

40

VRAAGSTUKKEN

OVER

Beschrijvende Meetkunde,

TEN DIENSTE VAN

HET MIDDELBAAR EN MILITAIR ONDERWIJS,

DOOR

S. I. VAN NOOTEN,

1e Luitenant der Artillerie.



SCHOONHOVEN,

S. E. VAN NOOTEN & ZOON.

1882.

U.
CA
01



V O O R W O O R D.

Door hare veelvuldige toepassing in de practijk is de Beschrijvende Meetkunde eene voor velen onmisbare wetenschap. Daar er bovendien wel geen leervak is aantewijzen meer geschikt om het voorstellings- en denkvermogen te scherpen, is het niet te verwonderen dat de beoefening van dezen tak van wiskunde allengs meer noodzakelijk en algemeen is geworden.

Wil de oefening goede vruchten dragen dan is het oplossen van vele vraagstukken een vereischte. Hoe meer de leerling er behandelt hoe beter.

Ik wil hopen dat achterstaande verzameling aan het onderwijs goede diensten moge bewijzen.

S. I. v. N.

DELFT, Februari 1882.

I N H O U D.

	Bladz.
Over de rechte lijn en het platte vlak.	5.
Over den drievlakkigen hoek.	18.
Over het projecteeren van lichamen, die door platte vlakken begrensd worden.	22.
Over den bol.	26.
Over kromme lijnen en gebogen vlakken.	29.
Over de snijding van gebogen oppervlakken.	33.
Over de ontwikkeling van gebogen oppervlakken.	37.
Over de raking van gebogen oppervlakken.	39.
Over de perspectief.	41.
Over de schaduwen.	45.

VERBETERINGEN.

Bladz. 11, N^o. 50. Regel 1—3 v. b.

staat: waarvan door het vlak en de gegeven lijn een stuk van bepaalde lengte wordt afgesneden.

lees: die het vlak en de gegeven lijn zoodanig snijdt, dat zij verdeeld wordt in reden van 1 : 2.

Bladz. 17, N^o. 99. Regel 2—4 v. b.

staat: waarvan door twee elkander snijdende vlakken een stuk van bepaalde lengte wordt afgesneden.

lees: die twee elkander snijdende vlakken zoodanig snijdt, dat zij verdeeld wordt in reden van 1 : 3.

Bladz. 28, N^o. 161. Regel 1—2 v. b.

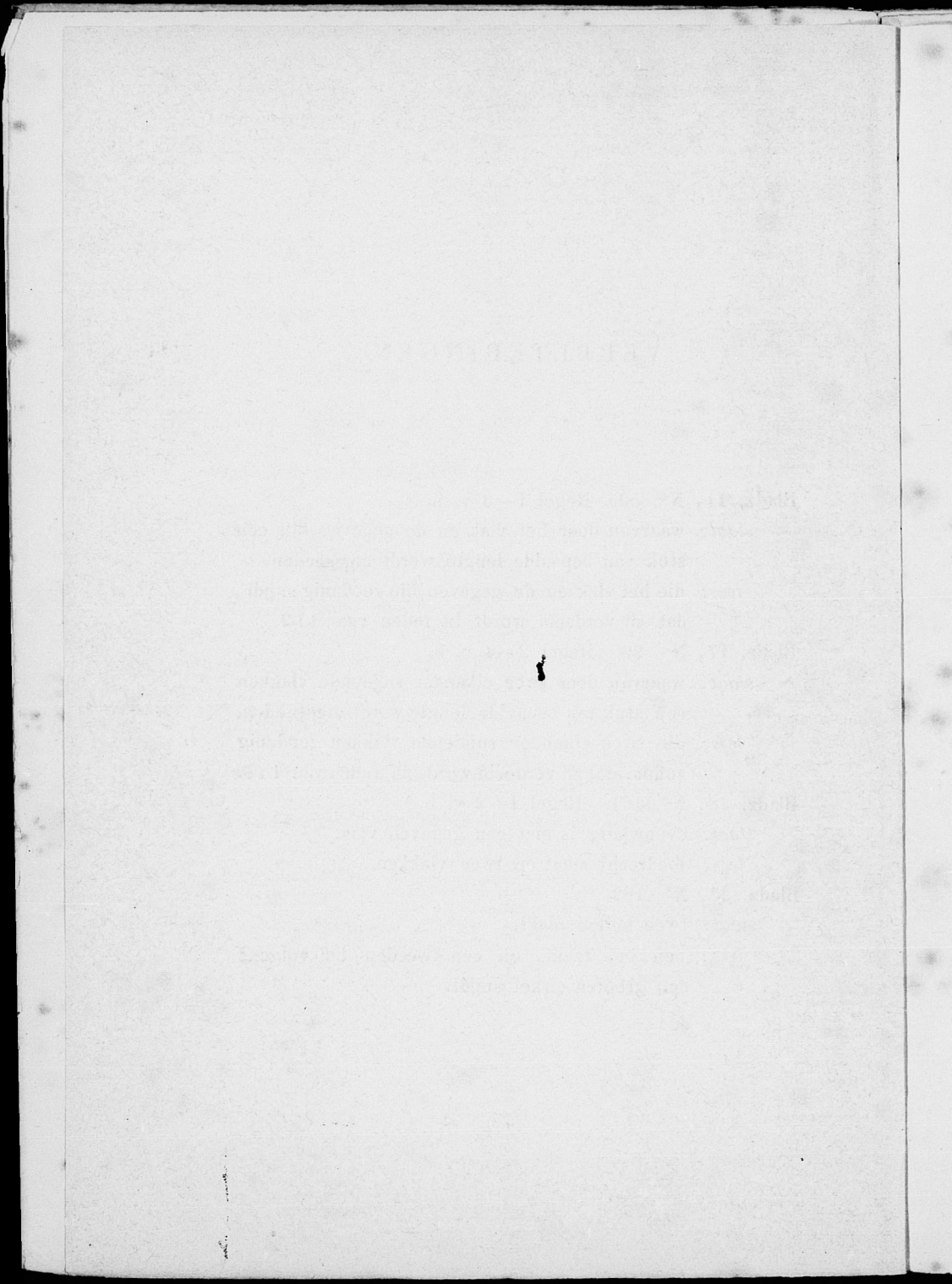
staat: evenwijdig is met een gegeven vlak.

lees: loodrecht staat op twee vlakken.

Bladz. 28, N^o. 162.

staat: twee bollen raakt.

lees: een bol raakt, en een tweeden bol volgens een grooten cirkel snijdt.



Over de rechte lijn en het platte vlak.



- × 1. Door twee elkander snijdende lijnen een vlak te brengen, wanneer de snijpunten van die lijnen met de projectievlakken buiten de grenzen der teekening vallen.
- × 2. In eene lijn een punt te bepalen dat op gelijke afstanden verwijderd is van de uiteinden van eene andere lijn.
- × 3. Uit een punt een loodlijn op eene lijn neêrtelaten.
4. In het verticale vlak een punt te bepalen, dat op gelijke afstanden van twee elkander snijdende lijnen verwijderd is.
5. Den hoek te construeeren waaronder eene lijn een vlak snijdt.
6. Er zijn twee evenwijdige lijnen gegeven. Van de eene bedekken de projectiën elkander boven de as van projectie; van de andere bedekken ze elkander beneden de as. Men vraagt door die lijnen een vlak te brengen.
7. Het snijpunt te construeeren van eene lijn met een vlak, wanneer de projectiën der lijn elkander bedekken, en de doorgangen van het vlak in elkanders verlengde vallen.

- X 8. Het snijpunt te construeeren van eene lijn die achter het verticale vlak loodrecht staat op de as van projectie met een willekeurig vlak.
9. Het snijpunt van twee lijnen valt buiten de grenzen der teekening. Men verlangt de projectiën te construeeren van de lijn welke den hoek, dien de gegeven lijnen met elkander maken, middendoordeelt.
- X 10. In een bepaald punt op eene lijn eene loodlijn opterichten die eene andere lijn snijdt.
11. In een bepaald punt op eene lijn eene loodlijn opterichten die evenwijdig is met een vlak.
12. Van twee lijnen die elkander onder een rechten hoek snijden is de eene gegeven, terwijl van de andere het snijpunt met het horizontale vlak gegeven is. Men vraagt de projectiën van de tweede lijn te construeeren.
- X 13. Door een punt eene lijn te trekken die eene andere lijn onder een hoek van 45° snijdt.
- X 14. In de as van projectie een punt te bepalen dat de top is van een gelijkbeenigen driehoek, waarvan een gegeven lijn de basis is.
15. In een vlak eene lijn te trekken, die eene gegevene lijn snijdt en evenwijdig is met een ander vlak.
16. Eene lijn te trekken die twee elkander kruisende lijnen snijdt en evenwijdig is met eene andere lijn.
- X 17. *Gegeven:* Twee willekeurige lijnen en twee lijnen evenwijdig aan de as van projectie.
Gevraagd: Eene lijn te construeeren welke de vier gegevens snijdt.

18. Uit een punt eene lijn te trekken die de as van projectie en eene willekeurige lijn snijdt.
19. Uit een punt in de as van projectie eene lijn te trekken, die met beide projectievlakken gegeven hoeken maakt.
20. Door een punt vier lijnen te trekken, die met beide projectievlakken gegeven hoeken maken. (N.B. Voor alle lijnen hetzelfde paar hoeken).
21. De gemeene doorsnede te construeeren van een vlak dat de as van projectie bevat met een vlak welks doorgangen in elkanders verlengde vallen.
22. De gemeene doorsnede te construeeren van een willekeurig vlak met een vlak evenwijdig aan de as van projectie waarvan de doorgangen langs elkander vallen.
23. De gemeene doorsnede te construeeren van twee vlakken die een punt in de as van projectie gemeen hebben, indien de doorgangen van het eene vlak naar rechts en van het andere naar links gekeerd zijn.
24. De gemeene doorsnede te construeeren van twee vlakken die een punt in de as van projectie gemeen hebben, terwijl van een der vlakken de doorgangen in elkanders verlengde vallen.
25. De 3^e projectie van de gemeene doorsnede te construeeren van twee vlakken welker gelijknamige doorgangen elkander snijden in punten die buiten de grenzen der teekening vallen, terwijl een der vlakken loodrecht is op de as van projectie.
26. Van twee vlakken liggen de doorgangen (van elk

vlak in 't bijzonder) in elkanders verlengde, terwijl zij een punt in de as van projectie gemeen hebben. Men vraagt de drie projectiën van de gemeene doorsnede te construeeren.

27. Door een punt in een vlak eene lijn te trekken die de doorgangen onder gelijke hoeken snijdt.
28. In een vlak een punt aantewijzen dat op een gegeven gelijken afstand van de doorgangen verwijderd is.
29. *Gegeven*: Twee evenwijdige lijnen.
Gevraagd: Uit een gegeven punt van een dezer lijnen eene lijn van bepaalde lengte te trekken, wier uiteinde op de andere gegeven lijn rust.
30. Door een punt in een vlak eene lijn te trekken wier snijpunten met de projectievlakken even ver van de as van projectie verwijderd zijn.
31. Door een punt in een vlak eene lijn te trekken, die met de doorgangen een rechthoekigen driehoek vormt.
32. *Gegeven*: Eene lijn loodrecht op het horizontale vlak en eene willekeurige lijn.
Gevraagd: Eene lijn te construeeren, die evenwijdig met het verticale vlak loopende, de gegeven lijnen en het horizontale vlak zoodanig snijdt, dat zij in twee gelijke stukken verdeeld wordt.
33. *Gegeven*: Twee punten in de ruimte.
Gevraagd: In de as van projectie een punt te bepalen, zoodanig, dat de som van de afstanden van dat punt tot de gegeven punten zoo klein mogelijk is.

34. In een vlak eene lijn te trekken, die loodrecht staat op de as van projectie.
35. *Gegeven* : Eene lijn in het horizontale vlak en een vlak.
Gevraagd : Een punt in het verticale vlak te bepalen, dat even ver van de beide gegevens verwijderd is.
36. Een gelijkbeenige driehoek is gegeven, als de horizontale projectie van een gelijkzijdigen driehoek. Als bovendien de verticale projectie van een der hoekpunten gegeven is, vraagt men de verticale projectie van den gelijkzijdigen driehoek te construeeren.
37. Een gelijkbeenige driehoek rust met zijn basis op het horizontale vlak. Men vraagt de projectiën van den top te construeeren, indien de basis half zoo groot is als de opstaande zijde en de horizontale projectie des driehoeks, een gelijkzijdige driehoek, gegeven is.
38. Door een punt in een vlak eene lijn te trekken, die een gegeven lijn rechthoekig kruist.
39. In een vlak eene lijn te trekken, die de as van projectie onder een gegeven hoek snijdt.
40. Een punt te bepalen, dat op een gelijken gegeven afstand verwijderd is van de drie projectievlakken.
41. In het horizontale vlak een punt aantewijzen, dat op gelijken afstand van drie punten in de ruimte ligt.
42. De doorgangen te construeeren van het vlak dat den hoek, dien een gegeven vlak met het 3^{de} projectievlak maakt, middendoordeelt.
43. Twee evenwijdige vlakken worden door eene lijn gesneden. Men vraagt op die lijn een punt aantewijzen, dat op gelijke afstanden van de vlakken verwijderd is.

- X 44. Uit het punt waar een vlak de as van projectie snijdt eene lijn in dat vlak te trekken, die met het horizontale vlak een gegeven hoek maakt.
45. In een vlak een punt te bepalen, dat op gelijke afstanden ligt van een ander vlak en van de twee projectievlakken.
46. *Gegeven*: Eene lijn, die de as van projectie rechthoekig kruist en een punt in het horizontale vlak.
Gevraagd: Uit dat punt eene lijn te trekken, die de gegeven lijn en het verticale vlak zoodanig snijdt, dat zij in twee gelijke stukken verdeeld wordt.
47. Van een vierkant is eene zijde in het verticale vlak gegeven. Men vraagt de projectiën van dat vierkant te construeeren, indien een der hoekpunten in het horizontale vlak moet liggen.
- X 48. Een punt in het horizontale en een punt in het verticale vlak zijn gegeven als twee opvolgende hoekpunten van een vierkant. Men vraagt de projectiën van dat vierkant te construeeren, indien een der overige hoekpunten ook in het verticale vlak moet liggen.
49. In het horizontale vlak liggen drie punten in eene rechte lijn evenwijdig aan de as van projectie en op onderling ongelijke afstanden. Men vraagt zoo hoog mogelijk in het verticale vlak een punt te bepalen, dat met de gegevene punten vereenigd, lijnen oplevert, waarvan de middelste den hoek dien de uiterste vormen, middendoordeelt.
50. *Gegeven*: Een vlak, eene lijn buiten dat vlak en een punt in het horizontale vlak.

Gevraagd: Uit dat punt eene lijn te trekken, waarvan door het vlak en de gegeven lijn een stuk van bepaalde lengte wordt afgesneden.

51. Door eene lijn een vlak te brengen, dat een gegeven hoek maakt met een vlak evenwijdig aan het verticale vlak.
52. Van een gelijkzijdigen driehoek is gegeven: een hoekpunt in het verticale vlak en een hoekpunt in het horizontale vlak. Men vraagt de projectiën van het 3^{de} hoekpunt te construeeren, indien dit ook in het horizontale vlak moet liggen.
53. Een vlak te construeeren, dat een gegeven vlak onder een bepaalden hoek snijdt, zoodanig, dat de gemeene doorsnede dier vlakken van de doorgangen van het gegeven vlak gelijke gegeven stukken snijdt.
54. *Gegeven*: Een vlak loodrecht op de as van projectie en een punt.
Gevraagd: Door dat punt een vlak te brengen, dat van de doorgangen des vlaks en van de as van projectie gelijke stukken snijdt.
55. *Gegeven*: Twee lijnen, die elkander snijden en eene andere lijn.
Gevraagd: Door deze laatste lijn een vlak te brengen, waarop de projectiën der snijdende lijnen langs elkander zullen vallen.
56. Twee lijnen snijden elkander. Men vraagt de projectiën te construeeren van een rechthoek, waarvan genoemde lijnen de richting der diagonalen aangeven, terwijl de werkelijke lengte van een van de zijden des rechthoeks gegeven is.

57. *Gegeven*: Een punt in het horizontale en een punt in het verticale vlak als hoekpunten van een driehoek.
Gevraagd: De projectiën te bepalen van het 3^{de} hoekpunt, wanneer dit in het horizontale vlak moet liggen, en de driehoek gelijkvormig moet zijn met een gegeven driehoek.
58. Door een punt, evenwijdig aan een vlak eene lijn te trekken, die het verticale vlak onder een bepaalden hoek snijdt.
59. *Gegeven*: Een vlak, een punt in dat vlak en een punt in het verticale vlak.
Gevraagd: De gegeven punten op de kortste wijze te verbinden door eene gebroken lijn, wier deelen in het gegeven vlak, in het horizontale vlak en in het verticale vlak gelegen zijn.
60. Van eene lijn die beide projectievlakken snijdt is gegeven: de werkelijke lengte, het snijpunt met het horizontale vlak en de hoek dien zij met dat vlak maakt. Men vraagt de projectiën van die lijn te construeeren.
61. Door eene lijn die loodrecht staat op de as van projectie vlakken te brengen, die met het horizontale vlak een gegeven hoek maken. Hierbij tevens aan te geven wanneer slechts één vlak aan de vraag zal voldoen, en wanneer de constructie onmogelijk is.
62. Van een driehoek is de horizontale projectie gegeven, alsmede de verticale projectie van een van de zijden. Men vraagt de verticale projectie van het 3^{de} hoekpunt te construeeren, wanneer de driehoek een bepaalden inhoud moet hebben.

63. *Gegeven* : Twee lijnen in het horizontale vlak en twee punten in de ruimte.
Gevraagd : De kortst mogelijk gebroken lijn te construeeren , gaande van het eene punt over de beide lijnen naar het andere punt.
64. Door eene lijn in het horizontale vlak een vlak te brengen loodrecht op een ander vlak.
65. Den hoek te construeeren waaronder twee lijnen elkander kruisen , indien een van deze lijnen evenwijdig is aan de as van projectie , en van elke lijn in het bijzonder de projectiën elkander bedekken.
66. Door de as van projectie een vlak te brengen , dat met een gegeven vlak een bepaalden hoek maakt.
67. Door een punt in een vlak eene lijn te trekken , die met een ander vlak een gegeven hoek maakt.
68. Den kortsten afstand te construeeren van de as van projectie tot eene willekeurig gegevene lijn.
69. Door een punt een vlak te brengen , dat evenwijdig is met twee elkander kruisende lijnen.
70. *Gegeven* : Twee elkander kruisende lijnen en een punt.
Gevraagd : Door dat punt een vlak te brengen , waarop de gegeven lijnen projectiën zullen hebben , die elkander wederkeerig middendoordeelen.
71. Door eene lijn een vlak te brengen , waarop twee gegevene elkander kruisende lijnen evenwijdige lijnen tot projectiën zullen hebben.
72. *Gegeven* : Eene lijn in het horizontale vlak en een punt achter het verticale vlak.

Gevraagd: Het punt met eenig punt van de lijn te verbinden, zoodanig, dat het snijpunt van deze vereenigingslijn met het verticale vlak eene gegevene hoogte boven de as hebbe.

73. Wanneer de projectiën van een driehoek gegeven zijn, vraagt men een punt te construeeren, dat op gegevene onderling gelijke afstanden van de hoekpunten verwijderd is.
- X 74. In een vlak ligt eene lijn evenwijdig met het horizontale vlak. Men vraagt door die lijn een vlak te brengen, dat een bepaalden hoek maakt met het gegeven vlak.
75. Eene lijn ligt in het horizontale en een in het verticale vlak, beide evenwijdig aan de as van projectie. Men vraagt door een punt een vlak te brengen, dat deze lijnen en de as van projectie snijdt in punten, die een gelijkbeenigen driehoek vormen, welks top in de lijn in het verticale vlak ligt, en welks opstaande zijden eene gegevene lengte moeten hebben.
76. In een vlak een punt te bepalen, dat op gelijke afstanden ligt van eene lijn en een ander vlak.
77. Door een punt een vlak te brengen, dat twee snijdende vlakken onder gelijke hoeken snijdt.
78. De nieuwe doorgangen van een vlak te construeeren, wanneer men een ander vlak, welks horizontale doorgang evenwijdig loopt met dien van het eerste vlak, als nieuw horizontaal projectievlak heeft aangenomen, terwijl men verder een nieuw verticaal vlak aanneemt.
79. Op een willekeurige lijn als zijde een vierkant te

beschrijven, waarvan een der niet gegeven hoekpunten in het horizontale vlak moet liggen.

80. Door eene lijn een vlak te brengen, dat twee evenwijdige vlakken snijdt volgens lijnen, welker lengten (gerekend tusschen de projectievlakken) zich verhouden als 1 : 2.
81. *Gegeven*: Eene lijn evenwijdig aan de as van projectie, een punt in het verticale en een punt in het horizontale vlak.
Gevraagd: Op de gegeven lijn een punt te bepalen, zoodanig, dat de som van de afstanden van dit punt tot de gegevene punten zoo klein mogelijk is.
82. Een punt te bepalen, dat op gelijken afstand ligt van twee elkander kruisende lijnen.
83. Van twee vlakken liggen de doorgangen (van elk vlak in het bijzonder) in elkanders verlengde. Men vraagt den standhoek te construeeren dien die vlakken met elkander maken.
84. Een vierkant dat met een hoekpunt op het horizontale vlak rust heeft een ruit tot horizontale projectie. Men vraagt de verticale projectie van dat vierkant te construeeren.
85. *Gegeven*: Eene lijn evenwijdig aan de as van projectie, een punt in het verticale en een punt in het horizontale vlak.
Gevraagd: Op de lijn een punt te bepalen, zoodanig, dat het verschil van de afstanden van dit punt tot de gegeven punten zoo groot mogelijk is.
86. *Gegeven*: Twee evenwijdige vlakken en eene lijn in het horizontale vlak evenwijdig aan die vlakken.

Gevraagd: Door die lijn een vlak te brengen dat de gegeven vlakken snijdt volgens lijnen die een bepaalden afstand van elkander hebben.

87. Eene lijn te trekken die de as van projectie snijdt en op gelijke afstanden van twee vlakken verwijderd is.
88. Ter weerszijden van een vlak is een punt gegeven. Men vraagt in het vlak een punt te bepalen, zoodanig dat het verschil van de afstanden van dit punt tot de gegevene zoo groot mogelijk is.
89. Eene lijn te trekken die twee kruisende lijnen snijdt en evenwijdig is aan twee vlakken.
90. Een ruit die met een hoekpunt op het horizontale vlak rust projecteert zich daarop als een vierkant. Men vraagt de verticale projectie te construeeren, als de verticale projectie van het snijpunt der diagonalen gegeven is.
91. De projectiën van een regelmatigen zeshoek te construeeren, wanneer de projectiën van eene zijde gegeven zijn, en het vlak van den zeshoek een bepaalden hoek moet maken met het verticale vlak.
92. Een punt te construeeren, dat op gelijken afstand ligt van vier vlakken van welke er twee evenwijdig zijn.
93. *Gegeven:* Twee lijnen en een punt.
Gevraagd: Uit dat punt eene lijn te trekken die de eene lijn snijdt en de andere rechthoekig kruist.
94. *Gegeven:* Een punt in het verticale vlak, een vlak dat door de as gaat en eene lijn in dat vlak.
Gevraagd: Het punt met eenig punt van de gegeven

lijn te verbinden, zoodanig dat de daardoor ontstane lijn een bepaalden hoek maakt met het gegeven vlak.

95. Door het snijpunt van eene lijn met het horizontale vlak in dat vlak eene lijn te trekken die met de gegeven lijn een bepaalden hoek maakt.
96. *Gegeven*: Een punt vóór en een punt achter het verticale vlak.
Gevraagd: In het verticale vlak een punt te bepalen dat met de gegevene punten een gelijkzijdigen driehoek vormt.
97. Een punt te construeeren dat op gelijken afstand ligt van vier punten.
98. *Gegeven*: Een punt vóór en eene lijn in het verticale vlak.
Gevraagd: Het punt met twee punten van de lijn te verbinden, zoodanig dat de snijpunten van de daardoor ontstane lijnen met de gegeven lijn en met het horizontale vlak een ingeschreven vierhoek bepalen, waarvan een der hoeken een bepaalde grootte moet hebben.
99. Uit een punt, evenwijdig aan het verticale vlak eene lijn te trekken waarvan door twee elkander snijdende vlakken een stuk van bepaalde lengte wordt afgesneden.
100. Evenwijdig aan twee vlakken eene lijn te trekken die eene andere lijn snijdt, en waarvan door de projectievlakken een stuk van bepaalde lengte wordt afgesneden.

Over den drievlakkigen hoek.



101. Van een drievlakkigen hoek zijn de vlakke hoeken gegeven, waarvan twee stomp en een scherp. Men vraagt de standhoeken te construeeren.
102. De standhoeken van een drievlakkigen hoek te construeeren, indien de vlakke hoeken gegeven zijn, en van deze twee recht zijn en een scherp is.
103. In het horizontale vlak liggen drie evenwijdige lijnen op onderling ongelijke afstanden. Op elk der lijnen is een punt gegeven; de punten op de buitenste lijnen op gelijke afstanden van dat op de middelste. Wanneer men de middelste lijn als scharnier beschouwt, vraagt men een der buitenste zover te doen opwentelen tot de drie punten een gelijkzijdigen driehoek vormen.
104. Binnen een drievlakkigen hoek een punt te construeeren dat op een gegeven gelijken afstand verwijderd is van de drie zijvlakken.
105. Van een drievlakkigen hoek zijn de standhoeken, allen scherp, gegeven. Men vraagt de vlakke hoeken te construeeren.

106. Van een drievlakkigen hoek is een standhoek stomp, een recht en een scherp gegeven. Men vraagt de vlakke hoeken te construeeren.
107. Op elk der ribben van een drievlakkigen hoek welks vlakke hoeken gegeven zijn een punt aantewijzen, zoodanig dat deze punten een gelijkbeenigen driehoek bepalen welks opstaande zijde eene gegevene lengte heeft.
108. Een scherpen hoek tot den horizon te herleiden, indien de hoeken die zijne beenen met den verticaal maken stomp zijn.
109. Een stompen hoek tot den horizon te herleiden, indien van de hoeken die zijne beenen met den verticaal maken één stomp en één recht is.
110. Een drievlakkige hoek is gegeven en ligt met twee ribben op het horizontale vlak. Als op elk dezer ribben een punt gegeven is vraagt men op de 3^{de} ribbe een punt te bepalen zoodanig dat de som der afstanden van dit punt tot de gegevene zoo klein mogelijk is.
111. Van een drievlakkigen hoek zijn twee standhoeken met den ingesloten vlakken hoek gegeven. Een van de standhoeken is recht, de tweede stomp en de vlakke hoek scherp. Men vraagt de andere vlakke hoeken op de eenvoudigste wijze te construeeren.
112. Van een drievlakkigen hoek zijn gegeven: twee vlakke hoeken, waarvan een scherp en een stomp, en de standhoek over een van deze vlakke hoeken. Men vraagt den derden vlakken hoek te construeeren.

113. Van een drievlakkigen hoek zijn gegeven: twee standhoeken met den ingesloten vlakken hoek. De gegeven hoeken zijn allen scherp. Men vraagt den 3^{den} standhoek te construeeren.
114. Een drievlakkige hoek is gegeven en ligt met twee ribben op het horizontale vlak. Als op elk dezer ribben een punt gegeven is vraagt men op de 3^{de} ribbe een punt zoodanig te bepalen, dat het verschil van de afstanden van dit punt tot de gegevene zoo groot mogelijk is.
115. Een punt te construeeren dat op een gegeven gelijken afstand verwijderd is van de drie ribben van een drievlakkigen hoek.
116. Van een drievlakkigen hoek zijn gegeven: twee standhoeken en de vlakke hoek over een van deze standhoeken. De gegeven hoeken zijn scherp. Men vraagt den derden standhoek te construeeren.
117. Een der ribben van een drievlakkigen hoek wordt door een vlak onder een rechten hoek gesneden. Men vraagt den hoek te construeeren waaronder dit vlak den overstaanden vlakken hoek snijdt.
118. Loodrecht op een der vlakke hoeken van een drievlakkigen hoek een vierkant te construeeren welks hoekpunten in de zijvlakken liggen. De doorgang van het vlak des vierkants met den vlakken hoek waarop het loodrecht staat is gegeven.
119. In een vlakken hoek van een drievlakkigen hoek is eene lijn gegeven, die door het hoekpunt gaat. Men

vraagt uit dat punt in een der andere zijvlakken eene lijn te trekken, die met de gegevene lijn een hoek van bepaalde grootte maakt.

120. In een vlakken hoek van een drievlakkigen hoek is eene willekeurige lijn gegeven. Men vraagt uit een der snijpunten van deze lijn met eene ribbe eene lijn in het aangrenzende zijvlak te trekken, die met de gegevene lijn een hoek van bepaalde grootte maakt.

Over het projecteeren van lichamen, die door
platte vlakken begrensd worden.



121. Een regelmatig tetraëdrum wordt afgeknot door een vlak loodrecht op een der ribben. Men vraagt dit lichaam te projecteeren, wanneer het met het door de afknotting ontstane zijvlak op het horizontale vlak rust.
122. De projectiën te construeeren van eene regelmatige zeshoekige piramide, die, den top benedenwaarts gekeerd, met een der ribben loodrecht staat op het horizontale vlak.
123. De projectiën te bepalen van een regelmatig octaëdrum, dat met een diagonaal loodrecht staat op het horizontale vlak, en de doorsnede te construeeren van dit lichaam met een vlak loodrecht op het verticale.
124. Een regelmatig tetraëdrum staat met een zijvlak op het horizontale vlak. Men vraagt de nieuwe projectiën van dit lichaam te bepalen, wanneer een vlak loodrecht op een van de opstaande ribben als nieuw horizontaal projectievlak wordt aangenomen.
125. Van eene driehoekige piramide, welker grondvlak een

gelijkbeenige driehoek is die in het horizontale vlak moet liggen, zijn gegeven: de hoeken die de opstaande ribben met het grondvlak maken, de horizontale projectie van eene opstaande ribbe en de lengte van een van de zijden van het grondvlak. Men vraagt die piramide te projecteeren.

126. Van twee driehoekige piramides, die op het horizontale vlak staan, snijden de oppervlakken elkander. Men vraagt de projectiën van de gemeene doorsnede te construeeren.
127. Op het horizontale vlak staat een kubus als voetstuk voor eene regelmatige vierhoekige piramide, welker grondvlak juist op het bovenvlak van den kubus past. Men vraagt de projectiën van deze lichamen te bepalen, wanneer het voetstuk om een der benedenribben wordt omgekanteld en de piramide om de daarboven gelegen bovenribbe kan scharnieren.
128. De nieuwe projectiën te construeeren van een kubus op een vlak, dat loodrecht op een van de diagonalen als nieuw horizontaal projectievlak is aangenomen.
129. Op twee overstaande zijvlakken van eene vierhoekige piramide is een punt gegeven. Men vraagt die punten op de kortste wijze te verbinden door eene lijn, die over het oppervlak loopt.
130. Een regelmatig zeshoekig prisma wordt in tweeën verdeeld door een vlak, dat door twee overliggende ribben van grond- en bovenvlak wordt gebracht. Men vraagt de projectiën van een dezer deelen te constru-

eerden , wanneer het met het door de afsnijding ontstane zijvlak op het horizontale vlak rust.

131. Een kubus staat met een zijvlak op het horizontale vlak. Men verlangt dit lichaam te doen opwentelen om eene lijn in het horizontale vlak zoodanig, dat het grondvlak met deze lijn in een zelfde vlak blijft, en zoover tot dit vlak een hoek van 45° maakt met het horizontale vlak.
132. *Gegeven*: Een regelmatig vijf hoekig prisma.
Gevraagd: De projectiën te construeeren van eene lijn, die van uit een hoekpunt van het bovenvlak getrokken, over het oppervlak loopende, alle ribben volgens welke de zijvlakken aan elkander sluiten onder denzelfden hoek snijdt.
133. Een kruis, bestaande uit twee elkander in het midden rechthoekig snijdende balken, die den vorm hebben van rechthoekige parallelpipeda van gelijke afmetingen, staat met twee armen op het horizontale vlak onder eene helling van 45° . Men vraagt het lichaam in dien stand te projecteeren.
134. In eene regelmatige vierhoekige piramide een punt aan te wijzen, dat op gelijken afstand van alle ribben verwijderd is, en de grootte van dien afstand te bepalen.
135. Een kubus en eene piramide, die op het horizontale vlak staan, snijden elkander. Men vraagt de projectiën van de gemeene doorsnede der oppervlakken te construeeren.

136. Midden door een kubus wordt een gat gestoken, welks rechthoekige doorsnede een regelmatige zeshoek is. Men vraagt de projectiën van dit doorboorde lichaam te bepalen, wanneer het in een willekeurigen stand ten opzichte van de projectievlakken geplaatst is.
137. Door de middens van elk drietal in een hoekpunt samenkomende ribben van een regelmatig tetraëdrum brengt men snijdende vlakken. Men vraagt welk lichaam door die snijdende vlakken wordt ingesloten.
138. Van een regelmatig zeshoekig prisma zijn de zijvlakken vierkanten, welke het grondvlak uitmaken van regelmatige vierhoekige piramides van gelijke hoogte. Men vraagt de projectiën van dit stervormig lichaam te bepalen, indien het met een zijvlak van een der piramides op het horizontale vlak ligt.
139. Een regelmatige vijfhoekige piramide, die met zijn grondvlak op het horizontale vlak staat, wordt dicht bij het grondvlak gesneden door een vlak evenwijdig met dat grondvlak. Om de doorsnede van het vlak met een der zijvlakken slaat men het bovenstuk achterover tot de top op het horizontale vlak rust. Men vraagt het lichaam in dien stand te projecteeren.

Over den bol.

140. Een bol te beschrijven wiens middelpunt in de as van projectie moet liggen, en wiens oppervlak door twee gegeven punten moet gaan.
141. Een bol te beschrijven die een vlak in een gegeven punt en bovendien een tweede vlak raakt.
142. Een bol te beschrijven die het horizontale en verticale vlak en bovendien twee evenwijdige vlakken raakt.
143. Door eene lijn een vlak te brengen dat een bol snijdt volgens een cirkel van gegeven straal.
144. Een bol te beschrijven die een vlak in een bepaald punt moet raken, en wiens middelpunt in het horizontale vlak moet liggen.
145. Met een gegeven straal een bol te beschrijven die de drie projectievlakken raakt.
146. *Gegeven*: Twee lijnen, waarvan een in de as van projectie.
Gevraagd: Een bol te beschrijven waarvan die twee lijnen koorden zijn.
147. Met een gegeven straal een bol te beschrijven die twee gegeven bollen en het horizontale vlak raakt.
148. De projectiën te bepalen van een lichaam dat den vorm heeft van een dobbelsteen, nl. een kubus met bolvormig afgeronde hoeken. Het lichaam is in een

willekeurigen stand ten opzichte van de projectievlakken geplaatst, en het middelpunt van de afrondingen ligt in 't midden van den kubus.

149. Op een bol is een punt gegeven. Men vraagt op het oppervlak een ander punt aantewijzen dat van het gegevene een bepaalden afstand heeft, en zoodanig gelegen is dat de verticale middellijn des bols de vereenigingslijn der punten zal snijden.
150. Midden door een bol wordt een doorlopend vierkant gat gestoken, waarvan twee zijvlakken evenwijdig zijn met het verticale vlak. Men vraagt de projectiën van dezen doorboorden bol te bepalen.
151. Van een bol heeft men twee segmenten afgesneden wier grondvlakken evenwijdig zijn en een hellenden stand hebben ten opzichte van de projectievlakken. Men vraagt de projectiën te bepalen van de overschietende bolvormige schijf.
152. De projectiën te bepalen van de doorsnede van een bol met eene driehoekige piramide.
153. Een punt te construeeren dat op gelijke afstanden ligt van de projectievlakken en op bepaalde onderling verschillende afstanden van twee gegeven punten.
154. Op een bol een punt aan te wijzen dat op gelijke afstanden ligt van de projectievlakken en van een willekeurig vlak.
155. Een punt te construeeren dat op gegeven onderling verschillende afstanden verwijderd is van twee vlakken en een punt.
156. Twee vlakken die elkander volgens eene middellijn

van een bol snijden nemen uit dat lichaam een vierdepart weg. Men vraagt het overschietende in willekeurigen stand te projecteeren.

157. Door eene lijn evenwijdig met het horizontale vlak op de eenvoudigste wijze een vlak te brengen dat een bol raakt.
158. Met een gegeven straal een bol te beschrijven wiens oppervlak door een gegeven punt gaat en die het horizontale vlak en een willekeurig vlak moet raken.
159. Met een gegeven straal een bol te beschrijven, die door drie bollen inwendig wordt geraakt.
160. Een concentrisch uitgeholde kwartbol ligt met het bolvormige oppervlak op het horizontale vlak, de middellijn evenwijdig met het verticale. Men vraagt de projectiën van dit lichaam te bepalen.
161. Aan een bol een rakend vlak te brengen dat evenwijdig is met een gegeven vlak.
162. Door een punt een vlak te brengen dat twee bollen raakt.
163. Aan twee bollen van gelijken straal een rakend vlak te brengen dat evenwijdig is met eene lijn.
164. *Gegeven:* Twee elkaar snijdende lijnen, die raaklijnen aan een bol moeten zijn, alsmede op een dier lijnen het raakpunt. Wanneer bovendien de straal van den bol gegeven is vraagt men dien te beschrijven.
165. Door twee punten op twee overstaande zijvlakken van eene willekeurige vierhoekige piramide lijnen te trekken, die verlengd zijnde, elkander in de ruimte onder een rechten hoek zullen snijden.

Over kromme lijnen en gebogen vlakken.

166. De projectiën te construeeren van een cirkel, die eene lijn in een bepaald punt moet raken, en een gegeven punt met het verticale vlak gemeen moet hebben.
167. Het tangentiale vlak, het normale vlak en de hoofdnormaal te construeeren, behoorende tot eenig punt der gewone schroeflijn.
168. Men vraagt den hoek waaronder twee kromme lijnen elkander snijden door eene rechte lijn middendoor-tedeelen.
169. Van een cirkel is gegeven: de as, het middelpunt en een punt van den omtrek. Men vraagt de projectiën van dien cirkel te bepalen.
170. De projectiën te construeeren van een cirkel, die met gegeven straal beschreven, eene gewone schroeflijn in een bepaald punt onder een rechten hoek snijdt, en wiens middelpunt eene gegeven hoogte boven het horizontale vlak heeft.
171. Eene raaklijn aan een zeker punt eener kromme lijn is evenwijdig met het horizontale vlak. Men vraagt het tangentiale vlak van dat punt te construeeren.

172. Uit een punt eener kromme lijn van dubbele kromming eene lijn te trekken, die met de kromme een hoek van 45° maakt en gerekend van het gegeven punt tot het snijpunt met het horizontale vlak, zoo kort mogelijk is.
173. Een cirkel is in een vlak gegeven. Men vraagt een tweeden cirkel van gelijken straal te beschrijven, wiens omtrek door een gegeven punt in het vlak gaat en den gegeven cirkelomtrek onder een hoek van 60° snijdt.
174. Als de projectiën van een cirkel, die het horizontale vlak snijdt gegeven zijn, vraagt men den hoek te construeeren dien zijn vlak en den hoek dien zijn omtrek met het horizontale vlak maakt.
175. Eene raaklijn aan zeker punt eener kromme lijn van dubbele kromming is evenwijdig met de as van projectie. Men vraagt het tangentiale vlak van dat punt te construeeren.
176. Eene geslotene kromme lijn, die op een gegeven kegelvlak ligt, heeft eene niet geslotene kromme lijn tot horizontale projectie. Men vraagt de verticale projectie te construeeren.
177. Het oppervlak te construeeren beschreven door eene rechte lijn, die, evenwijdig blijvende met het 3^{de} projectievlak, zich beweegt langs twee elkaar kruisende lijnen.
178. Eene lijn staat loodrecht op het horizontale vlak, eene andere loodrecht op het verticale vlak en een derde loodrecht op de as. Men vraagt het oppervlak

te construeeren beschreven door eene rechte lijn, welke langs deze gegevens glijdt.

179. In het horizontale vlak ligt een cirkel en midden daarboven loopt eene lijn evenwijdig aan de as van projectie. Men vraagt het oppervlak te construeeren beschreven door eene rechte lijn van bepaalde lengte, die zich langs de gegevens beweegt, zoodanig, dat hare uiteinden daarop blijven rusten.
180. Op den eersten omgang van een horizontaal schroefvlak ligt eene kromme lijn welker horizontale projectie, een cirkel, gegeven is. Men vraagt de verticale projectie te construeeren.
181. Op het welfvlak van het schieve tongewelf eene beschrijvende lijn aantewijzen, die door de drie richtlijnen in twee gelijke stukken verdeeld wordt.
182. Een cirkel beweegt zich met zijn middelpunt langs eene gewone schroeflijn, terwijl zijn vlak loodrecht op die kromme blijft. Men vraagt het door die beweging voortgebrachte lichaam op de projectievlakken voortestellen.
183. Een kegelvormige wig van Wallis staat met een uiteinde van haar scherpen kant op het horizontale vlak, terwijl haar grondvlak loodrecht op het verticale staat. Men vraagt het lichaam in dien stand te projecteeren.
184. Een recht cirkelvormige kegel ligt met eene beschrijvende lijn op het horizontale vlak. Men vraagt het lichaam te projecteeren, dat ontstaat door dezen

kegel om zijn top op het horizontale vlak te doen rollen, en tevens punten op het oppervlak van dat lichaam aantewijzen.

185. Eene lijn die de projectievlakken snijdt wentelt om de as van projectie, zoodanig, dat al hare punten cirkels om die as beschrijven. Men vraagt de doorsnede te construeeren van het daardoor voortgebrachte oppervlak met het horizontale en verticale vlak.

Over de snijding van gebogen oppervlakken.

186. Op een kubus die op het horizontale vlak staat in willekeurigen stand ten opzichte van het verticale, is een recht cirkelvormige kegel geplaatst, welks grondvlak de bovenribben van den kubus raakt. Indien nu de kegel naar beneden verlengd wordt vraagt men de doorsnede van de oppervlakken der lichamen te construeeren.
187. De gemeene doorsnede te construeeren van een plat vlak met eene omwentelings-hyperboloïde.
188. De gemeene doorsnede te construeeren van een bol met de kegelvormige wig van Wallis.
189. De gemeene doorsnede te construeeren van een recht cirkelvormigen cilinder met de kegelvormige wig van Wallis, indien de grondvlakken van beide lichamen in het horizontale vlak liggen.
190. De gemeene doorsnede te construeeren van een plat vlak met een horizontaal schroefvlak.
191. De gemeene doorsnede te construeeren van een plat vlak met een gewonen cirkelvormigen ring, en daarbij

aantegeven, wanneer de doorsnede uit één kromme lijn en wanneer zij uit twee kromme lijnen zal bestaan.

192. *Gegeven*: Een kegelvormige wig van Wallis en drie punten.

Gevraagd: De snijpunten te construeeren van het gebogen oppervlak met den cirkel die door de drie punten gebracht kan worden.

193. De snijpunten te construeeren van eene rechte lijn met eene kegelvormige wig van Wallis.

194. De snijpunten te construeeren van eene rechte lijn met een gewonen cirkelvormigen ring.

195. De snijpunten te construeeren van eene omwentelings-hyperboloïde met eene rechte lijn die de as van het omwentelingsvlak snijdt.

196. *Gegeven*: Een plat vlak en eene kromme lijn van dubbele kromming.

Gevraagd: De gemeene doorsnede te construeeren van het vlak met het algemeen ontwikkelbaar oppervlak waarvan de gegeven kromme de keerlijn is.

197. Een holle recht cirkelvormige cilinder is inwendig van eene schroefmoer met vierkanten draad voorzien. Men snijdt den cilinder over de as in tweeën en vraagt de projectiën te construeeren van een der verkregen helften, wanneer het snijdende vlak evenwijdig met het verticale vlak genomen is.

198. De gemeene doorsnede te construeeren van een omwentelingslichaam met een bol.

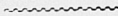
199. Een punt te bepalen dat op gegeven onderling verschillende afstanden verwijderd is van een plat vlak, eene rechte lijn en een punt.
200. Een punt te bepalen dat op gegeven onderling verschillende afstanden verwijderd is van twee platte vlakken en eene rechte lijn.
201. Een punt te bepalen dat op gegeven onderling verschillende afstanden verwijderd is van twee rechte evenwijdige lijnen en een punt.
202. De gemeene doorsnede te construeeren van eene omwentelings-hyperboloïde met een recht cirkelvormig kegelvlak welks as die van het omwentelingsvlak snijdt.
203. Van twee recht cirkelvormige cilinders van gelijke middellijn snijden de met het horizontale vlak evenwijdige assen elkander rechthoekig. Men vraagt de projectiën van de gemeene doorsnede der oppervlakken te construeeren.
204. Een recht cirkelvormige cilinder welks beschrijvende lijnen evenwijdig met het horizontale vlak zijn, wordt gesneden door een recht cirkelvormigen kegel welks as evenwijdig met die des cilinders is. Men vraagt de projectiën van de gemeene doorsnede te construeeren.
205. *Gegeven:* Twee punten in het horizontale vlak en een vlak.
Gevraagd: In dat vlak een punt te bepalen, dat met de gegeven punten vereenigd, lijnen oplevert die gegeven onderling verschillende hoeken maken met het horizontale vlak.

206. Een punt te bepalen dat op gegeven onderling verschillende afstanden verwijderd is van drie lijnen, van welke er twee evenwijdig zijn.
207. Een bol gegeven zijnde vraagt men een willekeurigen kegel zoodanig te kiezen en te plaatsen dat hij den bol in vijf stukken snijdt.
208. Een bol gegeven zijnde vraagt men een willekeurigen cilinder zoodanig te kiezen en te plaatsen dat hij den bol in vier stukken snijdt.
209. Een omwentelingslichaam wordt doorboord door een driehoekig prisma, welks ribben de as van het eerstgenoemde lichaam rechthoekig kruisen. Men vraagt naar de gemeene doorsnede der oppervlakken.

Over de ontwikkeling van gebogen oppervlakken.

210. Op het ronde oppervlak van een recht cirkelvormigen kegel zijn twee punten gegeven die niet op dezelfde beschrijvende lijn liggen. Men vraagt de kortste lijn te construeeren die, over het oppervlak loopende, genoemde punten met elkander verbindt.
211. Uit eenig punt op het ronde oppervlak van een recht cirkelvormigen cilinder trekt men op dat oppervlak eene lijn die de beschrijvende lijnen onder gelijke hoeken snijdt, doch voor de helft opwaarts en voor de tweede helft nederwaarts loopt, zoodat zij weder op het uitgangspunt terugkeert. Men vraagt de projectiën van die kromme te bepalen.
212. Op een algemeen ontwikkelbaar oppervlak zijn drie punten gegeven. Men vraagt op dat oppervlak een punt te construeeren, dat met de gegeven punten vereenigd, kromme lijnen oplevert die gelijke lengte hebben.
213. Een recht cirkelvormige cilinder wordt door een driehoekig prisma doorboord. Men vraagt het oppervlak

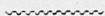
des cilinders te ontwikkelen na de gemeene doorsnede der lichamen te hebben geconstrueerd.

214. Op een algemeen ontwikkelbaar oppervlak is ter weerszijden van de keerlijn een punt gegeven. Men vraagt de projectiën te construeeren van de kortste lijn, die, over het oppervlak loopende, genoemde punten met elkander verbindt.
215. Een recht cirkelvormige cilinder is over de as in twee gelijke helften gesneden. Indien op zulk eene helft twee punten gegeven zijn, een op het gebogen en een op het door de afsnijding ontstane zijvlak, vraagt men in de lijn volgens welke die zijvlakken aan elkander sluiten een punt te bepalen, zoodanig, dat de som der lijnen, die van dat punt over het oppervlak naar de gegeven punten loopen, zoo klein mogelijk is.
- 

Over de raking van gebogen oppervlakken.

216. Door eene lijn, die evenwijdig is met het horizontale vlak, vlakken te brengen, die den gewonen cirkelvormigen ring raken.
217. Evenwijdig met eene lijn eene raaklijn aan eene omwentelings-hyperboloïde te trekken, zoodanig, dat het raakpunt op een gegeven meridiaan ligt.
218. Door eene lijn die de as van een omwentelingslichaam snijdt, een rakend vlak aan dat lichaam te brengen.
219. Door een punt buiten een algemeen ontwikkelbaar oppervlak een rakend vlak aan dat oppervlak te brengen.
220. Door een gegeven punt van het gebogen oppervlak van de kegelvormige wig van Wallis een rakend vlak aan dat oppervlak te brengen.
221. Met een gegeven straal een bol te beschrijven, die een kegel in een bepaald punt raakt.

222. De aanrakingskrommen te construeeren, die een gewone cirkelvormige ring gemeen heeft met een omhullingscilinder, waaryan de richting der beschrijvende lijnen gegeven is.
223. Een cirkelvormigen cilinder van gegeven straal te construeeren, die een omwentelingslichaam in een bepaald punt raakt, en welks beschrijvende lijnen evenwijdig zijn met het horizontale vlak.
224. De assen van twee omwentelingslichamen snijden elkander. Men vraagt door dat snijpunt een vlak te brengen dat beide lichamen raakt.
225. Een recht cirkelvormigen cilinder te construeeren, die een recht cirkelvormigen kegel volgens eene gegeven beschrijvende lijn raakt, terwijl zijn oppervlak door een bepaald punt moet gaan.



Over de Perspectief.

226. In gewone perspectief te brengen: een op het horizontale vlak liggend kruis, bestaande uit twee even grootte rechthoekige parallelpipeda, die elkander in het midden rechthoekig snijden.
227. Een kruis van den vorm als in het vorige N^o. is omschreven in gewone perspectief te brengen, wanneer het lichaam met twee armen op het horizontale vlak rust.
228. Een vierkante kast waarvan de deur half open staat in gewone perspectief te brengen.
229. Van een vierkante kist die op het horizontale vlak staat is het deksel opengeslagen tot het op het horizontale vlak rust. Men vraagt dit lichaam in gewone perspectief te brengen.
230. Van een vierkante kast met vier laden is een lade half uitgetrokken. Men vraagt dit lichaam in gewone perspectief te brengen.
231. Een bol in gewone perspectief te brengen.
232. Een glas heeft den vorm van een afgeknotten kegel met den wijden kant naar boven, en is gedeeltelijk met water gevuld. Men vraagt dit lichaam in gewone perspectief te brengen.

233. Eene overigens cilindervormige doos is aan de zijde waar zich het scharnier van het deksel bevindt, begrensd door een smal plat vlak. Men vraagt dit lichaam dat op het horizontale vlak staat in gewone perspectief te brengen, wanneer het deksel onder 45° openstaat.
234. Een kruis van den vorm als in N^o. 226 is omschreven en dat met een der armen loodrecht op het horizontale vlak staat in isometrische perspectief te brengen.
235. Een tafel met cirkelvormig blad rust op vier, in doorsnede vierkaante, pooten. Men vraagt dit lichaam in isometrische perspectief te brengen.
236. Een spiegel van rechthoekigen vorm met gladde lijst, die aan den buitenrand dikker is dan aan den binnenrand, benevens het ophangpunt en koord in isometrische perspectief te brengen.
237. Een regelmatig octaëdrum dat met een diagonaal loodrecht op het horizontale vlak staat in monodimetrische perspectief ($2:1:2$) te brengen. *)

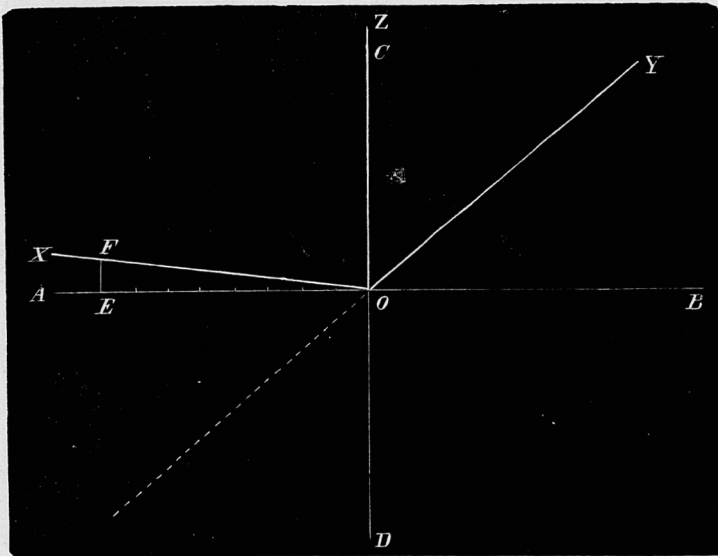
*) Door de uitdrukking ($2:1:2$) wordt verstaan, dat de perspectieven van gelijke lijnen, die evenwijdig zijn met de assen der X, Y en Z, zich respectievelijk verhouden als $2:1:2$. Lijnen van het in perspectief te brengen lichaam, die evenwijdig zijn met de as der Y, worden dus tweemaal meer verkort dan gelijke lijnen, die evenwijdig zijn met de assen der X of Z.

Van de axonometrische perspectief zijn alleen vraagstukken opgegeven over de isometrische, en de monodimetrische bij eene verhouding $2:1:2$. De isometrische perspectief is wel het eenvoudigst te construeeren, doch geeft eene minder bevallige en natuurlijke voorstelling van de voorwerpen dan de monodimetrische, welke laatste daarom het meest gebruikt wordt, vooral die bij de bovengenoemde verhouding der verkortingen ($2:1:2$).

238. Op een kubus als voetstuk staat een cilindrische zuil die van boven schuin afgeknot is. Men vraagt dit lichaam in monodimetrische perspectief (2:1:2) te brengen.

Het construeeren van de assen bij monodimetrische perspectief met andere verhouding dan 2:1:2, evenals bij anisometrische perspectief is een vrij omslachtig werk. Wel bestaan er tabellen (BAUDET, Gronden der Axonometrie. Utrecht 1864), waarin voor verschillende verhoudingen der verkortingen de hoeken worden opgegeven, die de assen met elkander maken, doch het overbrengen van die hoeken tot in onderdeelen van graden, met behulp van een transporteur, zal gewoonlijk aan nauwkeurigheid te wenschen overlaten. Een en ander is oorzaak, dat laatstgenoemde soorten van perspectief in de practijk zelden gebruikt worden.

Tot het construeeren van de assen bij monodimetrische perspectief (2:1:2) bestaat het volgende gemakkelijke hulpmiddel:



Trek twee onderling rechthoekige lijnen AB en CD, waarvan een verticaal. Zet van uit O op OA acht willekeurige, doch

239. Eene regelmatige vierhoekige piramide is over het midden evenwijdig met het grondvlak doorgesneden. Het bovenstuk kan om een van de doorsneden scharnieren. Men vraagt dit lichaam in monodimetrische perspectief (2 : 1 : 2) te brengen, wanneer het deksel onder een hoek van 45° openstaat.
240. Midden op den bodem van een hollen cilinder van geringe hoogte zonder bovenvlak staat een klein rechthoekig parallelloepedum, waarop een schuifdoosje (gelijk aan dat voor zoogenaamde Zweedsche lucifers) is geschoven. Men vraagt dit voorwerp in monodimetrische perspectief (2 : 1 : 2) te brengen.

onderling gelijke stukken uit; richt in E eene loodlijn EF op OA op en maak die gelijk aan een der genoemde stukken.

Vereenig F met O en deel hoek FOD door eene lijn OY midde-door, dan zijn OX, OY en OZ de monodimetrische assen voor eene verhouding 2 : 1 : 2.

Hoek XOD is nu = $97^\circ 7' 30''$ en hoek YOX = hoek YOD = $131^\circ 26' 15''$.

Eigenlijk moesten die hoeken zijn $97^\circ 10' 51''$ en $131^\circ 24' 35''$. Het verschil is dus niet noemenswaard en de bewerking derhalve voldoende nauwkeurig.

Over de schaduwen. *)

241. Een kruis van den vorm als in N^o. 226 is omschreven, staat met een arm loodrecht op het horizontale vlak. Men vraagt de schaduwen op de projectievlakken en op het lichaam zelf te construeeren.
242. Op het horizontale vlak is een bolvormige schijf van geringe hoogte geplaatst als voetstuk voor een recht cirkelvormigen kegel, die er midden op staat, doch wiens grondvlak kleiner is dan het bovenvlak der schijf. Schijf en kegel werpen schaduw op het horizontale vlak, de laatste bovendien op een trap, die op eenigen afstand van de lichamen op het horizontale vlak geplaatst is. Men vraagt die schaduwen te construeeren, alsmede de schaduw

*) Wanneer eenvoudig gevraagd wordt de schaduw te construeeren, wordt die bij zonlicht bedoeld.

De richting van het licht kan in verband met den inhoud van de vraagstukken naar welgevallen worden aangenomen.

Ofschoon zulks in de vraagstukken niet is uitgedrukt, wordt toch steeds verlangd de eigen schaduwen te construeeren.

door den kegel op het bovenvlak der schijf geworpen.

243. Op een recht cirkelvormigen cilinder is een halve bol van gelijken straal geplaatst, met het middelpunt in de as des cilinders. Midden op den bol staat weder een recht cirkelvormige cilinder van kleinere afmeting. Het geheel heeft den vorm van eene flesch. Men vraagt de schaduwen van dit voorwerp op het horizontale vlak en op het lichaam zelf te construeeren.
244. Een recht cirkelvormige cilinder staat op het horizontale vlak. De schaduw door het lichaam op dat vlak geworpen, wordt ten deele opgevangen door een anderen recht cirkelvormigen cilinder, die met eene beschrijvende lijn op het horizontale vlak ligt. Men vraagt alle schaduwen te construeeren.
245. De schaduw bij kaarslicht te construeeren, die door een regelmatig octaëdrum deels op het horizontale deels op het verticale vlak wordt geworpen.
246. Eene driehoekige piramide, die op het horizontale vlak staat, werpt haar schaduw deels op het horizontale vlak, deels op een op dat vlak liggenden bol. Men vraagt alle schaduwen der lichamen te construeeren.
247. De schaduw bij kaarslicht te construeeren, die door een bol op de beide projectievlakken geworpen wordt.
248. De schaduwen te construeeren door de piramide in N^o. 239 omschreven, op het horizontale vlak en

door het deksel van dat lichaam op het onderstuk geworpen.

249. Dwars over een concentrisch uitgehouden halven bol, die met den bollen kant op het horizontale vlak ligt, is een recht cirkelvormige cilinder van kleine middellijn gelegd. Men vraagt de schaduwen te construeeren door den bol in zijne binnenruimte, door den cilinder in die binnenruimte en door beide lichamen op het horizontale vlak geworpen.
250. Op een recht cirkelvormigen cilinder, die op het horizontale vlak staat, ligt een vierkante plaat van geringe dikte, die aan alle zijden even ver buiten den cilinder uitsteekt. Men vraagt de schaduwen op het horizontale vlak en op den cilinder te construeeren.
251. Een ringvormig lichaam is ontstaan door de wenteling van een vierkant om eene verticale as, die met het vierkant in hetzelfde vlak ligt en evenwijdig is met twee van zijne zijden. Men vraagt de schaduw van dit lichaam op het horizontale vlak te construeeren.
252. Drie recht cirkelvormige cilinders staan op elkander met de assen in elkaars verlengde. De middellijn van den ondersten is het grootst en van den middelsten het kleinst. Men vraagt de schaduwen te construeeren, die door deze lichamen op de projectievlakken en op elkander worden geworpen.
253. Een verticalen zonnewijzer te construeeren voor eene plaats op 52° noorderbreedte.

1654429

254. Een horizontalen zonnwijzer te construeeren, die geschikt zou zijn voor de noordpool. Hierbij aantemen, dat het midden van het bord in de as der aarde ligt, zoodat het bord zelf eene draaiende beweging om dat midden maakt.
255. Een horizontalen zonnwijzer te construeeren voor eene plaats onder den evenaar



Uitgaven van S. E. VAN NOOTEN & ZOON te SCHOONHOVEN:

G. A. Vorsterman van Oijen.

- I. THEORIE DER ALGEMEENE REKENKUNDE. Met een Voorbericht van den Hoogleraar G. J. VERDAM. 2 deelen. *Tweede, verm. druk.* Prijs *f* 4,25.
- II. THEORIE DER ALGEBRA. 2 deelen. Prijs *f* 4,50.
- III. HANDBOEK VOOR DE THEORIE EN PRACTIJK DER MEETKUNDE. 2 deelen. Met 11 uitslaande platen. Prijs *f* 5,40.
- IV. LESSEN OVER DE CIJFERKUNDE. 1e Stuk. *Tweede, verbeterde druk.* Prijs *f* 0,90.
In drie Stukken compleet.
- V. OVER DE DEELBAARHEID der. geheele Getallen. *Tweede, vermeerd. druk.* Prijs *f* 0,50.
- VI. 144 VRAAGSTUKKEN van Nederlandsche Wiskundigen der XVII^e eeuw; voorafgegaan door eene bijdrage tot de geschiedenis van de beoefening der Wiskunde in Nederland, van STEVIN tot HUYGHENS. Prijs *f* 0,75.

G. L. Kepper.

- BEGINSELEN der DIFFERENTIAAL- en INTEGRAALREKENING, zoodanig behandeld, dat slechts de kennis der élémentaire Wiskunde tot het volgen dezer handleiding benoodigd is. Vrij naar het Engelsch van RITCHIE. Prijs *f* 1,25.
- VRAAGSTUKKEN tot oefening in STEL-, REKEN- en MEETKUNDE, ten dienste van het meer uitgebreid lager onderwijs en beoefenaars der wiskunde. Prijs 35 Cents.
- OPLOSSING der VRAAGSTUKKEN tot oefening in STEL-, REKEN- en MEETKUNDE. Prijs 80 Cents.
- VADEMECUM voor beoefenaars der WISKUNDE. Prijs *f* 1,25.

Bij alle Boekhandelaren te ontbieden

U.
A.
1