den Parabole moet gaen, en men heeft dan

$$x^3 * \begin{array}{l} -2ab \\ +aa \end{array} x + 2aaf \infty\, 0$$

de Verghelijckingh die wy hier vooren ghevonden hebben was

$$x^3 * \begin{array}{l} -cr \\ +\tfrac{1}{2}rr \end{array} x - \tfrac{1}{2}drr \infty\, 0$$

Wy stellen, om dat wy de ghegheven parabole willen ghebruycken de rechte zijde $a \infty$ de rechte zijde r, soo hebben wy twee quantiteyten te vinden, en hebben daer toe twee Verghelijckinghen, te weten

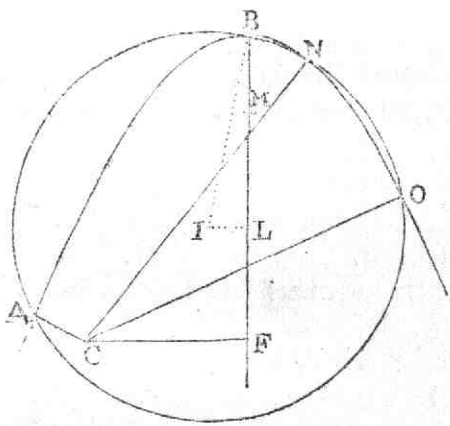
$$-2ab + aa \infty - cr + \tfrac{1}{2}rr$$

en $$2aaf \infty -\tfrac{1}{2}drr$$

Uyt d'eerste komt $b \infty \tfrac{1}{4}r + \tfrac{1}{2}c$, en uyt de tweede $f \infty - \tfrac{1}{4}d$. Om dat hier komt $-\tfrac{1}{4}d$, 't selve beteeckent, dat het middelpunt des

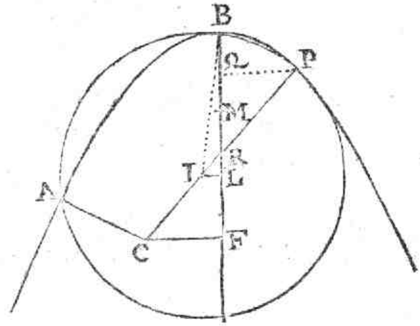
des rondts moet koomen aen de selve zijde van den ass, daer de weerde van x ghevonden wordt.

Hier volght nu de ontbindinghe door Linien, maeckt BM ghelijck de halve rechte zijde, en op 't midden van FM, stelt de rechthoeckighe IL ghelijck het $\frac{1}{4}$ van CF, dan getrocken op den half-middel-lijn IB het rondt AB, die snijdt den parabole in A, ten lesten beschrijft de begeerde kortste linie CA.



Hier moet men bemercken, in de tweede Figuer al-waert 't ghegheven punt C komt binnen den parabole, daer het rondt de selve noch snijdt in de twee plaetsen N en O, dat soo men op de half-middellijnen CO en CN, uyt het punt C ronden beschrijft, dat d' een den parabole sal aen-raecken aen de binnenkant in 't punt O, en d'ander aen de buyten-kant in 't punt N.

Maer



.aer soo 't gebeurt (ghelijck inde derde Figuer,) dat het rondt
. B den Parabole aen-raeckt, en datmen dan uyt C, op den half-
middellijn C P, een ront beschrijft, die sal den parabole raken aen
de binne en buyte-kant, soo dat het selve ront aen de zijde nae den
top sal verwijderen naer buyten, en na de andere zijde sal de verwij-
deringe geschieden naer binnen, soo datter raeckingh en snijdingh
te ghelijck geschiedt.

Dan is F R ∞ tweemael B Q 't welck blijckt uyt de volgen-
de reeckeninghe.

Om dat 'et ront A B P, den parabole aen-raeckt, daerom zijn-
der twee gelijcke wortels, en om dat wy Q P, aenmercken voor
een waere wortel, daerom stelt inde voorgaende vergelijckingh in
plaets van $-\frac{1}{2}drr$ een $+$, en dan gemultipliceert met een Arith-
metische progressie gelijck hier volght:

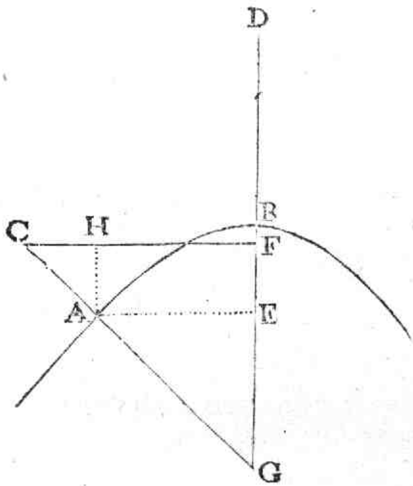
$$x^3 \quad * \; - crx + \tfrac{1}{2}drr \infty 0.$$
$$+\tfrac{1}{2}rr$$
$$0. \quad 1. \quad 2. \quad 3.$$
$$-2crx + \tfrac{3}{2}drr \infty 0. \text{ so is } x \infty \frac{3dr}{4c-2r}$$
$$+rr$$

voor Q P, nu als Q P tot Q R $\infty \frac{1}{2}r$, also C F ∞d, tot F R
$\infty \frac{2}{3}c$

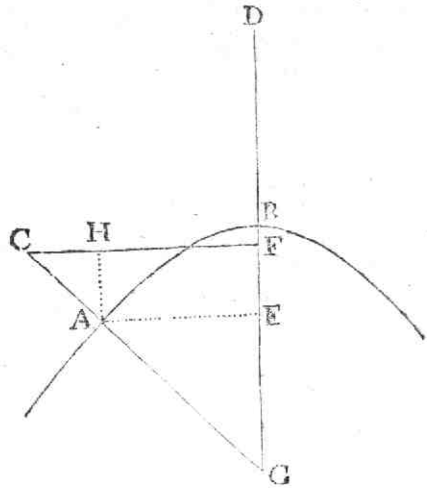
$\propto \frac{2}{3} c - \frac{1}{3} r$, ſo is B Q $\propto \frac{1}{3} c - \frac{1}{6} r$, want B F is $\propto c$, ſo is dan F R $\propto$ tweemael B Q. Hier mede ſal't genoegh zijn van den parabole, ſal nu den hyperbole laten volghen, om dat wy in't beſluyt van de Grondt der Meetkonſt, de vergelijckingh ghetoont hebben van een hyperbole en een rondt malkander deur-ſnijdende.

Den Hyperbole.

Men begeert uyt 'et gegeven punt C, tot aen de gegheven Hyperbole A B, een rechte linie te trecken ſo kort als't mogelijck is.



Laet weſen, van deſen Hyperbole de dwerſche $\propto a$, de rechte zijde $\propto l$, voorts de figuer bereydt hebbende als hier boven C F $\propto c$, B F $\propto i$, B D $\propto \frac{1}{2} a$, A E $\propto x$, B E $\propto y$, of $\sqrt{\frac{1}{4} aa + \frac{axx}{l}} - \frac{1}{2} a$. of ſo men p ſteldt $\propto \frac{1}{4} + \frac{xx}{la}$, $\propto \sqrt{paa} - \frac{1}{2} a$, G E $\propto$



$\frac{\frac{1}{2}la + ly}{a}$ of $\infty \sqrt{\frac{1}{4}ll + \frac{l}{a}xx}$, of $\infty \sqrt{pll}$, besiet de Grondt der Meet-konst pag: 38.

Als GE $\infty \frac{\frac{1}{2}la + ly}{a}$, tot AE $\infty\, x$, alsoo EF $\infty\, y - d$, tot CH $\infty \frac{axy - axi}{\frac{1}{2}la + ly}$, hier by addeert HF $\infty\, x$, komt CF ∞ $\frac{axy - axi + \frac{1}{2}lax + lyx}{\frac{1}{2}la + ly} \infty\, c$. Soo is $\frac{1}{2}lac + lyc \infty\, axy - axi + \frac{1}{2}lax + lyx$, of $lcy - axy - lxy \infty - axi + \frac{1}{2}lax - \frac{1}{2}lac$, doet de y wech, dat is multipliceert $lc - ax - lx$, met $\sqrt{paa}$ $- \frac{1}{2}a$, en treckt de Verghelijckingh van malkander, rest $lc\sqrt{paa} - ax\sqrt{paa} - lx\sqrt{paa} + \frac{1}{2}aax + aix \infty\, 0$, divideert alles door ax, komt $\frac{lc}{x}\sqrt{p} - a\sqrt{p} - l\sqrt{p} + \frac{1}{2}a + i$ $\infty\, 0$, stelt g, inde plaets van $\frac{1}{2}a + i$, en m inde plaets van $l + a$, so heeft men $\frac{lc}{x}\sqrt{p} - m\sqrt{p} + g \infty\, 0$, of $\frac{lc}{x} - m\sqrt{p} \infty - g$, dit

dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, komt $\frac{llcc}{xx} - 2\frac{mlc}{x} + mm$, in $p \infty gg$, of $llcc - 2mlcx + mmxx \infty \frac{ggxx}{p}$, doet de p wech, dat is ſteldt $\frac{1}{4} + \frac{xx}{la}$ in de plaets van p, dan over 't kruys gemultipliceert, en de verghelijckingh van malkander ghetrocken, en dan door mm ghedivideert, komt

$$\begin{array}{llll} x^4 - \frac{2lc}{m}x^3 & + \frac{1}{4}la\,xx & - \frac{1}{2}\frac{llca}{m}x & + \frac{1}{4}\frac{l^3acc}{mm} \infty 0. \\ & + \frac{llcc}{mm}xx & & \\ & - \frac{lagg}{mm}xx & & \end{array}$$

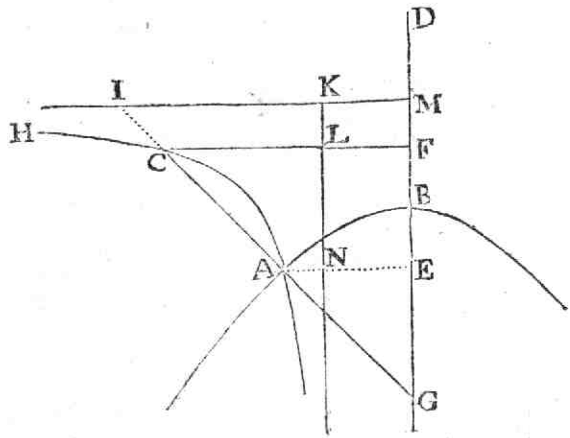
Soo wy hier trachten, de kortſte linie, door den ghegheven Hyperbole, en een rondt te vinden, op die wijſe als in den Parabole ghedaen is, ſo moeten wy een verghelijckingh vinden, van een Hyperbole en een ront, als gedaen is, in 't beſluyt van de Gront der Meet-konſt, alwaer pag: 58 ghevonden wordt

$$\begin{array}{llll} x^4 + \frac{4fl}{m}x^3 & + \frac{2kl}{m}xx & + 4\frac{fkll}{mm}x & + \frac{kkll}{mm} \infty 0 \\ & + \frac{4ffll}{mm}xx & & - \frac{nnllaa}{mm} \\ & - \frac{4nnla}{mm}xx & & \end{array}$$

Deſe vergheleecken, met de ghevonden vergelijckingh, ſo hebben wy vier Verghelijckinghen, en daer zijn maer drie onbekende quantiteyten, te weten f, n, en k, ſoo blijckt dat deſe kortſte Linie niet door een rondt kan ghevonden worden, gelijck in den Parabole, want ſoomender noch een onbekende quantiteyt by voeght, dat maeckt dat AE de weerde van x, veranderingh krijght.

Maer ſoo wy in de plaets van een rondt, een recht-hoeckighe Hyperbole nemen, dan kan 't gheſchieden, en men moet eerſt onderſoecken wat Vergelijckingh, dat een ghegheven Hyperbole, en een rechthoeckige Hyperbole malkander deur-ſnijdende, voortbrenght.

De ghegheven Hyperbole laet zijn AB, diens afs DBG, en de rechthoeckige Hyperbole HCA, diens noyt t'samen-komende IK en KN. Laet wesen van den ghegheven Hyperbole de



dwersche $\propto a$, de rechte zijde $\propto l$, AE $\propto x$, soo is DE $\propto \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{axx}{l}}$, voorts KM $\propto b$, DM $\propto e$, CF $\propto f$, en DF $\propto d$, so is AN $\propto x - b$, en FM $\propto$ KL $\propto d - e$.

Nu den rechthoeck op AN, NK zijnde $\overline{x-b}\sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{axx}{l}} - ex + be$, is ghelijck den rechthoeck op CL, LK $\propto fd - bd + be - fe$, soo is $\sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{axx}{l}} \propto \frac{ex + fd - bd - fe}{x - b}$, stelldt h, in de plaets van $fd - bd - fe$, en menighvuldight aen weder-zijden in't vierkant, komt $\frac{\frac{1}{4}aal + axx}{l} \propto \frac{eexx + 2hex + hh}{xx - 2bx + bb}$, dit over 't kruys ghemultipliceert, komt

$$ax^4 - 2abx^3 + abbxx + \tfrac{1}{4}aalxx - \tfrac{1}{2}aablx + \tfrac{1}{4}aabbl \propto eelxx + 2helx + hhl.$$

De

De verghelijckinghe van malkander ghetrocken, en door a gedivideert, komt

$$x^4 - 2bx^3 + bbxx - \tfrac{1}{2}ablx + \tfrac{1}{4}albb \propto 0$$
$$+ \tfrac{1}{4}alxx - \tfrac{2hel}{a}x - \tfrac{hhl}{a}$$
$$- \tfrac{eel}{a}xx$$

Soo hebben wy hier vier Verghelijckinghen, en drie onbekende quantiteyten, te weten b, e, en h, maer om dat de weerde van h, bevattende twee onbekende quantiteyten f en d, in de derde en vierde verghelijckingh ghevonden wordt $\propto 0$, daerom kan dit dienen.

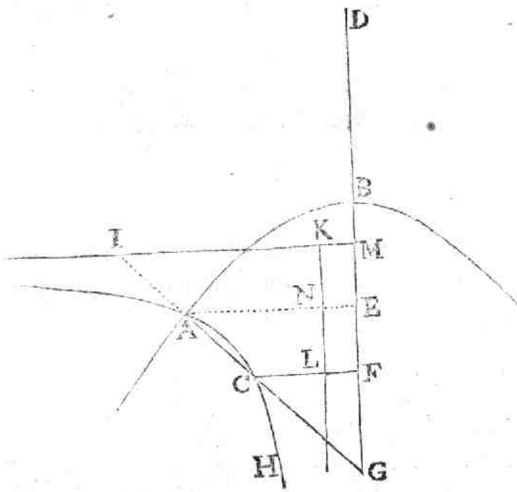
Wy hebben $2b \propto \frac{2lc}{m}$, komt $b \propto \frac{lc}{m}$

$bb + \frac{1}{4}al - \frac{eel}{a} \propto \frac{1}{4}la + \frac{llcc}{mm} - \frac{lagg}{mm}$, ſtelt $\frac{lc}{m}$ in de plaets van b, en de ghelijcke wech ghedaen komt $\frac{eel}{a} \propto \frac{lagg}{mm}$, ſoo is $e \propto \frac{ag}{m}$.

$-\frac{1}{2}abl - \frac{2hel}{a} \propto -\frac{\frac{1}{2}llca}{m}$, ſtelt $\frac{lc}{m}$ in de plaets van b, en $\frac{ag}{m}$, inde plaets vã e, komt $\frac{\frac{1}{2}llca}{m} + \frac{2hgl}{m} \propto \frac{\frac{1}{2}llca}{m}$, ſo is $h \propto 0$. $\frac{\frac{3}{4}l^3acc}{mm} - \frac{hhl}{a} \propto \frac{\frac{3}{4}l^3acc}{mm}$, komt wederom $h \propto 0$. Steldt nu $fd - fe - bd$, in de plaets van h, ſoo is $fd - fe - bd \propto 0$, doet de b en e wech, komt $fd \propto \frac{fag}{m} + \frac{lcd}{m}$, of $fdm \propto fag + lcd$, ſteldt $a + l$ in de plaets van m, ſoo komter $fad + lfd \propto fag + lcd$, ſoo is dan $d \propto g$, en $f \propto c$.

Wy hebben dan ghevonden KM $\propto b \propto \frac{lc}{m}$, en DM $\propto e \propto \frac{ag}{m}$, ſteldt $a + l$, in de plaets van m, ſoo is KM $\propto \frac{lc}{a+l}$, en DM $\propto \frac{ag}{a+l}$, dat is

als $a + l$, tot l, alſoo CF $\propto c$, tot KM $\propto \frac{lc}{a+l}$, ende
als $a + l$, tot a, alſoo DF $\propto g$, tot DM $\propto \frac{ag}{a+l}$, ſo is CL tot LF, als mede DM, tot MF, als a tot l.

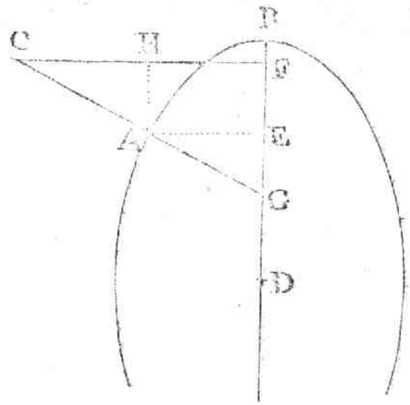


Om dit door Linien te ontbinden, ſoo moet men D F, en C F verdeelen in M, en in L, alſoo dat D M, is tot M F, ſoo mede C L, tot L F, als de dwerſche tot de rechte zijde, dan ghetrocken I M, en K L N, voorts beſchreven tuſſchen de noyt-t'ſamen-komende I K, K N deur 't ghegheven punt C, den Hyperbole H C A, die ſnijdt den ghegheven Hyperbole in 't punt A, ſoo is C A de begheerde kortſte Linie, diemen uyt het punt C, tot den ghegheven Hyperbole A B trecken kan.

Den Ellipſis.

Men begheert uyt 'et ghegheven punt C, tot aen de ghegheven Ellipſis A B, een rechte Linie te trecken, ſoo kort als 't moghelijck is.

Laet



Laet weſen de dwerſche $\infty\, a$, de rechte zijde $\infty\, l$, CF $\infty\, c$, BF $\infty\, i$, BD $\infty\, \frac{1}{2}a$, DF $\infty\, g$, AE $\infty\, x$, BE $\infty\, y$, of $\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{axx}{l}}$, of $\frac{1}{2}a - \sqrt{paa}$, ſo is $p \infty \frac{1}{4} - \frac{xx}{la}$, GE $\infty\, \frac{\frac{1}{2}la - ly}{a}$, of $\infty \sqrt{\frac{1}{4}ll - \frac{lxx}{a}}$, of $\infty \sqrt{pll}$, en $a - l$ $\infty\, m$.

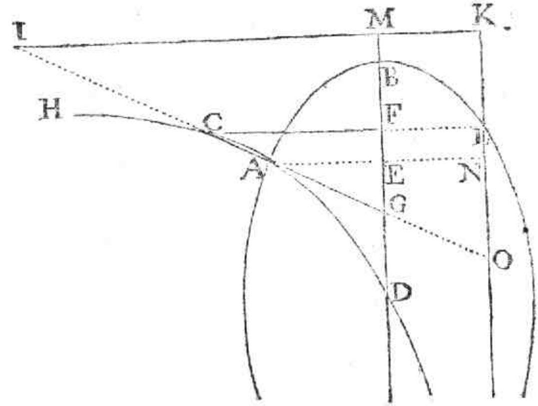
Voorts ghewerckt als in den Hyperbole ghedaen is, men verkrijgt,

$$x^4 + \frac{2lc}{m}x^3 + \frac{llcc}{mm}xx - \frac{\frac{1}{2}llac}{m}x - \frac{\frac{1}{4}l^3acc}{mm} \infty 0$$
$$- \tfrac{1}{4}la\,xx$$
$$+ \frac{ggla}{mm}xx$$

Wy ſullen wederom een Verghelijckingh ſoecken, al-waer een recht-hoeckighe Hyperbole, en een Ellipſis, malkander deur-ſnijden, even op de ſelve wijſe als in den Hyperbole ghedaen is.

Den

Den Ellipsis zy AB, diens ass DB, en de rechthoeckighe Hyperbole HCA, diens noyt-t'samen-komende IK en KO, laet wesen van den Ellipsis de dwersche $\propto a$, de rechte zijde $\propto l$,



AE $\propto x$, soo is DE $\propto \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{axx}{l}}$, voorts MK $\propto b$, DM $\propto e$, CF $\propto c$, DF $\propto g$, soo is AN $\propto x+b$, EM $\propto$ KN $\propto e - \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{axx}{l}}$, CL $\propto c+b$, en FM $\propto$ KL $\propto$ $e-g$, Nu den rechthoeck op CL, LK, is gelijck den rechthoeck op AN, NK, Wijders ghewerckt als in den Hyperbole ghedaen is verkrijght men ten lesten

$$\begin{array}{l} x^4 + 2bx^3 + bbxx - \frac{1}{2}ablx - \frac{1}{4}abbl \propto 0. \\ \qquad\qquad - \frac{1}{4}alxx + \frac{2bel}{a}x + \frac{bbl}{a} \\ \qquad\qquad + \frac{eel}{a}xx \end{array}$$

Soo is $2b \propto \frac{2lc}{m}$, en $b \propto \frac{lc}{m}$.

$bb-$

$bb - \frac{1}{4}al + \frac{eel}{a} \propto \frac{llee}{mm} - \frac{1}{4}la + \frac{ggla}{mm}$, steldt $\frac{lc}{m}$ in de plaets van b, komt $e \propto \frac{ag}{m}$.

$-\frac{1}{2}abl + \frac{2bel}{a} \propto -\frac{\frac{1}{2}llac}{m}$, de b en e wech gedaen, komt $b \propto o$.

$-\frac{1}{4}abbl + \frac{bbl}{a} \propto -\frac{\frac{1}{4}l^3acc}{mm}$, de b wech gedaen, komt wederom $b \propto o$.

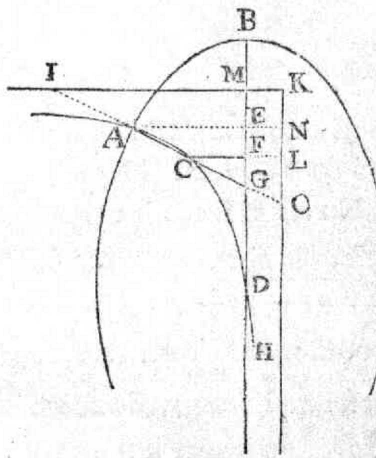
Soo hebben wy ghevonden KM $\propto b \propto \frac{lc}{m}$, en DM $\propto e \propto \frac{ag}{m}$, steldt $a-l$, in de plaets van m, soo is KM $\propto \frac{lc}{a-l}$, en DM $\propto \frac{ag}{a-l}$, dat is,

als $a-l$, tot l, alsoo CF $\propto c$ tot KM $\propto \frac{lc}{a-l}$, ende

als $a-l$, tot a, alsoo DF $\propto g$ tot DM $\propto \frac{ag}{a-l}$.

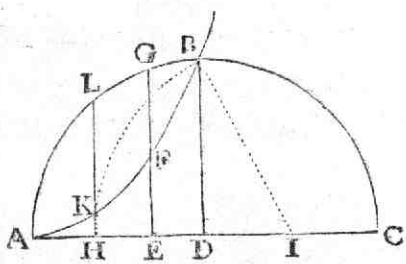
Soo is CL tot LF, als mede DM tot MF, als a tot l, dan is CL, MF $\propto$ DM, LF, dat gheeft te kennen dat het center D, komt in den Hyperbole HCA.

Deur linien wordt dit aldus ontbonden, maeckt DM tot MF, soo mede CL, tot LF, als de dwersche tot de rechte zijde, dan ghetrocken IMK evenwijdig met CF, en KLO evenwijdig met BD, dan beschreven deur 't gegeven punt C, tusschen de noyt-t'samenkomende IK, KO, den Hyperbole HCA, die snijdt den ghegheven Ellipsis in A, dan getrocken de begeerde kortste linie CA. Die hier meerder van begheert, besiet het vijfde Boeck *Apollonij Pergæi.*



III.

Dese kromme Linie AFB, beschreven zijnde in 't halfront ABC, is soodanigh van natuer, dat waer men op de Linie AC, de rechthoeckige EF steldt, altijdt CE, is tot EG, als AE tot EF, te vinden waer FG, op sijn grootste is.



Steldt den middel-lijn AC $\propto a$, AE $\propto y$, EF $\propto x$, soo is EC $\propto a - y$, en GE $\propto \sqrt{ay - yy}$.

Nu als CE tot EG, alsoo AE $\propto y$, tot EF $\propto \sqrt{\frac{y^3}{a-y}}$ $\propto x$, dit ghetrocken van GE $\propto \sqrt{ay - yy}$, soo komt GF $\propto \sqrt{ay - yy} - \sqrt{\frac{y^3}{a-y}}$, dese GF, moet men hebben op sijn grootste, die ick stel $\propto b$, soo is $\sqrt{ay - yy} - \sqrt{\frac{y^3}{a-y}} \propto b$, dit multiplic. aen wederzijden in 't vierkant komt $\frac{aay - 4ayy + 4y^3}{a-y}$ $\propto bb$, nu over 't kruys en de verghelijckinghe van malkander ghetrocken soo komt ten lesten

$-bba$

$$-bba + aay - 4ayy + 4y^3 \infty 0. \quad + bby$$
$$0. \quad 1. \quad 2. \quad 3.$$

Dit gemult. met een Aritm. progressie, om dat 'er twee ghelijcke wortels zijn.

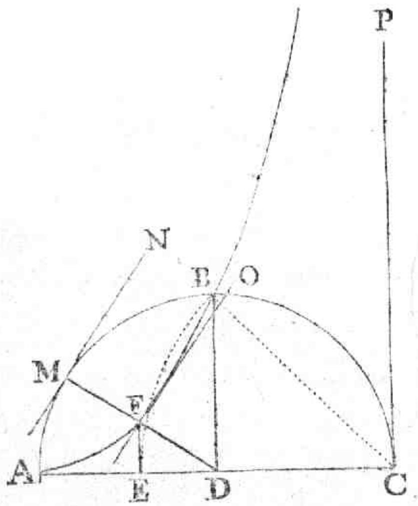
komt $bby + aay - 8ayy + 12y^3$, so is $bb \infty - aa + 8ay - 12yy$, dit is gelijck de bb hier voor ghevonden, so is dan $\frac{aay - 4ayy + 4y^3}{a - y} \infty - aa + 8ay - 12yy$, dit over 't kruys gemult. en de verghelijckinghe van malkander ghetrocken komt $8y^3 - 16ayy + 8aay - a^3 \infty 0$, dit gedivideert door $2y - a$, soo heeft men $4yy - 6ay + aa \infty 0$, en $yy - \frac{3}{2}ay + \frac{1}{4}aa \infty 0$, soo is $y \infty \frac{3}{4}a - \sqrt{\frac{5}{16}aa}$, voor AE, en $b \infty$ de grootste $\infty \sqrt{\frac{aay - 4ayy + 4y^3}{a - y}}$.

Om dit door Linien te ontbinden, soo deeldt CD in tween ghelijck in I, dan maeckt HI ∞ BI, ten lesten ghetrocken de rechthoeckighe HL, soo is KL het begeerde.

Want DI is $\infty \frac{1}{4}a$, DB $\infty \frac{1}{2}a$, so is BI ∞ IH $\infty \sqrt{\frac{5}{16}aa}$, hier by doet IC $\infty \frac{1}{4}a$, komt HC $\infty \frac{1}{4}a + \sqrt{\frac{5}{16}aa}$, dit ghetrocken van AC ∞a, rest AH $\infty \frac{3}{4}a - \sqrt{\frac{5}{16}aa}$.

IV.

Dese kromme Linie is van natuer als de lest-voorgaende, men begheert twee evenwijdighe Linien te trecken als MN en FO, soodanigh dat d'een het rondt AMB, en d'ander de kromme Linie AFB aen-raeckt.



Steldt A C $\infty\, a$, A E $\infty\, y$, so is E D $\infty\, \frac{1}{2}a - y$, en E F $\infty\, \sqrt{\frac{y^3}{a-y}}$. Addeert het vierkant op E D, tot 'et vierkant op E F, komt voor 't vierkant op F D, $\frac{\frac{1}{4}a^3 - 1\frac{1}{4}aay + 2ayy}{a-y}$, het selve stel ick ghelijck te zijn, met 'et vierkant op de kortste die ick stel $\infty\, bb$, de verghelijckingh over 't kruys ghemultipliceert,

pliceert, en van malkander ghetrocken rest

$$\begin{array}{llll} +\tfrac{1}{4}a^3 & -1\tfrac{1}{4}aay & +2ayy \propto 0, \\ -abb & +bby & \\ 0. & 1. & 2. \end{array}$$

Dit ghemultipliceert met een Arithmetische progressie, om datter twee ghelijcke wortels zijn.

$bb - 1\tfrac{1}{4}aa + 4ay \propto 0$, so is $bb \propto 1\tfrac{1}{4}aa - 4ay$, 't welck is ghelijck de bb, hier voor ghevonden, soo is $1\tfrac{1}{4}aa - 4ay \propto \frac{\frac{1}{4}a^3 - 1\frac{1}{4}aay + 2ayy}{a - y}$, dit over 't kruys gemultipliceert de verghelijckingh van malkander ghetrocken, en door $2a$ ghedivideert, komt $yy - 2ay + \tfrac{1}{2}aa \propto 0$, soo is $y \propto a - \sqrt{\tfrac{1}{2}aa}$.

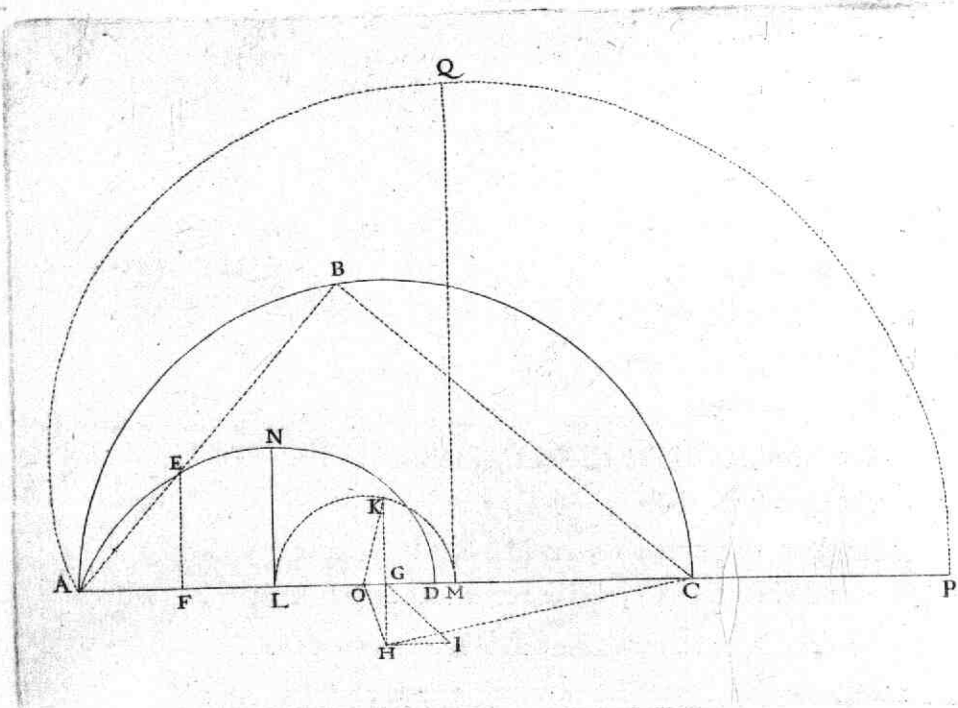
Om dit door Linien te doen, soo maeckt EC $\propto$ BC, en treckt de recht-hoeckighe EF, dan de rechte DFM, en ten lesten deur de punten F, en M, de begheerde evenwijdighe Linien MN, en FO, beyde rechthoeckigh met DM.

Merckt dese kromme Linie AFB, en de rechte CP naerderen malkander, maer komen noyt t'samen.

V.

Dese kromme Linie AED, zijnde een Schulp-treck, is beschreven door de verschuyvingh van de Linie DC, die altijdt naer 't punt A streckt, langhs het half rondt ABC, men vraeght naer zijn grootste breedte.

Steldt DC $\propto a$, AC $\propto b$, EF $\propto x$, AF $\propto y$, en AE $\propto z$.



Als AC $\infty\, b$, tot AB $\infty\, z + a$, alſoo AE $\infty\, z$, tot AF $\infty\, y$, ſoo is $\frac{zz + az}{b} \infty\, y$, en $zz + az - by \infty\, o$, de weerde van z is dan $\infty - \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, voor AE, van diens vierkant zijnde $\frac{1}{2}aa + by - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, treckt het vierkant op AF $\infty\, yy$, reſt het vierkant op EF ofte $xx \infty \frac{1}{2}aa + by - yy - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, wanneer men ſteldt dat de grootſte breedte doet b, ſoo is $\frac{1}{2}aa + by - yy - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by} \infty\, hh$, ofte $\frac{1}{2}aa + by - yy - hb \infty\, a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de vergheliјckingh van malkan-

malkander ghetrocken, ſoo bekomt men

$$\begin{array}{lllll} y^4 - 2by^3 & - aayy & - 2bbby & - aabb \propto 0, \\ & + bbyy & & + b^4 \\ & + 2bbyy & & \\ 4. \quad 3. & 2, & 1. & 0. \end{array}$$

Dit ghemult. met een Arithm. prog. om datter 2 gelijcke wortels zijn.

$$\begin{array}{llll} 4y^3 - 6byy & - 2aay & - 2bbb & \propto 0, \end{array}$$

$$\begin{array}{l} + 2bby \\ + 4bby \end{array}$$

ſo is $2y^3 - 3byy \begin{array}{l} - aay \\ + bby \end{array} \propto bbb - 2bby$, alles ghedivideert door $b - 2y$, ſoo komt'er $\frac{2y^3 - 3byy - aay + bby}{b - 2y} \propto bb$, hier vorens was $\frac{1}{2}aa + by - yy - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by} \propto bb$, Daerom is $\frac{2y^3 - 3byy - aay + bby}{b - 2y} \propto \frac{1}{2}aa + by - yy - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, dit over 't kruys gemultipliceert en de gelijcke wech gedaen, komt $\frac{1}{2}aab \propto \overline{ab - 2ay}\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, dit gedivideert door $ab - 2ay$, komt $\frac{\frac{1}{2}aab}{ab - 2ay} \propto \sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, ſo heeftmen $\frac{\frac{1}{4}a^4bb}{aabb - 4aaby + 4aayy} \propto \frac{1}{4}aa + by$, nu in't kruys, en de vergelijcking van malkander getrocken komt $4aaby^3 \begin{array}{l} + a^4yy \\ - 4aabbyy \end{array} \begin{array}{l} - a^4by \\ + aab^3y \end{array} \propto 0$

dit ghedivideert door $4aaby$, ſoo komt ten laetſten

$yy \begin{array}{l} + \frac{1}{4}\frac{aa}{b} \\ - b \end{array} y \begin{array}{l} - \frac{1}{4}aa \\ + \frac{1}{4}bb \end{array} \propto 0$, en $y \propto \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}\frac{aa}{b} - \sqrt{\frac{1}{8}aa + \frac{1}{16}\frac{a^4}{bb}}$

of $y \propto \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}\frac{aa}{b} + \sqrt{\frac{1}{8}aa + \frac{1}{16}\frac{a^4}{bb}}$

Hier boven was het vierkant van de grootſte breedte $bb \propto \frac{1}{2}aa + by - yy - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + by}$, de y dan wech ghedaen ſo heeft men het begheerde.

Om dit door Linien te ontbinden, ſoo deeldt AC in tween ghelijck in G op 't ſelve punt G, ſteldt de rechthoeckige GH, gelijck 't een vierde van DC, dan maeckt HI evenwijdigh met AC, AC, gelijck HG, en ſtelt de wijdte GI, in de verlenghde HG, van G in K, voorts ghetrocken HC, en op de ſelve rechthoeckigh HO, dan ſtelt de ſpatie OK, van O in L, en ghetrocken de rechthoeckige LN, ſo heeftmen de grootſte breete van de kromme linie AND, maer ſo men de ſpatie OK, ſtelt van O in M, ſo heeftmen de plaets van de grootſte breedte van de kromme linie, die op deſelve wijſe, buyten het half rondt beſchreven wordt, te weten MQ.

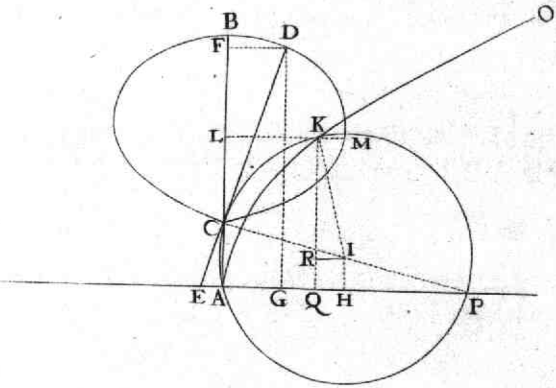
Want CG $\infty \frac{1}{2}b$, is tot GH $\infty \frac{1}{4}a$, als GH $\infty \frac{1}{4}a$, tot $\frac{1}{8}\frac{aa}{b}$ voor OG, voorts addeert de vierkanten op HG, en HI, t'ſamen komt het vierkant op GI ∞ GK $\infty \frac{1}{8}aa$, hier by addeert 't vierkant op OG $\infty \frac{1}{8}\frac{aa}{b}$, komt het vierkant op OK $\infty \frac{1}{8}aa + \frac{1}{64}\frac{a^4}{bb}$, hier uyt den vierkantwortel, ſo is OK ∞ OL $\infty \sqrt{\frac{1}{8}aa + \frac{1}{64}\frac{a^4}{bb}}$. Treckt OG, van AG $\infty \frac{1}{2}b$, reſt AO $\infty \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}\frac{aa}{b}$, hier wederom van getrocken OL $\infty \sqrt{\frac{1}{8}aa + \frac{1}{64}\frac{a^4}{bb}}$, ſoo komt AL $\infty \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}\frac{aa}{b} - \sqrt{\frac{1}{8}aa + \frac{1}{64}\frac{a^4}{bb}}$, en ſo veel is mede de weerde van y.

VI.

Deſe kromme linie BDC, zijnde een Schulptreck, is beſchreven door de verſchuyving vande linie ED, die altijt in't punt C blijft, langs de rechte linie EG, men vraeght naer de grootſte breedte.

Steldt AC ∞b, AB ∞ ED ∞c, AF ∞y, FD ∞x, Dan getrocken het vierkant op DG, zijnde yy, van 't vierkant op ED. zijnde cc, reſt het vierkant op EG $\infty cc - yy$, hier uyt den vierkantwortel, komt EG $\infty \sqrt{cc - yy}$. Nu als DG ∞y, tot EG $\infty \sqrt{cc - yy}$, alſoo FC $\infty y - b$, tot FD ∞x, ſoo is $x \infty \frac{y-b}{y}\sqrt{cc - yy}$, ſteldt de grootſte breedte ∞h, ſoo heeft men $\frac{y-b}{y}\sqrt{cc - yy} \infty h$, alles ghemultipliceert met $\frac{y}{y-b}$, komt

$\sqrt{cc -}$



$\sqrt{cc-yy} \infty \frac{by}{y-b}$, nu aen wederzijden in 't vierkant, men krijgt $cc-yy \infty \frac{bbyy}{yy-2by+bb}$, dit gemultipliceert over 't kruys en de verghelijckingh van malkander ghetrocken rest

$$\begin{array}{l} y^4 - 2by^3 + bbyy + 2bccy - bbcc \infty 0, \\ \quad\quad - ccyy \\ \quad\quad + bbyy \end{array}$$

Dit ghemult. met een Arithm. prog. om datter 2 gelijcke wortels zijn.

$$\begin{array}{lllll} 4. & 3. & 2. & 1. & 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4y^3 - 6byy + 2bby + 2bcc \quad \infty 0 \\ \quad\quad\quad - 2ccy \\ \quad\quad\quad + 2bby \end{array}$$

Soo is $-2y^3 + 3byy - bby + ccy - bcc \infty bby$, en $\frac{-2y^3+3byy-bby+ccy-bcc}{y} \infty bb$, hier vorens was $b \infty \frac{\overline{y-b}}{y}$ in $\sqrt{cc-yy}$, diens vierkant bb is dan $\infty \frac{-y^4+2by^3 \begin{smallmatrix}-bb\\+cc\end{smallmatrix} yy - 2bccy + bbcc}{yy}$.

Dese twee weerdens van bb zijn malkander gelijck, multipliceert de vergelijckingh in't kruys, en trecktse van malkander, so komter $-y^4+by^3+bccy-bbcc \propto 0$, dit gedivideert deur $y-b$, so heeftmen $-y^3+bcc \propto 0$, en $y^3 \propto bcc$, soo is $y \propto \sqrt{C.\,bcc}$. De weerde van y ghevonden hebbende, soo is de halve grootste breedte $h \propto \frac{y-b}{y}\sqrt{cc-yy}$.

Om dit door Linien te vinden, so beschrijft uyt A als top, op de rechte zijde A B, den parabole A K O, maeckt A P $\propto$ A B, en treckt de linie C P, dan beschreven op den middel-lijn C P, het rondt A C P, die snijt den parabole in't punt K, treckt deur 't selve punt, de begeerde linie L M, die de grootste halve breedte is.

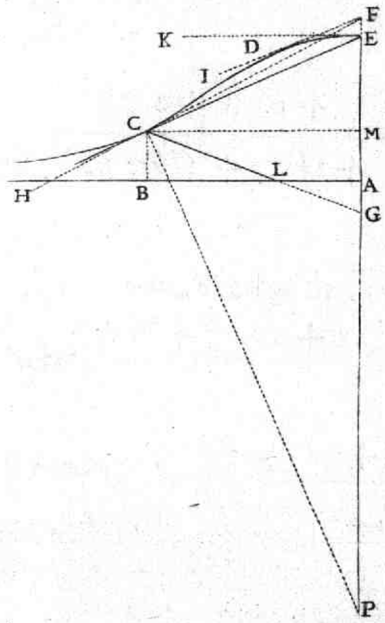
Want A Q is $\propto \frac{yy}{c}$, dit treckt van A H $\propto \frac{1}{2}c$, rest Q H $\propto$ R I $\propto \frac{1}{2}c-\frac{yy}{c}$. Addeert de vierkanten A C, en A P t'samen, uyt de som den vierkant-wortel komt C P $\propto \sqrt{cc+bb}$, so is I K $\propto \sqrt{\frac{1}{4}cc+\frac{1}{4}bb}$, treckt het vierkant op R I, van 't vierkant op K I, uyt de rest den vierkant-wortel komt K R $\propto \sqrt{\frac{1}{4}bb+yy-\frac{y^4}{cc}}$, hier by addeert R Q $\propto$ H I $\propto \frac{1}{2}b$, soo heeft men $y \propto \frac{1}{2}b+\sqrt{\frac{1}{4}bb+yy-\frac{y^4}{cc}}$, soo is $y-\frac{1}{2}b \propto \sqrt{\frac{1}{4}bb+yy-\frac{y^4}{cc}}$, en $y^3 \propto bcc$.

VII.

Dese kromme linie C D E, *zijnde een Schulp-treck, is beschreven door de verschuyvinge van de linie* C L, *die altijdt naer 't punt* G *streckt, langhs de rechte linie* A B, *men begheert uyt den top* E, *de raeckende* E C, *te trecken.*

Stelt G A $\propto b$, A F $\propto$ L C $\propto c$, C M of A B $\propto x$, M A of B C $\propto y$, A P $\propto v$, en P C $\propto s$, soo is P M $\propto v+y$, diens vierkant $vv+2vy+yy$, het selve getrocken van 't vierkant P C $\propto ss$, rest het vierkant op C M $\propto ss-vv-2vy-yy$, zijnde $\propto xx$.

Voorts



Voorts treckt het vierkant op B C, van't vierkant op C L, rest het vierkant op B L $\infty\ cc - yy$, so is B L $\infty \sqrt{cc - yy}$.

Nu als B C $\infty\ y$, tot B L $\infty \sqrt{cc - yy}$, alsoo A G $\infty\ b$, tot $\frac{b}{y}\sqrt{cc - yy}$ voor A L, addeert A L tot B L, komt A B ∞ $\frac{b+y}{y}\sqrt{cc - yy}$, diens vierkant is $\frac{-y^4 - 2by^3 \begin{smallmatrix} -bb \\ +cc \end{smallmatrix} yy + 2bccy + bbcc}{yy}$ gelijck de voor-gevonden $ss - vv - 2vy - yy$, dit over 't kruys gemultipliceert en de vergelijcking van malkander getrockẽ, rest

$$\begin{array}{llll} +2vy^3 & -bbyy & +2bccy & +bbcc \propto 0, \\ -2b & +cc & & \\ & -ss & & \\ & +vv & & \\ -1. & 0. & +1. & +2. \end{array}$$

Dese gemultiplic. met een Arithm. progressie om datter twee gelijcke wortels zijn.

komt $-2vy^3 \; * \; +2bccy + 2bbcc \propto 0$, soo is v ghelijck
$+2by^3$

$\frac{by^3 + bccy + bbcc}{y^3}$ voor AP. Dan als EM $\propto c - y$, tot CM $\propto \frac{b+y}{y}\sqrt{cc-yy}$, alsoo CM, tot
$\frac{-y^4 - 2by^3 \begin{smallmatrix}-bb\\+cc\end{smallmatrix} yy + 2bccy + bbcc}{cyy - y^3}$ voor MP, hier van ghetrocken AM $\propto y$.

rest $\frac{\begin{smallmatrix}-2b\\-c\end{smallmatrix} y^3 \begin{smallmatrix}-bb\\+cc\end{smallmatrix} yy + 2bccy + bbcc}{cyy - y^3}$ voor AP, 't selve is ghelijck $\frac{by^3 + bccy + bbcc}{y^3}$, hier voor ghevonden, de noemers door yy ghemindert, dan over 't kruys ghemultipliceert en de verghelijckinghen van malkander ghetrocken rest

$\begin{smallmatrix}+b\\+c\end{smallmatrix} y^4 \begin{smallmatrix}+bb\\-cc\\+bc\end{smallmatrix} y^3 - 3bccyy \begin{smallmatrix}-2bbccy\\+bc^3\end{smallmatrix} + bbc^3 \propto 0$, dit gedivideer door $y - c$, komt $\begin{smallmatrix}+b\\+c\end{smallmatrix} y^3 \begin{smallmatrix}+bb\\+2bc\end{smallmatrix} yy \begin{smallmatrix}+bbc\\-bcc\end{smallmatrix} y - bbc \propto 0$, steldt $b + c \propto d$, so heeft men $y^3 + \begin{smallmatrix}\frac{bb}{d}\\+2\frac{bc}{d}\end{smallmatrix} yy + \begin{smallmatrix}\frac{bbc}{d}\\-\frac{bcc}{d}\end{smallmatrix} y - \frac{bbcc}{d} \propto 0$.

de weerde van y, kan gevonden worden door een parabole en een ront, deselve gevonden hebbende, so is $x \propto \frac{b+y}{y}\sqrt{cc-yy}$.

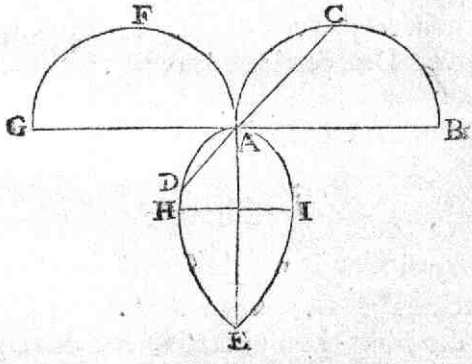
Hier bemerckt men, dat men uyt een selve punt twee besondere raeckende Linien kan trecken, om dat dese kromme linie tweederley bochten heeft, d'een hol d'ander bol, ghelijck alhier komen

men beyde de raeckende linien C E en K E, in 't punt E, ſo is't mede gheleghen met 'et punt F, dat een weynigh buyten E is, uyt welck punt F, men treckt de twee raeckende Linien H F en I F, maer den hoeck I F H is kleynder, dan den hoeck K E C, ſoo men 't punt F, noch een weynigh verder van E ſteldt, dan ſal den hoeck I F H noch kleynder weſen, tot dat de ſelve eyndelijck, ſo de raeckingh in 't keer-punt (dat is het punt, daer de holligheydt van de bolligheydt af-ſcheydt) komt, te niet loopt, en ſoo men 't punt F noch verder van E wil ſtellen dan 't punt uyt welck de raeck-lijn komt in 't keer-punt hoe weynigh het oock is, dan ſal-der gheen raeckende linie te vinden zijn.

VIII.

De kromme linie ***A D E****, is beſchreven, door de verſchuyvingh van de linie* ***C D*** ∞ ***A B*** *of* ***G A****, die altijdt deur 't punt* ***A*** *gaet, langhs de halve ronden* ***A C B****, en* ***G F A****, de grootſte breedte* ***H I*** *te vinden.*

De grootſte breedte H I, is ghelijck de helft van A B.



H E T

HET

VIERDE DEEL,

Van de ontbindinghe der Werck-ſtucken, daer een dingh te weynigh ghegheven is.

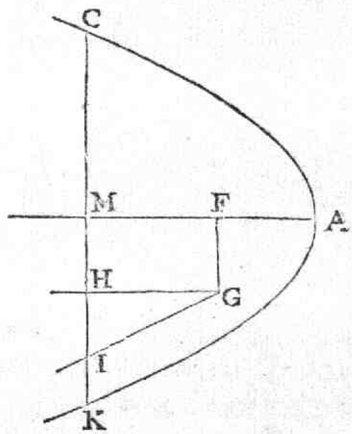
WAnneerder in een Werck-ſtuck, een dingh te weynigh ghegheven is, ſo reſteerter in 't ontbinden een onbekende quantiteyt, daer gheen verghelijckingh toe gevonden kan worden, en men mach dan (naer het de natuur van 't Werck-ſtuck vereyſcht) ſulcken ghetal of linie daer voor ſtellen, alſmen begeert, ſo dat men voor de begeerde plaets in ſtee van een punt een linie vindt, en ſoo de vergelijckingh is van een Dimenſie, ſo is de plaets een rechte linie, ſoo de verghelijckingh loopt tot twee Dimenſien, ſoo is 't een kromme linie van 't eerſte gheſlacht, drie Dimenſien van 't tweede, en ſoo voorts. De Ouden hebben oneyghentlijck gheſchreven van vlacke en lichamelijcke plaetſen, vermidts de plaets, het zy van ſoo veel of weynigh Dimenſien als 't wil, niet anders dan een linie is, die op een plat vlack beſchreven wordt. Daer de vergelijckinghe gaet tot twee Dimenſien, daer is de plaets een van de Kegel-ſneeden, van welcke plaetſen ons voornemen maer ſal zijn te ſchrijven, en begin aen de

Parabole.

Wanneer men in den Parabole CAK ſteldt AM $\infty\, y$, MC $\infty\, x$, en de rechte zijde $\infty\, r$, ſoo is $x \infty \sqrt{ry}$, ghelijck te ſien is in de Grondt der Meet-konſt, dat is, ſoo de verghelijckinghe komt

komt $x \infty \sqrt{ry}$, dan is de plaets een Parabole.

Men moet hier bemercken, dat y begint in een bepaelt punt zijnde in dit voorval den top der Parabole, als in A, en x begint van 't onbepaelde punt M in den aſs.



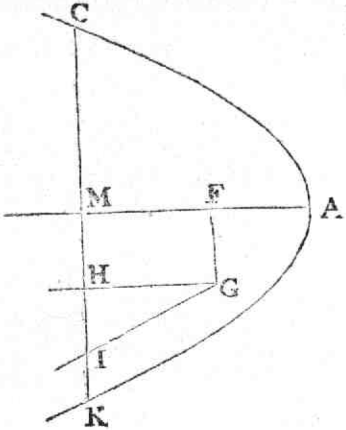
Maer ſo men het bepaelde punt uyt welck y begint ſteldt buyten den top, dat gheeft deſe volgende veranderinghen.

Ten eerſten, wanneer 't ghegheven punt komt in den aſs, buyten den top, als hier in F, en datmen ſtelt AF $\infty\, b$, FM $\infty\, y$, MC $\infty\, x$, de rechte zijde $\infty\, r$, en AM $\infty\, z$, ſoo komt $x \infty \sqrt{rz}$, en wanneer men $y + b$, in de plaets van z ſteldt, $x \infty \sqrt{ry + br}$, voor MC, maer ſoo 't punt M ſtaet tuſſchen F en A, dan ſteldt men $b - y$, en ſoo 't punt A, ſtaet tuſſchen M en F, dan ſchrijft men $y - b$ in de plaets van z.

Ten tweeden, ſoo 't ghegheven punt komt buyten den aſs, als hier in G, maer dat GH evenwijdigh is met d'aſs, en dat men ſteldt AF $\infty\, b$; FG ∞ MH $\infty\, d$, GH $\infty\, y$, HC $\infty\, x$, de rechte zijde $\infty\, r$, ſoo is $x \infty d + \sqrt{ry + br}$ voor HC, ſoo is HK $\infty \sqrt{ry + br} - d$, maer wanneer C is tuſſchen M en H, dan is $x \infty d - \sqrt{ry + br}$.

Ten derden, ſoo 't ghegheven punt komt buyten den aſs, en dat den ghegheven hoeck CMA is onghelijck den ghegheven hoeck CIG, en dat de reden van GI tot GH bekendt is, die ick ſtel als f tot g, en GI tot HI als f tot h. Soo dan doet AF $\infty\, b$, FG ∞ MH $\infty\, d$, GI $\infty\, y$, IC $\infty\, x$, en de rechte zijde $\infty\, r$,

ſoo



ſoo is f tot g, als GI $\infty\, y$, tot HG ∞ MF $\infty \frac{gy}{f}$, en als f tot h, alſoo y tot $\frac{hy}{f}$, voor HI, hier by addeert HM $\infty\, d$, ſoo is IM $\infty\, d + \frac{hy}{f}$, Wijders addeert AF $\infty\, b$, tot MF $\infty \frac{gy}{f}$, komt AM $\infty\, b + \frac{gy}{f}$, ſoo is MC $\infty \sqrt{br + \frac{gry}{f}}$, hier by ghedaen MI $\infty\, d + \frac{hy}{f}$, komt $x \infty\, d + \frac{hy}{f} + \sqrt{br + \frac{gry}{f}}$ voor CI, ſo is IK $\infty \sqrt{br + \frac{gry}{f}} - \overline{d + \frac{hy}{f}}$.

De veranderinghen van de teeckens + en −, dieder in alle voorvallen komen zijn licht uyt te vinden.

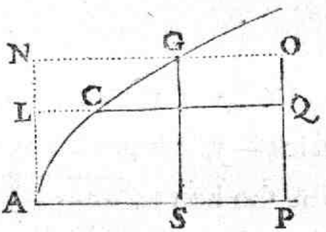
Hier moet bemerckt worden, ſoo men een Werck-ſtuck tot een vierkant-verghelijckingh ghebracht heeft, dat diens wortel altijdt een binomium is, of ten zy dat de tweede term ontbreeckt, en MC is altijdt van 'tſelve binomium het wortel-getal, voorts wanneerder in't ſelve wortelgetal geen onbekende quantiteyt gevonden wordt, dan van een Dimenſie, dat geeft te kennen, dat de plaets een parabole is.

Deſcartes Geometrie, pag: 329. Als by voorbeelt, ſo men heeft $x \infty\, m - \frac{n}{z} y + \sqrt{mm + oy}$, om dat hier in 't wortel-getal, gheen hoogher onbekende quantiteyt ghevonden wordt dan y, dat geeft te kennen, dat de placts een parabole is. Om nu de rechte zijde van den ſelven te vinden, ſoo hebben wy hier vooren, wanneer 't punt I komt tuſſchen H en M, en F tuſſchen A en M, $x \infty\, d - \frac{hy}{f} + \sqrt{br + \frac{gry}{f}}$. Soo is voor eerſt $m \infty\, d$, $n \infty\, h$, $z \infty f$, $a \infty\, g$, daer-en-boven heeft men noch twee verghelijckinghen te weten $mm \infty\, br$, en

$o\, \infty$

$o \infty \frac{gr}{f}$, ſoo is $o \infty \frac{ar}{z}$, en $\frac{oz}{a} \infty r$. In de eerſte vergelijcking doet de r wech, komt $mm \infty \frac{boz}{a}$, ſoo is $\frac{amm}{oz} \infty b$, ſo hebben wy ghevonden de rechte zijde $\infty \frac{oz}{a}$, en de diſtantie A F $\infty \frac{amm}{oz}$.

Volght noch een voorbeeldt, ſoo men in't beſluyt van de Grondt der Meet-konſt pag: 62. ſteldt D E ∞ o, ſo komt C M of $x \infty \frac{-yy+dy+fn}{n}$, ſo is $yy - dy \begin{smallmatrix}-fn\\+xn\end{smallmatrix} \infty o$, en $y \infty \frac{1}{2}d + \sqrt{\frac{1}{4}dd + fn - nx}$, om dat in't wortel-ghetal de onbekende quantiteyt x, maer een Dimenſie heeft, dat gheeft te kennen, dat de plaets of kromme linie een parabole is, deſe dan vergeleecken met de tweede ſoort, in welck ick ſtel F G ∞g, zijnde $y \infty g + \sqrt{br - rx}$, dan komt M tuſſchen F en A, ſoo heeft men $g \infty \frac{1}{2}d$, voor P O ∞ G S, $r \infty n$, dat is de rechte zijde ∞n, voorts $br \infty \frac{1}{4}dd + fn$, ſo is $b \infty \frac{\frac{1}{4}dd+fn}{n}$, voor A P ∞ N O, en alſo met alle andere.

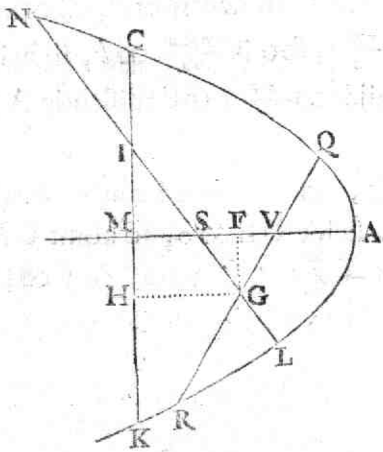


Volght hier een Werck-ſtuck, al ſchijnt het hier niet te paſſen, ſoo ſal't evenwel konnen dienen tot oeffeningh van den Leerlingh.

Van deſen parabole is de rechte zijde ∞r, A F ∞b, F G ∞ M H ∞d, G I tot G H als f tot g, en G I tot H I, als f tot h, de lenghte van G L en G N te vinden.

Wanneer men ſteldt I K, of I C ∞x, en G I ∞y, ſoo is

 hier



hier voor ghevonden $x \propto d - \frac{hy}{f} + \sqrt{br + \frac{gry}{f}}$, voor CI, en $x \propto \sqrt{br + \frac{gry}{f} - d - \frac{hy}{f}}$, voor IK. Hier moet men bemercken, ſoo x, of IK is $\propto$ o, dat GL dan komt in den omtreck van den parabole, deſghelijcks, ſoo x, of IC is $\propto$ o, dat GN dan komt in den omtreck. Om nu GL te vinden, ſtel ick de weerde van IK $\propto$ o, maer om dat G komt tuſſchen I en L, daerom ſtel ick $-y$, inde plaets van $+y$, en ſchrijf $\sqrt{br - \frac{gry}{f}} - d + \frac{hy}{f} \propto o$, ſoo komt $\sqrt{br - \frac{gry}{f}} \propto d + \frac{hy}{f}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert en de Verghelijckingh van malkander ghetrocken komt

$$\begin{array}{l} +dd + \frac{2dh}{f}y + \frac{hhyy}{ff} \propto o, \\ -br + \frac{gr}{f}y \end{array}$$

nu alles gedivid. door $\frac{hh}{ff}$, komt

$$\begin{array}{l} +\frac{ddff}{hh} + \frac{2df}{h}y + yy \propto o, \text{ en} \\ -\frac{brff}{hh} + \frac{grf}{hh}y \end{array}$$

$y \propto -\frac{df}{h} - \frac{grf}{2hh} + \sqrt{\frac{brff}{hh} + \frac{dgrff}{h^3} + \frac{ggrrff}{4h^4}}$ voor de weerde van GL.

Soo men ſteldt IC, of $x \propto d - \frac{hy}{f} + \sqrt{br + \frac{gry}{f}} \propto o$, ſoo is $d - \frac{hy}{f} \propto -\sqrt{br + \frac{gry}{f}}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, komt $dd - \frac{2dhy}{f} + \frac{hhyy}{ff} \propto$

$br +$

$br + \frac{gry}{f}$, de Verghelijckinghe van malkander ghetrocken en alles gemultipliceert met $\frac{ff}{hh}$, komt

$$\begin{array}{l} +\frac{ddff}{hh} - \frac{2df}{h}y + yy \infty 0, \\ -\frac{brff}{hh} - \frac{grf}{hh}y \end{array}$$

en $y \infty +\frac{df}{h} + \frac{grf}{2hh} + \sqrt{\frac{brff}{hh} + \frac{dgrff}{h^3} + \frac{ggrrff}{4h^4}}$, voor de weerde van G N, so is N L $\infty\ 2\sqrt{\frac{brff}{hh} + \frac{dgrff}{h^3} + \frac{ggrrff}{4h^4}}$.

Maer wanneer M, of in desselfs plaets het punt V, komt tusschen F en A, dan is $x \infty d - \frac{hy}{f} + \sqrt{br - \frac{gry}{f}} \infty 0$, en de weerde van $y \infty$ G Q, voorts wanneermen stelt $\sqrt{br + \frac{gry}{f}} - d + \frac{hy}{f} \infty 0$, dan is de weerde van $y \infty$ G R, dese Verghelijckinghen ghereduceert zijnde, verkrijght men voor G Q, $y \infty \frac{df}{h} - \frac{grf}{2hh} + \sqrt{\frac{brff}{hh} - \frac{dgrff}{h^3} + \frac{ggrrff}{4h^4}}$, en voor G R, $y \infty -\frac{df}{h} + \frac{grf}{2hh} + \sqrt{\frac{brff}{hh} - \frac{dgrff}{h^3} + \frac{ggrrff}{4h^4}}$. Addeert G Q tot G R, komt voor Q R $2\sqrt{\frac{brff}{hh} - \frac{dgrff}{h^3} + \frac{ggrrff}{4h^4}}$. So men dan stelt $h \infty 1$, so is $ff \infty gg + 1$, en dat men de h en f wech doet, so is QR ∞

$$2\sqrt{\begin{array}{l}\frac{1}{4}rrg^4 - drg^3 + brgg - drg + br. \\ +\frac{1}{4}rrgg\end{array}}$$

Wanneerder dan begheert wordt, dat men deur 't ghegheven punt G, een Linie moet trecken als Q R, binnen den Parabole, ghelijck een gegheven langhde moghelijck zijnde, als neem ick $\infty\ k$, dan is

$$\begin{array}{l}\frac{1}{4}rrg^4 - drg^3 + brgg - drg + br \infty \frac{1}{4}kk. \\ +\frac{1}{4}rrgg\end{array}$$

Dan moet men F G maecken tot F V, als 1 tot de weerde van g, die ghevonden moet worden.

Soo men steldt

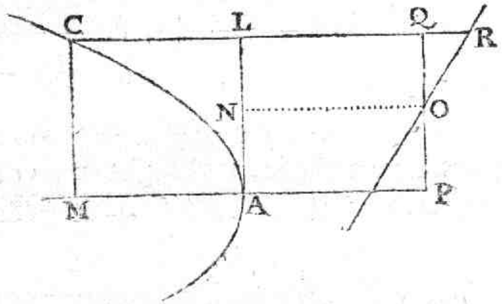
$$\begin{array}{l}\frac{1}{4}rrg^4 + drg^3 + brgg + drg + br \infty \frac{1}{4}kk, \\ +\frac{1}{4}rrgg\end{array}$$

 dan

dan moet men F G maecken tot F S, als 1 tot de begeerde weerde van g, die ghevonden moet worden.

Wanneer men ſteldt dat in den Parabole de ordentlijcke Linien, evenwijdigh zijn, met den middel-lijn, dan openbaeren haer de Vergelijckinghen, gelijck hier volght.

Soo men ſteldt AM ∞ LC ∞ y, MC ∞ AL ∞ x, en de



rechte zijde ∞ r, dan is x ∞ $\sqrt{ry}$, of xx ∞ ry, en $\frac{xx}{r}$ ∞ y, ſoo men dan van 't ghegheven punt A een Linie treckt evenwijdigh met de ordentlijcke MC, ſoo is AL ∞ x, en LC ∞ y ∞ $\frac{xx}{r}$. Hier begint x in 't punt A, maer ſoo de weerde van x begint in eenigh ander ghegheven punt, daer buyten zijnde, ſoo komender deſe volgende veranderingen.

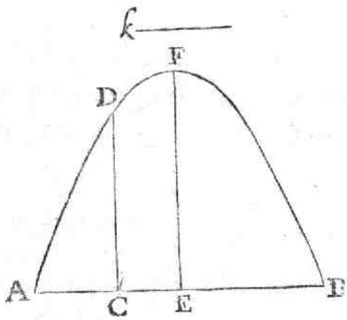
Ten eerſten, wanneer 't ghegheven punt, komt in de Linie AL, buyten het punt A, als in N, en dat men ſteldt AN ∞ b, NL ∞ x, CL ∞ y, de rechte zijde ∞ r, en AL ∞ z, ſoo is CL ∞ $\frac{zz}{r}$, ſoo men dan in de plaets van z ſteldt $b + x$, dat is $bb + 2bx + xx$, in de plaets van zz, ſoo is CL ∞ y ∞ $\frac{bb + 2bx + xx}{r}$, maer als L komt tuſſchen A en N, dan ſteldtmen

men $b - x$, en wanneer A is tusschen N en L, stelt men $x - b$, in de plaets van z, so dat men in dese twee leste voorvallen heeft $y \infty \frac{bb - 2bx + xx}{r}$.

Ten tweeden, soo 't ghegheven punt komt buyten de Linie AL als in O, en dat OQ evenwijdigh is met AL, en dat men steldt AN ∞ OP $\infty\, b$, NO ∞ LQ $\infty\, d$, OQ $\infty\, x$, CQ $\infty\, y$, en de rechte zijde $\infty\, r$. Addeert CL tot LQ $\infty\, d$, komt CQ of $y \infty d + \frac{bb + 2bx + xx}{r}$, maer soo Q komt tusschen C en L, dan is $y \infty \frac{bb + 2bx + xx}{r} - d$, en als C komt tusschen L en Q, dan is $y \infty d - \frac{bb + 2bx + xx}{r}$, dat is $y \infty \frac{dr - bb - 2bx - xx}{r}$.

Ten derden, wanneer 't ghegheven punt is buyten de raeckende AL, in een linie on-evenwijdigh met de selve, als hier in de linie OR, het punt O, maer dat de reden van OR tot OQ gegeven is, soo men dan steldt, dat OR is tot OQ, als f tot g, en OR tot QR, als f tot h, en dat OR doet x, soo is OQ $\infty \frac{gx}{f}$, en QR $\infty \frac{hx}{f}$, voorts dat RC is $\infty\, y$, AN ∞ OP $\infty\, b$, NO ∞ LQ $\infty\, d$, addeert LQ $\infty\, d$, tot QR $\infty \frac{hx}{f}$, komt LR $\infty\, d + \frac{hx}{f}$, dan addeert QO tot OP, komt PQ ∞ AL $\infty\, b + \frac{gx}{f}$. Soo men nu steldt, dat AL doet z, so is LC $\infty \frac{zz}{r}$, schrijft $b + \frac{gx}{f}$, in de plaets van z, dat is $bb + \frac{2bgx}{f} + \frac{ggxx}{ff}$ in de plaets van zz, soo komt LC $\infty \frac{bb}{r} + \frac{2bgx}{fr} + \frac{ggxx}{ffr}$, hier by addeert LR $\infty\, d + \frac{hx}{f}$, komt CR $\infty\, y \infty d + \frac{hx}{f} + \frac{bb}{r} + \frac{2bg}{fr}x + \frac{ggxx}{ffr}$. De veranderinghen van de teeckens $+$ en $-$, dieder in alle voorvallen ontstaen, zijn licht uyt te vinden.

Hier wordt men ghewaer, dat soo men een Werck-stuck tot een Vergelijckingh ghebracht heeft, en dat men d'een onbekende quantiteyt maer van een Dimensie bevindt, en d'ander van twee, dat de plaets dan is een Parabole.



Volghen eenighe Voorbeelden: Dese kromme Linie is dusdanigh van natuer, wanneermen uyt eenigh punt in den omtreck als D, beschrijft de recht-dalende D C, op de gegeven linie A B, dat altijdt den rechthoeck A C, C B is ghelijck den rechthoeck van D C, en noch een gegheven linie als k. Men begheert de selve kromme Linie te kennen.

Steldt A E of E B $\infty\ a$, soo is A B $\infty\ 2a$, voorts A C $\infty\ x$, en C D $\infty\ y$, soo is B C $\infty\ 2a - x$, en den rechthoeck A C, C B $\infty\ 2ax - xx$, 't selve is ghelijck den rechthoeck op D C, en de linie k, te weten $ky \infty\ 2ax - xx$ of $y \infty \frac{2ax - xx}{k}$. y is hier ghelijck xx, daerom is 't een parabole, en om datter komt $- xx$, dat gheeft te kennen, in de tweede soort dat C komt, tusschen L en Q, en om datter is $+ ax$, dat betoont, dat C alhier komt tusschen A en B, soo is dese verghelijckingh $y \infty \frac{2ax - xx}{k}$, de selfde als $y \infty \frac{dr - bb + 2bx - xx}{r}$, men heeft dan hier dese Verghelijckinghen.

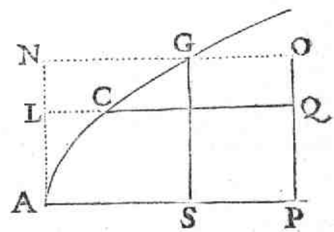
$r \infty\ k$, de rechte zijde.

$2a \infty\ 2b$, of $a \infty\ b$, voor A E of E B.

$dr - bb \infty\ 0$, doet de r, en bb wech, komt $dk \infty\ aa$, en $d \infty \frac{aa}{k}$ voor E F.

Tweede

Tweede voorbeeldt, wy nemen wederom de kromme Linie beſchreven in 't beſluyt van de Grondt der Meet-konſt pag: 62. Soo men aldaer DE ſteldt ∞ o, ſo is CM ∞ $x \infty \frac{-yy+dy+fn}{n}$ en men bevindt dat de kromme Linie dan een Parabole is, want x is ∞ yy, ſijnde van deſe voorgaende tweede ſoort, om datter is $-yy$, dat gheeft te kennen (beſiet deſe Figuer), dat C komt tuſſchen L en Q, en om datter is $+dy$, daerom komt L tuſſchen A en N, ſo is dan deſe Vergelijckingh, $x \infty \frac{-yy+dy+fn}{n}$, deſelfde als $y \infty \frac{gr-bb+2bx-xx}{r}$, of als $x \infty \frac{gr-bb+2by-yy}{r}$, te weten ſoo wy AP ∞ g ſtellen. Wy hebben dan deſe volghende Verghelijckinghen.



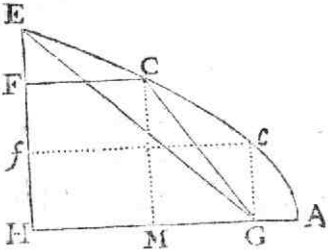
$r \infty n$, de rechte zijde.

$2b \infty d$, ſo is $b \infty \frac{1}{2}d$, voor OP ∞ GS, en AS $\infty \frac{\frac{1}{4}dd}{n}$.

$gr - bb \infty fn$, doet de r en bb wech, komt $g \infty \frac{fn+\frac{1}{4}dd}{n}$ voor NO ∞ LQ ∞ AP, hier van treckt AS, reſt SP ∞ GO ∞f.

Derde voorbeeldt, De kromme linie ACE, is ſoodanigh van natuer, wanneer men uyt eenigh punt in de ſelve als C treckt twee linien, d'een naer 't ghegheven punt G, en d'ander rechthoeckigh op de ghegheven linie EH, als CG, en CF, dat deſe twee linien t'ſamen, altijdt even ſoo langh zijn, als de ghegheven Linie EG, men begheert te weeten wat kromme Linie het zy.

Steldt



Steldt G H $\infty\ a$ rechthoeckig op E H. E G ∞ F C + C G $\infty\ b$, ſo veel is dan mede H A + A G, ſoo heeft men A G $\infty\ \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$, en A H $\infty\ \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}a$, voorts ſteldt A M $\infty\ y$, en M C $\infty\ x$, ſoo is H M ∞ F C $\infty\ \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}a - y$, ſo is C G $\infty\ \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a + y$, diens vierkant is $+\frac{1}{4}bb + by + yy$, dan treckt A G $\infty\ \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$

$-\frac{1}{2}ab - ay$

$+\frac{1}{4}aa$

van A M $\infty\ y$, reſt M G $\infty\ y - \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}a$, diens vierkant zijnde $yy - by + \frac{1}{4}bb$ getrocken van 't vierkant op C G, reſt $2by$

$+ay - \frac{1}{2}ab$

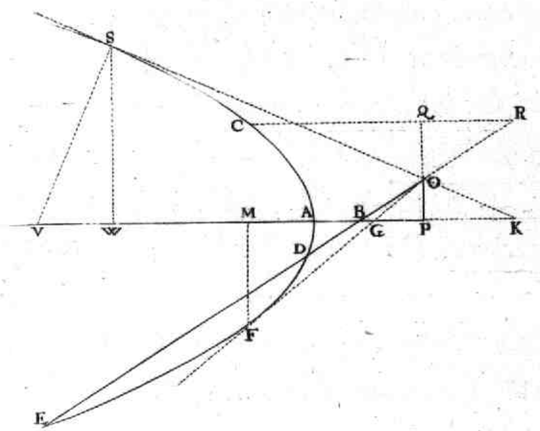
$+\frac{1}{4}aa$

$-2ay$, voor 't vierkant op C M $\infty\ xx$, ſoo heeft men $xx \infty 2by - 2ay$, om dat hier is $xx \infty y$, dat betoont dat de kromme Linie een Parabole is, zijnde van die ſoort al-waer xx is $\infty\ ry$, ſoo is de rechte zijde $r \infty 2b - 2a$, en A G $\infty\ \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a \infty \frac{1}{4}r$, wanneer dan fc geſtelt wordt ∞ H G, komt c G $\infty\ \frac{1}{2}r$.

Volght tot oeffeninghe van den Leerlingh hier tuſſchen noch een Werck-ſtuck.

Van deſen Parabole C A D, is de rechte zijde ghelijck r, A P inde verlenghde aſs ∞ d, P O ∞ b, zijnde rechthoeckigh op A P, voorts B O, is tot O P, als f tot g, en B O tot B P, als f tot h, dat is O P tot B P, als g tot h, de lenghte der deurſnijdinge van D O, of E O, te vinden.

Wan-



Wanneer men steldt O R $\infty\, x$, en C R $\infty\, y$, so is hier voor ghevonden $y \infty d + \frac{hx}{f} + \frac{bb}{r} + \frac{2bg}{fr} x + \frac{gg}{ffr} xx$, nu staet te bemercken, dat de weerde van y, in 't punt D ∞ o is, voorts om dat O staet tusschen R en D, daerom moet men inde plaets van $+ x$, stellen $- x$, so heeft men $y \infty d - \frac{hx}{f} + \frac{bb}{r} - \frac{2bg}{fr} x + \frac{gg}{ffr} xx \infty 0$, multipliceert alles met $\frac{ffr}{gg}$, komt

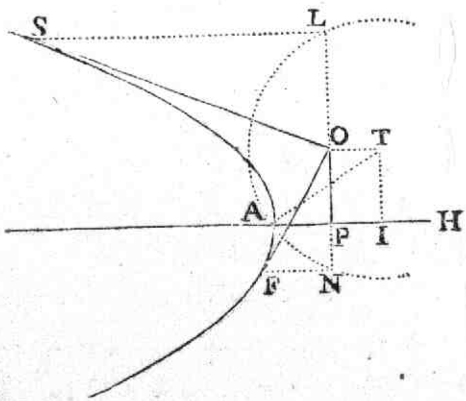
$$\begin{array}{llll} xx & -\frac{hfr}{gg}\,x & +\frac{dffr}{gg} & \infty\ 0\text{, foo is dan} \\ & -\frac{2bf}{g} & +\frac{bbff}{gg} & \end{array}$$

$x \infty \frac{bf}{g} + \frac{hfr}{2gg} + \sqrt{\frac{hhffrr}{4g^4} + \frac{bffhr}{g^3} - \frac{dffr}{gg}}$, voor O E, en

$x \infty \frac{bf}{g} + \frac{hfr}{2gg} - \sqrt{\frac{hhffrr}{4g^4} + \frac{bffhr}{g^3} - \frac{dffr}{gg}}$, voor OD, dit

vã malkander getrockẽ, komt DE $\infty \sqrt{\frac{hhffrr}{g^4} + \frac{4bffhr}{g^3} - \frac{4dffr}{gg}}$.

Wanneer nu dese DE is ∞ o, als in F, daer sal de linie OF, den Parabole aen-raecken. Soo men als-dan de reden van OP, tot GP begeert te vinden, so stelt $\frac{hhffrr}{g^4} + \frac{4bffhr}{g^3} - \frac{4dffr}{gg} \infty$ o, dit ghedivideert door $\frac{ffr}{gg}$, komt $\frac{hhr}{gg} + \frac{4bh}{g} - 4d \infty$ o, alles gemultipliceert met $\frac{gg}{r}$, komt $hh + \frac{4bgh}{r} - \frac{4dgg}{r} \infty$ o, soo is $h \infty \sqrt{\frac{4bbgg}{rr} + \frac{4dgg}{r}} - \frac{2bg}{r}$ voor GP, en $-h \infty \sqrt{\frac{4bbgg}{rr} + \frac{4dgg}{r}} + \frac{2bg}{r}$, voor PK, wanneer men dan uyt O, de raeckende OF wil trecken, dan is OP tot PG, als g tot $\sqrt{\frac{4bbgg}{rr} + \frac{4dgg}{r}} - \frac{2bg}{r}$, of als 1 tot $\sqrt{\frac{4bb}{rr} + \frac{4d}{r}} - \frac{2b}{r}$, of als $\frac{1}{2}r$ tot $\sqrt{bb + dr} - b$, en OF doet dan $\frac{bf}{g} + \frac{hfr}{2gg}$, en OP tot PK, als $\frac{1}{2}r$ tot $\sqrt{bb + dr} + b$.



Om dit door Linien te doen, soo maeckt AH ∞ de rechte zijde, deeldt PH in tween ghelijck in I, dan treckt IT ghelijck PO, en evenwijdigh met deselve, beschrijft om 't Center

ter T, op den half-middellijn AT, den Circul-booge NAL, die snijdt de verlenghde OP in de punten N en L, dan beschreven SL, en FN beyde evenwijdigh met AH, soo zijn S en F, de begheerde raeck-punten, want VW $\propto \frac{1}{2}r$, is tot WS $\propto \sqrt{bb + dr} + b$, als OP, tot PK.

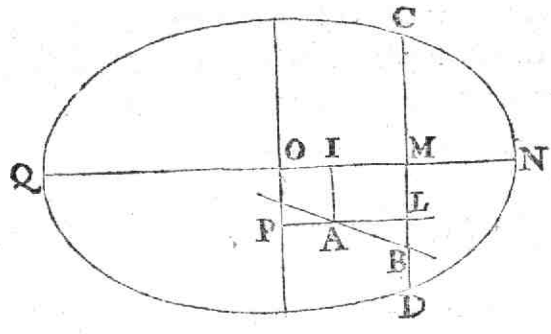
Maer wanneer men steldt OP of $b \propto 0$, dan is MF tot MG, als 1 tot $\sqrt{\frac{4d}{r}}$, of als $\frac{1}{2}r$ tot $\sqrt{dr}$, en GF $\propto \frac{bfr}{2}$, of $\sqrt{4dd + dr}$.

Wijders wanneer men begheert, dat DE is ghelijck een ghegheven Linie, als neem ick ghelijck k, soo is $\frac{bbffrr}{g^4} + \frac{4bffbr}{g^3} - \frac{4dffr}{gg} \propto kk$. So men dan steldt g voor de uniteyt, so is $ff \propto bb + 1$, doet over-al de ff en g wech, komt een verghelijckingh in welck gheen onbekende quantiteyt als b en resteert, maer loopt tot vier Dimensien.

Den Ellipsis.

Wanneer men in den Ellipsis steldt MN $\propto v$, de ordentlijcke MC $\propto x$, de dwersche QN $\propto q$, de rechte zijde $\propto r$, dan is $x \propto \sqrt{\frac{qrv - rvv}{q}}$.

Hier begint de onbekende quantiteyt v, in 't punt N, soo men dan begeert, dat d'onbekende quantiteyt in 't Center O begint, en dat men steldt OM $\propto y$, MC $\propto x$, soo is MN $\propto \frac{1}{2}q - y$, soo men dit in de plaets van v steldt, en desselfs vierkant in de plaets van vv, soo komt MC $\propto x \propto \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy}$. Maer so men het ghegheven punt steldt buyten O, dat gheeft dese volghende veranderinghen.



Ten eerſten, ſoo 't ghegheven punt komt in den middel-lijn buyten het Center, als hier in I, en dat men ſteldt OI ∞ b, IM ∞ y, MC ∞ x, de rechte zijde ∞ r, de dwerſche ∞ q, en OM ∞ z, ſoo is MC of $x \infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}zz}$, wanneer men dan voor 't vierkant van z, ſteldt het vierkant $y + b$, zijnde $yy + 2by + bb$, ſo verkrijgtmen $x \infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bbr}{q}}$, voor MC, maer ſoo 't punt M ſtaet tuſſchen I en O, dan ſteldt men $b - y$, en ſoo 't punt O, ſtaet tuſſchen M en I, dan ſetmen $y - b$, in de plaets van z, ſoo dat men in deſe twee leſte voorvallen heeft $x \infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y - \frac{bbr}{q}}$.

Ten tweeden, ſoo 't ghegheven punt komt buyten de Linie ON, als neem ick in A, maer dat AL evenwijdigh is met ON, en dat men ſteldt OI ∞ AP ∞ b, AI ∞ LM ∞ d, AL ∞ y, LC ∞ x, de rechte zijde ∞ r, en de dwerſche ∞ q, ſo addeertmen LM tot MC, komt LC of $x \infty d + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bbr}{q}}$, ſo is LD $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bbr}{q}} - d$, maer als C, komt

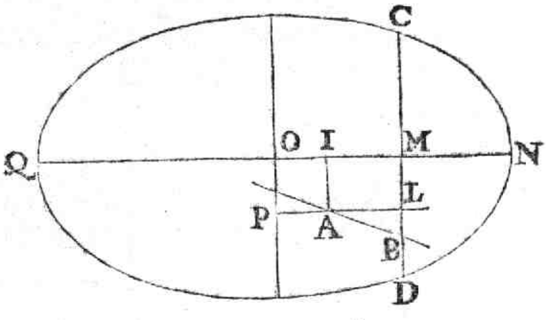
komt tussen L en M, dan is $x \infty d - \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bbr}{q}}$.

Ten derden, wanneer 't bepaelde punt, is buyten de linie ON, in een linie onevenwijdigh met de selve, als hier in de linie AB, in 't punt A, en dat de reden van AB tot AL gegeven is, so men dan stelt dat AB, is tot AL, als f tot g, en AB tot BL, als f tot h, en dat AB doet y, so is AL $\infty \frac{gy}{f}$, en BL $\infty \frac{hy}{f}$, voorts dat BC is ∞x, OI ∞ PA ∞b, IA ∞ ML ∞d. Addeert ML ∞d, tot BL $\infty \frac{hy}{f}$, komt BM $\infty d + \frac{hy}{f}$, en addeert AL tot AP, komt LP ∞ OM $\infty b + \frac{gy}{f}$. Soo men nu steldt dat OM doet z, soo doet MC, $\sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}zz}$, steldt daerom $b + \frac{gy}{f}$ in de plaets van z, dat is $bb + \frac{2bgy}{f} + \frac{ggyy}{ff}$ in de plaets van zz, soo komt MC $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy}$, hier by addeert BM $\infty d + \frac{hy}{f}$, komt BC $\infty x \infty d + \frac{hy}{f} + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy}$, soo is BD $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy} - d + \frac{hy}{f}$. De veranderingen van de teeckens $+$ en $-$, dieder in alle voorvallen ontstaen, zijn licht uyt te vinden.

Merckt, al is't dat wy de ordentlijcke MC, rechthoeckigh op den middellijn QN gesteldt hebben, dat dit alle niet-te-min mede plaets heeft, in die daer de ordentlijcke scheef-hoeckigh op den middel-lijn komen. Het selve is oock te verstaen van de andere Keghel-sneeden.

Hier moet noch bemerckt worden, so men een Werck-stuck tot een vierkant-verghelijckingh ghebracht heeft, dat diens wortel altijdt een binomium is, of't en waer dat de tweede term

O 3 ont-



ontbrack, en M C is altijdt van 't ſelve binomium het wortel-ghetal, en wanneerder in 't wortel-ghetal onder anderen een quantiteyt met $- yy$ gheteeckent komt, dat geeft te kennen, dat de kromme linie een Ellipſis of rondt is.

Volghen eenighe Voorbeelden.

Eerſte voorbeeldt: *Deſcartes* vindt in zijn Françe Geometrie pag: 326. B C of $y \infty m - \frac{n}{z} x + \sqrt{mm + ox - \frac{p}{m} xx}$, of dat 'et ſelve is $x \infty m - \frac{n}{z} y + \sqrt{mm + oy - \frac{p}{m} yy}$, om datter in 't wortel-ghetal komt $- yy$, dat gheeft te kennen, dat de placts een Ellipſis, of rondt is, want ſoo wanneer q is $\infty\, r$, dan is 't een rondt. Soo men de rechte en dwerſche zijde van ſoodanighe kromme Linie wil vinden, ſoo hebben wy hier voren, wanneer 't punt B, komt tuſſchen L en M, en O tuſſchen I en M, $x \infty d - \frac{h}{f} y + \sqrt{\frac{1}{4} qr - \frac{bbr}{q} + \frac{2bgr}{qf} y - \frac{ggr}{qff} yy}$, Wy bevinden dan voor eerſt, dat m is $\infty\, d$, $n \infty h$, $z \infty f$, ſoo

is *a*

is $a \propto g$. Deſe letters wech ghedaen, ſoo heeft men $x \propto m - \frac{n}{z}y + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} + \frac{2bar}{qz}y - \frac{aar}{qzz}yy}$, deſe dan voorts vergheleecken met die van *Deſcartes*, ſoo hebben wy deſe volghende drie Verghelijckenghen.

$mm \propto \frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q}$.

$o \propto \frac{2abr}{qz}$, ſoo is $\frac{2abr}{oz} \propto q$, en $\frac{oqz}{2ab} \propto r$.

$\frac{p}{m} \propto \frac{aar}{qzz}$ of $pqzz \propto aamr$, dat is als q tot r, alſoo aam tot pzz.

Wanneer dan komt $aam \propto pzz$, dat beteeckent dat den Ellipſis een rondt is. Voorts doet in de derde Verghelijckinghe de r wech, komt $\frac{p}{m} \propto \frac{ao}{2bz}$, of $\frac{mao}{2pz} \propto b$, voor OI $\propto$ AP.

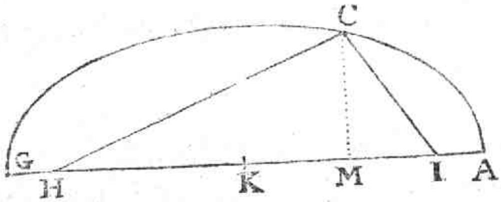
Doet in de eerſte Verghelijckingh de q wech, komt $mm \propto \frac{abrr}{2oz} - \frac{boz}{2a}$, of $\frac{2mmoz}{ab} + \frac{oozz}{aa} \propto rr$, doet de b wech, komt $\frac{oozz}{aa} + \frac{4mpzz}{aa} \propto rr$, en $\frac{z}{a}\sqrt{oo+4mp} \propto r \propto \frac{oqz}{2ab}$, multipliceert aen weder-zijden met $\frac{a}{z}$, komt $\sqrt{oo+4mp} \propto \frac{oq}{2b}$, en $oo+4mp \propto \frac{ooqq}{4bb}$, doet de bb wech, komt $oo+4mp \propto \frac{ppqqzz}{mmaa}$ of $\sqrt{oo+4mp} \propto \frac{pqz}{ma}$, ſoo is $\frac{am}{pz}\sqrt{oo+4mp} \propto q$. Anders als pzz tot aam (zijnde de reden van de rechte tot de dwerſche zijde), alſo $\frac{z}{a}\sqrt{oo+4mp}$, tot $\frac{am}{pz}\sqrt{oo+4mp}$.

Soo hebben wy ghevonden AP $\propto$ OI, of b, $\propto \frac{mao}{2pz}$ de rechte zijde $r \propto \sqrt{\frac{oozz}{aa} + \frac{4mpzz}{aa}}$, of $\frac{z}{a}\sqrt{oo+4mp}$, de dwerſche $q \propto \sqrt{\frac{aammoo}{ppzz} + \frac{4aam^3}{pzz}}$, of $\frac{am}{pz}\sqrt{oo+4mp}$.

Tweede

Tweede Voorbeeldt.

Van deſen Drie-hoeck HCI, is ghegheven den Baſis HI, en beyde op opſtaende zijden t'ſamen in een ſomme, men vraeght naer de plaets van den top C.



Deeldt HI in tween ghelijck in K, en ſteldt HI $\infty\, b$, HC $+$ CI, $\infty\, d$, KM $\infty\, y$, en MC $\infty\, x$, ſoo is HM $\infty\, \frac{1}{2}b + y$, en MI $\infty\, \frac{1}{2}b - y$. Addeert het vierkant HM, tot 'et vierkant op MC, daer uyt den vierkant-wortel, komt HC $\infty\, \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx}$, op de ſelve wijſe, addeert het vierkant op MI tot 'et vierkant op MC, daer uyt den vierkant-wortel komt CI $\infty\, \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$. So is HC $+$ CI $\infty\, d \,\infty\, \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx} + \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$, of $d - \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx} \,\infty\, \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, de gelijcke wech ghedaen, en door $2\,d$ ghedivideert, komt $\frac{1}{2}d + \frac{b}{d}\,y \,\infty\, \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx}$, dit wederom aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de ghelijcke wech ghedaen, komt

komt $\frac{1}{4}dd + \frac{bb}{dd}yy \infty xx + \frac{1}{4}bb + yy$, soo is ten laetsten $x \infty \sqrt{\frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb + \frac{bbyy - ddyy}{dd}}$.

Om dat b minder is dan d, dat gheeft te kennen, datter $-yy$ komt, daerom is de plaets een Ellipsis, en om datter in 't selve wortel-ghetal gheen y komt, dat betoont, dattet van de soort is, daer x is $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy}$, dese vergeleecken met de ghe-ghevonden weerde van x soo zijnder dese twee Vergelijckinghen.

$\frac{1}{4}qr \infty \frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb$, of $qr \infty dd - bb$.

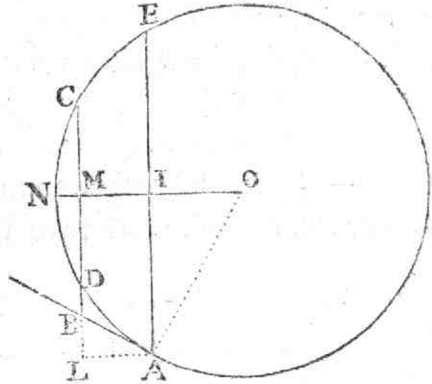
$\frac{r}{q} \infty \frac{dd - bb}{dd}$, steldt qr in de plaets van $dd - bb$, soo is $\frac{r}{q} \infty \frac{qr}{dd}$, en $d \infty q$ de dwersche, doet in d'eerste Verghelijcking de q wech, so is $dr \infty dd - bb$, en $bb \infty dd - dr$, so komt HI $\infty \sqrt{dd - dr}$.

Soo hebben wy ghevonden, dat de dwersche van desen Ellipsis is ghelijck HC + CI ∞d, 't welck te kennen gheeft, dat H en I de Brandt-punten zijn, welcker distantie is $\sqrt{dd - dr}$, te weten wanneer r is ∞ de rechte zijde, zijnde $\infty \frac{dd - bb}{d}$.

Derde Voorbeeldt.

Zijnde drie proportionalen, doen t'saemen de lenghde van de Linie AE, de plaets te vinden, die dese proportionalen bekent maecken.

Steldt de ghegheven Linie AE ∞a, d'eerste van de proportionalen ∞x, de tweede ∞y, soo is de derde $\infty \frac{yy}{x}$. Dese drie doen in een somma $x + y + \frac{yy}{x}$, zijnde ∞ de ghe-



gheven a, so is $xx + yx + yy \infty ax$, en $xx - ax + yx + yy \infty 0$. Soo heeft men $x \infty \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}y + \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{1}{2}ay - \frac{3}{4}yy}$, om dat hier komt in 't wortel-ghetal $- yy$, dat gheeft te kennen dat de plaets een Ellipsis of rondt is, dese vergheleecken met de derde soort al-waer B komt tusschen L en M, te weten met $x \infty d - \frac{b}{f}y + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{fq}y - \frac{ggr}{ffq}yy}$, soo is $d \infty \frac{1}{2}a$, $b \infty 1$, $f \infty 2$, soo is $g \infty \sqrt{3}$, dese inde Verghelijckingh wech ghedaen, komt $x \infty \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}y + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2br\sqrt{3}}{2q}y - \frac{3r}{4q}yy}$.

Voorts dese met de gevonden vergeleecken, so zijnder drie vergelijckingen, te weten: $\frac{1}{4}aa \infty \frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q}$.

$\frac{1}{2}a \infty \frac{br\sqrt{3}}{q}$.

$\frac{3}{4} \infty \frac{3r}{4q}$, soo is $r \infty q$, en volgens dien is de plaets een ront, stelt overal in de plaets van r, een q.

Soo

So is $\frac{1}{4}aa \infty \frac{1}{4}qq - bb$, of $\frac{1}{4}aa + bb \infty \frac{1}{4}qq$, en $\sqrt{\frac{1}{4}aa + bb} \infty \frac{1}{2}q$
$\frac{1}{2}\ a \infty b\sqrt{3}$, of $\frac{a}{2\sqrt{3}} \infty b$, dat is als $\sqrt{3}$ tot 1, alſo $\frac{1}{2}a$ tot b.

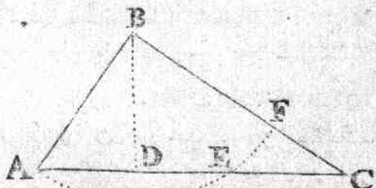
Maeckt nu OI $\infty \frac{a}{2\sqrt{3}}$, IA $\infty \frac{1}{2}a$, dan beſchrijft AL en AB alſoo dat AL is tot LB als 1 tot $\sqrt{3}$, ende om dat b mede is tot $\frac{1}{2}a$ als 1 tot $\sqrt{3}$, daerom komt OA rechthoeckigh op AB, en om datter komt $\frac{1}{2}q \infty \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$, dat geeft te kennen dat OA is den half-middellijn van 't begeerde rondt.

Soo behoeft men niet anders te doen, dan beſchrijven op de ghegheven AE een ghelijck-zijdighen driehoeck, en om 't ſelve een rondt, en dan AB recht-hoeckigh op OA, wanneermen dan treckt de Linie BC, evenwijdigh met AE, ſo ſal AB de middelſte zijn, en BD, BC de buytenſte van de drie proportionalen.

Vierde Voorbeeldt.

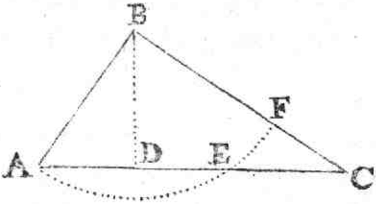
Van deſen Driehoeck ABC, is ghegheven, den Baſis AC, en de reden van de differentie der hanghendens gronden, tot de differentie der opſtaende zijden, de plaets van 't punt B te vinden.

Steldt AC ∞d, AD ∞y, ſoo is DC $\infty d - y$, en EC $\infty d - 2y$, AB ∞z, ſoo is 't vierkant op BD $\infty zz - yy$, en EC tot FC als a tot g.



Nu als a tot g, alſoo $d - 2y$ tot $\frac{dg - 2gy}{a}$ voor FC, hier by ghedaen AB ∞ BF ∞z, komt BC $\infty z + \frac{dg - 2gy}{a}$, diens vierkant is $\infty zz + \frac{2gdz - 4gyz}{a}$

+



$+\frac{ggdd-4ggdy+4ggyy}{aa}$, hier van ghetrocken het vierkant op DC, zijnde $\infty\ dd-2dy+yy$, reſt het vierkant op BD $\infty\ zz+\frac{2gdz-4gyz}{a}+\frac{ggdd-4ggdy+4ggyy}{aa}-dd+2dy-yy$, het ſelve is ghelijck $zz-yy$, de gelijcke wech ghedaen, en alles met aa gemultip. komt $2agdz-4agyz+ggdd-4ggdy+4ggyy$
$-aadd+2aady$

$\infty\ 0$, dit kan ghedivideert worden door $d-2y$, komt $2agz+ggd-2ggy-aad\ \infty\ 0$, ſoo is AB of $z\ \infty\ \frac{aad-ggd+2ggy}{2ag}$, ſteldt f in de plaets van $\frac{aad-ggd}{2ag}$, ſoo is AB $\infty\ f+\frac{g}{a}y$, het vierkant van BD is dan $\infty\ ff+\frac{2gf}{a}y+\frac{gg}{aa}yy-yy$.

Merckt, om dat de differentie der hanghendens gronden altijdt meerder is, dan de differentie der opſtaende zijden, daerom is a meerder dan g, en volghens dien is de plaets of kromme linie een Ellipſis.

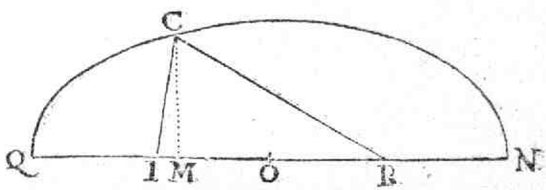
Deſe vergheleecken met $\frac{1}{4}qr-\frac{bbr}{q}+\frac{2br}{q}y-\frac{r}{q}yy$, te weten wanneer 't punt I, ſtaet tuſſchen Q en O. So hebben wy $\frac{aa-gg}{aa}\ \infty\ \frac{r}{q}$, dat is als aa tot $aa-gg$, alſoo de dwerſche tot de rechte zijde.

$\frac{2gf}{a}\ \infty\ \frac{2br}{q}$, ſoo is de dwerſche tot de rechte zijde als $2b$ tot $\frac{2gf}{a}$.

Daerom is aa tot $aa-gg$, als $2b$, tot $\frac{2gf}{a}$. Den rechthoeck op de buytenſte is ghelijck den rechthoeck op de binnenſte,

ſte, ſoo komt $2gfa \infty 2aab - 2ggb$, en $\frac{gfa}{aa-gg} \infty b$, doet de f wech, ſoo is $\frac{1}{2}d \infty b$.
$\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} \infty ff$, de $\frac{bbr}{q}$, doet aldus wech, aa is tot $aa-gg$, dat is de dwerſche is tot de rechte zijde, als bb, tot $\frac{aabb-ggbb}{aa}$, hier by ghedaen ff, komt $\frac{1}{4}qr \infty ff + \frac{aabb-ggbb}{aa}$, doet de f en b wech, komt $qr \infty \frac{aadd-ggdd}{gg}$.

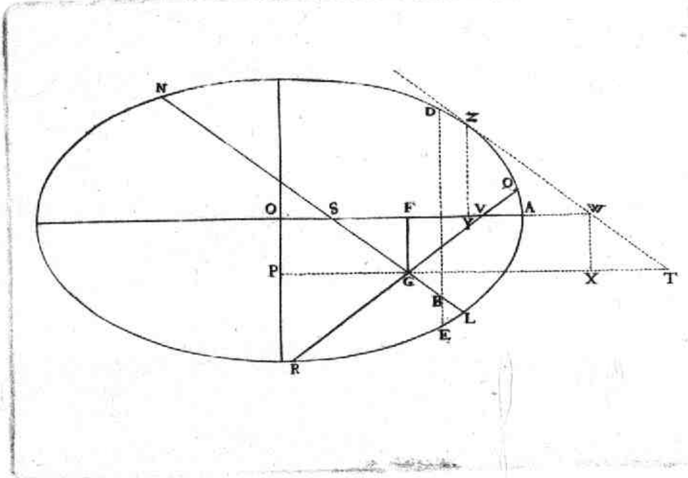
Stelt nu de dwerſche ∞aav, en de rechte zijde $\infty \overline{aa-gg}$ in v, ſoo is $qr \infty \frac{aadd-ggdd}{gg} \infty aavv$ in $\overline{aa-gg}$, alles ghedivideert door $aa-gg$, komt $\frac{dd}{gg} \infty aavv$, of $\frac{d}{g} \infty av$, en $\frac{d}{ag} \infty v$, ſoo is de dwerſche $\infty \frac{a}{g}d$, en de rechte zijde $\infty \frac{aad-ggd}{ag}$.



In den Ellipſis is dan IO $\infty \frac{1}{2}d$, de rechte zijde $\infty \frac{aad-ggd}{ag}$, en IM ∞y, de dwerſche $\infty \frac{a}{g}d$, dat is, in den voorgeſtelden driehoeck als FC tot EC, alſo AC, tot de dwerſche QN.

Tot oeffeningh van den Leerlingh volght hier tuſſchen beyde noch een Werck-ſtuck.

Van desen Ellipsis, is de dwersche ∞ q, de rechte zijde ∞ r, OF ∞ b, FG ∞ OP ∞ d, GS tot SE als f tot g, en GS tot FG, als f tot h, soo is FG tot FS als h tot g, de lenghte van GL en GN te vinden.



Soo men stelt GB ∞ y, en DB, of BE ∞ x, soo is hier voor gevonden $x \infty d + \frac{hy}{f} + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy}$, voor BD, en $x \infty \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy} - d + \frac{hy}{f}$, voor BE. Men moet hier bemercken, soo x of BD is ∞ o, dat y of GN dan komt in den omtreck van-den Ellipsis. Desghelijcks wanneer x, of BE is ∞ o, komt y of GL mede in den selven omtreck.

Wy hebben dan om GL of y te vinden,

$$\sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy} - d + \frac{hy}{f} \infty o,$$

of d

of $d + \frac{hy}{f} \propto \sqrt{\tfrac{1}{4}qr - \frac{bbr}{q} - \frac{2bgr}{qf}y - \frac{ggr}{qff}yy}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant gemultipliceert, en de Vergelijckingh van malkander getrocken reſt $\frac{hh}{ff}yy + \frac{2dh}{f}y + dd \propto o$,

$$\begin{aligned} &\tfrac{ggr}{qff}yy + \tfrac{2bgr}{qf}y + \tfrac{bbr}{q} \\ &- \tfrac{1}{4}qr \end{aligned}$$

alles gedivideert door $\frac{hh}{ff} + \frac{ggr}{qff}$, komt $yy + \frac{2dhfq + 2bgrf}{hhq + ggr}y + \frac{ddffq + bbrff - \frac{1}{4}qqrff}{hhq + ggr} \propto o$, ſoo is $y \propto \frac{-dhfq - bgrf}{hhq + ggr} + \sqrt{\frac{2bdffghqr + \frac{1}{4}ffhhq^3r - bbffhhqr - ddffggqr + \frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq + 2gghhqr + g^4rr}}$ voor de weerde van G L.

Nu om dat G N ſtaet aen de contrarie zijde van G L, ſteldt $-y$ in de plaets van $+y$, ſoo heeft men $yy + \frac{-2dhfq - 2bgrf}{hhq + ggr}y + \frac{ddffq + bbrff - \frac{1}{4}qqrff}{hhq + ggr} \propto o$, ſoo is $y \propto \frac{dhfq + bgrf}{hhq + ggr} + \sqrt{\frac{2bdffghqr + \frac{1}{4}ffhhq^3r - bbffhhqr - ddffggqr + \frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq + 2gghhqr + g^4rr}}$ voor de weerde van G N.

So men G L addeert tot G N, ſo verkrijght men de geheele $NL \propto 2\sqrt{\frac{2bdffghqr + \frac{1}{4}ffhhq^3r - bbffhhqr - ddffggqr + \frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq + 2gghhqr + g^4rr}}$ te weeten wanneer F G is tot F S als h tot g, maer ſoo wy F V ſtellen ghelijck F S, dan ſteldt men $-g$, in de plaets van $+g$, ſoo verkrijght men $QR \propto 2\sqrt{\frac{-2bdffghqr + \frac{1}{4}ffhhq^3r - bbffhhqr - ddffggqr + \frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq + 2gghhqr + g^4rr}}$.

Hier bemerckt men, dat wanneer men eenighe Linie deur een Ellipſis treckt als N L, of Q R, dat haer helft altijdt een wortel-getal is, dat is noyt geen binomium.

Wanneer nu N L is $\propto o$, als ghebeurt in Z, ſoo is het ſelve punt het raeck-punt, van die raeckende Linie die evenwijdigh is met de ſelve N L, ſoo men 't ſelve punt begheert te vinden,

ſteldt

ſteldt de ghevonden weerde van N L $\propto 0$, laet de noemer vaeren, en divideert alles door $ffqr$, ſoo heeft men $+\frac{1}{4}qqbb - bbbb + 2bdgb + \frac{1}{4}ggqr - ddgg \propto 0$.

Maer om dat b nu grooter is als $\frac{1}{2}q$, daerom treckt de vergelijcking van 0, ſo heeft men $bbbb - \frac{1}{4}qqbb - 2bdgb - \frac{1}{4}ggqr + ddgg \propto 0$, alles gedivideert door $bb - \frac{1}{4}qq$, ſoo komter

$$bb - \frac{2bdg}{bb - \frac{1}{4}qq}b + \frac{ddgg - \frac{1}{4}ggqr}{bb - \frac{1}{4}qq} \propto 0,$$ en b

$$\propto \frac{bdg}{bb - \frac{1}{4}qq} + \sqrt{\frac{\frac{1}{4}ddggqq - \frac{1}{16}ggq^3r + \frac{1}{4}bbggqr}{b^4 - \frac{1}{2}bbqq + \frac{1}{16}q^4}},$$ ſoo men dan uyt T de raeckende T Z, wil trecken, ſoo is T X, tot X W, als g tot de ghevonden waerde van b, of als 1 tot $\frac{bd}{bb - \frac{1}{4}qq}$

$$+ \sqrt{\frac{\frac{1}{4}ddqq - \frac{1}{16}q^3r + \frac{1}{4}bbqr}{b^4 - \frac{1}{2}bbqq + \frac{1}{16}q^4}}.$$

Soo men nu ſteldt dat F G $\propto d$, is $\propto 0$, ſo is W Y, tot Y Z als 1 tot $\sqrt{\frac{\frac{1}{4}qr}{bb - \frac{1}{4}qq}}$.

Wanneerder ghevraeght wierdt om de Linie N L deur 't ghegheven punt G te trecken ghelijck een ghegheven Linie moghelijck zijnde, als neem ick $\propto k$. Soo is de voor-ghevonden

$$2\sqrt{\frac{2bdffgbqr + \frac{1}{4}ffbbq^3r - bbffbbqr - ddffggqr + \frac{1}{4}ffggqqrr}{b^4qq + 2ggbbqr + g^4rr}} \propto k,$$

Soo men dan ſteldt g voor de uniteyt, ſoo is $ff \propto bb + 1$, en over-al de f en g wech ghedaen, ſoo ſalder gheen onbekende quantiteyt reſteeren als b, maer de Verghelijckingh ſal vier Dimenſien hebben.

Soo men luſt hadde, om te toonen, hoe men een Verghelijckingh van twee Dimenſien, door een gegheven Ellipſis kan ontbinden, ſo hebben wy hier voren gevonden $yy + \frac{2dbfq + 2bgrf}{bbq + ggr}y + \frac{ddffq + bbrff - \frac{1}{4}qqrff}{bbq + ggr} \propto 0$.

Wanneer men dan heeft $yy + ly - mm \propto 0$., en deſe met malkander verghelijckende, ſoo heeft men twee Verghelijckinghen,

ghen, daerom moeten wy twee quantiteyten onbekent stellen, die wy nemen te zijn b en d, deselve te vinden.

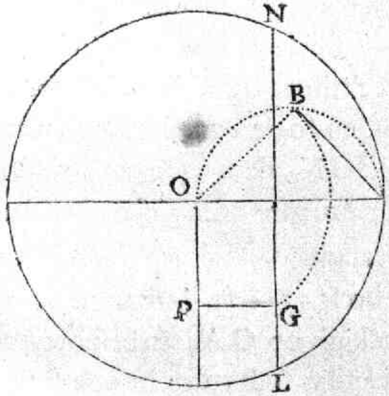
$+\ l \propto \frac{2dhfq + 2bgrf}{hhq + ggr}$, soo is $\frac{lhhq + lggr - 2bgrf}{2hfq} \propto d$.

$-mm \propto \frac{ddffq + bbrff - \frac{1}{4}qqrff}{hhq + ggr}$, doet in dese tweede verghelijckingh de d wech, soo vindt men b.

Wanneer men wil dat het een ghegheven rondt is, zijnde alsdan $q \propto r$, en dat g is $\propto 0$, dan is $f \propto h$, soo komter

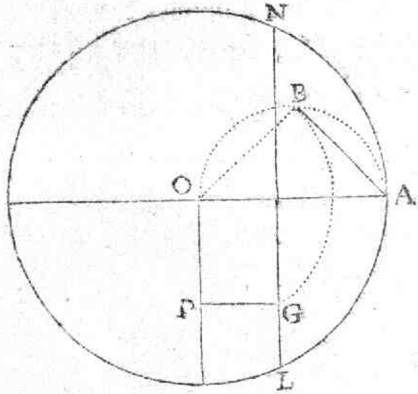
$+\ l \propto \frac{2dhhq}{hhq}$, en $\frac{1}{2}l \propto d$.

$-mm \propto \frac{ddhhq + bbqhh - \frac{1}{4}q^3hh}{hhq}$, doet de d wech, komt $b \propto \sqrt{\frac{1}{4}qq - mm - \frac{1}{4}ll}$.



Om dit door Linien te doen, laet de Verghelijckingh wesen $yy + ly - mm \propto 0$, en O A den half-middellijn van 't ghegeven rondt, maeckt O P $\propto \frac{1}{2}l$, recht-hoeckigh op O A, dan treckt P G, evenwijdigh met de selve O A, en gesteldt op den middellijn O A een half rondt, soo treckt in de selve AB $\propto m$. Dan beschrijft uyt 'et Center O, op den half-middellijn O B, den

 booghe

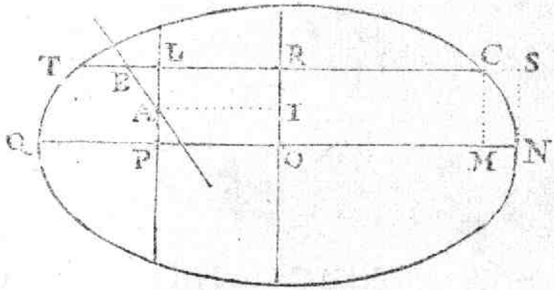


booghe B G, die snijdt de linie P G in 't punt G, ten laetsten ghetrocken de rechthoeckighe N G L, soo is G L de begeerde weerde van y, en so de Vergelijckingh waer $yy - ly - mm$ ∞ o, dan soude G N, de weerde van y wesen. Hier moet bemerckt worden, dat m minder wesen moet dan den half-middellijn O A, en $\frac{1}{2}l$, moet minder zijn dan O B.

Maer so men heeft $yy - ly + mm$ ∞ o, dan steldt men A B ∞ m, rechthoeckigh op O A, en beschreven uyt 'et Center O, op den half-middellijn O B, den booge B G, die als-dan buyten 't rondt valt, die snijdt de linie P G, in 't punt G, ten laetsten ghetrocken de rechthoeckighe G L N, so zijn de begeerde wortels G N en G L. En alsoo met de andere Keghel-sneeden.

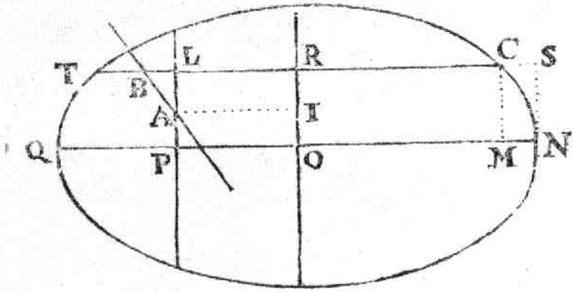
Wanneer

Wanneer men in den Ellipsis steldt, dat de ordentlijcke Linien parallel met de dwersche komen, soo heeft men dese volghende veranderinghen.



Soo in den Ellipsis ghesteldt wordt N M $\propto v$, M C $\propto x$, de dwersche QN $\propto q$, en de rechte zijde $\propto r$, soo is $x \propto \sqrt{\frac{qrv - rvv}{q}}$, dat is $xx \propto rv - \frac{r}{q}vv$, of $vv - qv + \frac{q}{r}xx \propto o$, soo is $v \propto \frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{q}{r}xx}$, voor ST, en $v \propto \frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{q}{r}xx}$, voor SC. Wanneer men dan steldt O R $\propto x$, en R C $\propto$ R T $\propto y$, soo is $y \propto \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{q}{r}xx}$. Hier begint x in 't bepaelde punt O, te weten in 't middel-punt, en y in 't onbepaelde punt R, te weten in de ordentlijcke middel-lijn, Maer soo men het gegheven punt buyten O steldt, dat gheeft dese volgende veranderingen.

Ten eersten, wanneer 't ghegheven punt komt in de ordentlijcke middel-linie O R, buyten het middel-punt O, als neem



ick in I, en dat men steldt O I $\infty\, b$, I R $\infty\, x$, R C $\infty\, y$, de rechte zijde $\infty\, r$, de dwersche $\infty\, q$, en O R $\infty\, z$, soo is R C $\infty\, y \,\infty\, \sqrt{\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{q}{r}zz}$, so ick dan in de plaets van z stel $b + x$, dat is $bb + 2bx + xx$ in de plaets van zz, soo is R C $\infty\, y \,\infty\, \sqrt{\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{bbq}{r} - \tfrac{2bq}{r}x - \tfrac{q}{r}xx}$, maer soo R is tusschen O en I, dan steldt men $b - x$, en wanneer O is tusschen I en R, dan set men $x - b \,\infty\, z$, so dat men in dese twee leste voorvallen heeft $y \,\infty\, \sqrt{\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{bbq}{r} + \tfrac{2bq}{r}x - \tfrac{q}{r}xx}$.

Ten tweeden, wanneer 't gegheven punt komt buyten de Linie O R, als neem ick in A, maer dat A L evenwijdigh is met O R, en dat men steldt O I ∞ A P $\infty\, b$, A I $\infty\, d$ parallel met Q N, A L $\infty\, x$, L C $\infty\, y$, de rechte zijde $\infty\, r$, en de dwersche $\infty\, q$, soo addeert men L R tot R C, komt L C $\infty\, y \,\infty\, d + \sqrt{\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{bbq}{r} - \tfrac{2bq}{r}x - \tfrac{q}{r}xx}$, soo is T L $\infty\, \sqrt{\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{bbq}{r} - \tfrac{2bq}{r}x - \tfrac{q}{r}xx} - d$, en als C komt tusschen

ſchen L en R, dan is $y \infty d - \sqrt{\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{bbq}{r} - \tfrac{2bq}{r}x - \tfrac{q}{r}xx}$.

Ten derden, wanneer 't bepaelde punt is buyten de linie O R, in een linie onevenwijdigh met de ſelve, als hier in de linie A B in 't punt A, en dat de reden van A B tot A L ghegheven is, ſo men dan ſteldt, dat A B is tot A L, als f tot g, en A B tot B L, als f tot h, en dat A B doet x, ſo is A L $\infty \frac{gx}{f}$, en B L $\infty \frac{hx}{f}$, voorts dat B C is ∞y, O I ∞ P A ∞b, I A ∞ R L ∞d. Addeert R L ∞d, tot B L $\infty \frac{hx}{f}$, komt B R $\infty d + \frac{hx}{f}$, en addeert A L tot A P, komt voor L P ∞ O R $\infty b + \frac{gx}{f}$. So men nu ſteldt dat O R is ∞z, ſo is R C $\infty \sqrt{\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{q}{r}zz}$, ſchrijft dan $b + \frac{gx}{f}$ inde plaets van z, dat is $bb + \frac{2bg}{f}x + \frac{gg}{ff}xx$, inde plaets van zz, ſo is RC $\infty \sqrt{\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{bbq}{r} - \tfrac{2bgq}{rf}x - \tfrac{ggq}{rff}xx}$, hier by addeert B R, komt B C $\infty y \infty d + \frac{hx}{f}$ $+ \sqrt{\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{bbq}{r} - \tfrac{2bgq}{rf}x - \tfrac{ggq}{ffr}xx}$, ſoo is BT ∞ $\sqrt{\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{bbq}{r} - \tfrac{2bgq}{rf}x - \tfrac{ggq}{ffr}xx} - \overline{d + \tfrac{hx}{f}}$. De veranderingen der teeckens + en —, dieder in alle voorvallen ontmoeten, zijn licht uyt te vinden.

Wanneer men nu een Werck-ſtuck ghebracht heeft tot een Verghelijckinghe van twee Dimenſien, ſoo is diens wortel altijdt een Binomium, ſoo de tweede term niet en ontbreeckt, en men moet altijdt R C voor 't wortel-ghetal nemen van 't ſelve binomium, en wanneerder in 't ſelve wortel-ghetal onder anderen komt $-xx$, dat gheeft te kennen dat de kromme Linie een Ellipſis of rondt is, want q zijnde ∞r, ſoo ſal 't een rondt weſen.

Volght een Voorbeeldt

Deſcartes heeft ghevonden in zijn Françe Geometrie pag: 326 de lenghte BC $\infty\, y \,\infty\, m - \frac{n}{z}x + \sqrt{mm + ox - \frac{p}{m}xx}$.

Om dat hier in't wortel-ghetal komt $-xx$, dat gheeft te kennen dat de Kegel-ſnede een Ellipſis of rondt is. Soo wy dan deſe vergelijckē met $d - \frac{hx}{f} + \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{rf}x - \frac{ggq}{ffr}xx}$, te weten, wanneer B komt tuſſchen L en R, en O tuſſchen I en R, ſo is $d \,\infty\, m$, $h \,\infty\, n$, $f \,\infty\, z$, en volghens dien $g \,\infty\, a$, hier-en-boven zijnder noch drie verghelijckinghen, wanneer-men de letteren van *Deſcartes* in de plaets van deſe geſteldt heeft.

$$mm \,\infty\, \tfrac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r}.$$

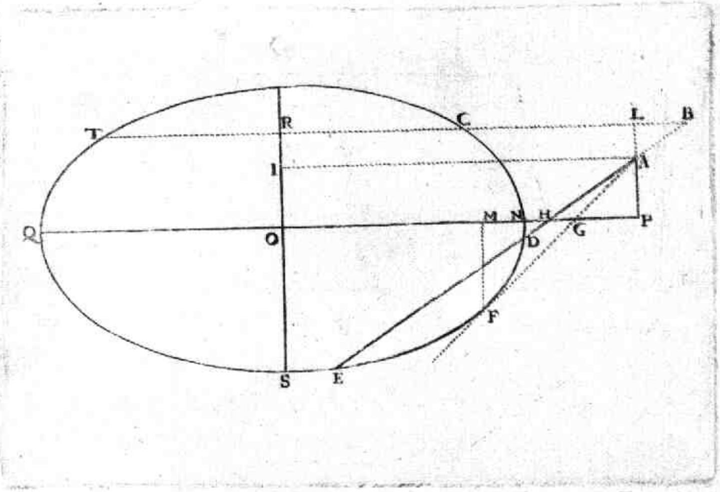
$$o \,\infty\, \frac{2abq}{rz}, \text{ of } \frac{orz}{2ab} \,\infty\, q, \text{ en } \frac{2abq}{oz} \,\infty\, r.$$

$\frac{p}{m} \,\infty\, \frac{aaq}{rzz}$, of $przz \,\infty\, maaq$, ſoo is q tot r, als pzz tot aam, doet de q wech, komt $aom \,\infty\, 2bpz$ en $\frac{aom}{2pz} \,\infty\, b$, voor OI ∞ PA. Doet in de eerſte Verghelijckingh de r wech, komt $mm \,\infty\, \frac{1}{4}qq - \frac{boz}{2a}$, of $4mm + \frac{2boz}{a} \,\infty\, qq$, doet de b wech, komt $4mm + \frac{oom}{p} \,\infty\, qq$, en $\sqrt{4mm + \frac{oom}{p}} \,\infty\, q \,\infty\, \frac{orz}{2ab}$, doet wederom de b wech, en yder in't vierkant ghe-multipliceert komt $4mm + \frac{oom}{p} \,\infty\, \frac{pprrz^4}{a^4mm}$, ſoo is $\frac{4m^4a^4}{ppz^4} + \frac{a^4oom^3}{p^3z^4} \,\infty\, rr$, en r is dan $\infty \sqrt{\frac{4m^4a^4}{ppz^4} + \frac{a^4oom^3}{p^3z^4}}$, of $\frac{aam}{pzz}\sqrt{4mm + \frac{oom}{p}}$. Anders als pzz tot aam (zijnde de reden van de dwerſche tot de rechte zijde) alſoo $\sqrt{4mm + \frac{oom}{p}}$ tot $\frac{aam}{pzz}\sqrt{4mm + \frac{oom}{p}}$, de rechte zijde.

Voeghe hier tuſſchen in dit volghende Werck-ſtuck.

Van

Van desen Ellipsis QCNF, is de dwersche $\infty\ q$, de rechte zijde $\infty\ r$, $OP \infty\ d$, en $AP \infty\ b$, voorts is HA tot AP, als f tot g, en HA tot HP, als f tot h, dat is AP tot HP, als g tot h, de lenghte der deursnijdinghe DA, of EA te vinden.



Wanneer men gestelt heeft $AB \infty\ x$, en $BC \infty\ y$, so is hier voren gevondẽ $y \infty\ d + \frac{h}{f}x - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{fr}x - \frac{ggq}{ffr}xx}$, te weten, wanneer C komt tusschen R en B. Nu staet te bemercken dat de weerde van y in 't punt D of E ∞ nul is, voorts om dat A staet tusschen D en B, daerom moet men in de plaets van $+x$, stellen $-x$, soo heeft men $y \infty\ d - \frac{h}{f}x - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr}x - \frac{ggq}{ffr}xx} \infty\ 0$, of $d - \frac{h}{f}x \infty \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr}x - \frac{ggq}{ffr}xx}$. Dit multipliceert aen weder-zijden in 't vierkant en de Verghelijckingh van malkander ghe-

ghetrocken rest $+dd - \frac{2dh}{f}x + \frac{hh}{ff}xx \infty o$, alles gedivi-

$$-\tfrac{1}{4}qq - \frac{2bgq}{fr}x + \frac{ggq}{ffr}xx$$

$$+\frac{bbq}{r}$$

deert door $\frac{hh}{ff} + \frac{ggq}{ffr}$ komt $xx + \frac{-2dfhr - 2bfgq}{hhr + ggq}x$ $+ \frac{ddffr - \frac{1}{4}ffqqr + bbffq}{hhr + ggq} \infty o$, soo is $x \infty \frac{dfhr + bfgq}{hhr + ggq}$ $+\sqrt{\frac{2bdffghqr + \frac{1}{4}ffhhqqrr - bbffhhqr - ddffggqr + \frac{1}{4}ffggq^3r}{h^4rr + 2gghhqr + g^4qq}}$, en $x \infty \frac{dfhr + bfgq}{hhr + ggq} - \sqrt{\frac{2bdffghqr + \frac{1}{4}ffhhqqrr - bbffhhqr - ddffggqr + \frac{1}{4}ffggq^3r}{h^4rr + 2gghhqr + g^4qq}}$, voor AE en AD. Soo is de differentie DE ∞ $\sqrt{\frac{8bdffghqr + ffhhqqrr - 4bbffhhqr - 4ddffggqr + ffggq^3r}{h^4rr + 2gghhqr + g^4qq}}$.

Merckt in de raeckende Linie AF, is DE ∞o, soo is inde selve raeckende $8bdffghqr + ffhhqqrr - 4bbffhhqr - 4ddffggqr + ffggq^3r \infty o$, divideert alles door $ffqr$, komt $8bdgh + hhqr - 4bbhh - 4ddgg + ggqq \infty o$. Noch alles ghedivideert door $qr - 4bb$, komt

$$hh + \frac{8bdg}{qr - 4bb}h + \frac{-4ddgg + ggqq}{qr - 4bb} \infty o,$$

Soo is $h \infty \sqrt{\frac{4ddggqr - ggq^3r + 4bbggqq}{qqrr - 8bbqr + 16b^4}} - \frac{4bdg}{qr - 4bb}$.

Wanneer men dan, uyt A, de raeckende AF, wil trecken, dan is AP tot GP, als g tot de ghevonden weerde van h, of als 1 tot $\sqrt{\frac{4ddqr - q^3r + 4bbqq}{qqrr - 8bbqr + 16b^4}} - \frac{4bd}{qr - 4bb}$.

So men nu stelt dat PA, of b is ∞o, dan is MF tot MG als 1 tot $\sqrt{\frac{4dd - qq}{qr}}$, of als $\sqrt{qr}$ tot $\sqrt{4dd - qq}$, dat is als 'tvierkant op OS tot 'et vierkant op OG min 't vierkant op OD.

Voorder soo men begheert dat DE is ghelijck een ghegheven quantiteyt, als neem ick ∞k, soo is

$\sqrt{8bd}$-

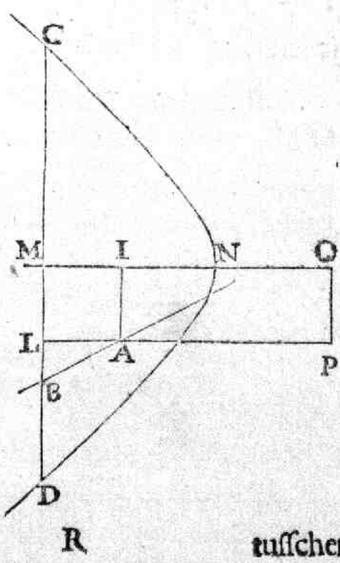
$$\sqrt{\frac{8bdffghqr + ffhhqqrr - 4bbffhhqr - 4ddffggqr + ffggq^3r}{h^4rr + 2gghhqr + g^4qq}} \infty k.$$

Wanneer men dan ſtelt g, voor de uniteyt, ſo is $ff \infty hh + 1$, en over-al de ff en g wech doet, ſoo ſalder gheen onbekende quantiteyt als h reſteeren, maer de Verghelijckinghe ſal loopen tot vier Dimenſien.

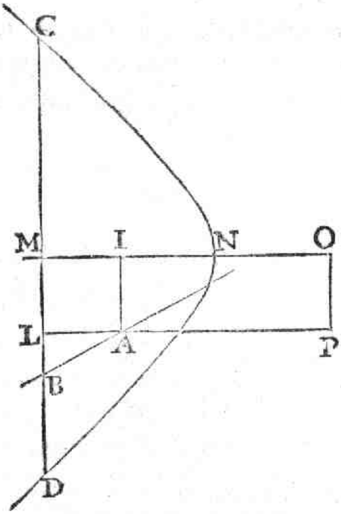
Den Hyperbole.

Wanneer men in den Hyperbole ſteldt M N ∞v, M C ∞x, de dwerſche ∞q, en de rechte zijde ∞r, dan is $x \infty \sqrt{\frac{brv + rvv}{q}}$, hier begint de onbekende quantiteyt v in 't punt N, ſoo men dan begeert, dat d'onbekende quantiteyt in 't center O begint, en datmen O M ſteldt ∞y, ſo is M N $\infty y - \frac{1}{2}q$, dit in de plaets van v gheſteldt, en deſſelfs vierkant in de plaets van vv, ſoo is M C $\infty \sqrt{\frac{r}{q}yy - \frac{1}{4}qr}$, maer ſo men het gegeven punt ſteldt buyten O, dat geeft deſe volgende veranderinghen.

Ten eerſten, wanneer 't gheghe-ven punt, komt in den middel-lijn buyten 't Center O, als hier in I, en dat men ſtelt O I ∞b, I M ∞y, M C ∞x, de rechte zijde ∞r, de dwerſche ∞q, en O M ∞z, ſoo is M C of $x \infty \sqrt{\frac{r}{q}zz - \frac{1}{4}qr}$, dan gheſteldt in de plaets van zz, het vierkant op $y + b$, zijnde $yy + 2by + bb$, komt $x \infty \sqrt{\frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bbr}{q} - \frac{1}{4}qr}$, voor MC, maer ſoo 't punt M ſtaet tuſſchen I en O, dan ſteldtmen $b - y$, en ſoo 't punt O, ſtaet



tuſſchen



tusschen M en I, dan setmen $y - b$ in de plaets van z, soo dat men in dese twee leste voorvallen heeft $x \propto \sqrt{\frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y + \frac{bbr}{q} - \frac{1}{4}qr}$.

Ten tweeden, wanneer 't ghegheven punt komt buyten de Linie OM, als neem ick in A, maer dat AL evenwijdigh is met OM, en dat men steldt OI $\propto$ AP $\propto b$, AI $\propto d$, evenwijdigh met LC, AL $\propto y$, LC $\propto x$, de rechte zijde $\propto r$, en de dwersche $\propto q$, Addeert LM tot MC, komt LC of $x \propto d + \sqrt{\frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bbr}{q} - \frac{1}{4}qr}$, soo is LD $\propto \sqrt{\frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bbr}{q} - \frac{1}{4}qr} - d$, en als C komt tusschen L en M, dan is $x \propto d - \sqrt{\frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bbr}{q} - \frac{1}{4}qr}$.

Ten derden, wanneer 't ghegheven punt is buyten de Linie OM, in een linie onevenwijdigh met de selve, als hier in de linie AB in 't punt A, en dat de reden van AB tot AL ghegheven is, so men stelt dat AB is tot AL, als f tot g, en AB tot BL als f tot h, en dat AB is $\propto y$, so is AL $\propto \frac{gy}{f}$, en BL $\propto \frac{hy}{f}$, voorts dat BC is $\propto x$, OI $\propto$ PA $\propto b$, AI $\propto$ ML $\propto d$, Addeert ML $\propto d$, tot BL $\propto \frac{hy}{f}$, komt BM $\propto d + \frac{hy}{f}$, en addeert AL tot AP, komt voor LP $\propto$ OM, $b + \frac{gy}{f}$, soo nu ghesteldt wordt OM $\propto z$, so is MC $\propto \sqrt{\frac{r}{q}zz - \frac{1}{4}qr}$, en gheschreven $b + \frac{gy}{f}$ in de plaets van z, dat is $bb + \frac{2bgy}{f}$

+

$+\frac{ggyy}{ff}$ in de plaets van zz, ſoo is M C $\propto \sqrt{-\frac{1}{4}qr+\frac{bbr}{q}+\frac{2bgr}{qf}y+\frac{ggr}{ffq}yy}$, hier by ghedaen B M $\propto d+\frac{hy}{f}$, komt B C of $x \propto d+\frac{hy}{f} + \sqrt{-\frac{1}{4}qr+\frac{bbr}{q}+\frac{2bgr}{fq}y+\frac{ggr}{ffq}yy}$, ſoo is B D $\propto \sqrt{-\frac{1}{4}qr+\frac{bbr}{q}+\frac{2bgr}{fq}y+\frac{ggr}{ffq}yy} - \overline{d+\frac{hy}{f}}$. De veranderinghen van de teeckens $+$ en $-$, dieder in alle voorvallen ontmoeten zijn licht uyt te vinden.

Hier moet men bemercken, wanneer men een Vergelijckingh van twee Dimenſien uyt een Werck-ſtuck verkreghen heeft, dat diens wortel altijdt een Binomium is, of't en waer dat de tweede term ontbrack, en het wortel-ghetal van't ſelve Binomium, moet men altijdt ſtellen ghelijck M C, en wanneerder in 't ſelve wortel-getal, onder anderen een quantiteyt komt met $+yy$ geteeckent, dat geeft te kennen dat de kromme linie een Hyperbole is. Hier volghen vier Voorbeelden.

Eerſte voorbeeldt uyt de Geometrie van *Deſcartes*, pag: 326. Laet zijn B C, of $y \propto m - \frac{n}{z}x + \sqrt{mm+ox+\frac{p}{m}xx}$, ofte aldus $x \propto m - \frac{n}{z}y + \sqrt{mm+oy+\frac{p}{m}yy}$, om datter in 't wortel-ghetal komt $+yy$, dat gheeft te kennen dat de kromme linie een Hyperbole is.

Soo men de rechte en dwerſche zijde daer van begheert te vinden, als mede de quantiteyt b, dat is de lenghte van O I $\propto$ A P, ſoo doet men als volght:

Hier vooren hebben wy ghevonden $d - \frac{h}{f}y + \sqrt{-\frac{1}{4}qr+\frac{bbr}{q}+\frac{2bgr}{fq}y+\frac{ggr}{ffq}yy}$, te weten wanneer

B komt tusschen L en M, dese dan vergeleecken met die van *Descartes*, soo is voor-eerst $d \infty m$, $b \infty n$, $f \infty z$, soo is $g \infty a$, en deselve letters in plaets van d'onse gestelt, soo heeftmen noch de volgende drie Vergelijckinghen.

$$mm \infty - \tfrac{1}{4}qr + \frac{bbr}{q}.$$

$$o \infty \frac{2abr}{qz}, \text{ so is } \frac{2abr}{oz} \infty q, \text{ en } \frac{oqz}{2ab} \infty r.$$

$\frac{p}{m} \infty \frac{aar}{zzq}$, en $pzzq \infty aarm$, dat is als q tot r, alsoo aam tot pzz, doet in de derde verghelijckingh de r wech, komt $\frac{p}{m} \infty \frac{ao}{2bz}$, en $\frac{mao}{2pz} \infty b$, voor OI ∞ AP.

Doet in de eerste verghelijckingh de q wech, komt $mm \infty - \frac{abrr}{2oz} + \frac{boz}{2a}$, en $\frac{2mmoz}{ab} - \frac{oozz}{aa} \infty - rr$, doet de b wech, komt $\frac{oozz}{aa} - \frac{4mpzz}{aa} \infty rr$, en $\frac{z}{a}\sqrt{oo - 4mp} \infty r \infty \frac{oqz}{2ab}$, dit multipliceert aen wederzijden met $\frac{a}{z}$ komt $\sqrt{oo - 4mp} \infty \frac{oq}{2b}$, doet de b wech, komt $\sqrt{oo - 4mp} \infty \frac{pqz}{ma}$, en $\frac{am}{pz}\sqrt{oo - 4mp} \infty q$, of anders als pzz tot aam (zijnde de reden van de rechte tot de dwersche zijde) alsoo $\frac{z}{a}\sqrt{oo - 4mp}$ tot $\frac{am}{pz}\sqrt{oo - 4mp}$.

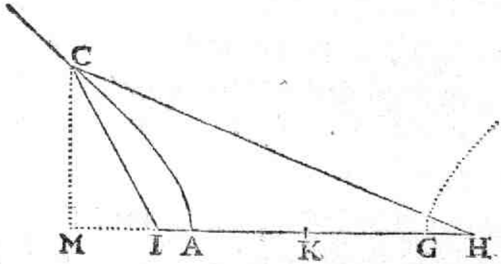
Soo hebben wy ghevonden AP ∞ OI, $\infty \frac{mao}{2pz}$.

De rechte zijde $\infty \frac{z}{a}\sqrt{oo - 4mp}$.

De dwersche $\infty \frac{am}{pz}\sqrt{oo - 4mp}$.

Tweede Voorbeeldt. Van desen Drie-hoeck HCI, is gegheven den Basis HI, en de differentie van beyde de opstaende zijden, men vraeght naer de plaets van den top C.

Deeldt



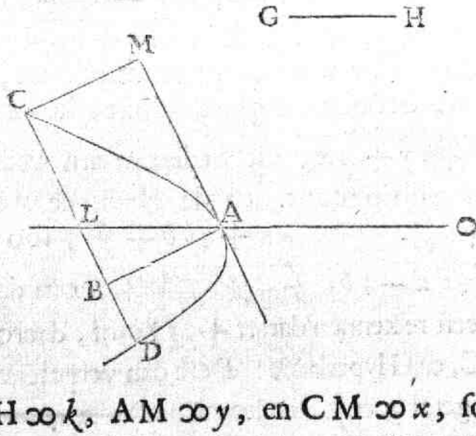
Deeldt H I in tween ghelijck in K, en steldt HI $\infty\ b$, HC $-$ CI $\infty\ d$, KM $\infty\ y$, en MC $\infty\ x$, soo is HM $\infty\ \frac{1}{2}b + y$, en MI $\infty\ y - \frac{1}{2}b$, addeert het vierkant op HM tot het vierkant, op MC, daer uyt den vierkant-wortel, komt HC $\infty \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx}$, dan het vierkant op MI gedaen tot 'et vierkant op MC, daer uyt den vierkant-wortel, komt CI $\infty \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$, soo is HC $-$ CI $\infty\ d$ $\infty \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx} - \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$, en $d + \sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}\ \infty \sqrt{\frac{1}{4}bb + by + yy + xx}$, dit aen weder-zijden in't vierkant ghemultipliceert, de ghelijcke wegh ghedaen, en door $2\,d$ ghedivideert, komt $\frac{1}{2}d - \frac{b}{d}y\ \infty$ $\sqrt{\frac{1}{4}bb - by + yy + xx}$, dit wederom aen weder-zijden in't vierkant ghemultipliceert, en de ghelijcke wech ghedaen, komt $\frac{1}{4}dd + \frac{bb}{dd}\ yy\ \infty\ xx + \frac{1}{4}bb + yy$, soo komt eyndelijck $x\ \infty \sqrt{\frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb + \frac{bbyy - ddyy}{dd}}$, om dat d minder is dan b, dat geeft te kennen datter $+\,yy$ komt, daerom is de plaets van 't punt C, een Hyperbole: Dese dan vergeleken, om datter in 't wortel-getal geen y, en komt met $x\ \infty \sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{r}{q}yy}$, soo zijnder twee Vergheliickinghen.

$-\frac{1}{4}qr \infty \frac{1}{4}dd - \frac{1}{4}bb$, ſoo is $qr \infty bb - dd$.

$\frac{r}{q} \infty \frac{bb - dd}{dd}$, ſteldt qr in de plaets van $bb - dd$, ſoo is $\frac{r}{q} \infty \frac{qr}{dd}$, en $d \infty q$ de dwerſche, doet in d'eerſte Verghelijckingh de q wech, ſoo is $dr \infty bb - dd$, en $bb \infty dd + dr$, ſoo is HI $\infty \sqrt{dd + dr}$.

Soo hebben wy ghevonden, dat de dwerſche van den Hyperbole is ∞ HC $-$ CI ∞d, 't welck te kennen gheeft, dat H en I, de brandt-punten zijn, welcker diſtantie is $\infty \sqrt{dd + dr}$, te weten, wanneer r is ∞ de rechte zijde, zijnde $\infty \frac{bb - dd}{d}$.

Derde Voorbeeldt. Deſe kromme Linie CAD, is ſoodanigh van natuer, dat ſoo men uyt eenigh punt in de ſelve als C, een rechthoeckighe laet vallen op de rechte AM, ſoo is altijdt de ghegheven GH, plus AM, tot AM, als AM tot CM; men begeert te weten wat kromme linie het zy.



Steldt GH ∞k, AM ∞y, en CM ∞x, ſoo is $k + y$, tot y, als y tot x, den rechthoeck op de buytenſte is ghelijck den

den rechthoeck op de binnenste, daerom is $kx + xy \infty yy$, en $yy - xy - kx \infty 0$, soo is $y \infty \frac{1}{2}x + \sqrt{\frac{1}{4}xx + kx}$, voor BC, om dat hier komt $+\frac{1}{4}xx$, dat gheeft te kennen, dat de kromme Linie een Hyperbole is, en om dat het wortel-ghetal altijdt de ordentlijcke is, daerom is CL $\infty \sqrt{\frac{1}{4}xx + kx}$, en BL $\infty \frac{1}{2}x$, AB is ghegheven ∞x: Dese dan vergheleecken (om de rechte zijde en dwersche te vinden) met $y \infty d + \frac{bx}{f} + \sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{bbr}{q} + \frac{2bgr}{fq}x + \frac{ggr}{ffq}xx}$, soo is $d \infty 0$, $b \infty 1$, en $f \infty 2$. Hier moet men bemercken dat AB en BC ∞y, recht-hoeckigh op malkander komen volghens het ghegheven, soo is dan AB tot BL als 2 tot 1, en AB tot AL als 2 tot $\sqrt{5}$, soo is $g \infty \sqrt{5}$. Nu zijnder noch drie Verghelijckinghen.

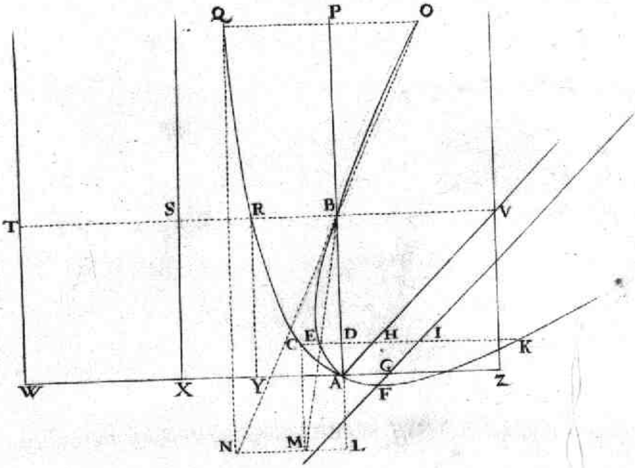
$\frac{ggr}{ffq} \infty \frac{1}{4}$, doet de g en f wech, komt $q \infty 5r$.

$\frac{2bgr}{fq} \infty k$, doet de g, f, en q wech, komt $b \infty \sqrt{5kk}$.

$-\frac{1}{4}qr + \frac{bbr}{q} \infty 0$, doet de bb, en q wech komt $r \infty \sqrt{\frac{4}{5}kk}$, soo is $q \infty \sqrt{20kk}$, en b is dan $\infty \frac{1}{2}q$, 't welck betoont dat 'et punt A in den top van desen Hyperbole komt, wiens ordentlijcke zijn CL, LD.

Vierde Voorbeeldt. De vier evenwijdighe Linien TW, SX, BA, en VZ, worden rechthoeckigh doorsneden van de linie WZ, een punt te vinden als R, soodanigh dat het parallelepipedum van de drie rechthoeckighe Linien RT, RS, en RY, is ghelijck het parallelepipedum van de twee andere RB, RV, en noch een derde AZ.

Steldt



Steldt BR $\infty\, y$, RY $\infty\, x$, AZ, AX, en WX $\infty\, a$, soo is RS $\infty\, a - y$, RT $\infty\, 2a - y$, en RV $\infty\, y + a$, Het parallelepipedum van RT, RS, en RY is dan $\infty\, 2aax - 3axy + yyx$, het selve is gelijck het parallelepipedum van BR, RV, en AZ, zijnde $ayy + aay$, dese Vergelijckingh van malkander getrocken komt $ayy - xyy \begin{smallmatrix} + aay \\ + 3axy \end{smallmatrix} - 2aax \infty\, o$. Hier moet men bemercken dat dese ACR, een kromme linie is van drie Dimensien, om datter in de Verghelijckingh komt yyx, want de quantiteyten x en y zijn beyde onbekent, divideert de vergelijckingh door $a - x$, komt $yy + \frac{aa + 3ax}{a - x} y - \frac{2aax}{a - x} \infty\, o$, en y is dan $\infty \sqrt{\frac{\frac{1}{4}a^4 + 3\frac{1}{2}a^3x + \frac{1}{4}aaxx}{aa - 2ax + xx}} - \frac{\frac{1}{2}aa + \frac{3}{2}ax}{a - x}$,

in de

in de Noemer van deſe breuck komt mede het teecken x, dat moet eerſt wech ghedaen worden. Divideert alles door $\frac{\frac{3}{2}a}{a-x}$, en ſteldt z in de plaets van $\frac{ay-xy}{\frac{3}{2}a}$, dan ſal de weerde van z, in een Keghel-ſneede vallen, ſoo dat d'ordentlijcke zijnde y, weſen ſal tot de ordentlijcke van de Keghel-ſneede $\infty\, z$, als $\frac{3}{2}a$ tot $a-x$, ſoo komt $\frac{ay-xy}{\frac{3}{2}a} \infty\, z \infty \sqrt{\frac{1}{9}aa+\frac{14}{9}ax+\frac{1}{9}xx} - \frac{1}{3}a + x$, om datter komt $+\frac{1}{9}xx$, dat gheeft te kennen dat de Keghel-ſneede een Hyperbole is, en om dat het wortel-ghetal altijdts de ordentlijcke is, daerom is EI ∞ IK $\infty \sqrt{\frac{1}{9}aa+\frac{14}{9}ax+\frac{1}{9}xx}$, en DI $\infty\, \frac{1}{3}a + x$. Wy hebben in't divideren $\frac{3}{2}a$ ghenomen, om dat wy begeeren, dat AD en DH, ofte AB en BV, malkander gelijck ſullen zijn. Deſe dan vergheleecken met $z \infty \sqrt{-\frac{1}{4}qr+\frac{bbr}{q}+\frac{2bgr}{fq}x+\frac{ggr}{ffq}xx} - d + \frac{h}{f}x$, ſoo is $h \infty 1$, $f \infty 1$, $g \infty \sqrt{2}$, $d \infty \frac{1}{3}a$: Daer-en-boven zijnder noch deſe volghende drie Verghelijckinghen.

$\frac{ggr}{ffq} \infty \frac{1}{9}$, doet de g en f wech, komt $q \infty 18r$.

$\frac{2bgr}{fq} \infty \frac{14}{9}a$, doet de g, f, en q, wech komt $b \infty \frac{14a}{\sqrt{2}}$ of $\sqrt{98aa}$, of $7a\sqrt{2}$.

$-\frac{1}{4}br+\frac{bbr}{q} \infty \frac{1}{9}aa$, doet de b en q wech, komt $r \infty \frac{4}{9}a\sqrt{6}$, ſoo is $q \infty 8a\sqrt{6}$.

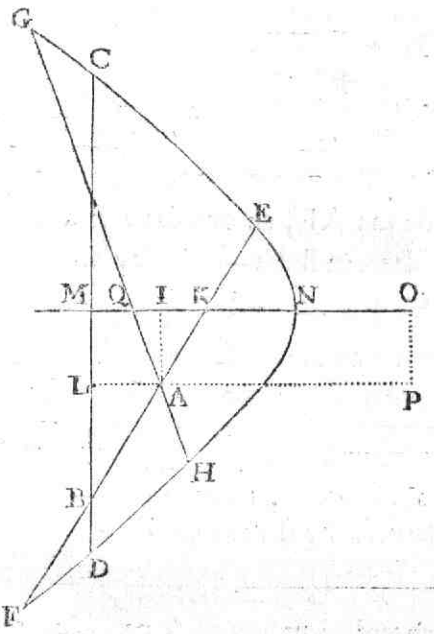
In de Fuguer is dan AD tot DH als 1 tot 1, en tot AH, als 1 tot $\sqrt{2}$, voorts AG is $\infty\, \frac{1}{3}a$, van't middel-punt tot G is $\infty \sqrt{98aa}$, en van't middel-punt tot F, dat is de halve dwerſche is $\infty \sqrt{96aa}$, treckt IF parallel met HA, de ſelve ſal den middel-lijn van den Hyperbole zijn, en F ſijn top. Beschrijft nu een scheeve Hyperbole, waer van de dwersche doet $8a\sqrt{6}$, en de rechte zijde $\frac{4}{9}a\sqrt{6}$, zijnde alhier KFAEBO, diens ordentlijcke zijn EI, IK. Merckt de punten A en B vallen beyde in den Hyperbole, soodanigh dat AB is ∞a, want soo men steldt DE $\infty z \infty \sqrt{\frac{1}{9}aa+\frac{14}{9}ax+\frac{1}{9}xx}-\frac{1}{3}a+x$ ∞ o, soo komt $a \infty x$. Maeckt AL $\infty \frac{1}{2}a$, en treckt LN parallel met AG. Om nu het punt C in de kromme linie te vinden, treckt DC evenwijdigh met LN, en dan deur 't punt E de Linie BM, ten lesten DC ghelijck LM, soo heeft men het punt C, en alsoo met alle de punten van Hyperbole voortgaende, verkrijghtmen de begeerde kromme linie ACRQ.

Dese kromme Linie kan seer licht door punten ghevonden worden, om dat in de verghelijckingh x maer een Dimensie heeft, want wy behoeven maer in yder punt, eenige bekende quantiteyt voor y, dat is voor AY te stellen. Als by voorbeeldt, laet zijn $a \infty 10$, en dat men steldt $y \infty 2$, en dese ghetallen in de plaets van de letters in de verghelijckingh ghebracht, soo heeft men $144\,x \infty 240$, dat is $x \infty \frac{5}{3}$. En y ghesteldt $\infty 3$, so heeft men $119\,x \infty 390$, dat is $x \infty \frac{390}{119}$, dese wijse vervolgende kan men oneyndelijcke punten vinden.

Dit Werck-stuck is aen-gheroert in de Geometrie van *Descartes* pag: 339. en tot oeffeninghe stelle hier noch tusschen in, dit volghende Werck-stuck.

Van desen Hyperbole **CND**, *is de dwersche* ∞q, *de rechte zijde* ∞r, **OI** ∞ **AP** ∞b, **AI** ∞ **OP** ∞d, **AB** *tot* **AL** *als f tot g, en* **AB** *tot* **BL** *als f tot h, soo is* **BL** *tot* **AL**, *als h tot g, de lenghte van* **AF** *en* **AE** *te vinden.*

Soo



Soo men heeft ghesteldt AB $\infty\, y$, en BD $\infty\, x$, so is hier voor ghevonden $x \infty \sqrt{-\tfrac{1}{4}qr + \tfrac{bbr}{q} + \tfrac{2bgr}{fq}y + \tfrac{ggr}{ffq}yy} - d + \tfrac{by}{f}$, wanneer nu BD $\infty\, x$, is ∞ o, soo komt AF $\infty\, y$, in den omtreck van den Hyperbole. Om dan AF te vinden, steldt de ghevonden weerde van $x \infty$ o, soo heeft men $\sqrt{-\tfrac{1}{4}qr + \tfrac{bbr}{q} + \tfrac{2bgr}{fq}y + \tfrac{ggr}{ffq}yy} \infty d + \tfrac{by}{f}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de vergheliјckingh van malkander ghetrocken, rest

+

$+\frac{hh}{ff}yy + \frac{2dh}{f}y + dd \infty 0$, alles gedivideert door $\frac{hh}{ff} - \frac{ggr}{ffq}$

$-\frac{ggr}{ffq}yy - \frac{2bgr}{fq}y - \frac{bbr}{q}$

$+\frac{1}{4}qr$

komt $yy + \frac{2dfhq - 2bfgr}{hhq - ggr}y + \frac{ddffq - bbffr + \frac{1}{4}ffqqr}{hhq - ggr} \infty 0$, foo is

$$y \infty \frac{-dfhq + bfgr}{hhq - ggr} + \sqrt{\frac{-2bdffghqr + bbffhhqr - \frac{1}{4}ffhhq^3r + ddffggqr + \frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq - 2gg\,hhqr + g^4rr}}$$

voor de weerde van AF, en om dat AE aen de contrarie zijde van AB ftaet, daerom fteldt $-y$ in de plaets van $+y$, foo komt

$$y \infty \frac{+dfhq - bfgr}{hhq - ggr} + \sqrt{\frac{-2bdffghqr + bbffhhqr - \frac{1}{4}ffhhq^3r + ddffggqr + \frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq - 2gg\,hhqr + g^4rr}}$$

voor de weerde van AE, foo men AF en AE t'faemen addeert, komt voor de gheheele EF,

$$2\sqrt{\frac{-2bdffghqr + bbffhhqr - \frac{1}{4}ffhhq^3r + ddffggqr + \frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq - 2gg\,hhqr + g^4rr}},$$ dan is

AI tot IK als h tot g, fo men dan $-g$, fteldt jn de plaets van $+g$, foo verkrijght men GH ∞

$$2\sqrt{\frac{+2bdffghqr + bbffhhqr - \frac{1}{4}ffhhq^3r + ddffggqr + \frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq - 2gg\,hhqr + g^4rr}}.$$

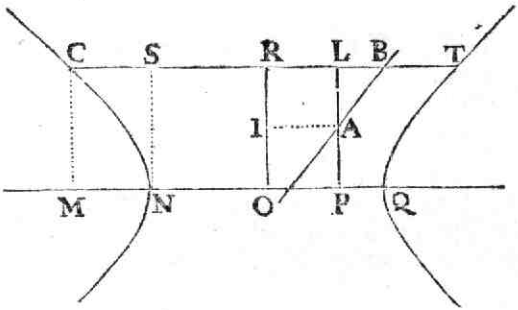
Soo men begheerde deur 't punt A een Linie te trecken als EF ghelijck een ghegheven Linie moghelijck zijnde, als neem ick ghelijck k, foo is de ghevonden

$$2\sqrt{\frac{-2bdffghqr + bbffhhqr - \frac{1}{4}ffhhq^3r + ddffggqr + \frac{1}{4}ffggqqrr}{h^4qq - 2gg\,hhqr + g^4rr}} \infty k,$$

Wanneer men dan fteit g voor de uniteyt, fo is $ff \infty hh + 1$, en over-al de f en g wech ghedaen, foo falder gheen onbekende quantiteyt refteeren als h, maer de verghelijckingh fal vier Dimenfien hebben.

Wanneer men fteldt dat de ordentlijcke linien parallel met de dwerfche komen, foo heeft men defe volgende veranderinghen.

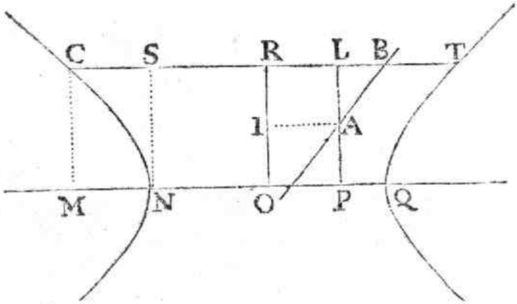
Soo



Soo in den Hyperbole ghesteldt wordt N M $\propto v$, M C $\propto x$, de dwersche Q N $\propto q$, en de rechte zijde $\propto r$, soo is $x \propto \sqrt{\frac{qrv+rvv}{q}}$, dat is $xx \propto rv + \frac{r}{q}vv$, of $vv + qv - \frac{q}{r}xx \propto o$, soo is $v \propto -\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{q}{r}xx}$, hier by doet N O $\propto \frac{1}{2}q$, komt voor M O $\propto$ C R, $\sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{q}{r}xx}$. Soo men dan steldt O R $\propto x$, R C $\propto$ R T $\propto y$, so is $y \propto \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{q}{r}xx}$, hier begint x in 't bepaelde punt O, zijnde het middel-punt, en y begint in 't onbepaelde punt R, zijnde in de ordentlijcke middel-lijn, maer soo men het ghegheven punt buyten O stelt, dat geeft dese volgende veranderingen.

Ten eersten, wanneer 't ghegheven punt komt in de ordentlijcke middel-linie O R, buyten het middel-punt O, als neem ick in I, en dat men steldt O I $\propto b$, I R $\propto x$, R C $\propto y$, de rechte zijde $\propto r$, de dwersche $\propto q$, en O R $\propto z$, soo is R C $\propto \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{q}{r}zz}$, so ick dan in de plaets van zz stel het vierkant op $b + x$, so is RC of $y \propto \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bq}{r}x + \frac{q}{r}xx}$, maer wanneer R is tusschen O en I, dan steldt men $b - x$, en wanneer O is tusschen I en R, dan steldt men $x - b \propto z$, so

 dat



dat men in dese twee laetste voorvallen heeft $y \propto \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} - \frac{2bq}{r}x + \frac{q}{r}xx}$.

Ten tweeden, soo het ghegheven punt, komt buyten de Linie O R, als neem ick in A, en dat A L evenwijdigh is met O R, voorts dat men stelt O I $\propto$ A P $\propto b$, A I $\propto d$, parallel met N Q, A L $\propto x$, L C $\propto y$, de rechte zijde $\propto r$, en de dwersche $\propto q$, soo addeert men L R tot R C, komt L C of $y \propto d + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bq}{r}x + \frac{q}{r}xx}$, soo is L T $\propto \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bq}{r}x + \frac{q}{r}xx} - d$, maer als C komt tusschen L en R, dan is $y \propto d - \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bq}{r}x + \frac{q}{r}xx}$.

Ten derden, wanneer 't bepaelde punt is buyten de Linie O R, in een linie onevenwijdigh met deselve, als hier in de Linie A B in 't punt A, en dat de reden van A B tot A L gegeven is. Soo men dan stelt, dat A B is tot A L als f tot g, en A B tot B L als f tot h, en dat A B doet x, so is A L $\propto \frac{gx}{f}$, en BL $\propto \frac{hx}{f}$, voorts dat B C is $\propto y$, O I $\propto$ P A $\propto b$, I A $\propto$ R L $\propto d$. Addeert R L $\propto d$, tot B L $\propto \frac{hx}{f}$, komt B R $\propto d + \frac{hx}{f}$, en addeert A L tot A P, komt L P $\propto$ O R $\propto b + \frac{gx}{f}$. Soo men

men nu ſteldt dat OR doet z, ſoo is RC $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{q}{r}zz}$, ſteldt dan in de plaets van zz het vierkant van $b + \frac{gx}{f}$, zijnde $bb + \frac{2bgx}{f} + \frac{ggxx}{ff}$, komt RC ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{rf}x + \frac{ggq}{ffr}xx}$, hier by addeert RB, komt BC $\infty\ y\ \infty\ d + \frac{h}{f}x + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr}x + \frac{ggq}{ffr}xx}$, ſoo is BT $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr}x + \frac{ggq}{ffr}xx} - \overline{d + \frac{h}{f}x}$. De veranderinghen der teeckens $+$ en $-$, dieder in alle voorvallen ontmoeten zijn licht uyt te vinden.

Wanneer men dan, een Werck-ſtuck tot een Vierkant-verghelijckinghe ghebracht heeft, wiens wortel altijdt een Binomium is, of 't en zy dat de tweede term ontbreeckt, ſoo is altijdt van 't ſelve Binomium RC de ordentlijcke het wortel-getal, en ſooder in 't ſelve wortel-ghetal, onder anderen komt $+xx$, dat gheeft te kennen dat de kromme Linie een Hyperbole is.

Hier volghen twee Voorbeelden.

Eerſte Voorbeelt. Uyt de Françe Geometrie van *Deſcartes* pag: 326. laet weſen BC of $y \infty m + \frac{n}{z}x + \sqrt{mm + ox + \frac{p}{m}xx}$, om dat hier in 't wortel-ghetal komt $+xx$, dat gheeft te kennen dat de Keghel-ſneede een Hyperbole is, deſe dan vergeleecken met $y \infty d + \frac{h}{f}x + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr}x + \frac{ggq}{ffr}xx}$, ſoo hebben wy $d \infty m$, $f \infty z$, $h \infty n$, ſoo is $g \infty a$, de letters van *Deſcartes* in de plaets van d'onſe gheſteldt, ſoo zijnder noch deſe volghende drie vergelijckinghen.

$mm \infty \frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r}$.

$o \infty \frac{2abq}{rz}$, ſoo is $\frac{orz}{2ab} \infty q$, en $\frac{2abq}{oz} \infty r$.

$\frac{p}{m} \infty \frac{aaq}{rzz}$, ſoo is $przz \infty maaq$, dat is als q tot r, alſoo

ſoo pzz tot aam, zijnde de reden vande dwerſche tot de rechte zijde, doet in de derde Verghelijckingh de q wech komt $aom \propto 2bpz$, ſoo is $\frac{aom}{2pz} \propto b$, voor OI $\propto$ PA.

Doet in de eerſte Verghelijckingh de r wech, komt $mm \propto \frac{1}{4}qq + \frac{boz}{2a}$, en $4mm - \frac{2boz}{a} \propto qq$, doet de b wech, komt $4mm - \frac{oom}{p} \propto qq$ en $\sqrt{4mm - \frac{oom}{p}} \propto q \propto \frac{orz}{2ab}$, doet de b wech, komt $\sqrt{4mm - \frac{oom}{p}} \propto \frac{prz z}{aam}$, ſo is $\frac{aam}{pzz}\sqrt{4mm - \frac{oom}{p}} \propto r$. Anders als pzz tot aam (zijnde de reden van de dwerſche tot de rechte zijde) alſo $\sqrt{4mm - \frac{oom}{p}}$, tot $\frac{aam}{pzz}\sqrt{4mm - \frac{oom}{p}}$.

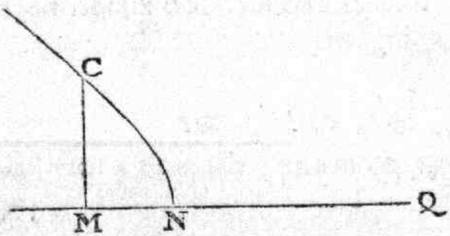
Tweede Voorbeeldt. Van drie proportionalen gegheven zijnde de differentie der uytterſten, deſelve te vinden.

Steldt de differentie der uyterſten $\propto a$, het eerſte $\propto y$, het tweede $\propto x$, ſo is 't derde $\propto y + a$, den rechthoeck op de uytterſten is ghelijck het vierkant op de middelſte, ſo is $yy + ay \propto xx$ en $yy + ay - xx \propto 0$. So heeftmen $y \propto -\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + xx}$, om dat hier in 't wortel-ghetal komt $+ xx$, dat gheeft te kennen dat de plaets een Hyperbole is. Daerom deſe vergelijckinge vergheleecken met $y \propto -\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{q}{r}xx}$, komt

$-\frac{1}{2}a \propto -\frac{1}{2}q$, ſoo is $a \propto q$.

$\frac{1}{4}aa \propto \frac{1}{4}qq$, komt wederom $a \propto q$.

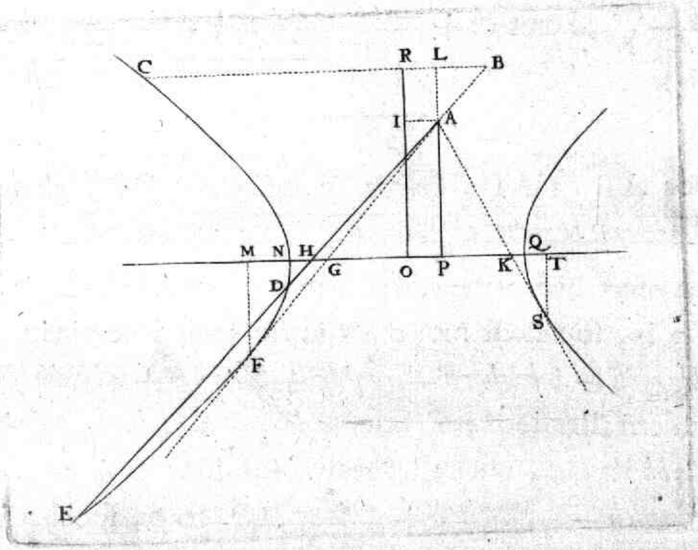
$1 \propto \frac{q}{r}$, ſoo is $q \propto r$, dat gheeft te kennen, dat 'et een Hyperbole is, van welck de rechte en dwerſche zijde malkander ghelijck zijn.



Beſchrijft daerom een Hyperbole van welk de dwerſche en rechte zijde is $\propto a$ als CN, ſteldt dan eenighe ordentlijcke als CM, ſoo hebbẽ wy voor de proportionationalen MN het eerste, MC het tweede, en MQ het derde.

Volght noch tot oeffeninghe een Werck-stuck.

Van desen Hyperbole CNF, is de dwersche ∞ q, de rechte zijde ∞ r, OP ∞ d, AP ∞ b, voorts HA is tot AP als f tot g, en HA tot HP als f tot h, soo is AP tot HP als g tot h, de lenghte der deursnijdinghe AD of AE te vinden.



Wanneer men ghesteldt heeft AB ∞ x, en BC ∞ y, soo hebben wy hier vooren ghevonden y ∞ $d + \frac{h}{f}x + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} + \frac{2bgq}{fr}x + \frac{ggq}{ffr}xx}$, men moet hier bemercken dat de weerde van y in 't punt D of E is ∞ nul, en om dat A is tusschen B en D, daerom moet men inde plaets van $+x$, schrijvẽ $-x$, so heeftmẽ $d - \frac{h}{f}x + \sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{fr}x + \frac{ggq}{ffr}xx}$ ∞ 0,

$\propto o$, of $d - \frac{h}{f}x \propto -\sqrt{\frac{1}{4}qq + \frac{bbq}{r} - \frac{2bgq}{fr}x + \frac{ggq}{ffr}xx}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert, en de Verghelijckingh van malkander ghetrocken

reft $\frac{ggq}{ffr}xx - \frac{2bgq}{fr}x + \frac{1}{4}qq \propto o$, divideert alles door

$$\begin{array}{l} - \frac{hh}{ff}xx + \frac{2dh}{f}x + \frac{bbq}{r} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad - dd \end{array}$$

$\frac{ggq}{ffr} - \frac{hh}{ff}$, komt $xx + \frac{-2bgqf + 2dhrf}{ggq - hhr}x + \frac{\frac{1}{4}qqrff + bbqff - ddrff}{ggq - hhr} \propto o$,

fo is $x \propto \frac{+bgqf - dhrf}{ggq - hhr} + \sqrt{\frac{+ddggqrff - 2bdghqrff - \frac{1}{4}ggq^3rff + \frac{1}{4}hhqqrrff + bbhhqrff}{g^4qq - 2gghhqr + h^4rr}}$

en $x \propto \frac{+bgqf - dhrf}{ggq - hhr} - \sqrt{\frac{+ddggqrff - 2bdghqrff - \frac{1}{4}ggq^3rff + \frac{1}{4}hhqqrrff + bbhhqrff}{g^4qq - 2gghhqr + h^4rr}}$

voor AE en AD, foo is de differentie DE, ghelijck

$\sqrt{\frac{4ddggqrff - 8bdghqrff - ggq^3rff + hhqqrrff + 4bbhhqrff}{g^4qq - 2gghhqr + h^4rr}}$,

Men moet hier bemercken, dat in de raeckende Linie, DE $\propto o$ is, foo heeft men om 't raeck-punt F te vinden

$4ddggqrff - 8bdghqrff - ggq^3rff + hhqqrrff + 4bbhhqrff \propto o$, divideert alles door $qrff$, komt $4ddgg - 8bdgh - ggqq + hhqr + 4bbhh \propto o$, noch alles gedivideert door $qr + 4bb$, komt

$hh - \frac{8bdg}{qr + 4bb}h + \frac{4ddgg - ggqq}{qr + 4bb} \propto o$, foo heeft men

$h \propto \frac{4bdg}{qr + 4bb} + \sqrt{\frac{ggq^3r - 4ddggqr + 4bbggqq}{qqrr + 8bbqr + 16b^4}}$

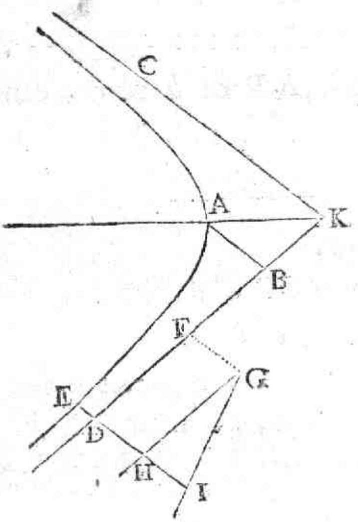
of $h \propto \frac{4bdg}{qr + 4bb} - \sqrt{\frac{ggq^3r - 4ddggqr + 4bbggqq}{qqrr + 8bbqr + 16b^4}}$, wanneermen dan uyt A, de raeckende AF wil trecken, dan is AP tot GP, als g tot de gevonden weerde van h, of als 1 tot $\frac{4bd}{qr + 4bb} + \sqrt{\frac{q^3r - 4ddqr + 4bbqq}{qqrr + 8bbqr + 16b^4}}$, of als $qr + 4bb$, tot $4bd + \sqrt{q^3r - 4ddqr + 4bbqq}$, te weten foo 't moghelijck is, is, want G moet altijdt komen tusschen N en O.

Ende AP is tot P K, als 1 tot $\frac{4bd}{qr + 4bb} - \sqrt{\frac{q^3r - 4ddqr + 4bbqq}{qqrr + 8bbqr + 16b^4}}$, Soo men nu stelt A P of $b \infty 0$, dan is S T tot K T, als 1 tot $\sqrt{\frac{qq - 4dd}{qr}}$, K S is dan $\infty \frac{dhrf}{ggq - hhr}$, of ∞ $\sqrt{\frac{q^4 - 8ddqq + q^3r + 16d^4 - 4ddqr}{16dd}}$, want g is $\infty 1$, $h \infty \sqrt{\frac{qq - 4dd}{qr}}$, en $f \infty \sqrt{hh + 1}$.

En wanneer men OP of d stelt $\infty 0$, so is KS $\infty \sqrt{\frac{q^4 + q^3r}{0}}$, zijnde een oneyndelijcke Linie.

Ten laetsten, soo men begheert dat DE is ghelijck een ghegheven quantiteyt, als neem ick k, soo is $\sqrt{\frac{4ddggqrff - 8bdghqrff - ggq^3rff + hhqqrrff + 4bbhhqrff}{g^4qq - 2gghhqr + h^4rr}} \infty k$, of $\frac{4ddqr - 8bdhqr - q^3r + hhqqrr + 4bbhhqr}{qq - 2hhqr + h^4rr} \infty \frac{kk}{hh + 1}$, te weten, als men g stelt $\infty 1$, dan is $ff \infty hh + 1$, en men verkrijght een Verghelijckingh van vier Dimensien, in welck geen onbekende quantiteyten zijn, als h.

Hiet mede meynen wy ghenoegh ghefchreven te hebben van de plaetsen dat Keeghel-sneeden zijn, en in welck de ordentlijcke op den middel-lijn, of evenwijdigh met de selve komen, sal hier noch by voeghen de Verghelijckinghen dieder ontstaen, wanneer men in den Hyperbole, de ordentlijcke Linien op de altijdt-naerderende stelt, ghelijck hier nae volght.



Soo men gheeft dat de ordentlijcke Linien, die op een van de altijdt-naerderende komen, parallel zijn met de andere altijdt-naerderende Linie, en dat DK is $\infty\, x$, DE $\infty\, y$, en AB ∞ BK $\infty\, m$, soo is $xy \infty\, mm$, en $y \infty \frac{mm}{x}$ voor DE, hier begint de onbekende quantiteyt x in 't Center K, maer soo deselve van een ander ghegheven punt begint, dan heeft men dese volgende veranderinghen.

Ten eersten, als 't ghegheven punt komt in de noyt-t'samenkomende buyten 't punt K, als neem ick in 't punt F, en dat-men stelt KF $\infty\, b$, FD $\infty\, x$, en DE $\infty\, y$, voorts AB ∞ BK $\infty\, m$, en DK $\infty\, z$, so is $zy \infty\, mm$, soo men dan $b + x$, in de plaets van z stelt, soo heeft men $by + xy \infty\, mm$, en DE $\infty\, y \infty \frac{mm}{b+x}$, soo D komt tusschen F en K stelt men $b - x$, en soo K komt tusschen D en F, stelt men $x - b$.

Ten tweeden, wanneer 't ghegheven punt komt buyten de noyt-

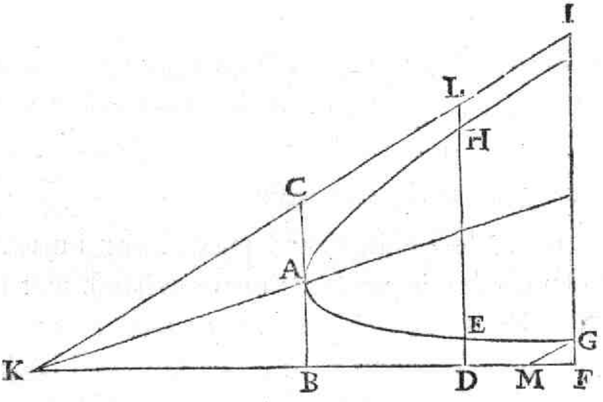
noyt-t'ſamen-komende, als hier in G, maer dat GH evenwijdigh is met DK, en dat men ſteldt KF $\infty\, b$, FG $\infty\, d$, parallel mt CK of HE, voorts GH $\infty\, x$, en HE $\infty\, y$, ſoo is $y \infty\, d + \frac{mm}{b+x}$, of $xy \infty\, mm + bd - by + dx$, ſoo H is tuſſchen D en E, dan ſteldt men $y \infty\, \frac{mm}{b+x} - d$, en wanneer E is tuſſchen D en H, dan ſteldtmen $y \infty\, d - \frac{mm}{b+x}$.

Ten derden, ſoo 't ghegheven punt, komt buyten de noyt-t'ſamen-komende, in een Linie onevenwijdigh met DK, als hier in de Linie GI, in 't punt G, en dat GI tot GH ghegheven is, die ick ſtel als f tot g, en GI tot IH als f tot h, ſoo dan doet KF $\infty\, b$, FG ∞ DH $\infty\, d$, GI $\infty\, x$, IE $\infty\, y$ parallel met CK, ſoo is f tot g, als GI $\infty\, x$, tot HG ∞ DF $\infty\, \frac{gx}{f}$, en als f tot h, alſoo x tot $\frac{hx}{f}$ voor HI, hier by addeert DH $\infty\, d$, ſoo komt ID $\infty\, d + \frac{hx}{f}$. Addeert mede KF $\infty\, b$, tot DF $\infty\, \frac{gx}{f}$, komt $b + \frac{gx}{f}$ voor DK. So men nu ſteldt dat DK doet z, ſo is DE $\infty\, \frac{mm}{z}$, ſchrijft $b + \frac{gx}{f}$ in de plaets van z, ſoo komt DE $\infty\, \frac{mm}{b + \frac{gx}{f}}$, hier by addeert DI, komt EI, of $y \infty\, d + \frac{hx}{f} + \frac{mm}{b + \frac{gx}{f}}$, dat is $fgxy$

$$\infty\; \begin{array}{l} mmff - bffy + bfhx + ghxx \\ + bdff \qquad\quad\;\; + dgfx \end{array}$$

, de veranderinghen der teeckens $+$ en $-$, in de andere voorvallen, zijn licht uyt te vinden.

Wanneer men ſteldt dat de ordentlijcke Linien niet parallel en zijn met de noyt-t'ſamen-komende, ſoo heeft men deſe volghende veranderinghen.



Treckt de raeckende BC, en ſteldt de ſelve $\infty\, e$, en BK tot BC als f tot g, ſoo is BK $\infty\, \frac{fe}{g}$, DK $\infty\, x$, en DE $\infty\, y$, evenwijdigh met BC, nu als BK tot BC, dat is als f tot g, alſoo DK $\infty\, x$ tot DL $\infty\, \frac{gx}{f}$, hier van treckt DE $\infty\, y$, reſt EL $\infty\, \frac{gx}{f} - y$, Multipliceert DE met EL, komt $\frac{gxy}{f} - yy \,\infty\, \frac{1}{4}ee$, want de recht-hoecken BA, AC, en DE, EL, zijn malkander gelijck, ſo is $yy \,\infty\, -\frac{1}{4}ee + \frac{gxy}{f}$.

Hier begint de onbekende waerde x in 't punt K, zijnde het middel-punt, maer ſoo men ſteldt dat x begint in 't ghegheven punt F, en dat men ſteldt FK $\infty\, d$, FD $\infty\, x$, DE $\infty\, y$, en DK $\infty\, z$, ſo is $yy \,\infty\, -\frac{1}{4}ee + \frac{gzy}{f}$, ſteldt $d - x$ in de plaets van z, ſoo heeft men $yy \,\infty\, -\frac{1}{4}ee + \frac{dgy}{f} - \frac{gxy}{f}$. En alſoo met alle andere voorvallen.

Men moet hier bemercken, datter in de Vergelijckinghen van alle deſe voorvallen komt xy, waer uyt men weet, dat de-ſelve

selve door de noyt-t'samen-komende bekent ghemaeckt konnen worden.

Als by voorbeeldt, in de Françe Geometrie van *Descartes* pag: 322. heeftmen $yy \propto -ac + ay + cy - \frac{c}{b}xy$, dese vergeleecken met $yy \propto -\frac{1}{4}ee + \frac{dgy}{f} - \frac{gxy}{f}$, so hebben wy hier dese drie Vergelijckinghen.

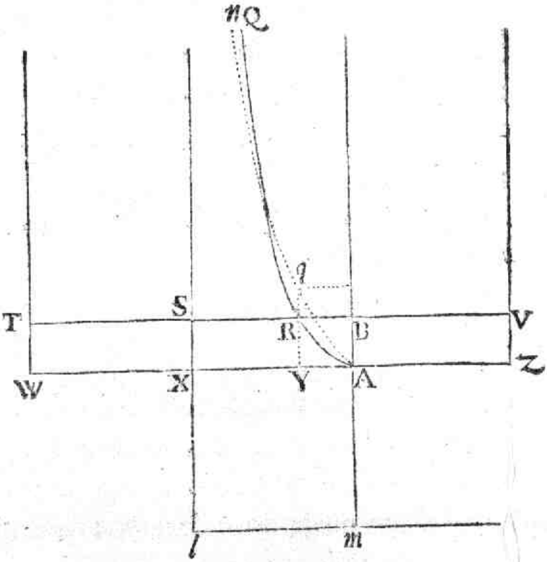
$\frac{c}{b} \propto \frac{g}{f}$ soo is $bg \propto cf$, dat is als BK, tot BC, of als f tot g, alsoo b tot c.

$a + c \propto \frac{dg}{f}$, so is BK tot BC, of f tot g, als KF $\propto d$ tot FI $\propto a + c$.

$ac \propto \frac{1}{4}ee$, of $ac \propto$ den rechthoeck BA, AC of $\propto$ den rechthoeck FG, GI, so is GI $\propto a$, en FG $\propto c$, en FM is dan $\propto b$, GM parallel zijnde met IK. De kromme linie van 't voorbeeldt pag: 135. kan mede door de noyt-t'samen-komende ghevonden worden, als volght:

Stelt RY $\propto z$, SR $\propto y$, TS $\propto$ SB $\propto$ BV $\propto$ AZ $\propto a$, soo is het parallelepipedum van de drie RY, SR en TR, zijnde $azy + zyy$ gelijck het parallelepipedum, van de drie RB, RV, en AZ, zijnde $2a^3 - 3aay + ayy$, so is $z \propto \frac{2a^3 - 3aay + ayy}{ay + yy}$, divideert alles door $\frac{2a - y}{a + y}$, so komter $\frac{a + y}{2a - y}$ in $z \propto \frac{aa - ay}{y}$, stelt x in de plaets van $\frac{a + y}{2a - y}$ in z, soo heeftmen $x \propto \frac{aa - ay}{y}$ en $xy \propto aa - ay$, dit vergheleecken met $xy \propto mm - by$, komt $a \propto m$, en $a \propto b$, dit kan door Linien dan ontbonden worden als volght:

Maeckt



Maeckt X l ∞ X A, en lm evenwijdigh met X A, en dan tusſchen de noyt-t'ſamenkomende X l, en l m, deur 't punt A beſchreven den Hyperbole nqA. Voorts als $a+y$, tot $2a-y$, alſo x tot z, dat is als WY tot YZ, alſoo qY tot RY, ſoo is de begheerde kromme Linie QRA.

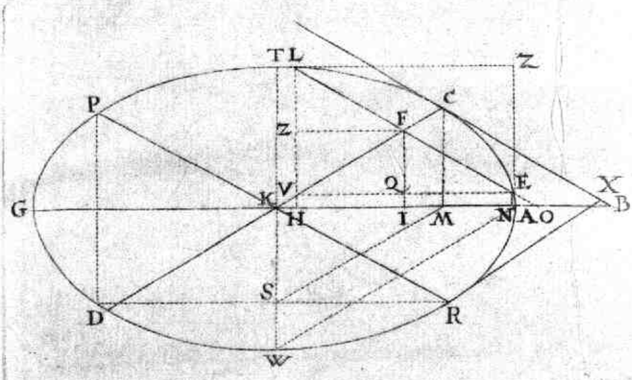
Wy maecken hier mede een eynde, van de plaetſen. Den Leerlingh ſal wel konnen bemercken, dat die van den Ellipſis, en die van den Hyperbole in alles over-een komen, en niet en verſcheelen dan in de teeckens + en —, alſo het onderſcheydt daer in alleen beſtaet, dat de dwerſche binnen den Ellipſis komt, en in den Hyperbole daer buyten, ſo dat men (wanneer men het voor den Ellipſis bereeckent heeft) maer $-q$, in de plaets van $+q$, en $+q$ in de plaets van $-q$, behoeft te ſtellen (ſoo heeft men het voor

voor den Hyperbole), qq moet niet verandert worden, om dat — met — gemultipliceert mede + maeckt, als by voorbeelt in den Ellipsis is gevondẽ $LC \propto x \propto d + \sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}yy - \frac{2br}{q}y - \frac{bbr}{q}}$, soo men dan $+ q$ in de plaets van $- q$ steldt, soo heeft men voor den Hyperbole $x \propto d + \sqrt{-\frac{1}{4}qr + \frac{r}{q}yy + \frac{2br}{q}y + \frac{bbr}{q}}$, en in beyde dese moet het punt A, tusschen L en 't Center komen, en alsoo met alle andere.

Besiet de Figuer, pag: 108.

TOE-GIFT.

IN de Grondt der Meet-konſt pag: 17, daer ick van de middel-linien in den Parabole gheſchreven hebbe wordt getoont, hoe men de rechte zijde kan vinden voor yder middel-lijn, ſoo men deſgelijcks de dwerſche en rechte zijde begheert te vinden van den Ellipſis, ſoo is pag: 30. ghevonden $x \propto \sqrt{\frac{racc - qbbcc}{qa}}$ voor FQ, wanneer men dan KF of b, ſtelt $\propto 0$, ſoo heeft men KS of $x \propto \sqrt{\frac{rcc}{q}}$. Dat is als $\sqrt{q}$ tot $\sqrt{r}$,



alſoo KM tot KS, ofte als AK tot KM alſo KW tot KS, dan als CM $\propto n$, tot MB $\propto \frac{a}{c}$, alſo KS $\propto x$ tot SR $\propto \frac{ax}{cn}$, addeert het vierkant op KS tot 'et vierkant op SR, komt het vierkant op KR $\propto \frac{aaxx}{ccnn} + xx$, doet de xx wech komt KR $\propto \sqrt{\frac{aar}{qnn} + \frac{rcc}{q}}$, ſteldt $\frac{1}{4}qq - qy + yy$ in de plaets van cc,

$qry-$

$\frac{qry - ryy}{q}$, in de plaets van nn, en $qy - yy$ in de plaets van a, komt KR ∞ $\sqrt{qy - yy + \frac{1}{4}qr - ry + \frac{r}{q}yy}$, KC is ∞ $\sqrt{cc + nn}$, so komt KC ∞ $\sqrt{+\frac{1}{4}qq - qy + yy + ry - \frac{r}{q}yy}$, so is dan de dwersche DC ∞ $\sqrt{qq - 4qy + 4yy + 4ry - 4\frac{r}{q}yy}$ en de rechte zijde ∞ $\frac{4qy - 4yy + qr - 4ry + 4\frac{r}{q}yy}{\sqrt{qq - 4qy + 4yy + 4ry - 4\frac{r}{q}yy}}$,

De diametri conjugatæ, of de ordentlijcke middel-linien zijn dan

$\sqrt{qq - 4qy + 4yy + 4ry - 4\frac{r}{q}yy}$ de dwersche

$\sqrt{qr + 4qy - 4yy - 4ry + 4\frac{r}{q}yy}$ de ordentlijcke middel-lijn.

De somme der vierkanten op dese middel-lijnen is $\infty qq + qr$, waer uyt volght, dat de somme der vierkanten, op alle de Diametri conjugatæ malkander gheliick zijn. Anders: so men stelt KM ∞z, dan is MC ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}zz}$, addeert de vierkanten op KM en MC t'saemen uyt de som den vierkant-wortel, komt KC ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qr - \frac{r}{q}zz + zz}$. Nu als KA $\infty \frac{1}{2}q$ tot KW ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qr}$, alsoo KM ∞z, tot $\sqrt{\frac{r}{q}zz}$ voor KS, so is SR ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qq - zz}$, en KR ∞ $\sqrt{\frac{1}{4}qq - zz + \frac{r}{q}zz}$.

Het vierkant op CM is dan ∞ den rechthoeck op TS, SW, ende den rechthoeck GM, MA ∞ het vierkant op SR. KB doet $\frac{\frac{1}{4}qq}{z}$ dat is als KM tot KA, alsoo KA tot KB, multipliceert KB ∞ $\frac{\frac{1}{4}qq}{z}$ met KS ∞ $\sqrt{\frac{r}{q}zz}$, komt het parallelegram KCXR ∞ $\sqrt{\frac{1}{16}q^3r}$, ende soo veel salder mede komen wanneer men KT multipliceert met KA, waer uyt volght dat alle de parallelegrammen die inden Ellipſis aldus beſchreven worden malkander ghelijck zijn.

Wanneer 't voor valt dat K M is ∞ M B, dan is over-al het vierkant op F E ghelijck den rechthoeck D F, F C, ghelijck het in een rondt doet, 't welck gheſchiedt wanneer C D is ∞ P R, te weten:

$$\begin{array}{ll} qq - 4qy + 4yy & \infty\; qr + 4qy - 4yy \\ \quad + 4ry - 4\frac{r}{q}yy & \qquad - 4ry + 4\frac{r}{q}yy \end{array}$$

ſo is $q^3 - qqr \infty + 8qqy - 8qyy$, dit divideert aen wederzijdē
$$- 8qry + 8ryy$$

door $8q - 8r$, komt $\frac{1}{8}qq \infty qy - yy$, ſoo is

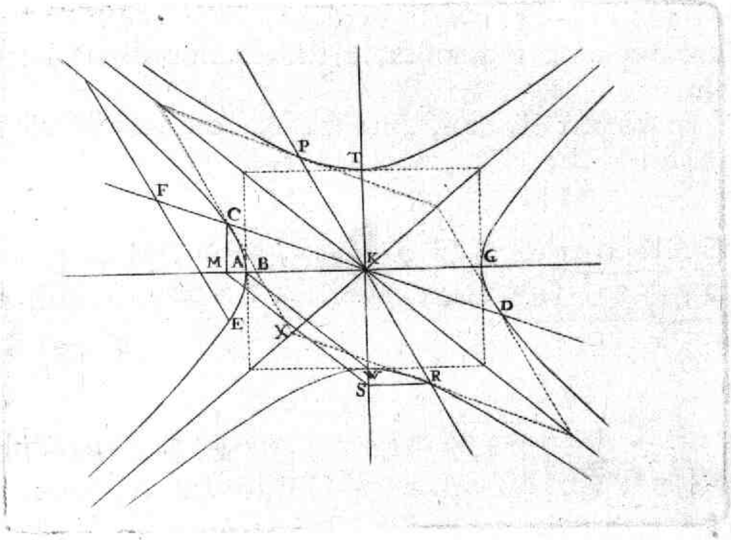
$y \infty \frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{8}qq}$, voor G M

en $y \infty \frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{8}qq}$, voor M A, ſoo is K M ∞ $\sqrt{\frac{1}{8}qq}$, dat is, dat 'et vierkant op K A, is dubbelt van 't vierkant op K M, en dan ſal K C zijn ∞ $\sqrt{\frac{1}{8}qr + \frac{1}{8}qq}$, dat is het vierkant op K C, is de helft van de twee vierkanten op K T en K A, dan is K S ∞ $\sqrt{\frac{1}{8}qr}$, dat is het vierkant op K S, is de helft van 't vierkant op K W. Volght een Werckſtuck.

Van deſen Ellipſis is den langhſten middel-lijn G A ∞ 6, den kortſten T W ∞ 4, en van den middel-lijn C D, is den rechthoeck D F, F C, tot 'et vierkant op de ordentlijcke E F, als 3 tot 2, men vraeght naer de lenghte G M of M A. Antwoordt GM, $3 + \sqrt{6\frac{21}{25}}$, en M A, $3 - \sqrt{6\frac{21}{25}}$.

Om in den Hyperbole alle de Diametri conjugatæ te vinden, ſo moet men bemercken dat in den Hyperbole de dwerſche komt buyten de Keghel-ſneede, contrarie den Ellipſis, en daerom moet men over-al $-q$ ſtellen in de plaets van $+q$, en $+q$ in de plaets van $-q$, maer qq moet niet verander worden om dat $-$ met $-$ ghemultipliceert mede $+$ maeckt, ſoo heeft men

voor



voor CD de dwersche $\sqrt{qq + 4qy + 4yy + 4ry + 4\frac{r}{q}yy}$

en voor PR de ordentlijcke middellijn $\sqrt{-qr - 4qy - 4yy - 4ry - 4\frac{r}{q}yy}$

dat is om dat de selve buyten de Keghel-sneede valt

$$\infty \sqrt{qr + 4qy + 4yy + 4ry + 4\frac{r}{q}yy}.$$

De rechte zijde is dan ghelijck

$$\frac{4qy + 4yy + qr + 4ry + 4\frac{r}{q}yy}{\sqrt{qq + 4qy + 4yy + 4ry + 4\frac{r}{q}yy}}$$

So is dan den rechthoeck DF, FC, tot 'et vierkant op FE, als 't vierkant op CD tot 'et vierkant op PR.

De differentie der vierkanten op de ordentlijcke middel-linien is dan $\infty\ qq - qr$, waer uyt volght, dat de differentie der vierkanten op alle de ordentlijcke middel-linien malkander ghelijck zijn.

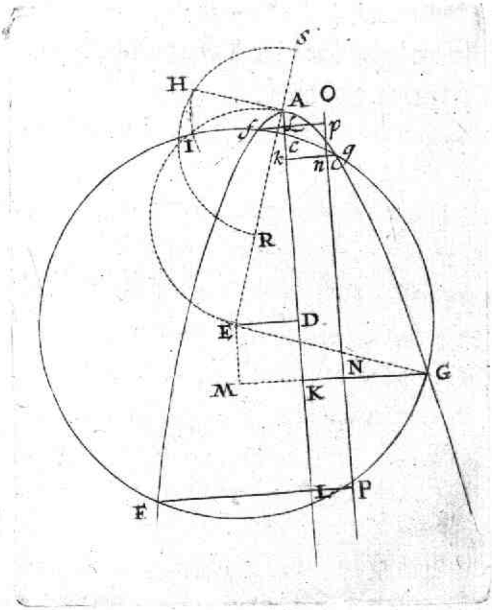
En wanneer q is $\infty\ r$, dan zijn alle de ordentlijcke middel-linien malkander gelijck, maer anders altijdt ongelijck. Anders: ſoo men KM ſteldt $\infty\ z$, dan is MC $\infty \sqrt{\frac{r}{q}zz - \frac{1}{4}qr}$. Nu als AK $\infty\ \frac{1}{2}q$ tot KW $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qr}$, alſoo KM $\infty\ z$, tot KS $\infty \sqrt{\frac{r}{q}zz}$. En wanneer men ſteldt KS $\infty\ x$, dan is SR $\infty \sqrt{\frac{q}{r}xx - \frac{1}{4}qq}$, ſteldt $\frac{r}{q}zz$ in de plaets van xx, komt SR $\infty \sqrt{zz - \frac{1}{4}qq}$ ſoo is CK $\infty \sqrt{zz + \frac{r}{q}zz - \frac{1}{4}qr}$, KR $\infty \sqrt{zz + \frac{r}{q}zz - \frac{1}{4}qq}$, en z is dan $\infty\ y + \frac{1}{2}q$. Den rechthoeck TS, SW is ∞ het vierkant op CM, en den rechthoeck GM, MA ∞ het vierkant op SR. Treckt AB $\infty \frac{\frac{1}{2}qy}{\frac{1}{2}q + y}$ van AK $\infty\ \frac{1}{2}q$ reſt BK $\infty \frac{\frac{1}{4}qq}{\frac{1}{2}q + y}$ ofte $\frac{\frac{1}{4}qq}{z}$.

Multipliceert KB met KS $\infty \sqrt{\frac{r}{q}zz}$, komt het parallelegram KCXR $\infty \sqrt{\frac{1}{16}q^3r}$, en ſo veel ſalder mede komen wanneer men AK $\infty\ \frac{1}{2}q$ multipliceert met KW $\infty \sqrt{\frac{1}{4}qr}$, waer uyt volght dat alle de parallelegrammen die aldus in den Hyperbole beſchreven worden malkander gelijck zijn.

In 't beſluyt van de Grondt der Meet-konſt pag: 56, wordt gevonden, hoe men een verghelijckingh van drie of vier Dimenſien, van welck de tweede term ontbreeckt kan ontbinden door een Parabole en een rondt. Maer ſoo men dat begeerde te doen, ſonder dat de tweede term ontbreeckt, dan ſou m'er noch een quantiteyt om te vinden moeten by voegen, om datter dan noch een vergelijckingh meer komt, gelijck hier volght.

Treckt evenwijdigh met den aſs noch een linie als OP, ſteldt KN $\infty\ d$, en NG $\infty\ z$, ſo is KG $\infty\ x\ \infty\ d + z$, dit ſteldt in de

plaets



plaets van x, 't vierkant in de plaets van xx, en so voorts (maer wanneer K is tusschen N en G, dan stelt men $z-d$ in de plaets van x) soo bekomt men voor

$$\begin{array}{llll} x^4 \; * & -2abxx & +2aafx & +aabb \;\infty\; 0 \\ & +aaxx & & +aaff \\ & & & -aahh \end{array}$$

dese volghende vergheliјckingh.

$$\begin{array}{lllll} z^4+4dz^3 & +6ddzz & +4d^3z & + \quad d^4 \;\infty\; 0 \\ & +aazz & +2aadz & +aadd \\ & -2abzz & -4abdz & -2abdd \\ & & +2aafz & +2aadf \\ & & & +aabb \\ & & & +aaff \\ & & & -aahh. \end{array}$$

Soo

Soo men dan heeft $z^4 + pz^3 - aqzz + aarz + a^3 s \infty 0$, ſoo zijnder deſe volghende vier Verghelijckinghen.

$p \infty 4\,d$, ſoo is $\frac{1}{4}p \infty d$.

$-aq \infty 6dd + aa - 2ab$, doet de d wech, komt $b \infty \frac{3pp}{16a} + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}q$.

$aar \infty 4d^3 + 2aad - 4abd + 2aaf$, doet de d en b wech, komt $f \infty \frac{1}{2}r + \frac{p^3}{16aa} + \frac{pq}{4a}$.

$a^3 s \infty d^4 + aadd - 2abdd + 2aadf + aabb + aaff - aahh$, ſoo is $as - \frac{d^4}{aa} - dd + 2\frac{bdd}{a} - 2df \infty bb + ff - hh$, dat is ∞ het vierkant van de linie A I, de weerde van d, b, en f zijn ghevonden, ſoo zijn dan N G, ng, de waere wortelen, en de valſche F P, fp.

Sooder komt $-p$ dan ſteldt men over-al $-p$ in de plaets van $+p$, ende de linie O P, komt dan aen de andere zijde van den aſs, ſooder komt $+q$, dan ſteldt men over-al $+q$ in de plaets van $-q$, en $-q$ in de plaets van $+q$, ſooder komt $-r$, dan ſteldt men $-r$ in de plaets van $+r$, en ſooder komt $-s$, dan ſteldt men $-s$ in de plaets van $+s$.

Wanneer de leſte term s is $\infty 0$, dan komt de linie O P in 't punt van de deurſnijdinghe g, 't welck betoont dat de vergelijckingh maer drie Dimenſien heeft.

In 't beſluyt van de Gront der Meet-konſt pag: 58, is een reecken-fout op lin 5, alwaer ſtaet $\frac{2kfll}{mm}x$, 't welck weſen moet $\frac{4kfll}{mm}x$, ſoo datter verſcheyden fouten uyt gheſproten zijn, en men moet pag: 59, ſtellen: de rechte zijde $\dfrac{\frac{4rr}{pp} + 4s}{\frac{2r}{p} + \frac{1}{4}pp + q}$,

CD $\infty \frac{l+1}{l}\sqrt{\frac{4rr}{p} + s}$, CR $\infty \frac{lr+r}{pl} - \frac{1}{4}$, $k \infty \frac{rm}{pl}$.

In de Stel-konſt pag: 47. is mede een ſchrijf-fout, op lin 24, alwaer

alwaer ſtaet, geen termen ontbroocken hebben, 't welck weſen moet, gheen ingebeelde wortels zijn.

Soo men in 't beſluyt van de Grondt der Meet-konſt pag: 59, begheerde een vergelijckingh van vier Dimenſien, door een gegheven Hyperbole, (dat is een Hyperbole van welck a en l beyde gegheven zijn,) en een rondt te ontbinden, dan ſoude de uytwerckingh die aldaer ghedaen is, niet konnen dienen, om datter dan een verghelijckingh te veel komt, want daer zijn vier Verghelijckinghen, en dan ſoudend'er niet meer dan drie onbekende quantiteyten zijn, te weten f, k, en n, ſoo dat het maer alleen ſoude konnen dienen in die verghelijckingh alwaer $-q$ komt ∞ $\frac{2kl}{m} + 4\frac{ffll}{mm} - 4\frac{nnla}{mm}$.

So men evenwel ſodanigen regel begeerde te vinden, dan ſoum'er noch een onbekende quantiteyt moeten by voeghen, als by voorbeeldt dat men ſteldt $x \infty y + d$, en dan over-al de x wech doet, ſoo krijght men in de plaets van

$$\begin{array}{llllll}
x^4 + 4\frac{fl}{m}x^3 & + \frac{2kl}{m}xx & + 4\frac{fkll}{mm}x & + \frac{kkll}{mm} & \infty\ 0 \\
 & + \frac{4ffll}{mm}xx & & - \frac{nnllaa}{mm} & \\
 & - \frac{4nnla}{mm}xx & & &
\end{array}$$

deſe volghende Verghelijckingh

$$\begin{array}{lllll}
y^4 + 4d\,y^3 & + 6\,dd\,yy & + 4\,d^3\,y & + d^4 & \infty\ 0, \\
+ 4\frac{fl}{m}y^3 & + 12\frac{dfl}{m}yy & + 12\frac{ddfl}{m}y & + 4\frac{d^3fl}{m} & \\
 & + 2\frac{kl}{m}yy & + 4\frac{dkl}{m}y & + 2\frac{ddkl}{m} & \\
 & + 4\frac{ffll}{mm}yy & + 8\frac{dffll}{mm}y & + 4\frac{ddffll}{mm} & \\
 & - 4\frac{nnla}{mm}yy & - 8\frac{dnnla}{mm}y & - 4\frac{ddnnla}{mm} & \\
 & & + 4\frac{kfll}{mm}y & + 4\frac{dkfll}{mm} & \\
 & & & + \frac{kkll}{mm} & \\
 & & & - \frac{nnllaa}{mm} &
\end{array}$$

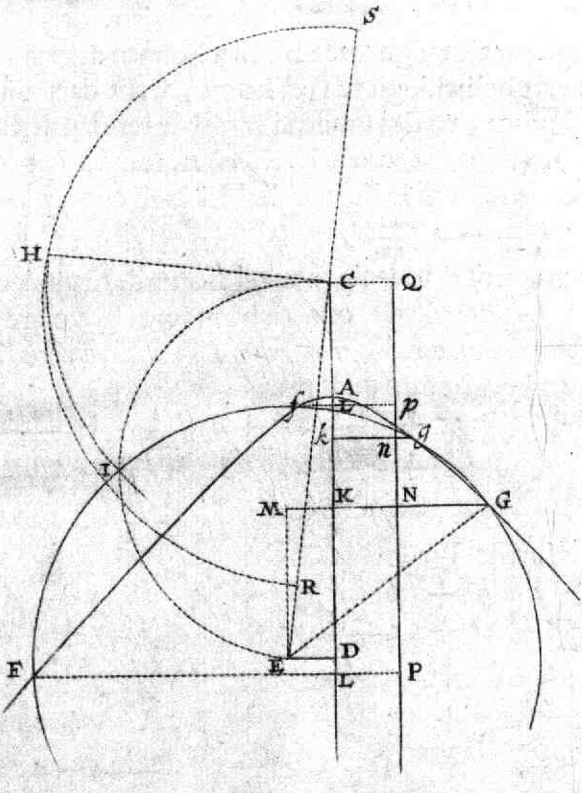
Soo men dan heeft $y^4 + py^3 - qyy + ry - s \infty 0$, dan

X

zijn-

zijn der vier Verghelijckinghen, en vier onbekende quantiteyten, te weten d, n, f, en k.

Deſe quantiteyten ghevonden hebbende, ſoo ſteldt $CQ \infty d$, $CD \infty n$, $DE \infty f$, en den half-middel-lijn des rondts $\infty\, b$,



want als k, bekendt is, dan is b, mede bekendt, alſoo k is ∞ $nn + ff - bb + \frac{1}{4}aa$, ſoo zijn NG, ng, de waere wortelen, en FP, fp, de valſche, en AC is $\infty\ \frac{1}{2}a$ de halve dwerſche.

De

De quantiteyten d, k, f, en n, worden ghevonden als volght:

In de eerste Verghelijckingh is $p \infty 4d + 4\frac{fl}{m}$, so komt $\frac{1}{4}p - \frac{fl}{m} \infty d$, doet in de andere drie verghelijckinghen over-al de d wech, soo heeft men

$$-q \infty \tfrac{3}{8}pp - 2\frac{ffll}{mm} + 2\frac{kl}{m} - 4\frac{nnla}{mm}, \text{ soo is } \frac{ffl}{m} + 2\frac{nna}{m} - \tfrac{1}{2}\frac{qm}{l} - \tfrac{3}{16}\frac{ppm}{l} \infty k.$$

$$+r \infty \tfrac{1}{16}p^3 - \frac{pffll}{mm} + \frac{pkl}{m} - \frac{2pnnla}{mm} + 8\frac{fllnna}{m^3}.$$

$$-s \infty \tfrac{1}{256}p^4 - \tfrac{1}{8}\frac{ppffll}{mm} + \tfrac{1}{8}\frac{ppkl}{m} - \tfrac{1}{4}\frac{ppnnla}{mm} + 2\frac{fllnna}{m^3} + \frac{kkll}{mm} - \frac{nnllaa}{mm} - 2\frac{kffl^3}{m^3} + \frac{f^4l^4}{m^4} - 4\frac{nnffl^3a}{m^4}.$$

Doet nu in de derde en vierde verghelijckingh de k wech, komt

$$+r \infty \frac{8fllnna}{m^3} - \tfrac{1}{2}pq - \tfrac{1}{8}p^3, \text{ soo is } \frac{\frac{1}{2}pqm^3 + \frac{1}{8}p^3m^3 + rm^3}{8llnna} \infty f.$$

$$-s \infty \tfrac{1}{4}qq + \tfrac{1}{8}ppq + \tfrac{1}{64}p^4 - 2\frac{qnnal}{mm} - \tfrac{3}{4}\frac{ppnnal}{mm} - 4\frac{nnffl^3a}{m^4} - \frac{nnllaa}{mm} + 4\frac{n^4aall}{m^4} + \frac{2pfllnna}{m^3}.$$

Dan doet in de vierde verghelijckingh de f wech, komt

$$-s \infty \tfrac{1}{4}ppq + \tfrac{3}{64}p^4 + \tfrac{1}{4}pr + \tfrac{1}{4}qq - \frac{\frac{1}{4}ppqqmm}{16lnna} - \frac{\frac{1}{8}p^4qmm}{16lnna} - \frac{pqrmm}{16lnna} - \frac{\frac{1}{64}p^6mm}{16lnna} - \frac{\frac{1}{4}p^3rmm}{16lnna} - \frac{rrmm}{16lnna} - \frac{2qnnal}{mm} - \frac{\frac{3}{4}ppnnal}{mm} - \frac{nnllaa}{mm} + \frac{4n^4aall}{m^4}.$$

Dit ghereduceert, komt

$$
\begin{array}{llll}
n^6 - \frac{1}{2}\frac{qmm}{al}\, n^4 & + \frac{1}{16}\frac{ppqm^4}{aall}\, nn & - \frac{1}{256}\frac{ppqqm^6}{l^3a^3} & \infty\ 0 \\
\quad - \frac{3}{16}\frac{ppmm}{al} & + \frac{3}{256}\frac{p^4m^4}{aall} & - \frac{1}{512}\frac{p^4qm^6}{l^3a^3} & \\
\quad - \frac{1}{4}mm & + \frac{1}{16}\frac{prm^4}{aall} & - \frac{1}{64}\frac{pqrm^6}{l^3a^3} & \\
 & + \frac{1}{16}\frac{qqm^4}{aall} & - \frac{1}{4096}\frac{p^6m^6}{l^3a^3} & \\
 & + \frac{1}{4}\frac{sm^4}{aall} & - \frac{1}{256}\frac{p^3rm^6}{l^3a^3} & \\
 & & - \frac{1}{64}\frac{rrm^6}{l^3a^3} &
\end{array}
$$

De weerde van n ghevonden hebbende ſoo is bekendt f, dan k, en d, de wortels van nn, konnen hier ghedivideert worden door $\frac{mm}{al}$, en dan kan noch de leſte term ſonder overſchot ghedivideert worden, door $\frac{1}{64}pp + \frac{1}{16}q, + \frac{1}{8}rp$, en daer ſal komen $-\frac{1}{64}p^4 - \frac{1}{16}ppq - \frac{1}{8}pr$.

Met de teeckens $+$ en $-$, gaet het als volght: Sooder quam $+s$, dan ſteldt men $+s$, in de plaets van $-s$, en $-s$ in de plaets van $+s$, ſooder komt $-r$, dan ſteldt men $-r$, in de plaets van $+r$, en $+r$ in de plaets van $-r$, 't vierkant van r blijft het ſelfde, om dat $-$ met $-$ ghemultipliceert $+$ maeckt, en alſo met de andere teeckens.

Wanneermen heeft $-p$, dan komt QP aen de ſlincker zijde van CD, en wanneer f doet een $-$ ghetal, dan ſteldt men DE aen de rechter zijde van CD.

Voorts wanneer eenighe term nul is, dat gheeft altijdt lichtigheydt, want in wat voor quantiteyt, ſoodanighen letter ghevonden wordt, ſoo doet de ſelfde mede nul. Ghelijck ſoo men ſteldt dat de tweede term p is $\propto 0$, ſo heeft men $-\frac{fl}{m} \propto d$, dat is QP aen de ſlincker zijde van CD.

$$\frac{ffl}{m} + \frac{2nna}{m} - \frac{1}{2}\frac{qm}{l} \propto k. \qquad \frac{rm^3}{8llma} \propto f.$$

$$\begin{array}{llll} n^6 - \frac{1}{2}\frac{qmm}{al}n^4 & + \frac{1}{16}\frac{qqm^4}{aall}nn & - \frac{1}{64}\frac{rrm^6}{a^3l^3} \propto 0, \\ \quad - \frac{1}{4}mm & + \frac{1}{4}\frac{sm^4}{aall} & \end{array}$$

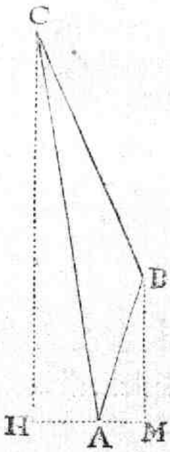
en alſoo met andere.

Volght tot beſluyt een Werck-ſtuck.

Op de Noorder-polus hooghte van 52 graden 20 minuten, de Son ghedeclineert zijnde noordelijck 20 graden, begheere ick perpendiculaer op te rechten, op een waterpas veldt drie Stocken A, B, en

B, en C, van welcke A langh sal zijn 10 *voeten, soodanigh dat op dien selfden dagh, het uyterste der schaduwe van den stock A passeere door de punten B en C, die van den stock B, door de punten A en C, en die van den stock C, door de punten A en B, men vraeght hoe langh de stocken B en C sullen moeten zijn, mede hoe verre en op wat streeck de stocken van malkander moeten staen.*

Antwoordt. Dit Werck-stuck kan veelderley uytkomsten hebben, van welcke hier driederley volgen.



Ten eersten, De lenghte der stocken B, 2. 008 voeten, en C 19. 874 voeten. Wanneer HAM de middagh-linie is, dan doet HA 5. 201 voeten, AM 4. 210 voeten. De rechthoeckighe Linien HC 30. 416 voeten, en BM 11. 259 voeten.

Ten tweeden, De lenghte der stocken B, 1. 794 voeten, en C 15 voeten. Wanneer HAM de middagh-linie is, dan doet HA 2. 634, en AM 4. 323 voeten. De rechthoeckighe Linien HC 25. 859 voeten, en BM 10. 915 voeten.

Ten derden, De lenghte der stocken B 1. 488 voeten, en C 10 voeten, wanneer HAM de middagh-linie is, dan doet HA 0, en AM 4. 484 voeten. De rechthoeckighe Linien HC, 20. 873 voeten, en BM, 10. 436 voeten.

1900380

Fouten te verbeteren.

PAg. 13, lin. 9, ſtaet *dan*, leeſt, *dat*. Pag. 18, lin. 17, ſtaet D E, leeſt C E. Pag. 24, moet d'eerſte Figuer de tweede zijn. Pag. 43, lin. 5, ſtaet *laeter*, leeſt *laet*. Pag 84, lin. 4, ontbreeckt, *en dat de raeck-punten M en F met 't center D in een rechte linie zijn*. Pag. 87, lin. 19 en 20, ſtaet $\frac{1}{16}\frac{a^4}{bb}$, leeſt $\frac{1}{64}\frac{a^4}{bb}$. Pag. 92, lin. 16, ſtaet *gedivideer*, leeſt *gedivideert*. Pag. 138, lin. 10, ſtaet *van*, leeſt *vanden*. Pag. 156, lin. 28, ſtaet *verander*, leeſt *verandert*. De reſt van de fouten die daer-en-boven bevonden worden, kan yder voor hem ſelfs verbeteren.

Men moet bemercken dat pag. 8, lin. 11 en 27 ſtaet *grooter*, dat is te verſtaen *niet minder*. Pag. 20, lin. 13, pag. 21, lin. 19, ſtaet *minder*, dat is te verſtaen *niet meerder*, en alſoo op andere plaetſen.

TE HAERLEM,

Gedruckt by *Iſaac van Wesbuſch*, Boeck-drucker in de korte Zijl-ſtraet, inde groote Druckery, ANNO 1663.