Algebra ofte stelkonst : beschreven tot dienst van de leerlinghen

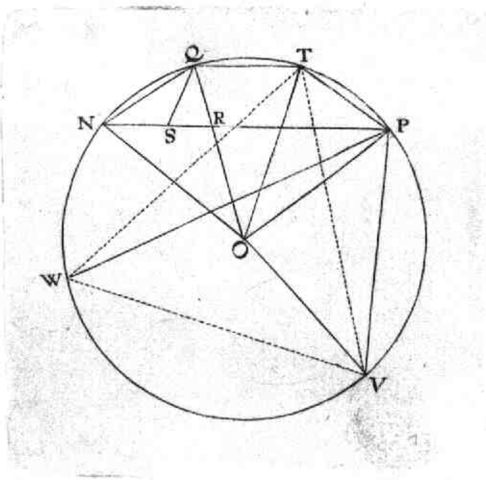
ALGEBRA
Ofte
STEL-KONST,

Beſchreven

Tot dienſt van de Leerlinghen,

Door

GERARD KINCKHUYSEN.



Tot HAERLEM,

By *Paſſchier van Wesbuſch*, Boeck-verkooper op de Marckt, in den beſlaghen Bybel. ANNO 1661.

Tot den Leeser.

H*Et verleden Jaer hebbe uyt-gegeven een Boeckje wiens Opschrift is,* De gront der Meet-konst, *in welck de uytreeckeninghen meest ghedaen worden door de* Algebra, *maer hebbe bevonden datter in dese Stadt weynigh zijn, die haer daer mede konnen behelpen, moghelijck om datter in de Nederduydtsche Taele, van de aldereerste beginselen, ghelijck die nu ghebruyckt wordt, seer weynigh uyt-ghegheven is, soo hebbe om soodanighe Leerlingen die't daer aen ghebreecken mocht, aen te porren ende moet te gheven, de moeyten ghenomen, om dit kleyn Werck aen den dagh te brenghen. Aengaende de Schriften, die alreede soo nu en dan van dese stoffe in 't licht ghekomen zijn, onder deselve behaghen my meest die van* Renatus Descartes, *beschreven in zijn* Geometrie, *als mede de Schriften die tot dessels verklaringhen uyt-gegeven zijn, door* Franciscus van Schooten, *in welck verscheyde Autheuren haer kennis in dese Konst ghetoont hebben. Hebbe dan om mijn beschrijvingh te klaerder en te naeckter voor te stellen, dese soo dicht op de hielen naer-ghevolght als my moghelijck was, en my niet ontsien op eenighe plaetsen de eyghen woorden van dese vermaerde Man selve voor te draeghen, ghelijck den Leser bevinden sal, soo hy't teghen malkander naer siet, vertrouwe datter andere zijn, die't op die wijse in onse Tael beter souden ghedaen hebben, hoope dat die hier door op-gheweckt sullen worden, den Leerlingh kan hem ondertusschen hier mede vermaecken, deselve sal niet-te-min uyt dit weynigh bevinden, dat dese reec-*

keninghen haer niet alleen uyt en ſtrecken tot het zwaerſte van de Reecken-konſt, maer dat het een Sleutel is, van de Meet-konſt, jae van de gheheele Wis-konſt, en dat niemandt Wis-konſtenaer kan weſen, dan die in deſe Algebra *eenichſints ervaren is. Ende om dat de wis-konſtighe Oeffeninghen om hare ſeeckerheydt de bequaemſte zijn om't verſtandt te ſcherpen, ſoo mach men met recht deſe, als zijnde het voornaemſte en ſcherpſinnickſte Deel, een van de beſte van alle Oeffeninghen noemen. De ghene die alreede verder zijn, dan deſe Beſchrijvingh hem uyt-ſtreckt, die moeten weten dat dit Werck alleen geſchreven is voor den Leerlingh, ende niet wijder als om hem op de wegh te helpen, 't welck mijns beduncken ghenoegh is; Soo veel de Neus-wijſen aengaen, die ſoude ick niet willen aen-nemen te voldoen. Elck treckter uyt dat hem ten goede dienſtigh is, ende laet ons den Al-goeden Godt dancken, dat hy ons ſo veel bequaemheydt gheeft, dat wy dit, en diergelijcke konnen begrijpen.*

ALGEBRA

OFTE

STEL-KONST.

ALGEBRA, is een Reeckeninghe, die zijn ghevolgh heeft uyt de ghemeene Reecken-konst, ende is meest dienstigh, tot soodanighe questien, die schijnen datmense met ghemack niet kan ontbinden, sonder selfs het begheerde ofte iets dierghelijck te kennen. Als by Voorbeeldt: Yemandt verkoopt een Peerdt voor 144 Guldens, ende wint soo veel ten honderdt, als 't Peert hem Guldens gekost heeft, men vraeght naer de winst. Alwaer het schijnt dat de Guldens die 't Peerdt hem ghekost hebben, tot de uyt-reeckeninghe bekendt behoorden te zijn. Tot dierghelijcke Questien, steldt men dan voor 't onbekende, datmen bekendt soeckt te hebben eenigh teecken, ende men werckt daer mede of het bekendt waer, ende men brenght de Questie alsoo, door de ghevoeghlijckste wegh die men kan, tot een verghelijckinghe, waer uyt dan het onbekende bekendt ghemaeckt wordt, als hier naer ſal blijcken.

Aengaende de Teeckens die men voor de onbekende dinghen neemt, daer is niet aen gheleghen, wat men ſteldt, als 't maer een kennelijck teecken is; *Deſcartes* ſteldt in zijn Geometrie doorgaens de leſte Letteren van't *abc*, als *x*, *y*, ofte *z*, ghelijck wy mede, hem daer in naer-volgende.

Het ghebeurt oock meenigh-mael, dat men een Queſtie, die anders ſwaerder valt, kan ontbinden door een Reghel, ofte vertoogh, 't welck in de Meet-konſt veel ghebruyck heeft, ſoodanighe Vertooghen, openbaeren haer, wanneer men in de uytreeckeninghe, voor de bekende ghetallen, ofte Linien, meede eenighe Letteren ghebruyckt, voor welcke bekende dinghen, tot een onderſcheydt, door *Deſcartes*, veeltijdts ghesteldt worden, de eerſte Letteren, als *a*, *b*, ofte *c*.

Men ghebruyckt noch meede om kortheydt, eenighe Teeckenen, ghelijck:

+ Beteeckent, *plus*, ofte meer.
— Beteeckent, *minus*, ofte min.

Hoe men met deſe Letteren beteeckenende ſoo onbekende als bekende quantiteyten werçken moet, hoe men die tot eenighe verghelijckinghe brenght, ende hoe men dan die verghelijckinghe ontwart ende op-loſt, daer in beſtaet dan de *Algebra*. Derhalven verdeelen wy dit Werck in drie Deelen, Het eerſte ſal verhandelen, de bewerckingh der Specien, ſoo in 't gheheel als in 't ghebroocken, ende in wortel-ghetallen, Het tweede de verghelijckinghen, Ende het derde ofte leſte, hoe een Queſtie tot een verghelijckinghe ghebracht wordt.

HET

HET

EERSTE DEEL,

Van de bewerckingh der Specien.

IN 't bewercken der Specien, volght men hier de ghemeene wegh, die in de Reecken-konst ghebruyckelijck is, te weten: beginnende aen de Specien in 't gheheel, dan de breucken, ende soo voorts: Daerom sal 't noodigh zijn, eer hem yemandt tot de *Algebra* begheeft, dat hy eerst kennisse heeft van de ghemeene Reecken-konst, waer onder ick mede begrijp, de uyt-treckinghe der wortelen uyt slechte ghetallen, wy gaen dan tot de saeck selfs.

Additio in 't gheheel.

WAnneer men twee ofte meer getallen t'samen addeert, voor welck ende achter welck eenderley teken gevoeght is, soo teltmen de getallen t'samen, ende men voeghter de selve teeckens by, Als om $3\,x$, $5\,x$, en $6\,x$ t'samen te addeeren, soo steldt men $14\,x$, ẽn om $-4\,x$ tot $-7\,x$, te addeeren steltmen $-11\,x$. Maer sooder twee quantiteyten te addeeren zijn, waer van yder, achter een bysonder teecken heeft, soo voeghtmense by een, ghelijckse zijn, Als om te addeeren $3\,x$ tot $6\,xx$ steldt men $3\,x+6\,xx$, (want daer gheen teecken voor staet wordt + verstaen) ofte om te addeeren a tot b steldt men $a+b$, ende om te addeeren $-2\,x$ tot $-5\,xx$ schrijftmen $-2\,x-5\,xx$, ofte om te addeeren $-ab$ tot $-bb$ steldtmen $-ab-bb$, ende alsso met anderen.

Sooder

Sooder twee quantiteyten te addeeren zijn, daer eenderley teecken achter ſtaet, maer dat voor 't een ſtaet $+$, ende voor 't ander $-$, dan treckt men 't kleynſte van 't grootſte, ende men ſteldter het teken voor dat voor 't grootſte ſtaet, als om te addeeren $+12x$ tot $-9x$, ſoo ſteldt men $+3x$, ofte om te addeeren $-15x$ tot $+10x$, ſchrijft men $-5x$. Maer ſo yder een beſonder teecken achter haer hebben, voeghtmenſe by malkander gelijckſe zijn, als om te addeeren $+ax$ tot $-by$, ſoo ſteldtmen $+ax-by$, ofte om te addeeren $-5xx$ tot $+4x$ ſteldt men $-5xx+4x$, ende alſoo met anderen, ghelijck breeder in de volghende voorbeelden te ſien is.

$$\begin{array}{r} 10x+8 \\ 8x+6 \\ \hline 18x+14 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8y+7 \\ 6y-12 \\ \hline 14y-5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} a+b \\ a-b \\ \hline 2a \end{array} \qquad \begin{array}{r} -6xx+11x \\ 5x^3-7x \\ \hline 5x^3-6xx+4x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a+b \\ 2a-3b \\ 3a+4b \\ \hline 6a+2b \end{array} \qquad \begin{array}{r} yy+6y+9 \\ -6y-36 \\ -14 \\ \hline yy \ast -41 \end{array} \qquad \begin{array}{r} aa+ab+ac \\ -ab-bb \\ -ac \\ \hline aa \quad -bb \end{array}$$

$$\begin{array}{r} yy+ay+\frac{1}{4}aa \\ -ay-\frac{1}{2}aa \\ +\frac{1}{2}aa \\ -\frac{1}{2}bb \\ \hline yy \ast +\frac{1}{4}aa-\frac{1}{2}bb \end{array} \qquad \begin{array}{r} y^3-ayy+\frac{1}{3}aay-\frac{1}{27}a^3 \\ +ayy-\frac{2}{3}aay+\frac{1}{9}a^3 \\ -by+\frac{1}{3}ab \\ +c \\ \hline y^3 \ast -\frac{1}{3}aay+\frac{2}{27}a^3 \\ -by+\frac{1}{3}ab \\ +c \end{array}$$

Sub-

Substractio in 't gheheel.

Wanneer men in de Substractie twee ghetallen heeft, voor welck ende achter welck eenderley teecken gevoeght is, ende dattet bovenste grooter is als 't onderste, so treckt men 't onderste van 't bovenste, ende men steldter de selve teeckens by, als om $+ 6x$, te trecken van $+ 8x$, soo schrijft men $+ 2x$, ende om $- 3y$ te trecken van $- 7y$ soo steldt men $- 4y$, maer soo de onderste ghetallen meer zijn dan de bovenste, dan treckt men 't bovenste van 't onderste, ende men steldt voor het contrarie teecken, als om te trecken $+ 10z$ van $+ 8z$, schrijft men $- 2z$, eñ om te trecken $- 10y$ van $- 7y$, so steldt men $+ 3y$.

Soo men twee getallen heeft, die achter eenderley teecken hebben, maer dattet een is $+$ ende 't ander $-$, soo teldtmense by een, ende men steldter het teecken voor, dat voor 't bovenste staet, als om te trecken $- 2y$ van $+ 8y$, soo steldtmen $+ 10y$, ende om te trecken $+ 4x$ van $- 6x$, schrijftmen $- 10x$.

Ten lesten, soo 't ghebeurt, datter twee quantiteyten zijn, die achter een besonder teecken hebben, soo voeghtmense by malkander, stellende het bovenste voor, ende het onderste met zijn contrarie teecken van $+$ of $-$ achter, als om te trecken $3x$ van xx, soo steldt men $xx - 3x$. Om te trecken $- ab$, van $- bb$, schrijft men $- bb + ab$. Om te trecken $+ bc$ van $- ab$, schrijft men $- ab - bc$, ende om te trecken $- bx$, van $+ cx$, steldtmen $+ cx + bx$. Ende alsoo met anderen, ghelijck in de volghende Voorbeelden breeder te sien is.

Wanneer men, ghelijck in de ghemeene Reecken-konst ghedaen wordt, een proeve op de Substractie maeckt, door een Additie, soo sal al dit ghestelde openbaer zijn.

$$\begin{array}{r} 14x+7 \\ 6x+4 \\ \hline 8x+3. \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24ab-4b \\ 20ab-3b \\ \hline 4ab-b. \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8xx-6x \\ 10xx-8x \\ \hline -2xx+2x. \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10y+6 \\ 12y-7 \\ \hline -2y+13. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 7z^3-6zz \\ 6z^3+7zz-9z \\ \hline z^3-13zz+9z \end{array} \qquad \begin{array}{l} a^3-2aa+6a \\ 2a^3+aa-a \\ \hline -a^3-3aa+7a. \end{array} \qquad \begin{array}{l} -2ab+cd-cc \\ +ab-bc \\ \hline -3ab+cd-cc+bc \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ab+cd \\ de-ef \\ \hline ab+cd-de+ef. \end{array} \qquad \begin{array}{l} zz \\ yy-2ay+aa \\ \hline zz-yy+2ay-aa. \end{array} \qquad \begin{array}{l} qq+zz \\ qq+yy-2aq \\ \hline zz-yy+2aq. \end{array}$$

Multiplicatio in 't gheheel.

VVAnneer men twee quantiteyten t'ſaemen menighvuldigen wil, ſoo multipliceert men de ghetallen, ende de teyckens dieder achter ſtaen ſteldt men beyde, als om te multipliceeren 6 x met 4 x, ſoo ſteldt men 24 xx, ende wanneer men dit wederom met 2 x multipliceert, ſteldt men 48 xxx, ofte om kortheydt 48 x^3, ende om te multipliceeren x met y, ſteldt men xy, als oft men ſegghen wilde x mael y, ende om xy te menichvuldighen met x, ſteldt men xxy, ende om 3 xx te multipliceeren met 2 xx, ſteldt men 6 $xxxx$, ofte om kortheydt 6 x^4. Soo men multipliceert 3 ab, met ab, ſteldt men 3 $aabb$, ende ſoo voorts.

Met

Met de Teeckenen $+$ en $-$, handeldt men als volght, wanneer men $+$ met $+$, ofte $-$ met $-$ multipliceert, soo steldt men $+$, maer soo men $+$ met $-$, ofte $-$ met $+$ multipliceert steldt men $-$, ghelijck soo men multipliceert, a met b steldtmen $+ab$, ende soo men multipliceert $-a$ met $-b$, steldt men mede $+ab$, maer so men $+a$ met $-b$, ofte $-a$ met $+b$, multipliceert, stelt men $-ab$. Voorts handeldtmen in 't wercken op de selve wijse, als in de gemeene Reecken-konst, beginnende van vooren ofte van achteren soo men wil, gelijck in de volghende Voorbeelden breeder te sien is.

So men swarigheydt maeckt waerom $+$ met $-$, ofte $-$ met $+$ ghemultepliceert, $-$ komt, dat kan de ghene, die wat verder gekomen is, bevinden als volght: Laeter te multipliceeren zijn $a-b$ met c, laet $a-b$, doen d, soo is de uytkomst cd, ende a is dan ghelijck $b+d$, ende dit aen weder zijden, met c ghemultipliceert, komt ac ghelijck $bc+cd$, soo is dan $ac-bc$, ghelijck de uytkomst $+cd$. Soo blijckt dat $-b$ ghemultipliceert met $+c$, maeckt $-bc$.

Soo mede, waerom $-$ met $-$ gemultipliceert $+$ uytbrenght, bevindt men alsoo: Laeter te multipliceeren zijn $a-b$ met $-c$, laet $a-b$ doen d, soo is de uytkomst $-cd$, ende a is dan ghelijck $b+d$, dit aen weder-zijden met $-c$, ghemultipliceert, komt $-ac$ ghelijck $-bc-cd$, soo komt $-ac+bc$ ghelijck de uytkomst $-cd$, waer uyt blijckt dat $-b$ ghemultipliceert met $-c$, maeckt $+bc$.

$$\begin{array}{r} 4x+6 \\ 5x \\ \hline 20xx+30x. \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2ac-b \\ b \\ \hline 2abc-bb. \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3y+4 \\ 4y+6 \\ \hline 12yy+16y. \\ +18y+24 \\ \hline 12yy+34y+24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6x+4 \\ 4x-3 \\ \hline -18x-12 \\ +24xx+16x \\ \hline +24xx-2x-12. \end{array} \qquad \begin{array}{r} x-c \\ x-d \\ \hline xx-cx \\ -dx+cd \\ \hline xx-cx-dx+cd \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y^3+ayy-by \\ y-a \\ \hline -ay^3-aayy+aby \\ +y^4+ay^3-byy \\ \hline +y^4 \ * \ -aayy+aby \\ -byy \end{array} \qquad \begin{array}{r} aab-abb+b^3 \\ aa+ab \\ \hline a^4b-a^3bb+aab^3 \\ +a^3bb-aab^3+ab^4 \\ \hline a^4b \qquad\qquad +ab^4 \end{array}$$

Om lichtigheydt ſteldt men wel, wanneer men $ab+bc-cc$, multipliceeren wil met xx, alſo $\overline{ab+bc-cc}$ in xx, de ſtreeck die boven $ab+bc-cc$ ſtaet, beteeckent hoe veer de quantiteyten ſtrecken, die met xx ghemultipliceert zijn. Op die wijſe ſteldt men mede wel, wanneer men $ab+bc-cc$, met $xx-ax$, menichvuldighen wil, $\overline{ab+bc-cc}$ in $\overline{xx-ax}$, ende alſoo met anderen.

Divi-

Divisio in 't gheheel.

Divisio, is het teghendeel van de Multiplicatie, even ghelijck in de ghemeene Reecken-konst, Daerom soo men $24\,x\,x$, wil divideeren door $6\,x$ komt $4\,x$, ende so men a^3, deelt door a komt $a\,a$, so mede, wanneer men $a\,a\,b\,c\,d$, divideert door $a\,b\,d$ komt $a\,c$, ende so voorts.

Met de Teeckens $+$ en $-$, handeldt men als volght: So men $+$ deelt door $+$, ofte $-$ door $-$, komt altijdt $+$, maer so men $-$ deelt door $+$, ofte $+$ door $-$ komt altijdt $-$, even ghelijck in de Multiplicatie aengewesen is.

Dese Divisien konnen uytghewerckt worden, ghelijck de Divisien in de ghemeene Reecken-konst, beginnende van vooren, gelijck dese naest-volgende Voorbeelden te kennen geven.

Divideert $20\,a\,b\,c\,d$, door $5\,c\,d$, komt $4\,a\,b$.

$$\begin{array}{r|l} 20\,a\,b\,c\,d & 4\,a\,b \\ 5\quad c\,d & \end{array}$$

Divideert $\frac{1}{2}\,a\,a\,b^3\,d$, door $\frac{3}{4}\,a\,a\,b$, komt $\frac{2}{3}\,b\,b\,d$.

$$\begin{array}{l|l} \frac{1}{2}\,a\,a\,b^3\,d & \frac{2}{3}\,b\,b\,d \\ \frac{3}{4}\,a\,a\,b & \end{array}$$

Divideert $2\,x\,x - 6\,x$ door x, komt $2\,x - 6$.

$$\begin{array}{r|l} 2\,x\,x - 6\,x & 2\,x - 6. \\ x \qquad\quad x & \end{array}$$

Divideert $2xx + 4x - 30$, door $x + 5$, komt $2x - 6$.

$$\begin{array}{r|l} -6x & \\ 2xx+4x-30 & 2x-6. \\ x+5 & \\ x \;+\; 5 & \end{array}$$

Hier ſpreeckt men als in't ordinaris divideeren, hoe meenigh mael x in de $2xx$, komt $2x$, dan $2x$ mael $x+5$ is $2xx+10x$ getrocken van $2xx+4x$ reſt $-6x$, dan wederom hoe menigh mael x in de $-6x$, komt -6, dan -6 mael $x+5$ is $-6x-30$ ghetrocken van $-6x-30$ reſt niets.

Divideert $a^3 - 3aab + 3abb - b^3$ door $a - b$ komt $aa - 2ab + bb$

$$\begin{array}{l|l} \;\;-2aab + abb & \\ a^3 - 3aab + 3abb - b^3 & aa - 2ab + bb \\ a - b & \\ \;\;\;\;a - b & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;a - b & \end{array}$$

Men kan dē werckingh van deſe Diviſien, wel wat anders ſtellen, gelijck dit leſte Voorbeeldt, dat wy wederom nemen.

Divideert $a^3 - 3aab + 3abb - b^3$, door $a - b$.

$$\begin{array}{rrr|l} \underline{a^3 - aab} & & a^3 & aa \\ 0 - 2aab & & a & \\ \underline{-2aab + 2abb} & & -2aab & -2ab \\ 0 + abb & & a & \\ \underline{abb - b^3} & & +abb & +bb \\ 0 \quad 0 & & a & \end{array}$$

uytkomſt $aa - 2ab + bb$

Dit

Dit is gedaen als volght, deelt a^3 door a (het eerſte deel des deelers) komt aa, ſteldt die onder in de uytkomſt, ende menighvuldight daer mede, den deeler $a-b$, komt a^3-aab, dit treckt van a^3-3aab reſt $-2aab$, deſe $-2aab$, deeldt wederom door a, komt $-2ab$, ſteldt die onder in de uytkomſt, ende menichvuldight daer mede den deeler $a-b$, komt $-2aab+2abb$, treckt dit van $-2aab+3abb$, reſt $+abb$, deeldt dit al wederom door a, komt $+bb$, dat ſteldt onder in de uytkomſt, ende menichvuldight daer mede, den deeler $a-b$, komt $abb-b^3$, dit treckt van $abb-b^3$, reſt o, dat is een teecken datter niets over ſchiet.

Het heeft mede gebruyck, dat men het divideeren van achteren begint, gelijck dit volgende Voorbeeldt.

$$
\begin{array}{lllll}
\text{Deelt } +y^6 & -8y^4 & -124yy & -64, & \text{door } yy-16 \\
\phantom{\text{Deelt }} \underline{+y^6} & \underline{+8y^4} & \underline{+4yy} & \underline{-64} & \begin{array}{l|l} -64 & +4. \\ -16 & \end{array} \\
\phantom{\text{Deelt }} \text{o} & -16y^4 & -128yy & \text{o} & \\
 & \underline{-16y^4} & \underline{-128yy} & & \begin{array}{l|l} -128yy & +8yy. \\ -16 & \end{array} \\
 & \text{o} & \text{o} & & \\
\text{D'uytkomſt } y^4+8yy+4. & & & & \begin{array}{l|l} -16y^4 & +y^4 \\ -16 & \end{array}
\end{array}
$$

Beghint van de leſte term -64, ende deeldt die door -16, komt $+4$, 't ſelve ſchrijft, onder in de uytkomſt, ende multipliceert het met den deeler $yy-16$, komt $+4yy-64$, dit treckt van achteren af, reſt $-128yy$, deſe $-128yy$, deeldt wederom door -16, komt $+8yy$, 't ſelve ſteldt onder in de uytkomſt, ende meenichvuldight die, met den Deeler, komt $8y^4-128yy$, treckt dit al weer van achteren af, reſt $-16y^4$, deeldt die wederom door -16 komt y^4, dat ſteldt mede in de uytkomst, ende meenichvuldight het met den Deeler, komt $y^6 - 16\,y^4$, dit treckt ten lesten mede af, rest niets over, soo dat de uytkomst is sonder overschot $y^4 + 8\,yy + 4$.

Descartes leert dit een weynigh anders, op wiens wijse, stelle hier dit volghende Voorbeeldt.

$$\text{Divideert } +y^6 \begin{smallmatrix}+aa\\-2cc\end{smallmatrix} y^4 \begin{smallmatrix}-a^4\\+c^4\end{smallmatrix} yy \begin{smallmatrix}-a^6\\-2a^4cc\\-aac^4\end{smallmatrix} \text{ door } yy - aa - cc$$

$$\begin{array}{l} -y^6 \begin{smallmatrix}-2aa\\+cc\end{smallmatrix} y^4 \begin{smallmatrix}-a^4\\-aacc\end{smallmatrix} yy \quad \overline{-aa-cc} \\ 0 \qquad -aa-cc \quad -aa-cc \\ \hline +y^4 \begin{smallmatrix}+2aa\\-cc\end{smallmatrix} yy \begin{smallmatrix}+a^4\\+aacc\end{smallmatrix} \end{array}$$

Begint als in de voorgaende aen de leste term, eñ deelt die door $-aa-cc$, komt $+a^4+aacc$, 't selve stelt in de uytkomst, ende dat ghemenichvuldight met yy komt $\begin{smallmatrix}+a^4\\+aacc\end{smallmatrix} yy$, dit addeert met zijn contrarie teeckens tot de leste term op een nae (want men moet de teeckens $+$ of $-$ altijdt contrarie het gheen uyt de Multiplicatie komt schrijven) datter komt, deeldt wederom door $-aa-cc$, komt $\begin{smallmatrix}+2aa\\-cc\end{smallmatrix} yy$, 't selve steldt in de uytkomst, ende multipliceert het met yy, ende steldt dan $\begin{smallmatrix}-2aa\\+cc\end{smallmatrix} y^4$, onder 't naeste dat men deelen moet, ende die somme zijnde $\begin{smallmatrix}-aa\\-cc\end{smallmatrix} y^4$, deeldt ten lesten weder door $-aa-cc$, komt $+y^4$, dit steldt in de uytkomst, ende doet $-y^6$ tot $+y^6$ komt effen uyt sonder overschot.

Wanneer men een Divisie heeft, die sonder overschot niet gedivideert kan worden, daer maeckt men een breuck van, ende men steldt het gheen te deelen is boven, ende den Deeler onder, ghelijck soo men bc deelen wil door a, steldt men $\frac{bc}{a}$, ende soo men $x^3 - 2\,xx$ divideeren wil door $7\,x - 12$, so steldt men $\frac{x^3 - 2xx}{7x - 12}$.

Soo

Soo mede wanneer men $20y^3 + 12yy + 6y - 8$ divideeren wil door $5y + 3$ dan ſteldt men $\frac{20y^3 + 12yy + 6y - 8}{5y + 3}$, maer men kan dit mede (ſoo men eenighe verkortinghe ſiet) divideeren ende maecken van 't overſchot een breuck, ſo komter $4yy + \frac{6y - 8}{5y + 3}$.

Van de Gebroockens.

DE Quantiteyten, die niet ſonder overſchot ghedivideert konnen worden, daer uyt ontſtaen de breucken, even ghelijck in de ghemeene Reecken-konſt, ſoo dat die hier mede bemerckt worden in Teller en Noemer, gelijck $\frac{ab}{a+c}$ is een breuck, van welck het gheheel ofte eenheydt doet $\frac{a+c}{a+c}$, ſo wordt ab den Teller ghenoemt, ende $a + c$ den Noemer, de reeckeninghen in de ghebroockens worden op deſelve wijſe uyt-ghewerckt, als in de gemeene Reecken-konſt, gelijck vervolgens te ſien is.

Van 't verkorten der breucken.

SOo den Teller en Noemer, door een ſelve quantiteyt ſonder overſchot, kan ghedeelt worden, ſoo kan men de breuck ſoo veel verkorten, ghelijck ſoo men heeft $\frac{10xx}{8x}$, dat kan onder en boven gedeeldt worden door $2x$, daerom mach men ſtellen $\frac{5x}{4}$, ende wanneer men heeft $\frac{ab+bc}{ac+cc}$, ſoo divideert het onder en boven door $a + c$, ſoo komter $\frac{b}{c}$, ſoo mede wanneer men heeft $\frac{xx-cc}{xx+2cx+cc}$ dat divideert men onder en boven door $x + c$, ſoo krijght men $\frac{x-c}{x+c}$, ende alſo met anderen.

Additio in 't gebroocken.

SOo de breucken die men addeeren wil, een ghemeenen Noemer hebben, soo telt men de Tellers t'samen, ende men stelt onder die somme den ghemeenen Noemer, Als om te addeeren $\frac{bx}{a+b}$ tot $\frac{ab}{a+b}$ soo schrijft men $\frac{bx+ab}{a+b}$, ende alsoo met alle dierghelijcke. Maer sose een verscheyden Noemer hebben, so moetmense tot de kleynste gemeenen Noemer brenghen, ghelijck men doet in de ghemeene Reecken-konst, als in de volghende Voorbeelden gesien kan worden.

Addeert $\frac{3x}{x+3}$ tot $\frac{5x}{xy+3y}$ komt $\frac{3xy+5x}{xy+3y}$

$xy+3y$

$\frac{3x}{x+3}$ . . $3xy$

$\frac{5x}{xy+3y}$ . . $5x$

$$\frac{3xy+5x}{xy+3y}$$

Addeert $\frac{ab}{ad+cd}$ en $\frac{cd}{ab+bc}$ komt $\frac{abb+cdd}{abd+bcd}$.

Addeert $\frac{a}{b}$, $\frac{a-b}{a+b}$ en $\frac{aa+bc}{ab+bb}$ komt $\frac{2aa+2ab-bb+bc}{ab+bb}$.

Men kan de Additie van twee breucken noch stellen gelijck dit volghende Voorbeeldt.

$$\begin{array}{c} 2ab + ac \\ \underline{ab + ac \quad ab} \end{array}$$

Addeert $\frac{a}{b}$ tot $\frac{a}{b+c}$ komt $\frac{2ab+ac}{bb+bc}$

$$\overline{bb + bc}$$

Dit wordt alsoo ghedaen, menighvuldight de breucken in 't kruys, soo verkrijght men $ab + ac$ ende ab, dit addeert t'samen komt den begeerden Teller $2ab + ac$, ende menichvuldight de Noemers t'samen, so komt voor den begeerden noemer $bb + bc$.

Substractio in 't ghebroocken.

Soo de breucken die men van malkander trecken wil, een ghemeenen noemer hebben, so treckt men de tellers van malkander, 't gheen rest steldt men boven, ende den ghemeenen noemer onder, Als om $\frac{bx}{a+b}$ te trecken van $\frac{ab}{a+b}$, soo steldtmen $\frac{ab-bx}{a+b}$. Maer soose verscheyden van noemer zijn, dan brenghtmense tot een ghemeenen noemer, even ghelijck in de Additie, als in de volghende Voorbeelden te sien is.

Treckt $\frac{3}{8x}$ van $\frac{9}{16x}$ rest $\frac{3}{16x}$.

Treckt $\frac{7y-8}{6}$ van $\frac{14}{6y-10}$ rest $\frac{-21yy+59y+2}{18y-30}$.

Treckt $\frac{a}{c}$ van $\frac{ab+bc}{ab}$ rest $\frac{abc+bcc-aab}{abc}$.

Men kan de Substractie mede stellen ghelijck dit volghende Voorbeeldt.

$$\begin{array}{l} bb + bc - ac \\ bb + bc \quad ac \end{array}$$

Van $\frac{b}{c}$ treckt $\frac{a}{b+c}$ reſt $\frac{bb+bc-ac}{bc+cc}$

$$bc + cc$$

Deſe breucken ghemenichvuldight in 't kruys, brengen voort $bb+bc$, ende ac, treckt de ſelve van malkander, reſt voor den begheerden Teller $bb+bc-ac$, ende de Noemers menichvuldight met malkander, ſoo komt voor den begheerden Noemer $bc+cc$.

In deſe wijſe van werckingh ſtaet te bemercken, wanneerder voor eenighe breuck eenighe gheheelen komen, dat men dan alles tot een breuck moet maecken, gelijck ſo men heeft $ab+\frac{abc}{d}$, ſoo menichvuldight men het heele, als ab, met de Noemer van de breuck als d, ſo heeft men $\frac{abd+abc}{d}$.

Multiplicatio in 't ghebroocken.

Hier Multipliceert men den eenen Teller met den anderen Teller, ende den eenen Noemer met den anderen Noemer, 't gheen alſoo komt is 't begheerde, Als om te Multipliceeren $\frac{a}{b}$ met $\frac{c}{d}$, ſo komter $\frac{ac}{bd}$, ſo mede de volgende Voorbeelden.

Multipliceert $\frac{x+3}{x}$ met $\frac{6}{x}$ komt $\frac{6x+18}{xx}$.

Multipliceert $\frac{a-b}{b}$ met $\frac{a+b}{b}$ komt $\frac{aa-bb}{bb}$.

Multipliceert $\frac{aa+2ab+bb}{ab}$ met $\frac{bb}{a+b}$ komt $\frac{ab+bb}{a}$.

Hier

Hier worden de breucken eerst in 't kruys teghen malkander gemindert, te weten $aa + 2ab + bb$ en $a + b$, yder door $a + b$, ende ab en bb, yder door b, dat hier lichtigheydt geeft.

Multipliceert $\frac{a - b}{b + c}$ met $\frac{aa + bb}{a - b}$ komt $\frac{aa + bb}{b + c}$.

Sooder heelen by de breuck komen, soo moetmen alles tot een breuck maecken, ghelijck om te Multipliceeren $a + \frac{bc}{a}$ met $b + \frac{ae}{d}$, soo multipliceert men de heelen met yeder zijn noemer, dan heeft men $\frac{aa + bc}{a}$ te Multipliceeren met $\frac{bd + ac}{d}$ ende daer sal komen $\frac{aabd + a^3c + bbcd + abcc}{ad}$.

Multipliceert $2y - 20$ met $\frac{yy - 6y}{10}$ komt $\frac{y^3 - 16yy + 60y}{5}$.

Divisio in 't ghebroocken.

OM ghebroockens te Divideeren, soo Multipliceert men de breucken in 't kruys, dat is, d'een sijn Noemer, met des anders Teller, so mede d'een sijn teller met des anders noemer, voorts steldt men 't gheen te deelen is, achter, ende den deeler voor, Als om te deelen $\frac{a}{b}$ door $\frac{c}{d}$ soo steldt men $\frac{c}{d}$, $\frac{a}{b}$, wanneer 't dan in 't kruys ghemultipliceert is, soo komt voor 't begheerde $\frac{ad}{bc}$, soo mede de volgende Voorbeelden.

Divideert $\frac{y + 3}{5}$ door $\frac{20x}{3}$, komt $\frac{3y + 9}{100x}$.

Divideert $\frac{aa + bb}{c}$ door $\frac{bb + cc}{d}$, komt $\frac{aad + bbd}{bbc + c^3}$.

Men mach mede soo men kan, om kortheydt eer men in 't kruys

Multipliceert, de Tellers teghens malkander verminderen, ende ſoo mede de Noemers, gelijck ſoo men $\frac{a^3-abb}{c-d}$ divideert door $\frac{aa+2ab+bb}{c-d}$, de Tellers konnen gemindert worden door $a+b$, ende de Noemers door $c-d$, ſoo datter ten leſten voor 't begheerde komt $\frac{aa-ab}{a+b}$. So mede wanneer men $\frac{yy-6}{y+20}$ divideert door $yy-6$, ende datter 1 gheſteldt is voor de noemer van de gheheele, ſoo verkrijght men voor 't begheerde $\frac{1}{y+20}$. Alſoo oock dit volghende Voor-beeldt.

Divideert $6x+12$ door $xx+\frac{8x+4}{3}$ komt $\frac{18}{3x+2}$.

Uyttreckinghe der Wortelen.

Hier moet men bemercken, dat den vierkant-wortel uyt aa, is a, uyt $aabb$ is ab, ende uyt a^4 is aa, ſoo mede den Teerlingh ofte Cubic-wortel uyt a^3 is a, uyt a^3b^3, is ab, ende uyt a^6 is aa, ende alſo mede van hoogher wortelen.

De uyttreckinghe der wortelen gheſchiedt alhier op de ſelve wijſe, als in de gemeene Reecken-konſt, ende wordt alhier mede gebruyckt de ſelfde Tafel van genitueren.

Soo men dan den vierkant-wortel begheert te trecken uyt $aa+2ab+bb$, ſo doet men als hier volght:

$$\begin{array}{c} aa+2ab+bb \\ \hline a \qquad +b \\ \hline +2a \end{array} \qquad \text{ofte} \qquad \begin{array}{c} aa+2ab+bb \\ aa+2ab+bb \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \\ \hline a \qquad +b \\ \hline 2a \end{array}$$

Den

Den vierkant-wortel uyt aa is a, die ſteldt in de uytkomſt ende ſpreeckt a mael a is aa, die ghetrocken van de aa reſt o, dan Multipliceert de ſelve a met 2 (zijnde het ghetal der genitueren) komt $2a$, dan ſpreeckt hoe menichmael $2a$, heeft men in $2ab$, komt $+b$, die ſteldt in de uytkomſt, dan $+2a$ mael $+b$, zijnde $2ab$, die ghetrocken van de $2ab$ reſt o, dan b mael b is bb, die treckt van de bb reſt mede o, ſoo datter niet over ſchiet ende is de uytkomſt $a+b$.

Op de ſelve wijſe den Vierkant-wortel ghetrocken uyt $x^4 - 8x^3 + 28xx - 48x + 36$, komt $xx - 4x + 6$

Den Teerling-wortel te trecken uyt $a^3 + 3aab + 3abb + b^3$, dat geſchiedt als volght:

$$
\begin{array}{ccc}
\underline{a^3 + 3aab + 3abb + b^3} \\
\underline{a \qquad\qquad\qquad +b} \\
3aab + 3abb + b^3
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\\ \\ \\ \underline{b^3} \\ b^3
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
a \\ \underline{3} \\ 3a \\ \underline{bb} \\ 3abb
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
aa \\ \underline{3} \\ 3aa \\ \underline{b} \\ 3aab
\end{array}
$$

Den Teerlingh-wortel uyt a^3 is a, ſteldt die inde uytkomſt, dan ſteldt deſe a, ende ſijn vierkant aa, aen de zijde, ende menichvuldicht die met de getallen der genitueren des Teerlinghs 3. 3. komt $3a$ ende $3aa$, dan ſpreeckt hoe meenighmael $3aa$ heeft men in $3aab$, komt $+b$, die ſteldt in de uytkomſt, dan die ghemenichvuldight met $3aa$, zijn vierkant met $3a$, eñ ſijn Teerlingh met 1 't gheen daer uyt komt treckt van 't overighe des gegheven Teerlinghs reſt o, ſo is de uytkomſt ſonder overſchot $a+b$.

Op de ſelve wijſe den Teerlingh-wortel ghetrocken uyt

$$
\begin{array}{l}
a^3x^6 + 3aabx^5 + 3aacx^4 + 6abcx^3 + 3accxx + 3bccx + c^3 \\
\qquad\qquad + 3abbx^4 + \; b^3x^3 + 3bbcxx
\end{array}
$$

Comt $axx + bx + c$.

Alſoo

Alſoo mede met hoogher wortelen. Waer op de grondt van de Tafel der genitueren ruſt, kan uyt-gevonden worden als volght, wanneermen $a + b$ Multipliceert met $a + b$, komt $aa + 2\,ab + bb$, dit weer met $a + b$ komt $a^3 + 3\,aab + 3\,abb + b^3$, dit al wederom met $a + b$, komt $a^4 + 4\,a^3 b + 6\,aabb + 4\,a b^3 + b^4$, ende ſoo al voorts, ſo ſullen de Cijpher-getallen, de gheſeyde Tafel voor den dagh brenghen.

Het ghene hier gheſteldt is van 't uyt-trecken van de geheelen, is mede alſoo te verſtaen van de ghebroockens, ghelijck den vierkantwortel van $\frac{aabb}{cc}$ is $\frac{ab}{c}$, den vierkantwortel uyt $\frac{aa + 2ab + bb}{bb}$ is $\frac{a + b}{b}$, ſo mede den Teerlingh-wortel uyt $\frac{a^3 + 3aab + 3abb + b^3}{c^3}$ is $\frac{a + b}{c}$, ende alſo met anderen.

Soo 't ghebeurt datter quantiteyten zijn, daer men den begheerden wortel ſonder overſchot niet uyt trecken en kan, dan ſteldtmender voor het teecken $\sqrt{\ }$, beteeckenende den Vierkant-wortel, uyt die quantiteyt, ende ſooder verſcheyde quantiteyten zijn, ſteltmer boven een ſtreeck, beteeckenende hoe veer die quantiteyten ſtrecken, daer den wortel uyt ghetrocken is, als om den vierkantwortel te trecken uyt ab ſteldt men $\sqrt{ab}$, ende uyt $aa + bb$ ſteldt men $\sqrt{aa + bb}$. So men den Teerlingh-wortel trecken wil ſtelt men $\sqrt{C.}$ ofte $\sqrt{}^3$, ghelijck den Teerlingh-wortel uyt aab is $\sqrt{C.\,aab}$, ende uyt $abb + b^3$, is $\sqrt{C.\,abb + b^3}$. Wanneer men den Vierkants-vierkant-wortel trecken wil, ſoo ſteldt men $\sqrt{\ }\sqrt{\ }$, ofte $\sqrt{}^4$, ende ſoo voorts. Welcke ghetallen daer dan het teecken $\sqrt{\ }$ voor ſtaet, worden genoemt wortel-getallen.

Van

Van de Wortel-ghetallen.

DEſe Wortel-getallen konnen veeltijdts door een ander wortel-ghetal ghemindert worden, alwaer den wortel uyt ghetrocken kan worden, ghelijck ſoo men heeft $\sqrt{50}$, dat kan ghedeeldt worden door $\sqrt{25}$, dat is 5, ſoo mach men ſtellen $5\sqrt{2}$, dat is 5 mael $\sqrt{2}$, Soo men heeft $\sqrt{\frac{16}{11}}$, mach men ſtellen $4\sqrt{\frac{1}{11}}$, ende ſo men heeft $\sqrt{80\,aabb}$, ſoo kan men ſtellen $4\,ab\sqrt{5}$, ende in de plaets van $\sqrt{C.\,375}$ mach men ſchrijven $5\sqrt{C.\,3}$. ende wanneer men heeft $\sqrt{\frac{aacc}{bb}+\frac{aac}{b}}$ mach men ſtellen $\frac{a}{b}\sqrt{cc+bc}$, want ſoo men 't brenght tot een ghemeenen Noemer, komt $\sqrt{\frac{aacc+aabc}{bb}}$, ende dit ghedeeldt door $\sqrt{\frac{aa}{bb}}$ dat is $\frac{a}{b}$, komt $\sqrt{cc+bc}$, ende alſoo met diergelijcke.

Soo men 't door gheen vierkant ghetal ſonder overſchot deelen kan, ſoodanige mach men deelen, door ſulcken vierkant ghetal als men wil, ſtellende in de uytkomſt een breuck, ghelijck ſo men heeft $\sqrt{14\,aabb}$, mach men in de plaets ſtellen (deelende de 14, door 4, 16, 25, en ſo voorts) $2\,ab\sqrt{3\frac{1}{2}}$, of $4\,ab\sqrt{\frac{7}{8}}$, of $5\,ab\sqrt{\frac{14}{25}}$, ende ſo voorts.

Van de Communicanten in de Wortel-ghetallen.

SOoder twee ofte meer wortel-getallen zijn, die yder door een ſelve wortel-ghetal ghedeeldt zijnde getallen voort-brengen, daer den vierkant-wortel uyt ghetrocken kan worden, die worden Communicanten genoemt, gelijck ſooder is $\sqrt{75}$ ende $\sqrt{48}$, deſe beyde door $\sqrt{3}$ ghedivideert, komt 't een $\sqrt{25}$, ende 't ander $\sqrt{16}$, deſe $\sqrt{75}$ ende $\sqrt{48}$, ofanders $5\sqrt{3}$ ende $4\sqrt{3}$ zijn dan

Communicanten, ende zijn tot malkander als 5 tot 4, want 't een is 5 mael $\sqrt{3}$, ende 't ander 4 mael $\sqrt{3}$.

Soo mede zijn Communicanten $\sqrt{a^3 + aab}$, ende $\sqrt{abb + b^3}$, ſoo men die beyde deeldt door $\sqrt{a + b}$, komen $\sqrt{aa}$ ende $\sqrt{bb}$, dat is a en b, men mach dan ſtellen $a\sqrt{a+b}$ ende $b\sqrt{a+b}$, ende deſe zijn tot malkander als a tot b, ende alſo met anderen.

De Communicanten brenghen altijdt wanneermenſe t'ſaemen Multipliceert een ghetal voort uyt welck den vierkant-wortel getrocken kan worden, ghelijck $\sqrt{75}$ ende $\sqrt{48}$ t'ſamen ghemultipliceert, komt $\sqrt{3600}$, hier uyt kan den vierkant-wortel ghetrocken worden. Sooder dan drie proportionalen zijn, als $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, en $\sqrt{\frac{bb}{a}}$, ſoo zijn de twee uytterſte $\sqrt{a}$, en $\sqrt{\frac{bb}{a}}$ Communicanten. Men vindt dan hier een Reghel, om een ghemeenen Deeler te vinden, niet anders doende, dan datmenſe beyde, door een van tween divideert, als hier door $\sqrt{a}$, ſoo komter $\sqrt{1}$, en $\sqrt{\frac{bb}{aa}}$, waer uyt volght dat men in de plaets van $\sqrt{a}$, en $\sqrt{\frac{bb}{a}}$ mach ſtellen $1\sqrt{a}$, en $\frac{b}{a}\sqrt{a}$. Alſmen dan op deſe wijſe dē gemeenē deeler wil vindē van $\sqrt{8\sqrt{10\frac{1}{4}} - 24}$, ende $\sqrt{27\sqrt{10\frac{1}{4}} - 83\frac{1}{2}}$, ſoo deeltmenſe beyde door $\sqrt{8\sqrt{10\frac{1}{4}} - 24}$, komt $\sqrt{1}$, en $\sqrt{2\frac{5}{8} - \frac{1}{4}\sqrt{10\frac{1}{4}}}$, of uyt yder den vierkant-wortel ghetrocken 1 en $\sqrt{\frac{41}{16}} - \frac{1}{4}$, ſo ſteldt men voor de begheerde ghetallen $1\sqrt{8\sqrt{10\frac{1}{4}} - 24}$, ende $\sqrt{\frac{41}{16}} - \frac{1}{4}$ $\sqrt{8\sqrt{10\frac{1}{4}} - 24}$, ofte $2\sqrt{2\sqrt{10\frac{1}{4}} - 6}$, en $\sqrt{10\frac{1}{4}} - \frac{1}{8}\sqrt{2\sqrt{10\frac{1}{4}} - 6}$, ende alſoo met anderen.

Additio in Wortel-ghetallen.

MEn moet eerſt beſien, of 't Communicanten zijn, ſoo 't dan Communicanten bevonden worden, ſoo addeert men die als

als volght, ſoo men heeft $\sqrt{75}$ ende $\sqrt{48}$, dat is $5\sqrt{3}$, eñ $4\sqrt{3}$, ſo teldt men de 5 ende 4 t'ſamen komt 9, ende de $\sqrt{3}$ daer by gheſteldt, ſo is 't begheerde $9\sqrt{3}$.

Soo mede om te addeeren $\sqrt{a^3+aab}$, tot $\sqrt{abb+b^3}$, dat is $a\sqrt{a+b}$, ende $b\sqrt{a+b}$, ſo addeert men a tot b, komt $a+b$. ende de $\sqrt{a+b}$ hier by geſteldt, ſoo heeft men voor 't begheerde $\overline{a+b}\sqrt{a+b}$, ende alſo met anderen.

Daer is noch een wegh die veel ghebruyckt wordt, om Communicanten te addeeren, zijnde als volght:

Laeter wederom te addeeren zijn $\sqrt{75}$ ende $\sqrt{48}$.

	75	75
	48	48
	123	3600
Add:	120	60
	$\sqrt{243}$	2
		120

Men addeert de 75 ende 48 t'ſaemen, komt 123. dan Multipliceert men de ſelve t'ſaemen, komt 3600, diens vierkant-wortel is 60, diens dubbelt zijnde 120, gheaddeert by de 123 komt voor 't begheerde $\sqrt{243}$. dat is mede $9\sqrt{3}$, als voren.

Maer ſooder wortel-ghetallen zijn, die men alſoo niet addeeren en kan, ſoo vergaert men de ſelve met het teecken $+$, ghelijck om te addeeren $\sqrt{8}$ tot $\sqrt{12}$, ſoo ſchrijftmen $\sqrt{8}+\sqrt{12}$, ende om te addeeren $\sqrt{a+b}$ tot $\sqrt{a-b}$, ſo ſteldt men $\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}$, ſoo mede wanneer men addeert $a+b$ tot $\sqrt{aa+bb}$ komt $a+b+\sqrt{aa+bb}$, ende alſo met anderen.

 Sub-

Substractio in Wortel-getallen.

SUbstractio is Additio in alles ghelijck, uytghenomen datmen hier af-treckt, daer men in Additio addeert, sullen derhalven de selve Voorbeelden hier wederom nemen. Wanneer 't Communicanten zijn, so worden die van malkander getrocken als volght. Soo men begeert $\sqrt{48}$ te trecken van $\sqrt{75}$, dat is $4\sqrt{3}$ van $5\sqrt{3}$, so treckt men 4 van de 5 rest 1, ende de $\sqrt{3}$ daer by gevoeght so is 't begeerde $1\sqrt{3}$ dat is $\sqrt{3}$.

Soo mede om te trecken $\sqrt{abb+b^3}$, van $\sqrt{a^3+aab}$, dat is $b\sqrt{a+b}$ van $a\sqrt{a+b}$, soo schrijft men $\overline{a-b}\sqrt{a+b}$ voor 't begeerde, ende also met anderen.

De Communicanten kan men noch van malkander trecken als volght, wederom, men begheert $\sqrt{48}$, te trecken van $\sqrt{75}$,

	75	75
	48	48
	123	3600
Treckt	120	60
Rest	$\sqrt{3}$	2
		120

Dit doet men gelijck in de Additio, alleen dat men hier de 120 van de 123 treckt, die aldaer geaddeert wierden, so rest $\sqrt{3}$ voor 't begeerde, ende also met anderen.

Maer sooder wortel-ghetallen zijn, die men alsoo niet van malkander kan trecken, dan doet men 't met het teecken —, ghelijck om $\sqrt{8}$ te trecken van $\sqrt{12}$, so steldt men $\sqrt{12}-\sqrt{8}$, ende om te trecte trecken $\sqrt{a-b}$, van $\sqrt{a+b}$, so schrijftmen $\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}$, soo mede wanneer men $\sqrt{aa+bb}$ treckt van $a+b$, dan komt $a+b-\sqrt{aa+bb}$, ende also met anderen.

Multiplicatio in Wortel-getallen.

SOo 't Communicanten zijn, soo doet men als volght, als om te Multipliceeren $\sqrt{75}$ met $\sqrt{48}$, dat is $5\sqrt{3}$ met $4\sqrt{3}$, soo Multipliceert men 4 met 5 komt 20, ende dan noch mettet vierkant van $\sqrt{3}$, dat is 3, so komt voor 't begeerde 60.

Soo mede om te Multipliceeren $\sqrt{a^3+aab}$ met $\sqrt{abb+b^3}$, dat is $a\sqrt{a+b}$ met $b\sqrt{a+b}$, so Multipliceert men a met b komt ab, ende dit dan met $a+b$ (zijnde het vierkant van $\sqrt{a+b}$ komt voor 't begeerde $aab+abb$, ende also met anderen.

So 't geen Communicanten zijn, soo Mnultipliceert men altijdt wortel-ghetallen met wortel-ghetallen, ghelijck wanneer men Multipltceert $\sqrt{12}$ met $\sqrt{8}$, so komter $\sqrt{96}$, ende om te multipliceeren $\sqrt{a+b}$ met $\sqrt{a-b}$ soo Multipliceert men $a+b$ met $a-b$, ende men krijght voor 't begeerde $\sqrt{aa-bb}$.

Maer soo 't een een wortel-getal is, ende 't ander niet, so moetmense eerst onder een naem brenghen, dan is de uytkomst sulcken naem, als daerse toe ghebracht zijn. Ghelijck so men wil Multipliceeren $a+b$ met $\sqrt{a-b}$, soo moetmense beyde eerst tot een naem brenghen, te weten, men Multipliceert $a+b$ in 't vierkant, komt $\sqrt{aa+2ab+bb}$, dan de wortel-ghetallen t'samen ghemultipliceert so heeftmen voor 't begeerde $\sqrt{a^3+aab-abb-b^3}$. Doch men schrijft in dierghelijcke Multiplicatien om kortheydt veeltijdts liever $\overline{a+b}\sqrt{a-b}$.

Vol-

Volghen hier noch eenighe Voorbeelden.

Mult. $6 + \sqrt{20}$
Met $6 + \sqrt{20}$

$36 + 6\sqrt{20}$
$+ 6\sqrt{20} + 20$

komt $56 + 12\sqrt{20}$.

Mult. $\sqrt{8} - \sqrt{6}$
Met $\sqrt{12} - \sqrt{2}$

$\sqrt{96} - \sqrt{72}$
$- \sqrt{16} + \sqrt{12}$

komt $\sqrt{96} - 4 - \sqrt{72} + \sqrt{12}$

Mult. $\sqrt{ab} + \sqrt{aa - bb}$
Met $\sqrt{ab} - \sqrt{aa - bb}$

$ab + \sqrt{a^3b - ab^3}$
$- aa + bb - \sqrt{a^3b - ab^3}$

komt $ab - aa + bb$ doch in soodanighe als dit voor-val behoeft men maer $\sqrt{ab}$ te Multipliceeren met $\sqrt{ab}$ komt ab, ende $+ \sqrt{aa - bb}$ met $- \sqrt{aa - bb}$, komt $- \overline{aa - bb}$, dat is $- aa + bb$, want $-$ mael $\overline{aa - bb}$, is $- aa + bb$.

Divisio in wortel-ghetallen.

SOo 't Communicanten zijn, soo doet men als volght, om te divideeren $\sqrt{75}$ door $\sqrt{48}$, dat is $5\sqrt{3}$ door $4\sqrt{3}$, so deelt men 5 door 4, komt voor 't begeerde $\frac{5}{4}$.

So mede om te deelen $a\sqrt{a+b}$, door $b\sqrt{a+b}$, soo divideert a door b, so heeft men $\frac{a}{b}$.

Op de

Op deſelve wijſe $5\,a\sqrt{3}$, ghedivideert door $\sqrt{3}$ komt $5\,a$, ende alſoo met alle andere.

Soo 't geen Communicanten zijn, ſo moet men altijdt wortel-ghetallen divideeren, door wortel-ghetallen, als om te deelen $\sqrt{96}$ door $\sqrt{8}$, komt $\sqrt{12}$, ende om te deelen $\sqrt{abbc - b^3c}$, door $\sqrt{ab - bb}$, komt $\sqrt{bc}$.

Maer ſoo 't een een wortel-ghetal is, ende 't ander niet, ſo moet menſe beyde tot eenderley naem brenghen, ende van die ſelve naem is dan mede de uytkomſt.

Ghelijck om te divideeren $\sqrt{a^3 + aab - abb - b^3}$, door $a + b$, Multipliceertmen $a + b$, in zich ſelfs, ſo heeft men in de plaets $\sqrt{aa + 2ab + bb}$, doet dan de deelinghe, komt $\sqrt{a - b}$.

Sooder te divideeren is $a^3 + abb + ab\sqrt{aa + bb}$, door $a\sqrt{aa + bb}$, ſoo deeldt eerſt $a^3 + abb$, door $a\sqrt{aa + bb}$ komt $\sqrt{aa + bb}$, dan $ab\sqrt{aa + bb}$ door $a\sqrt{aa + bb}$ komt b, ſoo is 't begheerde $\sqrt{aa + bb} + b$.

So men begeert te divideeren $\sqrt{20} + \sqrt{14}$, door $\sqrt{10} + \sqrt{6}$, dit Multipliceert men, om voor den Deeler een ſlecht ghetal te krijghen aen weder-zijden met $\sqrt{10} - \sqrt{6}$, ſoo heeft men $\sqrt{200} + \sqrt{140} - \sqrt{120} - \sqrt{84}$, te Divideeren door 4 dat is $\sqrt{16}$, ſoo komt $\sqrt{12\frac{1}{2}} + \sqrt{8\frac{3}{4}} - \sqrt{7\frac{1}{2}} - \sqrt{5\frac{1}{4}}$. Anders kanmen ſtellen $\frac{\sqrt{20} + \sqrt{14}}{\sqrt{10} + \sqrt{6}}$.

Daer zijn ſomtijdts voor-vallen die ſonder overſchot niet gedeeldt konnen worden, maer wel verkort: Als om te deelen $x^3 - 6xx + 14x - 24$ door $8\sqrt{x - 4}$, Hier kan $x^3 - 6xx + 14x - 24$, ghedeeldt worden door $x - 4$, ſoo mach men ſtellen $\frac{\overline{xx - 2x + 6}\ \text{in}\ \overline{x - 4}}{8\sqrt{x - 4}}$, ofte noch korter $\frac{xx - 2x + 6}{8}\sqrt{x - 4}$, eñ alſo met anderen, naer dat de verſcheydenheydt voor-valt.

Den

Den Vierkant-wortel te trecken uyt Binomische ghetallen.

OM den Vierkant-wortel te trecken uyt twee-naemige ghetallen, daer toe ſal dienen deſen Reghel:

Treckt de Vierkanten op de deelen van malkander, den Vierkant-wortel van deſelve reſt, is het verſchil der Vierkanten op de deelen des begheerden Wortels.

Dan Addeert het gevonden verſchil, tottet grootſte gegeven deel, komt het dubbelt, van't vierkant des grootſte begeerden deels.

Maer ſoo men't treckt van't grootſte ghegheven deel, reſt het dubbelt van't vierkant des begheerden kleynſte deels.

Dit blijckt als volght, laet den Vierkant-wortel zijn $\surd a + \surd b$, ſijn Vierkant is $a + b + 2 \surd ab$, treckt de vierkanten der Deelen van malkander, reſt $aa - 2ab + bb$, ſijn Vierkant-wortel is $a - b$, zijnde het verſchil der Vierkanten op de deelen des wortels.

Addeert $a - b$ tottet grootſte ghegheven deel $a + b$ komt $2a$, zijnde het dubbelt van't vierkant des begeerden grootſten deels.

Ende treckt'et van malkander, reſt $2b$, zijnde het dubbelt van't vierkant des begheerden kleynſten deels, zijnde alſoo den begheerden Wortel $\surd a + \surd b$.

Soder dan is $33 + \surd 800$, ſo wordt den Vierkant-wortel ghetrocken als volght:

$33 + \sqrt{800}$		
33		
1089	33	33
800	17	17
289	50	16
17	25	8

Comt $5 + \sqrt{8}$

De Vierkanten op de deelen van malkander getrocken reſt 289, den Vierkant-wortel hier uyt is 17, deſe 17 gheaddeert tot het grootſte deel 33 komt 50, diens helft 25, voor 't vierkant des begheerden grootſten deels, ende de 17 van 33 af-getrocken reſt 16, diens helft is 8, voor 't vierkant des begeerden kleynſten deels, ſo is de uytkomſt voor 't begeerde $5 + \sqrt{8}$.

Op de ſelve wijſe den Vierkant-wortel ghetrocken uyt $26 - \sqrt{80} - \sqrt{640 - 64\sqrt{80}}$, komt $4 - \sqrt{10 - \sqrt{80}}$, waer van de werckinghe hier volght:

$26 - \sqrt{80} - \sqrt{640 - 64\sqrt{80}}$		
$26 - \sqrt{80}$		
$+676 - 26\sqrt{80}$	$26 - \sqrt{80}$	$26 - \sqrt{80}$
$+80 - 26\sqrt{80}$	$6 + \sqrt{80}$	$6 + \sqrt{80}$
$756 - 52\sqrt{80}$	32	$20 - 2\sqrt{80}$
$640 - 64\sqrt{80}$	16	$10 - \sqrt{80}$
Reſt $116 + 12\sqrt{80}$	Comt $4 - \sqrt{10 - \sqrt{80}}$	
diens wortel $6 + \sqrt{80}$		

Den Vierkantwortel uyt $mm + \frac{pxx}{m} + x\sqrt{4pm}$ is $m + x\sqrt{\frac{p}{m}}$, 't welck ghedaen wordt als volght :

$$
\begin{array}{ll}
mm + \frac{pxx}{m} + x\sqrt{4pm} & \\
mm + \frac{pxx}{m} \quad x\sqrt{4pm} & \\
\hline
m^4 + pmxx \qquad 4pmxx & \\
\quad + pmxx + \frac{ppx^4}{mm} & \\
\hline
m^4 + 2pmxx + \frac{ppx^4}{mm} & \\
\quad 4pmxx & \\
\hline
\text{Reſt } m^4 - 2pmxx + \frac{ppx^4}{mm} & \\
\text{diens wortel } mm - \frac{pxx}{m} &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
mm + \frac{pxx}{m} \\
mm - \frac{pxx}{m} \\
\hline
2mm \\
\hline
mm
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
mm + \frac{pxx}{m} \\
mm - \frac{pxx}{m} \\
\hline
+2\frac{pxx}{m} \\
\hline
\frac{pxx}{m}
\end{array}
$$

Comt $m + x\sqrt{\frac{p}{m}}$.

So mede den vierkantwortel getrocken uyt $\overline{a+b}\sqrt{ab} + 2ab$ komt $\sqrt{\sqrt{a^3b}} + \sqrt{\sqrt{ab^3}}$. Hier van volght het werck.

$$
\begin{array}{cc}
\overline{a+b}\sqrt{ab} & + \quad 2ab \\
\overline{a+b}\sqrt{ab} & 2ab \\
\hline
aa + 2ab + bb & 4aabb \\
ab & \\
\hline
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
\text{komt } a^3b + 2aabb + ab^3 & \\
\text{Treckt} \quad 4aabb & \\
\hline
\text{Reſt } a^3b - 2aabb + ab^3 & \\
\text{diens wortel } \overline{a-b}\sqrt{ab} &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\overline{a+b}\sqrt{ab} \\
\overline{a-b}\sqrt{ab} \\
\hline
2a\sqrt{ab} \\
\hline
a\sqrt{ab}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\overline{a+b}\sqrt{ab} \\
\overline{a-b}\sqrt{ab} \\
\hline
2b\sqrt{ab} \\
\hline
b\sqrt{ab}
\end{array}
$$

Komt het begheerde $\sqrt{a\sqrt{ab}} + \sqrt{b\sqrt{ab}}$
ofte $\sqrt{\sqrt{a^3b}} + \sqrt{\sqrt{ab^3}}$.

Maer sooder een Binomium voor-valt, waer uyt den Wortel niet ghetrocken kan worden als $\frac{1}{2}b+\sqrt{\frac{1}{4}bb-aa}$, daer steldtmen $\sqrt{\frac{1}{2}b+\sqrt{\frac{1}{4}bb-aa}}$, ende also met anderen.

Den Teerlingh-wortel te trecken uyt twee-namighe ghetallen.

WAnneer men eenigh Binomium, in hem selfs Cubic Multipliceert, soo komter altijdt een ander Binomium, ende de differentie van de Vierkanten, op de deelen deser leste, is altijdt gelijck den Teerlingh van de differentie der Vierkanten op de deelen des eersten Binomiums, ofte des Wortels.

Gelijck soder is $a+\sqrt{ab}$, ofte $a-\sqrt{ab}$, dat in hem selfs Cubic ghemultipliceert komt $a^3+3aab+\overline{3aa+ab}\sqrt{ab}$, ofte $a^3+3aab-\overline{3aa+ab}\sqrt{ab}$, de vierkantẽ der deelẽ van malkander getrockẽ rest $a^6-3a^5b+3a^4bb-a^3b^3$, den teerling van $aa-ab$
Ofte $-a^6+3a^5b-3a^4bb+a^3b^3$, dẽ teerling vã $-aa+ab$ zijnde de differentie der Vierkanten op a ende $\sqrt{ab}$, het zy dat aa grooter is, ofte dat ab grooter is. Dit bevindt men mede op dierghelijcke wijse van hoogher Wortelen.

Soo blijckt, wanneer men een Binomium heeft, uyt welck den Cubic-wortel ghetrocken kan worden, ende dat men de Vierkanten der deelen van malkander treckt, dat dese rest, altijdt den Teerlingh is, van de differentie der Vierkanten, op de deelen des Wortels.

Soo men dan uyt eenigh Binomium, den Cubic-wortel treckt ten naesten by, in rationaele ghetallen, soo is ons dan bekendt de somme (of de differentie) van beyde de deelen des Wortels, ende wy hebben door 't voorſchreven bekendt de differentie der Vierkanten, op de deelen des Wortels, ſo kan men hier door, de deelen des wortels yder beſonder vinden.

Want van alle twee ghetallen, ſoo men de differentie der Vierkanten divideert, door beyde de ghetallen t'ſamen, deſe uytkomſt (gheaddeert tot de twee ghetallen t'ſaemen, komt het dubbelt van 't grootſte getal) af getrocken van beyde de ghetallen t'ſamen, reſt het dubbelt van 't kleynſte ghetal.

Ghelijck ſooder is a en b, de differentie der Vierkanten is $aa - bb$, 't ſelve ghedivideert door beyde de ghetallen t'ſaemen als $a + b$, komt $a - b$, hier by addeert $a + b$ komt $2a$, het dubbelt van 't grootſte, van $a + b$ ghetrocken $a - b$ reſt $2b$, het dubbelt van 't kleynſte.

Wanneer men dan den Cubic-wortel wil trecken uyt $20 + \sqrt{392}$, ſoo treckt men eerſt den Cubic-wortel in rationale getallen, als volght, den Vierkant-wortel uyt $\sqrt{392}$ is ſchaers 20, die gheaddeert by de 20, komt 40, hier uyt den Cubic-wortel, komt $3\frac{1}{2}$, doch wat grooter als den waeren, maer het ſcheelt gheen $\frac{1}{2}$.

$$
\begin{array}{l}
20 + \sqrt{392} \\
20 \\
\hline
400 \\
392 \\
\hline
8
\end{array}
\qquad
\sqrt{C}\,\frac{8}{2.}
$$

Komt voor de differentie der Vierkanten op de deelen des Wortels 2, ſoo hebben wy bekendt beyde de deelen t'ſaemen, te weten, $3\frac{1}{2}$, ende de differentie der ſelver Vierkanten, te weten 2, Nu vol-

volghens het voorgaende dese differentie der Vierkanten 2, ghedivideert door beyde de ghetallen t'saemen $3\frac{1}{2}$, komt $\frac{4}{7}$, die gheaddeert tot $3\frac{1}{2}$ komt $4\frac{1}{14}$, het dubbelt van 't grootste, diens helft is 2, voor 't leedighe, van dit vierkant treckt de differentie der Vierkanten zijnde 2, rest 2 voor 't Wortel-ghetal, soo is 't begheerde $2 + \sqrt{}\,2$, dit Cubic ghemultipliceert, komt wederom $20 + \sqrt{}\,392$, so dat dit gevonden den waeren Wortel is.

Maer soo 't leedighe deel kleynder is, dan 't Wortel-ghetal, dan moet men 't dubbeldt van 't kleynste soecken, ghelijck soo men heeft

$$\begin{array}{ccc} 44 & + & \sqrt{}\,1944 \\ 44 & & \sqrt{}\,1944 \\ \hline 1936 & & 1944 \\ & & 1936 \\ \cline{3-3} & & 8 \end{array}$$

den $\sqrt{}$C. is 2, de differentie der vierkanten op de deelen des Wortels.

Den Cubic-wortel in rationaele ghetallen uyt $44 + \sqrt{}\,1944$ is tusschen 4 en $4\frac{1}{2}$.

Nu de differentie der Vierkanten zijnde 2, ghedivideert door beyde de ghetallen t'saemen $4\frac{1}{2}$, komt $\frac{4}{9}$, dit van beyde de ghetallen $4\frac{1}{2}$, af-ghetrocken rest $4\frac{1}{18}$, het dubbeldt van 't kleynste, soo is 't leedighe 2, by dit Vierkant, geaddeert de differentie der Vierkanten, komt 6 voor 't Vierkant van 't grootste, soo is 't begheerde $2 + \sqrt{}\,6$, wanneer men dan dese $2 + \sqrt{}\,6$, in hem selfs Cubic Multipliceert, soo komter wederom $44 + \sqrt{}\,1944$, waer uyt volght dat de ghevonden, den waeren Wortel is. Ende alsoo met anderen.

Merckt wanneer men weet, dat een ghesocht ghetal een heel is, soo mach men wel een ghebroocken soecken, dat een weynigh

grooter

grooter is als 't begeerde, maer 't onderscheydt moet minder zijn als 1, soo volght daer uyt, dat het grootste heele, in 't ghebroocken vervat, het gesochte getal is.

Wijders, soo kan het gebeuren, datter in den Cubic-wortel van eenigh Binomium, ghebroockens komen, wanneer men dat bedencken heeft, soo kan men den Cubic-wortel in rationaele ghetallen, van 't ghegeven Binomium, wel wat naerder soecken, door het by-stellen van eenighe Nullen, ghelijck wanneer men heeft $18 + \sqrt{325}$, daer van is den Cubic-wortel $1\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}}$.

So yemandt hier meer van begheert, besiet het Boeckjen, wiens Opschrift is, *Den onwissen Wis-konstenaer*, &c. door *Iacobum a Waeßenaer*.

HET TWEEDE DEEL.

Van de Verghelijckinghen.

HOe men met de getallen en letteren wercken moet is nu ghenoegh aengewesen, sal nu beginnen aen de Verghelijckinghen. Men noemt het een Verghelijckinghe wanneer een selve Quantiteyt, op tweederley wijsen uyt-gedruckt wordt, ofte dat men een onbekende quantiteyt vindt, die ghelijck is, met eenighe bekende, of met eenighe bekende en onbekende, door malkander.

Dese Verghelijckinghen, worden ghenoemt van soo veel Dimensien, alsser in de onbekende quantiteyt, die de meeste Dimensien heeft, Dimensien zijn, ghelijck soo men heeft $z \propto b$, dat is z ghelijck b, (want men steldt het teecken $\propto$ om kortheydt in de plaets van ghelijck) dat noemt men een verghelijckingh van een Dimensie, so men heeft $zz \propto -az+bb$, van twee Dimensien, soo men heeft $z^3 \propto +azz+bbz-c^3$, van drie Dimensien, ende soo voorts.

De verhandelinge van dese vergelijckingen verdeelen wy in vier Hooft-stucken, te weten: het eerste Hooft-stuck sal zijn van 't veranderen der vergelijckingen, sonder dat de wortelen verandert worden. Het tweede Hooftstuck vande natuer der vergelijckingen, ten aensien van hare wortelen. Het derde Hooftstuck van 't veranderen der vergelijckingen, waer door de wortelen mede verandert worden. En 't vierde Hooftstuck, hoemen een vergelijckinge oplossen moet.

Het

Het eerſte Hooft-ſtuck.

Van 't veranderen der verghelijckinghen, ſonder dat de Wortelen verandert worden.

WAnneer ons in de bewerckingh van eenighe Queſtie, een Verghelijckingh voor-komt, ſoo kan die veeltijdts tot een ſlechter ofte ghevoeghelijcker verandert worden, het zy, door aen weder-zijden even veel by te addeeren ofte af te trecken, of dat men 't aen weder-zijden, door een ſelve ghetal Multipliceert, ofte Divideert, door welcke dinghen de vergelijckinghe wel veranderingh krijght, maer de Quantiteyten blijven evenwel teghens malkander ghelijck, even als 't toe-gaet in een ghelijcke Waegh ofte Balance, daer men aen weder-zijden even veel by doet ofte even veel af neemt, of dat aen weder-zijden met een ſelve ghetal vermeerdert, ofte door een ſelve ghetal verminderdt wordt, want die blijft door deſe dinghen al even ghelijck. Soo is 't mede te verſtaen, wanneer men uyt yder zijde een ſelve wortel treckt. Dit alles kan geſchieden, ſonder dat de weerde der wortelen veranderdt worden, ghelijck hier volght.

Hoe men het overtollighe van een Verghelijckinghe wech kan doen, ende haer ghedaente kan veranderen, door Addeeren ofte Subſtraheeren.

Ghelijck ſoo men heeft $3x - 30 \propto 50$, ende ſoo men by yder zijde addeert $+ 30$, ſo komter $3x \propto 80$.

Soder is $x - 5 \propto 0$, ende dat men aen weder-zijden 5 by doet, ſoo heeft men $x \propto 5$.

Soo

Soo mede hebbende $dx - ad \propto bc - cx$, ende dat men aen weder-zijden $cx + ad$, addeert, ſoo krijght men $cx + dx \propto bc + ad$, ende alſo met andere diergelijcke.

Maer ſoo men heeft $y + a$ gelijck b, ende datmen van weder-zijden treckt $+ a$, komt $y \propto b - a$.

Sooder is $xx + 6x + 25 \propto 3x + 75$, ende dat men van weder-zijden treckt $3x + 75$, ſo heeft men $xx + 3x - 50 \propto 0$.

Ende ſoo men heeft $az - ab \propto - bz - cc$, ende dat men de Verghelijckinghe aen weder-zijden, treckt van o, ſoo komter $- az + ab \propto + bz + cc$, ende alſo met andere diergelijcke.

Hoe men de Ghebroockens van een Verghelijckinghe veranderdt in heele, en de Wortel-ghetallen in rationale Ghetallen, door 't Multipliceeren.

Soo men heeft $x + \frac{3}{x}$ gelijck 10, ſoo multipliceert men alles met x komt $xx + 3 \propto 10x$.

Wanneerder is $\frac{ab+bb}{a+z} \propto c$, ſoo multipliceert alles met $a + z$, ſo komter $ab + bb \propto ac + cz$.

Sooder is $\frac{yy}{b} + \frac{by-dd}{c} \propto a$, ſoo menichvuldight alles met bc, komt $cyy + bby - bdd \propto abc$.

Ende ſoo men heeft $\frac{cx}{a}$ ghelijck $\frac{xx+ab}{b+c}$, ſoo multipliceert alles met a, ende dan alles met $b + c$, dat is, multipliceert in 't kruys, te weten, a met $xx + ab$, komt $axx + aab$, ende cx met $b + c$, komt $\overline{bc + cc}, x$, ſo is $axx + aab \propto \overline{bc + cc}\,x$.

Maer ſooder komt $\frac{cyy}{ab}$ gelijck $\frac{bbx+b^3}{aa}$, ſo mach men de Noemers teghens malkanderen minderen door a, ende menichvuldighen dan in 't kruys, ſo komt $b^3x + b^4 \propto acyy$.

Soo mach men mede de Tellers teghens malkanderen minderen als daer men heeft $\frac{ax}{b} \propto \frac{b+cx}{y}$; deſe Tellers gemindert door x,

 ende

ende dan in 't kruys ghemultipliceert komt $bb + bc \propto ay$.

Voorts wanneer men heeft $x \propto \sqrt{aa + bb}$, ſoo menichvuldight wederzijden in zich ſelven komt $xx \propto aa + bb$.

Ende wanneerder is $\sqrt{y} \propto \sqrt{\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb + aa}}$, ende dat men de Wortel-ghetallen wil wech hebben, ſo Multipliceert, weder-zijden, in zich ſelfs, komt $y \propto \frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{1}{4}bb + aa}$, treckt dan van yder zijde $\frac{1}{2}b$, komt $y - \frac{1}{2}b \propto \sqrt{\frac{1}{4}bb + aa}$. Dan wederom yder zijde in zich ſelfs ghemultipliceert, komt $yy - by + \frac{1}{4}bb \propto \frac{1}{4}bb + aa$, dan treckt ten leſten van weder-zijden $\frac{1}{4}bb + aa$ blijft $yy - by - aa \propto 0$.

Op de ſelve wijſe, wanneer men heeft $x \propto 3 + \sqrt{5}$, ſoo treckt van weder-zijden 3, komt $x - 3 \propto \sqrt{5}$, ende dit aen beyde zijden in 't vierkant ghemultipliceert komt $xx - 6x + 9 \propto 5$, dan van weder-zijden 5 af-ghetrocken reſt $xx - 6x + 4 \propto 0$. Merckt, door deſe wijſe kan men ſien, wanneer ons, ſoodanighe vergelijckingh ghegheven wordt, hoe men wederom tot de weerde van x kan komen, want het leedighe zijnde 3, is de helft van 6, ende het wortel-ghetal, is de differentie tuſſchen 't vierkant van de ſelve 3, ende de gegeven 4. ende alſo met anderen.

Hoe men een Vergelijckingh vermindert door 't Divideeren, ende het Wortel-trecken.

GHelijck ſoo men heeft $3xx \propto 36x$, deeldt alles door $3x$, komt $x \propto 12$.

Sooder is $cz - bz \propto ab - bb$, deeldt alles door $c - b$ komt $z \propto \frac{ab - bb}{c - b}$.

Ende ſo men heeft $aax - acx + acd - ccd \propto axx - cxx + a^3 - aac$, ſoo divideert aen weder-zijden door $a - c$, komt $ax + cd \propto xx + aa$. ende alſo met diergelijcke.

Vor-

Vorder ſooder is $xx \infty 36$, treckt aen wederzijden den Vierkant-wortel, komt $x \infty 6$.

Soo $aa + 2ab + bb$ gelijck is met xx, treckt aen weder-zijden den Vierkant-wortel komt $a + b \infty x$.

So men heeft $yy \infty aa + bb$, treckt aen weder-zijden den vierkant-wortel, komt $y \infty \sqrt{aa + bb}$.

Sooder is $zz \infty aa + bc + 2a\sqrt{bc}$, treckt aen weder-zijden den vierkant-wortel komt $z \infty a + \sqrt{bc}$.

Wanneer men heeft $x^4 - 10x^3 + 25x \infty 11 + \sqrt{2}$, ende dat men aen weder-zijden den Vierkant-wortel treckt, komt $xx - 5x \infty \sqrt{11 + \sqrt{2}}$, ende alſoo met anderen.

Soo is 't mede te verſtaen van de Verghelijckinghen daer den Cubic-wortel, ende noch hoogher, uyt ghetrocken moeten worden.

Het tweede Hooft-ſtuck.

Van de natuer der Vergelijckinghen, ten aenſien van haere Wortelen.

MEn kan wanneer men een Verghelijckinghe heeft uyt zijn gheſtelteniſſe verſcheyde dingen van ſijn wortels bemercken, die ons tot de oploſſinghe ſeer konnen helpen, maer het dient dat men de Verghelijckinghe eerſt verandert, door de leſt-voorgaende weghen, tot een ſoodanighe, alwaer alle de quantiteyten t'ſamen zijn ghelijck niet, vermidts wy de natuer der Verghelijcghen, op die wijſe beſchrijven ſullen.

Hoe veel Wortels yeder Verghelijckinghe hebben kan.

MEn moet hem inbeelden, dat yeder verghelijckinghe, daer van de onbekende quantiteyt eenighe Dimensien heeft, voortgekomen is, uyt de Multiplicatie van eenighe andere vergelijckingen, gelijck so men heeft $xx - 5x + 6 \infty 0$, so beeltmen hem in, dat die voort-ghekomen is, uyt de Multiplicatie van twee anderen, als $x - 2 \infty 0$, met $x - 3 \infty 0$, dat is van $x \infty 2$, ende $x \infty 3$, soo dat $xx - 5x + 6 \infty 0$, twee wortels heeft, dat is de waerde van x doet 2, eñ ook 3. So mede $x^3 - 9xx + 26x - 24 \infty 0$, beeldt men hem in, voortghekomen te wesen uyt de Multiplicatie van drie andere van een Dimensie, ghelijck hy voort-ghekomen is, uyt de Multiplicatie van $x - 2 \infty 0$, $x - 3 \infty 0$, ende $x - 4 \infty 0$, soo datter in $x^3 - 9xx + 26x - 24 \infty 0$ (van welck de onbekende quantiteyt x drie Dimensien heeft) drie wortels zijn, te weten 2, 3, en 4, waer uyt beslooten wordt, dat yeder Verghelijckinghe soo veel wortels hebben kan, als de onbekende quantiteyt Dimensien heeft.

Welcke de valsche wortels zijn.

VVAnneer eenighe Wortel minder is als niet, dat wordt een valsche Wortel ghenoemt, ghelijck sooder is $x \infty - 5$, dat is $x + 5 \infty 0$, wanneer men dit menichvuldight met $x^3 - 9xx + 26x - 24 \infty 0$, so komter $x^4 - 4x^3 - 19xx + 106x - 120 \infty 0$, welcke Verghelijckinghe dan vier Wortels heeft, te weten, drie waere, zijnde 2, 3, ende 4, ende een valsche zijnde $- 5$.

Hoe veel alle de wortelen van een vergelijckinge t'ſaemen in een Somma doen.

DE Verghelijckinghen aldus aenghemerckt zijnde, ſoo bevindt men dat alle de wortels t'ſaemen gheaddeert in een Somma, even ſoo veel doen, als de bekende quantiteyt van de tweede term, met de teeckens + of —, gaet'et als volght, Soo d'eerſte term is + en de tweede —, of d'eerſte — en de tweede +, ſoo doen alle de wortels t'ſaemen + de bekende quantiteyt des tweeden terms, maer ſoo de eerſte en tweede term beyde + oft beyde — zijn, ſoo doen alle de Wortels t'ſaemen — de bekende quantiteyt des tweeden terms. Ghelijck in de left-voorgaende Verghelijckinghe, doen alle de wortelen t'ſamen geaddeert + 4. Dit kan alſoo beweſen worden, laeter zijn $x - a \propto o$, $x - b \propto o$ en $x + c \propto o$, deſe t'ſaemen ghemultipliceert, komt deſe Verghelijckinghe,

$$\begin{array}{llll} +x^3 & -a\,xx & +a\,b\,x & +a\,b\,c \propto o \\ & -b & -a\,c & \\ & +c & -b\,c & \end{array}$$

Soo ſiet men dat de bekende Quantiteyt van de tweede term beſtaet in de ſomme van de drie wortels $+a$, $+b$, en $-c$, doch de teeckens zijn malkander contrarie, om dat de eerſte term + is.

Soo volght hier uyt, wanneer men in de Verghelijckinghen van twee Dimenſien, een wortel bekendt heeft, dat d'ander dan mede bekendt is, ende wanneer men in de Verghelijckinghen van drie Dimenſien twee Wortels bekendt heeft, dat de derde dan mede bekendt is, ende ſoo voorts.

Hoe veel de uytkomst is, wanneer men alle de wortelen van een Verghelijckinghe met malkander Multipliceert.

WAnneer alle de wortels van een Verghelijckinghe t'ſaemen ghemultipliceert worden, ſoo is de uytkomſt ghelijck de bekende leſte term, want in de Vergelijckinghe van welck de drie wortels zijn a, b, en c, doet de leſte term abc.

Hoe men de Dimenſien van een Verghelijckinge verminderen kan, wanneer een wortel bekent is.

UYt al dit voorgaende volght, wanneer men een Verghelijckinghe heeft, waer van een wortel bekendt is, dat men die Vergelijckinghe daer door een Dimenſie kan verminderen. Want men behoeft niet anders te doen, dan Divideeren de Verghelijckinghe, door de onbekende quantiteyt min de bekende wortel ſo de wortel waer is, maer ſo hy vals is, door de onbekende quantiteyt + de bekende wortel.

Hoe onderſocht kan worden oft een ghegeven quantiteyt een van de wortelen is.

WAnneerder een verghelijckinghe voor valt, ende dat men die door de onbekende quantiteyt + of — een ghegheven quantiteyt, divideeren kan ſonder overſchot, ſoo volght dat die ghegheven quantiteyt een der wortelen is, Maer ſooder in de Diviſie overſchiet, dat betoont dat die ghegheven quantiteyt gheen wortel en is, ghelijck deſe Verghelijckinghe

$$x^4 - 4x^3 - 19xx + 106x - 120 \infty 0:$$

Kan

Kan wel ghedivideert worden door $x - 2$, door $x - 3$, door $x - 4$, ende door $x + 5$, maer niet door $x +$ of $-$ eenighe andere quantiteyt, of daer ſal overſchot zijn, dat betoont dat de ſelve gheen wortels hebben kan dan de vier 2, 3, 4, en $- 5$.

Hoe veel waere Wortels yder Verghelijckinghe hebben kan.

SOo menighmael als in een Verghelijckinghe het teecken $-$, het teecken $+$, ofte het teecken $+$, het teecken $-$ volght, ſo veel waere Wortelen kan de verghelijckinghe hebben. Ende ſoo veel valſche alſſer twee teeckens $+$, of twee teeckens $-$, malkander volgen, gelijck deſe $x^4 - 4x^3 - 19xx + 106x - 120 \propto 0$. Alwaer men naer $+x^4$ heeft $-4x^3$, ende naer $-19xx$ heeftmen $+106x$, ende naer $+106x$ heeft men -120, dat betoont datter drie waere wortels zijn, en maer een valſche, om datter maer eens twee ghelijcke teeckens malkander volgen, te weten $-4x^3$ en $-19xx$.

Sooder een Verghelijckinghe voor valt, alwaer een term ontbreeckt, daer ſteldt men in de plaets $+0$, is 't dat de eerſte term $+$ is, anders $-$, gelijck ſooder is $y^3 * + py - q \propto 0$, ſoo mach men ſtellen $y^3 + 0yy + py - q \propto 0$, ende men bevindt een waere wortel, en twee valſche.

Maer dit alles is te verſtaen, wanneerder in die Vergelijckingen uyt welcker Multiplicatie de ghegheve verghelijckingh voortghekomen is, gheen termen ontbroocken hebben: ghelijck ſoo men Multipliceert $y^3 * + py - q \propto 0$ met $y - b \propto 0$, ſoo komter $y^4 - by^3 + pyy \begin{matrix} -qy \\ -bp \end{matrix} + bq \propto 0$, in welck het niet en volght.

Hoe men maeckt dat de valsche wortelen van een Verghelijckinghe waer, en de waere Wortelen valsch worden.

MEn kan seer licht in een selfde Vergelijckinghe maecken dat alle de valsche wortels waere, ende dat alle de waere wortels valsch worden, niet anders doende dan datmen alle de teeckens + en — verwisselt, die daer zijn in de tweede, in de vierde, in de seste, en voorts in alle plaetsen, die met even getallen getelt worden, sonder de teeckens te veranderen staende in de eerste, inde derde, in de vijfde, en voorts die in de plaetsen staen die met on-even ghetallen gheteldt worden, ghelijck in de plaets van

$$+x^4 - 4x^3 - 19xx + 106x - 120 \propto 0$$

Schrijftmen

$$+x^4 + 4x^3 - 19xx - 106x - 120 \propto 0.$$

so heeftmen een vergelijckinghe, in welck een waere wortel is, te weten + 5, en drie valsche wortelen namelick — 2, — 3, en — 4.

Soo en is mede onder dese twee verghelijckinghen

$$z^3 \propto * + pz + q$$
$$z^3 \propto * + pz - q$$

gheen onderscheydt, dan alleen dat in d'eene waere wortels zijn, zijn in d'andere valsche, soo dat dese en dierghelijcke op een wijse op-gheloft konnen worden.

Dat de wortelen, soo wel de waere als de valsche dadelijck of inbeeldigh konnen zijn.

DE waere wortelen soo wel als de valsche en zijn niet altijdt dadelijck, maer somtijdts alleenlijck inbeeldigh, dat is, dat men

men hem altijdt in yeder verghelijckingh, ſoo veel wortelen kan in-beelden, als wy beſchreven hebben, maer datter ſomtijdts gheen Quantiteyt en is, die met de ghene over-een komt die men hem in-beeldt: ghelijck al is 't dat men hem in-beeldt dat deſe Verghelijckingh $x^3 - 6xx + 13x - 10 \propto 0$, drie wortels heeft, ſo heeft hy evenwel niet meer dan een daedelijcke, zijnde 2, ende de twee andere wortels, hoe men daer mede te werck gaet, blijven niet dan inbeeldigh.

Het derde Hooft-ſtuck.

Van 't veranderen der Verghelijckinghen, waer door de wortelen mede verandert worden.

MEn kan een verghelijckinghe alſoo veranderen, dat daer door de wortels, ſonder datmenſe weet een bekendt ghetal vergroot of verkleynt worden. Ende men kan met de verghelijckingh te veranderen, de onbekende wortels, door een bekendt getal Multipliceeren ofte Divideeren, welcke veranderingen hier vervolgens beſchreven worden, ende hebben veel gebruyck.

Hoe men de wortelen van een vergelijckinge kan vermeerderen of verminderen, ſonder die te kennen.

WAnneer men de wortelen van een verghelijckingh ſonder die te kennen een ſeeckere Quantiteyt wil vermeerderen of verminderen, ſoo doet men niet anders, dan in plaets van 't teecken daer de onbekende Quantiteyt mede gheteeckent wordt, ſteldt men een ander teecken, dat ſoo veel grooter of kleynder is, als-men begeert dat de Wortelen grooter oft kleynder ſullen worden, ende die ſteldt men over-al in de plaets van de eerſte.

Ghelijck ſoo men de Wortelen van deſe Verghelijckinghe $x^4 + 4x^3 - 19xx - 106x - 120 \propto 0$, met 3 wil vermeerderen, ſoo moet men y, in de plaets van x, nemen, en dencken, dat deſe quantiteyt y, 3 meer is, dan x, alſoo dat $y - 3$ is ghelijck x, ende in de plaets van xx moet men 't vierkant van $y - 3$ ſtellen, te weten $yy - 6y + 9$, ende in de plaets van x^3 moet men ſtellen, des ſelfs Teerlingh, zijnde $y^3 - 9yy + 27y - 27$, ende ten leſten in de plaets van x^4 ſteldt men $y^4 - 12y^3 + 54yy - 108y + 81$, ghelijck hier volght:

$$
\begin{array}{rrrrrll}
\text{ſchrijft } y^4 & -12y^3 & +54yy & -108y & +81 & \text{in de plaets van} & x^4 \\
 & +4y^3 & -36yy & +108y & -108 & \text{- - -} & +4x^3. \\
 & & -19yy & +114y & -171 & \text{- - -} & -19xx. \\
 & & & -106y & +318 & \text{- - -} & -106x. \\
 & & & & -120 & \text{- - -} & -120. \\
\hline
y^4 & -8y^3 & -1yy & +8y & * \propto 0 & &
\end{array}
$$

ofte $y^3 - 8yy - y + 8 \propto 0$, de waere wortel die 5 was is nu 8, om datſe met 3 vermeerdert is, hier bemerckt men dat 3 een van de valſche wortels is, om dat de verghelijckinghe hier door een Dimenſie vermindert.

Maer ſoo men daer-en-teghen de wortels van deſe verghelijckinghe met 3 wil verminderen, ſo moet men $y + 3 \propto x$ ſtellen, ende $yy + 6y + 9 \propto xx$, ende ſoo voorts, in voeghen dat men in de plaets van

$x^4 + 4$

$$x^4 + 4x^3 - 19xx - 106x - 120 \;\infty\; 0$$

Steldt

$$\begin{array}{rrrrr}
y^4 + 12y^3 & + 54yy & + 108y & + 81 \\
+ 4y^3 & + 36yy & + 108y & + 108 \\
 & - 19yy & - 114y & - 171 \\
 & & - 106y & - 318 \\
 & & & - 120 \\
\hline
y^4 + 16y^3 & + 171yy & - 4y & - 420 \;\infty\; 0.
\end{array}$$

Dat men met de waere wortelen te vermeerderen de valſche vermindert, en in teghendeel

HEt volght wanneer men de waere Wortelen een ſeeckere Quantiteyt vermeerderdt dat de valſche om datſe — zijn, ſoo veel verminderen, ende indien men, ſoo wel de valſche als de waere wortelen, met een quantiteyt die hen ghelijck is, vermindert, ſoo worden ſy niets, ende indien de quantiteyt hen overtreft, ſoo worden de waere valſche, of de valſche, waere wortelen, gelijck hier daer men de waere wortel die 5 was, met 3 vermeerderdt, yder der valſche wortelen met 3 verminderdt, in voeghen dat de gheen die — 4 was, is nu — 1, en de gheen die — 3 was is niets, en de gheen die — 2 was, is een waere gheworden, ende doet + 1, want — 2 + 3 maeckt + 1. Daerom en zijn in deſe vergelijckingh $y^3 - 8yy - y + 8 \;\infty\; 0$ niet meer als drie wortelen, onder de welcke twee waere zijn, te weten 1, en 8, ende een valſche zijnde — 1.

Hier blijckt hoe men maecken kan, dat alle de wortelen van een verghelijckingh waere worden, met alleen dit te doen, dat men de verghelijckingh met een quantiteyt vermeerdert, die de grootſte valſche wortel overtreft.

Hoe men de tweede Term van een Verghelijckinghe kan wech nemen.

Hier vooren is verklaert, datter in yder Verghelijckinge, so veel wortels zijn, als de onbekende quantiteyt Dimensien heeft, mede dat alle de wortelen t'saemen gheaddeert, so veel doen, als de bekende quantiteyt van de tweede term, doch met zijn contrarie teecken van + of —, soo de eerste term + is, soo volght dan wanneer men de tweede term van een Verghelijckinghe wil o ghemaeckt hebben, dat men de bekende quantiteyt van de tweede term moet deelen door 't ghetal der wortelen, ende met de uytkomst moet men dan de wortelen verminderen, is 't dat de eerste term gheteeckent is met +, en de tweede —, oft men moetse met de selve quantiteyt vermeerderen, soose beyde het teecken + of beyde het teecken — hebben, ghelijck om de tweede term van de leste verghelijckingh wech te doen zijnde

$$y^4 + 16y^3 + 71yy - 4y - 420 \infty 0.$$

Soo deeldtmen 16 door 4, om dat y^4 vier Dimensien heeft, komt 4, daerom stel ick $z - 4 \infty y$, ende schrijf

$$\begin{array}{rrrrrl}
z^4 - 16z^3 & + 96zz & - 256z & + 256 & \text{voor} & + y^4. \\
+ 16z^3 & - 192zz & + 768z & - 1024 & --- & + 16y^3. \\
 & + 71zz & - 568z & + 1136 & --- & + 71yy. \\
 & & - 4z & + 16 & --- & - 4y. \\
 & & & - 420 & --- & - 420 \\
\hline
z^4 \quad * & - 25zz & - 60z & - 36 & \infty 0. &
\end{array}$$

De waere wortel die 2 was, is nu 6, om datze met 4 vermeerderdt

derdt is, ende de valſche die -5, -6, en -7 waeren, en zijn nu niet meer dan -1, -2, en -3.

Alſoo mede, wanneer men de tweede Term wil wech nemen Van

$$\begin{array}{l} x^4 - 2ax^3 + 2aaxx - 2a^3x + a^4 \propto 0 \\ - cc \end{array}$$

Om dat $2a$ ghedeelt door 4 komt $\frac{1}{2}a$, ſoo ſteltmen $z + \frac{1}{2}a \propto x$, ende men ſchrijft

$$\begin{array}{rrrrr} z^4 + 2az^3 & + \frac{3}{2}aazz & + \frac{1}{2}a^3z & + \frac{1}{16}a^4 \\ -2az^3 & -3aazz & -\frac{3}{2}a^3z & -\frac{1}{4}a^4 \\ & +2aazz & +2a^3z & +\frac{1}{2}a^4 \\ & -cczz & -accz & -\frac{1}{4}aacc \\ & & -2a^3z & -a^4 \\ & & & +a^4 \\ \hline z^4 \quad * & +\frac{1}{2}aazz & -a^3z & +\frac{5}{16}a^4 \propto 0 \\ & -cc & -acc & -\frac{1}{4}aacc \end{array}$$

Soo men daer naer de weerde van z vindt, ſoo moet men daer by addeeren $\frac{1}{2}a$, ſoo heeft men de weerde van x.

Hoe men door deſe wijſe de Vergelijckingen van twee Dimenſien kan ontbinden.

SOo men een Verghelijckinghe van twee Dimenſien heeft, die kan op deſe wijſe ontbonden worden, ghelijck laeter zijn $xx + px + q \propto 0$, deſe verghelijckinghe heeft twee wortels, die doen t'ſaemen $-p$, daerom ſteldt om de tweede term wech te krijghen $y - \frac{1}{2}p \propto x$, ende $yy - py + \frac{1}{4}pp \propto xx$, ghelijck hier volght.

 Steldt

$$\begin{array}{lll} \text{Steldt } yy - py + \tfrac{1}{4}pp. & \text{voor} & +xx\,. \\ \quad +py - \tfrac{1}{2}pp & \text{---} & +px\,. \\ \quad\quad + q & \text{---} & +q\,. \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} \text{Komt} & yy & * & -\tfrac{1}{4}pp + q \infty 0 \\ \text{So is} & yy & \infty & +\tfrac{1}{4}pp - q \\ \text{En} & y & \infty & \sqrt{\tfrac{1}{4}pp - q} \end{array}$$

Ende x, $\infty\, y - \frac{1}{2}p$, $\infty -\frac{1}{2}p + \sqrt{\frac{1}{4}pp - q}$, nu om dat de twee wortelen t'ſaemen doen $-p$, daerom doet d'ander wortel $-\frac{1}{2}p - \sqrt{\frac{1}{4}pp - q}$.

Wanneer wy dan hebben $xx + 4x - 96 \infty 0$, ſoo is $p \infty 4$ en $q \infty -96$, ſoo komt voor de twee begheerde wortels

$$\begin{array}{llll} -2 + \sqrt{4 + 96} & \text{dat is } -2 + \sqrt{100} & \text{of} & +8 \\ -2 - \sqrt{4 + 96} & \text{dat is } -2 - \sqrt{100} & \text{of} & -12 \end{array}$$

ſoo volght hier uyt deſen

Regel voor de Vierkant-vergelijckingen.

Soo men heeft $+xx.\ \ px.\ \ q.\ \ \infty 0.$ ſoo ſteldt voor de begeerde wortels

$$\begin{array}{l} \tfrac{1}{2}p + \sqrt{\tfrac{1}{4}pp.\ \ q.} \\ \tfrac{1}{2}p - \sqrt{\tfrac{1}{4}pp.\ \ q.} \end{array}$$

De teeckens $+$ en $-$ die ick niet gheſteldt en hebbe, ſchrijft als volght.

Sooder ſtaet $-p$, ſteldt in de wortels $+\frac{1}{2}p$, anders $-\frac{1}{2}p$.

Sooder ſtaet $-q$, ſteldt in de wortels $+\ q$, anders $-\ q$.

Als by voorbeeldt laeter zijn $xx - 38x + 336 \infty 0$, p doet hier 38, en q doet 336. So zijn de wortelen

$$\begin{array}{lll} +19 + \sqrt{361 - 336.} & \text{dat is } +19 + \sqrt{25.} & \text{of } 24, \\ +19 - \sqrt{361 - 336.} & \text{dat is } +19 - \sqrt{25.} & \text{of } 14. \end{array}$$

Want

Want $\frac{1}{2}p$ doet 19, en diens vierkant dat is $\frac{1}{4}pp$, doet 361, ende alsoo met alle andere.

Hoe men door dese middel alle de Teerlinghs-verghelijckinghen brenght tot driederleye voorvallen.

WAnneer men de tweede Term van een Teerlinghs-verghelijckinghe wech doet, soo wordt sy ghebracht tot een van dese drie voorvallen,

$$\begin{array}{llll} y^3 & \propto & * & -py+q. \\ y^3 & \propto & * & +py+q. \\ y^3 & \propto & * & +py-q. \end{array}$$

Ghelijck soo men heeft $x^3 + axx + bx + c \propto 0$. Dese verghelijckinghe kan drie wortels hebben, die t'saemen gheaddeert doen $-a$, daerom soo men yeder wortel met $\frac{1}{3}a$ vermeerderdt, soo sullen de drie wortels t'saemen doen 0. Daerom steldt $y - \frac{1}{3}a \propto x$, en $yy - \frac{2}{3}ay + \frac{1}{9}aa \propto xx$, ende $y^3 - ayy + \frac{1}{3}aay - \frac{1}{27}a^3 \propto x^3$, ghelijck hier volght:

$$\begin{array}{rrrr} y^3 & -ayy & +\frac{1}{3}aay & -\frac{1}{27}a^3 \\ & +ayy & -\frac{2}{3}aay & +\frac{1}{9}a^3 \\ & & +\;b\;y & -\frac{1}{3}ab \\ & & & +\;c \\ \hline y^3 & * & -\frac{1}{3}aay & +\frac{2}{27}a^3 \propto 0 \\ & & +\;b & -\frac{1}{3}ab \\ & & & +\;c \end{array}$$

Wanneer men dan heeft $x^3 - 4xx - 15x + 18 \propto 0$, soo is

$a \propto$

$a \infty -4$, $b \infty -15$, ende $c \infty 18$, soo komter, als men in de plaets van letters ghetallen steldt

$$\begin{array}{l} y^3 * -\tfrac{16}{3}y - \tfrac{128}{27} \infty 0 \\ \quad\;\; -15y - 20 \\ \qquad\qquad +18 \\ \hline y^3 * - 20\tfrac{1}{3}y - 6\tfrac{20}{27} \infty 0, \text{ ende } y + \tfrac{4}{3} \infty x. \end{array}$$

Soo vinden wy hier desen

Reghel, om de tweede term van de Teerlinghs-verghelijckinghen wech te doen.

Soo men heeft $+x^3.\ a\,x\,x.\ b\,x.\ c.\ \infty 0$, soo steldt in de plaets

$$\begin{array}{llll} +y^3 * & -\tfrac{1}{3}aa\,y. & \tfrac{2}{27}a^3 & \infty 0 \\ & \quad b & \tfrac{1}{3}ab & \\ & & \;c & \end{array}$$

De tekens $+$ en $-$, die ongestelt ghelaeten zijn, stelt als volght:

Sooder staet $+a$, steldt $+\tfrac{2}{27}a^3$, anders $-$

Sooder staet $+b$, steldt $+\ b$, anders $-$

Sooder staet $\begin{matrix} +a+b \\ \text{of } -a-b \end{matrix}$ steldt $-\tfrac{1}{3}ab$, maer so 't een is $+$, en 't ander $-$, of 't een $-$ en 't ander $+$ steldt $+\tfrac{1}{3}ab$.

Sooder staet $+c$, steldt $+c$, anders $-$

ende sooder staet $+a$, dan is $x \infty y - \tfrac{1}{3}a$, anders $x \infty y + \tfrac{1}{3}a$,

Als by voorbeeldt soo men heeft

$$\begin{array}{cccc} & a. & b. & c. \\ x^3 & -1\,x\,x & -36\,x & -324 \infty 0 \end{array}$$

Soo komter in de plaets

$$\begin{array}{llll} y^3 * & -\tfrac{1}{3}y & -\tfrac{2}{27} & \\ & -36 & -12 & \\ & & -324 & \\ \hline y^3 * & -36\tfrac{1}{3}y & -336\tfrac{2}{27} \infty 0, & \text{ende } y + \tfrac{1}{3} \infty x. \end{array}$$

Wan-

Wanneer men uyt dese Verghelijckinghe de weerde van y ghevonden heeft, soo moetmender $\frac{1}{3}$ by doen, soo heeft men de weerde van x, ende alsoo met anderen.

Hoe men een Regel vindt om van alle Vierkants-vierkant Verghelijckingen de tweede Term wech te doen.

HEt valt somtijdts voor dat men de tweede term van de vierkants-vierkant-verghelijckinghen, moet wech doen, om daer toe een reghel te vinden, soo doetmen in een voorval, waer van alle de termen met $+$ gheteeckent zijn, de tweede term wech, dan vindt men daer uyt dese volgende regel.

Soo men heeft $+\,x^4.\ a x^3.\ b x x.\ c x.\ d.\ \infty\ 0$
dan steldt men in de plaets

$$\begin{array}{lllll} y^4 & * & -\frac{3}{8}\,a a y y & \frac{1}{8}\,a^3 y & -\frac{3}{256}\,a^4 \;\infty\; 0 \\ & & \quad b. & \frac{1}{2}\,a b & \;\;\frac{1}{16}\,a a b \\ & & & \quad c. & \;\;\frac{1}{4}\,a c \\ & & & & \quad\; d \end{array}$$

De teeckens $+$ en $-$ die ongesteldt ghelaten zijn, die steldt als volght:

$$\text{Sooder staet} \begin{cases} -a, & \text{steldt } -\frac{1}{8}\,a^3. \\ +a, & \text{steldt } +\frac{1}{8}\,a^3. \end{cases}$$

$$\text{Sooder staet} \begin{cases} -a-b, & \text{steldt } -b-\frac{1}{2}\,ab-\frac{1}{16}\,aab. \\ -a+b, & \text{steldt } +b+\frac{1}{2}\,ab+\frac{1}{16}\,aab. \\ +a+b, & \text{steldt } +b-\frac{1}{2}\,ab+\frac{1}{16}\,aab. \\ +a-b, & \text{steldt } -b+\frac{1}{2}\,ab-\frac{1}{16}\,aab. \end{cases}$$

Sooder ſtaet $\left\{\begin{array}{l} -a-c,\ \text{ſteldt} -c-\frac{1}{4}ac. \\ -a+c,\ \text{ſteldt} +c+\frac{1}{4}ac. \\ +a-c,\ \text{ſteldt} -c+\frac{1}{4}ac. \\ +a+c,\ \text{ſteldt} +c-\frac{1}{4}ac. \end{array}\right.$

Sooder ſtaet $\left\{\begin{array}{l} +d,\ \text{ſteldt} +d. \\ -d,\ \text{ſteldt} -d. \end{array}\right.$

Ende ſoder ſtaet $\left\{\begin{array}{l} +a,\ \text{ſteldt}\ y-\frac{1}{4}a \propto x. \\ -a,\ \text{ſteldt}\ y+\frac{1}{4}a \propto x. \end{array}\right.$

Als by voorbeeldt ſoo men heeft

$$\overset{}{x^4} \overset{a}{+4x^3} \overset{b}{-3xx} \overset{c}{-8x} \overset{d}{+4} \propto 0,$$

Soo ſteldt men in de plaets

$$\begin{array}{cccccc} y^4 & * & -6yy & +8y & -3 & \\ & & -3 & +6 & -3 & \\ & & & -8 & +8 & \\ & & & & +4 & \\ \hline y^4 & * & -9yy & +6y & +6 & \propto 0, \end{array}$$

ende $y-1 \propto x$.

Op diergheliјcke wijſe mede met alle andere.

Hoe dat men de leſte term op een naer, kan wech-nemen.

SOo men begheert, dat van een Verghelijckingh de leſte Term op een naer, Nul is, dan moet eerſt de tweede term wech ghedaen worden, gelijck wy aengeweſen hebben, dan doetmen voorts ghelijck hier volght: Later weſen $x^4 * -qxx + rx - s \propto 0$. Steldt de leſte term $s \propto xz$, dan is $\frac{s}{x} \propto z$, en $\frac{s}{z} \propto x$, $\frac{ss}{zz} \propto xx$,

ende

ende $\frac{s^4}{z^4} \infty x^4$, doet in de verghelijckingh de x wegh, ſoo heeft men $\frac{s^4}{z^4} * - \frac{qss}{zz} + \frac{rs}{z} - s \infty 0$. Multipliceert alles met z^4, komt $s^4 * - qsszz + rsz^3 - sz^4 \infty 0$, treckt de heele Verghelijckingh van 0, ende divideert alles door s, ſoo verkrijght men $z^4 - rz^3 + qszz, * - s^3 \infty 0$, de weerde van z ghevonden hebbende, ſoo heeft men bekendt de weerde van x, want z is $\infty \frac{s}{x}$, ende alſoo met anderen.

Hoemen maeckt dat alle de plaetſen van een verghelijckinghe vervult worden.

SOo men een Verghelijckinghe heeft alwaer eenighe Termen in ontbreecken, en dat men ſulckx niet en begheert, ſo moet men de waerde der Wortelen een weynigh vermeerderen, gelijck ſoo men heeft $x^5 * * * * - b \infty 0$, en dat men in de plaets een Verghelijckinghe wil hebben van ſes Dimenſien, van welck gheen Term en ontbreeckt, ſoo ſchrijft men in de plaets $x^6 * * * * - bx \infty 0$, als men dan $y - a$ ſteldt ∞x, ſoo ſal men hebben

$$\begin{array}{l} y^6 - 6ay^5 + 15aay^4 - 20a^3y^3 + 15a^4yy - 6a^5y + a^6 \infty 0, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\;\; - \;\; b \;\;\; + ab \end{array}$$

Het blijckt, hoe weynigh men oock, voor de Quantiteyt a ſteldt, dat alle de plaetſen van de Verghelijckinghe vervult ſullen zijn.

Hoe dat men de wortelen multipliceeren, ofte divideeren kan, ſonder de ſelve te weten.

MEn kan mede de wortelen van een verghelijckinghe, ſonder dat men de ſelve kendt, Multipliceeren, of Divideeren, door ſulcken bekende quantiteyt als men begheert, ghelijck ſoo men heeft $x^3 - axx + bx - c \infty 0$, en dat men de onbekende weerdens van x, met f begheert te Multipliceeren, ſoo ſtelt men $y \infty fx$, ſoo is $\frac{y}{f} \infty x$, en $\frac{yy}{ff} \infty xx$, en $\frac{y^3}{f^3} \infty x^3$, ende men brenght deſe gheſtelde Quantiteyten in de plaets van de voorgaende, ſoo heeft men

$\frac{y^3}{f^3} - \frac{ayy}{ff} + \frac{by}{f} - c \infty 0$. om de breucken wech te krijghen, ſoo menichvuldight men alles met f^3, komt $y^3 - fayy + ffby - f^3c \infty 0$. Soo volght hier uyt, wanneer men de wortels van een Verghelijckinghe met een ghegheven quantiteyt, menichvuldighen of deelen wil, dat men de bekende quantiteyt van de tweede term daer mede Multipliceert of Divideert, met ſijn vierkant de derde term, met ſijn Teerlingh de vierde, ende ſoo tot de leſte term toe.

Hoe dat men de Breucken van een Vergelijckinghe verandert in Heele, en Wortel-ghetallen in rationale Ghetallen, met noch eenighe dinghen die gebruyck konnen hebben meer.

DIt Multipliceeren kan ſomtijdts dienen, om de ghebroockens en wortel-ghetallen die in de Verghelijckinghen zijn, te veranderen in heele en rationale getallen, gelijck als men heeft

$$x^3 - xx\sqrt{3} + \frac{26}{27}x - \frac{8}{27\sqrt{3}} \infty 0$$

ende dat men een ander in ſijn plaets begheert, van welck alle de termen rationale zijn, ſoo moet men ſtellen $y \infty x\sqrt{3}$, So is $\frac{y}{\sqrt{3}} \infty x$, $\frac{yy}{3} \infty xx$, ende $\frac{y^3}{3\sqrt{3}} \infty x^3$, ende ſchrijven die in de plaets van de eerſte, ſoo komt

$\frac{y^3}{3\sqrt{3}} - \frac{yy\sqrt{3}}{3} + \frac{\frac{26}{27}y}{\sqrt{3}} - \frac{8}{27\sqrt{3}} \infty 0$. dan alles ghe-

mul-

multipliceert met $3\sqrt{3}$, soo krijght men

$y^3 - 3yy + \frac{26}{9}y - \frac{8}{9} \propto 0$, ofte anders, om lichtigheydt Multipliceert de bekende quantiteyt van de tweede term met $\sqrt{3}$, de derde term, met zijn vierkant zijnde 3, ende met zijn Teerlingh zijnde $3\sqrt{3}$, de leste term.

Wanneer men dan noch een ander Vergelijckinge begeert in de plaets vande leste, in welck de bekende quantiteyten, met heele getallen uytghedruckt worden, soo moet men $z \propto 3y$ stellen, dat is $\frac{z}{3} \propto y$, ende multipliceeren 3 met 3, $\frac{26}{9}$ met 9, ende $\frac{8}{9}$ met 27, gelijck hier volght

$$\begin{array}{ccccccc} y^3 & - & 3yy & + & \frac{26}{9}y & - & \frac{8}{9} \propto 0 \\ 1 & & 3 & & 9 & & 27 \\ \hline \end{array}$$

Soo heeft men $z^3 - 9zz + 26z - 24 \propto 0$.

Waer van de wortelen zijn 2, 3, en 4, soo weet men om dat dese driemael grooter dan de voorgaende zijn, dat de wortelen van de voorgaende verghelijckinghe doen $\frac{2}{3}$, 1, en $\frac{4}{3}$, ende dese ghedivideert door $\sqrt{3}$, soo krijght men voor de wortelen van de eerste $\frac{2}{9}\sqrt{3}$, $\frac{1}{3}\sqrt{3}$, ende $\frac{4}{9}\sqrt{3}$.

Dit Multipliceeren der wortelen kan mede dienen wanneer een vergelijckinge gheen rationalen wortel en heeft, ende dat men die door naderinge wil soecken, gelijck so men heeft $x^3 * - 3x + 1 \propto 0$, soo kan men de wortels eerst multipliceeren met 1000, als hier te sien is.

$$\begin{array}{ccccccc} x^3 & + & 0\,xx & - & 3\,x & + & 1 \propto 0 \\ 1 & & 1000 & & 1000000 & & 1000000000 \\ \hline \end{array}$$

so komter $y^3 \quad * \quad - 3000000y + 1000000000 \propto 0$.

De waerdens van dese vergelijckinghe door naerderinge gesocht komen ontrent $+1532$, $+347$, en -1879. Soo men dan wederom yder wortel (om datse met 1000 gemultipliceert zijn) met 1000 divideert, so krijghtmen voor de waerdens van de eerste vergelijckingh $+1\frac{532}{1000}$, $+\frac{347}{1000}$, en $-1\frac{879}{1000}$, ende alsso met anderen.

Somtijdts kan men, door 't divideeren der wortelen, de ghetallen van een verghelijckinghe verminderen, ghelijck soo men heeft $y^3 \;*\; - 576\,y - 25920 \infty 0$, ende dat men de onbekende Wortelen divideert door 12, als volght

$$\begin{array}{ccccc} y^3 + 0\,yy & - 576\,y & - 25920 & \infty 0 \\ 1 \quad 12 & 144 & 1728 & \\ \hline z^3 \quad * & - 4z & - 15 & \infty 0 \end{array}$$

, van dese Verghelijckingh is de waerde van $z \infty 3$, so is de waerde van $y \infty 36$.

Wanneer men een Vergelijckinghe, door een Parabole en een Rondt begheert te ontbinden, ende dat men tot alle Verghelijckinghen maer een selve Parabole ghebruycken wil, ende dat men voor de rechte zijde, van de Parabole, altijdt neemt d' uniteyt, soo sal 't dickwils ghebeuren, dat de ghetallen veel te groot vallen, die dan door dese divideeringh der wortelen, soo kleyn ghemaeckt worden als men begheert, al is 't datter Breucken komen daer is niet aen gheleghen, het sal evenwel ghedienstigh wesen, wanneer men de Wortels van een Verghelijckinghe ontrent wil weeten.

Hoe men de bekende quantiteyt van een der termen kan maecken gelijck eenigh ander die men wil.

MEn kan mede eenigh der bekende quantiteyten, van eenigh der Termen ghelijck maecken, met eenighe andere die gegheven is, ghelijck soo men heeft $x^3 \;*\; - b\,b\,x + c^3 \infty 0$, ende dat men in de plaets van $b\,b$ wil hebben $3\,a\,a$, soo vermenichvuldight de wortels eerst met z, soo is $y \infty z\,x$, ofte $\frac{y}{z} \infty x$, $\frac{yy}{zz} \infty x\,x$, en $\frac{y^3}{z^3} \infty x^3$. Wanneer men in de verghelijckinghe de x wech doet, soo komter

y^3

$\frac{y^3}{z^3} * \frac{bby}{z} + c^3 \infty o$, dit alles met z^3 gemultipliceert,

komt $y^3 * bbzzy + c^3z^3 \infty o$, men begheert hier dat $bbzz$ is $\infty 3aa$, ſoo is $zz \infty \frac{3aa}{bb}$, ende $z \infty \sqrt{\frac{3aa}{bb}}$, ſoo is dan y of $zx \infty x\sqrt{\frac{3aa}{bb}}$, of $y \infty \frac{ax}{b}\sqrt{3}$, voorts in de leſte verghelijcking de z wech ghedaen als volght:

$$x^3 + o\,xx - bbx + c^3 \;\infty\; o$$
$$1.\quad \frac{a}{b}\sqrt{3}.\quad \frac{3aa}{bb}.\quad \frac{3a^3}{b^3}\sqrt{3}.$$

So komter $y^3 \quad * \quad -3aay + \frac{3a^3c^3}{b^3}\sqrt{3} \infty o$.

Hoe men ſomtijdts de onbekende Wortelen van een Vergelijckinghe in't vierkant multipliceert, waer door dan de Dimenſien vermindert worden.

HEt ghebeurt ſomtijdts, dat de Vergelijckinghen ſoo voorvallen, dat de onbekende wortelen in't vierkant ghemultipliceert konnen worden, gelijck ſo men heeft $x^4 - bxx - aa \infty o$, ſo ſteldt men $xx \infty y$, ende $x^4 \infty yy$, ende ſo voorts, als men dan in de Verghelijckinghe de x over-al wech doet, ſoo heeft men $yy - by - aa \infty o$, de weerde van y, ſal 't vierkant dan weſen van x.

Het is op deſelve wijſe mede te verſtaen, wanneer men de weerde der wortelen Cubic kan Multipliceeren, of noch hooger.

So volght hier uyt, dat de vergelijckinghen daer dit geſchieden kan, ſo veel Dimenſien vermindert konnen worden, ende dat men daerom $y^6 - 8y^4 - 124yy - 64 \infty o$, maer noemen moet een Teerlingſe vergelijckingh, ende $x^4 - bxx - aa \infty o$, een vierkant-vergelijckingh, ende ſo voorts.

Het

Het vierde Hooft-ſtuck.

Hoe men een verghelijckinghe op-loſſen moet.

WAnneer men eenighe Verghelijckingh heeft die men op-loſſen wil, ſooder ghebroockens of wortel-ghetallen zijn, die moet men eerſt wech doen, ende dan gaet men tot de volghende ontbindinghen. Van de Vierkant-verghelijckinghen, ſal hier niet gheſeydt worden, om dat die hier vooren ontbonden zijn door 't wech-doen van de tweede term.

Van de oploßingh der teerlinghſe Verghelijckinghen wanneer 't werckſtuck plat is.

WAnneer men een teerlinghſe Vergelijckingh op loſſen wil, ſoo moet men, by ordeningh alle de quantiteyten onderſoecken, die de leſte term ſonder ghebroockens deelen konnen, oft eenighe van hen ghevoeght met het teecken + of — by de onbekende quantiteyt, de heele verghelijckingh ſonder overſchot divideeren kan, indien dit dan ghebeurt, ſoo is de bekende quantiteyt van dit tweenamigh, de gheſochte wortel, ende de verghelijckingh door dit tweenamighe ghedivideert zijnde, ſoo komter een verghelijckingh van twee Dimenſien, die, ſoo men wil, door Paſſer en Liniael ontbonden kan worden, welcke Werckſtucken daer ſulcke Verghelijckinghen van ghekomen zijn, plat ghenoemt worden.

Als by voorbeelt, indien men heeft $y^6 - 8y^4 - 124yy - 64 \propto 0$ ſoo kan de leſte term zijnde 64, ghedivideert worden ſonder ghebroocbroocken door 1, 2, 4, 8, 16, 32, en 64, derhalven moetmen by ordeningh onderſoecken, of deſe verghelijckingh niet ghedeeldt kan worden, door een van de tweenaemighe $yy - 1$ of $yy + 1$, $yy - 2$ of $yy + 2$, $yy - 4$ of $yy + 4$, en ſoo voorts, men ſal bevinden datſe ſonder overſchot ghedivideert kan worden door $yy - 16$, 't welck betoont dat de weerde van yy doet 16.

Deſghelijckx ſo men heeft
$$\begin{array}{llll} y^6 + aay^4 & - a^4yy & - a^6 & \infty\, 0 \\ - 2cc & + c^4 & - a^4cc & \\ & & - aac^4 & \end{array}$$

Soo kan de leſte Term ſonder ghebroocken ghedeeldt worden, door a, aa, $aa + cc$, $a^3 + acc$, en dierghelijcke, maer 't is ghenoegh dat men twee hier af aenmerckt, te weten aa, en $aa + cc$, want d' andere, gheven meer of min Dimenſien in d' uytkomſt, dan 'er in de bekende quantiteyt van de leſte term op een nae ghevonden worden. Ten leſten ſo men de tweenamige $yy - aa - cc$, onderſoeckt, ſoo bevindt men dat de deelinge, ſonder overſchot kan ghedaen worden, 't welck betoont dat $aa + cc$ de gheſochte wortel is. Ende de ſoodanighe die nerghens door ghedivideert konnen worden, die Werck-ſtucken, daer ſoodanighe verghelijckinghen van voortgekomen zijn, worden lichamelijck genoemt, om datſe door rechte Linien en Ronden niet ontbonden konnen worden.

Merckt, wanneer men in de ſoodanighe als deſe leſte, onderſoecken wil, door wat quantiteyten men de leſte Term deelen kan, ſoo ſteldt men de quantiteyten van de leſte Term eerſt in order, ghelijck hier $- a^6 - 2a^4cc - aac^4$, dan is 't ſoo veel of men een Verghelijckingh te divideeren hadde, van welck de onbekende quantiteyt doet aa, ende men heeft dan te onderſoecken, met wat quantiteyten men deſe leſte Term aac^4, deelen kan, waer uyt de begeerde dan ghevonden worden.

Soo 't ghebeurt, datter in een Letter-verghelijckinghe in yder Term, veel Letteren zijn, ende dat men de ſoodanighe wil onderſoecken offe ghedivideert kan worden, ſoo ſteldt men wel, in de plaets, van eenighe, eenigh ghetal, of o, wel-verſtaende, wanneer de leſte Term daer door niet wech ghedaen wordt, want men mach voor yder Letter der bekende quantiteyten, ſulcken ghetal ſtellen als men wil, dan ſal de Verghelijckinghe ſoo veel verkort zijn, ende ſoo hy dan ſonder overſchot niet ghedivideert kan worden, ſoo behoeft men niet verder te ſoecken, ghelijck deſe leſt-voorgaende, ſoo men ſteldt 1, in yder plaets van a, en c, ſoo heeft men $y^6 - y^4 * - 4 \infty 0$, dit kan ghedivideert worden door $yy - 2$. Maer ſoo men deſe nerghens door ſonder overſchot hadde konnen divideeren, ſoo ſoudet verlooren moeyten geweeſt hebben, ſoo men meer gheſocht hadde, gelijck de ervarentheydt deſe dingen genoegh ſal onderwijſen.

Van de op-loſſingh der Verghelijckingen die vier Dimenſien hebben, wanneer 't werck-ſtuck plat is.

WAnneerder een Verghelijckingh is, in welck de onbekende quantiteyt vier Dimenſien heeft, ſoo moet men op gelijcke wijſe, als in 't leſt-voorgaende gheſchiedt is, ſien of men een twee-namigh kan vinden, die de heele Verghelijckingh, ſonder overſchot kan divideeren, ſoo men dan een ſoodanigh twee-naemigh vindt, ſoo is de bekende quantiteyt van deſe twee-namighe de gheſochte wortel. Deſe Verghelijckingh, ſal dan door dit divideeren veranderdt zijn, in een van drie Dimenſien, die men dan weder op deſelve wijſe onderſoecken moet, maer als men gheen ſoodanigh Binomium en vindt, ſoo moet men de tweede Term, van de Verghelijckinghe wech doen, ende die dan brenghen tot

twee

twee vierkant-verghelijckinghen, door middel van 't op-loſſen van een Teerlinghs-vergelijckingh, als hier volght:

Laeter weſen $+x^4 \ast +pxx+qx+r \propto 0$
die ick ſtel dat voort-gekomen is, uyt de Multiplicatie van twee Vierkant-verghelijckinghen, te weten uyt

$$\begin{array}{l} xx+yx+z \;\propto 0 \\ xx-yx+v \;\propto 0 \\ \hline x^4+yx^3+zxx \\ \quad -yx^3-yyxx-yzx \\ \qquad +vxx+yvx+vz \\ \hline x^4 \;\ast\; +pxx+\;qx+\;r \propto 0 \end{array}$$

Hier uyt komen dan drie Verghelijckinghen voort, te weten

$+p \propto +z-yy+v$. Soo is $yy-z+p \propto v$.
$+q \propto -yz+yv$. Soo is $+z+\frac{q}{y} \propto v$.
$+r \propto +vz$.

deſe twee waerdens van v, zijn dan malkander ghelijck, te weten

$yy-z+p$ is ghelijck $z+\frac{q}{y}$. addeert aen wederzijden $+z-\frac{q}{y}$, en dan door 2 ghedivideert, komt

$$\tfrac{1}{2}yy+\tfrac{1}{2}p-\frac{q}{2y} \propto z$$

Hier voorens was $yy-z+p \propto v$, doet de z wech

komt $\frac{1}{2}yy+\frac{1}{2}p+\frac{q}{2y} \propto v$

Ten leſten r is $\propto vz$, doet de v en z wech als volght

$$\begin{array}{l} \tfrac{1}{2}yy+\tfrac{1}{2}p-\frac{q}{2y} \propto z \\ \tfrac{1}{2}yy+\tfrac{1}{2}p+\frac{q}{2y} \propto v \\ \hline \tfrac{1}{4}y^4+\tfrac{1}{4}pyy-\tfrac{1}{4}qy \\ \quad +\tfrac{1}{4}pyy+\tfrac{1}{4}pp-\tfrac{1}{4}\frac{pq}{y} \\ \qquad +\tfrac{1}{4}qy+\tfrac{1}{4}\frac{pq}{y}-\tfrac{1}{4}\frac{qq}{yy} \\ \hline \end{array}$$

komt $r \propto \frac{1}{4}y^4+\frac{1}{2}pyy+\frac{1}{4}pp \quad -\frac{1}{4}\frac{qq}{yy}$, treckt van weder-

zijden r, ende alles met $4yy$ ghemultipliceert komt deſe Teerlinghſe-verghelijckingh $y^6 + 2py^4 + ppyy - qq \propto 0$
$$\qquad\qquad\qquad\qquad -4r$$
De twee Vierkant-verghelijckinghen, waer uyt men ſteldt, dat de ghegheven Verghelijckingh voort-ghekomen is, waren

$$xx + yx + z \propto 0$$
$$xx - yx + v \propto 0$$

Wanneer men $\frac{1}{2}yy + \frac{1}{2}p - \frac{q}{2y}$ ſteldt in de plaets van z, ende $\frac{1}{2}yy + \frac{1}{2}p + \frac{q}{2y}$ in de plaets van v, ſoo heeft men

$$xx + yx + \tfrac{1}{2}yy + \tfrac{1}{2}p - \tfrac{q}{2y} \propto 0$$
$$xx - yx + \tfrac{1}{2}yy + \tfrac{1}{2}p + \tfrac{q}{2y} \propto 0$$

Wanneer men dan uyt de ghevonden Teerlinghſe-verghelijckingh de weerde van y vindt, ende dat men die in de plaets van y ſteldt en diens vierkant in de plaets van yy, ſoo heeft men het begheerde, maer ſoo de weerde van y niet ghevonden kan worden, ſo is 't werck-ſtuck daer 't van ghekomen is, lichamelijck.

Door deſe uytwerckinghe vindt men dan deſen

Reghel, om de Verghelijckinghen van vier Dimenſien te deelen in twee Vierkant-verghelijckinghen, door middel van een Teerlinghs-vergelijckingh.

Sooder is $+x^4 * pxx.\ qx.\ r \propto 0$
ſoo ſchrijft men ten eerſten deſe Teerlinghs-verghelijckingh.

$$+y^6\ \ 2py4 + ppyy - qq \propto 0$$
$$4r$$

Aengaende de teeckens $+$ en $-$ die niet gheſteldt en zijn, die ſchrijft als volght:

Sooder ſtaet $+p$ ſteldt $+2p$, anders $-2p$
Sooder ſtaet $+r$ ſteldt $-4r$, anders $+4r$.

Als

Als by exempel, indien men heeft $+x^4 * -\overset{p}{4}xx - \overset{q}{8}x + \overset{r}{35} \propto 0$
ſoo ſchrijft men $y^6 - 8y^4 - 124yy - 64 \propto 0$
want de Quantiteyt p doet 4, r doet 35, ſoo ſteldt men dan $\begin{matrix} +16 \\ -140 \end{matrix} yy$, dat is $-124yy$, in de plaets van $\begin{matrix} +pp \\ -4r \end{matrix} yy$, ten leſten q doet 8, ſoo ſteldt men -64, voor $-qq$.

Deſghelijckx in de plaets van $x^4 * -9xx + 6x + 6 \propto 0$. ſchrijft men $y^6 - 18y^4 + 57yy - 36 \propto 0$.
want 18 is het dubbelt van 9, en 57, is deſſelfs vierkant min 4 mael 6, ende 36 is 't vierkant van 6.

Soo mede in de plaets van

$$\begin{matrix} +z^4 & * & +\frac{1}{2}aazz & -a^3z & +\frac{5}{16}a^4 & \propto 0. \\ & & -cc & -acc & -\frac{1}{4}aacc & \end{matrix}$$

Schrijft men
$$\begin{matrix} y^6 & +aay^4 & -a^4yy & -a^6 & \propto 0 \\ & -2cc & +c^4 & -2a^4cc & \\ & & & -aac^4 & \end{matrix}$$

want p is $+\frac{1}{2}aa - cc$, en pp is $\frac{1}{4}a^4 - aacc + c^4$, en $4r$ is $-\frac{5}{4}a^4 + aacc$, en eyndelijck $-qq$, is $-a^6 - 2a^4cc - aac^4$.

Uyt deſe Vergelijckinghe van drie Dimenſien moet men dan de weerde van yy ſoecken, op die wijſe ghelijck wy dat beſchreven hebben, en indien men gheen twee-namigh kan vinden, die de Vergelijckinghe ſonder overſchot divideert, ſo behoeft men niet verder te gaen, want daer uyt volght, dattet werckſtuck daer 't uyt voort-komt lichamelijck is, maer indien men een vindt, ſoo deelt men door deſſelfs middel de ghegeven verghelijckinghe in twee Vierkant-verghelijckinghen, te weten in de plaets van

$$+x^4 * pxx. \quad qx. \quad r. \propto 0$$

ſchrijft men deſe twee andere.

$$+xx - yx + \tfrac{1}{2}yy \quad \tfrac{1}{2}p. \ \tfrac{q}{2y} \propto 0 \text{ ende}$$
$$+xx + yx + \tfrac{1}{2}yy \quad \tfrac{1}{2}p. \ \tfrac{q}{2y} \propto 0.$$

De tekens + en − die ongeſtelt gelaten zijn ſchrijft men als volgt

Sooder ſtaet $+p$, ſchrijft in beyde $+\frac{1}{2}p$, anders $-\frac{1}{2}p$.

Sooder ſtaet $+q$, ſchrijft $+\frac{q}{2y}$ in de ghene daer $-yx$ ſtaet, ende daer $+yx$ ſtaet, ſchrijft $-\frac{q}{2y}$, anders het teghendeel.

Als by Exempel, om dat men bevindt dat yy doet 16, met $y^6 - 34y^4 + 313yy - 400 \propto 0$, voor $x^4 * - 17xx - 20x - 6 \propto 0$ te ſtellen, ſoo moet men in de plaets van deſe Vergelijckingh $x^4 * - 17xx - 20x - 6 \propto 0$, deſe twee andere $+xx - 4x - 3 \propto 0$, en $+xx + 4x + 2 \propto 0$, ſchrijven, want y is 4, $\frac{1}{2}yy$ is 8, p is 17, en q is 20; in voegen dat $+\frac{1}{2}yy - \frac{1}{2}p - \frac{q}{2y}$ maeċt -3, en $+\frac{1}{2}yy - \frac{1}{2}p + \frac{q}{2y}$ maeckt 2, ende als men de wortelen uyt deſe twee Verghelijckinghen treckt, ſoo vindt men een waere, zijnde $\sqrt{7} + 2$, en drie valſche zijnde $\sqrt{7} - 2$, $2 + \sqrt{2}$, en $2 - \sqrt{2}$.

Soo mede als men $x^4 * - 9xx + 6x + 6 \propto 0$ heeft, ſoo moet men, om dat de wortel uyt $y^6 - 18y^4 + 57yy - 36 \propto 0$ te weten yy doet 3, ſchrijven $xx - x\sqrt{3} - 3 + \sqrt{3}$ ende $xx + x\sqrt{3} - 3 - \sqrt{3}$.

Desghelijcks, als men heeft

$$\begin{array}{llll} z^4 * & +\frac{1}{2}aazz & -a^3z & +\frac{5}{16}a^4 \propto 0 \\ & -cc & -acc & +\frac{1}{4}aacc \end{array}$$

Soo moet men ſchrijven, om dat men voor yy vindt $aa + cc$

$$zz - z\sqrt{aa+cc} + \frac{3}{4}aa - \frac{1}{2}a\sqrt{aa+cc} \propto 0 \text{ ende}$$

$$zz + z\sqrt{aa+cc} + \frac{3}{4}aa + \frac{1}{2}a\sqrt{aa+cc} \propto 0.$$

Want y is $\sqrt{aa+cc}$, en $+\frac{1}{2}yy + \frac{1}{2}p$ is $\frac{1}{4}aa$, ende $\frac{q}{2y}$ is $\frac{1}{2}a\sqrt{aa+cc}$, waer uyt dan, voor de waerde van z gevonden wort,

$\frac{1}{2}\sqrt{aa+cc} + \sqrt{-\frac{1}{2}aa + \frac{1}{4}cc + \frac{1}{2}a\sqrt{aa+cc}}$ ofte

$\frac{1}{2}\sqrt{aa+cc} - \sqrt{-\frac{1}{2}aa + \frac{1}{4}cc + \frac{1}{2}a\sqrt{aa+cc}}$.

Ende om dat wy hier voorens ghesteldt hebben $z + \frac{1}{2}a \propto x$, ſoo

ſoo bevinden wy dat de quantiteyt x doet

$$+\tfrac{1}{2}a+\sqrt{\tfrac{1}{4}aa+\tfrac{1}{4}cc}-\sqrt{\tfrac{1}{4}cc-\tfrac{1}{2}aa+\tfrac{1}{2}a\sqrt{aa+cc}}.$$

De vierkants-vierkant Verghelijckingen kan men noch op een ander wijſe door middel van een Teerlinghs-vergelijckinghe, deelen, in twee Vierkant-verghelijckinghen, ſonder dat de tweede term wech gedaen wordt, als volght:

Laeter zijn $x^4+px^3+qxx+rx+\int \infty 0$

die ick ſtel, dat voort-ghekomen is, uyt de Multiplicatie van deſe twee volghende Vierkant-vergelijckinghen.

$$\begin{array}{llll}
xx+vx & +e\ \infty\ 0 & & \\
xx+zx & +f\ \infty\ 0 & & \\
\hline
x^4+vx^3 & +exx & & \\
\quad +zx^3 & +vzxx & +ezx & \\
 & +fxx & +vfx & +ef \\
\hline
x^4+px^3 & +qxx & +rx & +s\ \infty\ 0
\end{array}$$

Soo hebben wy hier deſe vier Verghelijckinghen

$p \infty v+z$, ſoo is $v \infty p-z$
$q \infty e+vz+f$
$r \infty ez+vf$
$\int \infty ef$

ſteldt $e+f\infty y$, ende $p-z$ in de plaets van v, ſoo heeftmen

$q\infty y+pz-zz$, ende $z\infty\tfrac{1}{2}p+\sqrt{\tfrac{1}{4}pp-q+y}$
Soo is $v\infty\tfrac{1}{2}p-\sqrt{\tfrac{1}{4}pp-q+y}$

$e+f$ is gheſteldt ∞y, daerom ſteldt $y-f$ in de plaets van e, ende de ghevonden quantiteyten, in de plaets van z en v, ſoo komter

$r\ \infty$

$$r \infty \tfrac{1}{2}py + y\sqrt{\tfrac{1}{4}pp - q + y} - 2s\sqrt{\tfrac{1}{4}pp - q + y}$$

ende $\frac{1}{2}y + \frac{\frac{1}{2}py - r}{2\sqrt{\frac{1}{4}pp - q + y}} \infty f$

Soo is $\frac{1}{2}y - \frac{\frac{1}{2}py - r}{2\sqrt{\frac{1}{4}pp - q + y}} \infty e$

komt $s \infty \frac{1}{4}yy - \frac{\frac{1}{4}ppyy - pry + rr}{pp - 4q + 4y} \infty ef$

$$spp - 4qs + 4sy + \tfrac{1}{4}ppyy - pry + rr \infty \tfrac{1}{4}ppyy - qyy + y^3$$

En ten leſten
$$\begin{array}{lllll} +y^3 & -qyy & -4sy & -spp & \infty 0 \\ & & +pr & +4qs & \\ & & & -rr & \end{array}$$

De twee Vierkant-verghelijckinghen, waer uyt men ſteldt, dat de ghegheven Verghelijckinghe voort-ghekomen is, waren

$$xx + vx + e \infty 0$$
$$xx + zx + f \infty 0$$

Wanneer men dan in de plaets van v, z, e, en f, ſteldt de ghevonde quantiteyten, ſoo heeft men

$$xx + \tfrac{1}{2}px - x\sqrt{\tfrac{1}{4}pp - q + y} + \tfrac{1}{2}y - \frac{\frac{1}{2}py - r}{2\sqrt{\frac{1}{4}pp - q + y}} \infty 0.$$
$$xx + \tfrac{1}{2}px + x\sqrt{\tfrac{1}{4}pp - q + y} + \tfrac{1}{2}y + \frac{\frac{1}{2}py - r}{2\sqrt{\frac{1}{4}pp - q + y}} \infty 0.$$

Sooder dan getallen inde plaets van Letters, inde gevonde Teerlings-vergelijckinge geſtelt zijn, eñ dat die door y + of − eenigh getal niet gedivideert kan worden, dat betekent dat $e + f$ geen rationael heel getal en is, of dat de Vergelijckinge lichamelijck is.

Volgt een exempel, ſo men heeft $x^4 + 4x^3 - 3xx - 8x + 4 \infty 0$
Hier is $p \infty 4$, $q \infty -3$, $r \infty -8$, en $s \infty 4$.

So vindt men
$$\begin{array}{rrrr} y^3 & +3yy & -16y & -64 \infty 0 \\ & & -32y & -48 \\ & & & -64 \\ \hline y^3 & +3yy & -48y & -176 \infty 0 \end{array}$$

dit kan ſonder overſchot gedivideert worden door $y + 4 \infty 0$, ſo is $y \infty -4$.

Soo

Soo komt ten leſten $xx + \overline{2-\sqrt{3}}\,x - 2 \propto 0.$

$$xx + \overline{2+\sqrt{3}}\,x - 2 \propto 0.$$

ende alſoo met anderen. Door deſe uytreeckeninghe verkrijghen wy deſen reghel, wanneer men heeft

$$+x^4.\quad px^3.\quad qxx.\quad rx.\quad s.\quad \propto 0.$$

ſo ſchrijft men $y^3.\quad qyy.\quad \begin{matrix}4sy.\\ pr\end{matrix}\quad \begin{matrix}spp.\\ 4qs\\ -rr\end{matrix}\quad \propto 0$

De teeckens $+$ en $-$, die niet gheſteldt en zijn, ſteldt als volght:

Sooder ſtaet $+q$ ſteldt $-q$, anders $+$

Sooder ſtaet $+s$ ſteldt $-4s$, en $-spp$, anders beyde $+$

Sooder ſtaet $\left\{\begin{matrix}+p+r\\ -p-r\end{matrix}\right\}$ ſteldt $+pr$, maer ſo 't een $+$ en 't ander $-$ is, of 't een $-$ en 't ander $+$, ſteldt $-pr$

Sooder ſtaet $\left\{\begin{matrix}+q+s\\ -q-s\end{matrix}\right\}$ ſteldt $+4qs$, maer ſoo de teeckens verſcheyden zijn ſteldt $-4qs$.

Voorts ſchrijft men

$$+xx.\quad \tfrac{1}{2}px + x\sqrt{\tfrac{1}{4}pp.\ q.\ y.}\quad \tfrac{1}{2}y + \frac{\tfrac{1}{2}yp.\ r.}{2\sqrt{\tfrac{1}{4}pp.\ q.\ y.}}\ \propto 0$$

ende $+xx.\quad \tfrac{1}{2}px - x\sqrt{\tfrac{1}{4}pp.\ q.\ y.}\quad \tfrac{1}{2}y - \frac{\tfrac{1}{2}yp.\ r.}{2\sqrt{\tfrac{1}{4}pp.\ q.\ y.}}\ \propto 0$

Sooder ſtaet $+p$, ſteldt $+\tfrac{1}{2}p$, anders $-$.

Sooder ſtaet $+q$, ſteldt $-q$, anders $+$.

Soo de weerde van y is een waere wortel, ſteldt $+y$ en $+\tfrac{1}{2}y$ anders $-$.

Sooder is $\left\{\begin{matrix}+y+p\\ -y-p\end{matrix}\right\}$ ſteldt $+\tfrac{1}{2}yp$, maer ſoo de teeckens verſcheyden zijn ſteldt $-\tfrac{1}{2}yp$.

Hoe men een Vergelijckinge kan op-lossen, wanneer ons eenighe conditien, van de eerste verghelijckingen, uyt welcker Multiplicatie de gegeven voort-gekomen is, bekendt zijn.

WY hebben hier voorens ghenoeghsaem ghetoont, datmen een Vergelijckinge, die eenighe Dimensien houdt, soo aen-mercken moet, als of de selfde voort-ghekomen waer, uyt de Multiplicatie van twee of meer andere Verghelijckinghen. Soo ons dan eenighe Conditien, van die Vergelijckinghen, welcke wy stellen dat met malkander ghemultipliceert zijn gheweest, bekendt zijn, soodanighe Conditien konnen ons helpen tot de op-lossinghe, ende men doet niet anders, dan dat men door Multiplicatie, van die Verghelijckinghen, die soodanighe ghegheve Conditien in-houden, een Vergelijckinghe toe-steldt: Daer van dan yeder Term ghelijck is, met yeder van de ghegheven verghelijckingh, gelijck hier vervolgens te sien is.

Hoe men een Verghelijckinghe op-lost waer van de weerde van twee Wortelen t'saemen gheaddeert, doen een ghegheven quantiteyt.

WAnneer men heeft $x^3 + pxx - qx + r \propto 0$, van welck de weerde van twee Wortelen t'saemen gheaddeert doen b, ende dat men yeder Wortel besonder wil weten, soo stel ick dat de Verghelijckinghe voort-ghekomen is, uyt de Multiplicatie van dese volghende Verghelijckinghen:

$x - y$

$$x - y \propto 0$$
$$x - b + y \propto 0$$
$$\overline{xx - bx + by - yy \propto 0}$$
$$x + n \propto 0$$
$$\overline{\begin{array}{l} x^3 - bxx \begin{array}{l} + byx \\ - yyx \end{array} \\ \quad + nxx - bnx \begin{array}{l} + byn \\ - yyn \end{array} \end{array}}$$
$$x^3 + pxx - qx + r \quad \propto 0$$

Hier heeft men drie Verghelijckinghen, te weten:

$+p \propto - b + n$, ſoo is $p + b \propto n$.
$-q \propto + by - yy - bn$, ſoo is $\frac{by - yy + q}{b} \propto n$.
$+r \propto + byn - yyn$, ſoo is $\frac{r}{by - yy} \propto n$.
$p + b$, is dan $\propto \frac{by - yy + q}{b}$ eñ $yy - by + pb + bb - q \propto 0$
komt $y \propto \frac{1}{2}b + \sqrt{q - \frac{3}{4}bb - pb}$.
eñ $b - y \propto \frac{1}{2}b - \sqrt{q - \frac{3}{4}bb - pb}$.

Hoe men een Verghelijckingh op-loſt, wanneer-men van de eerſte Verghelijckinghen uyt welcker Multiplicatie, de ghegheven Verghelijckingh voort-ghekomen is, een term bekendt heeft.

SOo men een Verghelijckinghe heeft als $x^4 + px^3 + qxx + rx + s \propto 0$, die ick ſtel dat ghekomen is, uyt de Multiplicatie van de twee volghende, van welck de Term b, bekent is.

$$\begin{array}{l} xx + kx + l \propto o \\ xx + zx + h \propto o \\ \hline x^4 + kx^3 + \quad lxx \\ \quad\;\; + zx^3 + kzxx + lzx \\ \qquad\qquad + \; hxx + khx + hl \\ \hline \end{array}$$

komt de ghegeven $x^4 + px^3 + \; qxx + \; rx + s \propto o$

Hier verkrijght men vier Vergelijckingen als volght:

$p \propto k + z$, foo is $k \propto p - z$
$q \propto l + kz + h$
$r \propto lz + kh$
$s \propto hl$, foo is $l \propto \frac{s}{h}$

Doet in de derde Verghelijckinghe de k en l wech foo komt $x\,\frac{s}{h} + ph - zh \propto r$, en $z \propto \frac{rh - phh}{s - hh}$ of $\frac{r - ph}{\frac{s}{h} - h}$ dit ghefteldt in de plaets van z, foo kan de vergelijckingh ghedivideert worden door $xx + \frac{r - ph}{\frac{s}{h} - h}\,x + h \propto o$.

Wanneer men fteldt $l \propto h$, dat is, $\sqrt{s} \propto l$ of h, dan is $q \propto 2h + kz$, de k wech ghedaen zijnde, komt

Merckt het teken 8 beteeckent + of —

$2h + pz - zz \propto q$, ende $z \propto \frac{1}{2}p \;\; 8 \;\; \sqrt{\frac{1}{4}pp + 2h - q}$. Wanneer men defe weerde van z, fteldt in de plaets van z, foo kan de vergelijcking gedivideert worden door $xx + zx + h \propto o$ Merckt, wanneer men de quantiteyt s deeldt door h, dan komter l. Volght een voorbeeldt foo men heeft $x^4 - 2x^3 - 45xx - 2x + 24 \propto o$, eñ dat de term h doet -4, hier is $p \propto -2$, $r \propto -2$, ende $s \propto 24$, foo kan defe vergelijcking gedivideert wordẽ door $xx + \frac{-2-8}{\frac{24}{-4}+4}\,x - 4 \propto o$, dat is $xx + 5x - 4 \propto o$, ende alfoo met anderen.

Hoe

Hoe men een Verghelijckingh op-loſt, waer van de twee Wortelen een ghegheven reeden tot malkander hebben.

WAnneer men heeft $y^3 - pyy - qy + r \infty 0$, ende dat de twee ware Wortelen tot malkanderen zijn als 1 tot a, ick ſtel d'eene Wortel $y \infty e$, ſoo is d'ander $y \infty ae$, en doe voorts als volght:

$$\begin{array}{l} y - e \ \infty 0 \\ y - ae \ \infty 0 \\ \hline yy \begin{smallmatrix} -e \\ -ae \end{smallmatrix} y + aee \ \infty 0 \\ y + z \qquad\qquad \infty 0 \\ \hline y^3 \begin{smallmatrix} -e \\ -ae \end{smallmatrix} yy + aeey \\ \quad + zyy \begin{smallmatrix} -ezy \\ -aezy \end{smallmatrix} + aeez \\ \hline y^3 - pyy - qy + r \infty 0, \end{array}$$

ſoo heeft men hier deſe drie Verghelijckinghen:

$$\begin{array}{lll} -p \infty -e - ae + z & \text{, ſoo is } e + ae - p & \infty z. \\ -q \infty + aee - ez - aez & \text{, ſoo is } \frac{q + aee}{e + ae} & \infty z. \\ +r \infty + aeez & \text{, ſoo is } \frac{r}{aee} & \infty z. \end{array}$$

De weerde van z heeft men hier op driederley wijſen, waer door men oneyndelijcke Verghelijckinghen voort kan brenghen, als de eerſte is ghelijck de tweede, de eerſte ghelijck de derde, de tweede ghelijck de derde, het dubbeldt van de eerste ghelijck de tweede en derde t'saemen, ende soo voorts.

Wy hebben $e + ae - p \infty \frac{q + aee}{e + ae}$

$$ee + aee + aaee - pe - pae - q \infty o.$$

Wanneer men dan stelt y in de plaets van e, soo heeft men $yy + ayy + aayy - py - pay - q \infty o.$

Soodanigen Verghelijckingh, kan men wel ten eersten krijgen, uyt de ghegeven vergelijckingh, wanneermense multipliceert met soodanigen progressie als hier volght:

	y^3	$-pyy$	$-qy$	$+r$	∞o
Mult.	$1 + a + aa$	$1 + a$	1	o	
differ.		aa	a	1	

$$\text{komt } y^3 + ay^3 + aay^3 - pyy - apyy - qy * \infty o.$$

$$\frac{\quad}{y} \quad yy + ayy + aayy - py - apy - q \infty o.$$

De progressie daer dit mede ghemultipliceert is, is van dese natuer, de differentie tusschen 't eerste ghetal (van achteren beginnende) en het tweede is 1, de differentie tusschen 't tweede en derde is a, tusschen 't derde en vierde aa, en soo voorts, soo dat men om soodanighe Verghelijckingen te ontbinden niet anders hoeft te doen, dan meenighvuldighen de ghegheven Verghelijckingh, met een progressie, waer van de differentien in sulcken reden van achteren nae vooren op-klimmen, als de ghegheven reden van de twee Wortelen, ende door dese middel, krijght men de weerde van $y \infty e$.

Ghelijck soo men heeft $x^3 - 3xx - 28x + 60 \infty o$, ende datter twee Wortelen zijn in reden als 1 tot 3.

$x^3 -$

$$\begin{array}{lcccc}
 & x^3 & -3xx & -28x & +60 \propto 0. \\
\text{Mult.} & 13. & 4. & 1. & 0. \\
\hline
\text{differ.} & 9. & 3. & 1. & \\
\hline
 & 13x^3 & -12xx & -28x & * \propto 0 \\
\hline
{\scriptstyle x} & 13xx & -12x & -28 & \propto 0
\end{array}
\quad \text{of} \quad
\begin{array}{cccc}
x^3 & -3xx & -28x & +60 \propto 0. \\
0. & -1. & -1\frac{1}{3} & -1\frac{4}{9} \\
\hline
 & 1. & \frac{1}{3}. & \frac{1}{9}. \\
\hline
 & +3xx & +37\frac{1}{3}x & -86\frac{2}{3} \propto 0 \\
\hline
 & 9xx & +112x & -260 \propto 0
\end{array}$$

Soo heeft men hier twee Vergelijckinghen, Meltipliceert d'eerste met 9, de tweede met 13. soo komt $117xx - 108x - 252 \propto 117xx + 1456x - 3380$, ende $x \propto 2$.

Merckt, al is 't dat wy de progressie al-hier met o beginnen, soo mach mense nochtans met sulcken ghetal, ende met sulcken eerste differentie beginnen als men wil, alleen wordt de o gestelt om de vergelijckingh een Dimensie te verminderen.

Maer wanneer men in de voor-ghevonden Verghelijckinghe $ee + aee + aaee - pe - pae - q \propto 0$, steldt y in de plaets van ae, dat is $\frac{y}{a} \propto e$, ende $\frac{yy}{aa} \propto ee$, soo verkrijght men $\frac{yy}{aa} + \frac{yy}{a} + yy - \frac{py}{a} - py - q \propto 0$, dit alles ghemultipliceert met aa, so komt $yy + ayy + aayy - apy - aapy - aaq \propto 0$ Soodanighen vergelijckingh krijght men ten eersten, wanneer men de ghegheven verghelijckingh, multipliceert met de volghende Progressie:

$$\begin{array}{lcccc}
 & y^3 & -pyy & -qy & +r \propto 0. \\
\text{Mult.} & 1+a+aa & a+aa & aa & 0 \\
\hline
\text{differ.} & 1 & a & aa & \\
\hline
\text{komt} & y^3 + ay^3 + aay^3 & -apyy - aapyy & -aaqy & * \propto 0. \\
\hline
{\scriptstyle y} & yy + ayy + aayy & -apy - aapy & -aaq & \propto 0.
\end{array}$$

De

De Progressie is van dese natuer, de differentie van 't eerste ghetal (van vooren beginnende) en het tweede ghetal is 1, de differentie van 't tweede en derde is a, van 't derde en vierde aa, ende soo voorts.

Door dese middel krijght men dan de weerde van $y \propto ae$. Wanneer men dan wederom neemt, het voorgaende Exempel $x^3 - 3xx - 28x + 60 \propto 0$, ende datter twee Wortelen zijn in reeden als 1 tot 3.

$$\begin{array}{lcccc}
 & x^3 - & 3xx - & 28x + & 60 \propto 0 \\
\text{Mult.} & 0 & 1 & 4 & 13 \\
\hline
 & 1 & 3 & 9 & \\
\hline
 & & -3xx - & 112x + & 780 \propto 0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{cccc}
x^3 - & 3xx - & 28x + & 60 \propto 0 \\
1\tfrac{4}{9} & 1\tfrac{1}{3} & 1 & 0 \\
\hline
\tfrac{1}{9} & \tfrac{1}{3} & 1 & \\
\hline
1\tfrac{4}{9}x^3 - & 4xx - & 28x & * \propto 0 \\
\hline
 & & & \tfrac{2}{x} \\
13xx - & 36x - & 252 & \propto 0
\end{array}$$

Hier zijn twee Verghelijckinghen, Multipliceert d'eerste met 13, en de tweede met -36 komt $-3xx - 1456x + 10140 \propto -39xx + 108x + 756$, ende $x \propto 6$. Ende alsoo met anderen.

Uyt al dit voorgaende volght, wanneer men steldt dat een Verghelijckingh twee Wortelen heeft, die even groot zijn, dat is in reden als 1 tot 1. Dat dan alle de differentien van de Progressie, daer de Verghelijckinghe mede ghemultipliceert wordt malkander ghelijck zijn, want a doet dan mede 1, soo men dan soodanigen Vergelijckingh heeft, soo behoeftmen deselve maer te multipliceeren met een Arithmetische Progressie, op-klimmende van voren naer achteren, of van achteren naer voren soo men wil, gelijck so men een Vergelijckinge met twee gelijcke wortels heeft als $y^3 - pyy - qy + r \propto 0$, ende dat men vraeght naer de weerde van y, soo doet men als volght:

$y^3 -$

$$\begin{array}{lcccc}
 & y^3 - pyy & - qy & + r & \propto 0 \\
\text{Mult.} & 0 \quad 1 & 2 & 3 & \\
\text{Mult.} & 3 \quad 2 & 1 & 0 & \\
\hline
\text{komt} & * - pyy & - 2qy & + 3r & \propto 0 \\
\text{ende} & 3y^3 - 2pyy & - qy & * & \propto 0
\end{array}$$

Dese twee Verghelijckinghen ghemultipliceert, d'eerste met 3, en de tweede met $-p$, komt $-3pyy - 6qy - 9r \propto -3pyy + 2ppy + pq$, so is $9r - pq \propto 2ppy + 6qy$ ende $\frac{9r - pq}{2pp + 6q} \propto y$.

Volghen noch twee Voorbeelden uyt de Geometrie van *Descartes*, van de raeckende Linien. Het eerste is

$yy + \frac{qr - 2qv}{q - r}y + \frac{qvv - qss}{q - r} \propto 0$, in welck de onbekende waerdens twee gelijcke wortels hebben, men vraeght naer de weerde van v, ende om datter in de leste term komt vv, daerom stel ick onder deselve 0, ghelijck hier volght:

$$\begin{array}{lcccc}
 & yy + & \frac{qr - 2qv}{q - r}y + & \frac{qvv - qss}{q - r} & \propto 0 \\
\text{Mult.} & 2. & 1. & 0. & \\
\hline
\text{komt} & 2yy + & \frac{qr - 2qv}{q - r}y & * & \propto 0 \\
\hline
\text{of} & & 2qy - 2ry + qr \propto 2qv. & & \\
\hline
\text{ende} & & y - \frac{ry}{q} + \frac{1}{2}r \propto v. & &
\end{array}$$

Het tweede is de volghende verghelijckinghe, ende wordt ghevraegt na de waerde van v, nu om datter inde vijfde term komt vv, daerom stel ick onder deselve 0, gelijck hier volght:

$$\begin{array}{lccccccc}
 & y^6 & - 2by^5 & - 2cdy^4 & + 4bcdy^3 & - 2bbcdyy & - 2bccddy & + bbccdd \propto 0 \\
 & & & + bb & - 2ddv & + ccdd & & \\
 & & & + dd & & - ddss & & \\
 & & & & & + ddvv & & \\
\text{Mult.} & 4. & 3. & 2. & 1. & 0. & -1. & -2. \\
\hline
\end{array}$$

$$\text{komt } \begin{array}{l} 4y^6 - 6by^5 - 4cdy^4 + 4bcdy^3 \;*\; + 2bccddy - 2bbccdd \infty 0 \\ \qquad\qquad\quad + 2bb \quad - 2ddv \\ \qquad\qquad\quad + 2dd \end{array}$$

Wanneer men alles divideert door $2ddy^3$, ſoo komt

$$v \infty \frac{2y^3}{dd} - \frac{2byy}{dd} + \frac{bby}{dd} - \frac{2cy}{d} + y + \frac{2bc}{d} + \frac{bcc}{yy} - \frac{bbcc}{y^3}$$

Volght voor 't leſt noch een Voorbeeldt: Van deſe Vergelijckinghe $y^4 - py^3 + qyy - ry + \text{ſ} \infty 0$, heeft de onbekende waerde twee gelijcke wortels, men vraeght naer de weerde van y.

$$\begin{array}{lccccc} & y^4 - & py^3 + & qyy - & ry + & \text{ſ} \infty 0 \\ \text{Mult.} & 0. & 1. & 2. & 3. & 4. \\ & 4. & 3. & 2. & 1. & 0. \\ & -1. & 0. & 1. & 2. & 3. \\ & 3. & 2. & 1. & 0. & -1. \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{komt} & * - py^3 + 2qyy - 3ry + 4\text{ſ} \infty 0. \\ & 4y^4 - 3py^3 + 2qyy - ry \;*\; \infty 0. \\ & -y^4 \;*\; + qyy - 2ry + 3\text{ſ} \infty 0. \\ & 3y^4 - 2py^3 + qyy \;*\; - \text{ſ} \infty 0. \end{array}$$

D'eerſte van deſe vier Verghelijckinghen, ghemultipliceert met 4, en de tweede met p, deſe twee-komende Verghelijckinghen t'ſaemen gheaddeert, komt een Verghelijckinghe van twee Dimenſien. Voorts de derde ghemultipliceert met 3, ende die gheaddeert tot de vierde, komt een Verghelijckinghe van drie Dimenſien, de vierde ghemultipliceert met 3, die gheaddeert tot de derde, komt mede een Verghelijckingh van drie Dimenſien. Dan krijgtmen uyt de twee vergelijckingen van drie dimenſien een vergelijcking van twee dimenſien ende door deſe van twee dimenſien, ende die van twee dimenſien in 't eerſt gevonden, krijght men de waerde van y.

Merckt

Merckt, uyt de twee eerste Verghelijckinghen, krijght men een vergelijckingh van twee Dimensien, 't welck hier tot de ontbindingh ghenoegh is, maer gae hier wat langher, om te toonen, hoe men te werck kan gaen met hooger vergelijckingen.

Hoe men een Verghelijckingh op-lost, die ghekomen is uyt de multiplicatie van andere, van welck in d'een een term of meer heeft ontbroocken.

Dese twee volghende Verghelijckingen t'samen ghemultipliceert

$$\begin{array}{l} x^3 + exx + fx + g \propto 0 \\ x + h \propto 0 \\ \hline x^4 + ex^3 + fxx + gx \\ \quad + hx^3 + ehxx + fhx + gh \\ \hline \end{array}$$

komt $x^4 + px^3 + qxx + rx + s \propto 0.$

Soo men dan steldt dat e is $\propto 0$.

Soo is $p \propto h$

$q \propto f$

$r \propto g + fh$, of $r \propto g + pq$, ende $r - pq \propto g$

$s \propto gh$, so is $\frac{s}{h} \propto r - pq$, ende $h \propto \frac{s}{r - pq}$.

Wanneer men dan dese gevonde quantiteyten, steldt in de plaets van h, soo kan de Verghelijckinghe ghedivideert worden door $x + p \propto 0$, ende door $x + \frac{s}{r - pq} \propto 0$

Voorts soo men steldt $f \propto 0$, en $p \propto 0$.

Soo is $p \propto e + h \propto 0$, en $e \propto -h$.

$q \propto eh$, of $q \propto -hh$, ofte $\sqrt{-q} \propto h$.

$r \propto g$

$s \propto gh$ of $s \propto rh$, en $\frac{s}{r} \propto h$.

Wanneer men dan dese ghevonde quantiteyten, steldt in de plaets van h, soo kan dese Verghelijckingh ghedivideert worden door $x+\sqrt{-q} \infty 0$, ende door $x+\frac{s}{r} \infty 0$, ende alsoo met anderen.

Wanneer men de volgende Verghelijckinghen t'saemen multipliceert

$$\begin{array}{l} x^3 + exx + fx + g \infty 0 \\ xx + h \qquad\qquad \infty 0 \\ \hline x^5 + ex^4 + fx^3 + gxx \\ \qquad + hx^3 + ehxx + fhx + gh \\ \hline \end{array}$$

komt $x^5 + px^4 + qx^3 + rxx + sx + t \infty 0$

Soo is $p \infty e$

$q \infty f + h$, of $q - h \infty f$

$r \infty g + eh$, of $r - ph \infty g$

$s \infty fh$, of $s \infty qh - hh$, of $h \infty \frac{1}{2}q \; 8 \; \sqrt{\frac{1}{4}qq - s}$.

$t \infty ph$, of $t \infty rh - phh$, of $h \infty \frac{r}{2p} \; 8 \; \sqrt{\frac{rr}{4pp} - \frac{t}{p}}$.

Wanneer men dan dese ghevonde quantiteyten steldt in de plaets van h, soo kan dese Verghelijckingh ghedivideert worden door $xx - \frac{1}{2}q \; 8 \; \sqrt{\frac{1}{4}qq - s} \infty 0$, eñ door $xx + \frac{r}{2p} \; 8 \; \sqrt{\frac{rr}{4pp} - \frac{t}{p}} \infty 0$

Wijders soo men in de leste Multiplicatie, f steldt ghelijck 0, soo heeft men $p \infty e$

$q \infty h$

$r \infty g + eh$, of $r - ph \infty g$

$t \infty gh$, of $t \infty rh - phh$ of $h \infty \frac{r}{2p} \; 8 \; \sqrt{\frac{rr}{4pp} - \frac{t}{p}}$.

Wanneer men dese ghevonde quantiteyten, steldt in de plaets van h, soo kan dese Verghelijckingh ghedivideert worden door $xx + p \infty 0$, ende $xx + \frac{r}{2p} \; 8 \; \sqrt{\frac{rr}{4pp} - \frac{t}{p}} \infty 0$. Ende alsoo met andere.

Wan-

Wanneer men dese volghende twee Verghelijckinghen t'saemen Multipliceert:

$$\begin{array}{l} x^3 + exx + fx + g \infty 0 \\ xx + hx + y \quad \infty 0 \\ \hline x^5 + ex^4 + fx^3 + gxx \\ \quad + hx^4 + ehx^3 + fhxx + ghx \\ \quad\quad + yx^3 + eyxx + fyx + gy \\ \hline \end{array}$$

komt $x^5 + px^4 + qx^3 + rxx + sx + t \infty 0$

Soo men dan steldt $e \infty 0$

dan is $p \infty h$.

$q \infty f + y$, soo is $q - y \infty f$.

$r \infty g + hf$, soo is $r - pq + py \infty g$.

$s \infty gh + fy$.

$t \infty gy$, soo is $t \infty ry - pqy + pyy$, en $y \infty$

$\frac{1}{2}q - \frac{r}{2p} \pm \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{qr}{2p} + \frac{rr}{4pp} + \frac{t}{p}}$.

Wanneer men dan de ghevonde quantiteyten, steldt in de plaets van h en y, so kan dese Vergelijckingh gedivideert worden door $xx + px + \frac{1}{2}q - \frac{r}{2p} \pm \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{qr}{2p} + \frac{rr}{4pp} + \frac{t}{p}}, \infty 0$.

Ende soo ghestelt wordt $e \infty 0$, $q \infty 0$, ende $s \infty 0$.

dan is $p \infty h$

$q \infty f + y \infty 0$, soo is $-y \infty f$

$r \infty g + hf$ soo is $r + py \infty g$

$s \infty gh + fy \infty 0$, of $pr + ppy \infty yy$, so is $y \infty \frac{1}{2}pp \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^4 + pr}$

$t \infty gy$, so is $t \infty ry + pyy$, en $y \infty -\frac{r}{2p} \pm \sqrt{\frac{rr}{4pp} + \frac{t}{p}}$.

Soo men dan de ghevonde quantiteyten steldt in de plaets van h, en y, soo kan dese Verghelijckinghe ghedivideert worden door $xx + px + \frac{1}{2}pp \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^4 + pr} \infty 0$, ende

$xx + px - \frac{r}{2p} \pm \sqrt{\frac{rr}{4pp} + \frac{t}{p}} \infty 0$, ende alsoo met anderen.

Wanneer men dese twee volghende Verghelijckinghen t' saemen Multipliceert

$$\begin{array}{l}
x^4 + ex^3 + fxx + gx + h \propto 0 \\
xx + yx + z \qquad\qquad \propto 0 \\
\hline
x^6 + ex^5 + fx^4 + gx^3 + hxx \\
\quad + yx^5 + eyx^4 + fyx^3 + gyxx + hyx \\
\qquad\qquad + zx^4 + ezx^3 + fzxx + gzx + hz \\
\hline
\end{array}$$

komt $x^6 + px^5 + qx^4 + rx^3 + sxx + tx + v \propto 0$

Ende dat men steldt $e \propto 0$

so is $p \propto y$.

$q \propto f + z$, of $q - z \propto f$.

$r \propto g + fy$, of $r - pq + pz \propto g$.

$s \propto h + gy + fz$, of $s \propto \frac{v}{z} + rp - ppq + ppz + qz - zz$.

$t \propto hy + gz$, soo is $t \propto \frac{vp}{z} + rz - pqz + pzz$ of $\frac{t}{p} \propto \frac{v}{z} + \frac{r}{p}z - qz + zz$.

$v \propto hz$, of $\frac{v}{z} \propto h$.

Addeert de ghevonde quantiteyten van s en $\frac{t}{p}$, by malkander, komt $s + \frac{t}{p} \propto \frac{2v}{z} + rp - ppq + ppz + \frac{r}{p}z$, dese vergelijckinge met z gemultipliceert, en door $\frac{r}{p} + pp$, gedivideert, komt

$$\begin{array}{l}
zz - ppqz + 2v \propto 0 \\
\quad + rp \\
\quad - \frac{t}{p} \\
\quad - s \\
\hline
\frac{r}{p} + pp
\end{array}$$

Soo men dan de ghevonde waerdens steldt in de plaets van y en z, soo kan de Verghelijckingh ghedivideert worden door $xx + yx + z \propto 0$.

Ten

Ten leſten, ſoo men de volghende Verghelijckinghen t'ſamen Multipliceert

$$
\begin{array}{llllll}
xx & +ex & +f \propto 0 & & & \\
xx & +gx & +h \propto 0 & & & \\
\hline
x^4 & +ex^3 & +fxx & & & \\
 & +gx^3 & +egxx & +fgx & & \\
 & & +hxx & +ehx & +fh & \\
\hline
x^4 & +kx^3 & +lxx & +mx & +n & \propto 0 \\
xx & +yx & +z & & & \propto 0 \\
\hline
x^6 & +kx^5 & +lx^4 & +mx^3 & +nxx & \\
 & +yx^5 & +kyx^4 & +lyx^3 & +myxx & +nyx \\
 & & +zx^4 & +kzx^3 & +lzxx & +mzx \; +nz \\
\hline
\end{array}
$$

komt $x^6 + px^5 + qx^4 + rx^3 + sxx + tx + v \propto 0$

Wanneer men dan ſteldt $e \propto 0$, en $l \propto 0$, ſoo is in de eerſte Multiplicatie:

$k \propto g$
$l \propto f + h \propto 0$, en $h \propto -f$.
$m \propto fg$
$n \propto fh$,

Ende in de tweede Multiplicatie

$p \propto k + y$
$q \propto ky + z$
$r \propto m + kz$
$s \propto n + my$
$t \propto ny + mz$
$v \propto nz$

Soo men dan voor k ſteldt g, voor m ſteldt fg, voor n ſteldt fh, ſoo heeft men

$p \propto g$

$$
\begin{array}{l}
p \propto g + y,\ \text{of}\ p - y \propto g \\
q \propto gy + z,\ \text{of}\ q - py + yy \propto z \\
r \propto fg + gz,\ \text{of}\ \frac{r}{p-y} - q + py - yy \propto f\ \text{so is}\ fg \propto \\
r - pq + ppy - 2pyy + y^3. \\
\qquad + qy \\
s \propto fh + fgy,\ \text{of}\ s - fgy \propto fh. \\
t \propto fhy + fgz,\ \text{of}\ \frac{t - fgz}{y} \propto fh. \\
v \propto fhz,\ \text{of}\ \frac{v}{z} \propto fh.
\end{array}
$$

Hier heeft men drie Vergelijckinghen, die ghelijck fh zijn, so is dan $s - fgy \propto \frac{t-fgz}{y}$ en $sy - fgyy + fgz - t \propto 0$, nu de weerde van fg, ghemultipliceert met de weerde van $-yy + z$, en dat ghesteldt in de plaets van $-fgyy + fgz$, ende dan alles ghedivideert door $-p$, soo komter

$$
\begin{array}{lllll}
y^4 & -\frac{q}{p}\,y^3 & +\,3q\,yy & -\,2pq\,y & +\,\frac{t}{p} \propto 0. \\
 & -\,2p & +\,pp & -\,\frac{qq}{p} & -\,\frac{qr}{p} \\
 & & & +\,r & +\,qq \\
 & & & -\,\frac{s}{p} &
\end{array}
$$

Wanneer men dan de weerde van y, steldt in de plaets van y, ende de weerde van z in de plaets van z, so kan de Verghelijckingh gedivideert worden door $xx + yx + z \propto 0$.

Hoe men sonder te divideeren weten kan, wanneer ons van een Vergelijckingh een wortel bekent is, wat verghelijckingh met de resteerende Wortels over-een komt.

GHelijck, soo men heeft $x^4 + px^3 + qxx + rx + s \propto 0$, ende dat deselve ghedivideert kan worden door $x + b \propto 0$,

soo

ſoo kan de uytkomſt altijdt ſonder te divideeren ghevonden worden als volght:

Ick ſtel dat de Verghelijckingh voort-ghekomen is uyt de volghende Multiplicatie:

$$\begin{array}{l}
x^3 + kxx + \quad lx + m \infty o. \\
x + b \qquad\qquad\qquad \infty o. \\
\hline
x^4 + k\,x^3 + l\,xx + mx \\
\quad + b\,x^3 + bk\,xx + bl\,x + bm \\
\hline
x^4 + p\,x^3 + q\,xx + r\,x + s \infty o.
\end{array}$$

Soo is $p \infty k + b$, en $k \infty p - b$.

$q \infty l + bk$, de k wech gedaen komt $l \infty q - pb + bb$.

$r \infty m + bl$, de l wech gedaen komt $m \infty r - qb + pbb - b^3$

$s \infty bm$, komt $m \infty \frac{s}{b}$.

Soo men dan in deſe Vergelijcking $x^3 + kxx + l\,x + m \infty o$, de k, l, en m wech doet ſoo komter

$$\begin{array}{llll}
x^3 & + p\,xx & + \;qx & + r \infty o. \\
 & - b & - pb & - qb \\
 & & + bb & + pbb \\
 & & & - b^3
\end{array}$$

ofte om datmen de weerde van m op tweederley wijſen heeft

$$\begin{array}{llll}
x^3 & + p\,xx & + \;qx & + \frac{s}{b} \infty o. \\
 & - b & - pb & \\
 & & + bb &
\end{array}$$

Hier op volgt een voorbeelt $x^4 - 10\,x^3 + 27\,xx - 6\,x - 24 \infty o$, kan ghedivideert worden door $x - 4 \infty o$, alhier is $p \infty - 10$, $q \infty 27$, $s \infty - 24$, ende $b \infty - 4$, ſoo komter

$$\begin{array}{llll}
x^3 & - 10\,xx & + 27\,x & \frac{-24}{-4} \infty o, \\
 & + \;4 & - 40 & \\
 & & + 16 &
\end{array}$$

dat is

$x^3 - 6xx + 3x + 6 \propto o$, ende ſoo veel ſalder mede komen wanneer men $x^4 - 10x^3 + 27xx - 6x - 24 \propto o$, divideert door $x - 4 \propto o$.

Voorts wanneer p is $\propto o$, dan komter
$$\begin{array}{l} x^3 - bxx + qx + \frac{s}{b} \propto o. \\ \qquad\qquad\;\; + bb \end{array}$$

Wanneer q is $\propto o$, dan komter
$$\begin{array}{l} x^3 + pxx - qbx + \frac{s}{b} \propto o. \\ \qquad\;\; - b \qquad + bb \end{array}$$

Wanneer s is $\propto o$, ſoo is m mede $\propto o$, dan heeft men
$$\begin{array}{l} xx + px + q \propto o, \text{ ofte } xx + px + \frac{r}{b} \propto o \\ \quad\;\; - b \;\; - pb \qquad\qquad\quad\; - b \\ \qquad\quad\;\; + bb \end{array}$$

Wanneer r en s is $\propto o$, dan is l en m mede $\propto o$, dan heeft men
$$\begin{array}{l} x + p \propto o, \text{ ofte } x + \frac{q}{b} \propto o, \text{ ende alſoo met anderen.} \\ \;\; - b \end{array}$$

Hoe men den wortel kan vinden, van een Teerlinghs-verghelijckinghe, door 't trecken van den Teerlinghs-wortel uyt een twee-namigh ghetal.

WAnneer men de Teerlinghs-verghelijckinghen wil ontbinden door 't trecken van een Teerlinghs-wortel uyt een twee-namigh ghetal, ſoo moet men eerſt de tweede Term uyt de Vergelijckinghe wech doen, ſooder een is, ende dan ſalder een komen van deſe drie voorvallen:

$$x^3 \propto * - px + q.$$
$$x^3 \propto * + px + q.$$
$$x^3 \propto * + px - q.$$

Om door Multiplicatie, ſoo een Verghelijckinghe toe te ſtellen, ſoo ſet men $x \propto y + z$, dit aen weder-zijden Cubic ghemultipliceert ſoo heeft men $x^3 \propto y^3 + 3zyy + 3zzy + z^3$, dan gheſteldt ſtelt x, inde plaets van $y+z$, ſo krijgtmen $x^3 \infty 3zyx + y^3 + z^3$, deſe Verghelijckinghe vergheleecken mett'et tweede voorval, ſo heeft men deſe twee Verghelijckinghen:

$$+p \infty 3zy, \text{ ſoo is } \frac{+p}{3z} \infty y.$$
$$+q \infty y^3 + z^3, \text{ ſoo is } y^3 \infty q - z^3.$$

Steldt $\frac{+p}{3z}$ in de plaets van y, ſoo heeft men $\frac{+p^3}{27z^3} \infty q - z^3$, of $+p^3 \infty 27qz^3 - 27z^6$, ende $z^6 - qz^3 + \frac{1}{27}p^3 \infty 0$, nu geſtelt $v \infty z^3$, ſoo komter $vv - qv + \frac{1}{27}p^3 \infty 0$. Ende $v \infty z^3 \infty \frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}$, ſoo is $q - z^3 \infty y^3 \infty \frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}$.

Soo komt $z \infty \sqrt{C.\,\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}}$, ende
$y \infty \sqrt{C.\,\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}}$. So is $z+y$ of
$x \infty \sqrt{C.\,\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}} + \sqrt{C.\,\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3}}$, voor 't tweede Voorval.

Wanneer men dan $-p$, ſteldt in de plaets van $+p$, ſoo komt voor 't eerſte Voorval

$$x \infty \sqrt{C.\,\tfrac{1}{2}q + \sqrt{\tfrac{1}{4}qq + \tfrac{1}{27}p^3}} + \sqrt{C.\,\tfrac{1}{2}q - \sqrt{\tfrac{1}{4}qq + \tfrac{1}{27}p^3}}.$$

Ende wanneer men $-q$, ſteldt in de plaets van $+q$, ſoo komt voor 't derde Voorval:

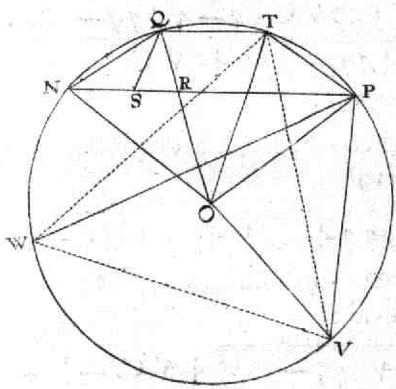
$$x \infty \sqrt{C.\,-\tfrac{1}{2}q + \sqrt{\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{1}{27}p^3}} + \sqrt{C.\,-\tfrac{1}{2}q - \sqrt{\tfrac{1}{4}qq - \tfrac{1}{27}p^3}}.$$

Voorbeeldt op 't eerſte voorval, zijnde $x^3 \infty * - 3x + 36$, ſoo is $x \infty \sqrt{C.\,18 + \sqrt{325}} + \sqrt{C.\,18 - \sqrt{325}}$, want $\frac{1}{2}q$ doet 18, $\frac{1}{4}qq$ doet 324, ende $\frac{1}{27}p^3$, dat is den Teerlingh van $\frac{1}{3}p$ doet 1. Den Cubic-wortel uyt yder vande tweenamige getrocken komt $x \infty 1\frac{1}{2} + \sqrt{3\frac{1}{4}} + 1\frac{1}{2} - \sqrt{3\frac{1}{4}}$, dat is $x \infty 3$.

Hier ſtaet te bemercken datter in dit eerſte voorval maer een ware wortel kan weſen, ende dat de twee valſche wortels niet dan ingebeelde zijn, van welck voorval is mede iets aengeroert fol.47.

Voorbeeldt op 't tweede voorval, zijnde $x^3 \infty * + 6x + 40$. Soo is $x \infty \sqrt{C.\ 20 + \sqrt{392}} + \sqrt{C.\ 20 - \sqrt{392}}$. Want $\frac{1}{2}q$ doet 20, $\frac{1}{4}qq$ doet 400, ende $\frac{1}{27}p^3$, dat is den Teerlingh van $\frac{1}{3}p$ doet 8. Den Cubic-wortel uyt yder van dese twee-namige getrocken, komt $x \infty 2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2}$, dat is $x \infty 4$.

Het derde Voorval, is het selfde als het tweede, alleen dat in de tweede, de waere wortels zijn, dat zijn in de derde de valsche. Hier moet men bemercken, dat in 't tweede en derde Voorval $\frac{1}{4}qq$ altijdt meerder moet zijn dan $\frac{1}{27}p^3$. Maer wanneer 't ghebeurt dat $\frac{1}{27}p^3$ meerder is dan $\frac{1}{4}qq$, dan kanmense ontbinden, door de deelinghe van een hoeck in drien, ghelijck hier volght in dit neven-



staende Rondt, steldt den half-middellijn N O $\infty \sqrt{\frac{1}{3}p}$, en den pees N P $\infty \frac{3q}{p}$, dan deeldt men de booghen N T P, ende N V P, yder in drie ghelijcke deelen, soo sal den pees T P, met t'saemen den pees P V, in 't tweede Voorval den waeren Wortel zijn, dat is W P, te weten, wanneer men T V, en W V ghelijck maeckt, ende T P en P V, sullen de twee valsche zijn.

Maer

Maer in 't derde Voorval ſullen de peeſen T P en P V, de ware wortelen zijn, ende W P de valſche. Door deſe wijſe, kanmen ontrent de weerde der wortelen, door de Tafel Sinus vinden.

Soo yemandt twijfelde of W P ghelijck waer, met T P + P V, dat kan men ſien als volght, om dat T P is $\frac{1}{3}$ van den Booghe, N T P, ende P V $\propto \frac{1}{3}$ van den booghe N V P, daerom is T V $\propto \frac{1}{3}$ van 't heele Rondt, ende is volghens dien T V W, een ghelijck-zijdighen drie-hoeck, ick ſtel yder zijde $\propto z$, T P $\propto x$, en P V $\propto y$, de twee recht-hoecken T P, W V, en W T, P V, zijn t'ſamen gelijck den recht-hoeck T V, W P, daerom $xz + yz$ ghedivideert door T V $\propto z$, komt W P $\propto x + y$, dat is $\propto$ T P + P V.

Waerom men ſteldt N O $\propto \sqrt{\frac{1}{3}p}$, en N P $\propto \frac{3q}{p}$ dat blijckt alſo, laet zijn N O $\propto m$, N P $\propto n$, ende N Q $\propto x$, ſoo ſpreeckt men als N O $\propto m$, tot N Q $\propto x$, alſoo N Q $\propto x$ tot Q R $\propto \frac{xx}{m}$, ende alſo $\frac{xx}{m}$ tot $\frac{x^3}{mm}$ voor S R. Voorts S R + N P is $\propto$ drie mael N Q, dat is $\frac{x^3}{mm} + n \propto 3x$, alles met mm ghemultipliceert, komt $x^3 \propto 3mmx - mmn$, wanneer men dan heeft $x^3 \propto + px - q$, ſoo zijnder twee Verghelijckinghen

$+p \propto +3mm$, ſoo is $\frac{1}{3}p \propto mm$, ende $\sqrt{\frac{1}{3}p} \propto m$
$-q \propto -mmn$, komt $\frac{q}{mm} \propto n$, ſteldt $\frac{1}{3}p$, in de plaets van mm, komt $\frac{3q}{p} \propto n$.

Hoe men de waerde der Wortelen, van een Verghelijckinghe, wanneerſe anders niet ghevonden konnen worden, ſoeckt door naerderinghe.

HEt ghebeurt veeltijdts, wanneer men een queſtie, tot een Verghelijckingh ghebracht heeft, datmen dan uyt die Verghelijckingh, gheen rationalen wortel kan trecken, ſoo men dan evenwel, de weerde der Wortelen ontrent weten wil, ſoo ſoeckt-men die door naerderinghe, ghelijck ſoo men heeft

$x^3 + 2xx - 23x - 70 \propto 0$, ofte $x^3 + 2xx \propto 23x + 70$. Ick ſtel voor eerſt $x \propto 1$, dat is 1, in de plaets van x, maer men bevindt het te weynigh, daerom ſtel ick $x \propto 10$, dat is 10 in de plaets van x, 100 in de plaets van xx, ende 1000 in de plaets van x^3. Komt te veel, ick neem dan $x \propto 5$, komt te weynigh, dan ſtel ick $x \propto 6$, komt te veel, dan neem ick $x \propto 5.\ 5$, dat is $5\frac{5}{10}$, komt wederom te veel, ick ſtel dan $x \propto 5.\ 2$, komt noch te veel, daerom gheſteldt $x \propto 5.\ 1$, komt te weynigh, ſoo ſtel ick wederom tuſſchen beyde $x \propto 5.\ 15$, komt te veel, daerom neem ick $x \propto 5.\ 13$, komt te weynigh, ende $x \propto 5.\ 14$, komt te veel, ick ſtel dan $x \propto 5.\ 135$, komt te veel, eñ $x \propto 5.\ 134$, komt te weynigh, ſo dat de weerde van x meer doet als $5\frac{134}{1000}$, eñ minder als $5\frac{135}{1000}$, wanneer men die wijſe vervolght, kan men 't ſo na krijgen als men luſt heeft dat uyt te wercken, ende alſo met anderen.

Op wat wijſe men weten kan, tuſſchen wat palen de grootte der waere Wortelen begrepen zijn.

Soo men heeft $x^3 * - qx + r \propto 0$, ofte $x^3 + r \propto qx$, dan is qx grooter dan r, yder door q gedivideert komt x grooter dan $\frac{r}{q}$, mede is qx grooter dan x^3, ende q grooter dan xx, ſo is $\sqrt{q}$ grooter dan x. Wy hebben dan gevonden dat x grooter is dan $\frac{r}{q}$, ende kleynder dan $\sqrt{q}$.

So men heeft $x^3 * + qx - r \propto 0$, ofte $x^3 + qx \propto r$, ſoo is r grooter als qx, ende $\frac{r}{q}$ grooter als x, ſo is mede r grooter als x^3, ende $\sqrt{C.\ r}$ grooter als x, daerom $x\sqrt{C.\ rr}$ grooter als x^3, ſo is dan $x\sqrt{C.\ rr} + qx$ grooter dan r, ende x grooter dan $\frac{r}{\sqrt{C.\ rr} + q}$. Soo heb-

hebbē wy gevondē dat x grooter is dā $\frac{r}{\sqrt{C.rr}+q}$, eñ kleynder als $\frac{r}{q}$.

Somen heeft $x^3 - pxx + qx - r \infty 0$, dat is $x^3 - pxx \infty r - qx$, ſo x grooter is dan p, ſo is $\frac{r}{q}$ grooter dan x, maer ſoo p grooter is dan x, ſoo is x grooter dan $\frac{r}{q}$, wy hebben dan gevonden dat de weerde van x, is tuſſchen p ende $\frac{r}{q}$.

Somen heeft $x^3 - pxx - qx + r \infty 0$, dat is $x^3 + r \infty pxx + qx$, ſo is $pxx+qx$ grooter als r, eñ x grooter als $-\frac{q}{2p}+\sqrt{\frac{qq}{4pp}+\frac{r}{p}}$, Voorts $pxx+qx$ is grooter als x^3, dat is $px+q$ grooter als xx, ſo is $\frac{1}{2}p+\sqrt{\frac{1}{4}pp+q}$ grooter als x, ſo hebben wy gevonden dat x grooter is als $-\frac{q}{2p}+\sqrt{\frac{qq}{4pp}+\frac{r}{p}}$, eñ kleynder als $\frac{1}{2}p+\sqrt{\frac{1}{4}pp+q}$,

Dit ſelfde anders $x^3 + r \infty pxx + qx$, ſo is $px+q$ grooter als xx, ſo x dan grooter is als $\sqrt{q}$, ſoo is $px+x\sqrt{q}$ grooter als xx, ende $p+\sqrt{q}$ grooter als x, eñ ſo $\sqrt{q}$ grooter is dan x, ſo is $p+\sqrt{q}$ noch veel grooter als x. Voorts $pxx+qx$ is grooter als r, en om dat $p+\sqrt{q}$ grooter is dan x, daerom $ppx+px\sqrt{q}$ grooter dan pxx, ſo is dan $ppx+px\sqrt{q}+qx$ grooter dan r, ende x grooter als $\frac{r}{pp+p\sqrt{q}+q}$, ſoo hebben wy ghevonden dat x grooter is als $\frac{r}{pp+p\sqrt{q}+q}$ ende kleynder als $p+\sqrt{q}$.

Somen heeft $x^4 * - qxx - rx - s \infty 0$, ſo is $x^4 - qxx \infty rx + s$, daerom xx is grooter dan q, x grooter dan $\sqrt{q}$, ende $x^3\sqrt{q}$ grooter dan bxx, voorts $x^4 - rx$ is $\infty qxx + s$, daerom x^3 grooter dan r, x grooter dan $\sqrt{C.\,r}$ eñ $x^3\sqrt{C.\,r}$ grooter dan rx, wijders $x^4 - s$ is $\infty qxx + rx$, daerom x^4 grooter dan s, x grooter dan $\sqrt{\sqrt{s}}$, ende $x^3\sqrt{\sqrt{s}}$ grooter dan s. Oock is $x^4 \infty qxx + rx + s$, ſo is $x^3\sqrt{q}+x^3\sqrt{C.\,r}+x^3\sqrt{\sqrt{.\,s}}$, grooter dan x^4, eñ $\sqrt{q}+\sqrt{C.\,r}+\sqrt{\sqrt{.\,s}}$ grooter dan x, ſo hebben wy gevondē dat x grooter is als $\sqrt{q}$, of $\sqrt{C.\,r}$, of $\sqrt{\sqrt{.\,s}}$, maer kleynder als $\sqrt{q}+\sqrt{C.\,r}+\sqrt{\sqrt{.\,s}}$, ende alſo met anderen.

Hier mede ſal 't van de Vergelijckingen genoegh zijn, want mijn voornemen is maer om den Leerlingh op de wegh te helpen.

HET

HET

DERDE DEEL:

Hoe een Questie tot een Verghelijckinghe ghebracht wordt.

NU resteerter noch te toonen, op wat wijse men een Questie tot een Vergelijckinghe brenght, om daer in de ghevoeghelijckste wegh te gaen, dunckt my best te wesen, dat ick hier de ontbindinghe stel van eenighe Vraegh-stucken. Maer men heeft hier op te letten, dat men op yder Questie, soo veel Verghelijckinghen moet vinden, als men onbekende Quantiteyten gesteldt heeft, die men dan tot soodanigh een eenighe brenght, in welck maer eenderley onbekende quantiteyten resteeren. Soo 't dan ghebeurt, datter soo veel Vergelijckinghen niet te vinden en zijn, al is 't datmen al doet, wat daer toe ghedaen kan worden, dat betoont datter te weynigh ghegheven is, ende men mach dan voor yder van soodanighe onbekende quantiteyten, daer men gheen Verghelijckingh toe vinden kan, naer dat het de natuer van de Questie vereyst, sulcken ghetal stellen, als men begheert, waer uyt volght, dat dierghelijcke Questien veel uyt-komsten konnen hebben. Welcke dinghen uyt dese volghende, ende die Vraegh-stucken, die yder hem selfs noch voor-stellen kan, ghenoegh bemerckt sullen worden, Hebbe hier toe questien ghenomen, die niet boven de Quadraet-Cos en gaen, waer van eenighe zijn, uyt de konstighe Vraghen van *Ludolf van Ceulen*.

Een-

Eender verkoopt een Peerdt voor 144 *guldens, ende wint ſoo veel ten hondert, als 't Peerdt hem guldens ghekoſt heeft, men vraeght naer de winſt.*

STeldt dattet Peerdt hem gekoſt heeft, x guldens, dan als 100 tot $100 + x$, alſoo x tot 144. Merckt van vier proportionalen is den rechthoeck op de binnenſte, gelijck den rechthoeck op de buytenſte, daerom is $100x + xx \infty 14400$, of $xx + 100x - 14400 \infty 0$, ende $x \infty 80$, voor dat hem het Peerdt ghekoſt heeft, ſoo is de begheerde winſt 64 guldens.

Wat zijn 't voor getallen, ſoomen de ſomme der eerſte en tweede multipliceert met de derde komt 264, *de ſomme der tweede en derde gemultipliceert met de eerſte, komt* 102, *ende de ſomme der eerſte en derde, met de tweede komt* 234.

Steldt voor de ghetallen x, y, en z, ſoo is

$$\begin{array}{l}
xz + yz \infty 264. \\
xy + xz \infty 102. \\
yx + yz \infty 234. \\
\hline
2xz + 2yz + 2xy \infty 600. \\
\hline
xz + yz + xy \infty 300. \\
xz + yz \infty 264. \\
\hline
xy \infty 36. \\
y \infty \frac{36}{x}.
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{l}
xy + xz \infty 102. \\
xy \infty 36. \\
\hline
xz \infty 66. \\
z \infty \frac{66}{x}.
\end{array}$$

Steldt in de eerſte Vergelijckingh $\frac{36}{x}$ in de plaets van y, ende $\frac{66}{x}$ in de plaets van z, ſoo heeft men $66 + \frac{2376}{xx} \infty 264$, ſoo is $198xx \infty 2376$, ende $xx \infty 12$, komt dan $x \infty \sqrt{12}$, $y \infty \frac{36}{\sqrt{12}}$, ende $z \infty \frac{66}{\sqrt{12}}$, of $2\sqrt{3}$, $6\sqrt{3}$, ende $11\sqrt{3}$.

Daer zijn drie proportionalen, haere ſomme doet 20, *ende hare quadraten doen t'ſamen* 140, *deſelve te vinden.*

Steldt voor de twee buytenſte t'ſaemen x, ſoo is de middelſte $20 - x$, en dan voor 't eerſte y, ſoo is 't derde $x - y$. Nu den rechthoeck op de buytenſte, is ghelijck 't vierkant op 't middelſte, ſo komt $xy - yy \infty 400 - 40x + xx$, of $yy - xy + 400 - 40x + xx \infty 0$, ſo is $y \infty \frac{1}{2}x + \sqrt{-400 + 40x - \frac{3}{4}xx}$, voor 't eerſte ghetal, en $x - y \infty \frac{1}{2}x - \sqrt{-400 + 40x - \frac{3}{4}xx}$, voor 't derde ghetal, de ſomma van de Vierkanten op deſe drie ghetallen zijnde $40x - 400$, is ghelijck 140, ſo komt $40x \infty 540$, ende $x \infty 13\frac{1}{2}$, ſoo men dan in de drie ghevonde ghetallen overal $13\frac{1}{2}$ in de plaets van x ſteldt, ſo komt het middelſte $6\frac{1}{2}$, ende de twee uytterſte $6\frac{3}{4} + \sqrt{3\frac{5}{16}}$, ende $6\frac{3}{4} - \sqrt{3\frac{5}{16}}$.

Sijnde vier gedueríghe proportionalen, de middelſte doen t'ſamen 12, *en de uytterſte doen t'ſamen* 20, *deſelve te vinden.*

Steldt voor 't eerſte $10 - y$, ſoo is 't vierde $10 + y$, dan ſteldt voor 't tweede $6 - x$, ſo is 't derde $6 + x$.

Den rechthoeck op de uytterſte is gelijck den rechthoeck op de middelſte, daerom $100 - yy \infty 36 - xx$, ſo komt $xx \infty yy - 64$, ende $x \infty \sqrt{yy - 64}$, wanneer men dan dit, in de plaets van x ſtelt, ſoo zijn de vier getallen $10 - y$, $6 - \sqrt{yy - 64}$, $6 + \sqrt{yy - 64}$, ende $10 + y$.

Voorts den rechthoeck van 't eerſte en derde, is gelijck 't vierkant op 't tweede, dat is :

$$60 - 6y \begin{smallmatrix}+10\\-y\end{smallmatrix} \sqrt{yy - 64} \infty yy - 28 - 12\sqrt{yy - 64}.$$

Mede is den rechthoeck van 't tweede en 't vierde, ghelijck 't vierkant op 't derde, dat is :

$60 +$

$60 + 6y - \frac{10}{7}\sqrt{yy - 64} \infty yy - 28 + 12\sqrt{yy - 64}$.

Defe twee Verghelijckinghen van malkander ghetrocken reft $24\sqrt{yy - 64} \infty 12y - 20\sqrt{yy - 64}$, dat is $44\sqrt{yy - 64} \infty 12y$, defe door 4 ghedivideert, en dan aen weder-zijden in 't vierkant gemultipliceert komt $121yy - 7744 \infty 9yy$, en $yy \infty 69\frac{1}{7}$, fo is $y \infty \sqrt{69\frac{1}{7}}$, of $y \infty 22\sqrt{\frac{1}{7}}$, dit in de gevonde vier getallen over-al in de plaets van y ghefteldt, foo komen de vier begheerde getallen $10 - 22\sqrt{\frac{1}{7}}$, $6 - 6\sqrt{\frac{1}{7}}$, $6 + 6\sqrt{\frac{1}{7}}$, en $10 + 22\sqrt{\frac{1}{7}}$.

Wat zijn 't voor getallen, waer van d'eerfte en de derde t' famen twee mael fo veel doen, als de tweede, ende fo men **Multipliceert** *d'eerfte met de tweede komt* 20. *ende de derde met de eerfte ghemultipliceert ende tot het product gheaddeert het quadraet van 't derde komt* 80.

Steldt voor de drie ghetallen x, $\frac{20}{x}$, en y, foo is $x + y \infty \frac{40}{x}$, ende $y \infty \frac{40}{x} - x$. Voorts is $xy + yy \infty 80$, ende $y \infty \sqrt{\frac{1}{4}xx + 80} - \frac{1}{2}x$. Defe twee waerdens van y, zijn malkander ghelijck, te weten $\frac{40}{x} - x \infty \sqrt{\frac{1}{4}xx + 80} - \frac{1}{2}x$, foo is $\frac{80 - xx}{2x} \infty \sqrt{\frac{1}{4}xx + 80}$, dit aen weder-zijden in 't vierkant ghemultipliceert komt $\frac{6400 - 160xx + x^4}{4xx} \infty \frac{1}{4}xx + 80$, foo is $xx \infty 13\frac{1}{3}$, en $x \infty \sqrt{13\frac{1}{3}}$, $\frac{20}{x} \infty \sqrt{30}$, ende $y \infty \frac{40}{x} - x \infty \sqrt{53\frac{1}{3}}$. De drie begheerde ghetallen zijn dan, $2\sqrt{\frac{10}{3}}$, $3\sqrt{\frac{10}{3}}$, en $4\sqrt{\frac{10}{3}}$.

Daer is een Arithmetifche progreffie van vijf getallen, wanneer men de fomma der vier eerfte multipliceert, met de vijfde, komt 6000, *ende de fomme der vier lefte, ghemultipliceert met 'et eerfte, komt* 4488, *wat ghetallen zijn 't?*

N 2

Steldt

Steldt voor 't eerſte ghetal x, en de differentie der ghetallen y, ſoo zijn de ſelve x, $x+y$, $x+2y$, $x+3y$, en $x+4y$.

De ſomme der eerſte vier zijnde $4x+6y$, ghemultipliceert met $x+4y$, komt $4xx+22xy+24yy \infty 6000$.

De ſomme der leſte vier zijnde $4x+10y$, ghemultipliceert met x, komt $4xx+10xy \infty 4488$.

Deſe twee Verghelijckinghen van malkander ghetrocken reſt $12xy+24yy \infty 1512$. Soo is $x \infty \frac{126-2yy}{y}$, dit gheſteldt in de eerſte Verghelijckingh in de plaets van x, en het vierkant is de plaets van xx, ſoo komter

$$\frac{63504+756yy-4y^4}{yy} \infty 6000.$$

So is $y^4+1311yy+15876 \infty 0$, en $yy \infty 12$, ſo komt $y \infty \sqrt{12}$, $x \infty \frac{126-2yy}{y}$ doet dan $\sqrt{867}$. So is dan $x \infty 17\sqrt{3}$, en $y \infty 2\sqrt{3}$, komt ten leſten voor de begeerde getallen $17\sqrt{3}$, $19\sqrt{3}$, $21\sqrt{3}$, $23\sqrt{3}$, ende $25\sqrt{3}$.

Dit Vraegh-ſtuck kan men mede bewercken als volght: De twee Verghelijckinghen waeren

$4xx+22yx+24yy \infty 6000$. So is $x \infty \sqrt{\frac{25}{16}yy+1500}-\frac{11}{4}y$.
en $4xx+10yx \infty 4488$. So is $x \infty \sqrt{\frac{25}{16}yy+1122}-\frac{5}{4}y$.

Deſe twee waerdens van x, zijn malkander ghelijck, ſoo is $\sqrt{\frac{25}{16}yy+1500}-\frac{11}{4}y \infty \sqrt{\frac{25}{16}yy+1122}-\frac{5}{4}y$, addeert aen wederzijden $\frac{5}{4}y$, en dan yder zijde in't vierkant gemultipliceert, komt $\frac{61}{16}yy+1500-3y\sqrt{\frac{25}{16}yy+1500} \infty \frac{25}{16}yy+1122$, ſoo is $\frac{9}{4}yy+378 \infty 3y\sqrt{\frac{25}{16}yy+1500}$, dit wederom aen weder-zijden in't vierkant ghemultipliceert, ende de Verghelijckingh dan van malkander ghetrocken reſt $9y^4+11799yy-142884 \infty 0$, of $y^4+1311yy-15876 \infty 0$, ende als vooren $y \infty \sqrt{12}$, ſo is $x \infty \sqrt{\frac{25}{16}12+1500}-\frac{11}{4}\sqrt{12}$, of $x \infty 22\frac{1}{2}\sqrt{3}-5\frac{1}{2}\sqrt{3}$, dat is $x \infty 17\sqrt{3}$.

Daer

Daer is een Arithmetische progressie van ettelijcke termijnen, somen de somme van alle de ghetallen, sonder het eerste multipliceett met het eerste getal komt 70.

Soo men de somme van alle de ghetallen, sonder het tweede multipliceert met'et tweede ghetal komt 198.

Ende soo men de somme van alle de ghetallen, sonder het derde, multipliceert met'et derde ghetal komt 310.

Hoe veel termijnen heeft de Progressie, ende wat getallen zijn't?

Stelt voor 't eerste getal x, voor de differentie der getallen y, eñ voor 't getal der termijnen z. So is 't leste getal $x + zy - y$. Want het getal der termijnen min een, gemultipliceert met de differentie der getallen, komt de differentie, van 't eerste en leste getal.

Addeert het eerste tot het leste ghetal, komt $2x + zy - y$, dit ghemultipliceert met de helft van 't ghetal der Termijnen, zijnde $\frac{1}{2}z$, komt voor de somme van alle de ghetallen t' saemen $xz + \frac{1}{2}yzz - \frac{1}{2}yz$, om de groote ghetallen te schouwen, stel ick in de placts v.

Van dese somme ghetrocken het eerste, en dan ghemultipliceert met'et eerste komt $vx - xx \infty 70$.

Van de somme der getallen getrocken het tweede zijnde $x + y$ ende de rest ghemultipliceert met $x + y$, komt

$$vx - xx + vy - 2xy - yy \infty 198.$$

Van de somme der getallen, getrocken het derde zijnde $x + 2y$, ende de rest ghemultipliceert met $x + 2y$, komt

$$vx - xx + 2vy - 4xy - 4yy \infty 310.$$

Treckt d'eerste Verghelijckingh van de tweede rest

$$vy - 2xy - yy \infty 128.$$

Dan treckt de tweede Vergelijckingh van de derde rest

$$vy - 2xy - 3yy \infty 112.$$

Dese twee gevonde Vergelijckinghen van malkander getrocken rest $2yy \infty 16$, soo is $y \infty \sqrt{8}$.

N 3 Hier

Hier voor is gevonden $vy - 2xy + yy \infty 128$, ſteldt $\sqrt{8}$ inde plaets van y, ſoo is $v \infty \frac{136}{\sqrt{8}} + 2x$.

Voorts $vx - xx$ is $\infty 70$, doet de v wech komt $\frac{136}{\sqrt{8}}\,x + xx \infty 70$, ſoo is $x \infty \sqrt{2}$.

Ende v doet dan $\frac{136}{\sqrt{8}} + 2\sqrt{2} \infty xz - \frac{1}{2}yzz - \frac{1}{2}yz$, doet de x en y wech komt $36\sqrt{2} \infty z\sqrt{2} + zz\sqrt{2} - z\sqrt{2}$, dat is $36\sqrt{2} \infty zz\sqrt{2}$, dit gedivideert door $\sqrt{2}$, komt $36 \infty zz$, en $6 \infty z$, voor 't ghetal der termijnen, ſoo zijn de begheerde ghetallen $\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, $7\sqrt{2}$, $9\sqrt{2}$, en $11\sqrt{2}$.

Vindt vier ghetallen, alſoo van natuer, dat de differentie tuſchen 't tweede en vierde, ∞ $\frac{3}{8}$ der differentie tuſchen 't eerſte en derde ghetal, mede de differentie tuſchen de tweede en de derde, doe ſoo veel als $\frac{2}{9}$ der differentie tuſſchen 't eerſte en vierde ghetal. Ende als men Multipliceert het eerſte mettet vierde, dat koome 20, en het tweede mettet derde datter 16 koome.

Steldt voor de ghetallen x, y, $x - z$, en $y - \frac{3}{8}z$, de differentie tuſſchen 't tweede en derde is $y - x + z$, en de differentie tuſſchen 't eerſte en 't vierde is $x - y - \frac{3}{8}z$, het eerſte gemultipliceert met 9, het tweede met 2, komt $9y - 9x + 9z \infty 2x - 2y + \frac{3}{4}z$, addeert aen weder-zijden $-2x + 2y - \frac{3}{4}z$, ſoo komt $11y - 11x + 8\frac{1}{4}z \infty 0$, ende $z \infty \frac{4}{3}x - \frac{4}{3}y$, wanneer men dit dan ſteldt, in de plaets van z, ſoo zijn de vier ghetallen

x, y, $\frac{4}{3}y - \frac{1}{3}x$, en $1\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}x$

Soo is $1\frac{1}{2}xy - \frac{1}{2}xx \infty 20$.

en $\frac{4}{3}yy - \frac{1}{3}xy \infty 16$. of $yy - \frac{1}{4}xy - 12 \infty 0$,

y is dan $\infty \frac{1}{8}x + \sqrt{\frac{1}{64}xx + 12}$, dit ſteldt in de plaets van y, in de eerſte van deſe twee Verghelijckinghen, ſoo komt

$\frac{3}{16}xx + 1\frac{1}{2}x\sqrt{\frac{1}{64}xx + 12} - \frac{1}{2}xx \infty 20$. So is $24x\sqrt{\frac{1}{64}xx + 12} \infty 320 + 5xx$. Multipliceert aen weder-zijden in 't vierkant,

ende

ende de Verghelijckinghe van malkander ghetrocken, komt $16\,x^4 - 3712\,xx + 102400 \propto 0$, dit door 16 ghedivideert, komt $x^4 - 232\,xx + 6400 \propto 0$. xx is dan $\propto 200$, of 32, en $x \propto 10\sqrt{2}$, of $4\sqrt{2}$, y is $\propto \frac{1}{8}x + \sqrt{\frac{1}{64}xx + 12}$, de x wechgedaen komt $y \propto 4\sqrt{2}$, of $3\sqrt{2}$, ſo zijn dan de begeerde vier getallen $10\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$, en $\sqrt{2}$, ofte $4\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$, $2\frac{2}{3}\sqrt{2}$ en $2\frac{1}{2}\sqrt{2}$.

Daer is een Arithmetiſche progreßie, van vier getallen, als men multipliceert de ſomme des eerſten en tweeden, met'et derde ghetal komt 20, *ende het tweede en derde met'et vierde ghetal komt* 40, *vraghe naer de ghetallen.*

Steldt voor de vier ghetallen x, $x + y$, $x + 2y$, en $x + 3y$, de ſomme des eerſten en tweeden zijnde $2x + y$, ghemultipliceert met het derde zijnde $x + 2y$, komt $2\,xx + 5\,xy + 2\,yy \propto 20$. Soo is $yy + 2\frac{1}{2}\,xy + xx - 10 \propto 0$, d'eerſte Vergelijckingh.

Dan de ſomme des tweeden en derden, zijnde $2x + 3y$, gemultipliceert met het vierde, zijnde $x + 3y$, komt $2\,xx + 9\,xy + 9\,yy \propto 40$, ſoo is $yy + xy + \frac{2}{9}\,xx - 4\frac{4}{9} \propto 0$, deſe ghetrocken van de eerſte Verghelijckingh reſt $1\frac{1}{2}\,xy + \frac{7}{9}\,xx - 5\frac{5}{9} \propto 0$, ſoo is $y \propto \frac{100}{27x} - \frac{14x}{27}$, of $\frac{100 - 14xx}{27x}$, dit geſteldt in de plaets van y, in de eerſte Verghelijckingh ſoo is $\frac{10000}{729\,xx} - \frac{3340}{729} - \frac{20\,xx}{729} \propto 0$, of $10000 - 3340\,xx - 20\,x^4 \propto 0$, en $500 - 167\,xx - x^4 \propto 0$, ſo is $xx \propto \sqrt{7472\frac{1}{4}} - 83\frac{1}{2}$, en $x \propto \sqrt{27\sqrt{10\frac{1}{4}} - 83\frac{1}{2}}$. Voorts y is $\propto \frac{100 - 14\,xx}{27\,x}$, doet de x wech komt $y \propto \frac{47 - 14\sqrt{10\frac{1}{4}}}{\sqrt{27\sqrt{10\frac{1}{4}} - 83\frac{1}{2}}}$, of de breuck gedivideert zijnde $\sqrt{8\sqrt{10\frac{1}{4}} - 24}$. Dit divideeren gaet toe als volght: eerſt multipliceer ick $47 - 14\sqrt{10\frac{1}{4}}$ in't vierkant, komt $4218 - 1316\sqrt{10\frac{1}{4}}$, dit dan gedivideert door $27\sqrt{10\frac{1}{4}} - 83\frac{1}{2}$, te weten, yder eerſt met $27\sqrt{10\frac{1}{4}} + 83\frac{1}{2}$ ghemultipliceert komt $4000\sqrt{10\frac{1}{4}} - 12000$ door 500, ſoo komter

ter $8\sqrt{10\frac{1}{4}} - 24$, hier uyt den Vierkant-wortel, komt $\sqrt{8\sqrt{10\frac{1}{4}} - 24}$ voor de weerde van y. De weerde van x, en de weerde van y zijn Communicanten, om dat men als men haer quadraten t'samen multipliceert, uyt de uytkomst den Vierkant-wortel trecken kan. Daerom soeckt haer ghemeenen deeler, komt $x \propto \sqrt{10\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{10\frac{1}{4}} - 6}}$, en $y \propto 2\sqrt{2\sqrt{10\frac{1}{4}} - 6}$, so zijn d'begeerde getallẽ $\sqrt{10\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{10\frac{1}{4}}-6}}$, $\sqrt{10\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{10\frac{1}{4}}-6}}$, $\sqrt{10\frac{1}{4} + 3\frac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{10\frac{1}{4}} - 6}}$, en $\sqrt{10\frac{1}{4} + 5\frac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{10\frac{1}{4}} - 6}}$. Ofte $\sqrt{27\sqrt{10\frac{1}{4}} - 83\frac{1}{2}}$, $\sqrt{7\sqrt{10\frac{1}{4}} - 13\frac{1}{2}}$, $\sqrt{3\sqrt{10\frac{1}{4}} + 8\frac{1}{2}}$, en $\sqrt{15\sqrt{10\frac{1}{4}} - 17\frac{1}{2}}$.

Daer zijn vier ghetallen Continue proportionales, doen t'saemen 10, *ende haere quadraten doen t'samen* 80. *deselve te vinden.*

Steldt de twee binnenste t'saemen $\propto y$, en de twee buytenste t'samen $10 - y$, Den rechthoeck op de binnenste, is ghelijck den rechthoeck op de buytensten, stelt den selven $\propto r$, voorder stelt voor 't eerste ghetal z, en voor 't tweede x.

Den Recht-hoeck op de binnenste is $yx - xx \propto r$, soo is $x \propto \frac{1}{2}y - \sqrt{\frac{1}{4}yy - r}$, en $\propto \frac{1}{2}y + \sqrt{\frac{1}{4}yy - r}$, voor de twee binnenste.

Den Recht-hoeck op de buytenste is $\begin{smallmatrix}10\\-y\end{smallmatrix}\,z - zz \propto r$, soo is $z \propto 5 - \frac{1}{2}y - \sqrt{25 - 5y + \frac{1}{4}yy - r}$, en $\propto 5 - \frac{1}{2}y + \sqrt{25 - 5y + \frac{1}{4}yy - r}$, voor de twee buytenste.

De Somme der Vierkanten van dese vier ghetallen is $100 - 20y + 2yy - 4r$ 't selve is $\propto 80$, so is $r \propto 5 - 5y + \frac{1}{2}yy$, 't selve steldt in de plaets van r, soo komen de vier ghetallen als volght:

$$\text{De middelste} \begin{cases} \frac{1}{2}y - \sqrt{-\frac{1}{4}yy + 5y - 5}. \\ \frac{1}{2}y + \sqrt{-\frac{1}{4}yy + 5y - 5}. \end{cases}$$

De

De buytenste $\left\{ \begin{array}{l} 5 - \frac{1}{2}y - \sqrt{-\frac{1}{4}yy + 20}. \\ 5 - \frac{1}{2}y + \sqrt{-\frac{1}{4}yy + 20}. \end{array} \right.$

Nu resteert de waerde van y te vinden, om de groote ghetallen te schouwen soo steldt in de plaets

$$\begin{array}{lll} \frac{1}{2}y - \sqrt{b}, & \text{ende} & 5 - \frac{1}{2}y - \sqrt{c}. \\ \frac{1}{2}y + \sqrt{b}, & & 5 - \frac{1}{2}y + \sqrt{c}. \end{array}$$

Den rechthoeck van de tweede en vierde, is ghelijck 't vierkant van 't derde, soo komt

$$\begin{array}{ll} 2\frac{1}{2}y - \frac{1}{4}yy & +\frac{1}{2}y\sqrt{c} \\ & -5 - \frac{1}{2}y\sqrt{b} - \sqrt{bc} \propto \frac{1}{4}yy + b + y\sqrt{b}. \end{array}$$

En den rechthoeck van de eerste en derde, is ghelijck 't vierkant van 't tweede, soo komt

$$\begin{array}{ll} 2\frac{1}{2}y - \frac{1}{4}yy & -\frac{1}{2}y\sqrt{c} \\ & +5 - \frac{1}{2}y\sqrt{b} - \sqrt{bc} \propto \frac{1}{4}yy + b - y\sqrt{b}. \end{array}$$

Dese twee Verghelijckinghen treckt van malkander, rest $y\sqrt{c} - 10 - y\sqrt{b} \propto 2y\sqrt{b}$, ofte $y\sqrt{c} \propto 10 + y\sqrt{b}$. Stelt nu wederom $\sqrt{-\frac{1}{4}yy + 20}$ inde plaets van $\sqrt{c}$, en $\sqrt{-\frac{1}{4}yy + 5y - 5}$, in de plaets van $\sqrt{b}$, komt

$y\sqrt{-\frac{1}{4}yy + 20} \propto 10 + y\sqrt{-\frac{1}{4}yy + 5y - 5}$. Ofte $-\frac{1}{4}y^4 + 20yy \propto -\frac{1}{4}y^4 * + 70yy + 400y - 500$. So komt $yy + 8y - 10 \propto 0$, ende $y \propto \sqrt{.\,26} - 4$. Steldt nu in de voorgevonden vier ghetallen dit, inde plaets van y, so heeft men voor

De middelste $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{6\frac{1}{2}} - 2 - \sqrt{-35\frac{1}{2} + 7\sqrt{26}}. \\ \sqrt{6\frac{1}{2}} - 2 + \sqrt{-35\frac{1}{2} + 7\sqrt{26}}. \end{array} \right.$

De buytenste $\left\{ \begin{array}{l} 7 - \sqrt{6\frac{1}{2}} - \sqrt{9\frac{1}{2} + 2\sqrt{26}}. \\ 7 - \sqrt{6\frac{1}{2}} + \sqrt{9\frac{1}{2} + 2\sqrt{26}}. \end{array} \right.$

Soo veel de questien aen gaen, in welck men soo veel Verghelijckinghen niet en vindt als men onbekende quantiteyten steldt, die zijn ghelijck dese drie volghende.

Eender koopt 3 Appelen, 4 Peeren, 5 Lamoenen voor 6 ß, ende ten selven prijse 2 Appelen, 5 Peeren, 7 Lamoenen voor 7 ß $10\frac{2}{3}$ §, Vraghe hoe veel kost yder stuck?

Steldt voor de prijs van yder Appel x, §
van yder Peer y, §
van yder Lamoen z, §

Soo hebben wy hier drie onbekende quantiteyten, ende niet meer dan twee Verghelijckinghen, te weten:

$$3x + 4y + 5z \infty 72. \quad §$$
$$2x + 5y + 7z \infty 94\tfrac{2}{3}. \quad §$$

In de eerste Verghelijckingh is $x \infty 24 - \frac{4}{3}y - \frac{5}{3}z$, die ghesteldt in de plaets van x in de tweede Verghelijckingh, komt

$48 + \frac{7}{3}y + \frac{11}{3}z \infty 94\frac{2}{3}$, soo is $y \infty 20 - \frac{11}{7}z$
voor x hebben wy gevonden $24 - \frac{4}{3}y - \frac{5}{3}z$, stelt $20 - \frac{11}{7}z$ in de plaets van y, komt $x \infty \frac{3}{7}z - \frac{8}{3}$. De begeerde prijs is dan van yder Appel $\frac{3}{7}z - \frac{8}{3}$, van yder Peer $20 - \frac{11}{7}z$, ende van yder Lamoen z. Voor de weerde van z mach men stellen dat men wil, soo maer $\frac{3}{7}z$ meer is dan $\frac{8}{3}$, ende $\frac{11}{7}z$ minder is dan 20. Ofte dat z meer doet dan $6\frac{2}{3}$ ende minder dan $12\frac{8}{11}$.

Soo dan voor z gesteldt wordt 8, so kost yder Appel $\frac{16}{21}$ §, yder Peer $7\frac{3}{7}$ §, ende yder Lamoen 8 §.

Dertigh Menschen, soo Mans, Vrouwen, Kinderen, en Dienst-boden, hebben verteert 5 £, daer aen moet betaelen yder Man 5 ß, yder Vrouw 3 ß, yder Kindt 2 ß, ende yder Dienst-boode 1 ß, hoe veel isser van elcks gheweest?

Steldt x Mans, y Vrouwen, z Kinderen, en $30 - x - y - z$ Dienst-boden.

x.

$$\begin{array}{cccl}
x. & y. & z. & 30 - x - y - z. \\
5 & 3 & 2 & 1 \\
\hline
5x & 3y & 2z & 30 - x - y - z. \\
 & & & \quad + 5x + 3y + 2z \\
\hline
\end{array}$$

komt $30 + 4x + 3y + z \infty 100$ ß

Soo is $z \infty 70 - 4x - 2y$, in deſe, komen twee Vergheliјckinghen te kort, ſoo dat hier de uytkomſt is

x, Mans.

y, Vrouwen.

$70 - 4x - 2y$, Kinders. ende

$-40 + 3x + y$, Dienſt-boden, wanneermen dan ſtelt $x \infty 10$, en $y \infty 12$, ſo verkrijght men 10 Mans, 12 Vrouwen, 6 Kinders, en 2 Dienſt-boden. Maer in 't ſtellen van de ghetallen, moet men waer nemen dat 70 meer moet zijn dan $4x + 2y$, en dat 40 minder moet zijn dan $3x + y$.

Drie Appel-wijven hebben Lamoenen verkocht, op twee daghen, de eerſte 10, *de tweede* 30, *en de derde* 50, *te weten, op den eerſten dagh yder een ſeecker ghetal, alle het ſtuck voor een prijs, en op de tweeden dagh de reſt, ende maeckten wederom voor 't ſtuck even veel, naer deſe verkoopingh, bevinden ſy dat yder ghelijcke veel geldt ontfanghen heeft, men vraeght hoe veel Lamoenen ſy op yder dagh verkocht hebben, ende hoe dier?*

Steldt den prijs van yder Lamoen den eerſten dagh v ſtuyvers, en den tweeden dagh w ſtuyv: voorts ſteldt, dat yder op den eerſten dagh verkocht heeft, den eerſten x, den tweeden y, en den derden z Lamoenen, ſo hebben ſy op den tweeden dagh verkocht, den eerſten $10 - x$, den tweeden $30 - y$, en den derden $50 - z$ Lamoenen.

$$\begin{array}{lccc} & x. & y. & z. \\ & v & v & v \\ \hline \text{komt} & vx & vy & vz \end{array}$$ 't geen sy den eersten dagh ontfangen

$$\begin{array}{lccc} & 10 - x, & 30 - y, & 50 - z. \\ & w & w & w \\ \hline \end{array}$$

komt $10w - wx$. $30w - wy$. $50w - wz$. voor dat sy den tweeden dagh ontfangen hebben. Soo heeft yder in de twee dagen ontfanghen als volght:

$$10w - wx + vx. \quad 30w - wy + vy. \quad 50w - wz + vz.$$

Hier heeft men twee Verghelijckinghen, te weten:

$$10w - wx + vx \infty 30w - wy + vy.$$

en $10w - wx + vx \infty 50w - wz + vz$

Door d'eerste vindt men $x + \frac{20w}{w - v} \infty y$.

Door de tweede vint men $x + \frac{40w}{w - v} \infty z$

Soo dat hier drie Verghelijckinghen te kort komen, ende en kan maer gestelt worden, voor 't getal dat yder op den eersten dagh verkocht heeft x, $x + \frac{20w}{w - v}$, en $x + \frac{40w}{w - v}$.

Men mach dan voor dese onbekende quantiteyten, sulcke getallen stellen als men wil, daer op lettende dat $x + \frac{40w}{w - v}$, minder komt dan 50. Wanneer men dan steldt $v \infty \frac{1}{2}$ stuyver $w \infty 5\frac{1}{2}$ stuyver, en $x \infty 4$. Soo verkoopt yder op den eersten dagh, d'eerste 4, de tweede 26, en de derde 48 Lamoenen, het stuck voor $\frac{1}{2}$ stuyver, eñ op den tweeden dagh, d'eerste 6, de tweede 4, en de derde 2 Lamoenen, het stuck $5\frac{1}{2}$ stuyver.

NA-

NA-REDEN.

IN 't beſluyt van de Grondt der Meet-konſt, dat ick uytgegeven hebbe, is iets aen-gheroert van de geſlachten der kromme Linien, ende alſo my voor-ghekomen is, datter eenige zijn, die de manier van 't op-tellen der geſlachten niet en behaeght, ſo hebbe goedt gedacht op deſe plaets, daer wat van aen te roeren. Ick hebbe geſteldt fol: 53. Wanneer men de rechte zijde ſtelt ꝏ r, A M ꝏ y, ende dat C M dan doet $\sqrt{ry}$, (dat is, C M ꝏ x geſteldt zijnde, dat xx is ꝏ ry) ſodanige kromme linie, is een linie van 't eerſte gheſlacht, op deſelve wijſe wanneer x^3 is ꝏ ry, noem ick een kromme linie, van 't tweede gheſlacht, ende wanneer x^4 is ꝏ ry, dat noem ick een kromme linie van 't derde gheſlaght, ende ſo voorts. Waer mede te kennen wil geven, dat ick de geſlachten telle als volght: alle kromme linien daer de Vergelijckinge is van twee dimenſien, ſtel ick onder 't eerſte geſlacht, van drie dimenſien onder 't tweede, van vier dimenſien onder 't derde, ende ſo voorts. Deſe tellinge dunckt my de beſte te weſen, ende die komt mede over een met de uytwerckinghe van *Deſcartes*, te weten, op die plaets daer hy een kromme linie door een beweginghe een geſlacht toevoeght, wanneer ick ſtel dat 'et Parabolen zijn, ghelijck men ſien kan, in ſijn France Geometrie fol: 322, de Figuer die hy ſtelt volgende, ſcnrijft hy, dat ſo wanneer de linie C N K recht is, dan is de kromme linie C E een linie van 't eerſte geſlacht, wanneer de linie C N K een kromme linie van 't eerſte geſlacht is, ſo is de kromme linie C E, een linie van 't tweede geſlacht, wanneer de linie C N K een kromme linie is van 't tweede gheſlacht, ſo is de linie C E, een kromme linie van 't derde geſlacht, ende ſo voorts. Door deſe toevoeginge wordt yder kromme linie, wanneer 't Parabolen zijn, in yder geſlacht een dimenſie vermeerdert, gelijck in 't ghenoemde beſluyt getoont wordt fol: 63. alwaer inde kromme linie van't derde geſlacht voor C M komt $\frac{-y^4+dy^3+fny-bdn}{ny}$. Op deſelve wijſe, ſoude men mede de geſlachten der vergelijckinghen konnen optellen, nae 't getal van de wortelen dieſe konnen hebben, maer ſoo men op de ontbindinghe van de Vergelijckinghen ſiet, ſo kan men in 't ontbinden, die van 3 en 4 dimenſien, voor een geſlacht nemen, ſo mede die van 5 en 6 dimenſien, ende ſo voorts. Want in 't ſelfde beſluyt hebbe ick geſtelt fol: 55 en 56, ſoo men twee kromme linien van 't eerſte geſlacht treckt, die malkander in eenige plaetſen door-ſnijden, dat kan dienen tot de werck-ſtucken die tot 3 of 4 dimenſien gaen, ende ſoo menichmael, als men een kromme linie een gheſlacht toe voeght, ſo menichmael twee dimenſien vermeerdert de Vergelijckinge, (dat is te verſtaen wanneer de andere kromme linie van 't eerſte geſlacht blijft).

Beſiet de Figuer in 't Beſluyt van de Grondt der meet-konſt, fol: 62.

Ick gheloove dat de kromme linien van 3 en 4 dimenſien voor een geſlacht genomen worden, om dat men bevindt, ſo men in de plaets van den Parabole C D F, ſteldt een Ellipſis, ende iets voor D E, dat dan de kromme linie A C N, is een linie van 4 dimenſien, ende wanneer men voor D E ſteldt nul, dat dan A C N, maer een kromme linie is, van 3 dimenſien. Op deſe wijſe ſoude de kromme linien van 2 en 3 dimenſien, mede voor een geſlacht genomen konnen worden, want ſo men ſteldt dat de kromme linie C D F een parabole is, ende dat men iets voor D E neemt, ſo is de kromme linie A C N een linie van drie dimenſien, maer ſoo men voor D E ſteldt nul, dan is A C N een kromme linie van twee dimenſien, te weten, wederom een Parabole gelijckformich C D F. Dus verre van't optellen der geſlachten, die mijn tellinge niet en behaeght, kan de geſlachten tellen gelijck den uytmuntenden *Deſcartes*, alſoo met hem niet en verſcheel, dan in de benaminge, waer door men het geſlacht van yder kromme linie kent.

EYNDE.

Druck-

Druck-fauten, die my in 't naer ſien ontmoet zijn.

PAg. 8 lin. 11 ſtaet ſich, leeſt ſien. pag. 13 lin. 17 ſtaet $\frac{1}{4}\,bab$, komt $\frac{2}{3}\,abd$, ſtelt $\frac{3}{4}\,aab$, komt $\frac{2}{3}\,bbd$. pag. 31 lin. 25 ſtaet $4x$, leeſt $14x$. pag. 35 lin. 11 leeſt $a+\sqrt{ab}$ ofte $a-\sqrt{ab}$. pag. 72 lin. 7 ſtaet qs, ſchrijft $4qs$. pag. 73 tuſſchen lin. 22 en 23 ontbreeckt dit volgende: ſooder is $+r$ ſtelt $-r$, anders $+$. pag. 77 lin. 16 ſtaet $aeezy$, leeſt $aezy$. pag. 86 ontbreeckt tuſſchen lin. 23 en 24 een ſtreeck. pag. 98 lin. 8 ſtaet $\frac{2}{4}$ leeſt $\frac{3}{4}$.

Voeghe hier mede by eenige druck-fauten, die my ontmoet zijn, in de Grondt der Meet-konſt.

Pag. 51 lin. 10 en 11, leeſt $\frac{1}{4}\,qq\,bb\,cc$, en $q\,bb\,cc$. pag. 65 lin. 6 ſtaet linie, ſtelt linien. pag. 66 lin. 15, ſtaet quſtie ſchrijft queſtie, pag. 67 lin. 22, 26 en 27 ſtaet ſimus, leeſt ſinus, ſoo mede pag. 70 lin. 16. pag. 80 lin. 5 ſchrijft $\sqrt{\ }3316625$. pag. 85 lin. 13 ſtaet $18-9\frac{q}{p}$ ſteldt $8-4\frac{q}{p}$. Sooder noch eenige gevonden worden, ghelijck 't licht kan ghebeuren, die kan elck voor hem ſelven daer-en-boven verbeteren.

1007216

TE HAERLEM,

Ghedruckt by *Isaac van Wesbusch*, Boeck-drucker in de korte Zijl-ſtraet, in de groote Druckery. 1661.