



Untersuchungen über den Lichtwechsel von langperiodischen veränderlichen Sternen

<https://hdl.handle.net/1874/304381>

Aqu. 192, 1933 (quarto - portef)

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DEN
LICHTWECHSEL VON LANGPERIODISCHEN
VERÄNDERLICHEN STERNEN

A. C. DE KOCK

BIBLIOTHEEK DER
RIJKSUNIVERSITEIT
UTRECHT.

A. qu.
192

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DEN
LICHTWECHSEL VON LANGPERIODISCHEN
VERÄNDERLICHEN STERNEN

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DEN
LICHTWECHSEL VON LANGPERIODISCHEN
VERÄNDERLICHEN STERNEN

PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN
DOCTOR IN DE WIS- EN NATUURKUNDE
AAN DE RIJKS-UNIVERSITEIT TE UTRECHT,
OP GEZAG VAN DEN RECTOR-MAGNIFICUS
Dr. C. G. N. DE VOOYS, HOOGLEERAAR IN
DE FACULTEIT DER LETTEREN EN WIJS-
BEGEERTE, VOLGENS BESLUIT VAN DEN
SENAAT DER UNIVERSITEIT TE VERDEDI-
GEN TEGEN DE BEDENKINGEN VAN DE
FACULTEIT DER WIS- EN NATUURKUNDE

OP MAANDAG 22 MEI 1933, DES
NAMIDDAGS TE 4 UUR

DOOR

ADRIANUS CORNELIS
DE KOCK
GEBOREN TE HAARLEM

1933

A. BARTO - ZUTPHEN

BIBLIOTHEEK DER
RIJKSUNIVERSITEIT
UTRECHT.

AAN MIJN OUDERS ‘EN MIJN VROUW

Bij de voltooiing van dit proefschrift wil ik gaarne mijn dank uitspreken voor hetgeen U, Hoogleeraren in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde, tot mijn wetenschappelijke vorming bijgedragen hebt.

Inzonderheid dank ik U, Hooggeleerde N I J L A N D, Hooggewaardeerde Promotor. Tijd noch moeite zijn U te veel geweest om mij voort te helpen bij de bewerking van dit proefschrift. Uw critiek is op zeer vele plaatsen aan vorm en inhoud daarvan ten goede gekomen. Voor Uw zorgvuldig onderwijs en voor de welwillendheid, die mij steeds ten deel viel, ben ik U zeer dankbaar.

Hooggeleerde O R N S T E I N, U ben ik veel dank verschuldigd voor de gelegenheid die Gij mij gegeven hebt, tot practisch werken op het Physisch Laboratorium. Dit is voor mij een nuttige leerschool geweest.

Hooggeleerde W O L F F, K R A M E R S, M O L L en Emeritus D E V R I E S, U ben ik zeer erkentelijk voor het genoten onderwijs.

Een bijzondere behoefte is het mij, U mijn erkentelijkheid te betuigen, Zeer-geleerde V A N D E R B I L T, voor allen raad en steun die ik van U mocht ontvangen, wanneer deze ook gevraagd werden.

U, Zeer-geleerde M I N N A E R T, zeg ik dank voor Uw leiding bij mijn laboratorium-werkzaamheden en voor Uw aanstekelijk enthousiasme.

Een enkel woord van dank aan hem, die, hoewel geen docent dezer Universiteit, toch zijn krachten heeft willen inspannen om van dit proefschrift een bruikbaar geheel te maken, is hier zonder twijfel op zijn plaats. Ik bedoel U, Zeereerwaarde, Zeer-geleerde E S C H. Zeer veel moeite hebt Gij U gegeven voor de verzorging van het Duitsch, waarin dit proefschrift gesteld is. De enkele dagen, die ik bij U in het St. Ignatius-College doorbracht, vormen voor mij een kostbare herinnering.

BERICHTIGUNGEN.

- Seite 45 Zeile 4 von unten soll es heiszen: (§ 2, S. 34) statt: (§ 2 S. 34).
Seite 51 Zeile 10 von unten soll es heiszen: sollte statt: soltte.
Seite 69 Zeile 11 von unten soll es heiszen: (s. S. 63) statt (s. S. 62).
Seite 79 Zeile 15 von unten soll es heiszen: *Me* statt Me.
Seite 81 Tabelle 38, Zeile 12 von oben soll es heiszen: Sch: r statt: Schr: r.
Seite 84 Tabelle 40 soll die Überschrift der 6. Spalte heiszen: c.i. statt: c.i
Seite 87 Zeile 4 von unten soll es heiszen: Tabelle 37, S. 76 ff, statt: Tabelle 36, S. 76 ff.
-

VORWORT.

Seit 1904 beobachtet Prof. Dr. A. A. NIJLAND, Direktor der Utrechter Sternwarte, eine grosze Anzahl veränderlicher Sterne, von denen 43 der *Mira*-Klasse angehören.

Von diesen *Mira*-Sternen wurden mittlere Lichtkurven abgeleitet. Ausserdem wurden die Elemente des Lichtwechsels einer statistischen Untersuchung unterzogen, ebenso die mehr als 3200 bis 1931 angestellten Farbenschätzungen.

Für das Studium des Lichtwechsels der langperiodischen veränderlichen Sterne ist dieses Material von groszer Bedeutung. Seinerzeit hoffe ich auf einige interessanten Fragen zurück zu kommen.

Herrn Prof. Dr. NIJLAND bin ich zu groszem Dank verpflichtet für die Liebenswürdigkeit, mit der er mir seine Beobachtungen und seine Zeit zur Verfügung gestellt hat.

Besonderen Dank schulde ich Pater Dr. M. ESCH S. J. für seine Übersetzung des ursprünglich im Holländischen abgefassten Manuscripts und für seine Hilfe bei der Korrektur.

ERSTES HAUPTSTÜCK.

DIE BEOBACHTUNGEN UND IHRE BEARBEITUNG.

§ I. Die Beobachtungen.

a. Einleitung.

Seit Herbst 1904 beobachtet Prof. Dr. A. A. NIJLAND zu Utrecht regelmässig langperiodische veränderliche Sterne, *Mira* (*o*) *Ceti* schon seit 1895.

Seine Arbeitsliste enthält unter andern 43 Veränderliche dieser Klasse, *Mira* eingerechnet. Von diesen scheiden wir *S Cam*, *S Cep*, *W Cyg*, η *Gem*, *S Per* und *U Per* von der Untersuchung aus. Diese 6 Sterne bilden wegen ihres Spektrums und wegen der Art des Lichtwechsels besondere Fälle.

In dieser Schrift werden also 37 Sterne behandelt. Die Beobachtungen dieser Sterne, die einen wichtigen Teil des Utrechter Arbeitsprogramms ausmachen, wurden von Anfang an bis zur Gegenwart regelmässig angestellt. Abgesehen von den unvermeidlichen Unterbrechungen durch Ungunst des Wetters und durch Unsichtbarkeit des Sterns infolge der Lichtschwäche oder der Sonnennähe kommen in den Beobachtungsreihen keine Lücken über 30 Tage vor. Es war beabsichtigt ein möglichst gleichartiges groszes Beobachtungsmaterial zusammenzubringen. Darum geschahen die Beobachtungen immer mit denselben Instrumenten (siehe S. 14) und nach derselben Methode (siehe S. 14 ff). Für diese 37 Sterne beträgt die Gesamtzahl der Beobachtungen bis Ende 1930 — Epoche des Anfangs unserer Bearbeitung — ungefähr 27000; das Mittel je Stern und Jahr schwankt zwischen 18 (*V 16 = RX Lyr*) und 60 (*o Cet*), das Gesamtmittel ist 28.

E. C. PICKERING¹⁾ war der Ansicht, bei langperiodischen Veränderlichen genüge eine Schätzung im Monat. Bei einer derartig geringen Anzahl von Beobachtungen entziehen sich aber zahlreiche Eigentümlichkeiten des Licht-

¹⁾ H.A. 37, I, 1.

wechsels der Wahrnehmung. Man denke nur z. B. an die spitzen Maxima von *R Tri* und *z Cyg*, an die sehr schnelle Helligkeitszunahme von *W And*, *R Aql*, *R UMa* und *R Cyg* und an die Buckel in den Lichtkurven von manchen dieser Veränderlichen.

Eine Übersicht über die Beobachtungen wurde regelmäsig in den A. N. veröffentlicht. Prof. NIJLAND stellte uns sein ganzes Beobachtungsmaterial zur Verfügung, wofür wir ihm zu groszem Dank verpflichtet sind.

In Tabelle I (S. 13) folgt zunächst eine Übersicht über die Beobachtungen und über die Eigenschaften, die sich unmittelbar daraus ablesen lassen. Eine genauere Angabe der Resultate findet man in Tab. 15 (S. 58). Es war nicht gut möglich zwischen beiden Tabellen eine scharfe Scheidung innezuhalten. Vorläufig beschäftigen wir uns mit Tab. I; Tab. 15 kommt später an die Reihe.

Tab. I gibt in den einzelnen Spalten der Reihe nach:

1. den Namen des Veränderlichen,
2. das Spektrum,
3. den Zeitraum der Beobachtungen,
4. die Zahl der Beobachtungen,
5. die benutzten Instrumente,
6. die mittlere Farbe,
7. die Zahl der Farbenschätzungen,
8. die mittlere Periode,
9. die mittlere Grösze im Maximum,
10. die mittlere Grösze im Minimum,
11. die Amplitude,
- 12, 13, 14 und 15 Gröszen, welche die Gestalt der Lichtkurve kennzeichnen (siehe das zweite Hauptstück).

Die Zahlen in den Spalten 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 und 15 sind ausschliesslich aus dem hier bearbeiteten Material abgeleitet. In der Spalte 15 sind die γ -Kurven von H. LUDENDORFF (siehe S. 45 u. 52 f. dieser Schrift) mit * bezeichnet.

Das Maximum wurde meistens im S oder B, das Minimum fast immer im R beobachtet (siehe S. 14 dieser Schrift). Für die Reduktionen *R-S*, und *S-B*,

TABELLE I

| Stern | Sp. | Beob.-Intervall | n | Instr. | F | n | P | M | m | A | s _x | s _y | s | K |
|------------|-----|-------------------|------|--------|------|-----|------------------|------|------|-----|----------------|----------------|------|------------------|
| W And | M7e | 241 6845 242 6136 | 748 | RS | 3.34 | 79 | 397 ^d | 7.8 | 13.9 | 6.1 | 0.44 | 0.37 | 2.07 | a ₃ * |
| R Aql | M6e | 6936 6126 | 758 | RSB | 5.04 | 139 | 313 | 6.1 | 11.3 | 5.2 | .41 | .43 | 2.07 | a ₃ |
| R Ari | M3e | 6835 6219 | 729 | RS | 2.45 | 78 | 186 | 8.7 | 12.2 | 3.5 | .56 | .50 | 1.01 | β ₃ |
| R Aur | M7e | 6842 6170 | 679 | RS | 4.80 | 145 | 460 | 7.7 | 13.2 | 5.5 | .52 | .41 | 1.67 | a ₃ * |
| X " | M3e | 6878 6059 | 1163 | RS | 2.47 | 65 | 163 | 8.4 | 12.3 | 3.9 | .48 | .51 | 0.90 | β ₂ |
| S Boo | M4e | 6845 6098 | 706 | RS | 1.80 | 56 | 274 | 8.9 | 13.4 | 4.5 | .55 | .47 | 1.21 | β ₃ |
| R Cam | Se | 6846 6170 | 839 | RS | 2.44 | 81 | 273 | 8.2 | 13.5 | 5.3 | .52 | .50 | 1.30 | β ₂ |
| S " | R8e | 6792 6127 | 710 | RS | 4.90 | 138 | 329 | 8.2 | 10.0 | 1.8 | .60 | .47 | 1.38 | β ₁ * |
| T " | Se | 6835 6126 | 696 | RS | 3.87 | 96 | 373 | 7.7 | 13.6 | 5.9 | .58 | .40 | 1.85 | a ₃ * |
| R CVn | M7e | 6827 6098 | 763 | RS | 3.62 | 114 | 326 | 7.2 | 11.2 | 4.0 | .43 | .46 | 1.40 | a ₃ |
| S Cas | Se | 6825 6171 | 608 | RS | 3.64 | 66 | 615 | 9.0 | 14.3 | 5.3 | .45 | .37 | 1.90 | a ₂ * |
| T " | M7e | 6835 6112 | 630 | RS | 5.62 | 229 | 449 | 7.7 | 11.7 | 4.0 | .52 | .43 | 1.73 | a ₃ * |
| Y " | M7e | 6897 6125 | 629 | RS | 2.07 | 43 | 420 | 10.0 | 14.0 | 4.0 | .34 | .43 | 2.30 | a ₁ |
| S Cep | N8e | 6835 6268 | 570 | RS | 8.76 | 104 | 483 | 8.4 | 11.3 | 2.9 | .55 | .54 | 0.77 | β ₃ * |
| T " | M6e | 6799 6305 | 714 | RSB | 4.94 | 104 | 390 | 6.2 | 10.3 | 4.1 | .48 | .46 | 1.25 | a ₄ * |
| Y " | M5e | 6845 6114 | 651 | RS | 2.19 | 29 | 331 | 9.3 | 14.1 | 4.8 | .36 | .41 | 2.16 | a ₂ |
| o Cet | M5e | 3506 6163 | 2114 | RSBb | 5.51 | 109 | 330 | 2.7 | 9.8 | 7.1 | .47 | .36 | 2.54 | a ₃ |
| Z " | M2e | 6767 6024 | 586 | RS | 2.16 | 35 | 184 | 9.0 | 13.2 | 4.2 | .51 | .46 | 1.31 | a ₄ |
| S CrB | M7e | 7317 6038 | 709 | RS | 3.64 | 62 | 360 | 7.2 | 13.2 | 6.0 | .26 | .37 | 2.86 | a ₂ |
| ζ Cyg | M7e | 6836 6093 | 1043 | RSB | 4.83 | 103 | 407 | 5.1 | 13.6 | 8.5 | .46 | .41 | 1.58 | a ₃ * |
| R " | Se | 6826 6075 | 677 | RS | 4.51 | 101 | 422 | 6.9 | 13.8 | 6.9 | .50 | .36 | 1.99 | a ₃ |
| Z " | M5e | 6858 6111 | 736 | RS | 3.37 | 120 | 262 | 8.4 | 13.9 | 5.5 | .43 | .42 | 1.76 | a ₄ |
| V20=ST Cyg | M6e | 6937 6204 | 603 | RS | 3.50 | 24 | 334 | 10.7 | 13.7 | 3.0 | .50 | .50 | 1.09 | β ₂ * |
| V28=TU " | M3e | 6840 6089 | 757 | RS | 2.74 | 38 | 221 | 9.9 | 13.9 | 4.0 | .46 | .44 | 1.33 | a ₂ |
| R Dra | M6e | 6847 6171 | 729 | RS | 1.61 | 88 | 244 | 7.5 | 12.9 | 5.4 | .49 | .42 | 1.72 | a ₄ |
| W Her | M3e | 6888 6168 | 697 | RS | 1.68 | 57 | 279 | 8.2 | 13.5 | 5.3 | .45 | .45 | 1.35 | a ₄ |
| R Lac | M5e | 6847 6219 | 644 | RS | 2.36 | 33 | 299 | 9.2 | 13.9 | 4.7 | .39 | .41 | 1.73 | a ₂ |
| R LMi | M7e | 6836 6126 | 615 | RS | 4.33 | 97 | 371 | 7.1 | 11.6 | 4.5 | .44 | .37 | 1.98 | a ₄ |
| R Lyn | Se | 6835 6157 | 620 | RS | 3.06 | 68 | 378 | 7.9 | 14.1 | 6.2 | .54 | .39 | 1.97 | a ₃ * |
| S " | M6e | 6894 6088 | 574 | R(S) | 2.80 | 40 | 301 | 9.2 | 14.2 | 5.0 | .38 | .47 | 1.43 | a ₄ |
| V15=RW Lyr | M7e | 6833 6166 | 469 | R | 4.00 | 7 | 508 | 11.9 | 14.8 | 2.9 | .33 | .30 | 2.50 | a ₁ |
| V16=R X " | M-e | 6936 6038 | 462 | R | — | — | 250 | 12.1 | 14.5 | 2.2 | .39 | .44 | 1.12 | a ₃ |
| V14=R VPeg | M6e | 6978 6217 | 602 | R(S) | 2.78 | 9 | 388 | 10.7 | 14.2 | 3.5 | .40 | .28 | 3.26 | a ₁ |
| V18=RZ " | Se | 242 3812 242 6177 | 141 | RS | 4.88 | 8 | 436 | 9.1 | 13.2 | 4.1 | .44 | .38 | 1.95 | a ₂ |
| S Per | M5 | 241 6837 241 6188 | 738 | RS | 4.85 | 108 | 617 | 8.6 | 10.9 | 2.3 | .52 | .57 | — | pec |
| U " | M6e | 6836 6208 | 780 | RS | 3.28 | 112 | 319 | 8.1 | 10.5 | 2.4 | .55 | .38 | 2.21 | a ₃ * |
| V18=RZ Per | — | 7593 6021 | 635 | RS | 4.63 | 55 | 354 | 9.4 | 13.6 | 4.2 | .51 | .37 | 2.16 | a ₃ * |
| R Tri | M6e | 6845 6264 | 663 | RSB | 2.73 | 116 | 266 | 6.0 | 11.6 | 5.5 | .47 | .46 | 1.32 | a ₄ |
| R UMa | M4e | 6847 6177 | 725 | RSB | 2.93 | 92 | 300 | 7.5 | 13.0 | 5.5 | .45 | .40 | 1.90 | a ₃ |
| S " | Se | 6799 6083 | 737 | RS | 3.19 | 97 | 225 | 7.7 | 11.8 | 4.1 | .63 | .52 | 1.07 | β ₃ |
| T " | M4e | 6846 6120 | 758 | RS | 1.64 | 88 | 256 | 7.5 | 12.9 | 5.4 | .50 | .37 | 2.20 | a ₃ |

welche die Amplituden vergrößert haben, siehe man S. 88 dieser Schrift. Die Tabelle I geht bis Ende 1930.

b. *Die benutzten Instrumente.*

Von wenigen Fällen abgesehen wurden benutzt (s. Tabelle I, Spalte 5, S. 13):

R: 10-zölliger Refraktor; Öffnung: $a = 26,1$ cm

Brennweite: $f = 319$ cm

Vergrößerung: $V = 94$

S: 3-zölliger Sucher; Öffnung: $a = 7,4$ cm

Brennweite: $f = 113$ cm

Vergrößerung: $V = 22$

B: Opernglas¹⁾;

Öffnung etwa: $a = 3$ bis 4 cm

Vergrößerung: $V = 3$ bis 4

R ist ein parallaktisch aufgestellter Refraktor von STEINHEIL mit Objektiv von MERZ. Bei den Beobachtungen wurde meistens das schwächste der zum Fadenmikrometer gehörigen positiven Okulare ($V = 94$) gebraucht. Der Sucher *S* ist ebenso von STEINHEIL.

Eine genauere Beschreibung der Instrumente findet sich in A. N. 185, 279, 1912 und in Rech. Utr. 8, I, 10. In der Regel wurden zur Beobachtung des Veränderlichen zwei Instrumente benutzt, meistens *R* und *S*, zuweilen *S* und *B* (*T Cep*), aber auch *R*, *S* und *B* (z. B. bei *o Cet* und *z Cyg*). Bei *o Cet* geschahen die Beobachtungen ausserdem oft mit bloszem Auge (b).

c. *Schätzungsweise.*

Für die Schätzungsweise, die Wahl der Vergleichsterne, die Reduktion der Beobachtungen u.s.w., verweisen wir auf A. N. 242, 29, 1931, wo man eine Zusammenstellung von Publikationen findet, die sich mit diesen Gegenständen beschäftigen. Wir halten es für angezeigt, die Schätzungsweise hier noch einmal kurz darzustellen.

Bei der Schätzung wird der Veränderliche, soweit möglich, zwischen 2 Vergleichsterne eingeschlossen. Zuerst wird der Helligkeitsunterschied gegen

¹⁾ Meistens wurde ein umkehrendes Instrument von STEINHEIL benutzt; $a = 3,4$ cm; $V = 4,2$.

die Vergleichsterne geschätzt. Das Erste sind also beispielsweise die Schätzungen $a_4 v$ und $v_2 b$. Darauf wird unter Rücksicht auf die Grösze des Intervalls $a-b$ das Verhältnis der Schätzungen $a_4 v$ und $v_2 b$ abgewogen. Die Schätzung $a_4 v_2 b$ bedeutet also, dasz das auf 6 Stufen geschätzte Intervall $a-b$ in zwei Teile zerlegt ist, die sich wie $2:1$ verhalten. Halbe Stufen kommen infolgedessen sehr häufig vor. Die Schätzung $a_1,5 v_2,5 b$ will also nicht besagen, dasz der Beobachter im Zweifel war, ob er 1 oder 2, bzw. 2 oder 3 Stufen schätzen sollte, sondern dasz das Intervall $a-b$ von 4 Stufen durch die Helligkeit des Veränderlichen richtiger im Verhältnis $1,5:2,5$ als im Verhältnis $1:3$ oder $2:2$ geteilt erschien.

Die Grundlage jeder Beobachtung ist in gewisser Hinsicht ein konstanter Stufenwert im Sinne von ARGELANDER. Darum sind die beiden Schätzungen $a_4 v_2 b$ und $a_2 v_1 b$ grundsätzlich verschieden, obwohl sie denselben Wert für v geben. Neben dem Stufenwert ist aber das Verhältnis der Helligkeitsunterschiede von Bedeutung. Da an den Werten der Helligkeitsunterschiede der Vergleichsterne in Stufen festgehalten wurde, ist es möglich, aus einer groszen Zahl von Beobachtungen eine Stufenskala aufzustellen, mit deren Hilfe die photometrischen Gröszen der Vergleichsterne gegebenen Falles verbessert werden können.

Gegenüber der Methode von ARGELANDER besteht der Unterschied, dasz die Stufe nicht als unbedingt konstant gilt: NIJLAND hat demnach einseitige Beobachtungen wie $v_1 a$, $v_3 b$ zu vermeiden. Ebensowenig hat er das Recht eine Beobachtung $c_2 v$ von 7^h mit einer Beobachtung $v_3 d$ von z. B. 11^h zu $c_2 v_3 d$ zu verknüpfen (s. Rech. Utr. 8, 13, 1923). Die Konstanz der Stufe war für ARGELANDER, dem keine photometrischen Gröszen der Vergleichsterne zur Verfügung standen, fast *conditio sine qua non*. Bei den langperiodischen Veränderlichen, mit ihren als Regel groszen Amplituden, könnte die Darstellung der Lichtkurven in Stufen leicht zu fehlerhaften Schlüssen führen.

Gegenüber der Interpolationsmethode besteht der grundsätzliche Unterschied, dasz die photometrischen Gröszen nicht als unantastbare Konstanten gelten, was ebenfalls Anlass zur Entstellung der Lichtkurven geben kann.

NIJLAND hat demnach die Methode ARGELANDERS etwas weitergeführt. Seine Schätzungsmethode beruht nicht auf der Voraussetzung eines konstan-

ten Stufenwertes wie die reine Methode von ARGELANDER. Ebensowenig ist sie ausschlieslich auf den photometrischen Gröszen aufgebaut wie die von PICKERING. Sie bietet im Gegenteil die Möglichkeit, die photometrischen Gröszen zu verbessern, falls die Stufenschätzungen durch ihre Zahl ein groszes Gewicht haben.

Die Methode von PICKERING wird u. a. von E. H. VOGELNZANG (η Geminorum, Proefschrift, Utrecht, 1928) kritisch betrachtet. F. DE ROY hat die Einwürfe von VOGELNZANG und andern gegen die „Bruchmethode“ besprochen¹⁾.

Vielleicht kann man sagen, dassz die Bruchmethode gegenüber der reinen Methode von ARGELANDER bei groszem Intervall der Vergleichsterne Vorteile bietet. DE ROY kommt zum Schluss, dassz beide Methoden in diesem Falle sich ergänzen in dem Sinne, dassz ein Beobachter, der z. B. eine Schätzung $a \geq v \geq b$, ($a = 7^m 0$, $b = 8^m 5$) nach der Bruchmethode und zugleich eine Schätzung $b + 5 = 8^m 0$ nach der reinen Methode von ARGELANDER macht, sich bezüglich des Endresultates sicherer fühlt, als wenn er nur eine von beiden Schätzungen ausführt.

Derartige groszen Intervalle kommen aber nur selten vor. Die Bedenken, dassz ein Beobachter, der die Bruchmethode befolgt, mit Händen und Füszen an die photometrischen Gröszen gekettet ist, und dasz kein fester Stufenwert besteht, sind von DE ROY nicht entkräftet. Überdies spielt bei der Methode von PICKERING die Farbenauffassung eine viel gröszere Rolle.

Immer wieder kann man mit Überraschung feststellen, dassz die Stufe unter sehr verschiedenen Umständen ein fest umschriebener Begriff zu sein scheint, wie sich das aus dem Stufenwert für allerlei Sterne ergibt.

Wir können uns auch nicht vorstellen, wie bei der Bruchmethode gelegentlich die Veränderlichkeit von Vergleichsternen entdeckt werden könnte, es sei denn ausnahmsweise. Und wie kann man bei der Bruchmethode eine Beobachtung bearbeiten, wenn a heller als b geschätzt wurde, während a schwächer als b gegeben ist?

Die Methode von PICKERING halten wir darum nach dem Gesagten für prinzipiell falsch. Wir weisen darauf hin, dassz es der B. A. A. notwendig

¹⁾ Tenth Report of the Section for the Observation of Variable Stars, 1920—1924; Mem. B.A.A. Vol. XXXIII, p. XIX, 1929.

schien, PICKERINGS Gröszen hie und da beträchtlich zu verbessern. Mit andern Worten: diese Gröszen können nicht kritiklos benutzt werden. Wenn das für die ganzen Reihen gilt, dann gilt es auch für die einzelnen Intervalle, und da kann folglich allein die Stufenschätzung helfen.

In den V. S. S. der B. A. A. werden die Methoden von ARGELANDER und PICKERING unterschiedslos gebraucht.

NIJLAND selbst empfindet als schwerstes Bedenken gegen seine Methode (dieses Bedenken hat er nie von anderer Seite zu hören bekommen), dasz beispielsweise durch die Beobachtung $a \geq v \geq b$ schon entschieden ist, dasz v schwächer als a ist, ehe der Bobachter überhaupt zu einer Schätzung des Verhältnisses kommen kann. Bei der Schätzung $a \geq v, v \geq b$ kann sich schlieszlich die Helligkeit von v gröszer ergeben als von a ; das ist bei der Schätzung $a \geq v \geq b$ unmöglich. Dieses letzte Bedenken gilt auch für die Methode von PICKERING, aber nicht für die von ARGELANDER. Bei der reinen Stufenschätzung $a \geq v, v \geq b$ ist es nicht schon *a priori* ausgemacht, dasz v schwächer als a ist.

§ 2. Reduktion der Beobachtungen.

a. Die Reduktion auf ein Instrument.

Stets waren genügend viele, mit 2 Instrumenten ausgeführte Beobachtungen vorhanden, um die Reduktion auf ein Instrument zu ermöglichen.

Das PURKINJESCHE Phänomen spielt bei NIJLAND eine grosze Rolle. Die oben genannte Reduktion darf folglich bei ihm nicht vernachlässigt werden, selbst nicht bei schwach gefärbten Sternen.

Es zeigte sich, dasz diese Reduktion veränderlich ist, nämlich:

1°: abhängig von der Farbe des Veränderlichen,

2°: abhängig vom Helligkeitseindruck.

Sie blieb aber im Lauf der Jahre konstant.

Zuerst wurden die Reduktionskurven abgeleitet, welche die Reduktion auf ein Instrument ermöglichten.

Nach J. C. THODEN VAN VELZEN (Het verschijnsel van PURKINJE, S. 95, Proefschrift, Utrecht, 1928), sind diese Reduktionskurven Parabeln. Wir fanden das immer bestätigt.

In einigen Fällen erreichte die Reduktion eine ansehnliche Grösze. So betrug die Reduktion beim Stern α Cyg, der mit R , S und B beobachtet wurde:

$$\begin{aligned} R-S &= -0^m 44 \\ \text{und} \quad S-B &= -0^m 50 \end{aligned}$$

wodurch die Amplitude sich nahezu um $1^m 0$ vergrößerte.

Das PURKINJE-Phänomen werden wir im vierten Hauptstück näher besprechen.

b. *Reduktion der Vergleichsterne.*

Bei der Ableitung unserer mittleren Lichtkurven waren die Beobachtungen noch nicht endgültig reduziert.

Im Anfang hatte NIJLAND die Gröszen der Vergleichsterne den Harvard Annals (H.A. 29, 50, 54, 63) und dem Potsdamer Generalkatalog (Publ. A. O. P. 9, 491, 1894) entlehnt. Diese letztern wurden auf das Harvard-System reduziert.

Im Lauf der Jahre wurden diese vorläufigen Werte mit Hilfe der wachsenden Zahl von Stufenschätzungen und mit Hilfe der Sichtbarkeitsgrenzen von R und S ($14^m 25$ bzw. $11^m 60$, siehe A. N. 205, 233, 1918) verbessert.

Auf diesen verbesserten Gröszen beruhen die bildlichen Darstellungen des Lichtwechsels, aus denen wir unsere mittlern Lichtkurven abgeleitet haben. Aber auch diese verbesserten Gröszen müssen noch als vorläufig betrachtet werden. Eigentlich kann eine solche Untersuchung erst dann als endgültig angesehen werden, wenn sie nach Abschluss der Beobachtungen angestellt wird und das ganze Beobachtungsmaterial umfaszt.

Aus praktischen Gründen hat NIJLAND bereits mit einer endgültigen Reduktion begonnen, obwohl er die Beobachtungen noch einige Jahre fortsetzen zu können hofft.

Da so die endgültigen Werte vielfach noch nicht bekannt sind, haben wir uns mit den vorläufig verbesserten Gröszen zufrieden geben müssen. Auf diesen sind unsere mittlern Lichtkurven aufgebaut (siehe die beiden Ausschlagefiguren am Ende dieser Schrift).

Unser Streben ging aber dahin, diese so gut als möglich mit den endgültigen mittlern Lichtkurven zur Übereinstimmung zu bringen. Dazu wurden auf Grund des jetzt wieder gewachsenen Materials neue Stufenskalen abgeleitet, die in einigen Fällen merklich von den früheren halb-endgültigen abwichen, namentlich bei den extremen Phasen. Die Lichtkurven wurden dann für diese Abweichungen verbessert.

In einzelnen Fällen war diese Verbesserung ziemlich grosz. Z. B. muszte das Minimum von *R Ari* um den Betrag von $0^m\ 5$ verbessert werden.

Die wenigen bis Ende 1931 veröffentlichten endgültigen mittlern Lichtkurven, nämlich:

| | | |
|--------------|------------------------|-----------------------|
| <i>W Her</i> | <i>Proc. Ac. Amst.</i> | 33 , 112, 1930 |
| <i>T Cas</i> | " " | 34 , 217, 1931 |
| <i>R Tri</i> | " " | 654 , 1931 |
| <i>T Cep</i> | " " | 941 , 1931 |
| <i>S UMa</i> | " " | 1372 , 1931 |

lieferten 5 Stichproben, die sehr befriedigend ausfielen. Bei *R Tri* betrug der Unterschied zwischen unserer mittlern Lichtkurve und der von NIJLAND beim Minimum $0^m\ 17$. In den andern Fällen waren die Unterschiede kleiner.

Aller Wahrscheinlichkeit nach wird es noch mehrere Jahre dauern, ehe NIJLAND für alle seine langperiodischen Veränderlichen mittlere Lichtkurven abgeleitet hat. Wir haben darauf begreiflicher Weise nicht warten können.

Die obigen Überlegungen und Stichproben machen es wahrscheinlich, dasz die Unterschiede zwischen unserer vorläufigen Bearbeitung und seiner endgültigen klein sein werden. Für eine statistische Untersuchung der *Mira*-Sterne können diese Unterschiede unbeachtet bleiben. Durch die Gleichartigkeit des Materials wird dies Bedenken reichlich aufgewogen.

c. Die Gleichartigkeit des Materials.

Die Beobachtungen wurden immer von demselben Beobachter nach derselben Methode mit denselben Instrumenten ausgeführt.

Die Gleichartigkeit des Materials könnte also der Hauptsache nach nur durch Veränderungen in der Auffassung von seiten des Beobachters verloren gegangen sein. Solche wären:

- 1°: Änderungen in der Farbenauffassung im Laufe der Zeit,
 2°: Änderungen des Stufenwertes im Laufe der Zeit,
 3°: Änderungen der Grenzgrösze bei den benutzten Instrumenten im Laufe der Zeit.

Die Bearbeitung des Materials hat gezeigt, dasz im allgemeinen *keine* systematischen Änderungen von der Art 1°, 2° oder 3° vorhanden sind. Bezuglich der Farbenauffassung gilt das mit gewissem Vorbehalt. Man vergleiche dazu S. 73, Tabelle 35 dieser Schrift. Die Gleichartigkeit des Materials wird auch gut beleuchtet durch die Konstanz des Stufenwertes, wie sie aus dem Vergleich von Stufenskala und Gröszenskala folgt.

Wir wollen überdies bemerken, dasz der Stufenwert im *R* im Mittel etwas kleiner ist als im *S*, wenigstens wenn die Sterne im *S* schwach erscheinen.

Aus Tabelle 2 ergibt sich, dasz das Verhältnis der Stufenwerte im *R* und *S* für alle Intervalle nahezu konstant ist, dasz für kleine Intervalle bis 5^m der Stufenwert im *R* und *S* nahe gleich und dasz für grosze Intervalle der Stufenwert im *R* kleiner als im *S* ist.

TABELLE 2

| | | | | | | | |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Stufen im <i>R</i> | 2.0 | 3.3 | 4.4 | 5.4 | 6.5 | 7.7 | 9.9 |
| Stufen im <i>S</i> | 2.6 | 2.5 | 4.5 | 4.5 | 5.3 | 6.4 | 7.9 |
| <i>n</i> | 153 | 267 | 159 | 72 | 18 | 8 | 11 |

Es erschien unnötig auf die Unterschiede im Stufenwert Rücksicht zu nehmen. Ein systematischer Einflusz auf die Lichtkurve ist von dieser Seite nicht zu fürchten, zumal da bis zum Intervall von 5 Stufen kaum ein Unterschied vorhanden ist, gröszere Intervalle aber selten vorkommen.

Eine Reduktion der Stufenskala auf ein Instrument wurde also nicht vorgenommen, wohl aber wurde bei gleichzeitiger Beobachtung in *R* und *S* der Wert $\frac{R + S}{2}$ der Reduktion zu Grunde gelegt. Ein systematischer Einflusz bei Verbindung von *R* und *S* ist nämlich sehr zu befürchten von Seite der *Farbe*. Der Einflusz der Farbe macht es notwendig zuerst *S* auf *R* zu reduzieren. Eine diesbezügliche Untersuchung findet man auf S. 87, f.

Bezüglich des Intervallfehlers bemerken wir:

1°: Durch die Erfahrung belehrt, dasz 8 Stufen mehr als das Doppelte von 4 Stufen bedeutet, hat der Beobachter in der Regel schon eine Art Verbesserung angebracht. Mehr oder minder bewuszt hat er dann z.B. 8 Stufen sofort notiert als 9 Stufen. Hieraus erklärt NIJLAND die Tatsache, dasz bei ihm meistens kein Intervallfehler vorkommt.

2°: Gefährlicher ist es, wenn eine Stufenskala aus einigen Intervallen von etwa 5 Stufen und einem Intervall von 10 Stufen besteht, es sei denn, dass die oben unter 1° erwähnte Verbesserung wirklich entsprechend angebracht ist.

Grosse Stufenzahlen kommen aber selten vor. Solch ein einzelner Fall kann die Lichtkurve nicht stark ändern.

Die Gleichartigkeit des von uns bearbeiteten Materials ist vielleicht eine bessere Bürgschaft für die Zuverlässigkeit der Ergebnisse, als ein viel gröszeres Material von vielen verschiedenen Beobachtern.

Wir halten diese *Gleichartigkeit* für *sehr bedeutsam*. Nach unserem Dafürhalten wiegt sie gegen eine grosze Anhäufung der Beobachtungen vieler Mitarbeiter auf.

Bei eifriger Zusammenarbeit ist die Lichtkurve viel dichter mit Beobachtungen besetzt. Trotzdem ist es nicht sicher, dasz die Lichtkurve in diesem Fall besser festgelegt ist, solange die Schätzungen der Beobachter nicht *sorgfältig auf einander reduziert* sind, und solange man den Glauben an die Fehlerlosigkeit der Sterngröszen von PICKERING nicht aufgibt. Wir kommen hierauf noch zurück.

Inbesondere spielt die Gleichartigkeit eine bedeutende Rolle bei der Aufstellung von Statistiken. Eine Ausnahme machen Gesetzmässigkeiten, wie die Beziehung zwischen Periode und Amplitude und zwischen Spektrum und Periode, wo das rohe Material von vielen Beobachtern verwendet werden darf.

Wir weisen in dieser Beziehung hin auf:

G. BIGOURDAN, Ann. B. d. L., 1909,

L. CAMPBELL und A. J. CANNON, H. B. 862,

H. LUDENDORFF, H. d. A. (VI 2, 112 ff.).

Die meisten Abhandlungen, die sich mit Statistik beschäftigen, behandeln vor allem die Periode-Amplitude-, oder die Spektrum-Periode-Beziehung.

d. *Die Fehler der photometrischen Gröszen.*

In früheren Veröffentlichungen der Utrechter Sternwarte (vor allem Rech. Utr. 9, I, 1923) wurde schon wiederholt darauf hingewiesen, dasz die photometrischen Gröszen der H.P. nicht sehr genau sind.

Auch wir sind bei unserer Untersuchung mehrmals auf Unterschiede zwischen den Stufenskalen und den photometrischen Gröszen gestossen. Diese Unterschiede waren hauptsächlich den Fehlern der photometrischen Gröszen zuzuschreiben. Diese Gröszen sollten bei der Ableitung mittlerer Lichtkurven nur mit groszer Vorsicht gebraucht werden. Für stellarstatistische Zwecke sind die Angaben der H.P. vorläufig natürlich unentbehrlich.

In Rech. Utr. 9, I ist ausführlich besprochen, wie im Falle einer groszen Zahl von Beobachtungen die photometrischen Gröszen mittelst der Stufenschätzungen verbessert werden können. Wesentlich ist dabei, dasz bei Ableitung der entgültigen Gröszen die Stufenskala im allgemeinen unverändert erhalten bleibt. Der Anfang und das Ende der Stufenskala sind aber wohl einmal unsicher. Zuweilen schien es uns wünschenswert, in solchen Fällen den photometrischen Gröszen höheres Gewicht beizulegen. Wir haben dann einen Kompromiss zwischen Stufenskala und photometrischen Gröszen anstreben müssen.

Im Zusammenhang hiermit wollen wir bemerken, dasz der m. F. einer Stufenschätzung für NIJLAND $0^m\ 10$ beträgt, der m. F. einer photometrischen Grösze der P.D. $0^m\ 12$ und der H.P. $0^m\ 18$ (Rech. Utr. 9, I, 18).

Wie man sieht, braucht die Schätzung, was Genauigkeit angeht, durchaus nicht hinter der photometrischen Messung zurückzustehen. Es gab eine Zeit, wo man die Schätzung im Vergleich mit der photometrischen Messung für minderwertig hielt. Beides ist visuell. Dieser Standpunkt ist, glauben wir, heutzutage wohl allgemein verlassen.

Dasz unter diesen Umständen die photometrischen Gröszen für gewöhnlich der Stufenskala angepaszt werden müssen und nicht umgekehrt, folgt:

1°: aus der groszen Zahl der Schätzungen eines Intervalls zwischen 2 Vergleichsternen (oft 50 bis 90),

2°: aus dem Umstand, dasz bei den photometrischen Gröszen die Farbenauffassung von PICKERING eine Rolle spielt, bei der Stufenskala dagegen die

des Beobachters. Auf diese letzte aber kommt es hier gerade an.

NIJLAND hat bei Bearbeitung sowohl von δ Cephei- wie von *Algol*-Sternen schon mehrmals Anlass gefunden, *a priori* an den photometrischen Größen gelber Sterne, ob sie nun aus P.D. oder H.P. stammten, eine Verbesserung von ungefähr $0^m 20$ anzubringen¹⁾, um eine gute Übereinstimmung zwischen Stufenskala und photometrischen Größen zu erreichen.

e. Die Zusammenarbeit von Beobachtern.

In diesem Unterschied der Farbenauffassung durch verschiedene Beobachter liegt u. E. der Hauptgrund, weshalb die Bedeutung des gleichartigen Materials eines einzigen Beobachters — falls wenigstens die Beobachtungen zahlreich sind — ebenso gross, wenn nicht grösser ist, als das viel reichere Material aus der Zusammenarbeit einer astronomischen Vereinigung.

Diese Gemeinschaftsarbeit leistet Vortreffliches, wenn blosz beabsichtigt ist, einen allgemeinen Überblick zu geben. Für Einzeluntersuchungen ist das durch Zusammenwirken vieler gesammelte Material erst dann geeignet, wenn man es auf einen Beobachter reduziert. Die dazu nötige Arbeit ist aber ausserordentlich gross. So viel wir wissen ist eine derartige Aufgabe nur selten in Angriff genommen worden. Auch in Zukunft wird das wohl nicht oft geschehen. Als Beispiele können wir anführen:

1. P. GUTHNICK, Neue Untersuchungen über den veränderlichen Stern σ Ceti, 1901,
2. H. ROSENBERG, Der Veränderliche χ Cygni, 1906,
3. E. VOGELNZANG, η Geminorum, 1928,
4. R. MÜLLER, Untersuchungen über den Veränderlichen R Aquilae, Dissertation, Berlin 1925,
5. J. v. d. BILT, U Cygni (noch nicht veröffentlicht).

Die Reduktion auf einen Beobachter ist aber beinahe unmöglich, wenn man die Interpolationsmethode von PICKERING anwendet, wie es *V.S.S. of B.A.A., A.A. of V.S.O., A.F.O.E.V. und N.A.S.* tun. Hierbei werden ja doch die bekanntlich nicht sehr genauen Größen PICKERINGS, die überdies mit grossen systematischen Fehlern behaftet sein können, ohne Kritik, selbst ohne nähere Untersuchung, als fehlerlos hingenommen.

¹⁾ Siehe u. a. Rech. Utr. 8, I, 1923.

Wenn man sich ohne nähere Untersuchung auf die photometrischen Gröszen der H.P. verlässt und die Schätzungen einer grossen Zahl Beobachter ohne nähere Reduktion dem System der H.P. anpasst, so werden viele Eigentümlichkeiten der Lichtkurven nicht zu ihrem Recht kommen.

Unsere Kritik betrifft vornehmlich die Lichtkurven. Denn im allgemeinen werden die durch Zusammenarbeit bestimmten Epochen der Maxima und Minima Vertrauen verdienen.

Für die schnellwechselnden Sterne der Liste *A* (NIJLAND, B.A.N. 197, 1930) ist Zusammenarbeit unentbehrlich. Auch für ein zielbewusstes Studium der grossen Zahl von Objekten in Liste *B* kann Zusammenarbeit in der Form der Arbeitsteilung viel Nutzen stiften.

§ 3. Die mittlern Lichtkurven.

a. Ihre Bedeutung.

Eine mittlere Lichtkurve muss vor allem eine Vorstellung von dem allgemeinen Charakter des Lichtwechsels geben; von Einzelheiten nur dann, wenn sie sich nicht unter den Beobachtungsfehlern verbergen.

Für die Einsicht in die Art des Lichtwechsels ist sie von hervorragender Bedeutung, da man bei der Untersuchung unbekannter Erscheinungen nicht den Nachdruck auf kleine Eigentümlichkeiten legen darf, wenn es sich um den allgemeinen Charakter dieser Erscheinungen handelt.

Anderseits kann man dabei die Bedeutung von Einzelheiten unterschätzen. Bei der Anwendung statistischer Methoden muss man aber immer nach einem Ausgleich suchen zwischen dem, was mit Sicherheit gefolgert werden kann, und dem was eigentlich Spekulation ist.

Obgleich einige Lichtkurven sehr veränderlich sind, bekommt man doch stark den Eindruck eines ausgesprochenen Charakters, falls man den Lichtwechsel viele Perioden hindurch verfolgt. Trotz der Tatsache, dass zuweilen grosse Störungen auftreten, bleibt dieser Charakter unangetastet, und so findet man ihn in der mittlern Lichtkurve wieder.

Bei stark veränderlichen Lichtkurven besteht die Gefahr, dass charakteristische Eigentümlichkeiten in den mittleren Lichtkurven weniger deutlich hervortreten als ursprünglich. Ist es aber eine auffällige Erscheinung, so

wird sie trotzdem nicht ganz unterdrückt. Als Beispiel nennen wir den Buckel im Aufstieg von *R CVn*.

Wegen der Veränderlichkeit sieht die mittlere Lichtkurve etwas anders aus, je nach dem Zeitraum, für den sie abgeleitet ist. Je gröszer aber die Zeiträume sind, desto kleiner sind die Unterschiede.

Besonders für grosse Zeiträume sind deshalb mittlere Lichtkurven jeder andern Darstellungweise des Lichtwechsels vorzuziehen.

b. *Allgemeine Bemerkungen über die Ableitung der mittlern Lichtkurven.*

Meistens wird bei der Veröffentlichung mittlerer Lichtkurven von lang-periodischen Veränderlichen die Art der Ableitung wohl angedeutet, aber nicht begründet (Siehe z. B. H.A. 57, pt I, 1907, L. CAMPBELL und Miss ANNIE J. CANNON; J. A. PARKHURST, Researches in Stellar Photometry, 1906; Mem. R.A.S 55, 1904, Observations of Variable Stars made at the Rousdon Observatory, Lyme Regis, under the Direction of the late Sir C. E. PEAK, edited by H. H. TURNER).

Bezüglich der Zeichnung der mittlern Lichtkurven kann man verschiedener Ansicht sein. Da die Periode veränderlich ist, Maximum, Minimum und Kurvengestalt ebensowenig konstant sind, so kann man durch Addieren und Subtrahieren eines Vielfachen der mittlern Periode nicht alle Beobachtungen in befriedigender Weise auf den Zeitraum einer Periode zusammenziehen. Einige Versuche, die wir auf diese Weise anstellten, ergaben nicht das rechte Bild des Lichtwechsels.

Ebensowenig wie E. HEIS¹⁾, P. GUTHNICK²⁾ und H. ROSENBERG³⁾ hat H. LUDENDORFF⁴⁾ mittlere Lichtkurven aufgestellt, sei es wegen der Ansicht, es würden dadurch charakteristische Eigentümlichkeiten des Lichtwechsels verloren gehen, sei es aus dem Grunde, weil das Beobachtungsmaterial die Ableitung einer mittlern Lichtkurve unmöglich erscheinen liesz.

Manchmal werden die Kurven nicht als glatte Linien zwischen den

¹⁾ E. HEIS, De Mira Ceti, 1859.

²⁾ P. GUTHNICK, Neue Untersuchungen über den veränderlichen Stern o (Mira) Ceti, Nova Acta, Abh. der Kais. Leop.-Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher. Bd. 79, No. 2, Halle, 1901.

³⁾ H. ROSENBERG, Der Veränderliche χ Cygni, Ibid. Bd. 85, No. 2, Halle, 1906.

⁴⁾ H. LUDENDORFF, H. d. A. VI, S. 99, 1928.

Beobachtungspunkten hindurchgelegt, sondern die Punkte werden durch eine gebrochene Linie verbunden. (Siehe z. B. PLUMMER, M.N. 73, 652, 1913 und P.MERRILL, P.A. 39, 121, 1931). Dieses Verfahren mag für die harmonische Analyse empfehlenswert sein, nach unserer Ansicht musz man aber danach trachten, durch glatten Kurvenzug die Beobachtungsfehler so viel als möglich zu beseitigen. Man musz dabei in den Kauf nehmen, dasz geringe reelle Unebenheiten nicht zum Ausdruck kommen. Ist es doch unmöglich, *a priori* Beobachtungsfehler und kleine tatsächliche Unregelmäszigkeiten auseinander zu halten.

Das war schon die Ansicht von E. SCHÖNFIELD (Beobachtungen von veränderlichen Sternen, Sitzungsberichte der Kais. Akademie der Wissenschaften in Wien, Math.-Nat. Klasse, I. Abteilung, 42, 156, 1860). Er trachtete stets danach, „*den Kurven, ohne den Beobachtungen allzuviel Zwang anzutun, möglichst wenig Wendepunkte zu geben.*“ Es war ihm aber klar bewuszt, dasz diese beiden Forderungen sich manchmal nicht miteinander vertragen.

Worauf es vor allem ankommt, ist dies: man musz die *mittlere* Lichtkurve genau untersuchen. Diese charakterisiert den mittlern Verlauf des Lichtwechsels. Es scheint ratsam, erst nachher Einzelheiten und Abweichungen unter die Lupe zu nehmen.

Im allgemeinen macht die Ableitung mittlerer Lichtkurven bei den *Algol*-Sternen und den kurzperiodischen Veränderlichen viel weniger Mühe. Die gröszere Unregelmäszigkeit der langperiodischen Veränderlichen bezüglich der Kurvenform, der Periode und der Helligkeitsgrenzen ist hier die Ursache vieler Schwierigkeiten.

Befriedigende Vorschriften für die Zeichnung der mittlern Lichtkurven haben wir in der Litteratur nicht gefunden.

Wir haben durch die Beobachtungspunkte nach Augenmasz eine möglichst glatte Kurve gelegt mit dem Bestreben, die Abweichungen δ (im Sinne: Beobachtung-Kurve) den folgenden Bedingungen anzupassen:

$$1^\circ: \Sigma \delta = 0,$$

$$2^\circ: \text{gleiche Anzahl Zeichen } + \text{ und } -,$$

$$3^\circ: \text{gleiche Anzahl Zeichen-Wechsel und -Folgen.}$$

(Vgl. A. A. NIJLAND, Proc. Ac. Amst. 33, 112, 1930 und Rech. Utr. 8, I, Nr. 15 u. 16, 1923).

Wie weit diese Bedingungen erfüllt sind, kann natürlich nur nachträglich festgestellt werden.

Eine Kurve sollte 4 Bedingungen genügen. Die 4. Bedingung, nämlich dasz:

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\frac{\sum \delta^2}{n-\mu}}$$

nicht viel gröszer sei als ε_1 , ist hier gegenstandslos. ε_1 ist der m. F. des Mittels der zu einer Normalhelligkeit vereinigten Beobachtungen. Bei den Kurven der δ Cephei-Sterne und der Algol-Sterne müssen alle 4 Bedingungen erfüllt sein.

Bei der Bearbeitung der *Rousdon*-Beobachtungen¹⁾ wurde folgende Methode befolgt:

Die aufeinander folgenden Perioden des Lichtwechsels (von Minimum zu Minimum gerechnet) wurden in 12 gleiche Teile geteilt. Die Beobachtungen innerhalb jedes Zwölftels wurden zu einer Normalhelligkeit in der Mitte dieses Abschnitts vereinigt.

Die von Miss MARY A. BLAGG angewandte Methode (M.N. 89, 687, 1929), ist im Grunde dieselbe wie die „*Rousdon*“-Methode.

Uns erschien eine Methode besser, bei der zuerst die mittlern Gröszen der Maxima und Minima berechnet werden. Wir halten es für einen Fehler, wenn die Grösze des Maximums, ein Hauptpunkt des Lichtwechsels, nicht voll und ganz zu ihrem Recht kommt.

Im Anfang haben wir die Zeiträume ($m-M$) und ($M-m$) in Zehntel geteilt. Die den Teilpunkten zugehörigen Helligkeiten wurden an der Kurve abgelesen. Schlieszlich bestimmten wir das Mittel der an korrespondierenden Punkten abgelesenen Helligkeiten und erhielten so die Helligkeit für den entsprechenden Punkt der mittlern Lichtkurve.

c. Die Methode von Nijland zur Ableitung der mittlern Lichtkurve.

Nach einiger Zeit haben wir aber die folgende Methode angewandt, die nach Mitteilung von Prof. NIJLAND ebenso befriedigte und die er schon in

¹⁾ H. H. TURNER, Mem. R.A.S. 55, 1904.

einigen Fällen benutzt hatte. Damit das ganze Material nach derselben Weise bearbeitet werde, haben wir schliesslich diese Methode gewählt.

Wie weit eine Methode zur Ableitung mittlerer Lichtkurven für lang-periodische Veränderliche zufriedenstellt, ist mehr oder weniger Gefühlssache. Die Tatsache, dasz diese Methode nie zu unübersteiglichen Schwierigkeiten führte, und dasz ihr das Bedenken, das wir gegen die *Rousdon*-Methode geltend machten, (dasz nämlich das Maximum nicht voll zur Geltung kommt), nicht anhaftet, spricht jedenfalls für ihre Zweckmässigkeit.

Es sei aber darauf hingewiesen, dasz die von uns anfänglich befolgte Methode in den vier Fällen, in denen sie angewandt wurde, nahezu dasselbe Resultat ergab wie die Methode von NIJLAND.

NIJLAND geht folgendermassen vor (Vgl. Proc. Ac. Amst. 34, 117, 1930):

Links und rechts vom Maximum werden die Helligkeitsunterschiede gegen das Maximum von der Lichtkurve für gleiche Phasen abgelesen, z. B. für -60^d , $-50^d \dots +50^d$, $+60^d$. Aus den zusammenhörigen Werten werden die Mittel gebildet.

Dasselbe geschieht für die Minima; und wenn die Kurve einen Buckel zeigt, geschieht es ebenso beiderseits des Wendepunktes, der nach Augenmasz festgelegt wird.

Bei fast allen Sternen schlossen sich die Teilkurven sehr gut aneinander an, so dasz sich die mittlere Lichtkurve bequem aus ihnen zusammensetzen liesz. Die Hauptphasen der mittlern Lichtkurve sind das Maximum und Minimum der Epoche o.

Auf diese Weise bestimmt man gewissermassen das mittlere Verhalten des Veränderlichen in der Umgebung des Maximums, des Minimums und des Wendepunktes.

NIJLAND hat in Proc. Ac. Amst. 34, 222, 1931 ausdrücklich darauf hingewiesen, dasz es wegen des Auftretens horizontaler Verschiebungen *nicht selbstverständlich* ist, dasz die Teilkurven sich aneinander anschlieszen. Wir sind dann auch einigen Fällen begegnet, in denen es nicht der Fall war.

Wenn die Epochen der Maxima und Minima nicht durch dieselbe Formel dargestellt werden können, die Form der Kurve sich also allmählich ändert,

dann ist der Anschlusz nicht volkommen, z. B. bei *R Aur*. Der Anschlusz wurde aber offensichtlich wieder gut, wenn man den Ort des Maximums zwischen 2 Minima mit Hilfe der mittlern Asymmetrie festlegte, wie wir sie als Mittel der Asymmetrien der nacheinander durchlaufenden Lichtzyklen berechnet hatten. Der Abstand der beiden Minima ist gleich der mittlern Periode. Die mittlere Schiefe findet man aus den Werten der Schiefe für die beobachteten Lichtwechselperioden.

Die letzte Methode verdient vielleicht immer den Vorzug.

§ 4. *Die Verfinsterungskurve.*

So oft die Lichtkurve eines langperiodischen Veränderlichen einen Buckel zeigt, gewinnt man stets den Eindruck, dasz die Helligkeitszunahme gestört worden sei. Die Störung haben wir auf die von NIJLAND angegebene Weise bestimmt (Proc. Ac. Amst. Vol. 34, 217 und 941, 1931).

Jedesmal, wenn die Lichtkurve dazu Anlass gab, wurde der noch ungestörte Teil der Lichtkurve nach dem Augenmasz so weitergeführt, dasz sie nach Erreichung eines Maximums wieder in die ursprüngliche Kurve überging. Auf diese Weise konnte stets der ursprünglichen, *gestörten* Lichtkurve eine *glatte* ungestörte künstliche Lichtkurve angegliedert werden.

NIJLAND hat sich veranlaszt gesehen, dieses Verfahren ebenfalls auf *S UMa* und *R Cyg* anzuwenden (Proc. Ac. Amst. 34, 1372, 1931 und 35, 33, 1932). Wir haben er bei diesen Sternen nicht getan und jetzt ist keine Gelegenheit mehr dazu.

Aus den ursprünglichen und den glatten Kurven haben wir die mittlern bestimmt. So entstanden zwei mittlere Lichtkurven, eine mittlere glatte und eine mittlere gestörte.

Obwohl die Herstellung der glatten Kurven von Willkür nicht frei ist, schloss sich die mittlere glatte Kurve trotz der horizontalen Verschiebungen immer sehr gut an die mittlere gestörte Lichtkurve an.

Die Unterschiede zwischen beiden Kurven ergeben eine dritte Kurve, die wir *Verfinsterungskurve* nennen wollen.

Von Bedeutung ist, dasz diese Verfinsterungskurve in allen untersuchten

Fällen symmetrisch war¹⁾). Demnach hat es den Anschein als ob diese Sterne zur Zeit der Helligkeitszunahme zugleich eine symmetrische Verfinsterung erlitten. Selbst *U Per* und *S Cam*, die sich in mancher Hinsicht anders verhalten und deshalb von unserer Untersuchung ausgeschlossen sind, zeigen doch diese Symmetrie. Bei *U Per* ist aber das Minimum der Verfinsterungskurve sehr flach.

Es bleibe dahingestellt, ob diese Verfinsterung als eine mechanische aufgefaszt werden darf.

Wir wollen noch bemerken, dasz NIJLAND etwas Derartiges bei $V = 19 = SS\ Aur$, $V = 19 = SS\ Cyg$ und *U Gem* vermutet hat. (Vgl. A.N. 201, 61, 1915; 204, 71, 1917; 227, 353, 1926).

Aus dem Unterschied zwischen der „langen“ und „kurzen“ mittleren Lichtkurve von *V 19 Cyg* lässt sich eine Kurve bestimmen, die mit der kurzen vereinigt, das lange Maximum ergibt, und diese Kurve ist wieder symmetrisch. Hier wäre dann die lange Kurve als die „ungestörte“ aufzufassen.

§ 5. Allgemeine Bemerkungen über Farbenschätzungen und Spektren.

NIJLANDS Farbenschätzungen der langperiodischen Veränderlichen werden wir im vierten Hauptstück näher besprechen. Bislang sind über die Farben und insbesondere über ihre Veränderlichkeit während des Lichtwechsels nur wenige Untersuchungen veröffentlicht. Wir können nur nennen:

1. J. SCHMIDT (A.N. 80, 12, 1873),
2. P. S. YENDELL (A.J. 24, 99, 1904),
3. S. BELJAWSKY (A.N. 177, 209, 1908),
4. H. SHAPLEY und B. P. GERASIMOVIC (H.B. 872, 1930),
5. L. CAMPBELL und C. H. PAYNE (P.A. 38, 400, 1930).

Unter ihnen ist die Untersuchung von BELJAWSKY am umfassendsten und ausführlichsten. Seine Quelle ist der zweite Harvard-Katalog der veränderlichen Sterne. Die Farbenschätzungen vieler Beobachter wurden auf die Skala von OSTHOFF reduziert (0^c = weisz, 10^c = hellrot, 12^c = dunkelrot).

Da NIJLAND in der Zeit von 1904 bis Ende 1930 ungefähr 3200 Farbenschätzungen ausgeführt hat, ist SHAPLEYS Klage nicht ganz berechtigt, dasz

¹⁾ Auch bei *S UMa* und *R Cyg*.

nämlich selten Farben geschätzt würden. NIJLANDS Farbenschätzungen sind aber sehr ungleichmäßig über den Beobachtungszeitraum verteilt. Anfangs wurde die Farbe sehr oft, später nur hie und da geschätzt.

Im allgemeinen scheint sich die Farbenauffassung bei NIJLAND im Lauf der Jahre nicht geändert zu haben. Das erste Jahr macht aber hier eine Ausnahme. Im Mittel sind die Farben in diesem Jahre etwas röter geschätzt als in den späteren. Dann hat sich offenbar eine Farbenauffassung herausgebildet, die in den folgenden Jahren nahe unverändert geblieben ist. Hierauf kommen wir noch im vierten Hauptstück zurück.

Im Generalkatalog der *G. u. L.* sind die Farben der Mirasterne nach der Skala von OSTHOFF angegeben (vgl. Vorwort zu Bd. I, S. XIV). Nach der *G. u. L.* liegen die Farben der langperiodischen Veränderlichen fast alle zwischen 3°0 und 9°0, mit einem Häufigkeitsmaximum zwischen 7°0 und 8°0.

Bei NIJLAND kommen die Farbenschätzungen 8°c und 9°c fast gar nicht vor. Tatsache ist, dasz NIJLAND die Farben viel weniger rot schätzt als andere Beobachter; diese geben oft 7°c an, wo er nur 3°c findet. Beim Niederschreiben von beispielsweise 3°c vergewissert er sich genau, dasz die Farbe für ihn wirklich gelb und nicht z.B. orange sei. Mit andern Worten: einen Stern, der bei andern Beobachtern orange oder rot heiszt (kraft der Schätzung 6°c oder 7°c), sieht er gelb. (Siehe auch S. 74. u. 81 dieser Arbeit).

Auffällig ist auch, dasz die Häufigkeitskurve der Farbenschätzungen für viele Sterne bei NIJLAND in der Art asymmetrisch ist, dasz die Schätzungen geringster Röte an Zahl überwiegen. (Siehe S. 83 dieser Schrift).

Wir haben die Farbenschätzungen von NIJLAND nicht auf OSTHOFF reduziert. Vorkommenden Falles lässt sich diese Reduktion mit Hilfe der folgenden Tabelle ausführen, die der *G. u. L.* entnommen ist.

TABELLE 3

| NIJLAND | OSTHOFF | Bedeutung |
|----------------|---------|-----------|
| 0 ^c | 0:0 | weisz |
| 1 | 1.3 | |
| 2 | 2.7 | |
| 3 | 4.0 | rein gelb |
| 4 | 5.1 | |
| 5 | 6.2 | |
| 6 | 7.0 | orange |
| 7 | 7.8 | |
| 8 | 8.6 | |
| 9 | 9.3 | |

Höhere Farbenschätzungen kommen in dem hier behandelten Material nicht vor. Die Farben wurden von NIJLAND immer im *R* geschätzt.

Wenn er einen farbigen Stern längere Zeit betrachtet, hat er stets den Eindruck, als ob die Helligkeit anfangs wachse, um nach einiger Zeit konstant zu werden. An diesem merkwürdigen Verhalten erkennt er oft, dasz schwache Sterne gefärbt sind. Auch andere Beobachter haben die gleiche Erfahrung gemacht. So z.B. ŠAFARIK (s. die von L. PRACKA herausgegebenen Untersuchungen über den Lichtwechsel älterer veränderlicher Sterne, Prag, 1910).

Farbe und Helligkeit wurden immer erst geschätzt, nachdem die Helligkeit konstant geworden war. NIJLAND selbst glaubt, dasz dann eine ziemlich vertrauenswürdige Schätzung möglich ist.

Die Spektra.

Die Spektra der hier behandelten Sterne zeigen ausnahmslos Emissionslinien; sie gehören den Klassen *M_{2e}* bis *M_{7e}* und *Se* an. Die Spektra sind entnommen aus H.A. 79.

In den statistischen Untersuchungen werden nur Sterne mit Emissionspektrum *Me* und *Se* behandelt. Der Buchstabe *e* ist also für unsern Zweck weiterhin überflüssig; wir haben ihn ausgelassen.

ZWEITES HAUPTSTÜCK.

KLASSIFIKATION DER LANGPERIODISCHEN VERÄNDERLICHEN.

§ I. Allgemeine Bemerkungen.

Fast alle veränderlichen Sterne mit Perioden (P) $> 90^d$ und Amplituden (A) $> 1^m 5$ haben gemeinschaftliche Kennzeichen in der Art ihres Lichtwechsels. Man hat diese Veränderlichen zu einer Gruppe vereinigt unter dem Namen der langperiodischen Veränderlichen. *Mira Ceti* ist der typische Vertreter dieser Gruppe, war es wenigstens, bevor der Begleiter entdeckt wurde.

Obgleich man in fast allen Fällen, in denen die Periodenwerte $> 90^d$ und die Amplituden $> 1^m 5$ sind, mit *Mira*-Sternen zu tun hat, und in der Praxis also eine Definition auf Grund dieser beiden Größen genügt, so sind doch P und A allein noch keine unbedingte Bürgschaft für die Zugehörigkeit zu dieser Gruppe von Veränderlichen. Dazu wird z. B. auch die Kenntnis der Eigenart der Lichtkurven verlangt.

Zwischen P , A , Spektralklasse, Gestalt der Lichtkurve u.s.w. bestehen statistische Zusammenhänge die es wahrscheinlich machen, dassz die Veränderlichkeit durch denselben physikalischen Vorgang verursacht wird.

Die langperiodischen Veränderlichen sind alle mehr oder weniger rot. Sie gehören zu einer der Spektralklassen K , M , S , N oder R . Alle Sterne der Spektralklasse Me sind veränderlich und langperiodisch. Dieses Kennzeichen allein genügt um einen Stern dieser Gruppe zuzurechnen. In der Regel wird die Zuteilung erst durch Zusammenfassung aller Kennzeichen möglich.

In der Gruppe der *Mira*-Sterne kommen aber solche Unterschiede vor, dasz man wiederholt bemüht war, *Untergruppen* aufzustellen.

Auf zweierlei Weise suchte man die Sterne nach den Lichtkurven einzuteilen. Einmal versuchte man eine Einteilung der Kurven nach dem Augenschein: zuerst hat das L. CAMPBELL getan (H.A. 57, pt. I, 1907) und nach ihm LUDENDORFF (H.d.A. VI, 2, 99 ff; ferner A.N. 217, 161, 1922; 220, 145,

1924; 222, 17, 1924; 228, 369, 1926). Im Jahre 1925 hat L. CAMPBELL nochmals eine Einteilung versucht (H.R. 21, 1920).

Die zweite Weise ist eine mathematische Einteilung. T. E. R. PHILLIPS stellte die mittlern Lichtkurven mit Hilfe harmonischer Analyse dar (Presidential Address, J.B. A.A. 27, 2, 1916).

H. THOMAS (Eine kritische Darstellung unseres gesamten Wissens und unserer theoretischen Vorstellungen von den Veränderlichen vom *Mira*-Typus, Diss. Berlin, 1925) nimmt eine Mittelstellung ein. Die Lichtkurven werden durch zwei Zahlen s_x und s_y (siehe S. 34 dieser Schrift) charakterisiert, wodurch man schlieszlich zu einer sehr übersichtlichen Einteilung kommt.

Uns schien die Einteilung nach dem Augenschein und die von THOMAS zu befriedigendern Ergebnissen zu führen als die mathematische Einteilung von PHILLIPS. Diese letzte ist zeitraubend, unübersichtlich und nicht überzeugend.

Wegen ihrer Objektivität halten wir schlieszlich die Methode von THOMAS weitaus für die beste, mit einem ernsten Vorbehalt; wir kommen darauf noch zurück (S. 45).

§ 2. Die Gestalt der Lichtkurven.

Zur Charakterisierung der Lichtkurven der langperiodischen Veränderlichen sind wenigstens 3 Angaben erforderlich, nämlich:

- 1°: die Asymmetrie bezüglich der Zeit-(X) Achse,
- 2°: „ „ „ „ „ Helligkeits-(Y) Achse,
- 3°: das Vorhandensein oder Fehlen eines Buckels.

Nach dem Beispiel von THOMAS werden wir die Asymmetrie bezüglich der X-Achse mit s_x , diejenige bezüglich der Y-Achse mit s_y bezeichnen. Dieses durch s_y bestimmte Kennzeichen werden wir fortan die *Schiefe* nennen.

s_x und s_y werden definiert:

$$s_x = \frac{\bar{y}}{A}, \quad s_y = \frac{M-m}{P};$$

\bar{y} ist der mittlere Helligkeitsunterschied gegen das Minimum:

$$\bar{y} = \frac{1}{P} \int_0^P f(x) dx,$$

wo $y = f(x)$ die Gleichung der Lichtkurve ist. Zur Bestimmung von y genügt:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{o}^{n-1} y_t \quad \text{mit } n = 24;$$

y_t sind die Ordinaten der Teilpunkte der in n gleiche Intervalle geteilten Periode, gemessen vom Minimum aus.

$s_x > \frac{1}{2}$ bedeutet: Maximum flacher als Minimum,

$s_x = \frac{1}{2}$ „ Maximum und Minimum gleich flach,

$s_x < \frac{1}{2}$ „ Maximum spitzer als Minimum.

Die Kurven mit Buckel, die bei NIJLAND vorkommen, haben wir nach dem Charakter der ungestörten glatten Kurve eingeordnet. Nach der Einteilung von THOMAS halten wir also s_x und s_y der *glatten* Kurve für charakteristisch. THOMAS nennt übrigens leider den Buckel gar nicht.

Wenn M und m bekannt sind, lässt sich die Schiefe der mittlern Lichtkurve in doppelter Weise berechnen:

1°: aus den Hauptepochen der Maxima und Minima,

2°: als Mittelwert der Schiefe in den aufeinanderfolgenden Lichtwechselperioden.

Wir fanden zuweilen kleine Unterschiede zwischen den auf beide Weisen berechneten Werten der Schiefe. Diese Unterschiede treten dann auf, wenn die Form der Lichtkurve und folglich die Schiefe fortschreitenden Veränderungen unterworfen ist. Wir haben s_y nach der 2. Methode berechnet.

Da diese beide Methoden die Kenntnis von M und m voraussetzen, lässt sich in vielen Fällen die Schiefe nicht in obiger Weise bestimmen, nämlich dann nicht, wenn das Minimum unter die Sichtbarkeitsgrenze des R hinabgeht. Helligkeit und Epoche des Minimums sind dann unzuverlässig. Im allgemeinen gilt das für die mittlern Lichtkurven, bei denen das Minimum unter 14^m liegt. Mitunter fehlen in diesen Fällen die Minima fast gänzlich (z. B. bei *RW Lyr* und *RX Lyr*).

Ausgehend von der Tatsache, dass bei glatten Lichtkurven die Schiefe wesentlich mit dem Verhältnis der Schnelligkeiten der Zu- und Abnahme zusammenhängt, haben wir die Asymmetrie bezüglich der Helligkeitsachse noch auf andere Weise zu bestimmen versucht.

Jede glatte Lichtkurve hat im auf- und absteigenden Aste einen Wendepunkt, der auf den beiden Ästen meistens nicht bei derselben Helligkeit auftritt. Die Richtungskoeffizienten $\operatorname{tg} \varphi_z$ (Zunahme) und $\operatorname{tg} \varphi_a$ (Abnahme) der Tangenten in diesen Wendepunkten geben ein Maß für die grössten Geschwindigkeiten der Lichtänderung und ihr Quotient $s = \frac{\operatorname{tg} \varphi_z}{\operatorname{tg} \varphi_a}$ gibt das Verhältnis dieser Geschwindigkeiten.

Tabelle 4 zeigt die Beziehung zwischen s und s_y für 35 der hier behandelten Veränderlichen.

TABELLE 4

| s | s_y | n |
|------|-------|-----|
| 1.07 | 0.490 | 6 |
| 1.31 | 0.462 | 6 |
| 1.51 | 0.433 | 6 |
| 1.85 | 0.397 | 6 |
| 2.04 | 0.388 | 6 |
| 2.55 | 0.354 | 5 |
| | | 35 |

Falls m unbekannt ist, kann man mit Hilfe dieser Tabelle s_y aus s ableiten.

Wir halten die Wahl der Wendepunkte für richtiger als beispielsweise die der Punkte mittlerer Helligkeit (auch sind die mittleren Helligkeiten nicht bekannt wenn m unsichtbar ist); diese letztern fallen nicht mit den Punkten mittlerer Leuchtkraft zusammen, während die Wendepunkte beim Übergang zur Leuchtkraftskurve erhalten bleiben.

Zur Berechnung des Quotienten der Richtungskoeffizienten empfiehlt sich folgendes Verfahren, welches eine Art graphischer Differenziation darstellt. Es lässt sich in allen Fällen anwenden, wo die zu differenzierende Funktion nur graphisch bekannt ist, z.B. $m = f(t)$ als Lichtkurve eines veränderlichen Sterns.

Man verschiebt die Lichtkurve um eine kleine Strecke Δt parallel zur Zeitachse und trägt die Differenzen aus den Ordinaten der ursprünglichen und

der verschobenen Kurve von der Zeitachse aus in der Richtung der Ordinatenachse ab.

Es ist $m = f(t)$ die ursprüngliche und $m' = f(t + \Delta t)$ die verschobene Kurve, dann ist: $m' - m = f(t + \Delta t) - f(t)$ die „Differenzkurve“.

Ist Δt ein endlicher Wert, so muss die nach diesem Verfahren gezeichnete „Differenzkurve“ um $\frac{\Delta t}{2}$ nach rechts verschoben werden, damit sie der Lage nach der ursprünglichen Kurve $m = f(t)$ entspricht.

In der Praxis stellt sich heraus, dass die Grösze der Verschiebung Δt die Differenzkurve kaum beeinfluszt. Die Wahl $\Delta t = 10^d$ reicht vollständig aus.

Die Extreme der Funktion $f'(t)$ sind den Richtungskoeffizienten der Wendepunktstangenten nahe proportional. Der Quotient dieser extremen Werte der Differenzkurve ist also dem Quotienten der Richtungskoeffizienten annähernd gleich.

Mit Hilfe dieser Methode kann eine in obiger Weise berechnete Schiefe kontrolliert bzw. korrigiert werden. Ebenfalls wird man in den Stand gesetzt die Epoche eines zweifelhaften Minimums zu verbessern.

§ 3. Die Veränderlichkeit der Lichtkurven.

a. Allgemeines.

Unsere Klassifikation der mittlern Lichtkurven weicht oft von derjenigen LUDENDORFFS ab (H. d. A. VI, 103—111).

Teilweise sind die Unterschiede der Ungleichmäzigkeit des Materials von LUDENDORFF zuzuschreiben. Die Veränderlichkeit der Lichtkurven spielt aber auch eine grosse Rolle. Dazu einige Lichtkurven stark veränderlich sind, wenigstens bei verschiedenen Beobachtern, kann man an folgenden Beispielen sehen:

TABELLE 5.

| Stern | s_x | s_y | Quelle |
|--------------|-------|-------|---|
| <i>X Aur</i> | 0.64 | 0.42 | A.N. 3925 |
| | 0.48 | 0.51 | Rech. Utr. 10 , 1933. |
| <i>SCrB</i> | 0.45 | 0.40 | H. A. 57 |
| | 0.44 | 0.35 | M. B. A. A. App. to 15 and 18 |
| | 0.26 | 0.37 | Rech. Utr. 10 , 1933. |

Diese Unterschiede mögen herrühren:

1°: Von der Art des behandelten Materials,

2°: Von der Verschiedenheit der Methode zur Ableitung der mittleren Lichtkurve,

3°: Von dem Umstände, dasz die mittlern Lichtkurven verschiedener Autoren für verschiedene Zeiträume gelten.

Die Veränderlichkeit der Lichtkurven wird z. B. bestätigt durch folgende Beispiele:

Bei *R Ari* tritt zuweilen ein auffällig schwaches Maximum auf, bei *S Boo* (vgl. Proc. Ac. Amst. 35, 472, 1932) ein stark abweichendes helles Minimum; bei *RZ Per* bleibt zuweilen ganz unerwartet der Buckel aus, der fast in jeder Lichtwechselperiode ganz auffällig in die Erscheinung tritt. Diese Tatsachen zogen schon öfter die Aufmerksamkeit der Beobachter auf sich und werden immer wieder durch die Beobachtung bestätigt. Man betrachte auch aufmerksam die schon von NIJLAND in den Proc. Ac. Amst. veröffentlichten Darstellungen der Lichtkurven.

b. *Der Buckel.*

Ist das Material ungleichartig, so werden Buckel manchmal der Aufmerksamkeit entgehen, falls sie nicht stark hervortreten. Auch wird das Urteil darüber unsicher, ob die Maxima und Minima mehr oder weniger flach sind — ein Umstand, der u.a. für die Klassifikation LUDENDORFFS von Belang ist.

Wenn auch ein Buckel durch fehlerhafte Beobachtungen (NIJLAND verwirft Beobachtungen nur dann, wenn sie sehr stark abweichen¹⁾) vorgetäuscht werden kann, so entspricht doch diese Erscheinung, die sich bei sehr vielen unserer Lichtkurven findet, in weitaus den meisten Fällen zweifellos der Wirklichkeit.

Auch fehlerhafte Helligkeiten der Vergleichsterne könnten Buckel hervorrufen. Dann müssen sie sich aber sowohl im Aufstieg als auch im Abstieg zeigen. In unserm Material kommt das nicht vor.

Die Buckel zeigen sich am häufigsten im aufsteigenden Ast, Abstufungen und Wellen kommen aber auch bei der Helligkeitsabnahme öfter vor, als man

¹⁾ Bis jetzt (Juli 1932) nur 2 auf 7000 Beobachtungen.

wohl einmal annimmt (vgl. z.B.: H. d. A. VI, 90 und 130). Die Lichtkurven von *R LMi*, *R CVn* und *ST Cyg* zeigen das klar. NIJLAND hat mehrmals die Aufmerksamkeit auf diese „geschlängelten“ Lichtkurven hingelenkt.

In scharfem Gegensatz zu den Ausführungen LUDENDORFFS steht die Meinungsäusserung von H. SIEDENTOPF (A. N. 245, 88, 1932). Nach SIEDENTOPF befinden sich sekundäre Maxima „in der Regel auf dem absteigenden, seltener auf dem aufsteigenden Teil der Lichtkurven und treten auch in sehr vielen Fällen gar nicht auf.“ Das ist aber ganz bestimmt *unrichtig*, jedenfalls für unser Material. Zur Zeit der Lichtzunahme sind die Buckel am häufigsten und stets viel auffälliger als die zur Zeit der Abnahme. Hier kann man zuweilen in Zweifel sein, ob man mit Beobachtungsfehlern oder mit Wirklichkeiten zu tun hat.

Bei uns zeigen 27% der *M*-Sterne einen Buckel in der mittlern Lichtkurve. Die Fälle, in denen Buckel nur hie und da auftreten, ohne sich in der mittlern Kurve deutlich zu verraten, sind nicht mitgezählt (z. B. *X Aur*, *Z Cet*, *S UMa*, *R Cam* u.s.w.).

Nach den Listen von LUDENDORFF zeigen nur 8% der bekannten Lichtkurven diese Erscheinung. In diesen 8% sind alle Fälle, in denen ein Buckel nur hie und da auftritt, und alle Übergangsfälle enthalten, die LUDENDORFF erwähnt.

Wir halten das für einen sichern Beweis, dasz in *G. u. L.* viele Eigentümlichkeiten nicht hinreichend hervorgehoben sind. Das Bedenken LUDENDORFFS und anderer gegen die Ableitung von mittlern Lichtkurven halten wir dann auch für weniger begründet als unser Bedenken gegen die Ungleichartigkeit des Materials. Die Hauptsache ist nach unserer Meinung, dasz man aus gleichartigem Material (ungleichartiges zu bearbeiten hat wenig Sinn) zunächst das allgemeine Verhalten klar zu stellen suche und erst nachher die Besonderheiten.

Eine Gesetzmässigkeit ist in dem Auftreten und Fehlen des Buckels nicht zu erkennen. Bei *RZ Per* ist der Buckel gewöhnlich stark ausgeprägt, ganz unversehens aber fehlt er auch einmal. Bei andern Lichtkurven kommt der Buckel hie und da einmal vor, ist aber in der mittlern Lichtkurve unmerklich. In 14 Fällen jedoch war die Erscheinung so häufig und aufdringlich, dasz sie

sich auch in der mittlern Lichtkurve ausprägte. Bei ein und demselben Stern ändert der Buckel seine Stelle in der Regel nur wenig.

c. *Die scheinbaren Grösszen von M und m.*

Obwohl die Abweichungen der Helligkeiten von M und m von ihrem Mittelwert im Allgemeinen einen zufälligen Charakter tragen, so überwiegen doch die Zeichenfolgen stark gegenüber den Zeichenwechseln, wenn man die Abweichungen nach der Zeit ordnet. Nur selten sind die Schwankungen einwandfrei festgestellte Sinusoïden oder auf andere Weise streng periodisch.

A. THOM (J.B.A.A. 26, 162, 1916) glaubt in den Helligkeiten von M und m einiger *Mira*-Sterne periodische Schwankungen gefunden zu haben. Aber die Beobachtungsreihen, aus denen das hervorgehen soll, sind zu kurz um zu einem sicheren Schlussz führen zu können.

Bei dem von uns bearbeiteten Material hat es in ganz vereinzelten Fällen den Anschein, als ob die Helligkeiten von M und m periodisch sich linear änderten; nach Beendigung einer solchen Periode beginnt eine neue mit derselben Anfangshelligkeit wie die erste. Vielleicht liesze sich auch eine Sinusformel anpassen.

Zuweilen erhält man den Eindrück, als ob säkulare Veränderungen der Helligkeit extreme vorlägen. Wir glauben aber annehmen zu müssen, dasz es sich in diesem Falle um Störungen handelt, deren Dauer den Zeitraum der Beobachtungen übertrifft. Da die Angaben der G. u. L. begreiflicherweise nicht immer gleich zuverlässig sind, hilft es in diesem Fall wenig, jenes Werk zu Rate zu ziehen. Überdies müssten die Beobachter auf einander reduziert worden, was sich nicht immer gut ausführen lässt.

Hie und da legen sich augenscheinlich zwei Erscheinungen übereinander, z. B. eine Abnahme und ein Hin- und Herschwanken der Minimal- oder Maximalhelligkeit.

d. *Die Schiefe.*

Dieselben Schwankungen kann auch die Schiefe in aufeinander folgenden Lichtperioden zeigen. Die Veränderlichkeit der Form der Lichtkurve kommt im Betrag der Schiefe sehr stark zum Ausdruck. Es zeigt sich oft, dasz bei ein

und demselben Stern der Wert von $\frac{M-m}{P}$ bald gröszer, bald kleiner als $\frac{1}{2}$ ist, namentlich bei den Sternen, deren mittlere Lichtkurve nur schwach asymmetrisch ist.

Die Helligkeit nimmt also oft schneller ab als zu.

e. *Die Periode und die Epochen von M und m.*

Auch die Perioden sind sehr veränderlich. Die bei Anwendung einer konstanten Periode verbleibenden Reste $B-R$ zeigen sehr oft bedeutend mehr Zeichenfolgen als -Wechsel und ihr Verlauf führt manchmal auf die Darstellung durch ein Sinusglied. Man hat dann:

$$M = M_0 + P E + A \sin (\alpha E + \beta),$$

M_0 = Ausgangsmaximum,

M = Maximum zur Epoche E .

Die Dauer der Periode zwischen E und $(E + 1)$ ist in diesem Falle:

$$P + 2A \sin \frac{\alpha}{2} \cos [\alpha(E + \frac{1}{2}) + \beta].$$

In vielen Fällen scheint das Sinusglied in der Wirklichkeit begründet zu sein, z.B. bei *S Boo*, *W Her*, *R CVn*, *Z Cet*, *z Cyg* und verschiedenen anderen.

Oft zeigt sich aber, dasz die Sinusformeln die Beobachtungen nur kurze Zeit befriedigend darstellen und dasz sie bei Extrapolation versagen. Wir haben sehr stark den Eindruck, man müsze in der Regel von quasi-periodischen Störungen reden. Die Art der Störung lässt sich meistens nicht in einfacher Weise darstellen.

In den letzten Jahren folgen viele TURNER (M.N. 80, 273, 481, 604, 1920) in der Annahme von plötzlichen Änderungen der Periode und von Sprüngen in den Epochen.

So wenig wie W. J. LUYTEN (Observations of Variable Stars, Diss. Leiden, 1921) haben wir TURNERS Ansicht bestätigen können. Dabei ist allerdings zu bemerken, dasz unser Material einen Zeitraum von 27 Jahren umfaszt, während TURNER einige viel gröszere Beobachtungsreihen bearbeitet hat, z.B. *z Cyg* und *S UMa* von 1880 bis 1920. Aber LUYTEN standen noch gröszere Reihen zu Gebote.

Der einzige Fall, bei dem wir einen Epochensprung annehmen könnten, wäre *z Cyg*. Sonst haben wir im gesamten Material von NIJLAND niemals

eine Andeutung von einem Perioden- oder einem Epochensprung gefunden. Ebenso können wir aus dem Grunde, dasz eine unvollständig beobachtete Sinuskurve sich immer ungefähr durch zwei einander kreuzenden Geraden darstellen lässt, nicht der Meinung von P. GUTHNICK beipflichten, wenn er schreibt (V.J.S. 59, 240, 1924): „Stellt man nämlich die Abweichungen der *beobachteten* Maxima und Minima von den mit einer konstanten Periode und Ausgangsepoke *berechneten* bildlich dar, so hat man *in nahezu allen Fällen*¹⁾ den Eindruck, dasz die Periodenänderungen nicht nach einer Sinusformel verlaufen, sondern mehr oder weniger plötzlich eintreten, und dasz die Periode zwischen den einzelnen Sprüngen nahezu konstant bleibt.“

Nach unserer Erfahrung kommen also Epochensprünge und plötzliche Veränderungen der Periode *nicht* vor. Nur bei α Cyg mag man mit einigem guten Willen einen Epochensprung annehmen.

Streng periodische Abweichungen kommen sehr selten vor. So weit wir sehen, hat man es fast immer mit mehr oder weniger regelmäszigen Schwankungen um einen Mittelwert zu tun. So haben wir im Falle $S\ Per$ gefunden, dass einige periodischen Glieder mit groszen Amplituden sich übereinander lagern²⁾.

Nur nach Bearbeitung eines groszen und sorgfältig gesichteten Materials besteht einige Aussicht diese Frage zu klären.

In einer Anzahl von Fällen lassen sich die $B-R$ der Epochen durch Parabeln darstellen. Das will besagen, dasz während des Beobachtungszeitraums die Periode stets zu- oder abgenommen hat. Wir glauben aber, dasz man es auch in diesen Fällen mit quasi-periodischen Schwankungen von sehr langer Dauer und zuweilen groszer Amplitude zu tun hat. Die Periode wird sich kaum stets in derselben Richtung ändern können. Diese Störungen werden sich aber meistens nicht durch eine einfache Formel darstellen lassen.

So scheint aus den Beobachtungen NIJLANDS zu folgen, dasz die Periode von $R\ Aur$ sehr stark zunimmt. Aber bei Untersuchung älterer Beobachtungen aus *G. u. L.* zeigt sich, dasz es sich um eine Schwankung groszer Amplitude um einen Mittelwert von ungefähr 460^d handelt. Die Störung kann übrigens nicht durch eine einfache Sinusformel dargestellt werden.

Bei $R\ Aql$ fanden wir eine Andeutung, dasz die Verkürzung der Periode

¹⁾ Von uns durch Kursivdruck hervorgehoben, ²⁾ Wir kommen hierauf an anderm Orte zurück.

in den letzten Jahren zum Stillstand gekommen ist (Vgl. auch R. MÜLLER, Diss. Berlin, 1925 und Auszug daraus in A.N. 223, 185, 1925). Bei LUYTEN ist *R Aql* der deutlichste Fall einer säkulären Periodenänderung. Aber selbst hier ist jetzt also eine andere Deutung nötig.

Bereits früher sind die quadratischen Glieder CHANDLERS oft als unrichtig befunden worden. Wir glauben, im Laufe der Zeit wird sich immer zeigen, dasz die quadratischen Glieder, denen man hie und da begegnet, nur Rechenresultate sind, die dem wahren Gehaben des Sterns nicht entsprechen.

Wir fanden sowohl Verlängerungen als Verkürzungen der Periode: das wird wohl der Kürze der Zeit (ungefähr 27 Jahre) zugeschrieben werden müssen, über die sich die Beobachtungen erstrecken.

Es kommt uns gar sehr so vor, als ob sich vorläufig eigentlich noch *sehr wenig* über die Perioden der langperiodischen Veränderlichen sagen lasse. So ist z.B. bei unserer Arbeit für *RCVn*, *S Boo* und *W Her* ein Sinusglied *durchaus* gefordert, während die ältern Beobachtungen in *G. u. L.* offenbar ein ganz anderes Verhalten zeigen. Die *B-R* der Epochen in *G. u. L.* haben meistens den Charakter zufälliger Fehler. Nur wenn die Störung eine sehr grosse Amplitude hat, z. B. bei *R Aur* (ausnahmsweise nennen wir als hieher gehörig auch *S Cep*, einen der langperiodischen Veränderlichen des Programms von NIJLAND, den wir sonst in dieser Schrift nicht behandeln), besteht Übereinstimmung und Anschlusz zwischen den Beobachtungen NIJLANDS und denen der andern Beobachter in *G. u. L.*

Dasz die ältern Beobachtungen in der Regel nicht mit den hier bearbeiteten zusammenstimmen, musz wenigstens in einigen Fällen der Unzuverlässigkeit vieler Epochen in *G. u. L.* zugeschrieben werden. Gelegentlich einer Untersuchung des Lichtwechsels von *S Per* sind wir schon zur Überzeugung gekommen, dasz viele Epochen HARTWIGS auf ganz unzureichendem Beobachtungsmaterial begründet sind. Dasselbe trifft auch für mehrere andere Sterne zu.

Man verfügt zwar über ein groszes Material, aus dem die Veränderlichkeit der Lichtkurven klar hervorgeht. Aber da dies Material sich für statistische Bearbeitung (noch) nicht eignet, haben wir keine Schlüsse daraus ableiten können. Vielleicht kommen wir später an anderm Orte darauf zurück.

§ 4. *Die Klassifikation der Lichtkurven.*

a. *Die erste Klassifikation von L. CAMPBELL.*

Die in H.A. 57, pt I, 1907 veröffentlichten 67 mittlern Lichtkurven wurden nach dem Augenschein folgendermaßen in 5 Klassen eingeteilt:

| | | |
|----|--------------------------------------|---------|
| 1. | Kurven mit breitem Maximum, Anzahl | $n = 4$ |
| 2. | Kurven mit breitem Minimum, | „ 19 |
| 3. | Kurven mit schnellem Aufstieg, | „ 18 |
| 4. | Kurven mit schnellem Abstieg, | „ 4 |
| 5. | Symmetrische Kurven und Sinuslinien, | „ 22 |
| | | 67. |

b. *Die zweite Klassifikation von L. CAMPBELL.*

In H.R. 21, 1920 hat L. CAMPBELL diesen Versuch wiederholt. Die mittlern Lichtkurven von 124 Mirasternen wurden in 7 Klassen eingeteilt, die allmählich in einander übergehen, wenn man die Lichtkurven auf gleiche Periode und Amplitude reduziert. Die Klassen wurden nicht schärfer umschrieben.

c. *Die Klassifikation von PHILLIPS.*

Diese Klassifikation ruht auf mathematischer Grundlage (J.B.A.A. 27, 2, 1916, 3, 123, 1931). Die erste Abhandlung beschäftigt sich mit 80 mittlern Lichtkurven, nämlich den 67 aus H.A. 57 und ausserdem einigen der B.A.A., von der Rousdon-Sternwarte, von Pogson, Baxendell, u.a.

Die zweite Veröffentlichung behandelt 35 Sterne, von denen 25 schon in der ersten Abhandlung vorkommen. Die 35 Lichtkurven beruhen auf dem „Appendix to the Eighth and Ninth Reports of the V. S. S. of the B. A. A. dealing with the years 1910—1919.“

Die Lichtkurven werden durch trigonometrische Reihen von folgender Form dargestellt:

$$m = m_0 + P_I \cos (\alpha - 180^\circ) + P_{II} \cos (2\alpha - \varphi_2) + P_{III} \cos (3\alpha - \varphi_3)$$

φ_2 und φ_3 gelten als charakteristisch für die Form der Lichtkurve. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem bestimmen sie den Punkt, der die Lichtkurve repräsentiert.

PHILLIPS leitet dann das Bestehen von 2 Gruppen ab. Die Koordinaten φ_2 und φ_3 befriedigen folgende Beziehungen:

in Gruppe I: $\varphi_3 = 202^\circ 1 - 0.04 \varphi_2$ (φ_3 ist also praktisch konstant),

in Gruppe II: $\varphi_3 = 1.67 \varphi_2 - 126^\circ 8$.

d. Die Klassifikation von LUDENDORFF.

Bei dieser Klassifikation werden die Beobachtungen von wenigstens 10 bis 12 Jahren graphisch dargestellt und dann die Kurven nach dem Augenschein eingeteilt. Mittlere Lichtkurven werden nicht bestimmt. LUDENDORFF hält die Einteilung von Lichtkurven auch dann für möglich, wenn mittlere Lichtkurven kaum oder gar nicht abgeleitet werden können. Er gibt folgende Einteilung an (H. d. A. VI, 99):

α : Anstieg merklich steiler als Abstieg; Minimum, von vereinzelten Ausnahmefällen abgesehen, stets breiter als Maximum.

Unterabteilungen: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$.

Von α_1 bis α_4 wird der Anstieg immer weniger steil und das Minimum weniger breit, während die Schiefe abnimmt.

β : Lichtkurve im wesentlichen symmetrisch.

Unterabteilungen: $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$.

Von β_1 zu β_4 wird das Maximum, das in β_1 spitzer als das Minimum ist, allmählich flacher. In β_4 ist das Maximum sehr breit und zeigt eine länger andauernde konstante Phase.

γ : Lichtkurve mit Stufe oder Buckel im aufsteigenden Ast oder mit Doppelmaximum.

e. Die Klassifikation von THOMAS.

THOMAS setzt voraus, die Asymmetrien bezüglich der Zeit- und Helligkeitsachse seien die einzigen Kennzeichen, durch die sich die Lichtkurven der *Mira*-Sterne von einander unterscheiden. Es ist und bleibt höchst befremdlich, dasz der Buckel hier vernachlässigt wird. Wir machten schon darauf aufmerksam (§ 2 S. 34), dasz auch der Buckel bei der Klassifikation eine Rolle zu spielen hat.

Aus den Definitionsgleichungen für s_x und s_y (S. 34 dieser Schrift) folgt, dasz für beide der Mittelwert $\frac{1}{2}$ ist.

Sind zwei Lichtkurven Spiegelbilder bezüglich der X -Achse oder der Y -Achse, so sind ihre s_x , bzw. s_y symmetrisch zu $\frac{1}{2}$.

Überdies entspricht offenbar:

1°: einem breiten, flachen Minimum: $s_x < \frac{1}{2}$,

2°: „ „ „ Maximum: $s_x > \frac{1}{2}$,

3°: „ „ steilen Anstieg: $s_y < \frac{1}{2}$,

4°: „ „ „ Abstieg: $s_y > \frac{1}{2}$.

Für die Sinuskurve gilt: $s_x = s_y = \frac{1}{2}$.

§ 5. Zusammenhang der Klassifikationen.

a. PHILLIPS-LUDENDORFF (Tabelle 6).

TABELLE 6

| Klassifikation nach PHILLIPS | Klassifikation nach LUDENDORFF | | | | | | | | |
|------------------------------------|--|---------|----------|-----|-----------------------|----------|---------|----------|------|
| | Gemeinschaftliche Sterne von PHILLIPS u. LUDENDORFF | | | | Sterne von NIJLAND | | | | |
| | α | β | γ | pec | alle | α | β | γ | alle |
| Gruppe I | 6 | 13 | 7 | 6 | 32 | 0 | 5 | 6 | 11 |
| Gruppe II | 29 | 7 | 5 | — | 41 | 10 | 0 | 3 | 13 |
| $n =$ | 35 | 20 | 12 | 6 | 73 | 10 | 5 | 9 | 24 |

Gruppe I besteht also hauptsächlich aus β -und γ -Kurven und Gruppe II aus α -Kurven.

b. LUDENDORFF-THOMAS (Tabelle 7).

TABELLE 7

| Klassifikation nach LUDENDORFF | Klassifikation nach THOMAS | | | | | | | | |
|--------------------------------------|--|-------|-----|--------------------|-------|-----|-------|-------|-----|
| | Gemeinschaftliche Sterne von LUDENDORFF u. THOMAS | | | Sterne von NIJLAND | | | | | |
| | s_x | s_y | n | s_x | s_y | n | s_x | s_y | n |
| α_1 | 0.336 | 0.454 | 5 | 0.357 | 0.337 | 3 | 0.357 | 0.337 | 3 |
| α_2 | 0.418 | 0.394 | 9 | 0.382 | 0.402 | 5 | 0.420 | 0.402 | 6 |
| α_3 | 0.439 | 0.381 | 15 | 0.453 | 0.393 | 6 | 0.480 | 0.400 | 14 |
| α_4 | 0.460 | 0.434 | 16 | 0.453 | 0.436 | 7 | 0.456 | 0.439 | 8 |
| β_1 | 0.454 | 0.479 | 7 | — | — | — | — | — | — |
| β_2 | 0.494 | 0.494 | 7 | 0.500 | 0.502 | 2 | 0.500 | 0.503 | 3 |
| β_3 | 0.546 | 0.458 | 10 | 0.580 | 0.497 | 3 | 0.580 | 0.497 | 3 |
| γ | 0.494 | 0.479 | 10 | 0.494 | 0.415 | 11 | — | — | — |
| | | | 79 | | | 37 | | | 37 |

Hierdurch wird zum Überflus bestätigt, dasz bei flachem Minimum und bei steilem Anstieg, s_x bzw. $s_y < \frac{1}{2}$ sind.

c. PHILLIPS-TOMAS.

Jedes Zahlenpaar (s_x, s_y) bestimmt eine Lichtkurve. Um einen Überblick zu gewinnen, haben wir die s_x und s_y in ein rechtwinkliges Koordinatensystem eingezeichnet. Dann entspricht jedem Punkt eine Lichtkurve und umgekehrt.

Das Ergebnis ist die Figur I.

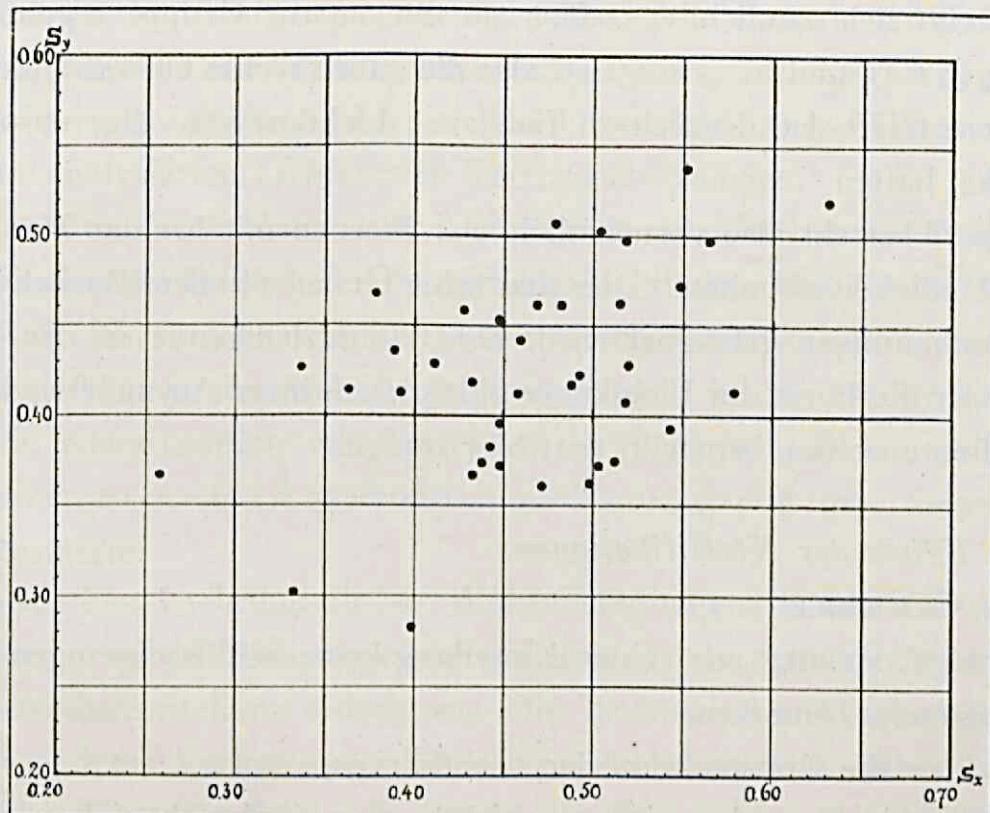


Fig. I

Die Lage der Punkte zeigt eine Vorzugsrichtung an, die bedeutet, dasz mit breitem Minimum im allgemeinen steiler Aufstieg gepaart ist.

THOMAS hat auf das Vorhandensein zweier Häufungen in der Anordnung der Punkte (s_x, s_y) hingewiesen. Nach seiner Ansicht entsprechen diese Anhäufungen den beiden Gruppen von PHILLIPS.

Die erste Anhäufung liegt in dem Rechteck:

$$s_x = 0.40 \text{ bis } 0.45,$$

$$s_y = 0.35 \text{ bis } 0.40,$$

die zweite in:

$$s_x = 0.45 \text{ bis } 0.50,$$

$$s_y = 0.45 \text{ bis } 0.50.$$

In unserer Figur I, die aber nur 37 Punkte enthält, sind diese Anhäufungen nicht vorhanden.

Obwohl THOMAS bemerkt, dasz die Realität dieser Anhäufungen zweifelhaft ist, hat er ihre Anwesenheit oder ihr Fehlen doch nicht genügend geprüft. Es zeigt sich nämlich, dasz fast alle Sterne zur Gruppe I gehören, für welche $s_x \geq 0.45$ und $s_y \geq 0.45$ ist, also die ganze rechte Oberseite der Figur. Insbesondere trifft das deutlich zu für jene Lichtkurven, die ursprünglich einen Buckel hatten.

Gruppe I besteht also vornehmlich aus Sternen mit breiten Maxima und schneller Helligkeitsabnahme. Dies hat seine Ursache in dem Buckel, der nach beiden Anschauungen geleugnet wird. Das Unbefriedigende in der Methode THOMAS', der die Form der Lichtkurve einzig nach ihrer Asymmetrie bezüglich der Koordinatenachsen beurteilt, tritt hier zutage.

§ 6. Kritik der Klassifikationen.

a. L. CAMPBELL.

Obwohl CAMPBELL aus seiner Einteilung keine Schlüsse gezogen hat, wollen wir Folgendes bemerken:

a. über die Konstruktion der Lichtkurven

1°: die Ableitung der mittleren Lichtkurven wird nicht näher begründet,

2°: die mittleren Lichtkurven sind nicht alle zuverlässig, da sie auf ungleichartigem Material beruhen, in dem die persönliche Auffassung der Beobachter nicht in Rechnung gezogen wurde;

b. über die Statistik

1°: die Einteilung ist nicht eindeutig. Es gibt z. B. mittlere Lichtkurven mit steilem Abstieg und breitem Maximum. Diese müssen willkürlich einer von zwei Klassen zugewiesen werden,

2°: bei der Klassifikation wird der Buckel nicht berücksichtigt.

Ähnliche Gründe sprechen gegen die Klassifikation von L. CAMPBELL in H.R. 21, 1920. Die Zuteilung zu einem der 7 Typen ist natürlich sehr subjektiv.

Es ist auch zu bedauern, dasz CAMPBELL die Sterne verschiedener Spektralklassen nicht getrennt hält, wo er einige statistische Beziehungen ableitet.

b. PHILLIPS.

1°: Die Lichtkurven sind vielen Quellen entnommen. Die Ungleichartigkeit des Materials macht die Resultate nicht vertrauenswürdiger. Oft werden zwei oder drei Lichtkurven zu einer mittlern vereinigt. Jedenfalls ist es oft unmöglich sich ein Urteil darüber zu bilden, wie weit die analysierten Lichtkurven Vertrauen verdienen.

2°: Die Veränderlichkeit vieler Lichtkurven entzieht speziell dieser Klassifikation die Sicherheit. Die mittlere Lichtkurve hat oft bei demselben Stern für verschiedene Zeiträume verschiedene Gestalt; das macht sich bemerkbar in den Koeffizienten und damit in den Phasenwinkeln.

3°: Die Klassifikation von PHILLIPS ist viel umständlicher als die Einteilungen nach LUDENDORFF und THOMAS und gibt keine bessern Resultate.

4°: Auch hier ist bedauerlicher Weise keine eigene Klasse für die Lichtkurven mit Buckel angesetzt worden, die in mancher Hinsicht eine besondere Stellung einnehmen. Die harmonische Analyse verrät ein besonderes Verhalten in dieser Hinsicht wenigstens nicht.

5°: Nach PHILLIPS liegen die Punkte (φ_2, φ_3) in der Umgebung zweier Geraden. Eine Hyperbel ist aber auch möglich. Und da φ_2 und φ_3 nur bis auf Vielfache von 360° bestimmt sind, gibt es obendrein mehrere Hyperbeln, von denen eine auszuwählen ist. Jede Hyperbel kann man wieder durch 2 Gerade ersetzt denken. Obwohl es an sich nicht gegen die Methode von PHILLIPS spricht, ist es doch von Belang darauf hinzuweisen, dasz die Anwendung auf unser Material ein anderes Resultat gab als bei PHILLIPS. Die Streuung ist noch gröszer und

Gruppe I kann auf keinen Fall durch eine zur φ_2 -Achse parallele Gerade dargestellt werden. Es gibt auch Sterne, wie *T Cep* und *X Aur*, deren Zuteilung zweifelhaft bleibt. *R CVn* und *Y Cas* gehören bei uns zu einer andern Gruppe als bei PHILLIPS.

6°: Wir haben die trigonometrische Reihe bis zum 5. periodischen Glied fortgesetzt, um einen Einblick in die Grösze der von PHILLIPS weggelassenen Glieder zu erhalten. Setzen wir also:

$m = m_0 + P_I \sin(\Theta + \psi_1) + P_{II} \sin(2\Theta + \psi_2) + \dots + P_V \sin(5\Theta + \psi_5)$.
 $\Theta = 0^\circ$ gibt das Minimum.

Die vier ersten Glieder werden durch die Substitution $\Theta = a - \psi_1 - 90^\circ$ mit der Form von PHILLIPS identisch:

$$m = m_0 + P_I \cos(a - 180^\circ) + P_{II} \cos(2a - \varphi_2) + P_{III} \cos(3a - \varphi_3)$$

WO $\left. \begin{array}{l} \varphi_2 = 2\psi_1 - \psi_2 + 270^\circ \\ \varphi_3 = 3\psi_1 - \psi_3 + 360^\circ \end{array} \right\} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (1)$

Es zeigte sich, dass im allgemeinen die Amplituden $P_I, P_{II}, P_{III}, P_{IV}, P_V$ mit wachsendem Index kleiner werden. Aber es gibt viele Ausnahmen, z.B. (Tabelle 8):

TABELLE 8

| Stern | P_I | P_{II} | P_{III} | P_{IV} | P_V |
|---------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| <i>R Cam</i> | 2 ^m 60 | 0 ^m 17 | 0 ^m 10 | 0 ^m 14 | 0 ^m 17 |
| <i>TU Cyg</i> | 1.77 | 0.17 | 0.44 | 0.02 | 0.25 |
| <i>R Lyn</i> | 2.86 | 0.16 | 0.28 | 0.09 | 0.19 |
| <i>R Tri</i> | 2.62 | 0.27 | 0.24 | 0.15 | 0.18 |

Man sieht nicht recht ein, weshalb PHILLIPS beim 3. Glied abbricht. Es gibt eine Anzahl Fälle, in denen P_{IV} und P_V im Vergleich zu den andern Koeffizienten zu grosz sind, um vernachlässigt zu werden. In 15 von den 37 Fällen ist $P_{IV} + P_V > P_{III}$. Da man keine Sicherheit hat, dass die schon berechneten Glieder gröszere Koeffizienten haben als die vernachlässigten, so halten wir das Abbrechen beim 3. Glied für sehr willkürlich und irreführend.

7°: Es hätte u. E. bei PHILLIPS nahe gelegen die gegenseitigen Beziehungen zwischen ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 und einer die Form der Lichtkurve bestimmenden Grösze, z. B. s , aufzusuchen. Der Zusammenhang zwischen

den Phasenwinkeln und s tritt sehr deutlich in die Erscheinung. Das Dasein von 2 Gruppen kommt in den Beziehungen von s zu φ_2 und von φ_1 zu φ_2 klarer zum Ausdruck als bei PHILLIPS.

Die Beziehung zwischen φ_2 und φ_3 ist wegen (1) eigentlich eine solche zwischen φ_2 und φ_3 ; sie ist viel weniger klar als die zwischen φ_1 und φ_2 .

8°: LUDENDORFF und J. G. HAGEN S. J. (A.N. 209, 257, 1919; M.N. 79, 572, 1919; Ap. J. 53, 179, 1921) machten schon darauf aufmerksam, dasz oft durch bloszen Anblick der Kurve erkannt wird, zu welcher Gruppe ein Stern gehört. Der Vergleich der verschiedenen Klassifikationen mit der von PHILLIPS führte uns zu demselben Ergebnis.

9°: Da s von P und A abhängt, und da die Koeffizienten P_I , P_{II} , P_{III} wiederum mit A zusammenhängen, ist es ohne weiteres verständlich dasz TURNER die von ihm in M.N. 78, 92, 1917; 79, 371, 1919, aufgeführten Unterscheidungspunkte zwischen den Sternen der beiden Gruppen gefunden hat. Auch ohne PHILLIPS' weitläufige Rechnungen lässt sich das Resultat schon voraussehen.

Die englischen Astronomen, vor allem TURNER, legten der Entdeckung der beiden Gruppen grosze Bedeutung bei. Nachdem er zuerst kennzeichnende Unterschiede zwischen den beiden Gruppen aufgesucht hatte, vermutete TURNER eine Entwicklung der *Mira*-Sterne, die mit den beiden Gruppen in Verbindung stehen sollte. In Gruppe II sollten sie ihre Entwicklung mit langen Perioden beginnen, dann sollte P abnehmen. Im weitern Verlauf sollten die *Mira*-Sterne in Gruppe I eine Phase durchlaufen, während welcher P wiederum zunähme.

Die Vermutung, dasz P in Gruppe I zunimmt und in Gruppe II abnimmt, untersucht er in M.N. 80, 273, 481, 604, 1920. TURNER selbst hält aber seine Beweisführung für nicht überzeugend; dieser Ansicht sind wir auch.

Auch J. JEANS hat sich mit den beiden Gruppen beschäftigt (M.N. 85, 797, 1925). Durch Versetzung einiger Sterne aus Gruppe II nach Gruppe I, fand er für Gruppe II:

$$\varphi_3 = 1,5\varphi_2 - 107^\circ .5.$$

Dadurch gelang es ihm, beide Gruppen mit seiner Spaltungstheorie flüssiger Sterne in Einklang zu bringen. Wegen des Willkürlichen und Unbefriedigenden in PHILLIPS' Methode sind das aber mehr oder weniger reine Spekulationen.

Zusammenfassung:

Der Beifall, den die Methode von PHILLIPS gefunden hat, namentlich in England (sogar bei JEANS), scheint uns unbegründet:

- 1°: Die Rechenarbeit ist sehr gross und es ergibt sich nichts mehr, als was der Augenschein schon zeigt, nämlich eine Zweiteilung: *symmetrische Kurven* (Gruppe I) und *nicht symmetrische Kurven* mit flachem Minimum und steilem Aufstieg (Gruppe II).
- 2°: Die an sich schon unbefriedigende harmonische Analyse wird willkürlich beim 3. Glied abgebrochen.
- 3°: Der Buckel wird nicht berücksichtigt.

c. LUDENDORFF.

Wegen ihrer Subjektivität ist diese Klassifikation nicht eindeutig.

LUDENDORFF leitet keine mittlere Lichtkurve ab, während diese doch den allgemeinen Charakter des Lichtwechsels wiedergibt. Bei einer Klassifikation kommt es an erster Stelle auf diesen allgemeinen Charakter an. Aber man kann sagen, dasz LUDENDORFF doch den mittlern Charakter wohl würdigt; denn die Bezeichnung α_3 zum Beispiel kann sich kaum auf etwas anders beziehen als auf das mittlere Verhalten.

Die Betrachtung des Lichtwechsels während eines Zeitraums von 27 Jahren mit etwa 30 bis 40 Lichtwechselperioden zwingt zur Einführung von viel mehr Übergangsformen als LUDENDORFF annimmt, vor allem bei veränderlichen Lichtkurven. Oft werden 4 oder mehr Zwischenformen der Skala LUDENDORFFS nötig sein. LUDENDORFF begnügt sich mit zweien, z. B. $\alpha_4 - \beta_3$.

Andere Einwände gegen LUDENDORFFS Klassifikation haben wir schon angeführt (s. S. 37 ff.).

In Tabelle 9 findet man die Veränderlichen, die nach unserer Untersuchung der Klasse γ_1 angehören. Einige davon hat LUDENDORFF anders klassifiziert (Tabelle 9, Spalte 4). Besonders bei den ersten 8 Sternen ist der Buckel sehr deutlich.

TABELLE 9

| Nr. | Stern | Spektrum | Klasse nach Ludendorff |
|-----|---------------|----------|------------------------|
| 1 | <i>R Aur</i> | M7 | γ_1 |
| 2 | <i>T Cam</i> | S | γ_1 |
| 3 | <i>T Cas</i> | M7 | $\gamma_1 - \gamma_2$ |
| 4 | <i>T Cep</i> | M6 | γ_1 |
| 5 | <i>RZ Per</i> | ? | — |
| 6 | <i>W And</i> | M7 | $\alpha_3 - \gamma_1$ |
| 7 | <i>z Cyg</i> | M7 | γ_1 |
| 8 | <i>R Lyn</i> | S | $\beta_2 - \gamma_1$ |
| 9 | <i>ST Cyg</i> | M6 | $\alpha_4 - \beta_1$ |
| 10 | <i>SCam</i> | R8 | $\beta_3 - \beta_4$ |
| 11 | <i>RCVn</i> | M7 | $\alpha_4 - \beta_2$ |
| 12 | <i>SCas</i> | S | pec |
| 13 | <i>SCep</i> | N8 | $\beta_3 - \beta_4$ |
| 14 | <i>UPer</i> | M6 | pec |

Obgleich die Methode von LUDENDORFF bei weitem derjenigen von PHILLIPS vorzuziehen ist, halten wir sie doch für weniger befriedigend als die von THOMAS.

Diese letzte ist objektiver als die von LUDENDORFF, nimmt aber leider wieder keine Rücksicht auf den Buckel.

Soweit nicht ausdrücklich das Gegenteil vermerkt ist, bezieht sich unsere Kennzeichnung durch s_x und s_y auf die glatten Kurven.

§ 7. Anwendung der Methode THOMAS' auf das Material von NIJLAND.

Die Einzelwerte stehen in Tabelle 1. Sie sind hier übersichtlich zusammengefasst. Zum Vergleich sind die Ergebnisse beigefügt, die THOMAS selbst aus seinem Material fand.

TABELLE I O

| | | DE KOCK | THOMAS |
|----------------|---|---------------------|----------------------|
| $s_x < 0.5$ | $\begin{cases} s_y < 0.5 \\ s_y \geq 0.5 \end{cases}$ | $n = 23$ 62% | $n = 66$ 59% |
| $s_x \geq 0.5$ | $\begin{cases} s_y < 0.5 \\ s_y \geq 0.5 \end{cases}$ | 1 3 8 22 5 14 | 6 5 30 27 10 9 |
| | | 37 101 | 112 100 |

TABELLE II

| | DE KOCK | THOMAS |
|----------------|--------------|--------------|
| $s_x < 0.5$ | $n = 24$ 65% | $n = 72$ 64% |
| $s_x \geq 0.5$ | 13 35 | 40 36 |
| $s_y < 0.5$ | 31 84 | 96 86 |
| $s_y \geq 0.5$ | 6 16 | 16 14 |

Tabelle I O zeigt, dasz bei den *Mira*-Sternen die Lichtkurven mit breitem Minimum und steilem Anstieg am zahlreichsten sind, dann folgen jene mit breitem Maximum und steilem Anstieg. Die andern Formen kommen verhältnismäsig selten vor.

Tabelle II zeigt, dasz das Minimum in der Regel breiter ist als das Maximum, und dasz das Licht fast immer schneller zu- als abnimmt.

Die Übereinstimmung mit dem Ergebnis von THOMAS ist sehr bemerkenswert.

DRITTES HAUPTSTÜCK.

STATISTIKEN.

§ 1. *Einleitung.*

In diesem Hauptstück wird das Material von NIJLAND auf Abhängigkeit zwischen verschiedenen Kennzeichen untersucht. Auf Beziehungen, die nicht an erster Stelle Gleichartigkeit des Materials fordern, wurde weniger Gewicht gelegt; sie werden bestätigt.

Die Resultate unserer Untersuchung geben wir in Tabellenform. Oft ist die Streuung grosz. Beziehungen, deren Realität zweifelhaft ist, werden nur mit einigen Worten angedeutet.

Die gestörten γ -Kurven nach LUDENDORFF halten wir für gekennzeichnet durch die zugehörigen glatten Kurven. A , s , M und m gehören also diesen ungestörten Kurven an, falls nicht ausdrücklich das Gegenteil bemerkt ist.

Die Rechenresultate, die für dieses Hauptstück von Belang sind, findet man in Tabelle 15, S. 58 zusammengestellt.

a. *Lichtkurve und Periode.*

TABELLE 12

| P | s_y | n |
|------------------|-------|-----|
| 210 ^d | 0.470 | 7 |
| 273 | 0.440 | 7 |
| 319 | 0.433 | 7 |
| 377 | 0.376 | 8 |
| 455 | 0.370 | 8 |
| | | 37 |

Die Lichtkurven sind also um so symmetrischer je kleiner die Perioden sind. Das Resultat stimmt überein mit dem von CAMPBELL (H.R. 21, 1920) und LUDENDORFF (H. d. A. VI, 2, 112).

Zwischen P und s_x fand sich keine klare Beziehung. Im allgemeinen sind die Minima um so breiter, je länger P ist.

b. *Periode und Amplitude.*

Die Beziehung zwischen P und A ist bei uns weniger deutlich als bei LUDENDORFF (H. d. A. VI, 2, 119). Man bekommt den Eindruck, als ob A mit P zunehme. Da der Begriff „*Maximal-Amplitude*“¹⁾, mit dem LUDENDORFF arbeitet, u.E. geringe Bedeutung hat, so wäre eine Untersuchung auf Grund vieler sicheren Amplituden sehr zu wünschen.

Die tägliche Lichtzunahme scheint im Mittel bei groszem P kleiner zu sein als bei kleinem, doch unterdrücken wir eine zahlenmässige Darstellung.

c. *Spektrum, Lichtkurve und Amplitude.*

RZ Per und *RX Lyr* konnten hier nicht mitgezählt werden, da ihr Spektrum nicht näher bekannt ist.

TABELLE 13

| Spektrum | s_x | s_y | A | n |
|----------|-------|-------|------------------|-----|
| M2—4 | 0.500 | 0.450 | 4 ^m 5 | 8 |
| M5—6 | 0.436 | 0.420 | 5.1 | 11 |
| M7 | 0.415 | 0.394 | 5.7 | 9 |
| S | 0.523 | 0.417 | 5.5 | 7 |
| | | | | 35 |

Hieraus folgt, dasz die Lichtkurven um so symmetrischer, die Minima um so spitzer, die Amplituden um so kleiner sind, je kleiner der Index des *M*-Spektrums ist. Die *S*-Sterne haben spitze Minima.

Die mittlere Zu- und Abnahme im Tage scheint mit zunehmendem Index des *M*-Spektrums abzunehmen. Die *S*-Sterne zeigen in dieser Hinsicht am meisten Übereinstimmung mit den *M6-7*-Sternen. Wir verzichten jedoch auf eine genauere Darstellung.

1) „*Maximal-Amplituden*“ sind die Unterschiede zwischen den hellsten beobachteten Maxima und den schwächsten beobachteten Minima. Von der physikalischen Bedeutungslosigkeit abgesehen, hat dieser Begriff auch schon deshalb geringen Wert, weil die in Frage kommenden Maxima und Minima verschiedenen Quellen entnommen sind.

d. Die Beziehung zwischen A , s_y und s .

TABELLE 14

| A | s_y | s | n |
|-----|-------|------|-----|
| 3.4 | 0.429 | 1.57 | 8 |
| 4.1 | 0.440 | 1.62 | 8 |
| 5.0 | 0.424 | 1.72 | 7 |
| 5.4 | 0.407 | 1.78 | 7 |
| 6.7 | 0.380 | 2.12 | 7 |
| | | | 37 |

Die Abhängigkeit tritt sehr klar hervor. Im Mittel geht grosse Asymmetrie mit grosser Amplitude zusammen. Dieses Resultat stimmt überein mit dem von C. LUPLAU-JANSSEN (Ap. J. 38, 200, 1913), wird aber von LUDENDORFF bezweifelt (H. d. A. VI, 2, 121).).

NIJLAND wies schon auf eine derartige Beziehung bei den δ Cephei-Sternen hin (Festnummer A.N., 1921).

Der Tatsache, dass die Maxima um so heller sind je grösser die Amplituden, kommt wohl kaum eine Bedeutung zu. Wahrscheinlich hat diese Erscheinung ihren Grund in der zufälligen Auswahl der beobachteten Sterne.

Der mittlere Tageswert der Zu- und Abnahme der Helligkeit scheint mit zunehmender Amplitude grösser zu werden. Die Erwähnung hiervon möge genügen.

§ 2. Die mittlern Fehler der Perioden.

Die m.F. der Perioden P_M und P_m für Maximum und Minimum wollen wir mit ϵ_M und ϵ_m bezeichnen. Im allgemeinen zeigen sich ϵ_M und ϵ_m als gleich. Tabelle 15 gibt eine Übersicht dieser Gröszen.

In dieser Hinsicht lassen sich also M und m zusammen behandeln. Wenn wir für die Periode des Lichtwechsels $P = \frac{P_M + P_m}{2}$ setzen und annehmen $\epsilon = \frac{\epsilon_M + \epsilon_m}{2}$, so reicht man zur Charakterisierung der Unregelmässigkeit der Perioden mit ϵ aus. Das soll zunächst einmal aus der Tabelle 16 klar werden, die den Zusammenhang mit P gibt.

Die m.F. der Normalepochen sind E_M und E_m ; e_M und e_m die m.F. der mittlern Helligkeiten M und m .

TABELLE 15

| Stern | Ausgangsepochen | | E_M | E_m | ε_M | ε_m | e_M | e_m | ε_F |
|---------------|-----------------|----------|-------|-------|-----------------|-----------------|-------|-------|-----------------|
| | M | m | | | | | | | |
| <i>W And</i> | 241 6970 | 241 6821 | 4d | 8d | 0d.3 | 0d.6 | 0m14 | 0m07 | 0s79 |
| <i>R Aql</i> | 7294 | 7163 | 8 | 8 | 0.5 | 0.5 | 0.09 | 0.06 | 0.83 |
| <i>R Ari</i> | 6846 | 6940 | 2 | 2 | 0.1 | 0.1 | 0.04 | 0.08 | 1.03 |
| <i>R Aur</i> | 6974 | 7174 | 15 | 12 | 1.4 | 1.1 | 0.08 | 0.07 | 1.01 |
| <i>X „</i> | 6926 | 7006 | 3 | 3 | 0.1 | 0.1 | 0.07 | 0.04 | 0.58 |
| <i>S Boo</i> | 6954 | 6824 | 5 | 5 | 0.3 | 0.3 | 0.04 | 0.08 | 0.74 |
| <i>R Cam</i> | 6943 | 7080 | 4 | 3 | 0.2 | 0.2 | 0.04 | 0.08 | 1.11 |
| <i>T „</i> | 6895 | 7087 | 4 | 3 | 0.3 | 0.2 | 0.03 | 0.05 | 0.88 |
| <i>R CVn</i> | 7945 | 7795 | 3 | 4 | 0.3 | 0.4 | 0.24 | 0.23 | 0.98 |
| <i>S Cas</i> | 6878 | 7254 | 9 | 10 | 1.1 | 1.3 | 0.16 | 0.10 | 0.82 |
| <i>T „</i> | 6943 | 7156 | 7 | 11 | 0.6 | 0.9 | 0.06 | 0.08 | 0.77 |
| <i>Y „</i> | 7197 | 7018 | 5 | 6 | 0.5 | 0.5 | 0.08 | 0.03 | 1.06 |
| <i>T Cep</i> | 6945 | 7137 | 6 | 4 | 0.4 | 0.3 | 0.06 | 0.07 | 0.98 |
| <i>Y „</i> | 6875 | 7070 | 4 | 5 | 0.2 | 0.3 | 0.15 | 0.03 | 0.97 |
| <i>o Cet</i> | 240 9207 | 240 9420 | 5 | 6 | 0.5 | 0.5 | 0.10 | 0.06 | 0.74 |
| <i>Z „</i> | 241 7089 | 241 7188 | 5 | 4 | 0.2 | 0.2 | 0.06 | 0.07 | 0.98 |
| <i>S CrB</i> | 8019 | 7887 | 7 | 6 | 0.6 | 0.5 | 0.14 | 0.06 | 0.86 |
| <i>χ Cyg</i> | 6825 | 7053 | 3 | 3 | 0.2 | 0.3 | 0.14 | 0.07 | 1.07 |
| <i>R „</i> | 6853 | 7121 | 5 | 5 | 0.5 | 0.5 | 0.09 | 0.03 | 0.86 |
| <i>Z „</i> | 6921 | 7073 | 4 | 6 | 0.2 | 0.3 | 0.10 | 0.05 | 0.73 |
| <i>ST „</i> | 8141 | 8289 | 6 | 7 | 0.4 | 0.5 | 0.05 | 0.05 | 1.00 |
| <i>TU „</i> | 6856 | 6979 | 2 | 2 | 0.1 | 0.1 | 0.05 | 0.03 | 0.68 |
| <i>R Dra</i> | 7045 | 6943 | 3 | 3 | 0.2 | 0.2 | 0.08 | 0.06 | 0.90 |
| <i>W Her</i> | 242 1243 | 242 1116 | 1 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0.06 | 0.03 | 0.72 |
| <i>R Lac</i> | 241 6941 | 241 7115 | 3 | 3 | 0.2 | 0.2 | 0.05 | 0.02 | 0.78 |
| <i>R LMi</i> | 7165 | 7029 | 6 | 7 | 0.4 | 0.6 | 0.10 | 0.07 | 0.90 |
| <i>R Lyn</i> | 7166 | 6994 | 4 | 4 | 0.3 | 0.3 | 0.06 | 0.03 | 0.81 |
| <i>S „</i> | 6954 | 7110 | 2 | 3 | 0.2 | 0.2 | 0.09 | 0.04 | 0.81 |
| <i>RW Lyr</i> | 7279 | 7125 | 4 | 4 | 0.4 | 0.5 | 0.23 | 0.09 | 1.14 |
| <i>R X „</i> | 6975 | 7116 | 4 | 7 | 0.2 | 0.4 | 0.06 | 0.03 | — |
| <i>RV Peg</i> | 7085 | 7752 | 6 | 6 | 0.4 | 0.5 | 0.09 | 0.04 | 1.25 |
| <i>RZ „</i> | 242 4074 | 242 4241 | 8 | 5 | 4.0 | 2.4 | 0.17 | 0.06 | — |
| <i>RZ Per</i> | 241 7860 | 241 7686 | 3 | 3 | 0.2 | 0.2 | 0.06 | 0.04 | 0.75 |
| <i>R Tri</i> | 6950 | 7093 | 3 | 2 | 0.2 | 0.1 | 0.09 | 0.08 | 0.69 |
| <i>R UMa</i> | 6972 | 7154 | 3 | 3 | 0.2 | 0.2 | 0.11 | 0.06 | 1.17 |
| <i>S „</i> | 6858 | 6966 | 4 | 4 | 0.2 | 0.2 | 0.03 | 0.06 | 0.82 |
| <i>T „</i> | 6913 | 7073 | 4 | 3 | 0.2 | 0.2 | 0.10 | 0.09 | 1.04 |

In Tabelle 15 gibt:

Spalte 1 : den Namen des Sterns,

„ 2,3: die Ausgangsepochen von M und m,

„ 4,5: die m.F. dieser Ausgangsepochen,

„ 6,7: die m.F. der mittlern Perioden der M und m,

„ 8,9: die m.F. der mittlern Helligkeiten der M und m,

„ 10: die m.F. einer Farbenschätzung.

Die Tabellen 16 bis 27 einschl. sind der Tabelle 15 entnommen.

a. Beziehung zu P.

TABELLE 16

| P | N | E_M | E_m | ε_M | ε_m | ε | $\frac{\varepsilon}{P}$ | n |
|------------------|----|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------------|----|
| 204 ^d | 17 | 3 ^d .2 | 3 ^d .0 | 0 ^d .15 | 0 ^d .15 | 0 ^d .15 | 0.00073 | 6 |
| 270 | 23 | 3.5 | 3.8 | 0.25 | 0.27 | 0.26 | 0.00097 | 8 |
| 319 | 24 | 4.4 | 5.1 | 0.31 | 0.37 | 0.34 | 0.00109 | 7 |
| 377 | 27 | 5.0 | 5.1 | 0.36 | 0.40 | 0.38 | 0.00104 | 8 |
| 465 | 34 | 6.9 | 7.0 | 1.09 | 0.94 | 1.02 | 0.00220 | 8 |
| | | | | | | | | 37 |

b. Beziehung zum Spektrum.

TABELLE 17

| Spektrum | ε | n |
|----------|--------------------|----|
| M 2-4 | 0 ^d .31 | 8 |
| M 5-6 | 0.45 | 11 |
| M 7 | 0.86 | 9 |
| S | 1.20 | 7 |
| | | 35 |

c. Beziehung zur Lichtkurve.

TABELLE 18

| s_y | ε | n |
|-------|--------------------|----|
| 0.344 | 0 ^d .84 | 7 |
| 0.383 | 1.01 | 7 |
| 0.416 | 0.64 | 7 |
| 0.446 | 0.50 | 8 |
| 0.504 | 0.30 | 8 |
| | | 37 |

TABELLE 19

| Kurve | ε | n |
|----------|--------------------|----|
| α | 0 ^d .48 | 21 |
| β | 0.25 | 5 |
| γ | 0.75 | 11 |
| | | 37 |

d. Ergebnisse:

1°: Es zeigt sich, dass ε_M und ε_m im allgemeinen von gleicher Grösse sind und sich bezüglich der verschiedenen Kennzeichen (P , Spektrum, Lichtkurve) in gleicher Weise verhalten. Für P siehe Tabelle 16.

2°: ε und $\frac{\varepsilon}{P}$ wachsen mit P (Tab. 16).

Beim einzelnen Stern ist die mittlere Anzahl Beobachtungen im Jahre für kurze Perioden nur wenig gröszer als für lange. Man beachte: diese Zahl nimmt deshalb mit P zu; man sollte also erwarten, dass ε mit P abnehme. Aber es zeigt sich das Gegenteil. So sehr nimmt die Periodenschwankung mit wachsender Periode zu.

3°: E_M und E_m wachsen mit P (Tab. 16). Der Mittelwert $\frac{E_M + E_m}{2}$ scheint dem P ungefähr proportional zu sein.

4°: Bei roten *Mira*-Sternen ist ε gröszer als bei schwächer gefärbten (Tab. 17).

5°: ε ist kleiner, je symmetrischer die Lichtkurve ist (Tab. 18 u. 19). Mit Rücksicht auf das flache Maximum ist der kleine Wert von ε bei den β -Kurven merkwürdig.

Die Lichtkurven mit Buckel sind die unregelmässigsten.

6°: Bei den *M*-Sternen ist ε_m im Mittel etwas gröszer als ε_M . Man beachte, dass die Minima meistenteils flach sind; die Epochen können deshalb nicht so genau festgelegt werden wie bei den Maxima.

7°: Die *S*-Sterne haben spitze Minima. Für diese Sterne gilt: $\varepsilon_m < \varepsilon_M$. Der Unterschied ist aber klein ($\varepsilon_m = 0^d.73$; $\varepsilon_M = 0^d.97$).

8°: Die Untersuchung bestätigt den Eindruck, dass ε mehr von der Form der Maxima und Minima, ob sie nämlich flach oder spitz sind, als von ihrer Beweglichkeit beeinfluszt wird.

§ 3. Die mittlern Fehler der Helligkeiten.

Die m.F. der Helligkeiten von *M* und *m* sind bezeichnet mit: e_M und e_m .

Da e_m für *RW* und *RX Lyr* und *RV Peg* kaum reell ist, so haben wir diese Sterne in die Tabellen 20 bis 24 einschl. nicht aufgenommen.

a. Beziehung zu P .

TABELLE 20

| P | e_M | e_m | n |
|------------------|-------|-------|-----|
| 204 ^d | 0.055 | 0.057 | 6 |
| 270 | 0.068 | 0.061 | 7 |
| 319 | 0.119 | 0.076 | 7 |
| 377 | 0.085 | 0.056 | 7 |
| 465 | 0.125 | 0.064 | 7 |
| | | | 34 |

b. Beziehung zum Spektrum.

TABELLE 21

| Spektrum | e_M | e_m | n |
|----------|-------|-------|------------------|
| M 2—4 | 0.066 | 0.060 | 8 |
| M 5—6 | 0.087 | 0.052 | 10 |
| M 7 | 0.135 | 0.060 | 8 |
| S | 0.081 | 0.060 | 7 |
| | | | 33 ¹⁾ |

c. Beziehung zur Lichtkurve.

TABELLE 22

| s_x | e_M | e_m | n |
|-------|-------|-------|-----|
| 0.350 | 0.114 | 0.043 | 5 |
| 0.427 | 0.133 | 0.083 | 6 |
| 0.459 | 0.101 | 0.061 | 7 |
| 0.496 | 0.070 | 0.057 | 8 |
| 0.543 | 0.045 | 0.061 | 8 |
| | | | 34 |

TABELLE 23

| s_y | e_M | e_m | n |
|-------|-------|-------|-----|
| 0.344 | 0.134 | 0.066 | 5 |
| 0.383 | 0.090 | 0.057 | 7 |
| 0.416 | 0.098 | 0.051 | 7 |
| 0.446 | 0.084 | 0.071 | 7 |
| 0.491 | 0.056 | 0.064 | 8 |
| | | | 34 |

TABELLE 24

| Kurve | e_M | e_m | n |
|----------|-------|-------|-----|
| α | 0.095 | 0.052 | 18 |
| β | 0.044 | 0.068 | 5 |
| γ | 0.098 | 0.078 | 11 |
| | | | 34 |

d. Ergebnisse:

1°: e_m zeigt keinen Zusammenhang mit P , der Lichtkurve und dem Spektrum, und scheint unter allen Umständen konstant zu sein.

2°: a: e_M wächst mit P und ist bei groszer P ansehnlich gröszer als e_m (Tab. 20).

b: e_M wächst mit zunehmender Röte des Veränderlichen (Tab. 21). Auf-

1) Das Spektrum von RZ Per ist nicht bekannt.

fälligerweise ist bei den S-Sternen e_M klein, wie bei den „frühen“ M-Sternen (Tab. 21), dagegen ϵ grossz, wie bei den „späten“ M-Sternen (Tab. 17).

c: e_M hängt von der Form der Lichtkurve ab (Tab. 22, 23, 24). Bei symmetrischen Lichtkurven ist $e_M < e_m$, bei schießen Lichtkurven und spitzen Maxima $e_M > e_m$. Wenn auch die Anzahl der Beobachtungen bei spitzen Maxima geringer ist, so unterliegt es doch u. E. keinem Zweifel, dasz die spitzen Maxima Zufälligkeiten am meisten ausgesetzt sind.

e. *Die Veränderlichkeit der Lichtkurven.*

Zusammenfassung von § 2 und § 3.

Das beste Kriterium für die Veränderlichkeit der Lichtkurven ist vielleicht das Produkt:

$$E = e \times \epsilon \quad \left(e = \frac{e_M + e_m}{2}, \quad \epsilon = \frac{\epsilon_M + \epsilon_m}{2} \right)$$

1°: *Beziehung zu P.*

TABELLE 25

| P | E | n |
|------------------|--------|----|
| 204 ^d | 0.0086 | 6 |
| 270 | 0.0155 | 7 |
| 319 | 0.0335 | 7 |
| 377 | 0.0288 | 7 |
| 465 | 0.0654 | 7 |
| | | 34 |

2°: *Beziehung zum Spektrum.*

TABELLE 26

| Spektrum | E | n |
|----------|--------|-----------------|
| M 2—4 | 0.0131 | 8 |
| M 5—6 | 0.0218 | 10 |
| M 7 | 0.0556 | 8 |
| S | 0.0855 | 7 |
| | | 33 ⁱ |

ⁱ) Das Spektrum von RZ Per ist nicht bekannt.

3°: Beziehung zur Lichtkurve.

TABELLE 27

| s_x | E | n | s_y | E | n | Kurve | E | n |
|-------|--------|-----|-------|--------|-----|----------|--------|-----|
| 0.393 | 0.0656 | 11 | 0.376 | 0.0674 | 12 | α | 0.0425 | 18 |
| 0.466 | 0.0321 | 10 | 0.424 | 0.0297 | 11 | β | 0.0092 | 5 |
| 0.534 | 0.0236 | 13 | 0.483 | 0.0194 | 11 | γ | 0.0488 | 11 |
| | | 34 | | | 34 | | | 34 |

Zusammenfassung.

Aus Tabelle 27 geht hervor, dasz E um so gröszer ist, je schiefer die Lichtkurven und je spitzer die Maxima sind. Die gestörten Lichtkurven γ zeigen sich ebenfalls veränderlich, aber nicht viel stärker als die asymmetrischen Lichtkurven α .

In A.N. 245, 89, 1932 wies SIEDENTOPF auf die allgemeine Zunahme der Veränderlichkeit der Lichtkurven mit Zunahme der Periode hin. Tabelle 25 bestätigt dieses Gesetz innerhalb der *Mira*-Gruppe.

Im allgemeinen scheint das *Minimum* sowohl in Rücksicht auf ϵ als auf e fester zu liegen. Hierbei ist vielleicht auf e gröszeres Gewicht zu legen als auf ϵ , weil dieser letzte Wert stark davon abhängt ob M und m spitz oder breit sind. Trotz eines groszen ϵ weist ein flaches Minimum auf Ruhe hin.

Das allgemeine Verhalten der Lichtkurven ist um so *beständiger je symmetrischer* sie sind.

Beides deutet darauf hin, dasz das *Minimum* als der *Normalzustand* zu gelten hat. Die Tatsache, dasz in 65% der untersuchten Fälle m flacher ist als M (Tab. 11), weist in dieselbe Richtung. Falls das richtig ist, hat man nicht das *Minimum* als Verfinsterung, sondern das *Maximum als Aufhellung* aufzufassen (vgl. Proc. Ac. Amst. 33, 112, 1931).

Wir kommen darauf noch zurück.

§ 4. Die gegenseitige Beeinflussung der Abweichungen der Elemente des Lichtwechsels von ihren Mittelwerten. Korrelation.

Der Lichtwechsel der *Mira*-Sterne ist nicht streng periodisch. Die Störungen zeigen sich u. a. in der Gestalt der Lichtkurve und in der Helligkeit und Zeit von Maximum und Minimum.

In vielen Fällen beeinflussen sich die Abweichungen der Elemente des Lichtwechsels von ihren Mittelwerten gegenseitig. Das Maß der Beeinflussung hängt oft von dem Spektrum, der Lichtkurve und P ab. Es wird durch die Korrelationskoeffizienten r (siehe Tab. 29 u. 30) dargestellt, die man auf bekannte Weise aus den Momenten berechnet.

In Tabelle 29 ist eine Auswahl aus 1850 Korrelationskoeffizienten gegeben. Um die Arbeit so viel möglich zu verringern, haben wir die Berechnung auf folgende Weise ausgeführt:

Zuerst wurde gerechnet: $a = \frac{\sum x_n}{n}$, $b = \frac{\sum y_n}{n}$. Darauf wurde aus allen $x > a$ das Mittel a' und aus allen x , für welche $y > b$ ist, das Mittel a'' bestimmt.

$$\text{Dann ist } r = \frac{a'' - a}{a' - a}$$

Zuweilen sprechen deutliche Anzeichen dafür, dass das geltende Fehlergesetz nicht symmetrisch ist. In diesem Falle sollten die Korrelationskoeffizienten nach der Methode von G. U. YULE¹⁾ und K. PEARSON²⁾ berechnet werden. Wir haben davon Abstand genommen und alle Rechnungen nach obiger Manier ausgeführt, als ob die Häufigkeit normal wäre. Der eine oder andere Koeffizient wird infolge dessen wahrscheinlich zu klein ausfallen sein.

Der mittlere Fehler der Korrelationskoeffizienten in Tabelle 29 beträgt im Mittel eine Einheit, derjenige der Mittelwerte in Tabelle 30 im Mittel 0.09.

Uns scheint eine Beziehung zweifelhaft zu sein, wenn der Korrelationskoeffizient kleiner als 0.30 ist.

Tabelle 28 gibt in den Spalten der Reihe nach:

1°: die Nummer der Beziehung,

2°: die Glieder der Beziehung,

3°: ihre Bezeichnung,

4°: die Bedeutung des positiven r ,

5°: den Mittelwert von r .

Es bedeuten im Folgenden M und m die *Zeit*, M und m die *Helligkeit* der Maxima und Minima. In Spalte 4 ist: „zu hell“, „zu spät“ u.s.w. gleichbedeutend mit bzw. „heller“, „später“ u.s.w. als der mittlere oder berechnete Wert.

1) G. U. YULE, Proc. Roy. Soc. **60**, 477, 1897.

2) K. PEARSON, DRAPER'S Research Mem., Biom. Series, **I**, 1904; und: "On the Theory of Skew Correlation" DRAPER'S Research Mem., **2**, 1905.

Wenn einem zu hellen Minimum eine zu kleine Amplitude voraufgeht, so schlieszt das gleichzeitig ein, dasz einem zu schwachen Minimum eine zu grosse Amplitude voraufgeht.

Tabelle 29 gibt in den Spalten 1, 2... bis 46 die abgerundeten Korrelationskoeffizienten für die Beziehungen 1, 2... bis 46 der Tabelle 28; Einheit ist hier 0.1. Negative Werte von r sind unterstrichen; Werte, die um 0.5 oder mehr vom Mittel abweichen, sind durch Fettdruck hervorgehoben. Die Mittelwerte findet man am Fusze jeder Spalte, hier ist die Einheit 0.01.

Tabelle 30 gibt in den Spalten 1, 2 und 3 die Nummer der Beziehung, ihre Bezeichnung und den allgemeinen mittlern Korrelationskoeffizienten. Die weiteren Spalten zeigen die mittlern Korrelationskoeffizienten getrennt nach Spektralklassen, Periodenlängen und Kurvenformen; hier ist die Einheit 0.01. In dieser Tabelle sind jene Beziehungen ausgelassen, für welche auf der ganzen Linie $r < 0.30$ wurde. Natürlich lieszen sich noch andere Beziehungen untersuchen, die in Tabelle 28 nicht beschrieben sind, z.B. diejenigen zwischen der Helligkeit des Maximums und seinem flachen oder spitzen Verlauf.

Dazu reichten aber die Daten nicht aus.

Schlussfolgerungen¹⁾.

- I. Das Maximum wird im allgemeinen bezüglich der Zeit (9, 29) und der Helligkeit (1, 13) durch die Zeit und Helligkeit des voraufgehenden Minimums beeinfluszt.

Das Massz des Einflusses ist abhängig:

- a. *von der Form der Lichtkurve.*
1. Die *Helligkeit* des Maximums steht bei schießen Lichtkurven und flachem Minimum unter dem Einflusz der Helligkeit des voraufgehenden Minimums (1). Bei gestörten Lichtkurven ist der Einflusz gering.
2. Die *Zeit* des Maximums wird vornehmlich bei symmetrischen Lichtkurven und flachen Maxima deutlich von der Zeit und Helligkeit des

1) Die Nummern in Klammern weisen auf die entsprechend nummerierten Beziehungen hin.

TABELLE 28

| Nr. | Glieder der Beziehung | Zeichen | Bedeutung des positiven r | r (n=34) |
|-----|--|----------|---|---------------|
| 1 | Helligkeit des Minimums und Helligkeit des folg. Max. | m, M | Auf zu helles Min. folgt zu helles Max. | 0.33 |
| 2 | Helligkeit des Max. und Helligkeit des folgenden Min. | M, m | Auf zu helles Max. folgt zu helles Min. | 0.14 |
| 3 | Helligkeiten aufeinander folgender Minima . . . | m, m | Auf zu helles Min. folgt zu helles Min. | 0.28 |
| 4 | Helligkeiten aufeinander folgender Maxima . . . | M, M | Auf zu helles Max. folgt zu helles Max. | 0.09 |
| 5 | Helligkeit des Min. und Grösze der folgenden Amplitude | m, A | Auf zu schwaches Min. folgt zu grosze Amplitude . . . | 0.36 |
| 6 | Amplitude und Helligkeit des folgenden Minimums . . | A, m | Auf zu grosze Ampl. folgt zu schwaches Minimum . . . | 0.58 |
| 7 | Helligkeit des Max. und folgende Amplitude . . . | M, A | Auf zu helles Max. folgt zu grosze Ampl. | 0.82 |
| 8 | Amplitude und Helligkeit des folgenden Maximums . . | A, M | Auf zu grosze Ampl. folgt zu helles Max. | 0.76 |
| 9 | Helligkeit des Minimums und (B-R) der Zeit des folgenden Max. | m, M | Auf zu helles Min. folgt zu frühes Max. | 0.32 |
| 10 | Zeit des Max. und Helligkeit des folgenden Min. . . | M, m | Auf zu spätes Max. folgt zu schwaches Min. | 0.13 |
| 11 | Helligkeit des Min. und Zeit des Min. | m, m | Zu schwaches Minimum tritt zu spät ein | 0.21 |
| 12 | Helligkeit und Zeit des Max. | M, M | Zu schwaches Maximum tritt zu spät ein | 0.18 |
| 13 | Zeit des Min. und Helligkeit des folgenden Max. . . | m, M | Auf zu frühes Min. folgt zu helles Max. | 0.17 |
| 14 | Helligkeit des Max. und Zeit des folgenden Min. . . | M, m | Auf zu helles Max. folgt zu frühes Min. | 0.15 |
| 15 | Zeit des Min. und folgende Amplitude | m, A | Auf zu frühes Min. folgt zu grosze Ampl. | 0.04 |
| 16 | Amplitude und Zeit des folgenden Minimums . . . | A, m | Auf zu grosze Ampl. folgt zu spätes Min. | 0.25 |
| 17 | Zeit des Maximums und darauf folgende Amplitude | M, A | Auf zu spätes Max. folgt zu grosze Ampl. | 0.02 |
| 18 | Amplitude und Zeit des folgenden Maximums . . . | A, M | Auf zu grosze Ampl. folgt zu spätes Max. | 0.10 |
| 19 | Helligkeit des Minimums und Abstand vom folg. Max. | $m, M-m$ | Auf zu helles Min. folgt das Max. zu bald | 0.16 |
| 20 | Abstand vom Max. zum Min. und Helligkeit des Min. | $m-M, m$ | Auf zu groszes (m-M) folgt zu schwaches Minimum . . . | 0.12 |
| 21 | Helligkeit des Max. und sein Abstand vom folg. Min. | $M, m-M$ | Auf zu schwaches Max. folgt zu kleines (m-M) | 0.27 |
| 22 | Abstand vom Min. zum Max. und Helligkeit dieses Max. | $M-m, M$ | Auf zu groszes (M-m) folgt zu helles Max. | 0.08 |
| 23 | Helligkeit des Min. und Abstand vom folgenden Min. | m, P | Auf zu helles Min. folgt zu groszes P . . | 0.10 |
| 24 | Abstand der Minima und Helligkeit des zweiten Min. | P, m | Auf zu groszes P folgt zu schwaches Min. | 0.21 |
| 25 | Zeit des Minimums und Abstand vom folg. Minimum | m, P | Auf zu spätes Min. folgt zu kurze Periode | 0.60 |
| 26 | Abstand der Minima und Zeit des zweiten Minimums | P, m | Auf zu lange Periode folgt zu spätes Min. | 0.57 |
| 27 | Zeit des Max. und Abstand vom folgenden Max. . . | M, P | Auf zu spätes Max. folgt zu kleines P . . | 0.61 |
| 28 | Abstand der Minima und Zeit des zwischenliegenden Maximums | P, M | Zu groszes P weist auf zu frühes Max. | 0.04 |
| 29 | Zeit des Min. und Zeit des folgenden Max. | m, M | Auf zu spätes Min. folgt zu spätes Max. | 0.44 |
| 30 | Zeit des Max. und Zeit des folgenden Min. | M, m | Auf zu spätes Max. folgt zu spätes Min. | 0.28 |
| 31 | Zeit des Min. und Zeit des folgenden Min. | m, m | Auf zu spätes Min. folgt zu spätes Min. . | 0.36 |
| 32 | Zeit des Max. und Zeit des folgenden Max. | M, M | Auf zu spätes Max. folgt zu spätes Max. | 0.37 |
| 33 | Zeit des Min. und Abstand vom folgenden Max. . . | $m, M-m$ | Auf zu spätes Min. folgt zu kleines (M-m) | 0.37 |
| 34 | Abstand vom Max. zum Min. und Zeit des folg. Min. | $m-M, m$ | Auf zu groszes (m-M) folgt zu spätes Min. | 0.53 |
| 35 | Zeit des Max. und Abstand vom folgenden Min. . . | $M, m-M$ | Auf zu spätes Max. folgt zu kleines m-M | 0.57 |
| 36 | Abstand vom Min. zum Max. und Zeit des folg. Max. | $M-m, M$ | Auf zu groszen Abst. (M-m) folgt zu spätes Maximum . . . | 0.56 |
| 37 | Abstand vom Max. zum Min. und zugehörige Amplitude | $m-M, A$ | Zu groszes (m-M) weist hin auf zu grosze Amplitude . . | 0.49 |
| 38 | Abstand vom Min. zum Max. und zugehörige Amplitude | $M-m, A$ | Zu groszes (M-m) weist hin auf zu grosze Amplitude . . | 0.33 |
| 39 | Helligkeit des Min. und Schiefe der folg. Lichtkurve | m, s | Auf zu helles Min. folgt zu symm. Kurve | 0.17 |
| 40 | Schiefe der Kurve, und Helligkeit des folgenden Min. | s, m | Auf zu schiefe Kurve folgt zu schwaches Minimum . . | 0.15 |
| 41 | Zeit des Min. und Schiefe der folgenden Lichtkurve . . | m, s | Auf zu spätes Min. folgt zu schiefe Lichtkurve . . . | 0.01 |
| 42 | Schiefe der Lichtkurve und Zeit des folgenden Min. . . | s, m | Auf zu schiefe Kurve folgt zu spätes Min. | 0.14 |
| 43 | Schiefe der Lichtkurve und Helligkeit des Max. . . . | s, M | Zu grosze Schiefe der Kurve weist auf zu helles Maximum . . . | 0.28 |
| 44 | Schiefe der Lichtkurve und Zeit des Max. | s, M | Bei zu schiefer Kurve tritt das Max. zu früh ein . . | 0.11 |
| 45 | Abstand der Minima und Helligkeit des zwischenliegenden Maximums | P, M | Zu groszes P weist auf zu helles Maximum | 0.64 |
| 46 | Abstand der Min. und Schiefe der eingeschl. Lichtkurve | P, s | Zu groszes P weist auf zu grosze Schiefe | 0.32 |
| | | | | 0.05 |

TABLE I 29

TABELLE 30

voraufgehenden Minimums beeinflusst (9, 29). Bei gestörten Lichtkurven ist der Einfluss geringer.

b. *vom Spektrum.*

- I. 2. Bei M_{2-4} -Sternen wird *Helligkeit* und *Zeit* des Maximums durch die Helligkeit des voraufgehenden Minimums beeinflusst (9, 13, 29). Bei M_7 - und S -Sternen ist der Einfluss am geringsten.

c. *von der Periode.*

- I. 2. Der Einfluss des Minimums auf Helligkeit und Zeit des Maximums ist desto gröszer, je kleiner die Periode ist (1, 9, 29).

II. Der Einfluss des Maximums auf das folgende Minimum ist gering und zeigt kaum Unterschiede (2, 10, 14). Die *Zeit* des Minimums unterliegt aber wohl dem Einfluss der *Zeit* des voraufgehenden Maximums, besonders bei kurzen Perioden, M_{2-4} -Sternen und symmetrischen Lichtkurven. Bei S -Sternen zeigt sich überhaupt keine Korrelation, ebensowenig bei gestörten Lichtkurven und langen Perioden (30).

III. Vor allem bei M_7 -Sternen, groszen Perioden, gestörten Lichtkurven, und flachen Minima geht zu grosze Amplitude mit zu groszer Helligkeit des Maximums zusammen und umgekehrt (7, 8). Bei diesen Sternen besteht daher wieder (s. S. 62) Veranlassung, das Maximum als Aufhellung und das Minimum als stabilen Zustand anzusehen. Zu diesem Resultat gelangte W. GYLLENBERG¹⁾ auf anderm Wege. Vor allem bei S - und M_2 -Sternen, kleinen Perioden, symmetrischen Lichtkurven und flachen Maxima musz eine zu grosze Amplitude in gleichem Maße dem zu schwachen Minimum und dem zu hellen Maximum (5, 6) zugeschrieben werden. Bei diesen „frühen“ Typen scheint der Gleichgewichtszustand zwischen Maximum und Minimum zu liegen.

IV. Die Beziehungen sind oft deutlicher nach der Form der Lichtkurve unterschieden, als nach Spektrum und Periode (siehe 5, 7, 8, 31, 45).

¹⁾ W. GYLLENBERG, „On the Period-Luminosity Curve of Long Period Variables“, Lund Medd. Ser. II, Nr. 54, 1930.

- V. Die Fälle in Tabelle 29, in denen die Werte von r nach beiden Seiten stark (um 0.5 oder mehr) vom Mittelwert abweichen, finden sich am häufigsten bei β - und γ -Sternen, bei S-Sternen und bei groszen Perioden.
- VI. Bei Erklärung des Lichtwechsels der Veränderlichen langer Periode musz wenigstens den deutlichsten Beziehungen in der Tabelle 30 Rechnung getragen werden.

§ 5. Die Verfinsterungskurve.

Zur Untersuchung der Lage der Verfinsterungskurve in Bezug auf die Lichtkurve haben wir folgende Bezeichnung eingeführt (Fig. 2):

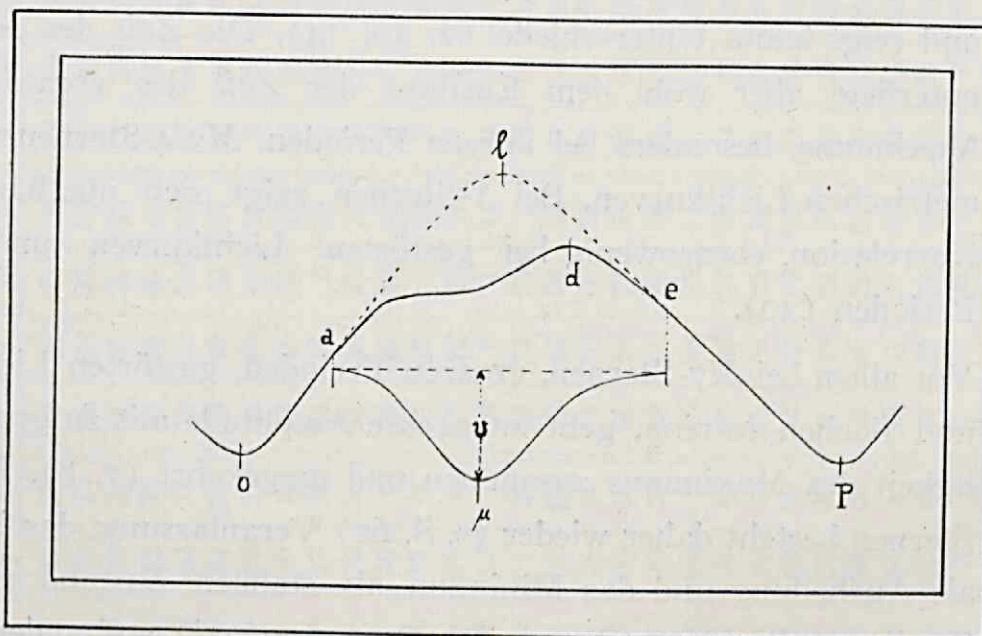


Fig. 2

P = Periode

a = Epoche des Anfanges der Verfinsterung.

μ = „ der Mitte „ „

e = „ des Endes „ „

l = „ des Maximums der glatten Kurve.

d = „ „ „ „ gestörten „

$\delta = d - l$.

v = Grösze der Verfinsterung in Gröszenklassen.

V = Lichtverlust in % der Lichtmenge.

Nullpunkt dieser Epochen
ist das Minimum.

a, μ, e, l, d und δ sind in
Teilen von P ausgedrückt.

TABELLE 31

| Stern | P | d | l | a | e | μ | $\frac{a+e}{2} - \mu$ | e-a | l- μ | d-l | v | V |
|-------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-----------------------|-------|----------|-------|-------------------|-----|
| <i>R CVn</i> | 326d | 0.465 | 0.448 | 0.192 | 0.526 | 0.368 | -0.009 | 0.334 | 0.080 | 0.017 | 0 ^m 75 | 50% |
| <i>ST Cyg</i> | 334 | 0.547 | 0.479 | 0.124 | 0.735 | 0.423 | +0.007 | 0.611 | 0.056 | 0.068 | 1.50 | 67 |
| <i>R Z Per</i> | 354 | 0.481 | 0.377 | 0.147 | 0.560 | 0.356 | -0.002 | 0.413 | 0.021 | 0.104 | 1.95 | 84 |
| <i>T Cam</i> | 373 | 0.490 | 0.394 | 0.163 | 0.548 | 0.351 | +0.005 | 0.385 | 0.043 | 0.096 | 1.40 | 73 |
| <i>R Lyn</i> | 378 | 0.432 | 0.370 | 0.165 | 0.469 | 0.313 | +0.004 | 0.304 | 0.057 | 0.062 | 1.60 | 77 |
| <i>T Cep</i> | 390 | 0.513 | 0.454 | 0.180 | 0.654 | 0.415 | +0.002 | 0.474 | 0.039 | 0.059 | 1.70 | 79 |
| <i>W And</i> | 397 | 0.406 | 0.377 | 0.117 | 0.427 | 0.281 | -0.009 | 0.310 | 0.096 | 0.029 | 1.90 | 83 |
| χ <i>Cyg</i> | 407 | 0.441 | 0.407 | 0.152 | 0.491 | 0.318 | +0.004 | 0.339 | 0.089 | 0.034 | 2.60 | 91 |
| <i>T Cas</i> | 449 | 0.540 | 0.417 | 0.148 | 0.635 | 0.387 | +0.005 | 0.465 | 0.030 | 0.123 | 2.10 | 86 |
| <i>R Aur</i> | 460 | 0.611 | 0.416 | 0.169 | 0.592 | 0.392 | +0.011 | 0.377 | 0.024 | 0.195 | 2.00 | 84 |
| <i>S Cas</i> | 615 | 0.405 | 0.385 | 0.146 | 0.458 | 0.292 | +0.010 | 0.296 | 0.093 | 0.020 | 1.50 | 75 |

In Tabelle 32 findet man die Mittelwerte.

TABELLE 32

| P | d | l | a | e | μ | $\frac{a+e}{2} - \mu$ | e-a | l- μ | d-l | v | V | n |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-----------------------|-------|----------|-------|-------------------|-----|---|
| 338d | 0.498 | 0.435 | 0.154 | 0.607 | 0.382 | -0.001 | 0.453 | 0.052 | 0.063 | 1 ^m 30 | 67% | 3 |
| 384 | 0.460 | 0.399 | 0.156 | 0.525 | 0.340 | +0.001 | 0.368 | 0.059 | 0.062 | 1.65 | 78 | 4 |
| 483 | 0.499 | 0.406 | 0.154 | 0.544 | 0.347 | +0.002 | 0.369 | 0.059 | 0.093 | 2.05 | 84 | 4 |

Ordnet man nach der Grösze von A , so hat man (Tab. 33):

TABELLE 33

| Stern | A | v | V |
|-------------------|------------------|-------------------|-----|
| <i>ST Cyg</i> | 3 ^m 2 | 1 ^m 20 | 67% |
| <i>RCVn</i> | 4.2 | 0.75 | 50 |
| <i>T Cep</i> | 4.6 | 1.70 | 79 |
| <i>T Cas</i> | 4.8 | 2.10 | 86 |
| <i>RZ Per</i> | 5.2 | 1.95 | 84 |
| <i>SCas</i> | 5.4 | 1.50 | 75 |
| <i>TCam</i> | 6.2 | 1.40 | 73 |
| <i>W And</i> | 6.2 | 1.90 | 83 |
| <i>RAur</i> | 6.4 | 2.20 | 87 |
| <i>RLyn</i> | 6.5 | 2.00 | 84 |
| χ <i>Cyg</i> | 9.1 | 2.60 | 91 |

Im Mittel gilt (Tab. 34):

TABELLE 34

| A | V | n |
|-----|-----|----|
| 40 | 65% | 3 |
| 145 | 79 | 4 |
| 692 | 86 | 4 |
| | | 11 |

Hier ist A in Lichtmenge gegeben.

Schlussfolgerungen.

Tabelle 32 zeigt, dasz Lage und Dauer der Verfinsterungskurve kaum von P abhängen, während v und V vielleicht mit P und A (s. Tab. 33 u. 34) zunehmen.

Die Hauptsache ist aber, dasz die Verfinsterungskurve sich als *symmetrisch* herausstellt. Dieses gänzlich unerwartete Resultat mag befremdlich erscheinen, es ist hier kein Zweifel möglich. Man bedenke, dasz das Ziehen der glatten Kurven völlig unbefangen erfolgt ist und dasz es dabei tatsächlich unmöglich war, auf ein bestimmtes Ziel, nämlich die Symmetrie der Verfinsterungskurve, anzusteuern.

Aus Tabelle 31 und 32 kann man ersehen, dasz die Bemerkung von SIEDENTOPF, das sekundäre Maximum liege in der Regel auf dem absteigenden Ast der Lichtkurve (A.N. 245, 88, 1932), den Tatsachen gar nicht entspricht, wenigstens in diesem Material.

VIERTES HAUPTSTÜCK.

DIE FARBEN.

§ 1. Die Farbenschätzungen.

Der mittlere Fehler einer Farbenschätzung beträgt $\pm 0^c 90$; im ersten Beobachtungsjahr war er etwas gröszer, nämlich $1^c 02$. Dieser Betrag ist unter der Voraussetzung abgeleitet, dasz die Farbe während der Lichtänderung konstant bleibt. Offenbar aber ändert sich die Farbe in vielen Fällen während des Lichtwechsels, so dasz der m.F. sicher $< 0^c 90$ ist.

Die Farbenschätzungen von *S Cam*, *S Cep*, *S Per* und *U Per* sind im Folgenden miteinbegriffen.

Im ersten Hauptstück, § 5, haben wir schon bemerkt, dasz sich die Farbenauffassung bei NIJLAND im Lauf der Jahre kaum geändert hat, dasz aber im ersten Jahre (1905) die Sterne im Mittel röter geschätzt wurden als später. Das soll die Tabelle 35 zeigen.

TABELLE 35

| Jahr | Farbe | | | | | | | | | | | | F_m | n |
|---------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|-----|------|-------|-----|
| | 0c | 1c | 2c | 3c | 4c | 5c | 6c | 7c | 8c | 9c | 10c | | | |
| 1905 | 3 | 13 | 21 | 36 | 30 | 35 | 34 | 33 | 9 | 5 | — | 4.61 | 219 | |
| 1906 | 14 | 52 | 78 | 133 | 138 | 92 | 34 | 4 | 7 | 13 | 1 | 3.59 | 566 | |
| 1907 | 3 | 35 | 69 | 92 | 133 | 92 | 17 | 7 | 5 | 13 | 1 | 3.77 | 467 | |
| 1908 | 4 | 29 | 68 | 88 | 83 | 100 | 41 | 8 | 4 | 12 | 1 | 4.03 | 438 | |
| 1909 | 1 | 15 | 41 | 44 | 56 | 52 | 30 | 2 | — | 5 | 2 | 3.92 | 248 | |
| 1910 | 1 | 14 | 33 | 54 | 48 | 46 | 19 | 2 | — | 4 | 1 | 3.78 | 222 | |
| 1911 | 1 | 6 | 24 | 42 | 28 | 34 | 26 | 7 | 1 | 2 | 1 | 4.12 | 172 | |
| 1912—13 | — | 6 | 27 | 50 | 59 | 52 | 32 | 9 | 1 | — | 4 | 4.20 | 240 | |
| 1914—15 | — | 3 | 23 | 35 | 30 | 20 | 14 | 11 | — | — | 1 | 4.00 | 137 | |
| 1916—20 | — | 4 | 22 | 54 | 59 | 28 | 29 | 8 | 2 | 4 | — | 4.14 | 210 | |
| 1921—25 | — | 3 | 25 | 40 | 38 | 29 | 19 | 7 | 2 | 3 | — | 4.07 | 166 | |
| 1926—30 | — | 3 | 17 | 39 | 30 | 32 | 19 | 12 | 2 | 1 | — | 4.24 | 155 | |
| | 27 | 183 | 448 | 707 | 732 | 612 | 314 | 110 | 33 | 62 | 12 | 3.95 | 3240 | |

Farbenschätzungen wie $2^c 5$ u.s.w., wurden zur Hälfte zu 2^c , zur Hälfte zu 3^c gezählt. Um in der Tabelle 35 nur ganze Zahlen zu erlangen, wurde jeweils ein Halb hinzugezählt bzw. abgezogen, so dasz in den Horizontalreihen die Jahressummen ungeändert blieben und in den Vertikalspalten die Summen sich höchstens um ein Halb von den wahren Summen unterschieden.

Der grosse Wert $F_m = 4^c 60$ für 1905 wird durch die relativ vielen ($n = 33$) Farbenschätzungen 7^c verursacht.

Die Schätzungen 9^c und 10^c gehören fast einzig *S Cep* an.

Der kleine Gang, den Tabelle 35 in der Spalte F_m zeigt¹⁾ (in 20 Jahren hat der Beobachter die Farbe im Mittel um $0^c 4$ röter geschätzt), ist vielleicht so zu erklären, dasz NIJLAND, zum Beispiel in den Fällen wie $2^c 5$, $3^c 5$ u.s.w., seine Schätzungen, mehr oder weniger bewusst, der Auffassung anderer Beobachter ein wenig angepaszt hat, als er sah, dasz jene die Farben viel mehr nach Rot hin schätzten. Wenn er in solchen Fällen zweifelte, wird es demzufolge wohl einmal geschehen sein, dasz er sich schlieszlich für 3^c , 4^c u.s.w. entschieden hat.

Nach Tabelle 36 hat es den Anschein, als ob einzelne Sterne, wie *R Ari*, *R Cam*, *T Cas*, *Y Cas* und *Z Cyg*, allmählich etwas röter würden. Wir bezweifeln, dasz dieses Resultat der Wirklichkeit entspricht.

¹⁾ Von 1906 an.

TABELLE 36

| Stern | 1905 | | 1906 | | 1907 | | 1908 | | 1909 | | 1910 | | 1911—13 | | 1914—20 | | 1921—30 | |
|--------|------|----|------|----|------|----|------|----|------|----|------|----|---------|----|---------|----|---------|----|
| | F | n | F | n | F | n | F | n | F | n | F | n | F | n | F | n | F | n |
| W And | — | — | 3.04 | 12 | 2.73 | 13 | 3.68 | 11 | 2.94 | 8 | 3.50 | 4 | 2.83 | 9 | 3.40 | 10 | 3.62 | 12 |
| R Aql | 6.04 | 11 | 4.75 | 24 | 4.97 | 28 | 5.23 | 18 | 4.83 | 12 | 4.64 | 7 | 4.70 | 10 | 5.62 | 12 | 5.38 | 17 |
| R Ari | 1.37 | 4 | 2.75 | 15 | 2.38 | 13 | 2.17 | 9 | 2.69 | 8 | 2.62 | 4 | 2.73 | 11 | 2.50 | 6 | 3.25 | 6 |
| R Aur | 5.13 | 11 | 4.17 | 26 | 4.63 | 11 | 4.65 | 10 | 4.73 | 11 | 4.60 | 10 | 5.30 | 23 | 5.46 | 19 | 4.93 | 23 |
| X „ | — | — | 2.20 | 10 | 2.37 | 16 | 2.55 | 11 | 2.09 | 6 | 2.56 | 8 | 3.00 | 5 | 2.72 | 9 | — | — |
| S Boo | 2.00 | 1 | 1.36 | 14 | 1.25 | 4 | 1.75 | 6 | 1.92 | 6 | 2.00 | 2 | 1.80 | 5 | 2.08 | 6 | 2.32 | 11 |
| R Cam | 2.14 | 7 | 2.25 | 22 | 1.81 | 8 | 2.27 | 15 | 2.12 | 4 | 2.25 | 4 | 3.04 | 12 | 3.07 | 7 | 3.00 | 3 |
| T „ | 4.22 | 9 | 4.28 | 18 | 3.68 | 14 | 3.77 | 13 | 3.45 | 9 | 3.78 | 9 | 3.79 | 12 | 3.88 | 8 | 3.62 | 4 |
| S „ | 5.46 | 15 | 4.75 | 25 | 4.46 | 23 | 4.67 | 24 | 5.27 | 15 | 5.28 | 14 | 5.01 | 14 | 4.84 | 6 | 4.50 | 2 |
| R CVn | 3.00 | 5 | 2.87 | 23 | 3.27 | 15 | 4.16 | 13 | 3.86 | 7 | 3.84 | 16 | 3.84 | 15 | 3.56 | 16 | 3.72 | 14 |
| S Cas | 4.00 | 3 | 3.37 | 15 | 4.30 | 5 | 3.41 | 11 | — | — | 3.28 | 9 | 4.05 | 10 | 3.84 | 12 | 3.00 | 1 |
| T „ | 5.85 | 20 | 4.89 | 30 | 4.74 | 29 | 5.61 | 18 | 5.50 | 12 | 5.37 | 11 | 5.84 | 31 | 5.97 | 42 | 6.34 | 36 |
| Y „ | 4.75 | 4 | 4.30 | 5 | 4.25 | 10 | 4.75 | 4 | 5.00 | 4 | 5.33 | 3 | 6.16 | 6 | 6.36 | 7 | 5.00 | 1 |
| S Cep | 8.30 | 10 | 8.67 | 22 | 8.67 | 20 | 8.50 | 21 | 9.29 | 7 | 9.20 | 5 | 9.34 | 9 | 9.25 | 4 | 8.75 | 6 |
| T „ | 5.33 | 17 | 5.13 | 27 | 4.35 | 20 | 4.72 | 18 | 5.00 | 12 | 5.33 | 6 | 5.00 | 2 | 6.00 | 2 | 5.00 | 2 |
| Y „ | 1.33 | 3 | 1.40 | 5 | 1.90 | 5 | 2.80 | 5 | — | — | — | — | 2.50 | 8 | 2.33 | 3 | 1.00 | 1 |
| o Cet | 6.65 | 20 | 4.47 | 18 | 5.65 | 16 | 5.63 | 18 | 4.63 | 11 | 5.33 | 9 | 6.09 | 11 | 6.50 | 6 | — | — |
| Z „ | — | — | 1.80 | 5 | 1.43 | 7 | 0.90 | 5 | 2.25 | 2 | 2.33 | 3 | 2.75 | 2 | 3.33 | 3 | 2.69 | 8 |
| S CrB | — | — | 3.50 | 2 | 3.50 | 5 | 3.68 | 11 | 3.14 | 7 | 3.63 | 4 | 4.04 | 13 | 3.38 | 8 | 3.92 | 12 |
| χ Cyg | 5.23 | 13 | 4.87 | 20 | 4.44 | 17 | 4.63 | 15 | 5.07 | 14 | 4.29 | 7 | 4.96 | 12 | 6.00 | 2 | 5.67 | 3 |
| Z „ | 2.88 | 8 | 2.00 | 10 | 2.55 | 11 | 3.06 | 9 | 2.50 | 3 | 3.18 | 14 | 3.72 | 18 | 3.82 | 23 | 3.84 | 24 |
| R „ | 5.63 | 4 | 4.26 | 17 | 4.16 | 19 | 4.53 | 15 | 4.80 | 10 | 3.59 | 6 | 5.01 | 13 | 4.55 | 10 | 4.72 | 7 |
| ST „ | 3.00 | 2 | 3.50 | 3 | 3.67 | 6 | 3.00 | 1 | 3.67 | 3 | — | — | 3.40 | 5 | 3.50 | 3 | 4.00 | 1 |
| TU „ | 1.00 | 1 | 2.50 | 6 | 2.08 | 6 | 2.25 | 4 | — | — | 3.00 | 3 | 2.83 | 3 | 3.15 | 10 | 3.30 | 5 |
| R Dra | 2.25 | 2 | 0.75 | 18 | 1.07 | 7 | 1.54 | 13 | 1.50 | 3 | 1.70 | 10 | 1.42 | 12 | 2.39 | 12 | 1.95 | 9 |
| W Her | 1.75 | 2 | 1.47 | 16 | 1.38 | 4 | 1.38 | 8 | 0.75 | 2 | 1.63 | 8 | 1.92 | 8 | 2.65 | 7 | 2.50 | 2 |
| R Lac | 3.50 | 2 | 2.50 | 2 | 2.25 | 4 | 2.37 | 4 | 1.67 | 3 | 2.50 | 5 | 2.75 | 6 | 2.70 | 5 | 3.00 | 2 |
| R LMi | 3.90 | 5 | 3.43 | 14 | 3.96 | 12 | 4.47 | 17 | 4.62 | 8 | 4.57 | 7 | 5.06 | 13 | 4.40 | 10 | 4.66 | 12 |
| R Lyn | 2.42 | 6 | 2.46 | 12 | 3.45 | 10 | 2.16 | 6 | 2.50 | 3 | 3.08 | 6 | 3.37 | 11 | 3.43 | 13 | 2.83 | 3 |
| S „ | 3.00 | 2 | 2.25 | 6 | 1.83 | 3 | 3.00 | 3 | — | — | 2.00 | 4 | 2.50 | 2 | 2.90 | 5 | 2.82 | 8 |
| RW Lyr | — | — | — | — | 4.00 | 5 | — | — | — | — | — | — | 4.00 | 2 | — | — | — | — |
| RV Peg | — | — | 2.33 | 3 | 0.00 | 1 | 3.67 | 3 | — | — | — | — | — | — | — | — | 3.50 | 2 |
| RZ „ | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 4.88 | 8 |
| S Per | 4.29 | 7 | 4.31 | 16 | 4.39 | 18 | 4.77 | 22 | 4.67 | 6 | 5.00 | 7 | 4.72 | 22 | 6.00 | 2 | 6.38 | 8 |
| U „ | 3.07 | 8 | 3.23 | 26 | 3.00 | 18 | 3.05 | 19 | 3.29 | 12 | 3.33 | 6 | 3.93 | 14 | 3.57 | 7 | 3.50 | 2 |
| RZ „ | — | — | — | — | 4.00 | 12 | 4.75 | 10 | 4.40 | 5 | 4.75 | 4 | 5.23 | 11 | 4.83 | 3 | 4.75 | 10 |
| R Tri | 1.86 | 7 | 2.18 | 20 | 2.77 | 13 | 2.31 | 13 | 1.96 | 12 | 2.00 | 5 | 2.63 | 19 | 2.94 | 15 | 2.98 | 22 |
| R UMa | — | — | 2.97 | 17 | 2.85 | 13 | 3.06 | 8 | 2.43 | 7 | 3.50 | 5 | 2.28 | 11 | 3.17 | 15 | 3.22 | 16 |
| S „ | 3.70 | 5 | 2.43 | 28 | 2.75 | 16 | 2.53 | 18 | 3.08 | 6 | 4.00 | 2 | 3.85 | 13 | 3.66 | 7 | 5.25 | 2 |
| T „ | 1.80 | 6 | 1.50 | 13 | 1.15 | 10 | 1.42 | 12 | 1.12 | 4 | 1.36 | 7 | 1.71 | 12 | 2.05 | 11 | 1.97 | 14 |

In Tabelle 37 sind die Farbenmittel nach den scheinbaren Gröszen geordnet. Spalte 1 gibt den Namen des Sterns, Spalte 2 die scheinbare Grösze, Spalte 3 die mittlere Farbe bei dieser Grösze, Spalte 4 die Zahl der Farbenschätzungen.

TABELLE 37

| Stern | <i>m</i> | <i>F</i> | <i>n</i> | Stern | <i>m</i> | <i>F</i> | <i>n</i> |
|--------------|--------------------|--------------------|----------|--------------|--------------------|--------------------|----------|
| <i>W And</i> | 6 ^m .93 | 3 ^c .07 | 19 | <i>S Boo</i> | 8 ^m .48 | 2 ^c .09 | 18 |
| | 7.45 | 3.15 | 20 | | 8.80 | 1.76 | 19 |
| | 8.30 | 3.34 | 20 | | 9.19 | 1.55 | 19 |
| | 9.64 | 3.81 | 20 | <i>R Cam</i> | 8.15 | 3.00 | 20 |
| <i>R Aql</i> | 5.93 | 4.32 | 24 | | 8.42 | 2.52 | 20 |
| | 6.47 | 4.44 | 23 | | 8.86 | 2.31 | 21 |
| | 7.62 | 4.86 | 23 | | 9.86 | 1.98 | 20 |
| | 8.72 | 5.23 | 23 | <i>S Cam</i> | 7.87 | 4.07 | 20 |
| | 9.94 | 5.30 | 23 | | 8.19 | 4.87 | 20 |
| | 10.63 | 5.40 | 23 | | 8.45 | 4.48 | 20 |
| <i>R Ari</i> | 8.16 | 2.36 | 18 | | 8.67 | 5.17 | 20 |
| | 8.41 | 2.38 | 20 | | 8.88 | 4.80 | 20 |
| | 8.67 | 2.55 | 20 | | 9.20 | 5.39 | 20 |
| | 9.45 | 2.53 | 20 | | 9.98 | 5.92 | 18 |
| <i>R Aur</i> | 7.63 | 4.46 | 21 | <i>T Cam</i> | 7.64 | 4.00 | 18 |
| | 7.99 | 4.33 | 21 | | 7.88 | 3.50 | 20 |
| | 8.40 | 4.62 | 21 | | 8.16 | 3.93 | 20 |
| | 8.56 | 5.09 | 21 | | 8.60 | 3.83 | 20 |
| | 8.83 | 4.87 | 21 | | 9.87 | 4.28 | 18 |
| | 9.20 | 4.92 | 20 | <i>R CVn</i> | 7.21 | 3.47 | 20 |
| | 9.76 | 5.23 | 20 | | 7.66 | 3.30 | 20 |
| <i>X Aur</i> | 8.20 | 2.64 | 17 | | 8.01 | 3.10 | 20 |
| | 8.33 | 2.50 | 16 | | 8.54 | 3.40 | 20 |
| | 8.54 | 2.38 | 16 | | 8.98 | 3.85 | 20 |
| | 9.32 | 2.33 | 16 | | 9.86 | 4.22 | 15 |

| Stern | <i>m</i> | <i>F</i> | <i>n</i> | Stern | <i>m</i> | <i>F</i> | <i>n</i> |
|--------------|--------------------|--------------------|----------|---------------|--------------------|--------------------|----------|
| <i>S Cas</i> | 8 ^m .63 | 3 ^c .48 | 16 | <i>Z Cet</i> | 8 ^m .92 | 1 ^c .93 | 12 |
| | 9.17 | 3.67 | 16 | | 9.17 | 2.37 | 13 |
| | 9.61 | 3.42 | 17 | | 9.90 | 2.32 | 10 |
| | 10.38 | 3.80 | 17 | | | | |
| <i>T Cas</i> | 7.63 | 5.48 | 40 | <i>S Cr B</i> | 6.81 | 3.13 | 15 |
| | 8.09 | 5.59 | 40 | | 7.32 | 3.53 | 15 |
| | 8.63 | 5.39 | 40 | | 8.03 | 4.06 | 16 |
| | 9.04 | 5.92 | 40 | | 9.46 | 4.07 | 16 |
| | 9.48 | 5.83 | 40 | | | | |
| | 10.21 | 5.45 | 29 | <i>z Cyg</i> | 5.53 | 4.23 | 23 |
| <i>Y Cas</i> | 9.68 | 4.35 | 14 | | 6.30 | 4.80 | 20 |
| | 10.21 | 5.10 | 14 | | 6.82 | 5.00 | 20 |
| | 11.00 | 5.93 | 15 | | 8.84 | 4.74 | 20 |
| | | | | | 9.94 | 5.46 | 20 |
| <i>S Cep</i> | 7.31 | 7.95 | 20 | <i>R Cyg</i> | 7.20 | 4.47 | 20 |
| | 8.41 | 8.26 | 21 | | 7.64 | 3.90 | 20 |
| | 8.98 | 8.71 | 21 | | 8.27 | 4.13 | 20 |
| | 9.20 | 9.09 | 21 | | 8.76 | 4.45 | 20 |
| | 10.19 | 8.97 | 21 | | 9.70 | 5.55 | 21 |
| <i>T Cep</i> | 6.38 | 5.00 | 26 | | | | |
| | 7.12 | 5.16 | 26 | <i>Z Cyg</i> | 7.91 | 3.82 | 20 |
| | 8.23 | 5.16 | 27 | | 8.17 | 3.43 | 20 |
| | 9.35 | 5.00 | 27 | | 8.54 | 3.37 | 20 |
| | | | | | 8.98 | 3.10 | 20 |
| <i>Y Cep</i> | 8.73 | 1.83 | 9 | | 9.27 | 3.09 | 20 |
| | 9.34 | 2.00 | 9 | | 10.00 | 3.40 | 20 |
| | 9.71 | 2.73 | 10 | | | | |
| <i>o Cet</i> | 3.80 | 4.55 | 20 | <i>ST Cyg</i> | 10.33 | 3.33 | 12 |
| | 6.19 | 5.83 | 20 | | 10.80 | 3.67 | 12 |
| | 7.28 | 5.70 | 20 | | | | |
| | 8.12 | 5.70 | 20 | <i>TU Cyg</i> | 9.29 | 2.50 | 12 |
| | 8.69 | 6.44 | 20 | | 9.66 | 2.83 | 14 |
| | 9.46 | 6.11 | 9 | | 10.10 | 2.87 | 12 |

| Stern | <i>m</i> | <i>F</i> | <i>n</i> | Stern | <i>m</i> | <i>F</i> | <i>n</i> |
|---------------|--------------------|--------------------|----------|---------------|--------------------|--------------------|----------|
| <i>R Dra</i> | 6 ^m .99 | 2 ^c .13 | 18 | | 9 ^m .13 | 4 ^c .58 | 20 |
| | 7.58 | 1.65 | 18 | | 9.45 | 4.26 | 20 |
| | 7.94 | 1.33 | 18 | <i>RZ Peg</i> | 9.45 | 4.88 | 8 |
| | 8.59 | 1.38 | 16 | <i>U Per</i> | 8.01 | 2.62 | 22 |
| | 9.54 | 1.45 | 16 | | 8.36 | 3.30 | 30 |
| <i>W Her</i> | 8.12 | 1.83 | 18 | | 8.74 | 3.15 | 30 |
| | 8.64 | 1.55 | 19 | | 9.45 | 4.15 | 30 |
| | 9.53 | 1.75 | 19 | <i>RZ Per</i> | 8.98 | 4.33 | 14 |
| <i>R Lac</i> | 8.92 | 2.65 | 10 | | 9.43 | 4.34 | 14 |
| | 9.23 | 1.83 | 11 | | 9.77 | 4.80 | 14 |
| | 9.60 | 2.68 | 12 | | 10.18 | 4.63 | 13 |
| <i>R LMi</i> | 6.91 | 4.07 | 17 | <i>R Tri</i> | 5.61 | 2.89 | 25 |
| | 7.53 | 4.18 | 20 | | 6.27 | 2.48 | 25 |
| | 7.94 | 4.23 | 20 | | 6.72 | 2.40 | 25 |
| | 8.71 | 4.59 | 20 | | 7.44 | 2.06 | 25 |
| | 9.52 | 4.80 | 20 | | 9.13 | 2.58 | 26 |
| <i>R Lyn</i> | 7.55 | 3.37 | 14 | <i>R UMa</i> | 7.42 | 2.60 | 19 |
| | 8.04 | 2.43 | 14 | | 7.97 | 2.73 | 19 |
| | 8.34 | 3.08 | 14 | | 8.39 | 3.00 | 18 |
| | 8.70 | 2.85 | 13 | | 8.68 | 2.96 | 18 |
| | 9.86 | 3.54 | 13 | | 9.43 | 3.45 | 18 |
| <i>S Lyn</i> | 8.78 | 2.65 | 13 | <i>S UMa</i> | 7.73 | 2.89 | 19 |
| | 9.32 | 2.45 | 13 | | 7.96 | 3.00 | 19 |
| | 9.54 | 2.35 | 14 | | 8.06 | 3.53 | 19 |
| <i>RW Lyr</i> | 10.16 | 4.00 | 7 | | 8.30 | 3.10 | 20 |
| <i>RV Peg</i> | 10.23 | 2.78 | 9 | | 9.10 | 3.50 | 20 |
| <i>S Per</i> | 7.93 | 5.00 | 20 | <i>T UMa</i> | 6.87 | 2.15 | 18 |
| | 8.28 | 5.33 | 20 | | 7.42 | 2.00 | 18 |
| | 8.82 | 4.88 | 26 | | 7.80 | 1.69 | 18 |
| | | | | | 8.12 | 1.77 | 18 |
| | | | | | 8.59 | 1.21 | 16 |

Obwohl die einzelne Farbenschätzung mit einem m.F. von $0^{\circ}9$ behaftet ist, zeigt sich doch, dank der groszen Zahl der Schätzungen:

- 1°: dasz nur eine geringe Abhängigkeit zwischen Farbe und Helligkeit besteht,
- 2°: im Falle eine Veränderung festzustellen ist, verläuft sie meistens (*W And, R Aql, R Ari, R Aur, z Cyg, ST Cyg, TU Cyg, R LMi, U Per, R UMa, und RZ Per, zusammen 11 Sterne*) so, dasz der Stern sich etwas rötet, wenn er schwächer wird. Bei Besprechung der Tab. 40 kommen wir hierauf zurück.

Zuweilen aber geht die Veränderung in der umgekehrten Richtung (7 Sterne, nämlich *R Dra, T UMa, S Lyn, S Per, X Aur, S Boo, R Cam*). In einigen Fällen scheint der geringste Grad der Färbung bei einer mittlern Helligkeit erreicht zu werden (so bei *R CVn, Z Cyg?, R Tri?, R Cyg?*). Der umgekehrte Fall kommt *nicht* vor.

Bei *R Lyn, Z Cet, T Cep, S Cas, T Cas, W Her, R Lac, RW Lyr, RV Peg, S UMa*, lässt sich nicht mit Sicherheit auf die Richtung der Farbenänderung schlieszen.

Gehört NIJLAND also zu den Beobachtern, die HAGEN im Auge hat, wo er schreibt: „Einige Beobachter wollen bei *Mira*-Sternen der Klasse Me ein Röterwerden mit der Helligkeitsabnahme bemerkt haben“ (HAGEN, Die ver. St. I, 742)? Sehr klar is das zwar nicht, aber siehe S. 87, Tabelle 52 und Erläuterung.

Wir kommen hierauf mehr im Einzelnen zurück. In Verbindung mit der Tatsache, dasz einige Sterne bei abnehmender Helligkeit an Röte zu verlieren scheinen, halten wir es für wichtig darauf hinzuweisen, dasz H. C. WILSON (H.A. 80, Nr. 8, 1917) bei *T And* zur Zeit des Maximums den Farbenindex $+1^m 35$ und im Minimum $+0^m 70$ fand, so dasz der Stern im Maximum röter ist als im Minimum.

Ein Unterschied von $0^m 70$ in demselben Sinne wie bei *T And* fand sich bei *T Cas*, einem von den 13 in H.A. 84, Nr. 4 bearbeiteten zirkumpolaren *Mira*-Sternen. Von diesen zeigen noch einige Andeutungen derselben Art, aber in zu geringem Maße, um zuverlässige Schlüsse zu rechtfertigen.

Offenbar ändern sich die Farben sehr wenig im Laufe des Lichtwechsels.

Das stimmt vollkommen überein mit dem parallelen Verlauf der photographischen und visuellen Lichtkurven von *M*- und *S*-Sternen in H.A. 84, Nr. 1 und H.B. 837, 838 und 842. Eine Farbenindexänderung lässt sich mit einiger Sicherheit nur bei *S UMa* nachweisen (H.A. 84, Plate 1, Fig. 7, 8). Der Farbenindex dieses Sterns wird mit abnehmender Helligkeit etwas gröszer, was mit einem Röterwerden (Siehe Tab. 37 dieser Schrift) des Sterns gleichbedeutend ist.

Miss CECILIA H. PAYNE (The Stars of High Luminosity, Harv. Obs. Monographs, 1930) spricht sich darüber folgendermassen aus: „The bands of TiO_2 , increasing in strength, cut down the red portion of the spectrum, so that the effect of the fall of the temperature on the color of the star is all but neutralized. The two effects (fall of temperature and rise of band-absorption) do not neutralize one another exactly, and the residual effects appear as the erratic and dissimilior color curves reproduced bij CAMPBELL and PAYNE in H.B. 872.”

Wir brauchen uns da nicht zu wundern, dasz wir in dem von uns bearbeiteten Material im Mittel nur eine kleine Farbenänderung finden.

In Tabelle 38 gibt:

- Spalte 1 den Namen des Sterns,
- „ 2 die mittlere Farbe,
- „ 3 die Zahl der Farbenschätzungen,
- „ 4 die Farbenschätzungen anderer Beobachter, auf OSTHOFFS Skala reduziert.

Die folgenden Abkürzungen werden benutzt:

a. für die Beobachter:

A = AUWERS, B = BROOK, C = CHANDLER, D = DUNÉR, E = ESPIN,
 G = GRAFF, Gr = GROVER, H = HARTWIG, K = KRÜGER, Kn = KNOTT,
 O = OSTHOFF, P = PRACKA, Pk = PEEK, S = SAFARIK, Sch = SCHÖNFELD,
 Sdt = SCHMIDT, Si = SECCHI, W = WINNECKE, Wi = WILLIAMS, W1 =
 WENDELL, Wm = WICKHAM, Y = YENDELL, Harv. = Harvard-Beobachter.

b. für die Farben:

w. = weisz, g. = gelb, n.s.s.g. = nicht sehr stark gelb, or. g. = orange-gelb, r.g. = rotgelb, or. = orange, t.or. = tief-orange, or. r. = orange-rot, n.m.r. = nicht merklich rot, s.rl. = schwach-rötlich, rl. = rötlich, bl. r. = blaszrot, r. = rot, s.r. = sehr rot, t.r. = tiefrot, p.r. = purpur-rot, cr. = crimson.

TABELLE 38

| Stern | Fm | n | Farbenschätzungen anderer Beobachter |
|----------------------------|------|-----|--|
| <i>W And</i> | 3.34 | 79 | H : or. ; P : or. g. . |
| <i>R Aql</i> | 5.04 | 139 | C : 8.4 ; S : 7 . |
| <i>R Ari</i> | 2.45 | 78 | Si : or. g. ; W : t.or. ; A : or. ; C : 2.6 . |
| <i>R Aur</i> | 4.80 | 145 | C : 9.0 ; S : 7.1 . |
| <i>X</i> | 2.47 | 65 | G : g. ; H : or. . |
| <i>S Boo</i> | 1.80 | 56 | C : 4.6 ; Sch : r. ; H : r. . |
| <i>R Cam</i> | 2.44 | 81 | Sch : rl. ; W : r.g. ; Y : 4.7 ; C : 3.1 . |
| <i>T</i> | 3.87 | 96 | Y : 5.4 ; E : s.r. . |
| <i>S</i> | 4.90 | 138 | Y : 10 ; G : 10 . |
| <i>R CVn</i> | 3.62 | 114 | K : or.r. . |
| <i>S Cas¹⁾</i> | 3.64 | 66 | Gr. : r. . |
| <i>T</i> | 5.62 | 229 | Schr : r. . |
| <i>Y</i> | 5.07 | 43 | |
| <i>S Cep</i> | 8.56 | 104 | Viele Beobachter: t.r. . |
| <i>T</i> | 4.94 | 104 | H : 8 bis 9 ; C : 8.9 . |
| <i>Y</i> | 2.19 | 29 | |
| <i>o Cet</i> | 5.51 | 109 | Sch : or. ; H : s.r. ; C : 8.6 ; O : 6.6 . |
| <i>Z</i> | 2.16 | 35 | G : 5.5 . |
| <i>S CrB.</i> | 3.64 | 62 | Viele Beobachter: s.r. ; im Mittel : 8 . |
| <i>z Cyg</i> | 4.83 | 103 | E : or.r. ; Sdt : 7.4 ; C : 9.0 ; O : 7.2 ; G : 7.5 ; Br : 6.5 . |
| <i>R</i> | 4.51 | 101 | A : t.r. ; Sdt : 7.4 ; C : 8.7 ; G : 7.5 . |
| <i>Z</i> | 3.37 | 120 | Viele Beobachter: bl.r. bis or. ; Y : 9.9 . |
| <i>ST</i> | 3.50 | 24 | Harv. : 8 . |
| <i>TU</i> | 2.74 | 38 | |
| <i>R Dra</i> | 1.61 | 88 | C : 2.9 . |
| <i>W Her</i> | 1.68 | 58 | D : n.s.s.g. . |
| <i>R Lac</i> | 2.36 | 33 | C : 2.6 ; Y : 0.0 ; H : or. . |
| <i>R LMi</i> | 4.33 | 97 | W : t.r. ; C : 8.7 . |
| <i>R Lyn</i> | 3.06 | 68 | C : 7.9 . |
| <i>S</i> | 2.80 | 40 | |
| <i>RW Lyr</i> | 4.00 | 7 | |
| <i>RX</i> | — | — | |
| <i>RV Peg²⁾</i> | 2.78 | 9 | Wi : cr. ; Wm : r. ; G : 7.0 . |
| <i>RZ</i> | 4.88 | 8 | |
| <i>S Per</i> | 4.85 | 108 | P : 9 ; viele Beobachter: or. bis or.r. . |
| <i>U</i> | 3.28 | 112 | Wi : r. ; Y : n.m.r. ; D : 7.8 ; C : 9.0 . |
| <i>RZ</i> | 4.63 | 55 | Viele Beobachter : > 6.0 . |
| <i>R Tri</i> | 2.73 | 116 | or.r. . |
| <i>R U Ma</i> | 2.93 | 92 | A : bl.r. ; Kn : g. bisp. r ; Sch : s. r ; O : 8.0 ; C : 2.3 ; Y : 5.6 . |
| <i>S</i> | 3.19 | 97 | |
| <i>T</i> | 1.64 | 88 | Pk : w. bis r. . |

¹⁾ Nach Angabe von GROVER soll sich während der Lichtzunahme die Farbe von tiefrotlich bis nahe weisz ändern und gleichzeitig soll sich das Bild des Sternes aus einem nebligen in ein scharfes und klares verwandeln. Von andern Beobachtern sind derartige Erscheinungen nicht wahrgenommen worden.

²⁾ Wm findet dassz die Farbe tiefer wird bei abnehmender Helligkeit.

³⁾ Farbe variabel nach verschiedenen Beobachtern.

Am meisten fällt auf, dasz NIJLAND die Farbe viel mehr nach Weisz hin schätzt als die übrigen Beobachter. Als hervorstechende Beispiele nennen wir: *R Aql, R Aur, S Boo, S Cam, T Cam, T Cep, Z Cet, z Cyg, ST Cyg, R Lyn* und *R Tri*. Prof. NIJLAND versicherte mir, beim Niederschreiben von beispielsweise 3^c (bei andern Beobachtern oft 5^c-7^c) vergewissere er sich genau, dasz die Farbe für ihn wirklich gelb und nicht orange ($= 6^c$) sei. Indessen hält er es für möglich, dasz er in den letzten Jahren die Farbe etwas mehr nach Rot geschätzt hat, weil er merkte, dasz andere so oft die Farbe viel tiefer schätzten. Wir haben darauf schon hingewiesen (siehe S. 74). Der Einflusz ist aber geringfügig und beträgt sicher nicht mehr als 1^c .

Die Tabelle 39 gibt die Häufigkeit der Schätzungen jeder Farbe für jeden Stern.

Obgleich man bei vielen Sternen den Eindruck erhält als ob die Schätzungen geringerer Farbe am häufigsten seien (z.B. bei *R Aur, R Cam, S Cam, R CVn, T Cas, o Cet, S Per*), so zeigt sich doch, dasz die Häufigkeitskurve, die aus der Gesamtheit der Farbenschätzungen abgeleitet werden kann, sehr nahe symmetrisch ist.

In Tabelle 40 gibt:

- Spalte 1 den Namen des Veränderlichen,
- „ 2 die mittlere Farbe F_m ,
- „ 3 die Periode P ,
- „ 4 die Amplitude A der ungestörten Kurve,
- „ 5 die Verschiebung ΔF der Farbe nach Rot bei Änderung der Helligkeit um 1^m . ΔF wollen wir *Farbenstufe* nennen.
- „ 6 den Farbenindex (*c. i.*) nach SHAPLEY und Gerasimovič (H.B. 872).

Die Werte ΔF sind vorläufig natürlich nur mit Vorbehalt aufzunehmen.

TABELLE 39

| Farbe Stern | 0c | 1c | 2c | 3c | 4c | 5c | 6c | 7c | 8c | 9c | 10c | Total |
|-------------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|-----|-------|
| <i>W And</i> | — | 1 | 13 | 34 | 22 | 7 | 2 | — | — | — | — | 79 |
| <i>R Aql</i> | — | — | — | 8 | 27 | 63 | 36 | 4 | 1 | — | — | 139 |
| <i>R Ari</i> | 2 | 7 | 31 | 30 | 8 | — | — | — | — | — | — | 78 |
| <i>R Aur</i> | — | — | — | 7 | 44 | 69 | 20 | 5 | — | — | — | 145 |
| <i>X „</i> | — | 3 | 30 | 31 | 1 | — | — | — | — | — | — | 65 |
| <i>S Boo</i> | 3 | 14 | 30 | 9 | — | — | — | — | — | — | — | 56 |
| <i>R Cam</i> | 1 | 13 | 25 | 35 | 7 | — | — | — | — | — | — | 81 |
| <i>S „</i> | — | — | — | 9 | 37 | 58 | 25 | 9 | — | — | — | 138 |
| <i>T „</i> | — | — | 6 | 22 | 50 | 15 | 3 | — | — | — | — | 96 |
| <i>RCVn</i> | 1 | 3 | 12 | 38 | 43 | 15 | 3 | — | — | — | — | 115 |
| <i>S Cas</i> | — | — | 6 | 28 | 22 | 9 | 1 | — | — | — | — | 66 |
| <i>T „</i> | — | — | 1 | 1 | 28 | 67 | 91 | 37 | 4 | — | — | 229 |
| <i>Y „</i> | — | — | — | 3 | 8 | 20 | 6 | 6 | — | — | — | 218 |
| <i>SCep</i> | — | — | — | — | — | — | 1 | 6 | 24 | 61 | 12 | 104 |
| <i>T „</i> | — | — | 1 | 5 | 24 | 47 | 23 | 6 | — | — | — | 106 |
| <i>Y „</i> | 1 | 5 | 11 | 9 | 2 | — | — | — | — | — | — | 28 |
| <i>o Cet</i> | — | — | 1 | 2 | 16 | 35 | 28 | 22 | 4 | 1 | — | 109 |
| <i>Z „</i> | 2 | 8 | 10 | 13 | 2 | — | — | — | — | — | — | 35 |
| <i>ScrB</i> | — | — | 5 | 20 | 28 | 9 | — | — | — | — | — | 62 |
| χ <i>Cyg</i> | — | — | 1 | 6 | 32 | 37 | 21 | 6 | — | — | — | 103 |
| <i>R „</i> | — | — | 1 | 15 | 35 | 36 | 12 | 2 | — | — | — | 101 |
| <i>Z „</i> | — | 1 | 18 | 43 | 51 | 6 | 1 | — | — | — | — | 120 |
| <i>ST „</i> | — | — | 1 | 11 | 12 | — | — | — | — | — | — | 24 |
| <i>TU „</i> | 1 | 3 | 11 | 14 | 9 | — | — | — | — | — | — | 38 |
| <i>RDra</i> | 8 | 31 | 34 | 12 | 1 | — | — | — | — | — | — | 86 |
| <i>W Her</i> | 1 | 26 | 20 | 9 | — | — | — | — | — | — | — | 56 |
| <i>RLac</i> | 1 | 3 | 13 | 14 | 2 | — | — | — | — | — | — | 33 |
| <i>RLMi</i> | — | — | 3 | 17 | 34 | 33 | 8 | 2 | — | — | — | 97 |
| <i>RLyn</i> | — | 5 | 11 | 32 | 17 | 3 | — | — | — | — | — | 68 |
| <i>S „</i> | 1 | 2 | 10 | 18 | 9 | — | — | — | — | — | — | 40 |
| <i>RWLyr</i> | — | — | — | — | 7 | — | — | — | — | — | — | 7 |
| <i>RX „</i> | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| <i>RV Peg</i> | 1 | — | 2 | 3 | 3 | — | — | — | — | — | — | 9 |
| <i>RZ „</i> | — | — | — | 1 | 2 | 2 | 3 | — | — | — | — | 8 |
| <i>S Per</i> | — | — | — | 6 | 33 | 43 | 19 | 5 | — | — | — | 106 |
| <i>U „</i> | — | 3 | 14 | 56 | 29 | 8 | 2 | — | — | — | — | 112 |
| <i>RZ „</i> | — | — | — | 2 | 23 | 22 | 8 | — | — | — | — | 55 |
| <i>R Tri</i> | 2 | 11 | 47 | 50 | 16 | — | — | — | — | — | — | 126 |
| <i>R UMa</i> | — | — | 29 | 40 | 22 | 1 | — | — | — | — | — | 92 |
| <i>S „</i> | — | 1 | 19 | 45 | 25 | 6 | 1 | — | — | — | — | 97 |
| <i>T „</i> | 2 | 43 | 32 | 9 | 1 | 1 | — | — | — | — | — | 88 |
| Total | 27 | 183 | 448 | 707 | 732 | 612 | 314 | 110 | 33 | 62 | 12 | 3240 |

TABELLE 40

| Stern | F_m | P | A | ΔF | c, i |
|---------------|--------------------|------------------|-------------------|----------------------|-------------------|
| <i>W And</i> | 3 $\frac{1}{2}$ 34 | 397 ^d | 6 $\frac{1}{2}$ 2 | 0 $\frac{1}{2}$ 3 | 1 $\frac{1}{2}$ 1 |
| <i>R Aql</i> | 5.04 | 313 | 5.1 | 0.2 ⁵ | |
| <i>R Ari</i> | 2.45 | 186 | 3.5 | 0.2 | 0.9 |
| <i>R Aur</i> | 4.80 | 460 | 6.4 | 0.3 | 1.7 |
| <i>X „</i> | 2.47 | 163 | 3.9 | -0.3 | 1.5 |
| <i>S Boo</i> | 1.80 | 274 | 4.1 | -0.5 | 1.7 |
| <i>R Cam</i> | 2.44 | 273 | 5.3 | -0.3 ⁵ | 2.0 |
| <i>S „</i> | 3.87 | 329 | 1.9 | 0.8 | 2.9 |
| <i>T „</i> | 4.90 | 373 | 6.2 | 0.2 ⁵ | 1.7 |
| <i>R CVn</i> | 3.62 | 326 | 4.2 | 0.3 ⁵) | |
| <i>S Cas</i> | 3.64 | 615 | 5.4 | (0.1) | 2.1 |
| <i>T „</i> | 5.62 | 449 | 4.8 | (0.2) | 1.7 |
| <i>Y „</i> | 5.07 | 420 | 4.0 | 1.1 | |
| <i>S Cep</i> | 8.56 | 483 | 3.2 | 0.3 | 5.3 |
| <i>T „</i> | 4.94 | 390 | 4.6 | (0.0) | 1.3 |
| <i>Y „</i> | 2.19 | 331 | 4.9 | 0.9 | |
| <i>o Cet</i> | 5.51 | 330 | 7.0 | 0.3 | |
| <i>Z „</i> | 2.16 | 184 | 4.2 | (0.2) | |
| <i>S CrB</i> | 3.64 | 360 | 6.0 | 0.3 | |
| <i>Z Cyg</i> | 4.83 | 407 | 9.1 | 0.1 ⁵ | |
| <i>R „</i> | 4.51 | 422 | 6.9 | 0.5 ¹⁾ | 1.7 |
| <i>Z „</i> | 3.37 | 262 | 5.4 | -0.2 ¹⁾ | |
| <i>ST „</i> | 3.50 | 333 | 3.2 | 0.5 | |
| <i>TU „</i> | 2.74 | 220 | 4.0 | 0.4 | |
| <i>R Dra</i> | 1.61 | 244 | 5.4 | -0.2 | 0.8 |
| <i>W Her</i> | 1.68 | 279 | 5.3 | (0.0) | |
| <i>R Lac</i> | 2.36 | 299 | 4.7 | (0.0) | |
| <i>R LMi</i> | 4.33 | 371 | 4.5 | 0.3 | |
| <i>R Lyn</i> | 3.06 | 378 | 6.5 | (0.2 ⁵) | 2.0 |
| <i>S „</i> | 2.80 | 301 | 5.0 | -0.2 | |
| <i>RW Lyr</i> | 4.00 | 508 | 2.9 | — | |
| <i>RV Peg</i> | 2.78 | 388 | 3.6 | — | |
| <i>S Per</i> | 4.85 | 617 | 2.3 | -0.4 ⁵ | |
| <i>U „</i> | 3.28 | 319 | 3.2 | +0.7 | |
| <i>RZ „</i> | 4.63 | 354 | 5.2 | +0.4 | |
| <i>R Tri</i> | 2.73 | 266 | 5.5 | -0.1 ⁵) | |
| <i>R UMa</i> | 2.93 | 300 | 5.4 | +0.4 | 0.8 |
| <i>S „</i> | 3.19 | 225 | 4.1 | (+0.2 ⁵) | 2.0 |
| <i>T „</i> | 1.64 | 256 | 5.4 | -0.5 ⁵ | 1.1 |

¹⁾ Geringste Färbung bei einer mittlern Helligkeit. Die eingeklammerten Werte von ΔF sind zweifelhaft.

§ 2. STATISTISCHES.

a. Die Beziehungen hinsichtlich F .

1°: Beziehung F zu P (Tabelle 41),

2°: „ „ F zum Spektrum (Tabelle 42),

3°: „ „ F zur Lichtkurve (Tabelle 43, 44),

4°: „ „ F zum Farbenindex (Tabelle 45).

TABELLE 41

| P | F | n |
|------------------|------|-----|
| 204 ^d | 2.45 | 6 |
| 273 | 2.24 | 7 |
| 319 | 3.60 | 7 |
| 376 | 3.85 | 8 |
| 469 | 4.66 | 7 |
| | | 35 |

TABELLE 42

| Spektrum | F | n |
|----------|------|-----|
| $M\ 2-4$ | 2.25 | 8 |
| $M\ 5-6$ | 3.32 | 11 |
| $M\ 7$ | 4.60 | 9 |
| S | 3.43 | 6 |
| | | 34 |

TABELLE 43

| s_y | F | n |
|-------|------|-----|
| 0.368 | 4.02 | 8 |
| 0.416 | 3.49 | 8 |
| 0.440 | 3.61 | 8 |
| 0.488 | 2.78 | 9 |
| | | 33 |

TABELLE 44

| Kurve | F | n |
|----------|------|-----|
| α | 3.20 | 19 |
| β | 2.48 | 5 |
| γ | 4.16 | 11 |
| | | 35 |

TABELLE 45

| F | $c. i.$ | n |
|------|---------|-----|
| 2.07 | +1.33 | 6 |
| 3.36 | +1.82 | 6 |
| 5.56 | +2.23 | 6 |
| | | 18 |

Schlussfolgerungen:

1. Die Färbung nimmt mit wachsendem P stark zu (Tab. 41).
2. Aus dem der Erwartung entsprechenden Zusammenhang mit dem Spektrum ergibt sich, dassz die Farbenschätzungen NIJLANDS ein homogenes Ganzes bilden (Tab. 42).
3. Die Veränderlichen mit symmetrischer Lichtkurve zeigen geringe Färbung (Tab. 43).
4. Die Veränderlichen mit gestörter Lichtkurve zeigen im Mittel die stärkste Färbung (Tab. 44).

5. Die Sterne mit dem grössten Farbenindex werden am rötesten geschätzt (Tab. 45). Auch dieses Ergebnis entspricht der Erwartung.

b. *Die Beziehungen hinsichtlich ΔF .*

- 1°: Beziehung ΔF zu P (Tabelle 46),
- 2°: „ „ ΔF zum Spektrum (Tabelle 47),
- 3°: „ „ ΔF zur Lichtkurve (Tabelle 48, 49, 50),
- 4°: „ „ ΔF zu F (Tabelle 51).

TABELLE 46

| P | ΔF | n |
|------|------------|-----|
| 218d | -0.03 | 8 |
| 288 | -0.07 | 8 |
| 347 | +0.41 | 8 |
| 438 | +0.33 | 9 |
| | | 33 |

TABELLE 47

| Spektrum | ΔF | n |
|----------|------------|-----|
| $M\ 2-4$ | -0.02 | 8 |
| $M\ 5-6$ | +0.12 | 10 |
| $M\ 7$ | +0.38 | 8 |
| S | +0.17 | 6 |
| | | 32 |

TABELLE 48

| s_y | ΔF | n |
|-------|------------|-----|
| 0.368 | +0.26 | 8 |
| 0.416 | +0.21 | 8 |
| 0.440 | +0.22 | 8 |
| 0.488 | -0.02 | 9 |
| | | 33 |

TABELLE 49

| s_x | ΔF | n |
|-------|------------|-----|
| 0.375 | +0.31 | 8 |
| 0.453 | +0.24 | 8 |
| 0.491 | -0.03 | 8 |
| 0.548 | +0.09 | 9 |
| | | 33 |

TABELLE 50

| Kurve | ΔF | n |
|----------|------------|-----|
| α | +0.20 | 17 |
| β | -0.14 | 5 |
| γ | +0.30 | 13 |
| | | 35 |

TABELLE 51

| F | ΔF | n |
|------|------------|-----|
| 1.92 | -0.02 | 7 |
| 2.65 | 0.00 | 7 |
| 3.39 | +0.22 | 7 |
| 4.46 | +0.33 | 6 |
| 5.18 | +0.35 | 6 |
| | | 33 |

Schlussfolgerungen:

1. Zu kleinen Perioden gehören kleine Farbenstufen, zu grossen grossze (Tab. 46).
2. M_{2-4} -Sterne scheinen kleine, M_7 -Sterne grosse Farbenstufen zu besitzen (Tab. 47).
3. Veränderliche mit symmetrischen Lichtkurven und spitzen Minima haben, wie es scheint, die kleinsten Farbenstufen (Tab. 48 u. 49).

4. Veränderliche mit gestörten Lichtkurven haben grosse Farbenstufen (Tab. 50).
5. Die Farbenstufen sind um so grösser, je stärker die Färbung ist (Tab. 51).

Die von uns abgeleiteten Farbenstufen sind nicht sehr sicher; sie zeigen aber eine gewisse Beständigkeit und Eigenart. Müssen also auch die 5 Schlussfolgerungen mit Vorsicht aufgenommen werden, so entbehren sie doch u.E. nicht jeglicher Begründung.

§ 3. Das PURKINJE-Phänomen.

Das PURKINJE-Phänomen spielt bei NIJLAND eine grosse Rolle. Infolgedessen ist die Verbesserung, die zur Reduktion auf ein Instrument angebracht werden muss, bisweilen sehr gross.

Die Tabelle 52 ist aus ungefähr 3000 gleichzeitigen Beobachtungen in R und S abgeleitet. Sie gibt die Reduktion im Sinne $R-S$ und zeigt, dass diese Grösse von zwei Faktoren abhängt, nämlich:

- 1°: von der Farbe des Veränderlichen,
- 2°: von der scheinbaren Grössenschätzung.

TABELLE 52

| Grösze im S | Farbe im R | | | | |
|------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|
| | 2°1 | 3°0 | 3°8 | 4°8 | 6°6 |
| 8°40 | -0°127 | -0°159 | -0°240 | -0°283 | -0°260 |
| 9.46 | -0.145 | -0.212 | -0.269 | -0.361 | -0.538 |
| 10.46 | -0.180 | -0.232 | -0.305 | -0.391 | -0.870 |

In jeder Zeile und Spalte wachsen die Reduktionsgrössen $R-S$. Hieraus folgt wieder, dass mit Abnahme der Helligkeit sich die Farbe im Mittel etwas vertieft, was eine Bestätigung der Tabelle 36, S. 76 ff, bedeutet.

Tabelle 53 ist aus etwa 100 gleichzeitigen Beobachtungen von $T\ Cep$, $o\ Cet$, $\chi\ Cyg$, $R\ Tri$ und $R\ UMa$ in B und S abgeleitet und gibt die Abhängigkeit der Reduktion $S-B$ von Helligkeit und Farbe.

TABELLE 53

| Grösze in <i>B</i> | Farbe | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | 2 $\frac{1}{2}$ 8 | 4 $\frac{1}{2}$ 9 | 5 $\frac{1}{2}$ 5 |
| 6 $\frac{1}{2}$ 4 | - 0 $\frac{1}{2}$ 16 | - 0 $\frac{1}{2}$ 43 | - 0 $\frac{1}{2}$ 53 |
| 7.6 | - 0.20 | - 0.37 | - 0.36 |

Die Reduktion $B - b$ wurde aus etwa 110 Beobachtungen von *Mira Ceti* berechnet, die gleichzeitig mit dem bloszen Auge (*b*) und dem Binokel (*B*) angestellt waren.

Sie beträgt im Mittel — 0 $\frac{1}{2}$ 36.

Hier spielt die Kurzsichtigkeit von NIJLAND eine Rolle. Er musz mit der Brille beobachten. Seine Kurzsichtigkeit wird aber durch die starke Brille nur teilweise gehoben. Deshalb erscheinen ihm die Sterne trotz der Brille als verwaschene Punkte. Von zwei Sternen, einem weiszen und einem roten, wird dadurch der rote mehr geschwächt als der weisze. So liegen hier zwei Gründe vor, weshalb der rote Stern schwächer erscheint. In *B*, *S* und *R* kann NIJLAND natürlich scharf fokussieren.

Wir bemerkten schon im ersten Hauptstück, dasz die Reduktionskurven von *S* auf *R* fast immer Parabeln sind. Ihre Lage stimmt in der Regel mit den diesbezüglichen Ableitungen von J. C. THODEN VAN VELZEN¹⁾ überein.

1) „Het Verschijnsel van PURKINJE“, Proefschrift, Utrecht 1928, S. 94 ff.

ÜBERSICHT ÜBER DIE HAUPTSÄCHLICHSTEN ERGEBNISSE.

1. Diese Dissertation zeigt, einen wie groszen Wert ein umfangreiches gleichartiges Beobachtungsmaterial hat.
2. Die Methode von ARGE LANDER-NIJLAND ist der Interpolationsmethode von PICKERING vorzuziehen.
3. Da die photometrischen Gröszen der H. P. keine grosze Genauigkeit haben, können sie nicht kritiklos benutzt werden und sind der Stufenskala anzupassen.
4. Die mittlern Lichtkurven bieten eine bessere Grundlage für die Klassifikation der langperiodischen Veränderlichen als die sich über eine grosze Anzahl Perioden erstreckenden Lichtkurven.
5. Für die Einteilung der langperiodischen Veränderlichen nach der Gestalt der Lichtkurve sind drei Merkmale von Belang:
 - a) die Asymmetrie bezüglich der Zeitachse,
 - b) die Asymmetrie bezüglich der Helligkeitsachse,
 - c) das Vorhandensein oder Fehlen von Stillständen, Verzögerungen oder Buckeln.
6. Die Klassifikation von PHILLIPS hat nur geringen Wert.
7. Gestörte Lichtkurven lassen sich auffassen als Übereinanderlagerung einer glatten ungestörten Kurve und einer symmetrischen „Verfinsterungs“-Kurve. Die Lage (des Minimums) der Verfinsterungskurve zeigt keinen Zusammenhang mit Periode, Amplitude oder Spektrum. Die Tiefe der Verfinsterung scheint um so gröszer zu sein, je gröszer Periode und Amplitude sind.
8. Gestörte Lichtkurven sind viel häufiger, als man vielfach annimmt. Soweit das Material von NIJLAND ein richtiges Bild vom durchschnittlichen Verhalten der *Mira*-Sterne gibt, so zeigen wenigstens 30% der *mittlern* Licht-

kurven eine Störung. Diese Störung tritt fast ausschlieszlich zur Zeit der Lichtzunahme auf. Die Behauptung von SIEDENTOPFF dasz sich sekundäre Maxima „in der Regel auf dem absteigenden Teil der Lichtkurven befinden“, kommt uns unbegreiflich vor.

9. Epochensprünge und plötzliche Periodenänderungen im Sinne von TURNER kommen im Material von NIJLAND nicht vor.
10. Alle Lichtkurven der langperiodischen Veränderlichen müssen als veränderlich betrachtet werden.
11. Quadratische Ausdrücke finden sich in den Formeln für die Epochen nur, solange sich die Beobachtungen über einen kleinen Zeitraum erstrecken.
12. Die Lichtkurven sind um so beständiger, je symmetrischer die Kurve, je kürzer die Periode und je kleiner der Index des M-Spektrums ist.
13. Das Minimum ist als Gleichgewichtszustand aufzufassen bei groszen Perioden, flachen Minima, schiefen und gestörten Lichtkurven und groszem Index des M-Spektrums.
14. Zeit und Helligkeit des Maximums stehen unter dem Einflusz der Zeit und der Helligkeit des voraufgehenden Minimums. Das Maß der Beeinflussung des Maximums durch das Minimum ist von Periode, Spektrum und Form der Lichtkurve abhängig. Das Minimum wird kaum durch das vorhergehende Maximum beeinfluszt.

Jeder Versuch, die Helligkeitsänderungen zu erklären hat Gesetzmässigkeiten, wie sie die Tabelle 30 dieser Schrift aufzeigt, Rechnung zu tragen.

15. Die langperiodischen Veränderlichen mit schiefen und gestörten Lichtkurven und (oder) groszen Perioden sind im Mittel röter gefärbt als die mit symmetrischen Lichtkurven und (oder) kleinen Perioden.
16. Verschiedene langperiodische Veränderliche zeigen bei der grössten Helligkeit die geringste Rotfärbung. Der Betrag der Farbenänderung ist aber klein.
17. Die Farbenänderung ist am stärksten bei sehr roten *Mira*-Sternen, bei groszen Perioden und bei schiefen und gestörten Lichtkurven.
18. Die Farben ändern sich nur wenig im Laufe der Zeit.

VERZEICHNIS DER ABKÜRZUNGEN.

A.N. = Astronomische Nachrichten.

Ap.J. = The Astrophysical Journal.

A.J. = The Astronomical Journal.

Ann. B.d.L. = Annuaire du Bureau des Longitudes et des Temps.

B.A.N. = Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands.

Die ver. St. = Die veränderlichen Sterne.

Bd. I. Geschichtlich-Technischer Teil. J. G. Hagen S. J.

Bd. II. Mathematisch-Physikalischer Teil. J. Stein S. J.

G. u. L. = Geschichte und Literatur des Lichtwechsels der bis Ende 1915 als sicher veränderlich anerkannten Sterne, nebst einem Katalog der Elemente ihres Lichtwechsels. G. Müller und E. Hartwig.

Bd. I. 1918.

Bd. II. 1920.

Bd. III. 1922.

H.A. = Annals of the Astronomical Observatory of Harvard College.

H.B. = "Bulletins" des Harvard College Observatory.

H.C. = "Circulars" des Harvard College Observatory.

H.R. = "Reprints" des Harvard College Observatory.

H.P. = Harvard Photometry, enthalten in den H.A.

H.d.A. = Handbuch der Astrophysik, Bd. VI, Das Sternsystem, zweiter Teil.

J.B.A.A. = Journal of the British Astronomical Association.

Lund Medd. = Meddelande från Lunds Astronomiska Observatorium, Ser. II.

Mem. R.A.S. = Memoirs of the Royal Astronomical Society.

Mem. B.A.A. = Memoirs of the British Astronomical Association.

M.N. = Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.

P.A. = Popular Astronomy, (a critical Review of Astronomy and allied Sciences).

P.D. = Potsdamer Photometrische Durchmusterung des Nördlichen Himmels, Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam.

Proc. Ac. Amst. = Proceedings of the Royal Academy of Sciences, Amsterdam.

Proc. R. S. = Proceedings of the Royal Society, London.

Publ. A.O.P. = Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam.

Publ. A.S.P. = Publications of the Astronomical Society of the Pacific.

Rech. Utr. = Recherches Astronomiques de l'Observatoire d'Utrecht.

V.J.S. = Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft, Leipzig.

V.S.S. of the B.A.A. = Variable Star Section of the British Astronomical Association.

A.A. of V.S.O. = American Association of Variable Star Observers.

A.F.O.E.V. = Association Française d'Observateurs d'Etoiles Variables.

N.A.S. = Nordisk Astronomisk Selskab.

NACHTRAG.

Juli 1932 hat LUDENDORFF¹⁾ eine neue Diskussion der *Mira*-Sterne der Spektralklasse *Me* vorgenommen, weil die in dem die veränderlichen Sterne behandelnden Kapitel im *H. d. A.* gegebene Klassifizierung aus den Jahren 1923—24 stammte, und das ihm zugängliche Beobachtungsmaterial durch die Beobachtungen der *A. A. of V.S.O.* bedeutend vergrößert war.

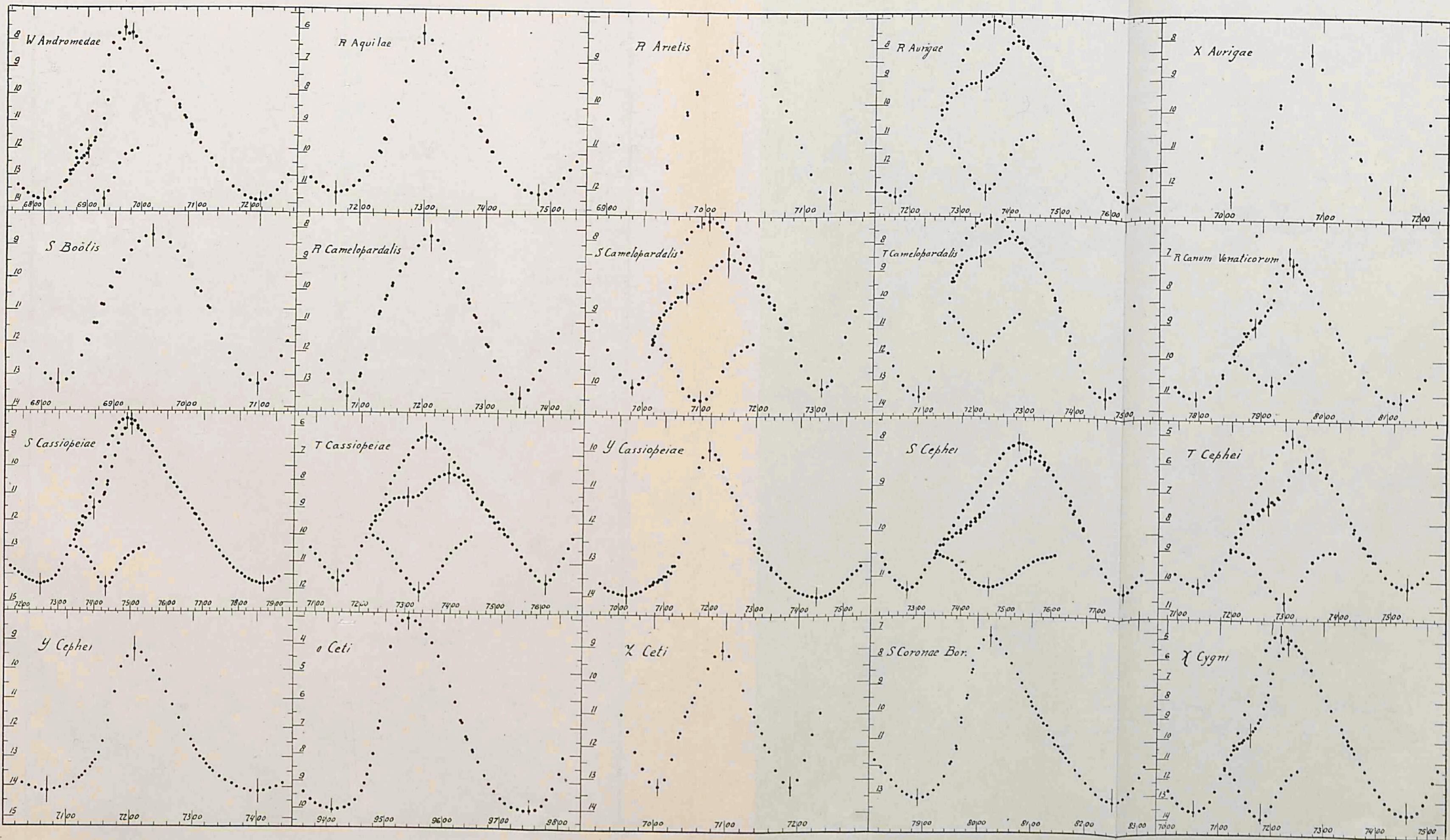
Die einzige prinzipielle Abweichung der früheren Klassifizierung von der neueren ist diese, dassz einige der Übergangsformen $\alpha\gamma_1$ und $\beta\gamma_1$, bei denen die Welle etwas stärker ausgeprägt ist, schon als γ_1 bezeichnet worden sind. Insgesamt tragen in der neuen Bearbeitung jedoch nur etwa 10% der *Me*-Sterne das Merkmal γ , während wir fanden 27% (S. 39 dieser Schrift). Übrigens treten keine neuen Gesichtspunkte auf. Unseren Einwand hinsichtlich der Ungleichartigkeit des benutzten Materials müssen wir aufrecht behalten.

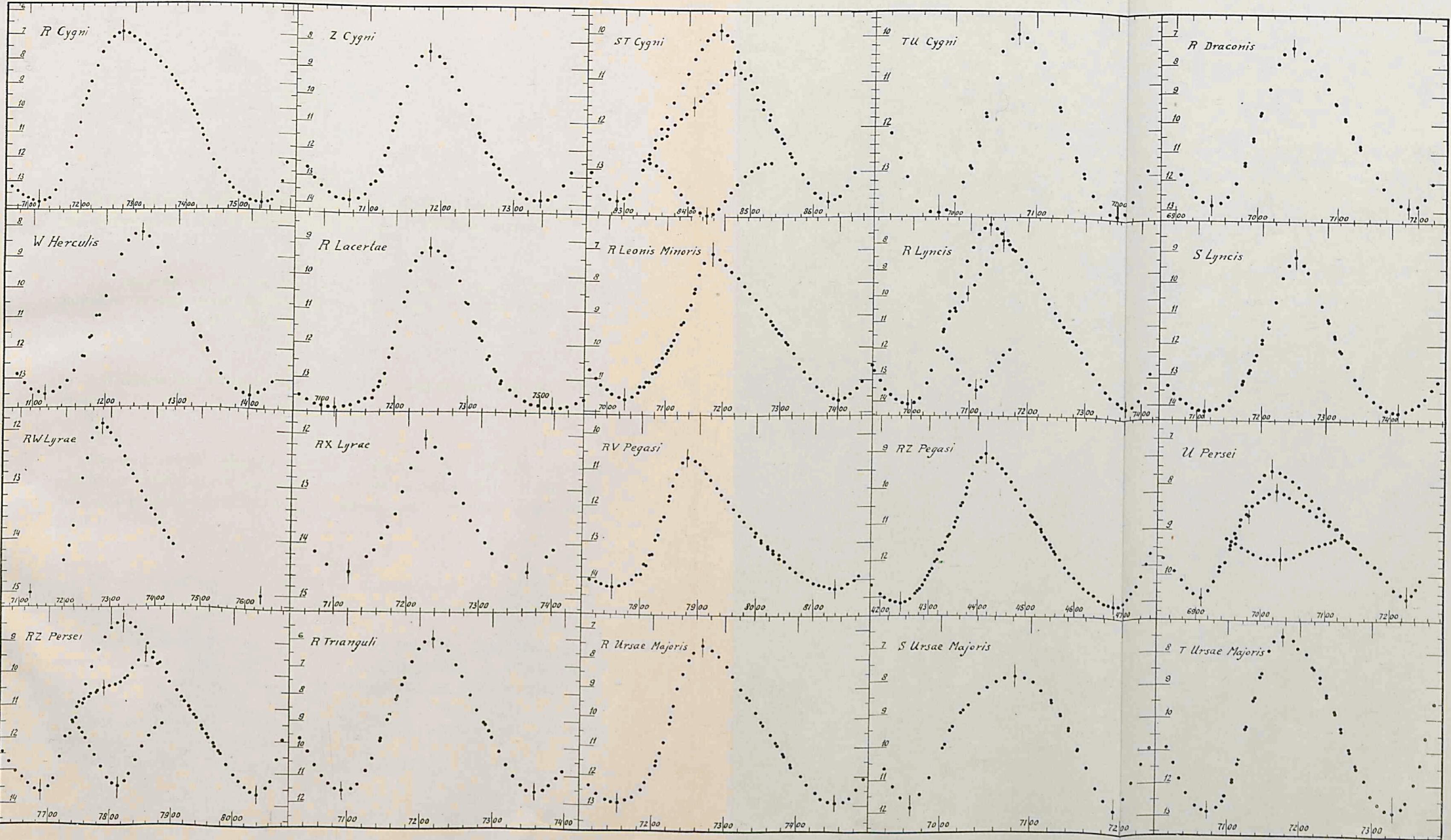
¹⁾ „Über die Lichtkurven der *Mira*-Sterne der Spektralklasse *Me*“. Sitz. Ber. der Preuss. Ak. d. Wissensch., Phys.-Math. Klasse, 1932, XX.

INHALTSÜBERSICHT.

| | Seite |
|---|-------|
| VORWORT | 9 |
| ERSTES HAUPTSTÜCK. <i>Die Beobachtungen und ihre Bearbeitung.</i> | |
| § 1. Die Beobachtungen | 11 |
| § 2. Reduktion der Beobachtungen | 17 |
| § 3. Die mittlern Lichtkurven | 24 |
| § 4. Die Verfinsterungskurve | 29 |
| § 5. Allgemeine Bemerkungen über Farbenschätzungen und Spektra | 30 |
| ZWEITES HAUPTSTÜCK. <i>Klassifikation der langperiodischen Veränderlichen.</i> | |
| § 1. Allgemeine Bemerkungen | 33 |
| § 2. Die Gestalt der Lichtkurven | 34 |
| § 3. Die Veränderlichkeit der Lichtkurven | 37 |
| § 4. Die Klassifikationen der Lichtkurven | 44 |
| § 5. Zusammenhang der Klassifikationen | 46 |
| § 6. Kritik der Klassifikationen | 48 |
| § 7. Anwendung der Methode THOMAS' | 53 |
| DRITTES HAUPTSTÜCK. <i>Statistiken.</i> | |
| § 1. Einleitung | 55 |
| § 2. Die mittlern Fehler der Perioden | 57 |
| § 3. Die mittlern Fehler der Helligkeiten | 60 |
| § 4. Die gegenseitige Beeinflussung der Abweichungen der Elemente des Lichtwechsels von ihren Mittelwerten. Korrelation | 63 |
| § 5. Die Verfinsterungskurve | 70 |

| | |
|---|--------|
| VIERTES HAUPTSTÜCK. <i>Die Farben.</i> | Seite |
| § 1. Die Farbenschätzungen | 73 |
| § 2. Statistisches | 85 |
| § 3. Das PURKINJE-Phänomen | 87 |
| ÜBERSICHT ÜBER DIE HAUPTSÄCHLICHSTEN ERGEBNISSE | 89 |
| VERZEICHNIS DER ABKÜRZUNGEN | 91 |
| NACHTRAG | 93 |





STELLINGEN.

I.

Het is voorbarig op eenigerlei wijze een parallel te trekken tusschen de periodiciteiten der zon en de lichtwisseling van veranderlijke sterren.

II.

De conclusie van LUNDMARK, dat de excentriciteit van de baan eener dubbelster groter wordt, wanneer de massa afneemt, is onaanvaardbaar.

LUNDMARK, Medd. Upsala, 20.

III.

Uit kleurindices alleen is niets omtrent de interstellaire absorptie af te leiden.

IV.

De traditionele oplossing van het vraagstuk, het product van twee getallen te vinden op een bepaalden graad van nauwkeurigheid, is niet algemeen geldig. De gevallen, waarin deze methode faalt, zijn op systematische wijze te vinden.

V.

HUYGENS is niet de uitvinder van het slingeruurwerk.

VI.

Zij p de waarschijnlijkheid van het optreden eener gebeurtenis E . De waarschijnlijkheid, dat E minder dan $s\beta$ malen geschiedt in s proeven, is groter dan de waarschijnlijkheid, dat E meer dan $s\beta$ malen voorkomt, als $p < \frac{1}{2}$ en $s\beta$ geheel is.

Het verschil dezer beide waarschijnlijkheden is des te groter, naarmate p kleiner is.

SIMMONS, Proc. Lond. Math. Soc., 26, 290, 1895.

VII.

Het klassieke vraagstuk, een sterftetafel te construeeren, die voor iederen leeftijd dezelfde premie-reserve geeft voor een levensverzekering met jaar-premie, als een gegeven sterftetafel, is onvoldoende opgelost.

The Institute of Actuaries' Text-Book, Part II, 2nd Ed., Chap. 18, 332.

J. I. A., 52, 109.

VIII.

De gevallen, waarin de vergelijkingen

$$\varrho = k \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{R^3} \right) \text{ en}$$

$$r^2 = \varrho^2 - 2 \varrho R \cos \psi + R^2,$$

die als uitgangspunt dienen voor de eerste benadering eener planetenbaan, o, 1, of 2 bruikbare oplossingen geven, kunnen alle van elkander onderscheiden worden.

IX.

Het is onmogelijk, dat GALILEI de valwet langs experimenteelen weg gevonden zou hebben.

X.

De ontwrichting, waarin de huidige maatschappij verkeert, geeft aanleiding het denkbeeld eener „technocratische” maatschappij in overweging te nemen.

A