



# Invloed van magneetveld, zwermen en wand op de kristaloptische eigenschappen van vloeibaar-kristallijn p-azoxyanisol

<https://hdl.handle.net/1874/294528>



INVLOED VAN MAGNEETVELD,  
ZWERMEN EN WAND OP DE  
KRISTALOPTISCHE EIGENSCHAPPEN  
VAN VLOEIBAAR-KRISTALLIJN  
p-AZOXYANISOL.

t.













INVLOED VAN MAGNEETVELD,  
ZWERMEN EN WAND OP DE  
KRISTALOPTISCHE EIGENSCHAPPEN  
VAN VLOEIBAAR-KRISTALLIJN  
p-AZOXYANISOL

PROEFSCHRIFT

INVLOED VAN MAGNEETVELD,  
ZWERMEN EN WAND OP DE  
KRISTALOPTISCHE EIGEN-  
SCHAPPEN VAN VLOEIBAAR-  
KRISTALLIJN p-AZOXYANISOL.

DEEL VAN DE PUBLIEKEDIGING VAN  
DE NEDERLANDSE INGENIEUR-EN  
ARCHITECTEN-VERENIGING  
MAKEND DE JAREN 1930,  
DEEL 10, NO. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

AMSTERDAM

DRUKKERIJ 'DE WERKMAN' ROTTERDAM

1930

WILFRIED VAN MACHREVELD,  
ZWITSEREN EN WARD OF DE  
KRISTALOPTISCHE EIGEN-  
SCHAPEN VAN FLOEIDAK-  
KRISTALLEN P-AZOXYANISOL.

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK UTRECHT  
  
3969 3878



1

INVLOED VAN MAGNEETVELD,  
ZWERMEN EN WAND OP DE  
KRISTALOPTISCHE EIGENSCHAPPEN  
VAN VLOEIBAAR-KRISTALLIJN  
p-AZOXYANISOL.

---

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN  
DOCTOR IN DE WIS- EN NATUURKUNDE  
AAN DE RIJKS-UNIVERSITEIT TE UTRECHT,  
OP GEZAG VAN DEN RECTOR-MAGNIFICUS  
DR. H. TH. OBBINK, HOOGLEERAAR IN DE  
FACULTEIT DER GODGELEERDHEID,  
VOLGENS BESLUIT VAN DEN SENAAAT  
DER UNIVERSITEIT TEGEN DE BEDEN-  
KINGEN VAN DE FACULTEIT DER WIS-  
EN NATUURKUNDE TE VERDEDIGEN OP  
MAANDAG 28 JANUARI 1929,  
DES NAMIDDAGS TE 3 UUR,

DOOR

AART VAN WIJK  
GEBOREN TE UTRECHT.

---

Dukkerij G. J. Willemse, Domplein 11, - Utrecht

BIBLIOTHEEK DER  
RIJKSUNIVERSITEIT  
UTRECHT





Uw naam is bij het volken van dit land  
bekend en hartelijk dank aan de Heeren van  
Leden in de Staten der Nid. en Nid.landen in  
Utrecht, die door hun colleges en ambtenaren het meest  
vriendschappelijk verstand hebben betoond.

In het bijzonder bij het mij verlenen d. Heeren  
Johannes Dierckx, Heeren van der Meer, en in deze  
vriendelijkheid is mijne dank aan U, dat U mij  
gevecht, en naar ik hoop met mijne vrienden, die  
wonen in den Vreemden. U heb mij met de gunst van  
groter waarde, mijne vrienden, U heb geen  
vrienden, dat zeer vriendelijk, en U heb  
het verstand hebben onder mij. U heb  
Leden, heb mij, en dank aan U, van die  
vriendelijkheid heb ik verstand hebben  
vriendelijkheid met een vriendelijkheid  
vriendelijkheid, dat de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die

U heb de vrienden van die vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die

U heb de vrienden van die vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die

U heb de vrienden van die vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die  
vriendelijkheid, die de vrienden van die

Aan mijn Ouders.  
Aan mijn Vrouw.



Gaarne betuig ik bij het voltooien van dit proefschrift mijn hartelijken dank aan de Hoogleeraren en Lectoren in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde te Utrecht, die door hun colleges en anderszins tot mijn wetenschappelijke vorming hebben bijgedragen.

In het bijzonder zij het mij vergund U, Hooggeleerde Ornstein, Hooggeachte Promotor, mijn diepe erkentelijkheid te betuigen voor wat Gij voor mij zijt geweest, en naar ik hoop zult willen blijven, een Leermeester en een Vriend. U zult mij wel dit min of meer gemeenzame woord willen vergeven; ik kan geen ander vinden, dat beter uitdrukt, wat Gij steeds voor allen, die het voorrecht hadden nader met U in aanraking te komen, hebt willen en kunnen zijn. Van Uw onvermoeide wetenschappelijke leiding en voortdurende vriendelijke belangstelling gaat een zoodanige drijfkracht uit, dat ik overtuigd ben, dat de omstandigheid, dat ik als assistent jaren lang in Uw onmiddellijke omgeving heb mogen werken, voor mij van de allergrootste waarde is.

Voor de vele steun en belangstelling van U onderzonden bij de bewerking van dit proefschrift, ben ik U nog bijzonderen dank verschuldigd. De vele uren van Uw kostbaren tijd, die ik met U in Uw studeerkamer heb mogen doorbrengen zullen mij steeds in herinnering blijven.

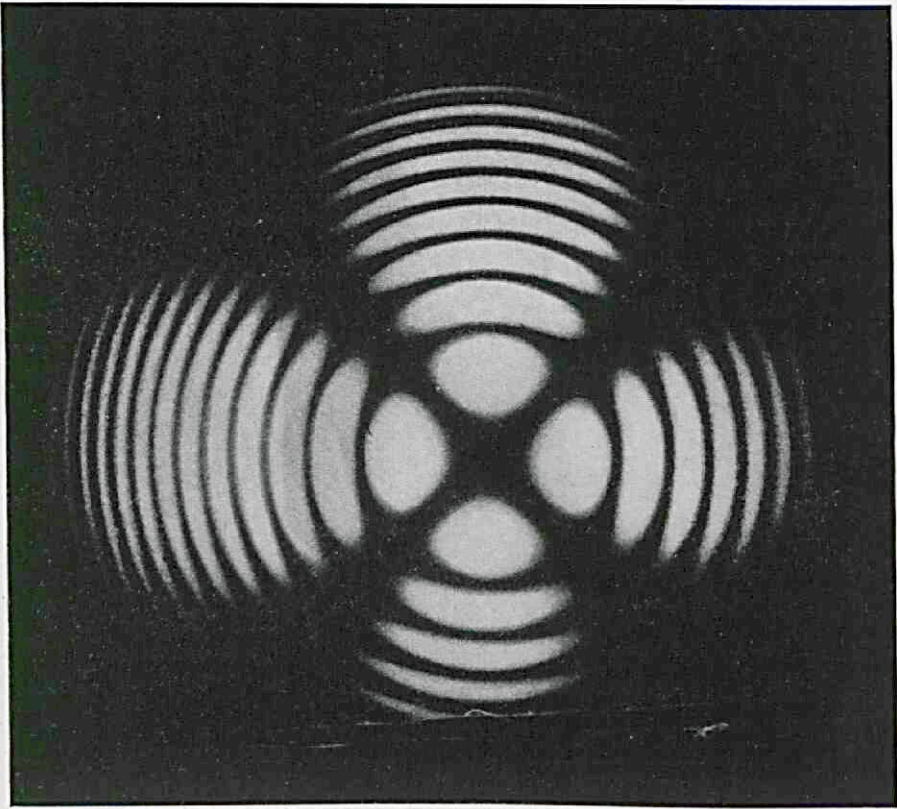
Aan mijn oud-collega's, assistenten in de Natuurkunde, breng ik mijn hartelijken dank voor de aangename samenwerking.

U, waarde Engers en Custers dank ik voor de onvermoeide hulp, die ik van U heb gehad bij het verrichten van vele der in deze dissertatie gebruikte metingen.

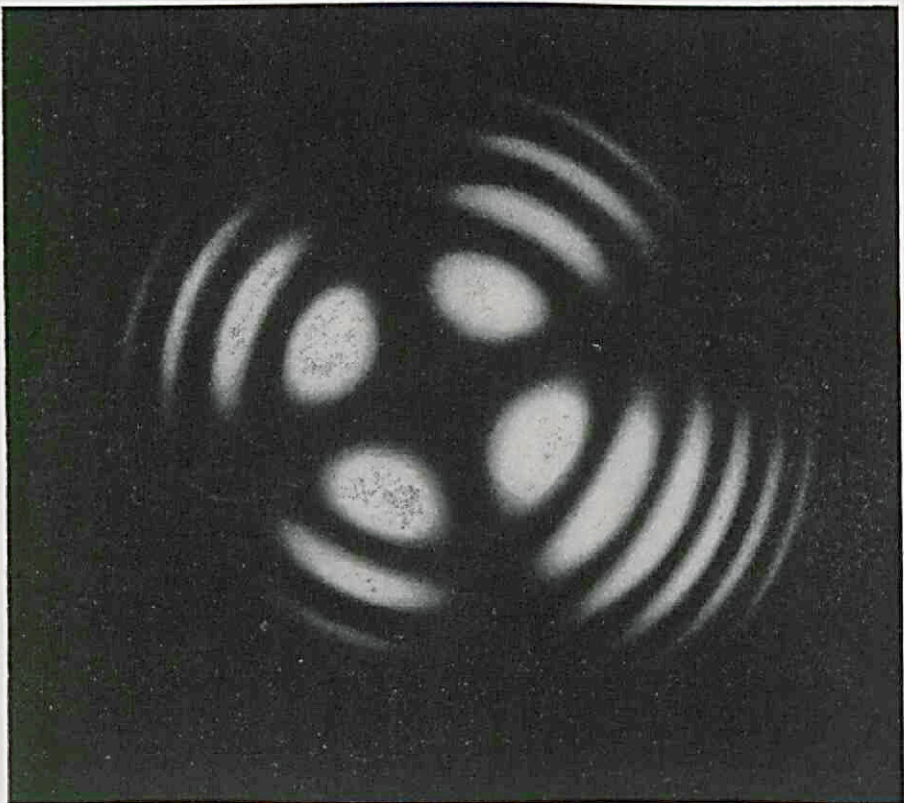








Plaat 1.



Plaat 2.

## INHOUD.

---

	pag.
Inleiding . . . . .	11
Hoofdstuk I. . . . .	14
Hoofdstuk II. Beschrijving van de opstelling. . . . .	17
Hoofdstuk III. Waarnemingen betreffende het gedrag van de assenfiguur . . . . .	20
Hoofdstuk IV. Theoretische verklaring van het gedrag van de assenfiguur . . . . .	25
Berekening . . . . .	29
Discussie van de gevonden formule . . . . .	33
Toepassing van de formule. . . . .	35
Verdere vergelijking van theorie en ex- periment . . . . .	37
Hoofdstuk V. . . . .	43
Bepaling van de dubbelbreking . . . . .	43
Bepaling van de brekingsindices . . . . .	50
Hoofdstuk VI. Bepaling van de dikte van de randlaag uit de waarnemingen . . . . .	54
Hoofdstuk VII. Theoretische beschouwingen over het verband tusschen optische dikte van de randlaag en de veldsterkte . . . . .	58
Hoofdstuk VIII. Metingen van het doorlatingsvermogen . . . . .	69
In parallel veld . . . . .	70
In normaal veld . . . . .	72
Zusammenfassung . . . . .	77

---





## INLEIDING.

Volgens de tegenwoordige opvattingen bestaat een vloeibaar-kristallijn preparaat van de soort waarvan p-azoxyanisol in het temperatuurgebied van 116—133° C. een vertegenwoordiger is, uit zwermen van langgestrekte optisch anisotrope moleculen. Men neemt aan, dat de moleculen in zulk een zwerm parallel liggen, en vrij stevig onderling gebonden zijn, echter zonder dat roosterstructuur optreedt. Door den aard van hun structuur kan men aan deze zwermen een asrichting toekennen. In het algemeen hebben de verschillende zwerven van 'n preparaat asrichtingen, die naar het toeval verdeeld zijn. Dat wezenlijk een vrij groot aantal moleculen als het ware tot een geheel vereenigd is, volgt zeer overtuigend uit de verklaring, die door Ornstein <sup>2)</sup> gegeven is van een reeks waarnemingen van Kast <sup>3)</sup> betreffende de diëlectrische constante van een vloeibaar-kristallijn preparaat van p-azoxyanisol in afhankelijkheid van de sterkte van een aangelegd magneetveld. Aannemende, dat het vloeibaar kristal bestaat uit deeltjes, die een magnetisch moment bezitten, en die zich dientengevolge in een magneetveld trachten in te stellen, wat door de warmtebeweging wordt tegengegaan, leidt Ornstein <sup>2)</sup> een formule af, die het verband aangeeft tusschen (schijnbare) diëlectrische constante en magneetveldsterkte, welke voortreffelijk met de door Kast <sup>3)</sup> gevonden afhankelijkheid overeenstemt wanneer voor het magnetisch moment van de deeltjes aangenomen wordt:

$$\mu = 9,43 \cdot 10^{-17}, \text{ dit is ca. } 10^4 \text{ Bohrsche magnetonen}$$

Latere experimenten geven zelfs nog grootere waarden van  $\mu$

Uit de grootte van het gevonden moment volgt, dat een groot aantal moleculen zich heeft moeten vereenigen tot zoo'n zich als eenheid gedragend deeltje.

<sup>1)</sup> Vorländer toonde aan, dat slechts stoffen met typisch langgestrekte moleculen in een vloeibaar-kristallijnen toestand voorkomen.

<sup>2)</sup> L. S. Ornstein, Ann. d. Physik Bd. 74, 445 (1924).

<sup>3)</sup> W. Kast, Ann. d. Physik Bd. 73, 145 (1923).



Hebben zich door een of andere oorzaak (b.v. door aanleggen van een magneetveld onder de juiste omstandigheden) alle zwermen in een met een vloeibaar-kristallijn preparaat gevuld cuvet met hun as evenwijdig gesteld, dan blijkt dit, kristaloptisch gesproken, zich voor te doen als een kristalplaatje van een positief, éénassig kristal. Het ligt dus voor de hand aan te nemen dat de zwermen kristaloptisch equivalent zijn met kleine blokjes van zoo'n kristal. Door Riwlin <sup>1)</sup> is bewezen, dat de lichtverstrooiing, die in een ongericht vloeibaar-kristallijn preparaat plaats vindt met deze opvatting in overeenstemming is, door aan te toonen, dat voldaan wordt aan een vergelijking, door Ornstein en Zernike <sup>2)</sup> afgeleid voor verstrooiing veroorzaakt door toevallige gradiënten in de brekingsindex.

Wanneer, zooals kan geschieden door het aanleggen van een geleidelijk sterker wordend magneetveld, de zwermen meer en meer gericht worden, zal gelijktijdig hiermee de lichtverstrooiing afnemen, doordat gemiddeld de door de lichtstralen doorloopen gradiënten in de brekingsindices, bij overgang van de eene zwerm in de volgende, verminderen. Door Moll en Ornstein <sup>3)</sup> is dit effect bestudeerd door bij verschillende magneetveldsterkten te meten, het doorlatingsvermogen van een cuvet met p-azoxyanisol, voor de totale straling van een Nernstbrander; daar de straling met een thermoziil gemeten werd, hebben hun waarnemingen hoofdzakelijk op ultrarode straling betrekking. Duidelijk volgt uit deze onderzoekingen, dat niet slechts het magneetveld, doch ook de glaswand van het gebruikte cuvet een richtende werking op de zwermen uitoefent. Ook door Mauguin <sup>4)</sup> is dit door zeer fraaie experimenten, waarover verder onder nog gesproken zal worden, aangetoond. Waar uit proeven van Mauguin blijkt, dat de as van isotropie van de zwermen zich parallel aan het magneetveld tracht te richten, volgt uit de hierboven geciteerde waarnemingen van Moll en Ornstein, dat de wand deze as evenwijdig aan het glasoppervlak tracht te stellen.

<sup>1)</sup> R. Riwlin, Dissert. Utrecht 1923.

<sup>2)</sup> L. S. Ornstein en F. Zernike, Verslag Kon. Akad. van Wetensch. A'dam XXV, 1478 (1917).

<sup>3)</sup> W. J. H. Moll en L. S. Ornstein Versl. K. A. v. W. XXV, 682 (1916), XXV, 1112 (1917).

<sup>4)</sup> Ch. Mauguin, Phys. Zts. XII, 1011 (1911).



Vcorts kon ook mej. Riwlin <sup>1)</sup> uit haar waarnemingen het bestaan van een richtende werking van de glaswand aantonen, en zelfs een schatting geven van de dikte van de daardoor aan de wand adhaereerende gerichte laag. Een zeer interessant experiment in dit verband is nog het volgende, door Moll en Ornstein <sup>2)</sup> uitgevoerde.

Een dun zilverblikje, waaraan voor temperatuurmeting twee draden van verschillend materiaal gesoldeerd zijn, zoodat een thermoëlement gevormd wordt, is geplaatst in een cuvet met p-azoxyanisol. Wordt nu een magneetveld aangelegd evenwijdig aan dit blikje, dan blijft de galvanometer, waaraan de draden verbonden zijn, in rust, zet men evenwel een magneetveld aan loodrecht op het blikje, dan geeft de galvanometer een uitslag, en wel één, die correspondeert met een verwarming; uitschakelen van het magneetveld geeft een overeenkomstige afkoeling. Ook hier is weer een bewijs te zien van de aanwezigheid van een geadsorbeerde, evenwijdig aan het blikje gerichte laag, welke door het loodrecht op het blikje staande magneetveld gedeformeerd wordt; de bij dit adiabatische proces vrijkomende warmte wordt door het thermoëlement aangegeven.

Eindelijk is ook door Kast <sup>3)</sup> bij zijn latere experimenten de richtende werking van de wand globaal in rekening gebracht.

In deze dissertatie zal een nieuw effect besproken worden, waargenomen aan vloeibaar-kristallijn p-azoxyanisol in een magneetveld, dat zijn verklaring in genoemde richtende werking van de glaswand vindt.

---

<sup>1)</sup> R. Riwlin, l.c.

<sup>2)</sup> W. J. H. Moll en L. S. Ornstein, Versl. K. A. v. W. Amst., XXVI, 1443 (1918).

<sup>3)</sup> W. Kast, Ann. d. Phys. Bd. 83, 391, (1927).



## HOOFDSTUK I.

De aanleiding tot het verrichten van het te bespreken onderzoek was een onverwacht verschijnsel, optredende bij metingen, het doorlatingsvermogen van p-azoxyanisol in een magneetveld, betreffende. Deze experimenten waren bedoeld als uitbreiding van die van mej. Riwlin <sup>1)</sup>, in dien zin, dat van een in haar dissertatie optredende grootheid,  $\omega^2$ , (het middelbare kwadraat van de uitspreiding van de lichtbundel per lengte-eenheid) gezocht werd de afhankelijkheid van de magneetveldsterkte.

Gezien de doorlatingsmetingen van Moll en Ornstein <sup>2)</sup>, waarvan de hier bedoelden slechts daarin verschilden, dat door Moll en Ornstein met het totale licht van hun lamp, door ons met monochromatisch licht gewerkt werd, zou men verwachten, dat het doorlatingsvermogen bij toenemende magneetveldsterkte geleidelijk toe zou nemen. Bij de experimenten bleek echter, dat wanneer de magnetische krachtlijnen loodrecht op de cuvetwanden verliepen, dit niet het geval was, maar dat de kromme, het verband aangevende tusschen doorlating en veldsterkte, enkele maxima en minima vertoonde. Nadat dit resultaat met begrijpelijk wantrouwen bejegend was, en herhaalde mislukte pogingen waren aangewend om een oorzaak van fouten te vinden, die hiervoor verantwoordelijk gesteld kon worden, schoot er tenslotte, niet dan nadat de geheele opstelling gesloopt en met andere onderdeelen en hulpmiddelen weer opgebouwd was, niets anders over dan het te accepteren.

Aangenomen moest dus worden, dat bij toenemende magneetveldsterkte niet zonder meer een toenemende orde in de, bij veldsterkte nul regelloos dooreenliggende, zwermen gebracht wordt, doch dat bij bepaalde veldsterkten de orde weer verstoord wordt, tenminste als het wezen van de verklaring door mej. Riwlin gegeven van de lichtverstrooïing door een vloeibaar kristallijn preparaat behouden wil worden.

Dat het hier echter geen zuiver effect van het magneetveld op 't preparaat betrof, bleek uit het feit, dat geen maxima in de doorlatingskrommen optraden, zoodra het magneetveld evenwijdig aan

<sup>1)</sup> R. Riwlin, Dissertatie, Utrecht 1923.

<sup>2)</sup> J. W. H. Moll en L. S. Ornstein, l. c. pag. 12.



de cuvetwanden liep. Gezien het in de inleiding besprokene, lag het niet verre te onderstellen, dat de oorzaak in de richtende werking van de cuvetwanden gezocht moest worden, welke, in het geval van het loodrecht op de glaswanden staande magneetveld, dit laatste tegenwerkt, terwijl zij met het evenwijdige veld samenwerkt. <sup>1)</sup> Men kan zich voorstellen dat er een gerichte randlaag is, die door een voldoende sterk tegenwerkend magneetveld gedraaid moet worden. Bij dit draaien (d.w.z. bij een zoodanige magneetveldsterkte, dat de richtende werking van veld en wand elkaar zoo ongeveer in evenwicht houden) zou de orde verminderen, om later, bij hoogere veldsterkte weer toe te nemen. Om op een dergelijke wijze meerdere inzinkingen in de doorlatingskromme te verklaren zou men aan moeten nemen, dat de randlaag niet ineens in zijn geheel, doch laag voor laag wordt omgeklapt.

Om na te gaan of in deze werkhypothese eenige waarheid school, werd uitgezien naar een methode, geschikt om meer direct iets van de gerichtheid van de zwermen waar te nemen.

Voor dit doel bruikbaar scheen de bestudeering van een onderinwerking van een normaal <sup>2)</sup> magneetveld staand cuvet, gevuld met het preparaat, in convergent, lineair gepolariseerd licht, in een opstelling, geschikt om van een kristalplaatje, in de plaats van het cuvet gesteld, de assenfiguur waar te nemen. Immers, bij volkomen gerichtheid van de zwermen, gedraagt zich zulk een cuvet als een kristalplaatje, en vertoont het dus evenals dit een assenfiguur (Mauguin <sup>3)</sup>). Bij minder volledige ordening, waarbij verstrooiing van het doorgevallen licht gaat plaats vinden, zal deze assenfiguur afwezig zijn, of indien de afwijking van ideale gerichtheid niet groot is, tenminste vervaagd zijn.

Verwacht werd dus, dat uit een studie van de scherpte van de assenfiguur als functie van de magneetveldsterkte, conclusies getrokken zouden kunnen worden betreffende de mate van gerichtheid van het preparaat, en dat hieruit voorspellingen zouden zijn te doen omtrent de verstrooiing.

<sup>1)</sup> Zie pag. 12.

<sup>2)</sup> Wanneer gesproken wordt van een normaal magneetveld wordt hier bedoeld een veld, waarvan de krachtlijnen loodrecht op de cuvetwanden verlopen. Analoog wordt gesproken van een parallel veld als de krachtlijnen evenwijdig aan het oppervlak zijn.

<sup>3)</sup> Ch. Mauguin, Phys. Zts. XII, 1011 (1911).

Zoals uit de volgende hoofdstukken blijken zal, werd inderdaad gevonden, dat de assenfiguur bij verschillende veldsterkten een maximale scherpte bereikt, terwijl zij bij tusschengelegen veldsterkten niet alleen vager is, doch zelfs geheel verdwijnen kan. Echter volgt uit een nadere studie van het verschijnsel, dat dit niet verklaard kan worden op basis van de bovenbesproken werkhypothese, die tot de ontdekking ervan voerde.

---



## HOOFDSTUK II.

*Beschrijving van de voor de studie van de assenfiguren gebruikte opstelling.*

Tusschen de doorboorde polen van een krachtige Dubois ringmagneet is een kleine elektrische oven opgesteld, van het type, zocals ook door mej. Riwlin <sup>1)</sup> beschreven is. In wezen bestaat deze uit een reep koper van c.a. 20 cM. lengte, 3 cM. breedte en 0,6 cM. dikte, waarop aan beide uiteinden, door asbest geïsoleerd, verwarmingswikkelingen van nikkelchromdraad aangebracht zijn. In het middenstuk, waar het koperband doorboord is voor de passage van het licht, bevindt zich een uitholling, welke door een koperen deksel kan worden gesloten. In deze uitholling kan een met p-azoxyanisol gevuld cuvette geklemd worden, zoodanig, dat de wanden vertikaal, en loodrecht op het magneetveld staan. De gebruikte cuvetten zijn geheel uit glas vervaardigd en wel door op een glazen tusschenschot (bestaande uit een 1 à 2 mm. dik plaatje van  $6 \times 25$  mm. waarin een gat van 4 mm. geboord is en waarin

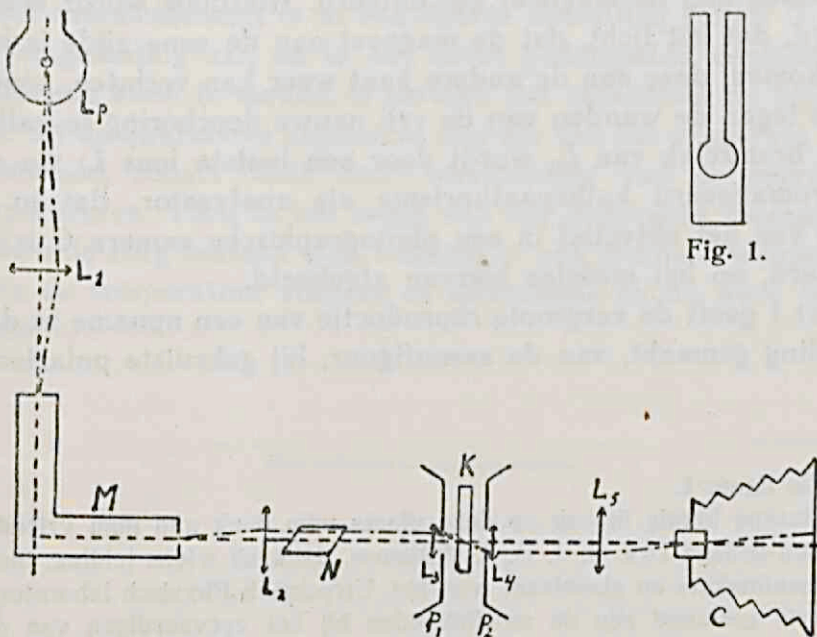


Fig. 2.

<sup>1)</sup> R. Riwlin, Dissertatie Utrecht 1923.

een zaagsnede gegeven is van de bovenrand tot dit gat <sup>1)</sup>, door middel van emailglas aan beide zijden een dun spiegelglasplaatje te plakken <sup>2)</sup> <sup>3)</sup>.

Met behulp van een optische opstelling, als in fig. 2 geschetst, is het mogelijk een eventueel optredende assenfiguur in willekeurige golflengte visueel waar te nemen of te fotografeeren. Deze opstelling is als volgt ingericht: De rechte gloeispiraal van een autolampje  $L_p$ , is door een lens  $L_1$  afgebeeld op de 1e spleet van een als monochromator ingerichte Hilger-glasspectroscop van het type met constante deviatie. Het uit de monochromator tredende licht valt via de lens  $L_2$ , welke zich ongeveer op brandpuntsafstand achter de 2e spleet bevindt, en het nikol  $N$ , op de kleine lens  $L_3$ , van korte brandpuntsafstand, welke in een van de poolschoenen van de electromagneet is gemonteerd.

Op het cuvet  $K$ , dat zich op ongeveer brandpuntsafstand achter  $L_3$  bevindt, valt zoodoende een sterk convergente, lineair gepolariseerde lichtbundel.

De assenfiguur zou nu met behulp van een analysator in het 2e brandvlak van een achter  $K$  geplaatste lens  $L_4$  zijn waar te nemen. De lens  $L_4$  is aan  $L_3$  gelijk en op dezelfde wijze in de 2e poolschoen aan de magneet gemonteerd. Hierdoor wordt ervoor gezorgd, dat het licht, dat de magneet aan de eene zijde is binnengekomen, deze aan de andere kant weer kan verlaten, zonder ergens tegen de wanden van de vrij nauwe doorboring te vallen.

Het brandvlak van  $L_4$  wordt door een laatste lens  $L_5$ , via een geachromatiseerd kalkspaatprisma als analysator, dat in de plaats van het objectief in een photographische camera  $C$  is gemonteerd, op het matglas hiervan afgebeeld.

Plaat 1 geeft de vergrootte reproductie van een opname in deze opstelling gemaakt, van de assenfiguur, bij gekruiste polarisator

1) Zie figuur 1.

2) Gaarne betuig ik ook op deze plaats mijn dank aan mijn vriend en oud-collega Drs. G. J. D. J. Willemse, dank zij wiens leiding, instrumentmakers en glasblazer van het Utrechtsch Physisch laboratorium erin geslaagd zijn de moeilijkheden bij het vervaardigen van deze cuvetten te overwinnen.

3) De cuvetten zijn zoo smal gemaakt om ze ook in parallel veld te kunnen gebruiken. Dit is voor verderop te bespreken metingen noodig. (zie hoofdst. V en VIII).



en analysator, van een loodrecht op de as gesneden plaatje kalkspaaht van 3.86 mm. dikte in de plaats van *K* gesteld. <sup>1)</sup>

De afstand van de magneetpolen is gefixeerd door steunstaafjes. De magneet werd gevoed door een accumulatorbatterij van groot vermogen. Met behulp van een proefspoeltje en ballistische galvanometer is een ijkkromme opgemaakt, de veldsterkte van de magneet als functie van de stroomstrekke gevend.

Na afloop van het geheele onderzoek is deze ijking herhaald, waarbij de kromme nog geheel juist bleek. De temperatuur van het vloeibaar-kristallijne preparaat werd gemeten met behulp van een koper-constantaan thermo-element, waarvan de eene contactplaats — welke zeer dun gemaakt was, evenals de toelidingsdraadjes, om zoo weinig mogelijk warmtegeleiding te hebben —, in het cuvet gestoken werd, de andere in een bakje met smeltend ijs. Door een passende schakeling werd een groot deel van de thermoëlectromotorische kracht gecompenseerd, zoodat een gevoelige galvanometer gebruikt kon worden.

Het verschil in uitslag van de galvanometer voor de uiterste temperaturen van het vloeibaar-kristallijne gebied bedroeg ca. 10 cm.

Het thermoëlement is in een aparte opstelling geijkt. Door de warmtegeleiding aan de in het cuvet gedompelde contactplaats voldoende klein te maken, is bereikt, dat inderdaad de temperatuur, uit de ijkkromme afgelezen, met die van het preparaat overeenstemde, zooals bleek door waarneming van de overgangstemperaturen. Toen in het begin van het onderzoek hieraan niet voldoende zorg besteed was, bestond er een groote afwijking tusschen de temperatuur volgens de ijkkromme en de ware temperatuur.

---

<sup>1)</sup> Voor deze opname is gebruikt het licht van de groene Hg-lijn. De opstelling had hiervoor een passende afwijking van de beschrevene, n.l. i.pl.v. autolamp en monchromator werden Hg-lamp en filter gebezigd.



## HOOFDSTUK III.

*Waarnemingen betreffende het gedrag van de assenfiguren.*

De cuvetten werden gereinigd door uitkoken in water en methylalcohol, daarna gevuld met p-azoxyanisol en in de opstelling geplaatst, waarvan polarisator en analysator van te voren gekruist waren.

Nadat de oven op een temperatuur gebracht was, waarbij het p-azoxyanisol vloeibaar-kristallijn is, was op het matglas een zwakke egale lichtvlek te zien. (Depolarisatie door verstrooiing). Werd nu een zwak magneetveld aangelegd, en geleidelijk versterkt, dan was het volgende op het matglas waar te nemen:

Bij een zekere, kleine veldsterkte kwamen in de diffuse lichtvlek strepen en punten op, die zich bij stijgende veldsterkte groepeerden tot een figuur, die veel leek op de assenfiguur van een éénassig loodrecht op de as gesneden kristal. De figuur was echter vrij asymmetrisch en onscherp. Bij verhooging van de veldsterkte werd deze figuur nog asymmetrischer en vager, om daarna te verdwijnen. Versterking van het magneetveld deed de figuur weer terugkomen, en nu reeds scherper en symmetrischer. Verhooging van de veldsterkte gaf weer verdwijning, gevolgd door weder opkomen van de figuur, enz. Wij kunnen dus zeggen, dat als functie van de magneetveldsterkte de „zichtbaarheidskromme“ van de assenfiguur een aantal maxima heeft. Tussen deze maxima valt de kromme geheel tot nul.

Opgemerkt moet nog worden, dat de assenfiguren bij grotere veldsterkte steeds beter werden; bij de grootste te bereiken veldsterkte, waarvoor goede assenfiguur ontstond, was deze vaak van zeer goede kwaliteit 1). Als voorbeeld mag genoemd worden, dat bij een bepaalde waarnemingsreeks maximaal goede figuren verkregen werden bij 925; 1100; 1300; 1625; 2025; 2900; 4300; 9050 Gauss.

Het hier beschreven gedrag van de assenfiguur is afwijkend van wat door Mauguin 2) werd waargenomen. Deze vond n.l. een

1) Zie plaat 2, welke een vergroote reproductie geeft van een opname van een assenfiguur, aan een cuvet van 2.0 m.m. verkregen. Golf-lengte, opstelling en vergrooiting waren bij plaat 1 en 2 gelijk.

2) Ch. Mauguin Phys. Zts. XII, 1011 (1911).



geleidelijk scherper worden van de figuur bij stijgende veldsterkte. Het verschil tusschen Mauguin's en de hier beschreven experimenten is gelegen in het feit, dat M. zijn cuvetten voor het gebruik in verdund zwavelzuur uitkookte. Door dit uitkoken blijkt het boven beschreven verschijnsel verloren te gaan, zooals een vergelijkende proefneming bewees. Hieruit volgt al direct, dat het gedrag van de assenfiguur een gevolg moet zijn van de wandwerking op het preparaat, welke wandwerking volgens Mauguin opgeheven wordt door het uitkoken in zwavelzuur.

Het waargenomen gedrag van de assenfiguur in afhankelijkheid van de veldsterkte blijkt dus wel overeen te komen met wat op grond van de verstrooiingsmetingen verwacht werd. Echter kan de op pag. 15 verkondigde opvatting, als zouden bij bepaalde veldsterkten achtereenvolgende lagen van de randlaag omgericht worden, welke omrichting dan met vermindering der orde, en dientengevolge met toename van de verstrooiing en verdwijnen van de assenfiguur gepaard zou gaan, niet juist zijn. En wel op grond van het volgende feit: als bij waarneming in een bepaalde golflengte de veldsterkte zoodanig geregeld was, dat 'n goede assenfiguur was waar te nemen, en de monochromator werd daarna op een andere golflengte ingesteld, dan bleek de assenfiguur niet meer goed te zijn. Door verandering van de veldsterkte was dan de figuur weer scherp te krijgen. Een zoodanige golflengteafhankelijkheid past echter niet in de genoemde hypothese, reden waarom uit te zien is naar een andere verklaring van het verschijnsel.

In het volgende hoofdstuk zal een theorie ontwikkeld worden, waaruit het geheele waargenomen gedrag van de assenfiguur, zoowel als functie van de veldsterkte als van de golflengte, te begrijpen is, en die in quantitative overeenstemming blijkt te zijn met de hieronder aan te geven metingen. Behalve, zooals boven gemeld, van de golflengte waarin waargenomen wordt, bleken de veldsterkten, waarbij assenfiguren waar te nemen zijn, ook af te hangen van de temperatuur van het preparaat. Wat het teeken der benoodigde veldsterkteverandering om de assenfiguur te behouden betreft, valt op te merken, dat bij overgang naar korter golflengte, of lager temperatuur de veldsterkte vergroot moet worden.

Waargenomen is nu voor een aantal verschillende cuvetten



(dikte varierende tusschen 1 een 2 mm.) <sup>1)</sup> de reeks veldsterkten, waarbij goede assenfiguren verkregen werden, in afhankelijkheid van de golflengte, bij verschillende temperaturen.

TABEL 1.

No. $\lambda$	1	2	3	4	5	6	7
504	11200	5050	3400	2500	1975	1625	1425
521	10750	4750	3250	2350	1875	1525	1275
539	9950	4700	3100	2250	1750	1425	1200
556	9050	4300	2900	2025	1625	1300	1100
572 <sup>5</sup>	8450	4100	2575	1925	1550	1275	1050
588 <sup>5</sup>	8250	3750	2475	1800	1450	1200	975
604 <sup>5</sup>	7900	3750	2300	1750	1350	1100	900
621	7250	3350	2250	1650	1300	1075	875
637	6900	3250	2200	1525	1225	950	—
654	6300	3250	2100	1500	1200	950	—

Tabel I geeft een voorbeeld van zoo'n waarnemingsreeks aan een cuvet, dat wij No. 1 zullen noemen, bij een temperatuur welke door  $T = 72$  wordt gekarakteriseerd. Wat de hierbij gebruikte temperatuurschaal betreft, hierover zij het volgende opgemerkt: de overgangstemperatuur van de vaste in de vloeibaar-kristallijne vorm is genoemd  $T = 0$ ; die van de vloeibaar-kristallijne in de isotrope vorm  $T = 100$ .

Deze methode om de temperatuur aan te duiden vloeide in het begin van het onderzoek om redenen van eenvoud uit de toen gebruikte methode van temperatuurmeting voort. Het thermoelement was toen nog in zoodanigen vorm, dat de temperatuur volgens de ijkcurve niet met de ware temperatuur overeenstemde. Om toch metingen er mede te doen werd toen telkenmale de uitslag van de galvanometer bepaald bij de overgangstemperaturen van het p-azoxyanisol. Bij een tusschengelegen stand van de galvanometer kon dan door lineaire interpolatie tusschen deze overgangstemperaturen, de temperatuur berekend worden.

<sup>1)</sup> Dunnere cuvetten dan ca. 1 m.m. konden bezwaarlijk gebruikt worden, daar dan, door de betrekkelijke kleinheid van de openingshoek van de op het cuvet vallende lichtbundel, een te klein stuk van de assenfiguur zichtbaar was om met zekerheid te kunnen instellen.

Daar toen ook al weer deze overgangstemperaturen aan de gebruikte p-azoxyanisol (van Merck betrokken) nog niet nauwkeurig gemeten waren, werd voorloopig de omrekening in  $^{\circ}\text{C}$  niet uitgevoerd, doch op de aangeduide wijze de temperatuur genoteerd.

Het eerste en tweede overgangspunt bleken na bepaling te zijn resp.  $115^{\circ}\text{C}$  en  $131^{\circ}\text{C}$ . Daar de gebruikte stof dus niet geheel de goede overgangspunten heeft, schijnt het logischer de besproken temperatuurschaal aan te houden dan in  $^{\circ}\text{C}$  over te gaan. Nemen wij b.v. een grootheid als de coëfficiënt van dubbelbreking, die in dit onderzoek nog een belangrijke rol zal spelen;

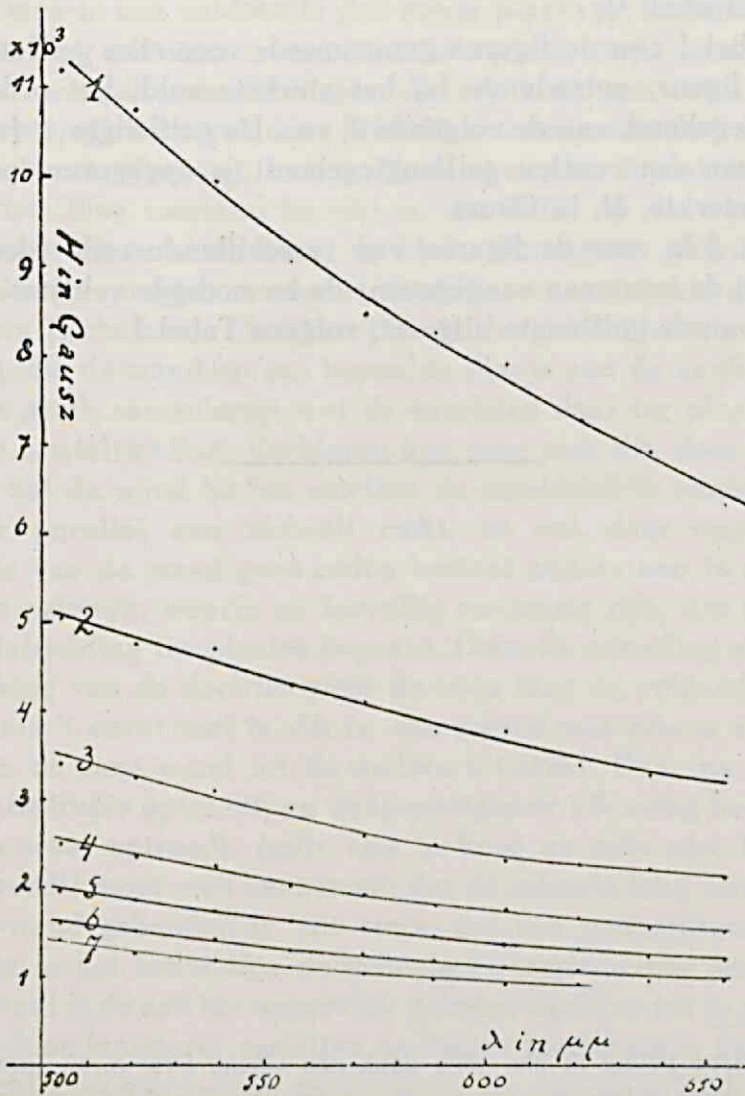


Fig. 3.



hiervan is het waarschijnlijker, dat de waarden voor stoffen van verschillende zuiverheid bij dezelfde relatieve temperatuur (relatief t.o.v. de overgangspunten) vergelijkbaar zullen zijn, dan bij dezelfde temperatuur in een absolute schaal.

Door het aanhouden van de relatieve temperatuurschaal wordt dus het evt. vergelijken met andere waarnemers, die met stoffen van andere zuiverheid gewerkt hebben, gemakkelijker.

Opgemerkt moet hier nog worden, dat het bestaan van het bestudeerde effect niet aan de onzuiverheid geweten mag worden, daar het verschijnsel onveranderd optrad na herhaalde omkristallisering van het p-azoxyanisol uit een mengsel van ijszijn en methyl-alcohol. <sup>1)</sup>

In Tabel I zijn de figuren genummerd; voor elke golflengte is aan de figuur, optredende bij het sterkste veld, het ordenummer 1 toegekend, aan de volgende 2, enz. De golflengte,  $\lambda$ , (zwaartepunt van een continu golflengtegebied) is opgegeven in  $\mu\mu$ . De veldsterkte,  $H$ , in Gausz.

In fig. 3 is voor de figuren van verschillende orde (door getallen bij de krommen aangegeven) de benodigde veldsterkte als functie van de golflengte uitgezet, volgens Tabel I.

---

<sup>1)</sup> Gaarne betuig ik hier mijn dank aan Chem. Drs. A. C. Roodvoets, die deze reiniging voor mij uitvoerde, en mij ook in het begin van het onderzoek bij de verstrooiingsmetingen behulpzaam was.

## HOOFDSTUK IV.

*Theoretische verklaring van het gedrag van de assenfiguren.*

Zooals reeks op pag. 21 opgemerkt is, moet de oorzaak van het opkomen en verdwijnen van de assenfiguur gelegen zijn in de werking, die door de glaswand op 't preparaat wordt uitgeoefend.

Na wat in de inleiding reeds voor bewijzen van het bestaan van deze wandwerking zijn opgesomd, willen wij hier nog eenige zeer fraaie experimenten van Lehmann en Mauguin bezien.

Laat men in een voldoende dun cuvet p-azoxyanisol uitkristalliseeren, dan ziet men in een microscoop een groot aantal kristallen in verschillende richtingen, die van wand tot wand reiken. De begrenzingslijnen van deze kristallen vormen aan de wand een zeker netwerk. Verhoogt men nu de temperatuur totdat de vloeibaar-kristallijne toestand bereikt is, dan blijft op de wand hetzelfde netwerk te zien, d.w.z. de kleine homogene gebieden van het vlb.-krist. preparaat nemen dezelfde vorm aan als eerst de kristallen (Lehmann). Men kan hieruit dus concludeeren, dat de richting, die de wand op een bepaalde plaats aan de aanliggende deeltjes geeft, samenhangt met de voorheen daar ter plaatse bestaande kristalrichting. Verklaren kan men zich dit, door aan te nemen, dat de wand bij het smelten de onmiddellijk aanliggende deeltjes parallel aan zichzelf richt, en wel, daar wegens de isotropie van de wand geen reden bestaat anders aan te nemen, met een azimuth, waarin ze toevallig aanwezig zijn, d.w.z. door de kristalrichting ter plaatse bepaald. Door de onderling richtende werking van de deeltjes richt de eene laag de volgende, enz. totdat, als 't cuvet niet te dik is, een gebied van zekere richting zich van de eene wand tot de andere uitstrekt. Daar na verhitting tot isotropie optreedt, en daaropvolgende afkoeling hetzelfde netwerk weer optreedt, (mits niet te hoog en mits niet te lang verhit wordt) moet men aannemen, dat de uiterste laag zeer sterk aan de wand gebonden is, zóó sterk, dat een temperatuurbeweging, die in het inwendige de geheele zwermstructuur verstoort niet in staat is de aan het oppervlak gelegen deeltjes los te maken. Slechts door langdurig verhitten op hooge temperatuur kan men deze richtingskiemen doen verdwijnen, en dan na afkoeling een ander netwerk verkrijgen.



Door Mauguin is zeer overtuigend aangetoond, dat men hier wezenlijk met een werking van de wand te doen heeft, en wel op de volgende wijze:

Op een objectglaasje wordt een weinig p-azoxyanisol gebracht; als dekglas wordt gebruikt een horlogeglas, dat aan een rand door middel van een strookje papier als een soort scharnier aan het objectglas vastgeplakt is. De temperatuur wordt zoo gekozen, dat het preparaat vloeibaar-kristallijn is, en dan zekere homogene gebieden vertoont. Het horlogeglas wordt daarop om het strookje papier omgeklapt, waarbij het p-azoxyanisol naar een hoek loopt. Laat men het glas terugklappen, dan vertoont het vloeibaar-kristal, dat daarbij terugstroomt, weer exact dezelfde homogene gebieden.

Voorts: wordt het dekglas over een kleine hoek gedraaid, dan ziet men een verdubbeling van de grenzen optreden, (boven- en ondervlak) bovendien vertoont het preparaat dan inwendig een schroefstructuur.

Uit deze experimenten volgt zonder twijfel, dat als wij, zooals bij de hier besproken proeven over de assenfiguur het geval is, de dikten van de cuvetten zoo groot nemen, dat in vaste toestand niet meer de kristallen van wand tot wand reiken, toch in de vloeibaar-kristallijne toestand aan elke wand een door deze georiënteerd laagje aanwezig is, en wel een laagje, dat uit verschillende kleine gebieden bestaat, waarvan het azimuth door het toeval gegeven is, n.l. door de kristalrichting, voorheen daar ter plaatse. Voorts, dat op een bepaald punt van het cuvet de azimuths van de as op voor- en achterwand niet dezelfde zijn, ja in geen enkele samenhang staan.

Wordt nu een voldoende sterk magneetveld aangelegd, dan zal in het inwendige van het cuvet volledige instelling plaats vinden; daar zal dus het preparaat kristaloptisch aequivalent zijn met een kristalplaatje loodrecht op de as gesneden. Dicht aan de wand zal zich echter een laag bevinden, waarin de deeltjes een oriëntering hebben, die door de samenwerking van het magneetveld met de richtkracht van de wand gegeven wordt. Door het magneetveld zal op symmetriegronden het azimuth van de deeltjes niet beïnvloed worden, zoodat in de randlaag de tevoren bestaande toevallige verdeeling van dit azimuth zal blijven bestaan. Kristaloptisch zal dus de optredende randlaag gelijkwaardig zijn met een groot aantal naast elkaar gelegde éénassige



kristalplaatjes, met door het toeval gegeven azimuths van hoofdasrichting. Indien de wand voldoende homogeen is, zullen deze vervangende plaatjes hetzelfde faseverschil aan de beide onderling loodrecht gepolariseerde, doorgelaten trillingen moeten geven. De grootte van dit faseverschil zal van de veldsterkte afhangen. Zoo de beide cuvetwanden van hetzelfde materiaal en op dezelfde wijze behandeld zijn, zullen de faseverschillen in de beide vervangende lagen gelijk zijn.

Wij hebben thans het in magneetveld staande preparaat wat zijn kristaloptisch gedrag betreft geschematiseerd tot:

een loodrecht op de as gesneden kristalplaatje, aan beide zijden bedekt met een laag uit dunne plaatjes bestaande, waarvan het azimuth van de hoofdassen naar het toeval verdeeld is, en die allen hetzelfde faseverschil aan de beide loodrecht doorvallende, onderling loodrecht gepolariseerde trillingen geven.

Van zoo'n systeem van kristalplaatjes willen wij nu eerst een formule voor de „assenfiguur” afleiden. Hierbij maken wij de volgende onderstelling: de randplaatjes zijn zeer dun in verhouding tot het tussenplaatje <sup>1)</sup>. Hierdoor wordt de berekening van de assenfiguur zeer vereenvoudigd, doordat dan voor de scheef doorvallende golven hetzelfde door de randplaatjes veroorzaakte faseverschil in rekening gebracht mag worden als voor de loodrecht doorvallende.

De toelaatbaarheid van deze vereenvoudiging in het onderstelde geval kan men als volgt inzien.

Volgens Bouasse, *Optique cristalline*, 1925, pag. 150, is het wegverschil, dat de beide doorgelaten golven krijgen in een loodrecht op de as gesneden kristalplaatje van de dikte  $e$ , bij kleine invalshoek  $i$ :

$$(1) \dots \dots \dots \Delta = \frac{n_o^2 - n_e^2}{2 n_o n_e^2} e i^2$$

waarin:  $\Delta$  — het verkregen wegverschil,  $n_o$  en  $n_e$  de gewone en buitengewone brekingsindex.

Voorts is volgens pag. 156 voor een evenwijdig aan de as gesneden plaatje van dikte  $e'$  het wegverschil bij kleine hoek  $i$ :

<sup>1)</sup> Het resultaat zal uitwijzen, dat deze onderstelling geoorloofd is.

$$\Delta' = \Delta_o \left[ 1 + \frac{i^2}{2n_o} \left( \frac{\sin^2 \omega}{n_e} - \frac{\cos^2 \omega}{n_o} \right) \right],$$

waar  $\Delta_o$  — het verkregen wegverschil bij loodrechte inval,

$$\Delta_o = e' (n_o - n_e),$$

$\omega$  — het azimuth van het invalsvlak t.o.v. de hoofdas.

D.w.z. de toename van het wegverschil bij overgang van loodrechte inval tot inval onder hoek  $i$  is:

$$\begin{aligned} \Delta' - \Delta_o &= \frac{i^2}{2n_o} \left( \frac{\sin^2 \omega}{n_e} - \frac{\cos^2 \omega}{n_o} \right) \Delta_o \\ &= \frac{n_o - n_e}{2n_o} i^2 e' \left( \frac{\sin^2 \omega}{n_e} - \frac{\cos^2 \omega}{n_o} \right) \end{aligned}$$

Hierin heeft de uitdrukking.

$$\left( \frac{\sin^2 \omega}{n_e} - \frac{\cos^2 \omega}{n_o} \right) \quad \text{extreme waarden voor:}$$

$$\sin \omega = 0 \quad ; \quad \omega = 0$$

$$\cos \omega = 0 \quad ; \quad \omega = \frac{\pi}{2},$$

welke waarden resp. zijn:

$$- \frac{1}{n_o} \quad \text{en} \quad \frac{1}{n_e}.$$

Waar wij hier met positieve dubbelbreking te doen hebben ( $n_e > n_o$ ) is de eerste van deze beide waarden, absoluut genomen, de grootste.

Een majorantwaarde voor  $\Delta' - \Delta_o$  is dus:

$$(2) \quad \dots \quad (\Delta' - \Delta_o)_m = \frac{n_o - n_e}{2n_o^2} e' i^2$$

Vergelijken wij (2) met (1):

Vermenigvuldigen wij in het tweede lid van (2) teller en noemer met  $n_e$ , dan volgt:

$$(2') \quad \dots \quad (\Delta' - \Delta_o)_m = \frac{n_e n_o - n_e^2}{2n_o^2 n_e} e' i^2$$



Daar  $n_o$  en  $n_e$  niet veel verschillen zijn de factoren voor  $ei^2$  en  $e'i^2$  in (1) en (2') practisch gelijk. Wij vinden dus dat bij overgang van normale inval tot inval onder kleine hoek  $i$ , zoowel bij het loodrecht óp, als bij het evenwijdig àan de as gesneden plaatje, het wegverschil toeneemt <sup>1)</sup> evenredig met  $i^2$ , terwijl de evenredigheidsfactor in beide gevallen een constante maal de dikte van het plaatje is.

Is nu  $e \gg e'$ , dan zal dus de verandering in het wegverschil in het evenwijdig gesneden plaatje klein zijn t.o. van die in het loodrecht gesneden. Waar wij assenfiguren bezien, die slechts enkele ringen bevatten, d.w.z. waar de invalshoeken zoo klein zijn, dat in het loodrecht gesneden plaatje het wegverschil slechts enkele golflengten bedraagt, zal de verandering van het wegverschil bij overgang van loodrechte inval tot die onder hoek  $i$  in het zooveel dunnere evenwijdig gesneden plaatje slechts een kleine fractie van een golflengte zijn, wat te verwaarloozen is. <sup>2)</sup>

Wij hebben deze schatting hier gemaakt voor het geval, dat de plaatjes van de randlaag evenwijdig aan de as gesneden zijn; zoo ze scheef t.o.v. de as gesneden zijn blijft het beweerde waar.

*Berekening.* De trillingsrichtingen van polarisator en analyzer,  $P$  en  $A$ , worden als coördinatenrichtingen gekozen (zie fig. 4). Wij beschouwen een klein deel van het kristalplatensysteem, waar het voorste plaatje een hoofdsnede heeft, die een hoek  $\alpha$

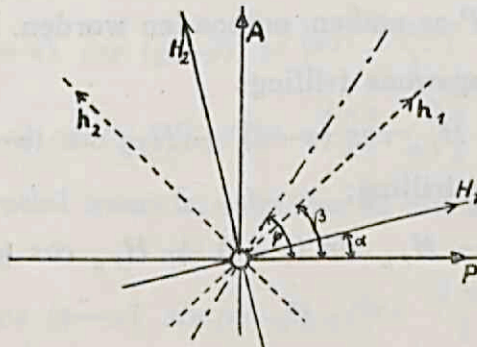


Fig 4

- 1) Daar bij normale inval het wegverschil in het loodrecht gesneden plaatje 0 is, kan  $\Delta$  in (1) ook genoemd worden de toename van het wegverschil.
- 2) Dat inderdaad voor het resultaat wegverschillen van een kleine fractie van een golflengte te verwaarloozen zijn, blijkt exact na uitvoering en discussie van onderstaande berekening.

het achterste een, die een hoek  $\beta$  met de  $P$ -as maakt. Wij letten op een invallende golf, met een invalshoek  $i$ , en een invalsvlak, dat een azimuth  $\varphi$  t.o.v. de  $P$ -as heeft. De bijdrage tot de trillingsamplitude van de invallende golf zij  $\sqrt{I}$  per vlakke-eenheid. Op het beschouwde deel, waarvan het oppervlak  $dO$  zij, valt dus een trilling, die als

$$\sqrt{I} \cdot dO \cdot e^{i\nu t}$$

geschreven kan worden. Deze trilling moet ontbonden worden in 2 componenten volgens  $H_1$  en  $H_2$ , de hoofdtrillingsrichtingen van het eerste randplaatje. Uit de figuur leest men af: (voorloopig is overal de factor  $\sqrt{I} \cdot dO$  weggelaten):

invallende trilling volgens  $H_1$  <sup>1)</sup>:  $H_{1i} = \cos a \cdot e^{i\nu t}$

invallende trilling volgens  $H_2$ :  $H_{2i} = -\sin a \cdot e^{i\nu t}$ .

Het wegverschil, dat de beide trillingen in het plaatje krijgen (onafhankelijk van  $i$ ) zij  $\epsilon$ , dan kan men schrijven:

uittredende trilling volgens  $H_1$ :  $H_{1u} = \cos a \cdot e^{i\nu t}$

uittredende trilling volgens  $H_2$ :  $H_{2u} = -\sin a \cdot e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\epsilon}{\lambda}\right)}$ .

Deze beide trillingen moeten weer volgens de hoofdtrillingsrichtingen van het loodrecht gesneden plaatje, die hoeken  $\varphi$  en  $\varphi + \frac{\pi}{2}$  met de  $P$ -as maken, ontbonden worden. Dit geeft:

invallende buitengewone trilling:

$$B_i = H_{1u} \cos(\varphi - a) + H_{2u} \sin(\varphi - a),$$

invallende gewone trilling:

$$G_i = -H_{1u} \sin(\varphi - a) + H_{2u} \cos(\varphi - a),$$

of:

$$B_i = \cos a \cdot \cos(\varphi - a) \cdot e^{i\nu t} - \sin a \cdot \sin(\varphi - a) \cdot e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\epsilon}{\lambda}\right)}$$

$$G_i = -\cos a \cdot \sin(\varphi - a) \cdot e^{i\nu t} - \sin a \cdot \cos(\varphi - a) \cdot e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\epsilon}{\lambda}\right)}.$$

1) Van verliezen als door reflectie veroorzaakt is in de berekening afgezien.



Noemen wij het wegverschil in het tusschenplaatje, bij invalshoek  $i$  verkregen,  $\Delta$ , dan volgt voor de uittredende golven:

$$B_u = \cos a. \cos (\varphi - a). e^{i\nu t} - \sin a. \sin (\varphi - a). e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\varepsilon}{\lambda}\right)}$$

$$G_u = -\cos a. \sin (\varphi - a). e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right)} \\ - \sin a. \cos (\varphi - a). e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\varepsilon}{\lambda} - \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right)}.$$

Ontbinding langs  $h_1$  en  $h_2$  (hoofdtrillingsrichtingen van het randplaatje) geeft voor invallende trillingen:

$$h_{1i} = B_u \cos (\varphi - \beta) - G_u \sin (\varphi - \beta)$$

$$h_{2i} = B_u \sin (\varphi - \beta) + G_u \cos (\varphi - \beta), \text{ of}$$

$$h_{1i} = \cos a. \cos (\varphi - a). \cos (\varphi - \beta). e^{i\nu t} \\ - \sin a. \sin (\varphi - a). \cos (\varphi - \beta). e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\varepsilon}{\lambda}\right)}$$

$$+ \cos a. \sin (\varphi - a). \sin (\varphi - \beta). e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right)}$$

$$+ \sin a. \cos (\varphi - a). \sin (\varphi - \beta). e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\varepsilon}{\lambda} - \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right)}$$

$$h_{2i} = \cos a. \cos (\varphi - a). \sin (\varphi - \beta). e^{i\nu t}$$

$$- \sin a. \sin (\varphi - a). \sin (\varphi - \beta). e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\varepsilon}{\lambda}\right)}$$

$$- \cos a. \sin (\varphi - a). \cos (\varphi - \beta). e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right)}$$

$$- \sin a. \cos (\varphi - a). \cos (\varphi - \beta). e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\varepsilon}{\lambda} - \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right)}.$$

Daar het wegverschil weer  $\varepsilon$  is, volgt voor de uittredende trillingen:

$$h_{1u} = h_{1i}$$

$$h_{2u} = \cos a. \cos (\varphi - a). \sin (\varphi - \beta). e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\varepsilon}{\lambda}\right)}$$

$$- \sin a. \sin (\varphi - a). \sin (\varphi - \beta). e^{i\left(\nu t - \frac{4\pi\varepsilon}{\lambda}\right)}$$

$$- \cos a. \sin (\varphi - a). \cos (\varphi - \beta). e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\Delta}{\lambda} - \frac{2\pi\varepsilon}{\lambda}\right)}$$

$$- \sin a. \cos (\varphi - a). \cos (\varphi - \beta). e^{i\left(\nu t - \frac{4\pi\varepsilon}{\lambda} - \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right)}.$$

Eindelijk geeft ontbinding volgens de analysatorrichting:



$$\begin{aligned}
A &= \cos a. \cos (\varphi-a). \cos (\varphi-\beta). \sin \beta. e^{i\nu t} \\
&- \sin a. \sin (\varphi-a). \cos (\varphi-\beta). \sin \beta. e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\varepsilon}{\lambda}\right)} \\
&+ \cos a. \sin (\varphi-a). \sin (\varphi-\beta). \sin \beta. e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right)} \\
&+ \sin a. \cos (\varphi-a). \sin (\varphi-\beta). \sin \beta. e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\varepsilon}{\lambda} - \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right)} \\
&+ \cos a. \cos (\varphi-a). \sin (\varphi-\beta). \cos \beta. e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\varepsilon}{\lambda}\right)} \\
&- \sin a. \sin (\varphi-a). \sin (\varphi-\beta). \cos \beta. e^{i\left(\nu t - \frac{4\pi\varepsilon}{\lambda}\right)} \\
&- \cos a. \sin (\varphi-a). \cos (\varphi-\beta). \cos \beta. e^{i\left(\nu t - \frac{2\pi\Delta}{\lambda} - \frac{2\pi\varepsilon}{\lambda}\right)} \\
&- \sin a. \cos (\varphi-a). \cos (\varphi-\beta). \cos \beta. e^{i\left(\nu t - \frac{4\pi\varepsilon}{\lambda} - \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right)}.
\end{aligned}$$

Hier moet dan, om de uittredende trilling te verkrijgen, de weggelaten factor  $\sqrt{I}$ .  $dO$  achter gezet worden. Ons interesseert nu de resulterende trilling volgens de analysatorrichting, verkregen door samenwerking van alle deelen van het plaatjessysteem. Wij moeten daartoe (wegens de cohaerentie) de bovengevonden uitdrukking voor de bijdrage van een oppervlakteëlement tot de uittredende trilling over alle deelen van het oppervlak (dat wij gelijk aan de eenheid aannemen) optellen, waarbij  $a$  en  $\beta$  onafhankelijk van elkaar alle mogelijke waarden aannemen. D.w.z., wij moeten berekenen:

$$\int A. \sqrt{I}. dO = \sqrt{I}. \int A. dO,$$

wat beteekent, dat wij  $\sqrt{I}$  te vermenigvuldigen hebben met de gemiddelde waarde van de uitdrukking  $A$ , ( $\bar{A}$  <sup>1)</sup>), waarbij wegens de onafhankelijkheid van  $a$  en  $\beta$  achtereenvolgens over deze grootheden gemiddeld mag worden. Kiezen wij de eerste term van  $A$ :

$$A_1 = \cos a. \cos (\varphi-a). \cos (\varphi-\beta). \sin \beta. e^{i\nu t}.$$

Wij kunnen dit omvormen tot:

$$A_1 = \cos a. (\cos \varphi. \cos a + \sin \varphi. \sin a). \cos (\varphi-\beta). \sin \beta. e^{i\nu t}$$

Middelt men nu over  $a$ , dan komt:

<sup>1)</sup> Het gemiddelde van een grootheid wordt aangeduid door een horizontale streep boven het teeken ervoor te zetten.

$$\{\overline{\cos^2 a} \cdot \cos \varphi \cdot \cos (\varphi - \beta) \sin \beta + \overline{\cos a \cdot \sin a} \cdot \sin \varphi \cdot \cos (\varphi - \beta) \sin \beta\} e^{i \nu t}$$

$$= 1/2 \cos \varphi \cdot \cos (\varphi - \beta) \cdot \sin \beta \cdot e^{i \nu t}, \text{ daar}$$

$$\overline{\cos^2 a} = 1/2$$

$$\overline{\cos a \cdot \sin a} = 0$$

Door middelen over  $\beta$  op analoge wijze volgt:

$$\bar{A}_1 = 1/4 \cos \varphi \cdot \sin \varphi \cdot e^{i \nu t}.$$

Handelt men evenzoo met de 7 overige termen van  $A$ , dan volgt tenslotte voor de uittredende trilling volgens de analysatorrichting:

$$a = \bar{A} \sqrt{I} = \frac{\sqrt{I}}{4} \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \left[ e^{i \nu t} + 2 e^{i \left( \nu t - \frac{2 \pi \varepsilon}{\lambda} \right)} - e^{i \left( \nu t - \frac{2 \pi \Delta}{\lambda} \right)} - 2 e^{i \left( \nu t - \frac{2 \pi \varepsilon}{\lambda} - \frac{2 \pi \Delta}{\lambda} \right)} + e^{i \left( \nu t - \frac{4 \pi \varepsilon}{\lambda} \right)} - e^{i \left( \nu t - \frac{4 \pi \varepsilon}{\lambda} - \frac{2 \pi \Delta}{\lambda} \right)} \right],$$

waarvoor na eenvoudige berekening geschreven kan worden:

$$a = \frac{\sqrt{I}}{4} \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot e^{i \nu t} \left( 1 - e - \frac{2 \pi \Delta}{\lambda} i \right) \left( 1 + e - \frac{2 \pi \varepsilon}{\lambda} i \right)^2$$

Om over te gaan tot de waarneembare grootheid intensiteit hebben wij de gevonden uitdrukking met de toegevoegd complexe te vermenigvuldigen, d.w.z. wij krijgen:

$$J = \frac{1}{16} \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi \cdot \left( 1 - e - \frac{2 \pi \Delta}{\lambda} i \right) \left( 1 - e - \frac{2 \pi \Delta}{\lambda} i \right) \cdot \left( 1 + e - \frac{2 \pi \varepsilon}{\lambda} i \right)^2 \left( 1 + e - \frac{2 \pi \varepsilon}{\lambda} i \right)^2$$

$$= I \sin^2 2 \varphi \cdot \sin^2 \frac{\pi \Delta}{\lambda} \cdot \cos^4 \frac{\pi \varepsilon}{\lambda},$$

zooals een elementaire berekening leert.

### Discussie van de gevonden formule.

In de afgeleide formule treedt nog op de grootheid  $\Delta$ , welke afhankelijk is van de invalshoek  $i$ . Zoolang we ons tot kleine  $i$  beperken kan geschreven worden:



$$\Delta = \frac{n_e^2 - n_o^2}{2 n_o n_e^2} e i^2 \quad (\text{zie pag. 27 } ^1),$$

waar de beteekenis van de letters dezelfde is als voorheen. Noemen we nu met Pockels (Lehrbuch der Kristalloptik, 1906, S. 256)

$$\frac{n_o^2 - n_e^2}{2 n_o n_e^2} \frac{e}{\lambda} = k$$

en vervangen we  $i$  door  $\varrho$  (de voerstraal in het op afstand 1 achter het kristal gedachte waarnemingsvlak), dan kunnen we voor de gevonden formule schrijven:

$$J = I \sin^2 2 \varphi. \sin^2 (\pi k \varrho). \cos^4 \frac{\pi \varepsilon}{\lambda}.$$

Vergelijken we nu de gevonden formule, die voor een willekeurig punt in het waarnemingsvlak, gekarakteriseerd door de voerstraal  $\varrho$  en de anomalie  $\varphi$ , de intensiteit geeft, in afhankelijkheid van het wegverschil  $\varepsilon$ , in de randplaatjes verkregen, met de analoge formule voor een enkel loodrecht op de as gesneden kristalplaatje <sup>2</sup>):

$$J^1 = I \sin^2 2 \varphi. \sin^2 (\pi k \varrho).$$

Ons systeem van kristalplaatjes geeft dus dezelfde intensiteitsverdeling in het waarnemingsvlak, (zelfde afhankelijkheid van  $\varrho$  en  $\varphi$ ) slechts is de intensiteit van de geheele figuur een functie van het wegverschil in de randlaag, zooals door het bijkomen van de factor  $\cos^4 \frac{\pi \varepsilon}{\lambda}$  uitgedrukt wordt.

Bezien we deze factor in zijn afhankelijkheid van  $\varepsilon$ . De waarde ervan is een periodieke functie van  $\varepsilon$ , met maxima gelijk aan 1 bij  $\varepsilon = 0, \lambda, 2\lambda \dots$ , en minima gelijk aan 0 bij  $\varepsilon = \frac{2l+1}{2} \lambda$ .

1) Daar was direct de formule uit Bouasse overgenomen, waar opge-  
maakt was weg van gewone golf verminderd met die van de buiten-  
gewone. Onze grootheid  $\Delta$  stelt voor ditzelfde verschil maar met  
tegengesteld teeken.

2) Zie b.v. Pockels, l.c. S. 256.

D.w.z. als de randplaatjes een wegverschil  $l\lambda$  geven, waar  $l = 0, 1, \dots$  is de optredende „assenfiguur” nauwkeurig gelijk aan die welke het éénassig loodrecht gesneden tusschenplaatje alleen zou geven. Bij  $\varepsilon = \frac{2l+1}{2}\lambda$  is het gezichtsveld donker. Daar de maxima van  $\cos^4 \frac{\pi \varepsilon}{\lambda}$  nogal steil zijn (voor  $\varepsilon = 0,184 \lambda; 1,184 \lambda$ , enz. is de waarde reeds tot op de helft afgenomen), vermindert de intensiteit van de assenfiguur vrij snel als  $\varepsilon$  van een waarde  $\varepsilon = l\lambda$  toe- of afneemt.

### *Toepassing van de formule.*

De gevonden formule beschrijft inderdaad het wezenlijke van het gedrag van de aan het gevulde cuvet waargenomen assenfiguur, wat de magneetveldafhankelijkheid betreft. Immers, bij wijziging van de veldsterkte zal, zooals wij op pag. 27 al inzagen, het wegverschil door de deelen van de randlaag aan de beide doervallende golven gegeven, veranderen. De formule zegt nu, dat telkens als  $\varepsilon = l\lambda$  wordt, een maximaal heldere assenfiguur als van een enkel éénassig, loodrecht gesneden kristal optreedt, terwijl bij tusschengelegen veldsterkten, waarbij  $\varepsilon = \frac{2l+1}{2}\lambda$  is, het gezichtsveld donker moet zijn. <sup>1)</sup> Aan dit laatste nu wordt weliswaar bij de waarnemingen niet exact voldaan, doch dit mag ons niet verwonderen, aangezien de formule afgeleid werd voor een ideaal geval, waarbij geen verstrooiing met de daarmede gepaard gaande depolarisatie optreedt. In het preparaat echter zal deze zeker nooit exact gelijk nul zijn, waardoor begrijpelijk is, dat wij steeds nog eenig licht overhouden. Inderdaad is bij de veldsterkten, waarbij de assenfiguur geheel verdwenen is, de lichtsterkte uitermate gering; de zichtbare vlek heeft een helderheid van dezelfde orde van grootte als die, welke optreedt bij uitgeschakeld magneetveld.

Op nog een afwijking tusschen de waarnemingen en de afgeleide formule moet gewezen worden. Volgens de formule moet

<sup>1)</sup> De waargenomen figuren van verschillende orde corresponderen dus met verschillende getallen  $l$ .



n.l. steeds de figuur symmetrisch, en wat vorm betreft onveranderd blijven; bij de experimenten blijkt zij niet slechts maxima van helderheid, doch ook van symmetrie te doorloopen. Wordt de veldsterkte veranderd, uitgaande van een waarde, waarbij de figuur maximaal helder is, dan blijkt meestentijds een asymmetrie op te treden, welke van proef tot proef kan verschillen. Juist aan deze optredende asymmetrie is het te danken, dat de bepaling van de veldsterkten, waarvoor de figuur maximaal goed is, betrekkelijk zoo scherp mogelijk is. Eerder dan als een bezwaar voor de gegeven verklaring, is het feit, dat slechts bij zeer bepaalde veldsterkten de figuur goed symmetrisch is, als een verdere bevestiging van de juistheid van de opvatting aan te zien. In de afleiding van de formule was n.l. ondersteld, dat de hoeken  $\alpha$  en  $\beta$  volmaakt naar het toeval alle mogelijke waarden aannemen. Houden wij nu in het oog, dat het oppervlak van het verlichte deel van het preparaat (enkele vierkante m.m.) niet buitengewoon groot is t.o.v. de kleine homogene gebieden aan den rand, dan moeten wij verwachten, dat de middeling lang niet zoo volmaakt geschiedt, als wij dit in de afleiding onderstelden. Nemen wij dit in aanmerking, dan blijkt, dat voor  $\varepsilon = l\lambda$  aan het resultaat niets veranderd wordt. Wij kunnen dit elementair inzien door op te merken, dat een lineair gepolariseerde golf, die op een éénassig plaatje valt, waarin zijn componenten juist een wegverschil  $l\lambda$  verkrijgen, onafhankelijk van de hoek, die de hoofdsnede van het plaatje met het trillingsvlak maakt, uittreedt met onveranderd trillingsazimuth. Voor het erachter geplaatste, loodrecht gesneden plaatje maakt dus de al of niet aanwezigheid van een aantal randplaatjes, die aan gemelde eisch voldoen, geen onderscheid. De gewone assenfiguur van het loodrecht gesneden plaatje zal dus optreden.

Hetzelfde kunnen wij desgewenscht ook uit onze berekening afleiden. Substitueeren wij n.l. in de uitdrukking voor  $A$  (pag. 32)  $\varepsilon = l\lambda$ , dan kunnen wij deze omvormen tot:

$$A = \sin \varphi. \cos \varphi. e^{i\nu t}. \left( 1 - e^{-\frac{2\pi A}{\lambda} i} \right),$$

d.w.z. de formule is onafhankelijk van  $\alpha$  en  $\beta$  geworden, d.w.z. onafhankelijk van het beschouwde deel van het oppervlak. Voor  $A \sqrt{I} \cdot dO$  vinden wij dus  $A \sqrt{I}$ . Door weer via vermenigvul-



diging met de toegevoegd complexe grootheid over te gaan tot intensiteit wordt gevonden:

$$J = I \sin^2 2\varphi \cdot \sin^2 \frac{\pi \Delta}{\lambda},$$

wat weer de assenfiguur van het loodrecht gesneden plaatje voorstelt.

Is echter  $\varepsilon \neq 1$  dan blijven de voorkeursrichtingen van  $\alpha$  en  $\beta$  in het resultaat van de sommeering over het geheele oppervlak optreden, waardoor dus de figuur niet meer de volmaakte punt-symmetrische van een loodrecht gesneden kristal wordt. Dat in de praktijk de afwijking van een volkomen regellooze verdeling slechts gering is, blijkt uit het feit, dat inderdaad veldsterkten aan te wijzen zijn, waarbij van een figuur niets meer te zien is. Globaal kunnen wij de niet volmaakte verdeling van  $\alpha$  en  $\beta$  verantwoorden door aan te nemen, dat op een zeker deel van het oppervlak van het systeem de middeling van kracht blijft, doch aan de rest randplaatjes toe te kennen met de azimuths van de resp. voorkeursrichtingen. Bij kleine afwijking van de regellooze verdeling zal dan het oppervlak van deze rest slechts klein zijn. Voor  $\varepsilon = \frac{2l+1}{2} \lambda$  geeft het grootste deel van het preparaat dan slechts de verstrooiingsvlek, waarop dan een asymmetrische, (door de kleinheid van het werkende oppervlak) lichtzwakke figuur gesuperponeerd is. Bij voldoende lichtzwakte zal deze figuur in de verstrooiingsvlek niet meer te zien zijn, terwijl omgekeerd uit het feit, dat zij niet te zien is geconcludeerd mag worden, dat de afwijking van de ideale verdeling van de richting in de randplaatjes niet groot is.

#### *Verdere vergelijking van theorie en experiment.*

Wat dus het gedrag van de assenfiguur in afhankelijkheid van de veldsterkte betreft, hiervan blijkt de gevonden formule kwalitatief voldoende rekenschap te geven. In principe is echter nog een, en wel een quantitative toetsing van de formule mogelijk. Deze staat in verband met de gevonden golflengteafhankelijkheid van de voor de figuren van diverse orden benodigde veldsterkte, waarvan de theorie ook rekenschap behoort te geven. Inderdaad



doet zij dit, en wel zeer ongedwongen. Wij vonden n.l. als eisch voor het optreden van een goede assenfiguur:

$$\varepsilon = l \lambda, \text{ waar } l = 0, 1, 2 \dots$$

Hierin is  $\varepsilon$ : het wegverschil, dat de beide doorgelaten trillingen in de randlaag krijgen. Bij een zekere veldsterkte, waar de randlaag een door deze bepaalde structuur en dikte heeft zal nu echter het verkregen wegverschil nog afhangen van de gebruikte golflengte. Zoo lang wij ons beperken tot kleine invalshoeken mag men voor het verkregen wegverschil schrijven  $\varepsilon = \delta \cdot (n_e - n_o)$ , waar  $\delta$  een factor is, die slechts van de structuur en dikte van de randlaag (door de veldsterkte bepaald) afhangt. De juistheid van deze bewering zien wij als volgt in: in onze opvatting omtrent de randlaag kan de hellingshoek van de as geleidelijk veranderen, naarmate wij dieper het preparaat indringen. Laat  $\Theta$  de hellingshoek op zekere diepte  $x$ , zijn.

De bijdrage tot het optische wegverschil van een laagje  $dx$ , daar ter plaatse, is dan volgens Bouasse l.c. pag. 161:

$$d\varepsilon = (n_e - n_o) \sin^2 \Theta \cdot dx$$

Voor het totale wegverschil vinden wij dus:

$$\varepsilon = \int (n_e - n_o) \sin^2 \Theta \cdot dx = (n_e - n_o) \int \sin^2 \Theta \cdot dx = (n_o - n_e) \delta,$$

daar  $\Theta$  behalve van  $x$  slechts van de veldsterkte afhangt.

q. e. d.

De beteekenis van de grootheid  $\delta$  kunnen wij toelichten door te zeggen, dat het de dikte van een evenwijdig aan de as gesneden plaatje is, dat hetzelfde wegverschil aan de beide doorgelassen golven zou geven als onze randlaag. Wij kunnen dus  $\delta$  gevoegelijk in dit verband de optische dikte van de randlaag noemen.

De eisch voor het optreden van de goede assenfiguur kunnen wij dus verder schrijven in de vorm:

$$\delta (n_e - n_o) = l \lambda \quad \text{of}$$

$\delta \cdot n = l \lambda$ , als wij ter verkorting  $n_e - n_o = n$  noemen.

Lossen wij  $\delta$  op, dan volgt:

$$(1) \dots \delta = \frac{l \lambda}{n},$$

d.w.z.: vinden wij voor een bepaalde golflengte bij een zekere veldsterkte een goede assenfiguur, dan is de optische dikte van de



randlaag bij deze veldsterkte te berekenen, zoo  $l$  en  $n$  bekend zijn.

Doet men deze waarnemingen voor figuren van verschillende orde en voor verschillende golflengten, dan is op deze wijze  $\delta$  als functie van  $H$  te bepalen.

Wij kunnen deze overweging nog anders formuleeren, zóó dat duidelijk uitkomt welk een fraaie toetsing van de theorie hierdoor geleverd wordt; aldus: door middel van de uit de theorie van de randlaag afgeleide formule (1) moet het mogelijk zijn voor elk cuvet (bij constante temperatuur) het geheele waarnemingsmateriaal, omvattende veldsterkten benodigd voor assenfiguren bij verschillende golflengten, en van verschillende orden, tot één enkele kromme saam te vatten. Deze kromme stelt dan voor: de optische dikte van de randlaag als functie van de veldsterkte. Tracht men dit programma uit te voeren, dan doen zich twee moeilijkheden voor, n.l.:

- 1e. de aan de figuren van verschillende orde <sup>1)</sup> toe te kennen getallen  $l$  zijn à priori niet bekend;
- 2e. de benodigde waarden van de dubbelbreking  $n$  zijn niet bekend.

Wat het eerste bezwaar betreft, dit is niet essentieel. Immers, zoo wij al  $l$  niet kennen, dan weten wij toch in ieder geval, dat de  $l$ 's, die aan de figuren van diverse orden toekomen verschillen hebben gelijk aan de verschillen in rangnummer, d.w.z. noemen we dus het getal  $l$ , corresponderende met de figuur van de eerste orde  $l_1$ , dan is dát behoorende bij de figuur van de  $p^e$  orde  $l_1 + p$ . We hebben dus bij het verwerken van de gegevens één onbekende,  $l_1$ , op te lossen, wat geschiedt door voor  $l_1$  achtereenvolgens 1, 2 enz. aan te nemen, en te zien of met één van deze getallen theorie en experiment kloppen. Daar vaak een groot aantal figuren van verschillende orde gemeten zijn, blijft ondanks het feit, dat eerst nog een onbekende bepaald kan worden nog genoeg materiaal over om een toetsing te hebben.

Het tweede bezwaar is ernstiger. Mej. Riwlín geeft  $n$  als functie van  $\lambda$  op voor één enkele temperatuur; wij hebben deze grootheid noodig voor verschillende temperaturen, daar onze waarnemingen zich uitstrekken over het geheele vloeibaar-kristallijne

<sup>1)</sup> N.B. Het rang- of ordenummer van de verschillende figuren is als experimenteele grootheid op pag. 24 ingevoerd.



gebied. Toch kunnen wij, zij het minder direct, de toetsing uitvoeren, n.l. door langs anderen weg verkregen experimenteel materiaal, dat eveneens met de dubbelbreking samenhangt, erbij in aanmerking te nemen. We kunnen dan namelijk aantonen, dat deze beide soorten gegevens, met elkaar in overeenstemming zijn, en bovendien de dubbelbreking eruit bepalen. In het volgende hoofdstuk zal deze vergelijking uitgevoerd worden; thans brengen we eerst het materiaal betreffende de assenfiguren in een vorm, die de vergelijking gemakkelijk zal maken. Tevens bepalen we daarmee alvast de  $l_1$  en leveren zodoende al, door het feit n.l. dat deze bepaling mogelijk is, een toetsing.

Bezien wij daartoe formule (1). Deze zegt, dat bij gelijkblijvende golflengte (de temperatuur is bij een geheele meetreeks constant) de optische dikte van de randlaag bij het optreden van figuren van verschillende orde, evenredig is met de aan deze figuren toe te kennen  $l$ 's. Zetten wij dus voor bepaalde  $\lambda$  uit:  $l_1$  bij de veldsterkte  $H$ ,  $l_1 + p$  bij  $H_p$ , enz., waar  $H_p$  beteekent de veldsterkte benodigd voor de figuur van de  $p^e$  orde, dan krijgen wij een kromme, die op een constante na (n.l.  $\frac{\lambda}{n}$ ) voorstelt:  $\delta$  als functie van  $H$  <sup>1)</sup>.

Doen wij ditzelfde voor een andere  $\lambda$ , dan moeten de zoo ontstane krommen door vermenigvuldiging van de ordinaten met een constant getal, in elkaar zijn over te voeren. Practischer handelt men door uit te zetten  $\log(l_1 + p)$  tegen  $H_p$ , waarbij dan voor de verschillende  $\lambda$ 's krommen moeten komen, die door parallel binden, verschuiving langs de  $\log(l_1 + p)$ -as in elkaar overgaan. Door  $\log(l_1 + p)$  uit te zetten tegen  $\log H_p$ , waardoor aan bovenstaande overweging niets veranderd wordt, verkrijgen wij een eenigszins gelijkmatiger verdeling van de waarnemingspunten over het papier, terwijl dan bovendien de krommen recht blijken te worden. Voeren wij dit programma uit voor de waarnemingen van tabel I, waarbij wij dan voor  $l_1$  achtereenvolgens kiezen  $l_1 = 1, 2 \dots$  enz., dan blijkt, dat bij de aanname  $l_1 = 1$ , en slechts dan, aan genoemden eisch voldaan wordt.

1) Trekken wij de bedoelde kromme, dan geven wij ook aan gebroken waarden van  $l$  beteekenis. Welke deze is, blijkt uit bovenstaande tekst.

Fig. 5 geeft voor 4 golflengten uit Tabel I:  $\log. l$  tegen  $\log H_p$  voor  $l_1 = 1$ . Evenzoo fig. 6 voor  $l_1 = 2$ .

Zeer overtuigend blijkt, dat in fig. 5 wel, in fig. 6 niet aan de eisch van evenwijdigheid voldaan is.

In Tabel II zijn verzameld de in een figuur als fig. 5 gemeten afstanden van de waarnemingspunten tot de rechte getrokken door de punten voor  $\lambda = 539 \mu \mu$ . In de laatste kolom bevinden zich de gemiddelde afstanden.

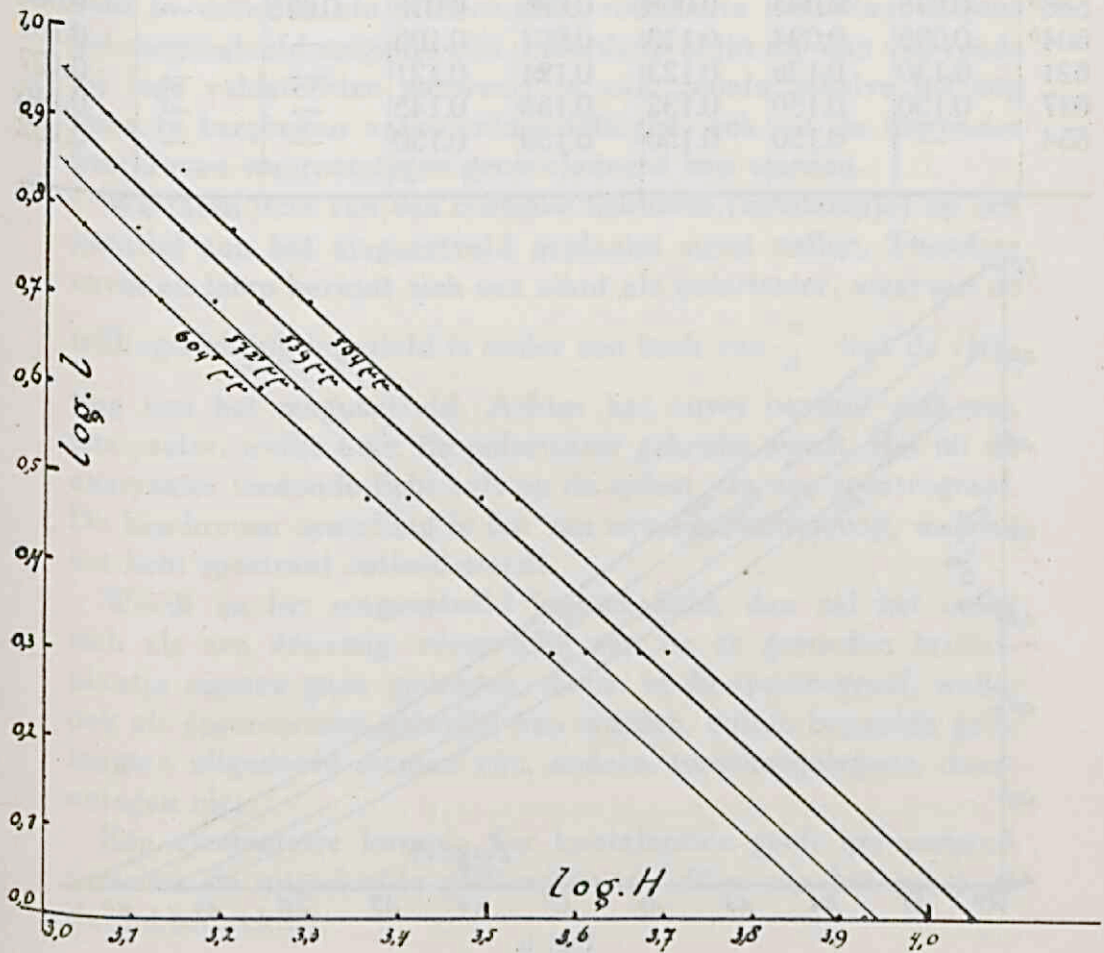


Fig. 5.



TABEL II.

$l$ $\lambda$	1	2	3	4	5	6	7	gem.
504	- 0.045	- 0.028	- 0.045	- 0.046	- 0.049	- 0.048	- 0.064	- 0.046
521	- 0.030	- 0.008	- 0.026	- 0.021	- 0.027	- 0.023	- 0.018	- 0.022
539	+ 0.003	+ 0.001	- 0.008	- 0.004	+ 0.001	+ 0.005	+ 0.007	+ 0.001
556	+ 0.040	0.039	+ 0.020	+ 0.038	0.031	0.042	—	0.034
572 <sup>5</sup>	0.068	0.056	0.069	0.061	0.050	0.050	—	0.059
588 <sup>5</sup>	0.078	0.094	0.088	0.086	0.078	0.075	—	0.084
604 <sup>5</sup>	0.095	0.094	0.113	0.097	0.106	—	—	0.101
621	0.130	0.138	0.123	0.121	0.121	—	—	0.127
637	0.150	0.150	0.132	0.154	0.145	—	—	0.146
654	—	0.150	0.150	0.159	0.150	—	—	0.152

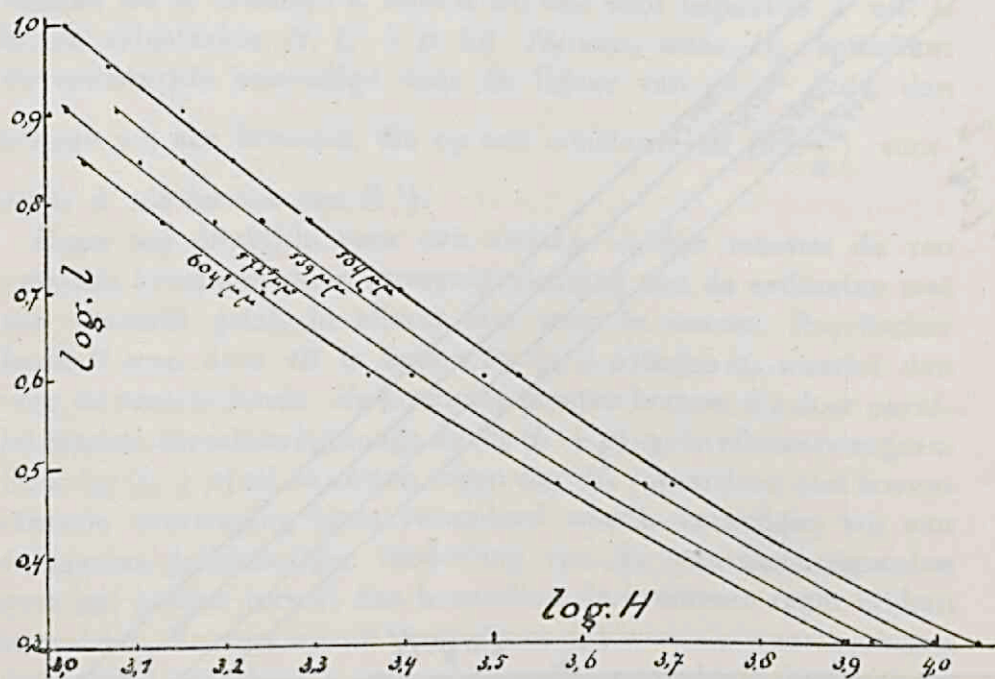


Fig. 6.

## HOOFDSTUK V.

*Bepaling van de dubbelbreking.*

Plaatst men een met p-azoxyanisol gevuld cuvet in een magneetveld, zoodanig dat de cuvetwanden aan het veld parallel loopen, dan zal volgens onze opvattingen, daar thans wand en veld in dezelfde zin werken, een volmaakte instelling volgens het magneetveld mogelijk zijn. Inderdaad blijkt die dan ook reeds bij lage veldsterkten aanwezig te zijn, zooals behalve uit nog later te bespreken verstrooiingsmetingen, ook uit de hieronder beschreven waarnemingen geconcludeerd kan worden.

Wij laten licht van een continue lichtbron (autolampje) op een parallel aan het magneetveld geplaatst cuvet vallen. Tusschen cuvet en lamp bevindt zich een nikol als polarisator, waarvan de trillingsrichting ingesteld is onder een hoek van  $\frac{\pi}{4}$  met de richting van het magneetveld. Achter het cuvet bevindt zich een analysator, welke t.o.v. de polarisator gekruist wordt. Het uit de analysator tredende licht valt op de spleet van een spectrograaf. De beschreven opstelling is die van een z.g. orthoscoop, waarbij het licht spectraal ontleed wordt.

Wordt nu het magneetveld ingeschakeld, dan zal het cuvet zich als een éénassig, evenwijdig aan de as gesneden kristalplaatje moeten gaan gedragen, d.w.z. in de spectrograaf, welke ook als spectroscop gebruikt kan worden, zullen bepaalde golflengten uitgedoofd moeten zijn, andere, tusschengelegene, daarentegen niet.

Een elementaire formule der kristaloptica geeft het verband tusschen de uitgedoofde golflengten, de dikte van het cuvet en de dubbelbreking:

$$n d = m \lambda, \text{ waarin}$$

$n$  — evenals boven, de dubbelbreking ( $n_e - n_o$ )

$d$  — de cuvetdikte

$\lambda$  — de golflengte

$m$  — een geheel getal is.

Inderdaad trad dit verschijnsel geheel volgens verwachting op. In een bepaald geval (aan een cuvet van 0.988 m.m. dikte, bij



$T = 50$ ) werden b.v. tusschen  $\lambda = 700$  en  $\lambda = 550 \mu\mu$ , 171 donkere strepen geteld.

Dat al bij lage veldsterkten volkomen gerichtheid optrad leiden wij af uit het feit, dat bij verandering van de veldsterkte van 1750 op 12500 Gausz het aantal strepen tusschen twee golflengten niet veranderde. Immers was bij 1750 Gausz nog geen volledige gerichtheid aanwezig geweest, dan zou in de formule  $m \lambda = n d$  voor  $n$  een zekere gemiddelde  $n$  in de plaats gesteld moeten worden, afhankelijk van de mate van gerichtheid. Bij verandering van de veldsterkte over een zoo groot gebied als het genoemde, zou zich dan ongetwijfeld de gerichtheid en daarmee  $n$  wijzigen.

Letten wij op bepaalde golflengte  $\lambda_1$ ; noem het rangnummer  $m_1$  <sup>1)</sup>, de „werkzame” brekingsindex  $n_1$ , dan is dus:  $m_1 \lambda_1 = n_1 d$

Laat nu de werkzame brekingsindex door verandering van de gerichtheid overgaan in  $a n_1$ , dan is dus het nieuwe rangnummer  $m'_1$  bij  $\lambda_1$  gegeven door:  $m'_1 \lambda_1 = a n_1 d$  d.w.z.  $m'_1 = a m_1$ .

Evenzoo zal voor een tweede golflengte,  $\lambda_2$ , de  $m_2$  een verandering ondergaan. In eerste benadering zal ongetwijfeld de  $n_2$  door de verandering in de gerichtheid met dezelfde factor veranderen als  $n_1$ , zoodat dus

$$m'_2 = a m_2.$$

Hieruit volgt dus:

$$m'_1 - m'_2 = a (m_1 - m_2)$$

d.w.z. het aantal strepen tusschen de beide  $\lambda$ 's zal eveneens een verandering ondergaan. Omgekeerd concludeeren wij uit de afwezigheid van een verandering van  $m_1 - m_2$ , de afwezigheid van een verandering van  $n$  en daarmee dus van de oriëntering.

Met de bovenbeschreven opstelling zijn nu eenige opnamen gemaakt, bij verschillende temperaturen van het preparaat. Het gebruikte cuvet had een dikte van 0.988 m.m. Bij deze opnamen (de belichtingstijd bedroeg eenige minuten) moest gezorgd worden voor een zeer exact constant blijven van de temperatuur,

<sup>1)</sup> Men kan spreken van het „rangnummer” bij een bepaalde golflengte, ook als daar niet precies een streep aanwezig is, door de formule  $m \lambda = n d$  als definitievergelijking voor  $m$  te aanvaarden.

daar anders de strepen van het spectrum (de afstanden bedroegen ca. 1  $\mu\mu$ ) ineenvloeden. <sup>1)</sup>

Uit de zoo verkregen platen zou men bij kennis van een van de  $m$ 's voor elk spectrum, met groote nauwkeurigheid  $n$  als functie van  $\lambda$  en  $T$  kunnen bepalen. Daar wij echter geen van de  $m$ 's kennen, kunnen wij deze platen slechts gebruiken om b.v. op te maken:  $m_1 - m_\lambda$ , in afhankelijkheid van de temperatuur, waar  $m_1$  het rangnummer van een vast gekozen golflengte  $\lambda_1$  is, (wij kiezen hiervoor  $\lambda_1 = 550 \mu\mu$ ),  $m_\lambda$  het rangnummer van een loopende  $\lambda$ . <sup>2)</sup>

Tabel III geeft deze getallen.

TABEL III.

$\lambda \backslash T$	91	75	50	36	16
700	135.5	153.5	171.0	178.6	188.3
680	124.4	140.1	156.1	163.0	172.0
650	103.4	117.2	130.7	136.4	143.9
630	88.0	99.7	111.1	116.1	122.5
600	60.9	68.8	76.7	80.3	84.6
580	39.8	45.0	50.1	52.5	55.1

Uit deze tellingen is eenvoudig een interessant gegeven omtrent de dubbelbrekingsindices af te leiden, n.l. dat de temperatuur-

<sup>1)</sup> Zoals vederop blijken zal, verandert de brekingsindex bij 1° temperatuursverandering (bij ca.  $T = 50$ ) met ca. 2%. Dezelfde verandering ondergaat dus het rangnummer bij een bepaalde  $\lambda$ . Voor  $\lambda = 550 \mu\mu$  en  $T = 50$  zal het rangnummer ca. 500 blijken te zijn, zoodat bij 1° temperatuursverandering ca. 10 strepen bij  $\lambda = 550 \mu\mu$  voorbij zouden loopen.

<sup>2)</sup> In principe zou  $n$  als functie van  $\lambda$  uit de spectra te bepalen zijn, door voor  $n$  een dispersie-formule b.v. van de vorm

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

aan te zetten. Wegens  $n = \frac{m \lambda}{d}$  volgt dan  $\frac{m \lambda}{d} = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$ .

Door voor 4 golflengten de verschillen in  $m$  te bepalen, zouden A, B, C en de  $m$ 's hieruit te berekenen zijn. Om de gewenschte nauwkeurigheid van de uitkomst te verkrijgen, zou de plaatsbepaling van de strepen echter met grootere precisie moeten gebeuren dan met het gebruikte instrumentarium mogelijk was.



afhankelijkheid van de dubbelbreking zoodanig is, dat wij kunnen schrijven:

$$n = f(\lambda) g(T),$$

d.w.z. dat door temperatuurverandering alle indices (onafhankelijk van  $\lambda$ ) met dezelfde factor vermenigvuldigd worden. Wij toonen dit als volgt aan:

Zoo het beweerde waar is, geldt voor  $T_1$ :

$$\begin{cases} m_1 \lambda_1 = f(\lambda_1) g(T_1) \\ m_\lambda \lambda = f(\lambda) g(T_1), \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{en} \\ \text{of wel} \end{array}$$

$$\begin{cases} m_1 = F(\lambda_1) g(T_1) \\ m_\lambda = F(\lambda) g(T_1), \end{cases} \quad \text{waar } F(\lambda) = \frac{f(\lambda)}{\lambda}.$$

Hieruit volgt:

$$m_1 - m_\lambda = g(T_1) [F(\lambda_1) - F(\lambda)].$$

Evenzoo geldt bij een andere temperatuur,  $T_2$ :

$$m'_1 - m'_\lambda = g(T_2) [F(\lambda_1) - F(\lambda)].$$

Door deeling van de laatste beide betrekkingen vindt men

$$\frac{m'_1 - m'_\lambda}{m_1 - m_\lambda} = \frac{g(T_2)}{g(T_1)} = c,$$

d.w.z. het quotient van rangnummersverschillen is onafhankelijk van  $\lambda$ . Zoo omgekeerd aan deze betrekking voldaan wordt, volgt daaruit de juistheid van de splitsing:  $n = f(\lambda) g(T)$ .

Wij toetsen deze betrekking aan de getallen van Tabel III, door voor de verschillende  $\lambda$ 's te bepalen de verhouding van  $m_1 - m_\lambda$  voor  $T = 91; 75; 36; 16$ ; tot  $m_1 - m_\lambda$  voor  $T = 50$ . Wij vinden dan de getallen, die in Tabel IV verzameld zijn. In

TABEL IV.

$\lambda \backslash T$	91	75	36	16
700	0.793	0.898	1.044	1.100 <sup>5</sup>
680	0.796	0.898	1.042	1.100
650	0.792	0.899	1.044	1.100 <sup>5</sup>
630	0.791	0.897 <sup>5</sup>	1.045	1.100 <sup>5</sup>
600	0.794	0.896 <sup>5</sup>	1.047	1.101 <sup>5</sup>
580	0.794 <sup>5</sup>	0.897	1.048	1.100

overeenstemming met de juist geformuleerde eisch zijn in deze tabel de getallen in elke kolom onderling practisch gelijk; een uitgesproken afhankelijkheid van de golflengte is niet te zien. Wij concludeeren hieruit dus tot de juistheid van de betrekking:  $n = f(\lambda) g(T)$ .

Grijpen wij nu terug op wat in het eind van het vorige hoofdstuk werd gevonden: De voor verschillende golflengten geteekende krommen  $\log l$  tegen  $\log H$ , blijken constante afstand te hebben in de  $\log l$ -richting. Vatten wij één zoo'n kromme, voor  $\lambda_1$  in het oog, dan volgt uit de gehouden overwegingen, dat wij hieruit  $\log \delta$  als functie van  $\log H$  verkrijgen door erbij op te tellen  $\log \frac{\lambda_1}{n_1}$ . Evenzoo verkrijgen wij uit de kromme voor  $\lambda$ , de kromme  $\log \delta$  tegen  $\log H$ , door vermeerdering met  $\log \frac{\lambda}{n}$ .

Uit een en ander volgt, dat de beteekenis van de gemeten afstand tusschen de krommen voor  $\lambda_1$  en  $\lambda$  is:

$$\log \frac{\lambda}{n} - \log \frac{\lambda_1}{n_1} = \log \frac{\lambda}{\lambda_1} \frac{n_1}{n}.$$

Tabellen als Tabel II zijn opgemaakt voor alle waarnemingsreeksen betreffende de assenfiguren. De gemiddelde waarden van de afstanden tot telkens een willekeurig gekozen kromme zijn als functie van de golflengte uitgezet. Uit de zoo verkregen krommen zijn aflezingen gedaan van  $\log \frac{\lambda}{n} - \log \frac{\lambda_1}{n_1}$  waarbij  $\lambda_1$  vast gekozen is,  $\lambda_1 = 550 \mu\mu$ , terwijl voor  $\lambda$  achtereenvolgens de waarden  $\lambda = 580; 600; 630; 650; 680 \mu\mu$  ingezet zijn. Tabel V geeft de zoo gevonden waarden, gerangschikt naar de temperatuur, waarbij de betreffende waarnemingsreeksen zijn gedaan. Opgegeven is voorts nog het nummer van het cuvet, waaraan de experimenten zijn verricht. In alle kolommen van deze tabel blijken de getallen onderling vrijwel gelijk te zijn. Een systematische gang met de temperatuur is niet te constateeren, evenmin als een afhankelijkheid van het cuvetnummer.

Wegens de beteekenis van de getabellariseerde getallen:  $\log \frac{\lambda}{\lambda_1} \frac{n_1}{n}$ , mocht ook een temperatuurafhankelijkheid niet verwacht worden, op grond van de juist gevonden temperatuurafhankelijkheid van  $\frac{n_1}{n}$ .



TABEL V.

no. v. d. reeks	$\lambda$	580	600	630	650	680	T	N <sup>o</sup> .v.h. cuvet
1		0.044 <sup>5</sup>	0.072	0.107 <sup>5</sup>	0.129	0.157 <sup>5</sup>	0	2
2		0.045	0.072 <sup>5</sup>	0.112 <sup>5</sup>	0.135 <sup>5</sup>	0.166	0	2
3		0.044 <sup>5</sup>	0.072	0.108 <sup>5</sup>	0.129 <sup>5</sup>	0.158	13	1
4		0.043 <sup>5</sup>	0.071 <sup>5</sup>	0.110 <sup>5</sup>	0.133	—	20	3
5		0.043 <sup>5</sup>	0.071	0.104	0.124	0.151	47	2
6		0.042	0.068	0.105	0.125 <sup>5</sup>	0.149 <sup>5</sup>	49	2
7		0.044	0.072	0.110	0.126	—	58	1
8		0.044 <sup>5</sup>	0.073 <sup>5</sup>	0.109	0.125 <sup>5</sup>	—	78	1
9		0.043	0.071 <sup>5</sup>	0.112 <sup>5</sup>	0.137 <sup>5</sup>	—	81	4
10		0.044 <sup>5</sup>	0.071	0.104	0.123 <sup>5</sup>	0.150 <sup>5</sup>	91	2

Wij maken van de getallen in elke kolom van Tabel V het gemiddelde op en berekenen hieruit:  $\frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \frac{n_1}{n}$ .

Wij vinden:

$\lambda$	580	600	630	650	680
$\frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \frac{n_1}{n}$	1,108	1,179	1,283	1,346	1,430

Brengen wij nu deze getallen in verband met de getallen  $m$ , die op pag. 44 gedefinieerd zijn:  $m = \frac{n d}{\lambda}$ .

Beschouwen wij weer twee golflengten,  $\lambda_1$  en  $\lambda$ , dan volgt uit de definitie-vergelijking:

$$\frac{m_1}{m\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \cdot \frac{n_1}{n}, \text{ d.w.z.}$$

uit de waarnemingsreeksen betreffende de assenfiguren hebben wij afgeleid: de verhoudingen van de rangnummers der strepen in de gecannelleerde spectra, verkregen op de wijze als in het begin van dit hoofdstuk beschreven. Door uitmeten van de spectra vonden wij  $m_1 - m\lambda$  (zie Tabel III). Combineeren wij nu deze beide gegevens voor een zekere  $\lambda$  en  $T$ , dan kunnen wij daaruit  $m_1$  berekenen. De toetsing van de juistheid van de geheele gevolgde redeneering, en daarmede van de verklaring van het gedrag der assenfiguren, verkrijgen wij nu, door  $m_1$  met behulp van

verschillende  $\lambda$ 's te berekenen, en te constateeren, dat de zoo verkregen getallen overeenstemmen.

Tabel VI geeft een overzicht van de zoo berekende waarden voor  $m_1$ . Daar deze inderdaad practisch onafhankelijk van de voor de berekening gebruikte golflengten zijn, zijn in de laatste kolom van Tabel VI de gemiddelden van de getallen uit elke rij opgegeven, welke verder als de voor de resp. spectra geldende  $m_1$  worden aanvaard.

TABEL VI.

$T \backslash \lambda$	580	600	630	650	680	Gem.
91	408	403	400	400	414	405
95	460 <sup>5</sup>	456	452	452	466	457
50	514	508	505	505	520	510
36	538	530	527	529	541	533
16	565	560	555	557	572	562

TABEL VII.

$T \backslash \lambda$	91	75	50	36	16
700	0.191	0.215	0.240	0.251	0.265
680	193	218	244	254	268
650	198	224	249	261	274
630	202	228	254	266	280
600	209	236	263	275	290
580	214	242	270	282	298
550	226	254	284	297	313

Met behulp van de thans verkregen kennis van  $m_1$ , en de in Tabel III neergelegde waarden ( $m_1 - m_\lambda$ ) kunnen wij nu de dubbelbreking voor de diverse temperaturen in afhankelijkheid van de golflengte berekenen. Het resultaat van deze berekening wordt in Tabel VII opgegeven. De hier gevonden waarden voor  $T = 50$  wijken minder dan 3 % (echter systematisch) af van de door mej. Riwwin opgegeven getallen.



*Bepaling van de brekingsindices.*

Ofschoon dit geen speciaal punt van onderzoek heeft uitgemaakt, is het misschien interessant, nu de waarden van de dubbelbreking bekend zijn, voor een enkel geval uit de gefotografeerde assenfiguren de waarden van de brekingsindices zelf te bepalen. Volgens de theorie van de kristaloptiek geldt voor de straal  $R$  van de  $m^e$  donkere cirkel, van de assenfiguur van een éénassig loodrecht gesneden plaatje bij de gekruiste nicols, de formule:

$$R^2 = m f^2 \frac{2 n_o n_e^2}{n_e^2 - n_o^2} \frac{\lambda}{d}$$

(zie b.v. Bouasse l. c. pag. 150, 151).

Hierin beteekent:

- $d$  — dikte van het plaatje,  
 $n_e, n_o$  — buitengewone en gewone brekingsindex,  
 $f$  — vergrootingsfactor van de opstelling,  
 $\lambda$  — golflengte van het voor de waarneming gebruikte licht.

Zoo  $n_e - n_o$  bekend is, en  $R$  gemeten wordt, is met behulp van deze formule b.v.  $n_e$  te berekenen. Vooropgesteld is hierbij, dat ook de factor  $f$ , die van de gebruikte opstelling afhangt, bekend is.

Om deze factor te bepalen is in dezelfde opstelling eerst geplaatst een plaatje kalkspath van gemeten dikte, waarvan de brekingsindices bekend zijn, zoodat dus het geheele rechterlid op  $f$  na te berekenen is. Door  $R$  te meten kan dan  $f$  bepaald worden.

De platen 1 en 2 geven, zooals reeds vermeld, reproducties van gefotografeerde assenfiguren van kalkspath resp. p-azoxyanisol, opgenomen met het licht van de groene  $Hg$ -lijn ( $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ ).

Van beide figuren zijn de stralen van de achtereenvolgende cirkels gemeten. Volgens de geciteerde formule zou voor elk van de figuren  $\frac{R^2}{m}$  onafhankelijk van  $m$  moeten zijn, tenminste, als  $f$  constant is. Dit laatste behoeft nu in geen deele exact het geval te zijn. In de eerste plaats is de aangegeven formule slechts een benadering, in zooverre, dat  $\sin i_m$  ( $i_m =$  hoek van inval, waarbij het in het plaatje verkregen wegverschil  $m\lambda$  is) vervangen is door  $\frac{R}{f}$ . (Hier is dus de hoek zoo klein ondersteld, dat  $\sin i_m$  en  $\text{tg } i_m$  te verwisselen zijn, bovendien is de lens, in welks

brandvlak de figuur ontstaat, ideaal gedacht; de beteekenis van  $f'$  is dan: de brandpuntsafstand van deze lens).

Voorts is onze opstelling nog iets gecompliceerder, doordat n.l. niet direct in het brandvlak van de eerste lens achter het kristal (of preparaat) waargenomen wordt, doch dit vlak eerst nog door een volgende lens wordt afgebeeld. Zoo ook deze afbeelding weer ideaal was, zou de aangegeven formule exact gelden, waar dan de beteekenis van  $f$  is:  $f'V$ , waar dan  $V$  de vergrooting door de laatste lens is. Alle hier genoemde onderstellingen zullen zeker niet toelaatbaar zijn, met name niet diè, welke de lenzen zoo idealiseeren, dat de vergrooting onafhankelijk van de invalshoek wordt. Wij zullen ons dus niet behoeven te verwonderen, wanneer niet exact voldaan blijkt te worden aan de betrekking  $\frac{R^2}{m} = \text{constant}$ .

Het verloop van  $\frac{R^2}{m}$  als functie van  $R$  zal aangeven de afhankelijkheid van  $f^2$  van deze grootheid (d.w.z. van  $i$ ).

Aan de figuur van het kalkspaaht-plaatje zijn 10 ringen gemeten.

Tabel VIII geeft  $R$  en  $\frac{R^2}{m}$  voor deze ringen.

TABEL VIII.

m	R	$\frac{R^2}{m}$
1	1.45	2.10
2	2.05	2.10
3	2.51	2.10
4	2.89	2.09
5	3.20	2.05
6	3.49	2.03 <sup>5</sup>
7	3.75	2.00 <sup>5</sup>
8	4.01	2.01
9	4.22	1.98
10	4.64	1.96

Voor kalkspaaht is bij  $\lambda = 5461 \text{ \AA}$ ;

$$n_o = 1,662$$

$$n_e = 1,488$$



Voor  $d$  is gemeten  $d = 3.86$  m.m., zoodat volgt:

$$\frac{R^2}{m} = f^2 \cdot 1,900 \cdot 10^{-3}.$$

Uit Tabel VIII is nu afgeleid de waarde van  $f$  als functie van  $R$  en in een grafische voorstelling neergelegd.

Aan de figuur van het p-azoxyanisool zijn de stralen van de eerste vijf ringen gemeten. Tabel IX geeft deze, benevens de eruit berekende waarden van  $\frac{R^2}{m}$ . De laatste kolom bevat voorts nog de, met behulp van de te voren bepaalde  $f^2$ , uit de diverse ringen berekende waarden voor

$$\frac{2 n_o n_e^2}{n_e^2 - n_o^2} \frac{\lambda}{d}.$$

TABEL IX.

$m$	$R$	$\frac{R^2}{m}$	$\frac{2 n_o n_e^2}{n_e^2 - n_o^2} \frac{\lambda}{d}$
1	1.90	3.62	$3.26 \cdot 10^{-3}$
2	2.69	3.61	$3.28 \cdot 10^{-3}$
3	3.27	3.56	$3.29 \cdot 10^{-3}$
4	3.72	3.46	$3.26 \cdot 10^{-3}$
5	4.14	3.43	$3.28 \cdot 10^{-3}$

Daar deze getallen behoorlijk onafhankelijk van  $m$  blijken uit te vallen, aanvaarden wij het gemiddelde als de beste waarde. Volgt dus:

$$\frac{2 n_o n_e^2}{n_e^2 - n_o^2} \frac{\lambda}{d} = 3,27^5 \cdot 10^{-3}.$$

Daar de dikte van het gebruikte cuvet 2.0 m.m. was, berekenen wij uit bovenstaande betrekking

$$\frac{n_o n_e^2}{n_e^2 - n_o^2} = 5,99^5.$$

Stellen wij nu hierin:  $n_e - n_o = n$  (waar  $n$  dus weer de bekende dubbelbreking is) dan volgt:

$$n_e^3 - n_e^2 n - 11,99 n_e n + 5,99^5 n^2 = 0$$

uit welke derdemachtsvergelijking  $n_e$  op te lossen is.

Voor de gebruikte golflengte en temperatuur ( $T = 76$ ) lezen wij uit de dispersiekromme voor  $n$  af:

$$n = 0,255,$$

zoodat de vergelijking geschreven kan worden als:

$$n_e^3 - 0,255 n_e^2 - 3,06 n_e + 0,390 = 0.$$

De eenige bruikbare oplossing van deze vergelijking (langs grafischen weg verkregen) blijkt te zijn:

$$n_e = 1,82, \text{ zoodat wij kunnen besluiten:}$$

$$\text{voor } T = 76 \text{ en } \lambda = 546 \mu\mu \text{ is:}$$

$$n_e = 1,82$$

$$n_o = 1,56^5.$$

Op geheel analoge wijze volgt voor:

$$T = 76 \text{ en } \lambda = 578 \mu\mu \text{ (gele Hg-lijnen)}$$

$$n_e = 1,77$$

$$n_o = 1,53^5.$$

---



## HOOFDSTUK VI.

*Bepaling van de dikte van de randlaag uit de waarnemingen.*

Thans, nu de waarden van  $n$  bekend zijn in temperatuur- en golflengteafhankelijkheid, kunnen wij ook uit elke waarnemingsreeks de optische dikte van de randlaag als functie van de veldsterkte bepalen, volgens de formule:

$$\delta = \frac{l \lambda}{n}$$

Interessant is daarbij na te gaan, óf, en zoo ja, hoè deze dikte bij onveranderd cuvet van de temperatuur afhangt. Beschouwen wij hiertoe b.v. de waarnemingen, die in Tabel V genummerd zijn als: 1, 5, 10. Deze zijn allen verricht aan hetzelfde onveranderd gebleven cuvet 2, bij resp. temperaturen  $T = 0, 47, 91$ . In fig. 7 is voor deze waarnemingen uitgezet  $\log \frac{l \lambda}{n}$  tegen  $\log. H$  ( $\lambda$

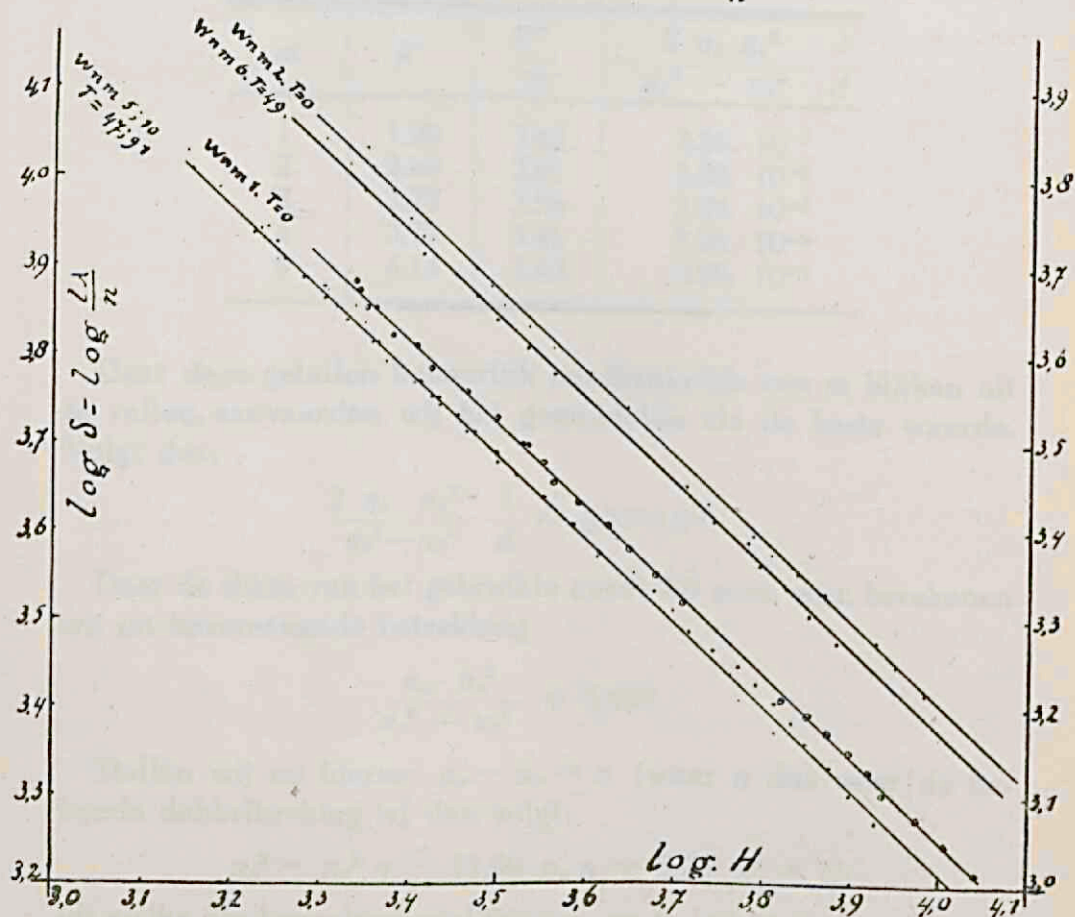


Fig. 7.

is hier uitgedrukt in  $\mu\mu$ ). Zooals wij al reeds wisten (zie fig. 5) verkrijgen wij aldus rechte lijnen. Voor  $T = 47$  en  $T = 91$  blijken deze rechten samen te vallen; de rechte voor  $T = 0$  blijkt in haar geheel iets hooger te liggen, d.w.z. bij gelijke veldsterkte is de dikte van de randlaag bij extreem lage temperatuur iets grooter dan bij hoogere <sup>1)</sup>, bij hoogere temperatuur blijkt de dikte onafhankelijk te worden hiervan. Brengen wij de rechten in vergelijking dan vinden wij:

$$\text{voor } T = 0 \quad : \quad \log \delta = - 0,926 \log H + 6,956$$

$$\text{voor } T = 47;91 \quad : \quad \log \delta = - 0,926 \log H + 6,921$$

waaruit volgt:

$$\text{voor } T = 0 \quad : \quad \delta = \frac{9,05 \cdot 10^6}{H^{0,926}}$$

$$\text{voor } T = 47;71 \quad : \quad \delta = \frac{8,35 \cdot 10^6}{H^{0,926}}$$

De afhankelijkheid van  $H$  is dus dezelfde; bij  $T = 0$  is de dikte bij alle  $H$  ca.  $1.08^5 \times$  zoo groot als bij hoogere  $T$ .

Vrijwel dezelfde verhouding (1.07) wordt gevonden door vergelijking van de waarnemingen 2 en 6, bij temperaturen  $T = 0$  en  $T = 49$ , verricht aan hetzelfde cuvet, nadat dit in verdund  $\text{NaOH}$  uitgekookt was.

De waarnemingen 3 en 8 aan cuvet 1 verricht (eveneens na uitkoken in  $\text{NaOH}$ ) bij  $T = 13$  en  $T = 78$  geven ook weer  $\delta$  onafhankelijk van  $T$ .

De invloed, die het uitkoken van het cuvet met  $\text{NaOH}$  heeft op de richtende werking van de wand en daardoor dus op de optische dikte van de randlaag, kunnen wij vinden door vergelijking van de waarnemingen 1, 5 en 10 met 2 en 6, die resp. vóór en na uitkoken aan cuvet 2 verricht zijn.  $\log \delta$  als functie van  $\log H$  is ook voor deze laatste waarnemingen in fig. 7 uitgezet. (Terwille van de overzichtelijkheid van de teekening is hierbij het nulpunt van de ordinaatas over een afstand 0.2 t.o.v. het eerstgekozene opgeschoven).

De thans gevonden rechten blijken weer dezelfde helling t.o.v.

1) De voor de berekening benodigde waarden van  $n$  bij  $T = 0$  zijn door extrapolatie verkregen. Dat hierbij een fout van ca. 8 % gemaakt zou zijn, waardoor dan ook bij  $T = 0$  dezelfde afhankelijkheid ( $\delta, H$ ) gevonden zou kunnen worden is hoogst onwaarschijnlijk.



de assen te hebben. Uit de afstand van de rechten voor  $T = 0$  en  $T = 49$  berekent men thans een factor 1.07 ten gunste van de laagste temperatuur. Door het uitkoken blijkt (door afstand meten van de rechten in de grafiek) de dikte bij dezelfde veldsterkte kleiner geworden te zijn, en wel in verhouding:

$$1 : 0.89^8 \text{ voor } T = 0.$$

$$1 : 0.91^2 \text{ voor hooger } T.$$

Evenzoo wordt door vergelijking van de waarnemingen 7 en 3; 8 (resp. vóór en ná uitkoken, aan cuvet no. 1 gedaan) gevonden een verhouding  $1 : 0.90$ .

Alle waarnemingen bleken met zeer groote benadering dezelfde hellingshoek te geven van de rechte  $\log \delta / \log H$ , n.l. ca. 0.93. Eén uitzondering trad hierbij op, n.l. bij reeks 4, welke een iets grooter getal n.l. 0.97 gaf.

Samenvattende kunnen wij dus concludeeren: In het gebruikte veldsterktegebied is de optische dikte van de randlaag met groote benadering voor te stellen door een vergelijking van de vorm:

$$\delta = \frac{K}{H^a} \quad , \text{ waar}$$

$a$  een constante, onafhankelijk van het gebruikte cuvet en van de temperatuur. Voor de waarde van  $a$  is gevonden 0.93.

$K$  een constante, afhangelende van:

- 1e. het cuvetmateriaal en de behandeling ervan;
- 2e. de temperatuur; echter slechts bij extreem lage.

$K$  kan zeer uiteenlopende waarden hebben bij verschillende cuvetten; als uitersten zijn bij de verrichte waarnemingen gevonden:  $7,9 \cdot 10^6$  en  $2,6 \cdot 10^7$  <sup>1)</sup>.

Wat nu de werkelijke dikte van de randlaag betreft, zonder nadere kennis van de structuur ervan kunnen wij hierover niets zeggen. Echter kunnen wij wel een onderste grens aangeven. Deze verkrijgen wij n.l. door aan te nemen, dat de randlaag bestaat uit uitsluitend parallel aan de wand gerichte deeltjes. (Dus een discontinue overgang tusschen randlaag en middengedeelte implicerende). In dit geval zou de werkelijke dikte gelijk zijn aan de optische (zie pag. 38).

<sup>1)</sup> N.B. Bij de waarnemingen, die deze zeer groote waarden van  $K$  geven, bleek met de figuur van de eerste orde te correspondeeren  $l_1 = 2$  (zie pag. 41)

Bij de waarnemingen 1 volgt zodoende als onderste grens voor de dikte van de randlaag:

bij 1260 Gausz :  $1,098 \cdot 10^4 \mu\mu, \approx 0,01 \text{ mm.}$

bij 10000 Gausz :  $1,783 \cdot 10^3 \mu\mu \approx 0,002 \text{ mm.}$

Bij veldsterkten kleiner dan ca. 1000 Gausz konden geen waarnemingen gedaan worden, daar de figuren bij deze lage velden te onduidelijk werden. Daardoor is het niet mogelijk voor de optische dikte een extrapolatie te doen naar veldsterkten 0. (De opgestelde formule, welke gevonden is voor het gebied 1000 tot 10 000 Gausz te gelden is voor deze extrapolatie ongeschikt, daar zij voor  $H = 0$  zou geven  $\delta = \infty$ ).

Wat de grootte-orde van  $\delta$  betreft, deze is niet onvereinigbaar met de door mej. Riwlin voor het veldvrije geval opgegeven waarde voor de dikte van de randlaag, namelijk 0.04 m.m. <sup>1)</sup>.

---

<sup>1)</sup> Opgemerkt moet hier worden, dat mej. Riwlin slechts in het z.g. ex-vaste geval de aanwezigheid van een randlaag constateerde, terwijl bij de hier beschreven proeven geen verschil tusschen ex-vast en ex-vloeibaar werd waargenomen. Ook bij de proeven van Moll en Ornstein trad een duidelijk verschil in randwerking en in troebelheid tusschen ex-vast en ex-vloeibaar op. Wellicht is dit onderscheid te verklaren door een eventueel verschil in tijdsduur of temperatuur gedurende en bij welke de stof in de isotrope toestand gehouden werd, alvorens de metingen in ex-vloeibaren toestand te doen.



## HOOFDSTUK VII.

*Theoretische beschouwingen over het verband tusschen optische dikte van de randlaag, en magneetveldsterkte.*

Men kan zich afvragen, of het in het vorige hoofdstuk experimenteel gevonden verband tusschen  $\delta$  en  $H$  ook theoretisch te begrijpen is uit de door ons gebruikte voorstelling van het vloeibaar kristallijne preparaat, n.l. dat dit uit zwermen is opgebouwd.

Hier volgen eenige beschouwingen, op grond waarvan we in staat zullen blijken te zijn, rekenschap te geven van de gevonden betrekking tusschen  $\delta$  en  $H$ . Tevens zullen deze overwegingen ons veroorloven een keuze te doen tusschen de twee omtrent het magnetische karakter van de zwermen mogelijke opvattingen, n.l.

1e. de onderstelling, dat de zwermen een vast magnetisch moment hebben, en zich dus ongeveer als paramagnetische moleculen in het aangelegde magneetveld zullen instellen;

2e. de onderstelling, dat de zwermen anisotroop magnetisch polariseerbaar zijn.

De eerste hypothese is door Ornstein <sup>1)</sup> geformuleerd, en op grond daarvan kon hij een bevredigende verklaring geven van de experimenten van Kast <sup>2)</sup>; later is door Fréedericks en Repiewa <sup>3)</sup> de berekening van Ornstein herhaald op de basis van diamagnetische gebieden, en is door hen aangetoond, dat de overeenstemming van Ornstein's theorie en de experimenten van Kast niet minder bevredigend is, zoo in plaats van de eerste onderstelling (de „dipoolhypothese”) de tweede (de „polarisatiehypothese”) wordt gebruikt.

Op grond van de waarnemingen van Kast is dus geen beslissing te nemen betreffende de juistheid van de eene of de andere hypothese.

Zooals reeds vermeld werd, stellen wij ons op het standpunt, dat de wand slechts op de direct aanliggende deeltjes een werking uitoefent, en dat deze werking zich naar het inwendige van

<sup>1)</sup> L. S. Ornstein, l.c. pag. 1.

<sup>2)</sup> W. Kast, l.c. pag. 1.

<sup>3)</sup> V. Fréedericks u. A. Repiewa, ZS. f. Phys. 42, 532, (1927).



het preparaat voortplant door middel van richtende werkingen tusschen de zwermen onderling.

Vatten we een bepaalde laag, evenwijdig aan de cuvetwand, in het oog, dan bezit die een gegeven hoek tusschen optische hoofdas en magneetveldrichting. <sup>1)</sup> De aangrenzende lagen zullen op de deeltjes ervan koppels uitoefenen, die het hoekverschil tusschen de hoofdassen trachten te verkleinen.

We onderstellen nu, dat de grootte van het koppel, door een laag op  $x'$ , (afstand tot de wand) met ashoek  $\varphi'$ , uitgeoefend op een deeltje van de laag op  $x$ , met hoek  $\varphi$ , voorgesteld kan worden door:

$$f(x' - x) g(\varphi' - \varphi),$$

waar  $f(x' - x)$  een even functie van  $(x' - x)$  zal zijn, daar er geen reden voor is, aan te nemen, dat de grootte van het koppel af zou hangen van het feit, of de laag met oriëntering  $\varphi'$  op gelijken afstand boven of onder de laag met oriëntering  $\varphi$  ligt.

Voorts nemen we aan, dat  $f(x' - x)$  slechts waarden heeft  $\neq 0$ , zoolang  $(x' - x) < \varepsilon$ , waar  $\varepsilon$  een kleine grootheid is. (D.w.z. we denken ons de directe werking van elk deeltje slechts tot zijn naaste omgeving beperkt).

$g(\varphi' - \varphi)$  zal een oneven functie moeten zijn van  $(\varphi' - \varphi)$ , daar voor  $\varphi' - \varphi > 0$  het koppel een zoodanige zin moet hebben, dat het  $\varphi$  tracht te vergrooten, (positief) terwijl voor  $\varphi' - \varphi < 0$  de zin zoo is, dat het koppel  $\varphi$  tracht te verkleinen. (negatief) Daar, zoolang  $|x' - x| < \varepsilon$ ,  $(\varphi' - \varphi)$  klein zal blijven, mogen wij ons  $(\varphi' - \varphi)$  in een machtreeks ontwikkeld denken, en deze bij de eerste term afbreken, zoodat wij dus voor het koppel schrijven kunnen:  $f(x' - x) (\varphi' - \varphi)$ , waar een evenredigheidsfactor in  $(x' - x)$  is opgenomen.

<sup>1)</sup> We zien bij de berekening af van door de warmtebeweging veroorzaakte spelingen, die uitgeoefend worden om de bepaalde evenwichtsstand. De toelaatbaarheid hiervan ontleenen wij aan de geciteerde waarnemingen van Kast, die vond, dat reeds bij magneetvelden van ca. 1000 Gausz practisch de verzadigingswaarde bereikt was, wat beteekent, dat het ontrichtende koppel, door de warmtebeweging veroorzaakt, dan reeds te verwaarloozen is tegen het richtende koppel van het magneetveld. Daar bij onze experimenten steeds velden  $> 1000$  Gausz aangelegd waren, volgt hieruit, dat wij gerechtigd zijn in eerste benadering deze warmtebeweging te verwaarloozen.



Het totale koppel op een deeltje  $(x, \varphi)$  uitgeoefend door alle overige lagen is dan te schrijven als:

$$\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} (x'-x) \cdot (\varphi' - \varphi) dx'.$$

In de evenwichtsstand is  $\varphi'$  een functie van  $x'$ ; wij kunnen dan volgens Taylor ontwikkelen, zoodat we krijgen:

$$\varphi' = \varphi + (x' - x) \frac{d\varphi}{dx} + \frac{1}{2} (x' - x)^2 \frac{d^2\varphi}{dx^2} + \dots,$$

of, als wij bij de derde term afbreken:

$$\varphi' - \varphi = (x' - x) \frac{d\varphi}{dx} + \frac{1}{2} (x' - x)^2 \frac{d^2\varphi}{dx^2}.$$

Voeren we deze uitdrukking in de integraal in, dan geeft dit:

$$\frac{d\varphi}{dx} \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} f(x'-x) (x'-x) dx' + \frac{1}{2} \frac{d^2\varphi}{dx^2} \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} f(x'-x) \cdot (x'-x)^2 dx'$$

Ingevolge de onderstelling, dat  $f(x'-x)$  een even functie van  $x'-x$  is, is de waarde van de eerste van deze beide integralen  $= 0$ , zoodat we dus voor het door de onderlinge wisselwerking veroorzaakte koppel kunnen schrijven:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2\varphi}{dx^2} \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} f(x'-x) \cdot (x'-x)^2 dx' = A \frac{d^2\varphi}{dx^2},$$

waar  $A$  een constante is, die een maat geeft voor de neiging tot parallelstelling van de deeltjes.

Het beschouwde deeltje zal zich nu zoodanig instellen, dat de som van alle erop werkende koppels nul is. Behalve het beschouwde koppel hebben wij nog slechts een tweede in aanmerking te nemen, en wel het door het magnetveld veroorzaakte.

Afhankelijk van de hypothese (dipool- of polarisatie), die we aanvaarden, heeft dit koppel verschillende waarden.

Beschouwen we eerst het dipoolstandpunt.

Op een deeltje met moment  $\mu$ , dat een hoek  $\varphi$  met de veldrichting maakt, wordt door een veld van de sterkte  $H$  een koppel  $-\mu H \sin \varphi$  uitgeoefend.

Het deeltje zal zich dus zoodanig instellen, dat

$$-\mu H \sin \varphi + A \frac{d^2\varphi}{dx^2} = 0.$$

Door deze differentiaalvergelijking, tezamen met twee nog ontbrekende initiaalvoorwaarden, is dan vastgelegd, hoe  $\varphi$  van  $x$  afhangt. In de initiaalvoorwaarden zal een grootheid moeten optreden, die de werking van de wand op de aanliggende deeltjes beschrijft.

Denken wij ons  $\varphi$  als functie van  $x$  bepaald, dan komt het probleem van het berekenen van de optische dikte,  $\delta$ , van de randlaag neer op het bepalen van

$$\int_0^{\infty} \sin^2 \varphi \, dx. \quad (\text{zie pag. 38})$$

Zonder de differentiaal vergelijking volledig op te lossen kunnen wij over  $\delta$  reeds een en ander afleiden.

Schrijven wij de differentiaalvergelijking als:

$$\frac{\mu H}{A} \sin \varphi = \frac{d^2 \varphi}{dx^2},$$

dan volgt door vermenigvuldiging van beide leden met  $2 \frac{d\varphi}{dx}$ :

$$- \frac{2 \mu H}{A} \frac{d}{dx} (\cos \varphi) = \frac{d}{dx} \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2,$$

of wel:

$$\left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 = - \frac{2 \mu H}{A} \cos \varphi + C.$$

De integratieconstante  $C$  kiezen we zoo, dat voor  $x = \infty$  waar  $\varphi = 0$  zal zijn:

$$\left( \frac{d\varphi}{dx} \right)_{\infty} = 0, \text{ dus}$$

$$C = \frac{2 \mu H}{A}, \text{ zoodat}$$

$$\left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 = \frac{2 \mu H}{A} (1 - \cos \varphi) = \frac{4 \mu H}{A} \sin^2 \frac{\varphi}{2}.$$

Hieruit volgt:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \pm \sqrt{\frac{4 \mu H}{A}} \sin \frac{\varphi}{2}.$$

Daar steeds  $\varphi > 0$  zal zijn, en  $\frac{d\varphi}{dx} < 0$ , moeten wij van beide mogelijke teekens het minteeken kiezen, of wel:

$$\frac{d\varphi}{dx} = - \sqrt{\frac{4 \mu H}{A}} \sin \frac{\varphi}{2}.$$



Te bepalen is nu  $\delta = \int_0^{\infty} \sin^2 \varphi \, dx$ .

Op grond van het juist gevondene kunnen we hierin substitueeren:

$$dx = - \sqrt{\frac{A}{4\mu H}} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot d\varphi.$$

Wat de grenzen van de  $\int$  betreft als we  $\varphi$  als veranderlijke nemen, hiervoor zullen we in te zetten hebben:

voor  $x = 0$  :  $\varphi = \varphi_0$  afhankelijk van cuvetwand, en eventueel van veldsterkte,

voor  $x = \infty$  :  $\varphi = 0$ .

We schrijven dus:

$$\delta = \sqrt{\frac{A}{4\mu H}} \int_0^{\varphi_0} \frac{\sin^2 \varphi}{\sin \frac{\varphi}{2}} d\varphi = \sqrt[4]{\frac{A}{\mu H}} \cdot \left[ 1 - \cos^3 \frac{\varphi_0}{2} \right]$$

Alvorens deze uitkomst nader te discussieeren, zien we eerst eens wat de polarisatie-hypothese levert.

Wij nemen voor de permeabiliteit van de zwermen rotatiesymmetrie t.o.v. de as aan. Noemen wij de permeabiliteit in de asrichting  $\mu_1$ , in een richting loodrecht hierop,  $\mu_2$  dan volgt voor het moment, uitgeoefend op een deeltje met ashelling  $\varphi$ :

$$- \beta H^2 (\mu_1 - \mu_2) \cos \varphi \sin \varphi,$$

waar  $\beta$  een factor is, afhingende van grootte en vorm van de deeltjes.

Wij schrijven voor het moment:

$$- aH^2 \cos \varphi \sin \varphi.$$

De differentiaal-vergelijking, die  $\varphi$  als functie van  $x$  bepaalt, wordt thans:

$$\frac{aH^2}{A} \cos \varphi \sin \varphi = \frac{d^2 \varphi}{dx^2}.$$

Door weer met  $2 \frac{d\varphi}{dx}$  te vermenigvuldigen volgt thans:

$$- \frac{1}{2} \frac{aH^2}{A} \frac{d}{d\varphi} (\cos 2\varphi) = \frac{d}{dx} \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2, \text{ of } \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 = - \frac{aH^2}{2A} \cos 2\varphi + C.$$

Thans vinden we uit onze eene initiaalconditie:  $C = \frac{\alpha H^2}{2A}$ , dus

$$\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 = \frac{\alpha H^2}{2A}(1 - \cos 2\varphi) = \frac{\alpha H^2}{A} \sin^2 \varphi.$$

Voor  $\frac{d\varphi}{dx}$  (weer — teeken) volgt nu:

$$\frac{d\varphi}{dx} = -H \sqrt{\frac{\alpha}{A}} \cdot \sin \varphi$$

Met behulp hiervan schrijven we:

$$\delta = \int_0^{\infty} \sin^2 \varphi \cdot dx = \frac{1}{H} \sqrt{\frac{A}{\alpha}} \cdot \int_0^{\varphi_0} \sin \varphi d\varphi = \frac{1}{H} \sqrt{\frac{A}{\alpha}} \cdot [1 - \cos \varphi_0]$$

Nemen wij nu aan, dat aan de wand de oriënteerende werking van het glas groot is ten opzichte van die van het magneetveld, dan is dus  $\varphi_0$  onafhankelijk van  $H$ , en wel in de onderstelling, die wij boven maakten, n.l. dat de wand de deeltjes parallel aan zichzelf richt:

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

De gevonden formules voor  $\delta$  leveren dan:

$$\text{(dipoolhypothese): } \delta = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{A}{\mu}} \cdot \frac{1}{\sqrt{H}}$$

$$\text{(polarisatiehypothese): } \delta = \sqrt{\frac{A}{\alpha}} \cdot \frac{1}{H}$$

Experimenteel werd gevonden:

$$\delta = \frac{K}{H^{0,93}}$$

Wat de wijze betreft, waarop de optische dikte van  $H$  afhangt, geeft dus de polarisatie-hypothese een veel betere beschrijving van de waarnemingen dan de dipool-hypothese.

Opgemerkt moet echter worden, dat de experimenteele grootheid  $K$  afhankelijk was van het gekozen cuvet, terwijl de coëfficiënt  $\sqrt{\frac{A}{\alpha}}$  een constante is voor het preparaat. We zullen dus niet

$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$  mogen aannemen, daar dan elke afhankelijkheid van het materiaal, waaruit het cuvet bestaat verloren gaat.



De formule, afgeleid uit de polarisatie-hypothese zou ongeveer het experimenteele resultaat beschrijven, zoo men kon inzien, dat  $\cos \varphi_0 = Q$ , waar  $Q$  afhangt van de aard van het cuvet.

Door iets meer in te gaan op het mechanisme van de instelling van de deeltjes onmiddellijk aan de wand kunnen we een relatie van dezen vorm plausibel maken.

Op de aan het oppervlak gelegen deeltjes werken:

- 1e. een koppel, veroorzaakt door het magneetveld,
- 2e. een koppel, veroorzaakt door de dieper gelegen deeltjes,
- 3e. een koppel veroorzaakt door het wandmateriaal, terwijl zal blijken, dat er nog een verdere invloed in aanmerking te nemen is, wil het experimenteele materiaal goed beschreven kunnen worden.

Wat het eerste van deze koppels betreft, hiervoor schreven we op grond van de polarisatiehypothese:  $-aH^2 \cos \varphi_0 \sin \varphi_0$ . beschouwing, analoog aan die welke ons dit koppel gaf voor een

Voor het van de overige deeltjes ondervonden koppel geldt een niet aan de wand gelegen deeltje. Slechts moeten we thans de integralen niet tusschen de grenzen  $(x - \varepsilon)$  en  $(x + \varepsilon)$  nemen, doch slechts tusschen  $x$  en  $(x + \varepsilon)$ . Waar bovendien  $x = 0$ , volgt voor de grenzen thans  $0$  en  $+\varepsilon$ .

We vinden dus:

$$\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_{x=0} \int_0^{\varepsilon} f(x') x' dx' + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right)_{x=0} \int_0^{\varepsilon} f(x') x'^2 dx'.$$

Waar we vroeger stelden:

$$\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} f(x' - x) (x' - x)^2 dx' = 2A, \text{ volgt nu:}$$

$$\int_0^{\varepsilon} f(x') x'^2 dx' = A.$$

Wegens het even karakter van  $f(x' - x)$  volgde op pag 60:

$$\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} f(x' - x) (x' - x) dx' = 0;$$

nu moeten we zetten:

$$\int_0^{\varepsilon} f(x') x' dx' = B$$

Het koppel op de randdeeltjes, veroorzaakt door de richtende werking van de overigen, kunnen wij dus schrijven als:

$$B\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_{x=0} + \frac{1}{2} A\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right)_{x=0} = 0$$

Uit de differentiaalvergelijking volgt direct:

$$\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2}\right)_{x=0} = \frac{\alpha H^2}{A} \cos \varphi_0 \sin \varphi_0,$$

uit de eerste integratie:

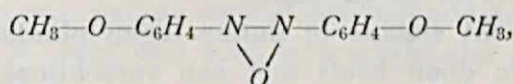
$$\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_{x=0} = -H\sqrt{\frac{\alpha}{A}} \sin \varphi_0.$$

Substitutie hiervan geeft voor het beschouwde koppel:

$$-BH\sqrt{\frac{\alpha}{A}} \cdot \sin \varphi_0 + \frac{1}{2} \alpha H^2 \cos \varphi_0 \sin \varphi_0$$

Wat nu het koppel aangaat door het wandmateriaal geleverd, de uitdrukking ervoor zal weer afhangen van de onderstelling, die wij maken omtrent het mechanisme, waardoor de wand op de deeltjes werkt.

Gezien de structuurformule van het p-azoxyanisolecule:



is een zeer plausible onderstelling, dat de wandwerking bestaat in een dwarse polarisatie van het molecuul, aangrijpende aan de aan de stikstof gebonden zuurstof.

Voor het koppel, uitgeoefend op een deeltje, waarvan de langs-as een hoek  $\varphi_0$  maakt met de normaal op de wand, vinden we dan:

$$N \cos \varphi_0 \sin \varphi_0,$$

waar  $N$  een constante is, waarin de polariseerbaarheid van de deeltjes en de grootte van het van de wand afkomstige polariserende veld verdisconteerd zijn.

Zoo slechts de drie genoemde koppels in aanmerking kwamen, zouden we de voorwaarde, waaruit  $\varphi_0$  bepaald moet worden



vinden door te eischen, dat de som van deze koppels gelijk aan nul is, dus:

$$-aH^2 \cos \varphi_o \sin \varphi_o - BH \sqrt{\frac{a}{A}} \sin \varphi_o + \frac{1}{2} aH \cos \varphi_o \sin \varphi_o + N \cos \varphi_o \sin \varphi_o = 0,$$

of wel:

$$-\frac{1}{2} aH^2 \cos \varphi_o \sin \varphi_o - BH \sqrt{\frac{a}{A}} \sin \varphi_o + N \cos \varphi_o \sin \varphi_o = 0$$

Hieruit volgt:

$$\cos \varphi_o = \frac{B \sqrt{\frac{a}{A}} \cdot H}{N - \frac{1}{2} aH^2},$$

wat niet de gewenschte betrekking is. <sup>1)</sup>

De wijze, waarop nu  $\delta$  van  $H$  zou afhangen, klopt niet met het experiment. Dit is daaraan toe te schrijven, dat nog een werking niet aanmerking is genomen, die van  $H$  onafhankelijk is.

Het bestaan van zoo'n koppel ontleenen wij aan het experimenteel bekende verschijnsel der homéotropie, waaronder men verstaat, het feit, dat vele vloeibaar kristallijne stoffen, in dunne lagen tusschen twee glasplaten gebracht, zich spontaan instellen, met hun as loodrecht op de wand.

Het feit, dat dit slechts in dunne lagen plaats heeft, bewijst dat men hier te doen heeft met een verschijnsel, dat van het oppervlak uitgaat, en zich dan voortplant door de onderling richtende werking van de deeltjes.

Deze instelling wordt niet veroorzaakt door het materiaal van de wand, doch integendeel door het feit, dat dit materiaal in de betreffende gevallen geen oriënterende werking op de deeltjes uitoefent, waarop speciaal door Friedel <sup>1)</sup> de nadruk gelegd wordt. Bij p-azoxyanisol e.a. treedt dit verschijnsel der homéotropie slechts op als speciale maatregelen genomen zijn om de

<sup>1)</sup> Ook wanneer voor het van de wand afkomstige koppel eenigszins andere onderstellingen gemaakt worden, krijgen we geen betere formule.

<sup>2)</sup> G. Friedel, Ann. de Phys. 9ième S. 18, 355 (1922).

oriënteerende werking van de wand op te heffen, wat, zooals uit de proeven van Mauguin <sup>1)</sup> blijkt, kan geschieden door koken met zwavelzuur. Laat men dit na, dan krijgt men aan het glas adhaereerende gebieden, waarvan de as in het algemeen scheef ten opzichte van het oppervlak staat.

Een en ander kan men pas begrijpen, als men aanneemt, dat aan het oppervlak van een vloeibaar-kristallijn preparaat een koppel werkzaam is, dat de deeltjes in de normale stand tracht te draaien. Zoo ook de wand een koppel, van tegengestelde zin, uitoefent, zal de instelling onder een zoodanige hoek plaats hebben, dat beide koppels evenwicht maken. Het normaal oriënteerende koppel zal ongetwijfeld van capillaire oorsprong zijn.

De eenvoudigste onderstelling, die wij omtrent dit koppel kunnen maken, is, dat het op een deeltje met ashoek  $\varphi_o$ , de grootte:  $-M \sin \varphi_o$  heeft.

Nemen we nu in onze vergelijking voor  $\varphi_o$  ook nog dit koppel in aanmerking, dan volgt:

$$-1/2 \alpha H^2 \cos \varphi_o \sin \varphi_o - BH \sqrt{\frac{\alpha}{A}} \sin \varphi_o + N \cos \varphi_o \sin \varphi_o - M \sin \varphi_o = 0$$

of wel:

$$\cos \varphi_o = \frac{M + BH \sqrt{\frac{\alpha}{A}}}{N - 1/2 \alpha H^2}$$

In het geval nu, dat de van  $H$  afhankende termen klein zijn t.o.v.  $M$  resp.  $N$ , (wat een zeer waarschijnlijke onderstelling is) vinden we dus:

$$\cos \varphi_o = \frac{M}{N} = Q,$$

waar  $Q$  een constante is, die zoowel van de eigenschappen van het preparaat als van die van de wand afhangt.

Voor de optische dikte van de laag krijgen we:

$$\delta = \frac{1}{H} \sqrt{\frac{A}{a}} \left(1 - \frac{M}{N}\right),$$

waardoor een goede overeenstemming met de experimenteele formule verkregen is, daar thans  $\sqrt{\frac{A}{a}} \left(1 - \frac{M}{N}\right)$  een constante is, die van den aard van het cuvet afhangt.

Wat het kleine verschil in exponent van  $H$  in de theoretische

<sup>1)</sup> Ch. Mauguin, Phys. Z.S. 12, 1011 (1911).



en in de experimenteele formule betreft, (resp. — 1.00 en — 0.93) het is moeilijk hiervoor een plausibele oorzaak aan te geven.

Men zou geneigd zijn te denken, dat de overeenstemming tusschen theorie en experiment beter zou worden, als in de uitdrukking voor  $\cos \varphi_0$  niet de termen met  $H$  geheel verwaarloosd werden.

Dit blijkt echter niet het geval te zijn.

De experimenteele resultaten zouden volmaakt beschreven kunnen worden door een formule van de vorm:  $\delta = \frac{L}{H}(1 + SH)$ , waar  $L$  en  $S$  positieve constanten zijn.

Meenemen van de termen met  $H$  in de formule voor  $\cos \varphi_0$  leidt tot:

$$\delta = \frac{R}{H}(1 - TH - UH^2),$$

waar  $R$ ,  $T$  en  $U$  positieve constanten zijn.

Door in aanmerking nemen van de veldsterkteafhankelijkheid van  $\cos \varphi_0$  wordt dus de overeenstemming zeker niet beter. Niet onmogelijk is, dat de afwijking een gevolg is van experimenteele fouten, hoewel niet in te zien is, waar deze zouden moeten schuilen om de verklaring ervan te leveren.

De overeenstemming tusschen theorie en experiment is echter zoo bevredigend, dat ongetwijfeld door de gehouden beschouwingen het wezen van het verschijnsel gegrepen moet zijn.

Als belangrijkste conclusie trekken wij uit deze overwegingen, dat de instelling van de zwermen een gevolg is van de anisotrope polariseerbaarheid.

Bepaling van de constanten in de theoretische formule door aanpassing aan de waarnemingen is niet mogelijk, daar zij niet gescheiden voorkomen.

## HOOFDSTUK VIII.

*Metingen van het doorlatingsvermogen.*

Zooals reeds in Hoofdstuk I is medegedeeld, waren metingen van het doorlatingsvermogen van met vloeibaar-kristallijn p-azoxyanisol gevulde cuvetten, in afhankelijkheid van de sterkte van een aangelegd magneetveld, aanleiding tot het verrichten van het hier beschreven onderzoek, aangaande het gedrag van de assenfiguur. Daar in verhouding tot de zeer groote bewerkelijkheid van deze doorlatingsmetingen en de onreproduceerbaarheid ervan, niet voldoende tijd beschikbaar was om ze tot een definitief einde te voeren, moge hier volstaan worden met het beschrijven van de meest wezenlijke en betrouwbare resultaten. Zoowel in parallel als normaal veld zijn metingen verricht. Evenals bij Riwlin<sup>1)</sup> werd opgemaakt  $D_v = \frac{D}{D_i}$  waar  $D$  — doorlatingsvermogen van het cuvet, terwijl de stof vloeibaar-kristallijn is,  $D_i$  — doorlatingsvermogen bij isotropen toestand van de vulling.  $D_v$  karakteriseert dan volgens aannahme van Riwlin, het lichtverlies door verstrooiing. De metingen geschieden in spectraal-ontleed licht; in het begin van het onderzoek volgens de fotografische methode <sup>1)</sup> met gebruikmaking van rookglasverzwakkers, later met behulp van de visuele spectraal-photometer van Glan. Door de afstand van de lichtbron (hiervoor zijn zowel Hg-booglamp als gloeilamp gebezigd) tot het preparaat groot te kiezen in verhouding tot de oppervlakte van het laatste en de afmetingen van de lamp, werd ervoor gezorgd, dat practisch al het licht evenwijdig en normaal inviel; door de groote afstand preparaat-spectrograaf (of spectraalphotometer) werd slechts het loodrecht doorvallende gedeelte van het licht gemeten, zoodat gewerkt werd in de condities ook door Riwlin gebruikt, en waarvoor haar theoretische beschouwingen gelden.

<sup>1)</sup> R. Riwlin, l.c.



*Metingen in parallel veld.*

Hier blijkt de doorlating als functie van de veldsterkte een eenvoudig verloop te hebben. In figuur 8 is een voor  $\lambda = 660 \mu\mu$  waargenomen kromme,  $D_v$  als functie van  $H$ , uitgezet.  $D_v$  blijkt snel naar een verzadigingswaarde te loopen, die bij 2000 Gausz practisch reeds bereikt is. Opmerkelijk is, dat deze verzadigingswaarde zoo laag is (ca. 10 %). Ofschoon het preparaat bij de betreffende veldsterkten volmaakt helder ziet, blijkt de doorlating veel kleiner te zijn, dan in het isotrope geval. Hieruit volgt, dat de echte absorptie van de stof in de kristallijne toestand niet, zooals b.v. bij mej. Riwlin aangenomen is, gelijk aan die van de isotrope phase is. Een schatting van de absorptie-coëfficiënt in de richting loodrecht op de zwermassen verkrijgen we door combinatie van een van onze meetreeksen voor parallel veld met gegevens van Riwlin:

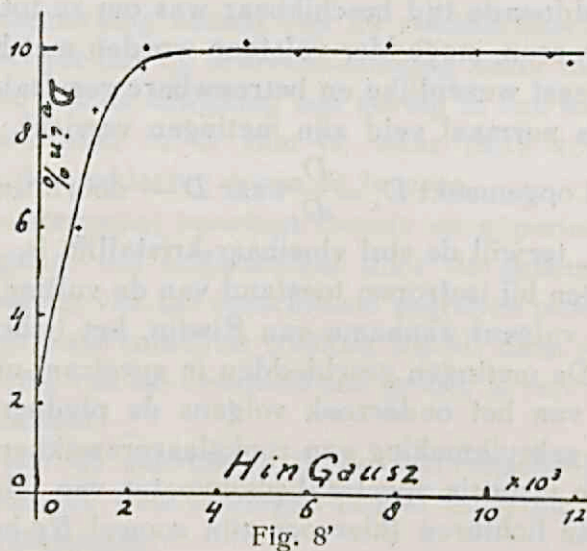


Fig. 8'

In tabel X zijn opgegeven de gemeten verzadigingswaarden van  $D_v$  als functie van  $\lambda$ , aan een cuvet van 2.0 m.m. dikte.

Door gebruik te maken van de door Riwlin opgegeven waarden voor  $D_i$ <sup>1)</sup> als functie van  $\lambda$ , voor een cuvet van 2.0 m.m. dikte, zijn hieruit berekend de waarden van  $D$ , waaruit dan weer de absorptiecoëfficiënten,  $\alpha$  bepaald zijn, welke in de voorlaatste kolom van de tabel zijn neergeschreven.  $\alpha$  is uitgedrukt in  $\text{mm}^{-1}$ .

<sup>1)</sup> R. Riwlin, Arch. Néerl. d. Sc. Ex. et Nat. ser. III A T. VII p. 126.

TABEL X.

$\lambda$	$D_v$	$D_i$ (Riwl)	D	$\alpha$	$\alpha_i$
687	7.4 %	99 %	7.3 %	1.31	0.005
660	6.4	98	6.3	1.38	0.010
622	4.0	96	3.8	1.52	0.023
585	2.1	89	1.8 <sup>5</sup>	1.99	0.063
544	0.07	69	0.04 <sup>8</sup>	2.66	0.195

Voor al voor 544  $\mu\mu$  is de absorptieindex door de kleinheid van de gemeten  $D_v$  zeer onbetrouwbaar. Ook overigens echter zijn de getallen slechts als aanduidingen van de orde van grootte te beschouwen, daar ook de verzadigingswaarden van de doorlating niet goed reproduceerbaar waren.

Voor vergelijking zijn in de laatste kolom de uit de  $D_i$  berekende  $\alpha_i$  (absorptie-indices van de stof in de isotrope toestand) opgegeven.

Wegens de additiviteit van de absorptie-indices is het, gezien de groote waarde van de index in de richting loodrecht op de zwermassen, ook bij aanname van sterk dichroïsme (zoodanig, dat in de richting van de zwermassen de absorptie-coëfficiënt zeer klein is) niet mogelijk dat in het ongerichte geval de dan werkzame gemiddelde absorptieindex gelijk aan  $\alpha_i$  is. Te meer niet, daar bij sterke verstrooiing zooals dan plaats heeft, de gemiddelde weglengte, die een lichtstraal door het preparaat aflegt, grooter is dan de dikte van het cuvet, wat zich uit in een vergrooing van de werkzame absorptie-index.

Krommen met het typische verzadigingskarakter als in fig. 8 gegeven, werden slechts verkregen door na verandering van de veldsterkte geruimen tijd te wachten, alvorens de meting van het doorlatingsvermogen te doen, om het preparaat gelegenheid te geven zich in te stellen. Zoo niet voldoende lang gewacht werd, vertoonde de kromme, bij toenemende veldsterkte opgenomen, een voortdurende toename van de doorlating, terwijl daarna, bij afnemende veldsterkte, de doorlating een groot stuk constant bleef, en voorts overal boven die, bij opgaande veldsterkte gevonden. De volledige (bij op- en afgaande veldsterkte genomen) kromme vertoonde dan een soort hystereselus.



*Metingen in normaal veld.*

Hier traden, zooals reeds in Hoofdstuk I is medegedeeld in de krommen  $D_v$  tegen  $H$  onverwachte maxima en minima op. Fig. 9 geeft als voorbeeld de resultaten van een reeks waarnemingen, verricht bij  $T = 50$  voor een aantal verschillende golflengten. De metingen zijn gedaan met de spectraalfotometer naar Glan. Elk van de gemarkeerde punten is berekend uit een gemiddelde van een aantal instellingen (meestal drie). Uit de onderlinge afwijkingen van de aflezingen volgt, dat de nauwkeurigheid van de

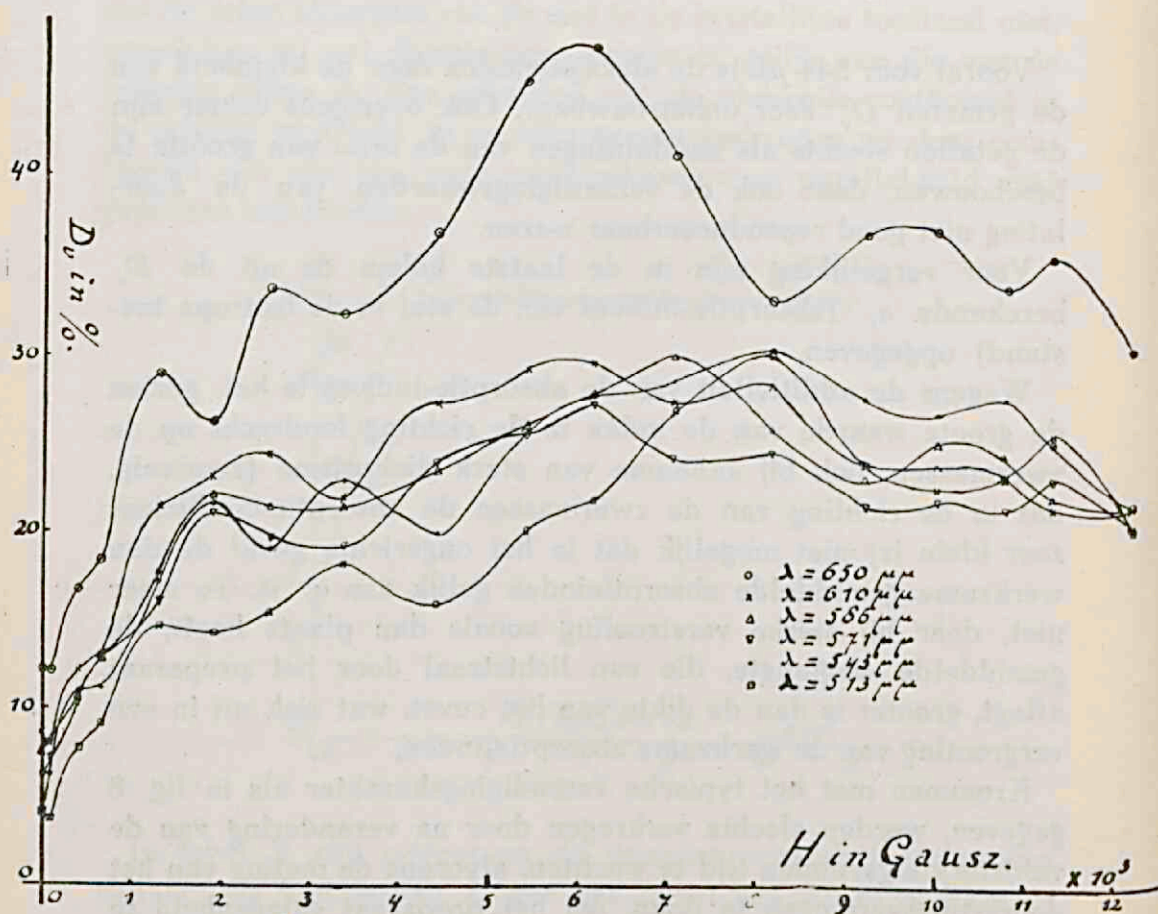


Fig. 9.

instelling zeer zeker voldoende groot is om aan de meeste in de figuur geteekende bochten realiteit toe te kennen. Overigens blijkt dit nog overtuigender uit het feit, dat bij herhaling van een meetreeks steeds praktisch hetzelfde verloop gevonden werd. Zoo is in fig. 10 nog eens uitgezet de waarnemingsreeks voor  $\lambda = 650 \mu u$  uit fig. 9 (kromme a), voorts een dergelijke voor

$\lambda = 661 \mu \mu$  op een andere dag aan hetzelfde cuvet verricht (b). Ofschoon voor krommen van zoo onregelmatig verloop het aantal waarnemingspunten verre van voldoende is om ze vast te leggen, zijn zoo goed mogelijk beide krommen getrokken, zonder bij het teekenen van de een met het verloop van de ander rekening te houden. Het algemeene karakter van de beide krommen is ontegenzeggelijk gelijk; bij elke top in *a* is er een corresponderende in *b* aan te wijzen (bij iets lagere veldsterkte. Bij ca. 4500 Gausz vertoont *b* een minimum, waarvan het analogon in *a* ontbreekt; zonder de waarnemingspunten dwang aan te doen, zou

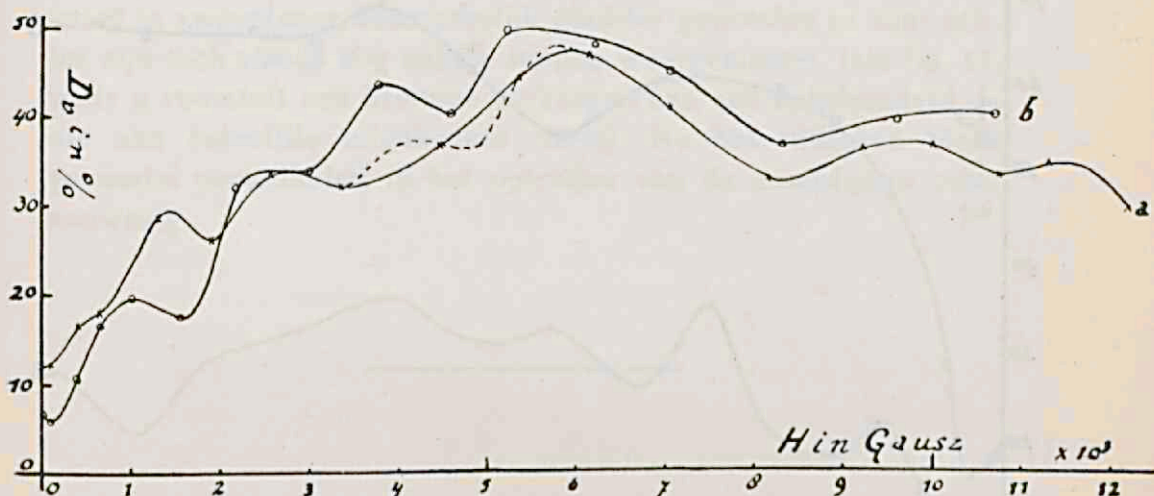


Fig. 10.

men ook *a* het corresponderende verloop kunnen geven (gestipelde lijn). Uit deze reproduceerbaarheid, wat de plaats der maxima betreft, en uit het feit, dat deze voor verschillende golflengten bij verschillende veldsterkten optreden, volgt, dat het onregelmatige verloop van de doorlating niet voorgespiegeld wordt door een evt. inconstante lichtsterkte van de gebruikte lichtbronnen. (De punten van de verschillende golflengten werden n.l. bij elke veldsterkte onmiddellijk na elkaar waargenomen, terwijl na elke veldsterkte-verandering eenigen tijd gewacht werd).

Overigens werden de lampen gevoed door accumulator-batterijen van groot vermogen, waarvan op andere plaatsen geen stroom werd afgenomen, terwijl bovendien bij vele experimenten de klemspanning aan de lampen gecontroleerd werd. Dat ook niet door het magneetveld b.v. een deformatie van de opstelling veroorzaakt werd, welke zich op de waargenomen manier zou



kunnen uiten, wordt reeds door een van de genoemde argumenten (verplaatsing van maxima en minima met de golflengten) bewezen. Bovendien bleek de doorlating onafhankelijk van de magneetveldsterkte te zijn, als het preparaat in de isotrope toestand verkeerde. Uit een en ander volgt, dat het gevonden verloop van het doorlatingsvermogen inderdaad als voor de vloeibaar kristallijne toestand karakteristiek aangezien moet worden.

Van de cuvettedikte schijnt de plaats van de toppen onafhanke-

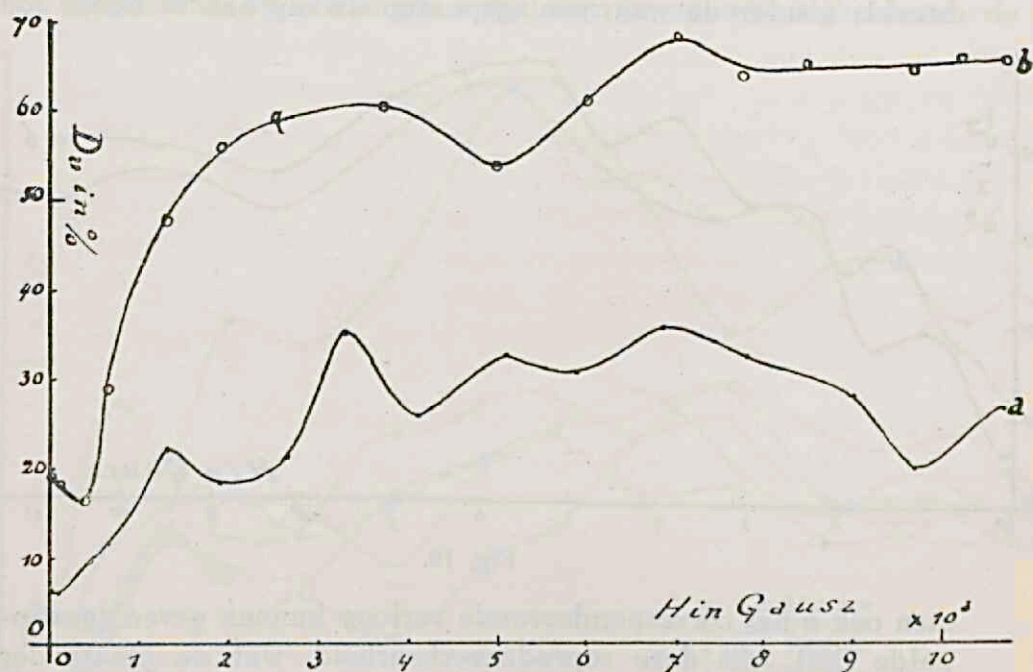


Fig. 11.

lijk te zijn; aan twee cuvetten, uit hetzelfde glas vervaardigd, resp. 0.3 en 1.2 m.m. dik, werd bij dezelfde veldsterkten, 6000 en 11000 Gausz een hoog maximum van doorlatingsvermogen gevonden voor dezelfde golflengte,  $\lambda = 5461 \text{ \AA}$  (groene Hg-lijn). Ook de temperatuur blijkt geen groote invloed uit te oefenen, nóch op de waarde van de doorlating (wordt de eene maal bij hogere temperatuur groter, de andere maal kleiner gemeten) nóch op de plaats van de toppen.

Men zou geneigd zijn aan te nemen, dat het optreden van de toppen in de doorlatingskromme parallel gaat met dat van de assenfiguren. Het waarnemingsmateriaal betreffende de doorlating laat echter niet toe de juistheid van dit vermoeden b.v.

door opmaken van golflengteafhankelijkheid van de veldsterkte benodigd voor een bepaald maximum van doorlating, te toetsen. Een moeilijkheid, die hierbij optreedt, is, dat men te weinig zekerheid heeft, dat alle optredende toppen waargenomen zijn.

Daar na uitkoken van het cuvet met zwavelzuur het geheele verschijnsel van opkomen en gaan van de assenfiguur verdwenen is, zou men ditzelfde moeten verwachten van de maxima in de doorlatingskromme, zoo de oorzaak van beide verschijnselen dezelfde is.

Inderdaad blijkt de doorlatingskromme na uitkoken van het cuvet in zwavelzuur, aanmerkelijk gladder geworden te zijn; echter zijn toch steeds nog enkele toppen waargenomen. (zie fig. 11, waar  $a$  voorstelt een kromme verkregen aan een onbehandeld,  $b$ , die aan hetzelfde uitgekookte cuvet). Na het uitkoken bleek geenerlei periodiciteit in het optreden van de assenfiguur meer aanwezig.

---





## ZUSAMMENFASSUNG.

Das kristalloptische Verhalten in konvergentem linear polarisiertem Lichte, einer mit flüssig-kristallinen p-Azoxyanisol gefüllte Glasküvette wurde studiert, in Abhängigkeit der Stärke eines Magnetfeldes, dessen Kraftlinien senkrecht auf die Wände verliefen.

Für jede Wellenlänge des gebrauchten Lichtes und jede Temperatur des Preparates ist eine von diesen beiden Gröszen abhängige Reihe von Feldstärken anzugeben, für die, bei Wahrnehmung zwischen gekreuzten Nikols, eine Figur, wie von einer einachsige, senkrecht zur Achse geschnittene Kristallplatte, auftritt. Für zwischenliegende Feldstärken wird diese Figur unscharf, unsymmetrisch, und verschwindet völlig.

Dieser Effekt wurde als von der Wand herrührend erkannt, dadurch dasz die Vorbehandlung derselbe sich als bestimmend ergab: durch auskochen in Natriumlauge ändert sich die Reihe der Feldstärken; durch auskochen in Schwefelsäure verschwindet die ganze Erscheinung, insofern dasz dann bei niedrige Feldstärke schon eine Figur auftritt, die bei wachsender Feldstärke nicht wieder verschwindet, doch nur allmählich schärfer wird. Eine theoretische Erklärung davon, dasz bei monoton sich ändernde Feldstärke, die Achsenfigur abwechselnd auftritt und verschwindet wird gegeben, die sich stützt auf dem, — aus den Arbeiten von Moll u. Ornstein, und Mauguin —, bekannten orientierenden Einflusz der Wand auf dem Preparat.

In Folge dieser orientierende Wirkung entsteht an beiden Küvetwänden eine schicht in der die Einstellung der Teilchen durch die Zusammenwirkung der Wand und des Magnetfeldes gegeben wird.

Die beide, untereinander senkrecht polarisierte, Komponenten einer durchgelassenene Welle erhalten in dieser Schicht also eine Wegdifferenz, durch  $n\delta$  bezeichnet, die von der Stärke des Magnetfeldes abhängt. Hierin bedeutet  $n$  die Koeffizient der Doppelbrechung ( $n_e - n_o$ ), während  $\delta$  ein Faktor ist, die von der geometrischen Beschaffenheit der Randschicht abhängt.

Aus den Berechnungen geht hervor, dasz jedesmal wenn:

$$\delta = \frac{l\lambda}{n}, \text{ wo } \lambda \text{ die Wellenlänge des Lichtes, und } l, \text{ eine ganze Zahl}$$



ist, die wahrzunehmende Figur, die einer einachsige senkrecht geschnittene Kristallplatte ist, die das Innere des Preparats, wo die Orientierung nur durch das Magnetfeld bestimmt wird, kristalloptisch ersetzt. Wenn  $\delta = \frac{2l+1}{2} \frac{\lambda}{n}$  ist, ist die Figur völlig verschwunden.

Qualitativ sind die Wahrnehmungen mit der Theorie in Uebereinstimmung.

Um die Theorie auch quantitativ prüfen zu können sollten die Werte von  $n$  in Abhängigkeit von  $\lambda$  und der Temperatur,  $T$ , bekannt sein. Da diese nicht vorlagen sind auf anderem Wege erhaltene Daten, die mit der Doppelbrechung zu tun haben, hinzugenommen.

Dadurch wurde es möglich:

- 1e. die Theorie quantitativ zu bestätigen;
- 2e. die Werte von  $n$  in Abhängigkeit von  $\lambda$  und  $T$  zu bestimmen,
- 3e.  $\delta$  (die „optische Dicke der Randschicht“) in Abhängigkeit von  $H$  (Magnetfeldstärke) darzustellen.

Gefunden wurde:

$$\delta = \frac{K}{H^a}$$

Hierin ist  $K$  für eine bestimmte Küvette weitgehend konstant. Nur für extrem niedrige Temperatur erhöht sich  $K$  um rund 10 %.

$a$  ist eine für das ganze Wahrnehmungsmaterial universelle Konstante, deren Wert auf 0.93 bestimmt wurde.

Endlich wurde für diese Abhängigkeit eine theoretische Erklärung gegeben, in der, ausser den orientierenden Einflüssen des Magnetfeldes und der Wand auch noch:

- 1e. die Tendenz der Schwärme sich parallel zu stellen,
- 2e. die von einer Kapillarkraft herrührende Tendenz der fl.kr. Preparaten zur Homeotropie (d.h. spontane Einstellung senkrecht auf die Oberfläche)

in die Rechnung eingetragen wurden.

Es ging hervor, dass nur wenn man annimmt, die orientierende Wirkung eines Magnetfeldes auf den Schwärmen sei verursacht durch deren anisotropen Polarisierbarkeit, eine befriedigende Uebereinstimmung zwischen Theorie und Experiment zu erhalten ist. Theoretisch gelangt man dann zu einer Formel:

$$\delta = \frac{K}{H^a} \text{ wo } K \text{ von der Küvette abhängig ist.}$$

Wird angenommen, dass die Schwärme Dipolcharakter haben, so findet man einen Ausdruck, dessen Hauptteil ist:

$$\delta = \frac{K}{\sqrt{H}}, \quad \text{in viel schlechter Einklang mit dem Experiment, also.}$$

Schliesslich werden noch einige Mitteilungen gemacht über optische Durchlässigkeitsmessungen in Abhängigkeit der Stärke eines angelegten Magnetfeldes.

Wenn das Feld parallel an der Wand der Küvette verläuft, wird mit zunehmender Feldstärke eine regelmässige Näherung zu einem Sättigungswert (viel kleiner als die Durchlässigkeit im isotropen Zustande) wahrgenommen.

Im senkrechten Felde aber, weist die Durchlässigkeitskurve eine Anzahl Maxima und Minima auf, deren Stellen von der Wellenlänge abhängig sind.

Durch auskochen der Küvetten in Schwefelsäure verschwinden diese Optima zum grössten Teile, dadurch bekanntgebend, dass man auch hier mit einem Effekte zu tun hat, der von der Wand herrührt.

Durch die grosse Unregelmässigkeit der Durchlässigkeitskurven reichen die Wahrnehmungen nicht aus um sie genügend festzulegen; dadurch war eine nähere Untersuchung über den Zusammenhang mit den erstgenannten Messungen nicht möglich.





# STELLINGEN.

## I.

In tegenstelling tot de meening van Loyarte en Williams, zijn hun waarnemingen van lichtabsorptie in TI-damp niet in strijd met een theorie analoog aan de ionisatietheorie van Saha.

R. G. Loyarte & A. T. Williams, *Jl. de Phys. et le Rad.*, **9**, 121 (1928).

## II.

De resultaten, waartoe Anderson en Bird komen bij het onderzoek van de door hen voor metingen in het ultraviolet geconstrueerde fluorescentiefotometer, zijn van zoo groot technisch belang, dat een nauwkeurige contrôle hiervan zeer gewenscht zou zijn.

W. T. Anderson & L. F. Bird, *Phys. Rev.*, **32**, 293 (1928).

## III.

Bij het toepassen op problemen in meerdere dimensies, van algemeene theorema's betreffende de eigenwaarden van lineaire integraalvergelijkingen, moet men voorzichtig zijn.

Courant-Hilbert, *Math. Meth. d. Phys.* I S. 114.

## IV.

Zoodrá de constituties van ergosterine en iso-ergosterine bekend zullen zijn, zal die van vitamine-D grootendeels te voorspellen zijn.

A. van Wijk & E. H. Reezink, *Nature*, **122**, 648 (1928)

## V.

In beginsel zou proefondervindelijk zijn uit te maken, welke temperatuur toe te kennen is aan de diffuse materie, die geacht wordt in de wereldruimte aanwezig te zijn.

A. S. Edelington, *The internal constitution of stars*, 1926, p. 376.



## VI.

De berekening door Ray verricht van de door Nuttall waargenomen fijnstructuur van de K-absorptiekant van chloor is onjuist.

J. M. Muttall, Phys. Rev. **31**, 742 (1928)

B. B. Ray, Nature, **122**, 771 (1928).

## VII.

Het is zeer gewenscht van een zoo groot mogelijk aantal biologische processen, die onder invloed van bestraling plaats hebben, de golflengteafhankelijkheid systematisch te bestudeeren.













I

Ut

19