



Onderzoek naar variaties in de aequivalente breedten van Fraunhoferlijnen in het zonnenspectrum

<https://hdl.handle.net/1874/322576>

Ag. 192, 1936

**ONDERZOEK NAAR VARIATIES IN
DE AEQUIVALENTE BREEDTEN
VAN FRAUNHOFERLIJNEN IN HET
ZONNESPECTRUM**

A. P. H. VAN DER MEER

**BIBLIOTHEEK DER
RIJKSUNIVERSITEIT
UTRECHT.**

ONDERZOEK NAAR VARIATIES IN DE AEQUIVALENTE
BREEDTEN VAN FRAUNHOFERLIJNEN IN HET ZONNE-
SPECTRUM

Diss Utrecht 1936

ONDERZOEK NAAR VARIATIES IN DE AEQUIVALENTE BREEDTEN VAN FRAUNHOFERLIJNEN IN HET ZONNESPECTRUM

PROEFSCHRIFT TER VERKRIJGING VAN DE GRAAD VAN
DOCTOR IN DE WIS- EN NATUURKUNDE AAN DE RIJKS-
UNIVERSITEIT TE UTRECHT OP GEZAG VAN DEN RECTOR
MAGNIFICUS DR. C. W. VOLLGRAFF, HOGLERAAR IN DE
FACULTEIT DER LETTEREN EN WIJSBEGEERTE, VOLGENS
BESLUIT VAN DE SENAAT DER UNIVERSITEIT TEGEN
DE BEDENKINGEN VAN DE FACULTEIT DER WIS- EN
NATUURKUNDE TE VERDEDIGEN OP MAANDAG
6 JULI 1936, DES NAMIDDAGS TE 3 UUR, DOOR
ANTHEUNIUS PIET HENDRIK VAN DER MEER

GEBOREN TE AALSMEER



1936

DRUKKERIJ FIRMA SCHOTANUS & JENS — UTRECHT

BIBLIOTHEEK DER
RIJKSUNIVERSITEIT
UTRECHT.

*Aan de nagedachtenis van mijn Vader.
Aan mijn Moeder.*

PROMOTOR:

PROF. DR. L. S. ORNSTEIN

GEWERKT ONDER TOEZICHT VAN:

DR. M. MINNAERT

HOOFDSTUK I.

INLEIDING.

Het spectrum van de zon wordt gekenmerkt door een zeer groot aantal donkere lijnen, de Fraunhofer-lijnen. Laat men de door de aardse dampkring veroorzaakte lijnen buiten beschouwing dan maakt het zonnenspectrum een weinig veranderlijke indruk. Was dit niet zo, dan zouden Rowland's visuele schattingen van de sterkten van de Fraunhoferlijnen¹⁾ en in nog meerdere mate de nieuwere fotometrische metingen van hun aequivalente breedten²⁾ weinig zin gehad hebben.

In dit proefschrift wordt een onderzoek beschreven, dat tot doel had na te gaan in hoeverre de Fraunhoferlijnen constant zijn, eventuele variaties op te sporen en, zo mogelijk, te meten.

Wel was bekend, dat bepaalde punten van de zonnenschijf gedurende enige tijd een afwijkend spectrum kunnen vertonen (vlekken, fakkels, flocculi, enz.). Er zijn dus zeker plaatselijke veranderingen. De vraag is echter, in hoeverre deze nog tot uiting komen in licht van een groter deel van de zonnenschijf, of in licht van de gehele zonnenschijf afkomstig (geïntegreerd zonlicht). De behandeling van dit probleem kan misschien ook betekenis voor het verklaren van veranderingen in sterspectra hebben: bij deze laatste hebben we immers altijd te doen met geïntegreerd licht.

Ook ligt het voor de hand na te gaan, of de intensiteiten van de

¹⁾ Rowland — Preliminary Table of Solar Spectrum Wave-Lengths. (Chicago, 1896).

²⁾ Mulders, Diss. Utrecht 1934.

Allen, Memoirs of the Commonwealth Solar Observatory 5, 1934.

Fraunhoferlijnen zich mede onderwerpen aan de elfjarige periode, die in andere verschijnselen op de zon waar te nemen valt (aantallen vlekken en fakkels).

Het eerste deel (tot en met Hoofdstuk V) geeft in hoofdzaak een bewerking van een aantal oude opnamen van het zonnenspectrum, overgebleven van vroegere heliophysische onderzoekingen te Utrecht. Door deze te gebruiken was het mogelijk het onderzoek over langere tijd uit te strekken. Hiertegenover stond het nadeel, dat bij de opnamen natuurlijk geen rekening gehouden was met het speciale doel van dit onderzoek. De methode van bewerking moest dus geheel aangepast worden aan het beschikbare materiaal, en is daardoor vaak gecompliceerder dan wanneer ook het materiaal enigszins aan de methode had kunnen worden aangepast.

Aanwezig waren spectra vanaf het jaar 1919. We hebben ons beperkt tot de golflengtegebieden van 4165 Å tot 4290 Å, en van 3890 Å tot 4060 Å, daar hiervoor het meeste platenmateriaal voorhanden was. Ter aanvulling en controle werden eigen opnamen gebruikt. Alle opnamen werden gemaakt met de door Julius gebouwde zonnekijker te Utrecht ¹⁾.

Bij het beoordelen van methode en resultaten dient men met de volgende punten rekening te houden:

1. Uit de oude opnamen zijn gezocht de spectra, die waarschijnlijk afkomstig waren van ongestoorde gebieden in het centrale deel van de zonnenschijf (d.w.z. zonder vlekken of fakkels). Ook bij de eigen opnamen werd een dergelijk gebied afgebeeld op de spleet van de spectograaf. Deze afbeelding was enigszins onscherp om de plaatselijke verschillen (granulatie) uit te wissen.

Om de invloed van plaatselijke verschillen op de zonnenschijf geheel uit te schakelen was het beter geweest, het gewone, geïntegreerde zonlicht te gebruiken. Veranderingen in het geïntegreerde zonlicht zullen in het algemeen kleiner zijn dan veranderingen in het centrale zonlicht, daar de verschillende delen van de zonnenschijf elkaar kunnen tegenwerken. We kunnen dus veilig aannemen, dat

¹⁾ Beschrijvingen hiervan vindt men in: B. A. N. 1, 119, 1922.
Hemel en Dampkring 1923, blz. 57.

de gevonden variaties niet kleiner zijn, dan wanneer gebruik gemaakt was van spectra van geïntegreerd zonlicht.

2. Als criterium voor de lijnsterkte is overal gebruikt de aequivalente breedte. De gemeten waarde hiervan is, in tegenstelling met b.v. de gemeten centrale intensiteit, onafhankelijk van het oplossend vermogen van het apparaat. Dit is hier van belang, daar van de oude opnamen dikwijls de gegevens betreffende scherpstelling en spleetbreedte ontbreken.

3. De oudste opnamen zijn niet voorzien van ijkingsmerken voor de zwarting. Mede hierom is voor het grootste deel gebruik gemaakt van een vergelijkende methode waarbij de aequivalente breedten niet zelf gemeten behoeven te worden. Een ander, niet minder belangrijk voordeel van deze methode boven het rechtstreeks bepalen van de aequivalente breedten, is, behalve de grotere snelheid, de veel grotere nauwkeurigheid. Men bedenke, dat bij de meting van de aequivalente breedte van een lijn een fout van b.v. 15 % in de uitkomst geen zeldzaamheid is ¹⁾, zodat op deze wijze bij vergelijking van spectra, verkregen met verschillende willekeurige plaatsoorten, ontwikkelaars, belichtingstijden en spectrograafinstellingen een variatie van b.v. 30 % nog niet met zekerheid te herkennen is.

Door gebruikmaking van de aangekondigde, statistische, methode zal het mogelijk blijken met platen zonder ijkingsmerken een nauwkeurigheid in de bepaling van eventuele variaties te bereiken, vele malen groter dan die, welke men langs rechtstreekse weg, met geijkte platen kan verkrijgen.

Het principe van deze methode, die in de hoofdstukken II en III ontwikkeld en toegepast is, zal hier in het kort worden aangegeven, toegelicht aan het volgende, denkbeeldige, geval.

Van twee opnamen van hetzelfde spectraalgebied zijn op de gebruikelijke wijze met de microfotometer van Moll twee registrogrammen verkregen. Op de beide fotogrammen 1 en 2 kan men nu meten de geregistreerde galvanometeruitslagen u_1 en u_2 , behorende bij de centra van een aantal Fraunhoferlijnen. We zetten nu gra-

¹⁾ Men leze hierover b.v. Mulders, Diss. Utrecht, Hfst. I, § 4.

fisch u_2 uit tegen u_1 . Zijn de gebruikte opnamen volkomen identiek, dan is voor alle lijnen $u_1 = u_2$, en de punten in de grafiek liggen op een rechte. Zijn er verschillen in zwarting, of in gevoeligheid van de fotometer, dan zal deze rechte vervormd zijn tot een kromme. Ook verschillen in oplossend vermogen van de spectrograaf bij het opnemen, en van de fotometer bij het registreren, zullen, mits niet te groot, een zelfde effect hebben (In Hoofdstuk II zal dit alles nader gemotiveerd worden). Heeft echter één van de Fraunhoferlijnen op opname 2 een andere intensiteit dan op opname 1, dan geeft dit in de grafiek een punt buiten de kromme. De variatie ver-raadt zich dus door een uitbijter.

Nu kunnen we ons ook voorstellen, dat alle beschouwde Fraunhoferlijnen iets variëren in de zelfde richting, en wel zodanig, dat de punten in de grafiek weer op een, zij het dan ook iets opgeschoven kromme liggen. Voor het vinden van zo'n systematische variatie is deze methode dus ongeschikt.

Naar aanleiding hiervan zullen we eventuele variaties in de equivalente breedte opgebouwd denken uit twee soorten variaties, die hieronder nader bepaald zullen worden.

We rangschikken hiertoe in gedachten een groot aantal Fraunhoferlijnen op een bepaald ogenblik naar opklimmende equivalente breedte. Zijn een tijd later variaties opgetreden, dan splitsen we deze in:

A. Veranderingen, zodanig dat de nieuwe equivalente breedte een monotoon stijgende functie ¹⁾ van de oude is. Deze functie wordt zo goed mogelijk zo gekozen, dat de som van de overige veranderingen nul is, en kan voor verschillende golflengtegebieden verschillend zijn.

De onder A. genoemde veranderingen tasten de bovengenoemde rangschikking niet aan. We zullen ze in het vervolg systematische variaties noemen. Het zijn de variaties, die in ons voorbeeld alleen de kromme vervormen.

B. De overige veranderingen. Dit zijn de variaties die in ons voorbeeld de afwijkingen t.o.v. de kromme veroorzaken. We zullen

¹⁾ Met functie wordt hier en in het vervolg steeds bedoeld eenwaardige continue functie.

ze de naam „individuele variaties” geven: het zijn de intensiteitsafwijkingen die sommige Fraunhoferlijnen zullen krijgen ten opzichte van lijnen van oorspronkelijk dezelfde sterkte. Voor het opsporen van deze veranderingen wordt van de hierboven aangeduide en in de hoofdstukken II en III beschreven vergelijkende methode gebruik gemaakt, waarbij de aequivalente breedten niet zelf gemeten behoeven te worden. Bij deze methode dienen zich de „individuele variaties” dus aan als afwijkingen van bepaalde punten ten opzichte van een kromme. Hun grootten kunnen uit deze afwijkingen berekend worden.

Het is nu denkbaar, dat alle Fraunhoferlijnen individuele variaties vertonen, grotere of kleinere, positieve of negatieve. In onze grafische voorstellingen zullen dan de punten onregelmatig verspreid liggen in een strook langs de kromme. Ditzelfde zal echter ook veroorzaakt worden door de toevallige fouten (door plaatkorrel, enz.). In Hoofdstuk IV is een poging gedaan de individuele variaties en de fouten, althans hun gemiddelden, uit elkaar te halen.

Naar systematische variaties is gezocht door meting van de aequivalente breedten zelf van enkele lijnen op verschillende tijden. Zie hiervoor Hoofdstuk V.

In Hoofdstuk VI vindt men een beschrijving van een onderzoek naar veranderingen in de centrale intensiteit van een bepaalde sterke lijn, de rode waterstoflijn $H\alpha$.

Het laatste Hoofdstuk handelt over de invloed van temperatuurvariaties in de zonneatmosfeer op de intensiteiten van de Fraunhoferlijnen.

HOOFDSTUK II.

INDIVIDUELE VARIATIES VAN BEPAALDE LIJNEN IN HET GOLFLENGTEGEBIED VAN 4165 Å TOT 4290 Å.

§ 1. *Methode van opsporing voor een beperkt golflengtegebied.*

We beperken ons tot een aantal niet te sterke, voldoende alleenstaande lijnen, voorlopig van practisch dezelfde golflengte. Het waargenomen intensiteitsprofiel hangt dan in hoofdzaak af van de spectrograaf, en voor de bovenbedoelde lijnen is op één bepaalde opname de aequivalente breedte een monotoon dalende functie van de uit de waarneming volgende centrale intensiteit ¹⁾.

De invloed van eventuele afwijkingen van deze onderstelling zullen we later nog discussiëren.

Beschouwen we nu twee van verschillende tijden afkomstige opnamen 1 en 2 van het deel van het zonnenspectrum, waarin onze lijnen voorkomen. Hun aequivalente breedten op beide platen zullen we resp. A_1 en A_2 noemen, de gevonden centrale intensiteiten resp. i_1 en i_2 , en de bijbehorende geregistreeerde fotometeruitslagen resp. u_1 en u_2 . Nu is, wanneer we voorlopig afzien van toevallige fouten, u_1 een monotone functie van i_1 , gegeven door de zwartingskromme van plaat 1. Volgens de onderstelling in het begin van deze paragraaf is i_1 een monotone functie van A_1 . Dus is ook u_1 (via i_1) een monotone functie van A_1 . Evenzo is u_2 een monotone functie van A_2 . Waren er nu geen individuele, alleen systematische variaties, dan waren ook A_1 en A_2 monotone functies van elkaar, zodat dan u_2 via A_2 en A_1 een monotone functie van u_1 was.

¹⁾ Minnaert en van Assenbergh, Zs. f. Phys. 53, 248, 1929. Zie de grafiek op blz. 250.

Wanneer we nu in de practijk u_2 tegen u_1 uitzetten en een kromme lijn trekken, die bij de verkregen punten aansluit, en die bedoeld is als de grafische voorstelling van de laatstgenoemde functie, dan vinden we dikwijls afwijkingen van de punten ten opzichte van deze kromme lijn; deze kunnen nog de volgende oorzaken hebben:

1°. „Individuele variaties”.

2°. Afwijkingen van de onderstelling, dat de aequivalente breedte een monotone functie van de uit de waarneming volgende centrale intensiteit is.

De aequivalente breedte zal een functie van de waargenomen centrale intensiteit zijn, wanneer alle lijnen van dezelfde sterkte tevens hetzelfde intensiteitsprofiel hebben. Dit geldt ook nog bij grote benadering, wanneer het oplossend vermogen van de spectrograaf niet te groot is, zodat de vorm van de lijn grotendeels door de apparaatkromme bepaald wordt. Bij groter oplossend vermogen echter, kan een afwijkende lijnvorm in de A - i -grafiek, dus ook in de A - u -grafiek een uitbijter geven.

De invloed hiervan zal niet zo groot zijn, als men misschien zou verwachten. Denken we ons b.v. twee spectra, opgenomen op ongeveer dezelfde tijd met hetzelfde oplossend vermogen, maar op willekeurige platen en op willekeurige wijze ontwikkeld. Deze spectra zullen, zoals ze op de fotografische plaat afgebeeld zijn, dezelfde intensiteitsverdeling hebben, m.a.w. i_1 en i_2 zijn hier evenredig. In dit geval is dus u_2 direct via i_2 en i_1 een monotone functie van u_1 . Het blijkt dus, dat A_1 en A_2 (die in dit geval gelijk zijn) hierop geen invloed hebben. Anders uitgedrukt: De afwijkingen van punten t.o.v. de u_1 - A_1 -kromme en die van de overeenkomstige punten t.o.v. de u_2 - A_2 -kromme compenseren elkaar *geheel* bij *gelijk* oplossend vermogen bij beide opnamen, en zullen elkaar dus nog wel *gedeeltelijk* compenseren bij niet al te veel *verschillend* oplossend vermogen.

Bij vergelijking van twee spectra kunnen ons dus door de oorzaak, genoemd onder 2°, alleen niet-bestaande variaties voorgespiegeld worden, wanneer minstens één van de beide spectra met een groot oplossend vermogen is opgenomen, en het andere met een

hiervan verschillend oplossend vermogen. De vraag is nu maar, hoe groot het oplossend vermogen is, dat voor onze methode gevaarlijk wordt.

Om deze kwestie nader te onderzoeken zijn enige spectra direct na elkaar opgenomen met verschillende spleetbreedte en volgens de beschreven methode onderling vergeleken. Voor werkelijk goed alleenstaande, enkelvoudige lijnen bleek een spleetbreedte, veel kleiner dan ooit gebruikt was voor de te bewerken opnamen, nog geen uitbijters te geven. Wel geeft een te wijde spleet voor sommige lijnen valse resultaten, dit heeft echter een geheel andere oorzaak: de lijnen worden dan te breed en storen elkaar, m.a.w. ze zijn dan niet meer als voldoende alleenstaand te beschouwen.

3°. Fouten in de metingen.

Dit zijn in hoofdzaak de fouten, afkomstig van de zwartingskromme, de meting van de uitslag op het fotogram, de plaatkorrel, ontwikkel-effecten, enz. Slechts een kleine rol spelen verschijnselen als halo, Eberhard-effect en spookbeelden, want op alleenstaande lijnen van dezelfde sterkte, eigen vorm en golflengte hebben deze ook dezelfde invloed, zodat u via i een functie van A blijft. Slechts in zoverre de lijnen niet als alleenstaand en enkelvoudig te beschouwen zijn, tellen deze effecten mee.

De invloed van de onder 3° genoemde fouten op onze methode is te verkleinen door in plaats van één opname meer opnamen van ieder van de beide te vergelijken tijden te gebruiken. Dit kunnen zijn spectra op direct na elkaar opgenomen platen, enige spectra op één plaat of ook de verschillende trapjes van een spectrum opgenomen met trapverzwakker. Ook kan een spectrum op verschillende hoogten gefotometreerd worden.

In de plaats van u_1 komt nu de som van de overeenkomstige uitslagen op de fotogrammen, die betrekking hebben op het eerste tijdstip. Deze uitslagen zullen we u_{1a} , u_{1b} , enz. noemen, hun som u_1 . Daar u_{1a} , u_{1b} , enz. monotone functies van i_1 zijn, is hun som het ook.

Op analoge wijze verkrijgen we $u_2 = u_{2a} + u_{2b} + \dots$

Voor deze sommen geldt nu hetzelfde, wat boven voor u_1 en u_2 gezegd is. We zetten daarom ook hier u_2 uit tegen u_1 , enz.

4°. Het niet goed trekken van de kromme.

Het spreekt vanzelf, dat de getrokken kromme des te beter de bedoelde functie voorstelt, naarmate er meer punten zijn (dus naarmate we van meer spectraallijnen zijn uitgegaan) en naarmate de spreiding van deze punten om de kromme, als gevolg van de oorzaken genoemd onder 1°, 2° en 3°, geringer is.

Voordat we nu aan een bepaald geval laten zien, hoe op de aangegeven wijze variaties in aequivalente breedte opgespoord kunnen worden, moeten we er nog op wijzen, dat het in de practijk aangenamer bleek $\frac{u_2}{u_1}$ tegen u_1 (of ook wel tegen u_2) uit te zetten. Immers, wanneer de opnamen 1 en 2 niet te veel in zwarting of gradatie verschillen, is $\frac{u_2}{u_1}$ bijna constant. Dit maakt het mogelijk $\frac{u_2}{u_1}$ op groter schaal uit te zetten, waardoor het gehele materiaal overzichtelijker wordt. (Daar u_2 een monotone functie van u_1 is, mag de kromme die $\frac{u_2}{u_1}$ als functie van u_1 voorstelt de orthogonale hyperbolen met de assen als asymptoten slechts éénmaal snijden, anders zouden bij één waarde van u_2 twee waarden van u_1 horen. Zetten we $\frac{u_2}{u_1}$ uit tegen u_2 , dan mag de kromme de lijnen door de oorsprong slechts éénmaal snijden. Hiermee is bij het trekken van de kromme rekening te houden.)

We zeiden in 't begin van deze paragraaf, dat de te onderzoeken lijnen ten naaste bij dezelfde golflengte moeten hebben. Hoe groot in een bepaald geval het golflengtegebied nog zijn mag, hangt van allerlei omstandigheden af. We komen hierop in Hoofdstuk III terug en zullen dan de methode voor een willekeurig golflengtegebied uitbreiden.

§ 2. Toepassing op het golflengtegebied 6230 Å — 6340 Å (atmosferische lijnen).

Om een denkbeeld te krijgen van de bruikbaarheid en gevoeligheid van de tot nu toe ontwikkelde methode, lag het voor de hand haar toe te passen op lijnen in het zonnenspectrum, waarvan de variaties bekend zijn, nl. de lijnen ontstaan door absorptie in de

aardse dampkring. Deze atmosferische lijnen (voornamelijk afkomstig van O_2 en H_2O) zijn des te sterker, naarmate de zon lager boven de horizon staat, daar de weg van de zonnestrallen door de dampkring dan langer is.

Voor niet te zwakke lijnen is de verdwenen energie, dus ook de aequivalente breedte, evenredig met de wortel uit het aantal absorberende moleculen. Hieruit volgt, dat voor niet te kleine zonshoogte de aequivalente breedte evenredig is met $\sqrt{\text{cosec. } \varphi}$, waarin φ de hoogte van de zon boven de horizon is ¹⁾.

De gebruikte opnamen waren:

1. Vier opnamen van 40 sec., direct na elkaar opgenomen op één plaat, op 12 October 1934, 13 u. 25 min.

2. Idem , 14 u. 50 min.

In het gebied van 6230 Å tot 6340 Å, waarin veel atmosferische lijnen voorkomen, werden 80 goed alleenstaande lijnen uitgezocht. Van deze lijnen werden met behulp van de 8 van de opnamen afgeleide fotogrammen bepaald u_1 , u_2 en $\frac{u_2}{u_1}$. Ten slotte werd $\frac{u_2}{u_1}$ tegen u_1 uitgezet. Het resultaat is te zien in fig. 1. De zonnelijnen geven de punten, de aardse lijnen de kruisjes. Het driehoekje is afkomstig van een gemengde lijn, de vierkantjes komen van lijnen, waarvan de oorsprong niet opgegeven was in de Revised Rowland Table.

Het bovenste hiervan is blijkbaar van een atmosferische lijn afkomstig ²⁾, van het onderste kunnen we niets zeggen.

De zones, waarin de punten en kruisjes liggen, gaan links (d.i. voor kleine uitslagen, dus zwakke lijnen) in elkaar over: een heel zwakke lijn toch, die varieert, geeft geen uitbijter, want zijn u_1 en u_2 beantwoorden ongeveer aan die van het continuum.

¹⁾ Woolley, Ap. J. 73, 185, 1931.

²⁾ De methode blijkt zeer geschikt te zijn om atmosferische lijnen op te sporen, te meer daar voor dat doel beter opnamen bij maximale zonshoogte en bij zonsopgang of -ondergang vergeleken kunnen worden. Zij kan ook inlichtingen verschaffen in de moeilijker gevallen van aardse lijnen, die met zonnelijnen samenvallen.

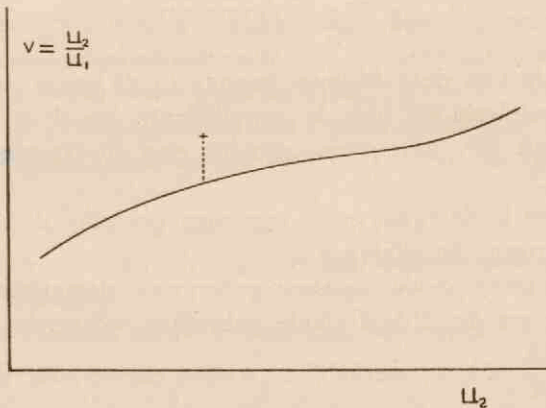
Voor de verhouding van de waarden van $\sqrt{\text{cosec. } \varphi}$ op de beide tijdstippen vinden we 1,13. De intensiteit van de atmosferische lijnen is dus in dit geval met 13 % toegenomen. Het blijkt dus, dat een niet te zwakke lijn, die 5 % of meer zou variëren, al een vrij duidelijke uitbijter zou geven. Overigens is de gevoeligheid van de methode van geval tot geval verschillend, zoals later nog zal blijken.

§ 3. Berekening van de individuele variaties uit de gevonden afwijkingen.

We zagen in het voorafgaande, dat individuele variaties bij een bepaalde wijze van grafisch uitzetten van fotometeruitslagen, afwijkingen van punten van een kromme geven. Nemen we een ogenblik deze variaties als enige oorzaak van de afwijkingen aan. Kunnen we dan uit de grootte van deze afwijkingen de procentuele veranderingen in de aequivalente breedten van de Fraunhoferlijnen berekenen?

Nemen we het eenvoudigste geval: de vergelijking van twee opnamen 1 en 2. We hebben van een aantal lijnen de verhouding $\frac{u_2}{u_1}$ (die we in het vervolg v zullen noemen) uitgezet tegen u_2 , hebben de kromme getrokken en beschouwen nu een bepaalde uitbijter. (Fig. 2).

Fig. 2.



Welke verandering δu_1 moeten we aan u_1 geven om dit punt op de kromme te krijgen en met welke verandering δA van A komt dit overeen?

Veranderen we u_1 , dan gaat het punt in de grafische voorstelling verticaal naar boven of beneden. De met δu_1 overeenkomende verandering in v , die we δv zullen noemen, is dus het bedrag dat het punt beneden de kromme ligt.

Nu is:

$$\delta v = \delta \frac{u_2}{u_1} = - \frac{u_2}{u_1^2} \delta u_1 = - v \frac{\delta u_1}{u_1}.$$

$$\frac{\delta v}{v} = - \frac{\delta u_1}{u_1}.$$

Onderstellen we verder, dat de functie $A = f(u_1)$ bekend is. (Hoe deze bepaald is, wordt nog voor ieder geval afzonderlijk beschreven.) Dan is:

$$\delta A = f'(u_1) \delta u_1,$$

$$\text{dus } \frac{\delta A}{A} = \frac{f'(u_1)}{f(u_1)} \delta u_1 =$$

$$= \frac{u_1 f'(u_1)}{f(u_1)} \frac{\delta u_1}{u_1},$$

$$\text{of } \frac{\delta A}{A} = - \frac{u_1 f'(u_1)}{f(u_1)} \frac{\delta v}{v}.$$

Met behulp van deze formule kunnen in dit geval dus de procentuele veranderingen van de aequivalente breedten uit de afwijkingen van de punten ten opzichte van de kromme bepaald worden.

Zijn er van beide tijden meer opnamen gebruikt, dan zijn u_1 en u_2 , weer sommen van uitslagen.

In het algemener geval, wanneer er tevens systematische variaties zijn, kunnen we dezelfde formule gebruiken; echter is dan de zo berekende $\frac{\delta A}{A}$ niet de werkelijke procentuele verandering van de

aequivalente breedte, maar een maat voor de procentuele afwijking van de aequivalente breedte van de beschouwde lijn t.o.v. die van lijnen van oorspronkelijk dezelfde aequivalente breedte, m.a.w. de grootte van de individuele verandering.

Juister nog is het $\frac{\delta A}{A}$ de fractie te noemen, die de aequivalente breedte op het eerste tijdstip groter had moeten zijn, opdat de lijn geen individuele variatie had gegeven.

De invloed van de meetfouten is hier buiten beschouwing gelaten.

Opmerking: Het lijkt enigszins willekeurig, dat we in onze redenering juist u_1 veranderen. Hadden we u_2 veranderd met een bedrag δu_2 , zo dat het punt op de kromme kwam te liggen, dan zou de hiermee overeenkomende δA het bedrag geven, dat de aequivalente breedte op het tweede tijdstip groter had moeten zijn, opdat de lijn geen individuele variatie zou hebben vertoond. Het is duidelijk, dat dit op het teken na hetzelfde is als wat boven gevonden werd, in elk geval wanneer er geen systematische variaties zijn.

§ 4. Toepassing op het golflengtegebied 4165 Å — 4290 Å.

In het golflengtegebied 4165 Å — 4290 Å werden op een aantal platen 58 zo goed mogelijk alleenstaande lijnen uitgezocht en genummerd naar opklimmende golflengte. De gebruikte spectra waren: 1a en 1b, afkomstig van 1 plaat uit 1920.

2a, 2b, 2c, 2d en 2e, afkomstig van 1 plaat uit 1928.

3a en 3b, afkomstig van 2 platen uit 1931, direct na elkaar

opgenomen.

4a, 4b en 4c, afkomstig van 1 plaat uit 1934.

De spectra van één tijdstip vertonen onderling soms nog verschillen in zwarting.

De geregistreeerde fotometeruitslagen, behorende bij deze spectra noemen we weer u_{1a} , u_{1b} , enz.

Verder is:

$$u_1 = u_{1a} + u_{1b}.$$

$$u_2 = u_{2a} + u_{2b} + u_{2c} + u_{2d} + u_{2e}.$$

$$u_2^* = u_{2a} + u_{2b}.$$

$$u_3 = u_{3a} + u_{3b}.$$

$$u_4 = u_{4a} + u_{4b} + u_{4c}.$$

Het voorkomen van u_2^* naast u_2 vindt zijn verklaring in het feit, dat oorspronkelijk alleen 2a en 2b gebruikt waren. Later is, om groter nauwkeurigheid te bereiken, de berekening overgedaan met 5 in plaats van 2 spectra.

Van de centra van de 58 lijnen werden nu grafisch uitgezet:

$\frac{u_1}{u_3}$ tegen u_1 , $\frac{u_2}{u_3}$ tegen u_2 , $\frac{u_2^*}{u_3}$ tegen u_2^* en $\frac{u_4}{u_3}$ tegen u_4 . Willekeurig werd dus de derde groep als vergelijkingsmaatstaf uitgekozen. Als voorbeeld zie men Fig. 3.

De verkregen punten bleken in alle vier gevallen onsystematisch om een kromme te spreiden, behalve degene die afkomstig waren van de eerste negen lijnen vanaf 4165 Å. Deze lagen alle negen boven de kromme, en wel het eerste meer dan het tweede, dit meer dan het derde, en zo vervolgens. Blijkbaar was het golflengtegebied iets te groot voor deze methode. De eerste negen spectraallijnen werden daarom weggelaten.

De overblijvende 49 lijnen werden in 3 groepen verdeeld. Dit is een verdeling van het lijnenmateriaal naar precisie, die o.a. ook nodig is voor de berekeningen in Hoofdstuk IV (vgl. ook blz. 31). Groep I omvat de 16 lijnen met de kleinste u_3 , groep III de 17 lijnen met de grootste u_3 en groep II de overige.

Op de grafische voorstellingen werden nu de afwijkingen van de punten ten opzichte van de kromme bepaald, en hieruit de gemiddelde afwijking in iedere groep.

Reeds bij een oppervlakkige beschouwing blijkt, dat bijzonder grote afwijkingen niet voorkomen, afwijkingen van meer dan drie-maal de gemiddelde zijn zeldzaam. Het is dus moeilijk vast te stellen, welk deel van de afwijkingen te wijten is aan variaties, en welk deel aan fouten. Echter is het het waarschijnlijkste, dat we de wer-

kelijke variaties onder de lijnen die grotere afwijkingen geven moeten zoeken. Het heeft dus zin een tabel te geven van de lijnen die afwijkingen van meer dan twee maal het gemiddelde in hun groep lieten zien.

De individuele variaties $\frac{\delta A}{A}$, die deze afwijkingen in hun geheel zouden verklaren, kunnen we vinden volgens § 3, wanneer we nog A als functie van u_3 kennen. Deze functie is hier als volgt gevonden: In de R.R.T. ¹⁾ werd van de 49 gebruikte lijnen de Rowlandsterkte opgezocht. Van de lijnen van dezelfde Rowlandsterkte werd de gemiddelde u_3 bepaald. Door gebruikmaking van de ijking van de Rowlandschaal door Mulders ²⁾ weten we nu ook de bij deze u_3 behorende A . Verder heeft u_3 voor $A = 0$ de waarde voor het continu spectrum. Grafisch uitzetten van dit verband gaf ongeveer een rechte lijn met de vergelijking:

$$A = f(u_3) = 12,5 (u_3 - 5,5),$$

wanneer we A uitdrukken in milli-Ångströms, en u_3 in centimeters.

Hieruit volgt $f'(u_3) = 12,5$.

Volgens § 3 is dus de individuele variatie:

$$\frac{\delta A}{A} = - \frac{u_3 f'(u_3)}{f(u_3)} \cdot \frac{\delta v}{v} = - \frac{12,5 u_3}{12,5 (u_3 - 5,5)} \cdot \frac{\delta v}{v}$$

$$\frac{\delta A}{A} = - \frac{u_3}{u_3 - 5,5} \cdot \frac{\delta v}{v}$$

Tabel 1 geeft de met deze formule berekende individuele variaties in procenten van de aequivalente breedte t.o.v. de opnamen uit 1931, voor spectraallijnen die meer dan tweemaal de gemiddelde afwijking van hun groep geven. De dikgedrukte getallen zijn afkomstig van afwijkingen groter dan driemaal de gemiddelde. Tevens is voor iedere groep aangegeven de variatie behorende bij

¹⁾ Revision of Rowlands Preliminary Table of Solar Spectrum Wave-lengths.

²⁾ Mulders, Diss. Utrecht, 1934.

TABEL 1.

Golflengte (R.R.T.)	Rowland- sterkte R.R.T.	Element R.R.T.	100 $\frac{\delta A}{A}$ vergeleken met 1931			
			1920	1928*	1928	1934
Groep I						
Gem. ind. var.			3,2	5,1	5,5	12,7
4190,719	2	Co CN	—	13	—	—
4207,409	1 N	CN	—6	13	—	—
4211,891	2	Zr+	6	—	—	—
{ 4221,475	1	Cr	—	—	—12	—
4221,579	0					
4257,663 m	2	Mn	9	—	—	—
Groep II						
Gem. ind. var.			3	3,6	3,2	8,2
4192,574 w	2 N	CN—	—	11	—	—
4203,573	2	Fe-Cr	—	—	—	—25
4254,981	2 d?	CH Fe	—	—11	—8	—
{ 4286,886 m	1	Fe CH	—7	—	—	—
4287,007	2	La+				
4287,053	0					
Groep III						
Gem. ind. var.			2,9	5,1	2,8	4,1
{ 4210,337	4	Fe Sa+	—6	—	—	—
4210,404	3					
4243,360	1	Fe CH	—	—16	—19	—
4243,450	3					
4243,549	1					
{ 4285,373	1	CH Ce+	—7	—28	—	15
4285,453	3					
4285,540	1	CH				

de gemiddelde afwijking. (Bij de berekening hiervan is ook voor u_3 het groepgemiddelde genomen.) De lijnen zijn per groep naar opklimmende golflengte gerangschikt.

Voor de betekenis der symbolen in de eerste drie kolommen zie men de R.R.T., of dissertatie M u l d e r s blz. 24.

Voor 1928 zijn er twee kolommen; de eerste is afgeleid van u_2^* , de tweede van u_2 .

Het is duidelijk dat niet alle getallen uit de laatste vier kolommen werkelijke variaties aangeven, daar anders de beide kolommen 1928 gelijk hadden moeten zijn.

Nemen we eens aan dat de afwijkingen in één groep aan de foutenwet van Gauss voldoen. In dat geval kan men berekenen, dat de kans op een afwijking, groter dan tweemaal, resp. driemaal de gemiddelde, 11 %, resp. 3 % is ¹⁾. In iedere groep, d.w.z. op een aantal van 16 à 17 afwijkingen kunnen we dus 1 à 2, resp. 0 à 1 afwijkingen, groter dan tweemaal, resp. driemaal de gemiddelde verwachten. Op het totale aantal van 169 ²⁾ gemeten afwijkingen is dit aantal 19, resp. 5. Volgens de tabel is gevonden 17, resp. 3. De afwijkingen hebben dus ongeveer een verdeling volgens het toeval. Dit wil natuurlijk nog niet zeggen, dat ze niet reëel zouden zijn. Deze verdeling wordt veroorzaakt door de samenwerking van fouten en de eventuele werkelijke variaties.

Merkwaardig is wel, dat de grote afwijkingen alleen in groep III, dus bij de sterkste lijnen voorkomen. Men ziet echter, dat deze lijnen niet enkelvoudig zijn, zodat een verschil in oplossend vermogen op de gebruikte opnamen hier ook een rol kan spelen.

¹⁾ De kans op een afwijking tussen z en $z + dz$ is $\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 z^2} dz =$
 $= \frac{1}{\pi \eta} e^{-\frac{z^2}{\pi \eta^2}} dz$, waarin $\eta = \frac{1}{h\sqrt{\pi}}$ de gemiddelde afwijking is. De kans op een

afwijking $< n\eta$ is dus $\int_{-n\eta}^{n\eta} \frac{1}{\pi \eta} e^{-\frac{z^2}{\pi \eta^2}} dz = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{n}{\sqrt{\pi}}} e^{-t^2} dt = \Phi\left(\frac{n}{\sqrt{\pi}}\right)$.

Uit tabellen vindt men $\Phi\left(\frac{1}{\sqrt{\pi}}\right) = 0,575$, $\Phi\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right) = 0,889$, $\Phi\left(\frac{3}{\sqrt{\pi}}\right) = 0,973$, en
 $\Phi\left(\frac{4}{\sqrt{\pi}}\right) = 0,9986$.

²⁾ Dit aantal is kleiner dan viermaal 49, doordat de op de verschillende opnamen gebruikte spectraalgebieden elkaar niet geheel overdekten. Enkele groepen zijn dus niet geheel vol.

HOOFDSTUK III.

INDIVIDUELE VARIATIES VAN BEPAALDE LIJNEN IN HET GOLFLENGTEGEBIED VAN 3890 Å TOT 4060 Å.

§ 1. *Uitbreiding van de methode voor een groter golflengtegebied.*

Bij toepassing van de in Hoofdstuk II, § 1 beschreven methode op een aantal voldoende alleenstaande Fraunhoferlijnen in een willekeurig groot golflengtegebied blijken de verkregen punten weer in een strook te liggen. Trekt men echter midden door deze strook een kromme, dan ziet men, dat er in de spreiding van de punten om deze kromme een systeem te herkennen valt. De punten afkomstig van lijnen van kleinere golflengte liggen b.v. bij voorkeur boven, of beneden de kromme, en b.v. links in de grafiek weer andersom dan rechts.

Beperkt men het golflengtegebied totdat de spreiding onsystematisch is, dan blijven er meestal te weinig punten over om nog met enige zekerheid een kromme te trekken, laat staan om enigszins nauwkeurig afwijkingen te bepalen (een uitzondering is het in Hoofdstuk I, § 4 behandelde gebied). Blijkbaar is voor een groter golflengtegebied u_2 geen functie meer van u_1 .

Om na te gaan wat hiervan de oorzaak is, stellen we ons het volgende geval voor:

Twee spectraallijnen van verschillende golflengte vertonen voor hun centrum op fotogram 1 gelijke uitslagen, op fotogram 2 niet meer (fig. 4).

Dit kan het gevolg zijn van:

1°. De oorzaken voor onsystematische spreiding, genoemd onder 1°, 2° en 3° in § 1 van Hoofdstuk II.

Fig. 4.



Er komen hier nu nog als mogelijke oorzaken voor een systematische spreiding bij:

2°. Oorzaken, waardoor het continuum met alle lijnen, die er „bovenop zitten” op beide fotogrammen in verschillende mate wordt „scheefgetrokken”, b.v. verschillende golflengteafhankelijkheid van de gevoeligheid van de fotografische plaat, verschillende voor de spleet gelegde kleurfilters, verschil in absorptie en verstrooiing van de aardse dampkring (kleur van de hemel), enz.

De volgende oorzaken hebben geen invloed op het continuum, wel op de lijncentra:

3°. Verschil in focussing van de spectrograaf. Deze kan b.v. links op de tweede plaat beter zijn dan op de eerste, rechts andersom. De centrale intensiteit van de linkse lijn is dan schijnbaar kleiner geworden, die van de rechtse schijnbaar groter.

4°. Verschil in spleetbreedte. De spleet van de spectrograaf kan bij de tweede opname b.v. wijder geweest zijn. Op de kromme voor het continuum heeft dit geen invloed. De beide lijnen vertonen een grotere intensiteit: de pieken in het registrogram worden minder scherp. Echter kan de rechter piek meer in elkaar zakken dan de linker, omdat de kromme voor het continuum daar lager ligt.

De beide vorige oorzaken staan in verband met het oplossend vermogen van de spectrograaf, de volgende met dat van de fotometer.

5°. Stelt men de fotometer scherp in op een bepaald punt van het te meten spectrum, dan is men er niet zeker van dat voor het gehele spectrum de afbeelding op de thermozuil even scherp is. De gevolgen zijn te vergelijken met die van 3°.

6°. Systematische variaties, in samenwerking met de vorige oor-

zaken. Men stelle zich b.v. voor dat de aequivalente breedten op de tweede opname de helft zijn van die op de eerste. Door het „scheef-trekken” van het continuum kan dan de rechter lijn op het tweede fotogram een kleinere uitslag geven dan de linker.

7°. Ten slotte willen we nog afzonderlijk noemen de invloeden van de omgeving van de lijn, zoals halo, Eberhardeffect en spookbeelden. Voor een zeer klein golflengtegebied zijn deze van weinig betekenis voor onze methode. (Zie Hoofdstuk II, § 1). Voor een groter golflengtegebied geldt dit echter niet meer, daar de bovengenoemde invloeden van de golflengte afhangen (alleen al doordat b.v. het continuum met de golflengte verloopt).

Hoe moeten we nu variaties zoeken in een grafische voorstelling met punten met systematische spreiding?

Zien we even af van de onsystematische spreiding door toeval-lige fouten en individuele variaties. Voor een zeer klein golflengte-gebiedje moeten de punten dan volgens Hoofdstuk II, § 1 op een kromme liggen. Het aangrenzende golflengtegebiedje geeft een kromme, die van de eerste zeer weinig verschilt, enz. We krijgen zo een systeem van ∞^1 continu in elkaar over te voeren krommen met als parameter de golflengte. Ieder spectraallijn zal een punt geven, dat ligt op de kromme, behorende bij zijn golflengte.

In de praktijk werd nu het golflengte gebied onderverdeeld, zoda-nig dat voor ieder deel de systematische spreiding niet meer merkbaar was, dus klein was t.o.v. de onsystematische. Voor ieder deel werd een kromme getrokken. Bij het trekken werd niet alleen op de punten, maar ook op naburige krommen gelet. Elk der zo gevonden krommen zouden we kunnen beschouwen als behorende bij het midden van het deel van het golflengtegebied waarvan hij afkomstig is. We zouden dan voor iedere spectraallijn de kromme, waarop zijn punt zou moeten liggen, kunnen interpoleren, en de afwijking van dit punt ten opzichte van die kromme kunnen bepalen. Op de manier in § 3 van Hoofdstuk II beschreven zou hieruit volgen de individuele variatie van de aequivalente breedte van lijn, die deze afwijking geheel zou verklaren.

Wanneer het er echter om gaat de grootste afwijkingen op te sporen heeft deze interpolatie weinig zin. Ieder deel van het golf-

lengtegebied is immers zo gekozen, dat de systematische spreiding klein is t.o.v. de onsystematische, d.w.z. zo, dat de afstand tussen de voor de lijnen van dit gebied geïnterpoleerde krommen klein is t.o.v. de gemiddelde afwijking van de punten. Het doet er dus niet veel toe, ten opzichte van welke van deze krommen de afwijking van een punt bepaald wordt. Voor ieder deel van het golflengtegebied kan dus met één kromme volstaan worden.

In het bovenstaande is steeds aangenomen, dat $v = \frac{u_2}{u_1}$ uitgezet was tegen u_2 . Men kan ook v uitzetten tegen λ . Men krijgt dan een stelsel krommen met u_2 als parameter, dat op analoge wijze behandeld kan worden. Beide methoden zijn toegepast naar gelang van de omstandigheden.

De afleiding van de formule in § 3 van Hoofdstuk II blijft geheel doorgaan, wanneer we $A = f(u_1, \lambda)$ in plaats van $A = f(u_1)$ nemen. Het is daarbij onverschillig of wij v tegen u_2 of tegen λ hebben uitgezet, in beide gevallen is toch δv de verandering die we v moeten geven om het punt te krijgen op de plaats waar het, gezien zijn u_2 en λ behoorde te liggen.

§ 2. Toepassing op het golflengtegebied 3890 Å — 4060 Å.

De in de vorige paragraaf ontwikkelde methode is toegepast op een aantal van 62 Fraunhoferlijnen in het golflengtegebied 3890 Å — 4060 Å. Hier volgt een lijst van de gebruikte opnamen met datum en aantal gebruikte fotogrammen:

1.	18 Juni	1919	3 fotogrammen.
2.	18 Juni	1919	3 „
3.	23 Maart	1920	4 „
4.	11 Mei	1920	3 „
5.	17 Augustus	1920	2 „
6.	9 September	1920	3 „
7.	9 September	1920	4 „
8.	2 November	1920	4 „
9.	2 November	1929	2 „
10.	18 Januari	1935	3 „

Dit materiaal werd op de beschreven wijze bewerkt. In de 9 gra-

fische voorstellingen, ontstaan door van de 62 lijncentra $\frac{u_n}{u_1}$ tegen u_n of tegen λ uit te zetten ($n = 2,3 \dots 10$) werden volgens Hoofdstuk II, § 1 krommen getrokken en afwijkingen bepaald. Als voorbeeld ziet men één van deze grafieken in fig. 5 afgedrukt. Alvorens nu uit de grootste afwijkingen volgens Hoofdstuk II, § 3 variaties te berekenen, zullen we eerst de verdeling van de afwijkingen vergelijken met een verdeling volgens G a u s s. We weten dan beter, welke afwijkingen we als iets bijzonders moeten beschouwen.

De 62 lijnen werden in vier groepen van resp. 16, 16, 15 en 15 lijnen ingedeeld, naar opklimmende u_1 . We krijgen zo 9×4 groepen van 15 of 16 afwijkingen. Iedere groep bevat nu lijnen, waarvoor de waarden van $\frac{u_n}{u_1}$ ongeveer dezelfde precisie hebben ¹⁾.

Van iedere van de 36 groepen werd de gemiddelde absolute afwijking bepaald. Tabel 2 geeft aan 1°. de kans op afwijkingen groter dan 2, 3, enz. maal de gemiddelde afwijking bij een verdeling volgens G a u s s; 2°. de hiermee berekende te verwachten aantallen, wanneer de verdeling binnen elke groep volgens G a u s s is en 3°. de werkelijk gevonden aantallen.

TABEL 2

	Kans	Te verw. aantal	Gevonden aantal
afw. $> 2 \times$ gem.	11,1 0/0	56	55
afw. $> 3 \times$ gem.	2,7 0/0	14	17
afw. $> 4 \times$ gem.	0,14 0/0	0,7	4
afw. $> 5 \times$ gem.			2
afw. $> 6 \times$ gem.			0

Alleen de grootste afwijkingen, nl. die tussen 4 en 6 maal de

¹⁾ De gemiddelde fout in u_n is een functie van u_n (de onzekerheid door de plaatkorrel is het grootst bij matige zwarting, kleiner bij geringe of grote zwarting). Om volmaakt gelijke precisie binnen iedere groep te bereiken zouden we dus nog meer groepen moeten nemen, zelfs zouden we ook nog moeten verdelen naar de golflengte, echter worden dan de aantallen lijnen in iedere groep te klein.

gemiddelde, blijken meer voor te komen dan men bij een verdeling volgens het toeval zou verwachten.

Enkele van de 62 lijnen vertonen grotere afwijkingen op 2, 3, 4 of 5 van de 9 grafische voorstellingen. We kunnen weer nagaan of dit meer of minder voorkomt dan men op grond van een verdeling volgens het toeval zou verwachten.

Bij een verdeling volgens G a u s s binnen iedere groep is de kans, dat een bepaalde afwijking kleiner dan n maal de gemiddelde afwijking van zijn groep is

$$\Phi\left(\frac{n}{\sqrt{\pi}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{n}{\sqrt{\pi}}} e^{-t^2} dt \quad (\text{zie noot op blz. 28}).$$

De kans, dat bij 9 bepaalde afwijkingen (in dit geval de afwijkingen van één spectraallijn op de 9 grafieken) er k zullen zijn, groter dan n maal hun groepsgemiddelde, is dan:

$$\frac{k!(9-k)!}{9!} \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{n}{\sqrt{\pi}}\right) \right\}^k \left\{ \Phi\left(\frac{n}{\sqrt{\pi}}\right) \right\}^{9-k}$$

Met behulp van deze formule is tabel 3 gemaakt. Deze bevat 1°. de kans, dat één bepaalde van de 62 spectraallijnen 0, 1, 2, 3, 4 of 5 afwijkingen, groter dan tweemaal hun groepsgemiddelde, vertoont, 2°. de hierdoor te verwachten aantallen spectraallijnen, en 3°. de werkelijk gevonden aantallen.

TABEL 3

	Kans	Te verw. aantal	Gevonden aantal
Lijnen met 0 afw. $> 2 \times$ gem.	34,5 0/0	21	24
" " 1 " $> 2 \times$ "	39,0 0/0	24	26
" " 2 " $> 2 \times$ "	19,3 0/0	12	6
" " 3 " $> 2 \times$ "	5,7 0/0	4	3
" " 4 " $> 2 \times$ "	1,1 0/0	1	2
" " 5 " $> 2 \times$ "	0,1 0/0	0	1

Tabel 4 bevat de overeenkomstige grootheden voor afwijkingen, ieder groter dan driemaal de gemiddelde afwijking in de groep, waarvan de bijbehorende lijn deel uitmaakt.

TABEL 4.

	Kans	Te verw. aantal	Gevonden aantal
Lijnen met 0 afw. $> 3 \times$ gem.	78,0 %	48	47
" " 1 " $> 3 \times$ "	19,5 %	12	14
" " 2 " $> 3 \times$ "	2,2 %	1	0
" " 3 " $> 3 \times$ "	0,1 %	0	1

In de beide vorige tabellen komen de getallen in de laatste twee kolommen vrij goed overeen. Dit zou er dus op wijzen, dat de verdeling van de afwijkingen de wet van Gauss volgt.

Ook zeggen de getallen ons iets over de duur van de eventuele variaties. Bij onze berekening hebben we nl. stilzwijgend aangenomen, dat er geen correlatie tussen twee opvolgende afwijkingen van één lijn bestaat. Deze onderstelling is zeker onjuist, wanneer de duur van de variaties niet klein is t.o.v. de tijd verlopen tussen twee opvolgende opnamen.

Om deze vraag nader te onderzoeken is nagegaan hoeveel maal een lijn die in een bepaalde grafische voorstelling een afwijking vertoonde groter dan tweemaal de gemiddelde, in de volgende grafische voorstelling weer een dergelijke afwijking van hetzelfde teken gaf. Dit bleek in 19 % van de gevallen voor te komen. Volgens het toeval zou men 6 % verwachten. Om te beslissen of deze correlatie tussen de grotere afwijkingen relatief groter is voor direct na elkaar opgenomen opnamen, zoals 6 en 7, is het aantal grotere afwijkingen te klein. Wel vindt men, voor zover het teken betreft, tussen het geheel van afwijkingen van opnamen met kortere tussentijd (b.v. 6 en 7) geen correlatie, evenmin als tussen de afwijkingen van opnamen met langere tussentijd (b.v. 9 en 10).

De correlatie tussen de grotere afwijkingen kan wijzen op variaties van langere duur dan de tijd tussen twee opnamen. Het is

echter ook mogelijk, dat bepaalde lijnen een kleinere precisie hebben (b.v. dubbellijnen, die gevoeliger zijn voor veranderingen in het oplossend vermogen).

Tot slot van deze paragraaf volgt ook voor dit golflengtegebied een lijst van grootste afwijkingen (in dit geval groter dan driemaal hun groepsgemiddelde), omgerekend in individuele variaties.

We moeten hiervoor A als functie van u_1 bepalen bij verschillende golflengten. Voor $\lambda = \text{ong. } 4030$ is deze functie bepaald op de in § 4 van Hoofdstuk I beschreven wijze, voor $\lambda = \text{ong. } 3950$ door u_1 en A direct tegen elkaar uit te zetten, gebruik makende van tabel II in Diss. M u l d e r s. Voor de overige golflengten werd de functie grafisch geïnterpoleerd. Voor ons doel bleek te kunnen worden volstaan met de benadering

$$A = f(u_1, \lambda) = 18 u_1 + 1,2 (\lambda - 4020),$$

waarin A in milli-Ångströms, u_1 in cm en λ in Ångströms zijn uitgedrukt.

Volgens § 3 van Hoofdstuk I is nu de te berekenen individuele variatie

$$\frac{\delta A}{A} = - \frac{u_1 f'_{u_1}(u_1, \lambda)}{f(u_1, \lambda)} \cdot \frac{\delta v}{v} = - \frac{u_1}{u_1 + \frac{1}{15}(\lambda - 4020)} \frac{\delta v}{v},$$

waarin $v = \frac{u_n}{u_1}$ en δv de gemeten afwijking is.

Tabel 5 bevat, behalve de zo berekende individuele variaties, de golflengten en (om een denkbeeld van de sterkte van de lijnen te geven) de met de formule berekende aequivalente breedten. De lijnen zijn gerangschikt naar opklimmende u_1 .

§ 3. Conclusies.

De resultaten, in dit en het vorige hoofdstuk bereikt, kunnen als volgt samengevat worden:

1°. De volgens de in Hfdst. II, § 1 en Hfdst. III, § 1 beschreven methode grafisch gevonden afwijkingen zijn volgens het toeval verdeeld.

Hieruit volgt dat de variaties in de aequivalente breedten van Fraunhoferlijnen òf in het algemeen klein zijn t.o.v. de meetnauwkeurigheid, òf zelf de wet van G a u s s volgen.

2°. Er is, wanneer men een groot aantal lijnen beschouwd, geen door variaties te verklaren correlatie tussen afwijkingen, afkomstig van verschillende fotografische platen, zelfs niet wanneer de opnamen van dezelfde dag zijn.

Hieruit volgt dat de variaties in het algemeen òf klein zijn t.o.v. de meetnauwkeurigheid òf, indien ze groter zijn, zeer snel verlopen.

3°. Het is mogelijk, dat enkele lijnen grotere variaties vertonen. Daarom zijn voor de beide onderzochte golflengtegebieden (4165 — 4290 Å en 3890 — 4060 Å) tabellen gemaakt van de grootste gevonden afwijkingen.

Om te beslissen tussen de mogelijkheden genoemd onder 1° en 2° is het van belang na te gaan welk deel van de afwijkingen aan de meetmethode en welk deel aan werkelijke variaties is toe te schrijven. Dit zal in het volgende Hoofdstuk onderzocht worden.

Met variaties wordt in deze paragraaf steeds bedoeld: individuele variaties.

HOOFDSTUK IV.

DE GEMIDDELDE INDIVIDUELE VARIATIE VOOR EEN GROOT AANTAL LIJNEN.

§ 1. *Inleiding.*

Voor het golflengtegebied van 4165 Å tot 4290 Å gaven wij reeds in de tabel op blz. 27 de waarden voor de gemiddelde individuele variaties, die men vindt, wanneer men alle volgens Hoofdstuk II, § 1, grafisch gevonden afwijkingen geheel toeschrijft aan individuele variaties. In werkelijkheid ontstaan deze afwijkingen echter door samenwerking van twee, geheel van elkaar onafhankelijke oorzaken: de meetfouten en de eventuele individuele variaties. De werkelijke gemiddelde individuele variaties zijn dus zeker kleiner dan in de bovengenoemde tabel opgegeven is.

In dit hoofdstuk nu wordt getracht ons een denkbeeld te vormen van de afwijkingen die we gevonden zouden hebben, wanneer alleen de eerste oorzaak, de meetfouten, gewerkt had. Door vergelijking van deze berekende afwijkingen met de werkelijk gevondene is dan iets te weten te komen over de rol, die de tweede oorzaak, de individuele variaties, heeft gespeeld.

De hiervoor gebruikte methode berust op de volgende gedachten-gang: Wanneer we van ieder van twee verschillende tijdstippen twee of meer fotogrammen verkregen hebben, kunnen we door vergelijking van de fotogrammen van één tijdstip onderling een indruk krijgen van de nauwkeurigheid, die de uitslagen op deze fotogrammen hebben. We kunnen dan voorspellen welke spreiding van de punten we als gevolg hiervan zullen krijgen, wanneer we op de bekende wijze (Hoofdstuk II, § 1) de beide groepen foto-

grammen, die met de verschillende tijdstippen corresponderen, grafisch vergelijken. Is de gevonden spreiding groter dan de voorspelde, dan kan deze grotere spreiding het gevolg zijn van individuele variaties in de aequivalente breedten van de Fraunhoferlijnen.

Bij het uitvoeren van dit programma doen zich enkele complicaties voor, doordat we bij het uitzetten quotienten hebben gebruikt; daarom zullen we eerst een overzicht geven van enkele te gebruiken formules.

§ 2. Formules.

In deze paragraaf zijn steeds x en y onafhankelijk van elkaar gemeten grootheden, en z een hieruit berekende grootheid. Met η_x , η_y en η_z wordt bedoeld de gemiddelde fout in x , y en z .

De eerste formule, algemeen bekend voor de middelbare fouten, geldt in 't geval van een toevalsverdeling natuurlijk ook voor de daarmee evenredige gemiddelde fouten.

1. Is $z = x + y$, dan is:

$$\eta_z^2 = \eta_x^2 + \eta_y^2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (1).$$

Dit is uit te breiden voor een som van 3 of meer termen.

2. Men zet grafisch $z = \frac{x}{y}$ uit tegen x . Veronderstellen we verder, dat hierin y , afgezien van de fouten, een functie $f(x)$ van x is. De verkregen punten in de grafiek zullen dan spreiden om de kromme $\frac{x}{f(x)}$. We nemen aan dat er voldoende punten zijn om deze kromme nauwkeurig te trekken.

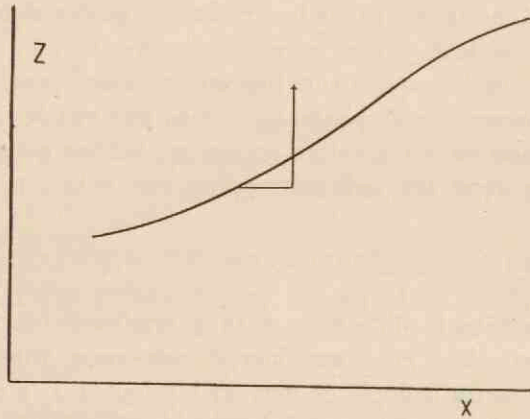
Zijn nu Δx en Δy de fouten in de waargenomen grootheden x en y , Δz de hieruit te berekenen fout in z , δ de hierdoor veroorzaakte afwijking van het punt t.o.v. de kromme, en tenslotte m de helling van de kromme in de buurt van het beschouwde punt, dan is (fig. 6):

$$\delta = \Delta z - m \Delta x.$$

Substitueert men hierin

$$\Delta z = \frac{1}{y} \Delta x - \frac{x}{y^2} \Delta y,$$

Fig. 6.



dan komt men tot

$$\delta = \left(\frac{1}{y} - m\right) \Delta x - \frac{x}{y^2} \Delta y$$

Na kwadrateren en sommeren over een groot aantal gevallen, vallen de termen met $\Delta x \cdot \Delta y$ weg, daar de kansen op termen met tegengesteld teken even groot zijn. Zo verkrijgt men een formule voor de middelbare afwijkingen. Vervangen we deze door de daarmee evenredige gemiddelde afwijkingen, dan verkrijgt men voor de gemiddelde afwijking $\bar{\delta}$ van de punten t.o.v. de kromme, de volgende formule:

$$\bar{\delta}^2 = \left(\frac{1}{y} - m\right)^2 \eta_x^2 + \frac{x^2}{y^4} \eta_y^2,$$

$$\text{of } y^4 \bar{\delta}^2 = y^2 (1 - my)^2 \eta_x^2 + x^2 \eta_y^2 \quad \dots (2).$$

Alle hierin voorkomende grootheden kunnen nog van x afhangen: de formule geldt voor ieder stukje van de kromme.

3. Worden toevallige afwijkingen δ veroorzaakt door samenwerking van twee van elkaar onafhankelijke oorzaken I en II, die ieder afzonderlijk afwijkingen, resp. groot δ_I en δ_{II} zouden doen ontstaan, zodat $\delta = \delta_I + \delta_{II}$ is, dan komt men door kwadrateren,

sommen over een groot aantal gevallen, en vervangen van de middelbare door de gemiddelde afwijking tot de betrekking

$$\bar{\delta}^2 = \bar{\delta}_I^2 + \bar{\delta}_{II}^2 \dots \dots \dots (3).$$

§ 3. *Methode en toepassing.*

We zullen de methode demonstreren aan de vergelijking van de groepen fotogrammen 3 en 1, gebruikt voor het golfengtegebied 4165 — 4290 Å (zie Hfdst. II, § 4).

Evenals in Hoofdstuk II, § 4, was het lijnenmateriaal ingedeeld in 3 groepen, volgens opklimmende lijnsterkte. De lijnen van één groep hebben dan op de fotogrammen uitslagen van ongeveer dezelfde precisie: immers, de gemiddelde fouten η_{3a} , η_{3b} , enz. van u_{3a} , u_{3b} , enz. zijn functies van de lijnsterkte (men bedenke dat b.v. de plaatkorrel bij gemiddelde zwarting meer invloed heeft op de fotometeruitslag dan bij zeer geringe of zeer grote zwarting).

Volgens § 1 van dit Hoofdstuk moeten we nu achtereenvolgens vergelijken 3a met 3b, 1a met 1b, en ten slotte 3 met 1.

Tabel 6 geeft een overzicht van de hiervoor gebruikte grafische voorstellingen, waarbij voor ieder van deze is opgegeven de waarde van de gemiddelde afwijkingen δ in verticale richting van de punten tot de kromme, voor de drie groepen van lijnen.

TABEL 6

Gemeten gem. afw. voor:	Groep I	Groep II	Groep III
Graf. voorst. 1. $\frac{u_{3b}}{u_{3a}}$ tegen u_{3b}	$\bar{\delta}_1 = 0,015$	0,015	0,021
Graf. voorst. 2. $\frac{u_{1b}}{u_{1a}}$ tegen u_{1b}	$\bar{\delta}_3 = 0,021$	0,025	0,022
Graf. voorst. 3. $\frac{u_1}{u_3}$ tegen u_1 .	$\bar{\delta} = 0,014$	0,017	0,018

Het plan is nu dus, voor iedere groep, uitgaande van $\bar{\delta}_3$ en $\bar{\delta}_1$, te berekenen de waarde $\bar{\delta}_f$, die $\bar{\delta}$ zou hebben, wanneer er geen

variaties waren, en vervolgens deze berekende waarde te vergelijken met de gevondene.

Beperken we ons voorlopig tot groep I. We kiezen eerst een stel bij elkaar behorende waarden voor u_{3a} , u_{3b} enz. tot en met u_3 , zodat ongeveer de helft van de spectraallijnen van groep I grotere u_{3a} enz. heeft, en de andere helft kleinere. We nemen aan, dat de waarden $\bar{\delta}_3 = 0,015$ en $\bar{\delta}_1 = 0,021$ uit de tabel bij dit stel waarden van u_{1a} , enz. behoren.

(De keuze van het stel waarden voor u_{3a} , enz. is enigszins willekeurig. Dit doet er echter niet veel toe, daar $\bar{\delta}_3$ en $\bar{\delta}_1$ volgens de tabel slechts weinig met de lijnsterkte veranderen.)

Op graf. voorst. 1 passen we nu formule 2 toe, in het punt, behorende bij de gekozen u_{3a} en u_{3b} . Dit geeft:

$$u_{3a}^4 \cdot \bar{\delta}_3^2 = u_{3a}^2 (1 - m_3 u_{3a})^2 \eta_{3b}^2 + u_{3b}^2 \eta_{3a}^2. \quad (4)$$

Hierin is m_3 de helling van de grafische voorstelling in het gekozen punt. De enige onbekenden zijn η_{3a} en η_{3b} . Om deze op te lossen, moeten we dus nog een vergelijking hebben.¹⁾

In ons geval zijn u_{3b} en u_{3a} ongeveer evenredig ($u_{3b} \sim 1,2 u_{3a}$), doordat de fotogrammen 3a en 3b afkomstig zijn van spectra van ongeveer gelijke zwarting, en alleen de fotometergevoeligheid in beide gevallen verschilde. We kunnen dus aannemen, dat

$$\eta_{3b} = 1,2 \eta_{3a} \text{ is.} \quad (5)$$

Uit (4) en (5) vinden we nu voor η_{3a} en η_{3b} de waarde 0.0346 en 0.0414, en, daar $u_3 = u_{3a} + u_{3b}$ is, geldt volgens formule 1:

$$\eta_3^2 = \eta_{3a}^2 + \eta_{3b}^2 = 0,00291$$

zodat $\eta_3 = 0,054$ is (d.i. 0,6 % van u_3 ; ook in de andere gevallen is de gemiddelde fout in de u 's door de plaatkorrel niet meer dan 1 %).

¹⁾ Hebben we van een bepaald tijdstip niet 2, maar 3 fotogrammen, dan komen we op deze manier tot 2 vergelijkingen met 3 onbekenden. Ook dan moet er dus nog één bij.

Het is duidelijk, dat niet altijd zo gemakkelijk een 2de vergelijking voor η_{3a} en η_{3b} te vinden is. Dit is het zwakke punt van de methode, ook wanneer we van meer fotogrammen uitgaan: de mathematische beschouwing alleen levert ons een vergelijking te weinig, daar de spreiding van punten om een kromme alleen een verband geeft tussen de precisie in abscis en ordinaat. Er moet dus altijd nog een onderstelling bij gemaakt worden, en het lukt niet altijd hiervoor één te vinden, die fysisch zo plausibel is als in dit geval.

Men zou misschien denken, dat men een tweede vergelijking zou verkrijgen door een willekeurige functie van u_{3a} en u_{3b} tegen een andere, eveneens willekeurige functie van u_{3a} en u_{3b} uit te zetten, en deze grafische voorstelling op een dergelijke manier als graf voorst. 1 te behandelen. Men kan echter algemeen bewijzen, dat men zo tot dezelfde vergelijking in η_{3a} en η_{3b} komt.

Op geheel analoge wijze vinden we $\eta_1 = 0,075$ (ook u_{1a} en u_{1b} zijn practisch evenredig, waardoor we als tweede vergelijking in η_{1a} en η_{1b} kunnen nemen $\eta_{1b} = 1,55 \eta_{1a}$).

In graf. voorst. 3 kunnen we nu tengevolge van de berekende fouten van fotografische aard een gemiddelde afwijking $\overline{\delta f}$ verwachten, te berekenen met formule 2:

$$u_3^4 \overline{\delta f}^2 = u_3^2 (1 - mu_3)^2 \eta_1^2 + u_1^2 \eta_3^2$$

waarin weer m de helling van de grafische voorstelling is voor de gekozen u_1 en u_3 . Hieruit vinden we dan δf voor groep I. Evenzo voor groep II en groep III.

Laten we nu deze vooruitberekende afwijkingen van fotografische oorsprong vergelijken met de waargenomene.

We bepalen daartoe voor iedere groep de verhouding $\frac{\overline{\delta f}}{\delta}$ tussen de berekende en de gevonden gemiddelde afwijking. Noemen we de afwijkingen door de individuele variaties veroorzaakt δ_v , dan is volgens formule 3:

$$\overline{\delta}^2 = \overline{\delta f}^2 + \overline{\delta_v}^2,$$

zodat $\frac{\overline{\delta v}}{\delta} = \sqrt{1 - \left(\frac{\overline{\delta f}}{\delta}\right)^2}$ is.

Met deze factor moeten de waarden voor de gemiddelde indivi-

duale variatie, opgegeven in de tabel op blz. 16, dus vermenigvuldigd worden, om voor de fotografische fouten te corrigeren.

Op dezelfde wijze werden ook de vergelijkingen van 1928 met 1931, en 1934 met 1931, uitgevoerd. (Voor 1928 werd alleen u_2^* gebruikt, en konden η_{2a} en η_{2b} als evenredig beschouwd worden. Voor 1934 werden u_{4a} met u_{4b} en u_{4c} met u_{4b} grafisch vergeleken, terwijl η_{4c} en η_{4b} hier evenredig aangenomen zijn.)

Tabel 7 geeft voor de vergelijkingen van 1920, 1928 en 1934 met 1931 voor de drie groepen van Fraunhoferlijnen in de beide eerste kolommen $\frac{\overline{\delta f}}{\overline{\delta}}$ en $\frac{\overline{\delta v}}{\overline{\delta}}$. In de derde kolom staat de gemiddelde individuele variatie, zoals in de tabel op blz. 27 was aangegeven, en die berekend was door de gevonden afwijkingen geheel aan variaties toe te schrijven. In de vierde kolom vindt men de gemiddelde individuele variaties, gecorrigeerd voor de toevallige fouten, door de waarden uit de derde kolom met de factoren uit de tweede kolom te vermenigvuldigen.

TABEL 7
Vergelijking met 1931.

	$\frac{\overline{\delta f}}{\overline{\delta}}$	$\frac{\overline{\delta v}}{\overline{\delta}}$	Gem. ind. var. (ongecorr.)	Gem. ind. var. (gecorr.)
1920. Groep I	1,28	—	3,2 0/0	0 0/0
" II	1,18	—	3	0
" III	0,89	0,45	2,9 "	1,3 "
1928. Groep I	0,38	0,93	5,1 0/0	4,7 0/0
" II	0,38	0,93	3,6 "	3,3 "
" III	0,24	0,97	5,1 "	4,9 "
1934. Groep I	0,24	0,97	12,7 0/0	12,3 0/0
" II	0,30	0,96	8,2 "	7,9 "
" III	0,41	0,92	4,1 "	3,8 "

Naar aanleiding van deze tabel willen we de volgende opmerkingen maken:

1. De nauwkeurigheid van de berekening van $\overline{\delta f}$ moet men niet

overschatten. Elke groep bevatte 16 of 17 lijnen; de gemiddelde afwijkingen op de grafische voorstellingen zijn dus steeds gemiddelden van slechts 16 of 17 afwijkingen, zodat de middelbare fout in gemiddelde afwijkingen nog ongeveer $\frac{1}{\sqrt{2 \times 16}} = 18\%$ bedraagt. Ook is nergens rekening gehouden met de fouten in het trekken van de krommen. Dat de beide eerste getallen in de kolom voor $\frac{\delta f}{\delta}$ groter dan 1 zijn, wordt misschien geheel door deze beide factoren veroorzaakt.

2. Voor zover de lijnen niet als alleenstaand en enkelvoudig te beschouwen zijn, of wanneer de invloed van de eigen vorm van de lijnen niet te verwaarlozen is, kunnen oorzaken als verschil in oplossend vermogen, Eberhard-effect gecombineerd met verschil in zwarting, enz. bij vergelijking van twee opnamen de spreiding in de grafische voorstelling vergroten. Daar de opnamen van één tijdstip meestal weinig in zwarting verschilden, met dezelfde spectrograafinstellingen dikwijls op dezelfde plaat opgenomen en met dezelfde ontwikkelaar ontwikkeld waren, gelijken zij stellig meer op elkaar dan 2 opnamen die in verschillende jaren gemaakt zijn. De berekende δ_f is dus systematisch te klein, en dus de gecorrigeerde waarde van de gemiddelde individuele variatie systematisch te groot.

Het is moeilijk deze foutenbronnen quantitatief in rekening te brengen: hiervoor zou een speciaal onderzoek nodig zijn. Er is echter alle reden om aan te nemen, dat de individuele variaties in werkelijkheid gemiddeld ten hoogste 5% van de aequivalente breedte bedragen. We herinneren er bovendien nog aan, dat voor de bewerkte opnamen geen geïntegreerd zonlicht gebruikt is, waardoor een deel van de variaties misschien nog aan plaatselijke verschillen op de zonneschijf te wijten is.

Dat juist de vergelijking tussen de jaren 1920 en 1931 vrijwel geen variaties oplevert, zou in verband kunnen staan met de elfjarige periode in de verschijnselen op de zon; deze overweging zou voor de realiteit van de variaties spreken.

§ 4. *Conclusies.*

Volgens 1^o en 2^o van Hoofdstuk III, § 3 hadden we nog de keus tussen de beide volgende mogelijkheden.

1. De individuele variaties van de Fraunhoferlijnen zijn klein t.o.v. de meetnauwkeurigheid.

2. De waargenomen afwijkingen zijn voor een groot deel, of in hoofdzaak te wijten aan individuele variaties, en deze hebben een toevalsverdeling. Ze zijn echter in het algemeen binnen enkele uren weer verdwenen (wegens het ontbreken van correlatie tussen twee opnamen van één dag).

De uitkomsten van de vorige paragraaf geven geen duidelijke beslissing tussen beide mogelijkheden. De zeer snelle wisselingen, nodig voor 2^o, lijken a priori onwaarschijnlijk. Willen we het aannemen hiervan vermijden, dan moeten we aannemen dat de gecorrigeerde gemiddelde individuele variaties uit de tabel van blz. 52 nog aanzienlijk te groot zijn. De schatting van ten hoogste 5% gemiddelde individuele variatie, in de vorige paragraaf gedaan, lijkt ons zeker niet te klein en waarschijnlijk veel te groot.

HOOFDSTUK V.

SYSTEMATISCHE VARIATIES VAN ALLE LIJNEN.

§ 1. *Metingen.*

Reeds in de inleiding hebben wij, in verband met de aard van het te bewerken materiaal en de mede daardoor bepaalde methode, de eventueel te vinden variaties in de aequivalente breedten van Fraunhoferlijnen gesplitst in systematische en individuele variaties. Het is in de voorafgaande Hoofdstukken gebleken, dat de individuele variaties in elk geval te klein zijn om door directe meting van de aequivalente breedte gevonden te kunnen worden. Bij dergelijke metingen maakt men toch gemakkelijk fouten van 15 % en meer.

Wat nu betreft de systematische variaties lijkt het onwaarschijnlijk dat deze meer zouden bedragen dan de individuele. Op allerlei veranderingen in de zonne-atmosfeer die we als oorzaken voor variaties van de Fraunhoferlijnen kunnen bedenken, zoals wijziging (algemeen of plaatselijk) van temperatuur, druk of samenstelling, zullen de verschillende lijnen geheel verschillend reageren: sommige zullen sterker, andere zwakker worden; dit zal afhangen van grootheden als de aanslagpotentialiaal van het absorberend niveau en de ionisatiepotentialiaal. Bij onze kunstmatige splitsing van de variaties in individuele en systematische zullen dus de individuele overwegen (de systematische variaties moeten voor lijnen, die bij het begin van de verandering dezelfde aequivalente breedte hadden, gelijk zijn). Nu zijn de individuele variaties veel te klein gebleken om direct te meten, voor de systematische variaties geldt dit dus nog veel meer!

Maar misschien is onze fantasie betreffende oorzaken van varia-

ties te beperkt geweest, en zijn er toch grotere systematische variaties mogelijk.

Om hier iets over te weten te komen, zijn op een viertal oudere platen, waarop wel zwartingsmerken aanwezig waren, van drie lijnen de aequivalente breedten bepaald.

De drie lijnen zijn uit het in Hoofdstuk III, § 2, behandelde golflengtegebied. Daar het hier niet ging om de werkelijke aequivalente breedten van deze lijnen, maar om hun veranderingen, werden de kleinere lijntjes op de vleugels meegerekend. (Eigenlijk werd dus bepaald de verdwenen energie tussen twee vaste golflengten aan weerszijden van de lijn.)

Voor twee van de lijnen is het materiaal met eigen opnamen aangevuld. Hierbij is tevens een onderzoek ingesteld naar de invloed van plaatsoort en ontwikkelaar en naar verschillen bij gebruik van het eerste- of tweede-orde-spectrum van het rooster.

Tabel 8 geeft een overzicht van het geheel. Kolom 1 geeft de

TABEL 8

1	2	3			5	6	7
		Datum	Aequivalente breedte				
		4033,077	4034,494	4041, ²⁸⁵ ₃₇₉			
1	2 Nov. '29	618	383	220	II	—	—
2	?	539	321	215	II	—	—
3	ong. 1928'-30	462	331	261	I	—	—
4	id.	677	413	299	I	—	—
5	4 Juni '35		308	229	II	Ilford	metholhydr.
			339	258	I		
6	id.		309	231	II	Ilford	metholhydr.
			337	242	I		
7	22 Juni '35		359	271	II	Agfa	metholhydr.
8	id.		521	292	II	Ilford	rodinal.
9	id.		483	255	II	Ilford	metholhydr.

data van de opnamen, voor zover bekend, de kolommen 2 t/m 4 de gemeten aequivalente breedten in milli-Ångströms voor de drie lijnen, reeds gecorrigeerd voor spookbeelden (in 1ste orde 1 %, in 2de orde 5 %). De kolommen 5, 6 en 7 bevatten gegevens over resp. orde, plaatsoort en ontwikkelaar.

De platen 5 en 6 zijn direct na elkaar belicht, evenals de platen 7, 8 en 9. Het blijkt dat de verschillen tussen de op deze opnamen gemeten aequivalente breedten onderling van dezelfde orde is, als tussen de uitkomsten voor verschillende tijdstippen. 1) Van duidelijk boven de fouten uitkomende variaties is dus geen sprake.

Opvallend is de betere overeenstemming tussen de waarden van opnamen 5 en 6, waar orde, plaatsoort en ontwikkelaar gelijk genomen zijn. Ook alle instellingen van de spectrograaf, zoals spleetbreedte, focussing, helling van de plaat, ligging van de trapverzwakker, waren bij de beide opnamen gelijk. De metingen zijn dus veel beter reproduceerbaar, wanneer men de omstandigheden zo min mogelijk varieert²⁾, wat ook wel vanzelf spreekt.

Men kan dus de nauwkeurigheid van een onderzoek naar variaties belangrijk opvoeren, door hiervoor een speciale reeks opnamen te gebruiken, onder zo goed mogelijk gelijke omstandigheden genomen. In Hoofdstuk VI is iets dergelijks voor een bepaalde lijn ($H\alpha$) beschreven.

§ 2. *Betere methode.*

In verband met het voorafgaande lijkt ons de meest geschikte methode om systematische variaties op te sporen de volgende:

Twee opnamen worden gemaakt op verschillende tijden, maar overigens onder zo nauwkeurig mogelijk gelijke omstandigheden (zoals belichtingsduur, belichtingsintensiteit, instelling van het spectraal-apparaat, fotografische plaat, ontwikkelaar, duur van en temperatuur bij de ontwikkeling).

Op beide opnamen wordt van een groot aantal lijnen de aequivalente breedte gemeten. De waarden A_1 en A_2 hiervan op de beide tijdstippen worden grafisch tegen elkaar uitgezet en door de zo verkregen punten wordt een kromme getrokken.

1) Ook de metingen van de aequivalente breedte van een zelfde lijn door verschillende goede waarnemers als Allen, Woolley, Shajn, enz. lopen sterk uiteen. De verschillen zijn van dezelfde orde als de in Tabel 8 gegevene (Memoirs of the Commonwealth Solar Observatory 5, 1934, vooral deel I, blz. 18—20).

2) Zie ook Diss. Mulders, blz. 20.

De afwijkingen van deze kromme van de lijn door de oorsprong, die hoeken van 45° maakt met de assen, geeft de systematische variaties (als functie van de aequivalente breedte). De afwijkingen van de punten van de kromme zijn te wijten aan fouten en aan individuele variaties. De fouten zijn misschien gemiddeld ongeveer 10 %, de relatieve variaties hoogstens enkele procenten van de aequivalente breedte (zie Hoofdstuk III, § 3). Een systematische variatie van niet minder dan 5 % zou dus waarschijnlijk nog wel te meten zijn.

§ 3. *Conclusies.*

In de inleiding is de eventuele totale variatie van een Fraunhoferlijn opgevat als de som van een systematische variatie (die de lijn gemeenschappelijk uitvoert met lijnen van dezelfde sterkte) en een individuele variatie. Het bleek in de vorige Hoofdstukken dat de relatieve variaties klein zijn (gemiddeld kleiner dan 5 % van de aequivalente breedte). In § 1 van dit Hoofdstuk is getracht plausibel te maken, dat de variaties klein zijn t.o.v. de individuele. Om dit te bewijzen waren onze metingen niet talrijk en nauwkeurig genoeg (in de vorige paragraaf wordt een betere methode voorgesteld), ze spraken het echter ook niet tegen.

Waarschijnlijk bedragen dus ook de totale variaties van de Fraunhoferlijnen, zo ze al bestaan, gemiddeld niet meer dan b.v. 5 % van de aequivalente breedte.

HOOFDSTUK VI.

VARIATIES IN DE CENTRALE INTENSITEIT VAN $H\alpha$ (6563 Å).

§ 1. *Metingen.*

Het tot hertoe beschreven deel van het onderzoek behandelt uitsluitend lijnen van gemiddelde sterkte (Rowlandsterkte 2 t/m 8). Deze beperking had zijn oorzaak in de bewerkingsmethode van Hoofdstuk II en III. Voor zwakkere lijnen is deze te onnauwkeurig; de fotometeruitslagen voor de lijncentra verschillen dan te weinig met die voor het continuüm, zodat een verandering van enkele procenten in de aequivalente breedte een verandering in de uitslag ten gevolge heeft, die te klein t.o.v. de plaatkorrel is om te meten. Voor sterkere lijnen is de methode ongeschikt, daar hun aantal in een bepaald golflengtegebied te klein is om voldoende punten in onze grafische voorstelling te leveren; er zijn er dan zo weinig, dat men de kromme er altijd door zal trekken, en men dus in het geheel geen afwijkingen vindt. Bij de sterke lijnen zou men echter van een meer rechtstreekse methode resultaten verwachten.¹⁾

Wij hebben daarom getracht eventuele variaties te meten in de centrale intensiteit van de rode waterstoflijn $H\alpha$ (6563 Å), in het spectrum van het gewone, *geïntegreerde* zonlicht. Hiertoe zijn twee reeksen opnamen gemaakt, die hieronder beschreven worden.

Eerste reeks. De eerste reeks loopt van 12 Juli 1935 tot en met 21 September 1935 en bestaat uit 7 opnamen, alle in de 1ste orde van het rooster. Spleet en focussering van de spectrograaf, en

¹⁾ Kharadse meent in enige sterkere lijnen variaties gevonden te hebben. (Zs. f. Astroph. 10, 339, 1935). Hij gebruikte echter niet geïntegreerd zonlicht.

helling van de fotografische plaat, werden voor alle opnamen op dezelfde waarden ingesteld; ook plaatsoort, ontwikkelaar en ontwikkeltijd werden in de loop van de reeks niet gewijzigd. Over de spleet werd steeds een trapverzwakker gelegd.

Op de gewone manier werd nu de verhouding bepaald tussen de centrale intensiteit van $H\alpha$ en het gemiddelde van de intensiteiten in twee plaatsen van het continuum op gelijke afstanden aan weerszijden van de lijn. Zowel de centrale intensiteit als de waarde van het continuum werden afgeleid van de twee of drie trapjes, die daarvoor de meest geschikte zwarting hadden, en gemiddeld.

Tabel 9 geeft de resultaten.

TABEL 9

Datum	Centr. int. van $H\alpha$ in % van het cont.
12 Juli 14.15	19,5
17 Juli 12.—	19,6
3 Sept. 15.—	17
6 Sept. 11.10	17,4
10 Sept. 11.45	20,8
12 Sept. 14.20	21,0
21 Sept. 11.—	17,8

De verschillen tussen deze uitkomsten zijn niet groter, dan wat men als fout in dergelijke metingen kan verwachten. Bovendien blijken de getallen beter overeen te stemmen, wanneer in de tijd tussen twee opnamen niets aan de instelling van de spectrograaf veranderd was geweest. Besloten werd daarom de reeks af te breken, en eerst de methode te verfijnen.

Tweede reeks. De volgens deze verbeterde methode opgenomen tweede reeks bevat 38 opnamen uit het tijdvak van 13 Januari 1936 tot en met 4 April 1936. Gedurende deze gehele tijd is niets veranderd aan de instelling van de spleet, de scherpstelling, de helling van de plaat en de ligging van de trapverzwakker over de spleet, behalve op de 4de Maart, op welke datum de spleet schoongemaakt is. Alle opnamen zijn ontwikkeld met dezelfde metolborax-ontwikkelaar, bewaard in een aantal met paraffine luchtdicht afgesloten

flesjes. Er is verder voor gezorgd, dat de gebruikte platen van dezelfde emulsie waren.

Ongeveer 3 cm. voor de fotografische plaat was een zwart scherm aangebracht, waarin zich drie rechthoekige gaten bevonden. Door het middelste hiervan viel het licht van $H\alpha$, terwijl de beide buitenste twee stukjes van het continuum aan weerszijden van $H\alpha$ doorlieten. Voor de laatstgenoemde twee openingen waren rookglasjes bevestigd, waardoor het continuum zodanig verzwakt werd, dat de intensiteit ongeveer gelijk aan de centrale intensiteit van $H\alpha$ was. Deze glasjes waren scheef geplaatst, 1° . om te vermijden, dat het door de fotografische plaat diffuus gereflecteerde licht weer door de glasjes naar de te onderzoeken delen van de plaat teruggekaatst werd, en 2° . om, door verandering van hun helling, op de gewenste verzwakking te kunnen instellen.

Bepaald werd nu de verhouding van de centrale intensiteit van $H\alpha$ tot het gemiddelde van de beide intensiteiten in het verzwakte continuum aan weerszijden van $H\alpha$; deze drie waarden werden afgeleid uit éénzelfde trapje van het spectrum. Hiervoor is slechts een zeer klein gedeelte van de zwartingskromme nodig, daar de drie gemeten intensiteiten ongeveer gelijk zijn. Fouten in de zwartingskromme hebben dus zeer weinig invloed. De bepaalde verhouding is een getal in de buurt van 1.

Bij de voorbereidende metingen bleek al dat de zo verkregen uitkomsten systematisch verschilden voor de verschillende trapjes. Dit kan veroorzaakt worden door Eberhard-effect of door vals licht; om dit uit te maken werd de belichtingstijd (dus ook de zwarting) gevarieerd. Op de uitkomst van één trapje bleek dit geen invloed te hebben. Het Eberhard-effect speelt hier dus geen rol; de verschillen waren echter kwantitatief te verklaren door een hoeveelheid vals licht van ongeveer 4 % van de intensiteit van het continuum aan te nemen in het licht voordat het de rookglasjes bereikt. Men leert hieruit, dat alleen de uitkomsten van één zelfde trapje van de verzwakker met elkaar vergeleken mogen worden.

¹⁾ Natuurlijk geldt dit bedrag alleen voor het golflengtegebied nabij $H\alpha$ in de 1ste orde.

Om steeds zo goed mogelijk dezelfde trapjes in het bruikbare zwartingsgebied te houden, werd tijdens de fotografische opname de intensiteit van het opvallende zonlicht gemeten met een thermoelement, en de belichtingstijd naar aanleiding hiervan vastgesteld.

In fig. 7 ziet men de verkregen getallen als functie van de tijd, van boven naar beneden voor de 5 trapjes, te beginnen met datgene, wat op de fotografische plaat het lichtste was; daarna het gemiddelde voor de eerste vier trapjes tenslotte het gemiddelde van de uitkomsten voor het tweede en derde trapje.

De 20 opnamen vóór en de 18 na 4 Maart zijn als afzonderlijke reeksen behandeld. Bij de 2 onderste lijnen bedraagt de maximale afwijking van het gemiddelde niet meer dan 4 of 5 % (de gemiddelde afwijking is 1,6 %). Gedurende het onderzochte tijdvak ligt de eventuele variatie van de centrale intensiteit van $H\alpha$ dus ook binnen deze grenzen, en is deze dus nooit groter geweest dan 1 % van de intensiteit van het continuum.

§ 2. Verband tussen centrale intensiteit en flocculi.

Men kan de zon fotograferen, alleen met licht van het centrum van $H\alpha$. Op zo'n spectroheliogram ziet men gedeelten, die lichter zijn dan hun omgeving: de heldere waterstofflocculi. Ook zijn er donkere plaatsen, in de regel zeer langgerekt van vorm: de donkere waterstofflocculi (filaments, absorption markings). Het gedeelte van de zonneshijf, ingenomen door deze lichte en donkere flocculi, wisselt voortdurend. Ook de intensiteiten in de flocculi zijn ongelijk.

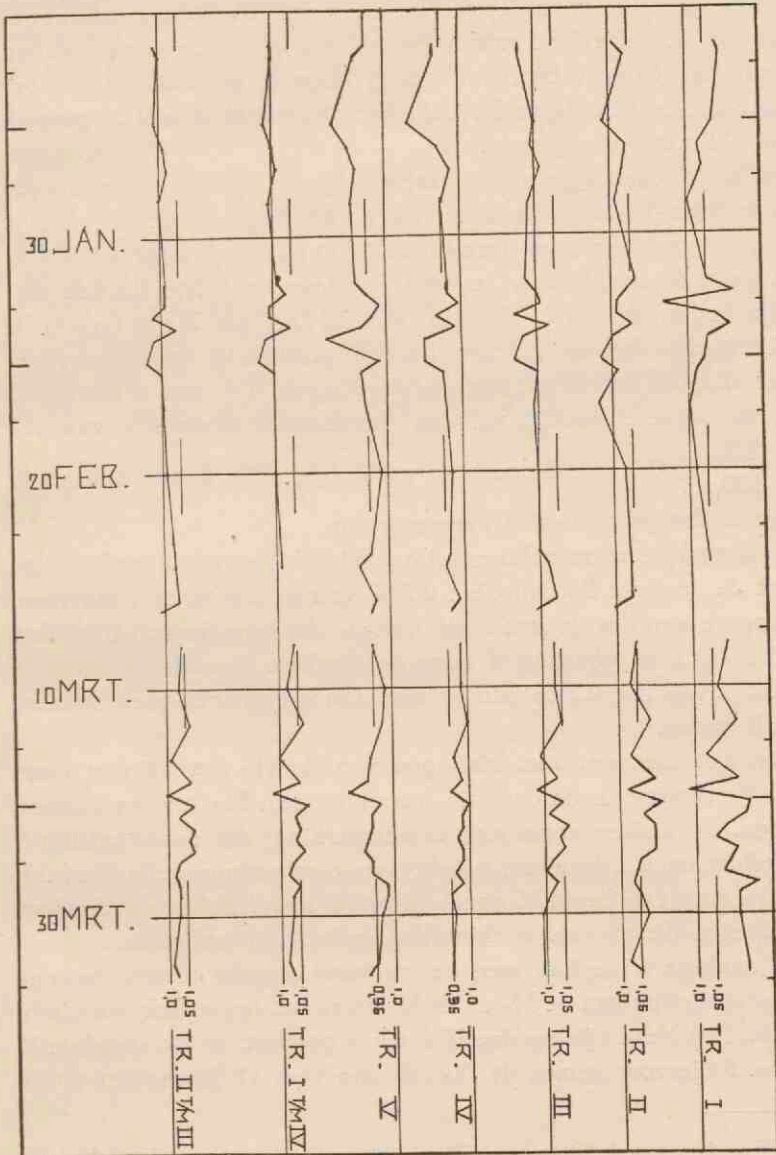
We willen nu de volgende vraag beantwoorden: hoe groot zijn de variaties die we in de centrale intensiteit van $H\alpha$ in het geïntegreerde zonlicht tengevolge van de wisselingen in oppervlak en helderheid van de flocculi kunnen verwachten, aangenomen dat in gebieden buiten de eigenlijke flocculi deze intensiteit niet verandert?

Gegevens over deze wisselingen over vele jaren hebben we in de dagelijkse schattingen, gedaan door een aantal observatoria.¹⁾ Het uiterlijk van het $H\alpha$ -spectroheliogram, voor zover betreft b.v. de lichte waterstofflocculi, wordt gewaardeerd met een getal van

¹⁾ Character Figures of Solar Phenomena (Eidgen. Sternwarte in Zürich).

Fig. 7.

CENTR. INT. Hg.



1 tot en met 5, verkregen door vergelijking van het spectroheliogram met een vijftal standaardopnamen. Bij deze schattingen zal zowel oppervlak als helderheid van de flocculi gewicht in de schaal hebben gelegd. Een cijfer 1 betekent weinig flocculi, een schatting 5 betekent veel, of lichtsterke flocculi. Een dergelijke schaal is voor de donkere flocculi vastgesteld.

Om deze schattingen min of meer te ijken, hebben wij op standaard-opname 5 voor de heldere flocculi het deel van de zonneschijf bepaald, ingenomen door deze flocculi. Dit bedraagt ongeveer 2,5 % (Dit getal is slechts ruw te bepalen, daar de lichte flocculi niet scherp begrensd zijn). Volgens Woolley en Newton¹⁾ is de intensiteit van de heldere flocculi gemiddeld ongeveer 40 % groter dan de intensiteit buiten de flocculi. Bij een schatting 5 voor de heldere flocculi zal dus de centrale intensiteit van $H\alpha$ $1 + \frac{2,5}{100} \times 0,4 = 1,01$ maal zo groot (dus 1 % meer) zijn, als in het geval dat geen flocculi aanwezig zijn.

Op dergelijke wijze hebben wij bepaald, dat op standaardopname 5 voor de donkere flocculi deze 0,7 % van de zonneschijf innemen. Nemen we aan dat de intensiteit van de donkere flocculi 0 is, dan zal dus bij een schatting 5 voor de donkere flocculi de centrale intensiteit van $H\alpha$, 0,7 % minder zijn, dan wanneer er geen donkere flocculi waren.

Men ziet dus, dat veranderingen van de $H\alpha$ -flocculi niet meer dan 1 % variatie in de centrale intensiteit van $H\alpha$ teweeg kunnen brengen. Bovendien neme men in aanmerking, dat een schatting 5 zeer zeldzaam is (de meest voorkomende schattingen zijn 2 of 3), en dat er op een bepaald ogenblik altijd zowel lichte als donkere flocculi zijn, die elkaars werking dus gedeeltelijk opheffen.

Op analoge wijze kan men het verband nagaan tussen de centrale intensiteiten van de H- en de K-lijn en het oppervlak van Ca^{+} -flocculi. Ook deze zijn op dezelfde wijze geschat: op de standaardopname 5 hiervoor nemen de flocculi ongeveer 11 % van het totale

¹⁾ Woolley and Newton, Observations of Intensity with a Spectrohelioscope, M. N. 96, 5, 1935. Zie tabel op blz. 12.

oppervlak in (donkere Ca^+ -flocculi zijn er niet). Nemen we aan, dat ook in de Ca^+ -flocculi de intensiteit gemiddeld 1,4 maal zo groot is als de intensiteit er buiten, en dat deze laatste niet verandert, dan zal de centrale intensiteit van de H- of de K-lijn bij een schatting $5, 1 + \frac{11}{100} \times 0,4 = 1,04$ maal zo groot zijn, als wanneer er geen flocculi waren. De veranderlijkheid van de Ca^+ -flocculi kan dus aan de centrale intensiteit van de H- en de K-lijn hoogstens een variatie van 2 % om het gemiddelde geven, d.i. ongeveer tweemaal zo groot als bij $\text{H}\alpha$.

Echter moeten we er bij de H- en K-lijn met hun dubbele omkeringen terdege op letten, hoe groot het golflengtegebiedje in het centrum van de lijn was, dat voor de spectroheliogrammen werd gebruikt. Ook de waarde 1,4 is hier zeer uit de lucht gegrepen.

HOOFDSTUK VII.

VARIATIES VAN FRAUNHOFERLIJNEN IN VERBAND MET TEMPERATUURSVERANDERINGEN VAN DE ZONNE-ATMOSFEER EN VARIATIES IN DE ZONNECONSTANTE.

§ 1. *Inleiding.*

Variaties in de sterkte van Fraunhoferlijnen zouden door velerlei oorzaken kunnen ontstaan: één hiervan is een temperatuurfluctuatie op de zon. In dit hoofdstuk zal onderzocht worden, welke invloed een temperatuursverandering van dat deel van de zon, waarvan wij straling ontvangen, heeft op de intensiteiten van de Fraunhoferlijnen. Omgekeerd kunnen we dan trachten gevonden variaties te beschrijven door een temperatuursverandering.

Met deze temperatuursverandering moet tevens gepaard gaan een verandering in de zonneconstante, d.i. het aantal calorieën dat de straling van de zon per minuut bij loodrechte inval aan een vlakje van 1 cm² op aarde zou toevoeren, wanneer er geen absorptie door de aardse dampkring was. A b b o t t meent veranderingen tot 3 % toe in deze zonneconstante gevonden te hebben, ¹⁾ maar van verschillende zijden worden zijn uitkomsten betwist; uit de fotoelectrische waarneming der planeten schijnt wel te volgen, dat de variaties in de zonneconstante niet meer dan 1 % kunnen bedragen. ²⁾ In elk

¹⁾ Annals of the Astroph. Obs. of the Smithsonian Inst., Vol. 5, vooral blz. 278—286.

²⁾ Veröff. Berlin-Babelsberg I, Heft 1, 1914 en II, Heft 3, 1918.
W. E. B e r n h e i m e r, Seelinger-Festschrift, blz. 472, 1924.

geval levert ons de studie der lijnvariaties een onafhankelijke methode om na te gaan, of deze uitkomsten waarschijnlijk zijn. ¹⁾

§ 2. *Verband tussen temperatuur en lijnsterkte.*

De invloed van de temperatuur op de sterkte van een bepaalde lijn laat zich splitsen in de volgende stappen:

1°. De invloed van de temperatuur op het aantal deeltjes, dat in staat is de beschouwde lijn te absorberen of te verstrooien, en

2°. De invloed van dit aantal deeltjes op de intensiteit van de lijn.

We zullen deze beide punten achtereenvolgens behandelen. Het probleem is eigenlijk een bijzonder geval van de vergelijking der Fraunhoferlijnen van verschillende sterren, met dit voorbehoud, dat hier alleen kleine temperatuursveranderingen worden beschouwd en gedetailleerder onderzocht.

1. Een temperatuursverandering in een gasmengsel heeft tot gevolg een wijziging in: a) de verdeling van de atomen of ionen over de verschillende mogelijke energietoestanden, en b) de ionisatiegraad.

In de zonne-atmosfeer met zijn betrekkelijk lage temperatuur bevindt zich het merendeel der deeltjes in hun grondtoestand, en komen ionisatietoestanden, hoger dan de eerste, practisch niet voor.

Veronderstellen we, zoals tot nu toe in theorieën over sterre-atmosferen te doen gebruikelijk is, dat er in de dampkring van de zon plaatselijk thermodynamisch evenwicht heerst, dan geldt volgens de ionisatieformule van Saha voor een bepaald element:

$$\frac{N_i}{N_a} = CP^{-1} T^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{Z_i}{kT}}$$

waarin

N_i = het aantal ionen van het element (b.v. boven 1 cm² van de fotosfeer).

N_a = het aantal atomen van het element.

¹⁾ Moore meent enige correlatie gevonden te hebben tussen intensiteiten van sterke lijnen en de zonneconstante (*Annals of the Astroph. Obs. of The Smithsonian Inst.*, Vol. 4, blz. 186).

P = de electronendruk.

T = de temperatuur.

χ_i = de ionisatieenergie.

k = de constante van Boltzmann.

C = een constante, bepaald door de gebruikte eenheden.

Schrijven we de formule verkort als

$$\frac{N_i}{N_a} = F \dots \dots \dots (1).$$

en noemen we nog het constante totale aantal deeltjes van het beschouwde element N , dan is, daar we het voorkomen van hogere ionisatietoestanden verwaarlozen,

$$N_a + N_i = N \dots \dots \dots (2).$$

Uit (1) en (2) volgt:

$$N_a = \frac{1}{F+1} N \dots \dots \dots (3a).$$

$$\text{en } N_i = \frac{F}{F+1} N \dots \dots \dots (3b).$$

Practisch zijn N_a en N_i ook het aantal atomen, resp. ionen in de grondtoestand. Het aantal atomen n_a in een hogere toestand met aanslagenergie χ , wordt dus gegeven door de formule

$$\frac{n_a}{N_a} = qe^{-\frac{\chi}{kT}}$$

waarin q de constante verhouding tussen de statische gewichten van aangeslagen toestand en grondtoestand is. Substitueren we hierin de waarde van N_a volgens (3a), dan komt er

$$n_a = Nq \frac{1}{F+1} e^{-\frac{\chi}{kT}} \dots \dots \dots (4a).$$

Evenzo geldt voor het aantal ionen n_i in een toestand met aanslag energie χ de betrekking

$$\frac{n_i}{N_i} = qe^{-\frac{\chi}{kT}},$$

waaruit in verband met (3b) volgt

$$n_i = Nq \frac{F}{F+1} e^{-\frac{\chi}{kT}} \dots \dots \dots (4b).$$

We willen nu weten hoe n_a en n_i reageren op temperatuursveranderingen. Daar ons alleen de procentuele verandering van n_a en n_i interesseert, differentiëren we (4a) en (4b) logarithmisch. Dit voert tot

$$\frac{d \log n_a}{dT} = \frac{\chi}{kT^2} - \frac{1}{F+1} \frac{dF}{dT} \dots \dots \dots (5a).$$

$$\text{en } \frac{d \log n_i}{dT} = \frac{\chi}{kT^2} + \frac{F(F+1)}{1} \frac{dF}{dT} \dots \dots \dots (5b).$$

Hierin moeten we nog substitueren

$$F = CP^{-1} T^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{\chi_i}{kT}}. \text{ Om redenen die later zullen}$$

blijken beschouwen we bij het differentiëren hiervan P als constant. De vergelijkingen (5a) en (5b) gaan zo over in:

$$\frac{d \log n_a}{dT} = \frac{\chi}{kT^2} - \frac{\frac{5}{2} T + \frac{\chi_i}{k}}{T^2 + \frac{P}{C} T^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{\chi_i}{kT}}} \dots \dots (6a).$$

$$\text{en } \frac{d \log n_i}{dT} = \frac{\chi}{kT^2} + \frac{\frac{5}{2} T + \frac{\chi_i}{k}}{T^2 + \frac{C}{P} T^{-\frac{9}{2}} e^{-\frac{\chi_i}{kT}}} \dots \dots (6b).$$

Deze formules geven dus, voor atomen en voor ionen, de procentuele verandering per graad temperatuurstijging van het aantal deeltjes van een bepaald element in een bepaalde toestand.

Willen we hiermee verder rekenen, dan moeten eerst ingevuld worden gemiddelde waarden voor T en P voor die lagen van de

zonne-atmosfeer, waar de Fraunhoferlijnen voornamelijk ontstaan. We hebben aangenomen:

$$T = 5600^\circ.$$

$$P = 100 \text{ bar } (= 10^{-4} \text{ atm.}).$$

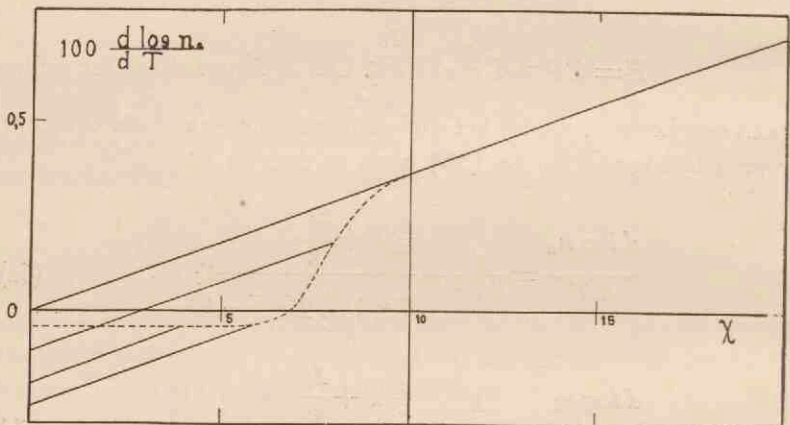
Bij deze eenheden is $C = 0,33$.

Verder drukken we de aanslagpotentiaal χ en de ionisatiepotentiaal χ_i uit in electron-Volts. Na enige herleiding gaan de betrekkingen (6a) en (6b) dan over in:

$$\frac{d \log n_a}{dT} = 10^{-4} \left(3,69 \chi - \frac{14 + 11,6 \chi_i}{3,18 + 4,21 \cdot 10^{0,9 \chi_i - 7}} \right). \quad (7a).$$

$$\text{en } \frac{d \log n_i}{dT} = 10^{-4} \left(3,69 \chi + \frac{14 + 11,6 \chi_i}{3,18 + 2,52 \cdot 10^{7 - 0,9 \chi_i}} \right). \quad (7b).$$

Fig. 8.



Procentuele toename per graad temperatuurstijging van het aantal atomen in een toestand met aanslagpotentiaal χ (in eV. Volts) als functie van χ voor elementen met verschillende ionisatiepotentiaal.

Beschouwen we eerst (7a). Zetten we $\frac{d \log n_a}{dT}$ uit tegen χ (fig. 8), dan krijgen we voor verschillende waarden van χ_i evenwijdige lijnen. Daar $\chi < \chi_i$ moet zijn, liggen de eindpunten van deze lijnen

op de kromme

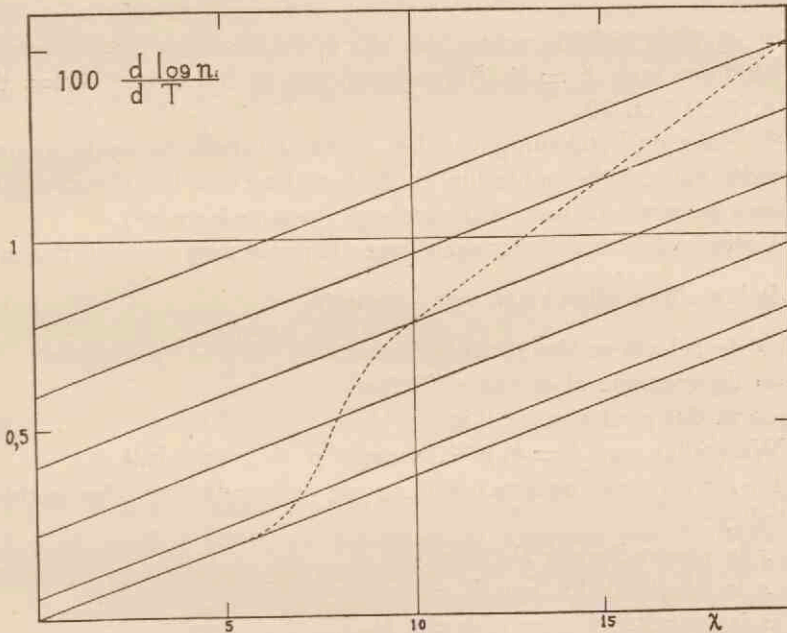
$$y = 10^{-4} \left(3,69 \chi - \frac{14 + 11,6 \chi}{3,18 + 4,21 \cdot 10^{0,9 \chi - 7}} \right),$$

die tot asymptoten heeft ¹⁾

$$y = 10^{-4} \cdot 3,69 \chi$$

$$\text{en } y = 10^{-4} \left(3,69 \chi - \frac{14 + 11,6 \chi}{3,18} \right).$$

Fig. 9.



Procentuele toename per graad temperatuurstijging van het aantal ionen in een toestand met aanslagpotentiaal χ (in el. Volts) als functie van χ voor elementen met verschillende ionisatiepotentiaal.

¹⁾ Houdt men er in de formule van Saha rekening mee, dat de verhouding van de statistische gewichten van 1 kan verschillen, dan moet men voor C een andere waarde substitueren. Dit heeft op de asymptoten van de eindpuntenkromme geen invloed, alleen het overgangsgedeelte verschuift een weinig.

Wil men nu $\frac{d \log n_a}{dT}$ weten voor een atoomtoestand met een gegeven aanslagpotentialiaal χ , van een element met een eveneens bekende ionisatiepotentialiaal χ_i , dan zoekt men eerst op de eindpuntenkromme het punt, waarvan de abscis χ_i is. Daarna gaat men langs het door dit punt gaande exemplaar van het stelsel evenwijdige lijnen tot het punt, waarvan de abscis χ is. De ordinaat van dit laatste punt is dan de gezochte $\frac{d \log n_a}{dT}$. (In fig. 9 zijn getrokken de lijnen voor $\chi_i = 4, 6, 8$ en 10 .)

Ook de vergelijking (7b) is op deze wijze grafisch voor te stellen (fig. 9). Men bedenke echter, dat hier de rechte lijnen niet behoeven te eindigen voor $\chi = \chi_i$. Aangegeven zijn de lijnen voor $\chi_i = 5, 7, 8, 10, 15$ en 20 .

2. Voor de berekening van het verband tussen de aequivalente breedte van een bepaalde lijn en de bezetting van het absorberend niveau gaan we uit van de theorie van P a n n e k o e k ¹⁾.

Volgens deze is de intensiteit in een bepaald punt van een Fraunhoferlijn alleen afhankelijk van $\frac{s}{k}$, waarin

s = de selectieve absorptiecoëfficiënt.

k = de continue absorptiecoëfficiënt.

beide in dat punt van de lijn.

We stellen nog $k = k_0 p^{0.75}$, waarin p de totale druk is.

P a n n e k o e k onderscheidt nu de volgende typische grensgevallen:

- a) s is evenredig met P ,
- b) s is onafhankelijk van P , en
- c) s is omgekeerd evenredig met P .

Is n het aantal deeltjes, dat in staat is, de beschouwde lijn te absorberen, dan geeft de theorie in deze drie gevallen voor de aequivalente breedte A van de lijn:

- a) A is een functie van $\frac{n}{k_0^{1.06}}$

¹⁾ A. P a n n e k o e k, Publ. of the Astr. Inst. Amsterdam, 4, 1935.

b) A is een functie van $\frac{n}{k_0^{0,57}}$, en

c) A is een functie van $\frac{n}{k_0^{0,08}}$.

waarin n wel van T , maar niet meer van P afhangt. Wil men dus berekenen hoe A met T verandert, dan moet men in de formule (4a) of (4b) P als constant beschouwen. Dit was de reden, waarom wij dit op blz. 51 reeds gedaan hebben.

Wanneer alleen n verandert, dan wordt het verband tussen $\log A$ en $\log n$ aangegeven door de groeikromme.¹⁾ In het algemeen geval, wanneer ook k_0 verandert geeft dus deze kromme $\log A$ als functie van $\log \frac{n}{k_0^b}$, waarin $b = 1,06$, of $0,57$, of $0,08$.

Is nu

$$\log A = F\left(\log \frac{n}{k_0^b}\right),$$

dan is dus
$$\frac{d \log A}{d T} = F' \cdot \frac{d \log \frac{n}{k_0^b}}{d T},$$

of
$$\frac{d \log A}{d T} = F' \cdot \left(\frac{d \log n}{d T} - b \frac{d \log k_0}{d T} \right) \dots (8).$$

Uit de groeikromme hebben we voor lijnen van Rowlandsterkte 2, 3, 4, 5, 6, 7 en 12 de bijbehorende waarden van F' bepaald. Deze blijken te zijn resp. 0,24, 0,19, 0,24, 0,33, 0,41, 0,46 en 0,50.

Voor $\log k_0$ geeft P a n n e k o e k bij 5040° , 5600° , 5929° , 6300° en 6720° resp. de waarden 9,03, 9,01, 9,00, 8,97 en 9,04. Stelt men deze afhankelijkheid grafisch voor, dan vindt men dat voor $T =$

5600° , $\frac{d \log k_0}{d T} = -3 \cdot 10^{-5}$ is. Daar dit klein is t.o.v. $\frac{d \log n}{d T}$, mogen

we (8) vereenvoudigen tot

¹⁾ Zie b.v. Minnaert en Mulders, Zs. f. Ap., 2, 166, 1931.

$$\frac{d \log A}{dT} = F' \frac{d \log n}{dT} \dots \dots \dots (9).$$

waarin $\frac{d \log n}{dT}$ volgens (7a) of (7b) van χ en χ_i afhangt.

We kunnen dus $\frac{d \log A}{dT}$ berekenen voor een lijn, waarvan we weten

- 1°. of het een atoom- of ionlijn is,
- 2°. de ionisatiepotentiaal χ_i van het betreffende element,
- 3°. de aanslagpotentiaal χ van het absorberend niveau, en
- 4°. de Rowlandsterkte.

Gegevens over 1°, 2° en 4° vinden we voor veel lijnen in de R.R.T. (Revision of Rowlands Table), over 2° en 3° in Moore, Multiplet Table of Astrophysical Interest.

§ 3. *Bepaling van een temperatuursverandering uit waargenomen variaties van Fraunhoferlijnen.*

Veronderstellen we dat de zonneatmosfeer ΔT graden in temperatuur zou stijgen. De aequivalente breedte A van een bepaalde Fraunhoferlijn zal hierdoor variëren, en wel zodanig dat

$$\frac{\Delta A}{A} = \Delta \log A = \frac{d \log A}{dT} \Delta T$$

Hierin is ΔA de totale variatie. Deze is gelijk aan de som van de individuele variatie δA en de systematische $\delta' A$, dus

$$\frac{\delta A}{A} = \frac{d \log A}{dT} \Delta T - \frac{\delta' A}{A} \dots \dots \dots (10)$$

$\frac{\delta' A}{A}$ is een onbekende functie van A en λ . We zullen voorlopig aannemen, dat deze constant is. Dit is in elk geval waar voor een beperkt gebied van golflengte en sterkte. We komen op deze kwestie nog terug.

Voor een aantal lijnen kunnen we nu $\frac{\delta A}{A}$ vinden volgens de methode, beschreven en toegepast in Hoofdstuk II en III. Voor

zover deze lijnen geïdentificeerd zijn, kunnen we volgens de vorige paragraaf $\frac{d \log A}{dT}$ berekenen.

Zetten we nu de waargenomene $\frac{\delta A}{A}$ uit tegen de berekende $\frac{d \log A}{dT}$ dan moet dit een rechte lijn geven: uit (10) volgt, dat de helling van deze lijn de gezochte temperatuursverandering ΔT is.

TABEL 10

Golfte	Rowl. st.	Element	Aansl. pot.	Ion. pot.	$10^4 \frac{d \log A}{dT}$
3922,925	12	Fe.	0,051	7,83	-8
3924,535	4	Ti.	0,020	6,81	-6
3955,347	5	Fe.	3,269	7,83	-0,7
3963,695	3	Cr.	2,532	6,74	-3
3977,752	6	Fe.	2,188	7,83	-2,5
3998,645	4	Ti.	0,048	6,81	-6
4016,429	2	Fe.	3,269	7,83	-0,5
4020,907	3	Co.	0,430	7,81	-2,3
4023,688	2	Se.	0,021	6,57	-6
4025,136	3	Ti+	0,605	6,81	+1,3
4029,647	4	Ti+	1,884	6,81	+2,6
4033,077	7	Mn.	0,000	7,40	-9,2
4034,494	6	Mn.	0,000	7,40	-8,2
4044,619	3	Fe.	2,819	7,83	-0,6

We vragen ons nu af of de individuele variaties voor een 62-tal lijnen bepaald in Hoofdstuk III, misschien te beschrijven zijn door een temperatuursverandering. Voor 14 van deze lijnen, waarvan voldoende gegevens beschikbaar waren om $\frac{d \log A}{dT}$ te berekenen (zie Tabel 10) werd daarom voor ieder van de opnamen 2 t/m 10 (blz. 21), $\frac{\delta A}{A}$ t.o.v. opname 1 uitgezet tegen $\frac{d \log A}{dT}$ (fig. 10). In elk van de negen zo verkregen grafische voorstellingen werd de meest waarschijnlijke rechte lijn getrokken, volgens een door Campbell ontwikkelde methode ¹⁾, die in de practijk dezelfde resultaten geeft

¹⁾ N. Campbell, Phil. Mag. 39, 177, 1920.

In ons geval geven m en η_m direct het gezochte temperatuursverschil ΔT en de gemiddelde fout $\eta_{\Delta T}$ hiervan. Voor de 10 opnamen van blz. 21 voert dit tot de in Tabel 11 gegeven waarden.

TABEL 11

Opn.	Tijd	ΔT	$\eta_{\Delta T}$
1	18 Juni 1919	—	—
2	18 Juni 1919	5°	10°
3	23 Mrt. 1920	35°	37°
4	11 Mei 1920	0°	22°
5	17 Aug. 1920	35°	33°
6	9 Sept. 1920	18°	32°
7	9 Sept. 1920	-19°	24°
8	2 Nov. 1920	49°	26°
9	2 Nov. 1929	24°	40°
10	18 Jan. 1935	13°	28°

De gevonden temperatuursverschillen blijken wel zeer klein te zijn, en zoals door vergelijking van de beide laatste tabellen blijkt, misschien in het geheel niet reëel. De grootste afwijking van de gemiddelde temperatuur geeft opname 7, nl. 35°, d.i. 0,6 % van 5600°. Daar de straling evenredig is met T^4 , komt dit overeen met een maximale variatie van 2,5 % in de zonneconstante.

We moeten nu nog nagaan, welke invloed het feit dat $\frac{\delta' A}{A}$ niet constant is, heeft op de eindresultaten. Daar in de grafische voorstelling de punten op een stelsel van evenwijdige lijnen moeten liggen, zullen we, wanneer we maar van voldoende spectraallijnen uitgaan, volgens de beschreven methode toch een lijn met de goede helling verkrijgen. De waarde voor ΔT wordt hierdoor dus nauwkeuriger, naarmate we een groter aantal spectraallijnen gebruiken; echter vinden we voor $\eta_{\Delta T}$ een te grote waarde door de systematische spreiding.

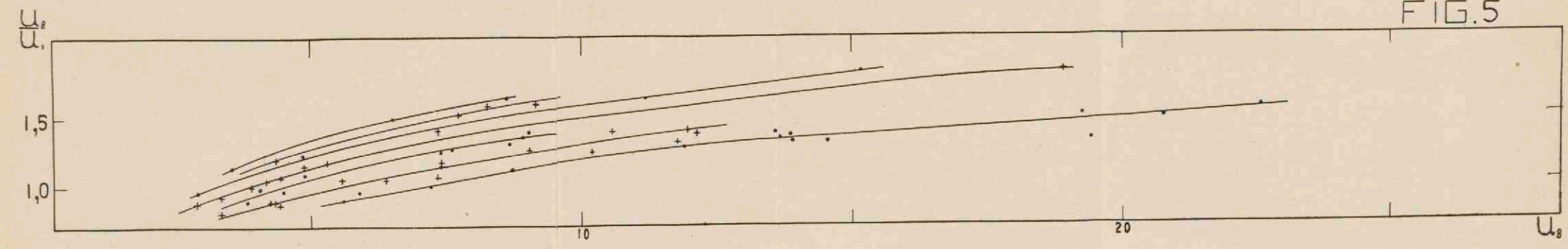
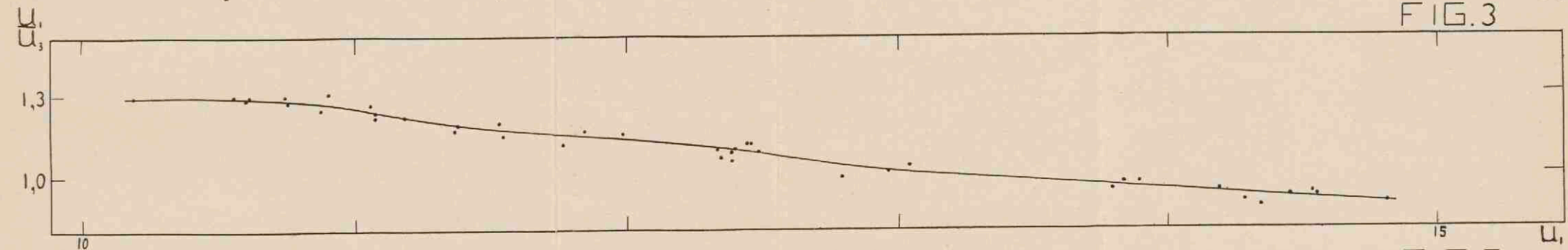
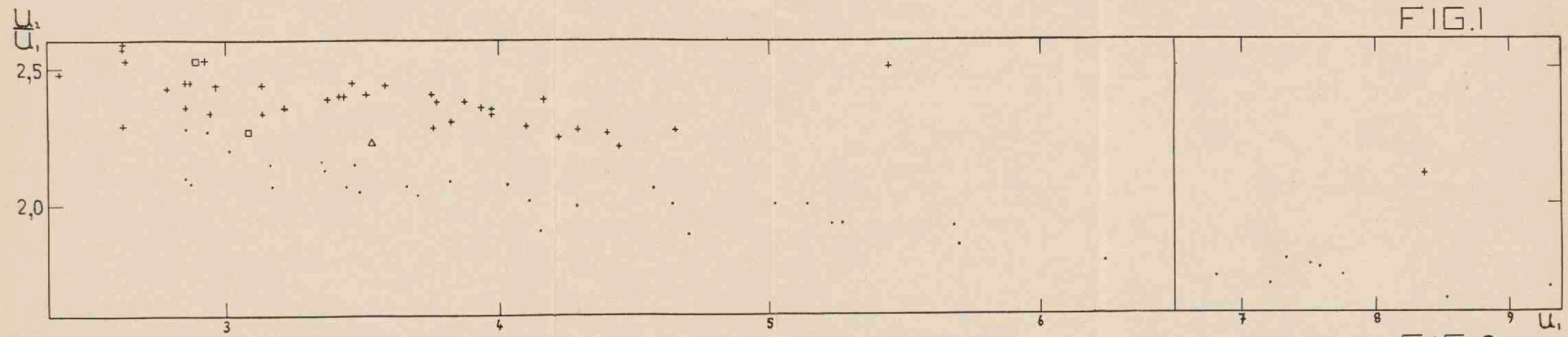
Het blijkt dus, dat de studie van de lijnvariaties ons een onafhankelijke methode levert ter bepaling van variaties in de zonneconstante, welke methode minstens zo nauwkeurig is als die van A b b o t t. De nauwkeurigheid is bovendien waarschijnlijk nog be-

langrijk te verhogen door voor dit doel een speciale reeks, onder zo veel mogelijk gelijke omstandigheden verkregen, opnamen aan te leggen, en een spectraalgebied te gebruiken, waarin een groot aantal alleenstaande lijnen van niet te veel verschillende sterkte bijeenliggen.

INHOUD

BLADZ.

HOOFDSTUK I. Inleiding	1
HOOFDSTUK II. Individuele variaties van bepaalde lijnen in het golflengtegebied van 4165 Å tot 4290 Å.	
§ 1. Methode van opsporing voor een beperkt golflengtegebied	6
§ 2. Toepassing op het golflengtegebied 6230 Å—6340 Å (atmosferische lijnen)	9
§ 3. Berekening van de individuele variaties uit de gevonden afwijkingen	11
§ 4. Toepassing op het golflengtegebied 4165 Å—4290 Å	13
HOOFDSTUK III. Individuele variaties van bepaalde lijnen in het golflengtegebied van 3890 Å tot 4060 Å.	
§ 1. Uitbreiding van de methode voor een groter golflengtegebied	18
§ 2. Toepassing op het golflengtegebied 3890 Å—4060 Å	21
§ 3. Conclusies	25
HOOFDSTUK IV. De gemiddelde individuele variatie voor een groot aantal lijnen.	
§ 1. Inleiding	28
§ 2. Formules	29
§ 3. Methode en toepassing	31
§ 4. Conclusies	36
HOOFDSTUK V. Systematische variaties van alle lijnen.	
§ 1. Metingen	37
§ 2. Betere methode	39
§ 3. Conclusies	40





STELLINGEN

I.

Bij de fotometrie van onverbrede sterspectra is de gemeten aequivalente breedte van een spectraallijn niet onafhankelijk van het oplossend vermogen van het spectraalapparaat.

Günther, *Zs. f. Astrophys.* **7**, 106, 1933.

II.

Bij het zoeken naar verband tussen zonneverschijnselen en electromagnetische storingen op aarde, is het wenselijk alleen die uitbarstingen in de zonne-atmosfeer in rekening te brengen die in het spectrum een duidelijke violetverschuiving geven.

III.

Het heeft geen zin, van de extinctiecoëfficiënt van een stof te spreken, wanneer het uittredende licht niet een exponentiële functie van de laagdikte is.

Björnsta^ohl, *Zs. f. phys. Chem.* **175**, 17, 1935.

IV.

Bij de berekening van niet-lineaire vervormingen van geluidstrillingen bij voortplanting door de lucht dient steeds nagegaan te worden of het resultaat in Eulercoördinaten of in Lagrangecoördinaten moet worden uitgedrukt.

V.

Marcel Mouton beroept zich bij zijn gezichtsscherptemetingen ten onrechte op de resultaten van Freeman.

M. Mouton, *Recherches sur les propriétés physiques et les effets physiologiques d'une lumière colorée*. Paris 1935, pag. 57.

Freeman, *Journ. Opt. Soc. Am.* **22**, 285 en 729, 1932.

VI.

Voor een verklaring van het electrisch gedrag van isolerende vloeistoffen bij hoge spanning is het zeer gewenst een nader onderzoek in te stellen naar de producten, welke bij deze spanningen in de vloeistof gevormd worden.

Nikuradse, *Phys. Zs.* **33**, 553, 1932.

Nikuradse, *Zs. f. techn. Phys.* **10**, 641, 1920.

VII.

Bij het grafisch integreren van een functie over een oneindig interval dient men er op te letten of, en in welke mate, de integraal convergeert.

VIII.

Bij het opstellen van vraagstukken voor het onderwijs in de natuurkunde verdient het aanbeveling deze van meer gegevens te voorzien dan voor de oplossing strikt noodzakelijk is.

D
Ut
19