Disputatio philosophica inauguralis de principiis geometriae

https://hdl.handle.net/1874/342816

DISPUTATIO PHILOSOPHICA, *INAUGURALIS,* DE

PRINCIPIIS GEOMETRIÆ,

QUAM

FAVENTE DEO TER OPT. MAX.

Ex auctoritate Magnifici D. Rectoris,

D. JOHANNIS MUNNICKS,

Reip. Ultrajectinæ Poliatri, atque in inclyta ejusdem Academiâ Medicinæ Anatomes & Botanices Professoris Ordinarii,

NEC NON

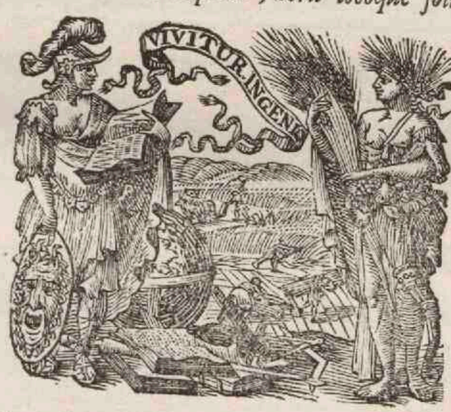
Amplissimi Senatus Academici consensu, & Subtilissimæ Facultatis PHILOSOPHICÆ Decreto,

Pro DOCTORATUS in PHILOSOPHIA Gradu, & ARTIUM LIBERALIUM MAGISTERIO, omnibusque prærogativis ritè ac MORE MAJORUM consequendis,

Publicæ Philosophantium censuræ exponit

CORNELIUS BEERNINCK, Ultraject.

Ad diem 28. *Aprilis, horâ locoque solitis.*



TRAJECTI AD RHENUM,

Ex Officinâ *FRANCISCI HALMA*, Academiæ Typographi, cIↃ. IↃc. LXXXV.

Doctisſimis, Conſultisſimiſque VIRIS,

D. FREDERICO BEERNINCK, Mercatori diligentiſſimo, Patri ſuo chariſſimo.

D. GERARDO KICK, J.U.D. viro graviſſimo, honoratiſſimo, Avunculo nunquam non colendo.

D. CORNELIO van ROYEN, J. U. D. Curiæ Provincialis Senatori nobiliſſimo, prudentiſſimo.

D. CASPARO van ROYEN, J. U. D. Incliti Senatus Urbani, nec non Collegii quod Societatis Indiæ Orientalis curam gerit, Membro ſpectatiſſimo.

D. LAMBERTHO VELTHUYSEN, Phil. & M. D. expertiſſimo, viro doctiſſimo, olim ampliſſimi Senatus Ultrajectini membro honoratiſſimo.

D. EVERARDO à SYPESTEYN, M. D. expertiſſimo in praxi feliciſſimo, Ampliſſimi Senatus urbani ſcabino & membro digniſſimo.

D. JACOBO van SOLINGEN, olim Quæſtori fideliſſimo, diligentiſſimo.

D. HENRICO van SOLINGEN, M. D. experientiſſimo, Medico nobili ac claro.

D. JOACHIMO NIEUSTADT, olim a ſecretis Civitati Ultrajectinæ fideliſſimo, nunc Conſuli urbis Batavoduri ampliſſimo, de ſtudiis ſuis Mathematicis plurimum merito.

Cognatis ſuis quamplurimum honorandis

Hanc Diſputationem inauguralem, & ſe ipſum, ea qua par eſt obſervantia,

Offert & inſcribit

CORNELIUS BEERNINCK, Auctor.

DISPUTATIO PHILOSOPHICA

INAUGURALIS

DE

Principiis Geometriæ.

THESIS I.

PLurimos in indaganda veritate ab ea toto (quod ajunt) cœlo deviare, uti verissimum sic & notissimum est. Hujus rei causas si nonnemo scire aveat, has quidem præcipuas esse mihi persuasum nunc habeo: Prima est in rebus ipsis, quas cognoscendas nobis proponimus, obscuritas & difficultas; quæ ab intellectûs nostrì ruditate adhuc in philosophando nimis ignori oritur, cum scilicet ad nimis alta præposterâ festinatione maturamus, negligentes illud utilissimum Poëtæ monitum, quod nos æquè philosophaturis præscribimus, ac ille scriptoribus commendavit, cum hunc in modum cecinit:

Sumite materiam vestris qui scribitis æquam
Viribus, & tentate diu, quid fere recusent,
Quid valeant humeri?

Secunda errorum causa est nimius seu inordinatus potissimum ardor sciendi, quo fit vel ut consequentias incertas sine fine nectentes errorem in immensum multiplicemus, vel ut incautè admittamus certas quidem consequentias, sed deductas ex dubiis, imò falsis nonnunquam, principiis; quæ hausimus partim ex immodico sensuum usu, seu potius abusu; partim ex præpostera credulitate, quia scilicet præceptoribus nostris, aliisque doctoribus qui doctì æstimantur, ac magnam adhibuisse dicuntur in inquirenda veritate diligentiam, nimium facilè tribuimus, ipsorum dogmata amplectentes solâ eorum auctoritate moti, ac non considerantes illos non extra erroris aliam positos esse, probationis loco illud Pythagoricorum, αὐτὸς ἔφα, nimium venerantes: quasi verò si vel maximè certi essemus ipsos non errasse, non opus foret, ut nosmetipsi eum laborem quem illi jam adhibuisse putantur, de novo suscipiamus. His accedit nimia in retinendis illis opinionibus, quas in infantia sine ullo fundamento, aut saltem inconcusso, admisimus pertinacia, adeò ut hic verum sit illud tritum ore proverbium,

Quo semel est imbuta recens servabit odorem
Testa diu.

I I.

Sed ut tandem quoad fieri potest isto philosophandi modo prorsus pernitioso liberemur, nihilque pro vero ac certo admittere studeamus, nisi cujus veritas certissimè demonstrata est, nulla mihi æquidem methodus aptior ac utilior Mathematica videtur. Matheseos enim principia sunt æternæ & per se notæ veritates, nulli falsitati obnoxiæ, ex quibus consequentiæ formantur certissimæ, quæ assensum non tantum probabilem ingenerent, sed & firmissimum extorqueant. Hujus si scientiæ methodum sequamur, haud facile illa quæ vera aut satis examinata non sunt pro veris assumemus: hæc mediocriter tantum intellecta viam ad cognitionem rerum naturalium faciliorem pandit. Et hæc Matheseos utilitas una ex causis fuit, quæ nos ad illam præ cæteris more Academico propositis materiis eligendam instigavit. Nec deterruit nos ejus vastitas satis prævisa, quæ ut hic omnia minutatim excutiamus prohibet; idcircò quædam solummodo breviter attigisse content contenti erimus. Abſolvetur autem hæc noſtra Diſputatio duobus capitibus, quorum alterum de *Geometria* ſtrictius ſic dicta aget, alterum de *Algebra*, ſeu Geometria *ſupputatoria* & *Analytica*. In Geometria autem pertractanda ſervabimus hunc ordinem: primò trademus primos ac præcipuos Matheſeos inventores, objectumque verbo attingemus: ſecundo agemus de modo demonſtrandi apud Mathematicos uſitato, ubi etiam de principiis agendum erit, & per modum conſectarii indè ejus certitudinem deducemus.

III.

Sed antequam memet ad hæc accingam, de nomine quædam præfari lubet. Dicitur hæc ſcientia Geometria, quæ vox originem ſuam debet vocabulo græco γεωμετρέομαι ſive γεωμετρέω, quod latinè ſonat terram metior; quia ſcilicet Geometria talia demonſtrat, quæ in terræ dimenſione quam maximè ſcitu ſunt neceſſaria. Dicitur etiam Matheſis, & Græcis μάθημα ſeu μάθησις, quæ quidam vocabula ſynonyma à verbo græco μανθάνω, quod idem quod diſco ſignificat, derivantur; & latinè dixeris *diſciplinam* ſeu *doctrinam*. Rationes autem cur hæ ſcientiæ quæ de quantitate agunt diſciplinarum nomine veniant, variæ à variis aſſignantur. Non placet Platonicorum & Pythagoricorum ſententia, exiſtimantium, ideò ſic has dictas eſſe ſcientias, quia maximè ex ipſis nanciſcatur anima noſtra recordationem & reminiſcentiam illius ſcientiæ, quâ polleret antequam corpus noſtrum informaret, ut illorum philoſophorum hoc ſomnium eſt. Magis autem arrident ſequentes rationes: Primò, ideò has ſcientias præ ceteris nomen doctrinæ ſive diſciplinæ κατ ἐξοχὴν ſibi vendicare, quod ſolæ modum rationemque ſcientiæ ſive diſciplinæ retineant. Secundò, quia olim in Græcorum ſcholis omnium primæ addiſcendæ erant, undè præ foribus Academiæ hoc ſymbolum dicitur pinxiſſe divinus Plato:

Οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω.

Tertiò quia non omnibus ſunt obviæ, ſed iis tantum qui diligenter diſcunt. Quartò, quia magna & continua diligentia ſunt addiſ-

addiſcendæ. Quintò & ultimò, quia nos ad mentis noſtræ culturam aptiores reddunt. Sat de nomine; ad rem!

I V.

Non ab uno inventam Matheſin homine, verum à variis diverſiſque auctoribus, ſecundum alias & alias ſui partes, ortum originemque duxiſſe, conſtat. Quam obrem hoc loco generalem Matheſeos diviſionem inferre nunc lubet. Dividitur itaque ratione objecti ſui, ſcilicet quantitatis, à Pythagora ejuſque ſequacibus, in eam quæ agit de quantitate vel diſcreta vel continua. Iiſdem utraque hæc iterùm in Puram & Mixtam ſubdividitur. Has iterum Matheſeos partes hoc intereſt, quod altera quantitatem ſecundum ſe conſideret, hæc prout occurrit in ſubjecto contempletur: adeò ut Mathematicæ diſciplinæ in quatuor partes prædictis Auctoribus diſtribuantur: quarum prima agit, de quantitate diſcreta ſecundum ſe, & hæc eſt Arithmetica, quæ accuratè inquirit in omnes numerorum proprietates & paſſiones: Secunda tractat eandem quantitatem, ſed prout occurrit inſubjecto, V. G. in ſono, atque hæc Muſica eſt: Tertia de quantitate continua, ſive de magnitudine ſecundum ſe diſputat, quæ eſt Geometria, quæque quantitatis planæ vel ſolidæ (undè iterum vel Planimetriæ vel Stereometriæ nomine venit) affectiones, eaſque vel generales vel ſpeciales, conſiderat: Quarta eandem magnitudinem tractat, ſed prout in ſubjecto occurrit, variumque iterum pro vario magnitudinis ſubjecto nomen ſortitur: contemplatur enim magnitudinem vel in Aſtris, & dicitur Aſtronomia; vel in radio optico, & Optica audit; vel in Terra, & Geographiæ nomine venit; vel in aquis, & Hydrographia nuncupatur; &c.

V.

His ità præmiſſis, ſingularum Matheſeos partium auctores & fautores aſſignabimus. Arithmeticam primus docuiſſe perhibetur Patriarcha Abrahamus, (qui eam Ægyptios docuiſſe fertur) eamque Pythagoram & Græcorum alios ab Ægyptiis hauſiſſe dicunt;

dicunt; & ſic à Græcis ad Romanos, excellentibus in illis Apuleo & Boëtio, tranſiiſſe. Alii Arithmetices inventores Phœnices eſſe autumant, idque propter ejus gentis frequentes mercaturas & commercia; eamque mirum in modum poſtea Pythagoram auxiſſe: non enim credendum eſt has ſcientias ſtatim ab initio ſummam adeptas eſſe perfectionem, ſed paulatim eas ab imperfectis ad perfectiores proceſſiſſe. Muſicam autem exercuiſſe artem legitur Moſes, Exod. Cap. XV. verſ. 10. Deinde in ea excelluiſſe Mercurium, Limum, Amphionem, Zetonem, Ariſtoxenum & Stipandrum, hiſtoriæ tradunt. Geometria autem (auctore Proclo) ab Ægyptiis reperta eſt, ortumque habuit ab agrorum dimenſione. Cum enim anniverſaria Nili exundatio agrorum terminos ac limites ità cunfunderet vaſtaretque, ut nemo argrum dignoſcere poſſet ſuum, quidam ſagaci ingenio Geometriam invenerunt, ut ità ſua cuique portio reſtitueretur. Hanc Geometriam Thales Mileſius ex Ægypto in Græciam tranſtuliſſe fertur, ac poſtea plurimi eam Mathematici auxerunt; inter quos excellunt in Geometria Chriſtoph. Clavius, Archimedes, Euclides, Thomas Finkius, &c. In Arithmetica, Severinus Boetius, Henricus Glareanus, &c. In Coſmographia, Achilles, Æthicus, Jo. Baptiſta Benedictus, & alii quam plurimi, quos recenſere ſuperſedeo. Aſtronomiam ab Ægyptiis excultam fuiſſe, eamque illos ab Abrahamo didiciſſe, memoriæ proditum eſt. Alii autem Aſſyrios, alii denique Babylonios eam adinveniſſe teſtantur. Alii Atlantem ejus primum repertorem dicunt, & indè fabulam ortam eſſe, quod Cælum humeris geſtaret. Primus Eclypſin prædixiſſe fertur Thales. Ex dictis pateſcit, Merito Ægyptios eruditorum encomio à Moſe celebrari, quippe qui omnes Mathematicas diſciplinas vel primi vel inter primos excoluerunt. Hoc loco nequaquam tranſeundem eſt, quod Joſephus Libro primo Antiquitatum Judaicarum teſtatur, ſcilicet, Sethum, filium Adami, filios ſuos has diſciplinas docuiſſe; qui cum generale mundi exitium præſentirent, duas illas columnas condiderunt, alteram lateritiam contra ignem, alteram lapideam contra incurſiones aquarum, & in utraque canones Mathematicos ſcripſerunt, ne pulcherrimæ ſcientiæ, priuſquam cognoſcerentur ſatis, perirent. Itaque in univerſali naufragio, primo loco Mathematicas tanquam pretiosissimas gemmas, periculo oblivionis eripere voluerunt, prædictas columnas; quarum lapideam suo etiam tempore in Syria superfuisse, idem Josephus auctor est.

V I.

Nunc, de ordine quam nobis Thes. 2. præscripsimus, pergendum foret ad Methodi Mathematicæ explicationem. Sed antequam hoc ipsum præstare aggredimur, de principiis Mathematicis quædam, ut ibidem etiam promisimus, præmittemus. Ea autem in duas classes distribuemus; adeò ut sint vel *Axiomata*, vel *Definitiones*. Axiomata, sunt communes sententiæ per se notæ, quibus omnes homines assentiuntur, nulla præcedente demonstratione, idque propter summam quam habent evidentiam ac certitudinem. Eleganter admodum ejusmodi enunciationes Axiomatum seu Dignitatum nomine veniunt (notum enim est axioma derivari à Græco vocabulo ἄξιος, quod latinis est *dignus*) quia scilicet per se fide dignæ sunt. Dicuntur etiam Primæ veritates, quia à priori non demonstrantur, adeoque prima sunt demonstrationis principia. Pronuntiata ac Effata quoque vocantur, quia iis tantummodo propositis (modò verba rectè percipiantur) auditor statim, quantumvis rudis sit ac ignarus, assensum præbet. Quis enim negabit, *Omnes angulos rectos esse æquales*? Quis non fatebitur, *Totum esse majus suâ parte, & æquale omnibus simul sumptis*? Quis non concedet, *Æqualia æqualibus addita & demta æqualia producere*? Quis dubitabit, *An relinquantur inæqualia, cum aut æqualibus inæqualia, aut inæqualibus æqualia adjecta vel demta fuerint*? Quis dixerit, *Duas rectas spatium comprehendere posse*? Quis non assentietur, *Illa quæ eidem æqualia sunt inter se quoque æqualia esse*? Quis utrâque manu non dabit, *Ejusdem aut æqualium duplicia, & ejusdem aut æqualium dimidia esse inter se æqualia*? Quis hisce ac similibus ullum falsitatis fermentum subesse arbitretur? Quis, inquam, ullam in his esse dubitandi rationem suspicetur? Nemo sanè; nisi vesanæ is mentis fuerit.

VII. De-

VII.

Definitiones ſunt ejuſmodi enunciationes quibus res & vocabula Mathematicis præcipuè familiaria explicantur, eum in finem ne in demonſtrando ambiguitate nominum circumveniri, aut paralogiſmis falli poſſimus. Quales ſunt Definitiones Puncti, Lineæ, Superficiei, Anguli, Circuli, Diametri, Trianguli, Quadrati, Rhombi, & quæ plurima ſimilia artis vocabula à Mathematicis adhiberi ſolita. His à quibuſdam adjicitur tertium genus principiorum, ſcilicet Poſtulata; quæ ſunt ejuſmodi enunciationes, quibus Mathematici ea quæ ſibi ad demonſtrationem neceſſaria ſunt ſibi dari petunt, qualia ſunt eductiones Linearum rectarum, earundem continuationes, Perepheriarum deſcriptiones, &c. quæ nemo haud facilè alicui denegabit. Verum nos hæc Poſtulata Principia demonſtrationis habenda eſſe non cenſemus, propterea quod in illis nulla veritas ſupponatur; ideoque veritatis demonſtrandæ cauſæ eſſe non poſſunt, ſed tantum conditiones ſine quibus non; quatenus illa (ut jam diximus) petunt, quibus Mathematici in demonſtrando carere non poſſunt. Atque hæc ſunt principia Mathematica, ex quibus ſuas propoſitiones deducunt Geometræ, quæ ſunt vel Theoremata vel Problemata. Theoremata ſunt quæ de magnitudine una vel pluribus unam vel plures demonſtrationes demonſtrant. Problemata ſunt propoſitiones, in quibus aliquid efficiendum proponunt. Κειτήειον ergò quo Theoremata & Problemata diſtinguantur hoc eſt, quod hæc concludant quod erat faciendum, illa quod erat demonſtrandum.

VIII.

Demonſtrant autem Mathematici ſuas propoſitiones, ſeu Theoremata ſeu Problemata fuerint, hac ferè methodo. Explicatis artis terminis per definitiones, & ne ulla ſubeſſe poſſit æquivocatio, & ne de ignoto diſputetur, poſitis quantum ſufficit Axiomatibus, quæ termini medii loco sunt, una cum ante demonstratis, (si jam quasdam demonstraverint) propositionibus (nunquam enim aliquid non-probatum assumunt Mathematici, sed quandocunque aliquid docere volunt, siquid ad eam rem pertinet eorum quæ antè docuerunt, id sumunt pro probato & concesso) petitisque quæ ad demonstrationem requiruntur Postulatis, propositionem quam præ manibus habent, sex destinctis partibus absolvunt. Prima est πρότασις, quâ proponitur datum & quæsitum. Secunda est ἔχθεσις, quâ exponitur datum. Tertia est διορισμὸς, quâ explicatur quæsitum. Quarta est κατασκευή, quâ delineatur ac præparatur figura ad quæsiti investigationem. Quinta est ἀπόδειξις, quâ demonstratio veritatis instituitur. Sexta est συμπέρασμα, quâ concluditur tota demonstratio, repetitis scilicet iis, quæ tanquam facienda vel probanda proponebantur, veluti factis ac probatis. Quæ omnia ut exemplo hìc illustremus, affectata à nobis brevitas non permittit. Attamen in transitu observandum est, non semper istas partes in omni demonstratione præcisè reperiri, imò nunquam ferè expresè indigitari; interdum namque nullâ opus habemus ἐκθέσει, interdum nec διορισμῷ; siquidem aliquandò res per se evidentes ac manifestæ sint. Tenendum etiam est, quod in probatione (quæ concludendum non semper directè concludit; aliquando enim etiam ad absurdum deducitur adversarius) quidem syllogismi adhibeantur, sed raró pleni: plerumque enim mutili sunt, ac Enthymemata, quibus res absolvitur.

I X.

Porrò autem Geometræ ex multis propositionibus prædicta Methodo demonstratis Elementorum aliquod corpus, quod generaliores quantitatis affectiones mirâ concatenatione demonstrat, componunt: quale Euclides Mathematicorum Princeps nobis reliquit. Hæcque Euclidis Elementa à Mathematicarum rerum scriptoribus pro principiis omnibus sufficienter perspectis habentur. Nam, præterquam quod ex principiis certissitiſſimis certiſſimâ conſequentiâ (ut ſuprà oſtendimus) demonſtrata ſunt, longiſſimum ſanè foret, repetere eorum propoſitiones in omnibus Geometricis quæſtionibus, quarum tamen fundamentum ſunt unicum. Si quis enim eas propoſitiones eo modo intelligat, ut eas, cum res ſic poſtulat, applicare poſſit, maximam ſanè quæſtionum partem quæ ſine Algebra ſolvi poſſunt, nullo negotio, nullaque prorſus cum difficultate ſuperabit. Præcipui autem in Geometria uſûs ſunt Libri Euclidis Primi Propoſitiones 4. 8. 13. 26. 31. 42. 44. 45. & 47. In Libro Secundo maximè inſignes ſunt 1. 4. 11. 12. 13. 14. 15. &c. & ſic in cæteris Libris. Hinc patet, quam neceſſarium ſit Geometræ, ſi legitima methodo pergere velit, ut in Euclidis Elementis quam maximè verſatus ſit. Etiam (quod verbo hic notare lubet) inſtructum eſſe Geometram Arithmetices cognitione oportet, eouſque ſaltem, ut Additionem, Subſtractionem, Multiplicationem, Diviſionem, Regulam Trium, & prædictos modos una cum fractionibus, Regulam vulgarem, Conſortii, Allegationis, Falſitatis, & Extractionem radicum cum fundamento intelligat. Verſatum quoque Geometram eſſe decet, in operatione quæ ſit per angulos, (ut vulgò vocari ſolet) in tabulis ſinuum: nam iſta methodus operandi in dimenſione agrorum, locorum, & corporum maximi uſus eſt. Et hæc omnia jam notata plurimum juvant ad pergendum in ſummum faſtigium. Atque hæc ſunt quæ in materia de Geometria dicenda habebamus. Quam priuſquam miſſam facimus, verbo hìc indicare lubet hujus diſciplinæ certitudinem. Quid enim huic obeſſe poſſit non videmus? Nonne obſecrò iſta certiſſima eſt concluſio, quæ ſyllogiſmo quatuor terminorum vitio non laborante probatur, idque conſequentiâ ex veriſſimis principiis firmiſſimâ? Hæcque ad amuſſim in Mathematicas demonſtrationes quadrare nemini obſcurum poſſe eſſe exiſtimamus, qui præcedentia attento animo perpenderit.

X.

Progredimur nunc porro ad alterum noſtræ Diſputationis caput, quod erit de Algebra, quæ aliàs regula Cos, ſeu Geometria

 ſup-

ſupputatoria dici ſolet. Hanc ſcientiam ſi ordine & totam proſequi velimus, tum primo dicendum foret de Numeris, Supputationibus, Reductione, & Solutione Æquationum, ut & Generali comparatione quantitatum Homogenearum, in quibus Capitibus totius Algebræ explicatio conſiſtit. Sed cum hiſce omnibus minutatim & particulatim excutiendis hujus noſtræ diſputationis, utpote penſi Academici, anguſtia nequaquam ſufficiat, ſelectum quam maximè inſignium materiarum facere, & voluimus, & debuimus. Quas tamen omnes hic percurrere animus non eſt: præſertim cum excellentes hic Viri ac doctiſſimi Domini, D. Carteſius, D. Hudden, & alii ſcientiarum Mathematicarum antiſtites, eruditiſſimos ac ſubtiliſſimos hic tractatus compoſuerint, quos imitari impoſſibile nobis eſſe, non æquidem diffiteri volumus: quid enim muſca ad elephantem? Hæc repetere multi tædii, ac nullius utilitatis eſſe cenſemus. Inpræſens itaquè ſolummodò de quadam quæſtione agemus, quam & illuſtrem ſimul & novam eſſe, judicamus. Proponemus ſcilicet generalem methodum, quæ ſolvendis æquationibus quadrato-cubicis inſerviat, quamque nullus quod ſciam publici juris fecit. Addidiſſemus Methodum & Demonſtrationem ſolvendarum æquationum cubo-cubicarum, quam memoratus jam Ampliſſimus & Doctiſſimus D. Hudden in edito à ſe nuper libello (cui titulus eſt *de Reductione æquationum*) ſponte neglexit. Huic operi ſuper ſedemus.

Inveſti-

Investigare methodum reducendi Æquationes Quadrato - Cubicas, quæ in cubicam & quadraticam rationales sunt resolubiles.

$$X^5 + PX^4 + QX^3 + RX^2 + SX + T = X^5 \left.\begin{matrix}+H\\+K\end{matrix}\right\} X^4 \left.\begin{matrix}+L\\+HK\\+N\end{matrix}\right\} X^3 \left.\begin{matrix}+M\\+K\\+NH\end{matrix}\right\}$$

$$X^2 \left.\begin{matrix}+KM\\+NL\end{matrix}\right\} X + MN = O$$

$$\text{Seu} = \left|\begin{matrix} X^3 + HXX + LX + M = O \\ X^2 + KX + N = O \end{matrix}\right.$$

	1	$P = H + K$
	2	$Q = L + KH + N$
	3	$R = M + KL + NH$
	4	$S = KM + NL$
	5	$T = MN.$

Oportet investigare habitudinem datarum, P, Q, R, S, T. ad H, K, L, M, N, quâ cognitâ poterit Æquatio quinque dimensionum proposita ad cubicam & quadraticam reduci.

$\dot{1} * K$	6	$PK = HK + KK$
$\dot{1} * N$	7	$PN = HN + KN$
$\dot{6} - \dot{2}$	8	$PK - Q = KK - L - N$
$\dot{7} - \dot{3}$	9	$PN - R = KN - M - KL$
$\dot{8} * K$	10	$PKK - QK = K^3 - LK - NK$

8 * N

$\dot{8} \times N$	11	$PKN - QN = KKN - LN - NN$
$\dot{10} - \dot{9}$	12	$PKK - QK - PN + R = K^3 - 2NK + M$
$\dot{11} + \dot{4}$	13	$PKN - QN + S = KKN + KM - NN$
$\dot{12} \times N$	14	$PKKN - QKN - PNN + RN = K^3N - 2NNK + MN$
$\dot{13} \times K$	15	$PKKN - QKN + SK = K^3N + KKM - KNN$
$\dot{15} - \dot{14}$	16	$SK + PNN - RN = KKM + KNN - MN$
$\dot{16} \times N$	17	$SKN + PN^3 - RNN = KKMN + KN^3 - MNN$
$\dot{13} \times M$	18	$PKMN - QMN + SM = KKMN + KMM - MNN$
$\dot{18} - \dot{17}$	19	$PKMN - QMN + SM - SKN - PN^3 + RNN = KMM - KN^3$
$\dot{19}$ + − &c.	20	$SM - QMN - PN^3 + RNN = KMM - KN^3 + KSN - KPMN$
$\dot{20}$ ÷ &c.	21	$\frac{SM - QMN - PN^3 + RNN}{MM - N^3 + SN - PMN} = K$
$\dot{13}$ ÷N+−&c.	22	$N - Q + \frac{s}{n} = KK - PK + \frac{m}{n}K$
$\dot{21}\, P - + \frac{m}{n}$	23	$\frac{\frac{m^3}{n} - MNN + 2SM - 2PMM - QMN + RNN - PSN + PPMN}{MM - N^3 + SN - PMN} = K - P + \frac{m}{n}$
$\dot{21} \times \dot{23}, 22$	24	$\frac{(SM - QMN - PN^3 + NNR)\left(\frac{m^3}{n} - MNN + 2SM - 2PMM - QMN + RNN - PSN + PPMN\right)}{(MM - N^3 + SN - PMN)(MM - N^3 + SN - PMN)} = KK - PK + \frac{m}{n}K = N - Q + \frac{s}{n}$

$\dot{24}\begin{array}{l} - K \\ + P - \frac{m}{n} \end{array}$	25	$M^4 \left.\begin{array}{l} - R \\ - PN \end{array}\right\} M^3 \left.\begin{array}{l} + QS \\ - QQN \\ - PPNN \\ + 2PRN \\ - 2n^3 \\ + SN \\ + QNN \end{array}\right\} M^2 \left.\begin{array}{l} - 3SRN \\ + P^3N^3 \\ + RN^3 \\ + 2QRNN \\ - PPRNN \\ + PN^4 \\ + PQSN \\ - 3PQN^3 \\ - PSS \\ + 2SPNN \end{array}\right\} M \begin{array}{l} + PRN^4 \\ - PPSN^3 \\ - RRN^3 \\ + PSRNN \\ + N^6 \\ - SN^4 \\ - QN^5 \\ - QSSN \\ + 2QSN^3 \\ + SSS \\ - SSNN \end{array} = 0$
$\dot{5}$	26	$MN = T$
$\dot{25},4,\dot{26}$	27	$T^4 \left.\begin{array}{l} - RN \\ - PNN \end{array}\right\} T^3 \left.\begin{array}{l} + QSNN \\ - QQN^3 \\ - PPN^4 \\ + 2PRN^3 \\ - 2N^5 \\ + SN^3 \\ + QN^4 \end{array}\right\} T^2 \left.\begin{array}{l} - 3SRN^4 \\ + P^3N^6 \\ + RN^6 \\ + 2QRN^5 \\ - PPRN^5 \\ + PN^7 \\ + QPSN^4 \\ - 3PQN^6 \\ - PSSN^3 \\ + 2PSN^5 \end{array}\right\} T \begin{array}{l} + PRN^8 \\ - PPSN^7 \\ - RRN^7 \\ + PSRN^6 \\ + N^{10} \\ - SN^8 \\ - QN^9 \\ - QSSN^5 \\ + 2QSN^7 \\ + S^3N^4 \\ - SSN^6 \end{array} = 0$

27 | 28
$$N^{10} - QN^{9} \left.\begin{matrix} + PR \\ - S \end{matrix}\right\} N^{8} \left.\begin{matrix} + PT \\ - PPS \\ - RR \\ + 2QS \end{matrix}\right\} N^{7} \left.\begin{matrix} + PSR \\ - SS \\ + P^{3}T \\ + RT \\ - 3PQT \end{matrix}\right\}$$

$$N^{6} \left.\begin{matrix} - QSS \\ + 2QRT \\ - PPRT \\ + 2PST \\ - 2TT \end{matrix}\right\} N^{5} \left.\begin{matrix} + S^{3} \\ - 3SRT \\ + QPST \\ - PPTT \\ + QTT \end{matrix}\right\} N^{4} \left.\begin{matrix} - PSST \\ - QQTT \\ + 2PRTT \\ + STT \end{matrix}\right\}$$

$$N^{3} \left.\begin{matrix} + QSTT \\ - PT^{3} \end{matrix}\right\} N^{2} - RT^{3}N + T^{4} = 0$$

Ope hujus Æquationis si inveniatur valor ipsius, N, idque vulgari methodo, nempe per binonium aliquod æquale N $\pm$ alia quadam quantitate, potest æquatio quinque dimensionum proposita in cubicam & quadraticam resolvi, sequenti modo:

21, 5 | 29
$$\frac{STN - QTNN - PN^{5} + RN^{4}}{TT - N^{5} + SN^{3} - PTNN} = K$$

29, 1, 2 | 30
$$X^{3} \left.\begin{matrix} + P \\ - K \end{matrix}\right\} X^{2} \left.\begin{matrix} + KK \\ - PK \\ + Q \\ - N \end{matrix}\right\} X + \frac{T}{N} = 0$$

1 | 31
$$XX + KX + N = 0$$

Quod

Quod si vero ex æquatione, quinque dimensionem proposita, secundus æquationis terminus ejiciatur, poterit reductio faciliori modo institui; hinc enim rejectis omnibus terminis ex æquatione 10 dimensionum jam inventa, in quibus invenitur quantitas (P) reddentur ejus termini longe minores numero, & divisio per binomium instituenda facilior.

FINIS.

COROLLARIA.

I.

IN Philoſophia nihil ferè certius eſſe, quam quod nihil certi ſit, eſt ipſum Scepticorum effatum, & rejiciendum.

II.

Haud malè Peripateticis *Philoſophia dividitur in* Theoreticam *ac* Practicam.

III.

Scientiarum Philoſophicarum diſtinctio habet uſum præcipuè in eo, ut quælibet ſcientiâ ſuis terminis & principiis doceatur.

IV.

Qui incipit philoſophari, ante omnia dubitationi intentus ſit; ſed cautè.

V.

Quod mens ſit notior quam quælibet ſubſtantia, nego.

VI.

In Cauſarum ſubordinatione non datur progeſſus in infinitum.

VII.

Dari Deum, demonſtrari poteſt.

VIII.

Deus Spiritus eſt independens, à ſeſe vivens.

IX.

Deum Contradictoria poſſe, falſiſſimum eſt.

X.

Dari ſpectra hæc vel iſta, ſæpè dubium videtur.

XI.

In Phyſica adſpirandum eſt ad Matheſeos certitudinem.

XII. *Na-*

XII.

Natura corporis in extensione consistit.

XIII.

Non dari Atomos mathematicè probari potest.

XIV.

Vacuum non datur nec dari potest.

XV.

Uti nec vacuula.

XVI.

Motus est migratio de loco in locum.

XVII.

Causa motus reflexi est arcus reflectentis & resilientis.

XVIII.

Mundus indefinitè est extensus.

XIX.

Nihil in mundo quod absolute est immobile.

XX.

Quocirca rectè dixit Anaxagoras : πάντα ῥεῖ, καὶ οὐδὲν μένει.

XXI.

An aqua in statu naturali considerata sit humida & fluida, an vero consistens & sicca? Aff. *post.* Neg. *prius.*

XXII.

Luna est Causa æstus marini.

XXIII.

An Sol moveatur, an terra?

XXIV.

Ethica tradit hominis secundum se considerati officia.

XXV.

Conscientia deponi nequit.

XXVI.

Nunquam licitum est agere contra Conscientiam.

XXVII. *Non*

XXVII.

Non dantur actiones coactæ.

XXVIII.

Ad amorem plus valent oculi quam lingua & aures.

XXIX.

Politicus practicus Theoretico præferendus.

XXX.

Magistratus non est solutus omnibus legibus.

XXXI.

Jus dominationis est licitum.

XXXII.

An verbis crimen læsæ majestatis committi possit? Dist.

XXXIII.

Tyrannis imperio spoliari potest.

XXXIV.

Citra Religionem Resp. non subsistit.

XXXV.

Proinde nec Athei in Repub. tolerandi.

XXXVI.

Carnifices non sunt infames in Repub.

XXXVII.

Scientiæ purè Mathematicæ sunt infallibiliter certæ.

XXXVIII.

Scientiarum Mathematicarum magna est utilitas, & ipsi Theologo.

XXXIX.

Linea tangens Circulum nequit esse secans.

XL.

Datur transitus à majori ad minus non transeundo medium.

XLI.

Datâ lineâ, distantiam duorum locorum invenire.

XLII. *Dato*

XLII.

Dato puncto & distantia trium locorum in recta linea positorum distantiam puncti invenire.

XLIII.

Datâ latitudine putei profunditatem invenire.

XLIV.

Duo corpora perpendiculariter erecta non sunt parallela.

XLV.

In cacumine montis majorem partem Cæli videmus, quam in plano.

XLVI.

Lunæ montes, si sint, terrenis altiores esse, Mathematicè demonstrari potest.

XLVII.

Fieri potest, ut quis ab uno puncto ad aliud perpetuo accedat, eo tamen nunquam perveniat.

XLVIII.

Circulus non componitur ex lineolis rectis.

XLIX.

Una linea alteri potest fieri semper propinquior & tamen nunquam eam tangere.

L.

Augulus semicirculi minor est recto.

LI.

Fieri potest ut parallelogrammorum duorum, manentibus duobus lateribus, reliqua duo latera in infinitum producantur, non tamen quantitate differant.

FINIS.