



# Theorie van den electricchen condensator

<https://hdl.handle.net/1874/288143>

II

THEORIE

VAN DEN

ELECTRISCHEN CONDENSATOR.

ACADEMISCH PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN

Doctor in de Wis- en Natuurkunde,

AAN DE HOOGESCHOOL TE UTRECHT,

NA MAGTIGING VAN DEN RECTOR MAGNIFICUS

Mr. J. A. FRUIN,

GEWOON HOOGLEERBAAR IN DE RECHTSGELEERDE FACULTEIT,

MET TOESTEMMING VAN DEN ACADEMISCHEN SENAAAT

EN

VOEGENS BESLUIT VAN DE WIS- EN NATUURKUNDIGE FACULTEIT,

DOOR

ADOLF LODEWIJK BOECK,

Geboren te Goertruidenberg,

TE VERDEDIGEN

op Vrijdag den 10den November 1865, des namiddags ten 2 ure.



UTRECHT.

P. W. VAN DEN WEIJER.

1865.

1850

Jan 1st ...

Feb 1st ...

Mar 1st ...

Apr 1st ...

May 1st ...

Jun 1st ...

Jul 1st ...

Aug 1st ...

---

Onder de verschillende natuurverschijnselen zijn er voorzeker geene, die én in de wijze van hun ontstaan én in den vorm, waaronder zij zich voordoen, én door de uitwerkingen, die zij teweeg brengen, meer onderscheid opleveren, dan die, welke van electrischen aard zijn.

Hier toch wordt electriciteit opgewekt door wrijving, daar door chemische werking, ginds door warmte; hier brengt zij aantrekking of afstooting teweeg, daar vormt zij of bevordert chemische verbinding of ontbinding, ginds wekt zij magnetismus op, wedrom op eene andere plaats doet zij zich onder de hevigste lichtverschijnselen, als in den bliksem, kennen. Vele dier verschijnselen zijn reeds lang bekend; de aard en het wezen der electriciteit zijn echter geheel onbekend gebleven. Het duurde zelfs lang eer een van de vele vormen, waaronder zij zich voordoen, eene hypothese aan de hand gaf om daaruit mathematische wetten af te leiden ter verklaring dezer electrische verschijnselen. Natuurlijk gaven de verschijnselen van aantrekking en afstooting hiertoe de eenvoudigste aanleiding, en niet weinig belangrijk zijn de proeven hieromtrent het eerst door Coulomb genomen. Deze bragten hem er toe op zeer eenvoudige hypothesen eene



mathematische electriciteitstheorie te gronden, waarover verder de belangrijkste verhandelingen geleverd zijn door Poisson en in latere jaren door Green, Gauss, Thomson en Clausius.

Die theorie neemt het bestaan aan van twee electricische stoffen, die alleen daarin verschillen, dat twee elementen van dezelfde stof elkander afstooten, terwijl eenig element van de eene stof een element van de andere aantrekt. De beide soorten van electriciteit onderscheidt men daarom van elkander door de benamingen van *positieve* en *negatieve* electriciteiten. Verder is de kracht van aantrekking of afstooting tusschen twee elementen electriciteit evenredig aan het product hunner massa's en omgekeerd evenredig aan het vierkant van hunnen afstand. Noemen wij dus die massa's  $dq$  en  $dq'$  en dien afstand  $r$ , zoo wordt de grootte van gemelde kracht uitgedrukt door

$$\frac{dq \cdot dq'}{r^2},$$

als men tot hare eenheid aannemt de kracht van aantrekking of afstooting tusschen twee eenheden van massa's, die op eenheid van afstand zijn geplaatst. Die kracht werkt verder in de rigting der lijn, die beide elementen vereenigt. De algemeene wetten der zwaartekracht zijn dus hier volkomen van toepassing.

Door de digtheid der electriciteit in eenig punt wordt verstaan de hoeveelheid werkzame electriciteit in de eenheid van volume aldaar voorhanden; noemt men dus in eenig element die digtheid  $\delta$ , de hoeveelheid voorhanden electriciteit  $dq$ , het volume van het element  $dv$ , zoo is

$$dq = \delta \cdot dv.$$

De theorie onderscheidt verder de lichamen ten op-

zigte der electriciteit in geleidende en niet-geleidende. In zoogenaamd volkomen geleidende, waartoe de metalen gerekend worden, neemt zij aan, dat de electriciteit zonder weerstand te ondervinden in een onmeetbaar klein oogenblik gevolg geeft aan eene oorzaak tot verplaatsing. In den natuurlijken toestand worden die lichamen verondersteld beide soorten van electriciteit in gelijke en onbegrensde hoeveelheid te bevatten, doch ieder punt voor zich treedt dan eerst als electrisch werkend op, wanneer ééne der beide soorten electriciteit aldaar in hoeveelheid de overhand heeft boven de andere; alleen dit meerdere deel der hoeveelheid komt dus bij de rekening in aanmerking en vormt de werkzame electriciteit in dat punt.

Bij de toepassing dezer grondbeginselen op de verschillende vraagstukken, die zich voordoen, is in de electriciteitstheorie van een onberekenbaar nut de invoering eener hulpfunctie, namelijk de *potentiaal* of *potentiaalfunctie*.

In ieder punt namelijk, hetzij binnen of buiten de electrische massa, wordt de potentiaal uitgedrukt door de som der quotiënten tusschen alle electrische elementen, waaruit die massa bestaat, en hunne respectieve afstanden tot dat punt. De potentiaal wordt dus verkregen door eene integratie ten opzichte van de coördinaten van ieder element der electrische massa; terwijl hare dan verkregen waarde eene functie blijft van de coördinaten van het punt, waarin de potentiaal bepaald wordt. Noemt men alzoo  $r$  den afstand van eenig element tot het punt waarin de potentiaal, die wij door  $V$  zullen aanduiden, bepaald wordt, zoo heeft men

$$V = \int \frac{dq}{r} = \int \frac{\delta \cdot dv}{r} .$$



De grenzen dezer integraal worden natuurlijk bepaald door den vorm der ruimte waarover zich de electriciteit heeft uitgebreid. De geheele theorie berust op het gebruik dezer functie, doch hare beteekenis is niet enkel van analytischen aard, maar heeft eene werkelijk physische waarde, zoodat hare grootte proefondervindelijk kan bepaald worden; wat in 't algemeen bij electriciteit door *spanning* moet verstaan worden is niets anders dan de *potentiaal*. Alleen de kennis der potentiaal voert tot een duidelijk denkbeeld van wat die elektrische spanning is, en voorkomt de verwarde omschrijvingen, die in onderscheiden physische leerboeken, ter bepaling der beteekenis van dat woord, gegeven zijn. Op de eene plaats neemt men daar voor *spanning*, wat de elektrische digtheid is; terwijl zij elders de kracht genoemd wordt, waarmee de electriciteit zich tracht van het oppervlak eens ligchaams te verwijderen, welke kracht evenredig zoude zijn aan het vierkant der digtheid. Met kracht wordt dan ook door den Hoogleeraar R. van Rees in eene verhandeling: *Over elektrische spanning en potentiaal* <sup>1)</sup> de wensch uitgedrukt, dat ook in de proefondervindelijke electriciteitsleer het zoo weinig bepaalde woord *spanning*, door het zoo bepaalde begrip der potentiaal vervangen worde.

Ter verdere herinnering aan de mechanische beteekenis der potentiaalfunctie, zij hier ook ter loops aangevoerd, dat hare differentiaalquotienten ten opzichte van de coördinaten des punts, waarop zij betrekking heeft, de componenten der geheele elektrische kracht uitdrukken, die

---

1) Deze verhandeling komt voor in de verslagen en Mededeelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen, Afdeling Natuurkunde, 2e Reeks, Deel I.

door het stelsel op dat punt wordt uitgeoefend. Hieruit volgt dan onmiddellijk de bekende wet, dat in ieder ligchaam van geleidende stof in eenig electrisch stelsel, waar het evenwigt zich gevormd heeft, genoemde differentiaalquotienten in alle inwendige punten nul moeten zijn, alzoo de potentiaal eene constante waarde zal hebben <sup>1)</sup>. Daarbij wordt dan verder de digtheid in alle inwendige punten nul; de electriciteit bevindt zich geheel aan de oppervlakte en vormt daar eene dunne laag, wier dikte verwaarloosd wordt. Hierdoor verandert het begrip van digtheid. Is  $ds$  een element der oppervlakte,  $dq$  de daarop aanwezige electriciteit, zoo is de digtheid, die voortaan voor dit geval  $k$  genoemd wordt, gelijk aan  $\frac{dq}{ds}$ .

Hoewel nu vele vraagstukken door de bezwaarlijke integratiën, waarop men spoedig stuit, niet volkomen door deze mathematische theorie kunnen opgelost worden, zoo geeft dit geene aanleiding haar te laten varen, zoo lang men althans niet tot uitkomsten geraakt in strijd met de waarneming. Want moge ook de hypothese van aantrekking en afstooting, waarop zij berust, het aannemen van eene werking op afstand met zich brengen, en dit op zichzelf veel moeilijkheid opleveren voor onze voorstelling, zoo is dit toch ook het geval met Newton's groote wet voor de zwaartekracht. Hare groote voordeelen bestaan daarentegen zeker hierin, dat zij ter oplossing van ieder voorkomend vraagstuk terstond eenen bepaalden weg aanwijst, die het tot een zuiver mathematisch problema terugbrengt; waarbij zich dan nog voegt,

1) Green, An essay on the application of mathematical analysis etc. Nottingham, 1828, § 2. Ook in Crelle's Journa Bd 44, S. 359.



dat zij ons dikwerf zoo zeer behulpzaam is, om van bepaalde zaken een meer naauwkeurig omschreven begrip te krijgen, gelijk wij bij de electriche spanning als belangrijk voorbeeld hebben gezien. Teregt zegt dan ook Riess in zijn schrijven aan Faraday over de werking van niet-geleidende ligchamen bij electriche inductie <sup>1)</sup>.

»Der Vortheil dieser (mathematische) Methode ist sehr gross; sie stellt den Erfolg jedes Versuches dar als die Summe einzelner Wirkungen, welche das Vorstellungsvermögen ohne Schwierigkeit auffasst, und überlässt der Mathematik die Mühe, die einzelnen Wirkungen zu summieren und den Betrag der Summe anzugeben. Wenn diese Summirung oft zu verwickelt ist, um vollständig ausgeführt zu werden, so halte ich das nicht für einen Fehler der Theorie, zumal da es in vielen Fällen nicht schwer ist, mit Hülfe allgemeiner Betrachtungen das Endresultat voraus zu sehen. Deshalb hab ich vor langer Zeit diese Theorie vertheidigt gegen ihre — allerdings nicht sehr gefährlichen — Gegner, und konnte nicht umhin, die Vertheidigung fort zu setzen, als ein Gegner in dem Manne erstand, den ich als den grössten Naturforscher unseres Zeitalters verehere.»

De voorname tegenstander der mathematische theorie is dan ook wel Faraday; doch een zijner meest gewigtige bezwaren daartegen: zooals bekend is, de werking der electriche inductie langs kromme lijnen, is als een zuiver gevolg dier theorie zelve te verklaren. De voornameste proef, waarop Faraday die inductie langs kromme lijnen laat berusten, zij hier even nagegaan <sup>2)</sup>.

Op eene cilindervormige schellakstang, die aan een

1) P. A., XCVII, 429.

2) Faraday, Experimental Researches, § 1218 etc.

der uiteinden eenigzins is uitgehold, is een koperen bol geplaatst. De stang wordt door wrijving electricisch gemaakt en terwijl de koperen bol met de aarde in geleidend verband wordt gebragt, plaatst Faraday op verschillende punten ter zijde van en boven den bol een proefballetje, dat hij aanraakt, daarna isoleert en in de balans van Coulomb brengt, om de hoeveelheid vrije electriciteit te bepalen, die het bij inductie ontvangen heeft. De resultaten van dit onderzoek zijn: 1° dat het proefballetje steeds met de tegengestelde electriciteit geladen wordt van die der stang; 2° dat hare lading niet alleen verschilt in onderscheiden punten, maar ook midden boven den bol eene waarde heeft, die op bepaalde hooger gelegen plaatsen zelfs grooter is dan in punten, op weinig afstand boven den bol gelegen. Uit het eerste leidt Faraday af, dat het balletje zijne lading ontvangt niet door mededeeling maar door inductie; uit het tweede, dat die inductie moet plaats hebben langs kromme lijnen om den bol heen; want had de inductie regtstreeks door den bol zelven plaats, dan zoude zij ook sterker zijn, naarmate het balletje digter bij den bol geplaatst is, wat bleek niet het geval te zijn.

Wat geeft nu hier de toepassing der mathematische theorie?

Bij de wijze waarop het proefballetje gebruikt is, wordt daardoor niets anders gemeten dan eene grootheid evenredig aan de potentiaal in het punt, waar men het balletje heeft aangebragt; en zoo komt het dus hier neder op de bepaling van de potentiaal des electricen stelsels, gevormd door de stang en den geïnduceerden bol, in verschillende punten. Hoewel het nu moeijelijk valt na te gaan, hoe de electriciteit over de schellakstang verdeeld is, en daardoor dus ook de poten-



tiaal in eenig punt niet volkomen te berekenen is, zoo brengt toch een, niet te veel van de werkelijkheid afwijkend, aannemen eener bepaalde verdeeling, ons gemakkelijk tot eenig inzicht omtrent de waarde der potentiaal in verschillende punten. Eene eenvoudige rekening zal dan weldra doen inzien, dat men tot dergelijke uitkomsten moet geraken, als proefondervindelijk door Faraday verkregen zijn. Wat dus hier moest dienen tot voorname tegenwerping ten opzichte van de juistheid der grondstellingen, waarop Coulomb en Poisson hunne theorie gebouwd hebben, blijkt een gevolg er van te zijn, en is dus een nieuw bewijs voor de algemeene toepasselijkheid der theorie. Hetzelfde valt op te merken omtrent andere bezwaren, zoodat men gerustelijk mag aannemen, dat er tot nu geene verschijnselen bekend zijn, die niet met de uitkomsten der mathematische theorie in overeenstemming te brengen zijn.

Het is dan ook om die reden, dat ik de theorie der condensatoren, die hieronder behandeld wordt, zal aanvangen met de beschouwing van het geval, waarin bovengenoemde theorie, voor zoover zij tot nu ontwikkeld werd, zuiver van toepassing is; waarbij dus de middenstof tusschen beide geleiders, die den condensator vormen, wordt aangenomen geen invloed te hebben. In een tweede hoofdstuk zal ik den invloed dier middenstof nagaan, waaruit zal blijken hoe de mogelijkheid voor de hand ligt, om bij eenige ruimere ontwikkeling der theorie, ook dit geval tot een zuiver wiskundig problema terug te brengen.

---

## HOOFDSTUK I.

---

### THEORIE DER CONDENSATOREN, WAARBIJ DE MIDDENSTOF ALS VOLKOMEN ISOLEREND EN ZONDER INVLOED WORDT AANGENOMEN.

Door een electrischen condensator wordt in 't algemeen verstaan een stelsel van twee volkomen geleidende, gelijkvormige lichamen, die in vergelijking hunner lengte- en breedte-afmetingen op betrekkelijk kleinen afstand evenwijdig aan elkander zijn geplaatst, terwijl hunne dikte nog geringer is; zij zijn gescheiden door eene zoogenaamd isolerende stof, die hier zonder invloed en volkomen isolerend wordt aangenomen. Het geval, waarin genoemde geleiders in volkomen drooge lucht geplaatst zijn, zal hieraan nagenoeg voldoen. Een dier lichamen ontvangt electriciteit, terwijl het andere gewoonlijk wordt afgeleid <sup>1)</sup>; het eerste werkt natuurlijk

---

1) Hiermede zullen wij voortaan bedoelen, dat de vrije electriciteit door een geleidend verband naar den grond kan wegvloeijen.



influencerend op het tweede, en het vraagstuk bepaalt zich tot het vinden der betrekking tusschen de hoeveelheden electriciteit, waarmede beide lichamen geladen worden, en de wijze waarop die electriciteiten verdeeld zijn.

Op de meest algemeene wijze is zeker door Green <sup>1)</sup> het vraagstuk behandeld. Hij neemt een willekeurigen vorm voor de bekleedsels (welke benaming voor de beide geleidende lichamen, die tegenover elkander staan, uit de constructie der meest gebruikelijke condensatoren is afgeleid), en die wij door  $S$  en  $S'$  zullen onderscheiden, terwijl het eene in geleidend verband is gebragt met eene bron van electriciteit, die er electriciteit aan mededeelt van eene bepaalde potentiaal, is dit met het andere evenzoo het geval; alleen de potentiaal aldaar verschilt met de vorige.

Zal er evenwigt zijn, zoo moet natuurlijk de potentiaal op ieder bekleedsel, in alle punten eene constante waarde bezitten; stellen wij die in  $S$ ,  $A$  en die in  $S'$ ,  $A'$ ; verder de hoeveelheden electriciteit  $Q$  en  $Q'$ , en hunne digtheden, die natuurlijk van punt tot punt verschillend kunnen zijn,  $k$  en  $k'$ ; terwijl wij den afstand tusschen de bekleedsels  $\theta$  stellen. Door aan te nemen, dat eene normaal getrokken door eenig punt van het eene bekleedsel, ook normaal is op het andere in het punt, waar zij dit ontmoet, zal men niet veel afwijken van de werkelijkheid. Kiezen wij zulk eene normaal als as der  $X$ , en nemen wij loodregt daarop twee coördinaatassen  $Y$  en  $Z$ ; zij verder  $V$  de algemeene waarde der potentiaal in een willekeurig punt, dan hebben wij volgens het theorema van Maclaurin:

$$V = V_0 + \left(\frac{dV}{dx}\right)_0 x + \left(\frac{d^2V}{dx^2}\right)_0 \frac{x^2}{1.2} + \text{enz.}$$

1) An essay etc. § 8. Crelle's Journal Bd. 47, S. 161.

Nemen wij nu eerst den oorsprong in het vlak  $S$  (de dikte der bekleedsels wordt in vergelijking van hunnen afstand beschouwd als geen invloed te hebben), en daarna in  $S'$ , in welk laatste geval wij de coördinaat volgens de as der  $X$ ,  $x'$  noemen, zoodat voor elk punt der normaal  $x + x' = \theta$  is; de eerste onderstelling geeft dan:

$$A' = A + \left( \frac{dV_u}{dx} \right)_0 \theta + \left( \frac{d^2V_u}{dx^2} \right)_0 \frac{\theta^2}{1.2} + \text{enz.}$$

en de tweede:

$$A = A' + \left( \frac{dV_u}{dx'} \right)_0 \theta + \left( \frac{d^2V_u}{dx'^2} \right)_0 \frac{\theta^2}{1.2} + \text{enz.}$$

Door den index  $u$  wordt hier aangeduid, dat de differentiaalquotienten in de oppervlakte des geleiders, waarop zij betrekking hebben, in de rigting der uitwendige normaal genomen moeten worden. Door de bekende waarde van  $\frac{dV_u}{dn}$  aan de oppervlakte eens geleiders, die een onmiddelijk gevolg is van eene voorname stelling door Green vroeger gegeven <sup>1)</sup>, in de voorgaande vergelijkingen in te voeren, worden deze:

$$A' = A - 4\pi k \theta + \left( \frac{d^2V_u}{dx^2} \right)_0 \frac{\theta^2}{1.2} + \text{enz.}$$

$$A = A' - 4\pi k' \theta + \left( \frac{d^2V_u}{dx'^2} \right)_0 \frac{\theta^2}{1.2} + \text{enz.}$$

De termen, die met  $\theta^2$  vermenigvuldigd zijn, mogen hierin niet verwaarloosd worden, wijl  $\frac{dV}{dx}$  en dus ook  $\frac{d^2V}{dx^2}$  van

1) Crelle's Journal Bd. 44, S. 365.



de orde  $\frac{1}{\theta}$  zijn. Door verder op te merken, dat  $\left(\frac{d^2 V_n}{dx^2}\right)_0$  en  $\left(\frac{d^2 V_n}{dx'^2}\right)_0$  om die reden eene grootheid van de orde  $\theta$  van elkander verschillen, en de termen van de tweede en hoogere orden van  $\theta$  achterwege latende, bekomt men

$$A - A' = 2\pi (k - k') \theta \dots \dots \dots (1)$$

Eene tweede vergelijking wordt langs een cenigzins anderen weg, dan door Green gevolgd is, verkregen door de volgende beschouwing.

Uit eene algemeene vergelijking, die wij bij hem vinden <sup>1)</sup>, gemakkelijk af te leiden uit de eigenschappen der potentiaalfunctie, en welke ook door blijft gaan, als men voor de daar gebezigde functie  $U$  eene constante en wel de eenheid stelt, volgt:

$$\int dx. dy. dz \left( \frac{d^2 V}{dx^2} + \frac{d^2 V}{dy^2} + \frac{d^2 V}{dz^2} \right) + \int ds \left( \frac{dV_i}{dn} \right) = 0$$

Waarin  $\left(\frac{dV_i}{dn}\right)$  het differentiaalquotient, volgens de inwendige normaal, in enig punt van een gesloten oppervlak beteekent; terwijl  $ds$  het differentiaalelement van gesloten oppervlak is, waarop de vergelijking wordt toegepast. Liggen de electriche massa's geheel buiten het oppervlak, dan wordt in ieder punt, daarbinnen gelegen:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} + \frac{d^2 V}{dy^2} + \frac{d^2 V}{dz^2} = 0,$$

dus vorige vergelijking

$$\int ds. \left( \frac{dV_i}{dn} \right) = 0.$$

1) Crelle's Journal Bd. 44, S. 360.

Deze vergelijking vindt hier hare toepassing; daar de potentialen op de beide oppervlakken  $S$  en  $S'$  constante waarden hebben, zijn deze natuurlijk als niveau-oppervlakken te beschouwen, die hier nagenoeg evenwijdig worden aangenomen. Denkt men zich nu op het oppervlak  $S$  eenig element  $dy \cdot dz$  (waarbij, in dat element als oorsprong, de as der  $X$  volgens de normaal en de assen der  $Y$  en der  $Z$  in de rigting der hoofdkrommingen worden genomen). Door den omtrek van dat element normalen trekkende, zoo vormen zij een gesloten kanaal, begrensd door orthogonale trajectoren, die op het oppervlak  $S'$  een element  $ds'$  insluiten, dat gelijk is aan

$$\left(1 + \frac{\theta}{R}\right) \left(1 + \frac{\theta}{R'}\right) dy \cdot dz,$$

waarin  $R$  en  $R'$  de hoofdkromtestralen zijn van het oppervlak in het punt, waar wij het element beschouwen. Passen wij bovenstaande vergelijking op de gesloten ruimte toe, gevormd door genoemd elementair kanaal, waarbij wij bedenken, dat in eenig vlak, bestaande uit eene aaneenschakeling van orthogonale trajectoren,  $\left(\frac{dV_i}{n}\right) = 0$

is, dan vinden wij:

$$-4\pi k \cdot dy \cdot dz - 4\pi k' \cdot dy \cdot dz \left(1 + \frac{\theta}{R}\right) \left(1 + \frac{\theta}{R'}\right) = 0,$$

of door weder de hogere orden van  $\theta$  achterwege te laten

$$k + k' \left(1 + \frac{\theta}{R} + \frac{\theta}{R'}\right) = 0 \dots \dots \dots (2)$$



Uit deze en de vergelijking (1) volgt dan voor de waarde der digtheden:

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{A - A'}{4\pi\theta} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \theta \right\} \\ k' &= -\frac{A - A'}{4\pi\theta} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \theta \right\} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

Deze waarden zijn natuurlijk minder juist voor punten, die zeer dicht bij de randen der bekleedsels gelegen zijn, wijl het daar niet meer voldoende zal zijn de reeks, die de waarde van de potentiaal bepaalt, enkel volgens de magten van  $x$  te ontwikkelen, waardoor  $V$  onafhankelijk van  $y$  en  $z$  werd aangenomen. Dat de vergelijkingen (3) alleen bruikbaar zijn voor kleine waarden van  $\theta$  is reeds opgemerkt.

In het gewoonlijk voorkomende geval is  $A' = 0$ , dewijl een der bekleedsels naar den grond is afgeleid; de vorige vergelijkingen worden dan

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{A}{4\pi\theta} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \theta \right\} \\ k' &= -\frac{A}{4\pi\theta} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \theta \right\} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

Teregt wordt door Clausius <sup>1)</sup> opgemerkt, dat bij de berekening van Green enkel zijn in aanmerking genomen de electriciteiten, die zich op de naar elkander gekeerde oppervlakken der bekleedsels bevinden, terwijl in het geheel niet gesproken wordt van de electriciteit, die zich op de buitenoppervlakken der bekleedsels kan of zal geplaatst hebben. Werkelijk is het niet enkel aan

1) P. A., LXXXVI, 161.

den afwijkenden toestand bij de randen toe te schrijven, dat de toepassing van bovenstaande formules op onderscheiden bepaalde gevallen uitkomsten levert, niet overeenkomstig aan die, welke de praktijk aanbiedt. Bijv. bij platte bekleedsels moeten  $R$  en  $R'$  in verg. (4) gelijk oneindig gesteld worden, zij geven dan

$$k = \frac{A}{4\pi\theta} , k' = - \frac{A}{4\pi\theta} ;$$

alzo

$$k = - k'.$$

Hieruit zou volgen, dat de hoeveelheden electriciteit op beide bekleedsels aan elkander gelijk waren, natuurlijk met onderscheid van teeken. Evenwel is het een bekend feit, dat bij de Franklinsche tafel de hoeveelheid electriciteit op het bekleedsel, dat regtstreeks geladen wordt, eene meetbare hoeveelheid grooter is dan die op het naar den grond afgeleide; al moge ook die hoeveelheid ten opzichte van de geheele, op het bekleedsel aanwezige hoeveelheid, van de orde  $\theta$  zijn. Ook voor den platten lucht-condensator wordt dit nog overtuigend bevestigd door latere proeven van Gaugain, die wij vinden in de laatste van eene reeks belangrijke verhandelingen, achtereenvolgens door hem over de *Théorie des Condensateurs Electriques* gegeven. Wij doelen hier op 't gedeelte, waarin hij spreekt over de *Force condensante* <sup>1)</sup> en waarop wij straks terugkomen.

Daar echter het betoog van Green in 't algemeen de meestvoorkomende vormen van condensatoren omvat, zoo acht ik het van genoeg gewigt er nog even bij stil te staan, om na te gaan wat er aan de rekening kan

1) Ann. de Ch. et Ph. 4<sup>e</sup> S. IV, 230.



toegevoegd worden, ten einde aan de praktijk meer bevredigende uitkomsten te verkrijgen.

Wij zullen daarbij blijven aannemen, dat de dikte der bekleedsels zeer gering is, hetgeen bij de meest in gebruik zijnde condensatoren, als Leidsche flesch en Franklinsche tafel, het geval is.

Beschouwen wij nu de wijze, waarop de verdeling der op beide bekleedsels in evenwigt zijnde electriciteiten moet plaats hebben, zoo kan het wel niet anders of alle electriciteit op het bekleedsel  $S'$  bevindt zich op haar binnen-oppervlak; daar hetgeen niet naar  $S$  wordt aangetrokken vrij kan wegvloeijen. Op het bekleedsel  $S$  daarentegen is een gedeelte electriciteit, dat in verband met de influentie der electriciteit op  $S'$ , toch zijne spanning behoudt, en dat werkelijk aanleiding geeft tot de vorming der potentiaal  $A$ . Er bestaat volstrekt geen reden om aan te nemen, dat dit laatste gedeelte zich ook niet over het buitenoppervlak van het bekleedsel zou uitbreiden. Dientengevolge kunnen wij ons in den bestaanden toestand van evenwigt de hoeveelheid  $Q$ , op het bekleedsel  $S$ , voorstellen als uit twee deelen zamengesteld, waarvan de digtheden in ieder punt zijn  $k_1$  en  $k_2$ . Het eerste van die deelen vormt met de potentiaal der electriciteit op  $S'$ , in elk punt aan  $S$ , eene potentiaal nul; het tweede eene potentiaal  $A$ ; intusschen, wanneer  $k$  de totale digtheid der electriciteit op  $S$  is, heeft men

$$k = k_1 + k_2.$$

Het tweede deel vormt dus op zichzelf over het geheele bekleedsel eene constante potentiaal en is verdeeld alsof het vrije electriciteit ware. Noemen wij nog  $ds$  en  $ds'$  de vlakke elementen van  $S$  en  $S'$ ;  $r$  de afstanden van eenig element op  $S$  tot eenig ander element aldaar; terwijl

de afstand van dat eerste element op  $S$  tot een willekeurig element op  $S'$  gesteld wordt  $r'$ ; zoo heeft men in ieder punt van  $S'$

$$\int \frac{k ds}{r} + \int \frac{k' ds'}{r'} = A$$

en nu wordt  $k$  zoodanig verdeeld gedacht, dat

$$\int \frac{k_1 ds}{r} + \int \frac{k' ds'}{r'} = 0 \dots \dots \dots (5)$$

$$\int \frac{k_2 ds}{r} = A \dots \dots \dots (6)$$

Het hangt dus van den bijzonderen vorm van het bekleedsel af, hoe zich het tweede deel als vrije electriciteit verdeelt.

Bij den platten condensator bijv. zal zich de helft uitbreiden over het binnenvlak, en de andere helft over het buitenvlak van het bekleedsel. Stilzwijgend is bij deze beschouwing het verschil in afstand van eenig punt op  $S$  tot punten op  $S'$ , naarmate dat eerste punt in het binnen- of op eene overeenkomstige plaats in het buitenvlak van het bekleedsel ligt, buiten rekening gelaten. Dit is geheel gegrond op onze onderstelling, dat de dikte van het bekleedsel met betrekking tot den afstand  $\theta$  zeer gering is, en dat dus  $r$  en  $r'$  voor de buitenpunten genoegzaam dezelfde waarden hebben, als voor de binnenpunten. — Bij den platten condensator is alzoo de digtheid op het buitenvlak van  $S$ ,  $\frac{k_2}{2}$ , terwijl die op het binnenvlak is  $k_1 + \frac{k_2}{2}$ . Deze grootheid is wat Green voor de digtheid verkregen heeft. Zoodat bij den platten con-



condensator de eerste der vergelijkingen (4) moet veranderen in

$$k_1 + \frac{k_2}{2} = \frac{A}{4\pi\theta},$$

waarin  $k_2$  door middel van verg. (6) gevonden wordt.

Men bekomt, wanneer men de electriciteit op het buitenvlak in aanmerking neemt, voor de vroegere vergelijkingen, het volgende meer nauwkeurige systeem:

$$\left. \begin{aligned} k &= k_1 + k_2 \\ k_1 + \frac{k_2}{2} &= \frac{A}{4\pi\theta} \\ \int \frac{k_2 ds}{r} &= A \\ k' &= -\frac{A}{4\pi\theta} \\ Q &= \int k ds \\ Q' &= \int k' ds' = -\frac{A}{4\pi\theta} S_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

Bij meer gesloten condensatoren, zoo als de Leidsche flesch en den cilindrischen condensator, zal men met grooter nauwkeurigheid de formules (4) regtstreeks kunnen toepassen; althans wanneer, zoo als gewoonlijk, het binnenbekselsel met de electriciteitsbron in verband is gebragt, en het buitenbekselsel is afgeleid. Door den gesloten vorm plaatst zich bij de vrije verdeeling geene electriciteit op het binnenvlak van het binnenbekselsel.

Heeft daarentegen het omgekeerde plaats, en is het binnenbekselsel afgeleid, zoo kan men aannemen, dat zich bij vrije verdeeling nagenoeg alle electriciteit

op het buitenvlak plaatst. Men komt hier alzoo nader bij de werkelijkheid, wanneer men het volgende stelsel toepast:

$$\left. \begin{aligned} k &= k_1 + k_2 \\ k_1 &= \frac{A}{4\pi\theta} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \theta \right\} \\ \int \frac{k_2 ds}{r} &= A \\ k' &= -\frac{A}{4\pi\theta} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \theta \right\} \\ Q &= \int k ds \\ Q' &= \int k' ds' \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

Hierin hebben wederom  $Q$ ,  $k$  en  $A$  betrekking op het bekleedsel, dat met de electriciteitsbron in verband staat, en  $Q'$  en  $k'$  op het afgeleide.

Gaan wij nu kort de bijzondere ontwikkelingen na, die voor elk der meest voorkomende vormen van condensatoren in het bijzonder gegeven zijn. Wij zullen tevens nagaan in hoeverre de toepassing der bovenstaande algemeene formules overeenstemmende uitkomsten zal leveren.

De eenvoudigste vorm, dien men aan den electricchen condensator kan geven, is zeker de *bolvormige*. In dit geval kan men volkomen integreren, en vindt men de oplossing terstond in de bekende waarden voor de potentiaal van eene bolvormige, electricche laag, in punten daarbuiten en daarbinnen gelegen. Aan het binnenbekselsel wordt electriciteit medegedeeld, en wel eene hoeveelheid  $Q$ , die eene potentiaal  $A$  heeft; terwijl de straal van het bekleedsel is  $R$ . De daarmede overeenstemmende groottheden van het buitenbekselsel zijn  $Q'$  en  $R'$ ; de potentiaal is



hier 0. De scheidende laag heeft eene dikte  $\theta$ . De symetrie der figuur geeft terstond aan, dat de electriciteit zich zoowel op het binnen-, als op het buitenbckleedsel gelijkelijk moet verdeelen. Dit in aanmerking nemende, komt men zeer gemakkelijk tot de vergelijkingen <sup>1)</sup>,

$$\frac{Q}{R} + \frac{Q'}{R + \theta} = A, \quad \frac{Q}{R + \theta} + \frac{Q'}{R + \theta} = 0,$$

waaruit terstond volgt:

$$Q = - Q' = \frac{R(R + \theta)}{\theta} A.$$

De toepassing van verg. (4), die hier regtstreeks kan plaats hebben, daar zich bij vrije verdecpling geene electriciteit op het binnenvlak van een hollen geleider kan bevinden, zal volkomen dezelfde waarde voor  $Q$  en  $- Q'$  geven.

Over de *platte condensatoren* en wel bepaaldelijk de *cirkelvormige* heeft Clausius eene zeer belangrijke verhandeling geleverd <sup>2)</sup>. Het zoude tot te groote uitvoerigheid leiden, dien geheelen arbeid hier uiteen te zetten; ik zal mij dus bepalen de voornaamste resultaten ervan mede te deelen en den weg aan te wijzen, die door Clausius gevolgd is.

Hij vangt aan met de verdecpling der electriciteit over eene ellipsvormige plaat. Deze wordt afgeleid uit de bekende verdecpling der electriciteit over het oppervlak eener ellipsoïde. Brengt men de electriciteit van elk element van het oppervlak over op de projectie van dat element op eene hoofdsnede, en veronderstelt men, dat

1) Zie onder anderen Beer. Einleitung in die Electrostatik u. s. w. S. 99.

2) P. A. LXXXVI, 161.

de daarop loodrecht staande as steeds kleiner wordt, zoo nadert de toestand tot eene limiet, die overeenkomt met de gezochte verdeling. Bij den overgang tot deze limiet behoeft de toestand van evenwigt niet verloren te gaan, daar het blijkt, dat na de projectering de uitdrukking voor de digtheid onafhankelijk is van de derde as.

Voor de digtheid in eenig punt  $(x, y)$  bekomt men dan:

$$k = \frac{Q}{2\pi ab} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}},$$

waarin  $Q$  de geheele, over de plaat verdeelde hoeveelheid electriciteit is, en  $a$  en  $b$  de hooftassen der ellips zijn. Gaat de ellips over in eenen cirkel, wiens straal is  $a$ , zoo wordt voor een punt, waarvan de voerstraal is  $r$ ,

$$k = \frac{Q}{2\pi a^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}}} \dots \dots \dots (9)$$

Wanneer men voor deze digtheid de potentiaal in eenig punt berekent, zoo ziet men werkelijk, dat zij eene constante waarde bekomt, en dus aan de voorwaarden van evenwigt voldaan is <sup>1)</sup>.

Veronderstelt men nu, dat twee cirkelvormige platen van gelijken straal, op korten afstand evenwijdig aan elkander zijn geplaatst, met de middenpunten in éene loodlijn op beide vlakken; en dat zij met gelijke hoeveelheden electriciteit, doch van tegengesteld teeken,  $Q$  en  $-Q$  zijn geladen. Terstond volgt dan, dat in punten, in dezelfde normaal op beide platen gelegen, de digthe-

1) P. A. LXXXVI, 168.



den dezelfde, alleen van tegengesteld teeken, zullen moeten zijn. Evenzoo zal het geen betoog behoeven, dat voor punten, die even ver van het middenpunt liggen, de digtheden dezelfde zullen zijn. Terwijl de digtheid eene functie van dien afstand zal zijn, kan zij dus niet anders dan de evene magten ervan bevatten; zij moet nu zoodanig gekozen worden, dat de potentiaal in alle punten eene constante waarde bekomt.

Voorloopig beschouwen wij enkel punten, die in vergelijking van den afstand  $\theta$  der beide platen, ver van den rand verwijderd liggen. Zij P, Fig. 1, zulk een punt op eene der platen, op een afstand  $r$  van het middenpunt C gelegen; zij  $a$  de straal; P' een willekeurig ander punt, op een afstand  $r'$  van C, en  $x$  van P. Stel  $\frac{r}{a} = z$ ,  $\frac{r'}{a} = z'$ , en laat de lengte der lijn BP, uit P door het willekeurige punt P' naar den rand getrokken,  $x_1$  genoemd worden, dan is, als  $\angle BPA = \varphi$

$$x_1 = a (\sqrt{1 - z^2 \sin^2 \varphi} - z \cos \varphi).$$

Laat nu  $k$  de digtheid der electriciteit zijn in P,  $k'$  die in P', en V de gezamenlijke potentiaal der beide platen in P<sup>1)</sup>, dan vindt men:

$$V = \int_0^{2\pi} \int_0^{z_1} k' \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{\theta^2 + x^2}} \right) dx \cdot d\varphi \dots (10)$$

Daar nu  $k'$ , zoo als wij boven opmerkten, enkel evene magten van  $r'$  kan bevatten, zoo is zij door de reeks

1) Om in overeenstemming te blijven met het voorafgaande is aan de potentiaal hetzelfde teeken gegeven, ook door Green gebruikt, doch tegengesteld aan dat van Clausius.

van Taylor, gemakkelijk te ontwikkelen volgens magten van  $z^2 - z^2$ , of daar

$$z^2 - z^2 = 2z \frac{x}{a} \cos \varphi + \frac{x^2}{a^2},$$

volgens magten van  $x$ . De coëfficiënten der termen worden bij die ontwikkeling functiën van  $\cos \varphi$  en van  $z$ , die onafhankelijk is van  $\varphi$ . Na de alzoo verkregen ontwikkeling voor  $k$ , gesubstitueerd te hebben in verg. (10), scheidt men de integratie volgens  $x$  in twee deelen. Ten eerste integreert men van 0 tot  $x_0$ , eene van  $\varphi$  onafhankelijke waarde, die men zoo kiest, dat zij groot is in vergelijking van  $\theta$ , maar toch kleiner dan de kleinste waarde van  $x_1$ ; vervolgens integreert men van  $x_0$  tot  $x$ . Dit komt dus neder op het verdeelen der ruimte, waarover geïntegreerd moet worden, door een cirkelomtrek uit P met  $PD = x_0$  als straal beschreven, zoodat AD in vergelijking van den afstand  $\theta$  nog eene groote waarde behoudt.

Bij het eerste deel kan men terstond volgens  $\varphi$  integreren, daar de grens  $x_0$  daarvan onafhankelijk is. Daarna integreert men volgens  $x$ , waarbij men ontwikkelt naar magten van  $\theta$ , en zich aanvankelijk bepaalt tot termen, die de 1<sup>e</sup> magt van  $\theta$  bevatten. De integratie van het eerste deel geeft dan  $2\pi k \cdot \theta$  terwijl het blijkt, dat bij dezen graad van nauwkeurigheid, het tweede deel 0 blijft<sup>1)</sup>. Als eene eerste benaderde waarde voor  $k$ , kan dus eene constante  $\alpha$  genomen worden.

Voor deze waarde van  $k$  ontwikkelen wij nu de oorspronkelijke formule voor  $V$ , dus verg. (10); men bekomt

1) P. A. LXXXVI, 178.



dan, wanneer men zich tot de tweede magten van  $\theta$  bepaalt <sup>1)</sup>:

$$V = 2\pi \alpha \cdot \theta - \frac{2\alpha \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - z^2 \sin^2 \varphi} \, d\varphi}{1 - z^2} \theta^2 - \text{enz.}$$

Daar het er nu op nederkomt om aan  $k$  zulk eene waarde te geven, dat  $V$  eene constante wordt, zoo ziet men uit de laatste formule, dat hieraan reeds tot de 2<sup>o</sup> magten van  $\theta$  voldaan wordt, door te stellen

$$k = \alpha + \frac{\alpha \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - z^2 \sin^2 \varphi} \, d\varphi}{\pi \alpha} \theta.$$

Tot nog toe hebben wij enkel beschouwd punten, die met betrekking tot den afstand der beide platen eenigzins ver van den rand gelegen waren. Wij zullen thans uit de gevonden digtheid de potentiaal bepalen in punten zeer dicht bij, of op den rand gelegen. Men vindt daarvoor, zelfs binnen de aangenomen grenzen van nauwkeurigheid, volstrekt geene constante waarde. Hierbij moet men bedenken, dat voor punten aan den rand zelf, de integratie volgens  $\varphi$  niet mag geschieden van 0 tot  $2\pi$ , doch enkel van 0 tot  $\pi$ . Terwijl moet opgemerkt worden, dat voor die punten de gevonden waarde voor de digtheid eene potentiaal oneindig groot geeft. Door Clausius wordt de toestand van verdeling aan de randen vergeleken met dien bij eene enkele plaat. Hij leidt uit de digtheid, die daar gevonden is <sup>2)</sup>, na

1) P. A. LXXXVI, 180.

2) Zie verg. (9), bladz. 21.

eenige redenering af, dat bovenstaande uitdrukking daarvoor, om ook voor punten aan den rand toepasselijk te zijn, moet worden:

$$k = \alpha \left( 1 + \frac{1}{\pi\alpha} \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - z^2 \sin^2 \varphi} d\varphi}{1 - z^2 + b \sqrt{1 - z^2}} \theta \right), \quad (11)$$

waarin  $b$  eene constante is <sup>1)</sup>.

Na eene vrij uitvoerige, mathematische ontwikkeling, waartoe wij naar de verhandeling zelve verwijzen, wordt daarvoor gevonden <sup>2)</sup>

$$b = 0.35 \sqrt{\frac{\theta}{a}}$$

Intusschen blijft de potentiaal, bij de verkregen waarde van de digtheid:

$$V = 2\pi\alpha \cdot \theta, \dots \dots \dots (12)$$

naauwkeurig tot in de derde magten van  $\theta$ .

Voor de hoeveelheid electriciteit bekomt men de benaderde waarde <sup>3)</sup>:

$$Q = \int kds = \pi a^2 \alpha \left( 1 + \frac{\theta}{\pi a} \text{hyp. log } \frac{17.68a}{\theta} \right) \quad (13)$$

De vergg. (11), (12) en (13) geven alzoo de oplossing van het vraagstuk, doch slechts voor het bepaalde geval, dat beide platen geladen worden met gelijke hoeveelheden electriciteit van tegengesteld teeken.

1) P. A. LXXXVI, 183.

2) P. A. " 190.

3) P. A. " 196.



Onderstelt men nu, dat beide platen met gelijke hoeveelheden electriciteit  $Q'$  van hetzelfde teeken geladen worden. Daar de afstand der platen klein is zal men weinig van de waarheid afwijken, althans bij de aangenomen grens van naauwkeurigheid, wanneer men de verdeeling der geheele hoeveelheid electriciteit  $2Q'$  beschouwt, als plaats te hebben bij platen, die op elkander liggen, en dus eene enkele plaat vormen. Volgens verg. (9) kunnen wij daarom voor de digtheid nemen

$$k' = \alpha' \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} \dots \dots \dots (14)$$

waaruit verder volgt

$$V' = 2\pi\alpha'a \dots \dots \dots (15)$$

$$Q' = 2\pi\alpha'a^2 \dots \dots \dots (16)$$

Stellen wij deze wijze van laden zamen met de eerst behandelde, zoo zal daardoor het evenwigt niet verbroken worden; terwijl deze zamenstelling tot ieder op te lossen geval kan voeren. Wanneer de eene plaat met de hoeveelheid  $Q + Q'$  en de andere met  $-Q + Q'$  geladen is, terwijl de overeenkomstige potentialen zijn  $V + V'$  en  $-V + V'$ , bekomen wij dus voor de overeenkomstige digtheden: <sup>1)</sup>

$$k_1 = \alpha \left\{ 1 + \frac{0}{\pi a} \cdot \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-z^2 \sin^2 \varphi} d\varphi}{1-z^2 + 0.35 \sqrt{\frac{\theta}{a}} \sqrt{1-z^2}} \right\} + \alpha' \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} \dots \dots (17)$$

1) P. A. LXXXVI, 200.

$$k_2 = -\alpha \left\{ 1 + \frac{\theta}{\pi a} \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - z^2 \sin^2 \varphi} \, d\varphi}{1 - z^2 + 0.35 \sqrt{\frac{\theta}{a}} \sqrt{1 - z^2}} \right\} + \alpha' \frac{1}{\sqrt{1 - z^2}} \dots (18)$$

waarin  $\alpha$  en  $\alpha'$  constanten zijn, die afhangen van de gegevens.

De hoeveelheden electriciteit  $M$  en  $N$  op beide platen worden uitgedrukt door:

$$M = Q + Q' = \pi \alpha a^2 \left( 1 + \frac{\theta}{\pi a} \operatorname{hyp} \log \frac{17.68a}{\theta} \right) + 2\pi \alpha' a^2 \dots (19)$$

$$N = -Q + Q' = -\pi \alpha a^2 \left( 1 + \frac{\theta}{\pi a} \operatorname{hyp} \log \frac{17.68a}{\theta} \right) + 2\pi \alpha' a^2 \dots (20)$$

Eindelijk vindt men voor de overeenkomstige potentialen

$$A = V + V' = 2\pi^2 \alpha' a + 2\pi \alpha \cdot \theta \dots (21)$$

$$A' = -V + V' = 2\pi^2 \alpha' a - 2\pi \alpha \cdot \theta \dots (22)$$

Door middel van twee dezer vier vergelijkingen moeten dus, al naar dat de gegevens zijn, de constanten  $\alpha$  en  $\alpha'$  bepaald worden.

Passen wij deze formules toe op de gewone wijze van laden, en stellen wij dus  $A' = 0$ , zoo worden de vergg. (19) en (20), wijl dan

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\pi a} \cdot \theta \text{ en } \alpha = \frac{A}{4\pi\theta} :$$



$$\begin{aligned} M &= \left\{ \pi a + \left( \text{hyp log } \frac{17.68a}{\theta} + 2 \right) \theta \right\} \frac{Aa}{4\pi\theta} \\ N &= - \left\{ \pi a + \left( \text{hyp log } \frac{17.68a}{\theta} - 2 \right) \theta \right\} \frac{Aa}{4\pi\theta} \end{aligned} \quad (23)$$

Wanneer wij op dit zelfde geval de formule van Green toepassen, gewijzigd zoo als in verg. (7) is aangegeven, zoo verkrijgen wij:

$$\begin{aligned} M &= \frac{Aa}{4\pi\theta} (\pi a + 4\theta) \\ N &= - \frac{Aa^2}{4\theta} \end{aligned} \quad \left\{ \dots \dots \dots (23') \right.$$

Daarbij is in aanmerking genomen, dat  $k_2$  volgens verg. (9) gelijk is aan

$$\frac{Q}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{r^2}{a^2}}}$$

zijnde  $Q$  eene hoeveelheid electriciteit, vrij verdeeld over eene cirkelvormige plaat, die tot potentiaal heeft  $A$ , zoodat

$$Q = \frac{1aA}{\pi}$$

Wij zien dat reeds in den tweeden term de vergg. (23) en (23') verschillen. Dit komt omdat bij de berekening der eerste de invloed der randen, waar de electriciteit eene andere verdeling heeft, in aanmerking is genomen, en bij de andere niet. Het was dan ook vooraf wel na te gaan, dat bij de berekening der geheele lading die invloed spoedig merkbaar zoude zijn. De berekening

1) P. A. LXXXVI, 170.

steunt namelijk geheel op de veronderstelling, dat  $\frac{\theta}{a}$  eene kleine grootheid is; zij neemt af met het grooter worden van  $a$ , maar in dezelfde verhouding neemt ook de lengte der randen toe, dus ongeveer ook hun invloed.

Om van dien invloed bij practische bepalingen een denkbeeld te hebben, willen wij formules (23) en (23') toepassen op eene proef, die door Gaugain genomen is, om de juistheid aan te toonen van de formule, waardoor men gewoonlijk de zoogenaamde condensatiekracht bepaalt.<sup>1)</sup>

De condensator werd gevormd door twee cirkelvormige platen van 13 duim middellijn, die op een afstand van 5 à 6 streep van elkander geplaatst waren. Hier is dus  $a = 6.5$ , terwijl  $\theta = 0.55$ ; de substitutie hiervan in verg. (23) geeft:

$$M = \left( 20.429 + 4.038 \right) \frac{Aa}{4\pi\theta}$$

$$N = - \left( 20.429 + 1.838 \right) \frac{\Lambda a}{4\pi\theta};$$

en in verg. (23'):

$$M = \left( 20.429 + 2.20 \right) \frac{Aa}{4\pi\theta}$$

$$N = - 20.429 \frac{Aa}{4\pi\theta}.$$

Bij eene zoo groote waarde van  $\frac{\theta}{a}$  als hier, blijkt dus, dat voor de lading  $M$ , op de plaat welke electriciteit ontvangt,  $1.838 \frac{\Lambda a}{4\pi\theta}$  d. i. 0.075 der geheele

1) Ann. de Ch. et Ph. 4° S. IV, 234.



lading te weinig zou berekend zijn, wanneer de invloed der randen niet werd in aanmerking genomen.

Eindelijk blijft als bijzondere vorm van condensator ter beschouwing over de *cilindrische*, die daarom vooral van gewigt is, wijl hij bij den telegraafkabel voorkomt. Proefondervindelijk is dit onderwerp vooral door Gaugain onderzocht, waarbij hij heeft willen aantoonen, dat de wetten van Ohm ook toepasselijk zijn op het geval van electriche condensatie. Hiertoe is het slechts noodig, dat men aan den coëfficiënt van geleiding voor de intensiteit van den stroom eene andere beteekenis geve. Hij heeft daartoe bij onderscheidene cilindrische condensatoren, zoowel concentrische als excentrische, de afhankelijkheid der lading nagegaan van de grootte der stralen van den binnen- en buitencilinder; en bij de excentrische nog de afstand der assen in aanmerking genomen <sup>1)</sup>. Hij vergelijkt zijne uitkomsten met die, berekend door eene formule, afgeleid uit de theorie van Ohm; en de overeenkomst van beide bevestigt de toepasselijkheid dier theorie op den condensator. Gaugain vindt, dat deze overeenkomst bij de excentrisch cilindrische condensatoren, pleit voor de juistheid der theorie van Faraday, zoo als blijkt uit het volgende: <sup>2)</sup>

»En effet l'un des caractères qui distinguent le plus nettement la théorie de M. Faraday de l'ancienne théorie, c'est que dans la première l'influence se propage généralement en ligne courbe et que dans la seconde elle s'exerce toujours en ligne droite. Or dans le cas particulier des condensateurs cylindriques concentriques ce caractère distinctif disparaît».

1) Ann. de Ch. et Ph. 3<sup>e</sup>. S. LXIV, 174.

2)       "       "       "       "       195.

Een iets verder:

»Cette coïncidence au contraire paraît très-improbable dans le cas des condensateurs cylindriques excentriques, puisqu'alors la très-majeure partie de l'influence doit s'exercer en ligne courbe suivant la théorie de Faraday, tandis qu'elle s'exerce exclusivement en ligne droite suivant la théorie ordinaire.»

Wij zullen nu zien, dat de gewone theorie volkomen dezelfde formule levert als de door Gaugain, ter vergelijking met zijne proeven, gebezigde, afgeleid uit de theorie van Ohm. Hij daarentegen meent deze laatste wel overeen te kunnen brengen met de theorie van Faraday, maar niet met de oude. Sedert Kirchhoff aangetoond heeft, dat de wetten van Ohm uit de oude theorie zijn af te leiden, is dit blijkbaar eene dwaling.

Terwijl Thomson eene formule heeft gegeven voor cilindrische condensatoren met gemeenschappelijke as<sup>1)</sup>, is tot nog toe, voor zoo ver mij bekend, het geval der excentrisch cilindrische condensatoren niet opgelost volgens de oude theorie. De oplossing, die hier volgt, werd mij medegedeeld door den hoogleeraar R. van Rees.

Wij nemen terstond het algemeene geval der excentrische condensatoren. Binnen eenen geleidenden cilinder met straal  $r$ , Fig. 2, is met zijne as evenwijdig aan die des eersten, en op den afstand  $p$  daarvan, een kleinere, geleidende cilinder, met straal  $r'$ , geplaatst.

De wanden dezer cilinders worden verondersteld zeer dun te zijn, terwijl men hunne lengten in vergelijking hunner stralen zoo groot neemt, dat de meerdere opeenhooping aan de randen buiten rekening kan gelaten

1) Ph. Mag. IX, 534.



worden. Men mag dus aannemen, dat voor iedere doorsnede, loodregt op de as, de digtheid dezelfde is.

Neemt men daarom de coördinaat  $z$  volgens de as des cilinders, en de potentiaal in eenig punt der ruimte tusschen beide cilinders  $V$ , zoo brengt de laatste onderstelling terstond mede, dat

$$\frac{d^2V}{dz^2} = 0 ,$$

en volgens eene algemeen bekende vergelijking <sup>1)</sup> volgt dan:

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} = 0 ,$$

Daarbij zijn  $X$  en  $Y$  een stelsel onderling loodregte coördinaatassen, genomen in eene doorsnede loodregt op de as des cilinders, en waarvan de oorsprong ligt in het middenpunt  $C$ .

Aan de laatste vergelijking voldoet:

$$V = c \cdot \log \frac{(x - \alpha)^2 + y^2}{(x - \beta)^2 + y^2} + d , \dots \dots \dots (24)$$

waarin  $c$ ,  $d$ ,  $\alpha$  en  $\beta$  nader te bepalen constanten zijn. Noemt men nu de potentiaal op den buitencilinder  $A$ , en die op den binnencilinder  $A'$ , zoo moet voor alle waarden van  $x$  en  $y$ , die voldoen aan de vergelijking  $x^2 + y^2 = r^2$ ,

$$V = A ,$$

en voor die, welke voldoen aan  $(x - p)^2 + y^2 = r'^2$ ,

$$V = A'$$

worden; waarom voor alle waarden van  $x$ :

---

1) Green Crelle's Journal Bd 44, S. 357.

$$\left. \begin{aligned} A &= c. \log \frac{r^2 + \alpha^2 - 2\alpha x}{r^2 + \beta^2 - 2\beta x} + d \\ A' &= c. \log \frac{r'^2 + \alpha^2 - 2(\alpha - p)x - p^2}{r'^2 + \beta^2 - 2(\beta - p)x - p^2} + d \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

waartoe

$$\frac{r^2 + \alpha^2}{\alpha} = \frac{r^2 + \beta^2}{\beta} \quad \text{en} \quad \frac{r'^2 + \alpha^2 - p^2}{\alpha - p} = \frac{r'^2 + \beta^2 - p^2}{\beta - p}$$

moet zijn, volgt dus:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{r^2 - r'^2 + p^2 - \sqrt{(r^2 - r'^2 + p^2)^2 - 4p^2 r^2}}{2p} \\ \beta &= \frac{r^2 - r'^2 + p^2 + \sqrt{(r^2 - r'^2 + p^2)^2 - 4p^2 r^2}}{2p} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

In verband met deze waarden van  $\alpha$  en  $\beta$  geven de vergelijkingen (25)

$$\begin{aligned} A - A' &= c. \log \frac{\alpha(\beta - p)}{\beta(\alpha - p)} = \\ &= c. \log \frac{r^2 + r'^2 - p^2 + \sqrt{(r^2 - r'^2 + p^2)^2 - 4p^2 r^2}}{r^2 + r'^2 - p^2 - \sqrt{(r^2 - r'^2 + p^2)^2 - 4p^2 r^2}} \quad (27) \end{aligned}$$

waaruit de constante  $c$  kan bepaald worden, terwijl  $d$  uit eene der vergelijkingen (25) gevonden wordt.

Om tot de digtheden  $k$  en  $k'$  der electriciteit te geraken, gebruiken wij de bekende vergelijking, toepasselijk aan het oppervlak eens geleiders (op bladz. 11 maakten wij daarvan ook gebruik), namelijk

$$\frac{dV_u}{dn} = - 4\pi k .$$

Voor den buitensten cilinder moet  $dn$  aan de binnenzijde genomen worden, waardoor wij de digtheid der electri-



citeit verkrijgen, die zich op het binnenoppervlak van dien cilinder bevindt.

De invoering van polaire coördinaten geeft hier de meeste eenvoudigheid; wij stellen daarom:

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi.$$

Vergelijking (24) wordt dan:

$$V = c \log \frac{\rho^2 - 2\rho\alpha \cos \varphi + \alpha^2}{\rho^2 - 2\rho\beta \cos \varphi + \beta^2} + d$$

dus

$$\frac{dV}{d\rho} = 2c \left\{ \frac{\rho - \alpha \cos \varphi}{\rho^2 - 2\alpha\rho \cos \varphi + \alpha^2} - \frac{\rho - \beta \cos \varphi}{\rho^2 - 2\beta\rho \cos \varphi + \beta^2} \right\}$$

Stelt men hierin  $\rho = r$  en  $d\rho = -dr$ , wat voor het binnen oppervlak des buitensten cilinders het geval is, zoo bekomt men:

$$k = \frac{c}{2\pi} \left\{ \frac{r - \alpha \cos \varphi}{r^2 - 2\alpha r \cos \varphi + \alpha^2} - \frac{r - \beta \cos \varphi}{r^2 - 2\beta r \cos \varphi + \beta^2} \right\} \quad (28)$$

Verder  $Q$  en  $Q'$  de hoeveelheden electriciteit op den buiten- en binnencilinder zijnde, voor de eenheid van lengte, zoo wordt

$$Q = \int_0^{2\pi} k r d\varphi = \frac{c}{\pi} \int_0^\pi \left\{ \frac{1 - \frac{\alpha}{r} \cos \varphi}{1 - \frac{2\alpha}{r} \cos \varphi + \frac{\alpha^2}{r^2}} - \frac{1 - \frac{\beta}{r} \cos \varphi}{1 - \frac{2\beta}{r} \cos \varphi + \frac{\beta^2}{r^2}} \right\} d\varphi$$

De integratie, waarbij in aanmerking moet genomen worden, dat volgens verg. (26)  $\frac{\alpha}{r} < 1$  en  $\frac{\beta}{r} > 1$ , geeft

$$Q = c \dots \dots \dots (29)$$

Op geheel overeenkomstige wijze worden  $k'$  en  $Q'$  berekend; men brengt daarbij bij voorkeur den oorsprong van coördinaten in  $C'$  over, men vindt dan:

$$k' = -\frac{c}{2\pi} \left\{ \frac{r' - (\alpha - p) \cos \varphi}{r'^2 - 2(\alpha - p)r' \cos \varphi + (\alpha - p)^2} - \frac{r' - (\beta - p) \cos \varphi}{r'^2 - 2(\beta - p)r' \cos \varphi + (\beta - p)^2} \right\} (30)$$

en 
$$Q' = -c \dots \dots \dots (31)$$

Het blijkt dus, dat  $Q = -Q'$ .

Zijn de cilinders concentrisch geplaatst, zoo hebben wij in onze formules slechts  $p = 0$  te stellen. Deze substitutie moet echter, met eenige omzigtigheid plaats hebben, dewijl uit verg. (26) blijkt, dat alsdan  $\alpha = \frac{0}{0}$  zoude worden. Doch de gewone regel ter bepaling van de waarden van onbepaalde gebroekens toepassende, vindt men gemakkelijk, voor dit geval:

$$\alpha = 0 \quad \text{en} \quad \beta = \infty$$

Op dezelfde wijze geeft verg. (27)

$$A - A' = 2c \log \frac{r}{r'} \dots \dots \dots (32)$$

Men vindt dan:

$$k = \frac{c}{2\pi r}, \quad k' = -\frac{c}{2\pi r'} \dots \dots \dots (33)$$

$$Q = -Q' = c.$$



De toepassing der verg. (8), die natuurlijk enkel in het laatste geval mag plaats hebben, zoude volkomen het zelfde resultaat gegeven hebben, indien men bedenkt dat daar  $r - r' = \theta$  gesteld is. Doch ook hier moeten wij opmerken, dat bij de behandeling der cilindrische condensatoren enkel is in aanmerking genomen de electriciteit, die zich op de naar elkander toegekeerde vlakken der cilinders bevindt. Bij de hoeveelheid  $Q$  moet dus nog eene hoeveelheid electriciteit gevoegd worden, die zich bij eene potentiaal  $A$  over het buitenoppervlak vrij verdeelt, en die alleen dan nul is, wanneer  $A$  nul is. Zoodat onze vergelijkingen alleen volkomen waar zijn als, het buitenbekselsel wordt afgeleid. Dit heeft onder anderen bij de onderzoesche telegraaf-kabels plaats.

Wij hebben deze opmerking herhaald om te doen zien, hoe de uitkomsten van Gaugain haar volkomen bevestigen. Onder anderen <sup>1)</sup> heeft hij twee cilinders van blik, van 1 el lengte en 0.04 en 0.08 el straal in elkander gestoken en van elkander geïsoleerd. Terwijl zijne electriciteitsbron steeds dezelfde potentiaal aanduidde, heeft hij:

1°. haar in verband gebracht met den binnensten cilinder en den buitensten afgeleid; waarna de lading op beiden bleek 81 te zijn;

2°. haar in verband gebracht met den buitensten cilinder en den binnensten afgeleid; de lading bedroeg op den eersten 108, op den laatsten 81.

Het eerste geval stemt overeen met onze vergelijking  $Q = - Q'$ .

Uit het tweede geval blijkt, dat de lading op den binnencilinder dezelfde is als in het eerste geval, hetgeen ook uit de formule volgt. De meerdere lading op den

1) Ann. de Ch. et Ph. 3<sup>e</sup> S. LXIV, 182.

buitensten cilinder is niets anders dan vrij verdeelde electriciteit op het buitenvlak. Deze hoeveelheid moet nog aan  $Q$  toegevoegd worden; zij is onafhankelijk van de potentiaal op den binnencilinder, die hier nul is. De onafhankelijkheid van dat toegevoegde deel ten opzichte van de potentiaal op den binnencilinder, welke een onmiddelijk gevolg is van de theorie, bevestigt zich ook proefondervindelijk. Daartoe laadde Gaugain denzelfden condensator door den buitencilinder met de electriciteitsbron in verband te brengen, en den binnencilinder geïsoleerd te laten; die lading bleek 27 te zijn. Dewijl hierbij de lading op den binnencilinder nul is, zal de lading op den buitencilinder zich geheel op het buitenvlak bevinden en vrij verdeelde electriciteit van de potentiaal  $A$  zijn; zij heeft dezelfde waarde als het straks beschouwde toegevoegde deel:  $108-81$ . Ware de wet der vrije verdeling over eenen cilinder bekend, zoo zoude door eene regtstreeksche berekening die 27 uit de potentiaal kunnen worden afgeleid.

Men moet wel opmerken, dat voorafgaande beschouwing alleen toepasselijk is, wanneer men de cilinders als geslotene oppervlakken mag aanmerken; namelijk wanneer de lengte in vergelijking van den straal der doorsnede zeer groot is.

Voordat ik deze geheel theoretische behandeling van den condensator eindig, valt er nog iets op te merken, omtrent eene in alle leerboeken der natuurkunde gegevene wet, die voornamelijk op den platten condensator wordt toegepast. Gaugain heeft haar in zijne jongste verhandeling over de theorie der electricische condensatoren<sup>1)</sup>,

1) Ann. de Ch. et Ph. IV, 214.



experimenteel bewezen. — Ik bedoel hier de wet, die de zoogenaamde condensatie-kracht bepaalt.

Wanneer wij even als vroeger de ongelijke invloed der omgevende voorwerpen op beide platen buiten aanmerking laten, kan, op voorbeeld van Gaugain, de bedoelde wet worden beschouwd als te bestaan uit twee deelen:

1<sup>o</sup>. bij denzelfden condensator is de verhouding tusschen de ladingen der beide platen, eene van de potentiaal op de niet afgeleide plaat, onafhankelijke grootheid  $m^1$ ).

2<sup>o</sup>. de eene plaat ontvangt eene lading van de potentiaal A, terwijl de andere geïsoleerd blijft; die lading zij  $P$ . Een ander maal wordt de condensator op dezelfde wijze geladen, doch nu de tweede plaat afgeleid, de ladingen bedragen  $P$  en  $N$ . In dien toestand wordt de tweede plaat geïsoleerd en de eerste afgeleid; de ladingen bedragen dan  $P'$  en  $N$ . Nu blijkt, dat

$$p = P - P'.$$

Volgens het eerste gedeelte is  $N = m P$  en  $P' = m N$ , dus geeft het tweede gedeelte

$$p = P (1 - m^2),$$

waaruit volgt

$$\frac{P}{p} = \frac{1}{1 - m^2}.$$

Deze noemt men de condenserende kracht.

Wat het 2<sup>o</sup> gedeelte der wet betreft, moet er vooral

---

1) Men onderstelt hier dat de gewone wijze van laden wordt toegepast, namelijk een der bekleedsels ontvangt electriciteit, het andere is naar den grond afgeleid.

op gewezen worden, dat niet bij alle schrijvers, met de beschrevene hoeveelheid  $p$  hetzelfde bedoeld wordt, als hier is aangegeven. Onder anderen bij Jamin, *Cours de Physique* T. I, p. 433 vinden wij daarvoor de hoeveelheid electriciteit, die de eerste plaat zou ontvangen, indien de tweede geheel verwijderd werd. Evenzoo bij Ganot, *Traité élémentaire de Physique* p. 577, waar hij de *force condensante* berekent; en aanvangt met te zeggen:

»On nomme force condensante le rapport entre la charge totale que prend le plateau collecteur quand il est influencé par le second plateau, à celle qu'il recevrait s'il était seul.»

Beide bepalingen zijn, naar ik meen, onjuist, daar de eerste plaat niet dezelfde hoeveelheid electriciteit op zal nemen in bijzijn van de tweede, terwijl deze geïsoleerd blijft, als wanneer deze geheel verwijderd wordt. Alleen in het eerste geval wordt die hoeveelheid  $P(1-m^2)$ . De uitkomsten van Gaugain stemmen dan ook volkomen hiermede overeen. Wij zullen thans aantoonen, dat de beide opgegeven grondbeginselen, een gevolg zijn van de gewone mathematische theorie.

Onderstel vooreerst twee gelijk en gelijkvormige geleiders, symmetrisch tegenover elkander geplaatst, en geladen met gelijke hoeveelheden electriciteit van ongelijk teeken  $Q_1$  en  $-Q_1$ . Het zal dan wel geen betoog behoeven, dat beide hoeveelheden zich op dezelfde wijze over beide geleiders verdeelen, en in beide de gezamenlijke potentiaal de zelfde doch van tegengesteld teeken  $A_1$  en  $-A_1$ , is. Verder zal men gemakkelijk inzien, dat bij hetzelfde stelsel, die potentiaal evenredig is aan de lading, dus

$$aA_1 = Q_1$$



waarin  $\alpha$  afhankelijk is van den vorm en onderlingen afstand der beide geleiders. Dit laatste kan ten overvloede opgemaakt worden, uit de bekende eigenschap, dat de bijeenvoeging van toestanden die evenwigt vormen, eene som levert, waar weder evenwigt is; terwijl dan de potentiaal wordt de som der gedeeltelijke potentialen.

Vervolgens veronderstellen wij het bovengenoemd stelsel van geleiders geladen met gelijke hoeveelheden electriciteit van hetzelfde teeken,  $Q_1$  en  $Q_2$ ; het evenwigt zal zich weder zoo vormen, dat op beiden de potentiaal dezelfde is. En noemen wij haar  $A_2$  dan zal men ook hier kunnen aannemen:

$$bA_2 = Q_2,$$

waarin  $b$  weder eene constante is, afhankelijk van den vorm en afstand der beide geleiders.

Iedere evenwigts-toestand, waarbij de ladingen op beide geleiders willekeurige waarden hebben, kan nu beschouwd worden als te zijn ontstaan uit de bij elkander voeging van de twee opgegevene wijzen van laden.

Door deze samenstelling bekomt men in 't algemeen:

op den eersten geleider eene hoeveelheid,

$aA_1 + bA_2$ , terwijl de potentiaal is  $A_1 + A_2$ ;

op den tweeden geleider eene hoeveelheid,

$-aA_1 + bA_2$ , terwijl de potentiaal is  $-A_1 + A_2$ .

Stel eerst volgens de gewone wijze van laden, dat de potentiaal op den tweeden geleider nul is; die op den eersten zij  $A$ ; de hoeveelheid zij, op den eersten  $P$ , op den tweeden  $-N$ . Dit geeft:

$$A_1 + A_2 = A \text{ en } A_2 - A_1 = 0,$$

dus 
$$A_1 = A_2 = \frac{1}{2} A;$$

waaruit volgt:

$$P = \frac{1}{2} (a + b) A \quad \text{en} \quad -N = -\frac{1}{2} (a - b) A,$$

en terstond besloten wordt:

$$P = \frac{a + b}{a - b} N = m N ;$$

zijnde  $m$  eene van de potentiaal onafhankelijke grootheid. Hierdoor is het eerste gedeelte der wet bewezen.

Voor het bewijs van het tweede gedeelte gaan wij verder. Wij isoleren den tweeden geleider, die eene lading  $-\frac{1}{2} (a-b)A$  heeft, en leiden den eersten af. De lading, die hij behoudt, stellen wij  $P'$ , terwijl de potentiaal natuurlijk nul wordt.

Hierbij moeten wij alzoo hebben:

$$-aA_1 + bA_2 = -\frac{1}{2} (a - b) A \quad \text{en} \quad A_1 + A_2 = 0,$$

$$\text{alzoo} \quad A_1 = -A_2 = \frac{1}{2} \frac{a - b}{a + b} A,$$

zoodat

$$P' = \frac{1}{2} \frac{(a - b)^2}{a + b} A.$$

In verband met de gevondene waarde voor  $P$  is dus

$$P - P' = \frac{2ab}{a + b} A.$$

Thans blijft nog te berekenen de lading  $p$ , door den eersten geleider opgenomen, wanneer de tweede geïsoleerd blijft. De potentiaal op den eersten moet  $A$ , de hoeveelheid op den tweeden  $0$  gesteld worden. Alzoo is:



$$- aA_1 + bA_2 = 0 \text{ en } A_1 + A_2 = A,$$

dus 
$$A_2 = \frac{a}{b}A_1 = \frac{a}{a+b}A,$$

waaruit volgt:

$$p = aA_1 + bA_2 = 2aA_1 = \frac{2ab}{a+b} A.$$

Dit doet ons zien, hetgeen wij te bewijzen zochten:

$$p = P - P'.$$

Dat de hoeveelheid  $p$ , niet gelijk is aan de lading van een afzonderlijken geleider, blijkt ook, voor het geval, dat de geleiders cirkelvormige platen zijn, uit de formules van Clausius.

Wanneer wij in de verg. (20)  $N = 0$  stellen, en in verband daarmee uit verg. (19) en (21)  $\alpha$  en  $\alpha'$  elimineren, vinden wij voor  $M$  (die hier onze  $p$  is)

$$\frac{2Aa}{\pi} \left( 1 - \frac{2}{\pi a} \theta \right)$$

Voor de hoeveelheid electriciteit, vrij verdeeld over eene cirkelvormige plaat met eene potentiaal  $A$ , is daarentegen gevonden:

$$\frac{2 a A}{\pi}$$

In geval de platen zeer dicht bij elkander zijn, is onderhavige stelling bij benadering waar, als men voor  $p$ , gelijk door velen gedaan wordt, neemt de hoeveelheid electriciteit vrij verdeeld over eene der platen afzonderlijk.

Volkomen gaat onze stelling door, wanneer men hetzelfde daarvoor neemt als Gaugain, gelijk wij hierboven aangaven.

## HOOFDSTUK II.



### THEORIE DER CONDENSATOREN, WAARBIJ DE INVLOED DER MIDDENSTOF IS NAGECAAN.

Tot nog toe beschouwden wij de beide geleiders, die den condensator vormen, als van elkander gescheiden door eene stof, die als volkomen isolerend en buiten invloed op alle mogelijke electriche verschijnselen werd aangenomen. Zoo als wij reeds in den aanvang zeiden, kan dit aan drooge lucht of eenig ander gas vrij wel toegeschreven worden; althans die invloed ligt buiten het bereik der gewone waarneming, zoo als gebleken is uit proeven, waarbij in den gesloten condensator de isolerende lucht- of gaslaag verdund werd, en die verdunning geene verandering teweeg bragt op de grootte der lading. <sup>1)</sup>

Van stoffen echter als glas, schellak, was, stearine, die gewoonlijk als volkomen isolerend werden beschouwd, en waarvan de eerste in gebruik is bij de meest voor-

---

1) Faraday, Exp. Res. § 1284—1293.



komende condensatoren, als Franklinsche tafel en Leidsche flesch, is dit volstrekt niet het geval; wij zullen nu trachten na te gaan, waarin die invloed bestaat, en hoe hij zal kunnen verklaard worden. Natuurlijk al waren de eigenschappen dier zoogenaamde isolatoren (waarmede wij in 't vervolg aangehaalde stoffen zullen betitelen) volkomen bekend, dan nog zal de toepassing der mathematische theorie zeer vele analytische bezwaren inhebben, daar wij zagen hoe groot die reeds zijn ter volkomene oplossing van het eenvoudige geval, dat wij in Hoofdstuk I behandelden.

In het kort bij elkander genomen, bestaat de invloed der isolatoren als scheidingslaag bij den condensator hierin:

1<sup>e</sup> de lading, door eene zelfde electriciteitsbron medegedeeld, is grooter, wanneer die stoffen aanwezig zijn dan, wanneer zij door drooge lucht of eene ledige ruimte vervangen worden;

2<sup>e</sup> de lading verschilt in 't algemeen met den aard der stoffen;

3<sup>e</sup> de lading neemt toe met den tijd, zoodat zij eerst na zekeren tijd hare maximum-waarde bereikt heeft;

4<sup>e</sup> eene ontlading, door beide geleiders tegelijk een korten tijd af te leiden, kan niet volkomen geschieden; want korten tijd daarna zal de condensator weder eene toenemende lading gaan bezitten. Het is de 2<sup>e</sup> of zoogenaamde residu-lading, die na eene tweede ontlading opgevolgd wordt door eene 3<sup>e</sup> lading, en deze weder door eene 4<sup>e</sup> enz., die immer kleiner worden.

Het laat zich vooraf reeds denken, dat de beide laatste invloeden naauw met elkander in verband staan.

Vooraf Faraday heeft zich bezig gehouden met de uitwerking, die de isolerende stof bij den condensator teweeg brengt, en zelfs aan die stoffen eene nieuwe eigen-

schap toegekend, die hij *inductive capacity* noemt, onafhankelijk van geleidende eigenschappen, en in zekere mate specifiek eigen aan iedere stof; hij beschouwt haar als oorzaak van het verschil in lading bij verschillende tusschenstoffen, onder overigens gelijke omstandigheden. Het bestaan van die eigenschap geeft Faraday als een sterk argument op voor de juistheid zijner theorie, dat namelijk geene elektrische werking op afstand plaats heeft, maar slechts van deeltje tot deeltje door tusschenkomst der middenstof<sup>1)</sup>. Daar die wijze van beschouwing der inductie-verschijnselen bij Faraday geheel afwijkt van de gewone theorie, zoo wil ik in 't kort doen volgen welke zijne voorstellingen zijn omtrent die inductie, voordat ik zijne proeven mededeel omtrent haar invloed bij den condensator.

Faraday beschouwt de inductie (hetzelfde wat ook influentie genoemd wordt), geheel als eene afzonderlijke kracht, die eenen polairen toestand der deeltjes teweeg brengt, en bij isolatoren zelfs blijft voortbestaan na verwijdering der inducerende lichamen. De polarisatie der deeltjes vormt het *inductief* en tevens het *isolerend vermogen*; doch in den toestand van polarisatie hebben de naast elkander liggende deeltjes een vermogen om hunne krachten aan elkander over te dragen, en daardoor ontstaat ontlading en geleiding. Die ontlading schijnt in ieder ligchaam plaats te hebben, en het bezit van dit vermogen in meerdere of mindere mate maakt het tot eenen meer of minder goeden geleider<sup>2)</sup>. Gewone geleiding en isolering zijn dus als uitersten van eene zelfde werking te beschouwen<sup>3)</sup>.

1) Exp. Res. § 1252.

2) „ § 1323.

3) „ § 1320.



Geen ligchaam nu is *absoluut* geladen <sup>1)</sup>; iedere lading brengt terstond inductie met zich door tusschenkomst van den beschreven polairen toestand, waarin de omgevende stof gebragt wordt. Aan dien toestand wordt bijv. toegeschreven, dat de electriciteit het oppervlak eens geleiders niet verlaat, terwijl Poisson het toeschrijft aan een weerstand van het oppervlak zelf. Ophooping van electriciteit aan spitse gedeelten van het geladen ligchaam wordt verklaard door het aldaar zamenkomen van meerdere inducerende krachten, die uit de omgevende lichamen daarop gerigt zijn. Die inducerende krachten behoeven niet langs rechte lijnen te werken, maar deze kunnen zelfs gebogen wezen <sup>2)</sup>. Eene uiteenzetting der voornaamste bezwaren, die tegen deze voorstelling en theorie van Faraday zijn in te brengen, vinden wij onder anderen in een tot hem gerigten brief van Dr. Hare, *On certain Theoretical opinions* <sup>3)</sup>. Hoezeer wellicht een gedeelte dier voorstelling, bij meerdere bekendheid met het wezen der electriciteit, zal overeen te brengen zijn met de grondbeginselen der gewone theorie, zoo werd reeds in 't begin aangemerkt, dat deze het groote voordeel bezit veel eenvoudiger en meer bepaald te zijn; terwijl tot nog toe geene verschijnselen bevonden werden daarmede in strijd te zijn.

De toestel, waarmede Faraday den invloed der middenstof voornamelijk nagaat, is zijn bekend *inductie-apparaat* <sup>4)</sup>, dat niets anders is dan een bolvormige condensator, en omtrent wiens inrigting ik in geene ver-

---

1) Exp. Res. § 1177 and 1178.

2) „ § 1301 and 1302.

3) Phil. Mag. XVII, 44.

4) Exp. Res. § 1187 etc.

dere omschrijving behoef te treden; de electrometer, dien hij bezigt, is de balans van Coulomb. Om den invloed der verschillende stoffen te kunnen vergelijken, gebruikt hij twee zooveel mogelijk gelijke inductie-apparaten, waarvan het een steeds met lucht gevuld blijft. Vooraf worden beide naauwkeurig vergeleken, door name-lijk het eene tot eene bepaalde spanning te laden, het andere er mede te verbinden en na te gaan of de lading zich over beiden gelijkelijk verdeeld heeft.

Alvorens met dit apparaat het specifiek inductief vermogen te bepalen, gaat hij de geleiding na, die in geringe mate aan alle isolatoren, zelfs de beste, schellak en zwavel, eigen schijnt te zijn, en invloed op de waarnemingen moet hebben. <sup>1)</sup> Volgens hem brengt die geleiding enkel teweeg, dat de electriciteit van de metaaloppervlakken zich uitbreidt op het aangrenzend gedeelte der scheidende middenstof, en daarin dringt tot zekere diepte, afhangende van den tijd, dat de lading geduurd heeft. Op de tegenovergestelde zijvlakken der middenstof bevinden zich dus na eenigen tijd lagen electriciteit van verschillend teeken. Zoolang de lading op de geleiders daar is, zullen de inducerende krachten, die van binnen op genoemde lagen van ingedrongen electriciteit werken, grooter zijn dan die van buiten daarop werken. Wordt echter de condensator ont-laden, zoo krijgen de inducerende krachten van buiten de overhand, de electriciteit keert dan voor een groot gedeelte op de metaalvlakken terug; deze is wat wij ge-woonlijk residu-lading noemen <sup>2)</sup>.

Deze beschouwingen worden gegrond op de volgende proef <sup>3)</sup>.

1) Exp. Res. § 1233.

2) " " § 1245.

3) " " § 1237 etc.



Nadat de benedenste halve spher van het inductie-apparaat met eene laag schellak bedekt was, zoodat zij de tusschenruimte der beide bollen genoegzaam opvulde, werd het apparaat door de bovenste halve spher gesloten, en vervolgens gedurende eenigen tijd geladen, door den binnenbol positieve electriciteit mede te deelen en den buitenbol af te leiden. De toestel werd daarop ontladen, geopend, de schellakschaal er uit genomen en deze met het proefballetje, dat bij inductie geladen werd, onderzocht. Aanvankelijk waren er geen blijken van electricische lading, doch eenige oogenblikken later meent Faraday bevonden te hebben, dat het schellak aan het binnenvlak positieve en aan het buitenvlak negatieve electriciteit bevatte.

Ten einde zich nog meer te overtuigen werd hetzelfde onderzoek herhaald, zonder nu echter het schellak uit den benedensten halven buitenbol te nemen, zoodat enkel het binnenvlak van het schellak met het proefballetje, weder bij inductie, onderzocht werd. Aanvankelijk meent hij negatieve electriciteit aldaar te vinden, doch spoedig daarop wordt eene positieve lading aan dat binnenvlak waargenomen. De negatieve electriciteit beschouwt hij als een natuurlijk gevolg van de weinige aanrakingspunten tusschen het schellak en den koperen bol; doch hoe dit verder met zijne theorie overeen te brengen is, wordt door Faraday niet opgegeven. De laatste proef is herhaald met glas, spermaceti en zwavel, en bij allen vond hij, even als bij schellak, zekere residu-lading; om welke reden aan al die stoffen meerdere of mindere geleiding wordt toegeschreven, die evenwel slechts zeer langzaam geschiedt. Waarom die na de ontlading terugkeerende, electricische verschijnselen ook niet aan een voortduren van den polairen toestand kunnen toegeschre-

ven worden, wordt niet door Faraday aangehaald. Daar wij verder weten dat, zoo als reeds vroeger (bladz. 7) werd opgemerkt, door de wijze, waarop hier het proefballetje wordt gebruikt, niets anders waargenomen is dan de gezamenlijke potentiaal in het punt, waar het is aangebragt, zoo blijkt het, dat men bezwaarlijk daaruit zal kunnen besluiten tot de soort van electriciteit op de oppervlakken van het schellak.

Om bij het onderzoek van het specifiek inductief vermogen zooveel mogelijk den invloed van het geleidend vermogen te voorkomen, geschieden de waarnemingen terstond na de lading. Ten einde een denkbeeld te geven van de wijze, waarop Faraday hier tewerk gaat, zullen wij eene zijner proeven hier in 't kort vermelden<sup>1)</sup>.

De te onderzoeken stof is schellak; zij is bevat in den benedensten halven bol van een der inductie-apparaten, zoodanig, dat zij aldaar de ruimte tusschen den binnen- en buitenbol nagenoeg opvult. Nu wordt het tweede apparaat, dat enkel lucht bevat, geladen, en, door met het proefballetje den buitenknop des binnenbols aan te raken, onderzoekt men de spanning dier lading; deze geeft in de balans een torsie-hoek van  $304^\circ$ . Datzelfde onderzoek geschiedt nogmaals, na de schellakstang, die den binnenbol draagt, van haar eigen electriciteit ontdaan te hebben, en geeft dan  $297^\circ$ ; zoodat dus de invloed van de stang  $7^\circ$  blijkt te zijn. Vervolgens brengt men den binnenbol van het geladen apparaat in verband met dien van het nog ongeladene, dat het schellak bevat, en verdeelt alzoo de lading. Op dezelfde wijze als boven meet men weder de spanning in beide apparaten; dat met schellak geeft  $113^\circ$ , het andere  $121^\circ$ ; beide worden ontladen, en het

1) Exp. Res. § 1256 etc.



laatste behoudt nog eene lading van  $7^\circ$ , die aan invloed van de schellakstang wordt toegeschreven. Waren nu beide apparaten enkel van lucht voorzien geweest, zoo had de lading des tweeden (zonder schellak), die  $297^\circ$  min den stanginvloed, dus  $290^\circ$  bedroeg, zich over beide gelijkelijk verdeeld, en zou  $145^\circ$  voor ieder zijn geweest. Nu echter heeft het eerstgeladene  $290^\circ - 114^\circ$ , dat is  $176^\circ$ , verloren, en dit geeft bij het apparaat, dat schellak bevat, slechts eene spanning van  $113^\circ$ . De inducerende werking van het schellak brengt alzoo, bij dezelfde spanning, de grootte der lading tot  $\frac{176}{113} = 1.55$  maal hetgeen zij bij afwezigheid des schellaks zou geweest zijn. Dit laatste getal wordt alzoo voor de inductieve capaciteit van het schellak-apparaat genomen, wanneer die van het lucht-apparaat 1 is. Hoe dit getal nog gewijzigd wordt door de volgorde in het onderzoek om te keeren, en dan het gemiddelde van beide uitkomsten te nemen, zullen wij met stilzwijgen voorbijgaan. Alleen dient hier met Faraday opgemerkt te worden, dat het gevonden getal 1.55 volstrekt niet als eene absolute verhouding tusschen de capaciteit van lucht en schellak te beschouwen is, daar alleen de beneden-helft des condensators van schellak voorzien was. Ook geloof ik niet, dat dit getal eenigzins zal kunnen dienen, om daaruit genoemde verhouding af te leiden. Vooreerst is hier de verdeling der electriciteit over beide bollen geheel anders dan wanneer de middenstof overal dezelfde ware; maar daarenboven, al is de bepaling der spanning zoo spoedig mogelijk na de lading geschied, toch zal uit het volgende blijken, dat de daarmede verloopen tijd niet buiten aanmerking mag blijven. Dikwerf worden dan ook, volgens mijne meening verkeerdelijk, de door Faraday

bepaalde getallen voor het zoogenaamde inductief vermogen vergeleken met die langs anderen weg verkregen.

Een tweede toestel, waarmede Faraday den invloed der tusschenstof bij de inductie nagaat, is zijn *differentiaal-inductometer*<sup>1)</sup>. Op isolerende voetstukken zijn drie metaalplaten, onderling op gelijken afstand en terzelfder hoogte, evenwijdig tegenover elkander geplaatst. De beide buitenste zijn ieder in geleidend verband gebracht met een van de twee goudblaadjes, die in eene gesloten flesch op eenigen afstand tegenover elkander hangen. De middenplaat wordt positief geladen, de beide buitenste aanvankelijk afgeleid, vervolgens geïsoleerd. Gelijk te voorzien was, wordt niets aan de goudblaadjes waargenomen. Brengt men in dien toestand echter eene schijf van eenige isolerende stof tusschen de binnenplaat en eene der beide buitenplaten, zoo neemt men terstond aantrekking bij de goudblaadjes waar. De inductie is namelijk nu grooter naar de zijde van het schellak, zoodat aan die zijde meer negatieve electriciteit op de buitenplaat zal gebonden worden, en dus positieve vrij wordt; naar de andere zijde daarentegen zal nu de inductie verminderen en negatieve electriciteit op de buitenplaat vrij worden. Hiermede wordt dus overtuigend aangetoond, dat de tusschengebrachte stof, al blijft zij op geruimen afstand van de condensator-platen, toch invloed uitoefent.

Eindelijk moet hier nog eene proef van Faraday<sup>2)</sup> vermeld worden, waarmede hij vooral heeft willen aantoonen, dat de zoogenaamde residu-lading moest toegeschreven worden aan het indringen der electriciteit in den isolator. Twee spermaceti-platen van dezelfde middellijn zijn op

1) Exp. Res. § 1307 etc.

2) " " § 1246.



elkander gelegd, terwijl de buitenvlakken met metaalplaten bedekt zijn. Eene dier metaalplaten *A* werd positief geladen, de andere *B* afgeleid; eenigen tijd daarna werd de zoo gevormde condensator ontladen, en met een proefballetje onderzocht; doch men nam geene verschijnselen van electriciteit waar. Nu nam men beide spermaceti-platen van elkander; terstond werd *A* positief en *B* negatief electrisch bevonden.

Het weinig afdoende dezer proef zal uit hetgeen later volgt blijken.

Hoe belangrijk nu ook op zich zelve de verschijnselen zijn, die Faraday het eerst omtrent den invloed van den isolator leerde kennen, zoo schijnt toch, zoo als reeds meermalen werd opgemerkt, de toepassing zijner nieuwe theorie geene voordeelen te bezitten boven die der oude. Vooral is Riess tegen die theorie en het bestaan van een afzonderlijk inductief vermogen opgekomen<sup>1)</sup>; zijne onderzoekingen geven de meeste aanleiding om den invloed der middenstof bij den condensator geheel door tusschenkomst der gewone theorie te verklaren.

Zijn onderzoek heeft zich vooral bepaald tot het nagaan van den invloed van de grootte, den vorm en de plaatsing eener isolerende schijf, tusschen twee geladen metaalplaten. Zijn toestel heeft eenige overeenkomst met den differentiaal-inductometer van Faraday, maar heeft slechts twee metaalschijven<sup>2)</sup>. Eene dier schijven wordt positief geladen; de andere wordt afgeleid, vervolgens weder geïsoleerd en staat in geleidend verband met een goudblad-electrometer. Zoo geladen, wordt geene electriciteit aan den electrometer waargenomen, maar zoodra

1) P. A. XCII, 337.

2) „ 340.

de influentie vermeerdert of vermindert, bemerkt men dit door de vrije positieve of negatieve electriciteit, die de goudblaadjes van den electrometer doet uiteen wiken. Riess bragt nu eerst eene schellakschijf tusschen de beide geladen platen, en zag de influentie vermeerderen; doch tevens merkte hij op, dat wanneer de schijf slechts voor een gedeelte daartusschen geplaatst was, men werkelijk vermindering in de influentie waarnam, vergeleken met die, wanneer geene schijf werd aangebragt. Dit alleen is een feit, moeilijk te verklaren door de voorstelling van Faraday; want hieruit zou men afleiden, dat hoe klein ook het gedeelte schellak is, dat men tusschen beiden brengt, dit door zijn eigen inductief vermogen de influentie zou vermeerderen. Platen van meerdere isolerende stoffen, onderscheiden in grootte en dikte, werden op dezelfde wijze onderzocht, en men bevond, dat eenige werkelijk de influentie verminderden.

Dit bragt Riess er toe om die platen te vergelijken met volkomen geleidende of metalen platen; en werkelijk bleek het, dat het ook bij deze geheel afhing van haren vorm en hare afmetingen, of zij vermeerdering of vermindering in de influentie teweeg bragten. Dit laatste is dan ook volkomen overeen te brengen met de gewone theorie, volgens welke de electriciteit op de tusschenplaat ontbonden wordt en zich op eene bepaalde wijze over die plaat verdcelt, naar gelang van de grootte en den vorm dier plaat. Van die verdeeling hangt het af, of de influentie op de met den electroscoop verbonden plaat zal vermeerderen of verminderen; daarenboven kan men met behulp van een proefballetje die verdeeling nog proefondervindelijk nagaan. De analogie van dit verschijnsel met dat, waargenomen bij platen van isolerende stoffen, geeft dus zeer veel aanleiding ook den invloed dezer laatste aan geleidende



eigenschappen toe te schrijven, en aan te nemen, dat ook op haar beide electriciteitsoorten ontstaan en zich op eene bepaalde wijze verdeelen.

Ons bestek veroorlooft niet deze belangrijke proeven van Riess in al haren omvang op te geven; ik heb mij moeten bepalen tot den hoofdinhoud en het daaruit afgeleide gevolg; zij bevatten grootendeels de geheele theorie des condensators.

Alleen zij hier nog eene proef aangehaald, waarmede Riess tracht aan te toonen, hoe in korten tijd beide electriciteiten aan de oppervlakken der isolatoren kunnen te voorschijn komen <sup>1)</sup>.

Eene schellak- of paraffine-schijf werd met eenige snelheid tusschen eene spiritusvlam en den zwak positief geladen conductor van eene electriseermachine doorgehaald, zoodanig, dat haar voorvlak ongeveer op 0.31 el afstand bleef van den conductor, en het achtervlak op 0.03 el van de vlam. Enkel hierdoor is het voorvlak van de schijf zoo sterk negatief geladen geworden, dat dit door eene blijvende afwijking aan den goudblad-electroscop merkbaar was. Riess verklaart dit door aan te nemen, dat tijdens het doorvoeren der schijf, de neutrale stof, even als in eenen gewonen geleider, ontleed wordt door de electriciteit des conductors, zoodat zich negatieve electriciteit naar het voorvlak, positieve electriciteit naar het achtervlak beweegt. Door de spiritusvlam wordt de positieve electriciteit weggeleid, zoodat vrije negatieve electriciteit op het voorvlak achter blijft.

Uit de bestrijding der theorie van Faraday door Riess is eene briefwisseling tusschen beide geleerden

---

1) P. A. XCII, 350.

ontstaan, waarin eerstgenoemde vooral ook opkomt tegen de zoo even beschreven proef <sup>1)</sup>).

Hij bevond namelijk, dat niet het voorvlak, maar het achtervlak negatief geladen werd, dus schijnbaar het tegengestelde van hetgeen uit de verklaring van Riess was op te maken. Dat deze bij zijne proef negatieve electriciteit op het voorvlak heeft waargenomen, schrijft Faraday aan de wijze van onderzoek toe, daar met de schellak-schijf langs den koperen knop van den electroscop gestreken is, en door die wrijving negatieve electriciteit kan opgewekt zijn. Hiertegen is echter weder door Riess ingebracht, dat de hoeveelheid, welke hier mogelijk door wrijving is opgewekt, veel te gering moet zijn om bij de waarneming in aanmerking te komen <sup>2)</sup>, en dat Faraday negatieve electriciteit op het achtervlak der schijf vond, omdat de vlam zelve als geleidend lichaam naar de zijde van de schijf door influentie negatief electrisch is geworden. Bij het langs voeren van de schijf deelt de vlam negatieve electriciteit aan het achtervlak mede, of de vrije negatieve electriciteit, die zich eenmaal op het voorvlak bevindt, kan influenceren op het achtervlak, de positieve naar binnen trekken en daar weder vrije negatieve vormen.

Wanneer men echter de verschillende wijzen nagaat, waarop door Faraday de proef is herhaald, moet men wel aan zijne uitkomsten de meeste waarde hechten en tot het besluit komen, dat de overwegende laag negatieve electriciteit zich op het achtervlak geplaatst heeft. De overgang der negatieve electriciteit van de vlam op de schijf, die door Riess als bijzaak is beschouwd,

1) P. A. XCVII, 418.

2) " 436.



geeft hier juist aanleiding tot het hoofdverschijnsel. Evenwel is dit volstrekt geene reden om zijne denkbeelden omtrent den invloed der tusschen twee geladen geleiders geplaatste, isolerende schijven te verwerpen, en om dien invloed niet toe te schrijven aan hunne geleidende eigenschappen. De wederstand, dien hij in de isolatoren aanneemt<sup>1)</sup>, moet natuurlijk ten gevolge hebben, dat de verplaatsing der electriciteit slechts zeer langzaam geschiedt. Het is dus al zeer weinig waarschijnlijk, dat, bij het kortstondig doorvoeren der schellak-schijf tusschen den geladen conductor en de vlam, reeds in dien korten tijd eene merkbare hoeveelheid der tegengestelde electriciteiten zich naar de voor- en achtervlakken zouden verplaatst hebben; daarentegen kan men de vlam als een geleidend ligchaam beschouwen, die daarbij gemakkelijk, als zeer bewegelijk en veel aanrakingspunten aanbiedende, de in haar opgewekte electriciteit zal afgeven. Door haren korten afstand van de schijf zal zij dus ligt, reeds bij het langs voeren van die schijf, hare negatieve electriciteit afgeven. Dit geschiedt nu, hetzij doordat zij op het achtervlak eerst positieve electriciteit tot zich trekt, haar neutraliseert en dus vrije negatieve electriciteit achterlaat; hetzij hare electriciteit bij regtstreeksche geleiding overgaat, wat op hetzelfde nederkomt. Ware de schellakschijf langer tijd aan de influentie blootgesteld gebleven, zoo zou de negatieve electriciteit op het voorvlak hoogstwaarschijnlijk wel de overhand hebben gekregen. In geen der gevallen echter, die Faraday opgeeft, schijnt die duur zeer lang te zijn geweest.

Wij hebben eenigen tijd bij deze proef stilgestaan, wijl men werkelijk hier met hetzelfde geval te doen

---

1) P. A. XCII, 353.

heeft, als bij den gewonen condensator, en wel het meest overeenkomend met het geval, dat een der geleiders afgescheiden blijft van de middenstof, terwijl de andere daarmede in aanraking is, hier namelijk de vlam. Nog meer zoude deze proef geleerd hebben, wanneer de invloed des tijds, gedurende welken de influentie heeft plaats gehad, meer in aanmerking ware genomen, hetgeen, noch door Faraday, noch door Riess is geschied.

Hetzelfde is te bejammeren bij de proeven van Riess omtrent de influentie van de tusschen twee geladen geleiders geplaatste, isolerende schijven. Zij zouden daardoor nog van veel meer belang geweest zijn, en waarschijnlijk, enkele malen, eenige verandering in zijne beschouwingen teweeg gebragt hebben. Ik doel hier onder anderen op hetgeen hij zegt omtrent het onderscheid van de verdeling der electriciteit over geleidende en isolerende stoffen<sup>1)</sup>.

»Bei den leitenden Körpern wird die Anordnung der erregten Elektricitäten allein durch die anziehenden und abstossenden Kräfte dieser Elektricitäten und der erregenden Elektricität bestimmt, bei den nichtleitenden auch noch durch den Widerstand, den die Materie der Bewegung der Elektricität entgegensetzt. Bei einer leitenden Scheibe z. B., die durch eine ihrem Mittelpunkte normal gegenüberstehende positiv elektrische Kugel influencirt wird, liegen die am stärksten positiv elektrischen Stellen in allen Fällen am Rande, bei einer nichtleitenden Scheibe können sie entfernt davon liegen.»

De aanleiding tot deze gevolgtrekking, dunkt mij, is niet zoo geheel juist; integendeel is er alle waarschijnlijkheid dat, wanneer na geruimen tijd de evenwichts-

1) P. A. XCII, 353.



toestand bereikt zal zijn, de verdeling der electriciteit bij volkomen geleidende stoffen, ook de wetten geeft voor die bij de isolerende stoffen. Het zal later meer en meer blijken, dat bij slechte geleiders de geleiding nog plaats heeft, hoe gering ook de spanning der electriciteit is; hieruit kan men reeds besluiten, dat de weerstand, dien de electriciteitsverplaatsing in den isolator ondervindt, alleen betrekking heeft op den tijd, waarin die verplaatsing geschiedt, en niet op de hoeveelheid, die verplaatst wordt. De voorwaarden van evenwigt zullen hier dezelfde zijn als bij de volkomen geleiders, d. i. de potentiaal zal over de geheele, inwendige ruimte der stof eene constante waarde moeten hebben. Deze gevolgtrekking wordt vooral bekrachtigd door uitkomsten, die wij later (zie bladz. 77) zullen vermelden.

De beschouwingen van Riess omtrent den invloed der isolerende stoffen in 't algemeen, zijn ook geheel in overeenkomst te brengen met de uitkomsten van Matteucci, verkregen door eene menigte onderzoekingen omtrent de electriche eigenschappen der isolerende lichamen<sup>1)</sup>. Vooreerst gaat hij na, of er ook aantrekking door electriche lichamen wordt uitgeoefend op neutrale isolerende stoffen. Daartoe worden in eene glazen kast, met drooge lucht, aan eenen cocondraad staaffjes dier stoffen bij hun midden opgehangen; op eenigen afstand daarvan brengt men eene gewreven glas- of lak-stang, en bepaalt uit de snelheid der slingeringen de grootte der aantrekking, die werkelijk bevonden wordt te bestaan. In eene gewijzigde balans van Coulomb wordt aan het kleine metalen bolletje, dat zich aan het slingerende

1) Ann. de Ch. et Ph. 3<sup>e</sup> S. XXVII, 133 et LVII, 423.

stangetje bevindt, electriciteit medegedeeld; op korten en bepaalden afstand daartegenover worden grootere bollen gebracht van de te onderzoeken stoffen, als schellak, zwavel en ook metalen. Daardoor kan dus de aantrekking nagegaan worden, die bij de nadering dier verschillende bollen ontstaat<sup>1)</sup>. Hierbij wordt weder de methode van slingeren aangewend, gelijk zij door Coulomb is gebezigd.

Zijne bevindingen zijn<sup>2)</sup>:

Terstond, bij de nadering van den neutralen te onderzoeken bol ontstaat aantrekking.

Vermindert men den afstand van de bol tot het slingerend electriche bolletje, dan neemt de aantrekking in veel sterkere verhouding toe, wanneer die eerste een metalen bol is, dan wanneer hij uit eene der isolerende stoffen bestaat.

Bij denzelfden afstand en dezelfde grootte is de aantrekking der metalen bollen de grootste; doch ook bij verschillende isolerende bollen is die aantrekking niet dezelfde.

Daarenboven bleek, dat bij de verschillende spanningen der electriciteit, aan het slingerende bolletje medegedeeld, de verhouding tusschen de aantrekkingen der metalen en der isolerende bollen, onder overigens gelijke omstandigheden, steeds dezelfde bleef. Die aantrekking kan toegeschreven worden aan eene ontbinding der neutrale electriche vloeistof in den te onderzoeken bol, die hier geïnfluenceerd wordt door het slingerend electriche bolletje. Wanneer nu werkelijk die bol geleidende eigenschappen bezit, al geschiedt die geleiding ook zeer

1) Ann. de Ch. et Ph. 3<sup>e</sup> S. XXVII, 138.

2)

139.



langzaam, zoo moet met den tijd de aantrekking toenemen. Had Matteucci dit meer in aanmerking genomen, zoo zouden zijne resultaten waarschijnlijk eenige wijziging hebben ondergaan. Hoewel hier en in zijne verdere onderzoekingen wel doorstraalt, dat die afhankelijkheid van tijd bij de aantrekking hem niet onbekend was, en hoewel zelfs de invloed van tijd op de geleiding in eene op het eind der twee verhandelingen gegeven proef, van eenigzins anderen aard, bepaald is nagegaan<sup>1)</sup>, zoo wordt toch nergens rechtstreeks opgegeven, dat met het aangroeijen van den tijd de aantrekking vermeerdert. Ik heb het dus niet overbodig geacht dit onmiddclijk, door eene later te beschrijven proef, bij eenige isolerende stoffen aan te toonen. Werkelijk zal blijken, dat gedurende geruimen tijd de aantrekking tot een maximum nadert.

Onder anderen bestaat er alle grond om te veronderstellen, dat, indien Matteucci de aantrekking lang genoeg had laten aanhouden, het gevonden verschil, tusschen de aantrekking der isolerende en geleidende lichamen zou opgehouden hebben. Het in veel sterker verhouding toenemen van de aantrekking bij metalen hollen dan bij die van isolerende stoffen, zoodra de afstand vermindert, laat zich zeer goed verklaren, en hangt geheel daarmede zamen, dat de aantrekking afhankelijk is van den tijd, wijl bij metalen de maximum-aantrekking genoegzaam oogenblikkelijk ontstaat.

In eene reeks van proeven is verder in genoemde verhandeling nagegaan, wat er plaats heeft bij aanraking der isolerende stoffen met electrische lichamen, hetzij deze laatste metalen zijn of zelf tot de isolerende stoffen behooren. Daaruit blijkt, dat in de punten van aanraking

---

1) Ann. de Ch. et Ph. 3<sup>e</sup> S. LVII, 436.

van het neutrale ligchaam de electriciteit aanvankelijk te-  
 gengesteld in teeken is aan die van het electriche ligchaam,  
 terwijl zich rondom de plaats van aanraking electriciteit  
 van hetzelfde teeken bevindt. Na eenigen tijd echter is  
 het aanvankelijk neutrale ligchaam geheel met dezelfde  
 electriciteit geladen als dat, waarmede het aangeraakt is. <sup>1)</sup>  
 Dat de electriciteit ook dringt in het binnenste van het  
 isolerende ligchaam, blijkt onder anderen uit de navol-  
 gende proef <sup>2)</sup>. Een dikke cilinder van stearinezuur wordt  
 met zijn grondvlak gebragt tegen den geladen conductor  
 van eene electricheermachine. Daarna plaatst men dien  
 cilinder met het grondvlak op een afgeleid metaal, of ver-  
 hit het stearinezuur van het ondervlak tot smeltens door  
 eene alcoholvlam; alsdan verdwijnen alle teekenen van  
 electriciteit. Het aanraken van het grondvlak met eene  
 metalen staaf is voldoende, om weder kenteekenen van  
 electriciteit op te wekken. In alle gevallen bewijst deze  
 proef, dat hier gedurende de aanraking, niet enkel een  
 oppervlakkig indringen der electriciteit, gepaard met eene  
 polarisatie, heeft plaats gehad. De polarisatie toch zou,  
 volgens Faraday, terstond na de verwijdering van het  
 electriche ligchaam hebben opgehouden; terwijl door de  
 smelting van het oppervlak, waarin de electriciteit gedron-  
 gen is, deze toch verwijderd wordt, en daarvan dus geen  
 spoor meer waargenomen kan worden. Maar ten duide-  
 lijkste blijkt, dat ook ver verwijderd van het gedeelte  
 des oppervlaks, waar de aanraking heeft plaats gehad,  
 vrije electriciteit is opgewekt, hoogst waarschijnlijk door  
 influentie.

De methode, die Matteucci volgt, om het verlies van

1) Ann. de Ch. et Ph. 3<sup>e</sup> S. XXVII, 144.

2)

145.



electriciteit bij aanraking na te gaan, is zeer eenvoudig <sup>1)</sup>. Hij laadt op de gewone wijze de beide bollen in de balans van Coulomb zoodanig, dat zij, door eene bepaalde wringing aan den draad te geven, een bepaalden afstand verkrijgen. Daarna brengt hij gedurende 5 minuten tegen den vasten bol een plaatje der isolerende stof van bepaalde grootte, en gaat de wringing na, noodig om den bewegelijken bol weder op zijn' vorigen afstand te brengen; deze wringing blijkt minder te zijn dan de eerst bepaalde zonder het plaatje. Na verloop der 5 minuten wordt het plaatje weggenomen en op nieuw de afstootende kracht der beide bollen voor denzelfden afstand als boven bepaald. Wat deze minder bedraagt dan de aanvankelijke afstootende kracht, leert het verlies aan electriciteit des vasten bols kennen, dus hetgeen op 't plaatje is overgegaan. Het verlies aan de lucht, die goed droog gehouden wordt, kan verwaarloosd worden. Van de veranderlijkheid der afstootende kracht gedurende de aanraking zelve, die wel móet plaats hebben, wordt niet door Matteucci gesproken.

Het onderscheid, dat door hem is gevonden tusschen den overgang van positieve en negatieve electriciteit op isolerende lichamen bij aanraking, wijkt zóo af van alle tot nog toe gevonden, overeenkomstige eigenschappen dier beide electriciteiten, dat hier de bevinding van Matteucci zal moeten toegeschreven worden aan onvolledige waarneming. Althans zoude het zeer bezwarend zijn dat verschil in aanmerking te nemen bij de beschouwingen, waardoor wij ons tegenwoordig de electricische verschijnselen verklaren.

De proeven, die nog meer regtstreeks betrekking heb-

---

1) Ann. de Ch. et Ph. 3<sup>e</sup> S. XXVII, 146.

ben op het onderwerp hier in behandeling, zijn die, waarbij Matteucci de wijzigingen nagaat in het isolerende ligchaam, geplaatst tusschen twee verschillende electriche ladingen <sup>1)</sup>. Zij geschieden weder in eene gewijzigde balans van Coulomb. Op eene der zijvlakken van de vroeger gebezigde isolerende plaatjes worden, met een weinig was, kleinere plaatjes bevestigd, waarvan de buitenzijde door een band van hetzelfde metaal is afgeleid.

Nadat weder op de gewone wijze de beide bollen der balans geladen, en door eene zekere wringing op een bepaalden afstand gebragt zijn, wordt het plaatje met de niet bekleede zijde gedurende 5 minuten tegen den vasten bol der balans geplaatst. In dien tijd wordt de afstootende kracht gemeten door de wringing, noodig om den bewegelijken bol in zijn oorspronkelijken stand terug te brengen. De verandering, welke de wringing dan ondergaan heeft in vergelijking van hare eerste waarde, geeft eenig inzicht in de grootte van het inductief vermogen van het plaatje.

Daarna wordt het plaatje weggenomen en wederom het verlies van electriciteit van den vasten bol gemeten. Wanneer deze uitkomsten vergeleken worden met die, verkregen met niet-bekleede plaatjes, zoo kan men hieruit alleen het besluit trekken, dat het verlies gedurende de aanraking met bekleede plaatjes grooter is dan met niet-bekleede. Dit was te voorzien.

Eindelijk worden plaatjes beproefd, die uit verschillende lagen van stoffen bestaan, waaruit moet blijken, dat de uitwendige laag tot zekere dikte een overwegenden invloed heeft. Dit haalt Matteucci aan als een sterk bewijs

<sup>1)</sup> Ann. de Ch. et Ph. 3<sup>e</sup> S. XXVII, 158.



tegen het bestaan van een zoogenaamd inductief vermogen, dat volgens Faraday aan iedere stof eigen is.

Uit al het voorafgaande blijkt, dat de invloed der isolerende ligchamen bij electriche verschijnselen afhankelijk is van den tijd, gedurende welken die invloed heeft plaats gehad, en dat eerst na eenigen tijd het maximum daarvan bereikt wordt. Dat ook bij goede geleiders, gelijk de metalen, de evenwigtstoestand niet oogenblikkelijk verkregen wordt, is buiten twijfel; maar dit geschiedt zoo spoedig, dat de afhankelijkheid van tijd geheel aan de waarneming ontsnapt.

Die afhankelijkheid bij den condensator zelve, welke wij trachten na te gaan, vinden wij practisch bepaald in een hoogst belangrijken arbeid van Kohlrausch, getiteld: *Theorie des elektrischen Rückstandes in der Leidener Flasche* <sup>1)</sup>. De condensatoren, waarmede hij zijne proeven verrigt heeft, waren van drieërlei vorm:

- 1°. eene gewone Leidsche flesch;
- 2°. eene dikke flesch, waarvan de korte hals in- en uitwendig met schellak bedekt was; de flesch zelve was met kwik gevuld en ook uitwendig met eene dikke laag kwik bedekt;
- 3°. eene dikke, regthoekige plaat van spiegelglas, aan de randen van de foelie ontdaan, terwijl de tegenovergestelde zijde, in het midden, met bladtin bedekt werd.

Bij het onderzoek werd een der bekleedsels door een metaaldraad afgeleid naar de vochtige aarde; het andere werd in verband gebragt met een zeer naauwkeurigen electrometer, waartoe Kohlrausch zijn' zeer gevoeligen

---

1) P. A. XCI, 56 u. 179.

sinus-electrometer gebruikte, dien men in Pogg. Ann. Bd. 88, p. 497 beschreven vindt.

Nadat de condensator gedurende een kort tijdsdeel lading heeft ontvangen, wordt op verschillende tijdstippen de electrometer ingesteld en afgelezen, en men krijgt op die wijze een geregeld overzicht van den gang der potentiaal op het niet-afgeleide bekleedsel; want door den electrometer wordt, zoo als bekend is, niets anders dan die potentiaal aangegeven. Uit dit overzicht blijkt spoedig, dat die potentiaal veel sneller afneemt, dan alleen door verlies aan de lucht zou geschieden. Dit is alzoo het gevolg van den invloed der middenstof, die allengs een gedeelte der lading bindt en in *verborgen residu* <sup>1)</sup>, zoo als Kohlrausch het noemt, verandert, terwijl alleen het overige gedeelte der lading voor het oogenblik *beschikbare lading* blijft en met den electrometer wordt waargenomen. Terwijl op deze wijze gedurende een geruimen tijd de lading was nagegaan, werd de condensator snel ontladen. Daarop werd het onderzoek uitgebreid over de *opkomende residu's*. Daar de spanning niet te hoog mogt worden, om zoo weinig mogelijk verlies aan de lucht te krijgen, werd na een niet te langen tijd de stand des electrometers waargenomen en de condensator ontladen. Na eenigen tijd werd een tweede en achtereenvolgens meerdere residu's waargenomen (altijd natuurlijk hunne potentiaal door middel van den electrometer). De som van alle op deze wijze gemeten residu's vormt, met het verlies aan electriciteit gedurende de waarneming, het geheele bij de eerste ontlading verborgen residu. Deze som, vermeerderd met de laatst waargenomen beschikbare lading,

1) P. A. XCI, 61.



zou de aanvankelijke lading geven, indien er althans geen verlies aan electriciteit had plaats gehad; het te kort doet dus dat verlies gedurende de geheele waarneming kennen. Daar Kohlrausch dit verlies berekent, als geheel te zijn verlies aan de lucht, zoo doet hij het afhangen van de gewone wet, stelt het namelijk in ieder oogenblik evenredig aan de spanning, d. i. hier aan de beschikbare lading; het wordt op die wijze voor ieder oogenblik van waarneming in rekening gebracht. Hierdoor kan men ook verkrijgen eene grafische voorstelling van het beloop der potentiaal, waarin de abscissen de tijden voorstellen; en evenzoo eene dergelijke van de na de eerste ontlading opkomende residu's.

Zich grondende op enkele uit de waarnemingen af te leiden stellingen en meest waarschijnlijke hypothesen, geeft Kohlrausch vrij eenvoudige formules voor de residu's, gevormd na zekeren tijd, en ook voor de beschikbare lading <sup>1)</sup>. Hierin komen constanten voor, die proefondervindelijk voor iederen condensator moeten bepaald worden. De toepassing dier formules op de reeks van waarnemingen, gedaan met de drie beschreven condensatoren, geeft berekende waarden, die meer dan men mogt verwachten, met de waargenomen overeenkomen; zoodat voorzeker die formules eene groote praktische waarde bezitten.

Belangrijk voor de kennis van den invloed der isolerende middenstof is vooral het volgende, door Kohlrausch gevonden:

1°. bij dezelfde flesch is het in denzelfden tijd gevormde verborgen residu evenredig aan de grootte der aanvankelijke lading;

---

1) P. A. XCI, 198 u. 204.

2°. de aard van den rand heeft zeer weinig invloed op de vorming van het residu;

3°. de grootte van het in een bepaalden tijd gevormde residu hangt af van de dikte der middenstof en neemt daarmede toe.

De eerste stelling, die vooral van gewigt is, wordt door een afzonderlijk onderzoek bewezen <sup>1)</sup>.

De proeven werden genomen op twee achtereenvolgende warme dagen in een vertrek, waarin gestookt werd, ten einde nagenoeg denzelfden vochtigheids-toestand der lucht en dus een zelfde verlies van electriciteit naar buiten te verkrijgen. Den eersten dag werd eene tienmaal kleinere lading dan den volgenden, aan dezelfde Leidsche flesch medegedeeld, en met den sinus-electrometer achtereenvolgens op bepaalde tijdstippen de potentiaal der beschikbare lading nagegaan. Reduceert men de uitkomsten van den eersten dag op dezelfde tijdstippen na de lading, waarop de instellingen op den tweeden dag hebben plaats gehad, zoo bedragen de eerste ook nagenoeg het tiende gedeelte van de laatste.

Uit de proeven van Kohlrausch blijkt niet waarom gedurende de lading en het opkomen van het residu, het verlies van electriciteit enkel aan de lucht plaats heeft. Alleen kan men uit de overeenkomst der berekende met de waargenomen waarden opmaken, dat eenig verlies uit andere oorzaken ontstaan, zeer klein moet zijn, en het totale verlies nagenoeg dezelfde wet volgt, als het verlies aan de lucht.

De wet van veranderlijkheid der lading van de Leidsche flesch in opvolgende tijddeelen is ons nu bekend geworden.

1) P. A. XCI, 77.



Maar is deze veranderlijkheid een gevolg van het indringen der electriciteit van de bekleedsels in de middenstof, of, wel van de ontbinding in electriciteit aldaar, welke dan gevolgd wordt door eene langzame verplaatsing der electriciteiten? Alleen door gevallen na te gaan, waarin slechts eene van beide oorzaken werkzaam kan zijn, geraakt men tot eene beslissing van deze vraag.

In dien opzichte zijn vooral van gewigt de proeven en beschouwingen van Gaugain, voorkomende in eene der reeds vroeger aangehaalde reeks van verhandelingen <sup>1)</sup>. De voornaamste dier proeven zijn door mij herhaald, en daarbij is met zeer weinige uitzonderingen dezelfde methode gevolgd, die Gaugain aangeeft. In de hoofdzaak komen mijne uitkomsten met de zijne overeen; doch zoo als ter plaatse door mij vermeld zal worden, geven zij mij niet altijd aanleiding tot dezelfde gevolgtrekkingen.

Vooraf volge hier eene korte beschrijving der door mij aangewende methode:

De *condensator*, geplaatst in een groot glazen vat, is eene vlakke isolerende schijf met losse bekleedsels, om icder oogenblik de totale lading te kunnen bepalen door afscheiding van die bekleedsels. Deze bestaan uit twee koperen platen van 0.09 el middellijn, en waarvan de naar de schijf gekeerde oppervlakken zeer vlak en gepolijst zijn. Aan de onderste is een dikke koperdraad gesoldeerd, welke door de zijwanden van het glazen vat gaat en daarin geïsoleerd bevestigd is; die draad eindigt daarbuiten in een koperen bol, en dient verder om door eene metalen ketting, zoo volkomen mogelijk, afgeleid te worden. Aan de bovenbekleedplaat is in het middenpunt een lang schellak-stangetje bevestigd, dat zich door eene

1) Ann. de Ch. et Ph. 4<sup>e</sup> S. II, 264.

opening in het losse glazen deksel van het vat ruim bewegen kan, en dient om de plaat op te ligten of weder op de isolerende schijf te plaatsen. Verder is op de bovenvlakte dier plaat eene kleine uitholling, waarin een met schellak omkleede geleiddraad rust, die door eene tweede opening van het glazen deksel gaat; hiermede wordt het verband tusschen de electriciteitsbron — of wel tusschen den electrometer — en de bovenplaat gevormd. Op den bodem van het glazen vat, is tot drooghouden van de lucht, een hakje met geconcentreerd zwavelzuur geplaatst, zoodat het geleiden der electriciteit langs de randen der schijf nagenoeg voorkomen is.

*De schijven der te onderzoeken isolerende stoffen werden gegoten in een daartoe vervaardigden koperen vorm, bestaande uit twee platen, die aan de binnenzijden glad afgedraaid en goed vlak waren, en dicht bij den buitenkant eene cirkelvormige groef hadden, waarin randen van verschillende hoogte sloten. Na tusschenplaatsing van een dezer randen, die niet geheel gesloten waren om eene gietopening te behouden, werden de beide platen aan elkander door schroeven vereenigd; alzoo verkreeg men eene goed sluitende doos. Hierin konden dus schijven van verschillende dikten, maar van dezelfde middellijn, gegoten worden; die middellijn was iets grooter dan die der bekleedplaten.*

Hoewel de platen van den vorm, waarin gegoten werd, zeer vlak waren, bleek het toch, dat de gegoten schijven, waarschijnlijk door ongelijke bekoeling en inkrimping, volstrekt geene platte oppervlakken hadden, hoewel zij zeer glad waren. Het kwam mij dus zeer bezwaarlijk voor, schijven te verkrijgen, waarmede de daarop geplaatste koperen bekleedplaten eenigzins volkomen aanraking zouden hebben. Daar Gaugain zijne proeven neemt



voor beide gevallen, wanneer de schijven in aanraking met de bekleedsels zijn, en wanneer zij door schellakpun-  
tjes van bepaalde dikte daarvan gescheiden zijn, dunkt mij, dat in het laatste geval aan de resultaten de meeste waarde moet gehecht worden, om het zoo even genoemde bezwaar. Want in het eerste geval zal het moeilijk zijn twee op elkander volgende proeven onder dezelfde omstandigheden te doen. Iedere proef toch brengt met zich een opligten der bovenplaat, en moeilijk is het aan te nemen, dat bij het wederplaatsen van die plaat er evenveel punten van aanraking zullen zijn als de vorige maal; terwijl wij tot de overtuiging zullen komen, dat de wijze van aanraking niet zonder invloed is.

Eene schijf van zwavel werd gegoten tusschen twee stukken spiegelglas, die gescheiden waren door een metalen rand, aan de binnenzijde met papier beplakt. De smelting der zwavel geschiedde bij eene temperatuur van  $120^{\circ}$  à  $130^{\circ}$ ; er werd gewone pijpzwavel gebruikt.

De gebezigde schellakschijf werd door rolling met eene glazen buis glad gemaakt, na het schellak in warm water week gemaakt te hebben.

De schijven werden bewaard in eene glazen flesch, waarin op den bodem geconcentreerd zwavelzuur geplaatst was; zij werden slechts even voor het gebruik daaruit genomen.

Tot electriciteitsbron werd gebezigd eene Leidsche flesch. Ten einde eene eenigzins constante lading te bekomen, werd gezorgd, dat door voorafgaande sterke lading de flesch eenig residu bevatte. Het langzaam opkomen daarvan woog eenigzins op tegen het verlies van electriciteit aan de lucht; door van tijd tot tijd iets bij te voegen of af te nemen, werd de spanning gemakkelijk tusschen bepaalde grenzen gehouden.

De *electrometer* is een goudblad-electrometer, bestaande

uit eene vrij groote, vierkante glazen kast. Ter hoogte van de goudbladen was op eene der opstaande zijwanden een verdeelde graadboog ingesneden, waarvan het nulpunt bij de verticale streep was geplaatst. Met een kijker wordt de afwijking der goudbladen nagegaan.

Wegens de vochtigheid van het lokaal, waarin de proeven genomen werden, moest, niettegenstaande de zomerwarmte, gestookt worden. Door die hooge temperatuur kromp het schellak, waarmede de koperen stang met de goudblaadjes in den bovenwand der kast bevestigd was; die stang had dus geen vasten stand. Daarbij was wegens de losheid van den vloer moeilijk een onveranderlijke stand aan den kijker te geven. Zoodat het een en ander maakt, dat de spanningen, op verschillende dagen gemeten, onderling niet te vergelijken zijn.

Om de hoeveelheid electriciteit der bovenplaat te meten wordt de *ontladings-electroscop* gebruikt, dien wij reeds vroeger bij Gaugain beschreven vinden.<sup>1)</sup> Het is een gewone goudblad-electroscop, waarin echter op korten afstand van het midden een koperen standaardje geplaatst is, dat in een gepolijst bolletje eindigt. Dit standaardje is zoo goed mogelijk afgeleid en kan digter bij, of verder van de goudblaadjes verschoven worden. Het bolletje is op zoodanige hoogte geplaatst, dat wanneer de goudblaadjes genoeg uit elkander geweken zijn, het eene tegen het bolletje aankomt; hierdoor heeft eene ontlading plaats, die terstond gevolgd wordt door het terugvallen der goudblaadjes. Deze electroscop wordt door een katoenen draad verbonden met een in een isolerend voetstuk bevestigden koperdraad, welke eindigt in een koperen bolletje; de draad is zoo gebogen, en

1) Ann. de Ch. et Ph. 3<sup>e</sup> S. LIX, 13.



het voetstuk zoo geplaatst, dat bij het opligten van de bovenplaat des condensators, het bolletje van den daarmede verbonden geleiddraad het eerstgenoemde bolletje nadert, en daarmede zelfs in aanraking kan komen. Op die wijze wordt de op de plaat aanwezige electriciteit, door den langzaam geleidenden katoenen draad, naar den electroscoop afgevoerd, die door het getal op elkander volgende aantikkingen van het goudblaadje de hoeveelheid aangeeft. De electroscoop zelf is onder eene glazen stolp geplaatst, waarin een gat tot doorlating van den katoenen draad; daaronder waren tevens bakjes met chloorcaesium geplaatst.

Om eene lading of ontlading gedurende een zeer korten tijd te verkrijgen, waartoe het noodig is gedurende dien tijd geleiding plaats te doen hebben tusschen de bovenplaat en de electriciteitsbron of den grond, werd door Gaugain op den weg dier geleiding het volgende toestelletje geplaatst. Een verend staafje van caoutchouc was met het eene uiteinde in een staand raampje bevestigd en had aan het andere uiteinde eene stalen punt. Op een isolerend voetstuk was onder dit staafje een klein metalen bakje geplaatst, geheel met water gevuld, zoodat het water met zijn convex oppervlak boven het bakje uitkwam. Dit bakje stond door een geleiddraad in verband met de Leidische flesch, en de stalen punt met den geleiddraad, die naar den condensator voert. Beiden waren verder zoo geregeld, dat, wanneer de veer, door middel van een armpje tot eene bepaalde plaats terug getrokken en daarna losgelaten werd, zij met het puntig uiteinde door het water liep, en dus gedurende dien tijd geleiding vormde; dit tijdddeel werd door Gaugain op  $\frac{1}{100}$  seconde geschat.

Om de zeer korte tijddeelen, waarin geleiding gevormd werd, naauwkeuriger dan door schatting te bepalen, heb

ik mij van eene andere inrigting bedient. Aan het onder-einde van een vrij langen slinger, bestaande uit eene houten staaf met zware metalen lens, was met schellak eene vork van dik staaldraad bevestigd, met haar vlak loodregt op het slingervlak; hare uiteinden waren puntig bijgevijld. Onder dezen slinger werd het volgende toestelletje geplaatst. Op een voetstuk A (Fig. 3) is een koperen geleidstuk B bevestigd; in eene sleuf van dit geleidstuk kan een schuifstuk C, door middel van eene schroef D bewogen worden, terwijl door eene indeeling de verplaatsingen konden gemeten worden. Zoowel op het geleid- als op het schuifstuk is een glazen standaardje, waaraan door een schellak-arpje een blokje (E, F) van deze zelfde stof is bevestigd.

Deze blokjes zijn van boven vlak en hebben in 't midden eene langwerpige uitholling (*e, f*), die geheel met kwik gevuld werden. Hierin kwamen einden geleiddraad uit, welke aan de buitenzijde der blokjes met koperdraden verbonden werden. Een dier draden ging naar de Leidsche flesch, de andere naar de bovenplaat des condensators.

De afstand tusschen het midden der beide uithollingen is dezelfde als die van de punten der vork. Terwijl de slinger in zijn verticalen stand hangt, wordt het toestelletje er onder geplaatst, zoodat de punten der vork nog het bovenvlak der blokjes vrij laten. Aanvankelijk worden deze blokjes zoodanig gesteld, dat wanneer de slinger uit zijn evenwichtsstand wordt gebragt en daarna losgelaten, eene der punten van de vork juist het kwik van het overeenkomstige bakje verlaat, wanneer de andere met dat van het tweede bakje in aanraking komt. Daarna wordt met behulp van de schroef het verschuifbare bakje zooveel verplaatst, dat bij de beweging van den slinger, deze gedurende het gewenschte tijddeel te



gelijk met beide punten van de vork door het kwik van beide bakjes loopt; gedurende dien tijd bestaat natuurlijk het geleidend verband. Omdat die tijd ook afhangt van de snelheid, waarmede de slinger zich beweegt, wordt daaraan eene bepaalde afwijking gegeven en wordt hij in dien stand door een draad bevestigd; deze werd afgebrand, als de slinger moest losgelaten worden. De hoeksnelheid van den slinger op 't oogenblik, dat hij den verticalen stand doorgaat is, gelijk bekend is:

$$\frac{2\pi}{T} \cdot \sin \frac{1}{2} \alpha,$$

waarin  $T$  de tijd benoodigd voor eene slingering, zoo deze slingeren klein zijn, en  $\alpha$  de gegevene afwijking uit den verticalen stand. Hoewel nu het stellen van den slinger en van het toestelletje op het oog geschied is, en dus geene zeer zuivere metingen plaats hadden, zoo kon toch op deze wijze, bij benadering, berekend worden de grootte van het zeer kleine tijddeel, waarin geleidend verband bestaat.

Bij de eerste proef bleek spoedig, dat de afstand der kwikbakjes te klein genomen was, zoodat deze merkbaar influencerend op elkander werkten; hij werd daarom gebragt op circa 12 duim, welke dus ook die der punten van de vork moest worden. De waarde van  $T$  bij den gebruikten slinger was 0.575 sec.; de hoek  $\alpha = 12^{\circ}53'$ ; de afstand van het ophangpunt tot het uiteinde der vork 1.175 el; hieruit wordt berekend, dat de snelheid van het uiteinde der vork bij het doorgaan van den verticalen stand bedroeg 1.44 el<sup>1)</sup>. Iedere streep van den weg.

---

1) Bij deze berekening is de weerstand, dien de punten der vork in het kwik ondervinden, buiten aanmerking gelaten, wogens het betrekkelijk zeer groote gewigt van den slinger.

die de punten der vork te gelijk in het kwik der twee bakjes doorloopen, stemt overeen met  $\frac{1}{1440}$  seconde.

Voor dat de verdere uitkomsten van enkele waarnemingen hier gegeven worden, moet ik opmerken, dat de afwijkingen, die daarin dikwerf voorkomen, en de weinige naauwkeurigheid der resultaten in 't algemeen, bovenal moeten toegeschreven worden aan de vochtigheid van het lokaal. Hierbij komt, dat wel een bakje geconcentreerd zwavelzuur in het vat met den condensator geplaatst is, maar daar dit telkens geopend moest worden bij de plaatsing van eene nieuwe schijf, is het te betwijfelen of de lucht binnen het vat weder spoedig volkomen droog was.

Eene der belangrijkste uitkomsten is zeker:

De lading neemt toe tot geruimen tijd na de vorming van het geleidend verband tusschen den condensator en de electriciteitsbron, en nadert tot eene maximum-waarde.

De waarheid dezer wet is zonder eenigen twijfel gebleken, zoowel wanneer de bekleedsels regtstreeks de middenstof aanraakten, als wanneer ze door schellakpuntjes daarvan gescheiden waren.

Voor het geval onder anderen, dat de bekleedsels in aanraking waren met de middenstof, zijn hier vermeld de uitkomsten, verkregen bij drie schijven van *zwavel*, *stearine* en *was*, waarvan de dikten weinig verschilden en respectievelijk waren 6.9, 7.1 en 7.0 streep; zij zijn:

	<i>Zwavel.</i>	<i>Stearine.</i>	<i>Was.</i>
Na $\frac{1}{1440}$ sec. lading	49	65	68
nog 10 » »	77	83	100



		Zwavel.	Stearine.	Was.
nog	1 min. lading	80	108	108
»	6 » »	64	113	120
»	30 » »	85	113	

De afwijking der goudblaadjes van den electrometer uit den verticalen stand, die als maat van de spanning der electriciteitsbron diende, bedroeg 30°.

Dat de 4<sup>e</sup> waarneming bij zwavel zoo afwijkende is laat zich verklaren. Gedurende de proef namelijk heeft het goudblaadje aan het bolletje gekleefd; door een stoot op de tafel, kwam het weder los, doch gedurende dien tijd moet er meer ontlading plaats gehad hebben, dan bij eenvoudig aantikken. Dit aankleven geschiedde meermalen. Het is zeer zeker het meest hinderlijke gebrek van den ontladings-electroscoop.

Dat dikwerf, zelfs gedurende zeer geruimen tijd, de lading nog toeneemt, bleek uit eene andere waarneming met dezelfde zwavelschijf als boven, die het volgende gaf:

	Na 30 sec. lading	65
	nog 6 min. »	69
	» 30 » »	74
	» 60 » »	74
	» 15 » »	83
	» 15 » »	79

De spanning was 30°.

Voor het geval dat de bekleedsels van de middenstof gescheiden bleven, werd verder bevonden:

Dat de maximum-lading, waartoe men naderd bij het gebruik van verschillende isole-

rende schijven van dezelfde dikte en met even groote lucht-tusschenlagen, nagenoeg gelijk is, én onderling, én ook aan de lading, welke men verkrijgt, indien de middenstof vervangen wordt door eene metalen schijf van dezelfde dikte.

Om hiervan afzonderlijk de overtuiging te hebben, vergeleek ik achtereenvolgens den invloed van eene koperen schijf van 7 streep dikte, die door schellakpuntjes van 1 streep dikte van de platen gescheiden bleef, met dien van eene onder dezelfde omstandigheden geplaatste zwavel-, was- en stearine-schijf van nagenoeg dezelfde dikte, terwijl bij iedere vergelijking dezelfde spanning werd gebruikt. Bij elke proef werd voor en na de plaatsing der schijf van de te onderzoeken stof eene waarneming gedaan met de koperen schijf. Uit deze beide werd het gemiddelde genomen.

#### *Zwavel.*

De spanning bedroeg  $14\frac{1}{2}^{\circ}$ . De maximum-lading bij de koperen schijf werd natuurlijk terstond verkregen, en zoowel vóór als na de waarneming bedroeg zij 45. De andere gaf het volgende:

Na	12	min.	lading	40
nog	26	»	»	39 (vergissing bij de telling vermoed.)
»	21	»	»	32 (goudblad heeft 2 maal aangekleefd.)
»	20	»	»	42
»	131	»	»	44 (goudblad heeft eenmaal aangekleefd.)
»	7	»	»	42 (goudblad heeft eenmaal aangekleefd.)

Hoe weinig dan ook, blijkt het, dat de lading nog steeds toenemende is; daarbij de aankleving in rekening



brennende, kan men gerustelijk aannemen, dat zij reeds tot minstens 43 geklommen is, zoodat er alle waarschijnlijkheid bestaat, dat het nog ontbrekende, ongeveer  $\frac{1}{7}$  deel der geheele lading, wel na eenigen tijd daarbij zou gekomen zijn. Al ware dit zelfs niet volkomen het geval, dan kan men gemakkelijk het kleine, nog blijvende verschil aan bijkomende omstandigheden wijten: invloed van vochtigheid en vooral de oneffenheid van den rand der zwa-velschijf.

*Stearine.*

De spanning was 20°. De koperen schijf gaf aanvankelijk 61, waaronder eene aankleving, en later 58, waaronder ook eene aankleving; men kan dus gemiddeld rekenen, dat de lading bedroeg minstens 60, waaronder eene aankleving. De andere gaf:

Na 34 <sup>m</sup> 51 <sup>s</sup> lading,	57,	(het goudblaadje heeft eenmaal aangekleefd.)
nog 29 <sup>m</sup> 39 <sup>s</sup> »	60,	
» 19 <sup>m</sup> 28 <sup>s</sup> »	62.	

Zoo blijkt ook hier, dat de eindlading gelijk kan gesteld worden aan die bij de koperen schijf verkregen.

*Was.*

De spanning was 20°. Met de koperen schijf werd aanvankelijk verkregen eene lading van 63, en later evenveel; het gemiddelde blijft dus 63. De andere gaf:

Na 32 <sup>m</sup> lading,	56,	
nog 30 <sup>m</sup> »	53	(het goudblaadje heeft 2 maal aangekleefd.)
» 109 <sup>m</sup> »	57	(het goudblaadje heeft 2 maal aangekleefd.)

Ook hier komt de lading reeds zeer nabij die met de koperen schijf verkregen. Het tekort kan vooral toegeschreven worden aan het minder effen en zuiver zijn der oppervlakte van de wasschijf, die door hare kleverigheid zoo gemakkelijk vuil en stof aan zich hecht.

De twee gevonden resultaten zijn zeker van groot belang en de meest gewigtige van het geheele onderzoek. Het eerste leert: wanneer de bekleedplaten op vrij grooten afstand van den middenstof geplaatst zijn, dan is de lading van den tijd afhankelijk. Een sterker afnemen der beschikbare lading bij de Leidsche flesch, dan dit door verlies aan de lucht veroorzaakt wordt, mag dus niet, zoo als vroeger, enkel toegeschreven worden aan een oppervlakkig indringen der electriciteit van de bekleedsels in de middenstof; evenmin de daarmede in verband staande vorming en het later opkomen van het verborgen residu.

Aan dit verschijnsel moet de geheele middenstof innerlijk deel nemen. Dit moge nu bestaan, hetzij in eene polarisatie der moleculen, die langzamerhand wordt opgewekt; hetzij in het zich langzamerhand in eene bepaalde rigting stellen der moleculen, die reeds polen bezaten, maar wier werkzaamheid zich vroeger onderling vernietigde, wijl zij in willekeurige rigtingen door elkander lagen; hetzij eindelijk in de ontleding der neutrale vloeistof van den isolator en het zich zeer langzaam verplaatsen der beide ontstane electriciteiten.

Het tweede voorname resultaat doet overwegend overhellen tot de laatste onderstelling. De bevinding, dat, bij het niet aanraken der bekleedsels, de invloed van eenige tusschengeplaatste isolerende stof na eenigen tijd tot een maximum nadert, gelijk aan den invloed van



eene volkomen geleidende stof, voert er van zelve toe beide gevallen door eene overeenkomstige onderstelling te verklaren. Eene koperen schijf, die tusschen twee geladen platen, de eene positief, de andere negatief, is geplaatst, wordt door beide geïnfluenceerd. Volgens de gewone voorstelling wordt de neutrale vloeistof ontleed en de beide electriciteiten plaatsen zich zoodanig, dat de gezamenlijke potentiaal in de schijf eene constante waarde bekomt. De negatieve electriciteit plaatst zich tegenover de positief geladen plaat, de positieve electriciteit tegenover de negatief geladen plaat; die toestand wordt genoegzaam oogenblikkelijk verkregen. Bij het tusschenplaatsen van eene isolerende schijf is het eindresultaat hetzelfde; ook hier verplaatsen zich de tegengestelde electriciteiten, doch alleen zeer langzaam, en de evenwichttoestand is weder bereikt, wanneer de electricische kracht in ieder inwendig punt nul is, en dus de potentiaal constant.

Deze voorstelling, die dus een langzaam geleidend vermogen aanneemt, sluit niet uit, maar brengt van zelf, mede, dat aan het isolerende ligchaam aanvankelijk eene soort van gepolariseerden toestand toegeschreven wordt. Die toestand verandert echter langzamerhand door de verplaatsing der electriciteiten en houdt geheel op, zoodra het evenwigt zich eindelijk gevormd heeft. Hierin verschilt genoemde voorstelling met die van Faraday, welke voor zijne *inductive capacity* eene blijvende polarisatie der moleculen moet aannemen; terwijl wij alles tot een eigen geleidend vermogen terug brengen.

De coëfficiënt van het inductief vermogen, door Faraday bepaald, dat is: de verhouding tusschen de lading, verkregen met eenig isolerend ligchaam, en die, verkregen met lucht tusschen de bekleedsels, hangt, zoo als uit het voorgaande blijkt, geheel af van den duur

der lading en heeft eerst dan eene bepaalde beteekenis, wanneer die tijd in aanmerking genomen wordt.

Gaugain meent, dat wanneer, op verschillende oogenblikken na het begin der lading die coëfficiënt bepaald wordt voor onderscheidene stoffen, de orde van grootte verandert.

Om dit duidelijk te maken nemen wij hier zijne opgaven over, waarbij hij, voor twee verschillende tijden van duur der lading, bij onderscheidene stoffen, den bedoelden coëfficiënt bepaald heeft. Voor de eerste reeks werd die duur van lading verkregen door middel van het toestelletje, dat wij boven beschreven, en bedroeg dus ongeveer  $\frac{1}{100}$  seconde; voor de tweede reeks bedroeg zij 2 seconden. Zijne uitkomsten zijn <sup>1)</sup>:

1 <sup>o</sup> . Stearinezuur	1.30	2 <sup>o</sup> . Zwavel	1.71
Spermaceti	1.47	Gevulcaniseerde	
Was	1.50	caoutchouc	1.78
Gevulcaniseerde		Spermaceti	1.85
caoutchouc	1.50	Stearinezuur	1.92
Schellak	1.53	Gutta percha	2.07
Zwavel	1.57	Schellak	2.07
Gutta percha	1.60	Was	2.21

Hieruit blijkt dus, dat de orde der isolerende lichamen, wat hun invloed betreft bij den electrischen condensator voor verschillende tijden, dat de lading geduurd heeft, zou veranderen. Teregt trekt men hieruit het besluit, dat die invloed niet enkel te beschouwen is als een gevolg van een langzaam geleidend vermogen, althans volgens onze voorstelling van geleiding.

Men zou dus moeten aannemen, dat in het eerste

1) Ann. de Ch. et Ph. 4<sup>e</sup> S. II, 300.



oogenblik der lading de stof werkelijk een eigenaardige invloed bezit, onafhankelijk van het geleidend vermogen. Dit ware dan de *inductive capacity* van Faraday. Of men zou, zoo als Gaugain het zich tracht te verklaren, om zoo veel mogelijk de voorstelling van geleiding te behouden, de heterogenëiteit der stof ten opzichte van de electriciteit moeten aannemen. Zie hier in 't kort hoe hij dit ontwikkelt 1):

Hij stelt zich de isolerende stoffen voor als zamengesteld uit deeltjes, die minder goed geleiden, en uit andere, die zeer goed geleiden. Hieruit wordt dan natuurlijk gemakkelijk verklaard, dat eene stof, die meer zeer goed geleidende deeltjes bevat, aanvankelijk grooter invloed heeft dan eene andere, die er minder heeft. Ook is het duidelijk, dat eenigen tijd later het tegenovergestelde plaats kan vinden, namelijk als de minder goed geleidende deeltjes in de tweede stof gezamenlijk meer geleidend vermogen bezitten, dan die in de eerste. Men komt dan nog in de noodzakelijkheid aan te nemen, dat er in sommige stoffen volstrekt niet-geleidende deeltjes aanwezig zijn, wijl er isolatoren zijn (zoo als Gaugain meent), die niet dezelfde maximum-lading geven als de volkomen geleiders.

Het verschil in lading bij onderscheidene stoffen gedurende een zeer kort tusscheen, hangt af van het aantal volkomen geleidende deeltjes; die lading wordt de *minimum-lading* genoemd.

De toename der lading met den tijd moet afhangen van de langzaam geleidende deeltjes.

Bij het niet stijgen der lading tot een maximum, gelijk

---

1) Ann. de Ch. et Ph. 4<sup>e</sup> S. II, 308.

aan die bij een volkomen geleider, zijn er volstrekt niet-gelcidende deeltjes in de stof aanwezig.

Vooral de resultaten met verschillende soorten van zwavel verkregen, hebben *Gaugain* tot deze denkbeelden gebracht.

Daar deze soorten niet als vaste lichamen, maar in den vorm van poeders gebruikt werden, moest men natuurlijk anders dan gewoonlijk te werk gaan. Eene cilindervormige metalen doos werd met de te onderzoeken zwavelsoort gevuld; en het bovenvlak goed gelijk gestreken. Eene plaat van ongeveer 15 à 20 streep kleiner middellijn dan de doos werd regtstreeks op de zwavel of op drie schellak-spijltjes gelegd, die op den bodem der doos bevestigd waren en boven de zwavel uitstaken. De plaat had een isolerend handvat. *Gaugain* merkt nu op, dat een groot bezwaar bij 't gebruik van die poedervormige lichamen bestaat in de sterke eigenlading, die zij bij hunne vorming en behandeling, door onderlinge wrijvingen, hebben verkregen. Men is dus genoodzaakt eerst die eigenlading te bepalen en deze af te trekken van de op de gewone wijze verkregen lading.

Er werden waarnemingen gedaan met bloem van zwavel, amorphe zwavel, octaëdrische zwavel tot poeder sijn gestooten en eindelijk met wecke zwavel. De resultaten waren de volgende:

*Bloem van zwavel*; de lading is onafhankelijk van den tijd, en de maximum-lading wordt dus terstond bereikt; zij bedraagt veel minder dan die, welke met eene metalen schijf van dezelfde afmetingen zou verkregen zijn.

*Amorphe zwavel*; de lading neemt niet toe met den tijd en is dezelfde als die, welke met lucht als tusschenstof zou verkregen zijn.

*Octaëdrische zwavel*; de lading neemt toe met den tijd, maar blijft verre beneden die met eene overeenkomstige metaal massa verkregen.



*Weeke zwavel* (de fijne draden, waarin zij verkregen was, werden met een schaar aan kleine stukjes gesneden, en daarmede de doos gevuld); de lading neemt met den tijd toe, doch de verhouding tusschen de minimum- en maximum-lading veranderde dagelijks, te gelijker tijd met den toestand der zwavel. Na drie weken was de grootte der lading onafhankelijk van den tijd van duur.

Past men op deze uitkomsten, in verband met het gevondene bij gewone gegoten zwavel, de bovenstaande voorstelling omtrent de heterogeneiteit der stof toe, dan moet men besluiten: 1° dat de isolator, gevormd van de octaëdrische zwavel, uit de drie soorten van beschrevene deeltjes bestaat; 2° dat de gewone gegoten zwavel bestaat uit slecht- en uit goed-geleidende deeltjes; 3° dat de isolator, gevormd uit bloem van zwavel, volkomen geleidende en niet-geleidende deeltjes bevat; 4° eindelijk, dat die gevormd uit amorphe zwavel, enkel bevat niet-geleidende deeltjes. Dit laatste resultaat, hoewel het meest gewigtige, wordt niet als volkomen zeker opgegeven, daar in den amorphen toestand de zwavel zoo uiterst ligt is, en dus veel minder geleidend vermogen moet bezitten dan de octaëdrische zwavel.

Hoe gewigtig ook deze proeven mogen zijn, in zoo verre zij ons den invloed doen zien van den physischen toestand der stof op hare electriche eigenschappen, zoo dunkt mij, dat zij minder opheldering kunnen geven omtrent den aard van dien invloed bij bepaaldelijk vaste middenstoffen, daar de omstandigheden, waaronder hier de proeven geschied zijn, zeer afwijken van de vroeger vermelde. De bovenplaat is hier kleiner dan de benedenplaat, terwijl de middenstof omgeven is door een geleidenden rand, dien der doos; beide omstandigheden kunnen veel bijbrengen tot eene andere verdeeling der elec-

tricieit. Maar nog twee redenen kunnen hier van veel invloed zijn: vooreerst, de aanraking van de geheele binnenoppervlakte der doos met de isolerende stof; ten tweede, de aard der oppervlakken, waarvan de groote invloed bij electriche werking bekend is. Tot nu beschouwden wij schijven, óf door gieting, óf door afdraaijing verkregen, dus zoo glad en hard van oppervlak mogelijk; hier daarentegen hebben wij met oppervlakken te doen, die nimmer zeer glad kunnen zijn. Hoe moeilijk moet het eindelijk zijn om den invloed der eigenlading van de gebruikte stoffen in rekening te brengen, die door Gaugain zelve als vrij aanmerkelijk wordt opgegeven; want al wordt hij in den aanvang afzonderlijk gemeten, hoogst waarschijnlijk is hij veranderlijk met den tijd. Het is dus zeer wel mogelijk, dat eene lading slechts schijnbaar als onafhankelijk van den tijd gemeten werd, door de veranderlijkheid der eigenlading in de middenstof. Ten slotte zal het moeilijk zijn bij deze proeven alle omstandigheden van overwegenden invloed in aanmerking te nemen.

Maar keeren wij terug tot de uitkomsten door Gaugain verkregen, op bladz. 81 vermeld, die hem aanleiding geven in 't algemeen de heterogeneiteit der stof aan te nemen, zoo moet ik opmerken, dat bij de herhaling dier proeven met was, zwavel, stearine, spermaceti en paraffine mij hetzelfde niet gebleken is.

Integendeel, ik geloof daaruit bepaaldelijk op te mogen maken, dat de orde, waarin de isolerende lichamen zich ten opzichte van hun inductief vermogen op verschillende tijden plaatsen, steeds dezelfde blijft; althans bestaat daarvoor veel meer waarschijnlijkheid dan voor het omgekeerde. Hiertoe verwijs ik enkel naar de getallen op bladz. 75 en 76 gegeven, waarbij dan nog gevoegd kan worden,



dat de overeenkomstige lading met lucht bedroeg 36. Daarbij waren zelfs de platen regtstreeks op de tusschen-schijven geplaatst, hetgeen nog afwijkingen heeft kunnen geven.

Evenwel waren de resultaten niet van dien aard, dat men er eenigzins de veranderlijkheid van den inductie-coëfficiënt met den tijd uit kan opmaken, dewijl daartoe de uitkomsten van verschillende dagen te veel uiteen loopen. Dit kan dan ook niet van de methode geëischt worden, daar de verliezen aan de lucht niet in aanmerking zijn genomen, en zeker niet tot nul gebragt zijn, evenmin als de verliezen bij de plaats, waar de met schellak omkleede koperdraad langs de opening van het deksel glijdt. Nog volgt uit de gevondene eigenschappen der isolerende stof zelve, dat de schellakstang, die aan de bovenplaat bevestigd is, in verband met de betrekkelijk geringe afmetingen dier plaat, een invloed heeft, welke bij naauwkeurige proeven in aanmerking zou moeten komen.

Vooral bij het gebruik van den slinger tot het geven van zeer kortstondige ladingen, liepen de schijnbaar onder dezelfde omstandigheden gedane metingen dikwerf nog al uiteen. De oorzaak hiervan moet gezocht worden in een onvermijdelijken invloed van 't schellakbakje met kwik, waarmede de bovenplaat nog eenigen tijd na doorgang van den slinger verbonden bleef. Al werd dat verband zoo spoedig mogelijk opgeheven, gingen er toch ligt een paar seconden mede heen, gedurende welken tijd de besproken invloed zeer goed in aanmerking kan komen bij eene lading, die somwijlen slechts  $\frac{1}{1000}$  seconde geduurd had. Dergelijke aanleiding tot afwijking was ook te zoeken in het toestel, dat Gaugain bezigde, om eene lading gedurende een korten tijd mede te deelen

Daargelaten echter de onnaauwkeurigheden in de methode van onderzoek wordt de functie, welke de afhankelijkheid van den inductie-coëfficiënt van den duur der lading uitdrukt, nog gewijzigd door eene omstandigheid, in den aard der gebruikte middenstof zelve te zoeken. Zij behoeft noch aan een eigen inductief vermogen, noch aan de heterogeneïteit der stof toegeschreven te worden. Ik bedoel hier namelijk, dat waarschijnlijk de gebruikte schijven niet overal dezelfde digtheid hadden. Het is niet twijfelachtig, dat het geleidend vermogen bij dezelfde stof afhankelijk is van hare densiteit, en dat dus de invloed van die geleiding, voor een bepaald tijdstip, veranderlijk zal zijn, zoo de densiteit niet overal dezelfde is. Gauguain geeft niet op hoe hij de door hem gebruikte schijven verkregen heeft, alleen, dat hij ze heeft afgedraaid; hoogstwaarschijnlijk echter zullen zijne schijven ook wel eerst gegoten zijn. Terwijl het reeds veel zorg vereischt, een voorwerp inwendig volkomen vol te gieten, is het daarbij niet te vermijden, dat door de ongelijkmatige afkoeling, die voor het oppervlak zeer snel en inwendig zeer langzaam plaats heeft, de buitenste lagen vaster en digter zullen zijn dan de binnenste. Dit zal vooral het geval zijn bij kristallijne lichamen, waartoe vele der gebruikte stoffen behooren. Daarenboven zou bij deze nog van invloed kunnen zijn eene wijziging in de kristalvorming zelve, die inwendig bij eene veel langzamere afkoeling, dan meer naar buiten plaats heeft.

Eindelijk wordt door Gauguain niet vermeld of bewuste metingen van den inductie-coëfficiënt met afgescheiden of regtstreeks aanrakende bekleedsels zijn geschied. Alleen in het eerste geval kunnen de proeven beslissend zijn, zoo als straks blijken zal, wanneer wij den invloed van de aanraking der bekleedsels in rekening zullen brengen.



Een en ander in aanmerking genomen, komt men er ligt toe om, ook ingevolge de resultaten der laatstvermelde proeven, alle verschijnselen aan een geleidend vermogen met grooten weerstand toe te schrijven.

Aanvankelijk schijnt het moeilijk zich voor te stellen hoe die zeer geringe geleiding, reeds in de eerste oogenblikken der lading, haar invloed zoo aanmerkelijk doet gevoelen, in vergelijking met dien van lucht. Bij eene nadere beschouwing echter ziet men gemakkelijk in, dat door de werking op afstand de invloed van alle lagen te gelijk plaats heeft, en dus reeds in den aanvang zeer merkbaar moet zijn. Gaan wij nog verder, dan komt de voorstelling van Faraday omtrent de inductie ons hier gedeeltelijk te pas; werkelijk moet deze aanvangen met eene soort van polarisatie, die echter niet, zoo als hij meent, van deeltje tot deeltje achtereenvolgens ontstaat, maar althans binnen een onmeetbaar klein tijdsdeel, in alle lagen te gelijk is opgewekt.

Of die polarisatie op zich zelve in de eerste seconden der lading nog aangroeiende is, zooals de magnetische polarisatie, waarmede zij het best te vergelijken is, valt tot nu moeilijk te beslissen. Want na het ontstaan dier polarisatie begint terstond de overgang van electriciteit van ieder molecule op de naastbij liggende. Hoewel die overgang met zeer grooten weerstand moet geschieden, kan hij reeds in de eerste oogenblikken zeer merkbaaren invloed hebben; vooral omdat in ieder punt der middenstof in den aanvang de electricische kracht het grootst is; zij moet echter na eenige verplaatsing van electriciteit sterk afnemen, en wel het meest in de middelste lagen.

Proefondervindelijk is mij dan ook gebleken, dat het bepalen eener zoogenaamde minimum-lading niet mogelijk

is; want ladingen met behulp van den slinger in slechts duizendste van seconden verkregen, bleken reeds af te hangen van den tijd en daarmede toe te nemen.

De eerste polarisatie, waarvan wij zoo even spraken, schijnt dus reeds geheel met de geleidende eigenschappen der stof zelve samen te hangen, en dit is ook overeen te brengen met de zoo even gegeven voorstelling. Zal namelijk de allereerste polarisatie grootendeels afhangen van den vorm, de grootte en den afstand der moleculen, zoo kunnen het ook zeer goed die eigenschappen der moleculen zijn, welke in de hoofdzaak den overgang der electriciteit van de eene op de andere regelen.

Een naauwkeurig onderzoek bij verschillende stoffen omtrent de afhankelijkheid des inductie-coëfficiënts van den tijd van duur der lading zou zeker van zeer veel gewigt zijn; natuurlijk, wanneer men daarbij afgescheiden bekleedsels gebruikt, en zoo veel mogelijk in drooge lucht en voor verschillende stoffen onder dezelfde omstandigheden werkt.

Bij die proeven zou de invloed van de veranderlijkheid der electriciteitsbron moeten wegvallen; men zou daartoe de stoffen, die met elkander vergeleken worden, tegelijk moeten onderzoeken en met dezelfde bron in verband stellen.

Het verlies aan de lucht zou in rekening moeten gebragt worden, dat het best kan geschieden door de te vergelijken condensatoren in eene zelfde beslotene ruimte te plaatsen.

Men zou ook zooveel mogelijk homogene schijven met gladde oppervlakken moeten gebruiken, en met geene dier schijven eene tweede proef doen, voor dat men de overtuiging had, dat het electricisch evenwigt, verbroken bij de eerste proef, weder volkomen hersteld was. Uit de, op deze wijze, verkregen reeks van getal-



len voor iedere stof, zou men dan gemakkelijk kunnen opmaken, in hoeverre er, althans in geringe mate, voor het eerste oogenblik der lading, een aan de stof eigen invloed bestaat, onafhankelijk van het geleidend vermogen. Het toenemen van den inductie-coëfficiënt, naarmate de tijd van duur der lading grooter is, in verband met zijne waarde, indien die duur zoo kort mogelijk is, zou hier het beslissende feit zijn.

Het is nu gebleken, dat het aannemen van een geleidend vermogen met grooten weerstand in alle opzigten voldoende is, om in den condensator met afgescheiden bekleedsels den invloed der isolerende middenstof te verklaren; men heeft daardoor het groote voordeel dien invloed tot een vraagstuk, onder het bereik der oude theorie, te brengen. Echter moet in 't voorbijgaan opgemerkt worden, dat ook andere hypothesen tot verklaring van de gevonden feiten kunnen dienen. Kohlrausch heeft in zijne reeds vroeger besproken *Theorie des elektrischen Rückstandes in der Leidener Flasche*<sup>1)</sup> de meest natuurlijke en aannemelijke hypothesen ontvouwd. In 't algemeen wil hij den invloed der middenstof betitelen met den naam van *electrisch moment*, in overeenkomst met het door Gauss aangegeven *magnetisch moment*. Dat electrisch moment is dan natuurlijk eene functie van den tijd en kan bestaan in:

a) eene laag positieve en eene laag negatieve electriciteit, die zich langzamerhand vormen op de oppervlakken der middenstof;

b) eene reeks elkander afwisselende, opvolgende, evenwijdige lagen van positieve en negatieve electriciteit;

1) P. A. XCI, 185.

c) eene scheiding der beide electriciteiten in de kleinste deeltjes der stof, zonder dat er overgang plaats heeft van het eene deeltje op het andere, welke scheiding nog blijft voortbestaan na het wegnemen der ontbindende oorzaak, dus na de ontlading des condensators;

d) eindelijk, een reeds ontbonden zijn der beide electriciteiten in de kleinste deeltjes, wier werking naar buiten zich echter vroeger door een onderlingen evenwichts-toestand vernietigde. Die werking wordt door de lading te voorschijn geroepen, door bijv. die deeltjes meer of minder te draaijen, terwijl zij bij het wegnemen of verminderen der oorzaak weder tot hun vroegeren stand trachten terug te keeren.

Om zich het langzaam ontstaan en de langdurige terugwerking van dat elektrisch moment te verklaren, geeft Kohlrausch twee van elkander zeer verschillende voorstellingen.

De eerste overeenkomende met de voorstelling, die wij hierboven hebben uiteengezet neemt een zeer zwak geleidend vermogen der stof aan, en schrijft eene kracht aan de deeltjes toe, welke de scheiding der beide electriciteiten en de daarop volgende geleiding slechts allengs doet plaats hebben.

De tweede neemt aan, dat er geene verplaatsing der electriciteit van het eene deeltje naar het andere mogelijk is, maar wel, dat er ontbinding in electriciteiten binnen ieder deeltje plaats heeft, of, dat die deeltjes zich in eene bepaalde rigting te stellen. Bij de laatste onderstelling zoude dan de werking geheel overeenkomen met eene soort van elastische terugwerking, zoo als die bij de lichamen wordt waargenomen, wanneer, door eene uitwendige oorzaak, hun moleculaire toestand eenige verandering ondergaat, en de grenzen der elasticiteit niet ov



schreden zijn. Kohlrausch verwijst hierbij naar den belangrijken arbeid van Weber, waarin aangetoond wordt hoe verwonderlijk lang die elastische terugwerkingen kunnen duren.

De laatste voorstelling komt hem dan ook het meest aannemelijk voor, terwijl hij meent in de resultaten zijner onderzoekingen bezwaren tegen de eerste te vinden. Aangezien echter bij die onderzoekingen, zoo als wij vroeger zagen, aanraking plaats had tusschen de bekleedsels en den isolator, zoo heeft dit een invloed onafhankelijk van het electrisch moment.

Wij zullen thans de gevolgen van die aanraking nader beschouwen.

Uit de onderzoekingen van Faraday, maar bovenal uit die van Matteucci is gebleken, dat er, bij aanraking van een electrischen geleider met een zoogenaamden isolator, een veel sterker verlies aan electriciteit in den geleider plaats heeft, dan zonder aanraking. Er heeft dus werkelijk overgang van electriciteit plaats, hetzij door regtstreeksche geleiding, hetzij door ontbinding van electriciteit bij de punten van aanraking. In het laatste geval verbindt zich een gedeelte der electriciteit van den geleider met de aangetrokken tegengestelde electriciteit des neutralen isolators, waardoor dan vrije, met den geleider gelijknamige electriciteit op den isolator achterblijft.

Er bestaat alzoo geen twijfel, dat er bij de gewone condensatoren, zoo als de Franklinsche tafel en de Leidse flesch, waar zelfs door tusschenkomst van een verbindingsmiddel eene nog meer volkomen aanraking bestaat, overgang van electriciteit tusschen de bekleedsels en de middenstof moet plaats hebben.

Dit wordt nog bevestigd door den soms merkbaren invloed van het verbindingsmiddel zelf. Een afzonderlijk onderzoek van von Bezold toont het bestaan van dien invloed overtuigend aan, en is volgens hem een bewijs voor de juistheid der *theorie van indringing*. <sup>1)</sup>

Terwijl dus vroeger de invloed van den isolator alleen gezocht werd in het indringen der electriciteit, of later ook alleen in het ontstaan van een electrisch moment, blijkt thans overtuigend, dat genoemde invloed aan een gelijktijdig plaats hebben van beide verschijnselen moet toegeschreven worden. De kennis dier verschijnselen ieder afzonderlijk, is dus noodig, om hun gezamenlijken invloed bij den condensator te kunnen nagaan. In zoverre is de methode van Gauguain vooral van gewigt, daar door hem het eerst de lading is nagegaan bij afgescheiden bekleedsels. Geene merkbare hoeveelheid electriciteit kan dan overgaan, alleen nog het geringe gedeelte, dat door de luchtlag en de schellakpuntjes geleid word.

Dit bleek mij uit afzonderlijk daartoe gedane proeven.

Onder anderen werd eene stearineschijf van 7 streep dikte geplaatst tusschen de beide platen des condensators, daarvan gescheiden door schellakpuntjes van 2.3 streep hoogte. Eene lading, die door tusschenkomst van den slinger gegeven werd, en  $\frac{1}{144}$  sec. duurde, werd terstond gemeten, en bedroeg 18. Daarop werd eene zelfde lading van  $\frac{1}{144}$  sec. gegeven, maar nu bleef de plaat  $15^m$  geladen liggen; eerst daarna werd de lading gemeten; zij bedroeg 16. Men kan dus rekenen, dat het verlies in  $15^m$  een negende deel der geheele aanvankelijke lading beliep. Gedeeltelijk is dit nog toe te schrijven aan eene

<sup>1)</sup> Zur Theorie des Condensators, S. 60. Göttingen, 1860. Ook in P. A. CXIV.



verspreiding van electriciteit langs de aan de hovenplaat bevestigde schellakstang. Komt dus dat verlies hoogstwaarschijnlijk in aanmerking bij eenigzins naauwkeurige bepalingen van den inductie-coëfficiënt, zoo geloof ik niet, dat het wijzigingen kan brengen in de hoofduitkomsten van onze proeven.

Bij de aanraking nu van een electrischen geleider met een' isolator, wanneer hun vorm en het aantal punten van aanraking dezelfde blijven, zullen vooral twee omstandigheden invloed hebben: 1° de aard van het oppervlak des isolators, die meer of minder gemakkelĳk den overgang van electriciteit toelaat, en vormt, hetgeen wij kunnen noemen, *uitwendig* geleidend vermogen; 2° het *inwendig* geleidend vermogen, waarvan wij het bestaan in den isolator nu eenmaal aannemen. Het heeft ten gevolge, dat reeds bij de nadering van het electrisch ligchaam de neutrale electriciteit in ieder punt ontleed wordt, en eene meer of minder snelle verplaatsing der beide electriciteiten ontstaat; welke verplaatsing weder eene verandering der electrische kracht in de punten van aanraking teweeg brengt.

Van de zamenwerking dier beide omstandigheden hangt dus de verdeeling der beide electriciteiten in den isolator, op een bepaald oogenblik na de aanraking, geheel af.

Is het uitwendig geleidend vermogen zeer gering, maar het inwendig geleidend vermogen meer van belang en de geleider positief geladen, zoo zal na zekeren tijd door de onthinding en de daarop volgende geleiding, zich inwendig negatieve electriciteit in den isolator naar de zijde van den geleider bewogen hebben. Slechts een klein gedeelte dier electriciteit zal bij den geringen overgang van het eene ligchaam op het andere, door de positieve des geleiders geneutraliseerd zijn.

Onderzoekt men dus den isolator na verwijdering des geleiders, zoo vindt men negatieve electriciteit in en nabij de punten, waar de aanraking was, terwijl men elders positieve electriciteit zal waarnemen.

Is daarentegen het uitwendig geleidend vermogen groot, en heeft de inwendige geleiding minder gemakkelijk plaats, zoo kan na een zelfde tijdsverloop als zoo even, niet alleen de geringe hoeveelheid negatieve electriciteit, die zich naar de zijde der aanraking bewogen heeft, geneutraliseerd zijn door de positieve electriciteit des geleiders, welke den uitwendigen weerstand overwonnen heeft, maar zelfs nog meer positieve electriciteit zijn overgegaan. Na verwijdering van den geleider zal er alzoo positieve electriciteit gevonden worden in de punten waar aanraking plaats had.

Het onmiddelijk voorafgaande brengt ons tot de overtuiging hoe, onder schijubaar dezelfde omstandigheden, op verschillende tijden, de electriche toestand kan veranderen van een isolator, die aangeraakt wordt door een electricch ligchaam. Het verschijnsel wordt nog veel zamengestelder, wanneer de vorm en grootte der in aanraking zijnde lichamen, voor de te vergelijken gevallen, verschillend zijn. Hieruit laat zich verklaren, hoe sommige proeven met isolerende stoffen, door zeer beroemde natuurkundigen gedaan, in wier juistheid van onderzoek wij volkomen vertrouwen moeten stellen, zoo als Faraday en Riess, zoo verschillende uitkomsten omtrent de verdeling der electriciteit over die stoffen verkregen hebben.

Bij onze weinige kennis van het uitwendig geleidend vermogen, zien wij dus hoe moeilijk het is, vooraf op te maken welk aandeel dit aan den invloed der middenstof zal hebben bij den condensator met niet daarvan



afgescheiden bekleedsels, daar zijne werking steeds gepaard gaat met die van het inwendig geleidend vermogen.

De beste wijze van onderzoek, om hier eenig inzicht te krijgen, zal daarin bestaan, dat men eerst bij afgescheiden bekleedsels naauwkeurig de veranderlijkheid der lading ten opzichte van den tijd nagaat, daarbij in acht nemende al wat op bladz. 89 reeds opgegeven is. De invloed van het inwendig geleidend vermogen op zich zelf is dan bekend.

Vervolgens herhale men het onderzoek, met dezelfde stoffen voor het geval dat de bekleedsels met de middenstof in aanraking zijn. Die aanraking zal, naar mij voorkomt, nimmer volkomen zijn, noch dezelfde blijven, zoo de platen, die tot bekleedsels dienen, los op de schijf der isolerende stof gelegd worden.

Het eenvoudigste is dus de bekleedplaten warm te maken en op de middenstof vast te smelten, dat voor de meeste der te onderzoeken stoffen, uitgezonderd glas, mogelijk is. De methode van Gaugain is dus niet meer van toepassing en, daar het verkieslijk is voor beide onderzoekingen dezelfde methode aan te wenden, zoo komt mij die van Kohlrausch als de meest naauwkeurige voor. In beide gevallen wordt daartoe de bovenplaat met den sinus-electrometer verbonden, en na eene bepaalde lading daaraan medegedeeld te hebben, de gang der potentiaal, door instelling van den electrometer, met den tijd nagegaan. Het onderscheid in de waarden van de potentiaal (voor een zelfde oogenblik na het begin der lading) in beide gevallen, zal den invloed van de aanraking bij het tweede geval, doen kennen. Bij deze onderzoekingen is het noodig grootere platen te bezigen, dan bij de proeven van Gaugain. Om dit onderzoek ook op glas toe te passen, dient men voor het tweede geval door eenig verbindingsmiddel de

bekleedplaten aan de glasplaat te bevestigen. Hierdoor wordt het uitwendig geleidend vermogen waarschijnlijk veranderd, doch, daar bij de gewone condensatoren ook dat verbindingsmiddel aanwezig is, heeft men het voordeel, dat de verkregen uitkomsten regtstreeks daarop toepasselijk zijn.

Hoe weinig wij ook bekend zijn met het uitwendig geleidend vermogen, zoo is toch gebleken, bij het gebruik van losse bekleedsels, regtstreeks op de middenstof gelegd, dat de zijde, die met het positieve bekleedsel in aanraking was, negatieve electriciteit bevatte, en dat de andere zijde positief electrisch was. Hieruit mag men dus besluiten, dat althans in dit geval het uitwendig geleidend vermogen van zeer geringen invloed was, vergeleken met dien van het inwendig geleidend vermogen.

Evenwel brengt het eerste mede, dat er steeds eenige verbinding der tegengestelde electriciteiten, — die van het bovenbekleedsel (positief geladen) met die van het aangrenzende oppervlak des isolators, — plaats heeft. Daardoor ontstaat, al is de maximum-lading bereikt, nieuwe ontbinding in de middenstof, negatieve electriciteit vloeit naar de zijde van het bovenbekleedsel, positieve naar die van het afgeleide. Hier wordt dus nieuwe negatieve electriciteit gebonden, terwijl positieve vrij wordt. Op deze wijze heeft er bij dit laatste bekleedsel eene regelde afvloeiing van electriciteit plaats.

Door, in dien toestand, de benedenplaat te isoleren en daarna in verband te brengen met zijn ontladings-electroscop, meent Gaugain die geleiding bij stearine te hebben waargenomen, door het regelde beloop, dat de ontladingen weldra aannamen; terwijl hij bij afgescheiden bekleedsels die afvoering niet verkreeg.

Bij de herhaling dezer proeven bleek mij, nadat de



maximum-lading bereikt en de benedenplaat met den ont-ladings-electroscop verbonden was, dat er soms geregelde afvoering van electriciteit plaats had; in andere gevallen was er niets aan den electroscop merkbaar. Maar wat meer zegt, ook bij afgescheiden bekleedsels werd meermalen afvoering van electriciteit waargenomen, hoewel de overtuiging bestond, dat de maximum-lading bereikt was.

Eene andere omstandigheid, die een grooteren invloed heeft, dan de geleiding, moet dus die afvoering regelen. Waarschijnlijk is die omstandigheid te zoeken in de langzame veranderingen van de spanning in de electriciteits-bron, waarmede de bovenplaat verbonden is, waaraan deze, slechts toevallig, soms onttrokken is. Iedere verandering in die bron brengt natuurlijk vrije electriciteit op de benedenplaat voort. Dit maakt de meting van de electriciteit, die door gewone geleiding overgaat, zeer bezwaarlijk; want die hoeveelheid kan in alle gevallen slechts zeer gering zijn. Zelfs wanneer de platen op de stearine schijf waren vastgesmolten, bedroeg de hoeveelheid afgevoerde electriciteit nog zeer weinig.

Dit bewijst de volgende proef, die aanvankelijk ten doel had om, na het bereiken der maximum-lading, den invloed van de dikte en soort der middenstof op de, door geleiding, afgevoerde electriciteit na te gaan. Op twee schijven stearine, van ongeveer 5 en 11 streep dikte, zijn vier gelijk en gelijkvormige koperen platen, van de vroeger opgegeven grootte, vastgesmolten. Aan ieder dier schijven is in het middenpunt eene geleidstaaf vastgeschroefd. De beide zoo gevormde condensatoren zijn geplaatst in het midden eener rechthoekige glazen kast, (Fig. 4), waarin een bakje met geconcentreerd zwavelzuur. De twee geleidstaven, gestoken door openingen in den bovenwand, zijn daarin met schellak beves-

tigd. Buiten de kast zijn ze onderling, en met ééne Leidsche flesch verbonden, opdat veranderingen in spanning, op beide condensatoren, gelijkelijk werken zouden. Die spanning wordt aangewezen door den electrometer, op bladz. 70 beschreven.

In een der opstaande zijwanden zijn, ter hoogte van de uiteinden der benedenste geleidstaven, gaten tot doorlating der koperdraden. Deze dienen om de benedenplaten aanvankelijk in verband met den grond te brengen, en later, nadat de maximum-lading bereikt is, ieder dezer platen met een ontladings-electroscoop te verbinden.

Langs dien weg zou men dus het geleidend vermogen der middenstof van beide condensatoren kunnen vergelijken, na alvorens de betrekking tusschen de aanwijzingen der beide electroscopen te hebben nagegaan.

Doch spoedig bleek, dat dit onderzoek moest opgegeven worden. Zelfs bij den electroscoop, die met den dunsten condensator in verband stond, zag men geene ontladingen, wanneer de spanning in de Leidsche flesch eenigzins constant was. Hoe gevoelig ook de electroscoop gesteld was, werd slechts eene zeer geringe afwijking der goudblaadjes waargenomen.

De bij deze proeven gebruikte ontladings-electroscoop blijkt dus een instrument te zijn, dat niet gevoelig genoeg is, om de hoeveelheid afgevoerde electriciteit te meten. Toch is mij geen naauwkeuriger instrument bekend, dat regtstreeks hoeveelheden electriciteit aanwijst.

Ook kon de gebruikte spanning, die  $18^\circ$  bedroeg, niet veel hooger genomen worden, dewijl het dan onmogelijk was haar op eene eenigzins constante waarde te houden. Dat de lucht in de glazen kast droog genoeg was, mogt men veronderstellen, wijl het zwavelzuur reeds den vorigen dag er in geplaatst was.



Doch dat er werkelijk afvoer van electriciteit door geleiding, hoe gering dan ook, plaats greep, schijnt mij overtuigend bewezen door het volgende.

Nadat de condensator lang genoeg met de Leidsche flesch in verband was geweest, om de maximum-lading ontvangen te hebben, werd de, tot nog toe met den grond verbonden benedenplaat, in geleiding met den electroscop gesteld. Eene geringe uitwijking der goudblaadjes deed weldra sporen van vrije electriciteit kennen en wel positieve. De spanning op de bovenplaat bleek van toen af stijgende te zijn, en gaf op achtereenvolgende tijden in den electrometer:

te 11 <sup>u</sup> 50 <sup>m</sup>	eene afwijking van 18°
» 12 <sup>u</sup> 6 <sup>m</sup>	» » 19°
» 12 <sup>u</sup> 12 <sup>m</sup>	» » 18°
» 12 <sup>u</sup> 19 <sup>m</sup>	» » 18 $\frac{1}{2}$ °
» 12 <sup>u</sup> 26 <sup>m</sup>	» » 17 $\frac{1}{2}$ °

De waargenomen, vrije, positieve electriciteit op de benedenplaat kon dus aanvankelijk toegeschreven worden aan de toename der spanning op de bovenplaat. Te 12<sup>u</sup> 12<sup>m</sup> had men echter de overtuiging, dat die spanning dalende was. De vrije electriciteit op de benedenplaat werd haar toen ontnomen, waarop deze, steeds in verband blijvende met den electroscop, spoedig weder, door eene geringe uitwijking, bewijzen gaf van vrije electriciteit, welke bij onderzoek bleek positief te zijn. Hier kon dus geene misvatting plaats hebben, of die electriciteit was door geleiding ontstaan; want aan de veranderlijkheid der spanning op de bovenplaat zou, nu zij dalende is, alleen het aanwezig zijn van negatieve electriciteit kunnen toegeschreven worden. Na ongeveer

10<sup>m</sup> werd de vrije electriciteit weggenomen. Daarna werd, gedurende geruimen tijd, geen spoor van electriciteit waargenomen; waarschijnlijk, omdat de vrij geworden negatieve electriciteit, door daling der spanning ontstaan, grootendeels de doorgevoerde positieve electriciteit neutraliseerde.

Na 12<sup>n</sup> 26<sup>m</sup> werd aan de bron nieuwe electriciteit toegevoegd, tot dat de spanning 20° bedroeg, terwijl de benedenplaat gedurende eenigen tijd werd afgeleid. Hierop werd het verband met den electroscoop weder aangebracht. Nadat de spanning tot 16° gedaald was, werd hetzelfde herhaald, tot dat zich eindelijk, bij snelle daling der spanning, vrije electriciteit op de benedenplaat vertoonde. Daar het bleek negatieve electriciteit te zijn, was zij toe te schrijven aan die daling.

Hierdoor zij dus voldoende aangetoond, dat er werkelijk door den isolator geleiding plaats heeft, maar tevens dat zij zeer langzaam geschiedt. Stearine toch behoort zeker tot die isolatoren, wier geleidend vermogen het grootste is, zoo als blijkt uit het spoediger toenemen der ladingen in condensatoren, waarbij men die stof als middenstof gebruikt.

Het zeer gering geleidend vermogen der tusschenstof stemt ook overeen met de algemeene ervaring, dat geladen condensatoren, die aan zich zelve worden overgelaten, dikwerf een geruimen tijd kunnen geladen blijven. Brengen wij dit algemeen bekende feit in verband met den betrekkelijk snel plaats hebbenden invloed der inwendige geleiding, dien wij waarnemen in het toenemen der lading bij afgescheiden bekleedsels, dan moet men *à priori* reeds aannemen, dat het uitwendige geleidend vermogen nog veel geringer zal zijn. Evenwel is uit de proeven, omtrent de onderlinge aanraking van elec-



trische lichamen en isolerende stoffen, bekend, dat die uitwendige weerstand volstrekt niet onoverkomelijk is.

Het blijft dus zeker zeer moeilijk te verklaren, hoe in enkele gevallen de langdurigheid der lading zoo verbazend groot was, gelijk in de opgaven van zeer te vertrouwen proefnemers voorkomt.

Cuthbertson haalt onder anderen als een bewijs voor de ondoordringbaarheid van glas aan, dat eene geladen flesch, die goed gesloten was, acht of tien weken hare electriciteit behield. Hij bespreekt den electricischen toren, niets anders dan eene cilindervormige, gesloten Leidsche flesch, die, na met de electricer-machine zoo sterk mogelijk geladen te zijn, *de bekwame gesteltenis* had, de lading twaalf of dertien maanden te bewaren, zoo er aan de flesch niets ontbreekt <sup>1)</sup>.

Bij Faraday <sup>2)</sup> vinden wij, dat hij kleine Leidsche flesschen laadde, bestaande uit buizen van dun flintglas, ze hermetisch sloot, na twee of drie jaar opende, en er geene lading meer in vond. Waaruit wij dus op moeten maken welken geruimen tijd hij, niettegenstaande de dunte van het glas, noodig achtte om geen lading meer te vinden. Het eenige, dat men hier kan aannemen, is, dat glassoorten gebezigd zijn, die toevallig een verbazend gering inwendig en nog minder uitwendig geleidend vermogen bezaten. Trouwens, welke andere voorstelling men ook in 't algemeen aan den invloed van de tusschenstof tracht te geven, genoemd feit zal wel even moeilijk te verklaren blijven.

---

1) John Cuthbertson. Algemeene eigenschappen van de electriciteit. Eerste deel, pag. 108. Amsterdam Pieter HAY man 1782.

2) Phil. Mag. 3<sup>o</sup> S. XVII, 61.

Na gezien te hebben, hoe de toename der lading, bij het standvastig houden der potentiaal op den condensator, geheel aan de langzaam geleidende eigenschappen der middenstof is toe te schrijven, zal het niet moeilijk vallen na te gaan, wat er gebeuren zal, indien na zekeren tijd, de condensator voor een kort oogenblik ontladen wordt.

Het zal blijken, dat alle verschijnselen van het opkomen van het residu uit de eigenschappen der geleiding te verklaren zijn.

Bepalen wij ons eerst tot het eenvoudigste geval, namelijk, dat de bekleedsels afgescheiden zijn van de middenstof.

Heeft de lading slechts een zeer kort tijdsdeel geduurd, dan zal de geleiding in de middenstof nagenoeg geen blijvenden invloed hebben gehad; alleen de influentie der benedenplaat en de polarisatie der middenstof waren werkzaam. Noemen wij die lading  $P$ . Volgt nu terstond eene ontlading gedurende een zeldte tijdsdeel, zoo zal natuurlijk de gheele hoeveelheid  $P$  worden weggevoerd en niets op de bovenplaat achterblijven; de condensator is weder in geheel neutralen toestand. Brengt men daarna weder de bovenplaat met de electriciteitsbron in verband, dan is, aanvankelijk, de hoeveelheid electriciteit op de bovenplaat  $P$ . Doch de langzame verplaatsing der ontbonden electriciteit in de middenstof, die reeds aangevangen is, gaat voort <sup>1)</sup>; de negatieve verplaatst zich naar de zijde van de bovenplaat, de positieve naar die van de benedenplaat. Beiden met de electriciteit op de benedenplaat hebben daarom eene veranderlijke, hier toe-

---

1) Misschien in den aanvang ook nog het toenemen der polarisatie op haar zelve, zie bladz. 88.



nemende, negatieve potentiaal op de bovenplaat. Noem haar na zekeren tijd  $t$ , —  $V$ .

. Na verloop van dien tijd heeft de digtheid der electriciteit op de bovenplaat eene vermeerdering ondergaan, want bij de hoeveelheid  $P$  heeft zich eene hoeveelheid  $P'$  moeten voegen, die zoodanig over de bovenplaat verdeeld is, dat hare potentiaal in ieder punt de potentiaal —  $V$  vernietigt; in de veronderstelling altijd, dat de spanning in de bron op dezelfde hoogte wordt gehouden. De gheele lading op de bovenplaat is dus na den tijd  $t$ ,

$$P + P'.$$

Heeft er weder eene ontlading plaats (altijd gedurende een zelfde kort tijdsdeel), dan zal, inmiddels, de zoo langzame verplaatsing in de middenstof buiten rekening blijven, dus de potentiaal van hare electriciteiten niet veranderen. De gezamenlijke potentiaal op de bovenplaat wordt bij de ontlading nul; de potentiaal, —  $V$ , behoudt hare waarde, dus moet op de bovenplaat, de hoeveelheid  $P'$ , die deze potentiaal vernietigt, achterblijven, terwijl  $P$  wordt weggevoerd.

De resultaten der proeven van Gaugain bevestigen, met meer naauwkeurigheid dan men verwachtte, bovenstaande beschouwing <sup>1)</sup>.

De kortstondige lading en ontlading werden verkregen, hetzij door kort aantikken met den geladen draad, of met den, naar den grond afgevoerden; hetzij door tusschenkomst van het vroeger beschreven toestelletje (zie bladz. 72).

Gaf men aan de bovenplaat eene kortstondige lading, en werd de condensator onmiddellijk daarna ontladen,

1) Ann. de Ch. et Ph. 4<sup>e</sup> S. II, 315.

zoo bleef er geen spoor van electriciteit achter. Dit bewijst, dat de middenstof nog geen blijvenden invloed heeft gehad.

Vervolgens werd de condensator gedurende het korte tijddeel geladen, en de lading op de gewone wijze met den ontladings-electroscoop gemeten. Daarop werd gedurende eenige minuten geladen en de lading weder gemeten.

Toen men na eenigen tijd aannemen kon, dat de electriciteiten in de gebruikte schijf in evenwigt waren, werd weder gedurende een zelfde aantal minuten lading gegeven, de condensator terstond daarna ontladen, en de nog achtergebleven lading gemeten. Het verschil van deze laatste met de overeenkomstige, vooraf gemeten, geheele lading, bleek steeds gelijk te zijn aan de vroeger gemeten kortstondige lading, gelijk wij volgens het bovenstaande verwachten moeten.

Maar ook bij onmiddellijke aanraking tusschen de bekleedplaten en de middenstof, gaat de vooraangaande redenering geheel door. Indien namelijk, zoo als gewoonlijk wel het geval zal zijn, het uitwendig geleidend vermogen zoo gering is, dat, gedurende de kortstondige ladingen en ontladingen, de invloed van de aanraking buiten rekening blijft. Voor 't geval, dat de bekleedsels regtstreeks op de middenstof lagen, hebben dan ook de proeven hetzelfde gegeven als bij afgescheiden bekleedsels.

De aanraking heeft enkel invloed op de lading na eenigen tijd, en op het in dien tijd gevormde residu. Het verschil van beiden blijft echter hetzelfde, en is de lading, welke men verkrijgt in hetzelfde korte tijddeel, waarin de ontlading bewerkstelligd wordt.

Keeren wij terug bij den condensator met afgescheiden bekleedsels tot het oogenblik, voor dat de ontlading heeft plaats gehad. Stellen wij, dat de maximum-lading is be



reikt; er is dan evenwigt in de middenstof, en de elektrische kracht in al hare inwendige punten is nul. Nu volgt eene ontlading, en de condensator wordt verder aan zich zelve overgelaten; de hoeveelheid  $P$  is verwijderd en de potentiaal in de bovenplaat op dat oogenblik nul. Doch het evenwigt is na de ontlading verbroken; de electriciteiten in de middenstof zullen zich gedeeltelijk weder naar elkander toe bewegen. Wederkeerig brengt dit eene vermindering harer potentiaal op de bovenplaat teweeg, waardoor bij opvolging een gedeelte der daar gebonden electriciteit vrij wordt (door Kohlrausch het opkomend residu genoemd); de gezamenlijke potentiaal stijgt langzamerhand.

Die stijging duurt zoolang tot dat er weder evenwigt, en de potentiaal in de geheele middenstof constant is. Het 1<sup>o</sup> residu heeft dan zijn maximum bereikt, en de verdeling der electriciteiten is als bij eene eerste maximum-lading; dus alsof de middenstof een volkomen geleider ware. Men kan nu weder eene ontlading doen volgen, en er vormt zich een 2<sup>o</sup> residu, volgens dezelfde wet als zoo even; zoo kan men voortgaan. In iederen nieuwen evenwigts-toestand heeft de verdeling der electriciteit, op de bekleedsels en op den daar tusschen geplaatsten isolator, volgens dezelfde wet plaats, alsof de isolator een volkomen geleider ware.

Door von Bezold is, in zijn vroeger aangehaald schrijven, de invloed van eene geïsoleerde, volkomen geleidende laag, geplaatst tusschen twee gelijke elektrische lagen van verschillend teeken, met toepassing van de gewone theorie, nagegaan. <sup>1)</sup> Hierbij blijkt, dat, wanneer de oorspronkelijke digtheid, in de uitwendige lagen, overal de-

1) P. A. CXIV, 411.

zelfde gesteld wordt (hetgeen bij benadering mag geschieden), de potentiaal daarop, na plaatsing der geleidende tusschenlaag, evenredig blijft aan die digtheid, en dus ook aan de hoeveelheid vrije electriciteit. Daaruit volgt, dat het gedeelte der electriciteit, wederkeerig door de influentie der geleidende middenlaag op de buitenlagen gebonden, ook evenredig is aan de potentiaal. Bij tusschenplaatsing van eene isolerende schijf stemt het verborgen residu met genoemde gebonden electriciteit overeen. In iederen evenwichts-toestand kan dus ook het verborgen residu evenredig gesteld worden aan de oorspronkelijke potentiaal.

Bij aanraking van de bekleedsels met de middenstof, ondergaat de zoo even gemaakte beschouwing eenige verandering. In dat geval zal er, hoe zwak dan ook, aanhoudend verbinding bestaan, zoo wel bij de boven- als bij de benedenplaat, met de daaraan grenzende, tegengestelde electriciteiten der middenstof. Statisch evenwigt zal dus nimmer bereikt worden. Nogtans komt men ook hier tot eene maximum-lading. Nadat deze bereikt is, ontstaat alleen verandering door de verbinding bij de aanrakingspunten, zoodat een geregelde afvoer van electriciteit plaats heeft. Houdt men daarbij de potentiaal op de bovenplaat constant, zoo zal ook in ieder punt van de middenstof, de potentiaal eene constante waarde behouden ten opzichte van den tijd. Deze zal niet, zoo als vroeger, voor alle punten dezelfde, en de maximum-lading daarom eene andere zijn.

Hetzelfde blijft van toepassing op de veranderingen, die na elke van achtereenvolgende ontladingen plaats hebben. De telkens verkregen maximum-lading zal bij aanraking der bekleedsels kleiner zijn, dan wanneer deze afgescheiden waren.



Hierom zal ook de gheele hoeveelheid van het aanvankelijk verborgen residu niet in de opkomende residu's teruggevonden worden.

Zoo zijn wij er dan toe gekomen den invloed der middenstof geheel aan hare geleidende eigenschappen (met aanvankelijke polarisatie) toe te schrijven. Wij hebben echter stilzwijgend die geleiding door de gheele inwendige massa aangenomen. Doch men zou zich kunnen afvragen, of misschien de geleiding enkel langs het oppervlak plaats heeft, wyl het bekend is, hoe in sommige gevallen de aard der oppervlakken eene belangrijke wijziging brengt in de verschijnselen.

Het onderzoek van Kohlrausch leert echter reeds, dat de hoofdresultaten niet kunnen verklaard worden uit den verschillenden aard der oppervlakken. Voornamelijk wijzigingen van de onbekte randen der door hem gebruikte Franklinsche tafel en Leidsche flesch bragten geene merkbare veranderingen in het beloop der verschijnselen teweeg.

Een onderzoek van Gaugain bevestigt daarentegen met voldoende zekerheid, dat er werkelijk geleiding door het inwendige der stof plaats heeft; althans bij gutta percha <sup>1)</sup>. Hij omgaf verschillende stukken telegraafkabel, d. i. koperdraad, omkleed met gutta percha, met drie breede banden van bladtin, eene in het midden en de beide andere op eenigen afstand daarvan, aan de einden. De koperdraad werd met eene constante electriciteitsbron, de middenste band met een ontladings-electroscoop verbonden. Op die wijze was dus een cilindrische condensator gevormd. Spoedig was de maximumlading bereikt, en de ontladingen in den electroscoop,

1) Ann. de Ch. et Ph. 4<sup>e</sup> S: II, 278.

als gevolg van de geleiding der middenstof, volgden elkander gelijkmatig op.

De snelheid dezer ontladingen werd nagegaan: 1° voor het geval, dat de uiterste banden geïsoleerd bleven; 2° voor het geval, dat zij beide werden afgeleid. Indien de geleiding voor het meereindeel langs het oppervlak plaats had, moesten natuurlijk beide gevallen een groot verschil in de snelheid der ontlading opleveren.

Bij de meeste der beproefde stukken bedroeg dit verschil zeer weinig. Het grootste gedeelte der afgevoerde electriciteit volgt dus den weg der inwendige geleiding.

Te gelijker tijd bleek echter, dat ook langs het oppervlak eene bepaalde, soms aanmerkelijke geleiding plaats had. Zij scheen vooral toe te nemen, wanneer de lading lang geduurd had. Een eenvoudig afwasschen met water deed die oppervlakkige geleiding weder zeer gering worden, welk middel ook bij andere stoffen van toepassing is. Het schijnt, dat het oppervlak, aan de lucht blootgesteld, zich allengs met eene laag stof en vuil overdekt, die haar meer hygroskopisch en daardoor ook meer geleidend maakt.

Onderstellingen van geheel verschillenden aard voeren in dezelfde gevallen, dikwerf, tot geheel dezelfde uitkomsten. Om te beslissen welke de ware is, zal men dus de toepassing ook op andere gevallen moeten uitstrekken. Met het oog hierop kwam het mij niet onbelangrijk voor, na te gaan, of de verschijnselen bij de aantrekking van electricische lichamen op isolerende stoffen, ook zijn te beschouwen als gevolgen der langzame geleiding, die wij aan die stoffen hebben toegeschreven.

Zoo als vroeger vermeld werd, heeft vooral Matteucci zich met die aantrekkingen bezig gehouden. De



voornaamste uitkomsten zijner onderzoeken werden daar medegedeeld. Tevens werd echter opgemerkt (zie bladz. 60), dat hij het geregeld toenemen der aantrekking, met den tijd, niet registreeks aantoonde.

Alleen dit laatste is mijn doel geweest met het onderzoek, dat ik thans kort wil mededeelen. Het kan geen aanspraak maken op de naauwkeurigheid, vereischt om proefondervindelijk de veranderlijkheid der aantrekking met den tijd, de grootte der aantrekking bij verschillende stoffen, of de grootte der aantrekking in 't algemeen, te leeren kennen. Een naauwkeuriger onderzoek zou zeker van groot gewigt zijn, maar tevens zeer vele voorzorgen vereischen.

De methode, volgens welke de kracht van aantrekking gemeten werd, was die van Coulomb met behulp van een torsie-draad. Het was van belang gedurende de aantrekking de lichamen onderling op denzelfden afstand te houden, dewijl eene verandering hiervan invloed heeft op de verdeeling der electriciteiten; de methode van slingeren kwam mij dus minder verkieslijk voor. De electricische werking, waarmede men te doen had, moest geruimen tijd aanhouden. Daarom vreesde ik, dat bij 't gebruik der voorhanden balans van Coulomb, welke de gewone afmetingen heeft, de wanden te veel invloed zouden hebben. Deze invloed is toch van geheel denzelfden aard als het waar te nemen verschijnsel. In plaats van den glazen cilinder werd dus genomen eene ton van zeer droog hout, ongeveer 1 el hoog en 1 el in middellijn (Fig. 5); van binnen werd zij met papier beplakt en vervolgens gevernist. Zij werd geplaatst op een voetstuk, dat met 3 stelschroeven rustte op vast ingeheide paaltjes.

Ongeveer in het middenpunt van het deksel is eene

opening, waardoor een vrij dikke metaaldraad gestoken is, met een koperen bolletje *a* van 26 streep middellijn aan het einde; dit dient als aantrekkend bolletje. De metaaldraad kon met eenige wrijving op en neer geschoven worden in een kokertje, door schellak geïsoleerd bevestigd op het deksel.

Boven een tweede rond gat in het deksel van de ton, ongeveer 0,15 el uit het middenpunt, is een houten klos *C* (zie Fig. 6), die volgens zijne as, overeenkomstig met het gat in het deksel, is uitgehold. Op het bovenvlak van dien klos is een vlak, glad, koperen plaatje met schroeven bevestigd, dat in het midden een hollen, cilindervormigen tap heeft. Hierom kan zuiver draaijen een getand koperen raadje *d* van grootere middellijn, waarop eene schroef zonder eind werkt. Op zijn bovenvlak heeft het getande raadje twee metalen veertjes, die boven het middenpunt tegen elkander drukken om den torsie-draad, die door de uithollingen gaat, vast te houden. Op het getande raadje is een spiegeltje *m* verticaal geplaatst, met het achtervlak door het middenpunt.

Aan de schroef zonder eind is een krukje met vrij langen steel bevestigd, zoodat men op eenigen afstand de torsie kan regelen. Deze wordt waargenomen door een kijker *K*, met kruisdraad, te rigten op het spiegeltje *m*. Hij is zoodanig geplaatst, dat men in het spiegeltje het beeld ziet van eene verdeelstreep op het binnenvlak van een cirkelstuk *M*, ter hoogte van het spiegeltje op het deksel van de ton bevestigd. Zoo als bekend is, is de boog, die de verplaatsing aangeeft, het dubbel van den hoek, dien het spiegeltje doorloopt.

De torsie-draad is van platina en ongeveer 1.2 el lang. Daaraan hangt, ter halve hoogte van de ton, een schellakstangetje, lang 3 palm, en om het zoo ligt mogelijk



te maken, van den vorm als in de figuur is aangeduid. Aan het eene uiteinde is het te onderzoeken bolletje *b* met een weinig was bevestigd; aan het andere is een stearine bolletje *e*, tot tegenwigt, bevestigd. Daaraan is op de buitenzijde een spiegeltje, nagenoeg loodregt op het schellakstangetje, bij *s* vastgesmolten.

Dit spiegeltje dient, om zich gedurende de waarneming van den vasten stand van het stangetje te overtuigen en het oogenblik waar te nemen, waarin het door de aangebragte torsie in beweging komt. Een kijker *L*, met kruisdraad, is daarop gerigt, waartoe een gat *k*, gesloten met dubbel vensterglas, in den wand der ton is gemaakt; daar achter is een verticale draad gespannen.<sup>1)</sup>

Het beeld van dezen draad ziet men in het spiegeltje *s*, en zoodra dit zich verplaatst, beweegt zich dus het beeld. Genoemde draad ontvangt aan de binnenzijde zijn licht door een aan *k* overeenkomstig venstertje *l*, in den tegenovergestelden wand der ton.

Twee paardeharen draden *h* en *i* zijn verticaal in de ton gespannen, ter weerszijden van het schellakstangetje. De eene is zoo gesteld, dat het schellakstangetje hem aanraakt, wanneer het te onderzoeken bolletje zich op den bepaalden afstand van het metalen bevindt. Hij belet dus de verdere beweging van dat bolletje naar het elektrische. De tweede draad dient enkel om te grootte slingeringen van het stangetje te voorkomen.

Daags te voren werd op den bodem der ton een bak met chloorcalcium geplaatst.

Tot electriciteitsbron werd gebruikt eene Leidsche flesch, die met den vroeger beschreven goudblad-elec-

---

1) Deze draad is in de figuur niet zichtbaar.

trometer in verband stond. Hierdoor kon de spanning op dezelfde hoogte worden gehouden.

Het onderzoek had op de volgende wijze plaats. Terwijl de koperen bol nog niet electrisch was, en het schellakstangetje, door eenige torsie, tegen den draad *h* steunde, werd de kijker *L* zoo gesteld, dat het beeld van den draad, achter het venstertje *k* gespannen, met den verticalen kruisdraad overeenstemde.

Men begon zeer langzaam en zoo regelmatig mogelijk, met den houten steel, het spiegeltje *m* terug te draaijen, tot dat men in den kijker *L* waarnam, dat het stangetje den draad *h* losliet. In dezen stand van den spiegel *m* kon men dus aannemen, dat de torsie evenwigt maakte met de geringe adhaesie en kleving van het schellakstangetje tegen dien draad. Met den kijker *K* werd die stand afgelezen, en daarna het spiegeltje *m*, ongeveer  $10^\circ$ , teruggedraaid. Dit geschiedde om zeker te zijn, dat het stangetje, na in rust te zijn gekomen, tegen den draad *h* zou steunen. Deze bewerking werd drie à viermaal herhaald, en het gemiddelde der aflezingen genomen. Was daarna het spiegeltje *m* weder in zijn bepaalden stand teruggedraaid en het stangetje tot rust gekomen, zoo werd de metaaldraad, waaraan het koperen bolletje bevestigd was, met de Leidsche flesch in verband gebracht, en het oogenblik, waarop dit plaats had, opgeteekend. Het spiegeltje *m* werd op nieuw langzaam en regelmatig rondgedraaid, tot dat men in den kijker *L* bespeurde, dat het stangetje losraakte van den draad *h*. Dit oogenblik werd ook opgeteekend; hierdoor was bekend, hoelang die eerste aantrekking (gewoonlijk ongeveer 4 min.) geduurd had. De stand van het spiegeltje *m* werd met den kijker *K* nagegaan. Het verschil van die aflezing met het vroeger gevonden gemiddelde,



gaf het dubbel aan van de torsie, die evenwigt maakt met de aantrekking. Nogmaals werd het spiegeltje *m* tot den bepaalden stand teruggedraaid en gewacht, tot dat het stangetje tot rust kwam, waartoe gewoonlijk 10 à 15 minuten verliepen; gedurende dien tijd werd het verband tusschen het koperen bolletje en de Leidsche flesch opgeheven. Nadat de rust bereikt was, werd het verband hersteld en tevens de tijd opgeteekend. Hierop geschiedde eene nieuwe waarneming, die men echter zoo regelde, dat de aantrekking eenigen tijd langer duurde.

Eene reeks van proeven met verschillende stoffen toonde zonder twijfel aan, dat zelfs na geruimen tijd de aantrekking nog toenam. Enkele uitkomsten wil ik hier mededeelen.

De spanning gaf eene afwijking aan de goudblaadjes in den electrometer van ongeveer  $15^\circ$  uit den verticalen stand.

De bolletjes der gebruikte stoffen hadden gemiddeld een diameter van 2.4 duim.

De afstand der dichtst bij elkander gelegen punten van het electrische en van de te onderzoeken bolletjes bedroeg 1 à 2 duim; doch hij kan voor de onderscheidene stoffen zeer verschillend zijn geweest.

De aantrekking is door den torsiehoek aangegeven.

10 JULIJ.

*Stearine.*

Aantrekking van	11 <sup>u</sup> 52 <sup>m</sup>	tot	11 <sup>u</sup> 56 <sup>m</sup>	7° 10'
»	» 12 <sup>u</sup> 10 <sup>½m</sup>	»	12 <sup>u</sup> 24 <sup>m</sup>	16° 20'
»	» 12 <sup>u</sup> 52 <sup>m</sup>	»	1 <sup>u</sup> 37 <sup>m</sup>	26° 15'

## 11 JULIJ.

*Was.*

Aantrekking van	11 <sup>u</sup> 21 <sup>½m</sup>	tot	11 <sup>u</sup> 30 <sup>½m</sup>	24° 39'
»	» 11 <sup>u</sup> 43 <sup>m</sup>	»	11 <sup>u</sup> 52 <sup>m</sup>	25° 9'
»	» 12 <sup>u</sup> 13 <sup>m</sup>	»	12 <sup>u</sup> 54 <sup>m</sup>	35° 59'

## 12 JULIJ.

*Schellak.*

Aantrekking van	11 <sup>u</sup> 18 <sup>m</sup>	tot	11 <sup>u</sup> 23 <sup>m</sup>	15° 5'
»	» 11 <sup>u</sup> 31 <sup>m</sup>	»	11 <sup>u</sup> 51 <sup>½m</sup>	16° 40'
»	» 12 <sup>u</sup> 12 <sup>m</sup>	»	12 <sup>u</sup> 56 <sup>½m</sup>	27° 5'
»	» 1 <sup>u</sup> 21 <sup>m</sup>	»	1 <sup>u</sup> 57 <sup>m</sup>	37° 35'

## 13 JULIJ.

*Spermaceti.*

Aantrekking van	11 <sup>u</sup> 43 <sup>m</sup>	tot	11 <sup>u</sup> 50 <sup>m</sup>	21° 10'
»	» 12 <sup>u</sup> 6 <sup>m</sup>	»	12 <sup>u</sup> 20 <sup>m</sup>	27° 20'
»	» 12 <sup>u</sup> 40 <sup>m</sup>	»	1 <sup>u</sup> 23 <sup>m</sup>	35° 35'





Voegen wij de verkregen uitkomsten in 't kort bij een, zoo kunnen wij ons den invloed der isolerende stoffen, bij de condensator, op de volgende wijze voorstellen: 1)

1°. De wetten van aantrekking en afstooting, die tot grondbeginsel dienen voor de mathematische theorie, zijn ook op de zoogenaamde isolerende stoffen van toepassing.

2°. De invloed der stoffen bij den condensator is geheel toe te schrijven aan twee eigenschappen: het *in-* en het *uitwendig geleidend vermogen*.

3°. Het *inwendig geleidend vermogen* bestaat in het toelaten van de zeer langzame verplaatsing der electriciteiten, die bij de nadering van een electricisch ligchaam, in ieder punt eener isolerende stof worden opgewekt. De verplaatsing van electriciteit duurt voort, tot dat de electricische kracht nul is, en dus de potentiaal in alle punten eene zelfde waarde heeft 2).

4°. Is het *uitwendig geleidend vermogen* buiten invloed, zoo als men bij afgescheiden bekleedsels mag

---

1) Wij onderstellen hierbij, dat de gewone wijze van laden plaats heeft, en dus een der bekleedsels is afgeleid.

2) Wil men hier nog verder gaan, zoo kan men, met Faraday, de eerste ontbinding in de beide electriciteiten tot de kleinste deeltjes bepalen. De geleiding bestaat dan in de ontladingen tuschen die deeltjes. De grootte van het geleidend vermogen hangt af van den weerstand, dien genoemde ontladingen ondervinden. (Exp. Res. § 1320 a 1326).

aannemen, zoo heeft er, in den condensator, van het begin der lading af, eene langzame beweging plaats van negatieve electriciteit naar het positieve, en van positieve electriciteit naar het negatieve bekleedsel. Wordt de potentiaal op het niet afgeleide bekleedsel constant gehouden, zoo heeft dit eene vermeerdering van de aldaar aanwezige hoeveelheid electriciteit ten gevolge. Blijft daarentegen die hoeveelheid standvastig, zoo vermindert aldaar de gezamenlijke potentiaal.

Is de evenwichts-toestand eenmaal bereikt, zoo is die geheel dezelfde, alsof de isolator een volkomen geleider ware. De maximum-lading bij constante potentiaal, of de waarde der potentiaal bij constante lading, is dus gelijk aan de waarde, die zij verkrijgt, wanneer men den isolator vervangt door een volkomen geleider (Bladz. 77.)

5°. Het *uitwendig geleidend vermogen* wordt bepaald door den weerstand, dien de electriciteit ondervindt, bij den overgang van de eene middenstof in de andere, en hier meer bepaaldelijk bij den overgang van een metaal op een aangrenzenden isolator.

Hoe gering dan ook, vormt dat geleidend vermogen eene aanhoudende verbinding tusschen de electriciteiten der bekleedsels en de daarheen bewogen, tegengestelde electriciteiten des isolators. Een evenwichts-toestand wordt niet bereikt; doch bij constanten toestand van de potentiaal op de bekleedsels, is de maximum-lading daar, op 't oogenblik, dat de digtheid, in ieder punt van den isolator, en dus ook de potentiaal eene bepaalde waarde aangenomen heeft. De dynamische evenwichts-toestand, die in dat geval ontstaat, wordt geregeld door de verhouding tusschen het in- en uitwendig geleidend vermogen.

6°. Door eene kortstondige ontlading, waarbij de potentiaal plotseling tot nul gebragt wordt, ondergaat de ver-



kregen toestand van maximum-lading eene wijziging, en er ontstaat eene plotselinge verandering van de beweging der electriciteiten, in den isolator. In alle gevallen was de potentiaal dezer laatste, in verband met die der electriciteit op de benedenplaat, niet nul op het bovenbekselsel. Alle electriciteit aldaar zal dus niet aan de ontlading deelnemen, een gedeelte blijft achter.

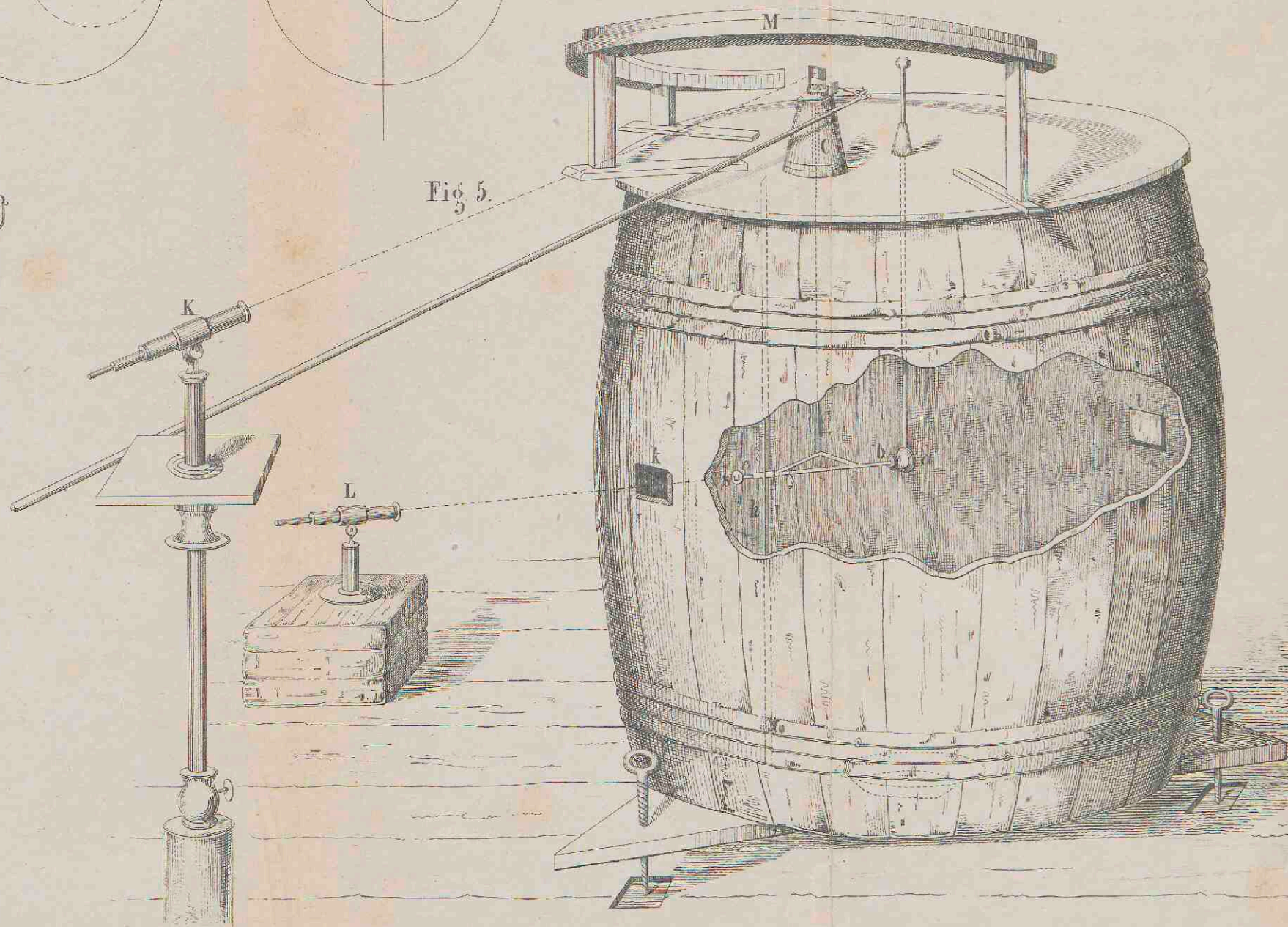
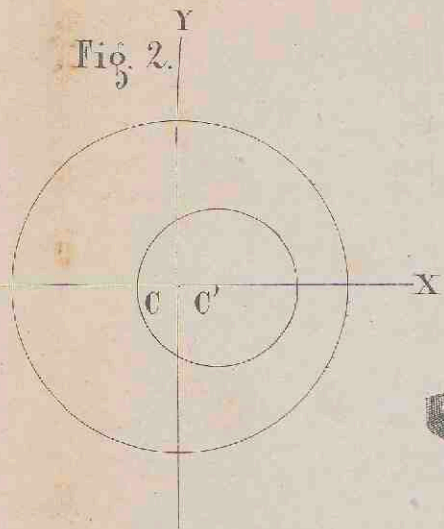
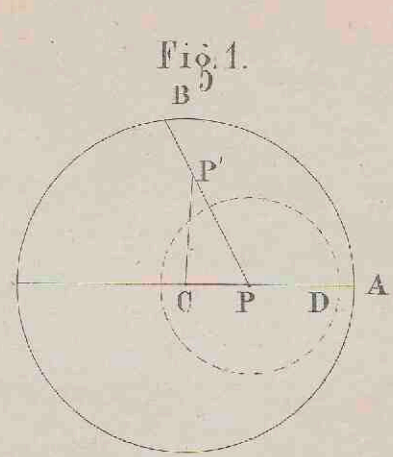
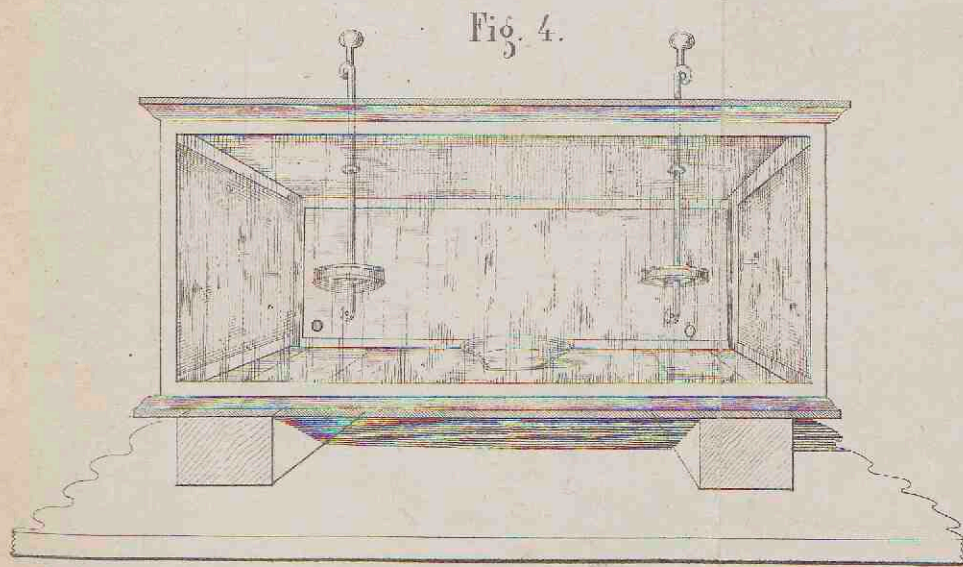
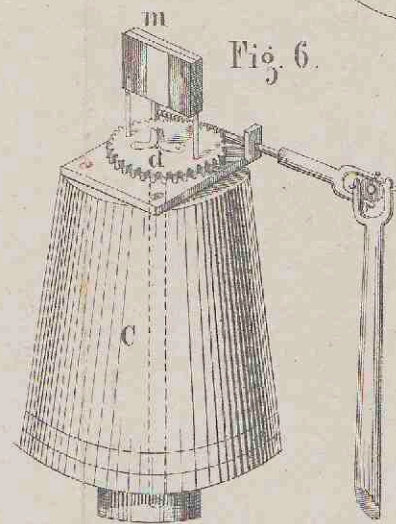
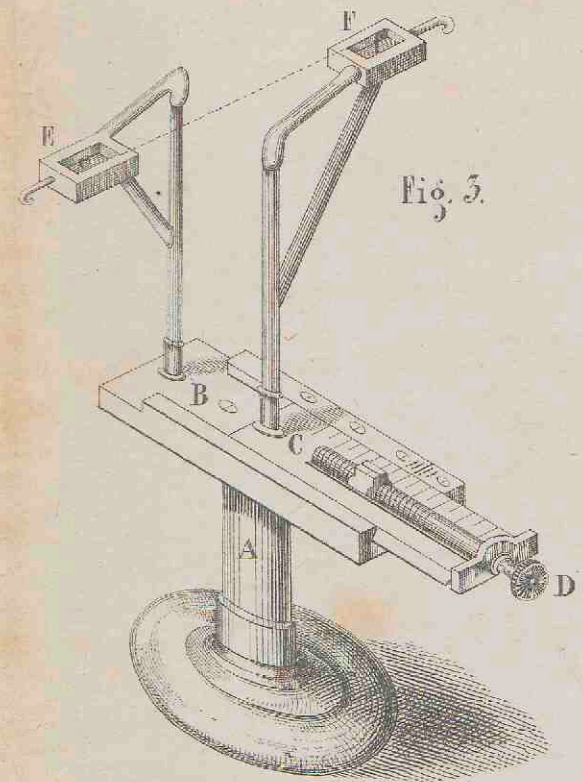
Door de terugkeerende beweging der electriciteiten in den isolator vermindert haar potentiaal op het bovenbekselsel, waardoor aldaar weder electriciteit vrij wordt. Deze vormt het *residu*.

7°. Bij de meest gebruikelijke isolerende stoffen schijnt het *inwendig geleidend vermogen* vrij aanmerkelijk te zijn, daar de maximum-lading reeds na eenige uren verkregen wordt.

8°. Bij dezelfde stoffen moet het *uitwendig geleidend vermogen* al zeer gering zijn. Vooreerst wijl een condensator zoo langen tijd zijne lading kan behouden (bladz. 102). Daarenboven, wijl het verschil tusschen de geheele lading en de electriciteit, die bij eene eerste ontlading weggevoerd wordt, grootendeels terug gevonden wordt in de residu's (bladz. 67).









## STELLINGEN.



### I.

Teregt zegt Poinsoot (Rotation des Corps p. 63):

»Le calcul n'est qu'un instrument, précieux et nécessaire sans doute, parcequ'il assure et facilite notre marche; mais qui n'a, par lui-même, aucune vertu propre; qui ne dirige point l'esprit, mais que l'esprit doit diriger comme tout autre instrument.»

### II.

Het is wenschelijk in de electriciteits-leer de benaming van *spanning* enkel aan te wenden voor het begrip *potentiaal*.

### III.

Volkomene isolatoren zijn ons niet bekend.

## IV.

Wij stemmen niet in met Volpicelli (C. R. LXI, p. 551):  
 Si l'analogie susindiquée (entre les phénomènes d'influence électrique et le phénomène de la conduction électro-dynamique) était vraie, les questions qui se réfèrent à l'électrostatique seraient très-simples; par suite la théorie citée de *Poisson* sur l'équilibre du fluide électrique serait complètement renversée par cette analogie.

## V.

Het is waarschijnlijk, dat er op de maan water is.

## VI.

De hypothese van Faye omtrent de natuurlijke gesteldheid der zon verdient niet de voorkeur boven die van Kirchhoff.

## VII.

Het gebruik van loodwit als verwstof is te verkiezen boven dat van zinkwit.

## VIII.

Stikstof is geen noodwendig bestanddeel van staal.

## IX.

De verklaring door Dufour gegeven van het springen van stoomketels is waarschijnlijk juist.



## X.

Jamin zegt terecht, wanneer hij spreekt over de methode van onderzoek bij generatio spontanea (*Revue des deux mondes*, 15 Nov. 1864, p. 428):

„L'hétérogénie consiste en une négation, elle ne peut invoquer que des épreuves négatives.”

## XI.

De benaming van ademhaling der planten is onjuist.

## XII.

De *Lepidosiren* is een reptiel.

## XIII.

Het melksap der planten mag niet enkel als een afscheidings-product beschouwd worden.

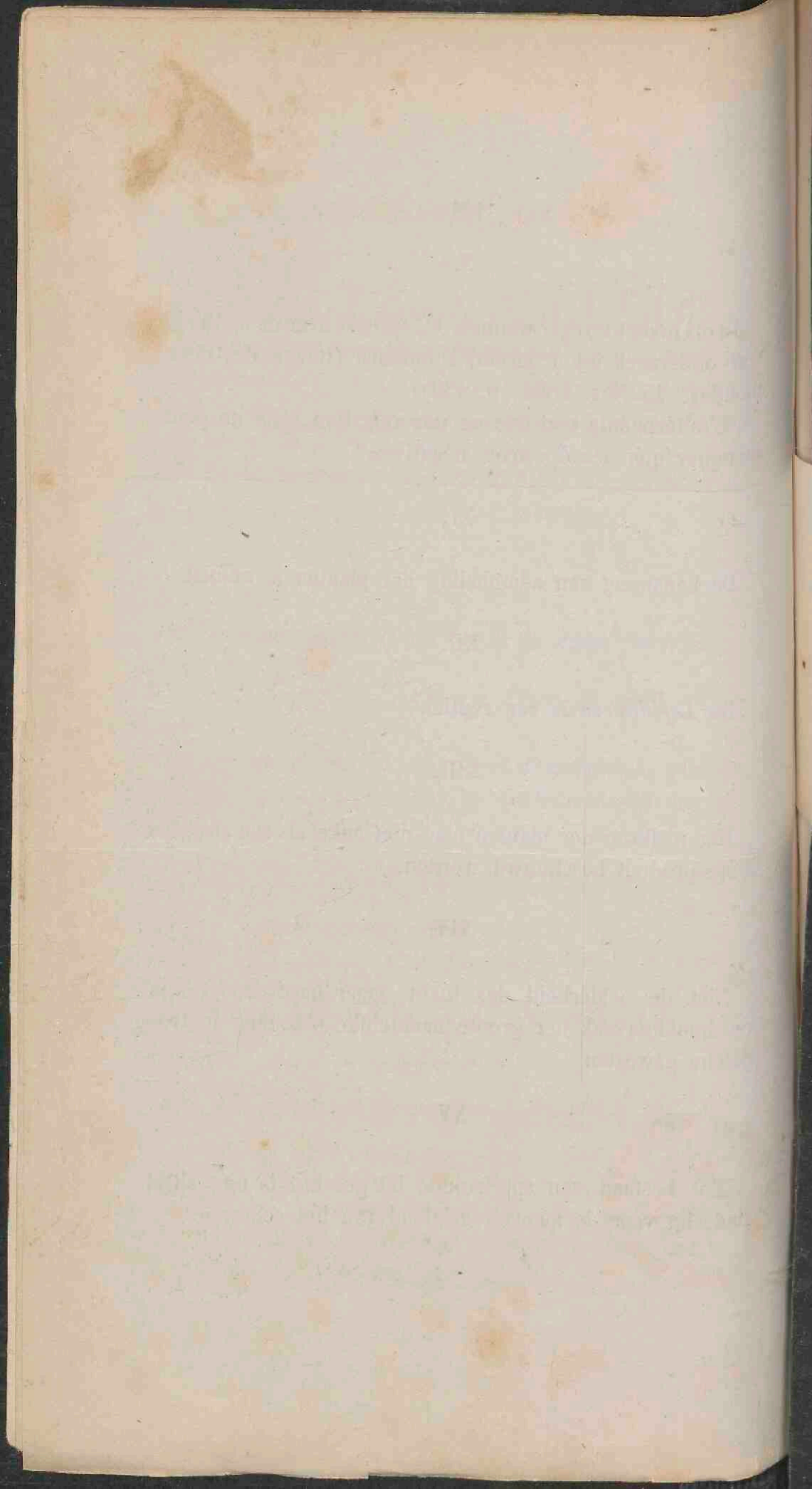
## XIV.

Niet de helderheid der lucht, maar hare droogte, is de hoofdoorzaak der groote nachtelijke afkoeling in tropische gewesten.

## XV.

Het bestaan van speelruimte bij geschut is niet altijd nadeelig voor de nauwkeurigheid van het schot.







DRUKFOUT.

Bladz. 28, regel 9 v. o. staat  $\frac{1aA}{\pi}$ , lees:  $\frac{2aA}{\pi}$  1).