Medulla algebrae, of 't merg der stel-konst

MEDULLA ALGEBRÆ,

Of 't Merg der

STEL-KONST,

DOOR

MATHEUS SOETEN,

Mr. Wiskonstenaar.

EERSTE DEEL.

TOT AMSTERDAM,

By JAN TEN HOORN, Boekverkooper over 't Oude Heere Logement, in de Historieschryver. 1702.

AAN DEN
Achtbaaren doorzichtigen Heer,
den HEER
BERNHARDUS NIEUWENTIIT.
Borgermeester der Stad Purmerend, Doctor der Geneeskunde, &c.

DE liefde, die MYN HEER door zyn uitgegeven Schriften, tot de voortzettinge der Wiskundige studien getoont heeft, doet my met vrymoedigheid dit gering werkje, UE onderzoekinge onderwerpe, ik weet wel dat het zaake van Grooter belang behoorde te zyn, die uwe aanmerkingen zoude verdienen. Maar echter de beleeftheid, met welke U: E: my, schoon onbekent

be-

bejegende, wanneer ik de eerſtemaal het geluk had, van met U:E: aangaande deeze ſtoffe te redeneren, heeft my tegens alle aanmerkingen de oogen doen ſluiten, en de ſtoutheid gegeven. om dit tractaatje hoe gering het zy, U:E: goedkuring of verwerping te doen ondergaan. MYN HEER ik ben ſtout genoeg op uw beleeftheid, maar verzoek echter niets, als aanwyzinge van myne misgreepen, alzoo myn oogmerk niet anders is, als myn zelfs zoo wel als andere aan te moedigen, tot op bouw van deeze braaven wetenſchap, tot welker top niet is te komen, als door aanwyzingen van de onderlinge feylen, die deze of geene van de waare betrachters dier wetenſchap in hunne ſtellinge mochte begaan hebben. Dus

ſtreckt

ſtreckt den een zyn misgreep den andere tot een baake. GELEERDE HEER ik ken uw Edelmoedigheid, die niet anders bedoelt, als alleen de voortzetting van waarheid en wetenſchappen: die ook geen ſwarigheid maakt van iets 't geen U: E: in deeze wetenſchap mocht boven anderen bekendt zyn, aan de weereld kundig te maken dit heeftmy U: E: (omziende na een beſchermer van dit werkje) uit doen kiezen, als een van wiens Edelmoedige verdediging, in 't geene, in het welke ik de waarheid getroffen, of naukeurige aanwyzing van myne misſlagen in 't geene in het welke ik gedwaaldt mocht hebben, ik myn zelfs verzeekert houde. GELEERDE HEER ik zoude eerder uwe meening hier over afgebeeden

 heb-

hebben, indien ik het vermoeden gehad hadden, dat de drukker zoo vaardig met dit werkje zou voortgevaren hebben; maar hier door de tyd myn besnoeit zynde, hebbe ik deeze myne plicht niet konne waarnemen: waar over ik verschooning verzoeken. GELEERDE HEER ik zal myn wit getroffen hebben, indien dit werkje U: E: kan behaagen, en het zal my verder aan prikkelen om nog de een en d'andere verhandeling over deeze stoffe voor myne landsgenooten te doen het licht zien. Hier meede afbrekende, verblyve ik, na toewenzinge van een langdurige gesondheid tot verder opbouw van deeze brave wetenschap, GELEERDE HEER U: E: toegenegenste

DINAAR
MATHEUS SOETEN.

VOOR-

VOORREDEN

Aan den

Weetgierigen Leezer.

DAt de WISKONST, tot de menfchelyke t'zamenleeving, een der aldernoodzakelykfte konften is, blykt zeer klaar door de ondervinding, zo dat het overtollig zoude zyn, hier iets tot haare lof by te brengen, ja laat haare tegenfprekers hun maar erinneren 't geluk, 't gemak, en 't voordeel. dat zy daar door genieten, ik verzeker my, dat zy van deefe waarheid zullen overtuigt zyn. Want boven het geluk 't geen wy genieten door de zigtkunde, waar door de avond onzes tyds, (ik meene ons verduiftert gezigt) door behulp van brillen en kykglazen by ons een lichte dag blyft, en ons gezigt zoo zeer verklaart word, dat wy daar door befchouwen, het geene, daar wy met onze gedachten naaulyks konnen bykoomen, zo heeft deese wetenschap nog tot ons nut en gemak een by na oneyndige menigte van werktuigen, zo tot onderscheiding der tyden, als tot verzetting en heffing van buiten haar onmoogelyke swaarheden uitgevonden, en eyndelyk hebben de vruchtbarende harzenen door deese wetenschap de konst der zeevaard (na myn gevoelen) tot de hoogste trap gevoerdt, waar door dit ons land, en voornamentlyk deese onse stad, als een Pakhuis van alle de schatten des werelds is geworden. Maar op dit laatste (te weten de zeevaard) schynen mynen landsgenooten alleen zo zeer toegelegt te hebben, dat zy 't voornaamste te weeten de Stelkonst Algebra by na niet of wynig voortgezet hebben.

De nalatentheid in 't voortzetten van de Stelkonst (die ik by na als de sleutel van alle dese brave uitvindingen, en andere wetenschappe achten) dacht ik te spruiten uit de moeyelykheid van de wyze van 't ontbinden der meetkonſtige vergelykingen; want ik beſpeurde, dat ik, als ik al door veel moeite, de betrekking der grootheden nageſpeurt en tot vergelyking gebracht had, nog beſet bleef met een groote menigte van gevallen en regelen om deze vergelykingen te ontbinden, buiten welke regelen ik niets konde doen, zo dat ik my genoodzaakt vond, om deeſe in myn zak te draagen, of in myn geheugen in te drukken, waar van myn 't laatſte by na ondoenlyk ſcheen, en 't eerſte laſtig en ſchandelyk: ik wende dierhalve alle vlyt aan, om na bekwaame middelen uit te zien. Maar ik vond in geen van allen de Nederduitſche Schryveren daar toe aanleyding, en de anderen waaren my onnut, alzoo ik niet als myn moeder taal verſtoud, 't gereedſte middel dan dat ik vond, waar 't ſterk beſchouwen van de vergelykingen, en te gelyk hoe ik die bekoomen had, hier door kwam my voort te binnen, dat als een vergelyking, uit twee anderen voortgekomen was, dat dan in ieder van deese nootzakelyk een wortel moest zyn, gelyk de begeerde; dit gaf my aanlyding om de bepaalde vergelykingen door 't middel van twee plaatzen te ontbinden, en doen bebemerkte ik dit ook te zyn waargenomen in de daar toe gegevene regels. Maar doen stond ik nog verleegen, om de plaatsen te ontbinden, dog vond na veel overdenkens deese middelen, die ik voorgenomen heb te verhandelen, ten eynde deese moeyelyke hinderpalen weggenomen zynde, den Leerling niet meer afgeschrikt, en den Liefhebberen gelegentheid gegeven mocht worden om tot hooger zaaken voort te gaan gelyk ik in de volgende deelen van dit werkje, als 't my de tyd toelaten zal van gedachten ben te doen, zullende daar in handelen op een gansch nieuwe, korte, en verstaanbaare wyze over 't vinden der Raaklynen, der grootsten en klynsten, der buigingen en der weeromkeeringen van de bochten der

krom-

kromme lynen, ook van 't vinden der krommen, die door de ſnydingen der weeromgekaatſte ſtraalen van 't licht gemaakt werden; als meede de maate van de kromliniſche effen en bultige vlaktens, en der lichchamen haar inhouden, ook haar ſwaarheids midſtippen, en de punten daar de ſlingerende lichchamen hun meeſte geweld oeffenen, op dat onſe ſpraake van wegen de rykdom van de daar in beſchreevene wetenſchappen te meerder mag geagt en bemindt werden.

Waarde konſtbeminners, ik hebbe voordachtelyk, buiten de konſtwoorden ook eenige andere onduitſche in myn werkje laaten invloeyen, om dat ik bevonden hebbe, dat deeſe algemeender bekent zyn, als de Nederduitſche, en inſonderheid by de vreemdelingen, die echter onſe ſpraak verſtaan.

Ik hebbe ook buiten het gemeen gebruik, dikwils tuſſchen de teller en de noemer van de breuken twee ſtippen of

puncpunčten geſtelt, en door een lyn booven hun te ſtellen, aangeweezene hoe ver de een en de andere gaat, zo dat het eeven veel is of ik $\overline{aa-bb}:c$. of dus $\frac{aa-bb}{c}$ en of ik $a^3:\overline{a-b}$ of dus $\frac{a^3}{a-b}$ ſchryve, en alzo ik door myne bezigheeden de misſtellingen zelve niet heb konne waarnemen, maar om de voorzichtigheid 't afgedrukte werk eens nageleeſen, heb ik in het zelve gevonden, dat zomtyds van deeſe punčten een, of beide uitgelaaten waaren, en deeſe door de pen willende laaten verbeeteren, bevond ik dat die op zommige blaaden wel ſtonden, waar door ik zag, dat dit by het drukken en niet by het zetten toegekomen was, en konde dierhalven my niet verzeekeren, of dit niet in de andere bladen kon kwalyk zyn op die plaatſen; daar het in 't blad dat ik geleezen had goed ſtond, ik verzoeke dierhalven een igelyk konſt beminder, dat hy hier op lette, dit in alle vergelykingen de leeden van eeven veel afmetingen moeten zyn, waar

door

door men lichtelyk zal konne zien of'er een deeling moet geſchieden, en gevolgelyk of daar twee punčten of niet ſtaan moeten. Dit waarnemende zult gy lichtelyk dit ſoort van miſlagen, zo ze UE. ontmoeten, ſonder die in een tafel aan te teekenen konnen verbeeteren, en myne meening verſtaan, en ik verzeekere den Leeſer, dat hy dit klyne werkjen door werkende, meerder zal gevordert zyn in de kenniſſe der STELKONST, als of hy alle de Nederduitſche ſchryveren van deeſe ſtoffe doorgeleezen had. Maar ik verzoeke ook een een igelyk, dat eer hy zig onderwind deeſe verhandeling te leeſen, hy hem eerſt bekwaam maakt, in de eerſte beginzelen der STELKONSTIGE MEETKONST, waar toe hy na zyn believen kan verkieſen de nieuwe ſtelkonſt van A. DE GRAAF van P. 44-52 of de Meetkonſt van G. KINKHUISEN van P: 6-15. daar na zult gy deeſe met nut konne gebruiken, en gy zult deeſe wyze van doen haaſt gewent

went zyn, en zeer licht en klaar bevinden, en met een u zelfs bekwaam gemaakt hebbe, om het geen ik nog (zo God my 't leeven ſpaart, en de luſt, die ik nog heb tot meerder voortzetting in deeſe wetenſchap, niet uit gedooft word) in 't licht meen te geeven, veel klaarder en onderſchydentlyker te bevatten. Gebruik dan Konſtlievende medebroeders dit werkje met zo veel vergenoeging, als ik het met vermaak geſchreeven hebbe.

IN-

INHOUD
DESES
BOEKS.

ME-

MEDULLA ALGEBRÆ, OF 't MERG DER STELKONST. EERSTE DEEL.

I. HOOFTSTUK.

Van de ontbindinge der simpele Æquatien. Dat is, 't vinden der Regt-Linise Plaatsen.

Definitie 1.

Q*uantiteyt* is de maat van eenige zaak, het zy dat die een lighaam, vlak, of lyn is.

Dese zyn *onveranderlijk*, of *veranderlijk*.

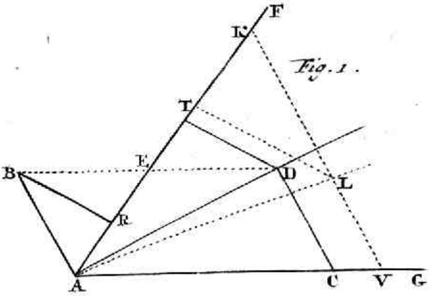


Fig. 1.

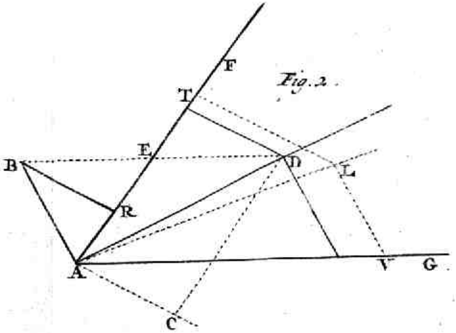


Fig. 2.

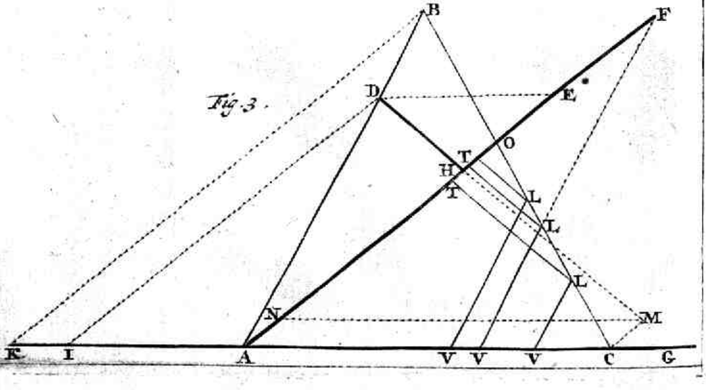


Fig. 3.

Definitie 2.

Onveranderlyke *Quantiteyten*, zyn die in een ſelfde geval altyd de zelfde blyven: *Als by voorbeeldt*, in de *Parabole* de regte zyde, en deſe zal ik altyd door een van de voorſte letteren van 't *Alphabeth* (als door *a*, *b*, of *c*,) uytdrucken.

Definitie 3.

De *Quantiteyten*, die in een zelfde geval kleynder, of grooter konnen zyn (en egter de waarheyt van de *Æquatie* vertoonen, by voorbeeldt den *Applicaat* in de *Parabole*) noem ik veranderlyke *Quantiteyten*, en zal die altyd door een van de laaſte letteren (als door *z*: *y*: *x* &c.) uytdrucken.

Deſe zyn Poſitive, Negative, en Relative Quantiteyten.

Definitie 4.

De grootheden, die met het teken + aengedaen zyn, noem ik *Poſitive*, om dat deze ſtelt hoeverre eenig punt over die zyde valt, daer het eerſt is onderſtelt geweeſt; en om dat de *Quantiteyten*, die met — aengedaen zyn, aentoonen, dat de Mate, die ſy uytdrukken, over de tegengeſtelde zyde moeten vallen, als zy eerſt onderſtelt waren, zoo noem ik

N° 2.

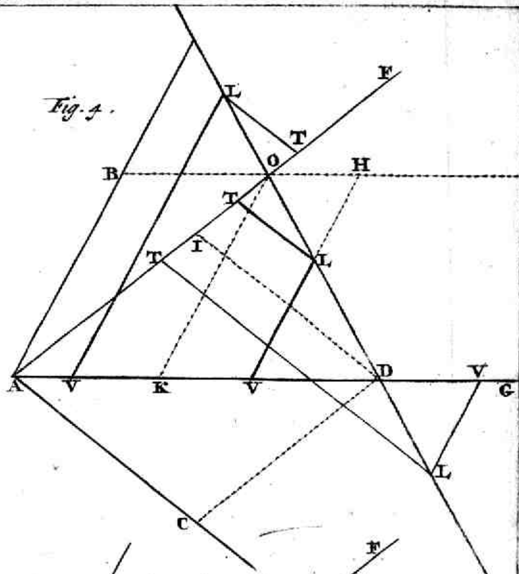


Fig. 4.

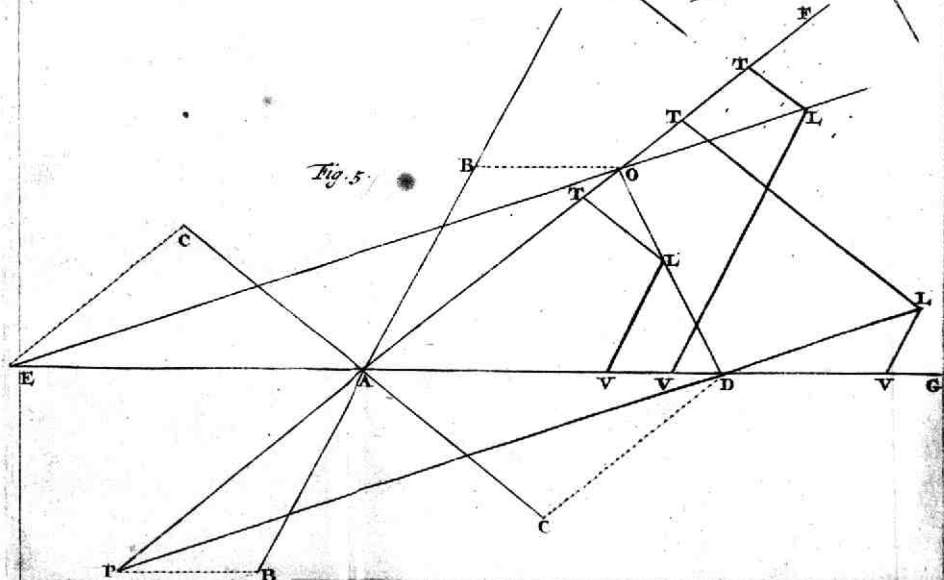


Fig. 5.

ik die *Negative* grootheden, als ontkennende dat zulk punt over die zyde, daer 't onderſtelt was; te vinden is.

Definitie 5.

Relative grootheden zyn zoodanige, welke; om haar oneyndige groot, of kleynheyt, niet konnen naa waerheyt vertoont werden; Maar alleen door de betrekkinge die zy onder malkanderen, of met andere hebben, begreepen worden.

Definitie 6.

Æquatie is een vergelykinge van *Quantiteyten* in zulker voegen te zamen geſtelt, dat eenige leeden van deze te ſamen, gelyk zyn aen de overige leeden des zelfs, of dit ganſche geſtel gelyk is aan nul.

Definitie 7.

De waarde van de veranderlyke *Quantiteyten* van een *Æquatie*, noemt men zyn *Radix*.

Definitie 8.

De *Æquatien* in welke maer eenderley ſoort van Veranderlyke *Quantiteyten* gevonden werden, noemt men bepaalde; om dat des zelfs *Radices* bepaald zyn.

N.º 3.

Fig. 6.

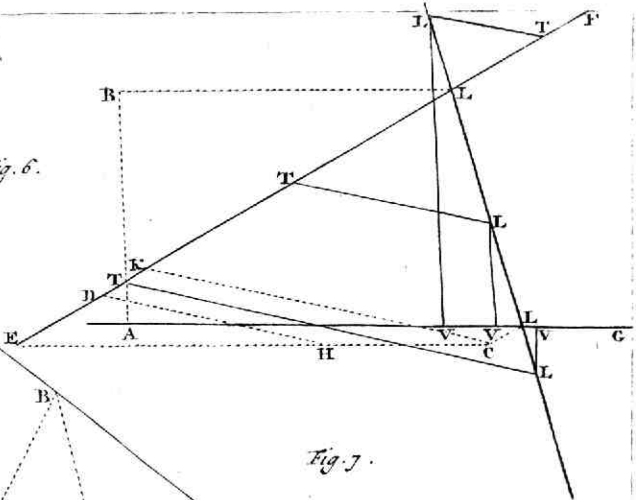


Fig. 7.

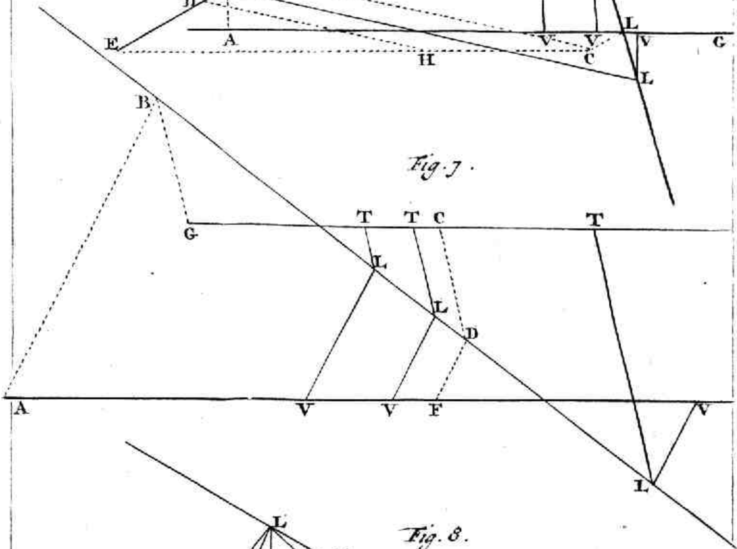
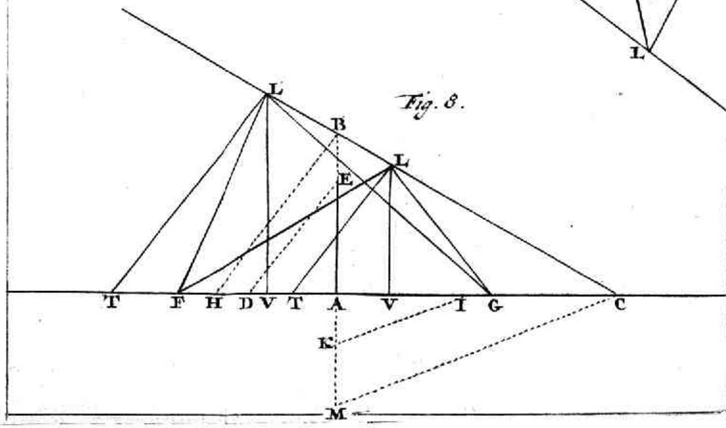


Fig. 8.



Definitie 9.

Maar alſer twee veranderlyke *Quantiteyten* in een *Æquatie* zyn , zoo noemt men die een Onbepaalde *Æquatie*; om dat in deze de *Radices* oneyndig veranderen.

Poſtulatum 1.

Als een Bepaalde *Quantiteyt* vermeenigvuldigt wert met nul , zoo is het *Product* gelyk aan nul.

Poſtulatum 2.

Een Oneyndige *Quantiteyt* is tot een Bepaalde *Quantiteyt*, als een Bepaalde *Quantiteyt* tot nul ; en omgekeert.

Corolarium.

Hier uyt volgd , dat een oneyndige *Quantiteyt* , en een *Bepaelde Quantiteyt* tot malkanderen onvergelykelyk zyn.

Scholium.

Hier uyt ziet men Klaarlyk, dat indien in een *Onbepaalde Æquatie* een der veranderlyke *Quantiteyten* oneyndig *geſupponeert* wert, dat dan alle de leden van de *Æquatie* , in welke deze *Quantiteyt* niet gevonden wert, als nul moeten geagt werden.

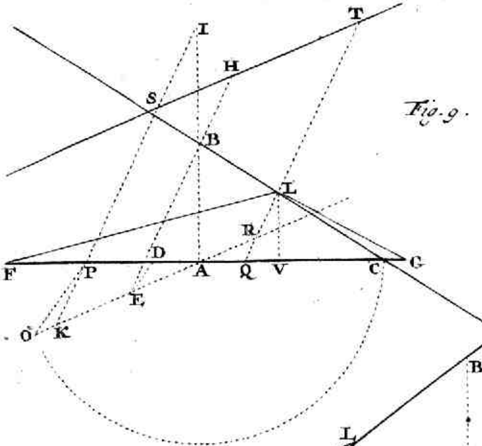


Fig. 9.

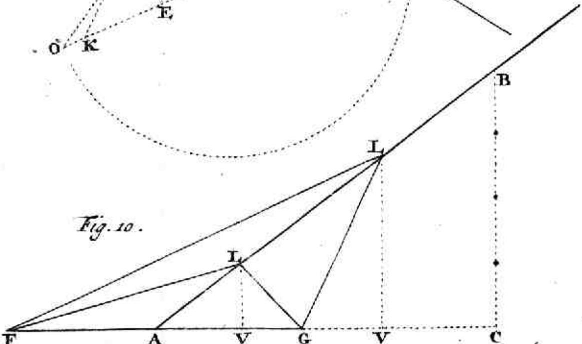


Fig. 10.

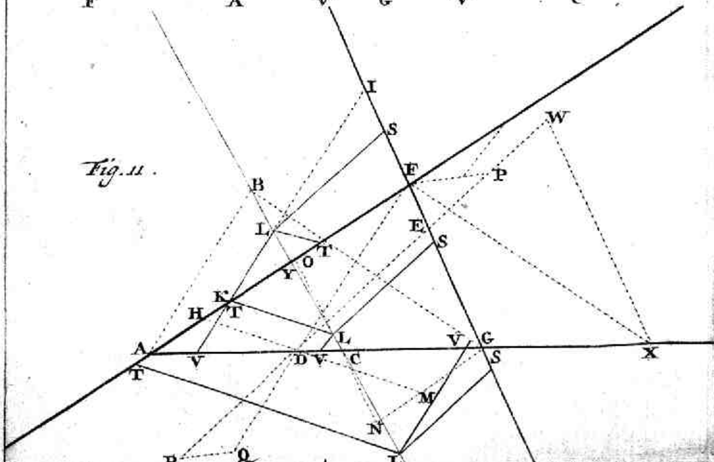


Fig. 11.

Axioma 1.

Van een onbepaalde *Æquatie* mag men een der veranderlyke *Quantiteyten* gelyk aen nul, oneyndig, of gelyk aan eenig bepaalde *Quantiteyt*, na believen, en naa gelegentheyt der *Æquatie* ſtellen.

Axioma 2.

Als van een onbepaalde Regte lyn twee Punten gegeven zyn, zoo is de plaats van de gantſche Regte lyn genoeg bepaald.

1e. *Berigt*.

Ik zal altyt *Supponeren* dat de *Poſitive* x, ter Regter zyde, en dat de *Negative* x, ter Lincker zyde van zyn oorſpronk zal vallen.

2e. *Berigt*.

En van gelycke met y, te weten, boven voor de *Poſitive* y; maar onder zyn oorſprong voor de *Negative* y,

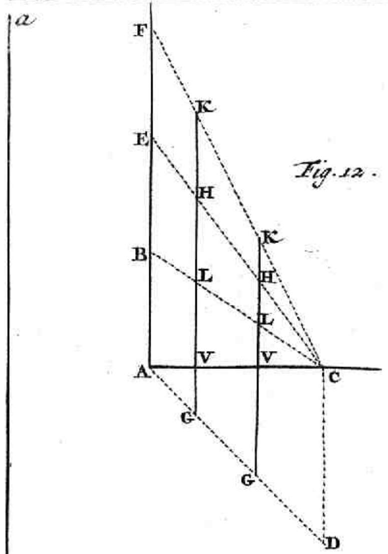
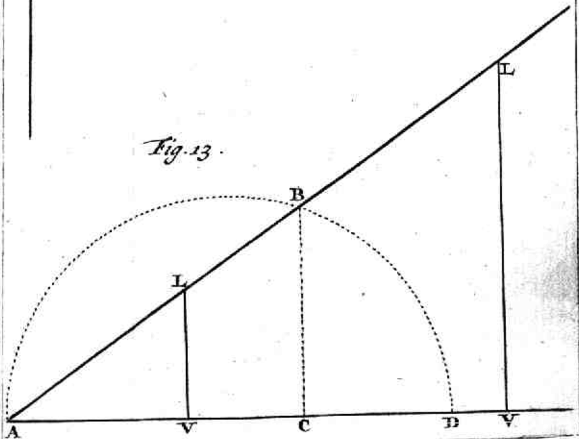


Fig. 12.

Fig. 13.



II. HOOFTSTUK.

Van 't gebruyk der Regte Lynen tot het Meetkonstig ontbinden der simpele Æquatien.

1e. VOORSTEL, 1e. *Problema*, *Fig.* 1. 2.

GEgeven zynde twee oneyndige Regte zamen komende lynnen AF en AG, het Punt L te vinden, zoodanig dat indien men trekt de Regte lynnen LV en LT (Bepalende met de gegevene AG en AF, de Hoeken LVG en LTF gelyk aen den gegevene Hoeken GAB en ARB,) dat die totmalkanderen een gegeven reden hebben als AB of r, tot BR of s.

Solutie. *Fig.* 1.

Trekt VK en LT evenwydig AB en BR, zoo zyn de Hoeken V en T als begeert is. Dan ſtelt AV $\propto x$, VL $\propto y$, en BE $\propto a$ evenwydig aan AG, dan is (om de gelykformigheid van de $\triangle^{en}$ BEA en VAK,)

BE tot AB als AV tot VK.

of $a \;.\; r \;=\!=\; x \;.\; rx:a \propto$ VK

$y \propto$ VL

Afgetogen ———

Reſt $rx-ay:a \propto$ LK

en

No. 6.

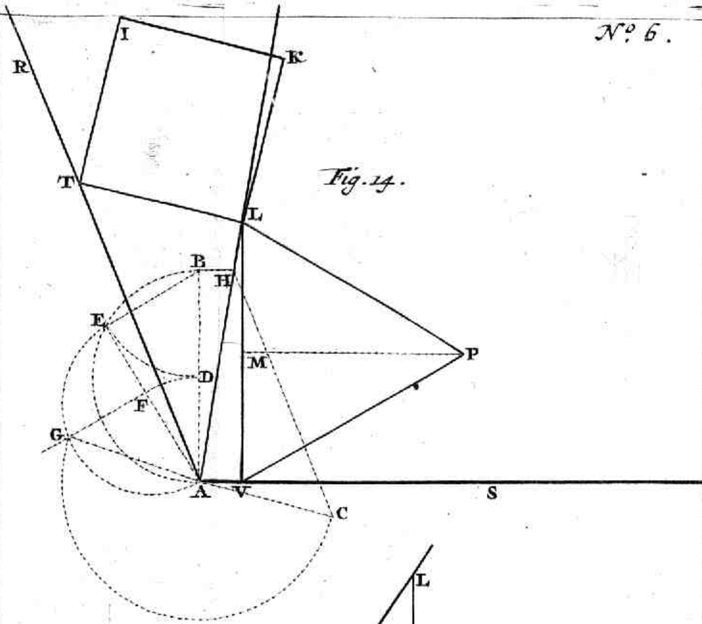


Fig. 14.

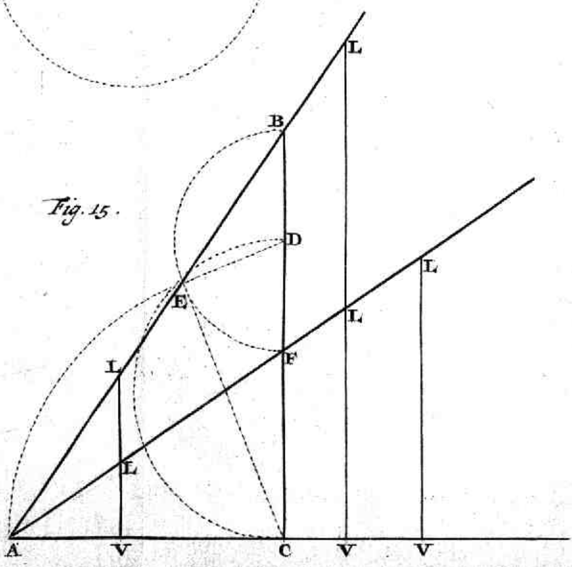


Fig. 15.

endewyl de $\triangle^{en}$ ABR, en KLT mede gelyk formig zyn, daarom is ook

AB tot BR als LK tot LT

of $r \,.\, s = rx - ay : a \,.\, rsx - asy : ar$

dan fegt VL tot LT als AB tot BR

of $y \,.\, rsx - asy : ar = r \,.\, s$ na 't begeerde komt $asy \propto rsx - asy$ ftellende $x \propto o$ (na de eerfte kunde) zoo is $y \propto o$, en overzulks is L in A. Dan ftelt $x \propto 2a \propto$ AC, zoo is $y \propto r \propto$ AB of CD, dies trekt AD, die is de oneyndige plaats voor het Punt L

Anders. Fig. 2.

Stelt LV $\propto x$, en LT $\propto y$.
zoo is AB tot BR als LT tot LV
of $r \,.\, s = y \,.\, x$ of $rx \propto ys$
dies ftelt naa 't 1e. *Axioma* $x \propto o$, zoo is $y \propto o$, en overzulkx is L als dan in A. Dan ftelt $x \propto s$, zo is $y \propto r$, dies maakt AC $\propto s$, *Parallel* met BR, dan trekt CD en BD *Parallel* met AF en AG, fnydende malkander in D, voorder trekt de oneyndige AD deze is de begeerde plaats voor het Punt L als boven.

2e. *VOORSTEL*, 2e. *Problema*, *Fig.* 3.

Den Hoeck FAG gegeven zynde, het Punt L te vinden, zoodanig, dat in dien

 men

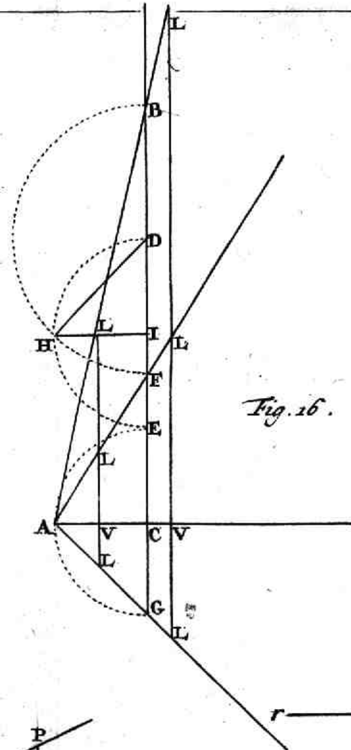


Fig. 16.

Fig. 17.

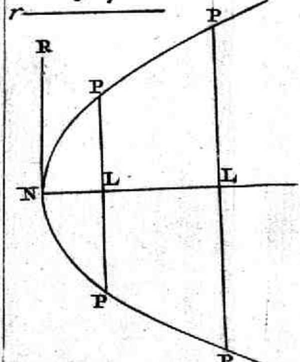
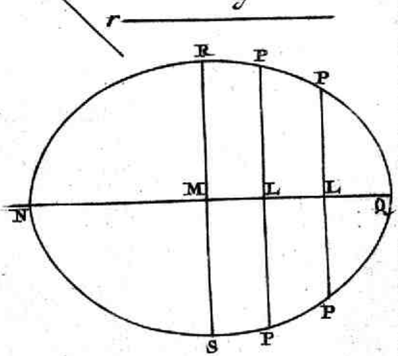


Fig. 18.



men trekt L V en L T (bepaelende met A G en A F, de Hoeken L V A, en L T A, gelyk aen de gegeve Hoeken D A I en D H F,) de ſom der zelvige gelyk is aen een gegeve Regte lyn A K ∞ b.

Solutie.

Trekt D E *Parallel* aan A G, (en ſtelt D E ∞ a A D ∞ r D H ∞ s A V ∞ x en V L ∞ y) dan zyn de △^en E D A en A V F ook H D A en T L F gelyk hoekigen: overſulks

is D E tot A D als RV tot VF
of $a \;.\; r = x \;.\; rx{:}a$ hier af
trekt y ∞ V L
Reſt L F ∞ $\overline{rx - ay}{:}a$

Dan ſegt A D tot D H als L F tot L T
of $r \;.\; s = \overline{rx - ay}{:}a \;.\; \overline{rsx - asy}{:}ar$
Hier toe vergaert L V ∞ y

Komt L V + L T gelyk A K of $\overline{rsx - asy + ary}{:}ar$ ∞ b, of $ary - asy$ ∞ $abr - rsx$, ſtelt x ∞ o of V in A, zo is y ∞ $br{:}\overline{r - s}$ ∞ A B dat is A I ∞ A D − D H tot A D als A K tot A B

of $r - s \;.\; r = b \;.\; br{:}\overline{r - s}$

dan ſtelt y ∞ o of L in A dan is $abr - rsx$ ∞ o of x ∞ $ab{:}s$ ∞ A C dies verlengt D H tot in M, zoo dat H M ∞ b is, dan trekt M N *Parallel* D E en M C *Parallel* A H, dan is

D H tot D E als H M tot A C ∞ M N
of $s \;.\; a = b \;.\; ab{:}s$ dat is te

zeg-

No. 8.

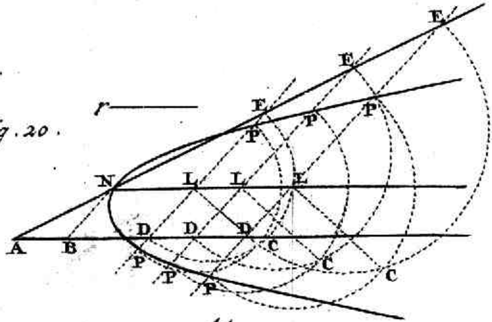


Fig. 20.

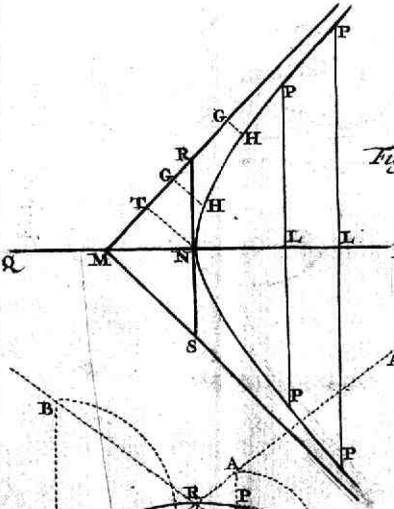


Fig. 19.

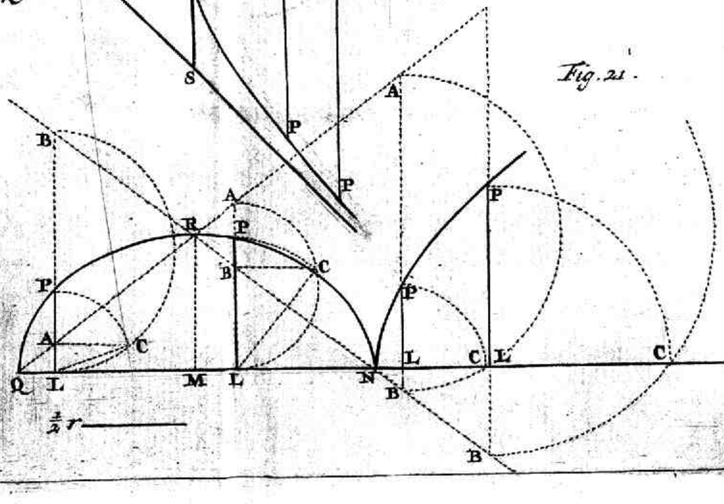


Fig. 21.

zeggen dat $x \propto AC$, als $y \propto o$ is, dan trekt CB snydende AF in O, zoo is de begeerde Plaats voor 't Punt L in CB van C tot O.

Anders, Het 3e. Problema Fig. 4.

Stelt $LT \propto x$, en $LV \propto y$ zoo is $x + y \propto b$, dan stelt $x \propto o$, zoo is $y \propto b$, voor AB opwaerts (met de gegeve Hoek) om dat men heeft $y \propto + b$, dan trekt BO *Parallel* met AG tot in AF, zoo is O een Punt van de Plaas van L, om dat L in AF valt, ter oorzake men $LT\,(x) \propto o$ gestelt heeft. En stellende $LV\,(y) \propto o$, of L in de lyn AG, zoo is $x \propto b$, dies maakt $AC \propto b$ (met de gegeven Hoek op AF) naa de Regterhandt, om dat men $x \propto + b$ heeft, dan CD *Parallel* aan AF, zoo is D meede een Punt van L, daarom trekt DO, deze is de begeerde Plaats voor L.

Betooging Fig. 4.

Verlengt BO en LV, tot datze malkanderen snyden in de Punten H, dan trekt OK en DI *Parallel* met AB en AC, zo zyn deze malkanderen gelyk, te weten elk gelyk b, en daarom is $LT \propto LH$ om datze tot malkanderen een zelve reden hebben als OK tot DI: ergo zoo is ook $LT + LV \propto LH + LV \propto HV$; maar HV is $\propto OK$ of $AB \propto b$ daarom is $LV + LT \propto b$

N° 9.

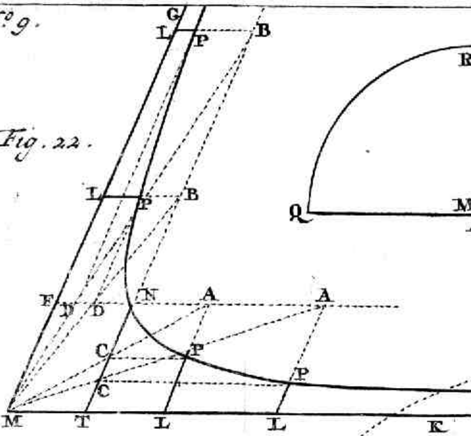


Fig. 22.

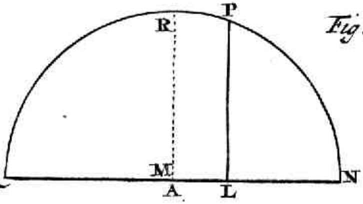


Fig. 24.

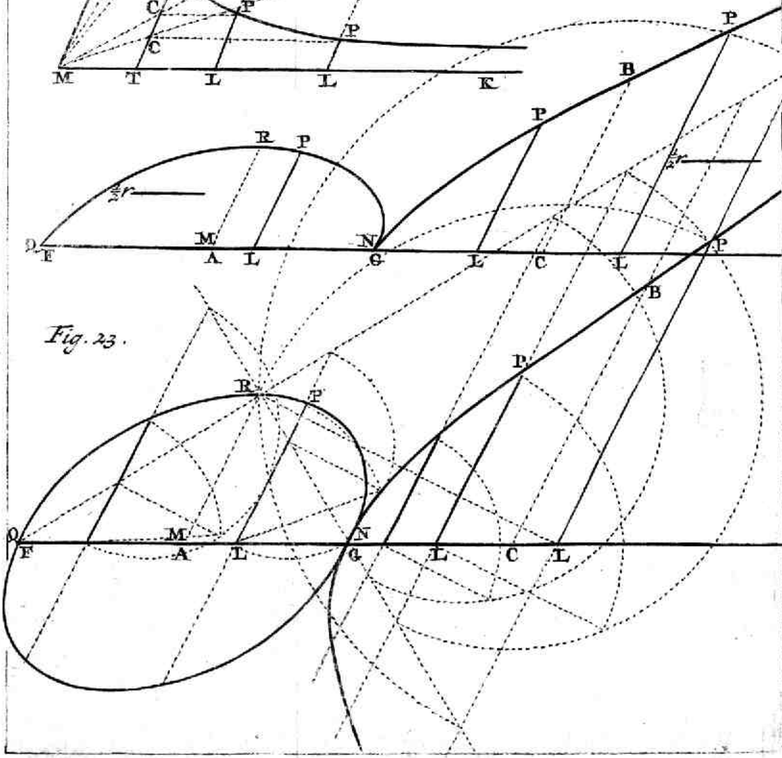


Fig. 23.

1^e. *Corollarium* *Fig.* 4.

Soo L in de verlengde DO aen O geſtelt wort, dat is alsmen ſtelt dat y grooter wort als b, zoo is x *Negatief*, terwyl die dan over de linker zyde van AF valt, en daarom is dan $LV - LT \infty HV \infty OK \infty b$, of $x - y \infty b$ zoo dat de oneyndige OL aen de zyde O, de plaats voor 't punt L zyn zoude, als men begeerde dat $LV - LT \infty b$ was.

2^e. *Corollarium* *Fig.* 4.

Maar als OD aen de zyde van D verlengt wort, zoo zal deze oneyndige DL aan D de plaas van L zyn, als men begeert, dat $LT - LV \infty b$ zal zyn, om dat dan LV aen de *contrarie* zyde van AG valt, dat is, om dat dan y *Negatief*, en x, grooter als b, is, en $LT - LV \infty DI$ is.

3^e. *Corollarium* *Fig.* 5.

Hier uyt is openbaar, dat, (indien men begeert, dat het punt L binnen den Hoek FAG zal vallen, en 't verſchil van LV en $LT \infty b$ zal zyn) men dan $AC \infty b$ naer de linkerhandt moet nemen (als in de 5^e. *Fig.*

om

N° 10.

Fig. 25.

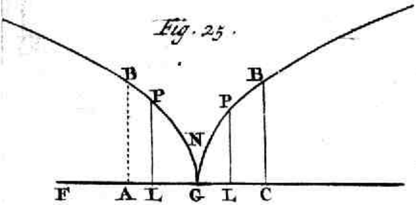


Fig. 26.

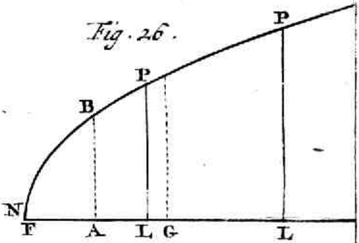


Fig. 27.

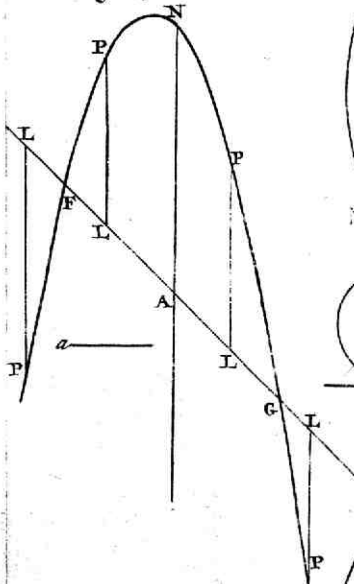
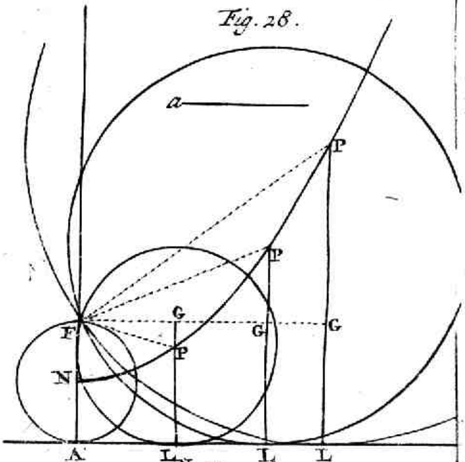


Fig. 28.



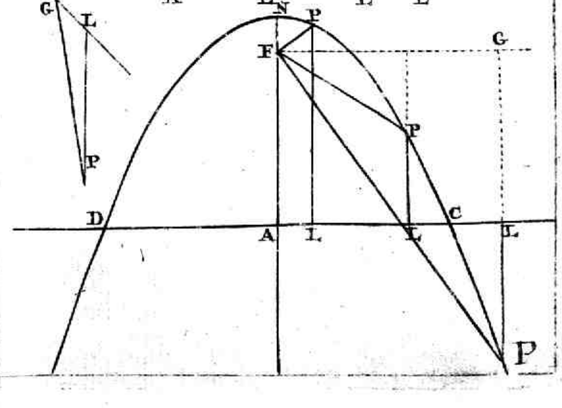


Fig. 29.

om dat in zoodanigen geval $x \propto -b$ is, als $y \propto o$ is, en dan CE *Parallel* AF trekkende tot in de verlengde van GA aen de zyde A, en dan de oneyndige EOL, zoo is de oneyndige OL de Plaas van L, binnen FAG, als men begeert dat LV−LT $\propto b$ zal zyn;

Maar als men begeert dat LT−LV $\propto b$ zal zyn, ſoo moet men AB $\propto b$ neerwaarts trekken, om dat dan $y \propto -b$ is, als men $x \propto o$ ſtelt, en dan BP evenwydig aen AG tot in de verlengde FA aen de zyde van A, dan trekt PDL oneyndig, zo is de oneyndige DL, de begeerde plaats voort punt L.

NB. de Punten O en D werden gevonden als in 't tweede voorſtel.

3e. *VOORSTEL*, 4e. *Problema Fig.* 6.

Twee lynnen AG en EF, by ſtelling gegeven zynde, 't Punt L te vinden, zoodanig, dat indien men uyt het zelve trekt twee lynnen als LT en LV tot de gegevene EF en AG met gegevene Hoeken als A en D, dat altyt LT tot de gegeve a−VL een gegeve reden zal hebben als r, tot s,

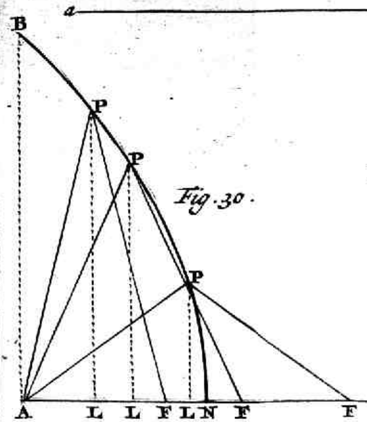


Fig. 30.

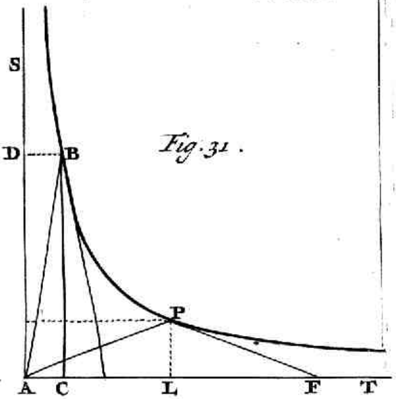


Fig. 31.

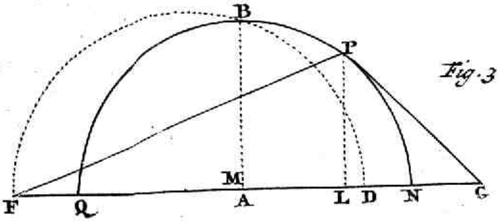


Fig. 32.

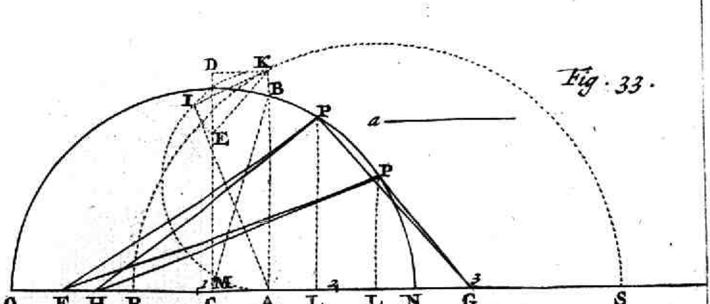


Fig. 33.

Solutie.

Stelt DH ꝏ a, EK ꝏ r, ED ꝏ s, LT ꝏ x en LV ꝏ y zoo is $x \,.\, a - y = r \,.\, s$ of sx ꝏ $ar - ry$, dan onderstelt dat L is in de lyn EF so is x ꝏ o en y ꝏ a voor AB opwaarts om dat $+ y$ ꝏ $+ a$ is, en trekt BL evenwydig met AG, tot dat die EF snydt in L, soo is dit een van de begeerde punten. Dan stelt y ꝏ o, of dat L in de lyn AG valt. Dan is x ꝏ $ar : s$, om de waarde van dese, x te vinden in de lyn AG
foo segt ED tot DH als EK tot KC
of $s \;.\; a = r \;.\; ar : s$, en trekken de CL *Parallel* aan EF, zoo is dit punt L mede een van de begeerde punten in de lyn AG, daarom trekt de oneyndige LL, snydende de lynnen EF en AG in de Punten L en L, dese is de begeerde plaats voor 't punt L; te weten tussen EF en AG, als $x \,.\, a - y = r \,.\, s$ is; maer boven EF als $x \,.\, y - a = r \,.\, s$, en onder AG als $x \,.\, a + y = r \,.\, s$ 'tgeen begeert wort.

NOTA, als men begeerde dat het punt L in alle 3 de gevallen tusschen EF en AG zoude blyven, zoo behoeft men maar AB of DH over de contrarie zyde te stellen, als in 't 3e. *Corol.* van 't 2e. *Problema* aangewezen is.

4. *VOOR-*

N°. 12.

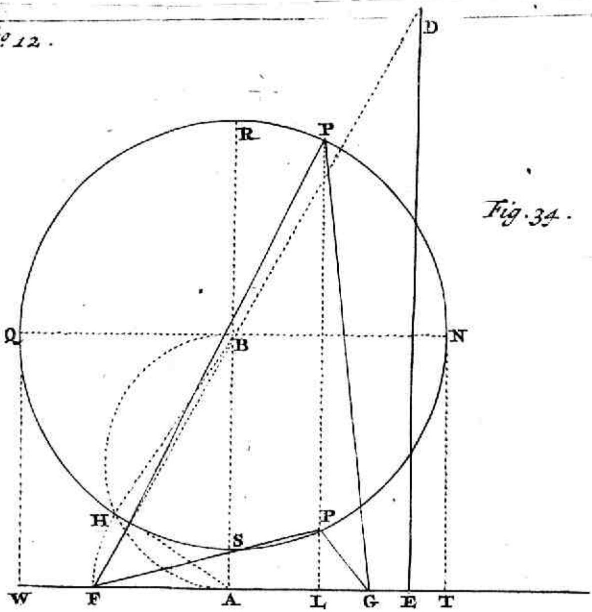
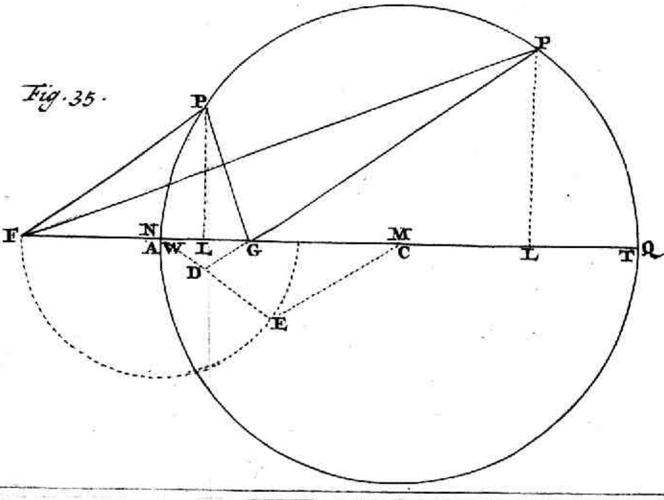


Fig. 34.

Fig. 35.



4e. *VOORSTEL*, 5e. *Problema, Fig.* 7.

Gegeven zynde twee oneyndige *Parallelis* regte lynnen A F en G C, Buyten de zelve het punt L te vinden, zoodanig, dat indien men trekt de lynnen L T en L V in gegeve hoeken tot de gegeve lynnen, dat altyt de afgesnedene stukken van de gegevene punten A en G, als A V en G T, tot malkanderen een gegeven reden hebben als *r*, tot *s*.

Solutie.

Stelt A V ∞ *x* G T ∞ *y* zoo is *r* . *s* ═══ *x* . *y* of *r y* ∞ *s x*, zoo men dan *x* ∞ *o* stelt, zoo is ook *y* ∞ *o* dat is, zoo men steld dat V in A valt zoo valt ook T in G, daarom trekt uyt de punten A en G met de gegevene hoeken de lynnen A B en G B ontmoetende malkander in B, soo is B het punt L, als *x* ∞ *o* is. Dan stelt *x* ∞ *r*, zoo is *y* ∞ *s*. Dies maakt A F ∞ *r*, en G C ∞ *s*, en trekt F D en C D, *Parallel* aan A B en G B tot dat die malkanderen ontmoeten in D, so is D mede een der begeerde punten, daarom trekt B D weder zyds oneyndig, dan is dese oneyndige B D de begeerde plaas voor L.

Het

Fig. 36.

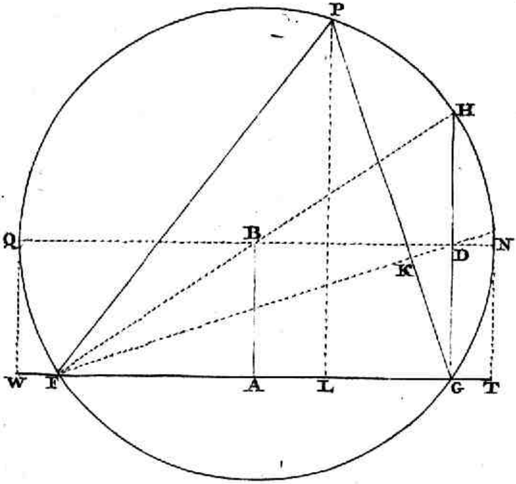
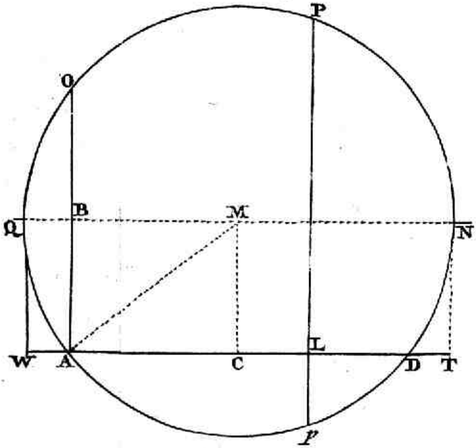


Fig. 37.



Het Bewys.

GT (y) is tot GC (s) als BL tot BD, ook is
AV (x) tot AF (r) als BL tot BD
Ergo AV (x) tot AF (r) als GT (y) tot GC (s)

dat te Bewyzen was

5^e. *VOORSTEL*, 6^e. *Problema. Fig.* 8.

Twee Punten F en G gegeven zynde, het punt L te vinden, zoodanig, dat indien men uyt het zelve trekt de lynnen L F en L G, tot de gegeve punten F en G, en L T met een gegeven hoek op de oneyndige F G, dat dan het verſchil der □en L F en L G, gelyk zal zyn aan 4 maal de ▭ A E, H T, werdende de lyn H T aengewezen door L T.

Ontbinding.

Deelt FG in A in twee gelycke deelen, dan trekt E D zoodanig, dat E D A gelyk zy aan den gegeven Hoek, en ſtelt A F of A G $\infty\, a$ A H $\infty\, b$, A E $\infty\, r$ A D $\infty\, s$ A V $\infty\, x$ en V L $\infty\, y$, zoo is G V of F V $\infty\, a - x$ of $a + x$ en H V $\infty\, b - x$ of

N°14.

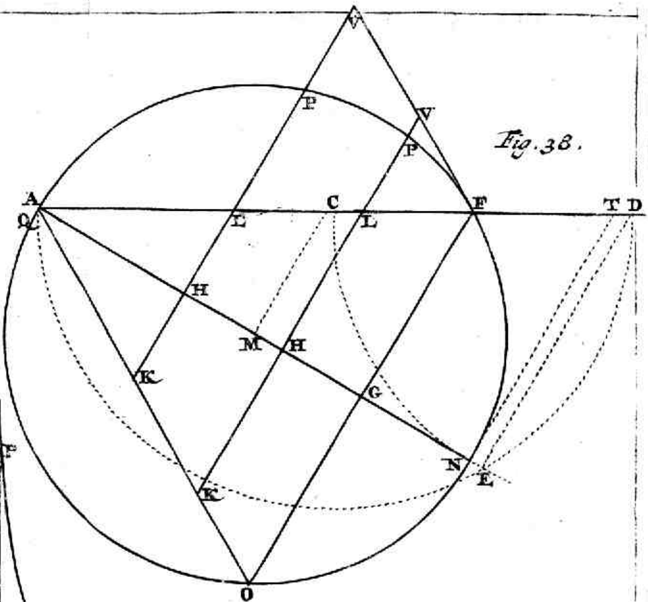


Fig. 38.

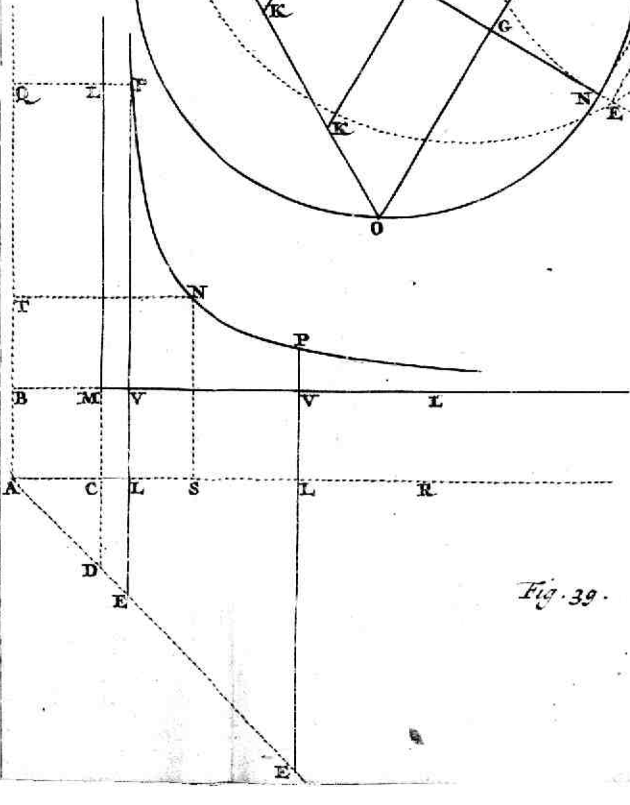


Fig. 39.

of $b+x$ en overzulkx is 't verschil der □en LF en LG $\propto 4ax$

Voorder, zo is AE tot AD als LV tot VT
of $r \;.\; s = y \;.\; sy:r$,
dit getrokken van HV $\propto b+x$ of $b-x$ rest voor 't eerste HT $\propto \overline{br+rx-sy}:r$ dit vermenigvuldigt met 4 AE $\propto 4x$ komt voor de ▭ 4 AE, HT $\propto \overline{br+rx-sy}, 4 \propto 4ax$ het verschil des □en LF en LG, stelt dan dat L, in de verlengde AE, of dat $x \propto o$ is, zo is $y \propto br:s$ dat is AD. AE als AH AB
of $s \;.\; r = b \;.\; br:s$
dies is AB $\propto y$ of L valt in B als $x \propto o$ gesteld wort: dan stelt $y \propto o$, dat is L in FG, of zyn verlengde zoo is $\overline{br+rx}.4 \propto 4ax$
of $ar-rx \propto br$ of $x \propto br:\overline{a-r}$
dat is $a-r$ tot r als b tot $br:\overline{a-r}$ daarom maakt AK $\propto$ AF − AE dat is EK $\propto$ AF en AI $\propto$ AH naar de regter hand (om dat x een + is) en AM $\propto$ AE dan trekt KI, en MC *Parallel* aan KI, ontmoetende de oneyndige FG in C, soo is AC $\propto x$ als $y \propto o$ is,

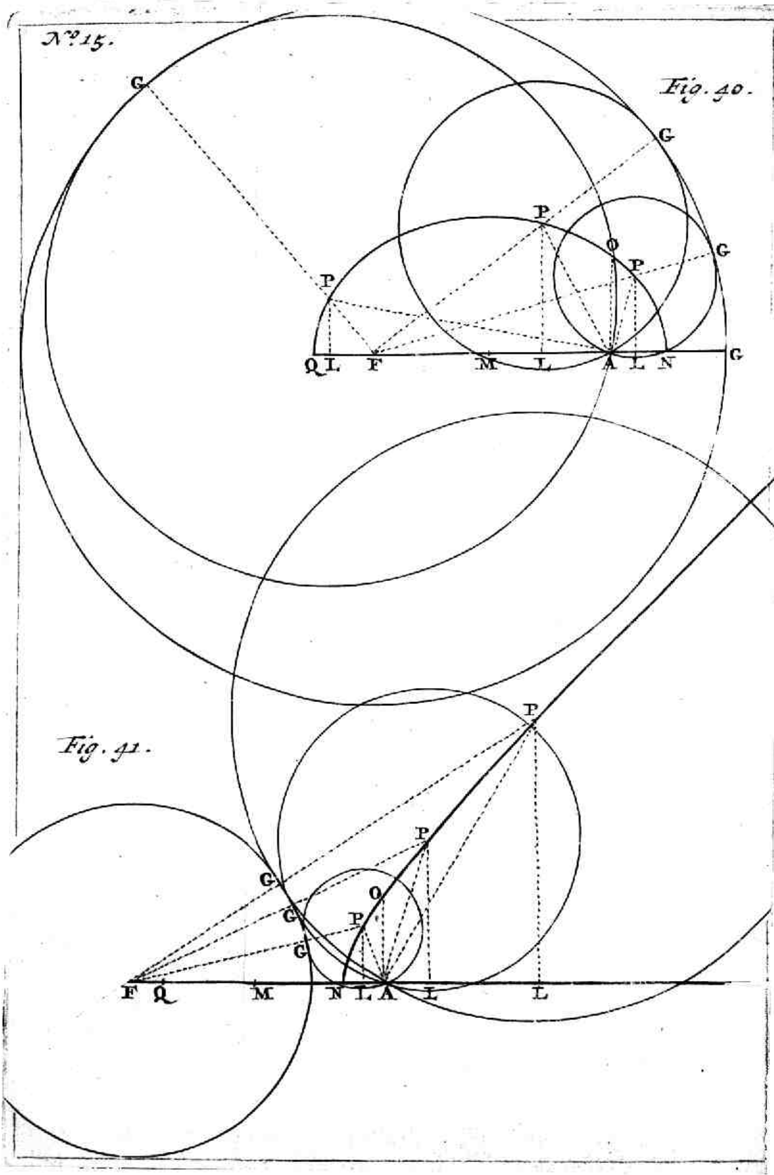
Want AK is tot AI als AM tot AC
of $a-r \;.\; b = r \;.\; br:\overline{a-r}$
dat is, dat L in dit geval in C valt, en over sulkx sal de oneyndige CB de plaas voor 't punt L bepaalen.

Het

No. 15.

Fig. 40.

Fig. 41.



6e. *VOORSTEL*, 7e. *Problema, Fig.* 9.

Gegeven zynde een oneyndige regte lyn S T, en buyten de zelve twee punten F en G; men begeert het punt L te vinden, zoodanig, dat indien men daar uyt trekt tot de gegeve punten F en G de lynnen L F en L G, en tot de oneyndige S T de lyn L T in een gegeven hoek, dat altyt 't verschil der □en van L F en L G, gelyk zy aan de ▭ van een gegeve lyn 4*a*, en het stuk H T, 't welk door de lyn LT tot een gegeven Punt H in de oneyndige ST wert aangewesen.

Ontbinding.

Deelt F G in A in twee gelyke deelen en trekt door A, de lyn K R *Parallel* aan S T, en uyt H de lyn H E, bepalende met S T, den Hoek S H E gelyk aan den gegeven Hoek, met welke L T op S T moet vallen; dan trekt A I regt hoekig op F G, en maekt A P gelyk de gegeve lyn *a*, en trekt door P de lyn K P I, ontmoetende K R en A I, in de punten K en I, dan door een *gepresupponeert* punt L, de lyn T L Q, ontmoetende F G in 't punt Q, en snydende K R in 't punt R; dan L V *perpendiculaar* op F G getrokken, en stellende A P ∞ *a*, A F of A G

Fig. 42.

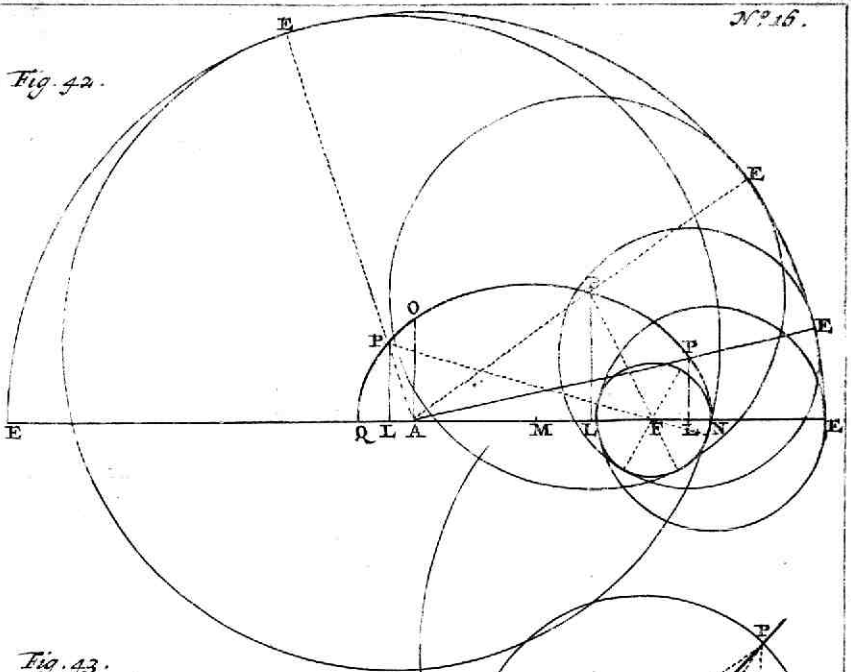
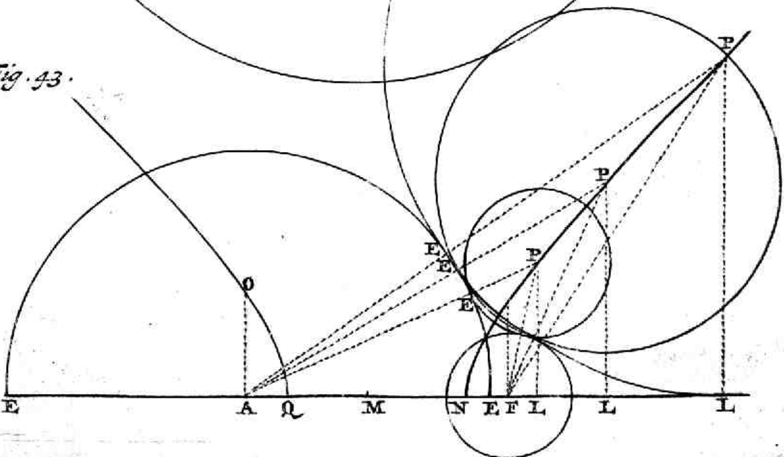


Fig. 43.



$AG \infty b$, $AE \infty c$ $AI \infty r$ $AK \infty s$ $AV \infty x$ en $VL \infty y$. So is $FV \infty b + x$ en $GV \infty b - x$ en het $\square FL - \square GL \infty 4bx$

Voorder is AI tot AP als LV tot VQ

of $r \;.\; a = y \;.\; \overline{ay:r}$ dit van

$AV \infty x$ afgetrokken, rest voor $AQ \infty \overline{rx - ay:r}$
dan wederom AP tot AK als AQ tot AR

of $a \;.\; s = \overline{rx - ay:r} \;.\; \overline{rsx - asy} : ar$

$AE \infty c$

vergaart ——————

Komt voor $HT \infty ER \infty \overline{acr + rsx - asy} : ar$

$4AP \infty 4a$

Vermenigvuldigt ——————

Komt voor de $\square 4AP,HT \infty \overline{4acr + 4rsx - 4asy} : r$

Ergo $4acr + 4rsx - 4asy : r \infty 4bx \infty \square LF - \square LG$
of $acr + rsx - asy \infty brx$, stelt dan $x \infty 0$ zo wert $y \infty cr:s$

dat is AK tot AI als AE tot AB

of $s \;.\; r = c \;.\; cr:s \infty y$, als $x \infty 0$ is.

Dan stelt $y \infty 0$, zoo is $brx - rsx \infty acr$ of $bx - sx \infty ac$ of $x \infty ac : \overline{b - s}$, dies maakt $FD \infty AK$ (s) dan trekt DE, en *Parallel* aan de zelve PO, zo is 't AD tot AE als AP tot AO

of $\overline{b - s} \;.\; c = a \;.\; ac : \overline{b - s}$

Dies maakt $AC \infty AO$, zo is $AC \infty x$, als $y \infty 0$ is, dan trekt CB deze is de begeerde plaats voor 't punt L.

N° 17.

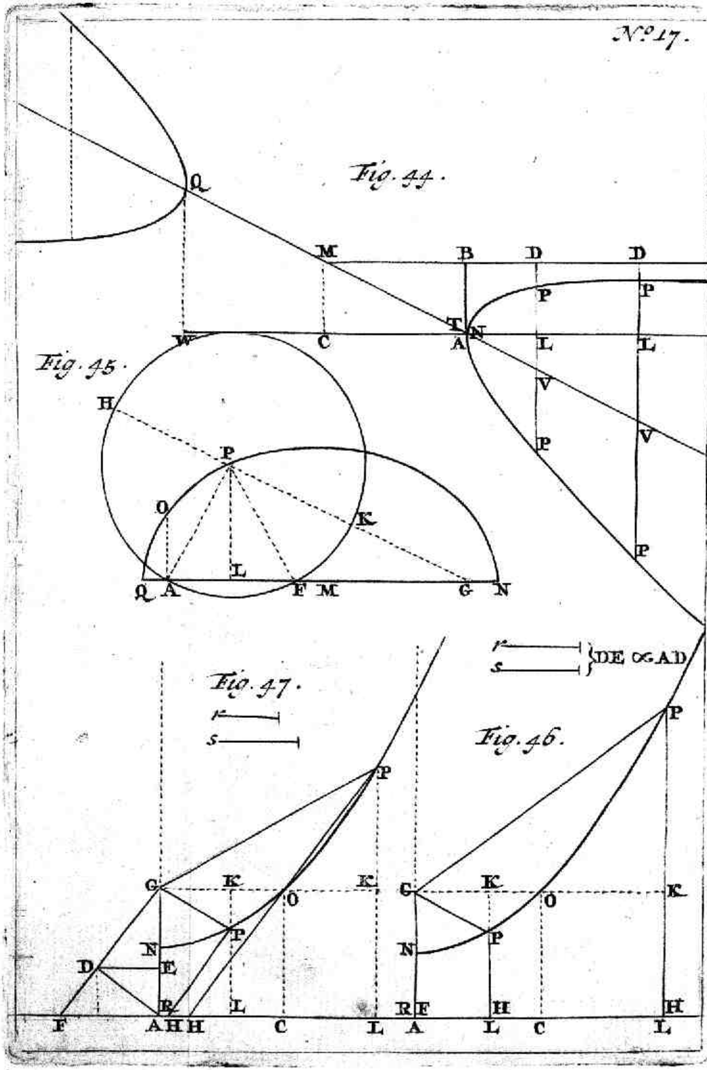


Fig. 44.

Fig. 45.

Fig. 46.

Fig. 47.

7e. *VOORSTEL*, 8e. *Problema*. *Fig.* 10.

Van de eynden eens voorgegeven bepaalden lyn F en G, twee lynnen te zamen te trekken in 't Punt L, zoodanig, dat 't verſchil der □en LF en LG, tot den Inhout des △ FLGF een gegeven reden hebbe, als r tot s.

Ontbinding.

Deelt FG in A in twee gelyke deelen, en ſtelt AF of AG ∞a, AV ∞x en VL ∞y, zoo is FV $\infty a + x$ en GV $\infty a - x$ of $x - a$, en 't verſchil des □en FL en LG $\infty 4ax$ en den Inhout des △ FLGF ∞ay; dan ſtelt

$$4ax \text{ tot } ay \text{ als } r \text{ tot } s$$

$$\text{Ergo } 4asx \infty ary \text{ of } 4sx \infty ry$$

Stelt dan $x \infty o$ zoo wert ook $y \infty o$, en over zulkx valt L in A: en ſtellende $x \infty r$, zoo is $4rs \infty ry$ of $y \infty 4s$, dies maakt AC ∞r voor x, en CB $\infty 4s$ voor y, (Regthoekig op AC) zoo valt L in B, als $x \infty r$ of ∞ AC is, dat is als V in C valt, dies trekt AB deze is de begeerde plaas voor 't punt L.

Nº 13.

Fig. 48.

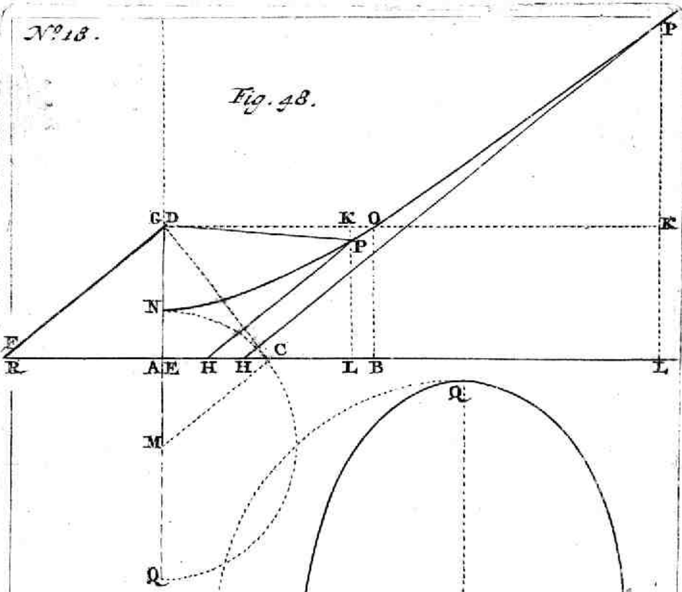
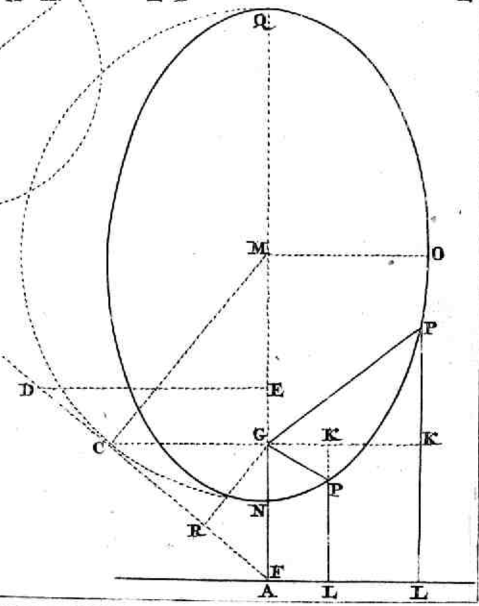


Fig. 49.



8^e^. *VOORSTEL*, 9^e^. *Problema. Fig.* 11.

Gegeven zynde drie te zamenkomende oneyndige regte lynnen, als A T, F S, en G V, ſnydende malkanderen in de punten A, F en G, 't punt L te vinden, uyt welke men kan trekken de lynnen LT, LS, en L V, ontmoetende de gegeve AT, FS, en G V met de gegeve hoeken, in de punten T, S en V, en zoodanig, dat LT + LS tot L V is, als r tot s.

Het Werk.

Trekt FD, DH en DE zoodanig, dat die met GV, AT, en FS bepaalen de hoeken D, H en E even aan de gegeve hoeken voor V, T en S; dan trekt VK, tot dat hy alle de lynnen ſnyd inde punten V, I en K, en ſtelt AG $\infty\, a$ AD $\infty\, b$ DF $\infty\, c$ DH $\infty\, d$ DE $\infty\, f$ DG $\infty\, g$ AV $\infty\, x$ en VL $\infty\, y$, zoo is GV $\infty\, a-x$ dan is om de gelykformigheid van de $\triangle$^en^. ADFA en AVKA

AD tot DF als AV tot VK

of $b \;.\; c = x \;.\; cx:b$

en om de gelykformigheyt van de $\triangle$^en^. GDFG en GVIG, zoo is GD tot DF als GV tot VI

of $g \;.\; c = a-x \;.\; \overline{ac-cx}:g$

hier door vint men LK $\infty\, \overline{by-cx}:b$

en LI $\infty\, \overline{ac-cx-gy}:g$

N°. 19.

Fig. 50.

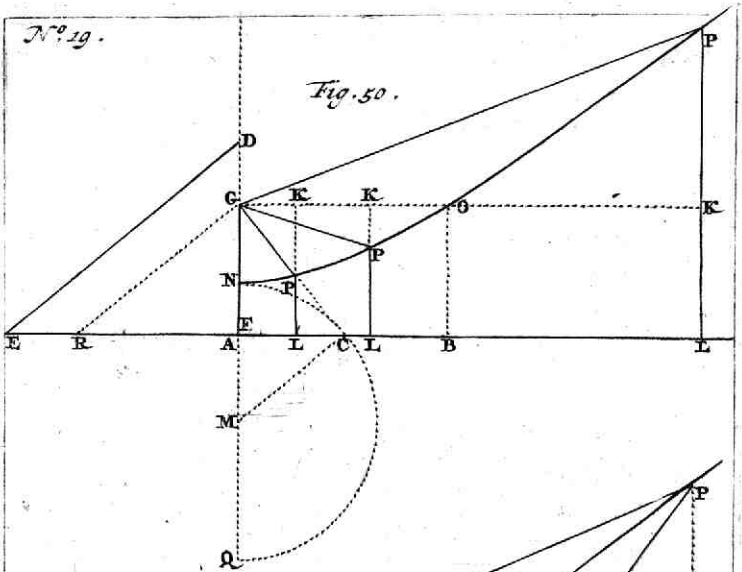
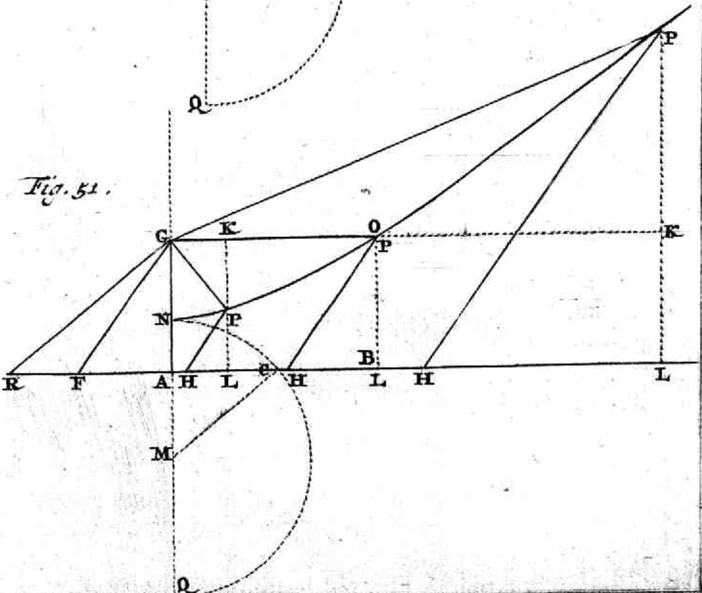


Fig. 51.



vorder is (om de gelykformigheyt der △en. HFD, TKL en FDE, ILS)

DF tot DH als LK tot LT

of $c \;.\; d = \overline{by-cx}:b \;.\; \overline{bdy-cdx}:bc$

en FD tot DE als LI tot LS

of $c \;.\; f = \overline{ac-cx-gy}:g \;.\; \frac{afc-cfx-fgy}{cg}$

Ergo LT + LS tot LV

of $\overline{bdgy-bfgy-cdgx-bcfx+abcf}:bcg \;.\; y = r \;.\; s$

of $\overline{bdg-bfg},y-\overline{cdg-bcf},x+abcf \;.\; bcgy = r \;.\; s$

of $\overline{bdg-bfg},sy-\overline{cdg-bcf},sx+abcfs \infty bcgry$

of $\overline{bcgr+bfgs-bdgs},y \infty abcfs-\overline{cdg-bcf},sx$

of $\overline{cr+fs-ds},bgy \infty abcfs-\overline{dg-bf},csx$

ſtellende dan dat L in AG, ofdat L in V valt, dat is LV of $y \infty o$ zoo is $\underline{\overline{dg+bf},csx \infty abcfs}$

of $x \infty abf:\overline{dg+bf}$

daarom maakt GM *Parallel* aan AF, en verlengt HD tot in M, dan is DM $\infty\, dg:b$ want

AD is tot DH als DG tot DM

of $b \;.\; d = g \;.\; dg:b$

dan verlengt GM tot in N, zoo dat GN ∞ DM is, en maakt AO in AF ∞ DE (f) en trekt ON ſnydende AG in C, zoo is AC ∞ $abf:\overline{dg+bf}$ of ∞x als $y \infty o$ is; want

AO + GN is tot AG als AO tot AC

of $f + \overline{dg:b} \;.\; a = f \;.\; abf:\overline{dg+bf}$

dan ſtelt $x \infty o$, dat is V in A

zoo is $\underline{\overline{cr+fs-ds},bgy \infty abcfs}$

of $y \infty acfs:\overline{cgr+fgs-dgs}$

daar

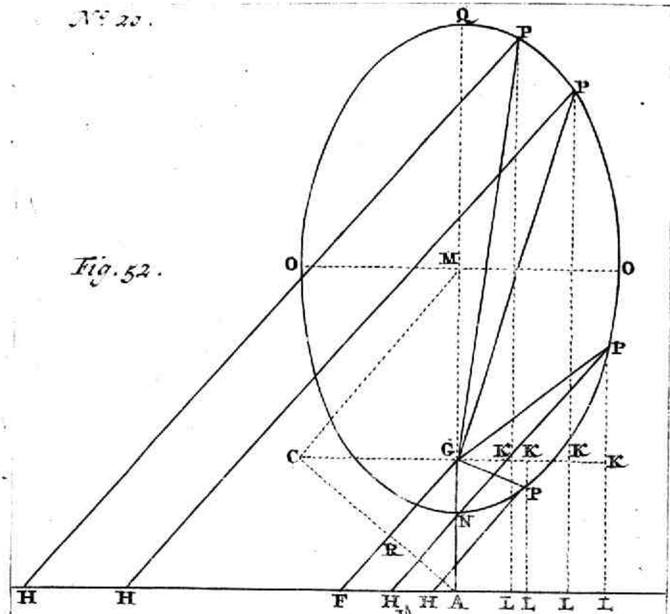


Fig. 52.

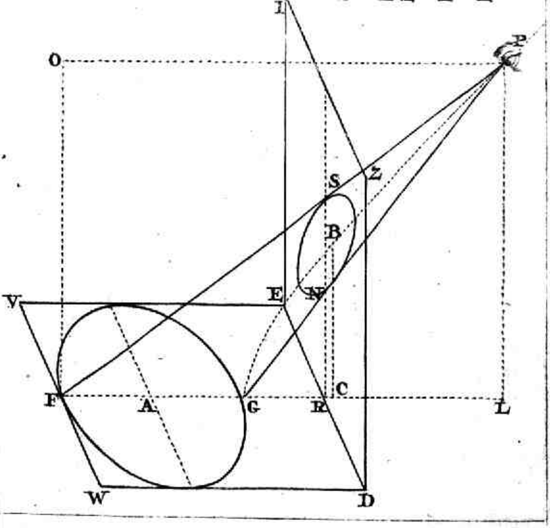


Fig. 53.

daarom verlengt FD en ED, en maakt DQ ∞ s en DR ∞ r, dan trekt QR, en *Parallel* aen de zelve FP;

Zoo is DQ tot DF als DR tot DP

of $s \;.\; c = r \;.\; cr:s$

dan maakt inde verlengde DE de lyn PW ∞ $f - d$, zoo is DW ∞ $cr:s + f - d$ dan trekt WX *Parallel* FG;

Zo is DE tot DG als DW tot DX

of $f \;.\; g = \overline{cr:s + f - d} \;.\; \overline{cgr + gfs - dgs}:fs$

dan trekt GB en AB evenwydig aan XF en DF, tot dat die malkanderen ontmoeten in B, zoo is AB ∞ y, (als x ∞ o is) want

DX is tot DF als AG tot AB

$\overline{cgr + fgs - dgs}:fs \;.\; c = a \;.\; acfs:\overline{cgr + fgs - dgs}$

dan trekt BC, deze is de begeerde plaas voor L. Te weten Y naa B oneyndig, dat is over de linkerzyde van AF inde oneyndige YLB, als men begeert dat LT + LS tot LV zal zyn als r, tot s; maar zoo men begeerde dat LS — LT tot LV was als r tot s, zoo valt L tusschen Y en C, en L valt inde oneyndige CL onder AG als men wil dat LT — LS tot LV is als r tot s.

NOTA, indien 'er 4, 5, of meerder lynnen by stellinge gegeven waren, tot welke men uyt L in gegeve hoekken, andere begeerde te trekken, zoodanig, dat de zom van eenige der getogene, tot de zom van de overige een gegeve Reden moeste hebben, *zoo is dit het* 11e. *Werk-stuk van de herstelde vlakke plaatsen van Apollonii Pergæi*, *besiet Francs: van Schooten in zyn Mathematise Oeffeningen van Pagina* 229 *tot* 234, en dan kon men alle deze

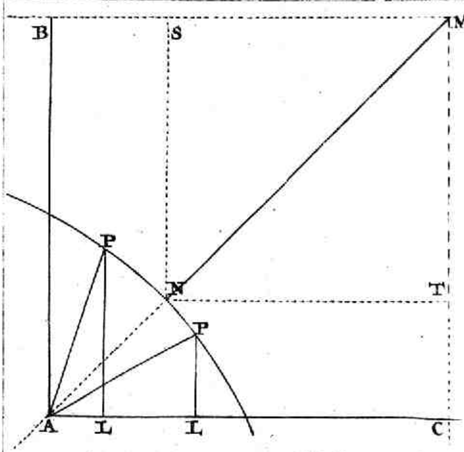
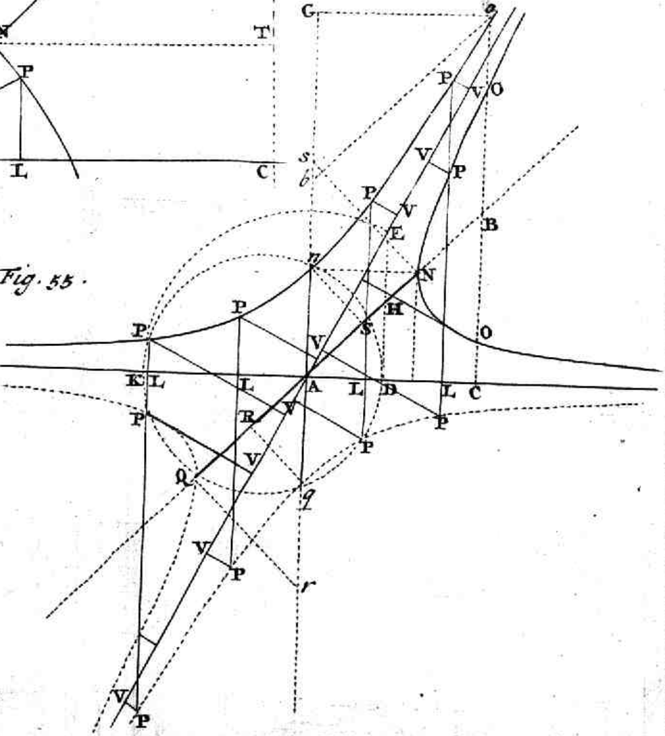

B
S
M
P
N
T
P
A
L
L
C

Fig. 54.

Fig. 55.


G
a
P
V
O
s
b
V
P
P
V
E
B
n
N
H
P
S
O
P
V
K
L
L
A
L
D
L
C
P
R
V
P
P
V
Q
q
V
P
r
V
P

getogene vinden, als hier LV, LT en LS bekomen is, en vorder wercken als hier gedaan is.

9e. *VOORSTEL*, 10e. *Problema*, *Fig.* 12.

Een gegeve menigte van regte lynnen te vinden, staande in een *Arithmetise Progressie*, zoodanig datze te zamen gelyk zyn aan een gegeven lyn a.

Het Werk

Stelle de 1e. lyn $\propto x$ de 2e. $\propto x + y$, (en zoovoorts, het verschil van yder term met zyn voorgaande $\propto y$) de menigte der termen stellende $\propto b$; zoo zal het verschil van de eerste, en laaste term; zyn $\propto by - y$, en overzulkx is de laaste term $\propto x + by - y$ hier by vergaart de 1e. term $\propto x$ komt voor de zom $2x + by - y$ dit vermenigvuldigt met de $\frac{1}{2}b$ zynde halve menigte der termen, komt haar zom, $bx + \frac{1}{2}bby - \frac{1}{2}by \propto a$

of $\overline{\frac{1}{2}bb - \frac{1}{2}b}$, $y \propto a - bx$,

Dan stelt $x \propto o$, (dat is de eerste term $\propto o$) zoo is $y \propto a : \overline{\frac{1}{2}bb - \frac{1}{2}b}$, of $y \propto 2a : \overline{bb - b}$ voor AB opwaarts, (zoo is de 1e. term o, de 2e. AB, de 3e. AE, en de 4e. term AF &c.) dan stelt $y \propto o$, (dat is 't verschil der termen $\propto o$) zoo is $x \propto a : b$

voor

No. 22.

Fig. 56.

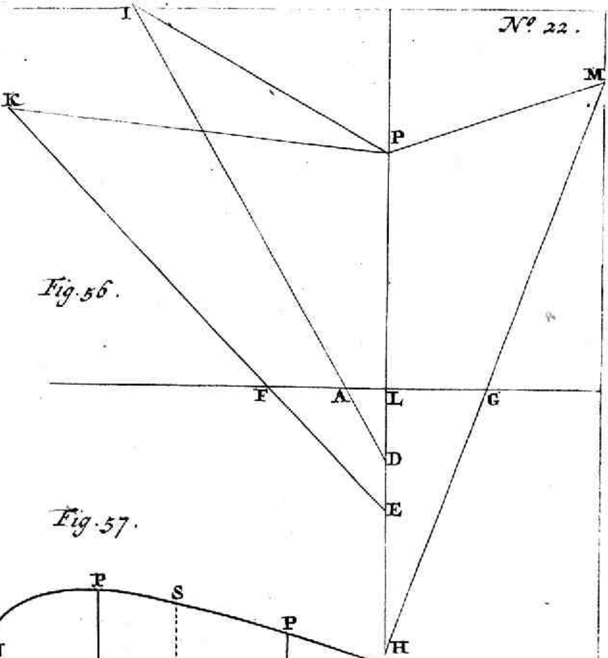
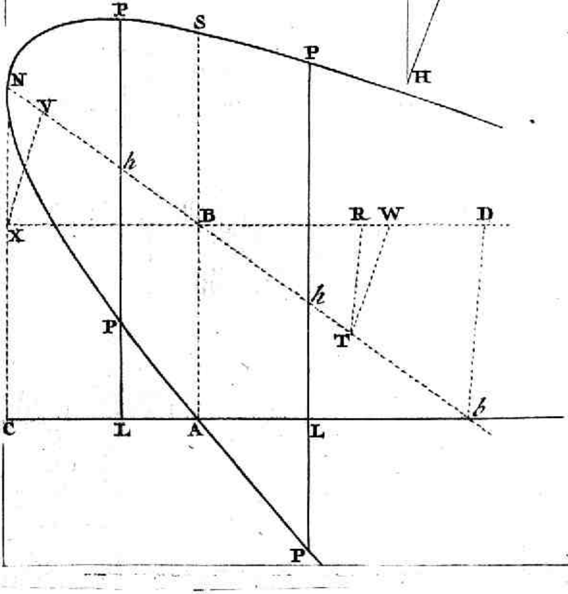


Fig. 57.



voor AC naar de Regterhant, (en yder term is dan ∞ AC) dan trekt BC, zoo wert't verſchil der termen bepaelt tuſſchen AC en BC, dat is te zeggen, zoo men neemt AV $\infty\, x$, dat dan VL $\infty\, y$ zal zyn, en daarom AV + VL de tweede term, als AV de eerſte term is: om dan de Progreſſie te vertoonen, zoo maakt CD ∞ AC, en BE, EF elk gelyk AB, en trekt CE, CF en AD, dan GK *Parallel* aan AF, door eenig punt V in AC na believen, zoo is GV de eerſte, GL de 2e. GH de 3e. en GK de 4e. term, en zoo voorts tot zoo veel termen als men wil dat b, betekent.

NOTA, dewyl in dit Fig. een *Arithmetiſe Probreſſie* van vier termen vertoont wert, en de menigte der termen $\infty\, b$ geſtelt is, en dat der zelver menigte door getallen moet uytgedrukt werden, en dat ($x \infty o$ ſtellende) $y \infty 2a : bb - b$ gevonden is; ſoo volgt dat $b \infty 4$ is, ergo $bb - b \infty 12$ en daarom $y \infty 2a : 12$, of $y \infty \frac{1}{6}a$ voor AB en $x \infty \frac{1}{4}a$ voor AC.

10e. *VOORSTEL*, 11e. *Problema*, *Fig.* 13.

Gegeven zynde d'oneyndige regte Lyn AV, het Punt L te vinden, zoodanig, dat indien men trekt de Perpendiculaaren LV, altyt de *Abſchiſſa* AV ſyn □ tot het □ van de Perpendiculaar VL ſal zyn, als r tot s.

No. 23.

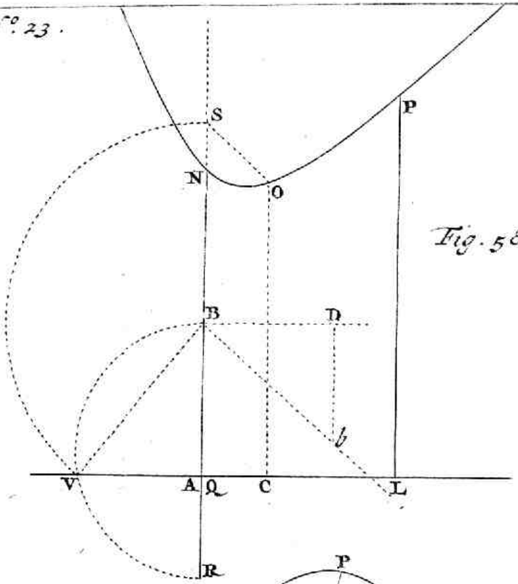


Fig. 58.

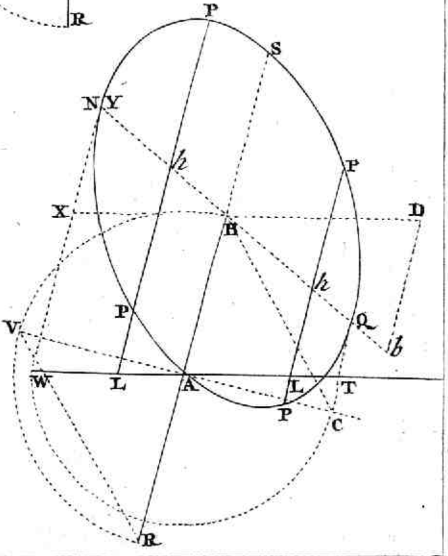


Fig. 59.

Het Werk

Stelt $AC \infty r$ $CD \infty s$ $AV \infty x$ en $VL \infty y$ soo is 't $\square$ AV tot $\square$ VL als AC tot CD

of $xx \,.\, yy = r : s$

of $yy \infty sxx : r$ of $y \infty x\sqrt{s:r}$

Stelt $x \infty o$ of V in A, soo is $y \infty o$, en daarom valt L dan in V, dat is mede in A, dierhalven stelt $x \infty r \infty AC$, dan is $y \infty r\sqrt{s:r}$ of $y \infty \sqrt{rs} \infty AB$ dies maakt $AC \infty r$, en $CD \infty s$, en Beschryft op AD, als middellyn, een half Rondt ABD, snydende den Perpendiculaar CB in 't punt B, dan trekt de oneyndige ALBL dese is de begeerde plaats voor 't punt L.

11e. *VOORSTEL*, 12e. *Problema*, *Fig.* 14.

In een gegeven regt Linischen Hoek RAS, het punt L te vinden, zoodanig dat indien men trekt lynnen LV, LT ingegeve Hoecken tot de beenen (des voorgestelden Hoecks) AR & AS dat den gelykzydigen $\triangle$ van LV (dat is LVPL) gelyk zy aan 't $\square$ van LT (dat is aan 't $\square$ IKLTI)

Het

N°. 24.

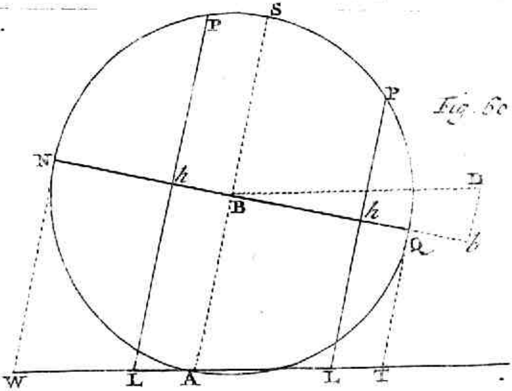
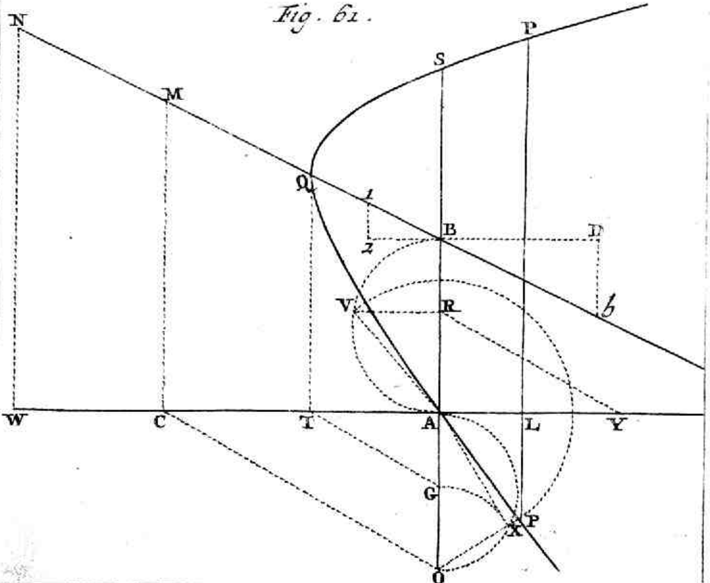


Fig. 60.

Fig. 61.



Het Werk..

Stelt $LT \infty x$ en $LV \infty y$ zoo is LM of $MV \infty \frac{1}{2}y$ en $MP \infty y\sqrt{\frac{3}{4}}$ dit gemultipliceert
Met $ML \infty \frac{1}{2}y$

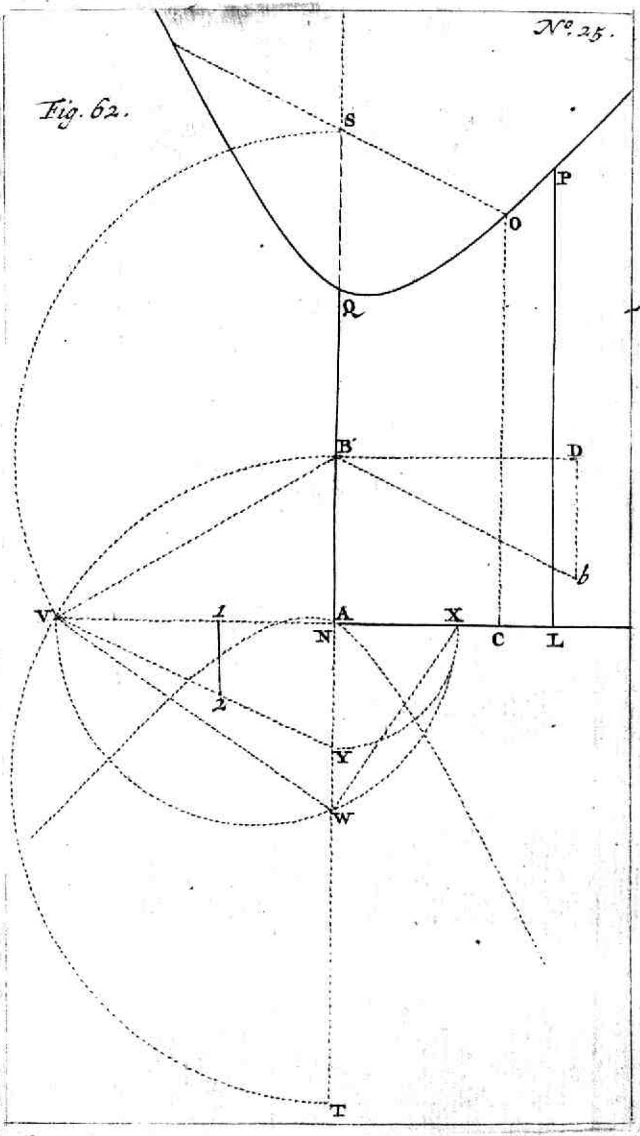
Komt de $\triangle LVPL \infty yy\sqrt{\frac{3}{16}} \infty xx$ 't $\square$ $IKLTI$, zoo moet dan ſtelt $x \infty o$, of dat L in AR valt, zoo wert ook $y \infty o$, en over zulkx valt in zoodanigen geval L te gelyk in AR en in AS, dat is in A, en terwyl $yy\sqrt{\frac{3}{16}} \infty xx$ is, zoo is ook $yy\sqrt{3} \infty 4xx$
of $y\sqrt{\sqrt{3}} \infty 2x$ ſtelt dan $y \infty 2$, zoo is $x \infty \sqrt{\sqrt{3}}$

Dies neemt een lyn voor de eenheyt na believen, en ſtelt die op AS (als AD) zoodanig, dat den hoek DAS gelyk is aan den hoek met welke LV op AS ge-eyſt is, dan beſchryft uyt D als Centrum met de genomene DA als Radius, het half ront AEB, ſnydende de verlengde AD in B, zoo is $AB \infty 2$, of ∞y, als $x \infty \sqrt{\sqrt{3}}$ is.

Dan maakt $BE \infty BD \infty 1$, zoo is $AE \infty \sqrt{3}$, dan beſchryft op AE als middellyn, het half rond AGE, en maakt AF in $AE \infty AD$, dan FG perpendiculaar op AE tot dat hy het half rondt AGE, ontmoet in G, dan trekt AG, dat zelvige is de $\sqrt{\sqrt{3}} \infty x$, als $y \infty 2$ is, dies maakt $AC \infty AG$, zoodanig, dat den hoek RAC gelyk is aan den hoek met welke LT op AR moet getogen werden, dan trekt CH en BH *Parallel* aan AR en AS, tot dat die malkanderen ſnyden in H, vorder trekt uyt A door 't punt H de oneyndige AHL, deze is de begeerde plaas voor 't punt L.

No. 25.

Fig. 62.



12e. *VOORSTEL*, 13e. *Problema*, *Fig*. 15.

Twee lynnen AV, en VL te vinden, zoodanig, dat de zom, of het verſchil der quadraten, tot hun Product zal zyn als r tot s.

Of Regthoekige driehoeken te maken, als AVLA, zoodaanig dat de zom of het verſchil van de □en der regthoekszyden AV en VL, tot den Inhout des driehoeks AVLA zal zyn als $2r$, tot s.

Het Werk.

Stelt AV $\propto x$ en VL $\propto y$

zoo is $xx \pm yy \,.\, xy = r \,.\, s$

of, $\overline{xx \pm yy},\ s \propto rxy$

of $yy \propto rxy : s \mp xx$

of $y \propto rx : 2s \pm \sqrt{rr - 4ss,\ xx : 4ss}$

of $y \propto x : 2s,\ \overline{r \pm \sqrt{rr - 4ss}}$

dat is, $2s$ tot $r \pm \sqrt{rr - 4ss}$ als x tot y

Hier uyt is openbaar, dat op de zom r grooter, of ten minſten gelyk $2s$, moet zyn, om dat

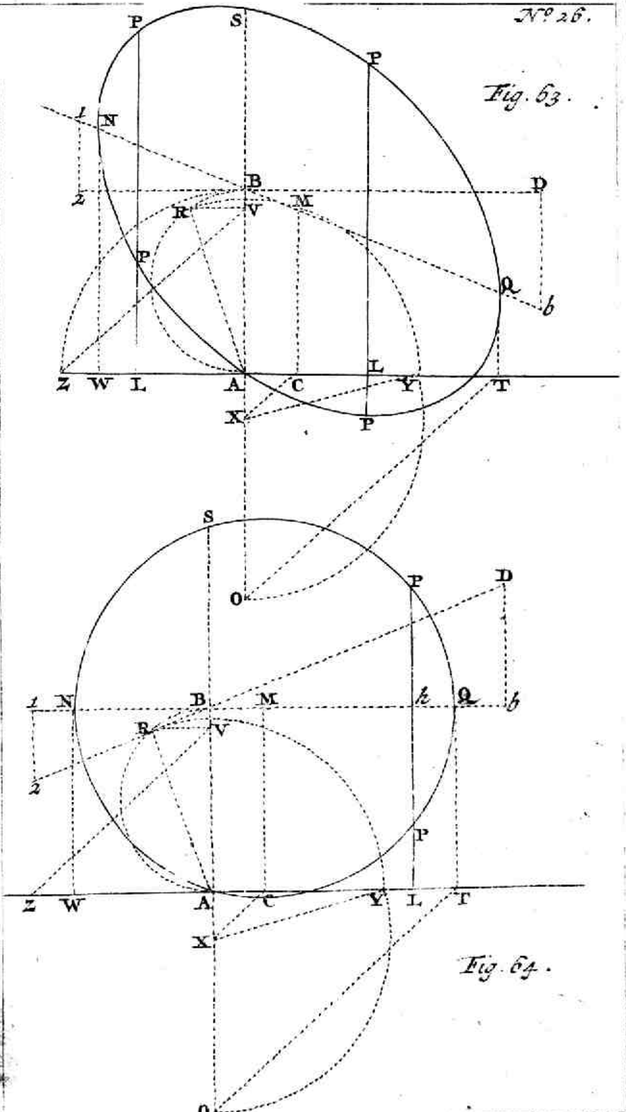


Fig. 63.

Fig. 64.

dat anders $\sqrt{rr-4ss}$, *Imaginair* is, en by gevolg, dat men geen regthoekigen △, of ▭ kan maaken, daar van den Inhout, en zom der vierkanten der zyden gelyk is;

Stelt dan $x \propto o$, zoo is mede $y \propto o$, maar stellende $x \propto 2s$, zoo is $y \propto r \pm \sqrt{rr \pm 4ss}$ dies maakt A C $\propto 2s$, en stelt regthoekig daar op C D $\propto r$ (in beyde de gevallen) dan beschryft op C D als middellyn een half rondt (als men de zom der vierkanten begeert, gelyk in dit 15 *Fig.*) en maakt C E $\propto$ C A, en trekt D E, zoo is D F $\propto \sqrt{rr-4ss}$ dan maakt D B en D F yder gelyk D E, zoo is C B $\propto r+\sqrt{rr-4ss}$

en C F $\propto r-\sqrt{rr-4ss}$

Dierhalven trekt uyt A, door de punten B en F, de oneyndige A B L, en A F L, deze zyn de begeerde plaazen: want zoo men uyt eenig punt van deze A B L, of A F L trekt de perpendicularen L V, zoo zal van de regthoekigen driehoek A V L A, de zom der vierkanten van de zyden A V en V L, tot den Inhoudt des driehoeks zyn, als $2r$ tot s:

Maar als men begeert, dat het verschil der vierkanten A V en V L zoodanig tot den △ zal zyn, zoo trekt A D (als in dit 15e. *Figuur*) en maakt D B en D F yder gelyk A D,

dan is C B $\propto r+\sqrt{rr-4ss}$

en C F $\propto r-\sqrt{rr-4ss}$ (*Negatif* of een valsche Wortel) of $\propto -r+\sqrt{rr-4ss}$ (*Positif*, of een ware Wortel)

Dan trekt uyt A, door de punten B en F de on-

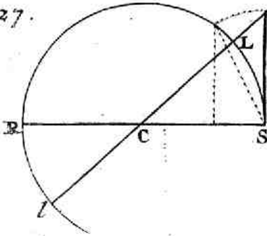


Fig. 65.

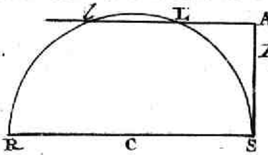


Fig. 66.

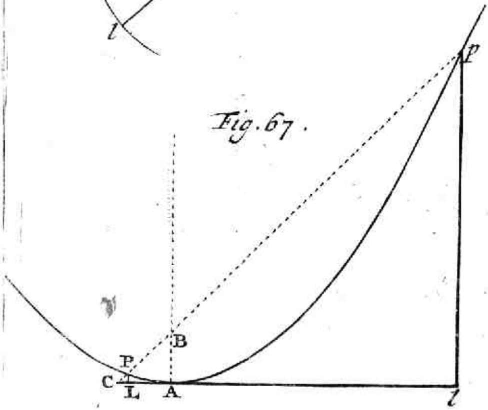


Fig. 67.

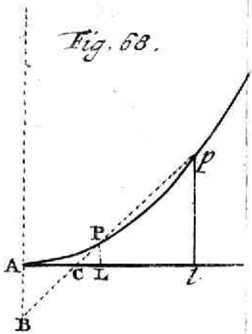


Fig. 68.

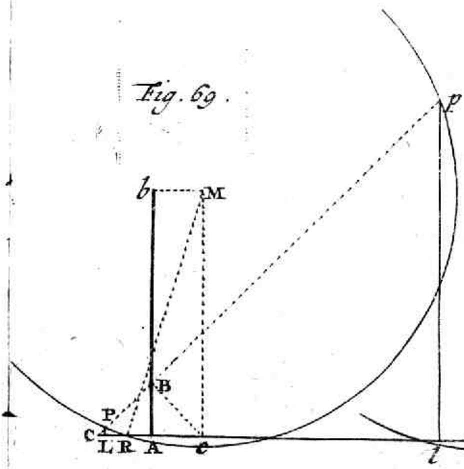


Fig. 69.

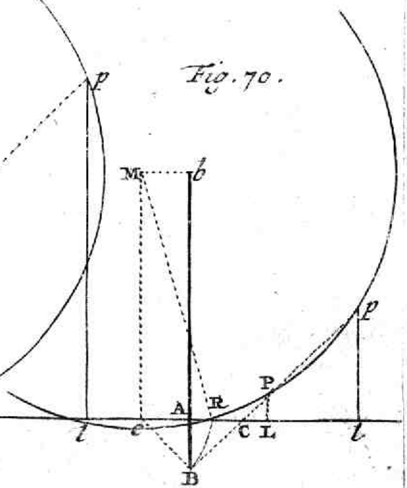


Fig. 70.

oneyndige A L B L en A L F L, dan uyt eenig punt van de zelve, als uyt L de perpendicularen L V, zoo zyn de △en A L V A de begeerde; te weten, over die zyde van A C, als B staat, in dien begeert wert, dat het □ V L — □ A V tot den △ A V L A als $2r$ tot s zyn zal; maar over die zyde van A C, als F staat, indien men begeert dat het □ A V — □ V L tot den △ A V L A als r tot s, zyn zal.

13e. *VOORSTEL*, 14e. *Problema.* *Fig.* 16.

Regthoekige △en, te maken, zoodanigh, dat het 10 vout van den inhout min 't □ van de *Hypothenusa*, sulcken reden heeft tot het □ van den *Basis*, als het 7 vout van den *Basis*, tot den *Cathetus*.

Het Werk.

Stelt den *Basis* A V $\infty\, x$ en V L $\infty\, y$, zoo is den Inhout des △ A V L A $\infty\, \frac{1}{2}xy$, en de *Hypothenusa* A L $\infty\, \sqrt{xx + yy}$: Ergo den Inhout des △ $\infty\, \frac{1}{2}xy$ vermenigvuldigt met 10. Komt zyn 10 vout $5xy$ hier afgetogen het □ van zyn *Hypothenusa* $\infty\, xx + yy$, zoo rest $5xy - yy - xx$ voor 't 10 vout van den Inhout min 't □ van de *Hypothenusa*: en daarom is 't

$5xy$

No. 28.

Fig. 71.

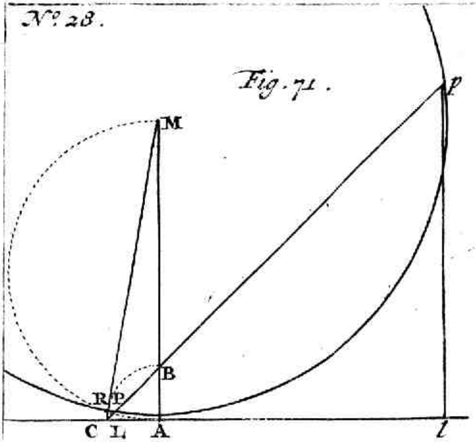


Fig. 72.

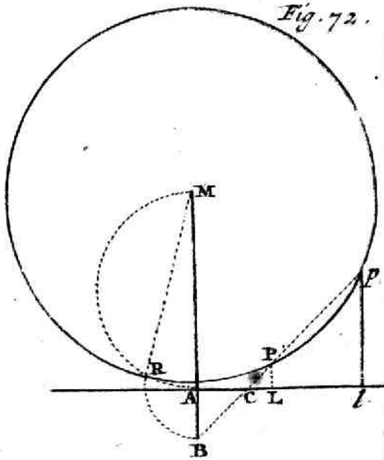


Fig. 73.

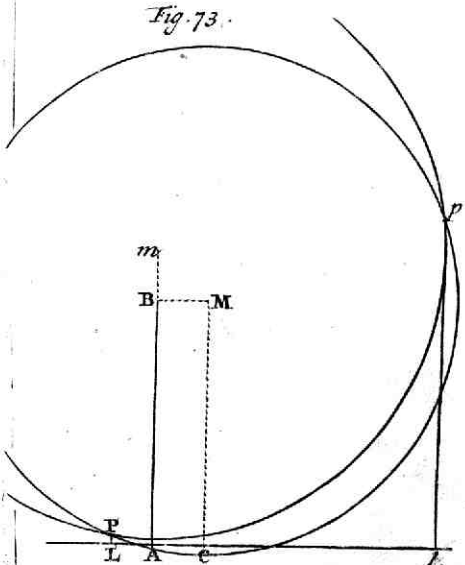
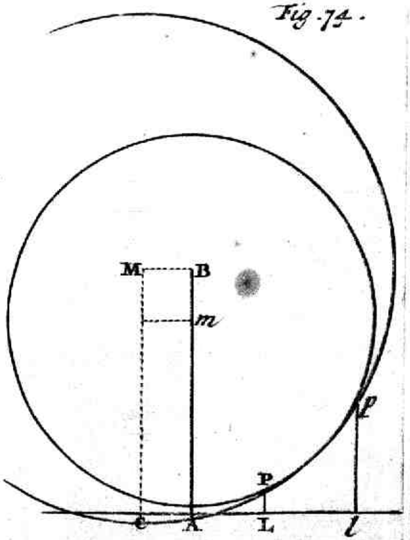


Fig. 74.



$$\overline{5xy - yy - xx} \,.\, xx = 7x \,.\, y$$

of $\overline{5xyy - y^3 - xxy \infty 7x^3}$

of $y^3 - 5xyy + xxy + 7x^3 \infty 0$

zynde een Æquatie van drie *Dimensien*, welkers wortelen, men door de regelen daar toe dienende vint te zyn, $y \infty x, \overline{3 \pm \sqrt{2}}$ en $y \infty - x$, zoo men dan ſtelt $y \infty 0$, zoo is ook $x \infty 0$: dies ſtelt $x \infty 1$ voor AC; zoo vint men $y \infty 3 \pm \sqrt{2}$ voor CB of CF, of $y \infty - 1$ voor CG, dat is voor de *Negative* wortel van y,

Dies maakt AC ∞ 1 naa believen, en *perpendiculaar* door C de lyn GDB en maakt in de zelvige CD ∞ 3 EC ∞ 1, en CG ∞ AC dan beſchryft op DE, als middellyn, een half rondt als EHD, dan maakt HI gelyk DI, of EI, en trekt DH, dan uyt D als Centrum, met DH, als *Radius* het half rondt FHB, zoo is CB $\infty 3 + \sqrt{2}$, FC $\infty 3 - \sqrt{2}$ en CG $\infty - 1$

Daarom trekt uyt A, door de punten B, F, en G, de lynnen AB, AF, en AG, oneyndig, en daar naa uyt eenig punt van deze, als L, de *perpendicularen* LV, zoo zullen de △en LVAL de begeerde △en zyn.

Te weten, die boven AC vallen; dat is die een gedeelte van de oneyndige AB, of AF tot *Hypothenuſa* hebben:

Maar die onder AC vallen; dat is, die een gedeelte van AG voor *Hypothenuſa* hebben zullen de begeerde zyn, als ge-eyſt wert dat het □ van d'*Hypothenuſa*, en den inhoudt des △ 10 maal tot het □ van den *Baſis* zal zyn, als 7 maal den *Baſis* tot de *Cathetus*, om dat in dit geval CG *Negatif* is.

Waar-

No. 29.

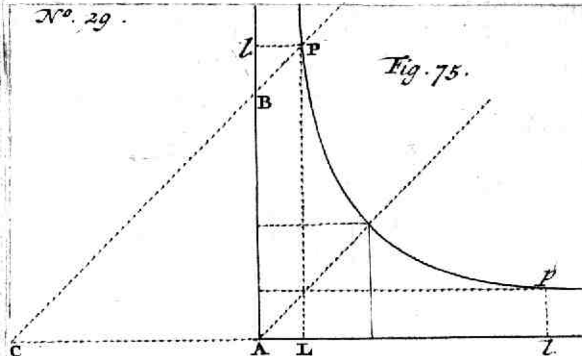


Fig. 75.

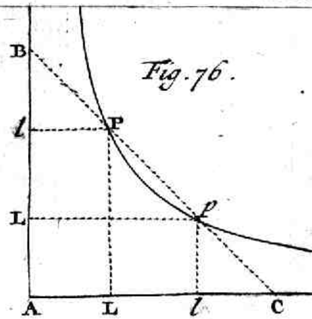


Fig. 76.

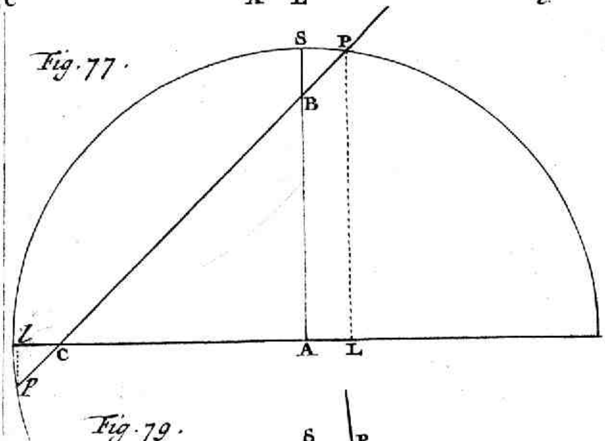


Fig. 77.

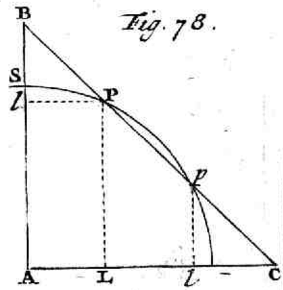


Fig. 78.

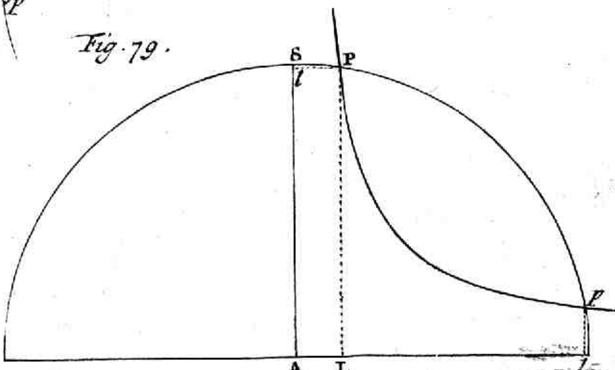


Fig. 79.

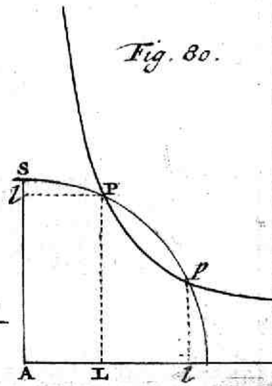


Fig. 80.

Waarschouwing.

Men weet dan, dat alle *Æquatien* van hoeveel *Dimensien* die ook souden mogen zyn, als 'er geen bekende *term* in gevonden wort, en alle de overige *termen* zoodanig zyn, dat de *Dimensie* van *x* soo veel aanneemt, als die van *y* afneemt, konnen ontbonden werden, door een regte lyn, dat is te zeggen, dat de plaats, in welke de *Relatie* van *x* & *y* bewaart wert, een regte lyn is, (*die hier af 't bewys begeert, besiet Analysis Infinitorum* van D'HEER BERNHARDI NIEUWENTYT, *op Pag.* 34. *daar dit van voorre bewesen is*) als blykt by dese vier laeste werk-stukken, van welke de drie eerste een *Æquatie* van twee, en de laaste van drie *Dimensien* hebben. Soo dat niet alle vierkante onbepaalde *Æquatien* door kromme lynen van 't eerste geslagt moeten ontbonden werden, als MR. ABRAHAM DE GRAAF, *in sijn beginselen van d'Algebra, Pag.* 240. *stelt*, en schynt te willen bevestigen uyt het gene hy op Pagina 239. uyt D'HEER DESCARTES heeft aangehaalt, daar nogtans desen grooten *Mathematicus*, genoegsaam 't selve, 't gene ik hier aangetekent hebbe, stelt, als hy *in 't vierde Artic. van sijn* 2e. *Boek c* in een regte lyn stelt te vallen als *mm* & *ox* niet in de *Æquatie* gevonden wert.

III.

N.° 30.

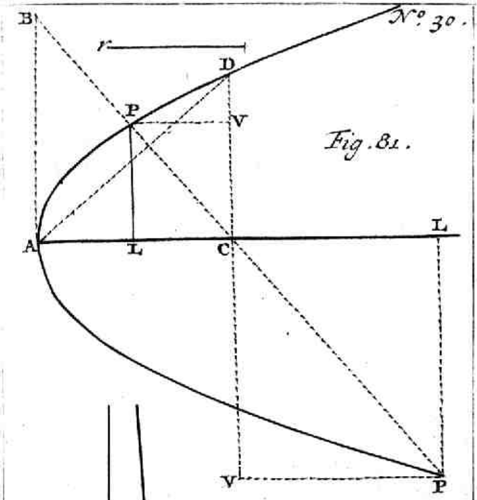


Fig. 81.

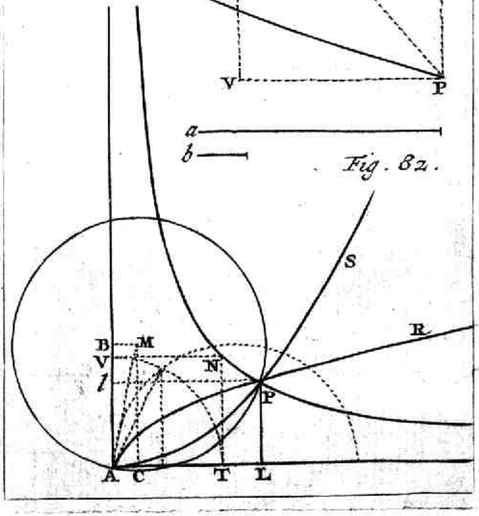


Fig. 82.

III. HOOFTSTUK.

Van de ontbindinge der onbepaalde Æquatien van twee Dimensien: of het vinden der kromlinische plaatsen van 't eerste Geslaght.

DAt door kromme van 't eerste, of enckelste geslagt, de *Conische-sectie*, en den gemeenen *Circul*, moet verstaan werden, is door den HEER CARTHESIUS, en andere genoeg betoogt; en wat haar *Proprieteiten* aangaat, die zyn van Mr. KINCKHUYSE, *in sijn grondt der Meet-konst*, genoegsaam by een getrocken en bewesen: en daarom sullen wy die alhier als bevestigde Waarheden, onder de benaminge van beginselen, invoeren, na dat ik al voorens de benaminge van eenige lynnen sal *gedefineert* hebben.

Hier toe laat gestelt werden, dat het Figuur 17. is een *Parabole*,

Figuur 19. een *Hyperbole*

en 't Figuur 18. een *Elips*.

Voorder laat de lynnen NR, PP. & PP. *Parallel*, en in 't punt L. in twee'n gelyck gedeelt zyn, en laat getogen zyn NQ. door de punten L. en L, tot dat NQ de kromme

N° 31.

Fig. 83.

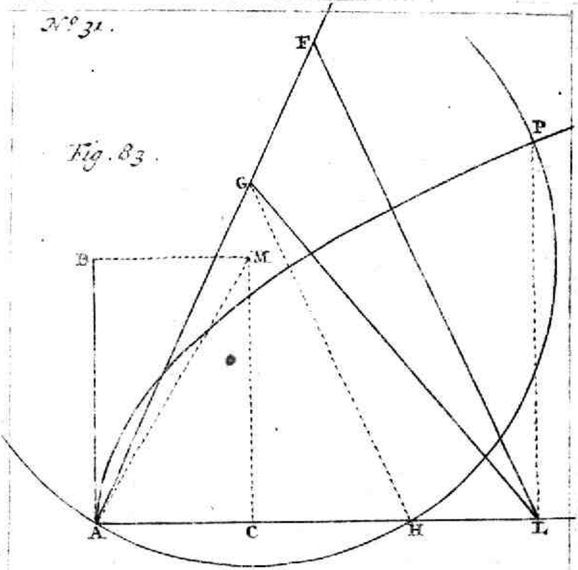
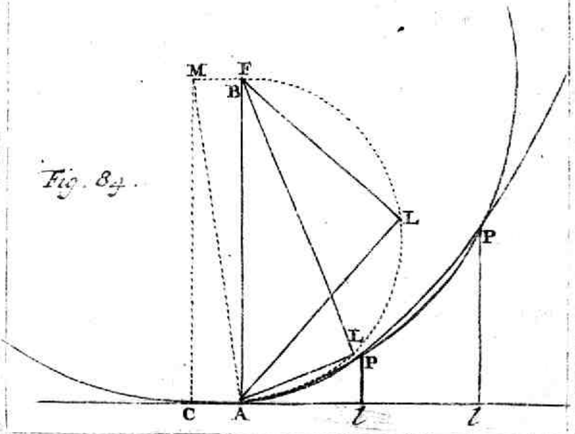


Fig. 84.



me ſnyden in de punten N en Q of in N alleen, als in 't 17 en 19ᵉ. *Fig.* dan deelt NQ in M in 2 gelyke deelen, (zynde NQ een gegeve bepaalde *Quantiteyt*) en trekt MG en MK, zoodanig, dat zy de kromme PNP altyt naderen en noyt raken, dan werden de lynnen benoemt als volgt:

1ᵉ. *Definitie Fig.* 19.

De bepaalde lyn *r*, noemt men *Latus Rectus*, en NQ *Latus tranſverſus*; te weten, als den hoek regt is, den *axis*, en anders de dwarſe Diameter, en RS de verkeerde, of ook *Medio Proportionalis*

2ᵉ. *Definitie Fig.* 18. 19.

Het Punt N ook Q *Vertex*, en het punt M het *Centrum*.

3ᵉ. *Definitie Fig.* 17. 18. en 19.

De veranderlyke PL *Applicaat*, de *Ordinata* NL, die door PL afgeſneden wert den *Intercept* (als in 't 17. 18 en 19ᵉ. *Fig.*) MG en MK de *aſſumptoſes*, en GH zyn *Parallellen* (als in 't 19ᵉ. *Fig.*)

1ſte. *Prin-*

Fig. 85.

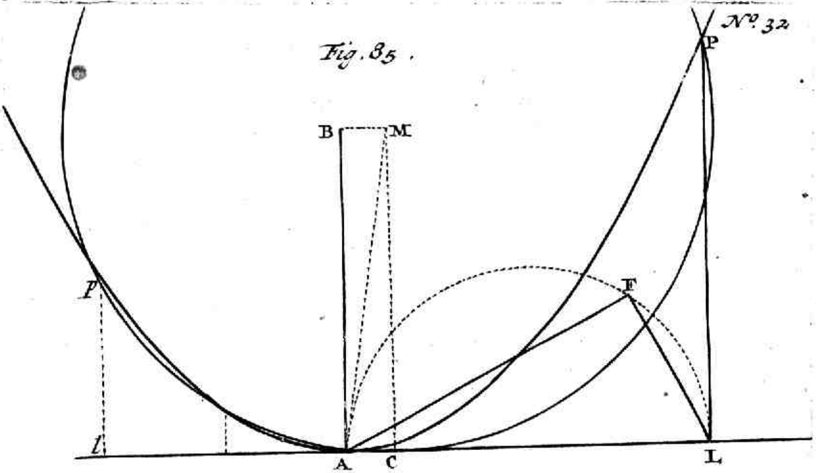
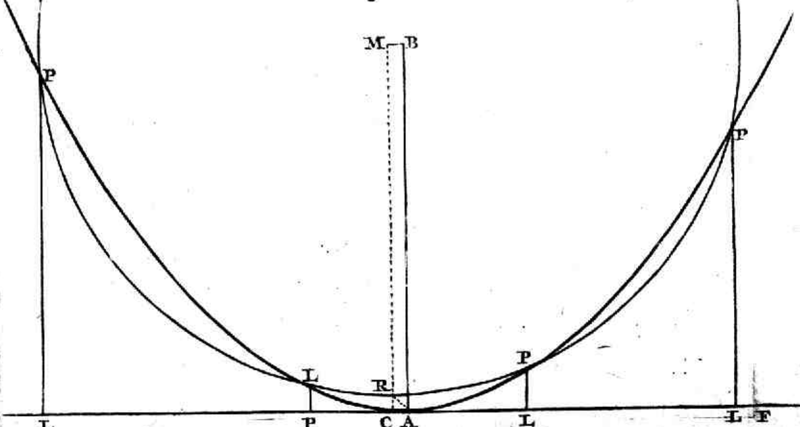


Fig. 86.



1^e^. *Principium* *Fig.* 17.

Inde *Parabole* is *r* tot L P als L P tot N L, of het □ L P is gelyk de ▭ *r*, N L.

2e. *Principium* *Fig.* 18 *en* 19.

In den *Ellips* en *Hyperbole* is *r* tot R S als R S tot N Q, dat is de *Medioproportionalis* tussen de regte en dwarse; te weten inden *Ellips* de evenwydige R S met L P door het *Centrum*; maar in de *Hyperbole* die evenwydige R S met L P door den top N gaande, bepaalt door de *absumptotes* MG, en M K of het □ M N is tot □ M R of □ M S als N Q tot de regte zyde *r*.

3e. *Principium* *Fig.* 18. *en* 19.

In de *Hyperbole*, en in den *Ellips*, is de ▭ N L Q tot □ L P als N Q tot de regte zyde *r*. Noteert, dat als *r* ∞ N Q, of 't □ L P ∞ ▭ N L Q is, den *Ellips* als dan een rondt is.

4e. *Principium* *Fig.* 19.

In de *Hyperbole* op zyn *Absumptotes* is M T

C tot

N° 33

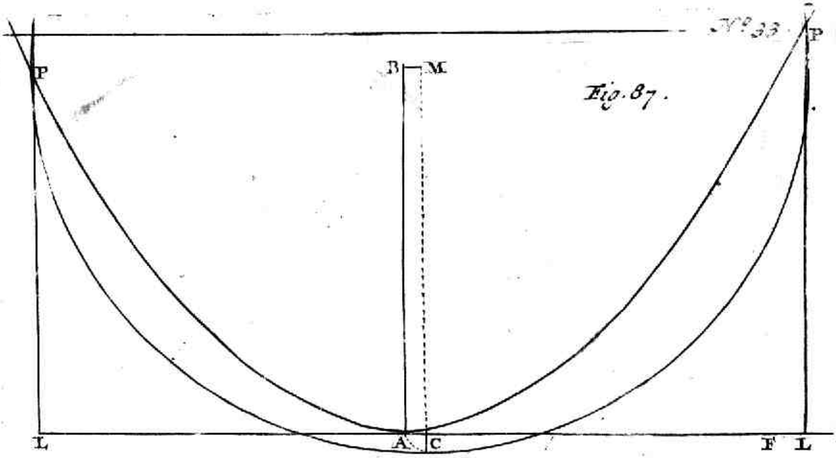


Fig. 87.

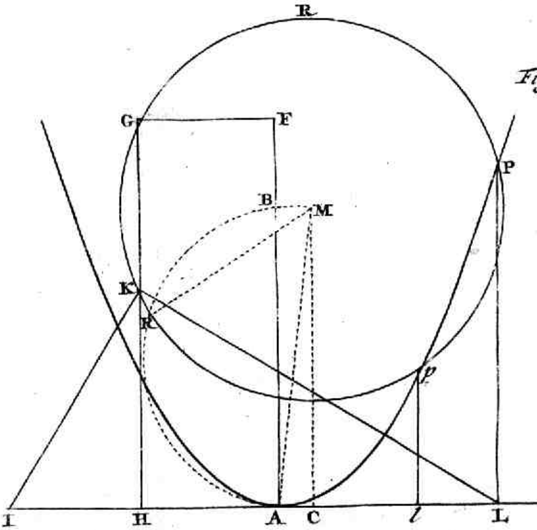


Fig. 88.

tot MG als GH tot NT of de ▭ MTN is ∞ de ▭ MGH

Nu is myns bedunkens noodig, dat ik aantoone, hoe men door passer en liniaal deze kromme lynnen, dat is eenige punten der zelve, op een plat vlak kan bepaalen: als gegeven is de hoek L, of G, mitsgaders de lynnen NQ, en *r*; als ook, hoe men uyt yder *Æquatie* zien kan, hoedanigen kromme tot zyn ontbinding vereyst wert, 't welk in de volgende *Lemmates*, en *Scolium* zal vertoont werden.

1e. *Lemma.*

Van een *Parabole* gegeven zynde de regte zyde *r*, en den hoek des *applicaats*, de *Parabole* te beschryven.

Het Werk *Fig.* 20.

Maakt AB na believen, en stelt op AB de lyn BN (gelyk de middelevenredige tusschen AB, en de gegevene *r*) zoodanig dat den hoek ABN gelyk is aan den gegeven hoek L, dan trekt den oneydigen NL *Parallel* met AB, daar na verkiest in NL, zoo veel punten L, als 't UE believen zal, en trekt door de zelve de lynnen ELD *Parallel* met BN, tot dat ze de verlengde AN en AB snyden in de punten E, en D, dan maakt op ED, als middellyn, het half-ronde

No. 31.

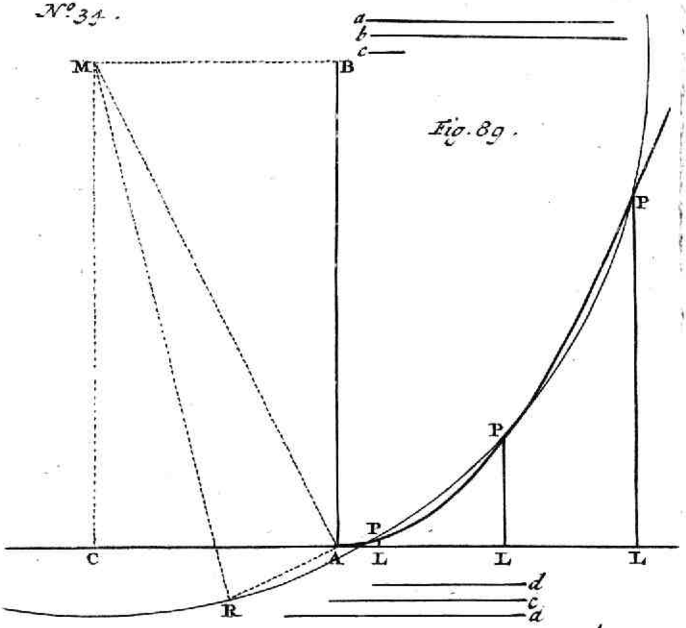


Fig. 89.

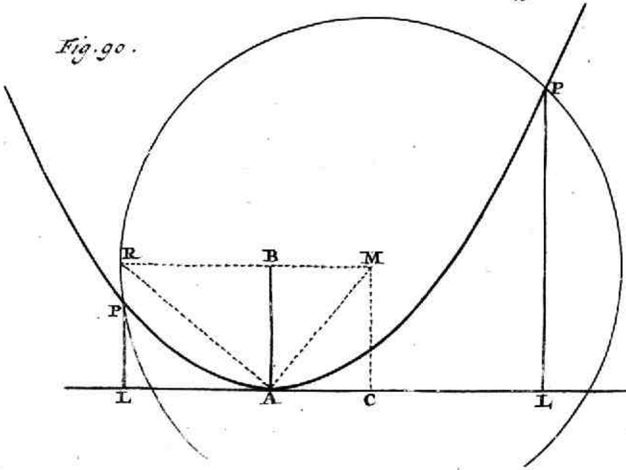


Fig. 90.

rondt DCE, en ſtelt LC regthoekig op ED, tot dat hy het rondt ſtoot in C, en maakt LP (boven en onder NL) gelyk LC, zoo is C een punt van de *Parabole*.

Het Bewys.

Stelt AB ∞ a NL ∞ x LP of LC ∞ y, zoo is BN ∞ $\sqrt{ar}$ dan is (volgens de 4e. *des* 6e. *Boeks Euclidis*)

AB tot BN als NL tot LE

of $a \cdot \sqrt{ar} = x \cdot x\sqrt{r:a}$

vorder is BN of DL tot LC of LP als LP tot LE

of $\sqrt{ar} \cdot y = y \cdot x\sqrt{r:a}$

Ergo $yy \infty rx$

of $y \infty \sqrt{rx}$

dat is NL tot LP als LP tot de regte zyde

of $x \cdot y = y \cdot r$

Ergo, de kromme NP, gaande door de gevondene punten P, is een *Parabole* volgens het 1e. *Principium*.

2e. *Lemma.* *Fig.* 21 en 22.

Gegeven zynde d' lynnen NQ en r van een *Ellips*, of *Hyperbole*, mitsgaders den Hoek L van den *Applicaat*, de punten P in de kromme te vinden.

Het Werk *Fig.* 21.

Deelt NQ in 2 gelyke deelen, als MQ en MN, en Maakt den Hoek QMR gelyk den gegeven hoek L, en MR *medioproportionaal* tusſchen MQ en ½ r, dan trekt de oneyndige

Fig. 91.

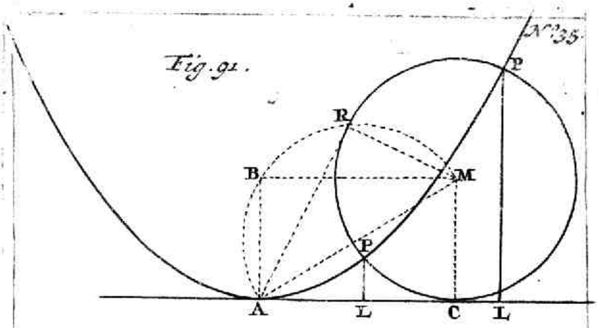
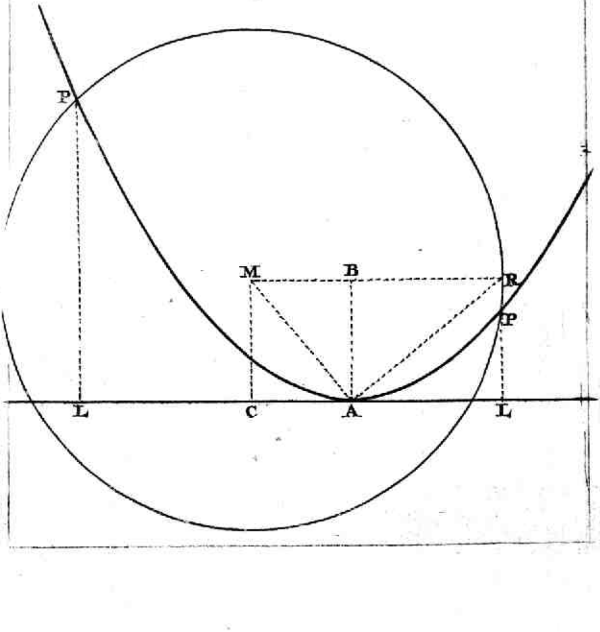


Fig. 92.



NR, en QR, ſnydende de *Parallellen* aan MR, inde Punten B en A, dan maakt LC middel evenredig tuſſen de lynnen BL en LA, en maakt $LP \infty LC$, dan is P een punt van den *Ellips*, als LP tuſſchen N en Q valt;

Maar P is een punt van de *Hyperbole* als L inde verlengde QN genomen is.

Demonſtratie.

Stelt $NQ \infty q$ $ML \infty x$ LC of $LP \infty y$ zoo is MN of $MQ \infty \frac{1}{2}q$ $MR \infty \sqrt{\frac{1}{4}qr}$ of $\frac{1}{2}\sqrt{qr}$

$QL \infty \frac{1}{2}q - x$, als L in MQ;

Maar $QL \infty \frac{1}{2}q + x$, als L inde verlengde QN aan N is, en $NL \infty \frac{1}{2}q - x$, als L in MN;

Maar $NL \infty -\frac{1}{2}q + x$, als L in de verlengde van MN aan de zyde van N valt, en overzulkx is de

$\square QLN \infty \frac{1}{4}qq - xx$, als L in QN is; ende

$\square QLN \infty xx - \frac{1}{4}qq$, als L in de verlengde QN aan de zyde van N is.

Voorts is't (door de 4^e. *propos: des 6. Euclidis*)

QM tot MR als QL tot LA

of $\frac{1}{2}q \,.\, \frac{1}{2}\sqrt{qr} = \pm\frac{1}{2}q \mp x \,.\, \overline{\pm\frac{1}{2}q \mp x}, \sqrt{r:q}$

en NM tot MR als NL tot LB

$\frac{1}{2}q \,.\, \frac{1}{2}\sqrt{r} = \mp\frac{1}{2}q \pm x \,.\, \mp\frac{1}{2}q \pm x, \sqrt{r:q}$

en overzulkx is

den $\square ALB \infty \overline{\frac{1}{4}qq - xx}, \frac{r}{q}$, als L in NQ; maar

den $\square ALB \infty \overline{xx - \frac{1}{4}qq}, \frac{r}{q}$, als L in de verlengde van QN valt, en dezen

$\square ALB$ is gelyk 't $\square LC$ of LP

$$\left.\begin{array}{l} \text{of } \overline{\frac{1}{4}qq - xx}, \frac{r}{q} \\ \text{of } \overline{\frac{1}{4}xx - qq}, \frac{r}{q} \end{array}\right\} \infty yy \text{ of } qyy \infty \left\{\begin{array}{l} \frac{1}{4}rqq - rxx \\ rxx - \frac{1}{4}rqq \end{array}\right.$$

of

N°. 36.

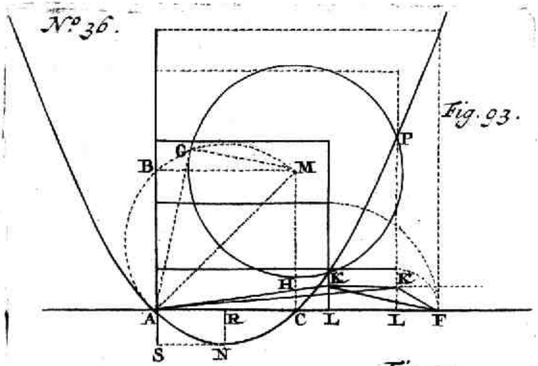


Fig. 93.

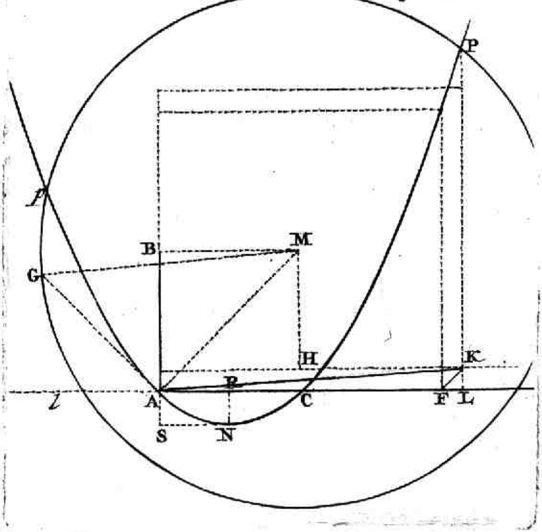


Fig. 94.

of $y \propto \sqrt{rxx - \frac{1}{4}rqq : q}$ of $y \propto \sqrt{\frac{1}{4}rqq - rxx : q}$
en overzulk x is dan
de ▭ NLQ tot □ LP als de dwarse, tot de regte

$$\left.\begin{array}{l}\text{of, } \frac{1}{4}qq - xx \\ \text{of, } xx - \frac{1}{4}qq\end{array}\right\} . \; yy = q \; . \; r$$

en dan zyn de Punten P als L; in NQ valt de Punten van een *Ellips*, en als L buyten QN is, van een *Hyperbole*, diens dwarse is NQ, en regte is $\propto r$.

NOTA, is $r \propto q$, dat is $\propto$NQ, zoo is MR $\propto$ MQ of MN, en dan is de kromme NPQ in zoodanigen geval een *æquilatere Hyperbole*, of een circul, als den hoek in L regt is.

3^e^. *Lemma* *Fig.* 22.

Laat gegeven zynde de hoek GMK, mitsgaders het punt N, de punten P inde *Hyperbole* te vinden, waar van MG, en MK, de *absumptotes zyn.*

Het Werk.

Trekt door 't punt N de lynnen FNA en TNB, *Parallel* aan MK, en MG, dan trekt uyt M de lynnen MA en MB, snydende de lynnen TN en NA, ook FN en NB inde punten C en A, en in D en B daar 't valt, dan trekt uyt de punten C en A, ook uyt D en B, de *Parallellen* CP en AP, ook DP en BP, evenwydig aan MK, en MG, ontmoetende malkanderen in de punten P, zoo zyn deze pun-

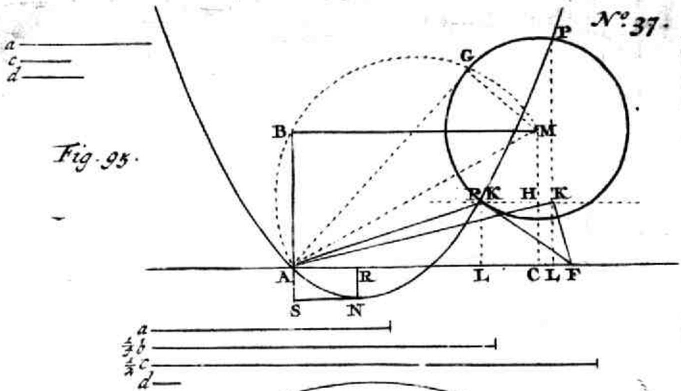

a
c
d
G
P
B
M
P K H K
A R
L C L F
S N
a
$\frac{1}{3}b$
$\frac{1}{2}c$
d

Fig. 95.

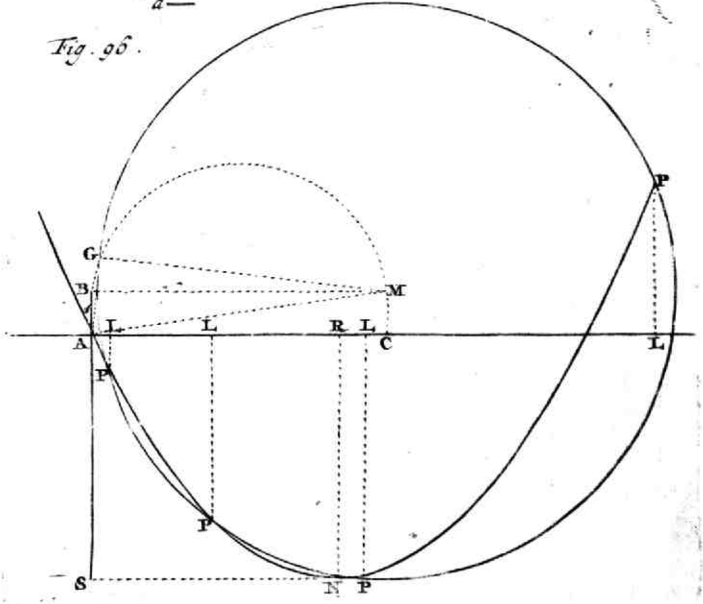

G
B
M
A L L R L C
P
L
P
P
S N P

Fig. 96.

ten P inde *Hyperbole*, diens *absumptotes* de lynnen MG en MK zyn.

Demonstratie.

Verlengt AP, tot die MK snydt in L, dan stelt MT of FN ∞a, TN of MF ∞b ML of FA ∞x en TC of LP ∞y dan is na de 4e. *des* 6e. *Euclid*

FM tot FA als TC tot MT

of $b \;.\; x = y \;.\; a$

dies is $xy \infty ab$

of $y \infty ab : x$, en overzulkx is ook

MT tot ML als LP of TC tot TN

of $a \;.\; x = y \;.\; b$

't gene te bewyzen was.

Uyt deze drie *Lemmatis* siet men gevoeglyk dese *Scolia*:

Scolium.

1e. Soo in een onbepaalde *Æquatie* $y \infty$ een *surdise* grootheyt is, in 't welke x maar van een *dimensie* is, zoo is de kromme die deze *Æquatie* bepaalt een *Parabole*:

2e. Soo in de *surdise* term, die aan y gelyk is, xx gevonden wert, zoo wert dese *Æquatie* bepaalt, door een *Ellips*, of door een *Hyperbole*, te weten: door een *Elips*, als 'er is $-xx$; maar door een *Hyperbole*, als men heeft $+xx$.

NB, zoo de bekende Quantiteyt $-$ is, zoo is,

No. 38.

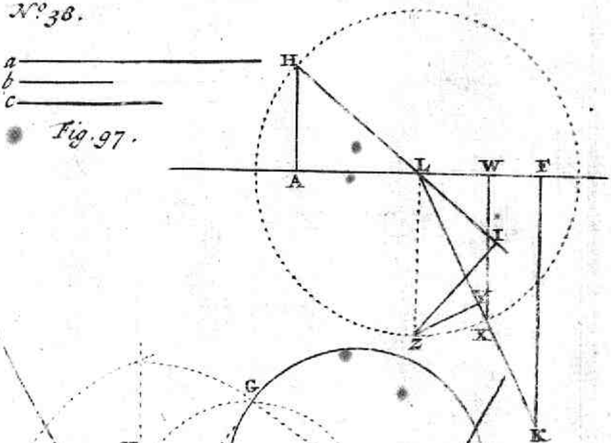


Fig. 97.

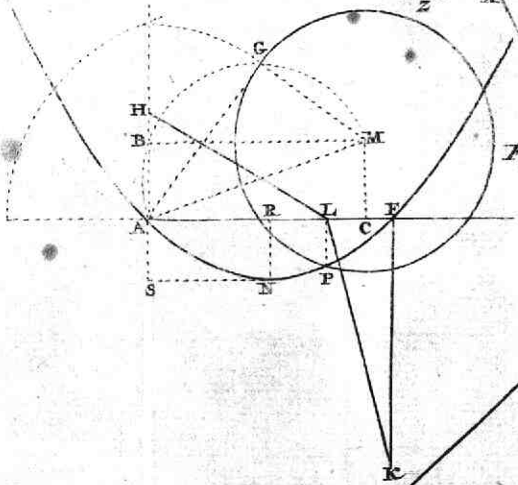


Fig. 98.

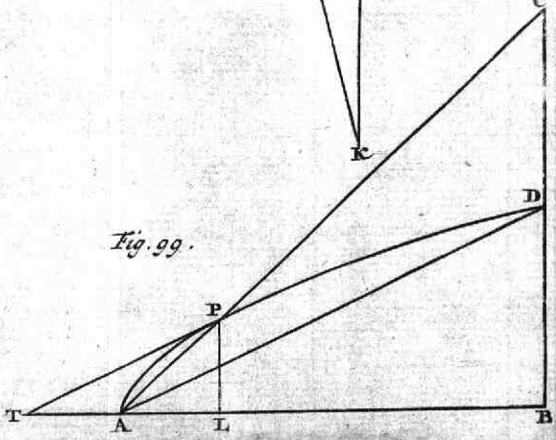


Fig. 99.

is, x, inde middellyn; maar $+$ zynde, zoo is x, *Parallel* aan de zelve.

3e. Soo y gelyk aan een *Fractie*, of breuk is, in welkers *denominator* (noemer) x gevonden wert, zoo is x in de *absumptote* van een *Hyperbole*, en y is zyn *Parallel*.

Dese zaken wel verstaan zynde, zal men gemakkelyk alle *Problemas*, die door kromme van 't eerste geslagt bepaalt werden, konnen ontbinden; gelyk vorder geleert sal werden in de volgende *Problemates*.

1e. *VOORSTEL*, 1e. *Problema Fig.* 23.

Buyten een gegeven regte lyn FG, 't punt P te vinden, zoodanig dat, indien men trekt PL, die FG snyd met een gegeven hoek FLP; de ▭ FLG gelyk is aan 't □ LP.

Het Werk.

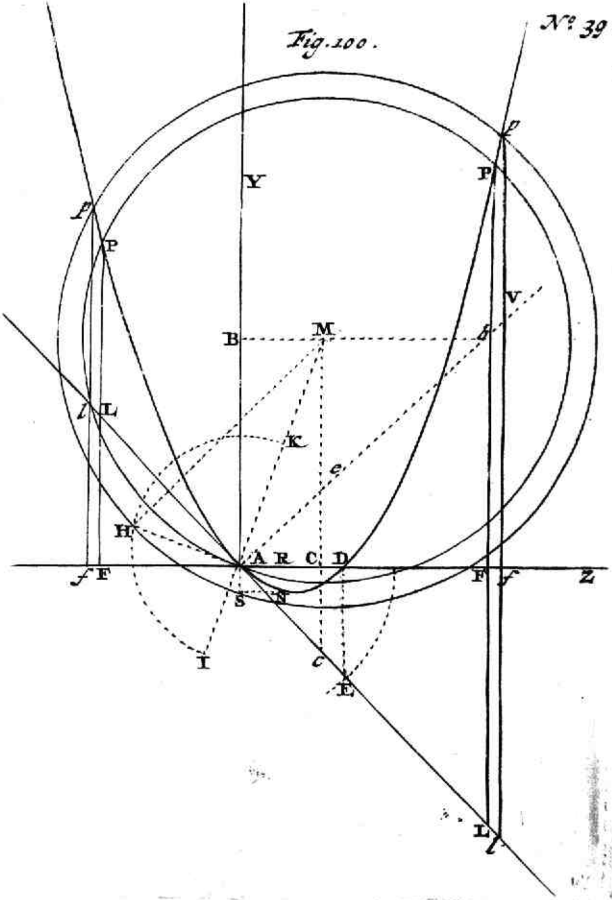
Stelt AF of AG ∞ a AL ∞ x en LP ∞ y, zoo is FL ∞ $a + x$ en LG ∞ $a - x$ of $x - a$ daarom is de ▭ FLG ∞ $aa - xx$, of $xx - aa$

Ergo 't □ LP ∞ de ▭ FLG

$$\text{of } yy \infty \begin{cases} aa - xx & \text{een } \textit{Elips} \\ xx - aa & \text{een } \textit{Hyperbole} \end{cases}$$

Dies is de kromme, die de Plaats voor 't punt P bepaalt, een *Elips*, of een *Hyperbole*, te weten een *Elips*, als men wil dat L in FG; maar een *Hyperbole*, als men onderstelt, dat L inde verlengde van FG zal vallen.

Fig. 100.



Om de middellyn te vinden, zoo ftelt $y \infty o$, zoo is $aa - xx$, of $xx - aa \infty o$ dat is $x \infty + a$, of $-a$ voor MN of MQ en daarom valt Q in F, en N in G, en M in A, daar uyt blykt, dat FG de middellyn is, en A het mid ftip, zoo wel tot de *Hyperbole*, als tot den *Elips*.

Om nu de regte zyde te vinden, zoo ftelt in 't geval alwaar $yy \infty aa - xx$ is, $x \infty o$, zoo is $y \infty a$ voor MR, en overzulkx is door het 2e. beginzel Het □QM tot □MR als NQ tot de regtezyde
of $aa \quad . \quad aa = 2a \quad . \quad 2a$

Dies befchryft op FG als middellyn, en als regte zyde, met de gegeve hoek QMR, den *Elips* QRPN, door 't 2e. *Lemma*, deze is de begeerde plaats voor 't punt P, als men wil dat L in FG zal vallen:

Maar als men begeert dat L in de verlengde van FG zy, dat is, als men heeft $y \infty \sqrt{xx - aa}$, zoo ftelt $x \infty 2a$ voor AC, (om dat in dit geval x geen nul zyn kan) zoo is $y \infty \sqrt{3aa}$ voor CB, en dan zegt, na het 2e. *Principium*;
de ▭QCN tot □CB als QN tot de regte zyde
of $3aa \quad . \quad 3aa = 2a \quad . \quad 2a$

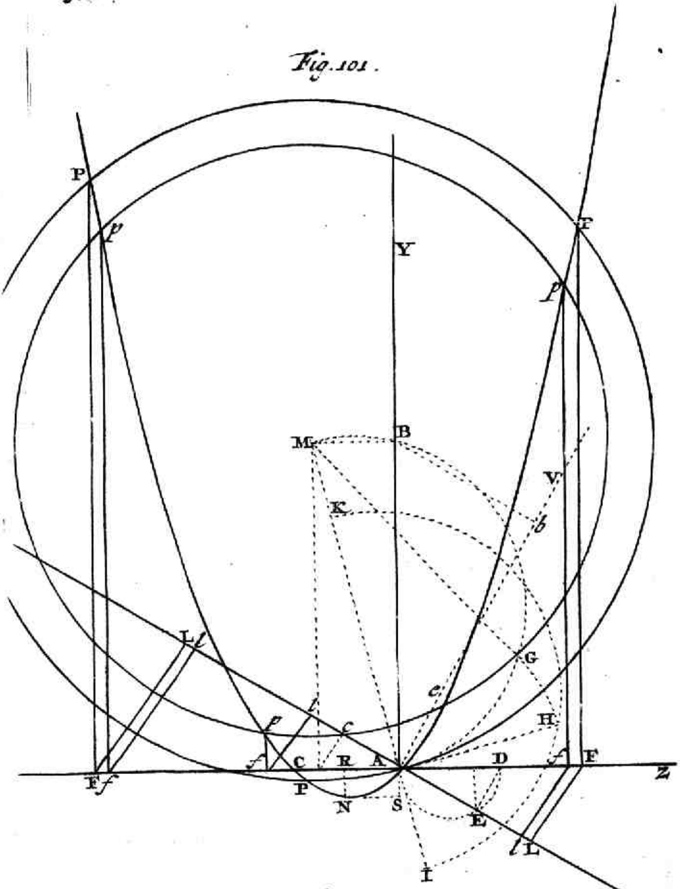
Dies maakt op QN, als middellyn, en als regte zyde, met de gegeven hoek ACB, de *Hyperbole* NPBP, door het 2e *Lemma*, deze is de begeerde plaats voor P.

NB, zoo de gegeve hoek regt is, als in 't *Fig.* 24. zoo is de plaats van P een rondt, om dat de regte, en dwarfe zyde gelyk zyn. Uyt dit voorftel konnen nog twee werk ftukken getrokken werden, als men wil dat de ▭FGL, of GFL ∞ □LP zal zyn.

Het

No. 40.

Fig. 101.



Het 2e. Problema Fig. 25.

Laat alles gegeven zyn als vooren, ende ▭FGL ∞ □ LP begeert worden; zoo is $yy \infty 2aa - 2ax$, of $2ax - 2aa$ het eerste, als $yy \infty 2aa - 2ax$, als L in FG; maar het laatste, als $yy \infty 2ax - 2aa$, als L in de verlengde van FG, aan G valt; en overzulkx zyn de kromme in beyde de gevallen *Paraboles*, volgens het 1. lidt van 't *Scholium.*

Om nu den top te vinden, zoo stelt $y \infty o$, dan is $x \infty a$ voor AG, dies valt N in G; en om de Regte te vinden, zoo stelt $x \infty o$, of $\infty 2a$ voor AC, zoo wert $y \infty \sqrt{2aa}$ voor AB, of CB, dan segt, als in 't 1e. *beginsel*,

AG of GC tot AB of CB als AB of CB tot de regte

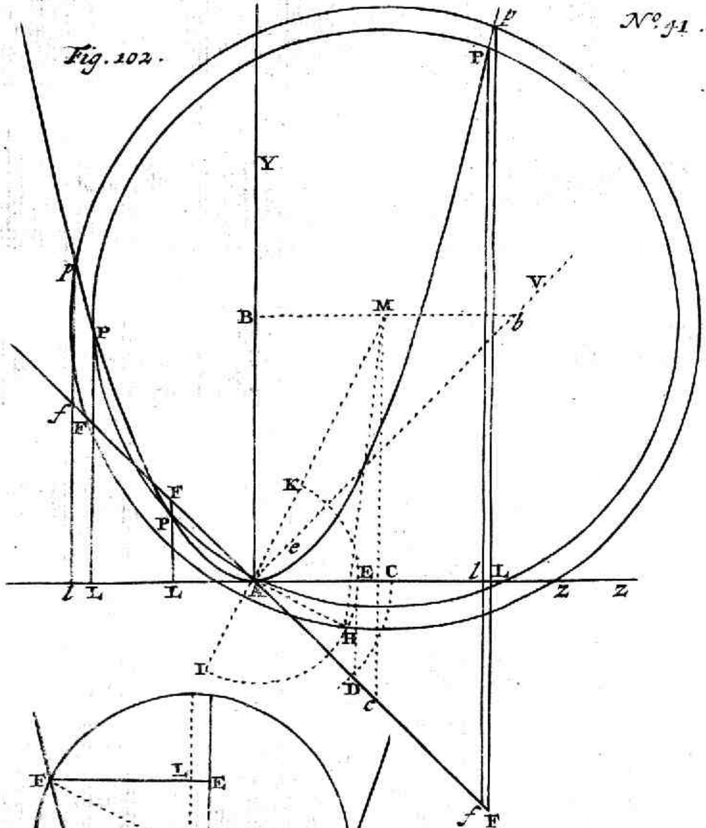
of a . $\sqrt{2aa}$ ═══ $\sqrt{2aa}$. $2a$

Dies beschryft uyt N of G, als top, op FG als middellyn, met $2a$ als regte zyde, de *Paraboles* NBP, (door 't eerste *Lemma*) over de linker en regterhant van G, zoo zyn deze de begeerde plaatsen voor P; te weten, de *Parabole* over de linker zyde voor $yy \infty 2aa - 2ax$, en die over de regter zyde voor $yy \infty 2ax - aa$.

Het 3e. Problema. Fig. 26.

Als men begeert dat de ▭GFL ∞ □LP zal zyn, en de rest gestelt wort als vooren, zoo is $yy \infty 2ax + 2aa$, zynde de zelfde *Parabole* als in 't 2e. *Problema*; maar zyn top N is hier in F, om dat $x \infty - a$ is, gelyk AF, als men $y \infty o$ stelt.

Fig. 102.



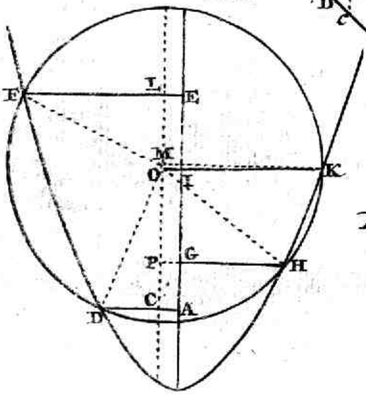


Fig. 103.

2e. *VOORSTEL*, 4e. *Problema*, *Fig.* 27.

Buyten een gegeve regte lyn FG, het punt P te vinden, uyt 't welcke men tot de lyn FG, in een gegeven hoek, kan trekken LP, zoodanig, dat de $\square$FLG $\propto a$, LP zy.

Het Werk.

Stelt 't punt A in 't midden van FG: en noemt de gegeve lyn a, AF of AG $\propto b$ AL $\propto x$ LP $\propto y$, zoo is FL $\propto b + x$ en GL $\propto b - x$ of $x - b$ en de regthoek FLG $\propto bb - xx$ of $xx - bb \propto ay \propto$ de $\square$ a, LP, dies is $xx \propto ay + bb$ of $bb - ay$ en daarom is de plaats voor P in een *Parabole*, (volgens het eerste lidt van 't *Scholium*) welke y, *Parallel*, met de middellyn is, om dat y maar van een, en x van twee *dimensien* is.

Om de top te vinden, zoo stelt $x \propto o$ dat is L in A, zoo wort $y \propto bb : a$ voor AN

Om nu de regte te vinden, zoo stelt $y \propto o$ dat is P in FG, zoo wert $x \propto b$ voor AG, of AF dan zegt (naar 't 1e. *Principium*)

AN is tot AG als AG tot de regte zyde
of $bb : a$. b = b . a

Dies beschryft uyt N als top, om NA als middellyn, met a als regte zyde, en FAN, als gegeven hoek van den *Applicaat*, (door 't 1e. *Lemma*) de *Parabole* PFNPGP, die is de begeerde plaats voor P.

3e. *VOOR-*

3e. *VOORSTEL*, 5e. *Problema.* *Fig.* 28.

Buyten de oneyndige regte lyn A L, is gegeven het punt F; men begeert het punt P te vinden, zoodanig, dat men uyt P, als *Centrum*, een rondt kan trekken, dat door 't punt F gaat, en de lyn A L raakt.

Het Werk.

Trekt F G *Parallel*, en gelyk A L, zoo ſnyd die P L, of zyn verlengde in G, dan ſtelt A F $\propto a$ A L $\propto x$ en L P $\propto y$ zoo is P G $\propto y - a$ of $a - y$ en daarom is (na de 47e. die 1e. Euclidis) het $\square$ F P $\propto$ $\square$ L P $\propto$ $\square$ F G $+$ $\square$ G P of

$$yy \propto xx + yy - 2ay + aa$$

of $$xx \propto 2ay - aa$$

of $x \propto \sqrt{2ay - aa}$ zynde een *Parabole* (volgens het 1e. *lidt van Scholium.*)

Om den top te vinden, zoo ſtelt het *ſurdiſch* $\propto o$, dan is ook $x \propto o$, of L in A, en $y \propto \frac{1}{2}a$ voor A N, dies is N den top. En de regte gelyk $2a$, om dat y met $2a$ vermenigvuldigt is.

Dies beſchryft uyt N, als top, op N F, als *axs*, met $2a$ als regtezyde, de *Parabole* N P, deſe is de plaats, uyt welke men de begeerde ronden kan trekken.

NB, F is het *Focus*, om dat N F $\propto \frac{1}{4}$ van de regtezyde is.

4e. *VOOR-*

4^e^. *VOORSTEL*, 6^e^. *Problema*, *Fig*. 29.

Gegeven zynde een punt F buyten de oneyndige lyn A L, men begeert de plaats van 't punt P te vinden, uyt het welke men twee lynnen kan trekken, welkers zom P F + P L gelyk is aan een gegeve lyn b.

Het Werk

Trekt F G *Parallel* aan A L, tot dat die P L snyd in G, zoo is G L ∞ A F, dan stelt A F of L G $\infty\, a$ A L $\infty\, x$ en L P $\infty\, y$, zoo is P F $\infty\, b-y$ en G P $\infty\, a-y$ of $y-a$ en daarom is (volgens de 47. des 1. Euclid)

het $\square$ F G $+ \square$ G P ∞ $\square$ F P

of $xx + yy - 2ay + aa \infty bb - 2by + yy$

of $xx \infty 2ay - 2by + bb - aa$

of $x \infty \sqrt{2ay - 2by + bb - aa}$, een *Parabole* volgens het 1. lidt van 't *Scholium*.

Daarom stelt het *surdisch* $\infty\, o$, zoo is $x \infty o$, of L valt in A, dan is $2ay - 2by \infty aa - bb$

of $y \infty \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}a$ voor A N, opwaarts, dan is N den top.

Om nu de regte zyde te vinden, zoo stelt $y \infty o$ of P in A L, dan vint men $x \infty \sqrt{bb - aa}$ voor A C, dan segt, volgens het 1^e^. *Principium*,

A N is tot A C als A C tot de regte zyde

of $\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}a \,.\, \sqrt{bb-aa} = \sqrt{bb-aa} \,.\, 2b - 2a$

Dies

Dies beſchryft uyt N als top, om AN als *as*, met $2b-2a$ als regte zyde, de *Parabole* DNPPCP, deze is de begeerde plaats voor 't punt P; te weten boven DAC, dat is in 't deel DNC, als men begeert dat $PF + PL \propto b$; maar onder DAC, als men wil, dat $PF - PL \propto b$ zal zyn.

5e. *VOORSTEL*, 7e. *Problema*, *Fig.* 30.

Gelyk beenige driehoeken te maken met een gegeven omtrek; of inhout.

Het Werk, op het eerſte geval.

Stelt voor den gegeven omtrek $\propto 2a$, den halven *Baſis* $\propto x$, en den *perpendiculaar* uyt de top $\propto y$, zoo is yder been des $\triangle \propto \sqrt{xx+yy}$ en PA + AL of $\sqrt{xx+yy} + x \propto a$, of $\sqrt{xx+yy} \propto a-x$

dies is $xx+yy \propto aa-2ax+xx$

of $yy \propto aa-2ax$

of $y \propto \sqrt{aa-2ax}$

zynde een *Parabole*, na het 1e. lidt van 't *Scholium*;

Om de top te vinden, zoo ſtelt het *ſurdiſch* $\propto o$ dan wert $x \propto \frac{1}{2}a$ voor AN, zoo is N de top. Om de regte te vinden, zoo ſtelt $x \propto o$, dat is L in A, zoo wert $y \propto a$ voor AB, dan ſegt, volgens het 1e. beginſel,

NA is tot AB als AB tot de regte zyde

of $\frac{1}{2}a$. a ═══ a . $2a$.

Dies

Dies beschryft uyt N als *Vertex*, met $2a$ als regte zyde, over NA, als *axis*, de *Parabole* NPB, deze bepaalt de toppen des $\triangle^{en}$ APLA, dan maakt LF ∞ AL en trekt PF, zoo is PFAP, de begeerde $\triangle$, diens omtrek AP+PF+FA ∞ is aande gegeve $2a$

8e. *Problema*; *op 't 2e. geval Fig.* 31.

Laat den gegeven inhoudt zyn ∞ab en ftelt de reft als vooren.

Soo is $xy \infty ab$, dat is x, tot a, als b, tot y, Zoo men nu $x \infty o$ ftelt, zoo is y oneyndig. Zoo men $y \infty o$ ftelt, zoo is x oneyndig, (door 't 2e. *Postulatum*)

Dies trekt uyt A; de oneyndige AS en AT, bepalende in A een regten hoek SAT, om dat x en y regthoekig op malkanderen zyn, dan ftelt $x \infty a$ voor AC zoo is $y \infty b$ voor CB, dan ftelt CB ∞b *Parallel* aan AS, zoo is B een Punt van de begeerde plaats, die een *Hyperbole* tegens zyn *absumpoote* moet zyn (na het 3e. lidt van 't *Scolium*) om dat $y \infty ab : x$ is.

Dies beschryft (door 't 3e. *Lemma*) inde hoek SAT, door 't punt B, de *Hyperbole* BP; die is de begeerde plaats voor de top des $\triangle$ APF; daarom trekt uyt eenig punt P, de *Parallel* PL, en maakt LF ∞ AL, dan trekt AP, en PF, zoo is den $\triangle$APFA ∞ de $\square$ACBD dat begeert wierdt

6e. *VOORSTEL*, 9e. *Problema.*
Fig. 32.

Gegeven zynde de regte lyn F A G buyten dezelve 't Punt P te vinden, uyt welke men tot de eynden des gegeven lyn F en G, twee lynnen FP, en G P kan trekken welkers zom der $\square^{en}$ gelyk is aan de ▭ van de gegeve F G, b.

Het Werk.

Stelt A F of A G $\infty\ a$ F D $\infty\ b$ A L $\infty\ x$ en P L $\infty\ y$ zoo is F L $\infty\ a + x$ en G L $\infty\ a - x$ of $x - a$ en door de 47e. des 1e. Euclid.

Is 't $\square$ F P $\infty\ aa + 2ax + xx + yy$

en 't $\square$ P G $\infty\ aa - 2ax + xx + yy$

vergt.

komt 't $\square$ FP $+ \square$ P G $\infty\ 2aa + 2xx + 2yy \infty\ 2ab$

∞ ▭ F G, b of $yy \infty\ ab - aa - xx$

of $y \infty \sqrt{ab - aa - xx}$

een *Elips*, (na 't 2e. lidt van 't *Scholium*) Dies stelt het *surdis* $\infty\ o$, zoo is $x \infty \sqrt{ab - aa}$ voor AN. en A Q; en dan zyn de punten N en Q de toppen, N Q de middellyn, en A het *mid stip*;

Om de Regte zyde te vinden, zoo stelt $x \infty\ o$, zoo is $y \infty \sqrt{ab - aa}$ voor A B, dan segt, na 't 3e. *beginsel*,

de ▭ QAN tot $\square$AB als NQ tot de regte zyde of $ab - aa \,.\, ab - aa = 2\sqrt{ab - aa} \,.\, 2\sqrt{ab - aa}$

dat

dat is de regte, gelyk de dwarſe, en de hoek L regt, en daarom is de plaats voor P een Rondt, 't welk dus beſchreven wort, maakt $FD \propto b$, en beſchryft op de zelve als *diameter* 't half rondt FBD, dan ſtelt AB regthoekig uyt A op FD, ſtootende het rondt FBD in B, zoo is $AB \propto \sqrt{ab - aa}$, dies beſchryft A, als *Centrum*, met AB, als *Radius*, het Rondt QBPN, zoo is de plaats van P in dit rondt, daarom trekt uyt F en G tot eenig punt in dit Rondt, de lynnen FP en GP, zoo zal het $\square PF + \square PG \propto$ ▭ DFG zyn.

Het 10 *Problema*, *Fig*. 33.

Als 'er drie punten F, G en H gegeven zyn, en dat begeert wert, dat de zom der drie $\square$ van FP, GP en HP $\propto$ ▭ FG, b zal zyn, zoo deelt FG in 3 gelyke deelen: en ſtelt yder deel, of F. 1 1. 2, of 2. 3 $\propto a$, $FS \propto b$ $AH \propto c$ (nemende A voor 't middel van FG) $AL \propto x$ en $LP \propto y$, zoo is $FL \propto 1\frac{1}{2}a + x$ $HD \propto c \pm x$ en $GL \propto 1\frac{1}{2}a - x$ of $x - 1\frac{1}{2}a$

Men vind dan

$$\left.\begin{array}{l}\text{'t } \square FL \\ \text{'t } \square HL \\ \text{'t } \square GL \\ \text{'t } 3\square LP\end{array}\right\} \propto 4\tfrac{1}{2}aa + cc \pm 2cx + 3xx + 3yy \propto 3ab \propto$$

$$▭ GFS \text{ of } yy \propto ab - 1\tfrac{1}{2}aa - \tfrac{1}{3}cc \mp \tfrac{2}{3}cx - xx$$

$$\text{of } y \propto \sqrt{ab - 1\tfrac{1}{2}aa - \tfrac{1}{3}cc \mp \tfrac{2}{3}cx - xx}$$

Vertoonende een Rondt, om reden als vooren.

Dies

Dies ſtelt het *ſurdes* $\propto o$, zoo vind men $x \propto \mp\frac{1}{3}c \pm \sqrt{ab - 1\frac{1}{2}aa - \frac{2}{9}cc}$.

En $x \propto o$ ſtellende, zoo is $y \propto \sqrt{ab - 1\frac{1}{2}aa - \frac{2}{9}cc}$ daarom ſtelt $AC \propto \frac{1}{3}c$ of $\frac{1}{3}AH$, (zynde het *Poſitive* deel van x) en $AR \propto a$, en $FS \propto b$ zynde, zoo is $AS \propto b - 1\frac{1}{2}a$, dan op RS een halfrondt RKS getogen, en uyt A de *perpendicul.* AK, ſtotende het halfrondt in K, zoo is $AK \propto \sqrt{ab - 1\frac{1}{2}aa}$, dan beſchryft een half rondt op AK, en maakt KD en DE yder $\propto AC$, en maakt de koorde $KI \propto KE$, zoo is de koorde $AI \propto \sqrt{ab - 1\frac{1}{2}aa - \frac{2}{9}cc}$, dan maakt $CB \propto AI \propto \sqrt{ab - 1\frac{1}{2}aa - \frac{2}{9}cc}$, dat is $\propto$ het *ſurdiſch* deel van x, en beſchryft met CB als ſtraal, uyt C, als *Centrum*, het half rondt QBPN, ſnydende AB in B, zoo is $AB \propto \sqrt{ab - 1\frac{1}{2}aa - \frac{2}{9}cc} \propto y$, als $x \propto o$ is: en $CQ \propto -c - \sqrt{ab - 1\frac{1}{2}aa - \frac{2}{9}cc}$
en $CN \propto -c + \sqrt{ab - 1\frac{1}{2}aa - \frac{2}{9}cc}$
beyde voor x, als $y \propto o$ is: te weten, CQ voor de valſche, en CN voor de waare waarde van x en overzulkx is het rondt QBPN de begeerde Plaats voor 't punt P.

7e. *VOORSTEL*, 11e. *Problema*, *Fig.* 34.

Het punt P te vinden, zoodanig, dat men uyt het zelve twee lynnen, als PF en PG, tot de gegeve punten F en G kan trekken, dat de zom der □en van

D FP

FP en GP, tot den inhoudt des $\triangle FPGF$ een gegeven reden hebbe als r, tot s.

Het Werk.

Deelt FG in A, in twee gelyke deelen, en ſtelt dat PL valt regthoekig op FG, en noemt FA of AG $\infty\, a$ AL $\infty\, x$ en LP $\infty\, y$, zoo is FL $\infty\, a + x$ en GL $\infty\, a - x$ of $x - a$ (door de 47e. des 1e. *Euclidis*)

Is 't $\square$ FP $\infty\, aa + 2ax + xx + yy$.
en $\square$ GP $\infty\, aa - 2ax + xx + yy$ en den inhout des $\triangle FPGF \,\infty\, ay$, en daarom
is $2aa + 2xx + 2yy$ tot ay als $r \,.\, s$

of $syy + sxx + aas \,\infty\, \frac{1}{2}ary$

of $yy \,\infty\, \frac{ar}{2s}y - aa - xx$

of $y \,\infty\, \frac{ar}{4s} \pm \sqrt{\frac{aarr}{16ss} - aa - xx}$, ſtellende het *ſurdiſch* gelyk 0, zoo is $y \,\infty\, \frac{ar}{4s}$ en $x \,\infty\, \sqrt{\frac{aarr}{16ss} - aa}$

Dies maakt FE $\infty\, 4s$, en ED $\infty\, r$ regthoekig op FE, en trekt FD, en uyt A mede regthoekig op FE de lyn AB, tot dat die FD ſnydt in B, zoo is AB $\infty\, \frac{ar}{4s} \,\infty\, y$, als 't *ſurdiſch* $\infty\, 0$ is: dan beſchryft op AB een halfrondt AHB, en maakt de koorde AH ∞ AF $\infty\, a$, zoo is de koorde BH $\infty\, \sqrt{\frac{aarr}{16ss}} - aa \,\infty\, x$, als 't *Surdiſch* $\infty\, 0$ is, voor AT of AW, dan trekt WQ en TN *Parallel* met AB, en door 't punt B, de lyn QN *Parallel* met WT, tot dat die WQ en TN ſnydt inde punten Q en N, dan zyn de punten Q en

Q en N de toppen, B de midſtip, en NQ is den as.

Om nu de regte te vinden, zoo ſtelt $x \infty o$, dat is L in A, dan wert $y \infty \frac{ar}{4s} \pm \sqrt{\frac{aarr}{16ss} - aa}$ voor AR, of AS, hier af AB $\infty \frac{ar}{4s}$, reſt voor BR, of BS $\sqrt{\frac{aarr}{16ss} - aa} \infty$ met BH, of BN, en daarom is de regte gelyk de dwarſe: en dierhalven is de Plaats van P een rondt 't welk beſchreven wert uyt B, als *Centrum*, met BH, als *Radius*, dat begeert wiert.

8e. *VOORSTEL*, 12e. *Problema.* *Fig.* 35.

Gegeven zynde drie Punten F, A en G, in een regte lyn, de plaats voor 't punt P te vinden, zoodanig, dat indien men uyt het zelve trekt 2 lynnen tot de uytterſte punten, als PF, en PG, dat deſe tot malkanderen zullen hebben dezelfde reden als AF, tot AG.

Het Werk.

Stelt AF ∞r AG ∞s AL ∞x en LP ∞y, (regt hoekig op FG, of zyn verlengde) zoo is FL $\infty r + x$ en GL $\infty s - x$ of $x - s$ hier door vint men (*door de 47e. des 1e. Euclidis*)

PF $\infty \sqrt{rr + 2rx + xx + yy}$

en PG $\infty \sqrt{ss - 2sx + xx + yy}$, en deze moe-

 ten

ten volgens den eysch tot malkanderen zyn, als AF tot AG, dat is als r, tot s, hier door bekomt men

$$ss, \overline{yy+xx+2rx+rr} \propto rr, \overline{yy+xx-2sx+ss}$$

of $\overline{rr-ss}, yy \propto 2rs, \overline{rx+sx+ss-rr}, xx$

of $yy \propto 2rsx : \overline{r-s} - xx$. Vertoonende een *Elips*.

Om nu de toppen, en midstip te vinden, zoo stelt het *Surdisch* $\propto o$, dan is ook $y \propto o$, en $x \propto rs : \overline{r-s} + \sqrt{rrss : \overline{rr-2rs+ss}}$ hier af is 't *Rationaal* voor AC, en het *Surdise* deel voor CW, of CT, en terwyl deze gelyk zyn, zoo vallen de Punten W en T, in A, en in Q.

Dan stelt $x \propto o$, zoo is $y \propto o$, en overzulkx is AB $\propto o$, of de punten M en N vallen in C, en in A, en daarom is M of C het *Centrum*, en N en Q de toppen, en daarom trekt AE $\propto$ AF en past inde zelve AD $\propto$ AF $-$ AG, dan trekt DG, en *Parallel* aan deze, uyt E de lyn EC, dan is AC, of AM $\propto rs : \overline{r-s}$, dies beschryft uyt C, of M, als *Centrum*, met MA, als halve middellyn, het Rondt, NPPQN, dit is de begeerde plaats voor 't punt P, terwyl men in dit geval mede de regte gelyk aan de dwarse zal bevinden.

9e. *VOORSTEL*, 13e. *Problema*, *Fig.* 36.

Een *Insinieur*, gemeten hebbende den afstant van de 2 toorens F, en G, gaat uyt G, regthoekig van FG, tot in H, van waar hy de toorens, F en G, ziet met een hoek FHG, nu begeert hy te vin-

vinden de plaats van 't punt P, uyt welke hy de toorens F en G met een zelfde hoek zal konnen zien, als of hy in H ſtondt.

Het Werk.

Stelt het punt A te zyn het midden van de lyn FG, en LP regthoekig op FG, en FK regt hoekig op GP; dan is den △FPKF, gelykhoekig met den △FHGF, en de △en. LPGL, en KFGK zyn medegelyk hoekig. D'Eerſte, om dat K en G regt, en den hoek P, gelyk H geſtelt zyn; en de laatſte, om datſe beyde den hoek G gemeen hebben, en de hoeken in L en K regt zyn (*volgens de* 26e. *des* 1e., *en* 4e. *des* 6e. *Euclides.*)

Stelt FG $\infty\, 2a$ GH $\infty\, 2b$ AL $\infty\, x$ en LP $\infty\, y$, zoo is FL $\infty\, a + x$ en GL $\infty\, a - x$ GP $\infty\, z$ dan is GP tot PL als FG tot FK

of $z \;.\; y = 2a \;.\; 2ay : z$

en PG tot GL als FG tot GK

of $z \;.\; a - x = 2a \;.\; \overline{2aa - 2ax} : z$,

dit van GP (z) reſt PK, $\overline{zz - 2aa + 2ax} : z$

ook FK tot KP als FG tot GH

of $2ay : z \;.\; \overline{zz - 2aa + 2ax} : z = 2a \;.\; 2b$

of $zz \infty 2by + 2aa - 2ax \infty yy + aa - 2ax + xx$

of $yy \infty 2by + aa - xx$, een *Elips.*

Om de midſtip, en toppen te vinden, zoo ſtelt het *Surdiſch* $\infty\, 0$, dan is $y \infty b$ voor AB, en $x \infty \sqrt{\overline{bb + aa}}$ voor AT en AW, na de regter en linckerhant, voorts trekt WQ en TN *Parallel* met AB, en

QN door 't punt B *Parallel* met FG, tot dat die WQ en TN, ontmoet in de punten Q en N, zoo is 't punt B het midſtip, Q en N de toppen, en NQ de dwarſe.

Om nu de regte te vinden, zoo ſtelt $x \infty o$, zoo is $y \infty b \pm \sqrt{bb}$, dat is ſtelt L, in G, zoo is $y \infty GD \pm DH$, of P valt dan H, dies zegt de ▭ QDN tot □ DH als QN tot de regte of bb . $bb === 2\sqrt{bb+aa}.2\sqrt{bb+aa}$

Men ziet ligtelyk, dat de regte ꝏ de dwarſe is, of de halve regte ꝏ de halve dwarſe, om dat de ▭ QDN ꝏ □ DH is, en bygevolg zoo is deze *Elips*, een *Circul*.

Dies trekt uyt B, het midden van FH, als *Centrum*, met BH, of BF $\sqrt{aa+bb}$, als *Radius*, het rondt FQPHNG, dit is de begeerde plaats voor 't Punt P.

10e. *VOORSTEL*, 14e. *Problema*, *Fig.* 37.

Gegeven zynde twee lynnen a, en b: vier evenredige te vinden, zoodanig, dat de zom van de uytterſte is ꝏ a, en 't verſchil van de twee middelſte ꝏ b.

Het Werk.

Stelt de eerſte ꝏ x, de tweede ꝏ y, zoo is de derde $y \pm b$ en de vierde ꝏ $a - x$ en overzulkx is 't

x tot

x tot y als $y \pm b$ tot $a - x$

of $yy \pm by \infty ax - xx$ of $yy \infty \mp by + ax - xx$

of $y \infty \mp \frac{1}{2}b \pm \sqrt{\frac{1}{4}bb + ax - xx}$, een *Elips.*

Om de midstip, toppen, en dwarse te vinden, zoo stelt het *Surdisch* $\infty\, o$, zoo is $y \infty \mp \frac{1}{2}b$, voor AB, (op of neerwaarts, ik neem opwaarts, dat is $+\frac{1}{2}b$,) en $x \infty \frac{1}{2}a$ (voor AC) $\pm \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}bb}$, voor CT, of CW, na de regter, en linckerhant, dan trekt QN, door 't punt B, *Parallel* met WT, en uyt de punten W, C, en T, *Parallellen* met AB, tot datse QN, ontmoeten inde punten Q, M, en N, dan is M het midstip, N en Q de toppen, en NQ de dwarse.

Om nu de regte te vinden, zoo stelt $x \infty o$, dat is L, in A, dan is $y \infty \frac{1}{2}b \pm \sqrt{\frac{1}{4}bb}$, voor AO, zoo is BO $\infty \sqrt{\frac{1}{4}bb}$, of $\infty \frac{1}{2}b$

en QB $\infty \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}bb} - \frac{1}{2}a$

en BN $\infty \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}bb} + \frac{1}{2}a$

———————————— vermenigtvuld.

Ergo de ▭ QBN $\infty \frac{1}{4}bb \infty$ 't □ BO, en daarom is ook de regte zyde, gelyk de dwarse, en de plaats die deze *Proportionele* bepaalt is een rondt, daarom beschryft uyt M, als *Centrum* met MA, of MQ $\infty \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}bb}$, als *Radius*, het rondt: QOPN, en trekt uyt eenig punt van dit rondt, als hier uyt P, regthoekig door WT, de lyn PLp zoo zal altyd

AL tot LP als Lp tot LD zyn

dat is x . y = $y - b$. $a - x$

Om dat altyt de ▭ ALD ∞ pLP is.

11e. *VOORSTEL*, 15e. *Problema*, *Fig.* 38.

Drie *Continuele proportionale* te vinden, welkers zom is gelyk een gegeve lyn a.

Het Werk.

Stelt de eerste $\infty\ x$ de tweede $\infty\ y$, zoo is de derde $\infty\ a - x - y$, en overzulkx

is x tot y als y tot $a - x - y$

of $yy \infty -xy + ax - xx$

of $y \infty -\frac{1}{2}x \pm \sqrt{ax - \frac{3}{4}xx}$, 't *Surdisch* $\infty\ o$.

zoo is $y \infty -\frac{1}{2}x$, en $x \infty \frac{2}{3}a \pm \sqrt{\frac{4}{9}aa}$

dat is, $x \infty \frac{2}{3}a \pm \frac{2}{3}a$

Dies neemt een lyn AD na believen, voor de eenheyt, en schryft op de zelve, als middellyn een halfrondt AED, dan stelt uyt D, de koorde DE $\infty\ \frac{1}{2}$AD, en trekt AE, deze AE bepaalt y, als 't *Surdise* $\infty\ o$ is, dan maakt AC $\infty\ \frac{2}{3}a$ (het *Ratioale* deel van x, als 't *Surdise* $\infty\ o$ is) en trekt uyt C, *Parallel* DE, tot in AE, de lyn CM, zoo is M de Midstip; dan maakt CT ∞ AC $\infty\ \frac{2}{3}a$ voor $\pm \sqrt{\frac{4}{9}aa}$ ('t *Surdische* van x) en trekt uyt T en A *Parallellen* met DE, tot in AE, als AQ, en TN, zoo zyn de punten Q en N de toppen, en QN de dwarse, om deze te berekenen,

zoo segt AD is tot AE als AC tot AM

of $1 \ . \ \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}a \ . \ \frac{1}{3}a\sqrt{3}$

dies is de dwarse QN $\infty\ \frac{2}{3}a\sqrt{3}$.

Om

Om de regte te vinden, zoo stelt $x \infty a \infty$ AF, zoo is $y \infty -\frac{1}{2}a$ voor FG, $\underline{+}\sqrt{\frac{1}{4}aa} \infty$ GF, of GO

dan segt AD tot AE als CF tot MG
of $1 \;.\; \sqrt{\frac{3}{4}} \;=\!=\; \frac{1}{2}a \;.\; \frac{1}{4}a\sqrt{3}$
dies is AG $\infty \frac{1}{2}a\sqrt{3}$
en GN $\infty \frac{1}{6}a\sqrt{3}$
———————— vermenigtvuldigt

Ergo de ▭AGN $\infty \frac{1}{4}aa \infty$ 't $\square$FG, of GO, en overzulks is de regte gelyk de dwarse, en daarom is de plaats, door welcke deze *Æquatie* bepaalt wert, het rondt APFNO beschreven op den *Diameter* AN, uyt het *Centrum* M, met den *Radius* MN $\infty \frac{1}{3}a\sqrt{3}$.

Om nu de *Proportionale* te vertoonen, zoo trekt uyt eenig punt van dit rondt als uyt P, de lynnen VLK *Parallel* FO, snydende AG, AO, en FV (die evenwydig AO is) in de punten V, L, H en K, dan is altyt KV ∞a en AL, of KL is tot LP als LP tot PV, 't geene &c.

Demonstratie.

AD is tot AE als AL tot AH
of $1 \;.\; \sqrt{\frac{3}{4}} \;=\!=\; x \;.\; \frac{1}{2}x\sqrt{3}$
ergo HN $\infty \frac{2}{3}a\sqrt{3} - \frac{1}{2}x\sqrt{3}$
———————— verm.

dat is de ▭AHN $\infty ax - \frac{3}{4}xx$
dan segt AD is tot DE als AL tot LH
of $1 \;.\; \frac{1}{2} \;=\!=\; x \;.\; \frac{1}{2}x$
dies is HP $\infty y + \frac{1}{2}x$
———————— $\surd$

en 't $\square$HP $\infty yy + xy + \frac{1}{4}xx \infty ax - \frac{3}{4}xx$, d' ▭AHN
ergo $yy \infty ax - xx - xy$
dat is x tot y als y tot $a - x - y$
of KL tot LP als LP tot PV,
't geene te bewysen was.

12e. *VOORSTEL*, 16e. *Problema.* *Fig.* 39.

Soekt vier evenredige, van welke de eerste is ∞a, en de laatste gelyk de zom van de twee middelste.

Het Werk.

Stellende de 1e. *term* ∞a, de 2e. ∞x de 3e. ∞y, zoo is de 4e. $\infty x + y$,

Ergo $\overline{a \text{, tot } x \text{, als } y \text{ tot } x + y}$

of $xy \infty ax + ay$, vertoonende een *Hyperbole* tegens zyn *Absumptotes* (*volgens het* 3e. *lidt van 't Scolium.*)

Om dese te beschryven, zoo stelt x oneyndig (voor AR) dan is $xy \infty ax$, of $y \infty a$, voor AB (*na 't Scolium van 't* 1e. *Cap.*) dan stelt y, oneyndig, of ∞ AQ, zoo is $xy \infty ay$, of $x \infty a$ voor AC, dan trekt uyt C en B, *Parallellen* met AB, en AC, de oneyndige CL, en BL, snydende malkanderen in 't punt M, zoo is M de midstip.

Om de top te vinden, zoo stelt $x - a$, of CL, of MV $\infty y - a$, of PV, dat is $y \infty x$, zoo wert $xy \infty xx$ en $ay \infty ax$

en daarom is $\overline{xx \infty 2ax}$

of $\overline{x \infty a + \sqrt{aa}}$

of $x \infty 2a$ voor AS, of AT,

dan trekt uyt S, en T *Parallel* met CM en BM de lynnen SN en TN, ontmoetende

mal-

malkanderen in N, dies beschryft uyt N, in den Hoek LML als *Absumptotes* (*door 't 3e. Lemma*) de *Hyperbole* PNP, dese bepaalt de gevonde *Æquatie*; daarom maakt CD ∞ CA en trekt uyt A door D, de oneyndige AE, dan is altyt LE ∞ LA ∞ x, en by gevolg PE ∞ $x + y$, en overzulkx is altyt

AC tot AL als LP tot PE
of $a \;.\; x = y \;.\; x + y$

Het Bewys.

Door de bereyding van de *Hyperbole*
zoo is CS tot PV als CL of MV tot BT
of $a \;.\; y - a = x - a \;.\; a$

en daarom is $xy - ay - ax + aa \infty aa$

of $xy \infty ay + ax$

dat is AC tot AL als LP tot PE
of $a \;.\; x = y \;.\; x + y$

Dat te bewyzen was.

13e. *VOORSTEL*, 17e. *Problema.*
Fig. 40. en 41.

Gegeven zynde een rondt, wiens midstip is F, en een punt A, binnen of buyten het zelvige; de plaats voor 't *Centrum* P te vinden, uyt het welke men een ander rondt kan trekken rakende het eerste rondt in eenig punt G, en gaande door 't gegeve punt A.

Het

Het Werk.

Stelt F G ∞ a F A ∞ b A L ∞ x L P ∞ y, (regthoekig op F A of zyn verlengde) en P G ∞ z, zoo is F P ∞ $a + z$ en F L ∞ $b \pm x$ of $x - b$ (en door de 47^e^ des 1^e^. *Euclids.*)

zoo is 't $\square$ FP gelyk 't $\square$ F L $+$ $\square$LP

of $zz \pm 2az + aa \infty bb \pm 2bx + xx + yy$, hier van

subst. het $\square$PG, of PA, $zz \infty xx + yy$ het $\square$AL $+$ $\square$LP

reſt $\pm 2az \infty \pm 2bx + bb - aa$

of $4aazz \infty 4bbxx \pm 4b^3x \mp 4aabx + b^4 - 2aabb + a^4$

$\infty 4aaxx + 4aayy$, dies is ook, $4aayy \infty 4bbxx - aaxx$ $\pm 4b^3x \mp 4aabx + b^4 - 2aabb + a^4$

vertoonende een *Ellips*, als b, kleynder, al a, is, dat is als A binnen 't gegeve rondt is, als in 40^e^. *Fig.* maar een *Hyperbole*, als b, groote als a, is, als inde 41^e^. *Fig.* alwaar A buyten het gegeve rond is.

Om de Topp. te vinden, zoo ſtelt het *Surdiſch*, of

$\sqrt{4bbxx - 4aaxx \pm 4b^3x \mp 4aabx + b^4 - 2aabb + a^4} \infty 0$

zoo is $y \infty 0$

en $4bbxx - 4aaxx \infty \mp 4b^3x \pm 4aabx - b^4 + 2aabb - a^4$

of $xx \infty \mp bx + \frac{1}{2}aa - \frac{1}{4}bb$

of $x \infty \mp \frac{1}{2}b$ (voor AM) $+ \sqrt{\frac{1}{4}aa}$, of $\frac{1}{2}a$ voor MQ, of MN, en dan is M het midſtip, en NQ de dwarſe, en de punten N en Q de toppen.

Om

Om de regte te vinden, zoo ſtelt $x \infty o$, zoo is $4aayy \infty b^4 - 2aabb + a^4$

of $2ay \infty bb - aa$

of $y \infty \frac{bb-aa}{2a}$ of $\frac{aa-bb}{2a}$ voor AO

voorts is QA $\infty \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}a$

en NA $\infty \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$

Ergo de ▭ QAN $\infty \frac{1}{4}bb - \frac{1}{4}aa$, of $\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}bb$

daarom ſegt

de ▭ QAN is tot het □ AO als

of, $\frac{1}{4}bb - \frac{1}{4}aa$, of $\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}bb$. $\overline{a^4 - 2aabb + b^4}:4aa$ ═

NQ tot de regte zyde

of a . $\overline{aa-bb}:a$, of $\overline{bb-aa}:a$

Dies beſchryft op NQ, als dwarſe, met $\overline{\pm bb \mp aa}:a$, als regterzyde, den *Elips* NPQ. (in 't 40e. *Fig.* alwaar A binnen 't rondt G is;) Maar de *Hyperbole* NP, als A buyten 't rondt G valt, als in 't 41e. *Fig.* dan ſalmen uyt yder punt van deze, als *Centrum*, met PA, als *Radius* ronden konnen trekken, die 't gegeven rondt raken, en door 't gegeve punt A gaan.

14e. *VOORSTEL*, 18e. *Problema*, *Fig.* 42. en 43.

Laat gegeven zyn twee ronden, beſchreven uyt de *Centers* A en F, men begeert de plaats voor 't punt P te vinden, uyt welke men als *Centrum*, een rondt kan trekken, dat beyde de gegeve ronden raakt, daar 't valt, en niet en ſnydt.

Hen

Het Werk.

Trekt AF door de midstippen van de gegeve ronden, dan AP en FP, door de raak punten E, tot dat die malkanderen ontmoeten in 't midstip P, dan uyt P de *perpendicularen* PL. en stelt AE $\propto a$, EF $\propto b$, AF $\propto c$, AL $\propto x$, LP $\propto y$, en PE $\propto z$, zoo is AP $\propto a + z$ of of $a - z \propto \sqrt{xx + yy}$ FL $\propto c - x$ en FP $\propto$ $z \pm b \propto \sqrt{xx + yy + cc - 2cx}$

AP $\propto a + z$, of $a - z \propto \sqrt{xx + yy}$

FP $\propto b + z$, of $- b + z \propto \sqrt{xx + yy + cc - 2cx}$

deze van malkanderen afgetrokken, of vergaart, rest of komt

$AP \pm FP \propto \sqrt{\square LP + \square AL} \pm \sqrt{\square LP + \square FL}$

of $a - b \propto \sqrt{yy + xx} \pm \sqrt{yy + xx - 2cx + cc}$,

en stel, $a - b \propto p$

zoo is $p \propto \sqrt{yy + xx} \pm \sqrt{yy + xx - 2cx + cc}$

of $pp \propto 2yy + 2xx - 2cx + cc - 2\sqrt{yy + xx}$, met $\sqrt{yy + xx - 2cx + cc}$

of $2yy + 2xx - 2cx + cc - pp \propto 2\sqrt{yy + xx}$, met $\sqrt{yy + xx - 2cx + cc}$

Dit wederom gequadrateert, zoo bekomtmen $4y^4 + 8xxyy + 4x4 - 8cxyy - 8cx^3 + 8ccxx + 4ccyy - 4c^3x + c^4 - 4ppyy - 4ppxx + 4cppx - 2ccpp + p^4 \propto 4y^4 + 8xxyy + 4x^4 - 8cxyy + 4ccyy - 8cx^3 + 4ccxx.$ dese gereduceert

komt $4ppyy \propto \overline{4cc - 4pp}$, $xx + \overline{4pp - 4cc}$, $cx + c^4$
$- 2ppcc + p^4$.

Vertoonende een *Hyperbole*, als c, grooter is, als

als p, dat is, als c, grooter als $a - b$ is, maar een *Elips*, als p, grooter als c is, om dat dan $cc - pp$, *Negatif*, dat is $-$ is, en by gevolg de term, die met xx, aangedaan is, als dan $-$ valt.

Om de midſtip, toppen, en dwarſſe te vinden, zoo ſtelt $y \propto o$, dat is P in AF, of zyn verlengde, dan is

$$\overline{4cc - 4pp}, xx + \overline{4pp - 4cc}, cx + c^4 - 2ppcc + p^4 \propto o \text{ of } xx - cx + \tfrac{1}{4}cc - \tfrac{1}{4}pp \propto o,$$

of $x \propto \frac{1}{2}c \pm \sqrt{\frac{1}{4}pp}$, dat is $\frac{1}{2}c$ voor AM, en daarom is M de midſtip in 't midden van AF; dan maakt MN en MQ, naar de regter en linker hand elk gelyk $\frac{1}{2}p$, dat is gelijk 't halve verſchil der gegeve *Radii* AE en FE, zoo zyn N en Q de toppen. Noteert dat deeze in de verlengde AF vallen, als 't verſchil der gegeve *Radii*, of p, grooter als de *Diſtantie* der *Centers* A en F is, als in 't 42e. Fig:; maar in 't 43e. Fig: alwaar c grooter als p is, daar vallen de punten Q en N in AF, en overzulks is de dwarſe QN, in beyde $\propto p$, 't verſchil der gegeeve ſtraalen;

In de 42e. Fig: alwaar de plaats van P een *Elips* is, daar is QA $\propto \frac{1}{2}p - \frac{1}{2}c$; Maar in de 43e. Fig: alwaar de plaats van P een *Hyperbole* is, daar is QA $\propto \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}p$

en de $\square$ QAN $\propto \frac{1}{4}pp - \frac{1}{4}cc$, in de eerſte,
en de $\square$ QAN $\propto \frac{1}{4}cc - \frac{1}{4}pp$, in de laaſte.

Om nu de regte zyde te vinden, zoo ſtelt $x \propto o$, dat is L in A,

dan is $\underline{4ppyy \propto c^4 - 2ppcc + p^4}$

of $\underline{2py \propto cc - pp, \text{ of } pp - cc}$, en daarom is AO, of $y \propto cc - pp : 2p$, of, $pp - cc : 2p$, daarom zegt

zegt de ▭ QAN tot het □ AO als QN tot de regte of $\frac{1}{4}cc - \frac{1}{4}pp \,.\, c^4 - 2ccpp + p^4 : 4pp = p \,.\, cc - pp : p$ dat is de regte zyde, gelyk het dubbelt van AO, in beyde de *Figuuren*. Dies beſchryft (*door 't* 2e. *Lemma*) op NQ, als dwarſe, met 2 AO, als regter zyde, uyt de punten N en Q als toppen, den *Elips*, als het 42e. Fig:, en de *Hyperbole*, als de 43e. Fig:, deeze zyn de begeerde plaatzen voor P.

Deeze twee laaſte voorſtellen, laaten zig ligtelyk bewyzen, uyt d'aanmerkinge, dat in beyde de punten A en F, zyn de *Foci*, of Brand-punten, 't geene blykt uyt aanmerkinge, dat in deze punten de *Applicata* gelyk de halve regte zyn, waar uyt volgt, dat in alle de punten P, altyd AP + PF, in den *Elips*, maar AP − PF in de *Hyperbole* gelijk aan QN zal zijn, dat is $\infty\, a$ in 't 13e. en $\infty\, a - b$, of p, in 't 14e. Voorſtel.

15e. *VOORSTEL*, 19e. *Problema*, *Fig.* 44.

Vind drie geduyrige evenredige, daar van de ſom, of het verſchil der twee laaſte, is gelyk *a*.

Het Werk.

Stelt de 1e. $\infty\, x$ de 2e. $\infty\, y$ zoo is de 3e. $\infty\, a \pm y$; dan is x, tot y, als y, tot $a \pm y$

of $yy \infty \pm xy + ax$

of $y \infty \pm \frac{1}{2}x \pm \sqrt{\frac{1}{4}xx + ax}$, vertoonende

een

een *Hyperbole*, om dat xx in 't *Surdisch* $+$ is.

Om de midstip te vinden, zo stelt 't *Surdise* $\infty\, 0$, dan is $x \infty -2a$ voor AC, (naar de linckerhand, om dat dit $-$ is) $\mp \sqrt{4aa}$ voor CW, en CT mede naar de lincker en regterhand, dan valt T in A, om dat $\sqrt{4aa} \infty 2a$ is; en $y \infty \frac{1}{2}x$, dies maakt AB $\infty \frac{1}{2}$ AC en trekt uyt C, en B, de lynnen CM, en BM *Parallel* met AB en AC, tot tot dat die malkanderen ontmoeten in M, zoo is M de midstip, dan trekt WQ, en TN, *Parallel* MC, en trekt uyt A, door M, tot dat WQ en TN; snydt in de punten Q en N, zoo zyn dese punten de toppen, en QN is de middellyn, $\infty\, 2a\sqrt{5}$ (om dat N in A valt)

Om de regte te vinden, zoo stelt $x \infty a$, dan is $y \infty a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa}$, dat is, zoo men AL ∞a stelt, dan wert LV ∞a, en VP $\infty \sqrt{\frac{1}{4}aa}$, dan segt

AC, of NC is tot AM, of NM, als AL tot AV
of $2a \;.\; a\sqrt{5} == a \;.\; \frac{1}{2}a\sqrt{5}$

en daarom is QV $\infty\, 2\frac{1}{2}a\sqrt{5}$, dit gemultipliceert
met AV $\infty \frac{1}{2}a\sqrt{5}$

komt de ▭ QVA $\infty\, 6\frac{1}{4}aa$, dan segt
de ▭ QVA is tot □ VP als QN tot de regte
of $6\frac{1}{4}aa \;.\; \frac{1}{4}aa == 2a\sqrt{5} \;.\; 2a\sqrt{\frac{1}{5}}$

Dies beschryft uyt N, als top, met QN, als middellyn, met $2a\sqrt{\frac{1}{5}}$, als regte zyde, de *Hyperbole* PNP, en verlengt MB aan B, in 't oneyndige, dan trekt uyt eenig punt van deze, (ik neem uyt D) *Parallel* AB, de lyn DPP, snydende AL in L, zoo is altyt LD ∞a,

en AL tot LP als LP tot PD
of $x \;.\; y == y \;.\; a-y$, te weten als men LP boven AL neemt.

Maar zoo men voor y, neemt L P, die onder A L valt, zoo is altyt

AL of BD tot LP als LP tot PD
of $x \;.\; y = y \;.\; a + y$

't gene begeert was.

16e. *VOORSTEL*, 20e. *Problema*, *Fig.* 45.

Gegeven zynde een regte lyn A G, het punt P te vinden, zoodanig, dat als men trekt de lynnen A P en G P, en uyt P, als *Centrum*, met A P, als *Radius*, beschryft het rondt A F K H, snydende AG in F, en G P, en zyn verlengde in K en H, dat dan altyt G F tot G K zal zyn, als r tot s.

Het Werk.

Stelt A G $\propto a$ AL $\propto x$ L P $\propto y$ (staande *Perpendiec.* op A G) en A P $\propto z$, zoo is F G $\propto \overline{a - 2x}$
G K $\propto \overline{as - 2sx} : r$ en G H $\propto \overline{2rz + as - 2sr} : r$
voorder is (na de 36e. prop: des 3e. *Euclid.*)

GF tot GK als GH tot AG
of $\overline{a - 2x} \;.\; \overline{as - 2sx} : r = \overline{2rz + as - 2sx} : r \;.\; a$

daarom is $2rsz \propto \overline{arr - ass + 2ssx}$

of $z \propto \overline{arr - ass} : 2rs + sx : r$

dan stelt $rr - ss \propto 2bs$, dat is $2s$ tot $r + s$ als $r - s$ tot b:

zoo is $z \propto \overline{ab + sx}:r$

$\sqrt{}$

of $zz \propto \overline{aabb + 2absx + ssxx}:rr$ en door de 47^e. des 1^e. *Euclidis*.

is $zz \propto xx + yy \propto \overline{aabb + 2absx + ssxx}:rr$

of $rryy \propto aabb + 2absx + \overline{ss - rr}, xx$

of $ry \propto \sqrt{aabb + 2absx + \overline{ss - rr}, xx}$ vertoonende een *Elips*.

Om midſtip, toppen, en dwarſe te vinden, zoo ſtelt 't *Surdiſe* $\propto o$, zoo is $y \propto o$, en daarom valt dan P in L: dan vint men $x \propto \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{aarr}{4ss}}$ daarom maakt AM$\propto \frac{1}{2}a$ en MN, of MQ $\propto \sqrt{\frac{aarr}{4ss}}$ of $\propto \frac{ar}{2s}$, zoo is M het midſtip, en N en Q de toppen, en NQ is de dwarſe $\propto ar:s$.

Om de regte zyde te vinden, zoo ſtelt $x \propto o$ dat is L in A, zoo is $y \propto \sqrt{aabb:rr}$, of $\propto ab:r$ voor AO, dan ſegt de ▭ QAN is tot □ AO als QN tot de regte

of $\overline{aarr - aass}:4ss.\ \overline{aabb}:rr = ar:s.\ 2ab:r$

Dies maakt op QN, als dwarſe, met $2ab:r$, als regte zyde, den *Elips* QOPN deze is de begeerde plaats voor P.

17^e. *VOORSTEL*, 21^e. *Problema* *Fig.* 46.

Gegeven zynde een oneyndige regte lyn FL, en een punt G buyten dezelve, de plaats voor het punt P te vinden, zoodanig, dat men uyt het zelve twee lynnen kan trekken, te weten: een tot het punt G, als P G, en de andere, in een gegeven hoek, tot de lyn F L, als P H, zulkx dat deze getogene P G, en P H een gegeve reden hebbe, als r tot s.

Het Werk

Laat den hoek G F A zyn den gegevenhoek aan 't welke den hoek H gelyk moet zyn, en laat G K *Parall l* aan F L, en G A, en P L *perpendiculaar* op F L getoogen zyn: dan ſtelt $AG \propto a$ $FG \propto b$ $AL \propto x$ en $PL \propto y$, zoo is $KP \propto y-a$ of $a-y$ en $PH \propto by : a$ (door de 4e. des 6e *Euclidis*) en $PG \propto \sqrt{xx+yy-2ay+aa}$ (door de 47e. des 1e. *Euclidis*)
dan ſegt P G is tot P H als D E tot A D
of $\sqrt{xx+yy-2ay+aa} \,.\, by : a = r \,.\, s$, hier door vintmen, $aassxx + aassyy - 2a^3ssy + a^4ss \propto bbrryy$
dan ſtelt A D . D E als G F tot G R
of $s \,.\, r = b \,.\, f$
zoo is $ffyy \propto aaxx + aayy - 2a^3y + a^4$, zynde een der *koniſe ſectien*; te weten een *Parabole*, als $f \propto a$ is: een *Hyperbole*, als f, grooter als a is: en een *Elips*, als f, kleynder als a is.

Om deze kromme lyn te beſchryven, dat is om de plaats van 't punt P te vertoonen, zoo komt in aanmerking. Eerſtelyk, zoo den Hoek F regtis, (als *Fig.* 46.) en $r \propto s$, of $DE \propto AD$, zoo is $FG \propto AG$, of $b \propto a$, en overzulkx is dan $br : s \propto a$ dat is $GR \propto AG$, of $f \propto a$ (als in de *Fig.* 46 en 47.)

Van gelyken zal men ook $f \propto a$, $GR \propto AG$ vin-

vinden, als men ſtelt dat den hoek F ſcheef is, en s tot r is, als b tot a; (want dan is $br:s \infty f \infty a$) en dan is de *Æquatie* $xx - 2ay + aa \infty o$

of $xx \infty 2ay - aa$

dies ſtelt $x \infty o$, of L in A, dan is $y \infty \frac{1}{2}a$ voor AN, dan is N de top: voorder ſtelt $y \infty a$, zoo is $x \infty a$ voor AC of GO

dan zegt NG tot GO als GO tot de regte

of $\frac{1}{2}a$. a $=$ a . $2a$

Dies beſchryft uyt N, als top, met $2a$, dat is met 2AG, als regte zyde, de *Parabole* NP, die is de begeerde plaats voor P, te weten in 't 46e. *Fig.* als GP ∞ PL; maar in 't 47e. *Fig.* als GP tot PH als AG tot GF geeyſt wert.

Ten tweeden, als den hoek F ſcheef, en $r \infty s$, of DE ∞ AD gegeven is (als in 't 48e. *Fig.*) dan is $f \infty b$, of GR ∞ GF, of als F regt: of ſcheef, en DE (r) grooter als AD (s) (als in 't 48, 50, en 51 *Fig.*) gegeven is: dan is f, of GR ∞ GF, of grooter, en bygevolg, zoo is GR of nog grooter als GA (a) en daarom is de *Æquatie* $ff - aa, yy \infty - 2a^3y + aaxx + a^4$ en ſtellende $ff - aa \infty kk$, dan is AR ∞k

of $kkyy \infty - 2a^3y + a^4 + aaxx$

en $y \infty - a^3 : kk \pm \frac{a}{kk}, \sqrt{a^4 + aakk + kkxx}$,

in dit geval mag men het *Surdiſe* niet ∞o ſtellen, om dat x als dan *Imaginair* zouden werden, ſtelt daarom $x \infty o$ of L in A, dan bekomt men

$y \infty - a^3 : kk \pm a : kk, \sqrt{a^4 + aakk}$

of $y \infty - a^3 : kk \pm aaf . kk$ voor AN, of AQ dies trekt GC regthoekig op RG

zoo is AR tot AG als AC tot AM
of k . a $=$ $aa{:}k$. $a^3{:}kk$
en AR tot RG als AC tot CM
of k . f $=$ $aa{:}k$. $aaf{:}kk$

Dan maakt MN, en MQ, elk gelyk MC, zoo is AN, of AQ $\infty\, a^3 \mp aaf{:}kk \infty y$ en de punten N en Q zyn de toppen, en M is de midstip, en NQ de dwarse: om de regte zyde te vinden, zoo stelt y, of PL $\infty\, a \infty$ AG voor BO, zoo is $xx \infty aa + kk$, of $x \infty f$. Daarom maakt GO, of AB ∞ GR (f) zoo is O een punt van de *Hyperbole*, en daarom
is de $\square$ QGN tot het $\square$ GO als NQ
of, $\overline{aak^4 + 2a^4kk + a^6 - a^4ff{:}k^4} . ff = 2aaf{:}kk$
tot de regte zyde, of $aa + kk$ of ff, is tot ff, als $2f$ tot $2f \infty 2$ GR, de regte: dies beschryft uyt N, als top, met NQ, als dwarse, en met 2GR, als regte zyde de *Hyperbole* NP, deze is de begeerde plaats voor 't punt P, te weten: in 't *Fig.* 48. als $r \infty s$, en F scheef is; maar als r grooter als s is, zoo is 't in de 50 *Fig.* als de hoek F regt is, en in de 51. *Fig.* als de hoek F scheef is.

Ten derden, (*Fig.* 49 en 52) als DE (r) kleynder is als AD (s) en F regt, of scheef is: als F regt is, dan is $b \infty a$, en daarom is $br \infty ar \infty fs$ zoo is
DE tot AD als GR . AG
of r tot s als f tot a

Ergo f klynder als a; maar als F scheef is, dan kan $f \infty a$ of grooter, of kleynder zyn; zoose gelyk valt, zoo heb ik die in 't 47^e^. *Fig.* verhandelt, en in 't 51^e^. *Fig.* zoo f grooter als a valt, zoo dat ik de reden van r tot s zoodanig wil aanmerken dat $br{:}s$ korter zy als a, dan is 't $aa - ff, yy \infty$
$2a^3y$

$2a^3y - a^4 - aaxx$, en stellende $aa - ff \infty gg$; dat is AR∞g, zoo heeft men $ggyy \infty 2a^3y - a^4 - aaxx$ zynde een *Elips*:

Om nu zyn midstip; toppen, en dwarse te vinden, zoo stelt

van $y \infty a^3:gg \pm \sqrt{a^6 - a^4gg - aaggxx : g^4}$

het *Surdise*, of de $\sqrt{a^6 - a^4gg - aaggxx : g^4} \infty 0$

dan is $y \infty a^3:gg$ voor AM en $x \infty \sqrt{\overline{a^4 - aagg}} : gg$ of $x \infty af:g$ dies trekt uyt G, regthoekig van AG, de lyn GC, zoo is AC$\infty aa:g$, dan uyt C, regthoekig op AC, de lyn CM, zoo is M de midstip, of AM$\infty a^3:gg \infty y$, als de $\sqrt{a^6 - a^4gg - aaggxx : g^4} \infty 0$ is, en CG is $\infty af:g \infty x$, dies maakt MO gelyk GC, zoo is O een punt in den *Elips*, en MC$\infty \frac{aaf}{gg}$, dies maakt MQ, en MN elck ∞MC, zoo is AN of AQ∞y als $x \infty 0$, of L in A is; want dan is

$$y \infty a^3:gg \pm aa:gg, \sqrt{aa - gg}.$$

of $y \infty \overline{a^3 \pm aaf}:gg$, dat is ∞ AM $\pm$ MC en QN is dan de dwarse.

Om dan de regte te vinden, zoo zegt het □MQ is tot □MO als NQ tot de regte zyde of $a^4ff:g^4 . aaff:gg = 2aaf:gg . 2f \infty 2$GR dan beschryft door Q en N, als toppen, met NQ, als dwarse, en met 2GR, als regte zyde, den *Elips* NPQ, die is de begeerde plaats voor 't Punt P; te weten: 49e. *Fig.* als den hoek F regt, en in de 52e. *Fig.* als die scheef, en in beyde, als DE (r) klynder, als AD (s) is.

18e. *VOORSTEL*, 22e. *Problema*, *Fig.* 53.

Zoo D W V E een *Orisontaal* Vlak is, op 't welke is beschreven het rondt F G, om het *Centrum* A, staande het hellende vlakke glas D E I Z, op zyn eene zyde D E; men begeert het punt P te vinden, zoodanig, dat indien men het oog houdt in P, dat sig dan het rondt in 't glas mede een rondt vertoont, dat is, dat S N de afteekens van F G een rondt zy.

Het Werk.

Trekt F G R L door 't *Centrum* des gegeven rondts, en regthoekig door de gront van 't glas D E, dan trekt S R mede regthoekig door D E, zoo is de hoek S R A, den hoek van de helling van 't glas (na de 5e. *Definitie* des 11e. Boeks *Euclidis*) dan verbeelt u boven de lyn F L, 't vlak F O P L, snydende het vlak D E V W regthoekinde lyn F L.

Om nu de plaats van alle deze punten P, door een *Æquatie* te vinden; zoo trekt P L, *Parallel* met S R, dan zynde $\triangle^{en}$. F P L F en P L G P, gelyk hoekig, om datze den hoek L gemeen hebben, en den hoek G P L, is gelyk den hoek S N P (na de 29e. des 1e. *Euclidis*) maar S N P, is gegelyk G F P, en daarom is ook G P L ∞ P F L.

Dan

Dan ſtelt AF of AG $\propto a$ AL $\propto x$ en LP $\propto y$ zoo is PL tot FL als GL tot LP

of $\overline{y \;.\; a+x = x-a \;.\; y}$

of $yy \propto xx - aa$, zynde een *Hyperbole* om dat xx met $+$ is aangedaan.

Dan ſtel $y \propto o$, zoo is $x \propto \pm a \propto$ AG of AF dies is A de midſtip, en FG de dwarſe, en de punten F en G de toppen.

Om de regte zyde te vinden, zoo ſtelt $x \propto 2a$ voor AC, zoo is $y \propto a\sqrt{3}$ voor CB, en zoo is ook de ▭ FCG $\propto 3aa$, dies is de ▭ FCG tot □ CB als FG tot de regte zyde of $3aa \;.\; 3aa = 2a \;.\; 2a \propto$ FG Dies beſchryft uyt G, als top, met FG, als dwarſe, en ook als regte zyde, de *Æquilatre Hyperbole* GBP, die is de begeerde plaats voor 't punt P, of voor het oog.

19e. *VOORSTEL*, 23e. *Problema*, *Fig.* 54.

Regthoekige driehoeken te maken, diens ſom der zyden is, gelyk een gegeven lyn a.

Het Werk.

Stelt d'eene zyde $\propto x$ d'andere $\propto y$ zoo is d'*Hyphothenuſa* $\propto a - x - y$ en overzulx is (nae de 47e. des 1e *Euclidis*)

$$\overline{aa - 2ax + xx - 2ay + 2xy + yy \propto xx + yy}$$

$$\overline{\text{of } 2xy - 2ay \propto 2ax - aa}$$

$$\overline{\text{of } xy - ay \propto ax - \tfrac{1}{2}aa}$$

of $y \propto \frac{ax - \frac{1}{2}aa}{x - a}$ zynde een *Hyperbole*

 (door

(door 't 3e. *Lidt* van 't *Scholie*) Dies ſtelt x, oneyndig, zo is $xy \infty ax$ (door 't *Scolium* van 't 1e. Hoofdſtuk) of $y \infty a$ voor AC; dan ſtelt y, oneyndig zoo is $x \infty a$ voor AB, dan trekt BM en CM ſoo is M het midſtip, en BM, en CM zynde *Aſſumptotes*.

Om de top te vinden, zo ſtelt $CM - LP \infty a - y \infty BM - AL \infty a - x$ zoo is $y \infty x$, en daarom $xy - ay \infty xx - ax \infty ax - \frac{1}{2}aa$

of $x \infty a + \sqrt{\frac{1}{2}aa}$ voor AL, of LP;

dies is MC — LP, of MT ∞ MS

of $a - x \infty \sqrt{\frac{1}{2}aa}$, om dat $x \infty y$ was.

Daarom trekt AM en ſtelt in de zelve MN ∞ MB ∞a, zoo is N den top, dan beſchryft binnen den hoek BMC, door 't punt N de *Hyperbole* PNP, deſe bepaalt de begeerde driehoeken: want zoo men uyt A, tot eenig punt P trekt de lyn AP, en uyt P den *Perpendiculaar* PL, zoo ſal AL + LP + PA $\infty a \infty$ AC, of ∞ MN zyn.

20e. *VOORSTEL*, 24e. *Problema*.

Fig. 55.

Twee oneyndige regte lynnen AL en AV, by ſtelling gegeven zynde, ſnydende malkander in A met een gegeven hoek, het punt P te vinden, zoodanig, datmen uyt het zelve twee lynnen PL, en PV kan trekken, regthoekig op de gegevene, zulks, dat altyt de ▭ VPL gelyk aan 't □ vande gegeve AD.

Het

Het Werk.

Trekt DE regthoekig op AL, en ſtelt AD $\infty\, a$ DE $\infty\, b$ AE $\infty\, c$ AL $\infty\, x$ en LP $\infty\, y$, dan is om de gelykformigheyt van de $\triangle^{en}$. ADEA, PVHP, en ALPA.

AD tot DE als AL tot LH
of $a \;.\; b = x \;.\; bx:a$, en over zulkx
is PH $\infty\, \overline{ay-bx}:a$, of $\overline{bx-ay}:a$, of $\overline{ay+bx}:a$
ook is AE tot AD als PH tot PV
of $c \;.\; a = \pm\overline{ay\mp bx}:a \;.\; \pm\overline{ay\mp bx}:c$
dies is de $\square$ VPL, $\pm\overline{ayy\mp bxy}:c \;\infty\; aa$ 't $\square$ AD

of $yy \,\infty\, \pm\overline{bxy}:a \mp ac$ vertoonende een *Hyperbole*; te weten, op zyn middellyn, als men heeft $yy\,\infty\,\overline{bxy}:a-ac$ dat is, als P binnen VAL valt; Maar y is *Parallel* met de middellyn, als men heeft $yy\,\infty\,-\overline{bxy}:a+ac$, of $yy\,\infty\,\overline{bxy}:a + ac$ dat is, als P onder AL, of boven AV valt.

Om nu de toppen, midſtip, en dwarſe, te vinden, zoo ſoekt uyt de gevonde *Æquatien* de waarde van y, men ſal vinden

$$y\,\infty\, bx:2a \pm \sqrt{\overline{bbxx:4aa-ac}}$$

of $y\,\infty\,\pm bx:2a \pm \sqrt{\overline{bbxx:4aa+ac}}$ in de eerſte, alwaar men $-ac$ heeft; ſtelt het *Surdis* $\infty\, o$, zoo wert $y\,\infty\, bx:2a$ en $x\,\infty\,\frac{2a}{b}\sqrt{ac}$

Dies maakt AK ∞ AE, en beſchryft op KD, als middellyn, het rondt KnDq, ſnydende den *Perpendiculaar* qG, in de punten q en n,

dan

dan is A q, en A n elk ∞ $\sqrt{ac}$; dan deelt DE in H, in twee gelyke deelen, en trekt uyt A, door 't punt H, de oneyndige AH, en uyt n, *Parallel* AL, de lyn nN, ontmoetende AH, in N, zoo is N den top, of nN ∞ $\frac{2a}{b}\sqrt{ac}$, dan maakt AQ ∞ AN, zoo is Q, de andere top, en QN is de middellyn, en A het midstip: om nu QN te berekenen, zoo segt

AD is tot AH als nN tot AN

of a . d ═══ $\frac{2a}{b}\sqrt{ac}$. $\frac{2d}{b}\sqrt{ac}$ dies is QN ∞ $\frac{4d}{b}\sqrt{ac}$ voor de dwarse; maar als ac met $+$ aangedaan is, dat is als P buyten VAL, of in den botten hoek valt, zoo moet men x in plaats van 't *Surdise*, ∞ o stellen, en dan vint men y ∞ $\sqrt{ac}$ ∞ An, of Aq, en overzulx is in dit geval qn ∞ $2\sqrt{ac}$ de dwarse, en q en n de toppen.

Om nu de regte zyde te vinden, zoo stelt x ∞ f voor AC, in 't eerste, en voor GO in 't tweede geval, zoo vint men y ∞ $bf:2a$ (voor CB in 't eerste, en voor Ab in 't 2e geval) $\pm\sqrt{bbff \pm a^3c:4aa}$ voor BO, of bG

dan is AD tot AH als AC tot AB of ab

of a . d ═══ f . $df:a$

ook AD tot DH als AC of OG tot CB of Gb

of a . $\frac{1}{2}b$ ═══ f . $bf:2a$

dies is QB ∞ $df:a + 2d:b,\sqrt{ac}$

en NB ∞ $df:a - 2d:b,\sqrt{ac}$

Ergo de ▭ QBN ∞ $dd:aabb, \overline{bbff - 4a^3c}$

ook is qb ∞ $\sqrt{bbff + 4a^3c:4aa} + \sqrt{ac}$

en bn ∞ $\sqrt{bbff + 4a^3c:4aa} - \sqrt{ac}$

Ergo

Ergo de $\square\ qbn \propto bbff : 4aa$

voorder zoo is $BO \propto CO - CB \propto \sqrt{bbff - a^3c} : 4aa$

en $bo \propto AB \propto df : a$

daarom ſegt

de $\square$ QBN is tot het $\square$ BO als QN tot de regte

$$\frac{dd}{aabb}, \overline{bbff - 4a^3c}. \frac{bbff - 4a^3c}{4aa} = \frac{4d}{b}\sqrt{ac}. \frac{b}{d}\sqrt{ac}$$

dies is de regte zyde $\propto \frac{d}{b}\sqrt{ac}$, in 't eerſte geval alwaar P tuſſchen den ſcherpen hoek is, dan ſegt wederom

de $\square\ qbn$ is tot $\square\ bo$ als qn tot de regte

of $\frac{bbff}{4aa}$: $\frac{ddff}{aa} = 2\sqrt{ac}. \frac{8dd}{bb}\sqrt{ao}$

dies is de regte zyde $\propto \frac{8dd}{bb}\sqrt{ac}$, in 't 2e. geval alwaar P tuſſchen den botten hoek is: dies trekt uyt de punten q en n, de lynnen qR en nS, *Perpendiculaar* op QN, zoo is RS de regte zyde, of $\frac{b}{d}\sqrt{ac}$ voor de *Hyperboles* in den ſcharpen hoek; dan trekt uyt Q en N *Parallel* met qR, en nS, de lynnen Qr en Ns, ontmoetende qn in de punten r en s, zoo is rs de regte zyde, of $\frac{8dd}{bb}\sqrt{ac}$ voor de *Hyperboles* in de botte hoeken: dies trekt door de punten Q en N, met NQ, als dwarſe, met RS, als regte zyde de *Hyperboles* PNP, PQP, PnP, en PqP, deze zyn de begeerde plaatſen voor P.

21e. *VOOR-*

21e. *VOORSTEL*, 25e. *Problema.* *Fig.* 56.

Eenige regte Lynnen, als AL, AI, FK, en GM, alle wederzyds oneyndig, by ſtelling gegeven zynde, 't punt P te vinden, zoodanig, dat de lynnen PL, PI, PK, en PM, die uyt P tot de gegevene AL, AI, FK, en GM, ingegeve hoeken getogen werden, tot malkanderen hebben een geven *Relatie*.

Dit wert voorgeſtelt, en ontbonden by D *Hr:* R. *Deſcartes, in zyn Meetkonſt van Pag.* 321, *tot* 350.

Het Werk.

Laat door P, 't welk onderſtelt het begeerde Punt te zyn, getoogen werden de lynnen PL, PI, PK, en PM, in de gegeve hoeken, tot de gegeve lynnen, zo zyn, (ter oorſake dat de lynnen AL, AI, FK, en GM, als mede de hoeken L, I, K, en M, by ſtelling gegeven zyn) alle de hoeken van de △en ALDA, DPID, FLEF, EPKE, GLHG, en PHMP gegeven, en by gevolg is ook de reden van haare zyden gegeven.

Stelt dan AF ∞ a AG ∞ b AL ∞ x en LP ∞ y, zoo is FL ∞ $a + x$ en GL ∞ $b - x$: dan ſtelt ook voor de reden

van AL tot LD, als r tot b
van DP tot PI, als r tot k

van

van FL tot LE, als r tot l
van PE tot PK, als r tot p
van GL tot LH, als r tot q
van HP tot PM, als r tot s dan is
als AL tot LD
$r \,.\, b = x \,.\, bx:r$, dit tot LP gevoegt
komt DP $\infty\ \overline{ry+bx:r}$
als DP tot PI
dan $r \,.\, k = \overline{ry+bx:r} \,.\, \overline{kry+bkx:rr}$
ook is als FL tot LE
$r \,.\, l = a+x \,.\, \overline{al+lx:r}$
Dies is EP $\infty\ \overline{ry+lx+al:r}$ dan wederom
als EP tot PK
$r \,.\, p = \overline{ry+lx+al:r} \,.\, \overline{pry+lpx+alp:rr}$
ook is
als GL tot LH
$r \,.\, q = b-x \,.\, \overline{bq-qx:r}$
en daarom is PH $\infty\ \overline{ry-qx+bq:r}$ ten laatsten,
zoo is als HP tot PM
$r \,.\, s = \overline{ry-qx+bq:r} \,.\, \overline{rsy-qsx+bq:rr}$
maar als D tusschen L en P valt
dan is PI $\infty\ \overline{kry-bkx:rr}$
en PK $\infty\ \overline{pry-lpx-alp:rr}$
en PM $\infty\ \overline{rsy+qsx-bqs:rr}$
maar als P tusschen D en L valt
dan is PI $\infty\ \overline{-kry+bkx:rr}$
PK $\infty\ \overline{-pry+lpx+alp:rr}$
en PM $\infty\ \overline{bqs-qsx-rsy:rr}$

Hier uyt siet men genoegsaam, dat, hoe veel lynnen ook gegeven werden, altyt de getoogene lynnen uyt het begeerde punt, door drie merktekens sullen konnen uytgedrukt werden, van welke een geheel bekent, en van de twee overige, d'een met x, en de andere met y vermeenigvuldigt is, (uyt genomen, als de gegevene lynnen F K, A L, A I, en G M *Parallel* met A L, of P L zyn, in welke gevallen in 't eerste geen x, en in 't laaste geen y, in de vergelyking sal gevonden werden, en overzulks behoordt dan het voorstel tot dese plaats niet, om dat de onbekende quantiteyt onveranderlyk is.) Hier uyt is openbaar, dat, indien de betrekking der gesogte lynnen als P I, P K, P L, en P M, door *Additio*, of *Substractie* van eenige der selve aan de overige, of aan een gegeve lyn gestelt wert, dat dan de plaats van 't punt P, altyt in een regte lyn zal zyn. welkers vinding in 't tweede *Hoofd-stuk* genoeg geleert is; Maar zoo de *Relatie* der gesogte lynnen gegeven wert, door 't *Produƈt* van eenige der zelvige gelyk 't *Produƈt* van de overige te stellen, of door de reden, die dese *Produƈten* tot malkanderen hebben; zoo is de plaats van 't punt P gemeenelyk een kromme lyn, welke kromme lyn ook van verscheyde geslagten kan zyn, naa datter veel lynnen met malkanderen moeten gemultipliceert werden, om tot de *Æquatie* te komen: en terwyl wy hier maar voor genomen hebben te spreken van de ontbinding der kromlinische plaatsen van 't eerste geslagt, zoo sal ik het vraagstuk maar van 2, 3, of 4 gegeve lynnen aanmerken, en zoodanig dat om de *Relatie* van P L, P I, P K, en P M uyt te drucken, noyt meer, dan twee der selvige met malkanderen gemultipliceert werden, en de ontbinbinding aan wyzen, als 'er vier lynnen gegeven zyn, en begeert werdt, dat altyt de $\square$ LPK $\propto$ IPM zal zyn, dat is dat LP tot PI als MP tot PK zy; in dit geval zoo is *Æquatie*, als L tusschen P en D staat.

$$yy \propto \frac{\left.\begin{matrix} bkqrs \\ -alprr \end{matrix}\right\} y \left.\begin{matrix} +bkrs \\ -kqrs \\ -lprr \end{matrix}\right\} xy - bkqsxx + bbkqsx}{pr^3 - krrs}$$

Maar als D tusschen P en L valt, dan is

$$yy \propto \frac{\left.\begin{matrix} alprr \\ -bkqrs \end{matrix}\right\} y \left.\begin{matrix} +lprr \\ +kqrs \\ -bkrs \end{matrix}\right\} xy + bbkqsx - bkqsxx}{pr^3 - krrs}$$

en als P tusschen L en D valt, dan is de *Æquatie* de selfde, als wanneer D tusschen P, en L valt.

zoo men dan stelt $2f \propto \overline{bkqs - alpr} : \overline{prr - krs}$

en $\overline{2g:r} \propto \overline{lpr + kqs - bks} : \overline{prr - krs}$

zoo is $yy \propto 2fy - \overline{2gxy}:r - \overline{bkqsxx + bbkqsx} : \overline{p^3r - krrs}$ voor het het eerste; maar voor 't 2e en 3e geval is

$yy \propto -2fy + \overline{2gxy}:r - \overline{bkqsxx + bbkqsx} : \overline{pr^3 - krrs}$

of $y \propto \pm f \mp \overline{gx}:r \pm \sqrt{ff - \overline{2fgx}:r + \overline{ggxx}:rr + \overline{bbkqsx - bkqsxx} : \overline{pr^3 - krrs}}$

en stellende $2c \propto \overline{bbkqs} : \overline{pr^3 - krrs} - \overline{2fg}:r$

en $d:f \propto gg:rr - bkqs : \overline{pr^3 - prrs}$

zoo is, op eerste

$y \propto f - \overline{gx}:r \pm \sqrt{ff + 2cx + \overline{dxx}:f}$

en op 't 2e. en 3e. geval

$y \infty - f + gx : r \pm \sqrt{ff + 2cx + dxx : f}$.

En terwyl de *Quantiteyt* f, g, c en d, uyt de *Compositie* van verscheyde andere *Quantiteyten* bestaan, zoo konnen daar van eenige ∞o, of kleynder, of groter als o zyn, waar na sig de plaats voor 't punt P geduurig zal veranderen, en gevolgelyk in alle de kromme van 't eerste geslagt konnen komen, waar van wy hier eenige zullen ontbinden.

By voorbeelt, indien gevonden wert, dat $gg : rr \infty bkqs : pr^3 - krrs$ is, zoo is $d : f \infty o$ en dan is de *Æquatie*

$y \infty \pm f \mp gx : r \pm \sqrt{ff + 2cx}$, zynde een *Parabole*, om datter geen xx, in 't *Surdisch* gevonden wert: (*Fig.* 57.)

Om nu de middellyn te vinden, zoo stelt het *Surdisch* ∞o, dan is $y \infty f - \frac{gx}{r}$ voor Lb, dies stelt AB ∞f, opwaarts, om dat men $+ f$ heeft, zoodanig, dat den hoek in A, of BAL ∞ den hoek L is, dan trekt BD (*Parallel* AL) ∞r en D$b \infty g$ *Parallel* AB, dan trekt door B en b, de oneyndige Bb, zoo is dese de Plaats van b, dat is die y bepaalt, als 't *Surdis* ∞o is, of Bb is de middellyn:

Om den top te vinden, zoo merkt, dat als 't *Surdis* ∞o is, dat dan ook $x \infty - ff : 2c$ is voor AC, na de linkerhant om dat men $- ff : 2c$ heeft, dies stelt in Bb en in DB en in de verlengde van bB, BT $\infty 2c$ en BV, BW ∞f ∞ AB, dan trekt uyt T tot W en evenwydig aan deze TW, de lyn VX, snydende de verlengde BD in X

zoo

zoo is BT tot BW als BV tot ACꝏBX
of $2c\ .\ f = f\ .\ ff:2c$ ꝏ $-x$
Over de linkerhandt, om dat x met $-$ is aangedaan, dan trekt CN *Parallel* met AB, tot dat die de verlengde bB snydt in N, zoo is AC ꝏ x en CN ꝏ y, als het *Surdis* ꝏ o is, en daarom is N den top:

Om de regte zyde te vinden, zoo stelt Bb ꝏ $2m$ dan is BD tot Bb als AC tot BN
of $r\ .\ 2m = ff:2c\ .\ mff.cr$, zynde den *Intercept*, als x ꝏ o is. Dan stelt in de gevonde *Æquatie* x ꝏ o, zoo is y ꝏ $f+\sqrt{ff}$, voor AS, hier af AB ꝏ f rest BS ꝏ $\sqrt{ff}$, of ꝏ f voor den *Applicaat* als x ꝏ o is; dan deelt □ BS ꝏ ff, door den *Intercept* NB ꝏ $mff:cr$, komt $cr:m$ voor de regte zyde, dies trekt TR *Parallel* met bD, tot dat hy BD snydt in R,
zoo is Bb tot BD als BT tot BR
of $2m\ .\ r = 2c\ .\ cr:m$
Dies beschryft uyt N, als top, om Nb Middellyn, met BR, als regte zyde, de *Parabole* PANSP, die is de begeerde plaats voor 't punt P: te weten als y ꝏ $f-gx:r+\sqrt{ff+2cx}$, zoo valt P in de oneyndige SP over de regter zyde van BS; Maar als y ꝏ $f-gx:r-\sqrt{ff+2cx}$ is, zoo valt P in de oneyndige AP mede over de regte zyde van BS, en over de linkerzyde van AS, dat is in de geheele ANS als c een $-$ is, dat is, als de *Quantiteyt* $\overline{bbkqs:pr^3-krrs}$ kleynder is, als $2fg:r$, op de zelfde wyse als hier gevonden is de waar van y, voor y ꝏ $f-gx:r\pm\sqrt{ff\pm xx}$ zoo kan men die ook vinden voor

$y \infty - f + \overline{g x : r} \pm \sqrt{ff \pm 2 c x}.$

Maar zoo men ſtelt dat $\overline{b b k q s : p r r - k r s} \infty 2 f g$ is, zoo is $c \infty o$, overzulkx is dan

$$y \infty \pm f \mp \overline{g x : r} \pm \sqrt{ff + \frac{d}{f} x x}$$

als gg grooter, als $\overline{b k q s : p r - k s}$ is; maar

$$y \infty f - \overline{g x : r} \mp \sqrt{ff - \frac{d}{f} x x}$$

als gg, kleynder als $\overline{b k q s : p r - k s}$ is. zynde het eerſte een *Hyperbole* inde welke *y Parallel* met de middellyn is, (om dat byde term ff en $\frac{d}{f}$, dat is in 't *Surdis* xx met $+$ is aangedaan) En het laatſte is een *Elips*, (om dat $\frac{d}{f} xx$ met $-$ is aangedaan)

Om deſe te ontbinden, als men in beyde aanmerkt, dat f, $+$ en $gx : r$, $-$ is. Zoo ſtelt in 't eerſte, om de middellyn, en toppen te vinden, (*Fig* 58.) $x \infty o$ dat is L in A, zoo is $y \infty f \pm \sqrt{ff}$, voor AN of NQ de middellyn, dies maakt AB ∞f en BN en BQ elk $\infty \sqrt{ff}$ of ∞f, op, en neerwaarts, zoo is B de middtip, en de punten N en Q, of A de toppen, en NQ$\infty 2f$ de dwarſe:

Om de regte zyde te vinden, zoo ſtelt $x \infty f$ voor AC, (om dat men in dit geval 't *Surdis* met ∞o mag ſtellen, ter oorzake dat x dan *Imaginair* is) zoo is $y \infty f - gf : r \pm \sqrt{ff + df}$ voor CO, om deze CO te vinden, zoo maakt AR (inde verlengde BA) ∞d, en beſchryft op BR een half rondt, en trekt uyt A, de lyn AV, regthoekig op BR, tot dat AV 't rondt ſnydt in in V, dan trekt BV, en maakt $BS \infty BV$ zoo is $AS \infty f + \sqrt{ff+df}$, dan trekt BD (*Parallel* AC) $\infty\, r$, en Db (*Parallel* AB,) $\infty\, g$, en dan Bb, zoo is Bb de plaats van P ten opzigte van $y \infty f - \overline{gx}:r$, dan trekt SO, en CO *Parallel* Bb en AS, tot datſe malkanderen ſnyden in O, zoo is O het punt P, als L in C valt, of CO is $\infty f - gf:r + \sqrt{ff+df}$; dan noemt $Bb \infty m$ zoo is BD tot Bb als AC tot SO

of $r \quad . \quad m \;=\!=\; f \quad . \quad mf:r$

ook is $AS \infty \sqrt{ff+df} + f$

en $NS \infty \sqrt{ff+df} - f$

——————————— vermenigtvuldigt

Ergo ▭ ASN $\infty\, df$ Dies is

de ▭ASN tot □ SO als AN of NQ tot de regte

of $df \quad . \, mmff:rr \;=\!=\; 2f \quad . \; 2mmff:drr$

Daarom trekt door N als top, met NQ als middellyn, en met $2mmff:drr$, als regte, de *Hyperbole* NOP, die is de begeerde plaats voor 't punt P, voor het eerſte geval.

Maar in 't tweede geval ſtelt men het *Surdis* $\infty\, o$, dan is in 't 59 *Fig.* $y \infty f - \overline{gx}:r$ en $x \infty \pm \sqrt{f^3:d}$, of $f\sqrt{\frac{f}{d}}$ voor AC: om deze lynnen te vinden, zoo trekt RB, ſnydende AL in A met den gegeven Hoek, en maakt $AB \infty f$ en $AR \infty d$, en beſchryft op BR een half rondt RVB ſnydende AV (die *Perpendiculaar* op BR ſtaat) in V, en trekt RV, en *Parallel* aan dezelve de lyn BC, tot dat die de verlengde VA ſnydt in C, zoo is $AC \infty f\sqrt{f:d}$

 want

want RA is tot AV als AB tot AC
of $d \,.\, \sqrt{df} = f \,.\, f\sqrt{f:d}$

Dies maakt AT en AW eyder ∞ AC, zoo is AT of AW $\infty\, x$, als 't *Surdis* $\infty\, o$ is: dan trekt BD, (*Parallel* met AT) $\infty\, r$, en Db (*Parallel* met AB) $\infty\, g$, en door de punten B en b, de lyn NQ, dan uyt W en T, *Parallel* AB, de lynnen WN en TQ, tot dat se de lyn NQ snyden in de punten N en Q, zoo is TQ $\infty\, \overline{f - gx:r}$, of y, als 't *Surdis* $\infty\, o$ is, en BQ is de Plaats, als 't *Surdis* $\infty\, o$ is, en overzulkx is NQ de middellyn, en B het midstip.

Om nu de regte zyde te vinden, zoo stelt $x \infty o$, of L in A, dan is $y \infty f \pm \sqrt{ff}$ voor AS, ook stelt Bb $\infty\, m$, zoo is 't

BD tot Bb als AT tot BQ of BN
of $r \,.\, m = f\sqrt{f:d} \,.\, mf:r,\sqrt{f:d}$

Dies is BQ, of BN de halve middellyn
□ BN is tot het □ BS als NQ tot de regte
$mmf^3:drr \quad ff = 2mf:r,\sqrt{f:d} \,.\, 2r:m,\sqrt{df}$

Dies maakt BY ∞ AV, en trekt XY *Parallel* met AB, zoo is BX $\infty\, r:m,\sqrt{df}$ ∞ de halve regte zyde:

Dies beschryft op NQ als middellyn, met 2 BX, als regte zyde, met den Hoek BbP, den *Elips* NPQ, die is in dit geval de plaats voor P.

Maar zoo men in dit laatste geval stelt dat mm, dat is $rr - gg \infty drr:f$ is, zoo is de plaats van P in 't rondt, dat uyt B als *Centrum*, met AB als *Radius*, beschreven wert, als in 't 60. *Fig.*

Maar zoo men stelt, dat alle de termen blyven,

zoo

zoo kan dit, als vooren, een *Hyperbole*, *Elips*, of een rondt zyn, welke aldus gevonden werden, als men heeft $y \infty f - \overline{gx} : r \pm \sqrt{ff + 2cx + \frac{d}{f} xx}$ (*Fig.* 61.) zoo stelt men 't *Surdis* $\infty\, o$, dan is $y \infty f - \overline{gx} : r$ en $x \infty -cf : d \pm \overline{f : d}, \sqrt{cc - df}$

Daarom maakt AB ∞ AY ∞ f AR ∞ d AO ∞ c en den hoek BAY ∞ den hoek L, dan trekt RY, en *Parallel* aan de zelve uyt O, de lyn OC, zoo is AC ∞ $cf : d$, dan beschryft op AB en AO op yder een halfrondt, en trekt uyt R, de *Perpendiculaar* RV, stotende het halfrondt in V, zoo is de koorde AV ∞ $\sqrt{df}$, maakt dan de koorde AX ∞ AV, en trekt OX, zoo is de lyn OX ∞ $\sqrt{cc - df}$, voorder maakt OG ∞ OX, en trekt GT *Parallel* OC, zoo is CT ∞ $f : d, \sqrt{cc - df}$

en AT ∞ $cf - f\sqrt{cc - df} : d$

Dan maakt CW ∞ CT, zoo is AT, of AW ∞ x als 't *Surdis* $\infty\, o$ is, dat is $\infty\, cf \pm f\sqrt{cc - df} : d$

Daar na maakt BD ∞ r en Db ∞ g } *Parallel* { AY, AB

en trekt uyt T en W, de lynnen TQ, en WN *Parallel* met AB, zoo zyn dese ∞ y, of $\infty f - \overline{gx} : r$, en daarom is ook NQ de middellyn; om dese te berekenen, zoo stelt Bb ∞ m zoo is BD tot Bb als WT tot NQ

of $r \quad . \quad m = 2f\sqrt{cc - df} : d \;.\; \frac{2mf}{rd}\sqrt{cc - df}$

Dies is MN, of MQ ∞ $\frac{mf}{rd}\sqrt{cc - df}$, de halve middellyn.

Om nu de regte zyde te vinden, zoo ftelt $x \propto o$, dat is L in A, dan is $y \propto f \pm \sqrt{ff}$ voor AS, dies is $BS \propto AB \propto f$; voorder is

BD tot Bb als AC tot BM

r . m —— $cf.d$. $cfm:dr$

Dies is $NB \propto \overline{cfm + fm:dr.\sqrt{cc - df}}$

en $BQ \propto \overline{cfm - fm:dr.\sqrt{cc - df}}$

Ergo de $\square$ NBQ $f^3 mm:drr$, en overzulkx is de $\square$ NBQ tot $\square$ BS als NQ tot de regte

of $\frac{f^3 mm}{drr}$. ff —— $\frac{2fm}{rd}\sqrt{cc - df}$. $\frac{2r}{m}\sqrt{cc - df}$

Dies maakt $BI \propto OX \propto \sqrt{cc - df}$, en trekt 1, 2. *Parallel* met AB, zoo is B2 de halve regte zyde,

Dies befchryft door Q als top, met MQ als halve middellyn, en met B2, als halve regte, met den gegeven hoek SBb, als den hoek des Applicaats, de *Hyperbole* PAQSP, die is de begeerde plaats voor 't punt P, als df kleynder, als cc is;

Maar als df grooter als cc is, zoo ftelt $x \propto f$ voor AC in 't 62e. *Fig.*

Dan is $y \propto f \pm \overline{gf:r} \pm \sqrt{ff + 2cf + df} \propto CO$: en $x \propto o$ ftellende, zoo is $y \propto f \pm \sqrt{ff}$ voor AQ, of $NQ \propto 2f$ voor de middellyn; dies maakt AB en AC yder $\propto f$, $AT \propto 2c + d$ en befchryft op BT een half rondt, dan trekt AV regthoekig op BT, tot dat die het rondt, ftoot in V, en trekt BV zoo is $AV \propto \sqrt{2cf + df}$, en $BV \propto \sqrt{ff + 2cf + df}$, dies maakt $BS \propto BV$, zoo is $AS \propto f + \sqrt{ff + 2cf + df}$ dan maakt $BD \propto r$, en $Db \propto g$, *Parallel* met AC en AB,

en

en trekt Bb, dan SO en CO *Parallel* met Bb, en AB, tot datse malkanderen snyden in O,

zoo is $CO \infty y \infty f - gx : r \pm \sqrt{ff + 2cf + df}$

Om nu de regte zyde te vinden, zoo zegt

BD is tot Bb als AC tot SO

of $r \;.\; m = f \;.\; fm:r$, voorder is de ▭NSQ tot □SO als NQ tot de regte zyde

of $2cf + df \;.\; ffmm:rr = 2f \;.\; \frac{2f^3mm}{2cfrr + dfrr}$

Dies maakt $AW \infty SO$, en den hoek VWX regt,

zoo is $AX \infty ffmm:rr\sqrt{2cf + df}$

want VA is tot AW als AW tot AX

of $\sqrt{2cf + dff} \;.\; fm:r = fm:r \;.\; \frac{ffmm}{rr\sqrt{2fc + df}}$

Dan maakt $AY \infty AX$, en trekt VY en in VA, stelt $V1 \infty f$, en trekt $1,2$ *Parallel* AY en segt

VA tot AY als $V1$ tot $1,2$.

of $\sqrt{2cf + df} \;.\; \frac{ffmm}{rr\sqrt{2cf + df}} = f \;.\; \frac{f^3mm}{2cfrr + dfrr}$

Dies is de lyn $1,2. \infty$ de halve regte: daarom beschryft (door 't punt Q als top, met BQ als halve middellyn, met $1,2$. als halve regte, en met BSO, als *Applicaats* hoek,) de *Hyperbole* QOP, die is de begeerde plaats voor 't punt P;

Maar zoo men stelt, dat de *Æquatie* is

$y \infty f - gx:r \pm \sqrt{ff + 2cx - \frac{d}{f}xx}$

en men stelt het *Surdis* $\infty 0$, zoo is (*Fig.* 63.) $y \infty f - gx:r$ en $x \infty cf:d \pm \frac{f}{d}\sqrt{cc + df}$

Dies maakt AB, en AZ elk ∞f $AV \infty d$ $AX \infty c$ dan beschryft op AB een half rondt, en stelt VR, regthoekig op AB, dan trekt AR, zoo is $AR \infty \sqrt{df}$, dan maakt den hoek XAY regt, en $AY \infty AR$, dan is $XY \infty \sqrt{cc + df}$, dies maakt $XO \infty XY$, zoo is $AO \infty c + \sqrt{cc + df}$, dan trekt VZ, en *Parallel* aan de zelve XC en OT, zoo is $AC \infty cf : d$, en $CT \infty \frac{f}{d} \sqrt{cc + df}$ Dan maakt $CW \infty CT$ zoo is $AT \infty cf + f, \sqrt{cc + df} : d$ en $AW \infty$ of $cf - f, \sqrt{cc + df} : d$

Dan maakt $BD \infty r$ } *Parallel* { AC
en $Db \infty g$ } { AB

en trekt WN, CM en TQ, tot datse Bb, of zyn verlengde, ontmoete in de punten N, M en Q, zoo is M de midstip, en N en Q zyn de toppen. Dan stelt $Bb \infty m$

zoo is BD tot Bb als CT tot MQ

$$\text{of } r \,.\, m = f : d \sqrt{cc + df} \,.\, \frac{fm}{dr} \sqrt{cc + df}$$

en ook als AC tot BM

$$r \,.\, m = cf : d \,.\, cfm : dr$$

en overzulkx is de $\square NBQ \infty f^3 mm : drr$

Om de regte zyde te vinden, zoo stelt $x \infty o$, zoo is $y \infty f + \sqrt{ff}$ voor AS dan segt de $\square NBQ$ is tot $\square BS$, als MQ tot $\frac{1}{2}$ regte

$$\text{of } f^3 mm : drr \,.\, ff = fm : dr, \sqrt{cc + df} \,.\, \frac{r}{m} \sqrt{cc + df}$$

Dies is de halve regte zyde $\infty \frac{r}{m} \sqrt{cc + df}$

Daarom maakt $B1 \infty XY \infty \sqrt{cc + df}$, en trekt $1, 2$ *Parallel* AB, en verlengt DB, zoo is $B2 \infty \frac{r}{m} \sqrt{cc + df} \infty$ de halve regte zyde.

Dies beschryft met NQ, als middellyn, met $2B2$, als regte zyde, en SBb, als *Applicaats* hoek,

hoek, door N en Q, als toppen. Den *Elips* ANPSQ, die is de begeerde plaats voor 't punt P.

Maar zoo $rr - gg \infty drr:f$ is, zoo is *Fig.* 64. den hoek SBb regt, en halve middellyn MQ ∞ B 2, de $\frac{1}{2}$ regte en overzulkx is de plaats een rondt, wiens *Radius* MN of MQ, (werdende op de zelfde wyze gevonden, als hier boven in den *Elips* gedaan is,) en doet $\sqrt{ccf + 4ff:d}$ om dat in dit geval $m \infty r \sqrt{d:f}$ is.

Men zoude nog veel andere veranderingen hier in konnen aanmerken; maar terwyl van gedagten zyn, dat, die dese wel verstaan hebben, in d'overige, die sig konnen op doen (als 't vraag stuk maar tot vier lynnen voorgestelt wert) geen swarigheden zullen ontmoeten, die zy niet ligtelyk zullen konnen ontbinden; dies zullen wy hier af scheyden, en in 't volgende Hoofstuk toonen de ontbindinge van de *Æquatien* van 2, 3 en 4 *Dimensien*, en die bepaalt zyn, waar door dan ook de weg gebaant zal zyn, om dit vraag stuk te ontbinden, als het zelve uyt 2, 3 of 4 lynnen bestaat, welke alle *Parallel* zyn, benevens een beschryving der kromme door punten, die vereyscht werden, alser meerder lynnen gegeven en geeyscht werden.

IV. HOOF-

IV. HOOFTSTUK.

Vande ontbinding der bepaalde Werkſtuc-van 2, 3 en 4 Dimenſien.

EEr wy tot deze verhandelinge over gaan, zoo zal 't noodig zyn, dat men aanmerkt, dat in yder vergelycking, zoo veel wortels zyn, als het getal der *Dimenſien* van de *Æquatie*, dat is, als 't hoogſte vermogen der onbekende *Quantiteyt*, uytdrukt, waar uyt volgt, dat die lynnen, welke dienen ſullen tot de volkomen ontbing van eenig *Æquatie*, malkanderen zoo menigmaal moeten ſnyden konnen, als 't getal der *Dimenſien* van die vergelyking is, die men door 't zelve begeert te ontbinden; want anders zoude men mogelyk wel een, of meer; maar niet alle de wortelen van die vergelyking konnen vertoonen, en zoo 't dan komt te gebeuren, datter minder ſnydingen vallen, zoo is 't ſeker: datter zoo veel ingebeelde wortelen in de *Æquatie* zyn, als 'er ſneeden ontbreken, ook is 't nootſakelyk, dat deſe Meetkonſtige, en geen werkdadige lynnen zyn, dat is, dat den afſtant van een ygelyk punt inde zelve, en een gegeven punt, door

een

een *Æquatie* kan gegeven werden, waar uyt openbaar is, dat men tot d'ontbinding der vergelyking, van 2, 3 en 4 *Dimensien* geen ander zal van nooden hebben, als de regte lyn, 't rondt, en een der kegelsneden, van welke men altyt d'eenvoudigste moet verkiesen die mogelykst zyn, om 't begeerde te voldoen, 't zy zake, datter een meer te samengestelde in het werkstuk gegeven was, in welk geval men sig 't gevoegelykst van de gegeven kan bedienen, om welke reden ik aantoonen zal, hoemen een *Æquatie* van 2 *Dimensien*, door de snede van een regte lyn, en een der kegel snede kan ontbinden.

't Is ook noodig, dat men, eer wy ter zake komen, eerst aanmerkt, dat, wanneer 2 lynnen van wat natuur die ook zyn, de punten in welke die malkanderen snyden gemeen hebben, en dat, indien deze lynnen niet meetkonstig zyn, dat dan deze punten in beyde bekent zyn, ter oorsake men in d'een en d'andere een zelfde x en y stellende, men een van beyde door de *Reductie* kan doen verdwynnen, en op die wys de vergelykinge brengen tot een vergelyking, in welke maar een onbekende *Quantiteyt* 't zy x of y gevonden wert, welke dan ligtelyck konnen ontbonden

wer-

werden, als inde volgende werkſtukken blyken zal.

Problema, Fig. 65, 66.

Gegeven zynde $xx \infty ax + ab$
of $xx \infty - ax + ab$
of $xx \infty ax - ab$

So ſtelt $x \infty y \pm \frac{1}{2}a$, te weten $+ \frac{1}{2}a$, in 't 1e. en in 't 3e.; maar $- \frac{1}{2}a$ in 't 2e. geval, zoo bekomt men $yy \infty \frac{1}{4}aa \pm ab$, te weten $+ ab$ in de twee eerſte; maar $- ab$ in 't laaſte geval; hier uyt is openbaar, dat in 't laaſte geval $\frac{1}{2}a$ grooter als $\sqrt{ab}$ moet zyn, om dat anders y, *Imaginair* is; Dies beſchryft met CR, of CS $\infty \frac{1}{2}a$ als *Radius* een rondt, en maakt SA $\infty \sqrt{ab}$ regthoekig op RS, dan trekt, in 't 65e. *Fig.* uyt, A, door 't punt C, de lyn AL*l*, en in 't 66e. *Fig.* AL*l* *Parallel* RS, ſnydende 't rondt in 't punten L, en *l*, zoo is in 't 65e. *Fig.* AL de valſche en A*l* de waare x, in 't eerſte geval, en A *l* de valſe, en AL de waare x, voor 't 2e. geval: en in 't 66e. *Fig.* zyn AL en A *l* beyde de waare wortelen voor 't 3e. geval. Deze wyze van ontbinding is de ordinaire, die men by D Hr. *Deſcartes*, *Kinckhuyſe*, *de Graaf*, en andere vindt. Maar zoo men dit door de ſnede van een *Parabole*, en een regte lyn begeerde te doen, zoo ſtelt $xx \infty ay$ No. 1. (dat is een *Parabole*, wiens regte zyde is ∞a, en in welke *Parallel* y, met den *axs*, of middellyn valt) dan ſtelt deze ay, in de gegeve *Æquatie* in de

plaats

plaats van xx, zoo bekomt men $ay \propto ax + ab$, $ay \propto -ax + ab$ en $ay \propto ax - ab$, af $y \propto \mp x \pm b$ N°. 2. (*Fig.* 67. 68.) zynde een regt lynische plaats, vallende in een *Hisoscolis*. Om nu door deze twee plaatsen de gegevene *Æquati* te ontbinden, zoo maakt AB en AC elk $\propto b$, en den hoek A regt, dan trekt CB, dese bepaalt de regtlinise plaats, te weten

In 't 67^e. *Fig.* de verlengde CB, aan B voor 't eerste geval; maar tussen CB in 't tweede geval, en in 't 68^e. *Fig.* de verlengde BC aan C voor 't 3e. geval.

Dan beschryft uyt A, als top, met AB, of zyn verlengde, als axs, met a, als reg de zyde, de *Parabole* AP, snydende BC, of zyn verlengde in de punten P, en p, en trekt de lynnen PL, en pl, *Parallel* AB, tot in AC, of zyn verlengde, zoo is AL (in 't 67^e. *Fig.*) de valie, en Al, de ware x, voor 't eerste geval: en ter *Contrarie* voor 't tweede geval en AL, en Al (in 't 68^e. *Fig.*) zyn de waare waardens van, x, voor 't 3^e. geval.

Men kan door deze twee plaatselyke *Æquatien* ook ligtelyk een rondt bekomen, aldus

N°. 2. of N°. 2.

$y \propto \pm x \mp b$ is ook $\pm x \propto y \pm b$

$\sqrt{}$ $\sqrt{}$

$yy \propto xx \pm 2bx + bb$ of $xx \propto yy \pm 2by + bb$

$2ay \propto 2xx$, zynde N°. 1. gedub: $2xx \propto 2ay$

afgetrokken

rest $yy - 2ay \propto bb \pm 2bx - xx$ N°. 3.

en $yy - 2ay \propto \mp 2by - bb - xx$ N°. 4.

of

of No. 3. is $y \infty a \pm \sqrt{aa + bb \pm 2bx - xx}$

en No. 4. is $y \infty a \mp b \pm \sqrt{aa \mp 2ab - xx}$

zynde No. 3. een rondt wiens ſtraal is $\sqrt{aa + 2bb}$,

en No. 4 een rondt wiens ſtraal is $\sqrt{aa \mp 2bb}$,

Waar uyt blykt, dat deze vergelykinge buyten de voorgaande wyze, nog op vyf andere manieren kan ontbonden werden, dat is, door de ſnydinge van de plaatſen, die door de vergelykinge No. 1. en No. 3. No. 1. en No. 4 ook door No. 2. en No. 3. No. 2. en No. 4, en door No. 3. en No. 4., van welke 5 manieren ik de bewerkinge van de drie laaſte zal aantoonen, zoo men zulkx wil doen door No. 2 en No. 3, zoo maakt (in 't 69e. en 70e. *Figuur*,) de regt liniſe plaats (van No. 2.) BC, als in 't voorgaande, dan maakt A $e \infty$ AC, en A $b \infty a$ en e R ∞ e B, dan e M en b M *Parallel*, AB en AC, ſnydende malkanderen in M, zoo is M het *Midſtip*, en MR $\infty \sqrt{aa + 2bb}$ den *Radius*, dies beſchryft uyt *Centrum* M, door 't punt R het rondt RP p, ſnydende CB, of zyn verlengde in P en p, dan PL, en P l *Parallel* AB tot in e A, of zyn verlengde, zoo is AL, of A $l \infty x$ te weten A l (in 't 69 *Fig.*) de waare x, voor 't 1e. geval, en de valſche x, voor 't 2e. geval, en ter *Contrarie* met AL; maar in 't (70e. *Fig.*) is AL, en A l beyde de waare waarde van x, voor 't 3e. geval;

Maar indien men deze ontbinding door *Æquatien* No. 2. en No. 4. begeert te verrigten zoo maakt in de 71 en 72 *Fig.* BM ∞a, en beſchryft op AM een half rondt, en ſtelt in 't zelve, als koorde, AR ∞ AB, zoo is MR $\infty \sqrt{aa + 2ab}$,

Dies

Dies beſchryft uyt M, als midſtip, met MR, als *Radius*, het rondt Pp, dan trekt PL en pl, zoo zullen de lynnen AL, Al (in 't 71 en 72e. *Fig.*) de zelve zyn van die in 't 69e. en 70e. *Fig.*

Maar indien men deſe ontbinding door de vergelyking van No. 3 en 4 begeerde te doen, (als in 't 73 en 74e. *Fig.*) zoo maakt $AB \infty a$, en $AC \infty b$, dan trekt uyt B en C *Parallel* aan AC en AB de lynnen BM en CM, ontmoetende malkanderen in 't punt M, zoo is M de midſtip voor de *Æquatie* No. 3: dan maakt $Bm \infty AC \infty b$, zoo is m de midſtip voor No. 4 Dies beſchryft uyt M, als *Centrum*, met $\sqrt{aa + 2bb}$, en uyt m als *Centrum*, met $\sqrt{aa \underline{+} 2ab}$, als *Radius*, de ronden, die malkanderen ſnyden in de punten P en p, dan uyt deſe punten de lynnen PL en pl, *Parallel* met AB, tot datze AC, of zyn verlengde ſtooten in de punten L en l, zoo verbeelden de lynnen AL en Al, 't zelve, als in de vier voorgaande:

Men kan ook nog andere onderſtellingen nemen, als by voorbeelt $xy \infty ab$ No. 5. dan is $xx \underline{+} ax \infty \underline{+} xy$ of $x \overline{+} a \infty \underline{+} y$ of $x \overline{+} y \infty \overline{+} a$ No. 6. zynde een *Hyſoſcelus*, (even als No. 2.)

Hier door bekomt men $xx \overline{+} 2xy + yy \infty aa$ afgetrokken $2xy \infty 2ab$ of vergaart, reſt, of komt $xx + yy \infty aa \overline{+} 2ab$ of $yy \infty aa \overline{+} 2ab - xx$ No. 7. zynde een rondt, (wiens *Radius* is even als in No. 4.)

Waar uyt nog drie andere manieren van ontbindingen voort komen: als door No. 5. en 6. door No. 5. en 7. en door No. 6. en 7. als geſien

 kan

kan werden in 't 75. 6, 7. 8, 79 en 80e. *Fig.* aldus. In 't 75, 76, 77 en 78 *Fig.* is AB en AC elk ∞ *a*, en in 't 77, 78, 79 en 80. *Fig.* is uyt A als *Centrum* met AS ∞ $\sqrt{aa + 2ba}$ als *Radius* beschreven de ronden P*p*, en in 't 75, 76, 79 en 80. *Fig.* de gelyk zydige *Hyperboles* P*p*, inden hoek SAL als *Assumptotes*, en dan vertoont ons AL en A*l*, die door de sneden P*p* bepaalt werden, de waardens van *x*, als vooren.

Men zoude meer andere wyse van ontbindinge (door 't onderstellen van andere plaatsen, in plaats van No. 1.) konnen toonen; maar wy zullen het hier by laten, alzoo ik agte hier genoegzaam aangewezen te hebben, op wat wyse men twee plaatsen kan vinden, en ook te zamen voegen, om een *Æquatie* van twee *Dimensien* te ontbinden.

1e. *VOORSTEL*, 2e. *Problema.* *Fig.* 81.

In de *Parabole* AD is gegeven 't punt D: men begeert 't punt P te vinden, zoodanig, dat indien men trekt PL en PV *Parallel* met den *Applicaat* CD, en den *axs* AC, dat dan PL tot PV als AC tot CD is.

He

Het Werk.

Stelt $AC \propto a$ $CD \propto b$ $AL \propto x$ en $LP \propto y$. zoo is LC of $PV \propto a - x$; en overzulkx is $y . a - x = a . b$ of $by \propto aa - ax$, en door de natuur van de *Parabole* is $yy \propto rx$ zoude men door reductie bekomen

$$aaxx \propto 2a^3x + bbrx - a^4$$

Maar dit is niet nootzakelyk, ter oorzake men dit werkstuk ligtelyk door de twee voorgaande plaatsen kan ontbinden; om dit te doen zoo trekt AD, en regthoekig door de zelve CB, zoo is $AB \propto \frac{aa}{b} \propto y$, als $x \propto o$ is: en overzulkx is deze CD de plaats van $by \propto aa - ax$, om dat AC de waarde van x is, als men $y \propto o$ stelt, en deze CB snydt de *Parabole* AD in P, dies trekt de lynnen PL en pl, zoo zyn AL en Al de $x$ens. die beyde de plaatsen ($yy \propto rx$, en $by \propto aa - ax$) gemeen hebben: en daarom is P het begeerde punt.

2e. *VOORSTEL*, 3e. *Problema.* *Fig.* 82.

Tusschen, twee gegeve lynnen a en b, twee gedurige middelevenredige te vinden.

Het Werk.

Stelt de begeerde x en y, zoo bekomt men dese *Æquatie* $ay \infty xx$, No. 1. en $bx \infty yy$ No 2.

Hier door vint men $x^3 \infty aab$; maar't is niet nodig, dat men dese laatste soekt, dewyl men door de snede van de voorgaande 2 *Paraboles* ($ay \infty xx$, en $bx \infty yy$) 't voorstel kan ontbinden, als blykt door de snyding van de twee *Paraboles* AR en AS, hebbende het punt A, als gemeene top, en de eerste AB, en de laatste AC; als *axis* en ook a en b, als regte zyde.

En door vergelykinge van de *Æquatien* No. 1 en 2 bekomt men $xy \infty ab$ No. 3.

Dies maakt AV en AT elk $\infty \sqrt{ab}$, en trekt uyt V en T *Parallel* met AT en AV, de lynnen VN en TN, tot datze malkanderen ontmoeten in 't punt N, dan beschryft door 't punt N in den hoek VAT, als *Assumptotes*, de *Hyperbole* NP, snydende de *Parabole* APR of APS in 't gemeene punt P.

En *Substraherende* No. 1. van No. 2. zoo bekomt men $yy - ay \infty bx - xx$, No. 4. zynde een rondt, wiens *Radius* is $\sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}bb}$ welkers midstip M gevonden wert door AB$\infty\frac{1}{2}a$ opwaarts, en AC$\infty\frac{1}{2}b$ naar de regter zyde van A (d'oorsprong van x) en MA is den *Radius*. Dies beschryft uyt M, als midstip, met MA, als *Radius*, het rondt AP, snydende de *Parabole* AR, AS, en de *Hyperbole* NP, in haar gemeene punt P, eyndelyk trekt PL, *Parallel* aan BA, tot in AC, of zyn verlengde, zoo is AL, x en LP y; of a is tot AL als AL tot LP als begeert is,

Hier uyt is openbaar zesderley wyse van ontbindinge tot dit voorstel dienende; te weten door de ontbindinge van No. 1 en 2. of No. 2 en 3.

of

of N°. 1. en 3. of N°. 2. en 4. of N°. 1. en 4. of door N°. 3. en 4. dat is door de ſnydinge van AR en AS, AS en NP, AR en NP, AS en AP, AR en AP, en door NP en AP En indienmen N°. 1 en 2. addeerde, zoo zouden men bekomen $yy + ay \infty bx + xx$ N°. 5. een *Hyperbole*, en dan zoude men door deſe, en yder van de 4 voorgaande *Æquatien*, mede dit voorſtel mogen ontbinden, zoo dat men dan 10 derley wyze van ontbindinge tot dit voorſtel zoude hebben, waar toe N°. 4. en N°. 1. of 2. de gemakkelykſte, en de eenvoudigſte zyn;

Meer andere manieren zoude men hier toe konnen vinden, die wy voorbygaan, om dat ons de Blaaderen, en de tyt daar toe nootzaken.

3e. *VOORSTEL*, 4e. *Problema* *Fig.* 83.

Gegeven zynde 2 regte lynnen a, en b, men begeert een gelykbeenigen driehoek te maken, zoodanig, dat de beenen AF en LF zyn ∞a, en indien men in zyn *Baſis* AL ſtelt AH ∞b, en van daar trekt HG *Parallel* FL en uyt G de regte lyn GL, dat dan GL is ∞ LA.

Het Werk.

Stelt AF of LF ∞a AH ∞b en AL ∞x, zoo is om de gelykformigheyt van de Δen FAL en LAG is.

FA tot AL als AL tot AG

of $a \;.\; x = x \;.\; xx:a$

en om de gelykformigheyt van de Δen FAL en GAH zoo is,

FA tot AL als AG tot AH

of $a \;.\; x = xx:a.\; b$ dies is $x^3 \infty aab$

Construcćte, ſtelt $xx \infty ay$, zoo is $x^4 \infty aayy \infty aabx$ of $yy \infty bx$, dan trekt deſe *Æquatie* van malkanderen zoo bekomt men $yy - ay \infty bx - xx$, een rondt, in welk 't midſtip $\frac{1}{2}b$ ter regterhandt, den aanvank van x, en nog $\frac{1}{2}a$ boven dit punt is ('t welk ligtgevonden kan werden door 't voorgaande) dies maakt AC $\infty \frac{1}{2}b$, en AB $\infty \frac{1}{2}a$, en trekt CM en BM, *Parallel* met AB en AC, tot dat die malkanderen ontmoeten in 't punt M. Dan beſchryft uyt M, als midſtip, met MA als *Radius*, het rondt AP. En uyt A als top, op AC of zyn verlengde als *axis*, met b als regte zyde, de *Parabole* AP, ſnydende het rondt in 't punt P, Dan trekt PL regthoekig op AL, zoo is AL de begeerde *Baſis*, of x, dan maakt uyt de punten A en L, de regte AF en LF, yder gelyk a, zoo is AFLA den begeerden driehoek.

4e. *VOORSTEL*, 5e. *Problema* *Fig.* 84 *en* 85.

Op een gegeven lyn AF (a) een regt hoekigen driehoek te maaken, als AFLA, zoodanig, dat het □ FL is tot het □ AF, als een gegeven lyn b, tot de zyde AL.

NOTA, den regten hoek kan zyn in F, of in L, tegen over AF

Hee

Het Werk

Stelt AL $\propto x$, zoo is FL $\propto \sqrt{aa - xx}$ of $\sqrt{xx - aa}$
en daarom is $\left.\begin{matrix} aa - xx \\ \text{of } xx - aa \end{matrix}\right\} . aa = b.x$

of $x^3 \propto aax \pm aab$

Constructie. Stelt $xx \propto ay$, zoo is, $x^4 \propto aayy \propto aaxx \pm aabx$ of $yy \propto xx \pm bx$, hier afgetrocken $2ay \propto 2xx$, rest $yy - 2ay \propto \pm bx - xx$, (zynde een rondt) of $y \propto a \pm \sqrt{aa \pm bx - xx}$ Stelt het *Surdis* $\propto o$, zoo is $y \propto a$, voor AB opwaarts, en $x \propto \pm \frac{1}{2}b$ voor AC na de regterhand, in 't 85. *Fig.* maar na de linckerhand in 't 84. *Fig.* $\pm \sqrt{aa \pm \frac{1}{4}bb}$, daarom trekt CM en BM *Parallel* aan AB en AC, tot dat die malkanderen ontmoeten in 't punt M, zoo is M de mipstip, dies trekt uyt M, als midstip, met MA, als *Radius*, het rondt AP: dan uyt A, als top, op AB, als *axs*, met *a*, als regte zyde, de *Parabole* PAP, snydende het rondt AP, in de punten P. Dan beschryft op AB, of AF (in 't 84^e^.) en op AL (in 't 85^e^. *Fig.*) als middel lyn, een half rondt, en stelt uyt A, de Coorde AL, of AF $\propto Al$, of AE, zoo zynde $\triangle$^en^. ALF en AFL de begeerde.

NOTA, *men hadde het 85^e^. of 84^e^. Fig. maar alleen behoeven te maken, ter oorzake, dat de valsche wortels van 't eene geval, de ware zyn tot het andere geval.*

5e. *VOORSTEL*, 6e. *Problema.*
Fig. 86. en 87.

Een voorgegeve regte lyn AF in L in tween te deelen, of tot L te verlengen, zoodanig, dat de regthoek ALF, is tot het □ AF, als een gegeve lyn tot het deel, of lyn AL.

Het Werk.

Stelt AF $\infty\, a$ de gegeve lyn $\infty\, b$ en AL $\infty\, x$, zoo is LF $\infty\, a - x$ of $x - a$, en overzulkxs is de ▭ ALF $\infty\, ax - xx$ of $\infty\, xx - ax$
de ▭ ALF tot □ AF
Ergo $\left.\begin{matrix} ax - xx \\ \text{of } xx - ax \end{matrix}\right\} \cdot aa = b \cdot x$ Dies is $x^3 \infty\, axx \pm aab$

Constructie. Reduceert de *Æquatie* op nul, komt $x^3 - axx \mp aab \infty\, 0$, om de 2 term weg te doen, zoo multipliceert met $x + a \infty\, 0$, komt $x^4 - aaxx \mp aabx \mp a^3b \infty\, 0$. Dan stelt $xx \infty\, ay$, zoo is $x^4 \infty\, aayy$ en $aaxx \infty\, a^3y$; ergo $yy \infty\, ay \pm bx \pm ab$, hier toe $ay - xx \infty\, 0$, komt $yy \infty\, 2ay \pm bx \pm ab - xx$, of $y \infty\, a \pm \sqrt{aa \pm ab \pm bx - xx}$, en stellende het *Surdis* $\infty\, 0$, zoo is $y \infty\, a$, voor AB opwaarts, en $x \infty \pm \frac{1}{2} b \pm \sqrt{aa \pm ab \pm \frac{1}{4} bb}$, dies maakt AC $\infty\, \frac{1}{2} b$ naar de regter, of linckerhandt, en trekt BM. en CM *Parallel* AC en AB, ontmoetende malkander in het punt M. Dan beschryft uyt

uyt M, als *Centrum*; met $\sqrt{aa \pm ab + \frac{1}{4}bb}$, dat is met $a \pm \frac{1}{2}b$; als *Radius*, het rondt D P (te weten met $a - \frac{1}{2}b$ in 't 86e. *Fig.* alwaar C over de linckerzyde van A valt;) maar met $a + \frac{1}{2}b$ in 't 87e. *Fig.* alwaar C over de regter zyde van A valt, daar na trekt uyt A als top, met a, als regte zyde, op A B, als *axs*, de *Parabole* A P, snydende het rondt in de punten P, dan P L, *Parallel* met A B, stotende A F in L, zoo is A L de begeerde x, of L is het begeerde punt (te weten die over de regter zyde van A valt) d'andere zyn de valsche wortels.

NOTEERT, *dat in 't* 4e. *voorstel* b, *kleynder als* $\sqrt{\frac{1}{8}aa}$, *en 't* 5e. *voorstel kleynder als* $\frac{2}{5}a - \frac{1}{10}a\sqrt{6}$ *moet zyn; want anders zoude in 't* 84e. *en in 't* 86. *Fig. de ware, en in 't* 85e. *Fig. de valsche wortelen ingebeeldt zyn, dat is te seggen, dat men in de* 2 *eerste Fig. geen snede over de regter, en in de laatste geen over de lincker zyde van* AB *zoude hebben: wat aangaat de vinding van dese grootste* b, *daar toe zullen wy aanleyding genoeg geven in het* 2e. *deel, door 't vinden der tangenten, en der grootste en kleynste.*

6e. *VOORSTEL*, 7e. *Problema*, *Fig.* 88.

Gegeven zynde een regthoek A F G H in G H, en in de verlengde H A, de punten K en L te vinden, zoodanig dat indien men trekt L K, en regthoekig van de zelve K I, dat de $\triangle$ I K L I, gelyk is

 aan

aan de regthoek AFGHA; midts dat HK, en AL gelyk zyn.

Het Werk.

Stelt AH of GF $\infty\, a$ AF of GH $\infty\, b$ en HK of AL $\infty\, x$, zoo is HL $\infty\, a+x$, voorts is LH tot HK als HK tot HI

$$\overline{a+x}\ .\ x = x\ .\ xx:\overline{a+x}$$

Hier toegeaddeert HL $(a+x)$ komt IL $\infty\, \overline{2xx+2ax+aa}:\overline{a+x}$, dat met HK (x) gemultipliceert, komt het dubbelt van de △ IKLI $\infty\, \overline{2x^3+2axx+aax}:\overline{a+x}\ \infty\, 2ab$ het dubbelt van de ▭ AFGHA.

Ergo $2x^3+2axx+aax\ \infty\ 2aab+2abx$ of $x^3+axx+\frac{1}{2}aax-abx-aab\ \infty\ 0$, dit met $x-a$. Komt $x^4-\frac{1}{2}aaxx-abxx-\frac{1}{2}a^3x+a^3b\ \infty\ 0$. Dan ſtelt $xx\ \infty\ ay$. Zoo is $yy-\frac{1}{2}ay-by-\frac{1}{2}ax+ab\ \infty\ 0$, Hier af $ay-xx\ \infty\ 0$: reſt $yy-1\frac{1}{2}ay-by-\frac{1}{2}ax+ab+xx\ \infty\ 0$, of $yy\ \infty\ 1\frac{1}{2}ay+by+\frac{1}{2}ax-ab-xx$, of $y\ \infty\ \frac{3}{4}a+\frac{1}{2}b\pm\sqrt{\frac{9}{16}aa+\frac{1}{4}bb-\frac{1}{4}ab+\frac{1}{2}ax-xx}$. Stellen het *Surdis* $\infty\ 0$, zoo is $y\ \infty\ \frac{3}{4}a+\frac{1}{2}b$ en $x\ \infty\ \frac{1}{4}a\pm\sqrt{\frac{1}{8}aa-\frac{1}{4}ab+\frac{1}{4}bb}$.

Dies maakt AB $\infty\ \frac{3}{4}a+\frac{1}{2}b$, opwaarts, en AC $\infty\ \frac{1}{4}a$, na de regterhand, en trekt CM en BM *Parallel* AB en AC, tot datſe malkanderen ontmoeten in M, dan is M het *Centrum*, dan trekt MA, en beſchryft op de zelve, als middellyn, het half rondt ARM, dan maakt AR $\infty\ \sqrt{ab}$

(dat

(dat is als de middel evenredige tusschen AF en FG) en trekt MR, zoo is MR $\infty \sqrt{\frac{5}{8}aa - \frac{1}{4}ab + \frac{1}{4}bb}$, of den *Radiu.* Dies beschryft uyt M als middtip, met MR, als *Radius*, het rondt PRP, en uyt A, als top, op AB, als *axs*, met a, als regte zyde, de *Parabole* PAP, snydende het rondt in de punten PP; dan maakt HK in HG ∞ AL, te weten aan die AL over de regterzyde, die niet aan a gelyk is (want die is de wortel, waar mede de *Æquatie* gemultipliceert is) dan trekt LK en regthoekig op dezelve KI, zoo is den $\triangle$LIKL de begeerde.

8e. *Problema*, *Fig.* 89.

Gegeven zynde $x^3 - 2axx + abx - aac \infty 0$, de wortels te vertoonen.

Het Werk.

Multipliceert alles met $x + 2a$ (om datter is $-2axx$, anders moetmen met $x - 2a$ multipliceeren.

Komt $x^4 - \overline{4aa + ab}, xx - \overline{aac + 2aab}\, x - 2a^3c \infty 0$. Dan stelt $xx \infty ay$ een *Parabole*, komt $aayy - \overline{4a^3 + aab}, y - \overline{aac + 2aab}, x - 2a^3c \infty 0$ over al ay in de plaa s van xx stellende; dan deelt alles door aa, zoo bekomtmen $yy - \overline{4a + b}, y - \overline{c + 2b}, x - 2ac \infty 0$. Hier af getogen $ay - xx \infty 0$. Reft $yy - \overline{5a + b}, y - \overline{c + 2b}, x - 2ac + xx \infty 0$, of $yy \infty \overline{5a - b}, y + \overline{c - 2b}, x + 2ac - xx$, dies is is $y \infty 2\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$ (voor AB) $\pm\sqrt{6\frac{1}{4}aa - 2\frac{1}{2}ab + \frac{1}{4}bb + 2ac + c - 2b, x - xx}$, ſtellende dan 't *Surdis* $\infty\ 0$, zoo is $x \infty \frac{1}{2}c - b \pm \sqrt{6\frac{1}{4}aa - 2\frac{1}{2}ab + 1\frac{1}{4}bb - bc + \frac{1}{4}cc + 2ac}$ Dies maakt AC $\infty\ \frac{1}{2}c - b$, dan trekt CM en BM, *Parallel* AB en AC, zoo is M de midſtip, en AM $\infty \sqrt{6\frac{1}{4}aa - 2\frac{1}{2}ab + 1\frac{1}{4}bb - bc + \frac{1}{4}cc}$ dan ſtelt AR ($\propto \sqrt{2ac}$) regthoekig op MA, zoo is MR $\infty \sqrt{6\frac{1}{4}aa - 2\frac{1}{2}ab + 1\frac{1}{4}bb - bc + \frac{1}{4}cc + 2ac}$

Dies beſchryft uyt M, als midſtip, met MR, als *Radius*, het rondt PRP, en uyt A, als top, op AB, als *axs*, met *a*, als regte zyde, de *Parabole* PAP, ſnydende den *Circul* in de punten P, dan trekt uyt deſe punten P, de lynnen PL, *Parallel* met AB, ſnydende CA, of zyn verlengde, in de punten L, zoo zyn alle de AL, over de regterhandt de ware, en over de linckerhandt de valſche wortels van deſe vergelyking:

NOTEERT *dat de* AL *over de linckerhandt in dit geval* ∞ 2a *is, zynde de wortel van de Æqatie* $x + 2a \infty 0$, *alwaar de gegeve Æquatie mede gemultipliceert is, om een vergelyking te bekoomen, in welke de* 2e. *term ontbreekt, en gevolgelyk zal deſe Parabole altyt maar eens, of* 3 *maal over de regter zyde van 't rondt geſneden worden.*

9e. *Problema, Fig.* 90, 91 en 92.

Gegevenzynde $x^4 \infty \mp aacx \pm a^3 d$.

Het werk.

Stelt $xx \infty ay$, zoo is $aayy \infty \pm aacx \mp a^3 d$

of

of $yy \infty \pm cx \mp ad$, hier af $ay \infty xx$, rest $yy - ay \infty \pm cx \mp ad - xx$, en daarom is $y \infty \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa \pm cx \mp ad - xx}$, stellende het *Surdis* $\infty 0$, zoo is $y \infty \frac{1}{2}a$ (voor A B opwaarts) en $x \infty + \frac{1}{2}c$ (voor A C naar de regterhand als men heeft $x^4 \infty aacx + a^3 d$; maar naar de linkerhand als men heeft $x^4 \infty - aacx + a^3 d$) $\pm \sqrt{\frac{1}{4}aa \mp ad + \frac{1}{4}cc}$ dies trekt C M en B M, *Parallel* A B en A C, tot dat die malkanderen ontmoeten in M, zoo is M het midstip, en $MA \infty \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}cc}$, dies maakt $AR \infty \sqrt{ad}$, regthoekig op M A, als men heeft $+ a^3 d$, als in het 90 en 92e. *Fig.* maar dat de hoek M R A regt zy, als in 't 91e. *Fig.* als men heeft $- a^3 d$, zoo is M R den *Radius*. Dies beschryft uyt M als midstip, met M R, den *Radius*, het rondt P R P, en uyt A, als top, met a, als regte zyde de *Parabole* P A P, snydende het ront in de punten P, als dan de lynnen P L ontmoetende A C in L, zoo zyn de A L de begeerde wortelen van de vergelyking, te weten in 't *Fig.* 90. $x^4 \infty aacx + a^3 d$
in *Fig.* 91. $x^4 \infty aacx - a^3 d$
en in *Fig.* 92. $x^4 \infty - aacx + a^3 d$

7e. *VOORSTEL*, 10e. *Problema*, *Fig.* 93 en 94.

Op een voorgegeven regte lyn AF, als *Basis*, een driehoek te beschryven, diens hoogte is gelyk een gegeven lyn d, en

zoo-

zoodanig dat het □ van A L, zal zyn tot het □ A F, als den dubbelden inhoud des driehoeks AKFA, tot de ▭ ALF (noteert dat L is het punt in welke de *Perpendiculaar* valt.)

Het werk.

Stelt AF $\propto 2a$ KL $\propto d$ en AL $\propto x$, zoo is FL $\propto 2a - x$ of $x - 2a$ en overzulkx is:
xx tot $4aa$ als $2ad$ tot $2ax - xx$ of $xx - 2ax$, daarom is $x^4 - 2ax^3 \propto \pm 8a^3d$. Dies stelt $xx - ax \propto ay$ No. 1. (een *Parabole* wiens regte zyde is a) dit gequadrateert, komt $x^4 - 2ax^3 + aaxx \propto aayy$ of $x^4 - 2ax^3 \propto aayy - aaxx \propto \pm 8a^3d$,
of $yy \propto \pm 8ad + xx$, (te weten $-8ad$ in 't 93^e^. *Fig.* alwaar L in AF; maar $+8ad$ in 't 94^e^. *Fig.* alwaar L in de verlengde AF aan F valt) hier af trekt $2ay \propto 2xx - 2ax$ (zynde de *Æquatie* No. 1: met 2 gemultipliceert.)
Rest $yy - 2ay \propto 2ax \pm 8ad - xx$, hieruyt vintmen No. 2. $y \propto a \pm \sqrt{aa \mp 8ad + 2ax - xx}$ zynde een rondt.

Om dese 2 plaatzen te ontbinden, zoo stelt in beyde het *Surdis* $\propto 0$,
zoo is in No. 1. $y \propto -\frac{1}{4}a$, voor AS neerwaarts,
en in No. 2. $y \propto a$, voor AB opwaarts,
en in No. 1 $x \propto \frac{1}{2}a$, voor AR,
en in No. 2 $x \propto a$, voor AC beyde na de regterhand, $\pm \sqrt{2aa \mp 8ad}$, voor MG (te we-

weten $-8ad$ in 't 93. *Fig.* en $+8ad$, in 't 94. *Fig.*) Dies trekt RN, en SN, ook CM en BM, *Parallel* met AB en AC, tot datze malkanderen ontmoeten in de punten N en M, zoo is N de top van de *Parabole*, en M de midstip van 't rondt, dan trekt AM die is $\infty\sqrt{2aa}$, dan AG ∞ $\sqrt{8ad}$, zulkx dat in 't 93. *Fig.* den hoek MGA, en in de 94^e. *Fig.* Den hoek MAG regt is, zoo is MG ∞ $\sqrt{2aa + 8ad}$. Dies beschryft uyt M, als midstip, met MG, als *Radius* het rondt PGP, en uyt N, als top, om NR, als *axs*, met a als regte zyde, de *Parabole* PNP, snydende het rondt in de punten PP, dan trekt PL, *Parallel* met AB, snydende AF, of zyn verlengde, in de punten L, zoo is AL ∞x, dan maakt CH ∞d, en trekt HK, *Parallel* AF, snydende PL, in de punten K, dan trekt AK en FK, zoo is den $\triangle$ AKFA de begeerde.

8^e. *VOORSTEL*, 11^e. *Problema*, *Fig.* 95.

Gegeven zynde drie lynnen, $2a$, c en d, op een der zelver, als $2a$, den driehoek AKFA te beschryven, wiens hoogte is ∞d, en zoodanig, dat den ▭ ALF, is tot den ▭ AF, LK $-$ den ▭ AL, c; als 't □ AF, tot □ AL.

Noteert, dat L is het punt, alwaar den *Perpendiculaar* KL in den *Basis* AF valt.

Het

Het werk.

Stelt AF $\infty\, 2a$ KL $\infty\, d$ AL $\infty\, x$, zoo is LF $\infty\, 2a - x$ en d'

$\square$ALF, tot $\square$AF,LK $-$ $\square$AL, c als $\square$ AF tot $\square$ AL

$2ax - xx \quad . \quad 2ad - cx \qquad = 4aa \, . \quad xx$

of $2ax^3 - x^4 \,\infty\, 8a^3 d - 4aacx$

of $x^4 - 2ax^3 \,\infty\, 4aacx - 8a^3 d$

Dan ſtelt $xx - ax \,\infty\, ay$ No. 1. een *Parabole*

$\sqrt{}$

zoo is $x^4 - 2ax^3 + aaxx \,\infty\, aayy$

of $x^4 - 2ax^3 \,\infty\, aayy - aaxx \,\infty\, 4aacx - 8a^3 d$

of $yy \,\infty\, 4cx - 8aa + xx$ hier af ge-

togen $2ay \,\infty\, -2ax \quad + 2xx$

Reſt $yy - 2ay \,\infty\, 2ax + 4cx - 8ad - xx$ No. 2. zynde een rondt

of $yy \,\infty\, 2ay + 2ax + 4cx - 8ad - xx$

of $y \,\infty\, a + \sqrt{aa + 2ax + 4cx - 8aa - xx}$ No. 2. zynde een rondt.

Om deſe 2 plaatzen te ontbinden, zoo Reduceert No. 1., of $xx - ax \,\infty\, ay$, op $x \,\infty\, \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa + ay}$, dan ſtelt in beyde het *Surdiſe* $\infty\, o$, zoo bekomt

men voor No. 2. $y \,\infty\, a$, voor AB opwaarts,

en voor No. 1. $y \,\infty\, -\frac{1}{4}a$, voor AS neerwaarts,

en voor No. 1. $x \,\infty\, \frac{1}{2}a$, voor AR naar de regter

en voor No. 2. $x \,\infty\, a + 2c$, voor AC naar de regterhandt van A,

$\pm \sqrt{2aa + 4ac + 4cc - 8ad}$,

Dies trekt BM en SN *Parallel* AC, ook CM

CM en RN evenwydige AB, tot dat die BM, en SN ontmoeten, in de punten M en N, zoo is M het *Centrum* van 't rondt GP en N den top van de *Parabole* PPN, dies beschryft uyt N, als top, om NR, als *acx* met a, als regte zyde, de *Parabole* PPN; dan trekt AM, en beschryft op dezelve, als middellyn, het halfrondt AGM, en stelt uyt A de koorde, $AG \infty \sqrt{8ad}$ dan trekt de koorde MG, zoo is $MG \infty \sqrt{2aa + 4ac + 4cc - 8ad}$, dies beschryft uyt M, als *Centrum*, met MG, als *Radius* het rondt GPP, snydende de *Parabole* in de punten PP dan PL *Parallel* AB, tot in AC, of zyn verlengde, zoo is $AL \infty x$, dan maakt $HC \infty d$, en trekt HK, *Parallel* AC, snydende PL in K, dan AK, en FK getrokken, zoo is den Δ AKFA de begeerde.

12e. *Problema*, *Fig.* 96.

Gegeven zynde $x^4 - 4ax^3 + abxx - aacx + a^3d \infty 0$ de x, te vinden.

Het Werk

Stelt $xx - 2ax \infty ay$, zoo is
$x^4 - 4ax^3 \infty - abxx + aacx - a^3d \infty aayy - 4aaxx$
dit gedeelt door aa
Komt $yy \infty 4xx - \frac{b}{a}xx + cx - ad$ hier af
trekt $5ay - by \infty 5xx - \frac{b}{a}xx + 2bx - 10xa$
(zynde $xx - 2ax \infty ay$ gemultipliceert met $5 - \frac{b}{a}$

 rest

reſt $yy - 5ay + by \infty 10ax + cx - 2bx - ad - xx$
of $yy \infty 5ay - by + 10ax + cx - 2bx - ad - xx$
of $y \infty 2\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b \pm \sqrt{6\frac{1}{4}aa - 2\frac{1}{2}ab + \frac{1}{4}bb + 10ax + cx - 2bx - aa - xx}$, zynde een rondt zoo men dan 't *Surdiſe* $\infty\, o$ ſtelt, zoo vint men
$y \infty 2\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$, voor AB opwaarts
en $x \infty 5a + \frac{1}{2}c - b$ (voor AC)
$\pm \sqrt{31\frac{1}{4}aa - 12\frac{1}{2}ab + 1\frac{1}{4}bb - bc + 5ac - ad + \frac{1}{4}cc}$
dies trekt CM en BM *Parallel* AB en AC, zoo is M de midſtip, dan trekt AM, zoo is
$AM \infty \sqrt{31\frac{1}{4}aa - 12\frac{1}{2}ab + 1\frac{1}{4}bb - bc + 5ac - \frac{1}{4}cc}$
Daarom beſchryft op AM, als middellyn, het half rondt AGM, en ſtelt uyt A de koorde zoo is $AG \infty \sqrt{ad}$,
$MG \infty \sqrt{31\frac{1}{4}aa - 12\frac{1}{2}ab + 1\frac{1}{4}bb - bc + 5ac + \frac{1}{4}cc - ad}$

Dies beſchryft uyt M, als midſtip, met MG, als *Radius*, het rondt GPPP, dan maakt AR $\infty\, a$, na de regterhant, en AS $\infty - a$ neerwaarts (om dat in de *Æquatie* $xx - 2ax \infty ay$, het *Surdis* $\infty\, o$ ſtellende $x \infty a$, en $y \infty - a$ is, dan trekt RN en SN *Parallel* AB en AC, zoo is N den top, en NS den *acx*, dies beſchryft uyt N, als top, om NS als *axs* met a, als regte zyde, de *Parabole* APNPP, ſnydende het rondt in de punten P, P, P, P dan trekt de lynnen PL, *Parallel* met AB, ontmoetende AC, of zyn verlengde in de punten L (het welk in dit geval viermaal over de regter zyde van A kan geſchieden, zoo zyn alle deſe ALˢ de waare waardens van x.

9^e^. *VOORSTEL*, 13^e^. *Problema.* *Fig.* 97.

Gegeven zynde twee punten H en K, yder aan een byſondere zyde van een voor gegeve regte lyn A F, in deſe het punt L te vinden, zoodanig, dat indien men trekt de lynnen H L en K L, dat den zinus van den hoek A H L, zal zyn tot den zinus van den hoek F K L. als r, tot s.

Het Werk.

Beſchryft om L, als midſtip, met L H, als *Radius*, het rondt H X Z H, en ſtelt Z L *Perpendiculaar*, op A F (uyt het punt L) tot dat die het ront ſtoot in Z, dan trekt Z I en Z Y, de eerſte regt hoekig op de verlengde van H L, en de laaſte op K L, zoo is Z I den zinus van A H L, en Z Y van F K L, dan ſtelt A F $\propto a$, L I, of A H $\propto f$, F K $\propto g$, A L, of Z I $\propto x$ zoo is L F $\propto a-x$ en Z Y of L W $\propto \frac{sx}{r}$ en H L of L W $\propto \sqrt{ff+xx}$ dan ſegt L F is tot F K als L W tot W X

of $a-x \quad . \quad g = sx:r \quad . \quad \overline{gsx:ar-rx}$

en daarom is door de 47^e^. *des* 1 *Euclidus.*

$ssxx:rr + ggssxx:aarr-2arrx+rrxx \propto ff+xx$

of $rrx^4-2arrx^3+aarrxx+ffrrxx-2affrrx+aaffrr \propto ggssxx+aassxx-2assx^3+ssx^4$

en daarom is

$\overline{rr-ss}, x^4 - \overline{2arr + 2ass} : x^3 + \overline{rr-ss}, aaxx + \overline{ffrr-ggss}, xx - 2affrrx + aaffrr \propto 0$, dit door $rr-ss$ ged^r.

Komt $x^4 - 2ax^3 + \overline{aa + \frac{ffrr-ssgg}{rr-ss}}, xx - \frac{2affrrx + aaffrr}{rr-ss} \propto 0$ dan ſtelt in plaats van $rr-ss$, al van fr, ab en van gs, ak dan bekomt men

$$x^4 - 2ax^3 + aa \frac{xx + abb - kka}{l} xx - \frac{2aabb}{l} x + \frac{a^3bb}{l} \propto 0$$

dan ſtelt $\frac{hh}{l} \propto c$ en $\frac{hh-kk}{l} \propto b$

Dan is $x^4 - 2ax^3 + \overline{aa + ab}, xx - 2aacx + a^3c \propto 0$
Dan ſtelt $xx - ax \propto ay$ (zynde een *Parabole*,) diens regte zyde $\propto a$, en diens top N, $\frac{1}{2}a$, ter regter zyde van A, en $\frac{1}{4}a$, onder AR is, als AR en AS aanwyſt, als in 't 98^e. *Fig.*

dan is $yy + \frac{a}{b}xx - 2cx + ac \propto 0$

dan ſtelt $by + bx$ in plaats van $\frac{a}{b}xx$,
zoo is $yy + by + bx - 2cx + ac \propto 0$
of $yy + by \propto \overline{2c-b}, x - ac$, hier aftrekt
$ay \propto -ax + xx$ de bovengeſtelde *Parabole*

reſt $yy + by - ay \propto \overline{a - b + 2c}, x - ac - xx$
of $y \propto \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{1}{2}ab + \frac{1}{4}bb - ac + \overline{a - b + 2c}, x - xx}$, ſtelt het *Surdis* $\propto 0$
zoo is $y \propto \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$ (voor AB)
en $x \propto \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b + c$ (voor AC)
$\pm \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{1}{2}ab + bb - bc + cc}$ (voor MG)

Noteert, dat, indien rf kleynder, als gs is, b als

b als dan *Negative* zal zyn, en overzulx het teken, dat voor b ſtaat in zulken geval van $+$ in $-$, en van $-$ in $+$ moet verandert werden; maar voor bb onveranderlyk het zelve blyft,

Ten 2e, zoo $rf \propto gs$ is, zoo wert $b \propto 0$ en over zulx zoo moeten alle de termen in welke b, of bb en kleynder gevonden werden, verdwynnen, hier uyt blykt, dat men

$AB \propto \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$ (als rf groter als gs;) maar
$\propto \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ (als rf kleynder als gs) en
$\propto \frac{1}{2}a$ (als $rf \propto gs$ is) moet maken
en $AC \propto \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b + c$
of $\propto \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + c$
of $\propto \frac{1}{2}a + c$.

Dan trekt BM en CM *Parallel* AR, en AS, tot datſe malkanderen ontmoeten in M, dan is M het *Centrum*, dan trekt AM, en beſchryft op het zelve een half rondt, en ſtelt uyt A de koorde $AG \propto \sqrt{ac}$, dan trekt MG, zoo is MG den *Radius*, dies beſchryft uyt M, als midſtip, met MG, als *Radius*, het rondt GP, ſnydende de *Parabole* ANPF in P, dan PL *Parallel* RN tot in AF, zoo is L het begeerde punt, tot welke de lynnen uyt H en K moeten tot AF getogen werden.

Indien men ſtelde, dat AF de ſcheydinge van twee ſtukken landts ware, en datmen in 't lant daar H in ſtaat, konde r, roeden gaan in een ſelfde tyt, als men aan de andere zyde van AF, s, konde gaan, zoo zal L het punt zyn, door welke men inde alderkorſte tyt van H, tot K, kan komen.

Hier uyt is openbaar, dat, indien men, om de snelheyt van 't ligt, stelt dat het in de korste tyt die moogelyk is, gaat van het eene punt tot het ander, dat het snelder sal gaan, door de lugt, als door het water, en door glas trager als door 't water, 't welk wy in 't 2e. deel van dit werke gedenken te bewyzen, als wy de gronden van de *Maximis en Minimis* zullen verhandelen.

10e. *VOORSTEL*, 14e. *Problema* *Fig*. 99.

Laat gegeven zyn eenige *Parabole*, na believen, wiens top is A, en een punt D in de zelve, men begeert het punt P te vinden, tot welke den *Tangens* P T, *Parallel* is aan A D.

Het Werk.

Stelt AB $\infty\, a$ BD $\infty\, b$ AL $\infty\, x$ en LP $\infty\, y$ en de regte zyde $\infty\, r$, of ∞ de eenheyt, zoo is de *Æquatie*, die deze kan uytdrukken $y^p \infty\, x^q$. (p voor 't vermogen van den *Aplicaat*, & q van den *intercept* nemende) en overzulkx is ook $b^p \infty\, a^q$, en de generale *Æquatie* van LT $\infty\, px:q$ ('t welk ik in myn 2e. Deel, zal betoge, als ik van de *Tangente* zal handelen) en overzulks is om de gelykhoekigheyt van de $\triangle$en. TPLT en ABDA is AB tot BD als TL tot LP

$$\text{of } a \;.\; b == px:q \;.\; y$$

Ergo $aqy \infty\, bpx$ of $y \infty\, bpx:aq \infty\, x^{q:p}$:

Dies

Dies is $\overline{bpx}^{p} \infty \overline{aq}^{p}, x^{q}$ (stellende a^{q} in plaats van b^{p}) komt $a^{q}\,\overline{px}^{p} \infty \overline{aq}^{p}, x^{q}$ dit gedeelt door $\overline{ax}^{q}, p^{p}$ komt $x^{p-q} \infty a^{p-q} q^{p} : p^{p}$, of (stelt $p - q \infty n$) zoo is $x^{n} \infty a^{n} q^{p} : p^{p}$. Maar men kan ook deze *Æquatie* op de volgende wyse op y brengen. Hier boven is gevonden $aqy \infty bpx$, of $x \infty aqy : bp \infty y^{p:q}$, dat is ook $\overline{aqy}^{q} \infty \overline{bp}^{q}, y^{p}$ (stellende b^{p} in plaats van a^{q},) komt $b^{p}\,\overline{qy}^{q} \infty \overline{bp}^{q}, y^{p}$ dit gedeelt door $p^{q}\,\overline{yb}^{q}$ komt $y^{p-q} \infty b^{p-q} q^{q} : p^{q}$ of $y^{n} \infty b^{n} q^{q} : p^{q}$ en overzulkx is,

x^{n} tot y^{n} gelyk $a^{n} q^{p} : p^{p}$ tot $b^{n} q^{q} : p^{q}$

of $x^{n} \;.\; y^{n} = a^{n} q^{p} \;.\; b^{n} q^{q}$

$\sqrt{}^{n}$

of $x \;.\; y = a^{n} q^{p} \;.\; b^{n} q^{p}$

Dat is ook $x \;\; y = aq \;.\; bp$

of $x \;.\; y = a \;.\; bp:q$

En terwyl p en q geen lyne, maar altyt getalle in dit geval betekent, zoo volgt hier uyt deze

Constructie.

Maakt Bb, zoodanig dat B D zoo meenigmaal in BC gaat als q in p dat is als 't vermogen van x in 't vermogen y. By voorbeelt,

is $q \infty 1$ en $p \infty 2$ dat is $rx \infty yy$, zoo maakt BC∞2DB
2 ------ 3 --- $rxx \infty y^{3}$ ------ BC$\infty 1\tfrac{1}{2}$BD
1 ------ 3 --- $rrx \infty y^{3}$ ------ BC∞ 3BD
3 ------ 4 --- $rx^{3} \infty y^{4}$ ------ BC$\infty 1\tfrac{1}{3}$ DB

1 --- 4 --- $r^3 x \infty y^4$ ----- BC ∞ 4 BD
1 --- 5 --- $r^4 x \infty y^5$ ----- BC ∞ 5 BD
2 --- 5 --- $r^3 xx \infty y^5$ ---- BC ∞ $2\frac{1}{2}$ BD
3 --- 5 --- $rr x^3 \infty y^5$ ----- BC ∞ $1\frac{2}{3}$ BD
4 --- 5 --- $r x^4 \infty y^5$ ---- BC ∞ $1\frac{1}{4}$ DB

en zoo met allerhande foorte van *Parabole* welke 't ook zoude mogen zyn.

Dan trekt AC fnydende de *Parabole* in P dan trekt PT *Parallel* AD, zoo zal PT de gegeve *Parabole* raken in P; en PT zal zyn de begeerde *Tangens*.

Corolarium.

Soo men uyt P trekt den applicaat PL, fnydende AD in E, zoo is AE de grootfte *Parallel* met BD tuffen de *Parabole* APD en de regte lyn AD, 't welk wy in ons 2^e^. Deel zullen betooge, als wy van de *Maximus & Minimus* zulle handelen. Defe grootfte PE vind *A. de Graaf in zyn Mathefis Pagina* 309. alwaar hy altoos $\sqrt{}^n$ C dat is een *wortel* die door 't verfchil der vermogens van x en y uytgedrukt wert,) moet trekken; t geen ik hier door een regte lyn doe.

11^e^. *VOORSTEL*, 15^e^. *Problema*, *Fig.* 100.

Een *Generaale* regel te vinden, om alle *Æquatien* van 3 of 4 *Dimenfien*, (Meetkonftig op te loffen, door de fnee van een rond en een gegeve *Parabole*,) in welke alle de termen

men *Compleet* zyn, of datter eenige ontbreken.

Het Werk.

Laat de gegeve *Æquatie* zyn $x^4 \quad 2ax^3 \infty \quad abxx \quad aacx \quad a^3d$, en laat de regte zyde van de gegeve *Parabole* zyn ∞r. Dan ſtelt $x \infty az : x$, zoo bekomt men in plaats van de gegeve *Æquatie* de volgende, (van welke de wortels zyn tot die van de eerſte, als r tot a,) $z^4 \quad 2rz^3 \infty \quad brrzz \quad cr^3z \quad r^4d : a$ in welke de tekens $+$ en $-$ alle over een koomen met de voorgaande.

Dan ſtelt $zz \quad rz \infty ry$ een *Parabole* diens regte zyde is r.

Nooteert dat 't teeken van rz moet zyn als dat van $2ax^3$: dies is 't $zz + rr \infty ry$ als men heeft $x^4 + 2ax^3$: en $zz - rz \infty ry$ als men heeft $x^4 - 2ax^3$. Hier uyt volgt dat men voor z zal vinden; $\mp \frac{1}{2}r \pm \sqrt{\frac{1}{4}rr + ry}$: zoo men dan het *Surdis* $\infty 0$ ſtelt, zoo werdt $z \infty \mp \frac{1}{2}r$ voor AR. dies is R over de lincker hand van A als men heeft $+2ax^3$ terwyl dan $zz + rz \infty ry$ of $z \infty -\frac{1}{2}r \pm \sqrt{\frac{1}{4}rr + ry}$, is: maar R valt aan de regter zyde van A, als men heeft $-2ax^3$ om dat dan $zz - rz \infty ry$ of $z \infty \frac{1}{2}r + \sqrt{\frac{1}{4}rr + ry}$ is; en in beyde de gevalle is $y \infty -\frac{1}{4}r$ voor AS, dies valt S altyt onder A: dan trekt SN en RN *Parallel* met AR en AS ontmoetende malkandere in N, zoo is N de top: NR de *Intercepte*: en AR de *Applicaat* A een punt, en r de gegevene regte zyde van de gegeve *Parabole*.

Daar na quadrateert de *Æquatie* van de *Parabole*, zoo bekomtmen $z^4 + 2rz^3 + rrzz \infty rryy$ hier uyt volgd dat $yy \infty \overline{rr\ \ drcz\ \ bzz : a + zz}$ is N°. F (vertoonende een *Hyperbole.*) En de tekens van $rrd\ \ rcz$ en bzz zyn als die van $a^3d\ \ aacx$ en $abxx$ maar terwyl wy een rond, geen *Hyperbole* of *Elips* begeere, zoo moet men de term $bzz : a$ doen verdwynen en in plaats van $zz - zz$ zien te bekomen.

Om dit te doen, zoo *Reduceere* $zz\ \ rz \infty ry$, of $ry\ \ rz - zz \infty 0$ N°. G (zoo zal alhier in G, $rz +$ zyn, als $2ax^3 -$ is: en rz zal $-$ wesen als $2ax^3 +$ is, dat is te zegge dat in de *Æquatie* G, rz altyt van een *Contrari* teken als $2ax^3$ zyn zal,) dan *multipliceert* dese N°. G met $\overline{2a\ \ b} : a$ (welke b moet van een zelve teeken zyn als $abxx$) zoo bekomt men $\overline{2ary\ \ bry\ \ 2arz\ \ brz - 2azz\ \ bzz} : a \infty 0$ N°. H (van welk $2ary$ altyt $+$, en $2azz$ altyt $-$ is, en bzz in F, zal altyt van een *Contrary* teken zyn als bzz in H, om dat zz in G altyt $-$ is: en b met welk de *Æquati* G, *gemultipliceert* is, een zelve teken heeft als $abxx$ zoo heeft dan bzz in H een *Contrary* teken als $brxx$, en bzz in F, een zelfde teken als $baxx$: dies is 't teken van bzz in F 't *Contrari* van bzz in H) dan vergaart.

N°. F $2yy \infty \overline{rrd\ \ crz\ \ bzz : a + zz}$ de *Æquatie*

N°. H $\overline{2ary\ \ bry\ \ 2arz\ \ brz\ \ bzz - azz} : a \infty 0$

komt $yy \infty \overline{2ary\ \ bry\ \ rrd\ \ 2arz\ \ brz\ \ crz - azz} : a$ hier door vindmen ligtelyk $y \infty \overline{2ar\ \ br} : 2a + \sqrt{\overline{4aarr\ \ 4abrr + bbrr\ \ 4arrd\ \ 8aarz\ \ 4abrz\ \ 4acrz\ \ 4aazz} : 4aa}$ N°, K. Dan stelt het

het *Surdis* ∞ o, zoo is $y \infty 2ar \quad br : 2a$ voor AB, en $z \infty 2ar \quad br \quad cr : 2a \infty$ AC, is nu $abxx$ een $+$, zoo is ook br (in de vergelyking $AB \infty 2ar \quad br : 2a$) een $+$ anders een $-$, dat is te zegge zoo men heeft $x^4 \quad ax^3 \infty + abxx$, zoo is $AB \infty 2ar + br : 2a$, maar heeft men $x^4 \quad 2ax^3 \infty - abxx$, zoo is $AB \infty 2ar - br : 2a$, om dat bry in N°. K een zelve teeken heeft als in N°. H, in dien N°. H is voorbragt door de *multiplicati* van ry, die altyt een $+$ is) met b welke een zelve teke heeft als $baxx$.

En van de *Æquati* $AC \infty 2ar \quad br \quad cr : 2a$, moet $2ar$ van een *Contrari* teken zyn als $2ax^3$, om dat die voortkomt door de *multiplicati* van rz, uyt uyt de *Æqnatie* N°. G, (die aldaar een *Contrari* teken van ax^3 heeft) met $+ 2ax^3$, en br moet $+$ zyn, als men heeft $x^4 - ax^3 \infty abxx$ of $x^4 + 2ax^3 \infty - abxx$, dat is te zegge als de tekens van $2ax^3$ en $abxx$ ongelyk zyn, en die gelyk zyn de, zoo moet br een $-$ zyn; en cr moet altyt zoodanig een teken hebben, als $aacx$ in de gegeve *Æquati*, van gelyke ook rrd in 't *Surdise* om dat met dese geen veranderinge geschiedt zyn.

Aldus de veranderinge der tekens na gespeurt hebbende, zoo laat ons eens gaan beschouwe wat bepalinge hier door de Figuere zullebekome.

Eerstelyk zoo b grooter als $2a$; en $abxx$ een $-$ is, zoo valt AB neerwaarts, dat is B onder, maar b kleynder als $2a$ of $abxx$ een $+$ zoo is AB opwaarts, of B staat boven A, $2ar \quad br \quad cr : 2a$ te zamen een $-$ makende zoo valt C aan de linker zyde van A en anders aan de regter zyde: deze punten B en C gevonden hebbende, zoo

trekt

trekt uyt de zelve CM en BM *Parallel* met AB en AC, ontmoetende malkander in 't punt M, zoo is M de midſtip.

Dan trekt uyt M als *Centrum*, met AM (zoo 't een *Æquati* van drie *Dimeſien* is, want dan is $d \infty o$) als ſtraal een rond, ſnydende de voorſz. *Parabole* in de punten Pp maar zoo de *Æquati* van 4 *Dimeſien* is, zoo verlengt AM aan A, en maakt $AK \infty dr:a$ en $AI \infty r$ dan beſchryft op KI een half rond, en ſtelt uyt A, AH *Perpendiculaar* op KI ſtootende 't half rond in H.

Dan beſchryft uyt M als midſtip, door H een rond (zoo men heeft $+ a^3d$) en anders beſchryft eerſt op AM een half rond; en maakt in 't zelve de koorde $AG \infty AH$, en dan door G een rond (als in *Fig.* 101) ſnydende de voorſz. *Parabole* in de punte Pp, dan trekt de lynen PF, pF, ſnydende AC of zyn verlengde in de punte F, f, zoo is Af, $AF \infty z$, te wete voor de ware, aan de regter zyde van A, en voor de valſe aan de linker zyde van A.

Deeze z gevonde zynde, zoo is x ligt openbaar: want maakende $AD \infty r$ in AF en $AE \infty a$ bepalende met AF de hoek EAD na believe dan trekt DE, en uyt de punten Ff de lynnen Fl, fl *Parallel* met DE ſtootende Al, in de punten Ll zoo zyn de lynnen AL, Al de begeerde x, te weten die door de ware z veroorzaakt zyn: de ware en die door de valſe z veroorzaakt zyn de valſe x en waar uyt men ligtelyk ziet volge deze algemene Regel.

AL-

ALGEMEENE REGEL.

Tot 't oplossen van alle Meetkonstige Æquatien van 3 of 4 Dimensien.

Trekt 2 onbepaalde regte lynnen AY en AZ, snydende malkandere regthoekig in A, dan uyt A in AY neerwaarts $AS \infty r:4$, en in $Al \infty r:2$, te weten na de regterhand als ax^3 een $+$ is, als *Fig.* 100 anders na de linckerhand, als *Fig.* 101 dan NS en RN *Parallel* met AR en AS ontmoetende malkander in N. Dan beschryft uyt N als top met r als regte zyde de *Parabole* PANP opwaarts.

Dan maakt $AD \infty r$ in AZ, en maakt op AZ uyt D een *Perpendiculaar* en beschryft uyt A als *Centrum* met a als straal een boog, als a grooter als r is snydende de *perpendiculaar* DE in E, maar zoo a klynder als r is, zoo beschryft op AD een half rond en maakt in 't zelve de koorde $AE \infty a$ als in 't 101. *Fig.* dan trekt AE en uyt A regthoekig op de zelve AV, dan maakt in AV, $Ae \infty a$, $eb \infty \frac{1}{2}b$ opwaarts, als men heeft $\infty + abxx$ maar neerwaarts als men heeft $\infty - abxx$ dan trekt bB *Parallel* AD, als a grooter als r is,

r is, maar *Parallel* AE, als a klynder als r is, (als in 't *Figuur* 101.)

Dan maakt in AE of zyn verlengde Ac∞2a b:2 c:2 te weten $+a$ als men heeft $x^4 - 2ax^3 \infty$ maar $-a$, als men heeft $x^4 + 2ax^3 \infty$ en $+b$:2 zoo men heeft $x^4\,2\,ax^3 \infty + abxx$ of $x^4 + 2ax^3 \infty - abxx$ maar $-b$:2, zoo men heeft $x^4 + 2ax^3 \infty\, abxx$ of $x^4 - 2ax^3 \infty$ $-abxx$, dat is te zegge $+b$:2 als de tekens van de tweede en darde term ongelyk, maar $-b$:2 alsze gelyk zyn; wat aangaat 't teeken van c:2 moet zyn gelyk dat van $aacx$, dan trekt bc *Parallel* met DE tot in AZ dan CM en BM *Parallel* met AB en AC ontmoetende malkandere in M zoo is M 't midstip en MA de straal als de *Æquati* van drie afmetinge is, dat is als $d \infty o$ is, maar van 4 afmetinge zynde zoo maakt in de verlengde van AM AI∞r, en AK∞dr:a, en beschryft op HI een half rond, en stelt uyt A de *perpendiculaar* AH stootende het half rond in H: dan trekt uyt M als midstip, met MH als straal 't rond Hpp: als men heeft $+a^3d$; maar $-a^3d$ hebbende zoo beschryft op MA als middellyn 't half rond MGA, als in 't 101 *Fig.* en maakt in de zelve de *koorde* AG∞AH, en beschryft dan uyt M als midstip met de *koorde* MG

als

als ſtraal 't rond pGp, ſnydende de *Parabole* P A P in de punten p en p, dan trekt P F, pf *Parallel* A P, ſtootende A Z in de punten F en f, zoo zynde affſnydzels A F, Af tot de wortels van de gegeve *Æquatie* als r tot a; dat is als AD tot DE daarom trekt uyt de punten F, f, *Parallel* DE de lynnen Fl en fl, tot datſe AE of zyn verlengde ontmoeten in de punten l, l, zoo zyn de affſnydzels Al en Al de begeerde wortels van de gegeve *Æquatie*; te weten de Al van een *Æquati* van drie *Dimenſien*: en de Al van een *Æquati* van vier *Dimenſien*; en de ware wortels aan de regter zyde van A, en de valſe aan de lincker zyde van A.

Nooteert, zoo der eenige termen ontbreken, zoo werde de termen in welke de lettere gevonden worde, die hun van de andere onderſcheyde ∞o, dat is in welk gevonden werd als $aacx$ en in welk b gevonden werd als $abxx$, in welk d gevonden werd als a^3d, ontbreekt maar als $2ax^3$ ontbreekt mag zulks niet geſchiede, om dat a hun alle gemeen is: en gevolgelyk moet a maar ∞o geagt werde, in alle de termen die uyt $2ax^3$ voort komen.

Om dit wel te doen, zoo laat ons de gegevene *Æquati*, met de daar uyt voorkomende be-

beſchouwen, op dat men regt zien mag welke termen verdwynen.

Eerſtelyk zoo men ſtelt $2ax' \infty o$, zoo is, ook $2rz' \infty o$, en daarom is de *Æquati* G $ry \quad zz \infty o$, en overzulks is dan S, R en N in A, dat is te zegge dat A de top van de *Parabole* is (als in *Fig.* 102.) 2^d zoo is in de *Æquati* F $zz \infty o$, om dat die van xz uyt G komt, en overzulks is de *Æquati* F $\infty yy \infty \overline{rrd \quad crz} \quad bzz : a$ 3^e. is in de *Æquati* H $\overline{2arz \quad bzz : a} \infty o$ om reden als boven en in $\overline{2ary - 2azz} \infty ary - azz : a$ om dat in de *multiplicati* van G maar een $+ b : a$ in plaats van $a + b : a$ gebruyk word om $- zz$ te bekome ter oorzaake dat zz in F verdweene is, zoo dat de *Æquati* H dan is $+ \overline{ary \quad bry - azz} \quad bzz : a \infty o$

hier toe vergaart F, $yy \infty \overline{rrd \quad crz \quad bzz} : a$

komt $yy \infty \overline{rrd + ary \quad brr \quad crz - azz} : a$

of $r \infty \overline{ar \quad br} : 2a \pm \sqrt{\overline{aarr \quad 2abrr + brr \quad 4aarr}}$

$\overline{4acrz - 4aazz} : 4aa$ of y 't *Surdus* ∞o ſtellende, dat is AB $\infty \overline{ar \quad br} : 2a$, en $z \infty$ AC $\infty cr : 2a$, zoo dat in zulk geval A$e \infty \frac{1}{2}a$ en A$c \infty \frac{1}{2}c$ moet gemaakt worden; en de reſt als in die met volle termen geleert is; wat de tekens aangaat, is mede 't zelve als hier voor geſegt is.

'tHeeft

't Heeft my geluft dit door een gegeve *Parabole* te doen, om daar door de leerling en lief hebberen de moeyte af te neemen, van tot yder werkftuk door 't 1fte *Lemma* van ons 3de Hooftftuk een *Parabole* door punten te maken?

Want zoo men maar eens voor al een *Parabole* maakt, en die van kooper, blick, of liever van hoorn uyt-fnyd, en daar den *axs* ende regte zyde optykent, zoo kan men alle werk-ftukken van 3 en 4 *Dimenfien* ontbinden, volgens defe voorgaande regel, mits dat men de regte zyde van deze *Parabole* ∞ *r* aan merkt, en alle de lynnen AR, AS, AB en AC maakt als reets geleert is:

En dan deze *Parabole* uyt hooren gemaakt zynde met zyn top in N of A legt en zoodanig draayt, dat de *axs* op NR of AB valt; en dan om deze hoorne *Parabole* een *Parabole* befchryft, even als men een regte lyn langs een Liniaal trekt.

Ik agte dan in dit laatfte hooftftuk, niet alleen aangetoont te hebbe, op wat wyfe men een *Æquati* van 2, 3 of 4 *Dimenfien* kan ontbinden: maar ook verfcheyde middelen, om zulks met het meefte gemack te verrigten.

En hebbe ook de weg gebaant om eenige wortelen van *Æquatien* van meerder afmetinge, meetkonftig te vertoonen; als mede om kromme van 't 2e. 3e. & geflagte door punten te befchryven. Want indien men in zoodanige kromme, de *intercepte* of de *Applicaat* bekent neemt, zoo zal men altydt een bepaalde *Æquati* hebbe; daar af de andere de wortel zyn zal, en daarom door de leeringe van dit hooft-ftuk vindbaar zal zyn. Gelyk indien men begeerde defe *Parabole* te befchryven $rxx \infty y$, en men ftelt de *Applicaat* y, voorbekent, men zou de *Interſepte* ligtelyk konnen vinden, door de gemene Meetkonſt, ende *intercept* x als bekent ſtellende, men zal de *Applicaat* y vinden als in 't Voorſtel x gevonde is.

Of dat men begeerde een *Ciſſois*, diens *Æquati* is $y^3 \infty axx - yxx$, en dat men deze multipliceert met y, men bekomt $y^4 \infty ayxx - yyxx$, en dan ſtelt $ay - yy \infty zz$ zynde een rond, wiens middellyn is a, de *Intercepte* y en *Applicaat* z, zoo bekomt men $y^4 \infty xxzz$ of $yy \infty xz$, waar uyt blykt dat z is de derde everedige tot de *Applicaat* ende *Intercepte*, van een rond, diens middelyn is a, en gevolgelik ligt te vinde. Men kan ook ten eerſte x of y als bekent aanmerken, en x of y door voorgaande leeringe van dit Hooft-ſtuk ſoeken, en met deze kan men weeder met de ſneede van 't rond of een der *Koniſe Sextien*, bepaalde *Æquati* van meerder *Dimenſien* ontbinden. Gelyk zoo men had $x^5 - bx^4 \infty aab^3$ zoo zoude ik alles multipliceere met a, en zou bekomen $ax^5 - abx^4 \infty a^3b^3$, en dan ſtelt $xy \infty ab$ zoo bekome ik ligtelyk door deze *Huypperbole*, in plaats van de gegeve $ax^5 - yx^5 \infty x^3y^3$, of $y^3 \infty axx - yxx$ waar uyt blykt dat men van de voorgeſtelde *Æquatie* door de ſnede van de *Huperbole*, op zyn *Abſuyntoote* en de laatſte gevondene *Ciſſowis*, een zyner wortelen zal konnen vertonen.

Op deze wyze zou men konnen voortgaan met andere kromme te vinde, en door die weder *Wortelen* tot *Æquatie* van meer der *Dimenſien*, te vertoonen. Maar mene hier toe reeds zoo veel aanleyding gegeve te hebbe, dat 't meerder daar van u ſou verdrieten te lezen, en my vervele te ſchryven. Terwyl ik zaaken van meerder belang in 't oog

heb-

hebben: van welker beginzelen (myn landgenooten tot wiens dienst ik geneege ben, myn talent uyt te delen) in onze Moeders spraak niets geschreve is.

VOORSTEL *Theorema.*

Als een *Parabole* van een rond gesnede word, zoo zyn de somme der *Applicaate*, die uyt deze doorsnyding tot een bezondere zyde van den *axs* getooge werde even groot.

By voorbeelt zoo (in Fig. 103.) *de* Parabole FNK *werd gesnede door een rond, in de punten* F, D, H *en* K, *zoo zyn de* Applicaate AD *en* FE *(aan de linker zyde van den* axs NE,) *te zaamen zoo groot als* HG *en* KI, *(aan de regter zyde van de* axs *te zamen.)*

Demonstratie.

Trekt door 't midstip M de lyn CL, evenwydig aan den *axs* NE snydende de *Applicaat* AD en EF in C en L, en verlengt de *Applicaat* HG en KI tot datze CL ontmoet in de punten P en O, en trekt de straale DM, FM, HM, en KM.

Dan stelt $AC \infty a$, $BN \infty b$, $AN \infty s$, $AD \infty v$, $GH \infty x$, $KI \infty y$ en $EF \infty z$, zoo is $DC \infty v - a$ $PH \infty x + a$, $KO \infty y + a$, $FL \infty z - a$ en $AB \infty b - s$ en door de natuur van de *Parabole*; is 't

$$\square AD \text{ tot } AN \text{ als } \left\{ \begin{array}{l} \square GH\ (xx) \text{ tot } GN\ (sxx : vv) \\ \square IK\ (yy) \text{ tot } NI\ (syy : vv) \\ \square EF\ (zz) \text{ tot } NE\ (szz : vv) \end{array} \right.$$
$$\text{of } vv \quad . \quad s$$

 Hier

Hier uyt volgt dat G B of P M $\infty\ bvv - sxx : vv$ BI of MO $\infty\ bvv - syy : vv$, en BE of ML ∞ $szz - bvv : vv$ is, en overzulks is door de 47ste. des eerste boeks *Euclidus*.

$\Box$ MD $\infty\ vv - 2av + aa + bb - 2bs + ss$

$\Box$ MH $\infty\ v^4xx + 2av^4x + v^4aa + bbv^4 - 2bsxxvv + ssx^4 : v^4$

$\Box$ MK $\infty\ v^4yy + 2ayv^4 + aav^4 + ssy^4 - 2bsvvyy + bbv^4 : v^4$

$\Box$ MF $\infty\ v^4zz - 2av^4zz + aav^4 + ssz^4 - 2bsvvzz + bbv^4 : v^4$

Maar nademaal door de Natuur van 't rond, dese $\Box$en malkanderen gelyk zyn, zoo vind men door vergelyking van 't $\Box$ MD en $\Box$ MH, $xx + vv,\ ss \infty\ 2bsvv - v^4 - 2av^4 : x - v$ No. Q. en van $\Box$ MP met $\Box$ MK, $yy + vv,\ ss \infty\ 2bsvv - v^4 - 2av^4 : y - v$ No. R, en door 't $\Box$ MD met $\Box$ MF; $zz + vv,\ ss \infty\ 2bsvv - v^4 + 2av^4 : z + v$ No. S, dan trekt No 2. van No. S, rest $zz - xx,\ ss \infty\ 2azv^4 + 2axv^4 : yz + vy - vz - vv$, of $ss \infty\ 2av^4 : xzz + 2vxz - vzz - vvz - xxz - vxx + vvx$ dan trekt No. R van No. S, zoo bekomt men $zz - yy,\ ss \infty\ 2azv^4 + 2ayv^4 : yz + vy - vz - vv$ of $ss \infty\ 2av^4 : yzz + 2vyz - vzz - vvz - yyz - vyy + vvy$

En terwyl de dinge die aan een en 't zelve gelyk zyn, ook aan malkandere gelyk zyn, zoo is ook $2av^4 : xzz + 2vxz - vzz - vvz - xxz - vxx + vvx \infty$ $2av^4 : yzz + 2vyz - vzz - vvz - yyz - vyy + vvy$ of $vvx - vxx - zxx - zvv + 2zvx + zzx - yzz - 2vyz + vxz + yyz + vvy + vyy \infty\ 0$, dit gedeelt door

door $vx - vy + xz - yz \infty o$, komt $v - x - y + z \infty o$, of $v + z \infty x + y$ dat is AD + EF ∞ GH + IK, 't geen te bewysen was.

Maar terwyl deze v, x, y en z, alle veranderlyk zyn, zoo kan 't gebeuren dat D in N, en ook aan de andere zyde van N valt: en dan werd AD ∞ o of $\infty - v$, als KI $\infty + z$ is, en overzulks zal men dan vinden $z \infty x + y$ of $z \infty v + x + y$, waar uyt mede blykt dat de som van de waare, en van de valse wortele gelyk zyn, als de 2e. term (van een *Æquati* van 3 of 4 *Dimensien*) ontbreekt, terwyl deze *Applicaten*, over de regter zyde, de waare, en aan de lincker zyde de valse wortelen, van zoodanige *Æquatien* vertonen; te weten van 3 *Dimensien*, als D of A in N; maar van 4 als D over de een of d'ander zyde van N valt; 't welk ligtelyk uyt de voorgaande regel kan gesien werden.

EERSTE DEELS

EYNDE.

Den Leezer werd verzogt, boven dat van de (:) in myn Voorreden vermelt, ook de volgende Drukfeylen door de pen in 't werk, of op de kant, naar zijn believen, te verbeteren, of in 't leezen waar te neemen.

Bladzyde 8. regel 11. ſtaat RV lees AV. bl. 15. r. 7. ſt. $4r$ l. $4x$. bl. 15. r. 16. ſt. ar l. ax. bl. 19. r. 26. ſt. IK l. LK. bl. 21. r. 17. ſt. Y. l. van Y. bl. 27. r. 27. en 28. ſt. $\sqrt{rr - 4ss}$ l. $\sqrt{rr + 4rs}$. bl. 35. r. 3. ſt. C.l.P. bl. 36. r. 23. ſt. $\sqrt{r}$. l. $\sqrt{qr}$. bl. 48. r. 20. ſt. HD. l. HL. bl. 54. r. 5. ſt. $x \propto o$. l. $x \propto a$. bl. 54. r. 7. ſt. dan H. l. dan in H. bl. 60. r. 11. ſt. $aaxx$ l. $4aaxx$. bl. 65. r. 16. en 17. ſt. $1a$ l. $\frac{1}{2}a$. bl. 66. r. 19. ſt. $2rs$. l. $2sx$. bl. 72. r. 3. ſt. Oriſont. l. Horizont. bl. 93. r. 21. ſt. niet meetkonſtig. l. meetkonſtig. bl. 96. reg. 4. ſtaat $\sqrt{aa + 2bb}$. l. $\sqrt{aa + 2ab}$.

B E-

B E R I G T

Voor den

B O E K B I N D E R.

DEn Binder zal believen te letten, dat hy de Plaaten plaaſt tegen over de bladzyde als die volgende Tafel aanwyſt, en zoodanig dat die beyde tegelyk open leggen.

Plaat.	Bladzyde.	Plaat.	Bladzyde.
1.	10.	21.	78.
2.	12	22.	84.
3.	16.	23.	86.
4.	22	24.	88.
5.	24	25.	90.
6.	30	26.	92.
7.	34	27.	96.
8.	38	28. en 29.	98.
9.	40	30.	102,
10.	46	31.	104.
11.	50	32.	106.
12.	52.	33.	108.
13.	56	34. en 35.	110.
14.	60.	36.	112.
15.	62.	37.	114.
16.	64.	38.	120.
17.	70.	39. en 40.	128:
18. en 19.	72	41.	achter 't werk.
20.	74.		