



Onderzoekingen over de straling der zonnevlekken

<https://hdl.handle.net/1874/317345>

H. Ger. 192, 1933

ONDERZOEKINGEN OVER DE STRALING DER ZONNEVLEKKEN

A. J. M. WANDERS

Diss.
Utrecht

1933

BIBLIOTHEEK DER
RIJKSUNIVERSITEIT
UTRECHT.

ONDERZOEKINGEN OVER DE STRALING DER ZONNEVLEKKEN

De zonneweek is een van de belangrijkste
factoren in de zonnestraling. De zonneweek
is de tijd die verloopt van het begin van de
zonnestraling tot het einde van de zonnestraling.
De zonneweek is de tijd die verloopt van het
begin van de zonnestraling tot het einde van de
zonnestraling. De zonneweek is de tijd die
verloopt van het begin van de zonnestraling
tot het einde van de zonnestraling. De zonneweek
is de tijd die verloopt van het begin van de
zonnestraling tot het einde van de zonnestraling.

DR. J. J. VAN DER WOUDE, DIRECTOR VAN DE ASTRONOMISCH-GEODETISCHE AGENSIE

DE GRONINGEN, 1904

DE GRONINGEN, 1904

DE GRONINGEN, 1904

ONDERZOEKINGEN OVER DE STRALING DER ZONNEVLEKKEN

PROEFSCHRIFT TER VERKRIJGING VAN
DEN GRAAD VAN DOCTOR IN DE WIS- EN
NATUURKUNDE AAN DE RIJKSUNIVERSI-
TEIT TE UTRECHT, OP GEZAG VAN DEN
RECTOR-MAGNIFICUS DR. C. W. STAR
BUSMANN, HOOGLEERAAR IN DE FACUL-
TEIT DER RECHTSGELEERDHEID, VOLGENS
BESLUIT VAN DEN SENAAT DER UNIVER-
SITEIT TE VERDEDIGEN TEGEN DE BE-
DENKINGEN VAN DE FACULTEIT DER
WIS- EN NATUURKUNDE OP MAANDAG
13 NOVEMBER 1933 DES NAMIDDAGS
TE VIER UUR

DOOR

ADRIANUS STEPHANUS PETRUS JOSEPHUS MARIA WANDERS

GEBOREN TE AMSTERDAM

AMSTERDAM — 1933

N.V. NOORD-HOLLANDSCHE UITGEVERSMAATSCHAPPIJ

BIBLIOTHEEK DER
RIJKSUNIVERSITEIT
UTRECHT.

Aan mijn Moeder
en aan de nagedachtenis van mijn Vader

Nu het beëindigen van mijn academische studie de gelegenheid geeft, mijn waardeering uit te spreken voor het hooger onderwijs dat ik mocht ontvangen, zij het mij geoorloofd allereerst mijn gedachten te doen uitgaan naar wijlen Professor SISSINGH, wiens fraaie experimenteel-natuurkundige colleges ieder die ze mocht volgen wel steeds in dankbare herinnering zullen blijven; maar wiens nagedachtenis voor mij toch vooral onvergetelijk zal zijn, om het indrukwekkend voorbeeld van onvermoeide, nauwgezette plichtsbetrachting, dat hij zijn studenten gaf.

U, Hooggeleerden der Amsterdamsche Universiteit, Hooggeleerde Heeren KOHNSTAMM, MANNOURY, PANNEKOEK, DE VRIES, VAN DER WAALS en ZEEMAN, ben ik veel dank verschuldigd voor het veelzijdig wetenschappelijk onderwijs dat Gij mij hebt gegeven, en dat mij bij verdere studies van groot nut is geweest.

Hooggeleerde ORNSTEIN, Hooggeachte Promotor, U ben ik zeer erkentelijk voor de gastvrijheid waarmee Gij mij hebt ontvangen in Uw groot Instituut, waar plaats is voor ieder die de Natuurkunde wil beoefenen, en waar ik mij heb mogen wijden aan een astrofysisch onderzoek. Niet minder dankbaar ben ik U voor Uw belangstelling in mijn werk en in de resultaten daarvan.

Hooggeleerde KRAMERS, de herinnering aan Uw fraaie colleges, die diepen indruk op mij maakten, zal mij altijd bijblijven. Ook ben ik U zeer erkentelijk voor de welwillendheid, waarmee Gij mij toestondt een zoo veelvuldig gebruik te maken van uw bibliotheek.

Zeergeleerde MINNAERT, het is niet wel mogelijk in enkele woorden eenigszins tot uiting te brengen hoeveel ik aan U verschuldigd ben. Hoewel mijn werk over zonnevlekken slechts een zeer klein gedeelte uitmaakte van de onderzoekingen welke in de meer onder Uw directe leiding staande heliophysische afdeeling worden verricht, mocht het zich toch immer verheugen in Uw voortdurende belangstelling. Uw geestdrift bij succes, Uw bemoedigende aansporing bij teleurstelling, maar vooral de hulp van Uw diep physisch inzicht, welke Gij steeds in zoo ruime mate te mijner beschikking hebt willen stellen, is mij voor het voleinden van mijn werk van onschatbare waarde geweest.

I am largely indebted to the Director of the Royal Observatory at Greenwich, the Astronomer Royal Sir FRANK DYSON, who has most kindly placed at my disposal a great number of contact prints from the beautiful solar images taken at the observatories at Greenwich and the Cape, which were most useful for the present investigation.

Aan allen, die mij hun vriendschap hebben gegeven gedurende mijn studiejaren in Amsterdam en Utrecht, mag ook hier tenslotte een hartelijk woord van dank niet ontbreken.

INLEIDING.

1 — Hoewel de vraag : of men aan de donkere vlekken, die veelal op de zon zijn waar te nemen, een hoogere dan wel een lagere temperatuur dan die van het overige „zonsoppervlak” moest toeschrijven, zelfs eenigen tijd aan de orde is geweest¹⁾, staat het thans, vooral dank zij talrijke en uitgebreide spectrale onderzoeken, wel vast, dat zonnevlekken gebieden zijn van aanmerkelijk lagere temperatuur dan de omringende fotosfeer.

Die lagere temperatuur wordt dan toegeschreven aan de expansie, die de gassen der vlek ondergaan, wanneer ze door reusachtige wervelingen (zooals die vooral op H_{α} -beelden der zon soms zeer mooi te zien zijn) vanuit diepere lagen te voorschijn worden gezogen. Moet de arbeid, die bij de uitzetting verricht wordt, door het gas zelf geleverd worden, dan zal immers een vermindering der inwendige energie en daarmee een algemeene afkoeling het gevolg zijn.

Geschiedt het opstijgen zoo snel, dat geen instraling vanuit normale (heetere) fotosfeergebieden plaats vindt, dan is de expansie *adiabatisch*. In dit geval is de bekende formule voor de adiabatische toestandsverandering eener gasmassa

$$pv^{\gamma} = \text{const.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

van toepassing. Daar de gassen één-atomig zijn, is de verhouding der s.w. $\gamma = 5/3$.

Heeft de opstijging langzamer plaats, dan zal de instraling van heetere fotosfeergebieden in de koelere gaszuil een min of meer overwegende rol gaan spelen. Om nu althans eenigermate met deze instralingsinvloeden rekening te houden bij de toepassing van (1), kan men een kleinere waarde van $5/3$ voor γ gebruiken; men spreekt dan van een effectieve γ .

In het tweede deel van dit proefschrift zullen deze adiaba-

¹⁾ C. A. YOUNG: General Astronomy, p. 202; 1904.

tische hypothese (die tot hiertoe inderdaad ook niet veel meer dan een *hypothese* was) alsook eenige andere verwante vormen van recenter datum, aan de waarnemingen worden getoetst, door de consequenties te vergelijken met de meer gedetailleerde experimentele gegevens, die ons omtrent de zonnevlekken ten dienste staan. Deze gegevens omvatten:

a. De wijze waarop de verhouding van de intensiteit der vlek tot die der naburige fotosfeer verandert met de golflengte. Wij zullen dit verband in het volgende kort door „*golflengte-afhankelijkheid*” aanduiden.

b. Bevindt de vlek zich niet midden op de zonnescijf, maar op zekeren afstand van het centrum, dan zal de vlek- en ook de fotosfeerstraling die in onze richting wordt uitgezonden, inplaats van normaal op het zonsoppervlak — zooals in geval a. — uit treden onder zekeren hoek met de normaal. Omdat de gassen nu gedeeltelijk doorschijnend zijn, en we dus tot op een zekere diepte in de vlek kunnen zien, zal onze blik in het geval eener excentrisch gelegen vlek meer de koelere lagen te zien krijgen. De verhouding van de intensiteit der vlek tot die der naburige fotosfeer, als functie van den afstand der vlek tot het centrum van de zon, zal dus eveneens als een criterium te gebruiken zijn voor de juistheid der aangenomen hypothese. Dit verband noemen we in het volgende „*hoek-afhankelijkheid*”.

Vergelijking met de waarnemingen zal dan vooreerst doen blijken in hoever het oorspronkelijk adiabatische model van de vlek aan de werkelijkheid beantwoordt, wanneer men rekening houdt met de doorschijnendheid der gassen (Hoofdstuk 3). Daarna zal getracht worden de eenvoudige theorie te detailleeren, door in aanmerking te nemen: 1. den invloed van een veranderlijken absorptie-coëfficiënt (Hoofdstuk 4); 2. de mogelijkheid van zeer ondiepe vlekken, waarbij de waarnemer zelfs nog diepere fotosfeerlagen te zien krijgt; 3. de aanwezigheid eener convectie-zône dicht onder de fotosfeer; 4. den invloed van den stralingsdruk op het convectief evenwicht (Hoofdstuk 5).

Tenslotte wordt de mogelijkheid geopperd van stralingsevenwicht in de optisch toegankelijke lagen der vlek, met welke hypothese een aanmerkelijk nauwere aansluiting tusschen theorie en het thans

voorhanden waarnemingsmateriaal zal blijken te kunnen worden verkregen (Hoofdstuk 6).

Alvorens echter over te gaan tot deze theoretische beschouwingen, geven wij in het eerste deel een overzicht van de onder *a.* en *b.* genoemde experimenteele gegevens, en de wijze waarop deze, gedeeltelijk door anderen, ten deele door ons zelf, verkregen zijn.

EXPERIMENTEEL GEDEELTE

Eerste Hoofdstuk: Vroegere Waarnemingen.

2 — Experimenteele gegevens omtrent intensiteitsmetingen aan zonnevlekken zijn tot nog toe weinig talrijk; waarschijnlijk vindt dat zijn oorzaak in de vele foutenbronnen die deze soort metingen kunnen beïnvloeden en in de betrekkelijk groote moeilijkheden welke men heeft te overwinnen, wil men de waarnemingsresultaten van deze invloeden ontdoen. Zoo zal bv. sterkere scintillatie een voortdurend fixeeren van het beeld, voornamelijk dat van kleinere vlekken, op de spleet van het meetapparaat zeer moeilijk maken. Gevolg is een aanzienlijk bedrag van ingestraald fotosferisch licht; daarom heeft men te werken bij rustige lucht en liefst met groote vlekken. Bij deze laatste zal ook de instraling van verstrooid licht in het centrum der vlek geringer zijn. De mate van verstrooiing hangt bovendien af van den toestand van den dampkring, zooals wij in § 12 zullen zien; maar volgens welke wet deze verstrooiing plaats vindt en op welke wijze deze wet kan worden bepaald, is eigenlijk nooit in detail onderzocht.

Wordt door dit alles de schaarschte aan experimenteel materiaal wel verklaard, het laatstgenoemde brengt tevens mee, dat de weinige metingen die tot nu toe verricht werden, met eenig voorbehoud moeten worden aanvaard.

3. BEPALING VAN DE GOLFLENGTE-AFHANKELIJKHEID DER INTENSITEITSVERHOUDING VLEK/FOTOSFEER. — Waarnemingen over *golflengte-afhankelijkheid* werden slechts verricht door C. G. ABBOT¹⁾ in 1905 en door E. PETTIT en S. B. NICHOLSON²⁾ in 1922.

ABBOT nam in Augustus 1905 op Mt. Wilson met den horizontalen SNOW-telescoop (een reflector met twee-spiegelcoelostaat) bologrammen op van een aantal zonnevlekken. Daarbij liet men de

¹⁾ C. G. ABBOT: Ann. Astr. Obs. Smith. Inst. 2, 233, 1908; The Sun, p. 203.

²⁾ E. PETTIT and S. B. NICHOLSON: Ap. J. 71, 153; 1930.

vlek zeer langzaam over de spleet van den bolometer loopen, terwijl de spleethoogte kleiner dan de diameter van de vlek was gemaakt.

Meegedeeld worden slechts de resultaten van metingen aan één vlek (12 Aug.; oppervlakte = 100 millioensten der zichtbare zonneschijf, $d/R = 0,214^1$), waarvan spectroblogrammen bij 5 verschillende golflengten werden opgenomen. De gevonden intensiteitsverhoudingen vlek/fotosfeer zijn in fig. 1 door vijf open cirkels ○ aangegeven.

PETTIT en NICHOLSON verrichtten hun waarnemingen met den 45 m hoogen torentelecoop op Mt. Wilson, met behulp van een vacuumthermo-element in verbinding met een als monochromator ingerichten Hilger-spectroscoop van constante deviatie. Het zonsbeeld van 45 cm diameter liet men vallen op een kartonnen scherm, dat zich boven de 1e spleet van den monochromator bevond, terwijl een kleine ronde opening (speldeprik) in het scherm het licht tot deze spleet toeliet. Zoo was het mogelijk ervoor te zorgen, dat slechts het licht van een bepaald punt der zonneschijf tot het apparaat toegang had, en tevens kon op die manier het gewenschte detail met behulp der fijnbewegingen nauwkeurig op de spleet worden gefixeerd. Terwijl dit laatste gebeurde, werden achtereenvolgens de verschillende deelen van het spectrum (van $0,4$ tot $2,2 \mu$) voor de 2e spleet van den monochromator gebracht, waardoor een volledige spectraalkromme van het gefixeerde detail werd verkregen.

De opnamen geschiedden nu meestal zoo, dat na elkaar krommen werden geregistreerd: van een punt der fotosfeer even boven de vlek, vervolgens een van de umbra, en daarna weer een van de fotosfeer, maar nu onder de vlek. De drie krommen werden onder elkander opgenomen (zoodat boven elkaar gelegen punten dezelfde golflengte hadden); de ordinaten werden onder den comparateur om de $0,02 \mu$ uitgemeten, en tenslotte de intensiteitsverhouding van vlek- tot fotosfeerstraling opgemaakt.

Fig. 1 (van PETTIT en NICHOLSON) bevat de resultaten van metingen aan een tweetal vlekken, op 6 verschillende platen (Sept. '22). De punten aan de violette zijde van $\lambda 0,4 \mu$ werden verkregen door fotografische opnamen met een roosterspectrograaf. Het zonsbeeld, thans door een hollen spiegel ontworpen, had 15 cm diameter;

¹⁾ d = afstand der vlek tot het centrum der zonneschijf; R = straal der schijf.

maar werd soms door een kwartslenzen vergroot tot 45 cm. Ook hier liet weer eenzelfde kleine ronde opening het licht tot de spleet toe.

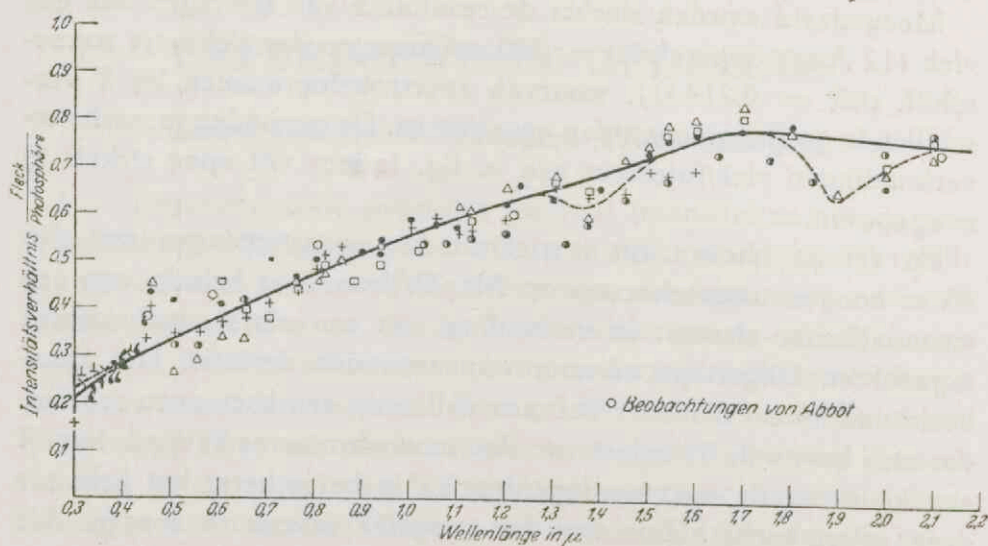


Fig. 1. Meetresultaten van PETTIT en NICHOLSON voor de golflengte-afhankelijkheid der intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer.

De intensiteitsmetingen geschiedden d.m.v. tijdopnamen ¹⁾ op platen met een tijd-intensiteitfactor van ongeveer 1. De punten links in fig. 1 werden verkregen uit opnamen van één vlek in Aug. '27.

Het blijkt dus, dat de intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer van λ 3000 tot λ 17000 lineair toeneemt van 0,20 tot 0,80, terwijl ze voorbij λ 17000 nagenoeg constant blijft.

Zooals men ziet, stemmen de waarnemingen van PETTIT en NICHOLSON eenerzijds, en ABBOT anderzijds, tamelijk wel overeen ²⁾.

4. CORRECTIES. — Aangezien de kleurcorrectie van het objectief van den torentelecoop in het infrarood onbekend is, en er dus bij P. en N.'s metingen in dat gebied niet nauwkeurig gefocusseerd kon worden, is het niet onmogelijk, dat de gemeten vlek-intensiteiten een

¹⁾ Zie Ap. J. 66, 43; 1927.

²⁾ De beide inzinkingen bij 1,4 en 1,9 μ , juist op de plaats der atmosferische waterdampbanden ψ en Ω zijn wel niet reëel, maar veeleer te wijten aan storingen, op eenigerlei wijze veroorzaakt door deze tamelijk zware absorptiebanden op de kleine te meten intensiteitsgrootheden.

weinig te groot zijn uitgevallen, als gevolg van de omstandigheid, dat bij onjuist focusseeren eenig fotosferisch licht in de umbra wordt mee-opgenomen. Dientengevolge ligt dan ook de kromme in fig. 1 rechts van $\lambda 0,8 \mu$ mogelijk iets te hoog. Bij de fotografische metingen in het ultravioleto was het zonsbeeld ook niet nauwkeurig op de spleet van den spectrograaf scherp gesteld, maar lag het brandpuntsbeeld 5 cm vóór de spleet, zoodat ook links van $\lambda 0,4 \mu$ de mogelijkheid bestaat, dat de kurve iets te hoog verloopt.

Belangrijker is echter de correctie die had moeten worden aangebracht als gevolg van de straling, die verstrooid wordt in dampkring en apparatuur. PETTIT en NICHOLSON hebben getracht de grootte van deze correctie te schatten, door op 15" afstand aan weerszijden van den zonsrand de bedragen der totale straling (d.w.z. over alle golflengten) met elkaar te vergelijken; (waarbij de afstand van 30" dan blijkbaar overeenkomt met den halven diameter der vlek, in boogmaat uitgedrukt). Zij vonden voor beide intensiteiten een verhouding 0,037. In eerste benadering kunnen we dan de totale verstrooiing van fotosfeerlicht in het centrum der vlek opvatten, als plaats hebbend door de aanwezigheid van twee zonnescijven, ieder op 15" afstand aan weerszijden van het middelpunt der vlek, waaruit zou volgen, dat de totaal ingestraalde energie 0,074 maal de fotosfeer-intensiteit zou zijn. Wil men deze correctie dus aanbrengen, dan moeten blijkbaar alle ordinaten in fig. 1 met dit bedrag worden verminderd; dit heeft evenwel niet plaats gehad.

Ook bij ABBOT zullen de gemeten intensiteitsverhoudingen te groot zijn, wegens vanuit de fotosfeer verstrooid licht. De grootte van deze instraling werd hier zelfs in het geheel niet bepaald.

Om nu althans eenigszins rekening te houden met het effect dezer instraling, hebben wij, waar P. en N. het bedrag ervan in het centrum der zonnescijf op 8 % of meer schatten¹⁾, aangenomen dat de vlek-intensiteiten in alle golflengten te verminderen waren met rond 10 % fotosfeerstraling: alle ordinaten van fig. 1 zijn dus verder met 0,10 verminderd.

Op deze gereduceerde kromme van PETTIT en NICHOLSON berusten de experimenteele gegevens, die wij later zullen gebruiken.

¹⁾ PETTIT and NICHOLSON: l.c. p. 160.

5. DE HOEKAFHANKELIJKHEID. — Exacte gegevens omtrent het volledig verloop der intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer over de zonneschijf staan niet ten dienste. Verschillende oudere waarnemers vinden, dat het helderheidscontrast tusschen vlek en fotosfeer afneemt naar den rand toe¹⁾. Volgens W. E. WILSON zou de helderheidsverhouding van de vlek tot de fotosfeer-in-het-centrum der schijf constant blijven tot op $0,95 R$ van het middelpunt.

K. SCHWARZSCHILD en W. VILLIGER²⁾ bepaalden in 1905 het contrast tusschen vlek en fotosfeer in het ultraviolet voor een 14-tal vlekken, met behulp van directe opnamen door een verzilverde uviol-lens, welke slechts het spectraalgebied van $\lambda 0,320$ tot $\lambda 0,325 \mu$ doorliet. Het zonsbeeld was 3 cm groot; de belichtingstijd $1/50$ sec. Het uitmeten vond plaats met een visueelen fotometer volgens HARTMANN. De metingen verliepen aldus, dat voor de te bepalen zwarting van iedere vlek een plaats van gelijke zwarting werd opgezocht op een zonsbeeld, dat slechts met $1/4$ van de intensiteit van het eerste was opgenomen. Aangeteekend werd dan, op welken afstand van den zonsrand dit punt zich bevond. De corresponderende intensiteiten konden daarna worden ontleend aan het bekende intensiteitsverval over de zonneschijf (bij diezelfde λ).

De resultaten van SCHWARZSCHILD en VILLIGER schijnen te wijzen in deze richting, dat voor kleinere vlekken de intensiteitsverhouding constant blijft ($=0,12$) vanaf het centrum tot op ongeveer $0,6 R$ van het midden; daarna zou ze toenemen tot een bedrag van $0,30-0,50$ nabij den rand. Voor vlekken met grootere oppervlakte, zou de intensiteitsverhouding zelfs tot ca. $0,75 R$ merkbaar constant blijven. Intusschen moeten deze conclusies met eenige reserve worden aanvaard, omdat een aantal der door S. en V. gemeten vlekken zich niet liet identificeeren met de opgaven der „Greenwich Observations”. Het is dan ook niet goed mogelijk met eenige zekerheid uit hun gezamenlijke gegevens gevolgtrekkingen te maken omtrent het waarschijnlijke bedrag der intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer, temeer wijl er geen rekening gehouden is met de omstandigheid van eventueele instralingen, tengevolge van verstrooid licht (zie § 12).

¹⁾ Zie C. G. ABBOT: The Sun, p. 204.

²⁾ K. SCHWARZSCHILD and W. VILLIGER: Ap. 23, 345; 1906.

Onlangs hebben ook twee Russische onderzoekers¹⁾ getracht nadere gegevens te verkrijgen over het verloop der hoekafhankelijkheid, ditmaal in het geel. Hun opnamen geschieden eveneens direct, d.m.v. een refractor met vergrootingscamera. Het zonsbeeld kreeg zoo 14 cm middellijn. Opgenomen werd met geelfilter op lantaarnplaten ($t=1/300$ sec), waarop tegelijk 2 stel intensiteitsmerken met een buisfotometer (Röhrenphotometer) werden afgedrukt. Het uitmeten der zwartingen had plaats met een fotometer volgens HARTMANN. Meegedeeld worden de intensiteitsmetingen aan 22 vlekken.

Schrijvers behandelen hun metingen nu op die wijze, dat telkens de uitkomsten voor een aantal bijeengelegene vlekken worden gemiddeld — waarbij dan vlekken zonder eenige umbra een evengroot gewicht krijgen toebedeeld als vlekken met een umbrale oppervlakte van bv. 800 quadraatboogsecunden — welk gemiddelde daarop wordt afgezet tegen een gemiddelden afstand-van-het-centrum; om dan tot de conclusie te komen, dat de helderheid van een vlek in den loop van haar nadering tot den zonsrand in verhouding tot die van de omringende fotosfeer schijnt toe te nemen.

Bewerkt men dit materiaal echter aldus, dat voor iedere vlek afzonderlijk de gevonden intensiteitsverhouding tegen den afstand tot het centrum wordt uitgezet, dan blijkt de verhouding vlek/fotosfeer vanaf het centrum der schijf tot $0,6 R$ constant ($=0,31$) te zijn. Dit gemiddelde $0,31$ werd verkregen door aan ieder der vlekken, gelegen binnen het interval $0-0,6 R$, een gewicht toe te kennen evenredig aan het oppervlak van haar vermoedelijke umbra. Ten spijt immers van de onwaarschijnlijke nauwkeurigheid (6 cijfers) waarmee ze door B. en S. worden opgegeven, blijken deze umbrale oppervlakken nogal onzeker te zijn, hetgeen eenerzijds een gevolg is van de omstandigheid, dat de met „Hof” aangegeven gebieden in werkelijkheid op de umbra zelf betrekking hebben, anderzijds aan meer onbekende oorzaken moet worden toegeschreven. Tengevolge van dit laatste is niet alleen de bovengenoemde waarde $0,31$ slechts weinig betrouwbaar te noemen, maar loonde het ook de moeite niet om op dit materiaal dezelfde methoden (der correlatie-rekening) toe te passen ter bepaling van het waarschijnlijke verloop der hoek-

¹⁾ N. BARABASCHEFF und B. SEMEJKIN: Zs. f. Astrophys. 5, 54; 1932.

afhankelijkheid, als wij het in § 14 op onze eigen waarnemingen hebben gedaan.

6 — De voornaamste moeilijkheid dezer bepalingen is wel de geringe afmetingen die de umbra's der vlekken tengevolge van de perspectivische verkorting bij het naderen van den zonsrand meestal nog vertoonen, wat aanleiding moet zijn tot het optreden van aanmerkelijke systematische fouten, die dan hun oorsprong vinden in de instraling van verstrooid licht, alsook in scintillatieverschijnselen.

Hoewel door de zeer korte belichtingstijden, die bij de boven beschreven waarnemingen werden toegepast ($\frac{1}{50}$ en $\frac{1}{300}$ sec), wel geen rekening behoeft te worden gehouden met kleine zijdelingsche verplaatsingen, die het beeld van de vlek gedurende de opname als gevolg van de onrust der lucht zou kunnen ondergaan, bewerken scintillatieverschijnselen toch ook tijdelijke veranderingen in den focaalafstand van het gebruikte optische stelsel, wat weer een nieuwe oorzaak van lichtverstrooiing kan zijn.

Noch bij de metingen van SCHWARZSCHILD en VILLIGER, noch bij die van BARABASCHEFF en SEMEJKIN, werd rekening gehouden met eenige correctie tengevolge van ingestraald licht, zoodat de afgeleide intensiteitsverhoudingen te groot moeten zijn. Wel poogden de Russische onderzoekers de grootte van het verstrooiingseffect in den kijker te vinden door middel van laboratoriumproeven. Ze vonden dan, dat de grootte der instraling hoogstens 7 % der helderheid zou bedragen, terwijl deze slechts bij kleine vlekken te bemerken zou zijn.

Nu is bij onze waarnemingen gebleken, dat de mate der lichtverstrooiing niet enkel afhangt van den kijker, maar bovendien verandert met den toestand van de lucht, zoodat de invloed van deze laatste bij iedere opname opnieuw moet worden in rekening gebracht (d.m.v. een opname van den zonsrand bv.; zie § 13) om de grootte der lichtverstrooiing te kunnen schatten; daarom is aan de bovenstaande opgave, welke het resultaat is van een bepaling in het laboratorium — en die daarom dus zeker te klein is — ook niet veel waarde te hechten.

Tweede Hoofdstuk: Experimenteele Bepaling der Hoek-afhankelijkheid.

7. DOEL VAN HET ONDERZOEK. — Het navolgend onderzoek had ten doel, de afhankelijkheid te bepalen van de intensiteitsverhouding van vlek tot omringende fotosfeer, als functie van de plaats der vlek op de zonneschijf; de bepaling dus van de *hoek-afhankelijkheid*. Daartoe werd van April 1932 tot Februari 1933 van een aantal vlekken deze verhouding gemeten. Totaal werden 127 spectrogrammen opgenomen op 29 verschillende dagen. Terwijl in enkele gevallen een bepaalde vlek eenigen tijd op achtereenvolgende dagen over de zonneschijf gevolgd kon worden, beletten ongunstige weersomstandigheden meestal toch een dergelijke reeks metingen aan eenzelfde vlek. Het gevolg is, dat de gemiddelde waarnemingskromme der hoek-afhankelijkheid bevrijd is van eventueel systematische variaties in de intensiteitsverhouding, die zich in den loop van de ontwikkeling eener vlek zouden kunnen voordoen (vgl. verder § 14).

8. DE APPARATUUR. — De opnamen waarvan in het volgende sprake is, werden gedaan met den grooten verticalen zonnekijker en tweespiegel-coelostaat van het Utrechtsch Heliophysisch Instituut. De middellijn van het objectief bedraagt 250 mm en de brandpuntsafstand 13 m; zoodat het zonsbeeld een diameter heeft van ca. 12 cm. Verschillende inrichtingen laten toe, vanuit de waarnemingsruimte aan coelostaatspiegels en objectief allerlei grove en fijne bewegingen te geven, waardoor de instellingen met groote precisie kunnen geschieden.

In het verlengde van den kijker bevindt zich een verticale rooster-spectrograaf van 4,5 m brandpuntsafstand in LITTROW-opstelling (auto-collimatie). Op korten afstand onder de spleet is een cylindrelens aangebracht, die net sterk genoeg is om het geringe astigmatisme te compenseeren, dat bij autocollimatie onvermijdelijk is. Het rooster heeft een oppervlak van 8×5 cm², en bevat 5680 lijnen per cm; de verkregen dispersie bedraagt in 1^e orde 4 Angström per mm.

Teneinde de spectrograafopstelling een grootere beweeglijkheid te verleenen, zoowel in horizontale richtingen alsook door draaiïng om haar as, rust het instrument op een stalen punt in een diepen put. Door dit laatste wordt tegelijk het optreden van aanzienlijke temperatuurschommelingen tegengegaan.

9. DE OPNAMEN. — Bij het verrichten van vlek-opnamen werd de 11 mm lange spleet van den spectrograaf, in het brandpunt van het objectief, dwars over het beeld van de zonnevlek geplaatst, en wel gewoonlijk in de richting van de kleinste afmeting der vlek. Om dubbele vlekken, zooals er ook enkele voorkwamen, gelijktijdig te kunnen opnemen, werd in drie gevallen de spleet gesteld in de richting der verbindingslijn, onafhankelijk van de verdere gedaante der vlekken individueel. Omdat de diameter der vlekken in het 12-cm groote zonsbeeld hoogstens 3 mm, in de meeste gevallen niet meer dan 1,5 mm bedroeg, kon aan weerszijden van de vlek nog een grooter stuk ongestoord fotosferisch gebied worden opgenomen, waardoor een nauwkeurige bepaling der fotosfeer-intensiteit mogelijk was.

Teneinde te ontkomen aan hinderlijke zijdelingsche verplaatsingen van alle zonnedetails (die het gevolg waren van een soms zeer sterke scintillatie) en om dus het beeld van de vlek tijdens de expositie zoo goed mogelijk te fixeeren op de spleet van den spectrograaf, was het noodzakelijk, de belichtingstijden kort te kiezen. Dit werd bereikt door een in een kartonnen schijf uitgesneden sector van 72° , waaraan met behulp van een gramfoon-uurwerk een gelijkmatige omwentelingstijd van $\frac{5}{6}$ sec werd gegeven, bij de expositie eenmaal de spleet te laten passeeren. Op die wijze werden expositietijden van $\frac{1}{6}$ sec verkregen. Om nu, ondanks deze korte belichtingen, toch nog een voldoende zwarting te krijgen op de fotografische plaat, was het werken met tamelijk wijde spleetopening (0,20 mm) noodzakelijk, evenals het gebruiken van uiterst gevoelige platen (Imperial 1200 (orthochromatic); 's zomers, bij hoogen zonnestand, soms ook wel Photax' Argus, 700 H en D, eveneens orthochromatisch.

De zoojuist beschreven procedure met korten belichtingstijd, ter ondervanging van soms sterke scintillaties, brengt vanzelf mee, dat men er in dat geval niet meer zeker van kan zijn, dat tijdens de

expositie het beeld van de vlek zich inderdaad centraal op de spleet bevond. Daarom moest bij onrustiger lucht dan ook geregeld een grooter aantal vlek-opnamen worden gemaakt, waaruit dan tenslotte diegene gekozen werden, die bij het uitwerken der platen de laagste waarde voor de intensiteit der umbra bleken te bezitten.

Een opname-reeks bevatte, behalve deze vlek-opnamen, nog een spectraalopname van den zonsrand (teneinde de intensiteit van den hemelachtergrond te kunnen bepalen, alsook een maat te verkrijgen voor de scherpte die de afbeeldingen van dien dag tengevolge van den heerschenden luchttoestand bezaten, zie § 13)¹⁾ en tenslotte een stel zwartingsmerken. Daartoe werd het centrum der zonnescijf opgenomen met behulp van een ZEISS-Platinaverzwakker met 6 trappen, welke onmiddellijk vóór de spleet werd aangebracht, en die in het door ons gebruikte golflengtegebied (ca. 4000 Å) resp. doorlieten 11,5, 18,3, 29,1, 45,3, 65 en 100 % der opvallende intensiteit.

Iedere plaat (met afmeting $6\frac{1}{2} \times 18$) kon vier opnamen bevatten. Opgenomen werd in 1^e orde bij een golflengte in de omgeving der absorptielijnen *H* en *K*. Ieder spectrum omvatte een gebied van 700 Å, waarvan gewoonlijk slechts een interval van ca. 300 Å de gewenschte zwarting had.

Ontwikkeld werd steeds met Rodinal 1:20 gedurende 6 minuten. Meerdere platen met bijeenbehoorende opnamen, en waarbij slechts een enkel stel zwartingsmerken aanwezig was, werden gelijktijdig ontwikkeld.

De gegevens, die verkregen werden uit de 127 vlek-spectrogrammen, vindt men in tabel 1. De eerste 3 kolommen bevatten resp. letter der vlek, datum en plaatnummers. Voor de kolommen 4, 5 en 6, die achtereenvolgens bevatten: de ongecorrigeerde intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer [d.w.z. niet gecorrigeerd voor instraling, doch wel voor de gelijkmatige hemel-intensiteit (§ 11)], de correctie

¹⁾ Aanvankelijk werd in verband met de geringe intensiteit van den zonsrand een randopname bij meerdere omwentelingen van den roteerenden sector gemaakt. Toen echter bleek dat de constante *a*, die de onrust van de lucht karakteriseert (zie § 13), uit de meervoudige expositie van den rand verkregen, een geheel andere was dan die uit een enkelvoudige, werden verder ook de opnamen van den zonsrand gemaakt door éénmalige openstelling van de spleet.

TABEL 1.

Nummer der vlek	Datum	Plaat	Centrale Intensiteit (ongecorr.)	Correctie voor Instraling	Centrale Intensiteit (gecorr.)	d/R	Opper- vlakte in $\square''$
A	26 Apr. '32	105	0,28	0,44	—	0,32	160
B	27 „	110—111	0,27 ₅	0,06	0,21 ₅	0,54	170
C	27 „	110—111	0,28 ₅	0,06	0,22 ₅	0,54	100
D	10 Mei	114—115	0,26	0,06	0,20	0,66	60
E ₁	16 „	117	0,65	0,94	—	0,97	28
F ₁	16 „	117	0,70	1,06	—	0,97	22
E ₂	18 „	119—120	0,22	0,30	—	0,77	90
F ₂	18 „	„	0,31	0,26	0,05	0,77	80
E ₃	19 „	121—122	0,19	0,14	0,05	0,61	100
F ₃	19 „	„	0,19	0,14	0,05	0,61	90
G ₁	21 „	123t/m127	0,14	0,12	0,02	0,91 ₅	130
E ₄	21 „	127	0,20	0,12	0,08	0,29	170
F ₄	21 „	„	0,30 ₅	0,10	0,20 ₅	0,26	140
G ₂	26 „	128	0,36	0,40	—	0,08	450
G ₃	28 „	129—130	0,11	0,08	0,03	0,48	380
H	17 Juni	139	0,55	0,66	—	0,90	80
K ₁	23 „	140	0,21	0,06	0,15	0,14	320
L	27 „	142	0,38	0,41	—	0,67	40
M	27 „	142	0,40	0,40	—	0,67	30
K ₂	27 „	143	0,36	0,60	—	0,91	85
N	7 Juli	148	0,47 ₅	0,12	0,35 ₅	0,29	100
P	6 Aug.	149	0,22 ₅	—	—	0,83	110
Q ₁	26 „	152	0,50	—	—	0,70	50
Q ₂	27 „	153	0,59	0,58	0,01	0,53	50
R	21 Sept.	154—155	0,73	1,02	—	0,92	10
S ₁	22 Oct.	158—159	0,28	0,14	0,14	0,43	75
S ₂	23 „	160	0,28	0,24	0,04	0,21	64
S ₃	25 „	161t/m164	0,33	0,20	0,13	0,26	85
S ₄	27 „	165	0,52	0,20	0,32	0,66	100
S ₅	29 „	166	0,72	0,84	—	0,93	15
T	22 Nov.	167—168	0,76	1,02	—	0,98	10
U ₂	10 Dec.	170—171	0,09	0,08	0,01	0,53	440
U ₃	13 „	172	0,13	0,08	0,05	0,23	460
V	9 Jan. '33	173—174	0,18 ₅	0,06	0,12 ₅	0,27	260
W ₁	2 Feb.	179—180	0,28	0,06	0,22	0,87	140
W ₂	8 „	186	0,28	0,08	0,20	0,34	120
W ₃	11 „	187	0,46	0,30	0,16	0,78	60

welke men kan aanbrengen op grond van een hieronder (§ 16) uiteengezette correctie-methode, en de waarden, die met behulp van deze correcties verkregen werden, zie men §§ 14, 16 en 18. In kolom 7 vindt men den afstand der vlek tot het centrum der zonnenschijf, uitgedrukt in deelen van den straal, terwijl tenslotte kolom 8 een schatting bevat van het oppervlak der vlek-*umbra* in quadraat-boogsecunden. Het betreffend getal werd verkregen als het product van de grootste en de kleinste afmeting der *umbra* (loodrecht op elkaar)¹⁾.

Bewerking van het Materiaal.

10. DE ZWARTINGSKROMMEN. — De uitmeting der platen met een microfotometer volgens MOLL (met thermo-element en galvanometer), en het herleiden der zwartingen op intensiteiten, had plaats volgens de in het Utrechtsch Laboratorium gebruikelijke methoden²⁾.

Alle opnamen van vlekken en rand werden evenwijdig aan de Fraunhofersche lijnen doorgemeten bij een van beide golflengten λ 4027 of 4194 Å, waar de Fraunhofersche lijnen in het zonnespectrum over een voldoende afstand ontbreken om intensiteitsmetingen van continue zonnestraling mogelijk te maken. Ongeveer de helft der metingen vond plaats bij λ 4027, de andere helft bij λ 4194. Het bleek, dat bij het uitzetten der afzonderlijke waarnemingen in het diagram, de bepalingen voor beide golflengten practisch binnen hetzelfde gebied vielen, zoodat er dus verder geen onderscheid behoefde te worden gemaakt, bij welke van de twee golflengten de metingen waren uitgevoerd.

Door de microfotometrisch bepaalde zwartingen, die de verschillende reepjes van den trapverzwakker op de fotografische plaat deden ontstaan, uit te zetten tegen de doorgelaten intensiteiten, die door ijking bekend waren (zie § 8), werd een zwartingskromme verkregen, met behulp waarvan het mogelijk werd iedere op de plaat te meten zwarting in een corresponderende intensiteit

¹⁾ Beide konden nauwkeurig worden bepaald op contactafdrukken van directe zonsopnamen (19 cm diam.) die ons op zeer welwillende wijze ter beschikking werden gesteld door het Observatorium te Greenwich.

²⁾ Zie bv. L. S. ORNSTEIN, W. J. H. MOLL, H. C. BURGER: Objektive Spektralphotometrie; Braunschweig, 1932.

om te zetten. Meestal werd de opname met verzwakker doorgemeten op verschillende plaatsen in het continue spectrum (ook hier evenwijdig aan de Fraunhofersche lijnen) om de zwartingskromme naar den kant van kleinere, resp. grootere, zwartingen aan te vullen; dit was mogelijk, omdat de zwarting in dit gebied tamelijk snel verliep. De doorgemeten plaatsen bevonden zich in de omgeving van de beide gebieden λ 4027 en λ 4194 Å, en wel onderling voldoende dicht bij elkander om de verkregen gedeeltelijke zwartingskrommen door eenvoudige translatie (op enkel-logarithmisch papier) in elkaar te kunnen overvoeren.

11. DE HEMELCORRECTIE. — In de meeste gevallen had de blauwe hemel op de opnamen van den zonsrand nog een merkbare intensiteit, welke in niet al te onmiddellijke nabijheid der zon constant bleek te zijn. De intensiteit van dezen algemeenen hemelachtergrond superponeerde zich dus eenvoudig op de ware intensiteiten van vlekken en fotosfeer en daarom moest dit constant bedrag op alle gemeten intensiteiten in mindering worden gebracht.

Wanneer nu de expositietijden van alle opnamen, die met elkaar moesten vergeleken worden, precies dezelfde waren geweest, dan zou de hemelintensiteit, zooals ze uit de randopname werd bepaald, in dezelfde eenheden zijn uitgedrukt als de op de vlek-opnamen gemeten intensiteiten, en bijgevolg had de hemelcorrectie voor iedere vlek-opname der waarnemingsreeks dezelfde numerieke waarde gehad. Aangezien echter een gering verschil in belichtingsduur van de opnamen onderling reeds voldoende was om aanzienlijke verschillen in gemiddelde intensiteit te veroorzaken, moest de uit de randopnamen gevonden hemelstraling worden herleid in verband met de andere intensiteitseenheden die voor iedere opname afzonderlijk golden.

Daartoe werd de fotosfeer-intensiteit in de onmiddellijke omgeving der vlek vergeleken met die in een vast punt op korten afstand van den zonsrand ($d/R=0,95$), dat op alle randopnamen voorkwam.

Waar nu het verloop van de intensiteit over de zonneshijf voor iedere golflengte bekend is, was het mogelijk door vergelijking van de gemeten fotosfeerintensiteiten op de randopname en op de opname der vlek, den reductiefactor te bepalen, die de intensiteitseenheden van de eene opname in die der andere overvoerde.

De hemelintensiteit bedroeg gewoonlijk 1 tot 2 % van die der fotosfeer in het centrum der zonneschijf.

Onderstaande tabel geeft een samenvatting van de resultaten op 26 verschillende dagen waarop opnamen werden gemaakt.

TABEL 2.

Gemeten Hemel-intensiteiten (uitgedrukt in die van het centrum der zonneschijf) op verschillende dagen.

Int. v. d. hemel	0,8 %	1,0—2,0 %	2,1—3,0 %	3,1—4,0 %	boven 4,0 %
Aantal dagen	1	11	7	3	4

12. CORRECTIE VOOR INGESTRAALD LICHT. — Behalve deze hemelcorrectie, welke zich eenvoudig als constant bedrag optelt bij alle te bepalen stralingsintensiteiten, is er nog een andere correctiegrootheid die moeilijker in rekening is te brengen, omdat ze afhankelijk moet zijn van de intensiteit der onmiddellijke omgeving: een correctie die ontstaat tengevolge van een „uitwaziging” die de helderheid van ieder lichtgevend punt door de gezamenlijke verstrooiïngsoorzaken zal ondergaan¹⁾.

Er zijn verscheidene oorzaken aan te wijzen, die ieder voor zich een uitwaziging van het oorspronkelijk scherpe beeld der vlek teweeg moeten brengen. In de aardsche atmosfeer zal het de verstrooiïng zijn van het licht aan stof- of neveldeeltjes. Ook brengt de scintillatie in den dampkring onregelmatige veranderingen in de focusseering van het beeld teweeg. In het instrument zelf zullen het de verschillende mechanische onderdeelen zijn, zoowel als optische onregelmatigheden in lenzen e.d., die verstrooiïng van licht tot gevolg kunnen hebben. De theoretisch correcte methode nu, om de waarnemingen te corrigeren voor de uitwaziging, die de intensiteit van ieder lichtpunt tengevolge van al deze invloeden ondergaat,

¹⁾ Het is misschien niet overbodig even op te merken, dat wij ons hier bij het bepalen van correcties alleen bezig houden met de verstrooiïng van het licht tengevolge van aardsche invloeden. Op welke wijze de straling, die ons door de verschillende deelen der vlek wordt toegezonden, reeds op de zon beïnvloed is door instraling vanuit de heetere deelen der zonneatmosfeer, is iets dat eventueel in een theorie der vlekstraling nader moet worden uitgewerkt; zooiets kan men echter moeilijk meer onder waarnemingscorrecties verstaan.

is, dat men de wet tracht te leeren kennen volgens welke een dergelijke verstrooiing plaats heeft. Volgens deze wet moet dan het ideale vlekprofiel zoodanig verwazigd worden, dat het waargenomen (schijnbare) profiel ontstaat. Noemt men deze verstrooiings- of uitwazigingsfunctie $U(x-\xi, y-\eta)$, welke uitdrukking dus aangeeft hoeveel licht er van het punt (ξ, η) door verstrooiing in (x, y) komt, en geeft men het ideale vlekprofiel weer door $J(x, y)$, dan zal het schijnbare (waargenomen) intensiteitsprofiel der vlek worden voorgesteld door

$$S(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} J(\xi, \eta) U(x-\xi, y-\eta) d\xi d\eta \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

In de praktijk zal men nu omgekeerd uit het schijnbare profiel tot het ideale moeten zien te geraken, wat dus meebrengt het oplossen eener integraalvergelijking.

13. BEPALING DER VERSTROOIINGSFUNCTIE UIT OPNAMEN VAN DEN ZONSRAND. — Wij zullen allereerst trachten de gedaante der verstrooiingsfunctie te vinden en wel uit de waargenomen intensiteitsverdeeling aan den zonsrand. Ook dit moet geschieden met behulp van een vergel. (1). Thans zijn de functies $S(x, y)$ — het waargenomen intensiteitsprofiel — en $I(\xi, \eta)$ — het ideale profiel

van den zonsrand — bekend, en daaruit moet dan de functie U worden afgeleid.

Laat in fig. 2 AB een gedeelte zijn van den rand eener zoo groote zonschijf, dat we het als recht mogen opvatten, en zij gevraagd, de verstrooide intensiteit te berekenen die in een punt P buiten den zonsrand wordt ingestraald.

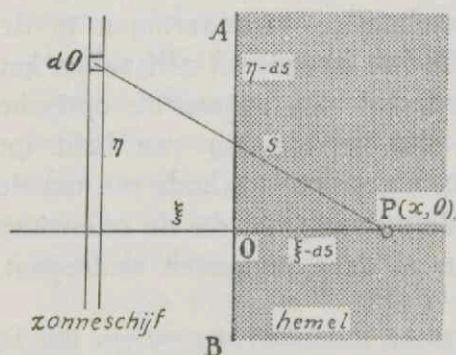


Fig. 2.

Noem de verstrooiingsfunctie $U(s)$, d.w.z. laat er van een oppervlakte-element dO , dat een afstand s heeft van P en een intensiteit I , naar P worden verstrooid een intensiteit

$$I dO \cdot U(s).$$

Wij moeten nu in aanmerking nemen, dat de helderheid der zonnenschijf geringer wordt naar den rand toe, en dat dus I — wanneer we het coördinatenstelsel aanbrengen, dat in de figuur is geteekend — een functie is van ξ ; dan zal de totale in P ingestraalde energie gegeven worden door

$$i(x) = \int_0^{\infty} I(\xi) d\xi \int_{-\infty}^{+\infty} U(\xi - x^2 + \eta^2) d\eta \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Nu kan men in het kleine gebied in de onmiddellijke omgeving van den zonsrand, dat in onze integratie (2) moet worden betrokken, de intensiteit vanaf O wel lineair met den afstand tot den rand laten toenemen, en dus schrijven $I(\xi) = I_r (1 + m\xi)$, waarin I_r dan de (eindige) rand-intensiteit voorstelt en m een evenredigheidsfactor is, welke moet worden afgeleid uit de randverduistering der zon, zooals deze experimenteel bepaald is door C. G. ABBOT¹⁾. Het bleek dat voor een golflengte $\sim 4000 \text{ \AA}$ $m = 0,37$ per mm op de plaat (of 0,054 per mm op het fotogram) bedraagt.

Wij willen nu aan (2) trachten te voldoen door voor U een exponentiële functie aan te nemen van den vorm

$$U(s) = \frac{a}{\pi} e^{-as^2}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

d.i. wij lossen de vergelijking (2) op door een Hermite-ontwikkeling, waarbij we ons tot den 1^{en} term beperken. De grootheid a in (3) geeft dan de mate van uitwazing aan: is a klein, dan is de verstrooiing sterk, terwijl deze afneemt naarmate a grooter wordt. De voorfactor a/π dient eenvoudig ter normmeering van de functie, waarvan de integraal over het platte vlak immers gelijk 1 zal moeten zijn.

Met (3) wordt dan

$$i(x) = \frac{a}{\pi} I_r \int_0^{\infty} (1 + m\xi) d\xi \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a[(\xi - x)^2 + \eta^2]} d\eta,$$

¹⁾ C. G. ABBOT: Ann. Astr. Obs. Smith. Inst. 4, 221; The Sun, p. 106.

en geïntegreerd :

$$i(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} I_r \left\{ (1 + mx) \int_{-x\sqrt{a}}^{\infty} e^{-u^2} du + \frac{m}{2\sqrt{a}} e^{-a x} \right\} \quad (4)$$

Hiermede is dus het waargenomen intensiteitsprofiel van den rand verkregen als functie van a , welke hier op zeer eenvoudige wijze de mate van uitwaziging bepaalt. Er werden nu voor verschillende waarden van a de theoretische, verwazigde randprofielen geconstrueerd (fig. 3), waarna de experimenteel gevondene met deze werden vergeleken¹⁾. Het bleek, dat de scherpte der opnamen (de steilte

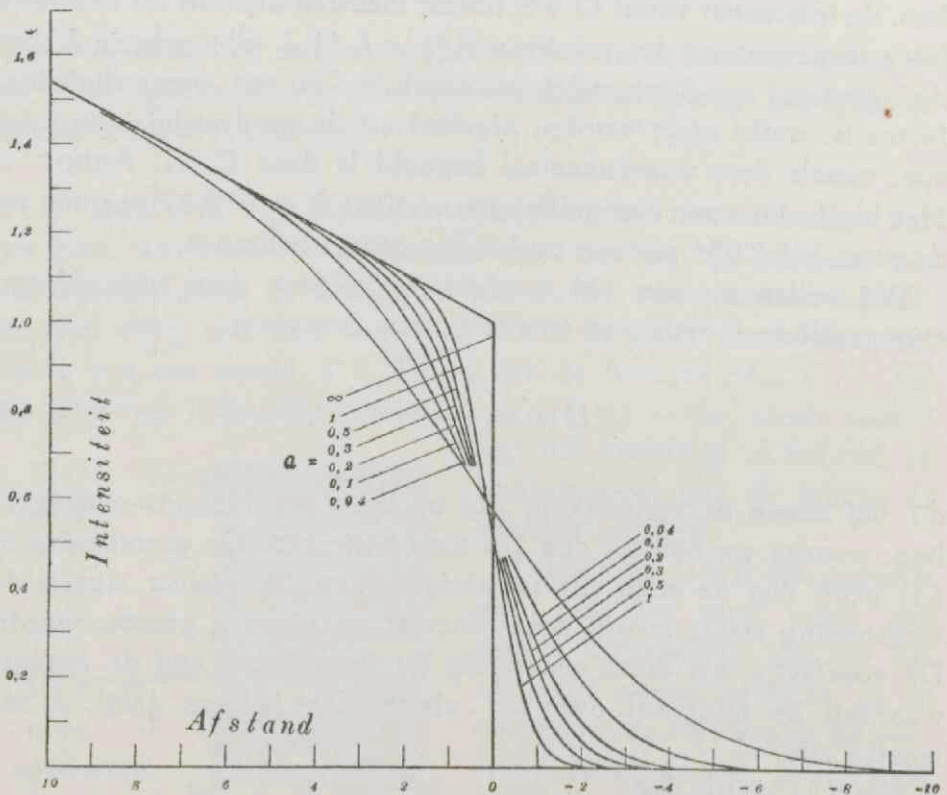


Fig. 3. Berekend intensiteitsverval bij den zonsrand, voor verschillende graden van luchtvervuiling. Afwijkingswet $e^{-0.18 a \theta^2}$ (θ in boogsecunden); abscisseneenheid: $2'',35$.

¹⁾ Om het bezwaar van ingewikkelde reducties van de experimenteele intensiteitsschalen in de theoretische te ondervangen, werden alle kurven op enkel-logarithmische schaal overgebracht, waarmee het vraagstuk werd teruggebracht

van het helderheidsverval aan den rand) van dag tot dag zeer sterk kon wisselen (schommelingen tusschen $a=0,02$ en $a=0,10$ boogsec $^{-2}$ kwamen voor), maar dat ze integendeel binnen de tijdruimte van enkele uren vrijwel constant bleef. Daarom kon worden vol-

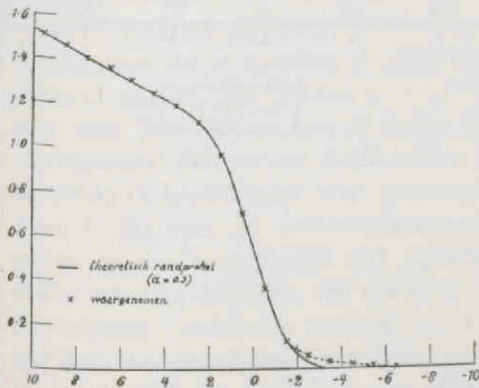


Fig. 4. Waargenomen intensiteitsverval bij den zonsrand, vergeleken met de berekende kromme voor $a=0,3$ (zie Fig. 3).

staan met een enkele randopname voor alle waarnemingen van één dag, die gewoonlijk binnen de paar uur verliepen.

Bij deze vergelijking van theorie en experiment bleek dan verder tweeërlei: vooreerst, dat de aangenomen waarde van m (de coëfficiënt voor het intensiteitsverval naar den rand) hier met de waarnemingen in overeenstemming was; en verder, dat het beschrijven van de verstrooiingsfunctie door de

eenvoudige e -macht (3) zeer bevredigend was, hoewel er geringe afwijkingen waren op te merken aan den voet der rand-kurven en wel in dien zin, dat de waargenomen krommen zonder uitzondering alle minder steil verliepen dan de theoretische (fig. 4). Om nu de overeenstemming tusschen theorie en waarneming nog grooter te doen zijn, werd als volgende benadering voor de verstrooiingsfunctie $U(s)$ geschreven

$$U(s) = \frac{a}{\pi} e^{-as^2} + \varphi(s), \quad \dots \quad (3')$$

waarbij dan de „correctie-functie” φ onafhankelijk zou zijn van a . Toen echter φ eenmaal grafisch was bepaald, bleek ze toch te onbelangrijk om nog op merkbare wijze de instraling in de vlek te kunnen beïnvloeden. We zullen ons dus bij het volgende mogen beperken tot de eenvoudige gedaante (3) van de verstrooiingsfunctie.

14. BEPALING VAN DE HOEK-AFHANKELIJKHEID DER INTENSITEITS-

tot het door evenwijdige verschuiving tot dekking brengen van ieder experimenteel randprofiel met een der theoretische krommen, waaruit dan onmiddellijk de grootte van a bekend werd.

VERHOUDING VLEK/FOTOSFEER UIT DE ONGECORRIGEERDE WAARNEMINGEN. — In fig. 5 vindt men de ongecorrigeerde centrale inten-

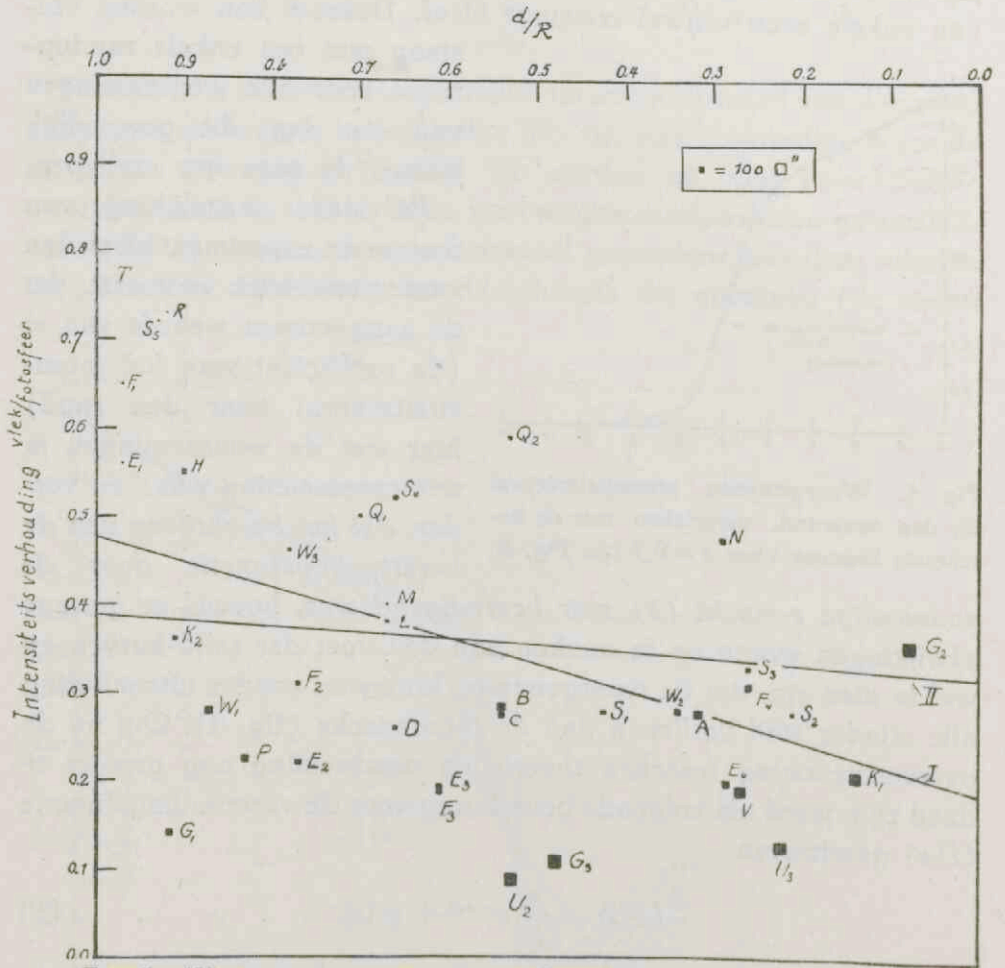


Fig. 5. Waargenomen intensiteiten in het centrum van zonnevlekken. d = afstand van de vlek tot het midden der schijf. De grootte der stippen is een maat voor het oppervlak der umbra.

siteiten van Tabel 1 (4e kolom) weergegeven; de grootte, waarmee de waarnemingspunten zijn voorgesteld, is evenredig aan het oppervlak der umbra.

Daar het bepalen van het juiste bedrag der instralingscorrectie voor alle vlekken van het bruto-materiaal aanzienlijke moeilijkheden meebrengt (vgl. § 15), zullen wij eerst uit het ongecorrigeerde materiaal trachten te vinden of er een verloop is van de intensiteits-

verhouding vlek/fotosfeer van het centrum der schijf naar den rand. Dit kan nu geschieden door toepassing van de methoden der partiële correlatierekening.

Hebben bepaalde metingen een aantal waarnemingspunten geleverd, dan zullen deze, in diagram gebracht, meestal spreiden rondom een gemiddelde kromme, aangenomen dat er tusschen de gemeten veranderlijken inderdaad een functioneel verband bestaat. De totale correlatierekening bepaalt nu, zooals men weet, het verloop van de *rechte lijn*, die dit verband het best benadert (de *regressielijn*). Om nu een denkbeeld te krijgen van de mate waarin de correlatie aanwezig is, bepaalt men eerst den *correlatie-coëfficiënt* (*c.c.*), een getal tusschen 0 en 1, dat voor de sterkte der correlatie maatgevend is; zoo zal een *c.c.* 0 wijzen op een hoegenaamd niet gecorreleerd zijn der beide variabelen, tusschen welke men dus blijkbaar ten onrechte vermoedde dat eenig functioneel verband zou bestaan; anderzijds wijst een *c.c.* 1 op een volmaakt eenduidigen samenhang. Uit deze *c.c.* wordt dan vervolgens op eenvoudige wijze de *regressie-coëfficiënt* (*r.c.*) afgeleid, d.i. de helling van bovengenoemde regressielijn.

Nu is het echter zeer goed mogelijk, dat het resultaat der waarnemingen niet van twee maar van 3 of meer veranderlijken afhangt. In dat geval kunnen in het verband tusschen twee dier veranderlijken bepaalde effecten worden voorgespiegeld, die alleen het gevolg zijn van een gelijktijdige verandering van een of meerdere der overige variabelen. Dit laat zich duidelijk toelichten aan ons geval, waar de intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer als functie van de plaats op de schijf moet worden onderzocht. In fig. 5, waarin als ordinaat de intensiteitsverhouding staat aangegeven, welke nog niet voor instraling is gecorrigeerd, valt onmiddellijk op, dat de gemiddelde intensiteit der vlekken toeneemt naar den rand der zon. Toch volgt hieruit nog niet, dat een dergelijk effect (het toenemen der intensiteit, wanneer de vlek zich naar den rand beweegt) ook werkelijk voorhanden is. Tegelijkertijd blijkt immers bij het gaan naar den rand een nieuwe veranderlijke: de oppervlakte der vlekken af te nemen, en waar nu het bedrag der instralingscorrectie in hooge mate zal afhangen van de schijnbare grootte der vlek, is het niet uitgesloten, dat het geheele verschijnsel der toename van *i* naar den rand reeds zou kunnen worden verklaard door de afname van dit schijnbare oppervlak. Om te beoordeelen of dit inderdaad het geval is, dient men dus de intensiteitsverhouding te vergelijken voor vlekken met gelijk oppervlak. Dit alles geschiedt in wiskundigen vorm door toepassing der partiële correlatierekening. Hierbij wordt dan het gemiddelde oppervlak, dat gelegd is tusschen de waarnemingspunten, thans in een ruimte van meer dan twee afmetingen (en wel evenveel als er veranderlijken zijn), benaderd door een plat (hyper)vlak. De stellingscoëfficiënten hiervan zijn de partiële regressiecoëfficiënten, die ook thans weer kunnen worden afgeleid uit partiële correlatiecoëfficiënten voor de veranderlijken twee aan twee, waarbij de overige variabelen constant gedacht zijn. De betreffende formules, die een uitbreiding zijn van die der totale correlatierekening, vindt men in alle werken over statistiek; wij

noemen slechts het standaardwerk van G. U. YULE: *An Introduction to the theory of statistics* (Ch. XII) ¹⁾.

Nemen wij nu aan, dat de *intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer* i een functie is van den *afstand* der vlek tot het centrum der schijf, d (uitgedrukt in den straal der zon) en het *oppervlak der umbra* o (in $\square''$); de correlatie tusschen i en d , waarvan men de aanwezigheid reeds op het eerste gezicht uit fig. 5 erkent, wordt uitgedrukt door den c.c. $r_{id} = +0,424$. De helling der regressielijn — van de rechte lijn dus, die het verband tusschen i en d het best benadert — is $b_{id} = 0,295$; de lijn zelf wordt voorgesteld door

$$i = 0,188 + 0,295 d \quad (\text{lijn I in het diagram}).$$

Dat echter tevens i en d ieder voor zich gecorreleerd zijn met o , volgt uit de correlatiecoëfficiënten.

$$r_{io} = -0,613 \quad \text{en} \quad r_{do} = -0,588.$$

Houdt men nu o constant, dan verdwijnt de correlatie tusschen i en d vrijwel geheel; immers men vindt $r_{id.o} = +0,100$ (achter de punt in den index staan steeds de grootheden, die constant worden gehouden).

Met behulp verder van de partiële regressiecoëfficiënten

$$b_{id.o} = +0,068 \pm 0,111 (m.f.) \quad \text{en} \quad b_{io.d} = -0,00084$$

wordt dan de regressievergelijking gevonden, die algemeen kan worden geschreven $i = a + b_{id.o} d + b_{io.d} o$, dus in ons geval

$$i = 0,432 + 0,068 d - 0,00084 o (5)$$

Voor het gemiddelde oppervlak der vlekken (dat 131 $\square''$ draagt) wordt dus

$$i = 0,322 + 0,068 d \quad (\text{lijn II in het diagram}).$$

Er werd nog een 4e veranderlijke in aanmerking genomen, nl. de constante a uit vergel. (3), die den luchttoestand karakteriseert. Ook deze zou invloed kunnen hebben op de grootte der gemeten vlekintensiteiten. Om dit na te gaan, werden de regressielijnen met

¹⁾ Zie ook F. ZERNIKE: *Hdb. d. Phys.* 3, 479 v.v.

deze vierde variabele nogmaals berekend. Daar echter niet voor alle vlekken de grootte van a bekend was (zie blz. 13), werd het beschikbare materiaal daarbij tot twee-derde van het oorspronkelijke gereduceerd, d.i. tot 24 vlekken. Het bleek dan, dat $r_{id.oa} = 0,097$ en $b_{id.oa} = +0,072 \pm 0,121$ (m.f.) bedroeg, (de grootere middelbare fout hier is waarschijnlijk een gevolg van het beperkter materiaal); overigens verschilt deze laatste waarde van b practisch niet van de voorafgaande. Ook uit de waarde der correlatiecoëfficiënten volgde trouwens, dat de grootte van a zonder noemenswaarden invloed op de metingen bleek te zijn geweest.

Uit een en ander ziet men, dat ons vermoeden bevestigd wordt, en dat bijna de geheele toename der i naar den rand veroorzaakt is door het perspectivisch kleiner worden der vlekken. Er blijft slechts een kleine „werkelijke” toename van i naar den rand toe over; deze is echter gering en van de orde der middelbare fout.

Geheel onafhankelijk van de wijze waarop voor instraling gecorrigeerd moet worden, hebben wij dus kunnen afleiden, dat de gemeten relatieve intensiteit der vlekken *ceteris paribus* naar den rand toe slechts weinig verandert. Dat beteekent, dat ook de ware intensiteit slechts weinig veranderen kan.

Voor het bereiken van dit resultaat was het essentieel, dat niet enkele vlekken gevolgd worden over de schijf, maar dat een groot aantal van verschillende grootte op allerlei punten van de schijf onderzocht werd. Discussie der directe waarnemingsresultaten met behulp van de methode der partiële correlatierekening is onontbeerlijk bij iedere reeks metingen aan vlekken, die in de toekomst wordt uitgevoerd. Tevens zal het duidelijk zijn, waarom de resultaten van vroegere waarnemers (§ 5), welke alle, evenals de onze, in eerste instantie wezen op een toename van i naar den rand, niet meer als afdoend kunnen gelden.

Wij zullen nu trachten de correcties voor de instraling te bepalen, om aan de aldus gecorrigeerde waarden der vlek-intensiteiten na te gaan of het resultaat der partiële correlatierekening, toegepast op het bruto-materiaal, bevestigd wordt, en verder te bepalen op welke hoogte zich in het diagram 5 de regressielijn der ware intensiteiten bevindt. Daarbij zal dan tevens kunnen blijken of er aanwijzingen zijn voor een afhankelijkheid der ware i van de grootte der vlek.

15. BEPALING VAN DE CORRECTIE VOOR INSTRALING. — Bij de reductie der bruto-waarnemingen voor invloeden der verstrooiing, ondervindt men moeilijkheden van allerlei aard. De theoretisch juiste methode zou deze zijn, dat men de integraalvergelijking (1), waarin J het ideale en S het schijnbare, door het instrument vervormde vlek-profiel voorstelt, naar J oplost. Door H. C. BURGER en P. H. v. CITTERT¹⁾ is een methode aangegeven om van (1) over te gaan tot een vergelijking van Fredholm, met het resultaat, dat de functie J in n de benadering wordt gegeven door de reeks

$$J_n = nS - \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} S_1 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} S_2 - \dots \pm S_{n-1}, \quad (6)$$

waarin dan, wanneer wij (1) schematisch voorstellen door $S = \int J U$,

$$S_1 = \int S U, \quad S_2 = \int S_1 U, \text{ enz. } ^2) \dots \quad (7)$$

Men kan (6) ook schrijven in den vorm

$$J_n = nS - \int S \left\{ \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} U - \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} U_1 + \dots \pm U_{n-2} \right\}, \quad (8)$$

als $U_1 = \int U U$, $U_2 = \int U_1 U$, enz. is. (De functies U , U_1 , U_2 , hangen alleen af van het instrument, of in ons geval van a).

Ter bepaling van J_n kunnen nu twee wegen worden ingeslagen. Eerstens kan men zoolang achtereenvolgende benaderingen J_1 , J_2 , enz. bepalen, totdat een voldoende benaderende functie J_i is verkregen, wat daaruit blijkt, dat bij een uitwaziging van de verkregen functie het schijnbare profiel terugkomt. Mocht ook de benadering J_i nog niet voldoende zijn, dan vindt men onmiddellijk een volgende benadering d.m.v. de betrekking (l.c. blz. 725)

$$J_{i+1} = J_i + S - S_i^*, \quad \dots \quad (9)$$

waarin S_i^* de uitgewazigde functie J_i voorstelt.

¹⁾ H. C. BURGER u. P. H. v. CITTERT: Zs. f. Phys. 79, 722; 1932.

²⁾ Met behulp van een door BURGER en v. CITTERT geconstrueerden integrator laten deze laatste integralen zich snel langs optischen weg bepalen.

Weet men nu eenmaal met welken graad van benadering kan worden volstaan — iets dat in hoofdzaak afhangt van den aard der verstrooiingsfunctie (3) — dan is het beter, inplaats van (6), de formule (8) toe te passen, welke J_n levert na één enkele integratie. Een aanzienlijk voordeel hierbij is, dat de functie tusschen accoladen in (8) eens voor al bepaald kan worden voor verschillende gedaanten van U .

Hoewel in het aangehaalde artikel de bovenstaande betrekkingen worden bewezen voor de uitwaziging van een 1-dimensionale intensiteitsverdeeling, blijft het gevondene toch evenzeer geldig voor een verdeeling in twee afmetingen, zooals die in de zonnevlekken optreedt. Alleen beschikt men dan niet meer over den integrator, die in staat stelt de integralen (7) op eenvoudige wijze te bepalen. Deze bepaling kan echter ook grafisch worden uitgevoerd. Daartoe moet dan vooreerst de schijnbare intensiteitsverdeeling S in de vlek gegeven zijn. Het volledigst zou die bijvoorbeeld bekend kunnen worden door opname van de vlek *de face* in voldoende monochromatisch licht, uitgemeten met een microfotometer volgens HARTMANN. In ons geval maakten wij gebruik van de fraaie contactafdrukken der vlek-opnamen van de sterrewacht te Greenwich en kozen daaruit twee vlekken, die vrij zuiver elliptisch van vorm waren; de verhouding der assen werd bepaald uit de opname van Greenwich, de monochromatische intensiteitsverdeeling langs één as volgde uit onze eigen spectrogrammen van diezelfde vlekken. De lijnen van constante intensiteit in de vlek konden nu geteekend worden; door hun symmetrie werden de verdere berekeningen aanmerkelijk bekort. — Vervolgens werd nagegaan hoe groot de bijdragen zijn, die van elk deel der vlek door (instrumenteele en atmosferische) instraling in een gegeven punt terecht komen. Op een blad doorschijnend papier teekenden wij voor een gegeven luchttoestand de verstrooiingsfunctie (waarbij dus alle ordinaten van een bepaalde grootte geprojecteerd worden in cirkels; zie fig. 6b) om vervolgens dit cirkelstelsel met het middelpunt te plaatsen in dat punt der vlek, waarin men de instraling wil kennen. De bijdrage van ieder oppervlakte-element der vlek (vertegenwoordigd door de punten op de ringen in fig. 6b) wordt dan bepaald door de intensiteit daar ter plaatse te vermenigvuldigen met de betreffende ordinaat der uitwazigingsfunctie (welke onmiddellijk in de figuur is af te lezen).

De vrijwel cirkelronde vlek S_3 (in tabel 1) werd bewerkt zoowel volgens formule (6) als volgens (8); het bleek, dat in (6) eerst met

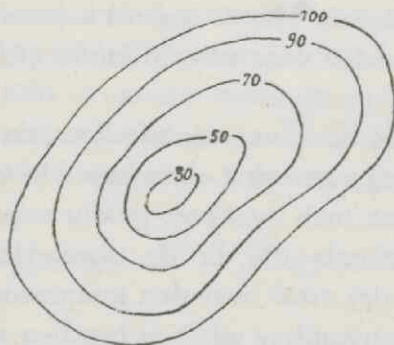


Fig. 6a.

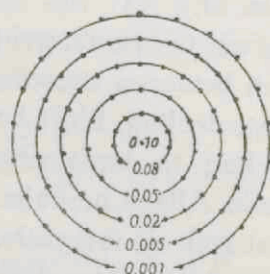


Fig. 6b.

de 3e benadering kon worden volstaan. De verschillende benaderingen (tot de 4e toe) gaven voor de intensiteit in het centrum der vlek achtereenvolgens instralingscorrecties ten bedrage van 11,2 %, 4 % en 1,4 % der fotosfeer-intensiteit; in totaal dus 17 %, zoodat de ware intensiteitsverhouding in het centrum tenslotte bleek te zijn $0,33 - 0,17 = 0,16$. Directe berekening van J_3 (volgens form. 8) gaf een correctie van 18,6 %, dus een centrale intensiteit 0,14, wat met het vorige voldoende overeenstemt. Dezelfde methode toegepast op de sterker elliptische vlek S_4 gaf een centrale intensiteitsverhouding $0,52 - 0,14 = 0,38$.

16. DE CORRECTIEMETHODE VOLGENS PETTIT EN NICHOLSON. — Waar nu de rest der vlekken van ons materiaal vrijwel volkomen onregelmatig van vorm was, moest naar een andere reductiemethode worden omgezien, die, hoewel minder nauwkeurig, althans toeliet een grooter materiaal te bewerken.

Een zoodanige methode is aangegeven door E. PETTIT en S. B. NICHOLSON¹⁾. Zij vergeleken de grootte der verstrooide straling in een punt even buiten den zonsrand met de intensiteit in een punt

¹⁾ E. PETTIT and S. B. NICHOLSON: Ap. J. 71, 152; 1930.

op gelijken afstand erbinnen, waarbij dan de afstand dezer beide punten correspondeerde met den halven diameter der vlek, dus van

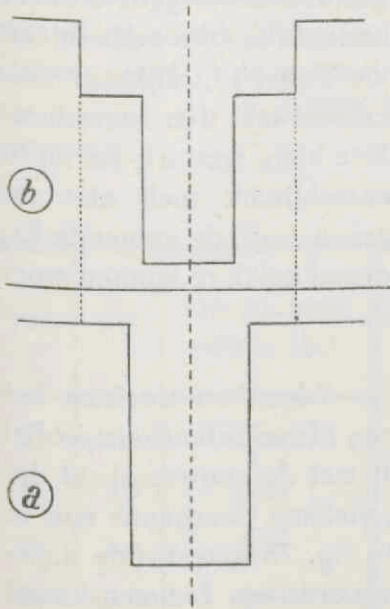


Fig. 7.

het centrum der kern tot aan den overgang van de penumbra in de normale fotosfeer. Tweemaal het quotiënt dezer beide gemeten intensiteiten is dan de aan te brengen correctie (§ 4).

Inderdaad wordt men tot een dergelijke handelwijze gebracht door de eigenaardige gelijkenis, welke het intensiteitsverval aan den zonsrand vertoont met den overgang van de normale fotosfeer naar het centrum der umbra. Een en ander komt er dus op neer, dat het ideale vlekprofiel wordt geschematiseerd tot de gedaante van fig. 7a. Dit uitgewazigd zou een aspect geven gelijk aan een der krommen van fig. 3, wanneer deze nog wordt gespiegeld om een verticale lijn.

— Toch zijn er aanmerkelijke verschillen tusschen de ideale profielen van vlek en rand. Vooreerst abstraheeren PETTIT en NICHOLSON min of meer van de aanwezigheid der penumbra, waar de intensiteit reeds zinkt tot op een onderdeel der fotosfeer-helderheid; bovendien wordt in dit model het 2-dimensionale probleem eener *gesloten* vlek vervangen door een 1-dimensionaal: dat eener (*oneindig*) *lange* vlek. Het gevolg van dit laatste is, dat in 't algemeen een te gering bedrag aan ingestraald licht in rekening wordt gebracht, behalve wanneer de vlek reeds zeer langgerekt is.

Het is moeilijk een schatting te maken van het bedrag dezer verschillende verwaarloozingen en de grootte ervan tegen elkaar af te wegen. Waarschijnlijk zal de fout, die men maakt door het geheel als lineair probleem op te vatten, voor een groot deel worden opgeheven door in de penumbra te rekenen met fotosferische intensiteit.

Tenslotte is het nog van belang op te merken, dat P. en N.'s model terecht den nadruk legt op het plotselinge helderheidsverval aan de overgangen van penumbra naar umbra en fotosfeer, waar-

voor aanwijzingen worden gevonden in opnamen, die bij buitengewoon goeden atmosferischen toestand verkregen zijn ¹⁾).

Hoewel dus de bepaling der instralingscorrectie volgens PETTIT en NICHOLSON zeer zeker slechts een benaderde is (die zelfs in een aantal gevallen niet tot resultaat voert (zie Tabel 1), blijkbaar tengevolge van de omstandigheid, dat in verband met den heerschen den luchttoestand de afmetingen der vlek te klein waren), zal zij in vergelijking met andere methoden waarschijnlijk toch niet tot ernstige onnauwkeurigheden aanleiding geven (vgl. de volgende §). Bovendien heeft zij het groote voordeel, gemakkelijk te kunnen worden toegepast op een uitgebreid materiaal.

17. VERDERE CORRECTIEMETHODEN. — Men kan trachten het model van P. en N. te detailleeren door een ideaal intensiteitsprofiel aan te nemen, dat zoowel rekening houdt met de aanwezigheid der penumbra als met de omstandigheid dat vlekken doorgaans min of meer rond van vorm zijn. Laat men de in fig. 7b geteekende doorsnede wentelen om een verticale as, dan wordt een 2-dimensionaal intensiteitsprofiel verkregen, uit twee cylinders opgebouwd, waarvan het resultaat der uitwaziging met de functie U gemakkelijk streng te berekenen valt; voor de intensiteit der penumbra kan daarbij dan een gemiddelde worden aangenomen, welke men bepaalt uit enkele opnamen waarbij deze goed gedefiniëerd is. Is de vlek niet rond maar elliptisch, dan wordt de berekening veel gecompliceerder; daarom zal men dit geval dan ook liever trachten te benaderen door de instralingscorrectie te bepalen voor twee cirkelvormige vlekken, die resp. de groote en de kleine as der ellips tot middellijn hebben, om daarna de beide resultaten te middelen. Behalve echter, dat het bezwaarlijk is om bij iedere vlek dezelfde intensiteit der penumbra te rekenen, is het hier verder noodzakelijk, de grootheid a uit formule (3) te kennen, waardoor het beschikbare materiaal dus weer wordt gereduceerd, omdat randopnamen, die bij meerdere omwentelingen van den roteerenden sector zijn verkregen (blz. 13), voor dit doel onbruikbaar zijn.

In tabel 3 (kolom 5) vindt men het resultaat van deze wijze van reductie voor een 6-tal vlekken. Als het geschikste voor dit doel zijn

¹⁾ H. STREBEL: Zs. f. Astrophys. 5, 96; 1932.

die vlekken gekozen, waarbij een groot oppervlak gecombineerd was met rustige lucht. Als maat voor de geschiktheid der vlek werd aanzien het product $a \times$ oppervlakte — of juist ar^2 , waarbij dan r = kleine as der umbra is. Zoo geeft dus bijvoorbeeld een oppervlakte $= 45 \square''$ en $a = 0,3$ ($\times 0,18$ bg sec^{-2}) of ook opp. $= 130$ en $a = 0,1$ (in dezelfde eenheden) aanleiding tot een product $ar^2 = 2,4$.

TABEL 3.

Vlek	ar^2	Rest-intensiteit (ongecorrig.)	Correctie volgens:		
			1. P. en N.	2. Cylindermodel	3. Streng meth.
K_1	6,3	0,21	0,06	0,06	
N	4,5	0,48	0,12	0,08	
S_2	3,6	0,28	0,24	0,28	
S_3	2,7	0,33	0,20	0,17	0,18
S_4	4,6	0,52	0,20	0,07	0,14
W_1	4,2	0,28	0,06	0,13	

Uit de tabel blijkt wel voldoende, dat de uitkomsten, die op grond van de verschillende methoden zijn verkregen, elkander niet veel ontlopen.

18. BEPALING VAN DE HOEK-AFHANKELIJKHEID DER INTENSITEITS-VERHOUDING VLEK/FOTOSFEER UIT DE GECORRIGEERDE WAARNEMINGEN. — In de 5de kolom van Tabel 1 vindt men de correcties, die werden aangebracht volgens de methode van PETTIT en NICHOLSON; de gecorrigeerde waarden bevat kolom 6.

Thans willen wij uit het aldus gecorrigeerde materiaal wederom den correlatiecoëfficiënt afleiden en den regressiecoëfficiënt voor het verloop der intensiteitsverhouding i met den afstand d tot het centrum (vgl. § 14). Wij nemen weer aan, dat i bepaald wordt door d en o ; den geringen invloed van a hier buiten beschouwing latende. Waar nu echter op het materiaal reeds de instraling in rekening is gebracht, blijft als eenige invloed, dien de grootte van het vlekopper-

vlak nog hebben kan: een werkelijke beïnvloeding van de centrale intensiteit. Hier moet dus als veranderlijke ϕ niet meer het *schijnbare* oppervlak op de zonneschijf worden aangenomen, maar het *werkelijke* ϕ sec Θ , op het halfrond, welk oppervlak we eenvoudigheidshalve toch ϕ zullen blijven noemen.

Het beschikbare materiaal omvat thans 23 vlekken.

Gevonden werden de totale correlatiecoëfficiënten (vgl. § 14) $r_{id} = -0,0425$, $r_{oi} = -0,429$ en $r_{od} = -0,035$. Deze laatste wijst erop, dat thans de ware grootte van het gemeten vlek-oppervlak onafhankelijk is van den afstand tot het centrum: de waargenomen vlekken zijn dus, wat hun oppervlak betreft, toevallig gelijkmatig verdeeld geweest over de schijf. — De totale r.c. $b_{id} = 0,018$. De partiële c.c. bij constante ϕ is $r_{id.\phi} = -0,064$ en de r.c.

$$b_{id.\phi} = -0,025 \pm 0,083 (m. f.).$$

Beide wijken dus maar zeer weinig af van de zoo juist bepaalde *totale* coëfficiënten, hetgeen uit de geringe waarde van r_{od} reeds te verwachten was.

Inderdaad wordt dus hiermee het resultaat van § 13 aan ongecorrigeerde vlekken volkomen bevestigd. Na de correctie echter blijkt de kleine overblijvende helling der regressielijn II in de figuren 5 en 8 verdwenen, en te zijn overgegaan in een zeer geringe tegenovergestelde (lijn III in fig. 8), terwijl ondanks het kleiner materiaal de m.f. nog is afgenomen. *Zoowel vóór als na de correctie voor ingestraald licht, wijzen onze metingen aan vlekken, dus op een practisch constante intensiteitsverhouding van vlek- tot fotosfeerstraling over de schijf.*

Uit de verdere r.c. $b_{io.d} = -0,0003$ volgt dan de regressievergelijking:

$$i = 0,209 - 0,025 d - 0,0003 \phi.$$

Het gemiddeld oppervlak bedraagt ditmaal $200 \square''$, zoodat voor zulke vlekken geldt

$$i = 0,149 - 0,025 d, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

of geschreven in onze vroegere notatie:

$$\frac{J_{vlek}}{J_{fot.}} = 0,149 - 0,025 \frac{d}{R}.$$

Voor vlekken-umbrae van een gemiddeld oppervlak $200 \square''$ in

het centrum der schijf, bedraagt dus de intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer 0,149. Bij een oppervlak $400 \square''$, zooals dat van de

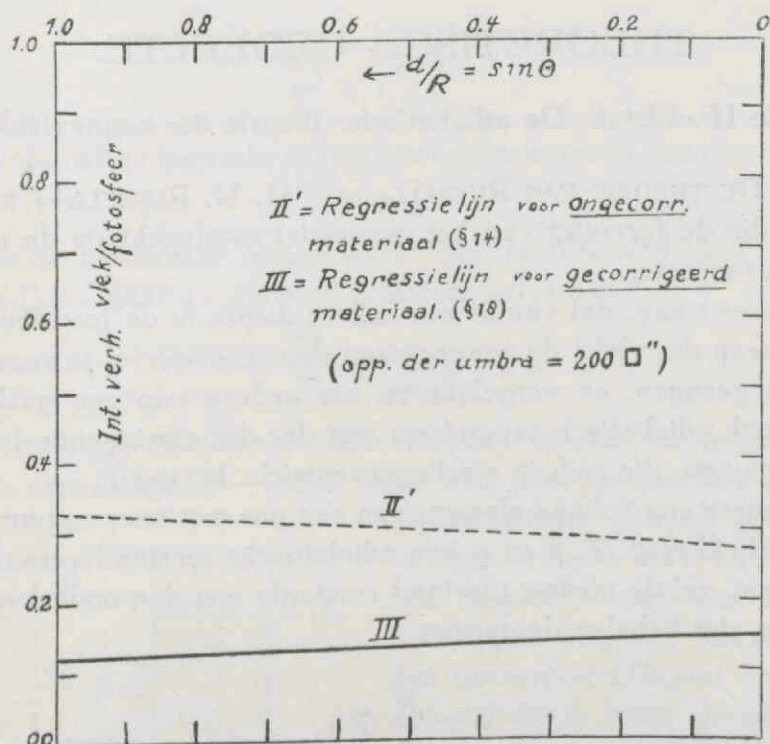


Fig. 8. Experimenteele bepaling van de kromme der hoekafhankelijkheid. De intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer als functie van de plaats op de schijf.

grootste door ons gemeten vlekken, reduceert zich deze verhouding tot 0,09. Inderdaad zouden dus volgens onze resultaten grotere vlekken een geringer ware intensiteit hebben dan kleinere. Ten onrechte beroepen zich E. A. MILNE (vgl. § 41) en A. UNSÖLD¹⁾ dus op een onderstelde constantheid van de intensiteitsverhouding in verschillende vlekken, waaruit zij besluiten, dat alle vlekken van éénzelfde niveau zouden opstijgen. Een dergelijk constant zijn is door de waarnemingen zeker niet aangetoond.

Vergelijking van (5) met (10) tenslotte geeft voor het centrum van vlekken met een gemiddelde umbrale oppervlakte $\sigma = 200 \square''$ een *instralingscorrectie* ter grootte van 11 % der fotosfeerstraling; voor vlekken met het dubbele oppervlak reduceert zich dit tot 1 %.

¹⁾ E. A. MILNE: M. N. 90, 487; 1930. A. UNSÖLD: Zs. f. Astrophys. 2, 209; 1931.

THEORETISCH GEDEELTE.

Derde Hoofdstuk: De adiabatische theorie der zonnevlekken.

19. DE THEORIE VAN RUSSELL. — H. N. RUSSELL¹⁾ was de eerste, die de formules van het convectief evenwicht op de zonnevlekken toepaste.

Hij neemt aan, dat vanuit een zekere diepte in de fotosfeer (het *basisniveau* der vlek) de zonnegassen door een wervel te voorschijn worden gezogen, en vergelijkt nu het gedrag van een gaskolom, welke zich adiabatisch expandeert met dat der omringende fotosferische gassen, die zich in stralingsevenwicht bevinden.

Wanneer een volume-element van een gas met temperatuur, druk en dichtheid resp. T , p en ϱ , een adiabatische toestandsverandering ondergaat, zal de nieuwe toestand zoodanig met den ouden verbonden zijn, dat behalve de gaswet

$$p = \frac{R}{\mu} T \varrho. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

(μ = moleculair gewicht), bovendien voldaan wordt aan de betrekking

$$\left. \begin{array}{l} p \propto \varrho^\gamma, \\ \text{of aan de equivalente evenredigheid} \\ T \propto p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \end{array} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

waarin $\gamma = c_p/c_v$.

Stel nu, dat de basis van de vlek zich bevindt op een niveau T_0 , p_0 , ϱ_0 , en laat de gassen in de vlek adiabatisch opstijgen tot het niveau T_1' , p_1' , ϱ_1' (waarbij T_1' de temperatuur moge zijn van een

¹⁾ H. N. RUSSELL: Ap. J. 54, 293; 1921.

soort „zichtbare oppervlakte” in de vlek-kolom, en wel $\sim 4000^\circ$), dan is dus

$$\frac{T_1'}{T_0} = \left(\frac{p_1'}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \dots \dots \dots (3)$$

In de fotosfeer heerscht echter stralingsevenwicht, waarvoor geldt

$$T \propto p^{1/4} \dots \dots \dots (4')$$

Hier is de „zichtbare oppervlakte” gekarakteriseerd door T_1 , p_1 en q_1 ($T_1 = 6000^\circ$); voor de fotosfeer geldt dus:

$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{1/4} \dots \dots \dots (4)$$

Om tot deze „zichtbare oppervlakken” in vlek en fotosfeer te kunnen doordringen — welke beide niet juist op dezelfde geometrische hoogte gelegen behoeven te zijn — heeft onze blik in elk

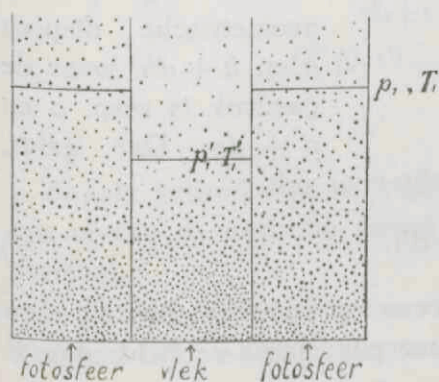


Fig. 9.

een bepaalde laag gas moeten doorlopen (fig. 9). Rekent men den absorptiecoëfficiënt constant, dan zal dit in beide gevallen dezelfde massa geweest zijn. RUSSELL neemt nu ook inderdaad aan, dat $p_1 = p_1'$, en daarmee is dan uit de vergelijkingen (3) en (4) de onbekende basistemperatuur T_0 te vinden als functie van γ .

Substitueert men achtereenvolgens $\gamma = 5/3$ (één-atomig gas), $3/2$ en $7/5$ (twee-atomig gas), dan vindt men met RUSSELL de volgende waarden¹⁾:

TABEL 4.

γ	$\frac{T_0}{T_1}$	T_0	h
$5/3$	2	12 000°	500 km
$3/2$	3,4	20 000°	990
$7/5$	17	100 000°	5800

¹⁾ Voor de laatste kolom, zie Hoofdstuk 7.

20 — De theorie van het stralingsevenwicht, toegepast op een gasbol, leert de temperatuur T vinden op een willekeurige optische diepte τ^1).

Men vindt, dat met zeer groote benadering geldt

$$T^4 = T_g^4 (1 + \frac{3}{2} \tau), \quad (5)$$

waarbij de *grenstemperatuur* T_g (die van de buitenste lagen van den gasbol) bepaald wordt door

$$T_g = T_{eff} \sqrt[4]{\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

als T_{eff} de effectieve temperatuur is, bepaald door den netto-energiestroom.

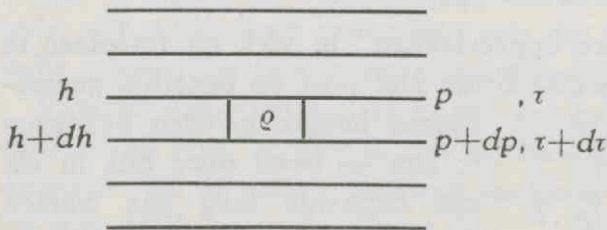


Fig. 10

Beschouw nu twee niveaus in de zonne-atmosfeer, gelegen op geometrische diepten h en $h + dh$, waar de gasdruk is resp. p en $p + dp$. Dan geldt,

als g de versnelling der zwaartekracht voorstelt

$$dp = g g dh. \quad (7)$$

Bevinden beide lagen zich nu tevens op optische diepten τ en $\tau + d\tau$, en is k de absorptiecoëfficiënt per massa-eenheid, dan is

$$d\tau = k g dh, \quad (8)$$

en uit (7) en (8) volgt de belangrijke betrekking

$$d\tau = \frac{k}{g} dp, \quad (9)$$

welke zich onmiddellijk laat integreeren, indien $k = \text{const.}$ is (wat we voorloopig willen aannemen) tot

$$\tau = \frac{k}{g} p \quad (10)$$

¹⁾ De oorspronkelijke intensiteit I van een lichtstraal is na het doorloopen van een laag met optische dikte τ gereduceerd tot $Ie^{-\tau}$.

21. INVLOED VAN DE DOORSCHIJNENDHEID DER GASSEN; DE AFHANKELIJKHEID DER INTENSITEITSVERHOUDING VLEK/FOTOSFEER VAN DE GOLFLENGTE. — Het ligt nu voor de hand om in het geval der vlekstraling, evenals bij de fotosfeer, rekening te houden met de doorschijnendheid der gassen, die tot gevolg heeft, dat we niet slechts de straling van een „effectief niveau” opvangen, maar dat integendeel tot de totaal uittredende energie wordt bijgedragen door allerlei lagen met verschillende temperatuur, waarvan de straling dan gedeeltelijk door vóórliggende lagen wordt geabsorbeerd.

We denken ons de vlek midden op de zonneschijf. Dan is van iedere laag zonnegassen, die zich bevindt op optische diepte τ en met de temperatuur T , de in radiale richting uitgezonden energie te vermenigvuldigen met den absorptiefactor $e^{-\tau}$. Dientengevolge treedt totaal aan straling van een bepaalde golflengte uit de vlek naar buiten een bedrag

$$J_{\lambda}^{\text{ad}}(0, 0) = \frac{c_1}{\lambda^5} \int_0^{\tau_0} \frac{e^{-\tau} d\tau}{e^{\frac{c_2}{\lambda T_{\text{ad}}}} - 1} \quad \dots \quad (11)$$

Zooals gebruikelijk is, stelt $I(\tau, \theta)$ voor de totale straling die een niveau op optische diepte τ passeert in een richting θ met de normaal.

In (11) is T_{ad} een functie van τ , die we nu nader zullen bepalen. Volgens (2) en (10) kan men schrijven

$$T \propto \tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \dots \quad (12)$$

Geven we van nu af den index 0 aan de verschillende grootheden, die betrekking hebben op het basisniveau der vlek, dan is dus

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \dots \quad (13)$$

1) Wanneer we later overgaan tot een veranderlijken absorptie-coëfficiënt, zal blijken, dat de eenvoudige wet (12) een andere wordt. We kunnen dan evenwel toch den vorm (12) behouden, alleen is γ dan niet meer de verhouding der s.w., maar een getal, dat hiermee op eenvoudige wijze samenhangt. We zullen dan echter $\bar{\gamma}$ schrijven.

Nu vormt het niveau τ_0 de grens tusschen adiabatisch evenwicht in de vlek en stralingsevenwicht in de fotosfeer, bijgevolg wordt τ_0 bepaald door

$$T_0^4 = T_g^4 (1 + \frac{3}{2} \tau_0) \dots \dots \dots (14)$$

Uit de beide laatste vergelijkingen blijkt, dat

$$T_{ad} = C \tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \dots \dots \dots (15)$$

waarin

$$C = \frac{T_0}{\left[\frac{2}{3} \left(\frac{T_0^4}{T_g^4} - 1 \right) \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}, \dots \dots \dots (16)$$

dus slechts een functie van de basistemperatuur T_0 .

De integraal voor de vlek (11) is dus in verband met (15) en (16) voor elke golflengte te berekenen ¹⁾; en daarmee is de stralingsintensiteit van de zonnevlek voor iedere λ gevonden als functie van T_0 . (Bij de berekeningen werd in overeenstemming met MILNE's onderzoekingen, $T_g = 4830^\circ$ aangenomen, wat neerkomt op een effectieve zonnetemperatuur van 5740° .)

Voor de intensiteit der fotosfeer heeft men een soortgelijke uitdrukking als voor die der vlek, nl.:

$$J_{\lambda}^{\text{rad}}(0, 0) = \frac{c_1}{\lambda^5} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\tau} d\tau}{e^{\frac{c_2}{\lambda T_{\text{rad}}}} - 1}, \dots \dots \dots (17)$$

waarin

$$T_{\text{rad}} = T_g (1 + \frac{3}{2} \tau)^{1/4}. \dots \dots \dots (18)$$

¹⁾ Men merkt op, dat de integraal van (11) een functie is van het product λT , dus ook van λC (zie vgl. 15). Deze omstandigheid brengt mee, dat voor andere passende combinaties van λ en C , zoodanig dat $\lambda' C' = \lambda C$, de integraalvormen hun numerieke waarden behouden; terwijl de intensiteit bij de nieuwe λ' verkregen wordt door vermenigvuldiging van (11) met den factor $(\lambda/\lambda')^5$. Hierdoor wordt het overgaan op andere begintemperaturen belangrijk vereenvoudigd.

De diepte τ_0 , vanwaar de gassen der vlek opstijgen, kon nu nog willekeurig gekozen worden. Wij besloten bij de waarnemingen aan te sluiten en de diepte zoodanig te kiezen, dat de intensiteitsverhouding van vlek tot fotosfeer bij $\lambda 4800 \text{ \AA}$ steeds de waarde 0,21 had (PETTIT en NICHOLSON). De integraties (11) en (17) werden grafisch uitgevoerd (de laatste ook gedeeltelijk ontleend aan MILNE¹⁾), waarna de verhouding $J_{\text{ad}}/J_{\text{rad}}$ werd opgemaakt. Het resultaat ziet men in fig. 11, waar de adiabatische kurven geteekend zijn voor de 6 gevallen van tabel 5.

TABEL 5.

Basistemperatuur der vlekken van Fig. 11 (adiabatische hypothese).

γ	$\frac{\gamma-1}{\gamma}$	T_0	τ_0
$5/3$	0,40	9 150°	8
$3/2$	0,33	11 200	19
$7/5$	0,29	21 700	270
1,37	0,27	200 000	$2 \cdot 10^6$
1,35	0,26	540 000	$2 \cdot 10^8$
1,34	0,25 ₅	$3 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^{19}$

Het verloop van de kurve voor $\gamma=4/3$ moest worden benaderd uit dat der drie laatste in de tabel. Zooals uit (16) blijkt, kan voor $\gamma \leq 4/3$ de constante C niet meer iedere willekeurige waarde aannemen (door geschikte keuze van T_0), zij zal aan een onderste grens gebonden zijn. Voor $\gamma=4/3$ en $T_0 \rightarrow \infty$ nadert C tot de limiet²⁾

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{1/4} T_g = 5344,$$

zoodat een kleiner waarde niet mogelijk is. Daarmee was aanpassing

1) E. A. MILNE: Phil. Trans. A 223, 201; 1922.

2) Deze limiet zal hooger komen te liggen naarmate γ kleiner wordt.

van de kromme aan de waarnemingen bij $\lambda 4800$ echter uitgesloten, omdat hiervoor een kleiner C (nl. 4473) vereischt werd ¹⁾.

Uit de berekeningen bleek, dat de niveaus, welke dieper gelegen zijn dan $\tau \approx 8$ tot 10, geen merkbare bijdrage meer leveren tot het

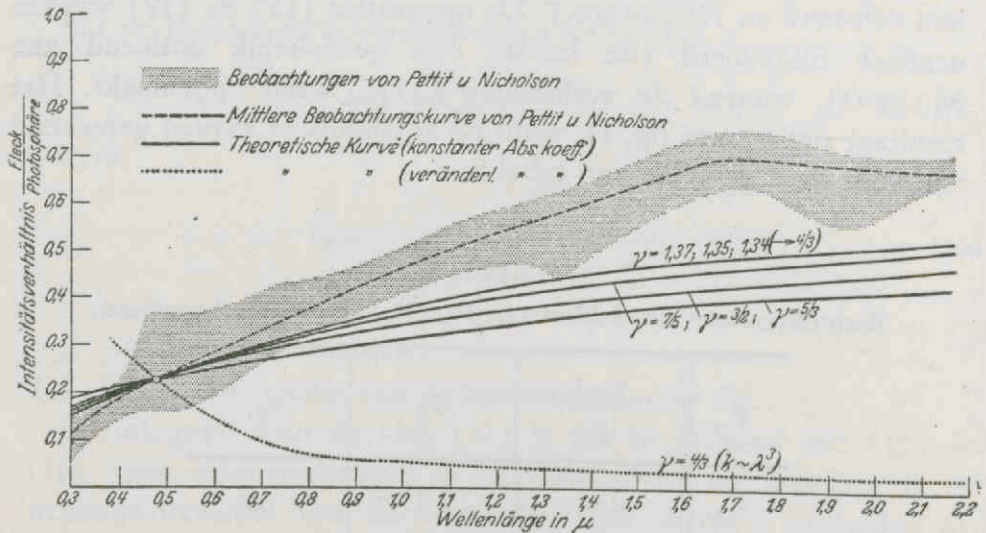


Fig. 11. De golflengte-afhankelijkheid der intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer volgens de adiabatistische theorie.

Getrokken krommen: $k = \text{constant}$ of slechts afhankelijk van p en T .

Gestippeld: k is veranderlijk met λ .

uittredende licht. De laatste kolom van Tabel 5 leert, dat alle door ons beschouwde vlekken zoo diep zijn, dat de waarnemer er niet dwars doorheen ziet.

Men merkt op, dat, welke waarde ook voor de grootheid γ wordt genomen, de theoretisch berekende krommen altijd aanmerkelijk vlakker blijken te verlopen dan de experimenteel gevondene. Het is wel niet mogelijk dit verschil door systematische waarnemingsfouten te verklaren. Wat de golflengte-afhankelijkheid betreft, geeft dus de adiabatistische theorie geen bevredigende overeenstemming met de waarnemingen.

22. HET VERVAL DER INTENSITEITSVERHOUDING NAAR DEN RAND.

¹⁾ Het blijkt dus, dat voor waarden van γ , kleiner dan $4/3$, de vlekken nooit zoo donker kunnen worden als wij waarnemen, van hoe diep men de gassen ook laat opstijgen.

— Bevindt zich de vlek niet midden op de zonneschijf, en treden de stralen dus niet meer loodrecht uit, doch onder een hoek θ met de normaal op het zonsoppervlak, dan verandert de integraal (11) zooals bekend is in

$$J_{\lambda}^{\text{ad}}(0, \theta) = \frac{c_1}{\lambda^5} \int_0^{\tau_0} \frac{e^{-\tau \sec \theta} \sec \theta d\tau}{e^{\frac{c_2}{\lambda T_{\text{ad}}}} - 1}, \dots \dots (19)$$

waarbij het vroeger verband tusschen T_{ad} en τ (15) blijft bestaan¹⁾.

In Fig. 12 vindt men de aldus berekende verhouding $\left[\frac{J(0, \theta)}{J(0, 0)} \right]_{\text{ad}}$ voor de vlek, voor twee waarden van γ , en voor twee golflengten.

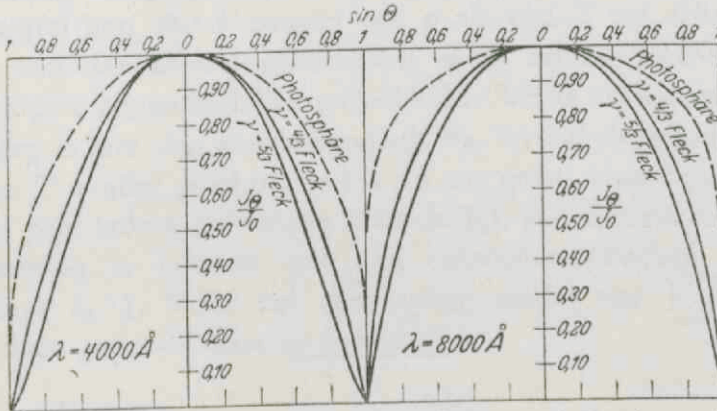


Fig. 12. Intensiteitsverdeling over de zonneschijf volgens de adiatische theorie.

Ter vergelijking is in dezelfde figuur met stippellijn aangegeven de verhouding $\left[\frac{J(0, \theta)}{J(0, 0)} \right]_{\text{rad}}$ voor de fotosfeer, waarbij dan $[J(0, \theta)]_{\text{rad}}$ berekend werd volgens

$$J_{\lambda}^{\text{rad}}(0, \theta) = \frac{c_1}{\lambda^5} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\tau \sec \theta} \sec \theta d\tau}{e^{\frac{c_2}{\lambda T_{\text{rad}}}} - 1}, \dots \dots (20)$$

waarin T_{rad} volgens (18).

¹⁾ Ook voor deze integraal geldt een soortgelijke mogelijkheid van transformatie als voor (11) werd aangegeven.

Uit de figuur blijkt direct, dat het contrast tusschen vlek en fotosfeer naar den rand snel toeneemt, geheel in tegenstelling met wat de waarnemingen leeren (zie Hoofdstuk 1 en 2). Merkwaardigerwijze naderen de kurven der golflengte-afhankelijkheid, evenals die der hoek-afhankelijkheid, de waarnemingen reeds meer, naarmate γ tot $\frac{4}{3}$ nadert, en de vlekken vanuit grooter diepte opstijgen. Een dergelijke toestand zou moeten optreden ingeval van zeer sterke instraling — wat in vele opzichten zou gaan gelijken op stralings-evenwicht.

Van den invloed dezer *instraling* willen wij in 't volgende echter voorloopig afzien; deze zal eerst in § 35 worden besproken.

Vierde Hoofdstuk: De invloed van een veranderlijken absorptiecoëfficiënt.

23 — De evenredigheid tusschen p en τ , die boven werd ondersteld, gaat alleen op, wanneer de absorptiecoëfficiënt k constant is, immers dan alleen is de oorspronkelijke betrekking

$$dp = \frac{g}{k} d\tau \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

onmiddellijk te integreeren tot $p = g\tau/k$. Er is theoretisch echter geen twijfel aan, dat k zoowel van p als van T zal afhangen. De theorie van den absorptiecoëfficiënt is tot hertoe slechts voor de eenvoudigste atoommodellen ontwikkeld; het is vrijwel zeker, dat k evenredig is met den electronendruk P_e , terwijl de afhankelijkheid van λ en T minder goed bekend is. In ons geval, waar de uittredende straling voor iedere golflengte afzonderlijk wordt berekend, hebben we rekening te houden met den monochromatischen absorptiecoëfficiënt k_λ ¹⁾. Voor het eenvoudige model van J. A. GAUNT wordt deze gegeven door de betrekking

$$k_\lambda = A \lambda^3 \frac{P_e}{T^{3/2}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

waarin A een numerieke constante is ²⁾.

Wij zullen de afhankelijkheid van k_λ van p en T , en die van λ afzonderlijk beschouwen.

24. DE AFHANKELIJKHEID VAN DEN ABSORPTIECOEFFICIËNT VAN p en T . — Nemen we een constante verhouding aan tusschen gas- en electronendruk in de vlek (hetgeen in de bovenste lagen wel

¹⁾ J. A. GAUNT: Phil. Trans. A 229, 163; 1930.

²⁾ Inderdaad, sommeert men deze k_λ over alle golflengten, dan verschijnt de bekende formule van H. A. KRAMERS voor den gemiddelden absorptiecoëfficiënt:

$$k = \text{const.} \cdot \frac{P_e}{T^{3/2}}.$$

geoorloofd is, omdat de waterstof, waaruit de vlekassen in hoofdzaak bestaan, daar nog nauwelijks begonnen is te ioniseeren) en laat ons eerst algemeen stellen

$$k = a \frac{p^m}{T^n} \dots \dots \dots (23)$$

waarin p de gasdruk is en a , m en n constanten zijn (λ blijft voorloopig immers buiten beschouwing).

Nu heeft de adiabatische uitzetting plaats volgens de wet

$$p \propto T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \dots \dots \dots (24)$$

zoodat we voor

$$d\tau = \frac{k}{g} dp = \frac{a}{g} \frac{p^m}{T^n} dp \dots \dots \dots (25)$$

kunnen schrijven ¹⁾

$$d\tau \propto p^{m-n \frac{\gamma-1}{\gamma}} dp, \dots \dots \dots (26)$$

dus

$$\tau \propto p^{m+1-n \frac{\gamma-1}{\gamma}} \dots \dots \dots (27)$$

Of ook, met (24)

$$\tau \propto T^{\frac{\gamma}{\gamma-1} (m+1)-n} \dots \dots \dots (28)$$

Waar nu de factor $\frac{\gamma}{\gamma-1}$ in doorsnee ca. 3 is, ziet men uit de laatste betrekking onmiddellijk, dat de invloed van den exponent m aanzienlijk versterkt wordt.

Keeren wij nu terug tot onze formule (22) en stellen we dus $m=1$ en $n=3/2$.

¹⁾ Men dient hier te bedenken, dat op dezelfde *geometrische* diepte, τ in de vlek thans een andere is dan in de fotosfeer. Wij zullen in dit hoofdstuk de optische diepte in de vlek blijven aangeven met τ ; in de fotosfeer echter schrijven we f .

Er komt dan

$$\tau \propto p^{\frac{\gamma+3}{2\gamma}}$$

en

$$T \propto \tau^{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+3}}, \dots \dots \dots (29)$$

welke laatste betrekking tusschen T en τ nu weer gesubstitueerd kan worden in (11). Ook hier blijkt dus T wederom evenredig te zijn met een zekere macht van τ , juist als vroeger (§ 22); tengevolge hiervan is echter de berekening der uit de vlek tredende straling bij veranderlijken absorptiecoëfficiënt teruggebracht tot de reeds vroeger uitgevoerde voor constante k , echter met dien verstande, dat de exponent $\frac{\gamma-1}{\gamma}$ in verg. (12) nu vervangen is door den exponent van τ in (29); aangenomen verder dat ook de vóórfactor C in beide gevallen gelijk wordt gemaakt, hetgeen bereikt kan worden door een gewijzigde keuze van het niveau vanwaar de gassen opstijgen. Om nu den invloed van den veranderlijken absorptiecoëfficiënt op den aard onzer reeds berekende adiabatische krommen gemakkelijk te kunnen overzien, schrijven wij ook (29) in den vorm

$$T \propto \tau^{\frac{\bar{\gamma}-1}{\bar{\gamma}}}, \dots \dots \dots (30)$$

waarbij dan het getal $\bar{\gamma}$ (een soort pseudo- γ) wordt gedefiniëerd door de betrekking

$$\frac{\bar{\gamma}-1}{\bar{\gamma}} = \frac{2(\gamma-1)}{\gamma+3} \dots \dots \dots (31)$$

Rekent men dus met variabele k , dan zullen de kurven der golf-lengte-afhankelijkheid dezelfde zijn als in fig. 11 zijn weergegeven; de bijgeschreven waarden van γ echter zijn thans die van $\bar{\gamma}$. Welke γ van het gas daarmede correspondeert, berekent men dan via (31) (zie tabel 6).

TABEL 6.

Pseudo- γ $\bar{\gamma}$	Exponent van τ in (30)	γ	Opmerkingen
$5/3$	0.40	2	} physisch niet mogelijk
$3/2$	0.33	1.8	
$7/5$	0.29	1.67	} donkere vlekken
$4/3$	0.25	1.57	
$< 4/3$	< 0.25	< 1.57	geen voldoende donkere vlekken

25. DE AFHANKELIJKHEID VAN DEN ABSORPTIECOËFFICIËNT VAN DE GOLFLENGTE. — Intusschen is k_λ (22) ook nog een functie van λ , en deze dient evenzeer in rekening te worden gebracht als de zoojuist besproken afhankelijkheid van p en T . Nu heeft de factor λ^3 in k_λ tot gevolg, dat T_{ad} in den exponent der PLANCK'sche e -macht in (11) thans niet meer gelijk is aan $C\tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$, met C onafhankelijk van λ , maar dat nu C een functie wordt van de golflengte, en wel

$$C_\lambda = \text{const: } \lambda^{\frac{3(\bar{\gamma}-1)}{\bar{\gamma}}}.$$

Men bewijst gemakkelijk, dat de aanwezigheid van dezen deeler tot gevolg heeft, dat de adiabatische krommen aanzienlijk vlakker zullen gaan verlopen dan het geval zou zijn wanneer alleen de p - en T -afhankelijkheid in (22) in aanmerking werd genomen.

In fig. 11 is de kromme der golflengte-afhankelijkheid weergegeven voor $\bar{\gamma} = 4/3$ en k_λ veranderlijk volgens GAUNT's formule (22). Men ziet, dat de kromming zelfs een geheel andere geworden is: ze verloopt convex t.o.v. de λ -as. Ook met den veranderlijken absorptiecoëfficiënt (22) laat zich dus geen bevredigende overeenstemming bereiken tusschen adiabatische theorie en de waarnemingen.

26 — Een zoo sterke λ -afhankelijkheid van k , als zou blijken uit den factor λ^3 , is echter moeilijk te vereenigen met de waargenomen

randverzwakking der zon, welke zich alleen bevredigend laat verklaren met een absorptiecoëfficiënt die afhankelijk is van, of althans slechts zeer zwak zou variëren met λ ¹⁾.

L. BIERMANN ²⁾ heeft laten zien, hoe men ook theoretisch dit constant zijn door het spectrum begrijpen kan, als men rekening houdt met de bijzondere atomaire eigenschappen der zonnegassen. Waarschijnlijk is het dus niet, dat de factor λ^3 in rekening gebracht moet worden. Laat men deze evenredigheid van k met λ^3 nu vallen, dan komt het ons voor, dat er geen reden meer is om nog vast te houden aan den exponent $n = 3/2$ in (22). Wij willen daarom nog kort aangeven, welken invloed een willekeurige exponent van T in een absorptiecoëfficiënt van de gedaante

$$k = a \frac{p}{T^n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

heeft op den aard der uit de vlekken tredende straling.

Bij adiabatisch evenwicht geldt (24), men kan dus schrijven

$$\begin{aligned} k &= a \frac{p}{T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \cdot T^{\frac{\gamma}{\gamma-1} - n} \\ &= \text{const } T^{\omega} \quad \left(\omega = \frac{\gamma}{\gamma-1} - n \right). \quad (33) \end{aligned}$$

Verder blijkt in verband met (28) en (30), dat

$$\bar{\gamma} = \frac{\gamma + \omega(\gamma-1)}{1 + \omega(\gamma-1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

Bij iedere waarde van n behoort dus een zekere waarde γ , nl.

$$\gamma = \frac{n}{n-1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

waarvoor de absorptiecoëfficiënt constant blijkt te zijn ($\omega=0$). Wordt γ nu grooter dan deze „kritische” waarde (35), dan is $\bar{\gamma} > \gamma$, terwijl $\bar{\gamma} < \gamma$ is voor γ kleiner dan (35). Hieronder vindt men een

¹⁾ Zie bv. A. UNSÖLD en A. W. MAUE: Zs. f. Astrophysik 5. 1; 1932.

²⁾ L. BIERMANN: Veröff. d. Univ. Sternw. Göttingen. Nr 34; 1933, = Gött. Nachr. 1933, 297.

aantal dezer kritische γ 's bijeen voor verschillende n . Voor $n=3/2$

$n \dots\dots$	$3/2,$	$2,$	$5/2,$	$3,$	$7/2,$	$4,$	$9/2$
$\gamma_{\text{krit.}} \dots\dots$	3	2	$5/3$	$3/2$	$7/5$	$4/3$	$1,29$

zal dus altijd $\bar{\gamma} < \gamma$ zijn, zoodat bij alle krommen in fig. 11, waar thans $\bar{\gamma}$ bijgeschreven staat, een hogere waarde van γ moet komen te staan (zie tabel 6). Is echter bv. $n=7/2$, dan zal voor de curve $7/5$ inderdaad ook $\gamma=7/5$ zijn. Voor een gas met een grootere verhouding der s.w. zal nu de kromme vlakker blijken te verlopen dan staat aangegeven in het diagram; is c_p/c_v echter kleiner dan $7/5$, dan verloopt ze steiler dan de thans geteekende curve voor dezelfde γ .

27. BEREKENING DER STRALING IN DE ONDERSTELLING VAN EEN VERANDERLIJKEN ABSORPTIECOËFFICIËNT. — Rest ons tenslotte nog expliciet aan te geven hoe in het geval van veranderlijken k de uitredende straling als functie van de beginvoorwaarden wordt berekend; m.a.w.: te vinden hoe groot de evenredigheidsconstante C^* is (als functie van de basistemperatuur der vlek) in de vergelijking

$$T_{\text{ad}} = C^* \tau^{\frac{\bar{\gamma}-1}{\bar{\gamma}}}, \dots\dots\dots (36)$$

die thans T_{ad} in (11) bepaalt.

Wij herhalen hier de rekening, die op blz. 44 voorloopig werd uitgevoerd, ditmaal echter met de absolute waarde van alle optredende constanten. Daarbij stellen wij in de uitdrukking (23) weer $m=1$, omdat de evenredigheid met p als vrijwel zeker kan worden beschouwd.

Schrijft men (24) aldus

$$T = c p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},$$

waarbij dan c bepaald wordt door de waarden van p en T in het basisniveau, dus

$$c = T_0 p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}, \dots\dots\dots (37)$$

dan berekent men onmiddellijk de evenredigheidsconstante in (26), en na integratie die in (27), welke laatste wordt

$$\frac{\alpha}{g} c^{-n} \frac{1}{2-n \frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Gaan wij nu weer over tot invoering van $\bar{\gamma}$, hier gedefiniëerd door de betrekking [zie (28)]

$$\frac{2\gamma}{\gamma-1} - n = \frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}-1}, \quad (38)$$

dan wordt (27) in verband met (37):

$$\tau = \frac{\alpha}{g} \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\bar{\gamma}-1}{\bar{\gamma}} \left(T_0 p_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right)^{-n} p^{2-n \frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Hieruit volgt dus voor de optische diepte in het basisniveau zelf:

$$\tau_0 = \frac{\alpha}{g} \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\bar{\gamma}-1}{\bar{\gamma}} \frac{p_0^2}{T_0^n} (39)$$

In de fotosfeer geldt echter het volgende verband tusschen p_0 en T_0 [wat volgt uit (32),

$$dp = \frac{g}{k} dt,$$

en

$$T^4 = T_g^4 \left(1 + \frac{3}{2} t \right)$$

$$p_0^2 = \frac{1}{n+4} \frac{16g}{3\alpha} T_g^n \left\{ \left(\frac{T_0}{T_g} \right)^{n+4} - 1 \right\} (40)$$

Uit (39) en (40) volgt nu de gezochte betrekking tusschen τ_0 en T_0 en daarmee wordt

$$C^* = \frac{T_0}{\tau_0 \frac{\bar{\gamma}-1}{\bar{\gamma}}} = \left[\frac{16}{3(n+4)} \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\bar{\gamma}-1}{\bar{\gamma}} T_g^n \right]^{\frac{1-\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}}} T_0^{1+n \frac{\bar{\gamma}-1}{\bar{\gamma}}} \left[\left(\frac{T_0}{T_g} \right)^{n+4} - 1 \right]^{\frac{1-\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}}} \right\} . (41)$$

Deze vergelijking geeft onmiddellijk bij een gegeven basistemperatuur T_0 de waarde van C^* in (36), door middel waarvan men de uit de vlek tredende energie (11) berekent, en de kurven van fig. 11 bepaalt; omgekeerd laat zij toe, uit de bij λ 4800 experimenteel gemeten straling, die C^* vastlegt, de basistemperatuur van de vlek te berekenen. Onderstaand vindt men deze voor $\gamma = 5/3$ in het geval van constanten, resp. veranderlijken absorptiecoëfficiënt met $n = 3/2$, terwijl de uittredende straling bij λ 4800 de waargenomen waarde heeft.

$$\gamma = 5/3$$

$$T_0 \text{ (constante } k) \dots 9\,150^\circ$$

$$T_0 \text{ (variabele } k) \dots 19\,800^\circ$$

Houdt men dus rekening met de veranderlijkheid van k , dan moeten de vlekken van veel dieper opstijgen dan wanneer deze veranderlijkheid verwaarloosd wordt.

Een dergelijke berekening voor gasen met de kleinere waarden $3/2$ en $7/5$ voor γ is niet mogelijk, omdat γ voor $n = 3/2$ niet kleiner kan worden dan 1,57; dan is immers $\bar{\gamma} = 4/3$ en uit (41) blijkt weer dat voor deze en kleinere waarden van $\bar{\gamma}$ de constante C^* niet meer door geschikte keuze van T_0 iedere willekeurige waarde zal kunnen aannemen, maar gebonden is aan dezelfde onderste grens als bij den constanten absorptiecoëfficiënt (§ 21):

$$\lim C^* (\bar{\gamma} = 4/3; T_0 \rightarrow \infty) = \left(\frac{3}{2}\right)^{1/4} T_g = 5344;$$

deze waarde is echter te hoog om de theoretische kurve voor $\bar{\gamma} = 4/3$ nog bij λ 4800 aan de waarnemingen te doen aansluiten, zooals reeds op blz. 39 werd vastgesteld.

Nadert dus γ tot 1,57 en daarmee $\bar{\gamma}$ tot $4/3$, dan zal de vlek van zeer diep moeten opstijgen, wil men de uittredende straling bij λ 4800 aan de waarnemingen kunnen aanpassen. Wordt $\bar{\gamma} = 4/3$, dan zal blijkens het bovenstaande die aanpassing zelfs niet eens meer mogelijk zijn. Daarmee zou dan automatisch een onderste grens gesteld zijn aan de toegelaten waarden van de verhouding der s.w. voor het gas der vlek. Nu is 1,57 een betrekkelijk hoge waarde voor γ , immers hoewel de eigenlijke verhouding c_p/c_v voor het gas in de vlek wel niet anders dan $5/3$ kan zijn, is het toch waarschijnlijk, dat men

den invloed van instraling en recombinate kan voorstellen door een „effectieve” γ , die aanzienlijk lager is. Daarom zou men dit ietwat eigenaardig resultaat, dat γ slechts zou mogen variëren tusschen de betrekkelijk dicht bijeengelegen grenzen 1,67—1,57, als een nieuwe moeilijkheid kunnen gevoelen tegen de adiabatiscbe theorie.

Samenvattend kunnen wij dus zeggen, dat ook de onderstelling van een veranderlijken absorptiecoëfficiënt de adiabatiscbe kurven van fig. 11 niet nauwer aan de waarnemingen vermag te doen aansluiten dan reeds bij het rekenen met constanten absorptiecoëfficiënt het geval was.

Vijfde Hoofdstuk: Mogelijke veranderingen in de adiabatische theorie der vlekken.

28. ONDIEPE VLEKKEN. — Wij hebben tot hertoe de basistemperatuur der vlekken zóó gekozen, dat de berekende straling bij λ 4800 met de waargenomene overeenkwam. Als wij niet vasthouden aan dezen eisch, maar de aanvangstemperaturen waarmee de gassen opstijgen lager kiezen, zoodat de vlekken ondieper worden dan wij tot nu toe hebben aangenomen, komt er een interessant element in ons vlekmodel, nl. dat de aardsche waarnemer dan dwars door de adiabatische zuil heen ziet, en nog een merkbare bijdrage krijgt van de daaronder liggende lagen in stralingsevenwicht.

Teneinde het juiste bedrag der uittredende straling te berekenen, moet de integraal (11) op blz. 37 van $\tau = \tau_0$ tot $\tau = \infty$ (d.i. praktisch $\tau \sim 10$) worden aangevuld met een integraal over het aansluitend fotosferisch stralingsevenwicht.

Het resultaat van deze berekeningen voor eenige vlekken die van verschillend niveau opstijgen, vindt men weergegeven in fig. 13. Fig. 14 geeft het optredend temperatuurverloop langs de gezichtslijn in deze 3 gevallen.

Men ziet dat, hoe ook de aanvangstemperatuur en daarmee de

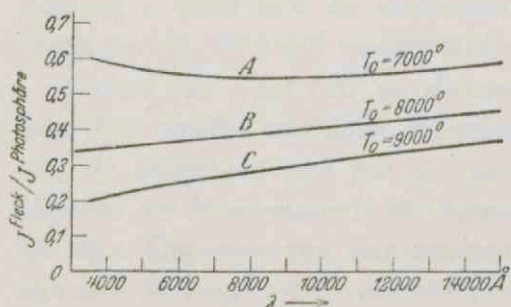


Fig. 13. Golflengte-afhankelijkheid volgens de adiabatische theorie, bij zonnevlekken van geringe diepte.

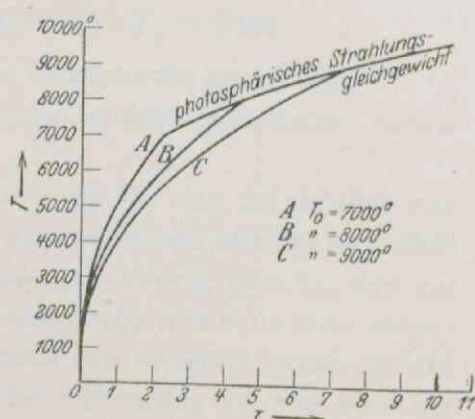


Fig. 14. Temperatuurverloop in de vlekken van fig. 13.

diepte van de vlek gekozen wordt, altijd de verhouding vlek/fotosfeer nog veel te langzaam met de golflengte toeneemt.

Deze resultaten gelden intusschen slechts voor vlegkassen met een effectieve $\gamma = 5/3$. Natuurlijk zou ook bij andere waarden van γ ($3/2, 7/5$) een soortgelijke correctie moeten gaan optreden voor diepere lagen in stralingsevenwicht, wanneer de τ_0 ook hier maar klein genoeg werd. In die gevallen (vooral bij $\gamma = 7/5$) is de temperatuurgradiënt echter te gering om bij dergelijke ondiepe vlekken in eenig spectraalgebied nog de behoorlijke duisternis teweeg te brengen.

29. IONISATIE VAN WATERSTOF — UNSÖLD'S THEORIE. — A. UNSÖLD heeft erop gewezen¹⁾, dat tengevolge van de groote hoeveelheid waterstof in de buitenste lagen der zon²⁾, welke dicht onder het oppervlak in den geïoniseerden toestand overgaat, de verhouding der s.w. in deze lagen niet constant blijft, maar abnormaal kleine waarden gaat aannemen, zoodat tusschen $\tau \approx 1$ en $\tau \approx 40$ een gebied ontstaat, waarbij de adiabatische temperatuurgradiënt zelfs kleiner wordt dan die van het stralingsevenwicht.

Hiermee is de toestand echter labiel geworden en bij eenige optredende, nog zoo geringe storing, zullen de gasen vanzelf in een opwaarts stroomende beweging komen. Volgens UNSÖLD zouden nu aan de bovenste grens der labiliteitszône „als grens van twee met verschillende snelheid bewegende media” wervels ontstaan, en de door deze wervels te voorschijn gezogen gasmassa's zouden zich dan tengevolge van adiabatische afkoeling als donkere vlekken voordoen.

UNSÖLD licht de verhoudingen toe aan een aanschouwelijk (in fig. 15 weergegeven) druk-entropie-temperatuurdiagram van een geïdealiseerde zonneatmosfeer, die uitsluitend uit waterstof bestaat.

De entropie S der ioniseerende waterstof (gemakshalve gedeeld door de gasconstante $R = kN^3$) is afgezet als functie van den

¹⁾ A. UNSÖLD: Zs. f. Astrophys. 1, 138; 1930; 2, 209; 1931.

²⁾ H. N. RUSSELL vindt zelfs meer dan 90 %: Ap. J. 70, 11; 1929. Vgl. ook A. UNSÖLD: Zs. f. Astrophys. 3, 81; 1931; A. EDDINGTON: M. N. 92, 471; 1932.

³⁾ De hier optredende BOLTZMANNsche constante k zal wel geen verwarring geven met de k welke elders den massa-absorptiecoëfficiënt voorstelt.

gasdruk p ; het diagram bevat de lijnen van constante temperatuur. De gestreepte kromme stelt den „thermodynamischen weg” voor

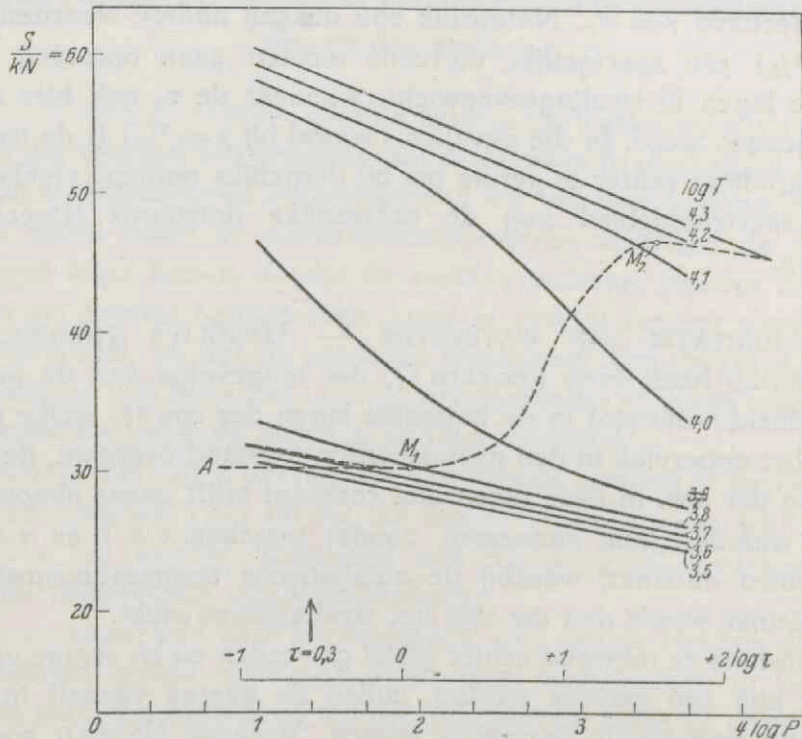


Fig. 15. Druk-Entropie-Temperatuurdiagram der zonneatmosfeer volgens UNSÖLD.

van de atmosfeer in stralingsevenwicht, d.w.z. de reeks toestanden, bepaald door de vergelijkingen

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{g}{k} \tau = 78 \tau \quad (g = 2.74 \cdot 10^4 \text{ en } k \approx 350) \\ \text{en} \quad T^4 &= T_g^4 \left(1 + \frac{3}{2} \tau\right) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

De labiliteitszône bevindt zich tusschen M_1 en M_2 .

Wil men nu het beeld van een vanuit eenig punt der zonneatmosfeer adiabatisch opstijgende gasmassa in het diagram volgen, dan heeft men slechts een lijn $S = \text{const.}$ door dat punt te leggen.

Aan de constructie van dit diagram ligt ten grondslag de volgende uitdrukking voor de entropie van ioniseerende waterstof:

$$\frac{S}{2,303kN} = (1+x) \left(\frac{5}{2} \log T - \log p \right) + 5,51 + 0,603x + \left\{ \begin{array}{l} \\ + \{ (1+x) \log (1+x) - (1-x) \log (1-x) - 2x \log x \}. \end{array} \right\} \quad (43)$$

Hierin is S de entropie, T en p , temperatuur en gasdruk, k de constante van BOLTZMANN, N het aantal atomen in een grammolecuul en x de ionisatiegraad, die te berekenen is uit de formule van SAHA:

$$\log \frac{x^2}{1-x^2} = \frac{5}{2} \log T - \log p - \frac{6,83 \cdot 10^4}{T} - 0,48 \quad (44)$$

30. DE GOLFLENGTE-AFHANKELIJKHEID VOLGENS UNSÖLD'S THEORIE. — Wij moeten thans de berekening van UNSÖLD herhalen, rekening houdend met het feit, dat men in werkelijkheid niet te doen heeft met een enkel effectief niveau, maar dat straling, die van verschillende diepten afkomstig is, moet worden gesommeerd. Daartoe zullen wij wederom (vgl. blz. 37) de uit een dergelijke gaszuil uittredende straling voor iedere golflengte berekenen volgens de betrekking

$$J_\lambda(0,0) = \frac{c_1}{\lambda^5} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau} d\tau}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} \quad (45)$$

Thans wordt T als functie van τ uit de beide vergelijkingen (43) en (44) door probeeren bepaald (p is met (42) onmiddellijk uit te drukken in τ).

Wij hebben deze berekeningen eerst uitgevoerd voor een gas, dat vanaf de bovenste grens der labiliteitszône opstijgt (dus vanuit M_1 in fig. 15). Het resultaat der berekening is, dat bij deze onderstelling de vlekken zoo ondiep en doorschijnend worden, dat men onder de grens $\tau=1,3$ de lagen ziet, die in gewoon fotosferisch stralings-evenwicht verkeerden (zooals het door den gestreepten thermodynamischen weg wordt voorgesteld).

De intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer blijkt daarbij vrijwel

onafhankelijk van de golflengte te zijn. De kromme der golflengte-afhankelijkheid verloopt nagenoeg horizontaal (fig. 16, I), terwijl

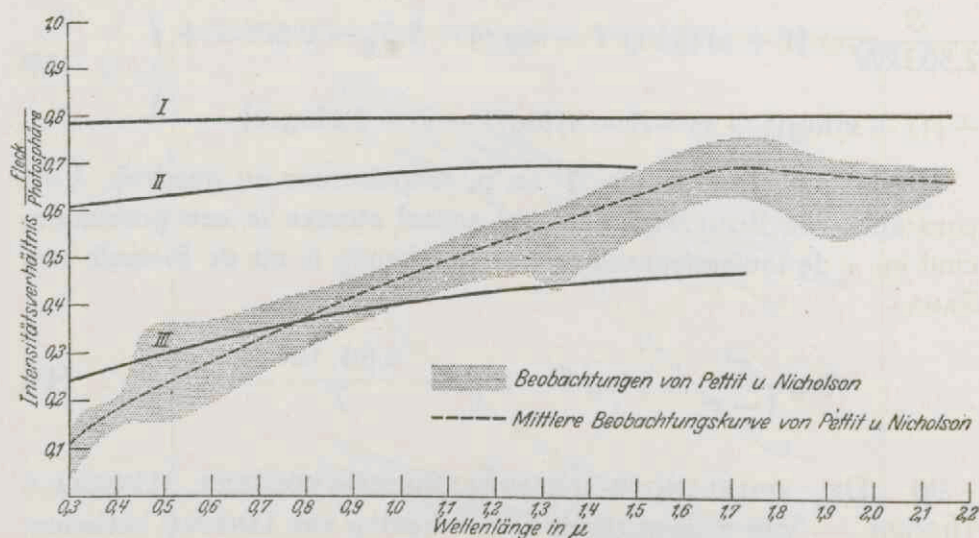


Fig. 16. De golflengte-afhankelijkheid volgens de adiabatische theorie, ingeval van ioniseerende waterstof.

bovendien de gevonden waarde der ordinaat veel te groot is ($\sim 0,8$; in het violet dus ongeveer viermaal zooveel als experimenteel gemeten werd). Hieruit volgt wel overtuigend, dat UNSÖLD's methode, om de „effectieve” temperatuur der vlek te bepalen uit de temperatuur van het gas bij $\tau = 0,3$, niet juist is.

Beproeft men de straling in de vlek zwakker te krijgen door de gasen vanuit *dieper* lagen te laten opstijgen, bv. vanuit een punt (op de „atmosfeerkromme”) tusschen M_1 en M_2 , dan mislukt ook deze poging; men ziet immers onmiddellijk uit fig. 15, dat de vlek-gassen dan overal heeter dan de omgeving aankomen, en dat de vlek dus *helderder* wordt dan de omringende deelen der zonneschijf.

Tenslotte kunnen wij nog de onderstelling maken, dat de gasen van zeer diep zouden zijn opgestegen, bv. vanuit het punt waar de atmosfeerkromme de isentroop $S/kN = 25$ snijdt (buiten het diagram, rechts). Dan komt het gas wel degelijk met een zeer lage temperatuur in de hogere niveaus aan, maar bovenal zal de vlek donkerder schijnen, omdat de waarnemer, door de bovenste lagen heen kijkend, de lagen onder het niveau M_1 veel lager in temperatuur ziet dan bij stralingsevenwicht.

De krommen II en III (fig. 16) geven het resultaat onzer berekeningen voor een gas, dat bij de uitzetting de isentropen $S/kN = 30,1$ resp. 29,4 volgt. De vlek is nu aanmerkelijk donkerder; maar de verandering van het contrast met de golflengte is even gering en onbevredigend als vroeger.

Nu bestaat de zonneatmosfeer echter in werkelijkheid niet geheel uit waterstof, zooals we in het voorafgaande eenvoudigheidshalve onderstelden. Teneinde den invloed van „dooode materie” (die dus niet tot ionisatie in staat is) na te gaan, willen we in aansluiting aan de resultaten van RUSSELL¹⁾ e.a. de zonnegassen samengesteld denken uit 10 % „dooode atomen” en 90 % waterstof. In dat geval blijkt de entropie van het gasmengsel te worden voorgesteld door de volgende uitdrukking

$$\frac{S}{2,303kN} = (1 + 0,9x) \left[\frac{5}{2} \log T - \log p \right] + (1 + 0,9x) \log(1+x) + 0,9(1-x) \log(1-x) - 1,8x \log x + 0,54x + 5,84, \quad (46)$$

waarin x wederom gevonden wordt uit (44), welke betrekking hier onveranderd blijft gelden. In (46) werd voor het atoomgewicht der doode materie 32 aangenomen²⁾, wat tot een chemische constante $i = 15,40$ aanleiding geeft.

Zooals eenvoudige vergelijking van (46) met (43) reeds deed verwachten, gaf onze nieuwe uitdrukking (46) in verband met (42) en (44) een nagenoeg identieke temperatuurverdeeling (als functie van τ) als vroeger werd gevonden; eerst bij $\tau = 6$ begonnen de temperaturen met een overigens niet noemenswaard bedrag af te wijken van de vroeger bepaalde. Zoodat ook het in aanmerking nemen van een samengestelde — zij het toch nog hoofdzakelijk uit waterstof bestaande — zonneatmosfeer geen verbetering vermag te brengen in de krommen der golflengte-afhankelijkheid, zooals ze in fig. 17 zijn weergegeven.

31. HOEK-AFHANKELIJKHEID VOLGENS UNSÖLD'S THEORIE. — Ook de hoek-afhankelijkheid is nagegaan op de basis van UNSÖLD's

¹⁾ H. N. RUSSELL: Ap. J. 70, 11; 1929; A. UNSÖLD: Zs. f. Astrophys. 3, 81; 1931.

²⁾ H. N. RUSSELL, l.c.

model. Fig. 17 geeft de resultaten voor de beide krommen II en III van fig. 16 ($\lambda = 4000$). Men ziet, dat het verloop voor II niet

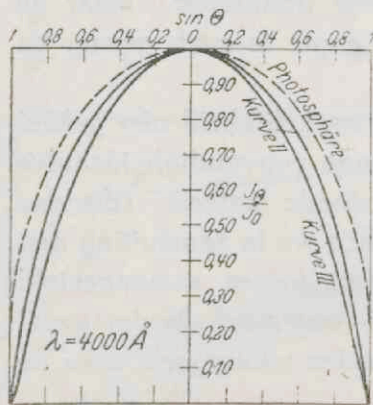


Fig. 17. Intensiteitsverdeling op de zonneshijf ingeval van ioniseerende waterstof. De kurven II en III hebben betrekking op Fig. 16.

onbevredigend is, maar dit is juist de kromme waarbij de vlekken maar heel weinig donkerder dan hun omgeving werden; terwijl III, die met donkerder vlekken overeenkwam, nu een vrij snel naar den rand toenemend contrast geeft.

Moge de gedachte van UNSÖLD voor de theorie der zonnevlekken niet tot het gewenschte resultaat voeren, het is ook o.i. zeer wel mogelijk, dat de *granulatie* ontstaat door gasmassa's die, na door het labiliteitsgebied te zijn gestroomd, helderder dan de omgeving aan de oppervlakte aankomen¹⁾. Op dit alles kan echter hier niet uitvoeriger worden ingegaan.

32. INVLOED VAN DEN STRALINGSDRUK. — E. A. MILNE²⁾ heeft den invloed nagegaan van stralingsdruk op convectief evenwicht. Volgens zijn onderzoekingen wordt de toestand in de adiabatisch expandeerende gaszuil bepaald door de volgende twee vergelijkingen: ten eerste de differentiaalvergelijking voor convectief evenwicht:

$$\varrho d(c_v T) - \frac{p + p'}{\varrho} d\varrho = 0, \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

waarin p = gasdruk, p' = stralingsdruk, ϱ = dichtheid; en ten tweede die van het mechanisch evenwicht:

$$d(p + p') = g\varrho dh. \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

De eerste vergelijking levert bij integratie:

$$(4 - a) \log p + (a - 1) \log (4p - ap + 3p') - \frac{3}{4} a \log p' = \text{dezelfde formule voor } p_a \text{ en } p'_a. \quad (49)$$

¹⁾ Vgl. H. SIEDENTOPF: A. N. 247, 298; 1933.

²⁾ E. A. MILNE, Quart. Journ. Math. (Oxford) 1, 1, 1930; ook in Handb. d. Astrophys. III/2, S. 809.

waarin $\alpha = \gamma/(\gamma - 1)$ is gesteld, terwijl de index α betrekking heeft op den toestand der buitenste lagen, bv. bij $\tau = 0,1$.

De tweede vergelijking wordt, als we van de geometrische diepte h op de optische diepte overgaan en den absorptiecoëfficiënt constant stellen :

$$p + p' = \frac{g}{k} \tau. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

Uit deze beide vergelijkingen (49) en (50) kan men voor verschillende waarden van γ de temperatuurverdeeling in de adiabatistische kolom afleiden; deze blijkt echter nagenoeg identiek te zijn met de vroeger in § 21 door ons gevondene.

Blijkbaar zijn de optisch toegankelijke lagen der vlek te weinig diep gelegen om een merkbaren invloed van den stralingsdruk te ondergaan.

33 — Er is nog een andere mogelijkheid, welke men zou kunnen overwegen om de overeenstemming met de waarnemingen beter te maken. Tot nu toe werd aangenomen, dat het adiabatisch evenwicht zich zou voortzetten tot aan de grenzen der zonneatmosfeer. Wij willen ons thans afvragen, of we geen betere benadering van de realiteit kunnen vinden door aan te nemen, dat het convectie-evenwicht in de hoogste lagen wederom in stralingsevenwicht zou overgaan. In haar extremen vorm bleek deze hypothese tot verrassende resultaten aanleiding te geven, nl. toen wij uitgingen van de onderstelling van stralingsevenwicht in alle optisch toegankelijke lagen der vlek. Wij zullen dit in het volgend hoofdstuk nader uitwerken.

Zesde Hoofdstuk: Stralingsevenwicht in zonnevlekken.

34. GOLFLENGTE- EN HOEK-AFHANKELIJKHEID BIJ STRALINGSEVENWICHT IN DE VLEK. — Nemen we thans aan, dat de oorzaak der afkoeling zich zoo diep in de fotosfeer bevindt, dat we haar zelf niet meer kunnen waarnemen, maar slechts de atmosfeer erboven, die we echter practisch weer in rust gekomen willen denken. Dan zal ook daar weer stralingsevenwicht heerschen, en wel zal zich de invloed van de afkoeling die heeft plaats gehad aldus doen gevoelen, dat er *stralingsevenwicht van lagere effectieve temperatuur heerscht op de plaatsen die we als zonnevlek aanduiden*.

In dat geval gelden voor de vlek-intensiteiten soortgelijke formules als voor de fotosfeer, nl. (17) en (18) op blz. 38; slechts is de daarin optredende grenstemperatuur T_g te vervangen door een T_g^* , analoog gedefinieerd door de betrekking.

$$T_g^{*4} = \frac{1}{2} T_{eff}^{*4},$$

waarin T_{eff}^* thans de effectieve vlek-temperatuur voorstelt (evenals bij de fotosfeer bepaald door den nettostroom der energie).

Maakt men nu weer de verhouding $J_{\lambda}^{vlek}(0,0)/J_{\lambda}^{fot}(0,0)$ op als functie van λ , dan kan vooreerst weer voor aanpassing aan de waarnemingen gezorgd worden, bv. bij $\lambda 6500$ (zooals het dezen keer — in fig. 18 — is geschied), alwaar de verhouding 0,3 moet zijn.

Hieruit volgt dan

$$\underline{T_{eff}^* = 4300^{\circ}}.$$

Bepaalt men met behulp van deze temperatuur vervolgens de golflengte-afhankelijkheid, dan vindt men een opvallende overeenkomst met de experimenteele kromme van PETTIT en NICHOLSON, gelijk uit fig. 18 blijkt. Zooals men ziet, vallen beide lijnen nagenoeg geheel samen van $\lambda 4000$ tot $\lambda 8000$; van daaraf verloopt de theoretische kromme iets lager, maar toch nog altijd binnen het gebied der waarnemingen. Bedenkt men dan nog, dat volgens de meening der Amerikaansche onderzoekers de door hen gevonden

kurve voorbij $\lambda = 0,8 \mu$ waarschijnlijk iets te hoog ligt, dan blijkt de overeenstemming tusschen theorie en waarneming nagenoeg vol-

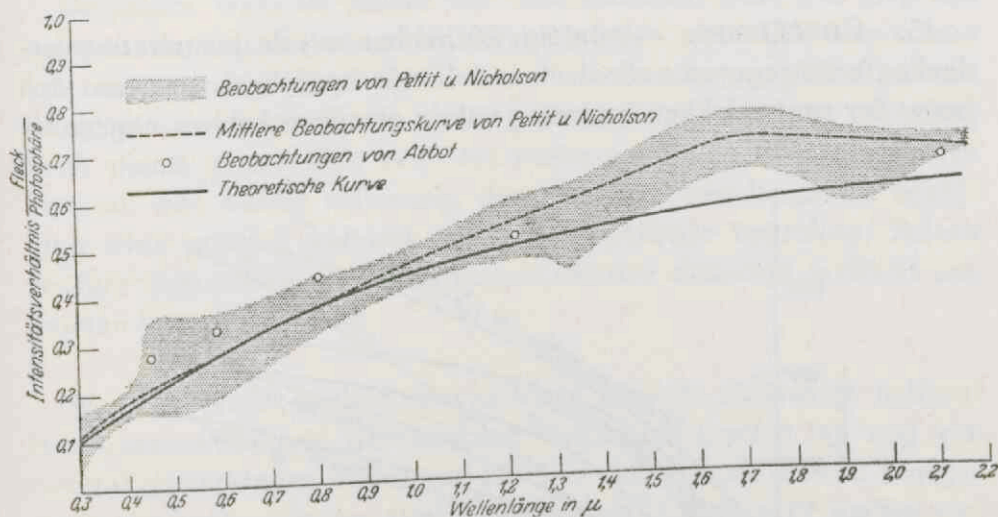


Fig. 18. De golflengte-afhankelijkheid in de onderstelling van stralings-evenwicht in de zichtbare lagen der vlek.

komen te zijn, als men zich voorstelt dat de gasmassa's der zonnevlekken in zuiver stralingsevenwicht verkeer¹⁾.

Ook de hoek-afhankelijkheid is in goede overeenstemming met de waarnemingen: het contrast van vlek tot omringende fotosfeer verandert naar den rand toe practisch niet (fig. 19), juist zooals het

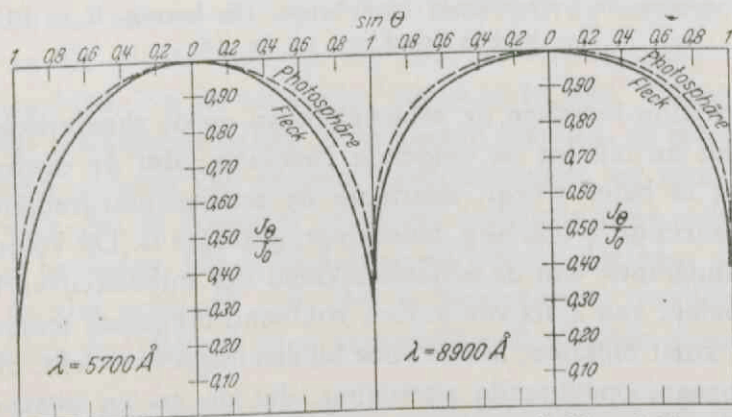


Fig. 19. Intensiteitsverdeling op de zonneschijf bij vlekken in stralingsevenwicht.

¹⁾ Wij hebben de theoretische kromme eveneens bepaald voor de oorspronkelijke, dus niet met 0,1 in de richting der ordinaten-as verschoven kurve van

waarnemingsmateriaal waarover we op 't oogenblik beschikken, schijnt te leeren (vgl. Hoofdstuk 1 en 2).

35. CONCLUSIES. — In fig. 20 hebben wij de temperatuurverdeling weergegeven voor de verschillende hypothesen omtrent den bouw der zonnevlekken, waarvan wij de gevolgen hebben nagegaan.

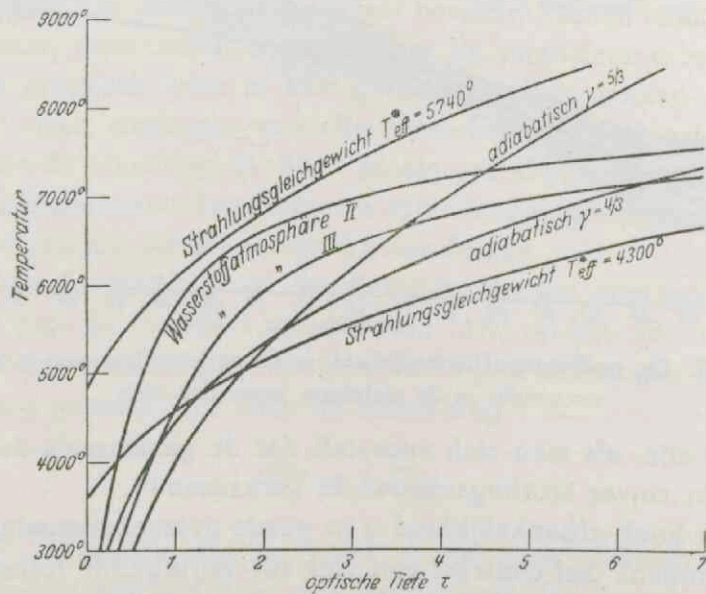


Fig. 20. Temperatuurverloop in de zichtbare lagen der vlek volgens de verschillende hypothesen. De kurven II en III hebben betrekking op fig. 16.

Vergelijking tusschen de waarnemingen en de theoretische resultaten leidt nu o.i. tot de volgende conclusie: dat de overeenstemming des te beter wordt, naarmate de temperatuurgradiënt in de lagen, waarin onze blik nog doordringt, geringer is. Dit volgt zoowel uit het onderzoek van de afhankelijkheid der intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer van λ als van θ . Een voldoende langzame temperatuurgradiënt komt blijkbaar alleen voor bij stralingsevenwicht, of bij een zoo langzaam opstijgende strooming, dat de in- en uitstraling de

PETTIT en NICHOLSON, waarvoor dus $J_{\text{vlek}} : J_{\text{fot.}} = 0,4$ zou zijn bij λ 6500. In dat geval werd de effectieve temperatuur der vlek slechts iets hoger dan boven berekend, nl. 4580° ; overigens verliep de kurve op geheel dezelfde wijze als in fig. 18.

*hoofd*factor is, die de temperatuur der lagen bepaalt; dit is echter practisch stralingsevenwicht.

De plaats, waar de gassen der vlek afkoelen, moet zoo diep zijn gelegen, dat wij die niet rechtstreeks kunnen zien. Wij zien alleen het resultaat dier afkoeling. Het is dus ook niet mogelijk alleen uit de studie der uittredende straling te besluiten of deze afkoeling heeft plaats gehad door een zeer snelle opstijging over een korten afstand, met weinig instraling, dan wel door een langzame opstijging over grooten afstand, met zeer merkbare instraling. Alleen verdere theoretische onderzoekingen zouden daarover wellicht iets kunnen leeren.

36 — Naar aanleiding van deze nieuwe zienswijze omtrent stralingsevenwicht in de zichtbare vlekken, zouden we nog een tweetal opmerkingen willen maken. Ten eerste heeft men er vroeger reeds zijn verwondering over uitgesproken¹⁾, dat in de umbra van vlekken in het centrum der zonneschijf geen violetverplaatsing der spectraallijnen wordt waargenomen, die zou kunnen wijzen op opstijgende bewegingen der vlekken. Dit ontbreken van opwaartsche stroomingen in de umbra der vlekken nu is volkomen in overeenstemming met de hypothese van een ongestoord stralingsevenwicht in de optisch toegankelijke lagen.

Tenslotte nog een opmerking n.a.v. UNSÖLD's labiliteitszône. Natuurlijk zal ook in de lagen der zonnevlek de waterstof tengevolge van de plaatsvindende ionisatie aanleiding geven tot een convectiegebied. Nu is het echter direct in te zien, dat wegens de algemeene temperatuurdaling in de gaszuil der vlek, de ionisatiesfeer naar dieper niveaus zal worden teruggedrongen, en men berekent gemakkelijk, dat de bovenste grens der convectie-zône zich eerst bij $\tau \sim 7$ zal bevinden. Dit heeft echter tot gevolg, dat haar aanwezigheid in de vlek practisch niet meer te bemerken is; vandaar, dat er in de umbra der vlekken geen granulatie valt waar te nemen.

37. INSTANDHOUDING VAN HET STRALINGSEVENWICHT IN ZONNEVLEKKEN. — Intusschen is N. KOSIREV²⁾ langs geheel anderen weg

¹⁾ Zie bv. C. A. YOUNG: General Astronomy, blz. 203; 1904.

²⁾ N. KOSIREV: Poulkovo Observatory Circular, No. 6; 1933.

eveneens gekomen tot dit resultaat van stralingsevenwicht in de zichtbare vlek-niveaus, en zijn uiteenzettingen laten zien hoe het mogelijk is, dat een gebied van lager temperatuur in stralingsevenwicht — zooals de bovenste vlekken — onbeperkt kan blijven bestaan temidden van de veel heetere gasen der fotosfeer.

KOSIREV brengt bij zijn beschouwing van het expansieproces der vlekken eenvoudig het bedrag der ingestraalde energie in rekening.

Beschouwt men een bepaald massa-element in den opstijgenden gasstroom (snelheid c), dan geldt daarvoor de eerste hoofdwet

$$c_v \frac{dT}{ds} + p \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \frac{1}{c} \frac{dQ}{dt}, \dots \dots (51)$$

als $ds = c dt$ het in den tijd dt afgelegde weg-element is.

Was het rechterlid nu nul, dan zou het proces adiabatisch verlopen; bij de hooge temperaturen, welke we hier beschouwen, bezitten de gasen echter ook een aanzienlijke stralingsenergie, die evenredig is met T^4 , zoodat dus reeds bij betrekkelijk geringe temperatuurverschillen een zóó aanmerkelijk onderscheid in stralingsenergie zal optreden, dat het expansieproces, tengevolge van dit in de gaszuil vrijgekomen energiebedrag onmogelijk meer als adiabatisch kan worden opgevat. Wordt dit nu verder uitgewerkt door (51) te verbinden met

$$\frac{dQ}{dt} = k \left[\int J d\omega - 4\pi B \right] \dots \dots (52)$$

(J = in een punt vanuit een bepaalde richting invallende stralingsintensiteit, $B = a T^4$ is de intensiteit der „zwarte” straling bij temperatuur T , k = massa-absorptiecoëfficiënt, en $d\omega$ = elementaire ruimtehoek), dan blijkt, dat de stralingsintensiteit B voor de vlek, als functie van de optische diepte τ en van die van het basisniveau τ_0 , kan worden voorgesteld door

$$B(\tau) = B_0(0) [1 + 2\tau] - C [1 - 2\tau^2 + \tau_0 + 2\tau\tau_0],^1) \dots (53)$$

¹⁾ KOSIREV vindt deze vergelijking als oplossing in eerste benadering van de volledige differentiaalvergelijking voor B . Tracht men nu een volgende benadering te vinden door substitutie van het resultaat (53) in de oorspronkelijke differentiaalvergelijking, dan blijkt deze nieuwe benadering voor kleinere waarden van τ nogal belangrijk af te wijken van het stralingsevenwicht, en wel des te sterker naarmate γ kleiner is.

waarin $B_0(0)$ is de intensiteit bij $\tau=0$ voor fotosferisch stralingsevenwicht (dus $\frac{1}{\pi} \times$ nettostroom) en C een grootheid, evenredig met de snelheid waarmee de gassen uitstroomen. Nu wordt aangetoond, dat τ_0 van de orde 10^3 is, zoodat voor de zichtbare lagen geldt $\tau \ll \tau_0$. In dat geval kan men (53) schrijven in den vorm:

$$B(\tau) = [B_0(0) - C\tau_0](1 + 2\tau), \quad (54)$$

en dit is inderdaad een uitdrukking van dezelfde gedaante als die, welke optreedt bij stralingsevenwicht. Stelt men

$$\delta B(\tau) = B_0(\tau) - B(\tau),$$

dan blijkt dus een gaslaag in de vlek een bedrag

$$\delta B(\tau) = C\tau_0(1 + 2\tau) \quad (55)$$

minder uit te stralen dan een laag in de fotosfeer op dezelfde optische diepte. Bij toenemende C (grootere stroomsnelheid) zal dus *meer* energie in de vlek geabsorbeerd worden, zoodat het resulterend vlek-stralingsevenwicht van een overeenkomstig *lagere effectieve temperatuur* zal zijn.

Zevende Hoofdstuk: De diepte der vlekken.

38. DE DIEPTE-FORMULE. — Wil men de geometrische diepte berekenen, waarop een laag van bepaalde temperatuur zich bevindt in een gasbol in stralingsevenwicht, dan heeft men slechts het verband tusschen temperatuur en optische diepte τ

$$T^4 = T_g^4 (1 + \frac{3}{2} \tau) (56)$$

om te zetten in een betrekking tusschen T en de geometrische diepte h . Dit heeft plaats via de vergelijking voor mechanisch evenwicht, welke zich in verband met de gaswet aldus laat schrijven :

$$\frac{dp}{p} = \frac{g\mu}{RT} dh.$$

Onderstelt men nu nog de absorptiecoëfficiënt constant, zoodat

$$p \propto \tau (57)$$

is, dan volgt

$$dh = \frac{4R}{g\mu} \frac{T^4}{T^4 - T_g^4} dT,$$

en dus

$$h = \frac{RT_g}{g\mu} \left[4 \frac{T}{T_g} - \ln \frac{T + T_g}{T - T_g} - 2 \operatorname{bg} \operatorname{tg} \frac{T}{T_g} \right] . . (58)$$

Hierbij wordt h gemeten vanaf het niveau waarvoor de integratie-constante verdwijnt, d.w.z. vanaf een optische diepte $\tau = 0,4$ (met de temperatuur $T = 5450^\circ$ in het geval van de zon) dus ongeveer het fotosfeerniveau. De vlekdiepten, die in de volgende paragrafen vermeld worden, zijn alle gemeten vanaf dit niveau.

Eenige onzekerheid in deze diepte-bepaling wordt veroorzaakt door het optreden van het moleculairgewicht μ in (58). Intusschen is het thans vrijwel zeker, dat dit gemiddeld niet veel van 2 kan verschillen. Daarmee wordt dan de waarde van den factor

$$\frac{RT_g}{g\mu} = 73 \text{ km.}$$

39 — In § 19 werd reeds meegedeeld, welke basistemperaturen men vindt op grond van RUSSELL's theorie. Het blijkt, dat de diepten der basisniveaus variëren tusschen 500 en 6000 km, naar gelang de waarde van γ die men aanneemt. (Tabel 4.)

40. INVLOED DER GRENSTEMPERATUUR. — Brengt men echter (57) in verband met (56), dan blijkt niet meer eenvoudig te gelden

$$p \propto T^4, \dots \dots \dots (59')$$

zooals RUSSELL oorspronkelijk onderstelde, maar er komt de ingewikkelder betrekking

$$p \propto T^4 - T_g^4 \dots \dots \dots (59)$$

voor in de plaats. Is $T \gg T_g$, d.w.z. bevinden we ons op groote diepte, dan is (59') een voldoende benadering; in oppervlakkige lagen zullen echter T en T_g van dezelfde orde zijn, en dan is een vereenvoudiging als (59') wel niet meer toelaatbaar. Herhaalt men dan ook RUSSELL's berekeningen met (59), dan komen er aanzienlijk lagere waarden voor T_0 en h , zooals uit Tabel 7 blijkt.

TABEL 7.

γ	T_0	h
$5/3$	8 200°	240 km
$3/2$	10 700°	410
$7/5$	25 700°	1340

MILNE¹⁾ brengt, behalve de correctie voor de grenstemperatuur, ook nog de veranderlijkheid van k in rekening, door in overeenstemming met KRAMERS' theorie aan te nemen

$$k = \text{const} \frac{p}{T^{5/2}}.$$

¹⁾ Zie R. M. PETRIE: M. N. 90, 480; 1930.

Hierdoor ontstaat een iets ander functioneel verband tusschen p en T dan (59), en wel

$$p^2 \propto T^{\frac{17}{2}} - T_g^{\frac{17}{2}};$$

de invloed van deze nieuwe correctie op de basisgrootheden van Tabel 7 blijkt echter gering te zijn. (Zie Tabel 8, 4e kolom.)

41. HET VLEKMODEL VAN E. A. MILNE¹⁾. — MILNE tracht een verklaring te vinden voor de betrekkelijke stabiliteit van een zonnevlek, door aan te nemen, dat de vlekassen een kringloop zouden beschrijven die, wanneer ze eenmaal in beweging is gezet, voldoende stabiel zou zijn om eenigen tijd te kunnen voortduren.

Stellen we deze circulatie eens schematisch voor in een verticale doorsnee door de vlek, zooals aangegeven in fig. 21. A is het basisniveau vanwaar het gas begint op te stijgen, tot in B . Daar angekommen, zullen de gassen met een bepaalde snelheid radiëel (horizontaal) gaan uitstroomen, tot ze een eind in de fotosfeer (in C en C') tenslotte tot rust zijn gekomen. Immers, omdat daar de gasdruk grooter is dan in B , zal het gas op zijn weg van B naar C adiabatisch worden samengedrukt, waardoor de temperatuur zal stijgen tot de fotosfeertemperatuur: 6000° . In C angekommen, zinken de gassen dan langzaam naar D , waarbij ze wederom geleidelijk worden verwarmd tot T_0 .

Het is nu MILNE's bedoeling, uit dit in zichzelf gesloten geheel van toestanden, in verband met de vergelijkingen, welke deze toestanden onderling verbinden, te komen tot een volledige kennis van alle optredende grootheden (temperaturen, drukken, snelheden) aan de hand van slechts één enkel gegeven: de fotosfeer-temperatuur in C , 6000° . Intusschen is dit program nog niet verwezenlijkt; in

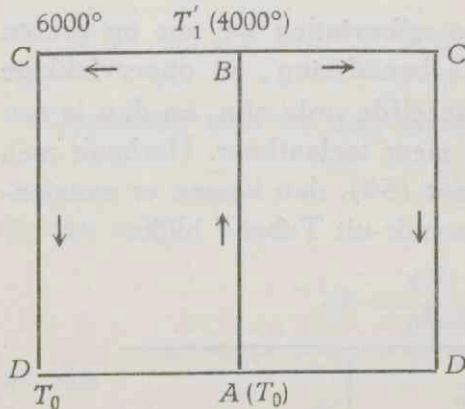


Fig. 21. Kringloop der gassen in een zonnevlek, volgens MILNE.

¹⁾ E. A. MILNE: M. N. 90, 487; 1930.

het aangehaalde artikel beperkt MILNE zich ertoe uit het waargenomen temperatuurverschil vlek-fotosfeer af te leiden de hoogte AB , het drukverschil tusschen B en C , en de (bij het EVERSLED-effect gemeten) snelheid van het gas tusschen B en C .

Wat de diepte der vlekken aangaat, deze kan men als volgt berekenen. Stel, dat we vanuit C over een zekeren afstand x de fotosfeer in dalen; daar aangekomen p en T bepalen (in een zuil van stralingsevenwicht dus) en vervolgens vanaf dit niveau over eenzelfde afstand in de vlek kolom omhoog stijgen; dan zullen we met een zekere p_1' en T_1' in B aankomen. Kiest men x nu geschikt, dan zal deze T_1' precies gelijk kunnen worden aan de waargenomen vlek-temperatuur ($\sim 4000^\circ$). Dit laatste werd reeds door R. M. PETRIE¹⁾ nagegaan. MILNE berekent een en ander, terwijl hij rekening houdt met de aanwezigheid van stralingsdruk in de vlek. De door hem gevonden vlek-diepten, die weinig afwijken van de vorige bepalingen, vindt men in Tabel 8, 5e kolom.

Er zijn echter enkele bezwaren tegen MILNE's model in te brengen. Vooreerst zullen de effectieve temperaturen van vlek en fotosfeer zeker niet op dezelfde geometrische hoogten voorkomen, gelijk door hem wordt aangenomen; immers, die temperaturen zullen integendeel, zooals RUSSELL reeds terecht opmerkte, gezocht moeten worden bij eenzelfde gasdruk, dus in de vlek dieper dan in de fotosfeer. Vervolgens schijnen de waarnemingen niet te wijzen op een zoo groote uniformiteit in het model der vlekken als MILNE wel geneigd is aan te nemen, en volgens welke in iedere vlek de gassen van hetzelfde niveau zouden opstijgen; wat zich zou moeten uiten in een voor alle vlekken constante intensiteitsverhouding van vlek tot omringende fotosfeer (vgl. § 18). En tenslotte bestaat ook hier wederom de moeilijkheid, dat er nog nimmer eenige aanwijzing is gevonden voor een opwaartsche strooming van gassen in de umbra zelf, dus van A naar B .

42 — Tabel 8 geeft een samenstelling van de diepten der vlekken zooals ze volgen uit de verschillende adiabatistische theorieën. Op grond van de beschouwingen, die wij in § 21 hebben gegeven, komt men tot even geringe diepten, zooals blijkt uit de laatste kolom.

¹⁾ R. M. PETRIE: M. N. 90, 484; 1930.

Hierbij moet evenwel worden opgemerkt, dat deze laatste waarden eigenlijk betrekking hebben op een „effectieve” vlektemperatuur, die zeker hooger is dan die, welke in de andere gevallen werd aangenomen. Het gevolg is, dat in vergelijking met onze waarden de andere diepten te groot zijn opgegeven, zoodat de onderlinge afwijking nog geringer wordt.

Uit de tabel volgt zonder meer, dat alle modificaties der adiabatistische theorie practisch tot dezelfde diepte voor de vlekken leiden. Daarentegen is het klaarblijkelijk van groot belang, dat de betrekking (59) niet vereenvoudigd wordt tot (59') door de grenstemperatuur te verwaarloozen. Zondert men dan ook RUSSELL's oorspron-

TABEL 8. De diepten der vlekken volgens de adiabatistische theorieën.

γ	RUSSELL § 19	Invloed van T_g § 40	Invloed van T_g en k MILNE I § 40	MILNE II § 41	Adiab. Theorie van § 21
$5/3$	500 km	240	360	350	310
$3/2$	990	410	650	560	440
$7/5$	5800	1340	1800	1360	1080

kelijke berekening uit, als een te ruwe benadering, en bedenkt men nog, dat de diameter van een vlek is van de orde 10 000 km, dan volgt uit de berekende diepten, dat volgens de adiabatistische theorie de vlekken een gedaante hebben „of a penny rather than that of a column”, zooals MILNE opmerkt.

43. VLEKDIEPTEN BIJ STRALINGSEVENWICHT. — Neemt men aan, dat op een of ander niveau het adiabatisch evenwicht is overgegaan in stralingsevenwicht, iets waarop de uitkomsten van § 34 schijnen te wijzen, dan is het niet goed meer mogelijk, bepaalde diepten voor de ligging van de basisniveaus der vlekken te berekenen.

Intusschen kan men nu met N. KOSIREV¹⁾ op grond van diens beschouwingen over stralingsevenwicht in de hoogere vlekken — waarover wij reeds in § 37 spraken — trachten eenige gegevens te

¹⁾ N. KOSIREV: Poulkovo Observatory Circular, No. 6; 1933.

verkrijgen omtrent de ligging van de aanvangsniveaus der vlekken.

KOSIREV kwam voor het in de vlek geabsorbeerde energiebedrag tot de uitdrukking

$$B_0(0) - B(0) = C\tau_0,$$

waarin $B_0(0)$ is de intensiteit bij $\tau=0$ voor fotosferisch stralings-evenwicht, $B(0)$ idem voor de vlekstraling, C evenredig is met de uitstroomingssnelheid der gassen en τ_0 de optische diepte is van het basisniveau. Ontleent men nu den netto-stroom voor de vlek aan haar effectieve temperatuur, dan is het mogelijk een schatting te maken van de grootheid $C\tau_0$, of, wat op hetzelfde neerkomt, van het product: stroomsnelheid $\times$ diepte der vlek. Nu kan de eerste met benadering wel uit het EVERSLED-effect worden afgeleid. Dit wijst immers op snelheden van ~ 2 km/sec; neemt men nu in aanmerking, dat de doorsnee van de stroombuis der gassen, die in de umbra opstijgen, reeds aanzienlijk zal zijn toegenomen, wanneer we in de penumbra de uitstroomingssnelheid met behulp van het EVERSLED-effect kunnen bepalen, dan is men geneigd stijgsnelheden van ~ 10 km/sec te onderstellen. Daarmee wordt dan τ_0 van de orde 10^3 , dus $T \sim 30\,000^\circ$, wat neerkomt op een vlekdiepte van ca. 1600 km, dus ongeveer even groot als de waarden in Tabel 8 voor $\gamma=7/5$.

Is de snelheid, dus ook C , kleiner, dan zal de diepte van de vlek evenveel maal groter moeten worden om het product $C\tau_0$ constant te houden; intusschen is de diepte in kilometers tamelijk ongevoelig voor betrekkelijk groote variaties in c : een factor 10 in de snelheid blijkt de diepte nog slechts met een factor 2 te veranderen.

Noot bij de correctie.

Sedert het voltooiën van Hoofdstuk 2 verscheen een verhandeling van R. S. RICHARDSON (P.A.S.P. 45, 196; 1933), waarin eveneens de hoekafhankelijkheid der intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer bepaald wordt voor een groot aantal vlekken, verzameld uit het volledig materiaal der zonsopnamen van de laatste 7 jaar op Mt. Wilson (diameter zonsbeeld 17 cm).

Uit zijn metingen (bij 3 golflengten) aan groote vlekken, op afstanden van het centrum varieerend tusschen 0,36 en 0,92 R , volgt dat de intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer *onafhankelijk is van de plaats der vlek op de zonneschijf*.

Dit is dus in volkomen overeenstemming met onze resultaten in Hoofdstuk 2

Zusammenfassung.

Im 1. Abschnitt werden die zur Prüfung einer Theorie der Sonnenflecke erforderlichen experimentellen Daten untersucht, die sich auf die Intensitäten im kontinuierlichen Fleckenspectrum beziehen. Es stellt sich heraus dasz das Experiment zwei Angaben liefert: zunächst die Bestimmung des Intensitätsverhältnisses Fleck/Photosphäre für einen Fleck im Zentrum der Sonnenscheibe, als Funktion der Wellenlänge; und weiter dasselbe Verhältnis als Funktion des Ortes des Flecks auf der Sonnenoberfläche, d.h. als Funktion des Winkels unter dem das Licht aus dem Fleck austritt.

Unsere eigenen Beobachtungen dieser Winkelabhängigkeit werden im 2. Kapitel behandelt. Korrekturen auf das Bruttomaterial werden nicht nur für die Anwesenheit eines gleichmässigen Hintergrundes von Himmelslicht angebracht (§ 11; Tabelle 2 auf S. 17 enthält die ermittelten Intensitäten des blauen Himmels), sondern auch für die Einstrahlung benachbarten photosphärischen Lichtes, infolge der Szintillation in der irdischen Atmosphäre, sowie der Zerstreuung in der Apparatur. Diese Korrektur für Einstrahlung unter kleinen Winkeln ist schwierig zu ermitteln, aber unerlässlich. Mehrere Korrekturmethode (§ 15 ff.) werden geprüft; eine exakte Methode wird ausgearbeitet und auf zwei Flecken angewandt (§ 15). Für die Bearbeitung des ganzen Materials wird jedoch ein abgekürztes, von E. PETTIT und S. B. NICHOLSON vorgeschlagenes Verfahren gewählt (§ 16).

Es stellt sich heraus, dass die relative Intensität in den Flecken am Rande der Sonnenscheibe grösser ist als in der Mitte; dieser Effekt ist jedoch der perspektivischen Verkürzung zuzuschreiben, welche eine Zunahme der atmosphärischen Einstrahlung zur Folge hat. Durch Anwendung partieller Korrelationsrechnung sowohl auf das direkte Beobachtungsmaterial als auf das korrigierte, erhält man das Ergebnis, dass *der Kontrast zwischen Fleck und umgebender Photosphäre sich über die Sonnenscheibe hinweg nicht ändert* (Abb. 8, S. 33).

Mit Rücksicht auf die Durchlässigkeit der Gase wird im 2. Abschnitt zunächst die Strahlung untersucht, die aus einem Fleck

heraustreten musz, vorausgesetzt dasz im Sonnenfleck die Gase beim Aufsteigen adiabatisch expandieren (3. Kap.).

Es ergibt sich, dasz das Intensitätsverhältnis Fleck/Photosphäre viel langsamer mit der Wellenlänge wächst, als die Beobachtungen zeigen; auch sollte dieses Verhältnis schnell nach dem Rande der Sonnenscheibe hin abnehmen, was ebensowenig mit den experimentellen Daten verträglich ist.

Es wird versucht, die adiabatische Theorie zu verfeinern. Dazu werden folgende Einflüsse geprüft (5. Kap.): Korrektion für tiefere Photosphärenschichten, die durch den Fleck hindurch sichtbar sein könnten (§ 28); Einflusz der Ionisation des Wasserstoffs auf die Temperatur der aufsteigenden Gase (§ 29 ff.); Einflusz des Strahlungsdrucks auf das konvektive Gleichgewicht (§ 32). Diese verschiedenen Abänderungen haben jedoch entweder nur geringen Einflusz, oder sie führen zu noch erheblicheren Diskrepanzen zwischen Theorie und Beobachtung. Ebensowenig Erfolg hat die Einführung eines veränderlichen Absorptionskoeffizienten, welche, wie sich zeigen lässt, im groszen ganzen dieselben Kurven ergibt wie sie bei Annahme eines konstanten Absorptionskoeffizienten erhalten wurden (4. Kap.)¹⁾.

Eine merkwürdige Übereinstimmung mit allen zur Verfügung stehenden Daten ergibt sich, wenn man *statt konvektiven Gleichgewichts reines Strahlungsgleichgewicht* in den optisch zugänglichen Teilen des Flecks annimmt (6. Kap.). Es lässt sich hieraus sogleich eine effektive Temperatur von 4300° für den Fleck ermitteln. Mit dieser Hypothese verträgt sich auch der sonst rätselhafte Umstand, dasz aufsteigende Strömungen in den zentralen Teilen der Umbra noch nie beobachtet wurden.

Im 7. Kapitel wird schliesslich die Tiefe der Sonnenflecke auf Grund der verschiedenen Theorien grössenordnungsmässig abgeschätzt.

¹⁾ Die Bearbeitung dieses Kapitels dürfte gegenüber derjenigen in der Abhandlung von M. MINNAERT und A. J. M. WANDERS in Zs. f. Astrophys. 5, 297; 1932 wesentlich verbessert sein.

INHOUD.

	Blz.
1 — Inleiding	1

EXPERIMENTEEL GEDEELTE.

EERSTE HOOFDSTUK: VROEGERE WAARNEMINGEN.

2 — Inleidende opmerkingen	4
3 — Bepaling van de Golflengte-afhankelijkheid der intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer	4
4 — Correcties	6
5 — De Hoekafhankelijkheid der intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer	8
6 — Correcties	10

TWEEDE HOOFDSTUK: EXPERIMENTEELE BEPALING DER HOEK- AFHANKELIJKHEID.

7 — Doel van het onderzoek	11
8 — De Apparatuur	11
9 — De Opnamen	12
<i>Bewerking van het Materiaal:</i>	
10 — De Zwartingskromme	15
11 — De Hemelcorrectie	16
12 — Correctie voor Ingestraald licht	17
13 — Bepaling der Verstrooiingsfunctie uit opnamen van den zonsrand	18
14 — Bepaling van de Hoekafhankelijkheid uit de niet voor instraling gecorrigeerde waarnemingen	21
15 — Bepaling van de correctie voor Instraling	26
16 — De correctiemethode van PETTIT en NICHOLSON	28
17 — Verdere correctiemethoden	30
18 — Bepaling van de Hoekafhankelijkheid uit de gecorrigeerde waar- nemingen	31

THEORETISCH GEDEELTE.

DERDE HOOFDSTUK: DE ADIABATISCHE THEORIE DER ZONNE- VLEKKEN.

19 — De theorie van RUSSELL	34
20 — Eenige formules	36
21 — Invloed van de doorschijnendheid der gassen; de afhankelijkheid van de intensiteitsverhouding vlek/fotosfeer van de golflengte	37
22 — Het verval der intensiteitsverhouding naar den rand	40

VIERDE HOOFDSTUK: DE INVLOED VAN EEN VERANDERLIJKEN
ABSORPTIE-COËFFICIËNT.

23 — De monochromatische absorptiecoëfficiënt	43
24 — De afhankelijkheid van den absorptiecoëfficiënt van p en T	43
25 — De afhankelijkheid van den absorptiecoëfficiënt van λ	46
26 — Invloed van een willekeurigen temperatuur-exponent in k op het verloop der adiabatische krommen	46
27 — Berekening der straling bij veranderlijken absorptiecoëfficiënt	48

VIJFDE HOOFDSTUK: MOGELIJKE VERANDERINGEN IN DE ADIA-
BATISCHE THEORIE DER ZONNEVLEKKEN.

28 — Ondiepe vlekken	52
29 — Ionisatie van Waterstof; UNSÖLD's theorie	53
30 — De Golflengte-afhankelijkheid volgens UNSÖLD's theorie	55
31 — De Hoekafhankelijkheid volgens UNSÖLD's theorie	57
32 — Invloed van den stralingsdruk	58
33 — Overgang naar vlekken in stralingsevenwicht	59

ZESDE HOOFDSTUK: STRALINGSEVENWICHT IN ZONNEVLEKKEN.

34 — Golflengte- en Hoekafhankelijkheid bij stralingsevenwicht in de vlek	60
35 — Conclusies	62
36 — Enkele opmerkingen	63
37 — Instandhouding van het Stralingsevenwicht in Zonnevlekken	63

ZEVENDE HOOFDSTUK: DE DIEPTEN DER VLEKKEN.

38 — De diepte-formule	66
39 — De vlekdiepten volgens RUSSELL's theorie	67
40 — Invloed der grenstemperatuur T_g	67
41 — Het vlek-model van E. A. MILNE	68
42 — De vlekdiepten volgens de verschillende adiabatische theoriën	69
43 — Vlekdiepten bij stralingsevenwicht	70
Zusammenfassung	72

1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9
10	10	10	10
11	11	11	11
12	12	12	12
13	13	13	13
14	14	14	14
15	15	15	15
16	16	16	16
17	17	17	17
18	18	18	18
19	19	19	19
20	20	20	20
21	21	21	21
22	22	22	22
23	23	23	23
24	24	24	24
25	25	25	25
26	26	26	26
27	27	27	27
28	28	28	28
29	29	29	29
30	30	30	30
31	31	31	31
32	32	32	32
33	33	33	33
34	34	34	34
35	35	35	35
36	36	36	36
37	37	37	37
38	38	38	38
39	39	39	39
40	40	40	40
41	41	41	41
42	42	42	42
43	43	43	43
44	44	44	44
45	45	45	45
46	46	46	46
47	47	47	47
48	48	48	48
49	49	49	49
50	50	50	50
51	51	51	51
52	52	52	52
53	53	53	53
54	54	54	54
55	55	55	55
56	56	56	56
57	57	57	57
58	58	58	58
59	59	59	59
60	60	60	60
61	61	61	61
62	62	62	62
63	63	63	63
64	64	64	64
65	65	65	65
66	66	66	66
67	67	67	67
68	68	68	68
69	69	69	69
70	70	70	70
71	71	71	71
72	72	72	72
73	73	73	73
74	74	74	74
75	75	75	75
76	76	76	76
77	77	77	77
78	78	78	78
79	79	79	79
80	80	80	80
81	81	81	81
82	82	82	82
83	83	83	83
84	84	84	84
85	85	85	85
86	86	86	86
87	87	87	87
88	88	88	88
89	89	89	89
90	90	90	90
91	91	91	91
92	92	92	92
93	93	93	93
94	94	94	94
95	95	95	95
96	96	96	96
97	97	97	97
98	98	98	98
99	99	99	99
100	100	100	100

INDEX

...

...

STELLINGEN

I.

Het is niet waarschijnlijk, dat de lijnverplaatsingen, welke door ADAMS en ST. JOHN in sterrenspectra van verschillend type zijn aangetoond, een gevolg zijn van convectiestroomen.

CH. E. ST. JOHN and W. S. ADAMS: Ap. J. 60, 43; 1924.

II.

Ten onrechte meent SUR de oorzaak der eruptieve protuberansen te moeten zoeken in de zonnefakkels.

R. K. SUR: Ap. J. 63, 111; 1926.

III.

De meening van PETRIE en van RICHARDSON, dat de door eerstgenoemde afgeleide formules voor de basistemperatuur der zonnevlekken, beter dan die van MILNE de werkelijkheid zouden benaderen, is onjuist.

R. M. PETRIE: M. N. 90, 480; 1930.

R. S. RICHARDSON: Ap. J. 77, 283; 1933.

IV.

De redeneering van KOSIREV, waaruit deze besluit tot het bestaan van een minimale effectieve temperatuur der zonnevlekken, is aan bedenking onderhevig.

N. KOSIREV: Poulkovo Obs. Circ. 2, 1932.

V.

Uit de omstandigheid, dat de breedte van den zilverkleurigen ring op het bovenvlak van een halven glasbol direct samenhangt met den

brekingsindex van het omringend medium, volgt dat een dergelijke halve bol kan dienen als refractometer.

Teneinde de brekingsexponent te kunnen aflezen met de gewenschte nauwkeurigheid, mag echter de index van het glas niet grooter zijn dan 1,701.

VI.

De verklaring die SCHLEGELMILCH aanvoert voor den doorslag van een transformator-olie bij hoogfrequente hoogspanning, dient getoetst te worden ook voor niet-dipolaire oliën.

W. SCHLEGELMILCH: Phys. Zs. 34, 497; 1933.

VII.

Dat de planeet Vulcanus, welke men langen tijd gemeend heeft ontdekt te hebben in de nabijheid der zon, een planetoïde zou zijn geweest, is onwaarschijnlijk.

