Over de elliptische polarisatie van het licht

4.

DISSERTATIO PHYSICO-MATHEMATICA INAUGURALIS

DE

ELLIPTICA LUMINIS POLARISATIONE,

QUAM,

ANNUENTE SUMMO NUMINE,

EX AUCTORITATE RECTORIS MAGNIFICI

GERARDI JOHANNIS MULDER,

MATH. MAG. PHIL. NAT. ET MED. DOCT. ET PROF. ORD.,

NEC NON

AMPLISSIMI SENATUS ACADEMICI CONSENSU,

ET

NOBILISSIMAE FACULTATIS MATHESEOS ET PHILOSOPHIAE NATURALIS DECRETO,

Pro Gradu Doctoratus

SUMMISQUE IN

MATHESI ET PHILOSOPHIAE NATURALI HONORIBUS AC PRIVILEGIIS

IN ACADEMIA RHENO-TRAJECTINA,

RITE ET LEGITIME CONSEQUENDIS,

ERUDITORUM EXAMINI SUBMITTIT

GERARDUS GREVEN,

Culemborgensis.

A. D. XII M. SEPTEMBRIS ANNI MDCCCLIII, HORA III.

TRAJECTI AD RHENUM,

APUD J. G. BROESE.

MDCCCLIII.

EX OFFICINA TYPOGRAPHICA GIEBEN & DUMONT.

OVER DE

ELLIPTISCHE POLARISATIE

VAN HET

LICHT.

PROEVE

TER

VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN

DOCTOR IN DE WIS- EN NATUURKUNDE,

DOOR

G. GREVEN.

UTRECHT,
BIJ J. G. BROESE.
1853.

AAN MIJNE GELIEFDE

OUDERS

TOEGEWIJD.

Aan U, mijne Ouders, heb ik dit proefschrift opgedragen, niet omdat ik meen U daardoor eene hulde te brengen Uwer waardig, doch omdat ik weet, dat Gij het niet versmaden zult die opdragt aan te nemen, als een blijk van de dankbaarheid van Uwen zoon voor de liefde en zorg, waarmede Gij hem van zijne kindschheid af tot aan den huidigen dag op zijnen weg geleid hebt en bijgestaan. Blijft, wat God geve, nog lang voor Uwe kinderen gespaard, en moogt Gij het ervaren, dat Gij hun niet te vergeefs hebt gewezen op de liefde tot alles wat waar is en goed, als de eenige bron waaruit, voor kleiner of grooter kring, duurzaam geluk ontspringen kan.

U zij mijn dank gebragt, Leermeesters in de stad mijner geboorte, die weleer hebt getracht den zin voor studie in mij op te wekken en aan te kweeken, en wier onderwijs mij den toegang tot de Hoogeschool opende. Weest verzekerd, dat ik niet vergeten zal, wat ik in dat opzigt aan U ben verpligt.

Hoogleeraren aan deze Hoogeschool, wier lessen ik hooren mogt, met mijne afscheidsgroete brengen deze bladen U de dankbetuiging van hem, aan wiens ontwikkeling Gij hebt gearbeid, dien Gij in verschillende wetenschappen hebt willen inleiden, dien Gij hare schoonheid hebt leeren bewonderen, mogt het zijn, leeren begrijpen. Houdt U overtuigd, dat ik steeds met een dankbaar gevoel de belangstelling en welwillendheid zal herdenken, die mij door U in zoo ruime mate is betoond.

Bovenal zij dit U gezegd, Hooggeleerde Heer VAN REES, *mijn hooggeschatte Leermeester en Promotor. Waarlijk, het zou een ijdele poging wezen met woorden te willen uitdrukken wat ik aan U verschuldigd ben: maar ik weet Gij verlangt dit niet. Toch moet ik het zeggen, hoe ik nooit te vergeefs tot U kwam, hoe geen moeite U ooit te veel was om mij met Uwen raad, met Uwe hulp te ondersteunen, waar ik die ook behoefde. Indien ik van Uw grondig onderwijs slechts geringe vrucht heb weggedragen, niet aan*

U, aan mij zelven alleen is het wijten. Onthoud mij, ook nadat ik de Hoogeschool zal verlaten hebben, Uwe lessen niet, wier waarde Uw dankbare leerling zooveel te meer begrijpt, naarmate hij meer het voorregt missen zal, om die uit Uwen mond te vernemen.

Niet minder regt hebt Gij op mijne erkentelijkheid, Hooggeleerde Heer BUYS BALLOT. *Ook bij U vond ik steeds leiding en aanmoediging in mijne studiën, hartelijke bereidwilligheid om in zoo menig ander opzigt mij ter zijde te staan. Waar Uwe pogingen niet het gewenscht gevolg hadden, daar blijft hare waarde dezelfde voor hem, die zich bewust is hoe dikwijls hij achterbleef, als voortgaan pligt was geweest. Heb dank voor dat alles, en blijf, terwijl Gij mij voorlicht met Uwe wetenschap, mij met Uwe vriendschap vereeren, die ik vertrouw niet geheel onwaardig te zijn.*

En Gij, mijne Vrienden, die in onzen kring Kosmos *met mij vereenigd waart, of die daarbuiten mij Uwe vriend-*

schap wildet schenken, ontvangt het laatst vaarwel, dat Uw akademiebroeder U toeroept. Dat de vriendschap ook in het leven ons tot broeders make, die als één van zin hunne krachten zamenspannen, elkander aanvurende tot den goeden strijd.

UTRECHT,
September 1853.

INHOUD.

INLEIDING.

Bij de verklaring der lichtverschijnselen kan men van twee hypothesen uitgaan. Daar het licht in tijd tot ons komt, behoort het verschijnsel beweging tot zijn karakter; beweging is het, die van eene lichtbron uitgaat.

Op tweederlei wijze kan men zich die beweging denken: of zóó, dat eenig ligchaam, van eene lichtbron uitgaande, de ruimte tusschen haar en ons doorloopt; of zóó, dat de lichtbron aan de nabijgelegen deeltjes van een gegeven middenstof beweging mededeelt, die van daar tot de volgende deelen overgaat, en eindelijk ook ons bereikt. Elke dezer opvattingen heeft den grond geleverd tot eene theorie. NEWTON dacht zich de beweging in den eersten vorm, en de emissie-theorie werd er op gebouwd; HUYGHENS nam den tweeden in zich op, en ontwikkelde er de undulatie-theorie uit.

Beide theoriën waren in staat de grondverschijnselen van terugkaatsing en breking te verklaren, d. i., uit beide liet zich de wet afleiden, die deze verschijnselen beheerscht. De emissie-theorie wist ook verklaring te geven van de diffractie-verschijnselen, en van de kleuren bij dunne plaatjes waargenomen, echter niet zonder tot eenige nieuwe hypothesen hare toevlugt te nemen; de undulatie-theorie wist het evenzeer, maar zonder dat aan hare grondstellingen verwikkelde hypothesen behoefden toegevoegd te worden.

Beiden ontwikkelden zich naast elkander, en betwistten elkander den prijs.

Erasmus bartholinus had de dubbelbreking van den kalkspath ontdekt. Huyghens had de waarneming gedaan, dat, wanneer eenig voorwerp door twee achter elkander gestelde kalkspath-rhomboëders wordt beschouwd, men in het algemeen vier beelden ziet, wier lichtsterkte veranderlijk is met den betrekkelijken stand van de hoofdsneden der beide kristallen. Vallen deze te zamen, of staan zij loodregt op elkander, dan zijn er twee beelden geheel verdwenen.

Dit verschijnsel was nieuw en wonderbaar in zijnen aard. Het licht verhield zich niet op dezelfde wijze tegenover alle punten in de ruimte: het had *zijden* verkregen. Huyghens had te vergeefs zijne krachten aan de verklaring beproefd. Ook newton was er niet in geslaagd: maar toch had het dezen de overtuiging geschonken, dat het streed tegen de grondslagen der undulatie-theorie: »drukkingen of bewegingen van een lichtend ligchaam door een homogene middenstof voortgeplant, moeten aan alle zijden gelijk wezen 1)."

Lang stond het verschijnsel eenig en alleen daar: een tweede, dat er mede overeenkwam, had de wetenschap niet aan te wijzen. Eerst in het begin dezer eeuw ontdekte malus, dat, na terugkaatsing op glas en water, een lichtstraal een dergelijk karakter vertoont als die, welke de

1) Newton, Optics. Query 28, p. 338, London 1718.

dubbelbreking heeft ondergaan. De twee beelden, die zich door een kalkspathprisma vertoonden, veranderden in sterkte met de verandering van den stand der hoofdsnede des kristals, ten opzigte van het vlak van terugkaatsing. De naam, dien het verschijnsel ontving, droeg het kenmerk van de theorie, waaraan MALUS zijn zegel hechtte. *Polarisatie* noemde hij het, daarmede willende aanduiden, dat de lichtmoleculen zich met hare gelijksoortige zijden in dezelfde rigting stellen.

De verschijnselen der polarisatie boezemden den natuurkundigen het grootste belang in: niet het minst den ontdekker, die door veelvuldig onderzoek tot de kennis er van veel heeft bijgedragen. ARAGO, BIOT, BREWSTER waren onder de eersten, die hierin met hem wedijverden. BIOT gaf uitbreiding aan het gronddenkbeeld van MALUS, en trachtte de emissie-theorie aan de verklaring der polarisatie dienstbaar te maken, haar ontwikkelende naarmate de waarneming nieuwe feiten leerde kennen.

Ook de undulatie-theorie had hare beschermers. Wel had zij zwaren strijd te voeren met eene mededingster, die, als vrucht van het genie van een NEWTON hare aanbeveling met zich brengende, reeds hieraan groote kracht ontleende, maar onder hare verdedigers mogt zij YOUNG tellen en FRESNEL. Deze grondvestten haar, als 't ware, op nieuw en schonken haar nieuwe veerkracht. Telkens als nieuwe verschijnselen werden aangeboden, vermeerderden hare krachten. Terwijl de emissie-theorie hypothese op hypothese moest stapelen, om rekenschap te kunnen afleggen van het waargenomene, bleef de undulatie-theorie hare eenvoudige beginselen getrouw, zij het dan ook, dat zij eenige wijzigingen moest ondergaan in haren vroegeren vorm. Hare zegepraal werd volkomen, toen zij, niet tevreden met het verklaren van verschijnselen, de waarneming vooruitsnelde, en aanwees wat nog verborgen was. In bijna geene afdeeling der natuurwetenschap is de band tusschen theorie en ervaring zoo innig als hier: wij vinden hier een der treffendste bewijzen van wat het zegt, te *denken* en te *zien* tevens.

Wanneer wij dus de elliptische polarisatie in de volgende bladen wenschen te behandelen, en ons voorstellen een overzigt te geven van de methoden, die tot haar onderzoek aangewend zijn, en van de voornaamste uitkomsten waartoe dit heeft geleid, dan zullen wij noodzakelijk omtrent de undulatie-theorie in eenige nadere beschouwingen moeten treden. Wij willen deze voorafzenden, omdat de meeste onderzoekingen over ons onderwerp met haar ten naauwste zamenhangen, en door hare hulp gemakkelijker zullen kunnen worden uiteengezet.

EERSTE HOOFDSTUK.

ONTWIKKELING DER GRONDFORMULES, DIE TOT VERKLARING DER METHODEN VAN ONDERZOEK VAN ELLIPTISCH GEPOLARISEERD LICHT VEREISCHT WORDEN.

De undulatie-theorie legt aan hare beschouwingen eene veerkrachtige vloeistof, ether geheeten, ten grondslag, welke de ruimte vervult. Aan dezen ether worden door de bewegingen van eenig lichtend ligchaam trillingen medegedeeld, die, terwijl zij zich er in voortplanten, golven doen ontstaan. Bereiken deze het netvlies, dan wekken zij daarin de gewaarwording van licht op.

Deze golven zijn spherisch en kunnen op eenigen afstand van de lichtbron voor een deel als vlak worden beschouwd: zij planten zich met dezelfde snelheid voort in al die rigtingen, waarin de veerkracht dezelfde is, doch met verschillende, wanneer deze verschilt. De trillingstijd, d. i. de tijd, in welken de etherdeeltjes een heen- en weergang volbrengen, heeft geen invloed op de snelheid der voortplanting; daarentegen is de golflengte regtstreeks aan dezen tijd evenredig. Door golflengte verstaat men den afstand in de rigting der golfbeweging tusschen twee naastvolgende etherdeeltjes, die zich in denzelfden toestand van trilling bevinden, d. i. die in hunne slingering om een evenwigtsstand van dezen in denzelfden zin even ver verwijderd zijn. Met het verschil van trillingstijd, dus met dat der golflengte, gaat het verschil van kleur gepaard.

Als hoofdbeginselen in de theorie treden er twee op den voorgrond, dat der interferentie en dat der transversale trillingen. Het eerste, hetwelk aan YOUNG zijn ontdekking verschuldigd is, bestaat hierin, dat lichtgolven, die van een zelfde middelpunt van beweging afkomstig zijn, wanneer zij zamentreffen, elkander zullen versterken of verzwakken, naar gelang van den toestand waarin zij verkeeren; met andere woorden, dat de trilling van eenig etherdeeltje, dat door dergelijke golven wordt bereikt, de resultante zal wezen der trillingen, die elk der golven voor zich daaraan zou hebben medegedeeld.

Het tweede beginsel, door FRESNEL 1) uit het eerste en uit de verschijnselen der polarisatie afgeleid, bestaat hierin, dat de trillingen der etherdeeltjes slechts plaats hebben in het golfvlak, loodregt op de rigting des straals; met andere woorden, dat de beweging der etherdeeltjes in de rigting des straals niet bestaat, òf, zoo zij bestaat, nimmer licht kan voortbrengen 2). Die trillingen zijn daarenboven loodregt op (of volgens andere inzigten evenwijdig aan) een vlak, polarisatie-vlak geheeten 3). Dit wordt

---

1) Mémoire sur la double réfraction, in de Mém. de l'Acad. Royale des sciences de l'Inst. de France, Tom. VII, p. 56.

2) VERDET heeft onlangs aangetoond, dat het bewijs door FRESNEL hiervoor gegeven onvolledig is. Hij heeft het strenger ontwikkeld en doen zien, dat het resultaat hetzelfde blijft. Ann. de Chim. et de Phys. 3e Série, Tom. XXXI, p. 377.

3) Wij volgen de hypothese van FRESNEL, dat de trillingen loodregt op het polarisatievlak zijn.

physisch bepaald als dat vlak, waarmede de hoofdsnede van een Nichol's prisma zamenvalt, wanneer daardoor de gepolariseerde lichtstraal niet wordt doorgelaten.

De wet nu, volgens welke de regtlijnige trillingen van eenig etherdeeltje plaats hebben, wordt uitgedrukt door de formule

$$v = \frac{ds}{dt} = m \text{ Sin } 2\pi \frac{t}{\tau},$$

waaruit volgt

$$s = -\frac{m\tau}{2\pi} \text{ Cos } 2\pi \frac{t}{\tau}.$$

Hierin beteekenen v de snelheid van het etherdeeltje, ds de verplaatsing in den tijd dt, m is een coëfficiënt, die het maximum van snelheid aanduidt, t de tijd, gedurende welken het deeltje in beweging is geweest. Daar de functiën, die v en s uitdrukken, periodisch zijn, is het duidelijk, dat het deeltje eene reeks van toestanden doorloopen zal, die zich na zekeren tijd herhalen, steeds op dezelfde wijze wederkeerende. De trillingstijd is door τ aangeduid.

Laat nu eenig etherdeeltje in trilling zijn en daarvoor de gestelde vergelijkingen gelden. Een deeltje, dat daarvan in de rigting van den voortgang der golving, d. i. van den lichtstraal, op eenigen afstand z verwijderd is, zal na eenigen tijd eveneens in trilling geraken, en zijn trillingstoestand zal uit deze vergelijkingen bekend zijn, als daarin de noodige verandering in tijd gebragt wordt. Gedurende den tijd τ van ééne trilling gaat de lichtgolf ééne golflengte λ voort; de tijd, dien zij besteedt om den weg z te doorloopen, is derhalve $\frac{z}{\lambda}\tau$; en daar het deeltje, hetwelk wij beschouwen, juist zóóveel korter in beweging geweest is dan het eerste, zullen wij t in $t - \frac{z}{\lambda}\tau$ moeten veranderen, om zijn trillingstoestand te vinden. Wij verkrijgen dus

$$v = m \text{ Sin } 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{z}{\lambda}\right)$$

$$s = c \text{ Cos } 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{z}{\lambda}\right)$$

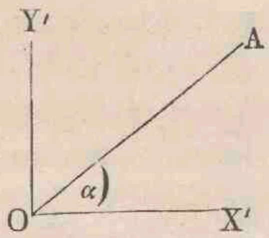
waarin $c = - \frac{m\tau}{2\pi}$. Deze grootheid c wordt gewoonlijk *amplitude* (uitslag) genoemd: hare tweede magt wordt beschouwd evenredig te zijn aan de lichtsterkte (intensiteit) van den straal, waartoe zij behoort. De grootheid $2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{z}{\lambda}\right)$, welke den toestand van trilling van het etherdeeltje op den tijd τ bepaalt, wordt de *phase* der trilling genoemd.

In de mechanica wordt bewezen, dat het beginsel van ontbinding en zamenstelling, hetwelk op krachten toegepast wordt, evenzeer geldig is voor snelheden en regtlijnige bewegingen. Door het aan te wenden bij de trillingen des lichts, wordt men, gelijk FRESNEL heeft geleerd, tot eenige belangrijke uitkomsten gevoerd.

Er volgt onmiddelijk uit, dat trillingen, die in amplitude en phase verschillen, doch in dezelfde rigting geschieden, zich zamenstellen tot ééne, welke in het algemeen eene andere amplitude en eene andere phase zal hebben, dan eene der oorspronkelijke trillingen. Men ziet ook, dat ééne trilling steeds kan vervangen worden door twee onderling loodregte, die dezelfde phase hebben, zoodat men de trilling, wier vergelijking is

$$s = c \text{ Cos } 2\pi \frac{t}{\tau}$$

en die in de rigting O A moge plaats hebben, kan ontbinden in twee van dezelfde phase in de rigting O X′ en O Y′,



die tot vergelijkingen hebben

$$x' = c \text{ Cos } \alpha . \text{ Cos } 2\pi \frac{t}{\tau}$$

$$y' = c \text{ Sin } \alpha . \text{ Cos } 2\pi \frac{t}{\tau} .$$

Hare amplituden zijn dus

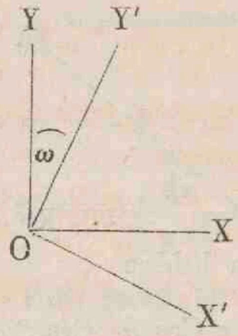
$$c \text{ Cos } \alpha \quad \text{en} \quad c \text{ Sin } \alpha ,$$

als α de hoek is, dien de rigting van O X′ met de oorspronkelijke trillingsrigting O A maakt. Het omgekeerde dezer stellingen geldt evenzeer.

Uit deze beide waarheden volgt verder, dat eenige trillingen in rigting, amplitude en phase verschillende, ieder voor zich volgens twee gelijke onderling loodregte rigtingen kunnen worden ontbonden. Men kan de composanten volgens dezelfde rigting wederom zamenstellen, waardoor men komt tot twee onderling loodregte trillingen van verschillende amplitude en phase; twee zoodanige stellen derhalve op de algemeenste wijze de trillingen voor, waardoor eenig etherdeeltje op hetzelfde oogenblik bij eenkleurig (homogeen) licht kan worden aangedaan.

Veronderstellen wij, dat zij gelijktijdig een deeltje bereiken, en laat ons zien, welke beweging dit onder beider invloed zal aannemen.

De vergelijkingen der trillingen mogen zijn



$$(1)\quad \begin{aligned} x' &= a \cos 2\pi \frac{t}{\tau} && \text{in de rigting } OX' \\ y' &= b \cos 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta}{\lambda}\right) && \text{» » » } OY' \end{aligned}$$

Overeenkomstig met hetgeen wij boven *phase* genoemd hebben, heeten wij de grootheid $2\pi \cdot \frac{\delta}{\lambda}$ het *phaseverschil*, dat dus altijd een boog is, terwijl wij aan de grootheid δ den naam van *gangverschil* geven; dit drukt het verschil der wegen uit, welke de golven hebben doorloopen, van de gemeenschappelijke lichtbron af tot aan de plaats, waar men ze als zamentreffende beschouwt.

Na ontwikkeling van het tweede lid der laatste vergelijking hebben wij

$$x' = a \cos 2\pi \frac{t}{\tau}$$

$$y' = b \cos 2\pi \frac{t}{\tau} \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} - b \sin 2\pi \frac{t}{\tau} \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda},$$

waaruit men ter eliminatie van den tijd afleidt

$$b \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} x' - a y' = a b \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \sin 2\pi \frac{t}{\tau}$$

$$b \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda} x' = a b \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \cos 2\pi \frac{t}{\tau}.$$

De som der tweede magten nemende, vindt men voor de vergelijking der baan door het etherdeeltje beschreven

$$a^2 y'^2 + b^2 x'^2 - 2\,a\,b\,x'\,y' \operatorname{Cos} 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = a^2 b^2 \operatorname{Sin}^2 2\pi\frac{\delta}{\lambda}.$$

Zij duidt in het algemeen eene ellips aan, welke in een cirkel overgaat, wanneer

$$a = b, \text{ en } \operatorname{Cos} 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = 0, \text{ dus } \delta = \pm (2n + 1)\frac{\lambda}{4};$$

daarentegen wordt de ellips eene regte lijn, als

$$\operatorname{Sin} 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = 0, \text{ dus } \operatorname{Cos} 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \pm 1, \text{ en } \delta = \pm n\frac{\lambda}{2},$$

want in dit geval wordt de vergelijking

$$(a y' \pm b x')^2 = 0, \text{ dus } y' = \pm \frac{b}{a} x'.$$

Het is duidelijk, dat n in beide gevallen een geheel getal aanduidt.

In elk ander geval stelle men in de algemeene vergelijking

$$x' = x \operatorname{Cos} \omega - y \operatorname{Sin} \omega$$
$$y' = x \operatorname{Sin} \omega + y \operatorname{Cos} \omega$$

en verandere dus de rigting der coordinaatassen O Y′, O X′, in O Y en O X, waarbij Y O Y′ $= \omega$. Men komt dan tot eene vergelijking van den vorm

$$A^2 y^2 + B^2 x^2 + C x y = a^2 b^2 \operatorname{Sin}^2 2\pi\frac{\delta}{\lambda},$$

in welke

$$A^2 = a^2 \operatorname{Cos}^2 \omega + b^2 \operatorname{Sin}^2 \omega + a\,b \operatorname{Sin} 2\,\omega \operatorname{Cos} 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

$$(2)\quad B^2 = a^2 \operatorname{Sin}^2 \omega + b^2 \operatorname{Cos}^2 \omega - a\,b \operatorname{Sin} 2\,\omega \operatorname{Cos} 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

$$C = (a^2 - b^2) \operatorname{Sin} 2\,\omega - 2\,a\,b \operatorname{Cos} 2\,\omega \operatorname{Cos} 2\pi\frac{\delta}{\lambda}.$$

Als de coordinaatassen met de assen der ellips zullen zamenvallen moet

$$C = o, \text{ dus } \operatorname{Tg} 2\,\omega = \frac{2\,a\,b}{a^2 - b^2} \operatorname{Cos} 2\pi\frac{\delta}{\lambda},$$

of, indien men $\frac{b}{a} = \text{Tg}\,\gamma$ stelt,

$$\text{Tg}\,2\,\omega = \text{Tg}\,2\,\gamma\ \text{Cos}\ 2\,\pi\,\frac{\delta}{\lambda}, \tag{3}$$

waardoor de *rigting* dier assen bepaald is.

Het is ook niet onbelangrijk de *verhouding* harer lengten te kennen. Men stelle daartoe $\frac{B}{A} = \text{Tg}\,\beta$, dan is

$$\text{Cos}\ 2\,\beta = \frac{1 - \text{Tg}^2\,\beta}{1 + \text{Tg}^2\,\beta} = \frac{A^2 - B^2}{A^2 + B^2},\ \text{en}$$

hierin A en B door hare waarde uit (2) vervangende, is

$$\text{Cos}\ 2\,\beta = \frac{(a^2 - b^2)\ \text{Cos}\ 2\,\omega + 2\,a\,b\ \text{Sin}\ 2\,\omega\ \text{Cos}\ 2\,\pi\,\frac{\delta}{\lambda}}{a^2 + b^2}$$

$$= \text{Cos}\ 2\,\gamma\ \text{Cos}\ 2\,\omega + \text{Sin}\ 2\,\gamma\ \text{Sin}\ 2\,\omega\ \text{Cos}\ 2\,\pi\,\frac{\delta}{\lambda}$$

Maar uit (3) volgt

$$\text{Cos}\ 2\,\pi\,\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\text{Tg}\ 2\,\omega}{\text{Tg}\ 2\,\gamma};$$

dit substituerende vindt men na herleiding

$$\text{Cos}\ 2\,\beta = \frac{\text{Cos}\ 2\,\gamma}{\text{Cos}\ 2\,\omega}. \tag{4}$$

Men ziet derhalve, dat de beweging der etherdeeltjes elliptisch, cirkelvormig, of regtlijnig wezen kan; naar den vorm der beweging wordt het licht gezegd elliptisch, circulair of lineair gepolariseerd te zijn. Tevens leeren wij de voorwaarden kennen, waaronder het eene of het andere karakter aan het licht toekomt, daar het bovenstaande regt geeft tot deze besluiten:

1°. Twee loodregt op elkander regtlijnig gepolariseerde lichtbundels (1) zullen, als zij in intensiteit en in phase verschillen, in het algemeen elliptisch gepolariseerd licht te voorschijn roepen.

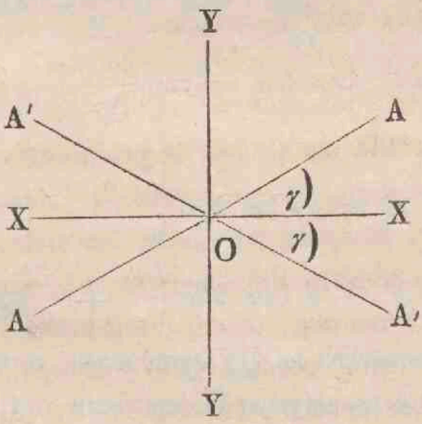
2°. Zij zullen circulair gepolariseerd licht voortbrengen, als hunne intensiteiten gelijk zijn, en hun gangverschil δ een oneven aantal kwart-golflengten bedraagt.

3°. Zij zullen wederom regtlijnig gepolariseerd licht doen ontstaan, als hun gangverschil δ een geheel aantal halve golflengten is. De stand van het polarisatie-vlak wordt dan bepaald door de verhouding van de amplituden der zamenstellende bundels. Want in de gezegde veronderstelling worden de vergelijkingen (1)

$$x = a \operatorname{Cos} 2\pi \frac{t}{\tau}$$

$$y = b \operatorname{Cos} 2\pi \left(\frac{t}{\tau} \pm \frac{n}{2}\right) = \pm\, b \operatorname{Cos} 2\pi \frac{t}{\tau}.$$

In deze laatste geldt het bovenste teeken als n even, het onderste als n oneven is; de rigting der resulterende trilling wordt derhalve bepaald door

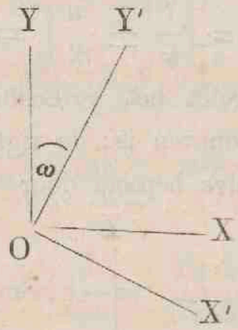


$$\left.\begin{array}{ll} + \operatorname{Tg} \gamma = + \dfrac{b}{a} & \text{volgens AA} \\ - \operatorname{Tg} \gamma = - \dfrac{b}{a} & \quad\text{»} \quad \text{A}'\,\text{A}'; \end{array}\right\} \quad (5)$$

dus is de stand van het polarisatie-vlak bekend, zoowel in de veronderstelling, dat de trillingen loodregt op dit vlak zijn, als in die, volgens welke zij evenwijdig aan dit vlak plaats hebben.

In de bovenstaande ontwikkeling hebben wij de vergelijking der baan gezocht, welke een deeltje doorloopt, dat door twee loodregte regtlijnige trillingen wordt aangedaan. Wanneer wij de zaak uit een ander oogpunt beschouwen, en deze trillingen ontbinden volgens twee evenens onderling loodregte rigtingen, worden wij geleid tot formules, waarvan in de toepassingen een uitgestrekt gebruik wordt gemaakt, en wier kennis daarom belangrijk is.

Laat dan de trillingen, wier vergelijkingen zijn



$$(1') \quad \begin{aligned} x' &= a \operatorname{Cos} 2\pi \frac{t}{\tau} \\ y' &= b \operatorname{Cos} 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta}{\lambda}\right), \end{aligned}$$

en welke volgens OX′ en OY′ geschieden, vervangen worden door twee andere volgens de loodregte rigtingen OX en OY, waarbij YOY′ $= \omega$, zoo heeft men, de gegeven trillingen projecterende op de aangeduide rigtingen

$$\begin{aligned} x &= x' \operatorname{Cos} \omega + y' \operatorname{Sin} \omega \\ y &= y' \operatorname{Cos} \omega - x' \operatorname{Sin} \omega. \end{aligned}$$

Door hierin de waarden van x' en y' te substitueren, verkrijgt men na herleiding als vergelijkingen der nieuwe trillingen

$$
\left.\begin{aligned}
x &= A' \operatorname{Cos} 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{z}{\lambda}\right) \\
y &= B' \operatorname{Cos} 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{z'}{\lambda}\right),
\end{aligned}\right\} \quad (6)
$$

waarin gesteld is

$$
\left.\begin{aligned}
a \operatorname{Cos} \omega + b \operatorname{Sin} \omega \operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} &= A' \operatorname{Cos} 2\pi \frac{z}{\lambda} \\
b \operatorname{Sin} \omega \operatorname{Sin} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} &= A' \operatorname{Sin} 2\pi \frac{z}{\lambda} \\
-a \operatorname{Sin} \omega + b \operatorname{Cos} \omega \operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} &= B' \operatorname{Cos} 2\pi \frac{z'}{\lambda} \\
b \operatorname{Cos} \omega \operatorname{Sin} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} &= B' \operatorname{Sin} 2\pi \frac{z'}{\lambda}.
\end{aligned}\right\} \quad (7)
$$

De sommen der tweede magten geven

$$
\left.\begin{aligned}
A'^2 &= a^2 \operatorname{Cos}^2 \omega + b^2 \operatorname{Sin}^2 \omega + ab \operatorname{Sin} 2\omega \operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \\
B'^2 &= a^2 \operatorname{Sin}^2 \omega + b^2 \operatorname{Cos}^2 \omega - ab \operatorname{Sin} 2\omega \operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda}.
\end{aligned}\right\} \quad (8)
$$

Door deze vergelijkingen zijn de amplituden der nieuwe trillingen bepaald. Zij leeren het onderscheid kennen van elliptisch, circulair en lineair gepolariseerd licht, wanneer dit door een geachromatiseerd dubbelbrekend prisma gezien wordt, welks hoofdsnede O Y onder een azimuth ω gesteld is met de trillingsrigting O Y' van het daarop vallende licht.

Daar $A'^2 + B'^2 = a^2 + b^2$, blijkt het, dat de beide beelden in elken stand des prisma's complementair zijn, en te zamen de lichtsterkte van het invallende licht uitmaken. Het eene is dus minimum, als het andere maximum is. Om de waarden van ω te vinden, waarbij dit plaats heeft, zal men A'^2 en B'^2 ten opzigte van ω moeten differentiëren, en stellen

$$
\frac{d.\, A'^2}{d\omega} = 0, \text{ en } \frac{d.\, B'^2}{d\omega} = 0.
$$

Men vindt

$$\text{Tg } 2\,\omega = \frac{2\,ab}{a^2 - b^2} \text{Cos } 2\,\pi \frac{\delta}{\lambda} = \text{Tg } 2\,\gamma \text{ Cos } 2\,\pi \frac{\delta}{\lambda}, \quad (9)$$

welke vergelijking dezelfde is als (3), die de rigting van de assen der ellips bepaalt.

Door substitutie dezer waarde van Tg $2\,\omega$ in (8) verkrijgt men

$$\text{max. van } A'^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} + \tfrac{1}{2} \sqrt{(a^2 - b^2)^2 + 4\,a^2\,b^2 \text{Cos}^2\, 2\,\pi \frac{\delta}{\lambda}}$$

$$\text{min. van } B'^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \tfrac{1}{2} \sqrt{(a^2 - b^2)^2 + 4\,a^2\,b^2 \text{Cos}^2\, 2\,\pi \frac{\delta}{\lambda}}$$

Voor $\delta = \pm\, n \frac{\lambda}{2}$ wordt het tweede lid der laatste vergelijking $= 0$, en uit (9) volgt dan Tg $\omega = \pm \frac{b}{a} = \pm$ Tg γ. Terwijl dus in regtlijnig gepolariseerd licht de beelden A'^2 en B'^2 afwisselend sterker en zwakker worden bij de draaijing van het prisma, doet deze waarde van ω een der beelden geheel verdwijnen, terwijl het andere de volle sterkte van het invallende licht verkrijgt. Deze hoek duidt dus den stand aan van het vlak, hetwelk boven (bl. 7) als polarisatie-vlak bepaald is, wat overeenkomt met hetgeen hieromtrent de vergelijkingen (5) leeren.

Indien men met de voorwaarde $\delta = (2\,n + 1)\, \frac{\lambda}{4}$ tevens $a^2 = b^2$ verbindt, zoo is $A'^2 = B'^2 = b^2 = a^2$.

Bij circulair licht zijn derhalve de lichtsterkten der beelden in elke stelling des prisma's aan elkander gelijk.

In het geval van elliptisch licht verdwijnt geen der beelden, welke ook de stand van het prisma zij; men ziet uit (9), dat bij de maximum- en minimum-waarden van A'^2 en B'^2 de hoofdsnede des prisma's zamenvalt met eene van de assen der ellips; en daar de vergelijkingen (8), die de lengte van de assen der ellips bepalen, overeenkomen met de vergelijkingen (8), zoo blijkt, dat het de grootste as is, welke dan in de rigting der hoofdsnede van het prisma ligt.

De gelijkheid der beelden vordert

$$A'^2 - B'^2 = (a^2 - b^2) \operatorname{Cos} 2\omega + 2ab \operatorname{Sin} 2\omega \operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 0 \quad (10)$$

waaruit volgt

$$-\operatorname{Ctg} 2\omega = \frac{2ab}{a^2 - b^2} \operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \operatorname{Tg} 2\gamma \operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda}. \quad (11)$$

Dit azimuth verschilt 45° met dat door (9) aangewezen; derhalve deelt de hoofdsnede des prisma's, als de beelden gelijk zijn, den hoek van de assen der ellips midden door.

Wij gaan over tot de bepaling van het phaseverschil der trillingen (6) en nemen daartoe de vergelijkingen (7) weder op. Door deeling volgt onmiddellijk

$$\operatorname{Tg} 2\pi \frac{z}{\lambda} = \frac{\frac{b}{a} \operatorname{Tg} \omega \operatorname{Sin} 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}{1 + \frac{b}{a} \operatorname{Tg} \omega \operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}$$

$$\operatorname{Tg} 2\pi \frac{z'}{\lambda} = \frac{\operatorname{Sin} 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}{\operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} - \frac{a}{b} \operatorname{Tg} \omega},$$

waaruit voor het phaseverschil, als men $z' - z = \delta'$ stelt,

$$\operatorname{Tg} 2\pi \frac{\delta'}{\lambda} = \frac{(1 + \operatorname{Tg}^2 \omega) \operatorname{Sin} 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}{\left(\frac{b^2 - a^2}{ab}\right) \operatorname{Tg} \omega + (1 - \operatorname{Tg}^2 \omega) \operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}$$

$$= \frac{2ab \operatorname{Sin} 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}{(b^2 - a^2) \operatorname{Sin} 2\omega + 2ab \operatorname{Cos} 2\omega \operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}. \quad (12)$$

Brengen wij hierin de waarde van $2ab \operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ uit

(9) over, dan vinden wij

$$\mathrm{Tg}\, 2\pi \frac{\delta'}{\lambda} = \infty, \text{ en dus } \delta' = \pm \frac{\lambda}{4}.$$

Hieruit besluit men, dat elliptisch licht ook beschouwd kan worden te zijn zamengesteld uit twee lineair gepolariseerde bundels, wier trillingsrigtingen met de assen der ellips zamenvallen, terwijl hunne amplituden daaraan evenredig zijn, zoodat $\frac{B'}{A'} = \frac{B}{A} = \mathrm{Tg}\, \beta$, en die daarenboven een gangverschil hebben van een kwartgolflengte.

Na deze opmerking is het duidelijk, dat men, in plaats van uit te gaan van twee onderling loodregte doch overigens willekeurige trillingen en naar de rigting van de assen der ellips te zoeken, het vraagstuk ligtelijk kan omkeeren en, uitgaande van twee trillingen volgens die assen, wier vergelijkingen zijn

$$x = A \cos 2\pi \frac{t}{\tau}$$

$$y = B \cos 2\pi \left(\frac{t}{\tau} \pm \frac{1}{4}\right) = \mp B \sin 2\pi \frac{t}{\tau},$$

twee onderling loodregte trillingen kan opsporen, wier gangverschil δ is en wier amplituden a en b zijn. De vergelijkingen, welke men tusschen de grootheden γ, β, ω en δ vindt, moeten in beide gevallen volkomen dezelfde wezen. Dus ook, als boven,

$$(3') \qquad \mathrm{Tg}\, 2\omega = \mathrm{Tg}\, 2\gamma \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda},$$

$$(4') \qquad \cos 2\gamma = \cos 2\omega \cos 2\beta.$$

Wanneer twee van deze grootheden gegeven zijn, kan men altijd de beide anderen bepalen: in de toepassingen bepaalt men ω en β, of ω en γ, door de proef, en berekent de beide anderen. Wij zullen ook δ in functie van ω en β doen kennen. Uit (3′) volgt

$$\mathrm{Sin}^2\ 2\,\omega = \frac{\mathrm{Tg}^2\ 2\,\gamma\ \mathrm{Cos}^2\ 2\,\pi\,\frac{\delta}{\lambda}}{1 + \mathrm{Tg}^2\ 2\,\gamma\ \mathrm{Cos}^2\ 2\,\pi\,\frac{\delta}{\lambda}}\,,$$

en uit (4′) $\mathrm{Cos}^2\ 2\,\omega = \dfrac{\mathrm{Cos}^2\ 2\,\gamma}{\mathrm{Cos}^2\ 2\,\beta}$, derhalve

$$1 = \frac{\mathrm{Cos}^2\ 2\,\gamma}{\mathrm{Cos}^2\ 2\,\beta} + \frac{\mathrm{Tg}^2\ 2\,\gamma\ \mathrm{Cos}^2\ 2\,\pi\,\frac{\delta}{\lambda}}{1 + \mathrm{Tg}^2\ 2\,\gamma\ \mathrm{Cos}^2\ 2\,\pi\,\frac{\delta}{\lambda}}\,.$$

Beide leden dezer vergelijking met den noemer der laatste breuk vermenigvuldigende heeft men na herleiding

$$\mathrm{Cos}^2\ 2\,\beta = 1 - \mathrm{Sin}^2\ 2\,\gamma\ \mathrm{Sin}^2\ 2\,\pi\,\frac{\delta}{\lambda}\,,$$

waaruit $\mathrm{Sin}\ 2\,\pi\,\dfrac{\delta}{\lambda} = \dfrac{\mathrm{Sin}\ 2\,\beta}{\mathrm{Sin}\ 2\,\gamma}$, welke gedeeld

door $\mathrm{Cos}\ 2\,\pi\,\dfrac{\delta}{\lambda} = \dfrac{\mathrm{Tg}\ 2\,\omega}{\mathrm{Tg}\ 2\,\gamma}$ geeft

$$\mathrm{Tg}\ 2\,\pi\,\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\mathrm{Sin}\ 2\,\beta}{\mathrm{Cos}\ 2\,\gamma\ \mathrm{Tg}\ 2\,\omega}\,.$$

Uit (4′) volgt

$$\mathrm{Sin}\ 2\,\gamma = \sqrt{1 - \mathrm{Cos}^2\ 2\,\omega\ \mathrm{Cos}^2\ 2\,\beta}\,,\ \text{zoodat}$$

$$\mathrm{Tg}\ 2\,\gamma = \frac{\sqrt{1 - \mathrm{Cos}^2\ 2\,\omega\ \mathrm{Cos}^2\ 2\,\beta}}{\mathrm{Cos}\ 2\,\omega\ \mathrm{Cos}\ 2\,\beta}$$

Deze waarden substituerende in de bovenstaande uitdrukkingen heeft men

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{Sin}\ 2\,\pi\,\frac{\delta}{\lambda} &= \frac{\mathrm{Sin}\ 2\,\beta}{\sqrt{1 - \mathrm{Cos}^2\ 2\,\omega\ \mathrm{Cos}^2\ 2\,\beta}} \\ \mathrm{Cos}\ 2\,\pi\,\frac{\delta}{\lambda} &= \frac{\mathrm{Sin}\ 2\,\omega\ \mathrm{Cos}\ 2\,\beta}{\sqrt{1 - \mathrm{Cos}^2\ 2\,\omega\ \mathrm{Cos}^2\ 2\,\beta}} \\ \mathrm{Tg}\ 2\,\pi\,\frac{\delta}{\lambda} &= \frac{\mathrm{Tg}\ 2\,\beta}{\mathrm{Sin}\ 2\,\omega}\,. \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Daar men altijd stellen mag, dat γ en β in het eerste positieve kwadrant gelegen zijn, zoo blijven Sin 2γ en Sin 2β altijd positief, en de waarde van $2\pi\frac{\delta}{\lambda}$ kan uit die van ω en β gekend worden.

Sin $2\pi\frac{\delta}{\lambda}$ blijft nu altijd positief omdat Sin 2γ en Sin 2β zulks zijn, en $2\pi\frac{\delta}{\lambda}$ is dus steeds begrepen tusschen 0 en π.

Voor $\omega = 0, 90°, 180°, 270°$ vindt men Sin $2\pi\frac{\delta}{\lambda} = 1$ en dus $2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\pi}{2}$. Daar nu $2\pi\frac{\delta}{\lambda}$ aan de grenzen van elk kwadrant dezelfde waarden heeft, moet er in ieder een maximum of een minimum liggen voor eene bepaalde waarde van ω. De laatste der vergelijkingen (13) toont aan dat zij gegeven wordt door

$$\text{Sin } 2\omega = \pm 1$$

of ω gelijk een oneven veelvoud van 45°.

De overeenkomstige waarden van $2\pi\frac{\delta}{\lambda}$ zijn

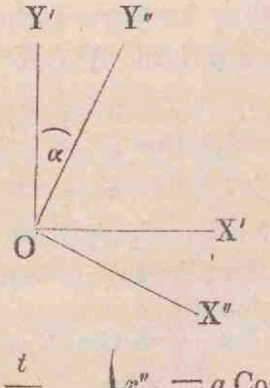
$$\omega = \begin{cases} 45° \\ 225° \end{cases} \text{en } 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = 2\beta,\ \omega = \begin{cases} 135° \\ 315° \end{cases} \text{en } 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \pi - 2\beta$$

waaruit blijkt dat het phaseverschil door verandering van ω alle mogelijke waarden van 2β tot $\pi - 2\beta$ verkrijgen kan, in het eerste en derde kwadrant de waarden van 2β tot $\frac{\pi}{2}$, in het tweede en vierde de waarden van $\frac{\pi}{2}$ tot $\pi - 2\beta$; zoodat het gangverschil δ in de overeenkomstige kwadranten gelegen is tusschen $\lambda\frac{\beta}{\pi}$ en $\frac{\lambda}{4}$, en tusschen $\frac{\lambda}{4}$

en $\frac{\lambda}{2} - \frac{\beta}{\pi}\lambda$. Indien men derhalve vraagt naar die stelling der assen OX′, OY′ waarbij $2\pi\frac{\delta}{\lambda}$ een gegeven waarde verkrijgt tusschen 2β en $\pi - 2\beta$, dan vindt men in elk van twee tegenovergestelde kwadranten *ééne* waarde van ω die aan de voorwaarde voldoet, terwijl in de beide andere kwadranten zulk eene waarde niet gelegen is.

Tot dusverre hebben wij doen zien, onder welke voorwaarden twee regtlijnig gepolariseerde lichtbundels regtlijnig, circulair of elliptisch licht kunnen zamenstellen. Wij willen nog aantoonen, dat men zich regtlijnig gepolariseerd licht ook kan denken zamengesteld te zijn uit twee circulair gepolariseerde bundels van gelijke lichtsterkte en willekeurig phaseverschil, doch waarin de trillingen in tegengestelde rigting plaats hebben, d. i. waarvan de eene regts, de andere links gepolariseerd is.

Zijn de vergelijkingen der circulaire trillingen



$$\begin{cases} x''_1 = a \operatorname{Cos} 2\pi \frac{t}{\tau} \\ y''_1 = -a \operatorname{Sin} 2\pi \frac{t}{\tau} \end{cases} \qquad \begin{cases} x''_2 = a \operatorname{Cos} 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta_1}{\lambda}\right) \\ y''_2 = a \operatorname{Sin} 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta_1}{\lambda}\right) \end{cases} \quad (14)$$

waarin x''_1 met x'' volgens OX″, en y''_1 met y''_2 volgens OY″ geschieden; die volgens dezelfde as verbindende heeft men

$$x'' = x''_1 + x''_2 = a\left(\operatorname{Cos} 2\pi\left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta_1}{\lambda}\right) + \operatorname{Cos} 2\pi\frac{t}{\tau}\right)$$

$$= 2a \operatorname{Cos} \pi \frac{\delta_1}{\tau} \operatorname{Cos} 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta_1}{2\lambda}\right) \qquad (15)$$

$$y'' = y''_1 + y''_2 = a\left(\operatorname{Sin} 2\pi\left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta_1}{\lambda}\right) - \operatorname{Sin} 2\pi\frac{t}{\tau}\right)$$

$$= 2a \operatorname{Sin} \pi \frac{\delta_1}{\lambda} \operatorname{Cos} 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta_1}{2\lambda}\right).$$

Deze hebben dezelfde phase en stellen dus eene regtlijnige trilling te zamen, wier vergelijking is

$$s = 2a \operatorname{Cos} 2\pi\left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta_1}{2\lambda}\right) \qquad (16)$$

en wier rigting met OX'' een hoek $\pi \frac{\delta_1}{\lambda}$ maakt.

Omgekeerd kan men eene regtlijnige trilling ook door twee circulaire van gezegden aard vervangen.

Wij willen echter, ten einde later daarvan toepassing te maken, de gegeven circulaire trillingen ook ontbinden volgens twee onderling loodregte rigtingen OY' en OX', die met de vorige een hoek $Y''OY' = \alpha$ maken. Wij hebben dus

$$x' = (x''_1 + x''_2) \operatorname{Cos} \alpha + (y''_1 + y''_2) \operatorname{Sin} \alpha$$

$$y' = (y''_1 + y''_2) \operatorname{Cos} \alpha - (x''_1 + x''_2) \operatorname{Sin} \alpha.$$

De waarden van x''_1, x''_2, y''_1 en y''_2 hierin gesubstitueerd geven na ontwikkeling en herleiding

$$x' = a\left\{\operatorname{Cos}\left(\alpha + 2\pi\frac{t}{\tau}\right) + \operatorname{Cos}\left(2\pi\frac{\delta_1}{\lambda} + 2\pi\frac{t}{\tau} - \alpha\right)\right\}$$

$$= 2a \operatorname{Cos}\left(\pi\frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha\right) \operatorname{Cos} 2\pi\left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta_1}{2\lambda}\right)$$

$$y' = a\left\{-\operatorname{Sin}\left(\alpha + 2\pi\frac{t}{\tau}\right) + \operatorname{Sin}\left(2\pi\frac{\delta_1}{\lambda} + 2\pi\frac{t}{\tau} - \alpha\right)\right\} \qquad (17)$$

$$= 2a \operatorname{Sin}\left(\pi\frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha\right) \operatorname{Cos} 2\pi\left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta_1}{2\lambda}\right)$$

Als $\alpha = \pi \frac{\delta_1}{\lambda}$ wordt eene der amplituden gelijk nul. Door deze waarde van α wordt dus het azimuth van het polarisatie-vlak met OY'' gegeven.

De beginselen, die tot hiertoe zijn medegedeeld, stellen met eenige ontwikkeling in staat tot verklaring der methoden, die tot het onderzoek van elliptisch gepolariseerd licht zijn aangewend en voorgeslagen. Zij hebben ten doel de oplossing van eeǹ dezer vraagstukken:

Van twee volgens bepaalde rigtingen loodregt op elkanker gepolariseerde lichtbundels de verhouding der amplituden en het phaseverschil te vinden; en, van een gegeven bundel elliptisch licht de verhouding en de rigting der assen te bepalen.

TWEEDE HOOFDSTUK.

OVER DE WIJZEN WAAROP HET LICHT ELLIPTISCH WORDT GEPOLARISEERD.

Sedert de ontdekking van MALUS, door latere onderzoekingen uitgebreid, heeft de stelling gegolden, dat een bundel gewoon licht bij terugkaatsing gedeeltelijk wordt gepolariseerd, en dat er een zekere hoek bestaat, verschillend voor verschillende stoffen, waarbij die polarisatie volkomen is, d. i. zulk een, dat het daaronder teruggekaatste licht door een Nicol's prisma volkomen kan worden uitgedoofd, of in een der beelden, door een dubbelbrekend prisma gezien, volkomen kan verdwijnen. Deze wet werd als algemeen geldig beschouwd; wel kwamen enkele ligchamen voor, die hierop uitzondering maakten, doch deze schenen zoo gering in aantal, dat zij daardoor niet werd omver gestooten. Nadat zij echter gedurende 25 jaren als waarheid was aangenomen, vermeerderde langzamerheid het aantal zelfstandigheden, die daaraan niet meer konden onderworpen worden. Van den beginne af wist men, dat de metalen hiertoe behoorden; doch over hunne werking, gelijk over die der andere ligchamen, bleef een sluijer geworpen, dien

BREWSTER het eerst begon op te heffen, toen hij aantoonde, dat zij regtlijnig gepolariseerd licht bij terugkaatsing in elliptisch deden overgaan, en dat, wanneer dit door nieuwe terugkaatsing tot lineair licht was hersteld, het polarisatievlak gedraaid was. Het eerste duidt theoretisch aan, dat de terugkaatsing een gangverschil doet ontstaan tusschen de beide composanten, waarin men zich het invallende licht gescheiden denken kan; het tweede geeft te kennen, dat de verhouding der amplituden (dus der lichtsterkten) veranderd is. Van tijd tot tijd traden er nu onderzoekingen te voorschijn, waaruit bleek, dat die ligchamen, voor welke geen hoek van volkomen polarisatie gevonden werd, het licht elliptisch polariseren. Men begon eene scheiding te maken tusschen volkomen polariserende ligchamen, met geringen brekingsindex, en onvolkomen polariserende, die een grooten brekingsindex bezitten, zonder dat evenwel hunne grens nader werd aangewezen. Vooral is in de laatste tien jaren het getal der laatste ligchamen aangegroeid, zoodat de uitspraak werd gewaagd, dat er juist genomen geene waren, die het gewone licht onder eenigen hoek volkomen polariseren, en dat het in één vlak gepolariseerde licht door terugkaatsing altijd elliptisch werd.

BREWSTER's onderzoekingen en die van AIRY, de proeven van DALE, van BADEN POWELL, van DE SÉNARMONT gaven hiertoe aanleiding. Doch het zijn de waarnemingen door JAMIN in den jongsten tijd in het werk gesteld, die het boven allen twijfel verheffen, dat hetgeen lang voor uitzondering op den regel gehouden werd de regel zelf is. Het groot aantal ligchamen, dat hij aan een naauwkeurig onderzoek heeft onderworpen, stelde hem in staat, om op eene algemeene wijze hunne werking ten opzigte van regtlijnig gepolariseerd licht, dat daarvan wordt teruggekaatst, te kenschetsen. Indien men ze rangschikt naar de afnemende waarden hunner brekingsindices, vindt men boven aan de metalen, bij welke de polarisatie elliptisch is tusschen de waarde 90° en 0° der invallingshoeken; binnen deze grenshoeken, neemt het bij de terugkaatsing teweeggebragte gangverschil af van $+ \lambda$ tot $+ \frac{\lambda}{2}$. Komt men aan de doorschijnende stoffen, vaste zoowel als vloeibare, dan neemt het gangverschil nog langzaam of van $+ \lambda$ tot $+ \frac{\lambda}{2}$, tusschen twee invallingshoeken, waarvan de een grooter, de ander kleiner is dan de hoofdinvallingshoek, d. i. de hoek, welke vroeger polarisatiehoek werd geheeten. Binnen die grenshoeken is de polarisatie elliptisch, daar buiten regtlijnig. Deze hoeken naderen tot elkander met het afnemen van den brekingsindex, en gaan eindelijk over in den hoofdinvallingshoek voor die ligchamen, wier brekingsindex nagenoeg gelegen is tusschen 1,46 en 1,40. Bij deze springt het gangverschil plotseling van $+ \lambda$ tot $+ \frac{\lambda}{2}$; het teruggekaatste licht blijft dus regtlijnig gepolariseerd. Nemen de brekingsindices nog verder af, dan heeft men wederom dezelfde wet, met deze belangrijke uitzondering, dat de grenzen binnen welke de gangverschillen blijven, nu zijn $- \lambda$ en $- \frac{\lambda}{2}$. Derhalve staat buiten de grootste van de bovengenoemde grenswaarden der brekingsindices eene klasse van *positief terugkaatsende* ligchamen, d. i. waarbij de golfbeweging van den zamenstellenden bundel, welke in het invallingsvlak gepolariseerd is, wordt versneld, buiten de kleinste eene klasse van *negatief terugkaatsende*, d. i. waarbij die composante wordt vertraagd, terwijl tusschen deze grenzen eene klasse van onzijdige ligchamen hare plaats vindt. In de beide eerste klassen is de verhouding der amplituden steeds aan de eenheid gelijk buiten de grenzen der elliptische polarisatie, en neemt binnen deze af tot aan den hoofdinvallingshoek.

Reeds lang voor dat de ervaring de elliptische polarisatie bij de gewone terugkaatsing had doen vermoeden, had FRESNEL door de theorie een geval aangewezen, waarin elliptisch licht wordt verkregen. Van mechanische beginselen uitgaande had hij gevonden, dat regtlijnig gepolariseerd licht, hetwelk eene dubbele totale terugkaatsing onder een hoek van 54° 37′ in glas onderging, daardoor zoodanig was veranderd, dat de composanten volgens het vlak van terugkaatsing en het daarop loodregte vlak, een gangverschil van eén kwartgolflengte hadden verkregen, en dat derhalve het aldus teruggekaatste licht circulair of elliptisch moest wezen, naarmate het reflexievlak in een azimuth van 45° gesteld was met het polarisatie-vlak van het invallende licht, of in een azimuth, dat daarvan verschilde, mits het niet 0° of 90° was. De ervaring bevestigde bij de proef met het parallelopipedum van zijn naam de juistheid zijner deductie. Het uittredende licht vertoonde zich op die wijze, als wij in het eerste hoofdstuk hebben gezien, dat het zich moest voordoen, als het door een dubbelbrekend prisma werd beschouwd; de beelden bleven gelijke lichtsterkte behouden in het circulaire licht bij verschillende standen van het prisma, de lichtsterkten waren afwisselend grooter en kleiner zonder nul te worden in elliptisch licht. Dit karakter is echter ter onderscheiding niet genoegzaam; want gewoon licht vertoont zich als het eerste, gedeeltelijk gepolariseerd licht als het tweede. Doch de gevonden waarheid kon hier tot toetssteen dienen. Indien het licht circulair was, moest het, na nogmaals tweemaal totaal teruggekaatst te zijn, regtlijnig gepolariseerd wezen, in welk azimuth de reflexievlakken der twee parallelopipeda ook waren gesteld, indien het elliptisch was, moest het regtlijnig gepolariseerd zijn, als het azimuth der der reflexievlakken 0° of 90° was. Aan deze voorwaarden voldoen gewoon en gedeeltelijk gepolariseerd licht niet. Het parallelopipedum van FRESNEL werd dus bevonden een herkenningsmiddel voor elliptisch en circulair licht te zijn, zoo wel als een middel waardoor men beide kon verkrijgen.

Doch niet alleen door terugkaatsing, ook door breking ontstaat het elliptische licht. Dat het bij gewone breking zou ontstaan, daarvan is, voor zoo ver ons bekend is, door geene enkele proef de zekerheid gegeven, noch door de theorie de noodzakelijkheid aangewezen. De analogie echter der polarisatie-verschijnselen bij terugkaatsing en breking, maakt het naar onze meening waarschijnlijk, dat ook in het laatste geval de elliptische polarisatie zal worden aan het licht gebragt: te meer daar op de oorzaak, die hare erkenning bij de terugkaatsing vooral in den weg heeft gestaan, het gebruik aan zwak licht namelijk bij de waarneming, door JAMIN zoo bepaald de oplettendheid is gevestigd.

Bij dubbelbreking daarentegen is het verschijnsel der elliptische polarisatie reeds lang ontdekt, hoewel het gewoonlijk met een anderen naam wordt aangeduid. Men heeft op het ontstaan van elliptisch licht het oog, wanneer men spreekt van de kleuring door dunne kristalplaatjes in regtlijnig gepolariseerd licht, of van depolarisatie daardoor teweeggebragt. Dit verschijnsel door ARAGO, BIOT, BREWSTER, FRESNEL zoo naauwkeurig onderzocht, door den laatsten uit de theorie verklaard, is het volgende. Wanneer een regtlijnige polariseur en analyseur ten opzigte van elkander zoodanig gesteld worden, dat het licht, door den eersten gepolariseerd, door den tweeden niet meer wordt doorgelaten (gekruiste Nicols, bijv.), en men tusschen die beiden een dun kristalplaatje legt, dat evenwijdig aan de optische as gesneden is, dan zal men dit, als men het in zijn eigen vlak omdraait, in vier stellingen, die om 90° verschillen, kunnen brengen, waarin geene verandering van het licht door den analyseur zal waargenomen worden. In elken anderen stand evenwel zal men het plaatje gekleurd zien, met eene kleur van zijne dikte afhankelijk, en die in vier stellingen om 90° verschillende haar maximum van lichtsterkte bereikt. De vier eersten zijn die, waarbij de hoofdsnede van het plaatje zamenvalt met de hoofdsneden van den polariseur of den analyseur, de vier laatsten die, waarbij zij daarmede een hoek van 45° maakt. Van het azimuth 0° tot 45° neemt de lichtsterkte toe, tusschen 45° en 90° neemt zij af; zoo ook in de overige kwadranten. Heeft men den polariseur en analyseur, zoodanig gesteld, dat men licht ziet zonder het plaatje (evenwijdige Nicols bijv.), dan neemt men, wanneer dit er tusschen geplaatst is, dezelfde reeks van verschijnselen waar, als in het eerste geval; doch de kleur is dan de complementaire. Bij gebruik van eendubbelbrekend prisma als analyseur ziet men de complementair gekleurde beelden te gelijk.

Heeft men het plaatje met zijne hoofdsnede in een azimuth met den polariseur gesteld, dat niet 0° of 90° is, en draait men den analyseur, dan ziet men het licht niet verdwijnen, maar alleen in sterkte afnemen voor eene kleur in twee tegenovergestelde kwadranten, en toenemen in de twee andere kwadranten met de complementaire kleur. Deze kleuren stijgen met de dikte van het plaatje, die voor dezelfde kleur bij verschillende kristallen verschillend is, volkomen op dezelfde wijze als de kleuren der Newtonsche ringen.

Ten tijde der ontdekking van dit verschijnsel kende men nog slechts regtlijnig gepolariseerd licht, en noemde dit eenvoudig *gepolariseerd*. Daar de werking van het plaatje dien toestand van polarisatie niet deed voortduren, heette men haar zeer oneigenlijk *depolarisatie:* oneigenlijk, omdat het licht niet in gewoon licht was veranderd, geen ongepolariseerd licht geworden was, maar alleen in een anderen toestand van polarisatie was overgegaan. Zelfs nadat de theorie het als een verschijnsel van elliptische polarisatie had doen kennen, heeft het dien naam blijven behouden, en draagt dien veelal nog. Ook de werking van het FRESNEL's parallelopipedum, en die der gewone terugkaatsing wordt meermalen onder dien naam aangeduid. Het woord *dipolarisatie*, hetwelk door sommigen gebezigd is, zou het feit beter uitdrukken: want het wordt daardoor teweeggebragt, dat het dubbelbrekend kristalplaatje het invallende gepolariseerde licht in twee bundels scheidt, gepolariseerd volgens de hoofdsnede en het daarop loodregte vlak, die het kristal met ongelijke snelheid doorloopen, en, bij het uittreden een gangverschil verkregen hebbende, in den analyseur tot interferentie gebragt worden. De verklaring kan ligtelijk uit de vergelijkingen (8) bl. 15 worden afgeleid.

In deze wijze om licht elliptisch of ook circulair te polariseren, heeft men ook weder het middel om de elliptische of circulaire polarisatie te herkennen, daar zulk een plaatje, dat in regtlijnig gepolariseerd licht tusschen de Nicols eene bepaalde kleur heeft, terstond van kleur verandert, indien het invallende licht elliptisch is gepolariseerd, en dan, als het wordt rondgedraaid niet meer alleen die kleur met veranderlijke lichtsterkte, maar ook de complementaire vertoont, en in geen stand geheel zwart verschijnt. Is het invallende licht circulair gepolariseerd, dan heeft men wel de kleursverandering, doch niet de af- en toeneming der lichtsterkte te wachten.

De genoemde wijze leidt echter nog tot een ander herkenningsmiddel van elliptisch licht. Een kalkspathplaatje, dat loodregt op de optische as gesneden is en in regtlijnig gepolariseerd licht, tusschen gekruiste polariseur en analyseur gezien wordt, vertoont de Newtonsche ringen met een zwart kruis: maakt men nu het invallende licht elliptisch of circulair door tusschen den polariseur en het kalkspathplaatje een gips- of een glimmerplaatje te stellen, dan ziet men, dat het kruis veranderd is, en dat de ringen in twee tegengestelde kwadranten ten opzigte van die in de beide andere versprongen zijn. Is het licht elliptisch, dan is het zwarte kruis in twee hyperbels overgegaan; is het circulair, dan heeft men een grijs kruis in de plaats van het zwarte verkregen.

Het spreekt van zelve, dat van elk verschijnsel, waarbij de Newtonsche ringen of strepen in regtlijnig gepolariseerd licht ontstaan, ter herkenning van elliptisch licht gebruik gemaakt kan worden.

De hier opgenoemde middelen hebben gediend tot ontdekking der elliptische polarisatie bij terugkaatsing. In het volgende hoofdstuk zullen wij de methoden nagaan, waarop men daarvan gebruik heeft gemaakt tot een naauwkeurig onderzoek van het elliptische licht, en daarbij in den regel spreken als of zij bij de terugkaatsing zijn toegepast. Waar het niet uit den aard der methode volgt, dat zij daarvoor alleen kan worden aangewend, heeft men dan slechts voor andere gevallen eene verandering van woorden noodig.

DERDE HOOFDSTUK.

METHODEN TOT ONDERZOEK VAN ELLIPTISCH GEPOLARISEERD LICHT.

De methoden tot onderzoek van elliptisch gepolariseerd licht kunnen verdeeld worden in twee klassen, waarvan de eene die bevat, waarbij men het te onderzoeken licht eerst lineair maakt, terwijl in de andere die zijn begrepen, waarbij het elliptisch licht onmiddellijk wordt onderzocht.

De methoden der eerste klasse, aan welke men den naam van compensatie-methoden kan geven, laten zich wederom splitsen in twee afdeelingen, naarmate men elliptisch licht tot lineair terug brengt

I. Door herhaalde terugkaatsing.

II. Door dubbelbreking.

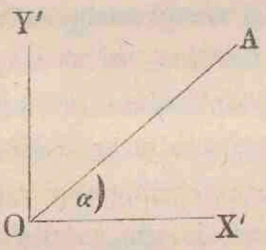
I. De compensatie-methode door herhaalde terugkaatsing werd het eerst door BREWSTER 1) aangewend, bij de proeven, die hij in het werk stelde, omtrent de werking van metalen op regtlijnig gepolariseerd licht. Hij ontdekte, dat dit na terugkaatsing in elliptisch gepolariseerd licht

1) Phil. Transact. of the Royal Soc. of London 1830, pag. 287.

overgegaan zijnde, na nieuwe terugkaatsing tot regtlijnig kon worden hersteld.

De herhaalde terugkaatsing wordt verkregen door twee goed gepolijste metaalplaten evenwijdig aan elkander te stellen. Het licht van de eerste plaat teruggekaatst, valt op de tweede, wordt van daar op de eerste teruggeworpen, om op nieuw op de tweede te vallen, en zoo vervolgens. Het aantal terugkaatsingen kan geregeld worden door de metaalplaten op grooter of kleiner afstand van elkander te brengen. Ook kan de invallingshoek naar willekeur worden gewijzigd.

Brewster zocht voor zijne methode geene verklaring in de undulatie-theorie. Indien men echter van deze uitgaat komt zij, gelijk Neumann 1) het eerst heeft aangetoond, hierop neder.



Zij OY' de rigting van het reflexievlak, OX' daarop loodregt, OA de trillingsrigting van het invallende lineair gepolariseerde licht, en $AOX' = \alpha$, zoodat α het azimuth van het polarisatievlak met het reflexievlak aanduidt: dan zijn de amplituden der zamenstellende bundels, als c die van het invallende licht is,

in het reflexievlak $c \text{ Sin } \alpha$

in een daarop loodregt vlak $c \text{ Cos } \alpha$.

Bij ééne terugkaatsing ondergaan deze eenige verandering; voor de eerste composante moge nu de amplitude ge-

1) Pogg. Ann. Bd. XXVI, p. 89.

worden zijn k Sin α, voor de tweede h Cos α. Men stelle

$$\frac{k}{h} \text{Tg } \alpha = \text{Tg } \gamma.$$

Bij eene tweede terugkaatsing, op eene aan de vorige volkomen gelijke en evenwijdige plaat, worden de amplituden wederom op dezelfde wijze veranderd, zoodat hare verhouding nu wordt

$$\frac{k}{h} \text{Tg } \gamma = \text{Tg } \gamma_1 = \frac{k^2}{h^2} \text{Tg } \alpha,$$

en zoo na m terugkaatsingen

$$\frac{k^m}{h^m} \text{Tg } \alpha = \text{Tg } \gamma_{m-1},$$

waaruit ter bepaling van de verhouding der amplituden volgt

$$\left(\frac{k}{h}\right)^m = \frac{\text{Tg } \gamma_{m-1}}{\text{Tg } \alpha},$$

indien het licht na m terugkaatsingen regtlijnig is gepolariseerd; γ_{m-1} is dan het azimuth van het polarisatievlak des teruggekaatsten lichts, ten opzigte van het reflexie-vlak. Door den analyseur 180° om te draaijen, heeft men eene tweede bepaling van γ_{m-1}.

Wanneer nu tevens de zamenstellende bundels bij de eerste terugkaatsing eene verandering in phase hebben ondergaan, en zij dus door de vergelijkingen (1′) kunnen voorgesteld worden, dan zal bij elke nieuwe terugkaatsing het gangverschil δ evenveel toenemen, en na m terugkaatsingen wezen $m\,\delta$. Opdat het licht regtlijnig gepolariseerd zij, moet

$$m\delta = n\frac{\lambda}{2} \text{ of } \delta = \frac{n}{m}\frac{\lambda}{2}.$$

De grootheden α, γ_{m-1}, m worden door de proef gegeven: n blijft alleen nog onbepaald, doch moet een geheel getal zijn; of het even of oneven is, kan men uit de rigting van het polarisatievlak, naar het hieromtrent op bl. 13 gezegde, terstond opmaken. Doch de waarde welke aan n toekomt, kan volgens eene opmerking van JAMIN 1) op eene algemeene wijze ligtelijk gevonden worden. Men weet namelijk, dat het phaseverschil na éénc terugkaatsing langzamerhand toeneemt, wanneer de hoek, waaronder het licht invalt, aangroeit van 0° tot 90° met de normaal. Verder neemt JAMIN aan, dat men bij 0° heeft $\delta = 0$, en dus $n = 0$. Voor den naastvolgenden hoek, waarbij na m terugkaatsingen het licht wederom regtlijnig gepolariseerd is, heeft men derhalve voor n het naastvolgende geheele getal te kiezen: voor den daarop volgenden hoek het dan naastvolgende geheele getal en zoo verder, tot de grootste waarde 90° van den invallingshoek toe, waar n de grootst mogelijke waarde m—1 hebben zal. Men heeft dan voor achtereenvolgende waarden der bedoelde invallingshoeken deze achtereenvolgende waarden der gangverschillen na m terugkaatsingen

$$\frac{1}{m}\,\frac{\lambda}{2},\ \frac{2}{m}\,\frac{\lambda}{2}\,\ldots\ldots\ldots\,\frac{m-1}{m}\,\frac{\lambda}{2}.$$

Men behoeft dus slechts het aantal terugkaatsingen te tellen, om daaruit de waarde van het gangverschil te berekenen.

Deze methode, welke slechts bij metalen en bij die stoffen, waarvan zuiver gepolijste oppervlakten verkregen kunnen worden, aanwendbaar is, en die in het algemeen het gebruik van homogeen licht vordert, is later bij een dergelijk onderzoek als dat van BREWSTER ook door JAMIN gebezigd. Deze heeft daarbij een nieuw werktuig gegeven, welks inrigting wij hier willen doen kennen.

Het werktuig van JAMIN bestaat in een horizontalen verdeelden cirkel, bevestigd op een koperen voetstuk. Aan dezen cirkel is een van binnen zwart gemaakte buis verbonden, die naar het middelpunt des cirkels gerigt en aan

1) Ann. de Chim. et de Phys. 3e Série, Tom. XIX, p. 312.

beide zijden met kruisdraden voorzien, een Nicol's prisma bevat, dat om de as der buis beweeglijk is, en als polariseur dient. Eene tweede buis verschilt van de eerste daarin, dat zij steeds naar het middelpunt gerigt blijvende langs den horizontalen cirkel beweeglijk is, terwijl men hare verplaatsing door een nonius bepaalt. Zij bevat een Nicol's of een dubbelbrekend prisma als analyseur. Beide buizen dragen vertikale verdeelde cirkels, waarop wederom door noniën de grootte van draaijing der prisma's wordt afgelezen. In het middelpunt des horizontalen cirkels bevindt zich een tafeltje, om dit punt beweegbaar en van eene alhidade met een nonius voorzien: men stelt daarop de ligchamen, wier werking op het licht men onderzoeken wil. De beweeglijkheid van dit tafeltje maakt dat men den hoek, waaronder het licht invalt, naar goedvinden kan veranderen.

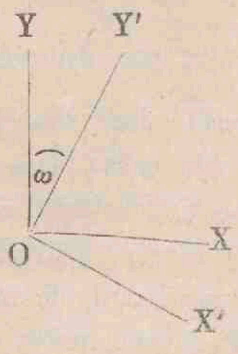
II. De tweede afdeeling der compensatie-methoden hebben wij compensatie door dubbelbreking genoemd. Bij deze methoden stelt men zulk een dubbelbrekend plaatje op den weg van het te onderzoeken elliptisch licht, dat dit daarin ontleed wordt in twee volgens bepaalde vlakken gepolariseerde bundels, die bij het uittreden lineair licht moeten zamenstellen. Deze methoden onderscheiden zich in twee soorten, naarmate men loodregt op den weg van den invallenden lichtstraal een plaatje stelt, dat aan de zamenstellende bundels altijd hetzelfde gangverschil geeft, doch in zijn vlak, d. i. om de as van den lichtstraal, draaibaar is, of een stelsel van plaatjes, dat rondom die as niet kan bewogen worden, doch waarin de zamenstellende bundels een willekeurig gangverschil kunnen verkrijgen. Derhalve gebruikt men bij de eerste soort een plaatje van *veranderlijken* stand en *onveranderlijk* gangverschil;

bij de tweede soort

een stelsel van *onveranderlijken* stand en *veranderlijk* gangverschil.

De vraag ontstaat, aan welke voorwaarde een plaatje van de eerste soort voldoen moet, opdat het ter compensatie geschikt zij. Eene eenvoudige redenering geeft hierop het antwoord. Wij hebben boven (bl. 18) gezien, dat een elliptische bundel kan voorgesteld worden door twee regtlijnig gepolariseerde, wier trillingen volgens de assen der ellips gerigt zijn, en wier gangverschil een kwartgolflengte bedraagt. Denkt men zich nu een dubbelbrekend plaatje op den weg van het elliptische licht gesteld, zoodanig dat de rigtingen, volgens welke de trillingen in dit plaatje geschieden (die wij hoofdrigtingen zullen noemen) zamenvallen met de assen der ellips, dan zal het gangverschil door het plaatje teweeg gebragt een kwartgolflengte moeten wezen, opdat de som der gangverschillen een halve golflengte, en dus het uittredende licht regtlijnig gepolariseerd zij.

Doch de vraag laat zich algemeener beantwoorden.



Want zij α het azimuth van het polarisatie-vlak eens invallenden lichtbundels ten opzigte van het invallingsvlak, en laat dit licht door terugkaatsing in elliptisch gepolariseerd overgegaan zijn, dan stellen de vergelijkingen (1′) de trillingen der zamenstellende bundels voor volgens het invallingsvlak O Y′ en een daarop loodregt vlak O X′, waarin

$$a = h \text{ Cos } \alpha \text{ en } b = k \text{ Sin } \alpha,$$

als h en k de door terugkaatsing veranderde amplituden zijn en δ het hierbij verkregen gangverschil. Deze trillingen kunnen ontbonden worden, gelijk boven (bl. 14) is aangetoond, volgens twee andere loodregte rigtingen O Y en O X, waarbij Y O Y′ $= \omega$. De amplituden der bundels, volgens deze rigtingen trillende, worden gegeven door de vergelijkingen (8) en het gangverschil δ' door (12). Geven wij nu aan een dubbelbrekend plaatje, waarin een gangverschil δ_1 verkregen wordt, zoodanige stelling, dat zijne hoofdrigtingen zamenvallen met O X en O Y, dan heeft het uittredende licht een gangverschil $\delta' + \delta_1$, en opdat het regtlijnig gepolariseerd zij, moet

$$\delta' + \delta_1 = n\frac{\lambda}{2}, \text{ of } \delta_1 = n\frac{\lambda}{2} - \delta'.$$

Bepalen wij nu δ' door de voorwaarde, dat de rigtingen O X en O Y moeten zamenvallen met de assen der ellips, en stellen wij dus

$$\text{Tg } 2\pi\,\frac{\delta}{\lambda} = \infty, \text{ dan volgt } \delta_1 = \frac{\lambda}{4},$$

zoodat het gangverschil door het plaatje teweeggebragt een kwartgolflengte zijn moet. Omgekeerd volgt hieruit, dat, wanneer een plaatje, hetwelk aan de gestelde voorwaarde voldoet, zoodanig is geplaatst, dat het uittredende licht regtlijnig is gepolariseerd, de assen der ellips zamenvallen met de hoofdrigtingen in het plaatje, en men dus hare rigting kent door het azimuth ω der hoofdsnede O Y van het plaatje.

Stelt men nu achter het plaatje een Nicol's prisma, waarmede men het licht uitdooft, dan bepaalt de stand van het polarisatie-vlak de verhouding van de assen der ellips, want

$$\frac{B}{A} = \frac{B'}{A'} = \operatorname{Tg} \beta.$$

Drie grootheden α, β, en ω worden derhalve door de waarneming gegeven, en daar men heeft

$$\text{(3)} \qquad \operatorname{Tg} 2\omega = \operatorname{Tg} 2\gamma \operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$$

$$\text{(4)} \qquad \operatorname{Cos} 2\gamma = \operatorname{Cos} 2\omega \operatorname{Cos} 2\beta$$

$$\frac{b}{a} = \frac{k}{h} \operatorname{Tg} \alpha = \operatorname{Tg} \gamma,$$

kan men ook $\frac{k}{h}$ en δ vinden.

De eerste dezer vergelijkingen leert, dat, *welke* ook de graad van ellipticiteit des lichts zij, een plaatje van een kwartgolflengte, dit licht kan compenseren; want, welke waarden γ en δ ook mogen hebben, er is altijd een azimuth ω, waarin de assen der ellips zamenvallen met de hoofdrigtingen in het plaatje.

Uit de vergelijking $\delta_1 = n \frac{\lambda}{2} - \delta'$ hebben wij voor δ_1 een bepaalde waarde gevonden, door δ' aan eene willekeurige voorwaarde te onderwerpen. Doch als men dit niet doet, is het duidelijk, dat voor δ_1 eene reeks van waarden gevonden zal worden, die met andere waarden overeenkomen, welke δ' behalve de gestelde verkrijgen kan; derhalve, dat men ook zal kunnen compenseren met een plaatje, welks gangverschil niet juist een kwartgolflengte bedraagt.

Daar het zeer moeijelijk is een plaatje te verkrijgen, welks gangverschil juist een kwartgolflengte bedraagt, is het van belang te weten, dat zulk een plaatje geen volstrekt vereischte is. Echter kan men niet een plaatje van een willekeurig gangverschil kiezen, maar dit is binnen zekere grenzen begrepen. Om deze te vinden, slaan wij een gemakkelijker weg in, dan die, welken het onderzoek der verandering van δ' ons aanwijst. Indien wij uitgaan van trillingen volgens de assen der ellips, waarbij het gangverschil een kwartgolflengte is, en vragen welke verandering dit ondergaat, als men die trillingen volgens twee loodregte doch overigens willekeurige rigtingen ontbindt, dan hebben wij (bl. 18) gezien, dat de vergelijkingen (3′) en (4′) hiervan rekenschap geven. Schoon zij volkomen dezelfde zijn als de vergelijkingen (3) en (4), zijn de grootheden γ, δ en ω op eene andere wijze van elkander afhankelijk bij de opvatting, die wij in het voorgaande gevolgd zijn, en die de vergelijkingen (3) en (4) geeft, dan in die, welke de vergelijkingen (3′) en (4′) heeft doen ontstaan. Want de eerste beantwoorden de vraag: volgens welke rigtingen moeten twee loodregte trillingen, wier gangverschil een gegeven δ is, worden ontbonden, opdat dit $\frac{\lambda}{4}$ worde? Hier zijn dus δ en γ de onafhankelijk veranderlijke grootheden, die ω en β bepalen. In de vergelijkingen (3′) en (4′) zijn het de onafhankelijk veranderlijke grootheden ω en β, die γ en δ bepalen. Bij ééne waarneming kan dus δ, uit het eerste oogpunt beschouwd, slechts ééne waarde hebben, terwijl deze grootheid, uit het tweede gezien, verschillende waarden kan verkrijgen, van welke de bepaalde waarde uit de vergelijking (3) er eene is; δ' verhoudt zich tegenover δ op dezelfde wijze in het eerste geval, als δ tegenover $\frac{\lambda}{4}$ in het tweede geval.

Wij hebben (bl. 20) reeds nagegaan, aan welke verandering δ onderworpen is bij verandering van ω, en gevonden, dat δ is begrepen tusschen

$$\lambda \frac{\beta}{\pi} \text{ en } \frac{\lambda}{2} - \lambda \frac{\beta}{\pi},$$

waarin β de hoek is, welks tangens de verhouding van de assen der ellips uitdrukt.

Een plaatje, welks gangverschil gelegen is tusschen

$$\lambda \frac{\beta}{\pi} \text{ en } \frac{\lambda}{2} - \lambda \frac{\beta}{\pi}$$

kan derhalve ter compensatie dienen. Doch de ruimte, die men in de keuze van het plaatje heeft, is gebonden aan den graad van ellipticiteit des lichts, dat men wil onderzoeken. Nadert het licht tot circulair licht, dan trekken de grenzen zich zamen, en voor circulair licht zelf kan men geen ander plaatje dan van een kwartgolflengte gebruiken; want dan is $\beta = \frac{\pi}{4}$. Daarentegen verruimen zich de grenzen als het elliptische licht tot lineair nadert, want dan nadert β tot 0.

Op de aanwending van een plaatje, welks gangverschil *nagenoeg* een kwartgolflengte is, berust de methode door STOKES 1) kortelings aangegeven. Het werktuig, dat hij hierbij gebruikt heeft deze eenvoudige inrigting. In een koperen ring, aan welks vlak een vaste vertikale stelling kan worden gegeven, is in dat vlak een verdeelde schijf beweeglijk, welker draaijing tot op tiende deelen van graden kan afgelezen worden aan noniën, die op de voorzijde bevestigd zijn. In het midden is de schijf doorboord, en draagt aan den kant van het invallende licht een gipsplaatje van gezegd gangverschil: aan hare voorvlakte is eene buis concentrisch bevestigd, in welke eene tweede

1) Phil. Mag. IV Ser. Vol. 2, pag. 420.

buis, een Nicol's prisma bevattende, draaibaar is: deze buis is met twee noniën voorzien.

Bij de toepassing dezer methode, denkt men zich het elliptische licht volgens de assen trillende gegeven; men heeft dus hier met een polariseur niets te maken. De vergelijkingen, die de onbekende grootheden geven, zijn dezelfde als vroeger

$$\text{Tg } 2\omega = \text{Tg } 2\gamma \text{ Cos } 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \quad (3')$$

$$\text{Cos } 2\gamma = \text{Cos } 2\omega \text{ Cos } 2\beta. \quad (4')$$

Doch hierin worden nu ω en γ door de proef gegeven en daaruit β en δ berekend; γ heeft hier betrekking tot den stand des analyseurs. Het azimuth ω van de hoofdsnede van het plaatje is in deze vergelijkingen afgerekend van een der assen van de ellips. Maar het is duidelijk, dat dit bij het gebruik van het instrument niet onmiddellijk kan gegeven zijn, om de eenvoudige reden, dat men de rigting der assen niet kent. Men moet derhalve van een ander punt afrekenen. Zij ϱ zijn azimuth ten opzigte van de groote as der ellips, hetwelk STOKES *index-error* noemt, dat dus met het licht veranderlijk is. Als R en R′ de afgelezen azimuths zijn der hoofdsnede van het plaatje ten opzigte van het nulpunt bij de twee standen, waarin het elliptische licht bij doorvalling door het gipsplaatje lineair wordt, dan is

$$\omega = R - \varrho, \quad 90^\circ - \omega = R' - \varrho, \text{ dus}$$

$$2\omega = R - R' + 90^\circ, \text{ en } \varrho = \frac{R + R'}{2} - 45^\circ.$$

Deze laatste vergelijking geeft alzoo de rigting der assen. Rekent men nu het azimuth γ ook van dit nulpunt af, en is ϱ_1, de fout, die men maakt door het niet ten opzigte van de veranderlijke hoofdrigtingen in het plaatje te nemen, dan heeft men wederom als r en r' de afgelezen waarden zijn, die met R en R′ overeenkomen

$\gamma = r - \varrho_1$, $90^\circ - \gamma = r' - \varrho_1$, derhalve

$2\gamma = r - r' + 90^\circ$, en $\varrho_1 = \dfrac{r + r'}{2} - 45^\circ$.

De gevonden waarden van 2ω en 2γ substituerende in de vergelijkingen (3′) en (4′) vindt voor de verhouding der assen en voor het phaseverschil

$$\text{Cos } 2\beta = \frac{\text{Sin } (r' - r)}{\text{Sin } (R' - R)}$$

$$\text{Cos } 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\text{Tg } (r' - r)}{\text{Tg } (R' - R)} \; .$$

Dit instrument geeft, naar de verzekering van STOKES, na eenige oefening voldoende resultaten. De compensatie door een dubbelbrekend plaatje is vrij eenvoudig; zij is dan ook door verscheidene natuurkundigen, als door AIRY, DE SÉNARMONT en DOVE aangegeven, ter vervanging van het Fresnel's parallelopipedum, dat op dezelfde gronden tot hetzelfde doel kan worden gebezigd; doch zijne grootte en vorm maakt het gebruik er van zeer lastig, terwijl daarenboven een glimmer- of gipsplaatje spoediger en gemakkelijker te verkrijgen is dan een goed parallelopipedum.

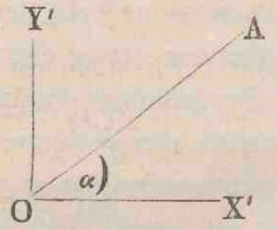
Eene grootere ontwikkeling is aan de compensatie-methode door JAMIN 1) gegeven bij zijne latere onderzoekingen over de elliptische polarisatie van het licht door terugkaatsing. Door eene verbetering van zijn werktuig, dat wij reeds boven beschreven, heeft hij het inderdaad verheven tot een voortreffelijk middel ter herkenning van de eigenschappen, die aan dit licht toekomen. Deze verbetering bestaat hierin, dat hij daaraan een compensator toevoegt, gelijk BABINET dien heeft voorgeslagen, welke tusschen den polariserenden en analyserenden Nicol wordt geplaatst. De aanwending van dezen compensator brengt deze

1) Ann. de Ch. et de phys. Tom. 29 pag. 263.

methode van JAMIN tot de tweede soort der tweede afdeeling terug.

De compensator, dien JAMIN aanwendt, bestaat uit een stelsel van twee dunne kwartsprima's, in één van welke de as des kristals evenwijdig loopt met den brekenden kant, terwijl zij in het andere daarop loodregt is. Overigens behooren de prisma's volkomen aan elkander gelijk te wezen. Zij worden met de hypothenuse-vlakken zoodanig tegen elkander gesteld, dat zij een regthoekig parallelopipedum vormen.

Laat bij dezen stand een regtlijnig gepolariseerde lichtstraal loodregt op het vlak der compensators vallen; de vergelijkingen van de composanten zijner trilling OA, volgens OX′ en OY′,



die wij veronderstellen zamen te vallen met de rigtingen der assen in de respectieve prisma's, zijn dan, als $AOX' = \alpha$ is,

$$x' = c \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} 2\pi \frac{t}{\tau}$$

$$y' = c \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Cos} 2\pi \frac{t}{\tau}.$$

Laat 1) d en d' de dikten zijn van elk der prisma's op de plaats, waar het licht den compensator treft; zij μ_1 een coefficient, waardoor de verandering der amplitude c in de rigting der assen wordt aangeduid, μ_2 die van de verandering in amplitude loodregt op de assen. Wanneer nu

1) Verg. A. BEER, Einl. in die höh. Optik., p. 117 sqq.

n_1 de brekingsindex is voor den straal gepolariseerd in de hoofdsnede des kristals (gewonen straal), n_2 de overeenkomstige grootheid voor den straal loodregt op die hoofdsnede gepolariseerd (buitengewonen straal) 1), dan is het klaar, dat de vergelijkingen der trilllingen na doorgang door het eerste prisma zullen wezen

$$x' = \mu_1 \; c \; \mathrm{Cos} \; \alpha \; \mathrm{Cos} \; 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{n_1 d}{\lambda}\right)$$

$$y' = \mu_2 \; c \; \mathrm{Sin} \; \alpha \; \mathrm{Cos} \; 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{n_1 d}{\lambda}\right),$$

en, na doorgang door het tweede prisma,

$$x' = \mu_2 \mu_1 \; c \; \mathrm{Cos} \; \alpha \; \mathrm{Cos} \; 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{n_1 d + n_2 d'}{\lambda}\right)$$

$$y' = \mu_1 \mu_2 \; c \; \mathrm{Sin} \; \alpha \; \mathrm{Cos} \; 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{n_2 d + n_1 d'}{\lambda}\right),$$

zoodat de amplituden der lichtbundels bij het uittreden uit den compensator zijn, als $\mu_1 \mu_2 \; c = \mathrm{I}$ is, I Cos α en I Sin α, en hun gangverschil

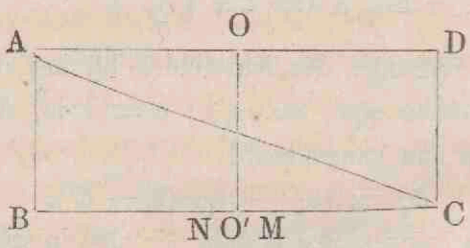
$$\delta_1 = (n_2 - n_1)\,(d - d').$$

Door den compensator is men derhalve in staat een regtlijnig gepolariseerden lichtstraal te ontleden in twee loodregt op elkander gepolariseerde, wier phaseverschil veranderlijk is binnen zekere grenzen, door de inrigting des compensators bepaald. Daar $n_2 - n_1$ constant is, wordt het gangverschil δ_1 positief of negatief met $d - d'$, derhalve naarmate op de plaats, waar het invallende licht den compensator treft, het eene of het andere prisma eene grootere dikte heeft. Voor $d - d' = 0$, is $\delta_1 = 0$, en derhalve het uittredende licht regtlijnig gepolariseerd. Dit kan door den analyserenden Nicol in een bepaalden stand

1) Volgens RUDBERG $n_1 = 1{,}54418$, $n_2 = 1{,}55328$ voor de streep D van FRAUENHOFER.

uitgedoofd worden. Men zal een zwarte streep zien op de plaats waar $d - d' = 0$; doch bij denzelfden stand des analyseurs zal men ook donkere strepen zien op die plaatsen, waar $(n_2 - n_1)(d - d')$ een even aantal halve golflengten is, ter weerszijde van de plaats $d - d' = 0$. Tusschen deze strepen zijn heldere, waarin het licht voor een deel regtlijnig, voor een ander deel elliptisch gepolariseerd is. Het regtlijnig gepolariseerde is daar, waar $(n_2 - n_1)$ $(d - d')$ een oneven aantal halve golflengten bedraagt, en kan door den analyseur in een anderen stand uitgedoofd worden.

Dit geldt alleen voor die plaatsen waarbij men kan onderstellen, dat het licht evenwijdig op den compensator valt. Opdat hieraan geheel voldaan zij, beschouwt JAMIN slechts een klein gedeelte van den compensator.



Laat A B C, A D C de horizontale doorsneden der beide prisma's zijn, in den stand dien wij in de voorgaande beschouwing hebben verondersteld. Men zal nu in het punt O′ een zwarte streep zien; op deze plaats zijn twee draden N en M digt bij en evenwijdig aan elkander gespannen, zoodat zij de zwarte streep begrenzen. Elke waarneming wordt nu gedaan op datgene, wat tusschen deze draden plaats grijpt.

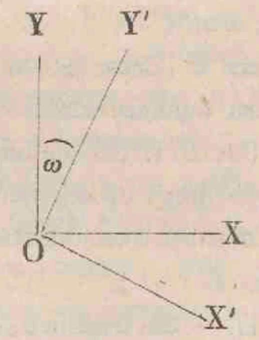
De beide prisma's namelijk zijn in een raam gevat, op welks bovenrand eene verdeeling is aangebragt. Een van beide, bijv. A B C, is daarin bevestigd; het andere A D C, met een index voorzien, is met een mikrometerschroef verbonden, en kan daardoor langs het eerste bewogen worden, zoodat men tusschen de draden N en M de gezamenlijke dikte der prisma's willekeurig veranderen kan. De verandering der dikte is evenredig aan de verplaatsing van het beweeglijke prisma. Men vindt ligtelijk $d - d' = p\,q$, waarin p de verplaatsing beduidt, en q een constant getal is, afhankelijk van den brekenden kant der prisma's. Tusschen deze vergelijking en de uitdrukking voor δ_1 $d - d'$ eliminerende heeft men

$$\delta_1 = p\,q\,(n_2 - n_1) = p\,C,$$

waarin C constant is, en voor elken compensator afzonderlijk te bepalen.

Indien men het prisma zooveel verplaatst, dat $d' > d$ wordt, is p negatief. Men kan derhalve tusschen de draden $\delta_1 = p\,C$ eene willekeurige verandering doen ondergaan, waarvan de grootte en het teeken uit de verplaatsing van een der kwartsprisma's bekend is, en men behoeft geen acht te slaan op datgene, wat buiten de draden N en M gebeurt.

Analyseren wij het licht, dat door den compensator gaat door een Nicol, welks hoofdsnede



O Y met het polarisatievlak van het invallende licht O Y' een hoek ω maakt. De eerste der vergelijkingen (8) geeft ons dan de sterkte van het licht, dat nu in het oog treedt, indien wij daarin

$$a = \mathrm{I}\,\mathrm{Cos}\,\alpha,\ b = \mathrm{I}\,\mathrm{Sin}\,\alpha,\ \text{en}\ \delta = \delta_1$$

stellen. Wij hebben dan

$$A'^2 = I^2 \left(\mathrm{Cos}^2 \alpha \, \mathrm{Cos}^2 \omega + \mathrm{Sin}^2 \alpha \, \mathrm{Sin}^2 \omega + \tfrac{1}{2} \mathrm{Sin}\, 2\alpha \, \mathrm{Sin}\, 2\omega \, \mathrm{Cos}\, 2\pi \frac{\delta_1}{\lambda} \right).$$

Hierin $\mathrm{Cos}\ 2\pi \frac{\delta_1}{\lambda}$ door $1 - 2\ \mathrm{Sin}^2\ \pi \frac{\delta_1}{\lambda}$ vervangende, vindt men na reductie

$$A'^2 = I^2 \left(\mathrm{Cos}^2\ (\alpha - \omega) - \mathrm{Sin}\ 2\alpha\ \mathrm{Sin}\ 2\omega\ \mathrm{Sin}^2\ \pi \frac{\delta_1}{\lambda} \right).$$

Al het licht verdwijnt, wat ook de waarde δ_1 zij, als te gelijk

$$\mathrm{Cos}^2\ (\alpha - \omega) = 0, \text{ en } \mathrm{Sin}\ 2\alpha\ \mathrm{Sin}\ 2\omega = 0.$$

Uit de eerste vergelijking volgt $\omega = \alpha \pm 90°$, en dit in de tweede gestubstitueerd geeft

$$\mathrm{Sin}^2\ 2\alpha = 0, \text{ zoodat } \alpha = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 90° \end{array} \right. .$$

Men ziet dus het geheele veld donker, als gelijktijdig $\alpha = 0°$ en $\omega = 90°$, of $\alpha = 90°$ en $\omega = 0°$, d. i. als de hoofdsneden van polariseur en analyseur evenwijdig met de rigtingen der assen in de kwartsprisma's gesteld zijn.

Als $(n_2 - n_1)\ (d - d_1) = 0$, of gelijk een even aantal halve golflengten is, wordt

$$A'^2 = I^2\ \mathrm{Cos}^2\ (\alpha - \omega),$$

en men heeft dus een donkere streep tusschen de draden als $\omega - \alpha = \pm 90$, d. i. als de hoofdsneden van polariseur en analyseur loodregt op elkander staan. Wanneer $(n_2 - n_1)\ (d - d')$ aan een oneven aantal halve golflengten gelijk is, wordt

$$A'^2 = I^2\ (\mathrm{Cos}^2\ (\alpha - \omega) - \mathrm{Sin}\ 2\alpha\ \mathrm{Sin}\ 2\omega) = I^2\ \mathrm{Cos}^2\ (\alpha + \omega).$$

Wederom een donkere streep tusschen de draden, indien $\alpha + \omega = \pm 90°$, d. i. wanneer de som der azimuths van de hoofdsneden van polariseur en analyseur met een der assen van de kwartsprisma's een regte hoek is.

Uit het gezegde volgt onmiddellijk eene wijze om de constante C in de vergelijking $\delta_1 = p\ C$ te bepalen.

Men brenge namelijk de prisma's in den stand waarin $d - d' = 0$, en doove het licht uit door den analyseur. Vervolgens draaije men dezen 90° om, bewege nu het prisma des compensators naar de eene zijde totdat men eene donkere streep tusschen de draden ziet, en leze de verplaatsing p af: daarop naar de andere zijde totdat men wederom een donkere streep tusschen de draden heeft: in beide gevallen is $\delta_1 = \frac{\lambda}{2}$. Aldus zijn twee bepalingen van de waarde van p verkregen, waarbij het gangverschil $\delta_1 = \frac{\lambda}{2}$ wordt. Het gemiddelde hieruit zij p_1. Nu is voor elke andere waarde van p

$$\delta_1 = p\, C$$

terwijl $$\frac{\lambda}{2} = p_1 C,$$ waaruit

$$\delta_1 = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{p}{p_1}.$$

Indien de beide waarden van p veel van elkander verschillen, zijn de prisma's niet volkomen aan elkander gelijk.

De wijze nu waarop het instrument gebruikt wordt is deze: men laat een gepolariseerden lichtstraal terugkaatsen van de stof, die men wil onderzoeken, en daartoe op het vroeger vermelde tafeltje gesteld heeft, zoodanig, dat de rigting van het reflexievlak evenwijdig is aan die van eene der assen in den compensator. Door deze terugkaatsing zijn de amplituden der composanten veranderd en hebben deze een gangverschil δ verkregen, zoodat men ze nu kan voorstellen door de vergelijkingen

$$x' = h \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} 2\pi \frac{t}{\tau}$$

$$y' = k \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Cos} 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta}{\lambda}\right).$$

Nu gaat het licht door den compensator, waardoor deze vergelijkingen worden

$$x' = \mu_2 \mu_1 \, h \text{ Cos } \alpha \text{ Cos } 2\pi \frac{t}{\tau}$$

$$y' = \mu_1 \mu_2 \, k \text{ Sin } \alpha \text{ Cos } 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta + \delta_1}{\lambda} \right).$$

Het gangverschil tusschen beide is dus $\delta + \delta_1$; men stelle nu den compensator zoodanig, dat

$$\delta + \delta_1 = \pm n \frac{\lambda}{2}.$$

Het uittredende licht is dan regtlijnig gepolariseerd, en wanneer men den analyseur zoo draait, dat dit uitgedoofd wordt, verkrijgt men een donkere streep tusschen de twee draden; als deze zoo donker mogelijk gemaakt is, heeft men door het azimuth γ des analyseurs

$$\frac{\mu_1 \mu_2 \, k}{\mu_2 \mu_1 \, h} \text{ Tg } \alpha = \text{Tg } \gamma, \text{ of } \frac{k}{h} = \frac{\text{Tg } \gamma}{\text{Tg } \alpha},$$

waardoor de verhouding van de amplituden des teruggekaatsten lichts bekend wordt. Om den invloed der fouten in de bepaling van γ gering te maken, kiest JAMIN voor α eene groote waarde; hij maakt dit azimuth gewoonlijk 84° of 85°.

In de vergelijking $\delta + \delta_1 = \pm n \frac{\lambda}{2}$ moet n nog bepaald worden. JAMIN merkt hiertoe op, dat een lichtstraal in een azimuth + 45° met het reflexievlak gepolariseerd, na terugkaatsing onder een hoek van 90° of 0° nog regtlijnig gepolariseerd blijft, doch dat in het eerste geval het azimuth van het polarisatie-vlak is + 45°, zoodat de composanten hetzelfde teeken hebben, en in het tweede geval het azimuth de waarde — 45° heeft, zoodat de teekens der composanten ongelijk zijn. Hieruit besluit hij, dat, in het eerste geval, het gangverschil der composanten is 0 of λ, waarvan hem, op theoretische gronden, de waarde

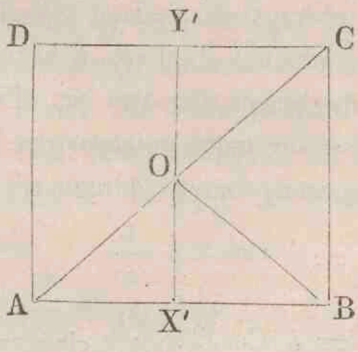
λ de waarschijnlijkste voorkomt 1), terwijl in het tweede geval het gangverschil der composanten $\frac{\lambda}{2}$ is.

Daar de waarde van δ_1 in den compensator tusschen 0 en $\frac{\lambda}{2}$, en δ tusschen $\frac{\lambda}{2}$ en λ begrepen is, ligt $\delta + \delta_1$ tusschen 0 en $\frac{5\lambda}{2}$, welke waarden slechts aan de grenzen der invalling bereikt worden. Als het licht tusschen die grenswaarden van het gangverschil regtlijnig gepolariseerd blijkt, zal

$$\delta + \delta_1 = \pm \frac{\lambda}{2}, \text{ of } \delta + \delta_1 = \pm \lambda \text{ zijn.}$$

Met welke van deze twee vergelijkingen men te doen heeft, blijkt uit den stand des polarisatie-vlaks, gelijk op bl. 13 gezien is.

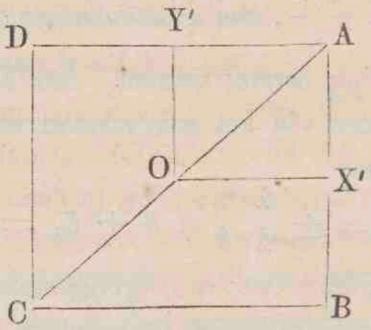
Tot de compensatie-methoden der tweede soort behoort ook de aanwending van den polariskoop, die door BRAVAIS 2) onlangs is bekend gemaakt, met den daaraan toegevoegden compensator. Deze polariskoop bestaat uit een Nicol's of een dubbelbrekend prisma verbonden met een tweeassig glimmerplaatje, dat op eene bijzondere is gesneden.



1) Dit hangt zamen met de theorie der terugkaatsing door CAUCHY gegeven; voor dat JAMIN daarvan de uitkomsten kende had hij de waarde 0 aangenomen. Verg. bl. 35. De proef kan dit niet beslissen.

2) Compt. rend., Tom. XXXII, p. 112.

Zij Y′ X′ in het plaatje ABCD de rigting van het vlak, dat de beide optische assen bevat. Men snijde dit plaatje door volgens eene lijn CA, die met Y′ X′ een hoek van 45° maakt, en draaije de eene helft ABC 180° om eene lijn OB loodregt op het vlak, welks rigting door AC wordt aangeduid, dan zal



OX′ loodregt zijn op OY′. In dezen stand worden de beide helften van het plaatje tusschen twee evenwijdige glasplaatjes gebragt, en in een diaphragma met vierkante opening gevat, waarvan AC de diagonaal is. Dit stelsel plaatst men in eene van binnen zwart gemaakte buis, loodregt op hare as, aan wier ander einde een Nicol zich bevindt, welks hoofdsnede met de gezegde diagonaal zamenvalt of daarop loodregt staat. Laat ons zien hoe deze polariskoop zich tegenover elliptisch licht verhoudt.

Zijn daartoe de composanten van een elliptischen bundel, die door terugkaatsing moge ontstaan zijn, volgens het vlak van terugkaatsing en de daarop loodregte rigting OY′ en OX′

$$x' = a \operatorname{Cos} 2\pi \frac{t}{\tau}$$

$$y' = b \operatorname{Cos} 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta}{\lambda}\right).$$

Men draaije nu den polariskoop zoodanig, dat de rigtingen OY′ en OX′ in het plaatje met het vlak van terugkaatsing en het daarop loodregte zamenvallen, dan hebben wij voor de trillingen van het licht, dat door de eene helft van het plaatje gegaan is, als wij het gangverschil in het plaatje verkregen δ_1 noemen, de vergelijkingen

$$\left.\begin{aligned} x' &= a \operatorname{Cos} 2\pi \frac{t}{\tau} \\ y' &= b \operatorname{Cos} 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta + \delta_1}{\lambda}\right). \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

Voor de trillingen van het licht, dat door de andere helft van het plaatje is getogen, hebben wij, omdat nu O X′ de rigting van het vlak der optische assen aanduidt, en het gangverschil in het plaatje daardoor van teeken verandert, dus de snelheid juist de omgekeerde is van die in het vorige geval,

$$\left.\begin{aligned} x' &= a \operatorname{Cos} 2\pi \frac{t}{\tau} \\ y' &= b \operatorname{Cos} 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta - \delta_1}{\lambda}\right). \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

Nu treedt het licht door een Nicol's prisma, welks hoofdsnede met O Y′ een hoek van 45° maakt, en dus zamenvalt met de diagonaal A C van het dubbele plaatje. Wij verkrijgen de vergelijkingen der amplituden, die bij het uittreden aan het licht toekomen, door in de eerste der vergelijkingen (8) bl. 15 voor ω te stellen 45°, en daarin voor de helft van het plaatje waarvoor de vergelijkingen (18) gelden $\delta = \delta + \delta_1$, en voor de helft waarop de vergelijkingen (19) betrekking hebben $\delta = \delta - \delta_1$ te stellen. Men heeft dan, A_1 en A_2 de overeenkomstige amplituden noemende,

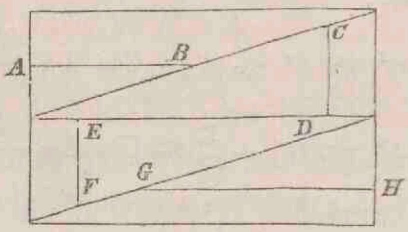
$$A_1^2 = \tfrac{1}{2}\left\{a^2 + b^2 + 2ab \operatorname{Cos} 2\pi\left(\frac{\delta + \delta_1}{\lambda}\right)\right\}$$

$$A_2^2 = \tfrac{1}{2}\left\{a^2 + b^2 + 2ab \operatorname{Cos} 2\pi\left(\frac{\delta - \delta_1}{\lambda}\right)\right\}.$$

Wij zien dat de beelden A_1^2, A_2^2 in wit licht gekleurd zijn met eene kleur afhankelijk van het gangverschil δ_1

van het glimmerplaatje en van dat van het invallende elliptische licht, en tevens dat slechts dan de beide helften gelijk gekleurd zullen zijn, d. i. $A_1^2 = A_2^2$, als $\delta = n \frac{\lambda}{2}$, dus als het invallende licht regtlijnig is gepolariseerd. De minste afwijking, die δ van deze waarde heeft, maakt dat de beide helften ongelijk gekleurd zijn; en wel zoodanig dat de kleur der eene helft juist zooveel rijst in de schaal van NEWTON als de andere daalt. Deze ongelijke kleuring is dus het kenmerk van elliptisch licht. Om de tegengestelde verandering der kleuren in de beide helften, is deze polariskoop gevoeliger, dan zulk een waarbij men een enkel dubbelbrekend plaatje zou willen gebruiken. BRAVAIS kiest zijn plaatje zoo, dat de kleur in regtlijnig gepolariseerd licht eene der *teintes sensibles* van BIOT is; voor het violet der eerste orde moet de dikte van het plaatje zijn $0^{mm},11$, voor het purper der tweede orde $0^{mm},22$.

Tot herstelling van de gelijkheid van kleur moet het elliptische licht regtlijnig gemaakt worden. Hiertoe bezigt BRAVAIS een compensator, die in dit licht eene gelijke kleur verkrijgt en dien hij daarom *compensateur à teinte plate* noemt. Deze bestaat uit twee compensatoren van BABINET. De zamenstellende prisma's moeten, wat den vorm betreft, volkomen aan elkander gelijk wezen, en zoodanig gesteld, dat de schuinsche binnenvlakken der beide compensatoren onderling evenwijdig zijn, en de kristallo-



graphische assen E F en C D in de beide binnenste prisma's gelijke rigting hebben, en evenzoo de assen AB en GH in de beide buitenste. De prisma's in elken compensator zijn vast aan elkander verbonden, doch de eene compensator is langs den anderen beweeglijk; de grootte der verplaatsing wordt door een mikrometer bepaald. Heeft men derhalve met elliptisch licht te doen, dan schroeft men den compensator zooveel op, dat men de beide helften van het beeld weder gelijk gekleurd ziet. De verplaatsing des compensators moet dan het gangverschil leeren kennen.

Om de verhouding der amplituden te bepalen, draait men de buis met het dubbele glimmerplaatje zoo lang tot dat men de kleur in hare grootste lichtsterkte ziet; de diagonaal AC des werktuigs valt dan zamen met het polarisatie-vlak.

Wij zijn genaderd tot de methoden der tweede klasse, waarbij men het elliptische licht niet vooraf lineair maakt. Ook bij deze zou men twee afdeelingen kunnen onderscheiden; tot de eene zouden dan die gebragt moeten worden, waarbij men zich van polariseur en analyseur alleen bedient; in de andere zouden die begrepen zijn, waarbij men tusschen beiden een dubbelbrekend plaatje stelt. Tot de eerste afdeeling behoort de wijze, welke door JAMIN en DE SÉNARMONT is gevolgd, en die hierin bestaat, dat men door een analyserend dubbelbrekend prisma twee gelijke beelden van het te onderzoeken licht waarneemt.

Wij hebben in (10) of (11) de voorwaarden gevonden, waaraan in dit geval moet worden voldaan. Nemen wij de eerste dezer vergelijkingen en stellen daarin

$$a = h \operatorname{Cos} \alpha\,, \quad b = k \operatorname{Sin} \alpha\,,$$

aan de grootheden α, h en k dezelfde beteekenis als vroeger toekennende, dan wordt zij

$$(h^2 \operatorname{Cos}^2 \alpha - k^2 \operatorname{Sin}^2 \alpha) \operatorname{Cos} 2\omega + hk \operatorname{Sin} 2\alpha \operatorname{Sin} 2\omega \operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 0,$$

waarin ω het azimuth is van de hoofdsnede der analyseurs met het reflexievlak en δ het gangverschil door de terugkaatsing voortgebragt. Door $k^2 \operatorname{Cos}^2 \alpha \operatorname{Cos} 2\omega$ deelende heeft men

$$(20) \quad \operatorname{Tg}^2 \alpha - 2 \frac{h}{k} \operatorname{Tg} 2\omega \operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \operatorname{Tg} \alpha - \frac{h^2}{k^2} = 0.$$

In deze vergelijking is eene der beide grootheden α en ω willekeurig. Men kan het invallende licht in een gegeven azimuth α met het reflexievlak polariseren en door de waarneming de waarde van ω bepalen, die de beide beelden gelijk maakt, of men kan ω willekeurig nemen, om dan door de waarneming α te zoeken. JAMIN, die deze methode bezigde in verband met die van herhaalde terugkaatsing, had alleen ten doel de verhouding $\frac{h}{k}$ te vinden. Hij stelde dus den analyseur met de hoofdsnede evenwijdig aan het reflexie-vlak, waardoor $\omega = 0$ wordt. Deze waarde in de voorgaande vergelijking stellende heeft men

$$\frac{h}{k} = \operatorname{Tg} \alpha.$$

Men kent dus de verhouding der amplituden uit den stand des polariseurs.

Volgt men echter den weg dien DE SÉNARMONT inslaat, dan vindt men zoowel de verhouding der amplituden $\frac{h}{k}$ als het phaseverschil $2\pi \frac{\delta}{\lambda}$. In dit geval komt de wijze van proefneming hierop neder, dat men aan den analyseur een vaste stelling geeft, die op de uitsluiting der azimuths 0°, 90° en 180° na, willekeurig is, en de twee stellingen der polariseurs bepaalt, waarbij de beelden gelijk zijn. De waarneming geeft dan twee verschillende waarden van het azimuth α, die wij α_1 en α_2 zullen noemen. Zij beantwoorden aan de wortels der vergelijking (20); derhalve is

$$\text{Tg}\ \alpha_1 + \text{Tg}\ \alpha_2 = 2\ \frac{h}{k}\ \text{Tg}\ 2\,\omega\ \text{Cos}\ 2\,\pi\ \frac{\delta}{\lambda}$$

en
$$\text{Tg}\ \alpha_1\ \text{Tg}\ \alpha_2 = -\ \frac{h^2}{k^2}\,.$$

Uit deze vergelijking volgt nu ter bepaling der verlangde grootheden

$$\frac{h}{k} = \sqrt{-\ \text{Tg}\ \alpha_1\ \text{Tg}\ \alpha_2}$$

$$\text{Cos}\ 2\,\pi\ \frac{\delta}{\lambda} = \text{Cotg}\ 2\,\omega\ \frac{\text{Tg}\ \alpha_1 + \text{Tg}\ \alpha_2}{2\sqrt{-\ \text{Tg}\ \alpha_1\ \text{Tg}\ \alpha_2}}$$

$$= \text{Cotg}\ 2\,\omega\ \frac{\text{Sin}\ (\alpha_1 + \alpha^2)}{\sqrt{-\ \text{Sin}\ 2\,\alpha_1\ \text{Sin}\ 2\,\alpha_2}}\,.$$

Door deze methode bepaalt men ook zeer gemakkelijk de rigting van de assen der ellips. Wij hebben boven (bl. 17) gezien, dat de stand van de hoofdsnede des dubbelbrekenden prisma's, waardoor zij gegeven wordt, 45° verschilt van het azimuth, waarbij de beelden gelijk zijn: bij dit azimuth heeft men dus slechts 45° te stellen, of dezen hoek er van af te trekken, om de rigting van de assen der ellips te vinden.

Het is noodig om bij deze methode homogeen licht te gebruiken. Zij overtreft in eenvoudigheid die, welke tot nog toe zijn vermeld. De sénarmont echter verwierp ze om de onzekerheid, die de bepaling van de gelijkheid van twee lichtsterkten van dezelfde kleur heeft. Hij geeft op dat de fout, die hij hierbij maakte, soms 4° bedroeg, en dat hij in de gunstigste omstandigheden voor 1° niet kon instaan. Doch dit bezwaar kan in het algemeen deze methode niet drukken, getuige een aanmerking van jamin 1):

1) Ann. de Ch. et de Phys., T. XIX, pag. 302.

»On sait, en effet avec quelle facilité l'oeil reconnaît l'égatité de deux lumières de même teinte, et je me suis assuré qu'un peu d'habitude rendait la sensibilité de cet organe vraiment remarquable; les resultats des expériences faites dans les mêmes circonstances ne diffèrent jamais plus de quinze minutes." En dat JAMIN een geoefend en naauwkeurig waarnemer is zal niemand betwijfelen, die zijne schoone proeven kent.

Tot de methoden van de tweede afdeeling dezer klasse behoort die van DE SÉNARMONT, welke berust op eene bijzondere eigenschap van het bergkristal. Dit is daardoor gekenmerkt, dat hierin het licht volgens de rigting der as dubbel gebroken wordt. Wanneer een regtlijnig gepolariseerde lichtstraal loodregt valt op een kwartsplaatje, dat loodregt op de as gesneden is, verdeelt hij zich bij doorgang in twee bundels, die tegengesteld circulair gepolariseerd zijn. FRESNEL heeft door de proef dit feit vastgesteld, nadat hij door de theorie de mogelijkheid er van had aangetoond. Zij blijkt ons uit de vergelijkingen (14), (15), (16), bl. 21.

Indien men zulk een kwartsplaatje in lineair gepolariseerd wit licht door een dubbelbrekend prisma beschouwt, ziet men twee complementair gekleurde beelden, welke bij ronddraaijing van het prisma van de eene kleur in de andere overgaan, daarbij steeds complementair blijvende. Bezigt men homogeen licht tot de proef, dan blijkt dit bij het uittreden wederom regtlijnig gepolariseerd te zijn en eene draaijing van het polarisatie-vlak ondergaan te hebben. Men kent nu twee soorten van kwarts, welke zich daarin van elkander onderscheiden, dat de gelijknamige beelden bij draaijing van het prisma in dezelfde rigting de kleuren van het spectrum in tegengestelde orde doorloopen, of ook in homogeen licht daaraan te herkennen zijn, dat zij het polarisatie-vlak in tegengestelden zin doen draaijen. Een zamenstel van twee dergelijke kwartsplaatjes, zoo als dat door SOLEIL is voorgeslagen en onder den naam van dubbelkwarts (biquarz, ou quarz à deux rotations) bekend is, stelt DE SÉNARMONT onmiddellijk voor den polariseur. Het polarisatievlak van het invallende licht wordt nu daaraan herkend, dat de beide kwartshelften door den analyseur gezien, gelijk gekleurd zijn, wanneer de hoofdsnede des analyseurs evenwijdig is aan het polarisatie-vlak of daarop loodregt staat.

Wij zien dit uit de vergelijkingen (14) en (17). Want de eersten stellen de trillingen voor na doorgang door de eene kwartshelft, indien δ_1 het gangverschil is, dat hierin verkregen wordt; en als α het azimuth beteekent van de hoofdsnede des analyseurs ten opzigte der hoofdsnede van den Nicol, waardoor het invallende licht gepolariseerd is, hebben wij uit (17) de vergelijkingen der lichtsterkten. Zij zijn

$$A'^2 = 4a^2 \operatorname{Cos}^2\left(\pi \frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha\right), \text{ en } B'^2 = 4a^2 \operatorname{Sin}^2\left(\pi \frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha\right).$$

Wij vinden de overeenkomstige grootheden voor het licht, dat door de andere kwartshelft is gegaan, wier werking tegengesteld is aan die der eerste, als wij in deze vergelijkingen voor δ_1 stellen $-\delta_1$: derhalve

$$A'^2_1 = 4a^2 \operatorname{Cos}^2\left(\pi \frac{\delta_1}{\lambda} + \alpha\right), \text{ en } B'^2_1 = 4a^2 \operatorname{Sin}^2\left(\pi \frac{\delta_1}{\lambda} + \alpha\right).$$

De gelijknamige beelden, A'^2 en A'^2_1 of B'^2 en B'^2_1 worden slechts aan elkander gelijk, als

$$\pi \frac{\delta_1}{\lambda} + \alpha = \pi \frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha \text{ of } = 180° + \pi \frac{\delta^1}{\lambda} - \alpha,$$

en dus $\alpha = 0°$ of $\alpha = 90°$, d. i. wanneer de hoofdsneden van polariseur en analyseur zamenvallen of loodregt op elkander zijn.

Het licht is na door polariseur en dubbelkwarts getogen te zijn nog regtlijnig gepolariseerd, zooals uit (16) blijkt.

DE SÉNARMONT laat het nu de terugkaatsing ondergaan. Indien wij α het azimuth van het reflexievlak met de hoofdsnede des polariserenden Nicols noemen, dan zijn de vergelijkingen (17) op dit geval van toepassing, indien daarin slechts de verandering in amplitude en gangverschil gebragt wordt door de terugkaatsing veroorzaakt. Na de terugkaatsing gelden dus de vergelijkingen

$$x' = h \,\mathrm{Cos}\left(\pi \frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha\right) \mathrm{Cos}\, 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta_1}{2\lambda}\right)$$

$$y' = k \,\mathrm{Sin}\left(\pi \frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha\right) \mathrm{Cos}\, 2\pi \left(\frac{t}{\tau} + \frac{\delta_1}{2\lambda} + \frac{\delta}{\lambda}\right)$$

voor het licht, dat door de eene helft van den dubbelkwarts was gegaan: voor dat der andere helft geldt een dergelijk paar met verschillend teeken van δ_1; h, k, δ hebben hier de vroegere beteekenis.

Vervolgens wordt het licht geanalyseerd door een dubbelbrekend prisma, welks hoofdsnede een hoek ω met het reflexievlak maakt. De vergelijkingen der amplituden, welke wij hier behoeven, kunnen terstond gevonden worden door op te merken, dat, om de vergelijkingen (1′) der trillingen met de bovenstaande te doen overeenkomen, men slechts te stellen heeft

$$a = h \,\mathrm{Cos}\left(\pi \frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha\right),\ b = k \,\mathrm{Sin}\left(\pi \frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha\right),\ \text{en}\ \frac{t}{\tau} = \frac{t}{\tau} + \frac{\delta_1}{2\lambda}.$$

Brengen wij deze waarden over in de vergelijkingen (8) dan hebben wij

$$A'^2 = h^2 \,\mathrm{Cos}^2\left(\pi \frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha\right) \mathrm{Cos}^2\,\omega + k^2 \,\mathrm{Sin}^2\left(\pi \frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha\right) \mathrm{Sin}^2\,\omega + \tfrac{1}{2} hk \,\mathrm{Sin}\, 2\omega \,\mathrm{Sin}\, 2\left(\pi \frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha\right) \mathrm{Cos}\, 2$$

$$B'^2 = h^2 \,\mathrm{Cos}^2\left(\pi \frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha\right) \mathrm{Sin}^2\,\omega + k^2 \,\mathrm{Sin}^2\left(\pi \frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha\right) \mathrm{Sin}^2\,\omega - \tfrac{1}{2} hk \,\mathrm{Sin}\, 2\omega \,\mathrm{Sin}\, 2\left(\pi \frac{\delta_1}{\lambda} - \alpha\right) \mathrm{Cos}\, 2$$

Stellen wij in de waarde van A'^2

$$-\frac{k}{h} \,\mathrm{Tg}\,\omega = \mathrm{Tg}\,\vartheta \qquad (21)$$

dan wordt

$$=\frac{h^2\,\mathrm{Cos}^2\,\omega}{\mathrm{Cos}^2\,\vartheta}\left\{\mathrm{Cos}^2\,\vartheta-\mathrm{Cos}\,2\,\vartheta\,\mathrm{Sin}^2\left(\pi\frac{\delta_1}{\lambda}-\alpha\right)-\tfrac{1}{2}\,\mathrm{Sin}\,2\,\vartheta\,\mathrm{Sin}\,2\left(\pi\frac{\delta_1}{\lambda}-\alpha\right)\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right\}$$

$$=\frac{h^2\,\mathrm{Cos}^2\,\omega}{\mathrm{Cos}^2\,\vartheta}\left\{\mathrm{Cos}^2\,\vartheta-\mathrm{Cos}\,2\vartheta\,\mathrm{Cos}^2\pi\frac{\delta_1}{\lambda}+\mathrm{Cos}\,2\vartheta\,\mathrm{Cos}^2\alpha\,\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta_1}{\lambda}+\tfrac{1}{2}\mathrm{Sin}\,2\vartheta\,\mathrm{Sin}\,2\alpha\,\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta_1}{\lambda}\,\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right.$$
$$\left.+\tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}\,2\,\vartheta\,\mathrm{Cos}\,2\,\alpha\,\mathrm{Sin}\,2\pi\frac{\delta_1}{\lambda}\left(\mathrm{Tg}\,2\,\alpha-\mathrm{Tg}\,2\,\vartheta\,\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)\right\}.$$

Bij den vorm tusschen de parenthesen $\}\{$ de termen

$$-\tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}\,2\,\vartheta\,\mathrm{Sin}^2\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta_1}{\lambda}+\tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}\,2\,\vartheta\,\mathrm{Sin}^2\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta_1}{\lambda}$$

voegende en herleidende vindt men

$$=\frac{h^2\,\mathrm{Cos}^2\,\omega}{\mathrm{Cos}^2\,\vartheta}\left\{\mathrm{Cos}^2\,\vartheta-\tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}\,2\,\vartheta+\tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta_1}{\lambda}\left(\mathrm{Cos}\,2\,\vartheta\,\mathrm{Cos}\,2\,\alpha+\mathrm{Sin}\,2\,\vartheta\,\mathrm{Sin}\,2\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)\right.$$
$$\left.+\tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}\,2\,\vartheta\,\mathrm{Cos}\,2\,\alpha\,\mathrm{Sin}\,2\pi\frac{\delta_1}{\lambda}\left(\mathrm{Tg}\,2\,\alpha-\mathrm{Tg}\,2\,\vartheta\,\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)\right\},$$

en daar $\mathrm{Cos}\,2\,\vartheta-\tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}\,2\,\vartheta=\tfrac{1}{2}$, en uit (21) volgt

$$\mathrm{Cos}^2\,\vartheta=\frac{h^2\,\mathrm{Cos}^2\,\omega}{h^2\,\mathrm{Cos}^2\,\omega+k^2\,\mathrm{Sin}^2\,\omega}$$

is eindelijk

$$^2=\tfrac{1}{2}\left(h^2\,\mathrm{Cos}^2\,\omega+k^2\,\mathrm{Sin}^2\,\omega\right)\left\{1+\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta_1}{\lambda}\left(\mathrm{Cos}\,2\,\vartheta\,\mathrm{Cos}\,2\,\alpha+\mathrm{Sin}\,2\,\vartheta\,\mathrm{Sin}\,2\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)\right.$$
$$\left.+\mathrm{Cos}\,2\,\vartheta\,\mathrm{Cos}\,2\,\alpha\,\mathrm{Sin}\,2\pi\frac{\delta_1}{\lambda}\left(\mathrm{Tg}\,2\,\alpha-\mathrm{Tg}\,2\vartheta\,\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)\right\}.$$

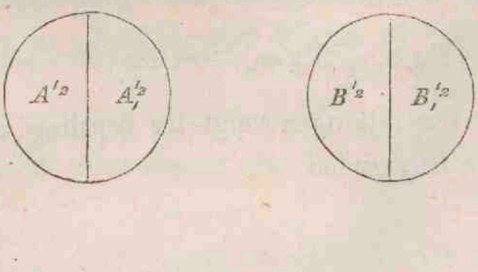
Op dezelfde wijze verkrijgt wij voor B'^2 met substitutie van

$$+\frac{k}{h}\,\mathrm{Cotg}\,\omega=\mathrm{Tg}\,\vartheta' \qquad (22)$$

$$=\tfrac{1}{2}\left(h^2\,\mathrm{Sin}^2\,\omega+k^2\,\mathrm{Cos}^2\,\omega\right)\left\{1+\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta_1}{\lambda}\left(\mathrm{Cos}\,2\,\vartheta'\,\mathrm{Cos}\,2\,\alpha+\mathrm{Sin}\,2\,\vartheta'\,\mathrm{Sin}\,2\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)\right.$$
$$\left.+\mathrm{Cos}\,2\,\vartheta'\,\mathrm{Cos}\,2\,\alpha\,\mathrm{Sin}\,2\,\omega\frac{\delta_1}{\lambda}\left(\mathrm{Tg}\,2\,\alpha-\mathrm{Tg}\,2\,\vartheta'\,\mathrm{Cos}\,2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)\right\}.$$

Door verandering van δ_1 in $-\delta_1$ geven deze formules de lichtsterkten $A_1'^2$ en $B_1'^2$ der beelden afkomstig van het licht, dat door de andere heeft der dubbelkwarts is getreden.

Wanneer twee gelijknamige beelden der kwartshelften gelijk gekleurd zullen wezen, d. i. $A'^2=A_1'^2$ of $B'^2=B_1'^2$



moet in de daarvoor gevonden uitdrukkingen, die term verdwijnen, waarop het teeken van δ_1 invloed heeft. Derhalve zijn de twee helften van het gewone beeld gelijk gekleurd als

$$\mathrm{Tg}\ 2\alpha - \mathrm{Tg}\ 2\vartheta \ \mathrm{Cos}\ 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = 0,$$

en die van het buitengewone beeld, als

$$\mathrm{Tg}\ 2\alpha - \mathrm{Tg}\ 2\vartheta' \ \mathrm{Cos}\ 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = 0.$$

Indien de beide helften van elk der beelden een gelijke kleur zullen hebben, moeten deze vergelijkingen voor dezelfde waarde van α te gelijktijdig gelden, en dus ook zijn

$$\mathrm{Cos}\ 2\pi\frac{\delta}{\lambda}(\mathrm{Tg}\ 2\vartheta - \mathrm{Tg}\ 2\vartheta') = \mathrm{Cos}\ 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\ \frac{\mathrm{Sin}\ (\vartheta - \vartheta')}{\mathrm{Cos}\ \vartheta\ \mathrm{Cos}\ \vartheta'} = 0$$

Bij een willekeurig gangverschil δ zou dus $\vartheta = \vartheta'$ moeten wezen, en daar uit (21) en (22) in dat geval volgt

$$\frac{k^2}{h^2} = - \mathrm{Tg}^2\ \vartheta \text{ heeft men } \frac{k}{h} = \mathrm{Tg}\ \vartheta \sqrt{-1}.$$

De eenkleurigheid van elk der beelden is dus in het algemeen niet mogelijk. Indien men zich nu bepaalt bij één beeld, bijv. het gewone en dus $A'^2 = A_1'^2$, heeft men als voorwaarde

$$\mathrm{Tg}\ 2\alpha = \mathrm{Tg}\ 2\vartheta\ \mathrm{Cos}\ 2\pi\frac{\delta}{\lambda},$$

waaraan, daar $\mathrm{Tg}\ 2\vartheta = \mathrm{Tg}\ (180^\circ + 2\vartheta)$ is, voldaan wordt door ϑ en $90^\circ + \vartheta$. Als ω_1 en ω_2 de waarden van ω zijn, die met deze waarden van ϑ overeenkomen, en welke men door de waarneming leert kennen, hebben wij

$$\frac{k}{h}\mathrm{Tg}\,\omega_1 = -\mathrm{Tg}\,\vartheta,\ \frac{k}{h}\mathrm{Tg}\,\omega_2 = -\mathrm{Tg}\,(90^\circ + \vartheta) = \mathrm{Cotg}\ \vartheta.$$

Uit deze vergelijkingen volgt ter bepaling van de verhouding der amplituden

$$\frac{k^2}{h^2} = - \operatorname{Cotg} \omega_1 \operatorname{Cotg} \omega_2$$

of

$$\frac{k}{h} = \sqrt{- \operatorname{Cotg} \omega_1 \operatorname{Cotg} \omega_2}\,.$$

Nog volgt uit beide vergelijkingen, als men haar quotient neemt,

$$\operatorname{Tg}^2 \vartheta = - \frac{\operatorname{Tg} \omega_1}{\operatorname{Tg} \omega_2}\,,$$

waaruit terstond wordt gevonden

$$\operatorname{Tg} 2\vartheta = \frac{\sqrt{- \operatorname{Sin} 2\omega_1 \operatorname{Sin} 2\omega_2}}{\operatorname{Sin} (\omega_1 + \omega_2)}\,,$$

zoodat het phase-verschil bekend wordt uit de vergelijkingen

$$\operatorname{Cos} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \operatorname{Tg} 2\alpha \frac{\operatorname{Sin} (\omega_1 + \omega_2)}{\sqrt{- \operatorname{Sin} 2\omega_1 \operatorname{Sin} 2\omega_2}}\,.$$

De wijze van proefneming, welke men te volgen heeft, komt derhalve hierop neder: Men polariseert het licht in een gegeven azimuth met het vlak van terugkaatsing, bepaalt de twee standen des analyseurs, waarin de twee helften bijv. van het gewone beeld eenkleurig worden, en berekent amplitude-verhouding en phase-verschil uit de gevonden vergelijkingen 1).

Wij moeten op de behandelde methoden nog een blik slaan met betrekking tot het licht dat daarbij aangewend kan worden. Twee daarvan vorderen het gebruik van wit licht: zij zijn die van BRAVAIS en die met den dubbelkwarts van DE SÉNARMONT, want deze berusten inderdaad op kleursverandering, die zonder wit licht niet kan verkregen worden. Juist daarom leveren zij bezwaren op, die

---

1) Ann. de Ch. et de Phys. 3e Ser. T. XX.

men niet in staat is te vermijden. Gaan wij bijv. de formules na, waardoor bij de methode van DE SÉNARMONT de verhouding der amplituden en het phase-verschil uitgedrukt worden, dan zien wij dat de eerste bekend wordt uit den stand des analyseurs. Daar echter het licht van verschillende kleur in ongelijke hoeveelheden wordt teruggekaatst, wordt die verhouding voor verschillende kleuren verschillend, en één bepaalde stand des analyseurs kan aan die verschillende waarden niet voldoen. Niet anders is het met het phase-verschil, in welks uitdrukking de golflengte voorkomt, zoodat men daaraan reeds ziet, dat zij voor verschillende waarden van λ, verschillende waarden van den stand des analyseurs vereischt. Hetzelfde geldt voor de methode van BRAVAIS. Wil men dit bezwaar nu opheffen door homogeen licht te gebruiken, dan verliezen deze methoden haar karakter: de dubbelkwarts en het dubbele glimmerplaatje zijn overtollig, omdat men eene methode bezit, door DE SÉNARMONT zelven gegeven, welke, zonder een van beide te bezigen, de verlangde grootheden kennen doet.

Wat de overige compensatie-methoden aangaat, ook daarbij is het gebruik van homogeen licht boven dat van wit licht verkiesselijk. Men wendt daarbij dubbelbrekende plaatjes ter compensatie aan, die aan het licht, dat er doorgaat, een bepaald gangverschil geven. Doch dit gangverschil kan onmogelijk voor verschillende kleuren hetzelfde wezen, Zoo is bijv. in een kwartsplaatje van 1^{mm} dikte, het gangverschil voor de streep B van Frauenhofer 13.04, voor de streep H 24.10, uitgedrukt in golflengten van het licht tot de respectieve streepen behoorende. Een plaatje van een kwartgolflengte, dat het roode licht volkomen compenseert, kan derhalve ter compensatie van het violette licht niet dienen, en omgekeerd. Een kwartsplaatje, dat aan het licht, tot de streep B behoorende, een gangverschil geeft van een kwartgolflengte zal $0^{mm},01916$ dik moeten zijn, terwijl de dikte $0^{mm},01037$ moet bedragen, als men datzelfde gangverschil verlangt voor het licht van de streep H. Een dergelijk besluit geldt voor glimmer en gips. Het is daarom dat MACCULLAGH, indien men met wit licht werken wil, het gebruik van een Fresnel's parallelopipedum aanraadt, hetwelk ingerigt is voor de stralen van nagenoeg middelbare breekbaarheid. De dispersie brengt hier geen groote verschillen te weeg voor het licht, waaraan de grenswaarden der breekbaarheid toekomen. Berekent men voor den straal, behoorende tot het lichtste gedeelte van het spectrum, den invallingshoek opdat het phase-verschil $\frac{\pi}{4}$ zij, en gaat dan na, welk het phase-verschil wezen zal voor de strepen B en H bij dien invallingshoek, dan vindt men bij glas van geringen brekingsindex (crownglas n°. 15 van Frauenhofer) voor de eerste 44° 47′, voor de laatste 45° 39′, en bij glas van grooten brekingsindex (Flintglas n°. 13 van Frauenhofer) voor de eerste 44° 42′, voor de laatste 45° 46′.

De methode echter, waarmede JAMIN in de laatste jaren zulke glansrijke uitkomsten verkreeg, schijnt, vooral met homogeen licht, waarvan hij zich dan ook bij uitsluiting bedient, de overigen te overtreffen. De wijze waarop de gegevens der waarneming tot het vinden van amplitude-verhouding en gangverschil worden aangewend, is hier zeer eenvoudig. De aflezing van den compensator geeft het gangverschil: het moet door middel van de azimuths van polariseur, analyseur en dubbelbrekend plaatje, bij de methode waar men zich hiervan bedient, hetzij dan onder den vorm van gips of glimmer plaatje of onder dat van een parallelopipedum, berekend worden, en is dus aangedaan met de fouten, die men bij het aflezen dezer drie grootheden kan begaan. Dezelfde grootheden moeten voor het vinden der amplituden-verhouding dienen. JAMIN heeft er slechts twee noodig, het azimuth van polariseur en analyseur.

THESES.

I.

. . . . the inductive and deductive methods of enquiry may be said to go hand in hand, the one verifying the conclusions deduced by the other; and the combination of experiment and theory . . . . . forms an engine of discovery infinitely more powerful than either taken separately.

J. F. W. HERSCHEL.

II.

Onwaar is ULE's uitspraak: »Der Physiker studiert jetzt die Natur am Schreibtisch, er berechnet und construirt sie . . . . Er bedarf der Experimente weniger, um die Natur zu fragen, um ihr die Geheimnisse ihres Lebens und Wirkens zu entlocken, als um durch sie die Uebereinstimmung seiner selbstgeschaffnen Natur mit der Wirklichkeit der Erscheinungen nachzuweisen."

5*

III.

Zeer te regt zegt LALANDE: „.... le conseil le plus important que l'on puisse donner à ceux qui étudient les mathématiques, c'est d'exercer leur imagination beaucoup plus que leur mémoire, c'est de lire peu et de penser beaucoup, de chercher par eux mêmes les démonstrations, ou du moins d'essayer leurs forces le plus souvent qu'ils pourront."

IV.

Met de beoefening der natuurwetenschappen behoort die van hare geschiedenis gepaard te gaan.

V.

In de natuur gaat geen kracht verloren.

VI.

De lichtverschijnselen door STOKES in den laatsten tijd onderzocht zijn niet aan phosphorescentie toe te schrijven.

VII.

De absorptie der lichtstralen kan niet door interferentie verklaard worden.

VIII.

De proef van HAIDINGER (POGG., Ann., Bd. LXXXVI, S. 131) bewijst niet dat de trillingen des ethers loodregt op het polarisatie-vlak zijn.

IX.

Het beginsel, waarop de compensatie-methode van POGGENDORFF ter bepaling van de elektromotorische krachten berust, is het eenige waardoor men de polarisatie der elektroden kan ontwijken.

X.

Hoewel het ontstaan van den galvanischen stroom niet tot oorzaak heeft eene chemische werking der in aanraking zijnde metalen en vochten, is hij echter van den chemischen aard dier stoffen afhankelijk.

XI.

De bevruchting der dierlijke eijeren heeft plaats door het binnendringen der spermatozoa in de holte van het ei.

XII.

De wijze waarop de cellen zich ontwikkelen en daarbij van vorm veranderen is in de hoofdtrekken bij planten en dieren gelijk.

XIII.

Onder alle uitwendige invloeden, die op de plant werken, zijn die van warmte en vochtigheid de belangrijkste.

XIV.

Vele gebergten zijn niet plotseling ontstaan doch langzamerhand, soms in zeer lange tijdruimten gevormd.

XV.

De aarde heeft een inwendige warmtebron.

XVI.

Bij het bepalen van den ouderdom der lagen door fossiele dieren, moet bijzonder gelet worden op de dieptegrenzen, waarop zij hebben kunnen leven.

XVII.

Tot de vorming van grondijs is niet noodig, dat ijsdeeltjes, vooraf aan de oppervlakte gevormd, door de beweging des waters naar beneden gevoerd worden en zich aan den bodem vasthechten.

XVIII.

Het is waarschijnlijk dat er duistere zonnen zijn.

VERBETERINGEN.

Bladz. 6 Noot 2). Verg. ook POGG, Ann. Bd. 56. S. 400.
» 16 r. 1 v. o. *staat:* (8) *lees:* (2).